



HAL
open science

Méthodes de localisation des générateurs de l'activité électrique cérébrale à partir de signaux électro- et magnéto-encéphalographiques.

Anne Eugénie, Jeanne Cheylus Née Crouzeix

► **To cite this version:**

Anne Eugénie, Jeanne Cheylus Née Crouzeix. Méthodes de localisation des générateurs de l'activité électrique cérébrale à partir de signaux électro- et magnéto-encéphalographiques.. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Institut national des sciences appliquées de Lyon, 2001. Français. NNT : . tel-03826298

HAL Id: tel-03826298

<https://theses.hal.science/tel-03826298>

Submitted on 24 Oct 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

THÈSE

présentée

DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR

FORMATION DOCTORALE : IMAGES ET SYSTÈMES

ÉCOLE DOCTORALE : ÉLECTRONIQUE, ÉLECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE

par

Anne CROUZEIX épouse CHEYLUS

Ingénieur de l'École Centrale de Lyon

Méthodes de localisation des générateurs de l'activité électrique cérébrale à partir de signaux électro- et magnéto-encéphalographiques.

Soutenue le **8 octobre 2001** devant la Commission d'examen

Jury MM.	Olivier BERTRAND	Directeur de recherche	INSERM U280	directeur de thèse
	Line GARNERO	Directeur de recherche	LENA CNRS	rapporteur
	Isabelle MAGNIN	Directeur de recherche	INSA LYON	examinateur
	Michael SCHERG	Professeur	Université de HEIDELBERG	rapporteur
	Blaise YVERT	Chargé de recherche	INSERM U280	examinateur

Cette thèse a été préparée au laboratoire "Processus Mentaux et Activation Cérébrale", INSERM U280, LYON.

Remerciements

Tout d'abord, je voudrais remercier chaleureusement Olivier BERTRAND, sans qui je n'aurais jamais eu l'idée de faire une thèse sur ce sujet. Il m'a initiée non seulement à la modélisation de l'activité cérébrale en MEG et en EEG, mais également à de nombreux aspects du travail de chercheur. Par son suivi en tant que directeur de thèse et ses encouragements, il a su conserver ce projet dans la bonne voie.

Cet encadrement a été largement accompagné par Jacques PERNIER et Blaise YVERT, que je voudrais également remercier ici. Blaise a suivi avec attention toute l'évolution de ce travail, et ses commentaires, ses relectures et son enthousiasme m'ont été très précieux. Le suivi et les relectures de Jacques PERNIER m'ont également permis de renforcer la rigueur de ce travail de thèse, ses conseils ont été particulièrement utiles pour les aspects théoriques de cette thèse.

Je voudrais également remercier Line GARNERO, pour m'avoir fait parvenir les enregistrements simultanés de MEG et d'EEG qui m'ont permis de générer un bruit réaliste et corrélé spatialement pour valider mon algorithme de couplage au chapitre 4.

Je souhaite également remercier Jean-François ECHALLIER et Pierre-Emmanuel AGUERA pour leur précieuse aide technique et informatique. Merci pour leur patience, leur calme et leur sens de l'humour lorsque réseau, imprimantes et ordinateurs adoptaient un comportement chaotique. Merci également pour leur ouverture vis à vis de mon goût pour les logiciels libres.

Je tiens aussi à remercier Martine THEILLERE pour avoir su accomplir toutes sortes de démarches administratives avec une bonne humeur communicative.

Je remercie l'ensemble du laboratoire de l'unité 280 pour son accueil chaleureux et tous les bons moments que j'y ai passés, que ce soit dans le cadre de grandes discussions ayant trait à la recherche ou à refaire le monde ou encore dans le cadre de sympathiques vendanges.

Je remercie également mon mari pour son soutien constant.

Avant propos

Ce travail de thèse porte sur les moyens d'améliorer les méthodes de localisation des sources neuronales de l'activité électrique cérébrale telle qu'elle peut être mesurée à l'extérieur de la tête par électroencéphalographie (EEG) ou par magnétoencéphalographie (MEG). L'évaluation de l'apport de l'utilisation de modèles réalistes avec des données magnétoencéphalographiques d'une part, et l'étude du couplage des données électro- et magnéto-encéphalographiques d'autre part sont les deux objectifs de cette thèse.

Dans un premier temps, au chapitre 1, le positionnement et les enjeux de cette recherche sont discutés, les équations fondamentales du problème sont rappelées, puis une revue bibliographique permet de préciser l'état de l'art sur l'évaluation de différentes approches de localisation des sources de l'activité électrique cérébrale.

Le chapitre 2 présente une première tentative d'amélioration de la localisation des sources à partir de données électriques en utilisant une fonction d'interpolation plus précise pour les calculs numériques par la méthodes des intégrales de surface.

Au chapitre 3, une évaluation de la méthode de localisation des sources à partir de données magnétiques suivant que l'on utilise un modèle sphérique ou plus réaliste de la tête est réalisée.

L'apport de l'utilisation simultanée des deux modalités électrique et magnétique est recherché au chapitre 4. Plusieurs méthodes de couplage sont évaluées et comparées à l'utilisation séparée des données de chaque modalité.

Enfin, les conclusions et perspectives de ce travail de thèse font l'objet du chapitre 5.

Table des matières

Avant propos	i
1 Introduction	3
1.1 Généralités	4
1.1.1 La localisation des sources de l'activité électrique cérébrale	4
1.1.2 Activité électrique au niveau cellulaire.	7
1.1.3 Modélisation de l'activité électrique cérébrale	10
1.2 Formalisation mathématique du problème	13
1.2.1 Équations générales	13
1.2.2 Caractéristiques des champs de potentiel et des champs magnétiques . . .	15
1.2.3 La méthode des intégrales de surface	16
1.2.4 Méthodes de résolution du problème inverse	20
1.2.5 Mise en œuvre	27
1.3 Synthèse bibliographique de l'évaluation des modèles	30
1.3.1 Apport des modèles réalistes par rapport aux modèles sphériques	30
1.3.2 Apport de l'interpolation linéaire du potentiel dans la méthode des intégrales du surface	35
1.3.3 Apport de l'affinage local des maillages	36
1.3.4 Apport du couplage MEG/EEG	37
1.4 Plan de travail	38
2 Amélioration de la méthode BEM en EEG par une interpolation plus précise	41
2.1 L'interpolation linéaire du potentiel	42
2.1.1 Introduction	42
2.1.2 Méthode	43
2.1.3 Résultats	47
2.1.4 Discussion	53
2.2 Amélioration de l'interpolation géométrique	54
2.3 Conclusions et perspectives	55

3	Apport des modèles réalistes en MEG	57
3.1	Introduction	58
3.1.1	Revue bibliographique	58
3.1.2	plan de travail	62
3.2	Évaluation de l'apport des modèles réalistes pour la résolution du problème inverse	63
3.2.1	Méthode	63
3.2.2	Résultats	70
3.2.3	Discussion	74
3.3	Effet de l'orientation du dipôle	80
3.3.1	Méthode	81
3.3.2	Topographie du champ magnétique engendré par un dipôle radial dans un modèle réaliste	82
3.3.3	Effet de l'orientation des sources sur l'amplitude du signal mesuré	86
3.3.4	Effet de l'orientation des sources sur les erreurs de localisation et d'orientation.	88
3.4	Conclusions et perspectives	88
4	Évaluation de plusieurs méthodes de couplage MEG/EEG	91
4.1	Introduction	92
4.2	Objectifs	95
4.3	Paramètre d'ajustement de la conductivité	96
4.4	Modèle de bruit	99
4.4.1	Comment générer un bruit réaliste ?	99
4.5	Modèle utilisé pour la génération des signaux bruités	100
4.6	Évaluation de l'apport du couplage	100
4.6.1	Utilisation d'une méthode rapide pour le calcul des problèmes directs	100
4.6.2	Montages utilisés	101
4.6.3	Critères à minimiser	101
4.6.4	Critères de qualité adoptés pour l'évaluation	104
4.7	Première configuration : sources à plusieurs profondeurs	106
4.7.1	Résultats	106
4.8	Deuxième configuration : sources quasi-radiales et quasi-tangentielles	111
4.8.1	Résultats	112
4.9	Troisième configuration : une source dans chaque hémisphère	117
4.9.1	Résultats	119
4.10	Quatrième configuration : deux sources dans le même hémisphère	119

4.10.1 Résultats	119
4.11 Conclusions	122
5 Conclusions et perspectives	123
5.1 Conclusions	124
5.2 Perspectives	125
Annexes	129
A Le potentiel et le champ magnétique dans le modèle sphérique	129
1 Le potentiel électrique [Ary et al., 1981]	129
2 Le champ magnétique [Sarvas, 1987]	130
B Équations intégrales du potentiel et du champ magnétique	133
1 Équation intégrale du potentiel	133
1.1 Résolution de $\Delta u = f$ avec $u \in D$	133
1.2 Application à l'équation de Poisson [Geselowitz, 1967]	133
2 Équation intégrale du champ magnétique [Geselowitz, 1970]	135
C Calcul des matrices dans la méthode BEM	137
1 Calcul des matrices BEM pour le potentiel électrique	137
1.1 L'approche centre de masse [Hämäläinen, 1987]	137
1.2 L'approche interpolation linéaire [De Munck, 1992]	138
2 Calcul des matrices BEM pour le champ magnétique	142
2.1 Approche centre de masse	143
2.2 Approche interpolation linéaire [Ferguson et al., 1994]	143
D Influence de la conductivité en EEG et en MEG	147
1 Effet d'un facteur multiplicatif affectant toutes les conductivités en EEG	147
2 Effet d'un facteur multiplicatif affectant toutes les conductivités en EEG	148
E Forme matricielle de l'approche problème isolé	149
1 Introduction	149
2 Problème à p couches.	150
3 Passage au problème à n couches	150
F Calcul des matrices dans l'approche LINT BEM avec des triangles courbes	153
1 Approche LINT sur un triangle plat	153
2 Approche LINT sur un triangle courbe	153

G	Article paru dans : Clinical Neurophysiology 110 (1999) 2176-2188	157
1	Introduction	158
2	Methods	162
2.1	Mesh generation	162
2.2	Forward model	162
2.3	MEG sensor configuration	164
2.4	Choice of the dipole sites	164
2.5	Inverse models	166
2.6	The inverse procedure	167
2.7	Error criteria	167
3	Results	172
3.1	Bias due to the spherical approximation	172
3.2	Errors obtained with realistic models	175
4	Discussion	176
4.1	Localization bias due to spherical model	177
4.2	Influence of the number of layers with realistic models.	178
4.3	Orientation and moment amplitude errors	178
5	References	179
H	Méthode de Choleski	183
1	Cas général	183
2	Cas des matrices symétriques positives non définies	185
I	Génération d'un bruit réaliste	191
1	Traitement d'un enregistrement couplé spontané pour générer un bruit réaliste	191
1.1	Recalage des électrodes et des canaux MEG sur un modèle réaliste	191
1.2	Traitement des signaux	193
J	Validation d'une méthode rapide de calcul du problème direct	199
1	Présentation et évaluation de la méthode dans le cas d'une géométrie sphérique	199
1.1	Introduction	199
1.2	Méthodes	200
1.3	Résultats	203
2	Validation préliminaire dans le cas d'une géométrie réaliste en MEG	209
2.1	Méthodes	209
2.2	Résultats	209
2.3	Influence du pas de la grille	212
2.4	Problème rencontré lors du calcul des intervalles de confiance	214

2.5	Recherche de la cause des accumulations linéaires des intervalles de confiance	215
2.6	Validité des grilles pour l'utilisation des intervalles de confiance	216
2.7	Conclusion	220
K	Liste des publications issues de cette thèse	221
1	Publications	221
2	Résumés publiés	221
3	Communications à des congrès	222
4	Rapports techniques	223
	Bibliographie	225
	Index	236

Liste des tableaux

2.1	Maillages utilisés pour le problème direct. GD = densité globale (triangles/cm ²). LD = densité locale (triangles/cm ²). N = nombre de triangles. .	45
2.2	Maillages utilisés pour le problème inverse. GD = densité globale (triangles/cm ²). LD = densité locale (triangles/cm ²). N = nombre de triangles. .	45
3.1	Erreurs de localisation en modèle sphérique selon la littérature	61
3.2	Maillages utilisés pour le problème direct et le problème inverse	65
G.1	Localization errors found in the literature	161
G.2	Characteristics of the models used for the forward and inverse problem.	162
J.1	Temps de calcul des champs engendrés	204
J.2	Pourcentage des 2003 dipôles localisés avec moins de seuil mm	210
J.3	Pourcentage des 2003 dipôles localisés avec moins de seuil mm	212

Table des figures

1.1	Description d'un neurone pyramidal et d'un neurone étoilé.	9
1.2	Schéma de propagation du potentiel d'action	9
1.3	Exemple d'utilisation du modèle sphérique	12
1.4	Exemple de maillage réaliste de la tête	12
1.5	Algorithme de Marquardt [1963] modifié par Nash [1979]	25
2.1	Exemple de maillage de sphère localement affiné sur un angle d'ouverture de 40°	44
2.2	Position des électrodes sur le scalp.	46
2.3	Positions des axes temporal et pariétal	47
2.4	Comparaisons maillages homothétiques ou non pour l'approche COM	48
2.5	Comparaison entre LINT et COM pour le problème direct	49
2.6	MAG et RDM en fonction du modèle	50
2.7	MAG et RDM en fonction de la taille de la matrice	50
2.8	Erreur de localisation en fonction du modèle	51
2.9	Erreur de localisation en fonction du nombre d'électrodes	52
2.10	Erreur de localisation en fonction de la taille de la matrice	52
2.11	maillages à triangles plats et à triangles courbes	54
2.12	Erreur de localisation pour les triangles plats et courbes dans l'approche LINT.	55
3.1	Procédure de simulation	64
3.2	Positions des 2003 dipôles	66
3.3	RMS des 2003 dipôles	66
3.4	Tangentialités des 2003 dipôles	67
3.5	Procédure adoptée pour choisir une sphère locale	68
3.6	Erreurs pour les modèles sphériques en MEG	71
3.7	Erreur en fonction de la tangentialité	73
3.8	Erreur de localisation (vues sur IRM)	75
3.9	Erreur d'orientation (vues sur IRM)	76
3.10	Erreurs selon la position verticale en MEG et en EEG	77
3.11	Dipôles de la simulation : une position, 180 orientations.	81
3.12	Topographies engendrés par des dipôles radiaux en MEG	83

3.13	Évolution de la topographie en fonction de l'angle du dipôle : de 30° en 30° . . .	84
3.14	Évolution de la topographie en fonction de l'angle du dipôle : de 5° en 5° . . .	85
3.15	Évolution du RMS en fonction de l'angle du dipôle	87
3.16	Exemples de rapports de RMS radial/tangentiel sur un axe temporel.	87
3.17	Erreur de localisation en fonction de l'orientation du dipôle	89
3.18	Erreur d'orientation en fonction de l'orientation du dipôle	89
4.1	Paramètre d'ajustement de la conductivité	98
4.2	Représentation graphique de l'intercorrélation normalisée entre les voies. . . .	99
4.3	Modèle utilisé pour la méthode des intégrales de surface.	100
4.4	Positions des électrodes et des voies MEG.	102
4.5	Première configuration des sources	106
4.6	Rapports signal sur bruit obtenus pour la première configuration de sources. . .	107
4.7	4 réalisations de signal bruité	107
4.8	Erreurs pour la première configuration de source et bruit1	108
4.9	Erreurs pour la première configuration de sources et bruit2	109
4.10	Deuxième configuration des sources	111
4.11	Rapports signal sur bruit obtenus pour la deuxième configuration de sources. . .	112
4.12	Erreurs pour la deuxième configuration de sources	113
4.13	Erreurs de localisation et d'orientation en MEG réaliste ou sphérique bruitée . .	116
4.14	Troisième configuration des sources	117
4.15	Rapports signal sur bruit obtenus pour la troisième configuration de sources. . .	117
4.16	Erreurs pour la troisième configuration de sources	118
4.17	Quatrième configuration des sources	120
4.18	Rapports signal sur bruit obtenus pour la quatrième configuration de sources. .	120
4.19	Erreurs pour la quatrième configuration de sources	121
A.1	Description du modèle sphérique en EEG	129
G.1	Simulation procedure	163
G.2	Dipole positions, RMS and tangentiality	165
G.3	Errors vs slice number and tangentiality, spherical models	169
G.4	Errors vs tangentiality, realistic models	170
G.5	Localization error for BRAINLOCSPH and realistic models.	171
G.6	Orientation error for spherical and realistic models.	173
G.7	Errors vs slice number for MEG and EEG	174
I.1	Positions des voies EEG.	192
I.2	Détermination du repère 10-20 à partir des positions des électrodes.	192
I.3	Passage du repère 10-20 au repère tête de l'unité 280.	193
I.4	Positions des voies MEG (en rouge) et EEG (en bleu) recalées sur notre modèle. .	194

I.5	Spectres d'une voie MEG (à gauche) et d'une voie d'EEG (à droite).	194
I.6	Cartes des écarts types par voie des réalisations de bruit	195
I.7	Cartes de la première composante principale	196
I.8	Topographies de quatre réalisations de bruit.	197
I.9	Représentation graphique de l'intercorrélation normalisée entre les voies. . . .	197
I.10	Positions des électrodes dans les configurations à 29, 64, 151 ou 256 électrodes.	198
J.1	Positions des voies, grille, et positions des sources	202
J.2	Temps de calcul pour les différentes approches.	204
J.3	Erreurs intrinsèques à la méthode	206
J.4	Grilles non tronquées : erreurs obtenues	207
J.5	Grilles tronquées : erreurs obtenues	208
J.6	Erreur de localisation du dipôle en fonction de la profondeur.	210
J.7	Erreurs de localisation des dipôles	211
J.8	Erreur résiduelle obtenue pour les différents pas de grille.	213
J.9	Intervalles de confiance estimés pour la localisation d'un dipôle.	214
J.10	Erreur résiduelle comparée pour les différentes interpolations.	217
J.11	Intervalles de confiance pour un dipôle de coordonnées (9,9,69,1,-1,0)	218
J.12	Intervalles de confiance pour un dipôle de coordonnées (3,-11,98,0,0,1)	219

Il réduisit l'écartement de leurs deux corps par le moyen d'un raccourcissement du biceps droit transmis du cerveau, le long d'une paire de nerfs crâniens choisie judicieusement.

Boris Vian, *l'écume des jours*.

Chapitre 1

Introduction

1.1 Généralités

1.1.1 La localisation des sources de l'activité électrique cérébrale

1.1.1.1 Électroencéphalogramme

L'électroencéphalogramme (EEG) est l'enregistrement de différences de potentiels électriques effectués sur la surface de la tête.

D'après Changeux [1983], l'activité électrique cérébrale fut enregistrée pour la première fois par un jeune assistant de physiologie de la Royal Infirmary de Liverpool nommé Caton en 1875. En ouvrant la boîte crânienne d'un singe, il observe la présence de courants électriques attestés par les oscillations d'un galvanomètre. Lorsque la rétine est soumise à un stimulus lumineux, il observe une variation plus importante du courant électrique localisée dans la région occipitale du cortex. En 1929, le neuropsychiatre Allemand Hans Berger met au point une technique d'enregistrement permettant de mesurer l'activité électrique cérébrale sans ouvrir la boîte crânienne. Il utilise des électrodes posées sur le scalp et reliées à des amplificateurs pour mesurer des oscillations électriques de quelques dizaines de microvolts.

Cette nouvelle technique, l'électroencéphalographie, donnera lieu à de nombreuses études de l'activité électrique cérébrale. On observera tout d'abord des oscillations de forte amplitude et ayant une fréquence de l'ordre de 10 Hz, et dont l'amplitude décroît lorsque l'on focalise son attention. Ce sont les oscillations alpha. L'analyse fréquentielle de l'EEG permet de mettre en évidence d'autres rythmes (delta : inférieur à 4 Hz, thêta : entre 4 et 8 Hz, bêta : entre 8 et 20 Hz). L'apparition de ces rythmes, ainsi que d'autres signaux, interviennent dans la classification des différents stades d'éveil et de sommeil. Une autre façon d'analyser l'EEG consiste à stimuler de manière répétée un sujet et à faire la moyenne des signaux électriques mesurés sur chaque électrode dans une certaine tranche de temps entourant le stimulus. Ce processus permet d'éliminer en grande partie les signaux électriques liés à l'activité spontanée du cerveau, et d'extraire uniquement la réponse liée au stimulus. C'est ce que l'on appelle les potentiels évoqués.

1.1.1.2 Magnétoencéphalogramme

Le magnétoencéphalogramme (MEG) est la représentation graphique des variations de champ magnétique mesurées au voisinage de la tête. Du fait de la très faible intensité des champs magnétiques résultant de l'activité électrique cérébrale, les premières expériences de MEG furent beaucoup plus tardives que l'EEG. Cohen [1968] parvint tout de même à mesurer avec une spire classique l'activité ayant la plus forte amplitude (les oscillations alpha). Ce n'est cependant qu'avec l'avènement des supraconducteurs que l'on parvint à construire un

capteur, constitué de spires reliées à un SQUID (Superconducting QUantum Interference Device), et pouvant mesurer les champs magnétiques cérébraux de l'ordre du femto-Tesla ($1 \text{ fT} = 10^{-15} \text{ T}$). A l'aide de cette technologie, Cohen [1972] parvint à faire le premier enregistrement de MEG.

1.1.1.3 Localisation des sources de l'activité électrique cérébrale

Toujours selon Changeux [1983], le lien entre la perte de certaines facultés cognitives telles que le langage, et l'atteinte de certaines zones du cerveau avait été fait dès l'antiquité égyptienne. Toutefois, le débat persistera pendant une très longue période pour savoir si le siège de l'âme se trouve dans le cœur ou dans le cerveau, et ce n'est qu'au XIX^e siècle que la théorie de la localisation cérébrale des fonctions mentales émergera. Vers 1800, l'Allemand Franz Joseph Gall découpe le cerveau en plusieurs zones, auxquelles il associe des facultés mentales. Si les localisations et le découpage des fonctions mentales étaient plutôt fantaisistes - ainsi pensait-il que la palpation des bosses du crâne permettait d'évaluer la vertu, la générosité ou l'avarice d'une personne - l'idée de la localisation de zones cérébrales associées à une faculté mentale a créé un véritable courant dans la recherche neurologique. En 1861, Paul Broca établit d'une manière beaucoup plus scientifique un lien entre une région du cerveau et une fonction cérébrale. Cette découverte lui est venue lors de l'autopsie du cerveau d'un de ses patients, surnommé "Tan", car il souffrait d'un trouble du langage articulé et ne pouvait prononcer que ce phonème. Le cerveau de ce patient montrait une lésion dans une région arrière du lobe frontal aujourd'hui appelée aire de Broca. Par la suite, de nouvelles techniques d'imagerie cérébrale confirmeront ce lien entre l'aire de Broca et les mécanismes cérébraux impliqués dans la production du langage articulé. Nous avons vu que Caton, dans ses expériences, a également mis en évidence une localisation des aires cérébrales impliquées dans la perception d'un stimulus lumineux. L'électrophysiologie à crâne ouvert, la stimulation électrique chez l'animal, l'autopsie et l'étude des lésions cérébrales chez l'homme ont pendant de longues années été les seuls outils de la localisation d'aires fonctionnelles cérébrales.

Aujourd'hui, de nouvelles techniques sont apparues, permettant une localisation non traumatique in vivo des fonctions cérébrales chez l'homme. Ce sont la tomographie à émission de positons (TEP), l'imagerie par résonance magnétique fonctionnelle (IRMf), la tomographie par émission de simples photons (SPECT), ainsi que la MEG et l'EEG. La TEP consiste à injecter dans le sang un marqueur radioactif, puis à détecter tout autour de la tête les paires de photons gamma qui sont émis lorsqu'un positon s'annihile avec un électron. Un algorithme de reconstruction permet d'aboutir à une carte en trois dimensions des zones d'émission. La fonction physiologique étudiée dépend du type de molécule marquée. Par exemple, l'eau marquée par l'oxygène 15 permet d'estimer les variations de débit sanguin

local induites par une activité du cerveau. La résolution spatiale de cette technique est de l'ordre de 4 mm pour un enregistrement qui dure de 1 à 2 minutes. La SPECT fait également appel à des traceurs radioactifs, mais les réactions de désintégration ne donnent lieu qu'à l'émission d'un seul photon gamma. Il en résulte une localisation plus difficile des lieux de l'émission, et une résolution spatiale plus faible. L'IRM fonctionnelle utilise la fréquence de résonance du moment magnétique, ou spin, de noyaux atomiques comme l'hydrogène et un champ magnétique variable dans l'espace pour reconstruire des images en trois dimensions. Selon la technique utilisée, on obtient des images anatomiques très précises du cerveau, avec une résolution spatiale inférieure à 1 mm, ou des images fonctionnelles avec un temps d'acquisition beaucoup plus court, jusqu'au 50^e de seconde, mais avec une résolution spatiale plus faible (3 mm), et correspondant généralement aux zones où le taux d'oxyhémoglobine augmente.

Par contraste, les techniques classiques de reconstruction des sources neuronales à partir de l'EEG, qui utilisent un modèle de la tête dont nous reparlerons à la section suivante (section 1.1.3.2), ne permettent d'obtenir qu'une résolution spatiale de l'ordre du centimètre, et pour la MEG, de l'ordre du demi-centimètre, dans l'hypothèse pas toujours vérifiée d'une activité cérébrale se modélisant bien par un simple dipôle de courant. La résolution temporelle de la MEG et de l'EEG, de l'ordre de la milliseconde, est bien supérieure à celle des autres techniques d'imagerie cérébrale. L'amélioration des techniques de reconstruction des sources de l'activité électrique cérébrale devrait donc permettre d'accéder à une information non seulement sur les lieux des activités cérébrales, mais plus globalement sur leur organisation spatio-temporelle.

1.1.1.4 Perspectives d'application d'une meilleure localisation des sources

Une meilleure technique de localisation des sources de l'activité électrique cérébrale permettrait, nous l'avons vu, de fournir un nouvel outil pour la caractérisation des fonctions des structures cérébrales dans leur organisation tant spatiale que temporelle. Un tel outil présente un intérêt majeur pour la recherche sur les processus mentaux et cognitifs. En effet, les autres techniques d'investigation *in vivo* présentent une moins bonne résolution temporelle. L'EEG et la MEG présentent l'avantage d'être des techniques d'investigation non invasives et peu contraignantes pour le sujet car aucune injection n'est nécessaire, et les appareils ne sont pas bruyants. Pour ces raisons, de nombreuses études utilisent déjà l'une ou l'autre de ces modalités en proposant une localisation approximative des sources. Un exemple est l'étude de l'organisation tonotopique du cortex auditif [Romani et al., 1982; Pantev et al., 1988; Bertrand et al., 1988]. L'organisation somatotopique du cortex somato-sensoriel a également fait l'objet de ce type d'investigation, par exemple dans Buchner et al. [1994]. Mais

de nombreux autres sujets sont abordés, en particulier depuis qu'existent des logiciels commerciaux de localisation des sources à partir de l'EEG ou de la MEG (BESA[®], CURRY[®], ainsi que les logiciels fournis avec les installations de MEG).

De plus, il existe un certain nombre de cas cliniques où l'amélioration de la localisation des sources permettrait d'aider le praticien à faire un meilleur diagnostic de l'état de ses patients. Un exemple est le cas de patients souffrant d'une épilepsie rebelle à tout traitement médicamenteux. Il peut être envisagé dans ces cas là une ablation de la zone du cerveau dont le dérèglement est à l'origine de la crise épileptique, la zone épileptogène. Cette zone semble se caractériser par une activité électrique bien particulière, qui provoque l'activation des zones voisines du cerveau. Actuellement, la localisation de la zone épileptogène se fait à l'aide d'électrodes implantées dans le cerveau. Comme il s'agit souvent de zones cérébrales endommagées, la localisation d'une tumeur ou d'un traumatisme par IRM ou par scanner X fournit une information complémentaire. La précision de la localisation est dans ce cas cruciale, car plus l'ablation concerne une grande zone du cerveau, plus les risques de séquelles fonctionnelles sont importants. Une meilleure localisation du foyer épileptogène par MEG ou par EEG permettrait au minimum de mieux cibler la zone où implanter des électrodes intra-cérébrales pour une caractérisation plus précise de la zone incriminée, et dans le meilleur des cas, d'éviter d'avoir à implanter des électrodes intra-cérébrales. Cette application a été par exemple étudiée dans Roth et al. [1997]; Waberski et al. [1998]; Silva et al. [1999].

Un autre exemple d'application clinique pourrait être le suivi de la réorganisation fonctionnelle cérébrale dans le cas de patients ayant eu une lésion d'une zone du cerveau associée à une certaine activité mentale. On a observé, dans des cas similaires, une plasticité neuronale leur permettant, à l'issue d'une période de récupération, d'utiliser d'autres zones de leur cerveau pour effectuer la même tâche. Une telle plasticité est également observée dans le cas de patients privés d'un de leurs sens, les zones cérébrales habituellement affectées à ce sens pouvant alors être utilisées pour mieux utiliser les autres sens. L'étude de la plasticité neuronale à l'aide des potentiels évoqués pourrait permettre d'évaluer la progression du patient, ainsi que de mieux comprendre les mécanismes de cette plasticité, et l'efficacité d'un certain nombre de techniques de rééducation. Ce type d'application a été par exemple envisagé dans Neville et Bavelier [1996]; Posner et Abdullaev [1996]; Habib et al. [1996].

1.1.2 Activité électrique au niveau cellulaire.

Nous avons vu à la section précédente que les activités humaines telles que la perception, la mémorisation, le contrôle du fonctionnement de l'organisme (sommeil, sécrétions hormonales), font intervenir différentes zones cérébrales. Une manifestation de l'activité de ces zones est l'apparition d'un courant électrique membranaire dans les cellules nerveuses.

Tous les tissus vivants sont composés de cellules. Ces cellules sont spécialisées en fonction de leur rôle. N'importe quelle cellule peut présenter une différence de potentiel (le potentiel de repos) au niveau de sa membrane, mais la spécificité des cellules nerveuses et des cellules musculaires, lorsqu'elles sont excitées, est de pouvoir produire et propager des impulsions électriques (le potentiel d'action). Dans le cas des cellules musculaires, ce phénomène s'accompagne d'une contraction de la cellule. Dans d'autres cellules, ce phénomène peut également être associé à la fonction de la cellule.

Le cortex cérébral, ainsi que certains noyaux sous-corticaux, est constitué d'un grand nombre de cellules nerveuses, ou neurones, organisés selon différentes couches parallèles à la surface corticale. Ils sont composés d'un corps cellulaire, ou soma, se prolongeant par une longue fibre nerveuse, l'axone, et possédant de nombreuses ramifications, les dendrites. On trouve principalement dans le cortex deux types de neurones, les neurones pyramidaux et les neurones étoilés, qui diffèrent par leur forme (voir figure 1.1), mais aussi par leur organisation dans les couches corticales. Ainsi les neurones pyramidaux ont leurs dendrites orientés parallèlement entre elles et perpendiculairement à la surface corticale, tandis que les neurones étoilés n'ont pas d'orientation préférentielle.

La membrane d'une cellule nerveuse est formée d'une bicouche lipidique contenant des pores qui sous certaines conditions (incluant la différence de potentiel membranaire) peuvent être rendues perméables à certains ions qui leur sont spécifiques (Na^+ , K^+ , Cl^-). Des échanges d'ions ont lieu en permanence dans la cellule nerveuse au repos (via la "pompe à Na^+/K^+ "), ce qui permet de maintenir l'équilibre à long terme de la composition ionique de la cellule, et donc le potentiel de repos. Des échanges peuvent également avoir lieu par les pores spécifiques, ou canaux ioniques, sous l'effet d'une excitation de la cellule, c'est ce qui engendre le potentiel d'action.

L'apparition, au delà d'un certain seuil, d'une différence de potentiel transmembranaire supérieure au potentiel de repos provoque l'ouverture de canaux ioniques qui vont rétablir une répartition homogène des ions de part et d'autre de la membrane. Les "pompes à Na^+/K^+ " vont ensuite se remettre en action pour rétablir le potentiel de repos et la membrane va alors se surpolariser pour diminuer pendant un laps de temps l'excitabilité de la cellule (voir figure 1.2). Au cours de ce processus, la modification de l'équilibre ionique a de nouveau éloigné le potentiel transmembranaire du potentiel de repos, et l'onde électrique va ainsi se propager de proche en proche le long de l'axone. Une telle configuration de puits et de sources de courant peut être décrite, d'une manière très générale, par un développement multipolaire : la somme d'une composante monopolaire, d'une composante dipolaire, d'une composante quadripolaire, et ainsi de suite jusqu'à l'infini. Plus la dimension du multipôle est élevée et plus son influence sur le voisinage s'atténue rapidement avec la distance. Dans le cas de la propagation du potentiel d'action, l'entrée et la sortie à travers la membrane des ions Na^+ et

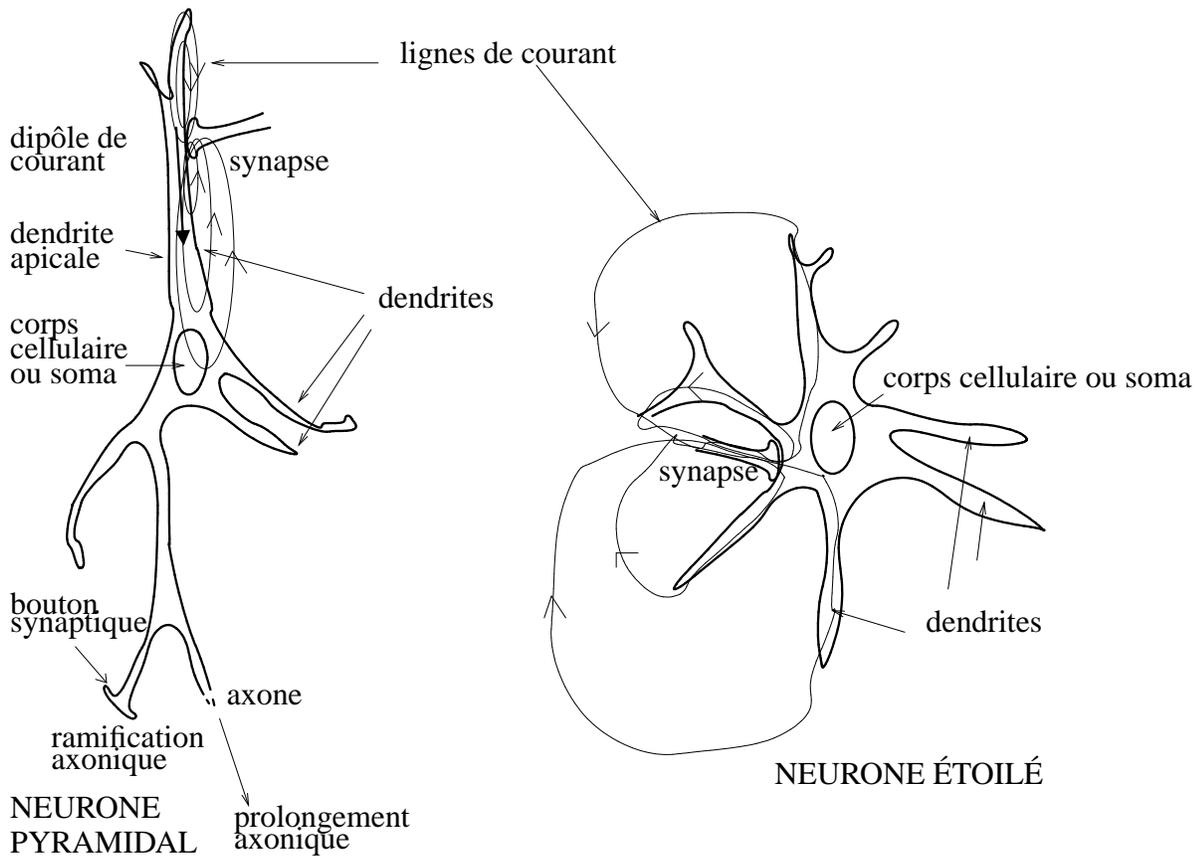


FIG. 1.1: Description d'un neurone pyramidal et d'un neurone étoilé. Une synapse excitatrice est représentée : elle provoque un puits de courant dans la région postsynaptique, ce qui provoque dans les milieux intra et extra-cellulaires des courants se refermant sur le reste de la membrane, lequel se présente donc comme une source de courant. Comme les sources de courant se situent préférentiellement vers le corps cellulaire, ces mouvements ioniques peuvent être modélisés en première approximation par un dipôle de courant, représenté par une flèche.

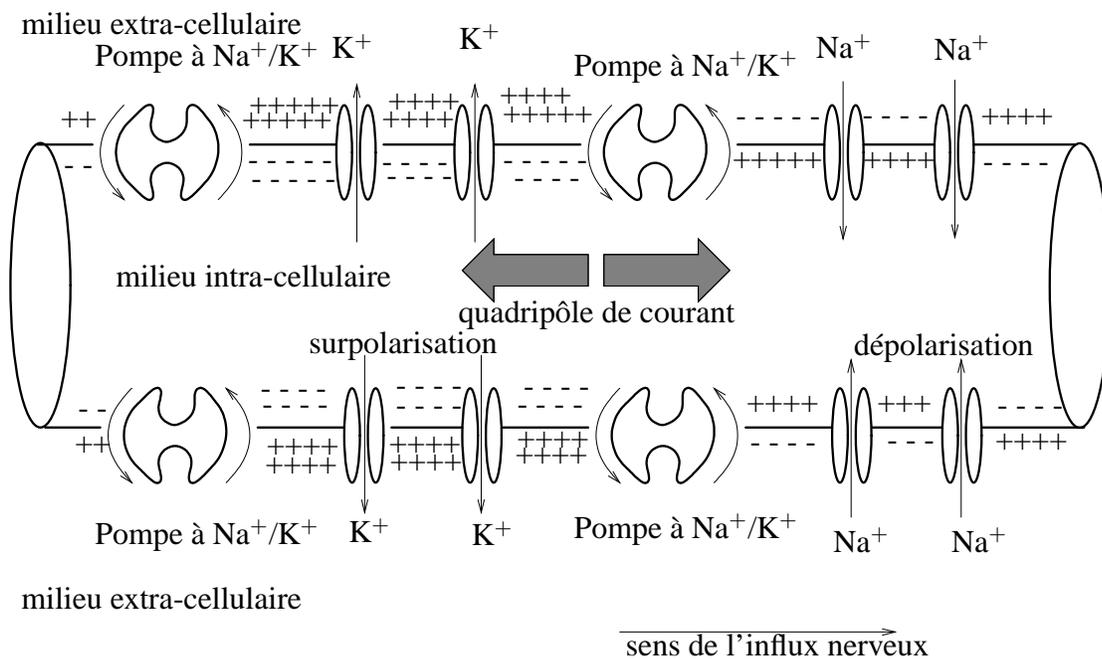


FIG. 1.2: Schéma de propagation du potentiel d'action

K^+ peut être modélisée en première approximation par un quadripôle de courant, c'est à dire que les contributions de ses composantes monopolaire et dipolaire sont négligeables. Or les distributions de potentiel et de champ magnétique engendrées par un quadripôle s'annulent très vite avec la distance. *La contribution des potentiels d'action pour l'EEG et la MEG peut donc être négligée.*

Nous venons de voir que la propagation d'une onde électrique le long d'un axone se fait par simple conduction, mais le passage de l'information d'un neurone à un autre neurone fait intervenir un fonctionnement spécifique à travers les synapses. Il arrive parfois que l'espace synaptique soit suffisamment faible pour que le passage se fasse par simple conduction électrique, mais dans la plupart des cas, le passage de l'influx nerveux d'un neurone à l'autre fait appel à un processus biochimique particulier : lorsqu'une série de potentiels d'action parvient jusqu'au terminal présynaptique, cela provoque la libération de neuromédiateurs, lesquels en se fixant sur la membrane postsynaptique provoquent l'ouverture de canaux ioniques perméables aux ions Na^+ (synapse excitatrice) ou Cl^- (synapse inhibitrice). L'entrée d'ions Na^+ en masse dans la cellule provoque l'apparition d'un potentiel d'action, tandis que l'entrée d'ions Cl^- va abaisser la différence de potentiel transmembranaire et rendre plus difficile l'apparition d'un potentiel d'action au cas où des ions Na^+ viendraient à entrer également dans la cellule. Le soma du neurone est donc le lieu d'une sommation d'effets excitateurs et inhibiteurs permettant un traitement complexe de l'information véhiculée par les potentiels d'action. La distribution de puits et de sources de courant engendrée peut être modélisée en première approximation par un dipôle (voir figure 1.1). Cette composante du développement multipolaire subit une moins grande atténuation que le quadripôle de courant. Toutefois, il est communément admis [Nunez, 1981; Pernier et Bertrand, 1997] que *seuls les courants générés par l'activité synaptique synchrone d'une population de neurones* de même orientation, comme les neurones pyramidaux perpendiculaires au cortex, en s'additionnant, engendrent un potentiel électrique et un champ magnétique mesurable à la surface de la tête, les autres sources de l'activité électrique cérébrale étant soumises à une atténuation telle qu'à la surface de la tête, leur effet peut être négligé.

1.1.3 Modélisation de l'activité électrique cérébrale

Le problème qui nous concerne est de localiser les sources de l'activité électrique cérébrale à partir des données électroencéphalographiques et magnétoencéphalographiques. Il s'agit d'un *problème inverse*, dont la résolution passe par celle du *problème direct* associé : trouver les distributions de potentiel électrique et de champ magnétique qui seraient engendrées par des sources connues.

1.1.3.1 Modélisation des sources

Nous venons de voir que seule l'activité synaptique synchrone d'une population de neurones de même orientation pouvait engendrer une activité électrique mesurable à la surface de la tête. Nous avons également vu qu'en première approximation, l'activité synaptique pouvait être représentée par un dipôle de courant, et que de plus, les autres composantes du développement multipolaire engendrent une activité électrique qui s'atténue très rapidement avec la distance.

Quelle que soit l'étendue des sources, le problème peut se ramener à une distribution de sources dipolaires. Il suffit donc de savoir résoudre le problème direct avec ce type de modèle de source de base, le principe de superposition linéaire permettant de résoudre le cas général.

1.1.3.2 Modélisation de la géométrie de la tête

Le modèle de géométrie de la tête le plus simple¹ et le plus largement utilisé est le modèle sphérique, [Rush et Driscoll, 1968] : la tête est assimilée à trois sphères homogènes de conductivités différentes (respectivement 0.45, 0.005625, et 0.45 Siemens/m), emboîtées les unes dans les autres et représentant le cerveau, l'os, et le scalp (voir figure 1.3). Dans ce cas, on peut calculer analytiquement [Ary et al., 1981; Sarvas, 1987] le potentiel et le champ magnétique engendrés par un dipôle donné. C'est pourquoi nous utiliserons ce modèle pour évaluer les performances de notre méthode de calcul.

L'une des activités de l'unité 280 de l'INSERM a consisté à développer et utiliser des modèles réalistes pour la géométrie de la tête. Il s'agit en pratique de modèles compartimentés comme dans le modèle sphérique, avec des conductivités homogènes par compartiment (certains comme l'os et le cerveau peuvent avoir une conductivité anisotrope), mais les frontières entre les compartiments sont obtenues à partir de piles d'IRM (Imagerie par Résonance Magnétique) fournissant une représentation anatomique d'une section de la tête. Un traitement des IRM permet d'extraire les contours du cerveau, de l'os, et du scalp. A partir de ces piles de contours, on génère des maillages de ces différentes surfaces (voir figure 1.4). C'est à ce modèle que devra s'appliquer notre méthode de calcul.

La résolution du problème direct avec ces modèles n'est réalisable qu'à l'aide de méthodes numériques. Différentes méthodes numériques peuvent être utilisées : la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis, et la méthode des intégrales de frontière.

La résolution du problème direct par différences finies permet la prise en compte de l'anisotropie des différents milieux. La construction du maillage est facilitée car une grille régulière peut être utilisée. Elle se ramène à l'inversion d'une très grande matrice creuse. La

¹On trouve des modèles de géométrie encore plus simples comme le demi-espace [Cuffin et Cohen, 1977], mais ils ont plutôt été utilisés pour le magnétocardiogramme.

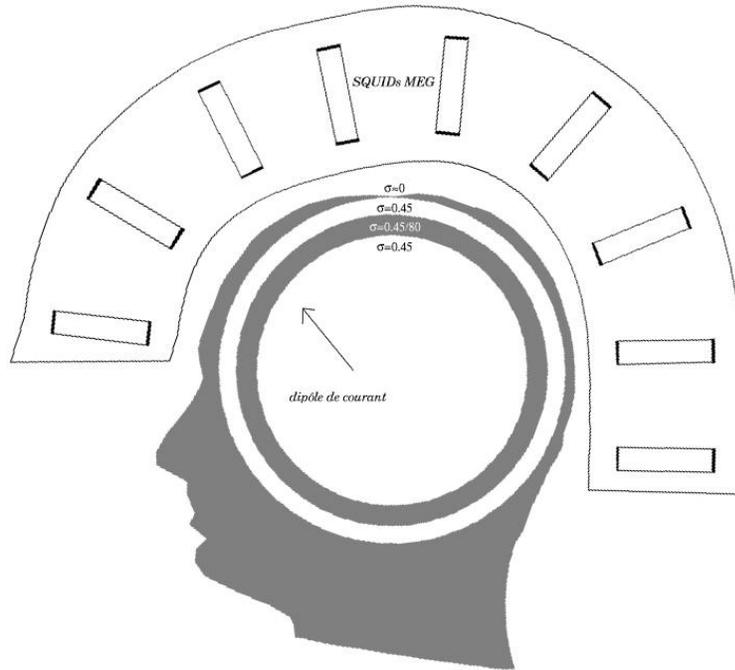


FIG. 1.3: Exemple d'utilisation du modèle sphérique

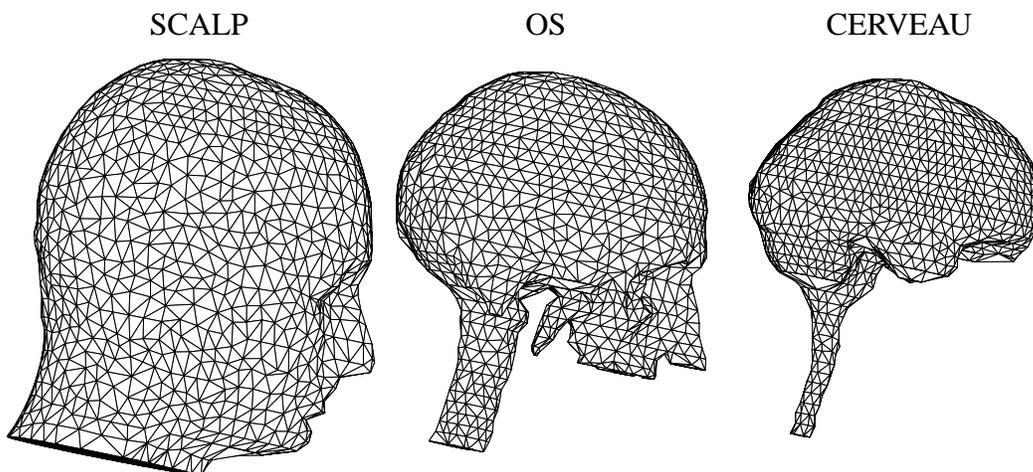


FIG. 1.4: Exemple de maillage réaliste de la tête

définition d'un schéma aux différences finies pose quelques problèmes au niveau des surfaces de discontinuité, cependant la méthode a pu être mise en œuvre [Witwer et al., 1972; Marino et al., 1993; Hédou, 1997] de manière automatique à partir des IRM. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle nécessite l'emploi d'ordinateurs massivement parallèles. Le temps de résolution d'un problème direct sur une Connexion Machine (partition CM5 de 32 nœuds) pour une grille cubique régulière de 256 éléments de côté était en 1997 de l'ordre de 10 mn d'après Hédou [1997].

On peut également prendre en compte l'anisotropie des milieux avec la méthode des éléments finis. Cette méthode permet de définir en chaque nœud du maillage tridimensionnel de la tête un tenseur de conductivité différent. Elle se ramène à l'inversion d'une grande matrice creuse. Appliquée pour la première fois à un modèle réaliste tridimensionnel de la tête par Thevenet et al. [1991]; Thevenet [1992]; Yan et al. [1991]; Marin [1997] et Marin et al. [1998], elle reste difficile à mettre en œuvre faute de procédure automatique permettant d'obtenir un maillage tridimensionnel de la tête incluant les surfaces de discontinuité. Le temps de résolution était en 1992 de l'ordre de 2 mn pour un maillage de 48000 tétraèdres avec un élément fini utilisant une interpolation linéaire sur des tétraèdres d'après Thevenet [1992].

La méthode que nous utiliserons est celle des intégrales de surface. Elle est également appelée méthode des éléments finis de surface, méthode des intégrales de frontière, ou méthode des éléments frontière. Elle se ramène à l'inversion d'une "petite" matrice pleine. Elle nécessite uniquement des maillages des différentes interfaces. Telle que nous l'appliquerons, elle ne nous permettra pas de prendre en compte les anisotropies. Cependant, il semblerait que celles-ci puissent être prises en compte à condition de modifier un peu l'approche [Zhou et Van Oosterom, 1994]. Les premiers à l'avoir appliquée à notre problème furent Hämäläinen [1987] et Meijs et al. [1987a]. Des algorithmes de maillage automatique des différentes surfaces ont pu être mis en œuvre [Fenollosa, 1993; Yvert, 1994; Mallet, 1996].

1.2 Formalisation mathématique du problème

1.2.1 Équations générales

Le potentiel et le champ magnétique engendrés par plusieurs dipôles de courant sont égaux à la somme des potentiels et des champs magnétiques créés par chacun de ces dipôles en vertu du principe de superposition. C'est pourquoi nous nous ramènerons à l'étude du potentiel et du champ magnétique engendrés par un seul dipôle.

1.2.1.1 Le potentiel électrique

L'équation de Poisson dans le milieu conducteur formé par la tête s'écrit :

$$\nabla(\sigma \vec{\nabla} V) = \nabla(\vec{J}_p) \quad (1.2.1.1)$$

où :

- \vec{J}_p est la densité de courant due au dipôle de courant :

$$\vec{J}_p = \vec{Q} \delta(\vec{r} - \vec{r}_o) \quad (1.2.1.2)$$

où δ est le symbole de Dirac.

La densité de courant totale est la somme de ce cette densité de courant primaire avec les courants de conduction ohmique :

$$\vec{J} = \vec{J}_p - \sigma \vec{\nabla} V \quad (1.2.1.3)$$

- \vec{Q} est le moment dipolaire du dipôle qui est placé en \vec{r}_o .
- σ est la conductivité du milieu.

Par ailleurs, la continuité du potentiel et du courant ohmique sortant à travers les surfaces de discontinuité fixent les conditions aux limites. Notre problème peut donc s'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla(\sigma \vec{\nabla} V) = \nabla(\vec{J}_p) \\ [V] = 0 \\ [\sigma \vec{\nabla} V \cdot \vec{n}] = 0 \end{array} \right. \quad (1.2.1.4)$$

On a noté $[x]$ le saut de la variable x en tout point d'une surface de discontinuité. On pourra également le noter $x^+ - x^-$.

1.2.1.2 Le champ magnétique

Le champ magnétique est donné par la loi de Biot et Savard :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_o}{4\pi} \int_G \vec{J}(\vec{r}') \wedge \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv' \quad (1.2.1.5)$$

Ce qui, combiné avec l'expression de la densité de courant (1.2.1.3), donne :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_o(\vec{r}) - \frac{\mu_o}{4\pi} \int_G \sigma \vec{\nabla} V \wedge \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv' \quad (1.2.1.6)$$

où \vec{B}_o est le champ magnétique créé par le dipôle dans un milieu homogène infini :

$$\vec{B}_o(\vec{r}) = \frac{\mu_o}{4\pi} \int_G \vec{J}_p(\vec{r}') \wedge \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv' \quad (1.2.1.7)$$

Soit encore, avec l'équation (1.2.1.2),

$$\vec{B}_o(\vec{r}) = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{\vec{Q} \wedge (\vec{r} - \vec{r}_o)}{|\vec{r} - \vec{r}_o|^3} \quad (1.2.1.8)$$

1.2.1.3 Modèle sphérique

Dans le cas d'un modèle sphérique à trois couches (scalp, os, cerveau), on peut calculer analytiquement le potentiel [Ary et al., 1981] et le champ magnétique [Sarvas, 1987]. Les équations, un peu compliquées, sont détaillées en annexe A.

Équation du potentiel électrique dans le modèle sphérique :

$$V(\theta, \phi) = \frac{1}{4\pi\sigma} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n} \cdot e^{n-1} \left[\frac{\zeta(2n+1)^2}{(n+1)d_n} \right] \left[M_r P_n(\cos\theta) + \frac{1}{n} M_t P_n^1(\cos\theta) \cos\phi \right]$$

Équation du champ magnétique dans le modèle sphérique :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{F \vec{Q} \wedge \vec{r}_o - \vec{\nabla} F \cdot [(\vec{Q} \wedge \vec{r}_o) \cdot \vec{r}]}{F^2}$$

1.2.2 Caractéristiques des champs de potentiel et des champs magnétiques

Les formules du champ magnétique dans le modèle sphérique impliquent plusieurs conséquences qui sont essentielles pour comprendre la complémentarité des données MEG et EEG.

Ainsi, dans le modèle sphérique en MEG :

- Un dipôle radial n'entraîne pas de champ magnétique.
- Le rayon de la sphère n'intervient pas.
- La décroissance du champ magnétique en fonction de la profondeur est importante, et un dipôle au centre de la sphère n'entraîne pas de champ magnétique.
- Les valeurs des conductivités n'interviennent pas.

Remarque : Dans le cas des modèle réalistes, la notion de dipôle radial ou tangentiel est moins bien définie. Fuchs et al. [1998a] ont proposé une définition des orientations quasi-radiale et quasi-tangentielles pour une position de dipôle donnée en se basant sur la décomposition en vecteurs propres du champ magnétique engendré (lead field) par les dipôles d'orientations parallèles aux axes du repère : soient L_x , L_y et L_z les champs magnétiques engendrés sur les N_B voies MEG par les trois orientations selon les axes x , y et z du dipôle de moment unitaire. Pour un dipôle dont le moment a une orientation quelconque $\vec{M} = (M_x, M_y, M_z)$, le signal magnétique engendré est $B = L_x M_x + L_y M_y + L_z M_z$. Ce qui

peut s'écrire sous forme matricielle :

$$B = \begin{pmatrix} L_x & L_y & L_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = LM$$

Le carré moyen du signal engendré sur les voies MEG est donc :

$$\frac{1}{N_B} B^t B = \frac{1}{N_B} M^t L^t L M$$

La matrice $L^t L$ est symétrique, donc diagonalisable, et le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre donne l'orientation quasi-radiale du dipôle, tandis que les deux autres vecteurs propres correspondent aux orientations quasi-tangentes. En général, la valeur propre correspondant à l'orientation quasi-radiale est très inférieure aux deux valeurs propres correspondant aux orientations quasi-tangentes, qui elles, sont du même ordre de grandeur. Dans le modèle sphérique, l'orientation radiale du dipôle correspond au vecteur propre associé à la valeur propre zéro. On peut donc faire une analogie entre les orientations quasi-radiales dans le modèle réaliste, et les orientations radiales dans le modèle sphérique.

D'une manière générale, comme en première approximation la tête est globalement sphérique, la MEG enregistre moins bien que l'EEG les champs engendrés par les sources quasi-radiales et profondes. La contrepartie de cet inconvénient est que la MEG est fournie des topographies plus focales et en général l'influence des bruits physiologiques (activité musculaire, mouvements oculaires, clignements) sera plus locale. De même, elle est moins affectée que l'EEG par les valeurs des conductivités (voir annexe D).

D'autres aspects sont à prendre en compte pour comparer les avantages et les inconvénients des modalités MEG et EEG. L'installation des électrodes pour l'EEG est une opération d'autant plus longue que l'on utilise beaucoup d'électrodes. Il est plus rapide de placer un sujet dans sous un casque MEG, en revanche le sujet peut bouger légèrement par rapport aux voies MEG, tandis que les électrodes EEG, une fois posées, sont bien fixées sur le scalp. Par ailleurs, le coût d'une installation de MEG est très supérieur à celui d'une installation d'EEG.

1.2.3 La méthode des intégrales de surface

1.2.3.1 Formulation intégrale

L'application de la deuxième formule de Green au problème (1.2.1.4) permet [Geselowitz, 1967] d'aboutir à l'équation intégrale de Fredholm (calculs détaillés en annexe B) :

$$(\sigma_i^+ \Omega_{i,r}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r}^-) V(\vec{r}) = 4\pi V_o(\vec{r}) - \sum_{j=1}^{nbsurf} (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \int_{S_j - \exists \vec{r}} V(\vec{r}') \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \cdot d\vec{S} \quad (1.2.1.9)$$

où

$$V_o(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_G \vec{J}_p \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv \quad (1.2.1.10)$$

V_o est le potentiel créé par le dipôle dans un milieu homogène infini de conductivité unitaire; σ_i^+ et σ_i^- sont les conductivités respectives à l'extérieur et à l'intérieur de la $i^{\text{ème}}$ surface de discontinuité S_i où se situe le point de calcul r ; $\Omega_{i,r}^+$ et $\Omega_{i,r}^-$ sont les angles solides respectifs où le point r voit l'extérieur et l'intérieur de la surface sur laquelle il se trouve.

Pour le champ magnétique, l'application du théorème de Gauss à l'équation (1.2.1.6) donne la formule de Geselowitz [1970] (calculs détaillés en annexe B) :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_o(\vec{r}) + \frac{\mu_o}{4\pi} \sum_{j=1}^{nbsurf} (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \int_{S_j - \exists \vec{r}} V(\vec{r}') \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \wedge d\vec{S}' \quad (1.2.1.11)$$

1.2.3.2 Équations approchées matricielles

Le principe de la méthode des intégrales de surfaces peut être décrit comme suit (pour une information plus détaillée, voir Dautray et Lions [1985a] ou Brebbia et Dominguez [1989]).

L'équation que nous avons à résoudre peut se mettre sous la forme :

$$L(u) = b$$

où l'on cherche à connaître u sur une surface S . L'opérateur L est linéaire par rapport à u . Le principe de la méthode est de chercher à approcher u par $\hat{u} \in W$, où W est de dimension finie n et engendré par une base de fonctions-test ϕ_k bien choisies :

$$\hat{u} = \sum_{k=1}^n \alpha_k \phi_k, \quad \alpha_k \in \mathbb{R}, \quad W = \left\{ \sum_{k=1}^n \beta_k \phi_k, \quad \beta_k \in \mathbb{R} \right\}$$

Comme \hat{u} n'est qu'une approximation de u , il subsiste un reste :

$$R(\hat{u}) = L(\hat{u}) - b \neq 0 \text{ à priori}$$

À partir de là, il existe principalement deux méthodes de résolution :

- Dans la méthode de Galerkin, on veut que le reste soit orthogonal à W . Ce qui donne les équations :

$$\forall k \in [1..n], \quad \int_S R(\hat{u}) \phi_k dS = 0.$$

qui équivaut à :

$$\forall k \in [1..n], \quad \sum_{j=1}^n \alpha_j \int_S L(\phi_j) \phi_k dS = \int_S b \phi_k dS$$

que l'on peut noter sous forme matricielle :

$$L_W \alpha = b_W,$$

où :

$$L_W = \left(\int_S L(\phi_k) \phi_j dS \right)_{1 \leq j, k \leq n}, \quad \alpha = (\alpha_k)_{1 \leq k \leq n}, \quad b_W = \left(\int_S b \phi_k dS \right)_{1 \leq k \leq n}$$

- Dans la méthode de collocation, on se donne n points \vec{x}_k , $k \in [1..n]$ de la surface S , et on définit les fonctions-test de telle sorte que $\forall k, j \in [1..n]^2$, $\phi_k(\vec{x}_j) = \delta_{k,j}$. Il en résulte que $\forall k \in [1..n]$, $u(\vec{x}_k) = \alpha_k$. On veut alors que le reste soit tel que $\forall k \in [1..n]$, $R(\hat{u})(\vec{x}_k) = 0$. Ce qui donne les équations :

$$\forall k \in [1..n], \quad \sum_{j=1}^n \alpha_j L(\phi_j)(\vec{x}_k) = b(\vec{x}_k)$$

que l'on peut également noter sous forme matricielle :

$$L_W u = b_W,$$

où :

$$L_W = (L(\phi_k)(\vec{x}_j))_{1 \leq j, k \leq n}, \quad u = (u(\vec{x}_k))_{1 \leq k \leq n}, \quad b_W = (b(\vec{x}_k))_{1 \leq k \leq n}$$

Dans notre domaine, la méthode la plus utilisée pour résoudre notre problème est la méthode de collocation. C'est celle que nous avons utilisé dans ce travail.

Dans notre cas, nous appliquerons cette méthode aux équations de Fredholm (1.2.1.9) et de Geselowitz (1.2.1.11). Il nous faudra donc calculer des intégrales sur les surfaces de discontinuité. Pour cela, ces surfaces seront approchées par des polyèdres maillés. Deux ensembles de fonctions-test sont alors envisagés :

- dans l'approche centre de masse (COM) le potentiel est supposé constant sur chaque triangle du maillage :

$$\phi_k(\vec{x}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \vec{x} \text{ est dans le triangle } k, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Les nœuds \vec{x}_k (points auxquels on calcule le potentiel) seront alors les centres de gravité des N triangles.

- dans l'approche interpolation linéaire (LINT) le potentiel varie linéairement entre les sommets des triangles du maillage :

$$\phi_k(\vec{x}) = \begin{cases} \frac{\det(\vec{x}, \vec{x}_l, \vec{x}_n)}{\det(\vec{x}_k, \vec{x}_l, \vec{x}_n)} & \text{si } \vec{x} \text{ est dans le triangle formé par } \vec{x}_k, \vec{x}_l, \vec{x}_n, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Les nœuds \vec{x}_k seront alors les sommets des triangles du maillage.

Ces approches permettent d'aboutir à des équations matricielles de la forme :

$$AV = V_o \quad (1.2.1.12)$$

où les vecteurs V et V_o contiennent les valeurs de V et V_o aux nœuds du maillage pour l'EEG, et

$$B = B_o + MV \quad (1.2.1.13)$$

où les vecteurs B et B_o contiennent les valeurs de \vec{B} et \vec{B}_o aux positions et selon l'orientation des spires pour la MEG. Le calcul des coefficients des matrices A et M est donné en annexe C.

1.2.3.3 La méthode de déflation [Lynn et Timlake, 1968]

La matrice A du système linéaire obtenu par la méthode des intégrales de surface pour le potentiel électrique a une valeur propre nulle pour le vecteur propre constitué uniquement de 1 : $\vec{e}^t = (11 \dots 11)$. Cela s'interprète d'un point de vue physique par le fait que le potentiel électrique est défini à une constante près. Le système $AV = V_o$ est donc un système singulier, et il faut y ajouter une condition supplémentaire pour rendre le système soluble.

Un artifice mathématique communément choisi est la déflation. Cette méthode consiste à remplacer la matrice A par la matrice $C = A + \frac{\vec{e}\vec{e}^t}{N}$, où N est la taille de la matrice, sous l'hypothèse que 0 est valeur propre simple de A . On se retrouve avec le système inversible suivant : $CV = V_o$. La solution de ce système est alors solution du système $AV = V_o$, auquel on a ajouté la condition $\frac{V^t \cdot \vec{e}}{N} = 0$. La justification physique de cette condition est la suivante : on cherche le potentiel V référencé de telle sorte que la somme des valeurs sur tous les nœuds des n couches soit nulle.

Dans le cas de l'approche centre de masse, cette méthode peut être encore perfectionnée car on connaît d'autres vecteurs propres de la matrice A associés à des valeurs propres proches de 0. Cette méthode s'appelle la multidéflation. Elle reste applicable pour l'interpolation linéaire du potentiel [Yvert et al., 1996, p47].

1.2.3.4 L'approche problème isolé

Lors du développement de la méthode des intégrales de surface pour le problème de la localisation des sources de courant intracérébrales, Hämäläinen [1987] et Meijs et al. [1989] ont remarqué que la faible conductivité de l'os par rapport aux milieux voisins provoque d'importantes erreurs numériques. Ces erreurs numériques sont dues aux importants gradients de potentiels provoqués par la faible conductivité osseuse. Ils ont atténué ce problème en décomposant le potentiel V en deux parties : la somme du potentiel V_1 que l'on obtient sur un

modèle à une couche (le cerveau) et du résidu V_2 lié aux autres couches : $V = V_1 + V_2$. La résolution se fait alors en deux étapes : la première consiste à calculer V_1 grâce à la résolution du système à une couche, et la deuxième étape consiste à calculer V_2 dans le modèle à 3 couches où l'on a modifié le second membre. Le potentiel V_2 a des gradients moins importants que V . Les équations sont les suivantes [Meijs et al., 1989] pour $\vec{r} \in \vec{S}_i$:

$$\begin{aligned}\sigma_3^- \Omega_{3,r}^- V_1(\vec{r}) &= 4\pi V_o(\vec{r}) - \sigma_3^- \int_{S_3} V_1(\vec{r}') \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \cdot d\vec{S} \\ (\sigma_i^+ \Omega_{i,r}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r}^-) V_2(\vec{r}) &= 4\pi V_{o_2}(\vec{r}) - \sum_{j=1}^{nb_{surf}} (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \int_{S_{j-\exists \vec{r}}} V_2(\vec{r}') \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \cdot d\vec{S} \\ V_{o_2}(\vec{r}) &= -\delta_{i,3} \sigma_3^+ \Omega_{3,r}^+ V_1(\vec{r}) + \sigma_3^+ \int_{S_3} V_1(\vec{r}') \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \cdot d\vec{S}\end{aligned}$$

L'efficacité de cette méthode a été confirmée sur le problème direct par Meijs [Meijs et al., 1989] pour un dipôle dans un modèle sphérique à 4 couches, puis récemment sur le problème inverse par Zanow [Zanow, 1997, p27] pour dix dipôles tangentiels dans un modèle sphérique à 3 couches et des données de type MEG.

Le calcul des matrices pour l'approche problème isolé est détaillé en annexe E.

1.2.4 Méthodes de résolution du problème inverse

La résolution du problème inverse consiste à minimiser un critère mesurant l'écart entre le champ magnétique et/ou le potentiel électrique qui serait engendré(s) par une certaine configuration de sources de courant et ce qui a effectivement été mesuré. Dans le cas où un critère quadratique est choisi, il existe plusieurs méthodes pour trouver les paramètres qui minimisent ce critère.

1.2.4.1 Choix d'un critère

Critère simple

Le choix le plus simple consiste à minimiser :

$$S(\mathbf{d}) = \sum_{i=1}^{N_v} \sum_{t=1}^{N_{lat}} (B_{exp}^i(t) - B_{mod}^i(\mathbf{d}, t))^2$$

où \mathbf{d} représente les paramètres (position et moment dipolaire) du (ou des) dipôle(s), $B_{exp}^i(t)$ le potentiel ou le champ magnétique mesuré à la voie i et à la latence t , et $B_{mod}^i(\mathbf{d}, t)$ le potentiel ou le champ magnétique que le dipôle de paramètres \mathbf{d} engendre dans notre modèle à la voie i et à la latence t . N_v est le nombre total de voies (MEG+EEG), et N_{lat} est le nombre de latences.

On peut exprimer ce critère sous une forme matricielle :

$$S(\mathbf{d}) = \mathbf{f}^T \mathbf{f}.$$

où :

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} B_{exp}^1(1) - B_{mod}^1(\mathbf{d}, 1) \\ B_{exp}^1(2) - B_{mod}^1(\mathbf{d}, 2) \\ \vdots \\ B_{exp}^1(N_{lat}) - B_{mod}^1(\mathbf{d}, N_{lat}) \\ B_{exp}^2(1) - B_{mod}^2(\mathbf{d}, 1) \\ \vdots \\ B_{exp}^{N_v}(N_{lat}) - B_{mod}^{N_v}(\mathbf{d}, N_{lat}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{f}_{1,1} \\ \mathbf{f}_{1,2} \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{1,N_{lat}} \\ \mathbf{f}_{2,1} \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{N_v,N_{lat}} \end{pmatrix}$$

Critère pondéré

Le critère quadratique simple n'est pas très adapté lorsque, par exemple, le nombre de latences total est grand par rapport au nombre de latences où le dipôle a un moment dipolaire maximal. Pour toutes les latences où le moment dipolaire est faible, on va modéliser le bruit, ce qui n'est pas souhaitable. C'est pourquoi on peut pondérer le critère à minimiser de façon à ce que les latences de signal maximum aient plus d'importance dans le critère que les latences de signal minimum.

De même, dans le cas de données couplées MEG/EEG, on additionne des valeurs qui s'expriment dans des unités différentes. Il est préférable de normaliser les données à minimiser, par exemple en les pondérant par l'amplitude moyenne de chaque modalité.

Dans ce cas, on a toujours :

$$S(\mathbf{d}) = \mathbf{f}^T \mathbf{f}.$$

mais cette fois,

$$\mathbf{f}_{i,t} = w_{i,t} [B_{exp}^i(t) - B_{mod}^i(\mathbf{d}, t)]$$

où les $w_{i,t}$ représentent les poids de la pondération.

Critère de maximum de vraisemblance

Le choix d'un critère pondéré dans le cas de données non homogènes met en évidence la difficulté à choisir le bon critère à minimiser. En effet le choix de ce critère a une grande influence sur le résultat de la minimisation. Intuitivement, on sent bien que le critère doit traiter de manière équitable toutes les informations élémentaires, sans qu'aucune ne soit privilégiée du fait de son amplitude plus grande. Or dans notre cas, ce qui est mesuré à une

électrode (ou à une spire) ne peut pas être très différent de ce qui est mesuré dans le voisinage. Notre information est corrélée spatialement. Cela signifie que l'information sur ce qui est mesuré à une électrode est en partie contenue également dans l'information mesurée au voisinage. Knuutila et Hämäläinen [1988], puis Lütkenhöner [1998] proposent de prendre en compte cette corrélation en utilisant un critère de maximum de vraisemblance.

Le principe est le suivant : pour le dipôle optimal \mathbf{d}

$$B_{exp}^i(t) = B_{mod}^i(\mathbf{d}, t) + \delta_{i,t}$$

où δ est le bruit lié à la mesure et aux erreurs du modèle. Pour une autre réalisation du bruit, B_{exp} aurait été différent. Supposons (c'est en fait une hypothèse très forte) que le bruit δ suive une loi gaussienne. La probabilité pour que δ se situe entre $(\delta_0 - \varepsilon)$ et $(\delta_0 + \varepsilon)$ s'écrit :

$$P = 2\varepsilon \cdot e^{-\frac{1}{2}(\delta_0 - \bar{\delta})^T \mathbf{W}(\delta_0 - \bar{\delta})}$$

où \mathbf{W} est l'inverse de la matrice de covariance de δ , et $\bar{\delta}$ est la moyenne de δ . Cette probabilité est maximale lorsque $(\delta_0 - \bar{\delta})^T \mathbf{W}(\delta_0 - \bar{\delta})$ est minimal, ce qui permet de proposer comme critère à minimiser :

$$S(\mathbf{d}) = \mathbf{f}^t \mathbf{W} \mathbf{f}$$

où \mathbf{W} est une matrice symétrique définie positive qui représente l'inverse d'un estimateur de la matrice de covariance, et :

$$\mathbf{f}_{i,t} = [B_{exp}^i(t) - B_{mod}^i(\mathbf{d}, t)] - \overline{[B_{exp}^i(t) - B_{mod}^i(\mathbf{d}, t)]}$$

Notons que dans le cas où la moyenne du bruit est nulle, et où \mathbf{W} est diagonale (c'est-à-dire que le bruit est indépendant sur chaque voie et chaque latence), on se ramène au cas du critère pondéré, et que dans le cas où la variance du bruit est identique pour chaque voie et chaque latence, $\mathbf{W} = \frac{1}{\sigma^2} I$, on se ramène au cas du critère quadratique simple.

De plus, comme \mathbf{W} est symétrique définie positive, $\exists \mathbf{R}, \mathbf{W} = \mathbf{R}^T \mathbf{R}$. En posant $\mathbf{g} = \mathbf{R} \mathbf{f}$, on a alors :

$$S(\mathbf{d}) = \mathbf{g}^T \mathbf{g},$$

ce qui nous ramène au critère simple, à une modification linéaire des données près.

1.2.4.2 Méthodes de minimisation

La méthode de plus profonde descente [Cauchy, 1847]

On souhaite minimiser $S(\mathbf{d}) = \mathbf{f}^T \mathbf{W} \mathbf{f}$. Les paramètres des dipôles sont initialisés à \mathbf{d}_0 . Ensuite, à chaque itération, connaissant \mathbf{d}_i , on calcule le gradient

$$\frac{\partial S}{\partial \mathbf{d}}(\mathbf{d}_i) = 2\mathbf{v},$$

et on cherche t tel que

$$S(\mathbf{d}_i + t\mathbf{v}) < S(\mathbf{d}_i).$$

Si un tel t ne peut être trouvé, c'est que l'on se situe dans un minimum local. Sinon, on prend $\mathbf{d}_{i+1} = \mathbf{d}_i + t\mathbf{v}$, et on recommence les itérations. On peut montrer que cette méthode converge lorsque la fonction $S(\mathbf{d})$ est convexe. Lorsque ce n'est pas le cas, la méthode converge vers un minimum local ou un point-selle. Dans tous les cas, la convergence peut être très lente.

La méthode de Gauss-Newton

On souhaite trouver \mathbf{d} tel que $\mathbf{v}(\mathbf{d}) = 0$. Les paramètres des dipôles sont initialisés à \mathbf{d}_0 . Ensuite, à chaque itération, connaissant \mathbf{d}_i , on calcule $\mathbf{v}(\mathbf{d}_i)$. On peut écrire :

$$2\mathbf{v}_j(\mathbf{d}_i) = \frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial d_j} \mathbf{W} \mathbf{f} + \mathbf{f}^T \mathbf{W} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial d_j}$$

et comme \mathbf{W} est symétrique,

$$\mathbf{v}(\mathbf{d}_i) = \mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{f}$$

où :

$$\mathbf{J}_{k,j} = \frac{\partial \mathbf{f}_k}{\partial d_j}.$$

Par ailleurs,

$$\mathbf{v}_j(\mathbf{d}_i + \mathbf{q}) = \mathbf{v}_j(\mathbf{d}_i) + \sum_{k=1}^n q_k \frac{\partial v_j(\mathbf{d}_i)}{\partial d_k} + O(q^2).$$

Or

$$\frac{\partial v_j(\mathbf{d}_i)}{\partial d_k} = (\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J})_{j,k} + \left(\frac{\partial \mathbf{J}^T}{\partial d_k} \right)_{j,\cdot} \mathbf{W} \mathbf{f},$$

d'où :

$$\mathbf{v}(\mathbf{d}_i + \mathbf{q}) = \mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{f} + \mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J} \mathbf{q} + \text{termes en } \frac{\partial^2 \mathbf{f}}{\partial d_j \partial d_k} + O(q^2).$$

On néglige les termes en q^2 et les dérivées secondes (ce qui est rarement justifié). La solution est alors donnée quand

$$\begin{aligned} 0 &= \mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{f} + \mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J} \mathbf{q} \\ \mathbf{q} &= -(\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{f} \end{aligned}$$

En pratique, $\mathbf{d}_{i+1} = \mathbf{d}_i + \mathbf{q}$ n'est pas exactement la solution, mais on réitère le procédé jusqu'à ce que \mathbf{q} soit inférieur à une valeur minimale prédéfinie ou que $S(\mathbf{d}_i + \mathbf{q}) \geq S(\mathbf{d}_i)$.

Cette méthode échoue souvent car les hypothèses sur les dérivées secondes sont trop fortes. De plus, la matrice $\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J}$ peut poser des problèmes de régularité.

Méthode de Marquardt [1963]

La méthode de Marquardt est une méthode intermédiaire entre la méthode de plus profonde descente et la méthode de Gauss-Newton. Il propose de chercher les solutions de :

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J} + \lambda \mathbf{I}) \mathbf{q} = -\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{f} \quad (1.2.1.14)$$

Comme $\mathbf{v} = \mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{f}$, si λ est très grand par rapport à la norme de $\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J}$, on se trouve dans le cas d'une méthode de plus profonde descente, et si $\lambda = 0$, on retrouve la méthode de Gauss-Newton.

Afin de s'affranchir également de problèmes d'échelle entre les paramètres, il propose d'utiliser à la place de \mathbf{d} ,

$$\mathbf{d}' = \mathbf{D} \mathbf{d}$$

où \mathbf{D} est une matrice diagonale inversible ayant tous ses coefficients strictement positifs. La matrice jacobienne contenant les dérivées de \mathbf{f} par rapport aux d'_k devient alors :

$$\mathbf{J}' = \mathbf{J} \mathbf{D}^{-1}$$

L'équation 1.2.1.14 s'écrit alors :

$$\begin{aligned} ((\mathbf{J}')^T \mathbf{W} \mathbf{J}' + \lambda \mathbf{I}) \mathbf{q}' &= -(\mathbf{J}')^T \mathbf{W} \mathbf{f} \\ (\mathbf{D}^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J} \mathbf{D}^{-1} + \lambda \mathbf{I}) \mathbf{D} \mathbf{q} &= -\mathbf{D}^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{f} \\ (\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J} + \lambda \mathbf{D}^2) \mathbf{q} &= -\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{f} \end{aligned} \quad (1.2.1.15)$$

Marquardt propose de suivre la suggestion de Levenberg [1944] :

$$\mathbf{D}_{ii} = (\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J})_{ii}$$

Nash [1979] suggère plutôt

$$\mathbf{D}_{ii} = (\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J})_{ii} + 1,$$

ce qui permet d'éviter que l'un des \mathbf{D}_{ii} soit nul ou même numériquement trop proche de 0. Dans ce cas, la matrice $(\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J} + \lambda \mathbf{D}^2)$ est symétrique définie positive pourvu que λ soit assez grand, et on peut donc résoudre l'équation 1.2.1.15 par décomposition de Choleski.

Marquardt [1963] propose de choisir $\lambda = 0.1$ au départ, puis tant que $S(\mathbf{d}_i + \mathbf{q}) < S(\mathbf{d}_i)$, multiplier λ par 0.1, et passer à l'itération suivante avec $\mathbf{d}_{i+1} = \mathbf{d}_i + \mathbf{q}$; en revanche, si $S(\mathbf{d}_i + \mathbf{q}) \geq S(\mathbf{d}_i)$, multiplier λ par 10, et passer à l'itération suivante en gardant le même \mathbf{d}_i . Nash [1979] propose de choisir plutôt comme facteurs 0.4 et 10, et d'initialiser à 0.0001, mais la méthode reste la même.

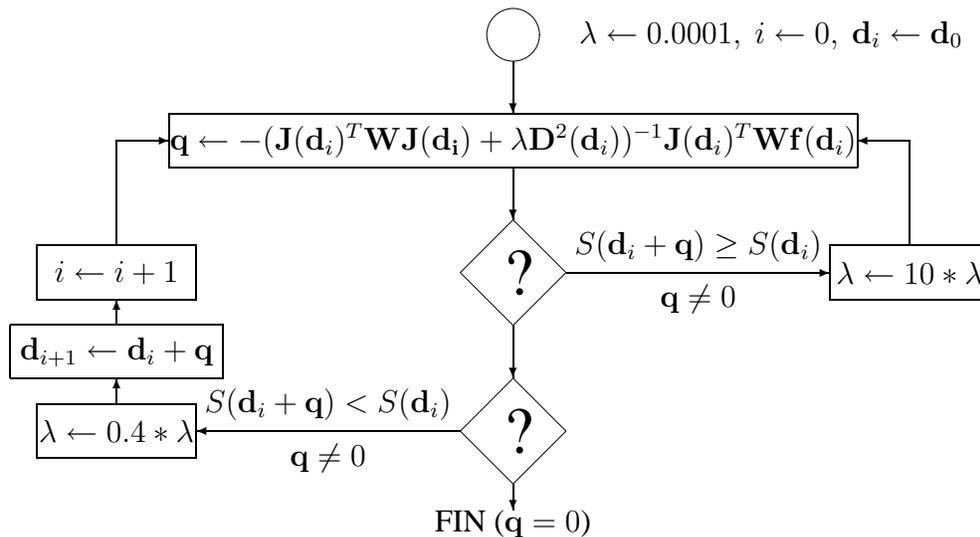


FIG. 1.5: Algorithme de Marquardt [1963] modifié par Nash [1979]

Prise en compte de la dépendance linéaire au moment dipolaire

Le champ magnétique et le potentiel électrique engendrés par un dipôle de courant dépendent linéairement de l'amplitude du moment dipolaire. Or dans le cas d'une dépendance linéaire, on peut calculer directement, sans passer par un processus itératif de minimisation, les valeurs des paramètres qui optimisent un critère quadratique. On pourra alors améliorer l'algorithme de Marquardt en séparant les paramètres correspondant à l'amplitude du moment dipolaire des paramètres de position [Scherg, 1990]. Seuls les paramètres de position et d'orientation restent libres pour l'algorithme de Marquardt, les moments dipolaires sont déduits à chaque itération par optimisation linéaire.

