

Cartographie des champs vibratoires à la surface des sols en milieu urbain : Application ferroviaire et chantiers

Ghislain Duval

▶ **To cite this version:**

Ghislain Duval. Cartographie des champs vibratoires à la surface des sols en milieu urbain : Application ferroviaire et chantiers. Acoustique [physics.class-ph]. Université de Lyon, 2022. Français. NNT : 2022LYSEI043 . tel-03773332

HAL Id: tel-03773332
https://theses.hal.science/tel-03773332

Submitted on 9 Sep 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N°d'ordre NNT : 2022LYSEI043

THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON
opérée au sein de
l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Ecole Doctorale N° 162
Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique

Spécialité de doctorat : Acoustique

Soutenue publiquement le 24/05/2022, par :
Ghislain Duval

Cartographie des champs vibratoires à la surface des sols en milieu urbain
-
Application ferroviaire et chantiers

Devant le jury composé de :

Totaro, Nicolas	Professeur, INSA Lyon	Président du jury
Mattei, Pierre-Olivier	Chargé de Recherche CNRS HDR, LMA	Rapporteur
Pézerat, Charles	Professeur, Le Mans Université	Rapporteur
Guigou-Carter, Catherine	Docteur, Direction Santé Confort CSTB	Examinatrice
Hamzaoui, Nacer	Professeur, INSA Lyon	Examinateur
Laulagnet, Bernard	Maître de Conférences HDR, INSA Lyon	Directeur de thèse
Lethuillier, Tony	Responsable R&D Groupe Gamba	Encadrant
Poisson, Franck	Administrateur Eurailtest	Invité

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Département FEDORA – INSA Lyon - Ecoles Doctorales

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	**CHIMIE DE LYON** **https://www.edchimie-lyon.fr** Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage secretariat@edchimie-lyon.fr	**M. Stéphane DANIELE** C2P2-CPE LYON-UMR 5265 Bâtiment F308, BP 2077 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69616 Villeurbanne **directeur@edchimie-lyon.fr**
E.E.A.	**ÉLECTRONIQUE, ÉLECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE** **https://edeea.universite-lyon.fr** Sec. : Stéphanie CAUVIN Bâtiment Direction INSA Lyon Tél : 04.72.43.71.70 secretariat.edeea@insa-lyon.fr	**M. Philippe DELACHARTRE** INSA LYON Laboratoire CREATIS Bâtiment Blaise Pascal, 7 avenue Jean Capelle 69621 Villeurbanne CEDEX Tél : 04.72.43.88.63 **philippe.delachartre@insa-lyon.fr**
E2M2	**ÉVOLUTION, ÉCOSYSTÈME, MICROBIOLOGIE, MODÉLISATION** **http://e2m2.universite-lyon.fr** Sec. : Sylvie ROBERJOT Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr	**M. Philippe NORMAND** Université Claude Bernard Lyon 1 UMR 5557 Lab. d'Ecologie Microbienne Bâtiment Mendel 43, boulevard du 11 Novembre 1918 69 622 Villeurbanne CEDEX **philippe.normand@univ-lyon1.fr**
EDISS	**INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTÉ** **http://ediss.universite-lyon.fr** Sec. : Sylvie ROBERJOT Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 secretariat.ediss@univ-lyon1.fr	**Mme Sylvie RICARD-BLUM** Institut de Chimie et Biochimie Moléculaires et Supramoléculaires (ICBMS) - UMR 5246 CNRS - Université Lyon 1 Bâtiment Raulin - 2ème étage Nord 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69622 Villeurbanne Cedex Tél : +33(0)4 72 44 82 32 **sylvie.ricard-blum@univ-lyon1.fr**
INFOMATHS	**INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES** **http://edinfomaths.universite-lyon.fr** Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage Tél : 04.72.43.80.46 infomaths@univ-lyon1.fr	**M. Hamamache KHEDDOUCI** Université Claude Bernard Lyon 1 Bât. Nautibus 43, Boulevard du 11 novembre 1918 69 622 Villeurbanne Cedex France Tél : 04.72.44.83.69 **hamamache.kheddouci@univ-lyon1.fr**
Matériaux	**MATÉRIAUX DE LYON** **http://ed34.universite-lyon.fr** Sec. : Yann DE ORDENANA Tél : 04.72.18.62.44 yann.de-ordenana@ec-lyon.fr	**M. Stéphane BENAYOUN** Ecole Centrale de Lyon Laboratoire LTDS 36 avenue Guy de Collongue 69134 Ecully CEDEX Tél : 04.72.18.64.37 **stephane.benayoun@ec-lyon.fr**
MEGA	**MÉCANIQUE, ÉNERGÉTIQUE, GÉNIE CIVIL, ACOUSTIQUE** **http://edmega.universite-lyon.fr** Sec. : Stéphanie CAUVIN Tél : 04.72.43.71.70 Bâtiment Direction INSA Lyon mega@insa-lyon.fr	**M. Jocelyn BONJOUR** INSA Lyon Laboratoire CETHIL Bâtiment Sadi-Carnot 9, rue de la Physique 69621 Villeurbanne CEDEX **jocelyn.bonjour@insa-lyon.fr**
ScSo	**ScSo*** **https://edsciencessociales.universite-lyon.fr** Sec. : Mélina FAVETON INSA : J.Y. TOUSSAINT Tél : 04.78.69.77.79 melina.faveton@univ-lyon2.fr	**M. Christian MONTES** Université Lumière Lyon 2 86 Rue Pasteur 69365 Lyon CEDEX 07 **christian.montes@univ-lyon2.fr**

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Résumé

L'environnement vibratoire urbain connaît actuellement de profondes transformations. La création de réseaux de tramway dans de nombreuses villes, ainsi que la multiplication des projets immobiliers à proximité de voies ferrées, entraînent de forts risques de gêne vibratoire et acoustique pour les résidents. Il devient donc indispensable pour le bureau d'études d'être capable d'estimer le niveau vibratoire propagé depuis une source dans le sol et dans les constructions environnantes.

Le modèle d'interaction présenté dans ce travail suppose une structure reposant à la surface du sol et un contact sur des surfaces de relativement petites dimensions. Il est basé sur un développement analytique partant des équations du mouvement pour un sol stratifié. La méthode de modélisation de la structure n'est pas spécifiée afin de gagner en flexibilité. Le schéma de résolution numérique est adapté à la réalisation d'études paramétriques et de dimensionnement.

Une campagne de mesures est menée sur un viaduc supportant une ligne de métro. Les caractéristiques mécaniques du sol sont déterminées par méthode MASW (*Multichannel Analysis of Surface Waves*), et les vitesses vibratoires verticales sur le tablier du viaduc et en plusieurs points du sol sont mesurées au passage des rames de métro. Le transfert vibratoire du tablier vers le sol est reproduit de façon adéquate par le modèle d'interaction.

Les paramètres incertains du problème, tels que l'épaisseur du tablier ou la fréquence de résonance des éléments désolidarisants placés sous le tablier, sont étudiés séparément afin de faire correspondre au mieux la simulation à la mesure. Les limites du modèle sont également mises en évidence, en particulier à proximité des piles du viaduc.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Le modèle de sol est ensuite étendu au domaine temporel. Une comparaison avec une mesure vibratoire du sol excité par une masse d'impact produit des résultats satisfaisants. Cela ouvre des perspectives d'application différentes, relatives aux dommages aux structures et aux équipements sensibles.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Financement et encadrement

Ce travail de thèse a été réalisé du 1er janvier 2019 au 31 décembre 2021 au sein des entreprises Acouphen (année 2019) puis Groupe Gamba (années 2020 et 2021), dans le cadre du dispositif de financement CIFRE (Conventions Industrielles de Formation par le REcherche). L'encadrement scientifique y a été assuré par Benjamin Trévisan puis par Tony Lethuillier.

Ces travaux ont été dirigés par Bernard Laulagnet au Laboratoire Vibrations Acoustique (LVA) de l'Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Lyon (Univ Lyon, INSA Lyon, LVA, EA677). Le LVA est membre du Laboratoire d'Excellence CeLyA (Centre Lyonnais d'Acoustique) de l'Université de Lyon (ANR-10-LABX-0060).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Table des matières

Résumé **I**

Financement et encadrement **III**

Table des matières **V**

Introduction **1**

1 Bibliographie et état de l'art **5**
1.1 Propagation vibratoire dans le sol 7
1.1.1 Hypothèses fondatrices de représentation 7
1.1.2 Ondes de volume et de surface 8
1.1.3 Résolution du problème de Rayleigh 10
1.1.4 Sismogrammes synthétiques 20
1.2 Méthodes de caractérisation du sol 21
1.2.1 La méthode SSRM 22
1.2.2 La méthode SASW 23
1.2.3 La méthode MASW 26
1.2.4 Inversion de modèle 30
1.2.5 Autres méthodes de caractérisation 33
1.3 Sources vibratoires 41
1.3.1 Champ propagé au sol par une source ferroviaire 42
1.3.2 Sources ferroviaires particulières : viaduc et tramway . . 45
1.4 L'interaction sol-structure 46
1.5 Rayonnement des structures en milieu fluide 49

2 Modèle d'interaction sol-structure **53**
2.1 Réponse du sol à une sollicitation en surface 55

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

2.1.1 Écriture du problème 55
2.1.2 Résolution par intégration numérique 61
2.1.3 Validation de la méthode de calcul 64
2.2 Influence des caractéristiques mécaniques du sol sur la propagation vibratoire 68
2.2.1 Amortissement 68
2.2.2 Vitesses de propagation 69
2.2.3 Masse volumique 70
2.2.4 Stratification du sol 71
2.3 Extension à une source enfouie 72
2.4 Modèle d'interaction sol-structure en surface 75
2.4.1 Comportement de la structure 76
2.4.2 Couplage sol-structure 78
2.4.3 Implémentation numérique 85
2.4.4 Validation du modèle 87
2.5 Réponse d'un immeuble à une ligne source 90
2.5.1 Réponse du sol libre à la ligne source 92
2.5.2 Couplage de l'immeuble au sol 95
2.5.3 Influence du sol sur la réponse du système 99

3 Champ vibratoire engendré par un viaduc ferroviaire en milieu urbain 103
3.1 Mesures sur le site de Toulouse Jolimont 104
3.1.1 Site et protocole de mesure 104
3.1.2 Caractérisation MASW du sol 108
3.1.3 Spectres de vitesse au passage 115
3.2 Modélisation du système viaduc-sol 119
3.2.1 Modèle de structure 120
3.2.2 Analyse du système sol-structure 126
3.2.3 Cartographie du champ vibratoire 132

4 Résolution du problème de sol dans le domaine temporel 143
4.1 Écriture et résolution numérique 144
4.1.1 Extension de la formulation 144
4.1.2 Propriétés de l'intégrale sur les pulsations 145
4.2 Confrontation à la mesure 153

Conclusion 157

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

A Rayonnement acoustique du piston plan bafflé **i**

B Parité des termes N_{ij} **v**

C Coût numérique du calcul FEM **vii**

D Calcul de multispectre **ix**

E Modèles de poutres en traction-compression et flexion **xi**

F Sollicitations temporelles **xvii**

Bibliographie **xxii**

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Introduction

L'environnement vibratoire en milieu urbain est en pleine mutation. Le tramway est un mode de transport en commun qui est en plein essor depuis le début du 21ème siècle, comme le prouve son implantation récente en France dans nombre de villes de moyennes et grandes tailles : Montpellier en 2000, Lyon en 2001, Bordeaux en 2003, Le Mans et Nice en 2007, Toulouse en 2010, Brest, Dijon, et Le Havre en 2012, Caen et Avignon en 2019, par exemple ; la liste n'est pas exhaustive [1].

De plus, en raison de la densification du tissu urbain, nombre de projets immobiliers récents s'établissent à proximité de voies ferrées en exploitation. En témoigne notamment la création de SNCF Immobilier en 2015 [2], dont la filiale Espace Ferroviaires a notamment pour mission de valoriser "des sites ferroviaires non exploités au cœur des grandes villes" [3]. Or, le transport ferré est une source de vibrations importante qui injecte des énergies conséquentes dans le sol.

Trois phénomènes distincts sont susceptibles de contribuer à la gêne des résidents de bâtiments situés à proximité de sources vibratoires importantes.

1. Le bruit aérien : il s'agit de la propagation acoustique aérienne directe depuis la source de bruit vers le bâtiment. C'est un phénomène relativement bien connu et qui fait l'objet de normes et régulations. Ainsi, l'arrêté du 30 juin 1999 [4] fixe notamment des objectifs d'isolement acoustique minimum pour les façades des immeubles d'habitation à respecter

1. fr.wikipedia.org/wiki/Liste_des_tramways_en_France
2. www.sncf.com/fr/reseau-expertises/activites-immobilieres/sncf-immobilier
3. espacesferroviaires.sncf.com
4. www.legifrance.gouv.fr/loda/id/JORFTEXT000000760934/

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

pour toute nouvelle construction. La directive européenne 2002/49/CE [5] rend obligatoire la création de cartes de bruit pour les États membres de l'Union Européenne, cartes qui prennent en compte les contributions des transports et des industries. La production de ces cartes est harmonisée par la méthode commune CNOSSOS-EU (*COmmon Noise aSSesment methOdS* - méthodes communes d'évaluation du bruit), en date du 19 mai 2015 [6].

2. Le bruit solidien : il s'agit du bruit rayonné par les éléments de construction internes à un bâtiment lorsqu'ils sont mis en vibration. Il peut s'agir, par exemple, du rayonnement acoustique du plancher d'un immeuble d'habitation lors d'un passage de train à proximité.

3. Les vibrations propagées dans les habitations peuvent être sources de gêne elles-mêmes, en-dehors de toute considération acoustique. La perception tactile de ces vibrations est le facteur le plus couramment cité ; dans certains cas particulièrement critiques, ces vibrations peuvent également être percues visuellement, par exemple par le balancement d'un lustre au plafond d'une habitation.

La figure 1 présente un schéma de principe d'une situation vibratoire potentiellement gênante. Les ondes vibratoires se transmettent depuis la source (ici, une voie ferrée) vers le bâtiment par l'intermédiaire du sol, qui est donc le milieu de propagation de ce problème. La structure est mise en vibration et ses éléments de construction peuvent alors rayonner de l'énergie acoustique dans les locaux. La contribution aérienne directe est représentée par des flèches pointillées.

L'évaluation de la gêne due aux vibrations ferroviaires a récemment fait l'objet de nombreuses études. Sharp *et al.* ([SWS+14]) ont montré que les résidents sont globalement plus tolérants envers les trains de passagers qu'envers les trains de fret, et que ces sources vibratoires doivent donc être considérées séparément du point de vue de la gêne. Les effets de combinaison du bruit aérien et des vibrations ont été mis en évidence ([HG12], [JLG13]), et il a été montré que la gêne résultante de cette combinaison est particulièrement importante et

5. www.legifrance.gouv.fr/jorf/id/JORFTEXT000000337482

6. op.europa.eu/en/publication-detail/-/publication/80bca144-bd3a-46fb-8beb-47e16ab603db/language-en

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

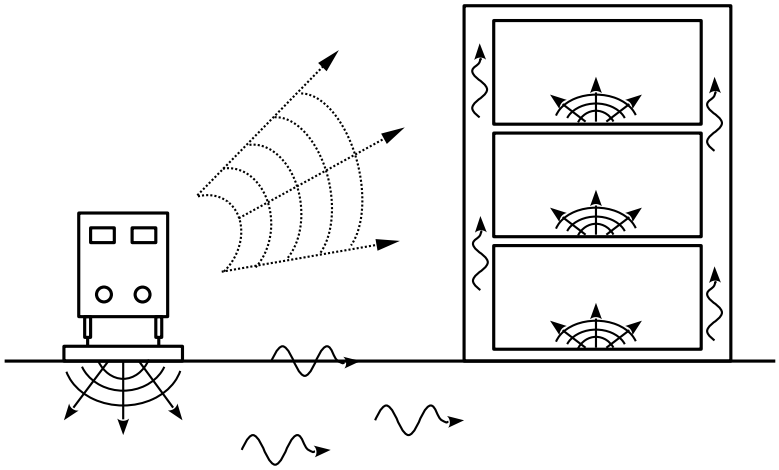


FIGURE 1 – Schéma de principe de la propagation vibratoire depuis une voie ferrée vers un immeuble ; la propagation aérienne est représentée par des flèches pointillées.

a un effet néfaste sur les cycles de sommeil ([SCÖ+17]). Toutefois, les modèles de gêne existant dans la littérature doivent encore être confrontés ([MPMF20]) pour que ces phénomènes perceptifs soient mieux compris.

En France, il n'existe à l'heure actuelle pas de législation contraignante relative aux niveaux vibratoires dans les bâtiments. Toutefois, la promulgation de la Loi d'Orientation des Mobilités (LOM) [7] en décembre 2019 entraîne un effort normatif conséquent. Il est prévu que des indicateurs spécifiques à l'évaluation des phénomènes vibratoires aux abords des voies ferrées soient définis et que des seuils de tolérance soient mis en place [8].

Le cadre normatif existant est d'usage volontaire mais guide toutefois les travaux d'évaluation des risques vibratoires. Ainsi, la norme ISO 2631 ([ISO97], [ISO03]) définit des outils d'évaluation de l'exposition des personnes aux phénomènes vibratoires ; la norme NF E90-020 met en place des procédures de mesurage des vibrations, en considérant des applications spécifiques aux struc-

7. www.legifrance.gouv.fr/loda/id/JORFTEXT000039666574

8. www.bruit.fr/bruit-et-politique/promulgation-de-la-lom-quels-impacts-en-matiere-de-bruit

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

tures ([AFN15a]), aux équipements sensibles ([AFN15b]), ou bien aux personnes ([AFN18]) ; la norme ISO 14837 ([ISO05], [ISO17]) traite plus particulièrement du cas ferroviaire et propose notamment des lignes directrices pour l'évaluation des propriétés mécaniques du sol ([ISO15]). Il ressort de ces textes que la problématique vibratoire se situe en basses fréquences : sous la bande de tiers d'octave 80 Hz environ concernant la perception tactile ; comprise entre les bandes de tiers d'octave 16 Hz et 250 Hz environ pour le bruit solidien.

Il existe donc, au-delà des contextes législatif et normatif, un réel besoin d'harmonisation des méthodes et procédures et de développement d'outils de prédiction vibratoire et de dimensionnement des moyens de mitigation antivibratiles. Des travaux ont déjà été entrepris dans ce sens : notablement, le projet RIVAS [9] [10] (*Railway Induced Vibration Abatement Solutions* - solutions de mitigation des vibrations induites par le ferroviaire), initié par l'UIC (*International Union of Railways*) avec le concours de l'Union Européenne et achevé en 2013, est à la fois un état de l'art très complet des connaissances du domaine et une méthode de prédiction des vibrations induites dans les bâtiments. Cette méthode repose sur un assemblage de fonctions de transfert mesurées, calculées, ou dont des valeurs de références sont fournies.

Le travail présenté dans ce manuscrit propose une méthode d'estimation du champ vibratoire au sein d'un système couplé sol-structure, avec contact à la surface du sol. Il s'inscrit dans une démarche d'utilisation pratique afin de permettre une représentation globale de l'interaction à un coût de calcul numérique relativement modeste. Le chapitre 1 constitue une revue bibliographique concernant principalement la propagation vibratoire dans le sol et l'interaction sol-structure. Le modèle d'interaction est développé au chapitre 2, et un exemple potentiel d'application est présenté au chapitre 3 : l'estimation du champ vibratoire propagé par un viaduc ferroviaire supportant une ligne de métro dans une grande ville. Le modèle y est alors confronté à la mesure *in situ*. Le chapitre 4 étudie la possibilité d'extension du modèle de sol du domaine harmonique vers le temporel, afin d'envisager d'étendre son champ d'application aux problématiques chantiers et perturbation des équipements sensibles.

9. uic.org/projects/article/rivas
10. cordis.europa.eu/project/id/265754/fr

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

CHAPITRE 1

Bibliographie et état de l'art

Sommaire

1.1 Propagation vibratoire dans le sol 7
1.1.1 Hypothèses fondatrices de représentation 7
1.1.2 Ondes de volume et de surface 8
1.1.3 Résolution du problème de Rayleigh 10
1.1.4 Sismogrammes synthétiques 20
1.2 Méthodes de caractérisation du sol 21
1.2.1 La méthode SSRM 22
1.2.2 La méthode SASW 23
1.2.3 La méthode MASW 26
1.2.4 Inversion de modèle 30
1.2.5 Autres méthodes de caractérisation 33
1.3 Sources vibratoires 41
1.3.1 Champ propagé au sol par une source ferroviaire 42
1.3.2 Sources ferroviaires particulières : viaduc et tramway . 45
1.4 L'interaction sol-structure 46
1.5 Rayonnement des structures en milieu fluide 49

Ce premier chapitre est une introduction bibliographique au problème de propagation vibratoire partant d'une source, transmis par le sol, vers une structure réceptrice. Le paragraphe 1.1 traite de la modélisation du sol comme milieu de propagation des ondes vibratoires. L'approche la plus répandue est de supposer que le sol est un milieu stratifié à surface libre afin de permettre une

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

description analytique des phénomènes ondulatoires en son sein. L'onde de surface de Rayleigh fait l'objet d'une attention particulière : la méthode de résolution de son problème de dispersion est présentée afin de dégager les principales propriétés de cette onde. En effet, les méthodes de caractérisation non destructives du sous-sol sont généralement basées sur l'évaluation expérimentale de la dispersion de l'onde de Rayleigh, afin de remonter par inversion de modèle aux caractéristiques mécaniques du sous-sol. En particulier, la méthode MASW (*Multichannel Analysis of Surface Waves*) fait actuellement figure de standard industriel concernant la caractérisation non destructive. La section 1.2 revient sur ces méthodes de caractérisation du sol.

La source ferroviaire est la source vibratoire la plus couramment étudiée dans la littérature. La section 1.3 propose dans un premier temps de revenir sur les méthodes de modélisation de la propagation au sol à partir de cette source. Par la suite, deux cas particuliers de source ferroviaire sont présentés : le train sur viaduc et le tramway avec pose des voies sur dalle de béton.

La section 1.4 est un panorama des méthodes de modélisation de l'interaction sol-structure les plus souvent rencontrées dans la littérature et utilisées en bureau d'études. Les approches analytiques sont par nature fortement contraintes par leurs hypothèses et donc restreintes à des cas d'application spécifiques. Les approches numériques sont *a priori* plus polyvalentes et capables de traiter un grand nombre de situations, mais fortement limitées par leurs coûts de calcul numérique. Des méthodes de sous-structuration du problème d'interaction, consistant à traiter séparément le sol et les fondations du bâtiment d'une part, et la superstructure (*i.e* la partie du bâtiment située hors-sol) d'autre part, sont souvent utilisées afin de rendre les approches entièrement numériques viables. Le problème peut aussi être abordé comme une succession de fonctions de transfert sur le chemin de propagation vibratoire. Cette approche a l'avantage de la facilité de manipulation et d'une grande légèreté de calcul.

Ce chapitre se termine par un retour succinct sur le problème de rayonnement d'une structure vibrante dans un milieu fluide. Ce sujet, extensivement étudié en acoustique, présente en effet des parallèles notables avec le modèle d'interaction sol-structure tel qu'il est développé au chapitre 2. C'est, de plus, un problème d'intérêt pour l'estimation du bruit solidien.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

1.1 Propagation vibratoire dans le sol

Cette section traite de la modélisation et de la caractérisation du sol comme milieu de propagation des ondes vibratoires. Le sol est en effet un milieu complexe, *a priori* inhomogène, et dont les caractéristiques mécaniques peuvent varier notablement d'un site à l'autre. Ainsi, ces travaux de modélisation et de caractérisation sont indispensables à toute représentation correcte du problème de transmission à partir d'une source vibratoire vers une structure réceptrice. Les principaux phénomènes vibratoires sont décrits quantitativement après le détail des hypothèses de représentation du milieu, puis la résolution mathématique du problème permet de dégager les caractéristiques de l'onde de surface de Rayleigh.

1.1.1 Hypothèses fondatrices de représentation

En raison de l'inhomogénéité du sol, et dans le but de pouvoir accéder à une représentation autre que purement numérique de la propagation vibratoire en son sein, il est indispensable d'adopter un jeu d'hypothèses contraignantes sur sa nature. Typiquement, le sol est considéré comme un milieu stratifié, constitué de couches homogènes : il ne présente donc des variations mécaniques que suivant sa profondeur. Suit un détail des hypothèses posées pour représenter ce milieu.

— Le sol est borné par sa surface plane à la cote $z = 0$. De plus, hors des sources vibratoires et des structures couplées, cette surface est libre de toute contrainte : $\sigma(z = 0) = 0$ en tout (x, y). Cette hypothèse traduit un couplage mécanique négligeable entre le sol et l'air.

— Le sol a des dimensions infinies suivant ses coordonnées latérales x et y. Cette hypothèse est nécessaire pour prendre en compte les très grandes dimensions du milieu de propagation et les phénomènes d'extinction vibratoire avec les très grandes distances à la source.

— Les matériaux constituant le sol sont continus, élastiques, homogènes et isotropes. Ainsi, leurs mouvements répondent aux équations classiques de la mécanique des milieux continus, en particulier l'équation de Navier. Cela limite la validité des modèles de sol aux basses fréquences. En effet, une description valable en hautes fréquences devrait notamment pouvoir prendre en compte des phénomènes de porosité.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

— Sous une hypothèse de petites déformations, *a priori* raisonnable compte tenu du contexte, les contraintes et les déplacements sont liés par la loi de Hooke.
— La variabilité des paramètres mécaniques du sol suivant la profondeur est traduite par un empilement de couches de matériaux avec les hypothèses sus-citées. De la même façon que suivant les directions latérales, le sol a dimension infinie suivant sa profondeur, *i.e* la dernière couche est un demi-espace.
— Déplacements et contraintes sont continus aux interfaces séparant les couches de sol.

En résumé, le sol est donc essentiellement représenté par un empilement de couches de matériaux homogènes, avec des conditions d'infinité de ses dimensions. La figure 1.1 propose une visualisation schématique de ces hypothèses géométriques.

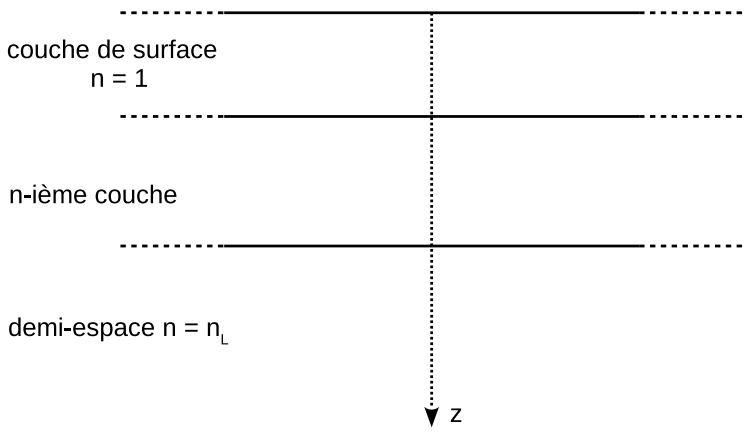


FIGURE 1.1 – Représentation du sol comme un empilement de couches parallèles semi-infinies (vue de côté 2D).

1.1.2 Ondes de volume et de surface

Un milieu mécanique homogène tel que supposé ici est le lieu de propagation de deux types d'ondes de volume.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

— Les ondes à polarisation longitudinale, également nommées ondes de compression-dilatation, ou encore ondes P pour *Primary* ; elles se propagent par une défomation du matériau longitudinale à la direction de propagation de l'onde.
— Les ondes à polarisation orthogonale, également nommées ondes de cisaillement, ou encore ondes S pour *Secondary* ; elles se propagent par une défomation du matériau orthogonale à la direction de propagation de l'onde.

Les termes *Primary* et *Secondary* viennent du fait que les ondes de cisaillement se propagent à plus petite vitesse que les ondes de compression-dilatation ; celles-ci atteignent donc un hypothétique récepteur en premier, les ondes de cisaillement en second. La figure 1.2 propose une visualisation des déformations du milieu au passage de ces deux types d'onde.

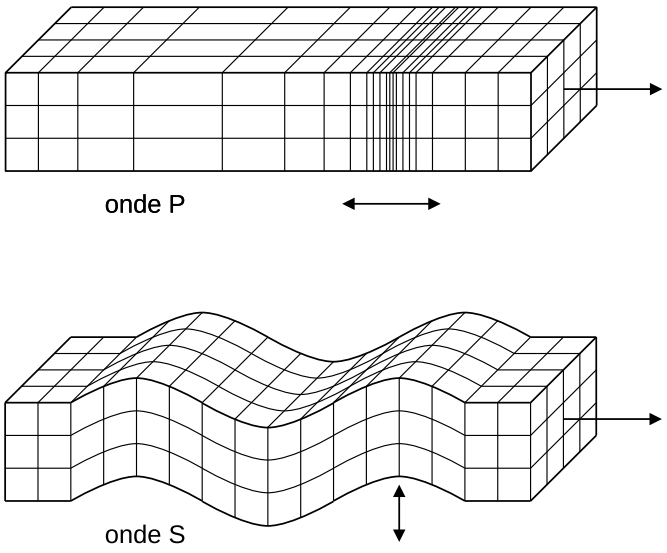


FIGURE 1.2 – Illustration de la polarisation des ondes vibratoires de compression-dilatation P (haut) et de cisaillement S (bas).

De plus, il a été montré par Lord Rayleigh ([Ray85]) que lorsqu'un tel milieu est borné par une surface libre, des ondes de surface à polarisation elliptique naissent à sa surface ; elles ont une composante suivant la direction de propagation de l'onde, et une composante orthogonale suivant la profondeur du milieu.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Plus tard, Love ([Lov11]) a montré que pour un milieu stratifié, un autre type d'ondes apparaît à la surface, qui possède une seule composante dans la direction latérale normale à la direction de propagation. Ces deux ondes sont nommées d'après ces deux scientifiques ; la figure 1.3 propose une représentation schématique des mouvements de la surface du milieu au passage de ces ondes.

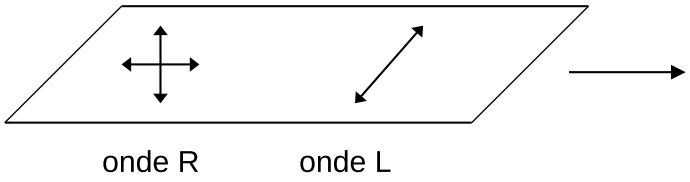


FIGURE 1.3 – Illustration de la polarisation des ondes de surface de Rayleigh (R) et de Love (L).

1.1.3 Résolution du problème de Rayleigh

Le comportement de l'onde de surface de Rayleigh est tout d'abord déterminé pour un milieu homogène. Cette simplification permet de se familiariser avec les principales équations et les techniques de résolution. De plus, comme elle admet une solution explicite, des propriétés majeures de la propagation de l'onde de Rayleigh peuvent être facilement dégagées. Le problème du milieu verticalement hétérogène, représenté par un empilement de couches de matériaux, nécessite lui une résolution numérique : les principales familles de méthodes de résolution sont listées.

Milieu homogène

D'après les hypothèses listées en 1.1.1, les déplacements $\mathbf{u}$ au sein du sol sont régis par l'équation de Navier, ici écrite en régime harmonique à la pulsation ω et en l'absence de source volumique dans le milieu :

$$\mu \boldsymbol{\Delta} \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \mathbf{grad}\,(\mathrm{div}\ \mathbf{u}) + \rho \omega^2 \mathbf{u} = \mathbf{0} \tag{1.1}$$

Les propriétés du sol sont décrites par les paramètres de Lamé μ et λ et par la masse volumique ρ. $\boldsymbol{\Delta}$, **grad**, et div sont respectivement les opérateurs

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Laplacien vectoriel, gradient, et divergence. Cette équation peut se résoudre par décomposition de Helmholtz du champ de déplacement. Cela consiste à écrire $\mathbf{u}$ comme la somme du gradient d'un champ scalaire ϕ et du rotationnel d'un champ vectoriel $\boldsymbol{\psi}$ ([RHW70], [Ach73]) :

$$\mathbf{u} = \mathbf{grad}\phi + \mathbf{rot}\boldsymbol{\psi} \tag{1.2}$$

Comme l'onde de Rayleigh est à polarisation elliptique, seules ses composantes suivant sa direction de propagation et suivant la profondeur du sol sont non nulles. Dans le cas d'une propagation dans la direction latérale x, le vecteur $\mathbf{u}$ s'écrit donc :

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial\phi}{\partial x} - \dfrac{\partial\psi}{\partial z} \\ 0 \\ \dfrac{\partial\phi}{\partial z} + \dfrac{\partial\psi}{\partial x} \end{pmatrix} \text{ avec } \boldsymbol{\psi} = \begin{pmatrix} 0 \\ \psi \\ 0 \end{pmatrix} \tag{1.3}$$

Introduire cette décomposition dans l'équation du mouvement conduit à deux équations de Helmholtz sur les potentiels :

$$\begin{cases} \Delta\phi + \left(\dfrac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)\omega^2\phi = 0 \\ \Delta\psi + \left(\dfrac{\rho}{\mu}\right)\omega^2\psi = 0 \end{cases} \tag{1.4}$$

Δ est l'opérateur Laplacien scalaire. Les formes de ces équations étant bien connues, les vitesses de propagation des ondes P et S sont identifiées :

$$V_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \qquad V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \tag{1.5}$$

L'équation 1.4 se réécrit donc en fonction des nombres d'onde k_p et k_s :

$$\begin{cases} \Delta\phi + k_p^2\phi = 0 \\ \Delta\psi + k_s^2\psi = 0 \end{cases} \tag{1.6}$$

L'écriture utilise ici le couple de coefficients de Lamé (λ, μ) pour décrire les

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

caractéristiques mécaniques du sol. Le module de Young E et le coefficient de Poisson ν peuvent être employés de façon équivalente ; en effet, ces grandeurs sont reliées par les relations :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \qquad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{1.7}$$

Soient les vitesses de compression-dilatation et de cisaillement :

$$V_p = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}} \qquad V_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}} \tag{1.8}$$

Le couple (V_p, V_s) est donc lui-même suffisant pour décrire les caractéristiques du sol. Le rapport de proportion entre les vitesses des ondes S et P est fonction uniquement du coefficient de Poisson :

$$\left(\frac{V_s}{V_p}\right)^2 = \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} = \gamma^2 \tag{1.9}$$

Comme le coefficient de Poisson est positif et strictement inférieur à 0.5, le rapport γ^2 est strictement inférieur à 1. En particulier, deux valeurs remarquables du coefficient de Poisson sont couramment rencontrées dans la littérature, et permettent un lien simple entre les vitesses de propagation des ondes P et S :

$$\begin{aligned} \nu = \frac{1}{4} \quad &\longrightarrow \quad V_p = \sqrt{3} \times V_s \\ \nu = \frac{1}{3} \quad &\longrightarrow \quad V_p = 2 \times V_s \end{aligned} \tag{1.10}$$

Les équations de Helmholtz 1.6 sont résolues par transformation de Fourier spatiale suivant la direction de propagation ($\tilde{}$ désigne les fonctions ainsi transformées, et j est l'unité imaginaire) :

$$\begin{cases} \int\limits_x \left[\Delta\phi + k_p^2\phi\right] e^{-\mathrm{j}kx}\mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{d}^2\tilde{\phi}}{\mathrm{d}z^2} + (k_p^2 - k^2)\tilde{\phi} = 0 \\ \int\limits_x \left[\Delta\psi + k_s^2\psi\right] e^{-\mathrm{j}kx}\mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{d}^2\tilde{\psi}}{\mathrm{d}z^2} + (k_s^2 - k^2)\tilde{\psi} = 0 \end{cases} \tag{1.11}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Dans le cas où $(k_p^2 - k^2) > 0$, les équations 1.11 ont comme solutions des fonctions oscillantes suivant la profondeur z. Or, ceci n'est pas cohérent avec la physique du problème qui postule que les ondes de surface décroissent rapidement avec la profondeur. Il est donc nécessaire que $(k_p^2 - k^2) < 0$, et les équations 1.11 deviennent alors :

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}^2\tilde{\phi}}{\mathrm{d}z^2} - k_1^2\tilde{\phi} = 0 \quad \text{avec } k_1^2 = k^2 - k_p^2 > 0 \\ \dfrac{\mathrm{d}^2\tilde{\psi}}{\mathrm{d}z^2} - k_2^2\tilde{\psi} = 0 \quad \text{avec } k_2^2 = k^2 - k_s^2 > 0 \end{cases} \tag{1.12}$$

La condition de rayonnement de Sommerfeld s'applique suivant la profondeur z : elle traduit le fait qu'il n'existe pas d'onde retour vers la surface. Les potentiels transformés ont donc comme solutions :

$$\begin{cases} \tilde{\phi} = Ae^{-k_1 z} \\ \tilde{\psi} = Be^{-k_2 z} \end{cases} \tag{1.13}$$

La surface du sol est considérée libre, les deux contraintes σ_{zx} et σ_{zz} s'annulent donc en $z = 0$:

$$\begin{cases} \sigma_{zx}(z=0) = 0 \\ \sigma_{zz}(z=0) = 0 \end{cases} \tag{1.14}$$

Dans l'hypothèse de petits déplacements, contraintes et déplacements sont reliés par la loi de Hooke :

$$\begin{cases} \sigma_{ii} = (\lambda + 2\mu)\,\epsilon_{ii} + \lambda\left(\epsilon_{jj} + \epsilon_{kk}\right) \\ \sigma_{ij} = 2\mu\epsilon_{ij} \ \text{ pour } i \neq j \end{cases} \tag{1.15}$$

Avec la déformation :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{1.16}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Les transformées de Fourier spatiales des contraintes s'écrivent donc, en fonction des inconnues A et B :

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}_{zx} = -2\mathrm{j}\mu k k_1 A e^{-k_1 z} - \mu\left(k^2 + k_2^2\right) B e^{-k_2 z} \\ \tilde{\sigma}_{zz} = A\left[(\lambda + 2\mu) k_1^2 - \lambda k^2\right] e^{-k_1 z} - 2\mathrm{j}\mu k k_2 B e^{-k_2 z} \end{cases} \tag{1.17}$$

Les conditions de surface libre 1.14 permettent alors de déterminer les inconnues A et B par résolution de l'équation matricielle :

$$\begin{bmatrix} -2\mathrm{j}kk_1 & -\left(k^2 + k_2^2\right) \\ \left[(\lambda + 2\mu) k_1^2 - \lambda k^2\right] & -2\mathrm{j}\mu k k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{1.18}$$

Le système d'équations 1.18 admet des solutions non triviales lorsque le déterminant de la matrice est nul, soit lorsque :

$$-4\mu k^2 k_1 k_2 + \left(k^2 + k_2^2\right)\left[(\lambda + 2\mu) k_1^2 - \lambda k^2\right] = 0 \tag{1.19}$$

Il s'agit de la relation de dispersion de l'onde de Rayleigh. À l'aide des relations 1.8, 1.9, et 1.12, elle peut être mise sous la forme couramment rencontrée ([Fot00]) :

$$K^6 - 8K^4 + \left(24 - 16\gamma^2\right) K^2 + 16\left(\gamma^2 - 1\right) = 0 \tag{1.20}$$

où $K = \dfrac{V_r}{V_s}$, avec V_r la vitesse de propagation de l'onde de Rayleigh telle que $V_r = \dfrac{\omega}{k_r}$. Cette équation 1.31 admet une solution approchée ([Vik67]) :

$$K = \frac{0.87 + 1.12\nu}{1 + \nu} \tag{1.21}$$

Pour un milieu homogène, la vitesse de l'onde de Rayleigh est donc constante et sa valeur dépend de la vitesse de cisaillement V_s et du coefficient de Poisson ν du matériau. Elle est comprise dans l'intervalle :

$$0.87 < \frac{V_r}{V_s} < 0.96 \tag{1.22}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

L'onde de Rayleigh est donc non dispersive dans le cas particulier où le sol est supposé un milieu homogène et semi-infini. La figure 1.4 propose une représentation des rapports entre les vitesses de cisaillement, de compression-dilatation, et de Rayleigh en fonction du coefficient de Poisson du matériau. Elle permet de constater que le rapport entre V_r et V_s est relativement stable en fonction de ν : en première approche, l'approximation $V_r = 0.9 \times V_s$ est souvent utilisée avec une précision acceptable. En revanche, le rapport entre V_p et V_s évolue fortement avec ν : la vitesse de l'onde P prend des valeurs relatives très grandes lorsque le coefficient de Poisson augmente.

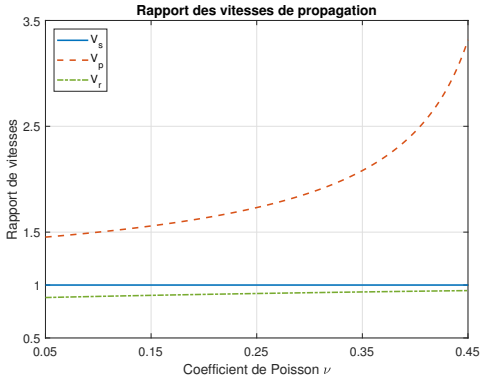


FIGURE 1.4 – Rapport entre les vitesses de propagation des ondes S, P, et de Rayleigh en fonction du coefficient de Poisson ν.

À l'aide de 1.3 et 1.18, les composantes transformées du déplacement de l'onde de Rayleigh peuvent s'écrire comme :

$$\begin{cases} \tilde{u}_x = B\left[-\dfrac{\left(k^2+k_2^2\right)}{2k_1}e^{-k_1 z} + k_2 e^{-k_2 z}\right] \\ \tilde{u}_z = \mathrm{j}B\left[-\dfrac{\left(k^2+k_2^2\right)}{2k}e^{-k_1 z} + k e^{-k_2 z}\right] \end{cases} \tag{1.23}$$

La présence de l'unité imaginaire dans l'expression de la composante z permet de déduire que les composantes horizontale et verticale de l'onde de Rayleigh sont déphasées de $\dfrac{\pi}{2}$. La figure 1.5 représente les amplitudes (divisées par l'amplitude à la surface) des composantes x et z de l'onde de Rayleigh en fonction de la profondeur, pour un coefficient de Poisson $\nu = \dfrac{1}{3}$. L'amplitude de

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

l'onde de Rayleigh décroît fortement avec la profondeur : à une profondeur de 2λ les amplitudes des deux composantes tendent rapidement vers 0. L'onde de Rayleigh a donc une profondeur de pénétration dans le sol limitée.

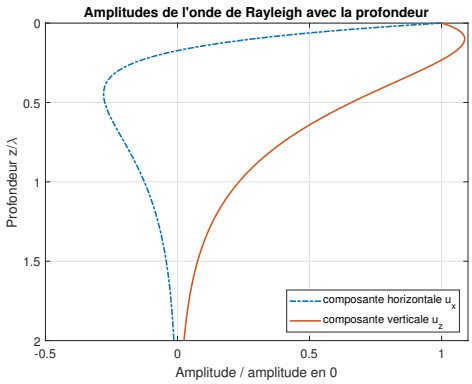


FIGURE 1.5 – Amplitudes des composantes de l'onde de Rayleigh en fonction de la profondeur ; amplitudes ramenées à l'amplitude à la surface, profondeur en tant que proportion de la longueur d'onde, $\nu = \frac{1}{3}$.

L'énergie transportée par l'onde de Rayleigh reste confinée proche de la surface. Elle est répartie sur des fronts d'onde cylindriques et suit donc une loi d'atténuation géométrique en $\frac{1}{r}$, avec r la distance au point d'excitation du sol. Autrement dit, l'amplitude de l'onde de Rayleigh décroît en $\frac{1}{\sqrt{r}}$. Les amplitudes des ondes de volumes décroissent elles en $\frac{1}{r}$ dans le volume, et en $\frac{1}{r^2}$ à la surface ([RHW70]). De plus, environ deux tiers de l'énergie transmise au sol par un vibrateur harmonique vertical passent dans l'onde de Rayleigh plutôt que dans les ondes de volume ([MPB55]). En conséquence, l'essentiel de l'énergie vibratoire à la surface du sol est donc transporté par l'onde de Rayleigh.

Milieu verticalement hétérogène

Dans le cas plus général, le sol est considéré comme un milieu dont les propriétés mécaniques λ, μ, et ρ varient en fonction de la profondeur z. Il est alors plus difficile de décrire le comportement de l'onde de Rayleigh : il est nécessaire de résoudre numériquement un problème aux valeurs propres pour obtenir la dispersion de l'onde ([RA80], [LR98], [FLRS14]).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

La résolution du problème dans un milieu homogène montre, équation 1.23, que les composantes horizontale et verticale de l'onde de Rayleigh peuvent s'écrire sous la forme générale (la propagation est suivant x) :

$$\begin{cases} u_x = r_1(z;k,\omega)e^{\mathrm{j}(kx-\omega t)} \\ u_z = \mathrm{j}r_2(z;k,\omega)e^{\mathrm{j}(kx-\omega t)} \end{cases} \tag{1.24}$$

$r_1(z;k,\omega)$ et $r_2(z;k,\omega)$ sont les fonctions propres du champ de déplacement ; la composante u_y est nulle. Les conditions de surface libre 1.14 s'appliquent toujours, et il faut leur adjoindre la condition de rayonnement de Sommerfeld :

$$\begin{cases} \mathbf{u} \to \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\sigma} \to \mathbf{0} \end{cases} \quad \text{lorsque } z \to +\infty \tag{1.25}$$

De plus, les champs de déplacement et de contrainte sont supposés continus entre chaque couche de matériau. Les champs des couches supérieure (n) et inférieure ($n+1$) sont donc identiques à l'interface en $z = z_n$:

$$\begin{cases} \mathbf{u}^{(n)} = \mathbf{u}^{(n+1)} \\ \boldsymbol{\sigma}^{(n)} = \boldsymbol{\sigma}^{(n+1)} \end{cases} \quad \text{en } z = z_n \tag{1.26}$$

En appliquant la loi de Hooke (équations 1.15 et 1.16) pour les petites déformations du matériau, les contraintes σ_{zx} et σ_{zz} s'écrivent :

$$\begin{cases} \sigma_{zx} = \mu\left(\dfrac{\mathrm{d}r_1}{\mathrm{d}z} - kr_2\right)e^{\mathrm{j}(kx-\omega t)} = r_3(z;k,\omega)e^{\mathrm{j}(kx-\omega t)} \\ \sigma_{zz} = \mathrm{j}\left[(\lambda+2\mu)\dfrac{\mathrm{d}r_2}{\mathrm{d}z} + \lambda k r_1\right]e^{\mathrm{j}(kx-\omega t)} = \mathrm{j}r_4(z;k,\omega)e^{\mathrm{j}(kx-\omega t)} \end{cases} \tag{1.27}$$

$r_3(z;k,\omega)$ et $r_4(z;k,\omega)$ sont les fonctions propres du champ de contrainte. Cela donne un premier couple de relations entre les fonctions propres :

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}r_1}{\mathrm{d}z} = kr_2 + \dfrac{r_3}{\mu} \\ \dfrac{\mathrm{d}r_2}{\mathrm{d}z} = \dfrac{-\lambda k}{\lambda+2\mu}r_1 + \dfrac{r_4}{\lambda+2\mu} \end{cases} \tag{1.28}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

En injectant les expressions des déplacements 1.24 dans l'équation du mouvement 1.1, et en utilisant les relations équation 1.28, un deuxième couple de relations entre les fonctions propres est obtenu :

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}r_3}{\mathrm{d}z} = r_1\left[k^2\dfrac{4\mu(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu} - \rho\omega^2\right] + \dfrac{\lambda k}{\lambda+2\mu}r_4 \\ \dfrac{\mathrm{d}r_4}{\mathrm{d}z} = -\rho\omega^2 r_2 - k r_3 \end{cases} \tag{1.29}$$

Soit, sous forme matricielle :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & k & \dfrac{1}{\mu} & 0 \\ \dfrac{-\lambda k}{\lambda+2\mu} & 0 & 0 & \dfrac{1}{\lambda+2\mu} \\ k^2\dfrac{4\mu(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu} - \rho\omega^2 & 0 & 0 & \dfrac{\lambda k}{\lambda+2\mu} \\ 0 & -\rho\omega^2 & -k & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} \tag{1.30}$$

C'est la résolution de ce système d'équations différentielles linéaires, écrit pour chaque couche de sol et conjointement avec les conditions aux limites et de continuité, qui permet de résoudre le problème de dispersion de l'onde de Rayleigh dans un milieu stratifié. En l'absence de solution explicite, ce problème doit être résolu numériquement et se ramène à résoudre l'équation de dispersion, sous sa forme symbolique :

$$\mathbf{\Phi}\left[\lambda(z), \mu(z), \rho(z), \omega, k\right] = 0 \tag{1.31}$$

Le résultat est un ensemble de valeurs propres $k(\omega)$ et les fonctions propres r_1, r_2, r_3, et r_4 associées. Dans le cas général où le sol est un milieu à propriétés mécaniques variables avec la profondeur, l'onde de Rayleigh est donc multimodale (il existe généralement plusieurs modes de propagation à chaque fréquence) et dispersive (sa vitesse de propagation est fonction de la fréquence). Pour le mode de propagation n, la célérité de l'onde de Rayleigh est donc :

$$V_r^{(n)}(\omega) = \frac{\omega}{k_r^{(n)}(\omega)} \tag{1.32}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Les premières méthodes numériques permettant de résoudre ce problème de dispersion ont été développées à partir des années 1950. Thomson ([Tho50]) a écrit un formalisme matriciel basé sur la réflexion et la transmission des ondes de volume dans un milieu stratifié, formalisme utilisé par Haskell ([Has53]) pour obtenir les courbes de dispersion des ondes de Rayleigh et de Love dans un milieu stratifié borné par une surface libre. Cette méthode, dite méthode de Thomson-Haskell, est à classer dans la famille des méthodes de résolution par matrices de transfert. De nombreuses améliorations computationnelles y ont été apportées par la suite, en particulier pour résoudre les problèmes d'instabilité en hautes fréquences ([Dun65]).

L'autre grande famille de méthodes numériques de résolution du problème de Rayleigh, développée à partir des années 1970, propose de calculer des coefficients de réflexion et de transmission pour chaque couche du milieu stratifié ([Ken74], [KK79]). Elle a été notamment utilisée pour générer des sismogrammes synthétiques par composition modale et intégration du point de vue harmonique ([Ker81]). Là aussi, de nombreux travaux ont permis d'améliorer et optimiser la méthode par la suite ([Che93]).

À titre d'exemple, le problème de Rayleigh est résolu grâce à la méthode des coefficients de réflexion et transmission ([Che93]) pour un sol à trois couches : ses caractéristiques mécaniques sont listées dans le tableau 1.1 (h est l'épaisseur de la couche, l'amortissement η est ignoré pour l'instant).

Couche	h (m)	V_s (m/s)	V_p (m/s)	ρ (kg/m^3)	η
1	3	150	300	1600	0.02
2	5	250	500	1800	0.03
demi-espace		500	1000	2000	0.05

Table 1.1 – Caractéristiques mécaniques du sol à trois couches.

La figure 1.6 (gauche) montre les courbes de dispersion des 10 premiers modes de propagation ainsi identifiés jusqu'à 200 Hz. Il est remarquable que les vitesses de tous les modes ont tendance à converger vers une valeur stable en hautes fréquences. Cette valeur correspond à la vitesse de l'onde de Rayleigh qui serait obtenue si le sol était homogène, avec les caractéristiques mécaniques de la première couche. C'est un effet de la profondeur de pénétration limitée de l'onde de surface : pour des hautes fréquences (des petites longueurs d'onde), les couches inférieures de sol tendent à être invisibles pour l'onde de

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Rayleigh. Une autre façon de l'exprimer est de dire que l'onde de Rayleigh n'est capable d'échantillonner qu'une profondeur limitée du sous-sol pour une fréquence donnée.

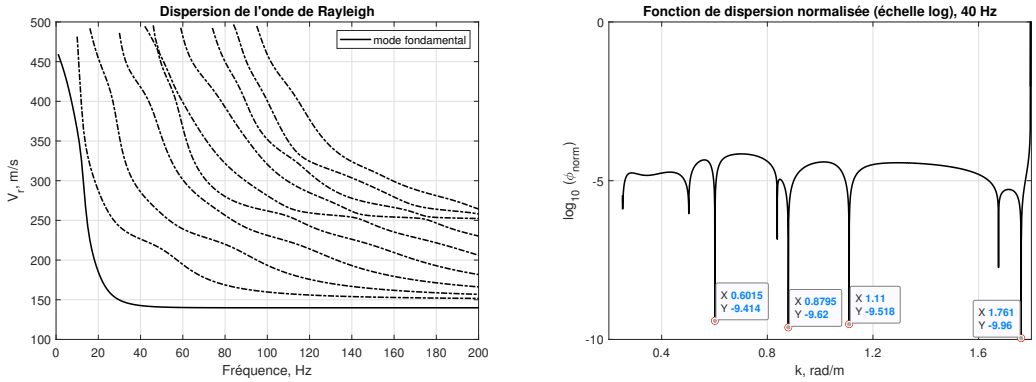


FIGURE 1.6 – Courbes de dispersion des 10 premiers modes de l'onde de Rayleigh (gauche) ; fonction de dispersion $\mathbf{\Phi}(k)$ à 40 Hz (droite), normalisée et en échelle logarithmique.

La figure 1.6 (droite) représente la valeur absolue de la fonction $\mathbf{\Phi}(k)$ à 40 Hz, normalisée et en échelle logarithmique. Ce sont les zéros de cette fonction qui permettent d'identifier les modes de propagation et leurs vitesses. Cette figure illustre la principale difficulté de ces méthodes de résolution numérique : la recherche de zéros d'une fonction suppose un pas de parcours du vecteur k suffisamment petit, et une tolérance appropriée par rapport au zéro doit être définie pour permettre d'identifier correctement les valeurs $k_r(\omega)$.

1.1.4 Sismogrammes synthétiques

Lamb ([Lam04]), au tout début du 20ème siècle, a écrit le déplacement de l'onde de Rayleigh à la surface d'un milieu élastique homogène semi-infini en réponse à une sollicitation harmonique à sa surface. Bien que ce problème soit de portée générale et ne concerne pas que le sol, Lamb est donc à créditer pour les premiers sismogrammes synthétiques. La solution pour le déplacement vertical à la surface libre peut s'écrire, à distance r de la source et à la pulsation ω ([LR98]) :

$$u_r(r,\omega) = \frac{F e^{j\omega t}}{2j\mu} k_r \Phi(k_r) H_0^{(2)}(k_r r) \tag{1.33}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

$Fe^{j\omega t}$ est l'excitation en régime harmonique, $\Phi(k_r)$ est fonction uniquement des nombres d'onde de cisaillement, de dilatation, et de Rayleigh, et $H_0^{(2)}(k_r r)$ est la fonction de Hankel de deuxième type à l'ordre 0. Le calcul de ce déplacement nécessite donc la solution du problème de dispersion de l'onde de Rayleigh. Le déplacement temporel est ensuite obtenu par transformation de Fourier inverse sur l'espace des pulsations ω.

