



**HAL**  
open science

# Étude de l'influence des propriétés de liaisons sur le comportement vibroacoustique d'une structure assemblée

Jean-Baptiste Chassang

► **To cite this version:**

Jean-Baptiste Chassang. Étude de l'influence des propriétés de liaisons sur le comportement vibroacoustique d'une structure assemblée. Vibrations [physics.class-ph]. Le Mans Université, 2022. Français. NNT : 2022LEMA1009 . tel-03772491

**HAL Id: tel-03772491**

**<https://theses.hal.science/tel-03772491>**

Submitted on 8 Sep 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT DE

LE MANS UNIVERSITÉ

ÉCOLE DOCTORALE N° 602  
Sciences pour l'Ingénieur  
Discipline : 60  
Spécialité : Acoustique

Par

**Jean-Baptiste CHASSANG**

**Étude de l'influence des propriétés de liaisons sur le comportement vibroacoustique d'une structure assemblée**

Thèse présentée et soutenue à Le Mans, le 28 juin 2022

Unité de recherche : Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Mans (LAUM, UMR CNRS 6613)

Thèse N° : 2022LEMA1009

## Rapporteurs avant soutenance :

Georges JACQUET-RICHARDET Professeur - INSA (Lyon, France)  
Nicolas TOTARO Professeur - INSA (Lyon, France)

## Composition du Jury :

Président : Gaël CHEVALLIER Professeur - FEMTO (Besançon, France)  
Examineur : Sandra FORGET Docteure Ingénieure - Renault (Paris, France)  
Dir. de thèse : Charles PEZERAT Professeur - Le Mans université (Le Mans, France)  
Co-dir. de thèse : Adrien PELAT Professeur - Le Mans université (Le Mans, France)  
Encadrant de thèse : Frédéric ABLITZER Docteur - Le Mans université (Le Mans, France)

## Invité(s) :

Laurent POLAC Ingénieur - Renault (Paris, France)







# Remerciements

J'étais à la bibliothèque de l'université de Clermont-Ferrand, une chaude après-midi de 2011 au début de mon parcours à l'IUT Mesures Physiques. C'est durant cette journée que j'ai su que je souhaitais faire un doctorat. Pourtant, en sortant du bac, on ne s'imagine pas vraiment ce qu'est un doctorat. Je viens également d'une famille où ce genre de parcours n'est pas commun. Rien ne permettait de dire que j'allais être intéressé si ce n'est que lorsque mon regard se posa sur ces étagères remplies de manuscrits d'anciens doctorants, je ne pu m'empêcher de vouloir un jour faire parti de ces jeunes gens qui osent aller un peu plus loin.

Un doctorat n'est pourtant pas à prendre à la légère. C'est une aventure humaine autant sur le plan personnel que sur le plan d'une collaboration avec d'autres personnes. Un doctorat n'a pas grand chose à voir avec un diplôme classique. Il faut se lancer dedans avec les bonnes raisons et être certain d'accepter les challenges, les dépassements de soi. C'est avec une certaine assurance aujourd'hui que je peux dire que j'en ressors grandi. Cette aventure m'aura permis d'en apprendre davantage sur moi et d'améliorer mes compétences et ma méthode scientifique. Aujourd'hui, je me sens serein de dire que je suis enfin un docteur-ingénieur vibro-acousticien. Il me reste encore énormément à apprendre mais c'est ce qui rend la chose encore plus excitante !

Nous sommes dans la partie "Remerciements" mais je n'ai toujours pas commencé... Alors allons vers celles et ceux qui ont contribué à mon aventure. Je tiens déjà à remercier Renault (site de Lardy) et l'université du Mans (LAUM - UMR CNRS 6613) de m'avoir fait confiance. J'ai pu évoluer durant 3 années dans les meilleures conditions. Les résultats présentés dans ce manuscrit résultent de la collaboration d'une multitude personnes sans qui ce travail n'aurait jamais pu voir le jour. Je tiens donc naturellement à remercier mes mentors : Pr. Charles Pézerat, Pr. Adrien Pelat, Dr. Frédéric Ablitzer et M. Laurent Polac. Ces personnes me suivent et m'apprennent le métier depuis 2013, à travers des cours, des projets étudiants et ce doctorat. Je les remercie de m'avoir fait confiance, de m'avoir partagé leur savoir et je les remercie également pour leur bienveillance et leur patience. La compétence d'un scientifique ne se mesure pas que par ses aptitudes techniques mais également par son aptitude à transmettre son savoir aux générations futures. Alors, encore une fois, merci à vous.

Je tiens également à remercier Pr. Georges Jacquet-Richardet et Pr. Nicolas Totaro d'avoir acceptés de lire mes travaux en tant que rapporteurs et Pr. Gaël Chevalier et Dr. Sandra Forget de faire partie de mon jury. La discussion qui a suivi la soutenance a été très intéressante. C'est aussi pour cela que j'aime la science, dans ces discussions de passionnés où le temps ne s'écoule plus.

Mes 8 premiers mois de thèse se sont déroulés au sein des locaux de Renault. Je remercie ainsi mes anciens collègues pour la bonne ambiance avec un clin d'oeil particulier à Sandra, Tangi, Cécile, Manu, Yoan, Laurent et Laurent, Lucie...

Je tiens désormais à remercier mes collègues du LAUM et les membres de l'ENSIM pour leur accueil. Cette université fut ma maison durant plusieurs années. Je ne l'oublierai jamais.

Je tiens maintenant à remercier l'équipe de doctorants avec qui j'ai partagé mes journées durant 2 ans et quelques. Merci à Erwan, Thibault, Jules, Meryem, Théo, Guillaume, Saoussaine, Paola, Erwan, Audrey, Théo. Nous nous sommes tenus les coudes pour avancer, pas à pas. Je tiens également à remercier les étudiants qui ont pu m'aider à mener mes expériences, encore merci Benoît, Audrey et Victor.

Nous avons eu une belle équipe. C'est avec nostalgie que je pars de cet environnement.

Les derniers mois de thèse ont été également partagés avec mon début d'aventure au sein de Naval Group. Ainsi, je souhaite remercier l'équipe du service "Environnement Militaire" pour leur compréhension sur le fait que je devais m'absenter de temps en temps pour des réunions de suivi de thèse mais également pour m'avoir aidé à la préparation à ma soutenance de thèse. Ma gratitude revient en premier à Pascal. C'est un peu réducteur face à tout ce qu'il m'a apporté mais je le remercie chaleureusement de m'avoir aidé à préparer ma soutenance. Je tiens également à remercier Margaux, Antoine, Julien, Vincent, Nathan...

En sortant de l'environnement de l'université, je tiens à remercier des personnes étant très importantes dans ma vie et qui ont pu me soutenir. Ainsi, un grand merci à mon ami Vincent, pour ses conseils et notre bêtise commune (c'est un  $p(x)$  Jean-Baptiste), les copains du sud, Clément, Thomas, Adri, Kévin. Je remercie également les copains du nord, Thibault, Alex, Romain et sa merveilleuse famille. Ils ont été souvent là pour discuter avec moi et me faire penser à autre chose lorsque le doctorat devenait difficile. Je remercie maintenant ma famille. Je suis conscients de la chance que j'ai de les avoir. Merci à mon papa, Jacques, ma maman Murielle et mon petit frère, Antoine, d'être là. Je vous dois tout.

Mes excuses pour celles et ceux que je n'ai pas cités et qui ont contribué.

Merci de m'avoir fait grandir.

*“La persévérance est la noblesse de l'obstination.” - De Adrien Decourcelle*

# Résumé

Dans ce travail de thèse, il s'agit de mieux comprendre si la nature des liaisons entre pièces a une importance sur le comportement dynamique et/ou sur le rayonnement acoustique d'un assemblage. Pour aborder l'analyse, le cas d'étude choisi est celui de deux poutres assemblées où la liaison est représentée par une distribution de liaisons mécaniques (raideur et amortissement). Une mise en équation analytique de l'assemblage est réalisée. Elle prend en compte le dés-alignement des fibres neutres qui couple des mouvements de traction-compression et de flexion. Ces équations sont projetées dans les bases modales libres-libres des structures découplées dont l'intérêt est d'y accéder facilement expérimentalement. Dans cette modélisation, l'effet de la liaison est décrit par une matrice de couplage intermodal. Cette matrice met en évidence la contribution des modes résonants dans la dynamique de l'assemblage ainsi que la contribution des modes rayonnants sur son comportement vibroacoustique.

L'étude du comportement de l'assemblage sous différents types d'excitation met en évidence des comportements typiques allant du quasi-découplage au couplage des mouvements incluant des mécanismes de conversions. La transition entre ces comportements typiques et son lien avec les paramètres de liaison est analysée et révèle qu'un rayonnement significatif peut apparaître en raison de l'hybridation des mouvements provoquée par la liaison. Une démarche expérimentale est construite et confirme les résultats du modèle. Pour s'affranchir d'une analyse dépendante des excitations, des indicateurs sont construits sur la base de l'inverse de la rigidité dynamique de l'assemblage qui fait office de signature intrinsèque de la liaison. L'ensemble de la démarche est appliqué à deux cas d'étude : Poutres collées et poutres boulonnées. Une ouverture vers la prise en compte de non-linéarités à la liaison est proposée comme perspective.





# Abstract

In this thesis, the aim is to better understand whether the nature of the connections between parts has an importance on the dynamic behaviour and/or on the acoustic radiation of an assembly. To approach the analysis, the case study consisted of two assembled beams where the junction is represented by a distribution of mechanical bonds (stiffness and damping). An analytical equation of the junction is performed. It takes into account the misalignment of the neutral fibres which couple longitudinal and flexural motions. These equations are projected into the free-free modal bases of the decoupled structures, which are easily accessible experimentally. In this model, the junction effects are described by an intermodal coupling matrix. This matrix highlights the contribution of the resonant modes in the dynamics of the junction as well as the contribution of the radiating modes on its vibroacoustic behaviour.

The study of the assembly behaviour under different types of excitation reveals typical behaviours ranging from quasi-decoupling to coupling of motions including conversion mechanisms. The transition between these typical behaviours and its link to the junction parameters is analysed and reveals that significant radiation can occur due to hybridization of motions caused by the junction. An experimental approach is obtained and confirms the results of the model. In order to avoid an analysis dependent on the excitation, indicators are constructed on the basis of the inverse of the dynamic stiffness of the assembled structures, which acts as an intrinsic signature of the junction. The whole approach is applied to two study cases : glued beams and bolted beams. An opening towards the non-linearities at the junction is proposed as a perspective.



# Table des matières

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Positionnement scientifique de la thèse</b>   | <b>5</b>  |
| 1.1      | Contexte industriel . . . . .  | 6         |
| 1.2      | Objectifs de la thèse . . . . .  | 7         |
| 1.3      | Le problème de la liaison dans un assemblage . . . . .   | 8         |
| 1.4      | Modélisation de liaison . . . . .  | 12        |
| 1.4.1    | Modèles constitutifs . . . . .   | 12        |
| 1.4.2    | Modèles phénoménologiques . . . . .  | 14        |
| 1.5      | Effets des liaisons sur le comportement dynamique d'un assemblage . . . . .  | 15        |
| 1.6      | Positionnement . . . . .   | 17        |
| <b>2</b> | <b>Description du mouvement de l'assemblage dans la base de ses modes découplés</b>                                    | <b>21</b> |
| 2.1      | Introduction . . . . .   | 22        |
| 2.2      | Définition du cadre de l'étude . . . . .   | 22        |
| 2.2.1    | Description de l'assemblage utilisé . . . . .  | 22        |
| 2.2.2    | Mise en équation . . . . .   | 23        |
| 2.3      | Résolution du problème en dynamique . . . . .  | 26        |
| 2.3.1    | Définition des bases modales libres . . . . .  | 26        |
| 2.3.2    | Projection dans les bases modales libres . . . . .   | 27        |
| 2.3.3    | Assemblage des bases modales . . . . .   | 30        |
| 2.4      | Calcul des réponses vibroacoustiques . . . . .   | 32        |
| 2.4.1    | Reconstruction des champs de déplacement . . . . .   | 32        |
| 2.4.2    | Calcul du rayonnement acoustique de l'assemblage . . . . .   | 32        |
| 2.5      | Étude de convergence . . . . .   | 33        |
| 2.5.1    | Convergence modale $N$ . . . . .   | 33        |
| 2.5.2    | Convergence spatiale $N_k$ . . . . .   | 34        |
| 2.6      | Conclusions et perspectives . . . . .  | 35        |
| <b>3</b> | <b>Comportement vibroacoustique d'un assemblage en régime forcé</b>  | <b>37</b> |
| 3.1      | Introduction . . . . .   | 38        |
| 3.2      | Validation de la méthode modale analytique par comparaison des réponses forcées avec une méthode directe FEM . . . . . | 38        |
| 3.2.1    | Description du modèle numérique . . . . .  | 38        |
| 3.2.2    | Comparaison des réponses vibroacoustiques . . . . .  | 38        |
| 3.3      | Influence des propriétés de liaison sur le comportement vibroacoustique de la structure assemblée . . . . .            | 41        |
| 3.3.1    | Mise en évidence d'un rayonnement additionnel en relation avec le module d'Young de la liaison $E_p$ . . . . .         | 41        |
| 3.3.2    | Influence de la dissipation de liaison sur le rayonnement acoustique de l'assemblage . . . . .                         | 47        |
| 3.4      | Conclusion . . . . .   | 49        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>4</b> | <b>Prévision du comportement vibroacoustique de la structure assemblée sans excitation</b>                          | <b>51</b> |
| 4.1      | Introduction . . . . .  | 52        |
| 4.2      | Définition de l'opérateur dynamique inverse . . . . .   | 52        |
| 4.2.1    | Évaluation des raideurs dynamiques inverses . . . . .   | 52        |
| 4.2.2    | Pondération acoustique des inverses de raideurs dynamiques . . . . .  | 53        |
| 4.3      | Prédiction du comportement vibroacoustique sans calcul en régime forcé . . . . .                                    | 56        |
| 4.3.1    | Prévision des participations modales de l'assemblage . . . . .  | 56        |
| 4.3.2    | Prévision du rayonnement de l'assemblage . . . . .  | 59        |
| 4.4      | Conclusion . . . . .  | 59        |
| <b>5</b> | <b>Application expérimentale sur les liaisons collées</b>   | <b>63</b> |
| 5.1      | Préambule . . . . .   | 64        |
| 5.2      | Introduction . . . . .  | 64        |
| 5.3      | Méthodologie expérimentale . . . . .  | 64        |
| 5.3.1    | Protocole . . . . .   | 64        |
| 5.3.2    | Description du banc d'essai et instrumentation . . . . .  | 64        |
| 5.4      | Conception des démonstrateurs à liaison collée . . . . .  | 65        |
| 5.4.1    | Dimensionnement géométrique et paramètres matériaux . . . . .   | 65        |
| 5.4.2    | Technique et choix du collage . . . . .   | 66        |
| 5.4.3    | Effet de la variation de l'épaisseur de résine époxy sur les réponses vibratoires de l'assemblage . . . . .         | 69        |
| 5.5      | Étude de l'hybridation d'une réponse lors d'une variation de longueur d'une poutre . . . . .                        | 70        |
| 5.5.1    | Étude numérique . . . . .   | 70        |
| 5.5.2    | Observation expérimentale . . . . .   | 71        |
| 5.6      | Conclusion . . . . .  | 73        |
| <b>6</b> | <b>Application dans le cas d'une liaison boulonnée</b>  | <b>75</b> |
| 6.1      | Préambule . . . . .   | 76        |
| 6.2      | Introduction . . . . .  | 76        |
| 6.3      | Approche tribologique . . . . .   | 76        |
| 6.3.1    | Description du système et profil de contrainte . . . . .  | 76        |
| 6.3.2    | Efforts normaux : Modèle de Hunt et Crossley . . . . .  | 78        |
| 6.3.2.1  | Description du modèle . . . . .   | 78        |
| 6.3.2.2  | Linéarisation du modèle . . . . .   | 78        |
| 6.3.3    | Effort longitudinal : Modèle de Mindlin-Dahl . . . . .  | 79        |
| 6.3.3.1  | Description du modèle . . . . .   | 79        |
| 6.3.3.2  | Linéarisation du modèle . . . . .   | 81        |
| 6.4      | Étude de la variation du rapport d'adhésion sur le comportement vibroacoustique de la structure assemblée . . . . . | 82        |
| 6.4.1    | Motivations . . . . .   | 82        |
| 6.4.2    | Définition des efforts sur une paire de bosselés . . . . .  | 83        |
| 6.4.3    | Variation du rapport d'adhésion à couple de serrage constant . . . . .  | 83        |
| 6.5      | Étude de l'impact du couple de serrage sur le comportement vibroacoustique de la structure assemblée . . . . .      | 86        |
| 6.5.1    | Paramètres physiques du modèle . . . . .  | 86        |
| 6.5.2    | Variation du couple de serrage . . . . .  | 86        |
| 6.6      | Conclusion . . . . .  | 88        |
| <b>7</b> | <b>Conclusions et perspectives</b>  | <b>91</b> |
| 7.1      | Conclusions . . . . .   | 91        |

---

|   |            |
|---|------------|
| 7.2 Perspectives . . . . .  | 92         |
| <b>A</b> Évaluation des raideurs dynamiques inverses d'une résonance en flexion   | <b>97</b>  |
| <b>B</b> Reformulation des déformées modales en flexion d'une poutre libre-libre  | <b>99</b>  |
| <b>C</b> Expression matricielle des amplitudes modales  | <b>101</b> |
| <b>D</b> Poutre de Timoshenko   | <b>103</b> |
| <b>E</b> Pulsations analytiques $\omega_{TT}$ et $\omega_R$   | <b>105</b> |
| <b>F</b> Définition des quantités énergétiques $\sigma$   | <b>107</b> |
| <b>G</b> Étude de l'influence de la variation de l'épaisseur de liaison de résine<br>époxy sur le comportement vibroacoustique d'un assemblage de poutres | <b>109</b> |
| Liste des figures   | <b>115</b> |
| Liste des tables  | <b>116</b> |
| Bibliographie   | <b>117</b> |









# Chapitre 1

## Positionnement scientifique de la thèse

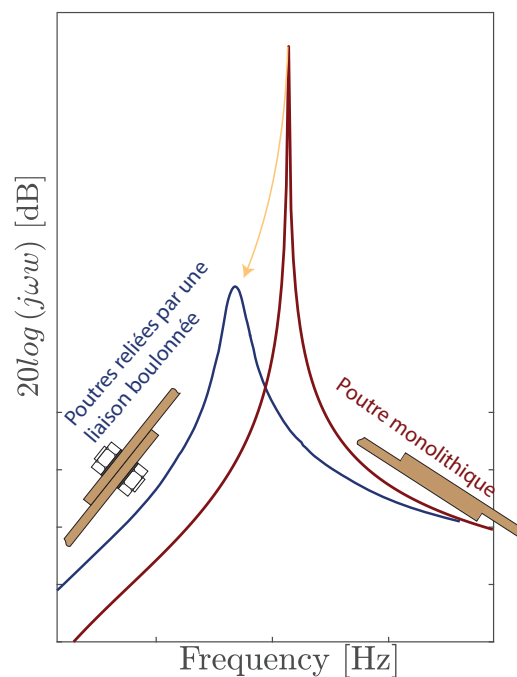
---

### Table des matières

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 1.1   | Contexte industriel . . . . .   | 6  |
| 1.2   | Objectifs de la thèse . . . . .   | 7  |
| 1.3   | Le problème de la liaison dans un assemblage . . . . .                      | 8  |
| 1.4   | Modélisation de liaison . . . . .   | 12 |
| 1.4.1 | Modèles constitutifs . . . . .  | 12 |
| 1.4.2 | Modèles phénoménologiques . . . . .   | 14 |
| 1.5   | Effets des liaisons sur le comportement dynamique d'un assemblage . . . . . | 15 |
| 1.6   | Positionnement . . . . .  | 17 |

---

CETTE thèse se focalise sur l'étude de l'impact des propriétés mécaniques de liaisons sur le rayonnement acoustique de structures assemblées. Ce chapitre décrit quels sont les effets de la liaison sur la réponse d'un assemblage. Les modélisations sont tournées vers les patches viscoélastiques et les jonctions boulonnées. Pour cela, différentes méthodes de modélisation du comportement des liaisons, d'identification des paramètres de ces modèles sont décrits. Enfin, il s'agit d'incorporer la liaisons dans l'assemblage afin d'en obtenir la dynamique complète.



## 1.1 Contexte industriel

Les structures assemblées sont omniprésentes dans les systèmes industriels. La dynamique et le rayonnement de ces structures sont très difficiles à prédire notamment en raison de la grande diversité et complexité des liaisons mise en jeu. Dans le contexte automobile de la thèse, et plus précisément en ce qui concerne l'analyse vibro-acoustique des groupes moto-propulseurs (GMP), les liaisons sont souvent boulonnées. Des études internes chez Renault ont pu montrer que la modélisation très fine de la géométrie de ces liaisons boulonnées est insuffisante pour bien décrire l'impact sur la réponse vibratoire et le rayonnement des assemblages. En effet, des relations de raideurs non-linéaires, des micro-mécanismes d'adhérence/frottement, des non-linéarités de contact ou des effets de géométrie jouent un rôle majeur qui ne sont pas décrits dans les modèles même de géométrie très réaliste. Pour illustrer ce problème, un essai au marteau est effectué sur un assemblage composé d'un carter cylindrique (structure verte à la Figure 1.1 a)) et d'un carter d'huile (structure magenta à la Figure 1.1 a)) reliés par dix liaisons boulonnées et une réponse de déplacement  $u$  en fréquence est mesurée au point d'excitation à l'aide d'un accéléromètre dans la direction  $x$ . Les données expérimentales sont comparées avec les résultats d'un modèle numérique par éléments finis où la liaison boulonnée est modélisée différemment, suivant un degré de finesse croissant. Pour chaque modèle, les zones de contact des deux sous-structures sont reliées par des éléments de "colle", *Gluing Elements* [113] (liaison mécanique de type raideur). Ces éléments sont visibles par des points bleus en Figure 1.1 b1). Dans le modèle le plus simple, les vis ne sont pas représentées dans les points de colle. Dans un deuxième modèle, les vis sont représentées par une rigidité ponctuelle équivalente, appelée modèle de poutre et liaison [65]. Les têtes de vis et l'extrémité de la vis sont modélisées par des éléments très rigides, appelés *Rigid Body Element, Form 2* (RBE2) [113]. Les fûts de vis sont représentés par des éléments poutres appelés *Simple Beam Element Connection* (CBAR) [113]. Les points coïncidents entre les deux surfaces en contact sont représentés par des éléments de poutres rigides, les *Rigid Bar* (RBAR) [113] (voir Figure 1.1 b2)). Dans un dernier modèle, la géométrie 3D des vis est représentée en détail [65] (voir Figure 1.1 b3)). La réponse de la structure à un impact tel que représenté en Figure 1.1 a) est simulée et comparée à une réalisation expérimentale en Figure 1.1 c).

Les résultats en Figure 1.1 montrent que quelque soit la finesse de modélisation des liaisons, les résultats numériques restent éloignés des résultats expérimentaux : d'une part les modèles ont tendance à sous-estimer les niveaux moyens de la réponse, d'autre part les fréquences des pics de grande amplitude sont pour la plupart mal prédites. Par ailleurs, les différences entre les résultats obtenus pour les 3 modèles restent faibles, en particulier en basse fréquence. Des mécanismes physiques de première importance par rapport à la complexité géométrique sont donc mis en jeu dans les liaisons semblent mais à ce stade ignorés des modélisations.

L'entreprise Renault développe ainsi en interne un programme de travail de long terme ayant pour objectif d'améliorer le comportement vibro-acoustique des groupes moto propulseurs (GMP).

Ces améliorations concernent deux axes clé :

- la réduction des niveaux vibratoires du GMP dans le but d'augmenter la fiabilité du moteur et de réduire les effets de la fatigue vibratoire et de maîtriser le bruit par voie solidienne à l'intérieur de l'habitacle ;
- la minimisation du rayonnement acoustique dans le but d'améliorer le confort acoustique en habitacle et réduire les nuisances sonores extérieures du véhicule.

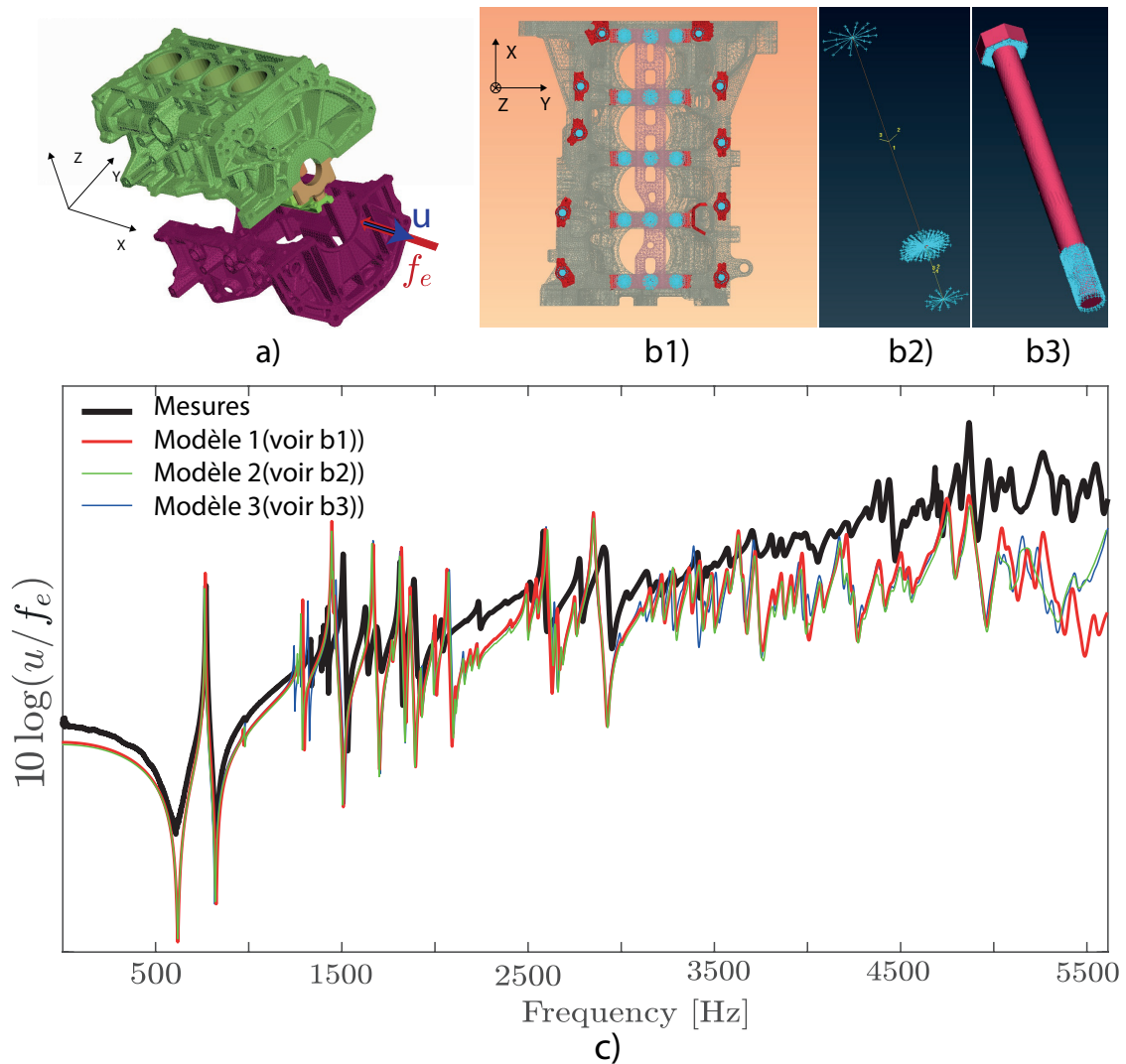


FIGURE 1.1 – Exemple de modélisation de la réponse vibratoire d'un assemblage de deux carters d'un moteur automobile (GMP). a) Vue 3D des carters et de l'excitation considérée; b) Représentation des éléments de liaison décrits dans les modèles 1, 2 et 3; c) Réponses vibratoires des 3 modèles de complexité croissante avec une réalisation expérimentale (modèle 1 en courbe rouge, modèle 2 en courbe verte, modèle 3 en courbe bleue et données expérimentales en courbe noire)

Il est donc incontournable de s'appuyer sur des modélisations numériques fidèles pour faire évoluer les conceptions. A ce jour, l'entreprise ne dispose pas d'outil satisfaisant permettant correctement de décrire les liaisons dans les modèles complets de simulation du rayonnement acoustique de GMP. C'est dans ce cadre que la thèse a été lancée.

## 1.2 Objectifs de la thèse

Ce travail vise à étudier l'influence des interfaces et liaisons sur le comportement vibro-acoustique d'une structure assemblée, en particulier son rayonnement acoustique. L'attention se concentrera sur les liens entre les propriétés d'amortissement et de raideur ajoutés par ces interfaces et les facteurs de rayonnement modaux. En effet, l'augmentation de raideur induite par une liaison peut avoir tendance à augmenter le facteur de rayonnement de la structure assemblée.

- D'un point de vue scientifique, l'étude de ces liens liaison/rayonnement présente une originalité pour laquelle de nombreuses questions sont ouvertes. Il est ainsi proposé d'étudier l'influence des propriétés de liaison à l'échelle macroscopique sur le comportement vibratoire et acoustique de tout un assemblage. Des outils basés sur les propriétés modales de chaque sous-structure composant l'assemblage et les efficacités de rayonnement seront également définis afin de prévoir le comportement vibroacoustique sans avoir à caractériser l'excitation.
- D'un point de vue industriel, les résultats de ces recherches pourront donner lieu à des règles de conception associées à l'obtention d'un compromis entre maximisation de l'amortissement à la liaison (réduction des niveaux vibratoires) et minimisation de la raideur ajoutée (réduction des facteurs de rayonnement) sous contrainte de l'ensemble des fonctions technologiques associées aux interfaces (étanchéités, tenue mécanique, résistance thermique, ...). En pratique, ces résultats pourront permettre d'éclairer et orienter des choix de réalisation technologique des assemblages (boulonnage, collage, sertissage, clipsage, serrage, ...).

### 1.3 Le problème de la liaison dans un assemblage

Un assemblage mécanique se constitue de différentes pièces constituant un ensemble et se distingue suivant la nature de la liaison entre les pièces. Une liaison permet de relier cinématiquement deux sous-structures et peut être permanente lorsque l'assemblage implique une déformation ou une destruction de l'une des deux pièces (soudure, clinchage ou encore certains frettages ou colles). La liaison peut également être temporaire ou démontable avec des vis, rivets, goupilles ou clavettes. Les liaisons permanentes comme la soudure n'impliquent que très peu de déperditions énergétiques. En revanche, dans le cas d'une liaison boulonnée, il faut prendre en compte l'interaction des surfaces en contact avec des phénomènes comme la friction. La liaison est donc constituée de l'interface de contact entre les sous-structures à assembler, les éléments participant à l'application de l'effort presseur ainsi que les volumes situés à proximité de l'interface et issus des sous-structures assemblées [53]. La Figure 1.2 présente la définition du patch viscoélastique et d'une liaison boulonnée à simple recouvrement. Ces deux liaisons sont celles choisies dans le cadre de ces travaux de thèse.

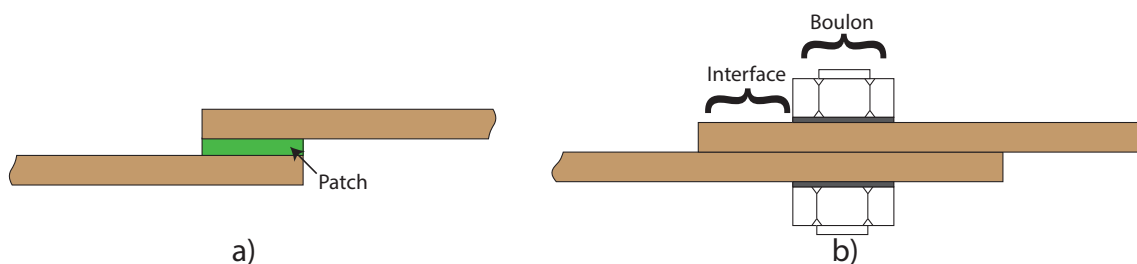


FIGURE 1.2 – Assemblage de deux poutres avec deux types de liaisons. a) Définition du patch viscoélastique ; b) Définition des éléments constitutifs d'une liaison boulonnée

Le patch viscoélastique est équivalent à un collage représenté par un volume de matériaux viscoélastiques. La viscoélasticité est une propriété de matériaux ayant des caractéristiques à la fois visqueuses comme élastiques lorsqu'ils subissent une déformation. Les matériaux visqueux présentent une déformation qui augmente linéairement avec le temps lorsqu'une contrainte est appliquée. Les matériaux élastiques se déforment lors d'une contrainte et retournent à leur état d'origine une fois la contrainte retirée, sans effet de retard.

Un matériau viscoélastique est représenté par une rigidité de module d'Young  $E$  ou de cisaillement  $G$  et par un amortissement de viscosité  $\eta$ . L'élasticité du matériau est sa capacité à conserver et restituer l'énergie après déformation. La viscosité représente la capacité du matériau à dissiper de l'énergie. Un large spectre de matériaux polymères présentent des propriétés viscoélastiques donnant lieu à un amortissement vibratoire significatif. Les capacités élastiques et visqueuses peuvent se représenter au sein du module d'élasticité  $E^*$  complexe dont l'expression est donnée par

$$E^* = E' + jE'' = E(1 + j\eta_p), \quad (1.1)$$

où  $E'$  représente la partie réelle du module d'élasticité  $E^*$  traduisant une réponse en phase avec l'excitation. Il est également appelé module de stockage.  $E''$  est le module de perte. Le facteur de perte  $\eta$  est défini comme le rapport entre l'énergie dissipée par cycle et l'énergie stockée. Les propriétés d'élasticité et de viscosité sont dépendantes des conditions environnantes notamment avec la température [66], la fréquence [66] ou le chargement avec l'effet Payne [116, 117].

Les phénomènes mis en jeu dans les liaisons boulonnées sont complexes car dépendants de nombreux paramètres comme la forme du boulon (M1, M2, M3...), le couple de serrage, les forces d'excitation ou encore l'amplitude des glissements observés dans l'interaction des surfaces en contact entre les sous-structures. A la différence des patches viscoélastiques, le comportement dynamique des liaisons boulonnées est influencé par l'amplitude des vibrations [25, 67]. Le comportement de l'assemblage est alors dépendant de l'amplitude d'excitation de la structure et de l'effort normal entre les surfaces en contact. Les caractéristiques mécaniques peuvent également évoluer avec le temps dû par exemple à un phénomène de rodage entraînant une diminution de l'amortissement en fonction du nombre de cycles de chargement [58].

De nombreux chercheurs et ingénieurs se sont intéressés à la question de la prise en compte d'une liaison et de son influence au sein d'un assemblage. Plusieurs études concernent la caractérisation du comportement statique et transitoire de structures assemblées [13, 48, 140]. D'autres se sont intéressés à caractériser de manière exacte le comportement d'une structure assemblée en prenant en compte les phénomènes non-linéaires de certains types de liaison avec notamment la linéarisation par morceau des lois de comportement du contact [49]. Cependant, ces approches se réservent aux assemblages ayant un faible nombre de liaisons. De nombreux auteurs passent par des méthodes de résolution non-linéaire soit par approche temporelle avec les schémas d'intégration comme celui de Newmark [115] ou la méthode de tir [82] ou par approche fréquentielle avec notamment la balance harmonique [2, 19]. Ces méthodes peuvent devenir très coûteuses si un grand nombre de degrés de liberté est à considérer et leurs utilisateurs se limitent bien souvent à une plage fréquentielle réduite. Afin de rester dans des temps de calcul raisonnables, une approche basée sur une analyse modale linéaire de la structure assemblée peut être employée en considérant que la liaison est équivalente à une raideur et un amortissement équivalent [19, 35]. Cette approche se justifie en considérant que les non-linéarités sont localisées au niveau des liaisons et le reste de la structure est considéré comme ayant un comportement linéaire. La structure globale répond alors sur des modes quasi-linéaires comme le montre les travaux de Heller [67].

Afin d'étudier le comportement vibroacoustique de structures assemblées, une méthode fréquentielle linéaire, *the coupling eigenvalues method*, a été développée par Bessac et al. [16]. La méthode se base sur la définition des valeurs et vecteurs propres de couplage entre les sous-structures par le biais d'une matrice de couplage [15]. La méthode développée dans le cadre de ces travaux de thèse s'en inspire.

D'autres chercheurs considèrent qu'il est préférable de prendre en compte la variabilité des propriétés de liaison pour mieux prédire le comportement d'un assemblage. Plusieurs approches sont ainsi distinguables comme les approches non-probabilistes [152, 37] lorsque les incertitudes liées aux liaisons sont d'ordre épistémiques c'est à dire qu'elles sont dû à un manque d'informations. En revanche, lorsque l'on souhaite caractériser la variabilité des paramètres des modèles utilisés, des approches probabilistes sont alors utilisées [139, 18]. L'application de ces méthodes reste très coûteuse en terme de temps de calcul numérique dès lors que le nombre de paramètres aléatoires augmentent et se restreignent aux problèmes académiques et aux cas de faibles variabilités.

Afin de prendre en compte le comportement aléatoire des structures complexes à moyenne et haute fréquence où la densité modale devient trop importante pour appliquer des approches modales classiques, une méthode énergétique a été développée par Lyon et Maidanik [94], Maidanik [99] et Smith [138] : la SEA (*Statistical Energy Analysis*). Cette méthode se base sur une modélisation de l'interaction entre deux oscillateurs reliés par un couplage linéaire. Il vient ainsi une relation de proportionnalité entre la puissance échangée entre les deux oscillateurs et peut s'étendre à deux systèmes multimodaux en considérant que le couplage entre ces systèmes doit être "faible" de telle manière que le comportement modal des sous-systèmes découplés ne soit pas trop modifié lorsque les sous-systèmes sont couplés [80].

Devant la complexité des assemblages mécaniques, les méthodes numériques comme les éléments finis [73] ou expérimentales se révèlent souvent coûteuses et il est nécessaire de passer par d'autres méthodes. Dans la cohérence de l'organisation modulaire que représentent les assemblages, les méthodes de sous-structuration apparaissent comme le moyen le plus efficace de réaliser des études vibratoires à partir du comportement dynamique de chaque composant [133]. Il existe deux principales familles de méthodes qui se développent suivant les bases de Ritz adaptées à la résolution dynamique. Ces méthodes sont connues sous le nom de condensation statique et de synthèse modale.

La condensation statique ou méthode de Guyan [64] est une procédure de condensation de la matrice de raideur se basant uniquement sur les modes statiques de liaison et négligeant les effets d'inertie sur les degrés de liberté choisis pour la réduction. Cette hypothèse n'est valide qu'en dessous de la première fréquence propre de la structure. Une amélioration a été proposée par O'Callahan [45], la *Improved Reduced Method* (IRM). Cette méthode inclut des effets inertiels pouvant accroître la fréquence limite d'utilisation de la méthode. Compte tenu de la précision limitée de ces méthodes statiques avec une efficacité numérique restreinte aux basses fréquences, la synthèse modale reste privilégiée.

La méthode de synthèse modale (*Component mode synthesis*) a été inventée par Hurty [70] et repose sur l'utilisation des modes propres de la structure. Il se pose ainsi une question de troncature modale. En effet, il faut une infinité de modes pour assurer la convergence des résultats. En pratique, il est nécessaire de ne sélectionner que le juste nombre de modes propres représentatifs du comportement dynamique de la structure. Du fait qu'il soit nécessaire de tronquer la base, celle-ci peut être enrichie par des contributions statiques afin d'accélérer la convergence de la méthode. Les déformées vibratoires et statiques sont obtenues suivant des conditions aux limites associées à des méthodes de réduction particulières. Il existe deux types de modes statiques, les *modes constraints* et les *modes d'attaches*. Les modes constraints sont des déformations statiques ajoutés aux bases de modes propres avec un blocage de l'interface afin de corriger les effets dus aux conditions aux limites. Les modes constraints sont obtenus en imposant un déplacement

unitaire sur un degré de liberté de liaison, les autres degrés de liberté étant bloqués et dont une représentation sommaire est donnée en Figure 1.3 sur le cas de poutres.

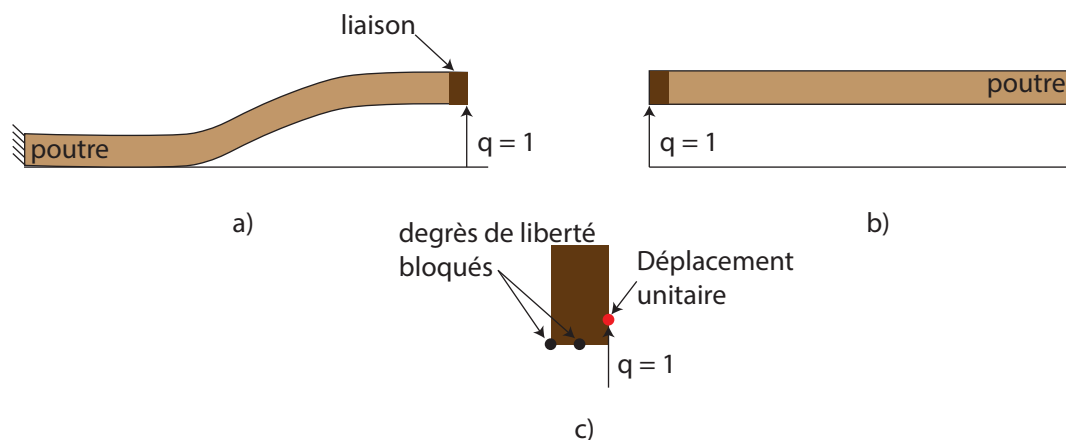


FIGURE 1.3 – a) Application d'un mode contraint sur une sous-structure encastree en son extrémite à  $x = 0$ ; b) Application d'un mode contraint sur une sous-structure libre; c) Application d'un déplacement unitaire sur l'un des degrés de liberté de la liaison

Contrairement aux modes contraints, les modes d'attaches sont des modes rajoutés à la base de modes propres à interface libre pour diminuer l'effet de la troncature modale [9]. En effet, bien que les bases libres soient intéressantes à utiliser du fait que leur mise en oeuvre est aisée d'un point de vue expérimental, ces bases ne sont pas optimales d'un point de vue de la convergence. Un mode d'attache est défini par la déformée statique obtenue en imposant une force unitaire à un degré de liberté de liaison, les autres degrés de liberté de liaison étant libres comme montré en Figure 1.4.

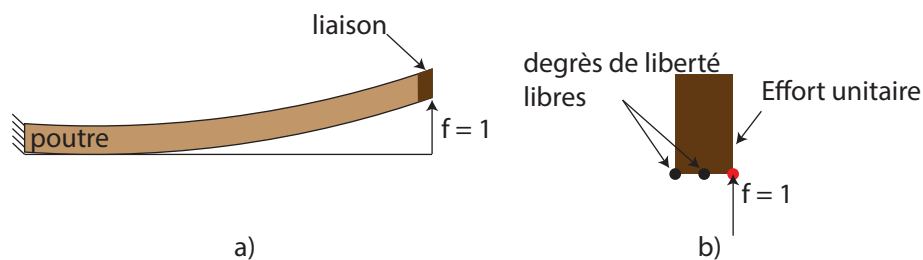


FIGURE 1.4 – a) Application d'un mode d'attache sur une sous-structure encastree en son extrémite à  $x = 0$ ; b) Application d'un effort unitaire sur l'un des degrés de liberté de la liaison

De manière générale, les méthodes de synthèse modale consistent à utiliser la sous-structuration dynamique et la recombinaison modale de chaque sous-structure. La synthèse modale regroupe trois méthodes suivant les conditions aux limites (fixe, libre, mixte). La méthode Craig-Bampton [32] se base à la fois sur les modes propres à interface fixe et les modes statiques de la liaison. La substitution modale consiste à utiliser une base de modes propres dont les nœuds d'interface sont affectés d'une partie de la masse des sous structures adjacentes. Nous pouvons citer la méthode de Hruda et Benfield [14]. La méthode développée par Mac-Neal [98] est l'une des méthodes de condensation les plus utilisées par les logiciels commerciaux. C'est une réduction à interfaces libres qui sera utilisée dans le cadre de ces travaux de thèse. Ainsi, les degrés de liberté de la liaison sont exprimés en fonction de la matrice des modes propres aux interfaces libres tronquée à ses  $n$  premiers modes. Afin d'accroître la convergence modale, il est ainsi intéressant d'enrichir les bases de modes libres par des modes statiques et modes d'attaches [9, 119, 102]. Après





avoir défini ce qu'est une liaison dans un assemblage, on se propose désormais de définir les principaux modèles de représentation.

## 1.4 Modélisation de liaison

Il est nécessaire d'avoir un compromis entre la représentativité du phénomène et sa facilité d'intégration dans un modèle complet. Les liaisons peuvent également être classifiées selon leur dimension (0D, 1D, 2D, 3D) [20]. Plusieurs approches sont ainsi distinguables. La première consiste à modéliser les propriétés de liaison par l'intermédiaire des forces extérieures équivalentes à l'influence de la liaison sur le comportement dynamique de la structure [1, 3, 34, 131]. Ce sont des approches non-paramétriques ne nécessitant aucun *a priori* sur les phénomènes physiques intervenant dans une liaison. La seconde approche se base sur une modélisation paramétrique afin de prendre en compte les différents phénomènes mis en jeu suivant le type de liaison considéré. Cette approche peut se différencier suivant les modèles constitutifs et phénoménologiques [122, 44, 49, 72].

### 1.4.1 Modèles constitutifs

Le modèle constitutif passe par une description des efforts transmis entre deux composants en se basant sur la mécanique de contact. Une première approche repose sur des modèles analytiques [85, 107] avec une définition du comportement de poutres en contact sollicitées en flexion ou en traction. Ainsi, l'état de contrainte dans l'interface de contact est obtenu analytiquement en considérant un chargement uniforme des poutres. Le principal inconvénient de ce genre de méthode est que ce n'est adaptable que pour des géométries relativement simples.

Une autre approche se base sur une implémentation par éléments finis des éléments constituant la liaison. Le paragraphe qui suit concerne la liaison boulonnée mais peut se décliner pour d'autres types de liaison. La représentation par "modèle solide" (voir Figure 1.5 d)) est le modèle le plus réaliste et se constitue d'éléments hexaédriques en trois dimensions. La vis et son écrou sont alors représentés par des éléments volumiques. La partie filetée peut elle-même être maillée afin de mieux représenter la zone de contact entre le fût et les parois attenantes. Il devient néanmoins difficile d'envisager l'utilisation de tels modèles si l'on prend en compte des structures complexes de grandes tailles ayant de multiples liaisons boulonnées. En effet, la difficulté repose sur l'association de modèles éléments finis n'ayant pas les mêmes ordre de grandeur entre les liaisons et les sous-structures qu'elles relient. En effet, la finesse de maillage des liaisons est bien plus importante que celle des sous-structures nécessitant de gérer soit des maillages incompatibles soit des maillages compatibles mais avec un nombre de degrés de liberté prohibitifs [59]. Afin de contourner ce problème, plusieurs modèles "allégés" ont été définis. Par exemple, le fût de la vis n'est plus représenté que par une liaison rigide linéaire. Cette liaison est reliée aux éléments solides par des noeuds couplés dans sa direction axiale permettant ainsi de transmettre les contraintes dans l'écrou. C'est un *modèle hybride* (voir Figure 1.5 c)). La représentation en Figure 1.5 b) est celle utilisée dans l'industrie Renault. On parle d'un "modèle couplé". Cette fois-ci, l'écrou est représentée par des noeuds couplés. Ces noeuds sont reliés par une couronne de liaisons infiniment rigides, les RBE2 (*rigid body element*) [113]. Cependant, le modèle a tendance à se rigidifier plus qu'il ne le devrait car les noeuds de la poutre imposent un mouvement rigide à la surface. Une solution intermédiaire est de remplacer les liaisons RBE2 par des RBE3 où le déplacement du noeud est une fonction linéaire des déplacements de surface. Le modèle le plus simple est le "modèle sans-boulon" (voir Figure 1.5 a)) dans lequel aucun élément n'est introduit pour décrire chaque élément de la

liaison. Une pression est seulement appliquée au niveau de la surface en contact entre la tête et l'écrou du boulon et la structure. Si le temps de calcul est drastiquement diminué, le modèle ne permet pas de prendre en compte les variations d'effort dans le boulon ou l'influence du couple de serrage appliqué sur le boulon.

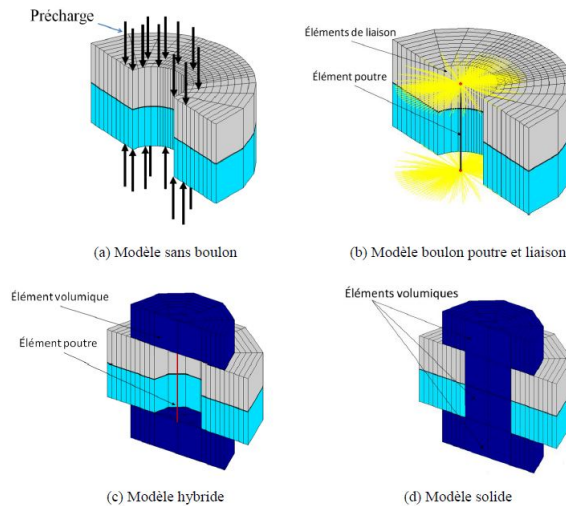


FIGURE 1.5 – Représentation en éléments finis du boulon [65]

Comme montré précédemment en Figure 1.1, il est suggéré de prendre en compte l'interaction entre les surfaces en contact entre les sous-structures afin de caractériser le comportement dynamique de l'assemblage, notamment à moyenne et haute fréquences. Ainsi, le dernier type de modélisation correspond aux modèles tribologiques dont l'objectif est de décrire les phénomènes de frottement par la modélisation du contact entre les aspérités des surfaces en contact. Il y a de nombreux défauts géométriques remettant en cause l'hypothèse d'un contact plan dans les interfaces avec une répartition de contrainte normale uniforme [122]. Des études sur la classification des irrégularités géométriques inhérentes aux procédés de fabrication et de réalisation existent et des normes en découlent comme la NF EN ISO 4787-4288 ou la NF EN ISO 12085, définissant en six classes principales les défauts, de part leur nature et leur dimension. Il en existe de nombreux types dont ceux de premier ordre avec la planéité, cylindricité, parallélisme, ceux de second ordre comme avec les ondulations régulières ou de troisième ordre avec les stries, sillons... La Figure 1.6 reprend un état de surface entre deux poutres assemblées par une liaison boulonnée.

De nombreux modèles existent afin de prendre en compte la géométrie fine de contact en connaissant la distribution des hauteurs des aspérités et de leurs formes. Des lois statistiques sont ainsi établies sur la distribution des variétés d'aspérités et en prenant en compte l'état d'adhérence ou de glissement entre deux aspérités [26]. De nombreux travaux existent aujourd'hui, du modèle de Coulomb aux modèles phénoménologiques complexes [43, 7, 149, 91, 10, 41]. Parmi les approches basées sur les éléments finis, des études ont été portées sur la génération de profils non-déterministes de ces surfaces de contact [120]. Le contact entre deux surfaces métalliques comme l'aluminium est considéré comme un contact sec de friction avec des états de glissement partiel ou définis comme du micro-glissement. La distribution des micro-contacts sur la zone de partage entre les deux sous-structures est souvent considérée comme statistiquement uniforme [23, 83, 121] bien que certains phénomènes comme les défaillances des processus de friction peuvent conduire à des distributions non-uniformes [134]. Avec des charges dynamiques tangentielles, le contact des interfaces provoque à la fois un stockage et une dissipation d'énergie, ce qui se traduit

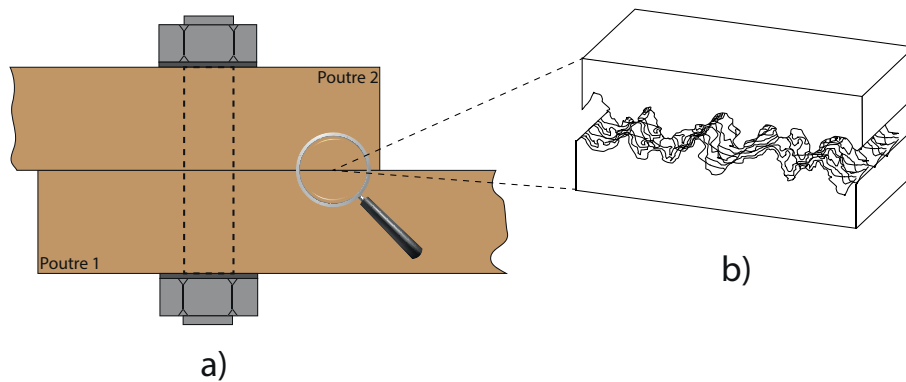


FIGURE 1.6 – a) Vue schématique d'un assemblage de deux poutres à l'aide d'une liaison boulonnée ; b) État de surface des deux poutres l'une sur l'autre

par de la dissipation et de la raideur ajoutée pouvant jouer un rôle important dans l'aptitude d'une liaison à relier dynamiquement les sous-structures. L'effort de frottement global au niveau de l'assemblage est alors obtenu en définissant un modèle tribologique basée sur une distribution des aspérités le long de la zone en contact entre les structures assemblées [110, 109, 56]. Les paramètres de ces modèles sont obtenus par des mesures expérimentales avec des hypothèses fortes comme la définition d'un effort normal constant au cours d'un cycle de chargement de la liaison, hypothèse loin d'être garantie expérimentalement [44]. A cela s'ajoute le nombre important de paramètres nécessaires à la description des modèles tribologiques. Les modèles constitutifs sont de manière générale peu adaptées à la simulation d'assemblages dont les sous-structures nécessitent un grand nombre de degrés de liberté et ayant un grand nombre de liaisons. Il est ainsi intéressant de passer par des modèles nécessitant moins de paramètres pour représenter la liaison.

