



**HAL**  
open science

# Étude de méthodes de prévision des interactions de jet pour les arrière-corps de lanceurs spatiaux

Jolan Reynaud

► **To cite this version:**

Jolan Reynaud. Étude de méthodes de prévision des interactions de jet pour les arrière-corps de lanceurs spatiaux. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Sorbonne Université, 2022. Français. NNT : 2022SORUS114 . tel-03771226

**HAL Id: tel-03771226**

**<https://theses.hal.science/tel-03771226v1>**

Submitted on 7 Sep 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale 391 - Sciences mécaniques, acoustique, électronique et robotique  
de Paris

## THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**Sorbonne Université**

**Spécialité "Mécanique des Fluides"**

**Jolan Reynaud**

*présentée et soutenue publiquement le 25/01/2022*

# **Étude des méthodes de prévision des interactions de jets pour les arrière-corps de lanceurs spatiaux**

Devant le jury composé de :

<b>Jérôme Boudet,</b>	Maitre de Conférence, École Centrale de Lyon	Rapporteur
<b>Sébastien Deck,</b>	Directeur de recherche, ONERA	Directeur de thèse
<b>Eric Goncalves,</b>	Professeur, ISAE-ENSMA Poitiers	Rapporteur
<b>Hadrien Lambaré,</b>	Ingénieur expert, CNES	Correspondant CNES
<b>Régis Marchiano,</b>	Professeur, Sorbonne Université	Examineur
<b>Pierre-Élie Weiss,</b>	Ingénieur de recherche, ONERA	Encadrant de thèse



À Rebecca,

*"- Au commencement fut la vitesse - une nappe de foudre fine sans couleur ni matière - qui se dilatait par le ventre - fuyant de toute part dans un espace étalé à mesure - et qui s'appelait ... le purvent ! "*

Alain Damasio, *La Horde du Contrevent*

*"Toutes les sciences de la nature nous donnent une réponse à la question : que devons-nous faire si nous voulons être techniquement maîtres de la vie ? Quant aux questions : cela a-t-il au fond et en fin de compte un sens ? devons-nous et voulons-nous être techniquement maître de la vie ? elles les laissent en suspens ou bien les présupposent en fonction de leur but. "*

Max Weber, *Le Savant et le Politique*



# Remerciements

Cette thèse n'aurait évidemment pas pu être réalisée sans les contributions de nombreuses personnes que je tiens à remercier ici.

Je remercie en premier lieu Régis Marchiano qui a accepté de présider le jury de soutenance ainsi que Jérôme Boudet et Eric Goncalves qui m'ont fait l'honneur d'être rapporteurs de mon manuscrit. Je remercie également Hadrien Lambaré et le CNES pour le soutien apporté à cette thèse.

Je remercie ensuite Sébastien Deck, mon directeur de thèse et Pierre-Elie Weiss, mon encadrant, pour leur envie de transmettre leur savoir et leur passion scientifique, pour leur niveau d'exigence et pour leur soutien technique et moral qui m'ont permis de mener à bien ces travaux de thèse.

Je remercie également toute l'équipe MSAT-élargie dont les membres ont été de précieux coéquipiers et coéquipières dans mes travaux de thèse et des adversaires féroces dans les tournois de pronostic, de laser game ou de karting ... J'adresse en particulier des remerciements à Phillippe Guillen dont l'aide m'a été très précieuse pour les développements numériques réalisés durant la thèse et aux membres de ma fratrie de thèse; Lucas Manueco, le grand frère de thèse, qui m'a transmis sans compter ses ressources techniques et mentales permettant de naviguer dans la vie de thésard; Jaime Vaquero, mon jumeau de thèse, avec qui j'ai eu autant de débats sur les approches RANS/LES que sur le Ballon d'Or, le MVP et le meilleur épisode de The Office et Simon Lecler, le petit frère, avec qui je partage la passion de la souffrance dans l'effort, que ce soit sur semi-marathon ou pour réaliser un maillage.

J'adresse également des remerciements à l'ensemble des collaborateurs de l'ONERA, notamment aux membres du Meudon City Gang pour les précieux moments de décompression partagés.

Mon envie et ma capacité de réaliser ces travaux de thèse ont de plus été nourries et entretenues par le soutien de mes proches, pendant ces trois années et bien avant.

Je remercie donc l'ensemble de mes ami.es, qu'ils et elles soient de Saint-Étienne, de Centrale ou d'ailleurs. Je remercie en particulier Florian, Nicolas et Noé avec qui nous avons pu questionner nos parcours et nous soutenir dans les choix réalisés et également Arthur, Noémi, Rayanne et Sirine avec qui j'ai pu échanger sur les aventures de la vie de thésard.

Je remercie enfin profondément l'ensemble de ma (grande) famille, mes parents et notamment ma mère qui est pour moi un modèle de combativité et de détermination, mes frères et sœurs, mes beaux-parents, mes grands-parents, et bien d'autres encore dont le soutien m'a porté durant cette thèse comme dans tous les moments de ma vie. Ma reconnaissance la plus grande va à Rebecca, avec qui j'ai la chance fabuleuse de partager ma vie et dont la manière d'être me permet d'avancer chaque jour avec joie et entrain.



# Table des matières

<b>Table des figures</b>	<b>v</b>
<b>Notations</b>	<b>1</b>
<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>1 Description et prévision des écoulements d'arrière-corps propulsés</b>	<b>9</b>
1.1 Phénoménologie des écoulements mono-espèces d'arrière-corps sur des configurations de double cylindre . . . . .	10
1.1.1 Topologie d'un écoulement d'arrière-corps sur une configuration de double cylindre non propulsé . . . . .	10
1.1.2 Topologie d'un écoulement d'arrière-corps sur une configuration de double cylindre propulsé par un jet d'air . . . . .	11
1.1.3 Description d'une couche de mélange . . . . .	14
1.2 Prévisions quantitatives des écoulements mono-espèces d'arrière-corps sur des configurations de double cylindre . . . . .	17
1.2.1 Revue bibliographique . . . . .	17
1.2.2 Caractérisation quantitative de la physique des écoulements d'arrière-corps . . . . .	17
1.2.3 Modélisation de la turbulence pour les écoulements d'arrière-corps . . . . .	22
1.2.4 Méthodes numériques pour les écoulements d'arrière-corps . . . . .	24
1.3 Prise en compte de la complexité des écoulements d'arrière-corps pour la conception des lanceurs de nouvelle génération . . . . .	25
1.3.1 Phénoménologie des écoulements d'arrière-corps propulsés par plusieurs tuyères . . . . .	25
1.3.2 Influence des propriétés thermodynamiques des gaz propulsifs sur la forme du jet . . . . .	28
1.3.3 Influence des propriétés thermodynamiques des gaz propulsifs sur l'entraînement des jets . . . . .	30
1.3.4 Synthèse des paramètres à prendre en compte pour la prévision numérique . . . . .	33



1.4	Prévision numérique des écoulements d'arrière-corps sur des configurations complexes . . . . .	34
1.4.1	Modélisation numérique de la physique des jets propulsifs . . . . .	35
1.4.2	Revue bibliographique d'études numériques de configurations complexes d'écoulements d'arrière-corps . . . . .	37
1.4.3	Synthèse sur le choix d'une modélisation physique des jets pour l'étude des écoulements d'arrière-corps . . . . .	40
1.5	Synthèse du chapitre bibliographique . . . . .	41
<b>2</b>	<b>Modélisations numériques des écoulements turbulents</b>	<b>43</b>
2.1	Les équations de Navier-Stokes pour un écoulement bi-espèces . . . . .	43
2.1.1	Description générale . . . . .	43
2.1.2	Fermeture des équations . . . . .	44
2.2	Modélisation de la turbulence . . . . .	47
2.2.1	Application d'un opérateur de séparation d'échelles aux équations de Navier-Stokes . . . . .	48
2.2.2	Fermeture des équations pour un écoulement turbulent . . . . .	49
2.2.3	L'approche RANS . . . . .	51
2.2.4	L'approche LES . . . . .	52
2.2.5	L'approche DES ( <i>Detached Eddy Simulation</i> ) . . . . .	52
2.2.6	L'approche ZDES ( <i>Zonal Detached Eddy Simulation</i> ) . . . . .	53
2.3	Discrétisation des équations de Navier-Stokes . . . . .	56
2.3.1	Discrétisation spatiale . . . . .	56
2.3.2	Discrétisation temporelle . . . . .	58
2.4	Présentation du code FLU3M et extension des méthodes numériques pour les écoulements bi-espèces . . . . .	59
2.4.1	Architecture du code FLU3M . . . . .	59
2.4.2	Schémas explicites pour les flux convectifs . . . . .	59
2.4.3	Reconstruction MUSCL . . . . .	63
2.4.4	Calcul de gradient et schéma explicite pour les flux diffusifs . . . . .	66
2.4.5	Traitement de la phase implicite . . . . .	66
2.4.6	Traitement des conditions aux limites . . . . .	68
2.5	Validation des méthodes numériques bi-espèces . . . . .	70
2.5.1	Tube à choc . . . . .	70
2.5.2	Confluence de deux écoulements supersoniques non visqueux . . . . .	72
2.5.3	Diffusion moléculaire . . . . .	75
2.5.4	Couche limite turbulente . . . . .	75
2.6	Synthèse du chapitre . . . . .	78

<b>3</b>	<b>Évaluation de méthodes numériques hybrides pour des simulations ZDES d'écoulements mono-espèces d'arrière-corps propulsés</b>	<b>81</b>
3.1	Présentation du chapitre	81
3.2	Article : Numerical workflow for scale-resolving computations of space launcher afterbody flows with and without jets	82
3.3	Synthèse du chapitre	119
<b>4</b>	<b>Simulations numériques bi-espèces de jets supersoniques coaxiaux</b>	<b>121</b>
4.1	Présentation du chapitre	121
4.2	Article : A comprehensive framework for high fidelity computations of two-species compressible turbulent flows	122
4.3	Synthèse du chapitre	169
<b>5</b>	<b>Étude d'une configuration de lanceur propulsé par plusieurs tuyères par une simulation ZDES bi-espèce</b>	<b>171</b>
5.1	Présentation du chapitre	171
5.2	Description du cas test et paramétrage numérique	172
5.2.1	Géométrie et conditions d'écoulement	172
5.2.2	Paramètres de maillage	173
5.2.3	Paramètres de calcul	174
5.3	Influence de la modélisation thermodynamique et limites des modélisations RANS	176
5.3.1	Profils de sortie de tuyère	176
5.3.2	Distribution de pression et de température sur le culot du lanceur avec des approches RANS	177
5.3.3	Synthèse	179
5.4	Apports d'une simulation ZDES pour l'analyse de l'écoulement d'arrière-corps d'une configuration multi-tuyère	180
5.4.1	Champs instantanés	180
5.4.2	Champs moyens	181
5.4.3	Grandeurs pariétales moyennes	187
5.4.4	Fluctuations de pression	193
5.4.5	Analyse spectrale	196
5.5	Synthèse et perspectives	200
	<b>Conclusion</b>	<b>205</b>
<b>A</b>	<b>Matrices jacobiennes des flux</b>	<b>213</b>
A.1	Flux convectifs implicites	214
A.2	Flux diffusifs implicites	215

<b>B</b>	<b>Résolution analytique d'écoulements canoniques</b>	<b>219</b>
B.1	Tube à choc . . . . .	219
B.2	Confluence de deux écoulements supersoniques . . . . .	222
<b>C</b>	<b>Towards Binary Gas Mixture ZDES for Space Launcher Base Flow Prediction, 55<sup>th</sup> 3AF International Conference on Applied Aerodynamics</b>	<b>225</b>
<b>D</b>	<b>On the use of bi-species ZDES for multi-nozzles Space Launcher Configurations, 13<sup>th</sup> International ERCOFTAC symposium (ETMM13)</b>	<b>237</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>245</b>

# Table des figures

1	Vue d'artiste du lanceur Ariane 6 en phase de vol (ArianeGroup). Encadré : Zone d'arrière-corps. . . . .	4
1.1	Phénoménologie des écoulements subsoniques (gauche) [126] et supersoniques (droite) d'arrière-corps non propulsés. . . . .	11
1.2	Visualisation des structures cohérentes au sein d'un écoulement d'arrière-corps subsonique [184] (gauche) et supersonique [154] (droite). . . . .	12
1.3	Structure d'un jet sous-détendu (adaptée de [90]). 1 : faisceau de détente, 2 : choc incident, 3 : ligne isobare de la couche de mélange, 4 : choc réfléchi, 5 : couche de mélange du jet, 6 disque de Mach, 7 point Triple, 8 couche de mélange issue du disque de Mach, 10 poche subsonique. . . . .	13
1.4	Phénoménologie des écoulements subsoniques (gauche)[126] et supersoniques (droite) d'arrière-corps propulsés. . . . .	13
1.5	Schéma d'une couche de mélange [19]. . . . .	14
1.6	Visualisations expérimentales des structures tourbillonnaires au sein de couches de mélange laminares (haut) et turbulentes (bas)[19]. . . . .	15
1.7	Variation du taux de croissance de couches de mélange planes en fonction du nombre de Mach convectif [187]. . . . .	16
1.8	Évolution du coefficient de pression au culot d'un cylindre en fonction du nombre de Mach $M_\infty$ [45]. . . . .	19
1.9	Évolution du coefficient de pression dans le sillage d'un cylindre pour différents nombres de Mach $M_\infty$ [45]. . . . .	20
1.10	Évolution de l'intensité des fluctuations de pression sur le culot d'un cylindre en fonction du nombre de Mach [81]. . . . .	21
1.11	Densité spectrale de puissance de signaux de pression sur l'émergence d'un arrière-corps transsonique ( $M_\infty = 0,8$ ) [163]. . . . .	22
1.12	Exemple de mise en place d'une stratégie de couplage RANS/LES sur une géométrie d'arrière-corps [163]. . . . .	23
1.13	Topologie d'un écoulement d'arrière-corps propulsé par plusieurs tuyères pour un JPR modéré (gauche) et élevé (droite) [48]. . . . .	25

1.14	Formation d'un écoulement de retour lors de la collision entre des jets propulsifs [48].	26
1.15	Phénoménologie d'un écoulement d'arrière-corps multi-tuyère [101]. . . . .	27
1.16	Paramètres pilotant l'interaction entre le jet et l'écoulement externe [117]. . . . .	28
1.17	Variation de l'angle initial d'inclinaison d'un jet supersonique en fonction du JPR pour différentes valeurs de $\gamma_j$ [119]. . . . .	29
1.18	Reproduction de la pression au culot mesurée sur une maquette propulsée par de l'air (symboles pleins) grâce à des essais respectant les paramètres de similitudes de Pindzola [119] réalisés avec un jet propulsif de fréon (symboles creux) [110]. . . . .	30
1.19	Influence de la température $T_j$ (via la grandeur $T_{tj}$ ) et de la constante spécifique $R_j$ du jet sur la pression au culot d'un arrière-corps transsonique ( $M_\infty=0,814$ ) [7]. . . . .	31
1.20	Étapes de correction de la trainée de culot obtenue par des essais en gaz froid en fonction de la forme du jet et du produit $R_j T_j$ [29]. . . . .	32
1.21	Ordre de priorité des paramètres de similitudes pour simuler un écoulement d'arrière-corps propulsé, inspiré de [63]. . . . .	34
1.22	Comparaison des modélisations <b>MuPhR</b> (gauche) et <b>MuR</b> (droite) pour un jet propulsif. $\dot{\omega}_i$ est le taux de réaction chimique de l'espèce $i$ . . . . .	36
1.23	Comparaison des modélisations <b>MuS</b> (gauche) et <b>MuP</b> (droite) pour un jet propulsif. . . . .	36
1.24	Comparaison des modélisations <b>MoS</b> (gauche) et <b>MoP</b> (droite) pour un jet propulsif. . . . .	37
2.1	Représentation graphique de la cascade d'énergie turbulente [58]. . . . .	48
2.2	Classification de différents types d'écoulements. I : décollement fixé par la géométrie. II : décollement induit par un gradient de pression adverse sur une surface courbe. III : décollement fortement influencé par la dynamique de la couche limite amont. . . . .	54
2.3	Application de la ZDES sur une configuration hypersustentée [40]. . . . .	54
2.4	Domaine d'intégration. . . . .	57
2.5	Architecture simplifiée du code volumes finis FLU3M. . . . .	60
2.6	Évolution de la fonction $\tanh(c * \Phi)$ pour différentes valeurs de $c$ . . . . .	63
2.7	Schéma représentant l'évaluation des pentes selon la méthode décentrée amont (gauche) et la méthode centrée (droite). . . . .	64
2.8	Variation du limiteur de Koren. . . . .	65
2.9	Positionnement d'une cellule fictive. . . . .	68
2.10	Description d'un tube à choc [33]. . . . .	70
2.11	Distribution de vitesse (haut) et de masse volumique (bas) au sein du tube contenant de l'air pour différents schémas en espace. . . . .	72
2.12	Distribution de vitesse (haut) et de masse volumique (bas) au sein du tube contenant deux gaz pour différents schémas en espace. . . . .	73
2.13	Confluence de deux écoulements supersoniques. Choc oblique (1-2), discontinuité de contact (2-3), faisceau de détente (3-4-5). . . . .	74
2.14	Distribution du nombre de Mach (Roe2S avec Koren). (- -) Angles de déviation calculés analytiquement. . . . .	74

2.15	Distribution de $\frac{p}{p_1}$ selon $y$ ( $x = 0, 25$ m) pour différents schémas numériques. . . . .	75
2.16	Variation spatiale de $Y_1$ avec différents coefficients de diffusion pour l'instant $t=1$ s (haut). Version adimensionnée (bas). . . . .	76
2.17	Profil de vitesse pour une couche limite turbulente adapté de [37]. . . . .	76
2.18	Profils de vitesse adimensionnée pour une couche limite ( $Re_\theta=5000$ ) issus de calculs bi-espèces ( $N_2O_2$ ), comparés à des lois empiriques ( $\kappa_{vk}=0,41$ , $C=5,25$ ) et des calculs mono-espèce RANS et DNS [151]. . . . .	77
2.19	Profils de vitesse adimensionnée pour une couche limite supersonique ( $Re_\theta=5000$ ) issus de calculs bi-espèces ( $N_2O_2$ ), comparés à des lois empiriques ( $\kappa_{vk}=0,41$ , $C=5,25$ ) et des calculs mono-espèces RANS et DNS [151]. . . . .	78
5.1	Description géométrique de la configuration multi-tuyère (adapté de Pu et Jiang [123]).	173
5.2	Description du maillage. . . . .	174
5.3	Influence de la modélisation thermodynamique sur les profils de sortie de tuyère. $T_c$ est la température à l'entrée des tuyères. . . . .	177
5.4	Distribution de pression sur le culot du lanceur selon un rayon inter-tuyère avec $r_b$ le rayon du culot. Voir le tableau 5.3 pour le détail des simulations. . . . .	178
5.5	Distribution de température sur le culot du lanceur selon un rayon inter-tuyère. Voir le tableau 5.3 pour le détail des simulations. . . . .	179
5.6	Topologie instantanée de l'écoulement d'arrière-corps. . . . .	182
5.7	Distribution instantanée de pression sur les parois de l'arrière-corps. . . . .	183
5.8	Distribution de vitesse axiale et lignes de courant dans un plan contenant deux tuyères. . . . .	183
5.9	Analogie entre la zone d'arrière-corps et une cavité supersonique, adaptée de Wong [186]. . . . .	184
5.10	Évolution des grandeurs de l'écoulement en aval du culot le long de l'axe central du lanceur. . . . .	185
5.11	Distribution de vitesse axiale et lignes de courant dans un plan situé entre les tuyères.	186
5.12	Distribution de la fraction massique moyenne du mélange propulsif $Y_{fuel}$ dans un plan contenant deux tuyères. . . . .	187
5.13	Distribution du ratio $\frac{\mu_t}{\mu}$ dans un plan contenant deux tuyères. . . . .	187
5.14	Distribution de pression sur le culot du lanceur. . . . .	188
5.15	Distribution radiale de pression le long d'un rayon inter-tuyère. Voir le tableau 5.3 pour le détail des simulations. . . . .	189
5.16	Distribution de température sur le culot du lanceur. . . . .	189
5.17	Distribution radiale de température le long d'un rayon inter-tuyère. Voir le tableau 5.3 pour le détail des simulations. . . . .	190
5.18	Positions angulaires des génératrices sur les parois externes d'une tuyère. . . . .	191
5.19	Distribution de pression sur les parois externes du lanceur. . . . .	191
5.20	Distribution de pression le long des génératrices d'une tuyère. . . . .	192
5.21	Distributions de température sur les parois externes du lanceur. . . . .	192

5.22	Distribution de température le long des génératrices d'une tuyère. . . . .	193
5.23	Distributions de $C_{p_{rms}}$ sur les parois externes du lanceur. . . . .	194
5.24	Description géométrique du culot du lanceur pour l'analyse des fluctuations de pression. . . . .	194
5.25	Distribution azimutale de $C_{p_{rms}}$ sur le rayon $r/r_b = 0,85$ . Les positions angulaires du centre des tuyères sont repérées par des barres verticales  . . . . .	195
5.26	Distributions de $C_{p_{rms}}$ sur le culot du lanceur. . . . .	195
5.27	Distribution de $C_{p_{rms}}$ le long des génératrices d'une tuyère. . . . .	196
5.28	Densité spectrale de puissance du signal de pression en plusieurs positions angulaires sur l'extrémité d'une tuyère $X/L_n = 0,93$ . . . . .	197
5.29	Densités spectrales de puissance du signal de pression au culot sur la couronne $r/r_b = 0,85$ aux positions angulaires $\theta = 225^\circ$ et $\theta = 180^\circ$ . . . . .	199
5.30	Nappes spectrales représentant la densité spectrale de puissance des signaux de pression en fonction de la position angulaire $\theta$ sur la couronne $r/r_b = 0,85$ (voir Figure 5.24). Les barres verticales représentent la position angulaire des centres des tuyères. . . . .	199
5.31	Estimation de la contribution des trois premiers modes azimutaux aux fluctuations de pression sur la couronne $r/r_b = 0,85$ pour différents points initiaux d'analyse modale. . . . .	201
B.1	Schéma de principe d'un tube à choc [33]. . . . .	220
B.2	Caractéristiques spatio-temporelles d'un tube à choc [33]. . . . .	220
B.3	Schéma de principe de la confluence de deux écoulements supersoniques. Choc oblique ((1)-(2)), ligne de glissement ((2)-(3)), faisceau de détente ((3)-(4)-(5)). . . . .	223

# Notations

## Constantes

Symbole	Signification	Valeur	Unité
$\kappa_{vk}$	Constante de von Karmàn	0,41	[-]

## Grandeurs variables

Symbole	Signification	Unité
$\rho$	Masse volumique	$kg.m^{-3}$
$Y$	Fraction massique	[-]
$u, v, w$	Vitesse dans la direction $x, y, z$ respectivement	$m.s^{-1}$
$E$	Énergie totale massique	$J.kg^{-1}$
$P$	Pression	$kg.m^{-1}.s^{-2}$
$T$	Température	$K$
$\mu$	Viscosité dynamique	$kg.m^{-1}.s^{-1}$
$\mu_t$	Viscosité dynamique turbulente	$kg.m^{-1}.s^{-1}$
$\lambda$	Conductivité thermique	$J.kg.m^{-1}.s^{-1}$
$\lambda_t$	Conductivité thermique turbulente	$J.kg.m^{-1}.s^{-1}$
$q_\infty$	Pression dynamique $\frac{1}{2}\rho_\infty U_\infty^2$	$kg.m^{-1}.s^{-2}$
$c_p$	Capacité calorifique massique à pression constante	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
$c_v$	Capacité calorifique massique à volume constante	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
$\gamma$	$\gamma = c_p/c_v$	[-]
$R$	Constante des gaz parfaits	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
$C_p$	Coefficient de pression	[-]
$C_{p_{rms}}$	Coefficient de pression fluctuante	[-]



## Nombres sans dimension

$Fo$	Nombre de Fourier
$Re$	Nombre de Reynolds
$St$	Nombre de Strouhal
$Pr$	Nombre de Prandtl
$Pr_t$	Nombre de Prandtl turbulent
$Sc$	Nombre de Schmidt
$Sc_t$	Nombre de Schmidt turbulent
$Le$	Nombre de Lewis
$Le_t$	Nombre de Lewis turbulent

## Indices

1, 2	Indices du gaz
$i, j, k$	Indices de direction
$\infty$	Grandeur de l'écoulement libre
$rms$	Root Mean Square
$ref$	Grandeur de référence

## Acronymes généraux

RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
LES	Large Eddy Simulation
DES	Detached Eddy Simulation
DDES	Delayed Detached Eddy Simulation
ZDES	Zonal Detached Eddy Simulation
WRLES	Wall Resolved Large Eddy Simulation
WMLES	Wall Modelled Large Eddy Simulation

## Acronymes locaux

JPR	Jet Pressure Ratio
-----	--------------------

## Position du sujet

### Objectifs d'un lancement spatial

Pour remplir une mission de lancement en vue de la mise en orbite d'un satellite ou pour un vol habité, les agences spatiales doivent garantir l'intégrité de la structure du lanceur, maîtriser la trajectoire du lanceur durant son vol et minimiser la consommation de carburant. La poursuite de ces trois objectifs passe par la maîtrise des efforts aérodynamiques et des contraintes thermiques subis par le lanceur durant son vol, en particulier dans la zone d'arrière-corps du lanceur (zone encadrée sur la figure 1).

On peut distinguer trois effets principaux engendrés par les interactions entre l'écoulement d'air autour de la géométrie de l'arrière-corps et le ou les jets propulsifs du lanceur qui nécessitent d'être étudiés lors des phases de conception. D'une part, la bonne prévision de la traînée de culot, qui est due à une chute de pression dans la zone d'arrière-corps, influence la recherche d'une quantité de carburant minimale garantissant la faisabilité du vol. Cette donnée est notamment importante pour éviter des échecs d'atterrissage dus à une quantité de carburant insuffisante pour un lanceur réutilisable (ex : vols de septembre 2014 et avril 2016 de Space X [158]). D'autre part, des charges latérales dues à l'instationnarité de l'écoulement peuvent faire vibrer le système propulsif et doivent être maîtrisées pour éviter des échecs en vol (ex : vol 157 du lanceur Ariane V [137]). Enfin, des fluides chauds provenant des jets propulsifs peuvent recirculer en direction du culot et dégrader les composants du système propulsif (ex : dimensionnement des protections thermiques pour le lanceur Saturn V [180]).

Ces phénomènes fluides sont complexes, dépendant de la géométrie du lanceur et leur étude peut être coûteuse en temps et en infrastructures. Pour accompagner la conception des lanceurs spatiaux de nouvelle génération, l'amélioration des méthodes de prévision du champ aérodynamique résultant des interactions entre l'écoulement d'arrière-corps et les jets propulsifs du lanceur est aujourd'hui un enjeu majeur auquel ces travaux de thèse cherchent à contribuer.

### Méthodes de prévision pour les écoulements d'arrière-corps de lanceurs spatiaux

Pour étudier les interactions de jets dans la zone d'arrière-corps des lanceurs, les acteurs du domaine spatial ont historiquement combiné différentes méthodes de prévision. La réalisation de mesures en vol a par exemple permis d'observer que les efforts subis par le lanceur sont les plus importants dans les régimes de vol transsoniques et faiblement supersoniques [3, 128]. La

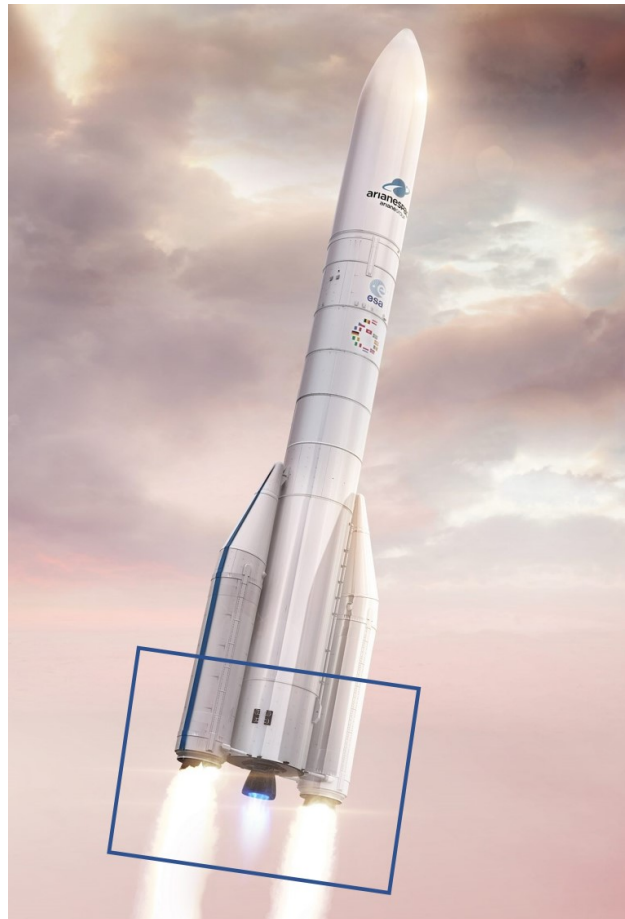


FIGURE 1 – Vue d’artiste du lanceur Ariane 6 en phase de vol (ArianeGroup). Encadré : Zone d’arrière-corps.

mise en place d’essais en soufflerie a fourni des descriptions qualitatives et quantitatives de la topologie d’écoulements d’arrière-corps autour de maquettes représentatives de lanceurs spatiaux [47, 60]. L’utilisation de méthodes analytiques et empiriques basées respectivement sur des développements mathématiques et sur les mesures en vol et en soufflerie a ensuite permis de proposer des estimations rapides des efforts subis par une géométrie de lanceur [105]. Enfin, le développement de simulations numériques, basées sur une résolution des équations de la mécanique des fluides et évaluées par comparaison avec des résultats expérimentaux, permet de disposer d’outils de prévision de plus en plus fiables pour étudier des configurations variées de lanceurs [149]. Ces différentes méthodes de prévision présentent des avantages et des inconvénients en termes de temps de mise en place et de restitution, de coût d’infrastructures et d’utilisation, de précision, de fiabilité ou encore de quantité d’informations disponibles et sont donc utilisées de façon complémentaire. Dans cette thèse, on se concentrera sur l’étude des méthodes de prévision numériques des interactions de jets pour les arrière-corps de lanceurs spatiaux.

### Complexité et représentativité des cas d’études

Au vu de la complexité et de la variété des phénomènes physiques mis en jeu lors d’un véritable vol de lanceur, les méthodes de prévision précédemment mentionnées sont souvent appliquées sur des cas d’études simplifiés permettant d’isoler certains phénomènes. Toute la difficulté consiste alors à préserver un niveau élevé de représentativité d’un cas d’étude générique par rapport à un cas de vol réel. On peut ainsi définir trois axes de complexité selon lesquels les cas d’études varient par rapport à un cas de vol réel :

### 1. Niveau de complexité géométrique

La configuration de base pour considérer un lanceur spatial est celle d'un corps principal cylindrique au culot duquel émerge une tuyère propulsive. De nombreux lanceurs sont cependant conçus avec plusieurs tuyères propulsives, notamment pour les configurations réutilisables des lanceurs de nouvelle génération [35]. Les positions et les rapports géométriques des tuyères par rapport au corps principal peuvent ainsi varier et représentent des paramètres à étudier. Un lanceur spatial peut de plus être muni de boosters servant à augmenter sa poussée et qui vont modifier la topologie de l'écoulement d'arrière-corps [112], leur prise en compte rajoute de nouveau de la complexité à un cas d'étude. Enfin, les composants du lanceur peuvent être reliés par des attaches ou présenter des irrégularités de surface pouvant avoir une influence sur la dynamique de l'écoulement et devant être prises en compte pour une fidélité géométrique complète lors de l'étude d'un lanceur [183].

### 2. Niveau de fidélité de la représentation de l'écoulement externe

Pour permettre des prévisions représentatives des écoulements d'arrière-corps en vol, des paramètres de similitude (nombre de Reynolds, nombre de Mach,...) caractérisant des régimes d'écoulement doivent être respectés entre le cas d'étude et le cas réel [137]. De plus, les écoulements d'arrière-corps sont soumis à des instabilités hydrodynamiques et présentent un caractère turbulent, une représentation fidèle de ces écoulements demande donc l'utilisation de méthodes de prévision permettant d'appréhender leurs aspects instationnaires et multi-échelles [163].

### 3. Niveau de fidélité de la représentation des jets propulsifs

Le comportement aérodynamique d'une configuration de lanceur peut être étudié dans un premier temps en l'absence de jet pour caractériser l'écoulement externe se formant autour de la géométrie (configuration non propulsée [184]) avant d'intégrer les effets dus à leur présence (configuration propulsée [43]). Dans le cas d'une configuration propulsée, les critères mentionnés précédemment pour la représentation de l'écoulement externe s'appliquent également aux jets propulsifs et l'on doit de plus s'intéresser à la prise en compte de paramètres de similitude liant ces écoulements (ratio de pression, ratio de température,...) [119]. De plus, le fluide propulsif réel est un mélange de plusieurs espèces qui ont des propriétés différentes de l'air extérieur et qui sont capables de réactions chimiques les unes avec les autres. Pour les configurations de lanceur, on qualifie ainsi de mono-espèce un cas d'étude simplifié où l'on considère que les jets propulsifs sont constitués d'air [176] et de multi-espèces un cas d'étude où les propriétés spécifiques du mélange propulsif sont prises en compte [166]. Enfin, on qualifie d'inerte un cas d'étude simplifié où les réactions chimiques sont négligées et de réactif un cas d'étude où elles sont prises en compte [101].

Dans l'objectif de proposer des méthodes numériques permettant d'étudier fidèlement des configurations de lanceurs de nouvelle génération avec un coût restreint, nous avons suivi une démarche de recherche consistant, dans un premier temps, à dégager de l'état de l'art les caractéristiques physiques des écoulements d'arrière-corps sur des cas d'études de complexité croissante ainsi que le degré de représentativité de ces cas par rapport à celui d'un vol réel de lanceur. Le niveau de fiabilité des méthodes numériques utilisées dans la littérature pour l'étude de ces différents cas a également été analysé. Cette démarche a permis la sélection d'un cas d'étude applicatif représentatif des lanceurs de nouvelle génération et la définition d'une approche numérique pouvant permettre d'étudier cette configuration avec un coût de calcul restreint. Les travaux de thèse ont ainsi consisté à la mise en place de cette approche via le développement et l'implémentation de méthodes numériques et la réalisation d'études intermédiaires permettant de les évaluer. Cette démarche est présentée plus en détail dans la section suivante.

## Démarche

### État de l'art et définition des objectifs

Dans un premier temps, une étude de la littérature des écoulements d'arrière-corps en l'absence de jet permet de mettre en avant leur forte instationnarité, leur caractère tridimensionnel ainsi que le rôle important des structures tourbillonnaires qui organisent l'écoulement. Ainsi, les capacités de prévision limitées des modélisations RANS basées sur un traitement statistique de la turbulence et la nécessité de résoudre les grandes échelles de la turbulence pour estimer correctement la pression et la vitesse au niveau du culot et des tuyères sont largement documentées [39, 153]. De plus, on constate pour ces cas un très bon compromis entre la représentativité et le coût de calcul obtenu avec des approches hybrides RANS/LES zonales telles que la ZDES [183] associées à des schémas numériques faiblement dissipatifs.

Parallèlement, l'étude bibliographique porte également sur les effets aérodynamiques liés aux interactions entre un ou plusieurs jets propulsifs et l'écoulement d'arrière-corps ainsi que sur la détermination des paramètres physiques pilotant ces interactions. En particulier, il est montré que la connaissance de l'influence respective sur le champ aérodynamique des phénomènes non visqueux (forme du jet) et des phénomènes visqueux et turbulents (couches de mélange) permet de décrire ces interactions par la combinaison des effets dit de déplacement, d'entraînement et de blocage (en présence de plusieurs jets) [119]. De plus, des analyses de l'influence des propriétés thermodynamiques des gaz propulsifs, telles que la masse molaire ou le ratio de chaleurs spécifiques, sur l'écoulement d'arrière-corps et la traînée de culot [7, 166] permettent de faire émerger l'importance de la prise en compte de ces propriétés au sein des méthodes de prévision. La nécessité d'aller au-delà de la simple prise en compte de l'aérodynamique dite "froide" est confirmée par la forte sous-estimation de la pression au culot constatée en simulant les jets propulsifs avec de l'air, lors d'essais en soufflerie ou par des calculs, par rapport à des mesures en vol, et ceci malgré le respect de certains paramètres de similitude [63].

Du point de vue des méthodes numériques pour les simulations d'arrière-corps propulsés, deux constats peuvent être dégagés de la littérature. D'une part, la nécessité de capturer les structures de chocs présentes au sein des jets propulsifs lors de simulations RANS/LES pousse les auteurs à utiliser des méthodes plus dissipatives que dans les cas d'arrière-corps non propulsés. Ceci entraîne une dégradation de la résolution des structures turbulentes au sein de l'écoulement [43]. D'autre part, la modélisation des caractères multi-espèces et réactif des jets propulsifs est coûteuse numériquement. Pour permettre des simulations d'arrière-corps propulsés abordables, elle est donc principalement associée à des modélisations peu coûteuses de la turbulence (RANS) [191] dont les limites pour la prévision de ces écoulements sont connues.

Suite à ces observations bibliographiques, les travaux de la thèse sont orientés selon trois objectifs successifs visant à accroître la représentativité des méthodes numériques pour la prévision des interactions de jets pour les arrière-corps de lanceurs spatiaux. Le premier objectif de la thèse est donc de développer des méthodes numériques faiblement dissipatives et localement robustes pour réaliser des simulations ZDES d'arrière-corps propulsés par de l'air (mono-espèces) capables de résoudre les grandes structures turbulentes de l'écoulement et d'évaluer leurs capacités de prévision, notamment pour la traînée de culot et les charges latérales. Le second objectif est d'adapter et d'évaluer ces méthodes pour la simulation d'écoulements bi-espèces (inertes) afin d'associer une résolution fine de la turbulence avec une prise en compte des propriétés thermodynamiques des jets pour un coût numérique restreint. Enfin, le troisième objectif consiste en la réalisation d'un calcul ZDES bi-espèce qui met en œuvre les différentes méthodes numériques développées durant la thèse pour évaluer les capacités d'une telle approche pour la prévision du champ aérodynamique autour d'une configuration de lanceur multi-tuyères expulsant des gaz brûlés, représentative des lanceurs de nouvelle génération.

## Réalisation des travaux et structure du manuscrit

Les travaux de thèse sont menés en cohérence avec les objectifs détaillés précédemment.

Tout d'abord, la démarche employée consiste à sélectionner des méthodes permettant de faire varier le niveau de dissipation d'une simulation numérique et un senseur capable d'activer ces méthodes de manière locale dans l'écoulement afin de proposer une méthode numérique hybride faiblement dissipative et capable de capturer des chocs. Le développement d'un schéma numérique hybride et d'une stratégie hybride de reconstruction MUSCL capables de distinguer, grâce à un senseur de type Ducros, les zones de forts gradients pour y augmenter localement la dissipation et les zones de forte vorticité pour y maintenir une dissipation faible est ainsi réalisé. Afin de permettre leurs évaluations, ces méthodes numériques sont ensuite employ es pour réaliser des simulations ZDES sur un cas d'arrière-corps étudié expérimentalement [46]. Les capacités de prévision de ces approches pour les propriétés instantan es, statistiques et spectrales d'un écoulement d'arrière-corps propulsé par un jet d'air sont ainsi  tudi es. Enfin, l'utilisation des méthodes numériques hybrides avec la récente version automatique de la ZDES (Mode 2, 2020) [41] permet de proposer un cadre numérique RANS/LES haute-fidélité nécessitant une faible intervention de l'utilisateur pour les écoulements turbulents fortement compressibles.

Dans un second temps, afin de permettre une prise en compte des propriétés thermodynamiques des jets, différentes modélisations numériques bi-espèces sont impl ement es pour permettre une extension du cadre numérique à la réalisation de calculs RANS et ZDES traitant du mélange de deux gaz parfaits inertes. Différentes étapes de validation de ce cadre numérique bi-espèce et des modélisations qu'il contient sont par la suite r alis es sur des cas d'écoulements canoniques (tube à choc, convergence de deux écoulements supersoniques non visqueux, diffusion molaire pure, couche limite pré-m lang e subsonique et supersonique). Ce cadre numérique bi-espèce est ensuite utilisé pour étudier un cas expérimental de couches de mélange bi-espèces supersoniques représentant une simplification de l'interaction entre un jet propulsif et un écoulement d'arrière-corps. Les prévisions ainsi obtenues sont  valu es en comparaison avec des mesures expérimentales et des résultats numériques issus de la littérature.

Enfin, les méthodes numériques développées et  valu es pendant la thèse sont employ es afin de réaliser des simulations bi-espèces pour étudier une configuration de lanceur multi-tuyères expulsant des gaz brûlés. Dans un premier temps, la pertinence de l'utilisation d'une modélisation bi-espèce (inerte) pour le traitement d'écoulements multi-espèces et réactifs est  valu e en réalisant des simulations RANS bi-espèces qui sont compar es avec d'autres simulations RANS issues de la littérature et utilisant différentes modélisations thermodynamiques. Cette première étude permet de plus d'exposer les limitations des approches RANS pour la prévision de la pression et de la température sur le culot du lanceur et motive la réalisation d'une simulation ZDES. Cette simulation est la première simulation RANS/LES r alis e sur cette configuration multi-tuyère et permet ainsi de décrire les apports d'une modélisation avanc e de la turbulence, par rapport à des approches RANS, pour l'analyse physique de l'écoulement d'arrière-corps et pour la conception des lanceurs de nouvelle génération.

Pour rendre compte des travaux réalisés et des résultats obtenus, le manuscrit est structuré en cinq chapitres.

Le **Chapitre 1** consiste en un exposé détaillé de l'état de l'art résumé précédemment et fournit au lecteur les notions essentielles permettant de décrire et de prévoir les écoulements d'arrière-corps propulsés. Ce chapitre est construit pour présenter les caractéristiques principales des écoulements d'arrière-corps sur des configurations simples avant de décrire progressivement les problématiques numériques li es à la prise en compte des complexités physiques et géométriques inhérentes aux véritables lanceurs

Le **Chapitre 2** est quant à lui consacré à la présentation de l'ensemble des modèles mathématiques et physiques et des méthodes numériques utilisés durant cette étude au sein du code de calcul FLU3M pour la modélisation des écoulements turbulents. Une attention particulière est portée à la description et à la validation des méthodes numériques développées au cours de la thèse dont un traitement numérique hybride des flux convectifs adapté à la simulation d'arrière-corps propulsés et un ensemble de méthodes permettant d'étendre les capacités du code de calcul FLU3M à la réalisation de calculs RANS et ZDES bi-espèces.

Les trois chapitres suivants présentent trois cas d'étude permettant d'évaluer les développements et méthodologies réalisés durant la thèse par rapport aux trois objectifs énoncés auparavant.

Ainsi, le **Chapitre 3** présente l'étude d'écoulements mono-espèces d'arrière-corps non propulsés et propulsés grâce à des simulations ZDES utilisant les méthodes numériques hybrides développées durant la thèse. La capacité de ces méthodes à prévoir les propriétés instantanées, statistiques et spectrales des écoulements est évaluée par rapport à des mesures expérimentales.

Le **Chapitre 4** présente une évaluation des versions bi-espèces des méthodes numériques employées dans le **Chapitre 3** sur un cas couche de mélange supersonique air-argon représentant une simplification de l'interaction entre un jet propulsif et un écoulement d'arrière-corps. L'évaluation du mélange turbulent se produisant entre les deux espèces ainsi obtenue est comparée à des mesures expérimentales et à des résultats numériques issus de la littérature.

Le **Chapitre 5** présente enfin une étude d'une configuration de lanceur propulsé par plusieurs tuyères expulsant des gaz brûlés grâce à des simulations RANS et ZDES bi-espèces et permet d'évaluer les apports et les limites des méthodes développées durant la thèse pour l'utilisation de la simulation numérique dans la conception des lanceurs de nouvelle génération.

Une synthèse des travaux réalisés et des enseignements mis en évidence ainsi que les perspectives de recherche concernant l'usage de la simulation numérique pour l'étude des lanceurs spatiaux est finalement proposée pour conclure ce mémoire.

# Description et prévision des écoulements d'arrière-corps propulsés

<b>1.1</b>	<b>Phénoménologie des écoulements mono-espèces d'arrière-corps sur des configurations de double cylindre . . . . .</b>	<b>10</b>
<b>1.2</b>	<b>Prévisions quantitatives des écoulements mono-espèces d'arrière-corps sur des configurations de double cylindre . . . . .</b>	<b>17</b>
<b>1.3</b>	<b>Prise en compte de la complexité des écoulements d'arrière-corps pour la conception des lanceurs de nouvelle génération . . . . .</b>	<b>25</b>
<b>1.4</b>	<b>Prévision numérique des écoulements d'arrière-corps sur des configurations complexes . . . . .</b>	<b>34</b>
<b>1.5</b>	<b>Synthèse du chapitre bibliographique . . . . .</b>	<b>41</b>

Comme évoqué en introduction, la maîtrise des écoulements au niveau de l'arrière-corps des lanceurs spatiaux est de première importance lors de leur conception. En particulier, la prévision du champ de pression (donc de la traînée de culot et des efforts instationnaires sur les tuyères), du champ de vitesses et des échanges de chaleur au niveau du culot et des tuyères sont des données essentielles pour dimensionner et positionner le système propulsif de façon optimale. Ces écoulements sont cependant complexes et dépendent de nombreux paramètres. Il s'est donc avéré nécessaire de définir des configurations d'écoulements d'arrière-corps simplifiées permettant d'analyser en détail les phénomènes principaux. Le nombre de paramètres pris en compte est ensuite augmenté progressivement au fil des études pour se rapprocher du cas d'un véritable lanceur en vol. C'est ce cheminement qui est retenu pour structurer ce chapitre bibliographique dédié à la description et à la prévision des écoulements d'arrière-corps propulsés.

Dans un premier temps, la phénoménologie des écoulements mono-espèces d'arrière-corps sur des configurations de double cylindre est présentée. Ces géométries représentent en effet des cas élémentaires d'écoulements d'arrière-corps de lanceur spatiaux qui sont étudiés par de nombreux auteurs et permettent de décrire les principaux phénomènes fluides mis en jeu. Parmi ces phénomènes, une attention particulière est apportée à la description des couches de mélange qui jouent un rôle important dans l'organisation spatiale de l'écoulement. Par la suite, une revue bibliographique d'études ayant cherché à prévoir des écoulements d'arrière-corps sur des configurations



de double cylindre permet d'une part de quantifier les caractéristiques stationnaires et instationnaires de ces écoulements et d'autre part de discuter spécifiquement des enseignements issus de la littérature en termes de choix de modélisation de la turbulence et de méthodes numériques pour les simulations stationnaires et instationnaires.

A ce stade, les limites identifiées de l'extrapolation des résultats obtenus pour des configurations simplifiées à des cas réalistes de lanceurs de nouvelle génération sont identifiées. L'analyse de différentes études expérimentales permet ainsi de mettre en évidence la nécessité de prendre en compte la présence de plusieurs jets et l'influence des paramètres thermodynamiques des gaz propulsifs sur la forme et sur l'effet d'entraînement des jets sur l'écoulement externe. Différentes approches numériques proposées dans la littérature pour intégrer ces complexités dans la prévision des écoulements d'arrière-corps sont ensuite détaillées. La synthèse des informations exposées viendra enfin justifier le choix d'un compromis basé sur l'utilisation d'une modélisation physique bi-espèce (deux gaz parfaits inertes) associée à une approche ZDES de modélisation de la turbulence pour permettre d'étudier les interactions entre les jets propulsifs et l'écoulement externe sur une configuration de lanceur multi-tuyère avec un coût de calcul restreint.

## 1.1 Phénoménologie des écoulements mono-espèces d'arrière-corps sur des configurations de double cylindre

Une représentation géométrique simple d'un arrière-corps de lanceur spatial consiste à considérer deux cylindres, l'un de diamètre  $D$  représentant le corps principal du lanceur et l'autre (appelé émergence) de diamètre  $d$  plus faible et de longueur  $L$  représentant une tuyère propulsive placée au centre du culot du premier cylindre. Cette géométrie est schématisée sur la Figure 1.1. Dans un premier temps la topologie d'un écoulement autour de cette géométrie est présentée. Puis, les phénomènes supplémentaires ayant lieu lorsqu'un jet d'air s'échappe de la tuyère sont décrits. Une description des caractéristiques principales des écoulements dits de couche de mélange, qui jouent un rôle important dans l'organisation spatiale des écoulements d'arrière-corps, est de plus proposée.

### 1.1.1 Topologie d'un écoulement d'arrière-corps sur une configuration de double cylindre non propulsé

#### 1.1.1.1 Description générale

Durant son ascension, la vitesse d'avancement d'un lanceur augmente et la pression et la température environnante diminuent [3]. L'écoulement autour de celui-ci passe donc d'un régime subsonique à un régime supersonique. La Figure 1.1 décrit la topologie d'un écoulement autour d'une géométrie composée de deux cylindres pour ces deux régimes. La géométrie présentée est caractérisée par les rapports  $d/D = 0,4$  et  $L/D = 0,6$  qui sont représentatifs des dimensions des nouveaux lanceurs de type Ariane 6 [5] qui sont dotés de tuyères nettement plus courtes que les lanceurs de type Ariane 5 ( $L/D = 1,2$ ) [3].

En régime subsonique, la couche limite turbulente qui s'est développée le long du corps principal du lanceur va décoller au niveau de la rupture de géométrie entre les deux cylindres et induire la formation d'une couche de mélange qui va progressivement converger en aval vers l'axe du cylindre jusqu'à un point de recollement [136]. En fonction du régime d'écoulement et de la longueur de l'émergence, ce point de recollement peut se situer sur l'émergence (recollement "solide") ou en aval de celle-ci (recollement "fluide"). En amont de ce point de recollement, l'écoulement va être soumis à un gradient de pression adverse qui va induire une recirculation d'une partie du fluide

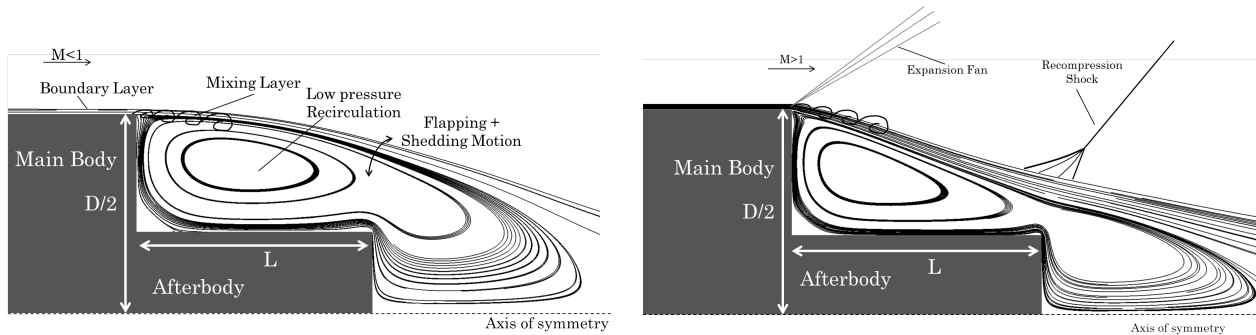


FIGURE 1.1 – Phénoménologie des écoulements subsoniques (gauche) [126] et supersoniques (droite) d'arrière-corps non propulsés.

vers le culot [176]. Cette zone de recirculation est en dépression par rapport à l'écoulement externe ce qui cause une importante trainée de culot [47, 129]. Cette description correspond à une vision moyennée d'un écoulement observable au niveau d'un arrière-corps. En réalité, cet écoulement est instationnaire, car la zone de recirculation connaît des cycles d'oscillations périodiques à basse fréquence [163] (oscillations longitudinales appelées *flapping* et oscillations transversales appelées *shedding*), et multi-échelle car des structures fluides cohérentes de tailles diverses se forment et interagissent au sein de la couche de mélange annulaire comme illustré sur la Figure 1.2. Sur cette visualisation instantanée, on distingue en effet la formation de tourbillons toroïdaux (R), typiques des instabilités de Kelvin-Helmholtz (K-H), qui s'enroulent au niveau du point de décollement. Ces structures sont ensuite déstabilisées par des instabilités azimutales donnant lieu à la formation de structures tridimensionnelles (T) telles que des structures en épingle à cheveux (H : *hairpin*) à proximité du point de recollement. En aval du point de recollement, des structures longitudinales (L) orientées dans le sens de l'écoulement sont principalement observées [181].

En régime supersonique, l'absence d'ondes acoustiques remontant l'écoulement va modifier la phénoménologie du décollement. En effet, la couche limite issue du corps principal va dans ce cas traverser un faisceau de détente qui va dévier l'écoulement et orienter la couche de mélange issue du décollement en direction de l'axe du cylindre [66]. L'écoulement dévié par la détente est ensuite contraint de s'aligner avec l'axe du cylindre, cet alignement est accompagné d'une recompression réalisée par des ondes de chocs obliques au bord et en dehors de la couche de mélange [76]. Comme dans le cas subsonique, cette recompression est à l'origine d'un écoulement de retour alimentant une zone de recirculation. Du fait de la déviation par les ondes de détente, la zone de recirculation a généralement une taille réduite par rapport au cas subsonique [176]. L'écoulement présente toujours un caractère instationnaire et multi-échelles mais les structures cohérentes deviennent plus rapidement tridimensionnelles (Figure 1.2 droite) car des instabilités obliques viennent s'ajouter à l'instabilité K-H dans une couche de mélange supersonique [154]. La phénoménologie des couches de mélange, qui jouent un rôle de première importance dans l'organisation des écoulements d'arrière-corps, est décrite plus en détail dans la section 1.1.3.

### 1.1.2 Topologie d'un écoulement d'arrière-corps sur une configuration de double cylindre propulsé par un jet d'air

Un véritable lanceur spatial avance sous l'effet de la propulsion fournie par un ou plusieurs jets issus de ses tuyères. Il est donc nécessaire de s'intéresser à la façon dont ces jets vont interagir avec l'écoulement d'arrière-corps décrit précédemment. Ces jets sont chauds, supersoniques et composés de plusieurs fluides qui peuvent réagir les uns avec les autres. De nombreuses études se sont d'abord concentrées sur un cas simplifié (dit mono-espèce) de double cylindre propulsé

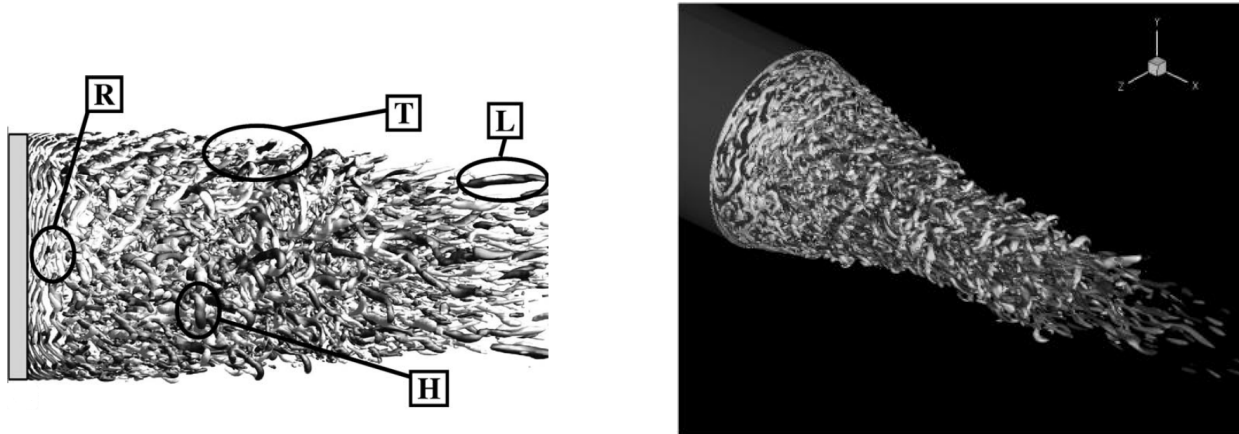


FIGURE 1.2 – Visualisation des structures cohérentes au sein d'un écoulement d'arrière-corps subsonique [184] (gauche) et supersonique [154] (droite).

par un jet d'air. Cette configuration permet d'appréhender les effets principaux liés à la présence d'un jet sur un écoulement d'arrière-corps.

### 1.1.2.1 Description d'un jet propulsif supersonique

Le premier paramètre permettant de décrire un jet propulsif de lanceur est le ratio (*Jet Pressure Ratio* :  $JPR = \frac{P_j}{P_e}$ ) entre la pression au sein du jet  $P_j$  (à la sortie de la tuyère) et la pression au sein de l'écoulement externe  $P_e$ . Durant l'ascension, la pression au sein de la tuyère varie peu mais la pression externe diminue à mesure que le lanceur prend de l'altitude. De plus, la sortie de la tuyère pouvant être baignée dans la zone de dépression de l'arrière-corps, la pression extérieure à la frontière du jet sera inférieure à la pression environnante. Un lanceur en vol se retrouve ainsi rapidement dans un cas de figure où la pression de sortie du jet est supérieure à celle de l'air ambiant [3] et les gaz qui le constituent continuent à se détendre après la sortie de la tuyère. Dans ce cas, le jet est dit sous-détendu. La structure de ce type de jet a notamment été étudiée pour les besoins de la propulsion spatiale [78, 95], mais également pour des problématiques liées aux chambres de combustion de moteurs d'avions [25, 90]. Elle est présentée sur la Figure 1.3.

Afin d'atteindre la pression extérieure (plus faible que celle du jet) au niveau de la couche de mélange avec le fluide extérieur, l'écoulement supersonique issue de la tuyère traverse un faisceau de détente. Le jet est dévié par ce faisceau ce qui a tendance à faire augmenter son diamètre. L'augmentation du diamètre est d'autant plus élevée que le JPR est grand [119]. Ces ondes de détente se réfléchissent sur la frontière du jet et coalescent pour former un choc dit incident. Ce choc va se réfléchir au niveau de l'axe de symétrie du jet en formant un point triple reliant le choc incident, un choc droit appelé "disque de Mach" et le choc réfléchi. En aval du disque de Mach, l'écoulement est subsonique et une couche de mélange se crée donc autour de cette poche. Le choc réfléchi rencontre alors à son tour la frontière du jet (à la pression ambiante) où il se réfléchira en un faisceau de détente. La figure précédemment décrite peut ensuite se répéter de multiples fois pour former une structure dite en diamants qui sera progressivement atténuée par les effets visqueux. Comme discuté dans la section 1.2.4, la présence de ces chocs représente une difficulté pour les modélisations numériques. De plus, nous montrerons dans la section 1.3.3 que certaines propriétés thermodynamiques du mélange de gaz formant le jet propulsif influencent les paramètres géométriques des différentes structures fluides présentées.

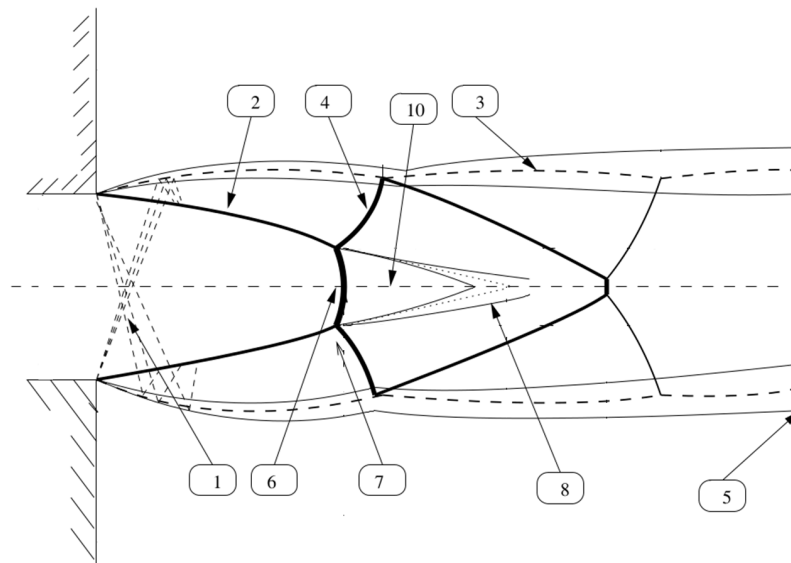


FIGURE 1.3 – Structure d'un jet sous-détendu (adaptée de [90]). 1 : faisceau de détente, 2 : choc incident, 3 : ligne isobare de la couche de mélange, 4 : choc réfléchi, 5 : couche de mélange du jet, 6 disque de Mach, 7 point Triple, 8 couche de mélange issue du disque de Mach, 10 poche subsonique.

### 1.1.2.2 Interactions entre un écoulement d'arrière-corps et un jet d'air

Suite à la description du jet propulsif, il est maintenant possible de s'intéresser aux interactions entre un écoulement d'arrière-corps et un jet d'air sur une configuration de double cylindre. La Figure 1.4 présente la topologie d'un écoulement subsonique pour lequel on observe généralement un JPR proche de 1 et la topologie d'un écoulement supersonique avec un JPR supérieur à 5. La différence d'éclatement du jet entre les deux cas de figure apparaît nettement.

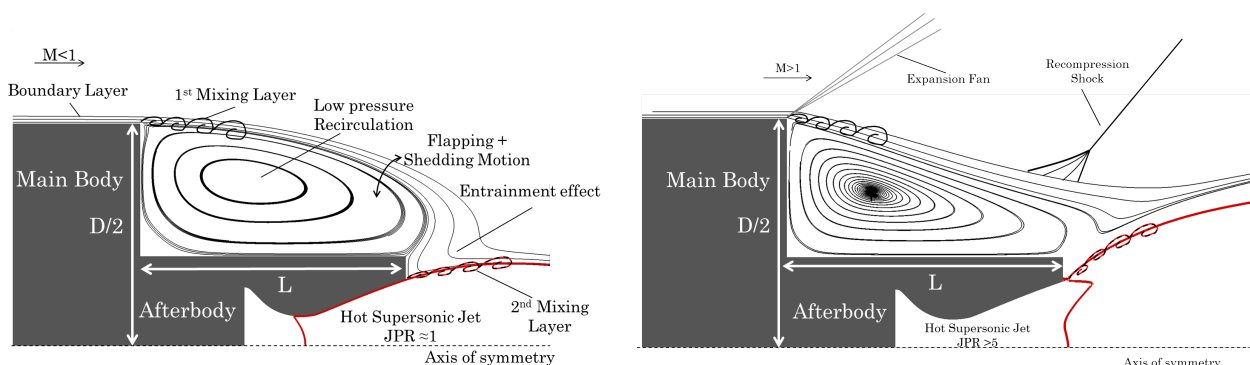


FIGURE 1.4 – Phénoménologie des écoulements subsoniques (gauche)[126] et supersoniques (droite) d'arrière-corps propulsés.

La présence d'un jet propulsif influence la topologie de l'écoulement d'arrière-corps selon deux effets principaux. D'une part, un effet de déplacement lié à la position de la frontière du jet qui joue un rôle comparable à une paroi solide qui dévie l'écoulement [60]. Cet effet est principalement lié à des phénomènes non visqueux pilotant la forme du jet [95]. D'autre part, un effet d'entraînement de l'écoulement externe par le jet au sein d'une couche de mélange [63] qui dépend également de la forme du jet mais aussi des phénomènes visqueux et turbulents pilotant la croissance de la couche de mélange [119].

L'influence de ces deux effets sur les champs de pression et de vitesse dans la zone d'arrière-corps est d'autant plus importante que l'émergence est courte et que la zone d'interaction entre le jet et la zone de recirculation est grande [175]. L'effet d'entraînement, prépondérant pour des JPR modérés, a tendance à aspirer du fluide depuis la zone de recirculation vers l'aval ce qui participe à un raccourcissement de la zone de recirculation [176] et à une accentuation de la dépression ce qui se traduit finalement par une augmentation de la traînée de culot par rapport à un cas non propulsé [46]. Pour des écoulements d'arrière-corps transsoniques ( $M \geq 0,7$ ) à supersoniques ( $M \leq 3$ ), la traînée de culot tend à augmenter avec le JPR, du fait de l'augmentation de la surface d'échange entre le jet et l'écoulement externe [146]. C'est également sur cette plage d'écoulement que les efforts aérodynamiques subis par un lanceur durant un vol sont les plus importants [3, 45]. C'est pourquoi la suite de notre étude se concentre sur des cas d'études au sein de cette gamme de nombre de Mach (i.e.  $0,7 \leq M \leq 3$ ).

En présence d'un jet, l'organisation spatiale de l'écoulement selon des structures fluides cohérentes est comparable à celle présentée sur la Figure 1.2 pour un cas non propulsé avec une accentuation du phénomène d'alignement des structures dans la direction de l'écoulement du fait de l'aspiration par le jet.

On retiendra donc que l'interaction entre un jet propulsif et l'écoulement externe est liée à deux paramètres principaux qui sont la forme du jet et l'entraînement de l'écoulement externe au sein de la couche de mélange se formant entre les deux écoulements. Une présentation des principales caractéristiques d'une telle couche de mélange est exposée dans la section suivante.

### 1.1.3 Description d'une couche de mélange

La description de la topologie des écoulements d'arrière-corps présentée précédemment a mis en évidence la formation de couches de mélange au niveau du décollement de la couche limite issue du corps principal et à la frontière entre l'écoulement externe et un jet propulsif. On désigne par couche de mélange, la zone de rencontre entre deux écoulements pouvant présenter des caractéristiques différentes (e.g. vitesse et masse volumique) comme schématisé sur la Figure 1.5. On présente ici quelques résultats issus de la littérature pour appréhender l'organisation de ce type d'écoulement.

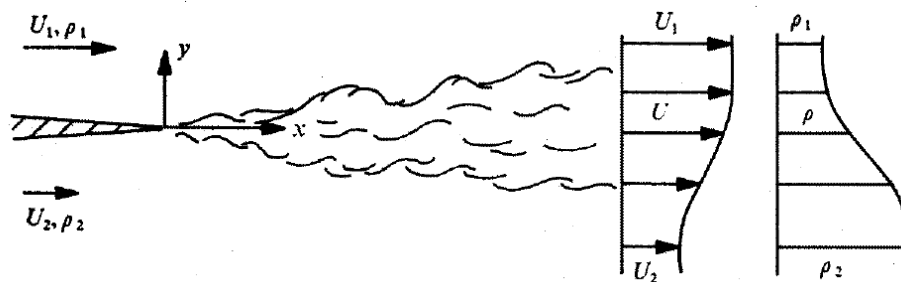


FIGURE 1.5 – Schéma d'une couche de mélange [19].

#### 1.1.3.1 Développement d'une couche de mélange

Au niveau de la jonction entre deux écoulements possédant des vitesses différentes, l'interface entre les deux fluides est instable. Cette instabilité, appelée instabilité de Kelvin-Helmholtz, va induire un enroulement de l'interface dans le sens de la distribution de vorticité générée par le cisaillement entre les deux écoulements. Cet enroulement va conduire à la formation périodique de tourbillons bidimensionnels. Des travaux expérimentaux de Brown et Roshko [19] et Roshko

[130] ont notamment permis de visualiser la formation de ces tourbillons pour des couches de mélange laminaire mais également pour des couches de mélange turbulentes. Les visualisations présentées sur la Figure 1.6 permettent en effet d'observer que la turbulence fine issue des couches limites turbulentes qui précèdent la couche de mélange vient se superposer aux grandes structures issues des instabilités de Kelvin-Helmholtz.

Dimotakis [49] précise les mécanismes d'entraînement induit par ces tourbillons en distinguant une phase de mise en rotation de l'écoulement externe par les structures cohérentes, puis une phase de cisaillement des particules fluides entraînées au sein des tourbillons induisant une diminution progressive de leur échelle spatiale jusqu'à des échelles permettant la diffusion visqueuse. Des phénomènes de diffusion moléculaire et thermique peuvent de plus se produire au sein de ces tourbillons. Par ailleurs, la croissance spatiale d'une couche de mélange apparaît associée à l'appariement deux à deux de ces grandes structures lorsqu'elles sont convectées vers l'aval [65].

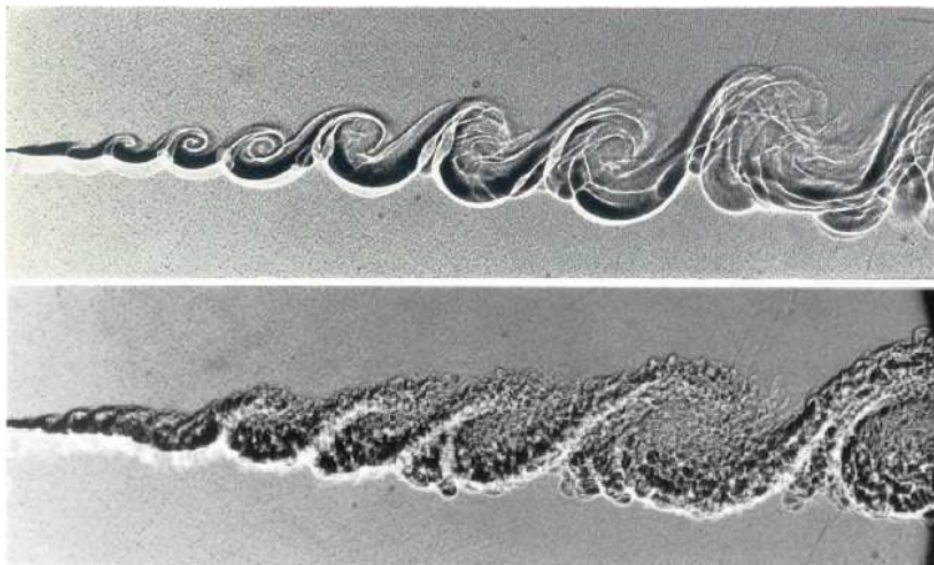


FIGURE 1.6 – Visualisations expérimentales des structures tourbillonnaires au sein de couches de mélange laminaire (haut) et turbulentes (bas)[19].

La compilation de résultats expérimentaux et numériques sur des cas de couches de mélange a permis de faire apparaître la notion d'épaisseur de la couche de mélange  $\delta$  [132] et de définir des formulations mathématiques pour estimer le taux de croissance de cette épaisseur  $\delta' = \frac{d\delta}{dx}$  [187]. Une formulation prenant en compte les effets de masse volumique est notamment proposée dans [115] avec  $r = \frac{U_2}{U_1} < 1$  le rapport des vitesses,  $s = \frac{\rho_2}{\rho_1}$  le rapport des masses volumiques entre les deux fluides et  $C_\delta$  une constante qui peut varier entre 0,14 et 0,18 [181] :

$$\frac{d\delta}{dx} = C_\delta \frac{(1-r)(1+\sqrt{s})}{1+r\sqrt{s}} \quad (1.1)$$

Cette formulation permet d'observer d'une part que le taux de croissance de la couche de mélange est d'autant plus grand que la différence de vitesse entre les deux fluides est grande ( $r$  est proche de zéro). D'autre part, pour un ratio de vitesse donné, le rapport de masse volumique entre les deux fluides influe sur le taux de croissance de la couche de mélange. L'effet d'aspiration du jet sur l'écoulement externe décrit dans la section précédente est notamment lié au taux de croissance de la couche de mélange qui est un indicateur de l'intensité du mélange entre les deux écoulements. Cependant, les observations et les formulations décrites jusqu'ici sont applicables à des couches de mélange dites incompressibles, lorsque la différence de vitesse entre les deux écoulements devient importante, comme cela peut se produire à la frontière d'un jet propulsif, des effets de compressibilité doivent être pris en compte.

### 1.1.3.2 Effets de compressibilité

Les travaux de Papamoschou et Roshko [115], Miller et al. [104] et Pantano et Sarkar [114] traitant des effets de compressibilité sur une couche de mélange plane mettent en avant l'influence du nombre de Mach convectif  $M_c$  de la couche de mélange sur son taux de croissance. Si  $U_c$  est la vitesse de convection des grandes structures, on définit :

$$\begin{cases} M_{c_1} = \frac{U_1 - U_c}{a_1} \\ M_{c_2} = \frac{U_c - U_2}{a_2} \end{cases} \quad (1.2)$$

Avec  $a_i$  la vitesse du son au sein de chaque fluide. Dans le cas où les deux fluides sont de même nature on obtient  $M_{c_1} = M_{c_2} = M_c = \frac{U_1 - U_2}{a_1 + a_2}$  [115]. Pour le cas de deux fluides différents cette notion est reprise dans la section 1.3.3. Si l'on renomme  $\delta'_{inc}$  le taux de croissance incompressible prévu par la formulation 1.1 et  $\delta'$  le taux de croissance effectivement mesuré, de nombreux auteurs observent une forte diminution de ce taux de croissance avec l'augmentation du nombre de Mach convectif. La figure 1.7 présente une compilation de résultats numériques et expérimentaux montrant cette diminution [187]. Cette décroissance est associée à une diminution du taux de turbulence au sein de la couche de mélange et à une désorganisation des structures cohérentes bi-dimensionnelles de l'écoulement sous l'effet d'instabilités tri-dimensionnelles [181].

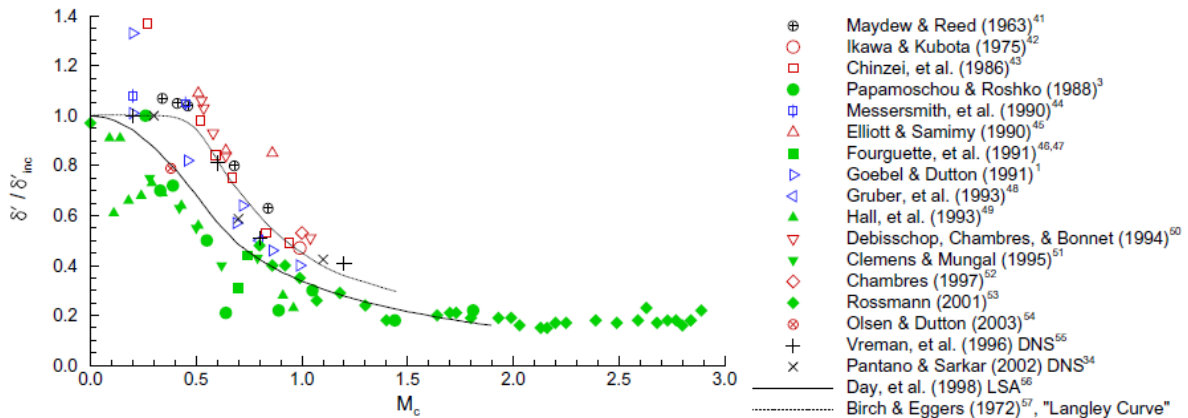


FIGURE 1.7 – Variation du taux de croissance de couches de mélange planes en fonction du nombre de Mach convectif [187].

Des études expérimentales et numériques permettent de retrouver des résultats similaires sur des couches de mélange annulaires rencontrées dans le cas des jets. Les mesures de Oertel [111] et les analyses de Tam et Hu [170] et Tam et al. [169] ont ainsi mis en avant l'existence de deux mécanismes d'instabilités, apparaissant en plus des instabilités K-H, dans le cas des couches de mélange de jets supersoniques du fait des réflexions des ondes acoustiques au sein du jet. Ces instabilités ont tendance à désorganiser les structures cohérentes et à ainsi faire diminuer le taux de croissance et l'entraînement des couches de mélange (avec  $M_c$  croissant) comme montré par Freund et al. [57]. Ces auteurs observent une disparition graduelle des structures annulaires liées aux instabilités K-H au profit de structures longitudinales orientées dans le sens de l'écoulement.

Suite aux descriptions qualitatives des phénomènes fluides mis en jeu au sein d'un écoulement d'arrière-corps mono-espèce sur une configuration géométrique de double cylindre, en l'absence puis en présence d'un jet propulsif, on s'intéresse dans la section suivante aux méthodes utilisées pour permettre une caractérisation quantitative de ces écoulements.

## 1.2 Prévisions quantitatives des écoulements mono-espèces d'arrière-corps sur des configurations de double cylindre

### 1.2.1 Revue bibliographique

La phénoménologie des écoulements d'arrière-corps sur des configurations de double cylindre décrite qualitativement dans la section 1.1 est étudiée depuis des décennies [31, 45] et permet une bonne définition des problèmes à traiter lors de la conception d'un lanceur. Cependant, pour prévoir de manière précise les performances d'une configuration de lanceur afin d'arbitrer entre des solutions techniques, une caractérisation quantitative des phénomènes mis en jeu est nécessaire. On peut notamment se référer à l'échelle de validation des simulations d'écoulement proposée dans [183] et reproduite dans le tableau Tab.1.1 qui évalue la représentativité des méthodes de prévision de manière graduelle en fonction de la bonne prévision des propriétés instantanées, moyennes, statistiques et spectrales des écoulements. Pour étudier ces propriétés dans le cas d'un écoulement d'arrière-corps, il est nécessaire d'utiliser des méthodes d'analyse spatio-temporelle de haute fidélité qui sont complexes et coûteuses à mettre en place tant pour des essais expérimentaux que pour des simulations numériques. Ainsi, les études permettant une évaluation quantitative de ces propriétés pour des cas d'arrière-corps transsoniques (Tab.1.2) et supersoniques (Tab.1.3) sont relativement récentes.

Grade	Niveaux de validation
0	Visualisations instantanées de l'écoulement (structures cohérentes, schlieren)
1	Forces intégrées (portance, trainée et moments)
2	Champs aérodynamiques moyens (vitesse, pression,...)
3	Moments statistiques d'ordre 2 (quantités r.m.s.)
4	Analyses spectrales en un point (densité spectrale de puissance)
5	Analyses spectrales en deux points (corrélation, fonction de cohérence)
6	Analyses temps-fréquence de phénomènes transitoires (temps-fréquence, bicohérence)

TABLEAU 1.1 – Échelle des niveaux de validation d'une simulation d'écoulement présentée dans [183] (adaptée de [133]).

Un premier examen des études présentées montre que les efforts de recherche se sont principalement concentrés sur des cas de culot franc (sans extension) en régime supersonique et sur des cas présentant des extensions longues  $\frac{L}{D} \geq 1,2$  (ratio représentatif d'un lanceur Ariane 5) en régime transsonique. Les designs présentés pour les futurs lanceurs Ariane 6 [5] et Ariane Next [35] indiquent cependant des choix en faveur d'extensions plus courtes  $\frac{L}{D} \leq 0,6$  qui doivent encore être étudiées plus en détails. De plus, il apparait que des études numériques incluant la présence d'un jet sont encore rares. La première étude réalisée dans cette thèse et décrite dans le **Chapitre 3** permet d'apporter des contributions aux deux aspects mentionnés précédemment en présentant des simulations numériques sur une configuration de double cylindre avec un ratio  $\frac{L}{D} = 0,6$ , propulsée par un jet d'air. Plusieurs enseignements issus de cette revue bibliographique concernant la physique des écoulements d'arrière-corps et les choix de modélisation de la turbulence et de méthodes numériques qui en découlent sont décrits dans la suite.

### 1.2.2 Caractérisation quantitative de la physique des écoulements d'arrière-corps

Plusieurs résultats issus de la littérature concernant les caractéristiques stationnaires et instationnaires de la physique des écoulements d'arrière-corps sur des configurations double cylindre sont rassemblés dans cette section.



Étude	L/D	Mach	Méthode	Jet
Deprés (2003) [47] [46]	0,6/1,2	0,6/0,7/0,85	Exp	air
Le (2005) [88]	0,15/0,28/.../1,08/1,22	0,7/0,8	Exp	air
Deck and Garnier (2005) [39]	0,6	0,7	ZDES and LES	air
Simon et al. (2007) [152]	-	0,6/0,7/0,8	RANS et ZDES	-
Deck and Thorigny (2007) [43]	1,2	0,7	ZDES	air
Meliga and Reijasse (2007) [103]	1,2	0,7/0,9	Exp	-
Weiss et al. (2009) [184]	1,2	0,7	ZDES	-
Weiss and Deck (2011) [182]	1,2	0,7	ZDES	-
Bitter et al. (2011) [12]	$\infty$	0,7	Exp	-
Bitter et al. (2012) [11]	$\infty$	0,7	Exp	-
Statnikov et al. (2013) [164]	$\infty$	0,7	RANS/LES	-
Pain et al. (2014) [112]	1,2/boosters	0,7	ZDES	-
Pont et al. (2014) [122]	1,2	0,7	RANS/LES and ZDES	-
Schrijer et al. (2014) [143]	2,54	0,7	Exp	-
Scharnowski et al. (2015) [139]	$\infty$	0,7	Exp and RANS/LES	-
Statnikov et al. (2017) [163]	1,2	0,8	RANS/LES	air
Horchler et al. (2018) [72]	1,2	0,7	IDDES and ZDES	-
Van Gent (2018) [175]	0,6/0,9/1,2/1,8	0,76	Exp	air
Scharnowski et al. (2019) [140]	$\infty$	0,76	Exp	-
Saile (2019) [136]	0,45/0,6/0,9/1,05/1,2	0,8	Exp	air

TABLEAU 1.2 – Revue bibliographique d'études quantitatives des écoulements transsoniques mono-espèces d'arrière-corps sur des configurations de double cylindre. Exp : Essais en soufflerie. Adapté de [175].

Étude	L/D	Mach	Méthode	Jet
Herrin and Dutton (1994) [66]	-	2,46	Exp	-
Sahu (1994) [135]	-	2,46	RANS	-
Herrin and Dutton (1997) [67]	-	2,46	Exp	-
Bourdon and Dutton (1999) [17]	-	2,46	Exp	-
Janssen and Dutton (2004) [76]	-	2,46	Exp	-
Cannon et al. (2005) [20]	-	2,46	Exp	-
Kawai et al. (2005) [80]	-	2,46	RANS/LES	-
Simon et al. (2007) [155]	-	2,46	ZDES	-
Kawai et al. (2007) [81]	-	0,5-4	RANS/LES	-
Bannink et al. (1998) [141]	0,33	2/3	Exp, Euler, N-S laminar	air
Bakker et al. (2002) [8]	0,33	2/3	RANS, N-S laminar	air
van Oudheusden and Scarano (2008) [178]	0,33	2/3	Exp	air
Bitter et al. (2011) [12]	$\infty$	2/2,6	Exp	-
Lee et al. (2016) [89]	-	1,05-1,6	RANS et DES	air
Statnikov et al. (2016) [162]	1,2	3	Exp and RANS/LES	air
Schreyer et al. (2016) [142]	1,2	2,9	Exp	air
Van Gent (2018) [175]	0,6/0,9/1,2/1,8	2,19	Exp	air

TABLEAU 1.3 – Revue bibliographique d'études quantitatives des écoulements supersoniques mono-espèces d'arrière-corps sur des configurations de double cylindre. Exp : Essais en soufflerie. Adapté de [175].

### 1.2.2.1 Pression moyenne sur le culot

Pour étudier la répartition de pression dans la zone d'arrière-corps, et notamment la trainée de culot qui en résulte, on définit le coefficient de pression :

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{q_\infty}$$

Où  $p_\infty$  est la pression à l'infini et  $q_\infty = \frac{1}{2}\gamma p_\infty M_\infty^2$  est la pression dynamique calculée avec le ratio de chaleur spécifique  $\gamma$  et le nombre de Mach de l'écoulement infini  $M_\infty$ .

De nombreuses études se sont intéressées à la répartition de pression moyenne sur le culot du lanceur. En l'absence de jet, elles ont permis de montrer que les valeurs de coefficient de pression sur le culot ( $C_{pb}$ ) dépendent peu du nombre de Mach de l'écoulement pour des écoulements subsoniques à transsoniques ( $M_\infty < 0,9$ ) [47]. Les valeurs de  $C_{pb}$  mesurées expérimentalement dans ces régimes sont comprises entre -0,1 et -0,15 pour des cas de culot franc [152] et des cas présentant une émergence longue  $L/D=1,2$  [46, 136]. Ces valeurs négatives témoignent d'une importante trainée de culot qui va de plus s'accroître jusqu'à des valeurs pouvant atteindre  $C_{pb}=-0,2$  pour des nombres de Mach autour de 1 [45] avant de diminuer avec l'augmentation du nombre de Mach de l'écoulement jusqu'à retrouver des valeurs proches de -0,1 pour  $M_\infty \approx 3$  [166]. Cette variation est résumée sur la Figure 1.8 pour un culot franc. Plusieurs auteurs ont de plus observé pour des configurations non propulsées que les valeurs de coefficient de pression sur le culot varient peu en fonction du rayon [47, 76, 154].

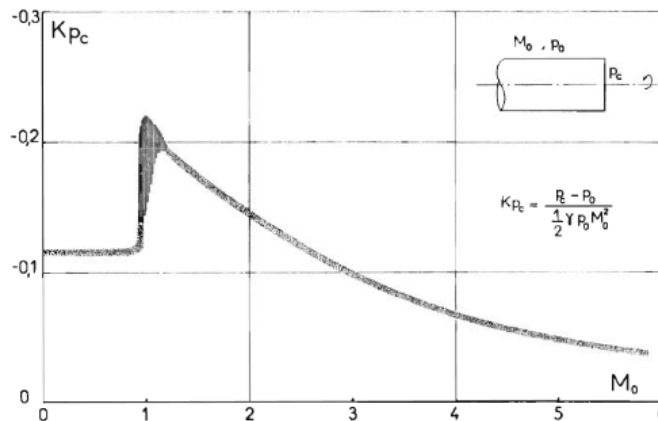


FIGURE 1.8 – Évolution du coefficient de pression au culot d'un cylindre en fonction du nombre de Mach  $M_\infty$  [45].

En présence d'un jet, la pression au culot diminue fortement [175] et la diminution par rapport au cas non propulsé est d'autant plus importante que l'émergence est courte [88]. Des valeurs de coefficient de pression  $C_{pb} \leq -0,2$  peuvent être atteintes dès le régime transsonique pour une géométrie courte ( $L/D=0,6$ ) [39]. Une influence du nombre de Mach sur la trainée de culot, qui diminue avec  $M_\infty$  en régime transsonique, est de plus observée [47].

### 1.2.2.2 Pression moyenne sur l'émergence et longueur de recirculation

En aval du culot, la répartition de pression est liée à la topologie de la zone de recirculation et en particulier à sa longueur  $L_R$ . La pression diminue en effet depuis le culot jusqu'au centre de la recirculation ( $x/L_R \approx 0,5$ ) [175] avant d'augmenter jusqu'à des niveaux de pression supérieurs à  $p_\infty$  à proximité du point de recollement [181]. Cette évolution est résumée sur la Figure 1.9. La pression moyenne vue par l'émergence dépendra donc de sa longueur par rapport à celle de la zone de recirculation.

Nombre de Mach	$L_r/D$ sans jet	$L_r/D$ avec jet adapté
0,48	1,06	0.87
0,59	1,11	0.89
0,69	1,17	0.97
0,79	1,18	0.94
0,90	1,36	1.25
2,2 [175]	0.8	0.9

TABEAU 1.4 – Longueur de la zone de recirculation pour des écoulements d'arrière-corps avec une émergence de longueur  $L/D=1,2$ . Adapté de [136].

Pour des cas transsoniques, les résultats expérimentaux regroupés dans le tableau 1.4 montrent que la longueur de la zone de recirculation tend à augmenter avec  $M_\infty$  [136]. De plus, pour  $M_\infty=0,8$ , des mesures en soufflerie [88, 175] ont permis d'observer des recollements solides (l'augmentation de pression se produit intégralement sur l'émergence) pour des configurations avec  $L/D > 0,9$  et des recollements fluides ou hybrides (l'augmentation de pression continue en aval de l'émergence) pour des émergence plus courtes. La présence d'un jet propulsif cause d'une part une diminution de la longueur de recirculation (voir tableau 1.4 [136]) qui rapproche le centre dépressionnaire du culot et d'autre part une diminution globale de la pression dans la zone d'arrière-corps [175]. L'augmentation de la traînée de culot du véhicule en présence d'un jet est liée à ces deux effets.

Pour des cas supersoniques ( $M_\infty=2,2$  par exemple) des recollements solides sont observés expérimentalement pour des émergences de longueur  $L/D > 0,8$  [175] et des longueurs de recirculation plus courtes sont mesurées (voir tableau 1.4). De plus, l'influence de la présence d'un jet sur la longueur de recirculation apparaît moins prononcée que pour des cas subsoniques.

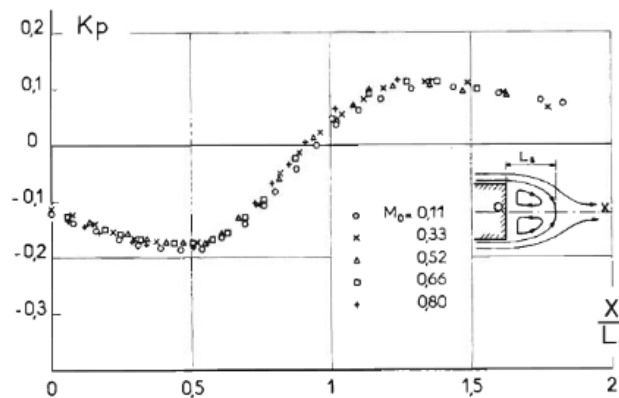


FIGURE 1.9 – Évolution du coefficient de pression dans le sillage d'un cylindre pour différents nombres de Mach  $M_\infty$  [45].

### 1.2.2.3 Dynamique de la zone de recirculation et fluctuations de pression

Comme précédemment décrit, les écoulements d'arrière-corps sont instationnaires et la topologie de la zone de recirculation évolue dans le temps, sa longueur instantanée pouvant par exemple varier de 30% par rapport à sa longueur moyenne [43]. Ces variations causent des fluctuations de la pression ressentie sur le culot et l'émergence de l'arrière-corps et génèrent donc des efforts instationnaires pouvant faire vibrer les composants du système propulsif [137]. Pour étudier ces fluctuations de pression, on cherche d'une part à quantifier leur intensité en étudiant l'écart quadratique par rapport aux valeurs moyennes  $p_{rms} = \sqrt{\langle P^2 \rangle - \langle P \rangle^2}$  (puis  $C_{p_{rms}} = \frac{p_{rms}}{q_\infty}$ ) et

d'autre part à dégager des mouvements périodiques élémentaires pilotant la dynamique de la zone de recirculation via des analyses spectrales et des décompositions modales sur des signaux de pression pariétale et des données numériques. Pour décrire ces phénomènes oscillants, on définit généralement le nombre de Strouhal basé sur le diamètre du culot  $St_D = \frac{fD}{U_\infty}$  où  $f$  est la fréquence du phénomène et  $U_\infty$  la vitesse de l'écoulement à l'infini.

Pour des écoulements d'arrière-corps transsoniques non propulsés, il a été observé que l'intensité des fluctuations de pression augmente depuis le culot ( $C_{p_{rms}} \approx 0,01$ ) jusqu'au point de recollement marquant la fin de la zone de recirculation ( $C_{p_{rms}} \approx 0,035$ ) [47, 181]. Comme montré sur la Figure 1.10, une importante augmentation de l'intensité des fluctuations est observée pour des nombres de Mach proches de 1 [81] puis, pour les écoulements supersoniques, on constate généralement une rapide décroissance jusqu'à des fluctuations de moindre intensité que dans les cas transsoniques. Cette diminution peut être en partie attribuée à une stabilisation de la zone de recirculation due à la réduction de l'influence de la région du recollement sur l'écoulement amont [96]. Il a de plus été montré que l'intensité des fluctuations de pression augmente en présence d'un jet propulsif [46] notamment du fait du bruit acoustique généré par le jet [136]. Pour des écoulements d'arrière-corps transsoniques, l'ampleur de cette augmentation décroît avec le nombre de Mach ( $\approx +100\%$  pour  $M_\infty=0,6$ ;  $\approx +50\%$  pour  $M_\infty=0,7$  et  $\approx +33\%$  pour  $M_\infty=0,8$ ) [136].

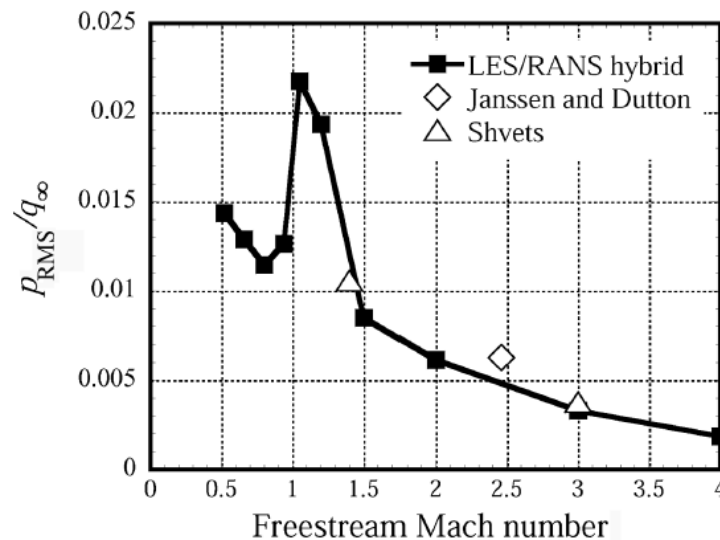


FIGURE 1.10 – Évolution de l'intensité des fluctuations de pression sur le culot d'un cylindre en fonction du nombre de Mach [81].

Différentes fréquences caractéristiques de la dynamique de la zone de recirculation ont été dégagées dans la littérature. D'abord, des analyses spectrales en un point sur des signaux de pression dans la zone proche du culot ont fait apparaître un pic basse fréquence ( $St_D \approx 0,1$ ) [43, 76, 163]. Des analyses spectrales en deux points [43] et une décomposition modale [163] ont ensuite permis d'associer cette fréquence à la dynamique de croissance et de décroissance de la zone de recirculation. Ces études ont de plus montré que ce mouvement était antisymétrique, c'est-à-dire que deux points diamétralement opposés dans l'espace subissent des fluctuations en opposition de phase (mode  $m=1$ ).

Une seconde importante contribution aux fluctuations de pression apparaît sur des spectres pour une fréquence de  $St_D \approx 0,2$  [46, 162, 184]. La contribution de ce phénomène semble de plus s'accroître lorsque que l'on s'éloigne du culot et jusqu'au point de recollement de la zone de recirculation [113]. Des analyses approfondies montrent que cette fréquence est également associée à un mouvement antisymétrique lié au lâcher tourbillonnaire se produisant au niveau de la fin de l'émergence. L'hypothèse d'un lien entre ces deux mouvements est avancée dans [163], le phéno-

mène de lâcher tourbillonnaire se produirait deux fois lors d'un cycle de croissance/décroissance de la zone de recirculation (i.e. une fois à chaque point diamétralement opposé) ce qui expliquerait le rapport 2 entre les fréquences de ces deux phénomènes. C'est cette fréquence caractéristique ( $St_D \approx 0,2$ ) qui domine le spectre des efforts latéraux subis par la tuyère d'un lanceur de type Ariane 5 [34, 145]. Des harmoniques des deux fréquences précédentes (i.e. associées aux phénomènes de *flapping* et de *shedding*) peuvent également être observés sur des signaux de pression. Ces fréquences caractéristiques sont notamment mises en avant sur les spectres de pression obtenus numériquement par Statnikov et al. [163] reproduits sur la Figure 1.11. Enfin, des analyses spectrales menées au sein de la couche de mélange à proximité du point de recollement ont mis en évidence des fluctuations liées à un spectre centré autour de la fréquence adimensionnée  $St_D \approx 0,5-0,6$  [43, 181]. Ces fluctuations sont attribuées au passage des structures tourbillonnaires issues des instabilités de Kelvin-Helmholtz et peuvent être relevées sur l'émergence en cas de recollement solide [184].

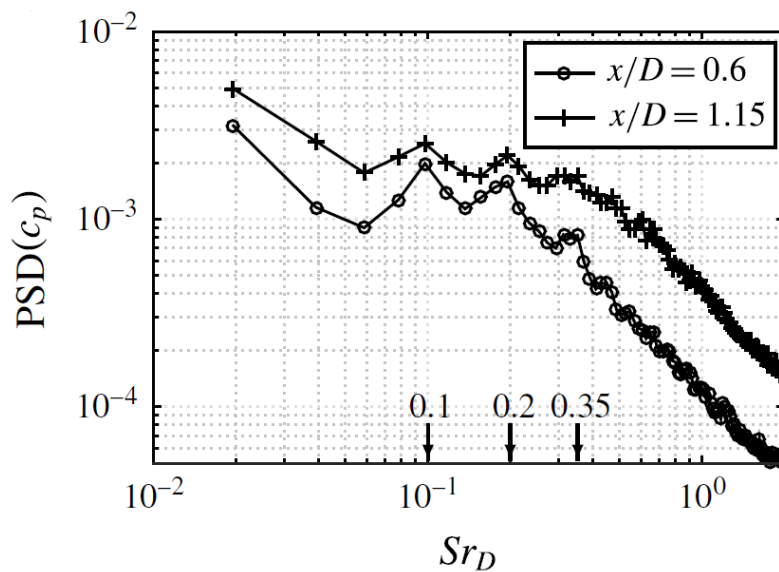


FIGURE 1.11 – Densité spectrale de puissance de signaux de pression sur l'émergence d'un arrière-corps transsonique ( $M_\infty = 0,8$ ) [163].

### 1.2.3 Modélisation de la turbulence pour les écoulements d'arrière-corps

Comme expliqué plus en détail au sein du **Chapitre 2** (Sec.2.2), l'étude numérique d'un écoulement turbulent peut être réalisée grâce à différentes approches. Les approches statistiques (RANS) modélisent l'influence des fluctuations turbulentes sur l'écoulement moyen. Les approches filtrées (RANS/LES, LES) permettent de résoudre les grandes échelles turbulentes et de modéliser l'influence des échelles plus petites. Les approches directes (DNS) résolvent l'ensemble des échelles turbulentes. Le coût des simulations augmentant de manière importante avec la finesse des échelles turbulentes résolues, la recherche d'un compromis entre la représentativité d'un calcul et son coût est un enjeu majeur dans le choix d'une méthode de prévision numérique. En se basant sur les études numériques présentées dans les tableaux 1.2 et 1.3, plusieurs enseignements concernant le choix de la modélisation de la turbulence pour des écoulements d'arrière-corps peuvent être dégagés.

Les études numériques disponibles dans la littérature montrent d'abord que les modélisations RANS de la turbulence apparaissent peu adaptées à la réalisation de simulations quantitatives pour les écoulements d'arrière-corps de lanceurs spatiaux [21]. L'utilisation de ces modèles permet

généralement de prévoir une topologie d'écoulements qualitativement acceptable mais elle ne permet pas de quantifier correctement les pressions pariétales moyennes, les longueurs des zones de recirculation et les distributions de vitesses [8, 39]. De plus, la prévision d'un écoulement moyen ne permet pas l'étude directe des efforts instationnaires dont l'importance pour ces écoulements est grande. La résolution des grosses structures tourbillonnaires pilotant la dynamique des écoulements décollés apparaît donc nécessaire pour accroître la représentativité des simulations numériques d'arrière-corps [152]. Cependant, la réalisation de simulations LES ou DNS complètes sur de telles géométries est peu courante du fait de l'important coût de calcul lié au traitement des couches limites attachées et à la grande durée de simulation requise pour échantillonner les signaux numériques en vue de la capture de phénomènes à basse fréquence [39]. Des stratégies numériques permettant de traiter les couches limites attachées avec une approche RANS et les écoulements décollés avec une approche de type LES ont ainsi été privilégiées dans la littérature [43, 72, 122, 140].

Deux principales catégories de méthodes sont ainsi utilisées pour rechercher un bon compromis entre la représentativité des simulations d'écoulements d'arrière-corps et leur coût. Une première catégorie regroupe les méthodes hybrides qui permettent une transition continue des équations RANS vers les équations LES. Ces méthodes permettent de traiter des géométries complexes avec une charge de travail modérée pour l'utilisateur lors de la mise en place d'un calcul. On peut citer les approches ZDES (*Zonal Detached Eddy Simulation*) [43, 64, 183, 184], IDDES (*Improved Delayed Detached Eddy Simulation*) [72] et SAS (*Scale Adaptive Simulation*) [122] qui ont permis d'étudier et de prévoir de manière satisfaisante les propriétés instantanées, moyennes, statistiques et spectrales d'écoulements d'arrière-corps sur des configurations canoniques (avec des maillages de l'ordre de  $15 \cdot 10^6$  points) et des configurations détaillées (avec des maillages de l'ordre de  $70 \cdot 10^6$  points). Comme étudié par Simon et al. [154] sur un écoulement de culot franc, la fiabilité des prévisions obtenues avec une modélisation hybride est notamment liée à son comportement au sein des zones de transition entre la modélisation RANS et la modélisation de type LES.

Une seconde catégorie d'approche regroupe les méthodes de couplage qui permettent d'utiliser des informations issues d'une zone RANS comme conditions d'entrée d'une zone LES, souvent par le biais d'une zone de recouvrement permettant la génération de structures turbulentes comme exposé sur la Figure 1.12. Ces méthodes nécessitent une définition préalable des zones RANS et des zones LES par l'utilisateur et sont associées à des maillages importants ( $\geq 100 \cdot 10^6$  points) pour le traitement de la zone LES. De telles approches ont été utilisées avec succès sur des géométries canoniques de double cylindre [139, 162, 163] avec des formulations MILES [15] pour la viscosité de sous-maille.

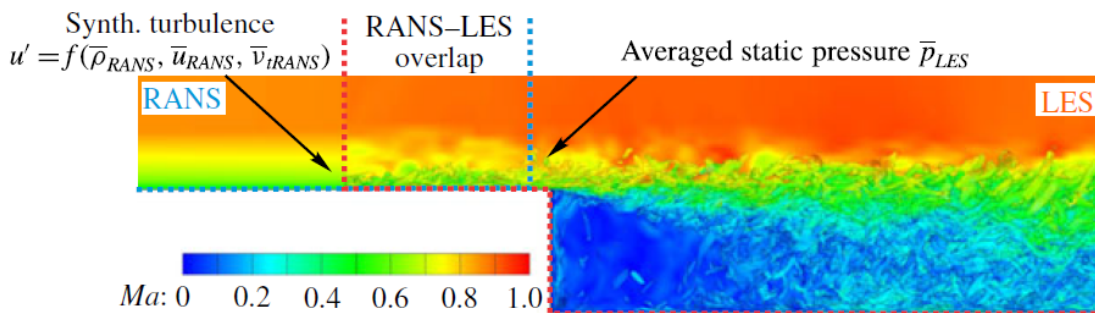


FIGURE 1.12 – Exemple de mise en place d'une stratégie de couplage RANS/LES sur une géométrie d'arrière-corps [163].

En accord avec les observations présentées dans cette section et les outils disponibles (code de calcul, calculateur,...) pour cette thèse, les études numériques d'écoulements d'arrière-corps sont

menées avec des approches ZDES pour la modélisation de la turbulence.

#### 1.2.4 Méthodes numériques pour les écoulements d'arrière-corps

Pour les différentes approches RANS/LES décrites précédemment, la précision des schémas numériques utilisés pour la discrétisation des équations de Navier-Stokes est apparue de première importance. En effet, un faible niveau de dissipation numérique des schémas est recherché afin de pouvoir résoudre des échelles turbulentes fines, de réduire l'influence de la viscosité de sous-maille sur l'écoulement simulé [154] et de limiter l'amortissement des instabilités de l'écoulement pour améliorer la transition depuis les zones RANS vers des zones LES [122]. Le niveau de dissipation des méthodes numériques employées pour une simulation peut ainsi influencer la prévision de l'intensité des fluctuations et des grandeurs moyennes de l'écoulement [154]. La réduction de la dissipation numérique des schémas entraîne cependant une diminution de leur robustesse, c'est-à-dire de leur capacité à traiter des écoulements contenant de forts gradients sans conduire à la divergence du calcul. Pour cette raison, les simulations numériques traitant des cas d'arrière-corps avec un jet propulsif (au sein duquel se forment des chocs forts comme expliqué dans la section 1.3) ont souvent été réalisées avec des schémas numériques plus dissipatifs que ceux utilisés pour des cas non propulsés, ce qui a causé une dégradation de la résolution des structures turbulentes au sein de l'écoulement.

Parmi les études numériques présentées dans les tableaux 1.2 et 1.3, les simulations de cas non propulsés sur des maillages structurés ont été menées avec des versions modifiées du schéma AUSM+ [93] incluant une contribution centrée pour réduire la dissipation numérique. Ces schémas ont été associés à des reconstructions MUSCL d'ordre 2 [139, 164] et d'ordre 3 [112, 184]. Pour des cas propulsés où la résolution de chocs forts est nécessaire, certains auteurs ont choisi de conserver les mêmes méthodes numériques en utilisant des maillages très raffinés ( $\approx 500 \cdot 10^6$  points)[163] quand d'autres auteurs ont choisi de conserver des maillages plus abordables ( $\approx 15 \cdot 10^6$  points) en utilisant des schémas plus robustes tels que le schéma de Roe [39, 43] moyennant une perte de précision dans la résolution des structures turbulentes. Pour des configurations non propulsés traitées sur des maillages non structurés, une méthode hybride entre un schéma décentré amont (robuste) et un schéma centré (faiblement dissipatif) est proposée dans [122]. Cette formulation utilise un senseur de Ducros [51] pour détecter les régions où la vorticité est importante (zone tourbillonnaire) afin d'y appliquer localement une formulation centrée. Un senseur est donc utilisé pour réduire localement la dissipation numérique du schéma.

Comme décrit dans [189], l'idée d'optimiser de manière dynamique la résolution numérique de l'écoulement en se basant sur des propriétés locales, en particulier pour des écoulements turbulents contenant des chocs, est un sujet ouvert de la littérature. Pour le développement de telles approches adaptées à des écoulements complexes sur des géométries curvilignes, il est possible de s'inspirer de travaux s'intéressant aux interactions choc/turbulence et proposant des formulations numériques d'ordre élevée capables de capturer des chocs [14, 51, 59, 77, 120]. Ces études sont principalement menées sur des configurations académiques discrétisées à l'aide de maillages cartésiens mais elles fournissent une analyse des difficultés numériques en jeu et proposent des formulations de senseurs inspirantes pouvant être modifiées pour convenir à la simulation de configurations complexes.

Dans l'objectif de proposer des méthodes numériques permettant d'étudier fidèlement des configurations propulsées de lanceurs de nouvelle génération, cette revue bibliographique traitant des écoulements mono-espèces d'arrière-corps sur des configurations de double cylindre a permis de faire émerger un premier enjeu. Il consiste à développer des méthodes numériques faiblement dissipatives et localement robustes pour réaliser des simulations numériques RANS/LES d'arrière-corps propulsés permettant une résolution fine des structures turbulentes de l'écoulement. Les méthodes numériques hybrides proposées dans cette thèse pour tenter de répondre à

cet enjeu sont décrites dans le **Chapitre 2** (Sec.2.4.2.4). L'évaluation de ces méthodes sur des simulations ZDES d'écoulements mono-espèces d'arrière-corps propulsés est ensuite présentée dans le **Chapitre 3**.

### 1.3 Prise en compte de la complexité des écoulements d'arrière-corps pour la conception des lanceurs de nouvelle génération

Les observations présentées dans la section précédente ont permis de décrire les phénomènes principaux des écoulements d'arrière-corps mono-espèces sur des configurations simples ainsi que les méthodes numériques utilisées dans la littérature pour étudier ces écoulements. Cependant, pour envisager une prévision fiable du comportement aérodynamique des lanceurs de nouvelle génération, plusieurs paramètres non pris en compte sur des configurations simplifiées doivent être considérés.

D'abord, les configurations envisagées pour des lanceurs réutilisables de type ArianeNext [35] sont motorisées par plusieurs tuyères propulsives. On s'intéresse donc dans un premier temps à des études traitant des conséquences de la présence de plusieurs jets propulsifs sur l'organisation d'un écoulement d'arrière-corps.

Ensuite, les mélanges de gaz utilisés pour la propulsion de véritables lanceurs spatiaux ont des propriétés thermodynamiques et chimiques différentes de l'air utilisé dans les cas d'études mono-espèces présentés dans la section précédente. On cherche ainsi dans un second temps à tirer de la littérature des résultats décrivant l'influence de ces propriétés sur des caractéristiques qui pilotent l'interaction entre le jet et l'écoulement externe telles que la forme d'un jet et son effet d'entraînement.

#### 1.3.1 Phénoménologie des écoulements d'arrière-corps propulsés par plusieurs tuyères

Des configurations de lanceurs propulsés par plusieurs tuyères ont été étudiées par les chercheurs de la NASA depuis les années 1960 [18, 22, 180]. Cependant, l'intérêt pour ces designs a été relancé récemment, [48, 55] notamment pour la conception de lanceurs réutilisables. Comme présenté sur la Figure 1.13, la présence de plusieurs jets propulsifs complexifie la phénoménologie d'un écoulement d'arrière-corps.

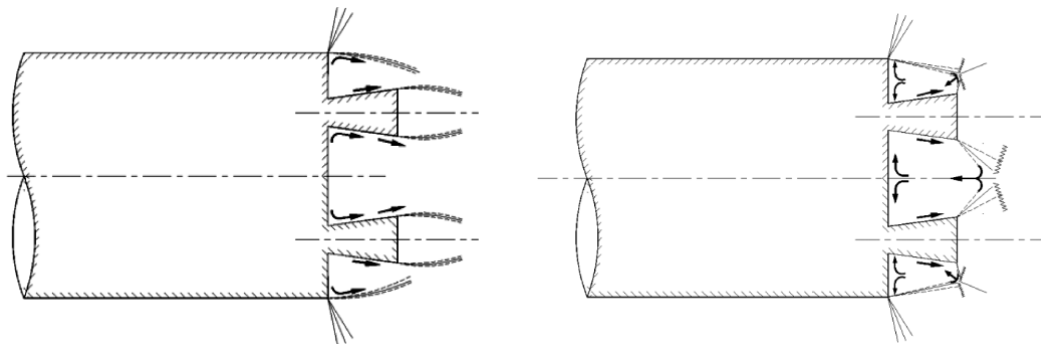


FIGURE 1.13 – Topologie d'un écoulement d'arrière-corps propulsé par plusieurs tuyères pour un JPR modéré (gauche) et élevé (droite) [48].

D'abord, la géométrie de l'arrière-corps n'est plus symétrique par rapport à l'axe du corps principal et chaque tuyère est soumise à des écoulements asymétriques. Elle subit donc potentiellement des efforts différents sur sa partie externe (du côté du rayon externe du culot) et sa partie interne



(au voisinage du centre du culot)[146]. Ensuite, la topologie de ces écoulements dépend fortement du positionnement des tuyères et de l'évasement des jets, c'est-à-dire de leur JPR. Les observations expérimentales de Faheem et al. [55] montrent que pour des régimes de vol à altitude modérée (correspondant à des JPR modérés), les jets ne se rencontrent pas au niveau de leurs premières cellules de choc mais vont se rejoindre progressivement via des couches de mélange pour former un unique jet à partir de  $x/d > 10$  en aval des tuyères (avec  $d$  le diamètre de sortie des tuyères). A proximité du culot, chaque jet produit un effet de déplacement et un effet d'aspiration qui se cumulent. Grâce à la mesure de la longueur des cellules de chocs d'un jet seul puis d'un jet entouré d'autres jets, Faheem et al. observent cependant qu'au sein d'une configuration multi-jets, l'effet d'entraînement d'un jet pris individuellement est moins important que celui d'un jet identique placé seul dans le même écoulement.

Lorsque le JPR des jets propulsifs est suffisamment élevé, les frontières des jets supersoniques vont entrer en collision (*Plume-Plume interaction*) et former des chocs pour se réaligner avec la direction de l'écoulement. On parle dans ce cas d'un effet de blocage et la zone de contact entre les jets présente une forte surpression. Une partie du fluide issu des couches limites des tuyères et possédant une faible pression totale est alors repoussée en direction du culot [48]. Comme décrit sur la Figure 1.14 l'écoulement de retour ainsi formé impacte le culot du lanceur.

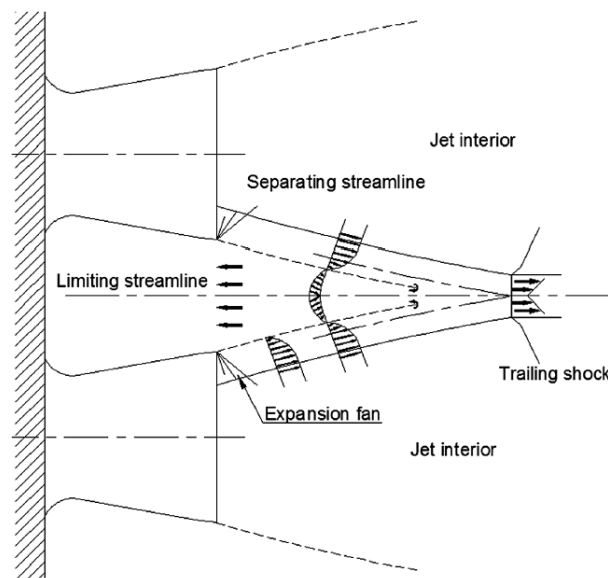


FIGURE 1.14 – Formation d'un écoulement de retour lors de la collision entre des jets propulsifs [48].

Des mesures expérimentales [18, 180] ont montré que cet écoulement peut être considéré comme un jet axisymétrique pénétrant la zone de recirculation. En fonction de l'éclatement des jets, ce jet de retour peut être subsonique ou supersonique et décélère en direction du culot sous l'effet du mélange visqueux et turbulent avec le fluide de la zone de recirculation. Du fait de l'impact de ce jet, le centre du culot peut subir des pressions et des températures supérieures au reste de la base [107]. La bonne prévision de l'écoulement de retour et de la température des gaz à proximité de la zone d'impact est donc critique pour le dimensionnement des protections thermiques du lanceur [2]. De plus, il apparaît que la température à proximité du culot peut être influencée par un phénomène d'*afterburning* lié aux réactions chimiques pouvant se produire entre les gaz propulsifs et l'air de la zone de recirculation [83]. Enfin, des écoulements pariétaux (*wall jets*) sont observés sur le culot depuis la zone d'impact du jet de retour vers le rayon extérieur du culot [101, 106] et peuvent perturber la formation de la couche de mélange de la zone de recirculation au niveau du point de décollement. La Figure 1.15 regroupe l'ensemble des effets précédemment discutés.

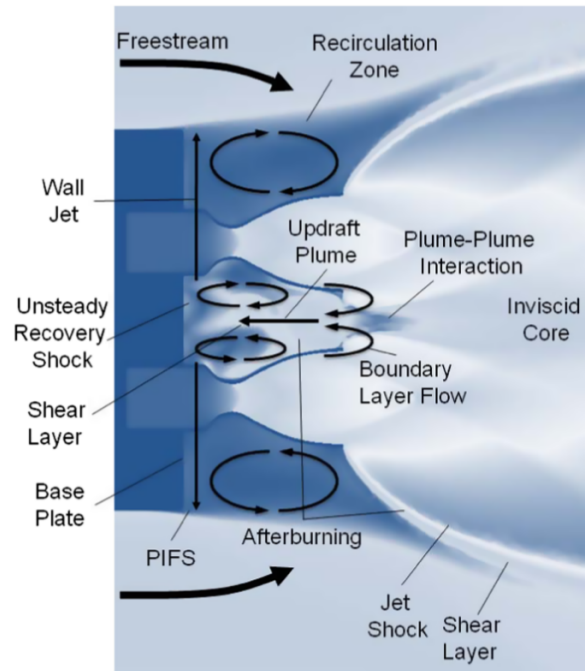


FIGURE 1.15 – Phénoménologie d'un écoulement d'arrière-corps multi-tuyère [101].

Les recherches bibliographiques effectuées n'ont pas permis de compléter cette description moyennée avec des observations issues d'études consacrées à l'analyse des caractéristiques instationnaires d'un écoulement d'arrière-corps propulsé par plusieurs tuyères.

Les observations exposées ici complètent celles issues de la section 1.1 et permettent de montrer que la présence de plusieurs jets propulsifs influence l'organisation d'un écoulement d'arrière-corps selon trois types d'effets :

1. Un effet de déplacement : l'écoulement externe est dévié par la frontière du jet.
2. Un effet d'entraînement : l'écoulement externe est entraîné par le jet au sein d'une couche de mélange.
3. Un effet de blocage : les zones d'impact entre les jets génèrent de forts gradients de pression adverse induisant des écoulements de retour.

Ces trois effets pilotent la répartition et l'intensité des contraintes aérodynamiques s'exerçant sur la structure du lanceur. Des contraintes thermiques sur les parois peuvent de plus être liées à la recirculation de gaz chauds et réactifs à proximité du culot. Du point de vue de la modélisation numérique pour la conception des lanceurs de nouvelle génération, il apparaît donc nécessaire de prendre en compte la présence de plusieurs jets lors des simulations tout en cherchant à conserver des coûts de calculs raisonnables.