Condition nécessaire au minimum

Notons \mathbf{d}_i les paramètres de position et d'orientation des dipôles, et $\mathbf{M}_{i,t}$ les moments dipolaires pour chaque dipôle i et pour chaque latence t , et $B^e(\mathbf{d}_i)$ le potentiel ou le champ magnétique modèle à la voie e pour un dipôle de moment dipolaire égal à 1. On a alors :

$$B_{mod}^e(\mathbf{d}, t) = \sum_{i=1}^{N_{dip}} B^e(\mathbf{d}_i) \mathbf{M}_{i,t}$$

Ce que l'on peut noter sous la forme matricielle :

$$B_{mod}(\mathbf{d}) = B(\mathbf{d})\mathbf{M}$$

où

$$B_{mod}(\mathbf{d}) = \begin{pmatrix} B^1(\mathbf{d}, t_1) \\ \vdots \\ B^1(\mathbf{d}, t_{N_{lat}}) \\ B^2(\mathbf{d}, t_1) \\ \vdots \\ B^{N_{voies}}(\mathbf{d}, t_{N_{lat}}) \end{pmatrix} \begin{matrix} \uparrow \\ \downarrow \\ N_{voies} * N_{lat} \end{matrix} \quad B(\mathbf{d}) = \begin{pmatrix} \tilde{B}(\mathbf{d}) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \tilde{B}(\mathbf{d}) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \tilde{B}(\mathbf{d}) \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \\ \rightarrow \\ N_{dip} * N_{lat} \\ \downarrow \\ N_{voies} * N_{lat} \end{matrix}$$

$$\tilde{B}(\mathbf{d}) = \begin{pmatrix} B^1(\mathbf{d}_1) & \dots & B^1(\mathbf{d}_{N_{dip}}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B^{N_{voies}}(\mathbf{d}_1) & \dots & B^{N_{voies}}(\mathbf{d}_{N_{dip}}) \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \\ \rightarrow \\ N_{dip} \\ \downarrow \\ N_{voies} \end{matrix} \quad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} M_{1,t_1} \\ \vdots \\ M_{1,t_{N_{lat}}} \\ M_{2,t_1} \\ \vdots \\ M_{N_{dip},t_{N_{lat}}} \end{pmatrix} \begin{matrix} \uparrow \\ \downarrow \\ N_{dip} * N_{lat} \end{matrix}$$

On souhaite minimiser, les paramètres de position \mathbf{d} étant fixes,

$$\begin{aligned} S(\mathbf{M}) &= (B_{exp} - B_{mod}(\mathbf{d}))^T W (B_{exp} - B_{mod}(\mathbf{d})) \\ &= (B_{exp} - B(\mathbf{d})\mathbf{M})^T W (B_{exp} - B(\mathbf{d})\mathbf{M}) \end{aligned}$$

On a alors, comme W est symétrique,

$$\nabla(S(\mathbf{M})) = 2 B(\mathbf{d})^T W (B_{exp} - B(\mathbf{d})\mathbf{M})$$

Lorsque le minimum est atteint, le Jacobien est nul, on a donc :

$$B(\mathbf{d})^T W (B_{exp} - B(\mathbf{d})\mathbf{M}) = 0$$

donc

$$B(\mathbf{d})^T W B(\mathbf{d})\mathbf{M} = B(\mathbf{d})^T W B_{exp} \quad (1.2.1.16)$$

Supposons maintenant que \mathbf{M} annule le Jacobien. On a alors :

$$\begin{aligned} \forall \partial \mathbf{M}, S(\mathbf{M} + \partial \mathbf{M}) &= (B_{exp} - B(\mathbf{d})(\mathbf{M} + \partial \mathbf{M}))^T W (B_{exp} - B(\mathbf{d})(\mathbf{M} + \partial \mathbf{M})) \\ &= (B_{exp} - B(\mathbf{d})\mathbf{M})^T W (B_{exp} - B(\mathbf{d})\mathbf{M}) \\ &\quad - 2 \partial \mathbf{M}^T B(\mathbf{d})^T W (B_{exp} - B(\mathbf{d})\mathbf{M}) \\ &\quad + (B(\mathbf{d})\partial \mathbf{M})^T W (B(\mathbf{d})\partial \mathbf{M}) \\ &= S(\mathbf{M}) + 0 + (B(\mathbf{d})\partial \mathbf{M})^T W (B(\mathbf{d})\partial \mathbf{M}) \\ &\geq S(\mathbf{M}) \text{ car } W \text{ est positive} \end{aligned}$$

Donc si \mathbf{M} est solution de 1.2.1.16, alors \mathbf{c} 'est un minimum.

Existence et unicité du minimum

Si $B(\mathbf{d})^T W B(\mathbf{d})$ est inversible, il existe une unique solution à 1.2.1.16. Supposons que ce ne soit pas le cas, alors $\exists \mathbf{M} \neq 0$, $B(\mathbf{d})^T W B(\mathbf{d}) \mathbf{M} = 0$, et donc $\mathbf{M}^T B(\mathbf{d})^T W B(\mathbf{d}) \mathbf{M} = 0$, et comme W est définie positive, $B(\mathbf{d}) \mathbf{M} = 0$. En pratique, ce cas peut arriver, par exemple dans le modèle sphérique en MEG, lorsqu'un dipôle est radial ou au centre de la sphère, ou lorsque deux dipôles ont la même position et des moments dipolaires opposés. Ces cas doivent être évités en se fixant des contraintes sur la position et l'orientation du dipôle.

Soit $W = R^T R$ la décomposition de Choleski de W . L'équation 1.2.1.16 peut s'écrire :

$$B(\mathbf{d})^T R^T R B(\mathbf{d}) \mathbf{M} = B(\mathbf{d})^T R^T R B_{exp}$$

Ce qui équivaut, en notant $Z = R B(\mathbf{d})$ et $\mathbf{Y} = R B_{exp}$, à :

$$Z^T Z \mathbf{M} = Z^T \mathbf{Y}$$

Or cette classe de problèmes admet toujours au moins une solution (voir la démonstration page 188 de l'annexe H). Toute solution composée de cette solution plus un élément du noyau de $B(\mathbf{d})$ est également solution.

En résumé, il existe au moins une solution à 1.2.1.16, mais elle n'est unique que si $B(\mathbf{d})^T W B(\mathbf{d})$ est inversible, ce qui équivaut à dire qu'elle est symétrique définie positive. Dans tous les cas, on peut utiliser la décomposition de Choleski de $B(\mathbf{d})^T W B(\mathbf{d})$ en prenant des précautions en cas de singularité pour trouver une solution à 1.2.1.16 orthogonale au noyau de $B(\mathbf{d})$ (voir annexe H).

1.2.5 Mise en œuvre

Dans notre laboratoire, la solution logicielle mise en place pour résoudre le problème inverse est la suivante :

- une bibliothèque de fonctions "BIBMODEL" permet le calcul du problème direct. Avant mon arrivée au laboratoire, seuls les problèmes direct EEG sphérique et réalistes par la méthode des intégrales de surface avec l'approche COM étaient programmés. J'y ai ajouté en EEG l'approche LINT et en MEG la résolution du problème direct avec les modèles sphériques et réalistes.
- Le logiciel "ERPA" est une solution complète permettant, au travers d'une interface homme-machine intuitive, de manipuler des fichiers de potentiels évoqués afin de tracer des courbes ou des cartes d'une part, et afin de préparer la résolution du problème inverse d'autre part en choisissant le type de modèle désiré, le nombre de sources, les

conductivités des milieux. J’y ai ajouté la possibilité de lire des fichiers de type MEG contenant les informations nécessaires à la résolution du problème inverse : en particulier les positions des spires et la description des combinaisons linéaires de mesures par spires permettant d’aboutir aux mesures par voie. J’y ai également ajouté l’interface nécessaire pour pouvoir choisir l’approche LINT, la résolution du problème inverse en MEG sphérique ou réaliste, ou par couplage MEG/EEG.

- Le logiciel “PEMODEL” est dédié à la résolution du problème inverse. C’est un logiciel interactif qui permet de visualiser en temps réel l’évolution de la résolution du problème : nombre d’itération, position et orientation des sources, valeur du critère. Une option permet également la résolution du problème inverse de manière non-interactive (“batch”) mais plus rapide.

Pour résoudre le problème inverse, “PEMODEL” offre la possibilité de mettre des bornes et des contraintes sur les paramètres. Cela permet d’une part de restreindre l’espace de recherche, et d’autre part d’empêcher les dipôles de prendre des valeurs aberrantes (par exemple en dehors de la tête). Certaines contraintes diminuent le nombre de degrés de liberté pour les paramètres : par exemple, les contraintes de symétrie entre les sources, la contrainte de tangentialité pour l’orientation. La minimisation est alors faite en faisant varier les paramètres libres, et en calculant les paramètres liés à chaque itération. Les autres contraintes fixent des bornes pour les paramètres libres. Lorsque le dipôle se trouve sur une borne, tous les déplacements ne peuvent pas être autorisés : dans le cas où le signe de sa dérivée amènerait un paramètre libre à se déplacer hors de ses bornes, on le bloque ; dans le cas contraire on le débloque, ce qui permet au dipôle de ne pas rester coincé lorsqu’une borne est atteinte en cours de minimisation.

Le programme “PEMODEL” doit permettre de choisir entre les critères simples, pondérés, et de maximum de vraisemblance. En choisissant de se donner une matrice de poids W , cet objectif peut facilement être atteint en utilisant la matrice identité, une matrice diagonale ou une estimation de l’inverse de la matrice de covariance. Cette matrice peut soit être donnée par le chercheur, soit être calculée par le programme. Le programme “PEMODEL” distingue les cas où la matrice de poids est diagonale et où elle est pleine de façon à accélérer les calculs.

J’ai ajouté à “PEMODEL” les appels nécessaires lorsque l’approche LINT est utilisée, ainsi que la résolution en MEG sphérique et réaliste et le couplage MEG/EEG, et la prise en compte de critères définis par une matrice de poids.

- Le logiciel “VISIMAGE” permet la visualisation d’IRM anatomiques. Il peut lire les fichiers de résultats de “PEMODEL” pour superposer les solutions trouvées avec les images anatomiques. En amont du problème inverse, il permet le choix d’une sphère

lorsque ce modèle a été choisi, ou de visualiser le résultat de modules de segmentation semi-automatiques pour préparer la construction des maillages de surface lorsque la modélisation réaliste a été choisie. Ce logiciel est en cours de migration vers un logiciel plus vaste, "ACTIVIS". Je n'ai pas eu besoin d'y ajouter de modification dans le cadre de cette thèse.

- Le logiciel "MARS" permet la construction semi-automatique des maillages de surface à partir de piles de contours obtenues par segmentation des IRM. C'est un logiciel interactif à l'interface intuitive. La création d'un arbre de connection entre les contours des différentes surfaces est automatique, toutefois en cas d'erreur de l'heuristique on peut corriger manuellement à travers une interface graphique cet arbre de connection. A partir de cet arbre, le maillage est réalisé automatiquement à partir du pas de discrétisation défini sur chaque contour. Les intersections éventuelles sont détectées, et une correction manuelle peut être effectuée à travers l'interface graphique. Ensuite le maillage peut être affiné localement ou bien simplifié. Ce programme permet également une cartographie réaliste des potentiels ou des champs magnétiques. Je n'ai pas eu besoin d'y ajouter de modification dans le cadre de cette thèse.
- Le programme "BEM" est une interface avec la bibliothèque "BIBMODEL" qui permet de calculer les matrices et leurs inverses ou leurs décompositions LU pour la méthode des intégrales de surface. Il permet également la génération de fichiers de potentiels et de champ magnétique simulés, obtenus avec un modèle réaliste ou sphérique. J'y ai ajouté la possibilité de choisir l'approche LINT, et le modèle sphérique ou réaliste en MEG.

1.3 Synthèse bibliographique de l'évaluation des modèles

Cette section présente une revue bibliographique des évaluations des performances de différentes approches permettant de résoudre le problème inverse et datant d'avant le début de cette thèse. Ces études sur les effets du choix d'un modèle réaliste ou non, sur l'apport de l'approche problème isolé, l'apport de l'affinage local des maillages, l'effet du choix de la fonction d'interpolation pour les modèles réalistes, l'apport du couplage des données MEG et EEG permettront de dresser un plan de travail pour cette thèse en fonction de l'état de l'art.

1.3.1 Apport des modèles réalistes par rapport aux modèles sphériques

1.3.1.1 Apport des modèles réalistes pour l'EEG

Introduction des modèles réalistes

Rush et Driscoll [1968] ont introduit le modèle sphérique à trois couches permettant de mieux rendre compte qu'un modèle sphérique homogène de la faible conductivité de l'os. L'influence des paramètres de ce modèle (rayons des sphères, nombre de couches, conductivités des différentes couches) a alors été étudiée.

Ary et al. [1981] ont placé 15 dipôles radiaux et 15 dipôles tangentiels dans des modèles sphériques à trois couches avec 5 valeurs différentes pour l'épaisseur du scalp, 2 valeurs différentes pour celle de l'os et 3 valeurs différentes pour le rapport entre la conductivité de l'os et celle du scalp et du cerveau. Ils ont ensuite résolu le problème inverse EEG avec un modèle sphérique homogène. L'erreur sur l'excentricité du dipôle était d'autant plus importante que l'excentricité et les épaisseurs du scalp et de l'os étaient importantes. Ils ont ainsi montré qu'une erreur raisonnable sur les épaisseurs des couches pouvait introduire une erreur de 7% sur l'estimation de l'excentricité tandis qu'une erreur sur la conductivité de l'os n'introduisait qu'une erreur de 2%. *Cette étude montre l'importance de la qualité de la description géométrique du modèle pour la résolution du problème inverse. C'est dans ce contexte que des modèles réalistes de la tête ont été introduits [Hämäläinen, 1987; Meijs et al., 1987a; 1989].*

Évaluation des modèles réalistes par simulation

Cuffin [1990] a placé trois dipôles (1 position et 3 orientations) dans 8 modèles différents de la tête : un modèle sphérique à trois couches pour lequel la résolution du problème direct est analytique, et sept modèles de type intégrale de surface (BEM) à trois couches avec des maillages de surface composés de 1088 triangles par couche, l'un sphérique, cinq ellipsoïdaux et le dernier sphérique pour les deux couches externes et demi-sphérique pour la couche interne. Il ne s'agit donc pas tout à fait de l'évaluation des modèles réalistes, mais plutôt de

l'évaluation de l'effet de la forme du modèle. Le problème direct a été résolu en EEG et en MEG pour chaque modèle, et le problème inverse a alors été résolu à partir de ces données simulées avec un modèle sphérique à trois couches. Pour le modèle sphérique analytique en EEG, le dipôle était parfaitement retrouvé. Avec le modèle BEM sphérique, l'erreur de localisation en EEG restait inférieure à 2 mm. Avec les modèles BEM ellipsoïdaux, l'erreur de localisation en EEG variait entre 2.3 mm et 17.7 mm. Avec le modèle BEM où le cerveau était modélisé par une demi-sphère, l'erreur de localisation en EEG variait entre 2.9 mm et 4.3 mm.

Roth et al. [1993] ont placé 24 dipôles (8 positions et 3 orientations axiales par position) dans un modèle réaliste de la tête composé de trois couches avec 1600 triangles par couche. Le potentiel électrique pour 21 positions d'électrodes a ainsi été calculé avec la méthode des intégrales de surface. Ensuite, le problème inverse a été résolu avec un modèle sphérique à trois couches et avec des modèles réalistes différents de celui utilisé pour le problème direct et composés de 256, 576, 1024 et 1600 triangles par couche. Les erreurs de localisation avec le modèle sphérique étaient en moyenne de 2 cm alors que les modèles réalistes conduisaient à des erreurs de localisation moyennes de 0.8 cm avec 256 ou 576 triangles par couche et 0.4 cm avec 1024 ou 1600 triangles par couche.

Zanow et Peters [1995] ont placé deux dipôles à deux profondeurs différentes de 5 mm et 23 mm dans un modèle réaliste à trois couches avec environ 800 triangles par couches. Le potentiel électrique pour 52 positions d'électrodes a ainsi été calculé avec la méthode des intégrales de surface. Le problème inverse a alors été résolu avec trois modèles sphériques différents à trois couches : l'un ajusté au scalp, l'autre aux électrodes et le dernier au cerveau. Deux modèles réalistes ont également été utilisés pour résoudre le problème inverse, l'un était celui utilisé pour le problème direct et l'autre était différent mais avait la même densité de triangles par couche (il avait été obtenu en recommençant la procédure d'obtention du maillage à partir des IRM). Le problème inverse a été résolu en ajoutant 0%, 5% et 10% de bruit blanc gaussien. Le modèle sphérique qui donnait les meilleurs résultats était celui ajusté aux électrodes. L'erreur de localisation avec ce modèle était de 4.5 mm et 6.5 mm en l'absence de bruit, 5.1 mm et 7.3 mm en moyenne avec 5% de bruit et 5.7 mm et 10.6 mm en moyenne avec 10% de bruit. Les erreurs de localisation étaient d'autant plus importantes que le niveau de bruit et la profondeur du dipôle augmentaient. Le modèle réaliste différent de celui du problème direct donnait de meilleurs résultats que le modèle sphérique en l'absence de bruit (1.3 mm et 4 mm) et lorsque le niveau de bruit était de 5% (2.2 mm et 6.6 mm) mais quand le niveau de bruit était de 10% l'erreur de localisation était plus importante pour le dipôle profond (3.6 mm et 10.9 mm).

Yvert et al. [1997] ont réalisé une simulation très systématique en plaçant 2000 dipôles sur la surface du cortex et orientés perpendiculairement à celle-ci dans un modèle réaliste à trois couches composé de 4000 triangles environ et localement affiné dans le cas des dipôles

périphériques. Pour chaque dipôle le potentiel électrique était calculé en 19, 32 et 63 positions d'électrodes. Le problème inverse a alors été résolu avec différents modèles sphériques et un modèle réaliste différent de celui utilisé pour le problème direct. Ils ont trouvé une erreur de localisation moyenne avec le meilleur modèle sphérique de 5-6 mm dans la partie supérieure de la tête et 15-25 mm dans la partie inférieure de la tête. L'utilisation d'un modèle réaliste uniformément maillé permet d'aboutir à une erreur de localisation moyenne de 4.4 mm.

Évaluation des modèles réalistes avec des dipôles implantés chez des patients épileptiques

Dans deux articles traitant les mêmes données EEG [Cuffin et al., 1991; Cuffin, 1996], 28 dipôles implantés chez trois patients épileptiques ont été localisés en utilisant d'une part un modèle sphérique à quatre couches (le scalp, l'os, le liquide céphalo-rachidien et le cerveau) et d'autre part un modèle réaliste composé de trois couches avec 1088 triangles par couche. Le modèle sphérique conduisait à des erreurs de localisation de 11 mm en moyenne tandis que les modèles réalistes permettaient d'améliorer cette erreur de manière significative chez un des trois patients. Lorsque le rapport signal sur bruit était faible, chez les deux autres patients, le modèle réaliste n'apportait pas toujours d'amélioration de la localisation.

Homma et al. [1994] ont recueilli 19 enregistrements de dipôles implantés chez des patients épileptiques et 5 enregistrements avec deux dipôles. Ils ont utilisé un modèle réaliste de la tête constitué de trois couches avec 2496, 1104 et 2208 triangles respectivement pour le scalp, l'os et le cerveau, et ont résolu le problème inverse avec la méthode des intégrales de surface et une interpolation linéaire du potentiel. Lorsqu'un seul dipôle était présent, ils ont trouvé une erreur de localisation moyenne de 8.5 mm tandis que lorsque deux dipôles étaient présents, l'erreur moyenne était de 18 mm. Le modèle sphérique n'a pas été utilisé dans cet article.

1.3.1.2 Apport des modèles réalistes pour la MEG

Il est fréquent de lire que la MEG est moins affectée que l'EEG par la forme exacte de la géométrie de la tête et par les valeurs des conductivités. Un argument souvent évoqué pour justifier l'intérêt de la MEG par rapport à l'EEG est que la faible conductivité de l'os rend l'EEG moins focale et donc moins apte à détecter des sources occupant de petites régions² [Cuffin et Cohen, 1979]. On lit également que comme la tête est en première approximation sphérique, la MEG est globalement moins sensible que l'EEG aux variations de conductivité

²Extrait de Cuffin et Cohen [1979] : "These results suggest that the MEG may detect a more restricted group of sources than the EEG, i.e., sources which occupy a smaller region..."

[Cuffin et Cohen, 1979] ou que l'effet des courants de conduction est négligeable en MEG [Hämäläinen et Sarvas, 1989].

Évaluation des modèles réalistes par simulation

Dans la simulation de Cuffin [1990] décrite à la section précédente, pour trois dipôles (1 position et 3 orientations), le problème direct réaliste était résolu en MEG dans 7 modèles différents de la tête : un modèle sphérique BEM, cinq ellipsoïdaux BEM et le dernier sphérique pour le scalp et l'os et demi-sphérique pour le cerveau. Le problème inverse était résolu avec un modèle sphérique analytique. L'erreur de localisation en MEG avec le modèle sphérique BEM était inférieure à 0.1 mm pour les dipôles tangentiels, et un dipôle de moment nul était retrouvé pour le dipôle radial. Avec les modèles BEM ellipsoïdaux et les dipôles tangentiels l'erreur de localisation variait entre 2.6 mm et 12.3 mm, tandis que pour le dipôle radial des dipôles de faibles moments étaient retrouvés avec des valeurs élevées du critère à minimiser, et des erreurs de localisation variant entre 16.9 mm et 32.5 mm. Pour le modèle BEM où le cerveau était modélisé par une demi sphère, les dipôles tangentiels étaient localisés avec des erreurs de 6.5 mm et 9 mm, tandis que pour le dipôle radial l'erreur de localisation était de 17.9 mm avec un moment dipolaire d'amplitude égale à 20% de celle des dipôles tangentiels et une valeur du critère comparable à celles obtenues pour les dipôles tangentiels.

Tomita et al. [1996] ont placé 15 dipôles tangentiels dans un modèle réaliste à une couche et le champ magnétique engendré dans ce modèle a été calculé. Ces données ont ensuite été utilisées avec un modèle sphérique pour résoudre le problème inverse. Cette simulation a donné un biais de localisation croissant d'une moyenne de 2 mm pour les dipôles périphériques à 14 mm avec un maximum de 21 mm pour les dipôles les plus profonds. Le biais d'orientation était en moyenne de 5° pour les dipôles périphériques et de 18° avec un maximum de 63° pour les dipôles les plus profonds. Zanow [1997] a réalisé une simulation similaire. Il a montré que le biais de localisation variait de 1 mm pour des dipôles périphériques près du vertex à 25 mm pour des dipôles profonds dans le cortex frontal. Il a également résolu le problème inverse avec des modèles réalistes différents de celui utilisé pour le problème direct (obtenus en recommençant la segmentation des IRM), mais avec le même nombre de triangles. Les erreurs de localisation obtenues avec ces modèles réalistes mais de forme différente permettaient d'obtenir une amélioration de l'erreur de localisation par rapport au modèle sphérique dans presque tous les cas. Dans l'article de Meijs et al. [1988], c'est un modèle réaliste à quatre couches (scalp, os, liquide céphalo-rachidien (LCR), cerveau) qui est utilisé pour calculer le problème direct avec 20 dipôles tangentiels situés dans la région occipitale du cerveau. Le problème inverse est alors résolu soit avec un modèle sphérique, soit avec un modèle de quatre sphères excentriques, soit avec un modèle réaliste à une couche (le cerveau), soit avec un modèle réaliste à deux couches (cerveau et LCR). Les erreurs de

localisation et d'orientation moyennes obtenues sont de 4.5 mm et 3.2° pour le modèle sphérique, 3.8 mm et 3.2° pour le modèle sphérique excentrique, 4 mm et 3.7° pour le modèle réaliste à une couche et 3.7 mm et 3.3° pour le modèle réaliste à deux couches. Selon cette étude, en haut de la région occipitale il vaut mieux utiliser un modèle réaliste qu'un modèle sphérique ou à sphères excentrées, mais en bas de la région occipitale il vaut mieux utiliser un modèle sphérique.

Évaluation des modèles réalistes sur un fantôme

Plusieurs études utilisent des fantômes physiques de la tête pour étudier la précision des modèles réalistes. Ces fantômes permettent de mieux tenir compte du bruit de mesure que les simulations, mais, tout comme les modèles simulés, ils n'ont pas nécessairement exactement les mêmes caractéristiques de conductivité que la tête d'un sujet vivant, et ne rendent pas compte du bruit physiologique.

Barth et al. [1986] ont placé 5 dipôles dans un fantôme constitué de la tête d'un cadavre humain dans laquelle le cerveau avait été remplacé par une gelée conductrice. Les erreurs de localisation obtenues avec un modèle sphérique variaient entre 1.3 mm pour les sources périphériques et 9.5 mm pour les sources profondes.

[Menninghaus et al., 1994] ont placé 4 dipôles dans un fantôme constitué d'un crâne en plastique non conducteur rempli de gelée conductrice. Les erreurs de localisation avec le modèle sphérique et variaient entre 3 mm et 9 mm pour 4 dipôles.

Évaluation des modèles réalistes avec des dipôles implantés chez des patients épileptiques

Cohen et al. [1990] ont enregistré 12 dipôles implantés chez des patients épileptiques. Les erreurs de localisation variaient entre 4 mm et 40 mm. Toutefois 10 des dipôles avaient une orientation radiale et les données étaient très bruitées.

Balish et al. [1991] ont enregistré 19 dipôles implantés chez des patients épileptiques. Les erreurs de localisation variaient entre 3 mm et 40 mm. Les erreurs de localisation importantes correspondaient aux données les plus bruitées.

Rose et al. [1991] ont enregistré 3 dipôles implantés chez des patients épileptiques. Les erreurs de localisation variaient entre 1 mm et 4 mm.

Carences des évaluations en MEG

Aucune étude aussi systématique que celle de Yvert et al. [1997] pour l'EEG ne semble avoir été réalisée en MEG. L'article de Meijs et al. [1988] montre que le nombre de couches dans un modèle réaliste pourrait avoir une importance qui n'existe pas dans le modèle sphérique. Contrairement aux modèles sphériques, dans les modèles réalistes, les composantes

radiales des dipôles ne sont pas muettes. Aucune étude ne semble avoir été faite sur l'effet de l'orientation des dipôles sur les erreurs de localisation et d'orientation avec les modèles réalistes.

1.3.2 Apport de l'interpolation linéaire du potentiel dans la méthode des intégrales du surface

Lorsque la méthode de Galerkin est utilisée (cf. section 1.2.3.2), on peut trouver une formule de majoration de l'erreur commise par la méthode des intégrales de surface pour notre problème [Dautray et Lions, 1985b] :

$$\|V - \hat{U} \circ P^{-1}\|_{L^2(S)} \leq C(h^{k+1} + h^m)\|V\|_{H^{k+1}(S)}$$

Dans cette majoration, V est le potentiel solution, \hat{U} est la solution approchée obtenue par la méthode des intégrales de surface, P est la projection orthogonale qui relie localement la surface réelle avec la surface approchée par des triangles, h est la taille de la plus grande arête du maillage, k est le degré de la fonction d'interpolation polynômiale pour le potentiel approché, et m est le degré de la surface d'interpolation pour la surface approchée. Pour la méthode de collocation, nous n'avons pu trouver aucune formule, mais il est vraisemblable que les degrés d'interpolation du potentiel et de la géométrie k et m sont également des facteurs cruciaux.

De nombreux auteurs [De Munck, 1992; Ferguson et al., 1994; Schlitt et al., 1995; Zanow, 1997] suggèrent qu'une interpolation linéaire ($k = 1, LINT$) pour le potentiel est préférable à l'approche centre de masse ($k = 0, COM$). En effet le nombre de sommets dans un maillage fermé est environ deux fois moins important que le nombre de triangles, ce qui permet une diminution du nombre d'inconnues, et donc du temps de calcul. De Munck [1992] propose une formule analytique pour le calcul de la matrice de la méthode des intégrales de surface dans le cas de l'interpolation linéaire (voir annexe C). Cependant cette formule ne s'applique qu'à des triangles plats ($m = 1$). Il propose d'étendre sa formule à des triangles courbes ($m = 2$) en décomposant chaque triangle courbe en plusieurs triangles plats, mais il s'agit d'une méthode approchée, et on perd alors les avantages de la formule analytique.

Une étude en EEG portant sur des patients épileptiques a montré qu'avec l'approche interpolation linéaire ($m = 1, k = 1$) on obtient des erreurs de localisation de l'ordre de 8 millimètres en moyenne [Homma et al., 1994]. Cette étude a été réalisée en soumettant les patients à un courant de faible intensité entre deux électrodes intracrâniennes pour réaliser un dipôle artificiel. Elle présente l'avantage de tenir compte également de toutes les autres sources d'erreur intervenant dans ce problème : erreur de placement des électrodes, erreur due au modèle, au bruit.

Schlitt et al. [1995] ont mené une étude comparative par simulation entre l'approche centre de masse ($m = 1, k = 0$) et l'approche interpolation linéaire ($m = 1, k = 1$). Il résulte de cette étude réalisée avec huit dipôles tangentiels que l'approche centre de masse est plus précise que l'approche interpolation linéaire en ce qui concerne le potentiel mesuré sur le scalp. Cependant il semble que cette étude ait été réalisée sur des maillages obtenus par homothétie à partir du même maillage, or Yvert et al. [1995] indique que l'utilisation de trois maillages sphériques homothétiques conduit à des erreurs significativement moins importantes. Comme les maillages réalistes ne remplissent pas ces conditions de symétrie, il est nécessaire de s'affranchir de ce biais, par exemple en imposant des rotations différentes aux maillages de chaque couche.

Bien que cette interpolation semble, depuis la publication de De Munck [1992], avoir la préférence de nombreux auteurs [Ferguson et al., 1994; Schlitt et al., 1995; Zanow, 1997], nous n'avons pu trouver aucune étude systématique démontrant l'apport de l'interpolation linéaire du potentiel dans la méthode de collocation.

1.3.3 Apport de l'affinage local des maillages

La précision des modèles réalistes se dégrade lorsque les sources de courant sont proches de la surface, et des erreurs de localisation pouvant dépasser 1 centimètre peuvent alors être constatées en EEG [Yvert et al., 1996]. On peut espérer atténuer cet effet en affinant le maillage à proximité de la source, ainsi que le suggèrent Meijs et al. [1987b]. On pourrait penser que cette approche est irréaliste, puisqu'on ne connaît pas la position de la source a priori. Cependant, en fonction du protocole expérimental utilisé, une première localisation grossière peut être effectuée, et des maillages affinés adaptés aux régions explorées peuvent être utilisés. Pour les données de type EEG, une étude systématique réalisée par Yvert et al. [1996] sur des modèles réalistes (collocation, approche centre de masse) et sphériques simulés avec 24 dipôles montre que la méthode d'affinage est efficace, et permet de ramener l'erreur de localisation pour les dipôles dont la profondeur est inférieure à 3 millimètres. Le maillage optimal semble être obtenu lorsque le rayon de la zone d'affinage est égal à 3 centimètres. Zanow [1997] montre que l'affinage local des maillages apporte également une amélioration de la précision du problème direct dans le cas des données de type MEG, avec un modèle sphérique et un modèle réaliste à une couche (collocation, approche interpolation linéaire). Cependant, la stratégie d'affinage utilisée n'est pas du tout identique. Elle prend en considération la distribution du potentiel électrique pour réaliser le maillage (maillage adaptatif). Cette stratégie suppose de recalculer la matrice A de l'équation 1.2.1.12 et son inverse à chaque itération du problème inverse, ce qui demande beaucoup de temps de calcul.

C'est probablement la raison pour laquelle l'auteur ne présente pas de validation en problème inverse.

1.3.4 Apport du couplage MEG/EEG

Théoriquement, dans le modèle sphérique, les sources radiales et les composantes radiales des sources ne peuvent être enregistrées en MEG. De plus, l'utilisation d'un tel modèle conduit à des erreurs de localisation importantes lorsque les sources sont profondes pour la MEG [Barth et al., 1986; Roth et al., 1993; Menninghaus et al., 1994]. Une étude plus récente montre que si ces effets sont nettement moins importants lorsque l'on utilise des modèles réalistes, ils restent présents [Menninghaus et Lütkenhöner, 1995].

L'EEG enregistre toutes les sources, qu'elles soient radiales ou tangentielles, profondes ou périphériques, mais peut induire des erreurs de localisation plus importantes [Stok, 1987]. Stok montre cependant que ces deux types de données sont complémentaires, et que la résolution du problème inverse sphérique à 3 couches sur les deux modalités simultanément conduit à de bien meilleures localisations que lorsqu'une seule des deux modalités est utilisée. Cette minimisation simultanée est réalisée avec un critère à minimiser pondérant chaque voie par l'inverse de la variance du bruit sur cette voie. Les potentiels et champs magnétiques utilisés dans cette simulation ont été calculés analytiquement pour un modèle sphérique en ajoutant sur chaque voie un bruit gaussien.

Ce résultat est confirmé par l'étude de Mosher et al. [1993] pour un modèle sphérique à 4 couches. Ils montrent que la variance de l'erreur de localisation est plus faible et plus indépendante de l'orientation du dipôle lorsque les deux modalités sont utilisées simultanément. Cette étude porte sur un grand nombre de dipôles situés tous les millimètres sur un quart de plan dans une sphère de rayon 79 millimètres et avec des orientations dans le plan tangentiel espacées de 1° entre 0 et 179° . Cette fois encore, les potentiels et champs magnétiques de départ sont calculés analytiquement pour un modèle sphérique en ajoutant sur chaque voie un bruit gaussien, et les deux modalités sont ramenées à des grandeurs comparables en multipliant l'une d'elles par le rapport des variances des bruits.

Ces différents travaux montrent que le problème du couplage peut être abordé de différentes manières. Toujours dans le cas du problème inverse sphérique, Cohen et Cuffin [1987], et Hasson [1991] proposent trois méthodes différentes pour résoudre le problème inverse en utilisant simultanément les deux modalités. Cette fois encore, la validation de la méthode porte sur une simulation informatique avec des signaux bruités.

Dans sa thèse, Wieringa [1993] propose également une approche couplant ces deux modalités avec l'imagerie par résonance magnétique et la tomographie par émission de positons. Un exemple clinique est présenté. Cette fois, les différentes modalités sont utilisées

séparément pour le problème inverse sphérique. Cette étude portant sur un seul sujet montre que les différentes données apportent des informations complémentaires qu'il est utile de mettre en correspondance.

Une autre étude clinique a également été réalisée en utilisant les deux modalités [Buchner et al., 1994]. Dans cette étude, les minimisations ont été réalisées séparément, mais les données de type MEG ont permis de poser des contraintes pour la position et l'orientation des sources dans le cas de sources multiples. Avec ces contraintes, la solution au problème inverse pour l'EEG a pu être stabilisée. Cette fois encore, le modèle utilisé était un modèle sphérique. Le recalage des dipôles ainsi trouvés sur les images par résonance magnétique du cerveau a montré que ces résultats étaient en accord avec l'organisation somatotopique du sillon central.

Au début de cette thèse, aucune étude à notre connaissance n'utilisait les deux modalités simultanément, que ce soit avec le modèle sphérique ou avec un modèle réaliste, dans le cas de signaux réels ou obtenus par modélisation réaliste. Dans le cours de cette thèse, de nouveaux travaux ont été publiés, une bibliographie plus détaillée sera effectuée au chapitre 4. De nombreuses questions restent ouvertes dans ce domaine prometteur : comment coupler des signaux mesurés dans des unités physiques différentes (le microVolt et le femtoTesla), soumis à des bruits différents ? Quelle proportion d'électrodes doit-on utiliser par rapport au nombre de voies pour la MEG ? Quelle amélioration peut-on attendre du couplage en fonction de la position et de l'orientation des sources ? L'existence d'appareils permettant la mesure simultanée des deux modalités confirme la nécessité d'approfondir cette voie.

1.4 Plan de travail

Dans cette thèse, plusieurs hypothèses restrictives ont été choisies :

- *Le modèle de sources est le modèle dipolaire.* Actuellement, différents modèles de sources distribuées sont utilisés [Hämäläinen, 1992; Mosher et al., 1992; Wang et al., 1992; Ilmoniemi, 1993; Pascual-Marqui et al., 1994; Baillet et Garnero, 1997; Huang et al., 1997; Phillips et al., 1997]. Toutefois les modèles de sources dipolaires ponctuelles restent très utilisés. De plus, les méthodes que nous pouvons proposer pour améliorer la localisation avec un modèle dipolaire devraient s'appliquer également dans le cas des sources distribuées, alors que la réciproque n'est pas toujours vraie. Nous avons fait le choix du modèle dipolaire ponctuel afin que les résultats soient plus transposables. De plus, les techniques de sources distribuées sont encore en cours d'évolution.
- *Les modèles réalistes sont des modèles à trois couches de conductivités homogènes, et la méthode numérique choisie pour résoudre le problème direct est la méthode des*

intégrales de surface. Concernant les méthodes numériques, il y a principalement deux autres méthodes qui pourraient être utilisées. La méthode des différences finies est attirante par la facilité de la construction des maillages à partir des IRM. Toutefois, elle demande des temps de calcul beaucoup trop longs pour être utilisable en pratique. La méthode des éléments finis permet la prise en compte de l'anisotropie de l'os. Toutefois la génération de maillages volumiques des milieux conducteurs de la tête pose plus de problèmes que la génération de maillages surfaciques, et les valeurs des conductivités sont encore mal connues.

- *Les aspects temporels ne sont pas étudiés*. L'activation d'une source neuronale a toujours un décours temporel. L'exploitation des aspects temporels des signaux MEG et EEG permet donc une meilleure discrimination des différentes sources actives. Toutefois les améliorations apportées dans le cas statique s'ajoutent à celles apportées par le traitement temporel des signaux.

Ainsi que nous venons de le voir, les modèles réalistes semblent améliorer la localisation des sources de l'activité électrique cérébrale mesurée par EEG. Toutefois, un certain nombre de techniques pourraient permettre d'améliorer encore la précision des modèles réalistes. Ainsi, l'utilisation d'une interpolation plus précise du potentiel semble prometteuse. Au chapitre 2, l'apport de l'utilisation d'une interpolation linéaire du potentiel par rapport à une interpolation constante sera évalué.

Dans le cas de la MEG, l'influence de la géométrie du modèle et des différentes conductivités est réputée moins importante qu'en EEG, toutefois aucune évaluation systématique de l'erreur commise par le modèle sphérique lors de la résolution du problème inverse ne semble avoir été publiée. De plus, les modèles réalistes en MEG peuvent théoriquement détecter les composantes radiales des dipôles. C'est pourquoi l'apport des modèles réalistes et l'effet de l'orientation du dipôle en MEG sera étudié au chapitre 3.

Enfin le couplage des deux modalités MEG et EEG devrait permettre d'améliorer encore la précision de la reconstruction des sources de l'activité électrique cérébrale. Or toutes les études sur l'apport du couplage que nous avons pu trouver dans la littérature utilisent un modèle sphérique. Le chapitre 4 exposera les méthodes et les résultats obtenus dans des simulations par couplage MEG/EEG utilisant des modèles à géométrie réaliste.

Chapitre 2

Amélioration de la méthode BEM en EEG par une interpolation plus précise

2.1 L'interpolation linéaire du potentiel

Dans ce chapitre, nous comparons l'approche centre de masse avec l'approche interpolation linéaire pour la localisation des sources de courant intracérébrales à partir de la mesure du potentiel sur le scalp. Nous avons utilisé 56 dipôles sur les axes pariétal et temporal dans un modèle sphérique à trois couches, et nous avons comparé les solutions obtenues par la méthode des intégrales de surface avec la solution analytique.

Nous avons utilisé des maillages de sphères ayant subi des rotations aléatoires entre surfaces pour s'affranchir du cas particulier des maillages sphériques homothétiques donnant lieu à des erreurs artificiellement plus faibles [Yvert et al., 1995].

L'influence du nombre d'électrodes a également été étudiée. Nous avons trouvé que l'interpolation linéaire n'apporte pas de précision supplémentaire lorsqu'on se situe à modèle identique. Cependant, pour une même taille de matrice, l'interpolation linéaire permet une petite amélioration de l'erreur de localisation.

2.1.1 Introduction

Pour résoudre le problème direct dans le cas de modèles réalistes avec la méthode des intégrales de surface, la première approche qui ait été utilisée dans la littérature pour la méthode des intégrales de surface est l'approche centre de masse (COM, pour Center Of Mass). C'est l'approche la plus simple. Dans cette approche, le potentiel est supposé constant sur chaque triangle du maillage. Les points de discrétisation sont alors les centres de gravité des triangles. Cependant, dans un maillage d'une surface fermée, il y a en moyenne deux fois plus de triangles que de sommets de triangles. C'est pourquoi une approche interpolation linéaire (LINT, pour Linear INTerpolation) semble plus avantageuse : si on suppose que le potentiel varie linéairement sur chaque triangle, il suffit de connaître ses valeurs aux sommets des triangles. Ainsi, pour une meilleure interpolation du potentiel, on obtient un système linéaire plus petit, donc plus rapide à résoudre, et aboutissant a priori à une meilleure précision.

Dans un article, De Munck montre que le calcul de la matrice du système linéaire peut se faire à l'aide d'une formule analytique [De Munck, 1992]. Cependant, à notre connaissance, seuls Schlitt et al. [1995] et plus récemment (postérieurement aux résultats présentés ici) Mosher et al. [1999] ont testé l'efficacité de l'approche LINT et l'ont comparée à l'approche COM. Schlitt et al. [1995] montrent que pour un petit nombre de dipôles, l'approche LINT donne de meilleurs résultats que l'approche COM pour estimer le potentiel sur la surface interne de l'os. En revanche, l'approche LINT donne de moins bons résultats que l'approche COM sur la surface du scalp. Ce test a cependant été réalisé sur des maillages de sphères

obtenus homothétiquement à partir du même maillage. Or, comme le soulignent Yvert et al. [1995], les maillages homothétiques conduisent à une erreur artificiellement plus faible pour la méthode COM. Mosher et al. [1999] ont également montré que l'approche LINT donne de moins bons résultats que l'approche COM pour estimer le potentiel sur le scalp, mais ils n'indiquent pas s'ils ont utilisé des maillages homothétiques ou non. Ferguson et Stroink [1997] trouvent des résultats comparables pour les erreurs obtenues avec les approches LINT et COM avec des maillages à une couche sphériques, ovoïdes ou cubiques. Aucun de ces articles ne propose d'évaluation de l'approche LINT en comparant les erreurs de localisation obtenues par résolution du problème inverse.

Nous allons présenter ici les résultats que nous avons trouvés lorsque nous avons testé l'approche interpolation linéaire en problème direct et en problème inverse. Bien que l'analyse des erreurs soit rendue difficile par la non-linéarité de sa dépendance aux différents paramètres (position du dipôle, orientation, nombre et position des électrodes), nous verrons que l'approche interpolation linéaire n'apporte que peu d'amélioration à la précision de localisation. Nous proposerons alors quelques pistes pour expliquer ce phénomène.

2.1.2 Méthode

Les équations matricielles que nous avons utilisées sont celles qui sont présentées dans l'article de De Munck [1992] (voir la section 1.2.3.2 et l'annexe C). Nous avons utilisé la technique de déflation de Lynn et Timplake [1968] pour rendre le système inversible et compenser le fait que le potentiel n'est défini qu'à une constante additive près. Nous avons également utilisé l'approche problème isolé suggérée par Hämäläinen et Sarvas [1989] et Meijs et al. [1989] après avoir vérifié qu'elle s'appliquait toujours dans le cas de l'interpolation linéaire du potentiel. Les développements mathématiques de cette approche sont décrits plus en détail en annexe de ce rapport.

Les évaluations ont été réalisées sur des maillages de surfaces sphériques de manière à pouvoir comparer le potentiel obtenu pour la méthode des intégrales de surface à celui donné par la solution analytique. Les conductivités sont supposées constantes à l'intérieur de chaque couche, et ont pour valeurs 0.45 S/m pour le scalp et le cerveau, et 0.005625 S/m (80 fois plus faible) pour l'os. Les couches sont délimitées par trois sphères concentriques de rayons 90 mm pour le scalp, 82.8 mm pour l'os et 78.3 mm pour le cerveau.

La méthode utilisée pour construire et caractériser les maillages est la même que celle utilisée dans l'article de Yvert et al. [1995]. Ils sont construits à l'aide de l'algorithme itératif de Delaunay, qui permet d'obtenir un maillage d'une surface monovaluée initialement représentée par un ensemble de points [Bertrand et al., 1991]. Ce maillage peut être affiné localement. Deux paramètres sont utilisés pour caractériser les maillages : la densité globale

(GD) et la densité locale (LD) de triangles par centimètres carrés respectivement sur toute la surface ou localement sur la surface affinée. La surface est affinée sur un angle d'ouverture de 40° (voir figure 2.1). Le nombre total de triangles par surface sera noté N . Les méthodes LINT et COM ont été testées à la fois pour le problème direct et pour le problème inverse. Le tableau 2.1 présente les maillages utilisés pour le problème direct, et le tableau 2.2 présente ceux utilisés pour le problème inverse.

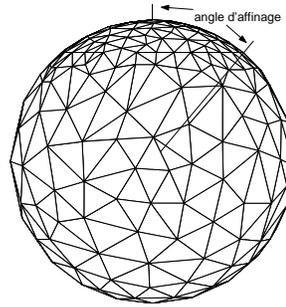


FIG. 2.1: Exemple de maillage de sphère localement affiné sur un angle d'ouverture de 40°

2.1.2.1 Évaluation du problème direct

L'erreur commise par la méthode des intégrales de frontière dans le problème direct dépend de plusieurs paramètres : la position et l'orientation du dipôle, la densité globale et la densité locale du maillage. Nous avons donc réalisé nos simulations pour différentes valeurs de ces paramètres. L'erreur commise sera caractérisée par deux critères introduits par Meijs et al. [1989] :

$$MAG = \sqrt{\frac{\int_{scalp} V_{num}^2}{\int_{scalp} V_{anal}^2}}$$

$$RDM = \sqrt{\int_{scalp} \left(\frac{V_{anal}}{\int_{scalp} V_{anal}^2} - \frac{V_{num}}{\int_{scalp} V_{num}^2} \right)^2}$$

Le MAG (pour MAGnification error) représente l'erreur d'amplitude, et le RDM (pour Relative Difference Measure) représente l'erreur topographique. Ces deux critères ont été calculés pour des dipôles dont la distance au centre varie entre 0 et 78 mm et pour des orientations du moment dipolaire radiales ou tangentielles par rapport à la surface du scalp. Ces dipôles sont situés sur l'axe z , et c'est autour de l'axe z que les maillages ont été

Nom	GD	LD	N
156elts	0.15		156
248elts	0.25		248
354elts	0.35		354
556elts	0.56		556
810elts	0.81		810
1328elts	1.33		1328
2334elts	2.33		2334
raf638elts	0.51	2.8	638
raf774elts	0.51	6.3	774
raf892elts	0.51	9.9	892
raf1112	0.51	17.9	1112

TAB. 2.1: Maillages utilisés pour le problème direct. GD = densité globale (triangles/cm²). LD = densité locale (triangles/cm²). N = nombre de triangles.

Nom	GD	LD	N
604elts	0.6		604
604-900elts	0.6	6	900
900elts	0.9		900
900-1200elts	0.9	6.1	1200
1200elts	1.2		1200

TAB. 2.2: Maillages utilisés pour le problème inverse. GD = densité globale (triangles/cm²). LD = densité locale (triangles/cm²). N = nombre de triangles.

localement affinés. Pour chaque dipôle et pour chaque maillage, les deux approches : COM et LINT ont été testées. Dans [Yvert et al., 1995], il a été montré que dans l'approche COM, l'utilisation de maillages sphériques dont les trois couches sont obtenues homothétiquement à partir du même maillage provoquait une diminution significative de l'erreur. En pratique, lors de l'utilisation de modèles réalistes, les triangles d'une surface sont orientés de manière aléatoire par rapport à ceux des surfaces voisines. C'est pourquoi nous donnerons des moyennes du MAG et du RDM pour 12 réalisations de trois rotations aléatoires différentes pour les trois sphères de chaque modèle.

2.1.2.2 Évaluation du problème inverse

Pour l'évaluation en problème inverse, trois montages d'électrodes selon le système international 10-20 avec 19, 32 et 63 électrodes ont été envisagés dans chaque cas. Ces montages sont représentés en figure 2.2. Pour chaque dipôle, le potentiel aux électrodes a été calculé avec la solution analytique. L'algorithme utilisé pour résoudre le problème inverse est le même que celui qui est utilisé dans [Yvert et al., 1995]. C'est une combinaison de l'algorithme de Marquardt avec une minimisation linéaire (voir section 1.2.4.2). La solution obtenue avec cet algorithme dépend fortement des valeurs initiales données à chaque paramètre. Pour nous affranchir de ce problème, et afin d'estimer uniquement les erreurs liées à l'approximation numérique ou au nombre d'électrodes, nous avons initialisé les paramètres du dipôle avec les paramètres réels du dipôle considéré.

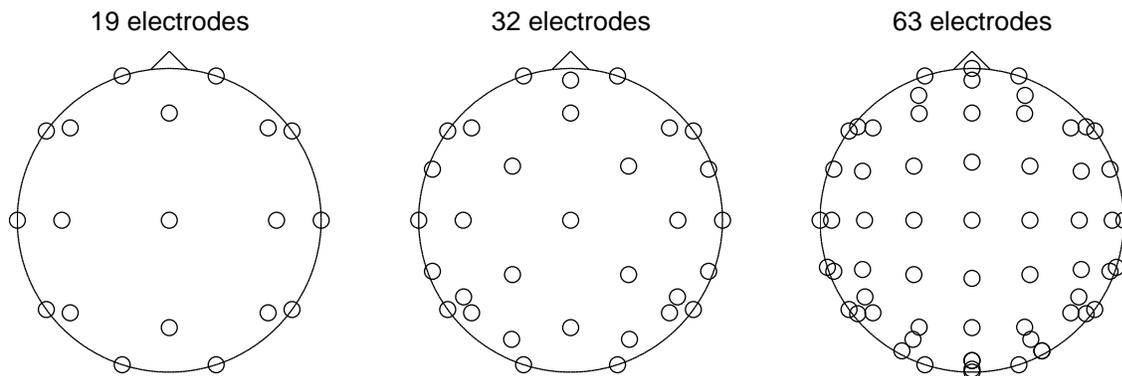


FIG. 2.2: Position des électrodes sur le scalp.

La simulation permet de calculer l'erreur de localisation qui est définie comme la distance entre les positions du dipôle considéré et du dipôle obtenu par l'algorithme de résolution du problème inverse. Cette erreur est calculée pour des dipôles dont la distance au centre varie entre 0 et 78 mm, et pour des positions sur l'axe pariétal et l'axe temporal représentés figure 2.3. Les distributions de potentiel sur l'axe pariétal sont mieux échantillonnées par les

configurations d'électrodes. Pour chaque axe, une rotation a été appliquée aux maillages localement affinés de manière à ce que l'axe se situe au centre de la zone affinée. Trois réalisations de trois rotations aléatoires différentes pour chaque couche ont été appliquées aux maillages afin d'éviter le cas particulier des maillages homothétiques.

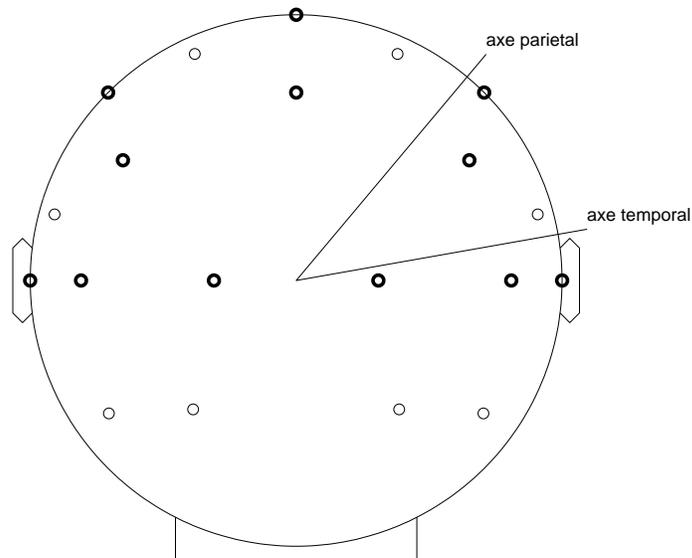


FIG. 2.3: Positions des axes temporal et pariétal par rapport aux électrodes, en vue de derrière. Les cercles gras représentent le montage à 19 électrodes, tandis que les cercles fins représentent le montage à 32 électrodes.

2.1.3 Résultats

2.1.3.1 Problème direct

La figure 2.4 représente le RDM obtenu en moyenne pour 11 réalisations de rotations aléatoires différentes pour les trois sphères du modèle par rapport à ceux obtenus pour les modèles à maillages homothétiques. Les 7 modèles non affinés de la table 2.1 et 15 dipôles sont envisagés. On y voit que le cas homothétique dans l'approche COM donne de bien meilleurs résultats que les maillages ayant subi des rotations aléatoires, notamment pour les sources périphériques. Ce cas de symétrie ne peut être étendu aux maillages réalistes puisque le cerveau, l'os et le scalp n'ont pas des frontières homothétiques. Il convient donc de s'affranchir de ce biais pour la comparaison entre les approches COM et LINT en utilisant des maillages ayant subi des rotations aléatoires. Les résultats présentés ci-après correspondent donc à des moyennes de valeurs obtenues pour différentes réalisations de rotations aléatoires des maillages.

La figure 2.5 représente le MAG et le RDM en fonction de la distance des dipôles au centre du modèle, pour tous les dipôles et tous les maillages du tableau 2.1. Douze modèles et

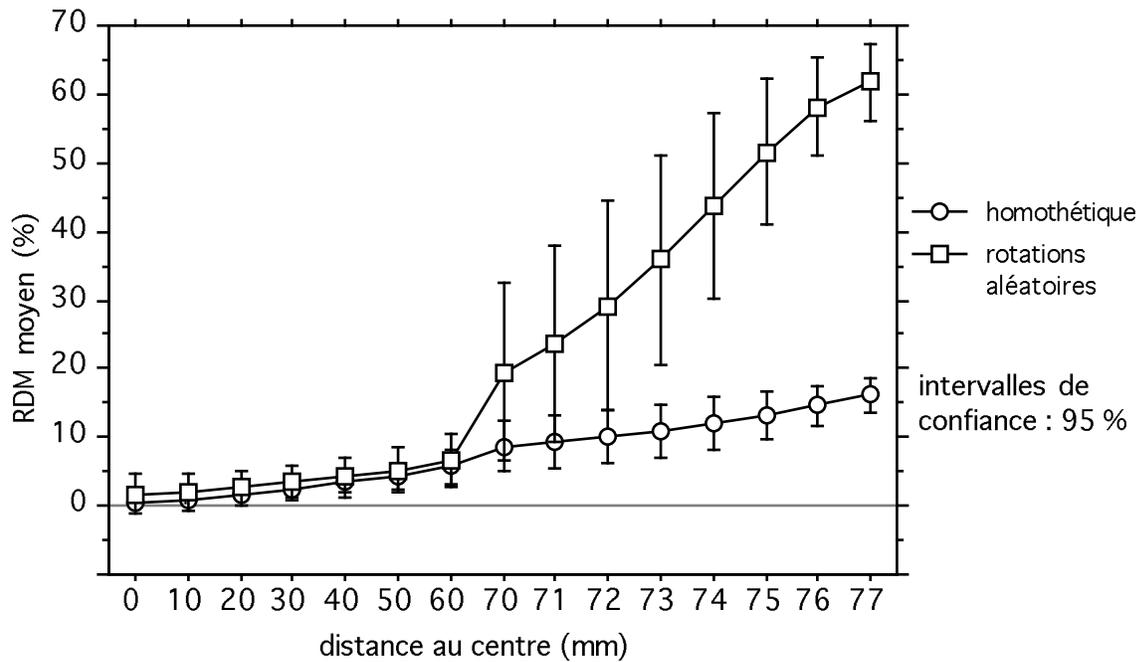


FIG. 2.4: Comparaison entre les maillages homothétiques et les maillages ayant subi des rotations aléatoires des différentes couches pour l'approche COM.

14 dipôles sont envisagés. Ainsi qu'on pouvait l'espérer, l'approche LINT donne un meilleur RDM que l'approche COM. Cependant, l'approche LINT donne également un MAG nettement moins bon que l'approche COM. Ce phénomène est mis en évidence sur la figure 2.6 qui représente le MAG et le RDM en moyenne pour tous les dipôles. On constate que tous les paramètres ont une influence sur l'erreur commise. L'influence de la taille du maillage sur le MAG est particulièrement plus prononcée dans le cas de l'approche LINT pour des maillages non affinés localement. Dans le cas des maillages affinés localement, les courbes sont plus regroupées pour les dipôles profonds, la densité globale des différents maillages étant identique. L'effet de l'affinage se fait sentir pour les dipôles distants de plus de 70 mm du centre.

Les comparaisons des figures 2.5 et 2.6 ont été réalisées en rapprochant les MAG et les RDM obtenus pour des modèles géométriques (maillages) identiques. Or les temps de calculs nécessaires à la résolution du problème direct dépendent de la taille de la matrice pour le système linéaire, qui est deux fois plus petite pour l'approche LINT. Une autre comparaison est donc effectuée pour une même taille de matrice à la figure 2.7.

Cette fois encore, le RDM est meilleur pour l'interpolation linéaire, en particulier pour les matrices de taille inférieure à 400, mais le MAG reste légèrement moins bon. Cependant, cette différence pour le MAG est très petite, et décroît rapidement lorsque la taille de la matrice augmente.

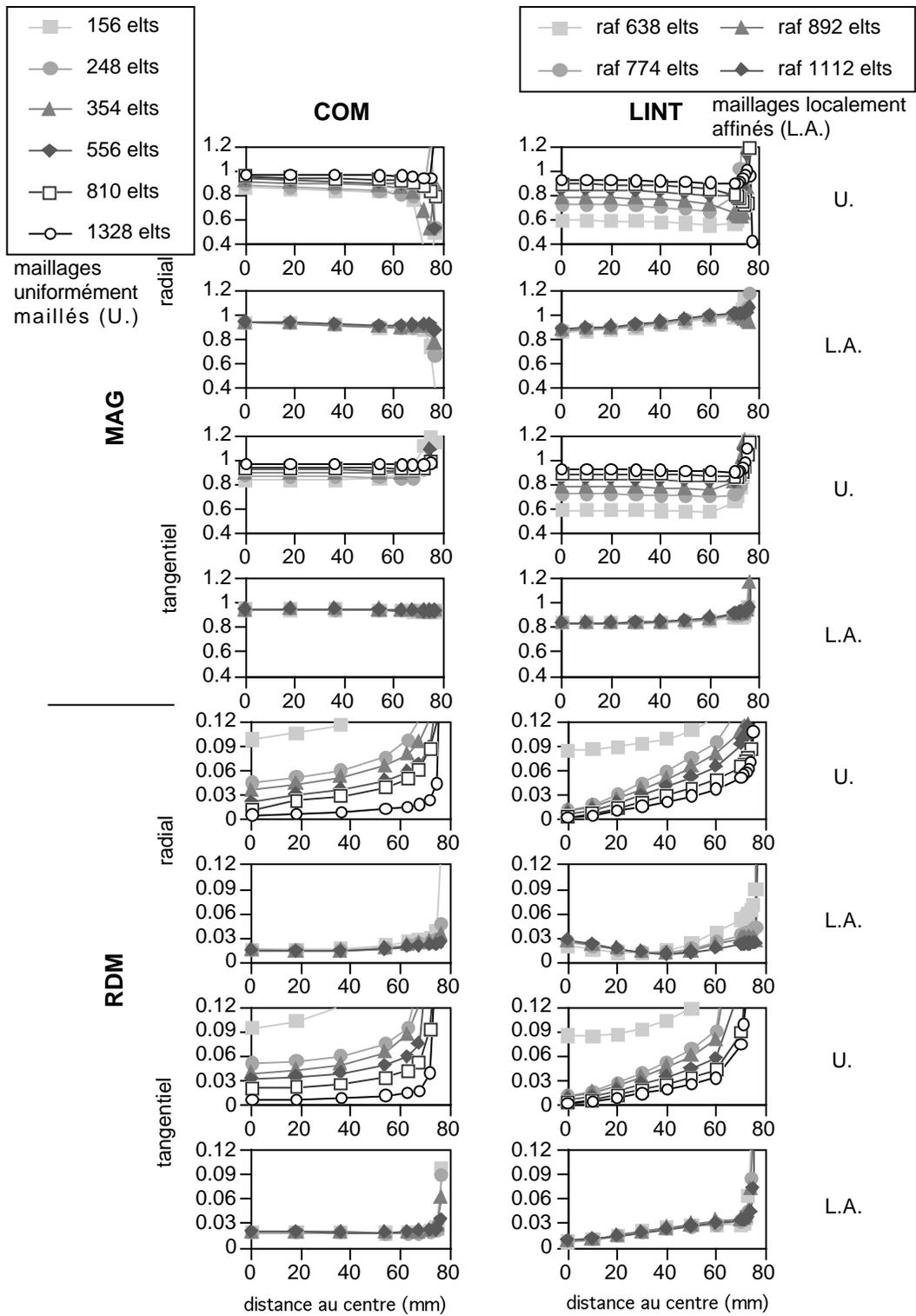


FIG. 2.5: Comparaison entre LINT et COM pour le problème direct en fonction de la distance au centre (en abscisse), de l'orientation du dipôle (radial ou tangential) et du modèle, localement affiné (L.A.) ou non (U.).

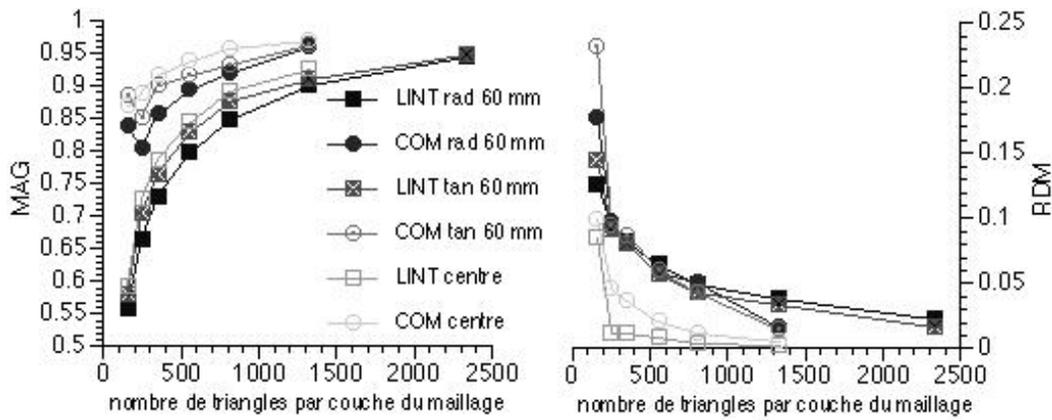


FIG. 2.6: MAG et RDM en fonction du modèle pour différents dipôles : au centre, à 60 mm du centre et d'orientation radiale (rad 60 mm) ou tangentielle (tan 60 mm). Les carrés représentent l'erreur pour l'approche LINT, les ronds pour COM.

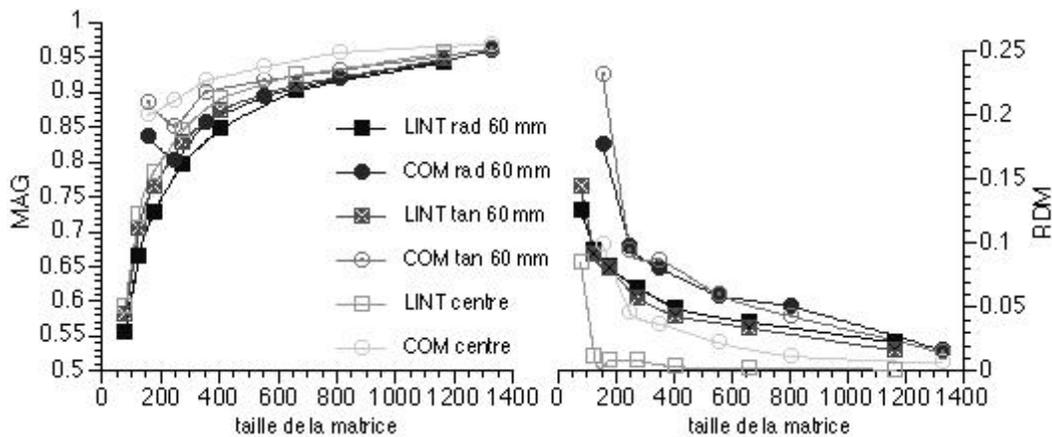


FIG. 2.7: MAG et RDM en fonction de la taille de la matrice pour différents dipôles : au centre, à 60 mm du centre et d'orientation radiale (rad 60 mm) ou tangentielle (tan 60 mm). Les carrés représentent l'erreur pour l'approche LINT, les ronds pour COM.

Cette comparaison effectuée sur le problème direct ne nous permet pas de conclure en faveur de l'approche LINT ou COM puisque les deux critères d'erreur donnent des résultats opposés. Il est donc nécessaire de mener une étude sur le problème inverse.

2.1.3.2 Problème inverse

Les figures 2.8 et 2.9 montrent l'évolution de l'erreur de localisation en moyenne pour les différentes réalisations de rotations aléatoires des maillages. Ces comparaisons, menées à modèle identique, montrent que l'interpolation linéaire détériore la précision de la localisation.

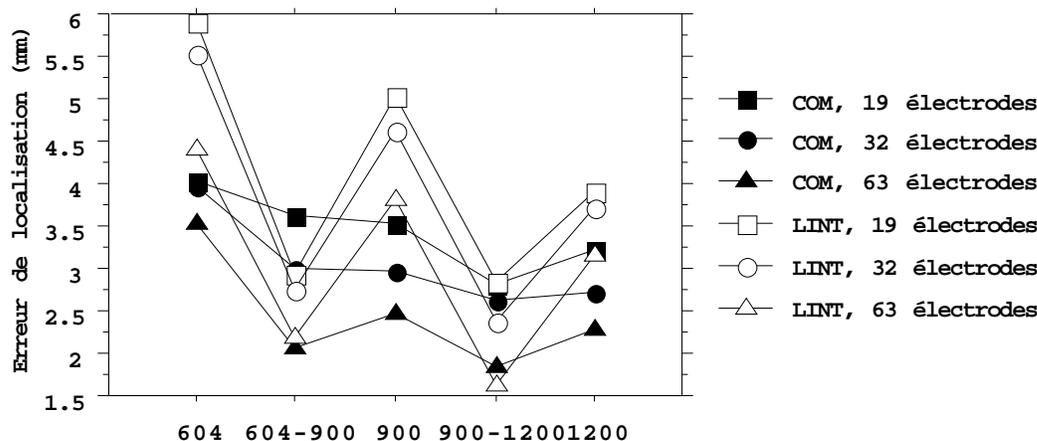


FIG. 2.8: Erreur de localisation en fonction du maillage utilisé, en moyenne pour 8 dipôles sur les axes temporal et pariétal, et pour trois rotations aléatoires des maillages. Trois montages de 19, 32 et 63 électrodes ont été utilisés. Les maillages 604-900 et 900-1200 sont des maillages affinés localement.

Nous avons effectué un test statistique apparié non paramétrique de Wilcoxon pour comparer les méthodes COM et LINT pour toutes les réalisations de maillage et tous les dipôles. La méthode LINT donne, à maillages identiques, une erreur moyenne de 3.6 mm significativement plus grande que pour l'approche COM qui donne 3 mm ($p < 0.0001$).

La figure 2.9 montre que l'utilisation d'un plus grand nombre d'électrodes permet d'améliorer la localisation quelle que soit la méthode choisie. La figure 2.9 permet également une comparaison à taille de matrice identique. On voit alors que l'approche LINT donne des résultats légèrement meilleurs que l'approche COM. Ce résultat est confirmé par la figure 2.10, qui montre l'évolution de l'erreur de localisation en fonction de la taille de la matrice.

Le test statistique apparié non paramétrique de Wilcoxon pour les matrices de tailles 604 et 1200 montre que l'approche LINT donne cette fois de meilleurs résultats que l'approche COM avec des moyennes respectives de 3 mm et 3.3 mm ($p = 0.0008$).

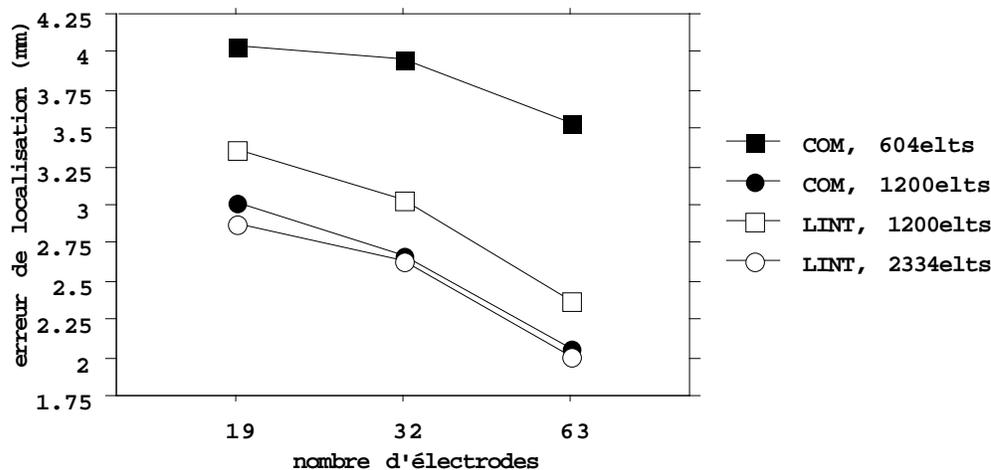


FIG. 2.9: Erreur de localisation en fonction du nombre d'électrodes, en moyenne pour 8 dipôles sur les axes temporal et pariétal, et pour trois rotations aléatoires des maillages. Les modèles LINT 1200elts et LINT 2334elts ont respectivement à peu près la même taille de matrice que COM 604elts et COM 1200elts. Les modèles LINT 1200elts et COM 1200elts utilisent le même maillage.

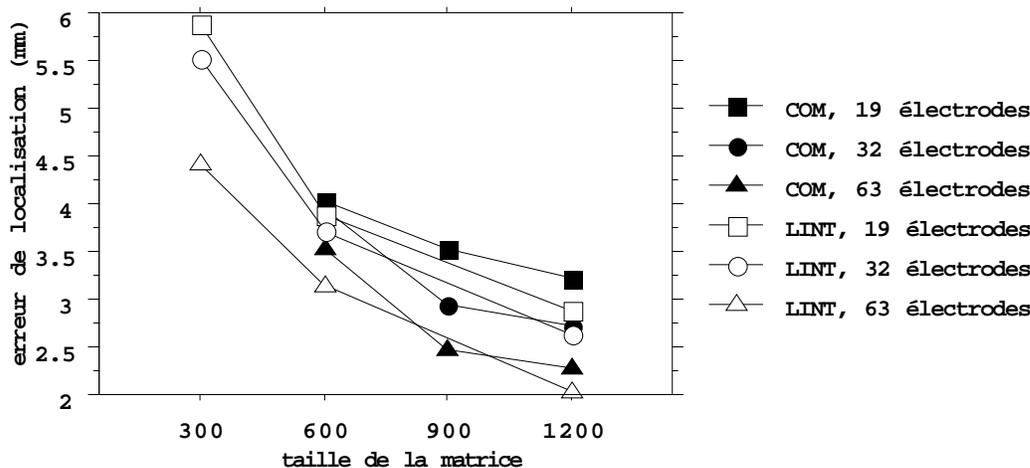


FIG. 2.10: Erreur de localisation en fonction de la taille de la matrice, en moyenne pour 8 dipôles sur les axes temporal et pariétal, et pour trois rotations aléatoires des maillages. Trois montages de 19, 32 et 63 électrodes ont été utilisés.

2.1.4 Discussion

Cette simulation numérique aboutit à plusieurs résultats. Le premier d'entre eux est la confirmation de l'importance de ne pas garder pour l'évaluation des méthodes par simulation un modèle sphérique à trois couches dont les maillages sont obtenus homothétiquement à partir du même maillage. Cette observation nous amène à remettre en cause les résultats obtenus par Schlitt et al. [1995]. Les "RDM" (dont la définition n'est pas la même que la notre¹) obtenus dans [Mosher et al., 1999] pour un temps de calcul identique laissent supposer qu'ils ont également utilisé des maillages homothétiques.

Par ailleurs, nous avons trouvé que l'approche LINT, pour un même modèle, donne un RDM un peu meilleur, mais un MAG moins bon, et aboutit à une erreur de localisation plus grande que l'approche COM. Cependant, si on effectue la comparaison *pour une même taille de matrice, ce qui correspond à un même temps de calcul, l'approche LINT améliore cette fois nettement le RDM, pour un MAG à peu près identique, et aboutit à une erreur de localisation légèrement plus faible.*

Comme le facteur limitant de la résolution du problème inverse est essentiellement le temps de calcul, on préférera donc l'approche LINT à l'approche COM.

Plusieurs explications peuvent être avancées pour expliquer le peu d'amélioration apportée par l'approche LINT, lorsqu'on se situe à modèle identique.

La première explication possible est que l'erreur peut dépendre non seulement du degré (k) du polynôme d'interpolation du potentiel, mais également du degré d'interpolation (m) de la surface. Dans l'approche LINT, nous n'avons pas augmenté le degré d'interpolation de la surface, puisque nous avons utilisé des triangles plats. Dans son article, De Munck [1992] fait allusion à ce problème. Il propose de le résoudre en découpant les triangles courbes en plusieurs triangles plats, de manière à pouvoir utiliser tout de même sa formule. Toutefois aucune évaluation de cette méthode n'est présentée. De plus cette méthode augmente le temps de calcul de la matrice.

Une autre explication qui peut être avancée pour expliquer ce phénomène est que l'erreur ne puisse être améliorée significativement en conservant une méthode de collocation. En effet, s'il existe [Dautray et Lions, 1985b] une formule de majoration de l'erreur commise par la méthode des intégrales de frontières avec des techniques variationnelles (Galerkin) par un $O(h^{k+1} + h^m)$ où k est le degré des polynômes d'interpolation sur chaque élément de surface et m est le degré d'interpolation géométrique des surfaces, nous n'avons pu trouver aucune formule semblable dans le cas de la méthode de collocation pour notre problème. L'utilisation de méthodes variationnelles a récemment été testée par Mosher et al. [1999], ils montrent une

¹Pour Mosher et al. [1999], $RDM = \sqrt{(b_{th} - b)^T (b_{th} - b) / (b_{th}^T b_{th})}$, où b_{th} et b représentent les valeurs trouvées analytiquement et numériquement à chaque voie pour l'EEG ou la MEG.

amélioration de leur “RDM” par l’utilisation d’une interpolation linéaire par rapport à l’approche centre de masse. L’utilisation de méthodes variationnelles ne donne pas de meilleurs résultats que la collocation pour l’approche COM, mais donne de meilleurs résultats que la collocation pour l’approche LINT. Cependant l’apport des méthodes variationnelles a été évalué avec des maillages homothétiques, et en problème direct seulement.

2.2 Amélioration de l’interpolation géométrique

Nous avons testé ici l’approche proposée par De Munck [1992] en découpant des triangles courbes de degré 2 en plusieurs triangles plats. Les calculs sont expliqués dans l’annexe F. Les maillages de sphère avec les triangles plats et les triangles courbes sont représentés figure 2.11. Une comparaison entre l’approche LINT classique et cette approche est représentée figure 2.12.

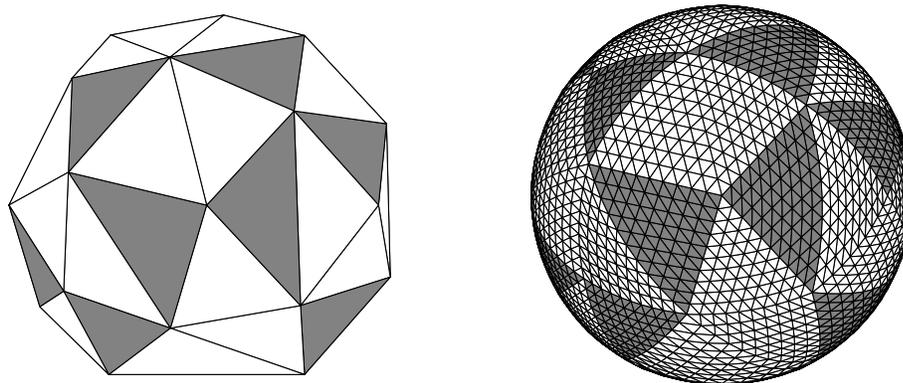


FIG. 2.11: A gauche, un maillage de sphère avec 50 triangles plats. A droite, un maillage de sphère avec 50 triangles courbes. Chaque triangle courbe est subdivisé en 100 triangles plats. Certains triangles sont colorés de façon à pouvoir mieux les repérer pour les triangles courbes.

La figure 2.12 montre que le fait de découper les triangles courbes en plusieurs triangles plats n’améliore pas sensiblement l’erreur de localisation, et l’aggrave même lorsque le maillage est grossier. Ceci est probablement dû au fait que l’on n’utilise plus véritablement une formule analytique pour calculer les coefficients de la matrice mais une formule approchée (voir annexe F).

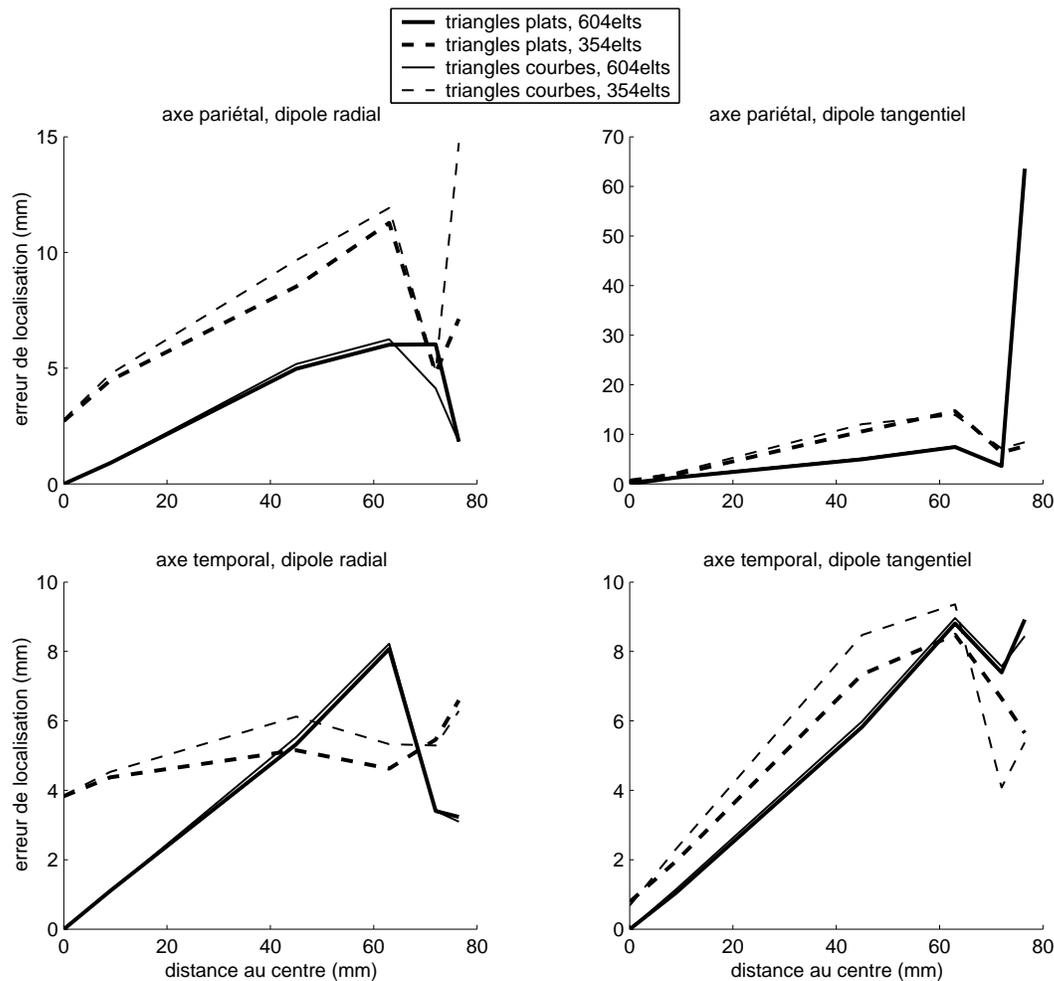


FIG. 2.12: Erreur de localisation pour les triangles plats et pour les triangles courbes dans l'approche LINT. Deux maillages à 354 et 604 éléments par couche ont été utilisés, avec 63 électrodes. L'erreur est exprimée en fonction de la distance au centre pour les dipôles sur l'axe pariétal (pariet.) et l'axe temporal (tempor.), dans le cas d'un moment dipolaire orienté radialement (rad.) ou tangentiellement (tan.)

2.3 Conclusions et perspectives

En conclusion, l'approche LINT, qui ne nécessite pas beaucoup de calculs supplémentaires et qui permet d'améliorer légèrement l'erreur de localisation à temps de calcul identique, pourra être utilisée pour remplacer l'approche COM. Cependant, on peut espérer améliorer davantage encore la précision de la méthode en utilisant soit une définition plus précise de la surface (avec de véritables triangles courbes) soit une méthode variationnelle.

Chapitre 3

Apport des modèles réalistes en MEG

3.1 Introduction

3.1.1 Revue bibliographique

Le modèle le plus largement utilisé pour résoudre le problème inverse en MEG est le modèle sphérique. Il y a plusieurs raisons à cela :

- C'est un modèle très simple.
- Il existe une formule analytique au problème direct [Sarvas, 1987](voir annexe A).
- Les calculs avec la formule analytique sont très rapides.
- Des logiciels du commerce comme BESA[®] permettent depuis longtemps d'utiliser ce modèle.
- Ce modèle a la réputation de permettre une précision de localisation satisfaisante : dans le modèle sphérique, le champ magnétique ne dépend pas des valeurs des conductivités des milieux, dans la réalité, on suppose donc que le champ magnétique n'est pas beaucoup affecté par ces conductivités.

Des modèles plus élaborés composés de sphères non concentriques ont été introduits par Meijs et Peters [1987]. Cuffin [1991] a montré que la différence entre ces modèles et le modèle sphérique concentrique est minime en terme d'erreur de localisation (0.3 mm). Toutefois un seul dipôle situé sur un axe de symétrie a été étudié. Cuffin [1990] a également évalué la précision du modèle sphérique à partir de données simulées calculées avec la méthode des intégrales de surface dans des modèles à trois couches ellipsoïdaux ou dans un modèle sphérique où le cerveau était représenté par une demi-sphère. pour trois dipôles (1 position et 3 orientations), le problème inverse était résolu avec un modèle sphérique analytique. Avec les modèles BEM ellipsoïdaux et les dipôles tangentiels l'erreur de localisation variait entre 2.6 mm et 12.3 mm et l'erreur d'orientation entre 0° et 3.2°, tandis que pour le dipôle radial des dipôles de faibles moments étaient retrouvés avec des valeurs élevées du critère à minimiser, et des erreurs de localisation variant entre 16.9 mm et 32.5 mm, et des erreurs d'orientation entre 58° et 76°. Pour le modèle BEM où le cerveau était modélisé par une demi sphère, les dipôles tangentiels étaient localisés avec des erreurs de localisation de 6.5 mm et 9 mm et des erreurs d'orientation de 0° et 6°, tandis que pour le dipôle radial les erreurs de localisation et d'orientation étaient de 17.9 mm et 73° avec un moment dipolaire d'amplitude égale à 20% de celle des dipôles tangentiels et une valeur du critère comparable à celles obtenues pour les dipôles tangentiels.

L'utilisation de modèles réalistes en MEG a été introduite par Hämäläinen [1987] et Meijs et al. [1987c]. Comme le champ magnétique est réputé peu dépendant des conductivités des milieux, on considère souvent qu'une seule couche (le cerveau) suffit pour modéliser la tête.