#### 1.4.2 Modèles phénoménologiques

Les modèles phénoménologiques abordent le problème de liaison d'un point de vue plus global en cherchant une relation entre les forces de frottement et les vitesses relatives locales des structures assemblées. Ils sont généralement basés sur des observations expérimentales du comportement de la liaison. Leur principal avantage réside dans le faible nombre de paramètres nécessaires à leur description. Il existe une multitude de modèles qui dépendent de la nature de la liaison et des différents phénomènes physiques que l'on souhaite décrire.

Dans le cas de la modélisation d'un patch viscoélastique, les matériaux qui composent le patch peuvent avoir une dépendance aux conditions environnantes. En considérant que les analyses sont réalisées à température fixe, il est intéressant de prendre en compte la rigidification du matériau à mesure que la fréquence augmente [75]. Plusieurs modèles rhéologiques comme les modèles Kelvin-Voigt [52], Maxwell [104], Zener [153] ou encore Maxwell généralisé [104] prennent en compte cette propriété du matériau viscoélastique. De même, comme énoncé précédemment, on peut considérer une dépendance des propriétés dynamiques du matériau en fonction de l'amplitude des vibrations auxquelles la structure est soumise avec une diminution du module d'élasticité et une augmentation de l'amortissement à mesure que l'amplitude augmente avec l'effet Payne [116, 117]. L'un des modèles phénoménologiques les plus couramment utilisés est le modèle Visco-Elasto-Plastique.

Concernant les liaisons boulonnées, il est nécessaire de prendre en compte l'interaction entre les surfaces en contact avec notamment les phénomènes de glissement et d'impact

(*slapping*) qui sont les principales sources de dissipation d'énergie au sein des assemblages boulonnés [2, 136, 25, 67]. Dans le cadre de ce travail, nous considérons que le niveau vibratoire de l'excitation appliquée dans l'assemblage reste suffisamment faible. Par conséquent, il est raisonnable de ne pas prendre en compte le phénomène d'impact. Les modèles phénoménologiques associées aux assemblages boulonnés se décomposent suivant les modèles de friction statique ou dynamique. Les modèles statiques décrivent la friction comme une force en fonction de la différence relative de position entre deux points coïncidents. Il existe plusieurs variantes dont le modèle de Coulomb [24] pouvant être associé à une friction visqueuse ou le modèle de friction de Stribeck [19]. Cependant, la friction ne peut pas toujours être décrite par une force dépendant de la vitesse. Les modèles dynamiques considèrent que la friction est un phénomène dynamique [132] avec le modèle de Dahl [36], de LuGre [39], de Valanis [145] ou encore d'Iwan [74].

## 1.5 Effets des liaisons sur le comportement dynamique d'un assemblage

La difficulté à prédire le comportement dynamique d'une structure assemblée provient en grande partie de la présence de la liaison et des phénomènes induits par le contact entre les surfaces d'une structure sur une autre. Dans le milieu industriel, les représentations de liaison se résument souvent à des raideurs équivalentes très élevées comme décrit précédemment. L'amortissement prédit est ainsi affecté d'une erreur importante rendant les résultats de modélisation discutables [87]. Or, de nombreuses études mettent en évidence que les pertes énergétiques proviennent de la liaison [12, 118, 61, 90, 122, 30]. De plus, certains auteurs ont mis en évidence expérimentalement que l'amortissement induit par l'assemblage est largement supérieur à l'amortissement intrinsèque des matériaux [122, 118], pouvant représenter jusqu'à 90 % de l'amortissement total de la structure assemblée [12].

L'amortissement influence le comportement vibratoire d'un assemblage au voisinage de ses fréquences propres et est difficilement quantifié à l'aide des logiciels commerciaux actuels et par la représentation des liaisons réalisées dans un milieu industriel. Cette difficulté pousse à la réalisation d'essais longs et coûteux avec des approches qui négligent fréquemment les niveaux d'excitation sur l'évolution de l'amortissement.

L'amortissement intrinsèque est la résultante de pertes énergétiques de type viscoélastique ou de plasticité [4]. La majorité de l'énergie dissipée est due à la transformation de la structure interne [141] en lien avec les conditions environnantes (température comme fréquence de la déformation). Cette dépendance peut être également de nature non-linéaire [29]. L'amortissement interne reste relativement limité [68] et se représente souvent par un amortissement global de type visqueux dont l'effet principal sur la résonance de l'assemblage est de réduire progressivement son amplitude à mesure que le taux d'amortissement augmente (voir Figure 1.7).

Dans le cas où un contact sec entre deux surfaces est présent, il est nécessaire de prendre en compte l'amortissement par frottement. Celui-ci peut être déterminé suivant une approche dite globale, généralement utilisée pour des résultats expérimentaux. Suivant cette approche, l'amortissement se calcule en déterminant le rapport entre l'énergie dissipée par frottement dans les interfaces et l'énergie de déformation maximale emmagasinée pendant un cycle [107, 124]. L'amortissement induit par frottement peut également être obtenu suivant la méthode demi-puissance ou largeur de bande à  $-3$  dB à l'aide de l'analyse de la réponse en fréquence [130, 12]. Dans le cas où le glissement total est négligé, les pertes

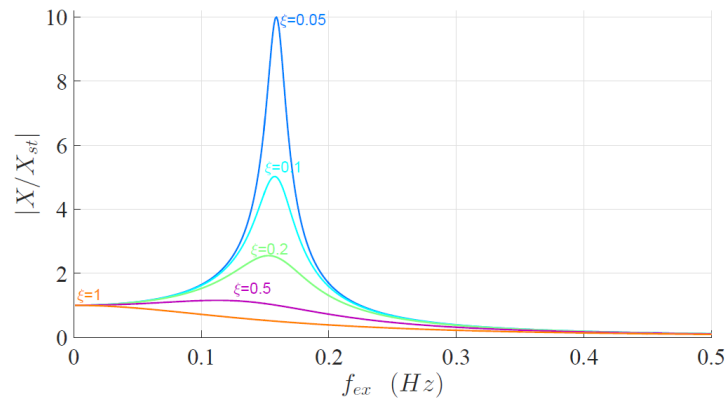


FIGURE 1.7 – Réponse dynamique d'un système visqueux en faisant varier le taux d'amortissement avec  $|X|$ , l'amplitude de vibration et  $|X_{st}|$ , le déplacement statique [22]

engendrées par la liaison peuvent être déterminées à l'aide du décrétement logarithmique [111]. L'amortissement induit par frottement peut également être déterminé par une approche locale en décrivant les efforts au niveau des surfaces de contact en considérant une répartition des efforts uniforme [111, 107, 124], non-uniforme à efforts constants [67, 128] ou variables [150]. L'amortissement induit par frottement est souvent décrit à l'aide de lois non-linéaires et dépend du couple de serrage dans l'assemblage notamment dans le cas de liaisons boulonnées. En effet, à mesure que ce couplage diminue, il en résulte d'une part un assouplissement (diminution de la fréquence de résonance causée par la diminution de rigidité du système) et d'autre part il résulte de l'amortissement (diminution des amplitudes à la fréquence de résonance). Ces phénomènes dépendent de la géométrie de la structure testée, de la nature de la liaison et de l'excitation. Ces phénomènes peuvent avoir un impact observable sur la réponse des structures assemblées comme observés dans [122]. La Figure 1.8 compare ainsi la réponse entre une poutre monolithique (courbe rouge) et un assemblage de deux poutres reliées par une liaison boulonnée (courbe bleue).

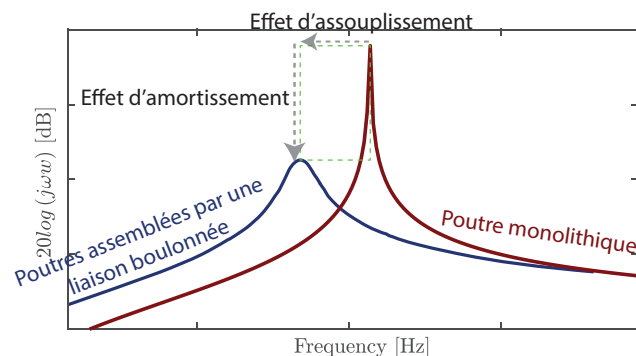


FIGURE 1.8 – Mise en évidence de l'effet d'une liaison boulonnée en comparant une résonance de réponse en vitesse d'un assemblage de poutres (courbe bleue) par rapport à la résonance d'une poutre monolithique (courbe rouge)

D'autres phénomènes peuvent également être observés au cours d'un essai vibratoire lorsque la structure assemblée est excitée par un signal sinusoïdal à la pulsation  $\omega$ . Usuellement, la réponse doit être à la même fréquence. En pratique, au voisinage des résonances, en plus de la composante principale à  $\omega$ , il y a également l'apparition d'harmoniques supérieurs à  $2\omega$ ,  $3\omega$  produits par transfert d'énergie depuis le fondamental. On parle d'interaction

modale [114]. Ces phénomènes ont souvent pour origine physique de la friction entre structures entraînant une excitation interne à large bande fréquentielle. Les réponses du système peuvent également faire l'objet de discontinuités de la résonance avec des phénomènes de "saut" [30] ou peuvent dépendre de l'historique de l'excitation de la structure [30] du fait de la présence de phénomènes hystérétiques.

L'amortissement induit par la liaison dépend également de l'orientation de l'effort d'excitation. En effet, l'amortissement dans la direction transversale à la fibre neutre d'une structure est considéré comme faible par rapport à celle induite par une excitation longitudinale. Le mécanisme principal de l'amortissement issu des mouvements longitudinaux provient de l'interaction des surfaces en contact d'une structure sur une autre au niveau des micro-aspérités de surface [19]. Il y a ainsi des micro-déformations élastiques comme plastiques, allant du glissement partiel au macro-glissement [122] suivant le niveau de l'excitation longitudinale. Il peut également y avoir un décollement des surfaces en contact provoquant des micro-impacts ce qui entraîne une augmentation de l'amortissement transversal ainsi qu'un effet d'assouplissement de la structure assemblée [2, 95].

D'autres études mettent en évidence que l'amortissement induit peut provenir d'une propagation des ondes bien à l'extérieur de la zone en contact par différents phénomènes tels que la magnétostriction ou par des micro-impacts lors des décollements de surfaces en contact [50, 47].

Pour résumer, la liaison et les interfaces en contact peuvent provoquer plusieurs phénomènes ayant un impact observable sur les réponses d'une structure assemblée comme la dépendance de l'amortissement ou de la fréquence de résonance suivant le niveau de l'excitation, des réponses fréquentielles discontinues, des phénomènes d'hystérésis ou de l'interaction modale. Finalement, la présence ou non de ces phénomènes dépend surtout de l'excitation. En effet, des recherches expérimentales mettent en évidence que la liaison a un comportement quasi-linéaire lorsque l'amplitude de l'excitation reste faible voir modérée [30].

## 1.6 Positionnement

Dans ces travaux de thèse, on s'intéresse à étudier l'influence des propriétés d'une liaison, notamment la raideur et l'amortissement, sur le comportement dynamique et sur le rayonnement d'un assemblage dans une large bande fréquentielle. Afin de mieux comprendre l'effet des liaisons sur le rayonnement, l'approche développée reste analytique en considérant un assemblage de deux poutres avec un décalage de position de fibre neutre. Ainsi, une problématique de conversion de mouvement sera abordée ainsi que son impact sur le rayonnement de l'assemblage. Les liens entre les propriétés de liaison et les conversion de mouvement seront également mis en évidence. Les poutres sont modélisées comme des structures à une dimension où seuls les mouvements longitudinaux ou de traction ainsi que les mouvements transversaux ou de flexion sont considérés, la torsion n'étant pas pris en compte. Les poutres sont reliées par un patch viscoélastique avec une importante variété de matériaux rencontrés suivant soit le facteur de perte  $\eta$  soit le module de Young  $E_p$  [5]. Les poutres peuvent également être reliées par une liaison boulonnée afin de prendre en compte le contact entre deux surfaces attenantes. La dynamique de l'assemblage est obtenue en se basant sur la méthode de Mac-Neal à partir des modes libres de chaque poutre découplée. La démarche développée dans le cadre de ces travaux de thèse peut également être étendue aux structures industrielles. Dans ce cas, les propriétés modales de chaque structure découplée peuvent être obtenues numériquement et les étapes de calcul

restent les mêmes que celles pour l'assemblage de poutres.

Le chapitre 2 décrit l'approche modale développée dans cette thèse ainsi que la méthodologie de calcul de la réponse vibroacoustique par détermination des champs de déplacement et de calcul des puissances acoustiques rayonnées. Afin de conserver une approche analytique, on considère un assemblage de poutres et la formulation peut être élargie aux structures industrielles. Le mouvement se décompose dans la base des déformées libres de chaque structure découplée et la liaison se représente par une association de modèles Kelvin-Voigt viscoélastiques.

Le chapitre 3 décrit les résultats obtenus sur l'assemblage de poutres reliées par un patch viscoélastique avec une validation par éléments finis. Les poutres sont assemblées avec une différence de position des fibres neutres incluant alors un couplage entre les mouvements de traction et de flexion. Ces réponses sont considérées comme *hybrides* et ont des propriétés acoustiques intéressantes. Une description détaillée des couplages dynamiques est également réalisée à partir d'une variation paramétrique du module de Young de la liaison  $E_p$ . L'influence de la liaison sur le comportement vibroacoustique de la structure assemblée dépend alors de ces états de couplage dynamiques.

Le chapitre 4 est une description d'outils permettant de prévoir le comportement vibroacoustique d'un assemblage sans avoir à exciter la structure. Ces outils se basent uniquement sur l'inverse de la rigidité dynamique qui se composent des caractéristiques modales des structures découplées et sur les raideurs équivalentes de la liaison par la matrice  $\mathbf{K}_j$ . De même, cette matrice est couplée aux facteurs de rayonnement afin de mettre en évidence quels sont les liaisons qui font rayonner le plus l'assemblage.

Le chapitre 5 est dédié à la caractérisation expérimentale des assemblages. Plusieurs liaisons sont ainsi testées à l'aide d'essais au marteau d'impact comme des colles néoprènes ou résines époxy et les réponses sont comparées à celles obtenues par éléments finis et modèle analytique. Une caractérisation expérimentale de réponses hybrides est également proposée.

Enfin, le chapitre 6 est une introduction à l'ajout de faibles non-linéarités dans la méthode mise au point au chapitre 2. Ce travail est réalisé dans le cadre des liaisons boulonnées incluant une interaction des interfaces avec des phénomènes non-linéaires comme la friction. L'influence de certains paramètres physiques comme le couple de serrage sur le comportement vibro-acoustique de l'assemblage est alors étudiée.

**Partie 1 : Effet d'une liaison sur le  
comportement vibroacoustique  
d'un assemblage**





## Chapitre 2

# Description du mouvement de l'assemblage dans la base de ses modes découplés

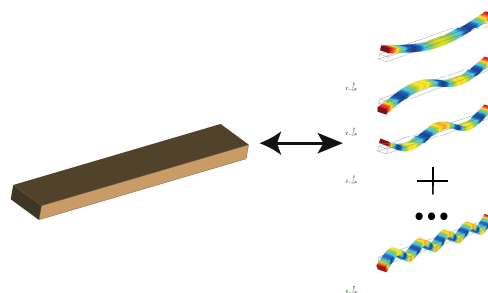
---

### Table des matières

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 2.1   | Introduction . . . . .                                     | 22 |
| 2.2   | Définition du cadre de l'étude . . . . .                   | 22 |
| 2.2.1 | Description de l'assemblage utilisé . . . . .              | 22 |
| 2.2.2 | Mise en équation . . . . .                                 | 23 |
| 2.3   | Résolution du problème en dynamique . . . . .              | 26 |
| 2.3.1 | Définition des bases modales libres . . . . .              | 26 |
| 2.3.2 | Projection dans les bases modales libres . . . . .         | 27 |
| 2.3.3 | Assemblage des bases modales . . . . .                     | 30 |
| 2.4   | Calcul des réponses vibroacoustiques . . . . .             | 32 |
| 2.4.1 | Reconstruction des champs de déplacement . . . . .         | 32 |
| 2.4.2 | Calcul du rayonnement acoustique de l'assemblage . . . . . | 32 |
| 2.5   | Étude de convergence . . . . .                             | 33 |
| 2.5.1 | Convergence modale $N$ . . . . .                           | 33 |
| 2.5.2 | Convergence spatiale $N_k$ . . . . .                       | 34 |
| 2.6   | Conclusions et perspectives . . . . .                      | 35 |

---

CE chapitre introduit la description d'une méthode de prise en compte des propriétés de liaison sur le comportement vibroacoustique d'un assemblage de poutres 1D. Une approche modale est proposée en décomposant le mouvement à partir de déformées libre-libre de chaque poutre découplée. Le problème est résolu dans le domaine fréquentiel par une méthode d'inversion de la rigidité dynamique.



## 2.1 Introduction

Ce chapitre introduit la description de l'approche modale utilisée afin de caractériser le comportement vibroacoustique d'un assemblage de structures simples comme les poutres. L'intérêt de ces structures est qu'elles sont mono-dimensionnelles, minces et permettent de rester dans une approche analytique. L'étude est restreinte à un comportement linéaire de la liaison. Ainsi, tous les phénomènes physiques faiblement non-linéaires comme la friction au sens de Coulomb pourront être pris en compte par des méthodes de linéarisation. Les phénomènes fortement non-linéaires nécessiteront un développement supplémentaire intégrable dans la formulation choisie ici. La méthode d'assemblage des poutres s'inspire très largement de la synthèse modale avec la méthode Mac-Neal [98], partant de modes découplés libre-libres de chaque structure. La liaison définie dans ce chapitre est en état d'adhérence totale. Les phénomènes de glissement local [123, 97] ne sont pas pris en compte. La liaison est élémentaire ce qui permet de donner des bases réutilisables dans le cas de liaisons plus complexes. Suivant la nature des structures, seuls les mouvements de traction-compression et de flexion sont pris en compte, la torsion n'étant pas étudiée.

Après avoir décrit le système étudié par les équations du mouvement et la méthodologie de calcul de la pression rayonnée, une approche modale est alors utilisée. Ensuite, la réponse du système est obtenue par méthode directe [127] en inversant la matrice définie comme la rigidité dynamique de la structure assemblée.

## 2.2 Définition du cadre de l'étude

### 2.2.1 Description de l'assemblage utilisé

Deux poutres sont assemblées en désalignement de lignes neutres (voir Figure 2.1 a)) avec une liaison (voir Figure 2.1 b)) de longueur  $L_p$ , d'épaisseur  $h_p$  et ayant la même largeur  $b$  que celles des deux poutres. Elle peut se compresser ou être en cisaillement et son comportement est considéré comme linéaire. Ses caractéristiques de raideur et de dissipation dépendent des matériaux qui la composent.

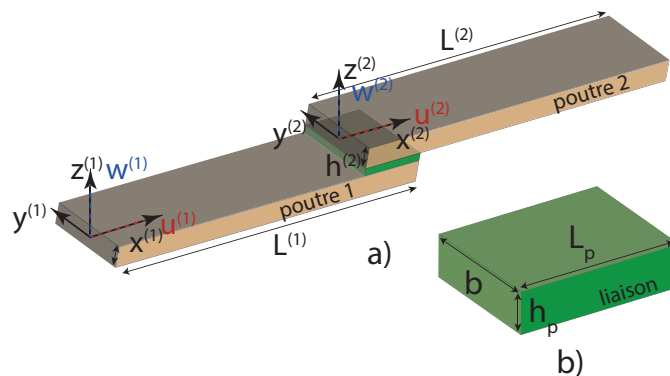


FIGURE 2.1 – a) Assemblage de deux poutres avec une liaison sur toute la zone de contact entre les deux structures b) Représentation d'une liaison

Comme indiqué sur la Figure 2.1, le mouvement est décomposé suivant un mouvement transversal  $w^{(d)}$  et un mouvement longitudinal  $u^{(d)}$  avec  $d = 1, 2$ , désignant la sous-structure étudiée. Deux repères locaux à l'extrémité de chaque poutre sont choisis. L'expression des équations du mouvement de la seconde poutre est la même que celle de la première par application du principe d'action-réaction,  $\vec{f}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{f}_{2 \rightarrow 1}$ . Le système est excité par une force stationnaire locale sur l'une des deux poutres. L'étude se place dans un régime



harmonique ce qui signifie que le domaine temporel n'est pas pris en compte et que la force d'excitation  $f_e$  d'amplitude  $\bar{f}_e$  injectée dans le système est de la forme

$$f_e(x, t) = \bar{f}_e e^{-j\omega t} \delta(x - x_0), \quad (2.1)$$

où  $e^{-j\omega t}$  est le régime harmonique avec  $\omega$ , la pulsation d'excitation et  $\delta$ , une distribution de Dirac localisée en  $x_0 \in x^{(d)}$ . L'effort peut s'orienter suivant la direction longitudinale, d'amplitude  $\bar{f}_L$  comme transversale  $\bar{f}_T$ . Les coordonnées  $x^{(d)}$  sont associées aux repères locaux.

## 2.2.2 Mise en équation

Comme énoncé précédemment, le déplacement se décompose suivant les mouvements en traction-compression et en flexion, la torsion n'étant pas considérée. Les efforts, dépendant du déplacement relatif d'une poutre sur une autre, s'expriment à la fibre neutre. En considérant le régime harmonique, le mouvement longitudinal s'exprime à partir de l'équation du mouvement longitudinal

$$\begin{cases} -E^{*(1)} S^{(1)} \frac{\partial^2 u^{(1)}}{\partial (x^{(1)})^2} - \rho^{(1)} S^{(1)} \omega^2 u^{(1)} - \mathcal{F}_T^{(1)} = \bar{f}_L \delta(x^{(1)} - x_0), \\ -E^{*(2)} S^{(2)} \frac{\partial^2 u^{(2)}}{\partial (x^{(2)})^2} - \rho^{(2)} S^{(2)} \omega^2 u^{(2)} + \mathcal{F}_T^{(2)} = 0, \end{cases} \quad (2.2)$$

où l'effort à la liaison, exprimé à la fibre neutre,  $\mathcal{F}_T^{(d)}$  est positif lorsque appliqué à la première poutre et négatif lorsque appliqué à la seconde poutre. Le module d'Young complexe est défini comme  $E^{*(d)} = E^{(d)}(1 + j\eta^{(d)})$  et se décompose suivant un module d'Young  $E^{(d)}$ , reliant la contrainte à la déformation du matériau suivant la loi de Hooke [6] et un facteur de perte  $\eta^{(d)}$ , décrivant la dissipation interne au sein du matériau constituant la poutre.  $S^{(d)} = bh^{(d)}$  est la section de la poutre avec  $b$  la largeur et  $h^{(d)}$  l'épaisseur,  $\rho^{(d)}$  est la masse volumique. L'assemblage est excité par  $f_L$ , une distribution de forces externes longitudinales excitatrices appliquées sur la structure et  $\mathcal{F}_T^{(d)}$  la distribution de force appliquée à la fibre neutre par la liaison sur la poutre  $d$ .

Comme le montre la Figure 2.2, l'épaisseur de poutre entraîne un décalage entre la position du point au niveau de la peau d'une poutre  $u'^{(d)}$  et celle de la fibre neutre  $u^{(d)}$ . Il y a donc une distinction entre la distribution de force appliquée à la fibre neutre  $\mathcal{F}_T^{(d)}$  et celle appliquée sur la peau de la poutre  $\mathcal{F}_T'^{(d)}$  suivant un ressort  $k_T$  et de la forme  $\mathcal{F}_T'^{(d)} = k_T \Delta_T$  avec  $\Delta_T$ , le déplacement relatif défini comme la différence entre les déplacements longitudinaux à la peau de chaque poutre ( $u'^{(1)}$  et  $u'^{(2)}$  à la Figure 2.2). Il s'écrit

$$\begin{aligned} \Delta_T &= u'^{(2)}(x^{(1)} - L^{(1)} + L_p) - u'^{(1)}(x^{(1)}) \\ &= u^{(2)}(x^{(1)} - L^{(1)} + L_p) - \frac{h^{(2)}}{2} \frac{\partial w^{(2)}(x^{(1)} - L^{(1)} + L_p)}{\partial x^{(1)}} - \left( u^{(1)}(x^{(1)}) + \frac{h^{(1)}}{2} \frac{\partial w^{(1)}(x^{(1)})}{\partial x^{(1)}} \right). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Lorsque la première poutre pousse la seconde par un effort  $\mathcal{F}_T'^{(1)}$ , il en résulte un effort  $\mathcal{F}_T'^{(2)}$  et un moment  $\mathcal{M}^{(d)}$  à la seconde poutre. Du fait que la liaison n'est pas à la fibre neutre des poutres, il y a donc une combinaison entre les mouvements longitudinaux et de rotation de la section droite dans l'Équation 6.11. Il est donc nécessaire de décrire le mouvement transversal. Le choix s'est porté sur l'équation d'Euler-Bernoulli [11]. Le déplacement transversal en régime harmonique s'exprime comme

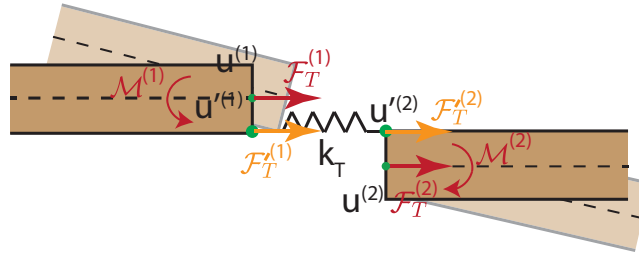


FIGURE 2.2 – Application d'un effort  $\mathcal{F}_T^{(d)}$  à la peau d'une poutre lorsque celle-ci pousse la deuxième poutre dans la direction longitudinale. La résultante est un effort à la fibre neutre  $\mathcal{F}_N^{(d)}$  et un moment  $\mathcal{M}^{(d)}$ .

$$\begin{cases} E^{*(1)} I^{(1)} \frac{\partial^4 w^{(1)}}{\partial (x^{(1)})^4} - \rho^{(1)} S^{(1)} \omega^2 w^{(1)} - \mathcal{F}_N^{(1)} + \mathcal{M}^{(1)} = \bar{f}_T \delta(x^{(1)} - x_0), \\ E^{*(2)} I^{(2)} \frac{\partial^4 w^{(2)}}{\partial (x^{(2)})^4} - \rho^{(2)} S^{(2)} \omega^2 w^{(2)} + \mathcal{F}_N^{(2)} + \mathcal{M}^{(2)} = 0, \end{cases} \quad (2.4)$$

où  $f_T$  est la distribution de forces transversales excitatrices,  $I^{(d)} = \frac{b(h^{(d)})^3}{12}$  est le moment quadratique. L'effort  $\mathcal{F}_N^{(d)}$  et le moment  $\mathcal{M}^{(d)}$  sont positifs lorsque appliqués à la première poutre et négatifs lorsque appliqués à la seconde poutre. Lorsque la première poutre pousse la seconde poutre dans la direction transversale, elle applique une distribution de force  $\mathcal{F}_N^{(d)} = k_N \Delta_N$  où  $\Delta_N = w^{(2)}(x^{(2)}) - w^{(1)}(x^{(1)})$  est le déplacement relatif des mouvements de flexion entre les deux poutres. Suivant la Figure 2.3 a), dans la direction transversale, l'effort appliqué sur la peau de la poutre est le même que celui appliqué à la fibre neutre avec  $\mathcal{F}_N^{(d)} = \mathcal{F}_N^{(d)}$ . Suivant la Figure 2.3 b), du fait du désalignement des fibres neutres, il y a également un moment  $\mathcal{M}^{(d)}$  sur la première poutre se répercutant par un effet de bras de levier associé à l'effort  $\mathcal{F}_T^{(d)}$ .

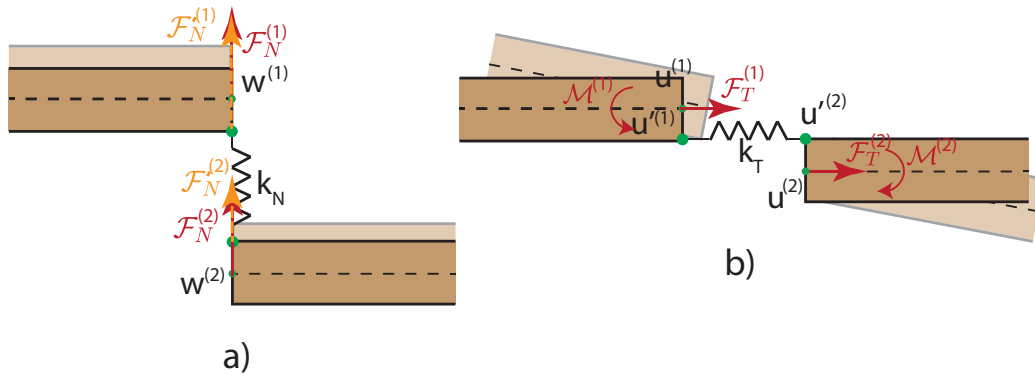


FIGURE 2.3 – a) Définition de l'effort  $\mathcal{F}_N^{(d)}$  sur la peau de la poutre lorsque celle-ci pousse la deuxième poutre dans la direction transversale. L'effort appliqué à la fibre neutre  $\mathcal{F}_N^{(d)}$  est le même que celui-ci appliqué à la peau ; b) Le moment de la première poutre entraîne à la fois un effet de bras de levier sur la seconde poutre ainsi qu'un effort de cisaillement.

Les représentations précédentes Figure 2.2, Figure 2.3 sont associées à une liaison ponctuelle non-dissipative. Afin de prendre en compte le comportement viscoélastique de la liaison, un modèle de Kelvin-Voigt [92] dans les directions longitudinale et transversale est choisi. Ce modèle élémentaire se décrit comme une association en parallèle d'une raideur et d'un amortissement. Afin d'avoir une continuité des rotations à la liaison entre les deux poutres, la liaison linéique est alors approchée par une distribution de liaisons viscoélastiques Figure 2.4.

A partir de la représentation en Figure 2.4, les efforts à la liaison peuvent ainsi être

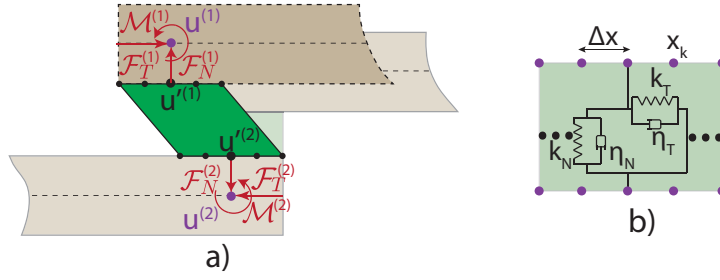


FIGURE 2.4 – a) Inventaire des efforts de l'assemblage. Les efforts transversaux et longitudinaux sont décrits par  $\mathcal{F}_N^{(d)}$  et  $\mathcal{F}_T^{(d)}$  respectivement. Le désalignement des fibres neutres est décrit par  $\mathcal{M}^{(d)}$ ; b) Liaison viscoélastique définie comme une distribution de modèles Kelvin-Voigt dans les directions longitudinale et transversale

exprimés suivant les paramètres géométriques et matériels de la liaison. Concernant la force  $\mathcal{F}_T^{(d)}$ , elle s'exprime comme une distribution d'efforts ponctuels dans toute la zone de partage entre les deux poutres

$$\begin{cases} \mathcal{F}_T^{(1)} = \sum_{k=1}^{N_k} k_T \Delta_T \delta(x^{(1)} - x_k^{(1)}), \\ \mathcal{F}_T^{(2)} = \sum_{k=1}^{N_k} k_T \Delta_T \delta(x^{(2)} - x_k^{(2)}), \end{cases} \quad (2.5)$$

où  $x_k^{(1)} \in [L^{(1)} - L_p; L^{(1)}]$  et  $x_k^{(2)} \in [0; L_p]$  sont des points d'application d'une des  $N_k$  liaisons élémentaires. Chaque liaison a une raideur longitudinale  $k_T = \frac{E_p(1+j\eta_p)bL_p}{2(1+\nu_p)N_k h_p}$  avec  $E_p$  le module d'élasticité de la liaison et  $\nu_p$ , le coefficient de Poisson. Le facteur de perte  $\eta_p$  est hystérétique car ne dépendant pas de la fréquence et des conditions environnantes (température, fréquence, ...) [51, 112]. La raideur est obtenue en considérant que la liaison est un parallélépipède isotrope. La force  $\mathcal{F}_N^{(d)}$  s'exprime également par une distribution d'efforts dans la direction transversale

$$\begin{cases} \mathcal{F}_N^{(1)} = \sum_{k=1}^{N_k} k_N \Delta_N \delta(x^{(1)} - x_k^{(1)}), \\ \mathcal{F}_N^{(2)} = \sum_{k=1}^{N_k} k_N \Delta_N \delta(x^{(2)} - x_k^{(2)}), \end{cases} \quad (2.6)$$

où  $k_N = \frac{E_p(1+j\eta_p)bL_p}{N_k h_p}$  est la raideur normale d'un modèle élémentaire. Finalement, le moment de flexion appliqué par la liaison s'exprime comme

$$\begin{cases} \mathcal{M}^{(1)} = \frac{h^{(1)}}{2} \sum_{k=1}^{N_k} k_T \Delta_T \delta'(x^{(1)} - x_k^{(1)}), \\ \mathcal{M}^{(2)} = \frac{h^{(2)}}{2} \sum_{k=1}^{N_k} k_T \Delta_T \delta'(x^{(2)} - x_k^{(2)}), \end{cases} \quad (2.7)$$

où  $\delta'$  est la dérivée spatiale de la distribution de Dirac localisée en  $x^{(d)} = x_k^{(d)}$ . Les efforts à la liaison Équation 2.5, Équation 2.6 sont exprimés à la première poutre. Pour les avoir sur la seconde, il est nécessaire d'appliquer le principe d'action-réaction en inversant les indices  $d$ . Concernant l'effet de bras de levier, Équation 2.7, celui-ci est orienté dans la même direction pour les deux poutres.

## 2.3 Résolution du problème en dynamique

### 2.3.1 Définition des bases modales libres

Une approche modale consiste à décomposer le déplacement en une somme infinie de déformées modales pondérées par les amplitudes qui dépendent de l'excitation. Pour rendre le calcul possible, les séries modales sont toujours tronquées, ce qui nécessite une étude de convergence. Celle-ci est réalisée au prochain chapitre, dans la comparaison de l'approche modale avec une méthode éléments finis. Les déformées modales sont obtenues analytiquement en condition libre sur chaque extrémité des poutres. Ce choix de conditions aux limites est pratique d'un point de vue expérimental puisque l'on peut étudier les structures indépendamment. Cependant, la base modale libre n'est pas optimale pour la convergence. Suivant le principe de décomposition modale, le déplacement longitudinal d'une poutre s'écrit

$$u^{(d)}(x^{(d)}) = \psi_{Tx}^{(d)}(x^{(d)}) a_1^{(d)} + \sum_{m=2}^{\infty} a_m^{(d)} \psi_m^{(d)}(x^{(d)}), \quad (2.8)$$

où  $\psi_{Tx}^{(d)}(x^{(d)}) = 1$  est le mode de translation de corps solide suivant  $x^{(d)}$ . Pour le mouvement longitudinal, la déformée  $\psi_m^{(d)}(x^{(d)})$  et la pulsation modale  $\Omega_{\psi_m}$ , pour le mode  $m$ , satisfont l'équation homogène des poutres

$$E^{(d)} S^{(d)} \frac{d^2 \psi_m(x^{(d)})}{d(x^{(d)})^2} + \Omega_{\psi_m}^2 \rho^{(d)} S^{(d)} \psi_m(x^{(d)}) = 0, \quad (2.9)$$

et la déformée modale vérifie le principe d'orthogonalité  $\int_0^{L^{(d)}} \psi_m^{(d)}(x^{(d)}) \psi_p^{(d)}(x^{(d)}) dx^{(d)} = 0$  pour  $m \neq p$ . En multipliant l'Équation 2.9 par  $\psi_p^{(d)}(x^{(d)})$  et en appliquant le principe d'orthogonalité, on obtient, respectivement, l'expression de la masse et de la raideur modale

$$\begin{cases} M_{\psi}^{(d)} = \int_{L^{(d)}} \rho^{(d)} S^{(d)} \left( \psi_m^{(d)}(x^{(d)}) \right)^2 dx^{(d)} = \rho^{(d)} S^{(d)} N_{\psi}, \\ K_{\psi}^{(d)} = \int_{L^{(d)}} E^{(d)} S^{(d)} \frac{d^2 \psi_m^{(d)}(x^{(d)})}{d(x^{(d)})^2} \psi_m^{(d)}(x^{(d)}) dx^{(d)} = \rho^{(d)} S^{(d)} N_{\psi} \Omega_{\psi_m}^2, \end{cases} \quad (2.10)$$

avec  $N_{\psi} = \frac{L^{(d)}}{4}$ , un facteur de normalisation. En conditions libres  $\psi_m^{(d)}(x^{(d)})$  est exprimée comme

$$\psi_m^{(d)}(x^{(d)}) = \cos \left( \frac{(m-1)\pi x^{(d)}}{L^{(d)}} \right). \quad (2.11)$$

La pulsation modale est obtenue analytiquement avec  $\Omega_{\psi_m}^2 = \frac{(m-1)\pi}{L^{(d)}} \sqrt{\frac{E^{(d)}}{\rho^{(d)}}}$ .

De la même manière, la série modale en flexion s'écrit

$$w^{(d)}(x^{(d)}) = \phi_{Tz}^{(d)}(x^{(d)}) b_1^{(d)} + \phi_{Ry}^{(d)}(x^{(d)}) b_2^{(d)} + \sum_{i=3}^{\infty} b_i^{(d)} \phi_i^{(d)}(x^{(d)}), \quad (2.12)$$

où  $\phi_{Tz}^{(d)}(x^{(d)}) = 1$  est le mode de translation de corps solide suivant  $z$  et  $\phi_{Ry}^{(d)}(x^{(d)}) = \frac{x^{(d)}}{L_p} - \frac{1}{2}$ , le mode rigide de rotation suivant  $y$ . La déformée  $\phi_i^{(d)}$  et la pulsation modale  $\Omega_{\phi_i}$ , pour le mode  $i$ , satisfont l'équation homogène des poutres

$$E^{(d)} I^{(d)} \frac{d^4 \phi_i^{(d)}(x^{(d)})}{d(x^{(d)})^4} - \rho^{(d)} S^{(d)} \Omega_{\phi_i}^2 \phi_i^{(d)}(x^{(d)}) = 0. \quad (2.13)$$

De la même manière que pour le mouvement longitudinal, en multipliant l'équation de mouvement Équation 2.13 par la déformée modale  $\phi_p(x)$  et en appliquant le principe d'orthogonalité, on obtient l'expression modale de la masse et de la raideur pour  $i = p$ , respectivement

$$\begin{cases} M_{\phi}^{(d)} = \rho^{(d)} S^{(d)} \int_{L^{(d)}} \left( \phi_i^{(d)}(x^{(d)}) \right)^2 dx^{(d)} = \rho^{(d)} S^{(d)} N_{\phi}, \\ K_{\phi}^{(d)} = \int_{L^{(d)}} E^{(d)} I^{(d)} \frac{d^4 \phi_i^{(d)}(x^{(d)})}{d(x^{(d)})^4} \phi_i^{(d)}(x^{(d)}) dx^{(d)} = \rho^{(d)} S^{(d)} N_{\phi} \Omega_{\phi_i}^2, \end{cases} \quad (2.14)$$

avec  $N_{\phi}$ , le facteur de normalisation. En conditions libres, la déformée propre s'exprime comme

$$\phi_i^{(d)}(x^{(d)}) = \cosh(\beta_i x^{(d)}) + \cos(\beta_i x^{(d)}) - \sigma_i \left( \sinh(\beta_i x^{(d)}) + \sin(\beta_i x^{(d)}) \right), \quad (2.15)$$

avec

$$\sigma_i = \frac{\cosh(\beta_i L^{(d)}) - \cos(\beta_i L^{(d)})}{\sinh(\beta_i L^{(d)}) - \sin(\beta_i L^{(d)})} \approx 1 \quad \forall i \quad \text{et} \quad \beta_i = \begin{cases} 0 & (\text{rigide, } i = 1, 2) \\ 4,47004074 \\ 7,85320462 \\ 10,9956078 \\ 14,1371655 \\ 17,2787597 \\ \approx \frac{(2(i-2)+1)\pi}{2L^{(d)}} & (i > 7). \end{cases} \quad (2.16)$$

La pulsation propre au rang  $i$  est  $\Omega_i = \sqrt{\frac{E^{(d)} I^{(d)}}{\rho^{(d)} S^{(d)}} \beta_i^2}$ . A des fins de stabilité numérique, l'Équation 2.16 est exprimée suivant l'expression donnée à l'annexe B issue des travaux de Goncalves et al. [55].

### 2.3.2 Projection dans les bases modales libres

Les déplacements longitudinaux et transversaux sont ainsi remplacés par les séries modales Équation 2.8 et Équation 2.12 puis appliquées aux équations du mouvement. En reprenant l'équation longitudinale, Équation 2.2, il vient

$$\begin{cases} - \sum_n E^{*(d)} S^{(1)} \frac{d^2 \psi_n^{(1)}(x^{(1)})}{d(x^{(1)})^2} - \sum_n \omega^2 \rho^{(1)} S^{(1)} \psi_n^{(1)}(x^{(1)}) - \mathcal{F}_T^{(1)} = f_{L\psi}, \\ - \sum_n E^{*(d)} S^{(2)} \frac{d^2 \psi_n^{(2)}(x^{(2)})}{d(x^{(2)})^2} - \sum_n \omega^2 \rho^{(2)} S^{(2)} \psi_n^{(2)}(x^{(2)}) + \mathcal{F}_T^{(2)} = 0. \end{cases} \quad (2.17)$$

L'effort d'excitation modal vaut  $f_{L\psi} = \bar{f}_L \psi_n^{(1)}(x_0)$  et la distribution d'efforts de couplage



longitudinaux modaux s'exprime pour la première poutre comme

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{T\psi}^{(1)} = k_T & \left[ \underbrace{\sum_n \sum_k \psi_n^{(2)}(x_k^{(2)}) \psi_p^{(1)}(x_k^{(1)}) a_n^{(2)}}_{\Lambda_\psi^{(12)}} - \underbrace{\sum_m \sum_k \psi_m^{(1)}(x_k^{(1)}) \psi_p^{(1)}(x_k^{(1)}) a_m^{(1)}}_{\Lambda_\psi^{(11)}} \right. \\ & \left. - \frac{h^{(2)}}{2} \underbrace{\sum_j \sum_k \frac{d\phi_j^{(2)}(x_k^{(2)})}{dx^{(2)}} \psi_p^{(1)}(x_k^{(1)}) b_j^{(2)}}_{\Lambda_{\psi\partial\phi}^{(12)}} - \frac{h^{(1)}}{2} \underbrace{\sum_i \sum_k \frac{d\phi_i^{(1)}(x_k^{(1)})}{dx^{(1)}} \psi_p^{(1)}(x_k^{(1)}) b_i^{(1)}}_{\Lambda_{\psi\partial\phi}^{(11)}} \right]. \end{aligned} \quad (2.18a)$$

(2.18b)

Concernant la seconde poutre, il vient

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{T\psi}^{(2)} = k_T & \left[ \underbrace{\sum_m \sum_k \psi_m^{(1)}(x_k^{(1)}) \psi_p^{(2)}(x_k^{(2)}) a_m^{(1)}}_{\Lambda_\psi^{(21)}} - \underbrace{\sum_n \sum_k \psi_n^{(2)}(x_k^{(2)}) \psi_p^{(2)}(x_k^{(2)}) a_n^{(2)}}_{\Lambda_\psi^{(22)}} \right. \\ & \left. - \frac{h^{(1)}}{2} \underbrace{\sum_i \sum_k \frac{d\phi_i^{(1)}(x_k^{(1)})}{dx^{(1)}} \psi_p^{(2)}(x_k^{(2)}) b_i^{(1)}}_{\Lambda_{\psi\partial\phi}^{(21)}} - \frac{h^{(2)}}{2} \underbrace{\sum_j \sum_k \frac{d\phi_j^{(2)}(x_k^{(2)})}{dx^{(2)}} \psi_p^{(2)}(x_k^{(2)}) b_j^{(2)}}_{\Lambda_{\psi\partial\phi}^{(22)}} \right]. \end{aligned} \quad (2.19a)$$

(2.19b)

Les indices  $m, n$  sont respectivement les rangs modaux en traction de la première et de la deuxième poutre et  $i$  et  $j$ , les rangs modaux en flexion. Concernant la seconde poutre, sa force modale est obtenue, d'abord par application du principe d'action-réaction dans le domaine physique puis par projection dans le domaine modal. Cette expression fait donc intervenir des termes de couplage  $\Lambda$  de différentes natures. Un couplage de mouvements longitudinaux au sein de la première poutre est défini comme  $\Lambda_\psi^{(11)}$  et entre les deux poutres par  $\Lambda_\psi^{(12)}$  ou  $\Lambda_\psi^{(21)}$ . Les couplages de mouvements de nature différente sont définis par  $\Lambda_{\psi\partial\phi}^{(11)}$  ou  $\Lambda_{\psi\partial\phi}^{(22)}$  lorsqu'il s'agit d'une conversion des mouvements longitudinaux aux mouvements transversaux au sein d'une poutre et par  $\Lambda_{\psi\partial\phi}^{(12)}$ , de la première à la seconde poutre et inversement avec  $\Lambda_{\psi\partial\phi}^{(21)}$ . En prenant en compte tous les modes de la série modale, une nouvelle expression matricielle est obtenue

$$\left( -\omega^2 \mathbf{M}_\psi + \mathbf{K}_\psi \right) \mathbf{a} + \mathbf{F}_{T\psi} = \mathbf{f}_{L\psi}. \quad (2.20)$$

Les matrices  $\mathbf{M}_\psi$  et  $\mathbf{K}_\psi$  sont diagonales et regroupent les caractéristiques modales des poutres découplées dans leur mouvement longitudinal. Le vecteur  $\mathbf{a} = \left[ \mathbf{a}_{m \in [1;N]}^{(1)} \quad \mathbf{a}_{n \in [1;N]}^{(2)} \right]^T$  regroupe les amplitudes modales, respectivement du mouvement longitudinal associé à la première et la deuxième poutre. Concernant le mouvement en flexion décrit par l'équation de mouvement d'Euler-Bernoulli, Équation 2.4 pour laquelle, la déformée modale  $\phi_n(x)$  et la pulsation modale  $\Omega_{\phi_n}$ , pour le mode  $n$ , satisfont l'équation des poutres

$$\begin{cases} \sum_n E^{*(1)} I^{(1)} \frac{d^4 \phi_n^{(1)}(x^{(1)})}{d(x^{(1)})^4} - \rho^{(1)} S^{(1)} \omega^2 \phi_n^{(1)}(x^{(1)}) - \mathcal{F}_N + \mathcal{M}^{(1)} = f_{T\phi}, \\ \sum_n E^{*(2)} I^{(2)} \frac{d^4 \phi_n^{(2)}(x^{(2)})}{d(x^{(2)})^4} - \rho^{(2)} S^{(2)} \omega^2 \phi_n^{(2)}(x^{(2)}) + \mathcal{F}_N + \mathcal{M}^{(2)} = 0. \end{cases} \quad (2.21)$$

L'effort d'excitation modal vaut  $f_{T\phi} = \sum_n \bar{f}_T \phi_n^{(1)}(x_0)$  et l'expression de la distribution de forces transversales pour la première poutre est

$$\mathcal{F}_{N\phi}^{(1)} = k_N \left[ \underbrace{\sum_j \sum_k \phi_j^{(2)}(x_k^{(2)}) \phi_p^{(1)}(x_k^{(1)}) b_j^{(2)}}_{\Lambda_\phi^{(12)}} - \underbrace{\sum_i \sum_k \phi_i^{(1)}(x_k^{(1)}) \phi_p^{(1)}(x_k^{(1)}) b_i^{(1)}}_{\Lambda_\phi^{(11)}} \right], \quad (2.22)$$

et pour la seconde poutre,

$$\mathcal{F}_{N\phi}^{(2)} = k_N \left[ \underbrace{\sum_i \sum_k \phi_i^{(1)}(x_k^{(1)}) \phi_p^{(2)}(x_k^{(2)}) b_i^{(1)}}_{\Lambda_\phi^{(21)}} - \underbrace{\sum_j \sum_k \phi_j^{(2)}(x_k^{(2)}) \phi_p^{(2)}(x_k^{(2)}) b_j^{(2)}}_{\Lambda_\phi^{(22)}} \right]. \quad (2.23)$$

Concernant le bras de levier, son expression généralisé pour la première poutre est

$$\mathcal{M}_\phi^{(1)} = \frac{h^{(1)}}{2} k_T \left[ \underbrace{\sum_n \sum_k \psi_n^{(2)}(x_k^{(2)}) \frac{d\phi_p^{(1)}(x_k^{(1)})}{dx^{(1)}} a_n^{(2)}}_{\Lambda_{\psi\partial\phi}^{(12)}} - \underbrace{\sum_m \sum_k \psi_m^{(1)}(x_k^{(1)}) \frac{d\phi_p(x_k^{(1)})}{dx^{(1)}} a_m^{(1)}}_{\Lambda_{\psi\partial\phi}^{(11)}} \right] \quad (2.24a)$$

$$- \frac{h^{(2)}}{2} \sum_j \sum_k \frac{d\phi_j^{(2)}(x_k^{(2)})}{dx^{(2)}} \frac{d\phi_p^{(1)}(x_k^{(1)})}{dx^{(1)}} b_j^{(2)} - \frac{h^{(1)}}{2} \sum_i \sum_k \frac{d\phi_i^{(1)}(x_k^{(1)})}{dx^{(1)}} \frac{d\phi_p^{(1)}(x_k^{(1)})}{dx^{(1)}} b_i^{(1)} \Big], \quad (2.24b)$$

et pour la seconde poutre,

$$\mathcal{M}_\phi^{(2)} = \frac{h^{(2)}}{2} k_T \left[ \underbrace{\sum_m \sum_k \psi_m^{(1)}(x_k^{(1)}) \frac{d\phi_p^{(2)}(x_k^{(2)})}{dx^{(2)}} a_m^{(1)}}_{\Lambda_{\psi\partial\phi}^{(21)}} - \underbrace{\sum_n \sum_k \psi_n^{(2)}(x_k^{(2)}) \frac{d\phi_p(x_k^{(2)})}{dx^{(2)}} a_n^{(2)}}_{\Lambda_{\psi\partial\phi}^{(22)}} \right] \quad (2.25a)$$

$$- \frac{h^{(1)}}{2} \sum_i \sum_k \frac{d\phi_i^{(1)}(x_k^{(1)})}{dx^{(1)}} \frac{d\phi_p^{(2)}(x_k^{(2)})}{dx^{(2)}} b_i^{(1)} - \frac{h^{(2)}}{2} \sum_j \sum_k \frac{d\phi_j^{(2)}(x_k^{(2)})}{dx^{(2)}} \frac{d\phi_p^{(2)}(x_k^{(2)})}{dx^{(2)}} b_j^{(2)} \Big], \quad (2.25b)$$

Le moment induit par la différence de position des fibres neutres provoque un couplage au sein des mouvements de flexion  $\Lambda_{\partial\phi}$  du fait de l'angle dans la section de poutre lorsque celle-ci se déforme. En prenant en compte toutes les contributions modales, une nouvelle expression matricielle est obtenue

$$\left( -\omega^2 \mathbf{M}_\phi + \mathbf{K}_\phi \right) \mathbf{b} + \mathbf{F}_{N\phi} + \mathbf{M}_\phi = \mathbf{f}_{T\phi}. \quad (2.26)$$

Les matrices  $\mathbf{M}_\phi$  et  $\mathbf{K}_\phi$  sont diagonales et regroupent les caractéristiques modales des poutres découplées dans leur mouvement transversal. Le vecteur  $\mathbf{b} = \left[ \mathbf{b}_{i \in [1;N]}^{(1)} \quad \mathbf{b}_{j \in [1;N]}^{(2)} \right]^T$  regroupe les amplitudes modales, respectivement du mouvement transversal associé à la première et la deuxième poutre.