Les trois effets aérodynamiques identifiés des jets sur l'écoulement d'arrière-corps dépendent de paramètres tels que la forme des jets et les caractéristiques de leurs couches de mélange avec l'écoulement externe. Dans la suite de ce chapitre, nous allons présenter des résultats montrant que ces paramètres dépendent des propriétés thermodynamiques des gaz propulsifs et que les méthodes de prévision doivent prendre en compte ces propriétés pour fournir des résultats extrapolables à de véritables cas de lanceur.

### 1.3.2 Influence des propriétés thermodynamiques des gaz propulsifs sur la forme du jet

Les jets propulsifs d'un lanceur spatial sont composés de plusieurs gaz réactifs à très haute température (ex : 3600 K en chambre de combustion et  $\approx 1700$  K en sortie de tuyère pour un moteur Vulcain de fusée Ariane [30]). Du fait de la complexité de reproduction de ces conditions lors d'essais en soufflerie, de nombreux auteurs ont cherché à dégager des paramètres de similitudes permettant de réaliser des essais abordables d'écoulement d'arrière-corps en conservant les effets principaux dus à la présence des jets. Les premières études sur ces sujets [60, 95, 119] se sont concentrées sur la conservation de la forme du jet entre un essai sur une maquette et un cas de vol réel.

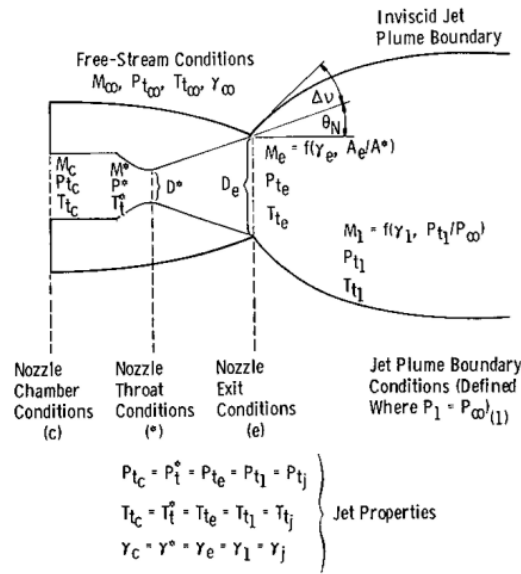


FIGURE 1.16 – Paramètres pilotant l'interaction entre le jet et l'écoulement externe [117].

#### 1.3.2.1 Définitions théoriques de paramètres de similitudes

Pour conserver la forme d'un jet lors d'essais en soufflerie, Love [95] propose dans un premier temps de conserver l'angle de détente initial du jet  $\delta_j = \Delta\nu + \theta_N$ . Selon la théorie de Prandtl-Meyer, cet angle dépend du ratio de pression  $JPR = \frac{P_j}{P_\infty}$ , du nombre de Mach de sortie du jet  $M_e = M_j$ , du ratio des chaleurs spécifiques du jet  $\gamma_j$  et du demi-angle de la tuyère  $\theta_N$ . Ces paramètres sont repérés sur la Figure 1.16 et la dépendance de l'angle de détente  $\delta_j$  par rapport aux paramètres JPR et  $\gamma_j$  est présentée sur la Figure 1.17 pour un cas où  $M_j=3$ . On observe qu'entre un jet composé de gaz propulsifs ( $\gamma \approx 1,2$  [101]) et un jet d'air ( $\gamma = 1,4$ ) les différences d'angles de détente sont importantes dès les faibles JPR.

Pour plus de fidélité dans la prévision de la forme globale du jet, Goethert et Barnes [60] proposent d'ajouter la prise en compte de la raideur du jet. La raideur (*stiffness* en anglais) détermine le saut de pression associé à une déviation donnée d'un écoulement supersonique. En utilisant une relation de saut linéarisée pour estimer la raideur du jet, Goethert et Barnes proposent ainsi de conserver le couple de paramètres :

$$\left( \delta_j, \frac{\gamma_j M_j^2}{\sqrt{M_j^2 - 1}} \right) \quad (1.3)$$

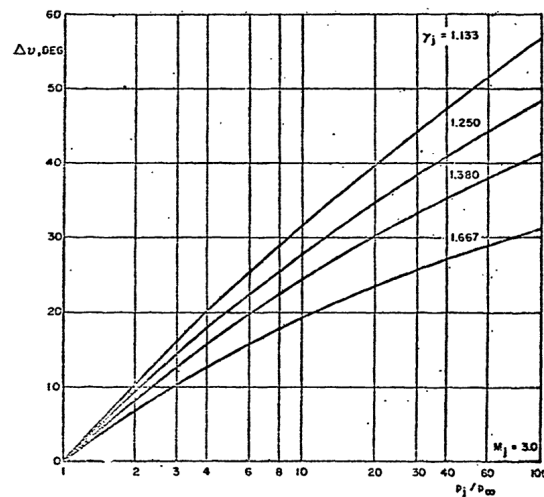


FIGURE 1.17 – Variation de l'angle initial d'inclinaison d'un jet supersonique en fonction du JPR pour différentes valeurs de  $\gamma_j$  [119].

Pindzola [119] cherche à améliorer encore la fiabilité de ces paramètres de similitude en utilisant le nombre de Mach à la frontière du jet  $M_1$  (relié à  $M_j$  via la détente de Prandtl-Meyer en sortie de tuyère) plutôt que  $M_j$ . D'autres formulations semblables ont ensuite été proposées par Herron [68] et Sulyma [167] pour la conception des navettes spatiales américaines. Ainsi, pour un essai avec un gaz possédant un  $\gamma$  différent de celui des gaz brûlés réels, l'expérimentateur doit modifier la forme de la tuyère (pour modifier l'angle et le nombre de Mach de sortie), la pression de la chambre et les conditions génératrices de l'écoulement dans la soufflerie afin de garantir une forme de jet similaire au cas réel.

### 1.3.2.2 Application des paramètres de similitude et enseignements pour la modélisation

En appliquant les paramètres de similitude définis par Pindzola [119] sur une configuration propulsée de culot franc supersonique ( $M_\infty > 1,5$ ), Herron [68] rapporte de bons accords sur la forme du jet et sur les valeurs de pression au culot obtenues en simulant un jet de  $CO_2$  ( $\gamma = 1,3$ ) avec un jet d'air ( $\gamma = 1,4$ ) pour différents  $JPR > 2$ . Nyberg et Agrell [110] décrivent quant à eux les bons résultats obtenus sur l'évaluation de la pression au culot en appliquant cette méthodologie sur un cas semblable afin de retrouver des résultats issus d'essais avec un jet prototype d'air ( $\gamma = 1,4$ ) en utilisant un jet de Fréon ( $\gamma = 1,16$ ) (voir Figure 1.18) puis en utilisant un jet d'air pour retrouver les mesures obtenues avec un jet prototype de Fréon. Enfin, la comparaison des mesures de pression au culot en vol de Saturn V et du vol STS-1 (configurations multi-tuyères) avec des essais réalisés en gaz froid (c'est-à-dire avec de l'air ambiant pour simuler le jet) selon les paramètres de Goethert et Barnes [60] montre également un bon accord dans la zone de vol où  $M_\infty > 2$  et où les jets sont nettement sous-détendus [63]. Cependant, ces mêmes données de vol montrent une importante surestimation de la traînée de culot par les essais froids pour les phases de vol transsoniques et légèrement supersoniques. Des conclusions comparables sur la surestimation de la traînée de culot par des essais froids en comparaison avec les mesures en vol d'Ariane 5 sont rapportées par Saile et al. [137].

D'un point de vue physique, il est possible de conserver la forme des jets d'un prototype de lanceur en réalisant des essais en soufflerie avec de l'air froid. La conservation de cette caractéristique permet l'extrapolation de résultats pour des phases de vol en haute altitude (nombre de Mach de vol et JPR élevés). Toutefois, la conservation de la forme du jet n'est pas suffisante pour la prévision de la traînée de culot lors des phases de vol à nombre de Mach modéré pour lesquelles l'effet d'entraînement par les couches de mélange est surestimé.

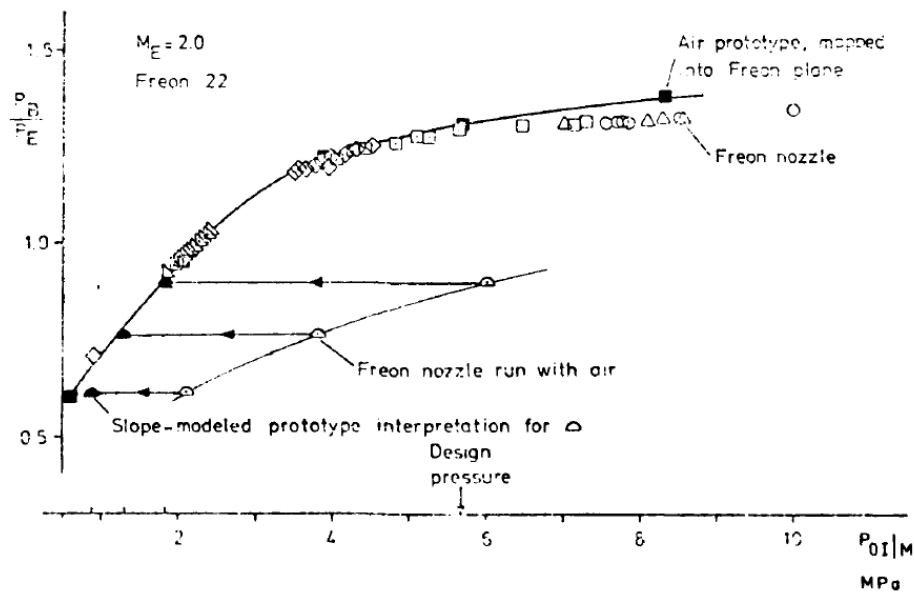


FIGURE 1.18 – Reproduction de la pression au culot mesurée sur une maquette propulsée par de l'air (symboles pleins) grâce à des essais respectant les paramètres de similitudes de Pindzola [119] réalisés avec un jet propulsif de fréon (symboles creux) [110].

Du point de vue de la modélisation numérique, il est nécessaire d'utiliser une approche permettant d'adapter les propriétés  $\gamma_j$  et  $M_j$  des jets propulsifs indépendamment des propriétés de l'écoulement externe pour être en mesure de simuler convenablement la forme des jets propulsifs.

### 1.3.3 Influence des propriétés thermodynamiques des gaz propulsifs sur l'entraînement des jets

Suite au constat de la surestimation de la traînée de culot par des essais en gaz froid malgré la conservation de la forme des jets, il est apparu nécessaire d'étudier des paramètres de similitude permettant de conserver l'effet d'entraînement des jets [63]. Dans cette section, des études ayant permis de mettre en évidence de tels paramètres sont présentées avant de discuter des liens observés dans la littérature entre ces paramètres et le comportement physique des couches de mélange.

#### 1.3.3.1 Évaluation de paramètres de similitude pour l'effet d'entraînement

Dans ses travaux, Pindzola [119] mentionne déjà de nombreux paramètres de similitude envisageables pour la conservation de l'effet d'entraînement du jet tels que la conservation des rapports de quantité de mouvement, d'énergie cinétique, de débit de masse, d'énergie interne ou encore d'enthalpie entre le jet et l'écoulement extérieur sans être en mesure de préciser celui ou ceux dont l'influence est prépondérante sur la bonne prévision de l'effet d'entraînement du jet. C'est d'abord pour des applications aéronautiques, telles que l'effet du jet d'un turbo réacteur sur la traînée de culot d'une nacelle, que Compton [29], Peters et al. [117, 118], Asai [6, 7] et Bauer [9] ont étudié plus en détail ces paramètres.

Peters et al. [118] montrent dans un premier temps que, pour une configuration de jet sonique, les variations de traînée de culot pour des gaz de  $\gamma_j$  différents sont fortement corrélées avec la variation de la forme du jet. En effet, des essais menés avec deux jets contenant des fluides ne différant que par leur valeur de ratio de chaleur spécifique  $\gamma_j$  mais ayant la même forme ont

permis de mesurer la même trainée de culot [118]. Ceci confirme ainsi les observations rapportées dans la section précédente; le ratio de chaleur spécifique  $\gamma_j$  influence principalement la forme du jet. Si l'on s'attache à reproduire cette forme entre deux jets ne différant que sur ce paramètre, il est possible d'extrapoler les résultats d'un jet à l'autre. Peters [117] observe ensuite que le produit  $R_j T_j$  ( $R_j = \frac{R}{M_{w_j}}$  étant la constante spécifique du mélange propulsif,  $M_{w_j}$  sa masse molaire et  $T_j$  la température de sortie du jet) est présent dans de nombreux paramètres mis en avant par Pindzola [119]. Cet auteur suppose donc que l'effet de l'entraînement du jet sur la trainée de culot est une fonction de ce produit.

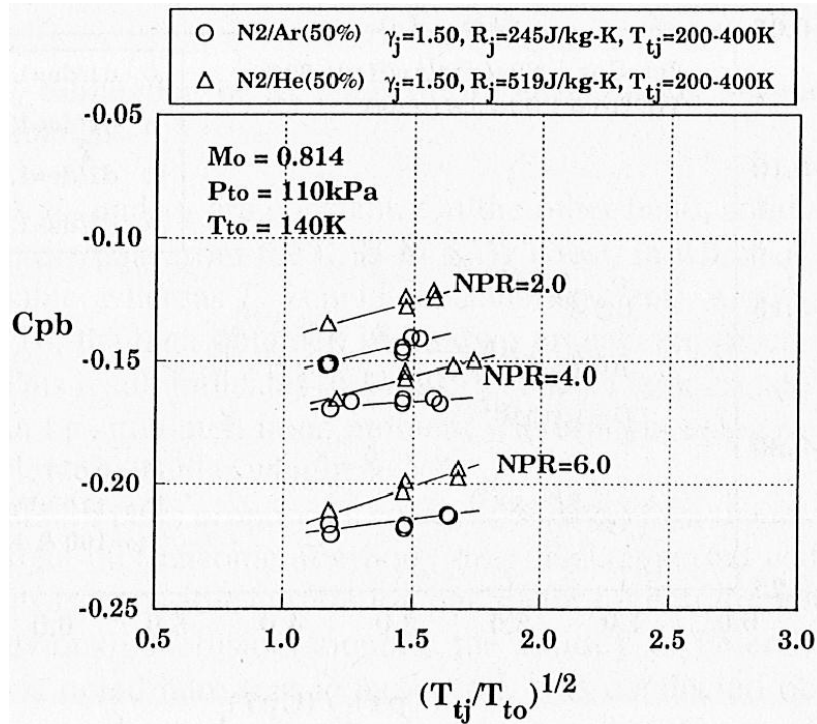


FIGURE 1.19 – Influence de la température  $T_j$  (via la grandeur  $T_{tj}$ ) et de la constante spécifique  $R_j$  du jet sur la pression au culot d'un arrière-corps transsonique ( $M_\infty=0,814$ ) [7].

Des expériences menées avec différents mélanges de gaz propulsifs par Compton [29] (air,  $H_2O_2$ ), Peters [117] (air,  $C_2H_4$ ) dans des souffleries classiques et Asai [7] ( $N_2$ ,  $He$ ,  $CH_4$ ,  $Ar$ ) dans une soufflerie cryogénique ont permis de faire varier indépendamment la température du jet  $T_j$  et sa constante spécifique de gaz parfait  $R_j$  en conservant le ratio de chaleur spécifique  $\gamma_j$  ou la forme du jet afin d'évaluer l'influence de ces paramètres sur la trainée de culot de véhicules plongés dans des écoulements externes transsoniques et supersoniques. Les résultats obtenus (voir exemple sur la Figure 1.19) montrent que la trainée de culot diminue avec l'augmentation de la température du jet  $T_j$  et avec l'augmentation de  $R_j$  [7, 29, 118]. Des tendances similaires ont été observées sur des cas d'arrière-corps de lanceur spatiaux par Zapryagaev et al. [188] ( $M_\infty = 2$  et jets d'air chauds) et par Stephan et al. [166] ( $M_\infty = 2, 9$  et jets d'air et d'hélium à différentes températures). Pour aller plus loin, Asai [7] montre qu'il obtient la même trainée de culot pour différents jets présentant des valeurs du produit  $R_j T_j$  identiques avec des valeurs différentes de  $R_j$  et de  $T_j$ . Ces observations montrent que les variations de ces deux paramètres ont une influence identique sur l'effet d'entraînement qui dépend uniquement de leur produit. Les travaux de Bauer [9], qui parvient à évaluer (à 10% près) la trainée de culot générée par des jets chauds ( $H_2$  et  $C_2H_4$ ) grâce à une méthode de correction prenant en compte la forme du jet et le produit  $R_j T_j$  appliquée à des essais effectués avec des jets froids ( $N_2$ ), lui permettent de confirmer la pertinence de ces deux paramètres. Ses résultats montrent de plus que pour des écoulements externes subsoniques et légèrement supersoniques ( $M_\infty \leq 1, 2$ ), l'influence du produit  $R_j T_j$  sur la trainée de culot est nettement plus importante que

celle de  $\gamma_j$ .

Au vu des résultats présentés, il apparaît clairement que des essais en soufflerie réalisés avec de l'air ( $R_j$  inférieure à celle des gaz de combustion usuels) à température ambiante ( $T_j$  inférieure à celle des gaz de combustion usuels) procèdent à une double sous-estimation du produit  $R_j T_j$  et donc à une surestimation de la traînée de culot. Les conclusions des différents travaux mentionnés sont résumées sur la Figure 1.20 qui présente un cycle de correction de résultats obtenus lors d'essais en gaz froids.

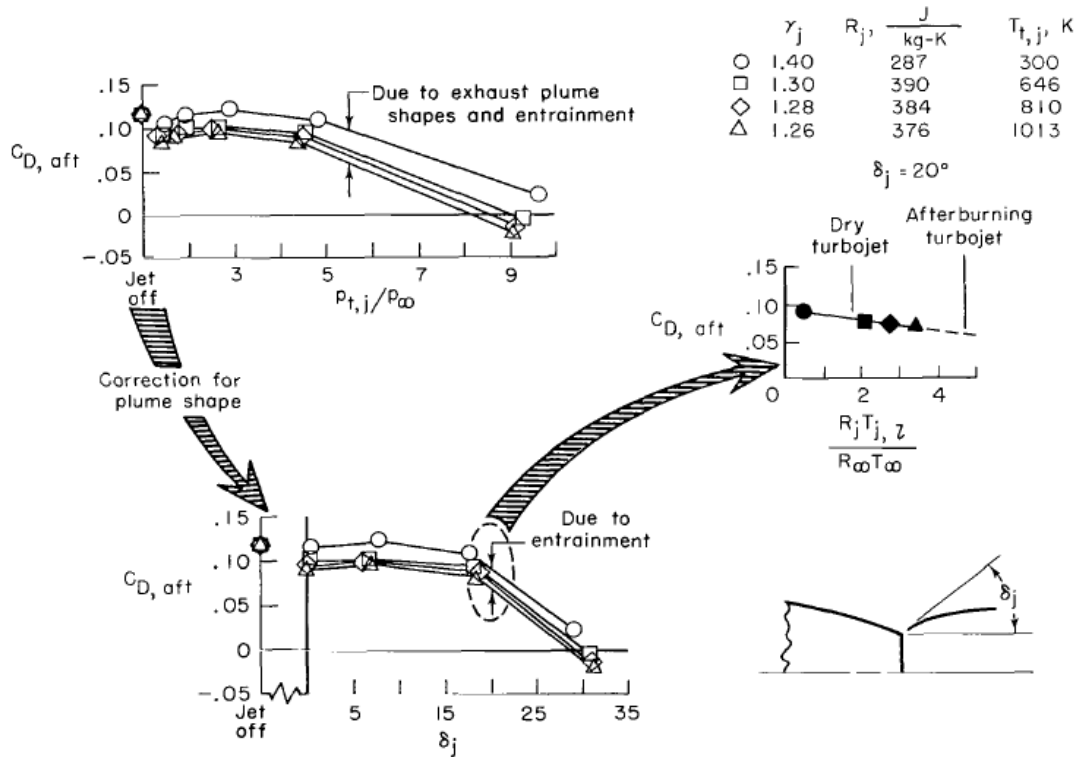


FIGURE 1.20 – Étapes de correction de la traînée de culot obtenue par des essais en gaz froid en fonction de la forme du jet et du produit  $R_j T_j$  [29].

En particulier, pour la réalisation de simulations numériques, il convient donc d'utiliser une approche permettant d'adapter le produit  $R_j T_j$  des jets propulsifs indépendamment des propriétés de l'écoulement externe.

### 1.3.3.2 Effet du paramètre $R_j T_j$ sur une couche de mélange

L'étude bibliographique présentée précédemment a permis de mettre en évidence l'influence du produit  $R_j T_j$  (constante spécifique et température du jet) sur la traînée de culot d'un véhicule évoluant au sein d'un écoulement compressible et propulsé par des jets supersoniques. En utilisant les outils présentés dans la section 1.1.3 pour le cas de la couche de mélange entre un jet propulsif (1) et l'écoulement externe (2) des auteurs ont tenté de relier les variations du produit  $R_j T_j$  au comportement de cette couche de mélange. Deux effets principaux sont mis en avant pour expliquer la diminution de l'effet d'entraînement avec l'augmentation du produit  $R_j T_j$  : la baisse de la quantité de mouvement du jet et l'augmentation du nombre de Mach convectif de la couche de mélange.

**Ratio de quantité de mouvement** Pour un écoulement externe (2), un nombre de Mach de sortie  $M_j = M_1$  et une pression de sortie  $p_j = p_1$  donnés, la quantité de mouvement du jet propulsif peut

être reliée au produit  $R_j T_j = R_1 T_1$  selon :

$$\rho_1 U_1 = \frac{p_1}{R_1 T_1} M_1 \sqrt{\gamma_1 R_1 T_1} = \frac{p_1 M_1 \sqrt{\gamma_1}}{\sqrt{R_1 T_1}} \quad (1.4)$$

Une augmentation du produit  $R_1 T_1$  entraîne par conséquent une diminution de la quantité de mouvement du jet et donc du rapport de quantité de mouvement entre le jet et l'écoulement extérieur  $\frac{\rho_1 U_1}{\rho_2 U_2}$  [165]. L'augmentation de la quantité de mouvement de l'écoulement externe sous l'effet de l'interaction avec le jet est donc moindre, ce qui correspond à une diminution de l'effet d'aspiration. Ce lien a été notamment mis en évidence par les travaux de Hill et Nicholson [69] qui ont mesuré expérimentalement le débit d'air entraîné par différents jets supersoniques (1) (air et hélium) dans de l'air au repos (2). Leurs résultats permettent d'estimer que, pour un nombre de Mach de jet  $M_j = M_1$  constant, le débit d'air aspiré  $G_a$  par le jet est proportionnel à  $G_a \propto \rho_1 U_1 (\frac{\rho_2}{\rho_1})^{0,4}$  ce qui, pour une masse volumique de l'écoulement externe constante, peut être simplifié par  $G_a \propto \rho_1^{0,6} U_1 \propto (R_1 T_1)^{-0,1}$  [83]. Cette analyse est également supportée par les résultats expérimentaux d'Asai [7] qui montre une forte corrélation entre le ratio de quantité de mouvement  $\frac{\rho_1 U_1}{\rho_2 U_2}$  et la pression au culot d'un arrière-corps.

**Effets de compressibilité** Comme mentionné dans la section 1.1.3 le taux de croissance d'une couche de mélange dépend fortement du nombre de Mach convectif de celle-ci. Dans le cas d'un jet propulsif d'arrière-corps, Hammond [63] applique les relations développées par Papamoschou [115], pour évaluer le Mach convectif ( $M_c$ ) de la couche de mélange entre le jet et l'écoulement externe en fonction du produit  $R_j T_j$  selon :

$$M_c = M_j \left( 1 - \frac{1 + \frac{M_\infty}{M_j} \sqrt{\frac{\gamma_\infty}{\gamma_j}}}{1 + \sqrt{\frac{R_j T_j}{R_\infty T_\infty}}} \right) \quad (1.5)$$

Selon cette relation, l'augmentation du produit  $R_j T_j$  conduit à l'augmentation du nombre de Mach convectif de la couche de mélange entre le jet et l'écoulement externe ce qui induit donc une diminution de son taux de croissance. Un tel effet est notamment observé expérimentalement par Seiner et al. [148] qui étudient un jet supersonique et montrent que le taux de croissance de la couche de mélange du jet avec l'air extérieur diminue avec l'augmentation de la température du jet. La diminution du taux de croissance de la couche de mélange correspond à une diminution de l'intensité des mécanismes d'interaction entre les deux écoulements et donc notamment à la diminution de l'entraînement de l'écoulement extérieur par le jet. La diminution de la trainée au culot d'un lanceur avec l'augmentation du produit  $R_j T_j$  du jet est donc également liée à un effet de compressibilité.

### 1.3.4 Synthèse des paramètres à prendre en compte pour la prévision numérique

Les différents enseignements issus de cette section sont ici résumés en termes de fonctionnalités nécessaires pour qu'une modélisation numérique permette la prise en compte de la complexité des écoulements d'arrière-corps réalistes, en particulier pour les lanceurs de nouvelle génération.

Les études analysées dans la section 1.3.1 ont d'abord permis de montrer que afin de rendre compte des effets de déviation et d'aspiration résultant de l'ensemble des jets ainsi que d'éventuels effets de blocage causant un écoulement de retour vers le culot du lanceur, une méthode de prévision numérique pour la conception des lanceurs de nouvelle génération doit permettre la prise en compte de la présence de plusieurs jets propulsifs. De plus, la prise en compte des réactions chimiques pouvant se produire au sein de cet écoulement de retour est apparue nécessaire pour la bonne évaluation de la température sur les parois du lanceur.



Ensuite, une revue d'études traitant de l'influence des paramètres thermodynamiques des jets sur leur forme et sur leur effet d'entraînement sur l'écoulement libre a permis de mettre en avant le rôle prépondérant de propriétés thermodynamiques telles que le ratio de chaleur spécifique  $\gamma_j$ , le nombre de Mach de sortie  $M_j$ , la constante spécifique  $R_j$  et la température  $T_j$  des jets. Pour réaliser des simulations numériques reproduisant fidèlement les effets des jets sur l'écoulement d'arrière-corps, les méthodes employées doivent donc permettre de définir ces propriétés indépendamment des propriétés de l'écoulement externe et de modéliser leurs variations. Un schéma reprenant les principaux paramètres à respecter pour réaliser une expérience représentative d'un cas de vol réel est présenté sur la Figure 1.21.

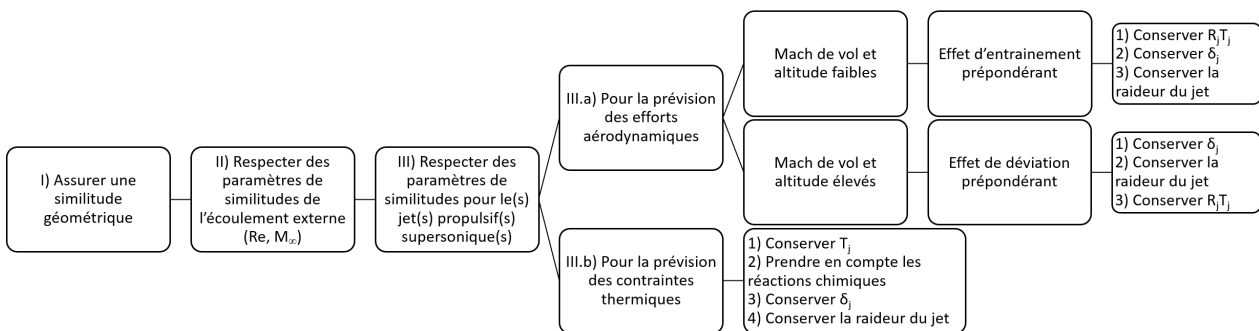


FIGURE 1.21 – Ordre de priorité des paramètres de similitudes pour simuler un écoulement d'arrière-corps propulsé, inspiré de [63].

Dans la section suivante, on cherche à dégager de la littérature différentes approches numériques remplissant ces critères et à évaluer la pertinence de leur utilisation pour nos travaux en fonction du coût de calcul associé à leur utilisation, des résultats obtenus avec ces méthodes sur des cas d'écoulements d'arrière-corps, de leur compatibilité avec les modélisations RANS/LES de la turbulence et des outils disponibles pour cette thèse.

## 1.4 Prévision numérique des écoulements d'arrière-corps sur des configurations complexes

Suite à la description de la phénoménologie des écoulements mono-espèces d'arrière-corps sur des configurations de double-cylindre (section 1.1) et des méthodes numériques éprouvées dans la littérature pour les étudier quantitativement (section 1.2), nous avons extrait de la littérature différents phénomènes physiques devant être pris en compte pour passer de l'étude de ces écoulements simplifiés à la prévision des écoulements d'arrière-corps pour la conception des lanceurs spatiaux de nouvelle génération (section 1.3). Dans cette section, on s'intéresse dans un premier temps aux différentes modélisations numériques permettant de reproduire la physique des jets propulsifs en évaluant leur coût d'utilisation et leur niveau de prise en compte des propriétés thermodynamiques mise en avant précédemment. Sur la base d'une revue bibliographique, les apports et les limitations de ces modélisations pour la réalisation d'études numériques d'écoulements d'arrière-corps sont analysés. Enfin cette analyse nous permet de présenter le compromis sélectionné dans

cette thèse en terme de modélisation numérique pour réaliser une étude d'une configuration de lanceur multi-tuyère.

### 1.4.1 Modélisation numérique de la physique des jets propulsifs

La propulsion d'un lanceur spatial repose sur l'expulsion de fluides issus d'une chambre de combustion, s'écoulant dans une tuyère convergente-divergente et interagissant avec l'écoulement d'air extérieur. La combustion est réalisée par la rencontre d'ergols pouvant être liquides ou solides et produit ainsi un mélange chaud et réactif de plusieurs espèces qui sont principalement en phase gazeuse mais qui peuvent contenir des particules solides ou liquides. Comme détaillé par Gusman et al. [62], il existe de nombreux niveaux de complexité pour la modélisation physique d'un jet issu d'un moteur de fusée. Pour présenter les différentes modélisations numériques disponibles pour simuler l'interaction d'un jet propulsif avec un écoulement d'arrière-corps, on s'appuie dans cette section sur un tableau récapitulatif (Tab.1.5) les listant par ordre décroissant de complexité.

Modèle	Besoins	Coût de calcul C	Dénomination
Multi-phase réactif	Équation d'état complexe, modèle de diffusion, cinétique chimique, modèle de phase.	$>10 \times C(\text{MuR})$	MuPhR
Multi-espèce réactif	Équation d'état complexe, modèle de diffusion, cinétique chimique, ressources de calcul importante	$\approx 4 \times C(\text{MuS})$	MuR
Multi-espèce gaz semi-parfait	Équations d'état complexes pour $n$ espèces, modèle de diffusion, $c_p(T)$ pour chaque espèce	$>1, 3 - 1, 4 \times C(\text{MuP})$	MuS
Multi-espèce gaz parfait	Équations d'état pour $n$ espèces, modèle de diffusion	$\approx n \times C(\text{MoP})$	MuP
Mono-espèce gaz semi-parfait	Équation d'état complexe, $c_p(T)$	$\approx 1, 3 - 1, 4 \times C(\text{MoP})$	MoS
Mono-espèce gaz parfait	Équation d'état	$C(\text{MoP})$	MoP

TABLEAU 1.5 – Niveaux de modélisation numérique pour la physique des interactions de jets pour un lanceur spatial (adapté de [62]).

Un premier choix de modélisation peut consister à vouloir retranscrire tous les aspects physiques du jet en simulant numériquement un mélange multi-phase réactif (**MuPhR**). Ce choix repose sur l'utilisation de nombreux modèles physiques et sur l'emploi de ressources informatiques très importantes. Troyes et al. [173] font ainsi état d'un coût de calcul multi-phase plus de 10 fois supérieur à un cas mono-phase pour la simulation d'un jet propulsif.

Pour limiter la difficulté de mise en place du calcul et son coût, la présence de phases solides ou liquides au sein du jet peut être négligée et la modélisation peut chercher à reproduire un écoulement composé de plusieurs espèces gazeuses pouvant réagir les unes avec les autres (**MuR**) [101] (voir Figure 1.22). Le coût de calcul associé à l'utilisation de tels modèles qui mettent à jour la composition chimique du mélange à chaque itération de calcul reste cependant élevé. Pour la simulation d'un jet sous-détendu, Martinez Ferrer et al. [56] font par exemple état d'un facteur 4 sur le coût de calcul lors du passage d'une simulation inerte à une simulation réactive.

Ainsi, afin de limiter les ressources nécessaires à la réalisation d'études de conception, de nombreux auteurs ont fait le choix de négliger les réactions chimiques entre les différentes espèces gazeuses tout en conservant la possibilité de représenter la variation de la capacité calorifique  $c_p(T)$  (et donc de  $c_v(T)$  et  $\gamma(T)$ ) en fonction de la température pour chaque gaz considéré comme caloriquement parfait (abrégé ici en semi-parfait) (**MuS**) [62]. A ce stade, l'absence de prise en compte des réactions chimiques peut dégrader la prédiction de la distribution de température sur les pa-

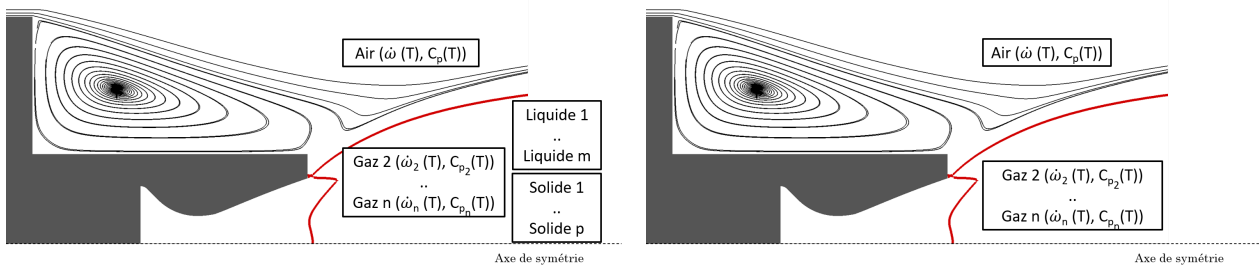


FIGURE 1.22 – Comparaison des modélisations **MuPhR** (gauche) et **MuR** (droite) pour un jet propulsif.  $\dot{\omega}_i$  est le taux de réaction chimique de l'espèce  $i$ .

rois du lanceur. Ce choix dépend donc de l'importance de cette donnée lors de la réalisation d'une simulation. Deux façons de simplifier de nouveau la modélisation sont disponibles à ce niveau.

D'une part, on peut choisir de conserver le caractère multi-espèce de l'écoulement en ne considérant plus que des gaz parfaits (**MuP** :  $c_p$  indépendant de la température, voir Figure 1.23). Lampart et al. [85] constatent en effet un surcoût de calcul de 30 à 40 % en utilisant un modèle de gaz semi-parfait par rapport à un modèle de gaz parfait pour une étude numérique mono-espèce d'étages de turbines. Ce chiffre peut servir de borne inférieure pour l'estimation du surcoût lié à l'utilisation de modèles de gaz semi-parfait pour un écoulement multi-espèce.

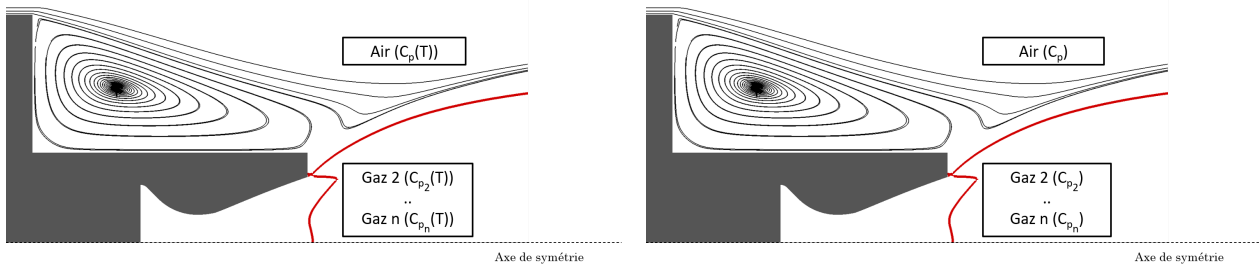


FIGURE 1.23 – Comparaison des modélisations **MuS** (gauche) et **MuP** (droite) pour un jet propulsif.

D'autre part, il est possible d'utiliser une modélisation mono-espèce, c'est-à-dire de simuler l'écoulement externe et le jet propulsif par un unique gaz semi-parfait, en faisant varier la capacité calorifique de ce fluide  $c_p(T)$  avec la température de manière à tenter de retrouver localement les bonnes propriétés de l'écoulement externe (froid) et du jet propulsif (chaud) [171] (**MoS**). Cette seconde approche permet de réduire le coût d'une simulation en s'affranchissant du besoin de modéliser les mécanismes de diffusion entre les espèces et en réduisant les dimensions des matrices devant être traitées par les algorithmes numériques. Wang et al. [179] observent en effet une relation linéaire entre le nombre d'espèces pris en compte et le coût d'une simulation.

Toutes les modélisations présentées jusqu'ici permettent, ce qui a été identifié comme nécessaire selon la section 1.3, de définir et de faire varier les propriétés  $\gamma_j, M_j, T_j, R_j$  du jet. Cependant, la fiabilité des prévisions numériques dépend du niveau de fidélité des modèles permettant d'évaluer ces différents paramètres. Mehta et al. [101] rappellent en effet que, dans le cas d'une tuyère propulsive réelle, les propriétés du mélange propulsif (notamment  $\gamma_j$  et  $R_j$ ) varient entre la chambre de combustion et le plan de sortie de la tuyère du fait de la variation de température liée à la détente des gaz et des réactions chimiques modifiant la composition du mélange. L'utilisation d'une modélisation réactive (**MuR**) permet de rendre compte de l'ensemble de ces variations depuis la chambre de combustion jusqu'aux conditions de sortie du jet ( $\gamma_j, M_j, T_j, R_j$ ). En revanche, une modélisation basée sur l'utilisation de gaz semi-parfaits (**MuS**) rend uniquement compte de variations liées à la température des gaz. Les relations définissant ces variations peuvent cepen-

tant être modulées grâce à des tables issues de résultats expérimentaux pour prendre en compte l'influence des réactions chimiques dans la prévision des valeurs de  $\gamma_j$ ,  $M_j$ ,  $T_j$  et  $R_j$ . Dans le cas d'une modélisation utilisant des gaz parfaits (MuP), les propriétés physiques du mélange propulsif sont constantes au sein de la tuyère et deux approximations sont alors disponibles pour évaluer  $\gamma_j$  et  $R_j$  :

- Une première approximation, dite d'écoulement gelé (*frozen flow*)[74], suppose que les réactions chimiques sont lentes vis-à-vis de la vitesse d'écoulement et que la composition du mélange propulsif en sortie de tuyère est quasiment identique à celle présente au sein de la chambre de combustion.
- Une seconde approximation, dite d'écoulement en équilibre (*equilibrium flow*) [75], fait l'hypothèse que les réactions chimiques sont suffisamment rapides pour que la composition du mélange s'adapte quasi-instantanément à la pression et à la température de l'écoulement. Connaissant la température et la pression de sortie du jet, on peut donc estimer les propriétés du mélange propulsif dans le plan de sortie et imposer ces valeurs dans l'ensemble de la tuyère.

Enfin, le niveau de modélisation le plus élémentaire pour la prise en compte des propriétés thermodynamiques d'un jet propulsif consiste à ne considérer qu'un seul gaz parfait (**MoP**) (voir Figure 1.24) pour l'écoulement externe et le jet propulsif en adaptant les conditions au sein de la tuyère pour tenter de respecter certains des paramètres de similitude exposés dans la section précédente. Lors de la réalisation d'une simulation, les différentes approches mentionnées peuvent de plus être utilisées de manière zonale. En particulier, des auteurs ont fait le choix d'utiliser une modélisation réactive au sein de la tuyère propulsive pour fournir un profil de sortie de tuyère servant de condition d'entrée à une modélisation inerte du jet [144].

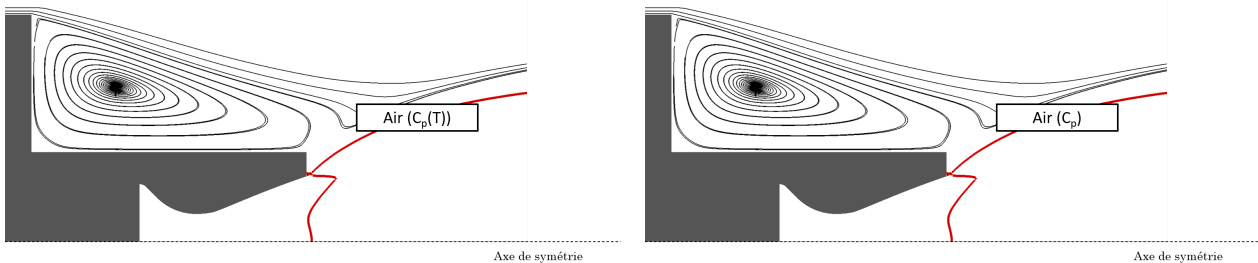


FIGURE 1.24 – Comparaison des modélisations **MoS** (gauche) et **MoP** (droite) pour un jet propulsif.

Suite à la présentation des caractéristiques de différentes modélisations permettant de simuler la physique des jets propulsifs d'un lanceur, la section suivante propose une revue bibliographique des études ayant utilisé ces modélisations sur des cas d'arrière-corps propulsés. Compte tenu des observations issues des sections 1.2.3 et 1.3.1, on s'intéresse particulièrement au nombre de tuyères et aux modélisations de la turbulence prises en compte dans ces travaux.

#### 1.4.2 Revue bibliographique d'études numériques de configurations complexes d'écoulements d'arrière-corps

Le tableau 1.6 présente une sélection d'études numériques d'écoulements d'arrière-corps prenant en compte les propriétés thermodynamiques des jets propulsifs. Pour chacune de ces études différents paramètres sont répertoriés. Ils permettent d'évaluer la complexité des configurations étudiées et le coût des simulations réalisées. En particulier, le nombre de tuyères de la configuration simulée influence le coût du calcul et la complexité du maillage à réaliser du fait du nombre de couches de mélange à traiter. De plus, la modélisation de la turbulence retenue impacte également le coût du calcul notamment lors du passage d'une modélisation statistique (RANS) à une

modélisation filtrée (RANS/LES). Enfin, comme discuté dans la section précédente, le coût des simulations dépend du niveau de modélisation retenue pour la physique des jets.

Suite aux observations exposées dans ce chapitre bibliographique, une étude numérique "idéale" pour la conception d'un lanceur de nouvelle génération consisterait en l'utilisation d'une approche RANS/LES de la turbulence combinée avec une modélisation multi-espèces réactive de la physique des jets (MuR) sur une configuration propulsée par plusieurs tuyères courtes. Cependant, du fait de la difficulté de traiter ensemble ces différentes sources de complexité et du coût important qui serait associé à une telle simulation, il n'y a pas, à la connaissance de l'auteur d'étude complète de ce type référencée dans la littérature ouverte.

Étude	Tuyère(s)	Mach	Turbulence	Physique du jet
Serpico et al. (1997) [149]	1	1,2-6	RANS	MoP et MuR
Sillen (1998) [150]	1-4	3	RANS $k - \epsilon$	MoS
Ebrahimi et al. (2000) [52]	2	5.7	RANS $k - \epsilon$	MuS et MuR
Nallasamy et al. (2008) [108, 109]	4	2,5-3.5	RANS Baldwin-Barth	MoP
Gusman et al. (2011) [62]	4	1,5-6.5	RANS S-A et $k - \omega$ SST	MuS et MoP
Thomas and Unnikrishnan (2011) [171]	1	1-2,8	RANS Baldwin-Lomax	MoS
Mehta et al. (2013) [101]	4	2,75	RANS $k - \omega$	MuR, MuS et MuP
Charrier et al. (2016) [23]	4	2,75	RANS $k - \omega$ SST	MuS
Loosen et al. (2018) [94]	1	3	RANS/LES	MuP
Zhou et al. (2019) [191]	1-4	0,5-4	RANS $k - \omega$ SST	MuR
Pu and Jiang (2019) [123]	4	2,75	RANS multiple	MuS et MuR
Schumann et al. (2020) [144]	1	0,8	RANS(tuyère)+IDDES	MuR(tuyère)+MuP

TABLEAU 1.6 – Revue bibliographique d'études numériques d'écoulements d'arrière-corps prenant en compte les propriétés thermodynamiques des jets.

En effet, une première observation des études présentées montre que la prise en compte des propriétés thermodynamiques des jets à principalement été associée à l'utilisation de modélisations RANS de la turbulence. De plus, seules deux études RANS/LES récentes ont été recensées sur des configurations mono-tuyères avec des modélisations multi-espèces gaz parfait (MuP) [94, 144]. Pour étudier plus en détail les résultats obtenus dans les différentes études répertoriées, celles-ci sont abordées par niveau de complexité croissant du modèle retenu pour la physique des jets.

#### 1.4.2.1 Modélisations mono-espèces

Dans un premier temps, l'intérêt porte sur les études [62, 109, 149] ayant cherché à simuler les jets propulsifs et l'écoulement externe avec de l'air considéré comme un gaz parfait (MoP) en adaptant les conditions au sein de la tuyère pour préserver certaines propriétés du jet. Les résultats de Serpico et al. [149] sur une configuration mono-tuyère présentant un recollement solide (et donc une interaction réduite entre le jet et la zone de recirculation) montrent que, lorsque la masse molaire du jet propulsif est proche de celle de l'air, l'association d'une condition limite de sortie de tuyère respectant la pression, la température et la vitesse de sortie du jet chaud avec une modélisation MoP permet de retrouver des champs de pression globalement comparables à ceux obtenus avec une simulation multi-espèce réactive. Cependant, pour des configurations présentant des recollements fluides et des différences de masse molaire plus importantes entre l'air et le mélange propulsif, cette même méthode entraîne des erreurs de prévisions conséquentes sur le nombre de Mach du jet et sa densité [62] ainsi que sur les niveaux de pression et de transfert thermique au culot du lanceur [109].

Les simulations réalisées par Sillen [150] et Thomas et Unnikrishnan [171] sont basées sur l'utilisation d'un gaz semi-parfait dont les propriétés peuvent varier en fonction de la température pour

correspondre respectivement à celles de l'écoulement externe dans les zones froides et à celles du jet dans les zones chaudes (MoS). Les résultats présentés dans ces études montrent des variations importantes de température à l'interface entre le jet et l'écoulement externe. La température constitue donc une variable pertinente pour différencier les propriétés du jet de celles de l'écoulement externe lors de l'initialisation du calcul et obtenir des conditions de sortie de tuyère recherchées [150]. Cependant, la pertinence de cette variable pour identifier les mécanismes de mélange entre les deux fluides n'est pas évaluée. Pour finir, des comparaisons de la pression et du flux de chaleur moyen prévus avec une telle approche dans la zone d'arrière-corps d'un lanceur mono-tuyère avec des données issues d'essais en vol montrent des résultats satisfaisants pour des cas supersoniques mais des erreurs importantes pour des cas transsoniques [171].

#### 1.4.2.2 Modélisations multi-espèces

Plusieurs auteurs ont choisi d'étudier des écoulements d'arrière-corps avec des modélisations multi-espèces (MuP, MuS, MuR) qui permettent de définir explicitement un gaz pour l'écoulement externe et un gaz ou un mélange de plusieurs gaz pour les jets propulsifs. Une comparaison des apports de ces différentes approches peut être tirée des travaux de Mehta et al. [101] et Pu and Jiang. [123]. Leurs résultats sur une configuration propulsée par quatre tuyères montrent d'abord que l'utilisation d'une modélisation en gaz parfait (MuP), avec une hypothèse d'écoulement gelé dans la tuyère, permet une bonne reproduction de la topologie de l'écoulement et notamment de la formation d'un jet de retour entre les tuyères. Cependant, cette modélisation prévoit des niveaux de pression et de température sur les parois du lanceur notablement différents de ceux obtenus avec une modélisation en gaz semi-parfait (MuS). Ces auteurs montrent de plus que les écarts observés entre une modélisation MuS et une modélisation réactive (MuR) consistent principalement en une meilleure prévision des niveaux de température avec une modélisation MuR. Par ailleurs, les différences observées entre ces deux modélisations sur les niveaux de pression sont faibles [101]. La prévision de la température sur le culot apparaît quant à elle tributaire de la bonne estimation de la température des parois internes des tuyères qui peut être réglée par l'usage de conditions aux limites isothermes adaptées avec des données expérimentales [101].

L'ensemble des simulations réalisées par ces auteurs sont cependant basées sur l'utilisation de modèles RANS pour la modélisation de la turbulence. En accord avec les observations exposées dans la section 1.2.3, l'utilisation de tels modèles induit des prévisions peu fiables des niveaux de pression par rapport à des mesures expérimentales. Pu and Jiang [123] présentent ainsi une sous-estimation de plus de 15% de la pression au culot du lanceur avec cinq modèles RANS différents. De plus, ces approches ne permettent que des descriptions moyennées de l'écoulement et ne peuvent pas rendre compte de phénomènes instationnaires pouvant impacter le lanceur.

Pour remédier à ces lacunes, des simulations associant des modélisations RANS/LES de la turbulence à une prise en compte des propriétés thermodynamiques commencent à être réalisées. On peut ainsi mentionner les travaux de Loosen et al. [94] sur une configuration de double-cylindre ( $L/D=1,2$ ) propulsé par un jet d'hélium et les travaux de Schumman et al. [144] sur une configuration de double cylindre ( $L/D=1,2$ ) propulsé par la combustion de peroxyde d'hydrogène ( $H_2O_2$ ). Les auteurs de ces deux études utilisent des modélisations bi-espèces gaz parfait (MuP à deux gaz). L'écoulement externe, composé d'un gaz parfait, et le jet, composé d'un second gaz parfait, vont se mélanger au sein de l'écoulement d'arrière-corps. Cette représentation du mélange propulsif à un seul gaz permet une réduction du coût de calcul mais nécessite une définition précise des propriétés du gaz pour reproduire le comportement du mélange. Ainsi, Schumann et al. [144] choisissent de réaliser une simulation RANS avec une modélisation réactive au sein de la tuyère propulsive afin de fournir un profil de sortie de tuyère servant de condition limite pour la simulation RANS/LES. Un avantage de cette approche est qu'elle ne requiert pas d'approximation de type *frozen flow* ou *equilibrium flow* au sein de la tuyère.

Les résultats présentés dans [144] montrent que les simulations réalisées avec un gaz chaud prévoient une longueur de la zone recirculation plus importante que les simulations utilisant de l'air comme gaz propulsif. Ces variations entraînent une nette augmentation de la pression moyenne et une baisse des fluctuations de pression le long de la tuyère. Cette étude montre de plus que l'augmentation de la température des parois de la tuyère influence ces trois paramètres de la même façon que l'augmentation de la température du jet (i.e. augmentation de la longueur de la zone de recirculation et des niveaux de pression moyenne et diminution de l'intensité des fluctuations de pression). Enfin, des comparaisons réalisées entre les simulations RANS/LES et des calculs RANS montrent une nouvelle fois d'importantes différences dans la prévision des champs de pression et de vitesse. Ces résultats numériques ne sont pas comparés à des résultats expérimentaux. Une poursuite de ces travaux portant sur l'analyse spectrale de l'écoulement et l'effet de la longueur de la tuyère est annoncé pour des études futures.

#### 1.4.2.3 Sélection d'un cas applicatif

La présente revue bibliographique fait état d'un faible nombre de comparaisons entre des simulations numériques considérant des jets chauds et des essais expérimentaux. Comme mentionné par Mehta [100], cette rareté est d'abord due au faible nombre d'essais expérimentaux utilisant des gaz chauds, les essais les plus complets datant des travaux de la NASA dans les années 1960. Hammond [63] rappelle en effet que la réalisation d'essais en soufflerie avec des jets chauds coûte entre 3 et 10 fois plus cher que les mêmes essais réalisés avec des jets froids. C'est notamment pour pallier ce manque de références expérimentales que les chercheurs du DLR (*Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt*) travaillent au développement d'un banc d'essais pour des arrière-corps propulsés par des jets chauds [137].

Parmi les rares références expérimentales traitant de cas de lanceurs propulsés par des jets chauds, les essais en soufflerie de Musial et Ward [107] réalisés sur une configuration possédant quatre tuyères éjectant un mélange propulsif JP4-LOX sont bien documentés et ont été étudiées numériquement par de nombreux auteurs au cours des dernières années [23, 101, 108, 109, 123]. Cette configuration représente ainsi un cas de référence pour l'étude de méthodes numériques de prévision des écoulements d'arrière-corps pour les lanceurs de nouvelle génération. On cherchera donc à étudier numériquement cette configuration à l'aide des méthodes développées durant la thèse afin de les situer par rapport à la littérature.

#### 1.4.3 Synthèse sur le choix d'une modélisation physique des jets pour l'étude des écoulements d'arrière-corps

La présentation des caractéristiques des différentes méthodes numériques disponibles pour modéliser la physique des jets propulsifs exposée dans la section 1.4.1 et l'analyse d'études utilisant ces méthodes pour la prévision d'écoulements d'arrière-corps présentée dans la section 1.4.2 ont permis de montrer que choisir une modélisation pour étudier une configuration d'arrière-corps donnée repose sur plusieurs compromis.

D'une part, des simulations dont le but premier est la prévision fine des températures sur les parois du lanceur doivent à minima coupler les modélisations MuR et RANS de la turbulence [101, 190] et travailler sur la modélisation du comportement thermique des parois.

D'autre part, si la prévision des efforts aérodynamiques stationnaires et instationnaires est priorisée, comme c'est le cas dans cette thèse, il convient d'utiliser une modélisation RANS/LES de la turbulence pour permettre une bonne prévision des champs moyens et fluctuants de vitesse et de pression dans la zone d'arrière-corps (voir section 1.2). Sur une configuration de lanceur propulsé par plusieurs tuyères, la combinaison de la prise en compte de l'ensemble des espèces compo-

sant le jet et des réactions chimiques pouvant se produire entre elles (MuR) avec une modélisation RANS/LES apparaît trop coûteuse pour être mise en place (voir le tableau 1.6). Le niveau de complexité de la modélisation physique du jet doit donc être revu à la baisse en diminuant le nombre d'espèces pris en compte et en réalisant des approximations sur les effets des réactions chimiques sur l'écoulement.

A l'instar des travaux de Loosen et al. [94] et Schumann et al. [144], une modélisation bi-espèce permettant de modéliser le mélange propulsif par un gaz parfait et l'écoulement externe par un autre représente un compromis intéressant pour permettre la prise en compte des principales propriétés thermodynamiques des jets décrites dans la section 1.3 avec un coût numérique limité. Une telle modélisation peut être par la suite enrichie par la prise en compte des variations des propriétés du jet en fonction de la température (gaz semi-parfait) et/ou en étant couplée à des simulations RANS réactives dans des zones restreintes de l'écoulement.

Dans le cadre de cette thèse, un des objectifs principaux est de proposer des méthodes numériques permettant d'étudier fidèlement des configurations de lanceurs de nouvelle génération avec un coût restreint. Pour ce faire, une extension du code de calcul FLU3M, validé sur de nombreuses configurations d'arrière-corps mono-espèces [112, 183] et qui contient les versions les plus récentes de la modélisation ZDES, est réalisée pour permettre la résolution d'écoulements d'arrière-corps bi-espèces.

Les modèles mathématiques et les algorithmes numériques sélectionnés et implémentés pour réaliser cette extension ainsi que la validation de ce solveur bi-espèce sur des cas d'écoulements canoniques sont décrits dans le **Chapitre 2**. L'évaluation des capacités du solveur pour la prévision des propriétés de couches de mélange bi-espèces supersoniques est ensuite présentée dans le **Chapitre 4**.

## 1.5 Synthèse du chapitre bibliographique

Ce chapitre bibliographique a permis de présenter les enjeux inhérents à la prévision numérique des écoulements d'arrière-corps de lanceurs spatiaux selon un développement en deux parties. Tout d'abord, la phénoménologie de ces écoulements sur des configurations élémentaires et les méthodes numériques associées à la prévision de ces cas simplifiés ont été décrites. Ensuite, différentes sources de complexité, géométriques et physiques, devant être intégrées au sein des méthodes numériques en vue de la prévision fine des écoulements d'arrière-corps des configurations réalistes de lanceurs de nouvelle génération ont été exposées.

### **Prévision des écoulements mono-espèces d'arrière-corps sur des configurations élémentaires**

Dans un premier temps, la description des cas élémentaires d'écoulements mono-espèces sur des configurations d'arrière-corps en double cylindre (section 1.1) a permis de mettre en avant leur caractère instationnaire et multi-échelles lié à l'interaction de différents phénomènes fluides tels que des décollements de couche limite, des zones de recirculation, des couches de mélange compressibles et des ondes de choc.

Une revue bibliographique portant sur des travaux ayant cherché à étudier quantitativement ces configurations de double cylindre (section 1.2) a ensuite permis de présenter les niveaux des efforts aérodynamiques générés par les écoulements d'arrière-corps et les fréquences caractérisant leur instationarité. Des enseignements ont également pu être tirés en termes de choix de modélisation de la turbulence et de méthodes numériques pour leur simulation.

Ainsi, l'utilisation d'approches RANS/LES pour la modélisation de la turbulence des écoule-



ments d'arrière-corps émerge de la littérature comme un compromis permettant de résoudre les grandes échelles de l'écoulement et de prévoir les efforts aérodynamiques de manière satisfaisante avec un coût numérique maîtrisé. Parmi ces approches, la méthode ZDES développée à l'ONERA et disponible au sein du code de calcul FLU3M est utilisée durant cette thèse.

La fiabilité de telles approches, en particulier pour le traitement des jets propulsifs, dépend de plus du compromis adopté entre la précision et la robustesse des méthodes numériques employées pour la discrétisation des équations de Navier-Stokes. Une première contribution possible à l'amélioration de la fidélité des méthodes de prévision pour les arrière-corps de lanceurs spatiaux consiste à développer des méthodes numériques faiblement dissipatives et localement robustes. L'objectif est ici de pouvoir réaliser des simulations numériques RANS/LES d'arrière-corps propulsés permettant une résolution fine des structures turbulentes de l'écoulement en présence d'ondes de choc et de faisceaux de détente.

Les schémas numériques hybrides proposés dans cette thèse pour tenter de répondre à cet enjeu sont décrits dans le **Chapitre 2**. L'évaluation de ces schémas, employés pour effectuer des simulations ZDES d'écoulements mono-espèce d'arrière-corps propulsés, est présentée dans le **Chapitre 3**.

## Prévision numérique des écoulements d'arrière-corps sur des configurations complexes

Dans un second temps, les études expérimentales analysées dans la section 1.3 ont permis d'identifier des limites à l'extrapolation des résultats obtenus sur des cas élémentaires pour guider la conception des lanceurs de nouvelle génération. Pour les méthodes de prévisions numériques, ces études ont ainsi montré la nécessité de prendre en compte la présence de plusieurs jets propulsifs et de maîtriser leurs propriétés thermodynamiques (notamment  $\gamma_j, M_j, T_j, R_j$ ) pour permettre une représentation fidèle des effets de déplacement, d'entraînement et de blocage qui pilotent les interactions entre les jets et l'écoulement externe.

Par la suite, la section 1.4.2 a permis de présenter différentes modélisations numériques disponibles pour reproduire la physique des jets propulsifs et d'évaluer la pertinence de leur utilisation pour étudier des écoulements d'arrière-corps de lanceurs spatiaux. Cette démarche a de plus permis de montrer la rareté des cas d'études expérimentaux traitant des configurations de lanceurs propulsés par des jets chauds et l'existence d'un cas d'étude de référence sur une configuration de lanceur propulsée par quatre tuyères [107] traité par de nombreux auteurs.

La synthèse des informations exposées a permis de justifier le choix d'associer une modélisation bi-espèce inerte (un gaz parfait pour l'écoulement externe et un gaz parfait pour le mélange propulsif) à une approche ZDES de modélisation de la turbulence. En effet, ce couplage permet d'étudier les interactions entre les jets propulsifs et l'écoulement externe sur la configuration de référence identifiée dans la littérature [107] avec un coût de calcul restreint. Les caractéristiques de cette étude et les résultats obtenus en termes d'évaluation des efforts stationnaires et instationnaires subis par le lanceur sont présentés dans le **Chapitre 5**.

Comme précisé précédemment, la réalisation d'une telle étude nécessite l'extension du code de calcul FLU3M pour permettre la résolution d'écoulements d'arrière-corps bi-espèces. Les développements nécessaires à cette extension ainsi que leurs validations sur des cas d'écoulements canoniques sont décrits dans le **Chapitre 2**. L'évaluation des capacités du solveur ainsi étendu pour la prévision des propriétés de couches de mélange bi-espèces supersoniques est ensuite présentée dans le **Chapitre 4**.

# Modélisations numériques des écoulements turbulents

2.1	Les équations de Navier-Stokes pour un écoulement bi-espèces . . . . .	43
2.2	Modélisation de la turbulence . . . . .	47
2.3	Discrétisation des équations de Navier-Stokes . . . . .	56
2.4	Présentation du code FLU3M et extension des méthodes numériques pour les écoulements bi-espèces . . . . .	59
2.5	Validation des méthodes numériques bi-espèces . . . . .	70
2.6	Synthèse du chapitre . . . . .	78

Les simulations numériques réalisées durant cette thèse sont basées sur la résolution des équations discrétisées de la mécanique des fluides newtoniens par le code de calcul FLU3M pour des écoulements compressibles mono-espèces (contenant un seul gaz) et bi-espèces (contenant deux gaz différents). Dans ce chapitre, on décrira dans un premier temps les modèles mathématiques permettant de décrire des écoulements turbulents bi-espèces avant de présenter l'architecture du code FLU3M et de recenser les principales méthodes numériques nécessaires à la réalisation de simulations RANS et ZDES. Dans l'optique de réaliser des simulations bi-espèces, ce recensement montre le besoin d'adapter certaines méthodes numériques jusqu'ici uniquement disponibles dans le code pour des écoulements mono-espèces. Les adaptations de ces méthodes numériques et leurs validations sur des cas tests d'écoulements comportant deux gaz sont finalement présentées.

## 2.1 Les équations de Navier-Stokes pour un écoulement bi-espèces

### 2.1.1 Description générale

Pour décrire un écoulement composé de deux fluides, les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont utilisées. Les équations de conservation peuvent, en l'absence de terme source, être présentées sous la forme générale des équations de Navier-Stokes :

$$\frac{\partial \mathbf{w}_c}{\partial t} + \text{div}(\mathcal{F}) = \text{div}(\mathcal{G}) \quad (2.1)$$

Où  $\mathbf{w}_c = {}^t (\rho_1, \rho_2, \rho \mathbf{U}, \rho E)$  est le vecteur des variables conservatives. Il contient 6 variables contre 5 dans un cas mono-espèce.  $\rho_1$  et  $\rho_2$  correspondent aux masses volumiques des deux gaz et  $\rho$  la masse volumique du mélange.  $\mathbf{U} = {}^t (u, v, w)$  est le vecteur vitesse de l'écoulement et  $E$  représente l'énergie totale du mélange.  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{G}$  représentent respectivement les termes de convection et de diffusion :

$$\mathcal{F} = {}^t (\rho_1 \mathbf{U}, \rho_2 \mathbf{U}, \rho \mathbf{U} \otimes \mathbf{U} + P \underline{\underline{I}}, (\rho E + P) \mathbf{U}) \quad (2.2)$$

$$\mathcal{G} = {}^t (\mathbf{J}_1, \mathbf{J}_2, \underline{\underline{\tau}}, \underline{\underline{\tau}} \cdot \mathbf{U} - \mathbf{q} - \mathbf{J}_E) \quad (2.3)$$

Avec  $P$  la pression du mélange et  $\mathbf{J}_i$  le flux de diffusion moléculaire qui traduit la diffusion des molécules de l'espèce  $i$  au sein du mélange.  $\mathbf{q}$  est le flux de chaleur laminaire,  $\mathbf{J}_E$  est le flux d'énergie totale qui traduit la diffusion d'énergie associée aux flux  $\mathbf{J}_i$ ,  $\underline{\underline{\tau}}$  est le tenseur des contraintes visqueuses :

$$\tau_{ij} = 2\mu(S_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}S_{ii}) \quad i, j = 1..3 \quad (2.4)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad i, j = 1..3 \quad (2.5)$$

Pour retrouver les équations d'un cas mono-espèce il suffit de s'affranchir des termes écrits en rouge, c'est-à-dire de ne pas utiliser la seconde équation de conservation ( $\rho_2 = 0$  et  $\rho_1 = \rho$ ) et d'annuler les termes restants dans les autres équations.

## 2.1.2 Fermeture des équations

### 2.1.2.1 Définitions et relations thermodynamiques

Des relations entre les différentes variables aérodynamiques et thermodynamiques sont nécessaires pour fermer les équations de Navier-Stokes pour un écoulement bi-espèces. Tout d'abord, il convient de relier les masses volumiques et les fractions massiques au sein d'un volume de fluide donné :

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 \quad \text{et} \quad Y_1 = \frac{\rho_1}{\rho}, \quad Y_2 = \frac{\rho_2}{\rho} \quad (2.6)$$

Ces définitions impliquent les relations suivantes :

$$\boxed{Y_1 + Y_2 = 1 \quad \text{et donc} \quad \nabla Y_1 = -\nabla Y_2} \quad (2.7)$$

Les caractéristiques thermodynamiques des deux gaz considérés comme parfaits sont définies par :

$$\gamma_1 = \frac{c_{p1}}{c_{v1}}, \quad c_{p1} - c_{v1} = R_1 \quad \text{et} \quad \gamma_2 = \frac{c_{p2}}{c_{v2}} \quad \text{et} \quad c_{p2} - c_{v2} = R_2 \quad (2.8)$$

Où  $c_{p_i}$  et  $c_{v_i}$  sont respectivement les chaleurs spécifiques à pression et volume constants du gaz  $i$ ,  $\gamma_i$  leur indice adiabatique et  $R_i = \frac{\mathcal{R}}{M_{w_i}}$  la constante spécifique du gaz  $i$  de masse molaire  $M_{w_i}$ . En supposant un équilibre thermique entre les deux gaz à une température  $T$ , il est possible de détailler les expressions des énergies internes  $e_i$  comme suit :

$$e_1 = c_{v1}T \quad \text{et} \quad e_2 = c_{v2}T \quad (2.9)$$

On peut ajouter à ces définitions celles des enthalpies massiques  $h_i$  :

$$h_i = c_{p_i} T = \gamma_i e_i = e_i + \frac{p_i}{\rho_i} \quad (2.10)$$

L'énergie interne et l'enthalpie du mélange sont des grandeurs extensives, qui peuvent donc être exprimées comme suit :

$$\rho e = \rho_1 e_1 + \rho_2 e_2 = \rho(Y_1 c_{v_1} + Y_2 c_{v_2}) T \quad (2.11)$$

$$\rho h = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \rho(Y_1 c_{p_1} + Y_2 c_{p_2}) T \quad (2.12)$$

Par analogie avec le cas mono-espèce, il vient pour les propriétés du mélange :

$$c_v = Y_1 c_{v_1} + Y_2 c_{v_2} \quad (2.13)$$

$$c_p = Y_1 c_{p_1} + Y_2 c_{p_2} \quad (2.14)$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{Y_1 c_{p_1} + Y_2 c_{p_2}}{Y_1 c_{v_1} + Y_2 c_{v_2}} = \frac{Y_1 \gamma_1 c_{v_1} + Y_2 \gamma_2 c_{v_2}}{Y_1 c_{v_1} + Y_2 c_{v_2}} \quad (2.15)$$

$$R = c_p - c_v = Y_1 R_1 + Y_2 R_2 \quad (2.16)$$

Puis, en utilisant la loi de Dalton pour les gaz parfaits, la pression du mélange est obtenue comme la somme des pressions partielles, respectivement exprimées avec l'équation de gaz parfait selon :

$$P = p_1 + p_2 = (\rho_1 R_1 + \rho_2 R_2) T = \rho R T \quad (2.17)$$

La pression du mélange peut ensuite être reliée à son énergie interne par :

$$P = \rho R T = \rho R \frac{e}{c_v} = \rho(\gamma - 1)e \quad (2.18)$$

et la vitesse du son  $a$  peut être exprimée selon :

$$a^2 = \frac{\gamma P}{\rho} \quad (2.19)$$

De plus, l'énergie interne et l'énergie totale  $E$  sont liées par la définition :

$$\rho E = \rho e + \frac{1}{2} \rho \mathbf{U}^2 \quad (2.20)$$

Enfin, on peut exprimer l'enthalpie totale  $H$  :

$$\rho H = \rho h + \frac{1}{2} \rho \mathbf{U}^2 \quad (2.21)$$

### 2.1.2.2 Viscosité

Une approximation usuelle consiste à définir la viscosité du mélange comme la somme des viscosités des deux espèces pondérées par leurs fractions massiques [138] :

$$\mu = Y_1 \mu_1 + Y_2 \mu_2 \quad (2.22)$$

Pour **chaque espèce** la viscosité  $\mu_i$  est donnée en fonction de la température par une loi de type Sutherland avec des constantes propres  $\mu_{0i}, T_{0i}, S_i$ .

$$\mu_i(T) = \mu_{0i} \left( \frac{T}{T_{0i}} \right)^{3/2} \frac{T_{0i} + S_i}{T + S_i} \quad (2.23)$$

### 2.1.2.3 Flux de chaleur

Le flux thermique  $\mathbf{q}$  est lui fourni comme dans le cas mono-espèce par la loi de Fourier :

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T \quad (2.24)$$

Où la conductivité de **chaque espèce** est définie à l'aide d'un nombre de Prandtl supposé constant  $Pr_i$  :

$$\lambda_i = \frac{\mu_i c_{p_i}}{Pr_i} \quad (2.25)$$

et la conductivité du mélange est approchée comme une moyenne des conductivités pondérée par la viscosité [138] :

$$\lambda = \mu \left( \frac{\lambda_1}{\mu_1} Y_1 + \frac{\lambda_2}{\mu_2} Y_2 \right) \quad (2.26)$$

Dans un mélange de plusieurs gaz, le flux d'énergie est également lié au transport de l'enthalpie de chaque fluide. Le flux d'énergie totale peut donc être défini de la façon suivante :

$$\mathbf{J}_E = \mathbf{J}_1 h_1 + \mathbf{J}_2 h_2 \quad (2.27)$$

### 2.1.2.4 Diffusion moléculaire

Pour modéliser le flux de diffusion moléculaire, c'est-à-dire le la diffusion de matière du aux gradients de concentration des espèces chimiques, l'approximation d'Hirschfelder-Curtis [71] est considérée comme la plus précise des approximations du premier ordre pour les écoulements multi-espèces. Cette approximation néglige la diffusion de masse due aux effets thermiques (effet Soret) et aux gradients de pression [185]. Pour un écoulement ne contenant que deux fluides différents, cette approximation se réduit à la loi de Fick [121] :

$$\mathbf{J}_1 = -\rho D \nabla Y_1 \quad \mathbf{J}_2 = -\rho D \nabla Y_2 \quad (2.28)$$

Avec  $D$  le coefficient de diffusion du mélange. Les flux étant opposés aux gradients de fraction massique, cette formulation traduit une tendance à l'homogénéisation des fractions massiques au sein de l'écoulement. Cette formulation permet bien de vérifier la conservation de la masse :

$$\mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2 = -\rho D (\nabla Y_1 + \nabla Y_2) = 0 \quad (2.29)$$

Le coefficient de diffusion  $D$  peut être calculé à partir de modèles de collision de particules et des propriétés thermodynamiques des fluides. Il varie alors selon  $D \sim \frac{T^{3/2}}{P}$  [185]. Ce degré de modélisation est bien adapté pour des modélisations chimiques avancées. Cependant, pour des calculs de mécanique des fluides non réactifs, une modélisation simplifiée est généralement adoptée. Le coefficient  $D$  est alors défini à partir d'un nombre adimensionné, le nombre de Schmidt  $Sc$  qui caractérise le rapport entre la diffusion visqueuse et la diffusion moléculaire :

$$Sc = \frac{\mu}{\rho D} \quad \text{soit} \quad D = \frac{\mu}{\rho Sc} \quad (2.30)$$

Il convient d'être attentif aux grandeurs utilisées pour cet adimensionnement. En effet, il est courant dans la littérature d'utiliser  $\mu_1$  et  $\rho_1$  en considérant le gaz 1 en excès ( $p_1 \approx P$ ) [54]. Dans ce cas, l'hypothèse d'un nombre de Schmidt constant pour un couple de gaz est généralement formulée. Prenons l'exemple de la diffusion de l'hélium (gaz 2) dans l'air (gaz 1). Le nombre de Schmidt pour ce couple de gaz est donné dans la littérature à 0,22 [54, 98]. On peut retrouver cette valeur grâce à l'adimensionnement par les propriétés de l'air réalisé sur différentes données de coefficient de diffusion présentées dans le tableau 2.1.

T (°K)	283	300	383	483
D (m <sup>2</sup> /s)	6,60.10 <sup>-5</sup> [53]	7,1.10 <sup>-5</sup> [98]	10,6.10 <sup>-5</sup> [53]	15,9.10 <sup>-5</sup> [53]
μ <sub>1</sub> (Pa.s)	1,77.10 <sup>-5</sup>	1,85.10 <sup>-5</sup>	2,21.10 <sup>-5</sup>	2,61.10 <sup>-5</sup>
ρ <sub>1</sub> (kg/m <sup>3</sup> )	1,24	1,18	0,921	0,730
Sc	0,216	0,221	0,226	0,225

TABLEAU 2.1 – Évaluation du nombre de Schmidt pour la diffusion Air-Helium ( $p=1013$  hPa).

Une autre façon de calculer le coefficient de diffusion est de définir un nombre de Lewis du mélange  $Le = \frac{Sc}{Pr} = \frac{\lambda}{D\rho c_p}$ . Cette grandeur permet de comparer la diffusion moléculaire et la diffusion thermique se produisant dans un écoulement.

La fermeture des équations de Navier-Stokes présentée dans cette section permet de décrire mathématiquement les propriétés d'un écoulement composé de deux gaz. Dans le cas d'un écoulement turbulent, des traitements mathématiques supplémentaires peuvent être appliqués aux équations afin de faciliter l'étude. On s'intéresse à ces traitements dans la section suivante.

## 2.2 Modélisation de la turbulence

Comme observé lors de l'étude bibliographique exposée dans le **Chapitre 1**, les écoulements d'arrière-corps de lanceurs spatiaux étudiés dans cette thèse présentent un caractère turbulent. Sous les effets combinés de l'importance des forces convectives mettant en mouvement les fluides par rapport à leurs viscosités (nombre de Reynolds  $Re > 10^5$ ), du frottement de ces fluides sur les parois du véhicule (couches limites) et entre eux (couches de mélange), ainsi que des ruptures de géométrie caractéristiques des arrière-corps (décollement massif), l'écoulement des fluides au niveau d'un arrière-corps de lanceur spatial s'organise selon des échelles spatiales et temporelles variées et interdépendantes.

Le caractère multi-échelles des écoulements turbulents peut être abordé suivant la théorie de la cascade d'énergie de Kolmogorov. Les grosses structures tourbillonnaires de l'écoulement (ayant une taille liée aux dimensions géométriques de l'écoulement qui peut être nommée  $L_t$ ) interagissent avec l'écoulement moyen et produisent de l'énergie cinétique turbulente. Cette énergie se transfère ensuite des grandes échelles de l'écoulement vers des échelles de plus en plus petites sous l'effet de mécanismes non visqueux d'étirement tourbillonnaire jusqu'à ce qu'elle soit dissipée par les plus petites échelles de l'écoulement caractérisées par l'échelle de Kolmogorov que l'on note  $\eta$ . La cascade d'énergie est illustrée par la Figure 2.1 où  $k$  est le nombre d'ondes qui est homogène à l'inverse d'une longueur.

Si l'on souhaite simuler numériquement ces écoulements de manière directe (DNS : *Direct Numerical Simulation*), c'est-à-dire en reproduisant toutes les structures dynamiques de l'écoulement, il faudra d'une part choisir des pas de temps et d'espace suffisamment petits pour capturer les plus petites échelles de l'écoulement ( $\eta$ ) et d'autre part réaliser les simulations sur un domaine assez grand pour contenir les grandes échelles ( $L_t$ ). Dans le cas d'une turbulence homogène isotrope, le rapport entre  $L_t$  et  $\eta$  peut être relié au nombre de Reynolds ( $Re$ ) de l'écoulement [134] :

$$\frac{L_t}{\eta} \propto (Re)^{\frac{3}{4}} \quad (2.31)$$

Afin de résoudre correctement l'écoulement, ce niveau de discrétisation doit être appliqué dans les trois directions de l'espace ce qui implique que le nombre de points  $N$  nécessaire à la simulation peut être estimé dans le cas d'une turbulence homogène isotrope par :

$$N \propto (Re)^{\frac{9}{4}} \quad (2.32)$$

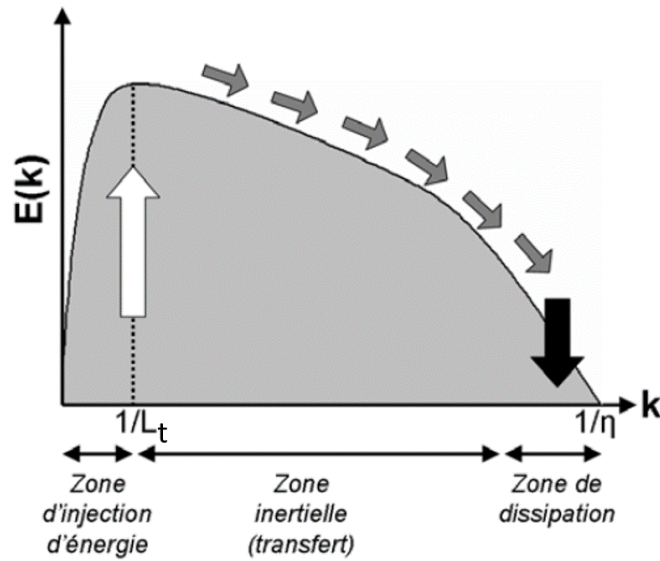


FIGURE 2.1 – Représentation graphique de la cascade d'énergie turbulente [58].

Ce coût devient encore plus important en présence de couches limites turbulentes attachées. Aussi, l'usage de la simulation numérique directe est aujourd'hui limité à des études académiques sur des cas d'écoulement à nombre de Reynolds modéré ( $Re \leq 10^5$ ) autour de géométries simples. Afin de réduire le coût des simulations, il convient donc de modéliser les interactions turbulentes. Pour cela, diverses approches ont été introduites. On peut les regrouper de manière formelle par la théorie de la séparation des échelles appliquée aux équations de Navier-Stokes qui permet de réduire le niveau de résolution nécessaire pour simuler un écoulement donné.

### 2.2.1 Application d'un opérateur de séparation d'échelles aux équations de Navier-Stokes

On suppose un opérateur de séparation d'échelles qui permet de décomposer une grandeur  $f$  comme la somme d'une contribution issue des échelles résolues de l'écoulement et d'une contribution issue des échelles non résolues de l'écoulement :

$$f = \underbrace{\bar{f}}_{\text{résolue}} + \underbrace{f'}_{\text{non-résolue}} \quad (2.33)$$

Dans le cas d'écoulements compressibles comme ceux traités dans cette thèse, la notation de Favre est généralement introduite pour simplifier l'écriture des équations de Navier-Stokes :

$$\tilde{f} = \frac{\rho f}{\bar{\rho}} \quad (2.34)$$

La décomposition présentée précédemment peut alors être reformulée selon :

$$f = \underbrace{\tilde{f}}_{\text{résolue}} + \underbrace{f''}_{\text{non-résolue}} \quad (2.35)$$

En faisant l'hypothèse de la commutation de l'opérateur avec la dérivée partielle, on peut désormais appliquer cet opérateur aux équations de Navier-Stokes (2.1) et ré-agencer les termes selon le formalisme de Leonard [92] pour obtenir :

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{w}_c}}{\partial t} + \text{div}(\overline{\mathcal{F}}) = \text{div}(\overline{\mathcal{G}}) + \text{div}(\overline{\mathcal{G}_t}) \quad (2.36)$$

Avec :

$$\bar{\mathbf{w}}_c = {}^t (\bar{\rho}_1, \bar{\rho}_2, \bar{\rho} \tilde{\mathbf{U}}, \bar{\rho} \tilde{E}) \quad (2.37)$$

$$\bar{\mathcal{F}} = {}^t (\bar{\rho}_1 \tilde{\mathbf{U}}, \bar{\rho}_2 \tilde{\mathbf{U}}, \bar{\rho} \tilde{\mathbf{U}} \otimes \tilde{\mathbf{U}} + \bar{P} \times \underline{I}, (\bar{\rho} \tilde{E} + \bar{P}) \tilde{\mathbf{U}}) \quad (2.38)$$

$$\bar{\mathcal{G}} = {}^t (\bar{\mathbf{J}}_1, \bar{\mathbf{J}}_2, \bar{\tau}, \bar{\tau} \cdot \tilde{\mathbf{U}} - \bar{\mathbf{q}} - \bar{\mathbf{J}}_E) \quad (2.39)$$

$$\bar{\mathcal{G}}_t = {}^t (\mathbf{J}_{1t}, \mathbf{J}_{2t}, \tau_t, \tau_t \cdot \tilde{\mathbf{U}} - \mathbf{q}_t - \mathbf{J}_{Et}) \quad (2.40)$$

$\bar{\mathcal{F}}$  et  $\bar{\mathcal{G}}$  sont respectivement les parties résolues des tenseurs  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{G}$  puis  $\bar{\mathcal{G}}_t$  regroupe les termes non résolus issus de l'application de l'opérateur qui sont détaillés ci-après. On notera pour simplifier la suite des développements  $\bar{\mathcal{G}}^* = \bar{\mathcal{G}} + \bar{\mathcal{G}}_t$  et donc par exemple  $\bar{\mathbf{J}}_1^* = \bar{\mathbf{J}}_1 + \bar{\mathbf{J}}_{1t}$ .

## 2.2.2 Fermeture des équations pour un écoulement turbulent

Après application d'un opérateur de séparation d'échelles aux équations de Navier-Stokes, l'établissement de nouvelles relations de fermeture est nécessaire.

### 2.2.2.1 Tenseur des contraintes visqueuses et dissipation turbulente

On précise ici la fermeture choisie pour simuler l'effet du tenseur des contraintes visqueuses sur l'écoulement :

$$\bar{\tau}_{ij} = \overline{2\mu(S_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}S_{ii})} \quad i, j = 1..3 \quad (2.41)$$

que l'on choisit d'approximer par :

$$\bar{\tau}_{ij} \approx 2\bar{\mu}(\widetilde{S}_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\widetilde{S}_{ii}) \quad i, j = 1..3 \quad (2.42)$$

$$\widetilde{S}_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial \tilde{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{U}_j}{\partial x_i}) \quad i, j = 1..3 \quad (2.43)$$

On s'intéresse maintenant au tenseur  $\tau_t$ , issu de l'application de l'opérateur de séparation d'échelles à une équation non-linéaire, qui s'exprime sous forme compacte :

$$\tau_t = \bar{\rho}(\widetilde{\mathbf{U}} \otimes \widetilde{\mathbf{U}} - \tilde{\mathbf{U}} \otimes \tilde{\mathbf{U}}) \quad (2.44)$$

Ce terme peut être décomposé selon trois contributions physiques (Léonard [92]) :

$$\tau_t = \underbrace{\bar{\rho}(\widetilde{\mathbf{U}} \otimes \widetilde{\mathbf{U}} - \tilde{\mathbf{U}} \otimes \tilde{\mathbf{U}})}_{\underline{L}} + \underbrace{\bar{\rho}(\widetilde{\mathbf{U}} \otimes \mathbf{U}'' + \mathbf{U}'' \otimes \tilde{\mathbf{U}})}_{\underline{C}} + \underbrace{\bar{\rho}\mathbf{U}'' \otimes \mathbf{U}''}_{\tau_{Re}} \quad (2.45)$$

- Le tenseur de Leonard  $\underline{L}$  représente les interactions des échelles résolues entre elles,
- Le tenseur croisé  $\underline{C}$  représente les interactions entre les échelles résolues et les échelles non résolues,
- Le tenseur de Reynolds  $\tau_{Re}$  représente les interactions des échelles non résolues entre elles.



Dans les différentes méthodes de séparation d'échelles présentées dans la suite du chapitre, ce tenseur est modélisé par analogie avec le tenseur des contraintes visqueuses :

$$\tau_{tij} \approx 2\bar{\rho}\nu_t(\widetilde{S}_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\widetilde{S}_{ii}) \quad i, j = 1..3 \quad (2.46)$$

où  $\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho}$  reste à modéliser.

### 2.2.2.2 Diffusion de masse

Suite à l'application de l'opérateur de séparation d'échelles les composantes du flux de diffusion de masse résolu sont :

$$\bar{J}_1 = \overline{-\rho D \nabla Y_1} \quad \bar{J}_2 = \overline{-\rho D \nabla Y_2}, \quad (2.47)$$

elles sont approximées par :

$$\bar{J}_1 \approx -\bar{\rho} \bar{D} \nabla \widetilde{Y}_1 \quad \bar{J}_2 \approx -\bar{\rho} \bar{D} \nabla \widetilde{Y}_2 \quad (2.48)$$

Les termes supplémentaires issus des termes de convection des équations de conservation forment le flux de masse non résolu :

$$\bar{\rho}(\widetilde{UY}_i - \widetilde{U}Y_i) = J_{it} \quad i = 1, 2 \quad (2.49)$$

Ces termes sont modélisés par analogie avec la diffusion moléculaire :

$$J_{it} = -\bar{\rho} D_t \nabla \widetilde{Y}_i \quad D_t = \frac{\nu_t}{Sc_t} \quad i = 1, 2 \quad (2.50)$$

où on introduit le nombre de Schmidt turbulent  $Sc_t$ .

### 2.2.2.3 Flux de chaleur

Suite à l'application de l'opérateur de séparation d'échelles les composantes du flux de chaleur résolu sont :

$$\bar{q} = \overline{-\lambda \nabla T} \quad \text{et} \quad \bar{J}_E = \overline{J_1 h_1 + J_2 h_2}, \quad (2.51)$$

que l'on choisit d'approximer par :

$$\bar{q} \approx -\bar{\lambda} \nabla \widetilde{T} \quad \text{et} \quad \bar{J}_E = \overline{J_1 \widetilde{h}_1 + J_2 \widetilde{h}_2} \quad (2.52)$$

Les termes supplémentaires issus du terme de convection de l'équation d'énergie forment le flux de chaleur non résolu :

$$\bar{\rho}(\widetilde{UE} - \widetilde{U}E) = \mathbf{q}_t - J_{Et} \quad (2.53)$$

On modélise ces termes par analogie avec le flux de chaleur laminaire :

$$\mathbf{q}_t = -\lambda_t \nabla \widetilde{T} \quad \text{et} \quad J_{Et} = \overline{J_1 \widetilde{h}_1 + J_2 \widetilde{h}_2} \quad (2.54)$$

avec :

$$\lambda_t = \frac{\mu_t \bar{c}_p}{Pr_t} \quad \text{et} \quad Pr_t = 0,9 \quad (2.55)$$

où  $Pr_t$  correspond au nombre de Prandtl turbulent. Enfin, les termes non résolus issus du travail des forces de pression et des forces visqueuses sont modélisés par :

$$\overline{\mathbf{U} \cdot (\underline{\tau} - P\underline{I})} - \widetilde{\mathbf{U}} \cdot (\underline{\tau} - P\underline{I}) = (\tau_t) \cdot \widetilde{\mathbf{U}} \quad (2.56)$$

Les différents opérateurs de séparation d'échelles utilisés dans cette étude peuvent alors être détaillés en précisant notamment les différentes manières de modéliser  $\nu_t$  pour chaque opérateur.

### 2.2.3 L'approche RANS

#### 2.2.3.1 Tenseur de Reynolds

L'approche *Reynolds Averaged Navier Stokes* (RANS) est basée sur une description statistique de l'écoulement. Un opérateur de moyenne temporelle est employé comme équivalent à un opérateur de moyenne statistique en faisant l'hypothèse d'ergodicité. Avec cette approche, on résout donc l'écoulement moyen et l'écoulement non résolu est l'écoulement fluctuant. Via la propriété d'idempotence de l'opérateur de moyenne ( $\overline{\overline{ab}} = \overline{ab}$ ) l'expression de  $\underline{\tau}_t$  (Eq.2.45) se réduit au tenseur de Reynolds :

$$\underline{\tau}_t = \underline{\tau}^{RANS} = \underline{\tau}_{Re} = \overline{\rho \mathbf{U}'' \otimes \mathbf{U}''} \quad (2.57)$$

Les modèles de turbulence les plus communs utilisent l'hypothèse de Boussinesq pour modéliser le tenseur de Reynolds selon l'expression présentée dans l'équation 2.46 et proposent des évaluations de  $\nu_t$  avec des modèles algébriques ou des modèles à une ou plusieurs équations de transport. Du fait de leur coût numérique restreint, les approches RANS sont massivement utilisées pour les démarches de conception dans l'industrie aéronautique. Comme mentionnée dans le **Chapitre 1**, leurs capacités de prévision pour des écoulements massivement décollés sont cependant limitées.

#### 2.2.3.2 Modèle de Spalart-Allmaras

Dans cette thèse, nous utilisons le modèle de Spalart-Allmaras (S-A) [159]. Ce modèle est basé sur la résolution d'une équation de transport pour la pseudo viscosité turbulente  $\tilde{\nu}$ . Cette équation a été construite de façon empirique en partant d'un modèle "Convection-Diffusion-Production" par analogie avec l'équation de l'énergie cinétique turbulente. Ce modèle est d'abord calibré pour un écoulement cisailé libre puis en ajoutant successivement des termes pour des écoulements plus complexes afin de retrouver les comportements connus en proche paroi (zone logarithmique de la couche limite) et très proche paroi (sous-couche visqueuse). Ce modèle est relativement simple d'implémentation, robuste et permet une bonne prise en compte de l'effet d'histoire de la turbulence. Pour ces raisons, ce modèle est très populaire pour les applications industrielles. L'équation de transport de ce modèle utilise la variable  $\tilde{\nu}$  :

$$\frac{\mu_t}{\rho} = \nu_t = f_{v1} \tilde{\nu} \quad (2.58)$$

qui évolue dans l'écoulement selon :

$$\underbrace{\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial(u_j \tilde{\nu})}{\partial x_j}}_{Convection} = \underbrace{c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu}}_{Production} - \underbrace{c_{w1} f_w(r) \left(\frac{\tilde{\nu}}{d_w}\right)^2}_{Destruction} + \underbrace{\frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right] + c_{b2} \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j}\right)^2 \right]}_{Diffusion} \quad (2.59)$$

Les fonctions, variables et constantes sont détaillées dans l'article [159]. Il est important de noter que la variable  $d_w$  qui représente la distance à la paroi la plus proche et qui intervient dans le terme de destruction de  $\tilde{\nu}$  est également utilisée dans la méthode ZDES.

Ce modèle de turbulence a d'abord été proposé pour des écoulements mono-espèce d'air. Pour le cas d'un écoulement bi-espèces, un tel modèle de turbulence peut être utilisé en appliquant l'équation de transport aux variables du mélange. Les modifications nécessaires pour étendre son application aux écoulements bi-espèces consistent donc à fournir les variables du mélange  $\rho, \mathbf{U}, \nu$  en entrée du modèle.

### 2.2.4 L'approche LES

Pour l'approche LES (*Large Eddy Simulation*), l'opérateur de séparation d'échelles est un filtre passe-bas dans l'espace des nombres d'ondes présenté sur la Figure 2.1. On cherche ainsi à résoudre les grandes échelles de la turbulence et à modéliser les échelles plus petites qui ont un rôle principalement dissipatif et qui sont supposées homogènes et isotropes. Cette définition théorique de l'opérateur de séparation d'échelles se traduit par diverses implémentations pratiques. Dans la plupart des codes de calcul, le filtrage est réalisé implicitement dans l'espace physique par le biais du maillage dont la taille des cellules limite les échelles pouvant être résolues selon une longueur de coupure  $\Delta_c$ . Dans le cas d'un maillage inhomogène, cette longueur dépend donc de la direction du maillage considérée.

Si l'on choisit  $\Delta = \sqrt[3]{\Delta_x \Delta_y \Delta_z}$  pour évaluer la taille caractéristique de la maille, on obtient, d'après le théorème de Shannon,  $\Delta_c = 2\Delta$  pour la longueur de coupure correspondant à la taille des plus petites échelles résolues. Suite au filtrage des échelles de l'écoulement par le maillage, la contribution des échelles non résolues doit être modélisée. Un modèle simple et répandu est celui formulé par Smagorinsky [156] qui propose de fermer l'expression 2.46 avec :

$$\nu_t = \nu_{SGS} = (C_s \Delta)^2 \sqrt{2\widetilde{S}_{ij}\widetilde{S}_{ij}} \quad (2.60)$$

Avec  $C_s$  une constante généralement choisie entre 0,1 et 0,23 selon les écoulements [181].

Une différence majeure entre l'approche LES et l'approche RANS réside dans le fait que dans l'approche LES le maillage change le rapport entre la partie modélisée et la partie résolue de la turbulence. De ce fait, il existe pour une simulation RANS un niveau de finesse de maillage à partir duquel les résultats ne varient plus, on parle alors de convergence en maillage. Pour une simulation LES, le raffinement du maillage entraîne une diminution de l'importance des termes modélisés et la simulation tend progressivement vers une DNS. L'enjeu pour une simulation LES est d'atteindre un niveau de maillage suffisamment fin pour que les échelles non résolues (appelées échelles de "sous-maille") puissent être correctement modélisées comme des petites échelles au comportement homogène et isotrope. Ce critère peut être particulièrement contraignant pour la simulation des couches limites attachées [184]. Ainsi l'emploi de l'approche LES pour ces écoulements reste très coûteux. Pour un écoulement transsonique de culot franc non propulsé ( $Re_D \approx 10^6$ ), Simon [152] estime ainsi que 965 millions de points seraient nécessaires à la réalisation d'une simulation WRLES. La réalisation de simulations sur des maillages aussi fins est encore aujourd'hui rare au vu des importants moyens de calcul requis. Pour permettre d'étudier le caractère instationnaire d'écoulements complexes avec un coût de calcul réduit, des approches hybrides RANS/LES, permettant de combiner des approches RANS pour les couches limites attachées et des approches LES pour la résolution des écoulements décollés, ont été développées et employées avec succès sur une variété de configurations [10, 16, 36, 40, 163]. Dans cette thèse, une approche de ce type appelée ZDES (*Zonal Detached Eddy Simulation*) [38] développée par l'ONERA et basée sur une approche originale dénommée DES (*Detached Eddy Simulation*) [161] est utilisée. Ces deux approches sont présentées dans la suite.

### 2.2.5 L'approche DES (*Detached Eddy Simulation*)

L'approche DES (également appelée DES97) a initialement été proposée par Spalart et al. [161] afin de traiter des écoulements instationnaires à haut nombre de Reynolds. Cette approche repose sur une modification du terme de destruction de la viscosité turbulente  $\tilde{\nu}$  dans l'équation 2.59 du modèle de Spalart-Allmaras afin que le modèle fournisse un niveau de viscosité turbulente dans les zones décollées similaire à celui fourni par un modèle LES de sous-maille. Concrètement, la distance à la paroi la plus proche  $d_w$  utilisée pour le modèle RANS est remplacée par  $\tilde{d}$  :

$$\tilde{d} = \min(d_w, C_{DES}\Delta) \quad (2.61)$$

avec  $\Delta = \Delta_{max} = \max(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$  la longueur caractéristique du maillage et  $C_{DES}$  une constante égale à 0,65. Ainsi, alors que l'équilibre entre les termes de production et de destruction de l'équation 2.59 du modèle RANS produit une viscosité turbulente de la forme suivante :

$$\tilde{\nu} \approx \tilde{S} d_w^2 \quad (2.62)$$

La modification explicitée dans l'équation 2.61 montre que loin des parois :

$$\tilde{\nu} \approx \tilde{S} \Delta^2 \quad (2.63)$$

où  $\tilde{S}$  est l'échelle du taux de déformation local. On obtient ainsi une modélisation sous-maille de la forme du modèle de Smagorinsky exposé précédemment (voir Eq 2.60).

Un enjeu majeur de cette approche est la gestion de la zone de transition (zone grise) entre l'approche RANS et l'approche LES. En effet, un déséquilibre entre les fluctuations résolues et le niveau de viscosité turbulente modélisée peut conduire à l'obtention de résultats non physiques tels que des décollements de couche limite prématurés (GIS pour *Grid Induced Separation*), en particulier pour des simulations réalisées sur des maillages fins. Pour pallier cette limite en retardant le passage en mode LES, Spalart et al.[160] ont proposé une modification de  $\tilde{d}$  via une formulation dénommée DDES (*Delayed Detached Eddy Simulation*) et basée sur l'usage d'une fonction de projection pour forcer le traitement des couches limites attachées en mode RANS. Cette amélioration s'est cependant montrée insuffisante lors de l'utilisation de maillages très fins ( $\Delta x \leq 0,3\delta$  où  $\delta$  est l'épaisseur de la couche limite) ainsi que sur des configurations présentant des gradients de pression adverses [41].

## 2.2.6 L'approche ZDES (*Zonal Detached Eddy Simulation*)

### 2.2.6.1 Principe

Afin d'atténuer les limites précédemment identifiées, une approche zonale basée sur la DES97 a été proposée par Deck [38] sous le nom de ZDES. L'approche ZDES vise à traiter au sein d'un même modèle les trois classes d'écoulement présentées sur la Figure 2.2. Avec cette approche, trois formulations de longueur caractéristique (équation 2.64), correspondant chacune à un mode, peuvent être employées de manière adaptée en fonction du type d'écoulement rencontré. Au sein du modèle S-A,  $\tilde{d}_{ZDES}$  remplace la distance à la paroi  $d_w$  selon :

$$\tilde{d}_{ZDES} = \tilde{d}_{mode} \left( \tilde{\Delta}, d_w, U_{i,j}, \nu, \tilde{\nu}, \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial n}, \frac{\partial \|\boldsymbol{\omega}\|}{\partial n} \right) \quad (2.64)$$

$$mode = 1, 2, 3 \quad (2.65)$$

avec  $\tilde{\Delta}$  la longueur de coupure dépendant de la taille du maillage,  $U_{i,j}$  les gradients de vitesse,  $\|\boldsymbol{\omega}\|$  le module de la vorticité, et  $\frac{\partial}{\partial n}$  la dérivée dans la direction normale à la paroi. Cette définition de  $\tilde{d}_{ZDES}$  n'est pas un ajustement mineur par rapport à l'approche DES97 car les longueurs caractéristiques ne dépendent plus uniquement du maillage mais également des propriétés locales de l'écoulement. Comme pour le modèle de Spalart-Allmaras, l'adaptation de cette approche à des écoulements contenant deux fluides nécessite le calcul de ces propriétés locales pour le mélange.

Comme présenté sur la Figure 2.3 tirée de [40] le caractère zonal de la ZDES permet de traiter des configurations complexes en combinant différentes formulations au sein d'une même simulation afin d'adapter localement le compromis entre niveau de résolution et coût de calcul en fonction de la nature de l'écoulement.

Pour l'étude des écoulements d'arrière-corps, les trois modes de la ZDES peuvent ainsi être utilisés. En effet, pour des configurations de type double cylindre pour lesquelles la position du

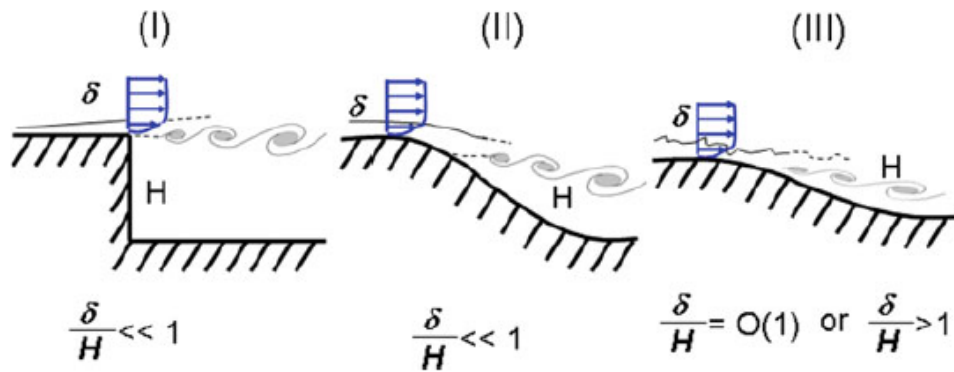


FIGURE 2.2 – Classification de différents types d’écoulements. I : décollement fixé par la géométrie. II : décollement induit par un gradient de pression adverse sur une surface courbe. III : décollement fortement influencé par la dynamique de la couche limite amont.

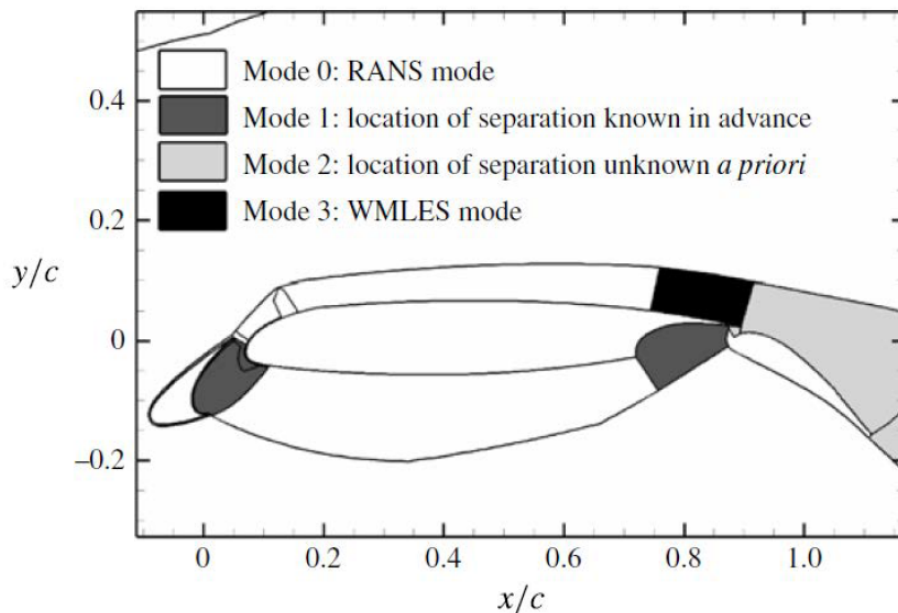


FIGURE 2.3 – Application de la ZDES sur une configuration hypersustentée [40].

décollement de la couche limite est clairement fixée par la géométrie (cas I sur la Figure 2.2) le Mode I de la ZDES, pour lequel l’utilisateur peut fixer manuellement les zones RANS et les zones LES, apparaît parfaitement adapté [184]. Cependant pour des configurations plus réalistes [183], la détermination *a priori* du point de décollement peut être complexe et l’usage du Mode 2 (2020) de la ZDES [41] permet un traitement automatique de la transition du RANS vers la LES. Le fonctionnement de ce mode est détaillé dans le paragraphe suivant. Enfin, le Mode 3 de la ZDES (i.e. mode WMLES de la ZDES) peut être employé pour résoudre les grandes échelles turbulentes peuplant la zone externe des couches limites attachées se développant sur le corps du lanceur ou sur les parois des tuyères afin d’étudier l’influence de ces fluctuations sur la dynamique des écoulements d’arrière-corps.

### 2.2.6.2 ZDES Mode 2 (2020)

Comme mentionné précédemment, les approches RANS/LES automatiques, telles que la DDES [160] sont basées sur la détection des couches limites attachées pour imposer leur trai-

tement au moyen des équations RANS. Une fonction de protection  $f_d$  intervient donc dans la définition de l'échelle spatiale  $\tilde{d}$  :

$$\tilde{d} = d_w - f_d(r_d) \times \max(0, d_w - C_{DES}\Delta), \quad C_{DES} = 0,65 \quad (2.66)$$

avec

$$f_d(r) = 1 - \tanh [(C_1 r)^{C_2}] \quad C_1 = 8, C_2 = 3 \quad (2.67)$$

et

$$r_d = \frac{\tilde{\nu} + \nu}{\sqrt{u_{i,j}u_{i,j}\kappa_{vk}^2 d_w^2}}, \quad u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.68)$$

Cette approche permet de forcer un traitement RANS si la fonction  $f_d$  détecte une couche limite (i.e.  $f_d \approx 0$ ). Deux problématiques majeures et antagonistes sont historiquement associées à ces approches. D'une part, la fonction de protection échoue à protéger les couches limites attachées sur des configurations présentant des maillages fins et/ou des gradients de pression adverses si la protection est trop faible. D'autre part, un retard excessif dans la formation des instabilités et du contenu turbulent résolu au sein des couches de mélange peut se produire si la protection est trop importante. Le Mode 2 (2020) de la ZDES, exposé dans [41], traite ces problématiques grâce à trois ingrédients principaux :

1. Une deuxième fonction de protection capable de détecter la zone de sillage des couches limites attachées. La nouvelle définition de l'échelle spatiale  $\tilde{d}^{II}$  est donc :

$$\tilde{d}^{II} = d_w - f_p \times \max(0, d_w - C_{DES}\tilde{\Delta}^{II}) \quad (2.69)$$

avec

$$f_p = f_d(r_d) f_d(\mathcal{G}_{\tilde{\nu}}) \quad (2.70)$$

Où  $\mathcal{G}_{\tilde{\nu}}$  est un senseur adimensionné capable de détecter la zone de sillage en se basant sur la diminution du niveau de viscosité turbulente dans la direction allant de la paroi vers l'extérieur de la couche limite :

$$\mathcal{G}_{\tilde{\nu}} = \frac{C_3 \max(0, -\partial\tilde{\nu}/\partial n)}{\sqrt{u_{i,j}u_{i,j}\kappa_{vk} d_w}}, \quad C_3 = 25 \quad (2.71)$$

2. Une fonction d'inhibition  $f_R(\mathcal{G}_\Omega)$  qui désactive cette seconde fonction de protection lorsqu'un décollement est détecté. La fonction de protection devient alors :

$$f_p = f_d(r_d) (1 - (1 - f_d(\mathcal{G}_{\tilde{\nu}})) f_R(\mathcal{G}_\Omega)) \quad (2.72)$$

Où  $\mathcal{G}_\Omega$  est un senseur adimensionné permettant de détecter les zones décollées en évaluant le gradient de vorticité normale à la paroi  $\frac{\partial(|\Omega|)}{\partial n}$ . Ce gradient est négatif pour une couche limite attach e et localement positif pour un écoulement d coll e ou pour une couche limite proche du décollement.

$$\mathcal{G}_\Omega = \frac{\partial(|\Omega|)}{\partial n} \sqrt{\frac{\tilde{\nu}}{(\sqrt{u_{i,j}u_{i,j}})^3}} \quad (2.73)$$

La fonction  $f_R$  est enfin appliqu e sur ce senseur afin d'obtenir une valeur nulle lorsque la seconde fonction de protection doit être d sactiv e, c'est-à-dire lorsque  $\mathcal{G}_\Omega$  dépasse un seuil indiquant un écoulement d coll e, et d'obtenir une valeur de 1 lorsque la seconde fonction de protection doit être activ e. L'expression de  $f_R$  retenue pour assurer une jonction continue entre ces deux  tats est la suivante :

$$f_R(G_\Omega) = \begin{cases} 1 & \text{si } G_\Omega \leq C_4 \\ \frac{1}{1+\exp(\frac{-6\alpha}{1-\alpha^2})} & \text{si } C_4 < G_\Omega < \frac{4}{3}C_4, \text{ avec } \alpha = \frac{\frac{7}{6}C_4 - G_\Omega}{\frac{1}{6}C_4} \\ 0 & \text{si } G_\Omega \geq \frac{4}{3}C_4 \end{cases} \quad (2.74)$$

avec  $C_4=0,03$  une constante calibrée pour définir un seuil de protection suffisant pour protéger toutes les couches limites attachées.

3. Une augmentation significative du taux de destruction de la viscosité turbulente dans les zones grises par la modification du terme  $f_w$  (voir Eq 2.59). L'objectif est que  $f_w$  soit suffisamment grand pour faire quasiment disparaître les zones grises, on choisit typiquement  $f_w = 100$ . Pour que cette augmentation n'affecte pas la solution dans les zones purement RANS ( $test_w = 0$ ) ou purement LES ( $test_\Delta = 1$ ), son application est bornée par deux tests. La nouvelle fonction  $f_w$  est finalement définie selon :

$$f_w = (1 - test_w)f_w(r) + test_w((1 - test_\Delta).100 + test_\Delta f_{w,model1}) \quad (2.75)$$

avec

$$test_w = 0 \text{ si } f_d(r_d) \leq 1 - f_{d0} \text{ ou si } (1 - (1 - f_d(\mathcal{G}_v))f_R(\mathcal{G}_\Omega)) \leq 1 - f_{d0}, \quad 1 \text{ sinon} \quad (2.76)$$

et

$$test_\Delta = 0 \text{ si } f_d(r_d) \leq f_{d0} \text{ ou si } (1 - (1 - f_d(\mathcal{G}_v))f_R(\mathcal{G}_\Omega)) \leq f_{d0}, \quad 1 \text{ sinon} \quad (2.77)$$

Où la valeur recommandée pour  $f_{d0}$  est 0,8 et  $f_{w,model1}$  est défini par :

$$f_{w,model1} = \begin{cases} f_w(r) & \text{si } d_w \leq C_{DES}\tilde{\Delta}^H \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.78)$$

Dans l'article original [41], cette nouvelle approche RANS/LES automatique est validée sur des cas mono-espèces de couche limite sur plaque plane, de couche de mélange, de marche descendante et *buffet* transsonique sur une aile supercritique. Elle est utilisée dans cette thèse sur un cas mono-espèce d'arrière-corps propulsé (**Chapitre 3**) et sur des cas bi-espèces de jets supersoniques coaxiaux (**Chapitre 4**) et d'arrière-corps de lanceur propulsé par plusieurs tuyères (**Chapitre 5**).

## 2.3 Discrétisation des équations de Navier-Stokes

Les équations de Navier-Stokes moyennées (RANS) ou filtrées (LES) présentées précédemment décrivent un problème de mécanique des milieux continus par un système d'équations aux dérivées partielles dont la solution exacte n'est généralement pas connue.

On peut cependant résoudre ces équations numériquement grâce à deux étapes de transformation des équations. Une première étape de discrétisation spatiale permet de passer d'un système continu d'équations aux dérivées partielles à un système d'équations différentielles ordinaires. Une seconde étape de discrétisation temporelle permet de passer des dérivées temporelles à des suites récurrentes. On pourra ainsi obtenir de proche en proche le champ des variables conservatives résolues  $\overline{\mathbf{w}_c}$  en chaque point de discrétisation spatiale à chaque instant de discrétisation temporelle.

### 2.3.1 Discrétisation spatiale

La méthode des volumes finis repose sur l'intégration du système des équations de conservation (2.36) sur un domaine spatial fermé  $\Omega$ , de frontière  $\partial\Omega$  et de normale  $\mathbf{n}$  définis Figure 2.4 :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \overline{\mathbf{w}_c}}{\partial t} dV + \int_{\Omega} \text{div}(\mathcal{F}^{\text{tot}}(\overline{\mathbf{w}_c})) dV = 0 \quad (2.79)$$

où l'on note  $\mathcal{F}^{tot} = \overline{\mathcal{F}} - \overline{\mathcal{Q}}^*$  le tenseur total des flux (convectifs + visqueux). Grâce au théorème de la divergence cette équation peut s'écrire :

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \overline{\mathbf{w}}_c}{\partial t} dV + \oint_{\partial\Omega} \mathcal{F}^{tot}(\overline{\mathbf{w}}_c) \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (2.80)$$

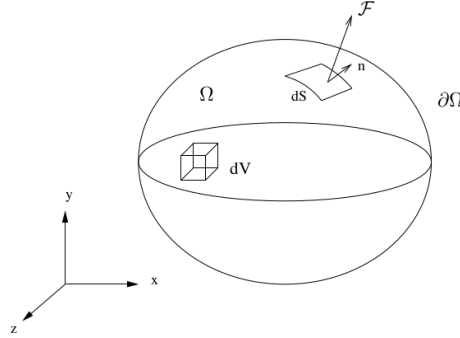


FIGURE 2.4 – Domaine d'intégration.

Cette formulation traduit l'équilibre entre les variations temporelles des variables à l'intérieur du volume et les flux entrant et sortant de ce même volume. On parle d'une formulation conservative qui, par construction, respecte les lois physiques de conservation, ce qui n'est par exemple pas nécessairement le cas des méthodes de différences finies.

Si l'on choisit maintenant comme volume d'intégration un parallélépipède (une cellule), le domaine de calcul peut-être divisé en un nombre fini de cellules (le maillage) et les flux peuvent être décomposés à travers chaque face d'une cellule. Si, comme c'est le cas pour un maillage structuré, le centre d'une cellule est repéré dans l'espace par un triplet  $(i, j, k)$ , une première approximation permet d'écrire sous forme discrète :

$$\Omega_{ijk} \frac{\partial \langle \mathbf{w}_c \rangle_{ijk}}{\partial t} + \mathbf{R}_{ijk} = 0 \quad (2.81)$$

où  $\Omega_{ijk}$  est le volume de la cellule et  $\langle \mathbf{w}_c \rangle_{ijk}$  est la valeur moyenne de  $\overline{\mathbf{w}}_c$ , supposée constante au sein de la cellule. De façon simple, on cherche à approximer une solution continue par une solution approchée constante par morceaux. Par conséquent, plus le maillage est fin, plus la solution approchée est proche de la solution réelle (sous réserve de consistance de la méthode numérique).  $\mathbf{R}_{ijk}$  est la somme algébrique des flux passant par les faces entourant la cellule.

$$\mathbf{R}_{ijk} = \mathbf{F}_{i+1/2,j,k}^{tot} - \mathbf{F}_{i-1/2,j,k}^{tot} + \mathbf{F}_{i,j+1/2,k}^{tot} - \mathbf{F}_{i,j-1/2,k}^{tot} + \mathbf{F}_{i,j,k+1/2}^{tot} - \mathbf{F}_{i,j,k-1/2}^{tot} \quad (2.82)$$

$\mathbf{F}_{i-1/2,j,k}^{tot}$  représente par exemple le flux passant par la face séparant les nœuds  $(i-1, j, k)$  et  $(i, j, k)$ . Ici encore la valeur moyenne du flux sur la face est considérée pour simplifier l'expression. Pour une interface  $l$  de la cellule  $(i, j, k)$  avec une surface orientée  $\Delta S_{ijk,l}$  on note par la suite :

$$\mathbf{F}_{i,j,k,l}^{tot} = \int_{\Delta S_{ijk,l}} \mathcal{F}^{tot} \cdot (\mathbf{n}) dS \approx \mathcal{F}_{i,j,k,l}^{tot} \cdot \Delta S_{ijk,l} \quad (2.83)$$

Pour être en mesure de calculer le terme de résidus  $R_{ijk}$  il faut donc pouvoir approximer le flux (moyen) des variables conservatives traversant chaque face entourant la cellule en connaissant les valeurs de ces variables au centre de chaque cellule. Le but des schémas numériques spatiaux est de réaliser cette approximation de la façon la plus précise et efficace possible. On exprime à nouveau le flux comme la somme d'un flux convectif et d'un flux visqueux sous la forme  $\mathbf{F}^{tot}(\langle \mathbf{w}_c \rangle)_{ijk,l} =$



$\mathbf{F}(\langle \mathbf{w}_c \rangle)_{ijk,l} - \mathbf{G}^*(\langle \mathbf{w}_c \rangle)_{ijk,l}$  afin de traiter séparément leurs évaluations . Avec  $\mathbf{n} = \mathbf{t} (n_x, n_y, n_z)$  on a finalement :

$$\mathbf{F}(\langle \mathbf{w}_c \rangle)_{ijk,l} = \begin{pmatrix} \rho_1(\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}) \\ \rho_2(\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}) \\ \rho u(\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}) + P n_x \\ \rho v(\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}) + P n_y \\ \rho w(\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}) + P n_z \\ (\rho E + P)(\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}) \end{pmatrix}_{ijk,l} \cdot \Delta S_{ijk,l} \quad (2.84)$$

$$\mathbf{G}^*(\langle \mathbf{w}_c \rangle)_{ijk,l} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_1^* \cdot \mathbf{n} \\ \mathbf{J}_2^* \cdot \mathbf{n} \\ \tau_{xx}^* n_x + \tau_{xy}^* n_y + \tau_{xz}^* n_z \\ \tau_{xy}^* n_x + \tau_{yy}^* n_y + \tau_{yz}^* n_z \\ \tau_{xz}^* n_x + \tau_{yz}^* n_y + \tau_{zz}^* n_z \\ (-\bar{\tau}^* \cdot \mathbf{q}^* + \mathbf{J}_E^*) \cdot \mathbf{n} \end{pmatrix}_{ijk,l} \cdot \Delta S_{ijk,l} \quad (2.85)$$

Par souci de lisibilité, les opérateurs de moyenne et de séparation d'échelles ne sont pas reportés ci-dessus.