La majorité des travaux portant sur la formulation temporelle du problème de sol ont été réalisés dans un contexte sismique et se basent sur les travaux de Lamb. En particulier, Pekeris ([Pek55b], [Pek55a]) a déterminé la réponse en surface à une sollicitation située à une profondeur quelconque et suivant une fonction temporelle de Heaviside. Harvey ([Har81]) a résolu le problème pour un sol verticalement hétérogène en procédant par composition modale, pour une source enfouie ponctuelle et verticale.

La résolution du problème forcé de sol dans le domaine temporel peut également trouver des applications relatives aux équipements techniques sensibles. Certains équipements, tels que par exemple des systèmes informatiques, des microscopes de précision, ou encore des outillages de gravure fine, peuvent voir leur fonctionnement perturbés sous l'effet d'événements vibratoires. Là non plus, il n'existe pas de norme internationale portant sur les seuils à respecter, toutefois la norme NF E90-020 ([AFN15b]) donne quelques exemples indicatifs de seuils vibratoires en fonction des équipements. Ces seuils peuvent être exprimés en valeur RMS (*Root Mean Square*) de l'accélération ou bien en déplacement crête à crête. Les modèles de sol temporels peuvent donc potentiellement trouver des applications industrielles en plus de leurs applications sismiques classiques.

1.2 Méthodes de caractérisation du sol

Les méthodes de caractérisation de sol peuvent être regroupées en plusieurs grandes familles, notamment : destructives ou non destructives, sismiques (basées sur les ondes de volume) ou basées sur les ondes de surface, ou encore à source vibratoire passive ou active. Dans tous les cas, le but premier est d'évaluer la raideur du sol en fonction de la profondeur.

Cette section propose de revenir sur la caractérisation du sous-sol par ondes de surface en explicitant le principe des méthodes SSRM (*Steady-Sate Rayleigh*

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Method), SASW (*Spectral Analysis of Surface Waves*), et MASW (*Multichannel Analysis of Surface Waves*). Ces méthodes se basent sur une évaluation expérimentale de la courbe de dispersion $V_r(f)$ de l'onde de Rayleigh en surface. La raideur du sol, exprimée en terme de vitesse de cisaillement $V_s(z)$, est ensuite obtenue par inversion du modèle direct. Cette section se conclut par un tour d'horizon rapide des autres méthodes de caractérisation de sol.

1.2.1 La méthode SSRM

La méthode de caractérisation SSRM (*Steady-Sate Rayleigh Method*), encore nommée CSV (*Continuous Surface Wave*), a été utilisée à partir des années 1950 et jusqu'aux années 1980 environ. Son principe a été décrit par Van der Poel ([VdP51]), Jones ([Jon55], [Jon58], [Jon62]), et Ballard ([Bal64]). C'est une méthode n'utilisant qu'un seul capteur vibratoire et une source de vibration harmonique. Elle demande donc peu de matériel de mesure, mais le temps de manipulation requis pour estimer une courbe de dispersion complète est conséquent.

Le sol est sollicité à sa surface par une vibration harmonique verticale à la fréquence f. Un oscilloscope permet de visualiser le signal source et le signal mesuré par le récepteur (vélocimètre ou accéléromètre) simultanément. Le capteur vibratoire est progressivement éloigné de la source jusqu'à ce que la différence de phase entre source et récepteur s'annule. Cette distance est relevée : elle correspond à la longueur d'onde de Rayleigh λ_r à la fréquence d'excitation imposée par la source f. Plusieurs distances successives d'annulation de la différence de phase sont ainsi relevées en continuant d'éloigner le capteur, et $\lambda_r(f)$ est finalement estimée par moyennage de ces distances. La vitesse de Rayleigh en est déduite :

$$V_r(f) = \lambda_r(f) \times f \tag{1.34}$$

La figure 1.7 illustre le dispositif expérimental à mettre en place pour réaliser la mesure. L'opération est renouvelée sur toute l'échelle de fréquences d'intérêt afin d'obtenir la courbe de dispersion de l'onde de Rayleigh. Il faut noter que la vitesse mesurée est nécessairement la vitesse du mode de Rayleigh le plus énergétique à cette fréquence, car comme vu plus haut l'onde de Rayleigh est, dans le cas général, multimodale.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

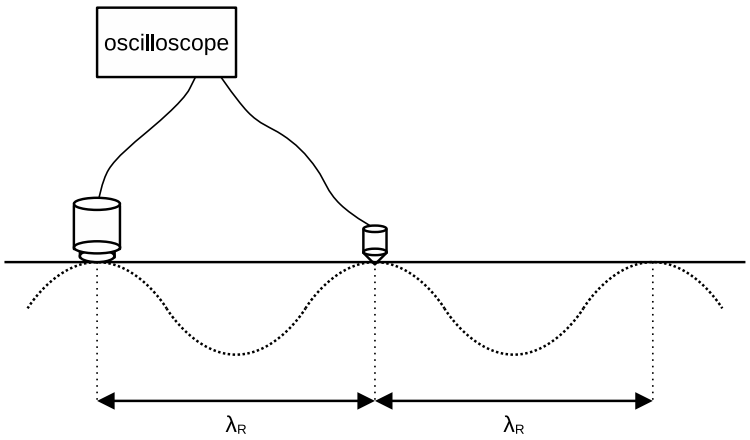


FIGURE 1.7 – Protocole de mesurage schématique de la méthode SSRM (*Steady-Sate Rayleigh Method*).

1.2.2 La méthode SASW

La méthode SASW (*Spectral Analysis of Surface Waves*) a été formulée au début des années 1980 à l'Université du Texas à Austin, par Heisey ([HSM82]), Nazarian, et Stokoe ([NSH83], [NS84], [Naz84]). De nombreux travaux ont suivi pour proposer des perfectionnements à cette méthode. Ganji *et al.* ([GGN98]) ont proposé une méthode d'inversion automatisée de la courbe de dispersion pour remonter aux propriétés de sol ; Lai et Rix ([LR98]) ont développé une méthode d'inversion jointe de l'amortissement ; Foti ([Fot00]) a étudié en détail différents protocoles d'acquisition et de traitement du signal. L'influence d'éventuelles irrégularités dans le sol sur la courbe de dispersion a été quantifiée, dans un but de détection d'obstacles ([GGM96], [GGM97]).

La méthode SASW est, essentiellement, une extension directe de la méthode SSRM tirant parti des développements des moyens informatiques de traitement du signal. Deux capteurs, séparés d'une distance D, sont placés à une distance d d'une source vibratoire harmonique ou impulsionnelle ; les signaux temporels reçus sur ces capteurs sont enregistrés pour être post-traités par la suite. La figure 1.8 illustre le principe de la méthode de mesure.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

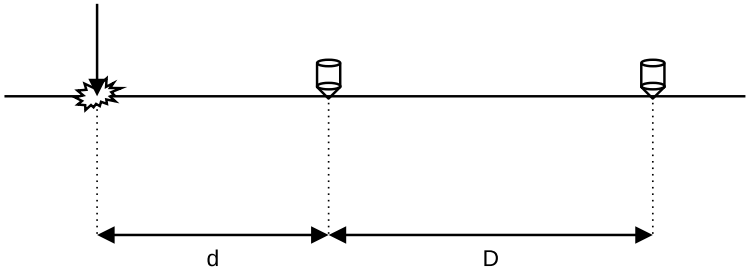


FIGURE 1.8 – Protocole de mesurage schématique de la méthode SASW (*Spectral Analysis of Surface Waves*).

Le but du traitement spectral est d'évaluer la différence de phase $\Delta\phi(f)$ entre les deux signaux sur un intervalle de fréquences d'intérêt. Il est alors nécessaire de dérouler la phase des signaux, ce qui pose de grandes difficultés, particulièrement en basses fréquences. Plusieurs techniques de traitement peuvent être employées pour faciliter cette opération et améliorer la qualité des résultats. Un soin particulier doit également être apporté au placement des capteurs vibratoires : il est généralement recommandé que les distances d et D soient égales et de procéder à plusieurs acquisitions avec différents dispositifs ([Fot00]). En effet, il faut que le capteur proche de la source en soit suffisamment éloigné pour éviter les effets de champ proche ; de plus, l'espacement entre les capteurs doit être suffisant pour échantillonner correctement une longueur d'onde. Ainsi, une antenne d'espacement D donne généralement des résultats valables pour des longueurs d'onde comprises dans l'intervalle :

$$\frac{D}{3} < \lambda_R < 2D \tag{1.35}$$

À titre d'exemple, un jeu de signaux temporels d'accélération verticale est synthétisé en utilisant le développement temporel du modèle présenté au chapitre 4. Les caractéristiques mécaniques du sol sont listées dans le tableau 1.1. Le signal source est de type impulsionnel : plus précisément, c'est un signal "cosinus positif" (voir l'annexe F pour plus de détails) de largeur 5 ms, appliqué par une surface de 10 cm de côté, centré sur $t = 0$ s. La simulation est réalisée entre les bandes de tiers d'octave 5 Hz et 250 Hz par pas de 0.5 Hz. La figure 1.9 montre les signaux d'accélération ainsi simulés à 4 m et 8 m de la source.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

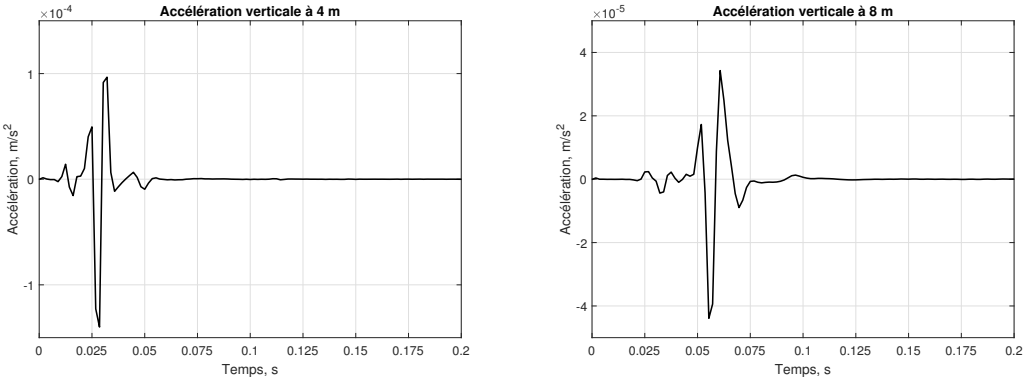


FIGURE 1.9 – Signaux d'accélération temporels synthétisés à 4 m (gauche) et 8 m (droite) de la source impulsionnelle.

Les phases des signaux sont estimées par transformation de Fourier et déroulées par la fonction *unwrap* incluse dans le logiciel Matlab ; elles sont reproduites figure 1.10. Cette étape du post-traitement présente généralement des difficultés en basses fréquences. Le déroulage de la phase est alors plus difficile, comme illustré sur la partie droite de la figure 1.10. Ces difficultés peuvent nécessiter des méthodes de traitement du signal plus complexes, voire une interprétation manuelle des données pour accéder à des informations pertinentes.

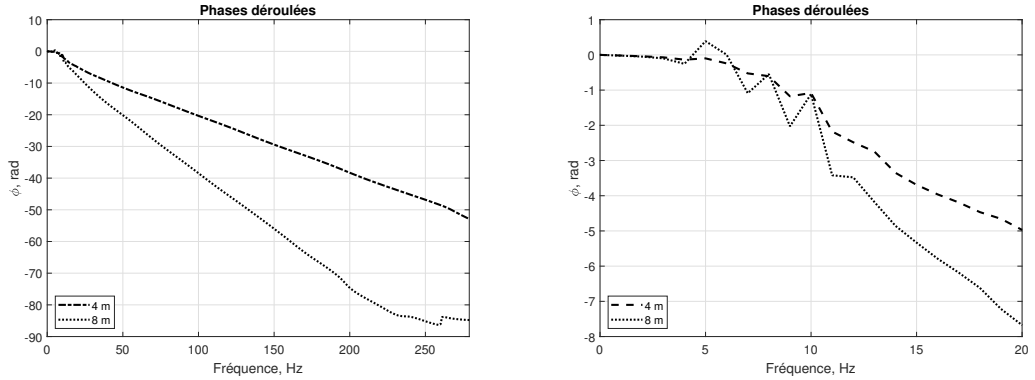


FIGURE 1.10 – Les phases déroulées des signaux d'accélération simulés à 4 m et à 8 m ; à droite, détail basses fréquences jusqu'à 20 Hz.

La courbe de dispersion est construite à partir de quatre estimations de la vitesse de Rayleigh pour des distances entre capteurs $D = 1$ m, 2 m, 4 m, et 8 m. L'intervalle de validité cité à l'équation 1.35 est respecté ; lorsque les intervalles de validité se chevauchent, la vitesse est obtenue par moyenne arithmétique. La

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

figure 1.11 montre la vitesse ainsi estimée et la compare à la dispersion théorique (voir la figure 1.6). L'estimation est bonne à partir de 15 Hz environ mais très difficile en basses fréquences. C'est une difficulté récurrente du traitement des données dans la méthode SASW due à l'étape de déroulement de la phase. La qualité du sondage de sol par méthode SASW est donc limitée en basses fréquences. Une autre limite de la méthode est l'impossibilité d'estimer les vitesses de Rayleigh des modes supérieurs de dispersion : la méthode repose sur l'hypothèse que le mode fondamental est prédominant à toutes les fréquences d'intérêt, comme c'est apparemment le cas dans cet exemple synthétique.

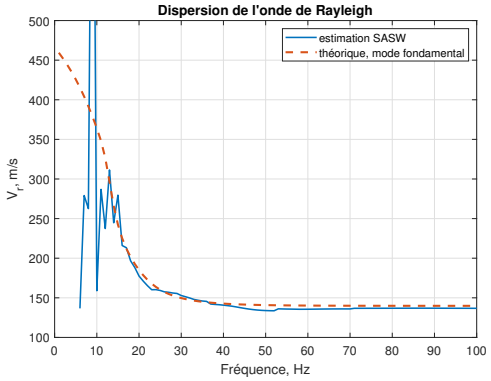


FIGURE 1.11 – La courbe de dispersion obtenue par traitement de type SASW des données temporelles synthétiques (trait plein) entre 5 Hz et 100 Hz ; comparaison avec le mode fondamental de dispersion théorique (tirets, voir figure 1.6 pour la dispersion théorique.)

1.2.3 La méthode MASW

La méthode de caractérisation du sous-sol MASW (*Multichannel Analysis of Surface Waves*) a été formulée à la fin des années 1990 par Xia, Miller, et Park ([XMP99], [PMX99]). Elle a fait l'objet de nombreux développements depuis le début des années 2000 et s'est rapidement imposée comme un standard dans le milieu industriel. Là aussi, il s'agit essentiellement d'une extension des méthodes de caractérisation précédentes rendue possible par le développement du matériel d'acquisition et de traitement numérique. Il s'agit donc toujours d'estimer, par analyse spectrale, la vitesse de dispersion de l'onde de Rayleigh après une mesure du champ vibratoire en surface. Toutefois, la méthode MASW emploie un grand nombre de capteurs disposés sur un linéaire, le plus souvent

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

à intervalles réguliers. La figure 1.12 propose une représentation schématique d'un protocole de mesurage typique de la méthode MASW : le champ vibratoire généré par une source impulsionnelle est échantillonné dans l'espace par des capteurs espacés d'une distance d.

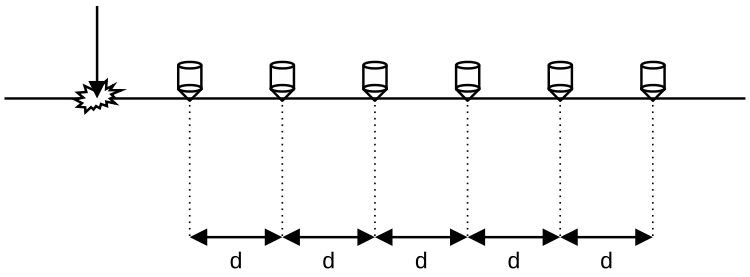


FIGURE 1.12 – Protocole de mesurage schématique de la méthode MASW (*Multichannel Analysis of Surface Waves*).

Le résultat de l'acquisition est un jeu de signaux temporels évalués sur un vecteur distance à la source. Cet ensemble spatio-temporel est nommé sismogramme : à titre d'exemple, la figure 1.13 représente le sismogramme des signaux d'accélération normalisés synthétisés à partir du profil de sol listé tableau 1.1. Les signaux sont évalués tous les mètres sur une longueur totale $L = 30$ m. Cette représentation permet d'identifier le mode de propagation principal de l'onde de surface et de visualiser le phénomène de dispersion de l'onde de Rayleigh, responsable de l'étalement du paquet d'onde avec la distance.

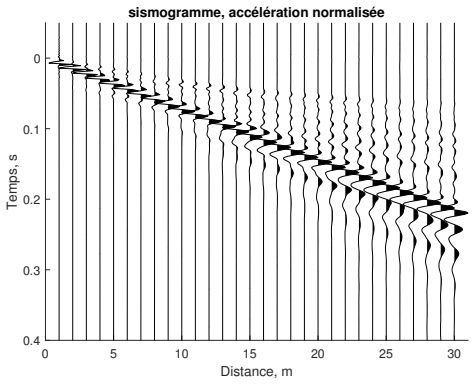


FIGURE 1.13 – Sismogramme de l'accélération normalisée synthétisé à partir du profil de sol tableau 1.1.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Le traitement spectral consiste à transformer cet ensemble de signaux depuis l'espace temps-distance vers l'espace fréquence-nombre d'onde $f-k$ à l'aide de deux transformées de Fourier. Cette méthode d'analyse robuste a été étudiée extensivement ([FLSS00], [FSSS02]). Elle permet d'identifier les modes de propagation de l'onde de Rayleigh : en effet, un maximum d'énergie dans l'espace $f-k$ correspond à un mode $k(\omega)$, autrement dit une vitesse $V_r(f)$. Idéalement, la méthode MASW n'est donc pas limitée au mode de dispersion fondamental de l'onde de Rayleigh mais permet également de détecter les modes de propagation supérieurs, pourvu qu'ils transportent suffisamment d'énergie aux fréquences données. En pratique, il est rarement possible d'identifier clairement cet aspect multimodal. Le plus souvent, le traitement consiste à extraire du spectre $f-k$ la courbe dispersion du mode fondamental de propagation.

La figure 1.14 montre le spectre $f-k$ (gauche) et ses trois premiers maxima identifiés à chaque fréquence, en tant que vitesse de propagation (droite), jusqu'à 150 Hz. Des opérations de traitement du signal permettent d'améliorer la qualité de la transformation, dans le sens distance-nombre d'onde principalement, et d'accéder à une meilleure lecture de la dispersion. Les opérations listées par la suite sont appliquées aux données temporelles pour obtenir ce spectre $f-k$.

— Une pondération en $\sqrt{\frac{1}{r}}$, où r est la distance source-récepteur, est appliquée au signal spatial : c'est une compensation de la dispersion géométrique de l'onde de Rayleigh.
— Une fenêtre de Hanning est apposée au signal spatial pour permettre une meilleure identification des maxima d'énergie du signal.
— Le signal spatial fait l'objet d'un *zero-padding*, *i.e* des zéros sont ajoutés au signal afin d'améliorer la résolution dans l'espace des nombres d'onde.
— La partie négative du spectre suivant les nombres d'onde est reportée à la suite de la partie positive : en effet, comme l'antenne de mesure est directionnelle, le spectre n'est pas symétrique et sa partie négative contient des informations à exploiter.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

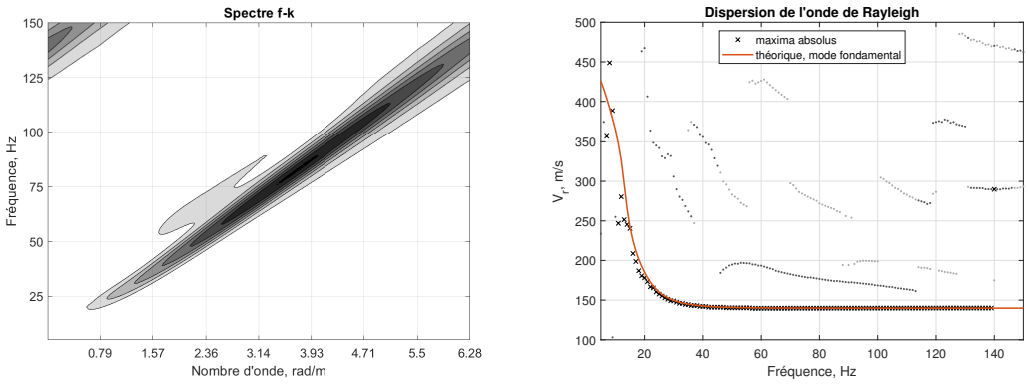


FIGURE 1.14 – Le spectre f-k (gauche) et ses trois premiers maxima identifiés (droite) en tant que vitesses de propagation ; la vitesse théorique du mode fondamental est ajoutée à titre de comparaison.

Le spectre présente une zone de maxima facilement identifiable qui correspond au mode fondamental de propagation de l'onde de Rayleigh. Un mode supérieur est visuellement identifiable entre 55 Hz et 85 Hz environ ; la zone en haut à gauche du spectre, entre 125 Hz et 150 Hz et pour des petits nombres d'onde jusqu'à 1.5 rad/m environ, est un effet de repliement spectral dans l'espace des nombres d'onde. La dispersion est estimée en relevant les premiers maxima du spectre à chaque fréquence, et elle est comparée au mode fondamental théorique de propagation, obtenu en résolvant l'équation de dispersion 1.31 avec la méthode des coefficients de réflexion et transmission ([Che93]). La dispersion identifiée correspond très bien à la courbe théorique entre environ 15 Hz et 140 Hz, mais l'identification est en revanche plus difficile en basses fréquences où la courbe de dispersion évolue rapidement. Bien que l'emploi d'une antenne de plus grande longueur puisse *a priori* permettre d'étendre l'intervalle de validité de l'estimation vers les basses fréquences, la détermination des caractéristiques mécaniques du sol profond reste en pratique une difficulté majeure des méthodes de caractérisation de sol par mesure des ondes de surface. En conséquence, cela constitue donc une source d'erreur importante pour les modèles prédictifs.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

1.2.4 Inversion de modèle

Les méthodes de caractérisation présentées jusqu'ici permettent donc une évaluation de la dispersion de l'onde de Rayleigh. De plus, le modèle direct permettant de déduire cette vitesse $V_r(f)$ des caractéristiques mécaniques du sol est connu : il s'agit de la résolution du problème de Rayleigh présenté en 1.1.3. Le problème inverse est particulièrement délicat à résoudre, de par la nature multimodale de l'onde de Rayleigh et en raison du grand nombre de paramètres définissant la composition du sous-sol. Symboliquement, il s'agit de résoudre le problème :

$$\left\{ \begin{array}{c} V_{r,1}(f) \\ ... \\ V_{r,M}(f) \end{array} \right\} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{c} V_s(z) \\ V_p(z) \\ \rho(z) \\ \eta(z) \end{array} \right\} \tag{1.36}$$

Les indices 1...M désignent les modes de l'onde de Rayleigh identifiés dans l'intervalle de fréquences d'intérêt, η est l'amortissement du sol, et z est ici une variable continue. Ce problème est généralement limité à une inversion sur le mode fondamental de l'onde de Rayleigh : c'est en effet le seul mode identifiable de façon fiable par les différentes techniques d'acquisition. De plus, le problème inverse est le plus souvent limité à la vitesse de cisaillement du sous-sol : c'est en effet le paramètre mécanique qui influence le plus la vitesse $V_r(f)$ ([FS02]). Enfin, le sol est habituellement représenté par un nombre fini N de couches distinctes plutôt que par la variable continue z. Schématiquement, le problème décrit dans l'équation 1.36 se ramène donc à :

$$V_r(f) \longrightarrow \left\{ \begin{array}{c} V_{s,1}(z) \\ ... \\ V_{s,N}(z) \end{array} \right\} \tag{1.37}$$

Le problème est grandement simplifié mais reste mal conditionné. Il n'admet en effet pas une solution unique car plusieurs compositions de sous-sol peuvent engendrer la même vitesse du mode fondamental de Rayleigh dans une bande de fréquences restreinte.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Une première approximation de $V_s(z)$ est donnée par l'ordre de grandeur :

$$V_s(z) = 1.1 \times V_r(f) \quad \text{à la profondeur } z = \frac{\lambda_r}{2} \text{ ou } z = \frac{\lambda_r}{3} \tag{1.38}$$

Cette approximation vient du rapport entre les vitesses de cisaillement et de Rayleigh (équation 1.22) et traduit le fait que l'onde de Rayleigh a une profondeur de pénétration limitée dans le sol, profondeur qui est fonction de sa longueur d'onde ([Fot00], [SS04]). Par exemple, la figure 1.15 représente ces deux solutions approximatives $V_s(z)$ tirées de la dispersion $V_r(f)$ déduite de la figure 1.14 (droite). Elles sont superposées sur le profil de sol simulé, c'est-à-dire la solution exacte du problème inverse.

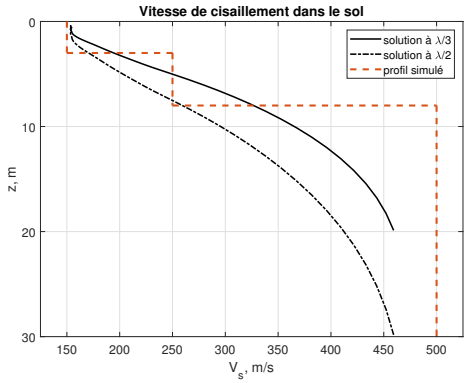


FIGURE 1.15 – Vitesse de cisaillement dans le sol obtenue avec l'approximation 1.38 et comparaison avec le profil de sol simulé.

Cette solution donne une approximation acceptable de la vitesse de cisaillement du sous-sol en première approche et présente l'avantage d'être très simple. Elle peut servir de première solution pour des méthodes d'inversion plus évoluées. Parmi celles-ci, la plus simple consiste à tester manuellement des solutions $V_s(z)$ en simulant leurs courbes de dispersion et de chercher à se rapprocher pas-à-pas de la courbe dispersion $V_r(f)$ recherchée. C'est toutefois une méthode très crue et potentiellement très coûteuse en temps de manipulation. De plus, elle nécessite de la part de l'opérateur une excellente connaissance de la physique du problème et une expérience importante. Ce processus peut être automatisé ([NSH83], [NS84]) et a été raffiné ([GGN98]).

Des méthodes itératives d'inversion basées sur des calculs de gradient ont été développées ([LR98], [XMP99]). Il existe ainsi dans la littérature un algo-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

rithme d'inversion connu sous le nom d'algorithme d'Occam ([CPC87], [Par94]) qui peut être adapté au problème présent ([FLRS14]). Il s'agit d'une méthode de recherche itérative consistant à linéariser le problème par expansion en série de Taylor, faisant intervenir une régularisation de Tikhonov, et des paramètres de lissage nommés multiplicateurs de Lagrange. L'algorithme consiste à rechercher la solution la plus simple et la plus lisse pour le profil de sol. Concrètement, c'est un algorithme qui privilégie de relativement petites variations de vitesse d'une couche à l'autre de sol plutôt que de grands écarts. Cela a l'avantage de permettre *a priori* une convergence plus facile de la solution mais rend difficile la détection de transitions brutales dans le sol. C'est par ailleurs une hypothèse généralement cohérente avec le problème : en effet, les sols naturels sont le plus souvent formés par dépôts successifs de matériaux et par tassement sur de longues périodes de temps. La figure 1.16 montre les résultats de cet algorithme d'inversion pour l'exemple synthétique développé ici. Le sol est pré-découpé en 22 couches d'épaisseurs croissantes jusqu'à 16.5 mètres de profondeur : l'approximation à $\frac{\lambda_r}{3}$ (équation 1.38) fournit la solution initiale à l'algorithme d'inversion pour l'orienter vers un profil de sol répondant à la physique du problème.

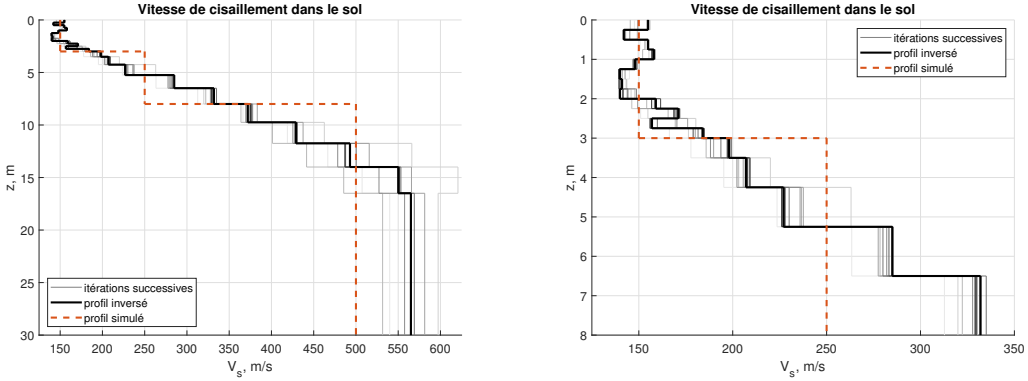


FIGURE 1.16 – Inversion du profil de sol à l'aide de l'algorithme d'Occam ; les lignes plus claires correspondent aux itérations successives.

Le profil inversé correspond de façon très acceptable au profil simulé, en particulier dans les premiers mètres du sous-sol. Le caractère à petites variations de l'algorithme d'inversion est visible : le profil inversé $V_s(z)$ ne présente pas les mêmes variations brutales de caractéristiques mécaniques que le profil simulé et il a un aspect crénelé, en marches d'escalier.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Ces techniques de résolution du modèle inverse ne fournissent donc que le profil de vitesse de cisaillement dans le sol. Les autres paramètres mécaniques doivent être soit fixés arbitrairement, à l'aide d'ordres de grandeur ou de sondages du sol indépendants, ou déterminés par des méthodes de simulation directe et comparaison à la mesure. L'amortissement du sol est un paramètre particulièrement important concernant la propagation vibratoire : des travaux ont été menés pour permettre une inversion jointe de la vitesse de cisaillement et de l'atténuation ([LR98]) mais ils requièrent la mise en place de moyens numériques conséquents.

1.2.5 Autres méthodes de caractérisation

Les méthodes listées précédemment utilisent les ondes de surface pour déterminer la composition du sous-sol. Toutefois, de nombreuses autres méthodes de sondage du sol existent. Cette sous-section en propose un tour d'horizon rapide.

Réfraction de l'onde P

Il est possible de tirer parti de la réfraction de l'onde P (onde de compression-dilatation) à l'interface entre deux couches de sol pour évaluer la profondeur de cette interface et les vitesses de l'onde P dans ces deux couches. La figure 1.17 illustre ce phénomène de réfraction pour un sol à deux couches.

La réfraction de l'onde P ne se produit que si les conditions suivantes sont satisfaites.

— La transition entre les deux matériaux est nette : il peut s'agir par exemple d'une fondation rocheuse ou d'une nappe liquide.
— La sous-couche a une vitesse de propagation supérieure : $V_2 > V_1$, on parle d'un sol normalement dispersif.
— La distance entre source et récepteur est supérieure à la distance critique $x_{crit} = 2AA''$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

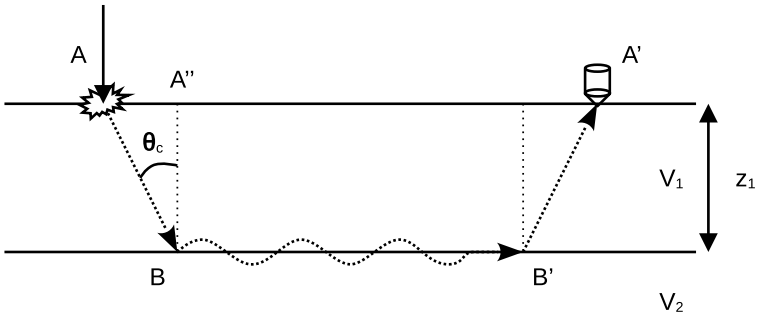


FIGURE 1.17 – Phénomène de réfraction de l'onde P à l'interface entre deux couches de sol.

La méthode consiste à relever, après sollicitation du sol par impact au point A, le temps d'arrivée de l'onde P au récepteur A'. L'onde directe voyage en ligne droite et atteint A' en un temps :

$$t_A = \frac{AA'}{V_1} \tag{1.39}$$

L'onde réfractée atteint le récepteur en un temps :

$$t_B = \frac{AB}{V_1} + \frac{BB'}{V_2} + \frac{B'A'}{V_1} \tag{1.40}$$

La loi de Snell permet de relier l'angle critique θ_c aux vitesses de propagation des milieux :

$$\sin\theta_c = \frac{V_1}{V_2} \tag{1.41}$$

Le temps d'arrivée de l'onde réfractée peut finalement s'écrire, compte tenu des relations géométriques du système représenté figure 1.17 :

$$t_B = \frac{AA'}{V_2} + t_1 \quad \text{où } t_1 = \frac{2z_1\cos\theta_c}{V_1} = \frac{2z_1\sqrt{V_2^2 - V_1^2}}{V_1 V_2} \tag{1.42}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Comme $V_2 > V_1$ et $t_1 > 0$, l'onde réfractée atteint donc le récepteur avant l'onde directe pour toute distance de mesure supérieure à x_L telle que :

$$x_L > t_1 \frac{V_1 V_2}{V_2 - V_1} \tag{1.43}$$

La figure 1.18 illustre les temps d'arrivée théoriques des ondes P directe et réfractée, ainsi que le relevé expérimental qui serait idéalement effectué dans une telle situation (carrés noirs). Les vitesses de propagation sont déduites comme l'inverse des pentes des portions linéaires du relevé. Le prolongement de la droite correspondant à l'onde réfractée sur l'axe des ordonnées donne t_1, et donc la profondeur de l'interface z_1.

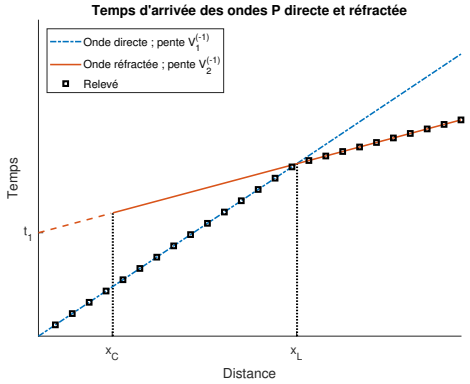


FIGURE 1.18 – Illustration des temps d'arrivée des ondes P directe et réfractée ainsi que les temps relevés aux capteurs, pour un sol à deux couches.

La méthode peut être étendue à un nombre quelconque de couches de sol. Ainsi, pour un sol à trois couches, les temps d'arrivée théoriques des deux ondes réfractées sont :

$$\begin{cases} t_B = \dfrac{AA'}{V_2} + t_1 \ \text{ avec } t_1 = \dfrac{2z_1 \cos\theta_1}{V_1} \text{ et } \sin\theta_c = \dfrac{V_1}{V_2} \\ t_C = \dfrac{AA'}{V_3} + t_1 + t_2 \ \text{ avec } \begin{cases} t_1 = \dfrac{2z_1 \cos\theta_1}{V_1} \text{ et } \sin\theta_1 = \dfrac{V_1}{V_3} \\ t_2 = \dfrac{2z_2 \cos\theta_2}{V_2} \text{ et } \sin\theta_2 = \dfrac{V_2}{V_3} \end{cases} \end{cases} \tag{1.44}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

La figure 1.19 (gauche) représente les temps d'arrivée théoriques de l'onde directe et des ondes réfractées pour le sol à trois couches dont les caractéristiques sont listées au tableau 1.1, ainsi que le relevé effectué manuellement sur les signaux d'accélération synthétisés par pas de 50 centimètres sur 30 mètres de longueur (un exemple de relevé est fourni).

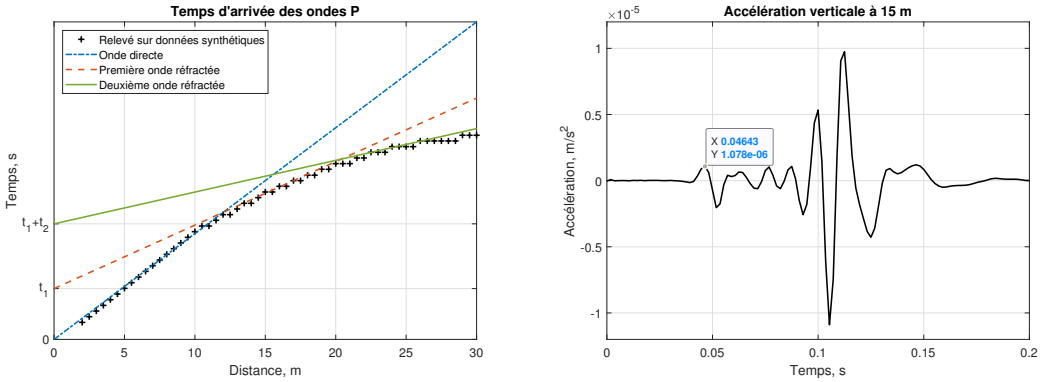


FIGURE 1.19 – Relevé des temps d'arrivée de l'onde P sur les données temporelles synthétiques, ainsi que les temps d'arrivée théoriques (gauche) ; exemple de relevé manuel à 15 mètres (droite).

Le relevé sur ce jeu de données synthétiques correspond bien à la théorie. Toutefois, cela permet déjà d'identifier des difficultés liées à cette méthode de caractérisation. Tout d'abord, le relevé est difficilement automatisable dans des situations réelles : il doit donc être effectué manuellement. De plus, même lorsqu'il est de bonne qualité, il n'est pas nécessairement aisé d'identifier précisément les zones linéaires sur le relevé.

La méthode de caractérisation par réfraction de l'onde P présente donc de fortes limitations : elle n'est valable que dans le cas d'un sol normalement dispersif, et qui présente des transitions franches d'une couche de sol à l'autre. Elle est ainsi bien adaptée à repérer un socle minéral ou une nappe phréatique. De plus, l'exploitation des données repose en partie non négligeable sur l'interprétation et l'expérience de l'opérateur. En effet, comme un impact en surface transfère la majorité de son énergie vers l'onde de Rayleigh, l'onde P est de moindre amplitude et difficile à identifier si l'acquisition a été effectuée dans un milieu bruyant.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Le grand avantage de cette méthode, dans un contexte de caractérisation du sol par ondes de surface, est qu'elle ne demande pas de manipulations supplémentaires. En effet, les données de réfraction de l'onde P sont déjà présentes sur une acquisition par méthode MASW. De plus, même si les limitations de l'analyse par réfraction de l'onde P sont fortes, les informations qui en découlent peuvent être utiles pour contraindre plus fortement le processus d'inversion ([FSSS03]).

Méthodes *down-hole* et *cross-hole*

Les méthodes de caractérisation *down-hole* et *cross-hole* consistent à mesurer directement les temps de voyage des ondes P et S dans le sol. Elles nécessitent de forer le sol pour y insérer des transducteurs : ce sont donc des méthodes destructives. Elles peuvent permettre d'obtenir un profil de sol sur plusieurs dizaines de mètres de profondeur.

Un test *down-hole*, dont le principe est illustré figure 1.20, nécessite l'insertion d'un transducteur trois dimensions dans le sol. Le sol est sollicité à sa surface, généralement à 3 mètres du puits, en frappant une plaque de bois soit verticalement pour générer des ondes P, soit horizontalement pour générer des ondes S. Le temps d'arrivée des ondes au transducteur est relevé pour obtenir directement les profils $V_p(z)$ et $V_s(z)$.

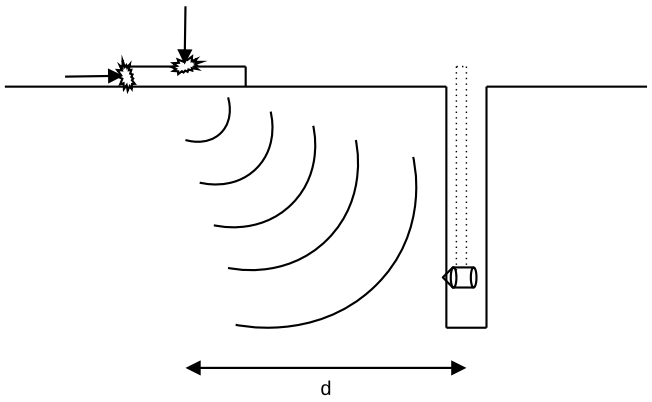


Figure 1.20 – Principe de la caractérisation de sol par test *down-hole*.

La caractérisation *cross-hole*, représentée figure 1.21, requiert d'insérer deux transducteurs dans le sol. La sollicitation est appliquée en frappant la tige de

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

forage du premier transducteur, qui sert de référence pour le départ des ondes. Le deuxième permet d'obtenir directement le temps d'arrivée. Alternativement, un troisième puits peut être foré dans lequel est inséré une source vibratoire, et le temps de voyage est alors déduit de la différence entre les temps d'arrivée aux deux récepteurs. Cette procédure est plus fiable et permet également d'évaluer l'atténuation dans le matériau en plus des vitesses de propagation.

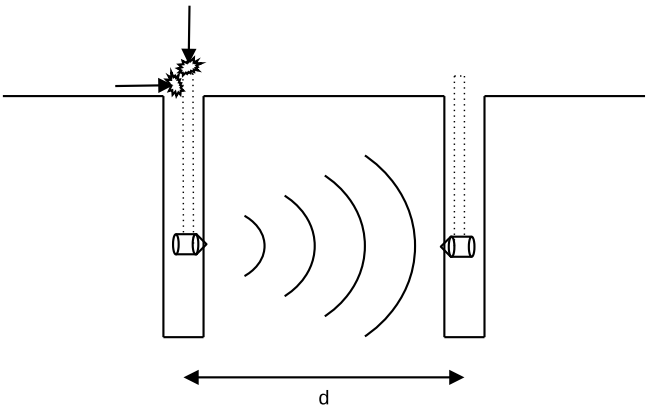


FIGURE 1.21 – Principe de la caractérisation de sol par test *cross-hole*.

Méthode ReMi (*Refraction Microtremors*)

Les méthodes de caractérisation présentées jusqu'à présent sont dites actives car elles utilisent des sources vibratoires contrôlées. Il existe également une catégorie de méthodes de caractérisation dites passives : elles utilisent les vibrations existant dans l'environnement. Les activités humaines par exemple (industrie, circulation routière...) génèrent des micro-événements sismiques (*microtremors*) à très basses fréquences (de l'ordre de quelques Hertz) capables de se propager sur de très longues distances.

En l'absence d'information *a priori* sur la direction de provenance des ondes vibratoires, les capteurs de surface doivent être placés sur un réseau à deux dimensions. Les données recueillies sont le plus souvent traitées par des méthodes d'autocorrélation spatiale ([Aki57]) ou de formation de voies (*beamforming*) dans l'espace $f-k$ ([LKT69]). Les courbes de dispersion de l'onde de Rayleigh ainsi obtenues permettent de sonder le sol jusqu'à environ 100 mètres de profondeur. Les résultats obtenus se comparent favorablement aux méthodes

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

sismiques classiques ([TSK92]).

La méthode ReMi (*Refraction Microtremors*) a été proposée au début des années 2000 ([Lou01]). Elle repose sur l'hypothèse que les sources vibratoires ambiantes sont uniformément distribuées dans l'espace, et donc que le champ vibratoire ne présente pas de direction de propagation privilégiée. Sous ces hypothèses, il est alors possible d'échantillonner le champ vibratoire à l'aide d'un réseau de capteurs à une dimension. Ils peuvent, par exemple, être disposés sur une ligne, dans une configuration similaire à l'acquisition par méthode MASW. Cela simplifie également le traitement spectral. La méthode ReMi peut toutefois être mise en défaut si l'hypothèse de distribution des sources n'est pas satisfaite ([SC11]).

Les méthodes de caractérisation passives permettent donc une évaluation de la raideur du sol sur de grandes profondeurs. Elles sont de plus parfaitement applicables en milieu urbain. En revanche, elles présentent de fortes limitations dans les plus hautes fréquences (au-delà de 25-30 Hz) et ne permettent donc pas une caractérisation fine du sol proche de la surface.

Sondages géotechniques

La géotechnique est une technoscience qui se consacre à l'étude du sol à des fins d'études d'aménagement et de construction. Son but est d'identifier la lithologie d'un site, c'est-à-dire la composition de son sous-sol, et d'évaluer son comportement mécanique. Le sol est sondé par carottage et des essais en laboratoire permettent de décrire la nature du sol et son état. Quelques-uns des tests les plus courants sont listés par la suite.

— L'analyse granulométrique par tamisage détermine la répartition, en fraction de la masse totale de l'échantillon, des grains composant le matériau classés suivant leur diamètre. Les grains sont classés, du plus fin au plus grossier, dans des catégories telles que argiles, limons, sables fin et gros, graviers. Cette analyse permet donc une première classification de la nature du sol et donne également une estimation de son uniformité.

— La teneur en eau est déterminée par différence entre la masse humide et la masse sèche, après avoir chauffé l'échantillon dans une étuve suivant une procédure standardisée.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

— Les limites d'Atterberg sont une série de tests qui qualifient la plasticité d'un sol fin et permettent de déterminer les limites entre états solide, plastique, et liquide, en fonction de la teneur en eau. Elles visent à prévoir le comportement du sol pendant les opérations de terrassement.
— L'essai au bleu de méthylène permet d'évaluer la quantité de particules argileuses présentes dans un échantillon de sol.

Ces essais permettent donc de qualifier la nature du sol et de prédire en partie son comportement mécanique à la tenue de fondations ou aux opérations d'aménagement. Malheureusement, il n'existe pas de correspondance évidente entre cette description lithologique et le comportement vibratoire du sol. Toutefois, cette première description peut être utile ne serait-ce que pour contraindre les processus d'inversion des méthodes de caractérisation par ondes de surface. Les modules de Young E et de cisaillement G peuvent être obtenus par des essais de traction-compression et de cisaillement sur ces échantillons, mais ces tests sont toutefois bien plus rarement réalisés en pratique.

Il existe également des sondages destructifs du sol qui visent à évaluer sa résistance mécanique. L'essai de pénétration consiste à enfoncer une pointe dans le sol de façon quasi-statique (en poussée continue) ou dynamique. L'essai pressiométrique consiste à évaluer la résistance du sol et à trouver son point de rupture en y insérant une sonde qui applique une pression croissante sur le matériau. Là non plus, il n'y a pas de correspondance directe entre les résistances ainsi déterminées et le comportement vibratoire du sol. Le module de Young E sous l'hypothèse de petites déformations ne peut pas être déduit de façon fiable de ces essais de résistance et de tenue statique.

Bien que la caractérisation géotechnique du sol soit à visée très différente de la caractérisation de son comportement vibratoire, le résultat de l'étude géotechnique peut tout de même servir à l'orienter. En effet, la description lithologique du sol permet d'identifier des zones dans lesquelles le sol est homogène et les profondeurs des transitions entre couches de matériau. La description lithologique peut également fournir une première approximation de la vitesse de propagation dans le sol : les tableaux 1.2 et 1.3 reproduisent des ordres de grandeur issus de la littérature ([FLRS14], [UIC11]).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Matériau	V_p (m/s)	V_s (m/s)	ν
Roches cristallines	4000-6000	2500-3500	0.2-0.3
Roches calcaires et fracturées	1600-3000	1000-1500	0.2-0.3
Roches souples, graviers très denses	800-2000	500-1000	0.2-0.3
Graviers moyennement denses	650-1500	400-800	0.2-0.3
Sables moyennement denses	350-750	200-400	0.2-0.3
Argiles et silts non consolidés	250-500	150-300	0.15-0.25
Argiles très souples	80-200	50-100	0.15-0.25

TABLE 1.2 – Caractéristiques mécaniques typiques des matériaux de sol secs, extrait traduit de [FLRS14].

Matériau	V_p (m/s)	V_s (m/s)
Glace	3000-3500	1500-1600
Eau	1480-1520	0
Granite	4500-5500	3000-3500
Grès, schiste	2300-3800	1200-1600
Rocher fracturé	2000-2500	800-1400
Moraine	1400-2000	300-600
Sables et graviers saturés en eau	1400-1800	100-300
Sables et graviers secs	500-800	150-350
Argile sous le niveau d'eau	1480-1520	40-100
Sol organique	1480-1520	30-50

TABLE 1.3 – Caractéristiques mécaniques typiques des matériaux de sol, extrait traduit de [UIC11].

1.3 Sources vibratoires

Parmi les sources vibratoires susceptibles de produire une gêne importante dans les constructions voisines, et hormis les phénomènes sismiques, la source ferroviaire est de très loin la plus largement étudiée dans la littérature. Différentes approches de prédiction du champ vibratoire propagé se côtoient, allant d'une modélisation la plus détaillée possible de la ligne ferroviaire, jusqu'à la ramener à une simple fonction de transfert. Cette section propose un tour d'horizon rapide de ces méthodes de prédiction.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Aux limites de la source ferroviaire classique, des travaux récents s'intéressent aux champs propagés par un viaduc ferroviaire ou par un tramway. La ligne ferroviaire sur viaduc est un cas intéressant car il présente la particularité d'interposer une structure vibrante entre la source vibratoire et le sol. Le tramway présente des difficultés spécifiques de modélisation en raison de la pose de ses voies et du contexte nécessairement urbain.

1.3.1 Champ propagé au sol par une source ferroviaire

L'état de l'art présenté dans cette partie n'a pas vocation à être exhaustif, mais cherche à être représentatif des différentes approches de modélisation du champ propagé au sol par une source ferroviaire classique.

Krylov ([Kry94]) propose d'estimer le champ vibratoire propagé dans le sol comme la superposition des champs engendrés par chaque traverse de la ligne ferroviaire. Le champ de vitesse résultant en un point (x, y) est donc obtenu par intégration sur les emplacements des sources (x', y') :

$$V_z(x, y; \omega) = \iint_{x', y'} P(x', y'; \omega) G_{zz}(r; \omega) \mathrm{d}x' \mathrm{d}y' \tag{1.45}$$

Dans l'équation 1.45, le terme $P(x', y'; \omega)$ est la charge appliquée par la traverse au sol, et $G_{zz}(r; \omega)$ est la fonction de Green pour la propagation de l'onde de Rayleigh au sol à une distance r. La propagation au sol est alors ramenée à la seule propagation de l'onde de surface de Rayleigh, et seule l'interaction verticale zz est prise en compte. Ce dernier point signifie que les charges sont toutes placées verticalement sur le sol et que seule la réponse verticale du sol est calculée. La fonction de Green du sol est calculée pour un sol composé d'un seul matériau homogène, c'est-à-dire non stratifié. La distribution de charge appliquée au sol est obtenue en considérant les charges individuelles appliquées par chaque essieu du véhicule au sol, pour un véhicule se déplaçant à une vitesse donnée. Krylov montre ainsi ([Kry95]) que pour des trains à grande vitesse, il y a une amplification conséquente du champ vibratoire lorsque la vitesse du train approche ou dépasse la vitesse de l'onde de Rayleigh V_r du sol. Ce résultat est confirmé expérimentalement par Madshus et Kaynia ([MK00]). Le modèle de prédiction de Krylov est étendu par Degrande et Lombaert ([DL01]) à un sol stratifié en proposant une méthode de calcul pour la fonction de Green du sol.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Sheng ([SJP99]) propose de représenter la ligne ferroviaire comme une poutre en flexion liée à la surface du sol par un système amorti de masses et ressorts représentant les traverses et le ballast. Cette représentation suppose une dimension infinie suivant la longueur du rail. Le système est donc essentiellement à deux dimensions : les caractéristiques mécaniques du sol varient suivant la profondeur z (le milieu est supposé stratifié), la propagation est calculée suivant la direction latérale y, et le système est invariant suivant la direction x. Le problème est résolu par transformations de Fourier spatiales. La figure 1.22 (gauche) propose une représentation schématique de ce modèle.

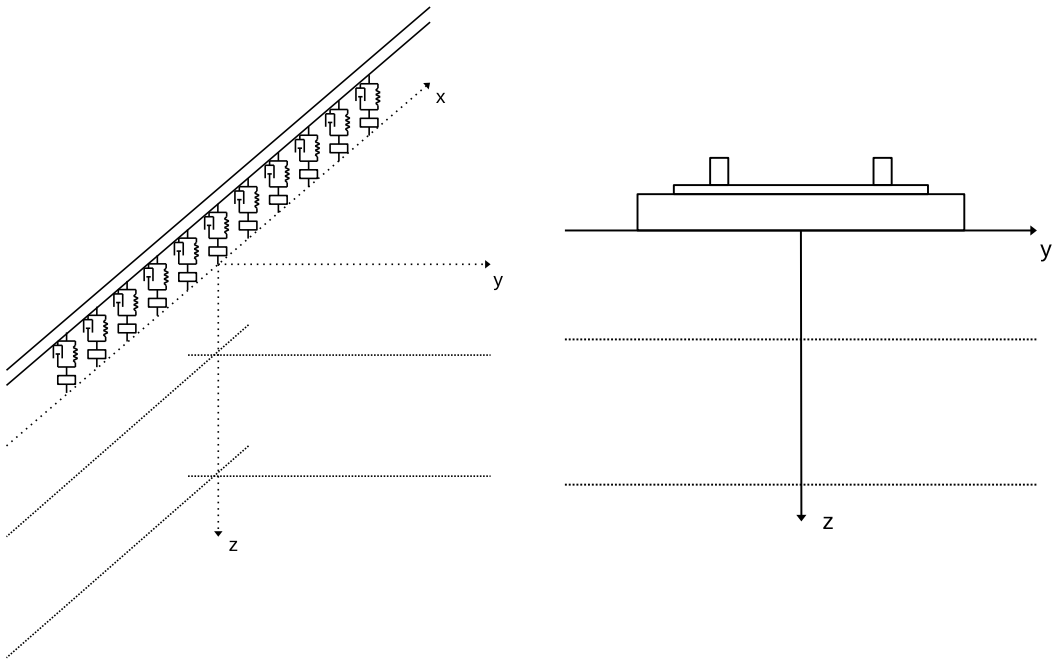


Figure 1.22 – Modèles de représentation d'une ligne ferroviaire à la surface du sol selong Sheng ([SJP99], gauche) et Karlström et Boström ([KB06], droite) ; Sheng représente la source ferroviaire comme une poutre en flexion liée au sol par un système masses-ressorts amorti linéique simulant traverses et ballast ; Karlström et Boström utilisent un matériau viscoélastique pour le ballast et une plaque mince pour les traverses.

Karlström et Boström ([KB06], [Kar06]) adoptent une approche similaire, à la différence près que la ligne ferroviaire est ici représentée par des poutres en flexion pour les rails, placées sur une plaque mince représentant les traverses. Ce système est placé sur un matériau viscoélastique représentant le ballast, au-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

quel sont appliquées des conditions aux limites appropriées validées par simulation numérique éléments finis (FEM - *Finite Elements Method*). La figure 1.22 (droite) montre une vue schématique en coupe deux dimensions de ce modèle.