### 2.3.3 Assemblage des bases modales

À partir de l'Équation 2.20 et Équation 2.26, un système matriciel global est obtenu

$$\underbrace{(\mathbf{K}^2 - \omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}_J)}_{\mathbf{D}} \mathbf{q} = \mathbf{f}_e, \quad (2.27)$$

où  $\mathbf{q} = [\mathbf{b} \ \mathbf{a}]^T$ . L'effort extérieur généralisé vaut  $\mathbf{f}_e = [\mathbf{f}_{T\phi} \ \mathbf{f}_{L\psi}]^T$ ,  $\mathbf{D}$  est la rigidité dynamique de la structure assemblée avec  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{K}$ , les matrices de masse et de raideur modales, respectivement. Les matrices sont diagonales et regroupent les propriétés modales de chaque poutre découplée suivant les mouvements de flexion et de traction.  $\mathbf{K}_J$  est la matrice de raideur équivalente pleine décrivant les couplages modaux des mouvements de chaque poutre.  $\mathbf{K}_J$  est définie comme

$$\mathbf{K}_J = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_\phi & \mathbf{K}_{\phi\psi} \\ \mathbf{K}_{\psi\phi} & \mathbf{K}_\psi \end{bmatrix}, \quad (2.28)$$

où  $\mathbf{K}_\phi$  est décrit comme un couplage modal en flexion entre les deux poutres. Il en va de même pour la traction-compression avec  $\mathbf{K}_\psi$ . Le terme  $\mathbf{K}_{\phi\psi}$  est un terme de conversion d'onde des mouvements de flexion en compression et inversement avec  $\mathbf{K}_{\psi\phi}$ . La matrice de conversion du mouvement de traction-compression,  $\mathbf{K}_\psi$ , est exprimée comme suit

$$\mathbf{K}_\psi = \left[ \begin{array}{c|c} -k_T \mathbf{\Lambda}_\psi^{(11)} & k_T \mathbf{\Lambda}_\psi^{(12)} \\ \hline k_T \mathbf{\Lambda}_\psi^{(21)} & -k_T \mathbf{\Lambda}_\psi^{(22)} \end{array} \right], \quad (2.29)$$

et celle en flexion  $\mathbf{K}_\phi$

$$\mathbf{K}_\phi = \left[ \begin{array}{c|c} -k_N \mathbf{\Lambda}_\phi^{(11)} - k_T \left(\frac{h_1}{2}\right)^2 \mathbf{\Lambda}_{\partial\phi}^{(11)} & k_N \mathbf{\Lambda}_\phi^{(12)} - k_T \frac{h_1 h_2}{4} \mathbf{\Lambda}_{\partial\phi}^{(12)} \\ \hline k_N \mathbf{\Lambda}_\phi^{(21)} - k_T \frac{h_1 h_2}{4} \mathbf{\Lambda}_{\partial\phi}^{(21)} & -k_N \mathbf{\Lambda}_\phi^{(22)} - k_T \left(\frac{h_2}{2}\right)^2 \mathbf{\Lambda}_{\partial\phi}^{(22)} \end{array} \right]. \quad (2.30)$$

Les matrices  $\mathbf{K}_{\phi\psi}$  et  $\mathbf{K}_{\psi\phi}$  représentent respectivement les couplages du mouvement de flexion à la traction-compression et vice versa. Ils s'expriment comme

$$\mathbf{K}_{\phi\psi} = \left[ \begin{array}{c|c} -k_T \frac{h_1}{2} \mathbf{\Lambda}_{\psi\partial\phi}^{(11)} & k_T \frac{h_1}{2} \mathbf{\Lambda}_{\psi\partial\phi}^{(12)} \\ \hline -k_T \frac{h_2}{2} \mathbf{\Lambda}_{\psi\partial\phi}^{(21)} & k_T \frac{h_2}{2} \mathbf{\Lambda}_{\psi\partial\phi}^{(22)} \end{array} \right] \text{ et } \mathbf{K}_{\psi\phi} = \left[ \begin{array}{c|c} -k_T \frac{h_1}{2} \mathbf{\Lambda}_{\psi\partial\phi}^{(11)} & -k_T \frac{h_2}{2} \mathbf{\Lambda}_{\psi\partial\phi}^{(12)} \\ \hline k_T \frac{h_1}{2} \mathbf{\Lambda}_{\psi\partial\phi}^{(21)} & k_T \frac{h_2}{2} \mathbf{\Lambda}_{\psi\partial\phi}^{(22)} \end{array} \right]. \quad (2.31)$$

La matrice de raideur modale de la liaison Équation 2.28 est un point clé de ces travaux. Sa définition et la classification des couplages modaux sont reprises en Figure 2.5.

Une comparaison de plusieurs matrices de raideur  $\mathbf{K}_J$  est réalisée en Figure 2.6 suivant plusieurs longueurs de liaison  $L_p$  afin d'observer leur effet sur les couplages intermodaux.

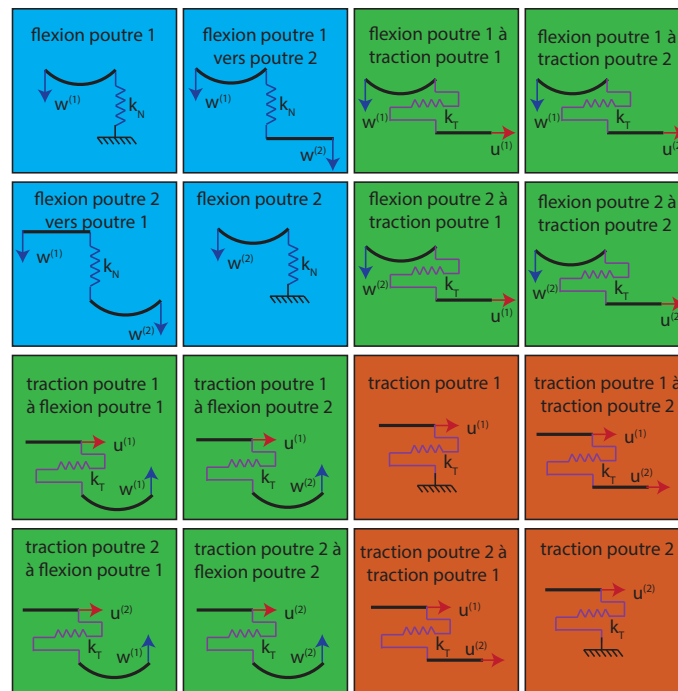


FIGURE 2.5 – Description des différentes formes de couplage modal entre les deux poutres et suivant le type de mouvement rencontré.

Un exemple de visualisation de la matrice de raideur est donnée avec un assemblage de deux poutres en aluminium ( $E = 70 \text{ GPa}$  et  $\eta = 0.2\%$ ), de longueur 0,6 m pour la première poutre et 0,4 m pour la seconde. Les sections sont rectangulaires (1 cm d'épaisseur pour 2 cm de largeur). La liaison a une épaisseur de 0,1 mm. Elle se compose de résine d'époxy avec un module d'Young de 3 GPa, une masse volumique de  $700 \text{ kg/m}^3$  et un facteur de perte de 1 %. Il y a 10 modèles élémentaires par direction pour la liaison et une troncature modale aux 50 premiers modes. L'avantage de ces représentations est que les analyses faites ne dépendent pas de l'excitation. Dans le premier cas (Figure 2.6 a)), la liaison a une longueur de 4 mm. La matrice est pleine bien que les termes de couplage de mouvements de nature différente restent faibles comparés aux termes de couplage en flexion. Dans cette configuration, il y a donc très peu de conversions de mouvements. Pour le deuxième cas (Figure 2.6 b)), la liaison a une longueur de 4 cm. Les termes de raideur modale sont très importants dans la diagonale des raideurs de couplage des mouvements de flexion. D'autres diagonales se dessinent dans les autres couplages modaux à des valeurs moins importantes. Les termes de raideur modale en flexion restent prépondérants par rapport à ceux du mouvement longitudinal. Les termes de conversion d'un mouvement vers un autre ne sont plus négligeables. Dans cette configuration, en excitant la structure dans la direction longitudinale, le système va répondre en flexion de manière non-négligeable par rapport à la traction-compression. Avec une zone de partage plus importante (longueur de la liaison de 20 cm) (Figure 2.6 c)), les diagonales sont présentes dans chaque sous-matrice et de même ordre de grandeur, que ce soit les couplages au sein de chaque mouvement comme d'un type de mouvement à un autre. Il est ainsi attendu que le système réagisse dans les deux directions de l'espace avec des combinaisons de mouvements.

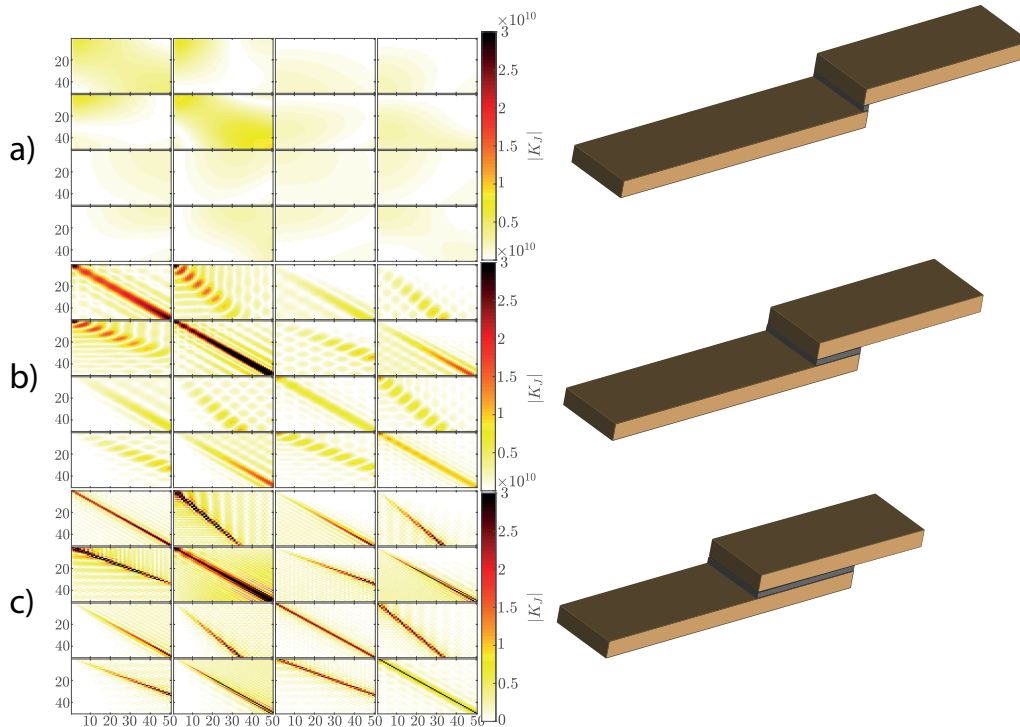


FIGURE 2.6 – Représentation de la valeur absolue de la matrice de raideur  $\mathbf{K}_j$  pour différentes longueurs  $L_p$ . a) Longueur de liaison de 0.4 cm ; b) Longueur de liaison de 4 cm ; c) Longueur de liaison de 20 cm

## 2.4 Calcul des réponses vibroacoustiques

### 2.4.1 Reconstruction des champs de déplacement

En reprenant l'Équation 2.27, la rigidité dynamique de l'assemblage est inversée puis pondérée par l'effort modal afin d'obtenir les amplitudes des champs de déplacement dans les directions longitudinale et transversale

$$\mathbf{q} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{f}_e. \quad (2.32)$$

Les champs de déplacement sont alors obtenus en multipliant chaque amplitude par sa déformée modale associée. L'inversion de la matrice, pour une fréquence donnée, est rapide considérant les structures étudiées. Cependant, pour des structures industrielles, il est nécessaire d'enrichir la base modale à partir de modes statiques à la liaison, appelés modes d'attaches [75]. Leur nature varie suivant les conditions aux limites. Dans le cas de conditions libre-libre, on parle d'interface libre. Cet enrichissement de base modale, permettant une accélération de la convergence, est plus connue sous le nom de la méthode de Mac-Neal [98].

### 2.4.2 Calcul du rayonnement acoustique de l'assemblage

Afin de prendre en compte l'impact des propriétés de liaison sur le comportement acoustique d'une structure assemblée, il est proposé d'évaluer la puissance acoustique en passant par l'intégrale de Rayleigh [129]. Considérant que l'assemblage baigne dans un fluide léger, l'air, le problème est traité en résolvant successivement deux problèmes découplés : calcul du champ de déplacement hors plan (considéré *in vacuo*), calcul du champ de pression rayonné. Partant du champ en flexion calculé en Équation 2.12 de la structure assemblée et en considérant des conditions aux limites libres lorsque la poutre est



entourée d'un plan infiniment rigide, une pression rayonnée au point  $x$  est calculée suivant l'intégrale de Rayleigh,

$$p(x, z) = \frac{-\omega^2 \rho_0 b}{2\pi} \left[ \int_0^{L^{(1)}-L_p} \frac{w^{(1)}(x_s^{(1)}, 0) e^{-jk \left( \sqrt{(x-x_s^{(1)})^2 + z^2} \right)}}{\sqrt{(x-x_s^{(1)})^2 + z^2}} dx_s^{(1)} \right. \\ \left. + \int_0^{L^{(2)}} \frac{w(x_s^{(2)}, 0) e^{-jk \left( \sqrt{(x-x_s^{(2)})^2 + z^2} \right)}}{\sqrt{(x-x_s^{(2)})^2 + z^2}} dx_s^{(2)} \right], \quad (2.33)$$

où  $k = \frac{\omega}{c_0}$  est le nombre d'onde acoustique avec  $c_0$ , la vitesse du son dans l'air,  $x_s$  est la position de la longueur élémentaire  $dx$  appartenant à la surface vibrante  $S = (L^{(1)} + L^{(2)} - L_p)b$  de l'assemblage. En pratique, l'intégrale de Rayleigh est obtenue numériquement par une méthode de trapèzes. D'autres méthodes évaluent cette intégrale analytiquement en simplifiant l'expression du déplacement comme dans la formulation de Blake et al. [17] mais ne sont pas privilégiées dans ce travail. De plus, dans le but de gérer la singularité lorsque  $\sqrt{(x-x_s^{(d)})^2 + z^2} = 0$ , la contribution de la longueur élémentaire à la position  $x_s$  est ignorée lorsque le point d'observation  $x$  coïncide avec  $x_s$  à  $z = 0$ . La pression rayonnée est donc impactée directement par le déplacement de flexion  $w$ . Bien que la traction ne soit pas un mouvement qui rayonne, par les mécanismes de couplages intermodaux  $\Lambda_{\psi\phi}$  vus précédemment, elle intervient alors indirectement dans la puissance rayonnée de la structure assemblée. Ce couplage intermodal dépend de la liaison et de ses propriétés matérielles.

A partir de l'Équation 2.33, la pression pariétale, à la surface de la surface vibrante  $S$ , se calcule pour chaque point  $x$ . La puissance rayonnée est ainsi obtenue en intégrant le produit de la pression et de la vitesse conjuguée sur toute la surface vibrante

$$\Pi = \frac{b}{2} \left[ \int_0^{L^{(1)}-L_p} \Re \left[ p(x^{(1)}, 0) v^*(x^{(1)}, 0) \right] dx^{(1)} + \int_0^{L^{(2)}} \Re \left[ p(x^{(2)}, 0) v^*(x^{(2)}, 0) \right] dx^{(2)} \right], \quad (2.34)$$

où  $v^*$  est la vitesse conjuguée transversale.

## 2.5 Étude de convergence

### 2.5.1 Convergence modale $N$

Du fait de la décomposition du mouvement en une base modale constituée de  $N$  déformées propres, il est nécessaire de réaliser une étude de convergence afin de déterminer le nombre minimum de modes à considérer dans chaque série modale de l'Équation 2.8 et Équation 2.12. L'étude de convergence modale est faite suivant la détermination des pulsations propre de l'assemblage obtenues en variant le nombre de déformées propres constituant chaque série modale. Elles ont été obtenues en résolvant le problème aux valeurs propres de l'Équation 2.27 avec  $\mathbf{f}_e = 0$ . Une erreur  $\epsilon = \frac{|\Omega_N - \Omega_{100}|}{\Omega_{100}}$  est ainsi déterminée pour les 20 premières pulsations propres de l'assemblage entre une troncature aux 100 premiers modes  $\Omega_{100}$  et une troncature allant de 5 à 100 modes  $\Omega_N$ . Toutes ces pulsations modales sont contenues dans le domaine fréquentiel étudié ( $[0 - 8000]$  Hz). Pour plus de commodité, le nombre de modes  $N$  est le même pour chaque série modale des mouvements de flexion

$w$  comme de traction  $u$ . Comme montré en Figure 2.7, l'erreur diminue très rapidement en augmentant le nombre de modes et devient inférieure à 0.5% pour  $N = 30$ . Afin de garder une marge de sécurité suffisante, les séries modales seront donc tronquées aux premiers 50 modes pour chaque série modale.

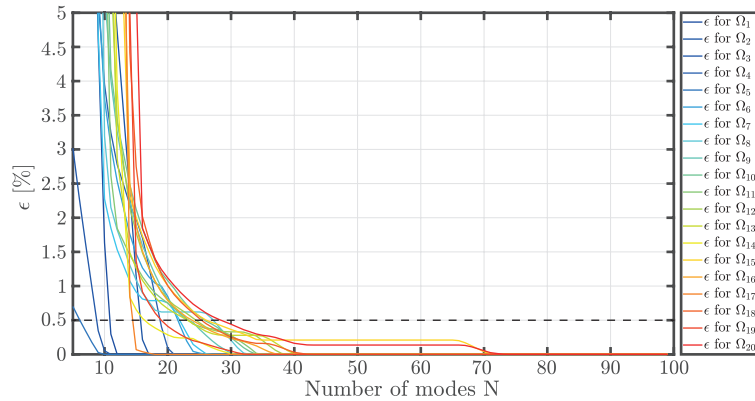


FIGURE 2.7 – Erreur relative  $\epsilon$  des 20 premières pulsations propres de l'assemblage entre une troncature aux 100 premiers modes et une troncature allant de 5 à 100 modes.

### 2.5.2 Convergence spatiale $N_k$

Conjointement à la convergence modale, la discrétisation spatiale de la liaison pose une question de convergence. En effet, quel est l'espacement minimal à partir duquel, la discrétisation est suffisante pour décrire une liaison continue? Pour répondre à cette question, une étude de convergence de la réponse forcée est réalisée en faisant varier l'espacement  $\Delta x$  entre deux modèles élémentaires (le nombre d'éléments ponctuels  $N_k$  étant variable). Le calcul est effectué par méthode directe [148]. L'assemblage est excité par une force locale transversale  $f_T$  à l'extrémité de la première poutre, en  $x = 0$ . Ses propriétés mécaniques et géométriques ont été données en section 2.3.3 et la longueur de la liaison est de 5.2 cm. Les résultats sont présentés en Figure 2.8.

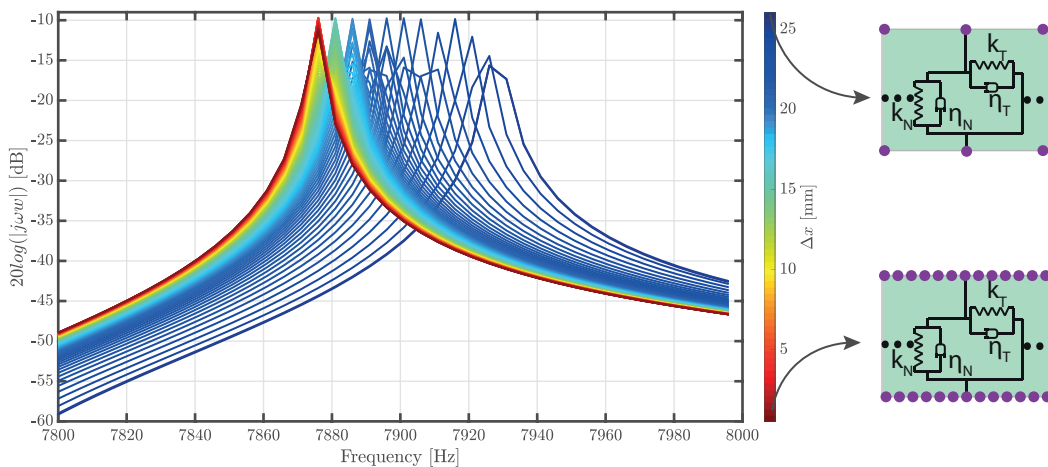


FIGURE 2.8 – Étude de convergence de l'espacement  $\Delta x$  entre deux modèles élémentaires Kelvin-Voigt au sein de la liaison en observant une résonance de flexion en vitesse de l'assemblage de poutres proche de 8000 Hz

Compte tenu que la convergence vers les basses fréquences est de plus en plus rapide, il est seulement nécessaire de s'assurer que le critère de convergence soit respecté sur la dernière résonance. Le critère est donc appliqué sur la résonance proche de 8000 Hz

correspondant à la fréquence maximale de l'étude. Suivant la Figure 2.8, la convergence est atteinte à partir d'un  $\Delta x = 10$  mm. En appliquant un facteur de sécurité de deux, il est nécessaire d'avoir un espacement maximal de 5 mm. Dans le cas d'une liaison de 5.2 cm de longueur, on aura ainsi 10 liaisons élémentaires.

## 2.6 Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, l'objectif est de définir une méthodologie afin de caractériser l'influence d'une liaison sur le comportement vibroacoustique d'une structure assemblée. L'étude a été réalisée sur des poutres qui permettent d'étudier analytiquement et simplement l'importance des termes de couplage entre mouvements. La liaison est représentée par une distribution de modèles élémentaires (raideur et amortissement). Une mise en équation analytique de l'assemblage est réalisée. Elle prend en compte le désalignement des fibres neutres qui couple des mouvements de traction-compression et de flexion. Ces équations sont projetées dans les bases modales libres-libres des poutres découplées dont l'intérêt et d'y accéder facilement expérimentalement. Dans cette modélisation, l'effet de la liaison est décrit par une matrice de couplage intermodal. Cette matrice met en évidence la contribution des modes résonants dans la dynamique de l'assemblage ainsi que la contribution des modes rayonnants sur son comportement vibroacoustique. La méthode décrite dans ce chapitre permet de prendre en compte une importante diversité de liaisons dont le comportement est linéaire ou linéarisé.

Cette approche peut s'étendre à des structures industrielles dont les propriétés modales sont obtenues numériquement par des codes commerciaux classiques (Comsol, Nastran Patran...) ou expérimentalement par des analyses modales des pièces détachées et suspendues. Cependant, les séries modales libres ne sont pas optimisées d'un point de vue de convergence. Il est alors nécessaire d'enrichir la base par des déformées statiques sur chaque degré de liberté de liaison de chaque sous-structure. Suivant les conditions aux limites libres, les modes utilisés sont ceux à interface libre de la méthode de Mac-Neal [98]. Concernant la liaison, celle-ci peut être généralisée aux surfaces bi-dimensionnelles comme illustrée en Figure 2.9.

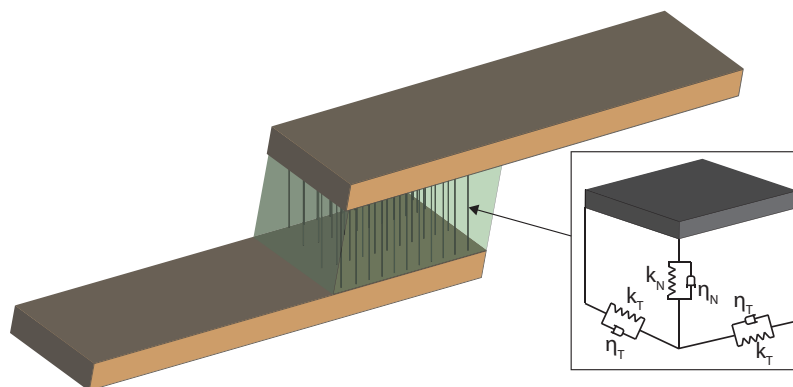


FIGURE 2.9 – Définition du modèle élémentaire viscoélastique 3D pour chaque paire de noeuds coïncidents dans un assemblage de poutres 3D.

Dans ce cas, la liaison se décompose en une association de modèles élémentaires Kelvin-Voigt aux trois directions de l'espace. Ces modèles relient chaque noeud coïncident entre les deux poutres, on parle d'une représentation noeud à noeud [19].



Dans le prochain chapitre, il est proposé d'étudier le comportement d'un assemblage de poutres reliées par une liaison collée. Après s'être assuré de la corrélation du modèle modal avec un modèle éléments finis (en terme de convergence des résultats vibratoires comme acoustiques), une étude paramétrique est menée afin d'extraire les grandes tendances de comportement vibroacoustique de la structure assemblée.

## Chapitre 3

# Comportement vibroacoustique d'un assemblage en régime forcé

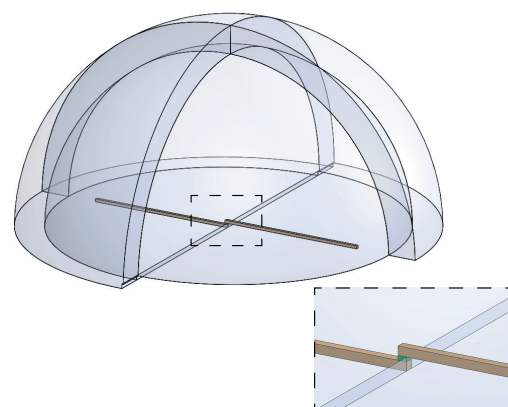
---

### Table des matières

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 3.1 | Introduction . . . . .   | 38 |
| 3.2 | Validation de la méthode modale analytique par comparaison des réponses forcées avec une méthode directe FEM . . . . . | 38 |
| 3.3 | Influence des propriétés de liaison sur le comportement vibroacoustique de la structure assemblée . . . . .            | 41 |
| 3.4 | Conclusion . . . . .   | 49 |

---

CE chapitre s'inscrit dans le cadre d'une étude consistant à analyser le comportement vibroacoustique de structures assemblées à l'aide de liaisons collées. L'étude porte sur un système de deux poutres partiellement superposées et dont la liaison est modélisée par une distribution de raideurs et d'amortissements linéaires de sorte que les mouvements de flexion et de compression sont couplés. L'approche est validée par comparaison avec des éléments finis. Des études paramétriques sont alors menées sur les raideurs et facteur de perte de la liaison.





## 3.1 Introduction

Une méthode de couplage dynamique a été décrite au chapitre précédent en se basant sur la base de modes découplés libres de chaque poutre. La liaison est un patch viscoélastique équivalent à une distribution de  $N_k$  modèles Kelvin-Voigt dans les directions longitudinales et transversales.

Une matrice de raideur  $\mathbf{K}_j$  a été définie. Elle prend en compte les différents couplages de mouvements et permettant ainsi de vérifier leur influence sur la dynamique de l'assemblage. Dans ce chapitre, l'objectif est de caractériser l'influence de la variation du module d'Young de la liaison  $E_p$  et du facteur de perte  $\eta_p$  sur différentes familles de liaisons, des élastomères aux alliages techniques.

Dans un premier temps, une étude comparative est menée entre les réponses obtenues par l'approche modale analytique et celles obtenues par une méthode en éléments finis (FEM) section 3.2. Une étude paramétrique est par la suite menée sur les propriétés de liaison afin de vérifier leur influence sur le comportement vibroacoustique de l'assemblage en section 3.3.

## 3.2 Validation de la méthode modale analytique par comparaison des réponses forcées avec une méthode directe FEM

### 3.2.1 Description du modèle numérique

Afin de vérifier la méthode modale analytique et la représentation de liaison proposée, un modèle numérique est développé. La résolution du modèle FEM est faite par une méthode directe et non modale. La pression acoustique et les propriétés mécaniques de l'assemblage sont obtenues depuis COMSOL, un logiciel de simulation multi-physique, basée sur la méthode des éléments finis (FEM) [63]. Afin de respecter les conditions de propagation acoustique sans onde retour (conditions de Sommerfeld), des couches parfaitement adaptées (PML) sont utilisées, ou couche absorbante artificielle [143, 78]. Les domaines de calcul sont ainsi tronqués afin d'utiliser les méthodes numériques de simulation des problèmes de frontières ouvertes. Un baffle rigide est également considéré tout autour de l'assemblage de manière à faire rayonner l'assemblage dans un milieu semi-infini. Le baffle présente une petite marche afin d'épouser la peau inférieure de l'assemblage ayant une différence de position des fibres neutres. D'autres configurations géométriques de baffle ont été testées (sillon...) mais les écarts obtenus dans les résultats FEM sont négligeables. Le maillage consiste en des éléments parallélépipédiques pour le domaine élastique (poutres et liaison) et tétraédriques pour le domaine fluide. Les deux domaines sont associés à des fonctions d'interpolation quadratique. Un critère de 6 éléments par longueur d'onde est ainsi respecté jusqu'à 2000 Hz.

### 3.2.2 Comparaison des réponses vibroacoustiques

Dans le chapitre précédent, une étude de convergence modale a été réalisée, Figure 2.7, en faisant varier le nombre de modes  $N$  pour chaque série modale. Dans la même logique, l'étude est poursuivie en comparant la réponse forcée de l'assemblage avec un nombre croissant de modes. Pour rappel, l'assemblage est constitué de deux poutres en aluminium, de longueur 0,6 m pour la première poutre et 0,4 m pour la seconde. Les sections sont rectangulaires (1 cm d'épaisseur pour 2 cm de largeur). La liaison a une épaisseur de 0,1 mm et une longueur de 5,2 cm sur toute la zone de contact entre les deux poutres. Elle se

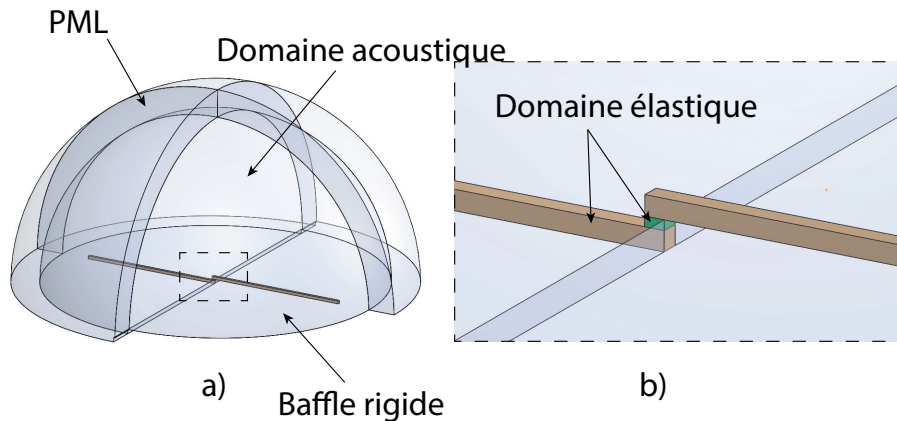


FIGURE 3.1 – a) Description du modèle numérique avec une liaison constituée de résine époxy entre les deux poutres dans un milieu acoustique semi-infini ; b) zoom dans la zone de la liaison. Une marche d'escalier est visible dans le passage d'un baffle vers un autre

compose de résine d'époxy ( $E_p = 3 \text{ GPa}$ ,  $\eta_p = 0,1 \%$ ). Il y a 10 modèles élémentaires par direction (longitudinale et transversale). En Figure 3.2, les réponses en flexion (voir (a)) et en traction (voir (b)) en approche modale pour différentes valeurs de troncature sont comparées aux résultats obtenus par éléments finis, considérés comme une référence (courbe noire épaisse). Le système est excité par une force ponctuelle transversale à l'extrémité libre de la première poutre et la mesure est évaluée au même point.

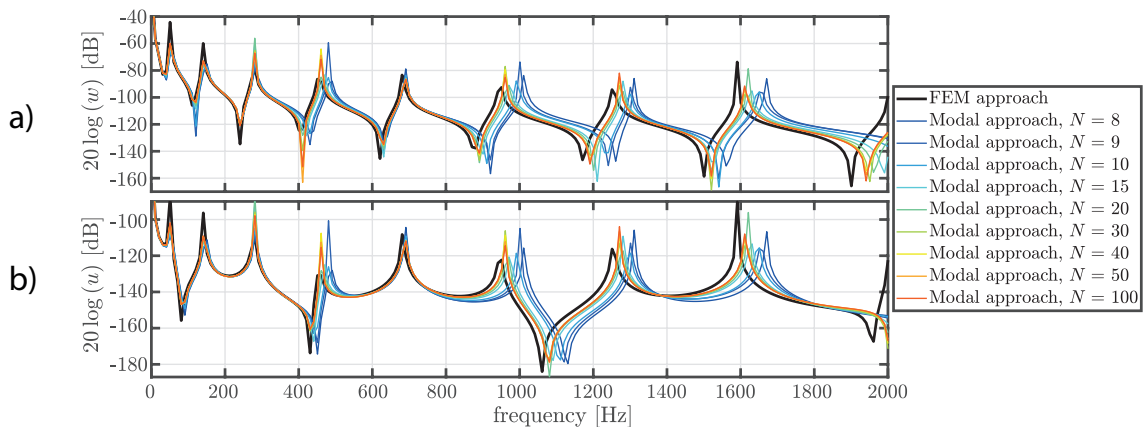


FIGURE 3.2 – a) Réponses en flexion entre le modèle FEM (courbe de référence épaisse noire) et le modèle modal (traits fins, multiple couleurs) en mesurant au même point que l'excitation en  $x = 0$  d'un assemblage de poutres reliées par une liaison en résine époxy avec un nombre de modes fixé; b) Réponses en traction.

Les résultats de la Figure 3.2 mettent en évidence une bonne corrélation entre les résultats obtenus par approche modale analytique et par éléments finis : A partir de  $N > 50$ , les résultats restent insensibles à l'augmentation du nombre de modes signifiant que la convergence est obtenue. Le coût de calcul est également très faible avec un temps nécessaire de 40 secondes par réponse, contre 8 minutes pour les éléments finis (avec l'utilisation d'un processeur i5-8265U).

La comparaison avec les résultats obtenus par éléments finis montre un décalage fréquentiel progressif des résonances et anti-résonances. Ce décalage est dû à l'utilisation d'un modèle d'Euler-Bernoulli pour décrire le mouvement de flexion. En effet, ce modèle suppose, d'une part, que la contribution du cisaillement est négligeable, ce qui est valable

pour une poutre de faible épaisseur par rapport à la longueur totale. D'autre part, l'inertie rotationnelle est également négligée. Afin de ne plus avoir ces différences observées entre les deux modèles, il serait nécessaire de passer par la théorie de Timoshenko [144] où les effets de cisaillement et d'inertie rotationnelle sont conservés. Une description sommaire de cette théorie est disponible dans l'annexe D. Afin de conserver une simplicité d'approche analytique de calcul des valeurs propres des poutres, l'approche d'Euler-Bernoulli est conservée. L'écart observé entre le modèle modale et le modèle éléments finis est alors considéré comme "maîtrisé" car son origine est connue. De plus, cette méthode a pour objectif d'être utilisée pour des structures industrielles où les déformées propres sont obtenues numériquement.

Enfin, en Figure 3.3 a), une pression rayonnée est calculée en  $\star$  ( $x = 0.18$ ;  $z = 0.2$ ) entre l'approche modale (courbe rouge) et les éléments finis (courbe noire). Les résultats sont bien corrélés malgré le décalage fréquentiel progressif et la surévaluation de la pression au niveau des résonances. En Figure 3.3 b-c), des cartes XZ de la pression rayonnée sont calculés pour le premier et cinquième mode en flexion afin de vérifier que la propagation du rayonnement acoustique soit bien calculée avec le modèle analytique. Les résultats sont corrects et permettent de confirmer la méthodologie mise en place dans le calcul de la pression rayonnée au chapitre 2.

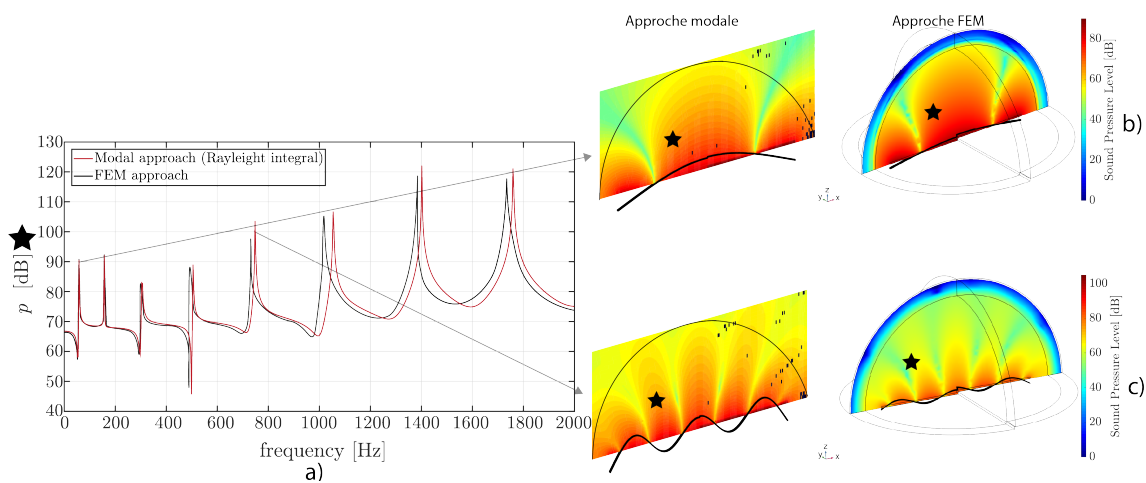


FIGURE 3.3 – a) Pression acoustique obtenus dans le plan XZ (à  $y = b/2$ ) à  $\star$  ( $x = 0.18$ ;  $z = 0.2$ ) après avoir appliquée une excitation transversale à l'extrémité libre de la première poutre en  $x = 0$  entre l'approche modale (courbe rouge) et l'approche FEM (courbe noire); b) Pression acoustique rayonnée dans le plan XZ de la première résonance en flexion; c) Même calcul pour la cinquième résonance en flexion.

Pour un calcul vibroacoustique comme celui obtenu à la Figure 3.3, dans un domaine fréquence de 0 à 2000 Hz par pas de 2 Hz, il faut 30 minutes de calcul en modal contre 10 h pour une méthode directe résolue en éléments finis. De plus, afin de respecter le critère des 6 éléments par longueur d'onde, il est nécessaire de mailler plus finement le milieu acoustique du modèle éléments finis. Les temps de calcul sont alors encore plus importants. Afin de réduire les temps de calcul en éléments finis, il serait peut-être intéressant d'utiliser des maillages paramétriques qui dépendent de la fréquence. Cependant, même avec ce maillage, l'approche modale analytique reste bien plus rapide.

### 3.3 Influence des propriétés de liaison sur le comportement vibroacoustique de la structure assemblée

#### 3.3.1 Mise en évidence d'un rayonnement additionnel en relation avec le module d'Young de la liaison $E_p$

Une étude paramétrique est menée afin d'évaluer l'influence de la raideur de liaison à la fois sur le comportement dynamique et sur le rayonnement acoustique de l'assemblage de poutres dont les caractéristiques géométriques ont été données en section 3.2. Une excitation unitaire longitudinale et ponctuelle est appliquée à l'extrémité libre de la première poutre en  $x = 0$  et une mesure des déplacements longitudinaux  $u$  est réalisée au même point.  $E_p$  varie dans la plage  $10^{-6}$  GPa à 70 GPa. Un facteur de perte  $\eta_p$  est laissé constant à 1% sur tout le domaine fréquentiel considéré. Les résultats sont présentés en Figure 3.4.

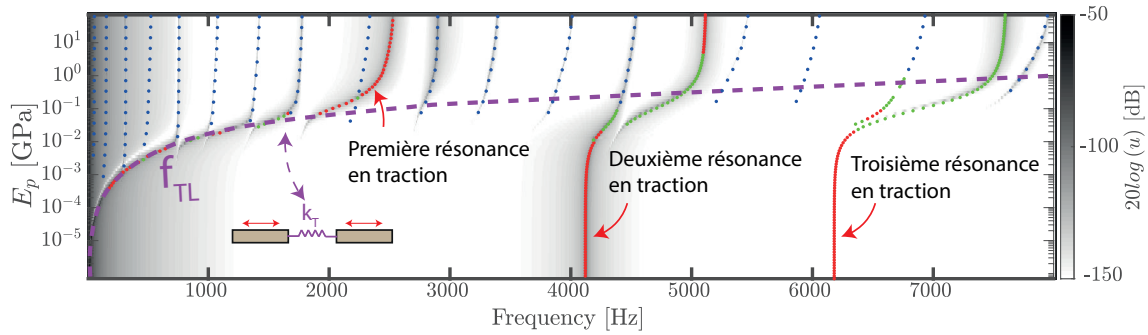


FIGURE 3.4 – Représentation 2D des réponses en traction en faisant varier le module d'Young de la liaison  $E_p$  de  $10^{-6}$  à 70 GPa. Si la déformée opérationnelle est principalement constituée de mouvements longitudinaux, l'indicateur associé est (●) ou (●) lorsqu'il s'agit de mouvements de flexion et (●) lorsqu'il s'agit d'une combinaison des deux mouvements. Une courbe violette en pointillés est également obtenue après troncature des bases modales au premier mode rigide de translation  $\psi_{Tx}$  suivant l'axe  $x$

La Figure 3.4 montre l'évolution des résonances des modes de l'assemblage suivant l'axe  $x$  avec les niveaux de gris foncé. On distingue trois résonances longitudinales évoluant suivant  $E_p$  (la première résonance de 0 à 2500 Hz, la seconde de 4100 à 5100 et la troisième de 6200 à 7500 Hz). Le début de l'évolution de la première résonance longitudinale correspond à un mouvement de translation du corps rigide  $\psi_{Tx}$  qui est indiqué par la courbe en pointillés violets et noté  $f_{TL}$  et dont une représentation schématique est donnée en Figure 3.4. Physiquement, cette courbe représente une transition du couplage dynamique faible (sous la courbe) à un couplage fort (au dessus de la courbe). Lors de la transition entre les deux types de couplage dynamique, l'assemblage est particulièrement sensible à la variation du module d'Young de la liaison  $E_p$ . La fréquence de transition  $f_{TL}$ , à partir de laquelle il y a continuité des mouvements longitudinaux à la liaison, s'obtient en tronquant les séries modales en traction, Équation 2.8, au premier mode de translation rigide suivant  $x$  et en déterminant les valeurs propres de l'Équation 2.27. Après troncature, le système associé est équivalent à un système masse-ressort 2-DDL dont la raideur dynamique associée est

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} k_T - m^{(1)}\omega^2 & -k_T \\ -k_T & k_T - m^{(2)}\omega^2 \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

où  $m^{(1)}$  et  $m^{(2)}$  sont respectivement les masses de chaque poutre avec  $m^{(d)} = \rho^{(d)}V^{(d)}$  avec  $V^{(d)}$ , le volume d'une poutre. La raideur est celle de la liaison en cisaillement. La fréquence  $f_{TL}$  est obtenue en calculant les valeurs propres avec le déterminant de la matrice faisant ressortir un polynôme d'ordre 4 qui, une fois résolu, permet d'obtenir une expression analytique de la fréquence telle que

$$f_{TL} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{m^*}} \sqrt{\frac{E_p b L_p}{2(1 + \nu_p) h_p}}, \quad (3.2)$$

où  $m^* = \frac{m^{(1)} m^{(2)}}{m^{(1)} + m^{(2)}}$  est la masse réduite. Cette loi a pour avantage d'être très simple. Elle permet de faciliter la compréhension des mécanismes qui jouent au couplage dynamique entre les structures. Ainsi, plus la fréquence augmente et plus la raideur nécessaire pour coupler dynamiquement les poutres doit être élevée. L'influence plus ou moins importante de la liaison dans le comportement dynamique de l'assemblage dépend donc aussi de la fréquence.

Comme montré en Figure 3.4, il y a une modification du comportement dynamique de l'assemblage en suivant la ligne violette en pointillée. Tout d'abord, les résonances ont tendances à "dévier" de cette zone. Ce phénomène est plus communément appelé le *mode veering* [96, 125, 8, 147] et fait référence à l'évolution de deux branches (les résonances lorsque  $E_p$  varie) qui s'approchent l'une de l'autre puis s'éloignent et divergent au lieu de se croiser. La déviation s'accompagne d'un couplage entre les modes et de variations rapides des vecteurs propres. Au dessus de la courbe violette en pointillée, on distingue de multiples résonances pilotées par le mouvement de flexion. Pour se convaincre de la nature de la résonance, en Figure 3.4, on s'est basé sur un indicateur d'énergie cinétique pour discriminer la nature de chaque résonance associée à une déformée propre de l'assemblage à partir d'un problème aux valeurs propres obtenu par l'Équation 2.27 avec  $\mathbf{f}_e = 0$ . L'énergie cinétique totale  $\mathcal{T}_{An}$  d'un mode  $n$  de l'assemblage est alors une combinaison d'énergie en flexion  $\mathcal{T}_{Fn}$  et en traction  $\mathcal{T}_{Ln}$

$$\mathcal{T}_{An} = \underbrace{\frac{\Omega_n^2 m}{2} \int_0^{L^{(1)}+L^{(2)}-L_p} |\tilde{\phi}_n(x)|^2 dx}_{\mathcal{T}_{Fn}} + \underbrace{\frac{\Omega_n^2 m}{2} \int_0^{L^{(1)}+L^{(2)}-L_p} |\tilde{\psi}_n(x)|^2 dx}_{\mathcal{T}_{Ln}}, \quad (3.3)$$

où  $m$  est la masse totale de l'assemblage,  $\tilde{\phi}$  et  $\tilde{\psi}$  sont respectivement les déformées propres en flexion et traction de l'assemblage. Lorsque  $\mathcal{T}_{Fn}/\mathcal{T}_{An} > 0.8$ , le mode  $n$  correspond à un mode de flexion (●) car ayant majoritairement des composantes de flexion. De la même manière,  $\mathcal{T}_{Ln}/\mathcal{T}_{An} > 0.8$  correspond à un mode de traction (●). Tous les autres cas correspondent aux modes combinés de flexion et de traction, appelés ici *modes hybrides* (●).

Une attention particulière est portée à la deuxième résonance longitudinale en Figure 3.5.

Pour de faibles valeurs de  $E_p$  (voir ① à la Figure 3.5 a) à  $f = 4122$  Hz et  $E_p = 12$  MPa, par exemple), la déformée opérationnelle associée (voir Figure 3.5 b)) est constituée de mouvements de traction uniquement à la première poutre. Du fait de la différence de position des fibres neutres entraînant un moment par effet de bras de levier, un mouvement en flexion avec une amplitude très faible est également présent. Les poutres sont donc très peu couplées et les propriétés de raideur de liaison ont une influence négligeable sur le comportement dynamique de l'assemblage.

Pour des valeurs intermédiaires de  $E_p$  (voir ② à la Figure 3.5 a) à  $f = 4502$  Hz et  $E_p = 0.048$  GPa, par exemple), la déformée opérationnelle associée (voir Figure 3.5 c)) est constituée de mouvements longitudinaux dans les deux poutres avec moins de discontinuités des déplacements en traction à la liaison. Les mouvements en flexion ont une amplitude proche de celles en traction permettant de catégoriser la réponse comme hybride. C'est une conséquence directe d'une proximité fréquentielle entre les résonances en traction et en flexion favorisant le couplage entre les modes de nature différente. Vers  $E_p = 0.1$  GPa, une fréquence  $f_{TL,2}$  est identifiée et marque la transition entre le couplage faible et fort

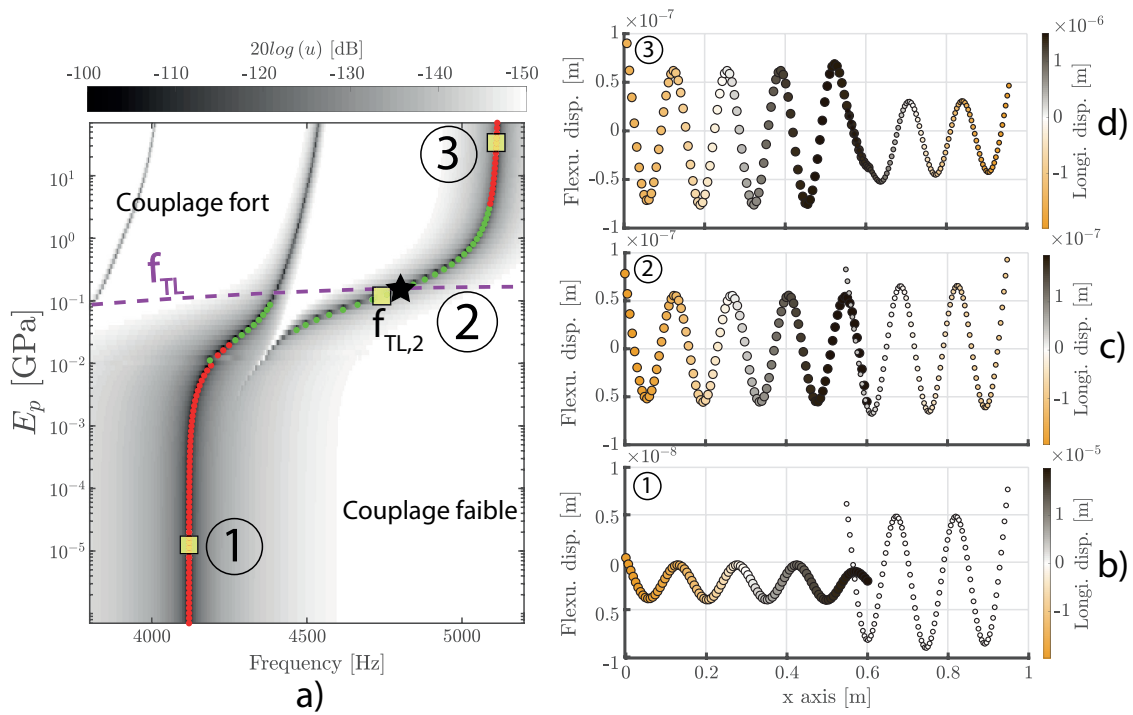


FIGURE 3.5 – a) Zoom de la Figure 3.4 sur la deuxième résonance en traction ; b) Déformée opérationnelle obtenue pour un  $E_p$  faible (voir ① à  $f = 4122$  Hz et  $E_p = 12$  MPa). L'amplitude en flexion est représentée sur l'ordonnée et celle en traction par un code couleur, allant du jaune au noir ; c) Déformée opérationnelle obtenue pour un  $E_p$  intermédiaire (voir ② à  $f = 4502$  Hz et  $E_p = 0.048$  GPa) ; d) Déformée opérationnelle obtenue pour un  $E_p$  élevé (voir ③ à  $f = 5113$  Hz et  $E_p = 44$  GPa)

de l'assemblage à la deuxième résonance en traction. Cette fréquence est obtenue lorsque la courbe en pointillée violette passe par la deuxième résonance en traction à  $\star$ . Dans cette transition entre les deux types de couplage dynamique, les propriétés de raideur de la liaison ont une influence particulièrement importante sur la dynamique de l'assemblage.

Enfin, pour des valeurs élevées de  $E_p$  (voir ③ à la Figure 3.5 a) à  $f = 5113$  Hz et  $E_p = 44$  GPa, par exemple), la déformée opérationnelle associée (voir Figure 3.5 d)) est principalement constituée de mouvements longitudinaux. Les poutres sont fortement couplées et la variation de raideur de la liaison influe peu sur le comportement dynamique de l'assemblage.

Du fait de la conversion de mouvements que permet la disposition géométrique des poutres entre-elles, en excitant la structure dans la direction longitudinale, des réponses transversales  $w$  sont également obtenues et présentées en Figure 3.6.

La Figure 3.6 montre l'évolution des résonances en flexion de l'assemblage (identifiées avec  $\bullet$ ). Les première et deuxième résonances correspondent, respectivement, à l'évolution des modes de translation de corps solide  $\phi_{Tz}$  suivant l'axe  $z$  et de rotation de corps solide  $\phi_{Ry}$  suivant l'axe  $y$ . Les fréquences de transition  $f_{TT}$  (pour la translation de corps rigide, représentée par une courbe rose en pointillée) et  $f_R$  (pour la rotation de corps rigide, représentée par une courbe rose) sont obtenues numériquement en tronquant les séries modales en flexion, Équation 2.12, aux deux premières contributions rigides et en déterminant les valeurs propres de l'Équation 2.27. Physiquement, ces courbes correspondent à la transition d'un couplage faible (sous la courbe rose en pointillée) à un couplage fort (au dessus de la courbe rose) en passant par un couplage partiel (entre les deux courbes roses) où seule la continuité des mouvements de translation suivant l'axe  $z$  est assurée à la liaison. Du fait que les mouvements de translation et de rotation soient couplés, il est nécessaire d'associer



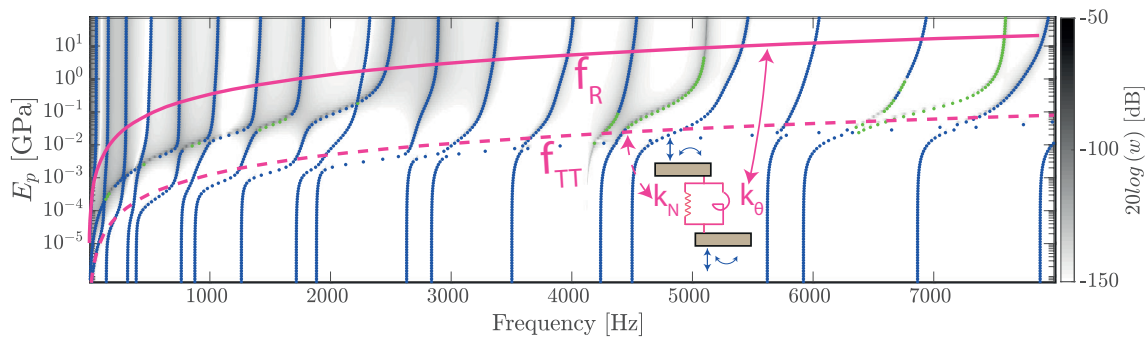


FIGURE 3.6 – Représentation 2D des réponses en flexion lorsque  $E_p$  de  $10^{-6}$  to 70 GPa. Deux courbes roses sont associées au mouvement du fait du couplage dynamique progressif en deux étapes : couplage des mouvements de translation suivant l'axe  $z$  à la liaison ( $f_{TT}$ , courbe rose en pointillée), couplage des rotations suivant l'axe  $y$  à la liaison ( $f_R$ , courbe rose pleine) après troncature aux deux premiers modes rigides  $\phi_{Tz}$  et  $\phi_{Ry}$

toutes les contributions rigides de chaque sous-structure. Cela revient à interconnecter les systèmes 2-DDL schématisant les mouvements rigides en translation suivant l'axe  $z$  et en rotation suivant l'axe  $y$ . Il n'y a donc pas d'expressions triviales comme pour l'Équation 3.2. Les expressions analytiques de  $f_{TT}$  et  $f_R$  sont obtenues en annexe E pour le cas de deux poutres identiques afin de simplifier le problème. De plus, pour des structures industrielles 3D, il y a 6 contributions rigides à prendre en compte (3 de rotation et 3 de translation). L'inverse de la raideur dynamique contient alors 144 éléments pour l'interconnexion entre deux sous-structures. Il y a ainsi 6 fréquences indiquant les types de couplage différents et pouvant être obtenues numériquement avec un coût de calcul très faible.