### 2.3.2 Discrétisation temporelle

Au sein du code FLU3M, la discrétisation temporelle est réalisée via un schéma temporel du deuxième ordre, appelé schéma de Gear, obtenu par une approche de type *backward* [116] . Ce schéma permet de discrétiser la dérivée temporelle à l'instant  $n$  du vecteur  $\langle \mathbf{w}_c \rangle$  dans la cellule  $(i,j,k)$  par :

$$\frac{\partial \langle \mathbf{w}_c \rangle_{ijk}^n}{\partial t} \approx \frac{\frac{3}{2} \langle \mathbf{w}_c \rangle_{ijk}^{n+1} - 2 \langle \mathbf{w}_c \rangle_{ijk}^n + \frac{1}{2} \langle \mathbf{w}_c \rangle_{ijk}^{n-1}}{\Delta t} \quad (2.86)$$

En couplant cette discrétisation temporelle avec la discrétisation spatiale par le biais d'une formulation implicite, on obtient comme détaillé dans [116] :

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \Delta \langle \mathbf{w}_c \rangle_{ijk}^{n+1} + \underbrace{\frac{\Delta t}{\Omega_{ijk}} \sum_{l=1}^6 \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{w}_c} - \frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_c} \right)_{ijk,l}^n \Delta \langle \mathbf{w}_c \rangle_{ijk}^{n+1} \right]}_{\text{phase implicite}} = \\ \frac{1}{2} \Delta \langle \mathbf{w}_c \rangle_{ijk}^n - \underbrace{\frac{\Delta t}{\Omega_{ijk}} \sum_{l=1}^6 [\mathbf{F}(\langle \mathbf{w}_c \rangle) - \mathbf{G}^*(\langle \mathbf{w}_c \rangle)]_{ijk,l}^n}_{\text{phase explicite}} \end{aligned} \quad (2.87)$$

où  $\Delta \langle \mathbf{w}_c \rangle_{ijk}^{n+1} = \langle \mathbf{w}_c \rangle_{ijk}^{n+1} - \langle \mathbf{w}_c \rangle_{ijk}^n$  et  $\underline{A} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{w}_c}$  et  $\underline{B} = \frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_c}$  sont respectivement les matrices jacobiniennes des flux convectifs et visqueux. Le pas de temps  $\Delta t$  est local pour des simulations stationnaires et global pour des simulations instationnaires. Par souci de complétude, signalons qu'un algorithme de sous-itérations de type Newton est utilisé pour conserver le  $2^{nd}$  ordre du schéma [116].

La résolution de l'équation 2.87 sur un maillage représentant un problème de mécanique des fluides nécessite l'implémentation de nombreuses méthodes numériques qui sont décrites dans la section suivante.

## 2.4 Présentation du code FLU3M et extension des méthodes numériques pour les écoulements bi-espèces

Pour résoudre les équations de Navier-Stokes, un code de calcul volumes finis exécute dans un ordre précis des programmes contenant des algorithmes permettant de modifier le vecteur des variables conservatives au sein des cellules d'un maillage selon les discrétisations détaillées précédemment.

Dans cette section, on présente dans un premier temps une version simplifiée de l'architecture du code de calcul volumes finis FLU3M en recensant les principales méthodes numériques nécessaires à la réalisation de simulations RANS et ZDES. Dans l'optique de réaliser des simulations bi-espèces, ce recensement montre le besoin d'adapter certaines méthodes numériques jusqu'ici uniquement disponibles dans le code pour des écoulements mono-espèces. Enfin, les adaptations de ces méthodes numériques sont décrites en détail.

### 2.4.1 Architecture du code FLU3M

La Figure 2.5 présente une architecture simplifiée du code volumes finis FLU3M permettant de lister les principales étapes numériques nécessaires à la réalisation de simulations RANS ou ZDES. Initialement conçu pour simuler des écoulement mono-espèces (écoulement d'air), ce code a subi une première extension permettant de réaliser des simulations explicites d'écoulements bi-espèces non visqueux [50]. Cependant, des adaptations supplémentaires étaient nécessaires pour la simulation d'écoulements bi-espèces visqueux et turbulents. Ainsi, parmi les méthodes numériques requises pour un calcul RANS ou ZDES, les méthodes disponibles pour des écoulements bi-espèces avant la thèse sont repérées sur la Figure 2.5 par des disques verts et celles qui ont été étendues pendant la thèse par des disques rouges.

Les modifications apportées pour l'initialisation des coefficients thermodynamiques dans chaque cellule du maillage, pour l'adaptation des modélisations de la turbulence et pour l'extraction des données relèvent de l'implémentation directe des équations de fermeture présentées précédemment. Elles ne seront pas exposées plus en détails ici.

Dans la suite, on se concentre sur les méthodes numériques implémentées pour l'avancement spatial du calcul et pour le traitement des conditions aux limites. En effet, pour pouvoir appliquer la formulation 2.87 et réaliser l'avancement temporel de la solution, il faut pouvoir évaluer les flux aux interfaces entre les cellules et au niveau des frontières du domaine de calcul. Ainsi, des méthodes permettant de traiter les flux convectifs  $\mathbf{F}$  et diffusifs  $\mathbf{G}^*$  nécessaires à la phase explicite ainsi que leurs matrices jacobiniennes  $\underline{A} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{w}_c}$  et  $\underline{B} = \frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_c}$  nécessaires à la phase implicite (qu'il faut ensuite inverser pour obtenir  $\Delta \langle \mathbf{w}_c \rangle_{ijk}^{n+1}$ ) sont détaillées.

### 2.4.2 Schémas explicites pour les flux convectifs

Trois schémas numériques issus de la littérature ont été utilisés dans cette thèse pour évaluer les flux convectifs, il s'agit du schéma de Roe [127], dont la version bi-espèces était déjà disponible dans le code FLU3M[1], puis du schéma AUSM+ [93] et du schéma AUSM+(P)[99] (dont une version standard et une version faiblement dissipative notée ici AUSM+(P) L-D) dont les versions bi-espèces ont été implémentées durant la thèse. Un schéma hybride associant le schéma AUSM+ et le schéma AUSM+(P) L-D a de plus été développé pour répondre aux problématiques de robustesse et de dissipation rencontrées dans les simulations d'arrière-corps propulsés.

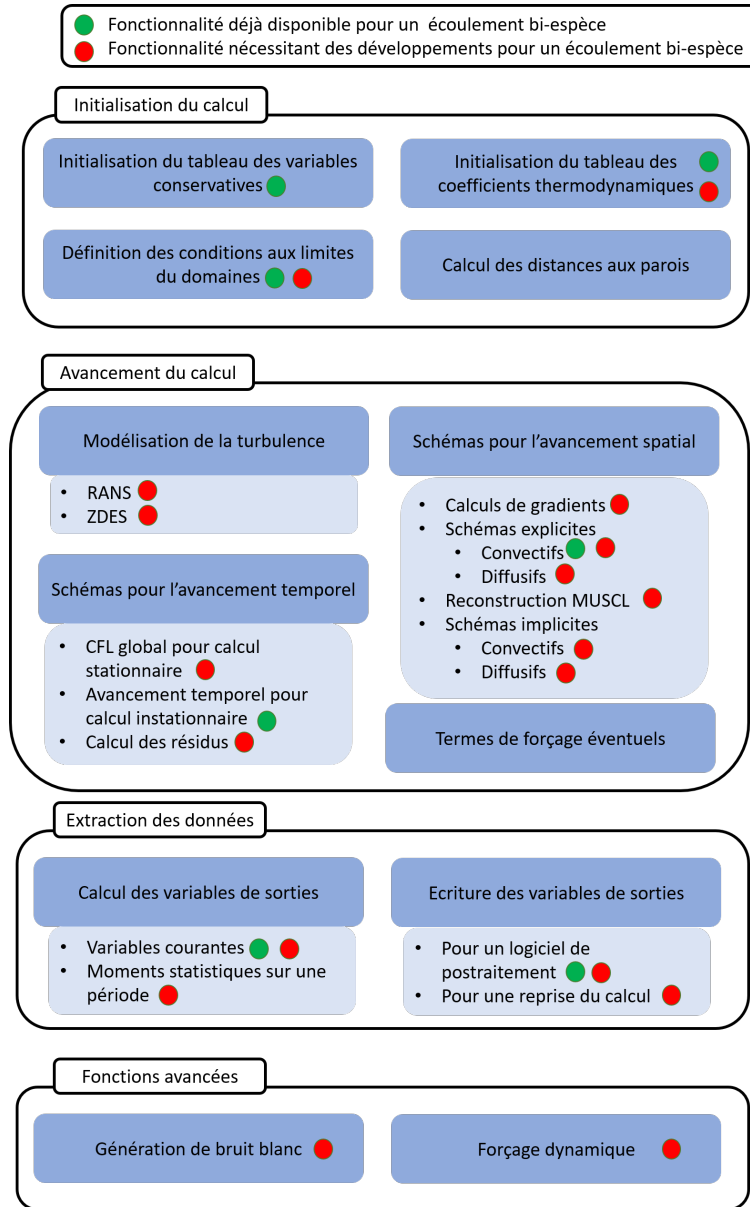


FIGURE 2.5 – Architecture simplifiée du code volumes finis FLU3M.

### 2.4.2.1 Schéma de Roe bi-espèces

Le schéma de Roe est basé sur la linéarisation du problème de Riemann aux interfaces entre les cellules [127]. En notant  $\Psi_L$  l'état à gauche de l'interface et  $\Psi_R$  l'état à droite de l'interface ( $\Psi_{L,R} = {}^t(\rho_1, \rho_2, \rho\mathbf{U}, \rho H)_{L,R}$ ) qui sont fournis par les méthodes de reconstruction MUSCL explicitées dans la Section 2.4.3, le flux de Roe au niveau de l'interface peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{F}^{Roe}(\Psi_L, \Psi_R) = \frac{1}{2} [\mathbf{F}(\Psi_L) + \mathbf{F}(\Psi_R) - |\underline{A}(\hat{\Psi}_{L,R})|(\Psi_R - \Psi_L)] \quad (2.88)$$

$\underline{A}$  est ici la matrice jacobienne des flux convectifs qui est explicitée dans la section 2.4.5 et  $\hat{\Psi}_{L,R}$  l'état moyen de Roe, défini dans [1] pour un écoulement bi-espèce.

### 2.4.2.2 Schéma AUSM+ bi-espèce

Le schéma AUSM+ a été proposé par Liou [93] pour des écoulements mono-espèce. Une adaptation aux écoulements bi-espèces (AUSM+ 2S) est détaillée ici. L'idée principale des schémas AUSM est de décomposer les flux non visqueux  $\mathbf{F}(\mathbf{w}_c)$  comme la somme de flux convectifs  $\mathbf{F}^{(c)}$  et de flux acoustiques  $\mathbf{P}$ .

$$\mathbf{F}(\mathbf{w}_c) = \mathbf{F}^{(c)} + \mathbf{P} \quad (2.89)$$

Pour un écoulement bi-espèces, on peut écrire ces flux de la manière suivante :

$$\mathbf{F}^{(c)} = Ma^t(\rho_1, \rho_2, \rho\mathbf{U}, \rho H), \quad \mathbf{P} = {}^t(0, 0, Pn_x, Pn_y, Pn_z, 0) \quad (2.90)$$

$M = \frac{U \cdot \mathbf{n}}{a}$ ,  $a$  est la vitesse du son et  $H$  est l'enthalpie totale,  $H = E + \frac{P}{\rho}$ .

Supposons que l'on souhaite calculer le flux AUSM+  $\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{AU}$  à travers l'interface entre la cellule  $(i, j, k)$  et la cellule  $(i, j+1, k)$ . On doit alors exprimer un flux numérique convectif  $\mathbf{f}_{j+\frac{1}{2}}^{(c)}$  et un flux numérique pour la pression  $\mathbf{p}_{j+\frac{1}{2}}$ . Avec  $a_{j+\frac{1}{2}}$  la vitesse du son à l'interface entre les cellules, ces flux s'expriment selon :

$$\mathbf{f}_{j+\frac{1}{2}}^{(c)} = m_{j+\frac{1}{2}} a_{j+\frac{1}{2}} \Psi_{j+\frac{1}{2}}, \quad \Psi = {}^t(\rho_1, \rho_2, \rho\mathbf{U}, \rho H) \quad (2.91)$$

et

$$\mathbf{p}_{j+\frac{1}{2}} = {}^t(0, 0, Pn_x, Pn_y, Pn_z, 0)_{j+\frac{1}{2}} \quad (2.92)$$

$\Psi_{j+\frac{1}{2}}$  est obtenu par une simple procédure de décentrement :

$$\Psi_{j+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \Psi_L & \text{si } m_{j+\frac{1}{2}} \geq 0 \\ \Psi_R & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.93)$$

Les termes  $m_{j+\frac{1}{2}}$ ,  $\mathbf{p}_{j+\frac{1}{2}}$  et  $a_{j+\frac{1}{2}}$  doivent maintenant être précisés. Liou [93] propose une décomposition de ces termes comme la somme de deux contributions :

$$m_{j+\frac{1}{2}} = \mathcal{M}^+(M_j) + \mathcal{M}^-(M_{j+1}) \quad (2.94)$$

$$\mathbf{p}_{j+\frac{1}{2}} = \mathcal{P}^+(M_j)\mathbf{p}_j + \mathcal{P}^-(M_{j+1})\mathbf{p}_{j+1} \quad (2.95)$$

Avec :

$$\mathcal{M}^\pm(M) = \begin{cases} \frac{1}{2}(M \pm |M|), & \text{si } |M| \geq 1 \\ \pm \frac{1}{2}(M \pm 1)^2 \pm \frac{1}{8}(M^2 - 1)^2 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.96)$$

$$\mathcal{P}^\pm(M) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 \pm \text{sign}(M)), & \text{si } |M| \geq 1 \\ \pm \frac{1}{4}(M \pm 1)^2(2 \pm M)^2 \pm \frac{3}{16}M(M^2 - 1)^2 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.97)$$

Pour estimer la vitesse du son à une interface, une simple moyenne des valeurs de part et d'autre de l'interface donne des résultats satisfaisants [93] :

$$a_{j+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}(a_j + a_{j+1}) \quad (2.98)$$

L'adaptation du schéma pour un écoulement bi-espèces repose donc principalement sur la modification de  $\Psi$  et sur l'utilisation des fractions massiques locales pour évaluer les variables thermodynamiques au centre de chaque cellule  $(a_j, \mathbf{p}_j)$  en utilisant les équations (2.6),(2.15), (2.18) et (2.19). Le flux numérique AUSM+ 2S  $\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{AU}$  s'exprime finalement selon :

$$\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{AU} = m_{j+1/2} a_{j+1/2} \Psi_{j+1/2} + \mathbf{p}_{j+1/2} \quad (2.99)$$

Ce schéma est connu pour sa capacité à capturer les chocs mais il présente souvent une dissipation trop élevée pour la réalisation de simulations numériques cherchant à résoudre les grandes échelles de la turbulence.

### 2.4.2.3 Schéma AUSM+(P) LD bi-espèce

Mary et Sagaut [99] ont proposé une formulation du schéma AUSM+(P) visant à produire une faible dissipation numérique : le schéma AUSM+(P) LD (LD : *Low Dissipation*). On présente ici les principales composantes du schéma et les modifications apportées pour simuler des écoulements bi-espèces. Les flux non visqueux sont approximés par :

$$\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{LD} = V_1 \frac{\Psi_L + \Psi_R}{2} - |U_{dis}| \frac{\Psi_R - \Psi_L}{2} + P_1 \quad (2.100)$$

Avec  $V_1$  la vitesse à l'interface et  $P_1 = [0, 0, \frac{P_L + P_R}{2} n_x, \frac{P_L + P_R}{2} n_y, \frac{P_L + P_R}{2} n_z, 0]$ .  $U_{dis}$  est un paramètre basé sur la vitesse locale pour contrôler la dissipation numérique. Dans le détail,  $V_1$  est calculé avec un terme de stabilisation de pression :

$$V_1 = \frac{(\mathbf{V}_L + \mathbf{V}_R) \cdot \mathbf{n}}{2} - c_2 (P_R - P_L) \quad (2.101)$$

$U_{dis}$  est défini comme :

$$U_{dis} = \zeta * \max\left(\left|\frac{(\mathbf{V}_L + \mathbf{V}_R) \cdot \mathbf{n}}{2}\right|, c_1\right) \quad (2.102)$$

$c_1$  et  $c_2$  sont des constantes liées à des valeurs de référence de l'écoulement ( $c_1 = 0,04 * U_{ref}$  et  $c_2 = 0,04 * \frac{1}{U_{ref} \rho_{ref}}$ ) et  $\zeta \in \{0; 1\}$  est un senseur utilisé pour minimiser la dissipation en permettant l'utilisation d'un schéma centré ( $\zeta = 0$ ) dans les zones monovariantes [99]. On appelle dans la suite AUSM+(P) le schéma utilisé avec  $\zeta = 1$  partout au sein du domaine de calcul. L'adaptation à un écoulement bi-espèce repose à nouveau sur la définition adéquate de  $\Psi$  et sur le calcul des variables thermodynamiques locales. La formulation du senseur  $\zeta$  est la même que dans la version originale [99] mais il est actif sur six équations au lieu de cinq pour un cas mono-espèce.

Comme expliqué dans le **Chapitre 1** (Section 1.2.4), ce schéma a été utilisé avec succès pour des simulations RANS/LES de configurations subsoniques de lanceurs spatiaux où il a permis une résolution fine des structures turbulentes pilotant la dynamique de l'écoulement. Ce schéma n'est cependant pas adapté aux écoulements pouvant induire la formation de chocs.

### 2.4.2.4 Formulation d'un schéma hybride

Au cours de cette thèse une formulation de schéma numérique a été proposée pour tenter de répondre à la double problématique numérique rencontrée pour les simulations d'arrière-corps propulsés : utiliser une méthode suffisamment robuste pour capturer les chocs présents dans les jets supersoniques mais présentant une dissipation numérique faible pour résoudre finement les structures turbulentes dans les zones tourbillonnaires. Cette formulation est basée sur une hybridation des schémas AUSM+ et AUSM+(P) L-D selon :

$$\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}} = (1 - \beta) \mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{LD} + \beta \mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{AU} \quad (2.103)$$

Avec  $\beta$  un senseur basé sur le senseur de Ducros  $\Phi$  [51] permettant de détecter les chocs (zones de forts gradients) :

$$\Phi = \frac{(\nabla \cdot \mathbf{U})^2}{(\nabla \cdot \mathbf{U})^2 + (\nabla \wedge \mathbf{U})^2 + \epsilon} \quad \epsilon = 1.10^{-32} s^{-2} \quad (2.104)$$

$\nabla \cdot \mathbf{U}$  est la divergence du vecteur vitesse, qui prend des valeurs élevées à proximité des chocs et  $\nabla \wedge \mathbf{U}$  permet d'évaluer la vorticité d'un écoulement qui est grande dans les zones tourbillonnaires. Ainsi,  $\Phi \in [0; 1]$  et prendra des valeurs proches de 1 à proximité des chocs et proches de 0 dans les zones tourbillonnaires. Pour augmenter la robustesse de notre formulation à proximité des chocs, le senseur de Ducros a été adapté selon :

$$\beta(\Phi) = \tanh(c * \Phi) \quad (2.105)$$

Comme montré sur la Figure 2.6, le choix de la valeur de la constante  $c$  permet d'adapter la sensibilité du senseur  $\beta$  aux valeurs du senseur  $\Phi$ . La valeur  $c = 3$  est adopt  e sur une configuration de lanceur mono-tuyère (voir **Chapitre 3**) et conserv  e pour l'ensemble des simulations r  alis  es durant la thèse. Cette valeur permet d'assurer une dissipation importante pour les valeurs  $\Phi > 0,5$  et de garantir la robustesse des simulations tout en maintenant un niveau de dissipation faible dans les zones tourbillonnaires    proximité desquelles on constate généralement  $\Phi \leq 0,01$ .

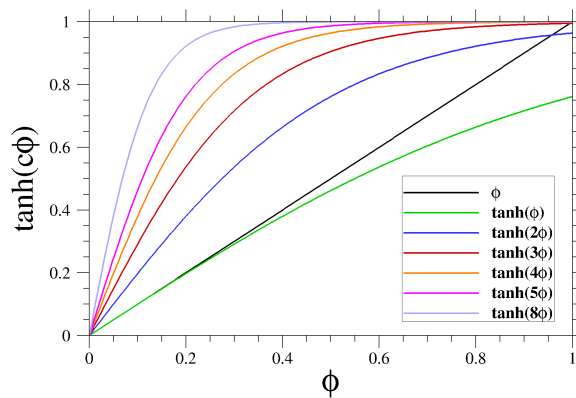


FIGURE 2.6 –   volution de la fonction  $\tanh(c * \Phi)$  pour différentes valeurs de  $c$ .

Cette formulation permet donc de conserver une résolution faiblement dissipative de type AUSM+(P)L-D et d'augmenter localement la dissipation si nécessaire en se rapprochant d'une formulation robuste de type AUSM+. Elle a été impl  ment  e pour les écoulements mono-espèces et les écoulements bi-espèces.

L'évaluation de ce schéma sur une configuration d'arrière-corps mono-espèce est pr  sent  e dans le **Chapitre 3**, ce schéma est ensuite utilisé pour réaliser les études numériques bi-espèces d  taill  es au **Chapitre 4** et au **Chapitre 5**.

### 2.4.3 Reconstruction MUSCL

Pour compléter la description des schémas numériques décrits précédemment, on présente ici différentes méthodes permettant d'estimer les   tats gauche et droit  $\Psi_{L,R}$  à l'interface entre deux cellules.

#### 2.4.3.1 Calcul de pentes

Comme expliqué dans [24, 61, 82], en utilisant simplement les   tats moyens issus de chaque cellule  $\Psi_L = \langle \mathbf{w}_c \rangle_{i,j,k}^n$  and  $\Psi_R = \langle \mathbf{w}_c \rangle_{i,j+1,k}^n$  pour évaluer  $\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}$ , les schémas numériques ne sont

précis qu'à l'ordre 1 en espace. Pour augmenter cette précision, Van Leer [177] a proposé la procédure MUSCL (*Monotonic Upstream-centered Scheme for Conservation Law*) qui consiste à considérer une variation linéaire des états à l'intérieur des cellules comme schématisé sur la Figure 2.7. Pour une variable  $w$  du vecteur ( $\mathbf{w}_c$ ), deux types d'évaluation des pentes sont possibles, une évaluation par décentrement amont (*Upwind*) et une évaluation centrée (*Centered*) :

$$Upwind : \begin{cases} w_{j+\frac{1}{2}}^L = w_j + \frac{w_j - w_{j-1}}{2} \\ w_{j+\frac{1}{2}}^R = w_{j+1} - \frac{w_{j+2} - w_{j+1}}{2} \end{cases} \quad (2.106)$$

$$Centered : \begin{cases} w_{j+\frac{1}{2}}^L = w_j + \frac{w_{j+1} - w_j}{2} \\ w_{j+\frac{1}{2}}^R = w_{j+1} - \frac{w_{j+1} - w_j}{2} \end{cases} \quad (2.107)$$

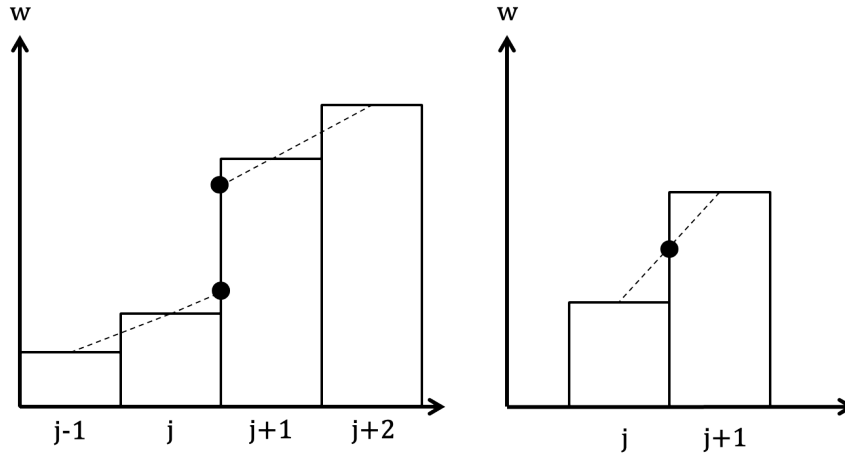


FIGURE 2.7 – Schéma représentant l'évaluation des pentes selon la méthode décentrée amont (gauche) et la méthode centrée (droite).

Pour un écoulement bi-espèce, cette méthode de reconstruction est étendue à 6 variables au lieu de 5 pour un écoulement mono-espèce. La formulation générale de la méthode de reconstruction MUSCL consiste en une combinaison de ces deux méthodes via un paramètre  $\kappa$  :

$$\begin{cases} w_{j+\frac{1}{2}}^L = w_j + \frac{1-\kappa}{4} \Delta_{j-\frac{1}{2}} + \frac{1+\kappa}{4} \Delta_{j+\frac{1}{2}} \\ w_{j+\frac{1}{2}}^R = w_{j+1} - \frac{1+\kappa}{4} \Delta_{j+\frac{1}{2}} - \frac{1-\kappa}{4} \Delta_{j+\frac{3}{2}} \end{cases} \quad (2.108)$$

avec

$$\Delta_{j+\frac{1}{2}} = w_{j+1} - w_j \quad ; \quad \Delta_{j-\frac{1}{2}} = w_j - w_{j-1} \quad ; \quad \Delta_{j+\frac{3}{2}} = w_{j+2} - w_{j+1} \quad (2.109)$$

On retrouve la formulation décentrée amont avec  $\kappa = -1$ , la formulation centrée ( $2^{nd}$  ordre) est obtenue avec  $\kappa = 1$  et une formulation décentrée amont d'ordre 3 par direction (appelée UB pour *Upwind-Biased* dans la suite) est obtenue avec  $\kappa = -\frac{1}{3}$  [24].

### 2.4.3.2 Limiteurs de pente

Les extensions de l'ordre de précision spatial des schémas présentées précédemment peuvent cependant favoriser l'apparition d'oscillations numériques à proximité de forts gradients. Pour atténuer le développement de telles instabilités numériques, les pentes issues de la reconstruction

MUSCL peuvent être limitées. Trois stratégies de reconstruction ont été utilisées dans cette thèse. La stratégie la plus robuste (appelée Minmod) consiste en l'utilisation d'une formulation centrée ( $\kappa = 1$ ) combinée avec un limiteur Minmod [168]  $\Gamma$  :

$$\begin{cases} w_{j+\frac{1}{2}}^L = w_j + \frac{1}{2}\Gamma(\Delta_{j+\frac{1}{2}}, \Delta_{j-\frac{1}{2}}) \\ w_{j+\frac{1}{2}}^R = w_{j+1} - \frac{1}{2}\Gamma(\Delta_{j+\frac{1}{2}}, \Delta_{j-\frac{1}{2}}) \end{cases} \quad (2.110)$$

avec

$$\text{Minmod} : \Gamma(a, b) = \text{sign}(a)\max(0, \min(|a|, \text{sign}(a)b)) \quad (2.111)$$

Le limiteur Minmod sélectionne ainsi la pente la plus faible dans les zones monovariantes ( $\Delta_{j+\frac{1}{2}}, \Delta_{j-\frac{1}{2}}$  sont du même signe) et se réduit à l'ordre 1 autour des extrema locaux ( $\Delta_{j+\frac{1}{2}}, \Delta_{j-\frac{1}{2}}$  de signes opposés). La stratégie la moins dissipative (dénotée par UB) est d'utiliser la reconstruction de pente  $\kappa = -1/3$  sans limiteur. Enfin, une stratégie intermédiaire consiste à appliquer un limiteur de type Koren  $K(r)$  [28] à cette reconstruction :

$$\begin{cases} w_{j+\frac{1}{2}}^L = w_j + K\left(\frac{\Delta_{j+\frac{1}{2}}}{\Delta_{j-\frac{1}{2}}}\right) \left[ \frac{1-\kappa}{4}\Delta_{j-\frac{1}{2}} + \frac{1+\kappa}{4}\Delta_{j+\frac{1}{2}} \right] \\ w_{j+\frac{1}{2}}^R = w_{j+1} - K\left(\frac{\Delta_{j+\frac{3}{2}}}{\Delta_{j+\frac{1}{2}}}\right) \left[ \frac{1+\kappa}{4}\Delta_{j+\frac{1}{2}} - \frac{1-\kappa}{4}\Delta_{j+\frac{3}{2}} \right] \end{cases} \quad (2.112)$$

Avec  $\kappa = -\frac{1}{3}$  et :

$$\text{Koren} : K(r) = \frac{3r + \epsilon_2}{1 + r + r^2 + \epsilon_2}, \quad \epsilon_2 = 1.10^{-32} \quad (2.113)$$

Comme montré sur la Figure 2.8, cette formulation (appelée Koren dans la suite) est proche de la reconstruction d'ordre 3 (UB) quand  $K(r) \approx 1$ , c'est-à-dire lorsque le ratio  $r$  entre les pentes droite et gauche est proche de 1. Un coefficient de limitation  $K(r) < 1$  est appliqué sinon.

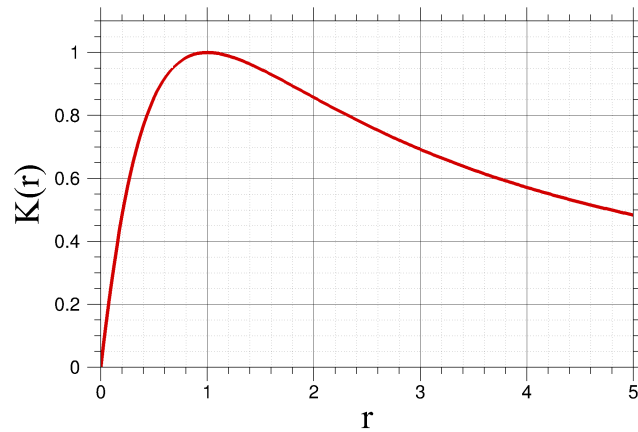


FIGURE 2.8 – Variation du limiteur de Koren.

Enfin, en complément du schéma hybride présenté précédemment, on a implémenté durant cette thèse une option permettant d'hybrider également la reconstruction MUSCL selon la valeur du senseur  $\beta$  :

$$\Psi_{L,R} = (1 - \beta)\Psi_{L,R}^{(3)} + \beta\Psi_{L,R}^{(2)} \quad (2.114)$$



Avec  $\Psi_{L,R}^{(2)}$  l'état reconstruit avec une méthode robuste (ici Minmod) et  $\Psi_{L,R}^{(3)}$  l'état reconstruit avec une méthode moins dissipative (ici Koren ou UB). Les méthodes de reconstruction sont donc également adaptées aux propriétés locales de l'écoulement pour permettre un réglage plus fin du niveau de dissipation numérique.

#### 2.4.4 Calcul de gradient et schéma explicite pour les flux diffusifs

L'évaluation du flux diffusif  $\mathbf{G}^*$  est réalisée par un schéma centré stipulant que la valeur du flux diffusif à l'interface entre deux cellules est égale à la moyenne arithmétique des valeurs de ce flux aux centres des cellules adjacentes à l'interface. On estime de cette manière les valeurs de  $\rho$ ,  $D^*$ ,  $\mu^*$ ,  $\lambda^*$ ,  $\mathbf{U}$  et  $h_i$  à l'interface  $l$  entre les cellules. Il est de plus nécessaire d'estimer les gradients de vitesses  $\nabla \mathbf{U}$  et de température  $\nabla T$  (comme pour un cas mono-espèce) ainsi que les gradients des fractions massiques  $\nabla Y_{1,2}$  aux centres des cellules. On utilise généralement pour cela le théorème de la divergence qui permet d'écrire pour une variable  $X$  au centre de la cellule  $ijk$  de volume  $\Omega_{ijk}$  :

$$\nabla X \approx \frac{1}{\Omega_{ijk}} \oint_{\partial\Omega} X \cdot \mathbf{n} dS \approx \frac{1}{\Omega_{ijk}} \sum_{l=1}^6 X_{ijk,l} \Delta S_{ijk,l} \quad (2.115)$$

Cependant, comme expliqué dans [97], l'application de la moyenne arithmétique à cette formule pour obtenir la valeur du gradient à l'interface entre les deux cellules induit une estimation réalisant un découplage pair-impair. L'estimation du gradient à l'interface d'une cellule  $ijk$  dépend en effet dans ce cas des valeurs au sein des cellules situées en  $i \pm 2$ ,  $j \pm 2$ ,  $k \pm 2$  mais pas des valeurs au sein des cellules adjacentes. Ce découplage peut dégrader la précision du calcul et favoriser l'apparition d'instabilités numériques dans les zones où les flux diffusifs sont importants par rapport aux flux convectifs. Manueco et al. [97] proposent ainsi une formulation corrigée de cette estimation par une méthode de type volumes décalés. C'est cette formulation corrigée qui est utilisée dans cette thèse et que nous avons appliquée au calcul des gradients de fraction massique pour étendre le code de calcul aux écoulements bi-espèces.

#### 2.4.5 Traitement de la phase implicite

Pour le calcul des matrices jacobiennes des flux convectifs  $\underline{A} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{w}_c}$  (voir Eq 2.87) sur une face, il est utile dans un premier temps d'exprimer la matrice  $\underline{M}^{-1} = \frac{\partial \mathbf{w}_p}{\partial \mathbf{w}_c}$  de dérivation des variables primitives par rapport aux variables conservatives  $\mathbf{w}_p = {}^t(\rho_1, \rho_2, \mathbf{U}, P)$ . En effet, comme montré dans l'annexe A.1,  $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{w}_p} = \underline{M}^{-1} \underline{A} \underline{M}$  et les opérations matricielles sont simplifiées par l'usage de la matrice  $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{w}_p}$ . En particulier, par rapport au cas mono-espèce, les variations de  $P$  par rapport à  $\rho_1$  et  $\rho_2$  doivent être précisées. En exprimant  $P$  en fonction des variables conservatives :

$$P = \frac{Y_1 c_{v1} (\gamma_1 - 1) + Y_2 c_{v2} (\gamma_2 - 1)}{Y_1 c_{v1} + Y_2 c_{v2}} \left( \rho E - \frac{1}{2} \frac{\rho^2 \mathbf{U}^2}{\rho_1 + \rho_2} \right) \quad (2.116)$$

Puis en posant :

$$X = \frac{P c_{v1} c_{v2} (\gamma_1 - \gamma_2)}{(\rho_1 c_{v1} + \rho_2 c_{v2}) (\rho_1 R_1 + \rho_2 R_2)} \quad (2.117)$$

On obtient :

$$\frac{\partial P}{\partial \rho_1} = \rho_2 X + \frac{1}{2} (\gamma - 1) \mathbf{U}^2, \quad \frac{\partial P}{\partial \rho_2} = -\rho_1 X + \frac{1}{2} (\gamma - 1) \mathbf{U}^2 \quad (2.118)$$

On peut alors écrire la matrice :

$$\underline{M}^{-1} = \left( \frac{\partial \mathbf{w}_p}{\partial \mathbf{w}_c} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{u}{\rho} & -\frac{u}{\rho} & \frac{1}{\rho} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v}{\rho} & -\frac{v}{\rho} & 0 & \frac{1}{\rho} & 0 & 0 \\ -\frac{w}{\rho} & -\frac{w}{\rho} & 0 & 0 & \frac{1}{\rho} & 0 \\ \rho_2 X + \frac{1}{2}(\gamma-1)\mathbf{U}^2 & -\rho_1 X + \frac{1}{2}(\gamma-1)\mathbf{U}^2 & -(\gamma-1)u & -(\gamma-1)v & -(\gamma-1)w & \gamma-1 \end{pmatrix} \quad (2.119)$$

On exprime également  $\underline{M}$ , l'inverse de la matrice précédente qui permettra de réécrire la matrice jacobienne par rapport aux variables primitives :

$$\underline{M} = \left( \frac{\partial \mathbf{w}_c}{\partial \mathbf{w}_p} \right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ u & u & \rho & 0 & 0 & 0 \\ v & v & 0 & \rho & 0 & 0 \\ w & w & 0 & 0 & \rho & 0 \\ \frac{\frac{1}{2}(\gamma-1)\mathbf{U}^2 - \rho_2 X}{\gamma-1} & \frac{\frac{1}{2}(\gamma-1)\mathbf{U}^2 + \rho_1 X}{\gamma-1} & \rho u & \rho v & \rho w & \frac{1}{\gamma-1} \end{pmatrix} \quad (2.120)$$

#### 2.4.5.1 Flux convectifs

Une étape de réécriture des flux convectifs faisant apparaître les variables conservatives permet ensuite de simplifier le calcul de la matrice jacobienne :

$$\mathbf{F}(\mathbf{w}_c) = \begin{pmatrix} \rho_1 \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} \\ \rho_2 \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} \\ \rho u \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} + p n_x \\ \rho v \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} + p n_y \\ \rho w \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} + p n_z \\ (\rho E + p) \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} \end{pmatrix} \cdot \Delta S_{ijk,l} = \begin{pmatrix} \frac{\rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \rho \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} \\ \frac{\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \rho \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} \\ \frac{\rho u}{\rho_1 + \rho_2} \rho \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} + p n_x \\ \frac{\rho v}{\rho_1 + \rho_2} \rho \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} + p n_y \\ \frac{\rho w}{\rho_1 + \rho_2} \rho \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} + p n_z \\ \frac{(\rho E + p)}{\rho_1 + \rho_2} \rho \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} \end{pmatrix} \cdot \Delta S_{ijk,l} \quad (2.121)$$

En utilisant la matrice  $\underline{M}^{-1}$  on peut ensuite construire la matrice jacobienne  $\underline{A}$  qui est détaillée en annexe A.1 dans le tableau A.1.

#### 2.4.5.2 Flux visqueux

Pour l'implication des flux visqueux bi-espèces, la procédure présentée par Péchier dans [116] a été suivie. Le détail des développements mathématiques est présenté en annexe A.2 et les principales étapes pour calculer  $\underline{B} = \frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_c}$  (voir Eq 2.87) sont rappelées ci-après.

1. Exprimer le vecteur flux diffusif  $\mathbf{G}^*$  par rapport aux variables conservatives et réécrire les dérivées spatiales au sein de ce vecteur en fonction des variables primitives (voir A.3).
2. Calculer les matrices jacobiennes  $(\frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_{pa}})_{ijk,l}$  pour  $a = x, y$  et  $z$  (voir A.4)
3. Calculer la jacobienne  $(\frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_p})_{ijk,l}$  (voir A.5) avec l'approximation :

$$\left( \frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_p} \right)_{ijk,l} = \left( \sum_{a \in (x,y,z)} \left( \frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_{pa}} \right) \cdot \frac{\partial \eta}{\partial a} \right)_{ijk,l} \quad (2.122)$$

Où  $\eta$  est la normale à l'interface  $l$  et on utilise l'approximation  $(\frac{\partial \eta}{\partial a})_{ijk,l} = \frac{S_a}{\Omega}$  où  $S_a$  désigne la surface portée par la normale.

4. Calculer (voir A.6) :

$$\left( \frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_c} \right)_{ijk,l} = \left( \frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_p} \underline{M}^{-1} \right)_{ijk,l} \quad (2.123)$$

5. Utiliser l'approximation de Coakley qui remplace cette matrice par le maximum de ses valeurs propres :  $\underline{B} \approx (\delta \cdot \frac{S^2}{\Omega})_{ijk,l} \cdot \underline{I}_6$  avec  $\delta_{ijk,l} = \max(D^*, \frac{4}{3}\nu^*, \frac{\lambda^*}{\rho c_v})_{ijk,l}$ .

Suite aux évaluations des matrices  $\underline{A}$  et  $\underline{B}$ , la matrice  $6 \times 6$  (au lieu de  $5 \times 5$  pour un écoulement mono-espèce) obtenue pour le terme de gauche de l'équation 2.87 est inversée par un algorithme de factorisation LU détaillé dans [116].

## 2.4.6 Traitement des conditions aux limites

Au sein du code FLU3M, les conditions aux limites sont traitées avec des cellules fictives [116] (cellule 0 sur la Figure 2.9) placées au bord des frontières et traitées de façon à simuler des flux adéquats aux interfaces avec les cellules situées aux frontières du domaine de calcul (cellule 1 sur la Figure 2.9).

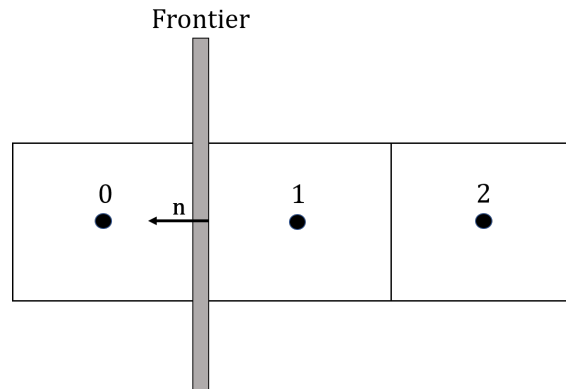


FIGURE 2.9 – Positionnement d'une cellule fictive.

### 2.4.6.1 Condition de paroi adiabatique

Pour traiter une paroi adiabatique dans une simulation mono-espèce (5 équations), il est nécessaire de vérifier à l'interface entre le fluide et la paroi, c'est-à-dire à l'interface entre la cellule frontière et la cellule fictive, les conditions suivantes :

- la condition d'adhérence  $\mathbf{U} = {}^t(u, v, w) = (0, 0, 0)$ ,
- la nullité du gradient de pression à la paroi  $\frac{\partial P}{\partial \mathbf{n}} = 0$
- la nullité du gradient de température à la paroi  $\frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = 0$

Pour cela, on impose respectivement  $\mathbf{U}_0 = -\mathbf{U}_1$ ,  $P_0 = P_1$  et  $e_0 = e_1$ . L'adaptation à un écoulement bi-espèce (6 équations) nécessite le calcul de la pression  $P$  et de l'énergie interne  $e$  du mélange ainsi que l'ajout d'une condition sur :

- la nullité du gradient de fraction massique  $\frac{\partial Y_i}{\partial \mathbf{n}} = 0$

réalisée en imposant  $Y_{10} = Y_{11}$  ce qui implique  $Y_{20} = Y_{21}$  car  $Y_1 + Y_2 = 1$  (voir Eq.2.7).

### 2.4.6.2 Condition de frontière libre

Comme décrit dans [116], au sein du code FLU3M, les conditions de frontière libre (conditions d'entrée, de sortie ou "à l'infini") sont traitées grâce à la résolution d'un problème de Riemann linéarisé. En effet, en négligeant les termes visqueux et en faisant l'hypothèse d'un écoulement

mono-dimensionnel dans la direction normale à l'interface entre les cellules, on peut linéariser l'équation Eq.2.1 sous la forme :

$$\frac{\partial \mathbf{w}_c}{\partial t} + \underline{A} \frac{\partial \mathbf{w}_c}{\partial n} = 0 \quad (2.124)$$

Une approche efficace pour traiter cette équation est de réécrire l'équation (Eq.2.124) par rapport aux variables primitives  $\mathbf{w}_p$ . En utilisant les matrices  $\underline{M}^{-1} = \left( \frac{\partial \mathbf{w}_p}{\partial \mathbf{w}_c} \right)$  et  $\underline{M} = \left( \frac{\partial \mathbf{w}_c}{\partial \mathbf{w}_p} \right)$  définies précédemment, on obtient :

$$\frac{\partial \mathbf{w}_p}{\partial t} + \underbrace{\underline{M}^{-1} \underline{A} \underline{M}}_{\underline{J}} \frac{\partial \mathbf{w}_p}{\partial n} = 0 \quad (2.125)$$

La matrice jacobienne  $\underline{J}$  des flux convectifs par rapport aux variables primitives ainsi obtenue est détaillée dans l'annexe A.2. On observe que cette matrice est de la forme  $\underline{J} = (\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}) \times \underline{I}_6 + \underline{J}_0$  où  $\underline{J}_0$  ne dépend pas des composantes de vitesses. Les vecteurs propres à droite et à gauche de  $\underline{J}$  peuvent donc être choisis indépendamment de  $\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}$ . Les matrices des vecteurs propres à droite  $\underline{R}$  et des vecteurs propres à gauche  $\underline{L}$  (avec  $\underline{L} \underline{R} = \underline{I}_6$ ) peuvent ainsi être exprimées selon :

$$\underline{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho_1}{a} & \frac{\rho_1}{a} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{\rho_2}{a} & \frac{\rho_2}{a} \\ 0 & 0 & \frac{n_z n_x}{N_{xy}} \text{ ou } n_z & \frac{-n_y}{N_{xy}} \text{ ou } 0 & n_x & -n_x \\ 0 & 0 & \frac{n_z n_y}{N_{xy}} \text{ ou } 0 & \frac{n_x}{N_{xy}} \text{ ou } 1 & n_y & -n_y \\ 0 & 0 & -N_{xy} & 0 & n_z & -n_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho a & \rho a \end{pmatrix} \quad (2.126)$$

$$\underline{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-\rho_1}{a^2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{-\rho_2}{a^2} \\ 0 & 0 & \frac{n_z n_x}{N_{xy}} \text{ ou } n_z & \frac{n_z n_y}{N_{xy}} \text{ ou } 0 & -S_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-n_y}{N_{xy}} \text{ ou } 0 & \frac{n_x}{N_{xy}} \text{ ou } 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} n_x & \frac{1}{2} n_y & \frac{1}{2} n_z & \frac{1}{2 \rho a} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} n_x & -\frac{1}{2} n_y & -\frac{1}{2} n_z & \frac{1}{2 \rho a} \end{pmatrix} \quad (2.127)$$

Avec  $N_{xy} = \sqrt{n_x^2 + n_y^2}$  et les valeurs introduites par "ou" correspondant au cas  $N_{xy} = 0$ . Pour  $\underline{R}$ , les deux premières colonnes correspondent au transport des espèces par la valeur propre convective  $\alpha_1 = \alpha_2 = \mathbf{U} \cdot \mathbf{n}$ , les deux suivantes au transport des composantes de vitesses normales à  $\mathbf{n}$ , par la valeur propre  $\alpha_3 = \alpha_4 = \mathbf{U} \cdot \mathbf{n}$ , les deux dernières colonnes correspondent à des quantités respectivement transportées par les valeurs propres acoustiques  $\alpha_5 = \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} + a$  et  $\alpha_6 = \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} - a$ . La matrice des vecteurs propres à gauche  $\underline{L}$  possède une structure similaire sous forme de lignes. Cette structure est bien adaptée à l'extension de cette méthode de diagonalisation aux écoulements multi-espèces.

En définissant la matrice jacobienne  $\underline{J}$  pour l'état moyen  $\mathbf{w}_{c_{avg}} = \frac{\mathbf{w}_{c_0} + \mathbf{w}_{c_1}}{2}$  entre les deux cellules, on peut évaluer la matrice  $\underline{L}$  et les valeurs propres  $\alpha_i$  à l'interface entre les cellules. L'état à droite (0) et l'état à gauche (1) de la frontière peuvent maintenant être projetés sur la base des vecteurs propres pour obtenir les variables caractéristiques  $\omega = \underline{L} \mathbf{w}_p$  et réécrire l'équation (Eq.2.125) sous la forme :

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial t} + \alpha_i \frac{\partial \omega_i}{\partial n} = 0 \quad i = 1 \dots 6 \quad (2.128)$$

Les composantes de l'état caractéristique à l'interface 0,1 entre la cellule fictive et la cellule frontière sont enfin sélectionnées par la procédure :

$$\omega_{i0,1} = \begin{cases} \omega_{i1} & \text{si } \alpha_i > 0 \\ \omega_{i0} & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.129)$$

Le flux convectif correspondant à l'état  $(\mathbf{w}_p)_{0,1} = \underline{R}\omega_{0,1}$  obtenu à partir de l'état caractéristique retenu est enfin calculé en utilisant l'équation (Eq.2.84). L'approche ainsi présentée permet de traiter les conditions de frontières libres en limitant les problématiques de réflexion.

## 2.5 Validation des méthodes numériques bi-espèces

Avant d'utiliser les méthodes présentées précédemment pour des simulations complexes sur des configurations d'arrière-corps propulsés, on a cherché à vérifier leur bonne implémentation et à évaluer leurs capacités de prévision sur des cas d'écoulements académiques de complexité croissante qui sont rencontrés au sein des écoulements d'arrière-corps. On présente ici les caractéristiques de ces différents cas tests et les prévisions obtenues avec les méthodes bi-espèces. Toutes les simulations sont réalisées avec une formulation implicite. Plus de détails sur la résolution analytique de certains des cas traités sont disponibles en Annexe B.

### 2.5.1 Tube à choc

#### 2.5.1.1 Base théorique

Le tube à choc est un exercice fondamental de dynamique des gaz et représente un test de référence pour la résolution numérique des équations d'Euler [33]. L'évolution de l'écoulement peut être prévue de façon analytique (voir Annexe B.1) et les prévisions numériques peuvent donc être facilement évaluées. La configuration de tube à choc étudiée est présentée sur la Figure 2.10.

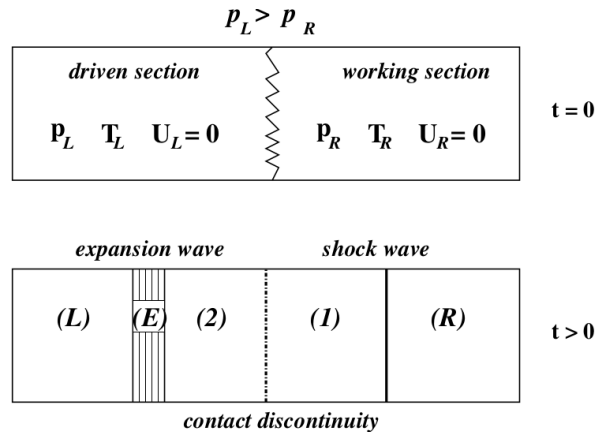


FIGURE 2.10 – Description d'un tube à choc [33].

Un tube infini, qui peut être considéré comme unidimensionnel selon l'abscisse  $x$ , est initialement divisé en deux zones (gauche L, droite R) séparées par une membrane située en  $x = x_0$ . La pression dans la zone de gauche est supérieure à celle régnant dans la zone de droite et les deux fluides sont au repos. On considère une rupture soudaine de cette membrane à l'instant  $t=0$ . Le fluide de gauche s'écoule alors vers la droite en exerçant une pression sur le fluide de droite. Plusieurs phénomènes tels que des ondes de détente et des ondes de choc se forment alors pour équilibrer la pression entre les deux zones.

Une description analytique (voir Annexe B.1) de l'évolution des paramètres physiques au sein du tube peut être obtenue par l'analyse des équations d'Euler et permet de former un problème de point fixe pour déterminer la valeur de la pression au niveau de la discontinuité de contact entre les deux gaz [1, 33]. L'évolution spatio-temporelle des autres grandeurs pourra ensuite être déduite de cette valeur.

### 2.5.1.2 Tube à choc contenant de l'air

Le premier cas test pour les méthodes bi-espèces consiste en une simulation d'un tube à choc contenant de l'air de chaque côté de la membrane. Les paramètres de simulation exposés dans le tableau 2.2 sont choisis pour présenter des ratios de pression et de masse volumique importants. On étudie le tube sur une longueur de 1 m ( $x_0=0,5$  m) et on s'intéresse à l'écoulement 0,2 s après rupture de la membrane. Pour ce faire, un maillage uniforme contenant 500 points dans la longueur du tube et 10 points dans les directions transverses est utilisé.

$\gamma_L$	$p_L$	$\rho_L$	$\gamma_R$	$p_R$	$\rho_R$
1,4	$10/\gamma$	8	1,4	$1/\gamma$	1

TABLEAU 2.2 – Paramètres initiaux pour un tube à choc contenant de l'air.

Des tests préliminaires sont effectués en définissant le gaz 1 (à gauche) et le gaz 2 (à droite) comme de l'air et en initialisant le calcul avec différentes fractions massiques  $Y_1/Y_2$  (1/0; 0,7/0,3; 0/1). Une véritable simulation bi-espèces est ensuite réalisée en définissant l'air comme un mélange d'azote  $N_2$  (76,7 %*masse*) et d'oxygène  $O_2$  (23,3 %*masse*) comme proposé dans [56]. Les propriétés thermodynamiques de ces gaz sont tirées des tables du NIST [91] ( $\gamma_{O_2} = 1,396$  et  $\gamma_{N_2} = 1,401$  en particulier). Les simulations sont réalisées avec les schémas de Roe, AUSM+, AUSM+(P) et le schéma hybride en version bi-espèce (2S), tous complétés avec un limiteur Minmod.

Sur la Figure 2.11 décrivant les variations de vitesses et de pression au sein du tube, on distingue le long de l'axe  $x$  l'effet de l'onde de détente  $x \in [0, 25, 0, 45]$ , de la discontinuité de contact  $x \approx 0,65$  et de l'onde de choc  $x \approx 0,825$ . Les prévisions numériques sont en très bon accord avec les résultats analytiques. Les faibles écarts constatés sont dus à la dissipation numérique des schémas. On vérifie de plus que le schéma hybride se comporte bien comme le schéma AUSM+ en présence d'un choc.

### 2.5.1.3 Tube à choc bi-espèces

On considère maintenant un tube contenant deux espèces différentes et avec des ratio de chaleur spécifique différents remplissant chacune une zone du tube. Les paramètres choisis (voir tableau 2.3) permettent d'inhiber les effets visqueux. On teste sur ce cas les 3 méthodes de reconstruction MUSCL exposées dans la section 2.4.3 ainsi que la version hybride entre les reconstructions Koren et Minmod. Les résultats présentés sur la Figure 2.12 montrent de nouveau un très bon accord avec les prévisions analytiques. De plus, on observe les écarts attendus entre les différentes méthodes de reconstruction. Les deux méthodes du 3<sup>eme</sup> ordre sont moins dissipatives et permettent de capturer le choc et la surface de discontinuité de manière plus précise que le limiteur Minmod. Cependant, elles ont tendance à induire la formation d'oscillations au niveau de ces discontinuités ce qui peut être problématique du point de vue de la stabilité du calcul. Par exemple, seule l'utilisation du schéma de Roe permet de réaliser une simulation stable avec la reconstruction décentrée amont du 3<sup>eme</sup> ordre sans limiteur (notée UB sur la figure).

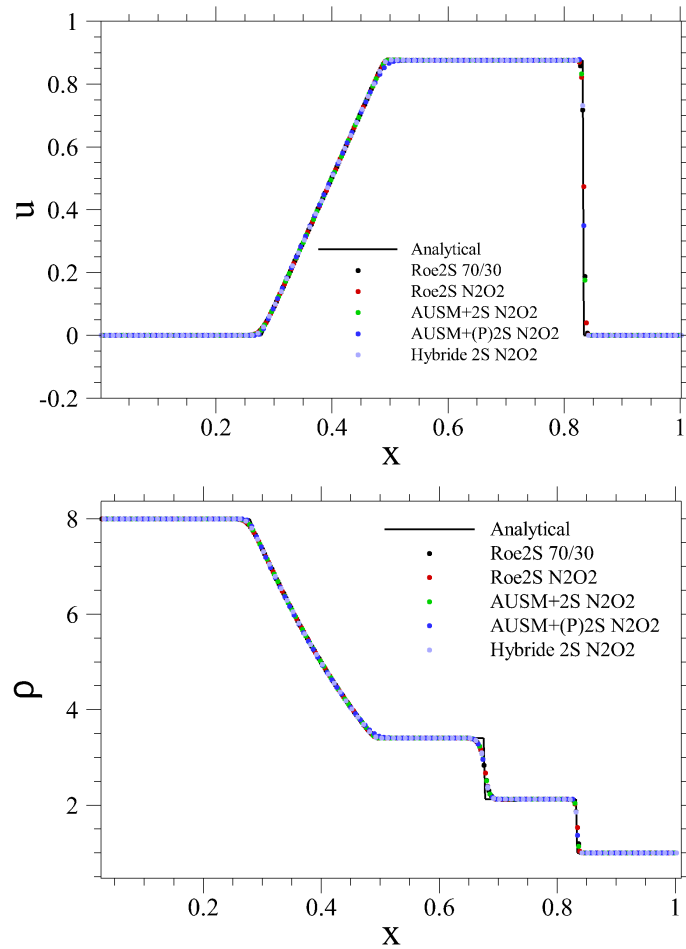


FIGURE 2.11 – Distribution de vitesse (haut) et de masse volumique (bas) au sein du tube contenant de l'air pour différents schémas en espace.

$\gamma_L$	$p_L$	$\rho_L$	$Y_{1L}$	$\gamma_R$	$p_R$	$\rho_R$	$Y_{1R}$
1,4	1	1	1	1,2	0,1	0,125	0

TABLEAU 2.3 – Paramètres initiaux pour le tube à choc bi-espèces.

## 2.5.2 Confluence de deux écoulements supersoniques non visqueux

Étudier la confluence de deux écoulements supersoniques non visqueux comme proposé dans [4] a deux intérêts principaux. D'une part, considérant ce cas comme une version bi-dimensionnelle du tube à choc on peut de nouveau résoudre analytiquement l'écoulement. D'autre part, cette configuration représente une première étape vers la simulation de l'interaction entre un jet propulsif supersonique et un écoulement externe supersonique présentant des ratios de chaleur spécifique  $\gamma$ , des vitesses et des pressions différents.

### 2.5.2.1 Base théorique

Comme présenté sur la Figure 2.13, lorsque deux écoulements supersoniques et non visqueux de caractéristiques  $(P_1, M_1, \gamma_1)$  et  $(P_5 > P_1, M_5, \gamma_5)$ , se rencontrent au bout d'une lame de séparation d'épaisseur nulle, plusieurs phénomènes se produisent pour obtenir un équilibre en pression. Comme dans le cas d'un jet sous-détendu ( $JPR = \frac{P_5}{P_1} > 1$ ), le gaz s'écoulant depuis la zone (5) se détend pour atteindre une pression  $P_3 = P_2$  et un nombre de Mach  $M_3$ . Ceci se produit à travers

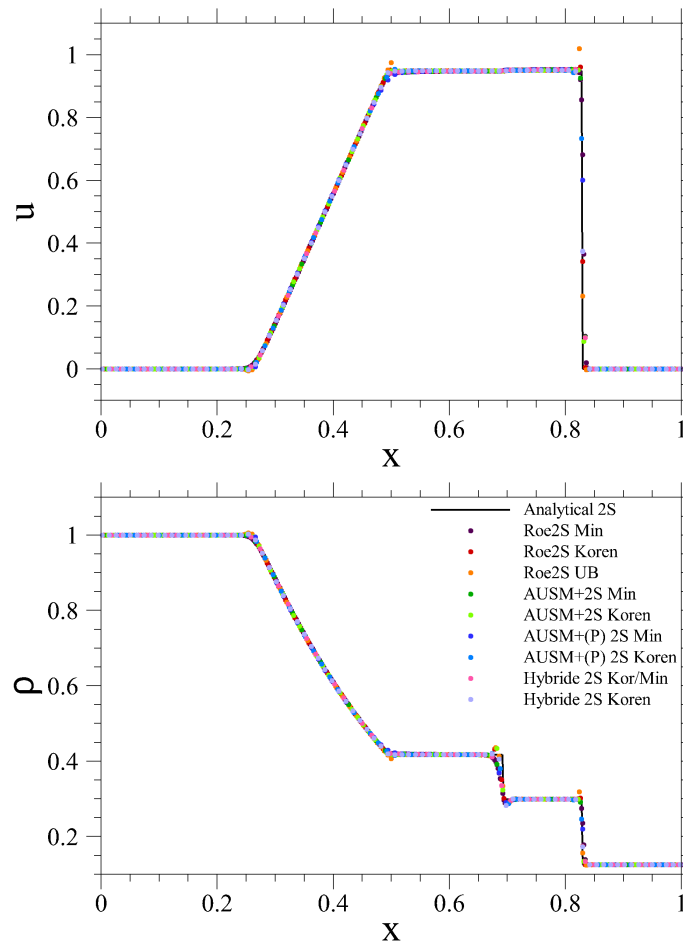


FIGURE 2.12 – Distribution de vitesse (haut) et de masse volumique (bas) au sein du tube contenant deux gaz pour différents schémas en espace.

un faisceau de détente (5-4-3) délimité par deux ondes de Mach d'angles  $\Psi_1 = -\arcsin(\frac{1}{M_5})$  et  $\Psi_2 = -\arcsin(\frac{1}{M_3}) + \beta$ ,  $\beta$  étant l'angle de la discontinuité de contact (2-3). La déviation par la discontinuité de contact du gaz s'écoulant depuis la zone (1) induit la formation d'une onde choc oblique (1-2) d'angle  $\theta$ .

La résolution analytique de cet écoulement est similaire à celle du tube à choc (voir Annexe B.2) mais l'objectif est ici de déterminer les différents angles permettant de décrire l'écoulement. Grâce aux relations définies dans [119] et [4], on a pu établir un problème de point fixe permettant de calculer  $\beta, P_2 = P_3, M_2, M_3, \theta, \Psi_1$  et  $\Psi_2$ .

### 2.5.2.2 Simulation d'une confluence Air-Argon

Les méthodes numériques bi-espèces sont testées sur un cas de confluence entre un écoulement d'air (zone (1)) et un écoulement d'argon (zone (5)). Les paramètres définissant le cas et les résultats analytiques obtenus sont présentés dans le tableau 2.4. Les dimensions du domaine de calcul sont  $2 \times 4 \times 0,05$  m. Le maillage pour cette simulation contient  $2,4 \cdot 10^6$  cellules ( $N_x=600, N_y=2000, N_z=2$ ). La lame de séparation est modélisée par une condition de glissement et des conditions de symétrie sont imposées sur les faces latérales. Les simulations stationnaires sont réalisées avec les schémas de Roe et AUSM+2S et les trois méthodes de reconstruction MUSCL.

On visualise la distribution du nombre de Mach sur la Figure 2.14. Une bonne correspondance est obtenue entre les résultats numériques et les prévisions analytiques des angles et des nombres



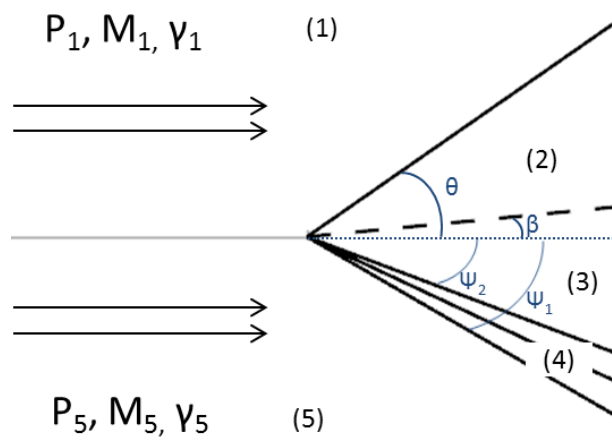


FIGURE 2.13 – Confluence de deux écoulements supersoniques. Choc oblique (1-2), discontinuité de contact (2-3), faisceau de détente (3-4-5).

de Mach dans les zones (2) et (3) ( $M_2 = 1,802 \pm 5.10^{-3}$ ;  $M_3 = 2,277 \pm 5.10^{-3}$ ). Une évaluation plus précise est donnée en traçant la distribution transverse de pression à une station  $x = 0,25$  m sur la figure 2.15 et confirme le bon accord entre les prévisions numériques et les résultats analytiques.

$\gamma_1$	$p_1$	$M_1$	$\gamma_5$	$p_5$	$M_5$
1,4	1	2	1,669	2	2

$M_2$	$\frac{p_2}{p_1}$	$M_3$	$\beta$	$\theta$	$\Psi_1$	$\Psi_2$
1,802	1,353	2,277	5,5	34,8	-30	-20,5

TABLEAU 2.4 – Paramètres initiaux (haut) et résultats analytiques (bas).

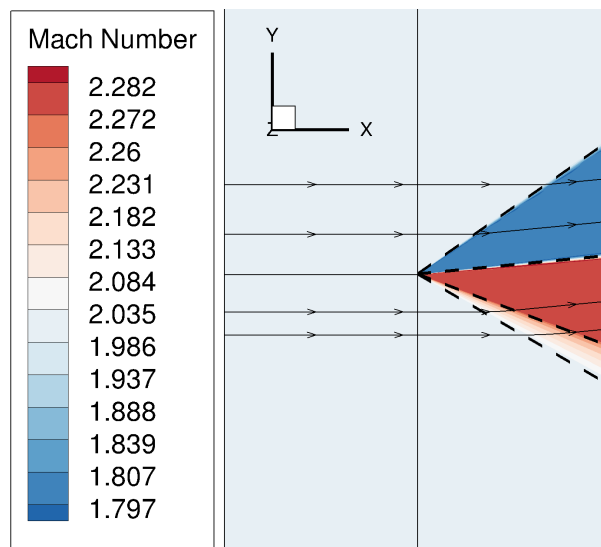


FIGURE 2.14 – Distribution du nombre de Mach (Roe2S avec Koren). (- -) Angles de déviation calculés analytiquement.

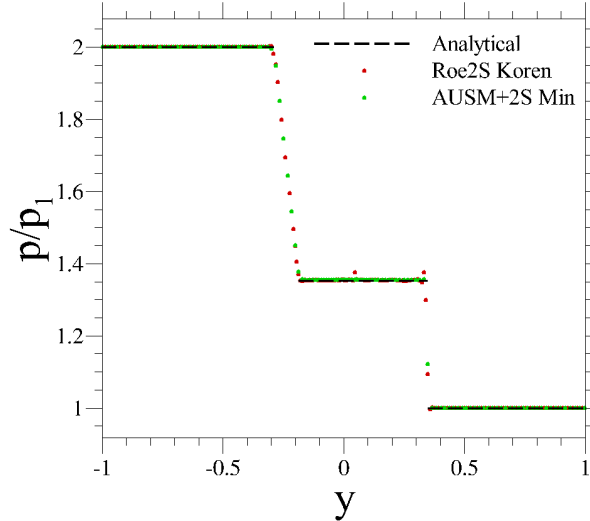


FIGURE 2.15 – Distribution de  $\frac{p}{p_1}$  selon  $y$  ( $x = 0, 25$  m) pour différents schémas numériques.

## 2.5.3 Diffusion moléculaire

### 2.5.3.1 Base théorique

Le premier cas test diffusif étudié est un cas de diffusion moléculaire pure, c'est-à-dire en l'absence d'écoulement. Pour cela, on utilise la même configuration que pour le tube à choc (Figure 2.10) mais cette fois-ci, toutes les variables thermodynamiques ( $\rho, p, T, \mathbf{U} = \mathbf{0}$ ) sont les mêmes de part et d'autre de la membrane. Ainsi, l'étude se limite ici à la diffusion moléculaire entre le gaz 1 (à gauche) et le gaz 2 (à droite) et seul le calcul des flux visqueux est évalué. Il faut noter que ce cas-test est exigeant pour un code CFD dédié aux écoulements compressibles. On modélise analytiquement la diffusion moléculaire en résolvant une équation différentielle décrivant la loi de Fick et ayant une solution  $Y_1(x, t)$  dans le cas étudié ici [32] :

$$\frac{\partial Y_1}{\partial t} = D \frac{\partial^2 Y_1}{\partial x^2} \implies Y_1(x, t) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) \quad (2.130)$$

Avec  $\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z)$  la fonction complémentaire de la fonction erreur. La distribution spatiale de  $Y_1$  est auto-similaire et dépend uniquement du produit  $D \times t$ .

### 2.5.3.2 Résultats numériques

Les résultats sont présentés sur la Figure 2.16 pour trois coefficients de diffusion  $D$  ( $\frac{1}{3}$ , 1, et 3  $m^2 \cdot s^{-1}$ ). La comparaison avec les résultats analytiques est très satisfaisante et l'on vérifie que les solutions numériques sont bien auto-similaires.

## 2.5.4 Couche limite turbulente

La bonne prévision des écoulements pariétaux est un enjeu majeur pour la simulation numérique des écoulements turbulents à grand nombre de Reynolds. En fonction des régimes d'écoulement, des effets convectifs, visqueux, turbulents et thermiques peuvent coexister au sein de la couche limite qui se forme sur la paroi d'un obstacle du fait de l'adhérence du fluide.

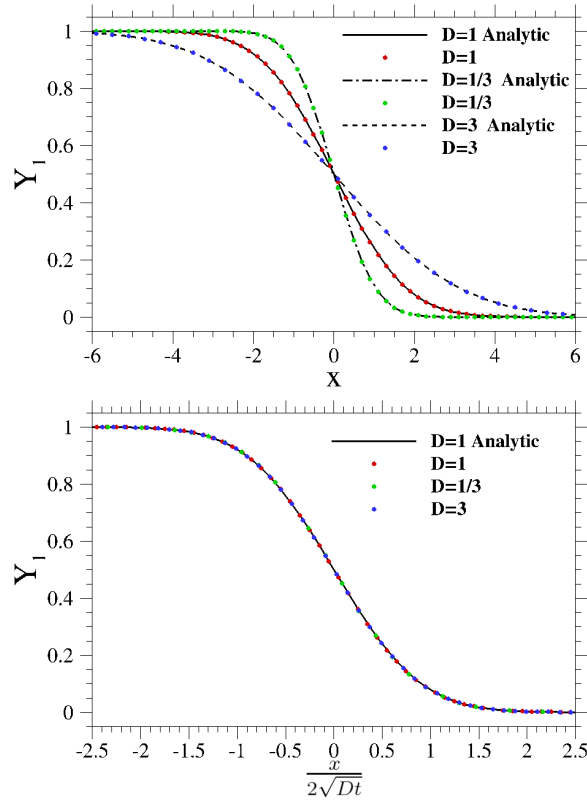


FIGURE 2.16 – Variation spatiale de  $Y_1$  avec différents coefficients de diffusion pour l’instant  $t=1$  s (haut). Version adimensionnée (bas).

### 2.5.4.1 Bases théoriques

Pour une description détaillée de la couche limite turbulente, le lecteur est invité à se référer à la thèse de Renard [124] et au premier chapitre de la thèse de Deck [37]. La Figure 2.17 qui en est tirée permet de visualiser les différentes décompositions possibles d’un profil de vitesse pariétal pour un écoulement turbulent. Pour cette description, il est utile de définir les variables adimensionnées  $u^+ = \frac{u}{u_\tau}$  et  $y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu_p}$  où  $u_\tau$  est la vitesse de frottement pariétale [174] et  $\nu_p$  la viscosité à la paroi. La Figure 2.17 présente la structure classique d’un profil de vitesse moyen d’une couche limite turbulente :

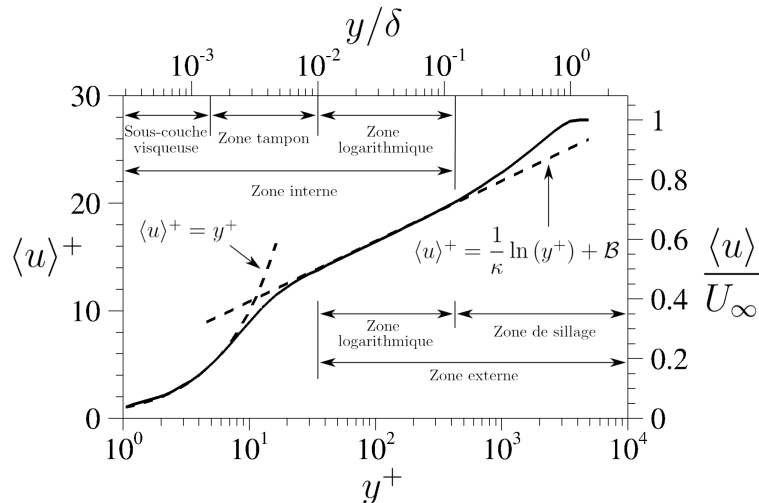


FIGURE 2.17 – Profil de vitesse pour une couche limite turbulente adapté de [37].

- **Sous-couche linéaire** : Très près de la paroi, les structures turbulentes ne peuvent se développer et seules les contraintes visqueuses influencent le profil de vitesse. On peut montrer que la vitesse est liée à la distance à la paroi par la relation :  $u^+ = y^+$ .
- **Région tampon** : Au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la paroi, le cisaillement de l'écoulement dû aux structures turbulentes devient du même ordre de grandeur que les contraintes visqueuses.
- **Région logarithmique** Plus loin de la paroi, les contraintes turbulentes deviennent prépondérantes et l'on peut obtenir une relation logarithmique :  $u^+ = \frac{1}{\kappa_{vk}} \ln(y^+) + C$ . Les valeurs classiques des deux constantes intervenant dans cette relation sont  $\kappa_{vk}=0,41$  (appelée constante de von Kàrmàn) et  $C=5,2$ .
- **Région de sillage** : Dans cette région, les contraintes visqueuses sont complètement négligeables. Le profil de vitesse suit alors une loi déficitaire.

Le cas de référence pour simuler une couche limite est l'écoulement sur une plaque plane. Nous avons évalué les méthodes numériques bi-espèces sur deux écoulements turbulents de plaque plane, l'un subsonique ( $M_\infty=0,2$ ), l'autre supersonique ( $M_\infty=2$ ). On a pour cela réalisé des simulations RANS (S-A) bi-espèces d'un écoulement d'air défini comme un mélange de  $N_2$  et de  $O_2$  en utilisant les schémas de Roe et AUSM+ bi-espèces. Le maillage rectangulaire utilisé contient  $712 \times 126 \times 2$  cellules avec près de 80 points dans la couche limite et on vérifie la condition  $\Delta y^+ = 1$ .

#### 2.5.4.2 Couche limite subsonique

Les résultats obtenus pour une couche limite subsonique sont présentés sur la Figure 2.18. Un très bon accord est obtenu avec les lois empiriques et les simulations RANS mono-espèces. Globalement, les résultats RANS (S-A) produisent un bon accord avec les résultats DNS avec deux écarts connus, à savoir une surestimation ( $\leq 5\%$ ) de  $u^+$  dans la zone tampon [44] et une sous-estimation ( $\approx 1,4\%$ ) de  $u^+$  dans la région externe, qui peut être reliée à une surestimation du frottement pariétal avec le modèle de Spalart-Allmaras [42].

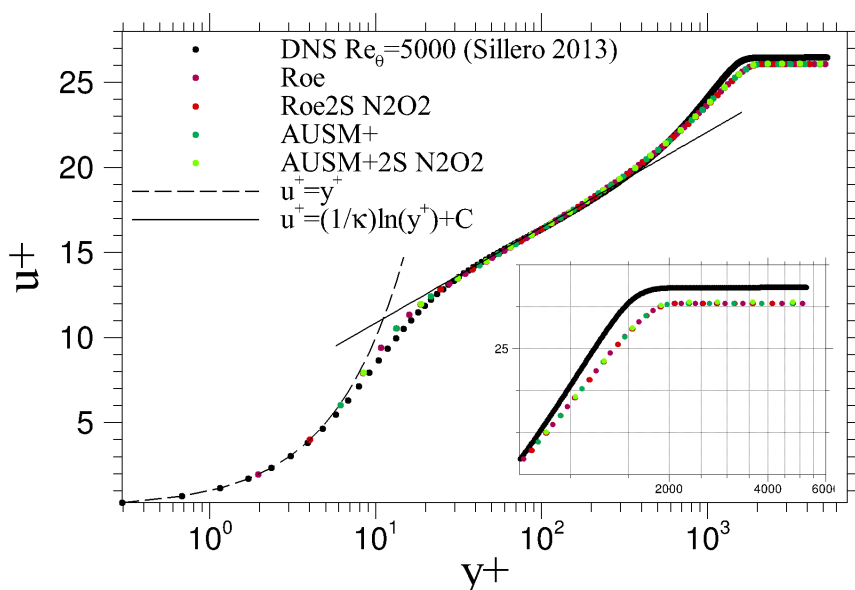


FIGURE 2.18 – Profils de vitesse adimensionnée pour une couche limite ( $Re_\theta=5000$ ) issus de calculs bi-espèces ( $N_2O_2$ ), comparés à des lois empiriques ( $\kappa_{vk}=0,41$ ,  $C=5,25$ ) et des calculs mono-espèce RANS et DNS [151].

### 2.5.4.3 Couche limite supersonique

Les résultats obtenus pour la couche limite supersonique sont présentés sur la Figure 2.19 où l'on compare les profils de  $u^{+*}$  (obtenu par transformée de Van Driest [73]) avec des profils  $u^{+*}$  issus de calculs mono-espèces et les profils  $u^+$  issus des résultats incompressibles présentés précédemment. On observe un très bon accord entre les résultats bi-espèces ( $N_2O_2$ ) et mono-espèces issus des simulations supersoniques pour les deux schémas. La comparaison avec les résultats incompressibles par le biais de la transformée de Van Driest est également satisfaisante.

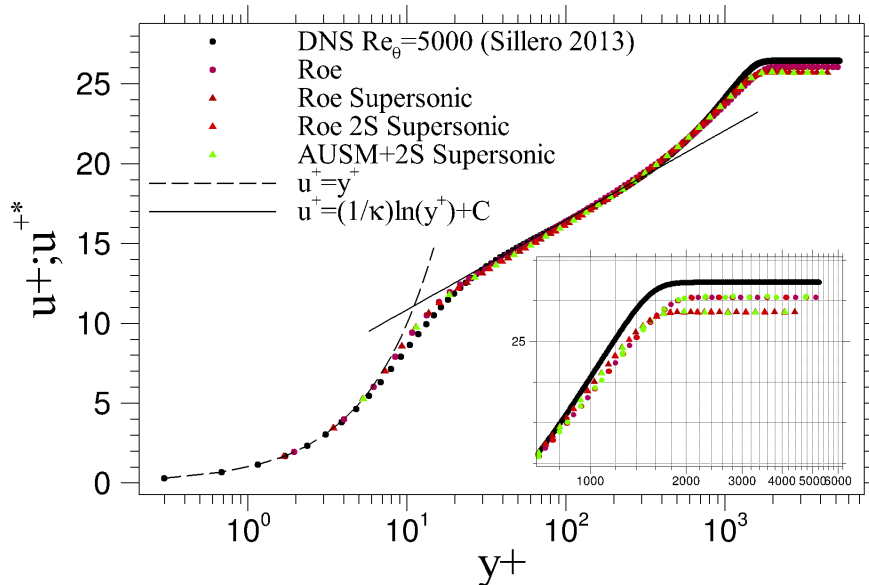


FIGURE 2.19 – Profils de vitesse adimensionnée pour une couche limite supersonique ( $Re_{\theta}=5000$ ) issus de calculs bi-espèces ( $N_2O_2$ ), comparés à des lois empiriques ( $\kappa_{vk}=0,41$ ,  $C=5,25$ ) et des calculs mono-espèces RANS et DNS [151].

## 2.6 Synthèse du chapitre

Ce chapitre a été consacré à la présentation des méthodes numériques utilisées dans cette thèse pour la simulation d'écoulements turbulents bi-espèces.

Nous avons d'abord rappelé dans la section 2.1 les équations de Navier-Stokes et des relations de fermeture issues de la littérature pour la description spatio-temporelle des écoulements contenant deux gaz parfaits inertes. La section 2.2 a ensuite permis de présenter les approches reposant sur l'application d'opérateurs de séparation d'échelles aux équations de Navier-Stokes pour la modélisation des écoulements turbulents.

Dans un second temps, les opérations permettant de discrétiser ces équations en espace et en temps ont été exposées dans la section 2.3 avant que les algorithmes dédiés à leur résolution numérique ne soient détaillés dans la section 2.4. Dans cette section, deux contributions des travaux de thèse ont été mises en avant. D'une part, une approche numérique hybride pour le traitement des flux convectifs (schéma numérique et reconstruction MUSCL) a été proposée afin de répondre au besoin de variation locale du niveau de dissipation numérique exprimé dans le Chapitre 1 pour la simulation des arrière-corps propulsés présentant des ondes de choc. L'application de cette approche sur un cas expérimental d'écoulement d'arrière-corps mono-espèce est présentée dans le Chapitre 3. D'autre part, une attention particulière a été apportée à la description des méthodes

numériques qui ont été implémentées pendant la thèse pour permettre la réalisation de simulations RANS et ZDES bi-espèces. La validation de ces méthodes numériques bi-espèces sur des cas d'écoulements académiques de complexité croissante a enfin été discutée dans la section 2.5.

Pour poursuivre l'évaluation des méthodes numériques bi-espèces sur un cas d'étude plus complexe et présentant des caractéristiques proches d'un écoulement d'arrière-corps, le **Chapitre 4** est dédié à l'analyse de simulations ZDES utilisant le schéma hybride pour reproduire l'interaction bi-espèce entre deux jets supersoniques coaxiaux. Enfin, ces méthodes seront employées sur un cas de lanceur propulsé par plusieurs tuyères éjectant des gaz brûlés afin d'évaluer les apports d'une approche ZDES bi-espèce pour décrire qualitativement et quantitativement un écoulement d'arrière-corps représentatif des lanceurs de nouvelle génération. Les paramètres numériques employés et les prévisions du champ aérodynamique obtenues seront exposés dans le **Chapitre 5**.



# Évaluation de méthodes numériques hybrides pour des simulations ZDES d'écoulements mono-espèces d'arrière-corps propulsés

3.1	Présentation du chapitre . . . . .	81
3.2	Article : Numerical workflow for scale-resolving computations of space launcher afterbody flows with and without jets . . . . .	82
3.3	Synthèse du chapitre . . . . .	119

## 3.1 Présentation du chapitre

L'analyse bibliographique présentée dans le **Chapitre 1** a mis en avant les caractères instationnaires et multi-échelles des écoulements d'arrière-corps et décrit les différentes étapes de complexification permettant de passer d'une géométrie académique d'arrière-corps à une véritable configuration de lanceur. L'étude des méthodes numériques de prévision associées à ces écoulements a de plus montré que, pour des géométries simples d'arrière-corps non propulsés, une méthodologie de référence combinant une modélisation RANS/LES de la turbulence et des méthodes numériques faiblement dissipatives permet de résoudre les grandes échelles de la turbulence pilotant la dynamique de l'écoulement et de prévoir de manière satisfaisante ses propriétés instantanées, statistiques et spectrales.

Au sein du cheminement de la thèse visant à adapter ce cadre numérique pour l'étude de configurations d'arrière-corps de plus en plus représentatives des lanceurs de nouvelle génération, le premier enjeu identifié consiste en la prise en compte de la présence d'un jet propulsif. Pour cela, l'étude bibliographique a montré le besoin de trouver un compromis entre des méthodes numériques qui soient à la fois les moins dissipatives possibles pour maintenir une résolution fine des structures turbulentes pilotant la dynamique des écoulements de culot et suffisamment robustes pour permettre de capturer les chocs se formant au sein des jets propulsifs. Dans le **Chapitre 2**,



un schéma numérique et des méthodes de reconstruction MUSCL hybrides ont ainsi été proposés pour répondre à ce besoin en permettant de faire varier localement la dissipation numérique en fonction d'un senseur capable de distinguer au sein de l'écoulement les zones de chocs et les zones tourbillonnaires.

Le deuxième enjeu mis en avant lors de l'étude bibliographique est la capacité du cadre numérique à traiter des géométries d'arrière-corps complexes. Une réponse possible à cet objectif réside dans l'utilisation d'une approche RANS/LES automatique, grâce à laquelle un utilisateur n'a pas besoin de définir manuellement les zones de l'écoulement qui sont traitées en mode RANS et celles qui sont traitées en mode LES. Parmi ces approches, la récente version du Mode 2 de la ZDES, appelée ZDES Mode 2 (2020) [41], est conçue pour pallier les défauts usuels des approches automatiques (voir 2.2.5) mais n'avait pas encore été évaluée sur des configurations d'arrière-corps.

L'objectif de ce chapitre est donc d'évaluer les capacités d'une stratégie numérique automatique combinant les méthodes numériques hybrides développées durant la thèse (gestion automatique du niveau de dissipation numérique) et la ZDES Mode 2 (2020) (gestion automatique de l'interface RANS/LES) à prévoir les propriétés instantanées, statistiques et spectrales d'écoulements mono-espèces d'arrière-corps propulsés. Pour ce faire, des simulations ZDES sont réalisées sur des cas d'écoulements mono-espèces d'arrière-corps non propulsés et propulsés étudiés expérimentalement par Deprés et al [46, 47]. Ces simulations sont configurées de manière à intégrer graduellement les éléments de la méthodologie automatique en partant de la méthodologie de référence afin d'évaluer leurs apports respectifs.

La restitution de la démarche et des résultats obtenus est présentée sous la forme d'un article publié dans le journal *Computers and Fluids*. Les trois premières parties de cet article sont consacrées à des rappels bibliographiques et méthodologiques sur les méthodes de prévision numérique pour les écoulements d'arrière-corps. Cet article présente en particulier le nouveau schéma numérique faiblement dissipatif permettant la simulation de structures turbulentes en présence d'ondes de chocs. La partie 4 présente les caractéristiques géométriques et physiques du cas d'étude ainsi que les paramètres numériques choisis pour les simulations ZDES. Les comparaisons des champs aérodynamiques issus des différents calculs entre eux et avec les mesures expérimentales sont détaillées dans la partie 5. En fin de chapitre, une synthèse de l'étude reprend les principaux éléments exposés dans la conclusion de l'article et situe les résultats obtenus dans la démarche globale de la thèse vers la simulation numérique des interactions de jets pour les arrière-corps de lanceurs de nouvelle génération.

### 3.2 Article : Numerical workflow for scale-resolving computations of space launcher afterbody flows with and without jets

# Numerical workflow for scale-resolving computations of space launcher afterbody flows with and without jets

J. Reynaud<sup>1a</sup>, P-E. Weiss<sup>2a</sup>, S. Deck<sup>3a</sup>

<sup>a</sup>ONERA-The French Aerospace Lab, 8 rue des Vertugadins 92190 Meudon (France)

---

## Abstract

Scale resolving numerical methods are necessary to accurately predict the afterbody flows of space launchers. Numerical workflows built for such computations have to be designed in order to obtain a minimal numerical dissipation to resolve fine turbulent structures, a sufficient robustness to capture eventual shock waves and both a reasonable computational cost and an acceptable user workload enabling comparative design studies. This article presents the development of a hybrid numerical framework based on Ducros's sensor and designed to switch from a low-dissipation formulation in presence of vortical structures to a robust formulation around high gradients. This hybrid workflow is used with ZDES, including its latest automatic mode (ZDES mode 2 (2020)), to simulate a transonic space launcher afterbody experiment with and without a cold air propulsive jet [1] [2]. The salient physical properties of the base flow are investigated and the evaluation of computed results follows the extended nomenclature for validation of simulation techniques [3] from level 0 to 5. The framework is thus validated for instantaneous and mean flow visualizations, base and extension mean pressure coefficient distribution, pressure fluctuation levels, one-point and two-point spectral analyses. Such an efficient automatic RANS/LES strategy could be well suited to study realistic launcher afterbody geometries with propulsive jet(s).

*Keywords:* ZDES, Hybrid scheme, base flow, jet interactions, compressible flows, AUSM, turbulent flows, space launcher

---

## 1. Introduction

### 1.1. Space launcher base flow phenomenology

The prediction of the afterbody flow of a space launcher during its flight is of primary importance for the correct assessment of the aerodynamic performance and the stability of the vehicle, especially in order to establish new designs such as reusable launchers. In flight, the massively separated turbulent flow behind the base and around the nozzle(s) induces two major phenomena: base drag and side-loads. First, base drag, mainly due to the low pressure recirculation zone forming behind the base constitutes a significant contribution to the overall drag. Then, side-loads (related to the buffeting phenomena), caused by pressure fluctuations linked to the large-scale unsteady motion of the recirculation bubble, influence the flight stability and may cause vibrations of the mechanical structures. These adverse effects, especially strong in the high subsonic regime ( $M_\infty=0.5-0.9$ ), may furthermore be enhanced by the

---

<sup>1</sup>jolan.reynaud@onera.fr

<sup>2</sup>Corresponding author : pierre-elie.weiss@onera.fr

<sup>3</sup>sebastien.deck@onera.fr

interaction between the propulsive jet(s) and the base flow. This interaction is composed of a blocking effect (non-viscous) and of an entrainment effect (viscous and turbulent). The blocking effect is related to the shape of the jet which acts as a solid wall deflecting the external flow. The entrainment effect tends to empty the base region and thus to decrease base pressure as the jet entrains the external flow through a mixing layer. The main features of the flow are shown on Fig.1 for a subsonic case of a cylindrical extension behind an axisymmetric forebody.

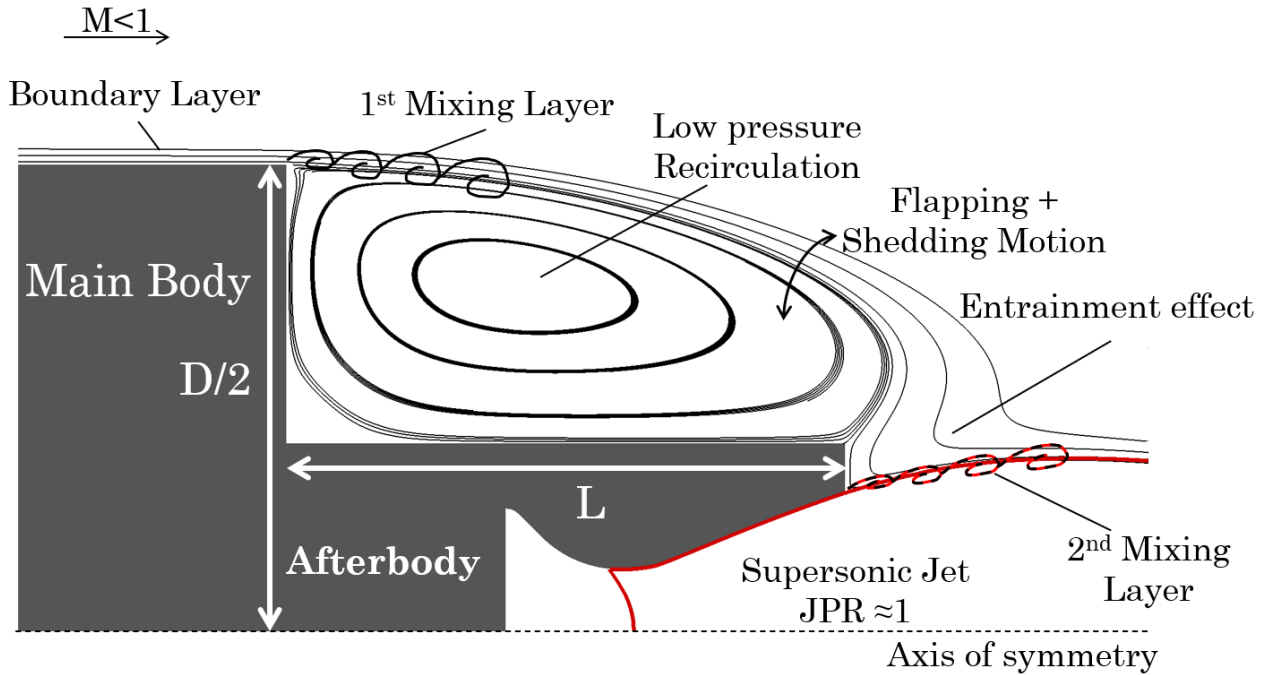


Figure 1: Topology of the interactions between a propulsive jet and a subsonic base flow

### 1.2. Review of quantitative studies

The phenomenology qualitatively described in sub-section 1.1 has been studied for decades [4] and gives a practical framework to study base flows. However it has to be noticed that a thorough quantitative characterization of a space launcher afterbody aerodynamics, for instance according to the extended nomenclature for validation of simulation techniques [3] shown in Tab 1, demands high fidelity spatio-temporal methods which are complex and costly to use for both experimental and numerical studies. Hence, the literature showing qualitative results for unsteady quantities of the high subsonic flow around an axisymmetric backward facing step is quite recent as shown in Tab.2 which is not exhaustive but provides an overview of the state of the art. Examining this review, one can see that most efforts have been focused on long extension ratio  $\frac{L}{D} \geq 1.2$  ( $D$ : base diameter,  $L$ : extension length) representative of Ariane 5 whereas designs presented for the Ariane 6 and Ariane Next [5] rockets indicate choices in favour of much shorter extensions  $\frac{L}{D} \leq 0.6$ . These studies also tend to focus on side loads and the base drag issue was given less attention. Furthermore, numerical studies including a propulsive jet are still rare [6] [7]. We propose here a numerical study on a relatively short extension geometry ( $L/D=0.6$ ) with and without a propulsive jet and with interest on both static and dynamic base pressure properties.

Grade	Levels of validation
0	Instantaneous flowfield visualization (coherent structure criteria, numerical schlieren)
1	Integral forces (lift, drag and pitch)
2	Mean aerodynamic field (velocity or pressure profiles)
3	Second-order statistics (r.m.s. quantities)
4	One-point spectral analysis (power spectral densities)
5	Two-point spectral analysis (correlation, coherence and phase spectra)
6	High-order and time-frequency analysis (time-frequency, bicoherence spectra)

Table 1: Extended nomenclature for levels of validation of simulation techniques [3] adapted from [8].

Study	Afterbody (L/D)	Mach Number	Method	Jet
Depres (2003) [2] [1]	0.6/1.2	0.6/0.7/0.85	Exp	Yes
Le (2005) [9]	0.15/0.28/.../1.08/1.22	0.7/0.8	Exp	Yes
Deck and Garnier (2005) [10]	0.6	0.7	ZDES and LES	Yes
Deck and Thorigny (2007) [6]	1.2	0.7	ZDES	Yes
Meliga and Reijasse (2007) [11]	1.2	0.7/0.9	Exp	-
Weiss et al. (2009) [12]	1.2	0.7	ZDES	-
Weiss and Deck (2011) [13]	1.2	0.7	ZDES	-
Bitter et al. (2011) [14]	$\infty$	0.7	Exp	-
Bitter et al. (2012) [15]	$\infty$	0.7	Exp	-
Statnikov et al. (2013) [16]	$\infty$	0.7	RANS/LES	-
Pain et al. (2014) [17]	1.2/boosters	0.7	ZDES	-
Pont et al. (2014) [18]	1.2	0.7	RANS/LES and ZDES	-
Schrijer et al. (2014) [19]	2.54	0.7	Exp	-
Scharnowski et al. (2015) [20]	$\infty$	0.7	Exp and RANS/LES	-
Statnikov et al. (2017) [7]	1.2	0.8	RANS/LES	Yes
Horchler et al. (2018) [21]	1.2	0.7	IDDES and ZDES	-
Van Gent (2018) [22]	0.6/0.9/1.2/1.8	0.76	Exp	Yes
Scharnowski et al. (2019) [23]	$\infty$	0.76	Exp	-
Saile (2019) [24]	0.45/0.6/0.9/1.05/1.2	0.8	Exp	Yes

Table 2: Overview of studies on high subsonic base flows over axisymmetric generic geometries. Exp : Wind-tunnel experiments. Adapted from [22]

30 1.2.1. Physical characterization of high-subsonic base flow

Several physical observations characterizing high-subsonic base flows based on the aforementioned literature have been gathered in this section.

Beginning with static observations, the mean base pressure coefficient ( $C_{pb}$ ) was shown to be mostly radially

invariant and does not depend on  $M_\infty$  for axisymmetric cases without jet. Values of  $Cp_b$  are usually measured  
 35 around -0.15 for case with  $L/D=1.2$  [1] [24] and -0.12 for a canonic axisymmetric base flow ( $L=0$ ) [4]. Such values  
 testify of an important base drag. In the presence of a propulsive jet,  $Cp_b$  is lowered [1] [10], this decrease is less  
 important when the extension is longer [9]. Regarding the reattachment length of the recirculation bubble, a growth  
 is observed together with  $M_\infty$  for cases without jet [22] [24]. For  $M_\infty=0.8$ , the reattachment of the recirculation  
 40 bubble is solid (i.e. occurs on the extension) for  $L/D \geq 0.9$  and is hybrid or fluid (i.e. occurs downstream of the  
 extension) for shorter extensions [9] [24]. Furthermore, the reattachment length is shortened in the presence of a  
 propulsive jet [22] [24].

Based on spectral analysis and modal decomposition applied on wall pressure signals or numerical data, the  
 dynamic behaviour of an axisymmetric base flow can be decomposed into different main motions. The Strouhal  
 number based on the base diameter  $St_D = \frac{fD}{U_\infty}$  is used to characterize fluctuations occurring at frequency  $f$ . Authors  
 45 have observed a low characteristic frequency ( $St_D \leq 0.1$ ) corresponding to a lateral pumping motion and linked to  
 the growth and decay of the whole recirculation bubble. This frequency is dominant for pressure fluctuations near  
 the base [12][7]. An antisymmetric vertical motion due to a vortex shedding phenomena at a reduced frequency  
 $St_D \approx 0.2$  has also been found [1][6][12][7][22]. The vortex shedding frequency is dominant along the extension and  
 the energy of global effort fluctuations is concentrated near it [12] [25]. The harmonics of these two low frequency  
 50 peaks can also be observed on pressure signals. The recirculation region is also moved by fluctuations with a  
 broadband spectrum centered in  $St_D \approx 0.5-0.6$ . These fluctuations are attributed to vortical structures formed  
 by Kelvin-Helmoltz instabilities in the shear layer of the recirculation zone [6] [12]. To complete this description,  
 authors showed that, in the presence of a long extension or a jet, the base flow tends to be stabilized and the  
 amplitude of the antisymmetric oscillations at the vortex shedding frequency is reduced [1] [6] [24]. Moreover, it has  
 55 been observed that, even though the jet modifies significantly the turbulent kinetic energy distribution of the base  
 flow only for short extensions [22], pressure fluctuations (estimated with  $Cp_{rms}$ ) on the base and on the extension  
 are usually higher in the presence of a jet due to its aeroacoustic noise [24] for all extension lengths.

### 1.2.2. Turbulence modelling strategies

Thanks to the numerical studies presented in Tab.2 and others on blunt base flows [26][27], several results re-  
 60 garding the choice of turbulence modelling strategies for base flow computations can be summarized here.  
 First, most RANS turbulence models are not well suited for base flow computations. They usually produce an  
 acceptable qualitative flow topology but fail to provide correct mean wall pressure values, recirculation lengths and  
 velocity distribution in the recirculation zone [26][10][28]. The resolution of large eddies driving the dynamics of  
 separated flows is required to increase the representativeness of unsteady base flow simulations [10]. Nevertheless,  
 65 full Large Eddy Simulations (LES) have almost not been used on such geometries because of the computational  
 cost linked to very fine mesh requirements for attached boundary layers and the long-time sampling needed to  
 capture low frequency dynamics [10]. Strategies enabling to treat attached boundary layer in RANS mode and the  
 separated flow in LES-like mode have then been favoured in the literature [6][21][18] [23][20]. Two main approaches  
 are available for this purpose, providing a good compromise between accuracy and computational cost. A first  
 70 category encompasses hybrid methods in which the framework ensure a continuous transition from RANS to LES

equations. Good results on canonical and realistic geometries have been obtained with the ZDES (Zonal Detached Eddy Simulation) approach [29] which is based on the Spalart-Allmaras (SA) model [30] and has been used for space launcher aerodynamics in [6][12][17][3][31], with the IDDES (Improved Delayed Detached Eddy Simulation) and the SAS (Scale Adaptive Simulation) approach which are based on Menter's  $k - \omega$  model [32] and have been  
75 respectively used in [21] and [18] and with the PG (Perot and Gadebusch [33]) turbulence model which is based on the standard  $k - \epsilon$  and has been used in [18]. Then, a second family of approaches gathers coupling methods where information taken from a RANS zone is used as inlet conditions for a LES zone, often through an overlapping zone. Such approaches have been successfully used on semi-complex geometries [16][20][7] with a MILES [34] formulation .

80 The present study will use the ZDES approach for turbulence modelling, including its latest automatic mode (ZDES mode 2 (2020) [35]) in order to promote a low user workload numerical framework.

### 1.3. Numerical strategies

For the RANS/LES formulations previously described, the accuracy of the numerical scheme has been shown to be of primary importance. Indeed, reducing the numerical dissipation enables to resolve smaller turbulent  
85 scales, to limit the influence of the modelled turbulence diffusion on the computed flow and to avoid the damping of instabilities thus improving the transition from RANS to fully developed LES zones. However, lowering the numerical dissipation tends to decrease the robustness of a method and increases the risk of numerical divergence, especially when strong shocks are present. For this reason, computations including a propulsive jet (containing shock cells) have often used a robust scheme, degrading the resolution of turbulent structures compared to plume-  
90 off cases. Among the numerical studies of Tab.2, for cases without propulsive jet, modified versions of the AUSM+ scheme [36] including a centered contribution have been used on structured grids with second-order [16] and third-order (MUSCL reconstruction) accuracies [12] [17]. For cases with jet, for which shock cells have to be resolved, authors have either kept this type of scheme and used very fine grids [7](500M points) or switched to more robust schemes like Roe's scheme [10][6] for coarser grids ( $\approx 10$ M points) with a noticeable loss in scale resolution in  
95 comparison with jet-off cases. On unstructured grids, Godunov-type methods, even enhanced with high order k-exact reconstruction, appeared too dissipative and required very fine grids to solve turbulent structures accurately. That is why an hybrid centered/upwind version of these methods is proposed in [18]. This scheme uses Ducros's sensor [37] to detect vortical regions to apply the centered version of the scheme. A sensor is thus used here to locally reduce numerical dissipation.

100 As described in [38], this idea of optimizing dynamically the numerical resolution of the flow based on local properties, especially for turbulent flows containing shocks, is still an open subject of the literature. To develop such a framework, adapted to complex flows on curvilinear geometries, one can study fundamental works on academic shock/turbulence configurations dedicated to the development and the evaluation of high-order shock-capturing formulations [37][39][40][41][42][38]. The proposed methods are mainly suited for uniform cartesian grids but they  
105 provide a thorough analysis of numerical challenges to overcome and promote inspiring sensor formulations that can be customized for specific configurations.

In this study, we propose a hybrid numerical formulation for curvilinear grids based on Ducros's sensor [37] that

is able to switch from a low-dissipation formulation in presence of vortical structures to a robust formulation in presence of high gradients.

#### 110 1.4. Organization of the paper

The paper is organized as follows: in Section 2 we describe the physical models chosen to conduct the study, their numerical implementation is then detailed in Section 3. The test case and the meshing strategy are presented in Section 4 and the computational results are finally analyzed in Section 5.

## 2. Physical modelling

### 115 2.1. Governing equations

To describe the compressible gas flows of interest in this study, one can use the general conservative form of the averaged/filtered Navier Stokes equations:

$$\frac{\partial \mathbf{w}_c}{\partial t} + \text{div}(\mathcal{F}) = \text{div}(\mathcal{G}) \quad (1)$$

$\mathbf{w}_c = {}^t(\rho, \rho \mathbf{V}, \rho E)$  denotes the vector of conservative quantities.  $\rho$  is the gas density,  $\mathbf{V} = {}^t(u, v, w)$  is the velocity vector of the flow and  $E$  represents the total energy of the gas.  $\mathcal{F}$  and  $\mathcal{G}$  denote respectively the convection and diffusion terms:

$$\mathcal{F} = {}^t(\rho \mathbf{V}, \rho \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} + P \bar{\mathbf{I}}, (\rho E + P) \mathbf{V}) \quad (2)$$

$$\mathcal{G} = {}^t(0, \bar{\bar{\tau}}^*, \bar{\bar{\tau}}^* \cdot \mathbf{V} - \mathbf{q}^*) \quad (3)$$

with  $P$  the thermodynamic pressure,  $\bar{\bar{\tau}}^*$  the combination of the viscous stress and the modelled turbulent stress (Reynolds or subgrid) tensors:

$$\tau_{ij}^* = 2(\mu + \mu_t)(S_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}S_{ii}) \quad i, j = 1..3 \quad (4)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad i, j = 1..3 \quad (5)$$

with  $\mu$  and  $\mu_t$  being the dynamic viscosity and the modelled turbulent viscosity which is provided by a turbulence model.  $\mathbf{q}^* = \mathbf{q} + \mathbf{q}_t$  is the total heat flux with  $\mathbf{q}$  the laminar heat flux computed with Fourier's law and  $\mathbf{q}_t$  the modelled turbulent heat flux linked to  $\mu_t$  by a turbulent Prandtl number.

### 2.2. Turbulence modelling with Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES)

ZDES is a multiresolution approach developed by ONERA [29][43] which aims at treating in a simple model all classes of flow problems indicated in Fig 2. In this formulation, three specific hybrid length scale formulations (see Eq. (6) ) also called modes are optimized to be employed on three typical flowfield topologies as illustrated in Fig 2 . In the frame of the SA model,  $\tilde{d}_{ZDES}$  replaces the distance to the wall  $d_w$  according to:

$$\tilde{d}_{ZDES} = \tilde{d}_{mode} \left( \tilde{\Delta}, d_w, U_{i,j}, \nu, \tilde{\nu}, \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial n}, \frac{\partial ||\omega||}{\partial n} \right) \quad (6)$$

$$mode = 1, 2, 3 \quad (7)$$

with  $\tilde{\Delta}$  denoting the subgrid length scale entering  $\tilde{d}_{ZDES}$  that depends on the grid cell size,  $U_{i,j}$  the velocity gradients,  $d_w$  the distance to the wall,  $\|\omega\|$  the magnitude of vorticity,  $\nu$  and  $\tilde{\nu}$  the kinematic and pseudo eddy viscosity as well as  $\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial n}$  the derivative in the wall-normal direction. The definition of  $\tilde{d}_{ZDES}$  is not a minor adjustment in the DES framework since the modified lengthscales depend not only on the grid but also on the velocity and eddy viscosity fields and their wall-normal derivatives. ZDES takes full advantage of its zonal nature since complex configurations can be accurately treated by the use of various formulations within the same calculation (an example is provided in [44]).

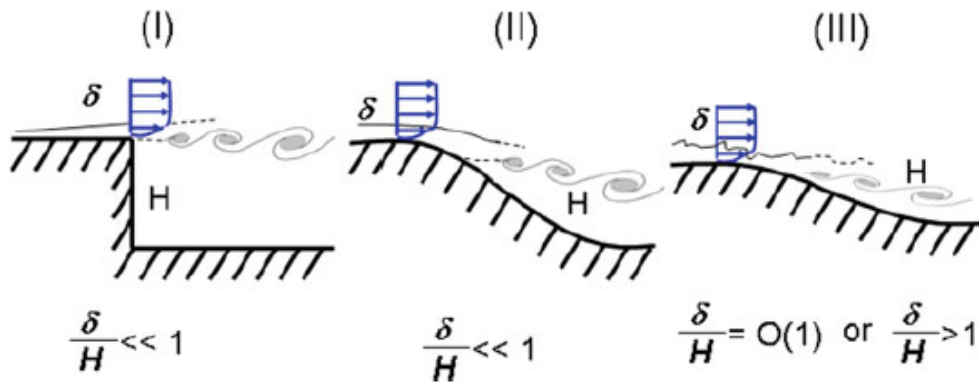


Figure 2: Classification of typical flow problems. I: separation fixed by the geometry, II: separation induced by a pressure gradient on a curved surface, III: separation strongly influenced by the dynamics of the incoming boundary layer

To study generic axisymmetric base flows for which the separation is clearly fixed by the geometry, the mode 1 of the ZDES is an appropriate choice, it will be used in this study. However, when studying more realistic space launcher geometries as in [3][45], determining the separation point *a priori* can be difficult and the use of a completely automatic RANS/LES formulation such as the mode 2 of the ZDES is needed. To this end, the latest development of the automatic mode of ZDES, referred to as ZDES mode 2 (2020) [35] will be assessed in this study as well.

### 3. Numerical Methods

#### 3.1. Discrete formulation

We used the FLU3M solver [46] developed by ONERA to solve the compressible Navier-Stokes equations on multiblock structured grids. An implicit finite volume form of the governing equations (Eq.(1)), based on Gear's second-order accurate time discretization, yields for a hexahedral cell centered in  $(i,j,k)$  with a volume  $\Omega_{ijk}$ :

$$\begin{aligned} \frac{3}{2}\Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1} - \frac{1}{2}\Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^n + \frac{\Delta t}{\Omega_{ijk}} \sum_{l=1}^6 (\mathbf{F}(\mathbf{w}_c) - \mathbf{G}(\mathbf{w}_c))_{ijk,l}^n = \\ - \frac{\Delta t}{\Omega_{ijk}} \sum_{l=1}^6 \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{w}_c)}{\partial \mathbf{w}_c} - \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{w}_c)}{\partial \mathbf{w}_c} \right)_{ijk,l}^n \Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1} \right] \end{aligned} \quad (8)$$



145

Where  $n$  and  $n+1$  represent consecutive time steps and  $\Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1} = (\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1} - (\mathbf{w}_c)_{ijk}^n$ . For each interface  $l$  associated to a normal vector  $\mathbf{n}^t = (n_x, n_y, n_z)$  and a surface  $\Delta S_{ijk,l}$ , the discrete convective and diffusive fluxes  $\mathbf{F}$  and  $\mathbf{G}$  are defined as:

$$\mathbf{F}(\mathbf{w}_c)_{ijk,l} = \begin{pmatrix} \rho(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \\ \rho u(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) + P n_x \\ \rho v(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) + P n_y \\ \rho w(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) + P n_z \\ (\rho E + P)(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \end{pmatrix}_{ijk,l} \cdot \Delta S_{ijk,l} \quad (9)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{w}_c)_{ijk,l} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx}^* n_x + \tau_{xy}^* n_y + \tau_{xz}^* n_z \\ \tau_{xy}^* n_x + \tau_{yy}^* n_y + \tau_{yz}^* n_z \\ \tau_{xz}^* n_x + \tau_{yz}^* n_y + \tau_{zz}^* n_z \\ \bar{\bar{\tau}}^* \cdot \mathbf{V} - \mathbf{q}^* \cdot \mathbf{n} \end{pmatrix}_{ijk,l} \cdot \Delta S_{ijk,l} \quad (10)$$

In order to use Eq.(8) to compute  $(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1}$  at the center of cells grid knowing  $(\mathbf{w}_c)_{ijk}^n$ , we thus have to choose numerical procedures to evaluate  $\mathbf{F}(\mathbf{w}_c)_{ijk,l}$ ,  $\mathbf{G}(\mathbf{w}_c)_{ijk,l}$  and there Jacobian matrices  $\left(\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{w}_c)}{\partial \mathbf{w}_c}\right)_{ijk,l}^n, \left(\frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{w}_c)}{\partial \mathbf{w}_c}\right)_{ijk,l}^n$  at the interface between cells.

150

To assess the Jacobian matrices we use the procedure detailed by Pechier in [47] [48]. Furthermore, to evaluate the diffusion flux vector  $\mathbf{G}$ , values of  $\rho, D^*, \mu^*, \lambda^*, \mathbf{V}, h_i$  at the cell interface are needed, the average of the right and left center values are used to estimate them. Estimations of velocity and temperature gradients are needed as well. To this end, a corrected Green-Gauss approach described in [49] is used. It is designed to prevent numerical instabilities that can arise due to odd-even decoupling oscillations allowed by the original Green-Gauss approach.

155

Finally, two numerical features will be used to evaluate convective fluxes, namely a numerical scheme and a numerical procedure designed to increase the scheme accuracy: the MUSCL reconstruction method. On the basis of the literature review displayed in Sec.1.3, we propose here a hybrid numerical scheme formulation blending the low-dissipation AUSM+(P)[50] and the original AUSM+ [36] combined with different MUSCL reconstruction strategies. The hybridisation is based on the use of Ducros's sensor [37] to detect zones featuring shock waves in order to add numerical dissipation locally. The idea here is to preserve the good scale resolution properties of the low-dissipation AUSM+(P) scheme in vortical regions and to enhance its robustness near shocks. The different aspects of this framework are detailed below.

160

## 3.2. Numerical scheme

### 3.2.1. Low-dissipation AUSM+(P)

Mary and Sagaut [50] proposed a simplified formulation of the AUSM+(P) designed to ensure a low numerical dissipation. We recall here the main features of this scheme. For the sake of explanation, we suppose that we are willing to compute this low dissipation (LD) flux  $\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{LD}$  through the interface between the cell  $(i,j,k)$  and the cell  $(i,j+1,k)$ . The Euler fluxes are approximated by :

$$\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{LD} = V_1 \frac{\Psi_L + \Psi_R}{2} - |U_{dis}| \frac{\Psi_R - \Psi_L}{2} + P_1 \quad (11)$$

With  $\Psi_{L,R}$  being the left and right states obtained at the interface with the chosen MUSCL reconstruction (described in Sec.3.3).  $V_1$  corresponds to the interface fluid velocity and  $P_1 = [0, \frac{P_L+P_R}{2}n_x, \frac{P_L+P_R}{2}n_y, \frac{P_L+P_R}{2}n_z, 0]$ .  $U_{dis}$  is a parameter based on the local fluid velocity to control the numerical dissipation. More precisely,  $V_1$  is computed with a pressure stabilization term:

$$V_1 = \frac{(\mathbf{V}_L + \mathbf{V}_R) \cdot \mathbf{n}}{2} - c_2(P_R - P_L), \quad (12)$$

and  $U_{dis}$  is defined as:

$$U_{dis} = \zeta * \max\left(\left|\frac{(\mathbf{V}_L + \mathbf{V}_R) \cdot \mathbf{n}}{2}\right|, c_1\right) \quad (13)$$

165  $c_1$  and  $c_2$  are constant parameters based on the flow reference values ( $c_1 = 0.04 * U_\infty$  and  $c_2 = 0.04 * \frac{1}{U_\infty \rho_\infty}$ ) and  $\zeta \in \{0; 1\}$  is a sensor used to minimize dissipation by enabling a fully centered scheme in monovariant zones [50].

As explained earlier, this scheme has been used with success on various cases but is not adapted for flow configurations leading to strong shocks. For the case with propulsive jet studied here, this scheme, used with a 3rd-order MUSCL reconstruction, leads to a rapid numerical divergence. This is also the case when:

- 170 • The scheme is used with a 2nd-order MUSCL reconstruction.
- The scheme is used with  $\zeta$  forced to 1 and with a 2nd-order MUSCL reconstruction.

As explained in Sec1.3, we want to enhance locally the dissipation of this scheme. One idea is to blend this formulation with another numerical scheme providing good shock capturing properties. To this end we chose the AUSM+ formulation described here after.

### 175 3.2.2. AUSM+

The AUSM+ scheme has been proposed by Liou [36]. The main idea here is to decompose the non-viscous fluxes  $\mathbf{F}(\mathbf{w}_c)$  between convective fluxes  $\mathbf{F}^{(c)}$  and acoustic fluxes  $\mathbf{P}$ .

$$\mathbf{F}(\mathbf{w}_c) = \mathbf{F}^{(c)} + \mathbf{P} \quad (14)$$

$$\mathbf{F}^{(c)} = Ma^t(\rho, \rho\mathbf{V}, \rho H), \quad \mathbf{P} = {}^t(0, P_x, P_y, P_z, 0) \quad (15)$$

$M = \frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}}{a}$ ,  $a$  the speed of sound and  $H$  the total enthalpy ( $H = E + \frac{P}{\rho}$ ).