Auersch ([Aue94]) obtient le déplacement harmonique à la surface du sol stratifié par intégration dans l'espace des nombres d'onde du produit d'un terme de compliance $N(k)$ et d'une fonction de Bessel $J_0(kr)$:

$$u(r) = \frac{1}{2\pi} \int_k N(k) J_0(kr) k \mathrm{d}k \tag{1.46}$$

Cette expression théorique, ainsi que sa simplification asymptotique, sont favorablement comparées avec des mesures ([Aue14]). L'expression simplifiée ramène le sol à un paramètre de raideur de cisaillement G et un terme d'atténuation D obtenus par mesures *in situ*.

Madshus *et al* ([MBH96]) développent un modèle de prédiction semi-empirique du champ propagé par une ligne ferroviaire. Il se base sur une décomposition du système en un ensemble de fonctions de transfert :

$$V = F_V F_R F_B = (V_T F_S F_D) F_R F_B \tag{1.47}$$

Les fonctions de transfert F_R et F_B se rapportent respectivement à l'état de la voie et au bâtiment. La fonction F_V est décomposée plus avant en : V_T, la vibration au sol à 15 mètres de la voie pour un train roulant à 70 km/h ; F_S, un terme de vitesse de circulation du véhicule ; F_D, un terme de distance entre la voie et le bâtiment. Un grand nombre de mesures aux abords de voie ferrées, réalisés en Norvège et en Suède, sont utilisées pour déterminer ces fonctions par analyse statistique.

Le résultat est un modèle de prédiction qui peut être alimenté par de futures données expérimentales et utilisé notamment pour valider des modèles de prédiction analytiques ou numériques.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

1.3.2 Sources ferroviaires particulières : viaduc et tramway

Les méthodes de propagation du champ vibratoire au sol depuis une source ferroviaire classique ne sont pas toujours adaptées. En particulier, les champs propagés à partir de viaducs ferroviaires et par des tramways urbains font l'objet de travaux récents qu'il convient de mentionner.

La ligne ferroviaire sur viaduc est un cas de couplage entre une structure vibrante et le sol. Les études portant sur ce type de système proposent généralement de décomposer le problème avec d'un côté la source ferroviaire et le viaduc, et de l'autre côté le problème de propagation dans le sol. Ainsi, Xia *et al.* ([XCZQ02]) proposent une estimation du champ propagé à partir d'un viaduc ferroviaire par une modélisation essentiellement à deux dimensions. Le comportement du sous-système train et viaduc est déterminé par développement analytique et obtenu par superposition modale. Le résultat est un jeu de chargements dynamiques à la base des piles du viaduc. La propagation au sol est réalisée numériquement par FEM 2D. Yang et Wu ([YW05]) réalisent quant à eux la propagation au sol par superposition de fonctions de Green déterminées pour un système sol et fondation de viaduc. La force appliquée par la pile de viaduc, modélisée comme une poutre, sur le sol est obtenue en représentant le passage du train par deux charges mobiles sur le tablier du viaduc. Takemiya et Bian ([TB07]) réalisent une modélisation entièrement numérique par FEM du système viaduc et sol en appliquant des procédés de sous-structuration. Le passage du train est simulé par un ensemble de forces discrètes appliquées sur le tablier du viaduc, modélisé par un ensemble de poutres.

Le tramway constitue une problématique très appliquée, car du fait de son implantation en milieu urbain c'est un mode de transport fortement susceptible de gêner les habitants alentours. C'est, de plus, un cas qui nécessite des développements adaptés. En effet, les rails de tramway sont le plus souvent posés sur des dalles de béton, au lieu de la pose sur traverses et ballast des lignes ferroviaires classiques. Maldonado ([Mal08]) assimile les rails et l'assise en béton à des poutres d'Euler, les liant par des ressorts modélisant l'assise du rail. Le couplage est fait à la surface du sol par continuité des déplacements. Une campagne de mesures significative permet de montrer que ce modèle reproduit de façon acceptable le champ propagé par le tramway. Grau ([Gra15]), de son côté, représente la voie de tramway par une plaque mince en flexion de dimensions finies et avec des conditions de bords en appui sur laquelle est appliquée un

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

ensemble d'efforts ponctuels. Le problème de couplage est résolu dans l'espace des nombres d'onde après avoir procédé à une décomposition modale du mouvement de la plaque mince et de l'effort. Là aussi, la comparaison à la mesure est favorable. Les travaux présentés dans ce manuscrit se situent dans la continuité des travaux de Grau et Laulagnet ([GL15b]).

1.4 L'interaction sol-structure

En raison du très grand nombre de situations possibles, la modélisation analytique ou semi-analytique de l'interaction sol-structure est nécessairement limitée à des situations académiques ou particulières pour lesquelles la géométrie du contact se prête à cette approche. C'est le cas par exemple de l'interaction entre le sol et une plaque mince à sa surface. Auersch ([Aue96]) formule ainsi une solution de couplage entre une plaque aux dimensions finies ou infinies et le sol. La plaque finie est modélisée numériquement par FEM, tandis que le comportement du sol est décrit par une solution de propagation analytique à partir d'un point source en surface. Cette approche est étendue ([Aue13]) pour une excitation par le passage d'une onde de surface, et l'efficacité du transfert entre l'onde et la plaque est étudiée en fonction de la fréquence d'excitation.

Comme mentionné en 1.3.2, Grau et Laulagnet ont développé un modèle de couplage analytique entre une plaque en flexion et le sol ([Gra15]) en utilisant une technique de décomposition modale pour la plaque. Ce modèle a été utilisé dans des applications pratiques relatives à des dalles de tramway et pour étudier l'influence d'une barrière horizontale sur la propagation en surface du sol ([GL15a]).

Hunt ([Hun95]) propose une méthode de prédiction du niveau vibratoire dans un bâtiment infiniment long parallèle à une voie ferrée. Le bâtiment est supposé être une répétition de cellules élémentaires dont le comportement est modélisé par un réseau de poutres et de colonnes, en utilisant la technique des matrices de raideur dynamique (DSM - *Dynamic Stiffness Matrix)*. Sanayei *et al.* ([SKPMB14]) utilisent une méthode basée sur l'impédance des éléments de structure pour estimer le niveau propagé depuis la base d'un bâtiment vers les planchers. La structure est alors représentée par un seul élément colonne et plancher et sa réponse est obtenue par somme incohérente des excitations ferroviaires appliquées à toutes les colonnes du bâtiment. La confrontation à

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

un cas réel donne des résultats satisfaisants.

Afin de limiter le coût de calcul, les méthodes de modélisation entièrement numériques de l'interaction sol-structure utilisent le plus souvent des méthodes de sous-structuration. Cela consiste à séparer les éléments du problème d'interaction en domaines : habituellement le sol et la fondation d'un côté, et la superstructure d'un autre. Des exemples de telles techniques sont cités en 1.3.2 dans le cas d'un viaduc. Par exemple, Yerli *et al.* ([YKK03]) proposent une simulation entièrement FEM d'un problème d'interaction quelconque ainsi qu'une méthode de distribution des calculs. Toutefois, la simulation FEM reste à deux dimensions, ce qui est indicatif de la difficulté de résoudre un problème sol-structure de dimensions conséquentes, et dont la géométrie est définie dans les trois dimensions de l'espace, par FEM uniquement.

Une méthode de calcul combinant les éléments finis et les éléments de frontière (BEM - *Boundary Elements Method*) a été développée au CSTB (Centre Scientifique et Technique du Bâtiment) par Jean ([Jea01]). Elle consiste à modéliser les structures par FEM et la propagation dans le sol par BEM. En effet, les éléments de frontière sont bien adaptés à modéliser numériquement des milieux propagatifs de grandes dimensions, car seules les frontières du domaine ont besoin d'être maillées. L'assemblage du sol et des structures est réalisé par continuité des déplacements et nécessite d'apporter un soin particulier au maillage du modèle. Cette technique a donné naissance au logiciel MEFISSTO et présente l'avantage de pouvoir modéliser l'interaction entre le sol et les fondations d'un bâtiment pour une situation *a priori* quelconque. Toutefois, la géométrie du problème est toujours ramenée à deux dimensions : il faut alors pouvoir réduire les structures à une coupe représentative de leur comportement, ce qui n'est pas nécessairement une hypothèse pertinente. Le modèle a été étendu de 2D à 2.5D ([JGV04]) afin de mieux représenter l'excitation ferroviaire d'un bâtiment. Cette extension consiste à sommer les contributions de sources placées orthogonalement au plan : ainsi, la source est 3D alors que les structures réceptrices sont 2D.

Le logiciel MEFISSTO a été confronté favorablement à des mesures sur un bâtiment ([VRJ+11b]). Toutefois, il apparaît que le comportement modal des structures (les planchers des immeubles notamment) n'est pas toujours correctement reproduit par le logiciel, possiblement à cause de la réduction du bâtiment à deux dimensions. Quand bien même, en raison de temps de calcul raisonnables, MEFISSTO est utile en ingénierie pour dimensionner des solutions

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

de mitigation des problématiques vibratoires ([JGC21]), telles que l'introduction d'un écran vibratoire dans le sol ou l'isolation des fondations du bâtiment. La figure 1.23 illustre le principe de ces deux moyens de mitigation.

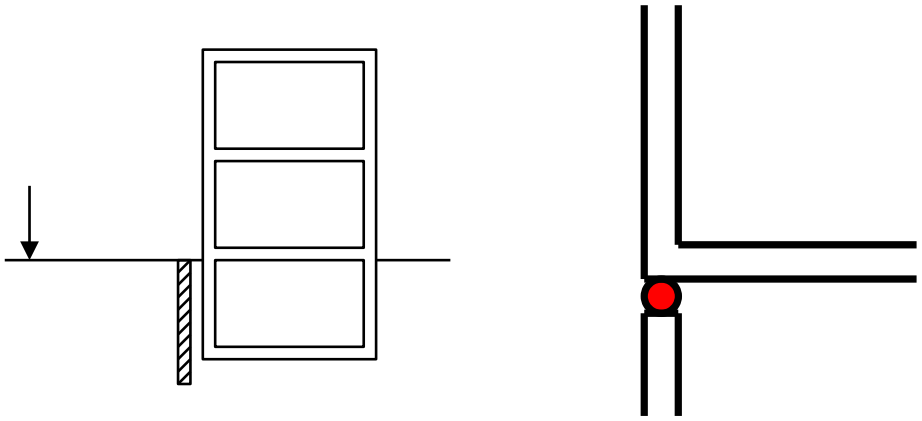


FIGURE 1.23 – Moyens de mitigation de la propagation vibratoire ; à gauche : pose d'un écran (rectangle hachuré) entre une source, symbolisée par la flèche verticale, et un bâtiment ; à droite : découplage entre la fondation et la superstructure par introduction d'un élément isolant.

La méthode des mobilités ([VRJ11a]) est un moyen polyvalent de décomposition source-récepteur de l'interaction sol-structure. Elle consiste à déterminer séparément les mobilités (*i.e* les rapports vitesse sur force) des éléments du problème pour évaluer l'énergie transmise de la source vers le récepteur. Elle peut être appliquée pour dimensionner des systèmes de découplage des fondations. Ainsi, Villot *et al.* ([VTGJ19]) définissent deux indicateurs pour évaluer la performance des systèmes d'isolation : le PFIG (*Power Flow Insertion Gain*), qui est le rapport entre les puissances transmises avec et sans isolation de la fondation ; et le BIGI (*Building Insertion Gain Indicator*), qui est le rapport entre les vitesses RMS sur un plancher avec et sans isolation. Le PFIG peut être estimé par la mesure *in situ* en amont et aval du système de découplage de la fondation.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Finalement, il convient de présenter le principe de fonctionnement de la méthode de prédiction issue du projet RIVAS. Elle consiste à sommer quatre fonctions de transfert ([UIC12]).

1. La TF1 est le transfert entre les vitesses verticales du sol à 8 mètres de la voie ferrée et en champ libre, proche du bâtiment : elle représente la propagation vibratoire dans le sol et peut être estimée soit par mesure directe *in situ*, soit par un modèle propagatif après estimation des propriétés mécaniques du sol.
2. La TF2 est le transfert entre le sol et les fondations du bâtiment : c'est la perte par insertion du bâtiment.
3. La TF3 est le transfert entre la fondation du bâtiment et le plancher, estimée à mi-portée de la dalle.
4. La TF4 est le transfert entre le plancher et le champ acoustique dans la pièce de réception : c'est la fonction de rayonnement des éléments de structure. Elle est approchée, en tiers d'octave et pour des planchers en béton, par :

$$L_p \simeq L_v + 7 \text{ dB} \tag{1.48}$$

   L_p est le niveau de pression moyen dans la pièce, en dB avec référence 2.10^{-5} Pa, L_v est le niveau de vitesse au centre du plancher, en dB avec référence 5.10^{-8} m/s.

C'est une méthode de prédiction en première approche utile en ingénierie car elle a l'avantage d'être simple à mettre en place. En effet, des gabarits pour ces fonctions de transfert sont données par le rapport du projet RIVAS ([UIC12]) lorsqu'elles ne sont pas accessibles au bureau d'études.

1.5 Rayonnement des structures en milieu fluide

Le rayonnement des structures vibrantes dans un milieu fluide est un problème vibro-acoustique extensivement étudié ces dernières décennies. C'est un sujet qui trouve des applications pratiques dans de nombreux secteurs, comme par exemple l'aéronautique, l'automobile, le bâtiment, ou bien encore la facture d'instruments de musique. Les méthodes de résolution sont détaillées dans plusieurs livres de référence en acoustique ([CHP05], [AM16]).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette section propose de revenir sur ce problème académique dans le but de souligner sa similitude avec le couplage sol-structure tel qu'il est traité au chapitre 2. En particulier, le rayonnement du piston plan dans un fluide est analogue à la sollicitation du sol par une plaque indéformable. L'annexe A détaille la résolution de ce problème. La démarche peut être résumée de la façon suivante.

— Les équations du mouvement de la structure couplée et du fluide (équations A.9 et A.1 respectivement) sont écrites.
— Le lien est établi entre le déplacement particulaire et la pression dans le fluide (équation A.5).
— Un jeu de conditions aux limites et de continuité est écrit. Dans cet exemple, le piston est bafflé et le déplacement est donc nul sur le plan hors du piston lui-même, et le rayonnement se fait dans un milieu non borné (condition de rayonnement de Sommerfeld).
— Une solution est établie en transformant ces équations dans le domaine des nombres d'onde par transformées de Fourier spatiales.

Cette même démarche est suivie pour la résolution du problème de couplage d'une plaque indéformable au sol. Il faut noter que le problème acoustique de rayonnement du piston plan converge lorsque le piston est bafflé, c'est-à-dire lorsqu'une condition en déplacement nul est imposée, tandis que le problème de sol converge pour une surface libre, c'est-à-dire lorsqu'une condition en contrainte nulle est imposée.

Le rayonnement d'une plaque en flexion couplée à un milieu acoustique est l'extension du problème du piston plan. Il peut être résolu par expansion modale soit à partir des modes couplés, soit à partir des modes de la plaque dans le vide lorsque le fluide est suffisamment léger. La méthode des perturbations ([FLM94], [Mat07]) propose de déterminer les modes couplés en introduisant des termes correctifs sur la réponse *in vacuo*.

Le rayonnement est habituellement analysé en termes d'impédance intermodale et d'efficacité de rayonnement de la plaque par rapport au cas du piston plan ([Mai62], [Wal72]). Le cas le plus simple est celui de la plaque bafflée simplement appuyée sur ses bords, mais le problème peut également être résolu pour des conditions aux limites quelconques ([BGN90]) ou pour une plaque non bafflée ([Lau98]).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

De façon générale, le couplage avec le fluide se traduit pour la plaque comme un effet de masse ajoutée. Cela a pour conséquence, par rapport au cas *in vacuo*, de décaler les fréquences propres vers les basses fréquences et d'introduire dans le système un amortissement traduisant la perte par rayonnement ([Wal87]). Ces effets sont d'autant plus sensibles que le fluide environnant est lourd par rapport à la structure vibrante. Généralement, l'efficacité de rayonnement d'un mode est faible en basses fréquences et présente un maximum légèrement supérieur à l'unité à la fréquence de coïncidence, fréquence pour laquelle le nombre d'onde de flexion mécanique k_{nm} correspond au nombre d'onde acoustique.

Grau et Laulagnet ([GL15b]) ont mené une analyse similaire pour le rayonnement de la plaque en flexion couplée au sol. Il en ressort que dans ce cas le couplage fonctionne en raideur ajoutée en basses fréquences, *i.e* lorsque le nombre d'onde de flexion est inférieur au nombre d'onde de cisaillement k_s du sol. Cette raideur ajoutée disparaît à la fréquence correspondant à $k_{nm} = k_s$, et par la suite le couplage fonctionne en masse ajoutée. De la même façon qu'en acoustique, l'effet de masse ajoutée présente un maximum à la coïncidence entre le nombre d'onde de flexion et le nombre d'onde de compression-dilatation. Il faut également noter que l'amortissement modal ajouté au système est conséquent.

Enfin, il convient de souligner que les caractéristiques mécaniques des milieux fluides sont généralement bien connues. De plus, lorsque le problème est traité sur de suffisamment courtes distances, le milieu peut raisonnablement être considéré homogène. Ainsi, les modèles de prédiction du rayonnement acoustique en milieu fluide font preuve d'une bonne précision. C'est là une différence notable avec le problème de propagation dans le sol, qui est par nature un milieu inhomogène dont les caractéristiques mécaniques doivent être déterminées pour chaque site d'étude.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

CHAPITRE 2

Modèle d'interaction sol-structure

Sommaire

2.1 Réponse du sol à une sollicitation en surface 55
2.1.1 Écriture du problème 55
2.1.2 Résolution par intégration numérique 61
2.1.3 Validation de la méthode de calcul 64
2.2 Influence des caractéristiques mécaniques du sol sur la propagation vibratoire 68
2.2.1 Amortissement 68
2.2.2 Vitesses de propagation 69
2.2.3 Masse volumique 70
2.2.4 Stratification du sol 71
2.3 Extension à une source enfouie 72
2.4 Modèle d'interaction sol-structure en surface 75
2.4.1 Comportement de la structure 76
2.4.2 Couplage sol-structure 78
2.4.3 Implémentation numérique 85
2.4.4 Validation du modèle 87
2.5 Réponse d'un immeuble à une ligne source 90
2.5.1 Réponse du sol libre à la ligne source 92
2.5.2 Couplage de l'immeuble au sol 95
2.5.3 Influence du sol sur la réponse du système 99

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Ce chapitre développe un modèle d'interaction de surface entre sol et structure, dans la continuité des travaux de Grau et Laulagnet ([Gra15], [GL15b]). Dans un premier temps, la réponse du sol libre (*i.e* en l'absence de structure couplée) à une contrainte appliquée à sa surface est établie en 2.1. Bien que le modèle soit à base analytique, des moyens numériques doivent être employés pour sa résolution. En particulier, il faut évaluer numériquement des intégrales dans l'espace des nombres d'onde. La convergence et la parité de ces intégrales sont étudiées, puis le modèle de sol libre est validé par comparaison avec une solution par méthode éléments finis (FEM). Enfin, une étude paramétrique sur les caractéristiques mécaniques du sol (2.2) met en évidence leurs influences respectives sur la propagation du champ vibratoire à la surface.

Le modèle d'interaction entre sol et structure (2.4) ne suppose pas l'emploi d'une méthode spécifique pour décrire le comportement de la structure. Dans un souci de généralité, il est écrit pour pouvoir incorporer des résultats tirés de méthodes de modélisation diverses. Le couplage sol-structure à la surface du sol se fait en écrivant les continuités des déplacements sur les surfaces de contact : celles-ci sont supposées être de petites dimensions par rapport aux longueurs d'onde du problème. Il s'agit là de la limitation principale du modèle, qui ne permet ni de prendre en compte les fondations d'un bâtiment ni de simuler des contacts sol-structure linéiques. Son champ d'application est donc restreint à des structures de type viaduc ou immeuble sur poteaux.

La méthode d'implémentation de la résolution numérique est présentée afin de mettre en évidence que le modèle développé ici se prête particulièrement bien à des travaux de type étude paramétrique ou étude de dimensionnement. Il est ensuite là aussi validé par comparaison avec une solution FEM dans un cas simple. Cette comparaison permet également de montrer que, dans le cas de fondations peu profondes, le modèle permet tout de même de reproduire de façon adéquate le comportement global d'un système malgré ses limitations.

Le chapitre se conclut, en 2.5, par un exemple d'application du modèle dans un cas d'étude typique : un immeuble d'habitation situé aux abords d'une voie ferroviaire. L'immeuble d'habitation est simulé par FEM à l'aide du logiciel Ansys Mechanical. Cette étude met notamment en évidence l'importance de prendre en compte tous les couplages directionnels dans le problème et montre l'influence des paramètres de sol sur le comportement harmonique de la réponse du système sol-structure.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

2.1 Réponse du sol à une sollicitation en surface

Cette section établit la réponse du sol à une sollicitation appliquée à sa surface. Il n'est pas fait d'hypothèse contraignante sur le type d'ondes propagé, comme cela a été fait pour la résolution du problème de Rayleigh en 1.1.3. La sollicitation est harmonique et répartie sur une surface d'application S. Cette formulation du problème nécessite, dans le cas général, une résolution numérique : celle-ci est détaillée avant de procéder à une comparaison de ce modèle avec un calcul par méthode éléments finis. La figure 2.1 propose une représentation schématique de la situation.

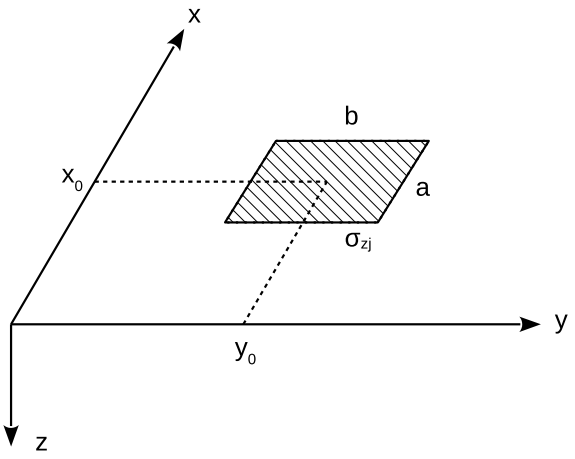


FIGURE 2.1 – Sollicitation du sol par une contrainte harmonique σ_{zj} appliquée sur une surface rectangulaire $S = a \times b$ centrée en (x_0, y_0).

2.1.1 Écriture du problème

Comme vu en 1.1.3, le mouvement du sol est décrit par l'équation de Navier (équation 1.1) et le déplacement est décomposé en potentiels (équation 1.2). En l'absence d'hypothèse contraignante sur les ondes propagées, quatre équations de Helmholtz sont ainsi obtenues :

$$\begin{cases} \Delta\phi + k_p^2\phi = 0 \\ \boldsymbol{\Delta\psi} + k_s^2\boldsymbol{\psi} = \mathbf{0} \end{cases} \tag{2.1}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Soit dans l'espace des nombres d'onde, après transformation de Fourier suivant les axes x et y :

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}^2\tilde{\phi}}{\mathrm{d}z^2} + k_1^2\tilde{\phi} = 0 \quad \text{avec } k_1^2 = k_p^2 - k_x^2 - k_y^2 \\ \dfrac{\mathrm{d}^2\tilde{\psi}_i}{\mathrm{d}z^2} + k_2^2\tilde{\psi}_i = 0 \quad \text{avec } k_2^2 = k_s^2 - k_x^2 - k_y^2 \end{cases} \tag{2.2}$$

L'indice i désigne les composantes x, y, z. Les potentiels transformés ont alors des solutions générales :

$$\begin{cases} \tilde{\phi} = Ae^{-\mathrm{j}k_1 z} + Be^{\mathrm{j}k_1 z} \\ \tilde{\psi}_i = C_i e^{-\mathrm{j}k_2 z} + D_i e^{\mathrm{j}k_2 z} \end{cases} \tag{2.3}$$

Les déplacements s'écrivent donc, dans l'espace des nombres d'onde et en fonction des inconnues $\{A\ B\ C_i\ D_i\}$:

$$\begin{cases} \tilde{u}_x(k_x,k_y;z) = & \mathrm{j}\Big[k_x\left(Ae^{-\mathrm{j}k_1 z} + Be^{\mathrm{j}k_1 z}\right) + k_2\left(C_y e^{-\mathrm{j}k_2 z} - D_y e^{\mathrm{j}k_2 z}\right) \\ & +k_y\left(C_z e^{-\mathrm{j}k_2 z} + D_z e^{\mathrm{j}k_2 z}\right)\Big] \\ \tilde{u}_y(k_x,k_y;z) = & \mathrm{j}\Big[k_y\left(Ae^{-\mathrm{j}k_1 z} + Be^{\mathrm{j}k_1 z}\right) - k_2\left(C_x e^{-\mathrm{j}k_2 z} - D_x e^{\mathrm{j}k_2 z}\right) \\ & -k_x\left(C_z e^{-\mathrm{j}k_2 z} + D_z e^{\mathrm{j}k_2 z}\right)\Big] \\ \tilde{u}_z(k_x,k_y;z) = & -\mathrm{j}\Big[k_1\left(Ae^{-\mathrm{j}k_1 z} - Be^{\mathrm{j}k_1 z}\right) + k_y\left(C_x e^{-\mathrm{j}k_2 z} + D_x e^{\mathrm{j}k_2 z}\right) \\ & -k_x\left(C_y e^{-\mathrm{j}k_2 z} + D_y e^{\mathrm{j}k_2 z}\right)\Big] \end{cases} \tag{2.4}$$

Et, avec la loi de Hooke (équation 1.15) les transformées de Fourier 2D des contraintes s'expriment :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}_{zx} = & 2\mu k_1 k_x \left(Ae^{-\mathrm{j}k_1 z} - Be^{\mathrm{j}k_1 z}\right) + \mu k_x k_y \left(C_x e^{-\mathrm{j}k_2 z} + D_x e^{\mathrm{j}k_2 z}\right) \\ & +\mu\left(k_2^2 - k_x^2\right)\left(C_y e^{-\mathrm{j}k_2 z} + D_y e^{\mathrm{j}k_2 z}\right) + \mu k_2 k_y \left(C_z e^{-\mathrm{j}k_2 z} - D_z e^{\mathrm{j}k_2 z}\right) \\ \tilde{\sigma}_{zy} = & 2\mu k_1 k_y \left(Ae^{-\mathrm{j}k_1 z} - Be^{\mathrm{j}k_1 z}\right) - \mu\left(k_2^2 - k_y^2\right)\left(C_x e^{-\mathrm{j}k_2 z} + D_x e^{\mathrm{j}k_2 z}\right) \\ & -\mu k_x k_y \left(C_y e^{-\mathrm{j}k_2 z} + D_y e^{\mathrm{j}k_2 z}\right) - \mu k_2 k_x \left(C_z e^{-\mathrm{j}k_2 z} - D_z e^{\mathrm{j}k_2 z}\right) \\ \tilde{\sigma}_{zz} = & -\left(\lambda k_d^2 + 2\mu k_1^2\right)\left(Ae^{-\mathrm{j}k_1 z} + Be^{\mathrm{j}k_1 z}\right) - 2\mu k_2 k_y \left(C_x e^{-\mathrm{j}k_2 z} - D_x e^{\mathrm{j}k_2 z}\right) \\ & +2\mu k_2 k_x \left(C_y e^{-\mathrm{j}k_2 z} - D_y e^{\mathrm{j}k_2 z}\right) \end{cases} \tag{2.5}$$

Il faut donc déterminer 8 inconnues $\{A\ B\ C_i\ D_i\}$ par couche de sol. En raison de la condition de rayonnement de Sommerfeld, qui traduit la dispersion de l'énergie à profondeur infinie, il n'y a pas d'onde retour vers le haut dans le demi-espace terminant l'empilement des couches de sol. Cela entraîne donc $B = 0$ et $D_i = 0$ dans ce demi-espace. Le problème a donc un total de $8\,(n_L - 1) + 4$ inconnues, avec n_L le nombre de couches de sol.

Les conditions sur la contrainte en surface, et les conditions de continuité des champs de déplacement et de contrainte aux interfaces (équation 1.26) n'amènent que $6\,(n_L - 1) + 3$ équations : elles sont donc insuffisantes pour résoudre le problème. Il faut y adjoindre la condition de jauge $\mathrm{div}\,\boldsymbol{\psi} = 0$ dans chaque couche de sol, qui amène deux relations supplémentaires par couche de sol (une pour le demi-espace) :

$$\begin{cases} k_x C_x + k_y C_y - k_2 C_z = 0 \\ k_x D_x + k_y D_y + k_2 D_z = 0 \end{cases} \tag{2.6}$$

Il y a désormais suffisamment de relations de contrainte pour permettre la résolution du problème. Elles conduisent alors à établir un système matriciel liant les $8\,(n_L - 1) + 4$ inconnues $\{A\ B\ C_i\ D_i\}$ à la contrainte appliquée à la surface du sol. Symboliquement, il faut donc résoudre :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

$$\mathbf{M}\begin{Bmatrix} A^{(1)} \\ B^{(1)} \\ C_x^{(1)} \\ D_x^{(1)} \\ \dots \\ C_z^{(n_L)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \tilde{\sigma}_{zx}(z=0) \\ \tilde{\sigma}_{zy}(z=0) \\ \tilde{\sigma}_{zz}(z=0) \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{2.7}$$

La matrice **M** contient les relations de contrainte, et les exposants sur les inconnues $\{A\ B\ C_i\ D_i\}$ désignent la couche de sol. Il n'y a pas de solution explicite dans le cas général, seulement dans le cas particulier d'un sol homogène en réponse à une sollicitation entièrement verticale ([Gra15]). La résolution se fait donc numériquement en procédant à une recherche de solution particulière. L'équation 2.7 est résolue trois fois, en appliquant successivement des contraintes unitaires $\tilde{\sigma}_{zx}$, $\tilde{\sigma}_{zy}$, et $\tilde{\sigma}_{zz}$ à la surface. Chaque résolution permet d'obtenir les déplacements $\tilde{u}_i(k_x, k_y; z) = N_{ij}(z; z=0)$, grâce au système d'équations 2.4. Les fonctions $N_{ij}(z; z=0)$ décrivent alors la réponse du sol à la profondeur z, dans l'espace des nombres d'onde, à une contrainte de surface en $z=0$ unitaire. Finalement, la réponse du sol à une contrainte de surface quelconque est composée à partir de ces réponses particulières :

$$\tilde{u}_i(k_x, k_y; z) = \sum_j N_{ij}(z; z=0)\tilde{\sigma}_{zj}(z=0) \tag{2.8}$$

Soit, sous forme matricielle :

$$\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{N}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{z}} \tag{2.9}$$

Dans le cas où la contrainte $\sigma_{zj}(z=0)$ s'applique sur une seule surface rectangulaire, l'hypothèse est faite qu'elle est uniformément répartie sur sa surface de contact S avec le sol. Il s'agit donc du cas analogue au rayonnement acoustique du piston plan traité en annexe A. Cette hypothèse suppose une surface de contact de petites dimensions devant les longueurs d'onde du problème.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Dans ce cas, la transformée de Fourier 2D de la contrainte en surface s'écrit comme le produit de l'amplitude de la contrainte réelle par la transformée de Fourier 2D de la fonction de répartition spatiale de cette contrainte :

$$\tilde{\sigma}_{zj} = \sigma_{zj} H(k_x, k_y) \tag{2.10}$$

Pour une surface rectangulaire de dimensions $(x, y) = (a, b)$ centrée en (x_0, y_0), la fonction $H(k_x, k_y)$ est la transformée de Fourier d'une fonction porte bidimensionnelle :

$$H(k_x, k_y) = S \ \mathrm{sinc}\left(\frac{ak_x}{2}\right)\mathrm{sinc}\left(\frac{bk_y}{2}\right)e^{-\mathrm{j}\left(k_x x_0 + k_y y_0\right)} \tag{2.11}$$

où $S = a \times b$ est la surface et sinc est la fonction sinus cardinal telle que :

$$\mathrm{sinc}\,(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\alpha} \tag{2.12}$$

Les trois composantes du déplacement du sol sont finalement obtenues par transformées de Fourier inverses :

$$u_i(x, y, z) = \sum_j \sigma_{zj} \mathrm{TF}^{-1}\left[N_{ij} H\right] \tag{2.13}$$

Afin d'alléger les écritures, la fonction J_{ij} est introduite :

$$J_{ij} = \frac{\mathrm{TF}^{-1}\left[N_{ij} H\right]}{S} = \frac{1}{4S\pi^2} \iint\limits_{k_x, k_y} N_{ij} H e^{\mathrm{j}\left(k_x x + k_y y\right)} \mathrm{d}k_x \mathrm{d}k_y \tag{2.14}$$

Ces intégrales sur (k_x, k_y) ne sont pas bornées. Leur évaluation numérique est donc une opération délicate et nécessairement source d'imprécision. Il est toutefois montré au paragraphe 2.1.2 qu'elles sont convergentes et peuvent donc être évaluées avec une précision acceptable, sous réserve que des critères d'intégration appropriés soient définis.

Finalement, le déplacement du sol s'écrit donc, sous forme matricielle :

$$\mathbf{u} = \mathbf{JF} \tag{2.15}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

La matrice $\mathbf{J}$ contient les fonctions J_{ij} et le vecteur $\mathbf{F}$ contient les amplitudes F_j de la sollicitation telles que $F_j = S\sigma_{zj}$.

La contrainte $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{z}}$ ne représente pas nécessairement une seule source vibratoire, mais peut aussi bien être un ensemble de contraintes appliquées sur des surfaces disjointes. Il convient de distinguer deux situations lorsque plusieurs sollicitations sont appliquées. Si elles sont corrélées, le déplacement est obtenu par somme arithmétique des réponses indépendantes dues à ces q sollicitations :

$$\mathbf{u} = \sum_q \mathbf{J}^{(q)}\mathbf{F}^{(q)} = \sum_q \mathbf{u}^{(q)} \tag{2.16}$$

En revanche, si ces sollicitations sont décorrélées, le déplacement de sol est obtenu par somme quadratique :

$$\mathbf{u} = \sqrt{\sum_q |\mathbf{u}^{(q)}|^2} \tag{2.17}$$

Le déplacement du sol en tout point est donc déterminé en réponse à un ensemble de sollicitations appliquées à sa surface, sous l'hypothèse que les surfaces d'application des contraintes sont petites relativement aux longueurs d'onde du problème. La résolution du problème passe par le calcul numérique des fonctions de réponse unitaires $N_{ij}(z; z = 0)$: elles caractérisent la réponse du sol à la profondeur z, dans l'espace des nombres d'onde, à des contraintes unitaires appliquées à sa surface $z = 0$.

L'amortissement η est introduit dans le problème en ajoutant une partie imaginaire aux vitesses de propagation des ondes P et S :

$$V_p^* = V_p(1 + \mathrm{j}\eta) \qquad V_s^* = V_s(1 + \mathrm{j}\eta) \tag{2.18}$$

Ce modèle d'amortissement, indépendant de la fréquence, convient à la résolution harmonique du problème de sol. Cependant, il est remis en cause au chapitre 4 pour permettre la résolution temporelle du problème. En effet, il apparaît alors que dans ce cas ce modèle d'amortissement ne permet pas de préserver la causalité du problème.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

2.1.2 Résolution par intégration numérique

Le calcul du champ de déplacement **u** en tout point nécessite donc le calcul des termes $N_{ij}(z;z=0)$ et l'évaluation numérique des intégrales $J_{ij}(x,y,z;z=0)$. Il est déjà sous-entendu que ces quantités sont calculées à ω et sont fonctions de (k_x,k_y) ; par souci de lisibilité, les dépendances spatiales sont elles aussi omises par la suite. Afin de garantir une précision satisfaisante, il est nécessaire de définir correctement l'espace (k_x,k_y) : cela passe notamment par l'étude du comportement des termes N_{ij}.

Soit le sol à trois couches dont les caractéristiques mécaniques sont listées dans le tableau 1.1. Comme il n'existe pas de solutions explicites pour les termes N_{ij} dans ce cas, ils sont calculés numériquement sur un espace (k_x,k_y) rectangulaire, avec des vecteurs k_x et k_y de 1000 points équirépartis entre $-10k_s$ et $10k_s$, où k_s est le nombre d'onde de cisaillement de la première couche de sol. Les calculs sont réalisés à la surface $z=0$ m et à la fréquence $f=50$ Hz.

Les parties réelle et imaginaire de N_{zz} sont représentées sur la figure 2.2 entre $-3k_s$ et $3k_s$. Elles présentent toutes deux une symétrie radiale, c'est-à-dire qu'elles sont paires suivant k_x et k_y. De plus, elles semblent graphiquement converger vers des valeurs stables pour des valeurs suffisamment grandes de k_s.

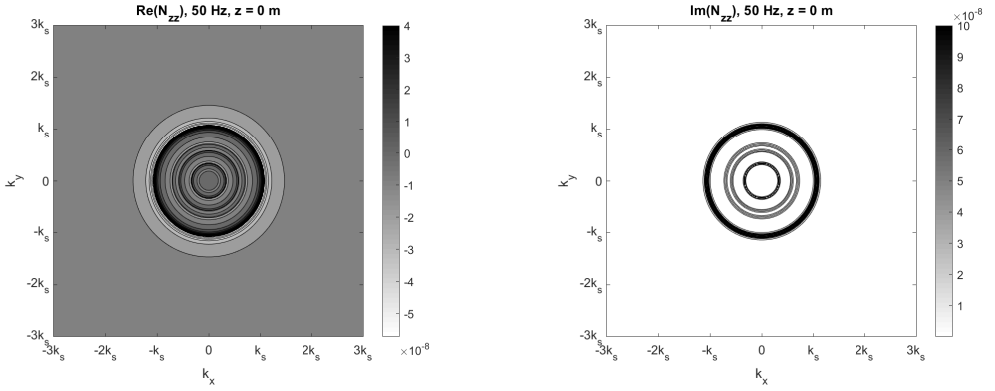


Figure 2.2 – Cartographie des parties réelle (gauche) et imaginaire (droite) de N_{zz} en $z=0$ et à $f=50$ Hz.

La figure 2.3 montre les parties réelle et imaginaire de N_{zz} sur la diagonale positive de l'espace de calcul telle que $k_x=k_y$. Elle confirme la tendance à converger vers 0 lorsque k_s croît. De plus, elle permet de mettre en évidence que le nombre d'onde de Rayleigh k_r est une valeur remarquable pour le comportement de cette fonction. Ici, selon l'approximation de Viktorov équation 1.21,

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

$k_r \simeq 1.07 \times k_s$. En effet, la partie imaginaire de N_{zz} atteint son maximum en k_r tandis que la partie réelle de N_{zz} change de signe pour la dernière fois en k_r. Passé ce nombre d'onde, ces deux parties adoptent un comportement asymptotique et tendent vers 0. Un constat similaire est réalisé sur les fonctions $N_{ij}(\omega)$ en une valeur (k_x, k_y) fixe au chapitre 4, figure 4.4 : là aussi, le nombre d'onde de Rayleigh est une valeur remarquable pour ces fonctions.

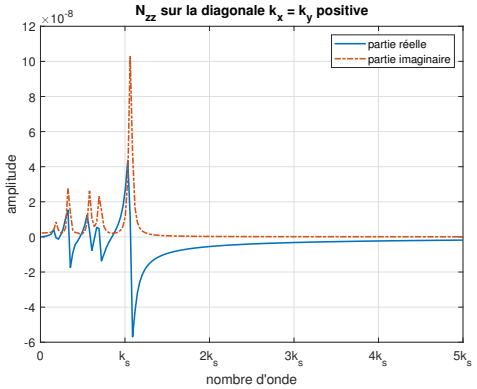


FIGURE 2.3 – Parties réelle et imaginaire de N_{zz} en $z = 0$ et à $f = 50$ Hz sur la diagonale positive $k_x = k_y$.

Si tous les termes N_{ij} tendent bien vers 0 pour les grandes valeurs du nombre d'onde, ils ne présentent en revanche pas tous les mêmes propriétés de parité. En raison de la position du problème, les axes x et y jouent le même rôle suivant des directions orthogonales. Il est donc suffisant d'étudier le comportement des termes N_{xx}, N_{xy}, N_{xz}, et N_{zz} ; le comportement des cinq autres termes peut être déduit par changement d'axe. Les figures B.1, B.2, et B.3 (en annexe) présentent les cartographies des parties réelles et imaginaires des termes N_{xx}, N_{xy}, et N_{xz}. Les termes diagonaux N_{ii} sont pairs sur k_x et k_y, les termes entre les deux directions latérales N_{xy} et N_{yx} sont impairs sur k_x et k_y, tandis que les termes entre une direction latérale et la verticale $N_{iz}(i = x, y)$ et $N_{zj}(j = x, y)$ sont impairs suivant un axe et pairs suivant l'autre.

Le tableau 2.1 résume et détaille ces propriétés de parité. Grâce à elles, et en raison de la symétrie du problème, les neuf termes N_{ij} sur tout l'espace (k_x, k_y) peuvent donc être obtenus à partir du calcul des quatre termes N_{xx}, N_{xy}, N_{xz}, et N_{zz} sur un quart d'espace (k_x, k_y). Cela permet de réduire grandement le coût du calcul.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

N_{ij}	$j = x$	$j = y$	$j = z$
$i = x$	P / P	I / I	I / P
$i = y$	I / I	P / P	P / I
$i = z$	I / P	P / I	P / P

TABLE 2.1 – Propriétés de parité des termes N_{ij} sur l'espace des nombres d'onde k_x / k_y ; P = pair, I = impair.

La tendance des termes N_{ij} vers 0 pour de suffisamment grandes valeurs du nombre d'onde entraîne donc la possibilité d'évaluer numériquement de façon correcte les valeurs des intégrales J_{ij}. De plus, la convergence vers zéro de l'intégrande est facilitée par la fonction $H(k_x, k_y)$: en effet, comme illustré par la figure 2.4, celle-ci favorise les valeurs proches de l'origine de l'espace (k_x, k_y).

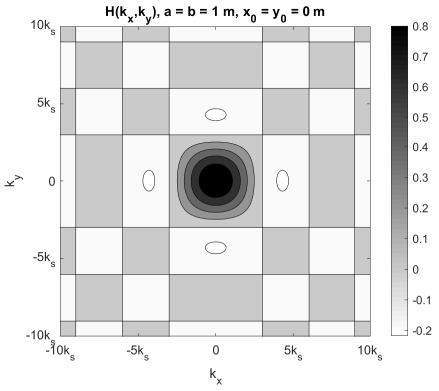


FIGURE 2.4 – Cartographie de la fonction $H(k_x, k_y)$ pour une surface carrée d'un mètre de côté centrée à l'origine.

Ainsi, pour le sol pris en exemple et pour une surface de contact d'un mètre de côté, à 50 Hz, en surface et à 10 mètres en diagonale de l'origine, le calcul de l'intégrale J_{zz} converge rapidement vers une valeur stable. La figure 2.5 représente la valeur des parties réelle et imaginaire de l'intégrale en fonction de la taille de l'espace d'intégration : dans ce cas, le calcul converge peu après k_s.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

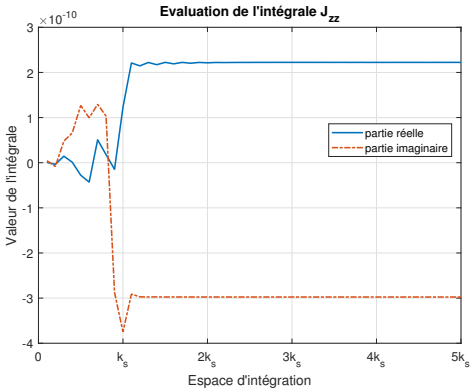


FIGURE 2.5 – Valeur de l'intégrale J_{zz} à 50 Hz en surface, à 10 mètres en diagonale de l'origine, et pour une surface de contact d'un mètre de côté, en fonction de la taille de l'espace d'intégration.

Il peut toutefois être nécessaire d'étendre l'espace de calcul en fonction des conditions de simulation : amortissement, fréquence, taille de la surface de contact, distance de calcul notamment jouent tous un rôle dans la rapiditié de convergence des intégrales J_{ij}. Celle-ci doit donc être vérifiée dans chaque situation.

2.1.3 Validation de la méthode de calcul

Le modèle de sol précédemment détaillé, ainsi que la méthode de calcul numérique employée pour le résoudre, sont ici confrontés à une simulation par méthode éléments finis. Soit un sol homogène (*i.e* constitué d'une seule couche), dont les caractéristiques mécaniques sont listées dans le tableau 2.2.

V_s (m/s)	V_p (m/s)	ρ (kg/m^3)	η
250	500	1600	0.05

TABLE 2.2 – Caractéristiques mécaniques du sol homogène.

L'espace d'intégration sur les nombres d'onde est défini rectangulaire, avec des vecteurs k_x et k_y de longueurs $2k_{max}$. k_{max}, de façon générale, est pris égal à $3k_s$, où k_s est le nombre d'onde de cisaillement du sol. Toutefois, avec cette définition, l'espace d'intégration tend vers zéro en basses fréquences. Une condition supplémentaire est donc ajoutée : k_{max} est pris comme le maximum entre $3k_s$ et

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

$\frac{150}{f}$. L'espace d'intégration est maillé régulièrement par pas $\Delta k = \frac{2\pi}{150}$. La figure 2.6 permet de visualiser la taille de l'espace d'intégration ainsi défini sur l'échelle de fréquences, qui s'étend entre les bandes de tiers d'octave 10 Hz et 250 Hz sur 10 fréquences régulièrement espacées dans chaque bande. Cette figure montre que l'essentiel du coût numérique du calcul se concentre donc en très hautes et très basses fréquences.

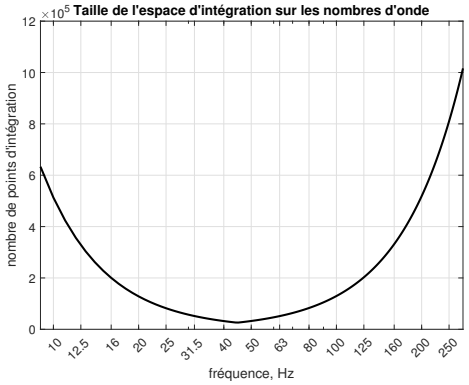


FIGURE 2.6 – Nombre de points d'évaluation de l'intégrande sur les nombres d'onde en fonction de la fréquence, pour $V_s = 250$ m/s et les conditions d'intégration citées en 2.1.3.

Un effort d'amplitude 1 Newton est appliqué sur une surface carrée de un mètre de côté placée à l'origine du repère. La vitesse verticale du sol v_z est calculée dans la diagonale (*i.e* sur les coordonnées $x = y$) sur une longueur de 30 mètres. À fin de comparaison, le même calcul est réalisé par FEM à l'aide du logiciel de simulation multi-physiques Ansys Mechanical.

La simulation FEM présente son propre lot de difficultés pour la modélisation du sol. En effet, ce n'est pas une méthode bien adaptée à décrire des espaces à dimensions infiniment longues : par définition, l'espace modélisé par éléments finis doit être maillé sur une longueur finie. Ce problème est contourné à l'aide d'éléments PML (*Perfectly Matched Layers*) qui permettent d'atténuer la propagation vibratoire aux bords du domaine de simulation. Cette atténuation n'est toutefois pas parfaite : il est donc nécessaire de surdimensionner l'espace modélisé pour mitiger les effets de réflexion à ses bords.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Dans les conditions présentes, une série d'essais permet d'estimer que le domaine doit être surdimensionné par une longueur d'onde dans ses directions latérales pour permettre un calcul correct. La profondeur du sol ainsi que la taille des couches PML sont fixées à une demi-longueur d'onde. De plus, en raison de la symétrie de la situation modélisée, l'espace de simulation peut être réduit à un seul quart d'espace à condition d'appliquer des conditions appropriées aux limites du domaine. La figure 2.7 illustre cette définition.

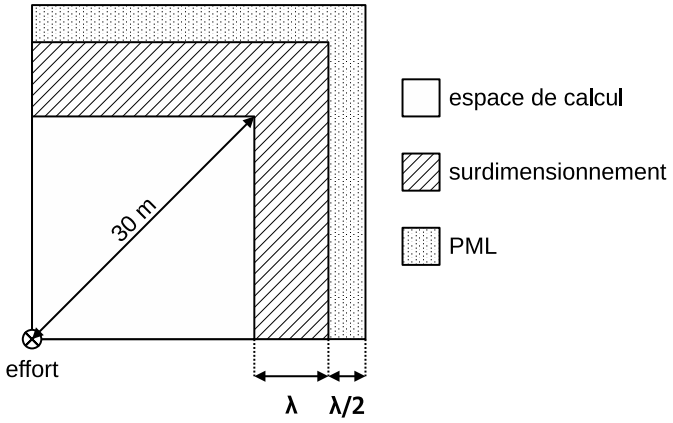


FIGURE 2.7 – Principe de dimensionnement de l'espace de simulation FEM.

La taille des éléments de sol est prise comme un cinquième de la longueur d'onde au centre de la bande de tiers d'octave. La conséquence de ce dimensionnement du calcul FEM est un coût numérique qui augmente très rapidement avec la fréquence : plus de détails se trouvent en annexe C. Le calcul FEM est donc limité à la bande de tiers d'octave 100 Hz.

La comparaison entre les deux résultats, obtenus par simulation FEM et par résolution semi-analytique, est très satisfaisante. Les niveaux calculés sont très proches, comme illustré par la figure 2.8 dans la bande de tiers d'octave 25 Hz et à 20 mètres de l'origine.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

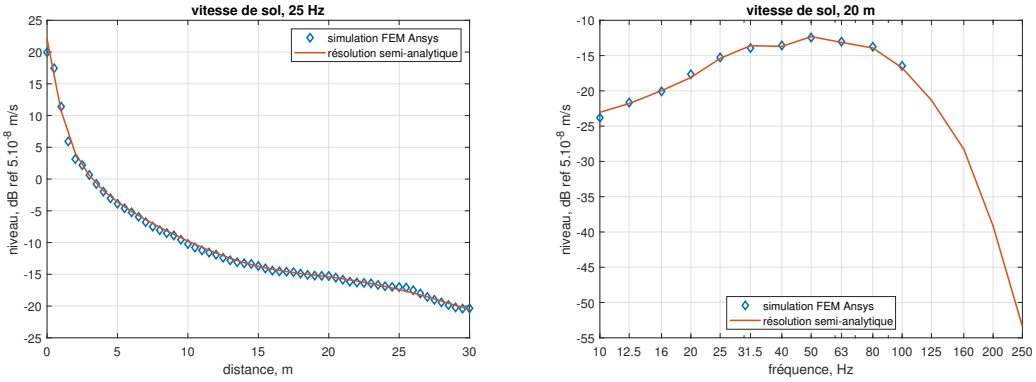


FIGURE 2.8 – Comparaison des vitesses verticales de sol obtenues par calcul FEM et par résolution semi-analytique, dans la bande de tiers d'octave 25 Hz (gauche) et à 20 mètres de l'origine du repère (droite).

Des différences locales peuvent toutefois apparaître, le plus souvent dans les trois cas suivants.

1. Proche de la surface d'application de la force : cela est dû à l'hypothèse de contrainte constante sur cette surface pour la résolution semi-analytique. Cette hypothèse peut être mise en défaut en hautes fréquences, lorsque les longueurs d'onde du problème deviennent de dimensions comparables à la surface S.
2. En basses fréquences : l'évaluation du niveau par méthode FEM en un point précis de l'espace n'est pas toujours fiable en basses fréquences en raison de la taille importante des éléments. Le logiciel réalise une interpolation entre deux nœuds si le point d'évaluation n'est pas situé sur un nœud. Cette situation peut être évitée en fixant une taille minimale d'éléments.
3. À longue distance : comme mentionné précédemment, des phénomènes de réflexion peuvent apparaître sur la simulation FEM si l'espace de simulation n'est pas correctement dimensionné. De plus, la convergence du calcul de l'intégrale J_{ij} est plus difficile à longue distance : il faut s'assurer que l'espace des nombres d'onde (k_x, k_y) est correctement défini.

Ici, ces différences restent dans tous les cas inférieures au décibel. Cela permet donc de valider, par comparaison, la formulation du problème de sol et sa méthode de résolution numérique.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

2.2 Influence des caractéristiques mécaniques du sol sur la propagation vibratoire

Chaque couche de sol est caractérisée par quatre paramètres : ses vitesses de cisaillement V_s et de compression-dilatation V_p (ou, de façon équivalente, son module de Young E et son coefficient de Poisson ν), sa masse volumique ρ, et son amortissement η. Le sol, pris dans son ensemble, est l'assemblage d'un certain nombre de ces couches de sol d'épaisseurs respectives h. Tous ces paramètres n'ont toutefois pas la même influence sur la propagation vibratoire ([FS02]).

Le modèle de sol présenté ici permet de quantifier rapidement les importances relatives des paramètres de sol. Une étude paramétrique est réalisée dans les conditions de calcul citées en 2.1.3, tout d'abord en faisant varier indépendamment les caractéristiques du sol homogène (tableau 2.2), puis en y ajoutant une couche plus raide.

2.2.1 Amortissement

La figure 2.9 montre la décroissance vibratoire dans la bande de tiers d'octave 100 Hz (gauche) et à 20 mètres du centre de la source (droite) pour des valeurs d'amortissement 2.5 %, 5 %, et 10 %. Elle permet de constater que l'augmentation de l'amortissement entraîne une atténuation plus forte à longue distance que proche de la source (c'est le cas à toutes les fréquences), et plus importante en hautes qu'en basses fréquences (c'est le cas à toutes les distances). L'amortissement du sol représente en effet la capacité du milieu à atténuer le phénomène vibratoire sur un nombre de longueurs d'onde.

L'amortissement du sol est un paramètre de premier ordre pour la caractérisation du milieu vibratoire pour les distances et les fréquences typiques des études vibratoires. En effet, un doublement de l'amortissement peut entraîner des différences de niveau de plusieurs dizaines de décibels en hautes fréquences à quelques dizaines de mètres de la source. Comme mentionné en 1.2, les méthodes de caractérisation se concentrent généralement sur l'estimation de la raideur du sol. Comme les temps de calcul pour la résolution du modèle de sol présenté ici sont relativement modestes, il constitue une solution pratique pour déterminer l'amortissement des matériaux de sol par comparaison entre simulation et mesure.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

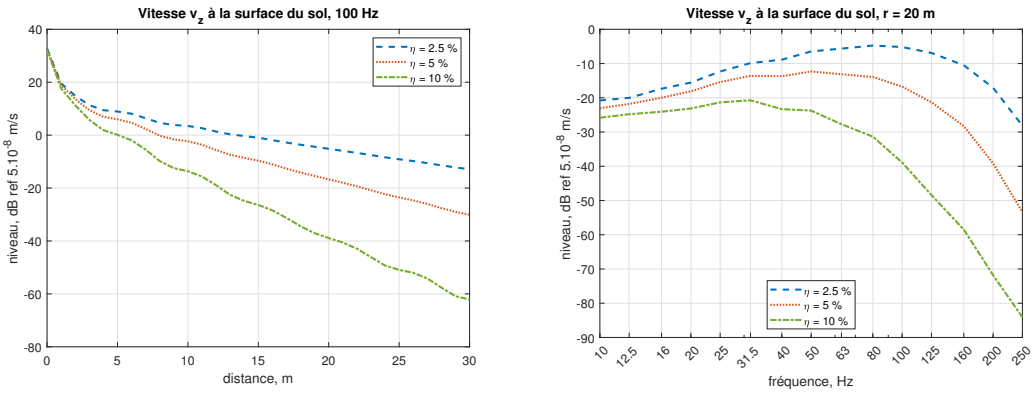


FIGURE 2.9 – Influence de l'amortissement sur la vitesse vibratoire verticale du sol, dans la bande de tiers d'octave 100 Hz (gauche) et à 20 mètres de la source (droite).