Ainsi dans [Zanow, 1997], une évaluation du biais de localisation introduit par le modèle sphérique par rapport à un modèle réaliste à une couche est réalisée. Il a montré que ce biais variait de 1 mm pour des dipôles périphériques près du vertex à 25 mm pour des dipôles profonds dans le cortex frontal. Dans [Tomita et al., 1996] une simulation similaire a donné un biais de localisation variant de 0.67 mm pour un dipôle occipital périphérique à 21 mm pour le dipôle frontal le plus profond. Le biais d'orientation de ces sources plutôt tangentiellles variait entre 1° et 63° . Cependant, 12 des 15 dipôles étaient retrouvés avec une erreur d'orientation inférieure à 10° . Dans [Fuchs et al., 1998a], une même simulation a été effectuée, mais de façon beaucoup plus systématique (environ 3600 dipôles). Plusieurs configurations de capteurs MEG ont été étudiées : 31 gradiomètres axiaux situés soit sur la partie supérieure de la tête soit sur le côté, 109 gradiomètres axiaux (configuration tête entière), ou 122 gradiomètres planaires (tête entière). Pour chaque position de dipôle, les trois orientations propres ont été envisagées (voir section 1.2.2). Dans les orientations correspondant aux deux valeurs propres les plus grandes (orientations quasi-tangentiellles), les erreurs de localisation variaient entre 0.2 mm et 70.9 mm (5.4 mm en moyenne) avec les 122 gradiomètres planaires, entre 0.2 mm et 77 mm (6.7 mm en moyenne) avec les 109 gradiomètres axiaux. Dans le cas des 31 gradiomètres axiaux, les erreurs de localisation les plus faibles étaient obtenues pour les sources situées à proximité des canaux, tandis que des erreurs de localisation très importantes étaient obtenues dans les régions non couvertes par les canaux. Dans l'orientation correspondant à la valeur propre la plus faible (orientation quasi-radiale) les erreurs de localisation étaient beaucoup plus importantes que dans les orientations quasi-tangentiellles : en moyenne 44.1 mm pour les 122 gradiomètres planaires et 54 mm pour les 109 gradiomètres axiaux.

La précision du modèle sphérique n'a pas seulement été évaluée à partir de simulations. Des fantômes réalistes de la tête ont également été utilisés : dans [Barth et al., 1986], 5 dipôles ont été placés dans un fantôme constitué de la tête d'un cadavre humain dans laquelle le cerveau avait été remplacé par une gelée conductrice. Les erreurs de localisation obtenues avec un modèle sphérique et une voie MEG unique placée séquentiellement à 81 positions différentes variaient entre 1.3 mm pour les sources périphériques et 9.5 mm pour les sources profondes. Dans [Menninghaus et al., 1994] le fantôme était constitué d'un crâne en plastique non conducteur rempli de gelée conductrice. Il s'agissait donc d'un fantôme à une couche. Les erreurs de localisation avec le modèle sphérique et 37 gradiomètres axiaux variaient entre 3 mm et 9 mm pour 4 dipôles. Dans [Leahy et al., 1998], le fantôme était constitué d'un crâne humain imprégné et rempli de gelée conductrice recouvert d'une couche de latex afin d'obtenir un fantôme à trois couches. Les erreurs de localisation avec le modèle sphérique et l'algorithme R-MUSIC variaient entre 1 mm et 17 mm pour 32 dipôles. Les erreurs de localisation avec la méthode des intégrales de surface étaient améliorées de 0.5 mm

seulement. Toutefois le niveau de bruit dans leurs enregistrement était vraiment très important (leur rapport signal sur bruit en MEG était en moyenne de 2). De plus, leurs données étant disponibles sur Internet (<http://neuroimage.usc.edu>) nous avons pu constater qu'il y avait une intersection entre les couches des maillages, ce qui n'est pas autorisé dans la méthode des intégrales de surfaces.

Le modèle sphérique a également été évalué à partir de l'enregistrement de dipôles implantés créés entre deux dérivations d'électrodes intracérébrales de profondeur chez des patients épileptiques [Cohen et al., 1990; Balish et al., 1991; Rose et al., 1991]. Des erreurs de localisation variant surtout en fonction de la profondeur du dipôle entre 3 mm et 20 mm, avec une moyenne selon les articles variant entre 8 mm et 10 mm ont été trouvées lorsque le rapport signal sur bruit était supérieur à 10.

Le tableau 3.1 résume les résultats trouvés dans la littérature sur l'erreur de localisation avec le modèle sphérique.

Dans le modèle sphérique, les composantes radiales des dipôles ne créent pas de champ magnétique et ne peuvent donc être estimées. Il est fréquemment admis que les modèles réalistes sont suffisamment proches du modèle sphérique pour que le champ magnétique créé par les composantes radiales des dipôles soit négligeable. C'est pourquoi peu d'études s'intéressent à l'erreur d'orientation des dipôles. Nous avons vu que Tomita et al. [1996] trouvaient des erreurs d'orientation inférieures à 10° pour 12 de ses 15 dipôles, toutefois tous ces dipôles ont une orientation plutôt tangentielle. Leahy et al. [1998] ont calculé uniquement la composante tangentielle de l'erreur d'orientation qui était en moyenne de 10° pour les 32 dipôles dans un fantôme à trois couches avec le modèle sphérique et de 8° avec un modèle réaliste. À partir de dipôles implantés dans le cerveau de lapins vivants, Melcher et Cohen [1988] ont trouvé une atténuation pour les dipôles radiaux de 0.17 ± 0.07 par rapport aux dipôles tangentiels. Menninghaus et Lütkenhöner [1995] ont également montré que les sources radiales pouvaient créer en réalité des champs magnétiques non négligeables, le rapport entre l'amplitude du champ créé par un dipôle tangentiel et par un dipôle radial variant de 8 pour les dipôles périphériques à 2 pour les dipôles profonds. De plus, ils ont montré un exemple de topographie de champ magnétique très différent pour un dipôle presque radial de ce que prédisait le modèle sphérique. Dans son modèle comportant un cerveau hémisphérique, Cuffin [1990] trouve que le champ magnétique engendré par un dipôle radial comporte des valeurs significatives (atténué de 22% par rapport à un dipôle tangentiel) et que la carte du champ magnétique ressemble à celle engendrée par un dipôle tangentiel.

Auteurs	Données MEG	Nombre de dipôles	Profondeur (mm) des dipôles	Orientation des dipôles	Erreur de localisation (mm)
[Cuffin, 1991]	simulation, modèle de sphères non concentriques	1	31	Tangentiel	0.3
[Cuffin, 1990]	simulation, 5 modèles ellipsoïdaux à 3 couches	3	31	2 tangentiels, 1 radial	2.6-12.3, 16.9-32.5
[Cuffin, 1990]	simulation, scalp et os sphériques, cerveau hémisphérique	3	31	2 tangentiels, 1 radial	6.5, 9.0, 17.9
[Zanow, 1997]	simulation, modèle réaliste à une couche	30	7 - 53	Tangentiels	1 - 25
[Tomita et al., 1996]	simulation, modèle réaliste à une couche	15	≈ 15-55	Tangentiels	0.7 - 21.4
[Fuchs et al., 1998a]	simulation, modèle réaliste à une couche	≈ 3600	≈ 0-80	2/3 tangentiels, 1/3 radiaux	0.2-70.9, 13.1-87.9
[Barth et al., 1986]	Cadavre humain	5	≈20 - 75	Variable	1.3 - 9.5
[Menninghaus et al., 1994]	Fantôme à une couche	4	10 - 30	Tangentiels	3 - 9
[Leahy et al., 1998]	Fantôme à trois couches	32	10 - 41	Variable	1 - 17 ($SNR < 4$)
[Balish et al., 1991]	Dipôles implantés	19	20 - 63	Tangentiels	3 - 40 3-20 si $SNR > 10$
[Cohen et al., 1990]	Dipôles implantés	12	≈30 - 45	10 radiaux 2 tangentiels	4 - 40 4-13 si $SNR > 1$
[Rose et al., 1991]	Dipôles implantés	3	≈15 - 45	Tangentiels	1 - 4

TAB. 3.1: Erreurs de localisation reportées dans la littérature en utilisant le modèle sphérique. SNR : rapport signal sur bruit.

3.1.2 plan de travail

Dans [Yvert et al., 1997], une évaluation systématique du biais de localisation induit par l'utilisation d'un modèle sphérique en EEG a été réalisée. Nous présentons ici une étude similaire dans le cas de données MEG : le problème direct est résolu pour 2003 dipôles situés perpendiculairement à la surface corticale pour un casque MEG composé de 143 gradiomètres axiaux en utilisant un modèle réaliste à trois couches très finement maillé. Le problème inverse est ensuite résolu sur ces données simulées en utilisant soit un modèle sphérique, soit un modèle réaliste à une couche, soit un modèle réaliste à trois couches plus grossier que celui utilisé pour le problème direct. L'erreur de localisation, mais aussi l'erreur d'orientation et l'erreur sur l'amplitude du moment dipolaire sont présentées. Cette étude a fait l'objet d'un article [Crouzeix et al., 1999b](voir annexe G).

L'effet de l'orientation du dipôle sur les topographies de champ magnétique, sur l'amplitude du signal mesuré, et finalement sur les erreurs de localisation et d'orientation seront plus particulièrement approfondis dans un second temps.

3.2 Évaluation de l'apport des modèles réalistes pour la résolution du problème inverse

3.2.1 Méthode

3.2.1.1 Génération des modèles réalistes

Les maillages des différentes surfaces : scalp, crâne et cerveau nécessaires à la méthode des intégrales de surface ont été créés en trois étapes :

1. Pour chaque image d'une pile d'IRM, les contours des différentes surfaces ont été extraits.
2. Les contours des différentes surfaces ont été reliés par un maillage très fin (environ 20000 nœuds) selon la procédure décrite dans [Yvert et al., 1995].
3. La technique de simplification de maillage proposée par Algorri et Schmitt [1996] a été utilisée pour réduire le nombre de triangles à une quantité utilisable en pratique.

Comme on utilise la méthode des intégrales de surface avec une interpolation linéaire du potentiel (LINT), le nombre de nœuds dans les maillages utilisés dans cette étude est un paramètre important, puisqu'il détermine la taille des équations matricielles à résoudre.

3.2.1.2 Modèle utilisé pour créer les données simulées

Les données de champ magnétique simulées ont été obtenues en appliquant la méthode des intégrales de surface avec l'approche problème isolé [Meijs et al., 1987a; Hämäläinen, 1987] et une interpolation linéaire du potentiel (LINT) [De Munck, 1992; Ferguson et al., 1994]. Le maillage utilisé pour ces calculs (REF, voir table 3.2) était constitué d'environ 4500 nœuds pour une densité moyenne assez élevée de 3 triangles/cm². Les valeurs normalisées des conductivités pour les différentes couches étaient de 1,1/80 et 1 respectivement pour le scalp, le crâne et le cerveau, ce qui correspond aux valeurs suggérées dans [Rush et Driscoll, 1968; Homma et al., 1995].

3.2.1.3 Configuration des capteurs MEG

Les données simulées ont été calculées avec une configuration de capteurs MEG formant un casque couvrant la tête entière et constituée de 143 gradiomètres axiaux de la société CTF. Ce casque a été placé de manière réaliste autour du modèle REF en conservant la distance entre le scalp et les capteurs aussi constante que possible. La distance minimum entre le scalp et les capteurs était de 19 mm. La figure 3.1 montre le positionnement des capteurs autour du modèle REF.

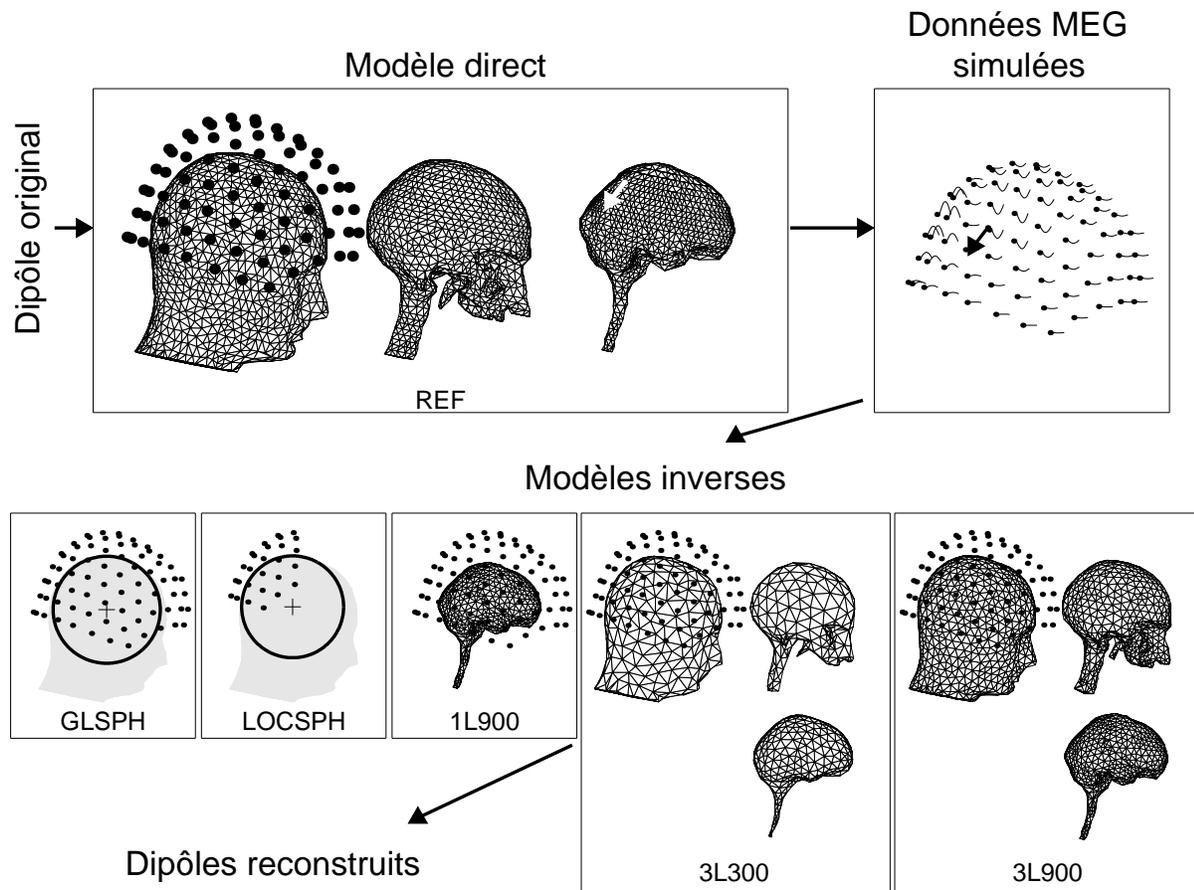


FIG. 3.1: Procédure de simulation. Les modèles utilisés pour le problème direct et le problème inverse sont représentés ainsi que les positions des spires collectrices.

Nom du modèle	Type	Nombre de couches	Nombre de nœuds par couche	Densité de triangles (<i>tri./cm²</i>) scalp-crâne-cerveau
Problème direct				
REF	Réaliste	3	1500	2.1 - 3 - 4
Problème inverse				
GLSPH	Sphère globale approchant au mieux la surface du scalp	-	-	-
LOCSPH	Sphère locale approchant au mieux la surface du scalp	-	-	-
BRAINGLSPH	Sphère globale approchant au mieux la surface du cerveau	-	-	-
BRAINLOCSPH	Sphère locale approchant au mieux la surface du cerveau	-	-	-
1L900	Réaliste	1	900	2.6
3L300	Réaliste	3	300	0.5 - 0.7 - 1.2
3L900	Réaliste	3	900	1.9 - 1.8 - 2.6

TAB. 3.2: Maillages utilisés pour le problème direct et le problème inverse

3.2.1.4 Positions des dipôles

Les 2003 dipôles étaient utilisés dans [Yvert et al., 1997], ce qui permettra ultérieurement une comparaison entre les résultats obtenus en MEG avec les résultats obtenus en EEG. Leurs positions ont été tirées aléatoirement à l'intersection de la surface corticale et de 10 coupes horizontales séparées les unes des autres de 10 mm (voir figure 3.2). L'orientation des dipôles a été choisie perpendiculairement à la surface corticale pour chaque position. Les profondeurs des dipôles variaient entre 0.9 mm et 46.9 mm pour une moyenne de 16.4 mm et un écart-type de 9.8 mm.

L'amplitude du champ magnétique engendré par chaque dipôle est caractérisée par sa valeur RMS, représentée figure 3.3.

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{143} \sum_{i=1}^{143} B_i^2}$$

Pour caractériser l'orientation des dipôles, nous avons défini un angle de tangentialité compris entre 0° et 90°. Il a été défini comme l'angle entre le moment dipolaire et sa composante radiale dans le modèle sphérique GLSPH défini ci-dessous. Par la suite, nous adopterons les dénominations suivantes :

- dipôle radial : dipôle dont l'angle de tangentialité est compris entre 0° et 5°.

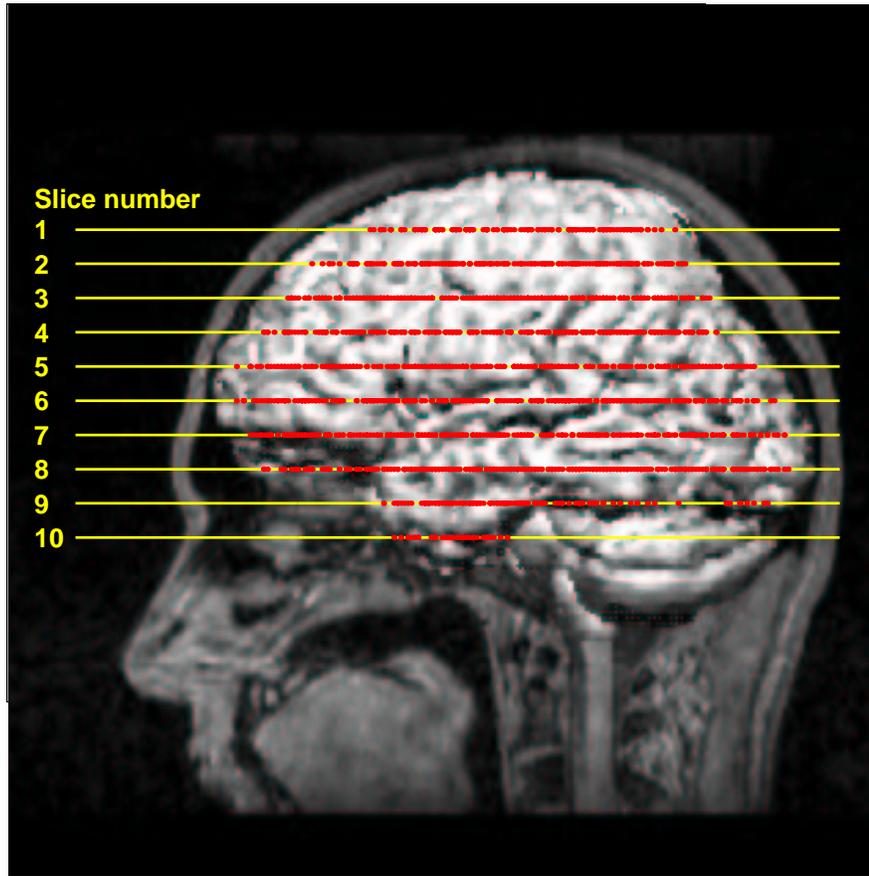


FIG. 3.2: Une image 3D de la surface corticale segmentée a été superposée sur une coupe IRM sagittale. La projection des positions des dipôles est représentée par des points rouges.

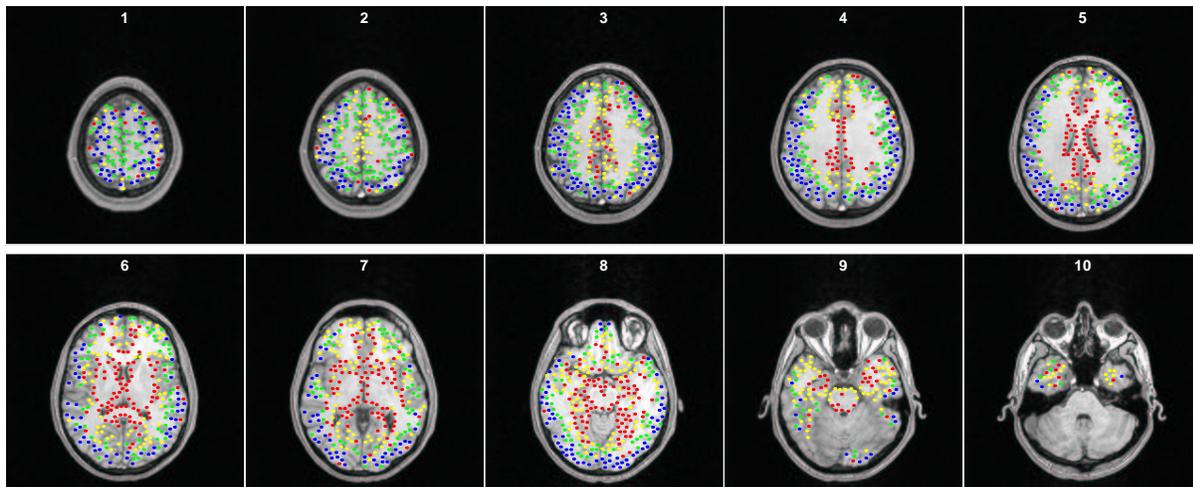


FIG. 3.3: Pour chaque position de dipôle, la valeur RMS correspondante est codée sous la forme d'un point coloré : rouge si $0 \text{ fT} < \text{RMS} < 0.5 \text{ fT}$; jaune si $0.5 \text{ fT} < \text{RMS} < 0.9 \text{ fT}$; vert si $0.9 \text{ fT} < \text{RMS} < 1.3 \text{ fT}$; bleu si $1.3 \text{ fT} < \text{RMS} < 14 \text{ fT}$. Dans cette figure, chaque couleur correspond à un quartile : il y a autant de points dans chaque couleur.

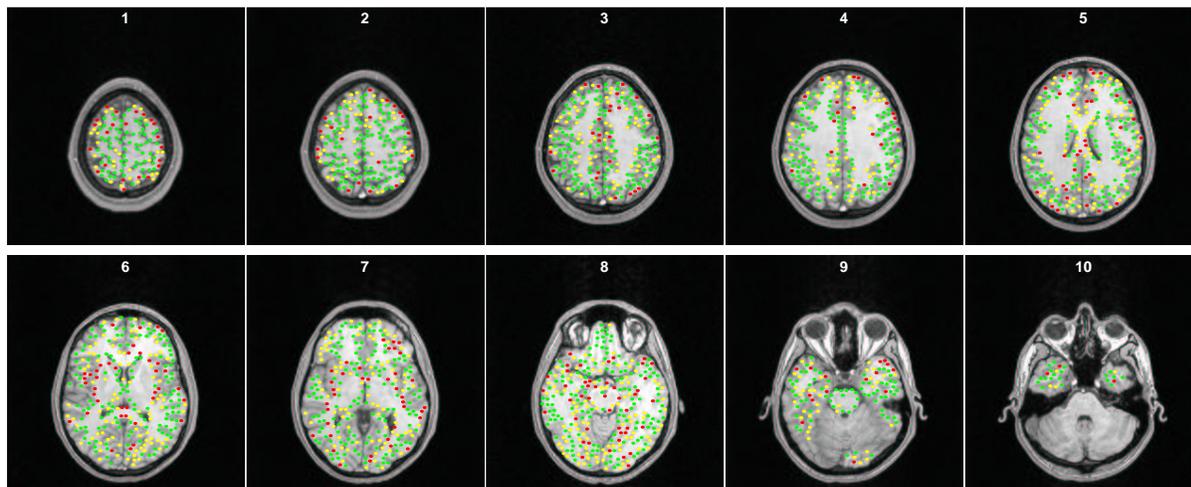


FIG. 3.4: Pour chaque position de dipôle, l'angle de tangentialité correspondant est codé sous la forme d'un point coloré : rouge entre 0° et 30° (plutôt radial) ; jaune entre 30° et 60° ; vert entre 60° et 90° (plutôt tangential).

- dipôle tangential : dipôle dont l'angle de tangentialité est compris entre 85° et 90° .

Parmi les 2003 dipôles, 63% avaient un angle de tangentialité compris entre 60° et 90° (voir figure 3.4).

3.2.1.5 Modèles utilisés pour le problème inverse

Modèles sphériques

Quatre modèles sphériques ont été utilisés pour résoudre le problème inverse (voir figure 3.1 et table 3.2) :

1. un modèle sphérique global approchant au mieux la surface du scalp couverte par le casque MEG (GLSPH).
2. un modèle sphérique semblable à GLSPH mais approchant au mieux la surface du cerveau couverte par le casque MEG (BRAINGLSPH).
3. un modèle sphérique local (LOCSPH) approchant au mieux la surface du scalp couverte par une sélection des voies MEG voisines de celles enregistrant le minimum et le maximum du signal. Cette surface a été déterminée comme suit :
 - Soit d la distance entre les deux spires mesurant le minimum et le maximum du signal.
 - L'ensemble des spires dont la distance au milieu de ces deux spires était inférieure à $2 * d$ a été sélectionné. Si plus de la moitié des spires étaient sélectionnés, seul le modèle global était retenu, et le dipôle correspondant était écarté lors des comparaisons entre les différents modèles sphériques.

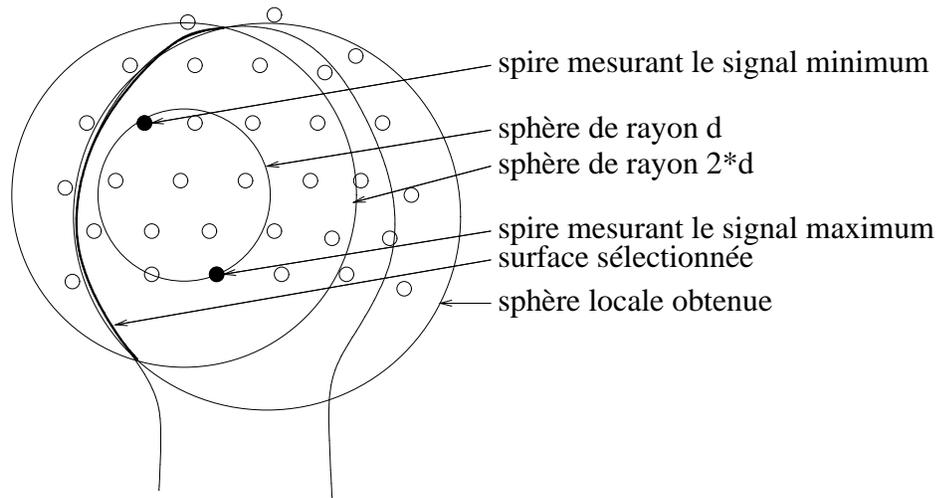


FIG. 3.5: Procédure adoptée pour choisir une sphère locale

- La sphère locale approchait au mieux la surface du scalp dont la distance au milieu des 2 spires était inférieure à $2 * d$ (voir figure 3.5).
4. un modèle sphérique local semblable à LOCSPH mais approchant au mieux la surface du cerveau et non du scalp (BRAINLOCSPH).

Nous avons retenu cette procédure pour choisir une sphère locale car elle ne requiert pas la connaissance a priori de la position du dipôle et peut facilement être mise en œuvre en pratique lorsqu'une numérisation de la surface de la tête est disponible. Il est fréquent dans la pratique qu'aucune IRM ne soit disponible, et que seule une numérisation de la surface de la tête puisse être utilisée pour déterminer la sphère. Dans le cas contraire, on préfère généralement choisir une sphère approchant au mieux la surface du cerveau.

En plus de ces quatre modèles, l'influence de la position du centre de la sphère a été testée en utilisant six modèles sphériques translatés à partir de BRAINLOCSPH d'un centimètre dans les six directions axiales.

Dans le cas des modèles sphériques, l'orientation du dipôle est contrainte à rester tangentielle lors de la résolution du problème inverse.

Modèle réaliste à une couche

Hämäläinen et Sarvas [1989] ont étudié les différences topographiques entre des solutions du problème direct obtenues pour un petit nombre de sources avec des modèles réalistes à une et trois couches. Ils sont partis de cette étude pour suggérer que, puisque la conductivité de l'os est très inférieure à celles du scalp et du cerveau, une seule couche suffisait pour un modèle réaliste de la tête en MEG. Nous avons utilisé un modèle à une couche (1L900) composé de 900 nœuds et ayant une densité de $2.5 \text{ triangles/cm}^2$ (voir figure 3.1 et table 3.2).

Modèle réaliste à trois couches

Nous avons également utilisé deux modèles réalistes à trois couches : l'un plutôt grossier (3L300) et l'autre plus fin (3L900) avec respectivement 300 et 900 nœuds par couche (voir figure 3.1 et table 3.2). Les modèles 1L900 et 3L300 correspondent à des tailles de matrices et donc des temps de résolution identiques pour le problème direct.

3.2.1.6 Résolution du problème inverse

La résolution du problème inverse consiste à trouver les paramètres de position et d'orientation \mathbf{d} du dipôle qui minimisent le critère suivant :

$$S(\mathbf{d}) = \sum_{i=1}^N (B_{REF}^i - B_{modelINV}^i(\mathbf{d}))^2$$

où :

- N est le nombre de voies MEG
- B_{REF}^i est le champ magnétique calculé avec le modèle REF à la voie i .
- $B_{modelINV}^i(\mathbf{d})$ est le champ magnétique produit à la voie i par un dipôle de paramètres \mathbf{d} pour un modèle inverse donné.

Pour cette minimisation, nous avons utilisé l'algorithme mixte comportant une partie linéaire et une partie non linéaire décrit à la section 1.2.4.2. Les solutions obtenues par cet algorithme dépendent fortement des valeurs initiales données aux paramètres des dipôles. Pour nous affranchir de ce problème, nous avons initialisé ces paramètres avec les paramètres des dipôles originaux. Pour 186 dipôles périphériques, le maillage 3L300 était tellement grossier que ces dipôles tombaient en dehors du maillage de la surface du cerveau. Ils ont donc été exclus dans les analyses statistiques. Par ailleurs, pour 50 dipôles, l'erreur résiduelle $S(\mathbf{d})$ divisée par le carré de la valeur RMS du signal restait supérieure à 30% à l'issue du problème inverse, ce qui signifie qu'aucune solution raisonnable n'avait été trouvée. Ces cas, qui arrivaient surtout avec les modèles sphériques, ont également été exclus des analyses statistiques.

3.2.1.7 Définitions des critères d'erreur

- L'erreur de localisation (D) est la distance en millimètres entre le dipôle reconstruit et le dipôle d'origine.
- L'erreur d'orientation (θ) est l'angle en degrés entre les deux moments dipolaires.
- L'erreur sur l'amplitude du moment (ΔM) est la différence entre l'amplitude du moment dipolaire du dipôle reconstruit et celle du dipôle original, en pourcentage de

l'amplitude du dipôle original. Les valeurs négatives et positives de cette erreur correspondent respectivement à la sous-estimation et la surestimation de l'amplitude.

3.2.2 Résultats

3.2.2.1 Comparaison des différents modèles sphériques

Pour 824 dipôles (dont la profondeur était généralement inférieure à 2 cm) la sphère locale (LOCSPH) et la sphère globale (GLSPH) étaient différentes. Pour tous ces dipôles, les sphères approchant au mieux la surface cérébrale (BRAINGLSPH) et (BRAINLOCSPH) étaient également différentes. La distance entre les centres des sphères approchant au mieux le scalp variait entre 2.5 mm et 58 mm avec une moyenne de 21 mm et un écart-type de 11.5 mm. La distance entre les centres des sphères approchant au mieux le cerveau variait entre 2.7 mm et 39 mm avec une moyenne de 14.7 mm et un écart-type de 6.9 mm. Pour la comparaison entre GLSPH, BRAINGLSPH, LOCSPH et BRAINLOCSPH, seuls ces 824 dipôles ont été pris en compte. Les erreurs obtenues avec ces modèles sont représentées figure 3.6.

Erreurs de localisation

dans la partie supérieure de la tête (coupes 1 à 5 de la figure 3.2), les erreurs de localisation obtenues en moyenne pour GLSPH, LOCSPH, BRAINGLSPH et BRAINLOCSPH étaient respectivement de 3.5 mm, 2.4 mm, 3.1 mm et 2.5 mm. La différence de 1.1 mm entre GLSPH et LOCSPH était significative (test t apparié : $p < 0.0001$), de même que la différence de 0.6 mm entre BRAINLOCSPH et BRAINGLSPH. En revanche, la différence de 0.1 mm entre LOCSPH et BRAINLOCSPH ne l'était pas ($p = 0.29$).

Dans la partie inférieure de la tête (coupes 6 à 10), les erreurs de localisation étaient plus importantes : 5.3 mm, 8.7 mm, 4.6 mm et 4 mm, respectivement pour GLSPH, LOCSPH, BRAINGLSPH, et BRAINLOCSPH. Cet effet vertical était significatif (test t non apparié : $p < 0.0001$). Une analyse plus détaillée dans cette zone montre que :

- Dans la partie arrière du cerveau, tous les modèles sphériques à l'exception de BRAINLOCSPH donnent une erreur de localisation moyenne entre 3.7 mm et 3.9 mm. Il n'y a pas de différence significative entre ces modèles ($p > 0.6$). BRAINLOCSPH donne une erreur de localisation moyenne de 2.9 mm ce qui est statistiquement meilleur que les autres modèles ($p < 0.0001$).
- Dans la partie antérieure du cerveau, les erreurs de localisation pour GLSPH, LOCSPH, BRAINGLSPH, et BRAINLOCSPH étaient respectivement de 6.5 mm, 13.4 mm, 5.2 mm et 5 mm. Toutes ces erreurs étaient significativement différentes ($p < 0.0001$) sauf entre BRAINLOCSPH et BRAINGLSPH ($p = 0.62$).

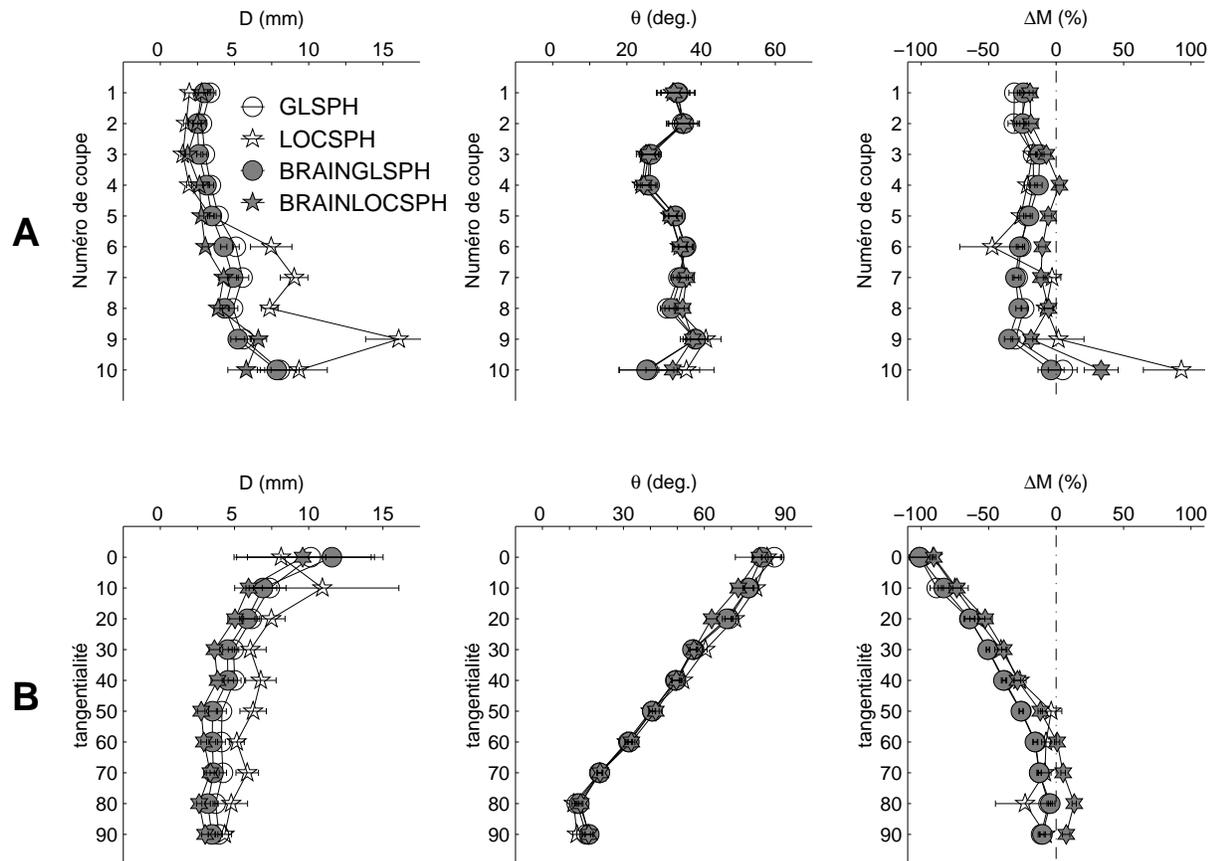


FIG. 3.6: Erreurs de localisation, d'orientation et d'amplitude du moment dipolaire en moyenne en fonction du numéro de coupe (A) et de la tangentialité (B). Les barres d'erreurs correspondent à une erreur standard. Seuls les 824 dipôles pour lesquels les sphères locales et globales diffèrent et l'erreur résiduelle est inférieure à 30% sont représentés.

Nous avons fait des translations d'un centimètre de BRAINLOCSPH dans 6 directions parallèles aux axes du repère. L'erreur de localisation était affectée en moyenne de 0.8 mm. Aucune des 6 directions ne donnait de résultats significativement meilleurs.

Erreurs d'orientation

Les différents modèles sphériques donnaient à peu près les mêmes erreurs d'orientation (figure 3.6). La position verticale du dipôle ne semblait pas avoir d'effet particulier sur cette erreur. Notons que chaque coupe contenait des dipôles d'orientations différentes. Ainsi que l'on pouvait s'y attendre, l'erreur d'orientation pour les dipôles radiaux était de 90° puisque le dipôle était contraint à rester tangentiel pendant la minimisation. Pour les dipôles tangentiels, l'erreur d'orientation descendait à 10° .

Erreur sur l'amplitude du moment dipolaire

Ainsi que le montre la figure 3.6, l'erreur sur l'amplitude du moment dipolaire était affectée par l'erreur sur l'orientation du dipôle. Ainsi pour les dipôles radiaux, l'erreur sur l'amplitude du moment dipolaire était de -100%, et elle tombait entre -15% et 15% pour les dipôles tangentiels.

3.2.2.2 Erreurs obtenues avec les modèles réalistes

Les données statistiques indiquées dans cette section concernent les 1768 dipôles qui tombaient à l'intérieur de tous les maillages de cerveau et donnaient des erreurs résiduelles inférieures à 30%. Les résultats ont également été comparés à ceux obtenus avec BRAINLOCSPH et GLSPH.

Erreurs de localisation

Les erreurs de localisation pour les modèles réalistes sont représentées figure 3.7, figure 3.8 et figure 3.10.

- Pour 1L900, l'erreur de localisation moyenne croissait de 2.4 mm dans la partie supérieure de la tête (coupes 1 à 5) à 4.9 mm dans la partie inférieure de la tête (coupes 6 à 10). Elle passait de 8.3 mm à 2.5 mm respectivement pour les dipôles radiaux et tangentiels.
- Pour 3L300 l'erreur de localisation moyenne croissait de 1.3 mm dans les parties supérieures et médianes de la tête (coupes 1 à 8) à 3.5 mm dans la partie inférieure de la tête (coupes 9 et 10). Elles variaient entre 4 mm et 0.97 mm respectivement pour les dipôles radiaux et tangentiels.

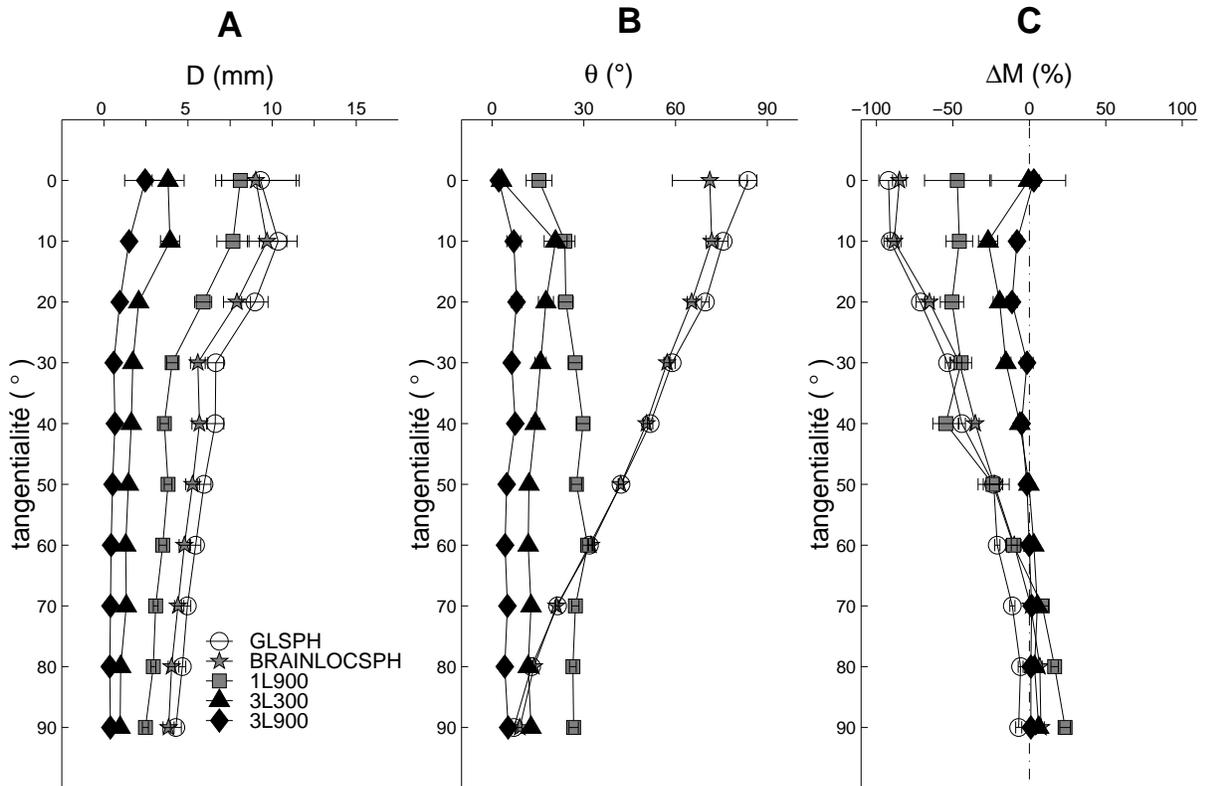


FIG. 3.7: Erreurs de localisation (A), d'orientation (B) et d'amplitude du moment dipolaire (C) en fonction de la tangentialité. Les barres d'erreurs correspondent à une erreur standard. Seuls les 1768 dipôles qui tombaient à l'intérieur de tous les maillages de cerveau et donnaient des erreurs résiduelles inférieures à 30% ont été pris en compte.

- Pour 3L900 l'erreur de localisation moyenne croissait de 0.4 mm dans les parties supérieures et médianes de la tête (coupes 1 à 8) à 1.4 mm dans la partie inférieure de la tête (coupes 9 et 10). Elles variaient entre 2.6 mm et 0.4 mm respectivement pour les dipôles radiaux et tangentiels.

Toutes ces différences entre les parties supérieures et inférieures de la tête étaient statistiquement significatives ($p < 0.0001$). Les dipôles étaient localisés avec une erreur inférieure à 3 mm pour 59%, 90%, et 98% des cas avec respectivement 1L900, 3L300, et 3L900.

Erreurs d'orientation

Les erreurs de localisation pour les modèles réalistes sont représentées figure 3.7, figure 3.9 et figure 3.10.

- Pour 1L900, l'erreur d'orientation moyenne variait avec la tangentialité entre 13° et 31° .
- Pour 3L300, l'erreur d'orientation moyenne variait avec la tangentialité entre 3° et 21° .
- Pour 3L900, l'erreur d'orientation moyenne variait avec la tangentialité entre 2° et 8° .

Les orientations des dipôles étaient retrouvées avec une erreur inférieure à 10° pour 27%, 60%, et 87% des dipôles pour 1L900, 3L300, et 3L900 respectivement.

Erreur sur l'amplitude du moment dipolaire

Les erreurs sur l'amplitude du moment dipolaire pour les modèles réalistes sont représentées figure 3.7 et figure 3.10.

- Pour 1L900 l'erreur d'amplitude moyenne variait entre -50% et 0% quand la tangentialité variait entre 0° et 60° , et entre 0% et 24% quand la tangentialité variait entre 70° et 90° .
- Pour 3L300 l'erreur d'amplitude moyenne variait entre -27% et 0% quand la tangentialité variait entre 0° et 50° , et entre 0% et 6% quand la tangentialité variait entre 60° et 90° .
- Pour 3L900, l'erreur d'amplitude moyenne variait entre -11% et 0% quand la tangentialité variait entre 0° et 60° , et entre 0% et 2% quand la tangentialité variait entre 70° et 90° .

3.2.3 Discussion

Le but de cette simulation était d'étudier le biais introduit par différents niveaux d'approximation géométrique par rapport à un modèle réaliste de référence donné (REF). En

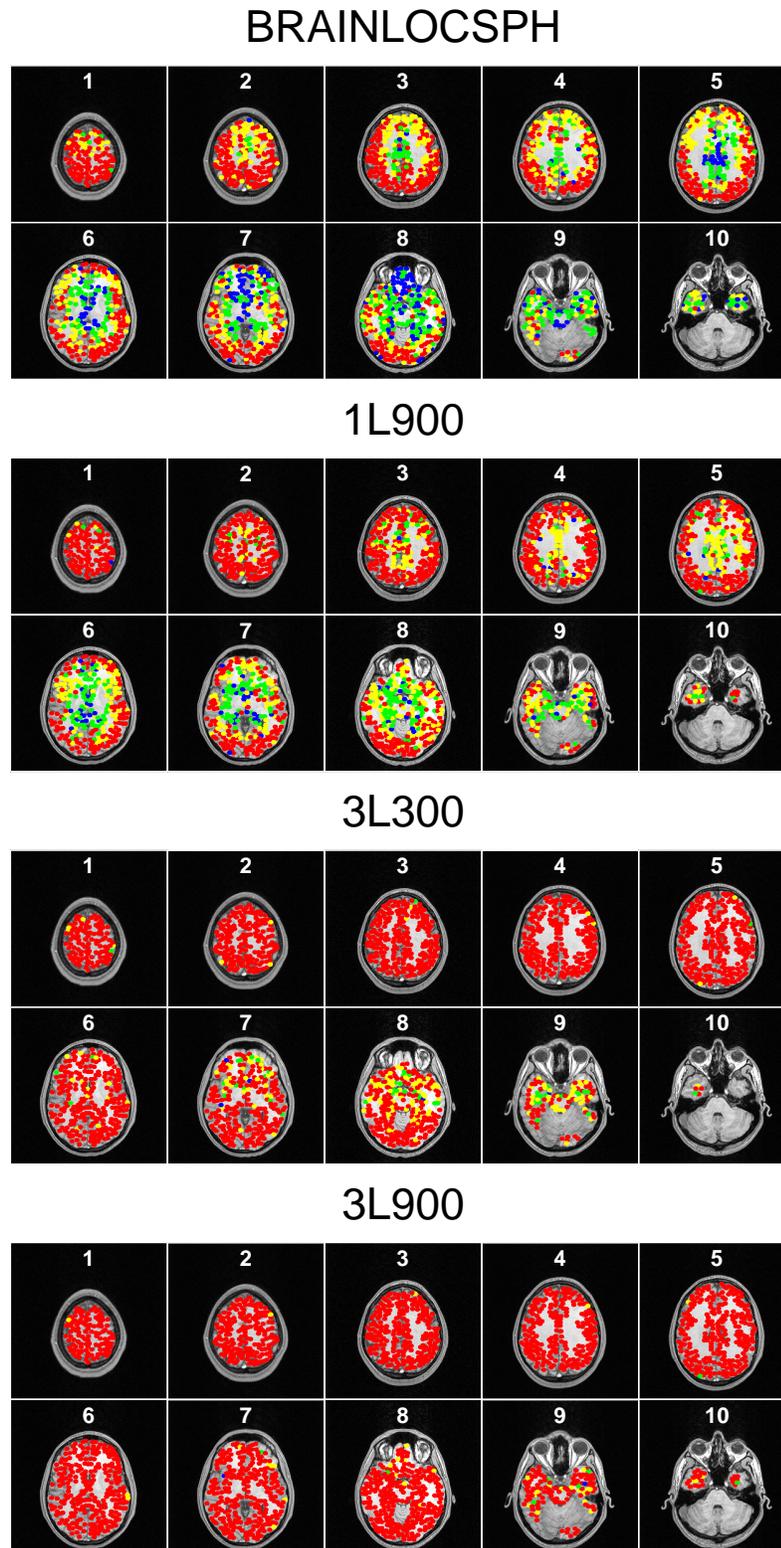
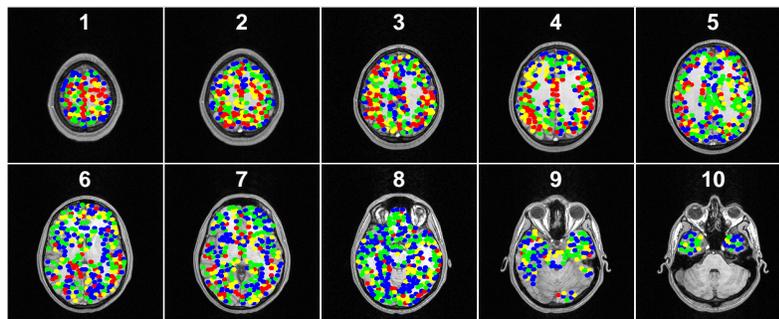
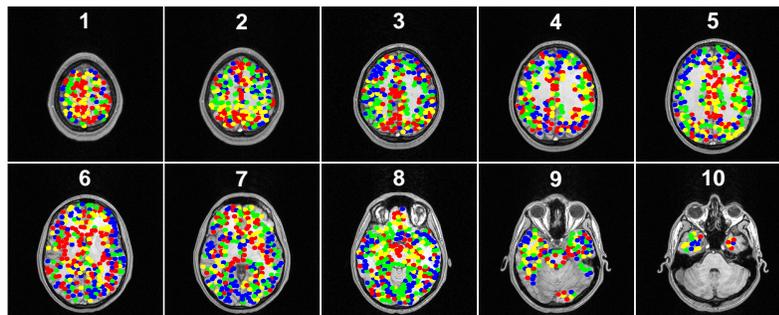


FIG. 3.8: Erreurs de localisation pour BRAINLOCSPH et les modèles réalistes. Pour chaque position de dipôle, l'erreur de localisation correspondante est codée sous la forme d'un point coloré : rouge entre 0 et 3 mm, jaune entre 3 et 6 mm, vert entre 6 et 12 mm, et bleu au delà de 12 mm.

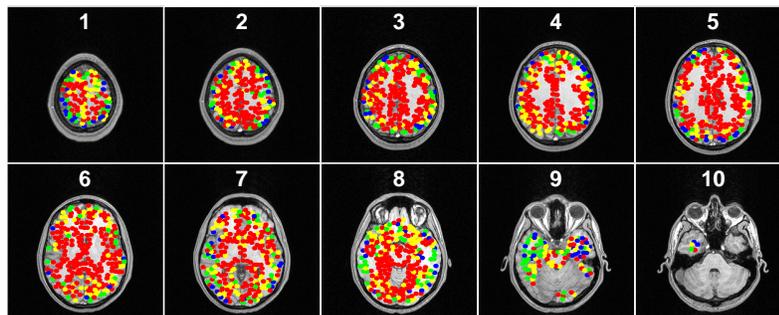
BRAINLOCSPH



1L900



3L300



3L900

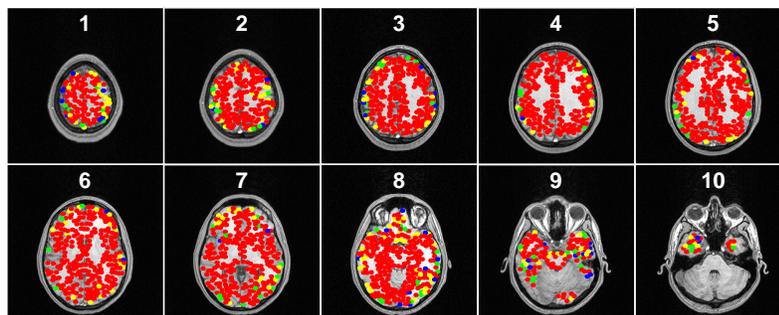


FIG. 3.9: Erreurs d'orientation pour BRAINLOCSPH et les modèles réalistes. Pour chaque position de dipôle, l'erreur de localisation correspondante est codée sous la forme d'un point coloré : rouge entre 0 et 10°, jaune entre 10 et 20°, vert entre 20 et 40°, et bleu au delà de 40°.

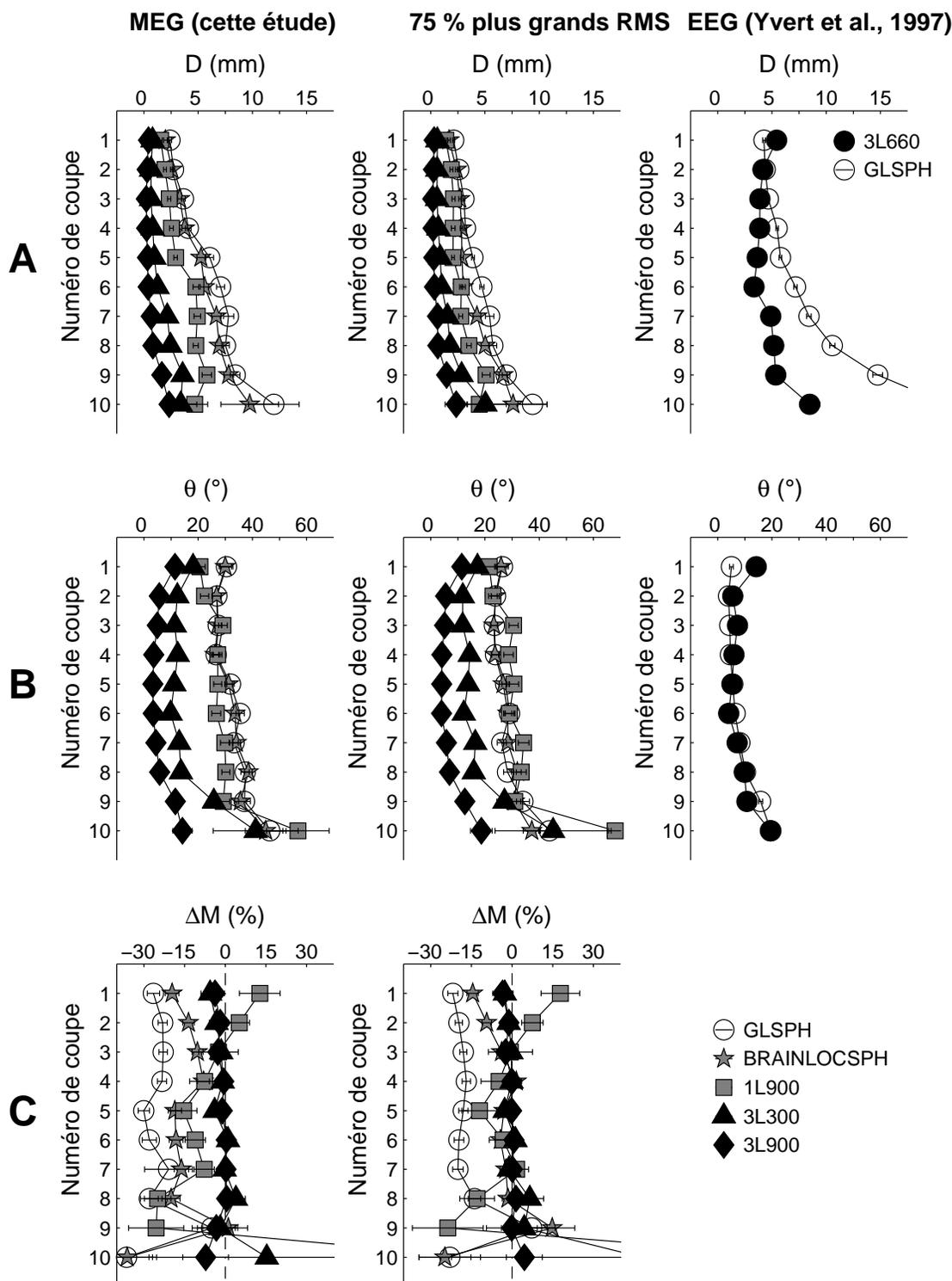


FIG. 3.10: Colonne de droite : erreur de localisation (A), d'orientation (B) et d'amplitude du moment dipolaire (C) en fonction du numéro de coupe. Colonne du milieu : même chose pour les 75% de dipôles ayant les plus grandes valeurs RMS. Colonne de droite : résultats obtenus pour l'EEG par Yvert et al. [1997] pour comparaison. Dans cette étude, 3L660 était un modèle réaliste à trois couches avec 660 nœuds par couche et s'appelait IUMM. GLSPH était la sphère approchant au mieux les positions des électrodes et s'appelait Model 2. Les barres d'erreur correspondent à une erreur standard. Seuls les 1768 dipôles qui tombaient à l'intérieur de tous les maillages de cerveau et donnaient des erreurs résiduelles inférieures à 30% ont été pris en compte dans les données MEG.

particulier, cette étude visait à établir quelles étaient les régions cérébrales pour lesquelles un modèle sphérique donnait des résultats comparables aux modèles réalistes, et à déterminer l'influence de certaines caractéristiques des modèles réalistes sur l'erreur de reconstruction des dipôles. La meilleure façon d'évaluer les méthodes de localisation des sources est sans doute l'étude de dipôles implantés. Mais on comprend aisément que pour des raisons pratiques, peu de dipôles peuvent être considérés [Barth et al., 1986; Cohen et al., 1990; Balish et al., 1991; Rose et al., 1991; Menninghaus et al., 1994; Leahy et al., 1998]. Les simulations comme celle décrite dans ce chapitre nécessitent de choisir un modèle mathématique de la tête pour créer le jeu de données, mais permettent une évaluation plus systématique de l'erreur.

3.2.3.1 Biais dû à l'approximation sphérique

Nous avons trouvé un biais de localisation induit par l'utilisation de modèle sphérique variant de 2.5 mm en haut de la tête à 8 mm dans le lobe temporal. Cet effet de la position verticale du dipôle a également été observé en EEG sur des données simulées [Yvert et al., 1997]. Des différences de localisation importantes ont également été rapportées dans la partie inférieure de la tête entre un modèle sphérique et les plots d'une électrode implantée pour la localisation des sources de pointes ondes épileptiques [Merlet et al., 1998, Fig. 4]. Cet effet vertical est bien moins prononcé avec les modèles réalistes, que ce soit en MEG ou en EEG. Une interprétation de cet effet est que le biais de localisation induit par le modèle sphérique est plus faible dans les régions les plus sphériques de la tête qui sont également mieux couvertes par les systèmes de capteurs tête entière. L'éventail d'erreurs de localisation que nous avons trouvé est comparable à celui trouvé sur des données simulées à partir d'un modèle réaliste à une couche chez Zanow [1997] et Fuchs et al. [1998a]. Il correspond également à ce qui est trouvé chez des patients épileptiques [Balish et al., 1991; Cohen et al., 1990; Rose et al., 1991] ou sur des fantômes [Barth et al., 1986; Menninghaus et al., 1994]. A première vue, nos résultats semblent en contradiction avec ceux trouvés par Leahy et al. [1998] qui montrent qu'un modèle réaliste très fin n'améliore que de 0.5 mm l'erreur de localisation par rapport à une sphère locale. Toutefois, leurs dipôles étaient placés dans des zones imitant le sillon central et la partie supérieure du cortex occipital, or dans ces régions nous trouvons également des erreurs très similaires pour les modèles sphériques et les modèles réalistes. De plus, un de leurs dipôles (le dipôle #12) était situé dans la partie inférieure de la tête, et pour ce dipôle, le modèle réaliste utilisant la méthode des intégrales de surface donnait une erreur de 4 mm tandis que le modèle sphérique donnait une erreur d'environ 17 mm [Leahy et al., 1998, Fig. 11]. Pour les autres dipôles, situés sur la partie

supérieure de la tête, les erreurs trouvées avec le modèle réaliste et le modèle sphériques étaient similaires. Ainsi notre simulation est en accord avec leurs résultats.

Nous avons également comparé des modèles de sphères locales et globales. Pour les sphères approchant au mieux la surface du scalp, la sphère locale donnait des résultats légèrement meilleurs (1 mm) que la sphère globale dans la partie supérieure de la tête. La situation s'inversait en bas de la tête (14 mm pour LOCSPH et 7 mm pour GLSPH). En revanche, pour les sphères approchant au mieux la surface du cerveau, l'utilisation de sphères locales offrait une amélioration significative de 0.6 mm de l'erreur de localisation par rapport à une sphère globale. Les auteurs utilisant des appareils de MEG couvrant partiellement la tête (BTI 37 canaux par exemple) utilisent le plus souvent des sphères locales. Ils explorent généralement le cortex somato-sensoriel ou les aires auditives, zones pour lesquelles nous avons trouvé une légère amélioration de l'erreur avec les sphères locales approchant au mieux le scalp. Dans des études plus récentes [Mäkelä et al., 1994; Yvert et al., 1998] avec des appareils de MEG tête entière, les auteurs continuent à utiliser des sphères locales approchant au mieux le scalp et un sous-ensemble de voies voisines de la position estimée a priori des sources. *Même si un tel choix se justifie pour explorer les aires auditives, il pourrait engendrer des erreurs de localisation importantes (supérieures à 8 mm) pour des sources dans le cortex frontal et inféro-temporal*, à moins d'utiliser des sphères approchant au mieux la surface du cerveau. Les sphères approchant au mieux la surface du cerveau ne peuvent toutefois être utilisées que si des IRMs sont disponibles, ce qui n'est pas systématiquement le cas.

3.2.3.2 Influence du nombre de couches des modèles réalistes

Nous avons montré que le nombre de couches dans les modèles réaliste pourrait avoir une certaine importance pour la reconstruction des dipôles en MEG. Nous avons trouvé qu'*un modèle à trois couches grossier (3L300) aboutissait à des erreurs de localisation de 2 mm inférieures à celles obtenues avec un modèle à une couche (1L900) correspondant au même temps de calcul*. Ce résultat s'explique par une meilleure prise en compte des sources secondaires de courant dans le modèle réaliste à trois couches. Il ne faut toutefois pas perdre de vue que nos données simulées ont été créées avec un modèle à trois couches et non avec une description idéalement exacte des conductivités de la tête. C'est pourquoi il conviendrait de vérifier nos résultats dans des situations plus réalistes comme dans le cas de dipôles implantés chez des patients épileptiques.

3.2.3.3 Orientation du dipôle et amplitude du moment dipolaire

Nous avons trouvé que l'orientation du dipôle et l'amplitude du moment dipolaire pouvaient être retrouvés avec une erreur raisonnable en utilisant des modèles réalistes de la

tête. Il est généralement admis que la MEG n'est pas sensible aux composantes radiales des dipôles. Notre étude a montré que dans le cas de modèles réalistes, la distribution de champ magnétique est partiellement affectée par les composantes radiales des sources, et qu'en l'absence de bruit cette information est suffisante pour retrouver l'orientation du dipôle et l'amplitude de son moment dipolaire. Ainsi que le montre la figure 3.7 B, le modèle sphérique n'est capable de reconstruire que l'orientation et le moment dipolaire des dipôles tangentiels : l'erreur sur l'orientation et le moment dipolaire dépend donc fortement de la tangentialité. En revanche, les performances des modèles réalistes pour reconstruire l'orientation et l'amplitude du moment dipolaire ne sont que peu affectées par la tangentialité. Pour les dipôles radiaux, l'orientation est retrouvée avec une erreur inférieure à 20° pour les modèles réalistes à trois couches et 40° pour le modèle à une couche. L'amplitude du moment dipolaire est retrouvée avec une erreur inférieure à 15% pour les dipôles radiaux et 3L900. Pour les dipôles tangentiels, les modèles sphériques permettent de retrouver l'orientation des dipôles avec une erreur inférieure à 10° . Dans ce cas particulier, ils se comportent artificiellement mieux que les modèles réalistes puisque le dipôle est contraint dans ces modèles à rester tangentiel alors que l'orientation est complètement libre pour les modèles réalistes.

Il est généralement admis que les dipôles profonds et radiaux ne génèrent presque pas de champ magnétique au voisinage de la tête, or dans notre simulation comme dans d'autres données [Hauelsen et al., 1995; Menninghaus et Lütkenhöner, 1995; Cuffin, 1990] de telles sources peuvent produire un champ d'amplitude égale à 20% de celui engendré par des sources tangentielles situées au même endroit. C'est pourquoi il convient d'étudier de manière plus approfondie, en particulier en présence de bruit, les capacités des modèles réalistes à retrouver les composantes radiales des sources et les sources profondes.

Par ailleurs, nous avons comparé les erreurs obtenues pour les 75% des dipôles qui correspondaient aux plus grandes valeurs RMS (figure 3.10). On constate que ce sous-ensemble de dipôles se comporte comme l'ensemble des dipôles. Ainsi, en l'absence de bruit, les erreurs de localisation et d'orientation trouvées dans cette étude dépendent davantage de la position et de la tangentialité des dipôles ainsi que du modèle géométrique que de la valeur RMS du signal.

3.3 Effet de l'orientation du dipôle

Nous venons de voir que les dipôles radiaux produisent des champs magnétiques dont l'amplitude n'est pas négligeable par rapport à ceux produits par des dipôles tangentiels. Nous allons ici nous intéresser plus particulièrement aux distributions de champ magnétique dans le cas de dipôles radiaux, puis nous étudierons l'effet de l'orientation sur l'amplitude des

signaux mesurés et sur les erreurs de localisation et d'orientation pour une position de dipôle fixée.

3.3.1 Méthode

Pour évaluer l'effet de l'orientation des sources, nous avons réalisé une simulation dans laquelle un dipôle était placé à une position donnée et dont l'orientation variait entre une orientation tangentielle pour le modèle sphérique associé et une orientation radiale. Pour cela, nous avons choisi une position de dipôle sur le plan médian de coordonnées $(0,0,80)$. Nous avons alors résolu le problème direct dans un modèle réaliste pour 179 orientations du dipôle dans le plan $(y-z)$ espacées de 1° , ce qui permettait de déduire les solutions du problème direct sur un angle de 360° . L'orientation pour laquelle le maximum sur les voies MEG de la valeur absolue du champ magnétique enregistré était minimum était considéré comme le dipôle radial. Les différentes orientations des dipôles sont représentées schématiquement figure 3.11. Elles se répartissent sur un angle de 180° avec un dipôle tous les degrés, en partant à -90° du dipôle radial pour aboutir à 90° du dipôle radial.

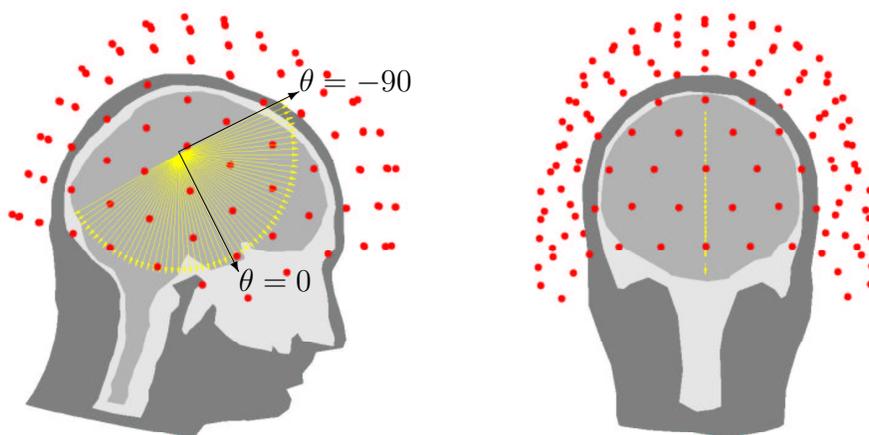


FIG. 3.11: Dipôles utilisés dans cette simulation : la position $(0,0,80)$ est la même pour tous les dipôles, l'orientation reste dans le plan $y-z$. Les orientations se répartissent sur un angle de 180° avec un dipôle tous les degrés, en partant à -90° du dipôle dit radial pour aboutir à 90° du dipôle dit radial. Le dipôle dit radial est celui pour lequel le champ magnétique est minimal dans le modèle réaliste.

Pour chaque orientation du dipôle, le champ magnétique a été calculé soit avec un modèle réaliste, soit avec un modèle sphérique. *Le modèle sphérique a été ajusté de manière à ce que le dipôle soit radial dans le modèle sphérique quand la valeur maximale aux capteurs du champ magnétique est minimale dans le modèle réaliste*, ceci afin de faciliter l'interprétation des données. Le modèle réaliste était un modèle à trois couches avec 1033, 1576, et 1459 nœuds respectivement pour le scalp, l'os et le cerveau. Le problème direct était résolu par la

méthode des intégrales de surface avec le potentiel interpolé linéairement (approche LINT) sur chaque triangle et l'approche problème isolé [Meijs et al., 1987a; Hämäläinen, 1987]. Pour 27 de ces dipôles, le problème inverse a été résolu soit avec le modèle sphérique, soit avec un modèle réaliste plus grossier composé de trois couches avec respectivement 601, 608 et 612 nœuds pour le scalp, l'os et le cerveau.

3.3.2 Topographie du champ magnétique engendré par un dipôle radial dans un modèle réaliste

Lors de simulations, nous avons constaté que la topographie de champ magnétique engendré par un dipôle radial n'était pas toujours constituée d'un pôle négatif et d'un pôle positif, ce qui pourrait conduire à penser que le champ magnétique en question n'est pas dû à un simple dipôle, mais plutôt à plusieurs dipôles. De tels exemples de topographies sont représentés figure 3.12. En A, la figure montre que pour le dipôle radial de notre simulation, la topographie engendrée avec le modèle réaliste contient deux pôles négatifs et deux pôles positifs, évoquant une topographie à deux dipôles. La figure 3.12 B montre cette même topographie sur une vue plus réaliste : on constate que les déformations de topographie ne sont pas simplement dûs à la projection radiale lors de la cartographie [Perrin et al., 1990]. En C et D les topographies pour deux dipôles quasi-radiaux¹ sont représentées.

Dans le cas du dipôle radial dont la topographie est représentée en A et B, si l'on cherche à résoudre le problème inverse avec un modèle sphérique pour cette topographie avec un seul dipôle, on arrive à expliquer 67% du signal avec une erreur de localisation de 136 mm. En revanche, on arrive à expliquer 93 % du signal avec deux dipôles orientés à 180° l'un de l'autre, distants l'un de l'autre de 4 mm, et situés à 8 mm et 10 mm du dipôle original.

L'évolution de la topographie en fonction de l'angle par rapport au dipôle radial montre que dès que l'on se situe à 30° du dipôle radial, les topographies créées par un modèle sphérique apparaissent très différentes de celles créées par un modèle réaliste (voir figures 3.13 et 3.14). Alors que pour le modèle sphérique, la topographie est toujours identique quel que soit l'angle, et que seule l'amplitude et le signe des pôles changent, pour le modèle réaliste, on voit les pôles se déformer pour passer d'un hémisphère à l'autre et se dédoubler.

¹voir section 1.2.2 pour la définition des orientations des orientations quasi-radiales

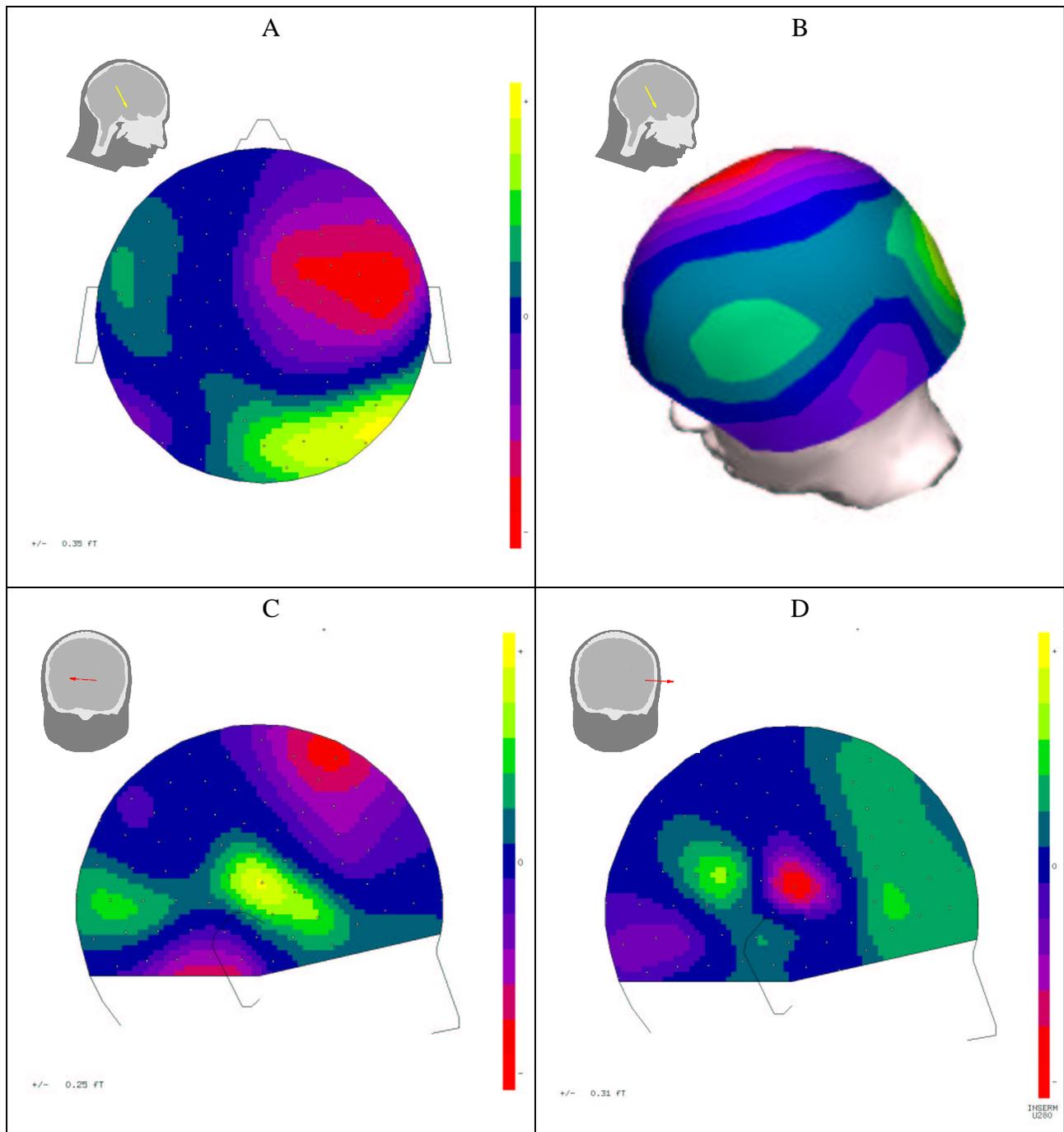


FIG. 3.12: A : Topographie du dipôle radial dans cette simulation. L'asymétrie de la topographie est due à une légère asymétrie du modèle réaliste. La position du dipôle est représentée en haut à gauche sur une vue de profil. B : Topographie du même dipôle vue en 3D. La position du dipôle est représentée en haut à gauche sur une vue de profil. C : Topographie engendrée par un dipôle quasi-radial profond situé sur un axe temporal. La position du dipôle est représentée en haut à gauche sur une vue de derrière. D : Topographie engendrée par un dipôle quasi-radial périphérique situé sur un axe temporal. La position du dipôle est représentée en haut à gauche sur une vue de derrière.

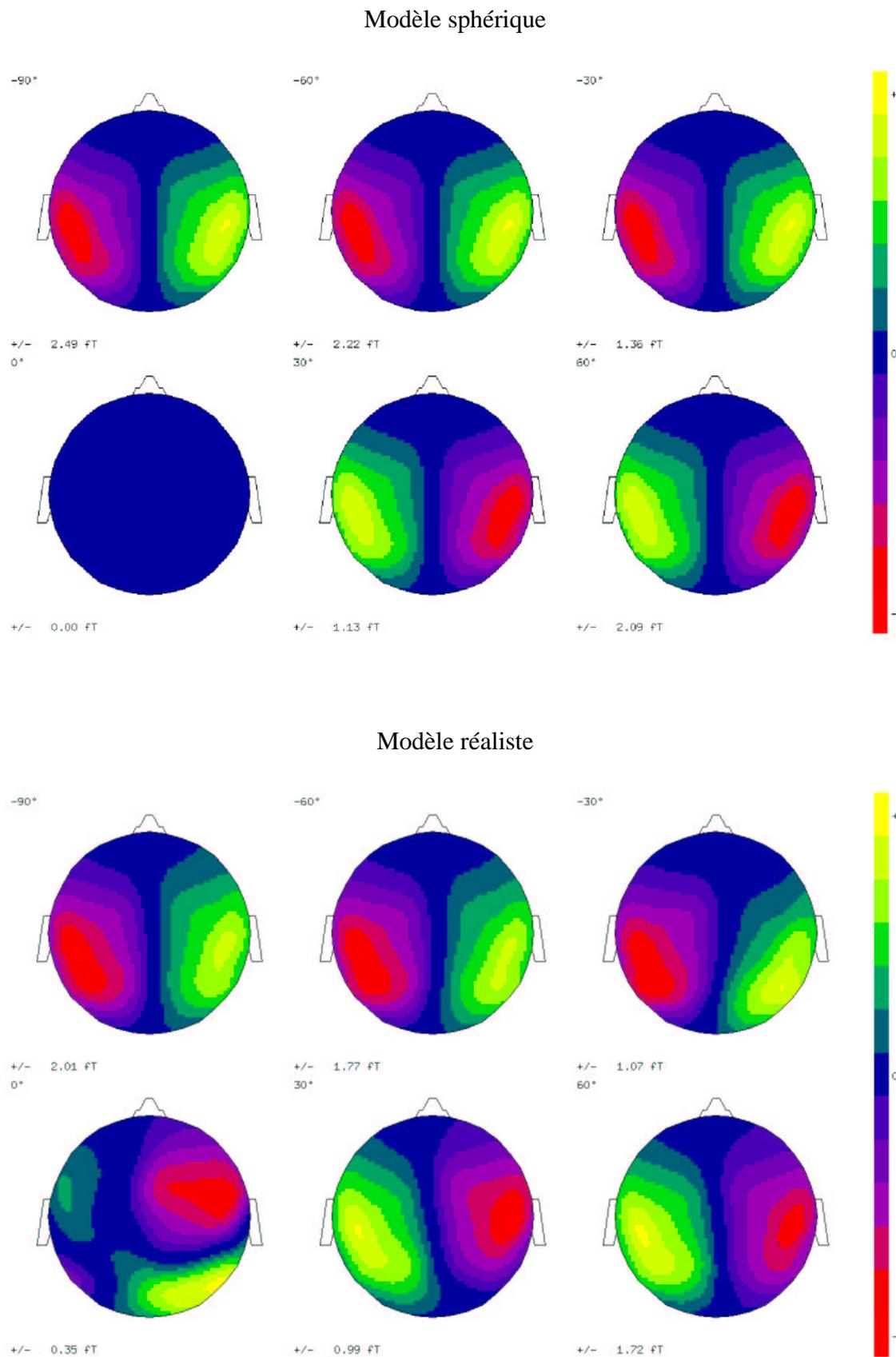


FIG. 3.13: Évolution de la topographie en fonction de l'angle du dipôle : de 30° en 30°

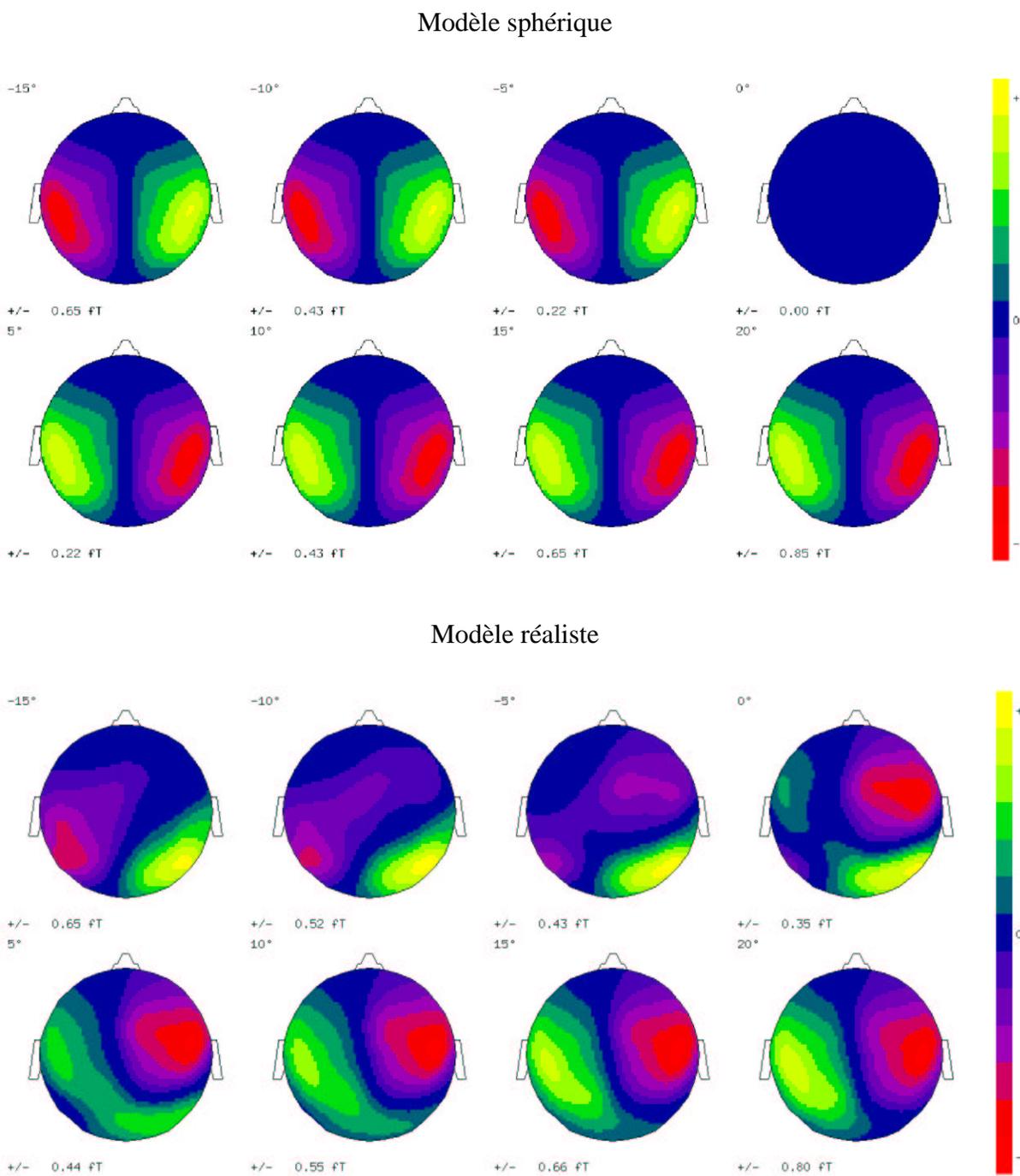


FIG. 3.14: Évolution de la topographie en fonction de l'angle du dipôle : de 5° en 5°

3.3.3 Effet de l'orientation des sources sur l'amplitude du signal mesuré

La figure 3.15 montre l'évolution du rapport entre la valeur RMS du signal et la valeur RMS pour le dipôle tangentiel en fonction de l'angle du dipôle. Pour le modèle sphérique, il est égal à la valeur absolue du sinus de l'angle. Pour le modèle réaliste, la valeur n'est pas nulle lorsque l'angle est égal à zéro, mais vaut 20% de sa valeur maximale.