We need to express a convective flux  $\mathbf{f}_{j+1/2}^{(c)}$  and a pressure flux  $\mathbf{p}_{j+1/2}$ . Defining  $a_{j+1/2}$  as the speed of sound at the cell interface, one can express:

$$\mathbf{f}_{j+1/2}^{(c)} = m_{j+1/2} a_{j+1/2} \Psi_{j+1/2}, \quad \Psi = {}^t(\rho, \rho\mathbf{V}, \rho H) \quad (16)$$

and

$$\mathbf{p}_{j+1/2} = {}^t(0, P_x, P_y, P_z, 0)_{j+1/2} \quad (17)$$

$\Psi_{j+1/2}$  is given by a basic upwinding procedure:

$$\Psi_{j+1/2} = \begin{cases} \Psi_L & \text{if } m_{j+1/2} \geq 0 \\ \Psi_R & \text{otherwise} \end{cases} \quad (18)$$

The terms  $m_{j+1/2}$ ,  $\mathbf{p}_{j+1/2}$  and  $a_{j+1/2}$  have yet to be defined. Liou [36] introduces a decomposition of these terms as the sum of two contributions:

$$m_{j+1/2} = \mathcal{M}^+(M_j) + \mathcal{M}^-(M_{j+1}) \quad (19)$$

$$\mathbf{p}_{j+1/2} = \mathcal{P}^+(M_j)\mathbf{p}_j + \mathcal{P}^-(M_{j+1})\mathbf{p}_{j+1} \quad (20)$$

Liou [36] proposes the forms:

$$\mathcal{M}^\pm(M) = \begin{cases} \frac{1}{2}(M \pm |M|), & \text{if } |M| \geq 1 \\ \pm \frac{1}{2}(M \pm 1)^2 \pm \frac{1}{8}(M^2 - 1)^2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (21)$$

$$\mathcal{P}^\pm(M) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 \pm \text{sign}(M)), & \text{if } |M| \geq 1 \\ \pm \frac{1}{4}(M \pm 1)^2(2 \pm M)^2 \pm \frac{3}{16}M(M^2 - 1)^2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (22)$$

with  $\text{sign}(M) = \frac{M}{|M|}$ . For the speed of sound at the interface, a simple average yields satisfying results:

$$a_{j+1/2} = \frac{1}{2}(a_j + a_{j+1}) \quad (23)$$

180 The AUSM+ numerical flux  $\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{AU}$  is finally computed as:

$$\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{AU} = m_{j+1/2}a_{j+1/2}\Psi_{j+1/2} + \mathbf{p}_{j+1/2} \quad (24)$$

### 3.2.3. Hybrid shock capturing scheme

To ensure both a low numerical dissipation and good local shock capturing properties, we propose the following hybrid formulation:

$$\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}} = (1 - \beta)\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{LD} + \beta\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{AU} \quad (25)$$

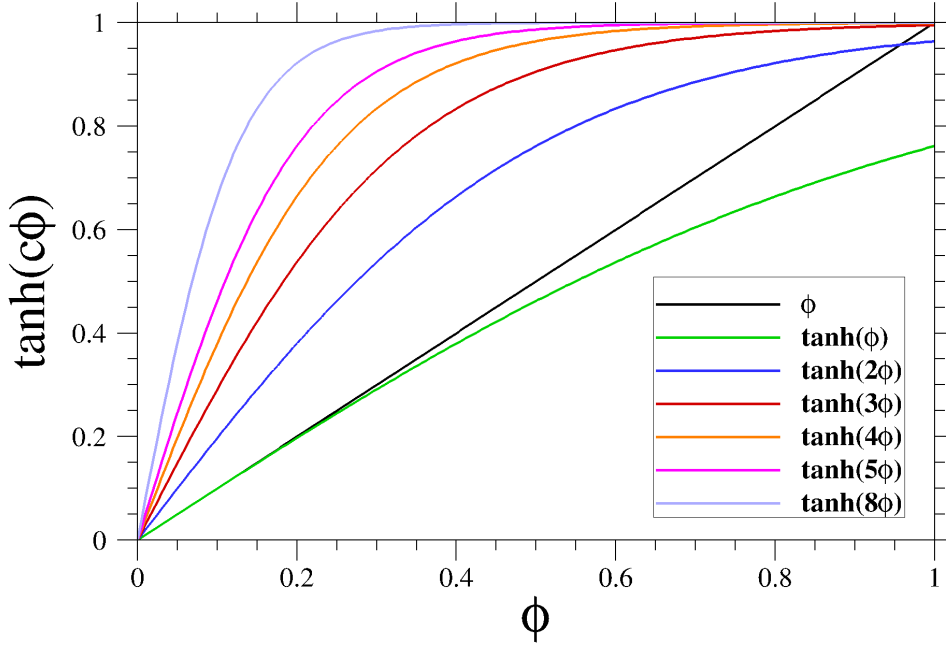
With  $\beta$  a sensor designed to detect shocks, based on Ducros's [37] sensor  $\Phi$ :

$$\Phi = \frac{(\nabla \cdot \mathbf{u})^2}{(\nabla \cdot \mathbf{u})^2 + (\nabla \wedge \mathbf{u})^2 + \epsilon} \quad \epsilon = 1.10^{-32} s^{-2} \quad (26)$$

$\nabla \cdot \mathbf{u}$  is the divergence of the velocity vector, it takes high values near shocks and  $\nabla \wedge \mathbf{u}$  evaluates the vorticity of the flow, it takes high values in vortical regions. Thus,  $\Phi \in [0; 1]$  and it takes values close to one near a shock wave and close to zero in vortical regions. A more complete formulation has been derived to enhance dissipation near shocks, to maintain  $\beta$  between 0 and 1 and to ensure a smooth variation of  $\beta$  limiting sensitivity to numerical instabilities:

$$\beta(\Phi) = \tanh(c * \Phi) \quad (27)$$

As shown in Fig.3, the choice of  $c=3$  for the constant value provides a good compromise. Indeed, this value ensures a high  $\beta$  value plateau near shock waves ( $\Phi$  close to 1) while maintaining low values of  $\beta(\Phi)$  in vortical region where usually  $\Phi \leq 0.01$ , for instance  $\beta(0.01) \approx 0.03$ .


 Figure 3: Evolution of function  $\tanh(c * \Phi)$  for different values of  $c$ .

## 185 3.3. MUSCL reconstruction strategy

To complete the description of the numerical scheme presented above, the procedure providing the left and right states  $\Psi_{L,R}$  at the interface has to be clarified.

## 3.3.1. Slope computation

As explained in [51][52][53], if one simply uses the center values  $\Psi_L = (\mathbf{w}_c)_{i,j,k}^n$  and  $\Psi_R = (\mathbf{w}_c)_{i,j+1,k}^n$  to compute  $\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}$ , the presented numerical scheme would only be first order accurate in space. In order to enhance the scheme accuracy, Van Leer [54] has proposed the MUSCL strategy (Monotonic Upstream-centered Scheme for Conservation Law) which consists in considering a linear variation of state variables inside cells instead of using constant values as shown in Fig.4. For a variable  $w$  of the vector  $(\mathbf{w}_c)$ , two types of evaluations can be used to compute the slope of variations inside the cells:

$$Upwind : \begin{cases} w_{j+\frac{1}{2}}^L = w_j + \frac{w_j - w_{j-1}}{2} \\ w_{j+\frac{1}{2}}^R = w_{j+1} - \frac{w_{j+2} - w_{j+1}}{2} \end{cases} \quad (28)$$

$$Centered : \begin{cases} w_{j+\frac{1}{2}}^L = w_j + \frac{w_{j+1} - w_j}{2} \\ w_{j+\frac{1}{2}}^R = w_{j+1} - \frac{w_{j+1} - w_j}{2} \end{cases} \quad (29)$$

The general framework of the MUSCL reconstruction method consists in a combination of the two mentioned methods thanks to a parameter  $\kappa$  :

$$\begin{cases} w_{j+\frac{1}{2}}^L = w_j + \frac{1-\kappa}{4} \Delta_{j-\frac{1}{2}} + \frac{1+\kappa}{4} \Delta_{j+\frac{1}{2}} \\ w_{j+\frac{1}{2}}^R = w_{j+1} - \frac{1+\kappa}{4} \Delta_{j+\frac{1}{2}} - \frac{1-\kappa}{4} \Delta_{j+\frac{3}{2}} \end{cases} \quad (30)$$

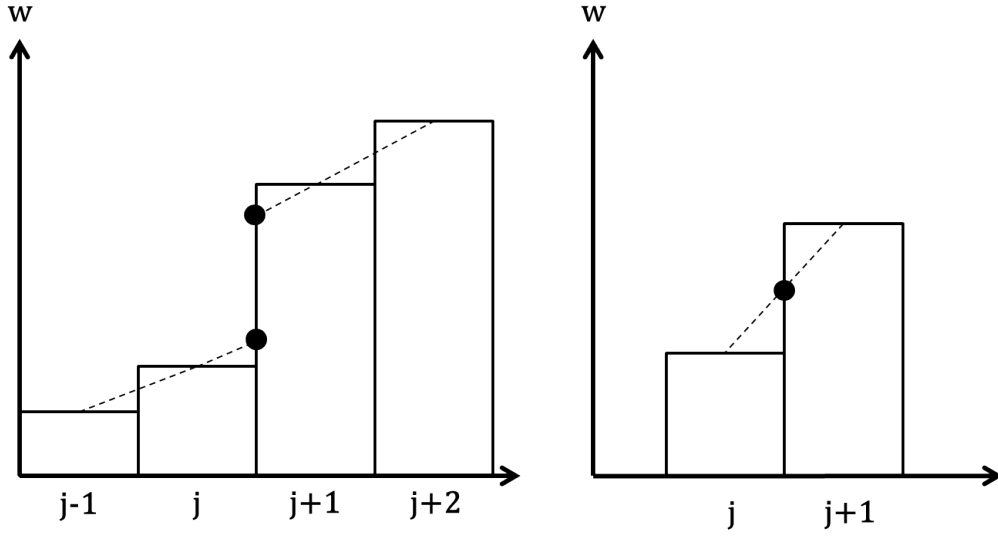


Figure 4: Schemes of the upwind (left) and centered (right) slope evaluation method.

with

$$\Delta_{j+\frac{1}{2}} = w_{j+1} - w_j; \quad \Delta_{j-\frac{1}{2}} = w_j - w_{j-1}; \quad \Delta_{j+\frac{3}{2}} = w_{j+2} - w_{j+1} \quad (31)$$

The upwind formulation is obtained with  $\kappa = -1$ , a centered formulation (2nd-Order) is obtained with  $\kappa = 1$  and a third-order upwind biased (denoted as UB) formulation is obtained with  $\kappa = -\frac{1}{3}$  [53].

### 3.3.2. Slope limiters

The extension of the spatial accuracy of the numerical scheme can lead to the apparition of spurious oscillations in the presence of high gradients. To avoid these numerical instabilities degrading the robustness of the computation, the slopes presented in the previous section have to be limited. In this study three MUSCL strategies are used and mixed as described in the next section. The most dissipative strategy (called Minmod) consists in the use of a centered formulation ( $\kappa = 1$ ) combined with the Minmod limiter [55]  $\Gamma$  :

$$\begin{cases} w_{j+\frac{1}{2}}^L = w_j + \frac{1}{2}\Gamma(\Delta_{j+\frac{1}{2}}, \Delta_{j-\frac{1}{2}}) \\ w_{j+\frac{1}{2}}^R = w_{j+1} - \frac{1}{2}\Gamma(\Delta_{j+\frac{1}{2}}, \Delta_{j-\frac{1}{2}}) \end{cases} \quad (32)$$

with

$$\text{Minmod} : \Gamma(a, b) = \text{sign}(a)\max(0, \min(|a|, \text{sign}(a)b)) \quad (33)$$

The Minmod limiter thus selects the smallest slope in monovariant zones and reduces to first order accuracy around local extrema. The less dissipative strategy is to use the  $\kappa = -1/3$  slope reconstruction without limiter, namely the third-order Upwind Biased formulation (called UB). Finally, we also use a limited version of the UB

200 formulation thanks to a Koren-type limiter  $K(r)$  presented in [56] :

$$\begin{cases} w_{j+\frac{1}{2}}^L = w_j + K\left(\frac{\Delta_{j+\frac{1}{2}}}{\Delta_{j-\frac{1}{2}}}\right) \left[ \frac{1-\kappa}{4} \Delta_{j-\frac{1}{2}} + \frac{1+\kappa}{4} \Delta_{j+\frac{1}{2}} \right] \\ w_{j+\frac{1}{2}}^R = w_{j+1} - K\left(\frac{\Delta_{j+\frac{3}{2}}}{\Delta_{j+\frac{1}{2}}}\right) \left[ \frac{1+\kappa}{4} \Delta_{j+\frac{1}{2}} - \frac{1-\kappa}{4} \Delta_{j+\frac{3}{2}} \right] \end{cases} \quad (34)$$

With  $\kappa = -\frac{1}{3}$  and:

$$Koren : K(r) = \frac{3r + \epsilon_2}{1 + r + r^2 + \epsilon_2}, \quad \epsilon_2 = 1e^{-32} \quad (35)$$

As showed in Fig.5, this formulation (called Koren here) is close to the third-order Upwind Biased one (UB) when  $K(r) \approx 1$ , that is to say when the ratio  $r$  between the right and left slopes is around 1 and is limited otherwise  $K(r) < 1$ .

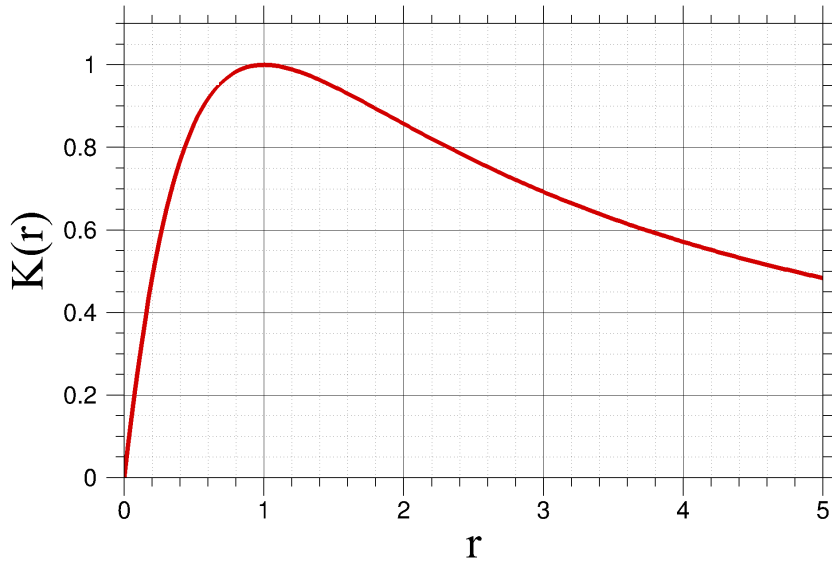


Figure 5: Variation of the Koren limiter.

### 205 3.3.3. Hybrid MUSCL formulation

As described in Sec. 1.3, the good numerical accuracy showed in [12] [17] is obtained thanks to the combination of a low dissipation AUSM+(P) scheme and a UB MUSCL reconstruction. The hybrid scheme formulation presented above enables to retain the accuracy of the low dissipation AUSM+(P) in desired regions and the selection of the MUSCL reconstruction method is discussed in the following. Indeed, it is shown in [28] that the AUSM+ scheme, which is used for the shock capturing part of the hybrid scheme, enables to compute strong shock tube cases with a Minmod or a Koren reconstruction but not with the UB reconstruction. We thus propose here a hybrid MUSCL reconstruction strategy to complete the hybrid numerical scheme formulation. At a cell interface the left and right states are computed as:

$$\Psi_{L,R} = (1 - \beta') \Psi_{L,R}^{(3)} + \beta' \Psi_{L,R}^{(2)} \quad (36)$$

With  $\Psi_{L,R}^{(2)}$  being the state obtained with a 2nd-order MUSCL reconstruction (here Minmod) and  $\Psi_{L,R}^{(3)}$  being the state obtained with a 3rd-order MUSCL reconstruction (here Koren or UB).  $\beta'$  is equal to  $\beta$  (see Eq.27) but can be forced to 1 in desired zones.

Based on this framework we have used two different reconstruction strategies for computations with jet. First, a Koren/Minmod strategy is tested with a Koren reconstruction for  $\Psi_{L,R}^{(3)}$ , a Minmod reconstruction for  $\Psi_{L,R}^{(2)}$  and  $\beta' = \beta$ . Second a UB/Minmod strategy is assessed with a 3rd-Order upwind biased (UB) reconstruction for  $\Psi_{L,R}^{(3)}$ , a Minmod reconstruction for  $\Psi_{L,R}^{(2)}$ ,  $\beta' = \beta$  out of the jet zones and  $\beta' = 1$  in the jet zones. Indeed if  $\beta'$  is not forced to 1 in jet zones, that is to say if a full Minmod reconstruction is not used, the UB/Minmod reconstruction is not robust enough and the computation diverges.

#### 4. Test case

The test case configuration is an axisymmetric afterbody studied experimentally by Depres et al. ([1], [2]) in ONERA's S3Ch wind tunnel. Experiments were performed with and without a cold air propulsive jet.

##### 4.1. Experimental setup

As shown in Fig.6a the model consists in an axisymmetric blunt body with a diameter  $D=2R$  equal to 100 mm and a 60mm-long extension with a smaller diameter  $d=2r$  equal to 40 mm. The ratios  $\frac{L}{D} = 0.6$  and  $\frac{d}{D} = 0.4$  are representative of current space launcher designs [57] [5].

The free stream Mach number is set to 0.702 in the wind tunnel and the nozzle pressure ratio ( $\text{NPR} = \frac{P_{t,j}}{P_0}$ ) of total jet pressure ( $P_{t,j}$ ) over freestream pressure ( $P_0$ ) is 34.2, which corresponds to an adapted jet i.e.(exit jet pressure close to the external pressure). The Reynolds number of the external flow, based on the forebody diameter, is  $Re_D$  is  $1.2 \times 10^6$ .

##### 4.2. Meshing

The mesh is presented in Fig.(6b). In coherence with experimental measurements, the computed forebody length was chosen to ensure a ratio  $\frac{\delta}{D} = 0.2$  between the external boundary layer thickness  $\delta$  and the forebody diameter. 40 points are clustered in this boundary layer and the  $\Delta y^+ = 1$  condition is satisfied. In Fig.7, one can verify that the thickness of the computed boundary layer compares well with experimental measurements for different azimuthal angles. The multi-block structured meshes used contain 12.5M cells for the no-jet case and 16.2M cells for the case with jet (Fig. 6c). 240 points are distributed in the azimuthal direction resulting in a discretization  $\Delta\theta = 1.5^\circ$ . Besides, an O-H grid topology is adopted to avoid a singularity on the axes.

##### 4.3. Numerical setup

Ten different computations have been performed for this study to compare the several methodologies described in the previous sections. For each of the configurations (with and without jet), four different ZDES computations and a RANS AUSM+ computation have been run, as summarized in table 3. ZDES computations were run with 5 sub-iterations. First, we let the flow develop for 200 ms ( $\approx 100 \times Ts$  with  $Ts$  the vortex shedding period) to avoid

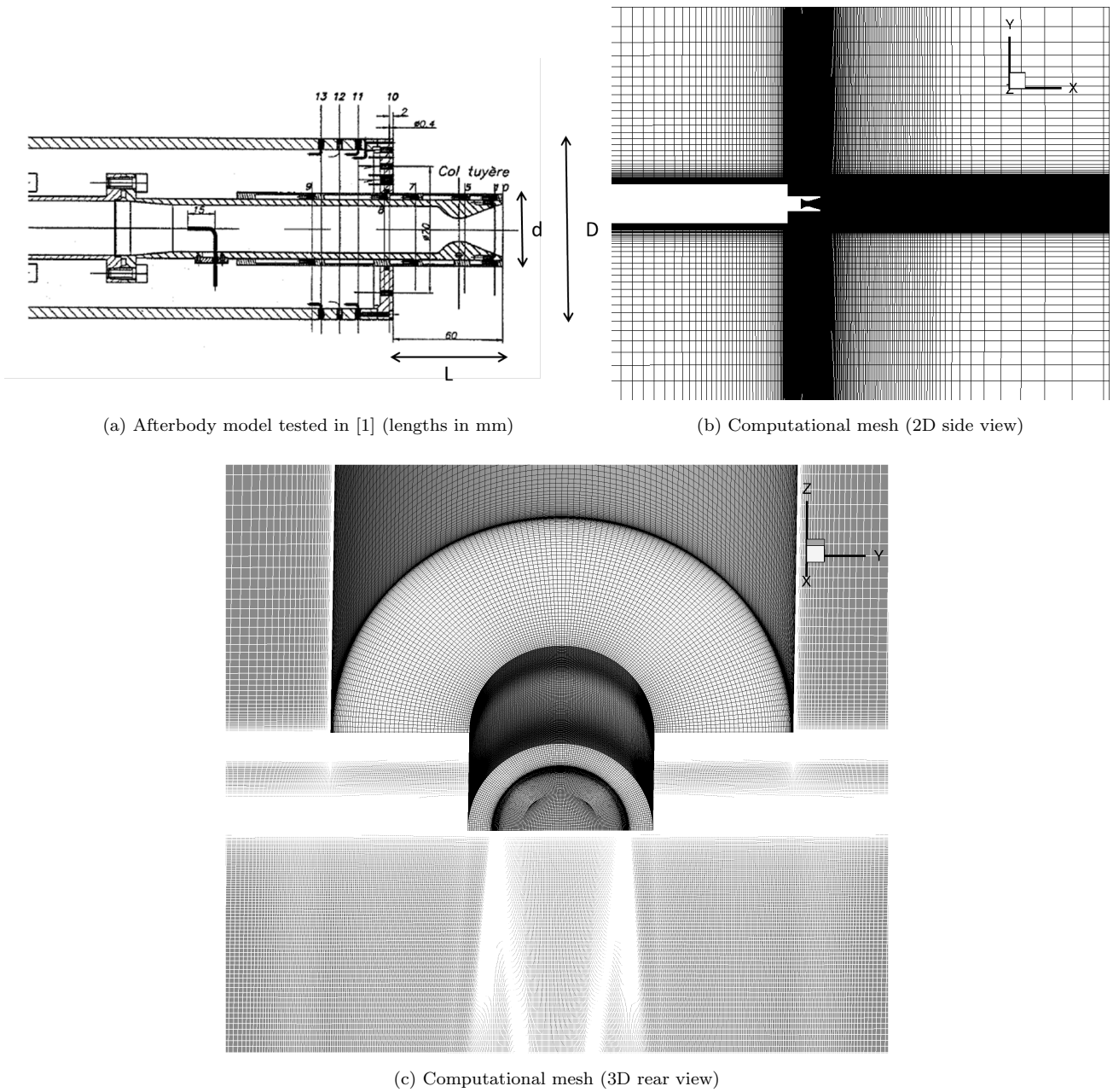


Figure 6: Test case setup

transitory effects and statistical properties are then computed on the fly for 200 ms as well.

240

The various computational configurations listed in Tab.3 enable a gradual assessment from the current numerical standards for a generic transonic afterbody geometry without jet (NJ1) to our proposition for a numerical framework adapted to complex space launcher geometries with propulsive jet (J4). During this process, comparing NJ1 vs NJ3 enables to evaluate the performance of the hybrid scheme (used in NJ3) compared to the LD AUSM+(P) scheme (used in NJ1) on a configuration without shocks. Then, the performance of the hybrid scheme for cases

245



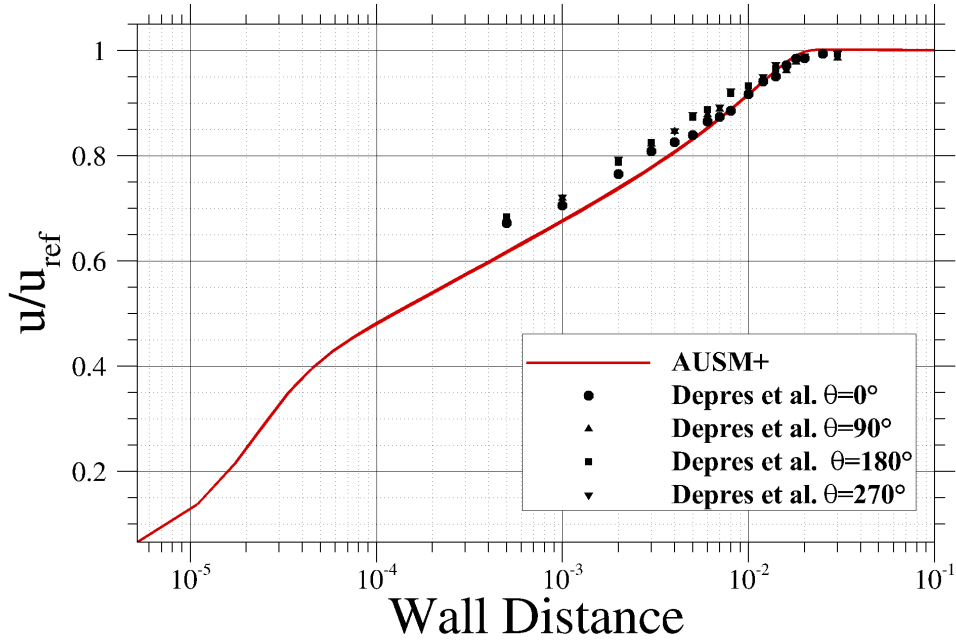


Figure 7: Boundary layer profile on the forebody at the station  $X/D=-2.45$

with propulsive jet is tested with all jet computations [J1-J2-J3-J4] and the accuracy of the different MUSCL reconstruction methods is judged thanks to the comparisons [NJ3 vs NJ4; J1 vs J3 and J2 vs J4]. Finally, the comparisons [NJ1 vs NJ2; J1 vs J2; J3 vs J4] enable to assess the performance of the latest development of the automatic mode of ZDES (ZDES mode 2 (2020) [35]) in comparison to the mode 1.

Without Jet (NJ)			
CODE	ZDES mode	Numerical Scheme	MUSCL Reconstruction
RANS-NJ	0	AUSM+	Minmod
NJ1	1	LD AUSM+(P)	UB
NJ2	2	LD AUSM+(P)	UB
NJ3	1	Hybrid	UB
NJ4	1	Hybrid	Koren
With Jet (J)			
CODE	ZDES mode	Numerical Scheme	MUSCL Reconstruction
RANS-J	0	AUSM+	Minmod
J1	1	Hybrid	Hybrid Minmod/UB and Minmod in the jet
J2	2	Hybrid	Hybrid Minmod/UB and Minmod in the jet
J3	1	Hybrid	Hybrid Minmod/Koren
J4	2	Hybrid	Hybrid Minmod/Koren

Table 3: List of computational setups used. UB= Upwind Biased ( $\kappa = -\frac{1}{3}$  in Eq.30), LD= Low Dissipative version [50].

## 5. Results

We present here the results obtained for the afterbody computations with and without jet. In addition to the physical description of the flow, this section will provide an evaluation of the developed numerical workflow. Indeed, numerical data are compared with both experimental measurements and previous numerical studies following the aforementioned nomenclature for validation of simulation techniques [3] (see Tab 1).

### 5.1. Flow topology

#### 5.1.1. Instantaneous visualisations

The salient features of the instantaneous flow described in [12] are evidenced in Fig.8 and Fig.9 by plotting an iso-surface of the Q-criterion. The roll-up of the mixing layer induces the formation of azimuthal coherent structures which are disrupted by azimuthal instabilities and progressively bent in the flow direction to form hairpin vortices as they are convected near the reattachment point. Passed the reattachment we mainly observe longitudinal eddies. Note that almost no differences can be seen between NJ1 and NJ4 computations showing that the desired properties of the proposed hybrid scheme in vortical regions are achieved. A sliced view of the flow provided in Fig.10 confirms the global similarity between the two computations but enables to observe that the NJ1 computation resolves more turbulent structures close to the base. In other words, the use of the hybrid scheme and the Koren limiter induces a minor increase of the numerical dissipation in smooth regions. The presence of the jet tends to amplify the stretching and the alignment of the structures with the flow direction after the extension due to a higher entrainment effect. Furthermore, for the case with jet, the J3 computation (Koren/Minmod) allows to advect more structures from the recirculation area into the jet area than the J1 computation (Minmod in the jet area). This observation is confirmed in Fig.10. The J3/J4 hybrid MUSCL strategy is thus both less dissipative in the jet area and easier to use than the J1/J2 MUSCL strategy. Indeed, the decision load of the user is very low for computation J4 which is automatic on both numerical and turbulence treatment aspects. Fig.10 also displays the strong normal shock structure of the jet which is classically the source of numerical difficulties. Overall, the present ZDES computations using the hybrid scheme are robust and permit a noticeable improvement in scale resolving compared to results obtained in [10] using Roe's scheme on a similar mesh.

#### 5.1.2. Mean flow topology

The main properties of the mean velocity fields are shown in Fig.11. Let us be reminded that for a short extension length, the flow does not reattach on the solid part of the rear body (see Fig.1). No PIV measurements were made during Depres' experiments [1] but PIV results from two other experimental campaigns [22][24] can be used here for the analysis. The test conditions during these campaigns, [22] ( $D=50$  mm,  $d/D=0.34$ ,  $L/D=0.6$ ,  $M_\infty = 0.76$ , model held by a strut, tests with and without jet) and [24] ( $D=66.7$  mm,  $d/D=0.4$ ,  $L/D=0.6$ ,  $M_\infty = 0.8$ , tests with jet), were close but nevertheless not equivalent to the present cases.

We observe in Fig.12 that the presence of the jet causes both a shortening of the recirculation bubble and an increase of the backflow velocity around the extension. This effect is predicted by both RANS and ZDES computations. More precisely, in the absence of the jet, ZDES computations predict a longer recirculation bubble ( $\frac{L_r}{D} \approx 1.5$ ) than the RANS computation ( $\frac{L_r}{D} \approx 1.16$ ). For this particular flow characteristic, the RANS predictions appear closer

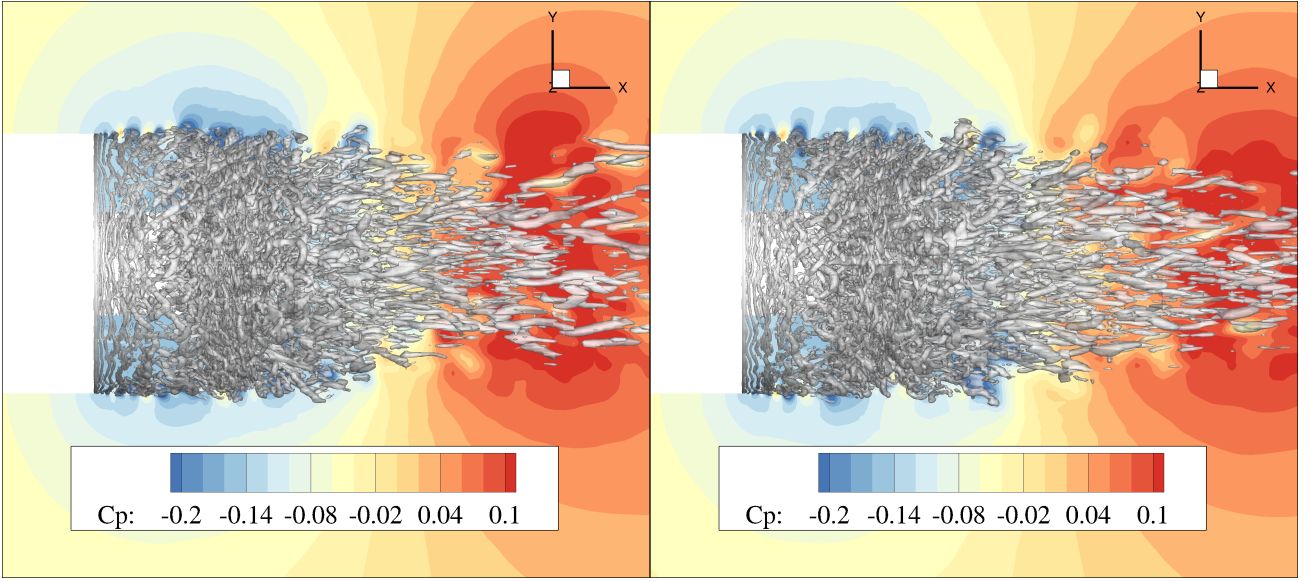


Figure 8: Instantaneous flow visualization of the NJ1 (left) and NJ4 (right) computations for the case without jet. Iso-surfaces of Q criterion ( $Q \cdot D^2 / U_{ref}^2 = 50$ ) and iso-contours of pressure coefficient. (See Tab. 3 for computation details)

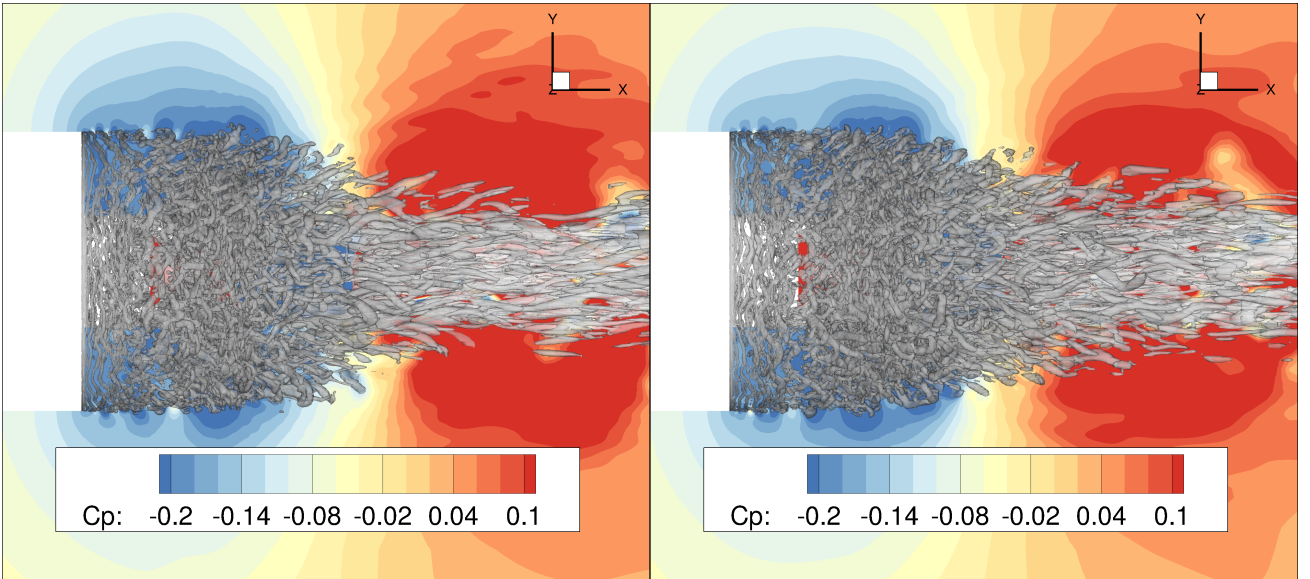


Figure 9: Instantaneous flow visualization of the J1 (left) and J3 (right) computations for the case with jet. Iso-surfaces of Q criterion ( $Q \cdot D^2 / U_{ref}^2 = 50$ ) and iso-contours of pressure coefficient. (See Tab. 3 for computation details)

to PIV results obtained on a strut-mounted model [22] ( $\frac{L_r}{D} \approx 1.15$ ). In the case with jet,  $\frac{L_r}{D} \approx 1.05$  with ZDES,  $\frac{L_r}{D} \approx 0.75$  with RANS where experimental PIV results on similar cases found  $\frac{L_r}{D} \approx 0.95$  [24][22]. Focusing on the backflow velocity distribution inside the recirculation bubble, ZDES results appear closer to PIV measurements than RANS ones which display an overestimation of the backflow velocity along the extension. In the absence of the jet, ZDES computations predict the occurrence of a small reattachment bubble (with  $\frac{u}{U_{ref}} \approx 0.05$ ) at the end of the extension. This observation can be related to PIV results [58] showing that the probability of reversed flow

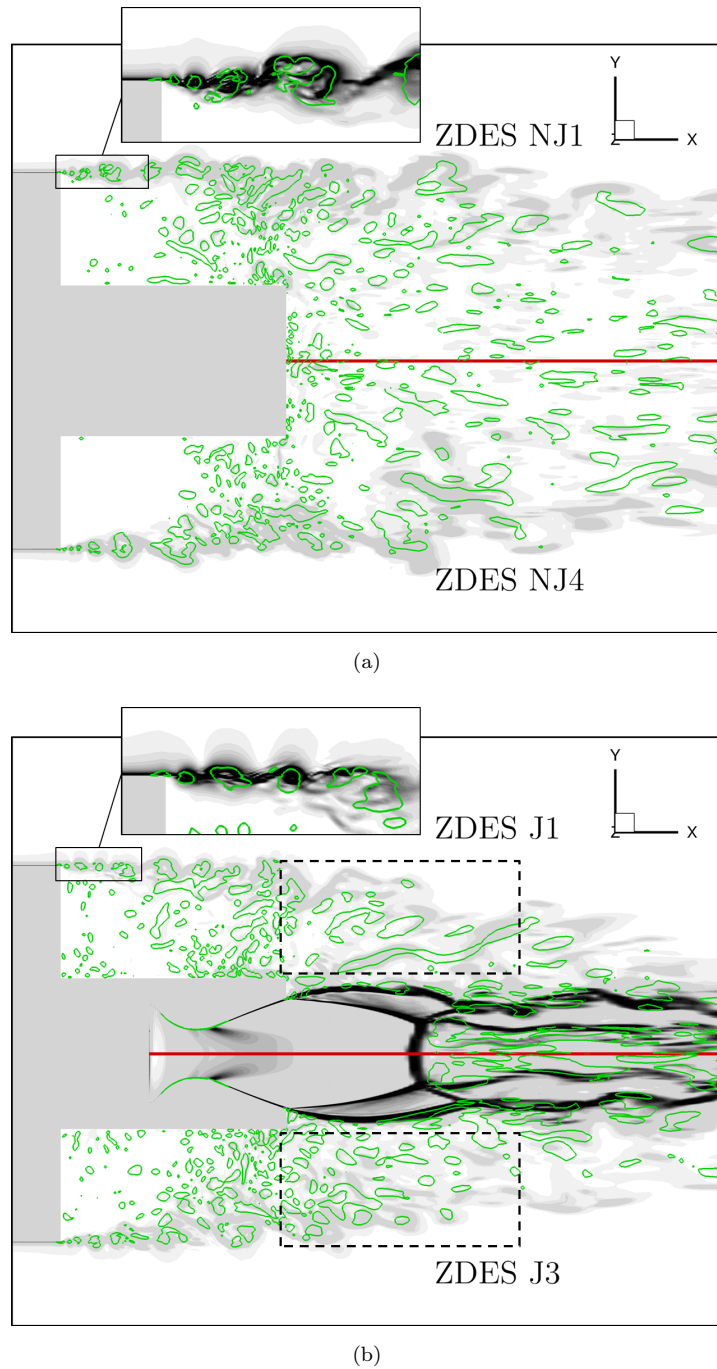


Figure 10: Instantaneous flow visualization with pseudo numerical schlieren (scales of  $\frac{\nabla p}{\rho}$  contours adapted in the zoomed area) and iso-lines of Q criterion ( $Q \times D^2/U_{ref}^2=30$ )(green). (a) NJ1 (top) and NJ4 (bottom) computations for the case without jet. (b) J1 (top) and J3 (bottom) computations for the case with jet. (See Tab. 3 for computation details)

$(P(u < 0))$  decreases from  $P \geq 0.8$  in the center of the recirculation to  $P \leq 0.6$  near the end of the extension.

Overall, Fig.12 (without jet) and Fig.13 (with jet) show that the different ZDES formulations (namely mode 1 and mode 2) used provide very similar flow topologies. Let us be reminded that the mode 2 formulation is fully automatic from the user's side.

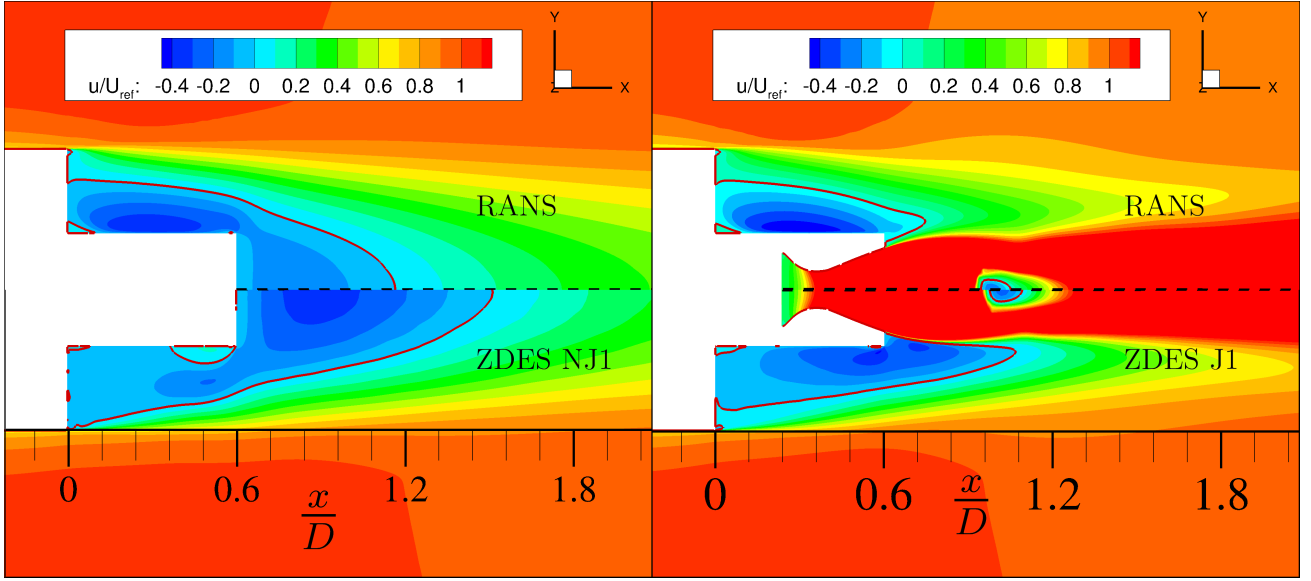


Figure 11: Mean flow topology for RANS and ZDES NJ1 for the case without jet (left) and RANS and NJ1 for the case with jet (right). — isoline  $\frac{u}{U_{ref}}=0$ . (See Tab. 3 for computation details)

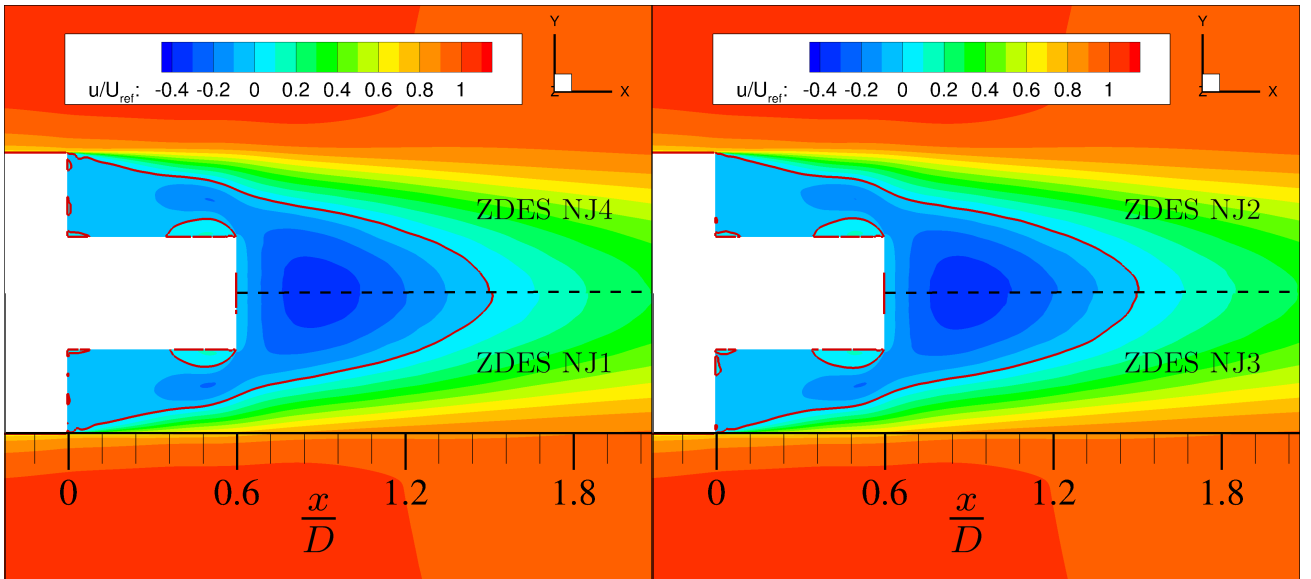


Figure 12: Mean flow topology with the four ZDES set-ups for the case without jet. — isoline  $\frac{u}{U_{ref}}=0$ . (See Tab. 3 for computation details)

## 5.2. Statistical properties of the wall pressure field

The distribution of mean ( $C_p$ ) and fluctuating ( $C_{p_{rms}}$ ) pressure coefficients on the base and on the extension are discussed here. Fig.14 indicates an important decrease in base pressure (i.e. an increase in base drag) due the presence of the jet as shown by both experimental and numerical results. Indeed, ZDES calculations for the jet-off case exhibit a flat  $C_p$  profile with  $-0.138 \leq C_p \leq -0.135$  illustrating the good agreement with experimental results in which  $-0.131 \leq C_p \leq -0.124$ . However, when jet is on, the  $C_p$  levels fall to  $-0.18 \geq C_p \geq -0.185$  according

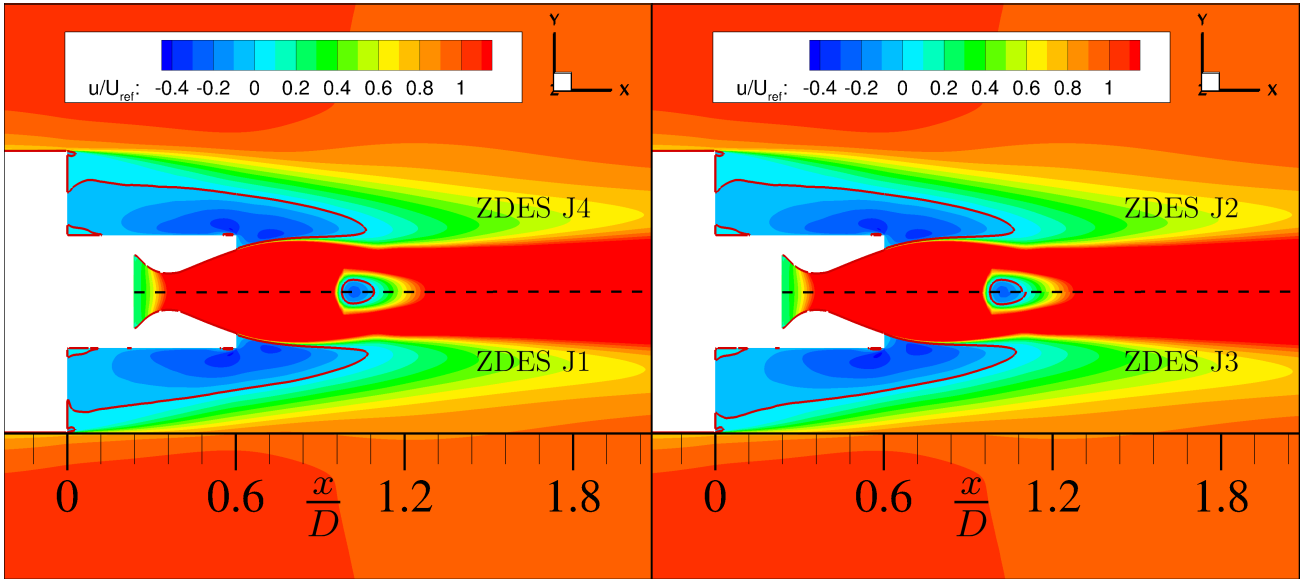


Figure 13: Mean flow topology with the four ZDES set-ups for the case with jet. — isoline  $\frac{u}{U_{ref}}=0$ . (See Tab. 3 for computation details)

to ZDES computations and  $-0.195 \geq C_p \geq -0.21$  on wind tunnel measurements. The observed discrepancy in this case points out that the aspiration effect of the jet is underestimated numerically. RANS results present major discrepancies both in mean pressure levels and on their radial variation.

305 The pressure drop induced by the jet is even more important when looking at the longitudinal variation of  $C_p$  on the extension presented in Fig.15. One can notice a global improvement on pressure level predictions with current ZDES computations compared to [10] both with and without the jet. Present RANS results are very far from being in agreement with the experimental data. This is consistent with the overestimation of the recirculation velocity previously described. Similar disparities for classical RANS models have been reported in [26] [59].

310 Focusing on the distribution of pressure fluctuations along the extension (Fig.16), we observe a continuous increase in the intensity of the fluctuations in the  $x$ -direction both with and without the jet. Furthermore, as described in the literature, the overall  $C_{p_{rms}}$  levels are noticeably higher in the presence of the jet, especially near the end of the extension. The fluctuation levels are slightly underestimated by ZDES computations near the base but their rise in the second half of the extension is well captured. Let us be reminded that the incoming attached  
 315 boundary layer is treated in URANS within mode 1 and mode 2 of ZDES. The assessment of incoming fluctuations inherited from the boundary layer is beyond the scope of this study but could be envisaged in the future within mode 3 of ZDES [60].

For mean values and second order statistics of wall pressure, the displayed results show that the different ZDES computations provide results very close to each other. For the case without jet, a minor discrepancy is the behaviour  
 320 of the mode 2 computation (NJ2) at the end of the extension. Indeed, compared to the other mode 1 results, it slightly underestimates the  $C_{p_{rms}}$  levels (Fig.16) and overestimates the mean pressure level (Fig.15) for  $x/D \geq 0.45$ . This difference can be attributed to the deactivation of wall functions (used in RANS and mode 2 of the ZDES) when using the mode 1 of the ZDES (see [29]), which induces a different treatment of the small reattachment

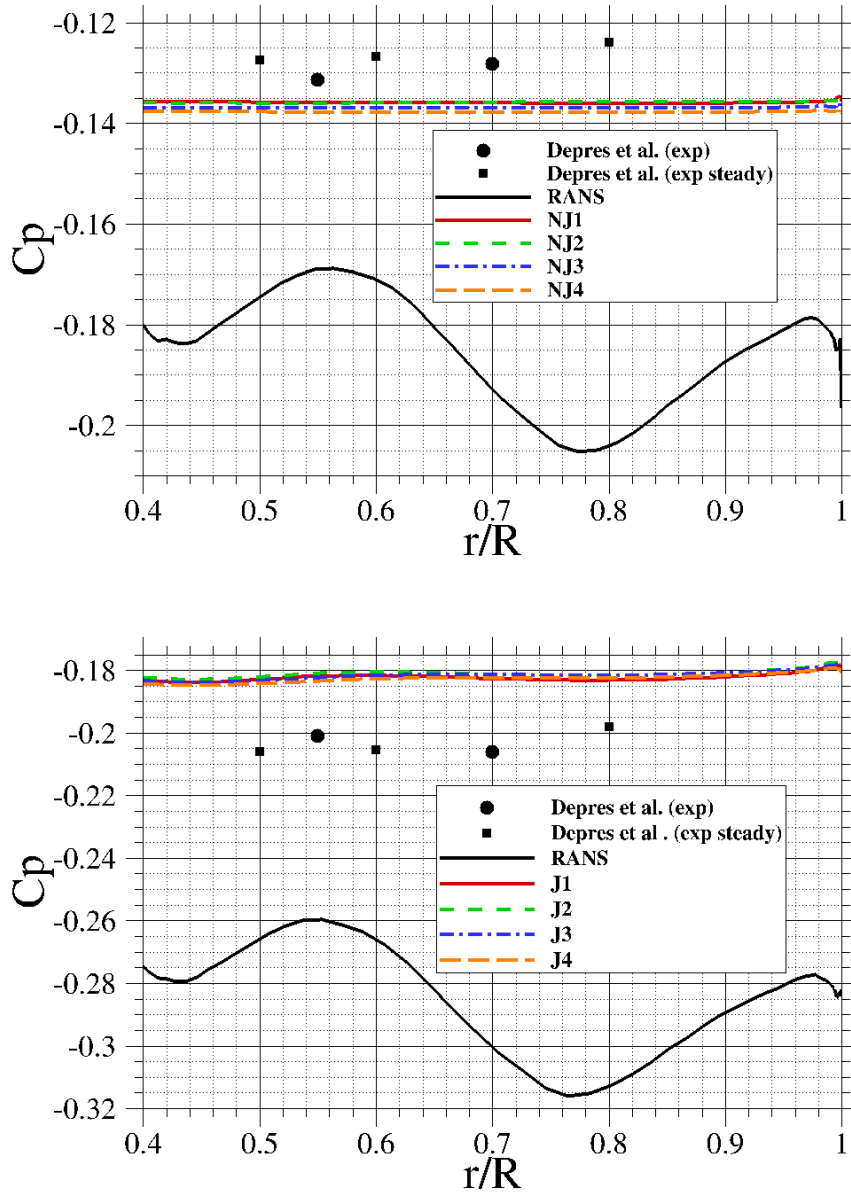


Figure 14: Distribution of the pressure coefficient on the base without jet (top) and with jet (bottom). (See Tab. 3 for computation details)

bubble observed at the end of the extension on Fig.12. In the presence of the jet, one can observe that the two  
 325 computations using the Koren/Minmod reconstruction (J3 and J4) tends to slightly underestimate the level of  
 fluctuations (Fig.16) in comparison with the UB/Minmod computations (J1, J2). This can be attributed to the  
 extra dissipation induced by the use of the Koren limiter compared to the unlimited Upwind Biased slope in the base  
 area as seen in Fig.10. However, the two computations (J3 and J4) using a hybrid  $\Psi^{(3)}/\Psi^{(2)}$  limiter formulation  
 (see Sect.3.3.3) in the jet area found a lower pressure coefficient near the jet compared to the two using a  $\Psi^{(2)}$   
 330 limiter in this area (J1; J2). In this zone, the formulation used in (J3; J4) is the less dissipative and provides an  
 increase of the jet aspiration effect. This effect on pressure levels is nevertheless limited to the area near the jet

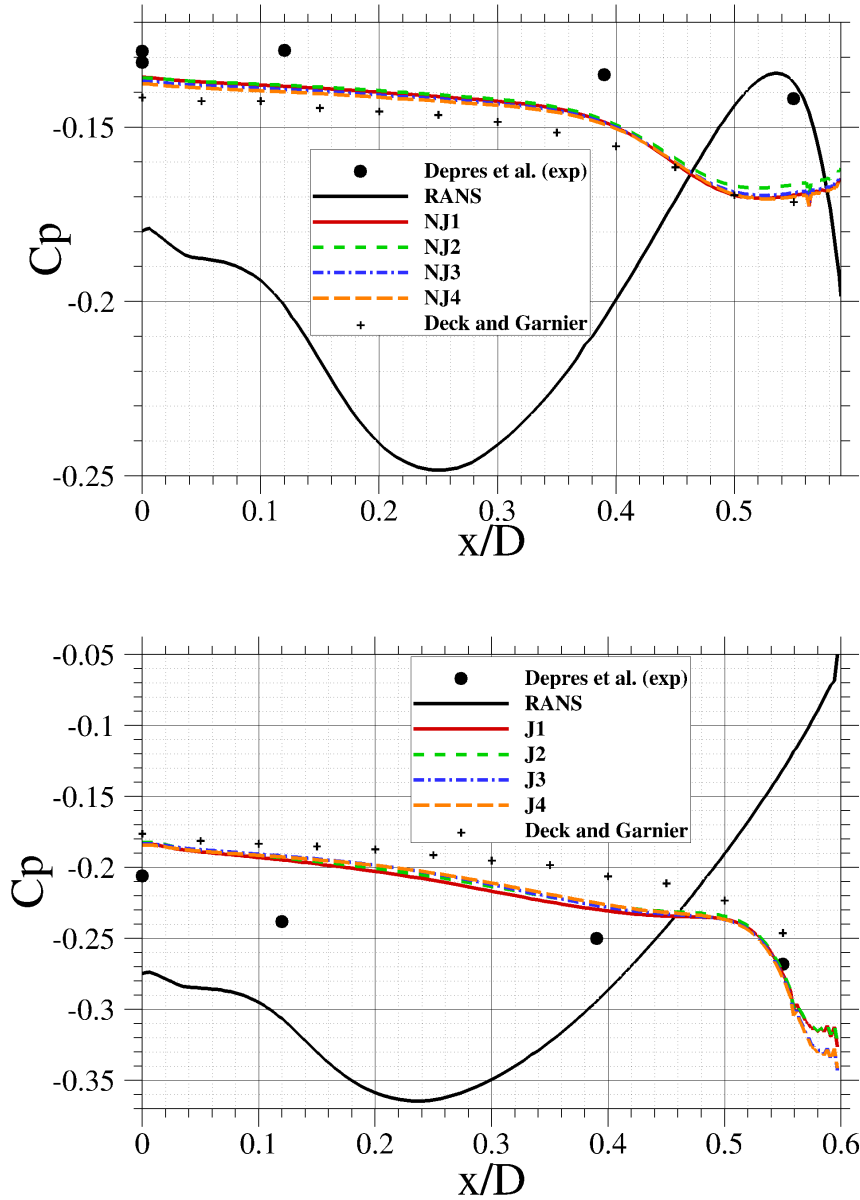


Figure 15: Distribution of the pressure coefficient on the extension without jet (top) and with jet (bottom). (See Tab. 3 for computation details)

and does not provide a decrease on base pressure levels.

### 5.3. Spectral analysis

To study more deeply the dynamic behaviour of the base flow, one can examine the spectral distribution of the pressure fluctuations mentioned above to determine characteristic frequencies. Indeed,  $Cp_{rms} = \frac{p_{rms}}{q_\infty}$  with  $q_\infty^2 = \frac{1}{2}\gamma p_\infty M_\infty^2$  the dynamic pressure and one can express  $p_{rms}$  values as:

$$p_{rms} = \int_0^\infty G(f)d(f) = \int_0^\infty G(St_D)d(St_D) \quad (37)$$



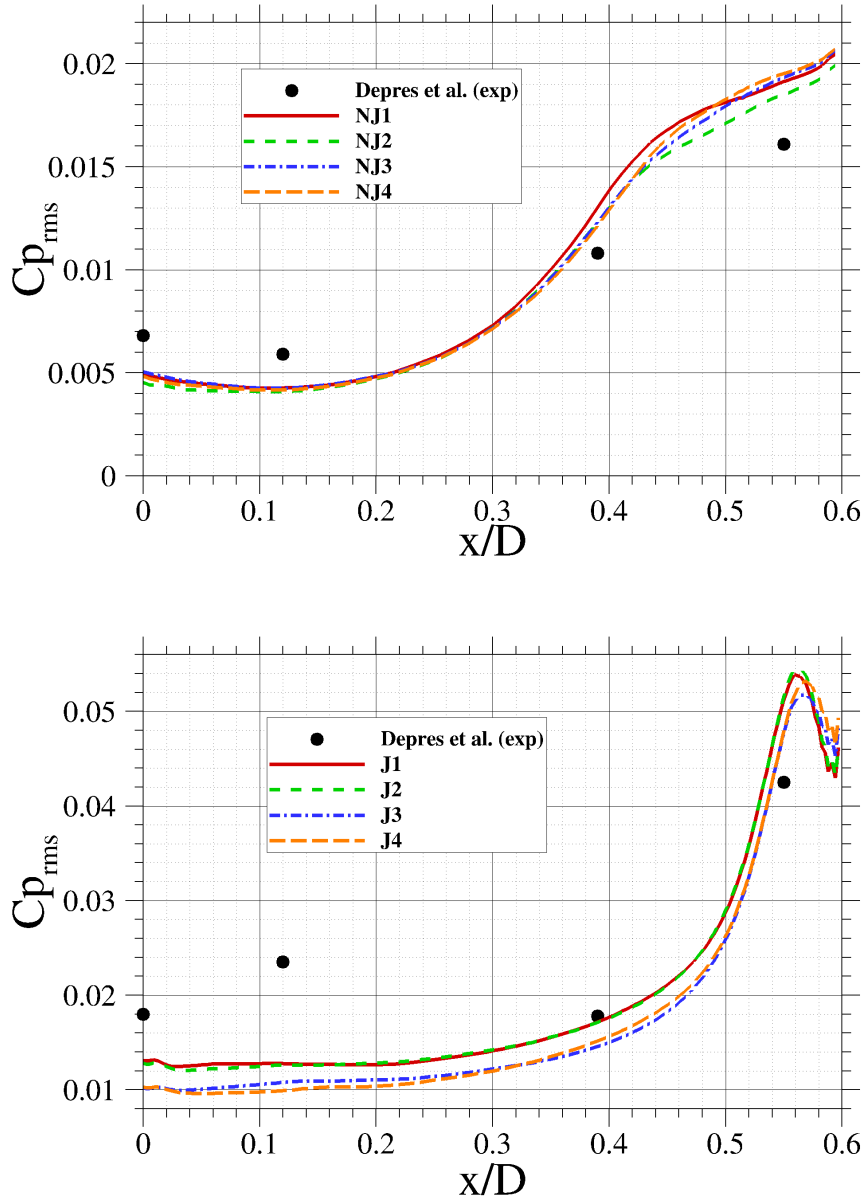


Figure 16: Distribution of the pressure fluctuations on the extension without jet (top) and with jet (bottom). (See Tab. 3 for computation details)

With  $G$  the power spectral density (PSD) of the pressure signal, computed here thanks to a Welch's periodogram method applied on experimental (1.6 s) and numerical (0.2 s) pressure signals. We will study the power spectral density of fluctuations near the end of the extension ( $x/D=0.55$ ), where pressure fluctuations are the strongest, and on the base of the afterbody ( $r/R=0.7$ ). The PSD is normalized and the plots show the frequency distribution of  $G(f) \cdot \frac{U_\infty}{Dq_\infty}$ .

Fig.17 shows the pressure spectra near the end of the extension ( $x/D=0.55$ ) for the plume-off and plume-on cases.

In both cases, we observe a sharp peak around  $St_D \approx 0.2$ , as discussed in Sec.1.2.1, this contribution is usually attributed to the vortex shedding phenomenon [1] [12]. This peak is although of less importance in the overall

pressure fluctuations in the presence of the jet as the contribution of low frequency fluctuations  $St_D \leq 0.1$  is superior than for the no-jet case. Overall, the ZDES computations reproduce well the spectral distribution of fluctuations found experimentally. The secondary contributions found experimentally for the plume-off case namely a small peak at  $St_D \approx 0.26$  and a broadband contribution between  $St_D \approx 0.3$  and  $St_D \approx 0.6$  are only partially captured numerically as we observe a plateau between  $St_D \approx 0.25$  and  $St_D \approx 0.4$ . Both the smaller duration of the pressure signal and the absence of the smallest turbulent scales may explain this differences.

Fig.18 shows the pressure power spectral density on the base of the afterbody. If the presence of a peak around  $St_D \approx 0.2$  is found both experimentally and numerically for the case without jet, showing that the vortex shedding phenomenon also affects the pressure fluctuations on the base, no clear sign of this contribution is found in the presence of the jet. In both cases, the main source of pressure fluctuations is a low frequency range  $St_D \leq 0.1$  as shown in the broadband spectra in Fig.18. Such a contribution is found numerically, even though it is underestimated compared to the experiment. Indeed, as regards base pressure fluctuations, the level of fluctuations is underestimated by all ZDES computations. The smaller duration of the pressure signal and the absence of turbulent fluctuations within the incoming boundary layer can again partially explain those discrepancies but it is also worth noticing that the experimental probes ( $r/R=0.7$ ) are located just under the delimitation of the recirculation bubble found numerically (Fig.13). The discrepancies observed in pressure fluctuations on the base could thus be partially caused by a different relative position between the probe and the recirculation bubble in the experiment.

Apart from the slight underestimations of the overall fluctuation level found in Fig.16 with the J3 and J4 computations and again noticeable in Fig.17 and Fig.18, the different ZDES computations again display very close results. This indicates that the automatic shock-capturing formulation proposed (J4) is able to retain most of the shock-free reference framework (NJ1) accuracy. This is further confirmed by the two-point spectral analysis displayed below.

#### 5.4. Two-point analysis

To study the spatial organization of the flow at the previously highlighted frequencies, the azimuthal coherence of two pressure sensors  $p_1(r, x, \phi_1)$  and  $p_2(r, x, \phi_2)$  located in a plane normal to the inflow at a constant position  $x/D$  and a constant radius  $r/R$  can be considered. Assuming the hypothesis of an homogeneous flow, i.e. without any preferred angle of reference  $\phi_1$ , the complex coherence function may be expressed as:

$$C(f, r, x, \Delta\phi) = (C_r + jC_i)(f, r, x, \Delta\phi) = \frac{S_{12}(f, r, x, \Delta\phi)}{\sqrt{S_1(f, r, x, \Delta\phi)S_2(f, r, x, \Delta\phi)}} \quad (38)$$

where  $j = \sqrt{-1}$ , and  $C_r$  and  $C_i$  are the real and imaginary part of the cross-spectral density function  $S_{12}$  and  $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ . Assuming that the disturbances do not exhibit any particular direction of propagation, one has  $S_{12}(\Delta\phi) = S_{12}(-\Delta\phi)$ . Besides, the hypothesis of isotropy yields  $C_i = 0$ . Consequently, the  $C_r$  function is  $2\pi$ -periodic with respect to  $\Delta\phi$  and can, thanks to a Fourier transform in azimuthal modes, be expressed as:

$$C_r(f, \Delta\phi) = \sum_{m=0}^{\infty} C_{r,m}(f) \cos(m\Delta\phi). \quad (39)$$

$C_{r,m}$  represents the percentage of the fluctuating energy at frequency  $f$  relative to the azimuthal mode  $m$  since  $\sum C_{r,m} = 1$ . Let us be reminded that  $m = 0$  and  $m = 1$  modes are characterized by an inphase and antiphase

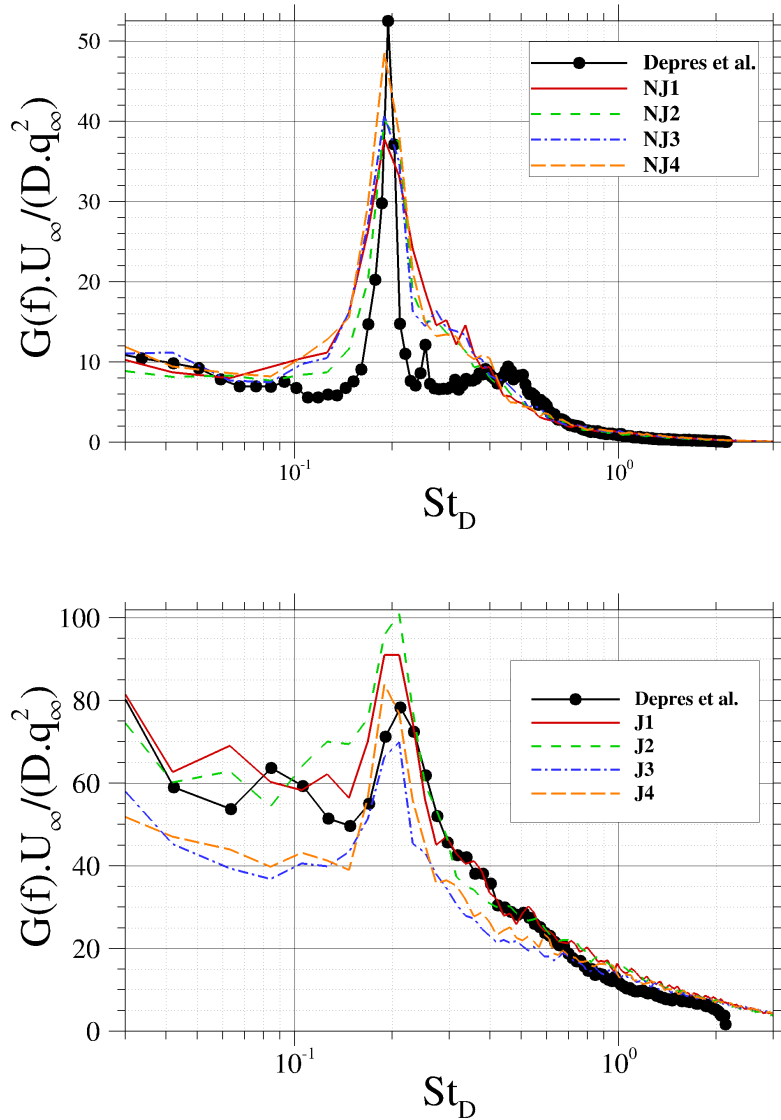


Figure 17: Power spectral density of the fluctuating pressure near the end of the extension ( $x/D=0.55$ ) without jet (top) and with jet (bottom). (See Tab. 3 for computation details)

relationship of signals, respectively, recorded simultaneously at two diametrically opposed locations. An anti-symmetric pressure variation on the extension is the source of side-loads that may excite the structure [61].

Similar experimental behaviours can be witnessed at the end of the extension (Fig.19a;19c;19e) and on the base (Fig.19b;19d;19f) of the afterbody for the case without jet. The low frequency contributions (i.e.  $St_D \leq 0.1$ ) to pressure fluctuations appear as a combination of symmetric and anti-symmetric motions whereas the  $St_D \approx 0.2$  contribution is clearly linked to an anti-symmetric motion (see [12][25] for further discussion on the dynamics associated with  $St_D \approx 0.2$ ), which can be the source of side-loads on the structure.

As shown in (Fig.20 (c)), in presence of the jet, the spatial organization of the pressure field around a unique anti-symmetric mode ( $m=1$ ) is less obvious. In good agreement with experimental results, the ZDES computations predict that the predominance of the anti-symmetric motion at the vortex-shedding frequency is still noticeable on

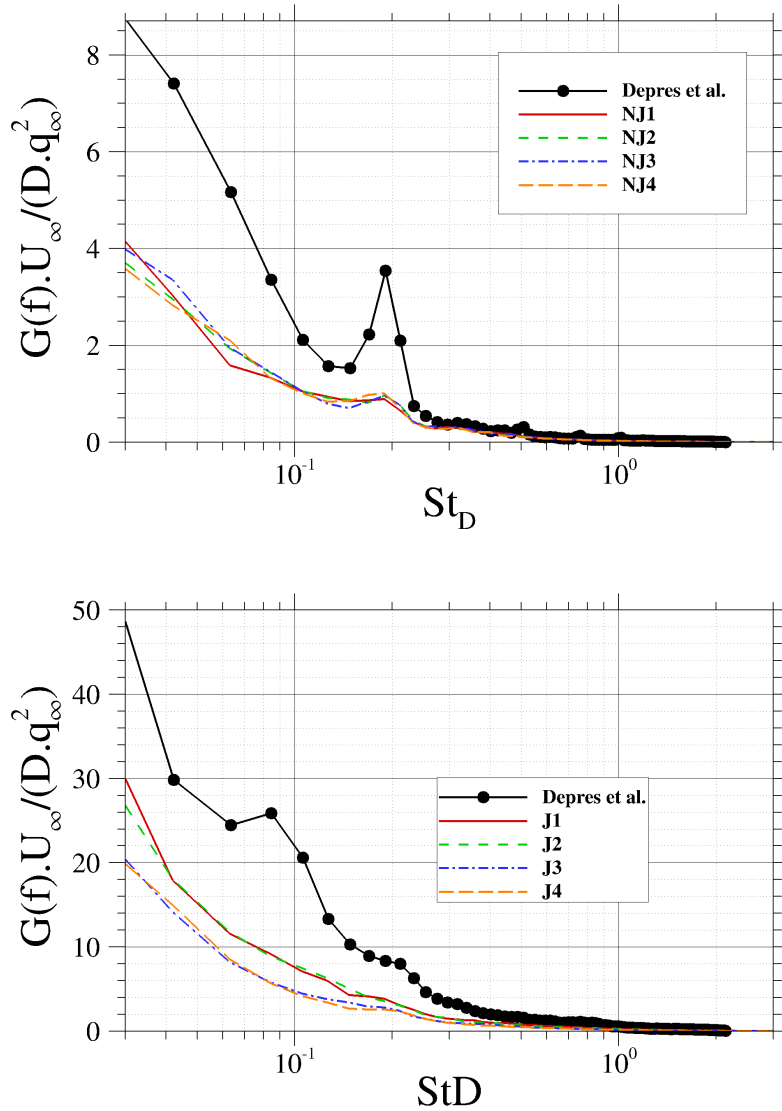


Figure 18: Power spectral density of the fluctuating pressure near the end of the base ( $r/R=0.7$ ) without jet (top) and with jet (bottom). (See Tab. 3 for computation details)

the end of the extension ( $C_{r,1}(St_D = 0.2) \approx 55\%$ ) but is less pronounced than in the case without jet ( $C_{r,1}(St_D = 0.2) \approx 80\%$ ). The presence of the jet seems to have a stabilizing effect on the vortex shedding. The contributions of the first three azimuthal modes appear balanced for other frequencies. On the base, the observed low frequency contribution ( $St_D \leq 0.1$ ) seems also dominated by an anti-symmetric motion (Fig.20 (d)). Here again, the results provided by the ZDES computations are close to each other and reproduce well the overall spatial behaviour observed experimentally. Overall, the presented results show that the proposed hybrid numerical strategy enabled to resolve well the turbulent fluctuations of the base flow while capturing the strong normal shock structure of the jet.

385

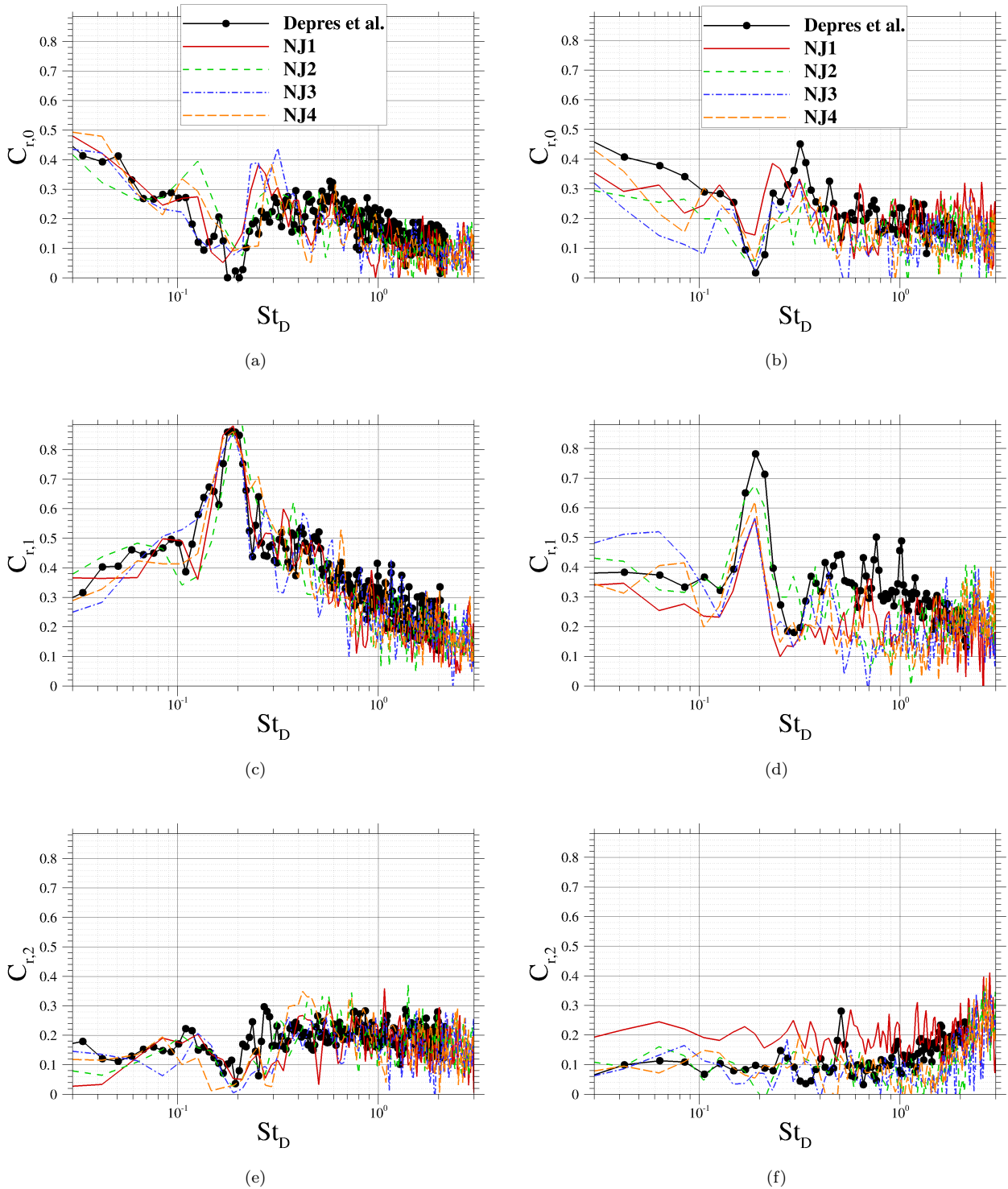


Figure 19: Spectra of the first 3 azimuthal modes for the case without jet. (a)-(c)-(e) on the extension ( $x/D=0.55$ ). (b)-(d)-(f) on the base ( $r/R=0.7$ ). (See Tab. 3 for computation details)

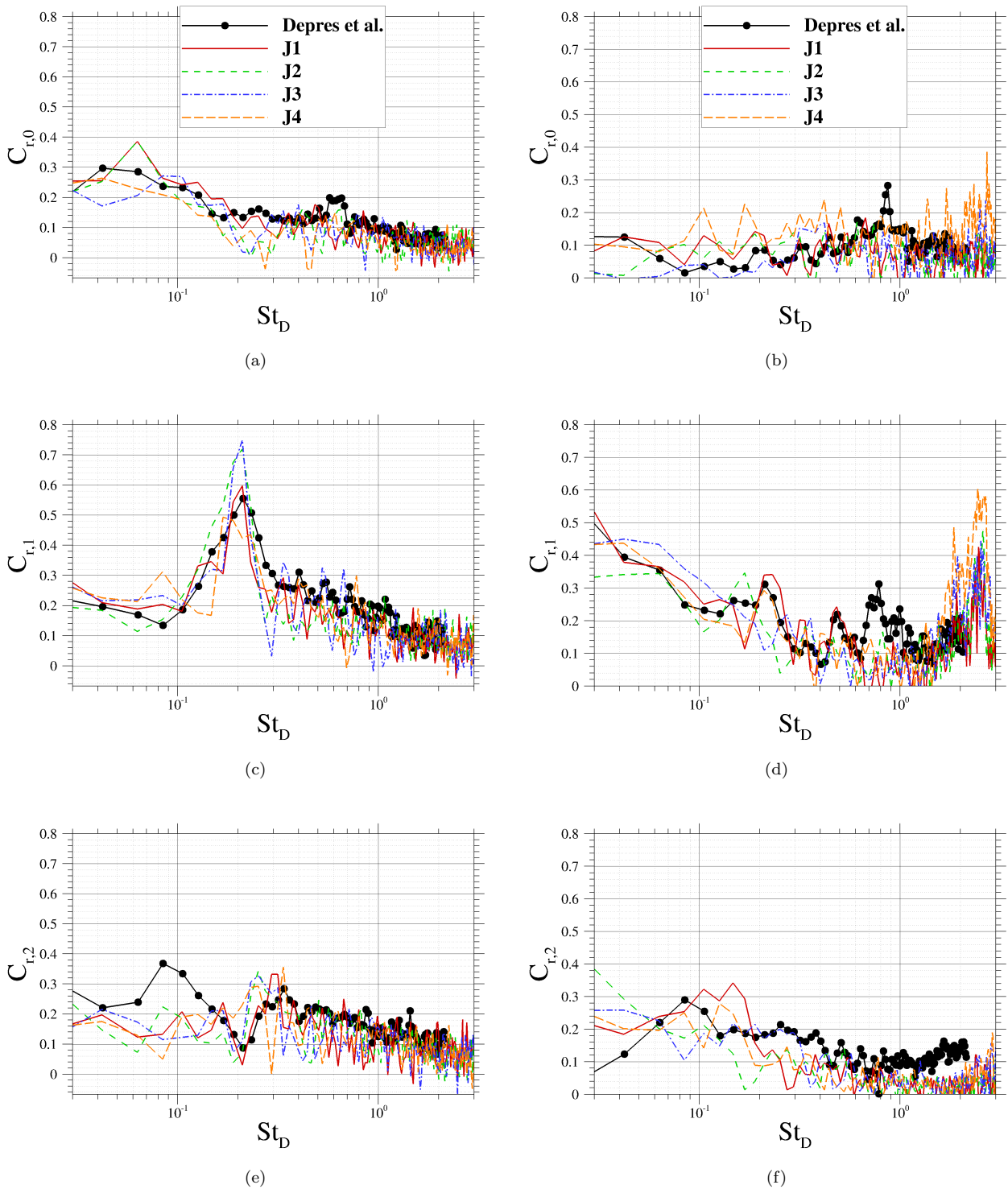


Figure 20: Spectra of the first 3 azimuthal modes for the case with jet. (a)-(c)-(e) on the extension ( $x/D=0.55$ ). (b)-(d)-(f) on the base ( $r/R=0.7$ ). (See Tab. 3 for computation details)

## 6. Conclusion

Starting from a standard, non-automatic, numerical framework for accurate RANS/LES computations of shock-free space launcher afterbody flows, we have gradually built an efficient automatic workflow adapted to turbulent flows containing shocks. This strategy is based on several numerical features. First, the implementation of a hybrid numerical scheme and a hybrid MUSCL reconstruction based on Ducros's sensor [37] enables to switch from a low-dissipation formulation in presence of vortical structures to a robust formulation in presence of high gradients. Then, the latest automatic mode of ZDES (ZDES mode 2 (2020) [35]) is used for turbulence modelling. The contributions of these features have been progressively evaluated thanks to eight ZDES computations of a transonic space launcher afterbody geometry with and without propulsive jet. Thorough comparisons with experimental measurements and standard ZDES computations have shown that, notwithstanding a minor increase of numerical diffusion in vortical regions, the proposed automatic shock-capturing RANS/LES workflow is able to retain the most of the shock-free reference framework accuracy and provides satisfying flow predictions according to an extended nomenclature for validation of simulation techniques [3]. The presented workflow thus appears well suited to accurately study realistic launcher afterbody geometries with propulsive jet(s) with a reasonable computational cost and a low user workload. As regards the overall results provided by the ZDES computations, the introduction of turbulent content within the space launcher main body boundary layer (e.g. mode 3 of the ZDES [60]) and the taking into account of the thermodynamic properties of the propulsive jet could be the next steps to further improve the prediction of pressure levels for realistic space launchers.

## 7. Acknowledgments

The authors wish to thank the Centre National d'Études Spatiales (CNES) for financial support. The Ph.D. work of J. Reynaud is funded by CNES and ONERA.

## References

- 410 [1] D. Deprés, P. Reijasse, J. P. Dussauge, Analysis of unsteadiness in afterbody transonic flows, *AIAA Journal* 42 (12) (2004) 2541–2550. doi:10.2514/1.7000.  
URL <https://doi.org/10.2514/1.7000>
- [2] D. Deprés, Analyse physique et modélisation des instationnarités dans les écoulements d’arrière-corps transsoniques, Ph.D. thesis, Aix-Marseille 2 (2003).
- 415 [3] P.-É. Weiss, S. Deck, On the coupling of a zonal body-fitted/immersed boundary method with ZDES: Application to the interactions on a realistic space launcher afterbody flow, *Computers & Fluids* 176 (2018) 338–352. doi:10.1016/j.compfluid.2017.06.015.  
URL <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2017.06.015>
- [4] J. Delery, M. Sirieix, Base flows behind missiles, Tech. rep., AGARD LS-98 ONERA (1979).
- 420 [5] A. P. de Mirand, J.-M. Bahu, O. Gogdet, Ariane Next, a vision for the next generation of Ariane Launchers, *Acta Astronautica* 170 (2020) 735–749. doi:10.1016/j.actaastro.2020.02.003.  
URL <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.02.003>
- [6] S. Deck, P. Thorigny, Unsteadiness of an axisymmetric separating-reattaching flow: Numerical investigation, *Physics of Fluids* 19 (6) (2007) 065103. doi:10.1063/1.2734996.  
425 URL <https://doi.org/10.1063/1.2734996>
- [7] V. Statnikov, M. Meinke, W. Schröder, Reduced-order analysis of buffet flow of space launchers, *Journal of Fluid Mechanics* 815 (2017) 1–25. doi:10.1017/jfm.2017.46.  
URL <https://doi.org/10.1017/jfm.2017.46>
- [8] P. Sagaut, S. Deck, Large Eddy Simulation for Aerodynamics: Status and perspectives, *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 367 (1899) (2009) 2849–2860. doi:10.1098/rsta.2008.0269.  
430 URL <https://doi.org/10.1098/rsta.2008.0269>
- [9] T.-H.-H. Lê, Etude expérimentale du couplage entre l’écoulement transsonique d’arrière-corps et les charges latérales dans les tuyères propulsives, Ph.D. thesis, Poitiers (2005).
- 435 [10] S. Deck, E. Garnier, Detached and large eddy simulation of unsteady side-loads over an axisymmetric afterbody, in: *Fifth European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles*, Vol. 563, 2005, p. 297.
- [11] P. Meliga, P. Reijasse, Unsteady transonic flow behind an axisymmetric afterbody equipped with two boosters, in: *25th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007. doi:10.2514/6.2007-4564.  
440 URL <https://doi.org/10.2514/6.2007-4564>



- [12] P.-É. Weiss, S. Deck, J.-C. Robinet, P. Sagaut, On the dynamics of axisymmetric turbulent separating/reattaching flows, *Physics of Fluids* 21 (7) (2009) 075103. doi:10.1063/1.3177352.  
URL <https://doi.org/10.1063/1.3177352>
- [13] P.-É. Weiss, S. Deck, Control of the antisymmetric mode ( $m=1$ ) for high reynolds axisymmetric turbulent separating/reattaching flows, *Physics of Fluids* 23 (9) (2011) 095102. doi:10.1063/1.3614481.  
URL <https://doi.org/10.1063/1.3614481>
- [14] M. Bitter, S. Scharnowski, R. Hain, C. J. Kähler, High-repetition-rate PIV investigations on a generic rocket model in sub- and supersonic flows, *Experiments in Fluids* 50 (4) (2010) 1019–1030. doi:10.1007/s00348-010-0988-8.  
URL <https://doi.org/10.1007/s00348-010-0988-8>
- [15] M. Bitter, T. Hara, R. Hain, D. Yorita, K. Asai, C. J. Kähler, Characterization of pressure dynamics in an axisymmetric separating/reattaching flow using fast-responding pressure-sensitive paint, *Experiments in Fluids* 53 (6) (2012) 1737–1749. doi:10.1007/s00348-012-1380-7.  
URL <https://doi.org/10.1007/s00348-012-1380-7>
- [16] V. Statnikov, T. Sayadi, M. Meinke, P. Schmid, W. Schröder, Analysis of pressure perturbation sources on a generic space launcher after-body in supersonic flow using zonal turbulence modeling and dynamic mode decomposition, *Physics of Fluids* 27 (1) (2015) 016103.
- [17] R. Pain, P.-E. Weiss, S. Deck, Zonal Detached Eddy Simulation of theFlow Around a Simplified Launcher Afterbody, *AIAA Journal* 52 (9) (2014) 1967–1979. doi:10.2514/1.j052743.  
URL <https://doi.org/10.2514/1.j052743>
- [18] G. Pont, P. Cinnella, J.-C. Robinet, P. Brenner, Assessment of automatic hybrid RANS/LES models for industrial CFD, in: 32nd AIAA Applied Aerodynamics Conference, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2014. doi:10.2514/6.2014-2691.  
URL <https://doi.org/10.2514/6.2014-2691>
- [19] F. F. J. Schrijer, A. Sciacchitano, F. Scarano, Spatio-temporal and modal analysis of unsteady fluctuations in a high-subsonic base flow, *Physics of Fluids* 26 (8) (2014) 086101. doi:10.1063/1.4891257.
- [20] S. Scharnowski, V. Statnikov, M. Meinke, W. Schröder, C. J. Kähler, Combined experimental and numerical investigation of a transonic space launcher wake, in: D. Knight, I. Lipatov, P. Reijasse (Eds.), *Progress in Flight Physics – Volume 7*, EDP Sciences, 2015. doi:10.1051/eucass/201507311.  
URL <https://doi.org/10.1051/eucass/201507311>
- [21] T. Horchler, K. Oßwald, V. Hannemann, K. Hannemann, Hybrid RANS-LES study of transonic flow in the wake of a generic space launch vehicle, in: *Progress in Hybrid RANS-LES Modelling*, Springer International Publishing, 2018, pp. 291–300. doi:10.1007/978-3-319-70031-1\_24.  
URL [https://doi.org/10.1007/978-3-319-70031-1\\_24](https://doi.org/10.1007/978-3-319-70031-1_24)

- 475 [22] P. Van Gent, From particles to pressure PIV-based pressure reconstruction for base flows, Ph.D. thesis, Delft University of Technology (2018). doi:10.4233/uuid:572bc8e5-ffc2-4562-b445-bc061fdc2f00.
- [23] S. Scharnowski, M. Bosyk, F. F. J. Schrijer, B. W. van Oudheusden, Passive flow control for the load reduction of transonic launcher afterbodies, *AIAA Journal* (jan 2019). doi:10.2514/1.j057357.
- [24] D. Saile, Experimental analysis on near-wake flows of space transportation systems, Ph.D. thesis, Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt e.V. (2019).  
480
- [25] R. Pain, P.-E. Weiss, S. Deck, J.-C. Robinet, Large scale dynamics of a high Reynolds number axisymmetric separating/reattaching flow, *Physics of Fluids* 31 (12) (2019) 125119. doi:10.1063/1.5121587.  
URL <https://doi.org/10.1063/1.5121587>
- [26] F. Simon, S. Deck, P. Guillen, R. Cayzac, A. Merlen, Zonal-Detached-Eddy Simulation of Projectiles in the subsonic and transonic regimes, *AIAA Journal* 45 (7) (2007) 1606–1619. doi:10.2514/1.26827.  
485 URL <https://doi.org/10.2514/1.26827>
- [27] F. Simon, S. Deck, P. Guillen, P. Sagaut, Reynolds-Averaged Navier-Stokes/Large-Eddy Simulations of supersonic base flow, *AIAA Journal* 44 (11) (2006) 2578–2590. doi:10.2514/1.21366.  
URL <https://doi.org/10.2514/1.21366>
- 490 [28] J. Reynaud, P. Weiss, S. Deck, Towards binary gas mixture ZDES for space launcher base flow prediction, in: 55 th 3AF International Conference on Applied Aerodynamics Poitiers – France, 2020+1.
- [29] S. Deck, Recent improvements in the Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) formulation, *Theoretical and Computational Fluid Dynamics* 26 (6) (2011) 523–550. doi:10.1007/s00162-011-0240-z.  
URL <https://doi.org/10.1007/s00162-011-0240-z>
- 495 [30] P. Spalart, S. Allmaras, A one-equation turbulence model for aerodynamic flows, in: 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992. doi:10.2514/6.1992-439.  
URL <https://doi.org/10.2514/6.1992-439>
- [31] K. Hannemann, H. Ludeke, J.-F. Pallegoix, A. Ollivier, H. Lambare, J. Maseland, E. Geurts, M. Frey, S. Deck, F. Schrijer, et al., Launch vehicle base buffeting-recent experimental and numerical investigations, in: 7th  
500 European Symposium on Aerothermodynamics, Vol. 692, 2011, p. 102.
- [32] F. R. Menter, Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications, *AIAA Journal* 32 (8) (1994) 1598–1605. doi:10.2514/3.12149.
- [33] J. B. Perot, J. Gadebusch, A self-adapting turbulence model for flow simulation at any mesh resolution, *Physics of Fluids* 19 (11) (2007) 115105. doi:10.1063/1.2780195.  
505 URL <https://doi.org/10.1063/1.2780195>
- [34] J. P. Boris, F. F. Grinstein, E. S. Oran, R. L. Kolbe, New insights into large eddy simulation, *Fluid Dynamics Research* 10 (4-6) (1992) 199–228. doi:10.1016/0169-5983(92)90023-p.

- [35] S. Deck, N. Renard, Towards an enhanced protection of attached boundary layers in hybrid RANS/LES methods, *Journal of Computational Physics* 400 (2020) 108970. doi:10.1016/j.jcp.2019.108970.  
 URL <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2019.108970>
- [36] M.-S. Liou, A sequel to AUSM: AUSM+, *Journal of Computational Physics* 129 (2) (1996) 364–382. doi:10.1006/jcph.1996.0256.  
 URL <https://doi.org/10.1006/jcph.1996.0256>
- [37] F. Ducros, V. Ferrand, F. Nicoud, C. Weber, D. Darracq, C. Gacherieu, T. Poinso, Large-eddy simulation of the shock/turbulence interaction, *Journal of Computational Physics* 152 (2) (1999) 517–549. doi:10.1006/jcph.1999.6238.  
 URL <https://doi.org/10.1006/jcph.1999.6238>
- [38] G. Zhao, M. Sun, A. Memmolo, S. Pirozzoli, A general framework for the evaluation of shock-capturing schemes, *Journal of Computational Physics* 376 (2019) 924–936. doi:10.1016/j.jcp.2018.10.013.  
 URL <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.10.013>
- [39] E. Garnier, M. Mossi, P. Sagaut, P. Comte, M. Deville, On the use of shock-capturing schemes for large-eddy simulation, *Journal of Computational Physics* 153 (2) (1999) 273–311. doi:10.1006/jcph.1999.6268.  
 URL <https://doi.org/10.1006/jcph.1999.6268>
- [40] S. Pirozzoli, Conservative hybrid compact-WENO schemes for shock-turbulence interaction, *Journal of Computational Physics* 178 (1) (2002) 81–117. doi:10.1006/jcph.2002.7021.  
 URL <https://doi.org/10.1006/jcph.2002.7021>
- [41] C. Bogey, N. de Cacqueray, C. Bailly, A shock-capturing methodology based on adaptative spatial filtering for high-order non-linear computations, *Journal of Computational Physics* 228 (5) (2009) 1447–1465. doi:10.1016/j.jcp.2008.10.042.  
 URL <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2008.10.042>
- [42] E. Johnsen, J. Larsson, A. V. Bhagatwala, W. H. Cabot, P. Moin, B. J. Olson, P. S. Rawat, S. K. Shankar, B. Sjögren, H. Yee, X. Zhong, S. K. Lele, Assessment of high-resolution methods for numerical simulations of compressible turbulence with shock waves, *Journal of Computational Physics* 229 (4) (2010) 1213–1237. doi:10.1016/j.jcp.2009.10.028.  
 URL <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2009.10.028>
- [43] S. Deck, Zonal-Detached-Eddy Simulation of the flow around a high-lift configuration, *AIAA Journal* 43 (11) (2005) 2372–2384. doi:10.2514/1.16810.  
 URL <https://doi.org/10.2514/1.16810>
- [44] S. Deck, R. Laroche, Numerical investigation of the flow dynamics past a three-element airfoil, *Journal of Fluid Mechanics* 732 (2013) 401–444. doi:10.1017/jfm.2013.363.  
 URL <https://doi.org/10.1017/jfm.2013.363>

- [45] G. Pont, D. Puech, P. Brenner, Hybrid RANS/LES simulation of a space launcher using a high order finite volume scheme and grid intersections technique, in: Symposium on Hybrid RANS-LES Methods, Springer, 2016, pp. 347–356.
- 545 [46] P. Guillen, M. Dormieux, Design of a 3D multidomain Euler code, in: Supercomputing in fluid flow, 1993, pp. 21–39.
- [47] M. Pechier, Prévisions numériques de l’effet Magnus pour des configurations de munitions, Ph.D. thesis, Poitiers (1999).
- [48] M. Pechier, P. Guillen, R. Cayzac, Magnus effect over finned projectiles, *Journal of Spacecraft and Rockets* 38 (4) (2001) 542–549.
- 550 [49] L. Manueco, P.-É. Weiss, S. Deck, On the coupling of wall-model immersed boundary conditions and curvilinear body-fitted grids for the simulation of complex geometries, *Computers and Fluids* (in revision) (2020).
- [50] I. Mary, P. Sagaut, Large Eddy Simulation of Flow Around an Airfoil Near Stall, *AIAA Journal* 40 (6) (2002) 1139–1145. doi:10.2514/2.1763.
- 555 URL <https://doi.org/10.2514/2.1763>
- [51] B. Koren, A robust upwind discretization method for advection, diffusion and source terms, in: Numerical methods for advection-diffusion problems, Vieweg, 1993, pp. 117–138.
- [52] E. Goncalvès, Résolution numérique des équations d’Euler monodimensionnelles, Lecture notes, Institut National Polytechnique de Grenoble (2004).
- 560 [53] N. Chauvet, Simulation numérique et analyse physique d’un jet propulsif contrôlé par des injections radiales, Ph.D. thesis, Poitiers (2007).
- [54] B. Van Leer, MUSCL, a new approach to numerical gas dynamics., in: Computing in Plasma Physics and Astrophysics, 1976.
- [55] P. K. Sweby, High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws, *SIAM journal on numerical analysis* 21 (5) (1984) 995–1011.
- 565 [56] R. Collercandy, An improved approach for the computation of transonic/supersonic flows with applications to aerospace configurations, in: 10th Applied Aerodynamics Conference, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992. doi:10.2514/6.1992-2613.
- URL <https://doi.org/10.2514/6.1992-2613>
- 570 [57] Arianespace, Ariane 6 user’s manual, Tech. rep. (2018).
- [58] P. L. van Gent, Q. Payanda, S. G. Brust, B. W. van Oudheusden, F. F. J. Schrijer, Effects of exhaust plume and nozzle length on compressible base flows, *AIAA Journal* 57 (3) (2019) 1–16. doi:10.2514/1.j057314.

- [59] P. Catalano, M. Marini, A. Nicoli, A. Pizzicaroli, Cfd contribution to the aerodynamic data set of the vega launcher, *Journal of Spacecraft and Rockets* 44 (1) (2007) 42–51.
- <sup>575</sup> [60] S. Deck, N. Renard, R. Laroüffie, P. Sagaut, Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer over the reynolds number range  $3\ 150 \leq Re_\theta \leq 14\ 000$ , *Physics of Fluids* 26 (2) (2014) 025116.
- [61] S. Deck, A. T. Nguyen, Unsteady side loads in a thrust-optimized contour nozzle at hysteresis regime, *AIAA journal* 42 (9) (2004) 1878–1888.

### 3.3 Synthèse du chapitre

Ce chapitre a été consacré à l'évaluation d'un cadre numérique automatique basé sur des méthodes numériques hybrides et sur l'usage de la ZDES Mode 2 (2020) pour l'étude des écoulements mono-espèces d'arrière-corps. Pour ce faire, l'analyse de huit simulations ZDES sur des configurations expérimentales de double cylindre a permis d'étudier graduellement les apports des composants de ce cadre numérique.

Dans un premier temps, il a été montré que pour des configurations non propulsées (NJ1-NJ4), l'utilisation du Mode 2 de la ZDES d'une part (NJ2) et d'un schéma numérique hybride d'autre part (NJ3 et NJ4) n'entraîne pas de dégradation notable de la précision du champ aérodynamique par rapport à un cadre numérique de référence (NJ1 : schéma AUSM+(P) L-D, MUSCL ordre 3, ZDES Mode 1). En effet, les quatre simulations ZDES réalisées fournissent des prévisions quasi-identiques pour la longueur de la zone de recirculation, les distributions de pression moyenne et de pression fluctuante sur le culot et le long de l'extension ainsi que pour les fréquences caractéristiques de l'écoulement. Ces résultats témoignent donc à la fois d'une bonne gestion automatique de l'interface RANS/LES par la ZDES Mode 2 (2020) et de la capacité du nouveau schéma numérique hybride à maintenir un faible niveau de dissipation en l'absence de choc.

Dans un second temps, des simulations numériques traitant une configuration propulsée (J1-J4) ont permis de vérifier que les méthodes numériques hybrides étaient bien capables de capturer les chocs se formant au sein des jets propulsifs tout en permettant la résolution des larges structures turbulentes se formant au niveau du décollement de la couche limite issue du corps principal. L'influence du jet sur l'écoulement d'arrière-corps a pu être clairement mise en évidence grâce à l'analyse des propriétés instantanées, statistiques et spectrales des champs aérodynamiques pour lesquelles les présentes simulations numériques ont fourni un accord satisfaisant avec les résultats expérimentaux, en amélioration par rapport à une simulation antérieure utilisant un schéma plus robuste mais moins précis. Les comparaisons entre les simulations J1/J3 et J2/J4 ont de plus mis en avant l'existence d'un compromis entre la volonté d'utiliser une gestion totalement automatique de la dissipation numérique (J3,J4) et la possibilité d'optimiser manuellement le niveau de dissipation par une définition zonale de la reconstruction MUSCL (J1,J2).

Enfin, pour l'ensemble des simulations réalisées, l'utilisation d'une méthode permettant l'introduction de fluctuations turbulentes au sein des couches limites attachées en complément du cadre numérique automatique est envisagée comme une piste d'amélioration de la précision du champ aérodynamique (moyen et fluctuant) à proximité du culot. Une telle fonctionnalité est disponible dans le cadre de la ZDES via l'utilisation du Mode 3 [125] qui permet de résoudre les structures turbulentes dans la zone externe des couches limites et qui est compatible par construction avec l'utilisation du Mode 2 employé au sein du cadre numérique automatique présenté dans ce chapitre. L'usage d'une telle méthode nécessite cependant un raffinement important du maillage utilisé et induit une charge de travail supplémentaire pour l'utilisateur qui devra donc estimer si l'amélioration espérée des résultats justifie ces coûts additionnels.

A la suite de cette étude, on dispose donc d'un cadre numérique automatique permettant d'étudier les écoulements mono-espèces d'arrière-corps propulsés. Cependant, comme exposé dans le **Chapitre 1**, afin de réaliser des prévisions extrapolables à de véritables cas de lanceurs, les simulations mono-espèces ne sont pas suffisantes et certaines propriétés thermodynamiques des jets doivent être prises en compte au sein des méthodes numériques. La revue des modélisations disponibles pour la description de la physique des jets a montré qu'une approche bi-espèce, qui définit l'air ambiant comme un gaz parfait et le mélange propulsif comme un second gaz parfait permet une prise de ces propriétés thermodynamiques avec un coût de calcul additionnel limité. Dans cette optique, nous avons exposé dans le **Chapitre 2** des extensions réalisées au sein du solveur FLU3M qui rendent possible la simulation d'écoulements bi-espèces. Les méthodes numériques ainsi étendues ont été validées pour des écoulements bi-espèces académiques, tels que des écou-

lements non visqueux (Tube à choc, Convergence supersonique) ou laminaire (Diffusion pure) où deux fluides se rencontrent et des écoulements bi-espèces turbulents et stationnaires sur des cas où les deux fluides sont déjà mélangés (Couches limites).

L'objectif dans la suite de la thèse a été de combiner ces deux développements en utilisant une version bi-espèce du cadre numérique automatique pour évaluer la capacité d'une modélisation ZDES bi-espèce à prévoir les interactions entre des jets propulsifs "chauds" et un écoulement d'arrière-corps. Cependant, au vu de la complexité de tels écoulements qui sont supersoniques, instationnaires, turbulents, présentent des zones de recirculation et au sein desquels plusieurs fluides réactifs se rencontrent, nous avons choisi de décomposer l'évaluation du cadre numérique bi-espèce en deux étapes.

Dans un premier temps, nous avons réalisé des simulations sur un cas de complexité intermédiaire traitant de l'interaction bi-espèce inerte entre deux jets supersoniques coaxiaux. Cette étude, présentée dans le **Chapitre 4**, permet d'évaluer les méthodes numériques bi-espèce développées dans cette thèse pour la prévision d'un écoulement supersonique, instationnaire et turbulent au sein duquel seuls deux fluides non réactifs se mélangent.

Par la suite, nous chercherons dans le **Chapitre 5** à évaluer dans quelle mesure cette modélisation ZDES bi-espèce permet de prévoir les interactions de jets pour un arrière-corps de lanceurs de nouvelle génération en étudiant le cas applicatif, sélectionné dans le **Chapitre 1**, d'un lanceur propulsé par quatre tuyères éjectant un mélange réactif JP4/LOX.

# Simulations numériques bi-espèces de jets supersoniques coaxiaux

4.1	Présentation du chapitre . . . . .	121
4.2	Article : A comprehensive framework for high fidelity computations of two-species compressible turbulent flows . . . . .	122
4.3	Synthèse du chapitre . . . . .	169

## 4.1 Présentation du chapitre

Un cadre numérique adapté à l'étude des écoulements mono-espèces d'arrière-corps et permettant notamment le traitement automatique de la modélisation de la turbulence et du niveau de dissipation numérique a été étudié dans le **Chapitre 3**. Grâce aux développements présentés dans le **Chapitre 2**, on dispose d'une version bi-espèce de ce cadre numérique permettant une prise en compte des propriétés thermodynamiques des jets propulsifs. L'objectif de ce chapitre est d'évaluer la capacité de ce cadre numérique bi-espèce à reproduire un écoulement supersonique, instationnaire et turbulent au sein duquel deux fluides inertes se mélangent. L'analyse bibliographique présentée dans le **Chapitre 1** a en effet montré qu'une telle configuration de couche de mélange supersonique, et notamment son développement initial, représente une composante essentielle de l'interaction se produisant entre un jet propulsif et un écoulement d'arrière-corps.

Pour mener cette évaluation, une première étape de sélection au sein de la littérature d'un cas expérimental de couche de mélange supersonique entre deux gaz inertes a été réalisée. L'étude expérimentale de Clifton et Cutler [26] traitant du mélange de deux jets supersoniques coaxiaux débouchant dans de l'air au repos est ainsi choisie du fait de sa conformité avec des critères tels que l'accessibilité des paramètres géométriques et physiques de la configuration, la disponibilité de mesures expérimentales à différentes stations au sein de la couche de mélange et l'existence de travaux numériques ayant déjà étudié cette configuration.

Une seconde étape d'analyse des études numériques dédiées à cette configuration, présentée en détail dans l'article constituant ce chapitre, a permis de choisir une modélisation de la turbulence adaptée à l'étude des couches de mélange bi-espèce.



Tout d'abord, l'utilisation de modèles RANS a conduit à l'obtention de taux de mélange fortement dépendant des valeurs choisies *a priori* pour le nombre de Schmidt turbulent  $Sc_t$  et le nombre de Prandtl turbulent  $Pr_t$ . Aussi, l'emploi d'une approche RANS/LES s'est avéré nécessaire pour s'affranchir de cette dépendance. Ces résultats ont été vérifiés grâce à une étude préliminaire comparant l'influence du nombre de Schmidt turbulent sur des simulations RANS et ZDES réalisées sur la configuration de jets coaxiaux. Cette étude a fait l'objet d'une présentation lors du congrès 3AF 2020+1 et l'article associé est disponible en annexe C.

Ensuite, les études RANS/LES traitant de cette configuration ont montré une sous-estimation de l'intensité du mélange entre les jets par rapport aux observations expérimentales. Ces écarts sont attribués par les différents auteurs à un retard dans la formation des structures turbulentes au sein des zones de transition situées entre les zones RANS et les zones LES et à l'absence de prise en compte des fluctuations turbulentes au sein des couches limites attachées qui se développent dans les tuyères. Le cadre numérique bi-espèce développé jusqu'ici repose sur l'usage du Mode 2 2020 de la ZDES [41] qui est notamment conçu pour assurer une transition rapide depuis les zones RANS vers les zones LES mais qui ne permet pas la résolution de structures turbulentes au sein des couches limites attachées, modélisées par une approche RANS. L'étude numérique du mélange bi-espèce entre deux jets supersoniques coaxiaux est donc menée en deux temps.

Dans un premier temps, une simulation du mélange se produisant entre un jet supersonique d'argon et un jet supersonique d'air est réalisée avec le cadre numérique automatique bi-espèce développé durant la première partie de la thèse. Cette simulation permet de décrire l'organisation de l'écoulement au travers de l'identification de différentes zones et d'évaluer les prévisions des grandeurs moyennes de l'écoulement obtenues avec cette approche par rapport aux mesures expérimentales et aux résultats RANS/LES issus de la littérature pour différentes stations en aval des tuyères. Une analyse des moments statistiques d'ordre 2 des vitesses axiales et radiales au sein de l'écoulement permet de plus d'évaluer l'intensité du mélange turbulent par rapport à des cas de couches de mélange canoniques.

Dans un second temps, les fonctionnalités du Mode 3 de la ZDES sont utilisées en complément du cadre numérique automatique afin d'introduire des fluctuations turbulentes au sein des couches limites attachées. L'analyse des prévisions obtenues avec ce second calcul permet d'étudier l'influence de ces fluctuations sur le mélange turbulent entre les deux gaz dans les différentes zones de l'écoulement.

Le détail de la démarche employée et les résultats obtenus dans ce chapitre sont présentés sous la forme d'un article soumis à *Journal of Computational Physics*. Les trois premières parties de cet article sont consacrées à la description d'éléments bibliographiques et méthodologiques concernant la prévision numérique des couches de mélange bi-espèces. La partie 4 présente les caractéristiques géométriques et physiques du cas d'étude ainsi que les paramètres numériques choisis pour les simulations ZDES avec une attention particulière pour le traitement des couches limites. Les comparaisons des profils des grandeurs moyennes (e.g. pression Pitot, fraction massique) issus des différents calculs avec des mesures expérimentales et des résultats RANS/LES disponibles dans la littérature pour différentes stations sont détaillées dans la partie 5. En fin de chapitre, une synthèse de l'étude reprend les principaux éléments exposés dans la conclusion de l'article et situe les résultats obtenus dans la démarche globale de la thèse vers la simulation numérique des interactions de jets pour les arrière-corps de lanceur de nouvelle génération.

## 4.2 Article : A comprehensive framework for high fidelity computations of two-species compressible turbulent flows

# A comprehensive framework for high fidelity computations of two-species compressible turbulent flows

J.Reynaud<sup>a</sup>, P-E.Weiss<sup>a</sup>, S.Deck<sup>1a</sup>, P. Guillen<sup>a</sup>

<sup>a</sup>ONERA-The French Aerospace Lab, 8 rue des Vertugadins 92190 Meudon (France)

---

## Abstract

A strategy for scale-resolving simulations of bi-species turbulent flows is presented. It relies on a combination of Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) and an original low-dissipative version of the AUSM scheme that adapts its dissipation to capture flow discontinuities while ensuring a low numerical dissipation in resolved turbulence regions. The corresponding discretized equations are thoroughly detailed. This comprehensive numerical framework is evaluated on the coaxial Air/Argon jet configuration investigated experimentally by Clifton and Cutler [1]. A robust method based on a combination of white noise to generate velocity fluctuations at the inlet of attached turbulent boundary layers together with a dynamic forcing method is applied for the first time in a curvilinear bi-species flow framework with ZDES mode 3. It is shown that the taking into account of resolved turbulence in the incoming attached boundary layers provided by this approach improves the prediction of the mixing process in the early stages of the mixing layer. Of interest, a good agreement with experiment is also observed with a RANS description of attached boundary layers as permitted by ZDES mode 2 (2020) [2] where the switch between RANS and LES is dynamically set by the model itself.

*Keywords:* ZDES, bi-species flow, turbulent mixing layer, coaxial supersonic jets

---

## 1. Introduction

During the ascent of a space launcher, the propulsive jets form supersonic multi-species reactive mixing layers with the external flow. These interactions occurring in the afterbody area of the launcher influence the base drag of the vehicle through a suction effect, the pressure fluctuations levels on the nozzle(s) with noise generation and the base and nozzle(s) temperature due to hot propulsive gas convection [3]. When designing a space launcher, minimizing drag and unsteady loads while providing an optimal thermal protection ensuring the integrity of components with a small amount of added mass constitute major challenges [4]. Thus, the study of these mixing layers and the improvement of their numerical characterization [5, 6] is of primary interest for space agencies. The physics of compressible supersonic reactive mixing layers and their numerical modelling have been widely studied for scramjet applications as reviewed in [7]. For these applications, the interactions between fluid dynamics and chemistry are very important in order to control combustion. Prior to the consideration of chemistry effects, an important challenge faced by authors is to perform an accurate

---

<sup>1</sup>pierre-elie.weiss@onera.fr

modelling of turbulent inert gas mixing [8, 9]. Furthermore, the influence of chemical reactions on space launcher aerodynamics can be small (on base pressure for instance [5]) while the computational cost can increase significantly between an inert and a reactive jet simulation [10].

This article is thus focused on the development of an inert bi-species scale-resolving numerical workflow, intended for space launcher aerodynamics, on the turbulent supersonic mixing of two inert gases. To this end, some issues concerning the modelling of turbulent mass diffusion together with numerical spatial scheme requirements for supersonic shear flows are first briefly reviewed in the following.

### 1.1. Review of turbulent mass diffusion modelling techniques

When using a scale separating formulation (RANS, RANS/LES or LES [11]) for a binary gas flow, the influence of unresolved turbulent structures on momentum, energy and mass transport equations has to be modelled. As a turbulent viscosity  $\mu_t$  is often used for the momentum turbulent diffusion, a common choice in the literature [12, 13] is to define a turbulent Prandtl number  $Pr_t$  to evaluate the turbulent heat diffusion coefficient  $\lambda_t$  and a turbulent Schmidt number  $Sc_t$  to compute the turbulent mass diffusion coefficient  $D_t$ :

$$\lambda_t = \frac{\mu_t c_p}{Pr_t}; \quad D_t = \frac{\mu_t}{\rho Sc_t}. \quad (1)$$

with  $c_p$  the constant pressure heat capacity and  $\rho$  the density of the fluid. The idea is to empirically define, thanks to wind-tunnel experiments and advanced numerical simulations, adequate values for these two dimensionless numbers. In practice however, the values for these numbers have been found to vary significantly between flow configurations and even between the different stages of a mixing layer [14, 15]. Several conclusions on the use of these numbers for numerical simulations of supersonic mixing layers are summarized from the literature the following.

First, results obtained with RANS computations appear to dramatically depend on the constant values set for turbulent Prandtl and Schmidt numbers [1, 16]. For a defined flow configuration, these values can nevertheless often be adequately tuned *a posteriori* to produce satisfying results [17, 18, 19]. Improved RANS models enabling the spatio-temporal variations of  $Sc_t$  and  $Pr_t$  have been developed to reduce this sensitivity [9, 8]. However, these models still exhibit case-dependent behaviours and cause an increase of computational costs because of added transport equations. For inert gas mixing simulations, this additional computational cost is not always justified when comparing results with computations using constant  $Sc_t$  and  $Pr_t$  [20].

RANS/LES computations of supersonic mixing layers have provided results almost independent of the choice of constant values for  $Sc_t$  and  $Pr_t$  and generally in better agreement with wind tunnel measurements than classical RANS computations [17, 16]. However, with standard RANS/LES formulations, several studies have found an underestimation of turbulent mixing between the two streams, that is to say an undervaluation of the diffusion of the central gas for coaxial configurations [19, 17, 21]. These discrepancies may be attributed to a possible delay in the formation of resolved turbulent structures in the switching area between attached boundary layers treated in RANS and mixing layers treated in LES mode [22]. To overcome this difficulty, some authors have tried to enhance the destruction of subgrid-scale viscosity by tuning model constants [17] or by using an improved subgrid length-scale [19], both studies report a noticeable overestimation of

turbulent mixing with those solutions. The introduction of turbulent content in the attached boundary layers is then mentioned as a possible solution to reproduce a realistic turbulent mixing between the two flows. Such a method has been used in [21]. However, these authors also report a strong overestimation of turbulent mixing which is attributed to the settings of turbulence generation and to the use of a too dissipative numerical scheme. Another attempt to improve RANS/LES prediction for supersonic coaxial jet was proposed in [23] with the use of a variable  $Sc_t/Pr_t$  model. Such an approach led to an overestimation of turbulent mixing for locations after 10 center jet diameters.

### 1.2. Numerical strategy for RANS/LES computations of supersonic bi-species mixing layers

The choice of the numerical methods has a dramatic influence on the accuracy of RANS/LES computations of supersonic bi-species mixing layers. Two main opposite issues have to be dealt with. On the one hand, the numerical dissipation of the methods has to be as low as possible in order to enable the onset of resolved turbulent content in the early stages of the mixing layer [24], to resolve accurately the large turbulent eddies driving the mixing between the two fluids [25] and to properly convect the turbulent structures issuing from the attached boundary layers when they are resolved. Among others, Simon et al. [24] indeed showed that the dissipation level of the spatial numerical scheme influences the size of the resolved turbulent scales and the time averaged properties of an axisymmetric mixing layer. On the other hand, as shock structures arise from the interaction between the two supersonic flows, the numerical methods have to be robust enough near these structures in order to capture discontinuities without triggering numerical instabilities [26].

In order to contribute to the development of advanced numerical methods for bi-species supersonic mixing layers, two bi-species ZDES [22] computations are performed in this study on a well-known supersonic coaxial jets experiment run by Cutler et al. [27, 1] and reproduced numerically by several authors in the past with RANS [1, 18] or RANS/LES formulations [17, 23, 19, 21]. To meet the numerical challenges described above, the computations are run with an original hybrid numerical scheme [28] based on Ducros's sensor [29] associated to a low dissipation version of the AUSM scheme [30, 31]. This new scheme is able to switch automatically from a low-dissipation formulation in presence of vortical structures to a more robust formulation in presence of shock waves (see Sec.3.1). The two present calculations differ by the treatment of the attached boundary layers which are either treated in URANS mode or in Wall-Modelled Large Eddy Simulation (WMLES) mode by taking into account turbulent fluctuations in the incoming attached boundary layers. The separated mixing layers are simulated in LES mode for both calculations. These approaches are briefly discussed in Sec.2.3. The present computations are performed thanks to the extension of the FLU3M solver [32] from mono-species to bi-species ZDES computations. The developments needed for such an extension will be detailed in Sec.3.