2.2.2 Vitesses de propagation

La figure 2.10 illustre l'influence des vitesses de propagation sur la vitesse verticale du sol, à 20 mètres de la source. À gauche, la vitesse de cisaillement est progressivement diminuée à coefficient de Poisson constant (la vitesse de compression-dilatation est toujours double de V_s). À droite, le coefficient de Poisson est progressivement abaissé à vitesse de cisaillement constant, ce qui entraine une diminution de la seule vitesse V_p.

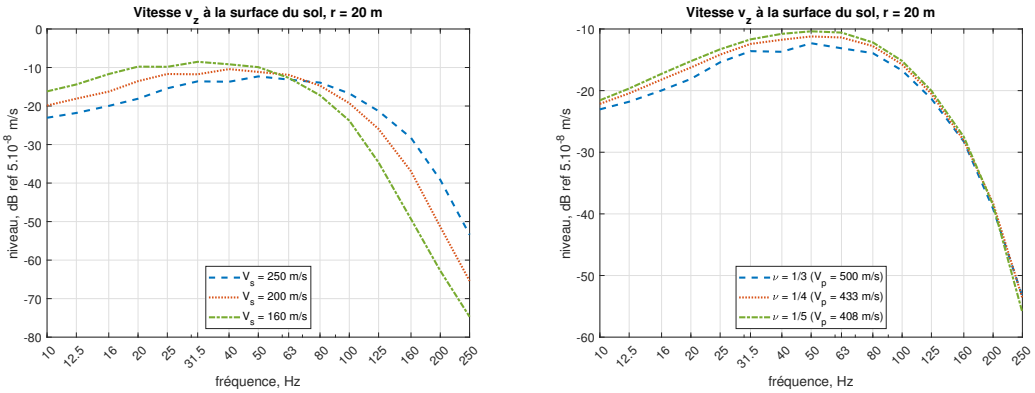


FIGURE 2.10 – Influence des vitesses de propagation de cisaillement V_s (gauche) et de compression-dilatation V_p (droite) sur la vitesse vibratoire verticale du sol, à 20 mètres de la source.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Comme montré plus haut, les vitesses de propagation dépendent de la raideur du matériau à travers son module de Young E : modifier ces vitesses influe donc sur la fréquence de résonance du système. Autrement dit, une variation de vitesse modifie le niveau vibratoire de différentes façons en fonction de la fréquence : diminuer la vitesse favorise la propagation à basses fréquences mais entraîne une diminution de niveau en hautes fréquences. Ces écarts de niveau peuvent être de l'ordre d'une dizaine de décibels dans le cas présenté ici : la raideur du sol E est donc un paramètre de premier ordre pour la propagation vibratoire. Ainsi, les couches de sol sont souvent désignées par leurs vitesses de cisaillement V_s, le rapport $\frac{V_p}{V_s}$ étant seule fonction du coefficient de Poisson, beaucoup moins influent pour la propagation vibratoire.

2.2.3 Masse volumique

La figure 2.11 illustre les effets d'une variation de masse volumique sur la propagation vibratoire dans le sol. La masse volumique est un paramètre de second ordre pour le sol : une augmentation de 25 % entraîne ici des différences de l'ordre de quelques décibels au plus. Son augmentation amène globalement une atténuation de niveau en fonction de la distance sur l'ensemble des fréquences, mais cette atténuation est apparemment légèrement plus marquée en basses fréquences qu'en hautes fréquences.

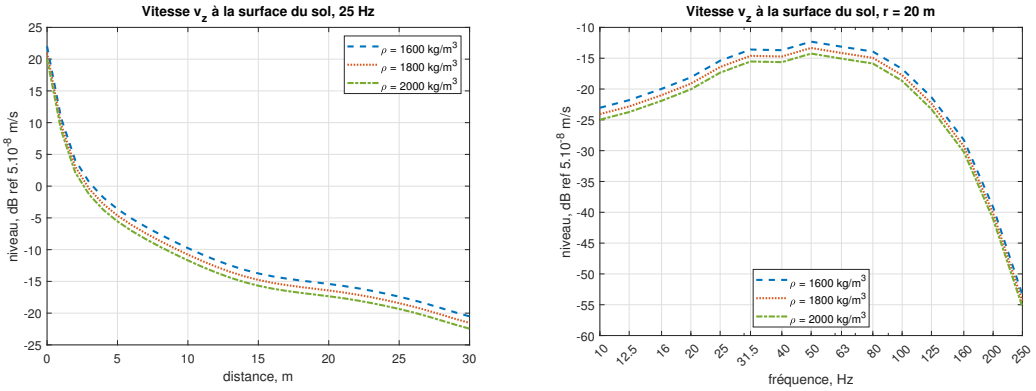


FIGURE 2.11 – Influence de la masse volumique ρ sur la vitesse vibratoire verticale du sol, dans la bande de tiers d'octave 25 Hz (gauche) et à 20 mètres de la source (droite).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

2.2.4 Stratification du sol

L'influence de la stratification du sol sur son comportement vibratoire en surface est difficile à analyser par une étude numérique, car l'introduction de multiples couches de sol multiplie rapidement le nombre de paramètres mécaniques à étudier. Globalement, les paramètres mécaniques de chaque couche de sol doivent modifier la propagation en surface suivant les mêmes tendances que pour le sol homogène, pour les longueurs d'onde concernées. Ainsi, la propagation hautes fréquences est globalement pilotée par la couche de surface, la propagation basses fréquences par les couches plus profondes.

La stratification du sol amène des différences d'impédance nettes en fonction de la profondeur des interfaces entre les couches de matériau. Des phénomènes de transmission et de réflexion naissent à ces interfaces et complexifient d'autant plus la propagation en surface, favorisant certaines fréquences selon l'épaisseur des couches. La figure 2.12 illustre cette analyse qualitative du comportement. La figure de gauche représente la vitesse verticale du sol en fonction de la profondeur, à 15 mètres de la source et dans la bande de tiers d'octave 25 Hz, pour plusieurs stratifications de sol : une couche raidie V_s = 500 m/s est ajoutée au sol homogène aux profondeurs 2.5 m, 5 m, et 10 m. Cette figure permet de visualiser les interfaces : la différence d'impédance entre les deux couches est nette et la vibration du sol est fortement atténuée lors de la transition. La figure de droite montre la vitesse verticale du sol à 10 mètres de la source : la stratification la moins profonde favorise la propagation vers le milieu de l'échelle de fréquences (aux alentours de 63 Hz), et les stratifications plus profondes favorisent des fréquences plus basses.

La raideur des couches de sol profondes influence donc sensiblement le champ vibratoire à la surface en basses et moyennes fréquences. L'exemple présenté montre des écarts d'amplitude pouvant aisément atteindre 5 dB à 10 dB, en fonction de la relation entre longueur d'onde et profondeur de l'interface. En pratique, et dans le cadre de modélisations prédictives, cela signifie qu'il est nécessaire de porter une attention particulière aux basses fréquences lors d'une caractérisation de sol par méthode MASW, afin de déterminer correctement les caractéristiques mécaniques du sol profond.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

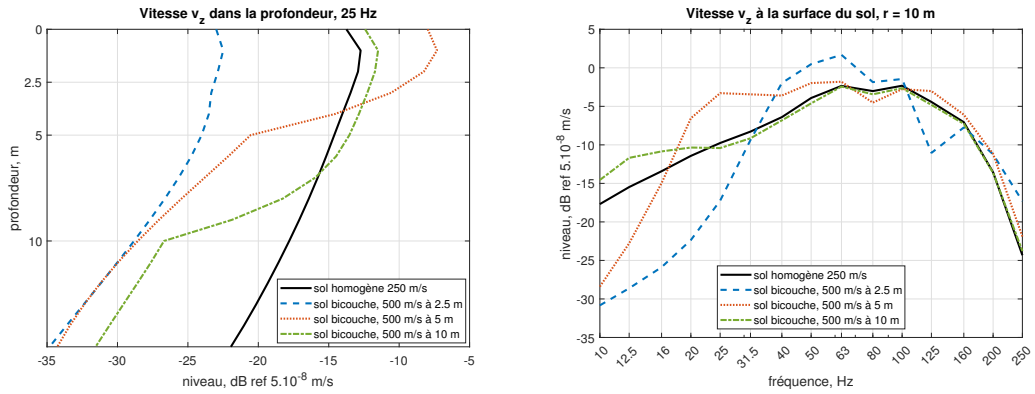


FIGURE 2.12 – Vitesse verticale du sol en surface à 10 mètres de la source (droite) et en profondeur à 15 mètres de la source dans la bande de tiers d'octave 25 Hz (gauche), pour trois profondeurs de la couche raide (2.5 m, 5 m, et 10 m).

2.3 Extension à une source enfouie

Le modèle de sol développé plus haut suppose la source vibratoire en surface, mais il peut également être écrit pour une source enfouie à une profondeur z_s dans le sol. La méthode de résolution du problème est très similaire mais il convient d'adapter les conditions de continuité à la situation, représentée schématiquement sur la figure 2.13.

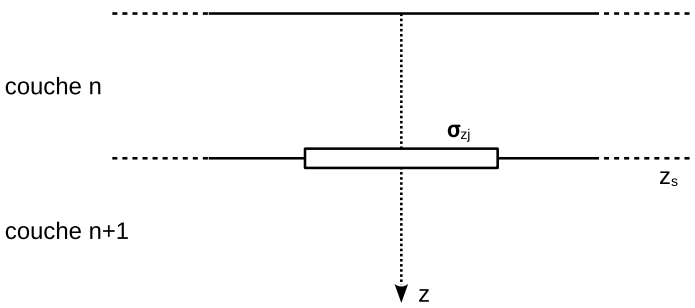


FIGURE 2.13 – Source enfouie dans le sol à la profondeur z_s, vue de côté.

En premier lieu, si la source n'est pas située à une interface physique entre couches de sol, il faut définir une interface artificielle à la profondeur d'enfouissement z_s. Cela permet d'écrire la continuité du déplacement de sol entre les couches n et $n+1$ délimitées par cette interface et d'introduire la contrainte

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

$\sigma_z(z_s)$ appliquée par la source sur sa surface S. De plus, en l'absence de source en $z = 0$ et de structures couplées, la surface du sol est libre en tout point.

$$\begin{cases} u_i^{(n)} = u_i^{(n+1)} & \forall (x,y) \text{ et } z = z_s \\ \sigma_{zj} = 0 & \forall (x,y) \text{ et } z = 0 \end{cases} \tag{2.19}$$

À cela s'ajoutent les continuités des déplacements et contraintes aux interfaces entre couches de sol, et les conditions de jauge dans chaque couche. Finalement, le déplacement en tout point du sol s'écrit, dans l'espace des nombres d'onde (les dépendances en (k_x, k_y) sont omises) :

$$\tilde{u}_i(z) = \sum_j N_{ij}(z; z_s)\tilde{\sigma}_{zj}(z_s) \tag{2.20}$$

Les fonctions $N_{ij}(z; z_s)$ sont les réponses du sol à la profondeur z pour une source enfouie en z_s. Elles sont obtenues numériquement par résolution d'un problème matriciel du même type que celui présenté à l'équation 2.7, où le vecteur des sollicitations doit toutefois être adapté à la situation présente. Le retour dans l'espace réel et la résolution numérique se font de la même façon qu'auparavant.

Soit le sol homogène dont les propriétés mécaniques sont listées dans le tableau 2.2, sollicité verticalement par une force unitaire appliquée sur une surface de un mètre carré à l'origine, en surface ou à cinq mètres de profondeur. Comme il est attendu que la stratification du sol joue un rôle important dans sa réponse lorsque la source y est enfouie, un sol trois couches dont les propriétés mécaniques sont listées dans le tableau 2.3 est également simulé ; sa deuxième couche correspond au sol homogène du tableau 2.2.

Couche	h (m)	V_s (m/s)	V_p (m/s)	ρ (kg/m^3)	η
1	3	150	300	1500	0.05
2	5	250	500	1600	0.05
demi-espace		500	1000	1800	0.05

Table 2.3 – Profil de sol à trois couches.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

La figure 2.14 représente les vitesses verticales dans le sol sur 12 mètres de profondeur et de distance par rapport à la source, dans la bande de tiers d'octave 25 Hz. Il est intéressant de remarquer que l'onde de surface de Rayleigh apparaît distinctement même lorsque la source est enfouie dans le sol, et donc que la surface du sol constitue un lieu de maxima locaux (sinon globaux) pour la propagation vibratoire.

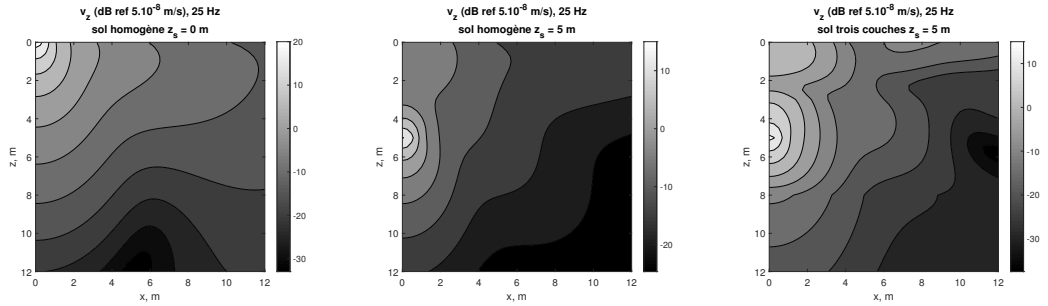


FIGURE 2.14 – Vitesse verticale v_z dans la bande de tiers d'octave 25 Hz pour (de gauche à droite) : le sol homogène avec la source à la surface ; le sol homogène avec la source à 5 mètres de profondeur ; le sol à trois couches avec la source à 5 mètres de profondeur. Cartographies en fonction de la profondeur et de la distance à la source.

Comme attendu, la stratification du sol conditionne fortement le champ vibratoire. Ici, sur la figure de droite, la source est enfouie au sein de la deuxième couche et les interfaces à 3 mètres et à 8 mètres de profondeur sont donc clairement visibles sur les cartographies du champ de vitesse. Elles constituent des frontières d'impédance nettes, et les couches de sol agissent donc de façon similaire à des guides d'ondes.

La figure 2.15 montre la vitesse vibratoire verticale dans le sol en fonction de la profondeur, à l'origine et dans la bande de tiers d'octave 25 Hz. Dans tous les cas, la vitesse est logiquement maximale à la profondeur de la source et décroît de façon régulière dans la partie semi-infinie du sol (le demi-espace). Les interfaces du sol stratifié, à 3 mètres et à 8 mètres de profondeur, sont là aussi clairement identifiables ; la présence de l'onde de Rayleigh proche de la surface du sol se signale par une augmentation locale de la vitesse proche de la surface dans les cas où la source est enfouie.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

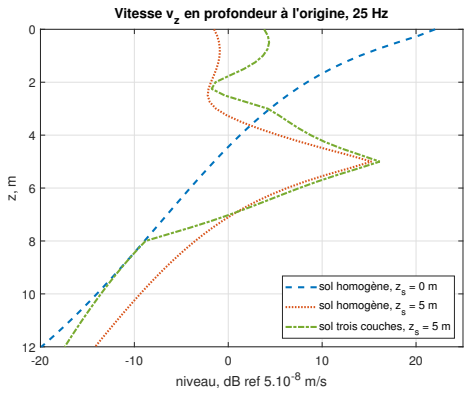


FIGURE 2.15 – Vitesse vibratoire verticale du sol en fonction de la profondeur, à l'origine et dans la bande de tiers d'octave 25 Hz, pour le sol homogène et le sol trois couches et la source enfouie à 5 mètres de profondeur.

2.4 Modèle d'interaction sol-structure en surface

Cette section détaille la méthode de modélisation de l'interaction entre le sol et une structure vibrante à sa surface. Le développement part de l'écriture de la réponse du sol à une sollicitation appliquée à sa surface, détaillée en 2.1, et utilise donc les mêmes hypothèses de modélisation :

- le sol est un milieu stratifié, composé de couches de matériaux viscoélastiques homogènes et isotropes ;
- ces couches ne sont pas bornées suivant les directions latérales x et y et les interfaces les séparant sont parallèles à la surface ;
- déplacement et contrainte sont continus aux interfaces entre couches ;
- cet empilement se termine par un demi-espace supposé infiniment long suivant la profondeur z ;
- la surface du sol est généralement libre, en-dehors des contraintes qui y sont appliquées et des structures qui y sont couplées ;
- les surfaces sur lesquelles s'appliquent ces contraintes sont petites face aux longueurs d'onde du problème, si bien que la contrainte est considérée constante sur ces surfaces.

Le modèle d'interaction développé ici ne suppose pas une méthode spécifique de description du comportement de la structure. Afin de conserver un maximum de généralité, elle suppose uniquement que le champ de déplace-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

ment engendré dans la structure par l'application d'une force est accessible. Ainsi, le comportement des structures peut être déterminé par différentes méthodes : modélisation FEM, description analytique, ou bien déduction depuis une mesure, par exemple. Le modèle d'interaction sol-structure développé ici est donc polyvalent de ce point de vue.

Cette section traite en premier lieu de la description généralisée du comportement de la structure, puis présente la méthode de couplage au sol et la résolution du problème d'interaction. Deux exemples académiques pour lesquelles le couplage peut être développé analytiquement sont présentés. Elle se conclut par une discussion sur l'implémentation de la résolution numérique du problème, en s'arrêtant sur sa nature modulaire et les avantages qui en découlent.

2.4.1 Comportement de la structure

La description générale du comportement de la structure repose sur une décomposition de celle-ci en nœuds de vibration α. La réponse harmonique, en terme de champ de déplacement, de ces nœuds en réponse à des sollicitations appliquées aux nœuds β est supposée connue, ou tout du moins accessible. Le déplacement w d'un nœud peut donc être écrit par composition, comme la somme des réponses particulières $W_{ij}^{(\alpha\beta)}$:

$$w_i^{(\alpha)} = \sum_{\beta} \sum_{j} W_{ij}^{(\alpha\beta)} F_j^{(\beta)} \tag{2.21}$$

Les indices i et j désignent les composantes x, y, et z ; le terme $W_{ij}^{(\alpha\beta)}$ est donc le déplacement de la composante i du nœud de vibration α lorsqu'une force $F_j^{(\beta)}$ est appliquée suivant j au nœud β. Les termes $W_{ij}^{(\alpha\beta)}$ pour la structure peuvent être rapprochés des termes N_{ij} pour le sol : ces derniers décrivent en effet la réponse du sol, en terme de déplacement et dans l'espace des nombres d'onde (k_x, k_y), à une contrainte générale appliquée à sa surface (voir l'équation 2.8). Là aussi, une écriture matricielle est adoptée pour l'équation 2.21 :

$$\mathbf{w}^{(\alpha)} = \sum_{\beta} \mathbf{W}^{(\alpha\beta)} \mathbf{F}^{(\beta)} \tag{2.22}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Les nœuds de vibration sont ensuite classés suivant leur fonction au sein du problème, selon les catégories suivantes.

— Les $q = 1...n$ nœuds de couplage (indice c) : ce sont les lieux de contact entre le sol et la structure.
— Les $r = 1...l$ nœuds auxquels des forces internes à la structure sont appliquées (indice t).
— Les nœuds sur lesquels ne s'appliquent ni force interne ni contrainte.

La figure 2.16 propose une représentation schématique de cette décomposition pour une structure de type viaduc. Les nœuds situés au bas des piles de soutènement sont les lieux de couplage avec le sol, les nœuds t sont les lieux du tablier sur lesquels des forces internes sont appliquées.

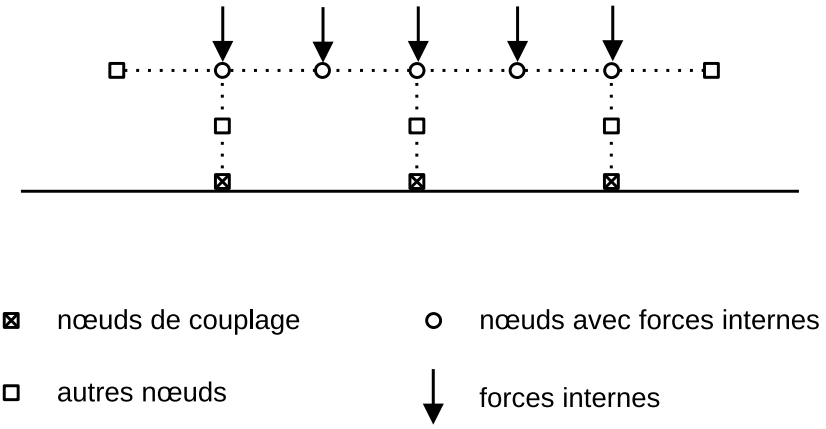


FIGURE 2.16 – Principe de classification des nœuds de structure : l'ensemble des nœuds de vibration est décomposé en nœuds de couplage, nœuds avec forces internes, et autres nœuds.

Suivant ce principe de décomposition, la réponse des nœuds de couplage de la structure en fonction des forces appliquées en son sein et par couplage avec le sol s'écrit alors :

$$\mathbf{w_c}^{(p)} = \sum_{q=1}^{n} \mathbf{W_c}^{(pq)} \mathbf{F_c}^{(q)} + \sum_{r=1}^{l} \mathbf{W_t}^{(pr)} \mathbf{F_t}^{(r)} \tag{2.23}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Le comportement de la structure est donc décrit, de façon générale, par composition des réponses particulières aux forces appliquées aux lieux d'intérêt pour le problème. Il n'est fait aucune supposition sur la façon de déterminer ces réponses particulières $\mathbf{W}^{(\alpha\beta)}$ par souci de polyvalence du modèle. Le problème direct de modélisation de l'interaction sol-structure suppose que les forces internes à la structure $\mathbf{F_t}$ sont connues : les inconnues du problèmes sont donc les forces de couplage sol-structure $\mathbf{F_c}$.

2.4.2 Couplage sol-structure

Déterminer les forces de couplage $\mathbf{F_c}$, inconnues du problème, passe par l'écriture de l'interaction entre sol et structure. La réponse du sol à un ensemble de forces appliquées à sa surface est formulée équation 2.15. Le champ de déplacement engendré par les forces de couplage est donc :

$$\mathbf{u}(x,y,z) = \sum_{q=1}^{n} \mathbf{J_c}^{(q)} \mathbf{F_c}^{(q)} \tag{2.24}$$

L'écriture de l'interaction repose sur l'hypothèse que les surfaces de contact sont petites devant les longueurs d'onde du problème. Comme mentionné précédemment, cette condition permet de considérer les contraintes constantes sur ces surfaces. En conséquence, les déplacements de sol sont eux aussi constants sur ces surfaces, d'après la loi de Hooke (équation 1.15). La continuité des déplacements entre sol et structure aux lieux de contact s'écrit alors :

$$\mathbf{u}(x,y,z=0) = \mathbf{w}^{(p)} \quad \text{où } (x,y) \in S^{(p)} \tag{2.25}$$

Cela restreint le type de structure qui peut être pris en compte par ce modèle d'interaction. En effet, l'écriture de la condition de continuité suppose que les lieux de contact de la structure avec le sol sont relativement petits et que leurs champs de déplacement sont invariants dans les directions latérales x et y (*i.e* ils ne sont pas lieux de mouvements de flexion). Typiquement, des structures dont la partie inférieure peut être ramenée à un ensemble de poutres verticales sont bien adaptées à ce modèle : cela inclut par exemple les viaducs ferroviaires, comme présenté au chapitre 3. La section 2.5 considère un petit immeuble d'habitation soutenu par des piliers verticaux.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

La condition de continuité 2.25 est ensuite intégrée sur la surface $S^{(p)}$, avec la condition de déplacement de structure constant :

$$\iint_{S^{(p)}} \mathbf{u}(x, y, z = 0)\mathrm{d}x\mathrm{d}y = S^{(p)}\mathbf{w}^{(p)} \tag{2.26}$$

Après substitution de l'expression 2.24, le déplacement des nœuds de couplage de la structure peut s'écrire :

$$\mathbf{w_c}^{(p)} = \sum_{q=1}^{n} \mathbf{I_c}^{(pq)}\mathbf{F_c}^{(q)} \tag{2.27}$$

Le terme $\mathbf{I_c}^{(pq)}$ joue un rôle similaire aux réponses particulières $\mathbf{W_c}^{(pq)}$, en celà qu'ils permettent tous deux d'accéder aux déplacements des nœuds de couplage $\mathbf{w_c}^{(p)}$ à partir des forces $\mathbf{F_c}^{(q)}$. Toutefois, là où $\mathbf{W_c}^{(pq)}$ décrit la réponse du point de vue de la structure, $\mathbf{I_c}^{(pq)}$ la décrit à l'aide des termes relatifs au sol. Ces intégrales s'écrivent :

$$\begin{aligned} I_{ij}^{(pq)} &= \frac{1}{S^{(p)}} \iint_{S^{(p)}} J_{ij}^{(q)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y \\ &= \frac{1}{4S^{(p)}S^{(q)}\pi^2} \iint_{k_x,k_y} N_{ij}H^{(q)}\overline{H^{(p)}}\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y \end{aligned} \tag{2.28}$$

$\overline{H^{(p)}}$ est le conjugué complexe de $H^{(p)}$. Égaliser les équations 2.23 et 2.27 permet d'obtenir les forces de couplage :

$$\sum_{q=1}^{n}\left[\mathbf{I_c}^{(pq)} - \mathbf{W_c}^{(pq)}\right]\mathbf{F_c}^{(q)} = \sum_{r=1}^{l}\mathbf{W_t}^{(pr)}\mathbf{F_t}^{(r)} \tag{2.29}$$

Cette équation est valable pour chaque surface de couplage p : résoudre le problème passe donc par l'écriture de $3n$ équations et l'inversion du système matriciel pour obtenir les forces de couplage $\mathbf{F_c}^{(q)}$. Ces forces permettent ensuite de revenir aux déplacements en tout point du sol, à l'aide de l'équation 2.24, et au sein de la structure, grâce à l'équation 2.22. Bien que le comportement de la structure soit déterminé indépendamment du sol, cette méthode d'écriture

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

du couplage sol-structure n'est pas une méthode d'assemblage de fonctions de transfert : les forces de couplage décrivent en effet l'interaction entre les deux sous-systèmes du problème.

Les deux paragraphes suivants développent deux exemples de couplage sol-structure afin d'illustrer au mieux la méthode de résolution du problème. Ces deux cas utilisent des structures simples de type piston plan, c'est-à-dire des masses indéformables, et ne prennent en compte que la direction verticale z.

Sollicitation du sol par un piston plan

Ce premier exemple de couplage entre sol et structure assimile la structure à un système masse-ressort à un seul nœud de déplacement, sur lequel est appliqué une sollicitation d'amplitude F. La figure 2.17 propose une représentation schématique de cette situation.

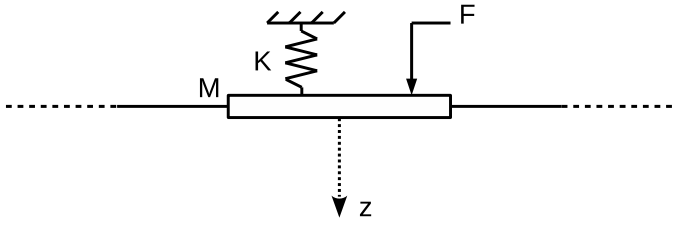


FIGURE 2.17 – Sollicitation du sol par une structure type masse-ressort.

Le problème est réduit à la seule composante verticale z et l'équation 2.29, qui permet de déterminer la force de couplage F_c entre le sol et la structure, se réduit donc à (les indices $_{zz}$ sont omis) :

$$(I - W)F_c = WF \tag{2.30}$$

La réponse W de la structure à une force unitaire est déduite de l'équation du mouvement d'un système masse M-ressort K :

$$W = \frac{1}{K - \omega^2 M} \tag{2.31}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

La force de couplage est donc :

$$F_c = \frac{F}{(K - \omega^2 M)\, I - 1} \tag{2.32}$$

En particulier, si la structure est une masse indéformable (*i.e* sa raideur est nulle) rectangulaire, la force de couplage s'écrit explicitement :

$$F_c = \frac{-F}{1 + f^2 M \iint\limits_{k_x,k_y} N(z_s;z_s)\left[\mathrm{sinc}\left(\frac{ak_x}{2}\right)\mathrm{sinc}\left(\frac{bk_y}{2}\right)\right]^2 \mathrm{d}k_x \mathrm{d}k_y} \tag{2.33}$$

Il apparaît donc que la force de couplage n'est d'amplitude significativement différente de la force appliquée sur la structure que pour les hautes fréquences f et pour une grande masse M, à surface de contact constante. Si ces conditions ne sont pas satisfaites, la réponse du sol couplé au piston plan tend vers la réponse du sol libre. C'est une analyse conforme à l'intuition, qui indique que le piston plan doit être essentiellement transparent du point de vue de la vibration du sol si sa masse est faible ou si les longueurs d'onde vibratoires dans le sol sont très grandes devant les dimensions du piston.

Par exemple, la figure 2.18 (gauche) compare, dans le cas du sol homogène listé au tableau 2.2, les niveaux de vitesse verticale à 20 mètres de l'origine pour une sollicitation appliquée librement sur une surface de 1 m^2, ou par l'intermédiaire d'une masse indéformable de 50 cm d'épaisseur en béton (ρ = 2300 kg/m^3) ou en acier (ρ = 7850 kg/m^3). Elle illustre le fait que les différences de niveau se situent bien en hautes fréquences, et montre également que le système dans son ensemble (sol et structure) a tendance à résonner à plus basse fréquence lorsque la masse de la structure couplée augmente. Ainsi, le couplage du sol avec une masse indéformable ne conduit pas systématiquement à une diminution du niveau vibratoire. Toutefois, en hautes fréquences, comme c'est par exemple illustré dans la bande de tiers d'octave 200 Hz sur la figure 2.18 (droite), le couplage avec la masse indéformable agit comme un simple atténuateur à niveau constant sur l'ensemble de l'espace (x, y).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

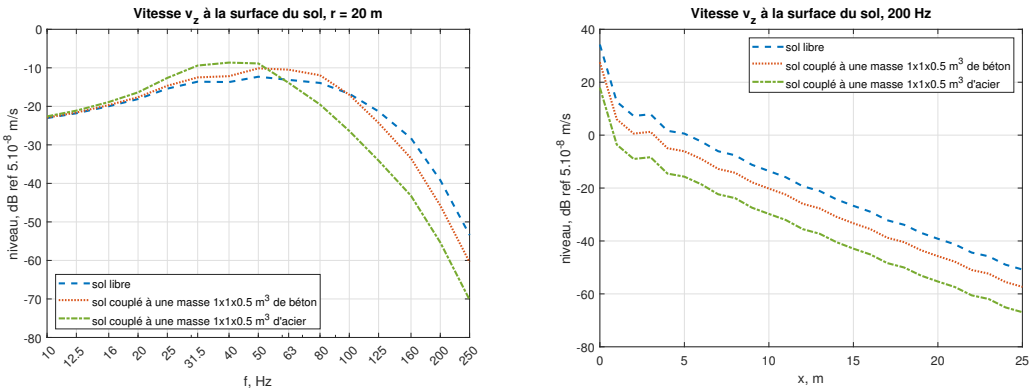


FIGURE 2.18 – Vitesse verticale du sol à 20 m (gauche) et à 200 Hz (droite) pour le sol homogène libre et le sol homogène couplé à une masse indéformable en béton ou en acier.

Couplage du sol à deux pistons indépendants

Le sol est maintenant couplé à deux structures de type piston plan indépendantes. Comme auparavant, celles-ci sont constituées d'un seul nœud vibratoire et le problème est toujours réduit à sa seule composante verticale z. L'équation 2.29 s'écrit alors comme l'équation matricielle :

$$\begin{bmatrix} I^{(11)} - W^{(11)} & I^{(12)} \\ I^{(21)} & I^{(22)} - W^{(22)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_c^{(1)} \\ F_c^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} W^{(11)} & 0 \\ 0 & W^{(22)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F^{(1)} \\ F^{(2)} \end{Bmatrix} \tag{2.34}$$

Les exposants $^{(pq)}$ désignent ici les structures. Comme elles sont indépendantes, les termes croisés $W^{(pq)}$ avec $p \neq q$ sont nuls, tandis que les termes $W^{(pp)}$ correspondent au déplacement d'une masse indéformable engendré par une force unitaire :

$$W^{(pp)} = \frac{1}{-\omega^2 M^{(p)}} \qquad W^{(pq)} = 0 \text{ si } p \neq q \tag{2.35}$$

Les quatre termes $I^{(pq)}$ s'écrivent :

$$I^{(pq)} = \frac{1}{4S^{(p)}S^{(q)}\pi^2} \iint_{k_x,k_y} N(z^{(p)}; z^{(q)}) H^{(q)} \overline{H^{(p)}} dk_x dk_y \tag{2.36}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

De l'équation 2.34 sont donc déduites les forces de couplages $\mathbf{F_c}$ entre le sol et les structures. Cet exemple permet d'illustrer clairement que le problème est couplé, à la fois entre le sol et les structures et de là entre les structures elles-mêmes, par le biais du sol.

À titre d'exemple, deux masses indéformables, la première en béton de surface 1×1 m^2, et la seconde en acier de surface 3×3 m^2, sont couplées au sol homogène dont les caractéristiques sont données dans le tableau 2.2. Une force unitaire est appliquée sur le piston en béton tandis que la masse d'acier est passive. Les masses de ces deux éléments sont prises comme s'ils étaient d'épaisseurs 50 cm. La figure 2.19 représente le champ de vitesse verticale v_z à la surface du sol dans la bande de tiers d'octave 25 Hz lorsque la plaque d'acier est située à la surface et à 5 m en diagonale du centre du piston en béton. Il est clair que le champ vibratoire est influencé par la présence de la masse passive : dans cette bande de fréquences, la vitesse v_z est amplifiée sous et aux environs de la plaque en acier.

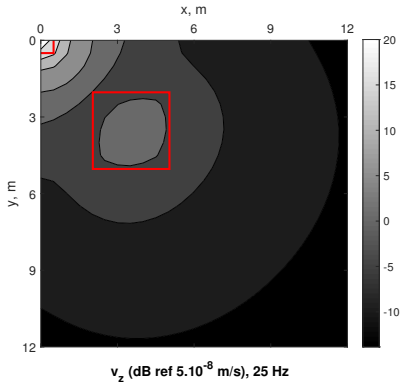


FIGURE 2.19 – Vitesse vibratoire verticale du sol en surface dans la bande de tiers d'octave 25 Hz, pour le sol homogène sollicité par le piston en béton 1 m^2 et couplé en surface à la plaque d'acier 9 m^2, à 5 m de l'origine. Ces masses indéformables sont figurées par les rectangles rouges.

La plaque d'acier est maintenant enfouie dans le sol à 5 m de profondeur, toujours à 5 m en diagonale latéralement du piston en béton. La figure 2.20 (gauche) représente le champ de vitesse vertical sur une coupe sur 10 mètres de profondeur et dans la diagonale $x = y$ dans ce cas. La perturbation engendrée par la présence de l'obstacle dans le sol est visuellement détectable, en particulier directement en-dessous de celui-ci. Toutefois, le comportement global du champ de vitesse proche de la surface est très peu influencé par la masse

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

enfouie. Ainsi, la figure 2.20 (droite) représente les vitesses verticales à la surface du sol sur une distance de 20 mètres et dans la bande de tiers d'octave 25 Hz, dans trois situations : lorsque le sol est sollicité par le piston en béton, en l'absence de la masse passive en acier ; lorsque cette dernière est placée à la surface du sol à 5 m de distance de la source ; lorsqu'elle est enfouie à 5 mètres de profondeur. Les différences d'amplitude avec et sans la masse enfouie sont très petites, de l'ordre du décibel au maximum à la verticale de l'objet enfouie, alors que la présence de la masse d'acier en surface influence notablement la propagation vibratoire.

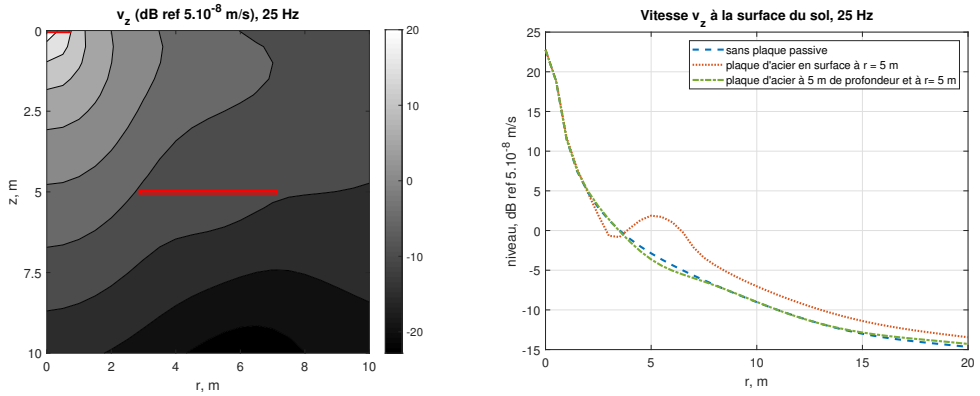


FIGURE 2.20 – Coupe du champ de vitesse verticale dans la bande de tiers d'octave 25 Hz (gauche), masse en acier enfouie à 5 mètres de profondeur ; comparaison des vitesses verticales en surface sur une longueur de 20 mètres dans la bande de tiers d'octave 25 Hz (droite), en l'absence de la masse en acier ou lorsque celle-ci est placée en surface ou enfouie.

Le peu d'influence de la masse enfouie s'explique en partie par ses petites dimensions par rapport aux longueurs d'onde du problème. En effet, à 25 Hz, les longueurs d'onde de cisaillement et de compression-dilatation du sol simulé sont respectivement 10 m et 20 m. Il est attendu qu'une masse en acier avec les mêmes dimensions a une influence bien plus importante sur le champ vibratoire en hautes fréquences si elle est enfouie à faible profondeur. De plus, comme il est mentionné précédemment, la plus grande partie de l'énergie d'une sollicitation harmonique forme l'onde de Rayleigh ([MPB55]) ; le champ de vitesse en surface est donc dominé par la propagation directe, et sa perturbation par un objet enfoui n'est sensible que dans des situations favorables.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Cela témoigne de la difficulté des travaux de recherche d'objets enfouis par des méthodes vibratoires. Récemment, le projet multidisciplinaire britannique *Mapping the Underworld* ([MAB+07]) s'est efforcé de développer des techniques de détection d'objets en milieu urbain. Le volet vibratoire de ce projet a produit des résultats encourageants ([MR13]) notamment en ce qui concerne la détection de canalisations peu profondes ([MBG11], [PBR11]) ou de racines d'arbres ([KMR18]). En pratique, ces techniques se heurtent toutefois à plusieurs écueils importants. Tout d'abord, l'environnement vibratoire en milieu urbain est généralement très bruyant, et les mesures peuvent donc être entachées d'un bruit de fond conséquent. Ensuite, le sous-sol urbain est bien souvent très perturbé et irrégulier, ce qui rend l'identification d'un objet spécifique très difficile. Enfin, une bonne connaissance du milieu de propagation est nécessaire afin de pouvoir détecter une perturbation, et cette condition est également difficilement satisfaite en pratique.

2.4.3 Implémentation numérique

La figure 2.21 présente le schéma d'implémentation du calcul numérique pour la résolution du problème d'interaction sol-structure. Trois principaux jeux de données d'entrée sont à renseigner.

1. Les caractéristiques mécaniques du sol, *i.e* sa stratification, les vitesses de propagation, masse volumique, et amortissement dans chaque couche de matériau.
2. La géométrie du contact sol-structure, c'est-à-dire le nombre de surfaces de contact, leurs dimensions, et leurs emplacements.
3. Le comportement de la structure, décrit par les matrices $\mathbf{W}^{(\alpha\beta)}$.

Les caractéristiques mécaniques du sol et la géométrie du contact entre sol et structure donnent respectivement accès aux matrices $\mathbf{N}$ et aux fonctions $H^{(q)}$. Elles permettent ensuite le calcul des matrices $\mathbf{I_c}^{(pq)}$ et $\mathbf{J_c}^{(q)}$ par intégration dans l'espace des nombres d'onde (k_x, k_y) : cette difficulté du calcul numérique est abordée au point 2.1.2. Les matrices $\mathbf{I_c}^{(pq)}$ et $\mathbf{W}^{(\alpha\beta)}$ permettent alors le calcul des forces $\mathbf{F_c}^{(q)}$, suite à quoi les déplacements $\mathbf{w}$ et $\mathbf{u}$ dans tout le système peuvent être calculés, ces derniers par l'intermédiaire des matrices $\mathbf{J_c}^{(q)}$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

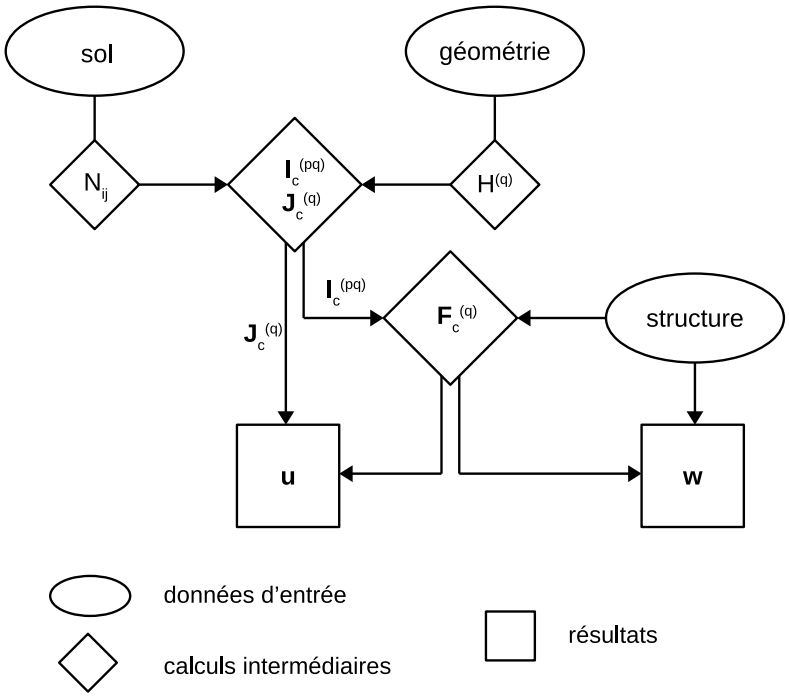


FIGURE 2.21 – Schéma d'implémentation du calcul pour la résolution numérique du problème d'interaction sol-structure.

La principale caractéristique de ce schéma de calcul est sa modularité. En effet, une entrée peut être modifiée sans que la résolution entière soit nécessairement à refaire. En particulier, modifier le comportement de la structure ne requiert pas de calculer à nouveau les matrices $\mathbf{I_c}^{(pq)}$ et $\mathbf{J_c}^{(q)}$. Ceci peut permettre par exemple de dimensionner un élément désolidarisant à moindre frais numérique : un exemple de ce type de travail se trouve au chapitre 3. De plus, certaines étapes du calcul peuvent être ignorées en fonction de la quantité de sortie désirée : ainsi, si le déplacement du sol n'est pas d'intérêt, il n'est pas nécessaire de calculer les intégrales $\mathbf{J_c}^{(q)}$. C'est une propriété intéressante de la méthode d'implémentation car le calcul de ces fonctions peut être coûteux numériquement si la sortie désirée est une cartographie de sol avec un petit pas spatial. Le schéma d'implémentation présenté ici est donc particulièrement bien adapté à des travaux de type étude paramétrique ou étude de dimensionnement.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

2.4.4 Validation du modèle

Ce paragraphe présente une confrontation entre le modèle d'interaction sol-structure détaillé plus haut, abrégé modèle GSI (pour *Ground-Structure Interaction*) par la suite, et une simulation FEM. Un cas simple est choisi pour procéder à cette comparaison : une force unitaire, entièrement dirigée vers le bas, est appliquée au sommet d'une poutre béton verticale placée à la surface d'un sol homogène. La poutre béton est à section carrée de 1×1 m^2 et fait 5 mètres de hauteur ; les propriétés mécaniques du béton sont listées dans le tableau 2.4. Les propriétés mécaniques du sol homogène sont les mêmes que précédemment (voir le tableau 2.2).

Module de Young	Coefficient de Poisson	Masse volumique
$E = 30$ GPa	$\nu = 0.18$	$\rho = 2300$ kg/m^3

Table 2.4 – Caractéristiques mécaniques du béton.

Une des limitations fortes du modèle GSI est que le contact entre sol et structure se fait en surface du sol, ce qui empêche la prise en compte des fondations souterraines. Afin d'estimer le biais introduit par cette limitation, la simulation FEM est également réalisée en ajoutant une fondation peu profonde à la poutre verticale. Cette fondation béton a une section carrée de dimensions 1.5×1.5 m^2 et fait un mètre de profondeur. La figure 2.22 montre une vue de côté de la poutre verticale et de la pile avec sa fondation.

Les calculs GSI sont réalisés entre les bandes de tiers d'octave 10 Hz et 250 Hz, à raison de 10 fréquences par bande de tiers. La vitesse verticale du sol est relevée tous les mètres sur une distance de 30 mètres à partir du centre de la poutre et est présentée comme la moyenne par bande de tiers d'octave. Le comportement de la poutre seule est donné par un modèle éléments finis à une dimension (il est supposé que la poutre fonctionne uniquement en traction-compression). La simulation FEM du système sol et structure, réalisée à l'aide du logiciel Ansys Mechanical, est limitée à 100 Hz pour des raisons de coût numérique. Plus de précisions sur la simulation FEM sont données en 2.1.3 et en annexe C.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

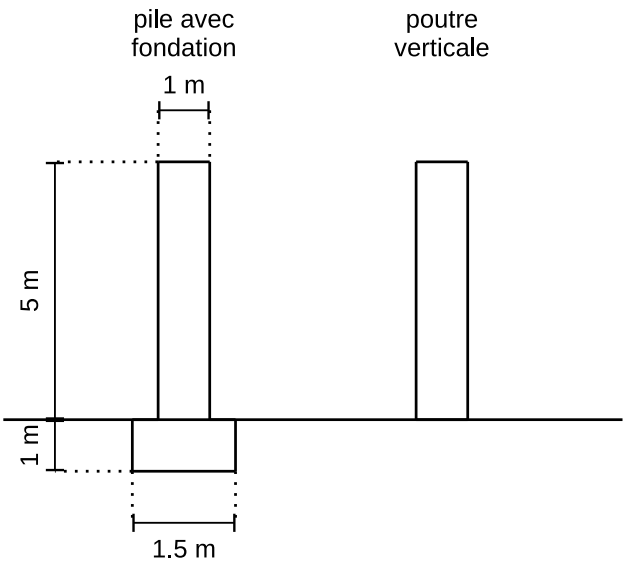


FIGURE 2.22 – La pile avec sa fondation peu profonde (gauche) et la poutre verticale à la surface du sol (droite), vues de côté.

La figure 2.23 montre les vitesses verticales du sol à 20 mètres (gauche) et à 50 Hz (droite) obtenues par simulations GSI et FEM. Les résultats montrent des comportements très similaires avec des niveaux très proches : la comparaison est ainsi favorable à la validation du modèle GSI. La réponse du système à 20 mètres (gauche) semble toutefois indiquer une fréquence de résonance du système légèrement plus basse fréquence pour le modèle GSI que pour la simulation FEM : les niveaux maxima se situent respectivement à 25 Hz et 31.5 Hz. Cependant, même dans ces bandes de tiers d'octave les différences de niveau restent modestes. La tendance à la décroissance vers les hautes fréquences semble cohérente avec la simulation FEM, bien que cette dernière n'ait pas été prolongée passé 100 Hz. Les vitesses du sol à 50 Hz (droite) sont également très proches sur toute la longueur du domaine de simulation : cela indique que la comparaison à 20 mètres n'est pas accidentellement favorable et confirme donc que ces deux méthodes de simulation de ce système sol-structure décrivent des comportements très similaires.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

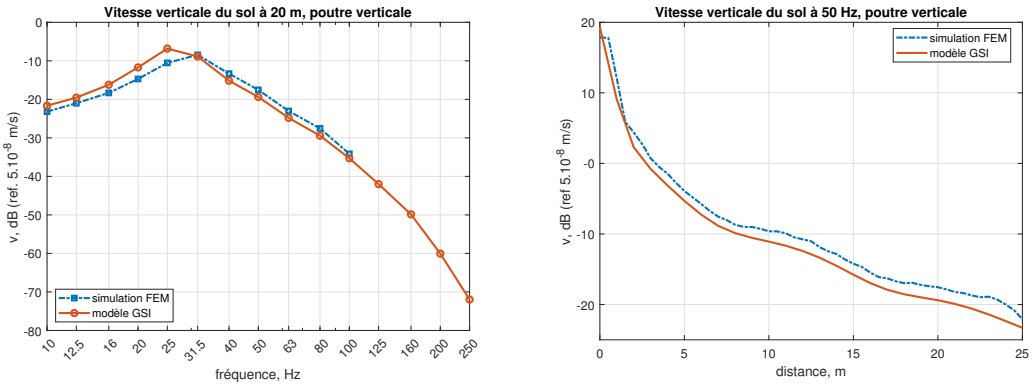


FIGURE 2.23 – Vitesse verticale du sol couplé à la poutre verticale à 20 mètres (gauche) et à 50 Hz (droite) : comparaison des simulations FEM et GSI.

La figure 2.24 montre les vitesses verticales du sol à 30 mètres (gauche) et à 25 Hz (droite) obtenues par simulation FEM de la pile avec fondation et par simulation GSI de la poutre verticale sans fondation. Les écarts de niveau sont maintenant sensibles : en particulier, la différence de niveau est remarquable à 25 Hz, de l'ordre de 7 dB. La simulation FEM ne présente pas un pic de niveau aussi marqué. Toutefois, la comparaison des niveaux calculés à 25 Hz en fonction de la distance (droite) montre que les deux systèmes présentent des tendances d'évolution similaires. La différence de niveau reste à peu près constante, autour de 7 dB, sur la distance de 25 mètres. Cette figure met également en évidence le blocage induit par la fondation souterraine proche de l'origine, qui permet en partie d'expliquer l'atténuation constatée sur l'ensemble de l'espace de simulation.

La comparaison entre simulation FEM et modèle GSI permet donc de confirmer la validité de la formulation de l'interaction sol-structure développée dans ce chapitre, dans ses limites de validité. La limite forte du modèle est l'impossibilité de simuler la présence de fondations souterraines. Toutefois, dans le cas de fondations peu profondes et de dimensions réduites, le comportement global du système peut être raisonnablement approché par le modèle GSI.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

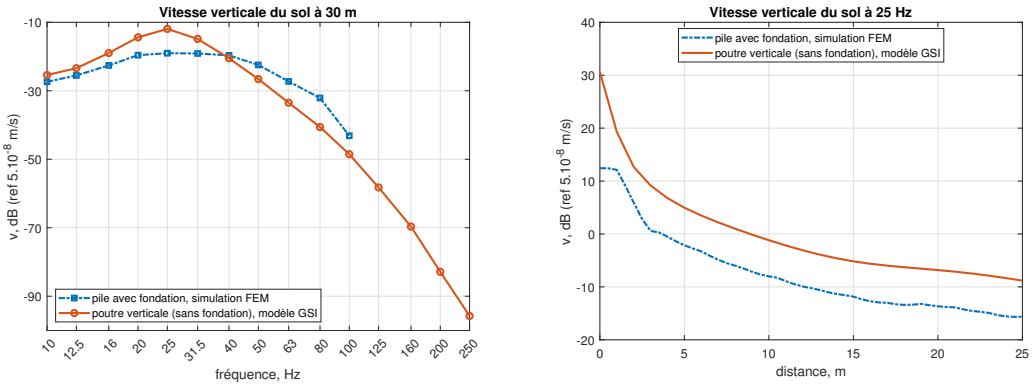


FIGURE 2.24 – Vitesse verticale du sol à 30 mètres (gauche) et à 25 Hz (droite) ; comparaison de la simulation FEM pour la pile avec fondation et du modèle GSI pour la poutre sans fondation.

2.5 Réponse d'un immeuble à une ligne source

Cette section présente un exemple d'application du modèle d'interaction sol-structure développé plus haut. L'objectif est d'illustrer la façon dont le modèle peut être employé pour dégager le comportement global d'un système et quantifier les principales tendances d'évolution de sa réponse par modification des paramètres d'entrée. Une attention particulière est portée au sol dans cette étude paramétrique : des cartographies du champ de vitesse à sa surface permettent de dégager les caractéristiques de la source vibratoire et de montrer l'influence du couplage sol-structure sur le champ propagé. L'importance d'une caractérisation correcte des paramètres mécaniques du sol est également mise en valeur. La figure 2.25 représente schématiquement la situation choisie pour cet exemple d'application : un immeuble d'habitation de cinq étages est mis en vibration, par l'intermédiaire du sol, par un ensemble linéique de sources verticales représentant une source vibratoire de type ligne ferroviaire.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

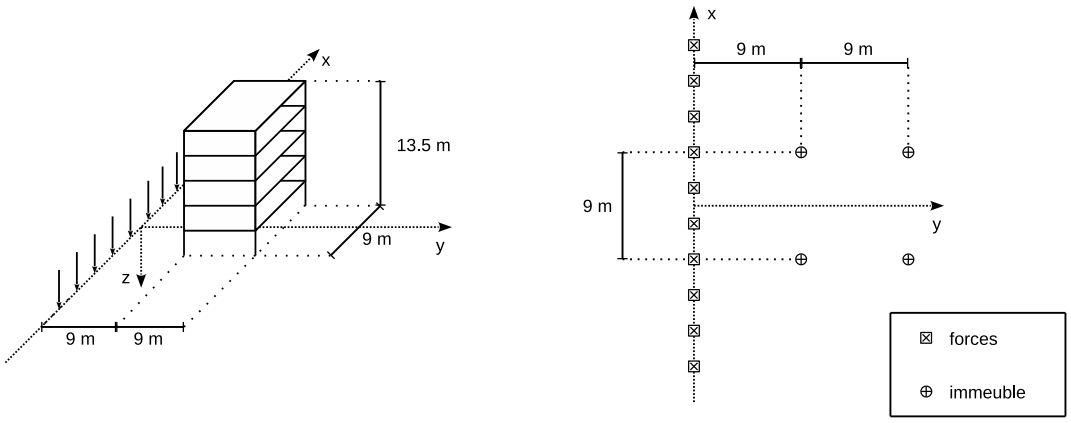


FIGURE 2.25 – Vues schématiques de trois quarts (gauche) et de dessus (droite) du système sol-structure modélisé. Les forces composant la ligne source sont figurées par les flèches verticales le long de l'axe x et les principales dimensions du système sont listées.

