



**HAL**  
open science

# Imagerie de phase en rayons X haute résolution pour le contrôle non-destructif de matériaux composites

Georges Giakoumakis

► **To cite this version:**

Georges Giakoumakis. Imagerie de phase en rayons X haute résolution pour le contrôle non-destructif de matériaux composites. Physique des Hautes Energies - Expérience [hep-ex]. Université Paris-Saclay, 2022. Français. NNT : 2022UPASP053 . tel-03826976

**HAL Id: tel-03826976**

**<https://theses.hal.science/tel-03826976>**

Submitted on 24 Oct 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Imagerie de phase en rayons X haute  
résolution pour le contrôle non-destructif  
de matériaux composites

*High resolution X-ray phase contrast imaging for  
non-destructive testing of composite materials*

**Thèse de doctorat de l'université Paris-Saclay**

École doctorale n° 572, ondes et matière (EDOM)

Spécialité de doctorat : Physique

Graduate School : Physique , Référent : Faculté des sciences d'Orsay

Thèse préparée dans les unités de recherche **DOTA (Université Paris-Saclay, ONERA)** et **List (Université Paris-Saclay, CEA)**, sous la direction de **Jérôme PRIMOT**, directeur de recherche, le co-encadrement d'**Adrien STOLIDI**, ingénieur-chercheur

**Thèse soutenue à Paris-Saclay, le 17 Juin 2022, par**

**Georges GIAKOUMAKIS**

**Composition du jury**

<b>Franck DELMOTTE</b> Professeur des universités, Université Paris-Saclay, Institut d'Optique Graduate School (IOGS)	Président
<b>Valérie KAFTANDJAN</b> Professeure des universités, Université de Lyon, INSA Lyon	Rapporteuse et Examinatrice
<b>Pascal PICART</b> Professeur des universités, Le Mans Université, LAUM	Rapporteur et Examineur
<b>Amélie FERRE</b> Maîtresse de conférence, Université Aix-Marseille	Examinatrice
<b>Jérôme PRIMOT</b> Directeur de recherche, Université Paris-Saclay, ONERA	Directeur de thèse

**Titre** : Imagerie de phase en rayons X haute résolution pour le contrôle non-destructif de matériaux composites

**Mots clés** : Rayons X, Imagerie de phase, Traitement de l'image, CND, Interférométrie

**Résumé** : L'imagerie par rayons X est fortement développée dans de nombreux domaines de notre société, notamment dans les milieux industriels, médicaux ou sécuritaires. Classiquement son utilisation repose sur la mesure d'atténuation des rayons X, bien adaptée pour imager des matériaux denses (métaux, os, armes, ...) car fortement atténuants et amenant du contraste à l'image. Toutefois, il existe un large panel de matériaux d'intérêt peu atténuants (composites, fibres carbonées, tissus mous, explosifs, ...) donc difficiles à imager par les techniques classiques. Les rayons X, en plus de leur atténuation, subissent un déphasage qui est d'autant plus important que le matériau traversé est peu atténuant. La mesure de ce déphasage, notamment à travers l'ajout d'un réseau de diffraction sur le trajet du faisceau, permet de remonter à la géométrie de l'objet observé. L'imagerie associée à cette mesure est appelée imagerie de phase par interférométrie à décalage multi-latéral (IDML) et permet de restituer un fort contraste pour les ma-

ériaux peu denses. Par ailleurs, la mesure de phase n'est pas directe à la mesure et nécessite des algorithmes spécifiques d'extraction pouvant amener des erreurs d'estimation. Un premier volet de ma thèse a ainsi consisté à développer un outil de cartographie des erreurs de l'image de phase servant de retour direct de la qualité d'estimation de phase. D'autre part, mon travail a consisté à corriger ces erreurs d'estimation à travers le développement de deux méthodes traitement d'image. La première méthode s'applique aux erreurs liées au sous-échantillonnage du signal par l'IDML et son déploiement a été démontré expérimentalement pour des applications en contrôle non-destructif (CND). La deuxième méthode cherche à minimiser le bruit de mesure par l'exploitation de la redondance accessible par l'IDML. Avec l'appui d'un modèle de simulation que j'ai développé, de nouvelles géométries de réseau de diffraction ont été étudiées permettant de maximiser les performances de cette méthode.