En Figure 3.7, une attention particulière est portée à la résonance en flexion allant de 1200 à 2500 Hz.

En se focalisant sur la résonance en flexion de 1200 à 2500 Hz, pour de faibles valeurs de raideur de liaison (voir ④ en Figure 3.7 a) à  $f = 1263$  Hz et  $E_p = 11$  kPa, par exemple), la déformée opérationnelle est associée à un mouvement transversal uniquement à la première poutre et associée avec un mode rigide de translation suivant l'axe  $x$ ,  $\psi_{Tx}$ . Les poutres sont quasi-découplées : Il n'y a aucune continuité de mouvements transversaux et de rotations à la liaison (voir Figure 3.7 b)). Les propriétés de raideur de la liaison influencent peu la dynamique de l'assemblage pour de faibles valeurs de module de Young.

Pour des valeurs intermédiaires de module d'Young  $E_p$  (voir ⑤ à la Figure 3.7 a) à  $f = 1764$  Hz et  $E_p = 12$  MPa, par exemple), seule la continuité des mouvements transversaux est proche d'être respectée à la liaison. En conséquence, les poutres sont partiellement couplées à partir de la fréquence  $f_{TT,9}$  (à  $\star$ ) et la déformée opérationnelle montre du mouvement dans les deux poutres avec une discontinuité des rotations à la liaison. Dans ce couplage dynamique, l'assemblage est très sensible à la variation des propriétés de raideur à la liaison.

Pour des valeurs plus importantes de  $E_p$  (voir ⑥ à la Figure 3.7 a) à  $f = 2513$  Hz et  $E_p = 21$  GPa, par exemple), au dessus de la fréquence  $f_R$ , la déformée opérationnelle est constituée de mouvements transversaux dans les deux poutres avec une continuité des mouvements transversaux et des rotations à la liaison. La fréquence  $f_{R,10}$  est la fréquence à partir de laquelle, il y a continuité des rotations à la liaison lors de la dixième résonance en flexion. Il y a également du mouvement longitudinal dans les deux poutres avec une amplitude bien plus faible (voir Figure 3.7 d)). Les poutres sont ainsi fortement couplées et l'assemblage est moins impacté dynamiquement par la variation de raideur de la liaison.

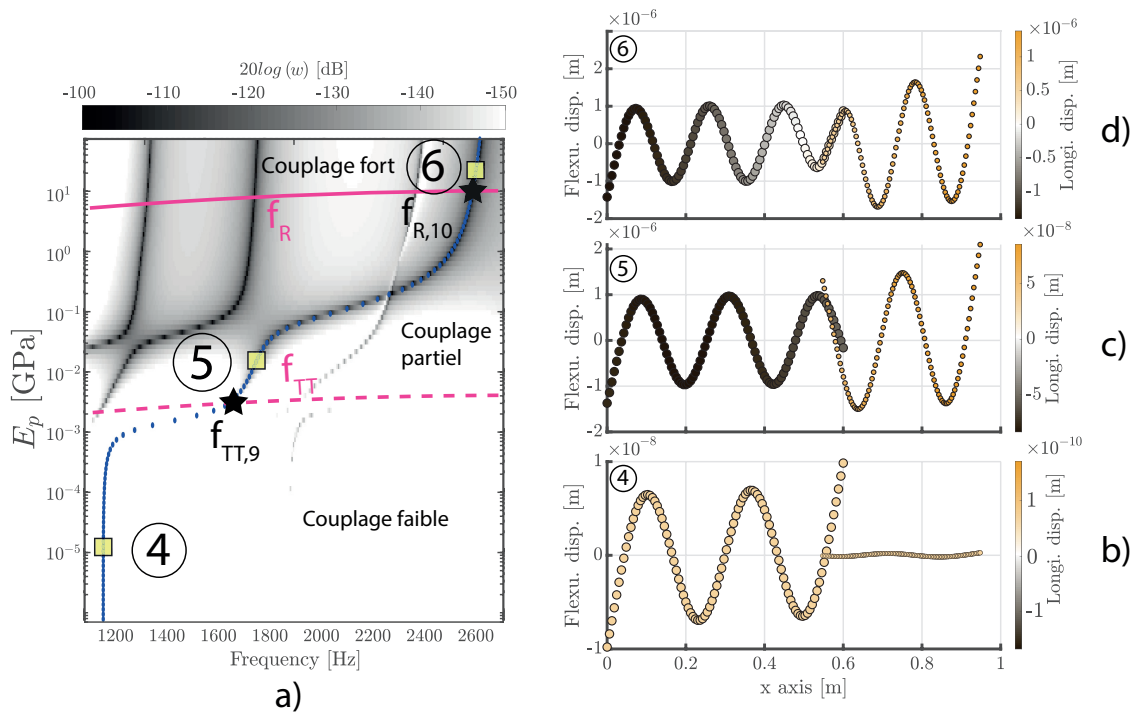


FIGURE 3.7 – a) Évolution de la neuvième (puis dixième) résonance en flexion de l'assemblage en faisant varier  $E_p$  de  $10^{-6}$  GPa à 70 GPa. Trois types de couplage dynamique sont identifiés avec deux transitions à partir de la fréquence  $f_{TT}$  (ligne rose en pointillée) passant par la résonance  $f_{TT,9}$  ( $\star$ ) et la fréquence  $f_R$  (ligne rose) passant par la résonance  $f_{R,10}$  ( $\star$ ); b) Déformée opérationnelle obtenue pour un  $E_p$  faible (voir ④ à  $f = 1263$  Hz et  $E_p = 11$  kPa); c) Déformée opérationnelle obtenue pour un  $E_p$  intermédiaire (voir ⑤ à  $f = 1764$  Hz et  $E_p = 12$  MPa); d) Déformée opérationnelle obtenue pour un  $E_p$  élevé (voir ⑥ à  $f = 2513$  Hz et  $E_p = 21$  GPa)

La Figure 3.8 montre l'évolution de la puissance acoustique rayonnée  $L = 10 \log (\Pi / 10^{-12})$  de l'assemblage où la ligne en pointillée noire indique la fréquence critique ayant pour expression

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho b h}{EI}} c_0^2. \quad (3.4)$$

L'assemblage commence à rayonner à partir de cette fréquence à 1250 Hz et à partir d'un couplage partiel des mouvements transversaux. Les résonances en traction deviennent elles-mêmes rayonnantes à cause de leur hybridation avec les mouvements transversaux. Avec des liaisons molles ( $E_p \leq 10^{-2}$  GPa), les conversions de mouvement de la flexion vers la traction sont limitées, réduisant ainsi fortement le rayonnement de l'assemblage. La deuxième résonance en traction est de nouveau étudiée suivant la puissance acoustique rayonnée et les résultats sont disponibles en Figure 3.8.

A la Figure 3.9, l'attention est de nouveau portée sur la deuxième résonance longitudinale et de son rayonnement acoustique associé. En Figure 3.9 b), l'énergie cinétique associée avec les mouvements longitudinaux (courbe noire) et transversaux (courbe en pointillée noire) est alors calculée. En Figure 3.9 c), le niveau de puissance acoustique rayonné de cette résonance est calculée, ce qui permet de comparer le niveau rayonné lorsque la résonance est composée majoritairement de mouvements longitudinaux ( $\bullet$ ) ou suivant une combinaison avec les mouvements transversaux ( $\bullet$ ).

Le *mode veering* est clairement identifié en Figure 3.9 a) où les deux branches (identifiées par  $\bullet$  et  $\bullet$ ) s'approchent l'une de l'autre puis divergent au lieu de se croiser. Le *mode*

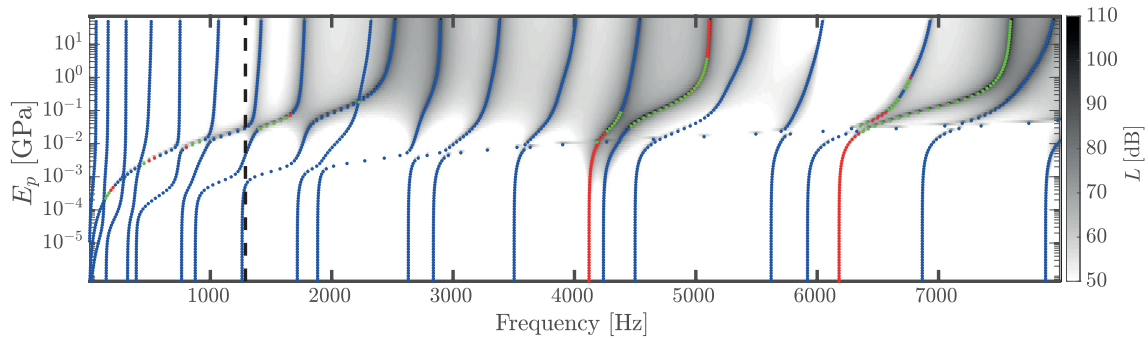


FIGURE 3.8 – Représentation 2D de la puissance acoustique rayonnée  $L$  suite à une variation paramétrique du module d'Young de la liaison  $E_p$  variant de  $10^{-6}$  à 70 GPa. La ligne noire en pointillée représente la fréquence critique vers 1250 Hz entre les nombres d'onde acoustique et en flexion. Si la déformée opérationnelle est principalement constituée de mouvements longitudinaux, l'indicateur associé est (●) ou (●) lorsqu'il s'agit de mouvements de flexion et (●) lorsqu'il s'agit d'une combinaison des deux mouvements.

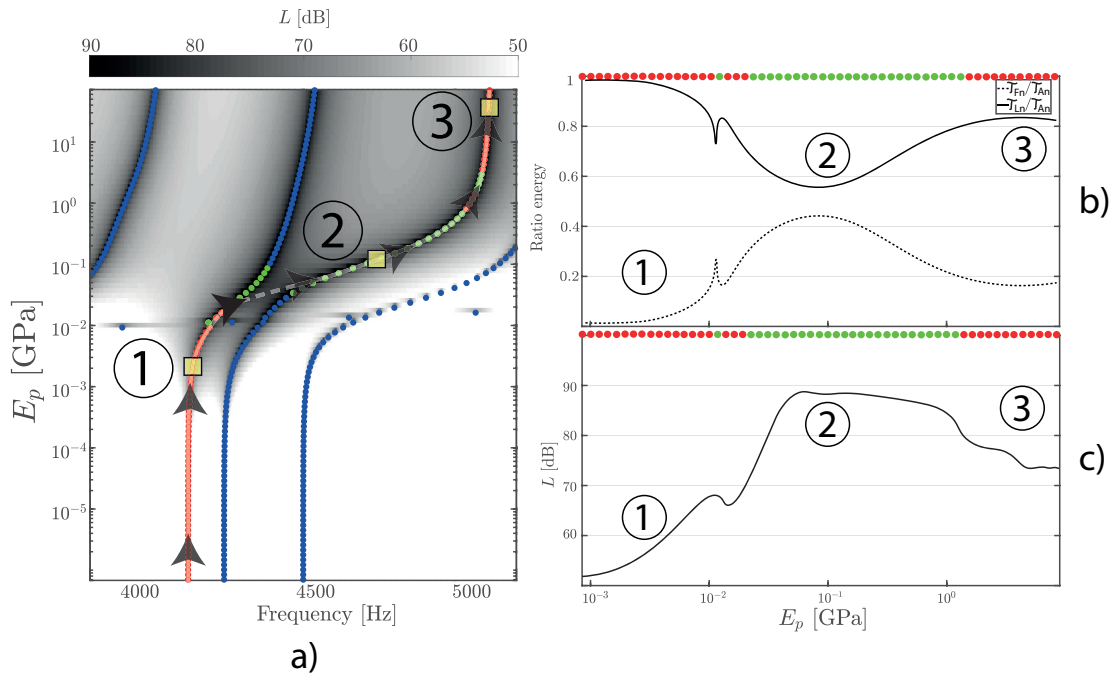


FIGURE 3.9 – a) Puissances acoustiques rayonnées  $L$  entre 3800 et 5200 Hz avec une attention particulière portée à la deuxième résonance en traction; b) Détermination d'un rapport d'énergie cinétique des mouvements transversaux par rapport à l'ensemble des mouvements (courbe en pointillée noire  $T_{Fn}/T_{An}$ ) et de la même manière pour les mouvements longitudinaux (courbe noire  $T_{Ln}/T_{An}$ ); c) Évolution du niveau de puissance acoustique de la deuxième réponse longitudinale

*veering* s'accompagne d'un couplage des modes et d'une rapide variation de la valeur des vecteurs propres. L'hybridation des résonances provient ainsi d'un transfert d'énergie d'un mouvement à un autre comme décrit en Figure 3.9 b). Ainsi, les mouvements longitudinaux, qui ne devraient pas générer de bruit en théorie, peuvent être couplés à des mouvements transversaux qui génèrent du bruit. Pour les modules de Young les plus faibles (voir ① à  $f = 4122$  Hz et  $E_p = 12$  MPa, par exemple), il y a un très faible couplage entre les mouvements longitudinaux et de flexion. Comme la structure est excitée dans la direction longitudinale, l'énergie cinétique totale est principalement portée par le mouvement longitudinal et la structure ne rayonne pas comme décrit dans Figure 3.9 c). Pour des  $E_p$  intermédiaires (voir ② à  $f = 4702$  Hz et  $E_p = 0,1$  GPa, par exemple) correspondant à un couplage partiel, la résonance devient hybride (●) et fortement rayonnante. Puis, pour

des  $E_p$  plus élevés (voir ③ à  $f = 5113$  Hz et  $E_p = 44$  GPa, par exemple) correspondant à un couplage dynamique fort, la résonance est à nouveau dominée par le mouvement longitudinal (•) mais rayonne à des niveaux supérieurs que ceux obtenus à des valeurs faibles de  $E_p$  considérant qu'il y a encore un mouvement de flexion non-négligeable.

### 3.3.2 Influence de la dissipation de liaison sur le rayonnement acoustique de l'assemblage

Les études paramétriques précédentes ont été réalisées en fixant le facteur de perte de la liaison  $\eta_p$  à 1 % et invariant à la fréquence. A partir d'une liaison ayant un module d'Young  $E_p$  fixé à 1 GPa, le facteur de perte varie de 0 à 30 % et une attention est portée à la deuxième résonance en traction qui est hybride. Les résultats sont disponibles en Figure 3.10.

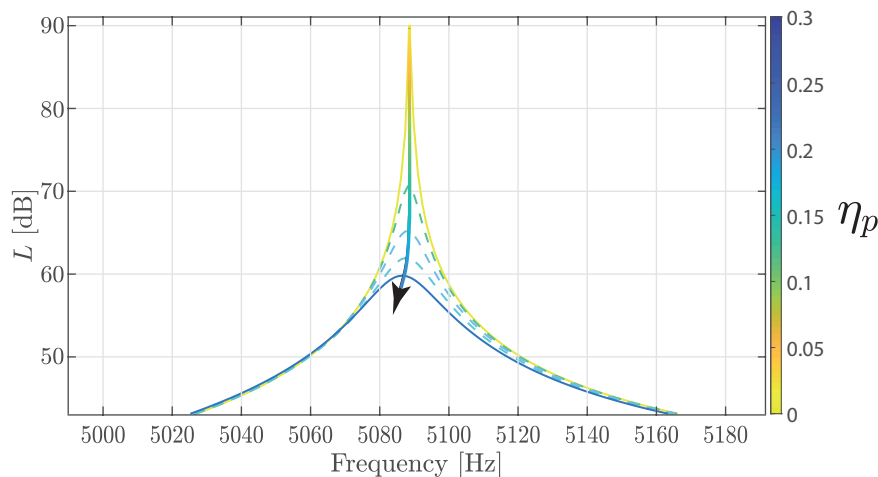


FIGURE 3.10 – Variation du facteur de perte de la liaison  $\eta_p$  entre 0 et 30 % ( $E_p = 1$  GPa) et visualisation de puissance acoustique rayonnée par la deuxième résonance en traction

Bien que cette résonance soit hybride, le rayonnement acoustique associé est fortement réduit par l'augmentation du facteur de perte. Il serait intéressant d'étendre cette étude en faisant varier simultanément le module d'Young et le facteur de perte de la liaison. Concernant la valeur de ces paramètres, on s'appuie sur les diagrammes de matériaux obtenus à partir des travaux de Frost et Ashby [46]. Ils décrivent les familles de matériaux à partir de cartes 2D de propriétés mécaniques. Ces diagrammes contiennent également les matériaux nanostructurés et les composites. Initialement les familles de matériaux sont représentées à partir du module d'Young et de la masse volumique mais peuvent également l'être à partir du module d'Young et du facteur de perte, comme représentée sur la Figure 3.11.

Le Tableau 3.1, reprend 3 familles pour lesquelles des études paramétriques sont menées ainsi que des mesures expérimentales au chapitre 5.

| Matériaux            | $E_p$ [GPa]   | $\eta_p$      |
|----------------------|---------------|---------------|
| Alliages techniques  | [30 - 240]    | [0 - 0.15]    |
| Polymères techniques | [0.2 - 15]    | [0.002 - 0.3] |
| Élastomères          | [0.001 - 0.3] | [0.1 - 0.3]   |

TABLE 3.1 – Périmètre des familles de matériaux avec le module d'Young  $E_p$  et le facteur de perte  $\eta_p$  de la liaison

Afin de simplifier l'analyse, la puissance acoustique est intégrée sur tout le domaine

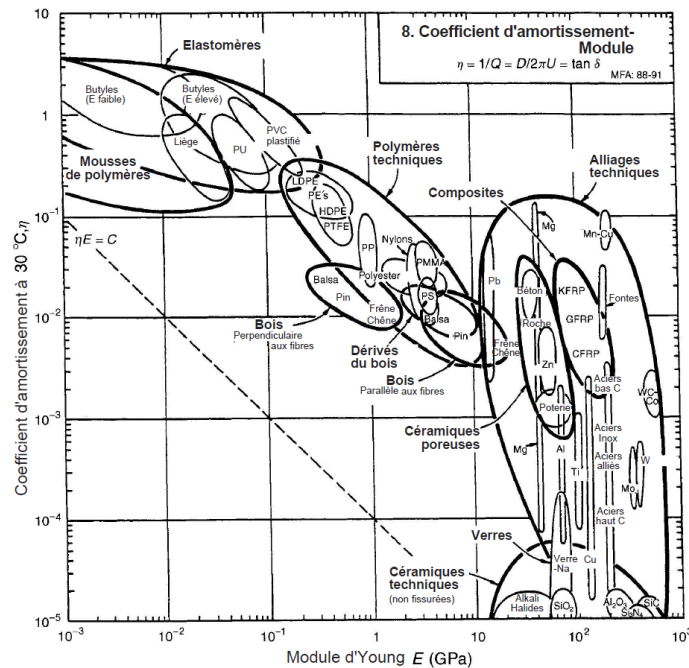


FIGURE 3.11 – Diagramme de Ashby ou d'un plan 2D de propriétés mécaniques avec le facteur de perte,  $\eta_p$  et le module d'Young,  $E_p$ . Plusieurs familles de matériaux sont distinguées, des mousses polymères aux céramiques techniques [5].

fréquentiel, définissant alors la capacité de rayonnement de l'assemblage, suivant la relation suivante

$$I_{\Pi} = \int_0^{f_{lim}} \Pi(f) df, \quad (3.5)$$

où  $f_{lim} = 8000$  Hz. Comme précédemment, l'assemblage est excité à l'extrémité libre de la première poutre dans la direction longitudinale. La Figure 3.12 montre l'évolution de  $I_{\Pi}$  suivant les 3 classes distinctes de matériaux, allant des élastomères, aux alliages, en passant par les polymères. Pour chaque carte, 2500 configurations ( $E_p$ ,  $\eta_p$ ) sont ainsi testées.

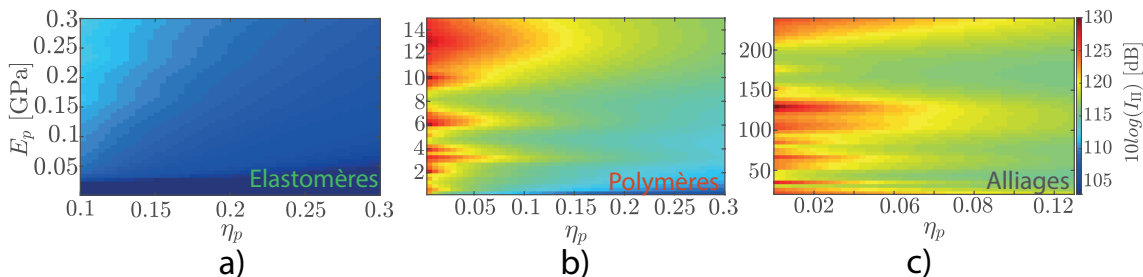


FIGURE 3.12 – Évaluation de la capacité de rayonnement  $I_{\Pi}$  suivant le facteur de perte  $\eta_p$  et le module d'Young  $E_p$  de la liaison. Plusieurs familles de matériaux sont distinguées, des élastomères aux alliages techniques [5].

Les résultats montrent que pour une liaison suffisamment raide (polymères et alliages) pour entraîner une hybridation de résonances, comme décrit précédemment, la capacité de rayonnement  $I_{\Pi}$  associée est très élevée avec une augmentation de sa valeur de près de 10 dB de la capacité obtenue pour des liaisons molles comme celles en élastomères. Par

exemple, à  $E_p = 13$  GPa et  $\eta_p = 10\%$ , la capacité de rayonnement est de 122 dB (voir Figure 3.12 b)) alors qu'elle n'est que de 112 dB pour  $E_p = 0.25$  GPa et  $\eta_p = 10\%$  (voir Figure 3.12 a)). Comme attendu, la capacité de rayonnement décroît lorsque le facteur de perte augmente et reste significativement plus importante pour les familles de liaisons constituées de polymères ou d'alliage que pour celles constituées d'élastomère.

### 3.4 Conclusion

Une étude sur l'influence des propriétés de liaison sur le comportement vibroacoustique d'un assemblage de poutres a été menée en utilisant l'approche modale développée au chapitre 2. Les propriétés de liaison ont une influence significative et qui dépend du couplage dynamique des sous-structures entre-elles. En effet, le comportement dynamique de l'assemblage est particulièrement sensible aux propriétés de liaison comme le module d'Young  $E_p$  et particulièrement dans les transitions entre un couplage et un autre. De plus, ces transitions favorisent l'hybridation de résonances de nature différente lorsqu'elles ont une proximité fréquentielle. Le phénomène d'hybridation peut être particulièrement gênant si l'objectif est de rendre la structure particulièrement discrète en terme acoustique. Une étude a été menée sur le facteur de perte de la liaison  $\eta_p$  qui, malgré le fait de ne pas changer la nature modale d'une résonance, peut significativement réduire l'amplitude de la résonance. Cette conclusion a été élargie en déterminant une capacité de rayonnement  $I_{\Pi}$  par intégration de la puissance acoustique rayonnée sur tout un domaine fréquentiel donné. Certains types de liaison favorisent davantage le rayonnement de l'assemblage de poutres (polymères et alliages techniques) que d'autres liaisons plus molles (élastomères). Les études qui ont été menées sont directement dépendantes de l'excitation et de son orientation. Dans le prochain chapitre, des outils se basant sur l'inverse de la rigidité dynamique sont mis en place afin de ne plus dépendre de l'excitation.



## Chapitre 4

# Prévision du comportement vibroacoustique de la structure assemblée sans excitation

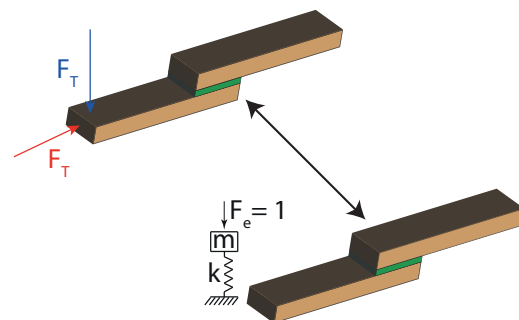
---

### Table des matières

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 4.1   | Introduction . . . . .   | 52 |
| 4.2   | Définition de l'opérateur dynamique inverse . . . . .                            | 52 |
| 4.2.1 | Évaluation des raideurs dynamiques inverses . . . . .                            | 52 |
| 4.2.2 | Pondération acoustique des inverses de raideurs dynamiques . . . . .             | 53 |
| 4.3   | Prédiction du comportement vibroacoustique sans calcul en régime forcé . . . . . | 56 |
| 4.3.1 | Prévision des participations modales de l'assemblage . . . . .                   | 56 |
| 4.3.2 | Prévision du rayonnement de l'assemblage . . . . .                               | 59 |
| 4.4   | Conclusion . . . . .   | 59 |

---

CE chapitre concerne l'analyse du comportement vibroacoustique de structures collées sans nécessité de définir l'excitation dans un régime forcé. Ainsi, seules les caractéristiques modales des structures découplées libres et les caractéristiques de raideur ajoutée de la liaison sont nécessaires.







## 4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, une analyse a été réalisée sur le comportement vibroacoustique d'un assemblage de poutres par l'intermédiaire d'une liaison collée avec diverses propriétés de raideur et de dissipation. Une attention particulière a été portée sur les phases de couplage dynamique entre les poutres et sur les réponses hybrides. Les résultats et conclusions portées ne dépendent pas uniquement de la liaison et de ses propriétés mais également de la nature de l'excitation et de son orientation ce qui limite la portée des conclusions portées au dernier chapitre. L'objectif est donc de prévoir le comportement vibroacoustique de l'assemblage sans définir une excitation particulière en se basant sur les propriétés modales de chaque structure découplée et des propriétés de la liaison, en terme de matériaux comme de géométrie. Des indicateurs de performance vibroacoustique sont alors proposés de façon à pouvoir analyser le comportement de l'assemblage lors de la phase de conception.

## 4.2 Définition de l'opérateur dynamique inverse

### 4.2.1 Évaluation des raideurs dynamiques inverses

Après une normalisation de la masse et en projetant les forces de liaison dans l'espace modal, à partir des équations directrices Équation 2.4 et Équation 2.2, on obtient un système matriciel laissant apparaître la raideur dynamique

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \Delta_\phi + \mathbf{K}_\phi & \mathbf{K}_{\phi\psi} \\ \mathbf{K}_{\psi\phi} & \Delta_\psi + \mathbf{K}_\psi \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

où  $\Delta_\phi = \Omega_\phi^2 - \omega^2 \mathbf{M}_\phi$  et  $\Delta_\psi = \Omega_\psi^2 - \omega^2 \mathbf{M}_\psi$ . L'amplitude modale est ensuite obtenue après inversion de la matrice  $\mathbf{D}$  permettant ainsi de calculer les champs de déplacement en flexion  $w$  comme en traction  $u$ . Toutes les informations utiles sont contenues dans l'inverse de la raideur dynamique. L'objet de ce chapitre est de se baser uniquement sur cette matrice sans avoir à définir l'effort excitateur, par son amplitude ou sa direction. En passant par une inversion par bloc [142], l'inverse  $\mathbf{D}^{-1}$ , s'exprimant par  $\boldsymbol{\kappa}$ , est défini comme

$$\boldsymbol{\kappa} = \begin{pmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{F} \\ \mathbf{G} & \mathbf{H} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{E}^{-1}\mathbf{F} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} (\mathbf{H} - \mathbf{G}\mathbf{E}^{-1}\mathbf{F})^{-1} \begin{bmatrix} -\mathbf{G}\mathbf{E}^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

où  $\mathbf{E} = \Delta_\phi + \mathbf{K}_\phi$  doit être inversible comme le complément de Schur,  $\mathbf{H} - \mathbf{G}\mathbf{E}^{-1}\mathbf{F}$  et défini comme

$$\mathbf{H} - \mathbf{G}\mathbf{E}^{-1}\mathbf{F} = \Delta_\psi + \mathbf{K}_\psi - \mathbf{K}_{\psi\phi} [\Delta_\phi + \mathbf{K}_\phi]^{-1} \mathbf{K}_{\phi\psi}, \quad (4.3)$$

avec  $\mathbf{F} = \mathbf{K}_{\phi\psi}$ ,  $\mathbf{G} = \mathbf{K}_{\psi\phi}$  et  $\mathbf{H} = \Delta_\psi + \mathbf{K}_\psi$ . A l'annexe C, une description plus détaillée de l'inverse de la raideur et du calcul théorique des amplitudes modales en flexion et en traction est obtenue afin de voir comment interviennent les différents types de couplage modal dans la réponse du système assemblé. La Figure 4.1 est le résultat d'une comparaison des inverses de la matrice de raideur suivant différentes valeurs de module d'Young de liaison à partir de la deuxième résonance en traction (voir Figure 4.1 a)). L'assemblage de poutres a des caractéristiques géométriques comme matérielles identiques au dernier chapitre et est excité dans la direction longitudinale à l'extrémité libre de la première poutre. La résonance s'hybride autour de  $E_p = 10^{-1}$  GPa. Il y a ainsi 2 phases identifiées, à partir desquelles, l'inverse de la raideur dynamique est calculée pour une valeur de module d'Young faible à  $E_p = 10^{-2}$  GPa (voir Figure 4.1 b)) et à une valeur plus élevée à  $E_p = 0.6$  GPa (voir Figure 4.1 b)).

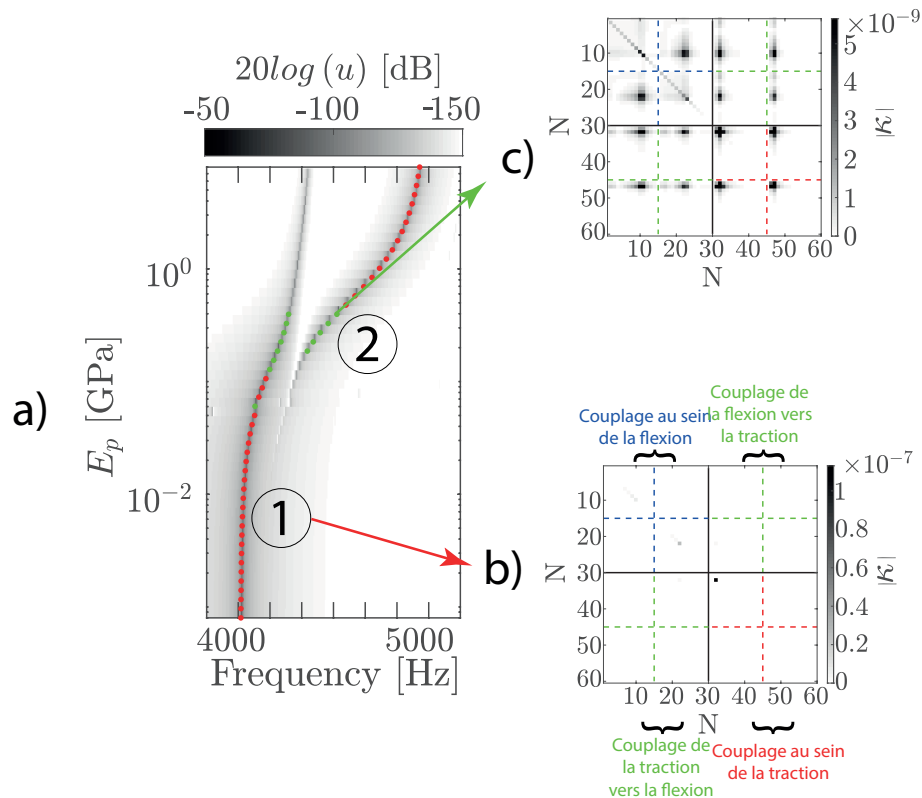


FIGURE 4.1 – Matrices des inverses de raideur dynamique lors de l'étude paramétrique où  $E_p$  varie de  $10^{-3}$  à 8 GPa ; a) Suivi de la deuxième résonance en traction avec une identification de deux points ; b) Extraction de l'inverse de la raideur dynamique pour  $f = 4136$  Hz et  $E_p = 10^{-2}$  GPa (liaison en caoutchouc dur) ; c) Extraction de l'inverse de la raideur dynamique pour  $f = 5000$  Hz et  $E_p = 0.6$  GPa

La visualisation de l'inverse de la raideur permet de devancer l'analyse forcée en déterminant la nature de la réponse à une fréquence donnée sans avoir à définir l'excitation. En effet, dans la première phase de couplage dynamique (voir ① Figure 4.1 b)), qui correspond à la deuxième résonance de traction, les liaisons sont relativement "molles", à  $E_p \leq 10^{-1}$  GPa. De plus, pour le domaine fréquentiel donné,  $f \in [3800 - 5200]$  Hz, il n'y a pas de continuité des mouvements longitudinaux à la liaison entre les deux poutres. Ainsi, en excitant la première poutre, celle-ci va répondre presque indépendamment de la seconde poutre et son mouvement sera principalement de la traction.

Cette constatation se retrouve en visualisant où se situent les maxima dans l'inverse de la raideur dynamique. Dans le cas présent, en Figure 4.1 b), le maximum se retrouve dans les couplages des mouvements longitudinaux, dans la première section, correspondant aux couplages au sein de la première poutre. Une seconde visualisation de l'inverse de la raideur dynamique est proposée pour des valeurs de module d'Young plus importantes à  $E_p = 0.6$  GPa (voir ② Figure 4.1 c)) où la résonance est hybride. Des maxima se retrouvent dans chaque section de la matrice confirmant que les poutres sont couplées dynamiquement et que la réponse est constituée d'une combinaison de mouvements longitudinaux et transversaux. En annexe A, une étude similaire est portée sur une résonance en flexion entre 1500 Hz et 2000 Hz qui s'hybride lors d'une coïncidence avec la première résonance en traction.

#### 4.2.2 Pondération acoustique des inverses de raideurs dynamiques

Afin de prendre en compte le rayonnement acoustique dans l'analyse des caractéristiques modales des structures assemblées dans leur phase de conception, par l'intermédiaire de l'inverse de la raideur dynamique, il est ici proposé de passer par une formulation utilisant

les efficacités modales de rayonnement [42]. L'efficacité modale de rayonnement est définie comme un rapport entre la puissance acoustique rayonnée et la puissance rayonnée par la même déformée modale dans un milieu infini ( $Z = \rho_0 c_0$ ). La définition de l'efficacité de rayonnement peut ainsi se décrire suivant le rang modal  $n$

$$\sigma_{\phi_n} = \frac{\Pi_{\phi_n}}{\frac{\omega^2}{2} \int_S \rho_0 c_0 |\phi_n|^2 dS}. \quad (4.4)$$

Ainsi, chaque mode de flexion d'une structure découplée ne rayonne pas de la même manière suivant la forme de la déformée modale associée dont certaines ont une efficacité bien moins importante du fait de l'annulation du rayonnement acoustique [42]. L'efficacité est ici calculée sur une poutre en flexion découplée libre et bafflée, pour les 20 premiers modes de 0 à 8 kHz. De manière générale, l'efficacité modale de rayonnement donne des indications sur comment la structure doit être conçue afin de réduire autant que possible son rayonnement. De plus des traitements par distribution de matériaux amortis peuvent être réalisés dans ce même objectif. Le sujet des structures discrètes d'un point de vue acoustique est présenté dans les travaux de Koopmann et Fahline [84]. Les résultats sont disponibles en Figure 4.2.

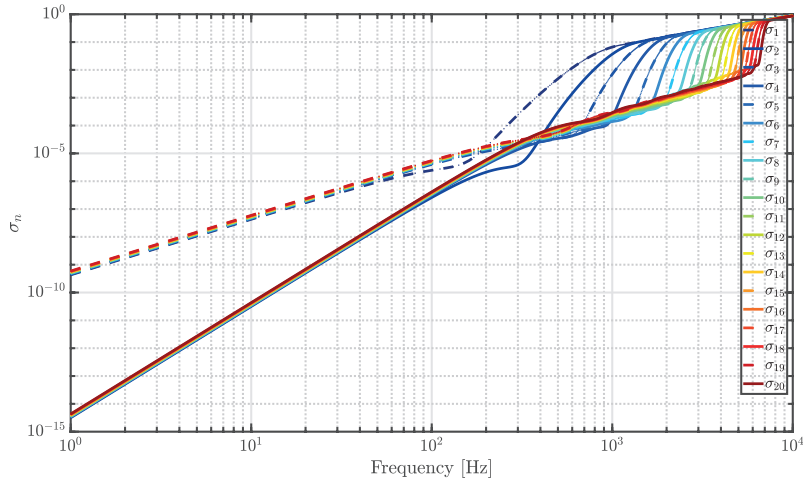


FIGURE 4.2 – Efficacité acoustique pour les 20 premiers modes d'une poutre bafflée libre.

Globalement, l'efficacité modale de rayonnement est croissante et se rapproche asymptotiquement de l'unité. Bien évidemment, les efficacités modales de rayonnement des modes de traction-compression sont nulles puisque le mouvement est dans le plan.

L'efficacité modale de rayonnement acoustique évolue entre 0 et 1 suivant le mode et la fréquence considérée. Comme le mouvement en traction ne rayonne pas, seules les composantes de l'inverse de la raideur participant à l'évaluation du mouvement en flexion sont pondérées. L'expression de l'inverse de la raideur dynamique pondérée suivant les termes en flexion est

$$\hat{\kappa} = \sigma_n \cdot \kappa, \quad (4.5)$$

où  $\cdot$  représente un produit terme à terme (produit d'Hadamard [31]) avec  $\sigma_n$ , la matrice des efficacités modales de rayonnement en flexion de chaque sous-structure qui se définit, pour une fréquence donnée, comme

$$\sigma_n = \begin{bmatrix} \sigma_n^{(1)} & \sigma_n^{(1)} & \sigma_n^{(1)} & \sigma_n^{(1)} \\ \sigma_n^{(2)} & \sigma_n^{(2)} & \sigma_n^{(2)} & \sigma_n^{(2)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

où  $\sigma_n^{(1)}$  et  $\sigma_n^{(2)}$  sont les efficacités de rayonnement des poutres 1 et 2 découplées. Les autres termes de la matrice sont nuls car le mouvement longitudinal ne rayonne pas. Une nouvelle représentation de l'inverse de la raideur dynamique est ainsi obtenue à partir du même assemblage que celui décrit au dernier chapitre et pour une liaison en résine époxy dont les propriétés sont données en Tableau 5.1. La Figure 4.3 permet de comparer la valeur absolue de l'inverse de la raideur dynamique avec c-d) ou sans pondération a-b). Les figures a) et b) ont été obtenues à une fréquence de 500 Hz et les figures c) et d), à une fréquence de 3500 Hz. Les séries modales sont tronquées aux 50 premiers modes, assurant une convergence de l'approche modale dans le domaine fréquentiel souhaité, de 0 à 8000 Hz.

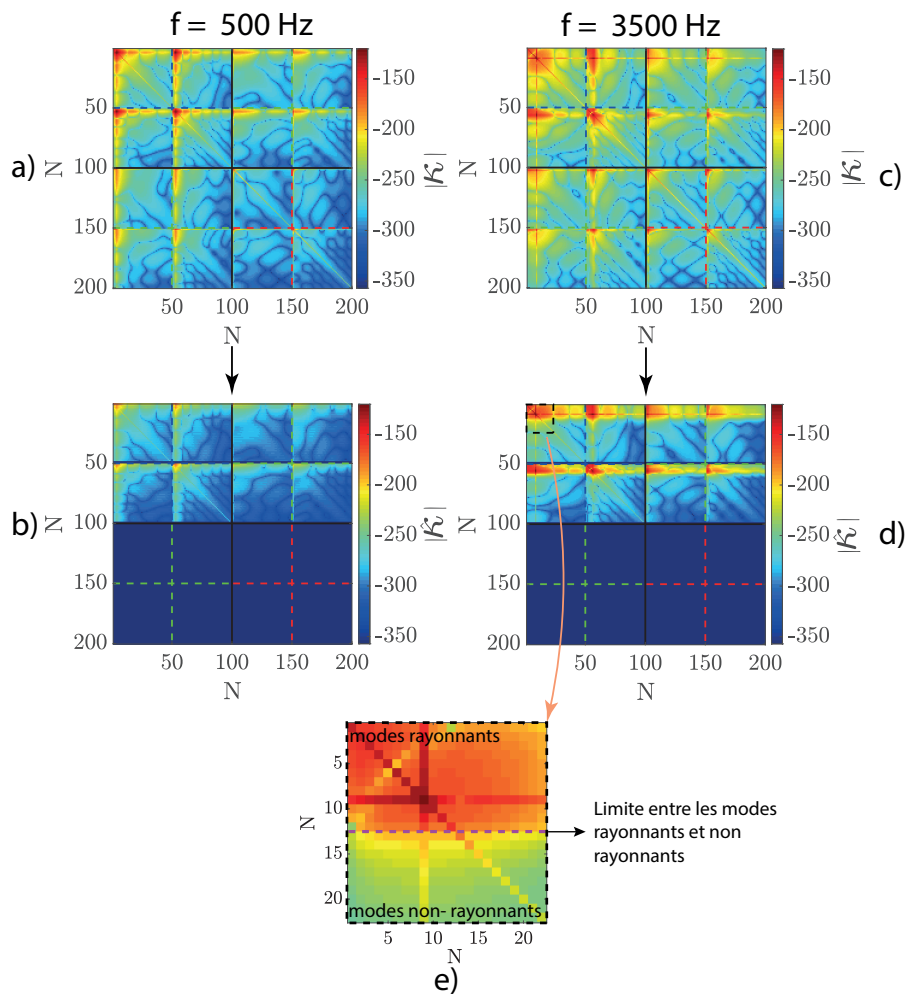


FIGURE 4.3 – a) Inverse de la raideur dynamique  $\kappa$  ( $20 \log(|\kappa|)$ ) à 500 Hz d'un assemblage de deux poutres avec une liaison constituée de résine époxy ; b) puis après sa pondération acoustique ; c) Inverse de la raideur dynamique à 3500 Hz ; d) Puis après sa pondération acoustique ; e) Un zoom est effectué dans la première portion de l'inverse de la raideur dynamique correspondant aux couplages des mouvements de flexion

La pondération acoustique permet d'identifier la limite entre les modes rayonnants et non rayonnants [42]. Plus la fréquence augmente et plus cette limite se décale vers les modes à plus haut rang. Pour une fréquence de 3500 Hz, toutes les contributions modales à partir du rang 13 participent de moins en moins au rayonnement de l'assemblage. A l'inverse, pour une fréquence très élevée, la pondération affecte très peu l'inverse de la raideur dynamique.



## 4.3 Prédiction du comportement vibroacoustique sans calcul en régime forcé

### 4.3.1 Préviation des participations modales de l'assemblage

Afin de simplifier l'analyse des prévisions de comportement vibroacoustique de structures assemblées, un indicateur basé sur l'inverse de la raideur dynamique est déterminé. Celui-ci vise à s'affranchir des efforts excitateurs en se basant uniquement sur les propriétés modales des structures libres et sur la nature de la liaison par ses propriétés géométriques et matérielles. Ainsi, il est proposé de quantifier l'importance de chaque partie de l'inverse de la raideur dynamique. Des quantités énergétiques sont ainsi obtenues (voir Appendice F pour le détail) afin de quantifier l'importance d'un couplage modal par rapport à un autre

$$\sigma_{FF} = \sum_{n=1}^{2N} \sum_{k=1}^{2N} \kappa_{n,k}^2; \sigma_{FT} = \sum_{n=2N+1}^{4N} \sum_{k=1}^{2N} \kappa_{n,k}^2 \quad (4.7)$$

$$\sigma_{TF} = \sum_{n=1}^{2N} \sum_{k=2N+1}^{4N} \kappa_{n,k}^2; \sigma_{TT} = \sum_{n=2N+1}^{4N} \sum_{k=2N+1}^{4N} \kappa_{n,k}^2 \quad (4.8)$$

Ces quantités permettent de comprendre comment l'énergie cinétique se répartit dans les 4 blocs de la matrice de raideur inverse sous l'hypothèse de modes excités avec le même niveau. On se base sur l'hypothèse d'une excitation *rain-on-the-roof* [88] issue de méthodes énergétiques comme la SEA (*Statistical Energy Analysis*) [93] et plus particulièrement de l'approche modale de la SEA [103]. Initialement, cette excitation correspond au cas où chaque mode est excité par un bruit blanc décorréolé avec la même amplitude de densité spectrale de puissance. Dans notre cas, l'effort excitateur modal associé  $\mathbf{f}_e$  est supposé unitaire pour chaque mouvement et chaque rang modal. Concernant les quantités énergétiques, l'indice  $FF$  correspond au couplage entre modes de flexion,  $FT$  correspond au couplage des modes de flexion aux modes de traction et inversement avec  $TF$  et  $TT$  correspond au couplage des modes de traction. On propose alors de normaliser ces indicateurs de la façon suivante

$$I_{TT} = \frac{\sigma_{TT}}{\sigma_{FF} + \sigma_{TF} + \sigma_{FT} + \sigma_{TT}} \text{ et } I_{FT} = \frac{\sigma_{FT}}{\sigma_{FF} + \sigma_{TF} + \sigma_{FT} + \sigma_{TT}}, \quad (4.9)$$

concernant les mouvements de traction. Avec la même logique, concernant les mouvements en flexion, il vient

$$I_{FF} = \frac{\sigma_{FF}}{\sigma_{FF} + \sigma_{TF} + \sigma_{FT} + \sigma_{TT}} \text{ et } I_{TF} = \frac{\sigma_{TF}}{\sigma_{FF} + \sigma_{TF} + \sigma_{FT} + \sigma_{TT}}. \quad (4.10)$$

Les indicateurs  $I_{XX}$  sont compris entre 0 et 1. Pour un indicateur  $I_T = I_{TT} + I_{FT}$  proche de 1, la structure répond essentiellement avec un mouvement de traction. Dans une telle situation, les indicateurs  $I_{TT}$  et  $I_{FT}$  donnent une information plus fine en indiquant si ce mouvement résulte d'un couplage au sein du même mouvement (par contribution directe, par exemple  $\kappa_{11}$  ou indirecte, par exemple  $\kappa_{12}$ ) ou d'une conversion de mouvement, de la flexion vers la traction. Ce cas est typiquement obtenu avec la Figure 4.1 b), correspondant à une réponse en traction où  $I_T$  est principalement contenu dans  $I_{TT}$ . Lorsque  $I_T = I_{TT} + I_{FT}$  est proche de 0, la contribution du mouvement de traction est alors faible. De la même manière, lorsque  $I_F = I_{FF} + I_{TF}$  est proche de 1, la réponse correspond à un mouvement de flexion. Ces indicateurs se définissent ainsi comme des participations modales. À partir de la connaissance des bases modales des systèmes découplés et de la définition d'une liaison, il est possible de prévoir la dynamique du système assemblée.

En Figure 4.4, les indicateurs de participation modale sont calculés en faisant varier le module de Young de la liaison, le but étant de comparer les résultats obtenus avec ceux de la réponse forcée. L'attention est de nouveau portée sur la seconde résonance en traction entre 3800 et 5200 Hz à partir de laquelle les indicateurs modaux de traction  $I_T$  a1) et de flexion  $I_F$  b1) et leurs déclinaisons suivant les couplages au sein du même mouvement (colonne 2)) et entre les mouvements (colonne 3)).

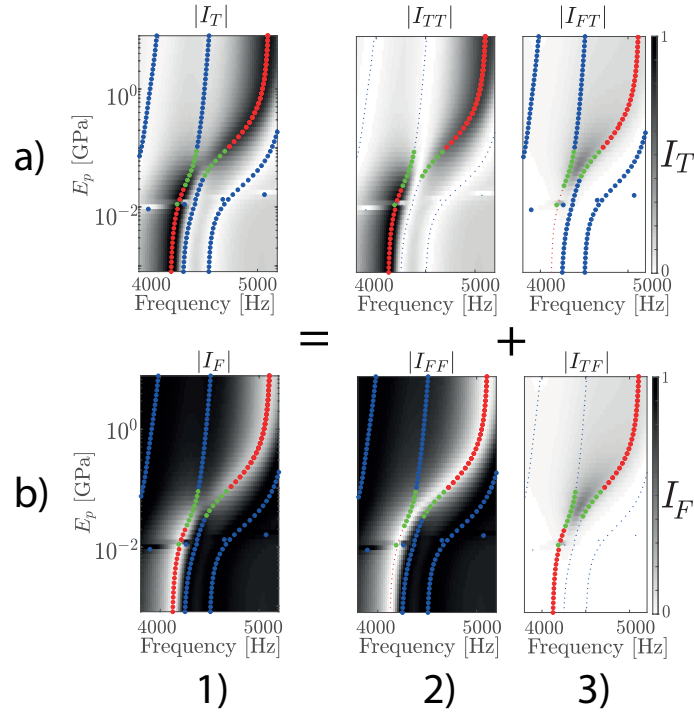


FIGURE 4.4 – a1) Participations modales des mouvements de traction  $I_T$  dans la zone 3800 à 5200 Hz où le module de Young de la liaison varie entre  $10^{-3}$  et 8 GPa ; a2) Participations modales au sein des couplages  $I_{TT}$  ; a3) Participations modales de la flexion vers la traction  $I_{FT}$  ; b1) Participations modales des mouvements de flexion  $I_F$  ; b2) Participations modales au sein des couplages  $I_{FF}$  ; a3) Participations modales de la traction vers la flexion  $I_{TF}$

Le calcul de la participation modale basée sur l'inverse de la raideur dynamique permet de mieux comprendre comment s'hybride une réponse. En effet, la décomposition énergétique, suivant les couplages intermodaux, met en évidence la nature des mouvements en fonction du module de Young de la liaison. Dans l'exemple montré, à partir d'une valeur supérieure à  $10^{-2}$  GPa, la valeur de  $I_{TT}$  diminue fortement là où la réponse s'hybride, comme montré par les points verts en Figure 4.4 a2), augmentant ainsi la valeur de l'indicateur  $I_{FT}$ . Ainsi, en cumulant les 2 valeurs,  $I_{TT}$  et  $I_{FT}$ , une meilleure compréhension est obtenue sur les mécanismes d'hybridation d'une résonance. De la même manière, une analyse des participations des mouvements transversaux est menée en Figure 4.4 b1). Les résultats sont des "négatifs" des résultats obtenus pour la traction en Figure 4.4 a1). Les couplages des mouvements de traction vers la flexion  $I_{TF}$  sont bien équivalents à  $I_{FT}$ .

Les répartitions énergétiques données par  $I_{XX}$  sont désormais intégrées dans un domaine fréquentiel découpé sur un ensemble de tiers d'octave

$$\bar{I}_{TT} = \frac{\sum^{N_f} I_{TT}}{N_f} ; \bar{I}_{FT} = \frac{\sum^{N_f} I_{FT}}{N_f} ; \bar{I}_{FF} = \frac{\sum^{N_f} I_{FF}}{N_f} ; \bar{I}_{TF} = \frac{\sum^{N_f} I_{TF}}{N_f}, \quad (4.11)$$

avec  $N_f$ , le nombre de fréquences dans la bande de tiers d'octave. Il est nécessaire d'avoir

un pas fréquentiel suffisamment fin pour rendre cohérent le moyennage de l'indicateur de participation modale, notamment à basse fréquence. Le choix s'est porté sur 5 Hz.

La Figure 4.5 a) décrit les participations modales des mouvements longitudinaux, suivant les bandes en tiers d'octave et suivant le module de Young de la liaison. La Figure 4.5 b) décrit celles des mouvements de flexion. Les participations se déclinent suivant les couplages au sein du même mouvement (colonne 2)) et suivant les couplages d'un mouvement à un autre (colonne 3)). La lecture des cartes d'indicateurs peut être faite de manière complémentaire entre les indicateurs de participation modale des mouvements longitudinaux comme transversaux.