L'immeuble est entièrement en béton : les caractéristiques mécaniques de ce matériau sont données au tableau 2.4. Les dimensions de l'immeuble sont choisies pour être représentatives d'une construction d'habitation : chaque étage fait 2.7 m de haut ; les planchers, d'épaisseurs 20 cm, ont des surfaces de 9×9 m^2 ; le tout est soutenu par quatre poutres de sections carrées 0.3×0.3 m^2. Ces dimensions sont reportées dans le tableau 2.5.

Hauteur des étages	Épaisseur des planchers	Surface des planchers	Section des poutres
2.7 m	0.2 m	9×9 m^2	0.3×0.3 m^2

TABLE 2.5 – Principales dimensions de l'immeuble de cinq étages.

Le comportement de cette structure seule est déterminé à l'aide du logiciel de modélisation FEM Ansys Mechanical. À cette fin, la structure est ramenée à des éléments poutres et coques. Les nœuds de vibration d'intérêt pour ce problème sont les quatre bases des piliers de soutien et les centres des planchers. En effet, la vitesse verticale au centre de dalle est une quantité couramment utilisée pour estimer le rayonnement acoustique dans une pièce (voir, par exemple, la méthode de prédiction du projet RIVAS [UIC12]). La figure 2.26 illustre la procédure de relevé de la matrice des réponses particulières de la structure $\mathbf{W}^{(\alpha\beta)}$ pour incorporation dans le modèle GSI.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

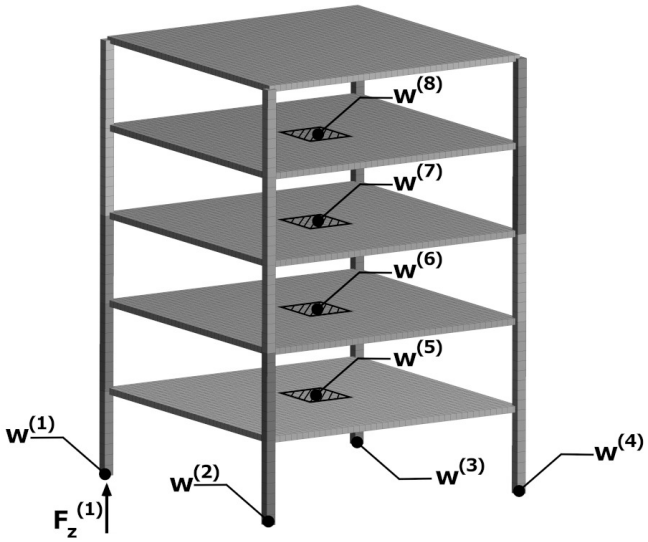


FIGURE 2.26 – Simulation FEM de l'immeuble à l'aide du logiciel Ansys Mechanical. La figure illustre la méthode de relevé de la matrice $\mathbf{W}^{(\alpha\beta)}$ en réponse à une force $\mathbf{F}^{(\beta)}$ appliquée à un nœud de couplage.

Le sol est constitué des trois couches de matériau listées dans le tableau 1.1. La ligne source est représentée par 10 sources unitaires décorrélées, entièrement verticales et disposées régulièrement le long de l'axe x par intervalle de 4.5 m. Les surfaces S sur lesquelles s'appliquent ces sollicitations ont pour dimensions 1×1 m^2. L'immeuble est placé en regard du centre de cette ligne source à une distance de 9 m. Les calculs sont réalisés entre les bandes de tiers d'octave 10 Hz et 250 Hz, à raison de 10 fréquences régulièrement espacées dans chaque bande. Les conditions d'intégration sont données en 2.1.2.

2.5.1 Réponse du sol libre à la ligne source

La réponse du sol libre (*i.e* en l'absence de l'immeuble d'habitation) à la ligne source est traitée dans un premier temps. Il s'agit d'abord de dégager les principales caractéristiques de la source vibratoire ainsi que d'étudier le champ vibratoire propagé au sol.

La figure 2.27 est une cartographie vue du dessus de la vitesse verticale v_z à la surface du sol dans la bande de tiers d'octave 50 Hz. La vitesse est estimée sur une grille carrée de 20 mètres de côté, centrée sur l'origine, et maillée

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

par pas de 50 centimètres. Le champ vibratoire à proximité des sources présente un rayonnement de type circulaire omnidirectionnel : chaque source tend donc vers un comportement typique d'un monopôle 2D pour le champ vibratoire vertical. Toutefois, à plus grande distance des sources, le champ obtenu par combinaison tend à présenter des fronts d'onde parallèles à l'assemblage linéique des sources.

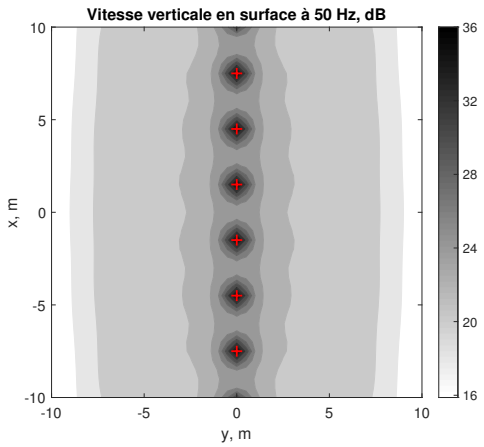


FIGURE 2.27 – Cartographie de la vitesse verticale v_z du sol libre en réponse à la ligne source dans la bande de tiers d'octave 50 Hz ; la référence de l'échelle décibel est 5.10^{-8} m/s. Les croix rouges le long de l'axe x symbolisent les emplacements des sources décorrélées.

Le comportement attendu d'une ligne source est donc reproduit aux environs du centre de l'assemblage de sources. Toutefois, le champ vibratoire tend à s'éloigner de ce comportement aux extrémités de la ligne de sources. C'est une conséquence du fait que les sources sont placées sur une longueur finie : celle-ci doit donc être adaptée aux dimensions globales du problème traité afin de simuler correctement une ligne source.

La figure 2.28 montre les cartographies des champs vibratoires latéraux v_x (gauche) et v_y (droite). Les sources individuelles présentent cette fois-ci des directions de propagation privilégiées : suivant x (le long de l'assemblage linéique) pour v_x et suivant y (perpendiculairement à la ligne source) pour v_y, avec des minima marqués suivant les directions orthogonales. Les sources ont donc tendance à se comporter comme des dipôles 2D pour les composantes latérales du champ vibratoire.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

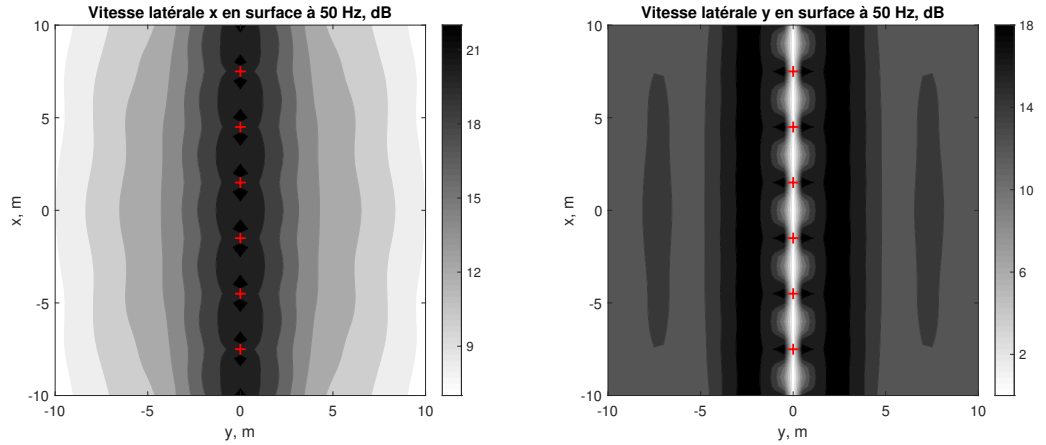


FIGURE 2.28 – Cartographies des vitesses latérales v_x (gauche) et v_y (droite) du sol libre en réponse à la ligne source dans la bande de tiers d'octave 50 Hz ; la référence de l'échelle décibel est 5.10^{-8} m/s. Les croix rouges le long de l'axe x symbolisent les emplacements des sources décorrélées.

Le champ de vitesse suivant la direction x présente des difficultés de régularisation vers un comportement à fronts d'onde parallèles suivant y. Cela s'explique par la directionnalité des sources, qui présentent donc des minima suivant y. En revanche, le champ suivant y tend bien plus facilement vers le comportement typique d'une ligne source, car c'est la direction de propagation privilégiée des sources pour cette composante du champ. Il faut noter que les vitesses v_y le long de l'axe x à $y = 0$ m ont été fixées artificiellement à 0 dB pour des soucis de lisibilité de la cartographie : elles tendent en effet numériquement vers des valeurs aux alentours de -300 dB.

La figure 2.29 montre les trois composantes de la vitesse vibratoire du sol au point $(x, y) = (4.5, 9)$ m. Il s'agit d'un futur lieu de couplage entre sol et structure, nommé par la suite le pied de l'immeuble.

Les trois composantes présentent des comportements fréquentiels globalement similaires mais des amplitudes différentes. Le champ vertical est prédominant sur l'ensemble de l'échelle de fréquences, mais le champ latéral v_y n'est pas négligeable : entre 20 Hz et 250 Hz, il n'est inférieur au champ v_z que de quelques décibels. Le champ latéral v_x est globalement d'amplitude inférieure aux deux autres. Cette différence d'amplitude entre les champs latéraux s'explique par l'orientation de la ligne source suivant la direction x.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

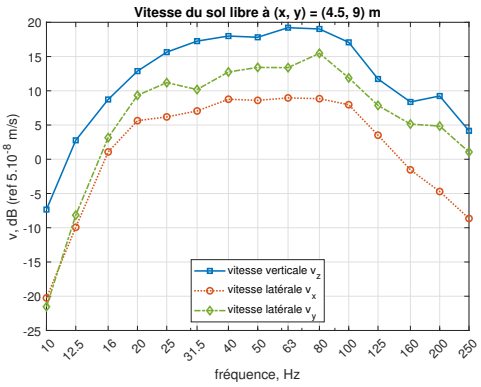


FIGURE 2.29 – Vitesses verticale et latérales du sol libre en $(x, y) = (4.5, 9)$ m, *i.e* au futur emplacement du pied de l'immeuble.

Cette comparaison des amplitudes des composantes du champ vibratoire montre donc que les couplages directionnels dans le sol sont importants. En effet, les champs de vitesses latéraux ont des amplitudes non négligeables malgré le fait que les sources vibratoires sont entièrement suivant la verticale z. Mathématiquement, cela traduit le fait que les termes de couplage N_{xz} et N_{yz} ne sont pas suffisamment petits devant N_{zz} pour pouvoir être ignorés.

2.5.2 Couplage de l'immeuble au sol

L'immeuble est maintenant couplé à la surface du sol à une distance de 9 mètres en regard du centre de la ligne source. La figure 2.30 représente la vitesse verticale v_z du sol le long de la ligne $x = 4.5$ m dans la bande de tiers d'octave 50 Hz, calculée sur une longueur de 25 mètres par intervalle de 25 centimètres. Cette ligne passe donc par une source à son origine et par deux des surfaces de couplage entre immeuble et sol : leurs centres sont situés à $y = 9$ m et $y = 18$ m.

La comparaison avec la vitesse du sol libre met en évidence le fait que la propagation vibratoire est fortement entravée par la présence de l'immeuble. Plus précisément, v_z présente des minima aux centres des surfaces de couplage et le champ de vibration est bloqué aux alentours proches de ces surfaces. Ces blocages sont toutefois locaux et, hors proximité des pieds de l'immeuble, le champ vibratoire est très semblable au champ libre généré par la ligne source.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

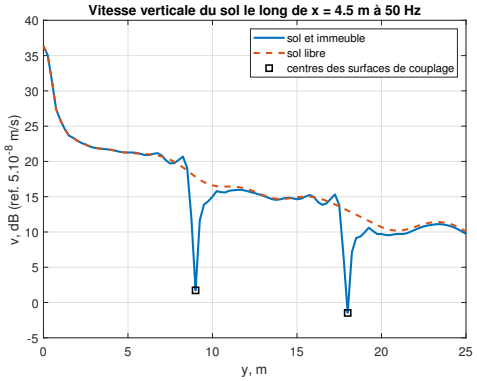


FIGURE 2.30 – Vitesses verticales le long de $x = 4.5$ m pour le sol libre (pointillés) et avec l'immeuble à sa surface (trait plein) dans la bande de tiers d'octave 50 Hz. Les carrés noirs correspondent aux centres des surfaces de couplage sol-immeuble à $y = 9$ m et $y = 18$ m.

La figure 2.31 est la fonction de transfert entre la vitesse verticale calculée au centre du plancher R+1 et la vitesse verticale calculée au pied de l'immeuble. Elle est donnée en bandes de tiers d'octave en pointillés rouges et avant moyennage tiers d'octave en trait plein bleu.

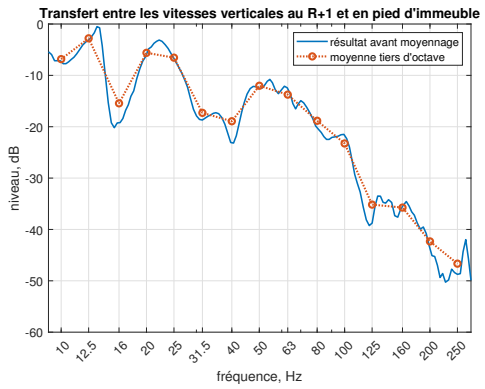


FIGURE 2.31 – Fonction de transfert entre les vitesses verticales au centre du plancher R+1 et au pied de l'immeuble ; moyenne par tiers d'octave (ligne pointillée) et avant moyennage (trait plein).

En basses fréquences, le comportement de la fonction de transfert est piloté par la réponse modale du système. Cela se traduit par une courbe présentant des pics et des creux très marqués sous la bande de tiers d'octave 50 Hz. En particulier, le transfert du sol vers l'immeuble présente deux maxima locaux

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

aux environs de 13.5 Hz et 22 Hz. Le phénomène de blocage est minime à ces fréquences, ce qui se traduit par une vibration importante des planchers. Il faut noter que la fonction de transfert ne dépasse pas 0 dB, ce qui signifie qu'à son plus efficace, le transfert correspond au mieux à un déplacement égal entre le pied d'immeuble et le plancher. C'est là une différence avec un raisonnement en déplacement imposé en pied de structure, pour lequel il est attendu une amplification importante vers les planchers à leurs fréquences de résonance.

En moyennes et hautes fréquences, à partir de la bande de tiers d'octave 50 Hz, le transfert présente une décroissance globalement régulière avec la fréquence, et la courbe avant moyennage tiers d'octave est bien moins accidentée qu'en plus basses fréquences. Cette différence d'allure indique une transition du comportement modal du système vers un comportement piloté par son amortissement.

Ces tendances sont confirmées par le relevé des niveaux vibratoires verticaux sur les planchers R+1, R+2, et R+3 présentés en figure 2.32. Les bandes de tiers d'octave 12.5 Hz et 25 Hz sont des maxima locaux pour les trois planchers. De plus, les différences de niveau entre les planchers sous 50 Hz sont très faibles et favorisent très légèrement les étages supérieurs. En revanche, à partir de 50 Hz, les différences se font bien plus sensibles et le niveau décroît globalement en montant dans les étages. La figure 2.32 (droite) illustre ceci en représentant les niveaux sur les planchers avant moyennage tiers d'octave entre les bandes 100 Hz et 250 Hz.

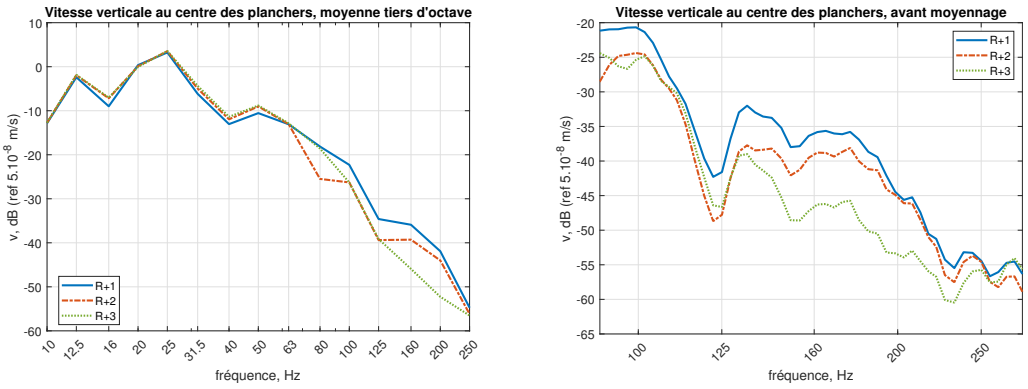


FIGURE 2.32 – Vitesse verticale au centre des planchers de l'immeuble aux étages R+1, R+2, et R+3 ; moyenne tiers d'octave (gauche) et détail avant moyennage (droite) entre les bandes de fréquences 100 Hz et 250 Hz.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Intuitivement, il est aisément concevable que la distance de l'immeuble à la source vibratoire influe sur le niveau de vitesse des planchers. La figure 2.33 confirme cette analyse en représentant la vitesse v_z par bande de tiers d'octave au centre du plancher R+1 pour trois distances de la source à l'immeuble : 6.75 mètres, 9 mètres, et 12 mètres. Il est intéressant de constater que la différence de niveau n'est pas la même à toutes les fréquences : elle est très peu sensible, voire presque nulle, en très basses fréquences (sous 16 Hz), et a tendance à croître avec la fréquence. C'est là aussi un effet de l'amortissement du système, mais cette fois-ci principalement de l'amortissement du sol. En effet, il est montré au point 2.2.1 que la propagation vibratoire est plus fortement influencée par l'amortissement du milieu en hautes fréquences et à longue distance de la source. Il en va ainsi que la réponse des planchers de l'immeuble suit la même tendance avec la distance à la ligne source.

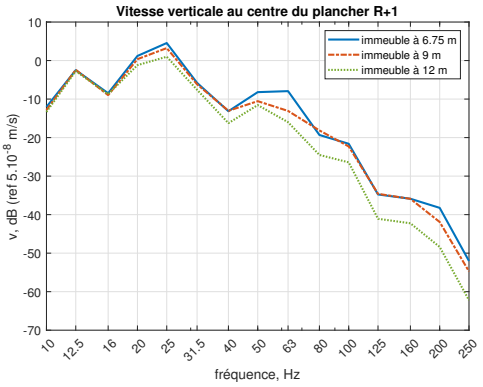


FIGURE 2.33 – Vitesses verticales au centre du plancher R+1 pour des éloignements de l'immeuble à la source de 6.75 m, 9 m, et 12 m.

Enfin, la figure 2.34 montre la solution du problème calculée en ne prenant en compte que les interactions entre les composantes directionnelles verticales. Il s'agit donc d'une solution du problème à une dimension, sous hypothèse de vibration entièrement verticale. Mathématiquement, cela signifie qu'au sein de la matrice $\mathbf{N}$, réponse du sol à une contrainte unitaire dans l'espace des nombres d'onde, seule la composante N_{zz} est gardée non nulle. De la même façon, pour la structure, seuls les termes $W_{zz}^{(\alpha\beta)}$ sont non nuls. Il s'agit d'une réduction du coût numérique conséquente, puisque cette solution à une dimension revient essentiellement à diviser par neuf la quantité d'information requise.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

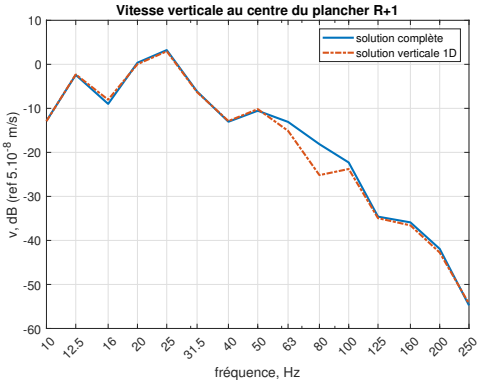


FIGURE 2.34 – Vitesses verticales au centre du plancher R+1, solution complète (trait plein) et verticale uniquement (pointillés).

Cette solution est globalement pertinente excepté entre les bandes de tiers d'octave 63 Hz et 100 Hz, où le niveau vibratoire sur le plancher est fortement sous-estimé par la solution à une dimension. Comme il est vu plus haut que les vitesses latérales du sol ne sont pas négligeables, il vient donc que cette sous-estimation provient d'un couplage non pris en compte dans la structure entre une direction latérale à son pied et la vibration verticale sur le plancher. Le problème peut donc difficilement être simplifié de cette façon malgré l'intérêt que la réduction du coût de calcul présente.

2.5.3 Influence du sol sur la réponse du système

Ce paragraphe s'intéresse à l'influence des paramètres de sol sur la réponse au centre du plancher R+1 de l'immeuble. En effet, comme discuté au point 1.2, la caractérisation du sol en tant que milieu de propagation est un problème complexe à résoudre en pratique, et il est intéressant de quantifier l'erreur induite sur la réponse d'un système sol-structure complet par une caractérisation inexacte du sol. Il est montré en 2.2 que la raideur du sol et son amortissement sont les paramètres qui influencent le plus la propagation vibratoire : cette étude porte donc sur ces paramètres ainsi que sur la stratification du sol.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Raideur du sol

Trois sols sont définis pour étudier l'influence de la raideur des matériaux sur la réponse du bâtiment : un sol moyen, correspondant aux données du tableau 1.1 ; un sol souple, obtenu en multipliant le module de Young E des couches de sol par $\frac{2}{3}$; un sol raide, obtenu en multipliant E par 1.5. La figure 2.35 montre les vitesses calculées au centre du plancher R+1 dans ces trois cas. Les mêmes conclusions qualitatives qu'au point 2.2.2 peuvent en être tirées : l'augmentation de la raideur a globalement tendance à favoriser, comparativement, la propagation hautes fréquences, et à atténuer la réponse basses fréquences. Le décalage des fréquences de résonance du système en basses fréquences est visible avant moyennage tiers d'octave sur la figure 2.35 (droite) : l'augmentation de la raideur décale le pic de résonance vers les hautes fréquences.

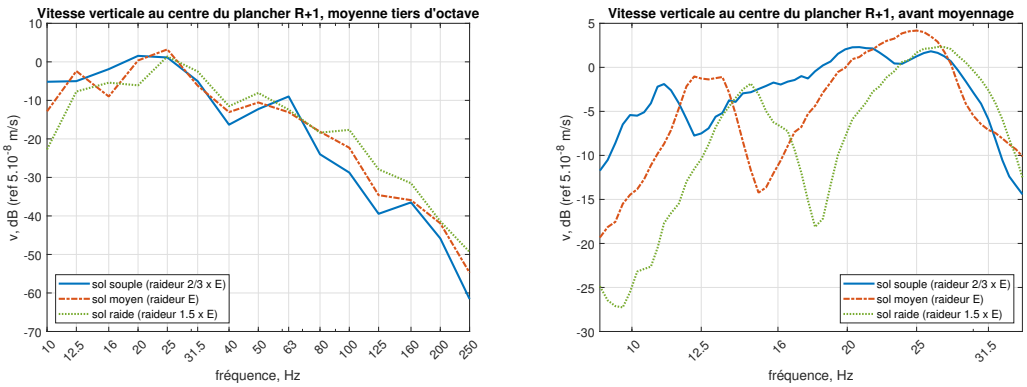


FIGURE 2.35 – Vitesse verticale au centre du plancher R+1 pour des sols souple, moyen, et raide ; moyenne tiers d'octave (gauche) et détail avant moyennage (droite) entre les bandes de fréquences 10 Hz et 31.5 Hz.

En terme d'amplitude, une caractérisation imprécise de la raideur du milieu de propagation entraîne des différences de niveau conséquentes dans la structure. De plus, le décalage fréquentiel de la réponse du plancher peut avoir des conséquences sensibles sur la propagation acoustique et sur le niveau sonore perçu dans les locaux.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Amortissement du sol

L'amortissement du sol est ici modifié dans les mêmes proportions que le module de Young précédemment. La figure 2.36 montre la réponse du plancher R+1 pour des sols peu, moyennement, et fortement amortis. Comme attendu, la réponse de la structure a globalement un niveau moindre lorsque l'amortissement est plus élevé. Cette atténuation est plus marquée en hautes qu'en basses fréquences. En revanche, les fréquences de résonance du système restent les mêmes lorsque l'amortissement est modifié. Les différences d'amplitude sont là aussi sensibles, particulièrement donc en hautes fréquences.

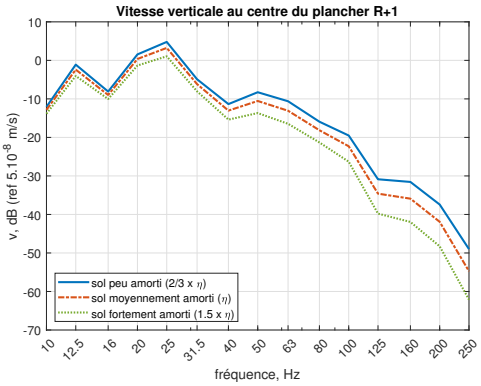


FIGURE 2.36 – Vitesse verticale au centre du plancher R+1 pour des sols peu, moyennement, et fortement amortis.

Stratification du sol

La profondeur de caractérisation du sol peut être limitée selon la méthode de caractérisation employée ou selon les conditions de mesure. Toutefois, bien que dans le modèle développé ici le couplage entre sol et structure se fasse uniquement à la surface, une juste caractérisation des couches profondes de sol est requise afin d'obtenir une solution correcte au problème. La figure 2.37 illustre le biais entrainé sur la solution lorsque la caractérisation du sol ne permet pas d'obtenir une représentation juste de ses couches les plus profondes. La vitesse verticale au centre du plancher R+1 est calculée pour le sol à trois couches donné tableau 1.1, puis en lui retirant successivement les couches plus profondes, si bien que le sol homogène correspond à la couche de surface dans le tableau 1.1.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

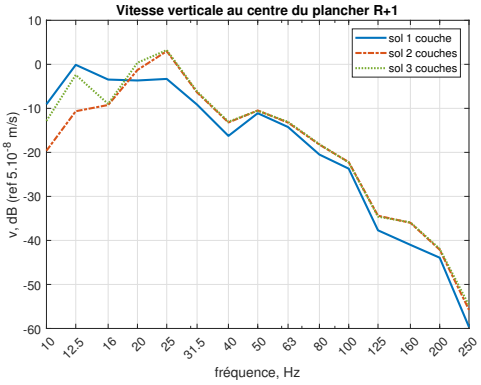


FIGURE 2.37 – Vitesse verticale au centre du plancher R+1 pour des sols homogène, deux couches, et trois couches.

Il est difficile de dégager une analyse qualitative de l'évolution de la réponse du plancher en fonction de la stratification du sol. Toutefois, il est clair qu'une mauvaise représentation du sol profond peut conduire à sous-estimer de façon importante le niveau sur la structure. En effet, la réponse au sol homogène présente un niveau constamment inférieur à partir de 20 Hz. De plus, le sol à deux couches ne présente pas une résonance aussi marquée que le sol à trois couches dans la bande de tiers d'octave 12.5 Hz. Les différences d'amplitude peuvent être conséquentes, par exemple de l'ordre de 10 dB entre les trois modèles de sol à 12.5 Hz.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

CHAPITRE 3

Champ vibratoire engendré par un viaduc ferroviaire en milieu urbain

Sommaire

3.1 Mesures sur le site de Toulouse Jolimont 104
3.1.1 Site et protocole de mesure 104
3.1.2 Caractérisation MASW du sol 108
3.1.3 Spectres de vitesse au passage 115
3.2 Modélisation du système viaduc-sol 119
3.2.1 Modèle de structure 120
3.2.2 Analyse du système sol-structure 126
3.2.3 Cartographie du champ vibratoire 132

Ce chapitre propose d'appliquer le modèle d'interaction sol-structure développé au chapitre précédent afin d'étudier le champ vibratoire propagé au sol par un viaduc ferroviaire en milieu urbain. Une campagne de mesures est menée à proximité de la station de métro Jolimont à Toulouse afin de disposer d'un point de référence expérimental. Le modèle numérique s'attache à reproduire le plus fidèlement possible la mesure puis à dégager les caractéristiques principales de ce champ vibratoire.

Le chapitre débute donc par la présentation du site et du protocole de mesures (3.1.1). Les caractéristiques mécaniques du sol sont obtenues par méthode MASW (3.1.2). En l'absence de standard d'exploitation des mesures au passage, la méthodologie adoptée est détaillée en 3.1.3 : elle consiste à découper les signaux temporels correspondant aux passages de métro et à calculer le multispectre des signaux ainsi isolés.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Le viaduc est représenté comme un assemblage de poutres en flexion et en traction-compression dont les comportements sont modélisés par des ensembles de masses et de ressorts. À cela viennent s'ajouter des terminaisons amortissantes aux extrémités du tablier ainsi que des éléments découplants entre tablier et piles de soutènement. Ce modèle de structure analytique est explicité en 3.2.1.

Le système sol-structure est ensuite considéré dans son ensemble au paragraphe 3.2.2 pour, dans un premier temps, quantifier l'influence des paramètres mécaniques de structure sur le transfert vibratoire du tablier vers le sol. Un modèle de structure reproduisant correctement la mesure est ensuite adopté pour permettre d'obtenir numériquement une cartographie du champ vibratoire engendré par ce viaduc (3.2.3).

3.1 Mesures sur le site de Toulouse Jolimont

Cette section présente les mesures réalisées sur le viaduc ferroviaire à proximité de la station de métro Jolimont, à Toulouse. Le site et le protocole de mesures sont introduits en premier lieu, puis les résultats de la caractérisation du sol par méthode MASW et les spectres de vitesse verticale mesurés au passage sont présentés.

3.1.1 Site et protocole de mesure

Le quartier Jolimont est situé sur les hauteurs nord-est de la ville de Toulouse. La station de métro du même nom est accessible depuis la surface à flanc de colline, et la ligne se prolonge vers le nord-est par un viaduc avant de replonger sous terre. La figure 3.1 montre une vue aérienne orientée plein est de la station de métro (à droite de l'image) et du viaduc.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés



FIGURE 3.1 – La station de métro Jolimont à Toulouse (à droite) prolongée par un viaduc ferroviaire vers le nord-est. Crédit *Google Earth* (earth.google.com/web).

En sortie de station, le viaduc surplombe deux parkings et leurs voies d'accès routières. Les immeubles d'habitation alentours les plus proches sont distants d'environ 50 mètres du viaduc : par exemple, la distance en ligne droite du viaduc au pied de l'immeuble en U en bas à gauche de la figure 3.1 est d'environ 64 mètres. Le site présente une déclivité notable : ainsi, les deux parkings routiers que le viaduc surplombe sont décalés de deux à trois mètres de hauteur. Le viaduc repose sur le parking haut (le plus proche de la station) sur trois piles, nommées par la suite piles haute, centrale, et basse (de droite à gauche de la figure 3.1).

La figure 3.2 (gauche) montre un métro circulant sur le viaduc en direction de la station de métro. La situation du site à flanc de colline entraîne que le tablier du viaduc n'est pas strictement parallèle au sol. La figure montre les piles centrale et basse (respectivement à gauche et à droite de l'image) du viaduc et permet de constater que les chapiteaux aux sommets de celles-ci ne sont pas directement porteurs du tablier. Proche de la pile centrale, le bas du tablier est à une hauteur d'environ 9.75 mètres du sol.

La figure 3.2 (droite) montre le viaduc plongeant sous terre dans le prolongement du parking bas. À cet endroit, les piles ne sont par surmontées de chapiteaux et il est alors possible d'apercevoir l'élément de liaison entre celles-ci et le tablier. Il s'agit d'un élément de découplage des structures destiné à limiter la transmission vibratoire de la ligne ferroviaire vers le sol. Ses caractéristiques mécaniques exactes ne sont pas connues.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés



FIGURE 3.2 – Un métro arrivant en gare de Jolimont (gauche), entre les piles centrale et basse du parking haut ; le viaduc plongeant sous terre dans le prolongement du parking bas (droite). Crédit Nicolas Janberg (structurae.net/fr/ouvrages/ligne-a-du-metro-de-toulouse).

Les efforts de mesure sont concentrés essentiellement sur le parking haut : c'est en effet le site de futures constructions d'immeubles d'habitation susceptibles d'être soumis aux vibrations ferroviaires. Un accéléromètre est placé directement sur le tablier du viaduc, sous les rails de circulation du métro, et ainsi donc en contact direct avec la structure vibrante. En raison des contraintes d'accès aux voies, ce point de mesure est décalé du centre du tablier vers le sens de circulation arrivée, et se situe légèrement en amont de la pile centrale. Pour des raisons de logistique et de sécurité, il est placé de nuit et enregistre en continu pendant environ neuf heures.

Des accéléromètres sont disposés au sol sur le parking haut avec pour objectif d'obtenir un échantillonnage spatial pertinent du champ vibratoire vertical au sol. Deux lignes de mesure sont constituées, la première directement face à la pile centrale, la deuxième à mi-chemin entre la pile centrale et la pile basse. Les caractéristiques mécaniques du sol sont estimées par méthode MASW entre ces deux lignes de mesure. La figure 3.3 illustre ce dispositif de mesure en vue aérienne.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

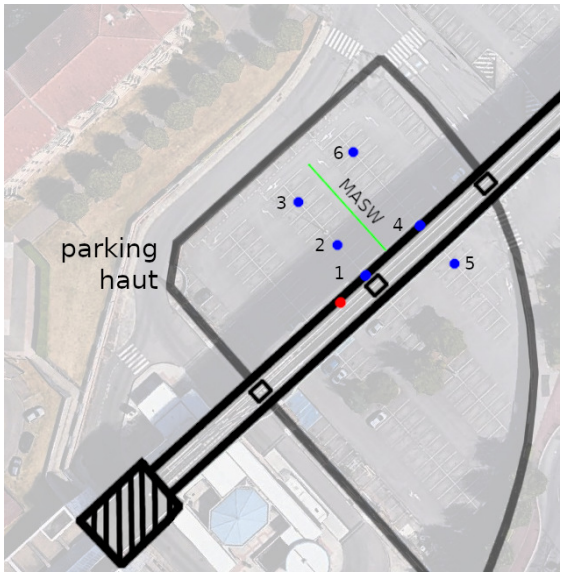


FIGURE 3.3 – Vue aérienne schématique du dispositif de mesure aux abords du viaduc de Jolimont. La station de métro, en bas à gauche de la figure, est figurée par des hachures. Le point de mesure sur le tablier du viaduc est en rouge, les points de mesure au sol en bleu ; ils sont accompagnés des numéros qui les désignent par la suite. Crédit fond d'image : *Google Earth* (earth.google.com/web).

Les mesures sont réalisées au mois de décembre 2020. Le trafic de la ligne de métro est normal et le parking est en activité, ce qui contraint les emplacements des accéléromètres au sol. La figure 3.4 montre le dispositif de mesure au sol et liste les principales distances de mesure.

Les accéléromètres utilisés pour la mesure sont le modèle B12 de PCB d'une sensibilité 10 V/g [1]. La caractérisation du sol par méthode MASW nécessite l'emploi d'une masse d'impact instrumentée : il s'agit du modèle D50 de PCB [2] équipé d'une tête de 12.1 livres (5.5 kg). L'acquisition des signaux temporels est réalisée avec les systèmes LAN-XI de Brüel & Kjær [3] ; ils sont ensuite exploités avec le logiciel Matlab [4].

1. www.pcb.com/products?m=393B12
2. www.pcb.com/products?m=086D50
3. www.bksv.com/fr/instruments/daq-data-acquisition/lan-xi-daq-system
4. www.mathworks.com

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

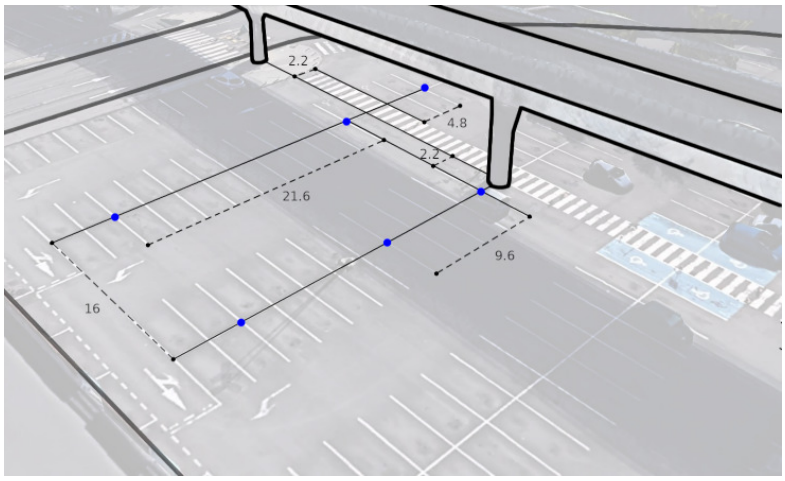


FIGURE 3.4 – Vue schématique du dispositif de mesure au sol ; les distances sont données en mètres. Crédit fond d'image : *Google Earth* (earth.google.com/web).

3.1.2 Caractérisation MASW du sol

Cette partie présente les résultats de caractérisation du sol par méthode MASW. C'est en effet une étape indispensable à la juste représentation d'un problème de propagation vibratoire. C'est également l'occasion de confronter la méthode MASW, telle que présentée en 1.2.3 sur un jeu de données synthétique, à une situation réelle.

La méthode de caractérisation MASW requiert un échantillonnage spatial du champ vibratoire vertical à la surface du sol comme illustré sur la figure 1.12. Cela implique de disposer un grand nombre de capteurs sur une ligne de mesure et d'appliquer une sollicitation impulsionnelle à une extrémité de cette ligne. En pratique, c'est un dispositif difficile à mettre en place sur un site de mesure en activité. Il requiert en effet un temps d'installation conséquent, la possibilité de bloquer une allée de circulation, et une quantité de matériel non négligeable. Ce protocole est modifié pour tenir compte des contraintes sur site : la mesure est réalisée en plaçant un seul capteur vibratoire au sol et en éloignant successivement le point d'application de la sollicitation à la masse d'impact instrumentée, de façon à ainsi reconstituer une ligne de mesure de 29 mètres de long par pas de 1 mètre. Deux impacts sont effectués à chaque distance de mesurage et les signaux obtenus sont sommés afin de réduire le bruit de fond.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

La figure 3.5 (gauche) montre les signaux temporels de sollicitation acquis par le biais du capteur de déformation de la masse instrumentée. Ils sont alignés de sorte que le maximum de chaque signal corresponde au temps $t = 0.1$ s. L'allure des signaux est globalement satisfaisante : les durées des impulsions sont généralement inférieures au $1/100^{\text{ème}}$ de seconde. Les amplitudes vont environ du simple au double selon l'éloignement de la source au récepteur afin d'éviter de faire saturer l'accéléromètre. La figure 3.5 (droite) présente les spectres de ces signaux jusqu'à 300 Hz. Là aussi, les allures des spectres sont satisfaisantes. En effet, le spectre d'un signal approchant une impulsion a typiquement une allure semblable à un sinus cardinal, c'est-à-dire des lobes séparés par des zones dans lesquelles le spectre tend vers zéro. Ces zéros ne se retrouvent pas sur les spectres mesurés jusqu'à 300 Hz, ce qui signifie que suffisamment d'énergie est transmise au sol par les sollicitations impulsionnelles sur l'ensemble de la bande de fréquences d'intérêt.

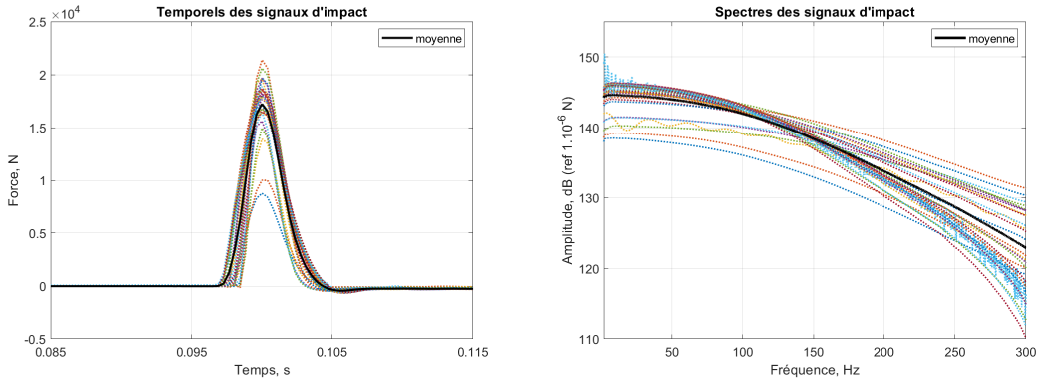


FIGURE 3.5 – Les signaux temporels de sollicitation à la masse instrumentée (gauche) et leurs spectres (droite).

La figure 3.6 montre le sismogramme ainsi constitué par le mesurage au sol. Les signaux d'accélération sont normalisés sur cette représentation : en effet, comme les amplitudes des signaux dépendent de l'amplitude de la sollicitation, il n'est pas pertinent de les comparer sans ajustement. De plus, la représentation normalisée permet de mieux visualiser le phénomène de dispersion de l'onde avec la distance de propagation.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

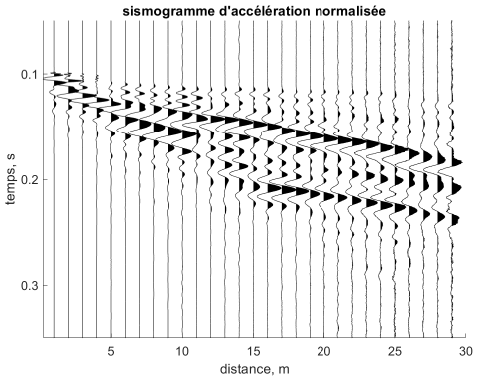


Figure 3.6 – Le sismogramme d'accélération normalisée mesuré.

Il faut tout d'abord signaler la présence de bruit sur les signaux, particulièrement remarquable à longue distance. Toutefois, les signaux d'accélération ressortent suffisament bien du bruit de fond car les sollicitations impulsionnelles sont particulièrement énergétiques. Le bruit de fond est un facteur autrement gênant pour le mesurage au passage des métros, comme évoqué par la suite en 3.1.3. En ce qui concerne le phénomène de propagation, l'identification visuelle des modes n'est certainement pas aussi évidente que sur le simogramme synthétique en figure 1.13.

La transformation de Fourier deux dimensions permet de passer de l'espace distance-temps du sismogramme vers l'espace nombre d'onde-fréquence. Il convient de traiter correctement les signaux afin d'améliorer l'évaluation de la courbe de dispersion. Les opérations de traitement du signal suivantes sont appliquées sur le sismogramme.

1. Les signaux temporels sont filtrés par un filtre anti-repliement et un filtre passe-bande entre 3 Hz et 300 Hz. Ce dernier filtre est utile pour limiter le bruit de fond présent sur le simogramme à longue distance.
2. Les signaux sont rééchantillonnés de $f_s = 2560$ Hz à $f_s = 1280$ Hz.
3. Une matrice de poids en $\frac{1}{\sqrt{r}}$, où r est la distance source-récepteur, est appliquée au sismogramme dans le sens de la longueur afin de reproduire l'atténuation géométrique de l'onde de Rayleigh.
4. Un fenêtrage de Hanning est appliqué aux signaux spatio-temporels dans les deux sens.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

5. Le signal spatial est prolongé par des zéros (*zero-padding*) afin d'être constitué du même nombre de points que les signaux temporels. Ce traitement améliore grandement la lisibilité de la courbe de dispersion $V_r(f)$.

La figure 3.7 (gauche) montre le spectre $f-k$ obtenu pour ce sismogramme entre 5 Hz et 150 Hz. Le mode de propagation principal peut être identifié visuellement entre 30 Hz et 100 Hz environ, mais il ressort de cette représentation que les modes supérieurs perturbent la lecture du mode fondamental de Rayleigh. Ceci est confirmé par le tracé de la dispersion $V_r(f)$ figure 3.7 (droite). En particulier, entre 45 Hz et 60 Hz environ, il semble qu'un mode supérieur est plus énergétique que le mode fondamental qui ne peut alors pas être identifié directement. De même, les modes supérieurs sont clairement visibles à partir de 65 Hz environ. L'identification du mode fondamental de l'onde de Rayleigh nécessite donc une part d'interprétation de la part de l'opérateur pour interpoler son comportement entre 40 Hz et 60 Hz environ. La courbe du mode fondamental de l'onde de Rayleigh $V_r(f)$ ainsi obtenue est tracée en rouge sur la figure 3.7 (droite).

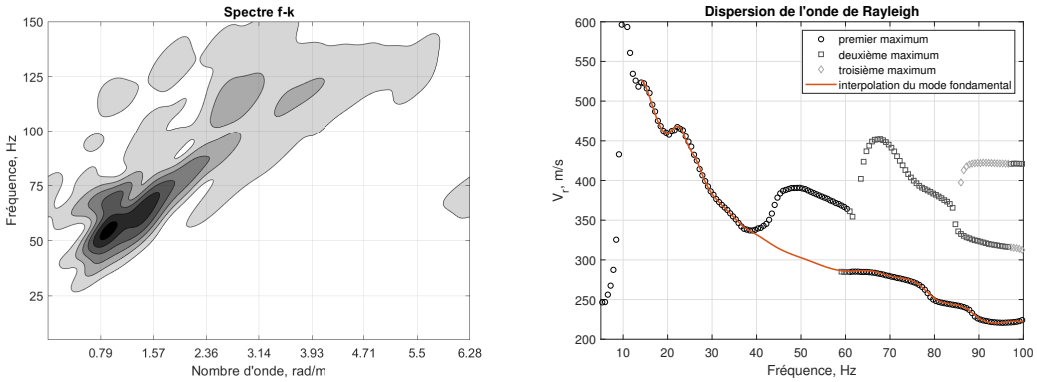


FIGURE 3.7 – Le spectre $f-k$ (gauche) correspondant au sismogramme représenté en figure 3.6 et la dispersion de l'onde de Rayleigh correspondante (droite). Les trois premiers maxima à chaque fréquence sont relevés et la courbe de dispersion interpolée manuellement est tracée en rouge.

L'algorithme d'Occam ([CPC87], [Par94], [FLRS14]) est utilisé pour remonter aux caractéristiques mécaniques du sol. Une solution initiale pour le profil de sol $V_s(z)$ est obtenue grâce à l'approximation $V_s(z) = 1.1 \times V_r(f)$ à la profondeur $z = \dfrac{\lambda_r}{3}$ (équation 1.38), discrétisée sur 15 couches d'épaisseurs croissantes jusqu'à 16 mètres de profondeur. L'algorithme converge correctement vers une

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

solution mathématiquement acceptable. Ainsi, la figure 3.8 (gauche) compare les courbes de dispersion de la solution initiale, du profil obtenu par inversion, et la mesure. Le profil finalement obtenu a un mode fondamental de dispersion très similaire au mode fondamental mesuré. La figure 3.8 (droite), qui montre les profils de sol $V_s(z)$ successivement obtenus par l'algorithme itératif (en noir) et le profil obtenu à la dernière itération (en bleu), confirme la convergence rapide de l'algorithme vers une solution stable.

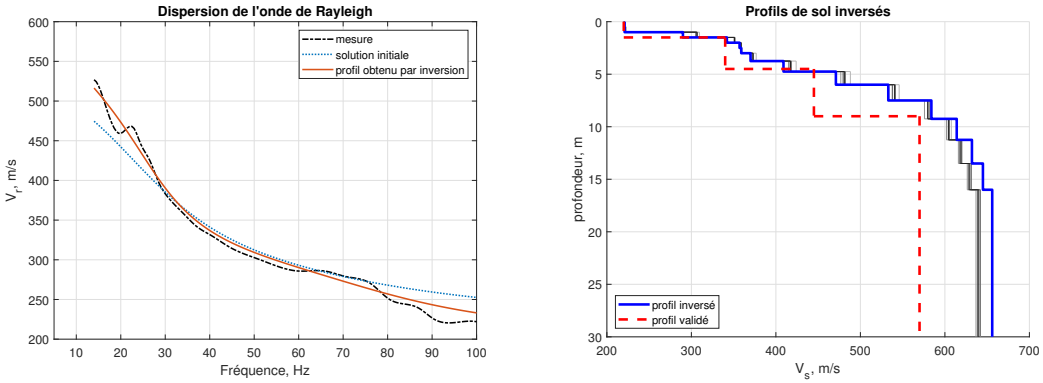


FIGURE 3.8 – Résultat de l'inversion par l'algorithme d'Occam. À gauche, les courbes de dispersion $V_r(f)$ du mode fondamental de l'onde de Rayleigh des solutions initiale et finale de l'algorithme comparées à la mesure. À droite, les profils de sol $V_s(z)$ successivement obtenus à chaque itération de l'algorithme ; la solution validée par simulation directe est représentée en pointillés rouges.

Il est toutefois indispensable de s'assurer que le profil de sol ainsi obtenu par inversion reproduit correctement la propagation ondulatoire mesurée au sol. Cette étape est nécessaire car le processus d'inversion découle de deux hypothèses simplificatrices majeures, comme illustré symboliquement par les équations 1.36 et 1.37 : il ne prend en compte que la vitesse de cisaillement du sol en fonction de la profondeur, et ne travaille que sur le mode fondamental de propagation de l'onde de Rayleigh. Dans la situation présente, cette dernière hypothèse est particulièrement notable en raison du mode de propagation supérieur fortement énergétique mesuré entre 40 Hz et 60 Hz environ.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette étape de validation du profil permet également une simplification de la stratification (*i.e* une réduction du nombre de couches discrètes de sol) et une évaluation de l'amortissement des matériaux. Elle se fait en confrontant la simulation numérique directe du niveau de vitesse verticale au sol, à l'aide du modèle décrit en 2.1, et la fonction de transfert vitesse sur force $\frac{V}{F}$ mesurée. Quelques itérations, guidées par l'étude paramétrique présentée en 2.2, sont nécessaires afin d'obtenir une correspondance satisfaisante entre ces deux quantités. Les caractéristiques mécaniques du profil de sol finalement validé sont listées dans le tableau 3.1, et son profil $V_s(z)$ est superposé aux profils déterminés par l'algorithme sur la figure 3.8 (droite).

h (m)	V_s (m/s)	V_p (m/s)	ρ (kg/m^3)	η
1.5	220	440	2000	0.09
3	340	680	1700	0.07
4.5	445	890	1700	0.05
	570	1140	1500	0.03

Table 3.1 – Profil de sol validé pour le site de mesure Toulouse Jolimont.

Le profil validé est globalement proche du profil obtenu par inversion. Les différences entre les deux peuvent s'expliquer principalement par les deux facteurs suivants.

— La discrétisation des couches de sol est différente, simplifiée pour la validation du modèle.
— L'algorithme d'Occam privilégie de petites variations d'une couche de sol à l'autre, ce qui donne au profil son aspect lissé, en marches d'escaliers.

La figure 3.9 compare les niveaux au sol à 12 mètres et 24 mètres, moyennés par bandes de tiers d'octave entre 10 Hz et 250 Hz, obtenus par simulation directe de ce profil et par la mesure. À ces deux distances, simulation et mesure donnent des courbes aux allures similaires avec des niveaux du même ordre de grandeur. En particulier, la résonance mesurée à 31.5-40 Hz à 24 mètres est très bien reproduite par la simulation. De plus, le modèle correspond bien à la mesure dans la zone fréquentielle 40-60 Hz, là où un mode supérieur de propagation de l'onde de Rayleigh est dominant par rapport au mode fondamental. Bien qu'il ne soit pas pris en compte par le processus d'inversion, le profil de

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

sol obtenu reproduit tout de même correctement le niveau vibratoire à ces fréquences. L'allure de décroissance en hautes fréquences est également similaire à la décroissance mesurée. La correspondance simulation-mesure à 12 mètres est moins bonne, en particulier passé 100 Hz, mais les écarts sont tout de même jugés acceptables.

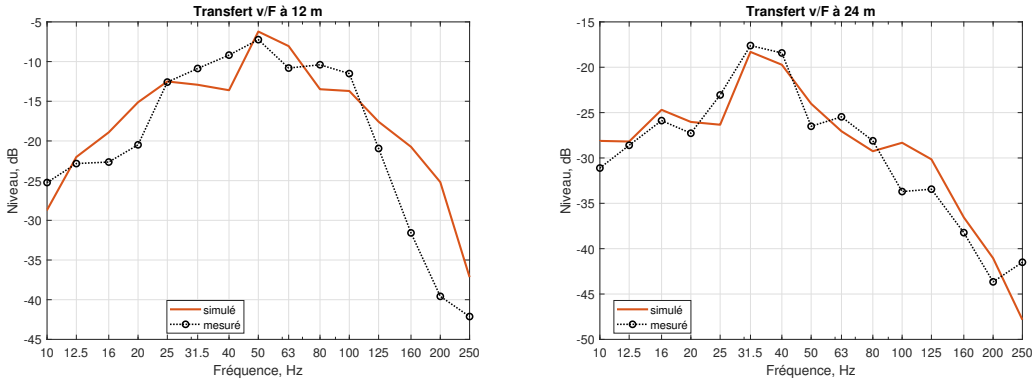


FIGURE 3.9 – Niveaux de vitesse pour une force unitaire mesurés et simulés à 12 mètres (gauche) et 24 mètres (droite).

La figure 3.10 montre les niveaux simulés et mesurés dans les bandes de tiers d'octave 10 Hz et 80 Hz le long de la ligne de mesure. Le premier constat est que les décroissances du niveau de vitesse mesurées ne sont pas régulières : en particulier, le niveau à 10 Hz présente des variations importantes d'un point de mesure à l'autre, par exemple légèrement supérieures à 5 dB entre 10 m et 11 m, ou entre 23 m et 24 m. Cela implique donc que la comparaison mesure-simulation à des distances fixes, comme présenté figure 3.9, n'est pas en soi suffisante pour valider le profil de sol. Il faut également noter une forte irrégularité dans la décroissance à 80 Hz entre 16 m et 20 m environ. Cela rappelle fortement l'allure des vitesses de sol bloquées localement par un pied d'immeuble (figure 2.30) et pourrait indiquer la présence d'un obstacle local dans le sol. Toutefois, malgré ces réserves, le profil de sol simulé reproduit de façon acceptable les allures globales de décroissance en fonction de la distance.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

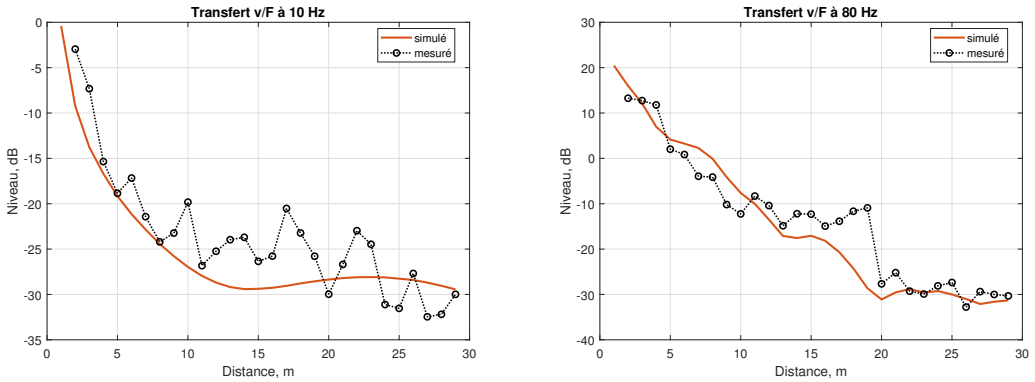


FIGURE 3.10 – Niveaux de vitesse pour une force unitaire mesurés et simulés à 10 Hz (gauche) et 80 Hz (droite).