En fait, si l'on pose les formules dans le repère des orientations propres du dipôle (voir section 1.2.2 pour la définition des orientations propres), on peut écrire le moment dipolaire sous la forme :

$$\vec{M}(\theta) = \cos(\theta)\vec{M}_r + \sin(\theta)\vec{M}_t$$

où \vec{M}_r et \vec{M}_t sont deux orientations propres quasi-radiale et quasi-tangentielle, et θ est l'angle du dipôle. Le champ magnétique engendré est alors :

$$\mathbf{B}(\theta) = \cos(\theta)\mathbf{B}_r + \sin(\theta)\mathbf{B}_t$$

où \mathbf{B}_r et \mathbf{B}_t sont les champs magnétiques engendrés par les dipôles de même position et d'orientations \vec{M}_r et \vec{M}_t . Ils sont orthogonaux par définition. D'où :

$$\frac{RMS(\theta)}{RMS(90)} = \sqrt{\cos(\theta)^2 \frac{RMS(B_r)^2}{RMS(B_t)^2} + \sin(\theta)^2}$$

Le rapport $\frac{RMS(B_r)}{RMS(B_t)}$ permet donc de quantifier la part de signal que le modèle sphérique ne pourra pas expliquer par rapport au modèle réaliste. Dans cette simulation, les orientations ne sont pas exactement des orientations propres puisque nous avons cherché l'orientation minimisant l'amplitude maximale du signal aux capteurs (et non le RMS) uniquement dans le plan y-z. C'est pourquoi la courbe verte de la figure 3.15 pour le modèle réaliste n'est pas exactement symétrique. Cependant, comme la tête est presque symétrique par rapport au plan y-z, ces orientations ne doivent pas être très éloignées des orientations propres. On trouve donc un rapport de 0.2 pour un dipôle à une profondeur de 38 mm. Dans une autre simulation, nous avons véritablement pris en compte les orientations propres de dipôles situés sur un axe temporel (voir figure 3.16). Le rapport variait entre 0.03 et 0.16, avec une évolution très similaire pour les deux orientations quasi-tangentiels. Ce rapport était plus élevé pour les dipôles profonds.

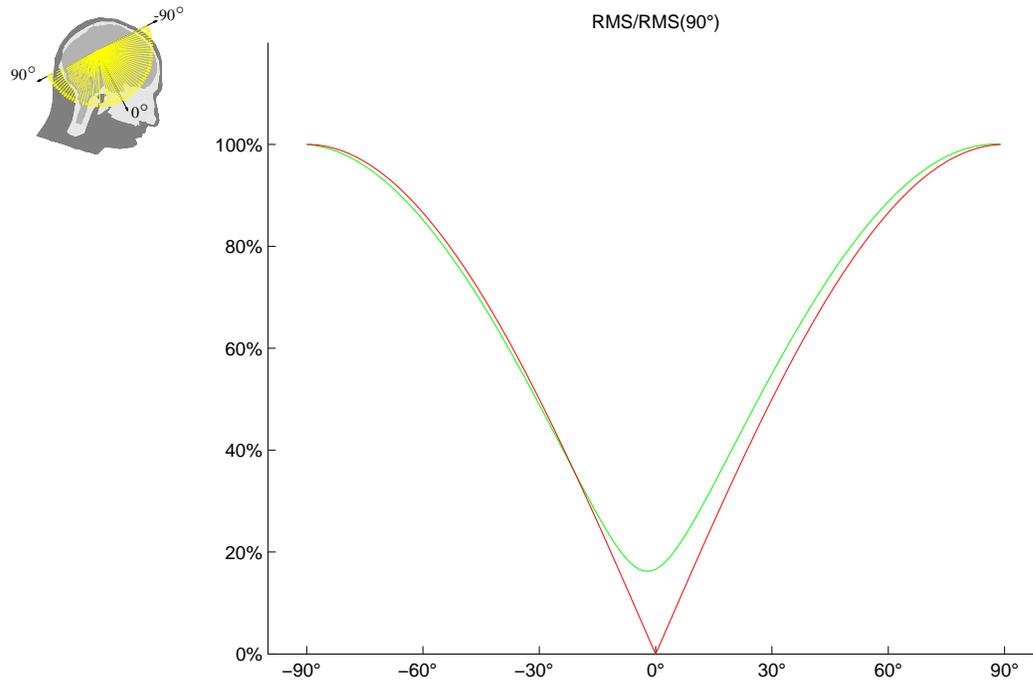


FIG. 3.15: Évolution du RMS en fonction de l'angle du dipôle : en rouge pour le modèle sphérique et en vert pour le modèle réaliste à trois couches. Les positions des dipôles sont représentées en vue de profil en haut à gauche.

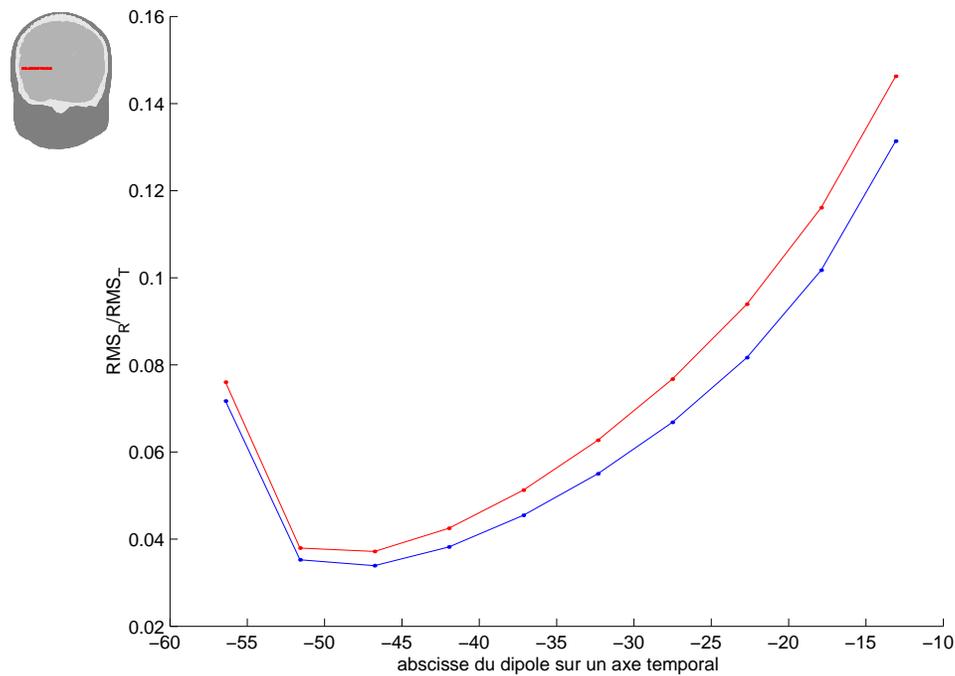


FIG. 3.16: Exemple d'évolution du rapport entre le RMS du dipôle quasi-radial et les RMS des dipôles quasi-tangentiels en fonction de la position du dipôle sur un axe temporal. Les positions du dipôle sont représentées en vue de derrière en haut à gauche. La courbe bleue correspond au rapport avec le dipôle quasi-tangentiel associé à la valeur propre la plus grande et la courbe rouge au rapport avec l'autre dipôle quasi-tangentiel.

3.3.4 Effet de l'orientation des sources sur les erreurs de localisation et d'orientation.

Les figures 3.17 et 3.18 montrent les erreurs de localisation et d'orientation en fonction de l'angle du dipôle. On constate que les erreurs de localisation et d'orientation se dégradent d'autant plus que le dipôle est radial pour le modèle sphérique, alors que cette dégradation est bien moindre avec le modèle réaliste.

L'erreur d'orientation très importante obtenue avec le modèle sphérique n'est pas surprenante puisque le dipôle est contraint à rester tangentiel dans ce modèle. Le modèle sphérique peut donc au mieux retrouver la composante tangentielle du dipôle. En revanche on constate une augmentation de l'erreur de localisation quand le dipôle devient radial : la composante tangentielle du dipôle ne suffit donc pas à localiser correctement la source. Les erreurs plus faibles obtenues quand l'angle du dipôle est proche de 0° doivent être mises en correspondance avec une erreur résiduelle importante pour ces angles. Comme le dipôle est initialisé avec les bons paramètres, ces erreurs faibles sont probablement dûes uniquement à la qualité de cette initialisation.

La stabilité de l'erreur obtenue avec les modèles réalistes est frappante dans cette simulation. Toutefois, cette simulation est non bruitée, et la chute de la valeur RMS quand le dipôle devient radial incite à la prudence sur la capacité des modèles réalistes à retrouver les sources radiales en présence de bruit. Cet aspect sera étudié au chapitre 4.

3.4 Conclusions et perspectives

La première simulation de ce chapitre montre que :

- Le biais de localisation lorsqu'on utilise un modèle sphérique croît en fonction de la position verticale de la source d'une moyenne de 2.5 mm en haut de la tête à 12 mm en bas de la tête.
- Le biais de localisation pour le modèle sphérique décroît en fonction de la tangentialité de 10 mm quand le dipôle est radial à 5 mm quand le dipôle est tangentiel.
- Il vaut mieux utiliser une sphère approchant globalement le scalp que localement si l'on ne dispose que de données de scalp et que l'on n'est pas certain que les sources se situent dans les parties supérieures ou postérieures du cerveau, et une sphère locale approchant au mieux le cerveau si l'on dispose d'IRM.
- Pour un même temps de calcul, l'utilisation d'un modèle réaliste à trois couches permet une amélioration de 2 mm de l'erreur de localisation par rapport à un modèle réaliste à une couche.

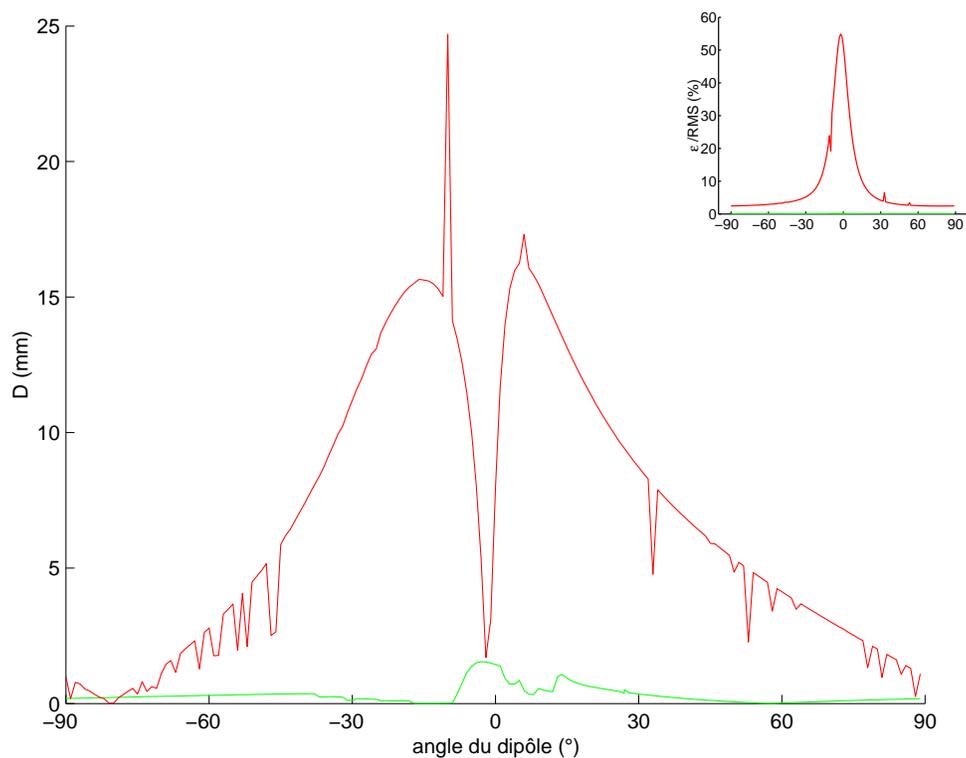


FIG. 3.17: Erreur de localisation en fonction de l'orientation du dipôle : en rouge pour le modèle sphérique et en vert pour le modèle réaliste à trois couches. En haut à droite, l'erreur résiduelle associée.

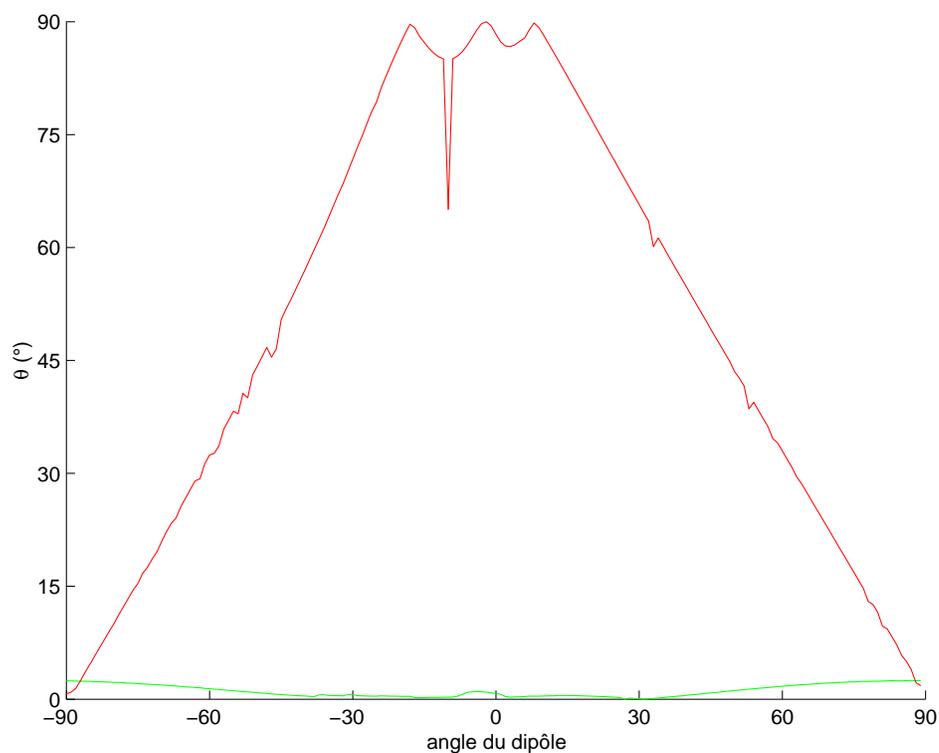


FIG. 3.18: Erreur d'orientation en fonction de l'orientation du dipôle : en rouge pour le modèle sphérique et en vert pour le modèle réaliste à trois couches.

- L'orientation des dipôles peut être retrouvée avec une erreur inférieure à 20° y compris pour les dipôles radiaux si on utilise un modèle réaliste.

L'étude de l'effet de l'orientation du dipôle montre que :

- Les dipôles radiaux peuvent engendrer des champs magnétiques non négligeables dont l'amplitude est égale à 20% de celle engendrée par un dipôle tangentiel à la même position et ayant la même amplitude de moment dipolaire.
- Les dipôles radiaux produisent des topographies qui peuvent sembler avoir été engendrées par plusieurs dipôles.
- Les modèles réalistes, contrairement aux modèles sphériques, conduisent à des erreurs de localisation et d'orientation peu différentes que le dipôle soit radial ou tangentiel quand les données ne sont pas bruitées. Ces résultats demanderaient à être confirmés par une étude en présence de bruit, ce qui sera fait au chapitre 4.

Plusieurs pistes peuvent être envisagées pour améliorer la reconstruction des sources dans les cas réalistes de données bruitées.

- Une technique de régularisation permettant d'éviter que les composantes quasi-radiales des sources soient surestimées peut être envisagée [voir Fuchs et al., 1998b].
- Le couplage de données MEG et EEG pourrait permettre de lever l'indétermination sur les composantes quasi-radiales des sources grâce aux données EEG tout en conservant la précision de localisation de la MEG, et améliorer la localisation des sources profondes.

Chapitre 4

Évaluation de plusieurs méthodes de couplage MEG/EEG

4.1 Introduction

Nous avons vu dans les sections précédentes que la MEG permettait d'obtenir des erreurs de localisation plus faibles que l'EEG dans le cas de dipôles tangentiels périphériques. Les erreurs de localisation et d'orientation en EEG sont moins dépendantes de l'orientation et de la profondeur des sources.

La comparaison des mérites relatifs des deux modalités a été le sujet d'un débat passionné [Cohen et al., 1990; Cohen et Cuffin, 1991; Hari et al., 1991; Williamson, 1991; Crease, 1991; Anogianakis et al., 1992] au terme duquel il ressort que l'EEG est plus sensible que la MEG aux variations de conductivité des milieux conducteurs, que les sources radiales et profondes sont presque silencieuses en MEG alors que l'EEG est sensible à toutes les orientations, et que ces deux modalités apportent des informations complémentaires tant pour la détection de sources neuronales que pour leur localisation. D'où l'idée d'utiliser conjointement ces deux modalités pour la résolution du problème inverse. Cette idée a été introduite bien avant [Cohen et Cuffin, 1987; Stok et al., 1987] mais n'a connu que peu de développements dans le cas de la localisation de sources dipolaires [Mosher et al., 1993; Fuchs et al., 1998b]. Des techniques de couplage adaptées aux modèles de sources distribuées ont été étudiées [Hasson, 1991; Baillet et al., 1999], mais elles font intervenir des techniques très différentes puisqu'il s'agit dans ce cas de résoudre un système linéaire sous-déterminé. La possibilité offerte par le logiciel CURRY[®] de réaliser le couplage avec des modèles réalistes a permis un début de validation expérimentale du couplage dans le cas de données évoquées somesthésiques pour de simples sources dipolaires [Fuchs et al., 1998b] ou pour des sources distribuées [Babiloni et al., 1999a;b; Kasai et al., 1999]. Une utilisation expérimentale d'une technique de couplage avec un modèle sphérique (logiciels BESA[®] et Neuromag[®]) et des données évoquées auditives est également présentée dans Huotilainen et al. [1998].

Plusieurs méthodes de couplage sont proposées dans la littérature : une partie d'entre elles utilisent séquentiellement les données MEG et EEG. Ainsi, Cohen et Cuffin [1987] proposent une méthode en trois étapes :

1. Le problème inverse MEG est résolu par la méthode habituelle, il donne pour solution une configuration de sources \mathbf{d}_{MEG} . Ces sources devraient être tangentiels et superficielles.
2. Le problème direct EEG est résolu pour la configuration de sources \mathbf{d}_{MEG} et donne un jeu de valeurs de potentiel aux électrodes $V(\mathbf{d}_{MEG})$ qui sera soustrait aux valeurs mesurées d'EEG (V).
3. Le problème inverse EEG est résolu pour $V - V(\mathbf{d}_{MEG})$ et donne pour solution une configuration de sources $\mathbf{d}_{\Delta EEG}$. Ces sources devraient être soit profondes, soit radiales.

Cette méthode est évaluée pour un dipôle dans un modèle sphérique en ajoutant un bruit blanc gaussien d'une amplitude de 5% de la valeur maximale de chaque modalité aux données. L'étape 1 donne des erreurs inférieures à 1 mm sur les coordonnées du dipôle, tandis que l'étape 3 donne comme pire erreur 2 mm avec un écart type de 6 mm sur la coordonnée X du dipôle. Ces erreurs donnent à penser que l'on est dans un cas très favorable, et ne sont pas comparées avec les erreurs obtenues en EEG seule.

Dans le même esprit, Kasai et al. [1999] proposent de procéder en distinguant le cas où seul l'EEG mesure un signal significatif du cas où les deux modalités mesurent un signal. Dans le premier cas, le dipôle est contraint à rester radial, et le problème inverse est résolu en EEG seul. Dans le second cas, une première étape consiste à résoudre le problème inverse en contraignant le dipôle à rester tangentiel en MEG, puis dans une deuxième étape, on fixe les paramètres de position du dipôle et les composantes tangentielles du moment dipolaire, et la composante radiale du dipôle est déterminée par résolution du problème inverse EEG. Cette méthode est évaluée pour 10 dipôles dans un modèle sphérique avec différents niveaux de bruit ajouté aux signaux. Elle montre une amélioration par rapport aux modalités traitées séparément.

Huutilainen et al. [1998] utilisent sur des données auditives les deux modalités à la fois séquentiellement et conjointement. Dans un premier temps, les dipôles sont localisés en MEG seule, puis dans un deuxième temps, la position des dipôles étant fixée, soit la MEG et l'EEG sont utilisés conjointement pour déterminer l'amplitude des composantes tangentielles du moment dipolaire, soit l'EEG seule est utilisée, les dipôles ayant alors des composantes radiales et tangentielles.

Dans Stok et al. [1987], les données MEG et EEG sont utilisées conjointement dans un même critère à minimiser de type moindre carrés pondéré. L'évaluation du couplage dans un modèle sphérique et avec différents niveaux de bruit blanc gaussien ajouté aux signaux n'est pas détaillée précisément, mais ils écrivent que l'utilisation simultanée des deux modalités donne toujours un meilleur résultat, le nombre de voies et donc le volume d'information étant plus important lorsqu'on utilise les modalités conjointement.

Dans Mosher et al. [1993], l'étude de la borne de Cramer-Rao dans le cas de données couplées MEG et EEG dans un modèle sphérique pour des dipôles tangentiels montre une amélioration par rapport aux bornes calculées pour les modalités séparées. Toutefois la borne de Cramer-Rao est une borne inférieure de l'erreur en dessous de laquelle un estimateur ne peut descendre (l'estimateur peut se tromper moins sur un cas particulier, mais pas systématiquement moins). Pour montrer que l'on a des estimateurs qui s'approchent de la borne de Cramer-Rao, une simulation par la méthode de Monte-Carlo est réalisée, mais avec des données de MEG seulement.

Le travail le plus complet sur l'évaluation du couplage des données MEG et EEG dans le cas de dipôles ponctuels est certainement celui de Fuchs et al. [1998b]. Dans cette étude, plusieurs concepts sont introduits pour tenir compte des deux modalités exprimées dans des unités différentes :

- Pour ramener les données dans une unité commune, ils proposent de pondérer chaque voie par ses caractéristiques individuelles de bruit : les données sont divisées par une estimation de la variance du bruit à cette voie.
- Comme les données EEG dépendent des conductivités absolues alors que la MEG ne dépend que des rapports entre les conductivités des différents milieux (voir annexe D), ils proposent d'ajuster au mieux ce facteur multiplicatif.
- Enfin ils proposent une nouvelle technique de régularisation permettant d'éviter que les composantes quasi-radiales des sources soient surestimées en modifiant le critère à minimiser :

$$S(\mathbf{d}) = \mathbf{f}(\mathbf{d})^T W \mathbf{f}(\mathbf{d}) + \mathbf{d}_{ori}^T C(\mathbf{d}_{pos})^T C(\mathbf{d}_{pos}) \mathbf{d}_{ori}$$

où $\mathbf{f}_i = (B_{mes}^i - B_{mod}^i(\mathbf{d}))$, B_{mes}^i désigne les données MEG/EEG mesurées à la voie i et $B_{mod}^i(\mathbf{d})$ celles calculées à la voie i dans le modèle pour des dipôles de positions et d'orientations $\mathbf{d} = (\mathbf{d}_{pos}, \mathbf{d}_{ori})$, W est une matrice diagonale de pondération par voie, et $C(\mathbf{d}_{pos})$ est la matrice de régularisation qui est diagonale dans l'espace des orientations propres. Si \mathbf{d}_{ori}^j est une orientation propre associée à la valeur propre σ_j^2 alors la valeur propre de $C(\mathbf{d}_{pos})$ associée est $C_j = \sigma_j / B_{mod}(\mathbf{d}_{pos}, \mathbf{d}_{ori}^j)^T W B_{mes}$.

Le couplage de la MEG et de l'EEG est alors évalué en ajoutant un bruit blanc de variance fixée aux données avec 19 montages MEG/EEG différents et 12 dipôles tangentiels dans un modèle sphérique, montrant que la combinaison des deux modalités permet une amélioration de la localisation à toutes les excentricités. Ils trouvent des erreurs de localisation inversement proportionnelles au rapport signal sur bruit. L'erreur de localisation normalisée par rapport au rapport signal sur bruit puis multipliée par 100 est améliorée de 0 mm à 1 mm par le couplage par rapport à la meilleure des deux modalités. La méthode générale dans un modèle réaliste avec des sources ayant des composantes radiales est alors appliquée sur des données évoquées somatosensorielles mais dans ce cas on ne connaît pas la localisation réelle des sources.

Les concepts qui sont introduits dans les méthodes de couplage adaptés aux sources distribuées s'appuient largement sur la connaissance des positions des sources élémentaires qui forment le modèle de sources. Ainsi, dans Baillet et al. [1999], pour chaque position de source, le poids associé à chaque modalité est calculé de façon à minimiser la redondance d'information entre les données MEG et EEG pour cette position de source. De même dans Hasson [1991] une méthode en deux étapes est proposée : le problème est d'abord résolu en

résolvant le problème en utilisant à la fois la MEG et l'EEG dans un premier temps, puis en altérant les poids associés à chaque position de source en fonction de la solution trouvée pour résoudre à nouveau le problème inverse en MEG seule. Ces concepts ne peuvent pas être étendus au problème de la localisation de simples sources dipolaires.

4.2 Objectifs

Aucune de ces études (hormis Baillet et al. [1999] pour les sources distribuées) ne propose d'évaluation de l'apport du couplage par simulation dans le cas d'un modèle réaliste. Or le modèle sphérique en MEG est très particulier, puisque les sources radiales y sont complètement muettes. Toutes ces études utilisent des dipôles tangentiels ou exploitent l'absence de signal MEG en contraignant les dipôles à rester tangentiels dans ce cas, ce qui représente une hypothèse forte et difficilement applicable dans le cas de modèles réalistes puisque dans ce cas les dipôles quasi-radiaux contribuent malgré tout au signal. Par ailleurs, dans ces simulations effectuées sur des modèles sphériques, un bruit blanc gaussien indépendant de même amplitude est ajouté aux données simulées. Or dans la réalité, le bruit qui est présent sur les données couplées MEG/EEG est corrélé spatialement (y compris entre les voies MEG et les voies EEG) d'une part, et aboutit à des rapports signal sur bruit différents selon les modalités MEG ou EEG d'autre part.

Dans ce chapitre, nous aborderons plusieurs méthodes permettant de coupler, dans un même problème inverse, les modalités MEG et EEG. Le concept d'ajustement de la conductivité introduit par Fuchs et al. [1998b] sera étudié, et celui de normalisation des données par leurs caractéristiques individuelles de bruit qui peut être vu comme une simplification de la recherche du maximum de vraisemblance décrit dans Lütkenhöner [1998] sera utilisé. Une autre modification du critère inspirée d'un filtrage de Wiener spatial sera également étudiée. Ensuite, l'apport du couplage sera évalué par des simulations avec un modèle réaliste en ajoutant aux données simulées un bruit corrélé spatialement, issu d'enregistrements réels couplés MEG/EEG. Le cas des sources quasi-radiales et quasi-tangentiels sera étudié. En revanche, la régularisation tendant à minimiser la composante quasi-radiale des sources ne sera pas utilisée pour le couplage, les données EEG devant permettre d'éviter une surestimation de cette composante dans le cas du couplage. L'utilité de cette régularisation n'est pas remise en cause, mais l'évaluation de son apport dépasse le cadre de ce chapitre.

4.3 Paramètre d'ajustement de la conductivité

Selon Fuchs et al. [1998b], notre mauvaise connaissance des conductivités in vivo des tissus pourrait faire échouer la localisation des générateurs lors de la combinaison de données électriques et magnétiques. Dans les cas les plus simples (conducteur homogène infini, modèle sphérique à une couche), le potentiel est inversement proportionnel à la conductivité du milieu, tandis que le champ magnétique ne dépend pas de la conductivité. Dans le cas général, si l'on fixe les rapports entre les conductivités des différents milieux, on retrouve la même dépendance à un facteur multiplicatif de l'ensemble des conductivités : le potentiel électrique est divisé par ce facteur tandis que le champ magnétique est inchangé. Lorsque l'on dispose de données couplées MEG et EEG, il est donc possible, si l'on connaît les sources, de calculer ce facteur d'ajustement de la conductivité.

L'approche proposée par Fuchs et al. [1998b] consiste à se placer dans un cas idéal où l'on est assez sûr d'avoir de bons rapports signal sur bruit, et un seul dipôle tangentiel pour expliquer les données. En pratique, il est difficile de se placer dans ce cas, c'est pourquoi nous proposons ici d'évaluer ce facteur d'ajustement en le laissant comme un paramètre libre supplémentaire dans l'algorithme de minimisation qui résout le problème inverse. Le critère à minimiser s'écrit d'une manière générale (voir section 1.2.4.1) :

$$S(\mathbf{d}) = \mathbf{f}^t W \mathbf{f}$$

où W est une matrice symétrique définie positive, et dans notre cas :

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} B \\ V \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} B_{mod}(\mathbf{d}) \\ \rho V_{mod}(\mathbf{d}) \end{pmatrix} M$$

où ρ est le paramètre d'ajustement de la conductivité. Lorsque le minimum du critère est atteint, on a :

$$\begin{cases} \left(\begin{pmatrix} B_{mod}(\mathbf{d}) \\ \rho V_{mod}(\mathbf{d}) \end{pmatrix} \right)^t W \left(\begin{pmatrix} B \\ V \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} B_{mod}(\mathbf{d}) \\ \rho V_{mod}(\mathbf{d}) \end{pmatrix} M \right) = 0 \\ (V_{mod}(\mathbf{d})M)^t W (\rho V_{mod}(\mathbf{d})M - V) = 0 \end{cases}$$

La première équation donne :

$$M(\rho) = (B_{mod}^t(\mathbf{d})W B_{mod}(\mathbf{d}) + \rho^2 V_{mod}^t(\mathbf{d})W V_{mod}(\mathbf{d}))^{-1} (B_{mod}^t(\mathbf{d})W B + \rho V_{mod}^t(\mathbf{d})W V)$$

et la deuxième donne :

$$\rho = \frac{(V_{mod}(\mathbf{d})M(\rho))^t W V}{(V_{mod}(\mathbf{d})M(\rho))^t W (V_{mod}(\mathbf{d})M(\rho))}$$

Ce qui nous donne une équation pour le paramètre ρ que l'on peut résoudre par dichotomie par exemple. Pour éviter de nombreux calculs d'inverses de matrices dans ce cas, il est utile d'utiliser la matrice inversible X qui diagonalise les deux matrices symétriques positives (cf Golub et Van Loan [1996], p 465) :

$$\begin{cases} B_{mod}^t(\mathbf{d})WB_{mod}(\mathbf{d}) = X^tS_BX, \text{ et} \\ V_{mod}^t(\mathbf{d})WV_{mod}(\mathbf{d}) = X^tS_VX \end{cases}$$

donne :

$$(B_{mod}^t(\mathbf{d})WB_{mod}(\mathbf{d}) + \rho^2V_{mod}^t(\mathbf{d})WV_{mod}(\mathbf{d}))^{-1} = X^{-1}(S_B + \rho^2S_V)^{-1}X^{-t}$$

où la matrice à inverser est diagonale, donc il suffit d'inverser un à un chacun de ses coefficients.

Cette méthode permet de calculer ρ dans la partie "linéaire" de l'algorithme de minimisation. Une autre approche, plus facile à implémenter, consiste à ajouter le facteur ρ comme un paramètre non-linéaire, ce qui présente l'inconvénient d'augmenter le nombre de paramètres à optimiser, donc de ralentir l'algorithme, et d'augmenter le risque de tomber dans un minimum local. C'est néanmoins l'approche que nous avons utilisée pour une première validation de cette technique.

Nous avons testé cette méthode sur des données simulées sur un modèle réaliste avec deux dipôles radiaux ou deux dipôles tangentiels, et $\rho = 2$. L'algorithme de minimisation retrouve exactement $\rho = 2$ dans les deux cas. Toutefois le même modèle est utilisé pour créer les données simulées et le problème inverse. En ajoutant du bruit gaussien non corrélé spatialement sur les données, avec un rapport signal sur bruit de 20, on obtient des valeurs pour ρ comprises entre 1.9 et 2.1. Bien que ces évaluations soient difficilement généralisables, puisqu'elles ne portent que sur deux configurations de dipôles et un modèle de bruit peu réaliste, elles indiquent que la marge d'erreur sur des données réelles risque d'être importante.

Pour illustrer cette difficulté, nous avons testé cette approche dans le cas de données réelles auditives provenant de Yvert et al. [2001a] (sons de 1000 Hz dans l'oreille droite). Il s'agit d'un enregistrement de deux fois 37 voies MEG (gradiomètre axial BTi placé successivement de manière à couvrir l'hémisphère gauche et l'hémisphère droit) et 32 voies EEG (Neuroscan) dont 26 sont retenues ici. A chaque latence, une solution au problème inverse composée de deux dipôles (un dans chaque hémisphère) a été recherchée, et la valeur du paramètre d'ajustement de la conductivité a été relevée pour cette solution. Pour éviter de tomber dans un minimum local, les paramètres des dipôles ont été initialisés à partir d'une première localisation en MEG seule, puis la position des dipôles étant fixée, l'orientation des dipôles a été recherchée en EEG seul avec $\rho = 1$.

Les valeurs trouvées pour ce paramètre d'ajustement de la conductivité sont représentées figure 4.1. En l'absence d'ajustement de la conductivité, ce paramètre vaut 1. L'erreur

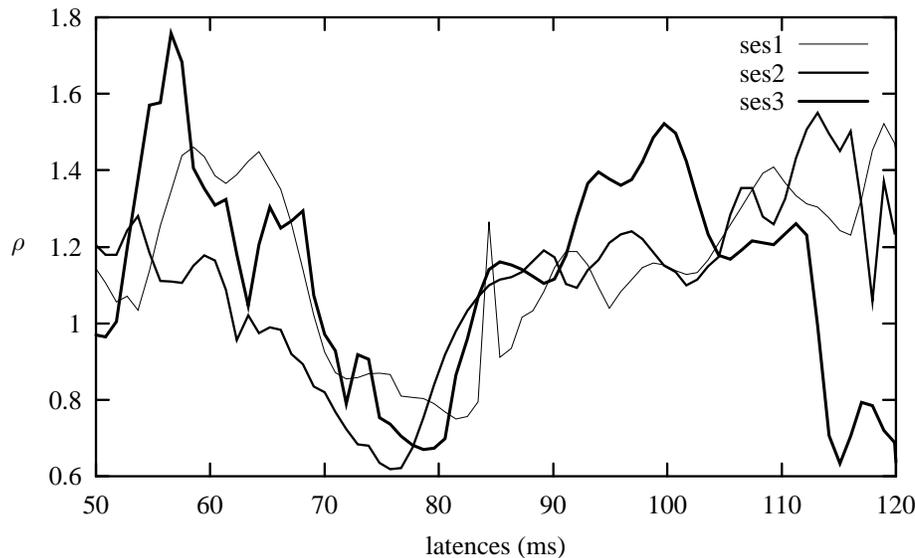


FIG. 4.1: Paramètre d'ajustement de la conductivité trouvé pour chaque latence sur des données auditives. 'ses1', 'ses2', et 'ses3' correspondent à trois sessions d'enregistrements effectués sur le même sujet, mais des jours différents.

résiduelle est inférieure à 10% entre 50 et 120 ms. Or, le paramètre d'ajustement de la conductivité varie d'une latence à l'autre et d'une session d'enregistrement à l'autre de manière importante : entre 0.7 et 1.6. Il y a plusieurs explications à cette variabilité : les données ne sont peut-être pas dûes à simplement deux sources dipolaires, le nombre de paramètres pour l'algorithme de minimisation (Marquardt) est important (deux dipôles et ρ), ce qui peut dégrader la qualité de l'optimum obtenu, enfin il s'agit de données réelles, donc bruitées, et pouvant présenter des variabilités physiologiques entre sessions. On notera toutefois qu'un grand nombre des intersections entre les courbes des différentes sessions entre 85 et 105 ms se situent entre 1.1 et 1.2.

Pour pouvoir utiliser cette technique, il faut donc au préalable mettre au point un protocole permettant d'obtenir avec fiabilité une valeur de ρ . Fuchs et al. [1998b] propose de se placer dans un cas où l'on a un dipôle tangentiel et un bon rapport signal sur bruit. En pratique, cependant, il est difficile de s'assurer que l'on est bien dans ce cas. De plus, dans le cas d'un modèle sphérique, la valeur optimale trouvée pour ce paramètre à partir d'un dipôle situé dans le cortex somesthésique risque d'être affectée par une compensation de l'erreur locale sur l'épaisseur des différentes couches. Cette valeur optimale pourrait ne pas convenir pour des sources temporales où le crâne a une épaisseur différente.

4.4 Modèle de bruit

L'un des buts du couplage MEG/EEG est de réduire l'incertitude sur l'estimation des sources qui peut être appréciée par l'intervalle de confiance des solutions trouvées. Pour évaluer cet intervalle de confiance, nous allons ajouter des réalisations de bruit réaliste à des données simulées. Pour chaque réalisation de bruit, l'algorithme de résolution du problème inverse sera appliqué, et les localisations ainsi obtenues permettront de définir un nuage de points dont on pourra apprécier la taille. Pour cela, il nous faut nous donner un modèle de bruit aussi réaliste que possible.

4.4.1 Comment générer un bruit réaliste ?

Il est courant d'ajouter un bruit gaussien indépendant à chaque point de mesure. Ce modèle de bruit pose problème car en réalité le bruit est corrélé spatialement. Une possibilité pour créer du bruit plus réaliste présentant une corrélation spatiale est présentée dans De Munck et al. [1992]. Il s'agit de simuler l'activité EEG/MEG spontanée grâce à un certain nombre de sources dipolaires, dont la position, l'orientation et l'amplitude sont régis par des lois stochastiques. Toutefois ce modèle est difficile à paramétrer : choix du nombre de sources, des lois qui régissent position, orientation et amplitude des dipôles.

Pour générer un bruit réaliste, nous sommes partis d'un enregistrement de MEG et d'EEG spontané que nous avons moyenné pour obtenir deux types de bruits (bruit1 et bruit2) présentant des corrélations spatiales différentes (voir figure 4.2). L'obtention de ce bruit réaliste est décrite en détail en annexe I.

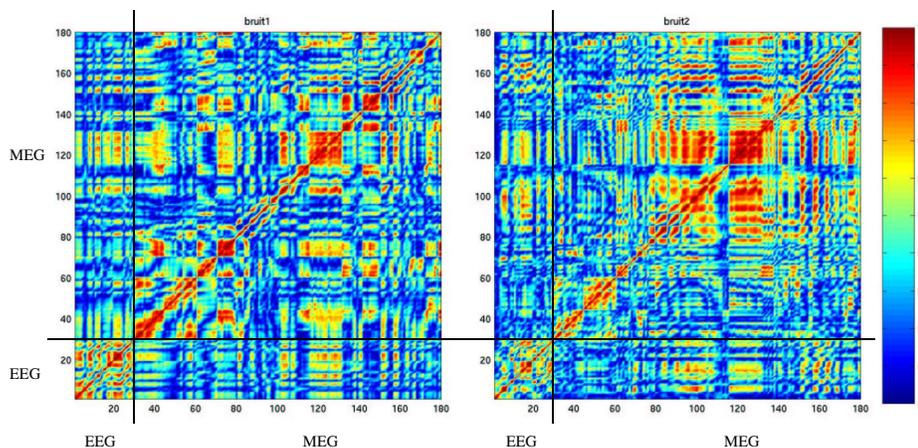


FIG. 4.2: Représentation graphique de l'intercorrélation normalisée entre les voies pour bruit1 à gauche et bruit2 à droite. Les 29 premières voies sont des voies d'EEG (carré en bas à gauche), les 151 dernières voies sont des voies de MEG (carré en haut à droite). Pour une abscisse i et une ordonnée j , la couleur représente la valeur absolue de l'intercorrélation normalisée $\left| \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \right|$ entre la voie i et la voie j . La diagonale ascendante correspond à l'autocorrélation normalisée, qui vaut 1.

4.5 Modèle utilisé pour la génération des signaux bruités

Le modèle géométrique utilisé pour cette simulation était un modèle à trois couches composées de 3620 triangles pour le scalp, 2800 pour la surface externe de l'os, et 2240 pour la surface interne. Il est présenté figure 4.3. Pour ce modèle, la méthode des intégrales de surface avec interpolation linéaire a été utilisée. Pour les différentes configurations de sources envisagées, le problème direct a été calculé. À ce signal simulé on a ajouté les réalisations de bruit décrites dans la section précédente, en ajustant la contribution du bruit de façon à obtenir les rapports signal sur bruit souhaités, ce qui est équivalent à faire varier l'amplitude des moments dipolaires.

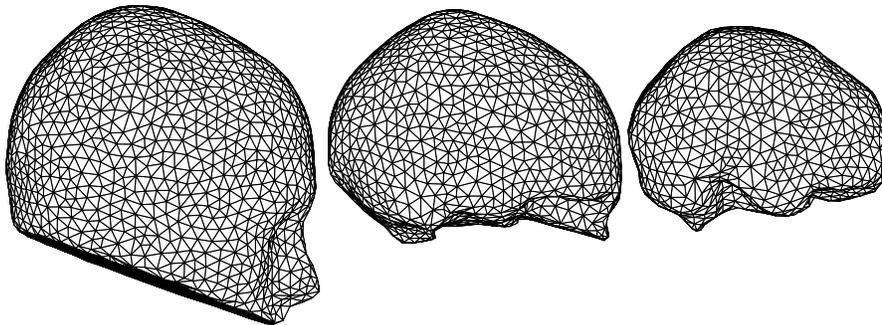


FIG. 4.3: Modèle utilisé pour la méthode des intégrales de surface.

4.6 Évaluation de l'apport du couplage

4.6.1 Utilisation d'une méthode rapide pour le calcul des problèmes directs

Pour chaque position des sources, il y avait autant de problèmes inverses à résoudre que de réalisations de bruit, ce qui nous a conduit à résoudre au total 197400 problèmes inverses. Pour y parvenir, il nous a fallu une méthode rapide de résolution du problème inverse. Ce besoin de méthode rapide de résolution du problème inverse existe également en pratique, pour la modélisation de données auditives par exemple. C'est pourquoi nous avons développé avec Blaise YVERT une méthode basée sur l'interpolation de champs engendrés précalculés sur une grille. Cette méthode est détaillée et évaluée en annexe J.

4.6.2 Montages utilisés

En couplant les données MEG et EEG, on utilise plus de capteurs que pour une seule modalité. Pour s'affranchir de l'effet propre au nombre de capteurs et évaluer réellement l'apport du couplage MEG/EEG lié à la complémentarité des données, nous avons utilisé plusieurs montages avec différents nombres de voies MEG/EEG. ainsi certains montages MEG/EEG avaient moins de capteurs que certains montages correspondant à une seule modalité. Ces différents montages étaient les suivants :

- EEG à 29 électrodes (eeg29)
- EEG à 64 électrodes (eeg64)
- EEG à 151 électrodes (eeg151)
- EEG à 256 électrodes (eeg256)
- MEG avec 151 voies (meg)
- EEG à 29 électrodes et MEG avec 151 voies (megeeg29)
- EEG à 64 électrodes et MEG avec 151 voies (megeeg64)

Nous n'avons utilisé qu'un seul montage de MEG car notre idée était de rechercher, lorsqu'on dispose d'une machine de MEG, si il était utile d'ajouter des électrodes et combien. Par ailleurs une limitation de nos programmes informatiques nous interdisait de mettre plus de 256 voies au total. Les positions des électrodes dans les différents montages sont représentés figure 4.4.

4.6.3 Critères à minimiser

La résolution du problème inverse consiste à rechercher le minimum d'un critère qui mesure la distance entre le signal théorique engendré par une configuration de sources et le signal mesuré. Dans l'esprit du maximum de vraisemblance, mais sans prendre en compte la covariance spatiale pour ne pas trop alourdir les calculs, nous avons choisi comme premier critère :

$$\text{critere1}(\mathbf{d}) = \sum_{i=1}^{Nb \text{ voies}} \frac{(V_i - \hat{S}_i(\mathbf{d}))^2}{\sigma_{B_i}^2}$$

où \mathbf{d} représente les paramètres (position, orientation, amplitude) des sources dipolaires dont le nombre est supposé connu, V_i représente le signal mesuré à la voie i , $\hat{S}_i(\mathbf{d})$ représente le signal théorique engendré par des sources de paramètres \mathbf{d} , et $\sigma_{B_i}^2$ est une estimation de la variance du bruit B_i ($V_i = S_i + B_i$) à la voie i .

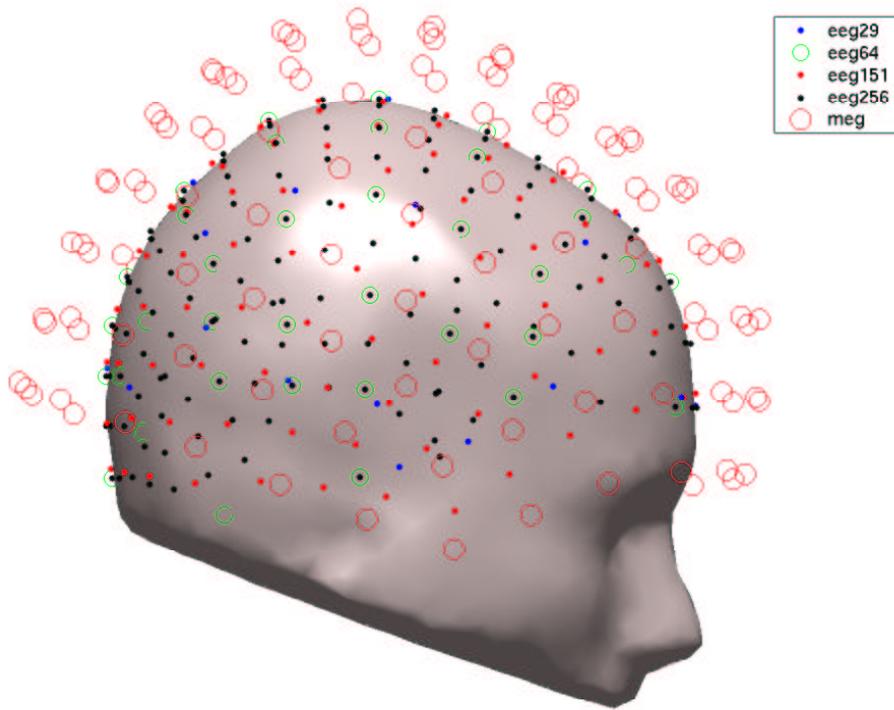


FIG. 4.4: Positions des électrodes dans les configurations à 29, 64, 151 ou 256 électrodes et des spires collectrices pour la MEG.

Le deuxième critère que nous avons utilisé est inspiré du filtre de Wiener. Nous l'avons introduit dans le but de pondérer chaque voie en fonction du rapport signal sur bruit, afin de limiter l'influence du bruit sur la solution. Ce deuxième critère s'écrit :

$$\text{critere2}(\mathbf{d}) = \sum_{i=1}^{\text{Nb voies}} \frac{(\alpha_i V_i - \hat{S}_i(\mathbf{d}))^2}{\sigma_{B_i}^2}$$

où α_i est choisi pour minimiser la moyenne $\delta = \overline{(\alpha_i V_i - S_i)^2}$.

Si l'on fait l'hypothèse d'un bruit additif B_i de moyenne nulle, le signal S_i à la voie i s'écrit $V_i = S_i + B_i$.

On a

$$\delta = \overline{\alpha_i^2 V_i^2 - 2\alpha_i V_i S_i + S_i^2}$$

et donc

$$\delta = \alpha_i^2 \overline{V_i^2} - 2\alpha_i \overline{V_i S_i} + \overline{S_i^2}$$

Ce polynôme du second degré atteint son minimum quand :

$$\alpha_i = \frac{\overline{S_i V_i}}{\overline{V_i^2}}$$

et comme $\overline{V}_i = S_i$ et $\overline{V}_i^2 = S_i^2 + \overline{B}_i^2$,

$$\alpha_i = \frac{S_i^2}{S_i^2 + \overline{B}_i^2}$$

Ce que l'on peut également écrire :

$$\alpha_i = \frac{1}{1 + \frac{\overline{B}_i^2}{S_i^2}}$$

Notons que $0 < \alpha_i < 1$, et que pour un bruit de moyenne nulle, $\overline{B}_i^2 = \sigma_{B_i}^2$.

Pour comprendre intuitivement l'effet de ce coefficient α_i , on peut considérer les différents cas de figure suivant pour une voie i donnée :

- Si le signal S_i est faible et si le rapport signal sur bruit est faible, alors α_i est proche de 0. La contribution de la voie i au critère tend alors à minimiser le signal modèle sur cette voie, mais cela a peu d'importance car S_i est petit, et cela évite de "modéliser" le bruit.
- Lorsque le bruit B_i est important et que le rapport signal sur bruit est petit, α_i est proche de 0, et la variance du bruit $\sigma_{B_i}^2$ est grande, donc cette voie compte peu dans le critère, ce qui permet une fois encore d'éviter de "modéliser" le bruit.
- Lorsque le bruit B_i est faible et que le rapport signal sur bruit est grand, alors α_i est proche de 1 et la voie i est alors prise en compte pleinement.

Ces deux derniers cas de figure sont en fait également pris en compte par le critère1. En revanche, le premier cas de figure est mieux pris en compte par le critère2 qui ne s'appuie pas uniquement sur la variance du bruit $\sigma_{B_i}^2$ mais sur le rapport signal sur bruit : S_i^2/\overline{B}_i^2 .

Pour chacun de ces critères, il faut estimer la variance du bruit $\sigma_{B_i}^2$, ce qui peut être fait par exemple à partir de ce qui est enregistré dans la période préstimulus. Dans notre cas, puisque c'est une simulation, nous avons pu utiliser la valeur exacte de cette variance. De plus, pour le deuxième critère, il faut estimer le rapport signal sur bruit.

4.6.3.1 Estimation du rapport signal sur bruit

Le rapport signal sur bruit (signal to noise ratio, SNR) à la voie i est tel que :

$$SNR_i^2 = \frac{S_i^2}{\overline{B}_i^2}$$

$\overline{B}_i^2 = \sigma_{B_i}^2$ pour un bruit de moyenne nulle. Comme on ne connaît pas S_i , mais V_i , on utilise la formule $S_i = V_i - B_i$ pour trouver :

$$SNR_i^2 = \frac{(V_i - B_i)^2}{\overline{B}_i^2}$$

Ce qui donne, en développant :

$$SNR_i^2 = \frac{\overline{V_i^2} - 2\overline{V_i B_i} + \overline{B_i^2}}{\overline{B_i^2}}$$

Et comme $\overline{V_i B_i} = \overline{(S_i - B_i) B_i} = S_i \overline{B_i} - \overline{B_i^2} = -\overline{B_i^2}$,

$$SNR_i^2 = \frac{\overline{V_i^2} - \overline{B_i^2}}{\overline{B_i^2}}$$

et finalement :

$$SNR_i^2 = \frac{\overline{V_i^2}}{\overline{B_i^2}} - 1$$

C'est cette formule que nous utiliserons pour calculer

$$\alpha_i = \frac{1}{1 + \frac{\overline{B_i^2}}{S_i^2}}$$

4.6.4 Critères de qualité adoptés pour l'évaluation

4.6.4.1 Erreur de localisation

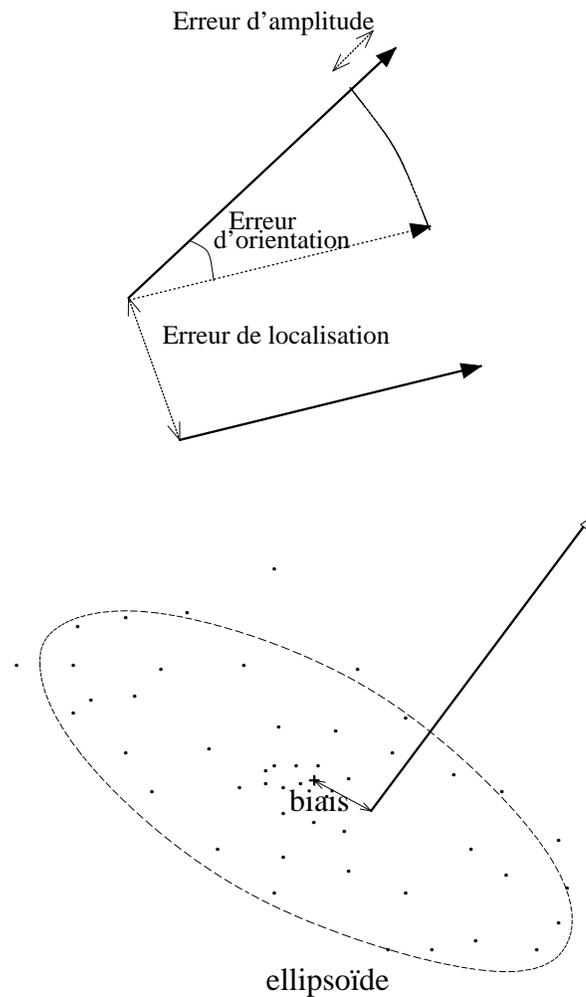
Le premier critère de qualité important pour cette évaluation est l'erreur de localisation. Dans le cas où un seul dipôle est responsable du signal, l'erreur de localisation est la distance entre le dipôle à l'origine du signal, et le dipôle obtenu par résolution du problème inverse.

4.6.4.2 Erreur d'orientation

Un deuxième critère important est l'erreur d'orientation entre l'orientation du dipôle à l'origine du signal et celle du dipôle équivalent obtenu par résolution du problème inverse. En effet, dans deux régions anatomiquement proches, les cellules pyramidales de deux groupes de neurones peuvent être orientées différemment, et l'orientation du dipôle peut ainsi permettre de discriminer deux zones actives.

4.6.4.3 Erreur sur l'amplitude du moment dipolaire

Un troisième critère est l'erreur sur l'amplitude du moment dipolaire. L'amplitude du moment dipolaire donne une indication sur le nombre de neurones impliqués.



4.6.4.4 Taille de l'ellipsoïde de dispersion

Un quatrième critère est la stabilité de la solution trouvée au bruit. Pour chaque position de dipôle, les solutions au problème inverse pour les différentes réalisations de bruit forment un nuage de points. Nous avons défini l'ellipsoïde de dispersion ayant pour centre le centre de gravité du nuage, pour axes les axes principaux du nuage, et pour excentricités les écarts-types de la dispersion du nuage selon chaque axe. Le volume de cette ellipsoïde permet d'apprécier la stabilité de la solution au bruit.

4.6.4.5 Biais de localisation

Un cinquième critère est le biais de localisation, c'est à dire la distance entre le centre de l'ellipsoïde de dispersion et le dipôle à l'origine du signal.

4.7 Première configuration : sources à plusieurs profondeurs

Dans un premier temps, nous avons voulu évaluer l'apport du couplage en fonction de la profondeur de la source. Nous avons placé une source dipolaire à la fois sur un axe temporel, à 11 profondeurs différentes (voir figure 4.5). Pour chaque profondeur, deux orientations ont été envisagées, l'une selon l'axe x , ce qui donne des sources à peu près radiales, et l'autre selon l'axe y , ce qui donnait des sources à peu près tangentielles. Les réalisations de bruit ont été

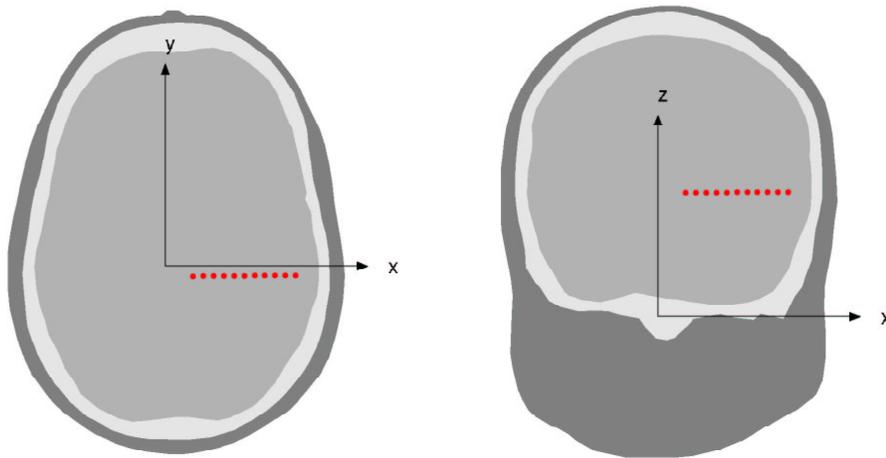


FIG. 4.5: Première configuration des sources : pour 11 profondeurs sur un axe temporel, les sources étaient orientées soit selon l'axe x , soit selon l'axe y .

multipliées par un même facteur de 0.01 quelle que soit la profondeur de la source, ce qui permettait d'avoir un rapport signal sur bruit qui varie en fonction de la profondeur. Les rapports signal sur bruit ainsi obtenus sont représentés figure 4.6.

4.7.1 Résultats

4.7.1.1 Effet du nombre d'électrodes pour le couplage

L'une des questions qui se pose dans le couplage des deux modalités MEG et EEG est le nombre d'électrodes nécessaires. Plus généralement, on peut se demander d'une part si, disposant d'une MEG, il est utile d'enregistrer en même temps un petit nombre de voies EEG, ou si un nombre plus grand ne serait pas nécessaire, et d'autre part si on n'aurait pas obtenu une précision comparable avec un grand nombre de voies EEG sans la MEG.

Les différents critères d'appréciation de l'erreur de localisation pour la première configuration de sources et bruit sont représentés figure 4.8.

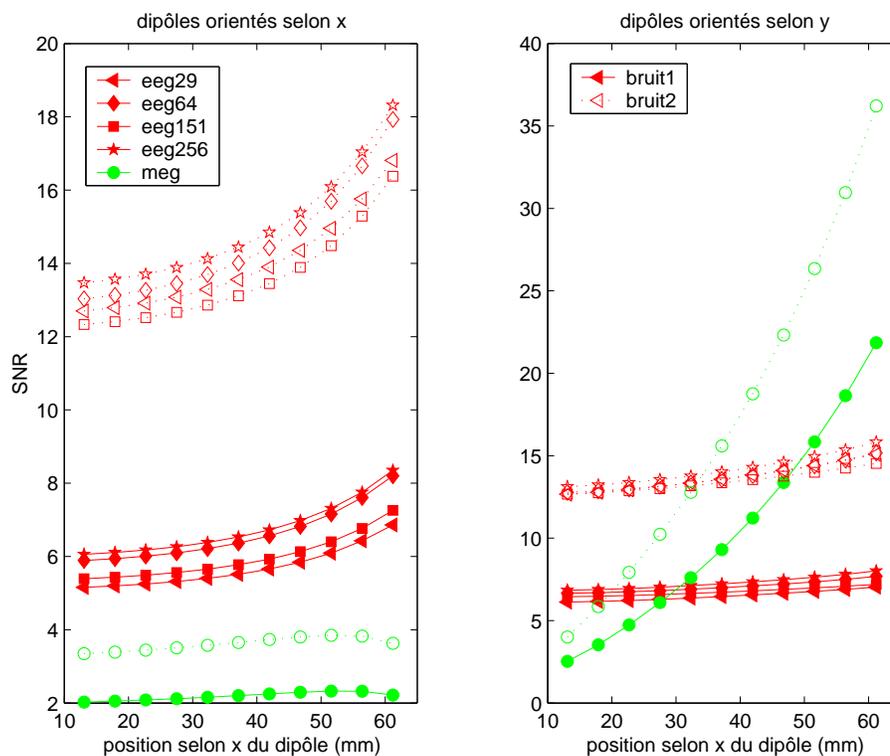


FIG. 4.6: Rapports signal sur bruit obtenus pour la première configuration de sources.

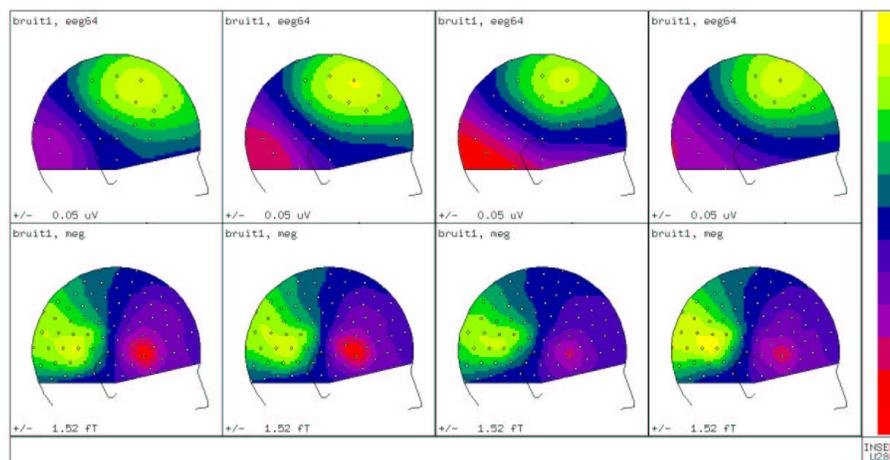


FIG. 4.7: 4 réalisations de signal bruité pour une source dipolaire profonde quasi-tangentielle placée sur un axe temporel. En haut : EEG (SNR = 6), en bas : MEG (SNR=7).

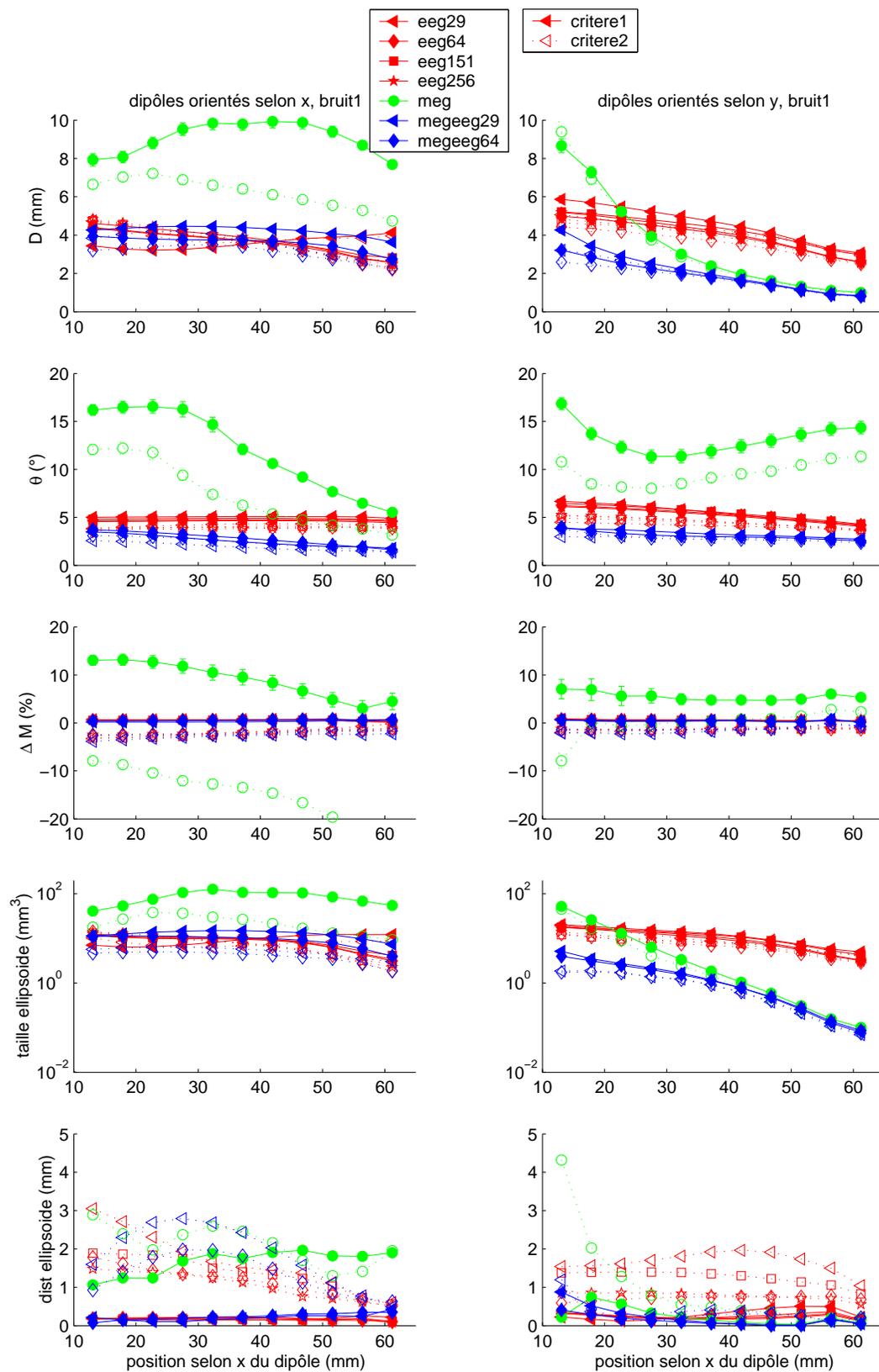


FIG. 4.8: Pour la première configuration de source (voir figure 4.5) et bruit1, de haut en bas : l'erreur de localisation D (mm), l'erreur d'orientation $\theta(^{\circ})$, l'erreur d'amplitude du moment dipolaire $\Delta M(\%)$, la taille de l'ellipsoïde (mm^3), et le biais de localisation (mm). Les barres d'erreur correspondent à une erreur standard. Les courbes rouges correspondent à l'EEG, les courbes bleues à la MEG et les courbes bleues au couplage MEG/EEG. Les symboles pleins correspondent à critere1, et les symboles ouverts à critere2.

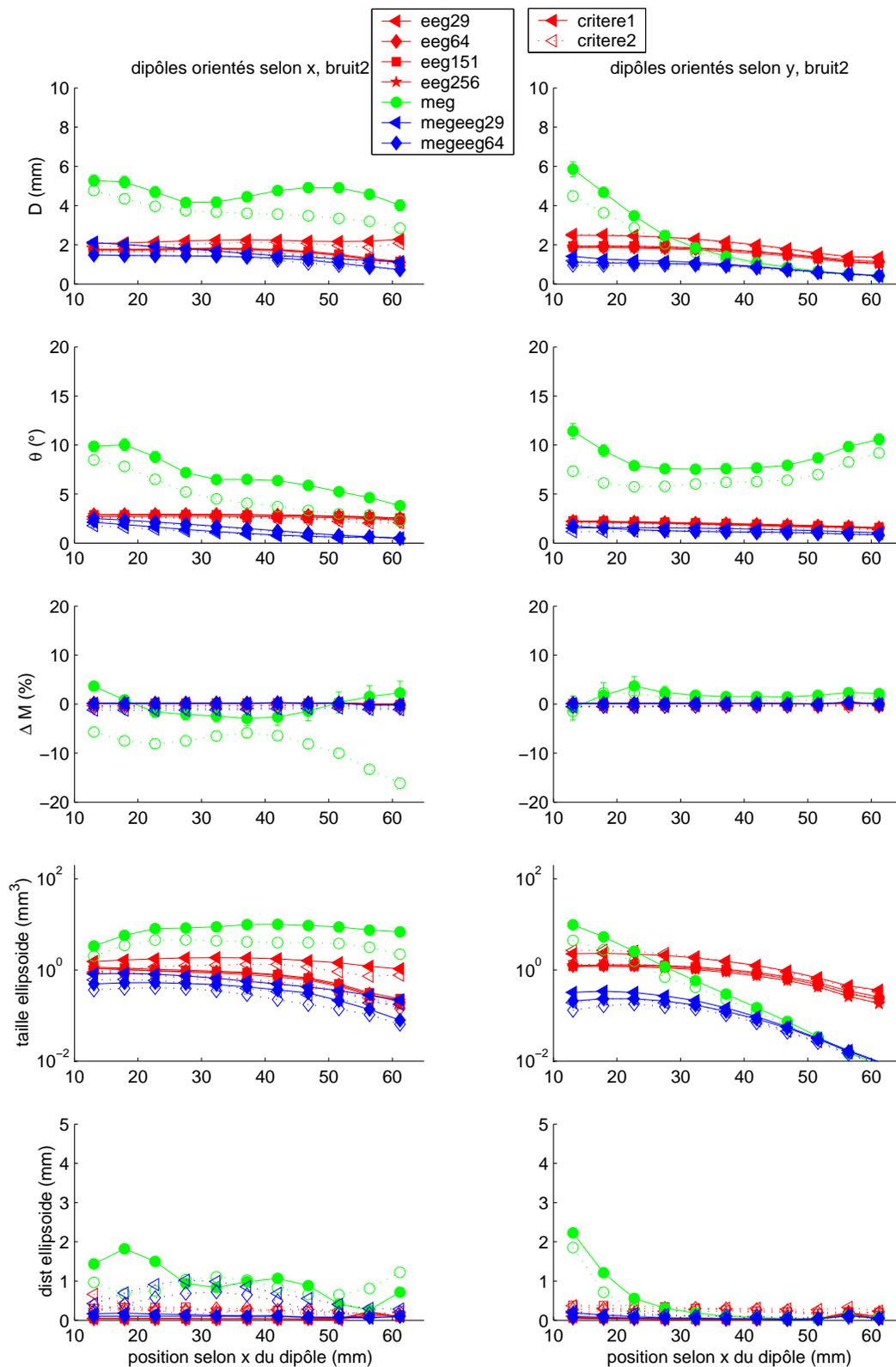


FIG. 4.9: Pour la première configuration de sources (voir figure 4.5) et bruit2, de haut en bas : l'erreur de localisation $D(\text{mm})$, l'erreur d'orientation $\theta(^\circ)$, l'erreur d'amplitude du moment dipolaire $\Delta M(\%)$, la taille de l'ellipsoïde (mm^3), et le biais de localisation (mm). Les barres d'erreur correspondent à une erreur standard.

- Dans le cas des dipôles orientés selon y (orientation plutôt tangentielle), et quel que soit le type de couplage envisagé, critère1 ou critère2, avec 29 ou 64 électrodes, le couplage donne de meilleurs résultats que l'une ou l'autre des modalités seules, que ce soit en terme d'erreur de localisation, d'orientation, ou en terme de taille d'ellipsoïde. Pour l'erreur sur le moment et le biais de localisation, les résultats sont comparables à ceux obtenus pour les modalités seules. Un plus grand nombre d'électrodes dans le couplage permet une plus grande précision dans le cas des dipôles profonds, pour les dipôles périphériques le nombre d'électrodes n'influe pas sur la précision.
- Dans le cas des dipôles orientés selon x (orientation plutôt radiale), l'avantage du couplage ne ressort pas aussi clairement. Pour l'erreur de localisation, avec le critère1, le couplage avec 29 électrodes donne une précision un peu moins bonne que l'EEG seul. Toutefois, pour les dipôles profonds, eeg29 donne même de meilleurs résultats qu'eeg64, ce qui laisse supposer un effet du hasard dans ce cas. Le couplage avec 64 électrodes donne une précision comparable à celle de l'EEG pour cette orientation, voir même un peu meilleure dans le cas du critère2.

Dans cette orientation plutôt radiale des sources, les erreurs de localisation obtenues avec la MEG seule sont plus importantes, de même que pour les sources les plus profondes avec l'orientation selon y. Toutefois, il apparaît que :

- dans les cas où la MEG donne de mauvais résultats (sources radiales ou profondes), le couplage donne une erreur de localisation comparable ou meilleure que l'EEG (sauf pour le cas particulier des dipôles profonds radiaux avec eeg29 et critère1),
- dans les cas où la MEG donne de meilleurs résultats que l'EEG, le couplage donne une erreur de localisation comparable ou meilleure que la MEG.

L'erreur d'orientation, l'erreur sur le moment, et la taille de l'ellipsoïde sont également soit comparables soit meilleures que pour la meilleure des deux modalités avec le couplage. Seule la distance entre l'ellipsoïde et le dipôle (biais) dans le cas du critère2 semble faire exception à cette règle. *Un plus grand nombre d'électrodes dans le couplage permet une meilleure précision dans les cas où la MEG ne donne pas de bons résultats, mais l'apport du couplage apparaît même avec un petit nombre d'électrodes.*

La même simulation a été réalisée avec bruit2, les résultats sont représentés figure 4.9. Cette simulation confirme les résultats de la simulation précédente : *le couplage donne une précision au moins égale à la meilleure des deux modalités MEG ou EEG, et ce même avec un petit nombre d'électrodes.* Dans les simulations suivantes, pour simplifier la présentation des résultats, nous ne garderons que les modalités meg, eeg64 et le couplage megeeg64.

4.7.1.2 Choix d'un critère pour le couplage

Les figures 4.8 et 4.9 montrent systématiquement une amélioration de l'erreur de localisation, de l'erreur d'orientation et de la taille de l'ellipsoïde avec critère2 par rapport à critère1. En revanche, l'erreur sur l'amplitude du moment dipolaire est détériorée par critère2, et un biais de localisation apparaît. L'étude du comportements des deux critères pour les orientations quasi-radiale et quasi-tangentielles nous permettra de mieux comprendre leurs apports et leurs limites.

4.8 Deuxième configuration : sources quasi-radiales et quasi-tangentielles

Pour deux profondeurs sur le même axe temporal, nous avons placé des sources selon les trois orientations propres quasi-radiale et quasi-tangentielles définies section 1.2.2. Les valeurs propres obtenues pour le dipôle le plus profond sont 1.05 pour l'orientation quasi-radiale et 45.9 et 50.9 pour les orientations quasi-tangentielles, et pour le dipôle le plus périphérique, 0.86, 625 et 702. Les positions de ces dipôles sont représentées figure 4.10.

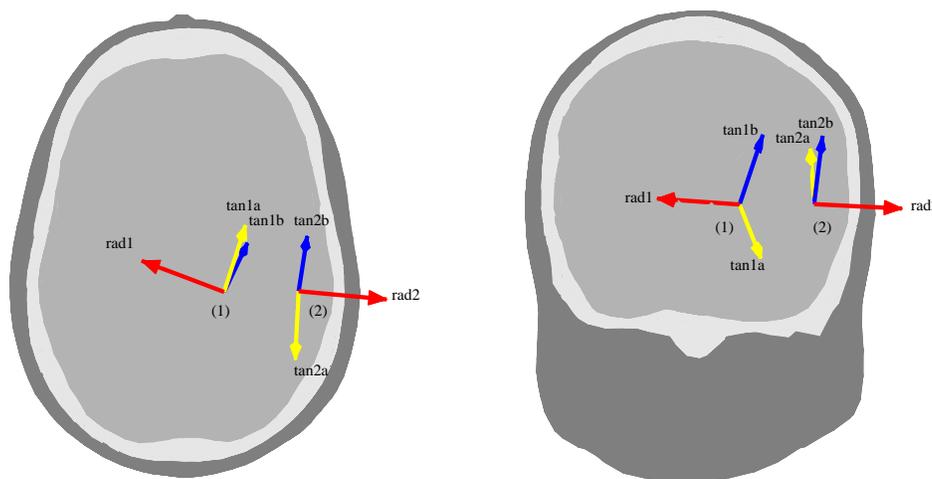


FIG. 4.10: Deuxième configuration des sources : 2 profondeurs * 3 orientations (rouge : quasi-radiales, jaune et bleu : quasi-tangentielles) sur un axe temporal.

Les réalisations de bruit ont été multipliées par un facteur différent pour chaque source de façon à avoir pour l'EEG à 29 voies un rapport signal sur bruit de 5 (voir figure 4.11).

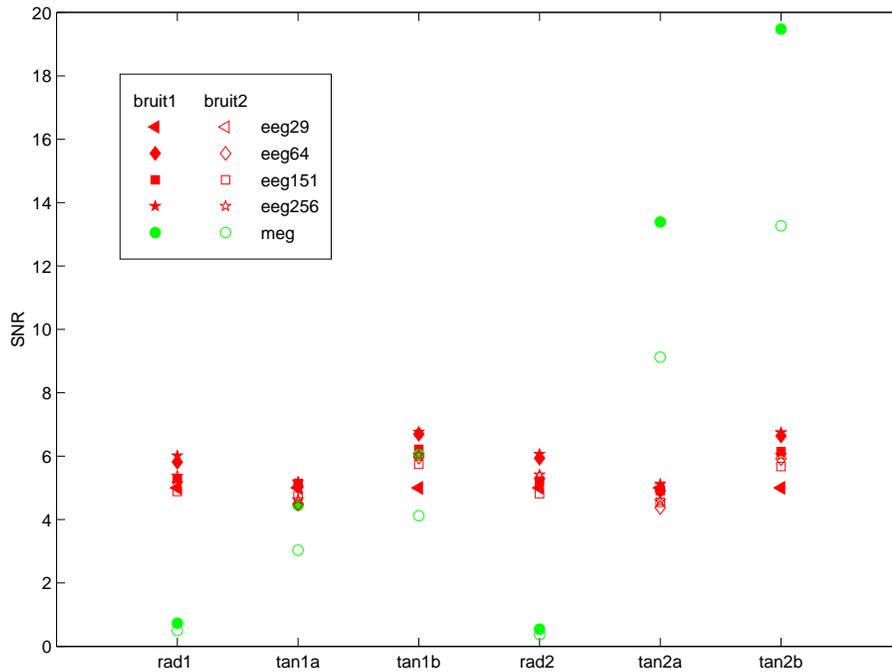


FIG. 4.11: Rapports signal sur bruit obtenus pour la deuxième configuration de sources. rad1, tan1a et tan1b correspondent à la position de source la plus profonde pour les orientations quasi-radiale et quasi-tangentielles. rad2, tan2a, tan2b correspondent à la position de source la plus périphérique pour les orientations quasi-radiale et quasi-tangentielles.

4.8.1 Résultats

4.8.1.1 Apport du couplage

Les résultats obtenus avec la deuxième configuration de sources sont représentés figure 4.12. On y constate que *le couplage permet d'obtenir une meilleure précision de localisation et d'orientation que l'une ou l'autre des modalités, et l'amplitude du moment dipolaire est estimée avec une précision comparable à la meilleure des deux modalités, quel que soit le critère utilisé. La taille de l'ellipsoïde est également réduite par le couplage, en revanche le biais de localisation peut être légèrement détérioré pour les orientations radiales des sources, en particulier avec critère2.*

4.8.1.2 Choix d'un critère en MEG seule

Les résultats obtenus avec la deuxième configuration de sources, confirment les observations de la section précédente : dans le cas de la MEG seule et des orientations quasi-radiales des sources, le critère2 permet d'obtenir une meilleure localisation et une meilleure orientation des sources que le critère1, au prix d'un moment dipolaire largement sous-estimé. On constate des erreurs d'orientation plus importantes en MEG avec critère2

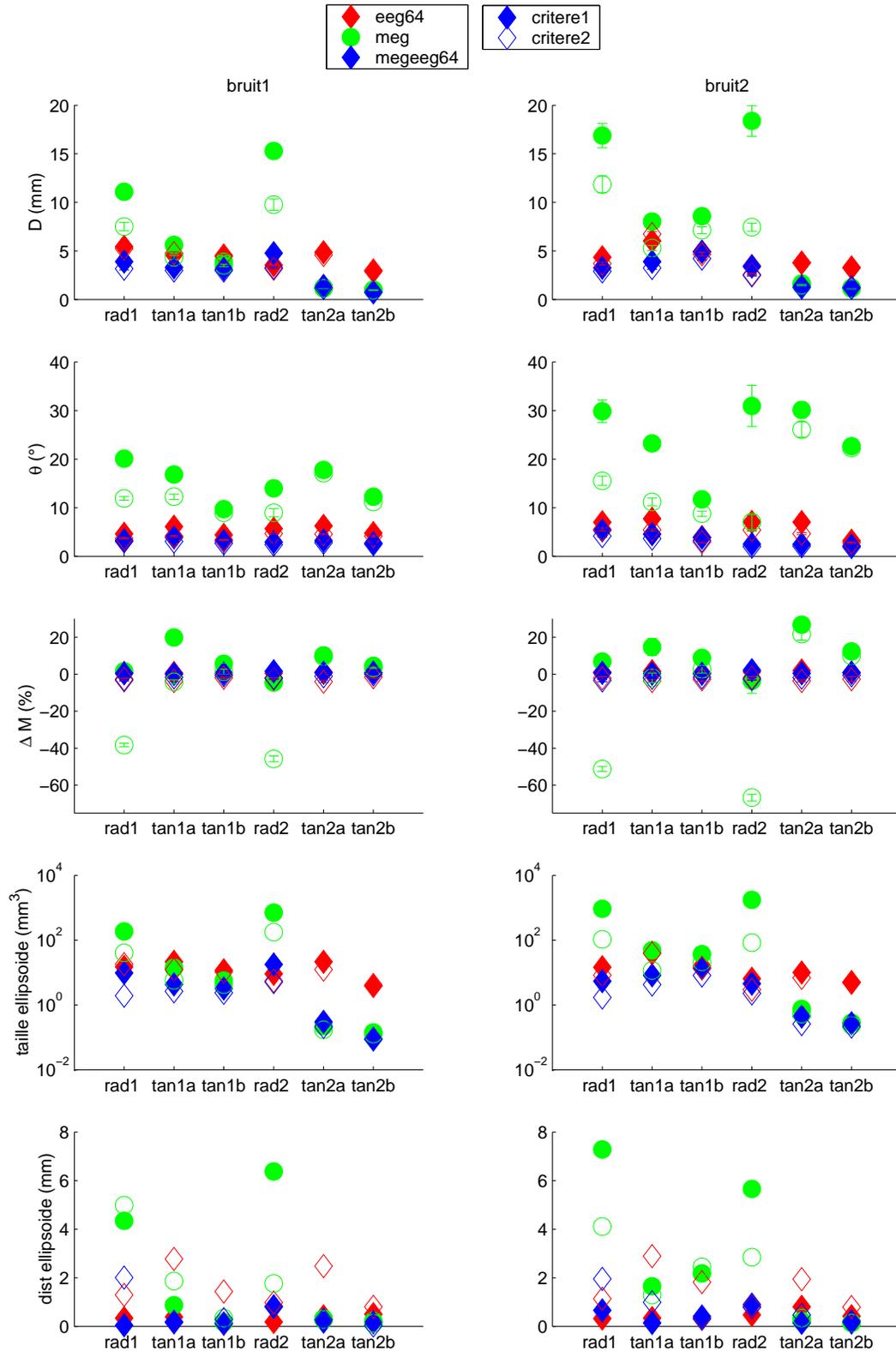


FIG. 4.12: Pour la deuxième configuration de sources (voir figure 4.10), de haut en bas : l'erreur de localisation D (mm), l'erreur d'orientation θ ($^\circ$), l'erreur d'amplitude du moment dipolaire ΔM (%), la taille de l'ellipsoïde (mm^3), et le biais de localisation (mm). Les barres d'erreur correspondent à une erreur standard. rad1, tan1a et tan1b correspondent à la position de source la plus profonde pour les orientations quasi-radiale et quasi-tangentielle. rad2, tan2a, tan2b correspondent à la position de source la plus périphérique pour les orientations quasi-radiale et quasi-tangentielle.

pour les orientations tangentielles des sources périphériques (tan2a et tan2b) par rapport à l'orientation radiale (rad2). Le même phénomène apparaissait également avec la première configuration de sources. Ce résultat n'est pas surprenant car ajouter une composante radiale à un dipôle superficiel ne modifie que très peu le champ magnétique. En revanche, pour une source radiale périphérique (rad2), l'ajout d'une composante tangentielle modifie beaucoup le champ magnétique recueilli, ce qui augmente considérablement le critère à minimiser. Le fait que le moment dipolaire soit légèrement surestimé pour les sources périphériques tangentielles en MEG seule va dans le sens de cette explication.