**Title :** High resolution X-ray phase contrast imaging for non-destructive testing of composite materials

**Keywords :** X-rays, Phase imaging, Image processing, NDT&E, Interferometry

**Abstract :** X-ray imaging is widely used in non-destructive testing dedicated to industry, medical or security domain. Classically, its use is based on the measurement of X-ray attenuation, well suited for imaging dense materials (metals, bones, weapons, etc.) because they strongly attenuate the X-ray beam and bring contrast to the image. However, there is a wide range of materials of interest, which are not very attenuating (composites, carbon fibers, soft tissues, explosives, etc.) and therefore difficult to image using conventional techniques. Furthermore, in addition to their attenuation, phase shifting happens, in particular for low-attenuating material. The measurement of the phase shift by a grating interferometer allows to estimate the geometry of the observed object. The imaging associated with this measurement is called phase imaging by Multi-Lateral Shearing Interferometer (MLSI) and allows to restore a strong contrast for sparse materials, where

conventional imaging techniques is limited. Since the phase measurement is not direct to the measurement, it requires specific extraction algorithms that can lead to estimation errors also called extraction artifacts. A first goal of my thesis was to develop a tool for mapping these artefacts to the phase image that allows a direct feedback of the phase extraction quality. On the other hand, my work consisted in correcting these estimation errors by developing two image processing methods. The first method applies to aliasing errors induced by the sampling constraints of wave-fronts with abrupt transition by MLSI and has already been deployed for Non Destructive Testing (NDT) applications that I will present. The second method seeks to minimize the noise by exploiting the redundancy of the phase measurement and allowed me to improve, with the support of a simulation model I developed, new geometries of MLSI that maximizes signal-to-noise gains in phase images.

*Si je devais dédier ce manuscrit à quelqu'un, il serait pour toi Layla. Je t'aime de tout mon coeur.*

Georges

## Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mon encadrement de thèse, Jérôme Primot et Adrien Stolidi pour m'avoir accompagné tout au long de cette aventure. Vous m'avez énormément apporté, dans les bons moments comme dans les moins bons. J'ai beaucoup appris à vos côtés ce fût un honneur. Les discussions avec Jérôme m'ont fait de prendre de la hauteur d'esprit que je continue de maturer aujourd'hui. Quant à Adrien, ton soutien inconditionnel m'a permis d'avancer quelque soit le courant et je t'en remercie. Ensuite, je tiens à remercier mes rapporteurs Valérie Kaftandjan et Pascal Picart pour l'évaluation de ce travail. Les échanges que nous avons entretenus ont été d'une grande pertinence, j'ai encore une fois beaucoup appris. Je tiens également à remercier mon examinatrice Amélie Ferré pour la collaboration que nous avons initiée et les travaux en cours très prometteurs. Je te remercie pour les retours que tu m'as fait suite à ce travail. Évidemment, mon président de Jury Franck Delmotte qui a su me mettre à l'aise avant la soutenance. Je garde un très bon souvenir de notre échange et je ne manquerai pas de venir te saluer si je passe à l'IOGS.

Ensuite, je tiens à remercier les permanents, à l'ONERA comme au CEA, pour m'avoir aidé, m'avoir enseigné et avoir collaboré avec moi. Je pense notamment à Amélie du DPHY ou Julien et Cindy du DOTA. Je remercie aussi tout le DMAS et surtout EPIC pour m'avoir si bien accueilli. Le futur ne présage que du bon ! Mais il y a aussi tous les doctorants et jeunes permanents que j'ai côtoyés. Mes chers camarades de thèse, vous êtes très nombreux à m'avoir soutenu sans vous rendre compte de la joie que vous m'avez apporté. Je vous en remercie infiniment. Bastien, Edouard, Vignesh à l'ONERA, Imanol, Guillaume, Marie, Alexandre, Clément, Gerardo, Arthur, Sanjay, Valentin, Alverède, Laureen au CEA vous avez été de sacrés personnages ! Je ne manquerai pas de me manifester pour un petit afterwork c'est promis.