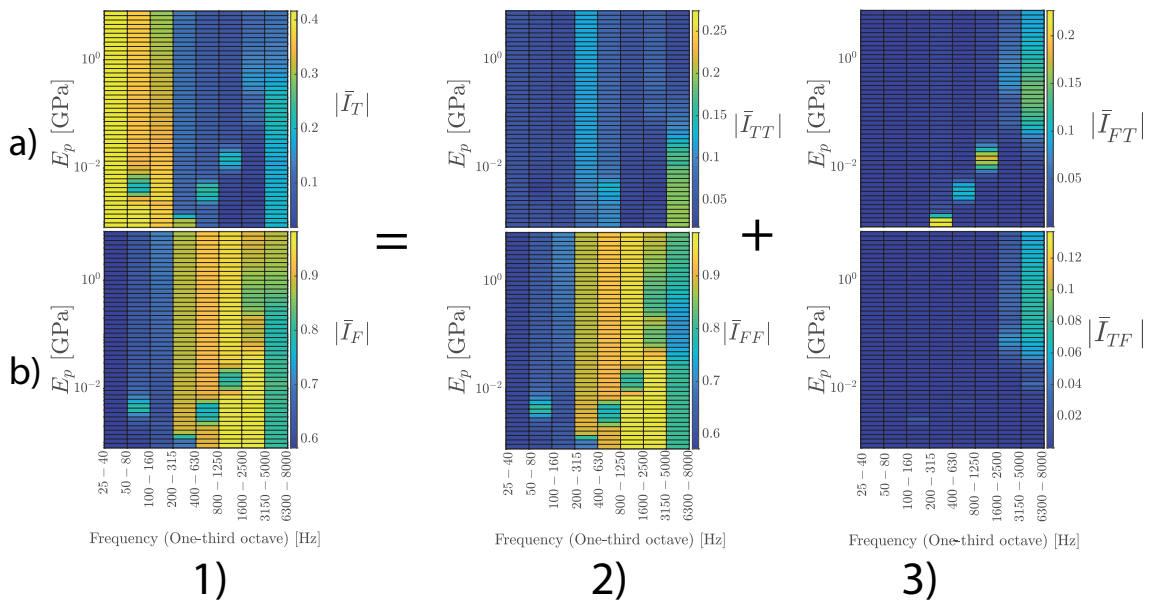


FIGURE 4.5 – Participations modales moyennées sur des bandes de tiers d'octave dans le domaine fréquentiel considéré  $f \in [0 - 8000]$  ; a) Décomposition de la participation modale moyennée des mouvements de traction  $\bar{I}_T$  (colonne 1)), suivant les couplages  $\bar{I}_{TT}$  (colonne 2)) et suivant les couplages  $\bar{I}_{FT}$  (colonne 3)); b) Décomposition de la participation modale moyennée des mouvements de flexion  $\bar{I}_F$  (colonne 1)), suivant les couplages  $\bar{I}_{FF}$  (colonne 2)) et suivant les couplages  $\bar{I}_{TF}$  (colonne 3))

Pour les trois premières bandes de tiers d'octave, les participations modales sont contenues principalement dans le mouvement transversal. A partir du tiers d'octave 200 à 315 Hz, des couplages de la flexion vers la traction se manifestent du fait de la coïncidence de la première résonance en traction avec celles en flexion. Lors de l'hybridation de la résonance en traction, la carte Figure 4.5 b2) met en évidence une diminution de la participation modale des mouvements de flexion qui se retrouvent convertis en des mouvements de traction par le biais de mécanismes des couplages de mouvements. Pour les deux derniers tiers d'octave, les participations modales des mouvements longitudinaux ne sont plus négligeables du fait de la présence des deuxième et troisième résonances. De la même manière, la densité modale des réponses transversales est plus importante. Ainsi, leur participation modale est toujours plus importante que celle des mouvements longitudinaux.

Ces indicateurs de participation modale sont intéressants dans le sens où il n'est pas nécessaire d'avoir à caractériser le comportement de la structure suivant une excitation donnée. Cette analyse est désormais complétée avec la définition de l'inverse de la raideur dynamique pondérée.

### 4.3.2 Prédiction du rayonnement de l'assemblage

Les participations modales sont ainsi calculées à partir de l'inverse de la matrice de raideur dynamique pondérée par les efficacités de rayonnement des structures découplées et sur chaque tiers d'octave. Comme la pondération ne concerne que les mouvements hors-plan, seules les participations modales des mouvements de flexion sont pris en compte.

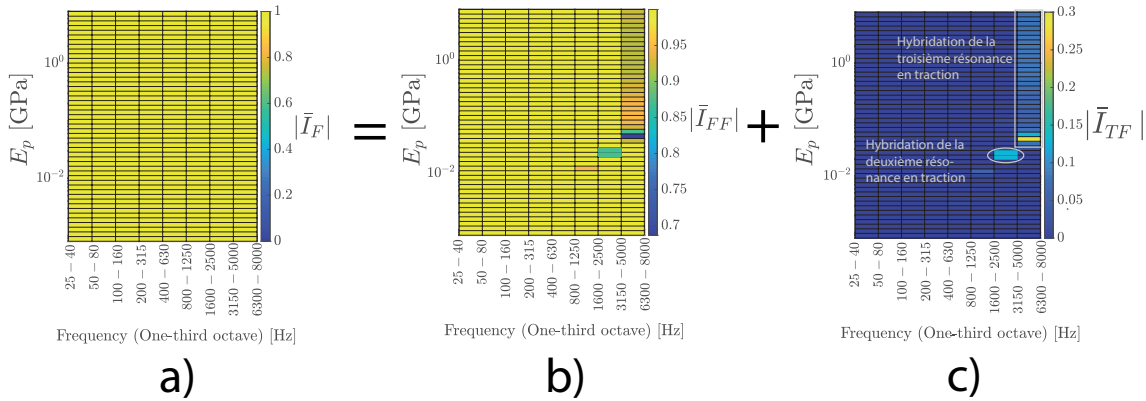


FIGURE 4.6 – Participations modales moyennées sur des bandes tiers d'octave dans le domaine fréquentiel considéré  $f \in [0 - 8000]$  après avoir pondéré acoustiquement l'inverse de la matrice de raideur dynamique ; a) Décomposition de la participation modale moyennée des mouvements de traction  $\bar{I}_T$  ; b) suivant les couplages au sein de la flexion  $\bar{I}_{FF}$  ; c) suivant les couplages  $\bar{I}_{TF}$  de la traction à la flexion

La pondération acoustique de l'inverse de la matrice de la raideur dynamique, avec l'utilisation des participations modales, permet d'identifier quels sont les mouvements qui participent le plus au rayonnement de la structure assemblée suivant la fréquence d'excitation et suivant le module de Young de la liaison. Sans surprise, ce sont les couplages au sein de la flexion qui participent le plus sur tout le domaine fréquentiel. Cependant, pour l'avant-dernière bande de tiers d'octave, vers  $E_p = 10^{-2}$  GPa, les participations intermodales de la traction vers la flexion ne sont plus négligeables ( $\bar{I}_{TF} \approx 0.12$ ). Il s'agit de l'hybridation de la deuxième résonance en traction lors de l'étude paramétrique menée en Figure 3.4. De même, au dernier tiers d'octave ( $f \in [6300 - 8000]$  Hz),  $\bar{I}_{TF}$  évolue entre 0.1 et 0.3 correspondant à l'hybridation de la troisième résonance en traction, évoluant entre 6200 et 7500 Hz suivant la valeur du module de Young de la liaison. De plus, les participations modales des couplages au sein de la flexion  $I_{FF}$  (voir Figure 4.6 b)) sont donc plus faibles lorsque les réponses s'hybrident ( $I_{FF} \approx 0.7$ ). En excitant avec un effort extérieur transversal  $f_T$ , on s'attend alors à avoir une réduction du rayonnement de l'assemblage du fait des couplages de la flexion vers la traction, favorisant l'amplitude des réponses longitudinales moins rayonnantes. En se basant uniquement sur les caractéristiques modales des structures découplées et sur les propriétés matérielles et géométriques de la liaison, il est possible d'évaluer le comportement vibroacoustique de la structure assemblée de manière qualitative.

## 4.4 Conclusion

Ce chapitre s'inscrit dans le cadre d'une étude consistant à analyser le comportement vibroacoustique de structures assemblées par des liaisons collées sans avoir à caractériser l'excitation. En effet, l'effort modal est considéré comme unitaire et appliqué à chaque mode. Ainsi, seules les caractéristiques modales des structures découplées et les propriétés de raideur ajoutée de la liaison sont nécessaires. Dans un premier temps, à partir d'une étude paramétrique de variation du module de Young de la liaison, plusieurs inverses de



raideur dynamique sont obtenues et mettent en évidence une matrice caractéristique d'une réponse qui s'hybride en localisant où se trouvent les maxima. Ainsi, il est possible de se baser uniquement sur cette quantité si l'on veut prévoir le comportement dynamique de l'assemblage. Une introduction à l'exploitation des efficacités de rayonnement est également proposée en pondérant l'inverse de la raideur dynamique par les efficacités de rayonnement des déformées modales découplées. Afin de faciliter son analyse, un indicateur énergétique est défini à partir de l'inverse de la raideur. Il s'agit de la participation modale se déclinant en plusieurs types. Le premier concerne la participation du mouvement de traction  $I_T$  définie comme une somme de contributions modales des couplages  $I_{TT}$  au sein du mouvement et  $I_{FT}$ , de la flexion à la traction. De la même manière, les contributions en flexion  $I_F$  se décomposent suivant  $I_{FF}$  et  $I_{TF}$ , de la traction à la flexion. Une étude paramétrique sur le module d'Young de la liaison a été menée afin de déterminer des contributions modales. Elles ont permis de mieux comprendre les mécanismes d'hybridation des réponses en suivant les transferts énergétiques d'un mouvement vers un autre. De même, en prenant en compte la pondération acoustique, la détermination des participations modales a permis d'identifier les points d'hybridation des réponses en traction participant de manière plus importante au rayonnement de la structure assemblée.

## Partie 2 : Cas d'étude



## Chapitre 5

# Application expérimentale sur les liaisons collées

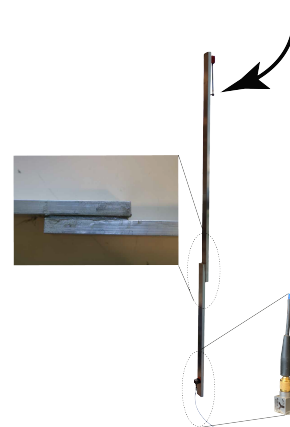
---

### Table des matières

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 5.1   | Préambule . . . . .   | 64 |
| 5.2   | Introduction . . . . .  | 64 |
| 5.3   | Méthodologie expérimentale . . . . .  | 64 |
| 5.3.1 | Protocole . . . . .   | 64 |
| 5.3.2 | Description du banc d'essai et instrumentation . . . . .  | 64 |
| 5.4   | Conception des démonstrateurs à liaison collée . . . . .  | 65 |
| 5.4.1 | Dimensionnement géométrique et paramètres matériaux . . . . .   | 65 |
| 5.4.2 | Technique et choix du collage . . . . .   | 66 |
| 5.4.3 | Effet de la variation de l'épaisseur de résine époxy sur les réponses vibratoires de l'assemblage . . . . . | 69 |
| 5.5   | Étude de l'hybridation d'une réponse lors d'une variation de longueur d'une poutre . . . . .                | 70 |
| 5.5.1 | Étude numérique . . . . .   | 70 |
| 5.5.2 | Observation expérimentale . . . . .   | 71 |
| 5.6   | Conclusion . . . . .  | 73 |

---

DANS ce chapitre, il est proposé de tester expérimentalement la définition des propriétés de raideur et d'amortissement du modèle analytique avec des liaisons collées. Une étude paramétrique est également réalisée sur la longueur de la première poutre afin d'identifier des réponses hybrides particulièrement rayonnantes.



## 5.1 Préambule

La mise au point de la démarche expérimentale et du banc d'essai s'est réalisée notamment autour d'un projet étudiant de dernière année de l'école d'ingénieur ENSIM du Mans.

## 5.2 Introduction

Ce chapitre se décrit en deux principaux volets. Dans un premier temps, le but est de valider la représentation des liaisons proposée au deuxième chapitre. En excitant la structure par une force ponctuelle, les réponses de la structure assemblée obtenues expérimentalement sont comparées à celles obtenues par modèle. L'attention se porte particulièrement sur les colles et résines. En recalant les données expérimentales avec différentes approches (éléments finis et modale analytique), l'objectif est alors de valider la démarche mise au point au chapitre 2, notamment dans les couplages de mouvement de la flexion vers la traction et inversement. Dans un deuxième temps, une caractérisation de l'hybridation progressive de la réponse d'un assemblage de poutres est réalisée lorsque un paramètre géométrique varie expérimentalement.

La première partie de ce chapitre concerne le recalage du module d'Young de l'aluminium. Une étude paramétrique est ainsi réalisée en faisant varier le module d'Young entre 62 et 70 GPa et en recalant la première résonance en flexion des modèles numériques (FEM et modal) avec les mesures expérimentales. La démarche et les résultats sont décrits à la section 5.4.1.

Ensuite, un assemblage de poutres avec plusieurs liaisons est testé pour valider le modèle de liaison donnée au chapitre 2. Les résultats sont présentés en section 5.4.2.

Enfin, la caractérisation d'une hybridation de réponses est proposée en faisant varier un paramètre de l'assemblage. La démarche et les résultats sont décrits en section 5.5.

## 5.3 Méthodologie expérimentale

### 5.3.1 Protocole

L'expérience mise en place permet d'étudier des assemblages de poutres d'aluminium en condition libre-libre. Les poutres sont fixées soit par des élastiques tendus entre deux cales, à l'horizontal comme montré à la Figure 5.1, soit fixées à la verticale en perçant deux trous à l'extrémité libre de la première poutre afin de faire passer deux élastiques, eux-mêmes, noués autour de chambres à air. L'assemblage est ensuite excité à l'aide d'un marteau de choc et la réponse vibratoire est mesurée à l'aide d'un accéléromètre. Lors de ces essais, des tests de réciprocité sont réalisés du fait de la linéarité du comportement de la structure. Pour chaque mesure, cinq chocs sont appliqués afin de moyenner la réponse. Plusieurs essais de répétabilité sont également réalisés afin de vérifier la sensibilité du dispositif expérimental (câble de l'accéléromètre intrusif ou non, cire ou glu pour fixer l'accéléromètre, opérateur...).

### 5.3.2 Description du banc d'essai et instrumentation

En Figure 5.1, la réponse est mesurée à l'aide d'accéléromètres triaxiaux dont la sensibilité s'approche de 10 mV/g suivant l'axe de mesure. Tout accéléromètre est sensible à la température. Il est donc nécessaire de conserver des conditions de mesure similaires

vers 20°C. Ils sont fixés sur la poutre à l'aide d'une colle. Afin de limiter l'ajout de masse et d'amortissement, un seul accéléromètre est utilisé. Le comportement modal et les réponses forcées sont obtenues après avoir excitée la structure à l'aide d'un marteau dont la sensibilité dépend de l'embout. Un embout Vinyl est utilisé avec une sensibilité de 18.67 mV/N suivant un processus de calibration décrit par la norme ISO 10012-1 (ANSI/NCSL Z540-1-1994). Les signaux sont conditionnés à l'aide d'un système d'acquisition 8 voies, fourni par Siemens et traités à l'aide de *TestLab*<sup>®</sup> avec le module *Impact Testing* et *Modal Acquisition*. L'acquisition se déclenche lorsque le signal du marteau dépasse 0.0075 V et dure 2 secondes. Le signal temporel obtenu est celui d'un pic temporellement bref, représenté Figure 5.1 b) et dont le spectre couvre un domaine fréquentiel large Figure 5.1 c). Les structures sont étudiées sur la gamme de fréquences [0–8192] Hz et un fenêtrage exponentiel est utilisé pour avoir une meilleure résolution fréquentielle, de 0.5 Hz. Usuellement, la décroissance en énergie de l'excitation marteau ne doit pas être inférieure à -30 dB afin d'exciter suffisamment les réponses à haute fréquence.

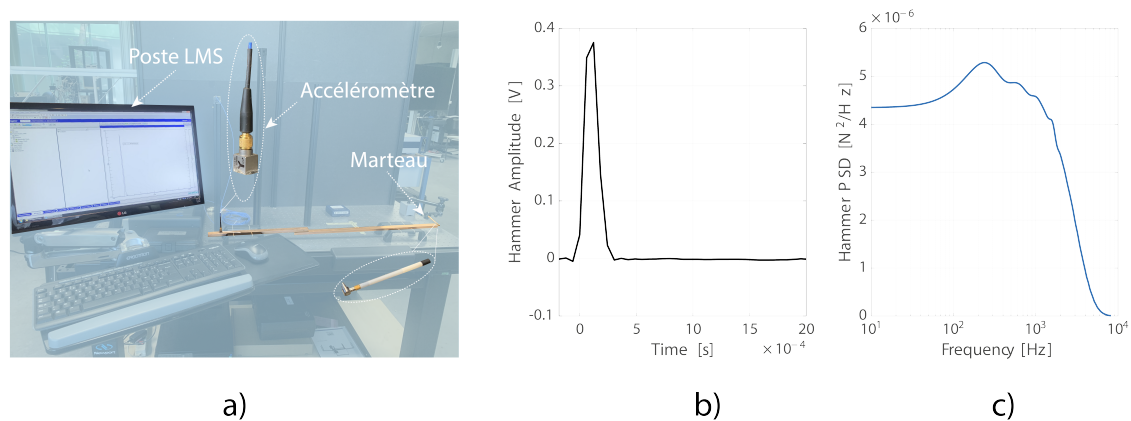


FIGURE 5.1 – a) Banc d'essai décrit par un système d'acquisition Siemens 8 voies, d'un accéléromètre, d'un marteau et d'un poste LMS afin d'exploiter les résultats ; b) Évolution temporelle de l'excitation appliquée à la structure par l'intermédiaire d'un marteau ; c) Densité spectrale de puissance de cette même excitation

## 5.4 Conception des démonstrateurs à liaison collée

Dans cette section, des démonstrateurs à liaison collée sont conçus. Dans un premier temps, les propriétés matériaux de poutres sont recalées entre les données expérimentales et numériques obtenues par le biais d'un modèle de poutre 3D éléments finis et par poutre 1D en approche modale. Ensuite, après avoir décrit l'assemblage et la procédure de collage, des études comparatives sont menées sur des assemblages ayant des liaisons diverses afin de vérifier la définition du comportement d'une liaison développée aux chapitres précédents.

### 5.4.1 Dimensionnement géométrique et paramètres matériaux

Les premiers essais sont réalisés sur une poutre seule rectiligne et de section uniforme afin de recalculer le module d'Young de l'aluminium. La poutre fait une longueur de 60 cm, de section rectangulaire (2 cm de largeur pour 1 cm d'épaisseur). En Figure 5.2, on peut observer la poutre reposant sur des élastiques qui permettent d'approcher au mieux les conditions libre-libre. Les points de contact sont choisis au 1/4 et au 3/4 de la poutre, où se situent des nœuds du premier mode de flexion. Ainsi, la présence des élastiques influence

de manière plus anecdotique les réponses vibratoires qui sont comparées à celles obtenues par éléments finis et par approche modale analytique.

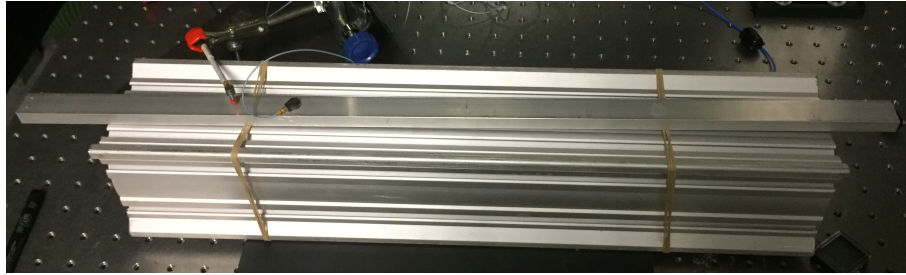


FIGURE 5.2 – Dispositif expérimental pour recalibrer le module d'Young des poutres d'aluminium

La Figure 5.3 montre une comparaison des réponses d'accélération transversale à la fibre neutre lorsque la poutre est excitée en flexion en  $x = 6$  cm. La mesure est faite en plaçant un accéléromètre unidirectionnel, particulièrement léger, de type goutte d'eau, à proximité du premier noeud de vibration du premier mode afin de ne pas trop impacter la mesure. Ces résultats font suite à une étude paramétrique où le module d'Young varie de 62 à 70 GPa pour laquelle, le recalage est le plus satisfaisant lorsque  $E_p = 66$  GPa. Cette valeur sert de référence pour tous les modèles numériques dans ce chapitre. Concernant l'amortissement intrinsèque du matériau, celui-ci est laissé à une valeur classiquement utilisée dans la littérature, à  $\eta = 0.2\%$ . On retrouve de nouveau le décalage en fréquence progressif du modèle analytique 1D dû à l'utilisation du modèle d'Euler-Bernoulli pour décrire les mouvements de flexion et dont une alternative est proposée par le modèle Timoshenko à l'Appendice D. Concernant les données expérimentales, un pic vers 10 Hz est présent du fait du mouvement de balancier imposé par les élastiques.

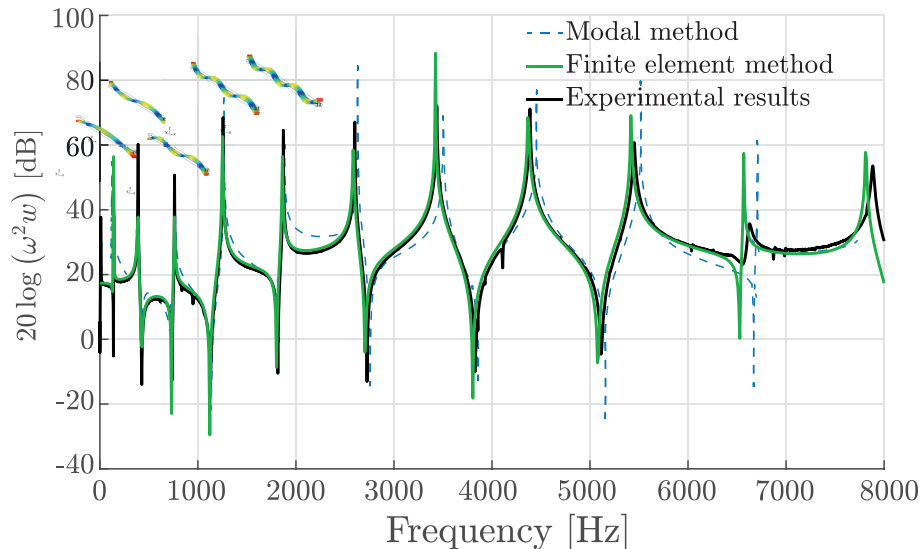


FIGURE 5.3 – Comparaison de la réponse expérimentale d'accélération transversale à la fibre neutre (courbe pleine noire) avec les réponses numériques obtenues par éléments finis (courbe pleine verte) et par approche modale (courbe en pointillé bleue) pour un module d'Young  $E_p$  défini à 66 GPa.

#### 5.4.2 Technique et choix du collage

Plusieurs assemblages avec des liaisons différentes sont désormais testés avec des poutres en aluminium de section rectangulaire (1 cm d'épaisseur et 2 cm de largeur), de longueur

0.6 m pour la première et 0.4 m pour la seconde poutre. Il y a 5.2 cm de partage entre les deux poutres. Ce dimensionnement fait suite aux analyses du chapitre 3 dans lequel les configurations géométriques mises en place permettent d'avoir suffisamment de modes en traction dans le domaine fréquentiel d'intérêt ( $f \in [0 - 8000]$  Hz). Plusieurs colles allant des mastic-colles aux résines ont été testées dans le but de balayer un large spectre de raideurs afin de couvrir toutes les phases de couplage dynamique des deux poutres. Des caoutchoucs ont également été testés, tout comme des scotchs double face mais ces liaisons, du fait de l'importante dissipation qu'elles provoquent, ne permettent pas d'avoir des réponses vibratoires exploitables à moyenne et haute fréquence. Ainsi, l'exploitation des résultats se limite aux assemblages avec des liaisons constituées de résine époxy et de colle néoprène dont les caractéristiques matériaux sont présentées en Tableau 5.1.

| Matériaux      | $E_p$ [GPa] | $\eta_p$ |
|----------------|-------------|----------|
| Résine Epoxy   | 3           | 0.01     |
| Colle Néoprène | 1           | 0.1      |

TABLE 5.1 – Module d'Young  $E_p$  et facteur de perte  $\eta_p$  des colles testées

En Figure 5.4, une illustration du principe de collage est disponible. Une cale est apposée sur la surface d'une poutre de manière à déposer de la colle dans toute la zone de contact avec la seconde poutre. L'épaisseur est fixée lorsque la seconde poutre est posée sur la cale. L'assemblage est alors laissé au repos durant le séchage pouvant durer une journée suivant le type de colle et l'épaisseur associée.

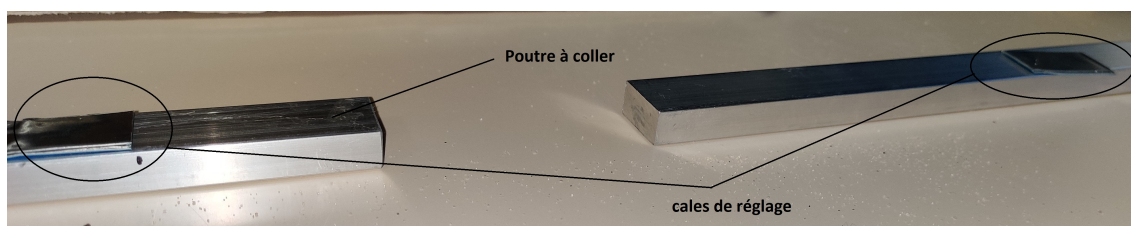


FIGURE 5.4 – Positionnement des cales de collage

Les résultats obtenus par les assemblages avec les liaisons faites en colle néoprène et résine d'époxy sont comparés à ceux d'une poutre monolithique de même géométrie obtenue par usinage conventionnel. Les résultats expérimentaux sont alors confrontés à ceux des modèles analytique et éléments finis présentés en Figure 5.5. La structure est maillée à l'aide de quadrangles structurés. Un critère d'un minimum de 6 noeuds par onde est appliqué ce qui permet le calcul jusqu'à 8000 Hz avec 2300 degrés de liberté.

Les liaisons en résine époxy et colle néoprène permettent d'exploiter les réponses forcées de l'assemblage jusqu'à haute fréquence, notamment là où les réponses de traction ont tendance à s'hybrider avec des réponses en flexion. Or, plus la liaison testée est molle et plus la structure a tendance à s'amortir à haute fréquence. Cependant, ces liaisons couplent suffisamment les poutres pour rendre l'assemblage fortement couplé et moins sensible à la variation des propriétés de raideur de la liaison. Avec un fort couplage dynamique, l'assemblage est ainsi moins susceptible de provoquer des hybridations de réponses de nature différente et pouvant modifier le rayonnement de l'assemblage (voir chapitre 3).

En Figure 5.6, les résultats obtenus se limitent aux réponses vibratoires. Afin de comparer le comportement dynamique des trois configurations de liaison, un coup de marteau est appliqué sur la première poutre en son extrémité libre suivant la direction longitudinale et une réponse est mesurée à 5 cm de l'extrémité de la seconde poutre dans la



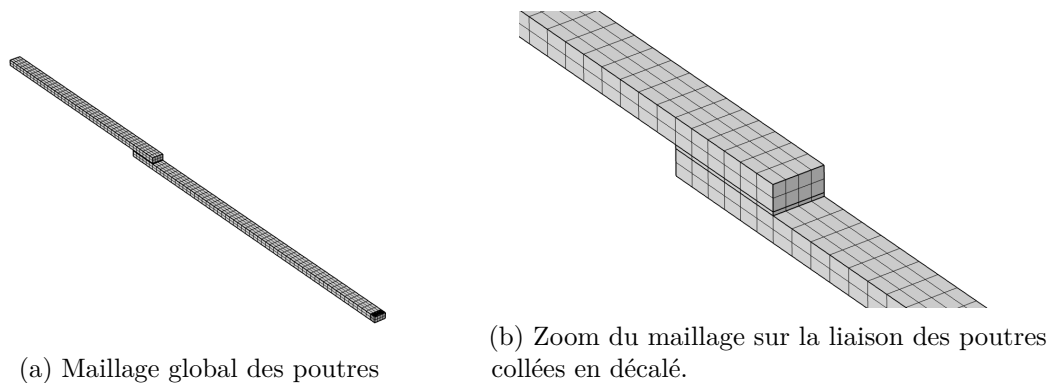


FIGURE 5.5 – Description du modèle éléments finis utilisé en appuis des résultats modaux pour le recalage avec les données expérimentales

direction transversale à la fibre neutre. Les résultats obtenus par approche modale (courbe en pointillé bleue) et éléments finis (courbe pleine verte) sont comparés aux résultats expérimentaux (courbe pleine noire) et pour les trois configurations testées (structure monolithique a), résine époxy b) et la colle néoprène c)) avec une épaisseur de 0.3 mm pour les deux dernières liaisons.

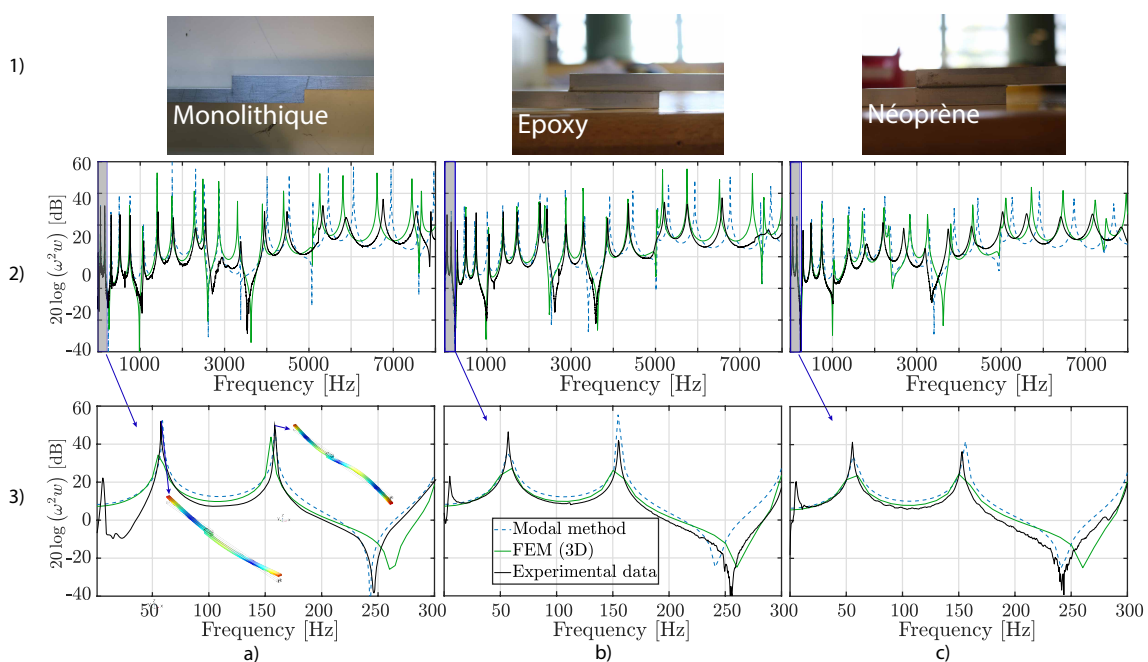


FIGURE 5.6 – Réponses en accélération mesurées à 5 cm de l'extrémité libre de la seconde poutre dans la direction transversale à la fibre neutre après avoir excité la structure à l'extrémité libre de la première poutre. a) Poutre monolithique ; b) résine époxy ; c) colle néoprène en montrant la liaison associée (colonne 1), les réponses vibratoires avec  $f \in [0; 8000]$  Hz (colonne 2) et sur  $f \in [0; 300]$  Hz (colonne 3).

La comparaison des réponses met en évidence un bon recalage entre l'approche modale analytique (courbe bleue en pointillée), éléments finis (courbe pleine verte) et les résultats expérimentaux (courbe pleine noire). Cette constatation permet de valider le modèle de liaison développée au chapitre 2. En effet, les résultats, autant en amplitude qu'en fréquence, sont relativement proches jusqu'à 4000 Hz. Un zoom est réalisé à basse fréquence sur les premières résonances en flexion. Dans cette plage fréquentielle réduite, apparaissent deux résonances correspondant aux deux premiers modes de flexion (vers 55 et 155 Hz), dont les déformées propres sont montrées en Figure 5.6 a3). Les résultats obtenus à basse

fréquence sont très proches avec ceux de la structure monolithique du fait du couplage dynamique fort obtenu avec la colle néoprène et la résine époxy. Toutefois, l'amplitude des réponses est plus faible en raison de la dissipation plus élevée de ces deux liaisons. A partir de 4000 Hz, les réponses fréquentielles du modèle analytique se décalent de plus en plus vers les hautes fréquences en raison des hypothèses d'Euler-Bernoulli. A partir de 5000 Hz, l'amplitude des réponses expérimentales est bien plus faible que celle obtenue par les modèles numériques. L'utilisation d'un facteur de pertes constant avec la fréquence est en effet une forte simplification qui ne permet pas de décrire l'amortissement plus important à haute fréquence. Il serait préférable d'avoir un amortissement issu des matériaux viscoélastiques dépendant de la fréquence et de la température [108, 105, 79].

### 5.4.3 Effet de la variation de l'épaisseur de résine époxy sur les réponses vibratoires de l'assemblage

Une étude complémentaire est réalisée avec la liaison en résine époxy en faisant varier son épaisseur. Le choix ne s'est pas porté sur la colle néoprène considérant la difficulté pratique à augmenter son épaisseur du fait de sa ductilité. En augmentant l'épaisseur de résine époxy, les raideurs dans la direction longitudinale  $k_T$  comme transversale  $k_N$  diminuent. L'objectif est également de vérifier si cette baisse en raideur s'accompagne d'un passage vers les couplages dynamiques partiels où le comportement de la structure assemblée est particulièrement influencée par les propriétés de raideur de liaison.

En Figure 5.7, tout en conservant la même zone de contact entre les deux poutres, 4 épaisseurs de résine d'époxy sont testées avec  $h_p = [0.3 - 1.4 - 3 - 5.5]$  mm. La structure assemblée est excitée dans la direction transversale, en  $x = 10$  cm et une mesure de l'accélération en flexion est obtenue à 5 cm de l'extrémité libre de la seconde poutre. Ces comparaisons entre les résultats expérimentaux et numériques permettent de confirmer la définition des raideurs de liaison. En effet, l'augmentation de l'épaisseur de résine entraîne un décalage vers les basses fréquences et une diminution de l'amplitude des résonances du fait à la diminution des raideurs et de l'augmentation de la dissipation de la liaison.

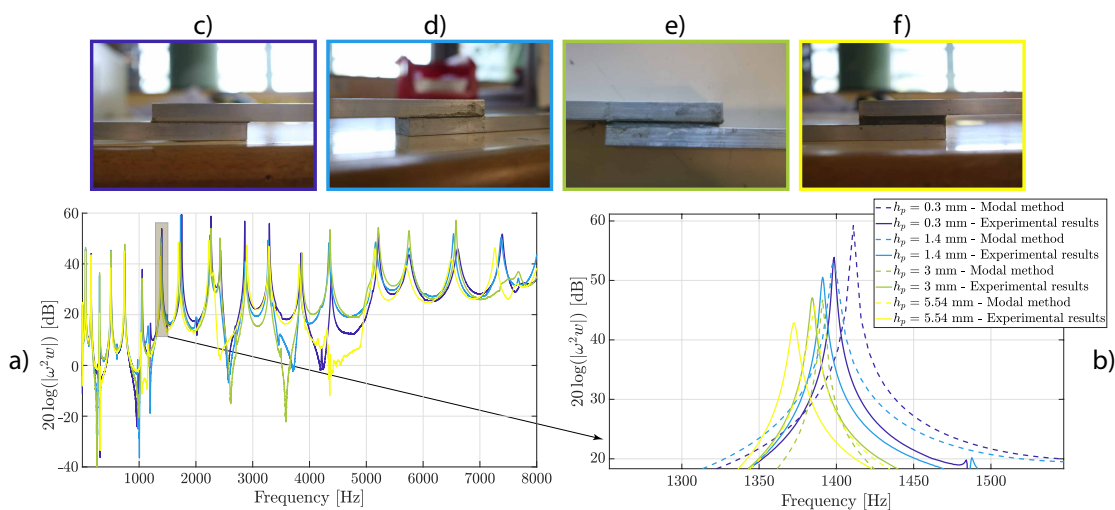


FIGURE 5.7 – Excitation transversale en  $x = 10$  cm et mesure de l'accélération transversale avec plusieurs liaisons en résine époxy et avec plusieurs épaisseurs. a) Réponses en accélération avec  $f \in [0; 8000]$  Hz; b) Zoom sur une réponse donnée vers 1400 Hz; c) assemblage avec une liaison en résine époxy d'épaisseur  $h_p = 0.3$  mm; d) avec  $h_p = 1.4$  mm; e) avec  $h_p = 3$  mm; f) avec  $h_p = 5.5$  mm

Si l'augmentation de l'épaisseur et son influence sur les réponses de l'assemblage ont

les mêmes tendances (diminution de l'amplitude et décalage vers les basses fréquences lorsque  $h_p$  augmente) entre les mesures expérimentales et celles obtenues numériquement, elles ne permettent pas d'obtenir une hybridation de réponses. En effet, l'hybridation est obtenue par proximité ou coïncidence fréquentielle de résonances de nature différente. Elle s'obtient notamment lors d'un couplage dynamique partiel où l'assemblage est fortement sensible à la variation de la raideur de liaison. Malgré une importante épaisseur de liaison en résine d'époxy, sa raideur est donc encore trop importante. Une étude plus complète sur la sensibilité de l'épaisseur de résine époxy sur le comportement vibroacoustique de la structure assemblée est d'ailleurs proposée en Appendice G. Une autre possibilité serait d'augmenter la zone en contact entre les poutres afin de faire coïncider les réponses. Cependant, la mise en oeuvre expérimentale est une limite tout comme la quantité de résine nécessaire pour réaliser une étude paramétrique avec de nombreuses itérations. Il aurait été donc plus opportun de relier les poutres à l'aide de liaisons bien plus molles. Cependant, les réponses obtenues pour des liaisons comme du caoutchouc deviennent rapidement inexploitable à haute fréquence là où les réponses s'hybrident. Il est ainsi choisi de faire varier un paramètre de la structure assemblée tout en conservant la même liaison, par exemple, avec la longueur de la première poutre. Le paramètre qui varie est ainsi plus contrôlé. Les résultats sont présentés dans la prochaine section.

## 5.5 Étude de l'hybridation d'une réponse lors d'une variation de longueur d'une poutre

Le phénomène d'hybridation est intéressant d'un point de vue acoustique car il conduit à un rayonnement inattendu possiblement important lors d'une excitation principalement longitudinale. En partant d'une liaison en résine époxy pour une épaisseur de colle de 1.4 mm, la longueur de la première poutre est alors raccourcie.

### 5.5.1 Étude numérique

La variation de la longueur de la première poutre permet de provoquer des hybridations de réponses entre les mouvements de traction et de flexion. En effet, les pulsations propres des modes longitudinaux d'une poutre découplée libre-libre sont inversement proportionnelles à la longueur de la poutre alors que celles des modes de flexion sont inversement proportionnelles au carré de la longueur de poutre. Ainsi, la variation de longueur entraîne un décalage fréquentiel plus important des réponses en flexion et des coïncidences avec les réponses en traction interviendront nécessairement. De plus, la mise en pratique expérimentale du raccourcissement de la première poutre est bien plus facile que la modification de la nature de la liaison. La caractérisation d'une réponse hybride nécessite de nombreuses itérations dans l'étude paramétrique. Un moyen simple et réaliste de caractériser une hybridation de réponse consiste ainsi à découper progressivement la première poutre tout en conservant la même liaison.

La Figure 5.8 reprend les résultats de l'étude paramétrique de la longueur de la première poutre, de 0.2 à 0.6 m sur 50 itérations, à partir du modèle analytique. L'assemblage est excité à l'extrémité libre de la première poutre par une excitation longitudinale et la réponse est calculée à 5 cm de l'extrémité de la seconde poutre. Les champs de déplacement en traction (a)), flexion (b)) et en puissance rayonnée (c)) sont calculés. La réduction de la longueur de la première poutre entraîne un décalage des réponses vers les basses fréquences, notamment pour celles en traction qui s'hybrident à proximité de réponses de flexion. La première résonance en traction, commençant vers 5000 et finissant vers 2500 Hz pour une longueur de poutre de 0.6 m, a une évolution dans le plan 2D assez discontinue

comparée à la deuxième résonance entre 8000 et 5500 Hz. Entre 0.54 et 0.55, la seconde résonance s'hybride. La carte c) met en évidence deux zones pour lesquelles la structure va particulièrement rayonner, à proximité des réponses longitudinales.

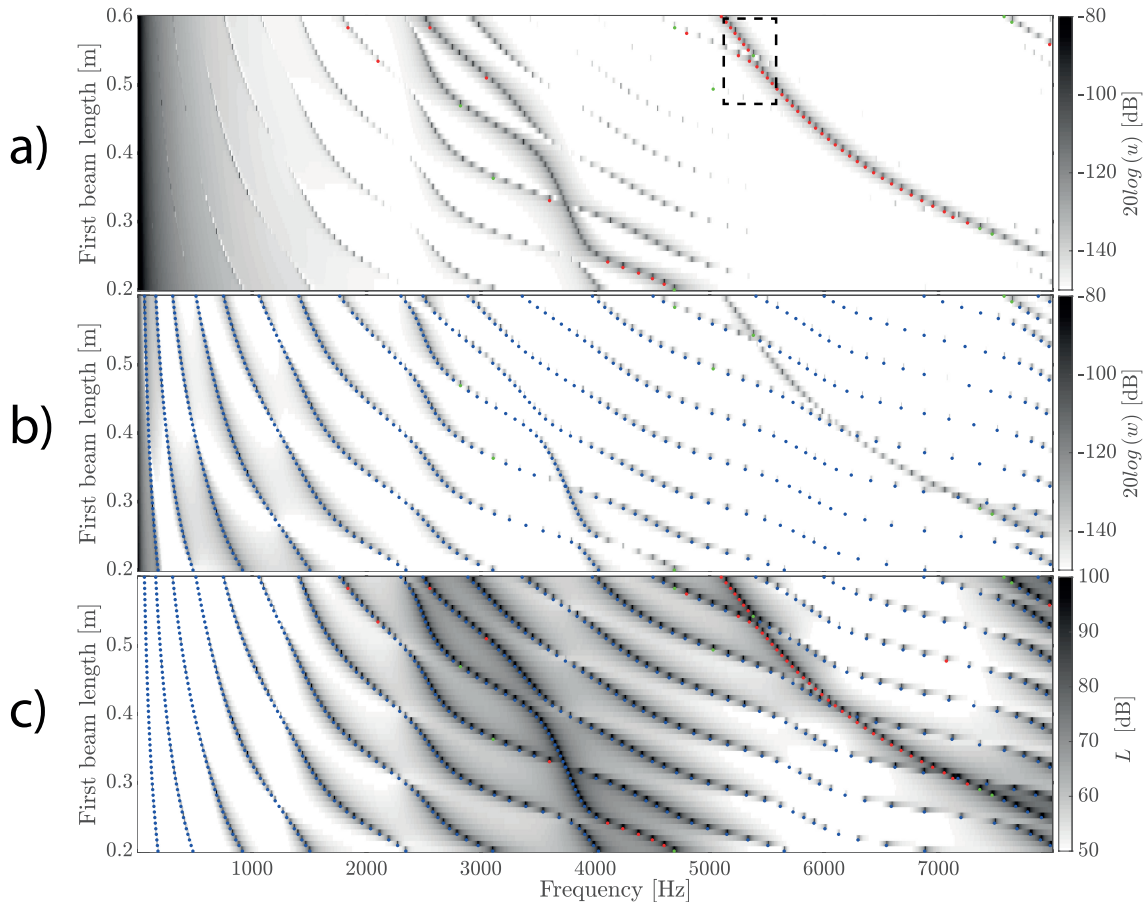


FIGURE 5.8 – Champs de réponse calculés lorsque la longueur de la première poutre varie de 0.2 à 0.6 m sur 50 itérations. a) déplacement en traction ; b) déplacement en flexion ; c) puissance rayonnée de l'assemblage. Des indicateurs modaux de discrimination du type de résonance sont indiqués pour la traction (●), la flexion (●) ou une combinaison des deux mouvements (●).

Un intérêt est porté plus particulièrement entre 0.45 et 0.6 m et entre 4800 et 6200 Hz pour la deuxième résonance en traction où les indicateurs de participation modale associés à l'inverse de la rigidité (voir chapitre 4) sont calculés. Les résultats sont reportés à la Figure 5.9. La participation modale du mouvement longitudinal  $I_T$  (voir a)) suivant les couplages au sein du mouvement  $I_{TT}$  (voir b)) et les couplages de la flexion vers la traction  $I_{FT}$  (voir c)) sont ainsi déterminés. Là où la deuxième résonance s'hybride, de 0.53 à 0.55 m, les participations modales de couplage de la flexion vers la traction ne sont plus négligeables ( $I_{FT} \approx 0.3$ ).

### 5.5.2 Observation expérimentale

La caractérisation de l'hybridation d'une résonance par mesure de l'accélération est faite en faisant varier suffisamment la longueur de la première poutre afin de comparer l'amplitude avant durant et après l'hybridation d'une résonance particulière.

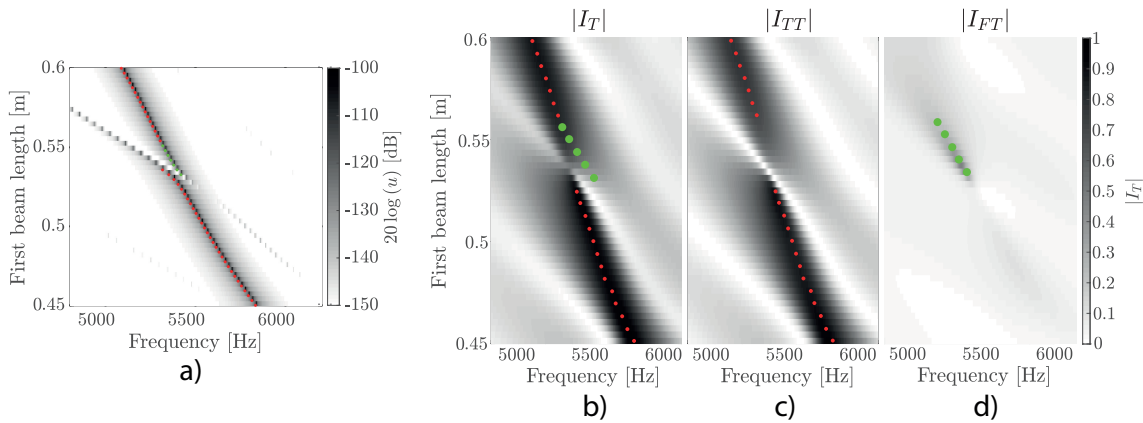


FIGURE 5.9 – a) Champs de réponse en traction calculés lorsque la longueur de la première poutre varie de 0.45 à 0.6 m sur 50 itérations ; b) Indicateur de participation modal du mouvement de traction  $I_{TT}$  ; c) Indicateur de participation modal suivant les couplages des mouvements de flexion vers la traction  $I_{FT}$  ; d) Indicateur de participation modal suivant les couplages des mouvements de traction vers la flexion  $I_{TF}$

En Figure 5.10, suite à la Figure 5.8, l'étude consiste en un raccourcissement de poutre de 0.6 à 0.45 m sur 19 itérations avec un pas de découpage plus fin vers les longueurs provoquant l'hybridation. L'approche modale développée sur un modèle 1D analytique (Figure 5.10 a)) est alors comparée avec un modèle éléments finis (Figure 5.10 b)) et par l'approche expérimentale (Figure 5.10 c)) avec des cartes de résultats de champs d'accélération en traction (ligne 1)), en flexion (ligne 2)) et en comparant quelques réponses particulières des champs d'accélération de flexion (ligne 3)). Ainsi, un calcul par éléments finis a été réalisé en amont afin de cibler la longueur critique pour laquelle il y a de l'hybridation. Cette longueur est obtenue vers 0.52 m, contre 0.54 m pour le modèle analytique. Cette différence a été expliquée précédemment du fait de l'utilisation de la théorie d'Euler-Bernoulli ayant tendance à rigidifier le modèle 1D.

Cette étude paramétrique met en évidence expérimentalement les mécanismes d'hybridation d'une résonance lors d'une coïncidence fréquentielle entre une réponse de traction et une réponse de flexion. Dans le détail de la Figure 5.10 c), quelques réponses en flexion sont comparées avec 3 longueurs spécifiques (traits épais pleins) pour lesquelles, les amplitudes des champs d'accélération dans la direction normale sont très importantes, notamment pour le modèle FEM et les résultats expérimentaux. Toutefois, les réponses sélectionnées n'ont pas les amplitudes les plus importantes pour le modèle modal analytique, du fait du décalage des longueurs critiques pour lesquelles la réponse s'hybride.

La caractérisation d'une hybridation de réponse reste toutefois limitée. En effet, afin de pleinement caractériser l'hybridation d'une réponse en traction, il est nécessaire de mesurer des puissances acoustiques. Pour des raisons de mise en oeuvre pratique, la mesure de la pression par micro n'a pas été retenue. L'une des possibilités de mesurer la puissance rayonnée est d'extraire les déformées opérationnelles en réalisant un *roving hammer*, c'est à dire, en fixant un point de mesure et en excitant la structure sur différents points de son maillage. A partir de l'information de la déformée opérationnelle, il est alors possible de récupérer une pression rayonnée pariétale à partir de l'intégrale de Rayleigh. Pour avoir une mesure quantitative du niveau de puissance rayonnée, il est nécessaire d'avoir un maillage très fin ce qui peut être laborieux à réaliser. De plus, du fait de la nature très répétitive de l'essai, à découper 19 fois la poutre, et par des contraintes évidentes de temps, cette solution n'a pas été retenue et l'essai se base uniquement sur la mesure à un seul point d'intérêt de la structure. Afin de caractériser la réponse hybride en se

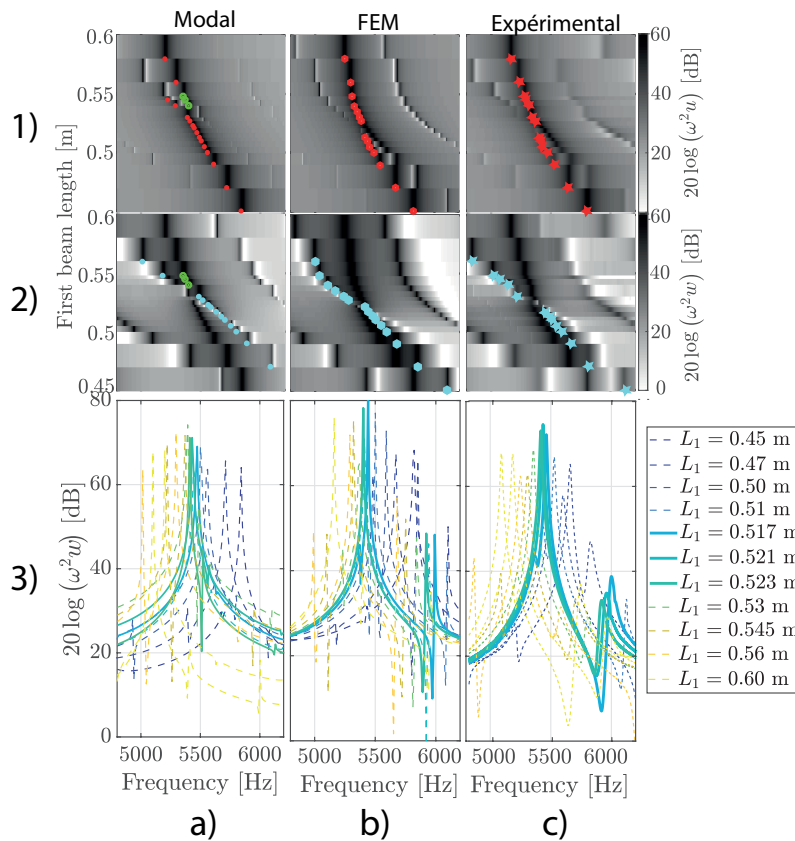


FIGURE 5.10 – Influence de la variation la longueur de la première poutre, de 0.6 à 0.45 m sur 19 itérations lorsque la structure est excitée à l'extrémité libre de la première poutre dans la direction longitudinale et mesure des réponses à 5 cm de l'extrémité de la seconde poutre. 1) Réponses en accélération longitudinale; 2) Réponses en accélération transversale; 3) Réponses en accélération transversale pour quelques itérations de longueur de la première poutre. Des indicateurs modaux de discrimination du type de résonance sont indiqués pour la traction (●), la flexion (●) et pour une combinaison des deux mouvements (●). Les réponses obtenues expérimentalement (c) sont comparées à celles obtenues par approche modale analytique (a) et par éléments finis (b)

basant sur une déformée opérationnelle, il aurait été également intéressant de multiplier le nombre d'accéléromètres sur la structure pour mesurer les accélérations. Cependant, plus le nombre d'accéléromètres utilisés est important plus leur présence est préjudiciable, en terme de masse ajoutée mais également en terme d'amortissement induit. En effet, des études internes chez Renault ont mis en évidence que la présence d'accéléromètres entraîne un ajout d'amortissement, surtout à haute fréquence notamment par l'intermédiaire des câbles. Ainsi, pour caractériser les réponses hybrides, d'autres solutions non-intrusifs sont envisageables dans de futurs travaux. On peut citer par exemple les méthodes vibratoires mono-point avec un vibromètre laser 3D [76] ou par mesure plein champ par des méthodes holographiques [126, 106].