La caractérisation de sol par méthode MASW permet donc de déterminer des caractéristiques mécaniques pour le sol reproduisant correctement le comportement ondulatoire global mesuré *in situ*. Toutefois, il faut remarquer que mesure et simulation peuvent localement présenter des disparités notables de l'ordre de 5 dB. Cela s'explique par le fait que le modèle de sol stratifié, tel que décrit en 1.1.1, n'est jamais qu'une représentation de la réalité. Or, et en particulier en milieu urbain, le sol réel peut s'éloigner significativement de cette représentation. En effet, il est courant que les couches superficielles de sol en milieu urbain soient constituées de remblais plutôt que d'un matériau naturel, formé par dépôt et consolidation progressive. De plus, des irrégularités telles que des vides sanitaires, des canalisations, des fondations peuvent localement perturber la propagation. Malgré cela, ce cas d'étude permet de confirmer la validité de la méthode quant à la détermination d'un comportement ondulatoire global et ce, même dans un contexte urbain difficile.

3.1.3 Spectres de vitesse au passage

Ce paragraphe présente les résultats des mesures vibratoires lors des passages de métro sur le viaduc. Il expose en premier lieu la méthodologie suivie pour exploiter les signaux temporels acquis lors des passages, puis présente les signatures spectrales typiques obtenues en chaque point.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Méthodologie d'exploitation des données

Comme évoqué dans le chapitre 1, il n'existe pour l'instant pas de norme contraignant précisément la méthodologie d'exploitation des données vibratoires. Ainsi, il est donc tout d'abord nécessaire de définir ce qui constitue exactement un passage ferroviaire du point de vue du signal afin de permettre une découpe rigoureuse des signaux temporels d'accélération. Ensuite, il faut définir une méthode de calcul pertinente du spectre de vitesse de ces événements vibratoires.

La définition d'un passage de métro adoptée ici est inspirée par la norme ISO 3095 ([ISO13]), qui définit une procédure de mesurage standard du bruit au passage d'un matériel roulant. Du point de vue du signal temporel d'accélération, un passage de métro est alors défini comme l'événement vibratoire dont le niveau est compris entre le niveau équivalent maximal $L_{eq,max}$ et le niveau $L_{eq,max} - 10$ dB. Les bornes des signaux temporels correspondant à un passage de métro sont donc déterminées en calculant tout d'abord le niveau équivalent du signal :

$$L_{eq} = 10\log\left[\frac{1}{T}\int_{T} 10^{\frac{L(t)}{10}}\,\mathrm{d}t\right] \tag{3.1}$$

$L(t)$ est le niveau instantané du signal ; la période d'intégration T est fixée à 500 ms. Le signal temporel est ensuite tronqué entre ces bornes $L_{eq,max} - 10$ dB. La figure 3.11 illustre cette procédure sur un signal temporel correspondant à une arrivée de métro au capteur n°1.

Cette définition de l'événement vibratoire permet tout d'abord de s'assurer que le signal ressort correctement du bruit de fond. Ce n'est pas un problème sur l'exemple présenté en figure 3.11 car le capteur n°1 est placé proche de la pile centrale du viaduc, mais c'est une réelle difficulté pour les capteurs les plus lointains n°3 et n°6. Le site de mesure est en effet naturellement bruyant et en particulier ces deux capteurs sont situés proches d'une voie d'accès routière, visible sur la figure 3.3. La découpe suivant les bornes à $L_{eq,max} - 10$ dB suppose que la grande majorité de l'énergie de l'événement vibratoire est contenue dans le signal temporel ainsi découpé.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

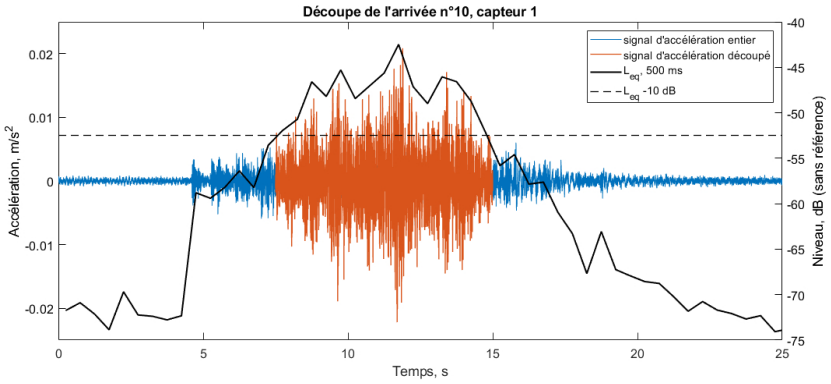


FIGURE 3.11 – Définition de l'événement vibratoire de passage de métro. Le signal temporel est découpé entre ses bornes $L_{eq,max} - 10$ dB.

Les signaux obtenus ne sont pas stationnaires : ils évoluent significativement dans le temps. Le choix est fait d'évaluer le contenu fréquentiel des signaux en calculant leurs multispectres. Cette opération consiste à déplacer une fenêtre d'analyse le long du signal par pas réguliers et, à chaque pas, à calculer la densité spectrale de puissance (DSP) du signal compris dans cette fenêtre. Le résultat est donc un ensemble de DSP et le contenu spectral de l'événement est ici évalué en sommant ces DSP (l'annexe D donne plus de détails sur la méthode de calcul du multispectre d'un signal). Finalement, la signature typique de l'événement vibratoire de passage de métro est obtenue en moyennant les spectres calculés sur le nombre de passages.

Signatures spectrales au passage

La figure 3.12 présente les signatures spectrales mesurées sur le tablier du viaduc au départ (gauche) et à l'arrivée (droite) d'une rame de métro. Arrivées et départs sont en effet séparés pour deux raisons.

1. Le capteur vibratoire placé sur le viaduc est décalé du centre du tablier vers le sens des arrivées. Il est placé sous les voies de façon à évaluer au mieux la vibration de la structure mais ce placement peut tout de même avoir des conséquences sur la mesure.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

2. Le site de mesure est proche de la station de métro. Les rames ne circulent donc pas à la même vitesse dans les deux sens : elles accélèrent au départ de la station et ralentissent à l'arrivée. La sollicitation appliquée sur les rails n'est donc pas la même et ceci peut avoir des conséquences sur la signature spectrale.

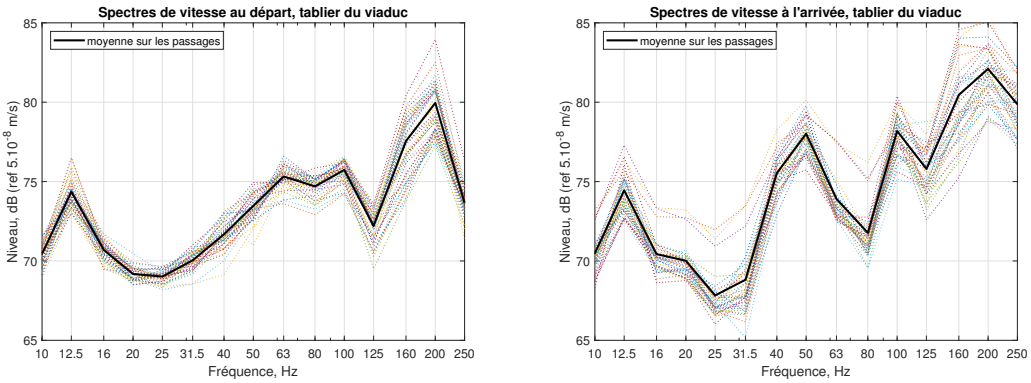


FIGURE 3.12 – Signatures spectrales de vitesse lors des départs (gauche) et arrivées (droite) des rames de métro mesurées sur le tablier du viaduc.

Les signatures spectrales de vitesse au départ et à l'arrivée mesurées sur le viaduc sont globalement du même ordre de grandeur et présentent certaines caractéristiques spectrales communes. Ainsi, ces signatures présentent des pics de vibration locaux marqués à 12.5 Hz, 100 Hz, et 200 Hz, et une large zone de minima entre 16 Hz et 31.5 Hz. La signature à l'arrivée présente également un maximum local entre 40 Hz et 50 Hz, qui ne se retrouve pas sur la signature au départ. Cette différence est donc probablement due à une différence de fonctionnement du matériel roulant entre les régimes de freinage et d'accélération. Enfin, il y a une plus grande variation entre les différents passages à l'arrivée qu'au départ. Cela peut s'expliquer par le fait qu'au départ les rames ont tendance à circuler dans des régimes de vitesse et d'accélération très similaires, alors que ces régimes peuvent présenter plus de disparités à l'arrivée.

Les signatures spectrales de vitesse au départ et à l'arrivée mesurées au sol sont présentées sur la figure 3.13, séparées entre la ligne de capteurs 1-2-3 (face à la pile centrale du viaduc) et la ligne de capteurs 4-5-6 (entre les piles centrale et basse). De plus, départs et arrivées sont là aussi distingués. Les niveaux vibratoires sont dans l'ensemble plus élevés face à la pile centrale qu'à mi-section de tablier. C'est un constat attendu car la pile de viaduc agit comme une source

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

d'énergie vibratoire locale pour le sol. Le niveau est particulièrement élevé au capteur 1, le plus proche de la pile centrale. Les décroissances avec la distance sont également bien mieux marquées sur les capteurs 1-2-3 que sur les capteurs 4-5-6.

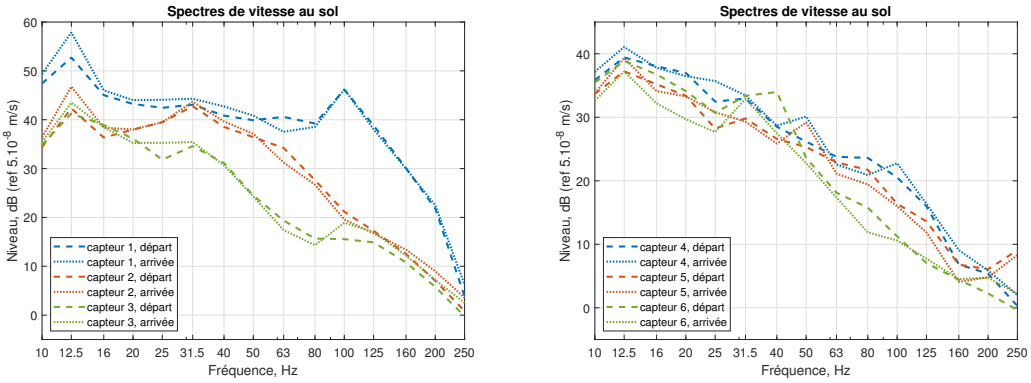


FIGURE 3.13 – Signatures spectrales de vitesse au sol : à gauche, le long de la ligne de capteurs 1-2-3 (face à la pile centrale du viaduc) ; à droite, le long de la ligne de capteurs 4-5-6 (entre les piles centrale et basse).

Les niveaux vibratoires au sol sont globalement bien moins élevés que les niveaux sur le tablier du viaduc, et les allures spectrales diffèrent fortement. En particulier, les spectres mesurés au sol ont tendance à décroître plus rapidement avec les hautes fréquences et, à l'exception du pic à 12.5 Hz, ne présentent pas les mêmes résonances caractéristiques que les signatures spectrales mesurées sur le viaduc. Ces constats sont indicatifs du fort filtrage vibratoire lors de la descente de la structure vers le point de mesure au sol, particulièrement remarquable pour les moyennes et hautes fréquences. Par la suite, la comparaison entre mesure et simulation se fait *via* la fonction de transfert du viaduc vers un point de mesure au sol $\frac{V_{sol}}{V_{viaduc}}$. Cela permet de s'affranchir du besoin d'un modèle de source vibratoire.

3.2 Modélisation du système viaduc-sol

Cette section traite de la modélisation de l"interaction sol-structure entre le viaduc et le sol. Elle détaille dans un premier temps le modèle de structure adopté pour représenter le viaduc, puis compare les résultats de la simulation

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

numérique avec la mesure. Enfin, elle s'attache à dégager les principales caractéristiques du viaduc en tant que source vibratoire pour le sol.

3.2.1 Modèle de structure

Comme vu en 2.4.1, le modèle d'interaction sol-structure utilisé ici ne suppose pas l'utilisation d'un modèle de structure spécifique. Ici, le choix est fait de modéliser le viaduc par des moyens entièrement analytiques. En effet, du fait des incertitudes sur sa constitution et sur ses dimensions, il ne paraît pas judicieux de chercher à accéder à une modélisation très détaillée par des moyens numériques de type FEM. De plus, l'écriture d'un modèle analytique permet une modélisation du comportement de la structure très rapide, ce qui permet par la suite de tirer le meilleur parti de l'implémentation numérique du modèle vue en 2.4.3. Une fois le modèle de structure écrit, il est ainsi possible de tester de nombreuses combinaisons de dimensions et de propriétés mécaniques du viaduc à un coût numérique faible.

Afin de permettre cette écriture analytique, le viaduc est ramené à un assemblage d'une poutre en flexion (le tablier du viaduc) et de trois poutres en traction-compression (les piles de soutènement du tablier) de sections rectangulaires. Seule la direction verticale de vibration de la structure est donc prise en compte. L'hypothèse est faite que cette direction a une importance prédominante dans le problème par rapport aux directions latérales, et donc que l'énergie transmise au sol l'est principalement à travers le couplage suivant z. Les dimensions de ces éléments sont mesurées sur place, toutefois l'épaisseur du tablier fait l'objet d'une estimation grossière dans un premier temps. En effet, comme il peut être vu sur la figure 3.2, il n'est pas aisé d'estimer l'épaisseur du tablier. Les piles de soutènement sont en réalité à section circulaire de diamètre 1.4 mètres, mais sont ramenées à des sections carrées de 1.25 mètres de côté afin de présenter une empreinte au sol comparable. La figure 3.14 propose une vue schématique du viaduc ainsi représenté, incluant les éléments de découplage entre piles et tablier. Le tableau 3.2 liste ses dimensions. La structure est supposée être entièrement en béton, le tableau 2.4 liste ses propriétés mécaniques. Un amortissement de 2 % est ajouté comme une partie imaginaire du module de Young du béton.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

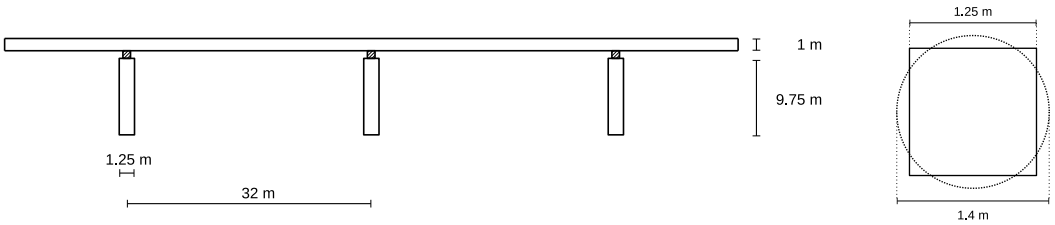


FIGURE 3.14 – Représentation du viaduc par un ensemble de poutres à sections rectangulaires. À gauche, la vue de profil inclut les éléments de découplage entre piles et tablier ; à droite, comparaison des empreintes au sol des piles de soutènement réelles et simplifiées.

Longueur du tablier	96 m	Distance entre piles	32 m
Largeur du tablier	5.5 m	Section des piles	1.25×1.25 m^2
Épaisseur du tablier	1 m	Hauteur des piles	9.75 m

TABLE 3.2 – Dimensions du viaduc.

Ces poutres qui constituent le viaduc sont représentées par un ensemble de masses et de ressorts. Le mouvement de traction-compression est aisément modélisable car la raideur d'une poutre traction-compression est fonction directe du module de Young du matériau. En revanche, la raideur de flexion d'une poutre n'a pas d'expression explicite directe : les ressorts de flexion sont alors déterminés par la méthode des coefficients d'influence ([Chu63]). Cette méthode consiste à écrire la déflexion statique $y(x)$ en tout point de la poutre en fonction de l'emplacement du chargement $F(x)$. La matrice de souplesse $\mathbf{C}$ ainsi obtenue, telle que $\mathbf{y} = \mathbf{CF}$, est inversée pour donner la matrice de raideur $\mathbf{K}$ de la poutre. L'annexe E détaille l'écriture de ces deux modèles de poutre et compare favorablement leurs fréquences naturelles aux solutions explicites connues.

Cette écriture explicite du viaduc comme un ensemble masses-ressorts a également l'avantage de permettre d'inclure facilement les éléments de découplage dans le modèle de structure. En l'absence d'informations sur ces éléments et sur le matériau résilient qui les constitue, ils sont ramenés à un système masse-ressort résonnant à la fréquence f_0. Un tel système a pour raideur :

$$K = M_{\text{portée}} \times (2\pi f_0)^2 \tag{3.2}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

$M_{\text{portée}}$ est la masse supportée par chaque élément de découplage. Dans la situation présente, il s'agit simplement de la masse du tablier divisée par le nombre de piles :

$$M_{\text{portée}} = \frac{M_{\text{tablier}}}{n_{\text{piles}}} \tag{3.3}$$

Ce système résonnant est alors inclus dans le modèle comme une poutre traction-compression constituée d'un matériau de module de Young :

$$E = \frac{KL}{S} \tag{3.4}$$

Les autres paramètres des éléments de découplage (dimensions, masse volumique, et amortissement) sont fixés arbitrairement. Mis à part l'amortissement, ce sont toutefois des paramètres secondaires devant la raideur du matériau. Le tableau 3.3 liste les valeurs utilisées pour ces paramètres.

Hauteur L	0.1 m	Masse volumique ρ	1000 kg/m^3
Section S	0.5×0.5 m^2	Amortissement η	10 %

Table 3.3 – Dimensions et caractéristiques mécaniques des éléments de découplage tablier-piles ; l'amortissement est ajouté comme une partie imaginaire du module de Young du matériau $E^* = E(1 + j\eta)$.

L'introduction de ces éléments découplants dans le modèle de structure modifie son comportement modal. La figure 3.15 montre ainsi les fréquences des modes propres de structure 12 à 21 pour des fréquences de résonance des éléments découplants f_0 = 6.3 Hz, 10 Hz, et 16 Hz. Abaisser la fréquence f_0 déplace, dans cette bande de fréquences comprise entre 20 Hz et 60 Hz environ, les fréquences propres de la structure vers les basses fréquences. Cela a pour conséquence de regrouper certains modes de structure : par exemple, pour f_0 = 6.3 Hz, la structure présente un regroupement des modes 12 à 15 autour de 24-25 Hz. Il faut alors s'attendre à ce que la réponse de la structure soit amplifiée à cet endroit. En revanche, pour ces fréquences de découplage, le comportement modal du viaduc est peu ou pas modifié en dehors de cet intervalle de fréquences.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

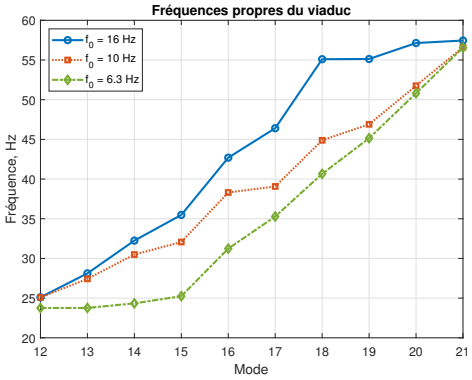


FIGURE 3.15 – Fréquences propres 12 à 21 du viaduc seul pour des éléments découplants résonnant aux fréquences f_0 = 6.3 Hz, 10 Hz, et 16 Hz.

Le modèle de structure ne possède pour l'instant pas de conditions limites aux extrémités du tablier. En l'état, elles sont donc libres de se déplacer verticalement sans contrainte passé le support des piles extérieures. Or, en raison des très grandes dimensions de la structure réelle, il est attendu que la vibration se propage à longue distance sans condition de retour vers le centre. Des terminaisons amortissantes sont donc ajoutées dans le modèle de structure pour reproduire cette extinction vibratoire à longue distance. Pour ce faire, l'amortissement du matériau est progressivement augmenté passé les piles extérieures pour atteindre une valeur finale η_{max}. Formellement, cela revient à modifier la partie imaginaire de la matrice de raideur de la poutre de flexion. Le calcul de la réponse harmonique de la structure seule permet alors de constater l'extinction du phénomène vibratoire aux extrémités du viaduc. Cette réponse est obtenue en appliquant des forces unitaires verticales décorrélées sur les éléments massiques ponctuels du tablier du viaduc. La figure 3.16 montre des cartographies du niveau de vitesse sur le tablier du viaduc en fonction de la fréquence sans et avec des terminaisons amortissantes η_{max} = 50 % (les dimensions du modèle de structure sont celles validées par la suite, voir le tableau 3.4). La présence des terminaisons amortissantes permet clairement de concentrer le phénomène vibratoire dans la partie centrale de la structure, entre les piles extérieures situées à ±32 m, sur l'ensemble de l'échelle de fréquences.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

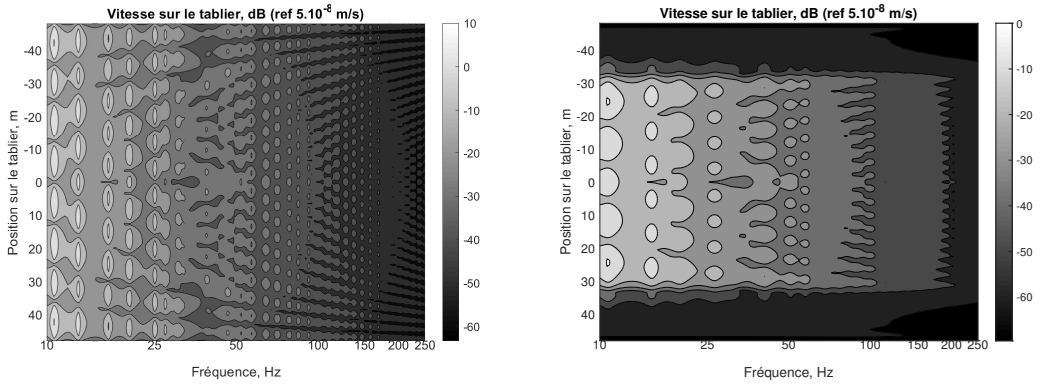


FIGURE 3.16 – Réponses harmoniques du tablier du viaduc seul sollicité sur son tablier par un ensemble de forces décorrélées. À gauche, sans terminaisons amortissantes ; à droite, avec des terminaisons amortissantes $\eta_{max} = 50$ %.

La figure 3.17 montre la réponse harmonique du tablier du viaduc seul dans la bande de tiers d'octave 80 Hz, pour une structure sans terminaisons amortissantes, et avec des terminaisons amortissantes $\eta_{max} = 10$ %, 25 %, et 50 %. L'extinction vibratoire aux extrémités du tablier est là aussi clairement visible. De plus, dans le cas de la structure sans terminaisons amortissantes, le phénomène de retour d'onde depuis les extrémités vers le centre entraîne une amplification du niveau aux extrémités passé ±32 m, ce qui est contraire au comportement attendu. Cela entraîne également une modification du profil de flexion : par exemple, à ±30 m la réponse harmonique de la structure non amortie présente un minimum local, alors que c'est un maximum local pour une structure aux extrémités suffisamment amorties. Il ne semble pas y avoir de modification significative de la réponse de la structure entre $\eta_{max} = 25$ % et $\eta_{max} = 50$ %. Par la suite, le viaduc inclut des terminaisons amortissantes $\eta_{max} = 25$ %.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

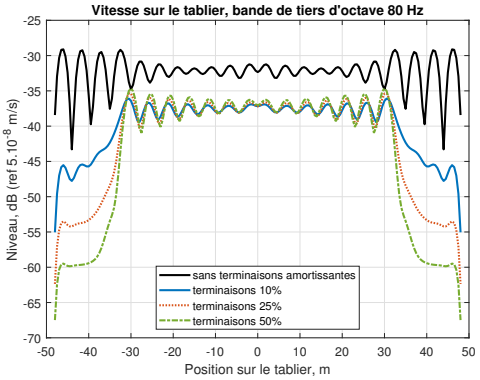


FIGURE 3.17 – Réponse harmonique du tablier du viaduc seul sollicité par un ensemble de forces décorrélées, dans la bande de tiers d'octave 80 Hz. Modèles de structure sans terminaisons amortissantes, et avec terminaisons amorties η_{max} = 10 %, 25 %, et 50 %.

Reste enfin à dimensionner le modèle de viaduc, c'est-à-dire à déterminer le nombre d'éléments massiques nécessaire à une modélisation correcte du comportement de la structure dans la bande de fréquences d'intérêt. À cette fin, les fréquences propres de la structure sont calculées pour un nombre de degrés de liberté croissant jusqu'à constater une stabilisation du comportement modal. Le tableau 3.4 liste les différents modèles testés et le nombre d'éléments massiques de flexion n_f, de traction-compression n_{tc}, et de l'élément de découplage n_{dec} correspondant. Le passage d'un modèle à l'autre entraîne une augmentation de 81 degrés de liberté pour la structure.

numéro de modèle	n_f	n_{tc}	n_{dec}	degrés de liberté
1	49	9	2	76
2	97	18	4	157
3	145	27	6	238
4	193	36	8	319
validation	193	27	2	274

TABLE 3.4 – Dimensions des différents modèles de viaduc testés, et le nombre de degrés de liberté correspondant.

L'analyse modale montre que le modèle de structure tend à converger vers le haut, c'est-à-dire que les fréquences propres augmentent avec le nombre de degrés de liberté de la structure et que les premières fréquences propres se sta-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

bilisent plus rapidement que les fréquences hautes. Par exemple, le mode 50 est trouvé à environ 271 Hz pour le premier modèle et à 338 Hz pour le quatrième modèle, soit un écart de près de 20 % entre les deux modèles. À titre de comparaison, la fréquence du mode 20 diffère d'environ 4.6 % entre ces deux modèles (49.4 Hz contre 51.8 Hz). Le modèle de structure se stabilise entre les modèles 3 et 4 : les 50 premières fréquences propres diffèrent alors d'environ 0.57 % en moyenne et le mode 50 se trouve à environ 336 Hz. La figure 3.18 présente une visualisation de la convergence du modèle en fonction du nombre de degrés de liberté sous la forme de la somme normalisée des 50 premières fréquences propres. Elle permet de constater que le comportement modal du modèle validé, à 274 degrés de liberté, est quasi identique au modèle 4 : les fréquences propres différent de 0.03 % en moyenne entre ces deux modèles.

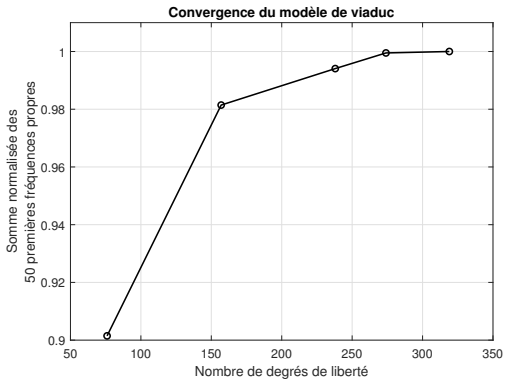


FIGURE 3.18 – Somme normalisée des 50 premières fréquences propres du viaduc en fonction du nombre de degrés de liberté.

3.2.2 Analyse du système sol-structure

Le système sol-structure est maintenant pris dans son ensemble. Le viaduc est placé à la surface du sol suivant l'axe x et centré dans le repère. La ligne de métro circulant sur le viaduc est simulée en appliquant une force unitaire verticale dirigée vers le bas sur chaque élément massique du tablier. Ces 193 sollicitations sont décorrélées. La figure 3.19 représente schématiquement, en vue de trois quarts, la situation modélisée.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

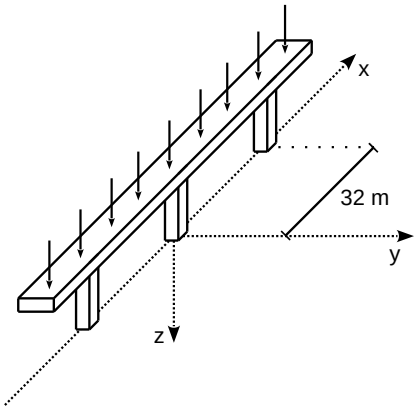


FIGURE 3.19 – Représentation schématique du système viaduc-sol.

Comme il est mentionné au début de ce chapitre en 3.1.1, l'accéléromètre relevant la vitesse sur le tablier du viaduc est placé légèrement en amont de la pile centrale. Son emplacement exact est difficile à déterminer car il a dû être installé de nuit pour des raisons de sécurité. Il ne paraît donc pas judicieux de comparer ce point de mesure avec la vitesse simulée en un point précis du tablier du viaduc. La vibration de structure est donc estimée par une moyenne des niveaux relevés sur 9 nœuds de structure consécutifs centrés aux trois quarts d'une section de tablier. Cela correspond à une longueur de tablier de 4 mètres décalée de 8 mètres par rapport à la pile centrale.

Bien que cette méthode d'estimation de la vitesse de structure naisse d'une contrainte, elle est cohérente avec l'objectif de reproduire et analyser le comportement global du système sol-structure. À cette fin, cette partie inclut une étude de l'influence des caractéristiques mécaniques de la structure les plus incertaines sur le comportement vibratoire du système. Ces paramètres sont la fréquence de résonance f_0 des éléments découplant le tablier des piles du viaduc, et l'épaisseur h du tablier. Une solution de minimisation du biais introduit par la non-prise en compte des fondations des piles de soutènement est également investiguée.

Le comportement vibratoire du système est étudié en terme de fonction de transfert entre la vitesse relevée sur la structure et la vitesse relevée au sol. Dans un premier temps, le point $(x, y) = (0, 11.8)$ m, correspondant à l'emplacement du capteur de mesure n°2, est choisi comme référence. En effet, il s'agit d'un point de mesure qui apparaît fiable car le bruit de fond y est réduit. De plus,

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

contrairement au capteur n°1 placé au pied de la pile centrale, il ne devrait pas être influencé par les effets de champ proche de la pile. Ce dernier point permet de le considérer comme *a priori* plus représentatif du champ vibratoire global.

Les conditions d'intégration sont les mêmes que celles utilisées jusqu'ici et listées en 2.1.3. Les simulations sont réalisées entre les bandes de tiers 10 Hz et 250 Hz, à raison de 10 fréquences discrètes de calcul par bande de tiers d'octave. Les résultats sont pour la plupart donnés comme les niveaux moyens de vitesse verticale dans ces bandes de fréquence.

Fréquence de découplage

La fréquence de découplage f_0 fait référence à la fréquence de résonance des systèmes de découplage entre le tablier et les piles du viaduc. Suivant la méthode de modélisation de ces éléments détaillée en 3.2.1, cette fréquence conditionne la raideur du système par le biais du module de Young du matériau associé à ces systèmes de découplage. La figure 3.15 permet de constater qu'abaisser la fréquence f_0 abaisse en retour la réponse modale du viaduc dans un intervalle de fréquences restreint. De plus, cela amène un regroupement des modes propres.

La figure 3.20 représente la fonction de transfert entre la vitesse simulée au sol, à l'emplacement du capteur n°2, et la vitesse simulée sur le tablier du viaduc. Elle permet de confirmer l'analyse modale effectuée sur le viaduc seul. En effet, abaisser la fréquence de découplage f_0 abaisse la fréquence de résonance du système sol-structure entier. La fréquence de résonance du système semble alors correspondre à la zone dans laquelle le regroupement modal est constaté. Par exemple, pour $f_0 = 6.3$ Hz, le regroupement modal se situe à 24-25 Hz et le système sol-structure voit son transfert maximum dans la bande de tiers d'octave 25 Hz.

Cela a pour conséquence que la décroissance de la fonction de transfert avec les hautes fréquences intervient plus tôt lorsque la fréquence de découplage est plus basse. Pour autant, l'allure de la décroissance est inchangée une fois passée la résonance du système. Les différences d'amplitude entre les situations simulées ici sont conséquentes en moyennes et hautes fréquences, comprises par exemple entre 5 dB et 10 dB à 100 Hz. En revanche, les différences d'amplitude sous la résonance du système sont faibles voire négligeables, de l'ordre du décibel entre les bandes de tiers d'octave 10 Hz et 20 Hz.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

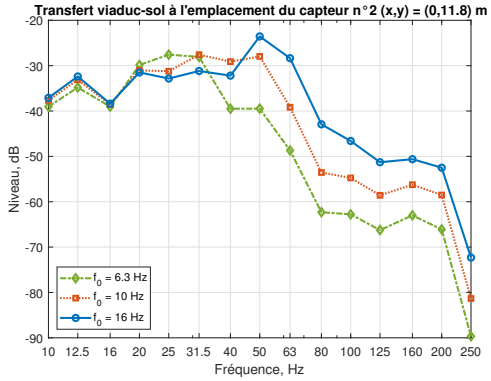


FIGURE 3.20 – Transfert viaduc-sol simulé à l'emplacement du point de mesure n°2 pour les fréquences de découplage f_0 = 6.3 Hz, 10 Hz, et 16 Hz.

La fréquence de découplage entre tablier et piles est donc un paramètre de premier ordre pour le transfert viaduc-sol. En effet, la fréquence f_0 conditionne l'intervalle de fréquences dans lequel le transfert est maximal et entraîne des différences d'amplitude importantes en moyennes et hautes fréquences.

Épaisseur du tablier

Le tablier du viaduc est approché par une poutre en flexion dans le modèle de structure adopté. Or, le comportement modal d'une telle poutre est fortement influencé par son épaisseur h. En effet, son moment de flexion I s'écrit alors (p est la largeur de la poutre) :

$$I = \frac{ph^3}{12} \tag{3.5}$$

Il vient donc que l'épaisseur du tablier doit être un paramètre de premier ordre pour le transfert vibratoire du tablier du viaduc vers le sol. Or c'est une quantité qu'il est difficile de mesurer *in situ* : l'épaisseur réelle de béton est masquée par les rails, les gaines d'équipement électrique, les voies d'accès, les barrières de protection. Elle est visuellement estimée être de l'ordre du mètre.

La figure 3.21 (gauche) représente les 35 premières fréquences propres du viaduc seul pour des épaisseurs de tablier h = 0.5 m, 1 m, et 2 m. La fréquence de découplage entre le tablier et les piles est f_0 = 10 Hz. Il est clair que l'épaisseur h influence fortement la réponse modale de la structure sur l'ensemble de

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

l'échelle fréquentielle. Les fréquences propres se déplacent vers les hautes fréquences lorsque l'épaisseur du tablier augmente. Ce décalage n'est pas constant mais grandit avec l'ordre du mode. Par exemple, le 30$^{\text{ème}}$ mode de structure se trouve à 65 Hz, 128 Hz, ou 201 Hz pour des épaisseurs de tablier de 0.5 m, 1 m, ou 2 m respectivement.

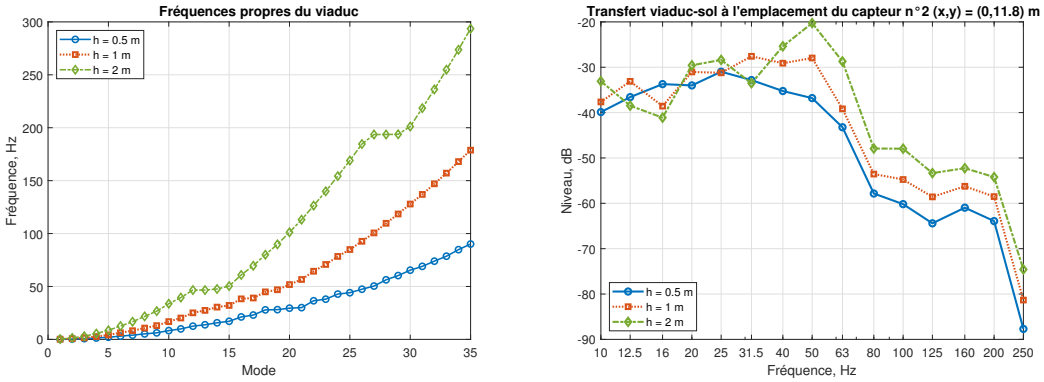


FIGURE 3.21 – Fréquences des 35 premiers modes propres de structure du viaduc seul (gauche) et transfert viaduc-sol simulé à l'emplacement du point de mesure n°2 (droite) pour des épaisseurs de tablier h = 0.5 m, 1 m, et 2 m.

La figure 3.21 (droite) montre la fonction de transfert entre sol et viaduc à l'emplacement du point de mesure n°2. En moyennes et hautes fréquences, passé 50 Hz, l'épaisseur du tablier semble principalement influencer l'amplitude du transfert : une épaisseur plus importante favorise le tranfert sans pour autant modifier l'allure générale de la réponse. En revanche, l'allure de la fonction de transfert est fortement influencée par h en basses fréquences. Ainsi, la réponse avec un tablier mince est relativement lisse et régulière, tandis qu'un épaississement du tablier conduit à une réponse avec des minima et des maxima plus marqués.

L'épaisseur du tablier est donc également un paramètre de premier ordre pour la réponse du système viaduc-sol. Elle influence grandement l'allure de la courbe de transfert en basses et moyennes fréquences, et principalement son amplitude en hautes fréquences. Dans l'exemple présenté, les différences par doublement d'épaisseur sont de l'ordre de 5 dB à 10 dB dans une bande de tiers d'octave donnée.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Piles alourdies

Une estimation du biais introduit par la non-prise en compte de la fondation d'une pile en traction-compression couplée au sol est proposée au paragraphe 2.4.4. Cette partie propose d'investiguer une méthode de mitigation de ce biais qui consiste à alourdir les piles du viaduc en ajoutant de la masse à leurs bases. Cela a pour conséquence de modifier la réponse modale du viaduc seul et le couplage entre le sol et la structure vibrante. La figure 3.22 (gauche) compare les réponses modales du viaduc entre les modes 30 et 40 lorsque ses piles sont alourdies. Des masses correspondant à un huitième, un quart, et à la moitié de la masse totale d'une pile sont reportées sur leurs trois premiers éléments massiques. L'ajout de masse tend à abaisser les fréquences propres dans cet intervalle de fréquences et à concentrer les modes propres plus bas en fréquence. Ainsi, le viaduc sans masse ajoutée à ses piles voit ses modes 36 à 38 concentrés autour de 188 Hz, tandis que lorsque la moitié de la masse d'une pile est rajoutée à sa base la structure voit ses modes 32 à 34 concentrés autour de 144 Hz. Dans la gamme de fréquences d'intérêt pour cette étude, la réponse modale du viaduc présente une phénomène similaire mais d'amplitude moins marqué entre les modes 10 et 20, aux environs de 25 Hz à 45 Hz.

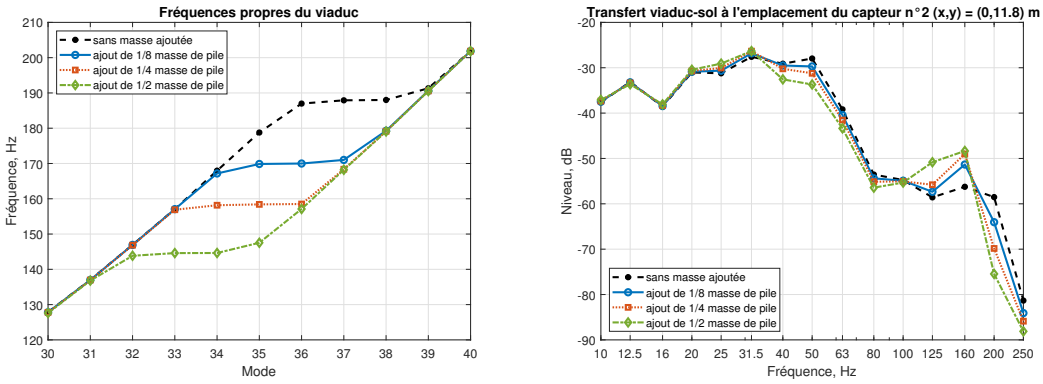


FIGURE 3.22 – Fréquences des modes propres 30 à 40 de structure du viaduc seul (gauche) et transfert viaduc-sol simulé à l'emplacement du point de mesure n°2 (droite) pour des masses reportées à la base des piles de soutènement correspondant au huitième, au quart, et à la moitié de la masse totale d'une pile.

La figure 3.22 (droite) montre l'effet de l'alourdissement des piles sur la fonction de transfert du viaduc vers le sol à l'emplacement du capteur n°2. La réponse en basses fréquences, jusqu'à 20 Hz dans cet exemple, est essen-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

tiellement inchangée. En moyennes fréquences, entre environ 31.5 Hz et 80 Hz, l'amplitude du transfert est réduite de quelques décibels par ajout de masse aux pieds des piles. Aux environs de 125 Hz à 160 Hz se produit un décalage important de la résonance du système vers le bas lorsque de la masse est ajoutée aux pieds des piles. Cet effet est cohérent avec le regroupement modal constaté précédemment.

Un ajout de masse à la base des piles du viaduc peut donc modifier substantiellement la réponse du système sol-structure, et ainsi potentiellement participer à réduire l'erreur due à l'impossibilité de prendre en compte les fondations souterraines dans le modèle d'interaction. Cela reste toutefois un artifice de modélisation qui ne saurait remplacer une prise en compte réelle des fondations de structure. Dans le cas traité ici, ce paramètre permet principalement de modifier le comportement du système en hautes fréquences, tandis que l'épaisseur du viaduc et la fréquence d'accord du système de découplage ne modifient pas le comportement modal du transfert dans cette gamme de fréquences.

3.2.3 Cartographie du champ vibratoire

Ce paragraphe débute par la comparaison du système sol-structure simulé à la mesure. L'étude paramétrique présentée au paragraphe précédent sert de guide afin d'ajuster au mieux les paramètres mécaniques de la structure. Les différences subsistant malgré tout sont soulignées. Le champ vibratoire global est ensuite étudié afin de dégager les principales caractéristiques de cette source vibratoire.

Validation du modèle de structure

L'objectif principal de ce travail de recalage du calcul sur la mesure est de parvenir à simuler une situation reproduisant de façon acceptable le comportement global du champ vibratoire évalué *in situ*. Pour ce faire, simulation et mesure sont comparées par l'intermédiaire de la fonction de transfert vibratoire du tablier du viaduc vers le sol, soit la vitesse verticale au sol à l'emplacement des points de mesure divisée par la vitesse verticale sur le viaduc. Cela permet de s'affranchir de la connaissance de la source : le passage de métro est simulé par un ensemble de 193 forces unitaires verticales décorrélées appliquées sur le tablier du viaduc

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Les jeux de mesure sont toujours scindés en départs et arrivées de métro. Les différences entre les transferts vibratoires dans ces situations sont toutefois relativement faibles. Cela permet de conforter l'idée que la méthodologie de mesure adoptée permet d'évaluer de façon adéquate le comportement global du système. De plus, cela confirme qu'il n'est *a priori* pas nécessaire de distinguer ces deux situations dans la simulation numérique.

L'emplacement du point de mesure n°2 est choisi comme référence pour le recalage. En effet, il est estimé qu'il s'agit d'un point de mesure fiable car il est peu perturbé par le bruit de fond vibratoire sur site, et représentatif du champ vibratoire. En particulier, cet emplacement n'est pas un lieu de forts effets de champ proche, contrairement au capteur n°1 situé au pied de la pile centrale du viaduc.

Le travail de recalage porte sur les caractéristiques de la structure étudiées auparavant par étude paramétrique : la fréquence de découplage f_0 entre tablier et piles, l'épaisseur du tablier h, et la masse ajoutée au pied des piles. À ces paramètres est ajouté l'amortissement η du matériau constituant les éléments de découplage. Le tableau 3.5 liste les valeurs de ces paramètres arrêtées par ce travail de recalage.

Fréquence de découplage f_0	10 Hz	Épaisseur h du tablier	1 m
Amortissement η du matériau isolant	8 %	Masse ajoutée	$1/10^{\text{ème}}$

Table 3.5 – Valeurs des paramètres de structure arrêtées après recalage simulation-mesure. La masse ajoutée est exprimée comme une fraction de la masse totale d'une pile de soutènement.

La figure 3.23 compare les fonctions de transfert mesurées et simulée à l'emplacement du capteur n°2. La correspondance entre simulation et mesure est jugée satisfaisante. En particulier, la simulation reproduit les fréquences de résonance du système dans les bandes de tiers d'octave 12.5 Hz et 31.5 Hz. Les écarts constatés en basses et moyennes fréquences, jusqu'à 63 Hz, restent raisonnables. Il convient ici de rappeler que lors du travail de caractérisation du sol par méthode MASW (paragraphe 3.1.2), des différences du même ordre de grandeur sont constatées entre mesure et simulation du sol libre. La correspondance simulation-mesure est plus difficile en hautes fréquences. Si l'allure générale de décroissance est respectée, des écarts substantiels apparaissent tou-

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

tefois notamment à 80 Hz et 160 Hz pour ce point de mesure. La méthode d'application de la sollicitation sur le tablier du viaduc, par un ensemble de forces décorrélées sur toute sa longueur, peut être questionnée. Une piste d'amélioration possible du modèle en hautes fréquences pourrait consister à appliquer la sollicitation uniquement sur une longueur caractéristique, par exemple la longueur de la rame de métro (ici environ 26 mètres).

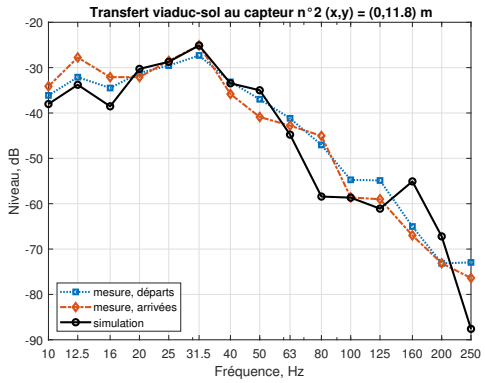


FIGURE 3.23 – Fonctions de transfert viaduc-sol mesurées et simulée à l'emplacement du point de mesure n°2.

La figure 3.24 montre les fonctions de transfert mesurées et simulées aux emplacements des points de mesure n°4 et n°5. Il s'agit des deux points de mesure situés à $x = 16$ m entre les piles centrale et basse du viaduc, distants du centre du tablier de 2.2 m et 7 m respectivement. Les transferts vibratoires sont globalement dans le bon ordre de grandeur, toutefois la simulation présente une résonance importante en moyennes fréquences, aux environs de 31.5-40 Hz, qui ne se retrouve pas sur la mesure. Comme il est montré dans le paragraphe suivant, cette zone entre deux piles du viaduc est le lieu de forts effets d'interférence entre les champs propagés depuis les pieds de ces deux piles. C'est une caractéristique forte du viaduc en tant que source vibratoire et donc potentiellement sensible aux conditions de mesure et de modélisation. En conséquence, cette ligne de mesure à $x = 16$ m caractérise la source vibratoire mais n'est pas nécessairement une bonne représentation du champ global.

Il faut également noter la remontée du niveau vibratoire mesuré à 250 Hz au point de mesure n°5, qui ne correspond pas à l'allure attendue de la fonction de transfert. Il pourrait s'agir d'un effet du fort bruit de fond ou bien d'une perturbation locale dans le sol.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

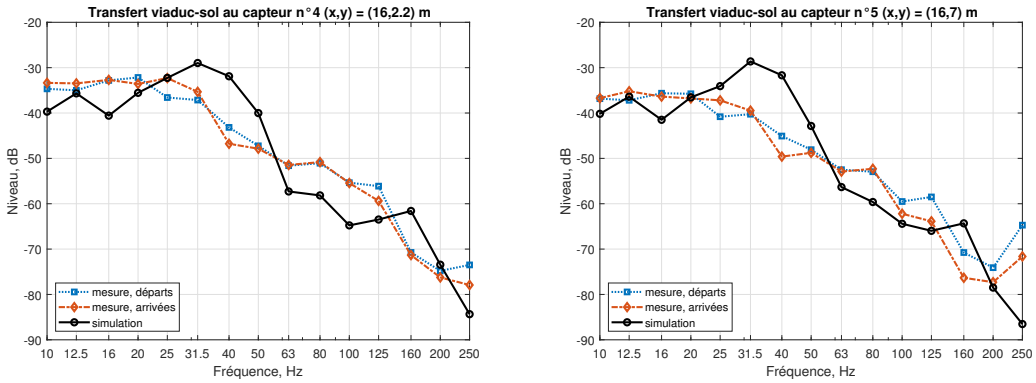


FIGURE 3.24 – Fonctions de transfert viaduc-sol mesurées et simulées aux emplacements des points de mesure n°4 (gauche) et n°5 (droite).

La figure 3.25 compare les transferts mesurés et simulés aux emplacements des points de mesure n°3 et n°6. Il s'agit des deux points de mesure les plus lointains, distants de 23.8 m du centre du viaduc et situés respectivement face à la pile centrale et à mi-chemin de la pile basse. Là aussi, la simulation permet de retrouver les bons ordres de grandeur des transferts vibratoires. En particulier, les résonances mesurées à 31.5 Hz et les décroissances qui s'ensuivent jusqu'à 63 Hz environ sont bien reproduites. Cependant, le transfert simulé sous-estime le transfert en basses fréquences autour de 16 Hz, et aux alentours de 125 Hz au point de mesure n°3.

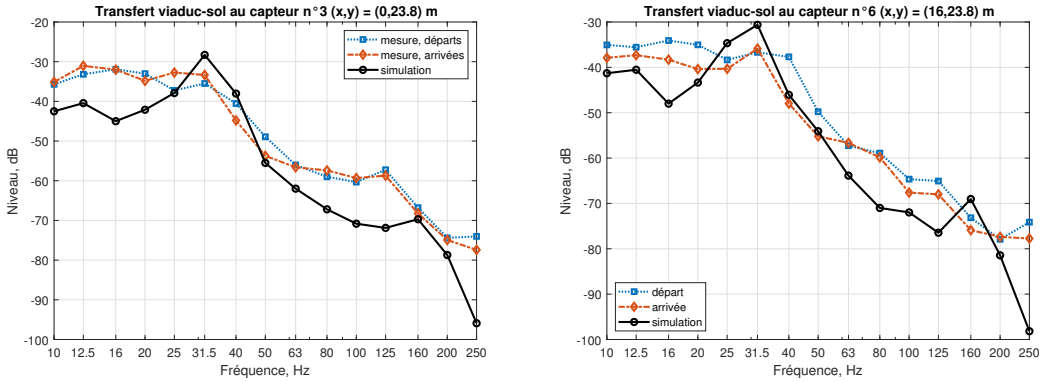


FIGURE 3.25 – Fonctions de transfert viaduc-sol mesurées et simulées aux emplacements des points de mesure n°3 (gauche) et n°6 (droite).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

La simulation ne permet pas de reproduire correctement le champ vibratoire mesuré proche de la pile centrale du viaduc. La figure 3.26 montre que la fonction de transfert simulée à l'emplacement du capteur n°1 présente des écarts conséquents avec la mesure. Le transfert vibratoire est grandement surestimé par la simulation, ce qui laisse supposer que le sol réel est bloqué par la fondation des piles du viaduc, phénomène que le modèle d'interaction ne permet pas de prendre en compte. En raison de ces effets de champ proche marqués, cet emplacement de mesure n'est pas représentatif du champ vibratoire global propagé en surface.

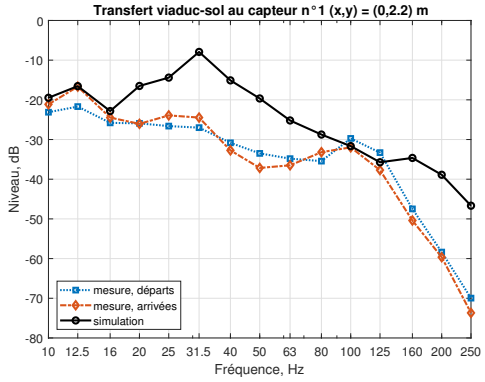


FIGURE 3.26 – Fonction de transfert viaduc-sol mesurée et simulée à l'emplacement du point de mesure n°1.

Il est utile de disposer d'un indicateur numérique moyen sur les points de mesure afin de quantifier la qualité de la reproduction du champ vibratoire réel par la simulation. L'objectif est de s'affranchir du caractère local des comparaisons présentées précédemment et d'identifier les intervalles fréquentiels posant problème. L'écart entre mesure et simulation est alors quantifié à l'aide de l'écart relatif moyen E entre les transferts vibratoires quadratiques mesurés $T^2_{\text{mesuré}}$ et simulés $T^2_{\text{simulé}}$, exprimé en décibels :

$$E = 10\log\left[\frac{1}{N}\sum_{N}\frac{|T^2_{\text{mesuré}} - T^2_{\text{simulé}}|}{T^2_{\text{mesuré}}}\right] \tag{3.6}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Cet indicateur est préféré à une simple différence de niveau car il ramène l'écart constaté au niveau mesuré. La différence de niveau conduit ici, par exemple, à magnifier les différences de niveau dans la bande de tiers d'octave 250 Hz alors que les niveaux y sont les plus faibles. À l'aide de l'écart relatif moyen, la qualité de la reproduction du champ vibratoire dans une bande de fréquences peut être jugée selon que l'écart entre simulation et mesure est grand ou petit devant le niveau vibratoire mesuré. Il permet donc d'identifier les bandes fréquentielles problématiques. Il faut toutefois noter que sa valeur en décibels ne correspond pas à une réalité physique au sens d'un niveau vibratoire.

L'indicateur peut s'interpréter de la façon suivante, en fonction de sa valeur (les qualités jointes entre parenthèses aux valeurs numériques sont définies arbitrairement).

— $E \simeq 0$ dB : l'écart entre les transferts quadratiques est du même ordre de grandeur que le carré du transfert mesuré ("écart acceptable").
— $E \simeq \pm 3$ dB : l'écart est environ le double/la moitié de la mesure ("grand écart" ou "petit écart").
— $E \simeq \pm 5$ dB : l'écart est environ le triple/le tiers de la mesure ("très grand écart" ou "très petit écart").
— $E \simeq \pm 10$ dB : l'écart est environ dix fois/le dixième de la mesure ("critique" ou "excellent").