Mais, tout cela n'aura pas pu être possible sans ma famille, mes parents et mon frère Ilias que j'aime le plus au monde. Maman, Papa, vous m'avez aidé à tenir bon et à me donner une présence dans des moments difficiles. D'ailleurs Maman sache que tes plats sont incroyables (c'est pas moi qui le dis, c'est tout le monde !). Papa, ta sagesse d'esprit m'a toujours guidé et ce n'est pas pour rien que ton fils a fini par suivre tes traces. Enfin Ilias, tu es quelqu'un de très curieux et passionné, sache que je suis fier de toi. Je dois aussi remercier ma grand-mère Mama Ita pour le pot magnifique que toi et Maman avez préparé. Ce fût le plus beau et le plus copieux pot de thèse que j'ai connu (et certainement pour beaucoup d'autres). Merci mille fois c'est un souvenir inoubliable.

Je n'oublie pas mes autres amis, tout d'abord mes chers pirates Pierre, Indiana, Arthur, Alice, Samy, Etienne, Louis, Ulysse, Shuck, Emile, Virgile, Tom, Sophie et tous les autres moussaillons. Merci infiniment, je n'ai jamais connu de telle bienveillance de groupe. Mais il y a aussi Paul, toi qui me répétais si souvent "Shinzou Sasageio". J'ai hâte de te revoir. Alex, toi cher partenaire d'IGOSat ou Massine, Gabriel, et Hicham, à qui je dirai juste "popopolelo". Vous êtes les meilleurs, surtout ne changez jamais.

Et puis il y a toi, Layla, mon amour, toi qui m'a tant apporté pendant la rédaction de ce manuscrit. Ton sourire, tes bons plats, ta présence, la flamme que nous avons entretenue à deux, et j'en passe. Rien ne nous arrête. Je me sens vraiment fier

de t'avoir auprès de moi, tu es une source de motivation rare sans compter ton soutien sans faille, tu as supporté toutes ces nuits blanches malgré toi, même Hélios n'en pouvait plus de me voir pianoter ... Merci aussi à ton papa Valérie, à tes cousins Alex Guillaume et Benj, à tes oncles et tante et surtout à tes grand-parents Papou et Manou de s'être libérés pour la soutenance et pour le pot. Merci surtout pour votre accueil chaleureux.

Voilà, il y a encore beaucoup trop de choses que j'oublie et trop de personnes en tête, vous êtes très nombreux et je pense à vous aussi. A toi aussi, cher lecteur de ce manuscrit, bon courage dans cette quête du savoir.

Bisou.

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>iii</b>
<b>1 Mesure de phase par interferométrie à décalage multi-latéral (IDML)</b>	<b>11</b>
1.1 Contexte . . . . .	12
1.1.1 Formalisme ondulatoire et propagation . . . . .	12
1.1.2 Propriétés optiques de l'objet . . . . .	14
1.1.3 Équation de transfert en intensité (TIE) . . . . .	15
1.1.4 Méthodes de mesure de phase dérivées de la TIE . . . . .	17
1.2 Interférométrie à décalage multi-latéral . . . . .	22
1.2.1 Génération de répliques basculées du champ complexe par l'IDML . . . . .	23
1.2.2 Expression du champ complexe . . . . .	24
1.2.3 Profil d'intensité propagé . . . . .	25
1.3 Modélisation de l'IDML en rayons X . . . . .	27
1.3.1 Description du modèle . . . . .	27
1.3.2 Résultats de simulation . . . . .	34
1.4 Méthodes algorithmiques d'extraction de phase . . . . .	35
1.4.1 Méthodes d'extraction par démodulation de Fourier . . . . .	36
1.4.2 Méthode d'extraction par centroïdes . . . . .	37
1.4.3 Lien entre les deux méthodes d'extraction . . . . .	38
1.5 Conclusion du chapitre . . . . .	39
<b>2 Qualité d'extraction de phase</b>	<b>41</b>
2.1 Notion de qualité d'une image de phase . . . . .	42
2.2 Mise en évidence de défauts d'estimation de phase par démodulation de Fourier . . . . .	43
2.2.1 Sous-échantillonnage de phase . . . . .	43
2.2.2 Artefacts de phase . . . . .	50
2.2.3 Limitation par le bruit de mesure . . . . .	64
2.3 Construction d'une carte de confiance par clôture des dérivées . . . . .	74
2.3.1 Clôture des dérivées . . . . .	74
2.3.2 Obtention de la clôture des dérivées . . . . .	76
2.3.3 Construction de la carte de confiance . . . . .	79
2.3.4 Synthèse . . . . .	83
2.4 Conclusion du chapitre . . . . .	83
<b>3 Correction d'artefacts d'extraction</b>	<b>85</b>
3.1 Réduction des artefacts de sous-échantillonnage par traitement de l'interferogramme . . . . .	86
3.1.1 Méthode de réduction des artefacts issus de l'intensité de l'objet : MARIO . . . . .	86
3.1.2 Domaine d'applicabilité de la méthode MARIO et perspectives de travail . . . . .	97