## 5.6 Conclusion

Un banc d'essai a été mis au point pour obtenir des résultats expérimentaux qui sont alors comparés à ceux des modèles numériques (approche modale analytique et éléments finis). Ainsi, après avoir recalé le module d'Young de l'aluminium sur un essai de choc sur poutre monolithique, plusieurs assemblages avec des liaisons diverses ont été testés. Certaines liaisons n'ont pas permis d'obtenir des résultats expérimentaux exploitables à

moyenne et haute fréquence, notamment du fait de l'importante dissipation apportée à l'assemblage pour le cas de liaisons molles comme le caoutchouc ou le scotch double face. Les liaisons en résine époxy et en colle néoprène ont été retenues du fait du recalage avec les résultats obtenus numériquement. Le second objectif a été de caractériser une réponse qui s'hybride par coïncidence fréquentielle de réponses de mouvements différents. A partir de la résine époxy, une étude paramétrique a été menée en faisant varier l'épaisseur de colle jusqu'à une valeur de 5.5 mm. Si les tendances observées numériquement ont été validées par l'expérimental avec un décalage progressif des résonances vers les basses fréquences et une diminution des amplitudes à mesure que l'épaisseur de résine augmente, elles ne permettent pas d'hybrider des réponses. Une solution réalisable expérimentalement a été obtenue en faisant varier la longueur de la première poutre. Ainsi, à partir d'un assemblage ayant une liaison en résine époxy de 1.4 mm d'épaisseur sur 5.2 cm de surface de contact, une étude paramétrique a été menée en faisant varier la longueur de la première poutre, de 0.6 à 0.45 m sur 19 itérations avec une attention portée sur la deuxième résonance en traction, de 4800 à 6200 Hz. Les résultats numériques montrent une hybridation de cette résonance lorsque la poutre fait 0.52 m avec une amplitude en flexion particulièrement importante. Ce constat a été validé par les résultats expérimentaux.

## Chapitre 6

# Application dans le cas d'une liaison boulonnée

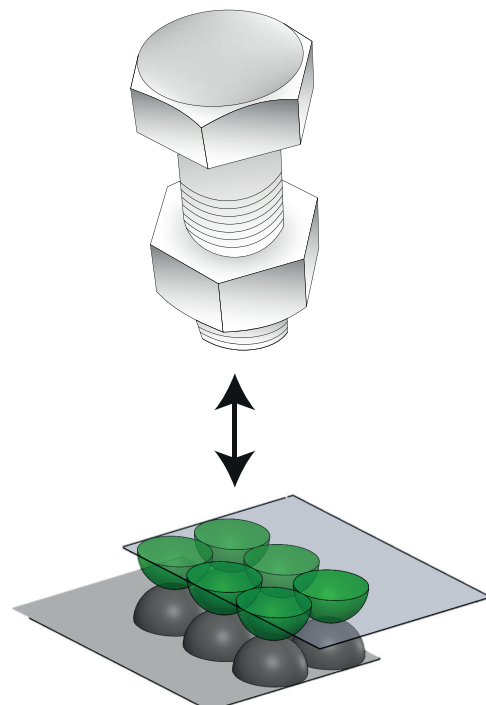
---

### Table des matières

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 6.1 | Préambule . . . . .   | 76 |
| 6.2 | Introduction . . . . .  | 76 |
| 6.3 | Approche tribologique . . . . .   | 76 |
| 6.4 | Étude de la variation du rapport d'adhésion sur le comportement vibroacoustique de la structure assemblée . . . . . | 82 |
| 6.5 | Étude de l'impact du couple de serrage sur le comportement vibroacoustique de la structure assemblée . . . . .      | 86 |
| 6.6 | Conclusion . . . . .  | 88 |

---

DES études internes à Renault ont mis en évidence que la représentation fidèle d'une liaison n'apporte pas d'amélioration dans le recalage MF-HF des modèles FEM face aux données expérimentales, par rapport à des représentations simplifiées. Au lieu de se concentrer sur une représentation fine de la liaison boulonnée, celle-ci est remplacée par une équivalence de bosselés en approche tribologique afin d'étudier les interactions entre les surfaces de contact des sous-structures.





## 6.1 Préambule

Ce chapitre est une première étape vers une modélisation de liaisons boulonnées. La modélisation proposée vise à prendre en compte des distributions de raideur et d'amortissement représentatives de ce type de liaison. Les non-linéarités inhérentes au modèle tribologique choisi pour représenter les interfaces de contact sont linéarisés afin de décrire ces phénomènes non-linéaires par méthode linéaire à faible coût de calcul et en large bande fréquentielle

## 6.2 Introduction

En introduction générale de ce manuscrit, une étude Renault a mis en évidence que la finesse de modélisation des liaisons boulonnées n'a que très peu d'impact sur les réponses en accélération, à moyenne et haute fréquence et n'a aucun impact à basse fréquence (voir Figure 1.1). Concernant les liaisons boulonnées, il est aussi nécessaire de se concentrer sur la modélisation des interfaces de contact au lieu de la liaison boulonnée. Ce chapitre se base donc sur le développement d'une méthodologie de prise en compte des interactions des surfaces en contact dans l'approche modale définie au chapitre 6. A terme, la méthode mise au point pourra être appliquée sur des structures industrielles.

Afin de conserver la même méthodologie que celle employée dans les chapitres précédents, deux poutres sont assemblées à l'aide d'une liaison boulonnée et un profil tribologique est associé aux aspérités géométriques de chaque surface en contact section 6.3. Le phénomène de friction est modélisé par des modèles de contact à l'échelle micrométrique. Ce phénomène est directement lié à l'émergence de micro-déplacements transversaux  $\Delta_N$  et longitudinaux  $\Delta_T$  lorsque les aspérités géométriques des états de surface entrent en contact. L'émergence d'amortissement induit et de raideur ajoutée est prise en compte. Des études paramétriques sont ensuite réalisées afin de vérifier l'influence, soit de l'adhérence entre aspérités, section 6.4, soit du couple de serrage, section 6.5.

## 6.3 Approche tribologique

### 6.3.1 Description du système et profil de contrainte

Les raideurs de contact sont avant tout des paramètres statistiques qui dépendent de la nature de l'aspérité et de ses propriétés (taille, hauteur, surface d'adhésion, efforts appliqués...) [122]. Afin de conserver une approche analytique et une certaine simplicité dans la modélisation de la structure assemblée, les aspérités, le long de la zone de contact entre les deux poutres, sont supposées avoir des propriétés géométriques identiques. Cette hypothèse est reprise des travaux de Greenwood et Williamson [61] considérant que les propriétés géométriques des aspérités sont obtenues autour d'une valeur moyenne. Ainsi, le modèle tribologique associé est celui d'une série de demi-sphères ayant le même rayon et juxtaposées les unes par rapport aux autres. Du fait que les surfaces en contact soient soumises à une charge normale statique  $N_0$ , l'effort presseur appliqué sur chaque bosselé (ou demi-sphère) est différent suivant sa position dans la zone de partage. En effet, l'effort est plus important sous la tête de vis qu'aux extrémités de la zone de partage entre les deux poutres. Le profil tribologique et le système assemblé sont représentés en Figure 6.1.

La charge normale  $N_0$  est maximale sous la tête de vis puis diminue suivant un profil linéaire ou non. La valeur de la charge normale est reprise depuis la formule de Kellermann et Klein [81]

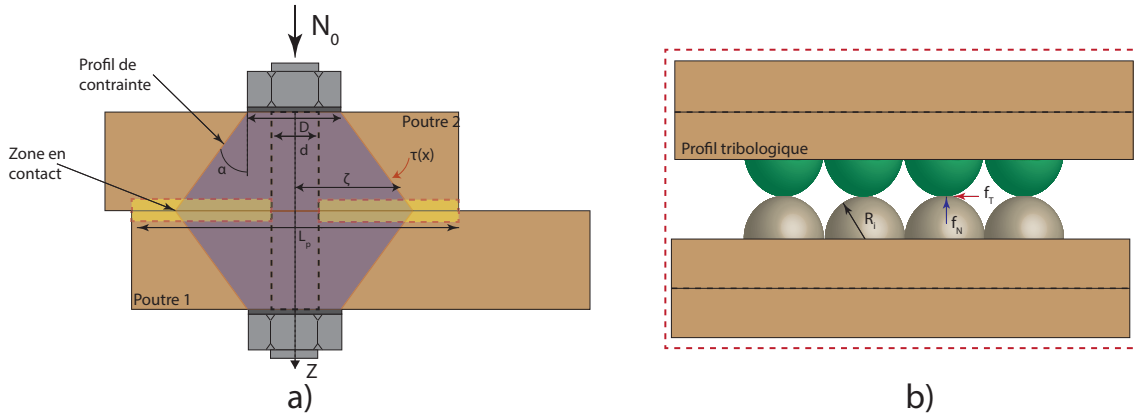


FIGURE 6.1 – a) Assemblage de deux poutres par une liaison boulonnée dont le couple de serrage amène une charge normale  $N_0$  se distribuant de manière non uniforme dans la zone de partage des deux poutres ; b) Profil tribologique associé

$$N_0 = \frac{C}{\frac{p}{2\pi} + 0.583d\mu_f + \frac{D}{2}\mu_T}, \quad (6.1)$$

où  $p$  est le pas du filet,  $d$  est le diamètre du filet,  $\mu_f$  est le coefficient de frottement dans le filet,  $\mu_T$  est le coefficient de frottement sous la tête (et vaut aux alentours des 0.6 [135]) et  $C$  est le couple de serrage. Ces paramètres sont obtenus en fonction du type et de la classe de la vis (M1, M2, M3, M4,...). L'évaluation du profil associée à  $N_0$  peut être obtenu à partir d'une méthode de multiplicateurs Lagrangien [33, 154]. Une application numérique avec le logiciel Abaqus est réalisée par Lacayo et al. [87] sur un assemblage de deux poutres munies de 3 liaisons boulonnées, appelées poutres de Brake-Reub [137] pour lesquelles, une évaluation de la charge normale est faite suivant la position dans la zone en contact par rapport aux liaisons boulonnées. La pression issue de cette charge est ensuite proche de 0 à l'extrémité de la zone de contact, entraînant des décollements du fait de l'effet de Poisson. Par simplicité, aucun décollement n'est considéré. En partant des profils de contraintes obtenues numériquement depuis ces travaux, d'autres profils similaires sont obtenus sous la forme de lois analytiques. Ils sont usuellement décrits à l'aide de polynômes de degré 4 [151]. Par simplicité, on choisit une décroissance linéaire suivant une pente inférieure à  $\alpha = 45^\circ$  (profil de Goodman [57]). Des études internes à Renault privilégient une décroissance vers  $33^\circ$ . Le profil  $\tau(x)$  est représenté en Figure 6.1 et évolue suivant la relation

$$\tau(x) = \begin{cases} \frac{h^{(d)}}{2} \left[ x - \frac{1}{2\gamma} \right] & \text{pour } x \in \left[ L^{(d)} + \frac{D-L_p}{2}; L^{(d)} + \frac{D-L_p}{2} + \gamma \right] \\ 1 & \text{pour } x \in \left[ L^{(d)} - \frac{D+L_p}{2}; L^{(d)} + \frac{D-L_p}{2} \right] \\ \frac{h^{(d)}}{2} \left[ x + \frac{1}{2\gamma} \right] & \text{pour } x \in \left[ L^{(d)} - \frac{D+L_p}{2} - \gamma; L^{(d)} - \frac{D+L_p}{2} \right], \end{cases} \quad (6.2)$$

où  $\tau(x)$  se définit comme une fonction de pondération de la charge normale  $N_0$ . Elle évolue donc entre 0 et 1. La distance maximale d'application de la charge normale  $\gamma$  s'obtient suivant

$$\gamma = \frac{D}{2} + h \tan(\alpha), \quad (6.3)$$

où  $D$  est le diamètre sous la tête de la vis,  $h$  est l'épaisseur de la poutre et  $\alpha$  est l'angle de décroissance de la contrainte.

Après avoir décrit l'assemblage par ses états de surface et par les profils de contraintes, il est nécessaire de choisir des modèles d'efforts des bosselés suivant la direction normale, sous-section 6.3.2, comme tangentielle, sous-section 6.3.3.

## 6.3.2 Efforts normaux : Modèle de Hunt et Crossley

### 6.3.2.1 Description du modèle

L'interpénétration d'une aspérité sur une autre, pour de petits déplacements relatifs, peut être décrite à partir de la théorie du contact de Hertz [77]. Le modèle de Hunt et Crossley [69] qui est ici choisi combine une raideur décrite par la théorie de contact de Hertz et une dissipation d'énergie. L'expression de l'effort normal  $f_N$  associé à une paire de bosselés est

$$f_N = k_N \delta_N^n \left( 1 + \frac{3(1-c_r)}{2} \frac{\dot{\delta}_N}{\dot{\delta}_{N,0}} \right), \quad (6.4)$$

avec  $k_N$ , la raideur de contact,  $c_r$  un coefficient de restitution et  $\dot{\delta}_{N,0}$ , la vitesse initiale avant impact d'une demi-sphère sur une autre.  $\delta_N$  représente l'interpénétration au cours du temps d'un bosselé sur un autre, égale à la différence des déplacements transverses entre les deux poutres. L'exposant  $n$  est déterminé suivant les propriétés matériaux et géométriques de la zone en contact entre les deux aspérités. Usuellement, cet exposant est fixé à  $\frac{3}{2}$  [62]. Pour deux bosselés isotropes en contact, la raideur associée est une fonction qui dépend du rayon du bosselé ainsi que de ses propriétés matériaux [54]

$$k_N = \frac{4}{3} E^* \sqrt{R^*}, \quad (6.5)$$

où  $R^* = \left( \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j} \right)^{-1}$  représente le rayon réduit et  $E^* = \left( \frac{1-\nu_i^2}{E_i} + \frac{1-\nu_j^2}{E_j} \right)^{-1}$ , le module d'Young réduit,  $R_i$ , le rayon,  $\nu_i$ , le coefficient de Poisson,  $E_i$ , le module d'Young de la demi-sphère  $i$ . Sans déperdition énergétique, le coefficient de restitution vaut alors 1 et l'effort de dissipation devient nul. Une application du modèle de Hunt et Crossley avec une représentation paramétrique de deux bosselés en contact normal est donné en Figure 6.2.

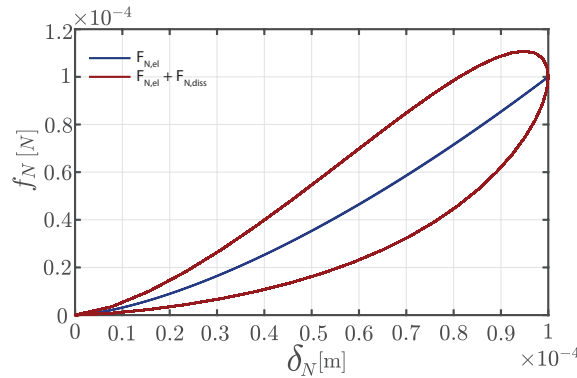


FIGURE 6.2 – Effort normal de Hunt et Crossley (courbe rouge foncée) avec un coefficient de restitution de 0.5 et une raideur choisie arbitrairement à  $100 \text{ N/m}^{2/3}$  et la contribution purement élastique (courbe bleue foncée)

### 6.3.2.2 Linéarisation du modèle

Dans le cas de deux poutres assemblées par une liaison boulonnée, il y a constamment une contrainte statique qui écrase les deux bosselés entre eux. L'effort normal dynamique varie autour d'un effort  $f_S$  qui est la résultante de la charge statique  $N_0$  appliquée à une paire de bosselés. Deux hypothèses sont alors considérées. La dissipation associée aux micro-déplacements normaux est négligée par rapport à la dissipation liée aux micro-déplacement longitudinaux [75]. Le coefficient de restitution est donc supposé égal à 1. D'autre part,

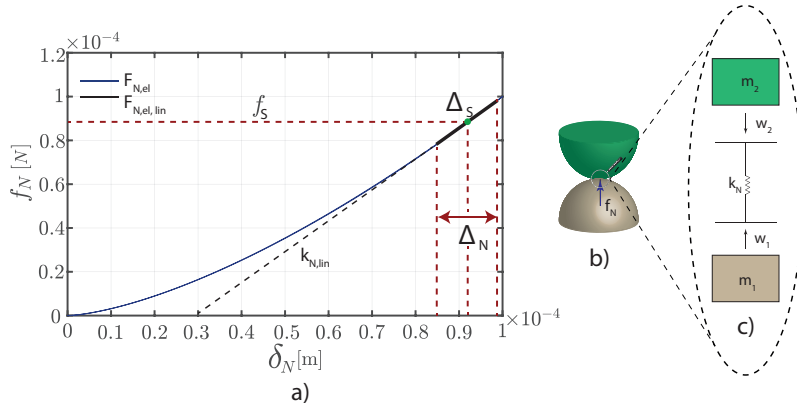


FIGURE 6.3 – a) Linéarisation du modèle de Hunt et Crossley où seul le contact purement élastique est pris en compte (courbe bleue foncée) et pour laquelle, du fait de la précharge statique, l'effort normal varie faiblement autour d'une valeur  $f_S$  (courbe noire); b) Paire de bosselés; c) Représentation schématique du contact normal entre les deux bosselés après linéarisation du modèle.

l'effort normal varie autour de la valeur statique et dans une plage suffisamment réduite pour linéariser le modèle de Hunt et Crossley, comme représenté sur la Figure 6.3.

L'interpénétration statique est obtenue suivant la valeur de la charge statique appliquée à une paire de bosselés dont l'expression est

$$f_S = \frac{L_p}{2R} N_0 \tau(x) + f_p, \quad (6.6)$$

où  $R$  est le rayon du bosselé et  $L_p$  est la zone de partage entre les deux poutres.  $f_p$  est l'effet de pesanteur pris en compte en déterminant la force statique exercée par un bosselé sur un autre. Cet effort vaut  $f_p = \rho 2R h^{(d)} b^{(d)}$  où le script  $d$  correspond à la poutre associée. L'interpénétration statique est obtenue à partir du modèle de Hunt et Crossley

$$\Delta_s = \left( k_N^{-1} f_S \right)^{-n}. \quad (6.7)$$

Comme indiqué à la Figure 6.3, l'effort normal varie autour d'une valeur statique, dans la plage  $[f_S(1 - \epsilon); f_S(1 + \epsilon)]$  avec  $\epsilon \ll 1$ . La loi de Hunt et Crossley, une fois linéarisée, devient

$$f_{N,lin} = k_{N,lin} \Delta_N, \quad (6.8)$$

où  $k_{N,lin}$  vaut

$$k_{N,lin} = \frac{\partial f_N}{\partial \delta_N} = n k_N \Delta_S^{n-1}. \quad (6.9)$$

### 6.3.3 Effort longitudinal : Modèle de Mindlin-Dahl

#### 6.3.3.1 Description du modèle

Le choix s'est porté sur un modèle de Mindlin-Dahl [123] ayant une implémentation numérique simple et satisfaisant la règle de Masing [101]. Le modèle est associé aux travaux de Cattaneo modélisant le contact entre deux corps élastiques [26] par une contribution normale statique  $f_S$  avec un effort tangentiel  $f_T$  augmentant progressivement vers une valeur maximale à  $f_T^*$ . Mindlin a étendu ce problème avec un effort oscillant entre deux valeurs extrêmes  $\pm f_T^*$  qui sont obtenues directement à partir de la loi de Coulomb avec  $f_T^* = \mu f_S$  où  $\mu$  est le coefficient de friction [109]. Durant la phase de chargement d'un

corps sur un autre, Mindlin et Cattaneo ont mis en évidence que la zone de contact peut se stratifier en deux zones : une d'adhérence et une de glissement. La zone d'adhérence, de rayon  $c$ , est entourée d'une zone de glissement  $d$ . Cette stratification est appelée la couronne de Cattaneo [26] comme montré en Figure 6.4.

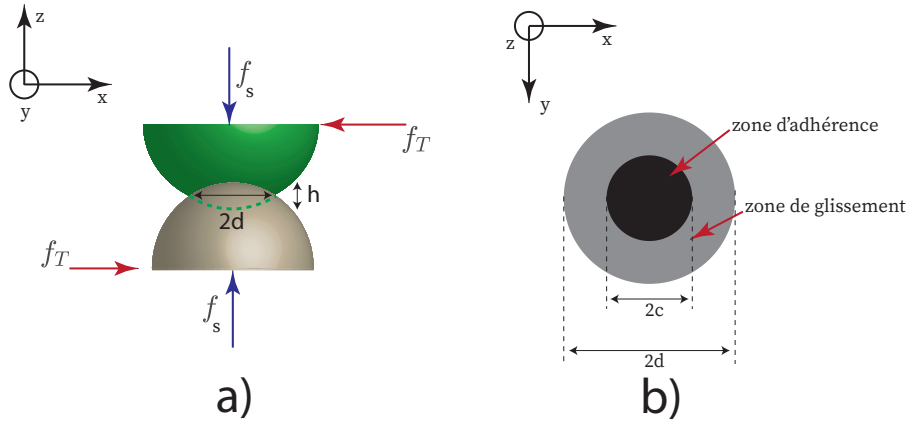


FIGURE 6.4 – a) Interpénétration de deux demi-sphères; b) Stratification de l'aire de contact entre les deux corps élastiques

Les zones de glissement et d'adhérence sont reliées aux efforts normaux et tangentiels. Le rapport d'adhésion peut ainsi être relié suivant ces efforts par la relation suivante

$$\frac{c}{d} = \left(1 - \frac{f_T}{\mu f_S}\right)^{\frac{1}{3}}, \quad (6.10)$$

où  $d = \sqrt{2R^*h - h^2}$  avec  $h = \left(\frac{3f_S}{4E^*\sqrt{R^*}}\right)^{\frac{2}{3}}$ , l'interpénétration de deux demi-sphères. L'effort tangential ne peut pas dépasser une valeur  $\mu f_S$  à partir de laquelle, suivant la loi de Coulomb, la zone d'adhérence devient nulle ce qui correspond à la phase de macro-glissement. Pour toute autre valeur inférieure à  $\mu f_S$ , on parle de micro-glissement. Les variations de l'effort  $f_T$  aboutissent à considérer un cycle d'hystérésis représenté sur la Figure 6.5.

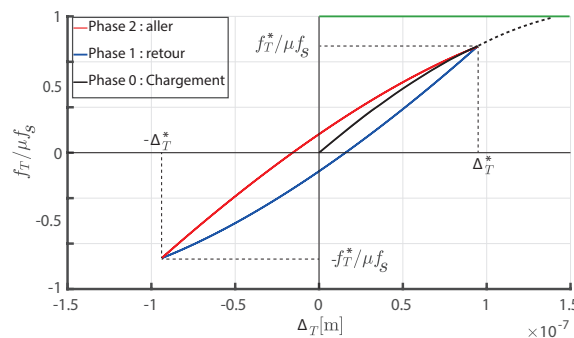


FIGURE 6.5 – Évolution du chargement tangential appliqué aux bosselés

La Figure 6.5 décrit l'évolution du chargement tangential en fonction du micro-déplacement  $\Delta_T$  qui se divise en trois principales phases. La première est celle du chargement initial (courbe noire) qui suit la loi de Masing, le long de la courbe de *backbone* [101]. Ensuite, le cycle passe successivement de la phase retour (courbe bleue) à la phase aller (courbe rouge). Un seuil (ligne verte) est appliqué, suivant la loi de Coulomb. Le micro-déplacement tangential est décrit à l'aide d'un modèle

$$\Delta_T(t) = \lambda \Delta_{T,c} T(t), \quad (6.11)$$

où  $\Delta_{T,c} = \frac{3\mu f_S(1+\epsilon)}{16G^*d}$  est le déplacement longitudinal critique,  $T(t) = e^{-j\omega t}$  est la forme temporelle du micro-déplacement tangentiel et  $G^* = \frac{2-\nu_1}{G_1} + \frac{2-\nu_2}{G_2}$ , le module de cisaillement réduit de deux corps ayant des caractéristiques élastiques différentes.  $\lambda$  est un facteur adimensionnel. Le macro-glissement est atteint pour  $\lambda > 1$  correspondant à la limite d'adhérence. En prenant la définition du micro-déplacement tangentiel et en l'injectant dans la définition de l'effort de Mindlin [110], il vient

$$f_{T,0} = \mu f_S \left[ 1 - \left( 1 - \lambda \frac{\Delta_T}{\Delta_{T,c}} \right)^{3/2} \right], \quad (6.12)$$

et pour l'aller

$$f_{T,1} = \mu f_S \left[ 1 - (1 - \lambda)^{3/2} - 2 \left( 1 - \frac{1}{2} \left[ \frac{\Delta_T}{\Delta_{T,c}} + 2 - \lambda \right]^{3/2} \right) \right]. \quad (6.13)$$

La définition de l'effort en retour  $f_{T,2}$  est obtenue par application du principe d'action-réaction avec  $f_{T,2} = -f_{T,1}$ . Le chargement initial n'est pas pris en compte considérant la précharge statique apportée par la liaison boulonnée. En reprenant la définition des zones de contact, Équation 6.10 et en appliquant la relation Équation 6.12, il est alors possible de relier le facteur adimensionnel  $\lambda$  aux aires de contact par la relation suivante

$$\frac{c}{d} = \sqrt{1 - \lambda}. \quad (6.14)$$

En adhérence totale, la zone d'adhérence de rayon  $c$  couvre l'entièreté de la zone de contact entre les deux corps élastiques et le facteur adimensionnel  $\lambda$  est nul. Ce paramètre, et donc les états d'adhérence, est relié au niveau d'excitation injecté au système. Il n'y a cependant pas de loi permettant de relier ces deux paramètres. L'une des approches les plus directe, mais difficile à mettre en place, serait un recalage avec des données expérimentales en faisant varier le niveau d'excitation. Afin d'intégrer cette modélisation des efforts tangentiels au modèle modal développé dans le chapitre 2, il est nécessaire de le linéariser en calculant une raideur et un amortissement équivalents.

### 6.3.3.2 Linéarisation du modèle

Il est proposé de calculer une raideur et un amortissement induits pour une valeur de  $\lambda$ . Plus précisément, la raideur tangentielle est obtenue en calculant le coefficient directeur de la courbe *backbone*, en partant d'une droite équivalente entre 0 et une valeur de micro-glissement maximale. Ainsi, cette linéarisation a une erreur qui augmente à mesure que le micro-glissement augmente (jusqu'à  $\lambda = 1$ ). En état de micro-glissement, la raideur tangentielle vaut

$$k_T|_{\lambda>0} = \frac{16d}{3G^*} \frac{[1 - (1 - \lambda)^{3/2}]}{\lambda}. \quad (6.15)$$

Pour un état d'adhérence complet, la raideur tangentielle est alors obtenue avec un développement limité

$$k_T|_{\lambda=0} = \frac{8d}{G^*}. \quad (6.16)$$

La dissipation ou amortissement induit par la friction en situation de micro-glissement est quantifiable en déterminant l'aire du cycle d'hystérésis. En calculant l'énergie du cycle d'hystérésis, il vient

$$\eta_T = \frac{E_{diss}}{2\pi E_p}, \quad (6.17)$$

où  $E_p$  est l'énergie potentielle maximale au cours d'un cycle d'hystérésis avec  $E_p = \frac{1}{2} f_T^* \Delta_{T,c}$  et  $E_{diss}$  et l'énergie dissipée au cours d'un cycle

$$E_{diss}|_{\lambda \leq 1} = \oint_{-\lambda\delta_c}^{\lambda\delta_c} f_T(\Delta_T) d\Delta_T. \quad (6.18)$$

Il est à noter que l'amortissement ne dépend pas de l'effort normal appliqué aux bosselés mais uniquement du ratio d'adhésion. L'amortissement est obtenu numériquement par méthode des trapèzes. En revanche, la raideur d'adhésion longitudinale dépend à la fois du rapport d'adhésion, par le biais de  $\lambda$ , et de la charge normale statique. La linéarisation du modèle non-linéaire permet de réduire le cycle d'hystérésis à deux paramètres de liaison. En Figure 6.6, les bosselés en contact tangentiel sont approchés par une raideur et un amortissement induits qui dépendent du ratio des aires de contact. Lorsque les surfaces de contact entre les deux bosselés sont en adhérence totale, la raideur d'adhérence  $k_T$  est maximale et l'amortissement est minimal et vaut l'amortissement du matériau. Il est désormais proposé d'étudier l'impact de la variation des aires de contact sur le comportement vibroacoustique de poutres assemblées.

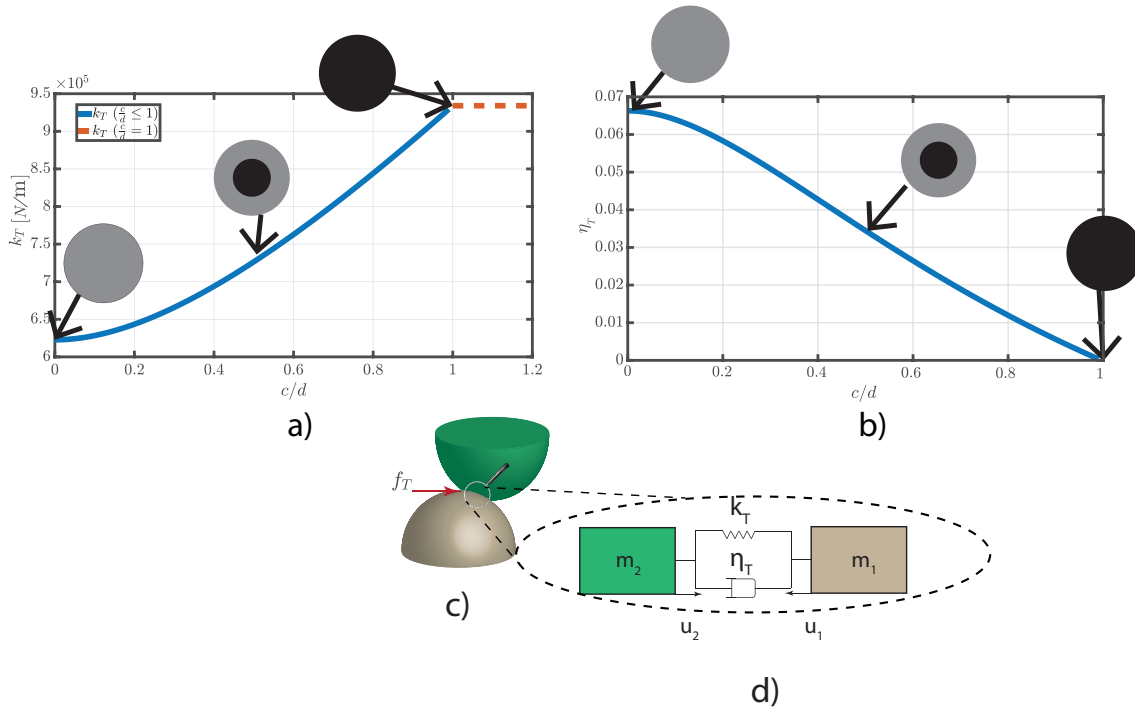


FIGURE 6.6 – a) Raideur tangentielle en fonction du ratio des aires de contact de Cattaneo ; b) Amortissement en fonction du ratio des aires de contact de Cattaneo ; c) Représentation de deux bosselés ; d) Équivalence schématique

## 6.4 Étude de la variation du rapport d'adhésion sur le comportement vibroacoustique de la structure assemblée

### 6.4.1 Motivations

Dans cette section, la liaison est remplacée par une distribution de raideurs et d'amortissements qui dépendent des aires de contact. L'hypothèse majeure prise en compte dans

cette section est que le rapport d'adhésion  $c/d$  ne varie pas sur toute la zone de partage. Ainsi, il est considéré que la contribution statique apportée par la liaison boulonnée, par l'intermédiaire du couple de serrage, n'a pas d'incidence sur le rapport d'adhésion. Cette hypothèse est une forte simplification. Le but est de caractériser l'influence du rapport d'adhésion sur le comportement vibroacoustique de la structure assemblée.

#### 6.4.2 Définition des efforts sur une paire de bosselés

L'assemblage de poutres restant le même que celui des chapitres précédents, les équations du mouvement en flexion, Équation 2.4 et en traction-compression, Équation 2.2 restent inchangées. Lorsque deux bosselés se compriment l'un envers l'autre, il faut considérer une distribution d'efforts normaux élastiques dont l'expression est

$$\mathcal{F}_N = \sum_k^{L_p/2R} k_{N,lin}(x) \Delta_N(x) \delta(x - x_k). \quad (6.19)$$

La distribution d'efforts longitudinaux dépend directement de l'adhérence d'un bosselé sur l'autre. Ainsi, la raideur et le facteur de perte dépendent du paramètre  $\lambda$

$$\mathcal{F}_T = \sum_k^{L_p/2R} k_T(x) (1 + j\eta_T) \Delta_T(x) \delta(x - x_k). \quad (6.20)$$

Le micro-déplacement est le résultat du décalage d'un bosselé par rapport à l'autre. Suivant l'hypothèse fondamentale que le rapport d'adhésion soit constant sur toute la zone de partage, quelle que soit la contrainte normale statique appliquée localement, seule la raideur varie suivant la position  $x$ . Le facteur de perte reste constant pour un rapport  $c/d$ . Du fait de la différence de position des fibres neutres de l'assemblage de poutre, un effet de bras de levier est également à prendre en compte

$$\mathcal{M}^{(d)} = \frac{h^{(d)}}{2} \sum_k^{L_p/2R} k_T(x) (1 + j\eta_T) \Delta_T(x) \delta'(x - x_k). \quad (6.21)$$

La Figure 6.7 est une application de la variation du rapport d'adhésion et de son influence sur les propriétés de raideur et d'amortissement des surfaces en contact. L'objectif est de voir si ce rapport a un impact macroscopique sur le comportement vibroacoustique de la structure assemblée. En Figure 6.7 a), un assemblage de deux poutres est représenté avec un zoom grossier sur les aspérités de surface, schématisées par des bosselés. La raideur normale est représentée en Figure 6.7 b). Celle-ci ne dépend que de l'effort presseur statique appliqué localement à chaque bosselé. Il y a un maximum de raideur au niveau de la tête de vis puis celle-ci diminue progressivement jusqu'à être proche de 0, dans les zones plus éloignées de la vis. De la même manière, la raideur tangentielle est représentée en Figure 6.7 c). Du fait qu'elle dépende à la fois du rapport d'adhésion et de l'effort presseur, celle-ci est représentée dans un plan 2D. Tout comme la raideur normale, sa valeur est maximale sous la tête de vis avant de devenir proche de 0 à l'extérieur de la tête de vis. En augmentant progressivement le rapport d'adhésion, d'un état de glissement total  $c/d = 0$  à un état d'adhésion totale  $c/d = 1$ , la raideur tangentielle augmente progressivement jusqu'à une valeur proche de la raideur normale. Dans plusieurs travaux, ces raideurs sont d'ailleurs considérées comme identiques [87, 86].

#### 6.4.3 Variation du rapport d'adhésion à couple de serrage constant

L'assemble est composée de deux poutres en différence de ligne neutre, dont l'une a une longueur de 0.6 m et l'autre 0.4 m, pour une section rectangulaire de 1 cm de hauteur



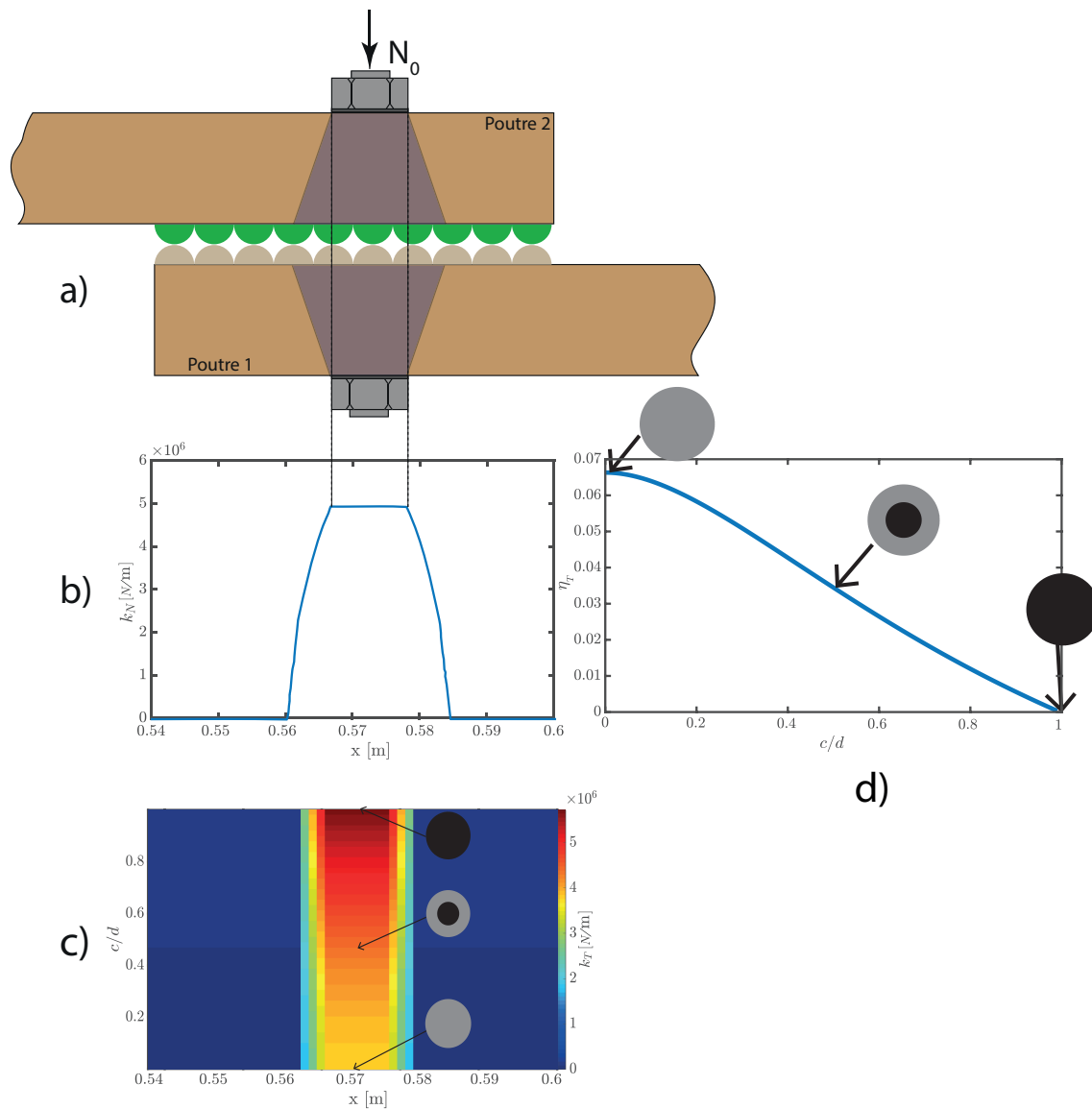


FIGURE 6.7 – a) Assemblage des deux poutres; b) Évolution de la raideur normale suivant la position dans la zone de partage; c) Évolution de la raideur tangentielle suivant la position dans la zone de partage; d) Évolution du facteur de perte tangentielle suivant la position dans la zone de partage

et 2 cm de largeur. La zone de partage est de 5.2 cm entre les deux poutres et la vis est en M4 avec un couple de serrage de 2.82 N.m (inox A2, classe 8.8), un pas de filetage de 0.7 mm, un diamètre de fût de vis de 3.545 mm et un coefficient de frottement de filetage de 0.15. L'assemblage excité par un effort excitateur local en flexion à l'extrémité libre de la première poutre et dont les champs de vitesse en flexion  $j\omega w$  et traction  $j\omega u$  sont obtenues au même point. La puissance acoustique est également calculée. La méthodologie du calcul de cette grandeur est en chapitre 2. Le rapport d'adhésion varie entre 0 et 1 sur 50 itérations, ce qui conduit aux résultats représentés sur la Figure 6.8.

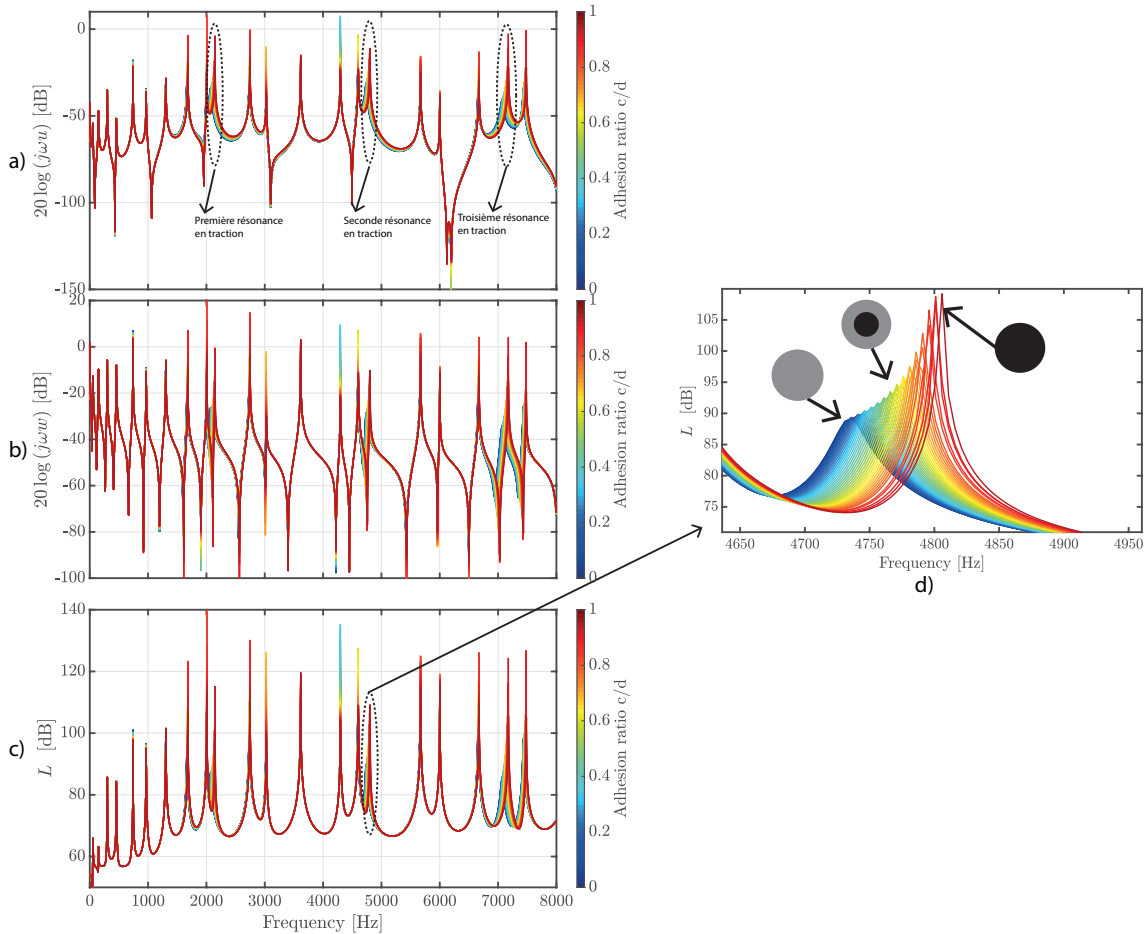


FIGURE 6.8 – a) Réponses de la vitesse en longitudinale en faisant varier le rapport d'adhésion de 0 à 1 sur 50 itérations ; b) Même chose pour la vitesse en flexion ; c) Même chose pour le niveau de puissance acoustique rayonné ; d) zoom sur le niveau de puissance acoustique rayonné par la deuxième résonance en traction

Globalement, la variation du rapport d'adhésion a un impact négligeable sur les résonances transversales comparé à celui des résonances longitudinales (présentent vers 2200, 4800 et 7000 Hz). Plus le rapport d'adhésion diminue et plus la fréquence et l'amplitude de la résonance diminuent, ce qui se traduit par un niveau de puissance acoustique plus faible (voir Figure 6.8 d)). Ces tendances sont typiques d'un effet non-linéaire, couramment étudiés [122, 30, 44], à savoir l'assouplissement de la structure en fonction de la précontrainte. Plus celle-ci augmente et plus l'amortissement induit augmente tandis que la raideur diminue, décalant les réponses vers les basses fréquences avec une amplitude de plus en plus réduite. En adhérence totale, l'assemblage a tendance à davantage rayonner, surtout pour les réponses longitudinales dont les paramètres de raideur et d'amortissement dépendent du rapport d'adhésion.

## 6.5 Étude de l'impact du couple de serrage sur le comportement vibroacoustique de la structure assemblée

### 6.5.1 Paramètres physiques du modèle

Dans cette partie, il est proposé de ne plus considérer que le rapport d'adhésion  $c/d$  soit constant sur toute la zone de partage. En effet, plusieurs travaux [40, 60] montrent que les paramètres de raideur et d'amortissement équivalents des bosselés dépendent de la position dans la zone en contact par rapport à la liaison boulonnée. Lors du contact d'un bosselé sur un autre, le micro-déplacement longitudinal est fortement réduit dans les zones où la pression de contact est élevée (sous la tête de vis) et est bien plus important à l'extérieur, là où la pression est relativement faible. Ainsi, dans la zone de la tête de vis, la dissipation est minimale, la rigidité est maximale et l'adhérence est totale ( $c/d = 1$ ). Dans la zone extérieure à la vis, la dissipation est maximale et les rigidités sont minimales ( $c/d = 0$ ). Suivant ces hypothèses, le ratio d'adhésion est variable suivant la position de la paire de bosselés dans la zone de partage. Il est nécessaire de redéfinir les efforts suivant la direction considérée.

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{F}_N = \sum_k^{L_p/2R} k_{N,lin}(x) \Delta_N(x) \delta(x - x_k), \\ \mathcal{F}_T = \sum_k^{L_p/2R} k_T(x) (1 + j\eta_T(x)) \Delta_T(x) \delta(x - x_k), \\ \mathcal{M}^{(d)} = \frac{h^{(d)}}{2} \sum_k^{L_p/2R} k_T(x) (1 + j\eta_T(x)) \Delta_T(x) \delta'(x - x_k). \end{array} \right. \quad (6.22)$$

A la différence des efforts obtenus en section ??, les propriétés de raideur et d'amortissement dépendent de la position des paires de bosselés dans la zone en contact. La Figure 6.9 reprend l'évolution des paramètres de liaison pour un couple de serrage nominal de la vis M4. La Figure 6.9 a) est une vue de l'assemblage avec le ratio d'adhésion qui varie dans la zone de partage. Les Figure 6.9 b), c) et d) sont respectivement les évolutions de la raideur normale, longitudinale et du facteur de perte longitudinale en fonction de la position dans la zone de partage avec les hypothèses prises en considération précédemment. Le rapport d'adhésion n'est plus un paramètre ajustable comme dans la section 6.4, mais dépendant de la charge statique apportée à chaque bosselé  $f_S$ .

La section qui suit propose une étude paramétrique où varie le couple de serrage, afin d'évaluer son influence sur le comportement vibroacoustique de la structure assemblée.

### 6.5.2 Variation du couple de serrage

Suivant le même assemblage et les mêmes conditions d'excitation et de mesure qu'en section 6.4, le couple de serrage varie de 50 % à 100 % de la valeur nominale de la vis M4, sur 50 itérations. En dessous de 50 %, des phénomènes fortement non-linéaires tels que les chocs dus au décollement puis recollement des surfaces attenantes sont possiblement présents. Il est donc décidé de rester à des valeurs de couple suffisamment élevées pour éviter ces phénomènes et rester dans le cadre de faibles non-linéarités. Les résultats sont présentés en Figure 6.10.

La variation du couple de serrage entraîne un décalage en fréquence des résonances interprété comme un assouplissement de l'assemblage à mesure que le couple de serrage diminue. Ce résultat est mis en évidence avec un zoom effectué sur une résonance (voir Figure 6.10 d)), de nature principalement de traction vers 6900 Hz où la réduction du couple de serrage entraîne une diminution de l'amplitude des résonances. Il serait intéressant

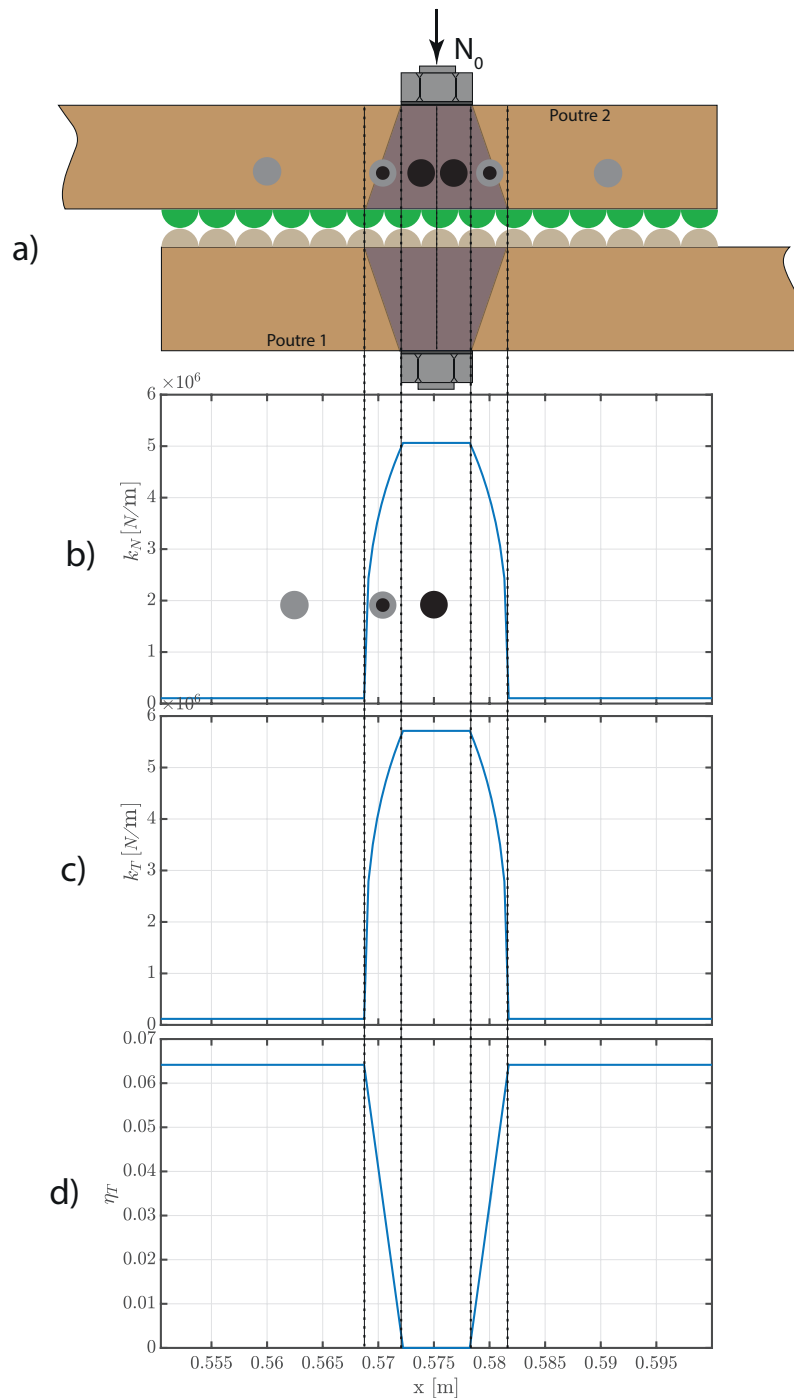


FIGURE 6.9 – a) Assemblage des deux poutres et visualisation des états d'adhérence suivant la position dans la zone de partage; b) Évolution de la raideur normale le long de la zone de partage; c) Évolution de la raideur tangentielle le long de la zone de partage; d) Évolution du facteur de perte dans la direction longitudinale le long de la zone de partage

de faire valider ces résultats avec une approche expérimentale. Cependant, le manque de temps a contraint l'étude à rester dans un cadre théorique.