Des valeurs négatives de E indiquent donc une concordance raisonnable entre simulation et mesure. La figure 3.27 représente cet indicateur moyen en noir et sur les points de mesure 2 à 6 en couleurs ; le point de mesure n°1 est ignoré dans le calcul de l'écart relatif moyen. Il est immédiatement apparent que les principales difficultés se situent aux alentours de 31.5-40 Hz et 160 Hz : les différences entre mesure et simulation sont ici "très grandes" voire "critiques" à 40 Hz. Or, comme il est montré plus haut, le comportement du système entre 31.5 Hz et 50 Hz environ est fortement affecté par la fréquence de découplage f_0 et par l'épaisseur du tablier h. Il est également notable que la dispersion de l'onde de Rayleigh présente un mode supérieur fortement énergétique à ces fréquences (voir la figure 3.7). De la même façon, la réponse du système autour de 160 Hz est notablement affectée par la masse ajoutée aux pieds des piles. La réponse du système est donc très sensible aux paramètres d'entrée aux alentours de 40 Hz et à 160 Hz : il s'ensuit une difficulté à faire correspondre correctement le modèle à la mesure à ces fréquences.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

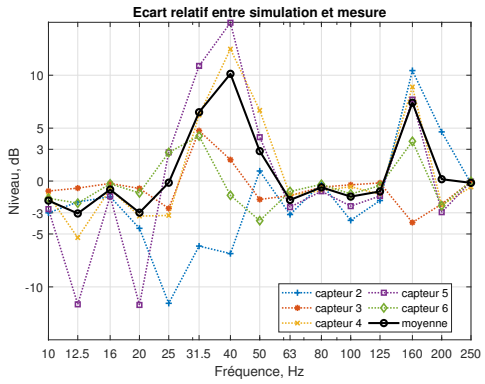


FIGURE 3.27 – Écart relatif entre mesure et simulation aux emplacements de mesure 2 à 6, et sa moyenne en noir.

En revanche, sur le reste de l'étendue fréquentielle, l'écart relatif se situe entre "raisonnable" et "petit", à l'exception de la fréquence 50 Hz où il vaut environ 3 dB. Ponctuellement, il peut descendre sous 10 dB aux capteurs 5 et 2. En raison du relativement faible coût numérique des calculs, il peut être envisageable d'utiliser cet indicateur au sein d'un problème d'optimisation relatif aux caractéristiques mécaniques du viaduc.

Le modèle d'interaction sol-structure développé ici reproduit donc de façon satisfaisante le comportement global du système sol-structure mesuré. C'est un résultat encourageant et qui n'est pas trivial en raison des écarts entre la situation réelle et les hypothèses de modélisation. Tout d'abord, le sol en milieu urbain ne correspond généralement pas à sa représentation comme un empilement de couches parallèles de matériaux homogènes. Cette hypothèse s'accorde en effet mieux à un sol naturel, formé par dépôt et consolidation progressive, qu'aux sols généralement rencontrés en ville. Ces derniers sont habituellement remblayés au gré des travaux de construction et de voirie environnants, et peuvent être percés d'égouts, de canalisations, ou de divers vides techniques. De même, la condition de surface libre n'est pas évidemment satisfaite, en raison des grandes masses statiques qui peuvent reposer sur le sol. Ces biais d'hypothèses sur le sol peuvent être constatés lors de la caractérisation de sol libre, ici réalisée par méthode MASW au paragraphe 3.1.2, et conduisent à des écarts locaux de niveau de l'ordre de 5 dB.

Il existe également des biais significatifs sur le modèle de structure vibrante. Le viaduc est approché par un modèle à deux dimensions composé de poutres

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

en traction-compression et d'une poutre en flexion, et ce modèle ignore nécessairement certains phénomènes vibratoires au sein de la structure. De plus ses dimensions, sa composition exacte, et les propriétés mécaniques précises de ses matériaux sont entachées d'incertitudes. Celles-ci peuvent être en partie mitigées à l'aide d'études paramétriques, en raison du relativement faible coût de calcul du modèle développé ici. Le modèle de couplage sol-structure apporte lui aussi un biais de par l'impossibilité de prendre en compte les fondations souterraines de structure. Ce biais est estimé dans une situation simple au paragraphe 2.4.4, mais la mesure au capteur n°1 montre bien que les effets de champ proche d'une pile avec fondation sont mal reproduits par la simulation.

Malgré ces nombreuses sources de biais entre le modèle et la simulation réelle, l'approche développée ici semble tout de même pertinente dans le cas étudié. Le champ vibratoire simulé présente en effet des tendances globales similaires au champ mesuré et les différences d'amplitude restent dans des ordres de grandeur acceptables.

Caractéristiques du champ vibratoire

Ce paragraphe propose d'utiliser le modèle de viaduc couplé au sol, recalé précédemment sur la mesure sur site pour dégager les caractéristiques principales du champ propagé au sol depuis le viaduc. Les résultats ne sont plus présentés en tant que transfert vibratoire du tablier vers le sol mais en tant que champ propagé. Il s'agit donc de la vitesse verticale v_z engendrée par la ligne source appliquée sur le tablier du viaduc.

La figure 3.28 présente des cartographies du champ de vitesse au sol dans les bandes de tiers d'octave 25 Hz et 50 Hz. Il est clair sur ces représentations que la pile centrale, située en bas à droite de ces figures, agit comme un lieu d'injection d'énergie vibratoire dans le sol. Le champ rayonné a une tendance au rayonnement circulaire à partir de la pile : il diffère donc en cela du champ engendré par une source ferroviaire classique, qui tend vers des fronts d'onde parallèles à la ligne source.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

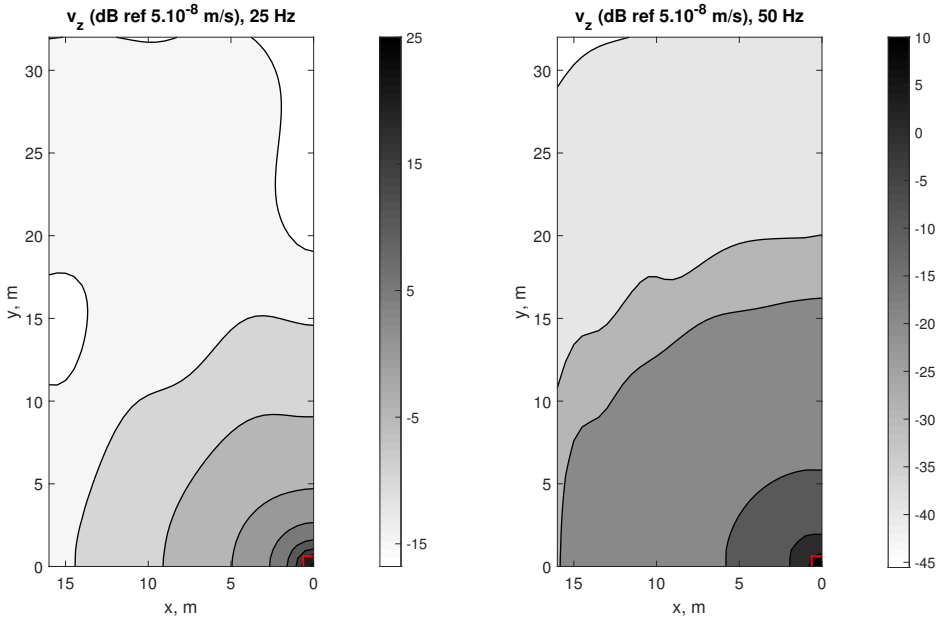


FIGURE 3.28 – Cartographies de la vitesse verticale engendrée par le viaduc à la surface du sol, dans les bandes de tiers d'octave 25 Hz (gauche) et 50 Hz (droite) ; la pile centrale du viaduc est en bas à droite de ces figures.

Les interférences dans le champ propagé entre les différentes piles du viaduc sont visibles sur ces cartographies. C'est particulièrement remarquable le long de la ligne $x = 16$ m, à mi-chemin entre la pile centrale et une pile extérieure. Dans la bande de tiers d'octave 50 Hz, l'interférence n'est pas constructive et cette ligne constitue donc un minimum de vibration. Le rayonnement à tendance circulaire à partir de la pile centrale est inhibé par les champs propagés à partir des piles voisines. En revanche, l'interaction est plus complexe dans la bande de tiers d'octave 25 Hz : la décroissance le long de la ligne $x = 16$ m n'est pas régulière et les maxima vibratoires ne se trouvent pas nécessairement face à la pile centrale (*i.e*, le long de la ligne $x = 0$ m).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

La figure 3.29 illustre ceci en présentant les décroissances du champ vibratoire le long des lignes $x = 0$ m et $x = 16$ m. La vitesse décroît rapidement face à la pile centrale, en particulier dans les premiers mètres. En revanche, entre les deux piles du viaduc, la vitesse reste relativement stable : elle fluctue d'environ 5 dB sur 32 mètres. À titre de comparaison, le champ propagé par la même ligne source constituée de 193 forces unitaires verticales décorrélées placée directement au sol est également représenté sur ce graphique. La décroissance vibratoire est bien moins rapide avec cette source et il est attendu que les fronts d'onde sont parallèles à la ligne source.

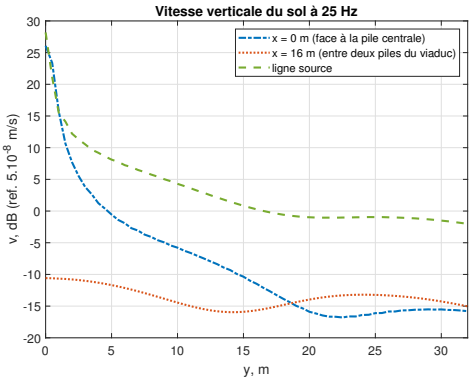


FIGURE 3.29 – Vitesses verticales au sol le long des lignes $x = 0$ m et $x = 16$ m, dans la bande de tiers d'octave 25 Hz ; en tirets verts, le niveau de vitesse engendré par la même ligne source placée à même le sol.

Enfin, la figure 3.30 montre une coupe de la situation modélisée le long du viaduc afin d'illustrer le transfert vibratoire au sein du système viaduc-sol. La vitesse verticale de la structure et dans les sept premiers mètres de sol autour de la pile centrale est représentée dans la bande de tiers d'octave 25 Hz. Le mouvement de flexion du tablier se traduit par une alternance de minima et de maxima de vibrations dans sa longueur. La jonction avec la pile centrale constitue un lieu de blocage, et la vitesse y est donc minimale. Le découplage entre le tablier et la pile de soutènement se traduit par une discontinuité de vitesse au support. Toutefois, à 25 Hz, le transfert vibratoire est relativement efficace et il n'y a donc pas d'atténuation notable du niveau lors de la descente du viaduc.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

La propagation vibratoire dans le sol se fait là aussi suivant un motif approximativement circulaire à proximité de la pile. Toutefois la propagation en surface est nettement favorisée par rapport à la propagation dans la profondeur. C'est un comportement attendu car l'onde de Rayleigh est la composante la plus énergétique du champ vibratoire dans le sol. Les interfaces entre les couches de sol, à 1.5 m et 4.5 m de profondeur, modèlent partiellement le motif de rayonnement vibratoire dans le sol bien qu'elles ne constituent pas des ruptures d'impédances très importantes.

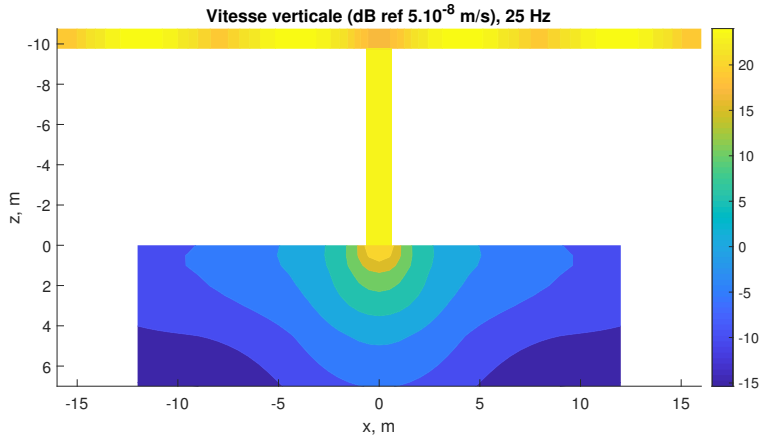


FIGURE 3.30 – Vitesse verticale du viaduc et dans les premiers mètres du sol, dans la bande de tiers d'octave 25 Hz ; coupe verticale le long de $y = 0$.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

CHAPITRE 4

Résolution du problème de sol dans le domaine temporel

Sommaire

4.1 Écriture et résolution numérique 144
4.1.1 Extension de la formulation 144
4.1.2 Propriétés de l'intégrale sur les pulsations 145
4.2 Confrontation à la mesure 153

Ce chapitre propose d'étendre la formulation du problème de sol libre du régime harmonique vers le domaine temporel. Le problème de sol libre en régime harmonique est écrit et résolu à la section 2.1. Le sol est maintenant sollicité par un signal temporel $g(t)$ et le calcul du déplacement en tout point du sol se fait par intégrations successives d'abord sur les nombres d'onde, puis sur la pulsation. L'écriture du problème est détaillée en 4.1.1, puis les propriétés de parité et de convergence de l'intégrale sur les pulsations sont étudiées en 4.1.2. Il y est montré qu'il est nécessaire que l'amortissement soit défini proportionnel à la pulsation pour respecter la causalité du problème.

Cette extension de la formulation au domaine temporel est ensuite confrontée, au paragraphe 4.2, à une mesure du champ d'accélération en surface par sollicitation à la masse d'impact. Les résultats sont satisfaisants et permettent ainsi d'ouvrir de nouvelles perspectives d'application du modèle de sol.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

4.1 Écriture et résolution numérique

4.1.1 Extension de la formulation

Les hypothèses de modélisation du sol sont inchangées. De plus, le sol est supposé libre, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de couplage entre sol et structure. Il est montré au chapitre 2 (équation 2.8) que le champ de déplacement du sol libre, à profondeur z et dans l'espace des nombres d'onde (k_x, k_y), peut s'écrire de façon générale à partir des réponses unitaires $N_{ij}(z; z_0)$. Celles-ci décrivent la réponse, à la profondeur z, de la composante directionnelle $i = x, y, z$ du sol à une contrainte unitaire $\tilde{\sigma}_{zj}(z_0)$, dirigée dans $j = x, y, z$ et se situant à la profondeur z_0. Le régime harmonique est implicite dans l'écriture des équations du chapitre 2 : par la suite, les quantités soulignées sont explicitement dans l'espace des pulsations ω, c'est-à-dire qu'il s'agit de quantités temporelles ayant subi une transformation de Fourier. Le tilde traduit toujours que les quantités sont exprimées dans l'espace des nombres d'onde (k_x, k_y).

$$\underline{\tilde{u}}_i(z) = \sum_j N_{ij}(z; z_0)\underline{\tilde{\sigma}}_{zj}(z_0) \tag{4.1}$$

La contrainte est toujours supposée uniformément répartie sur la surface sur laquelle elle s'applique. Elle peut se décomposer comme le produit de son amplitude par les fonctions $H(k_x, k_y)$ et $G(\omega)$, transformées de Fourier de la fonction de répartition spatiale $h(x, y)$ et de la sollicitation temporelle $g(t)$.

$$\underline{\tilde{\sigma}}_{zj}(z_0) = \sigma_{zj} H(k_x, k_y) G(\omega) \tag{4.2}$$

Pour une contrainte appliquée sur une surface rectangulaire, l'allure de la fonction $H(k_x, k_y)$ est illustrée au chapitre 2, figure 2.4. Pour les applications considérées ici, le signal temporel $g(t)$ est une fonction de type porte, c'est-à-dire à durée d'ouverture limitée et symétrique par rapport à son maximal. L'annexe F liste quelques signaux temporels analytiques susceptibles de reproduire adéquatement une sollicitation du sol par une quasi-impulsion. Les expressions de leurs spectres $G(\omega)$ sont également données dans cette annexe. Le déplacement temporel en tout point du sol peut donc être déterminé par transformation de Fourier inverse, soit de façon générale (les dépendances des fonctions sont omises) :

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

$$u_i(x,y,z,t) = \sum_j \sigma_{zj} \mathrm{TF}^{-1}\left[N_{ij} HG\right] \tag{4.3}$$

Les transformées de Fourier sur les nombres d'onde et sur la pulsation peuvent être séparées. Le déplacement s'obtient alors en calculant :

$$u_i(x,y,z,t) = \\ \frac{1}{8\pi^3} \sum_j \sigma_{zj} \int_\omega \left[\iint_{k_x,k_y} N_{ij}(z;z_0) H(k_x,k_y) e^{\mathrm{j}(k_x x + k_y y)} \mathrm{d}k_x \mathrm{d}k_y \right] G(\omega) e^{\mathrm{j}\omega t} \mathrm{d}\omega \tag{4.4}$$

Dans l'équation 4.4, il est sous-entendu que les fonctions $N_{ij}(z;z_0)$ dépendent des nombres d'onde (k_x, k_y) et sont calculées numériquement pour chaque pulsation ω. Par la suite, à fin de comparaison avec des données mesurées lors d'une mesure de caractérisation de sol par méthode MASW, le champ vertical à la surface $z = 0$ est calculé pour une sollicitation à la surface du sol $z_0 = 0$ et entièrement verticale. Dans ce cas, l'équation 4.4 se ramène à :

$$u_z(x,y,0,t) = \\ \frac{F_z}{8S\pi^3} \int_\omega \left[\iint_{k_x,k_y} N_{zz}(k_x,k_y;\omega) H(k_x,k_y) e^{\mathrm{j}(k_x x + k_y y)} \mathrm{d}k_x \mathrm{d}k_y \right] G(\omega) e^{\mathrm{j}\omega t} \mathrm{d}\omega \tag{4.5}$$

4.1.2 Propriétés de l'intégrale sur les pulsations

L'intégration sur les nombres d'onde est étudiée au paragraphe 2.1.2 : il y est montré qu'elle converge bien avec les grandes valeurs du nombre d'onde, et les propriétés de parité des termes $N_{ij}(k_x, k_y)$ sont dégagées afin de réduire le coût numérique du calcul. Afin de s'assurer que le calcul du champ de déplacement du sol est possible, il est nécessaire d'étudier la convergence de l'intégration sur les pulsations ω. Cette étude est réalisée en procédant dans un premier temps par analogie avec la réponse temporelle d'un système masse-ressort, puis en vérifiant numériquement les enseignements qui en sont tirés.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Soit un système masse-ressort amorti simple répondant à une fonction temporelle $g(t)$, tel que représenté sur la figure 4.1. L'équation du mouvement $u(t)$ de la masse M est :

$$M\ddot{u}(t) + Ku(t) = g(t) \tag{4.6}$$

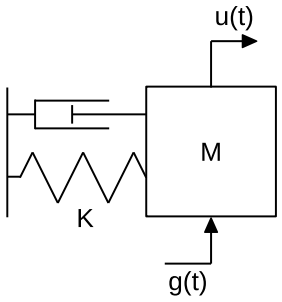


Figure 4.1 – Un système oscillant masse-ressort amorti simple.

La réponse impulsionnelle $X(\omega)$ de ce système est obtenue lorsqu'il est sollicité par une fonction de Diract $g(t) = \delta(t)$. Elle s'écrit :

$$X(\omega) = \frac{1}{K - \omega^2 M} \tag{4.7}$$

Le déplacement en réponse à une sollicitation temporelle quelconque est le produit de convolution de la réponse impulsionnelle $x(t)$ par la fonction de sollicitation $g(t)$, ou de façon équivalente la transformée de Fourier inverse du produit de $X(\omega)$ par $G(\omega)$:

$$u(t) = x(t) * g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega} X(\omega) G(\omega) e^{\mathrm{j}\omega t} \mathrm{d}\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega} Y(\omega) \mathrm{d}\omega \tag{4.8}$$

Les signaux temporels d'intérêt pour l'application ici considérée sont des signaux de type porte, c'est-à-dire des signaux à durée d'ouverture limitée et symétriques par rapport à leurs demi-périodes. Ces signaux ont des spectres qui se comportent de façon similaire à des fonctions sinus cardinal : ils sont réels lorsque le signal est centré sur $t = 0$, symétriques par rapport à $\omega = 0$, et se composent de lobes à amplitudes décroissantes. L'annexe F donne quatre exemples de ce type de signaux.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

En l'absence d'amortissement dans le système, la réponse impulsionnelle $X(\omega)$ est une quantité réelle et paire sur l'espace des pulsations. De plus, elle tend vers 0 pour les grandes valeurs absolues de ω. En appliquant la formule d'Euler au terme exponentiel dans l'équation 4.8, il vient que l'intégrande $Y(\omega)$ est donc à partie réelle paire sur ω et à partie imaginaire impaire sur ω. L'intégrale peut donc être évaluée en ne considérant que les pulsations positives et la partie réelle de l'intégrande :

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega} Y(\omega) \mathrm{d}\omega = 2 \times \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\omega_{max}} \mathrm{Re}\left[Y(\omega)\right] \mathrm{d}\omega \tag{4.9}$$

La limite de l'espace d'intégration ω_{max} doit être choisie judicieusement afin de garantir une évaluation précise de l'intégrale. Le déplacement $u(t)$ est donc une quantité réelle, ce qui est attendu au vu de la physique du problème.

L'amortissement est maintenant introduit dans le problème comme une partie imaginaire constante sur la raideur K :

$$K^* = K\left(1 + \mathrm{j}\eta\right) \tag{4.10}$$

La réponse impulsionnelle s'en trouve donc modifiée :

$$X(\omega) = \frac{1}{K - \omega^2 M + \mathrm{j}K\eta} \tag{4.11}$$

$X(\omega)$ est donc désormais une quantité complexe, dont les parties réelle et imaginaire sont toutes deux paires sur ω. L'intégrande $Y(\omega)$ ne possède alors plus de propriétés de parité et l'intégrale sur les pulsations ne peut plus être ramenée sur sa partie positive uniquement. Le déplacement $u(t)$ possède alors une partie réelle et une partie imaginaire, ce qui n'est pas attendu. Afin de respecter la causalité du problème, l'amortissement doit être introduit comme un terme proportionnel à la pulsation :

$$\eta = \omega\beta \longrightarrow K^* = K\left(1 + \mathrm{j}\omega\beta\right) \tag{4.12}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

La réponse impulsionnelle est alors à partie réelle paire et à partie imaginaire impaire sur ω, ce qui permet de retrouver un déplacement $u(t)$ réel. Ce travail sur un système masse-ressort simple indique donc que l'amortissement doit être introduit dans le problème de sol comme un facteur proportionnel à la pulsation ω. Afin de pouvoir procéder par analogie, l'équation 4.5 qui donne le déplacement temporel du sol est écrite :

$$u_z(x,y,0,t) = \frac{F_z}{8S\pi^3} \int_{\omega} X(\omega)G(\omega)e^{\mathrm{j}\omega t}\mathrm{d}\omega = \frac{F_z}{8S\pi^3} \int_{\omega} Y(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{4.13}$$

$X(\omega)$ est l'intégrale sur les nombres d'onde dont la convergence est vérifiée au chapitre 2. Elle correspond donc, par analogie, à la réponse impulsionnelle du système à une pulsation ω donnée :

$$X(\omega) = \iint_{k_x,k_y} N_{zz}(k_x,k_y;\omega)H(k_x,k_y)e^{\mathrm{j}\left(k_x x+k_y y\right)}\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y \tag{4.14}$$

La fonction de répartition spatiale de la contrainte de surface décrit un rectangle dans (x,y), sa transformée de Fourier à deux dimensions $H(k_x,k_y)$ est donc rélle et correspond à un produit de fonctions sinus cardinal indépendant de la pulsation ω, comme écrit en équation 2.11. Les propriétés de parité de la réponse impulsionnelle $X(\omega)$ sur la pulsation sont donc entièrement dictées par les propriétés de parité des fonctions $N_{ij}(k_x,k_y;\omega)$. Afin de satisfaire une juste évaluation de l'intégrale donnant le déplacement temporel $u(t)$, celles-ci doivent présenter des propriétés opposées sur leurs parties réelles et imaginaires.

En l'absence d'expressions explicites pour les fonctions $N_{ij}(k_x,k_y;\omega)$ dans le cas général, leurs propriétés de parité peuvent être étudiées par calcul numérique. Ainsi, pour le sol homogène dont les propriétés mécaniques sont listées dans le tableau 2.2 et avec un amortissement η constant, la figure 4.2 représente les parties réelle (gauche) et imaginaire (droite) des termes $N_{iz}(\omega)$ à k_x = 1.15 rad/m et k_y = 0.35 rad/m pour les pulsations allant de -1000 rad/s à 1000 rad/s. Ces fonctions sont paires sur la pulsation, ce qui confirme qu'introduire l'amortissement par un terme indépendant de ω ne permet pas la résolution du problème.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

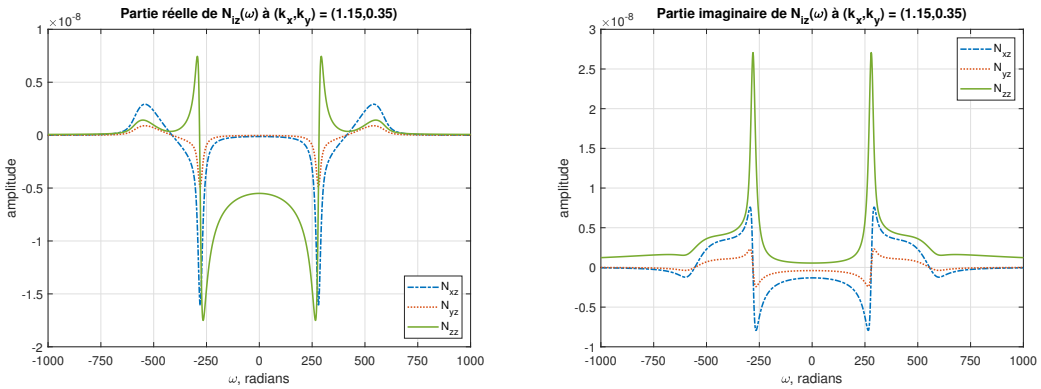


FIGURE 4.2 – Parties réelles (gauche) et imaginaires (droite) des fonctions $N_{iz}(\omega)$ à $(k_x, k_y) = (1.15, 0.35)$ rad/m, pour un amortissement constant.

L'amortissement est maintenant introduit par le terme $\beta = \dfrac{\eta}{2\pi \times 50}$: la figure 4.3 représente les termes $N_{iz}(\omega)$ dans les mêmes conditions de calcul avec cet amortissement dépendant de la fréquence. La partie réelle est maintenant impaire tandis que la partie imaginaire est paire sur la pulsation.

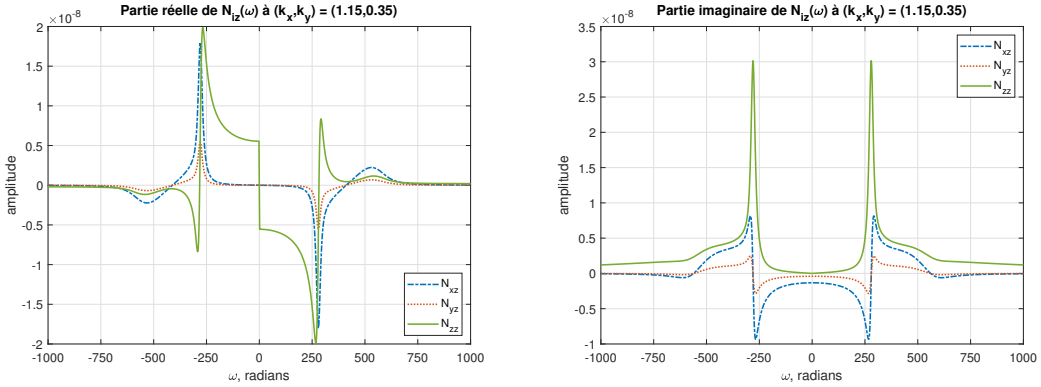


FIGURE 4.3 – Parties réelles (gauche) et imaginaires (droite) des fonctions $N_{iz}(\omega)$ à $(k_x, k_y) = (1.15, 0.35)$ rad/m, amortissement proportionnel à la pulsation.

Le calcul du déplacement de sol peut donc se ramener à l'intégration de la partie imaginaire de la fonction $Y(\omega)$ sur la partie positive de l'échelle de fréquences :

$$u_z(x, y, 0, t) = 2 \times \frac{F_z}{8S\pi^3} \int_0^{\omega_{max}} \mathrm{Im}\left[Y(\omega)\right] \mathrm{d}\omega \tag{4.15}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Il est intéressant de noter le changement de comportement des trois fonctions $N_{iz}(\omega)$ peu après 250 rad/s. La valeur précise pour laquelle ces changements sont constatés intervient lorsque le nombre d'onde auquel est effectué le calcul correspond au nombre d'onde de l'onde de Rayleigh, soit à la pulsation :

$$\omega = V_r \times \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \simeq 280 \text{ rad/s} \tag{4.16}$$

La figure 4.4 montre les parties réelles et imaginaires des termes $N_{iz}(\omega)$ aux alentours de cette pulsation particulière, avec en superposition la ligne correspondant à $\omega = 280$ rad/s. Les parties réelles et imaginaires de ces trois fonctions changent bien de comportement à cette pulsation. Cette propriété des termes de sol $N_{iz}(\omega)$ peut être rapprochée du problème de rayonnement acoustique du piston plan bafflé dans un fluide, détaillé dans l'annexe A. En effet, dans ce problème, l'espace des nombres d'onde est scindé entre une partie propagative proche de son centre et une partie non propagative. Le nombre d'onde acoustique $k = \dfrac{\omega}{c}$ constitue la frontière entre ces deux domaines. Toutefois, dans le cas du problème de sol, la partie de l'espace des nombres d'onde supérieure au nombre d'onde de Rayleigh ne constitue pas un domaine non propagatif, et doit donc être prise en compte dans l'évaluation de l'intégrale. Ce comportement des fonctions N_{ij} a déjà pu être constaté au paragraphe 2.1.2.

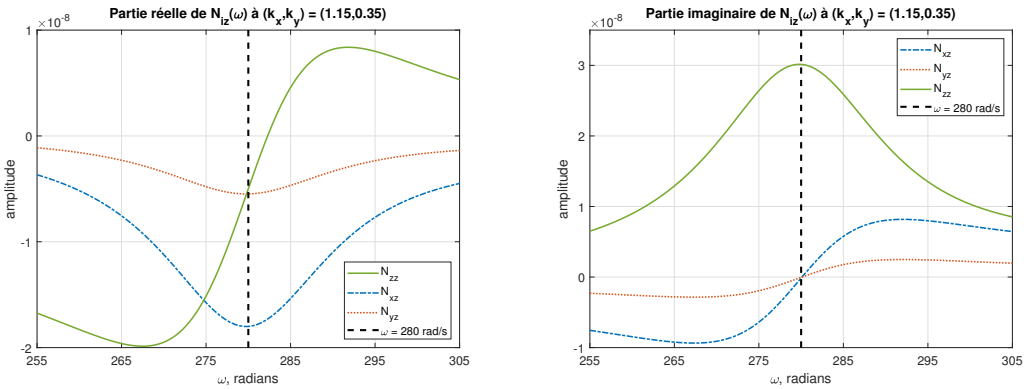


FIGURE 4.4 – Détail des parties réelles (gauche) et imaginaires (droite) des fonctions $N_{iz}(\omega)$ aux alentours de la pulsation correspondant au nombre d'onde de Rayleigh k_r.

Comme écrit à l'équation 4.15, l'espace des pulsations sur lequel l'intégrale est évaluée numériquement est tronqué par sa valeur maximale ω_{max}. Celle-ci dépend en grande partie de la physique du problème. En effet, en raison

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

de l'amortissement important des matériaux composant le sol, les hautes fréquences s'atténuent fortement avec la distance à la source. Il convient toutefois de s'assurer que l'intégration converge effectivement sur un tel espace. Là aussi, il est nécessaire de passer par des moyens de calcul numérique pour étudier la convergence de l'intégrale.

Soit le sol homogène décrit dans le tableau 2.2, sollicité en surface par une contrainte verticale unitaire appliquée sur une surface carrée de 0.5 m de côté, selon un signal temporel porte de largeur $T = 5$ ms. Le point de calcul est placé à la surface du sol, à 10 mètres de distance en diagonale du centre de la source, et au temps d'arrivée de l'onde de cisaillement à ce point $t = \frac{10}{250} = 0.04$ s. L'intégrale sur les nombres d'onde est réalisée suivant les conditions définies au paragraphe 2.1.3 et entre les fréquences 0.5 Hz et 280 Hz, par pas de 0.5 Hz. Une valeur maximale de k_{max} est définie en basses fréquences, sans quoi l'espace des nombres d'onde tend vers une taille infinie lorsque la fréquence tend vers 0. Ce plateau correspond à l'espace des nombres d'onde défini par la condition $k_{max} = \frac{150}{f}$ à $f = 7$ Hz.

La figure 4.5 présente les amplitudes normalisées des composantes verticale (gauche) et latérale (droite) des intégrales $\int Y(\omega)\mathrm{d}\omega$ en fonction de la taille de l'espace d'intégration sur les pulsations ω_{max}. Ces amplitudes sont calculées pour trois valeurs du terme d'amortissement β. La convergence de l'intégrale est illustrée par la stabilisation de ces amplitudes lorsque la pulsation ω_{max} croît : passée une suffisamment grande valeur de la pulsation, le résultat du calcul numérique du déplacement de sol ne change plus significativement. Ces figures montrent également que la convergence est plus rapide lorsque le terme d'amortissement β est grand. En effet, les hautes fréquences s'atténuent plus rapidement à une distance de calcul donnée lorsque β est grand. L'espace d'intégration peut alors être tronqué par une plus petite valeur ω_{max}.

Les intégrales sur les pulsations convergent donc correctement une fois un modèle d'amortissement proportionnel à la pulsation adopté, ce qui permet de tronquer l'espace des pulsations par une valeur maximale ω_{max}. Cette convergence est d'autant plus rapide que l'amortissement du milieu croît rapidement avec la fréquence.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

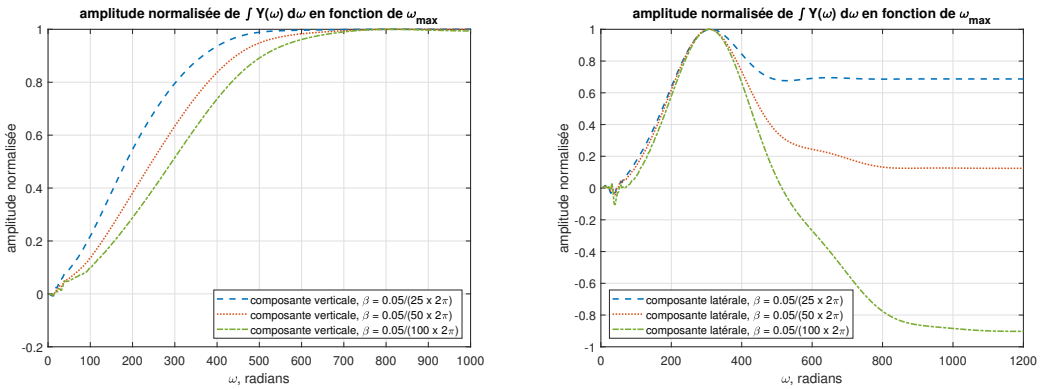


FIGURE 4.5 – Amplitudes normalisées des composantes verticale (gauche) et latérale (droite) de l'intégrale $\int Y(\omega)\mathrm{d}\omega$ en fonction de la taille de l'espace des pulsations ω_{max} et pour trois valeurs de β.

La qualité de l'intégration numérique peut être vérifiée en calculant le déplacement du sol directement sous le lieu d'application de la contrainte. La figure 4.6 montre le résultat de ce calcul réalisé sur un pas temporel de 10 μs ; l'intégration est réalisée par pas de 0.5 Hz jusqu'à 560 Hz.

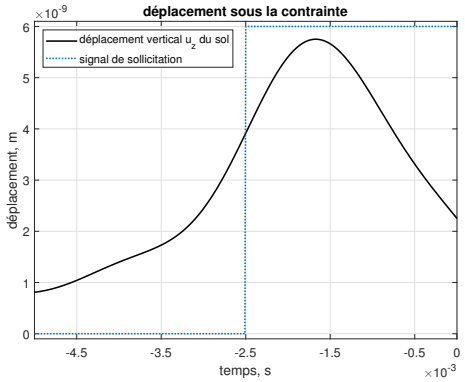


FIGURE 4.6 – Déplacement vertical du sol au lieu d'application de la contrainte. Le signal de sollicitation est superposé avec une amplitude arbitraire.

Il est attendu que le déplacement du sol est nul avant l'application de la contrainte, ici donc pour tout temps inférieur à -2.5 ms, afin de respecter la causalité du problème. Ce n'est cependant pas strictement le cas ici, même si le déplacement tend bien vers 0 avant l'ouverture de la porte. C'est le résidu numérique dû au fait que l'évaluation d'une intégrale par des moyens numériques est nécessairement imparfaite. De plus, le sol réagit à l'ouverture du signal porte

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

avec un retard numérique correspondant à l'inverse de la fréquence de coupure haute de l'intégrale, alors qu'il est idéalement attendu une réponse immédiate à la sollicitation.

4.2 Confrontation à la mesure

Cette section propose une validation de la résolution du modèle de sol dans le domaine temporel en confrontant la simulation à la mesure. Les signaux temporels d'accélération verticale mesurés lors de la caractérisation de sol sur le site de Toulouse Jolimont (voir le chapitre 3) servent de référence pour cette comparaison.

L'utilisation d'une masse d'impact instrumentée lors de la mesure permet l'acquisition des signaux temporels de force appliquée à la surface du sol. La moyenne de ces signaux sert de référence pour déterminer l'allure du signal de sollicitation $g(t)$ à utiliser pour la simulation. Le choix se porte sur un signal de type cosinus positif (ce type de signal est détaillé en annexe F) de longueur $T = 5.9$ ms. Cette durée est obtenue en égalant l'énergie théorique $E = \frac{3T}{8}$ de ce signal à l'aire sous la courbe, calculée numériquement, du signal de force normalisé. La figure 4.7 montre une comparaison entre la fonction $g(t)$ ainsi déterminée et l'amplitude du signal de force moyen mesuré.

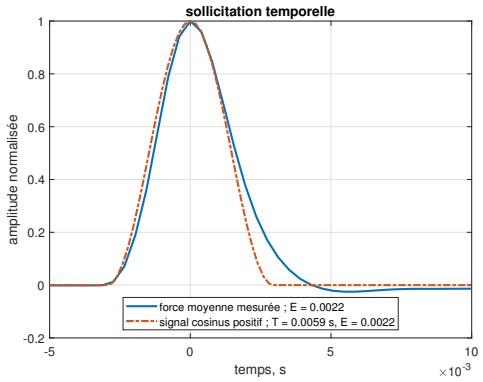


FIGURE 4.7 – Comparaison entre l'amplitude normalisée du signal de force moyen mesuré et le signal de sollicitation temporel $g(t)$ de même énergie.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

L'allure du signal $g(t)$ correspond de façon satisfaisante au signal de force mesuré, en particulier sur sa partie montante. Le signal mesuré n'est cependant pas symétrique par rapport à son maximum : sa deuxième moitié (sa partie descendante) est plus longue que sa première moitié (sa partie montante) et présente même une amplitude légèrement négative par endroits. Il est supposé que ce comportement est dû à l'élasticité de l'embout d'impact fixé à l'extrémité de la masse instrumentée.

Les propriétés mécaniques du sol sont listées dans le tableau 3.1. Toutefois, celles-ci sont déterminées pour un modèle d'amortissement entré comme une partie imaginaire constante des célérités de propagation. Comme montré précédemment, la formulation temporelle requiert l'utilisation d'un modèle d'amortissement proportionnel à la pulsation. Ce paramètre d'amortissement β est relié à l'amortissement constant η par :

$$\beta = \frac{\eta}{2\pi f_0} \tag{4.17}$$

f_0 est la fréquence de correspondance entre les deux définitions. Elle est déterminée en comparant les décroissances spatiales des signaux mesurés et simulés. La décroissance mesurée est obtenue en normalisant, à chaque distance de mesure, l'amplitude maximale de la valeur absolue de l'accélération par l'amplitude maximale de la force. La décroissance simulée est obtenue en relevant le maximum d'accélération à chaque distance pour une force injectée $F_z = 1$ N sur une surface 0.25×0.25 m^2. L'intégration sur les pulsations est réalisée par pas de 0.25 Hz jusqu'à 280 Hz, soit la limite supérieure de la bande de tiers 250 Hz. La figure 4.8 (gauche) compare ces décroissances spatiales et permet de constater que plus la fréquence f_0 est petite, plus la décroissance est rapide. En effet, abaisser f_0 revient à augmenter l'amortissement à une fréquence donnée.

La fréquence f_0 la mieux adaptée est déterminée en calculant l'écart relatif moyen entre les amplitudes maximales A mesurées et simulées sur N emplacements de mesure :

$$\text{écart relatif moyen} = \frac{1}{N} \sum_{N} \frac{|A_{\text{mesurée}} - A_{\text{simulée}}|}{A_{\text{mesurée}}} \tag{4.18}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

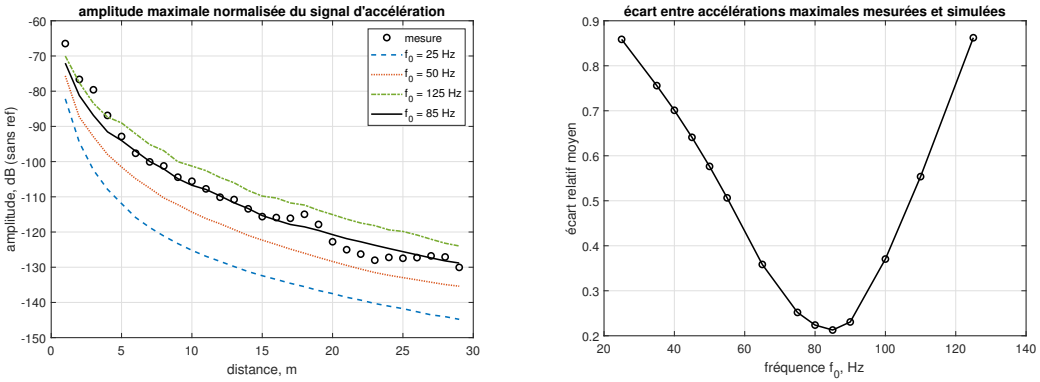


FIGURE 4.8 – Comparaison des décroissances spatiales mesurées et simulées (gauche), et écart relatif moyen entre simulation et mesure en fonction de la fréquence de correspondance f_0 (droite).

Cette définition de la distance entre les deux jeux de données est préférée à une estimation par méthode des moindres carrés. En effet, dans la situation présente la méthode des moindres carrés tend à donner plus de poids aux valeurs à courte distance de mesure, comme leurs amplitudes sont plus importantes. Au contraire, l'écart relatif donne des poids semblables à toutes les valeurs indépendamment de leurs amplitudes. Cette définition est donc préférable ici afin de reproduire correctement l'allure globale de décroissance spatiale. La figure 4.8 (droite) montre l'écart relatif moyen en fonction de la fréquence de correspondance f_0 : parmi les valeurs testées avec une discrimination minimale de 5 Hz, cet écart présente un minimum pour $f_0 = 85$ Hz. L'allure de décroissance du maximum d'accélération simulée est alors très semblable à la mesure, comme montré sur la figure 4.8 (gauche).

La figure 4.9 compare les allures des signaux d'accélération mesurés et simulés à 5 mètres et à 25 mètres de la source. Le calcul est réalisé tous les 10 μs et les amplitudes des signaux sont normalisées. Les signaux simulés correspondent de façon satisfaisante à la mesure à ces deux distances. En particulier à 5 mètres de la source, le signal simulé est essentiellement identique à la mesure sur la première moitié de la durée du paquet d'onde (jusqu'à 0.13 s environ). Il présente ensuite une extinction rapide tandis que la mesure montre encore quelques oscillations. Une explication possible à cette différence de comportement est le fait que le sol réel est recouvert d'une couche de bitume en surface. Or, une telle couche mince très raide favorise la propagation des hautes fréquences à courte distance en agissant essentiellement comme un guide pour ces

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

plus petites longueurs d'onde. En revanche, le modèle d'amortissement adopté conduit nécessairement à une atténuation rapide des hautes fréquences.

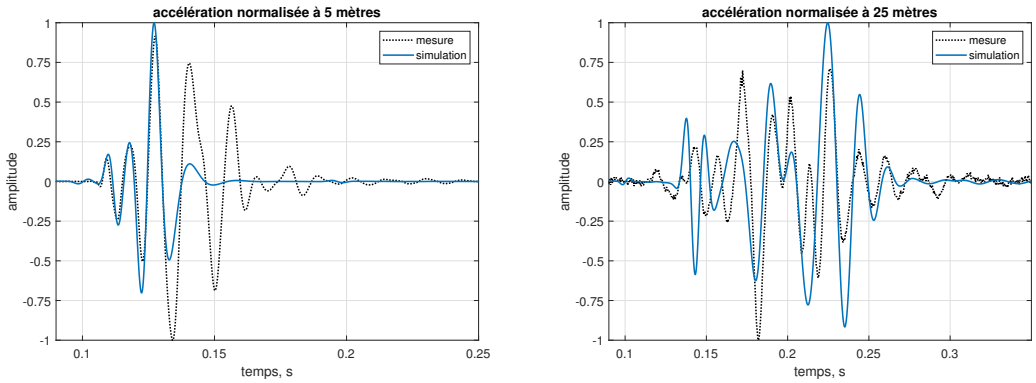


FIGURE 4.9 – Signaux d'accélération normalisés mesurés et simulés à 5 mètres (gauche) et 25 mètres (droite).

La comparaison mesure-simulation est moins favorable à 25 mètres, mais les deux paquets d'onde sont tout de même d'allures semblables. Cette fois, c'est sur la deuxième moitié de la longueur du paquet que la correspondance est la meilleure (à partir de 0.18 s environ). La comparaison entre les paquets d'onde aux deux distances met clairement en évidence le fait que l'onde de surface est dispersive : comme toutes les fréquences ne voyagent pas à la même vitesse, le paquet d'onde s'élargit et présente de plus nombreuses oscillations en s'éloignant de la source. Cela peut avoir tendance à magnifier les différences entre le modèle de sol et la réalité à grande distance.

La résolution du problème de sol dans le domaine temporel se compare donc favorablement à la mesure dans la situation étudiée, et ce malgré les biais entre le sol réel et sa représentation. Cette extension du modèle apparaît comme une voie prometteuse pour de futurs travaux. Elle ouvre en effet de nouvelles perspectives d'application liées principalement aux risques vibratoires à proximité de chantiers ou d'industries, afin d'évaluer de potentielles perturbations d'équipements sensibles ou des risques de dommages aux structures tels que la fissuration du béton. Dans de tels contextes, les grandeurs pertinentes (déplacement maximal, ou accélération RMS par exemple) sont habituellement liées à l'évolution temporelle du signal ([AFN15b]).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Conclusion

La maîtrise de l'environnement vibratoire en milieu urbain est un enjeu majeur pour permettre un développement intelligent des agglomérations. En effet, les moyens de transport ferrés tels que le tramway ou le métro peuvent engendrer des niveaux vibratoires conséquents dans les bâtiments voisins. Ces vibrations constituent de potentielles sources de gêne pour les riverains, soit car elles sont ressenties directement (perception tactile), soit car elles sont rayonnées par les éléments du bâtiment (bruit solidien). Or, ces systèmes d'interaction entre sol et structures sont complexes et difficiles à modéliser. Ils nécessitent des moyens d'analyse appropriés, capables d'intégrer les différentes sources de biais entre modèle et situation réelle. De plus, en raison des dimensions des systèmes considérés, les méthodes entièrement numériques telles que la modélisation par éléments finis ont des coûts numériques prohibitifs.

Ce travail de thèse s'inscrit donc dans une démarche de développement des méthodes de modélisation de l'interaction sol-structure. Le but est d'une part d'acquérir une meilleure compréhension de ces systèmes couplés, et d'autre part de fournir des outils applicables dans des situations d'études réelles. Le modèle de représentation de l'interaction sol-structure présenté ici est dérivé du formalisme du rayonnement des structures dans un milieu fluide acoustique. Il suit un développement analytique partant des équations du mouvement d'un milieu solide stratifié couplé à des surfaces rayonnantes de type piston plan. Le schéma de résolution numérique privilégie la modularité afin de permettre des études paramétriques et de dimensionnement à des coûts de calcul réduits.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

La principale limitation de ce modèle est que l'interaction est écrite pour des structures reposant à la surface du sol, et se fait sur des surfaces de contact de relativement petites dimensions. Il est donc adapté à représenter des situations pour lesquelles la partie inférieure de la structure couplée au sol peut être ramenée à un ensemble de piliers verticaux. Il est confronté à la mesure du champ vibratoire propagé par une structure de ce type, à savoir un viaduc sur lequel circule une ligne de métro. Le transfert vibratoire entre le tablier du viaduc et le sol est globalement correctement reproduit par la simulation numérique, compte tenu des sources de biais inhérentes au problème. En particulier, le relativement faible coût de calcul permet d'étudier les inconnues du problème séparément dans le but d'ajuster au mieux le modèle à la mesure. La comparaison modèle-mesure met en revanche en évidence la difficulté à simuler adéquatement le champ vibratoire aux pieds des piles du viaduc, du fait des effets de champ proche dus à la fondation souterraine non prise en compte.

L'extension de la résolution du problème de sol au domaine temporel ouvre quant à elle de futures perspectives d'applications relatives à l'évaluation du risque vibratoire. En effet, la proximité de chantiers ou d'industries lourdes peut engendrer des risques de perturbation d'équipements de précision ou de dommages aux structures. Dans ce contexte il est utile d'évaluer la vibration comme un signal dépendant du temps, plutôt que dans le régime harmonique. Les grandeurs pertinentes sont en effet alors relatives à l'évolution temporelle, et non plus des niveaux vibratoires par bandes de fréquences. La comparaison de cette extension avec la mesure est limitée au cas d'une sollicitation du sol par une masse d'impact mais montre toutefois des résultats encourageants.

Perspectives

La confrontation du modèle d'interaction entre sol et structure à la mesure se montre encourageante dans un cas favorable, c'est-à-dire une situation qui répond *a priori* adéquatement aux hypothèses permettant le développement analytique. Ces hypothèses restreignent naturellement le champ d'application de la méthode : une série de comparaisons avec des solutions numériques (à l'aide, par exemple, du logiciel MEFISSTO) dans un nombre de cas de référence pourrait permettre de mieux appréhender le périmètre exact de validité de la méthode. En particulier, il convient de répondre aux questions suivantes.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

— Dans quelles situations est-il justifié de négliger l'influence de la fondation de la structure sur la propagation vibratoire ? Des critères de forme, de dimension, et de masse de la fondation doivent être établis.
— Quand est-il pertinent de négliger les couplages linéiques entre sol et structure ? Quelles sont les structures dont la partie inférieure peut être ramenée à un ensemble de poutres ou de poteaux ?
— La condition de contact entre sol et structure sur des petites surfaces impose une fréquence maximale de validité du modèle. Cette hypothèse est-elle fortement contraignante ? Un critère de proportion entre la dimension de la surface de contact et la longueur d'onde de cisaillement dans le sol peut permettre de définir cette fréquence maximale.

Les enseignements tirés de ce travail doivent ensuite être confrontés à la réalité par la mesure. À cette occasion, les protocoles de mesure et d'exploitation des données doivent être consolidés. De plus, le processus de recalage de la simulation sur la mesure peut alors être systématisé. Pour cela, il faut tout d'abord élire un indicateur de distance entre simulation et mesure qui permette d'évaluer de la façon la plus pertinente possible cet écart. Ensuite, un algorithme de minimisation doit permettre un recalage plus fin des paramètres de modèle sur la mesure. Par exemple, un algorithme génétique peut être mis en place pour résoudre ce problème d'optimisation.

Une question pratique importante, non traitée dans ce manuscrit, concerne les incertitudes de mesure et la précision atteignable par le modèle d'interaction sol-structure. Quels sont les ordres de grandeur de ces deux quantités ? Il semble de premier abord que l'incertitude de mesure peut être en pratique conséquente, ce qui semble indiquer qu'il n'est pas forcément souhaitable de rechercher une trop grande précision de modélisation. Toutefois, c'est une hypothèse qu'il convient de vérifier, là aussi par le biais de confrontations entre mesure et simulation.

L'extension du modèle de sol vers le domaine temporel, présentée au chapitre 4, doit également faire l'objet de plus amples confrontations à la mesure afin de permettre de valider l'écriture et la résolution de ce problème. En particulier, il convient de traiter des situations industrielles réelles, qui mettent en jeu de grandes quantités d'énergie et de grandes distances de propagation, afin de vérifier que la solution reste pertinente dans ces conditions.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

ANNEXE A

Rayonnement acoustique du piston plan bafflé

Cette annexe revient sur la résolution du problème de rayonnement acoustique d'un piston plan bafflé dans l'air. En effet, c'est un problème qui présente des similitudes intéressantes, mais également des différences notables, avec le problème de rayonnement dans le sol. Il y est fait référence à plusieurs reprises dans le corps du texte.

Soit un piston plan bafflé de dimensions a et b suivant les coordonnées latérales x et y du repère. Le baffle est supposé être de dimensions infinies et les effets de court-circuit acoustique sont négligés : le rayonnement acoustique se fait donc uniquement dans le demi-espace z positif. Le piston est supposé indéformable et se comporte donc comme un système masse-ressort. Une force harmonique de pulsation ω est appliquée en son centre. La figure A.1 représente schématiquement cette situation.