4.8.1.3 Choix d'un critère pour le couplage

Comme dans la première simulation, on observe une amélioration de l'erreur de localisation, de l'erreur d'orientation et de la taille de l'ellipsoïde avec le critère2 par rapport au critère1. En revanche, critère2 introduit un biais de localisation. Il faut donc chercher le compromis le plus favorable entre le critère1 qui, en présence de bruit, fournit des solutions dispersées autour de la bonne solution et le critère 2 qui fournit des solutions moins dispersées et en moyenne plus proches de la bonne solution, mais dont le nuage de dispersion n'est pas centré sur la bonne solution. De plus, l'erreur sur l'amplitude du moment dipolaire est légèrement détériorée par critère2, en particulier pour les dipôles quasi-radiaux, bien que ce soit moins évident que dans la première simulation (figures 4.8 et 4.9). Cette détérioration de l'erreur sur l'amplitude du dipôle s'explique bien, car le critère2 a tendance à multiplier les données par un facteur inférieur à 1 (voir section 4.6.3), l'amplitude du moment dipolaire est donc souvent sous-estimée, et ce d'autant plus que le rapport signal sur bruit est faible. On peut envisager de cumuler la meilleure précision de localisation de critère2 avec la meilleure estimation du moment dipolaire de critère1 en faisant dans un premier temps une localisation avec critère2, en fixant les paramètres de position et d'orientation des sources, et en utilisant avec ces paramètres critère1 pour estimer l'amplitude du moment dipolaire. En revanche, cette technique ne permet pas de compenser le biais de localisation. Comme malgré ce biais, l'erreur de localisation et la taille de l'ellipsoïde sont améliorées, *nous avons conservé critère2 pour les simulations suivantes.*

4.8.1.4 Effet de l'orientation sur la résolution du problème inverse en MEG : apport des modèles réalistes par rapport aux modèles sphériques

Dans cette configuration des sources, nous avons également effectué la résolution des problèmes inverses en MEG seule avec un modèle sphérique. En effet, les simulations effectuées en l'absence de bruit au chapitre 3 montraient qu'un modèle réaliste en MEG permettait de retrouver les sources radiales et l'orientation des sources. Il restait à vérifier si

cet apport des modèles réalistes persistait en présence de bruit, en particulier dans le cas de l'orientation quasi-radiale qui conduit à un signal très faible.

La figure 4.13 compare les erreurs de localisation et d'orientation obtenues avec un modèle réaliste et un modèle sphérique en MEG en présence de bruit. Les dipôles quasi-radiaux ou profonds conduisent en MEG réaliste comme en MEG sphérique à des erreurs de localisation plus importantes que les dipôles à la fois tangentiels et superficiels. Toutefois les erreurs de localisation avec le modèle réaliste restent limitées à une dizaine de millimètres pour les dipôles radiaux, alors que le rapport signal sur bruit est inférieur à 1 (voir figure 4.11), tandis que le modèle sphérique aboutit à des erreurs de localisation de plus de 50 millimètres. En revanche, les erreurs d'orientation obtenues avec un modèle réaliste restent du même ordre, que le dipôle soit radial ou tangentiel, et restent inférieures à 20° ou 30° selon le bruit ajouté. Les erreurs d'orientations obtenues avec le modèle sphérique sont très importantes pour les dipôles radiaux. Pour les dipôles tangentiels, le modèle sphérique conduit à de meilleures reconstructions de l'orientation que le modèle réaliste, puisque le dipôle est contraint à rester tangentiel dans le modèle sphérique alors que son orientation est complètement libre dans le modèle réaliste. Les erreurs d'orientation plus importantes pour les dipôles tangentiels périphériques avec le modèle réaliste s'expliquent par une surestimation de la composante quasi-radiale du dipôle qui affecte peu le signal comparativement aux composantes quasi-tangentielles. Lorsque seules les données MEG sont disponibles, une régularisation comme celle proposée par Fuchs et al. [1998b] devrait permettre d'éviter la surestimation de la composante quasi-radiale, et améliorer l'erreur d'orientation.

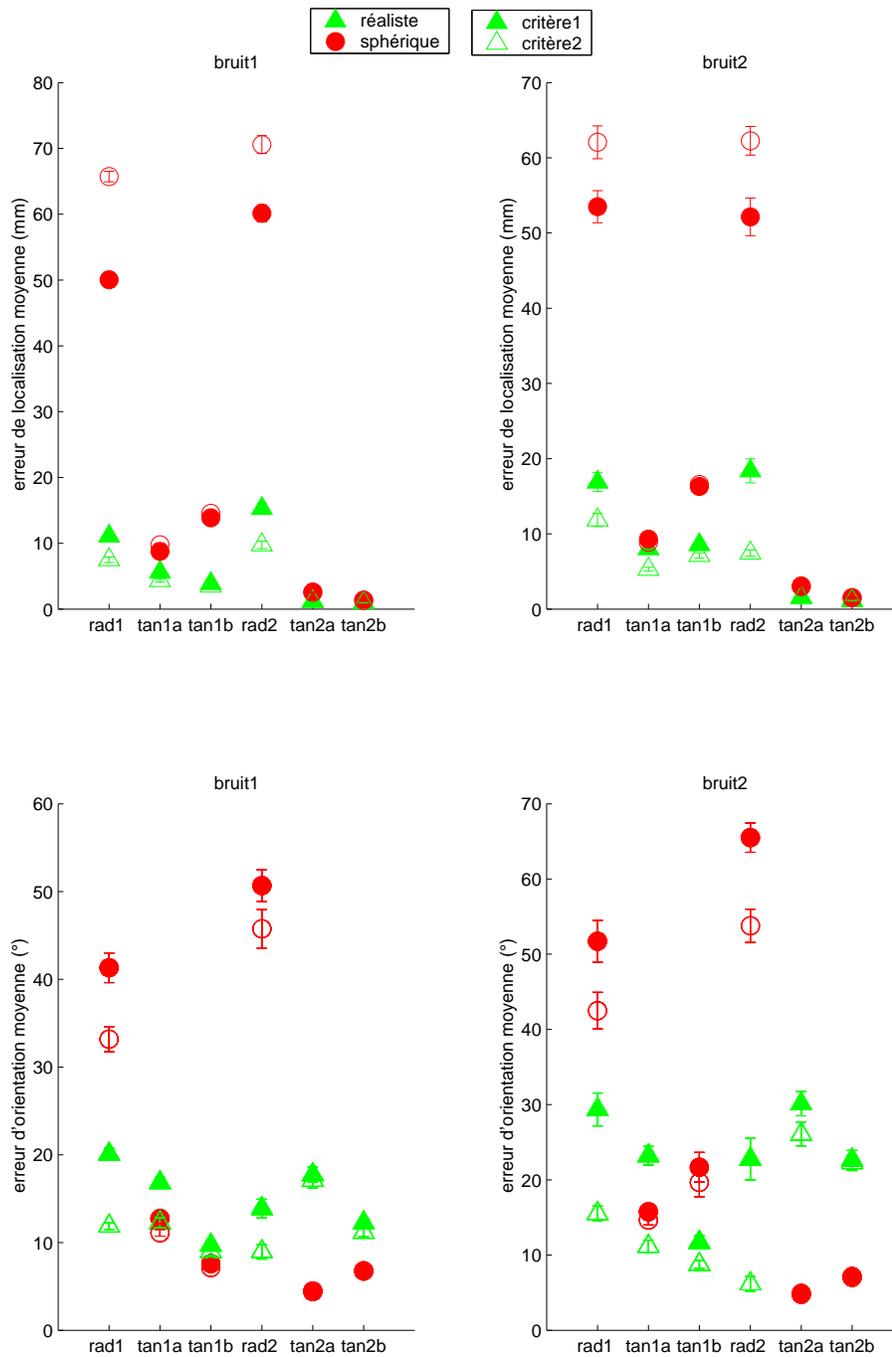


FIG. 4.13: Erreurs de localisation et d'orientation en MEG réaliste ou sphérique et en présence de bruit. rad1, tan1a et tan1b correspondent à la position de source la plus profonde pour les orientations quasi-radiale et quasi-tangentiellles. rad2, tan2a, tan2b correspondent à la position de source la plus périphérique pour les orientations quasi-radiale et quasi-tangentiellles.

4.9 Troisième configuration : une source dans chaque hémisphère

Nous avons voulu étudier également le cas, fréquent lors de la modélisation de données auditives, où deux sources dipolaires sont présentes simultanément, une dans chaque hémisphère. Un dipôle a été placé dans chaque hémisphère, de manière symétrique, à différentes profondeurs sur des axes temporaux, et selon les trois orientations propres (voir figure 4.14).

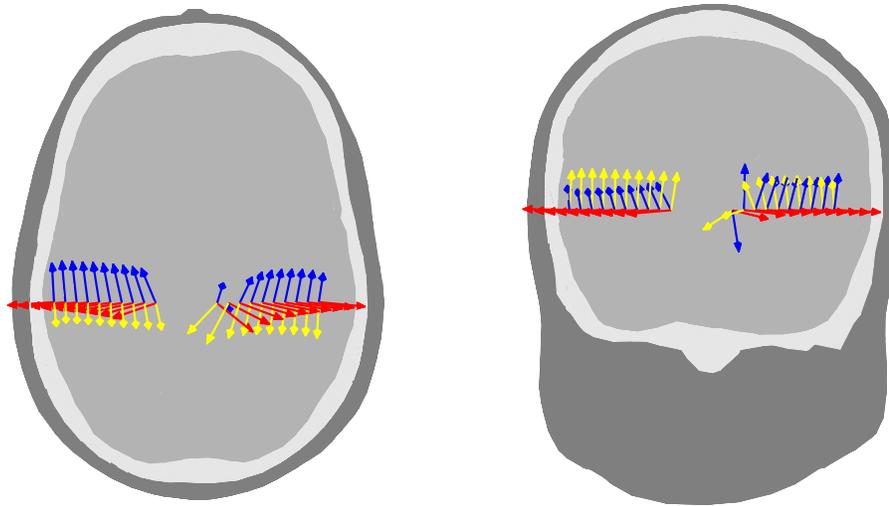


FIG. 4.14: Troisième configuration des sources : 10 profondeurs * 3 orientations (rouge : quasi-radiales, jaune et bleu : quasi-tangentielles) sur un axe temporel, avec deux dipôles positionnés symétriquement dans chaque hémisphère.

Les réalisations de bruit ont été multipliées par un facteur différent pour chaque source de façon à avoir pour l'EEG à 29 voies un rapport signal sur bruit de 5. Les rapports signal sur bruit ainsi obtenus sont représentés figure 4.15.

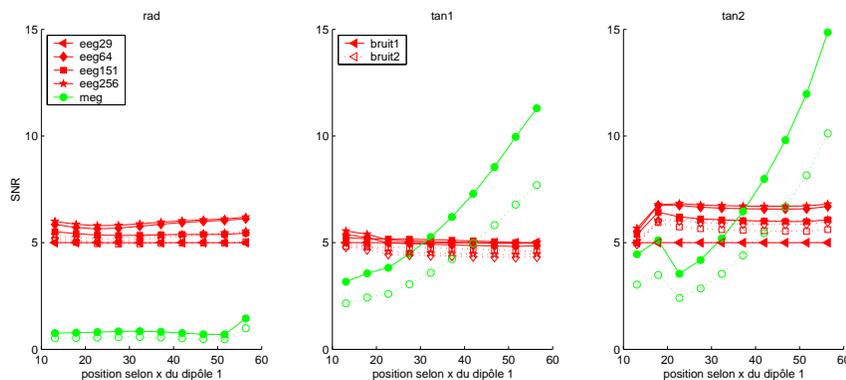


FIG. 4.15: Rapports signal sur bruit obtenus pour la troisième configuration de sources.

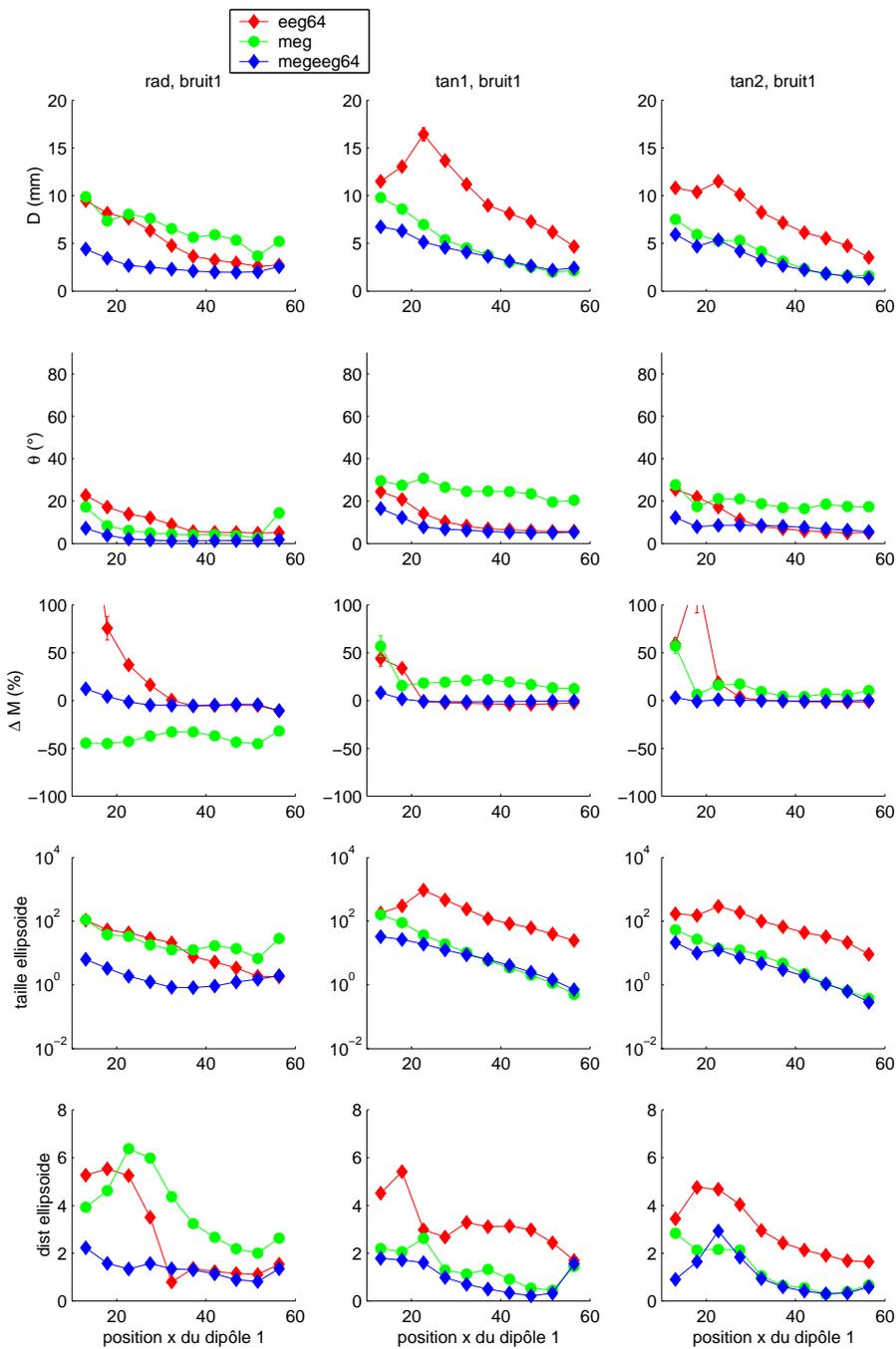


FIG. 4.16: Pour la troisième configuration de sources (voir figure 4.14) et en moyenne pour les deux dipôles, de haut en bas : l'erreur de localisation D (mm), l'erreur d'orientation θ ($^\circ$), l'erreur d'amplitude du moment dipolaire ΔM (%), la taille de l'ellipsoïde (mm^3), et le biais de localisation (mm). Les barres d'erreur correspondent à une erreur standard.

4.9.1 Résultats

Les résultats de la simulation avec bruit1 et critère2 dans la troisième configuration de source sont présentés figure 4.16. On constate que le couplage permet en moyenne une meilleure localisation des sources, en particulier lorsque les dipôles sont profonds et donc plus proches l'un de l'autre (dipôles symétriques).

- Lorsque les dipôles sont tangentiels et périphériques, la MEG seule donne une bonne précision de localisation, et le couplage donne des résultats comparables, sans détérioration.
- Lorsque les dipôles sont radiaux ou profonds, le couplage donne une erreur de localisation meilleure que la MEG seule ou l'EEG seul.

De même, pour l'erreur d'orientation, la précision sur l'amplitude du moment dipolaire, la taille de l'ellipsoïde et le biais de localisation le couplage donne au moins d'aussi bons résultats que la meilleure des deux modalités.

4.10 Quatrième configuration : deux sources dans le même hémisphère

Yvert et al. [2001a] ont montré que plusieurs sources dans le même hémisphère et à faible distance les unes des autres peuvent être présentes simultanément. Afin de savoir si le couplage pourrait permettre de mieux les dissocier, nous avons étudié le cas de deux dipôles actifs simultanément et situés tous deux dans le même hémisphère, avec l'un à une profondeur fixe sur l'axe temporel, et l'autre à une distance variable du premier, toujours sur le même axe (voir figure 4.17).

Les réalisations de bruit ont été multipliées par un facteur différent pour chaque source de façon à avoir pour l'EEG à 29 voies un rapport signal sur bruit de 5 (voir figure 4.18).

4.10.1 Résultats

Les résultats de la simulation avec bruit1 et critère2 dans la quatrième configuration de source sont présentés figure 4.19. Le couplage apporte dans la plupart des cas une précision supérieure ou égale à la meilleure des deux modalités, à l'exception du cas où le second dipôle est tangentiel, quand le premier est soit proche soit radial. Dans ce cas, le couplage donne une moins bonne erreur d'orientation que l'EEG et surestime davantage le moment dipolaire. Le biais de localisation n'est généralement pas amélioré par le couplage. En revanche, l'erreur de localisation est presque toujours améliorée.

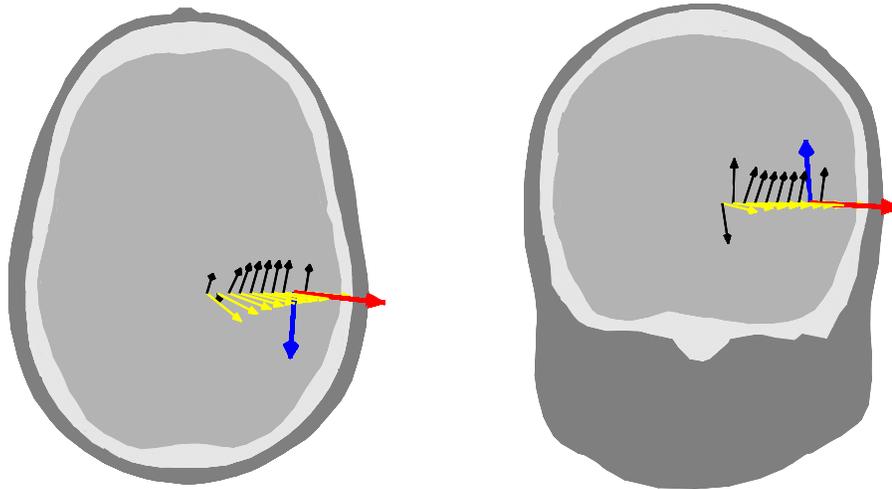


FIG. 4.17: Quatrième configuration des sources : 9 profondeurs * 2 orientations pour le premier dipôle (jaune : quasi-radiales, et noir : quasi-tangentielles) et 1 profondeur * 2 orientations pour le second dipôle (rouge : quasi-radiale, et bleu : quasi-tangentielle).

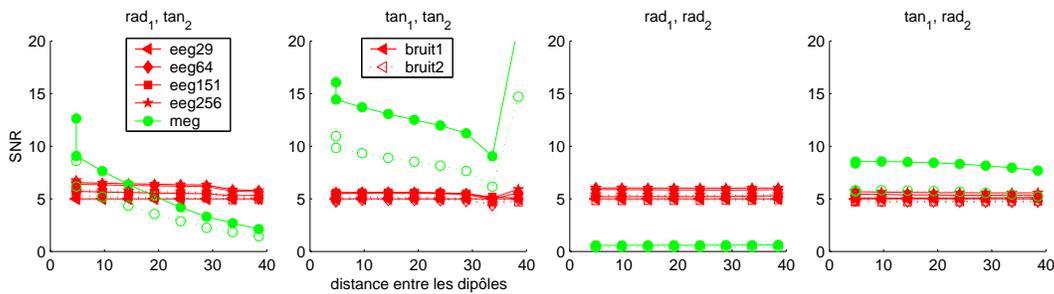


FIG. 4.18: Rapports signal sur bruit obtenus pour la quatrième configuration de sources. De gauche à droite : orientation radiale du premier dipôle et tangentielle du second, orientation tangentielle des deux dipôles, orientation radiale des deux dipôles, et orientation tangentielle du premier dipôle et radiale du second. N.B. : Il y a deux cas de dipôles distants de 5 mm.

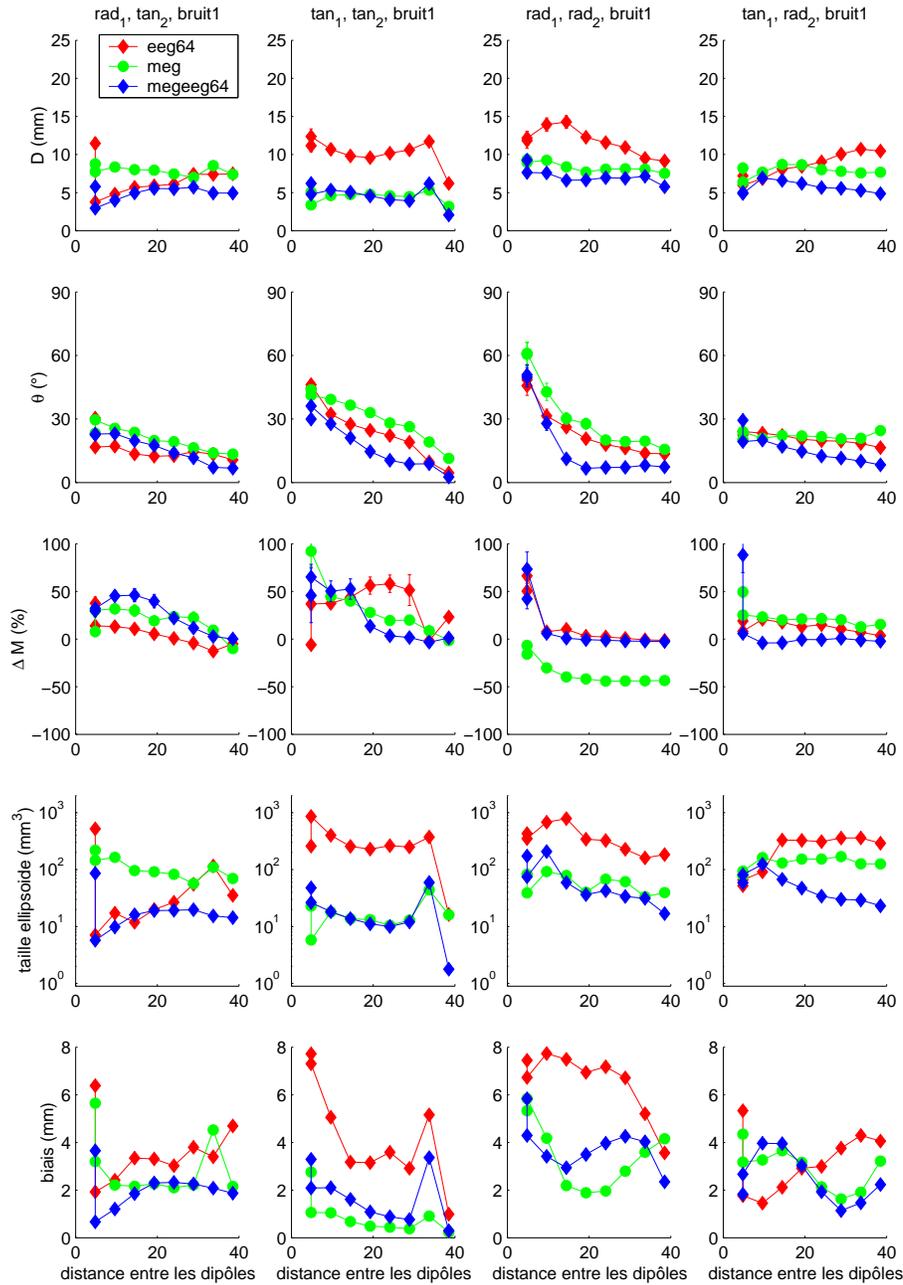


FIG. 4.19: Pour la quatrième configuration de sources (voir figure 4.17) et en moyenne pour les deux dipôles, de haut en bas : l'erreur de localisation D (mm), l'erreur d'orientation θ (°), l'erreur d'amplitude du moment dipolaire ΔM (%), la taille de l'ellipsoïde (mm³), et le biais de localisation (mm). Les barres d'erreur correspondent à une erreur standard. N.B. : Il y a deux cas de dipôles distants de 5 mm.

4.11 Conclusions

Les résultats de cette étude suggèrent que :

- Le couplage apporte toujours une précision supérieure ou égale aux modalités séparées, ce qui confirme les résultats déjà publiés dans le cas de dipôles tangentiels dans une sphère par Stok et al. [1987]; Mosher et al. [1993]; Fuchs et al. [1998b] et dans le cas des sources distribuées par Baillet et al. [1999].
- Les données EEG permettent de retrouver les composantes quasi-radiales des sources dans le couplage, et ce même en ajoutant aux données simulées un bruit réaliste corrélé spatialement.
- L'apport du couplage existe même lorsque peu d'électrodes sont utilisées, bien qu'un nombre plus important d'électrodes permette toujours d'améliorer la précision.
- Lorsque plusieurs sources sont proches, l'apport du couplage devient moins évident même s'il n'est pas nul en termes de localisation.
- Le choix du critère² pondérant les données en fonction du rapport signal sur bruit pour chaque voie permet une amélioration de 1 à 10 mm de la précision de localisation en MEG réaliste pour les orientations quasi-radiales des dipôles, et une amélioration de 2 à 15° de l'erreur d'orientation pour toutes les orientations. Il conduit à une sous-estimation importante du moment dipolaire qui devrait pouvoir être compensée en utilisant le critère¹ pour estimer uniquement l'amplitude du moment dipolaire à la fin de la minimisation.
- Même en présence de bruit, l'utilisation d'un modèle réaliste en MEG permet de retrouver la position des sources quasi-radiales avec une erreur de localisation de l'ordre du centimètre (contre environ 5 cm pour le modèle sphérique), et l'orientation des sources peut être retrouvée avec une erreur inférieure à 20° (contre environ 45° pour le modèle sphérique dans le cas des dipôles quasi-radiaux).

Chapitre 5

Conclusions et perspectives

5.1 Conclusions

L'objectif de ce travail de thèse était d'étudier les méthodes de localisation des générateurs de l'activité électrique cérébrale en MEG et en EEG dans le but d'améliorer leur précision. Plusieurs approches ont été étudiées dans la littérature dans ce but. Il en ressort que les modèles réalistes avec l'approche problème isolé et des maillages localement affinés permettent une amélioration de la précision de la localisation. Dans cette thèse, trois problématiques ont été abordées : l'évaluation de l'apport d'une interpolation linéaire du potentiel dans la méthode des intégrales de surface en EEG, l'apport des modèles réalistes en MEG, et le couplage des données MEG et EEG.

- *L'interpolation linéaire du potentiel* dans la méthode des intégrales de surface a été introduite par De Munck [1992] pour l'EEG et Ferguson et al. [1994] pour la MEG. Elle était présentée comme une amélioration par rapport à l'approche centre de masse utilisée jusqu'alors. Bien que plusieurs auteurs l'utilisent [Homma et al., 1994; Schlitt et al., 1995; Zanol, 1997], nous n'avons pu trouver aucune évaluation systématique de l'amélioration apportée par cette méthode. L'étude effectuée dans cette thèse montre que cette approche entraîne une *détérioration de la précision pour un même maillage* par rapport à l'approche centre de masse, ce qui va dans le même sens que les résultats publiés depuis par Mosher et al. [1999]. En revanche, en choisissant un maillage plus fin conduisant à *un temps de calcul identique, on améliore légèrement la précision* (de moins d'un millimètre en l'absence de bruit). Plusieurs pistes peuvent être envisagées pour améliorer davantage la précision en modifiant le type de méthode d'intégrales de surfaces : l'augmentation du degré d'interpolation de la surface (triangles courbes) ou l'utilisation d'une formulation variationnelle (méthode de Galerkin) de la méthode des intégrales de surface. Cette approche semble donner de bons résultats [Mosher et al., 1999] mais n'a pas à notre connaissance été évaluée en problème inverse.
- Nous n'avons pu trouver aucune étude systématique du biais de localisation entre le modèle sphérique et les modèles réalistes à trois couches en MEG. De nombreux auteurs jugeaient qu'un modèle réaliste à une couche était suffisant en MEG, sans qu'une étude comparative n'ait pu être trouvée. La plupart des études considéraient des dipôles tangentiels et périphériques, et le comportement des modèles réalistes pour les dipôles d'orientation quelconque était peu décrit. Ces aspects ont été étudiés dans cette thèse, et il en ressort les points suivants. *Le biais de localisation avec un modèle sphérique croît en fonction de la position selon un axe vertical de la source* (de 2.5 mm en haut de la tête à 12 mm en bas de la tête) et *décroît en fonction de la tangentialité* (de 10 mm quand le dipôle est radial à 5 mm quand il est tangentiel). De plus, pour un même temps de calcul, *un modèle réaliste à trois couches permet une amélioration de 2 mm de*

l'erreur de localisation par rapport à un modèle réaliste à une couche. L'orientation des dipôles peut être retrouvée avec un modèle réaliste, et les dipôles radiaux peuvent engendrer des champs magnétiques non négligeables ayant des topographies qui peuvent sembler avoir été engendrées par plusieurs dipôles. Les modèles réalistes, contrairement aux modèles sphériques, conduisent à des erreurs de localisation et d'orientation peu différentes que le dipôle soit radial ou tangentiel quand les données ne sont pas bruitées. Ces résultats ont été obtenus avec des gradiomètres axiaux, ils restent à confirmer dans le cas de gradiomètres planaires. Quand les données sont bruitées, *les modèles réalistes retrouvent toujours mieux que les modèles sphériques la position et l'orientation des sources*, mais il y a une dégradation pour les dipôles radiaux ou profonds. Fuchs et al. [1998b] proposent d'utiliser une méthode de régularisation pour empêcher que les composantes quasi-radiales des sources soient surestimées. Toutefois aucune comparaison systématique de la précision de la localisation avec ou sans cette régularisation ne semble avoir été effectuée. Wolters et al. [1999] montrent toutefois l'intérêt d'une technique de régularisation similaire pour mieux retrouver le nombre de dipôles pouvant expliquer les données en EEG, et limiter l'amplitude des configurations de sources ne produisant pas de signal. Intuitivement, dans le cas du couplage, cette approche risque de défavoriser la localisation des sources effectivement radiales, tandis que l'ajout de données de type EEG permet d'apporter des informations supplémentaires sur les composantes radiales et les sources profondes sans les pénaliser si elles sont importantes.

- Le *couplage de données MEG et EEG* était une perspective reconnue pour améliorer la localisation des générateurs cérébraux. Toutefois, dans les études que nous avons pu trouver sur le sujet, soit les deux modalités étaient utilisées séparément et non simultanément, soit les données utilisées avaient été obtenues avec un modèle sphérique. Dans cette thèse, deux méthodes de couplage sont proposées. Elles permettent d'apporter une *précision supérieure ou égale à la meilleure des deux modalités séparées*, et les composantes quasi-radiales des sources sont mieux retrouvées même en présence de bruit. Cette amélioration est présente même avec un petit nombre d'électrodes dans le couplage (29 électrodes). Toutefois un plus grand nombre d'électrodes permet d'améliorer encore la précision.

5.2 Perspectives

Cette thèse propose donc plusieurs techniques d'amélioration de la localisation des sources de l'activité électrique cérébrale. Les études présentées dans ce rapport confirment la difficulté

de la résolution de ce problème inverse, car il existe de nombreuses sources d'erreur et une bonne précision de localisation ne peut être obtenue que si l'on agit sur chacune de ces causes.

L'une des sources d'erreur qui a été étudiée dans cette thèse est l'erreur sur la définition du modèle géométrique. Puisque le modèle sphérique entraîne un biais de localisation de plusieurs millimètres par rapport à un modèle réaliste à trois couches, puisque le modèle à une couche fait 2 mm d'erreur supplémentaire par rapport au modèle à trois couches, il convient de décrire avec la plus grande exactitude possible les différents milieux conducteurs qui constituent la tête. À cet égard, l'idéal serait sans doute d'obtenir une IRM de conductivité de la tête. Fuchs et al. [1998b] suggèrent une alternative qui consiste à retrouver la conductivité à partir de données simultanées MEG et EEG, mais la mise en œuvre de cette technique en pratique est problématique. Si l'ajout de nouvelles inconnues rend le problème encore plus difficile à résoudre, il persiste aujourd'hui une incertitude sur les valeurs de ces conductivités qui doivent de plus être différentes selon chaque sujet.

L'imprécision sur la localisation engendrée par l'erreur de modélisation des générateurs cérébraux n'a pas été étudiée dans cette thèse. Toutefois, le modèle dipolaire n'est qu'une approximation du modèle multipolaire. Certains auteurs proposent de revenir à ce modèle [Nolte et Curio, 1997; 2000]. Les modèles de sources distribuées offrent également une alternative intéressante au modèle dipolaire : le problème est linéarisé et la question du nombre de sources ne se pose plus. Toutefois le problème est sous-déterminé, ce qui nécessite l'introduction de nouvelles hypothèses comme par exemple la recherche de la solution de norme minimale, qui ne sont pas toujours justifiables d'un point de vue physiologique.

Comme nous avons montré que l'effet de la position du dipôle selon un axe vertical trouvé en EEG par Yvert et al. [1997] était également présent en MEG, il est vraisemblable que cet effet soit également présent dans le couplage, mais il reste à évaluer si cet effet est aussi important. Ce problème devrait également se retrouver dans le cas de sources distribuées. De même, l'influence du nombre de couches en MEG et du choix du critère à minimiser devraient se retrouver pour les sources distribuées.

Les erreurs de localisation sont liées au fait que le problème est mal posé : non seulement il peut y avoir plusieurs solutions comme c'est le cas des sources radiales en MEG avec un modèle sphérique mais de plus de petites erreurs sur les calculs ou la définition des paramètres du modèle peuvent engendrer de grandes erreurs sur la localisation. Lorsqu'un problème inverse se révèle mal posé, il est habituel d'explorer plusieurs axes de recherche : une autre formulation du problème permettrait-elle de mieux poser le problème ? Quels sont les paramètres à estimer ? Les mesures sont-elles suffisantes pour identifier les paramètres que l'on cherche ? Si le problème reste mal posé, on se ramène à l'optimisation d'une fonction de coût : laquelle choisir ? Peut-on introduire une technique de régularisation ? Le couplage des données MEG et EEG peut sans doute être considéré comme une façon de mieux poser le

problème ou d'ajouter des mesures. La prise en compte de contraintes anatomiques (sources situées dans un ruban cortical) ou fonctionnelles (IRMF) pourrait également permettre de mieux poser le problème.

Dans sa thèse, Schwartz [1998] montre que l'erreur de recalage entre l'IRM et les positions des voies MEG ou EEG peut atteindre 3 mm même lorsque l'on procède de façon bien méthodique pour numériser ces positions. De telles erreurs de recalage se répercutent inévitablement sur la précision de la localisation. En revanche, il peut être utile de bruitez les positions individuelles des électrodes et la position de l'ensemble des voies MEG afin de mieux évaluer l'intervalle de confiance des solutions trouvées.

Enfin, une autre source d'erreur est le bruit dans les données. Nous avons vu au chapitre 4 que ce bruit corrélé spatialement peut entraîner une variation de plusieurs millimètres sur la localisation. Il faut donc agir en amont en limitant au maximum les sources de bruit au moment de l'enregistrement, puis ensuite en tenant compte de ce que l'on peut connaître du bruit dans la résolution de notre problème.

Les évaluations réalisées dans cette thèse ont été effectuées par simulation. Cette technique d'évaluation permet une meilleure compréhension de l'influence intrinsèque des différents paramètres de notre modèle : géométrie, conductivité, paramètres spécifiques à la méthode numérique de résolution, etc. Toutefois les simulations ne permettent pas de prédire l'erreur qui sera réalisée en pratique car elles ne peuvent pas complètement rendre compte de toutes les sources de bruit, y compris physiologique, des incertitudes sur les conductivités, de l'erreur due au modèle, ou des erreurs de recalage. L'utilisation de fantômes réalistes de la tête [Barth et al., 1986; Menninghaus et al., 1994; Leahy et al., 1998; Baillet et al., 2001] permet de mieux rendre compte de l'influence du bruit ambiant, de l'erreur sur le modèle et des erreurs de recalage. Lorsque c'est possible, les enregistrements de dipôles implantés chez des patients épileptiques permettent de rendre compte de la quasi-totalité des sources d'erreur, à l'exception de l'erreur sur le modèle de source. Toutefois ils ne permettent pas d'analyse systématique des erreurs comme cela est possible avec des simulations numériques. Cependant, de tels enregistrements sont précieux, et leur exploitation devrait permettre de mieux prévoir l'erreur commise par les différentes techniques de localisation des sources de l'activité électromagnétique cérébrale.

Annexe A

Le potentiel et le champ magnétique dans le modèle sphérique

1 Le potentiel électrique [Ary et al., 1981]

Soit un milieu conducteur formé de trois sphères emboîtées, de rayons R_1 , R_2 , et R_3 , et de conductivités respectives $\sigma_1 = \sigma_{scalp} = \sigma$, $\sigma_2 = \sigma_{os}$, et $\sigma_3 = \sigma_{cerveau} = \sigma$, et un dipôle d'excentricité $e = z/R_1$ sur l'axe (Oz) , et dont le moment dipolaire a pour composante radiale M_r et pour composante tangentielle M_t .

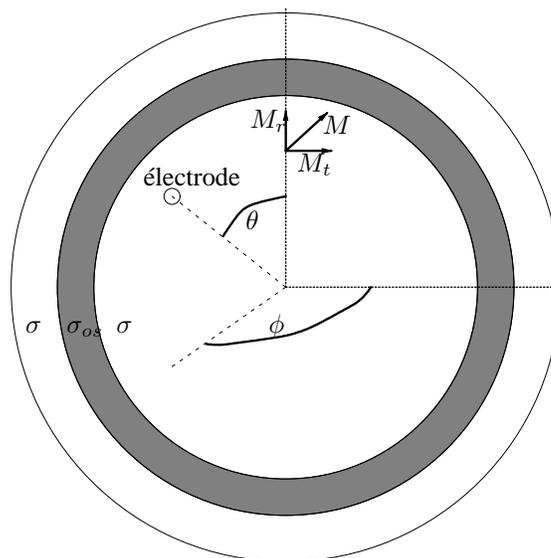


FIG. A.1: Description du modèle sphérique en EEG

⁰Cette annexe est référencée aux sections 1.2.1.3, page 15 et 3.1.1, page 58

Ary et al. [1981] ont montré que le potentiel électrique mesuré à l'électrode de coordonnées sphériques (R_1, θ, ϕ) s'écrit :

$$V(\theta, \phi) = \frac{1}{4\pi\sigma R_1^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n} \cdot e^{n-1} \left[\frac{\zeta(2n+1)^2}{(n+1)d_n} \right] [nM_r P_n(\cos\theta) + M_t P_n^1(\cos\theta)\cos\phi]$$

où :

- P_n et P_n^1 désignent respectivement le polynôme de Legendre de degré n et son premier polynôme de Legendre associé.
- $\zeta = \frac{\sigma_o s}{\sigma}$
- $d_n = [(n+1)\zeta + n] \left[\frac{n}{n+1}\zeta + 1 \right] + (1 - \zeta) [(n+1)\zeta + n] (f_1^{2n+1} - f_2^{2n+1}) - n(1 - \zeta)^2 \left(\frac{f_1}{f_2} \right)^{2n+1}$
- $f_1 = \frac{R_3}{R_1}$ et $f_2 = \frac{R_2}{R_1}$

2 Le champ magnétique [Sarvas, 1987]

De même que pour l'EEG, on peut trouver une solution analytique au problème à symétrie sphérique en MEG. Rappelons l'expression du champ magnétique ((1.2.1.11), page 17).

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_o(\vec{r}) + \frac{\mu_o}{4\pi} \sum_{j=1}^{nbsurf} (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \int_{S_j - \exists \vec{r}'} V(\vec{r}') \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \wedge d\vec{S}'$$

Calculons la composante radiale de ce champ magnétique :

$$\vec{B}(\vec{r}) \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \vec{B}_o(\vec{r}) \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} + \frac{\mu_o}{4\pi} \sum_{j=1}^{nbsurf} (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \int_{S_j - \exists \vec{r}'} V(\vec{r}') \left(\vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \wedge d\vec{S}' \right) \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

or

$$\left(\vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \wedge d\vec{S}' \right) \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \left(-\frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \wedge \frac{\vec{r}'}{|\vec{r}'|} \right) \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \vec{0}$$

donc

$$\vec{B}_r(\vec{r}) = \vec{B}(\vec{r}) \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \vec{B}_o(\vec{r}) \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{\vec{Q} \wedge \vec{r}_o}{|\vec{r} - \vec{r}_o|^3} \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$$

Par ailleurs, comme à l'extérieur de la tête, $\sigma = 0$, le rotationnel du champ magnétique est nul à l'extérieur de la tête en vertu de la quatrième équation de Maxwell. Il peut donc être dérivé d'un potentiel scalaire magnétique.

$$\vec{B} = -\mu_o \vec{\nabla} U$$

La troisième équation de Maxwell indique que la divergence du champ magnétique est nulle, donc U est harmonique, et l'on peut choisir U nulle à l'infini.

$$\begin{cases} \Delta U = 0 \\ U_\infty = 0 \end{cases}$$

Pour trouver U , on utilise l'équation :

$$U(\vec{r}) = - \int_r^\infty \frac{\partial U}{\partial r} \left(\vec{r}' \cdot \frac{\vec{r}'}{|\vec{r}'|} \right) dr' = \frac{1}{\mu_o} \int_r^\infty \vec{B}_r(\vec{r}') dr'$$

pour obtenir :

$$\begin{aligned} \vec{B}(\vec{r}) &= \vec{\nabla} \left(\frac{\mu_o}{4\pi} \int_r^\infty \frac{\vec{Q} \wedge \vec{r}_o}{|\vec{r} - \vec{r}_o|^3} \cdot \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \cdot dr' \right) \\ &= \vec{\nabla} \left(\frac{\mu_o}{4\pi} \frac{(\vec{Q} \wedge \vec{r}_o) \cdot \vec{r}}{F} \right) \\ &= \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{F \vec{Q} \wedge \vec{r}_o - \vec{\nabla} F \cdot [(\vec{Q} \wedge \vec{r}_o) \cdot \vec{r}]}{F^2} \end{aligned}$$

où

$$F = |\vec{r} - \vec{r}_o| (|\vec{r}'| |\vec{r} - \vec{r}_o| + \vec{r}'(\vec{r} - \vec{r}_o))$$

et

$$\vec{\nabla} F = \left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}_o|^2}{|\vec{r}|} + \frac{(\vec{r} - \vec{r}_o) \cdot \vec{r}}{|\vec{r} - \vec{r}_o|} + 2|\vec{r} - \vec{r}_o| + 2|\vec{r}| \right) \cdot \vec{r} - \left(|\vec{r} - \vec{r}_o| + 2|\vec{r}| + \frac{(\vec{r} - \vec{r}_o) \cdot \vec{r}}{|\vec{r} - \vec{r}_o|} \right) \cdot \vec{r}_o$$

Annexe B

Équations intégrales du potentiel et du champ magnétique

1 Équation intégrale du potentiel

1.1 Résolution de $\Delta u = f$ avec $u \in D$

La méthode des éléments frontière s'appuie sur la connaissance de la résolvante fondamentale du Laplacien en trois dimensions. En effet, au sens des distributions, on vérifie aisément, en prenant l'expression du Laplacien en coordonnées sphériques que :

$$\Delta \frac{-1}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}_o|} = \delta(\vec{r} - \vec{r}_o)$$

Pour résoudre les équations du type $\Delta u = f$ avec $u \in D$, on utilise alors $\langle \Delta u, \phi \rangle = \langle u, \Delta \phi \rangle$, et on l'applique à la résolvante du Laplacien. On obtient ainsi :

$$u(\vec{r}_o) = \langle u, \delta(\vec{r} - \vec{r}_o) \rangle = \langle \Delta u, \frac{-1}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}_o|} \rangle = \langle f, \frac{-1}{4\pi|\vec{r} - \vec{r}_o|} \rangle$$

L'application de cette formule permet le calcul de u en tout point sous forme d'équation intégrale.

1.2 Application à l'équation de Poisson [Geselowitz, 1967]

Dans notre cas, nous cherchons à résoudre le problème (1.2.1.4), page 14 :

$$\begin{cases} \nabla(\sigma \vec{\nabla} V) = \nabla(\vec{J}_p) \\ [V] = 0 \\ [\sigma \vec{\nabla} V \cdot \vec{n}] = 0 \end{cases}$$

⁰Cette annexe est référencée à la section 1.2.3.1, page 16

dans le cas où l'espace G est constitué de N compartiments G_j , $j = 1..N$ dans lesquels σ est constant. Ces compartiments sont séparés par les N surfaces fermées S_j , $j = 1..N$. Pour distinguer la conductivité de part et d'autre de la surface S_j , on la note σ_j^+ à l'extérieur de S_j et σ_j^- à l'intérieur.

Nous ne pouvons pas appliquer ce que nous venons de voir à la section précédente, puisque dans notre cas, $u = \sigma V$ présente des discontinuités. L'équation $\langle \Delta u, \phi \rangle = \langle u, \Delta \phi \rangle$ est alors à remplacer par la deuxième formule de Green : $\langle \Delta u, \phi \rangle - \langle u, \Delta \phi \rangle = [\nabla u \cdot \phi - \nabla \phi \cdot u]$. On obtient alors :

$$\langle \Delta(\sigma V), \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_o|} \rangle - \langle \sigma V, \Delta(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_o|}) \rangle = [\nabla(\sigma V) \cdot \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_o|} - \nabla \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_o|} \cdot (\sigma V)]$$

Ainsi, en tout point \vec{r}_o non situé sur une surface de discontinuité :

$$\langle \nabla(\vec{J}_p), \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_o|} \rangle + 4\pi\sigma(\vec{r}_o)V(\vec{r}_o) = [\nabla(\sigma V) \cdot \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_o|} - \nabla \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_o|} \cdot (\sigma V)]$$

Ce qui s'écrit sous forme intégrale :

$$\int_G \nabla(\vec{J}_p) \cdot \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_o|} dv + 4\pi\sigma(\vec{r}_o)V(\vec{r}_o) = \sum_{j=1}^N \int_{S_j} [\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_o|} \cdot \vec{\nabla}(\sigma V)] \cdot d\vec{S}_j - \int_{S_j} [(\sigma V) \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_o|}] \cdot d\vec{S}_j$$

La continuité du potentiel V , de $1/|\vec{r} - \vec{r}_o|$ et de son gradient, ainsi que le fait que σ est constant de part et d'autre des surfaces de discontinuités donne :

$$\int_G \nabla(\vec{J}_p) \cdot \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_o|} dv + 4\pi\sigma(\vec{r}_o)V(\vec{r}_o) = \sum_{j=1}^N \int_{S_j} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_o|} \cdot [\sigma \vec{\nabla}(V) \cdot \vec{n}] dS_j - \int_{S_j} [\sigma V \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_o|}] \cdot d\vec{S}_j$$

Or, les conditions aux limites de notre problème donnent $[\sigma \vec{\nabla}(V) \cdot \vec{n}] = 0$. Donc :

$$\sigma(\vec{r}_o)V(\vec{r}_o) = V_o(\vec{r}_o) - \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \int_{S_j} V \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_o|} \cdot d\vec{S}_j \quad (\text{B.1})$$

avec :

$$V_o(\vec{r}_o) = \frac{1}{4\pi} \int_G \vec{J}_p \cdot \vec{\nabla} \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_o|} \right) dv$$

On note au passage dans cette équation que V_o correspond au potentiel qui serait engendré par les mêmes sources dans un milieu homogène de conductivité unitaire ($\sigma = 1$).

En pratique, pour l'EEG, on mesure V à la surface du scalp, donc sur une surface de discontinuité. Cette formule n'est donc pas applicable directement. Cependant, en tenant compte de la continuité du potentiel V , on le calcule par passage à la limite en intégrant l'équation (B.1) sur une petite boule B_ϵ , de rayon ϵ , et centrée au point \vec{r}_o où l'on veut connaître V et appartenant à la surface S_i :

$$\int_{B_\epsilon} \sigma(\vec{r})V(\vec{r})dv = \int_{B_\epsilon} \left(V_o(\vec{r}) - \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \int_{S_j} V \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}|} \cdot d\vec{S}_j \right) dv$$

Or, quand ϵ tend vers 0, on a les équivalences :

$$\int_{B_\epsilon} \sigma(\vec{r}) V(\vec{r}) dv \sim \frac{4}{3} \pi \epsilon^3 V(\vec{r}_o) \left(\frac{\Omega_{i,r_o}^+}{4\pi} \sigma_i^+ + \frac{\Omega_{i,r_o}^-}{4\pi} \sigma_i^- \right)$$

et

$$\int_{B_\epsilon} \left(V_o(\vec{r}) - \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \int_{S_j} V \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}' - \vec{r}|} \cdot d\vec{S}'_j \right) dv \sim \frac{4}{3} \pi \epsilon^3 \left(V_o(\vec{r}_o) - \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \int_{S_j \setminus \exists \vec{r}_o} V \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}' - \vec{r}_o|} \cdot d\vec{S}'_j \right)$$

où Ω_{i,r_o}^+ et Ω_{i,r_o}^- sont les angles solides dont le point \vec{r}_o voit la surface S_i sur laquelle il se trouve. L'intégrale de surface sur S_j n'est pas définie quand \vec{r} se trouve sur S_j , c'est pourquoi il faut prendre sa valeur principale, notée $\int_{S_j \setminus \exists \vec{r}_o}$, et qui correspond à la limite de cette intégrale calculée sur la surface S_j privée d'un petit voisinage de \vec{r}_o lorsque la taille de ce voisinage tend vers zéro.

On aboutit ainsi à l'équation intégrale de Fredholm :

$$\left(\Omega_{i,r_o}^+ \sigma_i^+ + \Omega_{i,r_o}^- \sigma_i^- \right) V(\vec{r}_o) = 4\pi V_o(\vec{r}_o) - \sum_{j=1}^N (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \int_{S_j \setminus \exists \vec{r}_o} V \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}' - \vec{r}_o|} \cdot d\vec{S}'_j$$

2 Équation intégrale du champ magnétique [Geselowitz, 1970]

On part de l'équation (1.2.1.6), page 14 du champ magnétique :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_o(\vec{r}) - \frac{\mu_o}{4\pi} \int_G \sigma \vec{\nabla} V \wedge \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv'$$

On utilise l'identité

$$\vec{\nabla} \wedge \left(V \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) = \vec{\nabla} V \wedge \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

pour obtenir :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_o(\vec{r}) - \frac{\mu_o}{4\pi} \int_G \sigma \vec{\nabla} \wedge \left(V \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) dv'$$

L'espace V se décompose en N compartiments G_j imbriqués les uns dans les autres, tel que G_1 est délimité à l'extérieur par la surface S_1 , G_2 est délimité à l'extérieur par la surface S_2 et à l'intérieur par S_1 , et ainsi de suite jusqu'à S_N . A l'intérieur de chaque compartiment G_i , la conductivité est constante. On la note σ_i^- , c'est la conductivité à l'intérieur de S_i . La

conductivité à l'extérieur de S_i est notée σ_i^+ . Elle est égale à la σ_{i+1}^- , sauf si $i = N$, où elle vaut 0.

On a alors :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_o(\vec{r}) - \frac{\mu_o}{4\pi} \sum_{i=1}^N \sigma_i^- \int_{G_i} \vec{\nabla} \wedge \left(V \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) dv'$$

Or, si on note $\overline{G}_i = G_1 U \dots U G_i$ le théorème de Gauss donne :

$$\int_{\overline{G}_i} \vec{\nabla} \wedge \left(V \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) dv' = - \oint_{S_i} \left(V \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \wedge d\vec{S}'_i$$

On utilise alors $\overline{G}_1 = G_1$, et $G_i = \overline{G}_i - \overline{G}_{i-1}$ pour $i = 2..N$:

$$\begin{aligned} \vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_o(\vec{r}) + \frac{\mu_o}{4\pi} \sum_{i=1}^N \sigma_i^- \oint_{S_i} \left(V \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \wedge d\vec{S}'_i \\ - \frac{\mu_o}{4\pi} \sum_{i=2}^N \sigma_i^- \oint_{S_{i-1}} \left(V \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \wedge d\vec{S}'_{i-1} \end{aligned}$$

Un simple changement d'indice en utilisant $\sigma_i^+ = \sigma_{i+1}^-$ et $\sigma_N^+ = 0$ donne alors :

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_o(\vec{r}) + \frac{\mu_o}{4\pi} \sum_{i=1}^N (\sigma_i^- - \sigma_i^+) \oint_{S_i} \left(V \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \wedge d\vec{S}'_i}$$

Annexe C

Calcul des matrices dans la méthode BEM

1 Calcul des matrices BEM pour le potentiel électrique

L'équation linéaire à résoudre est l'équation de Fredholm (1.2.1.9) ($\vec{r} \in S_i$) :

$$(\sigma_i^+ \Omega_{i,r}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r}^-) V(\vec{r}) = 4\pi V_o(\vec{r}) - \sum_{j=1}^{nbsurf} (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \int_{S_j - \exists \vec{r}} V(\vec{r}') \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \cdot d\vec{S}$$

Elle est de la forme $L(u) = b$ avec :

$$\begin{cases} u = & V \\ L(u) = & \frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,r}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} u + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{nbsurf} \frac{\sigma_j^- - \sigma_j^+}{\sigma_i^+ + \sigma_i^-} \int_{S_j - \exists \vec{r}} u(\vec{r}') \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \cdot d\vec{S} \\ b = & \frac{4\pi}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} V_o \end{cases}$$

L'équation matricielle sera donc de la forme :

$$AV = V_o$$

où

$$A = (L(\phi_k)(\vec{x}_j))_{1 \leq j, k \leq n}, \quad V = (V(\vec{x}_k))_{1 \leq k \leq n}, \quad V_o = (b(\vec{x}_k))_{1 \leq k \leq n}$$

1.1 L'approche centre de masse [Hämäläinen, 1987]

Dans cette approche, les nœuds \vec{r}_k sont les centres de gravité des N triangles, notés Δ_k .

$$\phi_k(\vec{r}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \vec{r} \in \Delta_k, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

⁰Cette annexe est référencée aux sections 1.2.3.2, page 19, 1.3.2, page 35, 2.1.2, page 43, et à l'annexe F, page 153

On a donc $A_{n,p} = L(\phi_p)(\vec{r}_n)$, soit, si $\vec{r}_n \in S_i$ et $\vec{r}_p \in S_j$:

$$A_{n,p} = \frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,r_n}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r_n}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} \phi_p(\vec{r}_n) + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{nbsurf} \frac{\sigma_k^- - \sigma_k^+}{\sigma_i^+ + \sigma_i^-} \int_{S_k - \exists \vec{r}_n} \phi_p(\vec{r}) \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_n - \vec{r}|} d\vec{S}$$

Les angles solides dont les centres de gravité des triangles voient l'intérieur et l'extérieur du maillage sur lequel ils se trouvent valent 2π puisque la surface est régulière en ces points. De plus, on a $\phi_p(\vec{r}_n) = \delta_{p,n}$, et l'intégrale de surface s'annule sur tous les autres triangles que Δ_p . Soit j le numéro de la surface sur laquelle \vec{r}_p se trouve :

$$A_{n,p} = \delta_{p,n} + \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_j^- - \sigma_j^+}{\sigma_i^+ + \sigma_i^-} \int_{\Delta_p - \exists \vec{r}_n} \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_n - \vec{r}|} d\vec{S}$$

On obtient alors l'expression trouvée par Hämäläinen [1987] :

$$A_{n,p} = \delta_{p,n} - \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_j^- - \sigma_j^+}{\sigma_i^+ + \sigma_i^-} \Omega_{p,n}$$

où $\Omega_{p,n}$ est l'angle solide dont le point \vec{r}_n voit le triangle Δ_p .

1.2 L'approche interpolation linéaire [De Munck, 1992]

Dans cette approche, les nœuds \vec{r}_k sont les N sommets des triangles du maillage notés Δ_{klm} si \vec{r}_k, \vec{r}_l et \vec{r}_m sont ses sommets.

$$\phi_k(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{\det(\vec{r}, \vec{r}_l, \vec{r}_m)}{\det(\vec{r}_k, \vec{r}_l, \vec{r}_m)} & \text{si } \exists l, m, \vec{r} \in \Delta_{klm}, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

On a donc $A_{m,n} = L(\phi_n)(\vec{r}_m)$, soit, si $\vec{r}_m \in S_i$ et $\vec{r}_n \in \Delta_{klm} \in S_j$:

$$A_{m,n} = \frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,r_m}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r_m}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} \phi_n(\vec{r}_m) + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{nbsurf} \frac{\sigma_k^- - \sigma_k^+}{\sigma_i^+ + \sigma_i^-} \int_{S_k - \exists \vec{r}_m} \phi_n(\vec{r}) \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_m - \vec{r}|} d\vec{S}$$

Or $\phi_n(\vec{r}_m) = \delta_{m,n}$, et l'intégrale de surface est nulle sauf sur les triangles de la surface S_j qui ont pour sommet \vec{r}_n :

$$A_{m,n} = \frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,r_m}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r_m}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} \delta_{m,n} + \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_j^- - \sigma_j^+}{\sigma_i^+ + \sigma_i^-} \sum_{\vec{r}_n \in \Delta_{klm}} \int_{\Delta_{klm} - \exists \vec{r}_m} \phi_n(\vec{r}) \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_m - \vec{r}|} d\vec{S}$$

Posons :

$$\beta = \int_{\Delta_{klm} - \exists \vec{r}_m} \phi_n(\vec{r}) \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_m - \vec{r}|} d\vec{S}$$

Et faisons le changement d'origine du repère $\vec{y} = \vec{r} - \vec{r}_m$. La formule pour $\phi_n(\vec{y})$ est indépendante de l'origine du repère, on a donc :

$$\beta = \int_{\Delta_{kln} - \exists \vec{r}_m} \frac{\det(\vec{y}, \vec{y}_k, \vec{y}_l)}{\det(\vec{y}_n, \vec{y}_k, \vec{y}_l)} \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{y}|} \cdot d\vec{S}$$

qui s'écrit également :

$$\beta = - \int_{\Delta_{kln} - \exists \vec{r}_m} \frac{\det(\vec{y}, \vec{y}_k, \vec{y}_l)}{\det(\vec{y}_n, \vec{y}_k, \vec{y}_l)} \frac{\vec{y}}{|\vec{y}|^3} \cdot d\vec{S}$$

Posons alors $\vec{a} = (\vec{y}_k - \vec{y}_n) \wedge (\vec{y}_l - \vec{y}_n)$. Il s'agit en fait du vecteur normal au triangle dont la norme $|\vec{a}| = A$ vaut deux fois l'aire du triangle. On a alors :

$$\beta = - \int_{\Delta_{kln} - \exists \vec{r}_m} \frac{\det(\vec{y}, \vec{y}_k, \vec{y}_l)}{\det(\vec{y}_n, \vec{y}_k, \vec{y}_l)} \frac{\vec{y}}{|\vec{y}|^3} \cdot \frac{\vec{a}}{A} dS$$

Or, puisque $\vec{y}_m = \vec{0}$ et $\vec{y} \in \Delta_{kln}$:

$$\vec{y} \cdot \frac{\vec{a}}{A} = \text{dist}(\vec{y}_m, \Delta_{kln}) = \vec{y}_n \cdot \frac{(\vec{y}_k - \vec{y}_n) \wedge (\vec{y}_l - \vec{y}_n)}{A} = \vec{y}_n \cdot \frac{\vec{y}_k \wedge \vec{y}_l}{A} = \frac{\det(\vec{y}_n, \vec{y}_k, \vec{y}_l)}{A}$$

D'où :

$$\beta = - \frac{1}{A} \int_{\Delta_{kln} - \exists \vec{r}_m} \frac{\det(\vec{y}, \vec{y}_k, \vec{y}_l)}{|\vec{y}|^3} dS$$

Et :

$$\beta = - \frac{1}{A} \int_{\Delta_{kln} - \exists \vec{r}_m} \frac{\vec{y} \cdot (\vec{y}_k \wedge \vec{y}_l)}{|\vec{y}|^3} dS$$

Pour simplifier l'écriture des calculs, nous allons changer de notation. Il nous faut calculer, dans un triangle quelconque Δ_{123} , la valeur des :

$$\Omega_i = \frac{1}{A} \int_{\Delta_{123}} \frac{\vec{y} \cdot \vec{z}_i}{|\vec{y}|^3} dS, \quad i = 1, 2, 3.$$

lorsque $\vec{z}_i = \vec{y}_{i+1} \wedge \vec{y}_{i-1}$ avec, par convention, des indices définis modulo 3 : $\vec{y}_0 = \vec{y}_3$, et $\vec{y}_1 = \vec{y}_4$.

Pour calculer les Ω_i , on introduit le vecteur $\vec{\Omega}$ défini par :

$$\vec{\Omega} = \int_{\Delta_{123}} \vec{\nabla} \left(\frac{1}{|\vec{y}|} \right) \wedge d\vec{S} \quad (\text{C.1})$$

On a alors :

$$\vec{\Omega} = - \oint_{\partial \Delta_{123}} \frac{d\vec{\gamma}}{|\vec{\gamma}|} = - \sum_{i=1}^3 \int_0^1 \frac{\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i}{|\vec{y}_i + s(\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i)|} ds$$

que l'on peut intégrer explicitement :

$$\vec{\Omega} = \sum_{i=1}^3 \begin{cases} \left[\frac{\ln((\vec{y}_i + s(\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i)) \cdot (\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i) + |\vec{y}_i + s(\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i)| |\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i|)}{|\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i|} \right]_0^1 & (\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i) \\ & \text{si } (\vec{y}_i \cdot (\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i))^2 \neq |\vec{y}_i|^2 |\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i|^2 \\ \left[\frac{\ln(|\vec{y}_i + s(\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i)|)}{|\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i|} \right]_0^1 & (\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i) \\ & \text{sinon} \end{cases}$$

d'où :

$$\vec{\Omega} = \sum_{i=1}^3 \begin{cases} \frac{\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i}{|\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i|} \ln\left(\frac{\vec{y}_i \cdot (\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i) + |\vec{y}_i| |\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i|}{\vec{y}_i \cdot (\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i) + |\vec{y}_i| |\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i|}\right) & \text{si } (\vec{y}_i \cdot (\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i))^2 \neq |\vec{y}_i|^2 |\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i|^2 \\ \frac{\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i}{|\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i|} \ln\left(\frac{|\vec{y}_i + s(\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i)|}{|\vec{y}_i|}\right) & \text{sinon} \end{cases}$$

Il suffit alors de séparer la somme en deux et de faire un changement d'indice pour obtenir :

$$\vec{\Omega} = \sum_{i=1}^3 (\nu_{i-1}^0 - \nu_i^0) \vec{y}_i \quad (\text{C.2})$$

où :

$$\nu_i^0 = \begin{cases} \frac{-1}{|\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i|} \ln\left(\frac{\vec{y}_i \cdot (\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i) + |\vec{y}_i| |\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i|}{\vec{y}_i \cdot (\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i) + |\vec{y}_i| |\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i|}\right) & \text{si } (\vec{y}_i \cdot (\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i))^2 \neq |\vec{y}_i|^2 |\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i|^2 \\ \frac{-1}{|\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i|} \ln\left(\frac{|\vec{y}_i|}{|\vec{y}_{i+1}|}\right) & \text{sinon} \end{cases}$$

Nous allons à présent montrer le lien entre $\vec{\Omega}$ et les Ω_i que nous devons calculer. Pour cela, on introduit les coordonnées barycentriques de \vec{y} dans le triangle Δ_{123} : $\vec{y} = \sum_{j=1}^3 \lambda_j \vec{y}_j$, $\sum_{j=1}^3 \lambda_j = 1$. On peut alors exprimer explicitement les coordonnées barycentriques, puisque :

$$\vec{y} \cdot \vec{z}_i = \sum_{j=1}^3 \lambda_j \vec{y}_j \cdot \vec{z}_i = \lambda_i \vec{y}_i \cdot \vec{z}_i = \lambda_i \vec{y}_i \cdot (\vec{y}_{i+1} \wedge \vec{y}_{i-1}) = \lambda_i \det(\vec{y}_i, \vec{y}_{i+1}, \vec{y}_{i-1})$$

d'où :

$$\lambda_i = \frac{\vec{y} \cdot \vec{z}_i}{\det(\vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3)}$$

On injecte alors dans $\vec{\Omega}$ l'expression de \vec{y} en coordonnées barycentriques :

$$\vec{\Omega} = - \int_{\Delta_{123}} \frac{\vec{y}}{|\vec{y}|^3} \wedge d\vec{S} = - \frac{1}{\det(\vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3)} \sum_{i=1}^3 \int_{\Delta_{123}} \vec{y} \cdot \vec{z}_i \frac{\vec{y}_i}{|\vec{y}|^3} \wedge d\vec{S}$$

d'où :

$$-\det(\vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3) \vec{\Omega} = \sum_{i=1}^3 \int_{\Delta_{123}} \vec{y} \cdot \vec{z}_i \frac{\vec{y}_i}{|\vec{y}|^3} \wedge \frac{\vec{a}}{A} dS = \sum_{i=1}^3 (\Omega_i \vec{y}_i) \wedge \vec{a}$$

Ce qui donne un système de trois équations à trois inconnues, mais ne permet pas de trouver les Ω_i , car ce système est lié : $\det(\vec{y}_1 \wedge \vec{a}, \vec{y}_2 \wedge \vec{a}, \vec{y}_3 \wedge \vec{a}) = 0$. Il nous faut donc une équation supplémentaire, qui nous est donnée par :

$$\sum_{i=1}^3 \Omega_i = \frac{1}{A} \int_{\Delta_{123}} \frac{\vec{y} \cdot (\sum_{i=1}^3 \vec{z}_i)}{|\vec{y}|^3} dS = \frac{1}{A} \int_{\Delta_{123}} \frac{\vec{y} \cdot \vec{a}}{|\vec{y}|^3} dS = \int_{\Delta_{123}} \frac{\vec{y} \cdot d\vec{S}}{|\vec{y}|^3} = \Omega$$

où Ω est l'angle solide dont le point origine \vec{y}_m voit le triangle Δ_{123} . La formule analytique de cet angle solide est connue :

$$\Omega = 2 \arctan \left(\frac{\det(\vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3)}{|\vec{y}_1||\vec{y}_2||\vec{y}_3| + |\vec{y}_1|(\vec{y}_2 \cdot \vec{y}_3) + |\vec{y}_2|(\vec{y}_3 \cdot \vec{y}_1) + |\vec{y}_3|(\vec{y}_1 \cdot \vec{y}_2)} \right)$$

Le système à résoudre est donc :

$$\begin{cases} -\det(\vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3) \vec{\Omega} &= \sum_{i=1}^3 (\Omega_i \vec{y}_i) \wedge \vec{a} \\ \sum_{i=1}^3 \Omega_i &= \Omega \end{cases}$$

d'où :

$$\begin{cases} -\det(\vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3) \vec{\Omega} \cdot (\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_{i-1}) &= \sum_{j=1}^3 \Omega_j (\vec{y}_j \wedge \vec{a}) \cdot (\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_{i-1}) \\ \sum_{i=1}^3 \Omega_i &= \Omega \end{cases}$$

et :

$$\begin{cases} -\det(\vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3) \vec{\Omega} \cdot (\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_{i-1}) &= \sum_{j=1}^3 \Omega_j ((\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_{i-1}) \wedge \vec{y}_j) \cdot \vec{a} \\ \sum_{i=1}^3 \Omega_i &= \Omega \end{cases}$$

donc :

$$\begin{cases} -\det(\vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3) \vec{\Omega} \cdot (\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_{i-1}) &= (\Omega_i \vec{z}_{i-1} + \Omega_i \vec{z}_{i+1} - \Omega_{i+1} \vec{z}_i - \Omega_{i-1} \vec{z}_i) \cdot \vec{a} \\ \sum_{i=1}^3 \Omega_i &= \Omega \end{cases}$$

On injecte alors la seconde équation dans la première en utilisant $\sum_{i=1}^3 \vec{z}_i = \vec{a}$ pour trouver :

$$-\det(\vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3) \vec{\Omega} \cdot (\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_{i-1}) = \Omega_i \vec{a} \cdot \vec{a} - \Omega \vec{z}_i \cdot \vec{a}$$

D'où :

$$\Omega_i = \frac{1}{A^2} \left(\vec{z}_i \cdot \vec{a} \Omega - \det(\vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3) (\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_{i-1}) \cdot \vec{\Omega} \right)$$

Nous avons alors tous les éléments pour calculer les coefficients de la matrice :

$$A_{m,n} = \frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,r_m}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r_m}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} \delta_{m,n} - \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_j^- - \sigma_j^+}{\sigma_i^+ + \sigma_i^-} \sum_{\vec{r}_n \in \Delta_{kln}} \Omega_n(\Delta_{kln}, \vec{r}_m)$$

Les termes diagonaux nécessitent l'évaluation des angles solides Ω_{i,r_m}^+ et Ω_{i,r_m}^- , pour lesquels le temps de calcul est assez long. Pour calculer ces termes, on utilisera plutôt une propriété de la matrice, liée au fait que le potentiel est défini à une constante près : le vecteur composé uniquement de 1 est un vecteur propre de la matrice. Montrons le :

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N A_{m,n} &= \frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,r_m}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r_m}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} + \sum_{n=1}^N \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{nbsurf} \frac{\sigma_k^- - \sigma_k^+}{\sigma_i^+ + \sigma_i^-} \int_{S_k - \exists \vec{r}_m} \phi_n(\vec{r}) \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_m - \vec{r}|} \cdot d\vec{S} \\ &= \frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,r_m}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r_m}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{nbsurf} \frac{\sigma_k^- - \sigma_k^+}{\sigma_i^+ + \sigma_i^-} \int_{S_k - \exists \vec{r}_m} \left(\sum_{n=1}^N \phi_n(\vec{r}) \right) \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_m - \vec{r}|} \cdot d\vec{S} \end{aligned}$$

Or on vérifie aisément que sur tout triangle du maillage, $\sum_{n=1}^N \phi_n(\vec{r}) = 1$, d'où :

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N A_{m,n} &= \frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,r_m}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r_m}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} + \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{nbsurf} \frac{\sigma_k^- - \sigma_k^+}{\sigma_i^+ + \sigma_i^-} \int_{S_{k-\exists \vec{r}_m}} \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_m - \vec{r}'|} \cdot d\vec{S}' \\ &= \frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,r_m}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r_m}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} - \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{nbsurf} \frac{\sigma_k^- - \sigma_k^+}{\sigma_i^+ + \sigma_i^-} \Omega_{k,r_m}^- \\ &= \frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,r_m}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r_m}^- - (\sigma_i^- - \sigma_i^+) \Omega_{i,r_m}^- - \sum_{k=i+1}^{nbsurf} (\sigma_k^- - \sigma_k^+) 4\pi}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} \end{aligned}$$

Or $\sigma_k^- = \sigma_{k-1}^+$, et $\sigma_{nbsurf}^+ = 0$, d'où :

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N A_{m,n} &= \frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,r_m}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r_m}^- - (\sigma_i^- - \sigma_i^+) \Omega_{i,r_m}^- - \sigma_i^+ 4\pi}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} \\ \sum_{n=1}^N A_{m,n} &= \frac{\sigma_i^+ (\Omega_{i,r_m}^+ + \Omega_{i,r_m}^- - 4\pi)}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} = 0 \end{aligned}$$

Pour calculer les termes diagonaux, il suffit donc d'utiliser l'expression :

$$A_{m,m} = - \sum_{n=1, n \neq m}^N A_{m,n}$$

2 Calcul des matrices BEM pour le champ magnétique

Le champ magnétique dépend linéairement du potentiel selon l'équation de Geselowitz (1.2.1.11) :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_o(\vec{r}) + \frac{\mu_o}{4\pi} \sum_{j=1}^{nbsurf} (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \int_{S_{j-\exists \vec{r}}} V(\vec{r}') \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \wedge d\vec{S}'$$

Pour calculer les composantes du champ magnétique aux M spires de position \vec{r}_m et d'orientation \vec{n}_m , on calcule donc préalablement le potentiel électrique aux N nœuds \vec{r}_n du maillage. Comme en tout point des surfaces de discontinuité S_j , $V(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N V(\vec{r}_i) \phi_n(\vec{r})$, notre équation peut s'écrire sous forme matricielle :

$$B = B_o + MV$$

où :

$$\begin{cases} B &= (\vec{B}(\vec{r}_m) \cdot \vec{n}_m)_{1 \leq m \leq M} \\ B_o &= (\vec{B}_o(\vec{r}_m) \cdot \vec{n}_m)_{1 \leq m \leq M} \\ M &= \left(\frac{\mu_o}{4\pi} \sum_{j=1}^{nbsurf} (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \int_{S_{j-\exists \vec{r}_m}} \phi_n(\vec{r}') \left(\vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_m - \vec{r}'|} \wedge d\vec{S}' \right) \cdot \vec{n}_m \right)_{1 \leq n \leq N, 1 \leq m \leq M} \\ V &= (V(\vec{r}_n))_{1 \leq n \leq N} \end{cases}$$

2.1 Approche centre de masse

Dans cette approche, les nœuds \vec{r}_k sont les centres de gravité des N triangles, notés Δ_k .

$$\phi_k(\vec{r}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \vec{r} \in \Delta_k, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

On a donc, pour $\vec{r}_n \in S_j$:

$$M_{m,n} = \frac{\mu_o}{4\pi} (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \int_{\Delta_n - \exists \vec{r}_m} (\vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_m - \vec{r}|} \wedge d\vec{S}) \cdot \vec{n}_m$$

Où l'on retrouve le vecteur $\vec{\Omega}$ défini en (C.1) à la section précédente et que l'on peut calculer avec la formule (C.2) :

$$\boxed{M_{m,n} = \frac{\mu_o}{4\pi} (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \vec{\Omega}(\Delta_n, \vec{r}_m) \cdot \vec{n}_m}$$

2.2 Approche interpolation linéaire [Ferguson et al., 1994]

Dans cette approche, les nœuds \vec{r}_k sont les N sommets des triangles du maillage notés Δ_{kln} si \vec{r}_k , \vec{r}_l et \vec{r}_n sont ses sommets.

$$\phi_k(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{\det(\vec{r}, \vec{r}_l, \vec{r}_n)}{\det(\vec{r}_k, \vec{r}_l, \vec{r}_n)} & \text{si } \exists l, n, \vec{r} \in \Delta_{kln}, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

On a donc, pour $\vec{r}_n \in S_j$:

$$M_{m,n} = \frac{\mu_o}{4\pi} (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \sum_{\vec{r}_n \in \Delta_{kln}} \int_{\Delta_{kln} - \exists \vec{r}_m} \phi_n(\vec{r}) (\vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_m - \vec{r}|} \wedge d\vec{S}) \cdot \vec{n}_m$$

On est donc amené à calculer la valeur du vecteur :

$$\vec{a}_{kln}^m = \int_{\Delta_n - \exists \vec{r}_m} \phi_n(\vec{r}) (\vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_m - \vec{r}|} \wedge d\vec{S})$$

On utilise une combinaison du théorème de Stokes :

$$\int_{\Delta} \vec{\nabla} u \wedge d\vec{S} = - \oint_{\partial \Delta} u d\vec{l}$$

et de

$$\vec{\nabla}(uv) = u \vec{\nabla} v + v \vec{\nabla} u$$

pour obtenir :

$$\vec{a}_{kln}^m = - \oint_{\partial \Delta_{kln}} \frac{\phi_n(\vec{r})}{|\vec{r}_m - \vec{r}|} d\vec{l} - \int_{\Delta_{kln} - \exists \vec{r}_m} \frac{1}{|\vec{r}_m - \vec{r}|} (\vec{\nabla} \phi_n(\vec{r}) \wedge d\vec{S})$$

La somme sur tous les triangles du premier terme s'annule car chaque arête des contours des triangles est parcourue une fois dans un sens et une fois dans l'autre. Pour calculer le second terme, on évalue le gradient des fonctions-test pour $\vec{r} \in \Delta_{kln}$:

$$\vec{\nabla} \phi_n(\vec{r}) = \vec{\nabla} \frac{\det(\vec{r}, \vec{r}_k, \vec{r}_l)}{\det(\vec{r}_k, \vec{r}_l, \vec{r}_n)} = \vec{\nabla} \frac{\vec{r} \cdot (\vec{r}_k \wedge \vec{r}_l)}{\det(\vec{r}_k, \vec{r}_l, \vec{r}_n)} = \frac{\vec{r}_k \wedge \vec{r}_l}{\det(\vec{r}_k, \vec{r}_l, \vec{r}_n)}$$

Par ailleurs on peut écrire :

$$d\vec{S} = \frac{(\vec{r}_k - \vec{r}_n) \wedge (\vec{r}_l - \vec{r}_n)}{|(\vec{r}_k - \vec{r}_n) \wedge (\vec{r}_l - \vec{r}_n)|} dS = \frac{(\vec{r}_k - \vec{r}_n) \wedge (\vec{r}_l - \vec{r}_n)}{A} dS$$

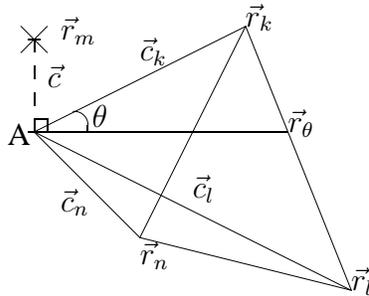
où A vaut deux fois l'aire du triangle. On a alors :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \phi_n(\vec{r}) \wedge d\vec{S} &= \frac{\vec{r}_k \wedge \vec{r}_l}{\det(\vec{r}_k, \vec{r}_l, \vec{r}_n)} \wedge \frac{(\vec{r}_k - \vec{r}_n) \wedge (\vec{r}_l - \vec{r}_n)}{A} dS \\ &= \frac{-((\vec{r}_k - \vec{r}_n) \wedge (\vec{r}_l - \vec{r}_n)) \cdot \vec{r}_l \vec{r}_k + ((\vec{r}_k - \vec{r}_n) \wedge (\vec{r}_l - \vec{r}_n)) \cdot \vec{r}_k \vec{r}_l}{\det(\vec{r}_k, \vec{r}_l, \vec{r}_n) A} dS \\ &= \frac{-\det(\vec{r}_k, \vec{r}_l, \vec{r}_n) \vec{r}_k + \det(\vec{r}_k, \vec{r}_l, \vec{r}_n) \vec{r}_l}{\det(\vec{r}_k, \vec{r}_l, \vec{r}_n) A} dS \\ &= \frac{\vec{r}_l - \vec{r}_k}{A} dS \end{aligned}$$

Et finalement :

$$\vec{a}_{kln}^m = - \oint_{\partial \Delta_{kln}} \frac{\phi_n(\vec{r})}{|\vec{r}_m - \vec{r}|} d\vec{l} - \frac{\vec{r}_l - \vec{r}_k}{A} \int_{\Delta_{kln} - \exists \vec{r}_m} \frac{dS}{|\vec{r}_m - \vec{r}|}$$

Il nous faut donc calculer $\int_{\Delta_{kln} - \exists \vec{r}_m} \frac{dS}{|\vec{r}_m - \vec{r}|}$. Pour cela on commence par faire le changement de variable $\vec{y} = \vec{r} - \vec{r}_m$, puis on note A la projection du point \vec{r}_m sur le plan du triangle, et \vec{c} le vecteur ayant pour origine \vec{r}_m et pour extrémité A .