Structurellement, la perte de raideur n'entraîne que peu de variation dans le comportement vibroacoustique de la structure assemblée. Ce résultat n'est pas étonnant considérant la plage de variation du couple de serrage où, même à 50 %, la liaison boulonnée permet

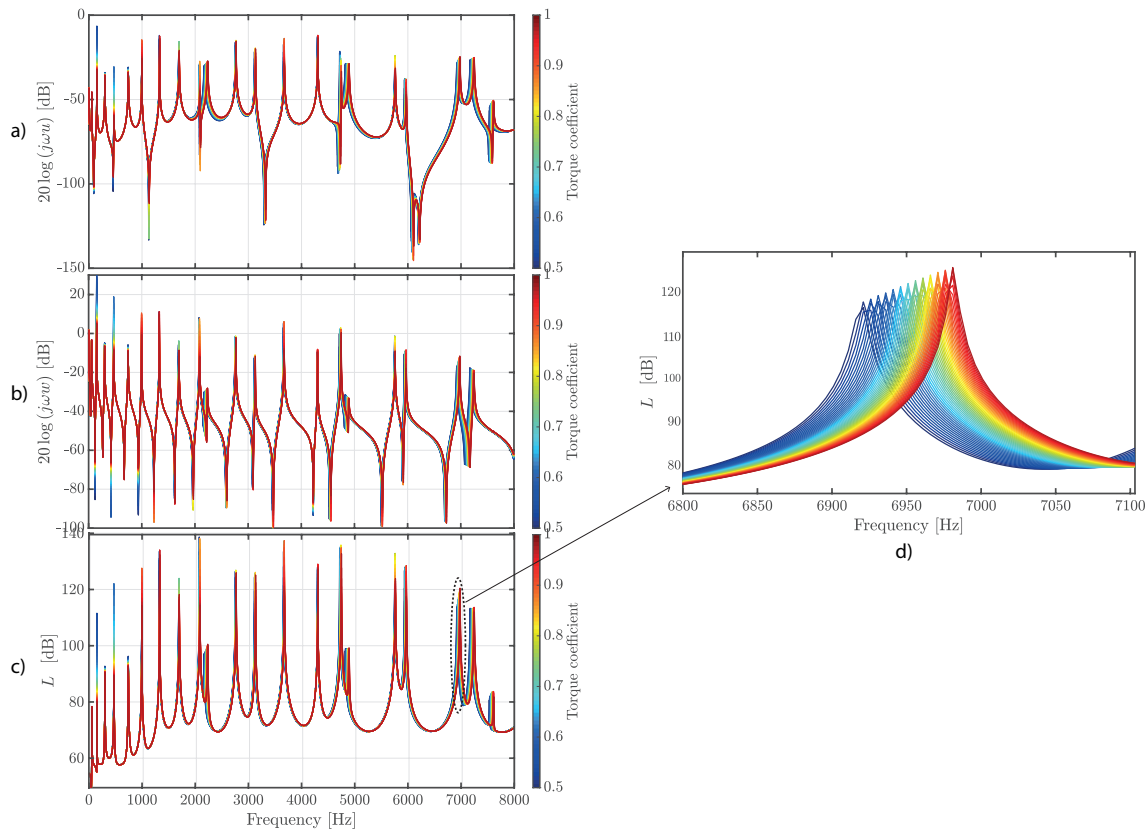


FIGURE 6.10 – a) Réponses de la vitesse longitudinale en faisant varier le couple de serrage de 50 % à 100 % sur 50 itérations en excitant la structure par une excitation locale en flexion en  $x = 0$  et en mesurant au même point ; b) Même chose pour la flexion ; c) Même chose pour le niveau de puissance acoustique rayonné ; d) zoom effectué sur le niveau rayonné par la troisième résonance en traction

de suffisamment relier dynamiquement les deux poutres. De plus, la faible variation de la position fréquentielle des réponses indique que, quelque soit le couple de serrage, il n'y aura pas d'hybridation des réponses entraînant certaines à devenir bien plus rayonnantes.

## 6.6 Conclusion

Ce chapitre propose une application de la méthode modale sur un assemblage de poutres reliées par une liaison boulonnée de type M4 et pour laquelle, de faibles non-linéarités sont prises en compte, notamment le phénomène de friction. Deux études paramétriques ont été menées dont la première considère que le rapport d'adhésion  $c/d$  est constant sur toute la zone de partage. Cette étude a permis de mettre en évidence que la linéarisation permet de capturer des effets généralement attribués à des non-linéarités comme le décalage progressif des réponses vers les basses fréquences avec une amplitude de moins en moins importante. En effet, plus la zone d'adhérence entre bosselés est réduite, plus la paire dissipe et devient moins raide. L'assemblage a alors tendance à s'assouplir. Cependant, l'hypothèse de rapport d'adhérence constant contredit certaines observations expérimentales dont [40, 60] faisant état d'un amortissement plus important là où les zones de pression sont faibles (dans les bords de la zone de partage). En partant de ces conclusions, une seconde étude paramétrique sur le couple de serrage a été mise en oeuvre en considérant que le rapport  $c/d$  est proche de 1 sous la tête de vis (adhérence importante) et proche de 0, bien à l'extérieur de la vis (début de macro-glissement). Le but de cette étude est de voir quel est l'influence du desserrage progressif de la liaison boulonnée sur le comportement vibroacoustique de la

structure assemblée. Ainsi, plus le couple de serrage tend vers sa valeur nominale et plus le système se rigidifie sans pour autant rendre la structure moins dissipative.

Cependant, plusieurs limites sont à prendre en compte dans cette approche. Tout d'abord, bien que le modèle tribologique soit simple, celui-ci nécessite la connaissance des paramètres géométriques des aspérités, à l'aide, par exemple, de relevés tridimensionnels des contacts entre les surfaces attenantes [122]. Concernant le modèle de contact tangentiel, celui-ci est relié à l'aire de contact  $c/d$ . Dans de nombreux travaux, l'amplitude de l'excitation apportée au système apporte des non-linéarités importantes [30, 44, 1]. Il serait ainsi intéressant de proposer une loi permettant de relier le paramètre  $\lambda$  à l'amplitude de l'excitation par une approche expérimentale. De même, en utilisant des modèles tribologiques plus élaborés, d'autres phénomènes non-linéaires pourraient être étudiés à partir de la méthodologie d'approche modale présentée dans ces travaux.

La méthodologie présentée durant ce chapitre a mis en évidence que la prise en compte de l'interaction de surface en contact des deux poutres est nécessaire car celle-ci influe sur la réponse de l'assemblage. Au cours du projet au sein de Renault, cette mise en évidence a été utilisée sur l'assemblage des deux carters, cylindrique et d'huile. Initialement, ces deux sous-structures sont assemblées à l'aide de dix liaisons boulonnées. Une description de ces représentations est faite en section 1.1. Une étude de recalage a été réalisée en Figure 1.1 et a mis en évidence que la finesse de modélisation des liaisons ne permet pas d'avoir une bonne corrélation avec les essais expérimentaux. En effet, à moyenne et haute fréquence, le niveau moyen des fonctions de transfert co-localisées a tendance à décrocher de celui obtenu pour la réponse expérimentale. En effet, malgré le fait d'avoir raffinée la modélisation des liaisons, cela ne permet pas de rehausser le niveau moyen des réponses. L'une des pistes a donc été de prendre en compte l'interaction des surfaces en contact, comme dans ce chapitre, en partant sur un collage par des éléments "glue" [113]. La nouvelle représentation est donnée en Figure 6.11.

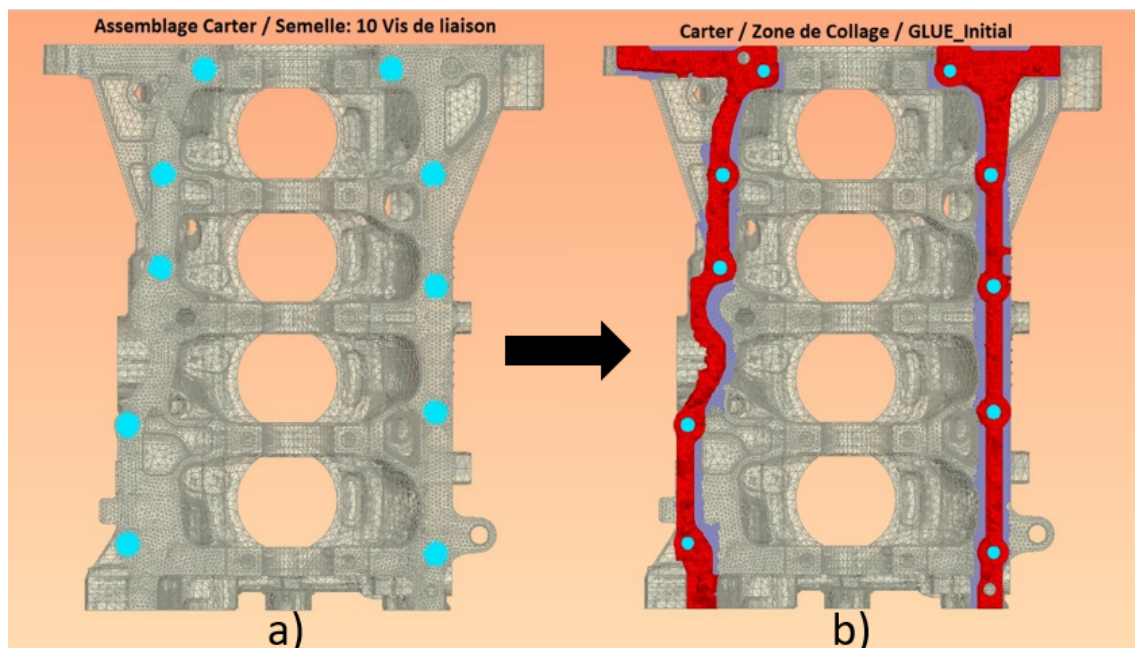


FIGURE 6.11 – Représentation d'un modèle par éléments finis. a) Vu du dessous de l'assemblage entre les carters cylindre et huile avec une fixation par 10 liaisons boulonnées (éléments bleus); b) Même assemblage avec une zone de collage sur toute la zone de partage entre les deux sous-structures (éléments rouges)

Ainsi, les degrés de liberté des noeuds en contact les uns aux autres dans la zone de partage sont reliés par une considération de noeuds maître/esclave [113]. Les résultats sur la fonction de transfert co-localisée sont décrits en Figure 6.12.

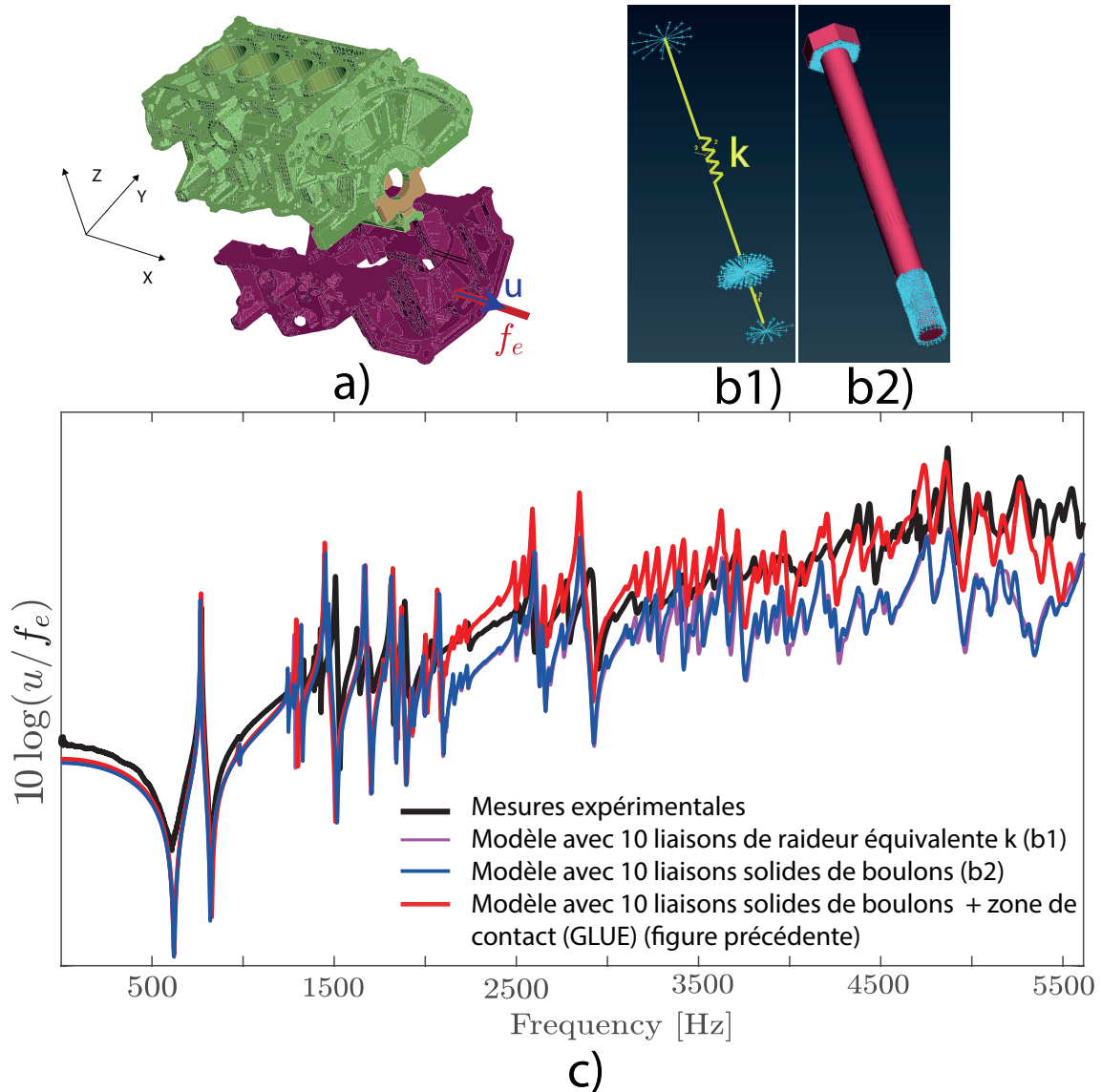


FIGURE 6.12 – Exemple de modélisation de la réponse vibratoire d'un assemblage de deux carters d'un moteur automobile (GMP). a) Vue 3D des carters et de l'excitation considérée; b) Représentation des éléments de liaison décrits dans les modèles 1 et 2; c) Mesure expérimentale (courbe noire) confrontée aux résultats numériques obtenus avec le modèle éléments finis avec la représentation des 10 liaisons boulonnées à raideur équivalente (courbe mauve), avec les 10 liaisons boulonnées en modèle solide (courbe bleue) et en prenant en compte la zone de partage entre les deux sous-structures par collage (6.11, courbe rouge)

Par cette modélisation décrite en Figure 6.12, les vibrations du carter d'huile, lorsque celui-ci est excité, sont correctement transmises au carter cylindrique. En effet, le niveau moyen à moyenne et haute fréquence remonte à des niveaux proches de ceux obtenus par la mesure expérimentale. Par cet exemple, on met bien en évidence qu'il est nécessaire de bien modéliser le contact entre les sous-structures. Une amélioration serait désormais de prendre en compte la variation de la raideur et du facteur de perte suivant la position dans la zone de partage en regard les hypothèses prises dans ce chapitre.

# Chapitre 7

## Conclusions et perspectives

### 7.1 Conclusions

Les travaux développés dans cette thèse ont permis d'élaborer une démarche de caractérisation de l'influence des propriétés de liaison sur le comportement vibro-acoustique d'un assemblage de poutres.

Dans un premier temps, la problématique de cette étude est posée au chapitre 1 en mettant en évidence que seule la finesse de modélisation d'une liaison n'est pas suffisante pour correctement décrire la dynamique et donc le rayonnement d'un assemblage. En effet, il est nécessaire de prendre en compte l'interaction entre les surfaces en contact des sous-structures. Ainsi, après avoir décrit les principaux objectifs de la thèse, une description non-exhaustive d'études sur les liaisons est faite afin de définir quelle méthode de prise en compte des propriétés de liaison dans la dynamique de l'assemblage est la plus apte à être utilisée dans ces travaux. Plusieurs représentations de liaison sont également citées autour des patches viscoélastiques linéaires et des liaisons boulonnées incluant des phénomènes non-linéaires comme la friction des interfaces. Les approches présentées sont souvent déconnectées de celles utilisées en vibro-acoustique. Cela révèle la nécessité de proposer des approches alternatives capables d'intégrer à la fois la description de liaisons, elles-mêmes, mais aussi la dynamique des structures qu'elles assemblent.

Une méthodologie de prise en compte de la liaison et de ses propriétés de raideur et de dissipation est mise au point au chapitre 2 afin d'évaluer son influence sur le rayonnement d'un assemblage. Deux poutres sont ainsi reliées entre elles par un patch viscoélastique sans contact sec avec une différence de position des fibres neutres afin de coupler les mouvements de traction et de flexion. La liaison est représentée par une distribution de liaisons mécaniques (raideur et amortissement) à l'aide de modèles de Kelvin-Voigt. Les équations du mouvement sont alors projetées, après application d'une condensation modale, dans les bases modales libres-libres des structures découplées dont l'intérêt et d'y accéder facilement expérimentalement. Les effets de la liaison sont ainsi décrits par une matrice de couplage intermodal. La puissance acoustique rayonnée est calculée à l'aide de l'intégrale de Rayleigh. Un rayonnement additionnel est ainsi considéré du fait des mécanismes de couplage de mouvement. La méthodologie a été présentée au congrès IMAC (Houston, USA) en 2020 [27].

Au chapitre 3, une étude sur le comportement de l'assemblage est réalisée en faisant varier le module d'Young de la liaison  $E_p$  et le facteur de perte  $\eta_p$ . Ces variations paramétriques ont permis de mettre en évidence des comportements typiques allant du quasi-découplage au couplage des mouvements incluant des mécanismes de conversion. La transition entre ces comportements typiques et son lien avec les paramètres de liaison est



analysée et révèle qu'un rayonnement significatif peut apparaître en raison de l'hybridation des mouvements provoquée par la liaison. Quelques résultats clés ont été présentés au cours du congrès Forum Acusticum (Lyon, France) en 2020 [28].

Afin de ne plus dépendre des conditions d'excitation à la structure, des outils de participation modale  $I_T$  et  $I_F$  sont développés au chapitre 4 sur la base de l'inverse de la rigidité dynamique de l'assemblage  $\kappa$  regroupant les caractéristiques modales des structures découplées ainsi que les propriétés de la liaison. Cette matrice fait office de signature intrinsèque de la liaison et met en évidence la contribution des modes résonants dans la dynamique de l'assemblage ainsi que la contribution des modes rayonnants sur son comportement vibro-acoustique.

Au chapitre 5, une démarche expérimentale a été mise au point en réalisant des essais de chocs par marteau sur un assemblage de poutres d'aluminium reliées par diverses patches viscoélastiques (résine époxy, colle néoprène...). Cette étude aura permis de caractériser l'hybridation de résonances en faisant varier progressivement la longueur de la première poutre et en observant une augmentation significative de l'amplitude d'une résonance en flexion. Les démonstrations expérimentales sont conformes aux prédictions fournies par le modèle modal ce qui donne du poids aux analyses et conclusions données aux chapitres précédents.

Enfin, au chapitre 6, une introduction à l'insertion de faibles non-linéarités est présentée en prenant en compte les phénomènes de friction des surfaces en contact dans un assemblage de poutres reliées par une liaison boulonnée. Après avoir décrit le modèle de contact utilisé et les lois de comportement associées, l'influence de plusieurs paramètres du modèle est vérifiée sur le comportement vibro-acoustique de la structure assemblée, notamment le rapport d'adhérence  $c/d$  et le couple de serrage  $C$ . Ainsi, certaines tendances non-linéaires couramment rencontrées dans la littérature ont pu être décrites à l'aide d'une méthode modale linéaire sur une large gamme de fréquence.

## 7.2 Perspectives

Une perspective immédiate de la thèse consiste en l'application des outils de modélisation développés au cas de structures industrielles de forme plus complexe que les poutres à caractère académique utilisées ici. Les caractéristiques modales de chaque structure découplée libre peuvent être obtenues par les outils commerciaux de simulations utilisant la Méthode des Éléments Finis (FEM).

Une autre perspectives directe du travail développé dans cette thèse concerne l'optimisation de la méthode de modélisation par projection modale en employant en plus des modes libre-libre des sous-structures des modes d'attache, permettant ainsi une accélération de la convergence [98].

L'utilisation des techniques de synthèse modale porte également un questionnement suscité lors de la soutenance de thèse avec Pr. Jacquet-Richardet. En effet, ces techniques se basent sur la réduction de type Ritz où un déplacement inconnu est supposé se décomposer sur une base de déplacements connus. Dans ce cas parler de modes n'a de sens physique que lorsque les déformées modales finales restent assez proches des déformées utilisées pour la projection. Dans le cadre de la synthèse modale la notion de mode s'éloigne généralement de la physique et ne peut constituer qu'une partie des déplacements nécessaires pour traduire correctement le comportement des sous structures assemblées. Alors parler de

la contribution de ces modes, et encore plus de leur contribution à l'amortissement final, est une notion qui sur le principe reste délicate à utiliser. Cela ne remet pas en cause l'intérêt de la synthèse modale qui est souvent utilisée en tant que technique de réduction, ni la pertinence de son utilisation pour interpréter le cas des liaisons souples. En revanche lorsque les liaisons deviennent plus fortes sa pertinence en tant qu'outil d'analyse doit être examinée au cas par cas.

Les conclusions portées sur le comportement vibro-acoustique de l'assemblage dépendent de l'excitation, suivant son amplitude et sa direction. Une méthodologie de prise en compte de l'influence de la position et de l'orientation d'un effort d'excitation sur le rayonnement acoustique de l'assemblage peut être faite, notamment avec l'utilisation d'outils comme la mobilité moyenne [38].

De la même manière, les outils de participation modale développés au chapitre 4 peuvent être étendus à d'autres travaux, au-delà des problématiques de liaison dans un assemblage. L'objectif est alors d'identifier un paramètre pouvant varier et ayant une influence sur la dynamique et le rayonnement de la structure associée. On peut par exemple citer le cas d'une poutre courbée où le paramètre qui varie est l'angle de courbure de cette poutre [21].

La caractérisation expérimentale de l'hybridation d'une résonance a été faite uniquement à partir de l'accélération mesurée sur un seul accéléromètre. Par la suite, cette caractérisation peut être poursuivie en déterminant des déformées opérationnelles de mouvements combinés en traction et en flexion en utilisant des méthodes non intrusives comme avec l'utilisation d'un vibromètre laser 3D [76] et par des méthodes pleins champs holographiques [106]. De la même manière, la caractérisation de l'hybridation peut être faite par la détermination du champ acoustique rayonné en effectuant les mesures dans des salles anéchoïques avec l'utilisation de micros ou en déterminant les déformées opérationnelles afin de retrouver la pression acoustique rayonnée.

Sur du plus long terme, des travaux pourraient être lancés sur la conception de liaisons privilégiant ou évitant des couplages de mouvements favorisant de l'hybridation de résonance ayant des propriétés intéressantes de rayonnement. Une stratégie sur l'élaboration de mécanismes non-linéaires peut être exploitée afin de casser les réciprocity de couplage de la flexion vers la traction et inversement ( $\mathbf{K}_{\phi\psi} \neq \mathbf{K}_{\psi\phi}$ ). Une autre stratégie peut être développée sur la base de liaisons utilisant la piézoélectricité dans le contrôle actif de la matrice inverse  $\kappa$ . Une perspective de ce travail serait de pouvoir piloter la conversion d'ondes aux interfaces. Enfin, l'étude modale peut être étendue à des méthodes non-linéaires comme la balance harmonique [89], des méthodes stochastiques [18] ou par une approche temporelle avec des schémas de Newmark [115] ou des méthodes de tirs [82] par exemple.



# Production Scientifique

## Article dans des revues internationales

- Chassang, J. B., Pelat, A., Ablitzer, F., Polac, L., Pezerat, C. *Influence of junction on the vibroacoustic behaviour of an assembled structure - application to two beams connected by stiffness and damping distribution*. Journal of Sound and Vibration, article envoyé.

## Communications dans des conférences internationales

- Chassang, J. B., Pelat, A., Ablitzer, F., Polac, L., Pezerat, C. (2021). Impact of Junction Properties on the Modal Behavior of Assembled Structures. In Dynamic Substructures, Volume 4 (pp. 127-130). Springer, Cham. (IMAC 2020, Houston, USA).
- Chassang, J. B., Polac, L., Ablitzer, F., Pelat, A., Pezerat, C. (2020, December). Impact of junction properties on the vibroacoustic behaviour of assembled structures. In e-Forum Acusticum 2020 (pp. 1135-1137). (FA 2020, Lyon, France).

## Communication dans des journées thématiques

Participations aux journées Jeunes Chercheurs en Acoustique-Vibration et Bruit (JJ-CAB), 14-15 nov. 2019, Besançon (France)



## Annexe A

# Évaluation des raideurs dynamiques inverses d'une résonance en flexion

La Figure A.1 est le résultat du suivi des inverses de raideur dynamique apporté à une résonance en flexion. Les caractéristiques de l'assemblage sont celles évoquées en section 3.2. La résonance s'hybride autour de  $E_p = 10^{-2}$  GPa du fait de la proximité fréquentielle avec une résonance en traction provoquant un couplage des modes [96]. Il y a ainsi 3 points identifiés, à partir desquels, l'inverse de la raideur dynamique est calculé. Le fait que les blocs hors-diagonaux aient des maxima du même ordre de grandeur que ceux des blocs diagonaux, indique que les deux poutres sont suffisamment couplées dynamiquement.

La visualisation de l'inverse de la raideur permet de devancer l'analyse forcée en déterminant la nature de la réponse à une fréquence donnée sans avoir à définir l'excitation. En effet, dans la phase de couplage partiel (voir ①), les liaisons sont relativement "molles", à  $E_p \leq 10^{-1}$  GPa. Il y a ainsi continuité des mouvements transversaux. En observant l'inverse de la raideur dynamique, les maxima se retrouvent uniquement dans le premier quart correspondant aux couplages des mouvements de flexion et dans chaque couplage de ce premier quart. Pour un module d'Young plus important (voir ②), la réponse est hybride avec une coïncidence de la résonance en flexion avec la première résonance en traction. Dans ce cas présent, les maxima dans le dernier quart correspondant aux couplages intermodaux en traction sont du même ordre de grandeur que ceux de la flexion. Dans cette plage de module d'Young, il s'agit d'une transition entre le couplage dynamique partiel et total des mouvements transversaux. Enfin, pour les modules les plus élevés (voir ③), la réponse est de nouveau de la flexion avec des maxima dans la partie des couplages intermodaux en traction moins importants que ceux de la flexion. La réponse est alors définie comme étant majoritairement composée de mouvements transversaux.

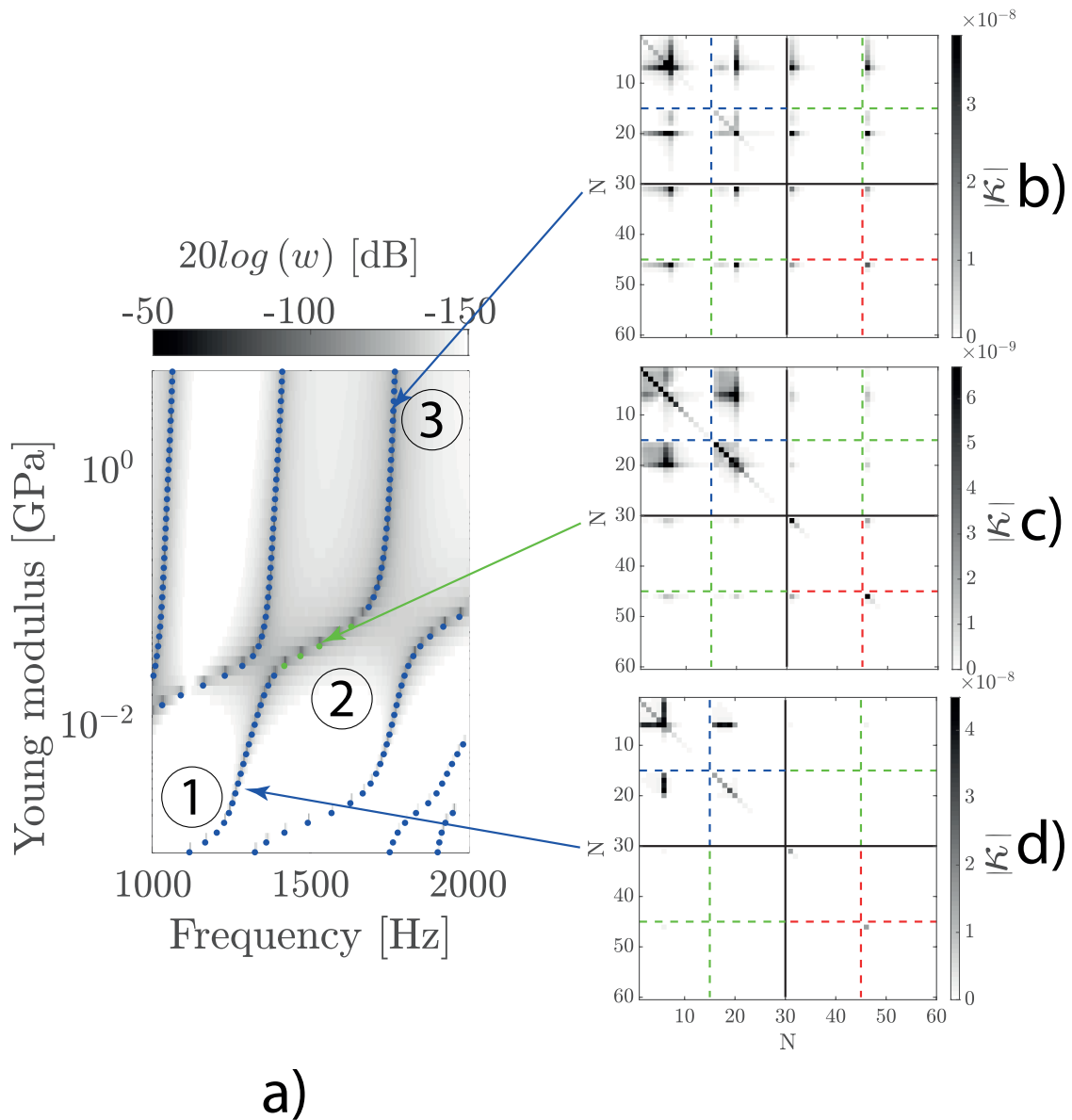


FIGURE A.1 – a) Réponses en flexion  $w$  lors d'une variation paramétrique du module d'Young de la liaison  $E_p$  entre  $10^{-3}$  et 8 GPa et entre 1000 et 2000 Hz ; b) Inverse de la raideur dynamique à  $f = 1279$  Hz et  $E_p = 3.9$  MPa ; c) Inverse de la raideur dynamique à  $f = 1533$  Hz et  $E_p = 44.37$  MPa ; d) Inverse de la raideur dynamique à  $f = 1755$  Hz et  $E_p = 1.47$  GPa

## Annexe B

# Reformulation des déformées modales en flexion d'une poutre libre-libre

La déformée modale en flexion Équation 2.15 est numériquement instable à partir de  $n = 12$ , pour des valeurs proches de  $kl$  dans lesquelles  $k$  est le nombre d'onde de la poutre découplée et  $l$  sa longueur. Pour surmonter ce problème, Goncalves et al. [55], ont fait des approximations pour  $kl \gg 1$  et ont présenté des expressions numériquement stables. En libre-libre, la déformée modale vaut

$$\phi_n(x) = \left[ \frac{-e_{x2l} + (c_l - s_l) e_{xl}}{1 - e_{2l} - 2s_l e_l} \right] + \frac{1}{2} e_x (1 + \sigma_n) + c_x - \sigma_n s_x, \quad (\text{B.1})$$

avec

$$\sigma_n = \frac{1 + e_{2l} - 2e_l c_l}{1 - e_{2l} - 2e_l s_l}, \quad (\text{B.2})$$

où  $e_{x2l} = e^{k_n(x-2l)}$ ,  $e_{xl} = e^{k_n(x-l)}$ ,  $e_x = e^{-k_n x}$ ,  $e_l = e^{-k_n l}$ ,  $e_{2l} = e^{-2k_n l}$ ,  $c_x = \cos(k_n x)$ ,  $s_x = \sin(k_n x)$ ,  $c_l = \cos(k_n l)$ ,  $s_l = \sin(k_n l)$ .

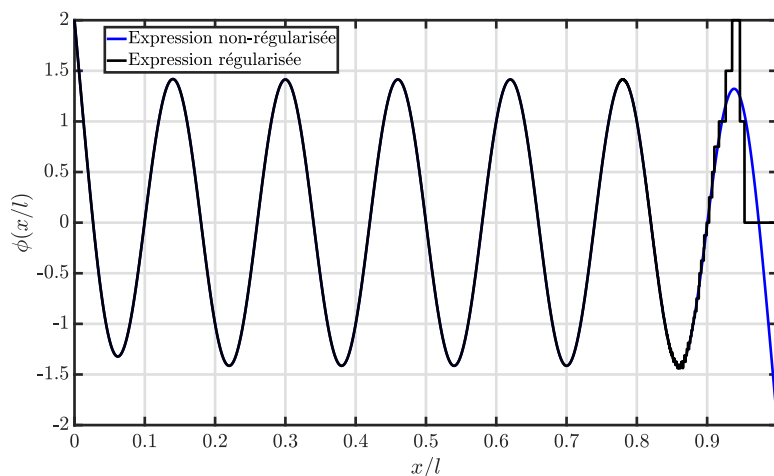


FIGURE B.1 – Évaluation de la déformée modale à  $n = 12$  suivant son expression non régularisée (trait noir) et suivant son expression régularisée (trait bleu)





## Annexe C

# Expression matricielle des amplitudes modales

La raideur dynamique de l'assemblage est définie suivant

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \Delta_\phi + \mathbf{K}_\phi & \mathbf{K}_{\phi\psi} \\ \mathbf{K}_{\psi\phi} & \Delta_\psi + \mathbf{K}_\psi \end{bmatrix}, \quad (\text{C.1})$$

où  $\Delta_\phi = \Omega_\phi^2 - \omega \mathbf{I}^2$  et  $\Delta_\psi = \Omega_\psi^2 - \omega \mathbf{I}^2$  sont respectivement les différences entre la pulsation d'excitation au carré et les pulsations modales en flexion et en traction au carré. L'amplitude modale est ensuite obtenue après inversion de la matrice  $\mathbf{D}$  permettant ainsi de calculer les champs de déplacement en flexion  $w$  comme en traction  $u$ . Ainsi, il est intéressant de passer par l'inverse de la raideur dynamique. En passant par une inversion par bloc [142], l'inverse s'exprime comme

$$\kappa = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} (\mathbf{D} - \mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B})^{-1} \begin{bmatrix} -\mathbf{C}\mathbf{A}^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad (\text{C.2})$$

où  $\mathbf{A} = \Delta_\phi + \mathbf{K}_\phi$  doit être inversible comme le complément de Schur,  $\mathbf{D} - \mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$  et défini comme

$$\mathbf{D} - \mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} = \Delta_\psi + \mathbf{K}_\psi - \mathbf{K}_{\psi\phi} [\Delta_\phi + \mathbf{K}_\phi]^{-1} \mathbf{K}_{\phi\psi}, \quad (\text{C.3})$$

avec  $\mathbf{B} = \mathbf{K}_{\phi\psi}$ ,  $\mathbf{C} = \mathbf{K}_{\psi\phi}$  et  $\mathbf{D} = \Delta_\psi + \mathbf{K}_\psi$ . Le complément de Schur  $\mathbf{C}^s$  utilise la totalité de la matrice. Ainsi, quel que soit le coefficient obtenu, tous les termes de la matrice de raideur participent plus ou moins à la détermination des amplitudes modales. Les amplitudes modales de flexion sont ainsi définies comme

$$\mathbf{q}_\phi = [\Delta_\phi + \mathbf{K}_\phi]^{-1} \left( \mathbf{F}_\phi + \mathbf{K}_{\phi\psi} \mathbf{C}^{s-1} \left( \mathbf{K}_{\psi\phi} [\Delta_\phi + \mathbf{K}_\phi]^{-1} \mathbf{F}_\phi - \mathbf{F}_\psi \right) \right) \quad (\text{C.4})$$

et l'amplitude en traction-compression est exprimée comme

$$\mathbf{q}_\psi = \mathbf{C}^{s-1} \left( \mathbf{F}_\psi - \mathbf{K}_{\psi\phi} [\Delta_\phi + \mathbf{K}_\phi]^{-1} \mathbf{F}_\phi \right). \quad (\text{C.5})$$



## Annexe D

# Poutre de Timoshenko

Les mouvements transversaux d'une poutre sont décrits par le modèle d'Euler-Bernoulli qui suppose que la contribution au cisaillement est négligeable pour une poutre de faible épaisseur en regard de sa longueur. D'autre part, l'inertie rotationnelle est également négligée. Cette hypothèse pour les poutres considérées dans ces travaux de thèse est raisonnable. Néanmoins, à plus haute fréquence, un décalage fréquentiel est de plus en plus important entre les réponses obtenues depuis un modèle FEM 3D et le modèle analytique d'Euler-Bernoulli. Dans la théorie de Timoshenko, les effets de cisaillement et d'inertie rotationnelles sont conservés. En régime harmonique, sans excitation, l'équation du mouvement au sens de Timoshenko, prend la forme suivante [144, 100]

$$EI \frac{\partial^4 w(x)}{\partial x^4} + \rho I \omega^2 \left( \frac{E}{G} + 1 \right) \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} + \left( \frac{\rho^2 I}{G} \omega^4 - \rho S \omega^2 \right) w(x) = 0, \quad (\text{D.1})$$

que l'on peut redéfinir comme [146]

$$\left[ I \Delta^2 w \quad \rho I \omega^2 \Delta w \right] \left[ E \quad \frac{E}{G} + 1 \right]^T = \left[ \left( \rho S \omega^2 - \frac{\rho^2 I}{G} \omega^4 \right) w \right], \quad (\text{D.2})$$

où  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$  est un opérateur de dérivation et  $S$  est la section de poutre. Par approche modale, en projetant l'Équation D.1 dans la base modale de la poutre, on peut extraire les masses et raideurs modales généralisées, respectivement comme

$$M_\phi = \left( \rho S + \frac{\rho^2 I}{G} \omega^2 \right) \sum_i \int_L (\phi_i(x))^2 dx, \quad (\text{D.3})$$

et

$$K_\phi = \sum_i \left[ \int_L EI \Delta^2 (\phi_i(x)) \phi_i(x) dx + \rho I \left( \frac{E}{G} + 1 \right) \omega^2 \int_L \Delta (\phi_i(x)) \phi_i(x) dx \right]. \quad (\text{D.4})$$

Suivant le modèle d'Euler-Bernoulli, l'angle  $\theta$  que fait la section de la poutre lors d'un mouvement, vaut direction la pente

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial x}. \quad (\text{D.5})$$

Dans le cas du modèle de Timoshenko, l'angle s'obtient à partir de l'effort tranchant défini comme

$$\begin{aligned} \mathcal{T} &= G S L \\ &= G S \left( \frac{\partial w}{\partial x} - \theta \right), \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

et de ce fait, nous permet d'exprimer l'angle comme

$$\theta = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\rho \omega^2}{k'G} \int_L w dx, \quad (D.7)$$

où  $k'$  est un terme de section correctif qui dépend du matériau et de la section. Son expression pour différents cas rencontrés est décrite dans les travaux de J. R. Hutchinson [71]. Pour le cas de poutres à section rectangulaire en aluminium, on peut écrire  $k' = 5/6$ . A la Figure D.1, plusieurs réponses transversales sont obtenues au point d'excitation à la suite d'une excitation à l'extrémité libre de la poutre.

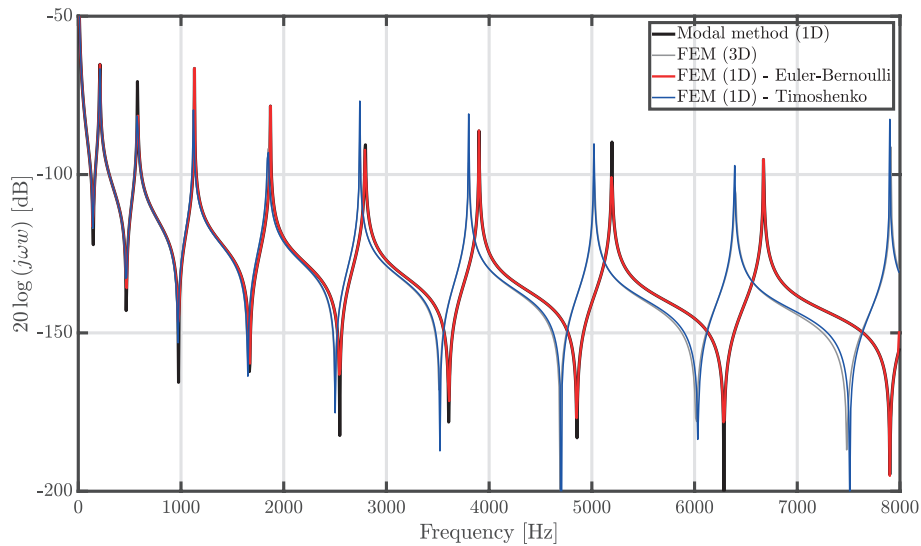


FIGURE D.1 – Réponses de champs de vitesse transversale au point d'excitation d'une poutre monolithique lorsque celle-ci est excitée en  $x = 0$  à partir du modèle modale (courbe noire), du modèle 3D en éléments finis (courbe grise), du modèle 1D Euler-Bernoulli (courbe rouge) et du modèle 1D Timoshenko (Courbe bleue)

Le résultat de la Figure D.1 met en évidence que le décalage progressif en fréquence entre le modèle modal et le modèle éléments finis 3D vient de la formulation en Euler-Bernoulli. Pour s'en convaincre, un modèle 1D en éléments finis a été utilisé dans une formulation Euler-Bernoulli puis Timoshenko afin de vérifier les écarts de réponse entre les deux théories du mouvement transversal d'une poutre. Il s'avère qu'il n'y a quasiment aucun écart de réponse entre le modèle 3D et le modèle 1D Timoshenko comme pour le modèle modal et le modèle 1D Euler-Bernoulli. Pour réduire cet écart qui est de plus en plus important avec la fréquence, il faut donc réduire l'épaisseur de poutre  $h^{(d)}$ .

## Annexe E

# Pulsations analytiques $\omega_{TT}$ et $\omega_R$

Au chapitre 3, il a été mis en évidence que pour obtenir la délimitation des zones du couplage dynamique des mouvements transversaux, il est nécessaire d'associer toutes les contributions rigides de chaque sous-structure. Cela revient à interconnecter les systèmes 2-DDL schématisant les mouvements rigides en translation hors-plan et en rotation. Un système matriciel  $4 \times 4$  est donc obtenu

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{\Lambda_{TT}} + \Omega_{\phi^{(1)}}^2 - \omega^2 & \mathbf{K}_{\Lambda_{RT}}^{(11)} & \mathbf{K}_{\Lambda_{TT}}^{(12)} & \mathbf{K}_{\Lambda_{RT}}^{(12)} \\ \mathbf{K}_{\Lambda_{TR}}^{(11)} & \mathbf{K}_{\Lambda_{RR}}^{(11)} + \Omega_{\phi^{(2)}}^2 - \omega^2 & \mathbf{K}_{\Lambda_{TR}}^{(12)} & \mathbf{K}_{\Lambda_{RR}}^{(12)} \\ \mathbf{K}_{\Lambda_{TT}}^{(21)} & \mathbf{K}_{\Lambda_{RT}}^{(21)} & \mathbf{K}_{\Lambda_{TT}}^{(22)} + \Omega_{\psi^{(1)}}^2 - \omega^2 & \mathbf{K}_{\Lambda_{RR}}^{(22)} \\ \mathbf{K}_{\Lambda_{TR}}^{(21)} & \mathbf{K}_{\Lambda_{RR}}^{(21)} & \mathbf{K}_{\Lambda_{TR}}^{(22)} & \mathbf{K}_{\Lambda_{RR}}^{(22)} + \Omega_{\psi^{(2)}}^2 - \omega^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{E.1})$$

où  $\mathbf{K}_{\Lambda_{TT}}$  est un terme de raideur modale généralisée des contributions de translation rigide des mouvements suivant l'axe  $z$  et les termes  $\mathbf{K}_{\Lambda_{RR}}$  fait référence au couplage des rotations suivant l'axe  $y$ . De la même manière, les termes  $\mathbf{K}_{\Lambda_{TR}}$  et  $\mathbf{K}_{\Lambda_{RT}}$  font respectivement au couplage entre les translations et les rotations. Ces termes sont obtenus à partir de la définition de la raideur modale généralisée des termes de couplage intermodal des mouvements transversaux d'un assemblage de poutres assemblées avec une différence de position des lignes neutres

$$\mathbf{K}_{\Lambda_{\phi}} = k_N \sum_m \sum_p \int_{L_p} \phi_m^{(k)}(x) \phi_p^{(k)}(x) dx + k_T \sum_m \sum_p \left( \frac{h^{(k)}}{2} \right)^2 \int_{L_p} \frac{d\phi_m^{(k)}(x)}{dx} \frac{d\phi_p^{(k)}(x)}{dx} dx, \quad (\text{E.2})$$

où  $\phi_T = \frac{1}{\sqrt{m}} \mathbf{1}$  et  $\phi_R = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{m}} \left( \frac{x}{L} - \frac{1}{2} \right)$ . Considérant que les poutres sont relativement fines, ( $L^{(k)} \gg h^{(k)}$ ), le terme de raideur modale généralisée peut se simplifier

$$\mathbf{K}_{\Lambda_{\phi}} \approx k_N \sum_m \sum_p \int_{L_p} \phi_m^{(k)}(x) \phi_p^{(k)}(x) dx. \quad (\text{E.3})$$

De part la simplicité des déformées modales rigides, il est aisé d'explicitier l'expression de chaque terme de la rigidité dynamique du système assemblé. Ainsi, le terme de raideur modale généralisée des contributions de translation rigide des mouvements hors-plan  $\mathbf{K}_{\Lambda_{TT}}$  vaut directement

$$\mathbf{K}_{\Lambda_{TT}}^{(kk')} = k_N \frac{L_p}{\sqrt{m^{(k)}} \sqrt{m^{(k')}}}. \quad (\text{E.4})$$

De la même manière, le terme de raideur modale généralisée issu du couplage entre les mouvements de translation transversale et de rotation  $\mathbf{K}_{\Lambda_{TR}}$  vaut

$$\mathbf{K}_{\Lambda_{TR}^{(kk')}} = k_N \frac{\sqrt{3}L_p}{\sqrt{m^{(k)}\sqrt{m^{(k')}}}} \left( \frac{1}{L^{(k)}} - 1 \right). \quad (\text{E.5})$$

Enfin, les termes de raideur modale généralisée des termes de rotation  $\mathbf{K}_{\Lambda_{RR}}$  sont exprimés comme

$$\mathbf{K}_{\Lambda_{RR}^{(kk')}} = k_N \frac{12L_p}{\sqrt{m^{(k)}\sqrt{m^{(k')}}}} \left( \frac{L_p^3}{3L^{(k)2}} - \frac{L_p^2}{2L^{(k)}} + \frac{1}{4}L_p \right). \quad (\text{E.6})$$

L'inversion de la matrice Équation E.1 est alors nécessaire afin d'obtenir les deux pulsations critiques qui délimitent les zones de couplage dynamique des mouvements hors-plan et rotation. Cependant, pour une matrice de 16 termes distincts, il n'y a pas d'expression simple des pulsations critiques. Il est ainsi choisi de prendre deux poutres identiques, que ce soit par leurs propriétés matériaux comme leur géométrie. Ainsi, la matrice se simplifie grandement avec uniquement 3 termes distincts

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{\Lambda_{TT}} - \omega^2 & \mathbf{K}_{\Lambda_{RT}} & \mathbf{K}_{\Lambda_{TT}} & \mathbf{K}_{\Lambda_{RT}} \\ \mathbf{K}_{\Lambda_{TR}} & \mathbf{K}_{\Lambda_{RR}} - \omega^2 & \mathbf{K}_{\Lambda_{TR}} & \mathbf{K}_{\Lambda_{RR}} \\ \mathbf{K}_{\Lambda_{TT}} & \mathbf{K}_{\Lambda_{RT}} & \mathbf{K}_{\Lambda_{TT}} - \omega^2 & \mathbf{K}_{\Lambda_{RT}} \\ \mathbf{K}_{\Lambda_{TR}} & \mathbf{K}_{\Lambda_{RR}} & \mathbf{K}_{\Lambda_{TR}} & \mathbf{K}_{\Lambda_{RR}} - \omega^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{E.7})$$

Les pulsations critiques se retrouvent lorsque le déterminant est nul. Depuis la matrice Équation E.7 il vient

$$2\mathbf{K}_{\Lambda_{TT}}\omega^2 - 4\mathbf{K}_{\Lambda_{TT}}\mathbf{K}_{\Lambda_{RR}} + 2\mathbf{K}_{\Lambda_{RR}}\omega^2 + 4\mathbf{K}_{\Lambda_{RT}} - \omega^4 = 0. \quad (\text{E.8})$$

Par changement de variable,  $\Omega = \omega^2$ , une expression canonique d'un polynôme du second ordre est obtenu

$$-\Omega^2 + 2\Omega(\mathbf{K}_{\Lambda_{TT}} + \mathbf{K}_{\Lambda_{RR}}) - 4\mathbf{K}_{\Lambda_{TT}}\mathbf{K}_{\Lambda_{RR}} + 4\mathbf{K}_{\Lambda_{RT}} = 0, \quad (\text{E.9})$$

laissant apparaître deux pulsations, dont l'une délimite la continuité de déplacements transversaux  $\omega_{TT}$  et l'autre, celle les rotations  $\omega_R$

$$\omega_R = \left[ -\mathbf{K}_{\Lambda_{TT}} - \mathbf{K}_{\Lambda_{RR}} + \sqrt{(\mathbf{K}_{\Lambda_{TT}} + \mathbf{K}_{\Lambda_{RR}})^2 - (\mathbf{K}_{\Lambda_{TT}}\mathbf{K}_{\Lambda_{RR}} + \mathbf{K}_{\Lambda_{RT}})} \right]^{1/2}, \quad (\text{E.10})$$

et

$$\omega_{TT} = \left[ -\mathbf{K}_{\Lambda_{TT}} - \mathbf{K}_{\Lambda_{RR}} - \sqrt{(\mathbf{K}_{\Lambda_{TT}} + \mathbf{K}_{\Lambda_{RR}})^2 - (\mathbf{K}_{\Lambda_{TT}}\mathbf{K}_{\Lambda_{RR}} + \mathbf{K}_{\Lambda_{RT}})} \right]^{1/2}. \quad (\text{E.11})$$

Malgré ces diverses simplifications, il n'y a pas de lois simples permettant d'obtenir la délimitation analytique des zones de couplage dynamique des mouvements transversaux des poutres assemblées.

## Annexe F

# Définition des quantités énergétiques $\sigma$

Les quantités énergétiques  $\sigma_{XX}$ , du chapitre 4 Équation 4.7 et Équation 4.8 sont issues d'un calcul d'énergie cinétique. En reprenant la définition matricielle d'une amplitude modale, il vient

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \kappa_{11} & \dots & \kappa_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \kappa_{n1} & \dots & \kappa_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}. \quad (\text{F.1})$$

De même, avec la définition de l'énergie cinétique associée au mouvement de flexion et en décomposant le déplacement suivant sa base modale Équation 2.12, l'amplitude au carré associée vaut

$$\int_S |w|^2 dS = \sum_n |b_n|^2 = \sum_n \left( \sum_p \kappa_{np} f_p \right) \left( \sum_q \kappa_{nq} f_q \right)^* \quad (\text{F.2a})$$

$$= \sum_n \sum_p \sum_q \kappa_{np} \kappa_{nq} f_p f_q^*, \quad (\text{F.2b})$$

avec  $\mu$  la masse associée à la structure. En prenant en compte la décorrélation des efforts modaux unitaires "rain-of-the-roof" [88], les termes hors diagonaux  $p \neq q$  sont nuls et l'amplitude au carré s'écrit

$$\sum_n |b_n|^2 = \underbrace{\sum_n \sum_p |\kappa_{np}|^2}_{\sigma_{XX}}. \quad (\text{F.3})$$

La distinction des termes  $\sigma_{XX}$  est faite à l'Équation 4.7.





## Annexe G

# Étude de l'influence de la variation de l'épaisseur de liaison de résine époxy sur le comportement vibroacoustique d'un assemblage de poutres

En Figure G.1, pour vérifier l'influence de la variation d'épaisseur de résine, l'assemblage est excité à l'extrémité libre de la première poutre et le déplacement dans la direction longitudinale  $u$  comme transversale  $w$  est mesuré au même point. Il est notamment question de vérifier si l'augmentation de l'épaisseur peut provoquer une hybridation de réponses en faisant diminuer de manière suffisante la raideur de liaison afin de provoquer une proximité fréquentielle de résonances en flexion et traction.

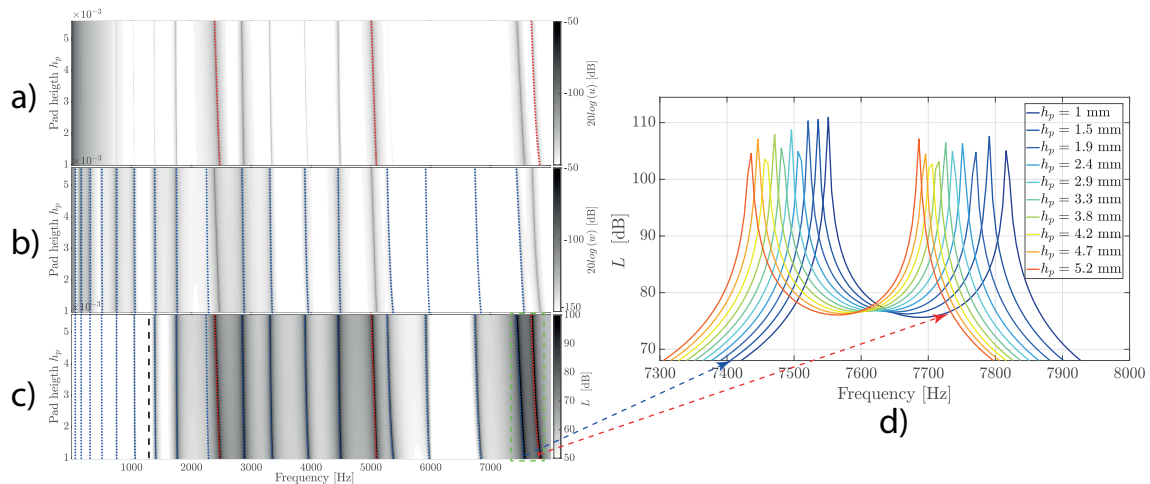


FIGURE G.1 – a) Représentation 2D des réponses en déplacement en traction ; b) Représentation 2D des réponses en déplacement en flexion ; c) Représentation 2D de la puissance acoustique rayonnée par l'assemblage. Des indicateurs modaux basés sur les déformées modales de l'assemblage sont également calculés fin de savoir si la résonance est principalement de la traction (•), de la flexion (•) ou une combinaison des deux mouvements (•) ; d) Évaluation de la troisième résonance en traction proche d'une résonance en flexion pour plusieurs valeurs d'épaisseur de résine époxy.