3.1.3	Synthèse . . . . .	100
3.2	Exploitation de la redondance pour la minimisation du bruit de phase	102
3.2.1	Formalisme mathématique . . . . .	102
3.2.2	Application à l'IDML . . . . .	104
3.2.3	Extension de l'intégration multi-dérivées à tout interféromètre périodisé : vers une géométrie à 9 ordres diffractés . . . . .	110
3.2.4	Synthèse . . . . .	117
3.3	Conclusion du chapitre . . . . .	117
<b>4</b>	<b>Mise en oeuvre sur bancs de laboratoire</b>	<b>119</b>
4.1	Application sur une source à rayons X $K\alpha$ laser-plasma . . . . .	120
4.1.1	Contexte scientifique . . . . .	120
4.1.2	Description de la source à rayons X . . . . .	120
4.1.3	Application à l'imagerie de phase . . . . .	122
4.1.4	Synthèse . . . . .	129
4.2	Dégradation d'une plaque carbonée tissée par foudroiement . . . . .	131
4.2.1	Contexte scientifique . . . . .	131
4.2.2	Description du banc . . . . .	132
4.2.3	Résultats d'imagerie de phase . . . . .	136
4.2.4	Synthèse . . . . .	146
<b>5</b>	<b>Conclusion et perspectives de la thèse</b>	<b>149</b>
5.1	Mise en évidence d'artefacts par extraction du continuum en intensité	151
5.2	Publications . . . . .	157
5.3	Conférences . . . . .	157
	<b>Bibliographie</b>	<b>159</b>