### 1.3. Organization of the paper

The paper is organized as follows: The salient features of the physical modelling of the bi-species framework for compressible turbulent flows are firstly reminded in Section 2. The discretized form of these models is then thoroughly detailed in Section 3. Further practical details regarding the numerical implementation

of the implicit convective and diffusive fluxes are provided in appendices A and B. The test case and the  
 85 meshing strategy are presented in Section 4 and this new framework is finally exercised and compared with  
 the experiments and numerical computations published in the literature in Section 5.

## 2. Governing equations

To describe an inert bi-species perfect gas flow, one can use the general conservative form of scale separated  
 (averaged or filtered) Navier-Stokes equations:

$$\frac{\partial \mathbf{w}_c}{\partial t} + \text{div}(\mathcal{F}) = \text{div}(\mathcal{G}) \quad (2)$$

$\mathbf{w}_c = {}^t(\rho_1, \rho_2, \rho \mathbf{V}, \rho E)$  denotes the vector of conserved quantities, containing 6 variables against 5 in a mono-  
 species case.  $\rho_1$  et  $\rho_2$  are the two gases densities and  $\rho$  is the density of the mixture.  $\mathbf{V} = {}^t(u, v, w)$  is  
 90 the velocity vector of the flow and E represents the mixture total energy.  $\mathcal{F}$  and  $\mathcal{G}$  are the convection and  
 diffusion terms:

$$\mathcal{F} = {}^t(\rho_1 \mathbf{V}, \rho_2 \mathbf{V}, \rho \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} + P \bar{\bar{I}}, (\rho E + P) \mathbf{V}) \quad (3)$$

$$\mathcal{G} = {}^t(\mathbf{J}_1^*, \mathbf{J}_2^*, \bar{\bar{\tau}}^*, \bar{\bar{\tau}}^* \cdot \mathbf{V} - \mathbf{q}^* - \mathbf{J}_E^*) \quad (4)$$

With P the mixture pressure,  $\mathbf{J}_i^* = \mathbf{J}_i + \mathbf{J}_{t_i}$  the total mass flux of the  $i$ th species with  $\mathbf{J}_i$  the laminar mass  
 flux and  $\mathbf{J}_{t_i}$  the unresolved turbulent mass flux,  $\mathbf{q}^* = \mathbf{q} + \mathbf{q}_t$  the total heat flux with  $\mathbf{q}$  the laminar heat  
 flux and  $\mathbf{q}_t$  the unresolved turbulent heat flux,  $\mathbf{J}_E^*$  the total energy flux.  $\bar{\bar{\tau}}^*$  is the combination of the viscous  
 95 stress and the unresolved turbulent stress tensors:

$$\tau_{ij}^* = 2(\mu + \mu_t)(S_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}S_{ii}) \quad i, j = 1..3 \quad (5)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}) \quad i, j = 1..3 \quad (6)$$

with  $\mu$  being the molecular viscosity and  $\mu_t$  being the turbulent eddy (resp. subgrid scale) viscosity which is  
 provided by the underlying RANS (resp. subgrid scale) model.

### 2.1. Thermodynamic Properties

Several equations describing the thermodynamic properties of the two calorically perfect gases and the  
 transport properties of the flow are needed to close the governing equations. First, in any volume, the density  
 of the mixture is defined as:

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 = \rho(Y_1 + Y_2) \quad (7)$$

with  $Y_i$  the mass fraction of the  $i$ th species. As a consequence of this definition one can note that:

$$Y_1 + Y_2 = 1 \quad \text{and} \quad \nabla Y_1 = -\nabla Y_2 \quad (8)$$

The thermodynamic properties for each of the two gases ( $i=1,2$ ) are defined as:

$$\gamma_i = \frac{c_{p_i}}{c_{v_i}}, \quad c_{p_i} - c_{v_i} = r_i \quad (9)$$

$c_{p_i}$  et  $c_{v_i}$  being the constant pressure and the constant volume heat capacities,  $\gamma_i$  the specific heat ratio and  $r_i$  the specific gas constant. Supposing a thermal equilibrium between the two gases, the internal energy  $e_i$  and the specific enthalpy  $h_i$  are defined as:

$$e_i = c_{v_i}T \quad , \quad h_i = c_{p_i}T = \gamma_i e_i = e_i + \frac{P_i}{\rho_i} \quad (10)$$

Those quantities being extensive properties, one deduces:

$$\rho e = \rho_1 e_1 + \rho_2 e_2 = \rho(Y_1 c_{v_1} + Y_2 c_{v_2})T \quad (11)$$

$$\rho h = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \rho(Y_1 c_{p_1} + Y_2 c_{p_2})T \quad (12)$$

Thus, for the mixture, one can define:

$$c_v = Y_1 c_{v_1} + Y_2 c_{v_2}, \quad c_p = Y_1 c_{p_1} + Y_2 c_{p_2} \quad (13)$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{Y_1 \gamma_1 c_{v_1} + Y_2 \gamma_2 c_{v_2}}{Y_1 c_{v_1} + Y_2 c_{v_2}}, \quad r = c_p - c_v = Y_1 r_1 + Y_2 r_2 \quad (14)$$

Then, using Dalton's Law for calorically perfect gas, we obtain the mixture pressure as the sum of both partial pressures and the equation of state for the mixture. We finally relate the internal energy to the pressure and express the mixture total energy.

$$P = P_1 + P_2 = (\rho_1 r_1 + \rho_2 r_2)T = \rho r T \quad (15)$$

$$P = \rho r \frac{e}{c_v} = \rho(\gamma - 1)e, \quad \rho E = \rho e + \frac{1}{2}\rho \mathbf{V}^2, \quad \rho H = \rho h + \frac{1}{2}\rho \mathbf{V}^2 \quad (16)$$

With  $H$  the total enthalpy of the mixture. This enables to define the mixture speed of sound:

$$a^2 = \frac{\gamma P}{\rho} \quad (17)$$

## 2.2. Transport Properties

### 100 2.2.1. Viscous Flux

An acknowledged approximation for binary gas mixture is to define the viscosity as a weighted sum of the two species viscosity [13]:

$$\mu = Y_1 \mu_1 + Y_2 \mu_2 \quad (18)$$

For each species, the molecular viscosity  $\mu_i$  is given by a Sutherland's law:

$$\mu(T)_i = \mu_{0_i} \left( \frac{T}{T_{0_i}} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_{0_i} + S_i}{T + S_i} \quad (19)$$

The total viscosity can thus be defined as  $\mu^* = \mu + \mu_t$ .

### 2.2.2. Energy Flux

The heat flux  $\mathbf{q}$  is given by Fourier's law:

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T \quad (20)$$

A thermal conductivity is defined for each species thanks to a constant Prandtl number  $Pr_i$  and the thermal conductivity of the mixture is then estimated as a viscosity-weighted average of both conductivities [13]:

$$\lambda_i = \frac{\mu_i c_{p_i}}{Pr_i}, \quad \lambda = \mu \left( \frac{\lambda_1}{\mu_1} Y_1 + \frac{\lambda_2}{\mu_2} Y_2 \right) \quad (21)$$

To account for the effect of unresolved turbulence on heat transfer, the unresolved turbulent heat flux  $\mathbf{q}_t$  is modelled thanks to a turbulent Prandtl number defined for the mixture flow:

$$\mathbf{q}_t = -\lambda_t \nabla T, \quad \lambda_t = \frac{\mu_t c_p}{Pr_t} \quad (22)$$

The total thermal conductivity is then defined as  $\lambda^* = \lambda + \lambda_t$ . In a mixture, the energy flux is moreover related to the diffusion of enthalpy:

$$\mathbf{J}_E^* = \mathbf{J}_1^* h_1 + \mathbf{J}_2^* h_2 \quad (23)$$

### 2.2.3. Mass Diffusion

To model laminar mass diffusion fluxes, the Hirschfelder-Curtis approximation [33] is considered as the most accurate first-order approximation available. For a binary gas mixture, it resumes to Fick's diffusion law [34]:

$$\mathbf{J}_1 = -\rho D \nabla Y_1, \quad \mathbf{J}_2 = -\rho D \nabla Y_2 \quad (24)$$

where  $D = \mathcal{D}_{12} = \mathcal{D}_{21}$  denotes the mixture diffusion coefficient. This formulation traduces the tendency to balance mass fractions as the fluxes are opposed to mass fraction gradients. The mass conservation condition can be verified:

$$\mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2 = -\rho D (\nabla Y_1 + \nabla Y_2) = 0 \quad (25)$$

The diffusion coefficient  $D$  may be derived from particules collisions models and thermodynamic variables, it is known to vary as  $D \sim \frac{T^{3/2}}{P}$  [35]. For fluid mechanics problems with inert gases, a simplified model is usually chosen.  $D$  is defined thanks to the Schmidt Number  $Sc$  expressing a ratio between viscous and mass diffusions:

$$D = \frac{\mu}{\rho Sc} \quad (26)$$

A common hypothesis, with good experimental support [36, 37], is to consider  $Sc$  constant for a pair of gases. As for heat transfer, a turbulent diffusion coefficient is furthermore defined to compute  $\mathbf{J}_{t_i} = -\rho D_t \nabla Y_i$  the unresolved turbulent mass fluxes. This coefficient is expressed thanks to a turbulent Schmidt number to form the total diffusion coefficient:

$$D_t = \frac{\mu_t}{\rho Sc_t}, \quad D^* = D + D_t \quad (27)$$

As explained in Sec.1.1,  $Sc$  and  $Sc_t$  are usually defined empirically with wind tunnel experiments and numerical simulations.

2.3. Turbulence modelling using Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES)

ZDES is a multiresolution approach developed by ONERA [22, 38] which aims at treating in a single model all classes of flow problems indicated in Fig 1. In this approaches, three specific hybrid length scale formulations (seeEq.(28) ) also called modes are optimized to be employed on three typical flowfield topologies as illustrated in Fig 1. In the frame of the Spalart-Allmaras model [39],  $\tilde{d}_{ZDES}$  replaces the distance to the wall  $d_w$  according to:

$$\tilde{d}_{ZDES} = \tilde{d}_{mode} \left( \tilde{\Delta}, d_w, U_{i,j}, \nu, \tilde{\nu}, \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial n}, \frac{\partial ||\boldsymbol{\omega}||}{\partial n} \right) \quad (28)$$

$$mode = 1, 2, 3 \quad (29)$$

with  $\tilde{\Delta}$  denoting the subgrid length scale entering  $\tilde{d}_{ZDES}$  that depends on the grid cell size,  $U_{i,j}$  the velocity gradients,  $d_w$  the distance to the wall,  $||\boldsymbol{\omega}||$  the magnitude of vorticity,  $\nu$  and  $\tilde{\nu}$  the kinematic and pseudo eddy viscosity as well as  $\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial n}$  the derivative in the wall-normal direction. The definition of  $\tilde{d}_{ZDES}$  is not a minor adjustment in the DES framework since the modified lengthscales depend not only on the grid but also on the velocity and eddy viscosity fields and their wall-normal derivatives. ZDES takes full advantages of its zonal nature since complex configurations can be accurately treated by the use of various fomulations within the same calculation (an example is provided in [40]).

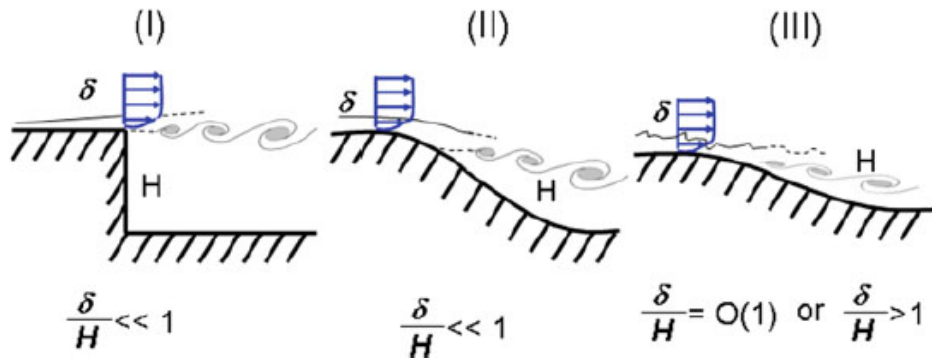


Figure 1: Classification of typical flow problems. I: separation fixed by the geometry, II: separation induced by a pressure gradient on a curved surface, III: separation strongly influenced by the dynamics of the incoming boundary layer

In this study, we have first computed a bi-species turbulent mixing case with the recent version of the ZDES Mode 2 [2] (computation ZDES C1) to evaluate the newly developed bi-species numerical framework in comparison with experimental measurements and previous RANS/LES computations. This mode of the ZDES approach is designed to treat attached boundary layers in RANS mode and to automatically switch to a LES mode to treat detached flow.

Then, to evaluate the influence of turbulent content coming from the attached boundary layer on the mixing process and to demonstrate the abilities of the ZDES, the framework of the ZDES Mode 3 [41, 42] has been used to provide stimulated boundary layers (SBL) inside a second ZDES mode 2 computation (ZDES C2). With ZDES mode 3, the inner part of the boundary layer is treated with RANS equations and the



outer part is treated in LES mode. The separation between both parts is given by a RANS/LES interface defined by the user as a fraction of the RANS boundary layer thickness, typically  $d_w^{interface} = 0.125\delta(x)$ .

130 Example of WMLES (Wall Modelled LES) use of ZDES are given in [41, 43]. A more detailed description of the boundary layer treatments applied is given in Sec.4.2.

### 3. Numerical Methods

The FLU3M solver [44] developed by ONERA is used to solve the compressible Navier-Stokes equations on multiblock structured grids. An implicit finite volume form of the governing equations (Eq.(2)), based on

135 Gear's second-order accurate time discretization, yields for a hexahedral cell centered in  $(i,j,k)$  with a volume  $\Omega_{ijk}$ :

$$\begin{aligned} \frac{3}{2}\Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1,p+1} + \frac{\Delta t}{\Omega_{ijk}} \sum_{l=1}^6 \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{w}_c)}{\partial \mathbf{w}_c} - \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{w}_c)}{\partial \mathbf{w}_c} \right)_{ijk,l}^{n+1,p} \Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1,p+1} \right] = \\ \frac{3}{2}(\mathbf{w}_c)_{ijk}^n - \frac{3}{2}(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1,p} + \frac{1}{2}\Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^n - \frac{\Delta t}{\Omega_{ijk}} \sum_{l=1}^6 (\mathbf{F}(\mathbf{w}_c) - \mathbf{G}(\mathbf{w}_c))_{ijk,l}^{n+1,p} \end{aligned} \quad (30)$$

Where  $p$  is the index of inner iteration,  $n$  and  $n+1$  represent consecutive time steps and  $\Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1} = (\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1} - (\mathbf{w}_c)_{ijk}^n$ . The inner iterations are used to ensure the convergence  $(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1,p+1} - (\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1,p} =$

140  $\Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1,p+1} \rightarrow 0$  leading to  $(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1} = (\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1,p+1} \approx (\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1,p} = \Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1,p+1}$  for the last inner iteration for which Eq.30 becomes:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2}\Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1} - \frac{1}{2}\Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^n + \frac{\Delta t}{\Omega_{ijk}} \sum_{l=1}^6 (\mathbf{F}(\mathbf{w}_c) - \mathbf{G}(\mathbf{w}_c))_{ijk,l}^n = \\ - \frac{\Delta t}{\Omega_{ijk}} \sum_{l=1}^6 \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{w}_c)}{\partial \mathbf{w}_c} - \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{w}_c)}{\partial \mathbf{w}_c} \right)_{ijk,l}^n \Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1} \right] \end{aligned} \quad (31)$$

For each interface  $l$  associated to a normal vector  $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$  and a surface  $\Delta S_{ijk,l}$ , the discrete convective and diffusive fluxes  $\mathbf{F}$  and  $\mathbf{G}$  are defined as:

$$\mathbf{F}(\mathbf{w}_c)_{ijk,l} = \begin{pmatrix} \rho_1(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \\ \rho_2(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \\ \rho u(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) + P n_x \\ \rho v(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) + P n_y \\ \rho w(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) + P n_z \\ (\rho E + P)(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \end{pmatrix}_{ijk,l} \cdot \Delta S_{ijk,l} \quad (32)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{w}_c)_{ijk,l} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_1^* \cdot \mathbf{n} \\ \mathbf{J}_2^* \cdot \mathbf{n} \\ \tau_{xx}^* n_x + \tau_{xy}^* n_y + \tau_{xz}^* n_z \\ \tau_{xy}^* n_x + \tau_{yy}^* n_y + \tau_{yz}^* n_z \\ \tau_{xz}^* n_x + \tau_{yz}^* n_y + \tau_{zz}^* n_z \\ (\bar{\tau} \cdot \mathbf{V} - \mathbf{q}^* + \mathbf{J}_E^*) \cdot \mathbf{n} \end{pmatrix}_{ijk,l} \cdot \Delta S_{ijk,l} \quad (33)$$

Based on previous works [45, 32], several numerical methods of the FLU3M solver have been enhanced in order to achieve RANS and ZDES implicit computations of viscous and turbulent bi-species flow. These adaptations concern numerical methods designed for convective fluxes (Sec. 3.1), explicit diffusion fluxes (Sec. 3.2), implicit fluxes (Sec. 3.3), boundary conditions treatment (Sec. 3.4), dynamic forcing (Sec. 3.5) and post-processing methods that will not be detailed here. The validation of these features on flows of growing complexity has been presented in [16]. These features are exposed here to give a clear view of the numerical workflow used for the bi-species ZDES simulations.

### 3.1. Explicit convective fluxes

In order to test different numerical strategies, we have adapted three mono-species schemes to bi-species flow: the AUSM+ [30], a robust upwind scheme, an adapted low-dissipative AUSM+(P) [31] (called here AUSM+(P) L-D) and a hybrid shock-capturing scheme combining the two previous AUSM type schemes to perform high-fidelity, scale-resolving simulations of compressible flows [28].

#### 3.1.1. AUSM+ 2S

The AUSM+ scheme has been proposed by Liou [30] for a mono-species flow, an adaptation to binary gas mixture (AUSM+ 2S) is presented here. The main idea here is to decompose the non-viscous fluxes  $\mathbf{F}(\mathbf{w}_c)$  between convective fluxes  $\mathbf{F}^{(c)}$  and acoustic fluxes  $\mathbf{P}$ .

$$\mathbf{F}(\mathbf{w}_c) = \mathbf{F}^{(c)} + \mathbf{P} \quad (34)$$

For a bi-species flow this fluxes can be written as:

$$\mathbf{F}^{(c)} = Ma.^t(\rho_1, \rho_2, \rho \mathbf{V}, \rho H), \quad \mathbf{P} =^t(0, 0, Pn_x, Pn_y, Pn_z, 0) \quad (35)$$

assuming  $M = \frac{\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}}{a}$ ,  $a$  the speed of sound and  $H$  the total enthalpy,  $H = E + \frac{P}{\rho}$ .

For the sake of explanation, suppose that we are willing to compute this AUSM+ (AU) flux  $\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{AU}$  through the interface between the cell  $(i, j, k)$  and the cell  $(i, j+1, k)$ . We need to express a convective numerical flux  $\mathbf{f}_{j+\frac{1}{2}}^{(c)}$  and a pressure numerical flux  $\mathbf{p}_{j+\frac{1}{2}}$ . Defining  $a_{j+\frac{1}{2}}$  as the cell interface speed of sound one can express:

$$\mathbf{f}_{j+\frac{1}{2}}^{(c)} = m_{j+\frac{1}{2}} a_{j+\frac{1}{2}} \Psi_{j+\frac{1}{2}}, \quad \Psi =^t(\rho_1, \rho_2, \rho \mathbf{V}, \rho H) \quad (36)$$

and

$$\mathbf{p}_{j+\frac{1}{2}} =^t(0, 0, Pn_x, Pn_y, Pn_z, 0)_{j+\frac{1}{2}} \quad (37)$$

$\Psi_{j+\frac{1}{2}}$  is given by a basic upwinding procedure:

$$\Psi_{j+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \Psi_L & \text{if } m_{j+\frac{1}{2}} \geq 0 \\ \Psi_R & \text{otherwise} \end{cases} \quad (38)$$

With  $\Psi_{L,R}$  being the left and right state obtained for the interface  $j + \frac{1}{2}$  with the chosen MUSCL reconstruction. The terms  $m_{j+\frac{1}{2}}$ ,  $\mathbf{p}_{j+\frac{1}{2}}$  and  $a_{j+\frac{1}{2}}$  have yet to be defined. Liou [30] proposes a decomposition

of those terms as the sum of two contributions:

$$m_{j+1/2} = \mathcal{M}^+(M_j) + \mathcal{M}^-(M_{j+1}) \quad (39)$$

$$\mathbf{p}_{j+1/2} = \mathcal{P}^+(M_j)\mathbf{p}_j + \mathcal{P}^-(M_{j+1})\mathbf{p}_{j+1} \quad (40)$$

160 Liou [30] finally proposes the forms:

$$\mathcal{M}^\pm(M) = \begin{cases} \frac{1}{2}(M \pm |M|), & \text{if } |M| \geq 1 \\ \pm \frac{1}{2}(M \pm 1)^2 \pm \frac{1}{8}(M^2 - 1)^2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (41)$$

$$\mathcal{P}^\pm(M) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 \pm \text{sign}(M)), & \text{if } |M| \geq 1 \\ \pm \frac{1}{4}(M \pm 1)^2(2 \pm M)^2 \pm \frac{3}{16}M(M^2 - 1)^2 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (42)$$

For the common speed of sound, a simple average at the interface yields satisfying results:

$$a_{j+1/2} = \frac{1}{2}(a_j + a_{j+1}) \quad (43)$$

The adaptation to binary gas mixture mostly consists in the definition of  $\Psi$  and in the use of local mass fractions for the computation of thermodynamic variables at the center of cells  $(a_j, \mathbf{p}_j)$  as in equations (7),(14), (15) and (17). The AUSM+ 2S numerical flux  $\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{AU}$  is finally computed as:

$$\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{AU} = m_{j+1/2}a_{j+1/2}\Psi_{j+1/2} + \mathbf{p}_{j+1/2} \quad (44)$$

This scheme is known for its good shock-capturing properties but it can be too dissipative for high-fidelity scale-resolving simulations [46].

### 3.1.2. AUSM+(P) L-D

Mary and Sagaut [31] proposed a simplified formulation of the AUSM+(P) scheme designed to ensure a low numerical dissipation for scale-resolving simulations. We recall here the main features of this scheme and the adjustments needed for binary mixture flow. The Euler fluxes are approximated by:

$$\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{LD} = V_1 \frac{\Psi_L + \Psi_R}{2} - |U_{dis}| \frac{\Psi_R - \Psi_L}{2} + P_1 \quad (45)$$

With  $V_1$  the interface fluid velocity and  $P_1 = [0, 0, \frac{P_L + P_R}{2}n_x, \frac{P_L + P_R}{2}n_y, \frac{P_L + P_R}{2}n_z, 0]$  and  $\Psi_{L,R}$  being the left and right state obtained with the chosen MUSCL reconstruction.  $U_{dis}$  is a parameter based on the local fluid velocity to control the numerical dissipation. More precisely,  $V_1$  is computed with a pressure stabilization term:

$$V_1 = \frac{(\mathbf{V}_L + \mathbf{V}_R) \cdot \mathbf{n}}{2} - c_2(P_R - P_L) \quad (46)$$

$U_{dis}$  is defined as:

$$U_{dis} = \zeta * \max\left(\left|\frac{(\mathbf{V}_L + \mathbf{V}_R) \cdot \mathbf{n}}{2}\right|, c_1\right) \quad (47)$$

$c_1$  and  $c_2$  are constant parameters based on the flow reference values ( $c_1 = 0.04 * U_\infty$  and  $c_2 = 0.04 * \frac{1}{U_\infty \rho_\infty}$ ) and  $\zeta \in \{0; 1\}$  is a sensor used to minimize dissipation by enabling a fully centered scheme in monovariant zones [31]. The adaptation to binary gas mixture here again stands in the definition of  $\Psi = {}^t(\rho_1, \rho_2, \rho \mathbf{V}, \rho H)$  and the computation of thermodynamic quantities. The sensor formulation  $\zeta$  is adapted from [31] to be active on six equations rather than five for the mono-species. To detect spurious oscillations at the interface  $j + \frac{1}{2}$ , the definition of  $\zeta$  is based on two functions,  $\Delta_\xi^j$  to detect changes in the sign of the slope of a variable  $\xi$  and  $W_{w_{pk}}$  applied on primitive variables  $\mathbf{w}_p = {}^T(\rho_1, \rho_2, \mathbf{V}, P)$  to detect consecutive sign changes corresponding to oscillations:

$$\Delta_\xi^j = \begin{cases} -1 & \text{if } (\xi_{j+2} - \xi_{j+1})(\xi_{j+1} - \xi_j) < 0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (48)$$

$$W_{w_{pk}} = \begin{cases} 1 & \text{if } \Delta_{w_{pk}}^j + \Delta_{w_{pk}}^{j+1} < 0 \text{ or } \Delta_{w_{pk}}^j + \Delta_{w_{pk}}^{j-1} < 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (49)$$

$$\zeta = \max[(W_{w_{pk}})_{k=1..6}] \quad (50)$$

This scheme has been used with success on various configurations for scale-resolving computations ([47, 48, 49, 50, 51] among others), but is not adapted for flow configurations leading to the formation of shock waves.

### 3.1.3. Hybrid shock-capturing scheme

Based on the two numerical schemes presented above, a hybrid scheme has been recently proposed in [28]. This scheme blends the two previously described formulations to ensure both a low numerical dissipation and good local shock-capturing properties. The chosen formulation is:

$$\mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}} = \mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{LD} + \beta \mathbf{F}_{j+\frac{1}{2}}^{AU} \quad (51)$$

With  $\beta$  a sensor designed to detect shocks, based on Ducros's [29] sensor  $\Phi$ :

$$\Phi = \frac{(\nabla \cdot \mathbf{u})^2}{(\nabla \cdot \mathbf{u})^2 + (\nabla \wedge \mathbf{u})^2 + \epsilon} \quad \epsilon = 1.10^{-32} s^{-2} \quad (52)$$

$\nabla \cdot \mathbf{u}$  is the divergence of the velocity vector, it takes high values near shocks and  $\nabla \wedge \mathbf{u}$  evaluates the vorticity of the flow, it takes high values in vortical regions. Thus,  $\Phi \in [0; 1]$  and it takes values close to one near a shock wave and close to zero in vortical regions. A more complete formulation has been derived to enhance dissipation near shocks, to maintain  $\beta$  between 0 and 1 and to ensure a smooth variation of  $\beta$  limiting sensitivity to numerical instabilities:

$$\beta(\Phi) = \tanh(3 * \Phi) \quad (53)$$

170 The spatial accuracy of the presented schemes are finally extended thanks to MUSCL approaches. A second-order Minmod MUSCL reconstruction [52] is employed with the AUSM+ scheme for the internal flows and a third-order Koren-type MUSCL reconstruction [53] is used with the hybrid scheme to treat the mixing layers and the stimulated boundary layers. See [28] for more details on these MUSCL procedures as the adaptation to bi-species flow only consists in the application of these procedures on six equations instead  
175 of five.

### 3.2. Explicit Diffusive fluxes

To evaluate the diffusion flux vector  $\mathbf{G}$  (see Eq.33), values of  $\rho, D^*, \mu^*, \lambda^*, \mathbf{V}, h_i$  at the cell interface are needed. They are estimated by taking the average of the center values in the right and left cells. Estimations of velocity, mass fraction and temperature gradients are needed as well. To this end, a corrected Green-  
180 Gauss mono-species approach described in [54] is adapted to include mass fraction gradient computations. It is designed to prevent numerical instabilities that can arise due to odd-even decoupling oscillations allowed by the original Green-Gauss approach.

### 3.3. Implicit fluxes

As seen in equation (31), Jacobian matrices of the fluxes are needed for the implicit formulation of the  
185 time scheme:

$$A = \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{w}_c} \right)_{ijk,l}^n, \quad B = \left( \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{w}_c} \right)_{ijk,l}^n \quad (54)$$

To compute A and B at a cell interface, the procedure exposed in [55] has been adapted. A convenient first step is to express the matrix  $M^{-1} = \left( \frac{\partial \mathbf{w}_p}{\partial \mathbf{w}_c} \right)$  transforming partial derivatives with respect to the primitive variables  $\mathbf{w}_p = {}^T (\rho_1, \rho_2, \mathbf{V}, P)$  into partial derivatives with respect to conservative ones and its inverse  $M = \left( \frac{\partial \mathbf{w}_c}{\partial \mathbf{w}_p} \right)$ . In particular, for a bi-species flow, variations of  $P$  with respect to  $\rho_1$  and  $\rho_2$  need some development. From (15) and (14) we write:

$$P = \frac{Y_1 c_{v1} (\gamma_1 - 1) + Y_2 c_{v2} (\gamma_2 - 1)}{Y_1 c_{v1} + Y_2 c_{v2}} \left( \rho E - \frac{1}{2} \frac{\rho^2 \mathbf{V}^2}{\rho_1 + \rho_2} \right) \quad (55)$$

Assuming:

$$X = \frac{P c_{v1} c_{v2} (\gamma_1 - \gamma_2)}{(\rho_1 c_{v1} + \rho_2 c_{v2}) (\rho_1 r_1 + \rho_2 r_2)} \quad (56)$$

One can show that:

$$\frac{\partial P}{\partial \rho_1} = \rho_2 X + \frac{1}{2} (\gamma - 1) \mathbf{V}^2, \quad \frac{\partial P}{\partial \rho_2} = -\rho_1 X + \frac{1}{2} (\gamma - 1) \mathbf{V}^2 \quad (57)$$

The matrix  $M^{-1}$  can then be expressed as:

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{u}{\rho} & -\frac{u}{\rho} & \frac{1}{\rho} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{v}{\rho} & -\frac{v}{\rho} & 0 & \frac{1}{\rho} & 0 & 0 \\ -\frac{w}{\rho} & -\frac{w}{\rho} & 0 & 0 & \frac{1}{\rho} & 0 \\ \rho_2 X + \frac{1}{2} (\gamma - 1) \mathbf{V}^2 & -\rho_1 X + \frac{1}{2} (\gamma - 1) \mathbf{V}^2 & -(\gamma - 1)u & -(\gamma - 1)v & -(\gamma - 1)w & \gamma - 1 \end{pmatrix} \quad (58)$$

And M is then found as:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ u & u & \rho & 0 & 0 & 0 \\ v & v & 0 & \rho & 0 & 0 \\ w & w & 0 & 0 & \rho & 0 \\ \frac{\frac{1}{2} (\gamma - 1) \mathbf{U}^2 - \rho_2 X}{\gamma - 1} & \frac{\frac{1}{2} (\gamma - 1) \mathbf{U}^2 + \rho_1 X}{\gamma - 1} & \rho u & \rho v & \rho w & \frac{1}{\gamma - 1} \end{pmatrix} \quad (59)$$

### 3.3.1. Convective flux

After re-writing the convective flux with the explicit appearance of the conservative variables:

$$\mathbf{F}(\mathbf{w}_c) = \begin{pmatrix} \rho_1 \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \\ \rho_2 \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \\ \rho u \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} + P n_x \\ \rho v \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} + P n_y \\ \rho w \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} + P n_z \\ (\rho E + P) \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \end{pmatrix} \cdot \Delta S_{ijk,l} = \begin{pmatrix} \frac{\rho_1}{\rho_1 + \rho_2} \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \\ \frac{\rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \\ \frac{\rho u}{\rho_1 + \rho_2} \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} + P n_x \\ \frac{\rho v}{\rho_1 + \rho_2} \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} + P n_y \\ \frac{\rho w}{\rho_1 + \rho_2} \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} + P n_z \\ \frac{(\rho E + P)}{\rho_1 + \rho_2} \rho \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \end{pmatrix} \cdot \Delta S_{ijk,l} \quad (60)$$

One can use  $M^{-1}$  to derive the Jacobian matrix  $\mathbf{A}$  with respect to the conservative variables (shown in Tab.A.4 in Appendix A).

### 3.3.2. Viscous Flux

190 For the implicit part of the viscous flux, a five-step procedure is applied to approximate the contribution of the Jacobian matrix of  $\mathbf{G}$ . Only the last step corresponds to a program implemented in the solver. These steps are listed here but the details of the operations are displayed in the Appendix B:

1. Express explicitly the viscous flux vector  $\mathbf{G}$  (B.1) and detail the spatial derivatives contained in this vector with respect to primitive variables.
- 195 2. Compute the matrix  $(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{w}_{p_a}})_{ijk,l}$  for  $a = x, y, z$ . The example for  $a = x$  is given in (B.6)
3. Compute the Jacobian matrix  $(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{w}_p})_{ijk,l}$  thanks to the approximation:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{w}_p}\right)_{ijk,l} = \left( \sum_{a \in (x,y,z)} \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{w}_{p_a}}\right) \cdot \frac{\partial \eta}{\partial a} \right)_{ijk,l} \quad (61)$$

With  $\eta$  being the normal component in a local frame linked the cell interface  $l$  (B.8) and using the approximation  $(\frac{\partial \eta}{\partial a})_{ijk,l} = \frac{S_a}{\Omega}$  with  $S_a$  the surface in the  $a$  direction,  $\Omega$  the volume of the cell and  $S = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2$ .

4. Compute the Jacobian matrix of  $\mathbf{G}$  with respect to convective variables (B.7):

$$\left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{w}_c}\right)_{ijk,l} = \left(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{w}_p} M^{-1}\right)_{ijk,l} \quad (62)$$

5. Use Coakley's method [56] to estimate the contribution of this matrix by the maximum of its eigenvalues  $B \approx (\delta \cdot \frac{S^2}{\Omega})_{ijk,l} \cdot I_6$  with:

$$\delta_{ijk,l} = \max\left(D^*, \frac{4}{3} \nu^*, \frac{\lambda^*}{\rho c_v}\right)_{ijk,l} \quad (63)$$

200 The  $6 \times 6$  matrix (instead of  $5 \times 5$  for a mono-species flow) obtained for the left term of Eq.31 will finally be inverted thanks to a lower-upper (LU) resolution algorithm [57].

### 3.4. Boundary conditions

In the FLU3M solver, the boundary conditions are treated with ghost cells [57] (cell 0 in Fig.2) placed at the frontier of the domain and parametrized to compute adequate fluxes at the interface with the frontier (cell 1 on Fig.2).

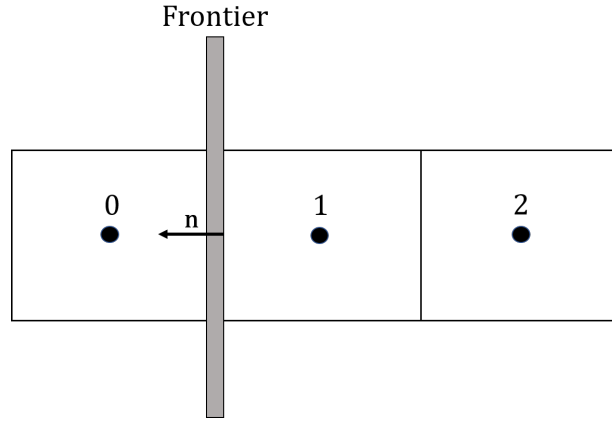


Figure 2: Schematic of a ghost cell approach. Here  $\mathbf{n}$  is the external normal vector for cell 1

### 3.4.1. Adiabatic wall

To simulate an adiabatic wall in a mono-species computation (5 equations), one has to ensure several conditions at the interface between the fluid and the wall, that is to say at the interface between the frontier cell and the ghost cell:

- the no-slip condition  $\mathbf{V} = {}^t(u, v, w) = (0, 0, 0)$
- a null normal pressure gradient  $\frac{\partial P}{\partial \mathbf{n}} = 0$
- a null normal thermal gradient  $\frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = 0$

This is done by setting  $\mathbf{V}_0 = -\mathbf{V}_1$ ,  $P_0 = P_1$  and  $e_0 = e_1$ . The adaptation to bi-species flow (6 equations) lies in the computation of the mixture pressure  $P$  and the mixture internal energy  $e$  thanks to relations described in Sec.2.1 and in the addition of a null normal mass fraction condition  $\frac{\partial Y_i}{\partial \mathbf{n}} = 0$  ensured by forcing  $Y_{1_0} = Y_{1_1}$  which implies  $Y_{2_0} = Y_{2_1}$  according to Eq.8.

### 3.4.2. Free surface

As described in [55], free surface boundary conditions are treated using the resolution of a linearized Riemann problem. Indeed, neglecting viscous terms and using the hypothesis of a one-dimensional flow in the direction normal to the interface ( $\mathbf{n}$ ) one can linearise Eq.2 in the form:

$$\frac{\partial \mathbf{w}_c}{\partial t} + A \frac{\partial \mathbf{w}_c}{\partial n} = 0 \quad (64)$$

An efficient way of computing the solution is to rewrite Eq.64 using the primitive variables  $\mathbf{w}_p$  thanks to the previously defined matrices  $M^{-1} = \left( \frac{\partial \mathbf{w}_p}{\partial \mathbf{w}_c} \right)$  and  $M = \left( \frac{\partial \mathbf{w}_c}{\partial \mathbf{w}_p} \right)$ , one can thus obtain:

$$\frac{\partial \mathbf{w}_p}{\partial t} + \underbrace{M^{-1} A M}_J \frac{\partial \mathbf{w}_p}{\partial n} = 0 \quad (65)$$

With  $J$  the Jacobian matrix of the convective fluxes with respect to the primitive variables detailed in the Appendix A.5. One can see that this matrix has the form  $J = (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \times I_6 + J_0$  where  $J_0$  does not depend on

speed components. The left and right eigenvectors of  $J$  can thus also be chosen as independent of  $\mathbf{V}\cdot\mathbf{n}$ . The matrices of the right eigenvectors  $R$  and left eigenvectors  $L$  (With  $LR = I_6$ ) can be expressed as:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{\rho_1}{a} & \frac{\rho_1}{a} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \frac{\rho_2}{a} & \frac{\rho_2}{a} \\ 0 & 0 & \frac{n_z n_x}{N_{xy}} \text{ or } n_z & \frac{-n_y}{N_{xy}} \text{ or } 0 & n_x & -n_x \\ 0 & 0 & \frac{n_z n_y}{N_{xy}} \text{ or } 0 & \frac{n_x}{N_{xy}} \text{ or } 1 & n_y & -n_y \\ 0 & 0 & -N_{xy} & 0 & n_z & -n_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho a & \rho a \end{pmatrix} \quad (66)$$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-\rho_1}{a^2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{-\rho_2}{a^2} \\ 0 & 0 & \frac{n_z n_x}{N_{xy}} \text{ or } n_z & \frac{n_z n_y}{N_{xy}} \text{ or } 0 & -S_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-n_y}{N_{xy}} \text{ or } 0 & \frac{n_x}{N_{xy}} \text{ or } 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}n_x & \frac{1}{2}n_y & \frac{1}{2}n_z & \frac{1}{2\rho a} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}n_x & -\frac{1}{2}n_y & -\frac{1}{2}n_z & \frac{1}{2\rho a} \end{pmatrix} \quad (67)$$

With  $N_{xy} = \sqrt{n_x^2 + n_y^2}$  and the second option values introduced with "or" corresponding to selected values in the case of  $N_{xy} = 0$ . For  $R$ , the first two columns correspond to the species transport with the eigenvalues  $\alpha_1 = \alpha_2 = \mathbf{V}\cdot\mathbf{n}$ , the next two to the transport of the interface speed components normal to  $\mathbf{n}$ , with the eigenvalue  $\alpha_3 = \alpha_4 = \mathbf{V}\cdot\mathbf{n}$ , and the two last columns corresponds quantities transported by the acoustic eigenvalues  $\alpha_5 = \mathbf{V}\cdot\mathbf{n} + a$  and  $\alpha_6 = \mathbf{V}\cdot\mathbf{n} - a$ . The left eigenvector matrix  $L$  has a strictly similar structure by lines. One can see that the extension to multispecies flow is straightforward.

Defining the Jacobian matrix  $J$  for the average state  $\mathbf{w}_{c_{avg}} = \frac{\mathbf{w}_{c_0} + \mathbf{w}_{c_1}}{2}$  to evaluate the matrix  $L$  and the eigenvalues  $\alpha_i$  at the cell interface, the left (0) and right (1) states at the frontier can be projected on the eigenvector basis to form characteristic variables:  $\omega = L\mathbf{w}_p$ . Eq.65 then becomes:

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial t} + \alpha_i \frac{\partial \omega_i}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad i = 1...6 \quad (68)$$

The characteristic state at the interface 0,1 between the ghost cell and the frontier cell are then chosen as:

$$\omega_{i0,1} = \begin{cases} \omega_{i1} & \text{if } \alpha_i > 0 \\ \omega_{i0} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (69)$$

The flux corresponding to the state  $(\mathbf{w}_p)_{0,1} = R\omega_{0,1}$  obtained with the chosen characteristics variables are then computed at the interface according to Eq.32. This way, any subsonic or supersonic entrance/exit can be treated in a non-reflexive way with a correct input of information.

### 3.4.3. User's input

In the bi-species numerical framework implemented, the user has to define Sutherland's laws constants (see Eq.19)  $[\mu_{0_i}, S_i, T_{0_i}]$  and  $[\gamma_i, c_{v_i}, Pr_i]$  for the two gases ( $i=1,2$ ) involved in the simulation and  $[Pr_t, Sc, Sc_t]$  for



the mixture. These quantities permit to initialize the conservative variables ( $\rho_1 = \rho * Y_1, \rho_2 = \rho * Y_2, \rho \mathbf{V}, \rho E$ ) and the transport coefficients in any zone of the computational domain.

### 3.5. Dynamic forcing

As explained in Sec.2.3, the ZDES mode 3 framework is built to treat the outer part of a boundary layer in LES mode. As discussed by Laraufie et al.[46], such framework has to be fed with turbulent content. In this study, we chose to use the method described in [58] that is based on a physics motivated combination of white noise to generate fluctuations at the inlet of the boundary layer domain together with a dynamic forcing method processing the inlet velocity fluctuations. The dynamic forcing, based on the idea proposed by Spille-Kohoff and Kaltenbach [59], consists in the addition of a source-term to the momentum equations in order to increase the resolved turbulent kinetic energy. This source term is built as a closed-loop controller adjusting the velocity components to match the wall-normal Reynolds stress levels prescribed by a reference RANS computation. As for the adaptation of numerical schemes to bi-species flow, the modification of dynamic forcing consists in the use of the mixture properties to compute the source term.

## 4. Test case

The test case is based on the coaxial jet experiment presented by Cutler and coworkers in [27, 1] which was designed for CFD code validation. A summary of previous computational studies of this case found in the literature is presented in Table 1. In the version studied here, two co-flowing supersonic jets of argon (center jet) and air (outer jet) discharge in a quiescent atmosphere. The short review (see Table 1) reveals that only few hybrid RANS/LES approaches with stimulated incoming boundary layers have been used in the literature to study this case.

Study	Center jet gas	Turbulence modelling	$S_{c_t}$	$N_{xyz}$	$\Delta\theta$
Clifton and Cutler (2007) [1]	Ar and He- $O_2$	RANS $k - \omega$	0.1/0.25/0.5/0.9	$0.19.10^6$	2D-axi
Baurle et al. (2010) [17]	Ar and He- $O_2$	RANS/LES	0.25/0.5/1	$43.10^6$	-
Cocks et al. (2012) [21]	He- $O_2$	SST DDES + SBL	0.5/1	$22.10^6$	-
Dharavath et al. (2015)[18]	Ar and He- $O_2$	RANS $k - \epsilon$	constant	$0.45.10^6$	$0.8^\circ$ on a $10^\circ$ angular slice
Charrier et al. (2016) [23]	He- $O_2$	DDES ( $k - \epsilon$ )	variable	$14.10^6$	$1.5^\circ$
Troshin et al. (2019) [19]	Ar and He- $O_2$	SST DDES	constant	$10.10^6$	-
Reynaud et al. (2020) [16]	Ar	RANS S-A and ZDES	0.25/0.5/1	$65.10^6$	$1.8^\circ$
Present study	Ar	ZDES Mode 2 + SBL	0.5	$165.10^6$	$1^\circ$

Table 1: Overview of numerical studies of the supersonic coaxial experiments of Cutler et al. [27, 1]. SBL: Stimulated Boundary Layers.

### 4.1. Experimental setup

The axisymmetric geometry of the coaxial jet experiment by Clifton and Cutler is showed in Fig.3 (dimensions provided in mm). It consists of a center body and a concentric outer body. The center body contains

a supersonic nozzle for the argon jet with an exit diameter  $D_{cj}=10$  mm and the gap between the center and outer bodies creates a supersonic nozzle for the coflow air jet with an exit outer diameter  $D_{coflow}=60.47$  mm. The two nozzles were designed to provide a nominal Mach number of 1.8 at the exit. This corresponds to a velocity  $U_i = 400$  m/s ( $Re_{D_{cj}} = 1.3 \cdot 10^5$ ) for the inner argon jet and a velocity  $U_o = 480$  m/s ( $Re_{D_{coflow}} = 4.8 \cdot 10^5$ ) for the outer air jet and thus to a velocity ratio  $r_u = \frac{U_o}{U_i} = 1.2$ . The jets discharge in a cylindrical plenum (40 cm diameter and 110 cm length) filled with air at atmospheric pressure. The initial flow conditions in terms of total pressure ( $P_{tot}$ ) and total temperature ( $T_{tot}$ ), including the coflow jet total pressure taken as a reference  $P_{ref}$ , are presented in Tab.2. Pitot pressure probes and gas composition probes were used to measure Pitot pressure ( $P_{pitot}$ ) and argon mass fraction ( $Y_{Argon}$ ) distributions in several normal planes at different  $X/D_{cj}$  locations.

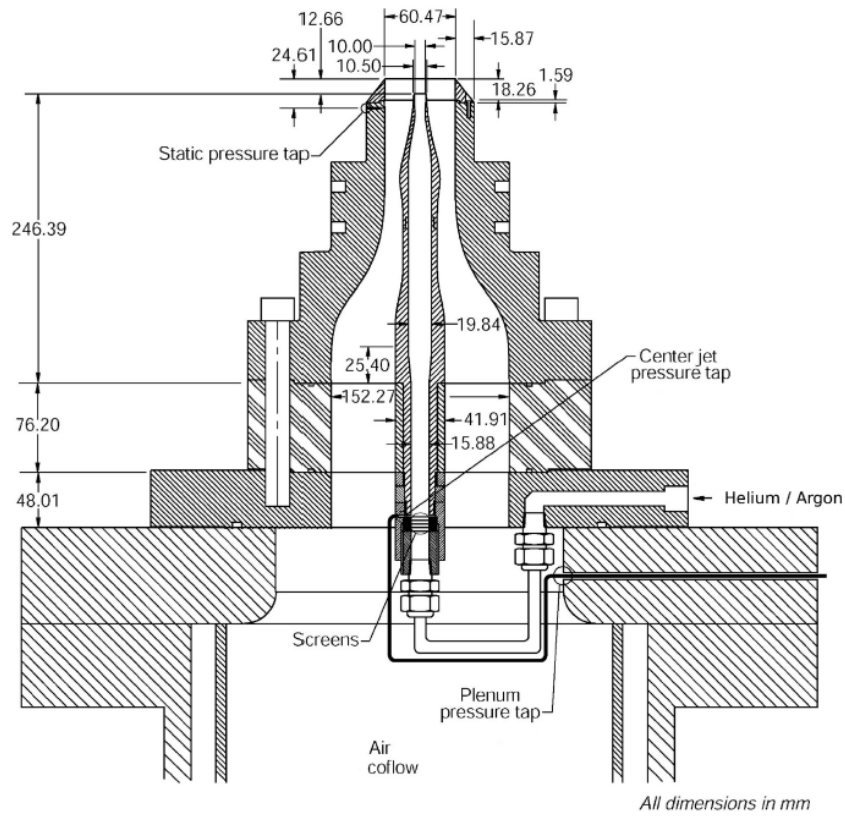


Figure 3: Clifton & Cutler [1] experimental setup.

	Center jet	Coflow jet	Ambient
$T_{tot}(K)$	297.9( $\pm 3.5$ )	294.3( $\pm 3.5$ )	294.6( $\pm 3.5$ )
$P_{tot}(Pa)$	615.86( $\pm 5.5$ )	$P_{ref} = 580.68(\pm 4.4)$	101.32( $\pm 0.6$ )

Table 2: Clifton & Cutler [1] initial flow conditions

#### 4.2. Description of the computation

275 To cope with the axisymmetric geometry of the experiment, an O-H grid topology is adopted to avoid a singularity on the axes (see Fig.4c).  $N_\theta = 360$  points are clustered in the azimuthal direction yielding an angular resolution  $\Delta\theta = 1^\circ$  resolution. The point distribution is refined in the mixing layer areas (see Fig.4b), especially for the air/argon one, with  $N > 50$  points in the thickness of the mixing layer  $\delta_{argon}$  (where  $\delta_{argon}$  denotes the thickness of the zone where  $0.01 < Y_{argon} < 0.99$ ) to ensure a good resolution of the large  
280 turbulent scales driving its dynamics. The computational domain is extended to 150 center jet diameters ( $D_{cj}$ ) along the streamwise direction and more than  $20D_{cj}$  radially (see Fig.4a). The mesh contains  $165 \cdot 10^6$  cells overall.

To assess the importance of the incoming boundary layers in the development of the jets, two computations were run, one (called ZDES C1) using ZDES mode 2 (2020) everywhere and another one using mode 3 of the  
285 ZDES (called ZDES C2) including special treatments to provide stimulated boundary layers (SBL).

Let us be reminded Sec.2.3 that within ZDES mode 2 (2020) the whole attached boundary layers are treated in RANS mode and the switch from RANS to LES in free shear layers is set automatically by the model itself. Conversely, ZDES mode 3 is built to treat the outer part of a boundary layer in LES mode. Thus, in order to compute an attached boundary layer (with a thickness  $\delta(x)$ ) with this method, the meshing  
290 of the boundary layer areas have to respect several requirements classical of WMLES approaches [41, 42]. First, one has to ensure that around 100 cells are clustered in the boundary layer thickness, then criteria such as  $\Delta x^+ \leq 200$ ,  $\Delta(r\theta)^+ \leq 100$  and  $\frac{\Delta x}{\delta} \leq 0.1$  (the superscript '+' denotes wall units) have to be fulfilled in the boundary layer. Furthermore, it has been shown in [58] that the combination of a simple white noise at the inlet of the attached boundary layers with the dynamic forcing method proposed by Larauie et al. [46]  
295 permits to obtain a self-sustained turbulent boundary layer. Besides, as recommended by the authors, the length of the forcing domain has to be  $L_{forcing} = 8\delta_{in}$  where  $\delta_{in}$  is the local boundary layer thickness at the inlet of the domain. Finally, the RANS/LES interface is set at  $0.125\delta(x)$  where  $\delta(x)$  is the boundary layer thickness provided by a preliminary RANS computation.

As shown in figure 5a, three attached boundary layers are involved in the present coaxial jets configuration.  
300 BL1 is the argon boundary layer developing on the center nozzle wall, BL2 is the air boundary layer developing on the lower wall of the coaxial nozzle and BL3 is the boundary layer developing on the upper wall of the coaxial nozzle. The  $\Delta y^+ \approx 1$  condition is satisfied for all these attached boundary layers but they are treated with different approaches within the ZDES C2 computation.

First, as we are particularly interested in the study of the mixing between argon and air, the upper air  
305 boundary layer BL3, which is assumed to have a weak impact on this mixing as it is not directly involved in the formation of the bi-species mixing layer with the center jet, is treated in URANS mode as in the ZDES C1 computations. Then, as preliminary RANS computations showed that the thickness of BL1 ( $\delta_1(x)$ ) was around 8 times smaller than the thickness of BL2 ( $\delta_2(x)$ ), the Mode 3 meshing requirements are retained only for the lower air boundary layer BL2. As reminded earlier, one of the asset of the ZDES lies in its  
310 capability to combine several modes (i.e. several levels of description) within the same calculation. In the present case, the grid in the azimuthal direction satisfies  $\Delta(r\theta)^+ \leq 250$  for BL2 which is still coarse in

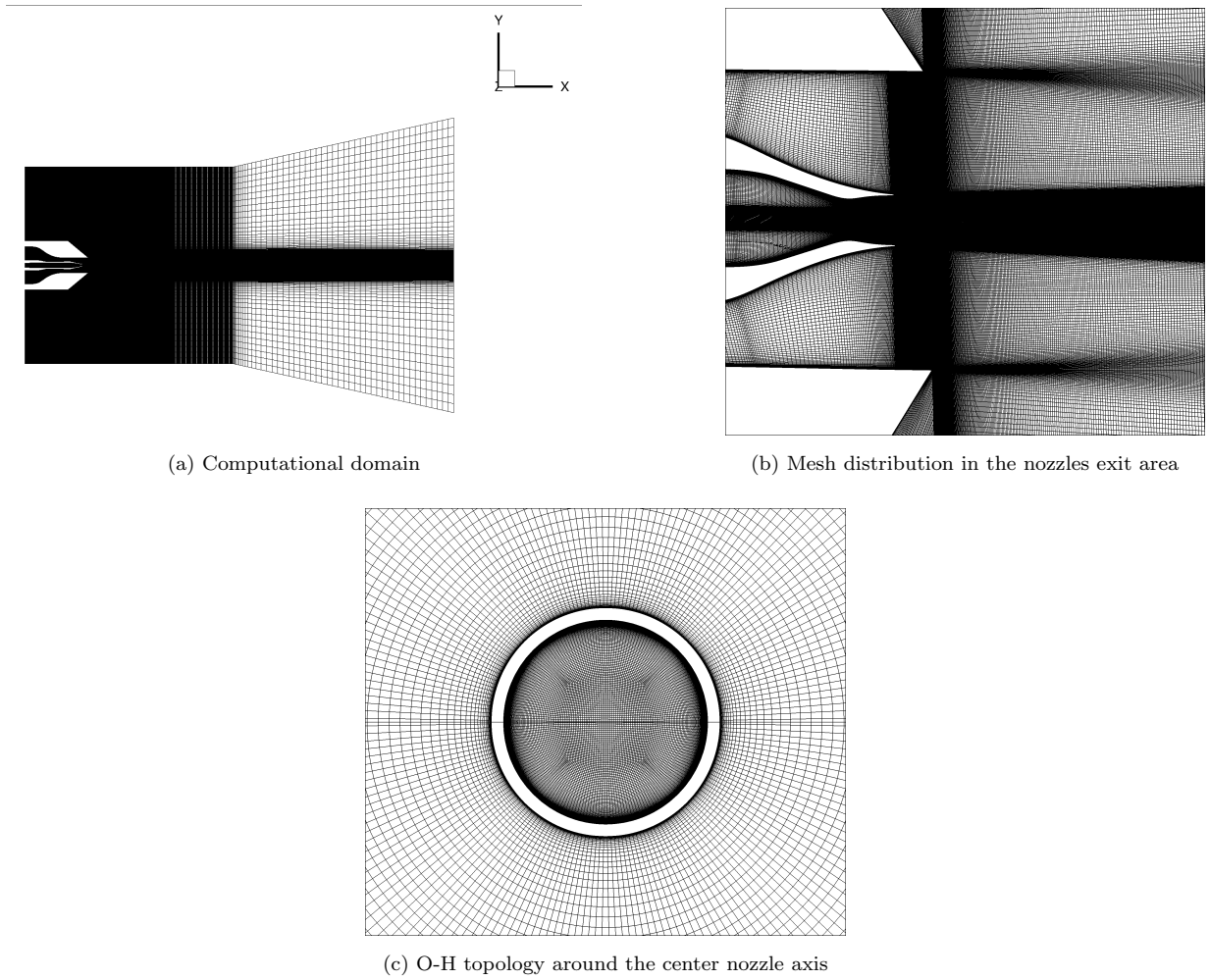


Figure 4: Mesh description

a WMLES exercise [60], the objective is here more to assess the effect of turbulent inlet fluctuations on the development of mixing layers than the study of wall turbulence in the nozzle. Note that the cost of a WRLES (Wall-Resolved LES needing  $\Delta(r\theta)^+ \leq 10$  and  $\Delta x^+ \leq 40$  [61]) would be roughly  $\frac{200}{40} \cdot \frac{250}{10} \approx 125$  times  
 315 (*i.e.*  $(N_{xyz})_{WRLES} \approx 20 \cdot 10^9$ ) more expensive than the present calculation (*i.e.*  $(N_{xyz})_{ZDES} \approx 165 \cdot 10^6$ ). To recap, for the ZDES C2 computation, the air boundary layer BL2 is thus computed with a ZDES Mode 3 framework together with dynamic forcing and the argon boundary layer BL1 is treated in URANS mode with the introduction of scaled white noise in the last cells before the nozzle exit to emulate turbulent fluctuations. The differences in boundary layer turbulent content between the ZDES C1 and the ZDES C2 computations  
 320 can be clearly seen in Fig.5b showing pseudo-schlieren instantaneous visualizations of the flow in the center nozzle area.

#### 4.3. Numerical setup

As explained in Sec.3.4.3, several thermodynamic properties have to be defined in order to run a bi-species computation (see Table3). Furthermore for the mixture, the Schmidt number  $Sc$  between air and argon is

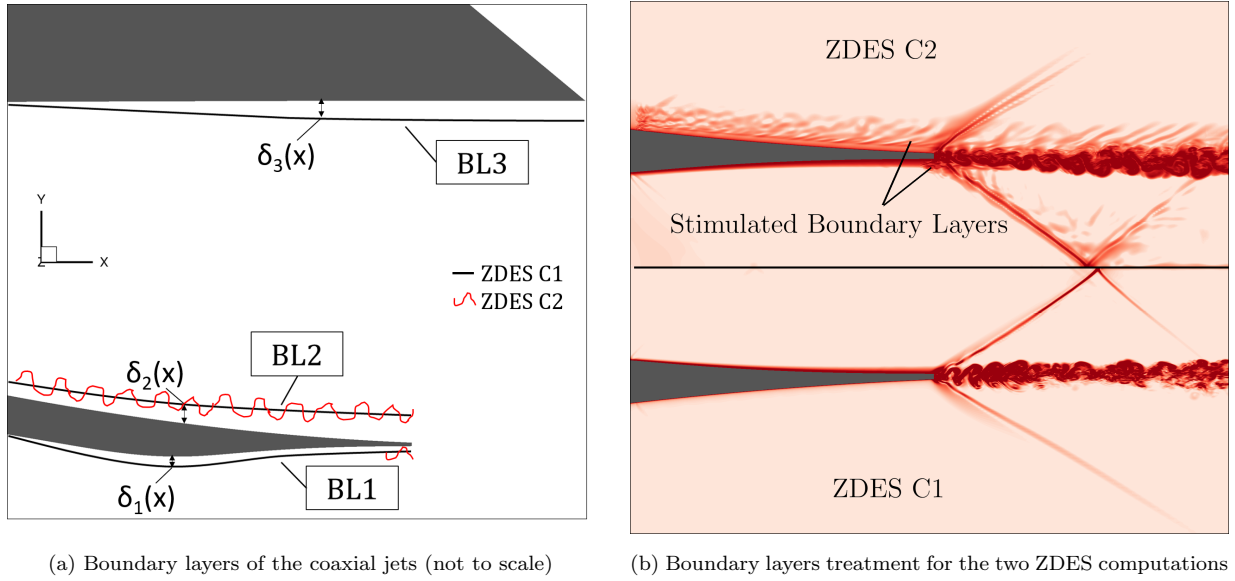


Figure 5: Treatment of the nozzles boundary layers

325 set to 0.8 [62, 63] and as suggested in [17] the turbulent Prandtl number  $Pr_t$  is set to 0.9.  $Sc_t$  is set to 0.5 knowing that a previous study has shown that conversely to RANS methods, a weak dependence to  $Sc_t$  values is observed for scale resolving simulations[16].

	Air	Argon
$\mu_0$ (N.s/m <sup>2</sup> ) [64]	$1.716 \cdot 10^{-5}$	$2.125 \cdot 10^{-5}$
$T_0$ (K) [64]	273	273
S (K) [64]	110.4	144
$\gamma$ [65]	1.4	1.67
$c_v$ (J/kg) [65]	717.5	312.4
$Pr$ [65]	0.72	0.67

Table 3: Properties of the two exhaust gases

For the ZDES computations, the convective fluxes are computed thanks to the presented hybrid scheme [28] and a Koren MUSCL reconstruction. The timestep for ZDES is set to  $\Delta t_{CFD} = 5 \cdot 10^{-8} s$  thus enabling  
 330 to ensure that  $CFL = \frac{|u+c|\Delta t_{CFD}}{\Delta_n} < 10$ , with  $\Delta_n$  the radius of the inscribed sphere inside a cell, everywhere in the inner mixing layer. Note that the same time-step was retained by Baurle et al. [17]. Besides, 5 sub-iterations ( $n_{si}$ ) are used for each iterations to obtain a decrease of inner residuals of at least one order. Transient and useful data sampling chosen for this coaxial jet flow vary between authors. As an example, Baurle et al. [17] chose to let the flow develop during two whole domain flow-through time ( $T_{transient} * \frac{U_o}{D_{coflow}} \approx 48$  i.e.  $T_{transient} = 6$  ms) before computing statistics over a 1.5 ms period ( $T_{average} * \frac{U_o}{D_{coflow}} \approx$   
 335 12). Troshin et al. [19] chose a 2.4 ms transient period ( $T_{transient} * \frac{U_o}{D_{coflow}} \approx 19$ ) and a 12 ms period

( $T_{average} * \frac{U_o}{D_{coflow}} \approx 96$ ) for ensemble average. In this study we chose to let the flow develop during 6 ms ( $T_{transient} * \frac{U_o}{D_{coflow}} \approx 48$ ) before using another 6 ms period ( $T_{average} * \frac{U_o}{D_{coflow}} \approx 48$ ) to perform time average. The flow field was then averaged azimuthally for comparison with experimental measurements and previous  
 340 computations.

The simulations are performed on 336 Intel Xeon "Broadwell" processors and the CPU cost per cell per iteration is about  $4.86.10^{-6}$  s.

## 5. Computational Results

### 5.1. General description

345 In the study of the present configuration, the observation of the mixing layers forming between the argon center jet and the air coaxial jet (inner mixing layer) with a convective Mach number  $M_{c_i} = 0.16$  and between the air coaxial jet and the ambient air (outer mixing layer,  $M_{c_o} = 0.77$ ) is of primary interest. To do so, a pseudo-schlieren snapshot of the flow where the locations of experimental probing stations used in this study are identified with vertical rakes is first presented in Fig.6.

350 This view first enables to distinguish the formation of shock/expansion wave patterns tending to equalize the pressure between the two jets at the exit of the center nozzle. This compressible flow structure justifies the use of the hybrid scheme presented in Sec.3.1.3. Indeed, the numerical methods employed for such a flow have to be locally robust enough to capture the shocks while ensuring a low numerical dissipation in the vortical areas to properly resolve turbulent structures. Then, one can observe the growth of the two annular  
 355 mixing layers led by the formation of large scale structures. Due to a greater nozzle exit diameter and a higher velocity difference between its upper (ambient air) and lower (coaxial jet) streams, the outer mixing layer presents a growth-rate significantly larger than the one for the inner mixing layer. Indeed, the inner mixing layer appears to be gradually perturbed by the outer mixing layer from  $X/D_{c_j} \approx 20$  (between the 4<sup>th</sup> and the 5<sup>th</sup> stations) until it is completely merged into a single wake flow for  $X/D_{c_j} > 35$ .

360 An overview of the turbulent content in the mixing layers generated by the simulations is displayed in Fig.7 showing an iso-contour of the Q criterion coloured by the mass fraction of argon. The annular outer mixing layer has been cut to reveal the inner one. For the outer mixing layer, the observed coherent structures in its early stages can be related to the descriptions given in [66, 67] for round jets mixing layers driven by Kelvin-Helmoltz instabilities. Indeed, one can distinguish vortex-ring structures issuing from the nozzle with  
 365 the scale of these rings and the separation between the rings increasing as they move downstream. This growth is generally attributed to the coalescence of neighbouring rings. This pattern is however rapidly distorted as rings break up into three dimensional structures that are convected in the streamwise direction. As the convective Mach number of the outer mixing layer can be estimated as  $M_{c_o} = 0.77$ , this rapid loss in azimuthal coherence may be attributed to oblique instabilities characterizing compressible mixing layers  
 370 (e.g.  $Mc > 0.6$ ) [68, 69]. It is worth noticing that there is no delay in the formation of instabilities with the present ZDES Mode 2 (2020).

To assess the extent of these two mixing layers, Clifton and Cutler [1] provided Pitot pressure ( $P_{pitot}$ ) radial distributions at several  $X/D_{c_j}$  stations. The local Pitot pressure is indeed relevant to examine shear

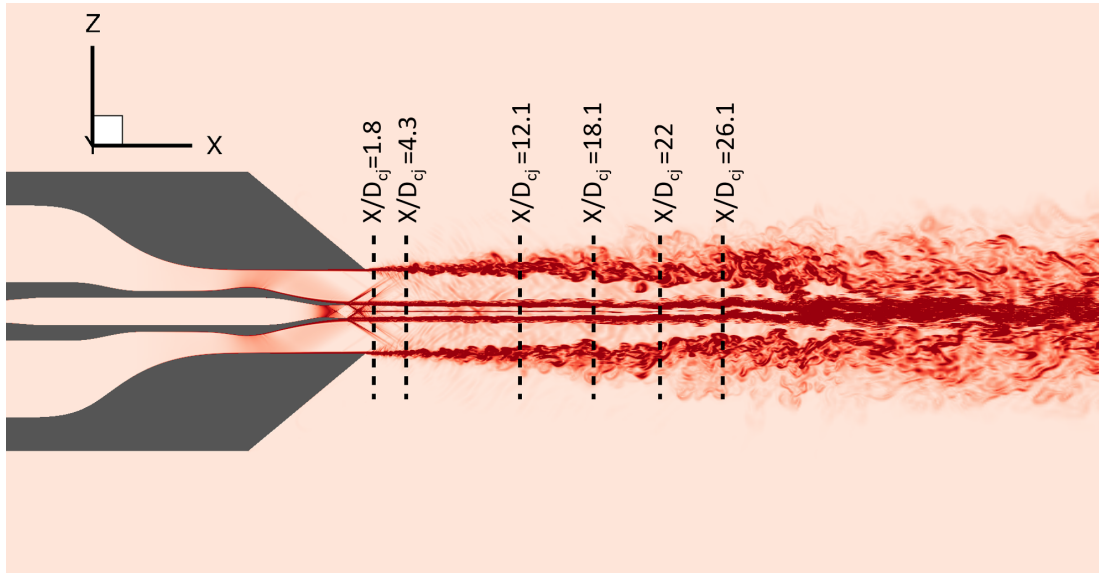


Figure 6: Instantaneous visualisation of the coaxial jets (ZDES C1)

flows as it is related to the local pressure, Mach number and specific heat ratio of the flow  $P_{pitot} = f(P, M, \gamma)$  through the isentropic definition of stagnation pressure and through the Rayleigh Pitot tube formula [70] downstream a normal shock. As an example, the relative Pitot pressure distribution at a station located at  $X/D_{cj}=4.3$  is showed in Fig.8. In this figure, the inner mixing layer corresponds to the Pitot pressure deficit occurring in the  $0.3 \leq r/D_{cj} \leq 0.7$  range between the argon jet and the air jet. This deficit is due to the convection of low total pressure flow from the nozzles boundary layers and from a small recirculation zone forming behind the center nozzle base [17]. The outer mixing layer corresponds to the Pitot pressure drop occurring in the  $2.6 \leq r/D_{cj} \leq 3.4$  zone between the air jet and the ambient air. One can observe that both present computations provide very satisfactory predictions for this station in comparison to experimental results. As the focus is put here on the evaluation of a bi-species numerical framework, Pitot pressure distributions presented for the following stations in the next sections are zoomed around the inner mixing layer area ( $r/D_{cj} \leq 2$ ).

The inner mixing layer forming between the argon jet and the air jet presents a lower convective Mach number  $M_{c_i} = 0.16$  than the outer one. An average view of argon mass fraction distribution obtained with the ZDES C1 computation shown in Fig.9a enables to visualize the gradual mixing occurring at the interface between the two gases. To compare the predicted growth of the inner mixing layer with the experimental results of Clifton and Cutler [1], Fig.9b furthermore presents the radial locations of the 1% and 99% argon mass fraction boundaries of the inner mixing layer for the six studied stations. It can be noticed that both C1 and C2 computations provide predictions in good agreement with experimental results for the outer boundary ( $Y_{Argon} = 0.01$ ) and for the near field of the inner boundary ( $Y_{Argon} = 0.99$ ) whose extent is however underestimated for  $x/D_{cj} \geq 18.1$ .

As indicated in Fig.7, to provide a thorough investigation of the flow, the analysis will be divided in three parts corresponding to three characteristic zones of the inner mixing layer. The focus is first put on the near

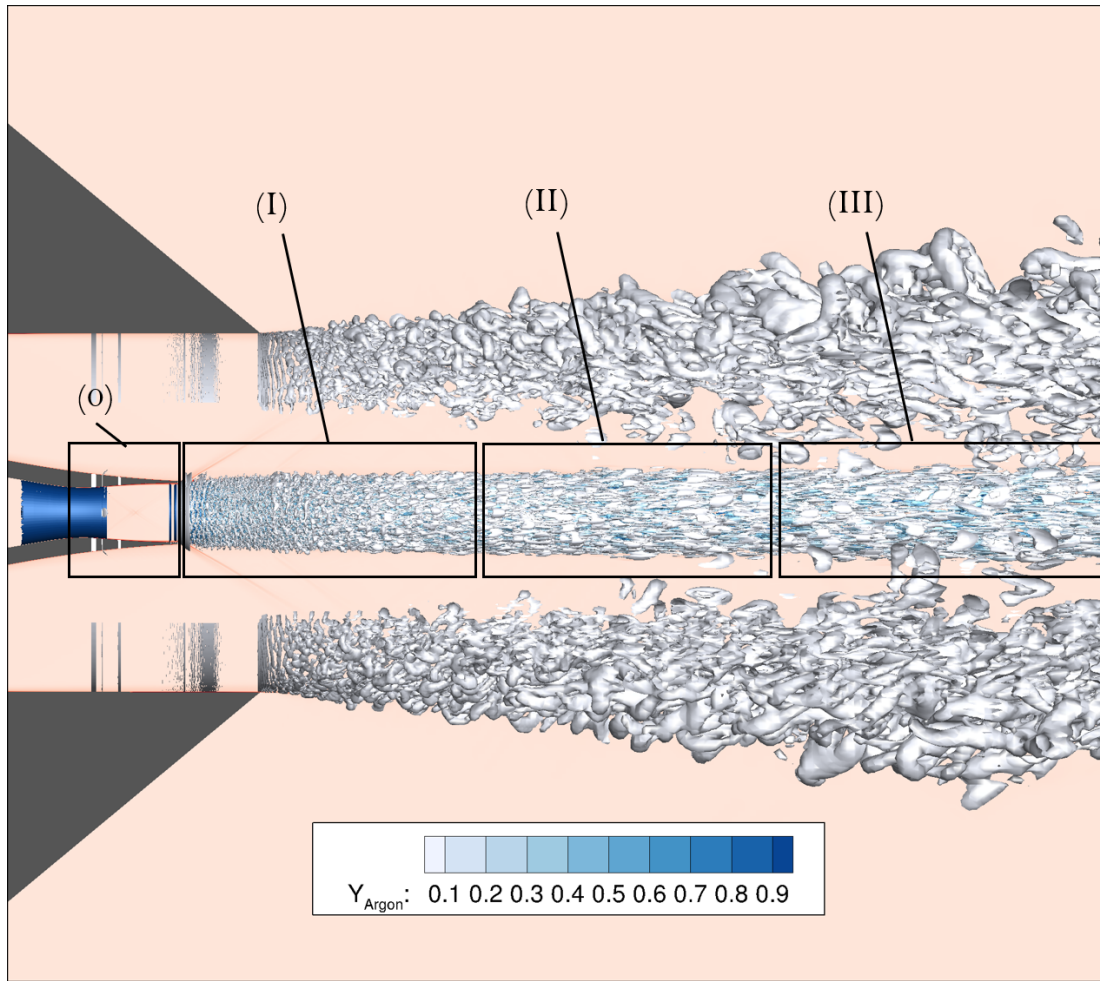


Figure 7: Instantaneous visualisations of the coaxial jets thanks iso-Q criterion surfaces:  $\frac{Q \times U_o^2}{\delta_{BL}^2} = 0.0025$ . (0) Boundary layers, (I) Near field, (II) Intermediate region, (III) Interference area. (ZDES C1).

field area (I) ( $0 < X/D_{cj} < 10$ ) where an inner Air/Argon mixing layer develops. Then, the intermediate region (II) ( $10 \leq X/D_{cj} < 20$ ) is briefly considered before getting interested in the interference area (III) ( $20 \leq X/D_{cj}$ ) where the Air/Argon mixing layer is gradually perturbed by the outer mixing layer.

400 The experimental time averaged Pitot pressure and argon mass fraction measurements obtained in [1] are used to appraise the computational results at two stations for each mentioned zone. Present results are also compared with previously published RANS/LES results from Baurle et al. [17] and SST-DDES results from Troshin et al. [19].

### 5.2. Near field ( $0 < X/D_{cj} < 10$ )

405 This section concerns the investigation of the inner mixing layer development in the proximity of the center nozzle (see region I in Fig.7).



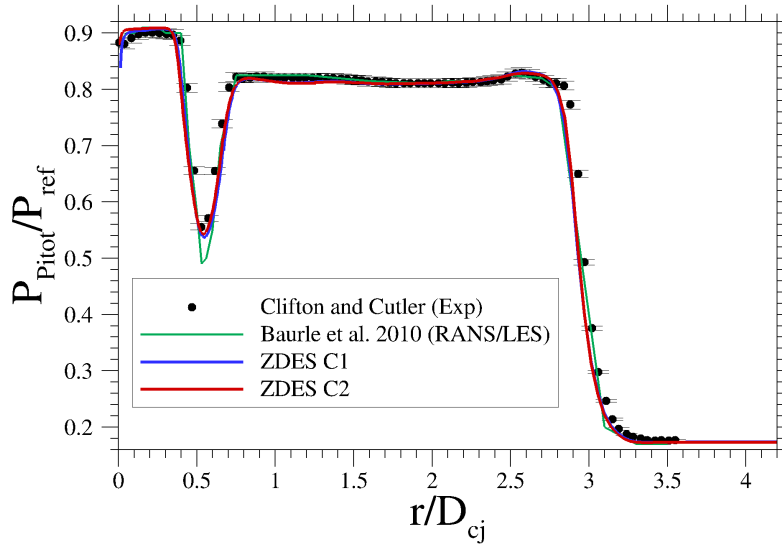
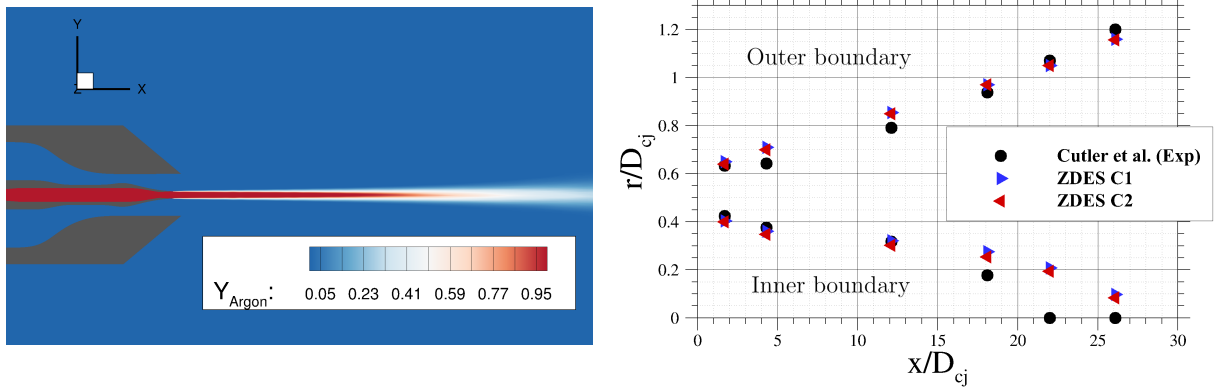


Figure 8: Radial distributions of relative Pitot pressure obtained with ZDES computations at the station  $X/D_{cj}=4.3$ . See Table 2 for the definition of  $P_{ref}$ .

### 5.2.1. Flow topology

To begin with, let us be reminded that the thickness of the center nozzle lip is nearly equal to two times the inner boundary layer thickness (see Fig 5b) and is thus around 4 times smaller than the air boundary layer. As described in [71], for coaxial jets with a velocity ratio  $r_u$  close to unity and separated by a thick wall, a wake instability (causing a vortex shedding phenomenon) may compete with the K-H instability and modulate the dynamics of the flow. A small recirculation region may furthermore form behind the lip base [72]. Figure 10 displays the instantaneous distribution of relative velocity ( $u/U_i$ ) in the very first stages of the inner mixing layer. In particular, one can recognize the formation of a recirculation bubble and alternate vortices characteristic of the vortex shedding phenomenon.

Alternating argon-filled and air-filled azimuthal rollers are visible in Fig.11a displaying the coherent structures organising the flow in the nozzle area for the ZDES C1 computation. They also tend to indicate the occurrence of a vortex shedding phenomenon. For the ZDES C2 computation which includes SBL (Stimulated Boundary Layers) (Fig.11b), this pattern is perturbed by the presence of coherent three dimensional structures issuing from the incoming air boundary layer. This figure shows again the interest of the present numerical flux (eq.51) that adapts its level of dissipation to permit the resolution of turbulent structures in both attached and free shear flows while ensuring the capturing of the shocks. To complete the comparison in the vicinity of the nozzle, instantaneous pseudo schlieren visualizations are shown in Fig.12 for transversal planes located at  $X/D_{cj}=-0.03$  and 0.5. One Fig.12a and Fig.12c show the incoming nozzle boundary layer treated in URANS mode (ZDES C1) and WMLES mode (ZDES C2) respectively. In this latter case, the small scale disturbances issued from the upstream boundary layer are amplified by the mixing layer instabilities. Looking at the organisation of the flow in the very first stages of the mixing layer ( $X/D_{cj}=0.5$ , see Fig.12b and Fig.12d), the presence of turbulent fluctuations coming from the attached boundary layers appears to



(a) Averaged  $Y_{\text{Argon}}$  distribution (ZDES C1)

(b) Radial locations of the 1% and 99% argon mass fraction boundaries. See Fig6 for locations.

Figure 9: Averaged  $Y_{\text{Argon}}$  distributions obtained with the ZDES computations

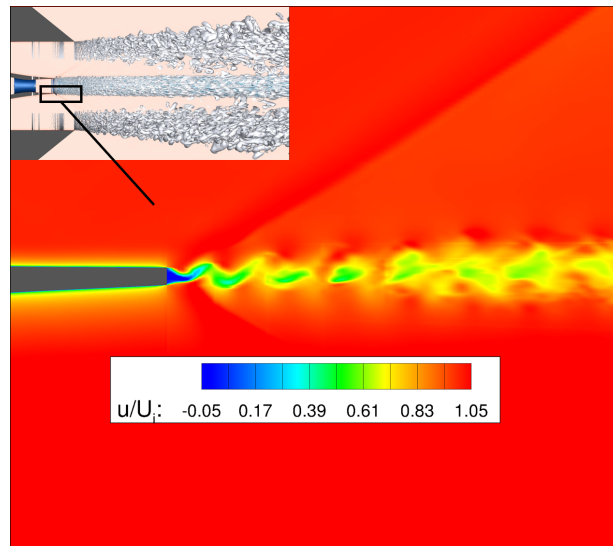


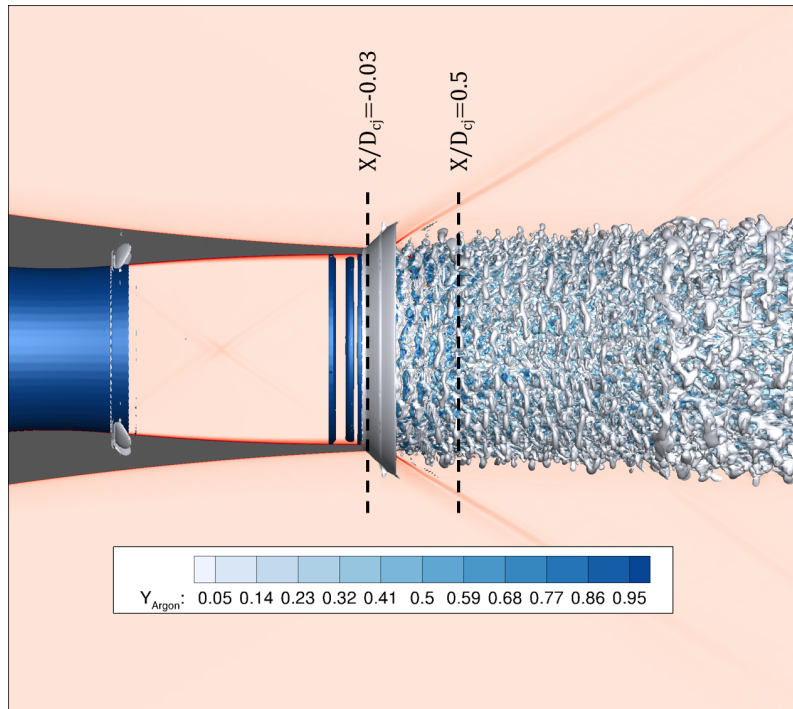
Figure 10: Distribution of relative velocity at the onset of the inner mixing layer.

induce a decrease in azimuthal coherence and a reduction in the size of the large scales driving the mixing  
 430 between the two streams.

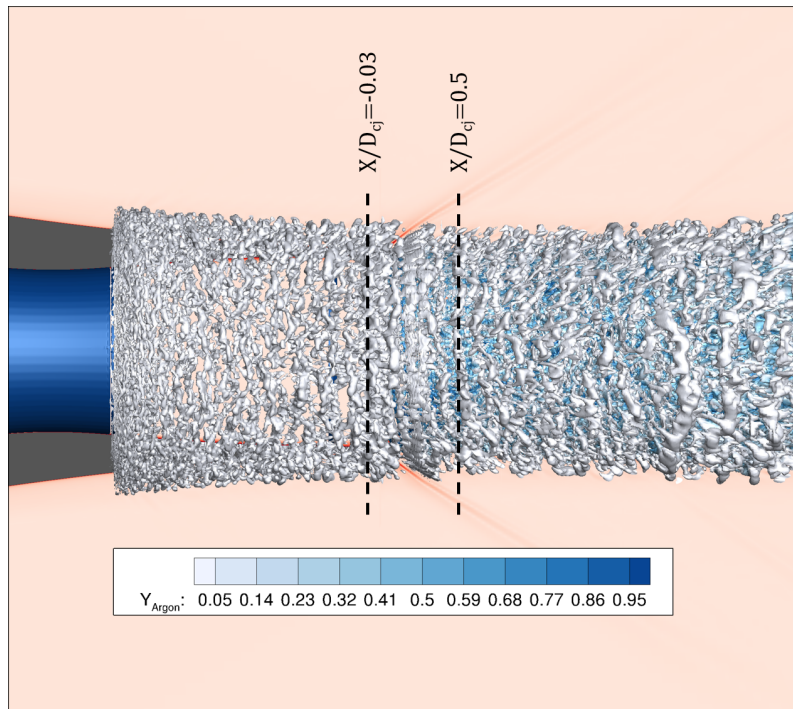
### 5.2.2. Time averaged results

In this section, the predictions obtained with the two computations C1 and C2 in terms of averaged results are assessed in order to investigate how the addition of turbulent content affects the mixing process between the two gases.

435 Time averaged results are first displayed at two stations located in the near field region at  $X/D_{cj} = 1.8$  (Fig.14) and  $X/D_{cj} = 4.3$  (Fig.15). The structure of the mixing layer in this area can be inferred from the radial distribution of axial velocity displayed in Fig.13. Due the merging process of the two boundary layers and the total pressure loss caused by the recirculation zone behind the nozzle lip, a low velocity zone  $\frac{u}{U_i} < 1$ ,



(a) ZDES C1



(b) ZDES C2

Figure 11: Iso-surfaces of  $Q$  criterion colored by  $Y_{Argon}$  in the boundary layer (0) and near field (I) regions. See Fig.7 for the location of these regions. The indicated transversal slices are shown in Fig.12.

440 corresponding to the wake of the nozzle lip, exists between the two jets. Moving radially from the center line a velocity decrease ( $\frac{\partial u}{\partial r} < 0$ ) precedes the expected velocity increase ( $\frac{\partial u}{\partial r} > 0$ ) due to the entrainment

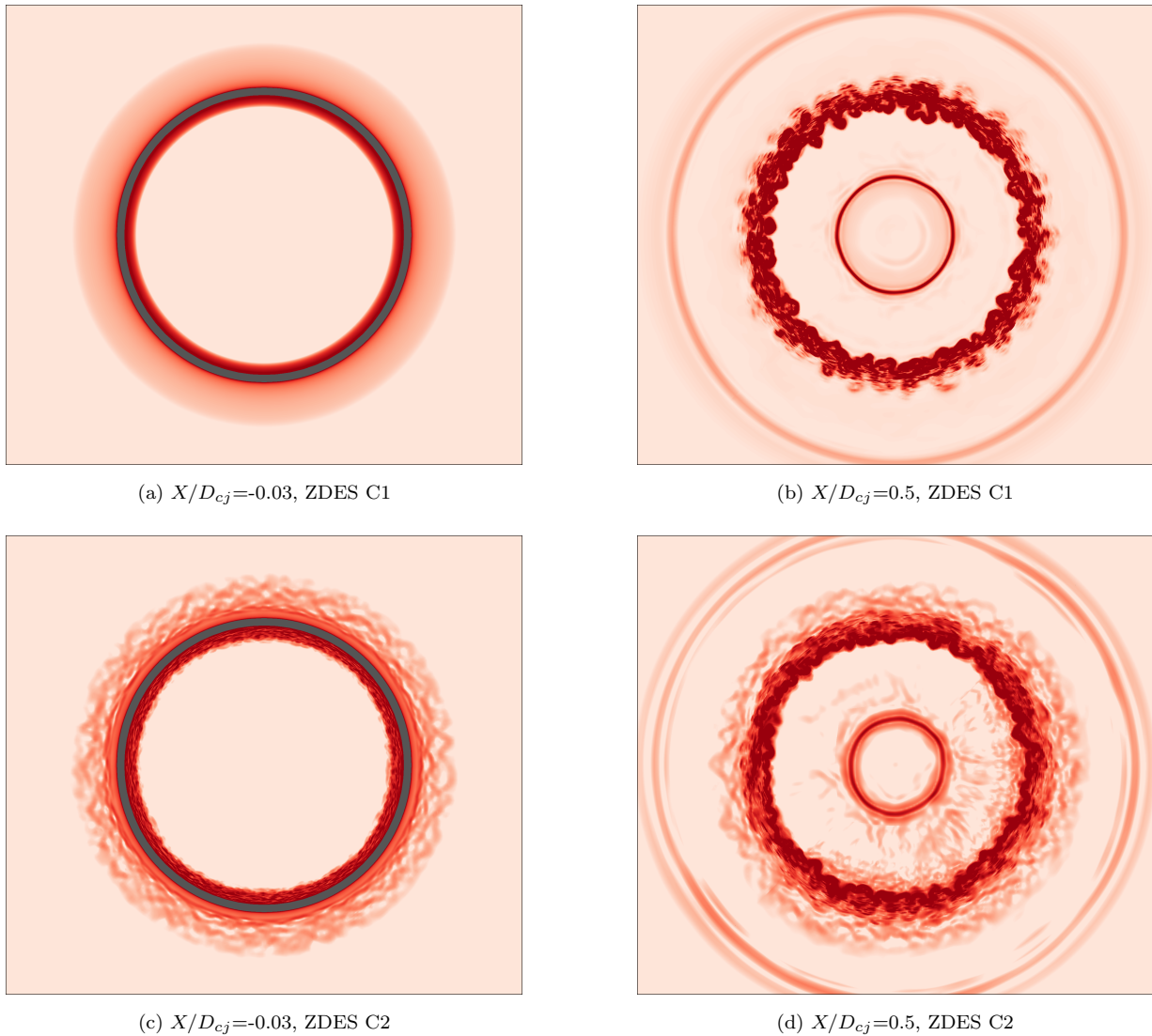


Figure 12: Pseudo schlieren visualization of the flow for transversal planes located at  $X/D_{cj}=-0.03$  and  $0.5$ .

by the outer jet. Such a velocity profile is coherent with the experimental results of Mehta [73] who studied the influence of the wake of the splitter plate on the development of mixing layers for velocity ratios  $r_u < 2$ . These experimental results furthermore showed that the velocity defect, increases when the velocity ratio gets closer to 1, as does the streamwise distance over which it is still discernible. For coaxial jet set-ups with thick nozzles and velocity ratios  $r_u < 2$ , other authors [74, 75] also reported the presence of a low velocity region dividing the mixing layer into two zones with different turbulent mixing properties.

The radial distributions of Reynolds stresses provided by the present computations compare qualitatively with the one obtained by Mehta on a similar configuration [73] and enable to distinguish these two zones. Indeed in Fig.14c and Fig.15c, one can observe that, as described by Mehta [73] for mixing layers influenced by the splitter plate wake, the streamwise velocity fluctuations ( $u_{rms}$ ) profiles exhibit two distinct peaks. The radial velocity fluctuations ( $v_{rms}$ ) profiles are asymmetric and the levels of both these velocity fluctuations

decrease in the streamwise direction (from Fig.14c to fig.15c). The Reynolds shear stress profiles showed in Fig.14d and Fig.15d are also coherent with the profiles reported in [73] as they are divided into two shear zones  $\langle u'v' \rangle \geq 0$  and  $\langle u'v' \rangle \leq 0$  and whose peak values decrease in the direction of the flow.

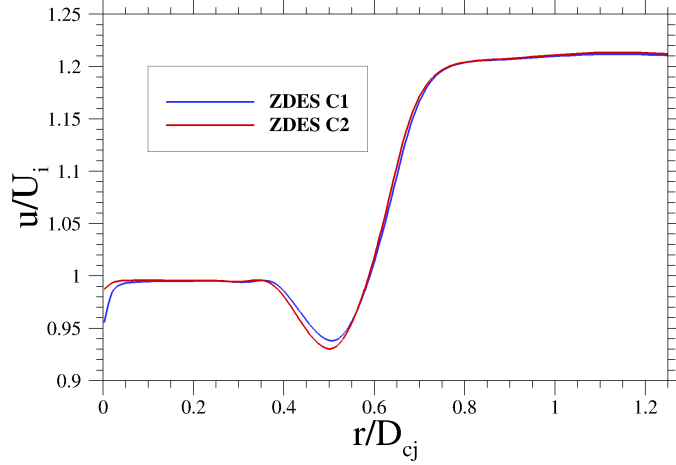


Figure 13: Radial distribution of axial velocity at  $X/D_{cj} = 4.3$

455 Looking at the evolution of relative Pitot pressure distribution from Fig.14a to Fig.15a, one can note that in the direction of the flow, the pressure deficit zone broadens and its minimum value increases ( $(\frac{P_{pitot}}{P_{ref}})_{min} \approx 0.45$  for  $X/D_{cj}=1.8$  and  $(\frac{P_{pitot}}{P_{ref}})_{min} \approx 0.55$  for  $X/D_{cj}=4.3$ ) as the mixing layer grows and the two streams merge. In practice, both present computations C1 and C2 allow for a good representation of physical phenomenon observed in the experiment. A fair agreement is also obtained for the evaluation of the argon  
 460 mass fraction (Fig.14b and 15b) even if a minor overestimation of  $Y_{argon}$  is observed on the outer side ( $r/D_{cj} > 0.5$ ) of the mixing layer.

Besides, it can be noticed in Fig.14d and Fig.15d that calculations C1 and C2 differ in the assessment of the turbulent mixing process as they produce different extrema values and spatial extent for the Reynolds stress peaks ( $\langle u'v' \rangle$ ). Indeed, the introduction of fluctuations inside the attached boundary layers in  
 465 the ZDES C2 computation induces both an increase of  $\langle u'v' \rangle$  extrema values and a shift in their radial locations. These differences have discernible consequences on the  $Y_{argon}$  averaged radial distribution at the station  $X/D_{cj}=1.8$ . The overestimation of  $Y_{argon}$  is indeed smaller with the ZDES C2 computation than with the ZDES C1 computation and this might be related to the smaller spatial extent of the shear stress peak observed on the outer side of the mixing layer for the case C2 in Fig.14d.

470 The comparison of current computations with RANS/LES results from Baurle et al.[17], indicates a better agreement with the experimental  $Y_{argon}$  (Fig.15b) distribution at the station  $X/D_{cj}=4.3$ , though an overestimation of the Pitot pressure drop (Fig.15a). This can be related to the fact that in [17], fully 3-D turbulent structures are only observed in the mixing layer for  $X/D_{cj} > 10$  whereas such structures are already found in the near field with the present computations (Fig.11). Let us be reminded that ZDES mode 2 (2020)  
 475 has been designed to allow a fast development of resolved turbulence when switching in LES mode. The use of a finer grid may also explain the differences between present results and those published in [17].

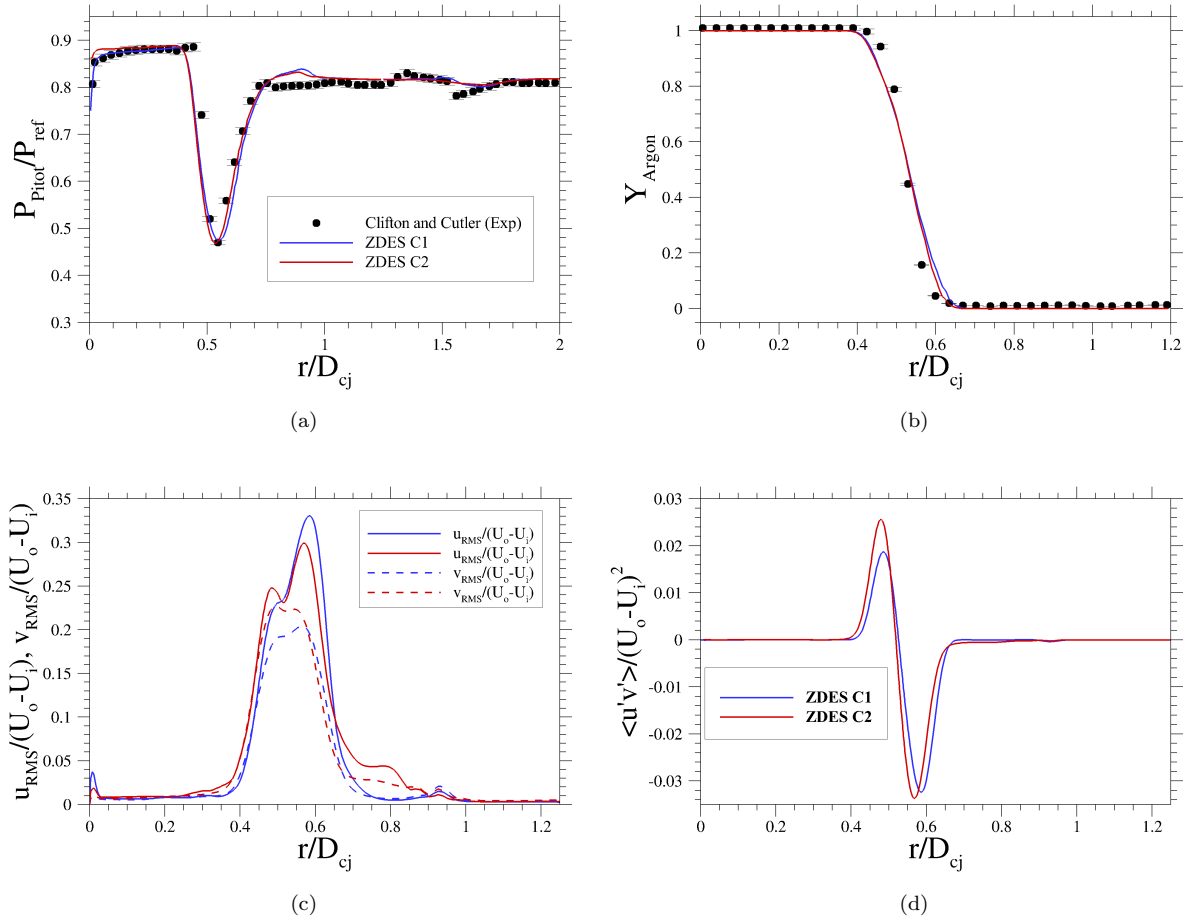


Figure 14: Radial distributions of relative Pitot pressure (a), argon mass fraction (b), rms velocities (c) and total Reynolds shear stress (d) obtained with ZDES at the station  $X/D_{cj}=1.8$ .

Overall, the bi-species ZDES framework presented in this paper provides satisfying predictions of the mixing process occurring in the near field area of the argon-air mixing layer.

### 5.3. Intermediate region ( $10 < X/D_{cj} < 20$ )

480 An instantaneous snapshot of the flow in the intermediate region is given in Fig.16. One can note the predominance of longitudinal coherent structures organising the flow in this area and the stability of the inner mixing layer envelop which seems not yet perturbed by the outer mixing layer. Minor differences have been observed between the ZDES C1 and C2 computations are observed in this region of the flow.

485 In this zone, located at more than 10 diameters downstream of the nozzle area, the low velocity region between the two jets is almost recovered and the velocity grows radially from  $U_i$  to  $U_o$  as in a canonical developing mixing layer (see Fig.17). Looking at the normal (Fig.18c and Fig.19c) and the shear stresses (Fig.18d and Fig.19d) distributions, one can acknowledge that they tend towards classical gaussian-like curves expected in developed self-similar mixing layers [76]. in addition, the observed peak levels obtained for second order statistics can be compared with data from literature on fully developed mixing layers

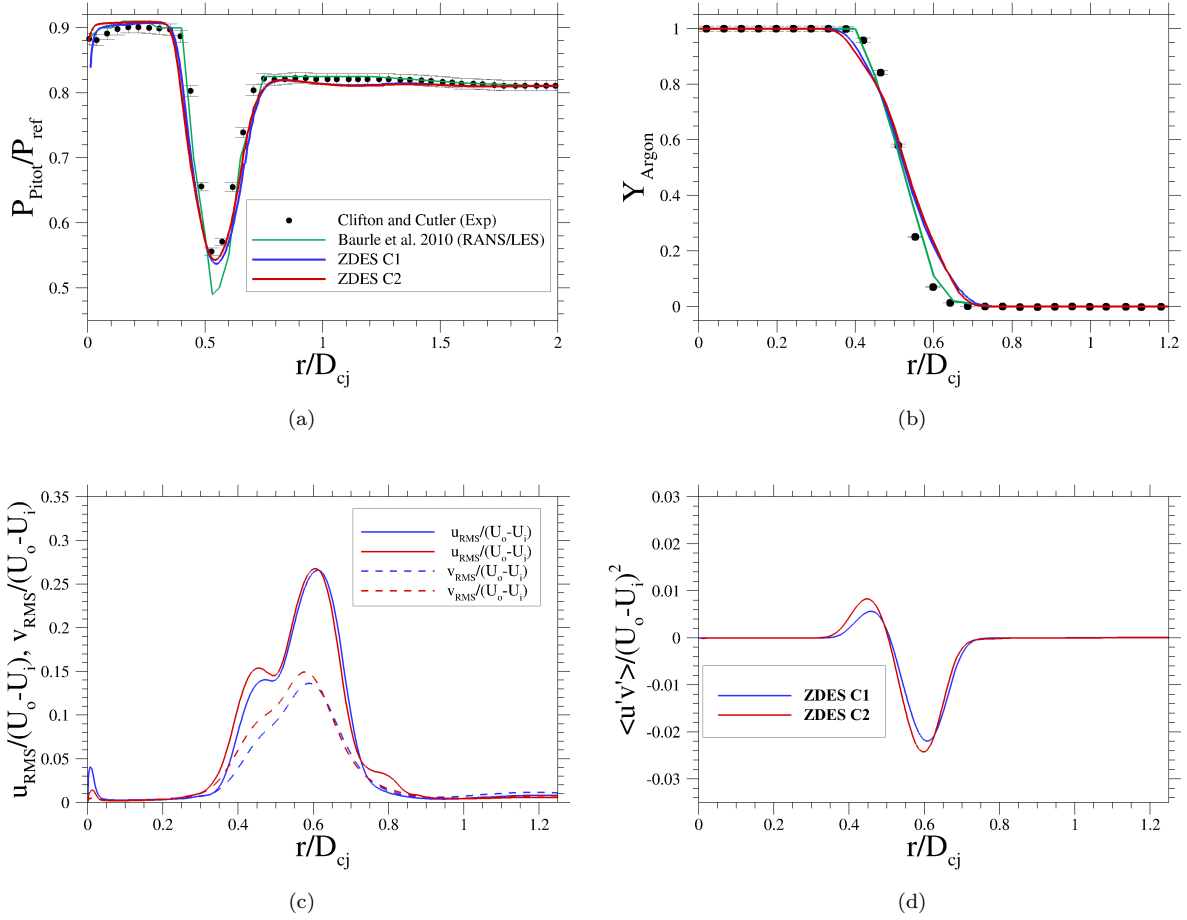


Figure 15: Radial distributions of relative Pitot pressure (a), argon mass fraction (b), rms velocities (c) and total Reynolds shear stress (d) obtained with ZDES at the station  $X/D_{cj}=4.3$ .

490 with similar convective Mach numbers ( $M_{c_i} = 0.16$ ). Such a comparison is achieved thanks to the review of experimental results provided by Tan et al. [77] for  $M_c=0.2$  mixing layers. First, the peak values of Reynolds shear stress provided by the present computations in the intermediate area are  $(\frac{|\langle u'v' \rangle|}{(U_o-U_i)^2})_{max} = 0.021$  ( $X/D_{cj}=12.1$ ) and  $0.024$  ( $X/D_{cj}=18.1$ ) for the ZDES C1 computation and  $(\frac{|\langle u'v' \rangle|}{(U_o-U_i)^2})_{max} \approx 0.025$  (for both locations) for the ZDES C2 computation respectively. These values are similar to those reported in [77]  $(\frac{|\langle u'v' \rangle|}{(U_o-U_i)^2})_{max} \in [0.016, 0.021]$  for plane supersonic mixing layers. Then, the streamwise velocity fluctuations peak values predicted by the ZDES computations  $(\frac{u_{\text{rms}}}{(U_o-U_i)})_{max} \in [0.27, 0.29]$  corroborate those reported in [77]  $(\frac{u_{\text{rms}}}{(U_o-U_i)})_{max} \in [0.2, 0.24]$ . Finally, the computed transverse velocity fluctuations  $(\frac{v_{\text{rms}}}{(U_o-U_i)})_{max} \in [0.13, 0.15]$  compare fairly well with the value  $(\frac{v_{\text{rms}}}{(U_o-U_i)})_{max} = 0.15$  measured in [78]. Overall, the level of turbulent intensity computed by the two ZDES computations in the intermediate region of the inner mixing layer appears coherent with the experimental measurements for fully developed mixing layers. The minor discrepancies can be first attributed to the higher convective Mach number of the mixing layers described in [77]. Second, it is shown in [73] that the turbulent intensity level of a mixing layer grows as the velocity ratio  $r_u$  gets closer to 1. The present velocity ratio  $r_u (=1.2)$  may thus be closer to 1 than the velocity ratios of

500

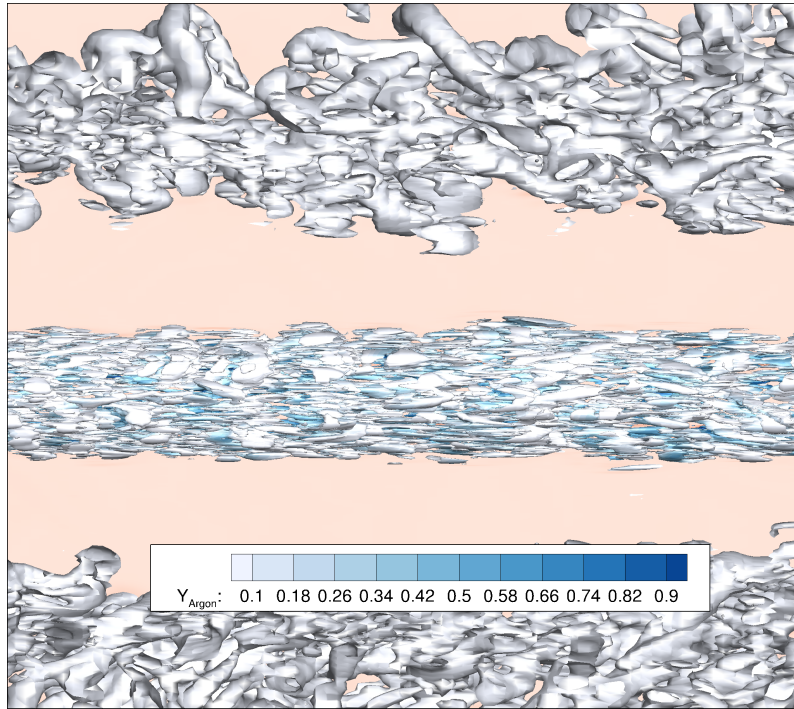


Figure 16: Coherent structures inside the mixing layers in the intermediate region (II). See Fig.7 for the location of this region.

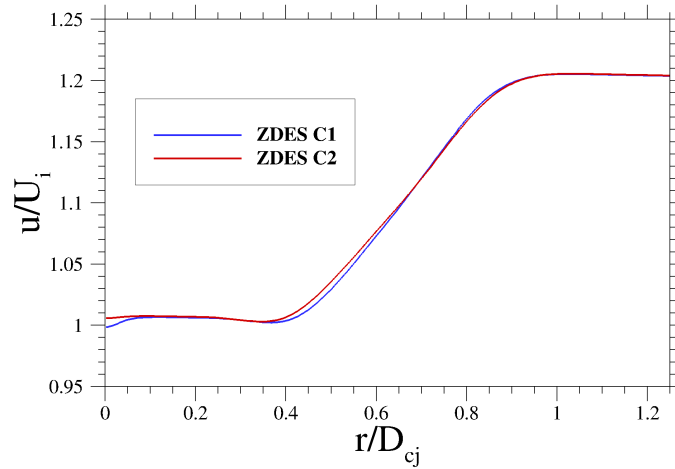


Figure 17: Radial distribution of axial velocity at  $X/D_{cj} = 18.1$

the mixing layers studied experimentally ( $r_u > 1.2$ ). Then, the mixing layers studies reported in [77] all used  
 505 air as the flowing gas for both streams. Thus, in the present study, the differences in density between the  
 argon jet and the air jet might enhance the mixing between the two flows as mentioned in [79].

The observation of Reynolds stresses furthermore shows that for both stations studied in this region of the  
 flow ( $X/D_{cj} = 12.1$  and  $18.1$ ), the introduction of turbulent content in the boundary layers induces a slight  
 rise in turbulent mixing intensity but does not modify the shape of the turbulent fluctuations distribution  
 510 as it was the case in the near field region. The effects of this increased turbulent mixing intensity can also  
 be observed on time averaged Pitot pressure distributions (Fig.18a and Fig.19a) and on the time averaged



argon mass fraction distributions (Fig.18b and Fig.19b) where ZDES C2 features a faster diffusion of argon particles into air than found with the ZDES C1 computation. Both present ZDES computations provide good agreements with experimental Pitot pressure profiles as they allow for improved predictions in comparisons with previous computations [17, 19]. The computed argon mass fraction profiles provide a good agreement with measures from [1] in the inner part of the mixing layer ( $r/D_{cj} \leq 0.6$ ) but overestimate  $Y_{argon}$  in the outer part of the mixing layer. This local overestimation is in contrast with the overall under-prediction of turbulent mixing intensity reported in previous calculations [17, 19]. As previously discussed in Sec.5.2.2, such differences can be linked to the faster development of 3-D turbulent structures observed in the present computation in comparison with studies [17, 19].

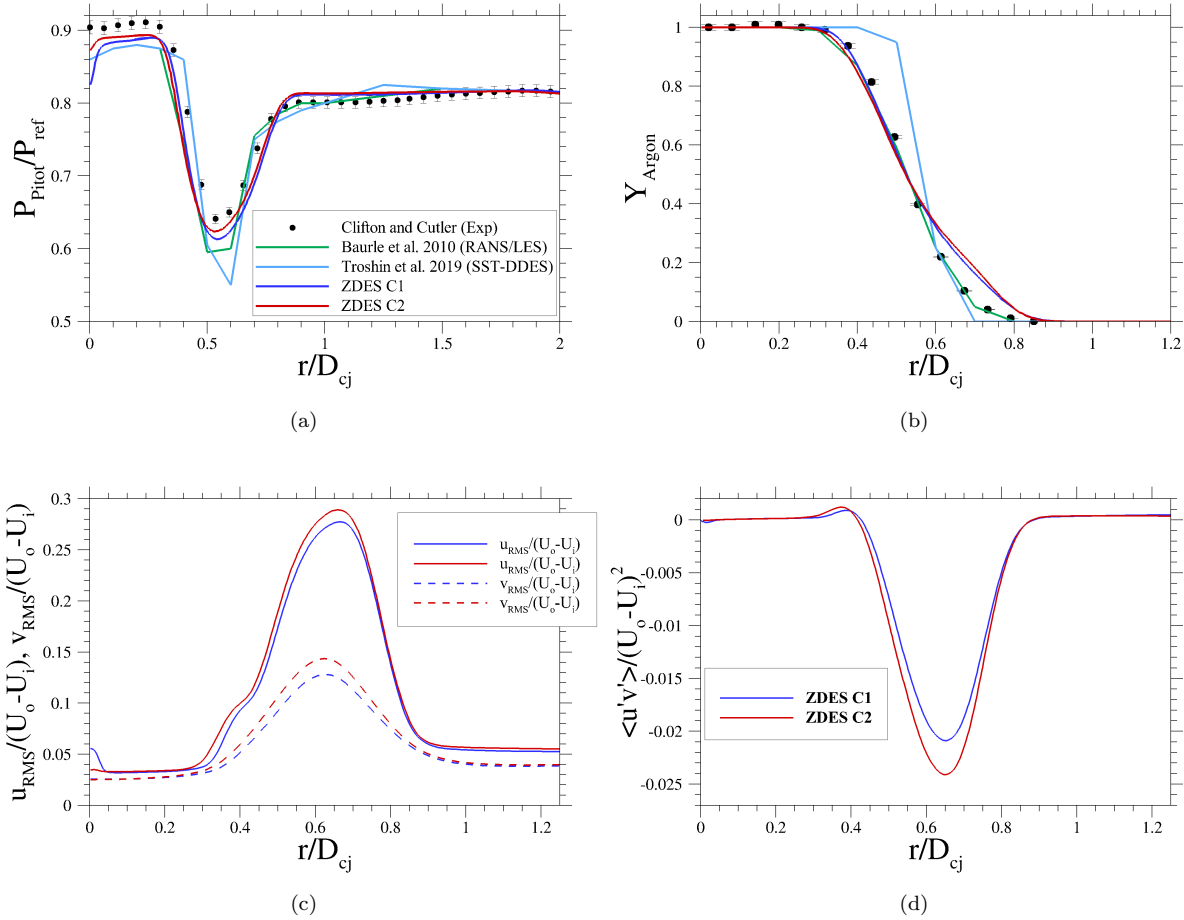


Figure 18: Radial distributions of relative Pitot pressure (a), argon mass fraction (b), rms velocities (c) and total Reynolds shear stress (d) obtained with ZDES at the station  $X/D_{cj}=12.1$

#### 5.4. Interference area ( $20 \leq X/D_{cj}$ )

This section is devoted to the investigation of the last zone of this flow mixing process. In the case of a single jet, the argon-air mixing layer would develop towards a self-similar turbulent flow. However, in the present case of coaxial jets, the development of the inner mixing layer is perturbed by the interaction with

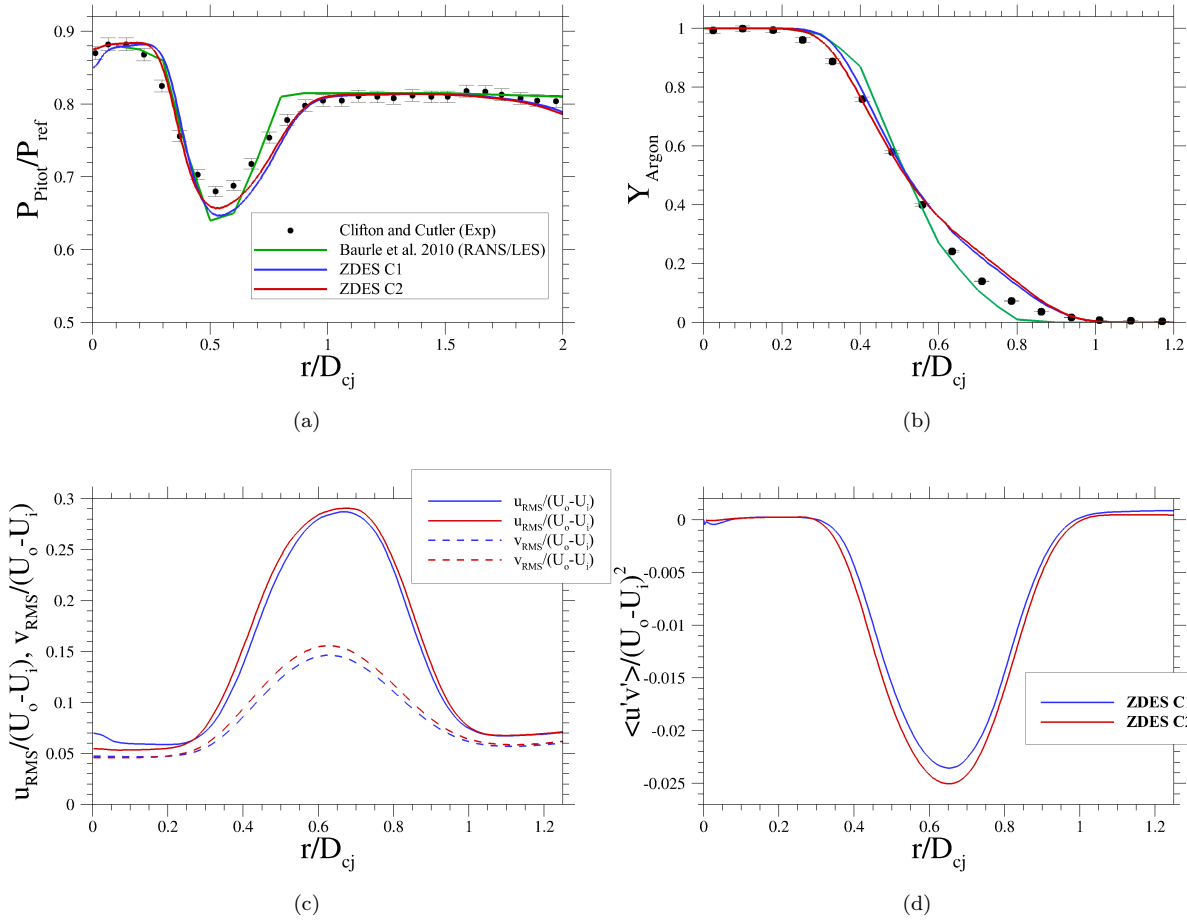


Figure 19: Radial distributions of relative Pitot pressure (a), argon mass fraction (b), rms velocities (c) and total Reynolds shear stress (d) obtained with ZDES at the station  $X/D_{cj}=18.1$

525 the outer mixing layer. More precisely, the inner mixing layer observed in Fig.20 appears to undergo large scale radial oscillations, breaking free from its quasi-cylinder external shape observed in the intermediate region. The increase in both Reynolds shear stress levels in the region  $r/D_{cj} > 1.1$  (Fig.22d and Fig.23d) and radial velocity fluctuations  $((\frac{v_{rms}}{U_o-U_i}))_{max} > 0.15$  in Fig.22c and Fig.23c in comparison with the intermediate region, also show the influence of the outer mixing layer on the mixing process between argon and air.