Les résultats de l'étude paramétrique en Figure G.1 mettent en évidence que l'augmentation de l'épaisseur de résine époxy n'est pas suffisante pour réduire sensiblement la

raideur de liaison afin de provoquer des coïncidences de résonances entre la traction et la flexion. En effet, les 3 résonances de traction vers 2500 Hz, 5000 et 7500 Hz, se décalent trop légèrement vers les basses fréquences,. Ainsi, le rayonnement d'une réponse en traction reste approximativement le même, quelle que soit l'épaisseur, comme montré en Figure G.1 d).

D'autres études numériques ont été portées sur des colles plus molles, notamment avec la néoprène mais les résultats sont sensiblement les mêmes. Également, il a été proposé de réduire la largeur de liaison tout en augmentant son épaisseur mais les réponses en déplacement restent proches.

## Table des figures

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1.1 | Exemple de modélisation de la réponse vibratoire d'un assemblage de deux carters d'un moteur automobile (GMP). a) Vue 3D des carters et de l'excitation considérée ; b) Représentation des éléments de liaison décrits dans les modèles 1, 2 et 3 ; c) Réponses vibratoires des 3 modèles de complexité croissante avec une réalisation expérimentale (modèle 1 en courbe rouge, modèle 2 en courbe verte, modèle 3 en courbe bleue et données expérimentales en courbe noire) . . . . . | 7  |
| 1.2 | Assemblage de deux poutres avec deux types de liaisons. a) Définition du patch viscoélastique ; b) Définition des éléments constitutifs d'une liaison boulonnée . . . . .  | 8  |
| 1.3 | a) Application d'un mode contraint sur une sous-structure encastree en son extrémité à $x = 0$ ; b) Application d'un mode contraint sur une sous-structure libre ; c) Application d'un déplacement unitaire sur l'un des degrés de liberté de la liaison . . . . .   | 11 |
| 1.4 | a) Application d'un mode d'attache sur une sous-structure encastree en son extrémité à $x = 0$ ; b) Application d'un effort unitaire sur l'un des degrés de liberté de la liaison . . . . .  | 11 |
| 1.5 | Représentation en éléments finis du boulon [65] . . . . .  | 13 |
| 1.6 | a) Vue schématique d'un assemblage de deux poutres à l'aide d'une liaison boulonnée ; b) État de surface des deux poutres l'une sur l'autre . . . . .  | 14 |
| 1.7 | Réponse dynamique d'un système visqueux en faisant varier le taux d'amortissement avec $ X $ , l'amplitude de vibration et $ X_{st} $ , le déplacement statique [22] . . . . .   | 16 |
| 1.8 | Mise en évidence de l'effet d'une liaison boulonnée en comparant une résonance de réponse en vitesse d'un assemblage de poutres (courbe bleue) par rapport à la résonance d'une poutre monolithique (courbe rouge) . . . . .   | 16 |
| 2.1 | Assemblage de deux poutres avec une liaison sur toute la zone de contact entre les deux structures. . . . .  | 22 |
| 2.2 | Application d'un effort $\mathcal{F}_T^{(d)}$ à la peau d'une poutre lorsque celle-ci pousse la deuxième poutre dans la direction longitudinale. La résultante est un effort à la fibre neutre $\mathcal{F}_T^{(d)}$ et un moment $\mathcal{M}^{(d)}$ . . . . .  | 24 |

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 2.3 | a) Définition de l'effort $\mathcal{F}_N^{(d)}$ sur la peau de la poutre lorsque celle-ci pousse la deuxième poutre dans la direction transversale. L'effort appliqué à la fibre neutre $\mathcal{F}_N^{(d)}$ est le même que celui-ci appliqué à la peau ; b) Le moment de la première poutre entraîne à la fois un effet de bras de levier sur la seconde poutre ainsi qu'un effort de cisaillement. . . . .   | 24 |
| 2.4 | a) Inventaire des efforts de l'assemblage. Les efforts transversaux et longitudinaux sont décrits par $\mathcal{F}_N^{(d)}$ et $\mathcal{F}_T^{(d)}$ respectivement. Le désalignement des fibres neutres est décrit par $\mathcal{M}^{(d)}$ ; b) Liaison viscoélastique définie comme une distribution de modèles Kelvin-Voigt dans les directions longitudinale et transversale . . . . .   | 25 |
| 2.5 | Description des différentes formes de couplage modal entre les deux poutres et suivant le type de mouvement rencontré. . . . .   | 31 |
| 2.6 | Représentation de la valeur absolue de la matrice de raideur $\mathbf{K}_j$ pour différentes longueurs $L_p$ . a) Longueur de liaison de 0.4 cm ; b) Longueur de liaison de 4 cm ; c) Longueur de liaison de 20 cm . . . . .   | 32 |
| 2.7 | Erreur relative $\epsilon$ des 20 premières pulsations propres de l'assemblage entre une troncature aux 100 premiers modes et une troncature allant de 5 à 100 modes. . . . .  | 34 |
| 2.8 | Étude de convergence de l'espacement $\Delta x$ entre deux modèles élémentaires Kelvin-Voigt au sein de la liaison en observant une résonance de flexion en vitesse de l'assemblage de poutres proche de 8000 Hz . . . . .   | 34 |
| 2.9 | Définition du modèle élémentaire viscoélastique 3D pour chaque paire de noeuds coïncidents dans un assemblage de poutres 3D. . . . .   | 35 |
| 3.1 | a) Description du modèle numérique avec une liaison constituée de résine époxy entre les deux poutres dans un milieu acoustique semi-infini ; b) zoom dans la zone de la liaison. Une marche d'escalier est visible dans le passage d'un baffle vers un autre . . . . .  | 39 |
| 3.2 | a) Réponses en flexion entre le modèle FEM (courbe de référence épaisse noire) et le modèle modal (traits fins, multiple couleurs) en mesurant au même point que l'excitation en $x = 0$ d'un assemblage de poutres reliées par une liaison en résine époxy avec un nombre de modes fixé ; b) Réponses en traction. . . . .  | 39 |
| 3.3 | a) Pression acoustique obtenus dans le plan XZ (à $y = b/2$ ) à $\star$ ( $x = 0.18$ ; $z = 0.2$ ) après avoir appliquée une excitation transversale à l'extrémité libre de la première poutre en $x = 0$ entre l'approche modale (courbe rouge) et l'approche FEM (courbe noire) ; b) Pression acoustique rayonnée dans le plan XZ de la première résonance en flexion ; c) Même calcul pour la cinquième résonance en flexion. . . . .   | 40 |
| 3.4 | Représentation 2D des réponses en traction en faisant varier le module d'Young de la liaison $E_p$ de $10^{-6}$ à 70 GPa. Si la déformée opérationnelle est principalement constituée de mouvements longitudinaux, l'indicateur associé est (●) ou (●) lorsqu'il s'agit de mouvements de flexion et (●) lorsqu'il s'agit d'une combinaison des deux mouvements. Une courbe violette en pointillée est également obtenue après troncature des bases modales au premier mode rigide de translation $\psi_{Tx}$ suivant l'axe $x$ . . . . . | 41 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 3.5  | a) Zoom de la Figure 3.4 sur la deuxième résonance en traction ; b) Déformée opérationnelle obtenue pour un $E_p$ faible (voir ① à $f = 4122$ Hz et $E_p = 12$ MPa). L'amplitude en flexion est représentée sur l'ordonnée et celle en traction par un code couleur, allant du jaune au noir ; c) Déformée opérationnelle obtenue pour un $E_p$ intermédiaire (voir ② à $f = 4502$ Hz et $E_p = 0.048$ GPa) ; d) Déformée opérationnelle obtenue pour un $E_p$ élevé (voir ③ à $f = 5113$ Hz et $E_p = 44$ GPa) . . . . .   | 43 |
| 3.6  | Représentation 2D des réponses en flexion lorsque $E_p$ de $10^{-6}$ to 70 GPa. Deux courbes roses sont associées au mouvement du fait du couplage dynamique progressif en deux étapes : couplage des mouvements de translation suivant l'axe $z$ à la liaison ( $f_{TT}$ , courbe rose en pointillée), couplage des rotations suivant l'axe $y$ à la liaison ( $f_R$ , courbe rose pleine) après troncature aux deux premiers modes rigides $\phi_{Tz}$ et $\phi_{Ry}$ . . . . .   | 44 |
| 3.7  | a) Évolution de la neuvième (puis dixième) résonance en flexion de l'assemblage en faisant varier $E_p$ de $10^{-6}$ GPa à 70 GPa. Trois types de couplage dynamique sont identifiés avec deux transitions à partir de la fréquence $f_{TT}$ (ligne rose en pointillée) passant par la résonance $f_{TT,9}$ (★) et la fréquence $f_R$ (ligne rose) passant par la résonance $f_{R,10}$ (★) ; b) Déformée opérationnelle obtenue pour un $E_p$ faible (voir ④ à $f = 1263$ Hz et $E_p = 11$ kPa) ; c) Déformée opérationnelle obtenue pour un $E_p$ intermédiaire (voir ⑤ à $f = 1764$ Hz et $E_p = 12$ MPa) ; d) Déformée opérationnelle obtenue pour un $E_p$ élevé (voir ⑥ à $f = 2513$ Hz et $E_p = 21$ GPa) . . . . . | 45 |
| 3.8  | Représentation 2D de la puissance acoustique rayonnée $L$ suite à une variation paramétrique du module d'Young de la liaison $E_p$ variant de $10^{-6}$ à 70 GPa. La ligne noire en pointillée représente la fréquence critique vers 1250 Hz entre les nombres d'onde acoustique et en flexion. Si la déformée opérationnelle est principalement constituée de mouvements longitudinaux, l'indicateur associé est (●) ou (●) lorsqu'il s'agit de mouvements de flexion et (●) lorsqu'il s'agit d'une combinaison des deux mouvements. . . . .   | 46 |
| 3.9  | a) Puissances acoustiques rayonnées $L$ entre 3800 et 5200 Hz avec une attention particulière portée à la deuxième résonance en traction ; b) Détermination d'un rapport d'énergie cinétique des mouvements transversaux par rapport à l'ensemble des mouvements (courbe en pointillée noire $\mathcal{T}_{Fn}/\mathcal{T}_{An}$ ) et de la même manière pour les mouvements longitudinaux (courbe noire $\mathcal{T}_{Ln}/\mathcal{T}_{An}$ ) ; c) Évolution du niveau de puissance acoustique de la deuxième réponse longitudinale . . . . .  | 46 |
| 3.10 | Variation du facteur de perte de la liaison $\eta_p$ entre 0 et 30 % ( $E_p = 1$ GPa) et visualisation de puissance acoustique rayonnée par la deuxième résonance en traction . . . . .   | 47 |
| 3.11 | Diagramme de Ashby ou d'un plan 2D de propriétés mécaniques avec le facteur de perte $\eta_p$ et le module d'Young de la liaison $E_p$ . Plusieurs familles de matériaux sont distinguées, des mousses polymères aux céramiques techniques [5]. . . . .   | 48 |
| 3.12 | Évaluation de la capacité de rayonnement $I_{\Pi}$ suivant le facteur de perte $\eta_p$ et le module d'Young $E_p$ de la liaison. Plusieurs familles de matériaux sont distinguées, des élastomères aux alliages techniques [5]. . . . .  | 48 |

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 4.1 | Matrices des inverses de raideur dynamique lors de l'étude paramétrique où $E_p$ varie de $10^{-3}$ à 8 GPa ; a) Suivi de la deuxième résonance en traction avec une identification de deux points ; b) Extraction de l'inverse de la raideur dynamique pour $f = 4136$ Hz et $E_p = 10^{-2}$ GPa (liaison en caoutchouc dur) ; c) Extraction de l'inverse de la raideur dynamique pour $f = 5000$ Hz et $E_p = 0.6$ GPa . . . . .  | 53 |
| 4.2 | Efficacité acoustique pour les 20 premiers modes d'une poutre bafflée libre.  | 54 |
| 4.3 | a) Inverse de la raideur dynamique $\kappa$ ( $20 \log( \kappa )$ ) à 500 Hz d'un assemblage de deux poutres avec une liaison constituée de résine époxy ; b) puis après sa pondération acoustique ; c) Inverse de la raideur dynamique à 3500 Hz ; d) Puis après sa pondération acoustique ; e) Un zoom est effectué dans la première portion de l'inverse de la raideur dynamique correspondant aux couplages des mouvements de flexion . . . . .   | 55 |
| 4.4 | a1) Participations modales des mouvements de traction $I_T$ dans la zone 3800 à 5200 Hz où le module de Young de la liaison varie entre $10^{-3}$ et 8 GPa ; a2) Participations modales au sein des couplages $I_{TT}$ ; a3) Participations modales de la flexion vers la traction $I_{FT}$ ; b1) Participations modales des mouvements de flexion $I_F$ ; b2) Participations modales au sein des couplages $I_{FF}$ ; a3) Participations modales de la traction vers la flexion $I_{TF}$ . . . . . | 57 |
| 4.5 | Participations modales moyennées sur des bandes de tiers d'octave dans le domaine fréquentiel considéré . . . . .   | 58 |
| 4.6 | Participations modales moyennées sur des bandes tiers d'octave dans le domaine fréquentiel considéré après avoir pondéré acoustiquement l'inverse de la matrice de raideur dynamique . . . . .  | 59 |
| 5.1 | a) Banc d'essai décrit par un système d'acquisition Siemens 8 voies, d'un accéléromètre, d'un marteau et d'un poste LMS afin d'exploiter les résultats ; b) Évolution temporelle de l'excitation appliquée à la structure par l'intermédiaire d'un marteau ; c) Densité spectrale de puissance de cette même excitation . . . . .   | 65 |
| 5.2 | Dispositif expérimental pour recalibrer le module d'Young des poutres d'aluminium . . . . .   | 66 |
| 5.3 | Comparaison de la réponse expérimentale d'accélération transversale à la fibre neutre (courbe pleine noire) avec les réponses numériques obtenues par éléments finis (courbe pleine verte) et par approche modale (courbe en pointillé bleue) pour un module d'Young $E_p$ défini à 66 GPa. . . . .   | 66 |
| 5.4 | Positionnement des cales de collage . . . . .   | 67 |
| 5.5 | Description du modèle éléments finis utilisé en appui des résultats modaux pour le recalage avec les données expérimentales . . . . .   | 68 |
| 5.6 | Réponses en accélération mesurées à 5 cm de l'extrémité libre de la seconde poutre dans la direction transversale à la fibre neutre après avoir excité la structure à l'extrémité libre de la première poutre. . . . .  | 68 |
| 5.7 | Excitation transversale en $x = 10$ cm et mesure de l'accélération transversale avec plusieurs liaisons en résine époxy et avec plusieurs épaisseurs. . . . .   | 69 |
| 5.8 | Champs de réponse calculés lorsque la longueur de la première poutre varie de 0.2 à 0.6 m sur 50 itérations. a) déplacement en traction ; b) déplacement en flexion ; c) puissance rayonnée de l'assemblage. Des indicateurs modaux de discrimination du type de résonance sont indiqués pour la traction (●), la flexion (●) ou une combinaison des deux mouvements (●). . . . .   | 71 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 5.9  | a) Champs de réponse en traction calculés lorsque la longueur de la première poutre varie de 0.45 à 0.6 m sur 50 itérations ; b) Indicateur de participation modal du mouvement de traction $I_{TT}$ ; c) Indicateur de participation modal suivant les couplages des mouvements de flexion vers la traction $I_{FT}$ ; d) Indicateur de participation modal suivant les couplages des mouvements de traction vers la flexion $I_{TF}$ . . . . .   | 72 |
| 5.10 | Influence de la variation la longueur de la première poutre, de 0.6 à 0.45 m sur 19 itérations lorsque la structure est excitée à l'extrémité libre de la première poutre dans la direction longitudinale et mesure des réponses à 5 cm de l'extrémité de la seconde poutre. 1) Réponses en accélération longitudinale ; 2) Réponses en accélération transversale ; 3) Réponses en accélération transversale pour quelques itérations de longueur de la première poutre. Des indicateurs modaux de discrimination du type de résonance sont indiqués pour la traction (●), la flexion (●) et pour une combinaison des deux mouvements (●). Les réponses obtenues expérimentalement (c) sont comparées à celles obtenues par approche modale analytique (a)) et par éléments finis (b)) . . . . . | 73 |
| 6.1  | a) Assemblage de deux poutres par une liaison boulonnée dont le couple de serrage amène une charge normale $N_0$ se distribuant de manière non uniforme dans la zone de partage des deux poutres ; b) Profil tribologique associé . . . . .  | 77 |
| 6.2  | Effort normal de Hunt et Crossley (courbe rouge foncée) avec un coefficient de restitution de 0.5 et une raideur choisie arbitrairement à $100 \text{ N/m}^{2/3}$ et la contribution purement élastique (courbe bleue foncée) . . . . .  | 78 |
| 6.3  | a) Linéarisation du modèle de Hunt et Crossley où seul le contact purement élastique est pris en compte (courbe bleue foncée) et pour laquelle, du fait de la précharge statique, l'effort normal varie faiblement autour d'une valeur $f_S$ (courbe noire) ; b) Paire de bosselés ; c) Représentation schématique du contact normal entre les deux bosselés après linéarisation du modèle. . . . .  | 79 |
| 6.4  | a) Interpénétration de deux demi-sphères ; b) Stratification de l'aire de contact entre les deux corps élastiques . . . . .  | 80 |
| 6.5  | Évolution du chargement tangentiel appliqué aux bosselés . . . . .   | 80 |
| 6.6  | a) Raideur tangentielle en fonction du ratio des aires de contact de Cattaneo ; b) Amortissement en fonction du ratio des aires de contact de Cattaneo ; c) Représentation de deux bosselés ; d) Équivalence schématique . . . . .   | 82 |
| 6.7  | a) Assemblage des deux poutres ; b) Évolution de la raideur normale suivant la position dans la zone de partage ; c) Évolution de la raideur tangentielle suivant la position dans la zone de partage ; d) Évolution du facteur de perte tangentiel suivant la position dans la zone de partage . . . . .  | 84 |
| 6.8  | a) Réponses de la vitesse en longitudinale en faisant varier le rapport d'adhésion de 0 à 1 sur 50 itérations ; b) Même chose pour la vitesse en flexion ; c) Même chose pour le niveau de puissance acoustique rayonné ; d) zoom sur le niveau de puissance acoustique rayonné par la deuxième résonance en traction . . . . .  | 85 |
| 6.9  | a) Assemblage des deux poutres et visualisation des états d'adhérence suivant la position dans la zone de partage ; b) Évolution de la raideur normale le long de la zone de partage ; c) Évolution de la raideur tangentielle le long de la zone de partage ; d) Évolution du facteur de perte dans la direction longitudinale le long de la zone de partage . . . . .  | 87 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 6.10 | a) Réponses de la vitesse longitudinale en faisant varier le couple de serrage de 50 % à 100 % sur 50 itérations en excitant la structure par une excitation locale en flexion en $x = 0$ et en mesurant au même point ; b) Même chose pour la flexion ; c) Même chose pour le niveau de puissance acoustique rayonné ; d) zoom effectué sur le niveau rayonné par la troisième résonance en traction . . . . .  | 88  |
| 6.11 | Représentation d'un modèle par éléments finis. a) Vu du dessous de l'assemblage entre les carters cylindre et huile avec une fixation par 10 liaisons boulonnées (éléments bleus) ; b) Même assemblage avec une zone de collage sur toute la zone de partage entre les deux sous-structures (éléments rouges)  | 89  |
| 6.12 | Exemple de modélisation de la réponse vibratoire d'un assemblage de deux carters d'un moteur automobile (GMP). a) Vue 3D des carters et de l'excitation considérée ; b) Représentation des éléments de liaison décrits dans les modèles 1 et 2 ; c) Mesure expérimentale (courbe noire) confrontée aux résultats numériques obtenus avec le modèle éléments finis avec la représentation des 10 liaisons boulonnées à raideur équivalente (courbe mauve), avec les 10 liaisons boulonnées en modèle solide (courbe bleue) et en prenant en compte la zone de partage entre les deux sous-structures par collage (6.11, courbe rouge) . . . . . | 90  |
| A.1  | a) Réponses en flexion $w$ lors d'une variation paramétrique du module d'Young de la liaison $E_p$ entre $10^{-3}$ et 8 GPa et entre 1000 et 2000 Hz ; b) Inverse de la raideur dynamique à $f = 1279$ Hz et $E_p = 3.9$ MPa ; c) Inverse de la raideur dynamique à $f = 1533$ Hz et $E_p = 44.37$ MPa ; d) Inverse de la raideur dynamique à $f = 1755$ Hz et $E_p = 1.47$ . . . . .  | 98  |
| B.1  | Évaluation de la déformée modale à $n = 12$ suivant son expression non régularisée (trait noir) et suivant son expression régularisée (trait bleu) . . .   | 99  |
| D.1  | Réponses de champs de vitesse transversale au point d'excitation d'une poutre monolithique lorsque celle-ci est excitée en $x = 0$ à partir du modèle modale (courbe noire), du modèle 3D en éléments finis (courbe grise), du modèle 1D Euler-Bernoulli (courbe rouge) et du modèle 1D Timoshenko (Courbe bleue) . . . . .  | 104 |
| G.1  | a) Représentation 2D des réponses en déplacement en traction ; b) Représentation 2D des réponses en déplacement en flexion ; c) Représentation 2D de la puissance acoustique rayonnée par l'assemblage. Des indicateurs modaux basés sur les déformées modales de l'assemblage sont également calculés fin de savoir si la résonance est principalement de la traction (●), de la flexion (●) ou une combinaison des deux mouvements (●) ; d) Évaluation de la troisième résonance en traction proche d'une résonance en flexion pour plusieurs valeurs d'épaisseur de résine époxy. . . . .   | 109 |



# Liste des tableaux

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 3.1 | Périmètre des familles de matériaux avec le module d'Young $E_p$ et le facteur de perte $\eta_p$ de la liaison . . . . . | 47 |
| 5.1 | Module d'Young $E_p$ et facteur de perte $\eta_p$ des colles testées . . . . .   | 67 |

# Bibliographie

- [1] ,AHMADIAN H et al. « Dynamic modelling of spot welds using thin-layer interface theory ». In : *10th International Congress on Sound and Vibration (ICSV10)*. 2003.
- [2] ,AHMADIAN Hamid et JALALI Hassan. « Generic element formulation for modelling bolted lap joints ». In : *Mechanical Systems and Signal Processing* 21.5 (2007), p. 2318-2334.
- [3] ,AHMADIAN Hamid et al. « Modelling and updating of large surface-to-surface joints in the AWE-MACE structure ». In : *Mechanical Systems and Signal Processing* 20.4 (2006), p. 868-880.
- [4] ,AL MAJID Ahmad. « Dissipation de l'énergie en mécanique vibratoire : opérateur d'hystérésis, phénomène métrique ». Thèse de doct. Lyon, INSA, 2002.
- [5] ,ASHBY DA et RAWLINGS RD. « The Nb-rich part of the Nb Ga phase diagram ». In : *Journal of the Less Common Metals* 50.1 (1976), p. 111-124.
- [6] ,ASHBY Michael F et JONES David RH. « Matériaux ». In : *T1 Propriétés, applications et conception* (2014).
- [7] ,AWREJCEWICZ Jan et SENDKOWSKI D. « Stick-slip chaos detection in coupled oscillators with friction ». In : *International Journal of Solids and Structures* 42.21-22 (2005), p. 5669-5682.
- [8] ,BALMES E. « 3 RODAL DENSITY, CURVE VEERING, LOCALIZATION : A DIFFERENT PERSPECTIVE ON THE STRUCTURAL RESPONSE ». In : *Journal of Sound and Vibration* 161.2 (1993), p. 358-363.
- [9] ,BAMFORD R Mi. « A modal combination program for dynamic analysis of structures ». In : *NASA TM* 33 (1967), p. 290.
- [10] ,BARCHECK C Grace et al. « Implications of basal micro-earthquakes and tremor for ice stream mechanics : Stick-slip basal sliding and till erosion ». In : *Earth and Planetary Science Letters* 486 (2018), p. 54-60.
- [11] ,BAUCHAU Oliver A et CRAIG James I. « Euler-Bernoulli beam theory ». In : *Structural analysis*. Springer, 2009, p. 173-221.
- [12] ,BEARDS C.F. « Structural Vibration : Analysis and Damping ». In : *Elsevier* (1996).
- [13] ,BELVIN W Keith. *Modeling of Joints for the Dynamic Analysis of Truss Structures*. Rapp. tech. NATIONAL AERONAUTICS et SPACE ADMINISTRATION HAMPTON VA LANGLEY RESEARCH . . . , 1987.
- [14] ,BENFIELD WA et HRUDA RF. « Vibration analysis of structures by component mode substitution ». In : *AIAA journal* 9.7 (1971), p. 1255-1261.
- [15] ,BESSAC F, GAGLIARDINI L et GUYADER J-L. « Coupling eigenvalues and eigenvectors : a tool for investigating the vibroacoustic behaviour of coupled vibrating systems ». In : *Journal of Sound and Vibration* 191.5 (1996), p. 881-899.

- [16] ,BESSAC François. « Utilisation des valeurs propres et vecteurs propres de couplage pour étudier le comportement vibro-acoustique de systèmes couplés ». Thèse de doct. INSA de Lyon, 1996.
- [17] ,BLAKE WK. « The radiation from free-free beams in air and in water ». In : *Journal of Sound and Vibration* 33.4 (1974), p. 427-450.
- [18] ,BLANZÉ Claude et CHAMPANEY Laurent. « A computational strategy for the random response of assemblies of structures ». In : *International Journal of Solids and Structures* 41.22-23 (2004), p. 6383-6405.
- [19] ,BOGRAD S et al. « Modeling the dynamics of mechanical joints ». In : *Mechanical Systems and Signal Processing* 25.8 (2011), p. 2801-2826.
- [20] ,BOGRAD S. « Modeling the dynamics of mechanical joints ». In : *Mechanical Systems and Signal Processing* (2011).
- [21] ,BOTTOIS Paul et al. « Identification of local young's modulus and loss factor of curved beam by using an inverse method and a finite element operator ». In : *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*. T. 255. 5. Institute of Noise Control Engineering. 2017, p. 2165-2174.
- [22] ,BOUAZIZ Hamza. « Contrôle vibratoire des structures assemblées ». Thèse de doct. Université Paris-Saclay (ComUE), 2017.
- [23] ,BOWDEN Frank Philip, BOWDEN Frank Philip et TABOR David. *The friction and lubrication of solids*. T. 1. Oxford university press, 2001.
- [24] ,BRUNI Stefano et COLLINA Andrea. « Modelling the viscoelastic behaviour of elastomeric components : An application to the simulation of train-track interaction ». In : *Vehicle System Dynamics* 34.4 (2000), p. 283-301.
- [25] ,CAIGNOT A et al. « Virtual testing for the prediction of damping in joints ». In : *Engineering Computations* (2010).
- [26] ,CATTANEO Cs. « Sul contatto de due corpi elastici : Distribuzione locale degli sforzi ». In : *Rendiconti dell'Accademia nazionale dei Lincei* 6 (1996), p. 342-349.
- [27] ,CHASSANG Jean-Baptiste et al. « Impact of Junction Properties on the Modal Behavior of Assembled Structures ». In : *Dynamic Substructures, Volume 4*. Springer, 2021, p. 127-130.
- [28] ,CHASSANG Jean-Baptiste et al. « Impact of junction properties on the vibroacoustic behaviour of assembled structures ». In : *e-Forum Acusticum 2020*. 2020, p. 1135-1137.
- [29] ,CHEN LA et SEMERCIGIL SE. « A beam-like damper for attenuating transient vibrations of light structures ». In : *Journal of sound and vibration* 164.1 (1993), p. 53-65.
- [30] ,CLAEYS M. « Réponses vibratoires non-linéaires dans un contexte industriel : essais et simulations ». Thèse de doct. Ecole Centrale de Lyon, 2014.
- [31] ,CORMEN Thomas H et al. *Introduction to algorithms*. MIT press, 2009.
- [32] ,CRAIG Roy et BAMPTON Mervyn. « Coupling of substructures for dynamic analyses ». In : *AIAA journal* 6.7 (1968), p. 1313-1319.
- [33] ,CRAVEN BD. « A generalization of Lagrange multipliers ». In : *Bulletin of the Australian Mathematical Society* 3.3 (1970), p. 353-362.
- [34] ,CRAWLEY Edward F et AUBERT Allan C. « Identification of nonlinear structural elements by force-state mapping ». In : *AIAA journal* 24.1 (1986), p. 155-162.

- [35] ,CROCOMBE AD et al. « Estimating the energy dissipated in a bolted spacecraft at resonance ». In : *Computers & structures* 84.5-6 (2006), p. 340-350.
- [36] ,DAHL P. « Solid friction damping of spacecraft oscillations ». In : *Guidance and Control Conference*. 1975, p. 1104.
- [37] ,DAOUK Sami. « Propagation d'incertitudes à travers des modèles dynamiques d'assemblages de structures mécaniques ». Thèse de doct. Université Paris-Saclay, 2016.
- [38] ,DASSI M Nobou et al. « Analysis of the performances of automotive car bodies with different structural contrasts ». In : *11th International Conference on Engineering Vibration*. 2015.
- [39] ,DE WIT C Canudas et al. « A new model for control of systems with friction ». In : *IEEE Transactions on automatic control* 40.3 (1995), p. 419-425.
- [40] ,DOSSOGNE Tilàn et al. « Experimental assessment of the influence of interface geometries on structural dynamic response ». In : *Dynamics of Coupled Structures, Volume 4*. Springer, 2017, p. 255-261.
- [41] ,DU Zhouwei et al. « Experiments on vibration-driven stick-slip locomotion : a sliding bifurcation perspective ». In : *Mechanical Systems and Signal Processing* 105 (2018), p. 261-275.
- [42] ,FAHY Frank et WALKER John. *Advanced applications in acoustics, noise and vibration*. CRC Press, 2018.
- [43] ,FEENY Brian et al. « A historical review on dry friction and stick-slip phenomena ». In : (1998).
- [44] ,FESTJENS H. « Identification and modeling of jointed structures for dynamic analysis ». Thèse de doct. Ecole Centrale de Paris, 2014.
- [45] ,FRISWELL MI, GARVEY SD et PENNY JET. « The convergence of the iterated IRS method ». In : *Journal of Sound and Vibration* 211.1 (1998), p. 123-132.
- [46] ,FROST Harold J et ASHBY Michael F. *Deformation mechanism maps : the plasticity and creep of metals and ceramics*. Pergamon press, 1982.
- [47] ,GAUL L. « Description of damping and applications ». In : *Modal Analysis and Testing* (1999), p. 409-440.
- [48] ,GAUL L, LENZ J et SACHAU D. « Active Damping of Space Structures by Contact Pressure Control in Joints ». In : *Journal of Structural Mechanics* 26.1 (1998), p. 81-100.
- [49] ,GAUL L et NITSCHKE R. « The role of friction in mechanical joints ». In : *Applied Mechanics Reviews* 54.2 (2001), p. 93-106.
- [50] ,GAUL Los. « Wave transmission and energy dissipation at structural and machine joints ». In : (1983).
- [51] ,GÉRADIN Michel et al. *Théorie des vibrations : application à la dynamique des structures*. T. 2. Masson Paris, 1993.
- [52] ,GERMAIN Paul. *Mécanique des milieux continus*. Masson, 1962.
- [53] ,GHIENNE Martin. « Conception et caractérisation de liaisons boulonnées pour la réduction robuste de vibrations de structures ». Thèse de doct. Paris, CNAM, 2017.
- [54] ,GOLDSMITH Werner. *Impact : The theory and physical behavior of colliding solids*. E. Arnold, 1960.

- [55] ,GONÇALVES PJP, BRENNAN MJ et ELLIOTT SJ. « Numerical evaluation of high-order modes of vibration in uniform Euler–Bernoulli beams ». In : *Journal of sound and vibration* 301.3-5 (2007), p. 1035-1039.
- [56] ,GOODMAN LE et BROWN CB. « Closure to “Discussion of Energy Dissipation in Contact Friction : Constant Normal and Cyclic Tangential Loading” ” (1962, ASME J. Appl. Mech., 29, p. 763) ». In : *Journal of Applied Mechanics* 29.4 (1962), p. 763.
- [57] ,GOODMAN Richard E, TAYLOR Robert L et BREKKE Tor L. « A model for the mechanics of jointed rock ». In : *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div* (1968).
- [58] ,GORBATIKH Larissa et POPOVA Marina. « Modeling of a locking mechanism between two rough surfaces under cyclic loading ». In : *International journal of mechanical sciences* 48.9 (2006), p. 1014-1020.
- [59] ,GOULD Herbert Hirsch et MIKIC Borivoje Budimira. « Areas of contact and pressure distribution in bolted joints ». In : (1972).
- [60] ,GOYDER Hugh, IND Philip et BROWN Daniel. « Measurement of damping due to bolted joints ». In : *ASME 2013 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection. 2013.
- [61] ,GREENWOOD JA et WILLIAMSON JB Pl. « Contact of nominally flat surfaces ». In : *Proceedings of the royal society of London. Series A. Mathematical and physical sciences* 295.1442 (1966), p. 300-319.
- [62] ,GUESS Trent M et MALETSKY Lorin P. « Computational modelling of a total knee prosthetic loaded in a dynamic knee simulator ». In : *Medical Engineering & Physics* 27.5 (2005), p. 357-367.
- [63] ,GUIDE COMSOL Multiphysics User’s. *Comsol Multiphysics*. 1998.
- [64] ,GUYAN Robert J. « Reduction of stiffness and mass matrices ». In : *AIAA journal* 3.2 (1965), p. 380-380.
- [65] ,HAMMAMI C. « Intégration de modèles de jonctions dissipatives dans la conception vibratoire de structures amorties ». Thèse de doct. Cnam, 2014.
- [66] ,HARRIS Cyril M et PIERSOL Allan G. *Harris’ shock and vibration handbook*. T. 5. McGraw-Hill New York, 2002.
- [67] ,HELLER Ludek, FOLTETE Emmanuel et PIRANDA Jean. « Experimental identification of nonlinear dynamic properties of built-up structures ». In : *Journal of Sound and Vibration* 327.1-2 (2009), p. 183-196.
- [68] ,HOSAKA Hiroshi, ITAO Kiyoshi et KURODA Susumu. « Damping characteristics of beam-shaped micro-oscillators ». In : *Sensors and Actuators A : Physical* 49.1-2 (1995), p. 87-95.
- [69] ,HUNT Kenneth H et CROSSLEY Frank R Erskine. « Coefficient of restitution interpreted as damping in vibroimpact ». In : *Journal of applied mechanics* 42.2 (1975), p. 440-445.
- [70] ,HURTY Walter C. « Dynamic analysis of structural systems using component modes ». In : *AIAA journal* 3.4 (1965), p. 678-685.
- [71] ,HUTCHINSON JR. « Shear coefficients for Timoshenko beam theory ». In : *J. Appl. Mech.* 68.1 (2001), p. 87-92.
- [72] ,IBRAHIM RA et PETTIT CL. « Uncertainties and dynamic problems of bolted joints and other fasteners ». In : *Journal of sound and Vibration* 279.3-5 (2005), p. 857-936.

- [73] ,IMBERT Jean-François. *Analyse des structures par éléments finis*. 1979.
- [74] ,IWAN Wilfred D. « A distributed-element model for hysteresis and its steady-state dynamic response ». In : *Journal of Applied Mechanics* 33.4 (1966), p. 893-900.
- [75] ,JAUMOILLÉ V. « Dynamique des structures à interfaces non linéaires : Extension des techniques de balance harmonique ». Thèse de doct. Ecole Centrale de Lyon, 2011.
- [76] ,JOHANSMANN Martin et SAUER Jörg. *A New Tool for Three Dimensional Non-contact Vibration Measurements in Automotive Applications*. Rapp. tech. SAE Technical Paper, 2005.
- [77] ,JOHNSON Kenneth Langstreth et JOHNSON Kenneth Langstreth. *Contact mechanics*. Cambridge university press, 1987.
- [78] ,JOHNSON Steven G. « Notes on perfectly matched layers (PMLs) ». In : *Lecture notes, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts* 29 (2008), p. 2008.
- [79] ,JONES David IG et HARRIS CM. « Applied damping treatments ». In : *Shock and Vibration Handbook* (1996).
- [80] ,KEANE AJ et PRICE WG. « Statistical energy analysis of strongly coupled systems ». In : *Journal of Sound and Vibration* 117.2 (1987), p. 363-386.
- [81] ,KELLERMANN R et KLEIN H Chr. « Untersuchungen über den Einfluß der Reibung auf Vorspannung und Anzugsmoment von Schraubenverbindungen ». In : *Konstruktion* 7.2 (1955), p. 54-68.
- [82] ,KERSCHEN Gaëtan et al. « Nonlinear normal modes, Part I : A useful framework for the structural dynamicist ». In : *Mechanical Systems and Signal Processing* 23.1 (2009), p. 170-194.
- [83] ,KING RF et TABOR David. « The strength properties and frictional behaviour of brittle solids ». In : *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 223.1153 (1954), p. 225-238.
- [84] ,KOOPMAN GH et FAHNLIN JB. *Quiet structures. A sound minimization approach*. 1997.
- [85] ,L. E. GOODMAN et J. H. Klumpp. « Analysis of slip damping with reference to turbine blade vibration ». In : *Journal of Applied Mechanics* (1956).
- [86] ,LACAYO Robert et al. « Nonlinear modeling of structures with bolted joints : A comparison of two approaches based on a time-domain and frequency-domain solver ». In : *Mechanical Systems and Signal Processing* 114 (2019), p. 413-438.
- [87] ,LACAYO Robert M, DEANER Brandon J et ALLEN Matthew S. « A numerical study on the limitations of modal Iwan models for impulsive excitations ». In : *Journal of Sound and Vibration* 390 (2017), p. 118-140.
- [88] ,LAFONT Thibault, TOTARO Nicolas et LE BOT Alain. « Review of statistical energy analysis hypotheses in vibroacoustics ». In : *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 470.2162 (2014), p. 20130515.
- [89] ,LAU SL, CHEUNG YK et WU Soon-Yi. « Incremental harmonic balance method with multiple time scales for aperiodic vibration of nonlinear systems ». In : *Journal of Applied Mechanics* 50.4a (1983), p. 871-876.
- [90] ,LEAVER RH, SAYLES RS et THOMAS TR. « Mixed lubrication and surface topography of rolling contacts ». In : *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 188.1 (1974), p. 461-469.

- [91] ,LIMA Roberta et SAMPAIO Rubens. « Construction of a statistical model for the dynamics of a base-driven stick-slip oscillator ». In : *Mechanical Systems and Signal Processing* 91 (2017), p. 157-166.
- [92] ,LOVE AEH. « A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity. Cambridge University Press ». In : *Cambridge*, (1927).
- [93] ,LYON Richard H, DEJONG Richard G et HECKL Manfred. *Theory and application of statistical energy analysis*. 1995.
- [94] ,LYON Richard H et MAIDANIK Gideon. « Power flow between linearly coupled oscillators ». In : *The journal of the Acoustical Society of America* 34.5 (1962), p. 623-639.
- [95] ,MA Xianghong, BERGMAN Lawrence et VAKAKIS Alexander. « Identification of bolted joints through laser vibrometry ». In : *Journal of Sound and Vibration* 246.3 (2001), p. 441-460.
- [96] ,MACE BR et MANCONI E. « Mode veering in weakly coupled systems ». In : *Proceedings of the ISMA conference*. 2012.
- [97] ,MACHADO Margarida et al. « Compliant contact force models in multibody dynamics : Evolution of the Hertz contact theory ». In : *Mechanism and Machine Theory* 53 (2012), p. 99-121.
- [98] ,MACNEAL Richard H. « A hybrid method of component mode synthesis ». In : *Computers & Structures* 1.4 (1971), p. 581-601.
- [99] ,MAIDANIK Gideon. « Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields ». In : *the Journal of the Acoustical Society of America* 34.6 (1962), p. 809-826.
- [100] ,MAJKUT Leszek. « Free and forced vibrations of Timoshenko beams described by single difference equation ». In : *Journal of Theoretical and Applied Mechanics* 47.1 (2009), p. 193-210.
- [101] ,MASING Georg. « Zur Heyn'schen Theorie der Verfestigung der Metalle durch verborgen elastische Spannungen ». In : *Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern*. Springer, 1923, p. 231-239.
- [102] ,MASSON Gérald et al. « Component mode synthesis (CMS) based on an enriched Ritz approach for efficient structural optimization ». In : *Journal of sound and vibration* 296.4-5 (2006), p. 845-860.
- [103] ,MAXIT Laurent. « Extension et reformulation du modèle SEA par la prise en compte de la répartition des énergies modales ». Thèse de doct. 2000.
- [104] ,MAXWELL James Clerk. « IV. On the dynamical theory of gases ». In : *Philosophical transactions of the Royal Society of London* 157 (1867), p. 49-88.
- [105] ,MERLETTE Nicolas. « Amortissement des caisses automobiles par des films minces viscoélastiques pour l'amélioration du confort vibratoire ». Thèse de doct. Ecully, Ecole centrale de Lyon, 2005.
- [106] ,METEYER Erwan et al. « Lock-in vibration retrieval based on high-speed full-field coherent imaging ». In : *Scientific Reports* 11.1 (2021), p. 1-15.
- [107] ,METHERELL Alexander F et DILLER SV. « Instantaneous energy dissipation rate in a lap joint—uniform clamping pressure ». In : (1968).
- [108] ,MEYERS Marc A. *Dynamic behavior of materials*. John wiley & sons, 1994.
- [109] ,MINDLIN Raymond David. « Compliance of elastic bodies in contact ». In : (1949).

- [110] ,MINDLIN RD et al. « Effects of an oscillating tangential force on the contact surfaces of elastic spheres ». In : *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the ASME*. T. 18. 3. ASME-AMER Soc Mechanical Eng 345 E 47TH ST, NEW YORK, NY 10017. 1951, p. 331-331.
- [111] ,NANDA BK et BEHERA AK. « Study on damping in layered and jointed structures with uniform pressure distribution at the interfaces ». In : *Journal of Sound and Vibration* 226.4 (1999), p. 607-624.
- [112] ,NASHIF Ahid D, JONES David IG et HENDERSON John P. *Vibration damping*. John Wiley & Sons, 1985.
- [113] ,NASTRAN MSC et al. « Quick reference guide ». In : *MSC. SOFTWARE* 1 (2004).
- [114] ,NAYFEH Ali H, CHIN C et MOOK Dean T. « Parametrically excited nonlinear two-degree-of-freedom systems with repeated natural frequencies ». In : *Shock and Vibration* 2.1 (1995), p. 43-57.
- [115] ,NEWMARK Nathan Mortimore et al. « A method of computation for structural dynamics ». In : American Society of Civil Engineers. 1959.
- [116] ,PAYNE AR. « A note on the existence of a yield point in the dynamic modulus of loaded vulcanizates ». In : *Journal of Applied Polymer Science* 3.7 (1960), p. 127-127.
- [117] ,PAYNE AR et WHITTAKER RE. « Low strain dynamic properties of filled rubbers ». In : *Rubber chemistry and technology* 44.2 (1971), p. 440-478.
- [118] ,PENNEC Fabienne. « Modélisation du contact métal-métal : application aux micro-commutateurs MEMS RF ». Thèse de doct. Université Paul Sabatier-Toulouse III, 2009.
- [119] ,PERDAHICIOGLU D Akçay, ELLENBROEK MHM et DE BOER A. « A hybrid design optimization method using enriched Craig-Bampton approach ». In : *16th International Congress on Sound and Vibration, ICSV*. 2009.
- [120] ,PÉREZ-RÀFOLS Francesc et ALMQVIST Andreas. « Generating randomly rough surfaces with given height probability distribution and power spectrum ». In : *Tribology International* 131 (2019), p. 591-604.
- [121] ,PERSSON Bo NJ. *Sliding friction : physical principles and applications*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [122] ,PEYRET Nicolas. « Dissipation de l'énergie mécanique dans les assemblages : effet du frottement en sollicitation dynamique ». Thèse de doct. Université Paris-Est, 2012.
- [123] ,PEYRET Nicolas et al. « A Mindlin derived Dahl friction model ». In : *Mechanism and Machine Theory* 117 (2017), p. 48-55.
- [124] ,PIAN THH. « Structural damping of a simple built-up beam with riveted joints in bending ». In : (1957).
- [125] ,PIERRE Christophe. « Mode localization and eigenvalue loci veering phenomena in disordered structures ». In : *Journal of Sound and Vibration* 126.3 (1988), p. 485-502.
- [126] ,POITTEVIN Julien et al. « Multi-point vibrometer based on high-speed digital in-line holography ». In : *Applied optics* 54.11 (2015), p. 3185-3196.
- [127] ,PORTER W. « An algorithm for inverting linear dynamic systems ». In : *IEEE Transactions on Automatic Control* 14.6 (1969), p. 702-704.
- [128] ,POUDOU Olivier. « Modeling and analysis of the dynamics of dry-friction-damped structural systems ». Thèse de doct. University of Michigan, 2007.



- [129] ,RAYLEIGH Lord. « On the diffraction of light by spheres of small relative index ». In : *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* 90.617 (1914), p. 219-225.
- [130] ,REN Y et BEARDS CF. « Identification of joint properties of a structure using FRF data ». In : *Journal of sound and vibration* 186.4 (1995), p. 567-587.
- [131] ,REN Y, LIM TM et LIM MK. « Identification of properties of nonlinear joints using dynamic test data ». In : (1998).
- [132] ,RICE James R et TSE Simon T. « Dynamic motion of a single degree of freedom system following a rate and state dependent friction law ». In : *Journal of Geophysical Research : Solid Earth* 91.B1 (1986), p. 521-530.
- [133] ,RICHARD P. « Méthodes de sous-structuration dynamique en éléments finis ». In : *Rapport EDF HP-61/90.149* ().
- [134] ,RUBINSTEIN SM, COHEN G et FINEBERG J. « Dynamics of precursors to frictional sliding ». In : *Physical review letters* 98.22 (2007), p. 226103.
- [135] ,SCHWINGSHACKL CW, PETROV EP et EWINS DJ. « Measured and estimated friction interface parameters in a nonlinear dynamic analysis ». In : *Mechanical Systems and Signal Processing* 28 (2012), p. 574-584.
- [136] ,SEGALMAN Daniel J et al. « Status and integrated road-map for joints modeling research ». In : *Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM* (2003).
- [137] ,SMITH S et al. « The effects of boundary conditions, measurement techniques, and excitation type on measurements of the properties of mechanical joints ». In : *Nonlinear Dynamics, Volume 1*. Springer, 2016, p. 415-431.
- [138] ,SMITH JR PW. « Response and radiation of structural modes excited by sound ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 34.5 (1962), p. 640-647.
- [139] ,SOIZE Christian. « Stochastic modeling of uncertainties in computational structural dynamics—recent theoretical advances ». In : *Journal of Sound and Vibration* 332.10 (2013), p. 2379-2395.
- [140] ,SONG Yaxin et al. « Simulation of dynamics of beam structures with bolted joints using adjusted Iwan beam elements ». In : *Journal of Sound and Vibration* 273.1-2 (2004), p. 249-276.
- [141] ,SOULA M et al. « Measurements of isothermal complex moduli of viscoelastic materials over a large range of frequencies ». In : *Journal of Sound and Vibration* 205.2 (1997), p. 167-184.
- [142] ,STRASSEN Volker. « Gaussian elimination is not optimal ». In : *Numerische mathematik* 13.4 (1969), p. 354-356.
- [143] ,TAFLOVE Allen et HAGNESS Susan C. *Computational electrodynamics : the finite-difference time-domain method*. Artech house, 2005.
- [144] ,THOMAS DL, WILSON JM et WILSON RR. « Timoshenko beam finite elements ». In : *Journal of Sound and Vibration* 31.3 (1973), p. 315-330.
- [145] ,VALANIS KC. *A theory of viscoplasticity without a yield surface. Part 1. General theory*. Rapp. tech. IOWA UNIV IOWA CITY DEPT OF MECHANICS et HYDRAULICS, 1970.
- [146] ,WASSEREAU Thibault. « Caractérisation de matériaux composites par problème inverse vibratoire ». Thèse de doct. Université du Maine, 2016.
- [147] ,WEBSTER JJ. « Free vibrations of rectangular curved panels ». In : *International Journal of Mechanical Sciences* 10.7 (1968), p. 571-582.



- [148] ,WILLIAMS Frederic W et WITTRICK William H. « Exact buckling and frequency calculations surveyed ». In : *Journal of Structural Engineering* 109.1 (1983), p. 169-187.
- [149] ,WOJEWODA Jerzy et al. « Hysteretic effects of dry friction : modelling and experimental studies ». In : *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 366.1866 (2008), p. 747-765.
- [150] ,YANG BD, CHU ML et MENQ CH. « Stick–slip–separation analysis and non-linear stiffness and damping characterization of friction contacts having variable normal load ». In : *Journal of Sound and vibration* 210.4 (1998), p. 461-481.
- [151] ,YANG Yuxing et al. « A STIFFNESS MODEL FOR UNIDIRECTIONAL COMPOSITE BOLTED JOINTS ». In : () .
- [152] ,ZADEH Lotfi Asker. « Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility ». In : *Fuzzy sets and systems* 1.1 (1978), p. 3-28.
- [153] ,ZENER CM. *Elasticity and Anelasticity of Metals, 6th edn, III*. 1948.
- [154] ,ZIEMER William P. *Weakly differentiable functions : Sobolev spaces and functions of bounded variation*. T. 120. Springer Science & Business Media, 2012.

---

**Titre :** Étude de l'influence des propriétés de liaisons sur le comportement vibroacoustique d'une structure assemblée.

**Mot clés :** Assemblage mécanique, Dynamique des structures, Rayonnement acoustique, Approche modale, Conversion de mouvement

**Résumé :** Dans ce travail de thèse, il s'agit de mieux comprendre si la nature des liaisons entre pièces a une importance sur le comportement dynamique et/ou sur le rayonnement acoustique d'un assemblage. Pour aborder l'analyse, le cas d'étude choisi est celui de deux poutres assemblées où la liaison est représentée par une distribution de liaisons mécaniques (raideur et amortissement). Une mise en équation analytique de l'assemblage est réalisée. Elle prend en compte le dés-alignement des fibres neutres qui couple des mouvements de traction-compression et de flexion. Ces équations sont projetées dans les bases modales libres-libres des structures découplées dont l'intérêt est d'y accéder facilement expérimentalement. Dans cette modélisation, l'effet de la liaison est décrit par une matrice de couplage intermodal. Cette matrice met en évidence la contribution des modes résonants dans la dynamique de l'assemblage ainsi que la contribution des modes rayonnants

sur son comportement vibroacoustique. L'étude du comportement de l'assemblage sous différents types d'excitation met en évidence des comportements typiques allant du quasi-découplage au couplage des mouvements incluant des mécanismes de conversions. La transition entre ces comportements typiques et son lien avec les paramètres de liaison est analysée et révèle qu'un rayonnement significatif peut apparaître en raison de l'hybridation des mouvements provoquée par la liaison. Une démarche expérimentale est construite et confirme les résultats du modèle. Pour s'affranchir d'une analyse dépendante des excitations, des indicateurs sont construits sur la base de l'inverse de la rigidité dynamique de l'assemblage qui fait office de signature intrinsèque de la liaison. L'ensemble de la démarche est appliqué à deux cas d'étude : Poutres collées et poutres boulonnées. Une ouverture vers la prise en compte de non-linéarités à la liaison est proposée comme perspective.

---

**Title:** Study of the influence of junction properties on the vibroacoustic behaviour of an assembled structure

**Keywords:** Mechanical assembly, Structure dynamic, Acoustic radiation, Modal approach, Motion conversion

**Abstract:** In this thesis, the aim is to better understand whether the nature of the connections between parts has an importance on the dynamic behaviour and/or on the acoustic radiation of an assembly. To approach the analysis, the case study consisted of two assembled beams where the junction is represented by a distribution of mechanical bonds (stiffness and damping). An analytical equation of the junction is performed. It takes into account the misalignment of the neutral fibres which couple longitudinal and flexural motions. These equations are projected into the free-free modal bases of the decoupled structures, which are easily accessible experimentally. In this model, the junction effects are described by an intermodal coupling matrix. This matrix highlights the contribution of the resonant modes in the dynamics of the junction as well as the contribution of the radiating modes on its vi-

broacoustic behaviour. The study of the assembly behaviour under different types of excitation reveals typical behaviours ranging from quasi-decoupling to coupling of motions including conversion mechanisms. The transition between these typical behaviours and its link to the junction parameters is analysed and reveals that significant radiation can occur due to hybridization of motions caused by the junction. An experimental approach is obtained and confirms the results of the model. In order to avoid an analysis dependent on the excitation, indicators are constructed on the basis of the inverse of the dynamic stiffness of the assembled structures, which acts as an intrinsic signature of the junction. The whole approach is applied to two study cases: glued beams and bolted beams. An opening towards the non-linearities at the junction is proposed as a perspective.