Pour simplifier les écritures, on peut remplacer les indices k, l, n par 1, 2 et 3 respectivement, en définissant modulo 3 l'indice des points correspondants : $\vec{r}_{i+3} = \vec{r}_i$. On peut alors remarquer que l'intégrale sur le triangle Δ_{kln} est égale à la somme des intégrales sur les triangles $\Delta_{A,i,i+1}$, pondérée par un signe dépendant de l'orientation du triangle, dont la normale est notée \vec{n} .

$$\int_{\Delta_{kln}} \frac{dS}{|\vec{y}|} = \sum_{i=1}^3 \text{sgn}(\det(\vec{c}_i, \vec{c}_{i+1}, \vec{n})) \int_{\Delta_{A,i,i+1}} \frac{dS}{|\vec{y}|}$$

et on peut écrire :

$$\int_{\Delta_{A,i,i+1}} \frac{dS}{|\vec{y}|} = \int_0^{\theta_{i,i+1}} \int_0^{|\vec{c}_\theta|} \frac{r dr d\theta}{\sqrt{|\vec{c}|^2 + r^2}} = \int_0^{\theta_{i,i+1}} |\vec{y}_\theta| d\theta + |\vec{c}| \theta_{i,i+1}$$

Pour évaluer l'angle (strictement positif) $\theta_{i,i+1}$, on introduit l'angle solide sous lequel le triangle $\Delta_{A,i,i+1}$ est vu depuis le point \vec{r}_m :

$$\begin{aligned} \Omega_{A,i,i+1} &= \int_{\Delta_{A,i,i+1}} \frac{\vec{y} \cdot d\vec{S}}{|\vec{y}|^3} = -|\vec{c}| \operatorname{sgn}(\det(\vec{c}_i, \vec{c}_{i+1}, \vec{c})) \int_0^{\theta_{i,i+1}} \int_0^{|\vec{c}_\theta|} \frac{r dr d\theta}{\sqrt{|\vec{c}|^2 + r^2}^3} \\ &= -|\vec{c}| \operatorname{sgn}(\det(\vec{c}_i, \vec{c}_{i+1}, \vec{c})) \int_0^{\theta_{i,i+1}} \left[\frac{1}{\sqrt{|\vec{c}|^2 + r^2}} \right]_0^{|\vec{c}_\theta|} d\theta \\ &= \operatorname{sgn}(\det(\vec{c}_i, \vec{c}_{i+1}, \vec{c})) \theta_{i,i+1} - |\vec{c}| \operatorname{sgn}(\det(\vec{c}_i, \vec{c}_{i+1}, \vec{c})) \int_0^{\theta_{i,i+1}} \frac{1}{|\vec{y}_\theta|} d\theta \end{aligned}$$

En remplaçant θ dans notre équation, on trouve alors :

$$\begin{aligned} \int_{\Delta_{A,i,i+1}} \frac{dS}{|\vec{y}|} &= \int_0^{\theta_{i,i+1}} \frac{|\vec{y}_\theta|^2 - |\vec{c}|^2}{|\vec{y}_\theta|} d\theta - |\vec{c}| \operatorname{sgn}(\det(\vec{c}_i, \vec{c}_{i+1}, \vec{c})) \Omega_{A,i,i+1} \\ &= \int_0^{\theta_{i,i+1}} \frac{|\vec{c}_\theta|^2}{|\vec{y}_\theta|} d\theta - |\vec{c}| \operatorname{sgn}(\det(\vec{c}_i, \vec{c}_{i+1}, \vec{c})) \Omega_{A,i,i+1} \end{aligned}$$

On fait alors le changement de variable α tel que $\vec{c}_\theta = \vec{c}_i + \alpha(\vec{c}_{i+1} - \vec{c}_i)$:

$$\frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\vec{c}_i \cdot \vec{c}_\theta}{|\vec{c}_i \wedge \vec{c}_\theta|}$$

d'où, comme $\vec{c}_i \wedge \vec{c}_\theta = \alpha \vec{c}_i \wedge \vec{c}_{i+1}$:

$$\frac{-1}{\sin^2 \theta} d\theta = \frac{\vec{c}_i \cdot (\vec{c}_{i+1} - \vec{c}_i) |\vec{c}_i \wedge \vec{c}_\theta| - \vec{c}_i \cdot \vec{c}_\theta |\vec{c}_i \wedge \vec{c}_{i+1}|}{|\vec{c}_i \wedge \vec{c}_\theta|^2} d\alpha$$

et comme $|\vec{c}_i \wedge \vec{c}_\theta|^2 = |\vec{c}_i|^2 |\vec{c}_\theta|^2 \sin^2 \theta$:

$$-|\vec{c}_i|^2 |\vec{c}_\theta|^2 d\theta = \vec{c}_i \cdot (\alpha(\vec{c}_{i+1} - \vec{c}_i) - \vec{c}_\theta) |\vec{c}_i \wedge \vec{c}_{i+1}| d\alpha = -|\vec{c}_i|^2 |\vec{c}_i \wedge \vec{c}_{i+1}| d\alpha$$

soit :

$$|\vec{c}_\theta|^2 d\theta = |\vec{c}_i \wedge \vec{c}_{i+1}| d\alpha$$

On peut alors écrire :

$$\int_{\Delta_{A,i,i+1}} \frac{dS}{|\vec{y}|} = \int_0^1 \frac{|\vec{c}_i \wedge \vec{c}_{i+1}|}{|\vec{y}_i + \alpha(\vec{y}_{i+1} - \vec{y}_i)|} d\alpha - |\vec{c}| \operatorname{sgn}(\det(\vec{c}_i, \vec{c}_{i+1}, \vec{c})) \Omega_{A,i,i+1}$$

d'où :

$$\int_{\Delta_{A,i,i+1}} \frac{dS}{|\vec{y}|} = |\vec{c}_i \wedge \vec{c}_{i+1}| \nu_i^o - |\vec{c}| \operatorname{sgn}(\det(\vec{c}_i, \vec{c}_{i+1}, \vec{c})) \Omega_{A,i,i+1}$$

où l'on retrouve les ν_i^o définis en (C.2). En regroupant ces résultats, on trouve alors :

$$\begin{aligned} \int_{\Delta_{kln}} \frac{dS}{|\vec{y}|} &= \sum_{i=1}^3 \text{sgn}(\det(\vec{c}_i, \vec{c}_{i+1}, \vec{n})) (|\vec{c}_i \wedge \vec{c}_{i+1}| \nu_i^o - |\vec{c}| \text{sgn}(\det(\vec{c}_i, \vec{c}_{i+1}, \vec{c})) \Omega_{A,i,i+1}) \\ &= \sum_{i=1}^3 (\vec{c}_i \wedge \vec{c}_{i+1}) \cdot \vec{n} \nu_i^o - \vec{c} \cdot \vec{n} \Omega_{kln} \end{aligned}$$

et donc :

$$M_{m,n} = \frac{\mu_o}{4\pi} (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \sum_{\vec{r}_n \in \Delta_{kln}} \frac{\vec{r}_k - \vec{r}_l}{A_{\Delta_{kln}}} \left(\sum_{i=1}^3 (\vec{c}_i \wedge \vec{c}_{i+1}) \cdot \vec{n}_{\Delta_{kln}} \nu_i^o - \vec{c} \cdot \vec{n}_{\Delta_{kln}} \Omega_{kln} \right)$$

Annexe D

Influence de la conductivité en EEG et en MEG

Cette annexe montre que l'EEG dépend inversement d'un facteur multiplicatif affectant toutes les conductivités alors que la MEG ne dépend que des rapports entre les conductivités des différents milieux.

1 Effet d'un facteur multiplicatif affectant toutes les conductivités en EEG

Le potentiel électrique est donné par l'équation de Fredholm (1.2.1.9 page 16) :

$$(\sigma_i^+ \Omega_{i,r}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r}^-) V(\vec{r}) = 4\pi V_o(\vec{r}) - \sum_{j=1}^{nbsurf} (\sigma_j^- - \sigma_j^+) \int_{S_j - \exists \vec{r}'} V(\vec{r}') \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \cdot d\vec{S}$$

où

$$V_o(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_G \vec{J}_p \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv$$

Le potentiel V_o ne dépend pas des conductivités du milieu. En revanche, si V est solution de l'équation de Fredholm avec des valeurs de conductivité σ_k , $k \in [1..nbsurf]$, alors $\frac{1}{\lambda} V$ est également solution de l'équation de Fredholm lorsque les conductivités des milieux ont pour valeurs $\lambda \sigma_k$, $k \in [1..nbsurf]$. *Le potentiel électrique est donc inversement proportionnel à un facteur multiplicatif affectant toutes les conductivités.*

⁰Cette annexe est référencée aux sections 1.2.2, page 16, et 4.1, page 94

2 Effet d'un facteur multiplicatif affectant toutes les conductivités en EEG

Le champ magnétique est donné par la loi de Biot et Savard (1.2.1.6 page 14) :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B}_o(\vec{r}) - \frac{\mu_o}{4\pi} \int_G \sigma(\vec{r}') \vec{\nabla} V \wedge \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv'$$

où

$$\vec{B}_o(\vec{r}) = \frac{\mu_o}{4\pi} \int_G \vec{J}_p(\vec{r}') \wedge \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv'$$

et V est solution de l'équation de Fredholm.

\vec{B}_o ne dépend pas des conductivités du milieu. Si V est solution de l'équation de Fredholm avec des valeurs de conductivité σ_k , $k \in [1..nbsurf]$, et \vec{B} le champ magnétique donné par la loi de Biot et Savard pour cette valeur de V , alors lorsque les conductivités des milieux sont $\lambda\sigma_k$, $k \in [1..nbsurf]$, la solution de l'équation de Fredholm est $\frac{1}{\lambda}V$ et le champ magnétique donné par la loi de Biot et Savard est à nouveau \vec{B} . *Le champ magnétique n'est pas affecté par un facteur multiplicatif de toutes les conductivités.*

Annexe E

Forme matricielle de l'approche problème isolé

1 Introduction

L'approche problème isolé consiste à résoudre dans un premier temps un problème simplifié où le modèle est constitué de $p < n$ couches, puis d'utiliser la solution ainsi trouvée pour modifier le second membre du problème initial à n couches, afin d'obtenir une meilleure précision numérique. Sous la forme matricielle, l'équation du problème à n couches s'écrit :

$$A.V = V_o$$

Pour chaque couche, on peut définir les blocs correspondants des matrices A et V_o , on obtient alors le découpage suivant :

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & \dots & A_{1p} & \dots & A_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{p1} & \dots & A_{pp} & \dots & A_{pn} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & \dots & A_{np} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix} \text{ et } V_o = \begin{pmatrix} V_{o1} \\ \vdots \\ V_{op} \\ \vdots \\ V_{on} \end{pmatrix}$$

Pour le problème à p couches, les conductivités seront notées $\tilde{\sigma}$ et pour le problème à n couches, σ . On a alors :

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_i^+ &= \tilde{\sigma}_i^- = 0 \text{ pour } i = 1, \dots, p-1 \\ \tilde{\sigma}_p^+ &= 0, \tilde{\sigma}_p^- = \sigma_p^-, \text{ et} \\ \tilde{\sigma}_i^+ &= \sigma_i^+ \text{ et } \tilde{\sigma}_i^- = \sigma_i^- \text{ pour } i = p+1, \dots, n. \end{aligned}$$

⁰Cette annexe est référencée à la section 1.2.3.4, page 20

2 Problème à p couches.

Le potentiel électrique est régi en tout point par l'équation :

$$\frac{\tilde{\sigma}_i^+ \Omega_{i,\vec{r}}^+ + \tilde{\sigma}_i^- \Omega_{i,\vec{r}}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} V_1(\vec{r}) = \frac{4\pi}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} V_o(\vec{r}) - \sum_{k=p}^n \frac{\tilde{\sigma}_k^- - \tilde{\sigma}_k^+}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} \int_{S_k \setminus \exists \vec{r}} V_1(\vec{r}') \vec{\nabla} \frac{1}{R} \cdot d\vec{S}'_k$$

qui se met sous la forme matricielle :

$$\boxed{MU_1 \cdot V_1 = V_{o1}}$$

où :

$$MU_1 = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_p^+ + \sigma_p^-}{\sigma_p^- - \sigma_p^+} A_{pp} & A_{p,p+1} & \dots & A_{pn} \\ A_{p+1,p} & A_{p+1,p+1} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ A_{np} & \dots & \dots & A_{nn} \end{pmatrix} + D \text{ et } V_{o1} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_p^- + \sigma_p^+}{\sigma_p^-} V_{op} \\ V_{op+1} \\ \vdots \\ V_{on} \end{pmatrix}$$

D est une matrice diagonale donnée par $\sum_{j=p}^n (MU_1)_{ij} = 0, i = p \dots n$

3 Passage au problème à n couches

Pour le problème à n couches on pose :

$$V(\vec{r}) = V_1(\vec{r}) + V_2(\vec{r})$$

Où V_1 nous est donné par le problème isolé, et l'on cherchera donc à calculer V_2 . Écrivons les équations régissant V en remplaçant le terme V_o par son expression dans le problème isolé.

$$\frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,\vec{r}}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,\vec{r}}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} V(\vec{r}) = \frac{4\pi}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} V_o(\vec{r}) - \sum_{k=1}^n \frac{\sigma_k^- - \sigma_k^+}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} \int_{S_k \setminus \exists \vec{r}} V(\vec{r}') \vec{\nabla} \frac{1}{R} \cdot d\vec{S}'_k$$

avec :

$$\frac{4\pi}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} V_o(\vec{r}) = \frac{\tilde{\sigma}_i^+ \Omega_{i,\vec{r}}^+ + \tilde{\sigma}_i^- \Omega_{i,\vec{r}}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} V_1(\vec{r}) + \sum_{k=p}^n \frac{\tilde{\sigma}_k^- - \tilde{\sigma}_k^+}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} \int_{S_k \setminus \exists \vec{r}} V_1(\vec{r}') \vec{\nabla} \frac{1}{R} \cdot d\vec{S}'_k$$

d'où :

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,\vec{r}}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,\vec{r}}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} V_2(\vec{r}) = & \left[\frac{\tilde{\sigma}_i^+ \Omega_{i,\vec{r}}^+ + \tilde{\sigma}_i^- \Omega_{i,\vec{r}}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} V_1(\vec{r}) - \frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,\vec{r}}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,\vec{r}}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} V_1(\vec{r}) + \right. \\ & \left. \sum_{k=p}^n \frac{\tilde{\sigma}_k^- - \tilde{\sigma}_k^+}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} \int_{S_k \setminus \exists \vec{r}} V_1(\vec{r}') \vec{\nabla} \frac{1}{R} \cdot d\vec{S}'_k - \sum_{k=1}^n \frac{\sigma_k^- - \sigma_k^+}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} \int_{S_k \setminus \exists \vec{r}} V_1(\vec{r}') \vec{\nabla} \frac{1}{R} \cdot d\vec{S}'_k \right] \\ & - \sum_{k=1}^n \frac{\sigma_k^- - \sigma_k^+}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} \int_{S_k \setminus \exists \vec{r}} V_2(\vec{r}') \vec{\nabla} \frac{1}{R} \cdot d\vec{S}'_k \end{aligned}$$

On appellera par la suite les termes entre crochets $V_{o2}(\vec{r})$. On a alors :

$$V_{o2}(\vec{r}) = -\frac{\delta_{i,p}\sigma_p^+\Omega_{p,\vec{r}}^+}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)}V_1(\vec{r}) + \frac{\sigma_p^+}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)}\int_{S_p\setminus\exists\vec{r}} V_1(\vec{r}')\vec{\nabla}\frac{1}{R}.d\vec{S}'_p$$

De plus, si on applique A à :

$$\begin{cases} \tilde{V}_1(\vec{r}) = V_1(\vec{r}) & \text{si } \vec{r} \in S_p \\ \tilde{V}_1(\vec{r}) = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

on obtient :

$$A\tilde{V}_1(\vec{r}) = \frac{\sigma_p^- - \sigma_p^+}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)}\int_{S_p\setminus\exists\vec{r}} \tilde{V}_1(\vec{r}')\vec{\nabla}\frac{1}{R}.d\vec{S}'_p + \delta_{i,p}\frac{\sigma_p^+\Omega_{p,\vec{r}}^+ + \sigma_p^-\Omega_{p,\vec{r}}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)}\tilde{V}_1(\vec{r})$$

On peut alors écrire :

$$\begin{aligned} V_{o2}(\vec{r}) &= \frac{\sigma_p^+}{\sigma_p^- - \sigma_p^+}A\tilde{V}_1(\vec{r}) - \delta_{i,p}\frac{\sigma_p^+}{\sigma_p^- - \sigma_p^+}\frac{\sigma_p^+\Omega_{p,\vec{r}}^+ + \sigma_p^-\Omega_{p,\vec{r}}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)}\tilde{V}_1(\vec{r}) - \frac{\delta_{i,p}\sigma_p^+\Omega_{p,\vec{r}}^+}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)}V_1(\vec{r}) \\ V_{o2}(\vec{r}) &= \frac{\sigma_p^+}{\sigma_p^- - \sigma_p^+}A\tilde{V}_1(\vec{r}) - \delta_{i,p}\frac{\sigma_p^+}{\sigma_p^- - \sigma_p^+}\left(\frac{\sigma_p^+\Omega_{p,\vec{r}}^+ + \sigma_p^-\Omega_{p,\vec{r}}^- + (\sigma_p^- - \sigma_p^+)\Omega_{p,\vec{r}}^+}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)}\right)V_1(\vec{r}) \\ V_{o2}(\vec{r}) &= \frac{\sigma_p^+}{\sigma_p^- - \sigma_p^+}A\tilde{V}_1(\vec{r}) - \delta_{i,p}\frac{\sigma_p^+}{\sigma_p^- - \sigma_p^+}\left(\frac{\sigma_p^-(\Omega_{p,\vec{r}}^- + \Omega_{p,\vec{r}}^+) + \sigma_p^+(\Omega_{p,\vec{r}}^+ - \Omega_{p,\vec{r}}^-)}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)}\right)V_1(\vec{r}) \\ V_{o2}(\vec{r}) &= \frac{\sigma_p^+}{\sigma_p^- - \sigma_p^+}A\tilde{V}_1(\vec{r}) - \frac{2\sigma_p^+\sigma_p^-}{(\sigma_p^- - \sigma_p^+)(\sigma_p^+ + \sigma_p^-)}\tilde{V}_1(\vec{r}) \end{aligned}$$

V_2 est alors solution de l'équation matricielle :

$$\boxed{AV_2 = V_{o2}}$$

avec

$$V_{o2} = \frac{\sigma_p^+}{\sigma_p^- - \sigma_p^+} \begin{pmatrix} A_{11} & \dots & A_{1p} & \dots & A_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{p1} & \dots & A_{pp} & \dots & A_{pn} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & \dots & A_{np} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ V_{1p} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{2\sigma_p^+\sigma_p^-}{\sigma_p^{-2} - \sigma_p^{+2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ V_{1p} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Annexe F

Calcul des matrices dans l'approche LINT BEM avec des triangles courbes

1 Approche LINT sur un triangle plat

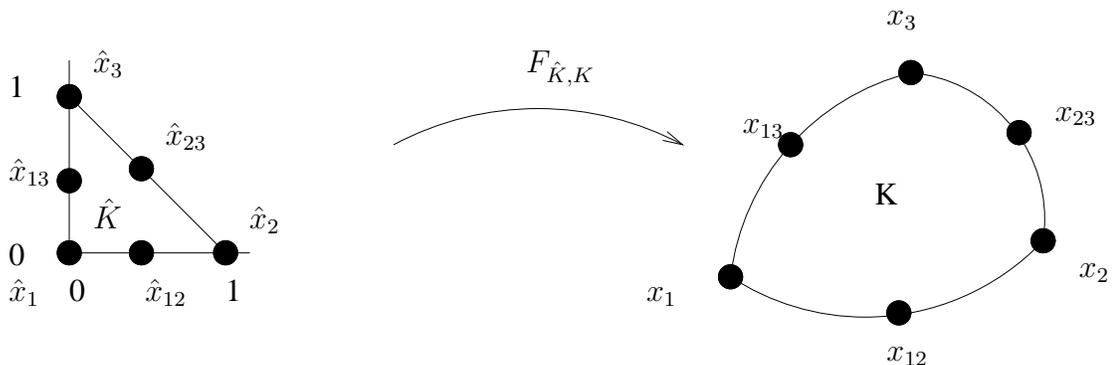
La matrice s'écrit :

$$A_{m,n} = \frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,r_m}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r_m}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} \delta_{m,n} + \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_j^- - \sigma_j^+}{\sigma_i^+ + \sigma_i^-} \sum_{\vec{r}_n \in \Delta_{kln}} \int_{\Delta_{kln} - \exists \vec{r}_m} \phi_n(\vec{r}) \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_m - \vec{r}|} \cdot d\vec{S}$$

et l'intégrale est calculée analytiquement avec les formules de De Munck qui sont données en annexe C.

2 Approche LINT sur un triangle courbe

Le triangle courbe K est défini comme suit : soit \hat{K} le triangle plat de référence qui a pour sommets $(0,0)$, $(0,1)$ et $(1,0)$. Il existe une transformation $F_{\hat{K},K}$ de l'espace affine, polynômiale de degré 2, telle que $F_{\hat{K},K}(\hat{K}) = K$.



⁰Cette annexe est référencée à la section 2.2, page 54

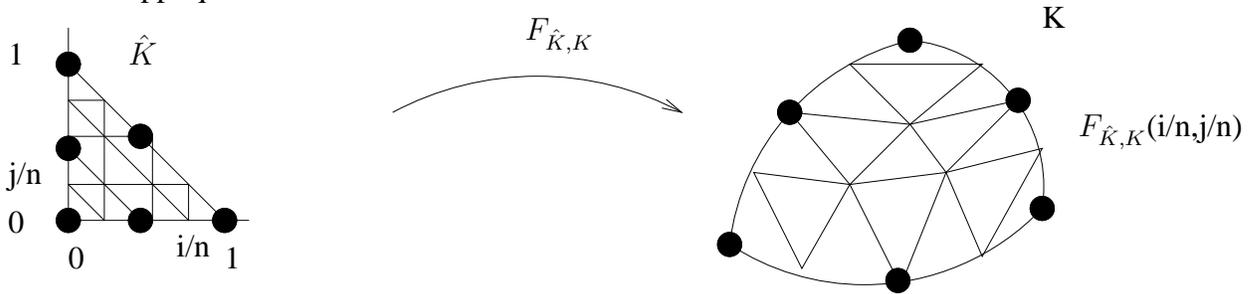
On peut alors écrire l'équation paramétrique du triangle dans \mathbb{R}^3 sous la forme :

$$F_{\hat{K},K}(u, v) = f_1(u, v)x_1 + f_2(u, v)x_2 + f_3(u, v)x_3 + f_{12}(u, v)x_{12} + f_{13}(u, v)x_{13} + f_{23}(u, v)x_{23}$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq u + v \leq 1, \\ u \in [0, 1], \\ v \in [0, 1], \\ K \text{ a pour sommets } x_1, x_2, x_3, \\ K \text{ a pour milieux de ses côtés } x_{12}, x_{13}, x_{23}, \\ f_1(u, v) = (1 - u - v)(1 - 2u - 2v), \\ f_2(u, v) = u(2u - 1), \\ f_3(u, v) = v(2v - 1), \\ f_{12}(u, v) = 4u(1 - u - v), \\ f_{13}(u, v) = 4v(1 - u - v), \\ f_{23}(u, v) = 4uv. \end{array} \right.$$

Les f sont les fonctions de base P2 des éléments finis. Le calcul de l'intégrale sur K est alors modifié, car pour une surface courbe les formules de De Munck ne s'appliquent pas. On propose alors de subdiviser le triangle K en petits triangles plats sur lesquels les formules de De Munck s'appliquent.



Le calcul de la matrice s'écrit :

$$A_{m,n} = \frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,r_m}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r_m}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} \delta_{m,n} + \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_j^- - \sigma_j^+}{\sigma_i^+ + \sigma_i^-} \sum_{\vec{r}_n \in \Delta_{kln}} \int_{\Delta_{kln} - \exists \vec{r}_m} \tilde{\phi}_n(\vec{r}) \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_m - \vec{r}|} d\vec{S}$$

Où

$$\tilde{\phi}_n(\vec{r}) = \phi_3(F_{\hat{K},\Delta_{kln}}^{-1}(\vec{r})), \quad \forall \vec{r} \in \Delta_{kln}$$

Découpons, comme le propose De Munck, le triangle courbe Δ_{kln} en petits triangles plats. On a alors :

$$\int_{\Delta_{kln}} \tilde{\phi}_n(\vec{r}) \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_m - \vec{r}|} d\vec{S} \approx \sum_{\Delta_{pqr} \subset \Delta_{kln}} \int_{\Delta_{pqr}} \tilde{\phi}_n(\vec{r}) \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_m - \vec{r}|} d\vec{S}'$$

avec

$$\tilde{\phi}_n(\vec{r}) = \tilde{\phi}_n(\vec{r}_p)\phi_p(\vec{r}) + \tilde{\phi}_n(\vec{r}_q)\phi_q(\vec{r}) + \tilde{\phi}_n(\vec{r}_r)\phi_r(\vec{r}), \forall \vec{r} \in \Delta_{pqr}$$

Ainsi, en stockant les $\tilde{\phi}_n(\vec{r}_i)$ lors de la construction du maillage, on peut calculer la matrice de la méthode des intégrales de surface avec l'équation suivante :

$$A_{m,n} = \frac{\sigma_i^+ \Omega_{i,r_m}^+ + \sigma_i^- \Omega_{i,r_m}^-}{2\pi(\sigma_i^+ + \sigma_i^-)} \delta_{m,n} + \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_j^- - \sigma_j^+}{\sigma_i^+ + \sigma_i^-} \sum_{\vec{r}_n \in \Delta_{klm}} \sum_{\Delta_{pqr} \subset \Delta_{klm}} \sum_{i=p,q,r} \tilde{\phi}_n(\vec{r}_i) \int_{\Delta_{pqr}} \phi_i(\vec{r}) \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}_m - \vec{r}|} \cdot d\vec{S}$$

Cette fois, les intégrales peuvent bien être calculées avec les formules de De Munck.

Annexe G

Article paru dans : Clinical

Neurophysiology 110 (1999) 2176-2188

An evaluation of dipole reconstruction accuracy with spherical and realistic head models in MEG.

A. Crouzeix¹, B. Yvert, O. Bertrand, J. Pernier

Mental Processes and Brain Activation, INSERM U280, Lyon, France

Keywords

Magnetoencephalography, Realistic head model, Spherical head model, Dipole localization, Boundary Element Method, inverse problem.

Abstract

MEG forward problem has been solved for about 2000 dipoles placed on the brain surface using a very fine three-layer realistic model of the head and the Boundary Element Method (BEM). For each dipole, spherical models, one-layer realistic BEM models and coarser three-layer realistic BEM models were used to reconstruct the dipole. It was found that the localization bias induced by using a spherical model of the head increased from 2.5 mm in the upper part of the head to 12 mm in the lower part, on average. It was also found that, for the same computing time, a three-layer model of the head gave on average 2 mm better localization errors than a one-layer model of the head. Orientation errors of less than 20° could only be retrieved with a three-layer realistic model. Localization and orientation errors highly depended on the dipole position in the brain.

1 Introduction

The spherical head model is widely used for estimating sources of the electrical brain activity from magnetoencephalographic signals (MEG). The general belief that spherical model is more accurate for MEG than for electroencephalographic signals (EEG) stems from the fact that MEG does not depend on conductivity ratios between layers in a spherical geometry. The bias induced on dipole reconstruction by the spherical approximation has been systematically tested for magnetic data by Fuchs et al. [1998], but only using a 1-layer realistic model of the head.

More sophisticated spherical models consisting of eccentric spheres have been proposed in MEG by [Meijs and Peters, 1987a], and further studied by [Cuffin, 1991] in terms of varying

¹Corresponding author. Anne Crouzeix, INSERM - Unité 280, 151, Cours Albert Thomas, F-69424 Lyon cedex 03, France. Tel +33 -(0)4 72 68 19 01 ; fax +33-(0)4 72 68 19 02. E-mail : crouzeix@lyon151.inserm.fr

skull and scalp thicknesses. The difference in localization accuracy between the concentric sphere model and these models was found to be negligible (0.3 mm error). However, only one tangential dipole placed on an axis of symmetry of the model geometry was considered.

More realistic head models have been introduced by Hämäläinen [1987]; Meijs et al. [1987b]. Magnetic resonance images (MRI) segmentation is used to obtain meshes for real-shaped skull, scalp and brain, and the Boundary Element Method (BEM) can then be applied to solve the forward problem. Since magnetic field is less sensitive to conductivity distribution, it is often considered that a model with only the brain layer is sufficient. In Zanow [1997], the localization error obtained on data generated by a one-layer realistic model with a spherical inverse model was ranging from 1 mm for superficial dipoles near the vertex to 25 mm for deeper frontal dipoles. In Tomita et al. [1996], a similar simulation gave localization errors ranging from 0.67 mm for a shallow occipital dipole to 21 mm for the deepest frontal dipole. The orientation error for almost tangential dipoles was ranging from 1° to 63° . However, 12 of the 15 dipoles had orientation errors less than 10° . In Fuchs et al. [1998], a systematic simulation study with about 3600 dipoles and a 1-layer realistic model for generating the data showed that the localization error using a spherical model ranged from 0.4 mm to 45.1 mm for tangential dipoles in a 122 channels helmet system. Smaller localization errors were obtained for tangential dipoles located near the pick-up coils.

Beside those simulation studies, the spherical model accuracy was also tested experimentally in MEG, using realistic phantoms of the head, or implanted dipoles in epileptic patients undergoing presurgical intracerebral recordings.

In Barth et al. [1986], a human cadaver head in which the brain had been replaced with salt jelly was used. Five dipoles and 81 sequentially recorded positions for the single MEG sensor were used. Localization errors obtained with a spherical model ranged from 1.3 mm for shallow sources to 9.5 mm for the deepest sources. In Menninghaus et al. [1994b], a nonconducting plastic skull filled with a saline solution was used, corresponding to a one-layer physical model of the head. Localization errors ranging from 3 mm to 9 mm were found for 4 dipoles with the 37 sensor configuration of the BTI system (MAGNES(R)). In Leahy et al. [1998], a human skull was impregnated and filled with saline gelatin, and coated with latex to obtain a three-layer physical model of the head. Magnetic fields successively generated by 32 dipoles (left central sulcus, left calcarine fissure, and frontal area) were recorded with a Neuromag-122 planar gradiometer. Using a spherical model, and the R-MUSIC localization method, they found errors ranging from 1 mm to 17 mm. The BEM, based on realistically deformed spherical meshes, led to a 0.5-mm improvement of the localization error only.

In Cohen et al. [1990]; Cohen and Cuffin [1991]; Balish et al. [1991] MEG localization errors using implanted dipoles were found to be ranging from 3 mm to 20 mm, with a mean

varying from 8 to 10 mm, strongly depending on the dipole depth, and provided that the signal-to-noise ratio ($SNR = \sqrt{\frac{\langle B(t)^2 \rangle_{dipole\ on}}{\langle B(t)^2 \rangle_{dipole\ off}}}$) was greater than 10. However, SNR was acceptable for only a few dipoles, possibly because most dipoles had a radial orientation with respect to the inner skull surface. InRose et al. [1991] 3 implanted dipoles in the infero-temporal lobe were localized within 1-4 mm.

The localization errors found in these simulation and experimental studies using the spherical head model for dipole reconstruction are summarized in Table G.1. However, most of these MEG studies considered very few dipole locations.

Yvert et al. [1997] reported a systematic evaluation of the dipole localization accuracy obtained from electrical signals with a spherical model. The work presented here aims at extending this study to the magnetic case.

For a given 143 MEG sensor configuration, magnetic fields were computed with a very fine realistic 3-layer BEM model for 2003 dipoles distributed on the cortical surface. Then, the localization bias due to the use of a spherical head model, a one-layer realistic BEM model, or a coarse three-layer realistic BEM model were studied. Dipole orientation errors were also systematically evaluated in the case of realistic geometries. This aspect was less frequently reported in the literature [Tomita et al., 1996; Leahy et al., 1998].

This MEG simulation study focused on the evaluation of the localization bias due to different level of geometrical approximations of the fine reference model. The influence of other sources of errors such as background recording noise or coil location uncertainties are beyond the scope of this paper.

Authors	MEG data	Number of dipoles	Dipole depth (mm)	Dipole orientation	Localization error (mm)
Cuffin [1991]	simulated data, ecc. sph. model	1	31	Tangential	0.3
Zanow [1997]	simulated data, one-layer realistic model	30	7 - 53	Tangential	1 - 25
Tomita et al. [1996]	simulated data, one-layer realistic model	15	$\approx 15-55$	Tangential	0.7 - 21.4
Fuchs et al. [1998]	simulated data, one-layer realistic model	≈ 3600	$\approx 0-80$	1/3 Tangential, 1/3 intermediate, 1/3 radial	0.4-45.1, 0.2-70.9, 13.1-87.9
Barth et al. [1986]	Human cadaver	5	$\approx 20 - 75$	Variable	1.3 - 9.5
Menninghaus et al. [1994b]	Phantom, one-layer	4	10 - 30	Tangential	3 - 9
Leahy et al. [1998]	Phantom, 3-layer	32	10 - 41	Variable	1 - 17 ($SNR < 4$)
Balish et al. [1991]	Implanted dipoles	19	20 - 63	Tangential	3 - 40 3-20 for $SNR > 10$
Cohen et al. [1990]	Implanted dipoles	12	$\approx 30 - 45$	10 radial 2 tangential	4 - 40 4-13 for $SNR > 1$
Rose et al. [1991]	Implanted dipoles	3	$\approx 15 - 45$	Tangential	1 - 4

TAB. G.1: Localization errors found in the literature using the concentric sphere model for inverse computations and simulated or real magnetic data. SNR : signal to noise ratio.

2 Methods

2.1 Mesh generation

Meshes for the BEM were derived from a stack of MRI slices following a three-step method : First, from each MRI slice, scalp, skull and brain contours were extracted. Second, contours were meshed together following the method described in [Yvert et al., 1995] leading to very refined meshes (about 20000 nodes). Third, mesh density was reduced according to the simplification technique proposed by Algorri and Schmitt [1996] in order to obtain a tolerable number of triangles for practical use (Table G.2).

2.2 Forward model

The simulated MEG data were computed using the BEM with linear interpolation of the potential on the surface elements [De Munck, 1992; Ferguson et al., 1994] and the isolated problem approach [Meijs et al., 1987b; Hämäläinen, 1987]. The model used for this computation (called REF model in the following) had about 4500 nodes and a high triangle density (mean : 3 triangles/cm²)(Table G.2) and is shown in Fig. G.1. The normalized conductivity values were 1,1/80,1 for the scalp, skull and brain compartments respectively, as suggested in Rush and Driscoll [1968] and Homma et al. [1995].

Model name	Model type	Number of layers	Number of nodes per layer	Triangle density (<i>tri./cm²</i>) scalp-skull-brain
Forward problem				
REF	Realistic	3	1500	2.1 - 3 - 4
Inverse problem				
GLSPH	Global best-fitting sphere	-	-	-
LOCSPH	Local best-fitting sphere	-	-	-
1L900	Realistic	1	900	2.6
3L300	Realistic	3	300	0.5 - 0.7 - 1.2
3L900	Realistic	3	900	1.9 - 1.8 - 2.6

TAB. G.2: Characteristics of the models used for the forward and inverse problem.

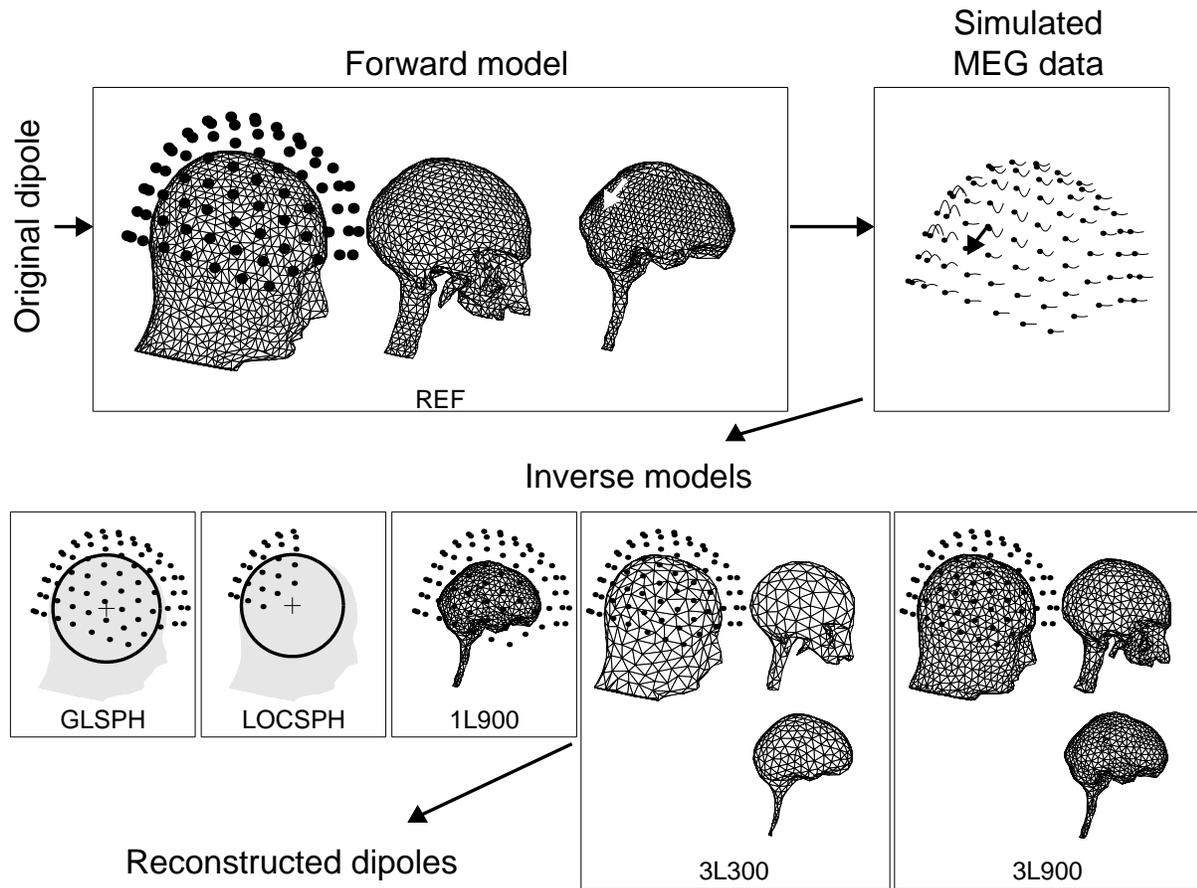


FIG. G.1: Simulation procedure. Models used for the forward and inverse procedure are presented with superimposed pickup coils positions. REF is a three-layer realistic model with a triangle density of $3 \text{ tri}/\text{cm}^2$, and is used for creating the simulated MEG data. GLSPH and LOCSPH are spherical models used for inverse computations. 1L900 is a one-layer realistic model with $2.6 \text{ tri}/\text{cm}^2$, 3L300 and 3L900 are three-layer models with $0.7 \text{ tri}/\text{cm}^2$ and $1.8 \text{ tri}/\text{cm}^2$ respectively.

A linear interpolation method being used for the BEM, a key feature of the meshes considered in this study is the number of nodes which determines directly the size of the matrix equations to be solved.

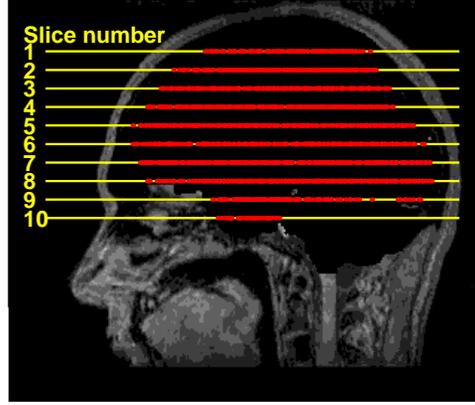
2.3 MEG sensor configuration

MEG data were computed on a whole-head sensor configuration from the CTF company (143 first order gradiometers, with a baseline coil 5 cm away from the pickup coils). This arrangement was realistically positioned around the REF model (Fig. G.1). The distance between scalp and sensors was as much constant as possible (minimum distance : 19 mm).

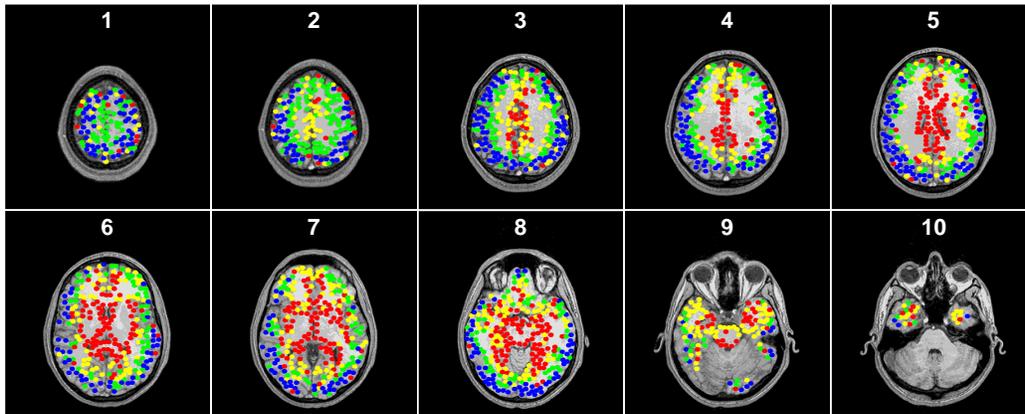
2.4 Choice of the dipole sites

The 2003 dipole sites were identical as those used in Yvert et al. [1997], enabling further comparison between EEG and MEG results. They were randomly chosen from the intersection of a cortical surface obtained by MRI segmentation and 10 horizontal planes separated by 10 mm (Fig. G.2). The distance between two neighboring dipoles within a plane was about 5 mm. Each dipole orientation was normal to the cortical surface at the dipole location. The dipole depth under the cortical surface was ranging from 0.9 to 46.9 mm (mean $16.4 \text{ mm} \pm 9.8 \text{ mm}$). As shown in Fig. G.2, deeper dipoles lead to magnetic fields having a lower root mean square value (RMS).

To characterize the dipole orientation, a "tangentiality" angle (between 0° and 90°) was defined as the angle between the dipole moment and its radial component in the global sphere model (GLSPH, described in the next section). In the presentation of the results, dipoles having a tangentiality angle between 0 and 5° will be referred to as radial dipoles, whereas those with a tangentiality angle between 85 and 90° will be referred to as tangential dipoles. Of the 2003 dipoles, 63% have a "tangentiality" angle between 60° and 90° . Figure G.2 gives an overview of the tangentiality over all 2003 dipoles.



RMS



Tangentiality

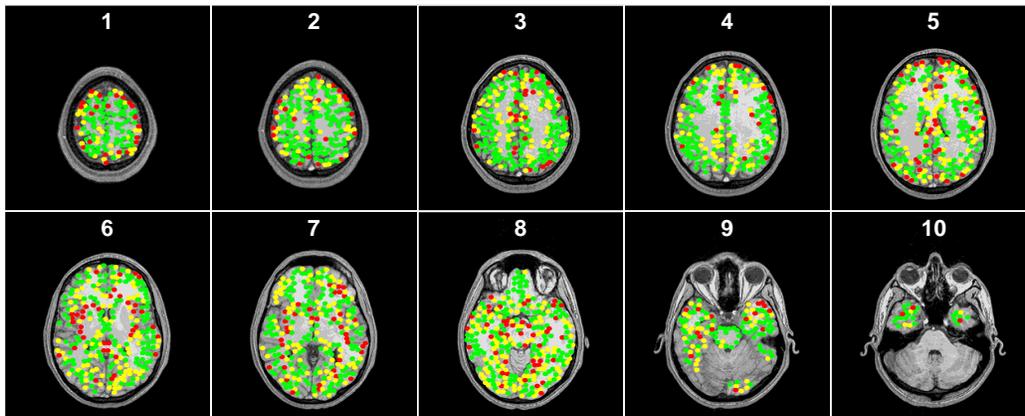


FIG. G.2: Top : A 3D view of the segmented cortical surface has been superimposed on a mid-sagittal MRI slice. The projection of the dipoles positions on the segmented cortical surface are represented by red dots. Dipoles are placed on 10 horizontal slices spaced by 10 mm. Middle : Root Mean Square values (RMS) of the magnetic field created by each dipole. The dipole population is divided into four equally numbered parts depending on their associated RMS values. For each dipole position, a color dot is superimposed on MRI slices according to the RMS value for that dipole. Red : $0 \text{ fT} < \text{RMS} < 0.5 \text{ fT}$; yellow : $0.5 \text{ fT} < \text{RMS} < 0.9 \text{ fT}$; green : $0.9 \text{ fT} < \text{RMS} < 1.3 \text{ fT}$; blue : $1.3 \text{ fT} < \text{RMS} < 14 \text{ fT}$. Bottom : Tangentiality values. For each dipole position, a color dot is superimposed on MRI slices, the color being chosen according to the tangentiality of that dipole : red : 0-30 degrees (almost radial) ; yellow : 30-60 degrees ; green : 60-90 degrees (almost tangential).

2.5 Inverse models

2.5.1 The spherical models

Four spherical models were considered for solving the inverse problem :

1. A global sphere model (GLSPH, Fig. G.1) which best fitted the surface of the head-shape covered by all coils.
2. A brain-fitted global sphere model (BRAINGLSPH), similar to GLSPH but fitting the brain surface instead of the head shape.
3. A local sphere model (LOCSPH, Fig. G.1) which best fitted a surface of the head-shape near the coils where the signal had its minima and maxima. This surface was determined as follows :
 - (a) The distance d between the pickup coils recording the minimum and maximum signals was computed.
 - (b) Then, a subset of coils whose distance from the middle of those two coils was less than $2 * d$ was selected. If more than half of the total number of coils were selected, only the global sphere was considered, and the dipole was discarded from the comparison between spherical inverse models.
 - (c) The local sphere best fitted the surface of the head-shape whose distance from the middle of those two coils was less than $2 * d$.
4. A brain-fitted local sphere model (BRAINLOCSPH), similar to LOCSPH but fitting the brain surface instead of the head shape.

This procedure for selecting a subset of coils and for defining a local sphere has been chosen because it could usually be applied in practice, when a head-shape discretization is available : it does not require any a priori assumption on the possible location of the sources. Spheres fitting the head-shape are usually chosen only when no MRI is available. In the other case, brain fitted spheres are usually preferred.

Apart from those four spherical models, the sensitivity of spherical models to sphere center position was tested using six sphere models shifted from BRAINLOCSPH by 1 cm in the six axial directions.

2.5.2 The one-layer realistic model

From a topographical analysis of forward problems solved with one-layer and three-layer models for a few source configurations, Hämäläinen and Sarvas [1989] have suggested that since the skull has a very high resistivity compared to scalp and brain tissues, i.e. major currents are flowing in the brain, only one layer is needed to model the head. Here, we

extended this study by systematically testing this assumption for about 2000 dipoles. We used a one-layer model (Fig. G.1, Table G.2.) having about 900 nodes and a density of 2.5 triangles/cm².

2.5.3 The three-layer realistic model

We also considered two realistic three-layer models : one coarse (3L300), and one fine (3L900) having respectively 300 and 900 nodes per layer (see Fig. G.1, Table G.2). The most time-consuming steps in the inverse computations being matrix inversion and matrix product, 3L300 and 1L900 had similar computational time.

2.6 The inverse procedure

The inverse problem was solved iteratively by varying the dipole position and orientation parameters \mathbf{p} so as to minimize the following criterion :

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^N (B_{REF}^i - B_{INVmodel}^i(\mathbf{p}))^2$$

where N is the number of channels, and B_{REF}^i is the magnetic field computed with the REF model at the i^{th} channel, and $B_{INVmodel}^i(\mathbf{p})$ is the magnetic field produced at the i^{th} channel by a dipole with parameters \mathbf{p} for a given inverse model.

A mixed linear/non-linear iterative algorithm (Marquardt) was used for the minimization [Scherg, 1990; Verkindt et al., 1995], which required initial conditions for the dipole parameters. In this study, the exact position of the original dipole was taken as the initial conditions. For 186 shallow dipoles, the 3L300 mesh was so rough that these dipoles fell outside the meshed brain surface, and were thus discarded from the statistical analysis. Beside this, for 50 dipoles, the relative residual error (ε divided by the mean square value of the signal) at the end of the inverse procedure was over 30%, indicating that no reasonable solution was found. These cases, which mostly happened with spherical models, were also discarded.

2.7 Error criteria

The localization error D is defined as the distance in millimeters between the reconstructed dipole and the original dipole, the orientation error θ as the angle between the reconstructed dipole moment and the original dipole moment, and the moment amplitude error ΔM as the difference between the reconstructed dipole moment amplitude and the original dipole moment amplitude. ΔM is expressed in percentage of the original dipole

moment amplitude. Negative and positive values indicate underestimation and overestimation, respectively of the dipole strength.

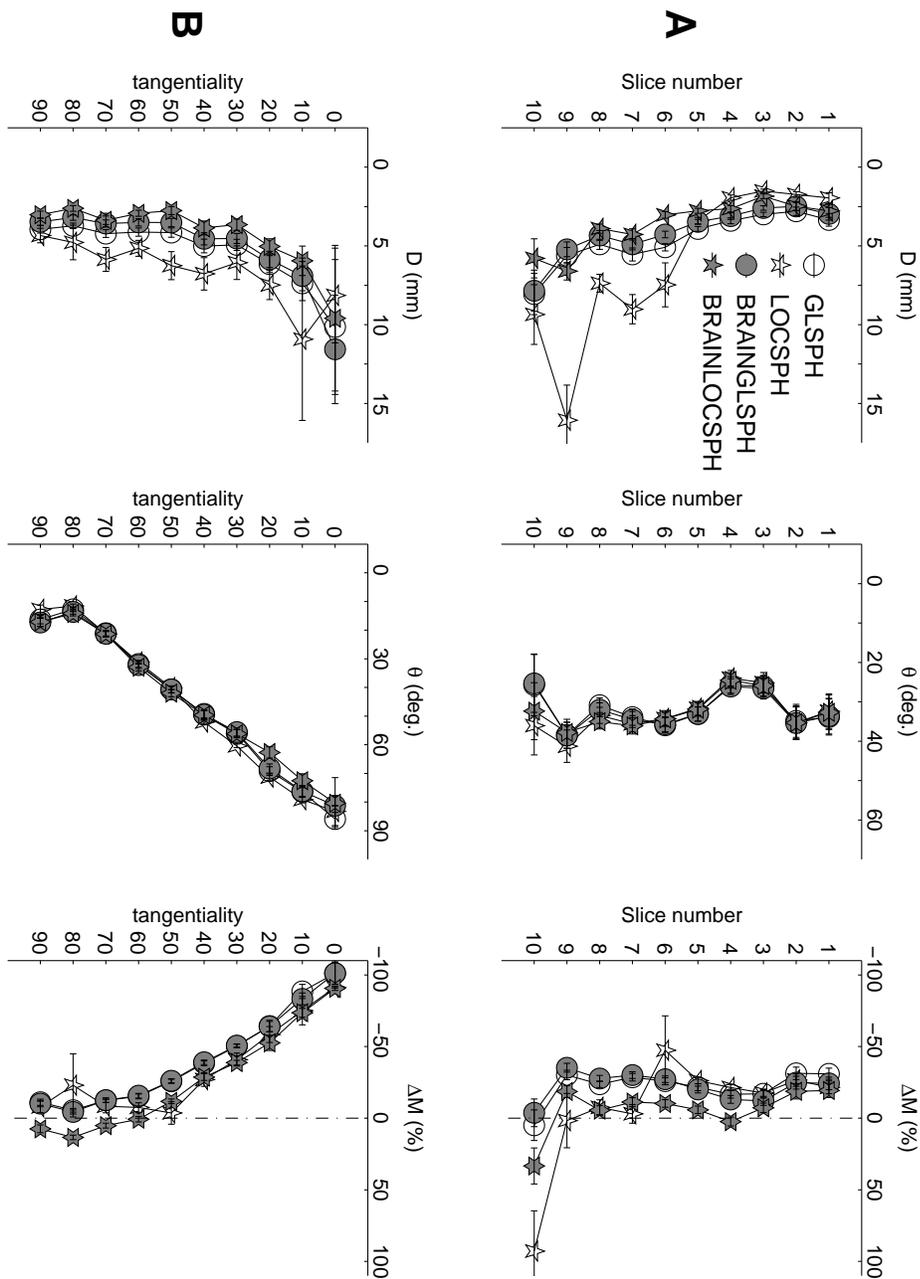


FIG. G.3: Mean localization and orientation errors for spherical models with respect to slice number (A) and tangentiality angle (B). Error bars represent the standard error of the mean. Only the 824 dipoles for which the local sphere is different from the global sphere and leading to a residual fitting error less than 30% are plotted.

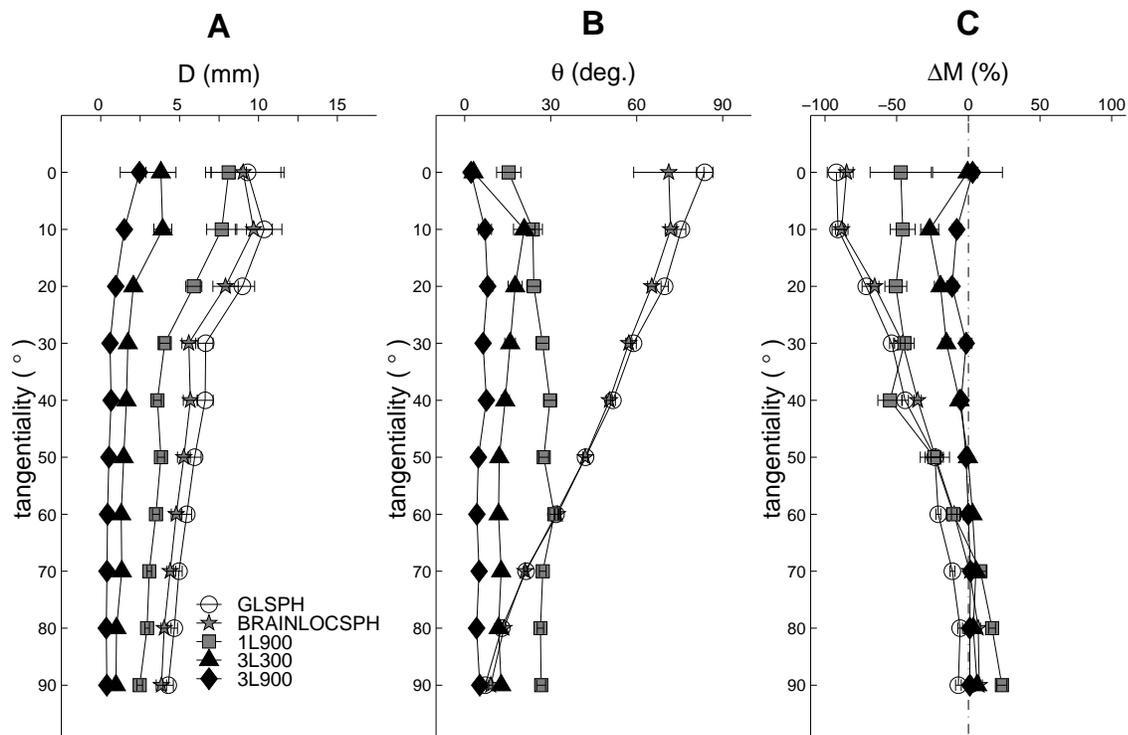
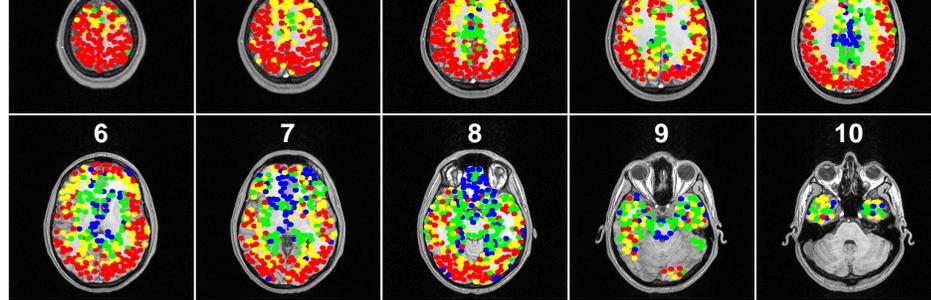
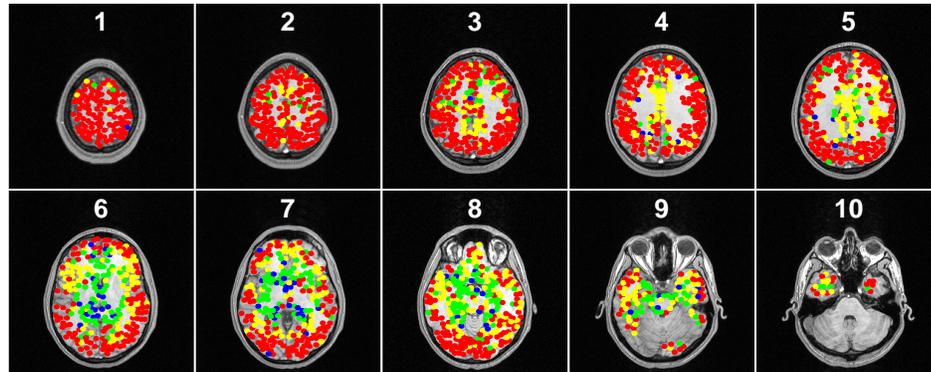


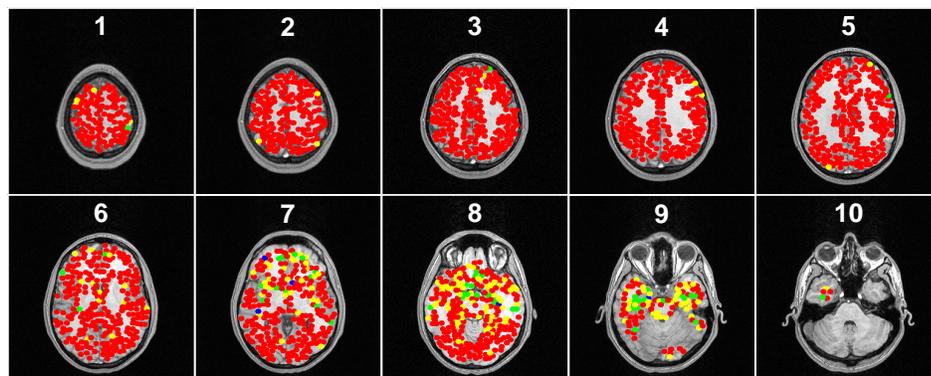
FIG. G.4: Mean localization (A), orientation (B), and moment amplitude (C) errors with respect to the tangentiality angle. Error bars represent the standard error of the mean. Only the 1768 dipoles inside all meshed brain layers and leading to a residual fitting error less than 30% are considered.



1L900



3L300



3L900

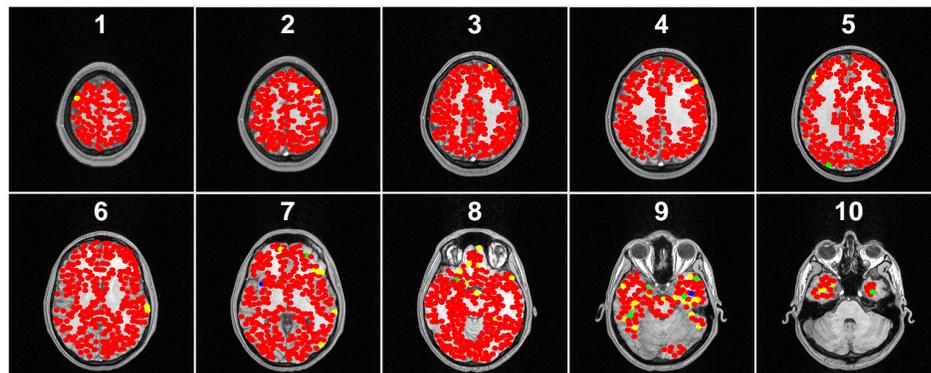


FIG. G.5: Localization error for BRAINLOCSPH and realistic models. (Note that 1L900 and 3L300 have the same computing cost). For each dipole position, a color dot is superimposed on MRI slices, the color being chosen according to the localization error obtained for that dipole : red : 0-3 mm ; yellow : 3-6 mm ; green : 6-12 mm ; blue : >12 mm.

3 Results

3.1 Bias due to the spherical approximation

For 824 dipoles (depth usually inferior to 2 cm), the local sphere (LOCSPH) and the global sphere (GLSPH) were different. For all these dipoles the brain fitted local sphere (BRAINLOCSPH) and the brain fitted global sphere (BRAINGLSPH) were also different. The distance between the centers of the scalp-fitting spheres ranged from 2.5 mm to 58 mm (mean 21 mm \pm 11.5 mm), and for brain fitting spheres, from 2.7 to 39 mm (mean 14.7 mm \pm 6.9 mm). For the comparison of GLSPH, BRAINGLSPH, LOCSPH and BRAINLOCSPH, only these 824 dipoles were considered.

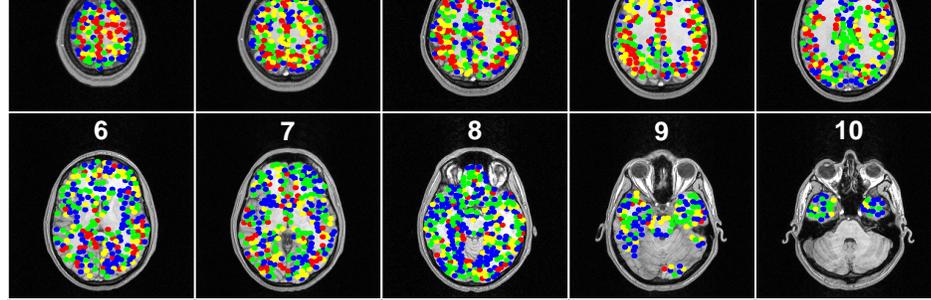
3.1.1 Localization errors

We found that for those 824 dipoles, GLSPH, LOCSPH, BRAINGLSPH and BRAINLOCSPH lead to a mean localization error of 3.5 mm, 2.4 mm, 3.1 mm and 2.5 mm, respectively, in the upper part of the head (slices 1-5 in Fig. G.3 A and Fig. G.5). The 1.1 mm difference between GLSPH and LOCSPH was significant (paired t test : $p < 0.0001$), and so was the 0.6 mm difference between BRAINGLSPH and BRAINLOCSPH. The 0.1 mm difference between LOCSPH and BRAINLOCSPH was not significant ($p = 0.29$).

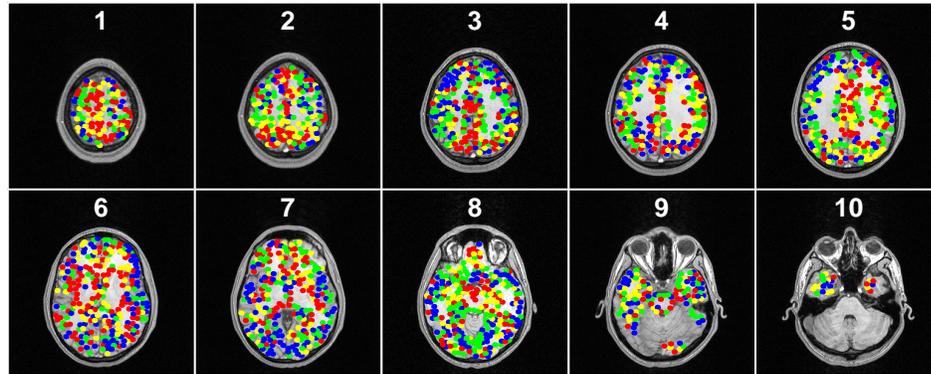
In the lower part of the head (slices 6-10), GLSPH, LOCSPH, BRAINGLSPH, and BRAINLOCSPH lead to increased mean localization errors of 5.3 mm, 8.7 mm, 4.6 mm and 4 mm, respectively. This vertical slice effect was significant ($p < 0.0001$). A more detailed analysis in this region showed that :

- i. In the posterior part of the brain, all spherical models excepts BRAINLOCSPH gave a mean localization error between 3.7 mm and 3.9 mm : there was no statistical difference between these models ($p > 0.6$). BRAINLOCSPH gave a mean localization error of 2.9 mm which was statistically different from other models ($p < 0.0001$).
- ii. In the anterior part of the brain, GLSPH, LOCSPH, BRAINGLSPH, and BRAINLOCSPH lead to a mean localization error of 6.5 mm, 13.4 mm, 5.2 mm and 5 mm respectively. All those differences were significant ($p < 0.0001$) except between BRAINLOCSPH and BRAINGLSPH ($p = 0.62$).

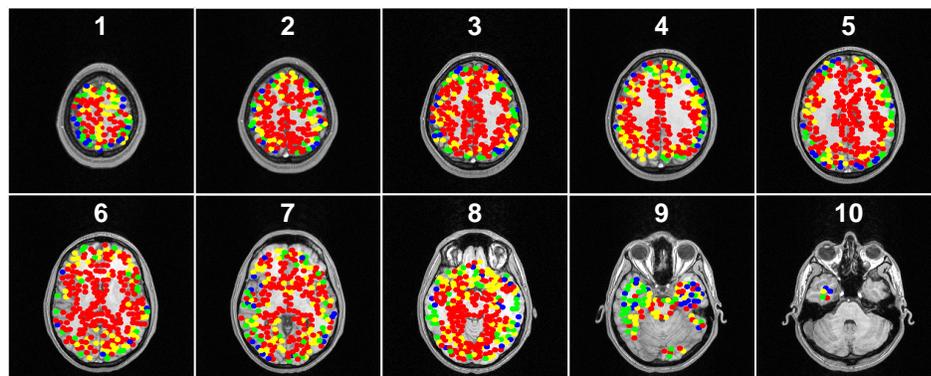
When varying the BRAINLOCSPH sphere center in the six axial directions, localization errors varied on average of 0.8 mm. No particular direction gave systematically better results.



1L900



3L300



3L900

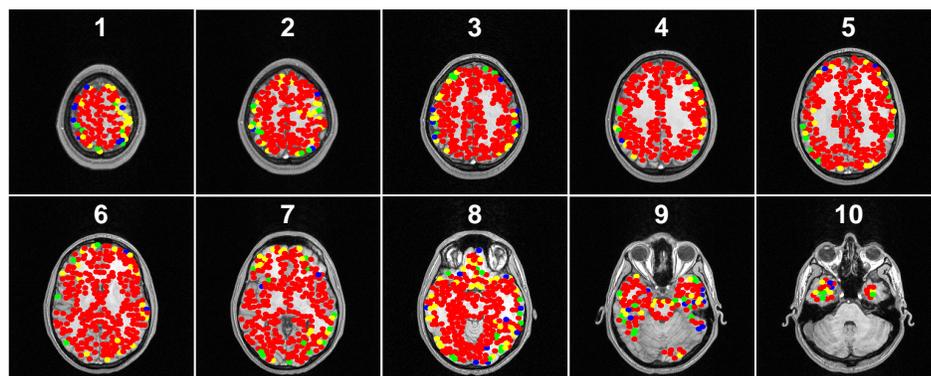


FIG. G.6: Orientation error for spherical and realistic models. For each dipole position, a color dot is superimposed on MRI slices, the color being chosen according to the orientation error obtained for that dipole : a red dot indicates an error between 0 and 10 degrees, a yellow dot, between 10 and 20 degrees, a green dot, between 20 and 40 degrees, and a blue dot, over 40 degrees.

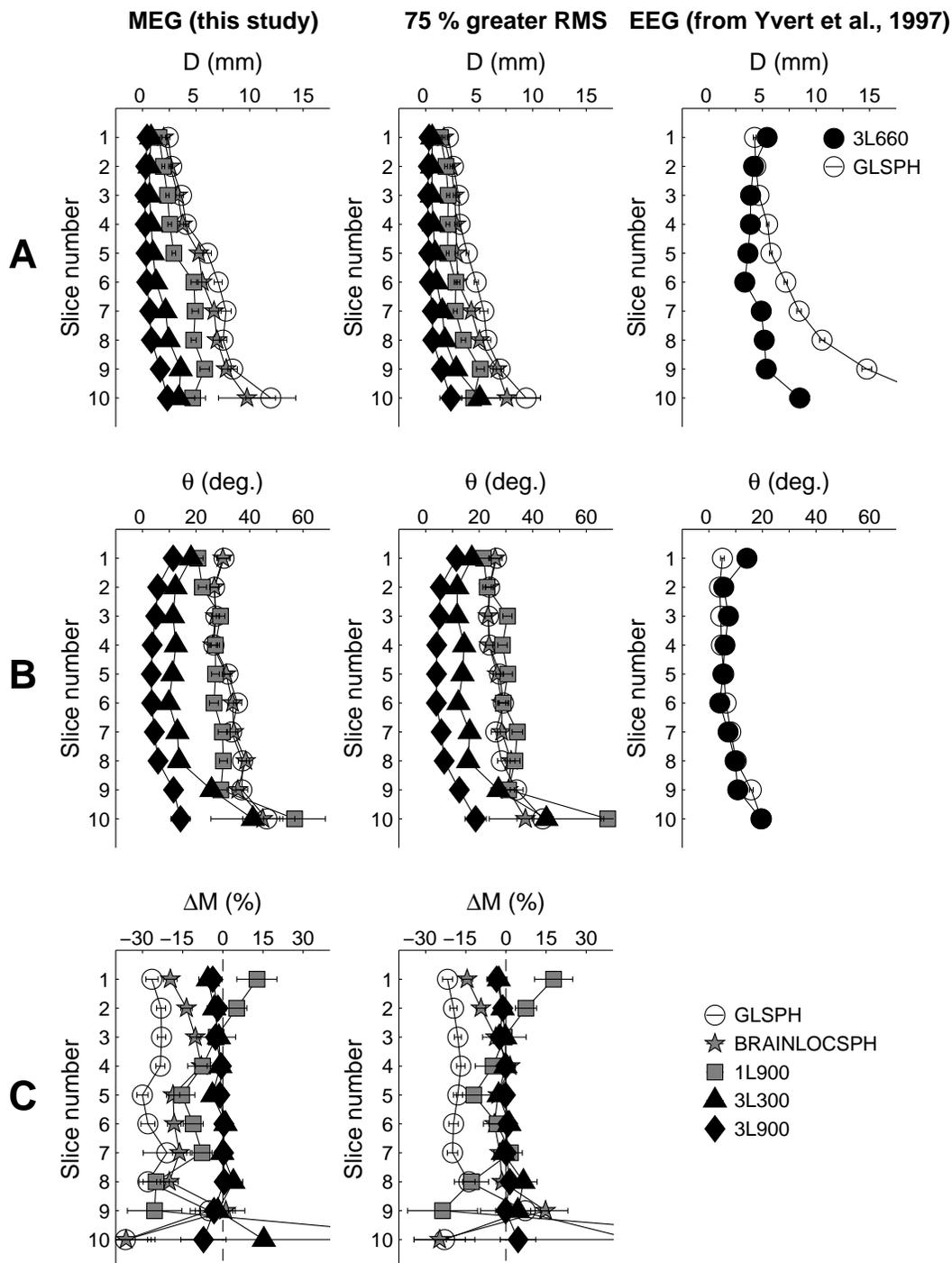


FIG. G.7: Left column : Mean localization (A), orientation (B), and moment amplitude (C) errors with respect to slice number. Middle column : same for the 75% of the dipole population which has the greatest RMS. Right column : EEG results obtained by Yvert et al. (1997) are shown for comparison. In the latter study, 3L660 was a 3-layer realistic model with about 660 nodes per layer called IUMM. GLSPH fitted all electrode positions and was called Model 2. Error bars represent the standard error of the mean. Only the 1768 dipoles inside all meshed brain layers and leading to a residual error less than 30% are considered for MEG results.

3.1.2 Orientation errors

Orientation errors were very similar for all spherical models (Fig. G.3 A, Fig. G.6), and no obvious slice effect could be seen. It should be noted that each slice included a combination of dipoles with various orientations. As expected, radial dipole leads to orientation errors of 90° , whereas this error fell to 10° for tangential dipoles (Fig. G.3 B).

3.2 Errors obtained with realistic models

All statistics included in this part were computed with the 1768 dipoles which fell inside the meshed brain layer for all meshes considered and gave a residual fitting error below 30%. Results were compared to those obtained with GLSPH and BRAINLOCSPH.

3.2.1 Localization errors

Localization errors obtained with the different realistic models (1L900, 3L300 and 3L900) are given in Fig. G.4 A, Fig. G.5, Fig. G.7 A

- For 1L900 (Fig. G.7 A), the mean localization errors increased from 2.4 mm in the upper part of the head (slices 1-5) to 4.9 mm in the lower part of the head (slices 6-10). They varied from 8.3 mm to 2.5 mm for radial and tangential dipoles respectively (Fig. G.4 A).
- For 3L300 (Fig. G.7 A) the mean localization errors increased from 1.3 mm in the upper and middle part of the head (slices 1-8), to 3.5 mm in the lower part of the head (slices 9-10). They varied between 4 mm and 0.97 mm for radial and tangential dipoles respectively (Fig. G.4 A).
- For 3L900 (Fig. G.7 A) the mean localization errors increased from 0.4 mm in the upper and central part of the head (slices 1-8), to 1.4 mm in the lower part of the head (slices 9-10). They varied from 2.6 mm to 0.4 mm for radial and tangential dipoles respectively (Fig. G.4 A).

All these differences between lower and upper parts of the head were statistically significant (t-test : $p < 0.0001$). Dipoles were localized better than 3 mm in 59%, 90%, and 98% of the cases with 1L900, 3L300, and 3L900, respectively (Fig. G.5).

3.2.2 Orientation errors

Orientation errors obtained with the different realistic models (1L900, 3L300 and 3L900) are given in Fig. G.4 B, Fig. G.6, Fig. G.7 B.

- For 1L900 the mean orientation errors remained between 13° and 31° when the dipole tangentiality varied.
- For 3L300 the mean orientation errors remained between 3° and 21° when the dipole tangentiality varied.
- For 3L900 the mean orientation errors remained between 2° and 8° when the dipole tangentiality varied.

Dipole orientations were retrieved with an accuracy better than 10° for 27%, 60%, and 87% of the dipoles with 1L900, 3L300, and 3L900, respectively (Fig. 6).

3.2.3 Moment amplitude error

Moment amplitude errors obtained with the different realistic models (1L900, 3L300 and 3L900) are given in Fig. G.4 C, Fig. G.7 C.

- For 1L900 the mean moment amplitude errors varied between -50% and 0% when the dipole tangentiality varied from 0 to 60 degrees, and between 0% and 24% when the dipole tangentiality varied from 70 to 90 degrees.
- For 3L300 the mean moment amplitude varied between -27% and 0% when the dipole tangentiality varied from 0 to 50 degrees, and between 0% and 6% when the dipole tangentiality varied from 60 to 90 degrees.
- For 3L900, the mean moment amplitude varied between -11% and 0% when the dipole tangentiality varied from 0 to 60 degrees, and between 0% and 2% when the dipole tangentiality varied from 70 to 90 degrees.

Dipole moment amplitudes were retrieved with an accuracy between -10% and 10% for 32%, 67%, and 87% of the dipoles with 1L900, 3L300, and 3L900, respectively.

4 Discussion

The goal of the present MEG simulation study was to estimate the localization bias induced by different approximations of a given realistic reference model (REF). In particular, this work aimed at determining the brain regions where a spherical model provides similar results to those obtained with realistic models, and at determining the influence of realistic model characteristics on source position, orientation, and strength reconstruction. It is very likely that implanted dipole studies (phantoms or epileptic patients) provide the best realistic data for evaluating source localization methods. However, for practical limitations, only a few tens of dipole positions are generally considered [Barth et al., 1986; Cohen et al., 1990; Balish et al., 1991; Rose et al., 1991; Menninghaus et al., 1994b; Leahy et al., 1998]. By contrast, in

simulation studies, like the present one, one has to choose a particular mathematical model of the head to generate the data set. However, they offer a mean for systematically evaluating localization errors all over the brain.

4.1 Localization bias due to spherical model

We have found that the localization bias induced by using a spherical model of the head ranged from about 2.5 mm in the uppermost part of the head up to about 8 mm in the temporal lobe. This "vertical position effect" has also been observed in EEG using simulated data [Yvert et al., 1997], which results are shown here for comparison in Fig. G.7. Similar important errors in the lower part of the head have been recently reported using spherical models for localization of equivalent sources underlying interictal spike discharges in epileptic patients [Merlet et al., 1998, Fig. 4]. This effect is much less pronounced with realistic models both in EEG and MEG. The spherical model induces a smaller localization bias in the most spherical-like regions of the head which are also well covered by whole head helmet systems. The range of localization errors is similar to what Zanow [1997] and Fuchs et al. [1998] found when using a 1-layer model of the head for the simulated forward computation, and agrees with the range of errors found with artificial dipoles in epileptic patients [Balish et al., 1991; Cohen et al., 1990; Rose et al., 1991] or phantoms [Barth et al., 1986; Menninghaus et al., 1994b]. At first sight, our results seem in contradiction with those of Leahy et al. [1998], who found that a very refined three-shell BEM model gave localization errors only 0.5 mm better than a local sphere, on average. However, their dipoles were distributed only along trajectories mimicking the central sulcus and upper occipital cortex, corresponding to brain areas where spherical and realistic models lead to similar errors in our simulation. Nevertheless, one of their dipoles was located in the lowest part of the head (dipole #12), for which the BEM model gave an error of about 4 mm, while the sphere model leads to about 17 mm error [Leahy et al., 1998, Fig. 11]. For the other dipoles, which were located upper in the head, realistic and spherical models lead to comparable errors. Hence, our simulations are consistent with their results. We also compared local and global sphere models. We found that for scalp-fitting spheres, the local sphere was slightly better (1 mm) than the global sphere in the upper part of the head. However, the situation was reversed in the lower part of the brain (14 mm for LOCSPH and 7 mm for GLSPH). By contrast, brain-fitted local spheres gave a significantly improved accuracy of 0.6 mm compared to brain-fitted global sphere. The local sphere has been systematically considered in the literature by authors who were using MEG devices with sensors partially covering the head-shape (BTI 37 channel system for instance). This approach was mainly used to explore the somatosensory and auditory cortices, in which areas we have found slightly smaller errors with the scalp-fitting local sphere. In more recent studies

[Mäkelä et al., 1994; Yvert et al., 1998] based on whole-head MEG systems, authors used a local sphere fitting a part of head shape covered by a subset of coils selected from a priori knowledge on the dipole location. Such choice might lead to important errors (over 8 mm) for sources in the infero-temporal or frontal regions, except if a brain-fitted local sphere is used. However, this sphere can only be chosen when MRIs are available, which is not often the case.

4.2 Influence of the number of layers with realistic models.

We have shown that the number of layers in BEM models may have an important influence on MEG single dipole reconstruction. We have found that the 3-shell model 3L300 leads to errors 2 mm smaller on average than with the 1-shell model 1L900 for the same computing time. Moreover, as discussed below, the 3-layer models allow a much better reconstruction of the dipole orientation and moment amplitude. This result may be mainly explained by a better account for secondary current sources with a 3-layer model. It should be recalled however that our data are not real but simulated with a 3-layer BEM model of the head. Hence, whether the very often proposed 1-layer realistic model is an oversimplification of the head geometry should be further investigated in more realistic situations such as implanted dipoles in epileptic patients.

4.3 Orientation and moment amplitude errors

We found that the dipole orientation and moment amplitude can be well estimated with realistic models of the head. It is commonly stated that MEG is not sensitive to the radial components of the dipoles. Our study showed that in realistic cases, the magnetic field distribution partially depends on this radial component, and that this information is sufficient (at least, in noiseless situations like here) to allow an estimation of the dipole orientation and moment amplitude. Fig. G.4 B shows that while the ability of the spherical model to reconstruct the dipole orientation and moment amplitude depends strongly on the dipole tangentiality (very poor for radial source), this is surprisingly not the case with realistic models. Indeed, for radial dipoles, the dipole orientation is reconstructed within less than 20° with both 3-layer realistic models, and 40° with the 1-layer realistic model. The moment amplitude is retrieved with less than 15 % error for radial dipoles and 3L900. For tangential dipoles the spherical models reconstruct the orientation of the dipoles within 10° . In this particular case it is even better than realistic models, most likely because the dipole is constrained to remain tangential, while the dipole can vary freely in orientation with realistic models. Fig. G.7 shows that 3-layer BEM models retrieve the dipole orientation within comparable errors between EEG and MEG. Although deep and radial dipoles are often

thought to be magnetically silent, in our data and others [Hauelsen et al., 1995; Menninghaus and Lütkenhöner, 1994a], such sources still produce a RMS signal value being 20% of that produced by a tangential source. Hence, the ability of realistic model to retrieve radial and deep sources should be further investigated in noisy simulations, which was beyond the scope of this study. Nevertheless, we have here considered the error results obtained for only the 75% of the dipoles leading to highest RMS values (Fig G.7). It appears that this subset of dipoles lead to a similar behavior as the entire population. Thus, localization and orientation errors found in this study do not stem from low RMS dipoles only, but mostlikely from the dipole position and tangentiality in the head, and from geometrical approximation.

5 References

- Algorri, M.-E. and Schmitt, F. Mesh simplification., 1996. In Computer Graphics Forum, volume 15, pages 77–86. Eurographics'96.
- Balish, M., Sato, S., Connaughton, P., and Kufta, C. Localization of implanted dipoles by magnetoencephalography. *Neurology*, 1991, 41:1072–1076.
- Barth, D., Sutherling, W., Broffman, J., and Beatty, J. magnetic localization of a dipolar current source implanted in a sphere and a human cranium. *Electroencephalography and clinical Neurophysiology*, 1986, 63:260–273.
- Cohen, D. and Cuffin, B. N. EEG versus MEG localization accuracy: theory and experiment. *Brain Topogr*, 1991, 4:95–103.
- Cohen, D., Cuffin, B. N., Yunokuchi, K., Maniewski, R., Purcell, C., Cosgrove, G. R., Ives, J., Kennedy, J. G., and Schomer, D. L. MEG versus EEG localization test using implanted sources in the human brain. *Ann Neurol*, 1990, 28:811–817.
- Cuffin, B. N. Eccentric spheres models of the head. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1991, 38:871–878.
- De Munck, J. C. A linear discretization of the volume conductor boundary integral equation using analytically integrated elements. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1992, 39:986–990.
- Ferguson, A. S., Zhang, X., and Stroink, G. A complete linear discretization for calculating the magnetic field using the boundary element method. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1994, 41:455–460.
- Fuchs, M., Drenckhahn, R., Wischmann, H.-A., and Wagner, M. An improved Boundary Element Method for Realistic Volume-Conductor Modeling. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1998, 45:980–997.