530 Looking at the averaged Pitot pressure distribution in this area (Fig.22a and Fig.23a), experimental results display an important decrease of the Pitot pressure in the core of the center jet ( $r/D_{cj} < 0.25$ ) in comparison with almost constant levels observed in the near field and intermediate regions. This decrease, associated with a strong reduction of the pressure deficit zone, can be attributed to two major effects. First, due to the previously mentioned radial oscillations of the whole inner mixing layer, a fixed experimental probe used  
 535 for time-averaged measurements may acquire values corresponding to different relative radial position inside the mixing layer. In effect, this sensitivity of the probe location may produce a radial averaging flattening extrema values. Second, it could be related to an increase in turbulent mixing intensity near the center of the jet due to the transfer of turbulent kinetic energy from large turbulent scales located at the mixing layer

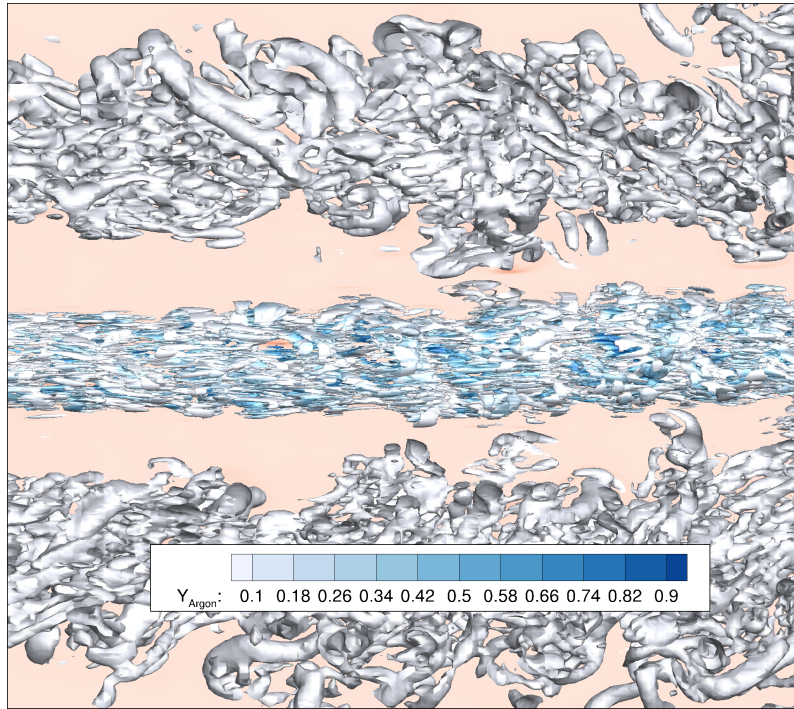


Figure 20: Coherent structures inside the mixing layers in the interference area (III). See Fig.7 for the location of this region.

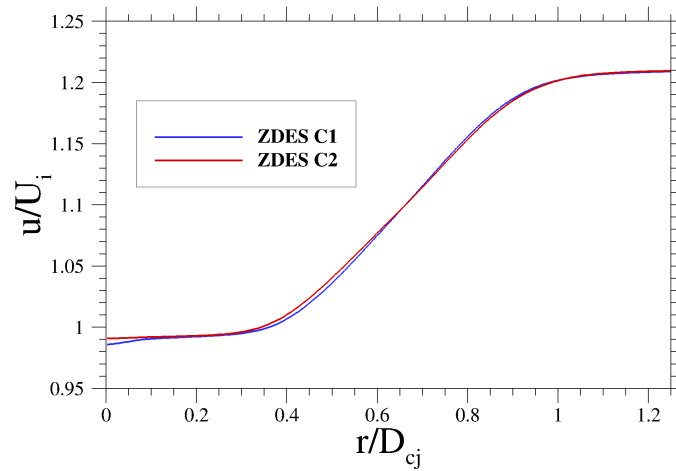


Figure 21: Radial distribution of axial velocity at  $X/D_{cj} = 22$

boundary to smaller scales evolving in the center of the argon jet.

540 This decrease in Pitot pressure is not well captured neither by the present ZDES computations ( $165 \cdot 10^6$  cells) nor by previously published RANS/LES computations by Baurle et al. [17] ( $43 \cdot 10^6$  cells). These discrepancies could be partly due to an underestimation of the influence of the outer mixing layer or of the intensity of turbulent mixing in the center of the jet.

545 These potential discrepancies in the assessment of turbulent mixing have a smaller impact on argon mass fraction distributions. Indeed, at the station  $X/D_{cj} = 22$  in Fig 22b, the present ZDES computations feature a good agreement with experimental data thus improving on previous numerical studies [17, 19]. The

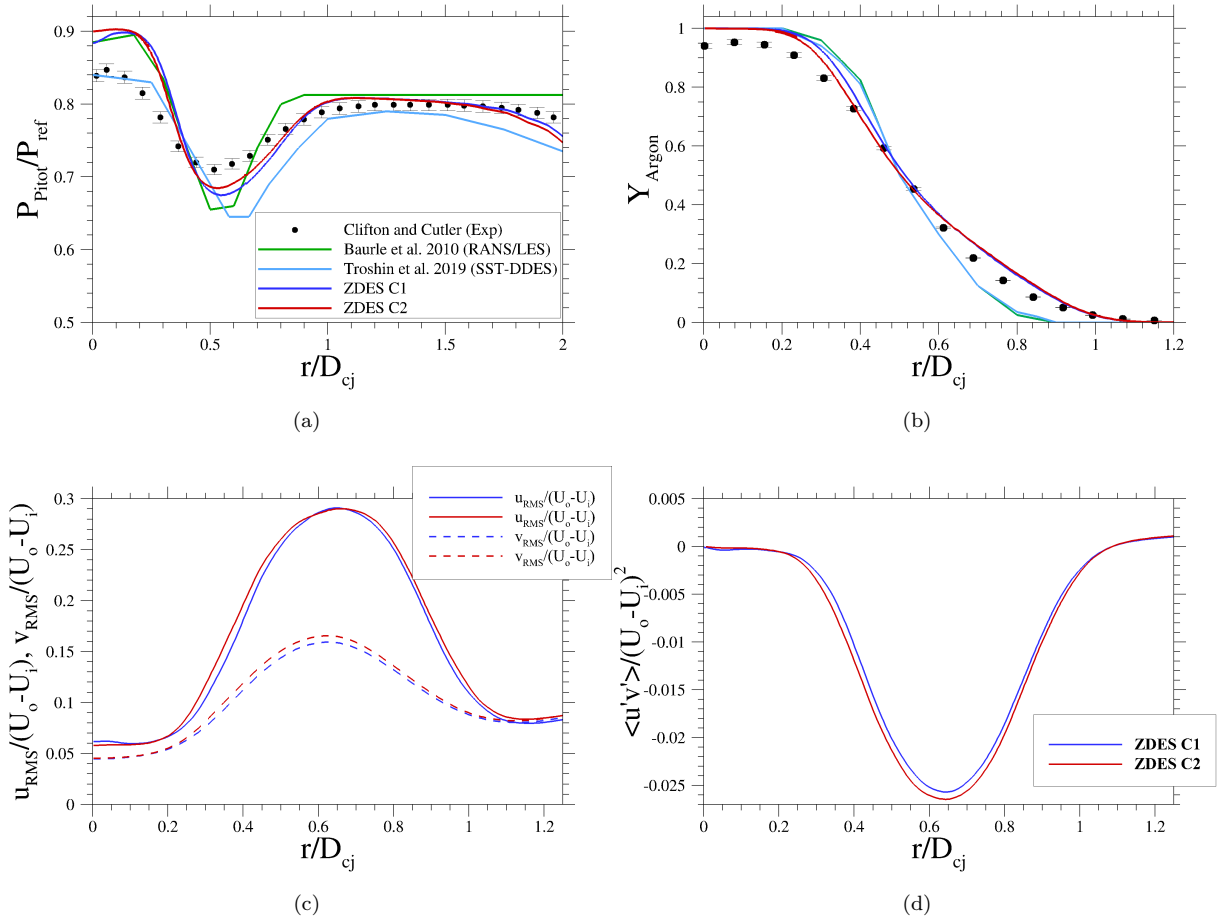


Figure 22: Radial distributions of relative Pitot pressure (a), argon mass fraction (b), rms velocities (c) and total Reynolds shear stress (d) obtained with ZDES at the station  $X/D_{cj}=22$

agreement is particularly satisfying in the outer part of the mixing layer ( $r/D_{cj} > 0.5$ ). The under prediction of turbulent mixing in the center jet is however clearly visible on the argon mass fraction distribution shown in Fig.23b.

In fine, this study has shown that the capability to assess the physical phenomena driving the mixing in the center of the argon jet is particularly challenging. It has also been shown that the current ZDES computations permit a fair prediction for the outer part of the mixing layer in the interference area.

## 6. Conclusion

A strategy for scale-resolving simulations of bi-species turbulent flows has been presented. The salient modelling hypothesis for two-species turbulent flow simulations are first reminded. The corresponding detailed discretized equations have then been thoroughly presented in the frame of a structured finite volume code based on a second order time accurate implicit time integration scheme. A description of the main boundary conditions are briefly discussed. The calculation of the advective fluxes relies on an original low-dissipative

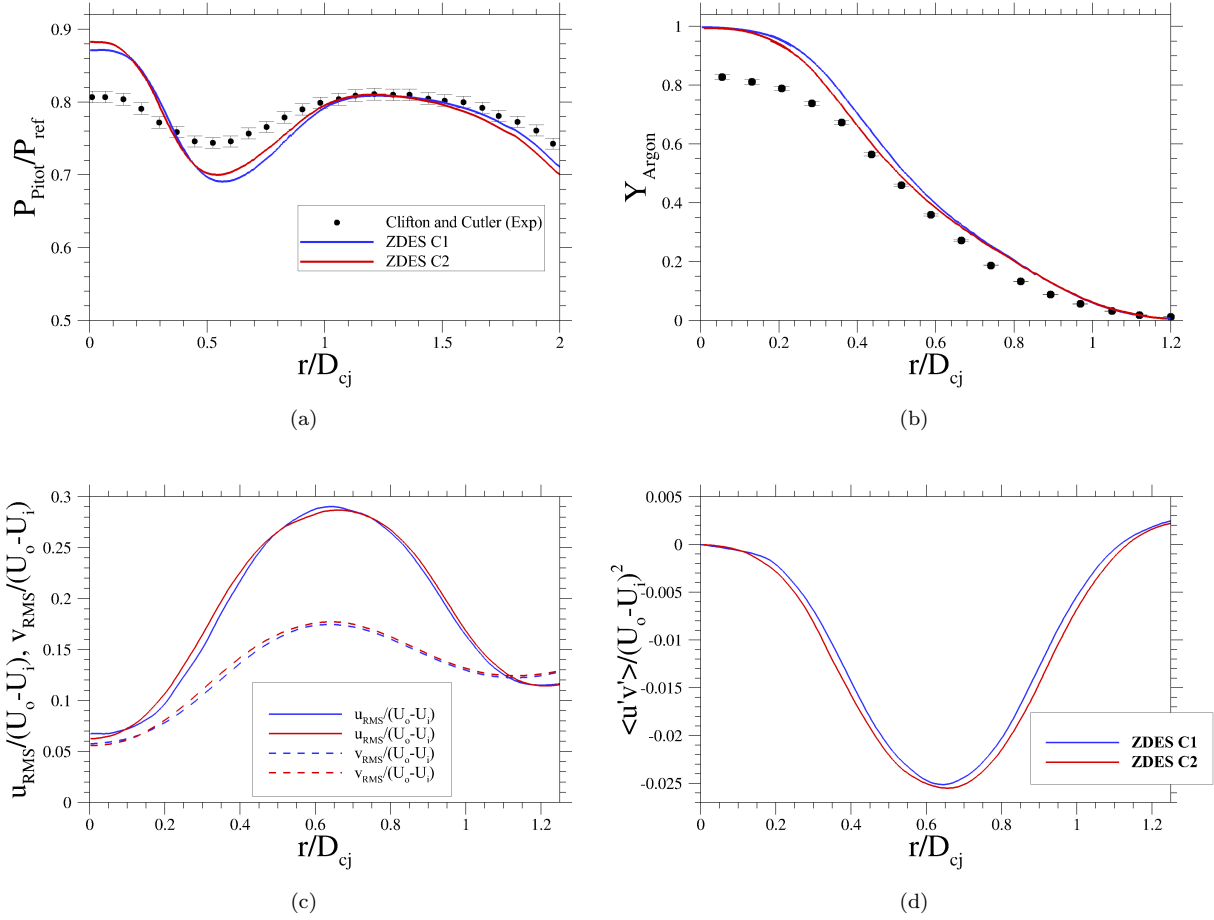


Figure 23: Radial distributions of relative Pitot pressure (a), argon mass fraction (b), rms velocities (c) and total Reynolds shear stress (d) obtained with ZDES at the station  $X/D_{cj}=26.1$ .

version of the AUSM scheme that permits to capture shocks while ensuring a low numerical dissipation in the vortical areas to properly resolve turbulent structures.

560

Turbulence treatment is based on the advanced Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) technique that permits two main operating modes. The first one named mode 2 (2020) provides an "automatic" operating mode for which the switch between RANS and LES regions is dynamically set by the model itself. The second one (named mode 3) is the WMLES mode of ZDES where the outer layer of attached boundary layers is resolved conversely to its mode 2 counterpart where the whole attached boundary layer is RANS treated.

Within mode 3, turbulent boundary layers need to be fed with unsteady velocity fluctuations. In this study, a robust method based on a physically motivated combination of white noise to generate fluctuations at the inlet together with a dynamic forcing method is applied for the first time in a compressible curvilinear bi-species flow framework. This comprehensive framework has then been assessed on the well-known coaxial Air/Argon jet investigated experimentally by Clifton and Cutler [1] and compared on a  $165 \times 10^6$  grid with previously published hybrid RANS/LES numerical works. Both instantaneous and time-averaged flow fields have been thoroughly investigated. No delay in the formation of instabilities in the free-shear layers has been

570

observed with ZDES mode 2 (2020) despite a RANS description of the incoming boundary layers. The taking into account of resolved turbulence in these attached boundary layers within ZDES Mode 3 permits a better prediction of the mixing process in the early stages of the mixing layer.

Because of the complexity to simulate the mixing process of bi-species turbulent flows, the use of hybrid RANS/LES methods will remain essential for a long time to address high-Reynolds curvilinear configurations involving attached turbulent boundary layers.

### Acknowledgments

The authors wish to thank Professor Andrew Cutler for providing detailed parameters and results of the experimental studies, [27, 1]. The authors also wish to thank R. Collercandy and M. Dormieux for pioneering work on the implementation of the free surface boundary conditions.

The authors wish to thank the Centre National d'Études Spatiales (CNES) for financial support. The Ph.D. work of J. Reynaud is funded by CNES and ONERA.

### References

- [1] C. W. Clifton, A. D. Cutler, A supersonic argon/air coaxial jet experiment for computational fluid dynamics code validation (2007).
- [2] S. Deck, N. Renard, Towards an enhanced protection of attached boundary layers in hybrid RANS/LES methods, *Journal of Computational Physics* 400 (2020) 108970. doi:10.1016/j.jcp.2019.108970.
- [3] M. Gusman, J. Housman, C. Kiris, Best practices for CFD simulations of launch vehicle ascent with plumes-overflow perspective, in: 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 2011, p. 1054.
- [4] A. Mahjub, N. M. Mazlan, M. Z. Abdullah, Q. Azam, Design optimization of solid rocket propulsion: A survey of recent advancements, *Journal of Spacecraft and Rockets* 57 (1) (2020) 3–11. doi:10.2514/1.a34594.
- [5] M. Mehta, F. Canabal, S. B. Tashakkor, S. D. Smith, Base heating sensitivity study for a 4-cluster rocket motor configuration in supersonic freestream, *Journal of Spacecraft and Rockets* Vol. 50, No. 3, May–June 2013 (2013).
- [6] S. Stephan, J. Wu, R. Radespiel, Propulsive jet influence on generic launcher base flow, *CEAS Space Journal* 7 (4) (2015) 453–473.
- [7] J. P. Drummond, Methods for prediction of high-speed reacting flows in aerospace propulsion, *AIAA Journal* 52 (3) (2014) 465–485. doi:10.2514/1.j052283.
- [8] I. A. Zilberter, J. R. Edwards, Large-eddy simulation/Reynolds-averaged Navier–stokes simulations of high-speed mixing processes, *AIAA Journal* 52 (7) (2014) 1486–1501. doi:10.2514/1.j052745.

- [9] K. Brinckman, S. Dash, Improved methodology for RANS modeling of high-speed turbulent scalar mixing, in: 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012. doi:10.2514/6.2012-567.
- [10] P. J. M. Ferrer, R. Buttay, G. Lehnasch, A. Mura, A detailed verification procedure for compressible reactive multicomponent navier–stokes solvers, *Computers & Fluids* 89 (2014) 88–110. doi:10.1016/j.compfluid.2013.10.014.
- [11] P. Sagaut, M. Terracol, S. Deck, Multiscale and multiresolution approaches in turbulence-LES, DES and Hybrid RANS/LES Methods : Applications and Guidelines., World Scientific, 2013.
- [12] G. Albouze, Simulation aux grandes échelles des écoulements réactifs non prémélangés, Ph.D. thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse (2009).
- [13] B. Sainte-Rose, Simulations numériques d’écoulements réactifs massivement décollés par une approche hybride RANS/LES, Ph.D. thesis, Châtenay-Malabry, Ecole centrale de Paris (2010).
- [14] F. Kozusko, C. Grosch, T. Jackson, C. A. Kennedy, T. Gatski, The structure of variable property, compressible mixing layers in binary gas mixtures, *Physics of Fluids* 8 (06 1996). doi:10.1063/1.869103.
- [15] D. Davidenko, I. Gökalp, E. Dufour, P. Magre, Numerical modeling of inert and reacting compressible turbulent jets, in: AIAA/CIRA 13th International Space Planes and Hypersonics Systems and Technologies Conference, 2005, p. 3237.
- [16] J. Reynaud, P. Weiss, S. Deck, Towards binary gas mixture ZDES for space launcher base flow prediction, in: 55 th 3AF International Conference on Applied Aerodynamics Poitiers – France, 2020+1.
- [17] R. A. Baurle, J. R. Edwards, Hybrid Reynolds-averaged/large-eddy simulations of a coaxial supersonic freejet experiment, *AIAA Journal* 48 (3) (2010) 551–571. doi:10.2514/1.43771.
- [18] M. Dharavath, P. Manna, D. Chakraborty, Numerical exploration of dissimilar supersonic coaxial jets mixing, *Acta Astronautica* 111 (2015) 308–316. doi:10.1016/j.actaastro.2015.03.001.
- [19] A. Troshin, A. Shiryayeva, V. Vlasenko, V. Sabelnikov, Large-eddy simulation of helium and argon supersonic jets in supersonic air co-flow, in: Progress in Turbulence VIII. iTi 2018. Springer Proceedings in Physics, Vol. 226, Springer International Publishing, 2019, pp. 253–258. doi:10.1007/978-3-030-22196-6\_40.
- [20] J. Hoste, S. Fechter, S. Karl, K. Hannemann, Study of a supersonic reacting wall jet with a variable turbulent Prandtl and Schmidt number approach, *Aerospace Science and Technology* 106 (2020) 106070. doi:10.1016/j.ast.2020.106070.
- [21] P. Cocks, W. Dawes, R. Cant, DDES of a supersonic coaxial helium jet, in: 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012. doi:10.2514/6.2012-479.

- [22] S. Deck, Recent improvements in the Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) formulation, *Theoretical and Computational Fluid Dynamics* 26 (6) (2011) 523–550. doi:10.1007/s00162-011-0240-z.
- 640 [23] L. Charrier, G. Pont, S. Marié, P. Brenner, F. Grasso, Hybrid RANS/LES simulation of a supersonic coaxial he/air jet experiment at various turbulent lewis numbers, in: *Symposium on Hybrid RANS-LES Methods*, Springer, 2016, pp. 337–346.
- [24] F. Simon, S. Deck, P. Guillen, P. Sagaut, Reynolds-Averaged Navier-Stokes/Large-Eddy Simulations of supersonic base flow, *AIAA Journal* 44 (11) (2006) 2578–2590. doi:10.2514/1.21366.
- 645 [25] A. Roshko, Structure of turbulent shear flows: a new look, *AIAA journal* 14 (10) (1976) 1349–1357.
- [26] C. Bogey, N. de Cacqueray, C. Bailly, A shock-capturing methodology based on adaptative spatial filtering for high-order non-linear computations, *Journal of Computational Physics* 228 (5) (2009) 1447–1465. doi:10.1016/j.jcp.2008.10.042.
- [27] A. D. Cutler, G. S. Diskin, J. P. Drummond, J. A. White, Supersonic coaxial jet experiment for computational fluid dynamics code validation, *AIAA journal* 44 (3) (2006) 585–592.
- 650 [28] J. Reynaud, P.-E. Weiss, S. Deck, Numerical workflow for scale-resolving computations of space launcher afterbody flows with and without jets, *Computers & Fluids* 226 (2021) 104994.
- [29] F. Ducros, V. Ferrand, F. Nicoud, C. Weber, D. Darracq, C. Gacherieu, T. Poinso, Large-eddy simulation of the shock/turbulence interaction, *Journal of Computational Physics* 152 (2) (1999) 517–549. doi:10.1006/jcph.1999.6238.
- 655 [30] M.-S. Liou, A sequel to AUSM: AUSM+, *Journal of Computational Physics* 129 (2) (1996) 364–382. doi:10.1006/jcph.1996.0256.
- [31] I. Mary, P. Sagaut, Large Eddy Simulation of Flow Around an Airfoil Near Stall, *AIAA Journal* 40 (6) (2002) 1139–1145. doi:10.2514/2.1763.
- 660 [32] M. Dormieux, P. Guillen, R. Abgrall, Numerical simulation of transverse jet flows by a nonreactive two species multidomain euler flow solver, in: *28th Aerospace Sciences Meeting, 1990*, p. 126.
- [33] J. O. Hirschfelder, C. F. Curtiss, R. B. Bird, M. G. Mayer, *Molecular theory of gases and liquids*, Vol. 165, Wiley New York, 1964.
- [34] T. Poinso, D. Veynante, *Theoretical and Numerical Combustion*, R.T. Edwards Inc., 2005.
- 665 URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00270731>
- [35] F. A. Williams, *Combustion theory*, CRC Press, 2018.
- [36] A. Faghri, Y. Zhang, J. R. Howell, *Advanced heat and mass transfer*, Global Digital Press, 2010.
- [37] I. Martinez, Mass diffusivity data, *Thermal Data*. Departamento de motopropulsão e termo-fluidodinâmica da Universidade Politécnica de Madrid. (2017).



- [38] S. Deck, Zonal-Detached-Eddy Simulation of the flow around a high-lift configuration, *AIAA Journal* 43 (11) (2005) 2372–2384. doi:10.2514/1.16810.
- [39] P. Spalart, S. Allmaras, A one-equation turbulence model for aerodynamic flows, in: 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992. doi:10.2514/6.1992-439.
- [40] S. Deck, R. Laroüffie, Numerical investigation of the flow dynamics past a three-element aerofoil, *Journal of Fluid Mechanics* 732 (2013) 401–444. doi:10.1017/jfm.2013.363.
- [41] S. Deck, N. Renard, R. Laroüffie, P. Sagaut, Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer over the Reynolds number range  $3\,150 \leq Re_\theta \leq 14\,000$ , *Physics of Fluids* 26 (2) (2014) 025116.
- [42] N. Renard, S. Deck, Improvements in zonal detached eddy simulation for wall modeled large eddy simulation, *AIAA Journal* 53 (11) (2015) 3499–3504.
- [43] J. Vaquero, N. Renard, S. Deck, Advanced simulations of turbulent boundary layers under pressure-gradient conditions, *Physics of Fluids* 31 (11) (2019) 115111.
- [44] P. Guillen, M. Dormieux, Design of a 3D multidomain Euler code, in: *Supercomputing in fluid flow*, 1993, pp. 21–39.
- [45] R. Abgrall, Généralisation du schéma de Roe pour le calcul d’écoulement de mélanges de gaz à concentrations variables, *La recherche aérospatiale* (6) (1988) 31–43.
- [46] R. Laroüffie, S. Deck, P. Sagaut, A dynamic forcing method for unsteady turbulent inflow conditions, *Journal of Computational Physics* 230 (23) (2011) 8647–8663.
- [47] L. Larchevêque, P. Sagaut, T.-H. Lê, P. Comte, Large-eddy simulation of a compressible flow in a three-dimensional open cavity at high Reynolds number, *Journal of Fluid Mechanics* 516 (2004) 265.
- [48] C. Laurent, I. Mary, V. Gleize, A. Lerat, D. Arnal, DNS database of a transitional separation bubble on a flat plate and application to RANS modeling validation, *Computers & Fluids* 61 (2012) 21–30.
- [49] S. Deck, N. Renard, R. Laroüffie, P.-É. Weiss, Large-scale contribution to mean wall shear stress in high-Reynolds-number flat-plate boundary layers up to 13650, *Journal of Fluid Mechanics* 743 (2014) 202–248. doi:10.1017/jfm.2013.629.
- [50] N. Renard, S. Deck, On the scale-dependent turbulent convection velocity in a spatially developing flat plate turbulent boundary layer at Reynolds number 13000, *Journal of Fluid Mechanics* 775 (2015) 105.
- [51] P.-É. Weiss, S. Deck, On the coupling of a zonal body-fitted/immersed boundary method with ZDES: Application to the interactions on a realistic space launcher afterbody flow, *Computers & Fluids* 176 (2018) 338–352. doi:10.1016/j.compfluid.2017.06.015.

- [52] P. K. Sweby, High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws, *SIAM journal on numerical analysis* 21 (5) (1984) 995–1011.
- [53] R. Collercandy, An improved approach for the computation of transonic/supersonic flows with applications to aerospace configurations, in: 10th Applied Aerodynamics Conference, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992. doi:10.2514/6.1992-2613.  
URL <https://doi.org/10.2514/6.1992-2613>
- [54] L. Manueco, P.-E. Weiss, S. Deck, On the coupling of wall-model immersed boundary conditions and curvilinear body-fitted grids for the simulation of complex geometries, *Computers & Fluids* (2021) 104996.
- [55] M. Pechier, Prévisions numériques de l'effet Magnus pour des configurations de munitions, Ph.D. thesis, Poitiers (1999).
- [56] T. Coakley, Implicit upwind methods for the compressible Navier-Stokes equations, *AIAA journal* 23 (3) (1985) 374–380.
- [57] M. Pechier, P. Guillen, R. Cayzac, Magnus effect over finned projectiles, *Journal of Spacecraft and Rockets* 38 (4) (2001) 542–549.
- [58] S. Deck, P.-E. Weiss, N. Renard, A rapid and low noise switch from rans to wmls on curvilinear grids with compressible flow solvers, *Journal of Computational Physics* 363 (2018) 231–255.
- [59] A. Spille-Kohoff, H.-J. Kaltenbach, Generation of turbulent inflow data with a prescribed shear-stress profile, Tech. rep., Technische Univ Berlin Germany) Hermann-Fottinger inst fur stromungsmechanik (2001).
- [60] S. Deck, P.-É. Weiss, M. Pamiès, E. Garnier, Zonal detached eddy simulation of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer, *Computers & Fluids* 48 (1) (2011) 1–15. doi:10.1016/j.compfluid.2011.03.009.
- [61] F. Simon, Simulations numériques hybrides RANS/LES de l'aérodynamique des projectiles et application au contrôle des écoulements, Ph.D. thesis, Lille 1 (2007).
- [62] N.-W. Han, J. Bhakta, R. Carbonell, Longitudinal and lateral dispersion in packed beds: Effect of column length and particle size distribution, *AIChE Journal* 31 (2) (1985) 277–288.
- [63] . Engineering ToolBox (Ed.), Air - Diffusion Coefficients of Gases in Excess of Air.
- [64] F. M. White, I. Corfield, *Viscous fluid flow*, Vol. 3, McGraw-Hill New York, 2006.
- [65] E. W. Lemmon, M. O. McLinden, D. G. Friend, Nist chemistry webbook, thermophysical properties of fluid systems, nist standard reference database number 69 (2008).

- [66] A. Yule, Large-scale structure in the mixing layer of a round jet, *Journal of Fluid Mechanics* 89 (3) (1978) 413–432.
- 735 [67] C. Ball, H. Fellouah, A. Pollard, The flow field in turbulent round free jets, *Progress in Aerospace Sciences* 50 (2012) 1–26. doi:10.1016/j.paerosci.2011.10.002.
- [68] F. Simon, S. Deck, P. Guillen, P. Sagaut, A. Merlen, Numerical simulation of the compressible mixing layer past an axisymmetric trailing edge, *Journal of Fluid Mechanics* 591 (2007) 215–253.
- [69] J. B. Freund, S. K. Lele, P. Moin, Compressibility effects in a turbulent annular mixing layer. part 1. 740 turbulence and growth rate, *Journal of Fluid Mechanics* 421 (2000) 229–267.
- [70] M. Drela, *Fluids, Lecture Notes 16*, MIT, 2008.
- [71] A. Segalini, A. Talamelli, Experimental analysis of dominant instabilities in coaxial jets, *Physics of Fluids* 23 (2) (2011) 024103. doi:10.1063/1.3553280.
- [72] S. Laizet, S. Lardeau, E. Lamballais, Direct numerical simulation of a mixing layer downstream a thick 745 splitter plate, *Physics of Fluids* 22 (1) (2010) 015104.
- [73] R. Mehta, Effect of velocity ratio on plane mixing layer development: Influence of the splitter plate wake, *Experiments in fluids* 10 (4) (1991) 194–204.
- [74] M. M. Ribeiro, J. H. Whitelaw, Turbulent mixing of coaxial jets with particular reference to the near-exit region, *Journal of Fluids Engineering* 98 (2) (1976) 284–291. doi:10.1115/1.3448288.  
750 URL <https://doi.org/10.1115/1.3448288>
- [75] G. Buresti, P. Petagna, A. Talamelli, Experimental investigation on the turbulent near-field of coaxial jets, *Experimental Thermal and Fluid Science* 17 (1-2) (1998) 18–26.
- [76] D. A. Yoder, J. R. DeBonis, N. J. Georgiadis, Modeling of turbulent free shear flows, *Computers & fluids* 117 (2015) 212–232.
- 755 [77] J. Tan, D. Zhang, H. Li, J. Hou, Detailed experimental investigations on flow behaviors and velocity field properties of a supersonic mixing layer, *Acta Astronautica* 144 (2018) 30–38.
- [78] S. G. Goebel, J. C. Dutton, Experimental study of compressible turbulent mixing layers, *AIAA journal* 29 (4) (1991) 538–546.
- 760 [79] G. L. Brown, A. Roshko, On density effects and large structure in turbulent mixing layers, *Journal of Fluid Mechanics* 64 (4) (1974) 775–816.

**Appendix A. Implicit convective fluxes**

The Jacobian matrix of convective fluxes writes as:

$$\begin{pmatrix} Y_2 \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & -Y_1 \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & Y_1 n_x & Y_1 n_y & Y_1 n_z & 0 \\ -Y_2 \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & Y_1 \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & Y_2 n_x & Y_2 n_y & Y_2 n_z & 0 \\ (\rho_2 X + \frac{1}{2}(\gamma-1)\mathbf{V}^2)n_x - u \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & (-\rho_1 X + \frac{1}{2}(\gamma-1)\mathbf{V}^2)n_x - u \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & (2-\gamma)un_x + \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & (1-\gamma)vn_x + un_y & (1-\gamma)wn_x + un_z & (\gamma-1)n_x \\ (\rho_2 X + \frac{1}{2}(\gamma-1)\mathbf{V}^2)n_y - v \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & (-\rho_1 X + \frac{1}{2}(\gamma-1)\mathbf{V}^2)n_y - v \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & (1-\gamma)un_y + vn_x & (2-\gamma)vn_y + \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & (1-\gamma)wn_y + vn_z & (\gamma-1)n_y \\ (\rho_2 X + \frac{1}{2}(\gamma-1)\mathbf{V}^2)n_z - w \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & (-\rho_1 X + \frac{1}{2}(\gamma-1)\mathbf{V}^2)n_z - w \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & (1-\gamma)un_z + wn_x & (1-\gamma)vn_z + wn_y & (2-\gamma)wn_z + \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & (\gamma-1)n_z \\ (\rho_2 X - \gamma e + (\frac{\gamma}{2}-1)\mathbf{V}^2)\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & (-\rho_1 X - \gamma e + (\frac{\gamma}{2}-1)\mathbf{V}^2)\mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & (\gamma e + \frac{1}{2}\mathbf{V}^2)n_x - (\gamma-1)u \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & (\gamma e + \frac{1}{2}\mathbf{V}^2)n_y - (\gamma-1)v \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & (\gamma e + \frac{1}{2}\mathbf{V}^2)n_z - (\gamma-1)w \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & \gamma \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Table A.4: Jacobian matrix  $A$  of the convective flux with respect to conservative variables ( to be multiplied by  $\Delta S_{ijk,l}$ )

$$J = M^{-1}AM = \begin{pmatrix} \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & 0 & \rho_1 n_x & \rho_1 n_y & \rho_1 n_z & 0 \\ 0 & \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & \rho_2 n_x & \rho_2 n_y & \rho_2 n_z & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & 0 & 0 & \frac{n_x}{\rho} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & 0 & \frac{n_y}{\rho} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} & \frac{n_z}{\rho} \\ 0 & 0 & \gamma(\gamma-1)\rho e n_x & \gamma(\gamma-1)\rho e n_y & \gamma(\gamma-1)\rho e n_z & \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Table A.5: Jacobian matrix  $J = M^{-1}AM$  of the convective flux with respect to primitive variables ( to be multiplied by  $\Delta S_{ijk,l}$ ).

## Appendix B. Implicit diffusive fluxes

Step 1: Diffusion flux vector  $G$

$$\left( \begin{array}{c}
 \rho D^* [\frac{\partial Y_1}{\partial x} n_x + \frac{\partial Y_1}{\partial y} n_y + \frac{\partial Y_1}{\partial w} n_z] \\
 \rho D^* [\frac{\partial Y_2}{\partial x} n_x + \frac{\partial Y_2}{\partial y} n_y + \frac{\partial Y_2}{\partial w} n_z] \\
 \mu^* [(\frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial w}{\partial z}) n_x] + (\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}) n_y + (\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}) n_z \\
 \mu^* [(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}) n_x + (\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}) n_y + (\frac{4}{3} \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y}) n_y] \\
 \mu^* [(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}) n_x + (\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}) n_y + (\frac{4}{3} \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y}) n_y] \\
 \sigma_{11} \quad \sigma_{12} \quad \sigma_{13} \\
 \sigma_{31} \quad \sigma_{32} \quad \sigma_{22} \\
 G_6
 \end{array} \right) \quad (B.1)$$

With  $G_6$ :

$$\begin{aligned}
 G_6 = & [\mu^* (\sigma_{11} u + \sigma_{12} v + \sigma_{13} w) + \lambda^* \frac{\partial T}{\partial x}] n_x + [\mu^* (\sigma_{21} u + \sigma_{22} v + \sigma_{23} w) + \lambda^* \frac{\partial T}{\partial y}] n_y \\
 & + [\mu^* (\sigma_{31} u + \sigma_{32} v + \sigma_{33} w) + \lambda^* \frac{\partial T}{\partial w}] n_z \\
 & + D^* (h_1 [\frac{\partial Y_1}{\partial x} n_x + \frac{\partial Y_1}{\partial y} n_y + \frac{\partial Y_1}{\partial w} n_z]) + *h_2 [\frac{\partial Y_2}{\partial x} n_x + \frac{\partial Y_2}{\partial y} n_y + \frac{\partial Y_2}{\partial w} n_z]
 \end{aligned} \quad (B.2)$$

We rewrite some spatial derivatives present in  $\mathbf{G}$  in order to show explicitly the primitive variables:

$$\frac{\partial T}{\partial a} = \frac{\partial \frac{P}{\rho r}}{\partial a} = \frac{\partial P}{\partial a} \frac{1}{\rho r} - \frac{P}{(\rho r)^2} (r_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial a} + r_2 \frac{\partial \rho_2}{\partial a}) \quad (B.3)$$

$$\frac{\partial Y_1}{\partial a} = \frac{\partial \frac{-\rho_1}{\rho_2 + \rho_1}}{\partial a} = \frac{1}{(\rho_1 + \rho_2)^2} (\frac{\partial \rho_1}{\partial a} (\rho_1 + \rho_2) - \rho_1 (\frac{\partial \rho_1}{\partial a} + \frac{\partial \rho_2}{\partial a})) = \frac{1}{\rho} (Y_2 \frac{\partial \rho_1}{\partial a} - Y_1 \frac{\partial \rho_2}{\partial a}) \quad (B.4)$$

765 Step 2: Compute the matrix  $(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{w}_{pa}})_{ijk,l}$  for  $a = x, y, z$

Here as an example, we express the matrix  $(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{w}_{px}})_{ijk,l}$  (B.6) for the  $x$  coordinate. Similar expressions are found with  $y$  and  $z$ .

$$\left( \begin{array}{cccccc}
 Y_2 D^* n_x & -Y_1 D^* n_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -Y_2 D^* n_x & Y_1 D^* n_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{4}{3} \mu^* n_x & \mu^* n_y & \mu^* n_z & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{2}{3} \mu^* n_y & \mu^* n_x & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{2}{3} \mu^* n_z & 0 & \mu^* n_x & 0 \\
 (-\lambda^* \frac{T}{\rho} \frac{r_1}{r} + Y_2 D^* (h_1 - h_2)) n_x & (-\lambda^* \frac{T}{\rho} \frac{r_2}{r} + Y_1 D^* (h_2 - h_1)) n_x & \frac{2}{3} \mu^* (2un_x - vn_y - wn_z) & \mu^* (vn_x + un_y) & \mu^* (wn_x + un_z) & \lambda^* \frac{T}{p} n_x
 \end{array} \right) \quad (B.5)$$

Table B.6: Partial Jacobian matrix in the  $x$  direction  $(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{w}_{px}})_{ijk,l}$

Step 3: Compute the Jacobian matrix of  $G$  with respect to the primitive variables

We can now add the three matrices derived in the previous step to form:  $(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{w}_p})_{ijk,l}$ . It is shown in Tab.(B.8).

$$\frac{1}{\Omega} \begin{pmatrix} Y_2 D^* S^2 & -Y_1 D^* S^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_2 D^* S^2 & Y_1 D^* S^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ - & - & \nu^* (\frac{4}{3} S_x^2 + S_y^2 + S_z^2) & 0 & 0 & 0 \\ - & - & - & \nu^* (S_x^2 + \frac{4}{3} S_y^2 + S_z^2) & 0 & 0 \\ - & - & - & - & \nu^* (S_x^2 + S_y^2 + \frac{4}{3} S_z^2) & 0 \\ - & - & - & - & - & (\gamma - 1) \lambda^* \frac{T}{p} S^2 \end{pmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Table B.7: Jacobian matrix of the viscous flux  $G$  with respect to the conservative variables  $(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{w}_c})_{ijk,l}$

770 *Step 4: Compute the Jacobian matrix of  $G$  with respect to convective variables*

We now have to multiply the previously obtained matrix by  $M^{-1} = (\frac{\partial \mathbf{w}_p}{\partial \mathbf{w}_c})$  to obtain the Jacobian matrix of the viscous flux  $\mathbf{G}$  with respect to the conservative variables  $(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{w}_c})_{ijk,l}$ . It is shown in Tab.(B.7), only the terms necessary for the computation of eigenvalues are displayed.

*Step 5: Use Coakley's method [56] to estimate the contribution of the matrix  $G$*

775 The contribution of the almost triangular matrix obtained in step 4 is evaluated as  $(\delta \cdot \frac{S^2}{\Omega})_{ijk,l} \cdot I_6$  with  $\delta_{ijk,l} = \max(D^*, \frac{4}{3} \nu^*, \frac{\lambda^*}{\rho c_v})_{ijk,l}$ .

$$\frac{\mu^*}{\Omega} \begin{pmatrix} Y_2 \frac{D^*}{\mu^*} S^2 & -Y_1 \frac{D^*}{\mu^*} S^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_2 \frac{D^*}{\mu^*} S^2 & Y_1 \frac{D^*}{\mu^*} S^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3} S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 & \frac{1}{3} S_y S_x & \frac{1}{3} S_z S_x & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} S_y S_x & S_x^2 + \frac{4}{3} S_y^2 + S_z^2 & \frac{1}{3} S_y S_z & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} S_z S_x & \frac{1}{3} S_z S_y & S_x^2 + S_y^2 + \frac{4}{3} S_z^2 & 0 \\ \frac{\tilde{g}_1^2}{\mu^*} (-\lambda^* \frac{T}{\rho} \frac{r_1}{r} + Y_2 D^* (h_1 - h_2)) & \frac{\tilde{g}_2^2}{\mu^*} (-\lambda^* \frac{T}{\rho} \frac{r_2}{r} + Y_1 D^* (h_2 - h_1)) & \frac{1}{3} (u S_x^2 + v S_x S_y + w S_x S_z) + u S^2 & \frac{1}{3} (u S_x S_y + v S_y^2 + w S_y S_z) + v S^2 & \frac{1}{3} (u S_x S_z + v S_z S_y + w S_z^2) + w S^2 & \lambda^* \frac{T}{p \mu^*} S^2 \end{pmatrix} \quad (\text{B.7})$$

Table B.8: Jacobian matrix of the viscous flux  $G$  with respect to the primitive variables  $(\frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \mathbf{w}_p})_{ijk,l}$

### 4.3 Synthèse du chapitre

Dans ce chapitre, un cas de couche de mélange entre un jet supersonique d'argon et un jet supersonique d'air, représentant une simplification de l'interaction entre un jet propulsif et un écoulement d'arrière-corps, a été étudié grâce à deux simulations utilisant les méthodes numériques bi-espèces développées durant la thèse.

Un premier calcul a été réalisé en utilisant la version bi-espèce du cadre numérique automatique évalué au **Chapitre 3** qui repose sur l'usage du Mode 2 (2020) de la ZDES et d'un schéma numérique hybride capable d'adapter localement son niveau de dissipation. L'usage d'une telle approche est apparu adapté à la reproduction de l'écoulement compressible d'intérêt en permettant la résolution des grandes structures turbulentes pilotant les couches de mélange tout en capturant les structures de chocs se formant à la sortie des tuyères.

Les visualisations instantanées et moyennes de l'écoulement fournies par la simulation numérique ont permis de mettre en avant l'absence de retard dans la formation des structures turbulentes en sortie des tuyères et de proposer une décomposition du processus de mélange se produisant entre les deux gaz selon trois régions (cf Figure n°7 de l'article). A proximité des tuyères (*near field (I)*), la zone de recirculation se formant derrière la lèvre de la tuyère centrale induit la présence d'une région de sillage (basse vitesse) séparant la couche de mélange argon-air en deux zones de cisaillement présentant des caractéristiques turbulentes différentes. A partir d'une distance supérieure à  $10 D_{cj}$  (diamètre de la tuyère centrale) en aval de la tuyère centrale (*intermediate region (II)*,  $x/D_{cj} > 10$ ), le déficit de vitesse s'estompe et la couche de mélange tend vers un comportement proche d'une couche de mélange canonique (i.e. plane libre). Plus en aval (*interference area (III)*,  $x/D_{cj} > 20$ ), le comportement de la couche de mélange interne air-argon est progressivement perturbé par la couche de mélange externe qui se développe entre le jet d'air et l'air ambiant.

Dans chacune de ces trois zones, l'analyse des profils de vitesses moyennes et fluctuantes a montré que l'utilisation du cadre numérique bi-espèce permet de retrouver qualitativement les topologies d'écoulement observées dans la littérature pour des jets coaxiaux [84, 102, 147]. L'étude des profils de pression Pitot et de fraction massique d'argon prévus par la simulation a ensuite permis d'observer un bon accord quantitatif avec les mesures expérimentales et les prévisions issues de précédentes études RANS/LES [10, 172], en particulier dans la zone proche de la tuyère. Comme observé dans ces études, une nette sous-estimation de l'intensité du mélange turbulent se produisant au centre du jet d'argon est cependant constatée pour  $x/D_{cj} > 20$ . Les méthodes numériques bi-espèces employées apparaissent donc adaptées à l'étude des couches de mélange supersoniques mais semblent pouvoir être complétées par d'autres outils de modélisation afin de décrire plus finement certains mécanismes pilotant le mélange entre les deux jets coaxiaux et l'air ambiant.

Dans cette optique, un second calcul a été mené en complétant le cadre numérique automatique bi-espèce avec un traitement particulier des couches limites attachées. Grâce à la compatibilité des différents modes de la ZDES, les fonctionnalités du Mode 3 de la ZDES ont pu être utilisées de manière zonale pour introduire et convecter des fluctuations turbulentes au sein des couches limites se formant dans les tuyères. La présence de structures turbulentes résolues issues des couches limites est visible au niveau du développement initial de la couche de mélange et induit une légère augmentation de l'intensité des fluctuations de vitesse dans toutes les zones de l'écoulement. Le taux de mélange entre les deux gaz est ainsi légèrement accru mais cette augmentation est insuffisante pour combler la sous-estimation observée à proximité du centre du jet d'argon pour  $x/D_{cj} > 20$ . Un maillage permettant une meilleure résolution de la couche de mélange externe (air-air) et l'utilisation d'un modèle de sous-maille plus élaboré, notamment par l'usage de filtres régulant les niveaux de dissipation numérique aux différentes échelles de l'écoulement [13], pourraient être envisagés pour tenter d'augmenter la représentativité des calculs.



Ce chapitre a permis de réaliser une évaluation sur un cas test semi-réaliste des méthodes numériques bi-espèces développées durant la thèse avant de les appliquer dans le **Chapitre 5** pour chercher à représenter les interactions entre un écoulement d'arrière-corps et des jets propulsifs multi-espèces et réactifs sur la configuration de référence sélectionnée dans le **Chapitre 1**. Les approches ZDES Mode 2 (2020) et Mode 3 (WMLES) ont été appliquées pour la première fois pour la simulation d'écoulements turbulents bi-espèces. Il a ainsi été montré qu'une version bi-espèce du cadre numérique employé dans le **Chapitre 3** pour l'étude des écoulements mono-espèces d'arrière-corps permet de fournir une description du comportement d'une couche de mélange supersonique bi-espèce cohérente avec des mesures expérimentales et des résultats numériques issus de la littérature. Les prévisions obtenues sont de plus particulièrement satisfaisantes dans la zone proche des tuyères, zone où se concentrent les effets des jets pour les configurations de lanceurs. La possibilité de compléter ce cadre numérique par l'introduction de contenu turbulent dans les couches limites attachées précédant les couches de mélange a également été présentée et exploitée mais n'a pas entraîné de modification majeure des résultats. Cette méthode complémentaire entraînant un surcoût conséquent en nombre de points de maillage, elle n'est pas employée dans le chapitre suivant pour étudier la configuration de lanceur multi-tuyère.

# Étude d'une configuration de lanceur propulsé par plusieurs tuyères par une simulation ZDES bi-espèce

5.1	Présentation du chapitre . . . . .	171
5.2	Description du cas test et paramétrage numérique . . . . .	172
5.3	Influence de la modélisation thermodynamique et limites des modélisations RANS . . . . .	176
5.4	Apports d'une simulation ZDES pour l'analyse de l'écoulement d'arrière-corps d'une configuration multi-tuyère . . . . .	180
5.5	Synthèse et perspectives . . . . .	200

## 5.1 Présentation du chapitre

Les éléments bibliographiques présentés dans le **Chapitre 1** ont permis de montrer que la bonne prévision numérique des écoulements d'arrière-corps nécessite l'utilisation de modélisations avancées pour le traitement du caractère turbulent de l'écoulement et pour la prise en compte des propriétés thermodynamiques des jets propulsifs. Il a de plus été montré que la mise en œuvre de différentes modélisations avancées impose la recherche d'un compromis entre le niveau de fidélité et le coût des simulations, en particulier pour étudier des géométries complexes telles que les configurations multi-tuyères envisagées pour les lanceurs de nouvelle génération.

Ainsi, sur une configuration multi-tuyère de référence [107] sélectionnée au sein de la littérature dans le **Chapitre 1**, si différents niveaux de modélisation thermodynamique ont été testés, seules des études utilisant majoritairement des modélisations RANS de la turbulence ont été publiées dans la littérature. Cependant, les capacités limitées des modèles RANS pour la prévision des écoulements décollés (cf **Chapitre 3**) et pour le traitement du mélange turbulent entre plusieurs fluides (cf **Chapitre 4**) sont déjà bien connues sur des configurations simples [10, 154].

Dans le but de contribuer à l'amélioration des méthodes de prévision numérique pour la

conception des arrière-corps lanceurs de nouvelle génération, la démarche de la thèse a consisté à sélectionner un cadre numérique de référence, conçu pour résoudre les grandes échelles de la turbulence et validé pour l'étude des écoulements d'arrière-corps non propulsés. Dans un deuxième temps une intégration graduelle de fonctionnalités permettant d'augmenter son champ d'application à des écoulements d'arrière-corps de plus en plus représentatifs des cas de vol réels a été menée.

Ainsi, le **Chapitre 3** a dans un premier temps permis de présenter et d'évaluer une adaptation du cadre numérique de référence pour proposer un cadre numérique automatique adapté au traitement des écoulements d'arrière-corps propulsés par de l'air et applicable à des géométries complexes. Pour permettre une prise en compte des propriétés thermodynamiques des jets au sein de ce nouveau cadre numérique, une revue des modèles thermodynamiques présentée au **Chapitre 1** a montré que le passage d'une modélisation mono-espèce à une modélisation bi-espèce, traitant le mélange propulsif comme un gaz parfait et l'air ambiant comme un second gaz parfait, représente une première étape intéressante pour accroître la représentativité du cadre numérique avec un surcoût de calcul restreint. Le développement et la validation des méthodes numériques bi-espèces nécessaires à cette adaptation ont été décrits au sein du **Chapitre 2**. L'évaluation du cadre numérique bi-espèce ainsi obtenu sur un cas de couche de mélange bi-espèce supersonique a été présenté dans le **Chapitre 4**.

A ce stade, on peut donc envisager l'utilisation du cadre numérique bi-espèce pour étudier la configuration multi-tuyère traitée expérimentalement par Musial et Ward [107]. On cherche dans un premier temps à évaluer la pertinence de l'utilisation d'une modélisation RANS bi-espèce pour représenter des écoulements multi-espèces et réactifs. Ces simulations sont comparées avec des simulations RANS issues de la littérature et utilisant différentes modélisations thermodynamiques. Cette première étude permet de plus d'exposer les limitations des approches RANS pour la prévision de la pression et de la température sur le culot du lanceur motivant la réalisation d'une simulation ZDES bi-espèce. Cette simulation est la première simulation RANS/LES réalisée sur cette configuration multi-tuyère et permet ainsi de décrire les apports d'une modélisation avancée de la turbulence, par rapport à des approches RANS, pour l'analyse physique de l'écoulement d'arrière-corps et pour la conception des lanceurs de nouvelle génération.

## 5.2 Description du cas test et paramétrage numérique

### 5.2.1 Géométrie et conditions d'écoulement

Les essais de Musial et Ward [107] font partie des campagnes réalisées dans les années 1960 pour le développement du programme spatial de la NASA. Ils ont été réalisés au sein d'une soufflerie supersonique de dimensions  $3 \times 3 \times 12,2$  m sur une configuration de lanceur possédant quatre tuyères propulsives. Le corps principal de la maquette a une longueur  $L_c = 1,83$  m et est soutenu par un pylône. En accord avec les résultats exposés dans [101], la présence des parois de la soufflerie et du pylône n'est pas prise en compte numériquement en raison de leur faible influence sur l'écoulement d'arrière-corps. La géométrie de la maquette est présentée sur la Figure 5.1 où sont repérées les dimensions principales de la zone d'arrière-corps tels que le rayon du culot  $r_b = \frac{D_b}{2}$ , le diamètre extérieur des tuyères  $D_e$ , la longueur des tuyères  $L_n$  et la distance entre deux tuyères opposées  $D_s$ . Enfin, on note que la zone d'arrière-corps présente quatre plans de symétrie.

Dans les essais, les tuyères éjectent un véritable mélange propulsif composé du carburant JP-4 et d'oxygène liquide (LOX) et plusieurs paramètres physiques et géométriques ont été testés afin de représenter différents cas de vols. On se concentre ici sur une configuration simulée numériquement par [101, 123] et caractérisée par les ratios  $L_n/D_e = 1,53$  et  $D_s/D_e = 1,67$ . Le ratio  $L_n/D_b = 0,375$  correspond à des tuyères plus courtes que pour la géométrie étudiée dans le **Cha-**

**pitre 3** ( $L_n/D_b = 0,6$ ). Pour cette configuration, les conditions d'écoulement dans la soufflerie ( $P_\infty, T_\infty, M_\infty$ ) et les conditions génératrices ( $P_c, T_c$ ) à l'entrée des tuyères sont répertoriées dans le tableau Tab 5.1. Ces paramètres ont été établis dans [107] afin de reproduire des conditions de vol à une altitude de 14,9 km avec un rapport d'expansion des jets JPR=3,4.

Afin de caractériser expérimentalement l'écoulement, Musial et Ward [107] ont équipé le culot de la maquette de capteurs de pression et de sondes de température stationnaires disposés sur les rayons du culot passant entre les tuyères. Il est à noter que la quantité d'informations permettant une évaluation des méthodes numériques reste relativement restreinte. Ainsi, il persiste un besoin d'essais expérimentaux plus détaillés sur des cas d'arrière-corps propulsés par des gaz chauds.

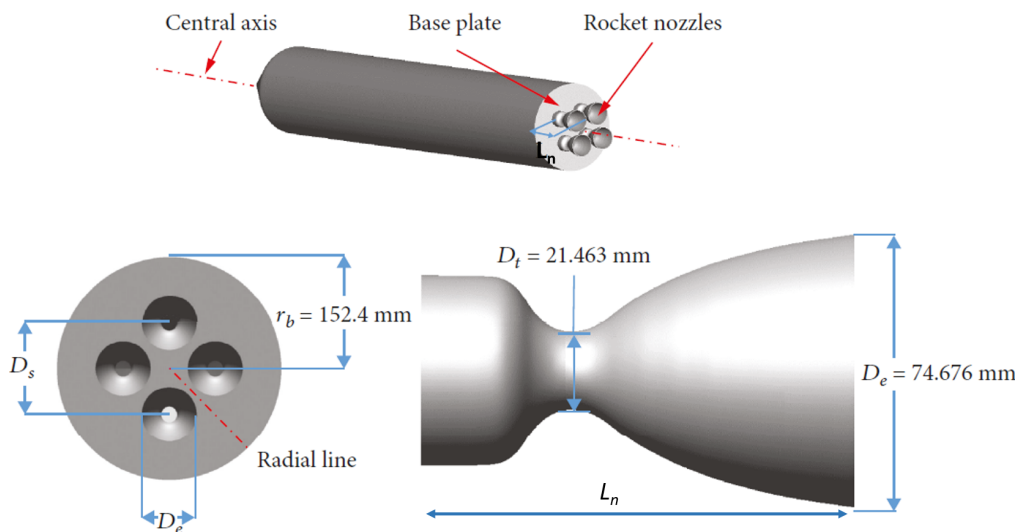


FIGURE 5.1 – Description géométrique de la configuration multi-tuyère (adapté de Pu et Jiang [123]).

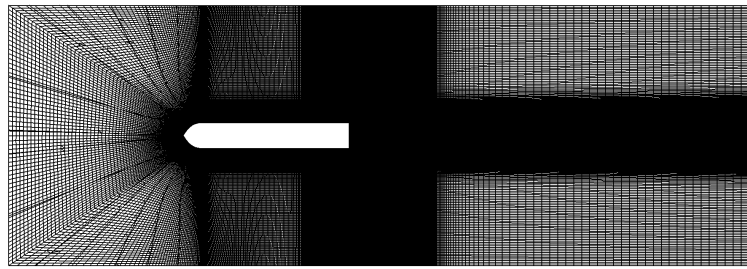
Paramètres	Valeurs
$P_c$	41,37 bar
$T_c$	3469,8 K
$P_\infty$	12209,5 Pa
$T_\infty$	297,7 K
$M_\infty$	2,75

TABLEAU 5.1 – Conditions initiales pour le cas d'étude basse altitude issu de [107].

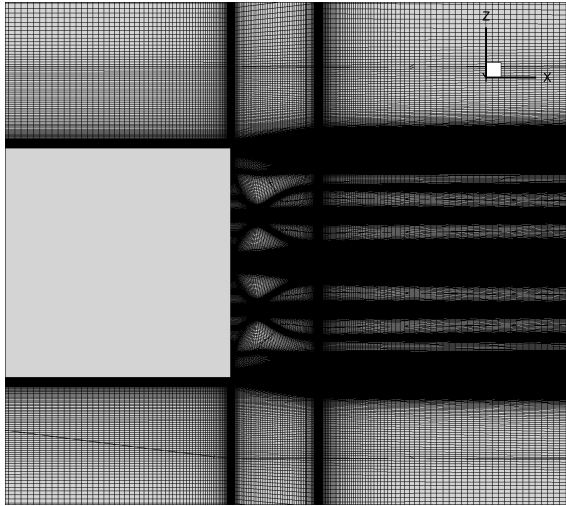
### 5.2.2 Paramètres de maillage

La Figure 5.2a présente une vue en coupe du domaine cylindrique de calcul utilisé pour l'étude numérique. Il s'étend sur 5 longueurs du corps principal  $L_c$ , dont 1  $L_c$  en amont et 3  $L_c$  en aval du lanceur et son rayon est de  $5*r_b$ .

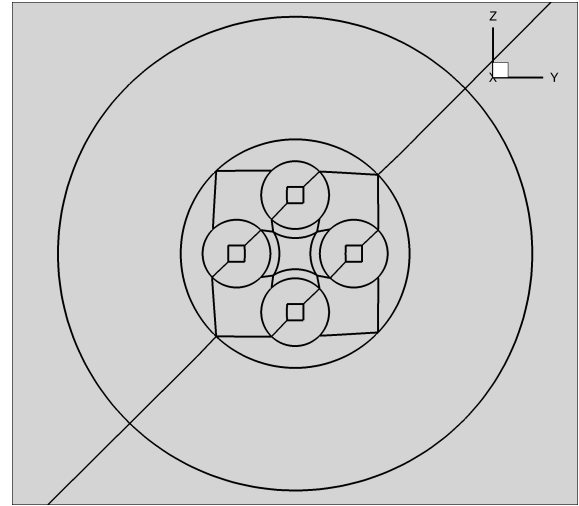
Pour permettre l'utilisation des méthodes numériques développées durant la thèse, la géométrie du lanceur est discrétisée à l'aide d'un maillage structuré composé d'une topologie O-H principale centrée autour du corps du lanceur et de quatre topologies O-H secondaires (voir Figure 5.2c), respectivement centrée autour de chaque tuyère. Une structure en étoile a de plus été mise en place pour traiter le nez du lanceur. La réalisation d'un tel maillage structuré constitue une étape de prétraitement complexe. Aussi, l'utilisation de méthodes permettant de simplifier ce processus (à l'instar des frontières immergées, [97, 183]) pourra être envisagée dans des travaux futurs.



(a) Coupe longitudinale du maillage



(b) Distribution des cellules dans la zone d'arrière-corps.



(c) 4 topologies O-H secondaires au sein d'une topologie O-H principale.

FIGURE 5.2 – Description du maillage.

La distribution radiale des cellules (voir Figure 5.2b) est définie afin de respecter la condition  $\Delta y^+ \approx 1$  au sein des couches limites attachées et de permettre une concentration de points dans la couche de mélange se formant en aval du culot et dans la zone située entre les tuyères. Le maillage contient 240 points en azimut ce qui correspond à une discrétisation angulaire  $\Delta\theta = 1,5^\circ$ . Le maillage ainsi constitué est composé d'un nombre total de points de  $55,6 \cdot 10^6$ .

### 5.2.3 Paramètres de calcul

L'application des méthodes numériques développées durant la thèse sur la configuration multi-tuyère a été réalisée en deux temps. Tout d'abord, trois simulations RANS bi-espèces sont effectuées afin de situer la modélisation thermodynamique bi-espèce sélectionnée par rapport à des résultats obtenus dans la littérature avec différentes modélisations thermodynamiques. Ces comparaisons permettent de plus de rendre compte des lacunes des modèles RANS pour la prévision de la pression et de la température sur le culot du lanceur. Ensuite, dans le but d'apprécier les apports de la résolution des grandes échelles de l'écoulement sur la prévision du champ aérodynamique, une simulation ZDES, configurée avec les méthodes du cadre numérique bi-espèce développé pendant la thèse, est réalisée. On détaille dans la suite les paramètres numériques employés pour ces différents calculs.

#### 5.2.3.1 Modélisation de la turbulence et schémas numériques

Pour réaliser les simulations RANS, on choisit d'associer l'utilisation du modèle de turbulence de Spalart-Allmaras (S-A) [159] avec l'emploi du schéma AUSM+ et d'une reconstruction MUSCL

associée au limiteur Minmod. Afin de résoudre les grandes structures turbulentes de l'écoulement, une simulation instationnaire est quant à elle réalisée avec le cadre numérique automatique développé durant la thèse en combinant l'approche ZDES Mode 2 (2020) avec le schéma numérique hybride et la méthode de reconstruction MUSCL hybride Koren/Minmod présentés dans le **Chapitre 2**. Le schéma AUSM+ est cependant conservé pour traiter les écoulements internes dans les tuyères propulsives et pour les domaines proche du nez du lanceur afin d'assurer la robustesse du calcul. Pour la simulation ZDES, le pas de temps numérique choisi est  $\Delta t_{CFD} = 2.10^{-7} s$  ce qui permet notamment d'assurer une condition de  $CFL < 6$  au sein de la couche de mélange annulaire se formant en aval du culot du lanceur. Les calculs sont de plus réalisés avec 5 sous-itérations permettant une diminution des résidus d'environ un ordre de grandeur pour chaque itération. En estimant la période du lâcher tourbillonnaire (*shedding*) liée au diamètre du culot  $T_s = \frac{2*r_b}{0,2*U_\infty} \approx 1,6$  ms, la simulation d'une durée physique de 32 ms =  $20 * T_s$  (i.e. 20 périodes) a été effectuée pour s'affranchir d'éventuels effets transitoires avant d'échantillonner une période de 100 ms de signal ( $> 60 * T_s$ ) pour réaliser les analyses statistiques et spectrales de l'écoulement. Le calcul est réalisé sur 112 processeurs Intel Xeon "Broadwell" et le coût total de la simulation est d'environ  $3.10^5$  heures CPU.

### 5.2.3.2 Choix d'une modélisation thermodynamique bi-espèce

Comme présenté dans le **Chapitre 2**, l'utilisation d'une modélisation bi-espèce permet de traiter l'air environnant le lanceur comme un gaz parfait et le mélange propulsif au sein des tuyères comme un second gaz parfait (dénnoté avec l'indice  $j$ ), négligeant ainsi les réactions chimiques pouvant se produire et l'influence de la température sur certains paramètres tels que le ratio de chaleur spécifique  $\gamma_j$ . Cette modélisation ne permet pas de retranscrire l'évolution des propriétés thermodynamiques du mélange propulsif au sein des tuyères et des hypothèses doivent être formulées pour identifier des grandeurs constantes pertinentes. Dans cette étude, on a choisi d'attribuer à ces paramètres les valeurs estimées en sortie de tuyère au sein des tables thermodynamiques établies dans [75] en utilisant une hypothèse d'écoulement en équilibre chimique (*equilibrium flow*). Les valeurs des constantes de la loi de Sutherland  $[\mu_{0j}, S_j, T_{0j}]^1$ , du ratio de chaleur spécifique  $\gamma_j$ , de la capacité calorifique à volume constant  $c_{v_j}$  et du nombre de Prandtl  $Pr_j$  du mélange propulsif sont ainsi répertoriées dans le tableau (Tab.5.2). Il convient de plus de fixer une valeur du nombre de Schmidt laminaire caractérisant le mélange entre l'air et le mélange propulsif. La valeur de 0,9 utilisée dans [101] est retenue ici. Pour son complément turbulent  $Sc_t$ , en l'absence de données trouvées dans la littérature pour le mélange de gaz utilisé expérimentalement, on choisit la valeur de 0,5, communément utilisée dans des simulations numériques bi-espèces [10, 26]. Par ailleurs, plusieurs valeurs de  $\gamma_j$  sont testées pour évaluer la sensibilité du modèle. Pour ces premières simulations mettant en œuvre la modélisation bi-espèce développée durant la thèse, toutes les parois sont adiabatiques.

$\mu_{0j}$ (N.s/m <sup>2</sup> )	$1,85.10^{-5}$
$T_{0j}$ (K)	370
$S_j$ (K)	168
$\gamma_j$	1,224
$c_{v_j}$ (J.kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	1997,5
$Pr_j$	0,78

TABLEAU 5.2 – Propriétés du gaz parfait modélisant le mélange JP-4/LOx.

1. On rappelle la loi de Sutherland  $\mu_i(T) = \mu_{0i} \left( \frac{T}{T_{0i}} \right)^{3/2} \frac{T_{0i} + S_i}{T + S_i}$

### 5.3 Influence de la modélisation thermodynamique et limites des modélisations RANS

Comme évoqué dans le **Chapitre 1**, la configuration multi-tuyère de Musial et Ward [107] a été traitée par plusieurs auteurs avec des modélisations RANS. On détaille ici les résultats de deux études permettant de rendre compte des enjeux de modélisation pour l'étude numérique des lanceurs de nouvelle génération. Tout d'abord, Mehta *et al.* [101] ont employé une approche RANS Menter BSL avec différents niveaux de modélisations thermodynamiques de plus en plus élaborés pour les jets propulsifs. Les auteurs ont ainsi modélisé le mélange propulsif par un gaz parfait avec  $\gamma_j = 1,15$  (on nomme ce calcul Me 1), puis par un gaz semi-parfait pour lequel  $\gamma_j$  dépend de la température (calcul Me 2) et enfin par un mélange réactif composé de 10 espèces (calcul Me 3). Ces simulations ont de plus été réalisées en faisant varier le traitement des parois internes des tuyères avec des conditions isothermes ou adiabatiques. La simulation réactive (Me 3) a notamment permis de montrer que le ratio de chaleur spécifique du mélange propulsif n'est pas fixe mais évolue de  $\gamma_j \approx 1,15$  en entrée d'une tuyère à  $\gamma_j \approx 1,25$  dans son plan de sortie. Ensuite, Pu and Jiang [123] ont évalué l'utilisation de plusieurs modèles de turbulence, notamment le modèle de Spalart-Allmaras (S-A), avec une modélisation réactive des jets propulsifs.

Pour situer le modèle thermodynamique bi-espèce employé dans cette étude par rapport à ces références et étudier sa sensibilité à la valeur de  $\gamma_j$ , trois calculs RANS ont été réalisés avec  $\gamma_j = 1,15$ ,  $\gamma_j = 1,224$  et  $\gamma_j = 1,25$  et en conservant tout les autres paramètres thermodynamiques identiques. On compare dans un premier temps les profils de sortie de tuyère issus de ces trois simulations avec ceux obtenus par Pu and Jiang [123]. Les prévisions des distributions de pression et de température sur le culot du lanceur sont ensuite comparées avec les résultats de Pu and Jiang [123] et Mehta *et al.* [101]. Ces comparaisons permettent d'évaluer l'influence du choix de modélisation thermodynamique pour les jets propulsifs puis de mettre en avant les limites des approches RANS pour la simulation de cet écoulement d'arrière-corps.

Les caractéristiques des différentes simulations étudiées dans ce chapitre sont répertoriées dans le tableau 5.3.

Simulation	Turbulence	$\gamma$	Réactions chimiques	Parois des tuyères
Me1 [101]	RANS Menter BSL	1,15	sans	isotherme
Me2 [101]	RANS Menter BSL	variable	sans	isotherme
Me3 [101]	RANS Menter BSL	variable	avec	isotherme
Pu and Jiang SA [123]	RANS S-A	variable	avec	isotherme
$\gamma = 1.15$	RANS S-A	1,15	sans	adiabatique
$\gamma = 1.224$	RANS S-A	1,224	sans	adiabatique
$\gamma = 1.25$	RANS S-A	1,25	sans	adiabatique
ZDES	ZDES Mode 2 (2020)	1,224	sans	adiabatique

TABEAU 5.3 – Caractéristiques des simulations numériques étudiées dans le chapitre.

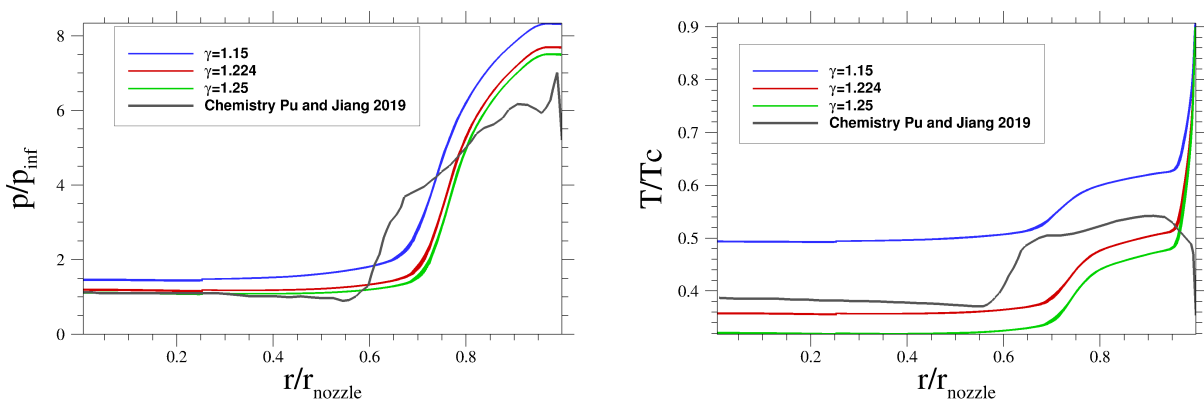
#### 5.3.1 Profils de sortie de tuyère

Les profils radiaux de pression obtenus en sortie de tuyère sont présentés sur la Figure 5.3a. Ces profils montrent d'abord que la variation de  $\gamma_j$  induit principalement un écart des niveaux de pression (de l'ordre de 10% entre  $\gamma_j = 1,15$  et  $\gamma_j = 1,25$ ) mais n'influe pas sur la forme du profil en sortie de tuyère. Les trois simulations RANS prévoient ainsi un profil de pression plat pour  $r/r_e < 0,7$  suivie d'une forte augmentation à proximité des parois. La simulation réactive [123] prévoit un niveau de pression similaire aux calculs employant  $\gamma_j = 1,224$  et  $\gamma_j = 1,25$  au centre de

la tuyère et la prise en compte des réactions chimiques semble surtout impacter la distribution de pression pour  $r/r_e > 0,6$ . La simulation réactive prévoit de plus un niveau de pression plus faible que l'ensemble des calculs inertes au niveau de la paroi de la tuyère.

L'étude des profils de température en sortie de tuyère (Figure 5.3b) montre que l'influence de  $\gamma_j$  se limite également à un décalage des niveaux de température mais avec un impact plus important (de l'ordre de 50% lors du passage de  $\gamma_j = 1,15$  à  $\gamma_j = 1,25$ ). La comparaison avec le profil de température issu d'un calcul réactif permet de voir que le choix de  $\gamma_j = 1,224$  fournit une bonne évaluation de la température au centre de la tuyère. Cependant en raison de l'utilisation d'une condition limite adiabatique, la température de la couche limite de la paroi interne de la tuyère est fortement sur-estimée par les trois présentes simulations. On note que dans cette zone proche de la paroi ( $r/r_e > 0,95$ ) les profils prévus avec les valeurs  $\gamma_j = 1,224$  et  $\gamma_j = 1,25$  sont quasiment confondus.

L'utilisation d'une paramétrisation bi-espèce permet ainsi de conserver certaines caractéristiques des profils de pression et de température issues d'une simulation réactive. On cherche dans la suite à étudier l'influence des différences observées sur les prévisions des distributions de pression et de température au niveau du culot du lanceur.



(a) Distribution radiale de pression à la sortie de la tuyère (b) Distribution radiale de température à la sortie de la tuyère

FIGURE 5.3 – Influence de la modélisation thermodynamique sur les profils de sortie de tuyère.  $T_c$  est la température à l'entrée des tuyères.

### 5.3.2 Distribution de pression et de température sur le culot du lanceur avec des approches RANS

Dans cette section, les prévisions de pression (Figure 5.4) et de température (Figure 5.5) issues des trois simulations RANS bi-espèces sont comparées avec les mesures expérimentales [107] et des données numériques issues des deux études mentionnées précédemment [101, 123].

#### 5.3.2.1 Distribution de pression

La Figure 5.4 présente les distributions de coefficient de pression prévues sur le culot du lanceur avec les différentes modélisations numériques considérées. Mehta *et al.* [101] ayant constaté une faible influence des conditions limites choisies pour les parois des tuyères sur les niveaux de pression au culot, seules les prévisions obtenues dans cette étude avec des conditions isothermes (Me1, Me2, Me3) sont présentées.

L'observation des mesures expérimentales fait état d'un profil radial de pression quasiment



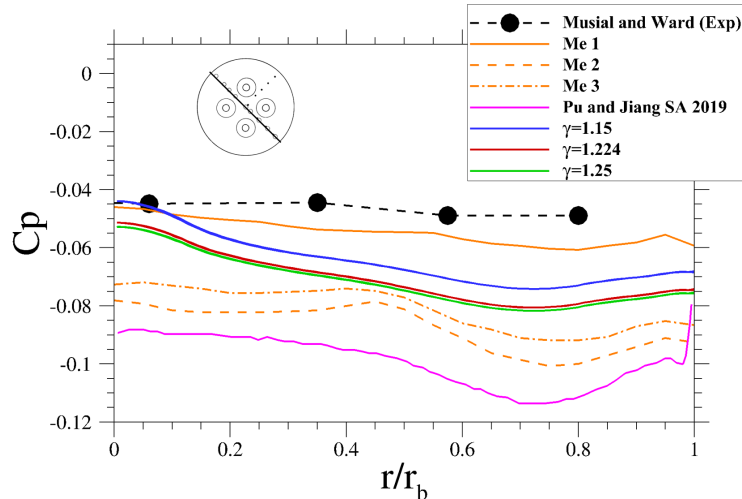


FIGURE 5.4 – Distribution de pression sur le culot du lanceur selon un rayon inter-tuyère avec  $r_b$  le rayon du culot. Voir le tableau 5.3 pour le détail des simulations.

plat qu'aucune des simulations RANS présentées n'est capable de reproduire. En effet, toutes les prévisions présentées ici surestiment l'écart de pression se formant entre le centre du culot et sa périphérie. On a seulement représenté ici le profil obtenu par Pu et Jiang [123] avec un modèle S-A pour comparaison directe avec les présentes simulations. Cependant, l'ensemble des modèles de turbulence testés dans cette étude reproduisent ce même défaut. On constate de plus que toutes les simulations considérées sous-estiment le niveau de pression mesuré expérimentalement. Les modèles RANS semblent ainsi ne restituer que partiellement la phénoménologie de l'écoulement d'arrière-corps.

Les estimations des niveaux de pression issues des trois présentes simulations RANS bi-espèces sont comparables avec les mesures expérimentales et les précédentes prévisions numériques. La modélisation bi-espèce retenue semble donc capable de restituer une part importante de la physique de l'écoulement. Les écarts constants observés entre les 3 profils de pression au culot ( $\gamma_j = 1,15$ ,  $\gamma_j = 1,224$  et  $\gamma_j = 1,25$  sur la Figure 5.4) obtenus semblent de plus directement corrélés aux écarts de pression observés dans la tuyère (Figure 5.3a). Ces variations, causées par le choix de la valeur de  $\gamma_j$  pour une modélisation de type gaz parfait, apparaissent moins importantes que celles engendrées par la prise en compte de la variation de  $\gamma_j$  (Me 2) et par la prise en compte des réactions chimiques (Me 3 et Pu S-A).

En effet, la comparaison des simulations issues de [101] montre que de manière surprenante, c'est l'emploi du modèle thermodynamique le plus simple (Me 1) qui permet la meilleure estimation du niveau de pression sur le culot du lanceur et que la prise en compte de la variation de  $\gamma_j$  (Me 2) avec la température puis la prise en compte des réactions chimiques (Me 3) dégradent cette prévision. La même tendance est observable en comparant les simulations RANS (S-A) inertes réalisées dans cette étude avec la simulation S-A réactive de Pu and Jiang [123]. De tels écarts semblent indiquer l'existence d'une compensation d'erreur dans la prévision des niveaux de pression lors de la réalisation de simulations RANS bi-espèces inertes.

### 5.3.2.2 Distribution de température

La Figure 5.5 présente les distributions de température prévues sur le culot du lanceur avec les différentes modélisations numériques considérées.

Pour cette grandeur, les résultats issus de [101] montrent une influence majeure du traitement des conditions limites au niveau des parois internes des tuyères. En effet, l'utilisation d'un traite-

ment isotherme avec une température de paroi estimée à partir des données expérimentales (calcul Me 1) induit une nette amélioration de la prévision de la température sur le culot du lanceur par rapport à l'usage d'une condition de paroi adiabatique (Me 1 adia) qui entraîne une surestimation de plus de 25% de  $T/T_c$  en comparaison avec les mesures expérimentales [101]. Ces observations, couplées à une analyse de la topologie de l'écoulement, ont amené Mehta *et al.* [101] à considérer que l'estimation de la température des parois au sein des tuyères est un facteur prédominant pour la prévision de la température au culot du lanceur.

Les trois simulations S-A bi-espèces de cette étude ayant été réalisées avec une condition de paroi adiabatique, on constate, en accord avec le résultat précédemment énoncé, une importante sur-estimation des niveaux de température sur le culot. Les écarts relatifs de température observés sur le culot entre les trois prévisions sont cependant nettement réduits par rapport à ceux constatés au sein de la tuyère. De plus, les simulations  $\gamma_j = 1,224$  et  $\gamma_j = 1,25$  fournissent des profils de température quasi-identiques. La proximité entre ces deux profils, combinée à celle constatée sur la Figure 5.3b pour les niveaux de température relevés près des parois des tuyères, semble confirmer les affirmations de Mehta *et al.* [101] sur le rôle de la température des couches limites internes aux tuyères dans l'évaluation de la température sur le culot du lanceur. La réalisation de simulations bi-espèces incluant un traitement isotherme des parois des tuyères pourrait ainsi être envisagée pour accroître la représentativité des calculs.

En comparant les calculs (Me 1) et (Me 3), il apparaît enfin que la prise en compte des réactions chimiques induit une accentuation de l'écart de température prévu entre le centre du culot  $r/r_b < 0,2$  et sa périphérie. Cette tendance est également visible en observant le profil de température prévu par Pu et Jiang [123] avec un modèle S-A qui fournit une bonne estimation de la température au centre de culot mais surestime la baisse de température dans la direction radiale. Parmi les modèles de turbulence RANS testés par ces auteurs, seul le modèle RNG  $k - \epsilon$  (courbe non représentée ici par souci de clarté) ne présente pas ce défaut, il conduit cependant à une sous-estimation de la température au centre du culot.

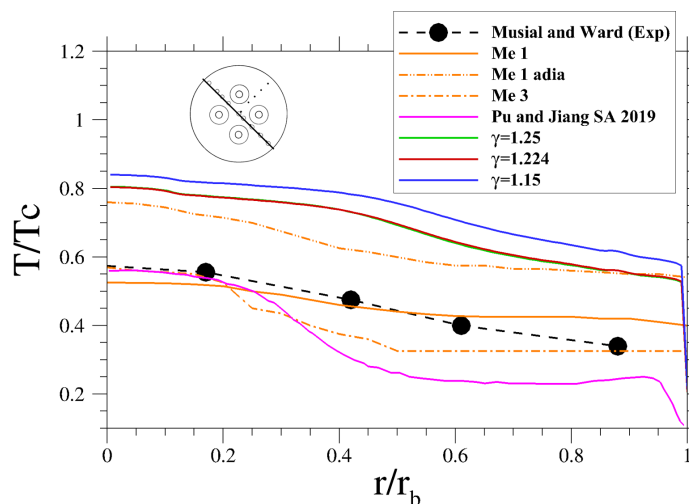


FIGURE 5.5 – Distribution de température sur le culot du lanceur selon un rayon inter-tuyère. Voir le tableau 5.3 pour le détail des simulations.

### 5.3.3 Synthèse

L'analyse des profils de pression et de température prévus au sein des tuyères et sur le culot du lanceur avec plusieurs approches numériques a permis de faire émerger des paramètres thermodynamiques influents tels que :

- l'estimation du ratio de chaleur spécifique au sein de la tuyère,

- la prise en compte des réactions chimiques,
- le traitement des parois internes des tuyères.

Il a de plus été observé que le choix d'une modélisation de la turbulence interagit avec les choix de modélisation physique réalisés pour ces paramètres. En effet, pour une combinaison de modèles thermodynamiques donnée, une importante variabilité des prévisions du champ aérodynamique est observable en fonction de la modélisation de la turbulence retenue. Ainsi, pour l'ensemble des approches numériques analysées jusqu'ici sur la configuration multi-tuyère, toutes basées sur l'utilisation d'approches RANS, des marges d'amélioration importantes persistent afin d'obtenir des prévisions des champs de pression et de température suffisamment fiables pour accompagner la conception des arrière-corps de nouvelle génération.

Afin d'approfondir l'étude du rôle de la modélisation de la turbulence dans la prévision des écoulements d'arrière-corps multi-tuyères, on présente dans la suite du chapitre les prévisions numériques obtenues avec le cadre numérique bi-espèce développé durant la thèse pour permettre la résolution des grandes structures turbulentes de l'écoulement.

## 5.4 Apports d'une simulation ZDES pour l'analyse de l'écoulement d'arrière-corps d'une configuration multi-tuyère

Dans cette section, on cherchera à suivre la grille d'analyse d'un écoulement d'arrière-corps employée dans le **Chapitre 3** sur une configuration mono-tuyère et mono-espèce pour démontrer les capacités du cadre numérique bi-espèce à réaliser une telle analyse sur une configuration représentative des lanceurs de nouvelle génération. L'étude des propriétés instantanées, statistiques et spectrales des champs aérodynamiques et des grandeurs pariétales ainsi présentée permettra d'appréhender les apports de la résolution des grandes structures de l'écoulement permise par l'utilisation d'une approche ZDES par rapport à une approche RANS. Toutes les comparaisons seront réalisées avec une valeur du ratio de chaleur spécifique  $\gamma = 1,224$ .

### 5.4.1 Champs instantanés

Le premier apport dû à l'utilisation d'une approche ZDES consiste en la possibilité d'étudier l'organisation instantanée de l'écoulement d'arrière-corps. L'étude de la distribution du nombre de Mach, du champ de pression instantanée et des structures cohérentes composant l'écoulement présentés sur les Figures 5.6a, 5.6b et 5.6c permet ainsi d'une part de retrouver des phénomènes décrits dans la section 1.1.2 pour une configuration mono-tuyère au sein d'un écoulement supersonique et d'autre part de décrire les spécificités liées à la présence de plusieurs tuyères.

Au niveau de la rupture géométrique induite par le culot, la Figure 5.6a permet d'abord d'observer la formation de tourbillons toroïdaux au sein d'une couche de mélange annulaire séparant l'écoulement externe et le fluide de la zone d'arrière-corps. Sous l'effet d'un faisceau de détente qui vise à adapter le niveau de pression de l'écoulement externe, cette couche de mélange est déviée en direction de l'axe du lanceur. Ensuite, l'écoulement est de nouveau dévié sous l'effet d'un choc de recompression imposant un gradient de pression adverse au fluide convecté au sein de la couche de mélange annulaire. Il s'aligne alors avec la frontière du jet propulsif qui joue un rôle comparable à une paroi fluide.

Pour les conditions d'écoulement étudiées ici avec en particulier  $JPR=3,4$ , on observe dans un plan de coupe contenant deux tuyères (Figure 5.6b), d'une part la formation de chocs droits au sein des jets sous-détendus et d'autre part que les jets issus des différentes tuyères se rencontrent au niveau de l'axe du lanceur. Cette confluence, également observée numériquement dans [101, 123], induit la formation d'une zone de forte pression entre les jets et donc d'un gradient de pression

adverse impactant le fluide confiné entre les 4 jets et le fluide issu des couches limites des tuyères. La Figure 5.6b permet de plus de constater la présence d'une quantité importante de structures tourbillonnaires dans la zone inter-tuyère où se produit le mélange entre les gaz chauds expulsés par les tuyères et l'air impliqué dans l'écoulement de culot. L'analyse de la Figure 5.6c présentant un plan de coupe situé entre les tuyères permet de compléter la description de l'organisation de l'écoulement. De part et d'autre et légèrement en amont de la zone de forte pression correspondant à la rencontre des quatre jets, deux zones de surpression peuvent ainsi être observées. Ces zones sont caractéristiques de la confluence de deux jets adjacents. La visualisation des structures tourbillonnaires se formant au sein de l'écoulement montre de plus l'existence d'interactions entre les structures provenant de la couche de mélange annulaire et celles issues de l'interaction entre les jets. La simulation d'une telle organisation de l'écoulement représente une difficulté pour les modélisations RANS [123].

L'analyse de ces visualisations instantanées de l'écoulement a permis de mettre en avant la présence simultanée de structures tourbillonnaires et de zones de forts gradients (chocs) justifiant ainsi l'usage des méthodes numériques hybrides développées durant la thèse et capables d'adapter localement le niveau de dissipation numérique. En conséquence des interactions instationnaires se produisant entre les différents phénomènes décrits précédemment, la distribution instantanée du coefficient de pression ( $C_p$ ) sur les parois externes des tuyères, visible sur la Figure 5.7, ne présente aucune symétrie apparente et permet d'appréhender le risque de charges latérales faisant vibrer les parois des tuyères. Sur cette figure, les niveaux négatifs de  $C_p$  sur le culot du lanceur témoignent de plus d'une contribution de l'écoulement d'arrière-corps à la traînée du véhicule.

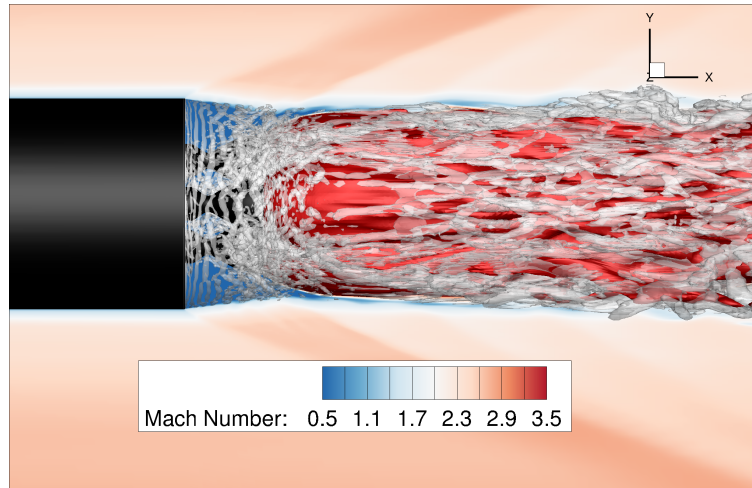
## 5.4.2 Champs moyens

La prévision de l'organisation moyenne de l'écoulement permet d'orienter la conception des lanceurs grâce à la connaissance de la topologie et de l'intensité des phénomènes fluides mis en jeu. Les champs moyens prévus par le calcul RANS et la simulation ZDES sont comparés ici afin d'évaluer les effets de la résolution des grandes structures turbulentes de l'écoulement.

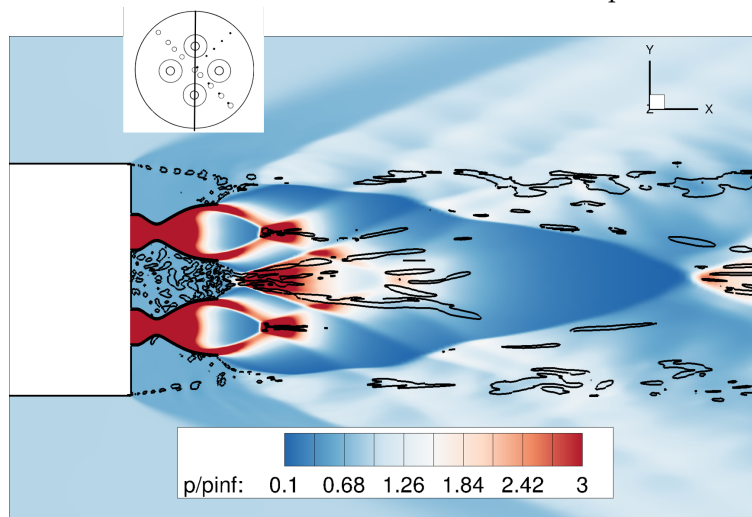
L'organisation moyenne de l'écoulement d'arrière-corps est principalement pilotée par les interactions entre la couche de mélange, les jets et les zones de recirculation mentionnés dans la section précédente. La Figure 5.8, décrivant la distribution de vitesse dans un plan longitudinal contenant deux tuyères, permet ainsi de visualiser la formation de plusieurs écoulements caractéristiques des lanceurs multi-tuyères [55].

### 5.4.2.1 Zone de recirculation

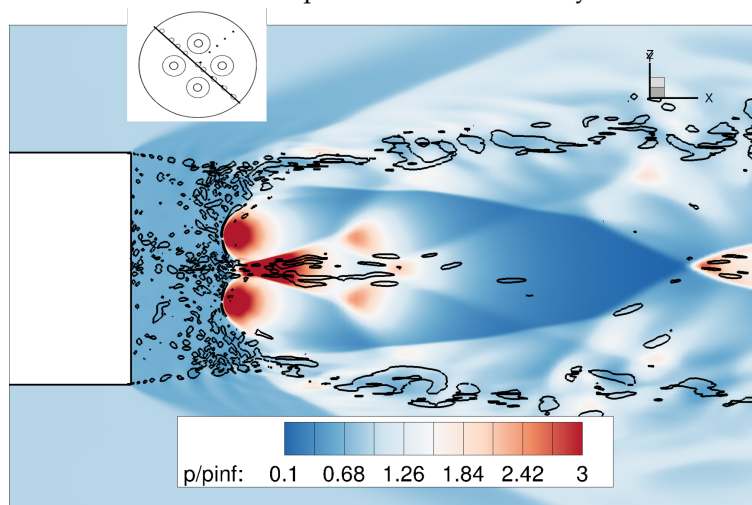
Tout d'abord, sous l'effet du choc de recompression dû à la déviation de l'écoulement externe par les jets, une zone de recirculation se forme entre la couche de mélange annulaire et les parois externes des tuyères. Une telle organisation de l'écoulement est semblable à celle décrite autour d'arrière-corps mono-tuyère dans le **Chapitre 1**. Cette zone de recirculation interagit avec les jets propulsifs qui entraînent une partie du fluide au sein de couches de mélange se développant à la frontière des jets. Comme observé dans le **Chapitre 3**, cet effet d'entraînement apparaît plus important dans la simulation RANS qui présente un point de recollement plus proche du culot ( $\frac{X_r}{L_n} = 1, 10$ ) que celui obtenu lors de la simulation ZDES ( $\frac{X_r}{L_n} = 1, 35$ ). Du fait de l'éclatement du jet, on peut remarquer que la zone formée par le culot du lanceur, la paroi de la tuyère et la frontière du jet présente des similitudes avec une configuration de cavité d'une longueur  $L_c = X_r$  (la position du point de recollement) et un ratio de profondeur  $L_c/De_c \approx 2$  si l'on nomme  $De_c$  sa profondeur. Une telle analogie, notamment exploitée sur une configuration expérimentale par Wong et al. [186] est explicitée sur la Figure 5.9 qui présente les paramètres  $L_c$  et  $De_c$ .



(a) Distribution instantanée du nombre de Mach et structures cohérentes de l'écoulement dans la zone d'arrière-corps.



(b) Distribution instantanée de pression et structures cohérentes de l'écoulement dans un plan contenant deux tuyères.



(c) Distribution instantanée de pression et structures cohérentes de l'écoulement dans un plan situé entre les tuyères.

FIGURE 5.6 – Topologie instantanée de l'écoulement d'arrière-corps.

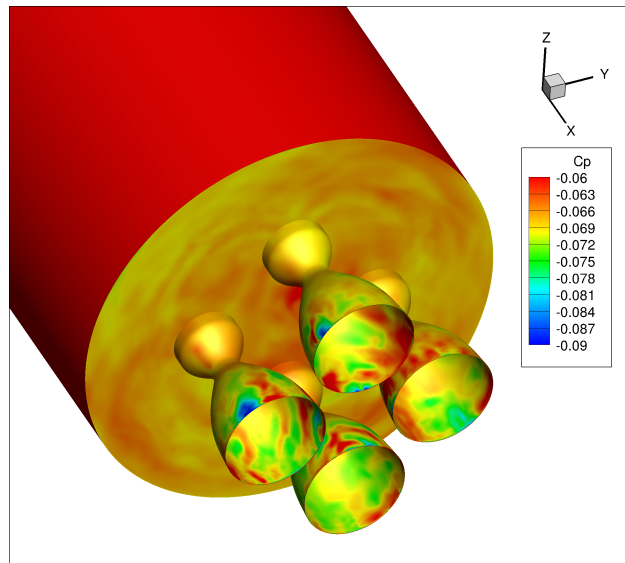


FIGURE 5.7 – Distribution instantanée de pression sur les parois de l'arrière-corps.

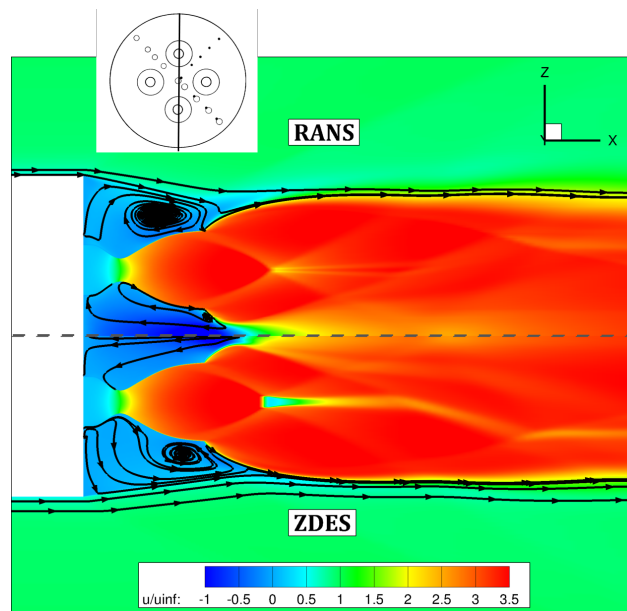


FIGURE 5.8 – Distribution de vitesse axiale et lignes de courant dans un plan contenant deux tuyères.

La présence de quatre tuyères propulsives induit des interactions supplémentaires conduisant à la formation d'écoulements secondaires décrits dans la suite.

#### 5.4.2.2 Écoulement de retour

Sous l'effet du gradient de pression généré par la confluence entre les 4 jets, un écoulement de retour dirigé vers le culot du lanceur se met en place entre les tuyères. La Figure 5.8 permet d'observer que si cet écoulement est bien prévu par les deux simulations, l'utilisation d'une approche RANS semble induire des vitesses au niveau du courant de retour globalement plus élevées que celles obtenues avec l'approche ZDES. Pour permettre une étude plus quantitative de cette zone de l'écoulement, les Figures 5.10a et 5.10b décrivent respectivement les évolutions de la pression et de la vitesse axiale prévues le long de l'axe du lanceur par les deux calculs (RANS et ZDES) ainsi

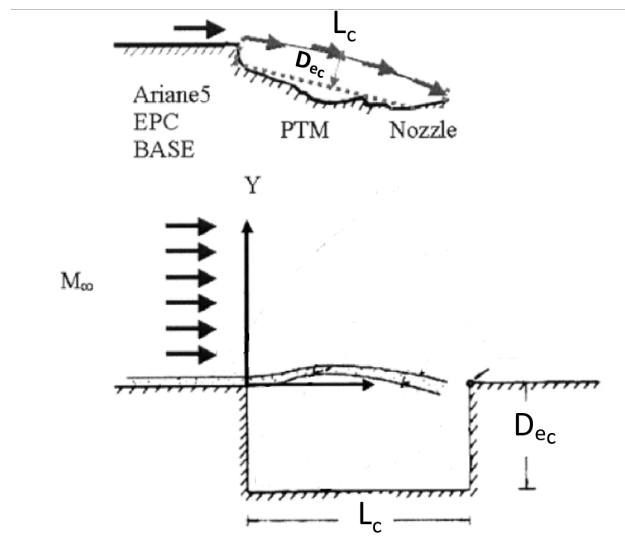
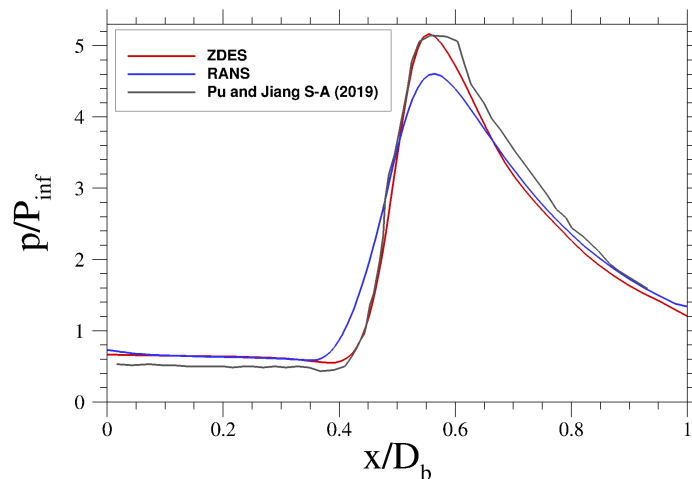


FIGURE 5.9 – Analogie entre la zone d'arrière-corps et une cavité supersonique, adaptée de Wong [186].

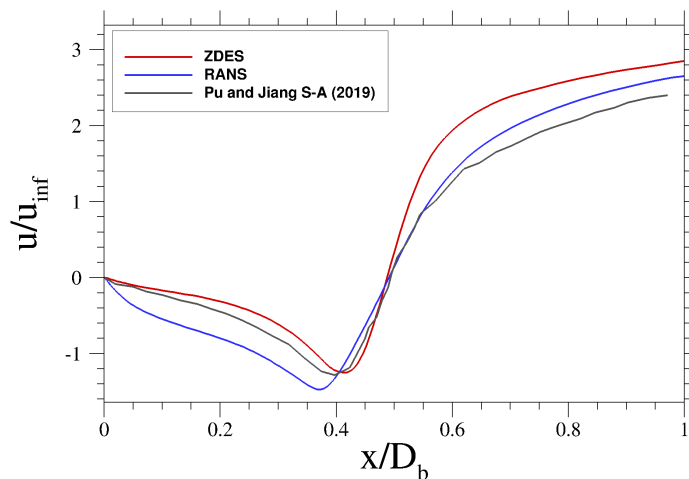
que par une simulation réactive réalisée par Pu et Jiang [123] avec un modèle de turbulence S-A. La distribution de pression le long de l'axe permet de localiser la position du point de rencontre moyen entre les jets, défini comme l'abscisse du maximum de pression, et d'évaluer l'intensité du gradient de pression adverse subi par le fluide. Les trois simulations étudiées ici fournissent des prévisions similaires pour la position du point de rencontre ( $\frac{X}{D_b} \approx 0,56$ ) mais la simulation RANS inerte sous-estime la valeur du pic de pression par rapport aux deux autres approches. Il est intéressant d'observer que la simulation incluant des réactions chimiques prévoit des niveaux de pression plus faibles que les deux simulations inertes à proximité du culot ( $\frac{X}{D_b} < 0,4$ ). Un tel écart est en accord avec les niveaux de pression observés sur le culot du lanceur dans la section 5.3.2. L'analyse de l'évolution de la vitesse axiale montre que si les trois simulations s'accordent sur la prévision du point de vitesse nulle ( $\frac{u}{U_\infty} = 0$  à la position ( $\frac{X}{D_b} \approx 0,5$ )), des écarts notables sont observés dans la zone d'écoulement de retour ( $\frac{X}{D_b} < 0,5$ ) et dans la zone de mélange entre les jets ( $\frac{X}{D_b} > 0,5$ ). D'abord, la simulation RANS bi-espèce estime des niveaux de vitesses pour l'écoulement de retour ( $-\frac{u}{U_\infty}$ ) nettement plus élevés et une position du maximum de cette vitesse plus proche du culot par rapport aux deux autres approches. Dans la zone de mélange entre les jets, l'approche ZDES prévoit les niveaux de vitesses les plus élevés. Ceci peut provenir d'un taux de mélange plus faible entre les jets dû à la fois à une faible viscosité turbulente et à une faible diffusion numérique. En pratique, la part modélisée du mélange est plus faible du fait de la diminution de la viscosité turbulente mais les grandes structures turbulentes pilotant le mélange sont cependant résolues. Ces analyses quantitatives permettent de constater que la résolution des grandes structures turbulentes d'une part et la prise en compte des réactions chimiques d'autre part influencent fortement les niveaux de pression et l'intensité de l'écoulement de retour sur l'axe du lanceur.

#### 5.4.2.3 Écoulements radiaux sur les parois

En accord avec la description phénoménologique présentée dans le **Chapitre 1**, l'écoulement de retour décrit précédemment va impacter le culot en son centre et induire la formation d'écoulements pariétaux du centre vers l'extérieur du culot. Dans un plan contenant des tuyères (Figure 5.8), ces écoulements sont à nouveau déviés et retrouvent une vitesse longitudinale positive en longeant les parois des tuyères. Dans un plan situé entre les tuyères (voir Figure 5.11), ces écoule-



(a) Distribution de pression en aval du culot le long de l'axe central du lanceur.



(b) Distribution de vitesse axiale en aval du culot le long de l'axe central du lanceur.

FIGURE 5.10 – Évolution des grandeurs de l'écoulement en aval du culot le long de l'axe central du lanceur.

ments radiaux vont atteindre l'extrémité du culot et interagir avec la zone de recirculation externe décrite précédemment. Dans ce plan, les topologies d'écoulement prévues par les deux simulations diffèrent nettement. En effet, la simulation RANS prévoit une position du centre de la zone de recirculation externe plus proche du culot que la simulation ZDES, ce qui affecte nécessairement le niveau de pression relevé au culot. Enfin, dans un tel plan situé entre deux tuyères, on peut de nouveau retrouver une topologie de type cavité délimitée par le culot du lanceur, l'écoulement de retour et la frontière du jet propulsif, cette fois avec un rapport  $L_c/De_c \approx 1$ .

#### 5.4.2.4 Mélange entre les fluides

Pour poursuivre l'analyse des interactions entre les jets propulsifs et l'écoulement de culot, la Figure 5.12 présente la distribution de la fraction massique du mélange propulsif (notée  $Y_{fuel}$ ) dans la zone d'arrière-corps. Il apparaît clairement que la modélisation RANS prévoit une intensité de mélange entre les deux fluides nettement supérieure à celle prévue par l'approche ZDES dans la zone inter-tuyères. Cette différence se traduit notamment par une croissance de la couche de



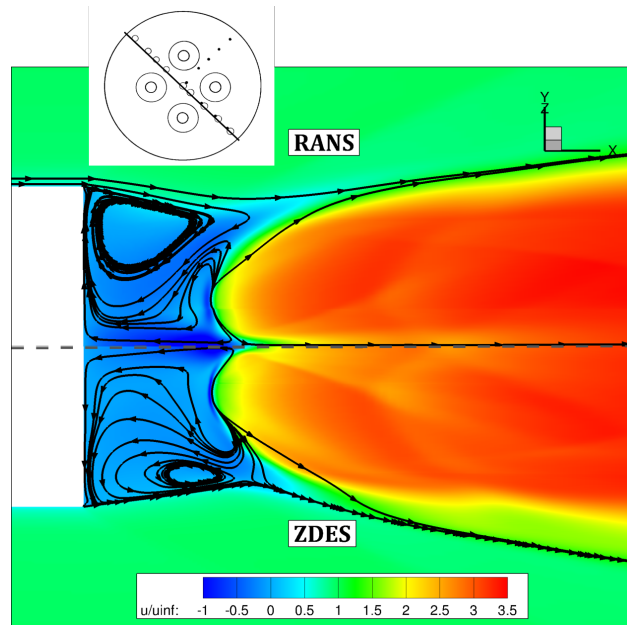


FIGURE 5.11 – Distribution de vitesse axiale et lignes de courant dans un plan situé entre les tuyères.

mélange entre les jets et l'écoulement externe qualitativement plus importante. Cependant, elle est principalement marquée dans la zone inter-tuyères où le calcul RANS prévoit des niveaux de fractions massiques de l'ordre de 2 fois supérieurs à ceux obtenus avec une modélisation ZDES.

Ces importantes différences dans l'estimation de la diffusion entre les fluides, et donc de la quantité de mélange propulsif recirculant vers le culot du lanceur, peuvent être attribuées à la forte influence du nombre de Schmidt turbulent, notamment observée dans l'étude présentée en Annexe C, sur les taux de diffusion massique prévus par des approches RANS. Cette influence est nettement atténuée par l'usage d'une approche ZDES grâce à laquelle, comme illustré sur la Figure 5.13 dans un plan contenant deux tuyères, le ratio de viscosité turbulente sur la viscosité dynamique ( $\frac{\mu_t}{\mu}$ ) est fortement réduit dans la zone d'arrière-corps. Cette figure permet en effet d'observer que le traitement automatique réalisé par le Mode 2 (2020) de la ZDES permet bien une décroissance rapide de la viscosité turbulente depuis les couches limites attachées (traitées avec des équations RANS) vers la zone d'arrière-corps contenant la couche de mélange annulaire et l'écoulement de retour (traité avec des équations LES). Cette diminution, associée à la faible dissipation numérique du schéma hybride, permet la résolution des grandes structures turbulentes observées sur la Figure 5.6 et limite l'influence de la viscosité turbulente, et donc du nombre de Schmidt turbulent, aux échelles de sous-maille.

Les écarts constatés dans la prévision de la composition du fluide à proximité du culot induisent des différences au niveau de la distribution de température sur le culot, étudiée dans la section suivante.

L'étude des champs aérodynamiques moyens prévus par les deux simulations bi-espèces considérées a montré que si les deux approches permettent de retrouver qualitativement les principaux phénomènes fluides constituant un écoulement d'arrière-corps multi-tuyères [55, 101], on constate des écarts significatifs entre les approches RANS et ZDES quant à leurs caractérisations quantitatives. Les conséquences de ces différences sur l'estimation des efforts subis par le lanceur sont étudiées dans la section suivante.

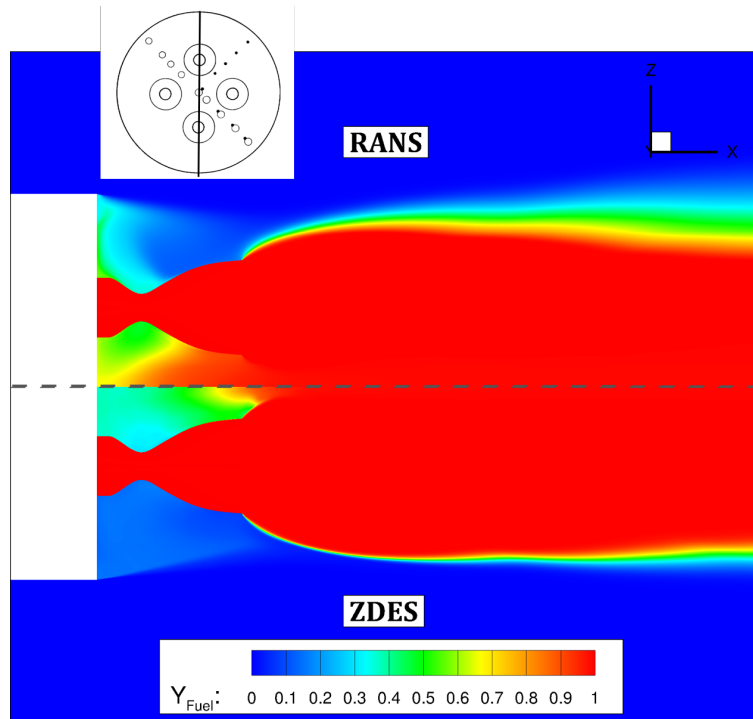


FIGURE 5.12 – Distribution de la fraction massique moyenne du mélange propulsif  $Y_{fuel}$  dans un plan contenant deux tuyères.

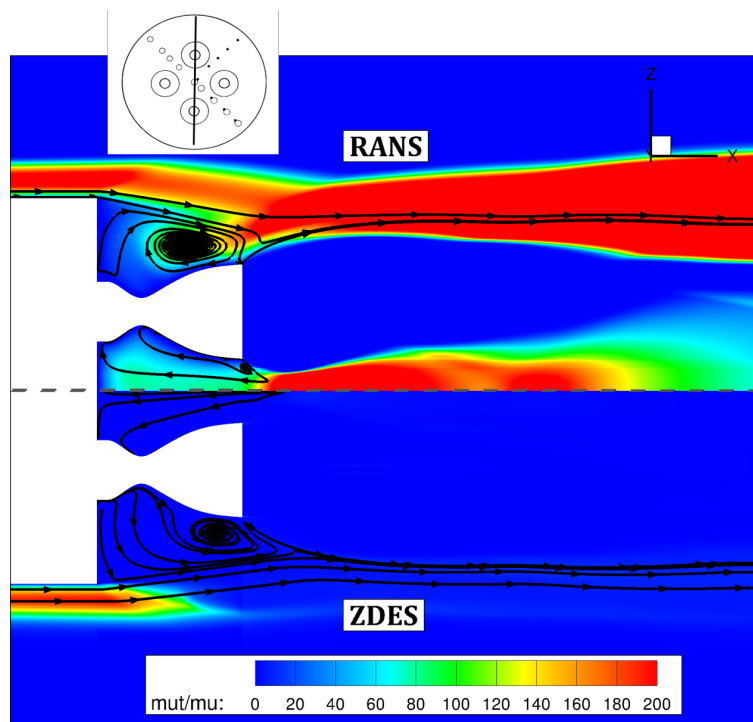


FIGURE 5.13 – Distribution du ratio  $\frac{\mu_t}{\mu}$  dans un plan contenant deux tuyères.

### 5.4.3 Grandeurs pariétales moyennes

Pour accompagner la conception des lanceurs de nouvelle génération, la bonne estimation des contraintes mécaniques et thermiques subies par les composants de l'arrière-corps est nécessaire. Les distributions de pression et de température obtenues sur le culot et les parois externes des tuyères propulsives avec les deux approches sont ainsi présentées dans cette section.

### 5.4.3.1 Distribution de pression et de température sur le culot du lanceur

**Distribution de pression.** Les distributions moyennes de pression prévues sur le culot du lanceur par les deux simulations sont comparées sur la Figure 5.14. L'utilisation d'un modèle de Spalart-Allmaras conduit à la formation d'une forte surpression sur le centre du culot suivie d'une diminution progressive de pression dans la direction radiale. Le long d'un rayon passant entre les tuyères, un minimum de pression est observé autour de la position  $r/r_b \approx 0,7$  qui peut être rapprochée de la position radiale du centre de la zone de recirculation observée sur la Figure 5.11. Avec l'approche ZDES, la simulation prévoit une distribution de pression quasi-uniforme sur l'ensemble du culot. L'absence d'une forte surpression au centre du culot peut être attribuée à l'important ralentissement de l'écoulement de retour observé le long de l'axe du lanceur avec l'approche ZDES sur la Figure 5.10b. L'absence d'une chute de pression dans la direction radiale, peut être liée à la distance plus importante séparant la zone de recirculation du culot dans la simulation ZDES. Il est notable que les deux approches utilisées prévoient des champs de pression reproduisant les plans de symétrie de la géométrie.

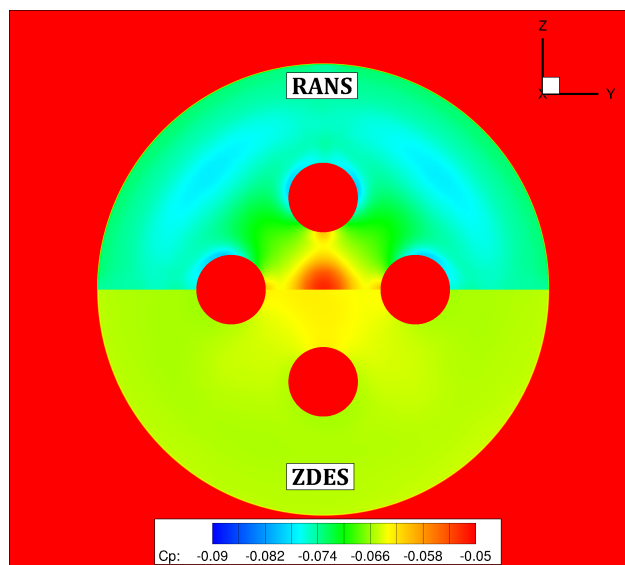


FIGURE 5.14 – Distribution de pression sur le culot du lanceur.

La Figure 5.15 reprend les profils de pression présentés sur la Figure 5.4 afin d'inclure la prévision issue de la simulation ZDES. On observe clairement que l'approche ZDES, permettant la résolution des grandes structures turbulentes de l'écoulement, est capable de retrouver l'invariance de la pression le long d'un rayon situé entre les tuyères. Cette capacité de l'approche ZDES à reproduire des profils de pression au culot constants avait déjà été mise en avant sur des cas de culot franc [154] et d'arrière-corps mono-tuyère [126, 184]. Comme avec la simulation RANS, le niveau de pression moyen reste cependant sous-estimé par rapport aux mesures expérimentales  $C_p \approx -0,045$  malgré une réduction notable de l'écart dans la zone externe du culot ( $r/r_b > 0,5$ ). En comparaison avec les niveaux de  $C_p \approx -0,1$  mesurés par Herrin et Dutton [66] pour un écoulement de culot franc ( $M_\infty = 2,46$ ), la présence des tuyères et des jets propulsifs entraîne donc une diminution de la traînée de culot montrant que les effets de blocage et en particulier les surpressions induites par la confluence entre les jets surpassent les effets d'aspiration dus à l'entraînement de l'écoulement externe par chacun des jets.

**Distribution de température** Les distributions de température prévues sur le culot du lanceur sont comparées sur la Figure 5.16. Pour les deux simulations étudiées, l'ensemble du culot présente des températures de paroi nettement supérieures à la température de l'air ambiant ( $\frac{T}{T_c} \approx 0,1$ ) et qui pourraient nécessiter des protections thermiques adéquates. De façon plus précise, on observe

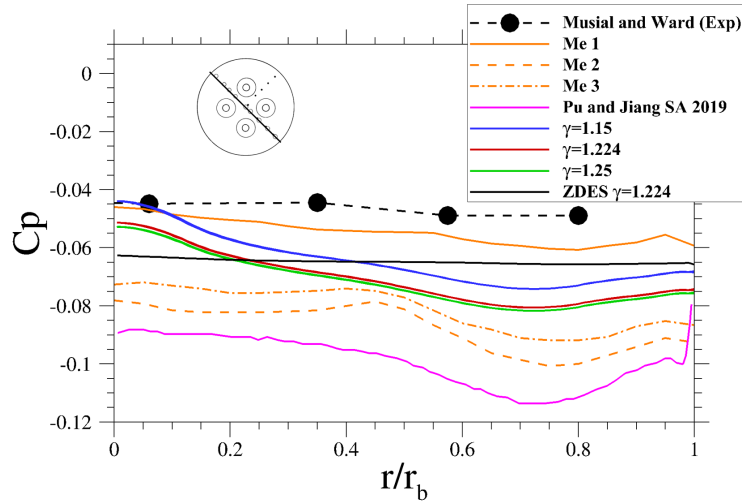


FIGURE 5.15 – Distribution radiale de pression le long d'un rayon inter-tuyère. Voir le tableau 5.3 pour le détail des simulations.

pour les deux simulations une répartition de température constituée d'une zone centrale de haute température, correspondant à la zone d'impact de l'écoulement de retour entre les tuyères, et d'une zone périphérique où la température diminue radialement sous l'effet du refroidissement apporté par le mélange avec l'air frais présent dans les zones de recirculation décrites sur les figures 5.8 et 5.11. En accord avec les observations précédemment exposées sur les différences d'intensité de mélange se produisant entre le gaz propulsif chaud et l'air dans la zone proche du culot, la simulation RANS prévoit des températures de paroi plus élevées que le calcul ZDES partout sur le culot. On observe de plus que la zone de forte température est plus étendue avec le calcul RANS et englobe entièrement la base des tuyères.