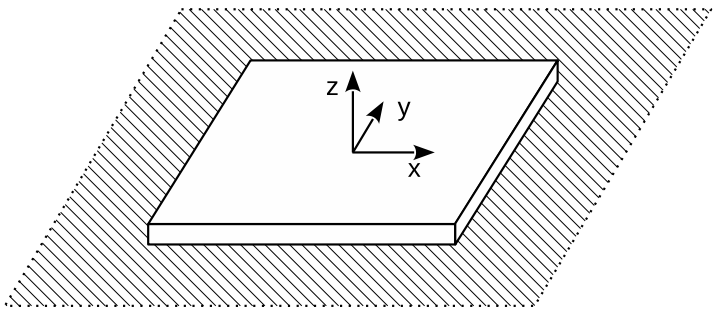


FIGURE A.1 – Représentation schématique d'un piston plan bafflé ; les hachures symbolisent le baffle de dimensions infinies.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

En régime harmonique, l'équation de Helmholtz pour la pression acoustique $p(x,y,z)$ est :

$$\Delta p(x,y,z) + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 p(x,y,z) = 0 \tag{A.1}$$

où $k = \dfrac{\omega}{c}$ est le nombre d'onde, et c la vitesse de propagation dans l'air. Une transformée de Fourier spatiale deux dimensions suivant x et y donne (le tilde désigne les quantités transformées) :

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{p}(z)}{\mathrm{d}z} + \left(k^2 - k_x^2 - k_y^2\right)\tilde{p}(z) = 0 \tag{A.2}$$

où k_z est le nombre d'onde réduit :

$$k_z^2 = k^2 - k_x^2 - k_y^2 \tag{A.3}$$

Cette équation a comme solution générale pour le champ de pression acoustique $\tilde{p}(z)$:

$$\tilde{p}(z) = Ae^{\mathrm{j}k_z z} + Be^{-\mathrm{j}k_z z} \tag{A.4}$$

Le domaine acoustique est supposé être un demi-espace infini, *i.e* il n'y a pas de retour des ondes acoustiques vers le piston plan. C'est la condition de rayonnement de Sommerfeld, qui entraine $A = 0$. La constante B est elle obtenue grâce aux conditions de continuité du déplacement sur le piston : le déplacement du piston w est égal au déplacement particulaire $u_z(x,y,z)$ en $z = 0$. Il faut donc disposer d'une relation entre pression acoustique et déplacement pour pouvoir traduire cette condition de continuité : il s'agit de l'équation d'Euler.

$$\frac{\partial p(x,y,z)}{\partial z} = \rho_0 \omega^2 u_z(x,y,z) \tag{A.5}$$

où ρ_0 est la masse volumique du fluide. La continuité du déplacement sur le piston permet alors d'obtenir B :

$$B = \mathrm{j}\frac{\rho_0 \omega^2}{k_z}\tilde{w} \tag{A.6}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

La pression acoustique s'obtient par intégration sur les nombres d'onde :

$$p(x,y,z) = \mathrm{j}\frac{\rho_0\omega^2}{4\pi^2}\iint_{k_x,k_y}\tilde{w}\frac{e^{-\mathrm{j}k_z z}}{k_z}e^{\mathrm{j}(k_x x+k_y y)}\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y \tag{A.7}$$

où la transformée de Fourier du déplacement w du piston rectangulaire placé au centre du repère est un produit de fonctions sinus cardinal :

$$\tilde{w} = wS\mathrm{sinc}\left(\frac{ak_x}{2}\right)\mathrm{sinc}\left(\frac{bk_y}{2}\right) \tag{A.8}$$

L'espace d'intégration (k_x, k_y) peut être séparé en deux domaines distincts, un propagatif et un non propagatif.

1. Le domaine propagatif se trouve pour $k_x^2+k_y^2 < k^2$, ce qui entraîne k_z réel. Le terme $e^{-\mathrm{j}k_z z}$ est alors une fonction oscillante.
2. Le domaine non propagatif se trouve pour $k_x^2 + k_y^2 > k^2$, ce qui entraîne k_z imaginaire. Le terme $e^{-\mathrm{j}k_z z}$ traduit une décroissance exponentielle du champ acoustique avec la distance.

La figure A.2 représente schématiquement ces deux domaines sur l'espace des nombres d'onde.

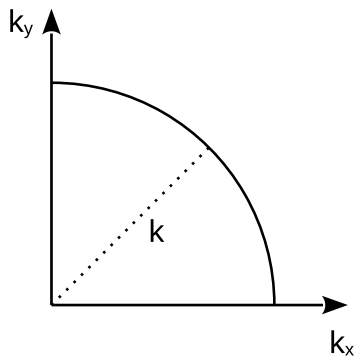


FIGURE A.2 – Frontière entre les domaines propagatif ($k_x^2 + k_y^2 < k^2$) et non propagatif sur l'espace des nombres d'onde.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

L'équilibre mécanique du piston avec la pression pariétale s'écrit :

$$\left(K - \omega^2 M\right) w = F - \iint_{x,y} p(x, y, z = 0) \mathrm{d}x \mathrm{d}y \tag{A.9}$$

La pression acoustique obtenue à l'équation A.7 est injectée dans cette équation du mouvement du piston A.9, ce qui permet de résoudre pour le déplacement du piston plan w. Une fois celui-ci connu, le champ de pression acoustique peut être calculé en tout point de l'espace (l'amplitude de la sollicitation F est supposée connue).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

ANNEXE B

Parité des termes N_{ij}

Cette annexe regroupe les cartographies des termes de sol N_{xx}, N_{xy}, et N_{xz}, calculés en surface et à 50 Hz, pour le sol dont les caractéristiques mécaniques sont listées dans le tableau 1.1. Elle complète l'étude de parité réalisée au paragraphe 2.1.2.

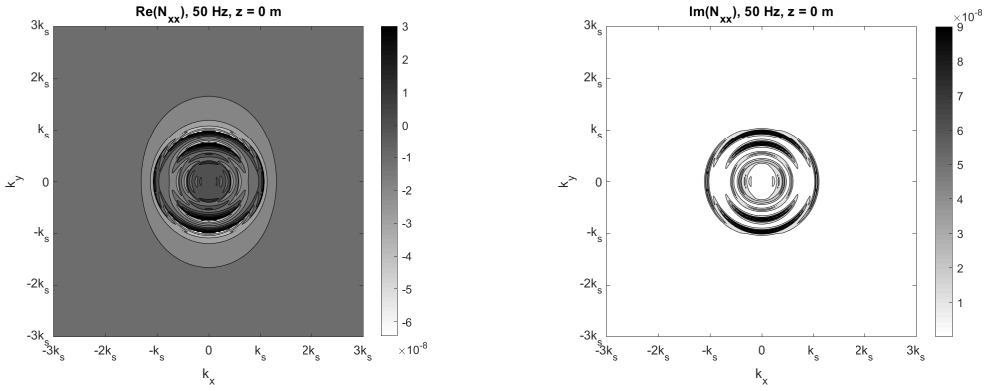


FIGURE B.1 – Cartographie des parties réelle (gauche) et imaginaire (droite) de N_{xx} en $z = 0$ et à $f = 50$ Hz.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

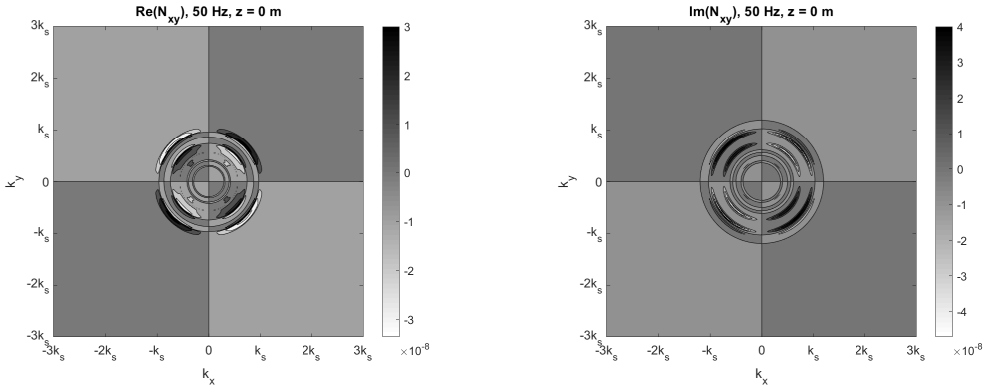


FIGURE B.2 – Cartographie des parties réelle (gauche) et imaginaire (droite) de N_{xy} en $z = 0$ et à $f = 50$ Hz.

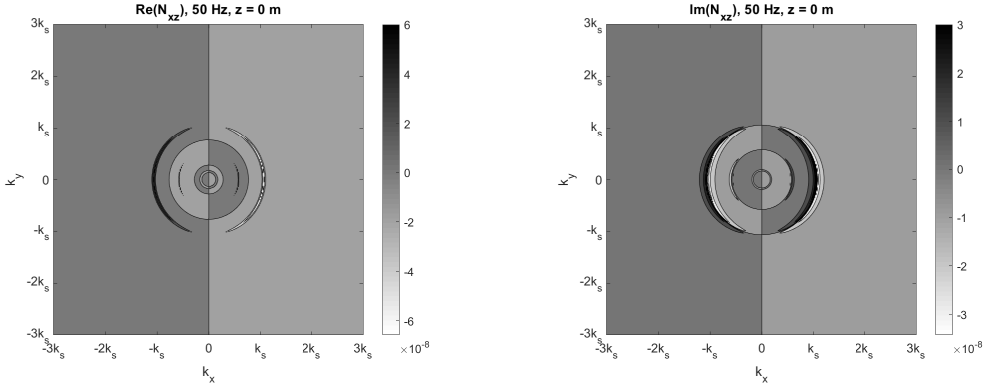


FIGURE B.3 – Cartographie des parties réelle (gauche) et imaginaire (droite) de N_{xz} en $z = 0$ et à $f = 50$ Hz.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

ANNEXE C

Coût numérique du calcul FEM

Comme illustré figure 2.7, l'espace de simulation par méthode FEM est défini à partir de sa diagonale (ici longue de 30 mètres) sur laquelle est effectuée le relevé des vitesses de sol. Cet espace rectangulaire est surdimensionné d'une longueur d'onde pour éviter les phénomènes de réflexion vers la zone de calcul. La dimension du sol dans la profondeur est prise comme $\frac{\lambda}{2}$, avec une dimension minimale de 5 mètres. Enfin, une couche PML d'une demi-longueur d'onde borde ce parallélépipède. La longueur d'onde de cisaillement $\lambda = \frac{V_s}{f}$ est choisie comme base de définition.

La taille des éléments est prise comme $\frac{\lambda}{5}$ de façon générale, avec une taille minimale de deux mètres dans le domaine de calcul afin de permettre un relevé correct tous les mètres le long de la diagonale. Le calcul est fait entre les bandes de tiers d'octave 10 Hz et 100 Hz. Le tableau C.1 donne le volume approximatif V de l'espace de simulation suivant ces définitions :

$$\begin{aligned} V &= \left(\frac{30}{\sqrt{2}} + \lambda + \frac{\lambda}{2}\right)^2 \times \left[\max\left(5, \frac{\lambda}{2}\right) + \frac{\lambda}{2}\right] \\ &= V_{calcul} + V_{PML} \end{aligned} \tag{C.1}$$

ainsi qu'une estimation du nombre d'éléments N en fonction de la taille des éléments :

$$N = \frac{V_{calcul}}{\left[\min\left(2, \frac{\lambda}{5}\right)\right]^3} + \frac{V_{PML}}{\left(\frac{\lambda}{5}\right)^3} \tag{C.2}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

f, Hz	10	12.5	16	20	25	31.5	40	50	63	80	100
V, m^3 $\times 10^3$	86.2	52.5	31.2	20.0	13.1	9.8	7.6	6.2	5.2	4.4	3.9
N, $\times 10^3$	3.8	2.7	2.0	1.7	1.6	2.5	3.9	6.2	10.3	18.0	31.2

TABLE C.1 – Volume approximatif V de l'espace de simulation FEM et estimation du nombre d'éléments N en fonction de la fréquence de calcul.

La figure C.1 représente le volume à mailler et le nombre d'éléments employés pour le calcul. Le coût numérique, régi par le nombre d'éléments, augmente très rapidement avec la fréquence alors même que le volume à mailler diminue.

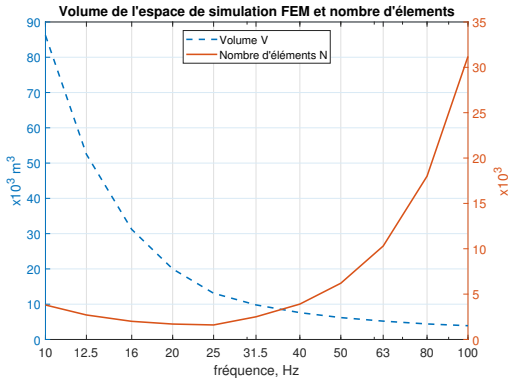


FIGURE C.1 – Volume de l'espace de simulation FEM et nombre d'éléments.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

ANNEXE D

Calcul de multispectre

Le calcul du multispectre d'un signal temporel consiste à évaluer les densités spectrales de puissance (DSP) de portions de celui-ci limitées par une fenêtre d'analyse de durée T. Cette fenêtre se déplace sur tout le signal par pas successifs de longueurs ΔT et le résultat est donc un ensemble de DSP. Cette méthode est utile lorsque le signal à analyser n'est pas stationnaire. Cette annexe liste les opérations successives effectuées afin de calculer les multispectres des signaux temporels mesurés sur le site de Toulouse Jolimont (chapitre 3).

1. Les signaux, acquis avec une fréquence d'échantillonnage $f_s = 4096$ Hz, sont filtrés passe-bande entre 3 Hz et $\frac{f_s}{1.28} = 3200$ Hz. La borne inférieure de ce filtre permet d'exclure les très basses fréquences, qui ne sont pas d'intérêt dans le cas présent, tandis que la borne supérieure correspond à une condition d'*anti-aliasing*.
2. Une fréquence maximale f_{max} d'analyse est choisie comme une portion entière du rapport $\frac{f_s}{2.56} = 1600$ Hz. C'est la fréquence maximale d'intérêt pour l'analyse du contenu fréquentiel du signal. Ici, elle est choisie comme $f_{max} = 320$ Hz.
3. Un nombre de points de calcul N est défini. La combinaison de N et de la fréquence f_{max} conditionne la discrimination fréquentielle de l'analyse Δf et la longueur de la fenêtre d'analyse T :

$$\Delta f = \frac{f_{max}}{N-1} \qquad T = \frac{1}{\Delta f} \tag{D.1}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Ces paramètres doivent donc être méticuleusement choisis pour que la durée de la fenêtre d'analyse soit représentative de la variation du signal temporel et pour que la discrimination fréquentielle soit suffisamment petite pour permettre une analyse pertinente en basses fréquences. En effet, une moyenne dans une bande de tiers d'octave n'a de sens que si le nombre de points de données dans cette bande est suffisant. Ici, il est posé $N = 801$, ce qui amène $\Delta f = 0.4$ Hz et $T = 2.5$ s.

4. Le pas de marche de la fenêtre est défini ; ici, $\Delta T = 1$ s.

5. Les DSP des portions successives de signal limitées par la fenêtre d'analyse sont calculées. Il est de bonne pratique d'appliquer un fenêtrage de Hanning sur ces portions de signal afin d'éviter des discontinuités à l'entrée et à la sortie.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

ANNEXE E

Modèles de poutres en traction-compression et flexion

Cette annexe revient sur les méthodes de modélisation des poutres traction-compression et flexion en tant qu'ensembles de masses et de ressorts. Ces modèles sont utilisés pour le viaduc de Toulouse Jolimont au chapitre 3.

Mouvement de traction-compression

Une poutre en traction-compression de longueur L et section S est ramenée à un ensemble de N masses ponctuelles liées par des ressorts, comme représenté sur la figure E.1. La poutre est supposée homogène et les masses régulièrement espacées de sorte que toutes les masses et raideurs sont identiques.

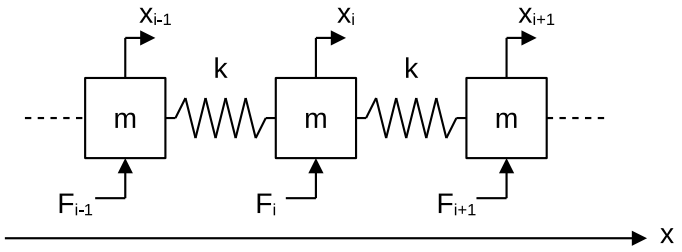


FIGURE E.1 – Modélisation d'une poutre en traction-compression par un système masses-ressorts.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Soient les énergies cinétique et potentielle de la masse i en fonction du déplacement x_i et de sa dérivée temporelle $\dot{x}_i$:

$$E_c = \frac{1}{2} m \dot{x}_i^2 \qquad E_p = \frac{1}{2} k (x_i - x_{i-1})^2 + \frac{1}{2} k (x_{i+1} - x_i)^2 \tag{E.1}$$

L'équation du mouvement de cette masse est obtenue grâce à l'équation de Lagrange $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \dot{x}}\right) = \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial x}$, où $\mathscr{L} = E_c - E_p$ est le Lagrangien :

$$m\ddot{x}_i + k (x_i - x_{i-1}) + k (x_i - x_{i+1}) = F_i \tag{E.2}$$

Les raideurs de traction-compression k sont directement liées au module de Young du matériau et aux dimensions de la poutre :

$$k = \frac{ES}{l} \tag{E.3}$$

l est la longueur du ressort, soit la distance entre deux éléments massiques ponctuels. Finalement, l'équation du mouvement du système entier s'écrit donc, sous forme matricielle :

$$\left(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}\right) \mathbf{x} = \mathbf{F} \tag{E.4}$$

$\mathbf{x}$ et $\mathbf{F}$ sont les vecteurs colonnes contenant respectivement les déplacements des éléments massiques et les forces appliquées :

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x_1 & \dots & x_N \end{Bmatrix}^T \qquad \mathbf{F} = \begin{Bmatrix} F_1 & \dots & F_N \end{Bmatrix}^T \tag{E.5}$$

La matrice de masse $\mathbf{M}$ est la matrice diagonale contenant les éléments massiques du système, et la matrice de raideur $\mathbf{K}$ est la matrice bande :

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & & \\ & \dots & \\ & & m \end{bmatrix} \qquad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k & -k & & & \\ -k & 2k & -k & & \\ & \dots & \dots & \dots & \\ & & -k & 2k & -k \\ & & & -k & k \end{bmatrix} \tag{E.6}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Les fréquences et déformées propres d'un tel système sont obtenues par résolution de l'équation du mouvement E.4 en régime libre, ce qui revient à un problème de recherche des valeurs et vecteurs propres de $\mathbf{KM}^{-1}$. Par exemple, pour une poutre libre-libre de dimensions $L = 5$ m et $S = 0.5 \times 0.5$ m^2, constituée d'un matériau béton $E = 30$ GPa et $\rho = 2300$ kg/m^3, et modélisée par $N = 101$ éléments massiques, la figure E.2 compare les 10 premières fréquences propres ainsi calculées à celles données par l'expression explicite :

$$\omega_n = \frac{n\pi}{L}\sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{E.7}$$

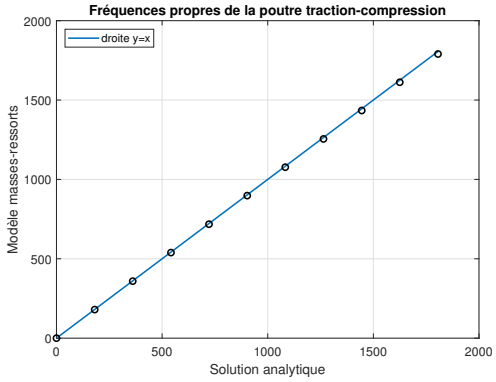


FIGURE E.2 – Comparaison des 10 premières fréquences propres d'une poutre traction-compression libre-libre obtenues par l'expression explicite et avec la représentation masses-ressorts.

Mouvement de flexion

Soit une poutre en flexion représentée par un ensemble d'éléments massiques ponctuels liés par des ressorts. De la même façon que pour la poutre en traction-compression, l'équation du mouvement pour le mouvement $y(x)$ de cette poutre peut se ramener à la forme générale :

$$\left(\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M}\right)\mathbf{y} = \mathbf{F} \tag{E.8}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

En revanche, les raideurs de flexion ne sont cette fois pas accessibles directement. La méthode des coefficients d'influence consiste à déterminer la déflexion statique en tout point de la poutre pour un chargement F placé en x_0, tel que montré sur la figure E.3.

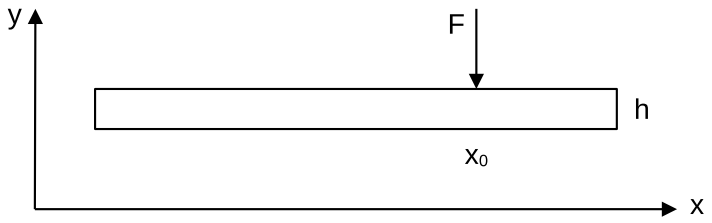


Figure E.3 – Déflexion statique d'une poutre en flexion sous un chargement F en x_0.

Déflexion et chargement sont alors liés par la matrice de souplesse **C** de la poutre. Les coefficients C_{ij} de cette matrice sont les déplacements $y_i(x)$ de la poutre pour une force appliquée en j. En raison du principe de réciprocité, $C_{ji} = C_{ij}$: la matrice de souplesse **C** est donc symétrique.

$$\mathbf{y} = \mathbf{CF} \tag{E.9}$$

La matrice de raideur **K** du système est obtenue en inversant la matrice de souplesse :

$$\mathbf{K} = \mathbf{C}^{-1} \tag{E.10}$$

La déflexion statique $y(x)$ s'obtient par résolution de l'équation :

$$EI\frac{\mathrm{d}y(x)}{\mathrm{d}x} = F\delta(x - x_0) \tag{E.11}$$

où $I = \dfrac{ph^3}{12}$ est le moment quadratique de flexion (p est la largeur de la poutre, h sa hauteur). Cette équation a pour solution générale :

$$y(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D \tag{E.12}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

La déflexion en tout point est calculée en deux étapes : d'une part la déflexion $y_1(x \leq x_0)$ à gauche du point de chargement, d'autre part $y_2(x \geq x_0)$ à sa droite. Il est nécessaire d'introduire les conditions aux extrémités $x = 0$ et $x = L$ de la poutre pour pouvoir résoudre ces problèmes.

— Extrémité encastrée : le déplacement vertical $y(x)$ et la rotation $\dfrac{\mathrm{d}y(x)}{\mathrm{d}x}$ s'annulent.
— Extrémité libre : le moment de flexion $EI\dfrac{\mathrm{d}^2y(x)}{\mathrm{d}x^2}$ ainsi que l'effort tranchant $EI\dfrac{\mathrm{d}^3y(x)}{\mathrm{d}x^3}$ s'annulent.
— Extrémité en appui simple : le déplacement vertical $y(x)$ et le moment fléchissant $EI\dfrac{\mathrm{d}^2y(x)}{\mathrm{d}x^2}$ s'annulent.

De plus, la déformée, la rotation, et le moment fléchissant sont continus au point d'application de la force x_0. Enfin, la discontinuité de l'effort tranchant en x_0 entraîne :

$$EI\left[\left.\frac{\mathrm{d}^3y_2(x)}{\mathrm{d}x^3}\right|_{x_0^+} - \left.\frac{\mathrm{d}^3y_1(x)}{\mathrm{d}x^3}\right|_{x_0^-}\right] = F \tag{E.13}$$

Ce jeu de contraintes est suffisant pour résoudre le problème et ainsi obtenir les expressions des coefficients A_1 à D_2. Pour une poutre en appui simple à ses deux extrémités, il vient :

$$\begin{cases} A_1 = \dfrac{F}{6EI}\dfrac{x_0 - L}{L} \\ B_1 = 0 \\ C_1 = \dfrac{F}{6EI}\left(\dfrac{x_0^3}{L} - 3x_0^2 + 2x_0L\right) \\ D_1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} A_2 = \dfrac{F}{6EI}\dfrac{x_0}{L} \\ B_2 = -\dfrac{F}{6EI}3x_0 \\ C_2 = \dfrac{F}{6EI}\left(\dfrac{x_0^3}{L} + 2x_0L\right) \\ D_2 = -\dfrac{F}{6EI}x_0^3 \end{cases} \tag{E.14}$$

Matrices de souplesse et de raideur du système peuvent alors être obtenues. Ainsi, pour la poutre en appuis simples possédant les mêmes caractéristiques

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

que la poutre en traction-compression prise comme exemple précédemment, et là aussi discrétisée par $N = 101$ masses, la figure E.4 compare les 10 premières fréquences propres obtenus par ce modèle et grâce à l'expression explicite :

$$\omega_n = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho S}} \tag{E.15}$$

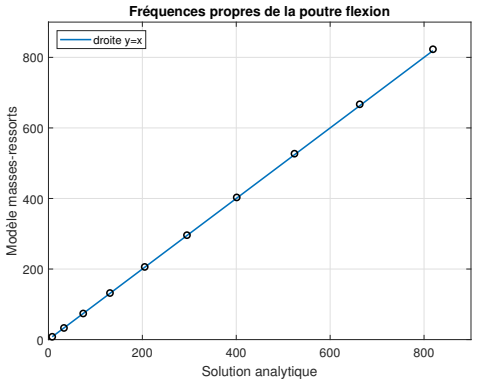


FIGURE E.4 – Comparaison des 10 premières fréquences propres d'une poutre flexion en appuis simples obtenues par l'expression explicite et avec la représentation masses-ressorts.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

ANNEXE F

Sollicitations temporelles

Cette annexe présente quelques signaux temporels analytiques susceptibles d'approcher une quasi-impulsion, et donne les expressions de leurs transformées de Fourier. Ce sont des signaux pouvant être utiles pour reproduire une sollicitation du sol à la masse d'impact. Ils sont employés pour simuler la réponse du sol dans le domaine temporel (chapitre 4).

Le signal porte

Le signal porte de longueur T centré sur 0 vaut 1 entre $-\frac{T}{2}$ et $\frac{T}{2}$ et zéro ailleurs :

$$g(t) = \begin{cases} 1 & t \in \left[-\frac{T}{2} \quad \frac{T}{2}\right] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{F.1}$$

Sa transformée de Fourier a pour expression :

$$G(\omega) = T\text{sinc}\left(\frac{\omega T}{2}\right) \tag{F.2}$$

L'énergie du signal est :

$$E = \int_T |x(t)|^2 dt = T \tag{F.3}$$

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

La figure F.1 représente la fonction porte et sa transformée de Fourier.

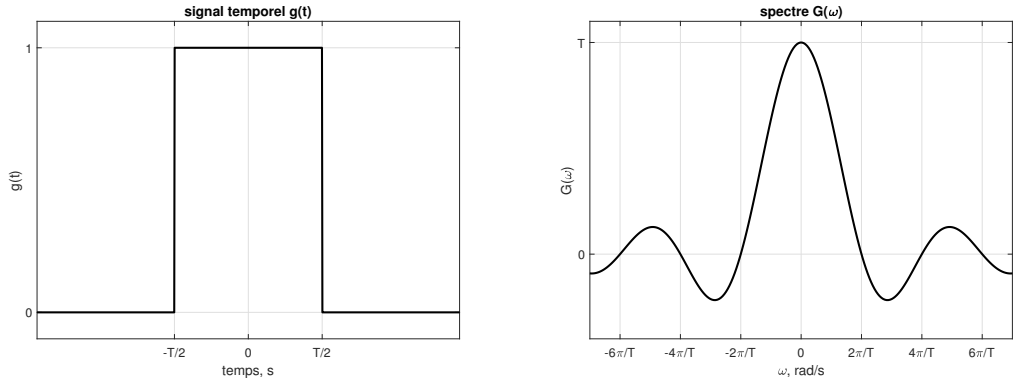


FIGURE F.1 – Le signal porte $g(t)$ (gauche) et son spectre $G(\omega)$ (droite).

Le signal triangle

La fonction triangle de longueur T centrée sur 0 est à croissance affine entre $-\frac{T}{2}$ et 0 et à décroissance affine entre 0 et $\frac{T}{2}$. Elle est nulle ailleurs.

$$g(t) = \begin{cases} \frac{2}{T}\left(\frac{T}{2} + t\right) & t \in \left[-\frac{T}{2} \quad 0\right] \\ \frac{2}{T}\left(\frac{T}{2} - t\right) & t \in \left[0 \quad \frac{T}{2}\right] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{F.4}$$

Sa transformée de Fourier a pour expression :

$$G(\omega) = \frac{T}{2}\left[\text{sinc}\left(\frac{\omega T}{4}\right)\right]^2 \tag{F.5}$$

L'énergie du signal est :

$$E = \frac{T}{3} \tag{F.6}$$

La figure F.2 représente la fonction triangle et son spectre.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

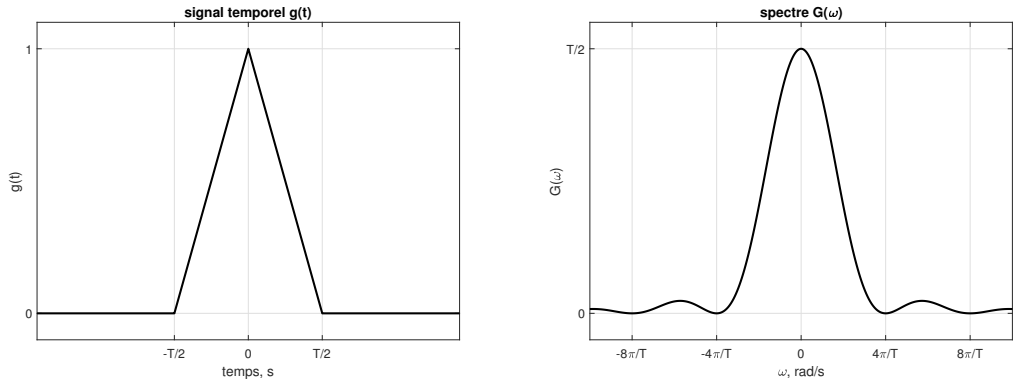


FIGURE F.2 – Le signal triangle $g(t)$ (gauche) et son spectre $G(\omega)$ (droite).

Le demi-sinus

La fonction demi-sinus est constituée de la partie positive d'une période de fonction oscillante. Elle est de longueur T, centrée sur 0 et nulle ailleurs.

$$g(t) = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{T}t\right) & t \in \left[-\frac{T}{2} \quad \frac{T}{2}\right] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{F.7}$$

Sa transformée de Fourier a pour expression :

$$G(\omega) = \frac{2\pi T}{\pi^2 - (\omega T)^2} \cos\left(\frac{\omega T}{2}\right) \tag{F.8}$$

L'énergie du signal est :

$$E = \frac{T}{2} \tag{F.9}$$

Le spectre n'est pas défini en $-\frac{\pi}{T}$ et $\frac{\pi}{T}$, où il tend vers $\frac{T}{2}$. La figure F.3 représente la fonction demi-sinus et sa transformée de Fourier.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

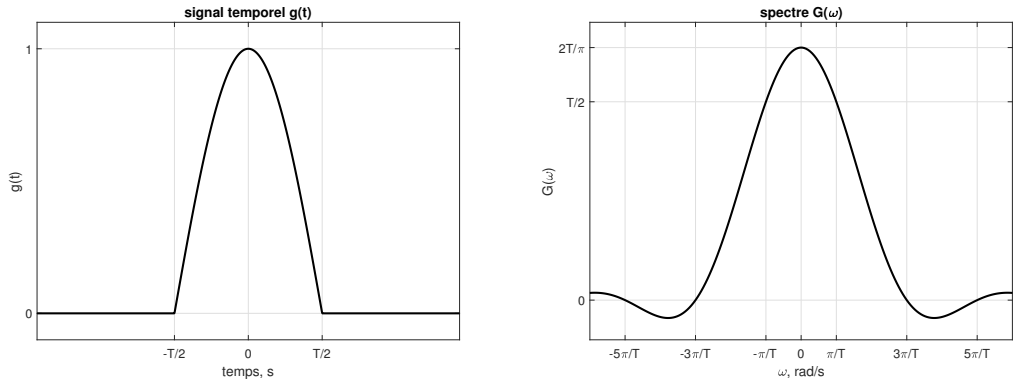


FIGURE F.3 – Le signal demi-sinus $g(t)$ (gauche) et son spectre $G(\omega)$ (droite).

Le cosinus positif

La fonction cosinus positif est constituée d'une période de longueur T de fonction oscillante aux valeurs ramenées entre 0 et 1. Elle est centrée sur 0 et nulle ailleurs.

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)+1\right] & t \in \left[-\frac{T}{2} \quad \frac{T}{2}\right] \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{F.10}$$

Sa transformée de Fourier a pour expression :

$$G(\omega) = \frac{T}{2\left[1-\left(\frac{\omega T}{2\pi}\right)^2\right]}\text{sinc}\left(\frac{\omega T}{2}\right) \tag{F.11}$$

L'énergie du signal est :

$$E = \frac{3T}{8} \tag{F.12}$$

Le spectre n'est pas défini en $-\frac{2\pi}{T}$ et $\frac{2\pi}{T}$, où il tend vers $\frac{T}{4}$. La figure F.4 représente la fonction cosinus positif et sa transformée de Fourier.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

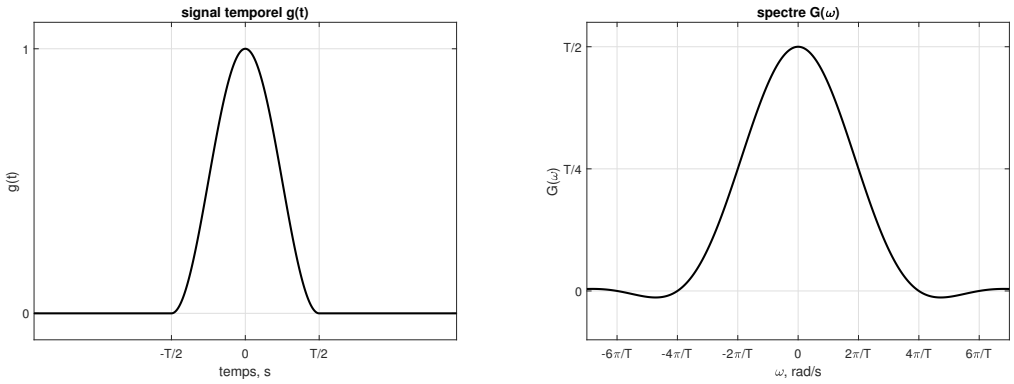


FIGURE F.4 – Le signal cosinus positif $g(t)$ (gauche) et son spectre $G(\omega)$ (droite).

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Bibliographie

[Ach73] J.D. Achenbach. *Wave propagation in elastic solids*. North-Holland, 1973.

[AFN15a] AFNOR (Association Française de Normalisation). *NF E90-020 Vibrations et chocs mécaniques - Méthodes de mesurage et d'évaluation - Partie 1 : mesurage et évaluation des réponses des structures aux vibrations générées par les activités humaines*, 2015.

[AFN15b] AFNOR (Association Française de Normalisation). *NF E90-020 Vibrations et chocs mécaniques - Méthodes de mesurage et d'évaluation - Partie 2 : vibrations induites dans les équipements sensibles qui se trouvent sur ou à l'intérieur des structures*, 2015.

[AFN18] AFNOR (Association Française de Normalisation). *NF E90-020 Vibrations et chocs mécaniques - Méthodes de mesurage et d'évaluation - Partie 3 : mesurage et évaluation de l'exposition aux vibrations des individus habitant ou séjournant d'une manière temporaire à l'intérieur d'une construction*, 2018.

[Aki57] K. Aki. Space and time spectra of stationary stochastic waves, with special reference to microtremors. *Bulletin of the Earthquake Research Institute*, 35 :416–456, 1957.

[AM16] F. Anselmet and P-O. Mattei. *Acoustics, aeroacoustics and vibrations*. ISTE-Wiley, 2016.

[Aue94] L. Auersch. Wave propagation in layered soils : theoretical solution in wavenumber domain and experimental results of hammer and railway traffic excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 173(2) :233–264, 1994.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

[Aue96] L. Auersch. Dynamic plate-soil interaction - finite and infinite, flexible and rigid plates on homogeneous, layered or Winkler soil. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 15(1) :51–59, 1996.

[Aue13] L. Auersch. Response to harmonic wave excitation of finite or infinite elastic plates on a homogeneous or layered half-space. *Computers and geotechnics*, 51 :50–59, 2013.

[Aue14] L. Auersch. The use and validation of measured, theoretical and approximated point-load solutions for the prediction of train induced vibration in homogeneous and inhomogeneous soils. *International Journal of Acoustics and Vibrations*, 19(1) :52–64, 2014.

[Bal64] R.F. Ballard. Determination of soil shear moduli at depths by in-situ vibratory techniques. 1964.

[BGN90] A. Berry, J-L. Guyader, and J. Nicolas. A general formulation for the sound radiation from rectangular, baffled plates with arbitrary boundary conditions. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 88(6) :2792–2802, 1990.

[Che93] X. Chen. A systematic and efficient method of computing normal modes for multilayered half-space. *Geophysical Journal International*, 115(2) :391–409, 1993.

[CHP05] L. Cremer, M. Heckl, and B.A.T. Petersson. *Structure-borne sound : structural vibrations and sound radiation at audio frequencies*. Springer, 2005.

[Chu63] A.H. Church. *Mechanical Vibrations*. Wiley, 1963.

[CPC87] S.C. Constable, R.L. Parker, and C.G. Constable. Occam's inversion : a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics*, 52(3) :289–300, 1987.

[DL01] G. Degrande and G. Lombaert. An efficient formulation of krylov's prediction model for train induced vibrations based on the dynamic reciprocity theorem. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110(3) :1379–1390, 2001.

[Dun65] J.W. Dunkin. Computation of modal solutions in layered, elastic media at high frequencies. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 55(2) :335–358, 1965.

[FLM94] P.J.T. Filippi, O. Lagarrigue, and P-O. Mattei. Perturbation method for sound radiation by a vibrating plate in a light fluid : comparison

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

with the exact solution. *Journal of sound and vibration*, 177(2) :259–275, 1994.

[FLRS14] S. Foti, C.G. Lai, G.J. Rix, and C. Strobbia. *Surface wave methods for near-surface site characterization*. CRC Press, 2014.

[FLSS00] S. Foti, R. Lancellotta, L. Sambuelli, and L.V. Socco. Notes on fk analysis of surface waves. *Annals of Geophysics*, 43(6), 2000.

[Fot00] S. Foti. *Multistation Methods for Geotechnical Characterization using Surface Waves*. PhD thesis, Politecnico di Torino, 2000.

[FS02] S. Foti and C. Strobbia. Some notes on model parameters for surface wave data inversion. In *15th EEGS Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems*, 2002.

[FSSS02] S. Foti, L. Sambuelli, L.V. Socco, and C. Strobbia. Spatial sampling issues in fk analysis of surface waves. In *15th EEGS Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems*, 2002.

[FSSS03] S. Foti, L. Sambuelli, V.L. Socco, and C. Strobbia. Experiments of joint acquisition of seismic refraction and surface wave data. *Near Surface Geophysics*, 1 :119–129, 2003.

[GGM96] N. Gucunski, V. Ganji, and M.H. Maher. Effects of obstacles on Rayleigh wave dispersion obtained from the SASW test. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 15 :223–231, 1996.

[GGM97] V. Ganji, N. Gucunski, and A. Maher. Detection of underground obstacles by SASW method - numerical aspects. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, 123(3) :212–219, 1997.

[GGN98] V. Ganji, N. Gucunski, and S. Nazarian. Automated inversion procedure for spectral analysis of surface waves. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, 124(8) :757–770, 1998.

[GL15a] L. Grau and B. Laulagnet. Effect of horizontal wave barriers on ground vibration propagation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 138(3) :1334–1345, 2015.

[GL15b] L. Grau and B. Laulagnet. Ground cross-modal impedance as a tool for analyzing ground/plate interaction and ground wave propagation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 137(5) :2901–2914, 2015.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

[Gra15] L. Grau. *Approche analytique modale pour la prévision vibratoire de plaques couplées à des sols : Applications ferroviaires*. PhD thesis, INSA de Lyon, 2015.

[Har81] D.J. Harvey. Seismogram synthesis using normal mode superposition : the locked mode approximation. *Geophysical Journal International*, 66(1) :37–69, 1981.

[Has53] N.A. Haskell. The dispersion of surface waves on multilayered media. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 43 :17–34, 1953.

[HG12] Y. Huang and M.J. Griffin. The effects of sound level and vibration magnitude on the relative discomfort of noise and vibration. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(6) :4558–4569, 2012.

[HSM82] J.S. Heisey, K.H. Stokoe, and A.H. Meyer. Moduli of pavement systems from spectral analysis of surface waves. *Transportation Research Record*, 852 :22–31, 1982.

[Hun95] H.E.M. Hunt. Prediction of vibration transmission from railways into buildings using models of infinite length. *Vehicle System Dynamics*, 24 :234–247, 1995.

[ISO97] ISO (International Organization for Standardization). *ISO 2631-1 Vibrations et chocs mécaniques - Évaluation de l'exposition des individus à des vibrations globales du corps - Partie 1 : spécifications générales*, 1997.

[ISO03] ISO (International Organization for Standardization). *ISO 2631-2 Vibrations et chocs mécaniques - Évaluation de l'exposition des individus à des vibrations globales du corps - Partie 2 : vibrations dans les bâtiments (1 Hz à 80 Hz)*, 2003.

[ISO05] ISO (International Organization for Standardization). *ISO 14837-1 Vibrations mécaniques - Vibrations et bruits initiés au sol dus à des lignes ferroviaires - Partie 1 : directives générales*, 2005.

[ISO13] ISO (International Organization for Standardization). *ISO 3095 Acoustique - Applications ferroviaires - Mesurage du bruit émis par les véhicules circulant sur rails*, 2013.

[ISO15] ISO (International Organization for Standardization). *ISO 14837-32 Vibrations mécaniques - Vibrations et bruits initiés au sol dus à des lignes ferroviaires - Partie 32 : mesurage des propriétés dynamiques du sol*, 2015.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

[ISO17] ISO (International Organization for Standardization). *ISO 14837-31 Vibrations mécaniques - Vibrations et bruits initiés au sol dus à des lignes ferroviaires - Partie 31 : lignes directrices de mesurage in situ pour l'évaluation de l'exposition des individus dans les bâtiments*, 2017.

[Jea01] P. Jean. Boundary and finite elements for 2D soil-structure interaction problems. *Acta Acustica united with Acustica*, 87(1) :56–66, 2001.

[JGC21] P. Jean and Catherine Guigou-Carter. Reducing ground borne noise due to railways : a practical application. *Applied Acoustics*, 178 :108011, 2021.

[JGV04] P. Jean, C. Guigou, and M. Villot. A 2.5D BEM model for ground-structure interaction. *Building acoustics*, 11(3) :157–173, 2004.

[JLG13] P. Jik Lee and M.J. Griffin. Combined effect of noise and vibration produced by high-speed trains on annoyance in buildings. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133(4) :2126–2135, 2013.

[Jon55] R. Jones. A vibration method for measuring the thickness of concrete road slabs in situ. *Magazine of Concrete Research*, 7(20) :97–102, 1955.

[Jon58] R. Jones. In-situ measurement of the dynamic properties of soil by vibration methods. *Geotechnique*, 8(1) :1–21, 1958.

[Jon62] R. Jones. Surface wave technique for measuring the elastic properties and thickness of roads : theoretical development. *British Journal of Applied Physics*, 13(1) :21–29, 1962.

[Kar06] A. Karlström. An analytical model for ground vibrations from accelerating trains. *Journal of Sound and Vibration*, 293 :587–598, 2006.

[KB06] A. Karlström and A. Boström. An analytical model for train-induced ground vibrations from railways. *Journal of Sound and Vibration*, 292 :221–241, 2006.

[Ken74] B.L.N. Kennett. Reflections, rays, and reverberations. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 64(6) :1685–1696, 1974.

[Ker81] N.J. Kerry. Synthesis of seismic surface waves. *Geophysical Journal International*, 64(2) :425–446, 1981.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

[KK79] B.L.N. Kennett and N.J. Kerry. Seismic waves in a stratified half space. *Geophysical Journal International*, 57(3) :557–583, 1979.

[KMR18] M.K. Kalkowski, J.M. Muggleton, and E. Rustighi. Tree root detection from ground surface vibration measurements. In *MATEC Web of Conferences*, volume 148, page 15004, 2018.

[Kry94] V.V. Krylov. On the theory of railway-induced ground vibrations. *Le Journal de Physique IV*, 4(C5) :C5–769, 1994.

[Kry95] V.V. Krylov. Generation of ground vibrations by superfast trains. *Applied Acoustics*, 44(2) :149–164, 1995.

[Lam04] H. Lamb. On the propagation of tremors over the surface of an elastic solid. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing papers of a mathematical or physical character*, 203(359-371) :1–42, 1904.

[Lau98] B. Laulagnet. Sound radiation by a simply supported unbaffled plate. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 103(5) :2451–2462, 1998.

[LKT69] R.T. Lacoss, E.J. Kelly, and M.N. Toksöz. Estimation of seismic noise structure using arrays. *Geophysics*, 34(1) :21–38, 1969.

[Lou01] J.N. Louie. Faster, better : shear-wave velocity to 100 meters depth from refraction microtremor arrays. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 91(2) :347–364, 2001.

[Lov11] A.E.H. Love. *Some problems of geodynamics*. Cambridge University Press, 1911.

[LR98] C.G. Lai and G.J. Rix. *Simultaneous inversion of Rayleigh phase velocity and attenuation for near-surface site characterization*. PhD thesis, Georgia Institute of Technology, 1998.

[MAB+07] N. Metje, P.R. Atkins, M.J. Brennan, D.N. Chapman, H.M Lim, J. Machell, J.M. Muggleton, S. Pennock, J. Ratcliffe, M. Redfern, C.D.F. Rogers, A.J. Saul, S. Swingler, and A.M. Thomas. Mapping the underworld – state-of-the-art review. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 22(5) :568–586, 2007.

[Mai62] G. Maidanik. Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields. *the Journal of the Acoustical Society of America*, 34(6) :809–826, 1962.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

[Mal08] M. Maldonado. *Vibrations dues au passage d'un tramway : mesures expérimentales et simulations numériques*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes, 2008.

[Mat07] P-O. Mattei. High-order perturbation expansion for the spectral analysis of fluid-loaded vibrating structure. *Acta Acustica United with Acustica*, 93(2) :305–313, 2007.

[MBG11] J.M. Muggleton, M.J. Brennan, and Y. Gao. Determining the location of buried plastic water pipes from measurements of ground surface vibration. *Journal of Applied Geophysics*, 75(1) :54–61, 2011.

[MBH96] C. Madshus, B. Bessason, and L. Hårvik. Prediction model for low frequency vibration from high speed railways on soft ground. *Journal of sound and vibration*, 193(1) :195–203, 1996.

[MK00] C. Madshus and A.M. Kaynia. High-speed railway lines on soft ground : dynamic behaviour at critical train speed. *Journal of Sound and Vibration*, 231(3) :689–701, 2000.

[MPB55] G.F. Miller, H. Pursey, and E.C. Bullard. On the partition of energy between elastic waves in a semi-infinite solid. *Proceedings of the Royal Society A*, 233(1192) :55–69, 1955.

[MPMF20] P. Maigrot, E. Parizet, and C. Marquis-Favre. Annoyance due to combined railway noise and vibration : comparison and testing of results from the literature. *Applied Acoustics*, 165 :107324, 2020.

[MR13] J.M. Muggleton and E. Rustighi. 'Mapping the Underworld' : recent developments in vibro-acoustic techniques to locate buried infrastructure. *Géotechnique Letters*, 3(3) :137–141, 2013.

[Naz84] S. Nazarian. *In situ determination of elastic moduli of soil deposits and pavement systems by spectral analysis of surface waves method*. PhD thesis, University of Texas, 1984.

[NS84] S. Nazarian and K.H. Stokoe. Nondestructive testing of pavements using surface waves. *Transportation Research Record*, 993 :67–79, 1984.

[NSH83] S. Nazarian, K.H. Stokoe, and W.R. Hudson. Use of spectral analysis of surface waves method for determination of moduli and thicknesses of pavement systems. *Transportation Research Record*, 930 :38–45, 1983.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

[Par94] R.L. Parker. *Geophysical Inverse Theory*. Princeton University Press, 1994.

[PBR11] B. Papandreou, M.J. Brennan, and E. Rustighi. On the detection of objects buried at a shallow depth using seismic wave reflections. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129(3) :1366–1374, 2011.

[Pek55a] C.L. Pekeris. The seismic buried pulse. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 41(9) :629, 1955.

[Pek55b] C.L. Pekeris. The seismic surface pulse. *Proceedings of the national academy of sciences of the United States of America*, 41(7) :469, 1955.

[PMX99] C.B. Park, R.D. Miller, and J. Xia. Multichannel analysis of surface waves. *Geophysics*, 64 :800–808, 1999.

[RA80] P.G. Richards and K. Aki. *Quantitative seismology : theory and methods*. Freeman, 1980.

[Ray85] Strutt J.W. (Lord Rayleigh). On waves propagated along the plane surface of an elastic solid. *Proceedings of the London Mathematical Society*, s1-17(1) :4–11, 1885.

[RHW70] F.E. Richart, J.R. Hall, and R.D. Woods. *Vibrations of soils and foundations*. Prentice Hall, 1970.

[SC11] C. Strobbia and G. Cassiani. Refraction microtremors : data analysis and diagnostics of key hypotheses. *Geophysics*, 76(3) :MA11–MA20, 2011.

[SCÖ+17] M.G. Smith, I. Croy, M. Ögren, O. Hammar, E. Lindberg, and Persson W.K. Physiological effects of railway vibration and noise on sleep. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 141(5) :3262–3269, 2017.

[SJP99] X. Sheng, C.J.C. Jones, and M. Petyt. Ground vibration generated by a load moving along a railway track. *Journal of sound and vibration*, 228(1) :129–156, 1999.

[SKPMB14] M. Sanayei, A. Kayiparambil P., J.A. Moore, and C.R. Brett. Measurement and prediction of train-induced vibrations in a full-scale building. *Engineering Structures*, 77 :119–128, 2014.

[SS04] L.V. Socco and C. Strobbia. Surface-wave method for near-surface characterization : a tutorial. *Near Surface Geophysics*, 2(6) :165–185, 2004.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

[SWS+14] C. Sharp, J. Woodcock, G. Sica, E. Peris, A.T. Moorhouse, and D.C. Waddington. Exposure-response relationships for annoyance due to freight and passenger railway vibration exposure in residential environments. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 135(1) :205–212, 2014.

[TB07] H. Takemiya and X.C. Bian. Shinkansen high-speed train induced ground vibrations in view of viaduct-ground interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 27(6) :506–520, 2007.

[Tho50] W.T. Thomson. Transmission of elastic waves through a stratified solid medium. *Journal of Applied Physics*, 21 :89–93, 1950.

[TSK92] K. Tokimatsu, K. Shinzawa, and S. Kuwayama. Use of short-period microtremors for v_s profiling. *Journal of Geotechnical Engineering*, 118(10) :1544–1558, 1992.

[UIC11] UIC (International Union of Railways). *RIVAS WP 1.3 Deliverable 1.1 - Test Procedures for the Determination of the Dynamic Soil Characteristics*, 2011.

[UIC12] UIC (International Union of Railways). *RIVAS WP 1.1 Deliverable 1.6 - Definition of appropriate procedures to predict exposure in buildings and estimate annoyance*, 2012.

[VdP51] C. Van der Poel. Dynamic testing of road constructions. *Journal of Applied Chemistry*, 1(7) :281–290, 1951.

[Vik67] I.A. Viktorov. *Rayleigh and Lamb Waves : Physical Theory and Applications*. Springer, 1967.

[VRJ11a] M. Villot, P. Ropars, and P. Jean. Modeling a building response to railway vibration using a source-receiver approach. In *Proceedings of the 8th international conference on structural dynamics, EURODYN*, pages 671–675, 2011.

[VRJ+11b] M. Villot, P. Ropars, P. Jean, E. Bongini, and F. Poisson. Modeling the influence of structural modifications on the response of a building to railway vibration. *Noise control engineering journal*, 59(6) :641–651, 2011.

[VTGJ19] M. Villot, B. Trévisan, L. Grau, and P. Jean. Indirect methods for evaluating the in-situ performance of building base isolation. *Acta Acustica united with Acustica*, 105(4) :630–637, 2019.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

[Wal72] C.E. Wallace. Radiation resistance of a rectangular panel. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 51(3B) :946–952, 1972.

[Wal87] C.E. Wallace. The acoustic radiation damping of the modes of a rectangular panel. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 81(6) :1787–1794, 1987.

[XCZQ02] H. Xia, Y. Cao, N. Zhang, and J. Qu. Vibration effects of light-rail train-viaduct system on surrounding environment. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2(2) :227–240, 2002.

[XMP99] J. Xia, R.D. Miller, and C.B. Park. Estimation of near-surface shear-wave velocity by inversion of Rayleigh waves. *Geophysics*, 64 :691–700, 1999.

[YKK03] H.R. Yerli, S. Kacin, and S. Kocak. A parallel finite-infinite element model for two-dimensional soil-structure interaction problems. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 23(4) :249–253, 2003.

[YW05] Y-B. Yang and Y-S. Wu. Transmission of vibrations from high speed trains through viaducts and foundations to the ground. *Journal of the Chinese institute of engineers*, 28(2) :251–266, 2005.

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON OPEREE AU SEIN DE L'INSA LYON

NOM : Duval

DATE de SOUTENANCE : 24/05/2022

Prénoms : Ghislain

TITRE : Cartographie des champs vibratoires à la surface des sols en milieu urbain - Application ferroviaire et chantiers.

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2022LYSEI043

Ecole doctorale : Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique.

Spécialité : Acoustique

RÉSUMÉ :
L'environnement vibratoire urbain connaît actuellement de profondes transformations. La création de réseaux de tramway dans de nombreuses villes, ainsi que la multiplication des projets immobiliers à proximité de voies ferrées, entraînent de forts risques de gêne vibratoire et acoustique pour les résidents. Il devient donc indispensable pour le bureau d'études d'être capable d'estimer le niveau vibratoire propagé depuis une source dans le sol et dans les constructions environnantes. Le modèle d'interaction présenté dans ce travail suppose une structure reposant à la surface du sol et un contact sur des surfaces de relativement petites dimensions. Il est basé sur un développement analytique partant des équations du mouvement pour un sol stratifié. La méthode de modélisation de la structure n'est pas spécifiée afin de gagner en flexibilité. Le schéma de résolution numérique est adapté à la réalisation d'études paramétriques et de dimensionnement. Une campagne de mesures est menée sur un viaduc supportant une ligne de métro. Les caractéristiques mécaniques du sol sont déterminées par méthode MASW (*Multichannel Analysis of Surface Waves*), et les vitesses vibratoires verticales sur le tablier du viaduc et en plusieurs points du sol sont mesurées au passage des rames de métro. Le transfert vibratoire du tablier vers le sol est reproduit de façon adéquate par le modèle d'interaction. Les paramètres incertains du problème, tels que l'épaisseur du tablier ou la fréquence de résonance des éléments désolidarisants placés sous le tablier, sont étudiés séparément afin de faire correspondre au mieux la simulation à la mesure. Les limites du modèle sont également mises en évidence, en particulier à proximité des piles du viaduc. Le modèle de sol est ensuite étendu au domaine temporel. Une comparaison avec une mesure vibratoire du sol excité par une masse d'impact produit des résultats satisfaisants. Cela ouvre des perspectives d'application différentes, relatives aux dommages aux structures et aux équipements sensibles.

MOTS-CLÉS :
Interaction sol-structure, Propagation vibratoire dans le sol, Bruit solidien, Rayonnement des structures, Modélisation semi-analytique, Viaduc ferroviaire

Laboratoire(s) de recherche : Laboratoire Vibrations Acoustique (LVA), Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Directeur de thèse : Bernard Laulagnet

Président de jury : Nicolas Totaro

Composition du jury :
Nicolas Totaro (Président du jury), Pierre-Olivier Mattei (Rapporteur), Charles Pézerat (Rapporteur), Catherine Guigou-Carter (Examinatrice), Nacer Hamzaoui (Examinateur), Bernard Laulagnet (Directeur de Thèse), Tony Lethuillier (Encadrant), Franck Poisson (Invité)

Cette thèse est accessible à l'adresse : http://theses.insa-lyon.fr/publication/2022LYSEI043/these.pdf
© [G. Duval], [2022], INSA Lyon, tous droits réservés