- Hämäläinen, M. Interpretation of neuromagnetic measurements: modeling and statistical considerations. PhD thesis, Espoo, Hollande, 1987.
- Hämäläinen, M. and Sarvas, J. Realistic conductivity geometry model of the human head for interpretation of neuromagnetic data. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1989, 36:165–171.
- Haueisen, J., Ramon, C., Czapski, P., and Eiselt, M. On the influence of volume currents and extended sources on neuromagnetic fields: a simulation study. *Ann Biomed Eng*, 1995, 23:728–739.
- Homma, S., Musha, T., Nakajima, Y., Okamoto, Y., Blom, S., Flink, R., and Hagbarth, K. E. Conductivity ratios of the scalp-skull-brain head model in estimating equivalent dipole sources in human brain. *Neurosci Res*, 1995, 22:51–55.
- Leahy, R., Mosher, J., Spencer, M., Huang, M., and Lewine, J. A study of dipole localization accuracy for MEG and EEG using a human skull phantom. *Electroenceph clin Neurophysiol*, 1998, 107:159–173.
- Mäkelä, J., Hämäläinen, M., Hari, R., and McEvoy, L. Whole-head mapping of middle-latency auditory evoked magnetic fields. *Electroenceph clin Neurophysiol*, 1994, 92:414–421.
- Meijs, J. and Peters, M. The EEG and MEG, using a model of eccentric spheres to describe the head. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1987a, 34:913–920.
- Meijs, J., Bosh, F., Peters, M., and Lopes da Silva, F. On the magnetic field distribution generated by a dipolar current source situated in a realistically shaped compartment model of the head. *Electroenceph clin Neurophysiol*, 1987b, 66:222–226.
- Menninghaus, E. and Lütkenhöner, B. How silent are deep and radial sources in neuromagnetic measurements ?, 1994a. In *Proceedings of the Biomag Conference*, Vienna.
- Menninghaus, E., Lütkenhöner, B., and Gonzalez, S. L. Localization of a dipolar source in a skull phantom: realistic versus spherical model. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1994b, 41:986–989.
- Merlet, I., Garcia-Larrea, L., Ryvlin, P., Isnard, J., Sindou, M., and Mauguière, F. Topographical reliability of mesio-temporal sources of interictal spikes in temporal lobe epilepsy. *Electroenceph clin Neurophysiol*, 1998, 107:206–212.
- Rose, D. F., Sato, S., Ducla-Soares, E., and Kufta, C. V. Magnetoencephalographic localization of subdural dipoles in a patient with temporal lobe epilepsy. *Epilepsia*, 1991, 32:635–641.
- Rush, S. and Driscoll, D. A. Current distribution in the brain from surface electrodes. *Anesth Analg*, 1968, 47:717–723.
- Scherg, M. Fundamentals of dipole source potential analysis., 1990. In F. Grandori, M. Hoke, G. R., editor, *Auditory Evoked Magnetic Fields and Electric Potentials*. Adv. Audiol. Basel: Karger, volume 6, pages 40–69.

- Tomita, S., Kajihara, S., Kondo, Y., Yoshida, Y., Shibata, K., and Kado, H. Influence of Head Model in Biomagnetic Source Localization. *Brain Topogr.*, 1996, 8:337–340.
- Verkindt, C., Bertrand, O., Perrin, F., Echallier, J.-F., and Pernier, J. Tonotopic organization of the human auditory cortex: N100 topography and multiple dipole model analysis. *Electroenceph clin Neurophysiol*, 1995, 96:143–156.
- Yvert, B., Bertrand, O., Echallier, J.-F., and Pernier, J. Improved forward EEG calculations using local mesh refinement of realistic head geometries. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1995, 95:381–392.
- Yvert, B., Bertrand, O., Echallier, J.-F., and Pernier, J. A systematic evaluation of the spherical model accuracy in EEG dipole localization. *Electroenceph clin Neurophysiol*, 1997, 102:452–459.
- Yvert, B., Bertrand, O., Pernier, J., and Ilmoniemi, R. Human cortical responses evoked by dichotically presented tones of different frequencies. *Neuroreport*, 1998, 9:1115–1119.
- Zanow, F. Realistically shaped models of the head and their application to EEG and MEG. PhD thesis, university of Twente, Holland, 1997. pp. 61-75.

Annexe H

Méthode de Choleski

Lorsque j'ai débuté ce travail de thèse, la résolution de la partie linéaire du problème inverse était réalisée en utilisant la décomposition de Choleski (voir section 1.2.4.2). Cette méthode permet de trouver des solutions dans tous les cas, y compris lorsqu'il y a des valeurs propres nulles. Toutefois je souhaitais que la solution proposée dans ce cas soit orthogonale au noyau, pour limiter par exemple une composante radiale en MEG sphérique. Une décomposition en valeur singulière aurait permis de trouver cette solution mais serait plus coûteuse en temps de calcul. C'est pourquoi j'ai implémenté, uniquement dans le cas où apparaissait une valeur propre nulle, une petite variante de l'algorithme de Choleski que j'ai décrite ici.

1 Cas général

On veut résoudre le problème

$$S\mathbf{X} = \mathbf{Y}$$

connaissant S et \mathbf{Y} . S est une matrice symétrique définie positive. L'algorithme de Choleski consiste à trouver une matrice triangulaire inférieure L , telle que $S = LL^T$.

La résolution de notre problème peut alors se faire très simplement en résolvant dans un premier temps :

$$L\mathbf{V} = \mathbf{Y}$$

et dans un deuxième temps :

$$L^T\mathbf{X} = \mathbf{V}.$$

⁰Cette annexe est référencée à la section 1.2.4.2, page 27

Ces deux systèmes sont triangulaires, et donc très faciles à résoudre, le premier en descendant les équations :

$$v_1 = \frac{y_1}{L_{1,1}}$$

et, connaissant $v_k \forall k < i$

$$v_i = \frac{y_i}{L_{i,i}} - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{L_{i,k}}{L_{i,i}} v_k$$

et le second en remontant les équations.

Il reste à trouver la matrice L. Pour cela, il suffit d'écrire les équations de $S = LL^T$ pour la partie triangulaire supérieure de S :

$$S_{1,1} = L_{1,1}^2 \quad (\text{H.1})$$

$$S_{1,i} = L_{1,1} * L_{i,1} \quad (\text{H.2})$$

⋮

$$S_{i,i} = \sum_{k=1}^i L_{i,k}^2 \quad (\text{H.3})$$

$$S_{i,j} = \sum_{k=1}^i L_{i,k} * L_{j,k} \quad j > i \quad (\text{H.4})$$

On peut donc calculer $L_{i,j}$ en descendant les équations :

$$L_{1,1} = \sqrt{S_{1,1}}$$

$$L_{i,1} = \frac{S_{1,i}}{L_{1,1}}$$

et, connaissant $L_{j,k} \forall k < i, \forall j \geq k$

$$L_{i,i} = \sqrt{S_{i,i} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{i,k}^2}$$

$$L_{j,i} = \frac{S_{j,i} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{i,k} * L_{j,k}}{L_{i,i}} \quad j > i$$

Ceci permet de calculer L à condition que ce qu'il y a sous les racines carrées soit bien strictement positif. Cette condition nous sera donnée par la positivité de S . En effet,

$$S_{1,1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} S \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} > 0$$

et, en notant L_{i-1} la sous matrice de L constituée de ses $i - 1$ premières lignes et colonnes, qui sont déjà connues, et \mathbf{c} les $i - 1$ premières lignes de la i -ème colonne, également déjà connues, on sait que S est de la forme :

$$S = \begin{pmatrix} L_{i-1}L_{i-1}^T & L_{i-1}\mathbf{c}_i & \dots & L_{i-1}\mathbf{c}_j & \dots \\ \mathbf{c}_i^T L_{i-1}^T & S_{i,i} & \dots & S_{i,j} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \dots & \vdots \\ \mathbf{c}_j^T L_{i-1}^T & S_{i,j} & \dots & S_{j,j} & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \ddots \end{pmatrix}$$

De plus L_{i-1} est inversible puisque S est définie, et donc :

$$S_{i,i} - \sum_{k=1}^{i-1} L_{i,k}^2 = S_{i,i} - \mathbf{c}_i^T \mathbf{c}_i = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_i^T L_{i-1}^{-1} & -1 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} S \begin{pmatrix} L_{i-1}^{-T} \mathbf{c}_i \\ -1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} > 0$$

2 Cas des matrices symétriques positives non définies

Dans le cas des matrices symétriques positives non définies, ce qui se trouve sous les racines carrées reste positif, mais peut être nul ($L_{i,i} = 0$). Dans ce cas, l'équation H.4 se résume à $S_{i,j} = \sum_{k=1}^{i-1} L_{i,k} * L_{j,k}$ $j > i$, et ne donne pas d'information sur $L_{j,i}$. On peut

montrer toutefois, que cette équation est respectée :

$$\forall \varepsilon, \left(\begin{array}{cccccc} \mathbf{c}_i^T L_{i-1}^{-1} & -1 & 0 & \dots & 0 & \varepsilon & 0 & \dots & 0 \end{array} \right) S \begin{pmatrix} L_{i-1}^{-T} \mathbf{c}_i \\ -1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \varepsilon \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \geq 0$$

$$\forall \varepsilon, \quad (S_{i,i} - \mathbf{c}_i^T \mathbf{c}_i) + \varepsilon(2(\mathbf{c}_i^T \mathbf{c}_j - S_{i,j}) + \varepsilon S_{j,j}) \geq 0$$

$$\forall \varepsilon, \quad L_{i,i}^2 + \varepsilon(2(\mathbf{c}_i^T \mathbf{c}_j - S_{i,j}) + \varepsilon S_{j,j}) \geq 0$$

$$\forall \varepsilon, \quad \varepsilon(2(\mathbf{c}_i^T \mathbf{c}_j - S_{i,j}) + \varepsilon S_{j,j}) \geq 0$$

$$\begin{cases} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} (2(\mathbf{c}_i^T \mathbf{c}_j - S_{i,j}) + \varepsilon S_{j,j}) \geq 0 \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^-} (2(\mathbf{c}_i^T \mathbf{c}_j - S_{i,j}) + \varepsilon S_{j,j}) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{c}_i^T \mathbf{c}_j - S_{i,j} \geq 0 \\ \mathbf{c}_i^T \mathbf{c}_j - S_{i,j} \leq 0 \\ \mathbf{c}_i^T \mathbf{c}_j - S_{i,j} = 0 \end{cases}$$

$$S_{i,j} = \sum_{k=1}^{i-1} L_{i,k} * L_{j,k}$$

On peut donc choisir arbitrairement $L_{j,i} = 0$ dans ce cas et trouver ainsi une factorisation de Choleski de notre matrice.

Les systèmes linéaires

$$S\mathbf{X} = \mathbf{Y}$$

ont alors soit plusieurs solutions, soit aucune selon que \mathbf{Y} appartienne à l'espace image de S ou non. Notre but peut être soit de fournir une de ces solutions, soit de fournir la solution qui est orthogonale au noyau de S . Dans tous les cas, on décompose le problème en deux sous-problèmes :

$$\begin{cases} L\mathbf{V} & = \mathbf{Y} \\ L^T \mathbf{X} & = \mathbf{V} \end{cases}$$

Comme dans le cas des matrices définies, on résout ces problèmes par une descente et une remontée :

$$\begin{cases} \text{descente :} & \begin{cases} V_1 = \frac{Y_1}{L_{1,1}} \text{ si } L_{1,1} \neq 0 \\ V_1 = \mathbf{c}_1^T \mathbf{X} = 0 \text{ si } L_{1,1} = 0 \\ \text{et, connaissant } V_k \forall k < i \\ V_i = \frac{Y_i}{L_{i,i}} - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{L_{i,k}}{L_{i,i}} V_k \text{ si } L_{i,i} \neq 0 \\ V_i = \mathbf{c}_i^T \mathbf{X} = 0 \text{ si } L_{i,i} = 0 \end{cases} \\ \text{remontée :} & \begin{cases} X_n = \frac{V_n}{L_{n,n}} \text{ si } L_{n,n} \neq 0 \\ X_n = X_n \text{ Peut être fixé arbitrairement si } L_{1,1} = 0 \\ \text{et, connaissant } X_k \forall k > i \\ X_i = \frac{V_i}{L_{i,i}} - \sum_{k=i+1}^n \frac{L_{k,i}}{L_{i,i}} X_k \text{ si } L_{i,i} \neq 0 \\ X_i = X_i \text{ Peut être fixé arbitrairement si } L_{i,i} = 0 \end{cases} \end{cases}$$

De plus, des conditions apparaissent à l'existence d'une solution au système :

$$\text{si } L_{i,i} = 0, Y_i = \sum_{\substack{k=1 \\ L_{k,k} \neq 0}}^{i-1} L_{i,k} V_k$$

Si ces conditions sont réunies, pour n'importe quelles valeurs des $\{X_i, L_{i,i} = 0\}$, on obtient une solution. Le choix de Nash [1979] est de les choisir égaux à 0, on obtient ainsi une solution que nous noterons par la suite $\tilde{\mathbf{X}}$. Toutefois, on peut également souhaiter trouver les solutions orthogonales au noyau, par exemple dans le cas de la MEG sphérique, lorsque le noyau correspond aux dipôles radiaux.

Dans ce cas, le problème consiste à trouver \mathbf{X} tel que :

$$\begin{cases} \forall \mathbf{Z}, LL^T \mathbf{Z} = 0 \Rightarrow \mathbf{X}^T \mathbf{Z} = 0 \\ L^T \mathbf{X} = \mathbf{V} \end{cases}$$

or $LL^T \mathbf{Z} = 0 \Rightarrow \mathbf{Z}^T LL^T \mathbf{Z} = 0 \Rightarrow \|L^T \mathbf{Z}\| = 0 \Rightarrow L^T \mathbf{Z} = 0$, donc notre problème équivaut à :

$$\begin{cases} \forall \mathbf{Z}, L^T \mathbf{Z} = 0 \Rightarrow \mathbf{X}^T \mathbf{Z} = 0 \\ L^T \mathbf{X} = \mathbf{V} \end{cases}$$

En choisissant \mathbf{X} sous la forme $\mathbf{X} = L\lambda$, le problème devient

$$\begin{cases} \forall \mathbf{Z}, L^T \mathbf{Z} = 0 \Rightarrow \lambda^T L^T \mathbf{Z} = 0 \\ L^T L \lambda = \mathbf{V} \end{cases}$$

et donc plus simplement $L^T L \lambda = \mathbf{V}$. L'existence d'au moins une solution à ce problème est garantie par le fait que $\exists \tilde{\mathbf{X}}, \mathbf{V} = L^T \tilde{\mathbf{X}}$. En effet, le problème équivaut à :

$$L^T L \lambda = L^T \tilde{\mathbf{X}}$$

or cette classe de problème a toujours au moins une solution, et ce, quelle que soit la matrice L , triangulaire ou non. En effet, la matrice $L^T L$ est symétrique, donc elle est diagonalisable, et donc il existe une matrice de changement de base P telle que $P^T L^T L P$ soit diagonale à diagonale croissante :

$$P^T L^T L P = \begin{pmatrix} 0 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & d_1 & & \\ & \mathbf{0} & & & \ddots & \\ & & & & & d_p \end{pmatrix}$$

Et comme P est inversible d'inverse P^T , notre problème équivaut à :

$$P^T L^T L P P^T \lambda = P^T L^T \tilde{\mathbf{X}}.$$

Posons $\mathbf{U} = P^T \lambda$, et $\mathbf{W} = P^T L^T \tilde{\mathbf{X}}$. Notre problème équivaut à résoudre :

$$\begin{pmatrix} 0 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & d_1 & & \\ & \mathbf{0} & & & \ddots & \\ & & & & & d_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_{n-p} \\ \mathbf{U}_{n-p+1} \\ \vdots \\ \mathbf{U}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{W}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{W}_{n-p} \\ \mathbf{W}_{n-p+1} \\ \vdots \\ \mathbf{W}_n \end{pmatrix}$$

Ce qui équivaut à

$$\begin{cases} \forall i \in [1..n-p], & \mathbf{W}_i = 0 \\ \forall i \in [n-p+1..n], & \mathbf{U}_i = \frac{1}{d_{i+p-n}} \mathbf{W}_i \end{cases}$$

Les premières équations sont les équations de consistance de notre problème. Dans notre cas, elles sont toujours vérifiées. En effet, posons $Z = LP$. La nullité des $n-p$ premiers termes diagonaux implique :

$$\forall i \in [1..n-p], \sum_{k=1}^n Z_{k,i}^2 = 0$$

et donc,

$$\forall i \in [1..n - p], \forall k \in [1..n], Z_{k,i} = 0$$

Or $\mathbf{W} = Z^T \tilde{\mathbf{X}}$. Donc :

$$\forall i \in [1..n - p], W_i = \sum_{k=1}^n Z_{k,i} \tilde{X}_k = 0$$

En conclusion , le vecteur $\mathbf{X} = L\lambda$ tel que λ est solution de $L^T L\lambda = \mathbf{V}$ est la solution de $S\mathbf{X} = \mathbf{Y}$ orthogonale au noyau de S .

Annexe I

Génération d'un bruit réaliste

Pour générer un bruit présentant une corrélation spatiale et intermodale (entre les voies MEG et les électrodes EEG) réaliste, nous avons utilisé un enregistrement d'EEG et de MEG réalisé sur un patient épileptique alors qu'on ne lui demandait aucune activité particulière, et ne présentant pas de pointes épileptiques. Cet enregistrement a été réalisé au centre MEG de l'hôpital de la Pitié Salpêtrière à PARIS sur une MEG CTF à 151 canaux de type gradiomètre du troisième ordre, et simultanément sur 32 voies d'EEG, et nous a été fourni gracieusement par Line GARNERO. La fréquence d'échantillonnage était de 625 Hz, et lors de l'enregistrement un filtrage passe-bas de type butterworth avec une fréquence de coupure à 200 Hz a été appliqué, ainsi que des filtrages coupe-bande de type butterworth (notch) à 50 Hz avec une largeur de bande de 5 Hz (appliqué deux fois), à 100 Hz avec une largeur de bande de 5 Hz, et à 150 Hz avec une largeur de bande de 10 Hz.

1 Traitement d'un enregistrement couplé spontané pour générer un bruit réaliste

1.1 Recalage des électrodes et des canaux MEG sur un modèle réaliste

L'enregistrement utilisé pour générer le bruit réaliste provenait d'un sujet différent de celui que nous avons utilisé pour construire notre modèle réaliste. Nous avons donc du recaler au mieux les électrodes et les capteurs MEG sur notre modèle réaliste.

Les positions des voies EEG (voir figure I.1) ont été utilisées pour déterminer la position de la tête du sujet afin de mettre les coordonnées des voies (qui étaient en repère constructeur) dans le repère lié à la tête utilisé dans notre unité. En effet, le modèle réaliste que nous avons utilisé a été obtenu chez un sujet différent et est décrit dans ce repère. Ce repère (qui sera

⁰Cette annexe est référencée à la section 4.4.1, page 99

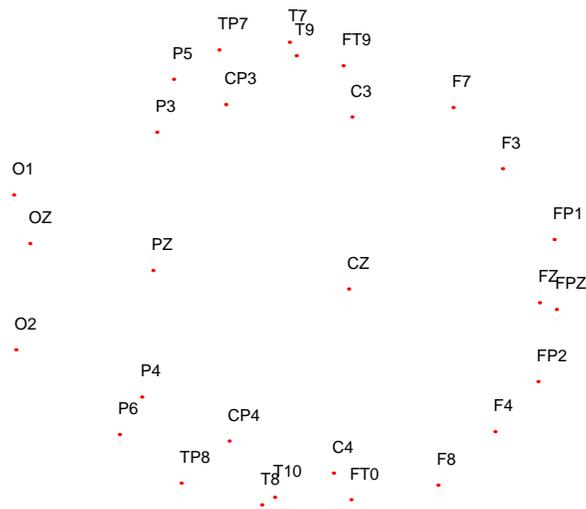


FIG. I.1: Positions des voies EEG.

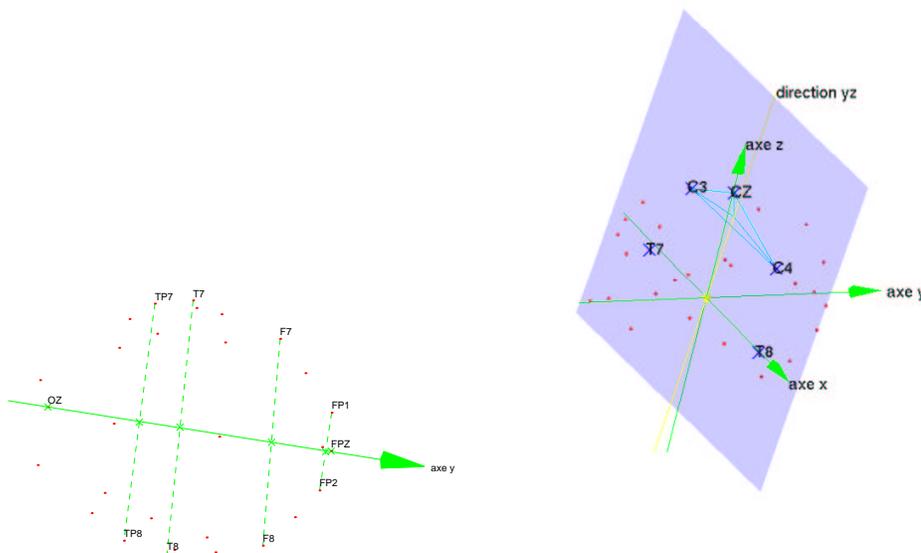


FIG. I.2: Détermination du repère 10-20 à partir des positions des électrodes.

nommé ensuite repère tête de l'unité 280) est défini comme suit : l'axe x passe par les tragus, l'axe y est la perpendiculaire à l'axe x qui passe par le nasion, et l'axe z est perpendiculaire aux axes x et y.

Il faut donc déterminer les positions approximatives des tragus et du nasion dans le repère du constructeur pour pouvoir trouver la matrice de passage du repère constructeur au repère tête de l'unité 280. Pour cela, nous avons utilisé leurs coordonnées habituelles dans le système 10-20.

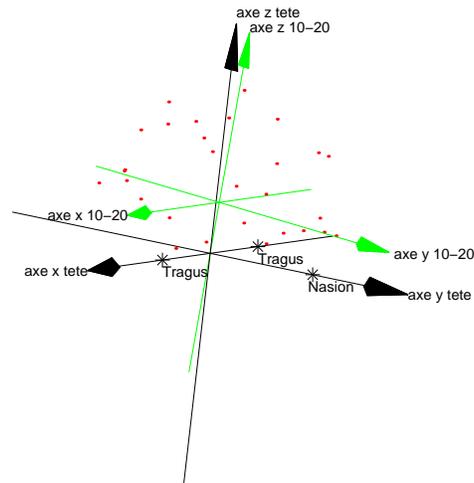


FIG. I.3: Passage du repère 10-20 au repère tête de l'unité 280.

Les milieux des électrodes (FP1, FP2), (F7, F8), (T7, T8), et (TP7, TP8) ainsi que les électrodes FPZ et OZ devraient théoriquement, dans le système 10-20, se situer sur l'axe y du système 10-20. Ils nous permettent de définir un axe y moyen pour le repère 10-20. Le centre du système 10-20 est déterminé par l'intersection de cet axe avec le plan moyen passant par T3 (ici équivalent à T7), C3, Cz, C4 et T4 (ici équivalent à T8). La direction yz est alors donnée par la droite partant du centre et passant par le barycentre de C3, C4 et Cz. L'axe x du système 10-20 est orthogonal aux axes y et à la direction yz, et l'axe z peut alors être trouvé comme la perpendiculaire aux axes x et y. Nous pouvons maintenant passer du repère 10-20 au repère constructeur. Nous utilisons les coordonnées habituelles des tragus et du nasion dans le système 10-20 : en coordonnées sphériques $(\theta(^{\circ}), \phi(^{\circ}))$: Nasion= $(110, 90.0)$, tragus gauche= $(120, 180.0)$, tragus droit= $(120, 0.0)$ pour déterminer les coordonnées de ces points dans le repère constructeur. Ceux-ci nous permettent alors de déterminer le changement de repère à appliquer à toutes les coordonnées des voies (MEG et EEG) pour passer dans le repère tête de l'unité 280. Les électrodes ont ensuite été projetées par projection centrale sur notre modèle de tête (décrit à la section 4.5) pour se trouver sur le scalp de notre modèle réaliste (voir figure I.4).

1.2 Traitement des signaux

Trois des 32 voies d'EEG ont dû être exclues soit parce que leur coordonnées spatiales étaient inconnues soit parce qu'elles présentaient un niveau de bruit trop élevé. Il restait donc 151 voies MEG et 29 voies EEG. Les fichiers contenant les enregistrements ont été convertis au format "eeg" de l'unité 280 afin de pouvoir être traités. Comme des harmoniques de 50 Hz persistaient dans le spectre à des fréquences supérieures à 200 Hz, un filtre passe bas avec une

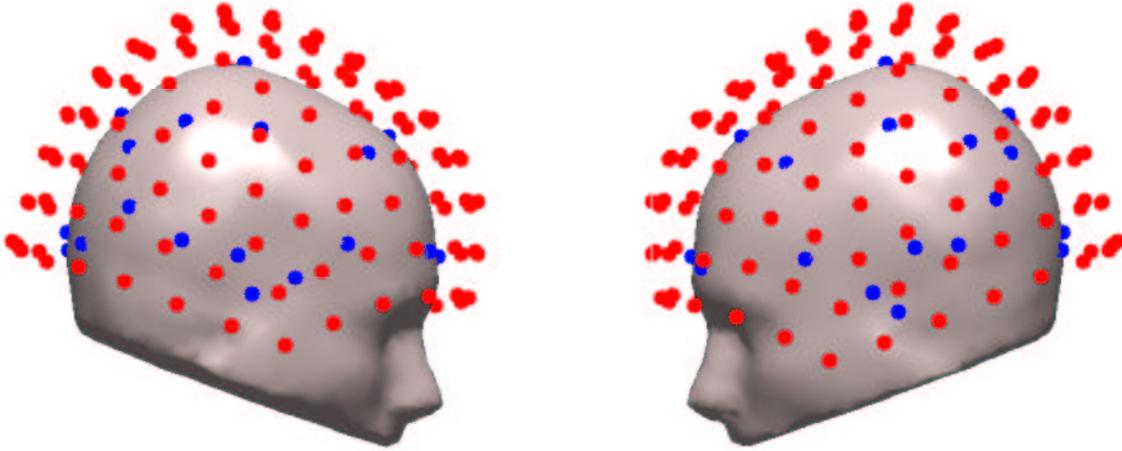


FIG. I.4: Positions des voies MEG (en rouge) et EEG (en bleu) recalées sur notre modèle.

fréquence de coupure à 150 Hz a été appliqué (voir figure I.5). Ce filtrage, comme le filtrage analogique d'origine, crée une certaine corrélation temporelle.

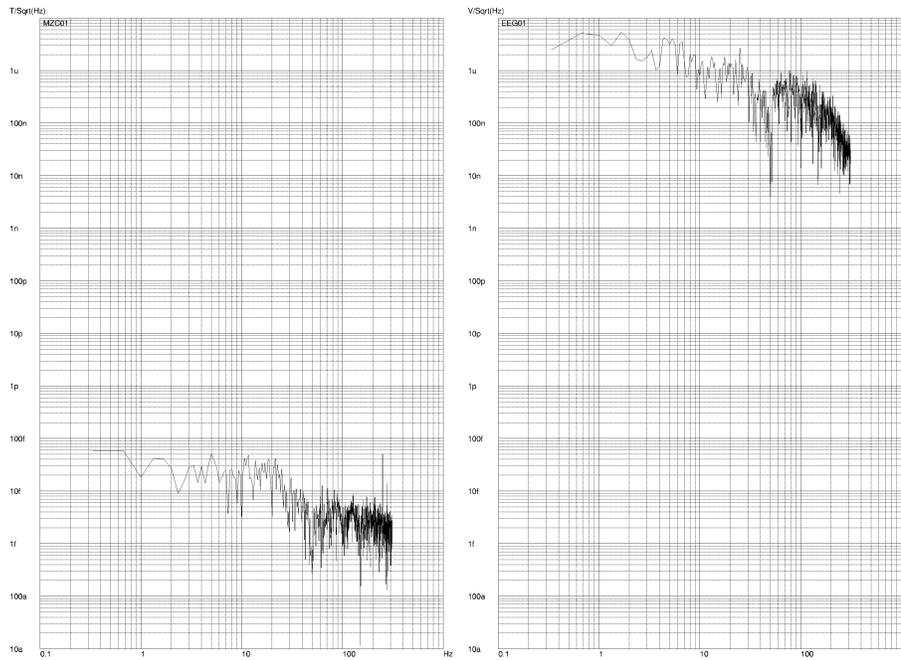


FIG. I.5: Spectres d'une voie MEG (à gauche) et d'une voie d'EEG (à droite).

Les enregistrements spontanés MEG et EEG ont ensuite été moyennés afin de reproduire de manière réaliste les conditions d'une réponse évoquée. Ce moyennage peut avoir pour conséquence de réduire la corrélation spatiale. Afin de se mettre dans des situations de bruit ayant des corrélations différentes, deux façons de moyenner ont été utilisées : dans un cas, (bruit1) la durée retenue pour chaque intervalle de temps était de 200 échantillons, et les

échantillons de départ étaient pris tous les $100 + rand40$ échantillons, où $rand40$ est un entier aléatoire uniformément distribué entre 0 et 40. On a ainsi obtenu 200 réalisations de bruit résultant de la moyenne de 560 essais élémentaires. Dans le second cas, (bruit2) les échantillons de départ étaient pris tous les $50 + rand20$ échantillons, et 100 réalisations de bruit résultant de la moyenne de 1184 essais élémentaires ont été obtenus. La fréquence d'échantillonnage était de 625 échantillons par seconde. Les enregistrements contenaient 40 séquences de 1875 échantillons. Les intervalles contenant des ruptures d'acquisition ont été exclus dans les moyennes. Un centrage des valeurs moyennées a été appliqué à chaque voie. On a ainsi obtenu pour chaque voie 200 valeurs d'un bruit de moyenne nulle, et dont les écarts-type sont cartographiés figure I.6. Une analyse en composantes principale des réalisations de bruit ainsi obtenus donne comme première composante principale celle représentée figure I.7. Quelques topographies de bruit sont présentées figure I.8. Enfin, l'intercorrélacion spatiale entre les voies est représentée graphiquement figure I.9. On constate que cette intercorrélacion peut atteindre des niveaux assez important (carrés rouges) y compris entre les différentes modalités (rectangles en bas à droite et en haut à gauche).

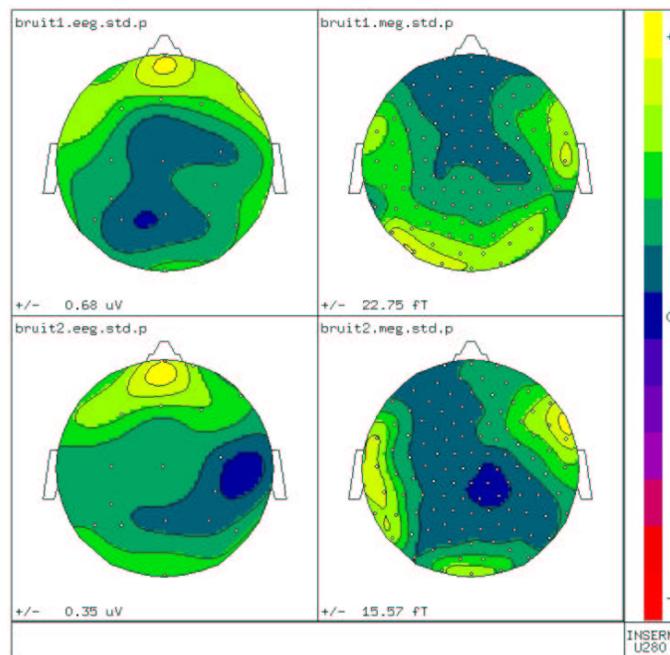


FIG. I.6: Cartes des écarts types par voie des réalisations de bruit, pour l'EEG (à gauche) et la MEG (à droite), bruit1 (en haut) et bruit2 (en bas).

À partir des réalisations de bruit ainsi obtenues pour 29 électrodes, une interpolation spline sphérique a été utilisée pour obtenir des réalisations de bruit pour des configurations à 64, 151 et 256 électrodes représentées figure I.10.

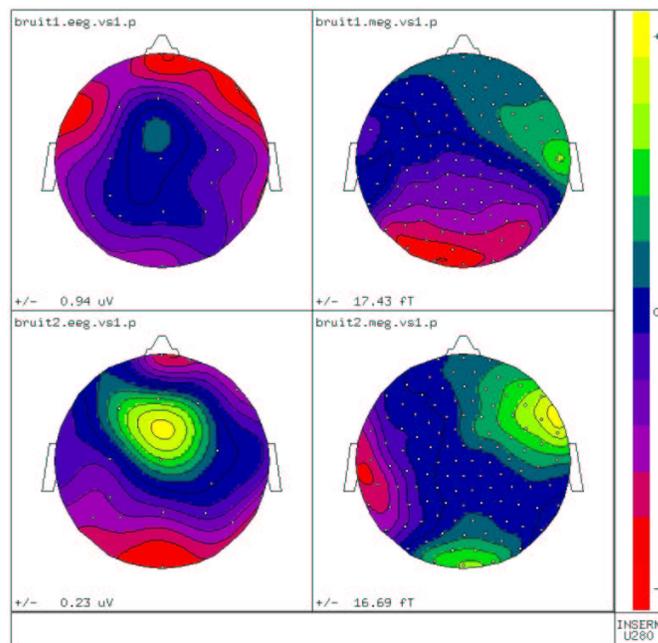


FIG. I.7: Cartes de la première composante principale, pour l'EEG (à gauche) et la MEG (à droite), bruit1 (en haut) et bruit2 (en bas). La première composante principale explique 72.5 % de la variance pour bruit1 en EEG, 39.5 % pour bruit2 en EEG, 39.7 % de la variance pour bruit1 en MEG, et 60.7 % pour bruit2 en MEG

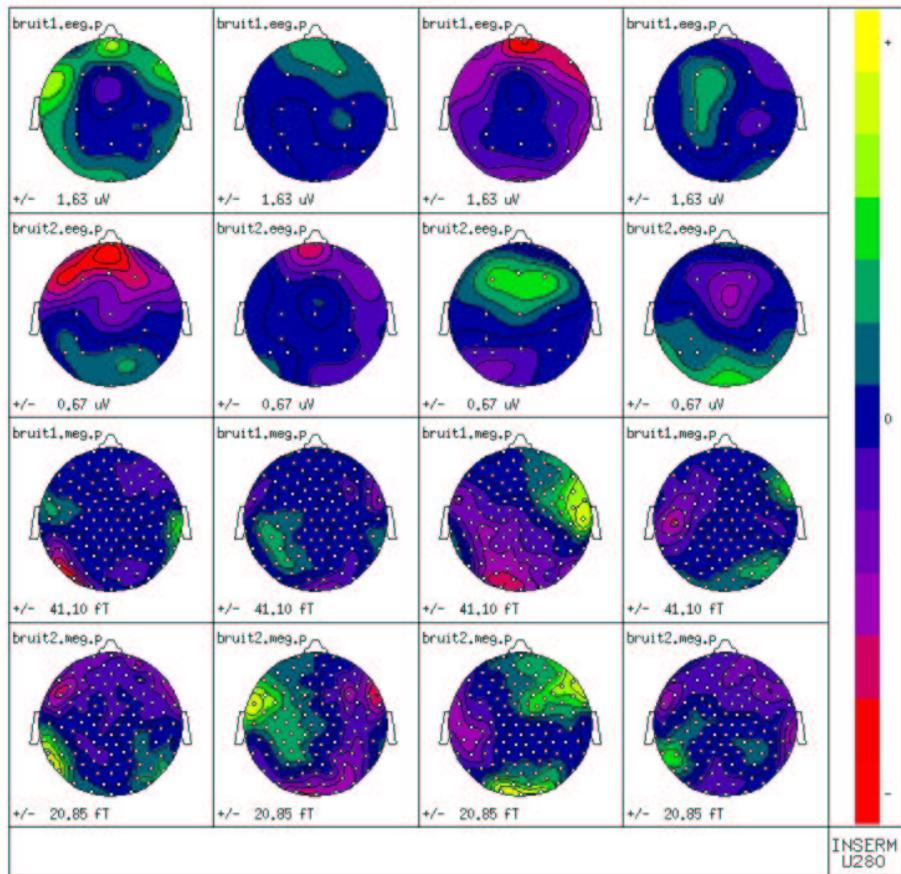


FIG. I.8: Topographies de quatre réalisations de bruit. De haut en bas : eeg, bruit1 ; eeg, bruit2 ; meg, bruit1 ; meg, bruit2.

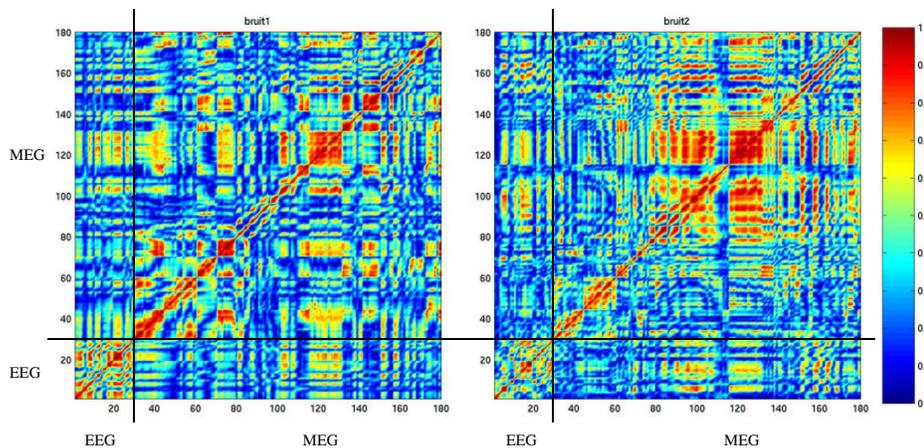


FIG. I.9: Représentation graphique de l'intercorrrelation normalisée entre les voies. Les 29 premières voies sont des voies d'EEG (carré en bas à gauche), les 151 dernières voies sont des voies de MEG (carré en haut à droite). Pour une abscisse i et une ordonnée j , la couleur représente la valeur absolue de l'intercorrrelation normalisée $\left| \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \right|$ entre la voie i et la voie j . La diagonale ascendante correspond à l'autocorrrelation normalisée, qui vaut 1.

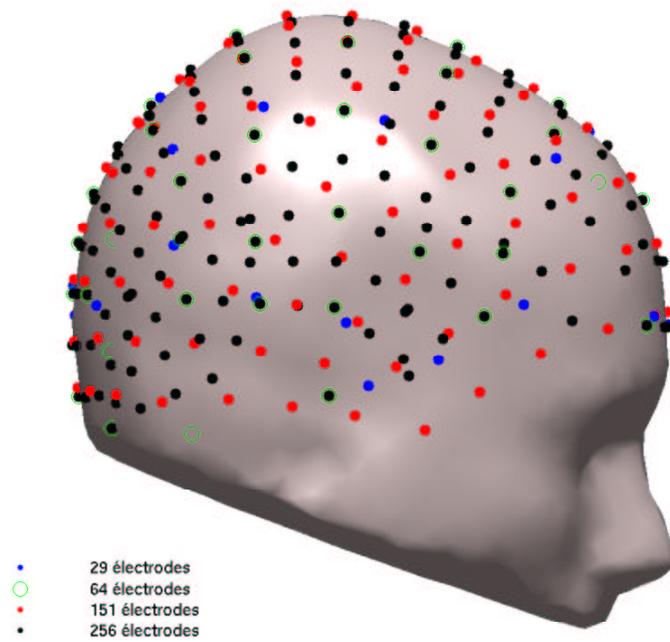


FIG. I.10: Positions des électrodes dans les configurations à 29, 64, 151 ou 256 électrodes.

Annexe J

Validation d'une méthode rapide de calcul du problème direct

Cette annexe présente une méthode d'accélération de la modélisation réaliste en MEG et en EEG utilisant une interpolation des champs engendrés. Dans un premier temps, cette annexe présente la méthode et son évaluation dans un modèle sphérique telle qu'elle a été proposée dans un article en cours de soumission. Ce travail a été réalisé pour la majeure partie par Blaise Yvert et sera présenté plus en détail dans un article en cours de publication [Yvert et al., 2001b]. Dans un deuxième temps, une pré-validation pour les géométries réalistes est présentée. Cette pré-validation a permis l'utilisation de cette méthode d'accélération pour évaluer l'apport du couplage au chapitre 4.

1 Présentation et évaluation de la méthode dans le cas d'une géométrie sphérique

1.1 Introduction

L'utilisation de modèles réalistes pour résoudre les problèmes direct et inverses en EEG/MEG est limitée en pratique par le temps de calcul important des méthodes numériques utilisées. Un compromis doit souvent être recherché entre la précision souhaitée pour le calcul et un temps de calcul acceptable. Nous proposons ici une méthode pour accélérer ces calculs lorsque de nombreux problèmes directs doivent être résolus avec un même modèle réaliste. Cette méthode est compatible avec toutes les méthodes numériques (intégrales de surface, éléments finis, différences finies). Elle peut également être étendue à l'ECG/EMG. Afin

⁰Cette annexe est référencée à la section 4.6.1, page 100

d'évaluer la précision de cette méthode, un modèle à géométrie sphérique a été utilisé car on connaît la solution analytique du problème direct dans ce modèle.

1.2 Méthodes

Pour une position donnée \mathbf{r} dans le cerveau, appelons $\mathbf{L}_{x,0}(\mathbf{r})$, $\mathbf{L}_{y,0}(\mathbf{r})$, et $\mathbf{L}_{z,0}(\mathbf{r})$ les trois champs produits par les dipôles unitaires à la position \mathbf{r} ayant une orientation selon les directions positives x , y , et z du repère cartésien. Ils forment une base de l'espace engendré par les solutions au problème direct pour tous les dipôles situés à cette position. En effet, tout dipôle situé en \mathbf{r} avec un moment dipolaire

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \end{bmatrix}$$

produit un champ $\mathbf{L}(\mathbf{r}) = \{V(\mathbf{r}), \mathbf{B}(\mathbf{r})\}$ tel que :

$$\mathbf{L}(\mathbf{r}) = Q_x \mathbf{L}_{x,0}(\mathbf{r}) + Q_y \mathbf{L}_{y,0}(\mathbf{r}) + Q_z \mathbf{L}_{z,0}(\mathbf{r}) \quad (\text{J.1})$$

Où $V(\mathbf{r})$ et $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ sont des vecteurs dont les coefficients sont respectivement le potentiel et le champ magnétique produit à chaque voie par le dipôle de moment \mathbf{Q} en \mathbf{r} .

1.2.1 approche classique

Lorsqu'on utilise des modèles réalistes et la méthode des intégrales de surface, pour calculer $V(\mathbf{r})$ et $\mathbf{B}(\mathbf{r})$, il faut résoudre les systèmes linéaires suivants :

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \mathbf{A}_{ee}^{-1} \mathbf{V}_o \\ \mathbf{B} &= \mathbf{B}_o + \mathbf{A}_{me} \mathbf{V} \end{aligned}$$

où :

- \mathbf{V} est le vecteur dont les coefficients sont le potentiel à chacun des N nœuds du maillage,
- \mathbf{A}_{ee} est une matrice $N * N$,
- \mathbf{V}_o est un vecteur dépendant de la source et de la géométrie du modèle,
- \mathbf{B} est un vecteur dont les coefficients sont la composante du champ magnétique selon la normale de chacune des N_c spires du capteur.
- \mathbf{B}_o est un vecteur dont les coefficients sont les composantes du champ magnétique aux spires engendrées par les courants primaires uniquement. Il peut être calculé analytiquement.

- \mathbf{A}_{meg} est une matrice $N_c * N$ ($\mathbf{A}_{meg} \mathbf{V}$ est la contribution des courants volumiques).

Les matrices \mathbf{A}_{eeg} et \mathbf{A}_{meg} peuvent être calculées une fois pour toutes car elles ne dépendent que de la géométrie et des conductivités des différents compartiments du modèle de la tête, et non des sources. On calcule généralement l'inverse ou la décomposition LU de \mathbf{A}_{eeg} une fois pour toutes. Chaque résolution du premier système linéaire demande encore N^2 multiplications et N^2 additions, ce qui rend les temps de calcul importants et directement liés à la taille du maillage.

1.2.2 approche proposée

Calculs préliminaires Tout comme dans l'approche classique, il faut calculer les matrices \mathbf{A}_{eeg} , \mathbf{A}_{meg} et l'inverse ou la décomposition LU de \mathbf{A}_{eeg} . L'approche proposée consiste à faire un calcul préliminaire supplémentaire. Il suffit de faire ce calcul une seule fois pour un sujet et une configuration de capteurs donnés. Ce calcul supplémentaire consiste en :

1. La construction d'une grille discrète couvrant le volume du cerveau.
2. Le calcul des champs engendrés $\mathbf{L}_{x,0}(\mathbf{r})$, $\mathbf{L}_{y,0}(\mathbf{r})$, et $\mathbf{L}_{z,0}(\mathbf{r})$ en chaque point \mathbf{r} de la grille.

Résolution approchée du problème direct pour une source quelconque. Une fois cette étape préliminaire accomplie, chaque problème direct est résolu de manière approchée à partir des champs engendrés pré-calculés. Pour toute source dipolaire A située dans le volume cérébral à la position \mathbf{R}_a avec un moment dipolaire \mathbf{Q}_a , le champ $\mathbf{L}_a = \{V_a, \mathbf{B}_a\}$ engendré par cette source est estimé comme suit : dans un premier temps, les trois champs engendrés $\mathbf{L}_{x,0}(\mathbf{R}_a)$, $\mathbf{L}_{y,0}(\mathbf{R}_a)$, et $\mathbf{L}_{z,0}(\mathbf{R}_a)$ sont interpolés à partir des champs engendrés correspondants aux points de la grille dans le voisinage de \mathbf{R}_a . Dans un second temps, le champ \mathbf{L}_a correspondant à l'orientation et au moment dipolaire \mathbf{Q}_a est calculé selon la formule de l'équation J.1. Notons que si A est une source périphérique en dehors de la grille, le calcul se fait par extrapolation. Trois techniques d'interpolation ont été utilisées pour cette évaluation : une interpolation trilinéaire, une interpolation de Bézier (qui correspond à une extension de l'interpolation trilinéaire avec des polynômes de degré supérieur), et une interpolation par des splines 3D [Duchon, 1976; Babiloni et al., 1996]. Nous avons utilisé des splines 3D d'ordre 3 avec les 80 points de la grille les plus proches de la source.

1.2.3 Procédure d'évaluation

Ces simulations utilisent des modèles de la tête à géométrie sphérique afin de pouvoir comparer les résultats trouvés avec la solution analytique, ainsi que des grilles isotropiques

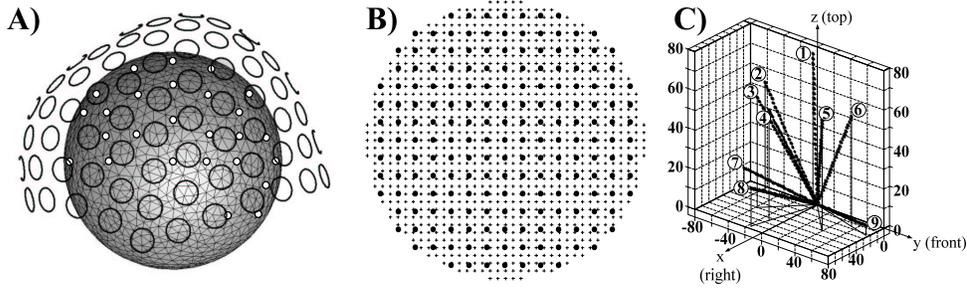


FIG. J.1: A : Montage d'électrodes et de voies MEG utilisées dans nos simulations. B : Grille utilisée pour le précalcul des champs engendrés et grille fine utilisée pour l'évaluation. C : Positions des sources pour le problème inverse.

avec 6 pas de grille différents : 6, 8, 10, 12, 15 et 20 mm, ce qui donne respectivement 9315, 3884, 2007, 1189, 619 et 251 points dans la grille. Dans un premier temps, pour rendre compte de l'erreur intrinsèque due à l'interpolation, la méthode a été testée avec des champs engendrés calculés analytiquement en chaque point de la grille. Dans un deuxième temps, les champs engendrés ont été calculés avec la méthode des intégrales de surface et l'approche LINT [De Munck, 1992; Ferguson et al., 1994]. La méthode a été évaluée pour les problèmes direct et inverse en MEG et en EEG. La figure J.1-A montre les 63 électrodes EEG, le montage MEG à 143 canaux, et le modèle à 1500 nœuds par couche. Le problème direct a été évalué en chaque point d'une grille plus fine dont le pas est de 4.3 mm. En EEG, trois orientations du dipôle unitaire sont considérées, en MEG, deux orientations tangentielles selon les directions θ et ϕ du repère sphérique local. Les solutions trouvées par interpolation sont comparées aux solutions calculées analytiquement selon la formule :

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{ori=1}^3 \sum_{v=1}^{Nbvoies} (l_{v,ori}^{ana} - l_{v,ori}^{interp})^2}{\sum_{ori=1}^3 \sum_{v=1}^{Nbvoies} (l_{v,ori}^{ana})^2}}$$

où $l_{v,ori}$ est le potentiel ou le champ magnétique à la voie v pour l'orientation ori . La figure J.1-B donne un exemple de grille utilisée pour les précalculs de champs engendrés (ronds noirs) et de grille fine où les champs engendrés sont calculés par interpolation (petites croix noires). Pour évaluer le problème inverse, nous avons utilisé 261 positions de dipôles sur 9 axes d'un quadrant supérieur de la sphère (voir figure J.1-C) avec 3 orientations selon les axes x , y et z pour l'EEG (soit 783 dipôles au total) et 2 orientations tangentielles pour la MEG, soit 522 dipôles. Pour chaque dipôle, le problème direct a été résolu analytiquement pour générer les données simulées, et le problème inverse a été résolu sur ces données simulées en utilisant soit la méthode des intégrales de surface, soit notre méthode par interpolation à partir d'une grille pour laquelle les champs engendrés sont pré-calculés soit

analytiquement, soit par la méthode des intégrales de surface. En MEG, comme le modèle réaliste utilisé est un maillage de sphère, on a contraint l'orientation du dipôle à rester tangentielle. Les erreurs d'orientation et de localisation entre les dipôles trouvés par résolution du problème inverse et les dipôles d'origine ont été moyennées entre les axes et les différentes orientations de façon à obtenir une erreur moyenne pour chaque profondeur du dipôle.

1.2.4 Effet de troncature de la grille

Pour les positions de sources les plus périphériques, l'erreur numérique peut devenir importante lors de la résolution du problème direct, en particulier en EEG lorsqu'aucun affinage du maillage n'est utilisé [Yvert et al., 1995; 1996]. Cependant, l'utilisation de modèles affinés localement n'est pas facilement applicable en pratique car le modèle devrait être modifié au fur et à mesure des variations de la position de la source lors de la résolution du problème inverse, ce qui suppose à chaque fois un nouveau calcul des matrices \mathbf{A}_{eeg} et \mathbf{A}_{meg} et une nouvelle inversion de \mathbf{A}_{eeg} . Intuitivement, afin d'éviter d'introduire une erreur numérique trop importante, les points les plus périphériques de la grille devraient être écartés. Nous avons testé si des grilles tronquées permettraient d'améliorer la précision de l'interpolation en écartant les points de la grille dont la profondeur est inférieure à la longueur moyenne des triangles (8 mm). Rappelons que si une source périphérique se trouve en dehors de la grille, le calcul se fait par extrapolation.

1.3 Résultats

1.3.1 Temps de calcul

Les calculs préliminaires correspondant au calcul des matrices \mathbf{A}_{eeg} et \mathbf{A}_{meg} et à l'inversion ou la décomposition LU de \mathbf{A}_{eeg} sont communs à l'approche classique et à l'approche proposée. Dans cette simulation, il a fallu 61 minutes à un Pentium-II cadencé à 333 MHz avec 256 Mo de RAM pour faire ces calculs (en utilisant la décomposition LU de \mathbf{A}_{eeg}). L'approche proposée entraîne une étape de calculs préliminaires supplémentaires dont la durée est proportionnelle au nombre de points dans la grille. La table J.1 donne ces temps de calcul pour chaque pas de grille. Elle montre également qu'un modèle réaliste compte environ 20% de points en moins qu'un modèle sphérique de rayon 78.3 mm pour un même pas de grille, ce qui réduit d'autant le temps de calcul.

La Figure J.2 montre les temps nécessaires pour calculer les champs engendrés par chaque point de la grille fine de pas 4.3 mm avec les différentes approches. Comme on pourrait s'y attendre, la méthode la plus rapide est l'interpolation trilineaire qui permet de diviser le temps de calcul par environ 20000 en EEG et 13700 en MEG par rapport à l'approche classique.

type de grille	pas (mm)	nombre de points de la grille	temps de calcul en EEG	temps de calcul en MEG	nombre de points dans un modèle réaliste
non tronquées	4.3	25341	28h08'	34h27'	20183
tronquées	6	9315	10h07'	12h16'	7444
	8	3887	4h18'	5h05'	3144
	10	2007	2h14'	2h34'	1608
	12	1189	1h18'	1h31'	944
	15	619	40'	47'	475
	20	251	16'	19'	199
tronquées	6	6667	7h21'	8h40'	5156
	8	2801	3h06'	3h40'	2161
	10	1365	1h31'	1h47'	1110
	12	847	54'	1h06'	635
	15	437	28'	36'	330
	20	179	11'	15'	132

TAB. J.1: Temps de calcul des champs engendrés (étape préliminaire de la méthode proposée) pour chaque grille utilisée dans cette étude. La dernière colonne montre le nombre de points de la grille qui serait obtenu dans un modèle réaliste. On constate qu'une grille réaliste contient environ 20% de points en moins qu'une sphère de rayon 78.3 mm.

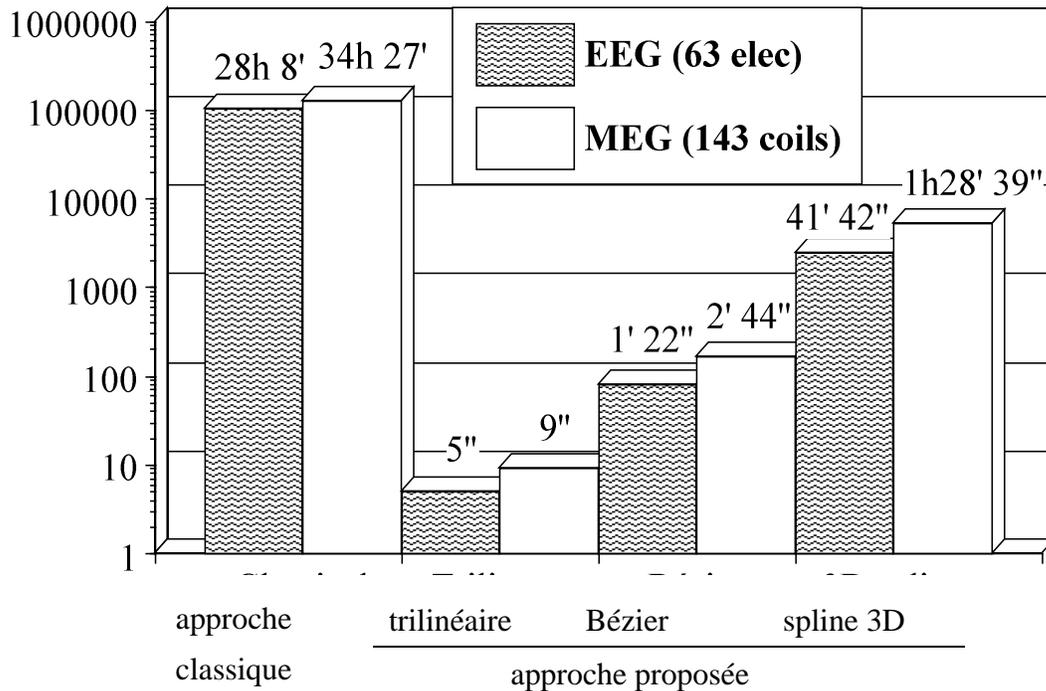


FIG. J.2: Temps de calcul pour les différentes approches.

L'interpolation de Bézier permet de gagner un facteur environ 1200 en EEG et 750 en MEG, et les splines 3D un facteur d'environ 40 en EEG et 23 en MEG. Alors que le temps de calcul avec la méthode des intégrales de surfaces dépend davantage de la taille du maillage que du nombre de voies, le temps de calcul pour l'approche proposée est proportionnel au nombre de voies. Ainsi, l'approche proposée est d'autant plus efficace en terme d'accélération des calculs que le nombre de voies est faible. Mais même pour un nombre de voies important comme dans notre simulation, l'accélération est remarquable.

1.3.2 Précision intrinsèque de la méthode (précalculs analytiques)

Pour évaluer la précision intrinsèque de la méthode, nous avons effectué les précalculs en chaque point de la grille de manière analytique dans le cas sphérique. Ainsi, les erreurs ne peuvent pas être attribuées à l'approximation numérique. Les erreurs *RMS* pour l'EEG et la MEG lors de la résolution du problème direct sont représentées figure J.3-A. Les erreurs de localisation et d'orientation lors de la résolution du problème inverse sont représentées figure J.3-B. Ces courbes montrent qu'une précision intrinsèque inférieure à 0.5 mm et 0.2° peut être obtenue pour toutes les profondeurs de dipôles avec une grille suffisamment fine (pas de 6 à 8 mm) et une interpolation Bézier ou Spline 3D. Lorsque les dipôles sont profonds, des grilles plus grossières suffisent à assurer la même précision. L'interpolation trilinéaire, bien que plus rapide que les deux autres, donne des résultats moins précis, en particulier en MEG, et en particulier pour les dipôles profonds.

1.3.3 Précision de la méthode (précalculs par intégrales de surface)

Cette fois-ci, pour des grilles non tronquées, les précalculs sont effectués en chaque point de la grille avec la méthode des intégrales de surface et notre maillage de sphère. Les problèmes directs et inverses sont résolus avec la méthode proposée, et les erreurs sont comparées à celles obtenues avec la méthode des intégrales de surface classique (Figure J.4). On y constate que les erreurs sont très comparables à l'approche classique. Les erreurs dues à l'interpolation sont négligeables par rapport aux erreurs numériques. Pour les dipôles dont la profondeur est supérieure à 20 mm, des grilles de pas 10-12 mm suffisent à obtenir une bonne précision.

1.3.4 Effet de troncature

La figure J.5 montre les erreurs obtenues pour des grilles tronquées. Elle montre une amélioration de l'erreur RMS grâce à la troncature pour les dipôles périphériques en EEG. L'erreur d'orientation est également améliorée en EEG.

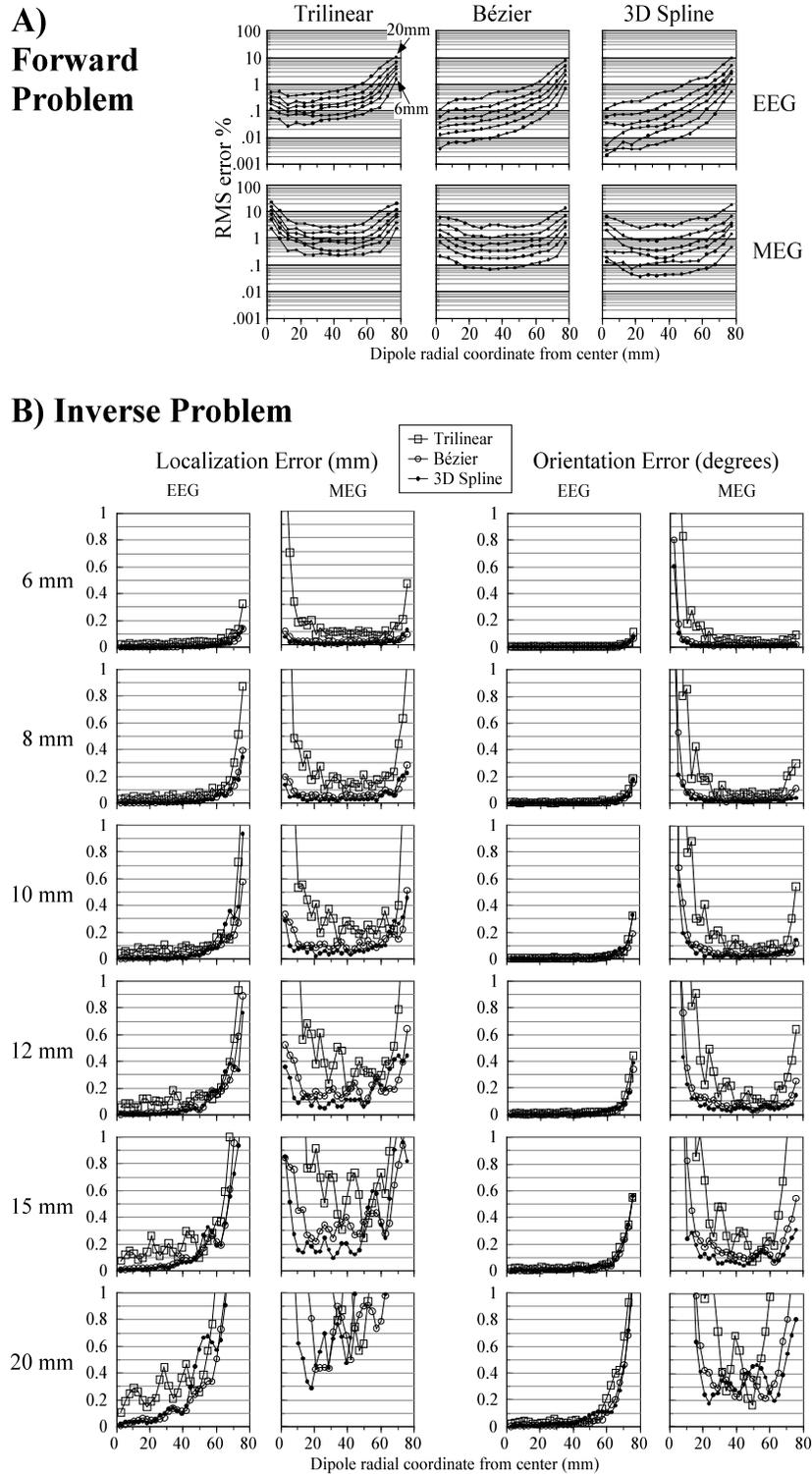


FIG. J.3: Erreurs intrinsèques à la méthode en fonction de la coordonnée radiale du dipôle (en abscisse). A : Problème direct. B : Problème inverse, erreurs de localisation (à gauche), et d'orientation (à droite).

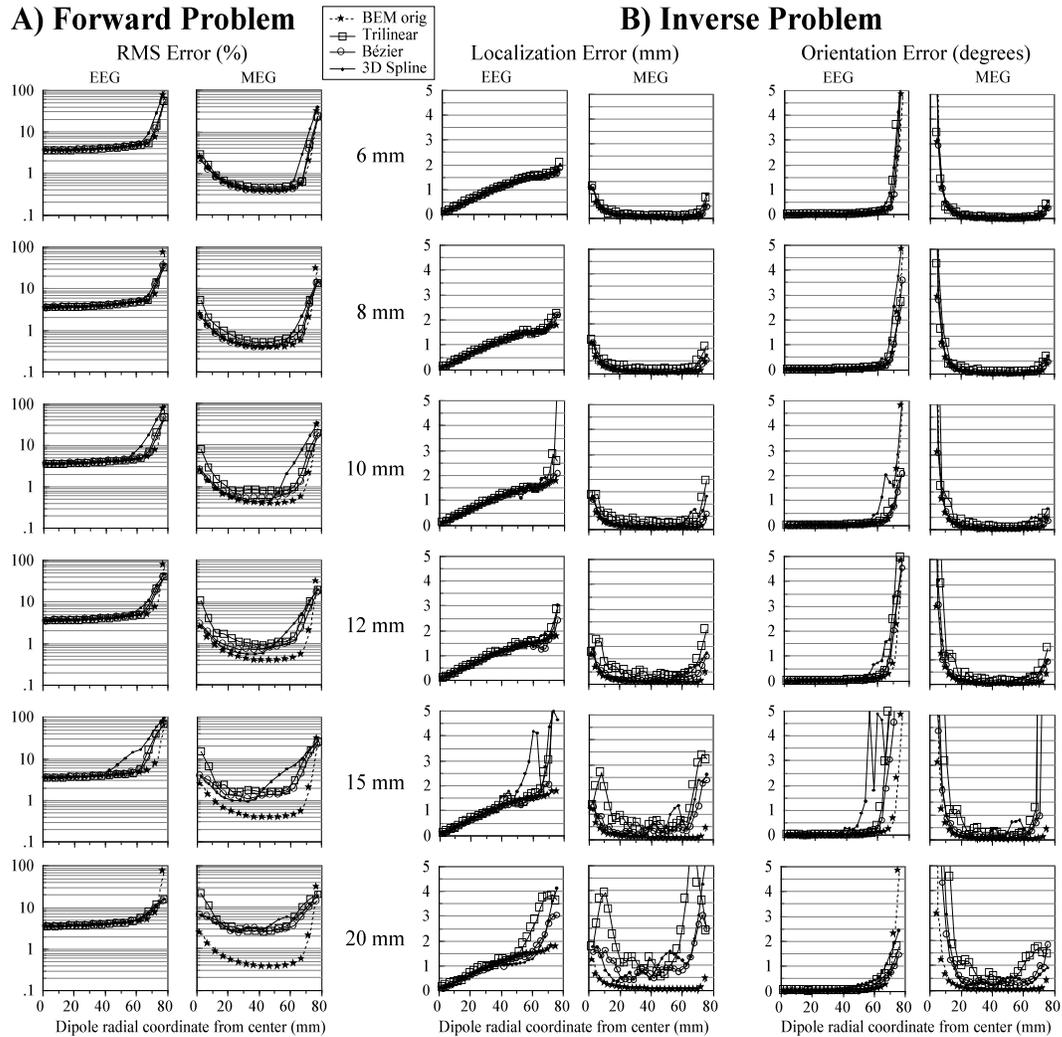


FIG. J.4: Grilles non tronquées. Erreurs obtenues en fonction de la coordonnée radiales du dipôle (en abscisse). A : Problème direct. B : Problème inverse, erreurs de localisation (à gauche), et d'orientation (à droite). BEM = méthode des intégrales de surface.

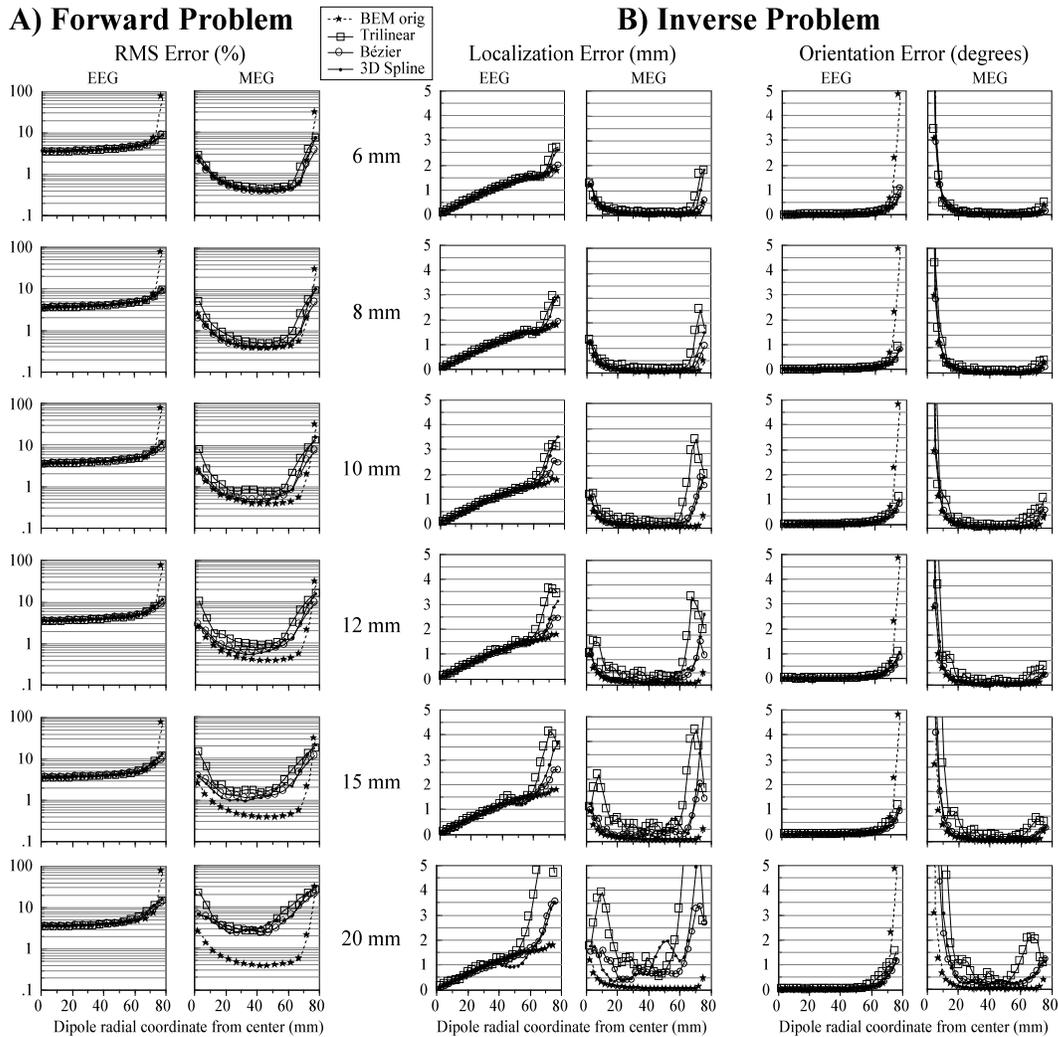


FIG. J.5: Grilles tronquées. Erreurs obtenues en fonction de la coordonnée radiales du dipôle (en abscisse). A : Problème direct. B : Problème inverse, erreurs de localisation (à gauche), et d'orientation (à droite). BEM = méthode des intégrales de surface.

2 Validation préliminaire dans le cas d'une géométrie réaliste en MEG

Pour valider la possibilité d'utiliser les grilles en MEG, modalité pour laquelle la géométrie sphérique représente un cas vraiment particulier, j'ai effectué une évaluation par simulation avec les 2000 dipôles qui avaient servi pour le chapitre 3.

Le but n'était pas de faire une étude approfondie des différences entre l'utilisation de la grille et des intégrales de surface classiques, mais de vérifier que les grilles semblaient bien faire leur office et pourraient donc être utilisées. En particulier, leur application pour calculer des intervalles de confiance avec un modèle réaliste a été étudiée.

Comme pour l'article d'évaluation de la précision du problème inverse en MEG, les données étaient des données simulées de champ magnétique calculées avec la méthode des intégrales de surface pour un maillage très fin (3L1500). Le problème inverse a alors été résolu en utilisant soit les grilles, soit la méthode habituelle, avec un modèle réaliste plus grossier (3L900).

2.1 Méthodes

Nous avons utilisé une grille de pas 10 mm tronquée à 2 mm du maillage. Le temps de calcul pour les champs résultants a été de 34 minutes sur un pentiumIII à 450 MHz. Une interpolation spline 3D a été utilisée pour estimer le champ magnétique lors du problème inverse. Le temps de calcul des 2003 problèmes inverses a été de 2 heures 10 minutes sur un pentiumIII à 450 MHz. Un autre test a également été réalisé en utilisant une simple interpolation trilinéaire pour le problème inverse, le temps de résolution des 2003 problèmes inverses est alors de 42 minutes. On note un gain de temps inférieur (facteur 3 seulement) à ce que pouvait espérer la figure J.2, le temps de résolution du problème inverse n'étant pas dans ce cas prépondérant par rapport au temps de chargement des grilles.

2.2 Résultats

Les erreurs de localisation obtenues sont représentées sur la figure J.6. On note que les erreurs sont sensiblement les mêmes pour l'interpolation trilinéaire et l'interpolation spline3D. L'écart avec le résultat obtenu par la méthode réaliste classique est de l'ordre de 1 mm pour les faibles profondeurs, mais tombe en dessous de 0.5 mm lorsque la profondeur dépasse 1 cm. Les cartes des erreurs de localisation en fonction de la profondeur sont représentées sur la figure J.7, la table J.2 fournit un récapitulatif de ces résultats.

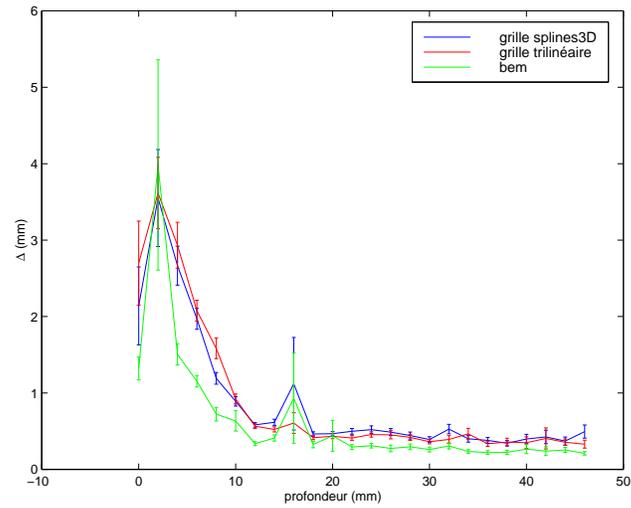


FIG. J.6: Erreur de localisation du dipôle en fonction de la profondeur.

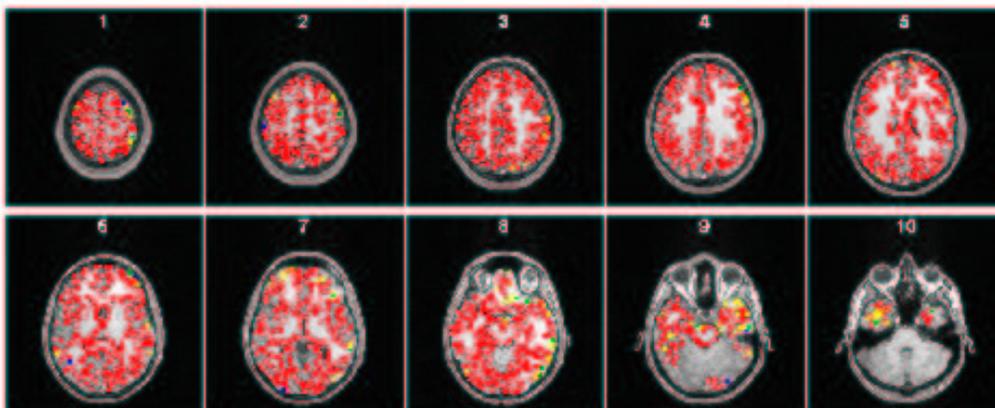
Cette fois encore, l'utilisation de l'interpolation spline ne semble pas donner des résultats meilleurs que l'interpolation trilineaire.

seuil	grille,spline	grille,trilineaire	BEM
3 mm	94.7 %	93.8 %	97.0 %
6 mm	98.8 %	98.4 %	99.3 %
12 mm	99.6 %	99.6 %	99.7 %

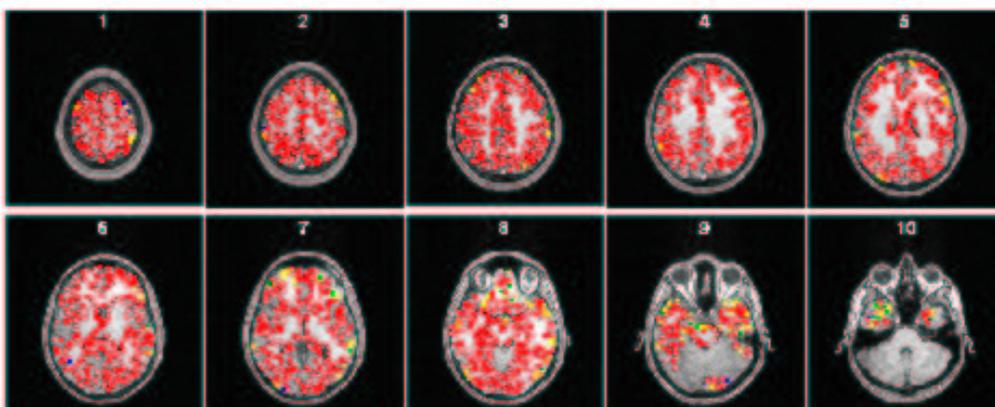
TAB. J.2: Pourcentage des 2003 dipôles localisés avec moins de seuil mm selon le type de problème inverse utilisé

• <3 • <6 • <12 • <90

spines



trilinéaire



bem

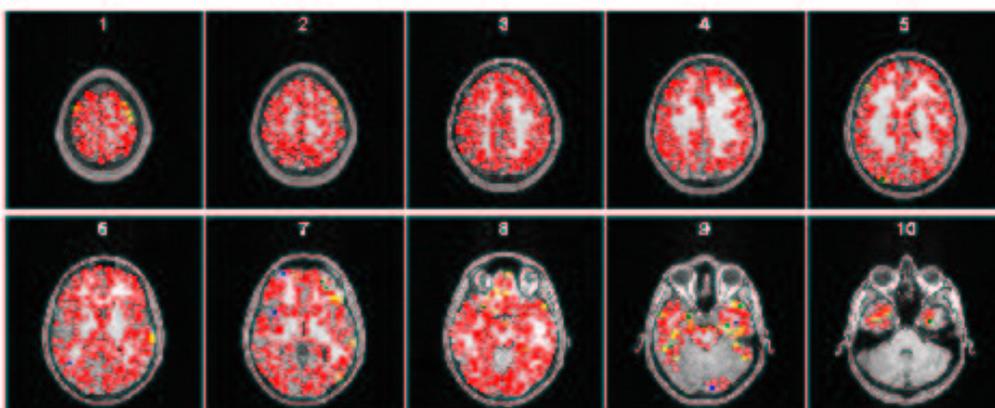


FIG. J.7: Erreur de localisation du dipôle en fonction de sa position originale projetée sur l'IRM. La couleur est attribuée en fonction de l'erreur de localisation obtenue pour chaque dipôle : un point rouge représente un dipôle localisé avec une erreur inférieure à 3 mm ; jaune, 6 mm ; vert, 12 mm ; et bleu au delà.

2.3 Influence du pas de la grille

Dans la section précédente, le problème inverse a été résolu avec un maillage plus grossier que celui utilisé pour créer les données simulées. Les erreurs obtenues pouvaient donc être dues à cette approximation géométrique plutôt qu'à l'utilisation des grilles. Pour avoir une meilleure idée du biais intrinsèque engendré par l'utilisation des grilles sur la localisation du dipôle, le maillage de référence a été utilisé dans l'étape de précalculs sur les grilles. L'influence du pas de la grille sur la minimisation a également été évalué.

2.3.1 Méthodes

Deux grilles ont été créées à partir du maillage de référence 3L1500 : l'une avec un pas de 10 mm et une troncature à 2 mm du maillage, et l'autre avec un pas de 5 mm et une troncature à 0.1 mm du maillage. Le calcul des champs engendrés pour ces grilles sur un pentiumIII-450 était de 16h35 pour la grille de pas 5 mm et de 1h25 pour la grille de pas 10 mm. Le temps de calcul des 2003 problèmes inverse dans le cas d'une interpolation spline était de 3h15. Les problèmes inverse sont également résolus avec la méthode par intégrale de surface classique pour le maillage 3L1500, afin de contrôler la part des erreurs dues à la troncature de la grille. Le temps de résolution des problèmes inverses par l'approche classique a été de 46h50.

2.3.2 Résultats

Les résultats obtenus pour ces deux densités de grille avec les interpolations linéaire et spline sont donnés figure J.8 et table J.3. On constate que le pas de la grille a beaucoup plus d'influence sur l'erreur résiduelle que le type d'interpolation utilisé.

seuil	grille 10 mm, spline	grille 10 mm, trilinéaire	grille 5 mm, spline	grille 5 mm, trilinéaire
1 mm	77.8 %	77.5 %	91.9 %	93.3 %
3 mm	94.7 %	95.0 %	98.7 %	99.0 %
6 mm	98.6 %	98.7 %	99.6 %	99.6 %
12 mm	99.7 %	99.7 %	99.7 %	99.8 %

TAB. J.3: Pourcentage des 2003 dipôles localisés avec moins de seuil mm selon le type de problème inverse utilisé

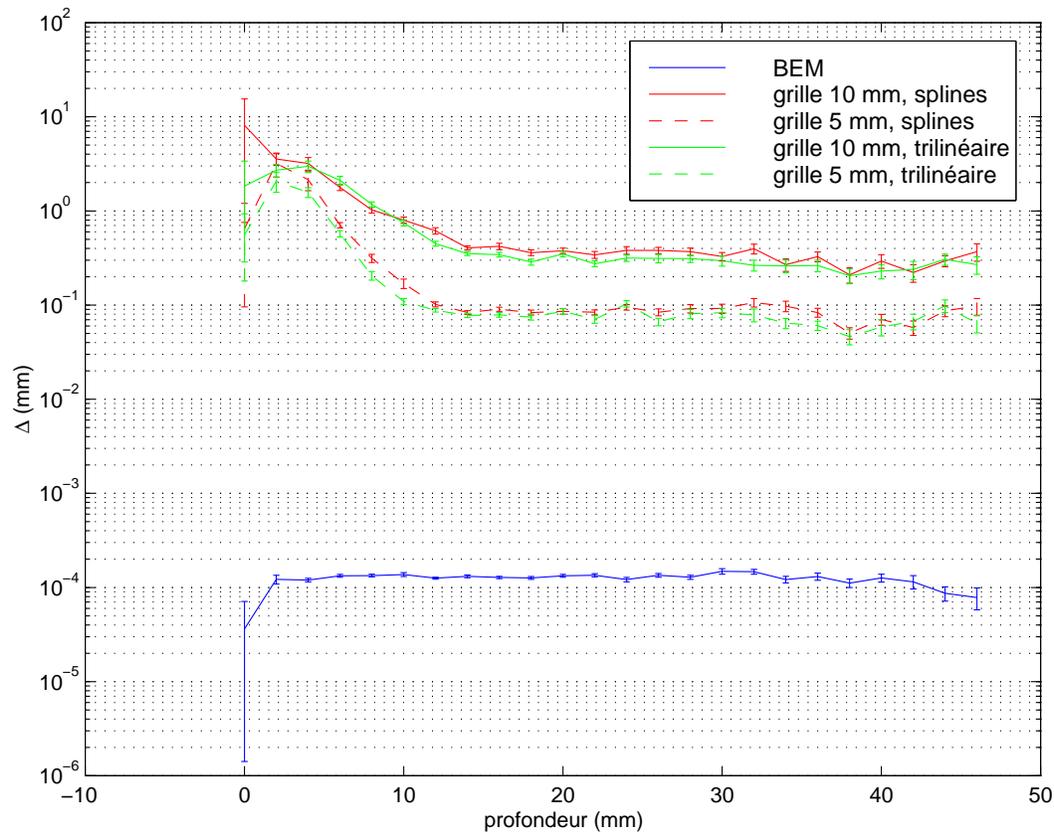


FIG. J.8: Erreur résiduelle obtenue pour les différents pas de grille.