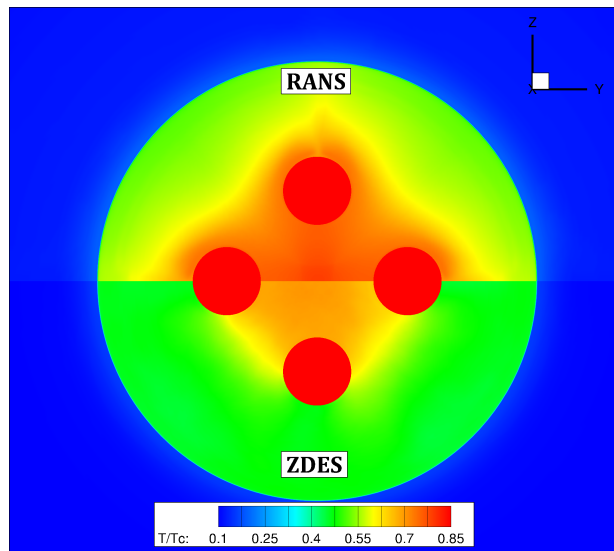


FIGURE 5.16 – Distribution de température sur le culot du lanceur.

Afin de permettre la comparaison avec le profil expérimental de température et les prévisions numériques présentées sur la Figure 5.5, la distribution radiale de température obtenue le long d'un rayon inter-tuyère avec la simulation ZDES a été incluse dans la Figure 5.17. Nonobstant le maintien d'une surestimation de  $T/T_c$  au centre du culot, la baisse de température constatée lors du passage d'une modélisation RANS à une modélisation ZDES permet une importante réduction de l'écart par rapport aux mesures expérimentales. Suite aux conclusions exposées dans la section 5.3.2, la réalisation d'une simulation ZDES incluant un traitement isotherme des parois internes

des tuyères pourrait permettre une amélioration supplémentaire de la prévision du profil de température et en particulier de la température au centre du culot. Comme indiqué par Mehta et al. [101], le choix de la température de paroi n'est pas trivial et doit être informé par des résultats expérimentaux.

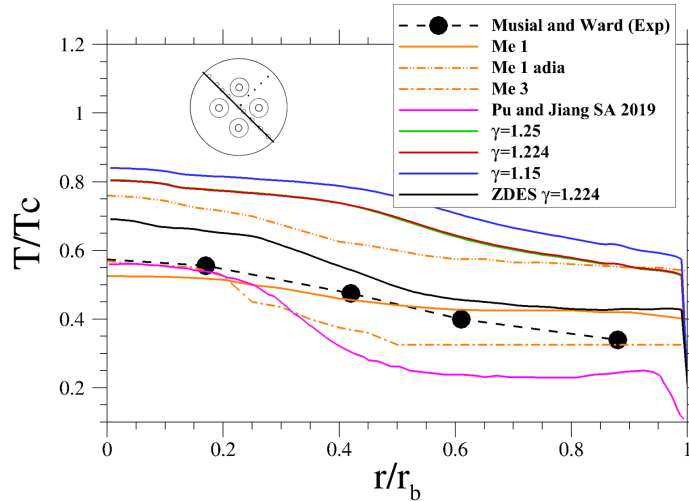


FIGURE 5.17 – Distribution radiale de température le long d'un rayon inter-tuyère. Voir le tableau 5.3 pour le détail des simulations.

#### 5.4.3.2 Distribution de pression et de température sur les parois externes des tuyères

Pour évaluer les charges mécaniques et thermiques pouvant être subies par les tuyères propulsives, on étudie dans cette section les distributions de pression et de température au niveau des parois externes des tuyères. L'analyse porte notamment sur les profils longitudinaux de pression et de température prévus sur les parois externes des tuyères le long de génératrices à différentes positions angulaires (extérieure (OUT), intérieure (IN) et latérales (SIDE)). Ces génératrices sont indiquées sur la Figure 5.18 où ne sont représentées que les parois externes des tuyères. Comme précédemment pour le culot du lanceur, on s'attache en particulier à décrire comment les différences observées entre les calculs RANS et ZDES pour la prévision du champ aérodynamique moyen impactent les grandeurs pariétales nécessaires à la conception des lanceurs.

**Distribution de pression** Les distributions de coefficient de pression pariétale ( $C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \gamma_{air} P_\infty M_\infty^2}$ ) obtenues sur le culot et les parois externes des tuyères sont visibles sur les figures 5.19a (RANS) et 5.19b (ZDES). Pour chacune des deux simulations, on observe des prévisions similaires pour les quatre tuyères ce qui confirme la reproduction des symétries de la géométrie dans l'organisation moyenne de l'écoulement. Des différences notables sont cependant visibles entre les deux calculs, à la fois sur les niveaux et sur la variation spatiale des coefficients de pression sur les parois d'une tuyère.

Sur la Figure 5.20, l'étude de l'évolution du coefficient de pression selon les génératrices présentées sur la Figure 5.18 permet de préciser la comparaison entre les deux simulations. Avec l'approche ZDES, les profils de pression obtenus sur chacune des génératrices sont très similaires, indiquant un coefficient de pression quasi-constant (autour de  $C_p = -0,065$ ) le long de la tuyère. Cette proximité confirme la faible asymétrie observée sur la Figure 5.19b pour la distribution pariétale de pression sur les tuyères. L'observation des profils issus du calcul RANS montre d'une part des écarts importants entre les distributions de pression des génératrices extérieures et intérieure et d'autre part que ces niveaux fluctuent le long de la tuyère. Les deux approches entraînent donc

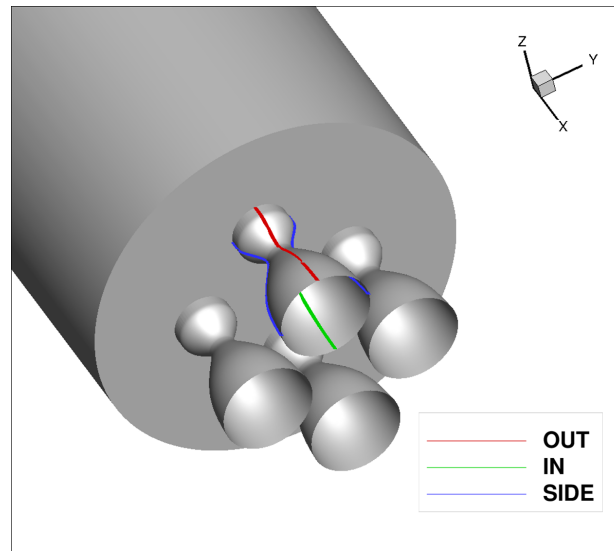
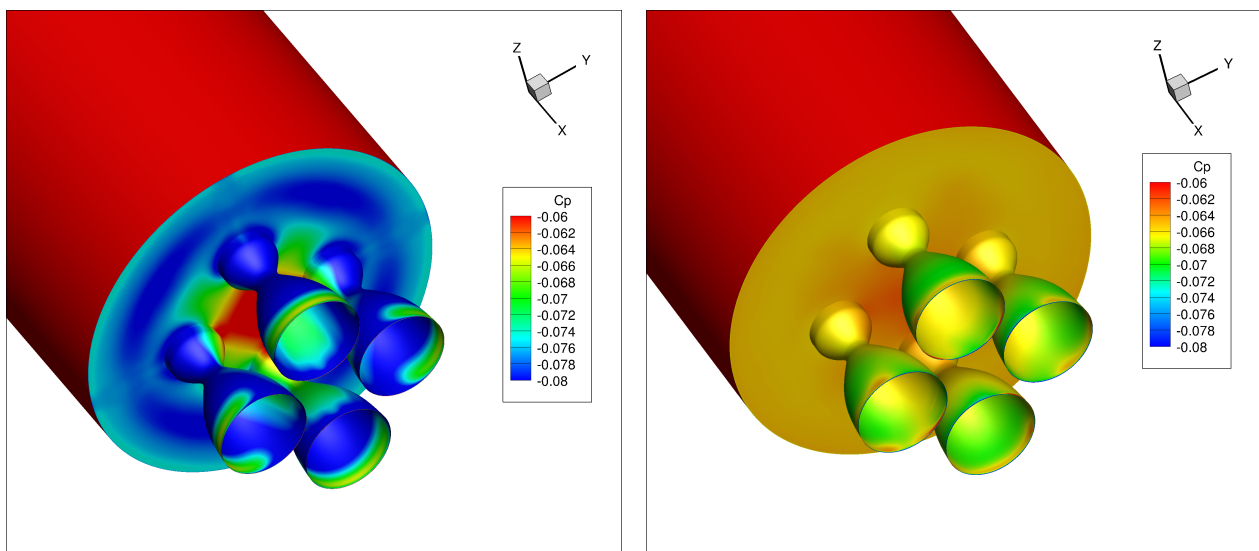


FIGURE 5.18 – Positions angulaires des génératrices sur les parois externes d'une tuyère.



(a) Distribution de pression obtenue avec le calcul RANS.

(b) Distribution de pression obtenue avec le calcul ZDES.

FIGURE 5.19 – Distribution de pression sur les parois externes du lanceur.

des estimations différentes des contraintes mécaniques moyennes subies par les parois externes des tuyères. Pour accompagner la conception mécanique des tuyères, il convient de déterminer la fiabilité de ces prévisions. Pour des configurations mono-tuyères telles que celle étudiée dans le **Chapitre 3**, les calculs réalisés montrent, en accord avec la littérature [112, 184], que l'utilisation d'une approche ZDES fournit des prévisions des profils de pression le long de la tuyère plus représentatives des résultats expérimentaux que celles obtenues avec des approches RANS. Une confirmation de cette tendance sur une configuration multi-tuyère pourrait être envisagée avec la réalisation d'essais expérimentaux plus détaillés.

**Distribution de température** Les distributions de température obtenues sur le culot et les parois externes des tuyères sont visibles sur les figures 5.21a (RANS) et 5.21b (ZDES). Malgré des différences de niveaux comparables à celles déjà observées sur le culot du lanceur, les deux simulations prévoient une même dissymétrie dans la répartition azimuthale de température sur les tuyères. En

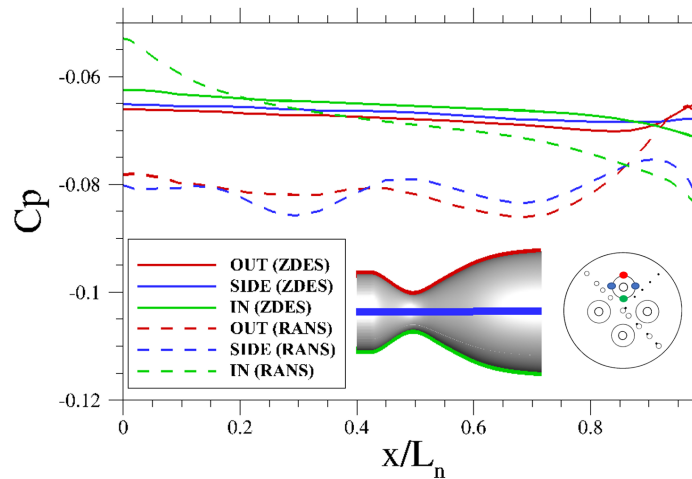
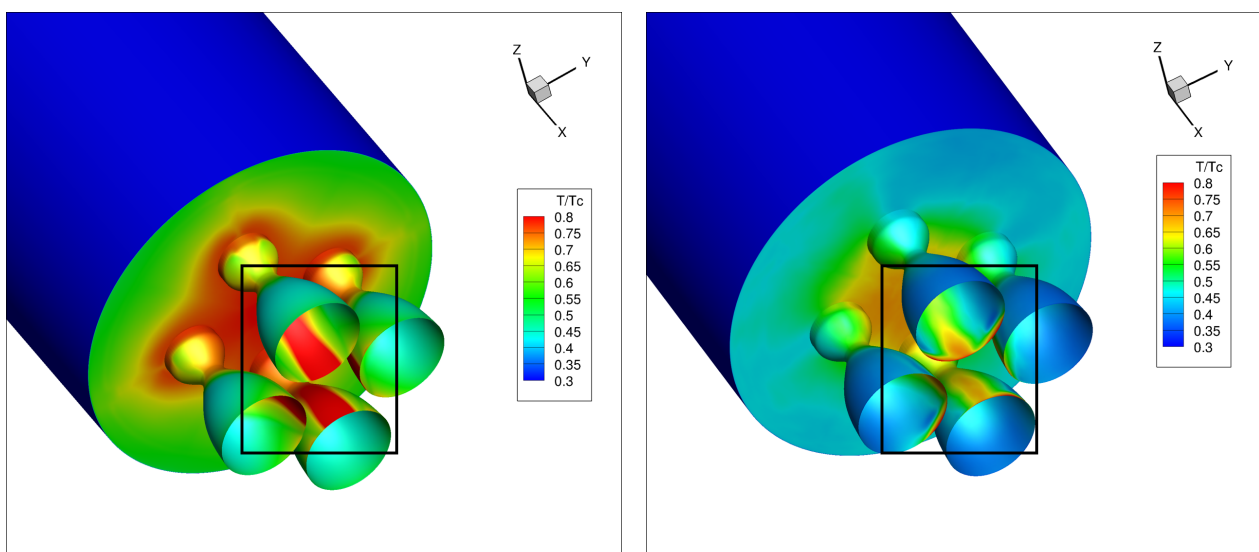


FIGURE 5.20 – Distribution de pression le long des génératrices d'une tuyère.

effet, la trace de l'écoulement de retour, transportant des gaz chauds entre les quatre tuyères, est matérialisée, dans les deux cas, par des bandes de fortes températures le long des parois proches de l'axe du lanceur.

La Figure 5.22 présentant les profils de température le long des génératrices d'une tuyère permet de quantifier précisément les écarts entre les différentes positions angulaires autour d'une tuyère. On observe notamment que la simulation RANS prévoit une variabilité plus importante de la température le long des génératrices extérieure (OUT) et latérales (SIDE) ainsi que des écarts de température plus significatifs entre ces génératrices et la génératrice intérieure. Pour la conception des protections thermiques sur les parois des tuyères, les deux simulations indiquent ainsi le besoin d'un traitement particulier sur les parois proches de l'axe du lanceur (voir encadrés sur les figures 5.21a et 5.21b), mais différent sur l'évaluation quantitative des températures.



(a) Distribution de température avec le calcul RANS. (b) Distribution de température obtenue avec le calcul ZDES.

FIGURE 5.21 – Distributions de température sur les parois externes du lanceur.

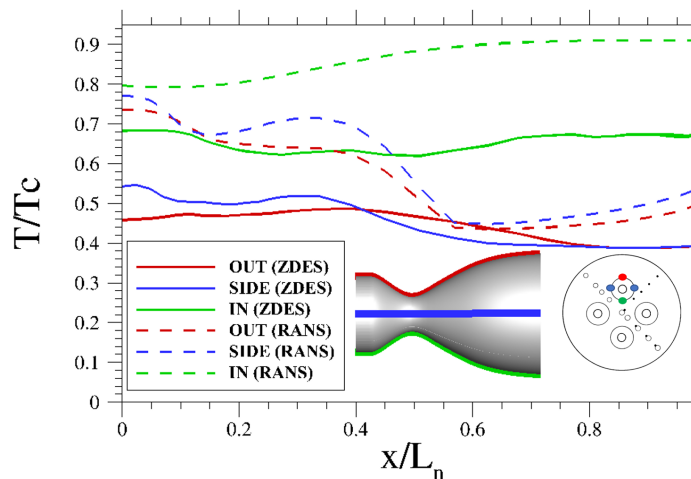


FIGURE 5.22 – Distribution de température le long des génératrices d'une tuyère.

#### 5.4.4 Fluctuations de pression

Pour compléter l'étude des charges mécaniques pouvant s'exercer sur les parois du lanceur, l'utilisation d'une approche ZDES permet de quantifier l'intensité des fluctuations instationnaires de pression sur le culot et les tuyères. La Figure 5.23 permet ainsi dans un premier temps de visualiser les niveaux du coefficient de pression fluctuante ( $Cp_{rms} = \frac{p_{rms}}{q_\infty}$  avec  $q_\infty = \frac{1}{2}\gamma p_\infty M_\infty^2$  la pression dynamique) sur les parois des composants de l'arrière-corps. On observe dans un premier temps que les niveaux de fluctuations de pression sur le culot du lanceur sont compris entre 0,001 et 0,0025, de telles valeurs sont inférieures à celles reportées par [81] ( $Cp_{rms} \approx 0,004$ ) pour un écoulement de culot franc avec un nombre de Mach de l'écoulement extérieur comparable. La présence des tuyères et des jets propulsifs semble ainsi avoir un effet stabilisant sur le niveau de pression ressenti par le culot. Concernant les tuyères propulsives, une zone de plus fortes fluctuations ( $Cp_{rms} > 0,01$ ) est visible à proximité de l'axe du lanceur sur l'extrémité de chaque tuyère. Ces fluctuations pourraient être liées à une oscillation de la position du point de confluence entre les jets ou encore au passage des structures turbulentes observées au sein de l'écoulement de retour sur la Figure 5.6b. Pour approfondir l'étude des fluctuations de pression, on détaille dans la suite leur évolution dans certaines zones choisies de l'arrière-corps, à savoir une couronne azimutale positionnée en  $r/r_b = 0,85$  ainsi que le long de deux diamètres inter-tuyères (D1, D2) qui sont repérés sur le culot en Figure 5.24 et finalement les génératrices des tuyères déjà présentées sur la Figure 5.18.

##### 5.4.4.1 Fluctuations de pression sur le culot

La distribution azimutale de  $Cp_{rms}$  à la position radiale  $r/r_b = 0,85$  (Figure 5.25) présente une variation quasi-périodique marquée par des pics localisés entre les tuyères ( $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ ) et par une baisse de l'intensité des fluctuations autour des positions angulaires alignées avec les centres des tuyères ( $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ ) qui confirme leur effet stabilisant. Les écarts observés entre les niveaux des pics de  $Cp_{rms}$  montrent cependant que le niveau de convergence des statistiques d'ordre 2 des signaux de pression pourrait encore être amélioré, afin d'obtenir un profil complètement périodique, en utilisant un temps de signal plus long. Il apparaît cependant important de remarquer que ces différences sont de l'ordre de 0,02% de la pression dynamique  $q_\infty$  ce qui correspond à des niveaux faibles qui peuvent être sensibles à de nombreux phénomènes instationnaires, notamment à des basses fréquences et qui demandent donc un nombre important de cycles pour converger. Ces écarts sont peu susceptibles d'affecter la conception des arrière-corps de lanceurs



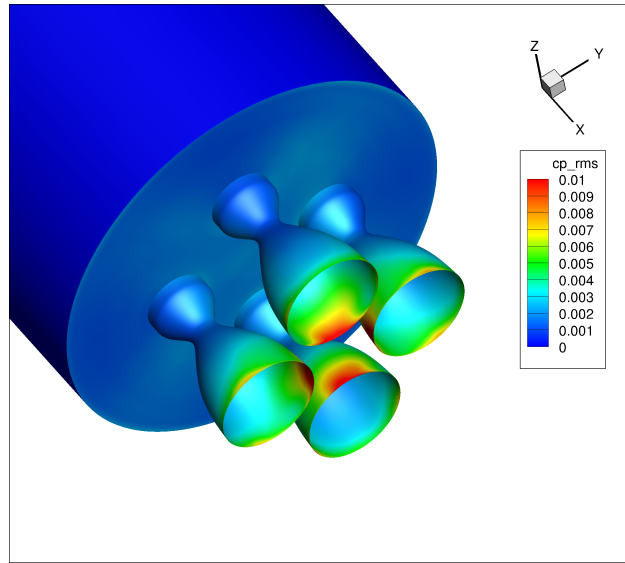
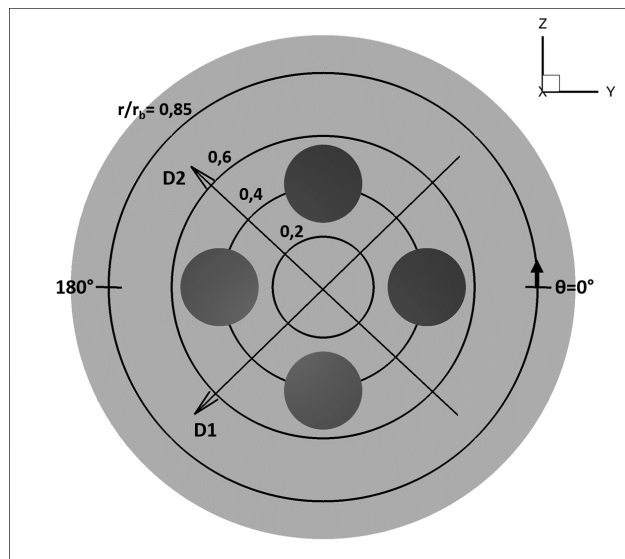
FIGURE 5.23 – Distributions de  $Cp_{rms}$  sur les parois externes du lanceur.

FIGURE 5.24 – Description géométrique du culot du lanceur pour l'analyse des fluctuations de pression.

comme expliqué dans la suite.

Le long des deux diamètres (quatre rayons) situés entre les tuyères (Figure 5.26b) les profils de  $Cp_{rms}$  permettent de constater que la simulation prévoit un niveau moyen de fluctuations de l'ordre de 0,2% de  $q_\infty$ . Ce niveau est inférieur à celui mesuré expérimentalement ( $\approx 0,6\%$  de  $q_\infty$ ) sur un cas de culot franc non propulsé ( $M_\infty = 2.46$ ) par Janssen et Dutton [76]. A l'instar de la distribution azimutale, bien que des écarts (de nouveau faibles et de l'ordre de 0,02% de  $q_\infty$ ) liés à une convergence statistique perfectible puissent être observés entre les rayons, on constate une cohérence sur les niveaux observés pour des points diamétralement opposés. La comparaison de l'intensité des fluctuations prévues sur les rayons passant entre les tuyères avec le niveau de fluctuation maximal observé sur les tuyères (voir Figure 5.26a) montre bien que les différences observées entre les rayons sont faibles au regard de la dynamique globale de l'écoulement d'arrière-corps.

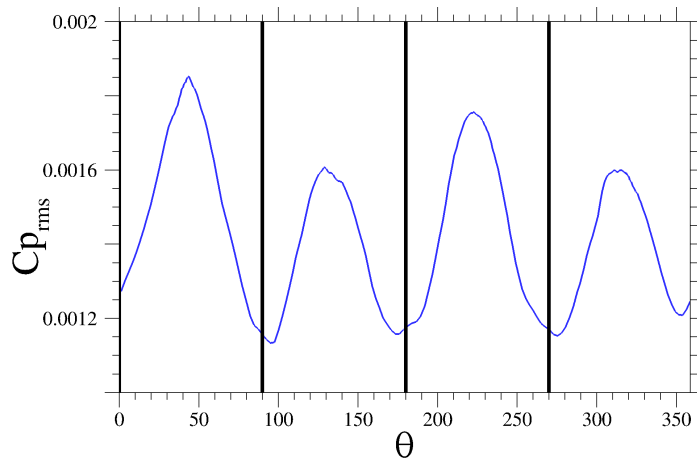
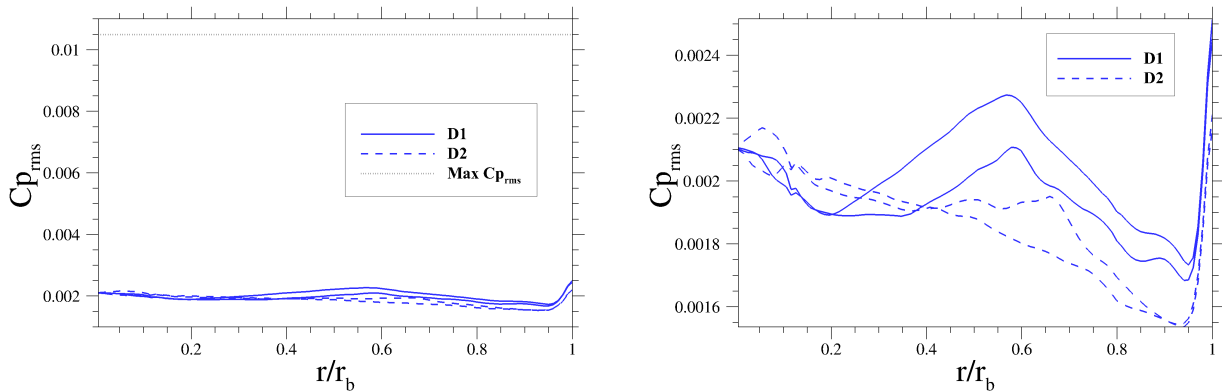


FIGURE 5.25 – Distribution azimuthale de  $Cp_{rms}$  sur le rayon  $r/r_b = 0,85$ . Les positions angulaires du centre des tuyères sont repérées par des barres verticales  $\downarrow$ .



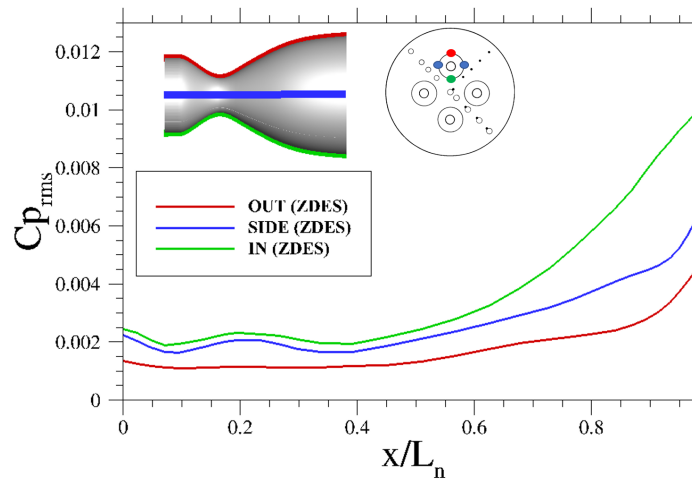
(a) Distribution de  $Cp_{rms}$  sur le culot du lanceur le long des diamètres inter-tuyères comparée au niveau maximum de  $Cp_{rms}$  sur les parois du lanceur (b) Distribution de  $Cp_{rms}$  sur le culot du lanceur le long des diamètres inter-tuyères

FIGURE 5.26 – Distributions de  $Cp_{rms}$  sur le culot du lanceur.

#### 5.4.4.2 Fluctuations de pression sur les tuyères

Les profils de  $Cp_{rms}$  obtenus le long des génératrices d'une tuyère sont présentés sur la Figure 5.27 et montrent une augmentation du niveau de fluctuations de pression le long de la tuyère pour toutes les positions azimuthales. Les importantes différences d'intensité des fluctuations de pression constatées entre les génératrices à proximité de l'extrémité de la tuyère confirment l'asymétrie des efforts subis par chaque tuyère. Sur une configuration mono-tuyère placée dans un écoulement supersonique ( $M_\infty = 3$ ), Statnikov *et al.* [162] ont également observé une augmentation de  $Cp_{rms}$  le long des parois de la tuyère en utilisant une approche RANS/LES. Les niveaux observés par ces auteurs étaient de plus compris dans un intervalle ( $Cp_{rms} \in [0,0015; 0,01]$ ) similaire à celui obtenu ici sur une configuration multi-tuyère. Cependant, les résultats de Statnikov *et al.* [162] ayant été obtenus sur une configuration possédant une seule tuyère longue ( $L_n/D_b = 1,2$ ), les distributions de  $Cp_{rms}$  prévues étaient axisymétriques et le niveau maximum de fluctuations de pression, associé au recollement de la couche de mélange sur la tuyère, était atteint plus loin en aval du culot.

Pour compléter l'analyse, on note que les niveaux de fluctuations prévus pour ces configurations supersoniques sont inférieurs d'environ un ordre de grandeur à ceux calculés dans le **Cha-**

FIGURE 5.27 – Distribution de  $Cp_{rms}$  le long des génératrices d'une tuyère.

**pitre 3** pour une configuration transsonique. Comme décrit dans le **Chapitre 1**, le régime transsonique est en effet le plus critique en termes d'efforts pour un arrière-corps qui est alors soumis à des niveaux de  $Cp_{rms}$  élevés au sein d'un écoulement qui présente une forte pression dynamique. Aux altitudes correspondant à un régime de vol transsonique, un JPR plus faible pourrait de plus causer une absence de confluence entre les jets [55] qui modifierait notablement le comportement des fluides dans la zones inter-tuyères. La réalisation de simulations sur une configuration multi-tuyère éjectant des gaz chauds en régime transsonique pourrait ainsi être envisagée avec le cadre numérique utilisé dans cette étude pour obtenir des évaluations d'efforts plus à même d'influencer le dimensionnement d'un lanceur. La réalisation d'essais expérimentaux sur une telle configuration serait évidemment nécessaire pour évaluer la fiabilité des méthodes numériques.

### 5.4.5 Analyse spectrale

La connaissance du contenu fréquentiel des fluctuations instationnaires participe au dimensionnement mécanique des composants de l'arrière-corps et peut permettre d'identifier des phénomènes fluides instationnaires. On montre dans cette section que les méthodes numériques bi-espèces implémentées durant la thèse permettent, comme dans le **Chapitre 3** pour un écoulement d'arrière-corps mono-espèce et mono-tuyère, de réaliser une analyse spectrale pour une configuration d'arrière-corps multi-tuyère éjectant un véritable mélange propulsif. En l'absence de données expérimentales, l'analyse spectrale des fluctuations de pression vise à compléter la compréhension physique de cet écoulement d'arrière-corps complexe.

#### 5.4.5.1 Analyse en 1 point

Pour analyser le contenu fréquentiel des variations de pression pariétale, on peut exprimer la valeur de  $p_{rms}^2$  en un point comme :

$$p_{rms}^2 = \int_0^{\infty} G(f) d(f) \quad (5.1)$$

Où  $G$  est la densité spectrale de puissance (DSP) des signaux de pression (en  $Pa^2/Hz$ ), calculée avec une méthode des périodogrammes de Welch appliquée sur les signaux numériques de pression (100 ms) enregistrés par plusieurs capteurs placés sur la géométrie du lanceur. Les variations de  $G$  seront exprimées en fonction du nombre de Strouhal (fréquence réduite) basé sur le diamètre

du culot  $St_D = \frac{f \times D_b}{U_\infty}$ . On rappelle que sur des configurations mono-tuyère et mono-espèce, l'étude bibliographique du **Chapitre 1** et l'étude des simulations réalisées dans le **Chapitre 3** ont montré qu'une contribution importante aux fluctuations de pression sur les parois du lanceur est due à un phénomène instationnaire au niveau du culot. Celui-ci induit un mode azimutal d'oscillations antisymétriques à une fréquence adimensionnée de  $St_D \approx 0,2$ , analogue à celle observée en 2D pour un lâcher tourbillonnaire (*shedding*). Les éléments d'analyse spectrale présentés ici permettent notamment d'investiguer la persistance de cette contribution pour la configuration multi-tuyère.

**Tuyères propulsives** On s'intéresse dans un premier temps au contenu fréquentiel des fluctuations de pression sur l'extrémité des tuyères, zone où les fluctuations de pression les plus importantes sont observées. La Figure 5.28 présente ainsi la densité spectrale de puissance estimée grâce à des capteurs numériques situés sur chaque génératrice (en noir sur la figure) et moyennée entre les 4 tuyères. En accord avec les observations précédentes sur les grandeurs moyennes et les niveaux de fluctuations, le contenu fréquentiel des fluctuations de pression varie en fonction de la position angulaire du capteur. Il apparaît ainsi nettement que la paroi située proche de l'axe du lanceur (IN) subit des variations de pression sur une plage de fréquence plus large que les parois latérales (SIDE) et extérieure (OUT). Ce supplément de fluctuations de pression à haute fréquence peut être associé au passage des structures turbulentes observées sur la Figure 5.6b dans la zone inter-tuyère. Sur chaque génératrice, du fait de la complexité de la configuration et de la durée limitée des signaux enregistrés, les spectres apparaissent bruités. On distingue tout de même la présence de pics autour de  $St_D \approx 0,2$  pour la densité spectrale de puissance sur la génératrice proche de l'axe du lanceur (IN) et la génératrice latérale (SIDE). Ces pics peuvent représenter une contribution du mode antisymétrique précédemment mentionné, dont le rôle dans le niveau global de fluctuations apparaît cependant moins marqué que pour des configurations mono-tuyères.

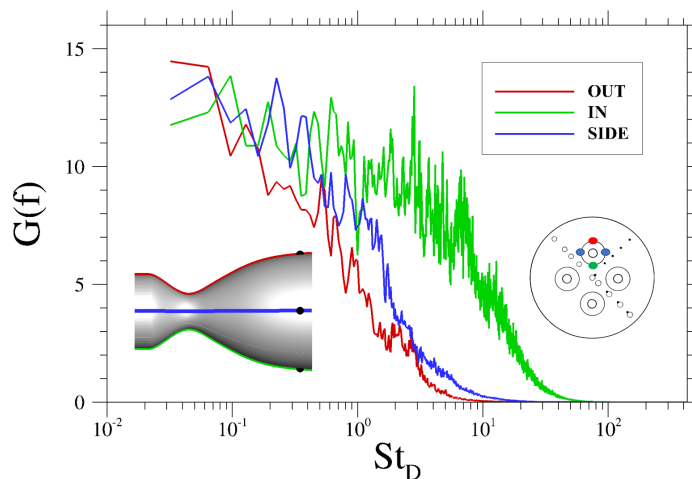


FIGURE 5.28 – Densité spectrale de puissance du signal de pression en plusieurs positions angulaires sur l'extrémité d'une tuyère  $X/L_n=0,93$ .

**Analyses ponctuelles sur la couronne  $r/r_b=0,85$**  Pour poursuivre l'analyse spectrale des signaux de pression pariétale, le contenu fréquentiel des fluctuations enregistrées sur une couronne située à  $r/r_b=0,85$  sur le culot du lanceur (voir Figure 5.24 pour un rappel sur la géométrie du culot) est ensuite considéré. On étudie dans un premier temps la DSP (Figure 5.29a) du signal de pression enregistré par le capteur situé sur cette couronne à la position  $\theta = 225^\circ$ , soit dans un plan situé entre deux tuyères. L'analyse de ce spectre montre que les contributions notables aux variations de pression perçues par le capteur sont composées d'un pic autour de  $St_D \approx 0,2$ , d'une succession de pics compris dans l'intervalle  $St_D \in [0,5; 2]$  et d'un spectre large bande  $St_D \in [4, 10]$ . Pour un point

situé à la position  $\theta = 180^\circ$  (Figure 5.29b) soit dans l'alignement du centre d'une tuyère, la DSP présente également un pic autour de la fréquence  $St_D \approx 0,2$  et une succession de pics notables dans la bande de fréquence  $St_D \in [0, 5; 2]$ , la contribution large bande de la plage de fréquence  $St_D \in [4; 10]$  apparaît cependant nettement atténuée. D'après les résultats présentés dans [181], la plage de fréquence  $St_D \in [4, 10]$  peut être associée à la signature des fluctuations de pression liées aux instabilités de Kelvin-Helmoltz dans le développement initial de la couche de mélange annulaire.

Pour tenter d'expliquer les pics de DSP compris dans la bande de fréquence  $St_D \in [0, 5; 2]$ , une piste envisageable consiste à s'appuyer sur l'analogie réalisée dans la section 5.4.2 entre la topologie de l'écoulement d'arrière-corps et une configuration de cavité supersonique. Pour une telle cavité, le comportement instationnaire de l'écoulement est piloté par les modes de Rossiter ( $Rm$ ) observés expérimentalement [131, 192] et numériquement [86, 87] dans la littérature. Ces modes sont engendrés par une boucle de rétro-action liée à la convection des instabilités hydrodynamiques de la couche de mélange (à la vitesse  $k_c * U_\infty$ ) se formant lors du décollement au niveau de la paroi amont de la cavité et dont l'impact sur la paroi aval (ici la frontière du jet) génère des ondes de pression remontant l'écoulement vers la paroi amont (avec un déphasage  $r_c$ ) [86]. Pour estimer le nombre de Strouhal  $St_{Db|Rm}$  de ces modes dans le cas présent, on propose une adaptation de la formule de Rossiter [131] permettant la prise en compte de la température dans la zone de recirculation :

$$St_{Db|Rm} = \frac{D_b}{L_c} \frac{m - r_c}{U_\infty/a_c + 1/k_c} \quad (5.2)$$

En choisissant  $k_c = 0,57$  pour estimer la vitesse de convection des instabilités et un paramètre de déphasage  $r_c=0,25$  (valables pour des cavités de dimensions  $L_c/De_c = 1$  et  $2$  selon [131]), une vitesse du son moyenne  $a_c \approx 760 \text{ m.s}^{-1}$  dans la zone de recirculation et  $L_c = X_r = 1,35 \times L_n = 0,15525 \text{ m}$  d'après la simulation ZDES, on obtient  $St_{Db|R1} = 0,49$ ,  $St_{Db|R2} = 1,14$ ,  $St_{Db|R3} = 1,8$ . Si les fréquences réduites des 3 premiers modes de Rossiter pour une cavité supersonique à  $M_\infty = 2,75$  sont cohérentes avec l'intervalle  $St_{Db} \in [0, 5; 2]$ , ces fréquences ne coïncident pas nettement avec les pics observés sur la Figure 5.29a. Les fréquences observées pourraient ainsi correspondre à des versions "dégradées" des modes de cavité dont la phénoménologie est modifiée du fait de la complexité géométrique et physique du cas traité. Des analyses similaires portant sur des configurations moins complexes (mono-tuyères et mono-espèces par exemple) pourraient venir étayer cette hypothèse.

La fréquence du lâcher tourbillonnaire  $St_D \approx 0,2$  est donc bien visible sur les deux capteurs étudiés et confirme le rôle persistant de ce phénomène dans l'organisation de l'écoulement. La majeure partie de l'énergie des fluctuations (via l'intégration sur l'ensemble des fréquences) sera cependant apportée par des phénomènes se produisant à plus haute fréquence.

**Nappes spectrales sur la couronne  $r/r_b=0,85$**  Afin de compléter les analyses précédentes, des nappes spectrales permettant de visualiser les DSP des signaux de pression enregistrés par 240 capteurs placés sur la couronne  $r/r_b=0,85$  sont présentées sur la Figure 5.30. La périodicité angulaire observée lors de l'étude de la distribution de  $Cp_{rms}$  sur la Figure 5.25 n'apparaît pas de manière évidente pour les fluctuations se produisant à des fréquences inférieures à  $St_D = 1$  (Figure 5.30a). En particulier, la signature du lâcher tourbillonnaire observée précédemment pour  $\theta = 225^\circ$  et  $\theta = 180^\circ$  n'est nettement discernable que pour certaines portions angulaires. Bien que les basses fréquences  $St_D < 0,3$  apparaissent comme les plus énergétiques pour toutes les positions angulaires, l'amélioration de la convergence statistique avec un signal de pression plus long pourrait contribuer à symétriser ces distributions et à affiner la distinction de la fréquence du lâcher tourbillonnaire. En considérant les fluctuations se produisant jusqu'à des fréquences  $St_D = 10$  (Figure 5.30b), on observe que la contribution des pics successifs dans la bande  $St_D \in [0, 5; 2]$  est visible pour toutes les positions angulaires. On constate de plus que la répartition angulaire des fluctuations associées au spectre large bande  $St_D \in [4; 10]$  de la couche de mélange, mis en avant pré-

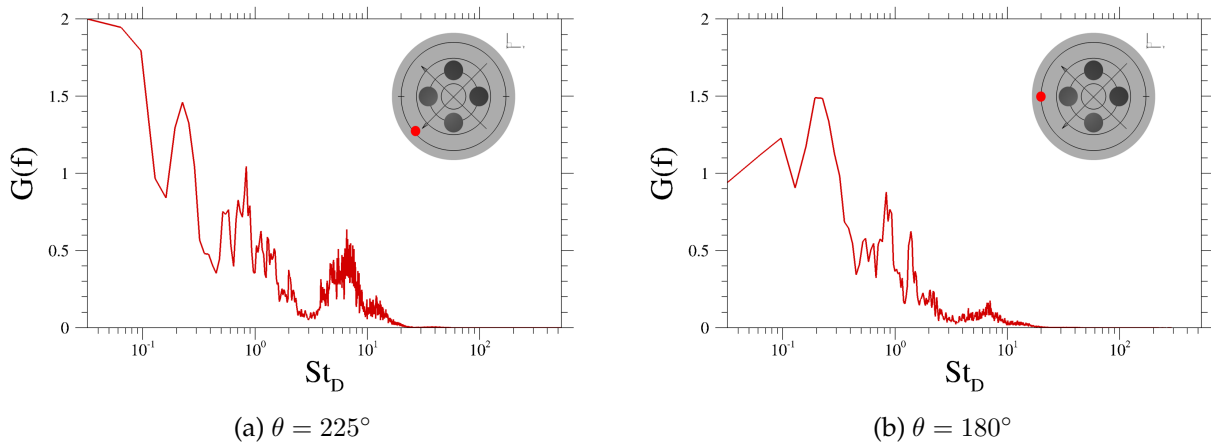


FIGURE 5.29 – Densités spectrales de puissance du signal de pression au culot sur la couronne  $r/r_b=0,85$  aux positions angulaires  $\theta = 225^\circ$  et  $\theta = 180^\circ$ .

cédemment sur la Figure 5.29, respecte la même périodicité que celle de la distribution de  $C_{p_{rms}}$ . En effet, la DSP de ces fluctuations est maximale pour les positions angulaires situées entre les tuyères ( $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ ) et minimale pour les positions angulaires alignées avec les centres des tuyères ( $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ ). La périodicité de la distribution angulaire de  $C_{p_{rms}}$  pourrait être liée à un effet de stabilisation de la couche de mélange par la présence des tuyères. Une simulation traitant la configuration multi-tuyère en l'absence de jet pourrait permettre de comparer le rôle respectif des tuyères et celui des jets dans cette stabilisation.

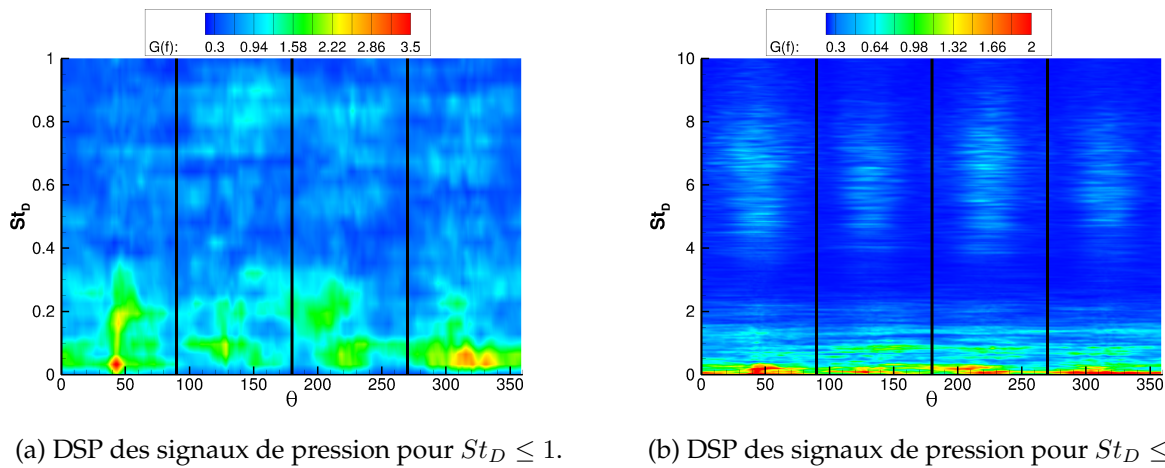


FIGURE 5.30 – Nappes spectrales représentant la densité spectrale de puissance des signaux de pression en fonction de la position angulaire  $\theta$  sur la couronne  $r/r_b=0,85$  (voir Figure 5.24). Les barres verticales représentent la position angulaire des centres des tuyères.

L'étude de la répartition fréquentielle de la densité spectrale de puissance des signaux de pression enregistrés sur l'extrémité des tuyères et sur une couronne externe du culot a mis en évidence la prédominance de la fréquence  $St_{Db} \approx 0,2$ , particulièrement visible dans certaines zones de l'écoulement, mais que les fluctuations de pression ressenties sur les parois du lanceur sont également influencées par des phénomènes se produisant sur des gammes de fréquences plus élevées. Afin d'apporter des éléments supplémentaires quant aux efforts ressentis par les parois du lanceurs, une analyse spectrale en deux points est réalisée.

### 5.4.5.2 Analyse en 2 points

Pour compléter l'analyse de la dynamique de l'écoulement d'arrière-corps sur la configuration multi-tuyère, on peut chercher à évaluer dans quelle mesure la décomposition des fluctuations en modes azimutaux mise en avant sur des configurations mono-tuyères peut être retrouvée. En reprenant la méthodologie présentée dans le **Chapitre 3**, on peut ainsi étudier la cohérence azimutale  $C_r(f, \Delta\phi)$  entre deux capteurs de pression situés sur la couronne  $r/r_b=0,85$  et séparés par un angle  $\Delta\phi$  en décomposant sa partie réelle comme une transformée de Fourier en mode azimutaux (champ de pression  $2\Pi$ -périodique) :

$$C_r(f, \Delta\phi) = \sum_{m=0}^{\infty} C_{r,m}(f) \cos(m\Delta\phi). \quad (5.3)$$

Avec  $C_{r,m}$  représentant le pourcentage d'énergie fluctuante associé au mode azimutal  $m$  pour une fréquence  $f$  donnée. En particulier, pour des configurations mono-tuyères (et donc axisymétriques) le mode  $m = 1$ , correspondant à une relation en opposition de phase entre deux points diamétralement opposés, avait été observé comme dominant autour de la fréquence du lâcher tourbillonnaire  $St_{Db} \approx 0,2$  [184]. Dans le cas présent, du fait de l'absence d'axisymétrie de la géométrie, l'étude de  $C_r(f, \Delta\phi)$  dépend du point initial choisi pour évaluer  $\Delta\phi$ . La Figure 5.31 montre ainsi la contribution des trois premiers modes azimutaux aux fluctuations de pression en fonction de la fréquence réduite en choisissant respectivement comme point initial  $\theta = 0^\circ$  (a),  $\theta = 45^\circ$  (b),  $\theta = 90^\circ$  (c),  $\theta = 135^\circ$  (d).

Si pour chacun des 4 points initiaux considérés, on observe bien une prédominance du mode antisymétrique  $m = 1$ , indiquant un niveau de cohérence élevé entre les fluctuations de pression pour deux capteurs diamétralement opposés, dans la bande de fréquence  $St_{Db} \in [0,15; 0,3]$ , cette prédominance est plus clairement marquée à la valeur  $St_{Db} = 0,2$  pour les points initiaux  $\theta = 0^\circ$  (a) et  $\theta = 45^\circ$  (b). Ces observations montrent qu'en complément des traces du lâcher tourbillonnaire relevées dans certaines zones de l'écoulement grâce à l'analyse des fluctuations de pression en un point, l'influence de ce phénomène sur la dynamique de l'écoulement est également bien mise en évidence par l'analyse en deux points. Comme mentionné précédemment, l'intensité de sa signature fréquentielle dépend de la position angulaire du point initial ce qui peut être dû à la durée limitée du signal enregistré. La réalisation d'essais expérimentaux équipés de capteurs de pression instationnaires pourrait permettre de confirmer ces résultats grâce à une analyse sur un signal plus long.

## 5.5 Synthèse et perspectives

Afin de contribuer à l'amélioration de la prévision des écoulements d'arrière-corps pour les lanceurs de nouvelle génération, les méthodes numériques bi-espèces développées pendant la thèse ont été appliquées sur une configuration de lanceur multi-tuyère expulsant des gaz chauds, sélectionnée dans la littérature. La démarche d'analyse permettant d'évaluer les apports de ces méthodes a été décomposée en deux parties.

Dans un premier temps, des simulations RANS (S-A) bi-espèces ont été réalisées et comparées à des études numériques issues de la littérature ayant traité cette configuration avec plusieurs modélisations thermodynamiques et différentes approches RANS. L'analyse des profils de sortie de tuyères et des prévisions de pression et de température sur le culot du lanceur a d'abord permis de mettre en avant l'influence de trois paramètres thermodynamiques : l'évaluation du ratio de chaleur spécifique  $\gamma_j$ , la prise en compte des réactions chimiques et le traitement thermique des parois internes des tuyères. Les hypothèses de modélisation bi-espèce retenues dans la présente étude pour ces différents paramètres sont apparues pertinentes en comparaison avec la littérature

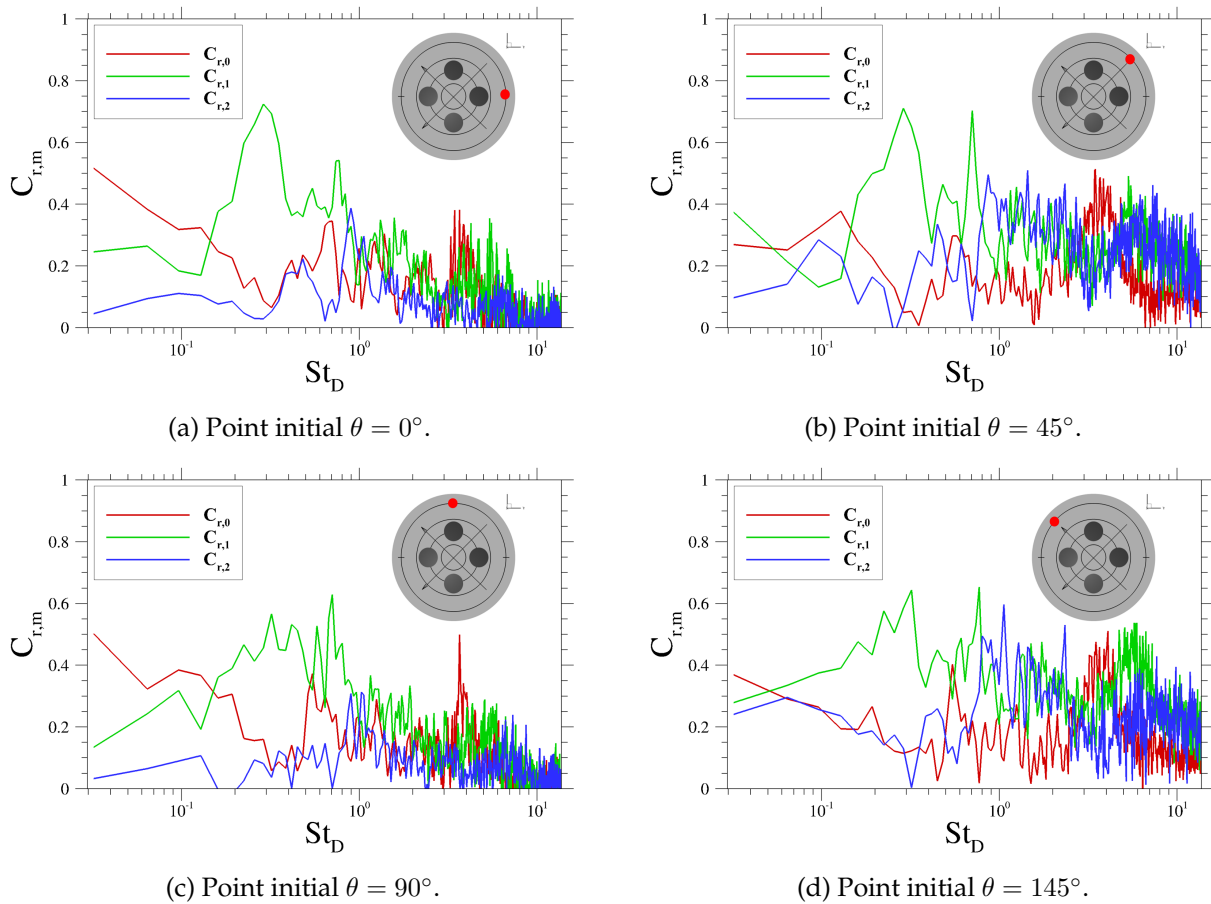


FIGURE 5.31 – Estimation de la contribution des trois premiers modes azimutaux aux fluctuations de pression sur la couronne  $r/r_b = 0,85$  pour différents points initiaux d'analyse modale.

pour l'évaluation des niveaux de pression mais l'utilisation d'une condition limite isotherme pour les parois internes des tuyères devra cependant être envisagée pour améliorer les prévisions des niveaux de températures pariétales dans de futures études. L'analyse de l'ensemble des résultats issus des études RANS a de plus montré la forte variabilité des prévisions en fonction du modèle de turbulence sélectionné et des hypothèses thermodynamiques réalisées pour un modèle donné. Il est ainsi apparu que pour toutes les approches RANS analysées des marges d'amélioration importantes subsistent pour la prévision des tendances et des niveaux de pression et de températures mesurés expérimentalement sur le culot du lanceur. De telles limitations, déjà observées dans le **Chapitre 3** sur un cas de lanceur mono-espèce et dans l'annexe **C** sur un cas de jets bi-espèce, ont motivé la réalisation d'une simulation ZDES permettant de résoudre les grandes structures turbulentes de l'écoulement et de réduire l'influence de la modélisation de la turbulence sur la prévision de l'écoulement.

La réalisation d'une telle simulation a été permise grâce au cadre numérique développé durant la thèse associant des versions bi-espèces du Mode 2 (2020) de la ZDES et des méthodes numériques hybrides. Ainsi, en se basant sur la grille d'analyse employée pour un cas mono-tuyère dans le **Chapitre 3**, la seconde partie du chapitre a été dédiée à l'analyse des apports de l'utilisation d'une approche ZDES par rapport à une approche RANS pour l'étude de l'écoulement d'arrière-corps d'un lanceur multi-tuyère. Ces apports sont de deux natures, d'une part l'usage de la ZDES a fourni des prévisions différentes des approches RANS pour l'évaluation des grandeurs aérodynamiques moyennes et d'autre part des informations sur le caractère instationnaire et multi-échelle de l'écoulement, inaccessibles avec des approche RANS, ont pu être analysées.



La comparaison des topologies moyennes prévues dans la zone d'arrière-corps montre que bien que les principaux phénomènes fluides attendus soient reproduits par les deux approches, les prévisions des positions relatives et de l'intensité de ces phénomènes diffèrent lors du passage d'une modélisation RANS à une modélisation ZDES. En effet, des différences notables ont pu être observées entre les deux calculs sur les dimensions des zones de recirculation, les vitesses des écoulements de retour et l'intensité du mélange entre le fluide propulsif et l'air ambiant. L'analyse des grandeurs pariétales sur le culot et les tuyères a permis de constater l'influence des différences précédemment observées sur l'évaluation des contraintes mécaniques et thermiques subies par le lanceur. Sur le culot du lanceur, l'approche ZDES permet ainsi une amélioration des prévisions par rapport aux simulations RANS grâce à sa capacité à reproduire la quasi-constance du profil radial de pression et le niveau de décroissance radiale de température observés expérimentalement. Des écarts qui pourraient impacter les phases de conception sont également constatés entre les deux approches pour les distributions de pression et de température sur les parois externes des tuyères.

Le calcul ZDES réalisé dans cette thèse permet ensuite de procéder à une analyse des caractéristiques instationnaires de l'écoulement. En particulier, la possibilité d'étudier les fluctuations de pressions pariétales, capables de faire vibrer les composants de l'arrière-corps, permet d'assurer une conception mécanique plus poussée et d'éviter des problématiques de tremblement (*buffeting*). Les niveaux de fluctuations de pression prévus sur les tuyères de cette configuration multi-tuyère sont comparables à ceux décrits dans la littérature pour des écoulements d'arrière-corps supersoniques sur des configurations mono-tuyères. Toutefois, les interactions entre les jets et notamment la présence d'un écoulement de retour entre les tuyères induisent une répartition asymétrique de l'intensité de ces fluctuations. Sur le culot du lanceur, une variation angulaire périodique des niveaux de fluctuations respectant les symétries de la géométrie a pu être observée. Les niveaux de fluctuations de pression prévus sur cette configuration en régime supersonique sont cependant apparus nettement inférieurs à ceux observés pour des écoulements d'arrière-corps en régime transsonique.

Une analyse spectrale des fluctuations de pression pariétale permise par le traitement des signaux issus de la simulation ZDES a enfin été réalisée pour certaines zones de l'arrière-corps. Des analyses en un point et en deux points des signaux de pression ont ainsi permis de retrouver la signature d'un phénomène analogue à celui du lâcher tourbillonnaire, observé sur des configurations bidimensionnelles, se produisant à une fréquence réduite de  $St_D \approx 0,2$  et adressé dans la littérature pour des configurations axisymétriques. Sur une couronne extérieure du culot, la contribution aux fluctuations de pression d'un spectre large bande à des fréquences élevées  $St_D \in [4, 10]$  a de plus été associée à la signature des instabilités de Kelvin-Helmoltz pilotant la zone initiale de la couche de mélange annulaire. La contribution de ces instabilités est apparue dépendante de la position angulaire du capteur considéré du fait de l'influence des tuyères qui jouent un rôle stabilisant réduisant l'amplitude des fluctuations. Une hypothèse consistant à attribuer les pics de densité spectrale de puissance des signaux de pression observés sur le culot dans un intervalle  $St_D \in [0, 5; 2]$  à des modes de cavité a été étayée par des estimations analytiques fournissant des fréquences réduites appartenant à cet intervalle mais ne correspondant pas exactement à celles des pics observés et nécessiterait d'être explorée plus en détail dans de futures études.

En plus de permettre l'évaluation des apports d'une approche ZDES bi-espèces pour le traitement de configurations de lanceur réalistes, ce chapitre a également permis de mettre en avant des perspectives pour l'amélioration du cadre numérique employé et de la représentativité des cas d'études à traiter en vue de concevoir des lanceurs de nouvelle génération.

Tout d'abord, l'usage d'un maillage totalement structuré pour cette configuration multi-tuyère a demandé un effort important de conception et a induit localement à la formation de cellules fortement déformées. Cette stratégie de maillage ne représente donc peut-être pas une solution optimale pour appréhender une telle géométrie dans une optique de conception industrielle. Des solutions plus pertinentes telles que l'usage d'une approche chimère [79], permettant la combi-

raison de maillage partiels, la méthode des frontières immergées [97, 183], permettant la prise en compte des tuyères au sein d'un maillage régulier par l'usage de termes sources dans les équations de Navier-Stokes, ou encore l'usage d'un maillage non structuré pourraient être envisagées mais nécessiteraient des adaptations supplémentaires du cadre numérique utilisé ici.

Ensuite, l'implémentation d'une condition de paroi isotherme, à appliquer au sein des tuyères, pour le cadre numérique bi-espèce a été mentionnée comme pouvant améliorer de façon significative la prévision des niveaux de température en sortie de tuyère et sur les parois du lanceur. Pour améliorer la prévision des profils de sortie de tuyère, une autre approche, notamment utilisée par [144], pourrait consister à utiliser directement un profil de sortie de tuyère issu d'un calcul stationnaire réactif réalisé préalablement. Une telle solution pourrait permettre une économie de cellules au sein du maillage (pas de résolution de l'écoulement dans les tuyères) et pourrait être complétée par l'usage de lois de parois pour le traitement des couches limites attachées afin de réduire le coût de simulation et permettre d'obtenir des temps de signaux plus longs. Pour compléter la modélisation thermodynamique employée dans cette étude, la variation du ratio de chaleur spécifique  $\gamma_j$  en fonction de la température pourrait également être prise en compte. Comme expliqué dans le **Chapitre 1**, cette prise en compte serait cependant associée à une augmentation du coût de calcul de l'ordre de 30%.

Enfin, la mise en place d'essais expérimentaux fournissant des données instationnaires sur des configurations multi-tuyères expulsant des gaz chauds serait très souhaitable pour approfondir l'évaluation des méthodes numériques pour la conception des lanceurs de nouvelle génération. Ces essais pourraient notamment être réalisés dans le régime transsonique qui est critique pour l'évaluation des efforts mécaniques subis par le lanceur.



# Conclusion

L'objet de cette thèse était d'accroître la représentativité des méthodes numériques dédiées à la prévision des interactions de jets pour les arrière-corps de lanceurs spatiaux afin d'accompagner la conception des lanceurs de nouvelle génération. Ces méthodes doivent en particulier permettre une évaluation la plus fiable possible d'effets néfastes tels que la trainée de culot, les charges latérales et la recirculation de fluides chauds se produisant lors d'un vol de lanceur propulsé par plusieurs tuyères.

## Synthèse

### État de l'art des méthodes de prévision numérique pour les écoulements d'arrière-corps

Afin d'appréhender les complexités géométriques et physiques des écoulements d'arrière-corps propulsés par plusieurs tuyères et les fonctionnalités numériques nécessaires à leur prise en compte, l'étude de la littérature a été menée dans une logique de prise en compte progressive des paramètres influençant ces écoulements.

Dans un premier temps, la description des cas élémentaires d'écoulements mono-espèces d'arrière-corps sur des configurations de double cylindre a permis de mettre en avant leur caractère instationnaire et multi-échelle lié à l'interaction de différents phénomènes fluides tels que des décollements de couche limite, des zones de recirculation et des couches de mélange compressibles. L'analyse des méthodes de prévision numériques employées pour étudier ces écoulements a de plus fait émerger un cadre numérique mono-espèce de référence pour la simulation d'écoulements d'arrière-corps non propulsés. Ce cadre est basé sur l'usage d'une approche ZDES et de méthodes numériques faiblement dissipatives permettant la résolution des grandes structures turbulentes de l'écoulement. L'étude bibliographique a par la suite été consacrée au recensement des paramètres devant être inclus au sein de ce cadre numérique afin d'être en mesure d'étudier une configuration d'écoulements d'arrière-corps représentative des lanceurs de nouvelle génération.

Tout d'abord, il est apparu nécessaire de prendre compte la présence d'un ou plusieurs jets propulsifs qui influencent l'écoulement d'arrière-corps via des phénomènes non visqueux (forme du jet) et des phénomènes visqueux et turbulents (couches de mélange) causant des effets dit de déplacement, d'entraînement et de blocage (en présence de plusieurs jets). La capacité à capturer les chocs forts présents au sein de ces jets tout en maintenant un faible niveau de dissipation numérique dans les zones tourbillonnaires a ainsi été identifiée comme la première adaptation devant être apportée au cadre numérique de référence.

Ensuite, le constat de l'influence de certains paramètres thermodynamiques des jets sur leurs interactions avec l'écoulement d'arrière-corps a montré que l'utilisation de jets "froids" lors d'essais en soufflerie ou de simulations était insuffisante pour obtenir des résultats extrapolables aux cas de vol réels. Une revue bibliographique des différentes approches numériques capables d'inclure la prise en compte de ces paramètres a donc été réalisée. Cette analyse a permis de mettre en avant que les coûts de calculs importants associés aux modélisations avancées pour le traitement du caractère turbulent de l'écoulement et pour la prise en compte des propriétés thermodynamiques des jets propulsifs imposaient la recherche d'un compromis entre leurs niveaux de fidélité respectifs afin de permettre la mise en place de simulations abordables, en particulier pour étudier des géométries complexes telles que les configurations multi-tuyères envisagées pour les lanceurs de nouvelle génération. Ainsi, sur une configuration multi-tuyère de référence sélectionnée au sein de la littérature, si différents niveaux de modélisation thermodynamique avaient été testés, seules des études utilisant des modélisations RANS de la turbulence avaient été réalisées. Afin de permettre la réalisation d'une simulation ZDES abordable sur cette configuration, l'extension du cadre numérique de référence à la simulation d'écoulements bi-espèces est apparu comme un compromis intéressant pour permettre la prise en compte de certaines propriétés thermodynamiques des jets tout en limitant le surcoût de calcul.

Les travaux de thèse ont ainsi été organisés selon trois objectifs. Le premier objectif de la thèse a été de développer des méthodes numériques faiblement dissipatives et localement robustes pour réaliser des simulations ZDES d'arrière-corps propulsés par de l'air (mono-espèces) et d'évaluer leurs capacités de prévision, notamment pour la trainée de culot et les charges latérales. Le second objectif a été d'adapter et d'évaluer ces méthodes pour la simulation d'écoulements bi-espèces (inertes) afin d'associer une résolution fine de la turbulence et une prise en compte des propriétés thermodynamiques des jets avec un coût numérique restreint. Enfin le troisième objectif a été la réalisation d'un calcul ZDES bi-espèce configuré avec les différentes méthodes numériques développées durant la thèse pour évaluer les capacités d'une telle approche pour la prévision du champ aérodynamique autour d'une configuration de lanceur multi-tuyères expulsant des gaz brûlés. Les démarches mises en place et les outils développés pour répondre à ces trois objectifs ainsi que les enseignements tirés de leurs évaluations sont détaillés dans la suite.

## **Développement et évaluation de méthodes numériques hybrides pour la simulation d'arrière-corps propulsés**

Afin d'inclure la prise en compte de jet propulsifs au sein du cadre numérique de référence, identifié pour le traitement des écoulements d'arrière-corps non propulsés, sans dégrader la résolution des structures turbulentes de l'écoulement, des outils permettant une augmentation locale de la robustesse des méthodes numériques ont été recherchés dans la littérature. Ainsi, une adaptation du senseur de Ducros, conçue pour distinguer les zones de chocs des zones tourbillonnaires, a été implémentée pour permettre l'hybridation des méthodes numériques faiblement dissipatives du cadre numérique de référence avec des méthodes plus robustes (schémas de la famille AUSM) qui ne sont activées que localement dans l'écoulement.

Ces méthodes numériques hybrides ont ensuite pu être évaluées selon une échelle de validation issue de la littérature sur une configuration de lanceur mono-tuyère étudiée expérimentalement en régime transsonique. Grâce à des simulations ZDES intégrant graduellement les méthodes numériques hybrides sur un cas non propulsé et un cas propulsé, leurs capacités à conserver un faible niveau de dissipation dans les zones tourbillonnaires et à capturer les chocs se formant au sein des jets ont pu être attestées. En associant ces méthodes numériques hybrides avec le Mode 2 de la ZDES (traitant les interfaces RANS/LES de manière automatique), un cadre numérique RANS/LES automatique capable de prévoir de manière satisfaisante les propriétés instantanées, statistiques et spectrales d'écoulements mono-espèces d'arrière-corps propulsés a ainsi été pro-

posé.

Les méthodes numériques hybrides mises en place et évaluées dans cette étude représentent ainsi une contribution à l'amélioration des méthodes de prévision pour les arrière-corps de lanceurs spatiaux, mais elles pourront également être appliquées à d'autres types d'écoulement nécessitant la résolution des grandes structures turbulentes et la capture de chocs, comme par exemple les entrées d'air supersoniques.

### Développement et évaluation d'un solveur ZDES bi-espèce

Pour permettre une prise en compte de certaines propriétés thermodynamiques des jets propulsifs, une extension du solveur mono-espèce FLU3M (contenant le cadre numérique de référence) à la résolution d'écoulements composés de deux gaz parfaits a été réalisée. Pour cela, différents modèles thermodynamiques issus de la littérature et des adaptations des schémas numériques mono-espèces explicites et implicites ont été implémentés pour rendre possible la réalisation de simulations RANS et ZDES bi-espèces. La présentation détaillée de l'ensemble des modèles mathématiques employés pour cette extension a été exposée au sein de ce mémoire afin de constituer un document de synthèse proposant une démarche à l'intention de lecteurs désirant adapter un code de calcul mono-espèce.

Différentes étapes de validation intermédiaire de la bonne implémentation de ces modèles numériques bi-espèces ont été réalisées sur des cas tests de complexité croissante tels que des tubes à choc, la convergence de deux écoulements supersoniques non visqueux, un cas de diffusion molaire pure et des cas de couches limites pré-mélangées subsoniques et supersoniques.

La capacité des versions bi-espèces des méthodes numériques hybrides établies durant la thèse à reproduire un écoulement supersonique, instationnaire et turbulent au sein duquel deux fluides inertes se mélangent a ensuite pu être évaluée sur une configuration de couche de mélange supersonique se formant entre deux jets coaxiaux. Une telle couche de mélange, et notamment son développement initial, représente en effet une composante essentielle de l'interaction se produisant entre un jet propulsif et un écoulement d'arrière-corps.

Le cadre numérique ZDES bi-espèce a ainsi permis une description du comportement d'une couche de mélange supersonique bi-espèce cohérente avec des mesures expérimentales et des résultats numériques issus de la littérature. L'estimation du taux de mélange entre les deux espèces est notamment apparue indépendante du choix du nombre de Schmidt turbulent contrairement à celles issues de simulations RANS réalisées sur la même configuration. Les prévisions obtenues sont de plus particulièrement satisfaisantes dans la zone proche des tuyères, zone où se concentrent les effets des jets pour les configurations de lanceurs. La possibilité de compléter ce cadre numérique par l'introduction de contenu turbulent dans les couches limites attachées précédant les couches de mélange grâce au Mode 3 de la ZDES a également été présentée et exploitée mais n'a pas entraîné, pour le cas étudié, de modification majeure de l'intensité du mélange entre les deux fluides. L'utilisation de cette méthode complémentaire, entraînant un surcoût de maillage conséquent, n'a pas été retenue pour étudier la configuration de lanceur multi-tuyère.

Le solveur bi-espèce, développé ici pour traiter des écoulements d'arrière-corps de lanceurs spatiaux, pourra être employé afin de traiter d'autres configurations impliquant des couches de mélange entre plusieurs espèces, par exemple pour l'étude des jets propulsifs d'un turboréacteur.

## Étude d'une configuration de lanceur propulsé par plusieurs tuyères par une simulation ZDES bi-espèce

Les approches numériques bi-espèces développées et évaluées durant la thèse ont finalement pu être appliquées sur une configuration de lanceur multi-tuyère expulsant des gaz brûlés, étudiée expérimentalement en régime supersonique. Les simulations réalisées permettent d'une part de démontrer que les méthodes mises en place sont applicables sur une configuration réaliste de lanceur et d'autre part d'évaluer les apports de ces méthodes pour la prévision des contraintes subies par les composants de l'arrière-corps. L'évaluation des prévisions fournies par les approches bi-espèces a été réalisée en deux temps.

Dans un premier temps, des simulations RANS (S-A) bi-espèces ont été réalisées et comparées à des études numériques issues de la littérature ayant traité cette configuration avec plusieurs modélisations thermodynamiques et différentes approches RANS. L'analyse des profils de sortie de tuyères et des prévisions de pression et de température sur le culot du lanceur a d'abord permis de mettre en avant l'influence de trois paramètres thermodynamiques : l'évaluation du ratio de chaleur spécifique  $\gamma_j$ , la prise en compte des réactions chimiques et le traitement thermique des parois internes des tuyères. Les hypothèses de modélisation bi-espèce retenues dans la présente étude pour ces différents paramètres sont apparues pertinentes en comparaison avec la littérature pour l'évaluation des niveaux de pression mais l'utilisation d'une condition limite isotherme pour les parois internes des tuyères devra cependant être envisagée pour améliorer les prévisions des niveaux de températures pariétales dans de futures études. Cette première étape a de plus permis d'exposer les limitations des approches RANS pour la prévision de la pression et de la température sur le culot du lanceur, justifiant la réalisation d'une simulation ZDES.

Ainsi, dans un second temps, une étude des apports de l'utilisation d'une approche ZDES par rapport à une approche RANS pour l'étude de l'écoulement d'arrière-corps d'un lanceur multi-tuyère a été réalisée en se basant sur la grille d'analyse déjà employée pour le cas d'écoulement d'arrière-corps mono-espèce et mono-tuyère. Ces apports sont de deux natures, d'une part l'usage de la ZDES a fourni des prévisions différentes des approches RANS pour l'évaluation des grandeurs aérodynamiques moyennes et d'autre part des informations sur le caractère instationnaire et multi-échelle de l'écoulement, inaccessibles avec des approches RANS, ont pu être analysées.

Concernant l'organisation moyenne de l'écoulement, des différences notables dans la prévision de la topologie des phénomènes fluides mis en jeu sont observées entre l'approche ZDES et l'approche RANS et se traduisent dans l'évaluation des grandeurs pariétales sur les parois du lanceur. Sur le culot du lanceur l'approche ZDES a ainsi permis une amélioration des prévisions par rapport aux simulations RANS grâce à sa capacité à reproduire la quasi-constance du profil radial de pression et le niveau de décroissance radiale de température mesurés expérimentalement. Des écarts qui pourraient impacter les phases de conception ont également été constatés entre les deux approches pour les distributions de pression et de température sur les parois externes des tuyères.

L'étude des caractéristiques instationnaires de l'écoulement a d'abord permis de montrer que, bien que les niveaux de fluctuations de pression ressenties par les parois soient globalement comparables à ceux observés sur des configurations mono-tuyères, l'absence d'axisymétrie de l'écoulement entraînait des variations importantes de ces niveaux en fonction de la position spatiale du point considéré. En particulier, les niveaux de fluctuations les plus importants ( $\approx 1\%$  de  $q_\infty$ ) ont été observés sur les parois des tuyères situées proche du point de confluence entre les jets. Une analyse spectrale des fluctuations de pression pariétale a enfin été réalisée pour certaines zones de l'arrière-corps. Malgré un temps de signal limité, des analyses en un point et en deux points des signaux de pression ont ainsi permis de retrouver la signature d'un phénomène analogue au lâcher tourbillonnaire observé pour des écoulements bidimensionnels, se produisant à une fréquence réduite de  $St_D = 0,2$ , observé dans la littérature pour des configurations axisymétriques. Sur une couronne extérieure du culot, la contribution aux fluctuations de pression d'un spectre

large bande à des fréquences élevées  $St_D \in [4, 10]$  a de plus été associée à la signature des instabilités de la couche de mélange annulaire. La contribution de ces instabilités est apparue dépendante de la position angulaire du capteur considéré du fait de l'influence des tuyères qui jouent un rôle stabilisant réduisant l'amplitude des fluctuations. Une hypothèse consistant à attribuer les pics de densité spectrale de puissance des signaux de pression observés sur le culot dans un intervalle  $St_D \in [0, 5; 2]$  à des modes de cavité a été étayée par des estimations analytiques fournissant des fréquences réduites appartenant à cet intervalle mais ne correspondant pas exactement à celles des pics observés et pourra être explorée plus en détail dans de futures études.

Les travaux réalisés pendant la thèse ont ainsi abouti à la mise en place et à la validation d'outils numériques qui ont permis une description qualitative et des prévisions quantitatives des propriétés d'un écoulement d'arrière-corps sur une configuration représentative des lanceurs de nouvelle génération. L'ensemble des résultats présentés confirment la nécessité d'employer des approches numériques capables de résoudre les grandes échelles de la turbulence et de prendre en compte les propriétés thermodynamiques des jets propulsifs pour permettre une caractérisation fiable de l'écoulement.

Dans la continuité de cette démarche, plusieurs perspectives peuvent être envisagées pour enrichir et optimiser les méthodes numériques implémentées d'une part et pour approfondir la compréhension physique des écoulements d'arrière-corps en appliquant ces méthodes sur des configurations dont les géométries et les régimes d'écoulement seront variés d'autre part.

## Perspectives

### Enrichissement et optimisation des méthodes numériques

Si le cadre numérique RANS/LES automatique proposé par la ZDES Mode 2 (2020) (voir **Chapitre 3**) a permis d'estimer de manière satisfaisante et avec un niveau d'intervention de l'utilisateur faible, les propriétés d'un écoulement d'arrière-corps propulsé par de l'air, la persistance d'écarts non négligeables avec des données expérimentales, notamment sur les niveaux moyens et instationnaires de pression sur le culot du lanceur, impose de considérer des voies d'amélioration possibles de ces prévisions. La première piste envisageable concerne la modélisation des fluctuations turbulentes au sein de la couche limite attachée se développant sur le corps du lanceur grâce au Mode 3 de la ZDES. La présence de ces fluctuations pourrait en effet enrichir le contenu spectral des variations de pression perçues par le culot et pallier la sous-estimation des niveaux de  $Cp_{rms}$  constatée dans cette zone. Le Mode 3 pourrait également être utilisé dans un cadre bi-espèce pour simuler des bulbes courts tels que rencontrés dans certaines configurations d'interaction onde de choc/couche limite (RSS : *Restricted Shock Separation*) se produisant au sein des tuyères optimisées en poussée (dites TOC : *Thrust Optimized Contour nozzle*). Une seconde voie d'exploration pourrait concerner directement le senseur utilisé au sein des méthodes numériques hybrides développées dans la thèse à savoir  $\beta(\Phi) = \tanh(c * \Phi)$  avec  $\Phi$  le senseur de Ducros. Des améliorations permettant d'obtenir des niveaux de dissipation numérique encore plus faibles dans les zones tourbillonnaires pourraient en effet être envisagées en utilisant une autre fonction que la fonction  $\tanh$ , une définition plus approfondie du paramètre  $c$  pouvant dépendre des paramètres locaux de l'écoulement ou encore en choisissant un senseur différent du senseur de Ducros pour l'hybridation des schémas.

Ensuite, l'implémentation d'une condition de paroi isotherme, à appliquer au sein des tuyères, pour le cadre numérique bi-espèce a été mentionnée comme pouvant améliorer de façon significative la prévision des niveaux de température en sortie de tuyère et sur les parois d'un lanceur expulsant des gaz chauds. Pour compléter la modélisation thermodynamique employée dans cette étude, la variation du ratio de chaleur spécifique  $\gamma_j$  en fonction de la température pourrait éga-



lement être prise en compte. Comme expliqué dans le **Chapitre 1**, cette prise en compte serait cependant associée à une augmentation du coût de calcul de l'ordre de 30%. Pour améliorer la prévision des profils de sortie de tuyère, tout en réduisant le coût du calcul instationnaire, une autre approche pourrait consister à utiliser directement un profil de sortie de tuyère issu d'un calcul stationnaire réactif réalisé préalablement. Une telle solution pourrait permettre une économie de cellules au sein du maillage (pas de résolution de l'écoulement dans les tuyères) qui pourrait être complétée par l'usage de lois de parois pour le traitement des couches limites attachées afin de réduire le coût de simulation et permettre d'obtenir des temps de signaux plus longs. Cette démarche de réduction du coût de simulation pourrait de plus être associée au choix d'une méthode de génération de maillage plus efficace que l'approche totalement structurée employée dans cette étude.

### Compréhension de la physique des écoulements d'arrière-corps

Les méthodes numériques bi-espèces développées durant la thèse n'ont été appliquées que pour un point de fonctionnement d'une configuration multi-tuyère. Pour permettre d'approfondir la compréhension des phénomènes physiques pilotant les écoulements d'arrière-corps multi-tuyère et accompagner la conception des lanceurs de nouvelle génération, des simulations balayant de manière plus large la plage de fonctionnement d'une telle configuration, notamment dans le régime transsonique, pourraient permettre une caractérisation plus complète du niveau et des fréquences caractéristiques des contraintes pouvant impacter le lanceur, notamment en fonction du type d'interactions (absence de collision, position du point de collision,...) entre les jets propulsifs. Le prolongement des travaux réalisés pourrait également porter sur une étude paramétrique détaillant l'influence de la disposition des tuyères (nombre, écartement, longueur,...) sur les effets néfastes principaux devant être minimisés (i.e. trainée de culot, charges latérales et recirculation de fluides chauds) .

Afin que les différentes études numériques évoquées précédemment constituent des sources d'information fiables pour la conception des futurs lanceurs, un effort de validation supplémentaire des méthodes numériques, notamment pour la prévision des propriétés fluctuantes et spectrales des écoulements, devra être mené sur des configurations d'arrière-corps propulsant des gaz chauds. Du fait de la rareté des données expérimentales sur de telles configurations, cet effort de validation nécessitera la réalisation de campagnes d'essais en soufflerie donnant accès à des évaluations moyennes et instationnaires sur des périodes longues des grandeurs de l'écoulement dans le champ et à proximité des parois. De tels essais devront permettre la mise en place d'une base de données expérimentales sur une configuration multi-tuyère de référence, expulsant des gaz brûlés, accessible pour l'évaluation d'approches numériques instationnaires avancées telles que la ZDES.

# **Annexes**



Annexe **A**

Matrices jacobiennes des flux

## A.1 Flux convectifs implicites

Exprimée par rapport aux flux convectifs, la matrice jacobienne des flux convectifs  $\underline{\Delta}$  s'écrit :

$$\begin{pmatrix} Y_2 \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & -Y_1 \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & Y_1 n_x & Y_1 n_y & Y_1 n_z & 0 \\ -Y_2 \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & Y_1 \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & Y_2 n_x & Y_2 n_y & Y_2 n_z & 0 \\ (\rho_2 X + \frac{1}{2}(\gamma - 1)\mathbf{U}^2)n_x - u\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & (-\rho_1 X + \frac{1}{2}(\gamma - 1)\mathbf{U}^2)n_x - u\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & (2 - \gamma)un_x + \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & (1 - \gamma)vn_x + un_y & (1 - \gamma)wn_x + un_z & (\gamma - 1)n_x \\ (\rho_2 X + \frac{1}{2}(\gamma - 1)\mathbf{U}^2)n_y - v\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & (-\rho_1 X + \frac{1}{2}(\gamma - 1)\mathbf{U}^2)n_y - v\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & (1 - \gamma)un_y + vn_x & (2 - \gamma)vn_y + \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & (1 - \gamma)wn_y + vn_z & (\gamma - 1)n_y \\ (\rho_2 X + \frac{1}{2}(\gamma - 1)\mathbf{U}^2)n_z - w\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & (-\rho_1 X + \frac{1}{2}(\gamma - 1)\mathbf{U}^2)n_z - w\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & (1 - \gamma)un_z + wn_x & (1 - \gamma)vn_z + wn_y & (2 - \gamma)wn_z + \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & (\gamma - 1)n_z \\ (\rho_2 X - \gamma e + (\frac{\gamma}{2} - 1)\mathbf{U}^2)\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & (-\rho_1 X - \gamma e + (\frac{\gamma}{2} - 1)\mathbf{U}^2)\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & (\gamma e + \frac{1}{2}\mathbf{U}^2)n_x - (\gamma - 1)u\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & (\gamma e + \frac{1}{2}\mathbf{U}^2)n_y - (\gamma - 1)v\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & (\gamma e + \frac{1}{2}\mathbf{U}^2)n_z - (\gamma - 1)w\mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & \gamma \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

TABLEAU A.1 – Matrice jacobienne des flux convectifs  $\underline{\Delta}$  (à multiplier par la surface de la facette  $\Delta S_{ijk,l}$ ).

En utilisant les matrices  $\underline{M}$  et  $\underline{M}^{-1}$  exprimées dans la section 2.4.5, on peut exprimer cette matrice par rapport aux variables primitives :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & 0 & \rho_1 n_x & \rho_1 n_y & \rho_1 n_z & 0 \\ 0 & \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & \rho_2 n_x & \rho_2 n_y & \rho_2 n_z & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & 0 & 0 & \frac{n_x}{\rho} \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & 0 & \frac{n_y}{\rho} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} & \frac{n_z}{\rho} \\ 0 & 0 & \gamma(\gamma - 1)\rho e n_x & \gamma(\gamma - 1)\rho e n_y & \gamma(\gamma - 1)\rho e n_z & \mathbf{U} \cdot \mathbf{n} \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

TABLEAU A.2 – Matrice jacobienne des flux convectifs par rapport aux variables primitives  $\underline{M}^{-1} \underline{AM}$  (à multiplier par la surface de la facette  $\Delta S_{ijk,l}$ ).

Cette étape de changement de base permet d'obtenir une matrice plus simple d'utilisation pour la recherche de ces valeurs propres et de ces vecteurs propres, utilisés notamment pour le traitement de certaines conditions limites.

## A.2 Flux diffusifs implicites

### Étape 1 : Flux diffusif $G^*$

$$\left( \begin{array}{c}
 \rho D^* \left[ \frac{\partial Y_1}{\partial x} n_x + \frac{\partial Y_1}{\partial y} n_y + \frac{\partial Y_1}{\partial z} n_z \right] \\
 \rho D^* \left[ \frac{\partial Y_2}{\partial x} n_x + \frac{\partial Y_2}{\partial y} n_y + \frac{\partial Y_2}{\partial z} n_z \right] \\
 \mu^* \left[ \left( \frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial w}{\partial z} \right) n_x \right] + \underbrace{\left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) n_y}_{\sigma_{12}} + \underbrace{\left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) n_z}_{\sigma_{13}} \\
 \mu^* \left[ \underbrace{\left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) n_x}_{\sigma_{11}} + \left( \frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial w}{\partial z} \right) n_y + \underbrace{\left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) n_y}_{\sigma_{13}} \right] \\
 \mu^* \left[ \underbrace{\left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) n_x}_{\sigma_{31}} + \underbrace{\left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) n_y}_{\sigma_{32}} + \underbrace{\left( \frac{4}{3} \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \right) n_y}_{\sigma_{33}} \right]
 \end{array} \right) \quad (A.3)$$

TABLEAU A.3 – Flux diffusif  $G^*$ .

Avec  $G_6^*$  :

$$\begin{aligned}
 G_6^* = & [\mu^*(\sigma_{11}u + \sigma_{12}v + \sigma_{13}w) + \lambda^* \frac{\partial T}{\partial x}] n_x + [\mu^*(\sigma_{21}u + \sigma_{22}v + \sigma_{23}w) + \lambda^* \frac{\partial T}{\partial y}] n_y \\
 & + [\mu^*(\sigma_{31}u + \sigma_{32}v + \sigma_{33}w) + \lambda^* \frac{\partial T}{\partial w}] n_z \quad (A.4) \\
 & + D^*(h_1 \left[ \frac{\partial Y_1}{\partial x} n_x + \frac{\partial Y_1}{\partial y} n_y + \frac{\partial Y_1}{\partial z} n_z \right] + *h_2 \left[ \frac{\partial Y_2}{\partial x} n_x + \frac{\partial Y_2}{\partial y} n_y + \frac{\partial Y_2}{\partial z} n_z \right])
 \end{aligned}$$

On réécrit les dérivées spatiales au sein de ce vecteur pour faire apparaître les variables primitives :

$$\frac{\partial T}{\partial a} = \frac{\partial P}{\partial a} = \frac{\partial P}{\partial a} \frac{1}{\rho r} - \frac{P}{(\rho r)^2} \left( r_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial a} + r_2 \frac{\partial \rho_2}{\partial a} \right) \quad (A.5)$$

$$\frac{\partial Y_1}{\partial a} = \frac{\partial \frac{\rho_1}{\rho_2 + \rho_1}}{\partial a} = \frac{1}{(\rho_1 + \rho_2)^2} \left( \frac{\partial \rho_1}{\partial a} (\rho_1 + \rho_2) - \rho_1 \left( \frac{\partial \rho_1}{\partial a} + \frac{\partial \rho_2}{\partial a} \right) \right) = \frac{1}{\rho} \left( Y_2 \frac{\partial \rho_1}{\partial a} - Y_1 \frac{\partial \rho_2}{\partial a} \right) \quad (A.6)$$

### Étape 2 : Calculer la matrice $(\frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_{pa}})_{ijk,l}$ pour $a = x, y, z$

A titre d'exemple, on exprime ici la matrice  $(\frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_{px}})_{ijk,l}$  (A.4) selon la coordonnée  $x$ . Des expressions similaires seront trouvées selon  $y$  et  $z$ .

$$\begin{pmatrix} Y_2 D^* n_x & -Y_1 D^* n_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_2 D^* n_x & Y_1 D^* n_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{3} \mu^* n_x & \mu^* n_y & \mu^* n_z & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} \mu^* n_y & \mu^* n_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2}{3} \mu^* n_z & 0 & \mu^* n_x & 0 \\ (-\lambda^* \frac{T}{\rho} \frac{T_1}{T} + Y_2 D^*(h_1 - h_2)) n_x & (-\lambda^* \frac{T}{\rho} \frac{T_2}{T} + Y_1 D^*(h_2 - h_1)) n_x & \frac{2}{3} \mu^*(2un_x - vn_y - wn_z) & \mu^*(vn_x + un_y) & \mu^*(wn_x + un_z) & \lambda^* \frac{T}{\rho} n_x \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

TABLEAU A.4 – Matrice jacobienne partielle selon la direction  $x$   $(\frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_{px}})_{ijk,l}$ .

### Étape 3 : Calculer la matrice jacobienne de $\mathbf{G}^*$ en fonction des variables primitives

On peut maintenant ajouter les trois matrices obtenues à l'étape précédente pour obtenir  $(\frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_p})_{ijk,l}$  :

$$\begin{pmatrix} \frac{\mu^*}{\Omega} & Y_2 \frac{D^*}{\mu^*} S^2 & -Y_1 \frac{D^*}{\mu^*} S^2 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_2 \frac{D^*}{\mu^*} S^2 & Y_1 \frac{D^*}{\mu^*} S^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{4}{3} S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 & \frac{1}{3} S_y S_x & \frac{1}{3} S_z S_x \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} S_y S_x & S_x^2 + \frac{1}{3} S_y^2 + S_z^2 & \frac{1}{3} S_y S_z \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} S_z S_x & \frac{1}{3} S_z S_y & S_x^2 + S_y^2 + \frac{4}{3} S_z^2 \\ \frac{S^2}{\mu^*} (-\lambda^* \frac{T}{\rho} \frac{T_1}{T} + Y_2 D^*(h_1 - h_2)) & \frac{S^2}{\mu^*} (-\lambda^* \frac{T}{\rho} \frac{T_2}{T} + Y_1 D^*(h_2 - h_1)) & \frac{1}{3} (uS_x S_y + vS_x S_z) + uS^2 & \frac{1}{3} (uS_x S_y + vS_y^2 + wS_y S_z) + vS^2 & \frac{1}{3} (uS_x S_z + vS_z S_y + wS_z^2) + wS^2 & \lambda^* \frac{T}{\rho} S^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

TABLEAU A.5 – Matrice jacobienne du flux visqueux  $\mathbf{G}^*$  en fonction des variables primitives  $(\frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_p})_{ijk,l}$ .

#### Étape 4 : Calculer la matrice jacobienne de $\mathbf{G}^*$ en fonction des variables conservatives

Il reste désormais à multiplier la matrice obtenue précédemment par  $M^{-1} = \left(\frac{\partial \mathbf{w}_p}{\partial \mathbf{w}_c}\right)$  pour obtenir la matrice jacobienne du flux visqueux  $\mathbf{G}$  en fonction des variables conservatives  $\left(\frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_c}\right)_{ijk,l}$ . Cette matrice est exprimée dans le tableau Tab.(A.6), seuls les termes nécessaires pour le calcul des valeurs propres sont présentés.

$$\frac{1}{\Omega} \begin{pmatrix} Y_2 D^* S^2 & -Y_1 D^* S^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_2 D^* S^2 & Y_1 D^* S^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ - & - & \nu^* \left(\frac{4}{3} S_x^2 + S_y^2 + S_z^2\right) & 0 & 0 & 0 \\ - & - & - & \nu^* \left(S_x^2 + \frac{4}{3} S_y^2 + S_z^2\right) & 0 & 0 \\ - & - & - & - & \nu^* \left(S_x^2 + S_y^2 + \frac{4}{3} S_z^2\right) & 0 \\ - & - & - & - & - & (\gamma - 1) \lambda^* \frac{T}{p} S^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

TABLEAU A.6 – Matrice jacobienne  $\underline{\mathbf{B}}$  du flux visqueux  $\mathbf{G}^*$  en fonction des variables conservatives  $\left(\frac{\partial \mathbf{G}^*}{\partial \mathbf{w}_c}\right)_{ijk,l}$ .

#### Étape 5 : Utiliser la méthode de Coakley [27] pour estimer la contribution de $\underline{\mathbf{B}}$ dans la phase implicite

La contribution de la matrice quasi-triangulaire obtenue à l'étape 4 est estimée en utilisant le maximum de ses valeurs propres  $\left(\delta \cdot \frac{S^2}{\Omega}\right)_{ijk,l} \cdot I_6$  avec pour chaque cellule  $\delta_{ijk,l} = \max\left(D^*, \frac{4}{3} \nu^*, \frac{\lambda^*}{\rho c_v}\right)_{ijk,l}$ .





# Résolution analytique d'écoulements canoniques

On présente dans cette annexe les procédures mises en place pour la résolution analytique des cas de tube à choc et de confluence de deux écoulements supersoniques non visqueux présentés dans le **Chapitre 2**.

## B.1 Tube à choc

Comme décrit dans [33], l'étude du tube à choc est un exercice classique de la dynamique des gaz et de la simulation numérique. Si les phénomènes physiques mis en jeu, que nous rappellerons brièvement, présentent un intérêt propre pour la compréhension de l'aérodynamique compressible et la conception de soufflerie supersonique, c'est ici en tant que problème de référence de la résolution numérique des équations de Navier-Stokes (réduites aux équations d'Euler dans ce cas) que nous nous y intéressons. En effet, ce cas de figure est représentatif du problème de Riemann que le schéma devra résoudre à chaque interface entre les cellules du maillage. De plus, la solution exacte de ce problème est calculable : une évaluation précise des résultats de simulation est donc possible.

### Bases théoriques

La figure (B.1) décrit la configuration étudiée. Le tube, que l'on peut considérer unidimensionnel selon une abscisse  $x$ , est initialement divisé en deux espaces (gauche (L) et droit (R)) séparés par une membrane placée en  $x = x_0$  au milieu du tube. L'état de gauche est caractérisé par une pression supérieure à l'état droit et les fluides sont au repos de part et d'autre de la membrane. On considère une rupture de la membrane à l'instant  $t = 0$ . Plusieurs processus physiques vont alors se produire pour équilibrer la pression entre les deux sections.

Le gaz initialement situé à gauche (rapport des chaleurs spécifiques  $\gamma_L$ ) de la membrane va se détendre via un faisceau d'ondes de détente (E) et s'écouler vers la droite en poussant le second gaz. Cette détente est un processus continu.

Le gaz initialement à droite (rapport des chaleurs spécifiques  $\gamma_R$ ) de la membrane va être comprimé ce qui se traduit par la formation d'une onde de choc ((1)-(R)) se déplaçant de la gauche vers la droite, la pression  $p(x)$ , la masse volumique  $\rho(x)$  et la vitesse  $U(x)$  dans le tube sont disconti-

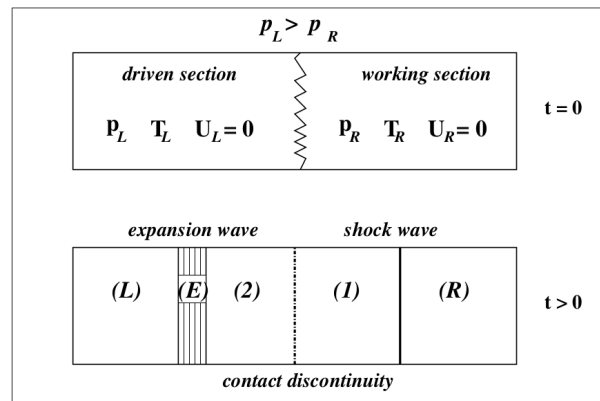


FIGURE B.1 – Schéma de principe d'un tube à choc [33].

nues à travers ce choc. On définit de plus  $a(x) = \sqrt{\gamma(x) \frac{p(x)}{\rho(x)}}$  la vitesse du son qui varie dans les différentes zones du tube.

A l'interface entre les deux gaz se forme une discontinuité de contact ((2)-(1)) au travers de laquelle  $U(x)$  et  $p(x)$  sont continues mais  $\rho(x)$  peut être discontinue.

## Résolution analytique

L'analyse des équations d'Euler mono-dimensionnelles [70] montre que l'on peut décrire analytiquement l'évolution des grandeurs au sein du tube dans un plan  $(x, t)$  (Figure B.2). On combine dans un premier temps les relations de Rankine-Hugoniot pour traiter le choc ((1)-(R)), les invariants de Riemann pour traiter la détente ((L)-(E)-(2)) et la continuité de pression au niveau de la discontinuité de contact ( $p_1 = p^* = p_2$ ) pour former un problème de point de fixe déterminant la pression au niveau de la discontinuité et permettant ensuite de calculer les valeurs de chaque grandeur dans les différentes zones du tube. On utilise dans un second temps les courbes caractéristiques du problème pour déterminer l'étendue et la position de chaque zone.

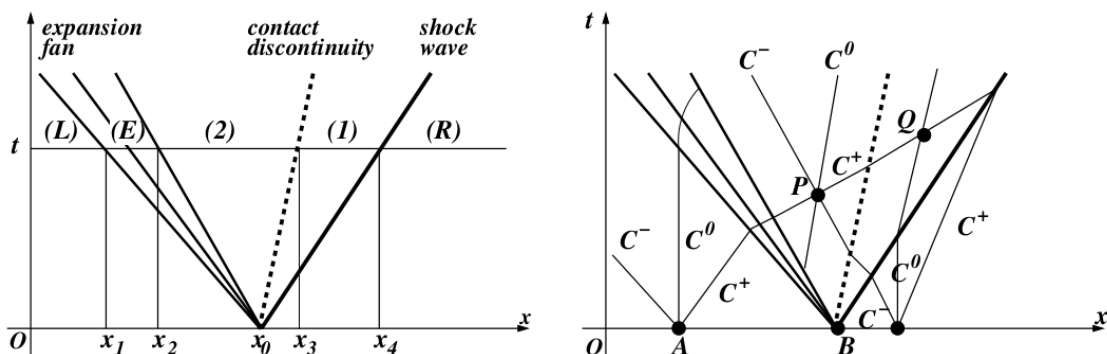


FIGURE B.2 – Caractéristiques spatio-temporelles d'un tube à choc [33].

### États dans chaque zone

On utilise en pratique l'approche de Sod [157] adaptée par Abgrall [1]. On introduit les quantités  $M_L$  et  $M_R$  :

$$M_L = \frac{p^* - p_L}{U^* - U_L} \quad M_R = \frac{p^* - p_R}{U^* - U_R} \quad (\text{B.1})$$

Où  $p^*$  et  $U^*$  sont la pression et la vitesse au niveau de la discontinuité de contact. Ces expressions se simplifient dans le cas étudié où  $U_L = U_R = 0$  et on peut alors établir l'égalité :

$$\boxed{\frac{M_R}{p^* - p_R} = \frac{M_L}{p^* - p_L}} \quad (\text{B.2})$$

Dans le cas d'un choc entre les états (1) et (R) :

$$p_1 = p^* \quad M_R = \sqrt{p_R \rho_R \left[ \frac{\gamma_R + 1}{2} \frac{p^*}{p_R} + \frac{\gamma_R - 1}{2} \right]} \quad (\text{B.3})$$

Dans le cas d'une détente entre les états (L) et (2), on combine les deux invariants de Riemann associés à la valeur propre  $u - a$  :

$$\frac{p}{p_L} = \left( \frac{\rho}{\rho_L} \right)^{\gamma_L} \quad ; \quad u + \frac{2}{\gamma_L - 1} a = Cte \quad (\text{B.4})$$

Pour obtenir :

$$M_L = \frac{\gamma_L - 1}{2\sqrt{\gamma_L}} \sqrt{\rho_L p_L} \frac{(p^*/p_L) - 1}{1 - (p^*/p_L)^{(\gamma_L - 1)/2\gamma_L}} \quad (\text{B.5})$$

L'égalité (B.2) constitue alors un problème de point fixe qui peut être par exemple résolu par un algorithme de Newton pour obtenir la valeur de  $p^*$  puis  $u^*$ .

Les relations (B.4) permettent de calculer les variables de l'état (E) et de l'état (2). On peut ensuite déterminer le nombre de Mach du choc ( $M_c$ ) entre (1) et (R) puis  $\rho_1$  (en (1)) en utilisant de nouveau les relations de Rankine-Hugoniot.

### Positions et étendues des zones

Pour un instant  $t$  fixé, on veut déterminer les valeurs de  $x_1, x_2, x_3, x_4$  (voir Figure B.2) pour décrire complètement l'écoulement au sein du tube.

Le faisceau d'onde de détente est délimité par des deux courbes caractéristiques  $C^-$  issues du point  $x_0$ , l'une étant considérée comme appartenant à la zone (L) avec une pente  $\frac{dx}{dt} = -a_L = -\sqrt{\frac{\gamma_L p_L}{\rho_L}}$  et l'autre appartenant à la zone (2) avec une pente  $\frac{dx}{dt} = U_2 - a_2$ . On obtient donc :

$$\boxed{x_1 = x_0 - a_L t \quad x_2 = x_0 + (U_2 - a_2 t)} \quad (\text{B.6})$$

La discontinuité de contact se propage à la vitesse  $U^* = U_1 = U_2$  soit :

$$\boxed{x_3 = x_0 + U^* t} \quad (\text{B.7})$$

Enfin le choc se propage à la vitesse  $U_c = M_c * a_R$  et on obtient :

$$\boxed{x_4 = x_0 + U_c t} \quad (\text{B.8})$$

Cette résolution a été appliquée pour les deux cas de tube à choc servant à la validation des méthodes numériques bi-espèces.

## B.2 Confluence de deux écoulements supersoniques

Pour compléter la validation des méthodes numériques bi-espèces sur un cas de confluence entre deux écoulements supersoniques, on rappelle ici la phénoménologie de l'écoulement et on détaille la méthode de résolution analytique employée pour permettre une évaluation des simulations numériques.

### Phénoménologie

Comme présenté figure (B.3), lorsque deux écoulements supersoniques (avec des conditions  $(P_1, M_1, \gamma_1)$  et  $(P_5 > P_1, M_5, \gamma_5)$ ), de même température, initialement séparés par une plaque, se rencontrent, plusieurs phénomènes vont entrer en jeu pour atteindre un équilibre en pression.

Comme dans le cas d'un jet sous-détendu ( $JPR = \frac{P_5}{P_1} > 1$ ), l'écoulement issu de la zone (5) va se détendre afin de diminuer en pression par le biais d'une expansion ((5)-(4)-(3)) pour atteindre une pression  $P_3 = P_2$  et un nombre de Mach  $M_3$ . La ligne de glissement qui se forme entre les deux fluides forme ainsi un angle  $\beta$  avec l'horizontal. La propagation de cette détente au sein de l'écoulement se traduit par un faisceau de détente (4) délimité par l'onde de Mach issue de l'arrêt de la plaque avec un angle  $\Psi_1 = -\arcsin(\frac{1}{M_5})$  avec l'horizontal et l'onde de Mach également issue de l'arrêt mais formant un angle  $\Psi_2 = -\arcsin(\frac{1}{M_3}) + \beta$  avec l'horizontal.

La déviation de l'écoulement (1) par la ligne de glissement va induire la formation d'un choc oblique qui va dévier l'écoulement et permettre d'atteindre une pression  $P_2 > P_1$ . Ce choc forme un angle  $\theta$  avec l'horizontale.

### Résolution analytique

La méthode de résolution analytique est similaire à celle utilisée dans le cas du tube à choc, cependant les écoulements étant bi-dimensionnels, l'enjeu va être de prévoir correctement les angles délimitant les différentes zones de l'écoulement. On va en premier lieu déterminer l'angle de la ligne de glissement qui sépare les deux espèces. Pour cela, on va chercher à obtenir la compatibilité entre l'angle issu de la détente du gaz de la zone (5) et celui issu du choc de compression se produisant dans la zone (1) grâce à un processus itératif.

Plus précisément, on commence ( $k = 1$ ) par supposer que le gaz de la zone (5) va se détendre jusqu'à la pression  $P_3(k) = P_1 + k * \Delta P$  ( $\Delta P = \frac{P_5 - P_1}{1000}$  par exemple). On peut alors calculer un angle de détente  $\beta_{3,k}$  grâce aux équations de Prandtl-Meyer rappelées dans [119] :

$$\boxed{\beta_{3,k} = \Delta\nu = \nu_5 - \nu_3(k)} \quad (\text{B.9})$$

Avec

$$\nu_i = \sqrt{\frac{\gamma_i + 1}{\gamma_i - 1}} \arctan\left(\sqrt{\frac{\gamma_i - 1}{\gamma_i + 1}} \sqrt{M_i^2 - 1}\right) - \arctan(\sqrt{M_i^2 - 1}) \quad (\text{B.10})$$

Ces relations nécessitent de connaître le nombre de Mach dans la zone (3) qui est accessible grâce à la relation :

$$\frac{P_3(k)}{P_5} = \left( \frac{2 + (\gamma_5 - 1)M_3^2(k)}{2 + (\gamma_5 - 1)M_5^2} \right)^{\frac{\gamma_5}{\gamma_5 - 1}} \quad (\text{B.11})$$

On peut d'autre part obtenir la valeur de l'angle  $\beta_{2,k}$  que formerait la ligne de glissement pour induire un choc oblique amenant le gaz 1 de  $P_1$  à la pression  $P_2(k) = P_3(k)$  grâce aux relations de

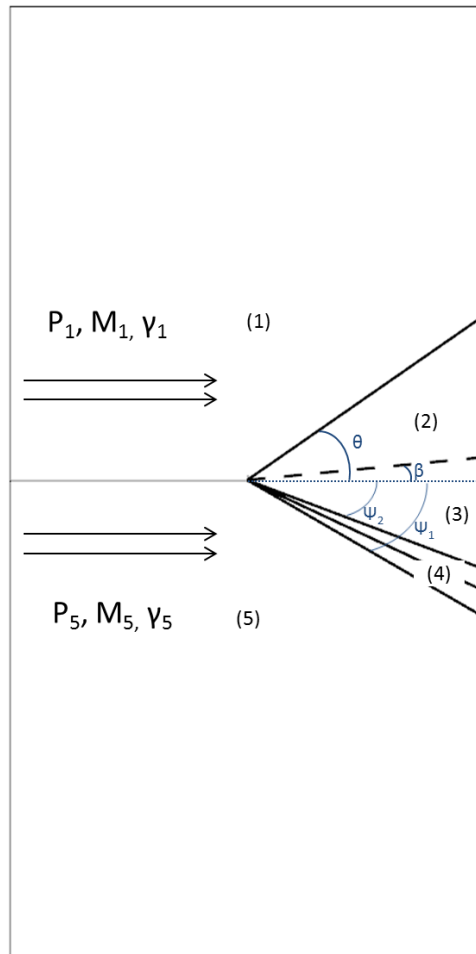


FIGURE B.3 – Schéma de principe de la confluence de deux écoulements supersoniques. Choc oblique ((1)-(2)), ligne de glissement ((2)-(3)), faisceau de détente ((3)-(4)-(5)).

choc obliques [119].

$$\tan \beta_{2,k} = \frac{2}{\tan \theta_{2,k}} \frac{M_1^2 \sin^2 \theta_{2,k} - 1}{M_1^2 (\gamma_1 + \cos 2\theta_{2,k}) + 2} \quad (\text{B.12})$$

et

$$\frac{P_2(k)}{P_1} = 1 + \frac{2\gamma_1}{\gamma_1 + 1} (M_1^2 \sin^2 \theta_{2,k} - 1) \quad (\text{B.13})$$

En combinant les deux équations précédentes et après applications de relations trigonométriques on peut exprimer  $\beta_{2,k}$  en fonction de  $P_2(k)$  :

$$\tan \beta_{2,k} = \frac{\frac{P_2(k)}{P_1} - 1}{\gamma_1 M_1^2 - \left(\frac{P_2(k)}{P_1} - 1\right)} \sqrt{\frac{2\gamma_1 M_1^2 - \gamma_1 + 1 - (\gamma_1 + 1) \frac{P_2(k)}{P_1}}{(\gamma_1 + 1) \frac{P_2(k)}{P_1} + \gamma_1 - 1}} \quad (\text{B.14})$$

On va ensuite incrémenter  $P_3(k)$  et jusqu'à obtenir un accord  $\beta_{2,k} = \beta_{3,k} + \epsilon$  ( $\epsilon = 0,01^\circ$  par exemple) et donc en déduire les valeurs de  $\beta$ ,  $P_2 = P_3$ ,  $M_2$  et  $M_3$ . Ces valeurs calculées, l'angle du choc  $\theta$  et les angles de Mach  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$  sont alors accessibles.



Annexe **C**

Towards Binary Gas Mixture ZDES for  
Space Launcher Base Flow Prediction, 55<sup>th</sup>  
3AF International Conference on Applied  
Aerodynamics





## Towards Binary Gas Mixture ZDES for Space Launcher Base Flow Prediction

J.Reynaud<sup>(1)</sup>, P-E.Weiss, <sup>(1)</sup> and S.Deck<sup>(1)</sup>

<sup>(1)</sup>ONERA-The French Aerospace Lab, 8 rue des Vertugadins 92190 Meudon (France), pierre-elie.weiss@onera.fr

### ABSTRACT

In order to improve space launcher base flow predictions, it has been shown that the thermodynamic properties of the propulsive jet had to be taken into account. To this end, this paper proposes an extension of a mono-species Navier-Stokes solver (FLU3M) to permit the simulation of inert bi-species flows. The extended framework is based on a six-equation finite volume formulation. The physical modelling and the different numerical methods implemented are first described and then validated on a set of test cases of growing complexity with successful RANS and ZDES bi-species simulations. The framework is then used to study a generic space launcher base flow.

### 1. INTRODUCTION

The prediction of the afterbody flow of a space launcher during its flight is of primary importance for the correct assessment of the aerodynamic performance and the stability of the vehicle, especially in order to establish new designs such as reusable launchers. In flight, the massively separated turbulent flow behind the base and around the nozzle(s) induces two major effects: base drag and side-loads. First, base drag, mainly due to the low pressure recirculation zone forming behind the base constitutes a significant contribution to the overall drag. Then, side-loads (related to the buffeting phenomena), caused by pressure fluctuations linked to the large-scale unsteady motion of the recirculation bubble, influence the flight stability and may cause vibrations of the mechanical structures. The multi-gas interactions between the propulsive jet(s) and the base flow may furthermore enhance the adverse effects. Extrapolations of air-only simulation results to real flight conditions are known to be limited [15] and physical properties of the exhaust gas have thus to be taken into account for realistic predictions.

As a result of this complexity, performing an accurate

simulation of a launcher's aerodynamics in flight-like conditions remains a challenge for wind tunnel testing [25] (scaling issues, measurements limitations, probe integrity, exploitation costs) and computational fluid dynamics [4] (turbulence modelling, numerical accuracy, multi-physics coupling, computational costs). The aerodynamic design of space launchers is thus still largely based on semi-empirical methods. To contribute to the progress in space launcher base flow predictions, we propose an extension of the Navier-Stokes solver FLU3M (widely used on space launcher cases for mono-species simulations [20]) to enable the simulation of turbulent flows containing two inert and calorically perfect gases. A pre-existing explicit, Euler bi-species module [13] is the basis of our numerical framework. This new framework, enabling to define different gas properties for the outer flow and the exhaust gas, could represent a good compromise between modelling complexity and relevant physics prediction for space launcher aerodynamics. The paper focuses on the extension of the solver and its validation test cases of growing complexity. An application on a generic launcher design is then presented.

### 2. PHYSICAL MODELLING

#### 2.1 Governing equations

To describe a binary gas mixture flow (no source terms), one can use the general conservative form of the averaged or filtered Navier Stokes equations:

$$\frac{\partial \mathbf{w}_c}{\partial t} + \text{div}(\mathcal{F}) = \text{div}(\mathcal{G}) \quad (1)$$

$\mathbf{w}_c = {}^t(\rho_1, \rho_2, \rho \mathbf{V}, \rho E)$  denotes the vector of conserved quantities, containing 6 variables against 5 in a mono-species case.  $\rho_1$  et  $\rho_2$  are the two gas densities and  $\rho$  is the density of the mixture.  $\mathbf{V} = {}^t(u, v, w)$  is the velocity

<sup>1</sup>The blue terms represent the difference between a mono-species formulation and a two-species one.

vector of the flow and  $E$  is the total energy of the mixture.  $\mathcal{F}$  and  $\mathcal{G}$  are the convection and diffusion terms:

$$\mathcal{F} = {}^t(\rho_1 \mathbf{V}, \rho_2 \mathbf{V}, \rho \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} + \overline{pI}, (\rho E + p) \mathbf{V}) \quad (2)$$

$$\mathcal{G} = {}^t(\mathbf{J}_1^*, \mathbf{J}_2^*, \overline{\overline{\tau}}^*, \overline{\overline{\tau}}^* \cdot \mathbf{V} - \mathbf{q}^* - \mathbf{J}_E^*) \quad (3)$$

With  $P$  the mixture pressure,  $\mathbf{J}_i^* = \mathbf{J}_i + \mathbf{J}_{t_i}$  the total mass flux of the  $i$ th species with  $\mathbf{J}_i$  the laminar mass flux and  $\mathbf{J}_{t_i}$  the unresolved turbulent mass flux,  $\mathbf{q}^* = \mathbf{q} + \mathbf{q}_t$  the total heat flux with  $\mathbf{q}$  the laminar heat flux and  $\mathbf{q}_t$  the unresolved turbulent heat flux,  $\mathbf{J}_E^*$  the total energy flux.  $\overline{\overline{\tau}}^*$  is the combination of the viscous stress and the unresolved turbulent stress tensors:

$$\tau_{ij}^* = 2(\mu + \mu_t)(S_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}S_{ii}) \quad i, j = 1..3 \quad (4)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \quad i, j = 1..3 \quad (5)$$

with  $\mu$  and  $\mu_t$  being the dynamic viscosity and the turbulent viscosity which is provided by a turbulence model. In this study we will use the Spalart-Allmaras [28] RANS approach and the ZDES multi-resolution approach [9].

## 2.2 Thermodynamic Properties

Several equations describing the thermodynamic properties of the two calorically perfect gases and the transport properties of the flow are needed to close the governing equations. First, in any volume, the density of the mixture is defined as :

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 = \rho(Y_1 + Y_2) \quad (6)$$

with  $Y_i$  the mass fraction of the  $i$ th species. As a consequence of this definition we can note that :

$$\boxed{Y_1 + Y_2 = 1 \quad \text{and} \quad \nabla Y_1 = -\nabla Y_2} \quad (7)$$

The thermodynamic properties for each of the two gases ( $i=1,2$ ) are defined as :

$$\gamma_i = \frac{c_{p_i}}{c_{v_i}}, \quad c_{p_i} - c_{v_i} = r_i \quad (8)$$

$c_{p_i}$  et  $c_{v_i}$  being the constant pressure and the constant volume heat capacities,  $\gamma_i$  the specific heat ratio and  $r_i$  the specific gas constant. Assuming a thermal equilibrium between the two gases, we define the internal energy  $e_i$  and the specific enthalpy  $h_i$  :

$$e_i = c_{v_i}T, \quad h_i = c_{p_i}T = \gamma_i e_i = e_i + \frac{p_i}{\rho_i} \quad (9)$$

As these quantities are extensive, one can deduce:

$$c_v = Y_1 c_{v_1} + Y_2 c_{v_2}, \quad c_p = Y_1 c_{p_1} + Y_2 c_{p_2} \quad (10)$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{Y_1 \gamma_1 c_{v_1} + Y_2 \gamma_2 c_{v_2}}{Y_1 c_{v_1} + Y_2 c_{v_2}}, \quad r = c_p - c_v = Y_1 r_1 + Y_2 r_2 \quad (11)$$

Then, using the Dalton's Law for calorically perfect gases, the mixture pressure is obtained as the sum of both partial pressures to express the equation of state for the mixture. Finally, internal energy and pressure are coupled and the total energy of the mixture is expressed as follows :

$$p = p_1 + p_2 = (\rho_1 r_1 + \rho_2 r_2)T = \rho r T \quad (12)$$

$$p = \rho r \frac{e}{c_v} = \rho(\gamma - 1)e, \quad \rho E = \rho e + \frac{1}{2}\rho \mathbf{V}^2 \quad (13)$$

## 2.3 Transport Properties

**Viscous Flux** An acknowledged approximation for binary gas mixture is to define the viscosity as a weighted sum of the two species viscosity [26] :

$$\mu = Y_1 \mu_1 + Y_2 \mu_2 \quad (14)$$

For each species, the viscosity  $\mu_i$  is given by a Sutherland's law. The total viscosity can thus be defined as  $\mu^* = \mu + \mu_t$ .

**Energy Flux** The heat flux  $\mathbf{q}$  from Fourier's law is:

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T \quad (15)$$

We define the thermal conductivity for each species thanks to a constant Prandtl number  $Pr_i$ . The thermal conductivity of the mixture is then estimated as a viscosity-weighted average of both conductivities [26]:

$$\lambda_i = \frac{\mu_i c_{p_i}}{Pr_i}, \quad \lambda = \mu \left( \frac{\lambda_1}{\mu_1} Y_1 + \frac{\lambda_2}{\mu_2} Y_2 \right) \quad (16)$$

To account for the effect of turbulence on heat transfer, the turbulent heat flux  $\mathbf{q}_t$  is defined thanks to a turbulent Prandtl number defined for the mixture flow:

$$\mathbf{q}_t = -\lambda_t \nabla T, \quad \lambda_t = \frac{\mu_t c_p}{Pr_t} \quad (17)$$

The total thermal conductivity is then defined as  $\lambda^* = \lambda + \lambda_t$ . Moreover, in a mixture, the energy flux is linked to the diffusion of enthalpy:

$$\mathbf{J}_E^* = \mathbf{J}_1^* h_1 + \mathbf{J}_2^* h_2 \quad (18)$$

**Mass Diffusion** To model mass diffusion fluxes, the Hirschfelder-Curtis approximation [16] is considered as the most accurate first order approximation available. For a binary gas mixture, it reduces to Fick's diffusion law [23]:

$$\boxed{\mathbf{J}_1 = -\rho D \nabla Y_1} \quad \boxed{\mathbf{J}_2 = -\rho D \nabla Y_2} \quad (19)$$

With  $D = \mathcal{D}_{12} = \mathcal{D}_{21}$  the mixture diffusion coefficient. This formulation traduces the tendency to balance mass fractions as the fluxes are opposed to mass fraction gradients. The mass conservation condition can be verified:

$$\mathbf{J}_1 + \mathbf{J}_2 = -\rho D(\nabla Y_1 + \nabla Y_2) = 0 \quad (20)$$

The diffusion coefficient  $D$  may be derived from particles collisions models and thermodynamic variables, it is known to vary as  $D \sim \frac{T^{3/2}}{p}$  [30]. For fluid mechanics problems involving inert gases, a simplified model is usually chosen.  $D$  is defined thanks to the Schmidt Number  $Sc$  expressing a ratio between viscous and mass diffusions:

$$D = \frac{\mu}{\rho Sc} \quad (21)$$

An usual hypothesis based on experimental observations is to consider  $Sc$  constant. As for heat transfer, we furthermore define a turbulent diffusion coefficient to compute  $\mathbf{J}_t = -\rho D_t \nabla Y_i$  the unresolved turbulent mass fluxes. This coefficient is expressed thanks to a turbulent Schmidt number to form the total diffusion coefficient:

$$D_t = \frac{\mu_t}{\rho Sc_t}, \quad D^* = D + D_t \quad (22)$$

$Sc$  and  $Sc_t$  are usually defined empirically with wind tunnel experiments and numerical simulations.

### 3. NUMERICAL METHODS

The previous section concerned the continuous form of the equations associated to thermodynamics of a binary gas mixture. To solve these two-species Navier-Stokes equations, modified numerical schemes are needed. An implicit finite volume formulation of the governing equations (2<sup>nd</sup> order in time) yields for an hexahedral cell (i,j,k) with a volume  $\Omega_{ijk}$ :

$$\begin{aligned} \frac{3}{2}\Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1} - \frac{1}{2}\Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^n + \frac{\Delta t}{\Omega_{ijk}}(\mathbf{F}(\mathbf{w}_c) - \mathbf{G}(\mathbf{w}_c))_{ijk,l}^n = \\ - \frac{\Delta t}{\Omega_{ijk}} \sum_{l=1}^6 \left[ \left( \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{w}_c)}{\partial \mathbf{w}_c} - \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{w}_c)}{\partial \mathbf{w}_c} \right)_{ijk,l}^n \Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1} \right] \end{aligned} \quad (23)$$

Where  $n$  and  $n+1$  represent consecutive timesteps and  $\Delta(\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1} = (\mathbf{w}_c)_{ijk}^{n+1} - (\mathbf{w}_c)_{ijk}^n$ . For each interface  $l$  (with a normal vector  $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$  and surface  $\Delta S_{ijk,l}$ ), the discrete convective and diffusive fluxes  $\mathbf{F}$  and  $\mathbf{G}$  are:

$$\mathbf{F}(\mathbf{w}_c)_{ijk,l} = \begin{pmatrix} \rho_1(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \\ \rho_2(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \\ \rho u(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) + p n_x \\ \rho v(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) + p n_y \\ \rho w(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) + p n_z \\ (\rho E + p)(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) \end{pmatrix}_{ijk,l} \cdot \Delta S_{ijk,l} \quad (24)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{w}_c)_{ijk,l} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{n} \\ \mathbf{J}_2 \cdot \mathbf{n} \\ \tau_{xx}^* n_x + \tau_{xy}^* n_y + \tau_{xz}^* n_z \\ \tau_{xy}^* n_x + \tau_{yy}^* n_y + \tau_{yz}^* n_z \\ \tau_{xz}^* n_x + \tau_{yz}^* n_y + \tau_{zz}^* n_z \\ (\bar{\tau}^* \cdot \mathbf{V} - \mathbf{q}^* + \mathbf{J}_E) \cdot \mathbf{n} \end{pmatrix}_{ijk,l} \cdot \Delta S_{ijk,l} \quad (25)$$

To solve equation (23), different methods have been enhanced to adapt the FLU3M solver. They are presented here but the details of these features will be described in a future article.

#### 3.1 Discrete fluxes

**Explicit convective fluxes** A two-species Roe scheme was already available for the evaluation of the explicit convective fluxes for binary gas mixture flows [1], we have adapted two others : AUSM+ [17] a second robust upwind scheme and an AUSM+(P) [19] as a basis for high-fidelity, scale resolving schemes. The spatial accuracy of those schemes are extended thanks to several MUSCL approaches (Minmod (2nd Order) , Koren (3rd Order) and 3rd-Order upwind biased (called Kap here)).

**Explicit diffusion fluxes** To evaluate the diffusion flux vector  $\mathbf{G}$ , the average of their right and left center values are used to estimate  $\rho, D^*, \mu^*, \lambda^*, \mathbf{V}, h_i$  at the cell interface. Estimations of velocity, mass fraction and temperature gradients are needed as well. To this end, a corrected Green-Gauss mono-species approach described in [18] is adapted to include mass fraction gradient computations. It is designed to prevent numerical instabilities that can arise due to odd-even decoupling oscillations allowed by the original Green-Gauss approach.

**Implicit fluxes** As seen in equation (23), Jacobian matrices of the fluxes are involved in the implicit formulation of the time scheme. We have assessed these matrices by adapting the procedure presented by Pechier [21] for mono-species flows.

#### 3.2 User's input

In the numerical framework implemented, the user has to define Sutherland's law constants  $[\mu_0, S_t, T_0]$  and  $[\gamma_i, c_{v_i}, Pr_i]$  for the two gases ( $i=1,2$ ) involved in the simulation and  $[Pr_t, Sc, Sc_t]$  for the mixture. These quantities permit to initialize the conservative variables ( $\rho_1 = \rho * Y_1, \rho_2 = \rho * Y_2, \rho \mathbf{V}, \rho E$ ) in any zone of the computational domain.

### 4. TEST CASES

As the method is now presented, results on a set of validation cases of growing complexity are described.

## 4.1 Shock Tube

**Theoretical background** The shock tube is a fundamental exercise in gas dynamics as well as a reference case for the numerical resolution of the Euler equations [8]. The analytical solution of this problem can be computed and an evaluation of the numerical results can thus be performed. The studied configuration is presented in

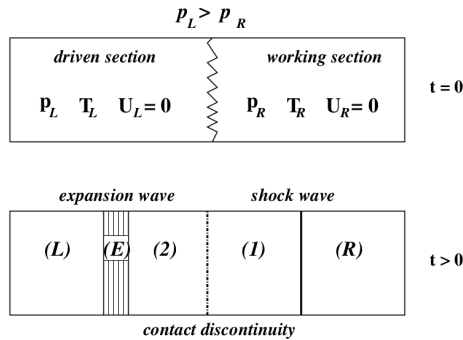


Figure 1: Shock tube configuration [8]

Fig.1. The infinite tube, that can be considered as mono-dimensional along an abscissa  $x$ , is initially divided into two zones (left L, right R) separated by a membrane located at  $x = x_0$ . The pressure in the left zone is higher than in the right one and both fluids are at rest. We consider a sudden rupture of the membrane at the time  $t=0$ . Several phenomena such as expansion and shock waves occur to balance the pressure between the two zones. The analysis of Euler's equations enables to describe analytically the evolution of physical properties in the tube and one can then form a fixed point algorithmic problem to determine the pressure at the contact discontinuity [1][8]. The time and space variations of physical properties can thus be expressed thanks to characteristic curves.

**Air shock tube** The first test case consists in the simulation of a shock tube with air at both side of the tube. The parameters, chosen to ensure high pressure and density ratios are presented in Tab.1. We consider the tube on a 1 m length ( $x_0=0.5$  m) and study the flow after 0,2 s. The mesh used for the FLU3M calculation is uniform with 500 points along the length of the tube and 10 points in each normal direction.

$\gamma_L$	$p_L$	$\rho_L$	$\gamma_R$	$p_R$	$\rho_R$
1.4	$10/\gamma$	8	1.4	$1/\gamma$	1

Table 1: Initial parameters for the air shock tube

During preliminary tests both fluids are defined as air and each zone is initialized with various mass fractions (1/0; 0.7/0.3; 0/1). A binary gas mixture simulation is then performed by defining air as a mixture of nitrogen  $N_2$  (76.7 mass%) and oxygen  $O_2$  (23.3 mass%) as in [14].

The thermodynamic properties were taken from NIST tables ( $\gamma_{O_2} = 1.396$  and  $\gamma_{N_2} = 1.401$ ). The simulations were performed with different schemes and a Minmod limiter.

On Fig.2, describing velocity and density variations, one can distinguish the expansion fan, the contact discontinuity and the shock wave along the  $x$  axis and verify that the simulation results agrees well with the analytical one. Small differences are due to numerical dissipation which slightly differs between the three schemes, the AUSM<sup>+</sup>(P) being the less dissipative one.

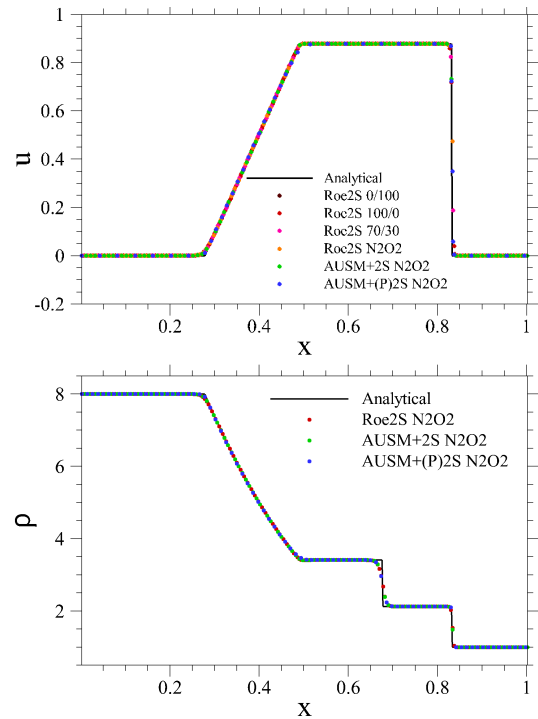


Figure 2: Velocity (top) and density (bottom) distribution in the air shock tube.

**Two species shock tube** We now consider two different species, with different specific heat ratios. Each species fills one zone of the tube. The parameters chosen (Tab.2) ensure that mass diffusion is inhibited. Several reconstruction methods are tested on this case. Results presented in Fig.3 show again a good agreement with the analytical solution. Furthermore, expected differences between MUSCL reconstruction methods appear. The two 3<sup>rd</sup> order methods are less dissipative and capture the shock and the contact discontinuity more sharply than with a Minmod limiter. However they tend to induce oscillations near those discontinuities which can cause numerical instabilities. For instance, only Roe's scheme is stable with the upwind 3<sup>rd</sup> order approach (Kap).

$\gamma_L$	$p_L$	$\rho_L$	$Y_{1L}$	$\gamma_R$	$p_R$	$\rho_R$	$Y_{1R}$
1.4	1	1	1	1.2	0.1	0.125	0

Table 2: Initial parameters for the two species shock tube

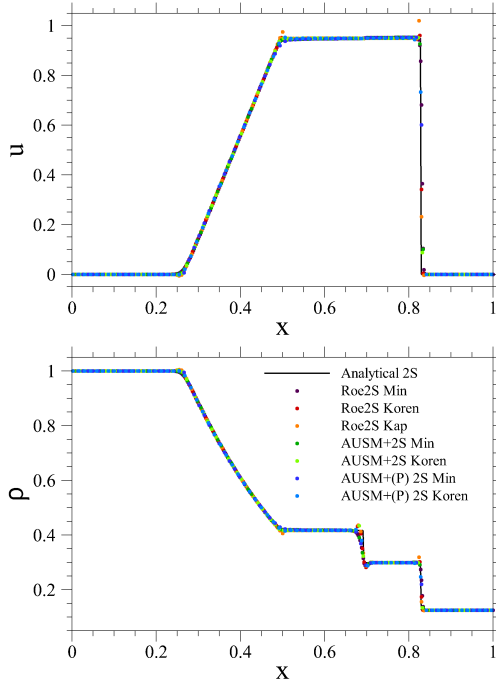


Figure 3: Velocity (top) and density (bottom) distributions in the shock tube containing two gases.

## 4.2 Supersonic Confluence

Studying the confluence of two supersonic streams as in [2] has two main interests. First, as a 2D version of the shock tube, most of the solution can again be computed analytically. Second, this configuration represents a first step towards the simulation of a supersonic propulsive jet entering a supersonic flow with a different  $\gamma$ , a different velocity and a different pressure (JPR).

**Theoretical background** As presented on Fig. 4, when two supersonic streams  $(P_1, M_1, \gamma_1)$  and  $(P_5 > P_1, M_5, \gamma_5)$ , meet at the end of a splitting plate, several phenomena occur to reach a pressure balance. As for an under expanded jet ( $JPR = \frac{P_5}{P_1} > 1$ ), the gas flowing from zone (5) expands to reach a pressure  $P_3 = P_2$  and a Mach number  $M_3$ . This happens through an expansion fan (5-4-3) delimited by two Mach waves issuing from the trailing edge of the plate with angles  $\Psi_1 = -\arcsin(\frac{1}{M_5})$  and  $\Psi_2 = -\arcsin(\frac{1}{M_3}) + \beta$ ,  $\beta$  being the angle of the contact discontinuity. The deviation of the gas flowing from (1) by the contact discontinuity induces the formation of an oblique shock wave with an angle  $\theta$ .

The analytical resolution is quite similar to the shock tube

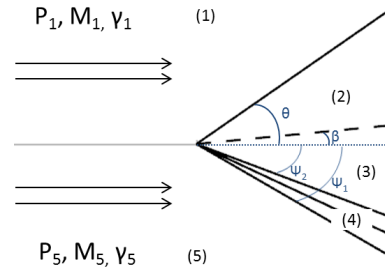


Figure 4: Confluence of two supersonic streams. Shock (1-2), contact discontinuity (2-3), expansion fan (3-4-5).

case, though the aim here is to determine the different angles of the flow. Using relations from [22] and [2], we have established a fixed point problem giving the value of  $\beta$ ,  $P_2 = P_3$ ,  $M_2$ ,  $M_3$ ,  $\theta$ ,  $\Psi_1$  and  $\Psi_2$ .

**Air-Argon Test Case** A case of the confluence of an air stream (zone (1)) and an argon stream (zone (5)) has been tested. Parameters of the case and analytical results are listed in Tab.3. The mesh size for the simulation is  $2 \times 4 \times 0.05$  m with  $600 \times 2000 \times 2$  cells. The splitting plate is modelled with a slip condition and symmetry conditions are imposed on lateral faces. Simulations are performed with the two upwind schemes (Roe2S, AUSM+2S) and the three MUSCL reconstructions.

Mach number distribution are visualized in Fig. 5. One can note a good agreement with the analytical solution for the flow angles and Mach number values in zones (2) and (3) ( $M_2 = 1.802 \pm 5.10^{-3}$ ;  $M_3 = 2.277 \pm 5.10^{-3}$ ). A more quantitative evaluation is presented by plotting the pressure distribution in the normal direction for  $x = 0.25$  m on Fig.6. For the sake of clarity, only two representative curves are shown. These results illustrate the good agreement with the analytical solution. Furthermore, as seen on the previous case, small oscillations around discontinuities (contact discontinuity and shock) appear when using a 3rd order MUSCL reconstruction.

$\gamma_1$	$p_1$	$M_1$	$\gamma_5$	$p_5$	$M_5$
1.4	1	2	1.669	2	2

$M_2$	$\frac{p_2}{p_1}$	$M_3$	$\beta$	$\theta$	$\Psi_1$	$\Psi_2$
1.802	1.353	2.277	5.5	34.8	-30	-20.5

Table 3: Initial parameters and analytical results

## 4.3 Pure mass diffusion

**Theoretical background** The first diffusive case studied is pure mass diffusion. To this end, the same configuration as for the shock tube (Fig 1) is used, but this time all thermodynamic variables ( $\rho, p, T, \mathbf{U}=\mathbf{0}$ ) are the same in the left and right zones. Thus, the study is here limited

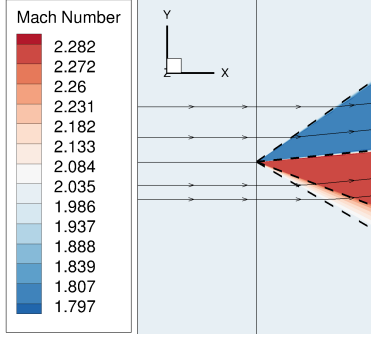


Figure 5: Mach number distribution and streamtraces (Roe2S with Koren). (- -) Analytical deviation.

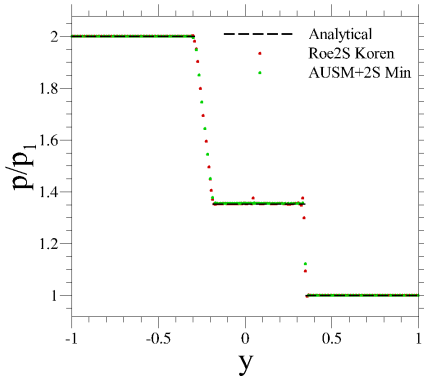


Figure 6:  $\frac{p}{p_1}$  distribution along  $y$  ( $x=0.25m$ )

to mass diffusion between gas 1 (left) and gas 2 (right). Fick's diffusion model is described by a differential equation which solution  $Y_1(x, t)$  is in this case [6]:

$$\frac{\partial Y_1}{\partial t} = D \frac{\partial^2 Y_1}{\partial x^2} \rightarrow Y_1(x, t) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) \quad (26)$$

With  $\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z)$  the complementary error function. The spatial distribution of  $Y_1$  is self-similar and only depends on the product  $D*t$ . We will then evaluate the solver resolution compared to this analytical solution.

**Numerical results** The results are presented for three different diffusion coefficients  $D$  ( $\frac{1}{3}$ , 1, and 3) on Fig.7. Comparison with analytical results is very satisfying and the numerical solution are indeed self-similar.

#### 4.4 Flat Plate Boundary Layer

The flat plate boundary layer is the reference case for wall-bounded flows. We present here a subsonic ( $M=0.2$ ) and a supersonic ( $M=2$ ) test cases. The gas is air, defined as a mixture of  $N_2$  and  $O_2$ . Results are compared to mono-species RANS and DNS simulations [27]. Only Roe2S and AUSM+2S, usually used for attached boundary layer, are tested. The rectangular computational mesh

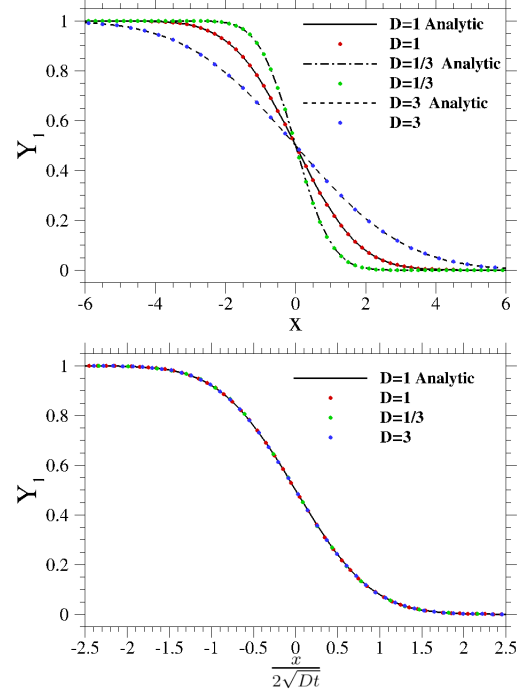


Figure 7:  $Y_1$  spatial variation with different diffusion coefficients and at  $t=1s$  (top). Scaled version (bottom).

contains  $712 \times 126 \times 2$  cells and almost 80 points are clustered in the boundary layer with  $\Delta y^+ = 1$ .

**Subsonic Boundary Layer** The computational results for the subsonic boundary layer are shown in Fig.8. A good agreement with empirical laws and RANS mono-species simulations is obtained. RANS (S-A) results fit the DNS results with two known discrepancies, namely an overestimation ( $\leq 5\%$ ) of  $u^+$  in the buffer zone [11] and an underestimation ( $\approx 1.4\%$ ) of  $u^+$  in the outer layer, related to the overestimation of skin friction by the Spalart-Allmaras model [10].

**Supersonic Boundary Layer** Computational results for the supersonic case are presented in Fig.9 where binary gas mixture  $u^{+*}$  profiles (Van Driest transformation) are compared to  $u^{+*}$  for an air RANS simulations and dimensionless velocity  $u^+$  from the empirical, RANS and DNS incompressible results. A very good agreement is obtained between air and  $N_2O_2$  supersonic simulations for the two schemes. Comparison with incompressible RANS and empirical solutions is also satisfying.

#### 4.5 Supersonic Mixing Layer

We present here RANS and ZDES bi-species computations of the coaxial jet experiment presented in [7, 5] which was designed for CFD code validation as used in

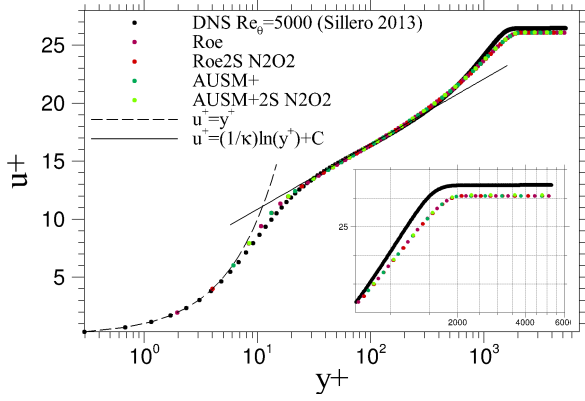


Figure 8: Dimensionless velocity for the subsonic  $N_2O_2$  boundary layer ( $Re_\theta=5000$ ), compared to empirical ( $\kappa=0.41$ ,  $C=5.25$ ), RANS and DNS [27] air results.

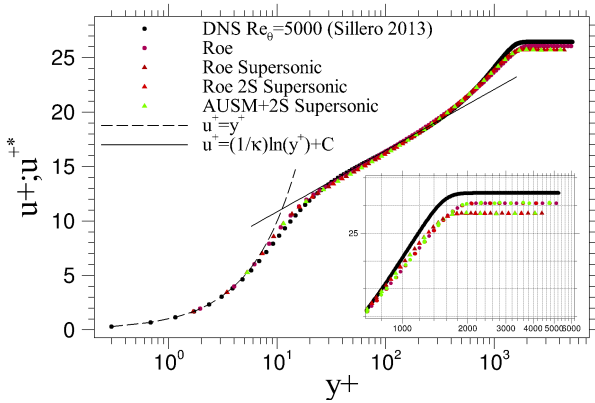


Figure 9: Van Driest velocity  $u^{+*}$  for the supersonic  $N_2O_2$  boundary layer ( $Re_{\delta_2}=5000$ ), compared to dimensionless velocity from empirical ( $\kappa=0.41$ ,  $C=5.25$ ), RANS and DNS [27] mono-species results.

[5, 3, 29]. In the version studied here, two co-flowing supersonic jets of argon (center jet) and air (outer jet) discharge in a quiescent atmosphere. The geometry of the coaxial jet structure is showed in Fig.10 with dimensions in mm. The center body contains a supersonic nozzle for the argon jet with an exit diameter  $D_{center}=10$  mm, and the gap between the center and outer bodies creates a supersonic nozzle for the coflow air jet with an exit outer diameter  $D_{coflow}=60.47$  mm. The two nozzles were designed to provide a nominal Mach number of 1.8 at the exit. The jet discharge in a cylindrical plenum filled with air at atmospheric pressure. The initial flow conditions in terms of total pressure ( $P_{tot}$ ) and total temperature ( $T_{tot}$ ) are presented in Tab.4. Gas composition probes were used to measure argon mass fraction ( $Y_{argon}$ ) distributions in several transverse planes from  $x/D_{center}=0.3$  to 45.

The domain for the calculations is extended to 150 center jet diameter ( $D_{cj}$ ) along the streamwise direction and more than  $20D_{cj}$  radially. To cope with the axisymmet-

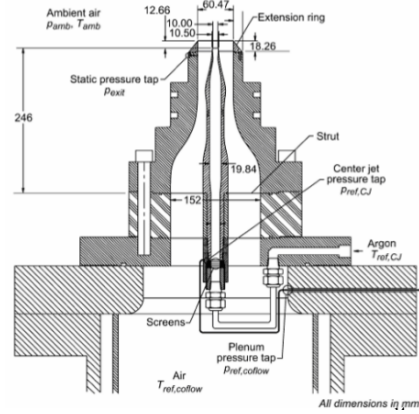


Figure 10: Clifton & Cutler [5] experimental setup.

	Center jet	Coflow jet	Ambient
$T_{tot}$	297.9( $\pm 3.5$ )	294.3( $\pm 3.5$ )	294.6( $\pm 3.5$ )
$P_{tot}$	615.86( $\pm 5.5$ )	580.68( $\pm 4.4$ )	101.32( $\pm 0.6$ )

Table 4: Clifton & Cutler [5] initial conditions

ric geometry, an O-H grid topology is adopted to avoid a singularity on the axes. The mesh (Fig.11) contains 65M cells with 200 points in the azimuthal direction ( $\Delta\theta = 1.8^\circ$ ). For the RANS computations, the Spalart-Allmaras [28] turbulence model is used and the convective fluxes are computed with an AUSM+ scheme and a Minmod MUSCL reconstruction. For the ZDES computations, the convective fluxes are computed thanks to an hybrid scheme [24] and a Koren MUSCL reconstruction. The timestep for ZDES is  $5.10^{-8}s$ . We chose to let the flow develop during 6 ms before using another 6 ms period to perform time average. For thermodynamic parameters,  $Sc$  between air and argon is set to 0.8 and three  $Sc_i$  (1; 0.5 and 0.25) are tested to evaluate the models sensitivity, we thus performed three RANS (R1; R05; R025) and three ZDES (Z1; Z05; Z025) computations.

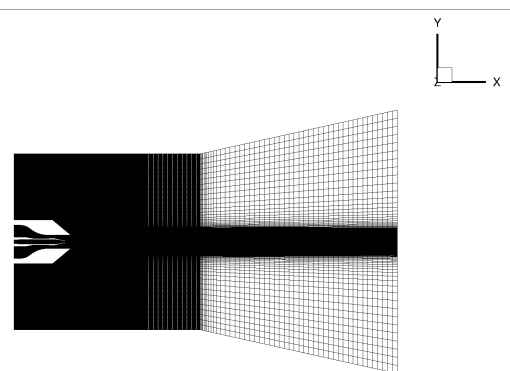


Figure 11: 2D side view of the computational domain

Fig.12 shows the Mach number distribution obtained with

a ZDES simulation, it is very similar to the one obtained in [3] and we verify that both flows reach  $M=1.8$  at the exit of both nozzles. This view enables to distinguish the mixing layer between the center jet (argon) and the coflow jet (air), which is of particular interest here, and the mixing layer between the coflow and the ambient air.

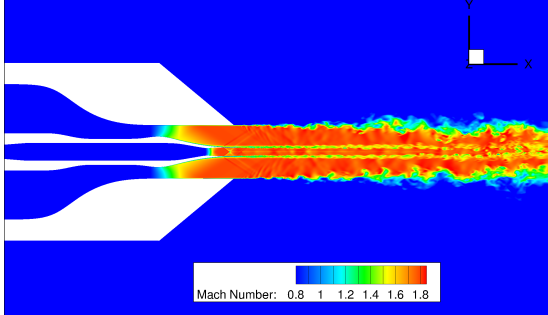


Figure 12: Instantaneous Mach number field (ZDES)

To study the influence of  $Sc_t$  on the predicted turbulent mixing, Fig.13 shows an example of a computed mass fraction distribution on which the predicted position of the  $Y_{argon} < 0.99$  limit for the six computations and for the experiment have been signalled with bars. The positions obtained with ZDES show a major improvement compared to RANS since they are both closer to the experimental position and less dependent to the value of  $Sc_t$ . To confirm these results, examples of the argon mass fraction distribution in transversal planes are shown in Fig.14 for the location  $X/D=22.1$ . The strong influence of the value of  $Sc_t$  on RANS results observed in [5][3] is confirmed. As expected thanks to the reduced influence of unresolved turbulent fluctuations, the results obtained with ZDES computations appear almost independent of  $Sc_t$ . They furthermore provide a good agreement with experimental measurements and locally improve results from previous RANS/LES computations [3, 29].

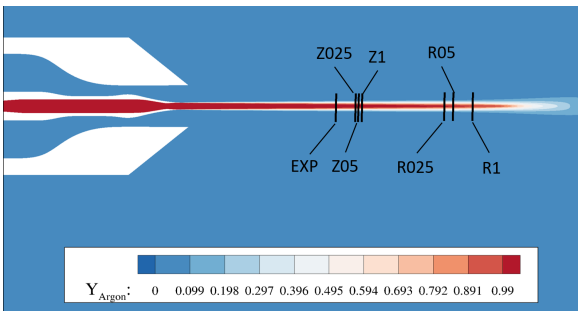


Figure 13: Argon mass fraction ( $Y_{argon}$ ) distribution and  $Y_{argon} < 0.99$  predictions (—).

Overall the results obtained on the several test cases show that the newly developed bi-species numerical framework presented here can be used with confidence to

compute compressible turbulent bi-species flows. It has then been applied to a generic space launcher afterbody

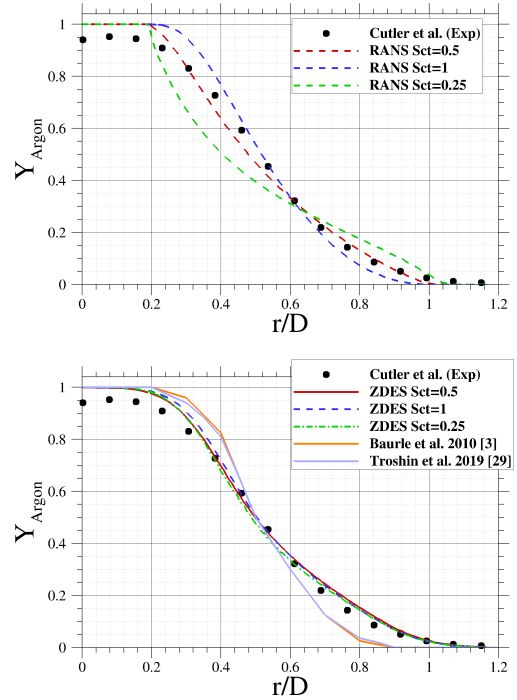


Figure 14: Transversal argon mass fraction ( $Y_{Argon}$ ) distributions compared to experimental results [5] at  $X/D=22.1$ . RANS (top) and ZDES (bottom).

## 5. SPACE LAUNCHER AFTER-BODY

A two cylinder geometry (Fig. 15), studied experimentally with air as the exhaust gas [12] is our reference case. The ratios  $d/D=0.4$  and  $L/D=0.6$  are representative of usual space launchers. The freestream Mach number is 0.7 and the Nozzle Pressure Ratio ( $NPR = \frac{p_t}{p_\infty}$ ) is  $\approx 34$ , corresponding to an adapted air jet. Three RANS simulations using respectively air, argon and helium for the propulsive jet are performed in order to study the influence of the jet parameters on the base flow. As the specific heat ratio  $\gamma_j$  and the product  $R_j T_j$  (specific gas constant and exit jet temperature) have been experimentally observed as useful parameters [15], their values are shown in Tab.5. The computational mesh, designed for ZDES, contains 16M cells. A ZDES mode 1 simulation is also computed with air as the propulsive gas to assess the improvements in base pressure coefficient  $Cp_b$  prediction compared to RANS.

Fig. 16 shows the base flow configuration for the air and helium cases. First, as expected due to a higher value of  $\gamma_j$ , the jet expansion, visualised with the isoline  $M=1$ , is smaller for helium than for air. This causes a decrease of the interaction area between the jet and the freestream.



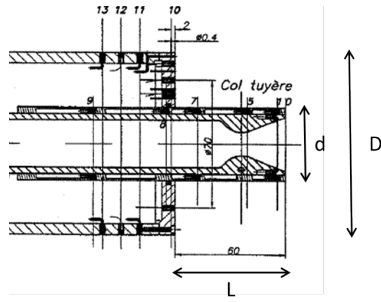


Figure 15: Afterbody model [12] (Lengths in mm)

	Air	Argon	Helium
$\gamma_j$	1.4	1.67	1.67
$R_j T_j$	2.87e+4	1.2e+4	1.04e+5

Table 5: Properties of the different exhaust gas

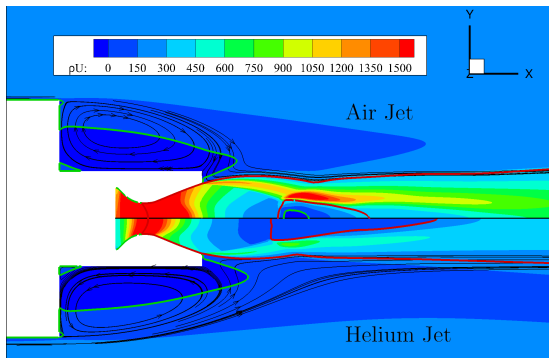


Figure 16: Comparison of the base flow between air and helium jet. — Isoline  $M=1$  — Isoline  $U=0$

Second, the length of the recirculation zone ( $L_R$ ), visualised with the isoline  $u=0$ , is significantly longer with the helium jet ( $\frac{L_R}{L} = 1.33$ ) than for the two other gases, sign of a lower entrainment of the base flow by the jet. A lower jet momentum and a higher convective Mach number in the mixing layer linked to the increase in  $R_j T_j$  can explain this result [15].  $L_R$  is slightly longer for the argon jet ( $\frac{L_R}{L} = 1.25$ ) compared to the air jet ( $\frac{L_R}{L} = 1.24$ ), this could be due to a compensation between a smaller jet interaction area due to the increase of  $\gamma_j$  and the decrease in  $R_j T_j$  causing an increase the entrainment effect.

Fig. 17 shows the radial variation of  $Cp_b$ . Focusing on RANS results,  $Cp_b$  is significantly higher with the helium jet than with the two other gases and it is slightly greater with the argon jet compared to the air jet. These results are in coherence with the previous observations, indeed the decrease of the entrainment effect for the helium case is the reason for the observed increase in base pressure [15]. However, the RANS air simulation results compare poorly with experimentally measured  $Cp_b$ . RANS models are indeed known to be limited for base flows. The

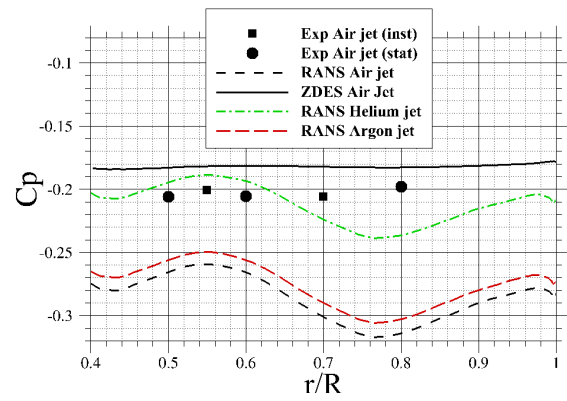


Figure 17: Radial variation of  $Cp_b$ . Exp. from [12]

use of ZDES, enabling the resolution of large scale coherent structures involved in the base flow, considerably improves the predictions of pressure levels. In this spirit, instantaneous results using bi-species ZDES mode 1 are shown in Fig.18. This visualisation enables to assume the important role of coherent structures in the mixing process between the jet and the freestream as observed on the supersonic mixing layer case.

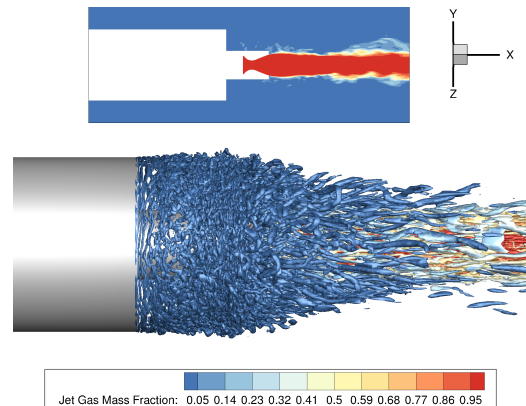


Figure 18: Instantaneous visualisation of a binary gas mixture ZDES : Iso-contours of  $Q$  criterion ( $Q \cdot D^2 / U^2 = 40$ ) coloured by the jet gas mass fraction.

## 6. CONCLUSION

This paper presents the extension of a mono-species Navier-Stokes solver to permit the simulation of inert bi-species flows. This extended numerical framework has been validated on a wide range of configurations including a shock tube, a supersonic flow confluence, molecular diffusion, subsonic and supersonic boundary layers and a supersonic mixing layer thanks to comparison of RANS and ZDES computations with analytical, experimental and numerical results from the literature. Used for RANS computations of space launcher base flow, this framework gave results in agreement with known tenden-

cies regarding the influence of the jet properties on base pressure. The observed limitations of RANS models for quantitative predictions however motivates further base flow computations using bi-species ZDES.

## REFERENCES

- [1] R. Abgrall. Généralisation du schéma de roe pour le calcul d'écoulement de mélanges de gaz à concentrations variables. *La recherche aérospatiale*, (6):31–43, 1988.
- [2] S. Arabi, J.-Y. Trépanier, and R. Camarero. A simple extension of roe's scheme for multi-component real gas flows. *Journal of Computational Physics*, 2019.
- [3] R. A. Baurle and J. R. Edwards. Hybrid reynolds-averaged/large-eddy simulations of a coaxial supersonic freejet experiment. *AIAA Journal*, 48(3):551–571, mar 2010.
- [4] P. Catalano, M. Marini, A. Nicoli, and A. Pizzicaroli. Cfd contribution to the aerodynamic data set of the vega launcher. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 44(1):42–51, 2007.
- [5] C. W. Clifton and A. D. Cutler. A supersonic argon/air coaxial jet experiment for computational fluid dynamics code validation. 2007.
- [6] J. Crank et al. *The mathematics of diffusion*. Oxford university press, 1979.
- [7] A. D. Cutler, G. S. Diskin, J. P. Drummond, and J. A. White. Supersonic coaxial jet experiment for computational fluid dynamics code validation. *AIAA journal*, 44(3):585–592, 2006.
- [8] I. Danaïla, P. Joly, S. M. Kaber, and M. Postel, editors. *Gas Dynamics: The Riemann Problem and Discontinuous Solutions: Application to the Shock Tube Problem*, pages 213–233. Springer New York, New York, NY, 2007.
- [9] S. Deck. Recent improvements in the Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) formulation. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 26(6):523–550, Oct. 2011.
- [10] S. Deck, N. Renard, R. Laraufie, and P.-É. Weiss. Large-scale contribution to mean wall shear stress in high-reynolds-number flat-plate boundary layers up to 13650. *Journal of Fluid Mechanics*, 743:202–248, Mar. 2014.
- [11] S. Deck, P.-É. Weiss, M. Pamiès, and E. Garnier. Zonal detached eddy simulation of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer. *Computers & Fluids*, 48(1):1–15, Sept. 2011.
- [12] D. Deprés. *Analyse physique et modélisation des instationnarités dans les écoulements d'arrière-corps transsoniques*. PhD thesis, Aix-Marseille 2, 2003.
- [13] M. Dormieux, P. Guillen, and R. Abgrall. Numerical simulation of transverse jet flows by a nonreactive two species multidomain euler flow solver. In *28th Aerospace Sciences Meeting*, page 126, 1990.
- [14] P. J. M. Ferrer, R. Buttay, G. Lehnasch, and A. Mura. A detailed verification procedure for compressible reactive multicomponent navier–stokes solvers. *Computers & Fluids*, 89:88–110, jan 2014.
- [15] W. E. Hammond. *Design Methodologies for Space Transportation Systems*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, jan 2001.
- [16] J. O. Hirschfelder, C. F. Curtiss, R. B. Bird, and M. G. Mayer. *Molecular theory of gases and liquids*, volume 165. Wiley New York, 1964.
- [17] M.-S. Liou. A sequel to AUSM: AUSM+. *Journal of Computational Physics*, 129(2):364–382, Dec. 1996.
- [18] L. Manueco, P.-É. Weiss, and S. Deck. On the coupling of wall-model immersed boundary conditions and curvilinear body-fitted grids for the simulation of complex geometries. *Computers and Fluids (in revision)*, 2020.
- [19] I. Mary and P. Sagaut. Large Eddy Simulation of Flow Around an Airfoil Near Stall. *AIAA Journal*, 40(6):1139–1145, June 2002.
- [20] R. Pain, P.-E. Weiss, and S. Deck. Zonal Detached Eddy Simulation of the Flow Around a Simplified Launcher Afterbody. *AIAA Journal*, 52(9):1967–1979, Sept. 2014.
- [21] M. Pechier. *Prévisions numériques de l'effet Magnus pour des configurations de munitions*. PhD thesis, Poitiers, 1999.
- [22] M. Pindzola. Jet simulation in ground test facilities. Technical report, Advisory Group for Aeronautical Research and Development Paris (France), 1963.
- [23] T. Poinso and D. Veynante. *Theoretical and Numerical Combustion*. R.T. Edwards Inc., 2005.
- [24] J. Reynaud, P. Weiss, and S. Deck. Numerical workflow for scale-resolving computations of space launcher afterbody flows with and without jets. *Computers and Fluids*, 2021.
- [25] D. Saïle, D. Kirchheck, A. Gülhan, C. Serhan, and V. Hanemann. Design of a gh2/gox combustion chamber for the hot plume interaction experiments at dlr cologne. In *8th European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles*, 2015.
- [26] B. Sainte-Rose. *Simulations numériques d'écoulements réactifs massivement décollés par une approche hybride RANS/LES*. PhD thesis, Châtenay-Malabry, Ecole centrale de Paris, 2010.
- [27] J. A. Sillero, J. Jiménez, and R. D. Moser. One-point statistics for turbulent wall-bounded flows at reynolds numbers up to  $\delta^+ = 2000$ . *Physics of Fluids*, 25(10):105102, 2013.
- [28] P. Spalart and S. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Jan. 1992.
- [29] A. Troshin, A. Shiryaeva, V. Vlasenko, and V. Sabelnikov. Large-eddy simulation of helium and argon supersonic jets in supersonic air co-flow. In *Progress in Turbulence VIII. iTi 2018. Springer Proceedings in Physics*, volume 226, pages 253–258. Springer International Publishing, 2019.
- [30] F. A. Williams. *Combustion theory*. CRC Press, 2018.



Annexe **D**

On the use of bi-species ZDES for  
multi-nozzles Space Launcher  
Configurations, 13<sup>th</sup> International  
ERCOFTAC symposium (ETMM13)

# ON THE USE OF BI-SPECIES ZDES FOR MULTI-NOZZLES SPACE LAUNCHER CONFIGURATIONS

*J. Reynaud<sup>1</sup>, P.-E. Weiss<sup>1</sup> and S. Deck<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> *ONERA The French Aerospace Lab, 8 Rue des Vertugadins, F-92190 Meudon, France*

[jolan.reynaud@onera.fr](mailto:jolan.reynaud@onera.fr) [pierre-elie.weiss@onera.fr](mailto:pierre-elie.weiss@onera.fr) [sebastien.deck@onera.fr](mailto:sebastien.deck@onera.fr)

## Abstract

In order to study the unsteady flows occurring in the wake of space launchers, numerical models have to provide an accurate description of both the turbulent behaviour of base flows and the thermodynamic properties of the multi-species and reactive propulsive jets. As the complexity of models dedicated to each of these objectives can have a significant impact on computational cost, especially for reusable designs including several nozzles, authors have often to establish a compromise between an accurate treatment of turbulence and the taking into account of chemistry effects. To contribute to the improvement of launcher base flow predictions, this paper presents the study of a four-nozzle space launcher configuration with a dedicated numerical workflow focusing on the treatment of turbulence. Indeed, such a case has only been studied with RANS approaches so far, and is treated here with the automatic mode of the Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES Mode 2 2020) and hybrid numerical methods, based on Ducros' sensor and allowing to resolve well the turbulent fluctuations of the base flow while capturing the strong normal shock structures inside the jets. The computations are furthermore performed thanks to inert bi-species numerical methods enabling to take into account some thermodynamic properties of the jets with an acceptable computational cost. The bi-species scale resolving numerical workflow is able to reproduce the main features of multi-jets afterbody flows and provides a satisfying agreement with experimental pressure measurements. Compared with RANS calculations, the use of ZDES not only gives access to additional information regarding the unsteadiness of the flow but also provides distinct predictions of the mean aerodynamic field.

## 1 Introduction

To support the development of multi-nozzles reusable launcher designs, the accurate prediction of afterbody flows occurring behind the base and around the nozzles during flight is of primary importance to assess the aerodynamic performance and the integrity of the vehicles. Indeed, the reactive multi-gas interactions occurring between the hot propulsive jets and the base flow can induce adverse phenomena such as base

drag, due to the low pressure recirculation zone forming behind the base, pressure loads which may damage mechanical structures and base heating linked to the recirculation of hot gases towards the base. As a result of this complexity, the aerodynamic design of new generation launcher afterbody remains a challenge for both experimental and numerical tools.

Focusing on numerical approaches, two main conclusions can be drawn from the literature. First, the need to resolve the large scale turbulent eddies driving the dynamics of base flows in order to perform accurate predictions of the wake flow topology and wall pressure levels has been well documented on generic space launcher configurations (Reynaud et al. 2021a, Statnikov et al. 2016). RANS approaches have indeed been shown to have limited capacities to reproduce such massively separated flows whereas RANS/LES approaches, combined with low dissipative numerical schemes, have displayed a good cost/accuracy compromise (Pain et al. 2014). Then, authors such as (Gusman et al. 2011) have shown the need to take into account the thermodynamic properties of the hot reactive propulsive jets to increase the representativeness of space launcher simulations. As the computational cost of both RANS/LES approaches and multi-species reactive flow models is important, authors have often to establish a compromise between an accurate treatment of turbulence and the taking into account of chemistry effects.

Regarding wind tunnel experiments, only few studies have been dedicated to multi-nozzles space launcher configuration with hot propulsive jets (Mehta et al. 2013). Among them, the case of a four-JP4/LOX-nozzle space launcher configuration studied experimentally in (Musial and Ward 1961) is considered as a reference case and has been treated numerically by several authors. These studies (Mehta et al. 2013, Pu and Jiang 2019), which employed advanced thermodynamic models but only used RANS models for turbulence modelling, have provided useful analyses of the flow field but have reported noticeable errors in the evaluation of wall pressure levels.

To contribute to the study of launcher base flow prediction methods, this paper presents a numerical study of the four-nozzle space launcher configuration with a scale resolving framework based on the use of a

simple two-species physical model and hybrid numerical methods to allow for an affordable ZDES mode 2 (2020) (Deck and Renard 2020) computation. The results will be compared with a two-species RANS computation and with RANS computations including chemistry effects from the literature in order to investigate the benefits of a scale resolving approach for multi-nozzle afterbody computations.

In this article, we first describe the test case and the features of the numerical framework used for the bi-species ZDES and RANS computations. We then characterize the launcher wake flow thanks to instantaneous and mean flow visualizations. In particular, the focus is put on the resulting wall pressure distribution on the base and on the nozzles of the launcher.

## 2 Test case and mesh setup

The present study is based on a wind tunnel experiment provided by Musial and Ward, the geometry of the model for this study is shown in Fig.1. It consists of a four-nozzle subscale rocket model with parameters such as  $r_b = 152.4$  mm,  $L_n/D_e = 1.53$ , and  $D_s/D_e = 1.67$ . The four rocket engines operate with a propulsive mixture combining JP-4 as a fuel and LOX as an oxidizer. The selected test flow conditions, corresponding to a flight altitude of 14.9 km, are summarized in Table.1 together with the total pressure  $P_c$  and total temperature  $T_c$  inside the combustion chamber. These test conditions correspond to underexpanded jets with an exit Jet Pressure Ratio (JPR=3.4) (Mehta et al. 2013). The wind tunnel model was instrumented with pressure transducers and temperature probes on its base.

As shown in Fig.2b a structured mesh has been designed by including one secondary O-H topology for each nozzle in a main O-H topology built around the launcher body. The radial point distribution shown in Fig.2a is designed in order to ensure  $\Delta y^+ \approx 1$  for every attached boundary layers and to cluster points in the mixing layer forming behind the main body base. With 240 points in the azimuthal direction ( $\Delta\theta = 1.5^\circ$ ) the mesh contains  $55.6 \times 10^6$  cells overall.

Parameters	Values
$P_c$	41.37 bar
$T_c$	3469.8 K
$P_\infty$	12209.5 Pa
$T_\infty$	297.7 K
$M_\infty$	2.75

Table 1: Low altitude case initial flow conditions (Musial & Ward 1961)

## 3 Computational set-up

### Two-species model

To study the 4 nozzle launcher configuration, an implicit finite volume formulation of the two-species Navier-Stokes equations, presented in (Reynaud et al. 2021b) is used. This approach enables to define the propulsive gas mixture and the surrounding air as two perfect gases. To provide adequate properties for the propulsive mixture, JP-4/LOX equilibrium flow data from (Huff et al. 1956) are used to define constant values for the Sutherland's law constants  $[\mu_{0_j}, S_j, T_{0_j}]$ , the specific heat ratio  $\gamma_j$ , the volume constant heat ratio  $c_{v_j}$  and the Prandtl number  $Pr_j$  of the jets gas (see Tab.2). The turbulent Schmidt number is chosen as 0.5 for the mixing between air and the propulsive mixture.

$\mu_{0_j}$ (N.s/m <sup>2</sup> )	$1.85 \cdot 10^{-5}$
$T_{0_j}$ (K)	370
$S_j$ (K)	168
$\gamma_j$	1.224
$c_{v_j}$ (J/kg)	1997.5
$Pr_j$	0.78

Table 2: Properties of the perfect gas simulating a JP4/LOX mixture

### Turbulence modelling and numerical scheme

The RANS computation is performed with the Spalart-Allmaras turbulence model (Spalart and Allmaras 1992) and an AUSM+ scheme (Liou 1996) for convective fluxes. As this scheme is too dissipative for scale resolving computations, the numerical fluxes for the ZDES computation are evaluated thanks to a hybrid numerical scheme (Reynaud et al. 2021a) built to switch from the AUSM+ scheme in presence of shocks to a low dissipative AUSM+(P) formulation (Mary and Sagaut 2002) in vortical regions. The time step for the ZDES computations is  $\Delta t_{CFD} = 2.10 \cdot 10^{-7}$  s which enables to ensure that  $CFL < 6$  in the base flow mixing layer. As the vortex shedding period linked to the base diameter was estimated to be  $T_s = \frac{2 * r_b}{0.2 * U_\infty} \approx 1.6$  ms, a period of  $32$  ms =  $20 \times T_s$  was adopted to clear the flow from transient effect before using a  $80$  ms  $\approx 50 \times T_s$  period to compute statistics.

## 4 Results

### Flow topology

The instantaneous visualisation of the wake flow shown in Fig.3a enables to observe that the main body boundary layer separates at the base and rolls up into azimuthal vortices to form a mixing layer which bends towards the launcher axis under the effect of an expansion wave. As displayed in the instantaneous pressure field shown in Fig.3b, a realignment shock forms as the bended flow meets with the propulsive jets boundaries and induces an adverse pressure gradient on the outer side of the jet boundaries. Looking at the underexpanded propulsive jets, we observe that in coherence with results from (Mehta et al. 2013, Pu and

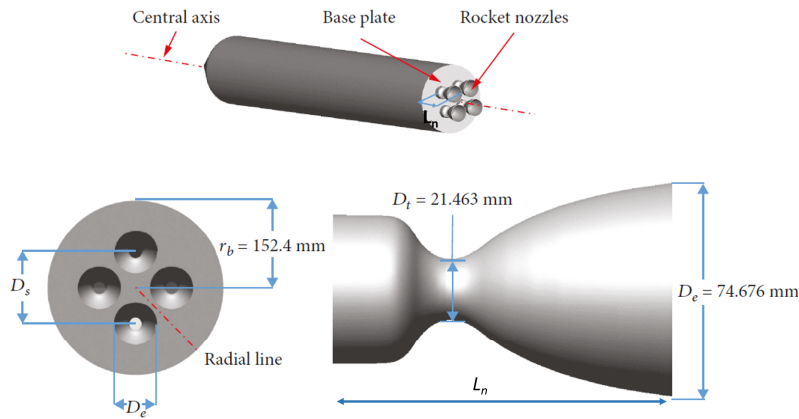
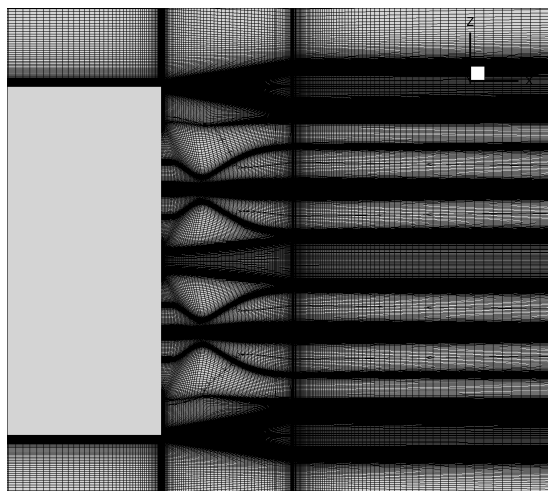
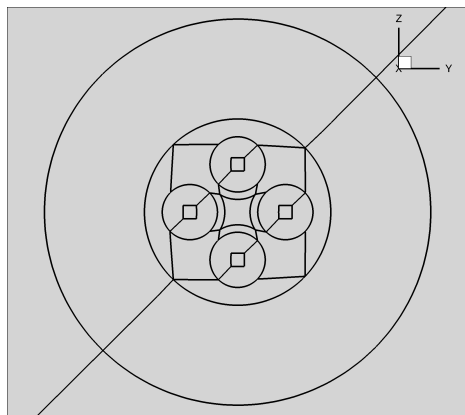


Figure 1: Schematic view of the 4 nozzle launcher geometry (from (Pu and Jiang 2019))



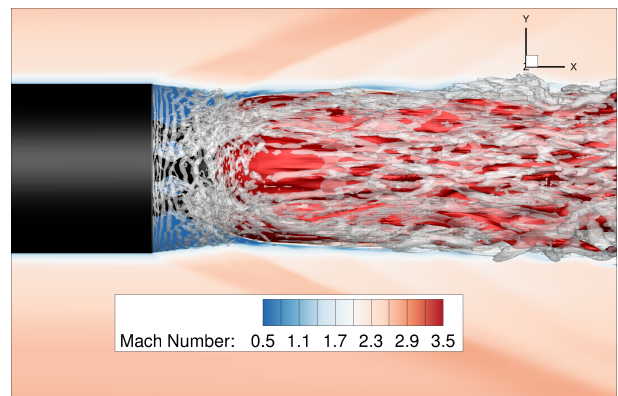
(a) Mesh distribution in the nozzles exit area



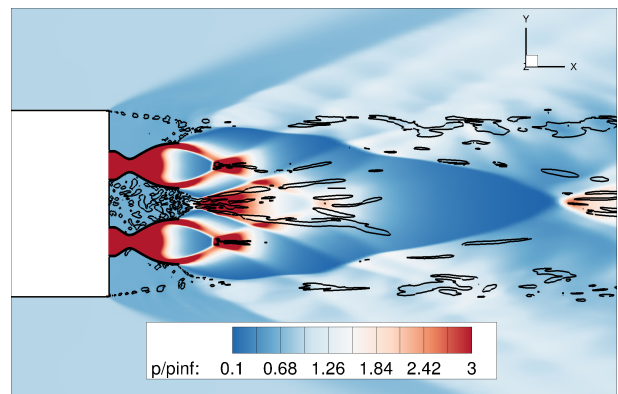
(b) 4 secondary O-H topologies included in a main O-H topology

Figure 2: Mesh description

Jiang 2019), the jet boundaries collide near the axis of the launcher and create a high pressure zone on the inner side of the jet boundaries. These high pressure gradient zones together with the normal shocks visible inside the jets justify the use of hybrid numerical methods able to capture shocks while maintaining



(a) Mach number distribution and coherent structures in the wake of the launcher

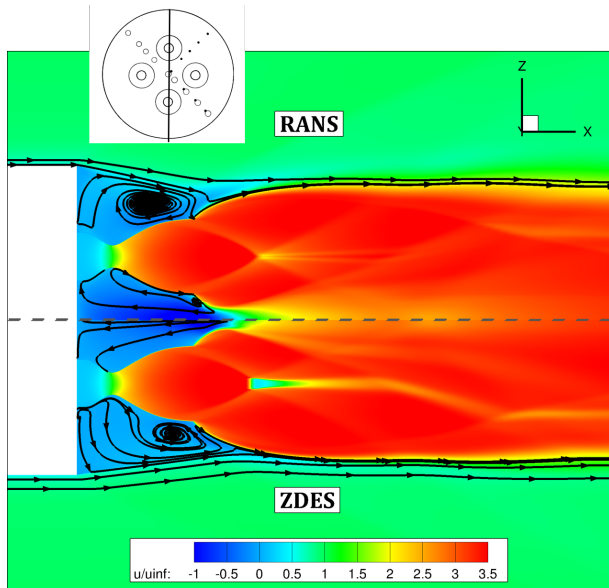


(b) Instantaneous pressure distribution and coherent structures (black iso-lines) in the wake of the launcher

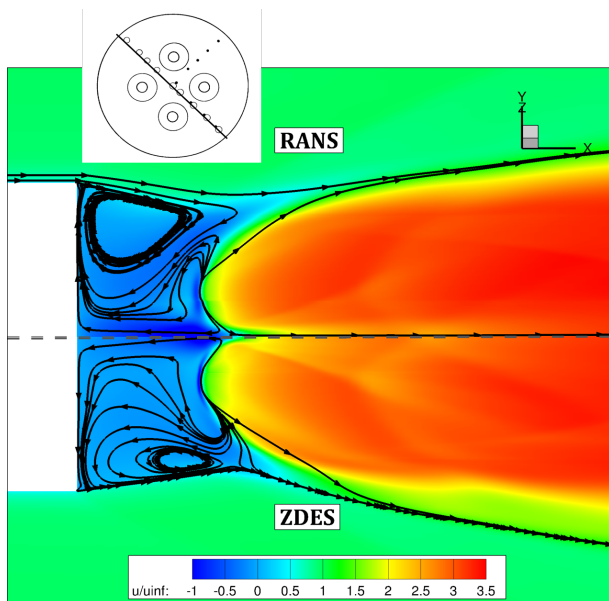
Figure 3: Instantaneous flow topology

a low numerical dissipation in the rest of the flow to resolve turbulent structures. One can indeed note in Fig.3b that in addition to the azimuthal vortices issuing from the base, the mixing process between the jets engender the formation of a wide variety of turbulent structures in the inter-nozzle area.

The time averaged topology of the base flow results from the combination of the two adverse pressure gradients previously mentioned. We compare in the



(a) Distribution of longitudinal velocity and streamtraces in a plane containing the nozzles.



(b) Distribution of longitudinal velocity and streamtraces in a plane between the nozzles

Figure 4: Average velocity distribution in the wake of the launcher

following the average flow fields obtained with RANS and ZDES computations. First, looking at a longitudinal plane containing two nozzles (Fig.4a), one can observe the formation of a recirculation zone on the outer side of the nozzles. This recirculation zone interacts with the propulsive jets which entrain the external flow through a mixing layer. This entrainment effect appears stronger in the RANS computation as the recirculation bubble reattaches closer to the nozzle exit than in the ZDES computation. This first flow pattern corresponds to the one usually observed for axisymmetric base flow with a single nozzle (Reynaud et al.

2021a, Statnikov et al. 2016). In the present case of 4 propulsive nozzles, additional flow interactions occur. Indeed, due to the impingement between the supersonic propulsive jets, the fluid located between the nozzles is subject to a strong adverse pressure gradient that leads to a reverse flow heading towards the base. We note that the RANS computation provides a higher reverse velocity than the ZDES one. This reverse flow impacts the base and induces the formation of radial wall jets. In a plane containing nozzles, these wall jets will be deflected as they go around a nozzle and part of the reverse flow will regain a positive longitudinal velocity. In a plane located between the nozzles (see Fig.4b), these wall jets will flow towards the base outer radius and feed the external recirculation zone. In such a plane, the prediction of the recirculation zone topology again differs between the two computations as the S-A model predicts a center position of the recirculation closer from the base than ZDES. Notwithstanding some local differences, the two bi-species computations are able to reproduce the main flow features of a 4-nozzle launcher wake flow (Mehta et al. 2013).

To investigate further the interaction between the propulsive jets and the base flow, the average distribution of the propulsive mixture mass fraction ( $Y_{fuel}$ ) in the afterbody area is displayed on Fig.5. One can note that the RANS computation predicts a much intense mixing between the two gases than the ZDES one. This is shown by the greater predicted growth rate of the jet external mixing layer and by  $Y_{fuel}$  levels in the inter-nozzle area nearly twice as high as those found with ZDES. Such discrepancies in the amount of hot propulsive gases flowing back to the base area can be attributed to the strong influence of the turbulent Schmidt number on RANS mixing prediction (Reynaud et al 2021b) and is expected to induce differences in base temperature predictions. One can indeed observe in Fig.6 that the RANS computation predicts higher base temperature levels and a wider high temperature zone. Due to the absence of chemistry effects and to the use of adiabatic wall boundary conditions, both computations overestimate the temperature ratio  $\frac{T}{T_c} = 0.55$  measured experimentally at the center of the base.

### Base pressure distribution

To assess the present computations, data from the base pressure experimental probes are used together with RANS results from two studies found in the literature. First, (Mehta et al. 2013) performed computations with different levels of physical modelling for the propulsive jets; a frozen flow computation (Me1) where the propulsive mixture is considered as a perfect gas with a fixed  $\gamma_j=1.15$  (value corresponding to chamber conditions); a variable  $\gamma_j$  computation (Me2) where  $\gamma_j$  is a function of temperature and a reactive computation (Me3) where the propulsive gas is modelled as a 10 species mixture and chemical reactions are taken into account. Then, in (Pu and Jiang 2019)



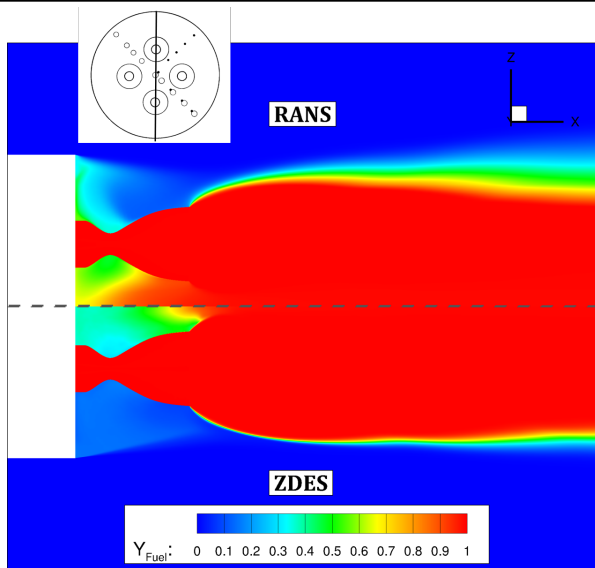


Figure 5: Distribution of fuel mass fraction in a plane containing the nozzles.

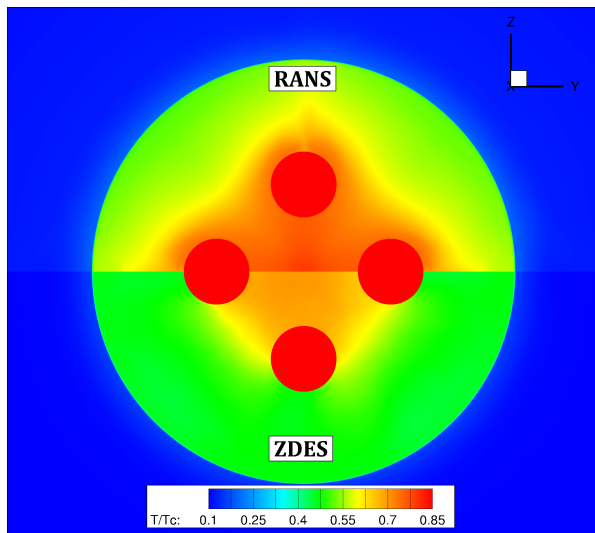


Figure 6: Temperature distribution on the base.

several RANS models were tested to perform reactive computations.

Looking at base pressure coefficient distributions displayed in Fig.7, results from (Metha et al. 2013) showed that, with the Menter BSL RANS model, the use of the simplest physical model (Me1) surprisingly provided the best predictions for base pressure levels as both the variable  $\gamma_j$  computation (Me2) and the reactive computation (Me3) lead to a significant underestimation of base pressure levels in comparison with experimental data. The same magnitude of error is found in (Pu and Jiang 2019) as shown here with the predictions obtained with the RNG turbulence model (Pu RNG), which provided the best results in their study. One can furthermore observe that all of the mentioned RANS computations are unable to reproduce the almost flat pressure profile found experimen-

tally as they induce an overestimation of the pressure difference occurring between the center of the base and the outer radius. These discrepancies motivate the use of more advanced turbulence modelling such as the ZDES approach used here. Focusing on base pressure coefficient distributions obtained with the present computations, one can note that the use of an equilibrium flow hypothesis in the nozzles (with  $\gamma_j=1.224$ ) provides predictions coherent with numerical results from the literature, in between the frozen flow computation and the computations including chemistry effects. The use of ZDES improves predictions in comparison with RANS as it enables to recover a flat pressure profile and higher pressure levels near the outer radius. These disparities can be linked to the previously observed differences in the topology of the recirculation zone.

### Nozzle pressure distribution

The evolution of the pressure coefficient ( $C_p$ ) along generatrix lines located at different angular locations (outer position (OUT), inner position (IN) and side positions (SIDE)) on a nozzle external wall is displayed in Fig.8 and reveals further deviations between the RANS and the ZDES computations. Indeed, the use of ZDES provides relatively flat  $C_p$  profiles (close to  $C_p = -0.065$ ) on every position around the nozzle whereas the RANS calculation predicts noticeable pressure axial variations for each location around the nozzle and a substantial pressure gap between the inner position and the outer position. Each turbulence modelling approach would thus lead to different estimations of the pressure loads used to study the mechanical behaviour of the nozzles. Based on previous numerical results obtained on launcher configurations with a single nozzle (Pain et al. 2014, Reynaud et al.2021b) one can note that the ZDES predictions are used to be more representative than the RANS ones.

To complete the study of side-loads with consideration for the unsteadiness of the flow, the ZDES computation enables to investigate the evolution of the fluctuating pressure coefficient along the nozzles in Fig.9. The overall increase of fluctuating pressure levels in the direction of the flow observed with the present computation is in coherence with previous RANS/LES results and experimental measurements described in (Statnikov et al. 2016) on a launcher with one nozzle placed in an external flow at  $M_\infty = 3$ . The computed fluctuations levels are furthermore in the same range as the one displayed in (Statnikov et al. 2016) with  $C_{p_{rms}} \in [0.0015, 0.01]$ . Important differences are however observed depending on the angular position. Indeed, the inner side of the nozzle is subject to pressure fluctuations twice as high as the outer side. These higher fluctuations levels can be related to the large amount of turbulent structures observed earlier in the inter-nozzle area.

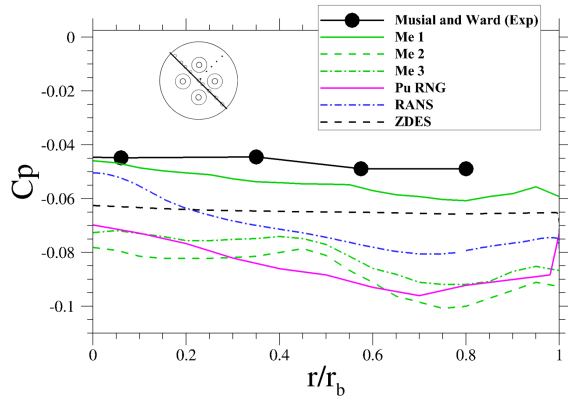


Figure 7: Base pressure distribution along an inter-nozzle radial line

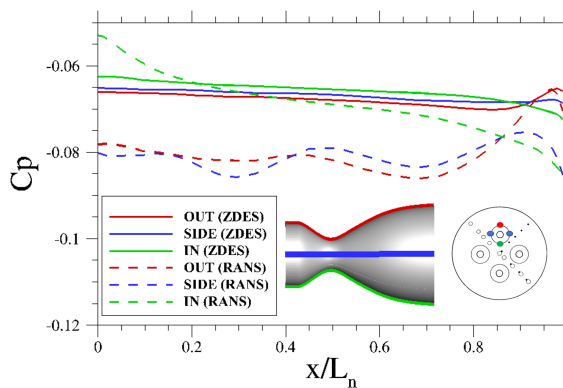


Figure 8: Axial evolution of  $C_p$  at different angular locations along a nozzle

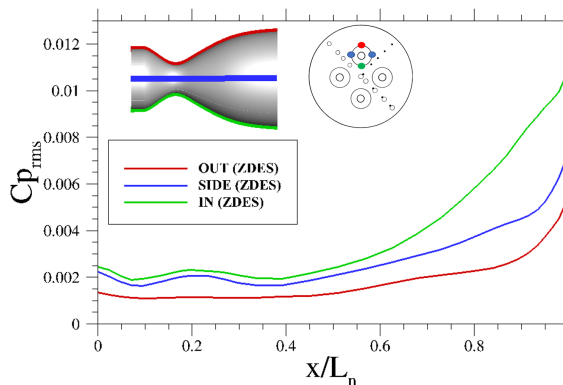


Figure 9: Axial evolution of  $C_{p_{rms}}$  at different angular locations along a nozzle

## 5 Conclusions

To investigate the benefits of a scale resolving approach for multi-nozzle afterbody computations, a bi-species numerical workflow based on the combination of the ZDES Mode 2 (2020) and hybrid numerical methods has been applied to a 4-nozzle launcher configuration. The workflow appears as a promising tool able to reproduce the main flow features occur-

ring in the wake of a 4 nozzle space launcher and to provide quantitative estimations of the resulting mean and fluctuating loads. In comparison with RANS computations, ZDES provides significant differences in the prediction of base flow topology, gas composition near the base and wall pressure distributions. These encouraging results should motivate further numerical studies combining the resolution of the large eddies forming in the wake of the launcher with more advanced thermodynamic models but also advocates for the realisation of more detailed wind tunnel experiments including hot propulsive jets and unsteady measurements.

## Acknowledgments

The authors wish to thank the Centre National d'Études Spatiales (CNES) for financial support. The Ph.D. work of J. Reynaud is funded by CNES and ONERA.

## References

- Deck, S., Renard, N. (2020) Towards an enhanced protection of attached boundary layers in hybrid RANS/LES methods, *Journal of Computational Physics*, Vol 400, p.108790
- Gusman, M.; Housman, J., Kiris, C. (2011), Best Practices for CFD simulations of launch vehicle ascent with plumes-overflow perspective *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting*
- Huff, V. N.; Fortini, A., Gordon, S. (1956), Theoretical performance of JP-4 fuel and liquid oxygen as a rocket propellant II: equilibrium composition *NACA Technical report*
- Liou, M.-S. (1996), A Sequel to AUSM: AUSM+, *Journal of Computational Physics*, Vol. 129, pp. 364-382
- Mary, I., Sagaut, P. (2002), Large Eddy Simulation of Flow Around an Airfoil Near Stall, *AIAA Journal*, Vol. 40, pp 1139-1145.
- Musial N.T., Ward J.J (1961), Base flow characteristics for several four-clustered rocket configurations at mach numbers from 2.0 to 3.5, *Technical Report NASA*.
- Mehta, M., Canabal, F., Tashakkor, S. B., Smith, S. D. (2013), Base heating sensitivity study for a 4-cluster rocket motor configuration in supersonic freestream. *Journal of spacecraft and rockets* Vol. 50, No. 3, May–June 2013
- Pain R., Weiss P-E., Deck S., (2014), Zonal Detached Eddy Simulation of the Flow Around a Simplified Launcher Afterbody, *AIAA Journal*, Vol. 52, pp. 1967–1979.
- Pu P., Jiang Y. (2019), Assessing Turbulence Models on the Simulation of Launch Vehicle Base Heating, *International Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 2019, pp. 1–14.
- Reynaud, J., Weiss, P-E., Deck, S., (2021a), Numerical workflow for scale-resolving computations of space launcher afterbody flows with and without jets *Computers and Fluids*, p. 104994.
- Reynaud, J., Weiss, P-E., Deck, S., (2021b), Towards Binary Gas Mixture ZDES for Space Launcher Base Flow Prediction *55th 3AF International Conference on Applied Aerodynamics*
- Spalart, P., Allmaras, S., (1992) A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA*.
- Statnikov, V. et al. (2016) Experimental and numerical investigations of the turbulent wake flow of a generic space launcher at  $M_\infty = 3$  and  $M_\infty = 6$  *CEAS Space Journal*, Springer, 8, 101-116



# Bibliographie

- [1] R. ABGRALL : Généralisation du schéma de Roe pour le calcul d'écoulement de mélanges de gaz à concentrations variables. *La Recherche Aéronautique*, (6):31–43, 1988.
- [2] A. AFRICANO : Engineering method to predict Saturn V vehicle and launch complex environments due to rocket jet impingement final report. Rap. tech., NASA, 1965.
- [3] AIRBUS : Dossier de vol 225 Ariane V. Rap. tech., 2015.
- [4] S. ARABI, J.-Y. TRÉPANIÉ et R. CAMARERO : A simple extension of Roe's scheme for multi-component real gas flows. *Journal of Computational Physics*, 2019.
- [5] ARIANESPACE : Ariane 6 user's manual. Rap. tech., 2018.
- [6] K. ASAI : Hot-jet simulation in cryogenic wind tunnels. *NASA Reference Publication*, 1989.
- [7] K. ASAI : Similarity rule for jet-temperature effects on transonic base pressure. *AIAA journal*, 33(2):276–281, 1995.
- [8] P. BAKKER, W. BANNINK, P. SERVEL et P. REIJASSE : CFD validation for base flows with and without plume interaction. In *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, p. 438, 2002.
- [9] R. BAUER : A method for estimating jet entrainment effects on nozzle-afterbody drag. Rap. tech., Arnold Engineering Development Center ARNOLD AFB TN, 1980.
- [10] R. A. BAURLE et J. R. EDWARDS : Hybrid Reynolds-Averaged/Large-Eddy Simulations of a coaxial supersonic freejet experiment. *AIAA Journal*, 48(3):551–571, mar 2010. URL <https://doi.org/10.2514/1.43771>.
- [11] M. BITTER, T. HARA, R. HAIN, D. YORITA, K. ASAI et C. J. KÄHLER : Characterization of pressure dynamics in an axisymmetric separating/reattaching flow using fast-responding pressure-sensitive paint. *Experiments in Fluids*, 53(6):1737–1749, oct. 2012. URL <https://doi.org/10.1007/s00348-012-1380-7>.
- [12] M. BITTER, S. SCHARNOWSKI, R. HAIN et C. J. KÄHLER : High-repetition-rate PIV investigations on a generic rocket model in sub- and supersonic flows. *Experiments in Fluids*, 50(4):1019–1030, oct. 2010. URL <https://doi.org/10.1007/s00348-010-0988-8>.
- [13] C. BOGEY et C. BAILLY : Decrease of the effective reynolds number with eddy-viscosity subgrid modeling. *AIAA Journal*, 43(2):437–439, fév. 2005. URL <https://doi.org/10.2514/1.10665>.
- [14] C. BOGEY, N. de CACQUERAY et C. BAILLY : A shock-capturing methodology based on adaptive spatial filtering for high-order non-linear computations. *Journal of Computational Physics*, 228(5):1447–1465, mars 2009. URL <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2008.10.042>.
- [15] J. P. BORIS, F. F. GRINSTEIN, E. S. ORAN et R. L. KOLBE : New insights into large eddy simulation. *Fluid Dynamics Research*, 10(4-6):199–228, déc. 1992.

- [16] J. BOUDET, J. CARO, B. LI, E. JONDEAU et M. C. JACOB : Zonal large-eddy simulation of a tip leakage flow. *International Journal of Aeroacoustics*, 15(6-7):646–661, 2016.
- [17] C. J. BOURDON et J. C. DUTTON : Shear layer flapping and interface convolution in a separated supersonic flow. *AIAA Journal*, 38(10):1907–1915, oct 2000. URL <https://doi.org/10.2514/2.844>.
- [18] E. B. BREWER et C. E. CRAVEN : Experimental investigation of base flow field at high altitude for a four engine clustered nozzle configuration. Rap. tech., NASA, 1969.
- [19] G. L. BROWN et A. ROSHKO : On density effects and large structure in turbulent mixing layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 64(4):775–816, 1974.
- [20] P. CANNON, G. ELLIOTT et J. C. DUTTON : Time-series axisymmetric base-pressure measurements with simultaneous near-wake planar visualizations. In *35th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, jun 2005. URL <https://doi.org/10.2514/6.2005-5285>.
- [21] P. CATALANO, M. MARINI, A. NICOLI et A. PIZZICAROLI : CFD contribution to the aerodynamic data set of the vega launcher. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 44(1):42–51, 2007.
- [22] N. CHARCZENKO et C. HAYES : Jet effects at supersonic speeds on base and afterbody pressures of a missile model having single and multiple jets. Rap. tech., NASA, 1963.
- [23] L. CHARRIER, M. JUBERA, G. PONT, F. GRASSO, S. MARIÉ et P. BRENNER : Simulations of reactive supersonic/subsonic flow interactions for space launcher applications on flusepa solver. *51 st 3AF International Conference on Applied Aerodynamics*, 2016.
- [24] N. CHAUVET : *Simulation numérique et analyse physique d'un jet propulsif contrôlé par des injections radiales*. Thèse de doctorat, Poitiers, 2007.
- [25] S. CHUECH, M. LAI et G. FAETH : The structure of sonic underexpanded turbulent air jets in still air. Rap. tech., Michigan Univ Ann Arbor Dept of Aerospace Engineering, 1987.
- [26] C. W. CLIFTON et A. D. CUTLER : A supersonic argon/air coaxial jet experiment for computational fluid dynamics code validation. 2007.
- [27] T. COAKLEY : Implicit upwind methods for the compressible Navier-Stokes equations. *AIAA journal*, 23(3):374–380, 1985.
- [28] R. COLLERCANDY : An improved approach for the computation of transonic/supersonic flows with applications to aerospace configurations. In *10th Applied Aerodynamics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, juin 1992.
- [29] W. B. COMPTON III : Effects of jet exhaust gas properties on exhaust simulation and afterbody drag. 1975.
- [30] D. COULON : Vulcain-2 cryogenic engine passes first test with new nozzle extension. *ESA Bulletin*, 102:123–124, 2000.
- [31] J. C. CRAFT et C. E. BRAZZEL : An experimental investigation of base pressure on a body of revolution at high thrust levels and free stream mach numbers of 1.5 to 2.87. Rap. tech., Army Missile Research Development and Engineering Lab REDSTONE ARSENAL AL Aerobalistics Directorate, 1970.
- [32] J. CRANK *et al.* : *The mathematics of diffusion*. Oxford university press, 1979.
- [33] I. DANAILA, P. JOLY, S. M. KABER et M. POSTEL, édés. *Gas Dynamics : The Riemann Problem and Discontinuous Solutions : Application to the Shock Tube Problem*, p. 213–233. Springer New York, New York, NY, 2007. ISBN 978-0-387-49159-2. URL [https://doi.org/10.1007/978-0-387-49159-2\\_10](https://doi.org/10.1007/978-0-387-49159-2_10).
- [34] S. DAVID et S. RADULOVIC : Prediction of buffet loads on the Ariane 5 afterbody. In *6th International Symposium on Launcher Technologies, Munich*, 2005.

- [35] A. P. de MIRAND, J.-M. BAHU et O. GOGDET : Ariane Next, a vision for the next generation of Ariane Launchers. *Acta Astronautica*, 170:735–749, mai 2020. URL <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.02.003>.
- [36] J. DECAIX et E. GONCALVES : Investigation of three-dimensional effects on a cavitating Venturi flow. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 44:576–595, 2013.
- [37] S. DECK : *Simulation numérique des charges latérales instationnaires sur des configurations de lanceur*. Thèse de doctorat, Orléans, 2002.
- [38] S. DECK : Recent improvements in the Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) formulation. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 26(6):523–550, oct. 2011. URL <https://doi.org/10.1007/s00162-011-0240-z>.
- [39] S. DECK et E. GARNIER : Detached and large eddy simulation of unsteady side-loads over an axisymmetric afterbody. In *Fifth European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles*, vol. 563, p. 297, 2005.
- [40] S. DECK et R. LARAUFIE : Numerical investigation of the flow dynamics past a three-element aerofoil. *Journal of Fluid Mechanics*, 732:401–444, sept. 2013. URL <https://doi.org/10.1017/jfm.2013.363>.
- [41] S. DECK et N. RENARD : Towards an enhanced protection of attached boundary layers in hybrid RANS/LES methods. *Journal of Computational Physics*, 400:108970, jan. 2020. URL <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2019.108970>.
- [42] S. DECK, N. RENARD, R. LARAUFIE et P.-É. WEISS : Large-scale contribution to mean wall shear stress in high-Reynolds-number flat-plate boundary layers up to 13650. *Journal of Fluid Mechanics*, 743:202–248, mars 2014. URL <https://doi.org/10.1017/jfm.2013.629>.
- [43] S. DECK et P. THORIGNY : Unsteadiness of an axisymmetric separating-reattaching flow : Numerical investigation. *Physics of Fluids*, 19(6):065103, juin 2007. URL <https://doi.org/10.1063/1.2734996>.
- [44] S. DECK, P.-É. WEISS, M. PAMIÈS et E. GARNIER : Zonal detached eddy simulation of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer. *Computers & Fluids*, 48(1):1–15, sept. 2011. URL <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2011.03.009>.
- [45] J. DELERY et M. SIRIEIX : Base flows behind missiles. Rap. tech., AGARD LS-98 ONERA, 1979.
- [46] D. DEPRÉS, P. REIJASSE et J. P. DUSSAUGE : Analysis of unsteadiness in afterbody transonic flows. *AIAA Journal*, 42(12):2541–2550, déc. 2004. URL <https://doi.org/10.2514/1.7000>.
- [47] D. DEPRÉS : *Analyse physique et modélisation des instationnarités dans les écoulements d'arrière-corps transsoniques*. Thèse de doctorat, Aix-Marseille 2, 2003.
- [48] S. DESIKAN, B. MURUGAN, K. SRINIVASAN et S. SAJAN : Twin jet interaction and reverse flow. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 52(6):1577–1585, 2015.
- [49] P. E. DIMOTAKIS : Two-dimensional shear-layer entrainment. *AIAA journal*, 24(11):1791–1796, 1986.
- [50] M. DORMIEUX, P. GUILLEN et R. ABGRALL : Numerical simulation of transverse jet flows by a non-reactive two species multidomain Euler flow solver. In *28th Aerospace Sciences Meeting*, p. 126, 1990.
- [51] F. DUCROS, V. FERRAND, F. NICOUD, C. WEBER, D. DARRACQ, C. GACHERIEU et T. POINSOT : Large-eddy simulation of the shock/turbulence interaction. *Journal of Computational Physics*, 152(2):517–549, juil. 1999. URL <https://doi.org/10.1006/jcph.1999.6238>.
- [52] H. B. EBRAHIMI, J. LEVINE et A. KAWASAKI : Numerical investigation of twin-nozzle rocket plume phenomenology. *Journal of Propulsion and Power*, 16(2):178–186, 2000.
- [53] . ENGINEERING TOOLBOX : Air - diffusion coefficients of gases in excess of air. Available at : [https://www.engineeringtoolbox.com/air-diffusion-coefficient-gas-mixture-temperature-d\\_2010.html](https://www.engineeringtoolbox.com/air-diffusion-coefficient-gas-mixture-temperature-d_2010.html) [Accessed 14/09/2019].

- [54] A. FAGHRI, Y. ZHANG et J. R. HOWELL : *Advanced heat and mass transfer*. Global Digital Press, 2010.
- [55] M. FAHEEM, A. KHAN, R. KUMAR, S. A. KHAN, W. ASRAR et A. M. SAPARDI : Experimental study on the mean flow characteristics of a supersonic multiple jet configuration. *Aerospace Science and Technology*, 108:106377, jan. 2021. URL <https://doi.org/10.1016/j.ast.2020.106377>.
- [56] P. J. M. FERRER, R. BUTTAY, G. LEHNASCH et A. MURA : A detailed verification procedure for compressible reactive multicomponent Navier–Stokes solvers. *Computers & Fluids*, 89:88–110, jan 2014. URL <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2013.10.014>.
- [57] J. B. FREUND, S. K. LELE et P. MOIN : Compressibility effects in a turbulent annular mixing layer. part 1. turbulence and growth rate. *Journal of Fluid Mechanics*, 421:229–267, 2000.
- [58] F. GAND : Dynamics of turbulent junction flows. *Theses, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI*, 2011.
- [59] E. GARNIER, M. MOSSI, P. SAGAUT, P. COMTE et M. DEVILLE : On the use of shock-capturing schemes for large-eddy simulation. *Journal of Computational Physics*, 153(2):273–311, août 1999. URL <https://doi.org/10.1006/jcph.1999.6268>.
- [60] B. GOETHERT et L. BARNES : Some studies of the flow pattern at the base of missiles with rocket exhaust jets. Rap. tech., ARO INC ARNOLD AFS TN, 1960.
- [61] E. GONCALVÈS : Résolution numérique des équations d’Euler monodimensionnelles. *Lecture notes, Institut National Polytechnique de Grenoble*, 2004.
- [62] M. GUSMAN, J. HOUSMAN et C. KIRIS : Best practices for cfd simulations of launch vehicle ascent with plumes-overflow perspective. In *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, p. 1054, 2011.
- [63] W. E. HAMMOND : *Design Methodologies for Space Transportation Systems*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, jan 2001. URL <https://doi.org/10.2514/4.861734>.
- [64] K. HANNEMANN, H. LUDEKE, J.-F. PALLEGOIX, A. OLLIVIER, H. LAMBARE, J. MASELAND, E. GEURTS, M. FREY, S. DECK, F. SCHRIJER *et al.* : Launch vehicle base buffeting-recent experimental and numerical investigations. In *7th European Symposium on Aerothermodynamics*, vol. 692, p. 102, 2011.
- [65] J. HERMANSON et P. DIMOTAKIS : Effects of heat release in a turbulent, reacting shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 199:333–375, 1989.
- [66] J. L. HERRIN et J. C. DUTTON : Supersonic base flow experiments in the near wake of a cylindrical afterbody. *AIAA Journal*, 32(1):77–83, jan 1994. URL <https://doi.org/10.2514/3.11953>.
- [67] J. HERRIN et J. DUTTON : The turbulence structure of a reattaching axisymmetric compressible free shear layer. *Physics of Fluids*, 9(11):3502–3512, 1997.
- [68] R. HERRON : An investigation of jet boundary simulation parameters for underexpanded jets in a quiescent atmosphere. In *3rd Aerodynamics Testing Conference*, p. 397, 1968.
- [69] J. A. HILL et J. E. NICHOLSON : Compressibility effects on fluid entrainment by turbulent mixing layers. 1964.
- [70] C. HIRSCH : *Numerical computation of internal and external flows*. Wiley, 1997.
- [71] J. O. HIRSCHFELDER, C. F. CURTISS, R. B. BIRD et M. G. MAYER : *Molecular theory of gases and liquids*, vol. 165. Wiley New York, 1964.
- [72] T. HORCHLER, K. OSSWALD, V. HANNEMANN et K. HANNEMANN : Hybrid RANS-LES study of transonic flow in the wake of a generic space launch vehicle. In *Progress in Hybrid RANS-LES Modelling*, p. 291–300. Springer International Publishing, 2018. URL [https://doi.org/10.1007/978-3-319-70031-1\\_24](https://doi.org/10.1007/978-3-319-70031-1_24).
- [73] P. HUANG et G. N. COLEMAN : Van driest transformation and compressible wall-bounded flows. *AIAA journal*, 32(10):2110–2113, 1994.

- [74] V. N. HUFF, A. FORTINI et S. GORDON : Theoretical performance of jp-4 fuel and liquid oxygen as a rocket propellant i : frozen composition. Rap. tech., NACA, 1956.
- [75] V. N. HUFF, A. FORTINI et S. GORDON : Theoretical performance of jp-4 fuel and liquid oxygen as a rocket propellant ii : equilibrium composition. Rap. tech., NACA, 1956.
- [76] J. R. JANSSEN et J. C. DUTTON : Time-series analysis of supersonic base-pressure fluctuations. *AIAA journal*, 42(3):605–613, 2004.
- [77] E. JOHNSEN, J. LARSSON, A. V. BHAGATWALA, W. H. CABOT, P. MOIN, B. J. OLSON, P. S. RAWAT, S. K. SHANKAR, B. SJÖGREEN, H. YEE, X. ZHONG et S. K. LELE : Assessment of high-resolution methods for numerical simulations of compressible turbulence with shock waves. *Journal of Computational Physics*, 229(4):1213–1237, fév. 2010. URL <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2009.10.028>.
- [78] T. A. JR. : On the structure of jets from highly underexpanded nozzles into still air. *Journal of the Aerospace sciences*, 26(1):16–24, 1959.
- [79] K.-H. KAO, M.-S. LIOU et C.-Y. CHOW : Grid adaptation using chimera composite overlapping meshes. *AIAA journal*, 32(5):942–949, 1994.
- [80] S. KAWAI et K. FUJII : Computational study of a supersonic base flow using hybrid turbulence methodology. *AIAA journal*, 43(6):1265–1275, 2005.
- [81] S. KAWAI et K. FUJII : Time-series and time-averaged characteristics of subsonic to supersonic base flows. *AIAA Journal*, 45(1):289–301, jan 2007. URL <https://doi.org/10.2514/1.24601>.
- [82] B. KOREN : A robust upwind discretization method for advection, diffusion and source terms. In *Numerical methods for advection-diffusion problems*, p. 117–138. Vieweg, 1993.
- [83] V. KOUDRIAVTSEV : Simulation of base flow parameters for a launch vehicle under on-ground conditions. In *Aerothermodynamics for space vehicles*, vol. 426, p. 591, 1999.
- [84] S. LAIZET, S. LARDEAU et E. LAMBALLAIS : Direct numerical simulation of a mixing layer downstream a thick splitter plate. *Physics of Fluids*, 22(1):015104, 2010.
- [85] P. LAMPART, A. RUSANOV, S. YERSHOV, S. MARCINKOWSKI et A. GARDZILEWICZ : Validation of a 3D RANS solver with a state equation of thermally perfect and calorically imperfect gas on a multi-stage low-pressure steam turbine flow. *J. Fluids Eng.*, 127(1):83–93, 2005.
- [86] L. LARCHEVÊQUE, P. SAGAUT, T.-H. LÊ et P. COMTE : Large-eddy simulation of a compressible flow in a three-dimensional open cavity at high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 516:265, 2004.
- [87] L. LARCHEVÊQUE, P. SAGAUT, I. MARY, O. LABBÉ et P. COMTE : Large-eddy simulation of a compressible flow past a deep cavity. *Physics of Fluids*, 15(1):193–210, jan. 2003.
- [88] T.-H.-H. LÊ : *Etude expérimentale du couplage entre l'écoulement transsonique d'arrière-corps et les charges latérales dans les tuyères propulsives*. Thèse de doctorat, Poitiers, 2005.
- [89] J. LEE et K.-H. HUR : Plume-on base flows of a cylindrical afterbody with tails using RANS and DES models. In *The 2016 structures congress, Jeju Island, Korea*, 2016.
- [90] G. LEHNASCH : *Contribution à l'étude numérique des jets supersoniques sous-détendus*. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 2005.
- [91] E. W. LEMMON, M. O. MCLINDEN et D. G. FRIEND : Nist chemistry webbook, thermophysical properties of fluid systems, nist standard reference database number 69, 2008.
- [92] A. LEONARD : Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent fluid flows. In *Turbulent Diffusion in Environmental Pollution, Proceedings of a Symposium held at Charlottesville*, p. 237–248. Elsevier, 1975. URL [https://doi.org/10.1016/s0065-2687\(08\)60464-1](https://doi.org/10.1016/s0065-2687(08)60464-1).
- [93] M.-S. LIOU : A sequel to AUSM : AUSM+. *Journal of Computational Physics*, 129(2):364–382, déc. 1996. URL <https://doi.org/10.1006/jcph.1996.0256>.



- [94] S. LOOSEN, V. STATNIKOV, M. MEINKE et W. SCHRÖDER : Numerical investigation of the turbulent wake of generic space launchers. *In High Performance Computing in Science and Engineering '17*, p. 289–304. Springer International Publishing, 2018. URL [https://doi.org/10.1007/978-3-319-68394-2\\_17](https://doi.org/10.1007/978-3-319-68394-2_17).
- [95] E. S. LOVE, C. E. GRIGSBY, L. P. LEE et M. J. WOODLING : Experimental and theoretical studies of axisymmetric free jets. Rap. tech., NASA, 1959.
- [96] G. MABEY, P. OP et D. MABEY : Some measurements of base pressure fluctuations at subsonic and supersonic speeds. 1970.
- [97] L. MANUECO, P.-E. WEISS et S. DECK : On the coupling of wall-model immersed boundary conditions and curvilinear body-fitted grids for the simulation of complex geometries. *Computers & Fluids*, p. 104996, 2021.
- [98] I. MARTINEZ : Mass diffusivity data. *Thermal Data. Departamento de motopropulsão e termo-fluidodinâmica da Universidade Politécnica de Madrid.*, 2017.
- [99] I. MARY et P. SAGAUT : Large Eddy Simulation of Flow Around an Airfoil Near Stall. *AIAA Journal*, 40(6):1139–1145, juin 2002. URL <https://doi.org/10.2514/2.1763>.
- [100] M. MEHTA : Launch vehicle base flows. *2017 Thermal & Fluids Workshop (TEAWS). NASA Marshall Space Flight Center*, 2017.
- [101] M. MEHTA, F. CANABAL, S. B. TASHAKKOR et S. D. SMITH : Base heating sensitivity study for a 4-cluster rocket motor configuration in supersonic freestream. *Journal of Spacecraft and Rockets Vol. 50, No. 3, May–June 2013*, 2013.
- [102] R. MEHTA : Effect of velocity ratio on plane mixing layer development : Influence of the splitter plate wake. *Experiments in fluids*, 10(4):194–204, 1991.
- [103] P. MELIGA et P. REIJASSE : Unsteady transonic flow behind an axisymmetric afterbody equipped with two boosters. *In 25th AIAA Applied Aerodynamics Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics*, juin 2007. URL <https://doi.org/10.2514/6.2007-4564>.
- [104] M. MILLER, C. BOWMAN et M. MUNGAL : An experimental investigation of the effects of compressibility on a turbulent reacting mixing layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 356:25–64, 1998.
- [105] F. G. MOORE et L. Y. MOORE : Improvements to power-on base pressure prediction for the aeroprediction code. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 47(1):101–112, 2010.
- [106] J. MORRIS et A. CANNELL : Base recirculation of a 1/10-scale Saturn S-IV stage at simulated altitudes above 142,000 feet. *Arnold Engineering Development Center, Arnold AFB, TN, TN-61-102*, 1961.
- [107] N. T. MUSIAL et J. J. WARD : Base flow characteristics for several four-clustered rocket configurations at Mach numbers from 2.0 to 3.5. Rap. tech., NASA, 1961.
- [108] R. NALLASAMY, M. KANDULA, L. DUNCIL et P. SCHALLHORN : Numerical simulation of the base flow and heat transfer characteristics of a four-nozzle clustered rocket engine. *In 40th Thermophysics Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics*, jun 2008. URL <https://doi.org/10.2514/6.2008-4128>.
- [109] R. NALLASAMY, M. KANDULA, L. DUNCIL et P. SCHALLHORN : Base flow and heat transfer characteristics of a four-nozzle clustered rocket engine : Effect of nozzle pressure ratio. *AIAA*, 2010.
- [110] S.-E. NYBERG et J. AGRELL : Investigation of modeling concepts for plume-afterbody flow interactions. Rap. tech., Aeronautical Research Inst of Sweden Stockholm, 1981.
- [111] H. OERTEL : Coherent structures producing Machwaves inside and outside of the supersonic jet. *In Structure of Complex Turbulent Shear Flow*, p. 334–343. Springer, 1983.
- [112] R. PAIN, P.-E. WEISS et S. DECK : Zonal Detached Eddy Simulation of the Flow Around a Simplified Launcher Afterbody. *AIAA Journal*, 52(9):1967–1979, sept. 2014. URL <https://doi.org/10.2514/1.j052743>.

- [113] R. PAIN, P.-E. WEISS, S. DECK et J.-C. ROBINET : Large scale dynamics of a high Reynolds number axisymmetric separating/reattaching flow. *Physics of Fluids*, 31(12):125119, déc. 2019. URL <https://doi.org/10.1063/1.5121587>.
- [114] C. PANTANO et S. SARKAR : A study of compressibility effects in the high-speed turbulent shear layer using direct simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 451:329–371, 2002.
- [115] D. PAPAMOSCHOU et A. ROSHKO : The compressible turbulent shear layer : an experimental study. *Journal of fluid Mechanics*, 197:453–477, 1988.
- [116] M. PECHIER : *Prévisions numériques de l'effet Magnus pour des configurations de munitions*. Thèse de doctorat, Poitiers, 1999.
- [117] W. PETERS : A comparison of jet temperature effects on afterbody drag with those from jet molecular weight and nozzle area ratio variations. In *16th Joint Propulsion Conference*, p. 1161, 1980.
- [118] W. PETERS et T. KENNEDY : An evaluation of jet simulation parameters for nozzle/afterbody testing at transonic Mach numbers. In *15th Aerospace Sciences Meeting*, p. 106, 1976.
- [119] M. PINDZOLA : Jet simulation in ground test facilities. Rap. tech., Advisory group for Aeronautical Research and Development, Paris (FRANCE), 1963.
- [120] S. PIROZZOLI : Conservative hybrid compact-WENO schemes for shock-turbulence interaction. *Journal of Computational Physics*, 178(1):81–117, mai 2002. URL <https://doi.org/10.1006/jcph.2002.7021>.
- [121] T. POINSOT et D. VEYNANTE : *Theoretical and Numerical Combustion*. R.T. Edwards Inc., 2005. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00270731>.
- [122] G. PONT, P. CINNELLA, J.-C. ROBINET et P. BRENNER : Assessment of automatic hybrid RANS/LES models for industrial CFD. In *32nd AIAA Applied Aerodynamics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, juin 2014. URL <https://doi.org/10.2514/6.2014-2691>.
- [123] P. PU et Y. JIANG : Assessing turbulence models on the simulation of launch vehicle base heating. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2019:1–14, août 2019. URL <https://doi.org/10.1155/2019/4240980>.
- [124] N. RENARD : *Simulations numériques avancées et analyses physiques de couches limites turbulentes à grand nombre de Reynolds*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI, 2016.
- [125] N. RENARD et S. DECK : Improvements in zonal detached eddy simulation for wall modeled large eddy simulation. *AIAA Journal*, 53(11):3499–3504, 2015.
- [126] J. REYNAUD, P. WEISS et S. DECK : Numerical workflow for scale-resolving computations of space launcher afterbody flows with and without jets. *Computers and Fluids*, 2021.
- [127] P. L. ROE : Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes. *Journal of computational physics*, 43(2):357–372, 1981.
- [128] L. R. ROLLSTIN : Measurement of in-flight base pressure on an artillery-fired projectile. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 27(1):5–6, jan 1990. URL <https://doi.org/10.2514/3.26096>.
- [129] A. ROSHKO : On the drag and shedding frequency of two-dimensional bluff bodies. Rap. tech., NACA, 1954.
- [130] A. ROSHKO : Structure of turbulent shear flows : a new look. *AIAA journal*, 14(10):1349–1357, 1976.
- [131] J. ROSSITER : Wind tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds. *RAE Technical Report No. 64037*, 1964.
- [132] T. ROSSMANN, M. MUNGAL et R. HANSON : An experimental investigation of high compressibility non-reacting mixing layers. In *38th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, jan 2000. URL <https://doi.org/10.2514/6.2000-663>.

- [133] P. SAGAUT et S. DECK : Large Eddy Simulation for Aerodynamics : Status and perspectives. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 367(1899):2849–2860, juil. 2009. URL <https://doi.org/10.1098/rsta.2008.0269>.
- [134] P. SAGAUT, M. TERRACOL et S. DECK : *Multiscale and multiresolution approaches in turbulence-LES, DES and Hybrid RANS/LES Methods : Applications and Guidelines*. World Scientific, 2013.
- [135] J. SAHU : Numerical computations of supersonic base flow with special emphasis on turbulence modeling. *AIAA journal*, 32(7):1547–1549, 1994.
- [136] D. SAILE : *Experimental Analysis on Near-Wake Flows of Space Transportation Systems*. Thèse de doctorat, Deutsches Zentrum für Luft-und Raumfahrt e.V., 2019.
- [137] D. SAILE, D. KIRCHHECK, A. GÜLHAN, C. SERHAN et V. HANNEMANN : Design of a GH2/GOX combustion chamber for the hot plume interaction experiments at DLR cologne. In *8th European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles*, 2015.
- [138] B. SAINTE-ROSE : *Simulations numériques d'écoulements réactifs massivement décollés par une approche hybride RANS/LES*. Thèse de doctorat, Châtenay-Malabry, Ecole centrale de Paris, 2010.
- [139] S. SCHARNOWSKI, V. STATNIKOV, M. MEINKE, W. SCHRÖDER et C. J. KÄHLER : Combined experimental and numerical investigation of a transonic space launcher wake. In D. KNIGHT, I. LIPATOV et P. REIJASSE, eds : *Progress in Flight Physics – Volume 7*. EDP Sciences, 2015. URL <https://doi.org/10.1051/eucass/201507311>.
- [140] S. SCHARNOWSKI, M. BOSYK, F. F. J. SCHRIJER et B. W. van OUDHEUSDEN : Passive flow control for the load reduction of transonic launcher afterbodies. *AIAA Journal*, jan 2019.
- [141] M. SCHOONES et W. BANNINK : Base flow and exhaust plume interaction. part 1 : Experimental study. *Series 01 : Aerodynamics* 15, 1998.
- [142] A.-M. SCHREYER, S. STEPHAN et R. RADESPIEL : Flow structure and unsteadiness in the supersonic wake of a generic space launcher. In *54th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, p. 1589, 2016.
- [143] F. F. J. SCHRIJER, A. SCIACCHITANO et F. SCARANO : Spatio-temporal and modal analysis of unsteady fluctuations in a high-subsonic base flow. *Physics of Fluids*, 26(8):086101, aug 2014.
- [144] J.-E. SCHUMANN, M. FERTIG, V. HANNEMANN, T. EGGERS et K. HANNEMANN : Numerical investigation of space launch vehicle base flows with hot plumes. In *Future Space-Transport-System Components under High Thermal and Mechanical Loads*, p. 179–191. Springer, 2020.
- [145] R. SCHWANE : Numerical prediction and experimental validation of unsteady loads on Ariane 5 and Vega. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 52(1):54–62, 2014.
- [146] W. R. SCOTT et T. H. SLOCUMB JR : Jet effects on the base pressure of a cylindrical afterbody with multiple-jet exits. Rap. tech., NASA, 1959.
- [147] A. SEGALINI et A. TALAMELLI : Experimental analysis of dominant instabilities in coaxial jets. *Physics of Fluids*, 23(2):024103, fév. 2011. URL <https://doi.org/10.1063/1.3553280>.
- [148] J. M. SEINER, M. K. PONTON, B. J. JANSEN et N. T. LAGEN : The effects of temperature on supersonic jet noise emission. In *14th DGLR/AIAA aeroacoustics conference*, vol. 1, p. 295–307, 1992.
- [149] M. SERPICO, A. SCHETTINO, A. CUICCI, D. FALCONI, M. FABRIZI, M. SERPICO, A. SCHETTINO, A. CUICCI, D. FALCONI et M. FABRIZI : Vega launcher base flow prediction at different supersonic Mach numbers. In *15th Applied Aerodynamics Conference*, p. 2302, 1997.
- [150] M. SILLEN : Investigation of base flow on a space rocket with plumes. In *8th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference*, p. 1599, 1998.
- [151] J. A. SILLERO, J. JIMÉNEZ et R. D. MOSER : One-point statistics for turbulent wall-bounded flows at Reynolds numbers up to  $\delta^+ = 2000$ . *Physics of Fluids*, 25(10):105102, 2013.
- [152] F. SIMON : *Simulations numériques hybrides RANS/LES de l'aérodynamique des projectiles et application au contrôle des écoulements*. Thèse de doctorat, Lille 1, 2007.

- [153] F. SIMON, S. DECK, P. GUILLEN, R. CAYZAC et A. MERLEN : Zonal-Detached-Eddy Simulation of Projectiles in the subsonic and transonic regimes. *AIAA Journal*, 45(7):1606–1619, juil. 2007. URL <https://doi.org/10.2514/1.26827>.
- [154] F. SIMON, S. DECK, P. GUILLEN et P. SAGAUT : Reynolds-Averaged Navier-Stokes/Large-Eddy Simulations of supersonic base flow. *AIAA Journal*, 44(11):2578–2590, nov. 2006. URL <https://doi.org/10.2514/1.21366>.
- [155] F. SIMON, S. DECK, P. GUILLEN, P. SAGAUT et A. MERLEN : Numerical simulation of the compressible mixing layer past an axisymmetric trailing edge. *Journal of Fluid Mechanics*, 591:215–253, 2007.
- [156] J. SMAGORINSKY : General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly Weather Review*, 91(3):99–164, mars 1963. URL [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1963\)091<0099:gcewtp>2.3.co;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1963)091<0099:gcewtp>2.3.co;2).
- [157] G. A. SOD : A survey of several finite difference methods for systems of nonlinear hyperbolic conservation laws. *Journal of computational physics*, 27(1):1–31, 1978.
- [158] SPACEX : Youtube video : How not to land an orbital rocket booster :.
- [159] P. SPALART et S. ALLMARAS : A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *In 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, jan. 1992. URL <https://doi.org/10.2514/6.1992-439>.
- [160] P. R. SPALART, S. DECK, M. L. SHUR, K. D. SQUIRES, M. K. STRELETS et A. TRAVIN : A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 20(3):181–195, mai 2006.
- [161] P. R. SPALART : Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. *In Proceedings of first AFOSR international conference on DNS/LES*. Greyden Press, 1997.
- [162] V. STATNIKOV, S. STEPHAN, K. PAUSCH, M. MEINKE, R. RADESPIEL et W. SCHRÖDER : Experimental and numerical investigations of the turbulent wake flow of a generic space launcher at  $M_\infty = 3$  and  $M_\infty = 6$ . *CEAS Space Journal*, 8(2):101–116, 2016.
- [163] V. STATNIKOV, M. MEINKE et W. SCHRÖDER : Reduced-order analysis of buffet flow of space launchers. *Journal of Fluid Mechanics*, 815:1–25, fév. 2017. URL <https://doi.org/10.1017/jfm.2017.46>.
- [164] V. STATNIKOV, T. SAYADI, M. MEINKE, P. SCHMID et W. SCHRÖDER : Analysis of pressure perturbation sources on a generic space launcher after-body in supersonic flow using zonal turbulence modeling and dynamic mode decomposition. *Physics of Fluids*, 27(1):016103, 2015.
- [165] S. STEPHAN, J. WU et R. RADESPIEL : Propulsive jet influence on generic launcher base flow. *CEAS Space Journal*, 7(4):453–473, 2015.
- [166] S. STEPHAN et R. RADESPIEL : Propulsive jet simulation with air and helium in launcher wake flows. *CEAS Space Journal*, 9(2):195–209, dec 2016. URL <https://doi.org/10.1007/s12567-016-0142-4>.
- [167] P. R. SULYMA : An analytical procedure and automated computer code used to design model nozzles which meet MSFC base pressure similarity parameter criteria.[space shuttle]. Rap. tech., Lockheed Missiles and Space Company, 1980.
- [168] P. K. SWEBY : High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. *SIAM journal on numerical analysis*, 21(5):995–1011, 1984.
- [169] C. K. TAM, P. CHEN et J. SEINER : Relationship between the instability waves and noise of high-speed jets. *AIAA journal*, 30(7):1747–1752, 1992.
- [170] C. K. TAM et F. Q. HU : On the three families of instability waves of high-speed jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 201:447–483, 1989.

- [171] T. THOMAS et C. UNNIKRIISHNAN : Base flow studies for a single-engine launch vehicle configuration. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 48(3):414–419, 2011.
- [172] A. TROSHIN, A. SHIRYAEVA, V. VLASENKO et V. SABELNIKOV : Large-eddy simulation of helium and argon supersonic jets in supersonic air co-flow. In *Progress in Turbulence VIII. iTi 2018. Springer Proceedings in Physics*, vol. 226, p. 253–258. Springer International Publishing, 2019. URL [https://doi.org/10.1007/978-3-030-22196-6\\_40](https://doi.org/10.1007/978-3-030-22196-6_40).
- [173] J. TROYES, I. DUBOIS, V. BORIE et A. BOISCHOT : Multi-phase reactive numerical simulations of a model solid rocket exhaust jet. In *42nd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, p. 4414, 2006.
- [174] E. R. VAN DRIEST : On turbulent flow near a wall. *Journal of the aeronautical sciences*, 23(11):1007–1011, 1956.
- [175] P. VAN GENT : *From Particles to Pressure PIV-based pressure reconstruction for base flows*. Thèse de doctorat, Delft University of Technology, 2018.
- [176] P. L. van GENT, Q. PAYANDA, S. G. BRUST, B. W. van OUDHEUSDEN et F. F. J. SCHRIJER : Effects of exhaust plume and nozzle length on compressible base flows. *AIAA Journal*, 57(3):1–16, mars 2019.
- [177] B. VAN LEER : MUSCL, a new approach to numerical gas dynamics. In *Computing in Plasma Physics and Astrophysics*, jan 1976.
- [178] B. W. VAN OUDHEUSDEN et F. SCARANO : PIV investigation of supersonic base-flow–plume interaction. In *Particle Image Velocimetry*, p. 465–474. Springer, 2007.
- [179] J.-H. WANG, S. PAN, X. Y. HU et N. A. ADAMS : Partial characteristic decomposition for multi-species euler equations. *Computers & Fluids*, 181:364–382, mar 2019. URL <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2019.01.023>.
- [180] R. A. WASKO : Wind-tunnel investigation of thermal and pressure environments in the base of the Saturn S-IC booster from Mach 0.1 to 3.5. Rap. tech., NASA, 1966.
- [181] P.-E. WEISS : *Simulation numérique et analyse physique d'un écoulement d'arrière-corps axisymétrique et application au contrôle des charges latérales*. Thèse de doctorat, Paris 6, 2010.
- [182] P.-É. WEISS et S. DECK : Control of the antisymmetric mode ( $m = 1$ ) for high Reynolds axisymmetric turbulent separating/reattaching flows. *Physics of Fluids*, 23(9):095102, sept. 2011. URL <https://doi.org/10.1063/1.3614481>.
- [183] P.-É. WEISS et S. DECK : On the coupling of a zonal body-fitted/immersed boundary method with ZDES : Application to the interactions on a realistic space launcher afterbody flow. *Computers & Fluids*, 176:338–352, nov. 2018. URL <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2017.06.015>.
- [184] P.-É. WEISS, S. DECK, J.-C. ROBINET et P. SAGAUT : On the dynamics of axisymmetric turbulent separating/reattaching flows. *Physics of Fluids*, 21(7):075103, juil. 2009. URL <https://doi.org/10.1063/1.3177352>.
- [185] F. A. WILLIAMS : *Combustion theory*. CRC Press, 2018.
- [186] H. WONG, J. MEIJER et R. SCHWANE : Experimental and theoretical investigation of base-flow buffeting on ariane5 launch vehicles. *Journal of propulsion and power*, 23(1):116–122, 2007.
- [187] D. A. YODER, J. R. DEBONIS et N. J. GEORGIADIS : Modeling of turbulent free shear flows. *Computers & fluids*, 117:212–232, 2015.
- [188] V. ZAPRYAGAEV, A. LOKOTKO, S. NIKIFOROV, A. PAVLOV, A. TCHERNYSHEV, W. BANNINK, H. OTTENS et J. MUYLAERT : Experimental investigation of base pressure with hot supersonic jet for external supersonic flow. In *Fourth Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles*, vol. 487, p. 579, 2002.
- [189] G. ZHAO, M. SUN, A. MEMMOLO et S. PIROZZOLI : A general framework for the evaluation of shock-capturing schemes. *Journal of Computational Physics*, 376:924–936, jan. 2019. URL <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.10.013>.

- [190] Z. ZHOU, G. LE et L. ZHANG : Numerical studies of afterburning on impingement flowfield of the four-engine rockets. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 57(6):1284–1294, nov. 2020. URL <https://doi.org/10.2514/1.a34672>.
- [191] Z. ZHOU, X. LIANG, C. ZHAO, G. LE et Y. DING : Investigations of base thermal environment on four-nozzle liquid launch vehicle at high altitude. *Journal of Spacecraft and Rockets*, p. 1–9, sept. 2019. URL <https://doi.org/10.2514/1.a34492>.
- [192] N. ZHUANG, F. S. ALVI, M. B. ALKISLAR et C. SHIH : Supersonic cavity flows and their control. *AIAA Journal*, 44(9):2118–2128, sept. 2006.

# **Étude de méthodes de prévision des interactions de jet pour les arrière-corps de lanceurs spatiaux**

Les interactions entre les jets propulsifs et le sillage d'un lanceur spatial génèrent des contraintes mécaniques et thermiques pouvant compromettre la réalisation des objectifs de vol. Pour étudier ces écoulements instationnaires, la mise en place de méthodes numériques précises et abordables repose sur la recherche d'un compromis entre le niveau de résolution des échelles turbulentes et la complexité de la modélisation physique des jets. Pour contribuer à cette recherche, cette thèse est consacrée au développement et à l'évaluation d'une approche numérique permettant de réaliser des simulations ZDES bi-espèces sur des configurations représentatives des lanceurs de nouvelle génération. Les différents outils composant cette approche, dont un schéma hybride permettant une adaptation locale de la dissipation numérique et les versions bi-espèces des trois modes de la ZDES, sont évalués avec succès sur des cas d'études intégrant graduellement les phénomènes fluides pilotant les interactions de jet pour les arrière-corps de lanceurs spatiaux. L'approche est ensuite employée pour réaliser le 1<sup>er</sup> calcul RANS/LES de la littérature sur une configuration multi-tuyère de référence. Les apports d'une telle approche par rapport aux modélisations RANS pour l'évaluation quantitative des caractéristiques instantanées, statistiques et spectrales du champ de pression s'exerçant sur les parois sont exposés. Les méthodes numériques développées durant la thèse constituent ainsi des nouveaux outils permettant d'accompagner la conception des lanceurs spatiaux mais également d'autres véhicules soumis à des écoulements compressibles, turbulents et multi-espèces.

Mots-clés : arrière-corps, jets supersoniques, modélisation de la turbulence, écoulement bi-espèce, RANS, RANS/LES, ZDES

## **Study of predictive methods for jet interactions for space launcher afterbodies**

The interactions between a space launcher with propulsive jets and its wake generate mechanical and thermal loads that may jeopardize the success of a flight. In order to study these unsteady flows, the development of precise and affordable numerical models relies on a compromise between an accurate treatment of turbulence and the complexity of the jets physical modelling. To contribute to the improvement of launcher base flow predictions, this thesis is dedicated to the development and the evaluation of a numerical workflow enabling to perform bi-species ZDES computations on configurations representative of next generation launchers. The different tools constituting this framework, such as a hybrid scheme adapting locally the dissipation level and the bi-species versions of three modes of the ZDES, are successfully evaluated on test cases taking gradually into account the flow features driving jet interactions for space launcher afterbodies. The workflow is then used to realize the 1<sup>st</sup> RANS/LES computation on a reference multi-nozzles configuration. The advantages of this approach in comparison with RANS models are exposed in terms of the instantaneous, statistical and spectral characterization of wall pressure signals. The numerical methods developed in this thesis thus constitute new tools able to support the designing process of space launchers but also of other vehicles subject to compressible, turbulent, multi-species flows.

Keywords : afterbodies, supersonic jets, turbulence modelling, bi-species flow, RANS, RANS/LES, ZDES