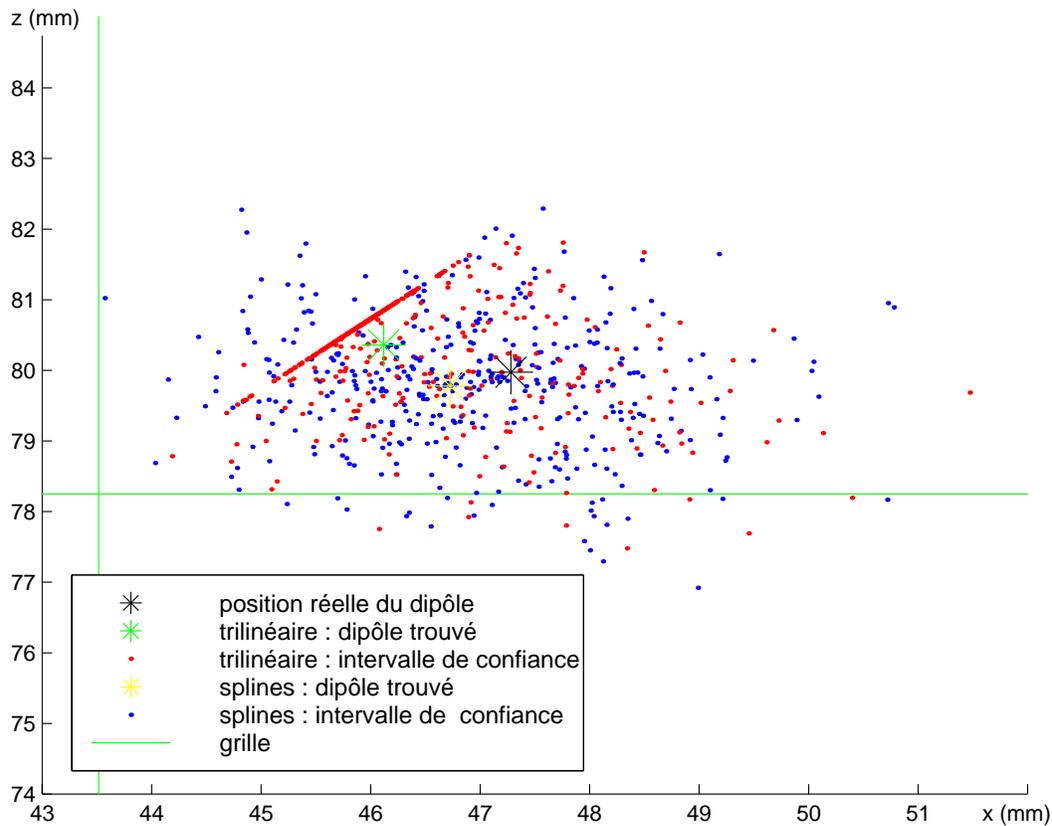


FIG. J.9: Intervalles de confiance estimés pour la localisation d'un dipôle. Pour estimer les intervalles de confiance, le champ magnétique engendré par le dipôle équivalent trouvé est bruité, et pour chacune des 400 réalisations de bruit, le problème inverse est à nouveau résolu.

2.4 Problème rencontré lors du calcul des intervalles de confiance

L'un des intérêts de l'approche proposée est une accélération des calculs de résolution du problème inverse permettant en pratique de calculer des intervalles de confiance en modifiant les données du problème (bruit ajouté aux données) pour un grand nombre de réalisations. On notera toutefois que l'approche proposée ne permet pas d'évaluer un intervalle de confiance en bruitant les positions des voies, puisqu'il faudrait à chaque réalisation de bruit refaire les calculs préliminaires.

Nous avons donc cherché à évaluer l'approche proposée dans le cadre du calcul des intervalles de confiance réalisés en bruitant uniquement les données de potentiel et de champ magnétique. Les intervalles de confiance auxquels nous ferons référence dans la suite de cette annexe ont été calculés en ajoutant un bruit gaussien dont le rapport signal sur bruit est de 5. Pour chaque intervalle de confiance, 400 réalisations de bruit ont été effectuées. L'intervalle de confiance est ensuite représenté soit par la totalité des points correspondant aux localisations de sources obtenues pour chaque réalisation de bruit, soit par l'ellipsoïde approchant au mieux l'espace occupé par ces points.

En essayant de tracer des intervalles de confiance autour de la localisation d'un dipôle, on constate que l'interpolation trilineaire entraîne un biais lié à la proximité du dipôle à la grille, ainsi que le montre la figure J.9. On y constate pour l'intervalle de confiance estimé avec l'interpolation trilineaire une tendance à s'accrocher aux zones de transition de la grille (ici une diagonale).

L'analyse des résultats précédents ne permet pas de conclure immédiatement sur l'opportunité de l'utilisation des grilles. En effet, sans explication sur l'origine des accumulations observées pour l'interpolation trilineaire, il est difficile de dire si un tel biais n'existe pas de manière moins évidente pour l'interpolation spline.

2.5 Recherche de la cause des accumulations linéaires des intervalles de confiance

2.5.1 Position du problème

Les équations à résoudre sont du type :

$$\begin{cases} V = V_o + AV = (I - A)^{-1}V_o \\ B = B_o + MV = B_o + (I - A)^{-1}V_o \end{cases}$$

Elles dépendent donc linéairement de B_o et V_o . Or, l'interpolation spline ou linéaire d'une combinaison linéaire de fonctions est la même combinaison linéaire appliquée aux interpolées de ces fonctions. On peut donc en déduire :

- Que l'interpolation sera d'autant plus adaptée qu'elle interpole correctement B_o et V_o .
- Qu'on peut se contenter d'une interpolation correcte pour V_o , B_o étant rapide à calculer : il suffirait à ce moment là d'interpoler la partie réaliste $(I - A)^{-1}V_o$.

Or les équations de V_o et B_o sont :

$$\begin{cases} V_o(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_G \vec{J}_p \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}''|} dv \\ \vec{B}_o(\vec{r}) = \frac{\mu_o}{4\pi} \int_G \vec{J}_p(\vec{r}'') \wedge \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}''|} dv \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_o(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \vec{Q} \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}_{dip}}{|\vec{r} - \vec{r}_{dip}|^3} \\ \vec{B}_o(\vec{r}) = \frac{\mu_o}{4\pi} \vec{Q} \wedge \frac{\vec{r} - \vec{r}_{dip}}{|\vec{r} - \vec{r}_{dip}|^3} \end{cases}$$

L'interpolation choisie sera donc d'autant plus adaptée qu'elle interpole correctement les fonctions de ce type.

2.5.2 Problème simplifié en 2D

Pour évaluer cet aspect, je me suis ramenée à un problème en deux dimensions, afin de pouvoir facilement visualiser les résultats avec MATLAB. J'ai également utilisé

l'interpolation spline de MATLAB, qui n'est pas exactement la même que celle utilisée dans notre programme de résolution du problème inverse.

Pour la comparaison en 2D, j'ai utilisé une fonction simplifiée du type :

$$\begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x+0.1}{|(x+0.1*y+0.1)|^3} \\ \frac{x-10.9}{|(x-10.9*y+0.1)|^3} \end{pmatrix}$$

J'ai calculé ses valeurs sur une grille de pas 0.1 entre 0 et 10 pour x et y, et les valeurs interpolées en ces mêmes points à partir d'une grille de pas 1. Ensuite j'ai choisi le point (x=5.9, y=5.9), et j'ai calculé les valeurs prises par la fonction en ce point.

$$\begin{pmatrix} f_o \\ g_o \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(5.9, 5.9) \\ g(5.9, 5.9) \end{pmatrix}$$

J'ai alors calculé en chaque point de la grille fine l'erreur résiduelle entre cette valeur et la valeur estimée ou non en ce point. Cette erreur résiduelle est l'analogue dans mon problème à deux dimensions de l'erreur résiduelle du problème général, et dont l'algorithme de résolution du problème inverse cherche le minimum. Dans le cas général, on espère que le minimum correspond aux coordonnées des sources dipolaires, dans notre cas, il doit se trouver au point (x=5.9, y=5.9).

$$\begin{cases} E_{\text{linéaire}}(x, y) = (f_o - f_{\text{linéaire}}(x, y))^2 + (g_o - g_{\text{linéaire}}(x, y))^2 \\ E_{\text{spline}}(x, y) = (f_o - f_{\text{spline}}(x, y))^2 + (g_o - g_{\text{spline}}(x, y))^2 \\ E_{\text{réelle}}(x, y) = (f_o - f(x, y))^2 + (g_o - g(x, y))^2 \end{cases}$$

La figure J.10 montre les distributions des erreurs résiduelles avec ou sans interpolation, ainsi que les distributions de leurs laplaciens numériques. L'opérateur laplacien appliqué à l'image ici est :

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

On constate une discontinuité du laplacien pour l'interpolation trilineaire au lieu de la grille. Or l'algorithme de Marquardt que nous utilisons pour résoudre le problème inverse ne fonctionne théoriquement que dans l'hypothèse d'une continuité du laplacien.

2.6 Validité des grilles pour l'utilisation des intervalles de confiance

Une autre question qui se pose est de savoir si l'utilisation des grilles permet d'établir avec une précision suffisante la taille de l'intervalle de confiance correspondant à la sensibilité au

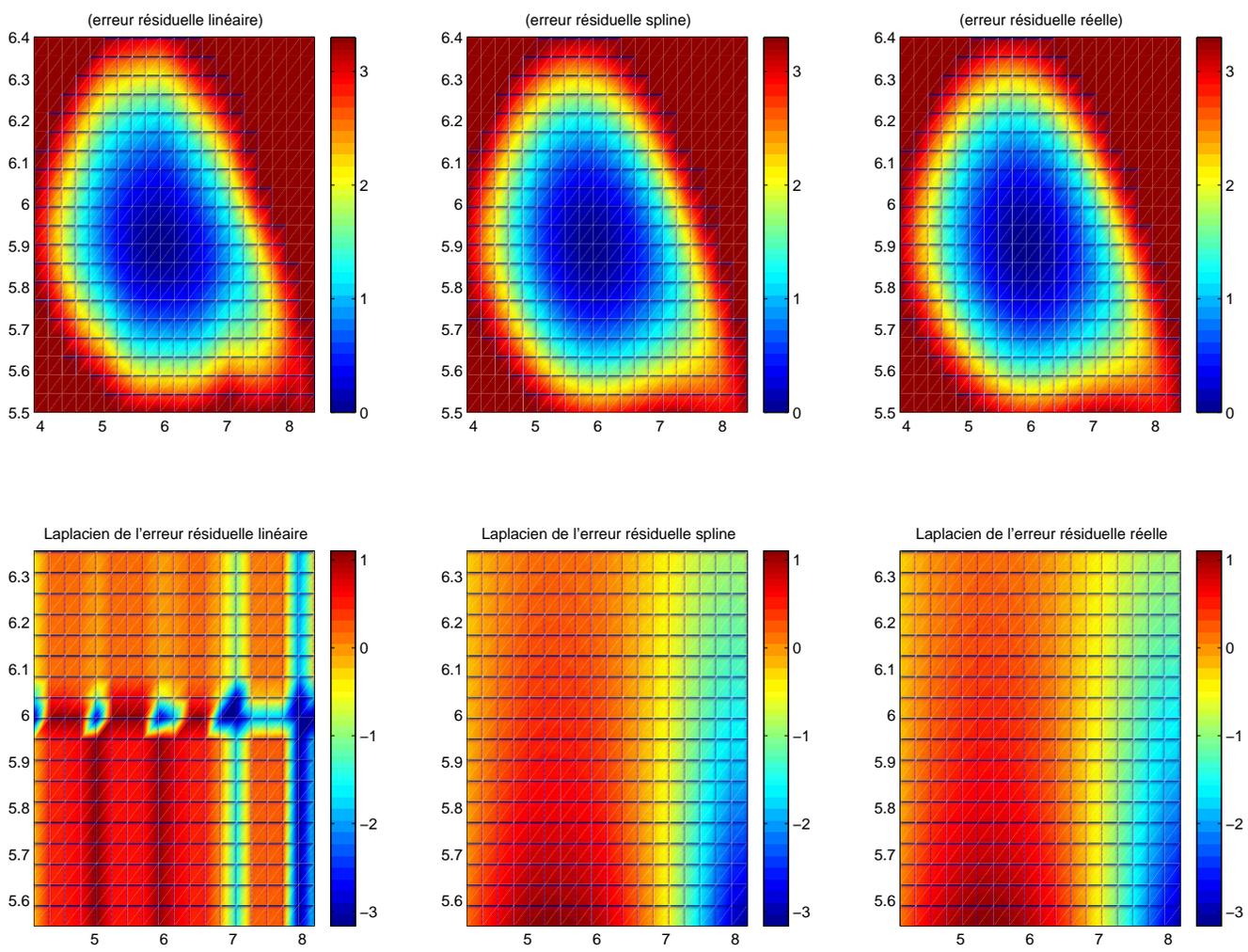


FIG. J.10: Erreur résiduelle comparée pour les différentes interpolations.

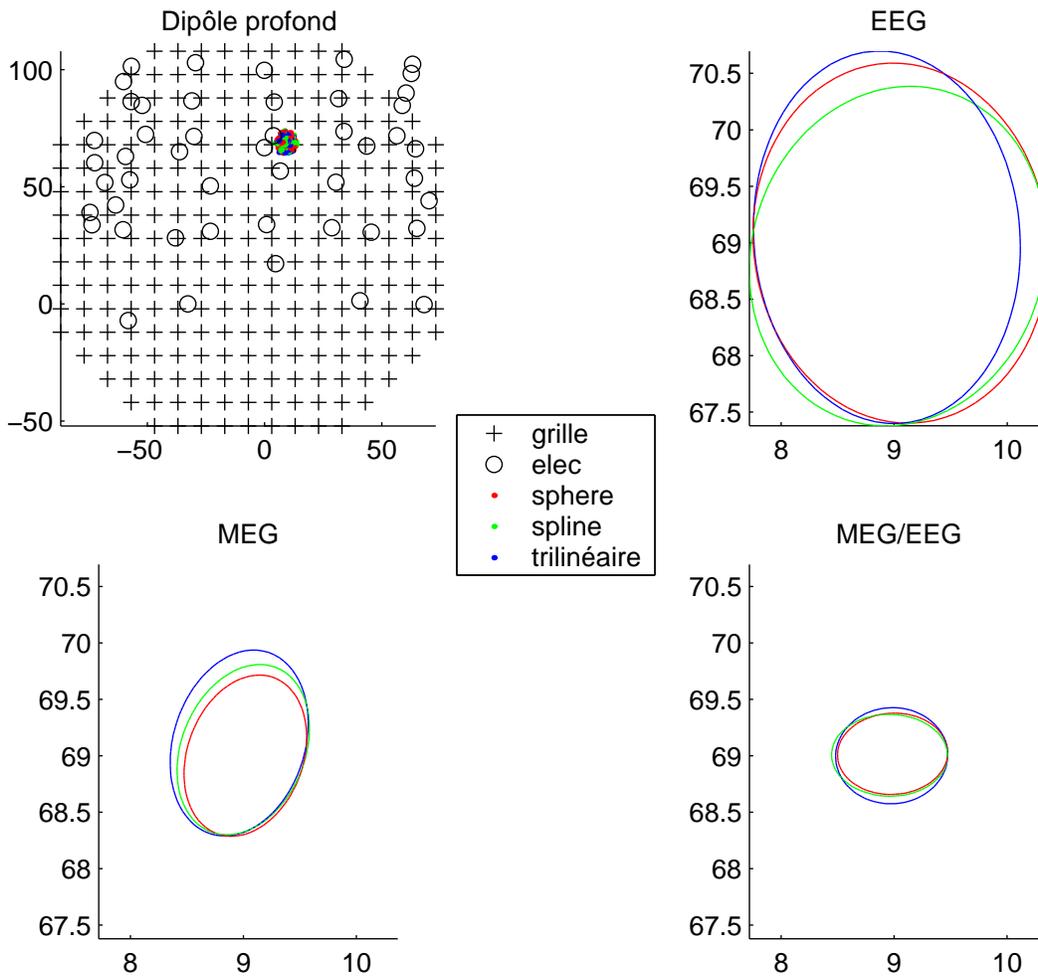


FIG. J.11: Intervalles de confiance pour un dipôle de coordonnées $(9,9,69,1,-1,0)$

bruit de notre modèle. Pour tester cela, les intervalles de confiance obtenus avec un modèle sphérique (utiliser un modèle réaliste demande beaucoup de temps de calcul pour les intervalles de confiance) sont comparés avec ceux obtenus avec des grilles pour deux dipôles, l'un profond et l'autre non. Les résultats de ces comparaisons sont visibles figure J.11 pour le dipôle profond et figure J.12 pour le dipôle peu profond. Pour le dipôle profond, les intervalles de confiance obtenus avec les trois méthodes sont similaires. Pour le dipôle profond, celui obtenu avec l'interpolation spline semble différent, mais cette différence est due à une erreur de localisation initiale du dipôle plus importante : en choisissant comme dipôle de départ celui trouvé avec l'interpolation spline, le modèle sphérique donne un intervalle de confiance similaire. On notera toutefois avec surprise l'absence d'accumulations pour l'interpolation linéaire dans cette simulation.

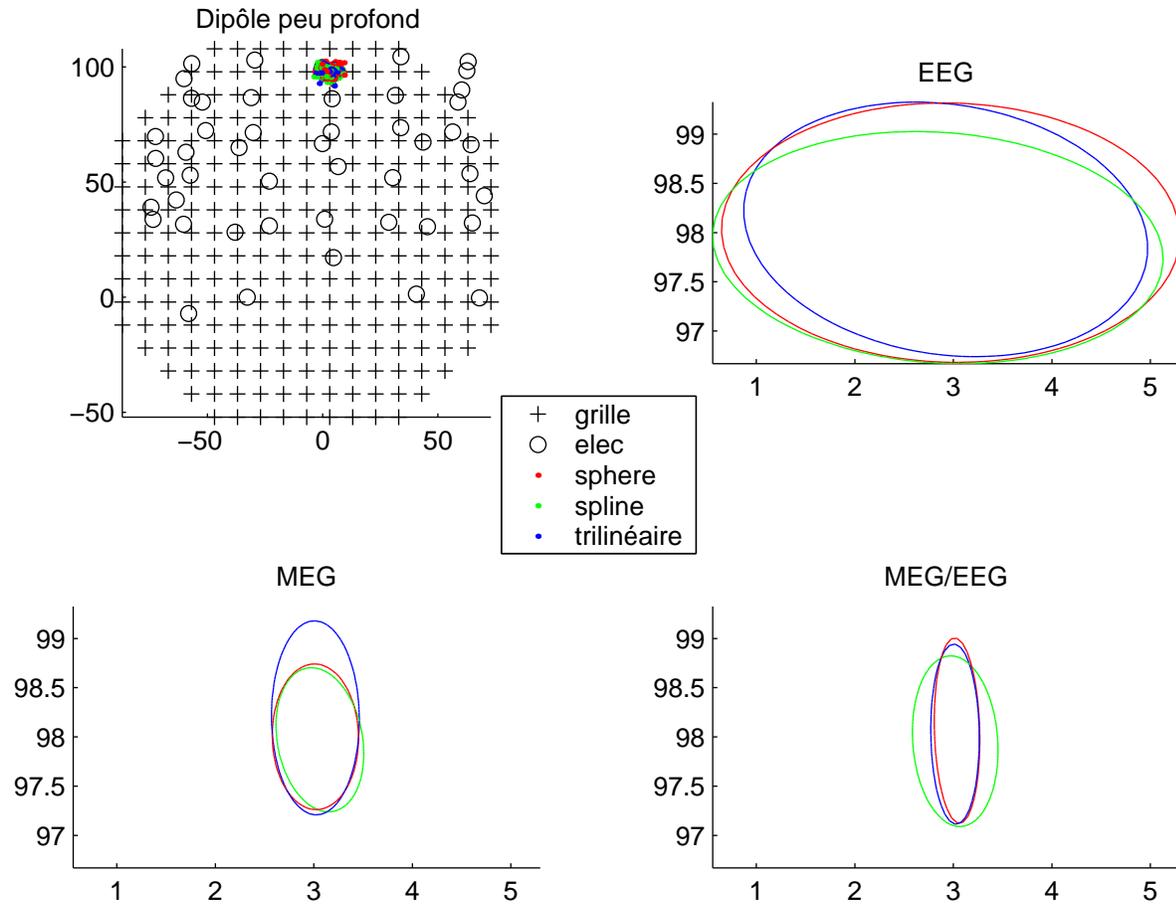


FIG. J.12: Intervalles de confiance pour un dipôle de coordonnées (3,-11,98,0,0,1)

2.7 Conclusion

L'interpolation des champs engendrés sur une grille semble donner des résultats suffisamment précis pour qu'il soit approprié de les utiliser pour calculer plus rapidement des intervalles de confiance avec un modèle réaliste. Une grille intermédiaire de pas 8 mm tronquée à 8 mm du maillage sera utilisée au chapitre 4. Toutefois, afin d'éviter le problème d'accumulation qui se pose avec l'interpolation linéaire, on préférera utiliser une interpolation spline. Pour l'évaluation réalisée au chapitre 4, nous avons utilisé une interpolation spline d'ordre 3 avec 60 points. Ceci pourra être reconsidéré dans le cas d'un changement de l'algorithme de minimisation, l'interpolation linéaire présentant l'avantage d'une précision comparable pour un temps de calcul plus court. Une validation plus approfondie reste complètement nécessaire, mais ne rentre pas dans le cadre de cette thèse.

Annexe K

Liste des publications issues de cette thèse

1 Publications

- **Crouzeix, A., Yvert, B., Bertrand, O., et Pernier, J. (1999b).** An evaluation of dipole reconstruction accuracy with spherical and realistic head models in MEG. *Clin Neurophysiol*, 1999, vol 110, n°12, pp. 2176–2188.
- **Yvert, B., Crouzeix, A., Bertrand, O., Seither-Preisler, A., et Pantev, C. (2001a).** Multiple supratemporal sources of magnetic and electric auditory evoked middle latency components in humans. *Cereb Cortex*, 2001, vol 11, n°5, pp. 411–423.
- **Yvert, B., Crouzeix-Cheylus, A., et Pernier, J. (2001b).** Fast realistic modeling in bioelectromagnetism using Lead-Field interpolation. *Human Brain Mapping*, 2001, vol 14, pp. 48–63.

2 Résumés publiés

- **Crouzeix, A., Yvert, B., Bertrand, O., et Pernier, J. (1999a).** Dipole reconstruction in MEG and EEG with different model geometries. In : Rosen, B. R., Seitz, R. J., et Volkman, J., éditeurs, Fifth International Conference on Functional Mapping of the Human Brain. June 22-26, 1999, Düsseldorf, Germany. *Neuroimage*, volume 9, n°6, part 2. San Diego:Academic Press, 1999. p S192.
- **Yvert, B., Bertrand, O., Crouzeix, A., Seither-Preisler, A., et Pantev, C. (2000a).** EEG/MEG evidence for multiple supratemporal sources of the auditory middle-latency components. In : Nenonen, J., Ilmoniemi, R., et Katila, T., éditeurs, *Biomag2000. 12th Int. Conf. on Biomagnetism*, [On-line]. Espoo, Finland:Helsinki Univ. of Technology, 2000, pp. 29–32, [19.07.2001]. Available from internet : <URL : <http://biomag2000.hut.fi/papers/0029.pdf>>.

- **Yvert, B., Crouzeix, A., et Pernier, J. (2000d).** High-speed realistic modeling using lead-field interpolation. *In* : Nenonen, J., Ilmoniemi, R., et Katila, T., éditeurs, *Biomag2000. 12th Int. Conf. on Biomagnetism*, [On-line]. Espoo, Finland:Helsinki Univ. of Technology, 2000, pp. 639–643, [19.07.2001]. Available from internet : <URL : <http://biomag2000.hut.fi/papers/0639.pdf>>.
- **Yvert, B., Bertrand, O., Crouzeix, A., Seither-Preisler, A., et Pantev, C. (2000b).** MEG/EEG identification of auditory middle-latency supratemporal sources. *Clin. Neurophysiol.*, 2000, vol 111(Suppl. 1), p S137.
- **Yvert, B., Bertrand, O., Fischer, C., Crouzeix, A., Huotilainen, M., et Pantev, C. (2000c).** MEG/EEG and intracerebral EEG evidences for multiple supratemporal sources of early auditory cortical activity in humans. *Society for Neuroscience Abstract*, 2000, vol 26, p 1972.

3 Communications à des congrès

- **Yvert, B., Bertrand, O., Crouzeix, A., Echallier, J.-F. and Pernier, J.** Modélisation de l'activité électrique cérébrale : géométrie réaliste de la tête et sources distribuées. Journée sur l'Imagerie Fonctionnelle Cérébrale du GRD-PRC ISIS, Lyon, 11-12 décembre 1996.
- **Crouzeix, A., Yvert, B., Bertrand, O., Echallier, J.-F. and Pernier, J.** Évaluation de la modélisation réaliste en MEG. Journée sur l'imagerie Fonctionnelle Cérébrale du GRD-PRC ISIS, Caen, 11-12 décembre 1997.
- **Crouzeix, A., Yvert, B., Bertrand, O. and Pernier, J.** Dipole reconstruction in MEG and EEG with different model geometries. 5th International Conference on Functional Mapping of the Human Brain, Düsseldorf (Germany), June 22-26, 1999.
- **Yvert, B., Bertrand, O., Fischer, C., Crouzeix, A., Huotilainen, M. and Pantev, C.** MEG/EEG and intracranial EEG evidences for multiple supratemporal sources of early auditory cortical activity in humans. Society for Neuroscience, New-Orleans, November, 4-9, 2000.
- **Yvert, B., Crouzeix, A., Bertrand, O., Seither-Preissler, A. and Pantev, C.** Mise en évidence de plusieurs sources supratemporales des composantes de latences moyennes EEG/MEG. Réunion de la Société d'Anatomie Fonctionnelle Cérébrale, Lyon, 3 mai 2000.
- **Yvert, B., Bertrand, O., Crouzeix, A., Seither-Preissler, A. and Pantev, C.** EEG/MEG evidence for multiple supratemporal sources of the auditory middle-latency

components. 12th International Conference on Biomagnetism, Helsinki, August 13-17, 2000.

- **Yvert, B., Crouzeix, A., Pernier, J.** High-speed realistic modeling using lead-field interpolation. 12th International Conference on Biomagnetism, Helsinki, August 13-17, 2000.
- **Yvert, B., Bertrand, O., Crouzeix, A., Seither-Preissler, A. and Pantev, C.** MEG/EEG identification of auditory middle-latency supratemporal sources. 10th European Congress of Clinical Neurophysiology, Lyon, August 26-30, 2000.

4 Rapports techniques

- **Crouzeix, A. (1996).** Amélioration de la méthode des intégrales de surface pour la modélisation réaliste de l'activité électrique cérébrale. Travail de fin d'études, Ecole Centrale de LYON, INSERM U280, LYON, 1996. 65p.
- **Crouzeix, A. (1997).** Étude de méthodes permettant de localiser les sources de courant intracérébrales à partir d'enregistrements couplés des potentiels électriques et des champs magnétiques sur le scalp de l'homme. Mémoire de recherche, DEA de Génie Biologique et Médical, LYON, INSERM U280, LYON, 1997. 74p.

Bibliographie

- **Algorri, M.-E. et Schmitt, F. (1996).** Mesh simplification. *Computer Graphics Forum*, 1996, vol 15, n°3. pp. C77-C86.
- **Anogianakis, G., Badier, J. M., Baret, G., Erne, S., Fenici, R., Fenwick, P., Grandori, F., Hari, R., Ilmoniemi, R., Mauguiere, F., Lehmann, D., Perrin, F., Peters, M., Romani, G.-L., et Rossini, P. M. (1992).** A consensus statement on relative merits of EEG and MEG. European concerted action on biomagnetism, Lyon meeting, november 26 and 27, 1991. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1992, vol 82, n°5, pp. 317–319.
- **Ary, J. P., Klein, S. A., et Fenders, D. H. (1981).** Location of sources of evoked scalp potentials : correction for skull and scalp thicknesses. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1981, vol 28, pp. 447–452.
- **Babiloni, F., Babiloni, C., Carducci, F., Fattorini, L., Onorati, P., et Urbano, A. (1996).** Spline laplacian estimate of EEG potentials over a realistic magnetic resonance-constructed scalp surface model. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1996, vol 98, n°4, pp. 363–373.
- **Babiloni, F., Carducci, F., Del Gratta, C., Babiloni, C., Roberti, G. M., Cincotti, F., Bagni, O., et Rossini, P. (1999a).** Multimodal integration of high resolution EEG, MEG and functional magnetic resonance data. *International Journal of Bioelectromagnetism*, [On-line], 1999, vol 1, n°1, pp. 62–74, [19.07.2001]. Available from internet : <URL : <http://www.ee.tut.fi/rgi/ijbem/volume1/number1/html/toc.htm>>.
- **Babiloni, F., Del Gratta, C., Carducci, F., Babiloni, C., Roberti, G. M., Pizzella, V., Rossini, P., et Urbano, A. (1999b).** Linear inverse estimate of combined MEG and reference-free EEG data over a realistic subject's head model : a high resolution MEG/EEG study. In : Yoshimoto, T., Kotani, M., Kuriki, S., Karibe, H., et Nakasato, N., éditeurs, *Recent Advances in Biomagnetism*. Sendai:Tohoku University Press, 1999, pp. 149–152.
- **Baillet, S. et Garnero, L. (1997).** A bayesian approach to introducing anatomo-functional priors in the EEG/MEG inverse problem. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1997, vol 44, n°5, pp. 374–385.

- **Baillet, S., Garnero, L., Marin, G., et Hugonin, J. P. (1999).** Combined MEG and EEG source imaging by minimization of mutual information. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1999, vol 46, n°5, pp. 522–534.
- **Baillet, S., Riera, J. J., Marin, G., Mangin, J. F., Aubert, J., et Garnero, L. (2001).** Evaluation of inverse methods and head models for EEG source localization using a human skull phantom. *Phys Med Biol*, 2001, vol 46, n°1, pp. 77–96.
- **Balish, M., Sato, S., Connaughton, P., et Kufta, C. (1991).** Localization of implanted dipoles by magnetoencephalography. *Neurology*, 1991, vol 41, n°7, pp. 1072–1076.
- **Barth, D. S., Sutherling, W., Broffman, J., et Beatty, J. (1986).** Magnetic localization of a dipolar current source implanted in a sphere and a human cranium. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1986, vol 63, n°3, pp. 260–273.
- **Bertrand, O., Perrin, F., Echallier, J.-F., et Pernier, J. (1988).** Topography and model analysis of auditory evoked potentials : tonotopic aspects. *In* : Pfurtscheller, G. et Lopes da Silva, F., éditeurs, *Functional Brain Imaging*. Toronto:Hans Huber, 1988, pp. 75–82.
- **Bertrand, O., Thévenet, M., et Perrin, F. (1991).** 3D finite elements method in brain electrical activity studies. *In* : J. Nenonen, H. R. et Katila, T., éditeurs, *Biomagnetic Localisation and 3D modeling*. Espoo, Finland:Helsinki university of technology, 1991, pp. 154–171. Report TKK-F-A689.
- **Brebbia, C. A. et Dominguez, J. (1989).** *Boundary elements, an introductory course, Computational Mechanics Publications*. New York:McGraw Hill Book Company, 1989, chapitre 1, pp. 22–24.
- **Buchner, H., Fuchs, M., Wischmann, H. A., Dössel, O., Ludwig, I., Knepper, A., et Berg, P. (1994).** Source analysis of median nerve and finger stimulated somatosensory evoked potential : multichannel simultaneous recording of electric and magnetic fields combined with 3D-MR tomography. *Brain Topography*, 1994, vol 6, pp. 299–310.
- **Cauchy, A. (1847).** Méthode générale pour la résolution des systèmes d'équations simultanées. *Compte-Rendu de l'Académie des Sciences, Paris*, 1847, vol 27, pp. 536–538.
- **Changeux, J.-P. (1983).** *L'homme neuronal*. Paris:Fayard, 1983. 419p. ISBN 2-213-01247-4.
- **Cohen, D. (1968).** Magnetoencephalography : evidence of magnetic fields produced by alpha-rhythm currents. *Science*, 1968, vol 161, n°843, pp. 784–786.
- **Cohen, D. (1972).** Magnetoencephalography : detection of the brain's electrical activity with a superconducting magnetometer. *Science*, 1972, vol 175, n°22, pp. 664–666.
- **Cohen, D. et Cuffin, B. N. (1987).** A method for combining MEG and EEG to determine the sources. *Phys Med Biol*, 1987, vol 32, n°1, pp. 85–89.

- **Cohen, D. et Cuffin, B. N. (1991).** EEG versus MEG localization accuracy : theory and experiment. *Brain Topogr*, 1991, vol 4, n°2, pp. 95–103.
- **Cohen, D., Cuffin, B. N., Yunokuchi, K., Maniewski, R., Purcell, C., Cosgrove, G. R., Ives, J., Kennedy, J. G., et Schomer, D. L. (1990).** MEG versus EEG localization test using implanted sources in the human brain. *Ann Neurol*, 1990, vol 28, n°6, pp. 811–817.
- **Crease, R. P. (1991).** Images of conflict : MEG vs. EEG. *Science*, 1991, vol 253, n°5018, pp. 374–375.
- **Crouzeix, A. (1996).** Amélioration de la méthode des intégrales de surface pour la modélisation réaliste de l'activité électrique cérébrale. Travail de fin d'études, Ecole Centrale de LYON, INSERM U280, LYON, 1996. 65p.
- **Crouzeix, A. (1997).** Étude de méthodes permettant de localiser les sources de courant intracérébrales à partir d'enregistrements couplés des potentiels électriques et des champs magnétiques sur le scalp de l'homme. Mémoire de recherche, DEA de Génie Biologique et Médical, LYON, INSERM U280, LYON, 1997. 74p.
- **Crouzeix, A., Yvert, B., Bertrand, O., et Pernier, J. (1999a).** Dipole reconstruction in MEG and EEG with different model geometries. *In* : Rosen, B. R., Seitz, R. J., et Volkman, J., éditeurs, Fifth International Conference on Functional Mapping of the Human Brain. June 22-26, 1999, Düsseldorf, Germany. *Neuroimage*, volume 9, n°6, part 2. San Diego:Academic Press, 1999. p S192.
- **Crouzeix, A., Yvert, B., Bertrand, O., et Pernier, J. (1999b).** An evaluation of dipole reconstruction accuracy with spherical and realistic head models in MEG. *Clin Neurophysiol*, 1999, vol 110, n°12, pp. 2176–2188.
- **Cuffin, B. N. (1990).** Effects of head shape on EEG's and MEG's. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1990, vol 37, n°1, pp. 44–52.
- **Cuffin, B. N. (1991).** Eccentric spheres models of the head. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1991, vol 38, n°9, pp. 871–878.
- **Cuffin, B. N. (1996).** EEG localization accuracy improvements using realistically shaped head models. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1996, vol 43, n°3, pp. 299–303.
- **Cuffin, B. N. et Cohen, D. (1977).** Magnetic fields of a dipole in special volume conductor shapes. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1977, vol 24, n°4, pp. 372–381.
- **Cuffin, B. N. et Cohen, D. (1979).** Comparison of the magnetoencephalogram and electroencephalogram. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1979, vol 47, n°2, pp. 132–146.
- **Cuffin, B. N., Cohen, D., Yunokuchi, K., Maniewski, R., Purcell, C., Cosgrove, G. R., Ives, J., Kennedy, J., et Schomer, D. (1991).** Tests of eeg localization accuracy using implanted sources in the human brain. *Annals of Neurology*, 1991, vol 23, pp. 132–138.

- **Dautray, R. et Lions, J.-L. (1985a).** *Analyse mathématique et calcul numérique pour les sciences et les techniques.* tome 2, Paris:Masson, 1985, chapitre XII- introduction, pp. 703–718. Coll. CEA, série scientifique.
- **Dautray, R. et Lions, J.-L. (1985b).** *Analyse mathématique et calcul numérique pour les sciences et les techniques.* tome 2, Paris:Masson, 1985, chapitre XIII, pp. 953–968. Coll. CEA, série scientifique.
- **De Munck, J. C. (1992).** A linear discretization of the volume conductor boundary integral equation using analytically integrated elements. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1992, vol 39, n°9, pp. 986–990.
- **De Munck, J. C., Vijn, P. C., et Lopes da Silva, F. H. (1992).** A random dipole model for spontaneous brain activity. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1992, vol 39, n°8, pp. 791–804.
- **Duchon, J. (1976).** Interpolation des fonctions de deux variables suivant le principe de la flexion des plaques minces. *RAIRO Analyse numérique*, 1976, vol 10, pp. 5–12.
- **Fenollosa, E. (1993).** Maillage surfacique réaliste de la tête pour l'étude de l'activité électrique cérébrale. Travail de fin d'études, Ecole Centrale de LYON, INSERM U280, LYON, 1993. 61p.
- **Ferguson, A. S. et Stroink, G. (1997).** Factors affecting the accuracy of the boundary element method in the forward problem-I : Calculating surface potentials. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1997, vol 44, n°11, pp. 1139–1155.
- **Ferguson, A. S., Zhang, X., et Stroink, G. (1994).** A complete linear discretization for calculating the magnetic field using the boundary element method. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1994, vol 41, n°5, pp. 455–460.
- **Fuchs, M., Drenckhahn, R., Wischmann, H.-A., et Wagner, M. (1998a).** An improved boundary element method for realistic volume-conductor modeling. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1998, vol 45, pp. 980–997.
- **Fuchs, M., Wagner, M., Wischmann, H. A., Kohler, T., Theissen, A., Drenckhahn, R., et Buchner, H. (1998b).** Improving source reconstructions by combining bioelectric and biomagnetic data. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1998, vol 107, n°2, pp. 93–111.
- **Geselowitz, D. B. (1967).** On bioelectric potentials in an inhomogeneous volume conductor. *Biophys J*, 1967, vol 7, pp. 1–11.
- **Geselowitz, D. B. (1970).** On the magnetic field generated outside an inhomogeneous volume conductor by internal volume current. *IEEE Transactions on Magnetism*, 1970, vol 6, pp. 346–347.
- **Golub, G. H. et Van Loan, C. F. (1996).** *Matrix Computations*, third edition. Baltimore:The Johns Hopkins University Press, 1996. 726p.

- **Habib, M., Robichon, F., et Démonet, J.-F. (1996).** Le singulier cerveau des dyslexiques. *La Recherche*, 1996, vol 289, pp. 80–85. Numéro spécial : voir dans le cerveau.
- **Hämäläinen, M. S. (1987).** *Interpretation of neuromagnetic measurements : modeling and statistical considerations*. Thèse de doctorat, Epsoo, Finlande, 1987. 84p.
- **Hämäläinen, M. S. (1992).** Magnetoencephalography : a tool for functional brain imaging. *Brain Topogr*, 1992, vol 5, n°2, pp. 95–102.
- **Hämäläinen, M. S. et Sarvas, J. (1989).** Realistic conductivity geometry model of the human head for interpretation of neuromagnetic data. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1989, vol 36, pp. 165–171.
- **Hari, R., Hämäläinen, M., Ilmoniemi, R., et Lounasmaa, O. V. (1991).** MEG versus EEG localization test. *Ann Neurol*, 1991, vol 30, n°2, pp. 222–224. Letter to the Editor.
- **Hasson, R. (1991).** Mixed eeg/meg imaging : a way forward. In : Nenonen, J., Rajala, H.-M., et Katila, T., éditeurs, *Comett II course, Biomagnetic localization and 3D modelling*. Espoo, Finland:Helsinki university of technology, 1991, pp. 125–135. Report TTK-F-A689.
- **Haueisen, J., Ramon, C., Czapski, P., et Eiselt, M. (1995).** On the influence of volume currents and extended sources on neuromagnetic fields : a simulation study. *Ann Biomed Eng*, 1995, vol 23, n°6, pp. 728–739.
- **Hédou, V. (1997).** *méthode numériques pour la modélisation électro-anatomique du cerveau*. Thèse de doctorat, Université de Rennes I, 1997. 170p.
- **Homma, S., Musha, T., Nakajima, Y., Okamoto, Y., Blom, S., Flink, R., et Hagbarth, K. E. (1995).** Conductivity ratios of the scalp-skull-brain head model in estimating equivalent dipole sources in human brain. *Neurosci Res*, 1995, vol 22, n°1, pp. 51–55.
- **Homma, S., Musha, T., Nakajima, Y., Y.Okamoto, Blom, S., Flink, R., Hagbarth, K.-E., et Moström, U. (1994).** Location of electric current sources in the human brain estimated by the dipole tracing method of the scalp-skull-brain (ssb) head model. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1994, vol 91, pp. 374–382.
- **Huang, M., Aaron, R., et Shiffman, C. A. (1997).** Maximum entropy method for magnetoencephalography. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1997, vol 44, n°1, pp. 98–102.
- **Huotilainen, M., Winkler, I., Alho, K., Escera, C., Virtanen, J., Ilmoniemi, R. J., Jaaskelainen, I. P., Pekkonen, E., et Naatanen, R. (1998).** Combined mapping of human auditory EEG and MEG responses. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1998, vol 108, n°4, pp. 370–379.
- **Ilmoniemi, R. J. (1993).** Models of source currents in the brain. *Brain Topogr*, 1993, vol 5, n°4, pp. 331–336.

- **Kasai, N., Ohno, Y., Uesugi, N., Hatsukade, Y., Ishiyama, A., et Tonoike, M. (1999).** Localization of a dipole with radial component using a MEG/EEG hybrid method. *In* : Yoshimoto, T., Kotani, M., Kuriki, S., Karibe, H., et Nakasato, N., éditeurs, *Recent Advances in Biomagnetism*. Sendai:Tohoku University Press, 1999, pp. 240–243.
- **Knuutila, J. et Hämäläinen, M. (1988).** Characterisation of brain noise using a high sensitivity 7-channel magnetometer. *In* : Atsumi, K., Kotani, M., Ueno, Katila, T., et Williamson, S., éditeurs, *Biomagnetism '87*. Tokyo:Tokyo Denki University Press, 1988, pp. 186–189.
- **Leahy, R., Mosher, J., Spencer, M., Huang, M., et Lewine, J. (1998).** A study of dipole localization accuracy for MEG and EEG using a human skull phantom. *Electroenceph clin Neurophysiol*, 1998, vol 107, pp. 159–173.
- **Levenberg, K. (1944).** A method for the solution of certain nonlinear problems in least squares. *Questions of Applied Mathematics*, 1944, vol 2, pp. 164–168.
- **Lütkenhöner, B. (1998).** Dipole source localization by means of maximum likelihood estimation. i. theory and simulations. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1998, vol 106, pp. 314–321.
- **Lynn, M. S. et Timplake, W. P. (1968).** The use of multiple deflations in the numerical solution of singular systems of equations, with applications to potential theory. *SIAM Journal of Numerical Analysis*, 1968, vol 5, pp. 303–322.
- **Mäkelä, J., Hämäläinen, M., Hari, R., et McEvoy, L. (1994).** Whole-head mapping of middle-latency auditory evoked magnetic fields. *Electroenceph clin Neurophysiol*, 1994, vol 92, pp. 414–421.
- **Mallet, A. (1996).** Conception et réalisation d'un logiciel interactif de maillage de surfaces 3D. Travail de fin d'études, Ecole Centrale de LYON, INSERM U280, LYON, 1996. 44p.
- **Marin, G. (1997).** *Utilisation de la méthode des éléments finis pour le calcul des champs électromagnétiques à l'aide d'un modèle réaliste de tête en MEG et EEG*. Thèse de doctorat, Université de Paris XI, 1997. 162p.
- **Marin, G., Guerin, C., Baillet, S., Garnero, L., et Meunier, G. (1998).** Influence of skull anisotropy for the forward and inverse problem in EEG : simulation studies using FEM on realistic head models. *Hum Brain Mapp*, 1998, vol 6, n°4, pp. 250–269.
- **Marino, F., Halgren, E., Badier, J.-M., Gee, M., et Nenov, V. (1993).** A finite difference model of electric field propagation in the human head : implementation and validation. *In* : *19th IEEE annual Northeast Bioengineering Conference, New Jersey*. 1993, pp. 82–86.
- **Marquardt, D. W. (1963).** An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters. *SIAM, Journal on Applied mathematics*, 1963, vol 11, n°2, pp. 431–441.

- **Meijs, J., Bosh, F., Peters, M., et Lopes da Silva, F. (1987a).** On the magnetic field distribution generated by a dipolar current source situated in a realistically shaped compartment model of the head. *Electroenceph clin Neurophysiol*, 1987, vol 66, pp. 222–226.
- **Meijs, J. et Peters, M. (1987).** The EEG and MEG, using a model of eccentric spheres to describe the head. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1987, vol 34, n°12, pp. 913–920.
- **Meijs, J., Weier, O., Peters, M., et van Oosterom, A. (1989).** On the numerical accuracy of the boundary element method. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1989, vol 36, pp. 1038–1049.
- **Meijs, J. W. H., Boom, H. B. K., Peters, M. J., et Van Oosterom, A. (1987b).** An application of the richardson extrapolation in stimulation studies. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1987, vol 25, pp. 222–226.
- **Meijs, J. W. H., Bosch, F. G. C., Peters, M. J., et Lopes Da Silva, F. H. (1987c).** On the magnetic field distribution generated by a dipolar current source situated in a realistically shaped compartment model of the head. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1987, vol 66, pp. 286–287.
- **Meijs, J. W. H., ten Voorde, B. J., Peters, M. J., Stok, C. J., et Lopes da Silva, F. H. (1988).** On the influence of various head models on EEGs and MEGs. *In* : Pfurtscheller, G. et Lopes da Silva, F. H., éditeurs, *Functional Brain Imaging*. Toronto:Hans Huber, 1988, pp. 31–45.
- **Melcher, J. R. et Cohen, D. (1988).** Dependence of the MEG on dipole orientation in the rabbit head. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1988, vol 70, n°5, pp. 460–472.
- **Menninghaus, E. et Lütkenhöner, B. (1995).** How silent are deep and radial sources in neuromagnetic measurements ? *In* : Baumgartner, C., Deecke, L., Stroink, G., et Williamson, S., éditeurs, *Biomagnetism : fundamental research and clinical applications*. Vienne:Elsevier Science, IOS Press, 1995, pp. 352–356.
- **Menninghaus, E., Lütkenhöner, B., et Gonzalez, S. L. (1994).** Localization of a dipolar source in a skull phantom : realistic versus spherical model. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1994, vol 41, n°10, pp. 986–989.
- **Merlet, I., Garcia-Larrea, L., Ryvlin, P., Isnard, J., Sindou, M., et Mauguière, F. (1998).** Topographical reliability of mesio-temporal sources of interictal spikes in temporal lobe epilepsy. *Electroenceph clin Neurophysiol*, 1998, vol 107, pp. 206–212.
- **Mosher, J. C., Leahy, R. M., et Lewis, P. S. (1999).** EEG and MEG : forward solutions for inverse methods. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1999, vol 46, n°3, pp. 245–259.
- **Mosher, J. C., Lewis, P. S., et Leahy, R. M. (1992).** Multiple dipole modeling and localization from spatio-temporal MEG data. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1992, vol 39, n°6, pp. 541–557.

- **Mosher, J. C., Spencer, M. E., Leahy, R. M., et Lewis, P. S. (1993).** Error bounds for EEG and MEG dipole source localization. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1993, vol 86, n°5, pp. 303–321.
- **Nash, J. C. (1979).** *COMPACT NUMERICAL METHODS FOR COMPUTERS : linear algebra and function minimisation*. Bristol:Adam Hilger Ltd, 1979, chapitre 17, pp. 170–178.
- **Neville, H. et Bavelier, D. (1996).** L'extension des aires visuelles chez les sourds. *La Recherche*, 1996, vol 289, pp. 90–93. Numéro spécial : voir dans le cerveau.
- **Nolte, G. et Curio, G. (1997).** On the calculation of magnetic fields based on multipole modeling of focal biological current sources. *Biophys J*, 1997, vol 73, n°3, pp. 1253–1262.
- **Nolte, G. et Curio, G. (2000).** Current multipole expansion to estimate lateral extent of neuronal activity : a theoretical analysis. *IEEE Trans Biomed Eng*, 2000, vol 47, n°10, pp. 1347–1355.
- **Nunez, P. L. (1981).** *Electric Fields of the Brain*. New York:Oxford University Press, 1981, chapitre 3, pp. 83–91. ISBN 0-19-502796-5.
- **Pantev, C., Hoke, M., Lehnertz, K., Lutkenhoner, B., Anogianakis, G., et Wittkowski, W. (1988).** Tonotopic organization of the human auditory cortex revealed by transient auditory evoked magnetic fields. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1988, vol 69, n°2, pp. 160–170.
- **Pascual-Marqui, R. D., Michel, C. M., et Lehmann, D. (1994).** Low resolution electromagnetic tomography : a new method for localizing electrical activity in the brain. *Int J Psychophysiol*, 1994, vol 18, n°1, pp. 49–65.
- **Pernier, J. et Bertrand, O. (1997).** L'électro- et la magnéto-encéphalographie. In : Deheane, S., éditeur, *LE CERVEAU EN ACTION. Imagerie cérébrale fonctionnelle en psychologie cognitive*. Paris:Presses Universitaires de France, 1997, Psychologie et sciences de la pensée, chapitre 3, pp. 71–95. ISBN 2-13-048270-8.
- **Perrin, F., Bertrand, O., Giard, M. H., et Pernier, J. (1990).** Precautions in topographic mapping and in evoked potential map reading. *J Clin Neurophysiol*, 1990, vol 7, n°4, pp. 498–506.
- **Phillips, J. W., Leahy, R. M., et Mosher, J. C. (1997).** MEG-based imaging of focal neuronal current sources. *IEEE Trans Med Imaging*, 1997, vol 16, n°3, pp. 338–348.
- **Posner, I. P. et Abdullaev, Y. G. (1996).** Dévoiler la dynamique de la lecture. *La Recherche*, 1996, vol 289, pp. 66–69. Numéro spécial : voir dans le cerveau.
- **Romani, G. L., Williamson, S. J., et Kaufman, L. (1982).** Tonotopic organization of the human auditory cortex. *Science*, 1982, vol 216, n°4552, pp. 1339–1340.

- **Rose, D. F., Sato, S., Ducla-Soares, E., et Kufta, C. V. (1991).** Magnetoencephalographic localization of subdural dipoles in a patient with temporal lobe epilepsy. *Epilepsia*, 1991, vol 32, n°5, pp. 635–641.
- **Roth, B. J., Balish, M., Gorbach, A., et Sato, S. (1993).** How well does a three-sphere model predict positions of dipoles in a realistically shaped head? *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1993, vol 87, pp. 175–184.
- **Roth, B. J., Ko, D., von Albertini-Carletti, I. R., Scaffidi, D., et Sato, S. (1997).** Dipole localization in patients with epilepsy using the realistically shaped head model. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1997, vol 102, n°3, pp. 159–166.
- **Rush, S. et Driscoll, D. A. (1968).** Current distribution in the brain from surface electrodes. *Anesth Analg*, 1968, vol 47, n°6, pp. 717–723.
- **Sarvas, J. (1987).** Basic mathematical and electromagnetic concepts of the biomagnetic inverse problem. *Phys Med Biol*, 1987, vol 32, pp. 11–22.
- **Scherg, M. (1990).** Fundamentals of dipole source potential analysis. *In* : Grandori, F., Hoke, M., et Romani, G., éditeurs, *Auditory Evoked Magnetic Fields and Electric Potentials. Adv. Audiol. Basel : Karger*, volume 6. 1990, pp. 40–69.
- **Schlitt, H. A., Heller, L., Aaron, R., Best, E., et Ranken, D. M. (1995).** Evaluation of boundary element methods for the eeg forward problem : Effect of linear interpolation. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1995, vol 42, pp. 52–58.
- **Schwartz, D. (1998).** *Localisation des générateurs intra-cérébraux de l'activité MEG et EEG : évaluation de la précision spatiale et temporelle.* Thèse de doctorat, Université de Rennes I, 1998. 270p.
- **Silva, C., Almeida, R., Oostendorp, T., Ducla-Soares, E., Foreid, J. P., et Pimentel, T. (1999).** Interictal spike localization using a standard realistic head model : simulations and analysis of clinical data. *Clin Neurophysiol*, 1999, vol 110, n°5, pp. 846–855.
- **Stok, C. J. (1987).** The influence of model parameters on eeg/meg single dipole source estimation. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1987, vol 34, pp. 289–296.
- **Stok, C. J., Meijs, J. W., et Peters, M. J. (1987).** Inverse solutions based on MEG and EEG applied to volume conductor analysis. *Phys Med Biol*, 1987, vol 32, n°1, pp. 99–104.
- **Thevenet, M. (1992).** *Modélisation de l'activité électrique cérébrale par la méthode des éléments finis.* Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1992. 225p.
- **Thevenet, M., Bertrand, O., Perrin, F., Dumont, T., et Pernier, J. (1991).** The finite element method for a realistic head model of electrical brain activities : preliminary results. *Clin Phys Physiol Meas*, 1991, vol 12 Suppl A, pp. 89–94.

- **Tomita, S., Kajihara, S., Kondo, Y., Yoshida, Y., Shibata, K., et Kado, H. (1996).** Influence of head model in biomagnetic source localization. *Brain Topogr*, 1996, vol 8, n°3, pp. 337–340.
- **Waberski, T. D., Buchner, H., Lehnertz, K., Hufnagel, A., Fuchs, M., Beckmann, R., et Rienacker, A. (1998).** Properties of advanced headmodelling and source reconstruction for the localization of epileptiform activity. *Brain Topogr*, 1998, vol 10, n°4, pp. 283–290.
- **Wang, J. Z., Williamson, S. J., et Kaufman, L. (1992).** Magnetic source images determined by a lead-field analysis : the unique minimum-norm least-squares estimation. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1992, vol 39, n°7, pp. 665–675.
- **Wieringa, H. J. (1993).** *MEG, EEG and the integration with magnetic resonance images.* Thèse de doctorat, Université de Twente, Hollande, 1993. 140p.
- **Williamson, S. J. (1991).** MEG versus EEG localization test. *Ann Neurol*, 1991, vol 30, n°2, p 222. Letter to the Editor.
- **Witwer, J. G., Trezek, G. J., et Jewett, D. L. (1972).** The effect of media inhomogeneities upon intracranial electrical fields. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1972, vol 19, pp. 352–362.
- **Wolters, C. H., Beckmann, R. F., Rienäcker, A., et Buchner, H. (1999).** Comparing regularized and non-regularized nonlinear dipole fit methods : a study in a simulated sulcus structure. *Brain Topogr*, 1999, vol 12, n°1, pp. 3–18.
- **Yan, Y., Nunez, P. L., et Hart, R. T. (1991).** Finite-element model of the human head : scalp potentials due to dipole sources. *Med Biol Eng Comput*, 1991, vol 29, n°5, pp. 475–481.
- **Yvert, B. (1994).** Synthèse de maillages 3D pour une modélisation réaliste de la tête. mémoire de recherche, DEA de Génie Biologique et Médical, LYON, INSERM U280, LYON, 1994. 60p.
- **Yvert, B., Bertrand, O., Crouzeix, A., Seither-Preisler, A., et Pantev, C. (2000a).** EEG/MEG evidence for multiple supratemporal sources of the auditory middle-latency components. In : Nenonen, J., Ilmoniemi, R., et Katila, T., éditeurs, *Biomag2000. 12th Int. Conf. on Biomagnetism*, [On-line]. Espoo, Finland:Helsinki Univ. of Technology, 2000, pp. 29–32, [19.07.2001]. Available from internet : <URL : <http://biomag2000.hut.fi/papers/0029.pdf>>.
- **Yvert, B., Bertrand, O., Crouzeix, A., Seither-Preisler, A., et Pantev, C. (2000b).** MEG/EEG identification of auditory middle-latency supratemporal sources. *Clin. Neurophysiol.*, 2000, vol 111(Suppl. 1), p S137.
- **Yvert, B., Bertrand, O., Echallier, J.-F., et Pernier, J. (1995).** Improved forward EEG calculations using local mesh refinement of realistic head geometries. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1995, vol 95, n°5, pp. 381–392.

- **Yvert, B., Bertrand, O., Echallier, J.-F., et Pernier, J. (1996).** Improved dipole localization using local mesh refinement of realistic head geometries : an eeg simulation study. *Electroencephalogr Clin Neurophysiol*, 1996, vol 99, pp. 79–89.
- **Yvert, B., Bertrand, O., Echallier, J.-F., et Pernier, J. (1997).** A systematic evaluation of the spherical model accuracy in eeg dipole localization. *Electroenceph clin Neurophysiol*, 1997, vol 102, pp. 452–459.
- **Yvert, B., Bertrand, O., Fischer, C., Crouzeix, A., Huotilainen, M., et Pantev, C. (2000c).** MEG/EEG and intracerebral EEG evidences for multiple supratemporal sources of early auditory cortical activity in humans. *Society for Neuroscience Abstract*, 2000, vol 26, p 1972.
- **Yvert, B., Bertrand, O., Pernier, J., et Ilmoniemi, R. (1998).** Human cortical responses evoked by dichotically presented tones of different frequencies. *Neuroreport*, 1998, vol 9, pp. 1115–1119.
- **Yvert, B., Crouzeix, A., Bertrand, O., Seither-Preisler, A., et Pantev, C. (2001a).** Multiple supratemporal sources of magnetic and electric auditory evoked middle latency components in humans. *Cereb Cortex*, 2001, vol 11, n°5, pp. 411–423.
- **Yvert, B., Crouzeix, A., et Pernier, J. (2000d).** High-speed realistic modeling using lead-field interpolation. In : Nenonen, J., Ilmoniemi, R., et Katila, T., éditeurs, *Biomag2000. 12th Int. Conf. on Biomagnetism*, [On-line]. Espoo, Finland:Helsinki Univ. of Technology, 2000, pp. 639–643, [19.07.2001]. Available from internet : <URL : <http://biomag2000.hut.fi/papers/0639.pdf>>.
- **Yvert, B., Crouzeix-Cheylus, A., et Pernier, J. (2001b).** Fast realistic modeling in bioelectromagnetism using Lead-Field interpolation. *Human Brain Mapping*, 2001, vol 14, pp. 48–63.
- **Zanow, F. (1997).** *Realistically shaped models of the head and their application to EEG and MEG*. Thèse de doctorat, university of Twente, Holland, 1997. 144p.
- **Zanow, F. et Peters, M. J. (1995).** Individually shaped volume conductor models of the head in EEG source localisation. *Med Biol Eng Comput*, 1995, vol 33, n°4, pp. 582–588.
- **Zhou, H. et Van Oosterom, A. (1994).** Application of the boundary element method to the solution of anisotropic problems. *Medical and Biological Engineering and Computing*, 1994, vol 32, pp. 399–405.

Index

- Algorri and Schmitt [1996], 162, 179
Algorri et Schmitt [1996], 63, 225
Anogianakis et al. [1992], 92, 225
Ary et al. [1981], v, 11, 15, 30, 129, 225
Babiloni et al. [1996], 201, 225
Babiloni et al. [1999a], 92, 225
Babiloni et al. [1999b], 92, 225
Baillet et Garnero [1997], 38, 225
Baillet et al. [1999], 92, 94, 95, 122, 225
Baillet et al. [2001], 127, 226
Balish et al. [1991], 34, 60, 61, 78, 159,
161, 176, 177, 179, 226
Barth et al. [1986], 34, 37, 59, 61, 78, 127,
159, 161, 176, 177, 179, 226
Bertrand et al. [1988], 6, 226
Bertrand et al. [1991], 43, 226
Brebba et Dominguez [1989], 17, 226
Buchner et al. [1994], 6, 38, 226
Cauchy [1847], 22, 226
Changeux [1983], 4, 5, 226
Cohen and Cuffin [1991], 159, 179
Cohen et Cuffin [1987], 37, 92, 226
Cohen et Cuffin [1991], 92, 226
Cohen et al. [1990], 34, 60, 61, 78, 92, 159,
161, 176, 177, 179, 227
Cohen [1968], 4, 226
Cohen [1972], 5, 226
Crease [1991], 92, 227
Crouzeix et al. [1999a], 221, 227
Crouzeix et al. [1999b], 62, 221, 227
Crouzeix [1996], 223, 227
Crouzeix [1997], 223, 227
Cuffin et Cohen [1977], 11, 227
Cuffin et Cohen [1979], 32, 33, 227
Cuffin et al. [1991], 32, 227
Cuffin [1990], 30, 33, 58, 60, 61, 80, 227
Cuffin [1991], 58, 61, 158, 161, 179, 227
Cuffin [1996], 32, 227
Dautray et Lions [1985a], 17, 227
Dautray et Lions [1985b], 35, 53, 228
De Munck et al. [1992], 99, 228
De Munck [1992], v, 35, 36, 42, 43, 53, 54,
63, 124, 138, 162, 179, 202, 228
Duchon [1976], 201, 228
Fenollosa [1993], 13, 228
Ferguson et Stroink [1997], 43, 228
Ferguson et al. [1994], v, 35, 36, 63, 124,
143, 162, 179, 202, 228
Fuchs et al. [1998], 158, 159, 161, 177, 179
Fuchs et al. [1998a], 15, 59, 61, 78, 228
Fuchs et al. [1998b], 90, 92, 94–96, 98,
115, 122, 125, 126, 228
Geselowitz [1967], v, 16, 133, 228
Geselowitz [1970], v, 17, 135, 228
Golub et Van Loan [1996], 97, 228
Hämäläinen and Sarvas [1989], 166, 180
Hämäläinen et Sarvas [1989], 33, 43, 68,
229
Hämäläinen [1987], v, 13, 19, 30, 58, 63,
82, 137, 138, 159, 162, 179, 229
Hämäläinen [1992], 38, 229
Hédou [1997], 13, 229

- Habib et al. [1996], 7, 228
- Hari et al. [1991], 92, 229
- Hasson [1991], 37, 92, 94, 229
- Haueisen et al. [1995], 80, 179, 180, 229
- Homma et al. [1994], 32, 35, 124, 229
- Homma et al. [1995], 63, 162, 180, 229
- Huang et al. [1997], 38, 229
- Huotilainen et al. [1998], 92, 93, 229
- Ilmoniemi [1993], 38, 229
- Kasai et al. [1999], 92, 93, 229
- Knuutila et Hämäläinen [1988], 22, 230
- Lütkenhöner [1998], 22, 95, 230
- Leahy et al. [1998], 59–61, 78, 127, 159–161, 176, 177, 180, 230
- Levenberg [1944], 24, 230
- Lynn et Timlake [1968], 19, 43, 230
- Mäkelä et al. [1994], 79, 178, 180, 230
- Mallet [1996], 13, 230
- Marin et al. [1998], 13, 230
- Marino et al. [1993], 13, 230
- Marin [1997], 13, 230
- Marquardt [1963], xi, 24, 25, 230
- Meijs and Peters [1987a], 158, 180
- Meijs et Peters [1987], 58, 231
- Meijs et al. [1987a], 13, 30, 63, 82, 230
- Meijs et al. [1987b], 36, 159, 162, 180, 231
- Meijs et al. [1987c], 58, 231
- Meijs et al. [1988], 33, 34, 231
- Meijs et al. [1989], 19, 20, 30, 43, 44, 231
- Melcher et Cohen [1988], 60, 231
- Menninghaus and Lütkenhöner [1994a], 179, 180
- Menninghaus et Lütkenhöner [1995], 37, 60, 80, 231
- Menninghaus et al. [1994], 34, 37, 59, 61, 78, 127, 231
- Menninghaus et al. [1994b], 159, 161, 176, 177, 180
- Merlet et al. [1998], 78, 177, 180, 231
- Mosher et al. [1992], 38, 231
- Mosher et al. [1993], 37, 92, 93, 122, 231
- Mosher et al. [1999], 42, 43, 53, 124, 231
- Nash [1979], xi, 24, 25, 187, 232
- Neville et Bavelier [1996], 7, 232
- Nolte et Curio [1997], 126, 232
- Nolte et Curio [2000], 126, 232
- Nunez [1981], 10, 232
- Pantev et al. [1988], 6, 232
- Pascual-Marqui et al. [1994], 38, 232
- Pernier et Bertrand [1997], 10, 232
- Perrin et al. [1990], 82, 232
- Phillips et al. [1997], 38, 232
- Posner et Abdullaev [1996], 7, 232
- Romani et al. [1982], 6, 232
- Rose et al. [1991], 34, 60, 61, 78, 160, 161, 176, 177, 180, 232
- Roth et al. [1993], 31, 37, 233
- Roth et al. [1997], 7, 233
- Rush and Driscoll [1968], 162, 180
- Rush et Driscoll [1968], 11, 30, 63, 233
- Sarvas [1987], v, 11, 15, 58, 130, 131, 233
- Scherg [1990], 25, 167, 180, 233
- Schlitt et al. [1995], 35, 36, 42, 53, 124, 233
- Schwartz [1998], 127, 233
- Silva et al. [1999], 7, 233
- Stok et al. [1987], 92, 93, 122, 233
- Stok [1987], 37, 233
- Thevenet et al. [1991], 13, 233
- Thevenet [1992], 13, 233
- Tomita et al. [1996], 33, 59–61, 159–161, 180, 233
- Verkindt et al. [1995], 167, 181

- Waberski et al. [1998], 7, 234
 Wang et al. [1992], 38, 234
 Wieringa [1993], 37, 234
 Williamson [1991], 92, 234
 Witwer et al. [1972], 13, 234
 Wolters et al. [1999], 125, 234
 Yan et al. [1991], 13, 234
 Yvert et al. [1995], 36, 42, 43, 46, 63, 162, 181, 203, 234
 Yvert et al. [1996], 19, 36, 203, 234
 Yvert et al. [1997], 31, 34, 62, 65, 77, 78, 126, 160, 164, 177, 181, 235
 Yvert et al. [1998], 79, 178, 181, 235
 Yvert et al. [2000a], 221, 234
 Yvert et al. [2000b], 222, 234
 Yvert et al. [2000c], 222, 235
 Yvert et al. [2000d], 222, 235
 Yvert et al. [2001a], 97, 119, 221, 235
 Yvert et al. [2001b], 199, 221, 235
 Yvert [1994], 13, 234
 Zanow et Peters [1995], 31, 235
 Zanow [1997], 20, 33, 35, 36, 59, 61, 78, 124, 159, 161, 177, 181, 235
 Zhou et Van Oosterom [1994], 13, 235
- accélération, 199, 205, 214
 accélérer, 28, 199
 accumulations, 214–218
 ACTIVIS, 29
 affiné, 29, 31, 36, 43, 44, 46–49, 51, 124, 203
 affinage, 30, 36, 48, 203
 aléatoire, 42, 46–48, 51, 52, 65, 195
 algorithme, 5, 13, 25, 43, 46, 59, 69, 96–99, 183, 216, 220
 amplitude
- erreur sur l' - du moment dipolaire, voir moment
 anatomique, 6, 11, 28, 104, 127
 anisotropie, 11, 13, 39
 approche
 - centre de masse, voir COM
 - COM, voir COM
 - interpolation linéaire, voir LINT
 - LINT, voir LINT
 - problème isolé, voir problème isolé
 approximation, 9–11, 16, 17, 32, 46, 74, 78, 126, 205, 212
 auditif, 6
 auditives, 79, 92, 93, 97, 98, 100, 117
 autocorrélation, 99, 197
 axone, 8, 10
- Bézier, 201–205
 BEM (Boundary Element Method), 29, 30, 137, 142
 - principe, 17
 BESA, 7, 58, 92
 biais, 33, 36, 47, 59, 62, 74, 78, 88, 105, 108–114, 118, 119, 121, 124, 126, 212, 215
 BIBMODEL, 27, 29
 Biot et Savard, 14, 17, 135, 148
 bruit, 16, 21, 22, 31–38, 60, 61, 80, 88, 90, 93–122, 124, 125, 127, 191–195, 214, 218
 BTI, 79, 97
- capteur, 5, 59, 63, 78, 81, 86, 101, 191, 200, 201
 carte, 27, 60, 209
 cartographiés, 195
 cartographie, 29, 82
 cellule, 7, 8, 10, 104

- centre
 - de masse, voir COM
 - du modèle sphérique, voir sphère globale, sphère locale, 68, 70
- Choleski, 24, 27, 183, 186
- classique, 4, 6, 54, 200, 201, 203, 205, 209, 212
- collocation, 18, 35, 36, 53, 54
- COM (Center Of Mass), 18, 19, 27, 35, 36, 42–44, 46–55, 124, 137, 143
- compartiment, 11, 134, 135, 201
- complémentarité, 15, 101
- composante
 - principale, 195, 196
 - radiale, voir radial
 - tangentielle, voir tangentiel
- concentrique, 43, 58
- conductivité, voir milieu conducteur
 - facteur d'ajustement de la, 94–97, 147–148
- confiance, 99, 127, 209, 214–216, 218, 220
- constant, 18, 19, 39, 42, 43, 63, 134, 135, 141
- contour, 11, 29, 63, 144
- corrélé, 22, 95, 97, 99, 122, 127
- corrélation, 22, 99, 191, 194, 195, 197
- cortex, 4, 6, 8, 10, 31, 33, 59, 78, 79, 98
- couche, voir nombre de couches
- couplage, i, 21, 28, 30, 37–39, 90, 92–122, 124–126, 191, 199
- courant
 - cellulaire, 7–10
 - de conduction, 14, 33
 - densité de, 14
 - primaire, 200
 - sources secondaires de, 79, 201
- courbe, 35, 53–55, 124, 153, 154
- covariance, 22, 28, 101
- critère, 33, 58, 69
 - choix d'un, 20–22, 37, 126
 - en MEG, 112
 - pour le couplage, 92–122
 - de qualité, 44, 50, 69, 104, 105
 - minimisation, 25, 28
- CTF, 63, 191
- CURRY, 7, 92
- déflation, 19, 43
- dendrites, 8
- dipôle, voir modèle dipolaire, 30–35
- dipolaire, voir modèle dipolaire, moment dipolaire
- direct, voir problème direct
- distribuées, voir sources distribuées
- EEG (électroencéphalogramme)
 - définition, 4
- élément, 11, 13, 39, 133, 154, 199
 - finis, voir méthode des éléments finis
 - frontière, voir BEM
- électrode
 - erreur sur la position, 35, 101, 127
 - intracérébrale, 7, 60, 78
 - nombre, 31, 32, 38, 42, 46, 47, 51, 52, 55, 101, 106, 110, 122, 125
- électroencéphalographie, i, 4
- électroencéphalogramme, voir EEG
- ellipsoïde, 105, 108, 110–112, 114, 119, 214
- équation
 - générales, 13–14
 - intégrales, 16–17, 133–136
 - matricielles, 17–19, 137–146
- ERPA, 27
- erreur

- d'orientation, voir orientation
- de localisation, voir localisation
- de position des électrodes, voir électrode
- de recalage, voir recalage
- RMS, voir RMS
- sur le moment dipolaire, voir moment dipolaire
- évoqué, 4, 7, 27, 92, 94, 194
- excentrées, 34
- excentricité, 30, 94, 105, 129
- excentrique, 33, 34
- facteur
 - d'ajustement de la conductivité, voir conductivité
- fantôme, 34, 59, 60, 78, 127
- fredholm, 16, 18, 135, 137, 147, 148
- frontière, 11, 13, 44, 47, 53, 133
- générateurs, 96, 124–126
- géométrie, 11, 32, 35, 39, 127, 199–201, 209
- géométrique, 30, 48, 53, 54, 74, 80, 100, 126, 212
- Galerkin, 17, 35, 53, 124
- Geselowitz, 16–18, 133, 135, 142
- gradiomètre, 59, 62, 63, 97, 125, 191
- grille, 11, 13, 100, 201–220
- implant, 7, 32, 34, 60, 78, 79, 127
- INSERM, 11
- intégrales de surface, voir BEM
- intercorrélation, 99, 195, 197
- interpolation, 199–220
 - Bézier, voir Bézier
 - constante, voir COM
 - géométrique, 35, 53, 54, 124
 - linéaire, voir LINT
 - spline, voir spline
 - trilinéaire, voir trilinéaire
- intervalle de confiance, 99, 127, 209, 214–216, 218, 220
- intra, 7, 35, 60
- inverse, voir problème inverse
- IRM (Imagerie par Résonance Magnétique), 6, 7, 11, 13, 28, 29, 31, 33, 39, 63, 66, 68, 79, 88, 126, 127
- IRMf (IRM fonctionnelle), 5, 127
- isolé, voir problème isolé
- LCR (Liquide Céphalo-Rachidien), 33, 34
- linéaire
 - dépendance - au moment dipolaire, 25
- linéarisé, 126
- linéarité, 43
- LINT (Linear INTerpolation), 27–29, 32, 39, 63, 82, 100, 124, 202
 - équations matricielles, 138, 143
 - évaluation, 35, 36, 42–55
 - définition, 18–19
 - triangles courbes, 153
- localisation
 - erreur de, 92, 124–127
 - accélération grille, 203–218
 - couplage, 94–122
 - dans la littérature, 31–37
 - en MEG, 58–90
 - LINT/COM, 42–55
 - méthode de, i, 4–7, 19, 38, 39, 42, 92, 96, 97, 124, 127
- logiciels, 7, 58, 92
- MAG, 44–53
- magnétique

- champ
 - modélisation, 10, 11, 13, 14
 - modélisation réaliste, 17, 135, 142
 - modélisation sphérique, 15, 130–131
- imagerie par résonance, 11, 37, 38
- moment, 6
- magnétoencéphalogramme, voir MEG
- magnétoencéphalographie, i
- magnétoencéphalographiques, i
- maillé, 18, 32, 62
- maillage
 - de sphères homothétiques, 36, 42–54
 - génération, 11, 13, 29, 39, 43
 - taille, voir nombre
- Marquardt, 24, 25, 46, 98, 216
- MARS, 29
- MATLAB, 216
- maximum de vraisemblance, 21, 22, 28, 95, 101
- MEG (magnétoencéphalogramme)
 - définition, 4
- méthode, 43, 63, 81, 200, 209, 212
 - d'accélération, 100, 199–220
 - de collocation, 18, 35, 36, 53
 - de couplage, i, 39, 92–122, 125
 - de déflation, 19
 - de Galerkin, 17, 35, 53–55, 124
 - de localisation, i, 78, 124
 - de minimisation, 20–29
 - de Monte Carlo, 93
 - de multidéflation, 19
 - de régularisation, 125
 - des éléments finis, 13, 39
 - des différences finies, 11
 - des intégrales de surface, voir BEM
- numérique, 11, 38, 39, 124, 127, 199
- variationnelle, voir de Galerkin
- milieu
 - cellulaire, 9
 - conducteur, voir conductivité, 28
 - anisotrope, 11, 13
 - modèle réaliste, 11
 - modèle sphérique, 11, 129
- minimisation, 20–22, 25, 26, 28, 33, 37, 38, 46, 58, 69, 72, 93–98, 101–103, 114, 122, 126, 212, 220
- modélisation, 10, 11, 29, 38, 100, 117, 126, 199
- modèle
 - de source, dipolaire, 11
 - réaliste, définition, 11
 - sphérique, définition, 11
- moment
 - dipolaire
 - erreur avec couplage, 104–122
 - erreur en MEG, 62–80
 - linéarité par rapport au, 25
 - magnétique, 6
- monopolaire, 8, 10
- Monte Carlo, 93
- multidéflation, 19
- multipôle, 8
- multipolaire, 8, 10, 11, 126
- neurone, 8, 10, 11, 104
- nœud, 13, 18, 19, 63, 68, 69, 81, 82, 137, 138, 142, 143, 200, 202
- nombre
 - de couches, 30, 34, 79, 126
 - de nœuds, de triangles, 54, 55, 124
 - de nœuds, de triangles, 30, 33, 35, 44, 45, 48, 51, 63, 65, 69, 201, 205, 209, 212
 - de paramètres, 28, 35, 97, 98

- de points dans la grille, 203, 204
- de sources, 28, 37, 42, 68, 99, 101, 125, 126
- de voies, 20, 38, 42, 43, 46, 51, 69, 93, 101, 106, 110, 122, 125, 205
- nuage, 99, 105, 114
- numérique, i, 11, 19, 24, 38, 39, 46, 53, 127, 149, 199, 203, 205, 216
- optimisation, voir minimisation
- orientation, voir tangentialité
 - erreur sur
 - accélération grille, 203–205
 - couplage, 104–122
 - dans la littérature, 33–35
 - en MEG, 58–90
 - propre, 15–16
- périphérique, 32–34, 37, 47, 59, 60, 69, 83, 92, 110–116, 119, 124, 201, 203, 205
- PEMODEL, 28
- pile, 11, 29, 63
- Poisson, 14, 133
- pondéré, 21, 22, 28, 93, 144
- pondérés, 28
- pondération, 21, 94
- pondérer, 21, 94, 102
- postsynaptique, 9, 10
- potentiel d'action, 8–10
- précalcul, 100, 202, 205, 212
- préliminaire, 201, 203, 204, 209, 214
- précision, voir erreur
- problème direct
 - définition, 10
- problème inverse
 - définition, 10
- problème isolé, 19, 20, 30, 43, 63, 82, 124, 149, 150
- profond, 15, 16, 31, 33, 34, 36, 37, 48, 59, 60, 65, 70, 80, 86, 90, 92, 106, 107, 110–113, 115–117, 119, 125, 203, 205, 209, 210, 218
- publication, 36, 199, 221
- quadripôle, 10
- quadripolaire, 8
- quasi-radial, voir orientation propre
- quasi-tangentiel, voir orientation propre
- régularisation, 90, 94, 95, 115, 125, 126
- radial, voir orientation
- radiaux, 30, 60, 72, 74, 80, 90, 95, 97, 110, 114, 115, 119, 122, 125, 187
- RAM (Random Access Memory, Mémoire vive), 203
- rayon, 15, 30, 36, 37, 43, 129, 134, 203, 204
- RDM, 44–54
- réaliste, voir modèle
- recalage, 38, 127, 191
- RMS (Root Mean Square), 65, 69, 80, 86, 88, 202, 205
- segmentée, 66
- segmentation, 29, 33
- simulation, 30, 31, 33, 34, 36, 37, 39, 44, 46, 53, 59, 74, 78–82, 86, 88, 93, 95, 100, 103, 110, 114, 119, 127, 201, 203, 205, 209, 218
- SNR (Signal to Noise Ratio), 61, 103, 107
- sources distribuées, 38, 92, 94, 95, 122, 126
- sources neuronales, i, 6, 92

SPECT (Simple Photon Emission
Computed Tomography), 5, 6

sphère
 globale, 67–90
 locale, 67–90

sphérique, voir modèle

spline, 195, 201–220

SQUID (Superconducting QUantum
Interference Device), 5

surface, voir méthode des intégrales de
 surface

surfaciques, 39

synapse, 9, 10

synaptique, 9–11

taille des maillages, voir nombre de nœud

tangentialité, 28, 65, 67, 74, 80, 88, 124

tangentiel, voir orientation

TEP (Tomographie à Émission de
 Positons), 5

topographie, 16, 60, 62, 82, 83, 90, 125,
 195

topographique, 44, 68

trilinéaire, 201–216

troncature, 203, 205, 212

tronqué, 203, 205, 209, 220

variationnelle, 53–55, 124

vertical, 70, 72, 78, 88, 124, 126

VISIMAGE, 28

wiener, 95, 102

NOM : CHEYLUS née CROUZEIX (avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant) Prénoms : Anne Eugénie Jeanne	DATE DE SOUTENANCE : 8 octobre 2001
TITRE : Méthodes de localisation des générateurs de l'activité électrique cérébrale à partir de signaux électro- et magnéto-encéphalographiques.	
NATURE : Doctorat	Numéro d'ordre : 01 ISAL 0037
Formation doctorale : Images et Systèmes	
Cote B.I.U.-Lyon : T 50/210/19 / et bis	CLASSE :
<p>RESUME : Cette thèse présente des évaluations par simulation numérique de plusieurs approches de localisation des générateurs de l'activité électrique cérébrale modélisés par des dipôles de courant équivalents à partir de données électroencéphalographiques (EEG) et magnétoencéphalographiques (MEG). Nous avons tout d'abord évalué systématiquement la précision intrinsèque des modèles à géométrie réaliste avec la méthode des intégrales de surface (collocation). Nous avons montré que l'utilisation d'une interpolation linéaire plutôt que constante du potentiel sur chaque triangle du maillage ne permettait qu'une légère amélioration de la précision lors de la résolution du problème direct EEG pour un temps de calcul identique. Ensuite, nous avons quantifié le biais de localisation introduit par l'utilisation du modèle sphérique classique en MEG. Nous avons trouvé un biais allant de 2.5 mm en haut de la tête à 8 mm en bas de la tête. Nous avons également mis en évidence que les modèles réalistes, contrairement aux modèles sphériques, permettent de retrouver l'orientation des sources (avec une erreur inférieure à 20°) même lorsqu'elles sont radiales et même en présence de bruit. Enfin, différentes méthodes de couplage des données MEG et EEG dans un même problème inverse ont également été évaluées sur des données simulées avec un bruit réaliste corrélé spatialement. Nous avons montré que ce couplage permettait d'aboutir à une précision supérieure ou égale à la meilleure des deux modalités, et ce même avec un petit nombre d'électrodes. Le couplage MEG/EEG dans un modèle réaliste avec la méthode des intégrales de surface permet donc une localisation plus robuste de l'activité électrique cérébrale.</p>	
<p>ABSTRACT : This work presents numerical evaluations of several dipole localization approaches from electroencephalographic (EEG) and magnetoencephalographic (MEG) recordings. First of all, the intrinsic accuracy of realistic modeling with the boundary element method (collocation) was systematically evaluated. Using a linear interpolation of the potential on each mesh triangle rather than a constant interpolation provided only a slight improvement of the EEG inverse problem with the same computing cost. Next, the localization bias introduced by the classical spherical model was then quantified. This bias was found to range from 2.5 mm in the upper part of the head to 8 mm in the lower part of the head. Then it was shown that, contrarily to spherical models, realistic models could retrieve dipole orientation with less than 20° error, even for radial orientations and noisy data. Several techniques for combining EEG and MEG in a single inverse problem were finally evaluated on simulated data with spatially correlated noise. All these coupling techniques were found to provide a better or equal localization accuracy compared to the best of either modality, even when using few electrodes. Combining MEG and EEG with a realistic model and the boundary element method thus produces a robust method for localizing brain electrical activity.</p>	
MOTS-CLES : MEG, EEG, modèle réaliste de la tête, intégrales de surface, localisation de dipôle, simulations, problème inverse, couplage MEG/EEG.	
Laboratoire(s) de recherches : INSERM U280 - Processus mentaux et activation cérébrale 151, Cours Albert Thomas 69424 Lyon cedex 03	
Directeur de thèse : Olivier BERTRAND, directeur de recherche, INSERM U280	
Président du jury :	
Composition du jury : Olivier BERTRAND, Line GARNERO, Isabelle MAGNIN, Michael SCHERG, Blaise YVERT	