# Table des figures

1	Caption for LOF . . . . .	1
2	Première radiographie obtenue par W. Röntgen en 1895. [74] . . . . .	2
3	Spectre continu du rayonnement électromagnétique. . . . .	3
4	A gauche : Motif de diffraction théorique du cristal de chlorure de potassium (KCl) déterminé par Bragg en 1913. Dans le diagramme de gauche, les taches sont représentées par des points dont l'amplitude indique l'intensité de la tache correspondante. A droite : Image expérimentale obtenue. [14] . . . . .	3
5	Étalonnage d'un tube à rayons X de Crookes "à la main", Philadelphie, État de Pennsylvanie, 1896. [56] . . . . .	4
6	Photo d'une femme se tenant sur un appareil à rayons X (fluoroscope) pour déterminer si ses chaussures lui vont. On peut lire sur le mur : "Do your shoes fit ? Let the X-ray tell the story". Foire de Milwaukee, État de Wisconsin, 1926. [76] . . . . .	5
7	(A gauche) Coolidge tenant son tube cathodique à filament chaud dans le journal quotidien <i>The Springfield Union News Sunday Republican</i> , paru le 21 Nov. 1913 [48]. (A droite) Schéma de principe de fonctionnement du tube.[37]. . . . .	6
8	Illustration du principe de l'interféromètre Mach-Zender. . . . .	7
9	a) Pouce en contraste d'atténuation. b) Pouce en contraste différentiel de phase. [81] . . . . .	7
1.1	Schéma de propagation dans l'espace réel par convolution avec le propagateur de Fresnel et dans l'espace de Fourier par multiplication avec la FTEL. . . . .	13
1.2	Partie réelle (à gauche) et imaginaire (à droite) de la FTEL calculée à $z = 60$ cm et $\lambda = 7,029 \cdot 10^{-11}$ m. Les axes $(u, v)$ sont compris entre $-1 \text{ mm}^{-1}$ et $+1 \text{ mm}^{-1}$ . . . . .	14
1.3	Courbes en échelle logarithmique des paramètres $\delta$ et $\beta$ reliés à l'indice de réfraction $n$ pour le PMMA, l'or, l'eau et le téflon, entre 30 eV et 30 keV. . . . .	16
1.4	Illustration des deux effets émanant de l'équation de transfert en intensité : a) effet lentille ; b) effet prisme. . . . .	16
1.5	Dispositif d'imagerie de phase en libre propagation. . . . .	20
1.6	Schéma du dispositif d'imagerie de phase par suivi de tavelures. . . . .	22
1.7	Schéma du dispositif d'imagerie de phase par interférométrie à décalage multilatéral. . . . .	23
1.8	Schéma du dispositif d'imagerie de phase à décalage quadrilatéral. . . . .	23
1.9	Illustration géométrique du basculement des répliques $R_{q,l}$ de l'IDQL et des interférogrammes donnés par les couples deux-à-deux des répliques basculées. A noter que certains couples donnent des interférogrammes identiques. . . . .	25

1.10	Illustration du flou géométrique résultant de l'augmentation du diamètre du foyer de la source. . . . .	28
1.11	Schéma illustrant l'approximation de l'onde plane pour toute distance $z$ suffisamment loin de la source. . . . .	28
1.12	Schéma illustrant l'équivalence sur le comportement de l'onde transmise entre la bille homogène de paramètres optiques $\delta, \beta$ (en haut) et le disque de même rayon de paramètres optiques $\delta^2, \beta^2$ (en bas). . . . .	30
1.13	Comparaison des interférogrammes de l'IDML diffractant 4 ordres en régime d'accord (à gauche) et diffractant 5 ordres (à droite). La première ligne correspond à la distribution des ordres diffractés dans le plan de Fourier associé au champ $U_z(x, y)$ . La deuxième ligne correspond à l'interférogramme associé $I_z(x, y)$ et la troisième ligne à sa distribution harmonique, donnée par l'auto-corrélation des ordres diffractés. La période orthogonale de l'interférogramme de droite est doublée, associée à la présence de 4 nouveaux harmoniques de plus basse fréquence dont l'origine est issue de l'auto-corrélation avec l'ordre 0. . . . .	32
1.14	En haut : Résultats de simulation pour la bille en PMMA. De gauche à droite : Interférogramme de référence $I_{ref}(x, y)$ ; Interférogramme avec objet $I_{mod}(x, y)$ ; Image en contraste d'atténuation de l'objet $I_{obj}(x, y)$ . . . . .	35
1.15	Transformées de Fourier discrètes de la figure 1.14 (affichées en module). . . . .	35
2.1	Signal carré impair et décomposition spectrale en amplitude. . . . .	44
2.2	Approximation du signal carré impair par incrément de la série de Fourier et décomposition spectrale associée. . . . .	45
2.3	Évolution du défaut d'approximation d'un signal carré décomposé en série et convergence vers le signal analytique. . . . .	46
2.4	Évolution du défaut d'approximation de Gibbs dans un gradient de phase en fonction de la taille du support d'extraction $S$ . . . . .	47
2.5	Évolution du défaut d'approximation de Gibbs dans une image de phase en fonction de la taille du support d'extraction $S$ . . . . .	48
2.6	Évolution du résidu de Gibbs en fonction de la taille du support $S$ : (en haut) pour le gradient $G_{0,1}(x, y)$ d'une bille en PMMA, (en bas) pour la phase $\phi_{1,0}(x, y)$ associée. . . . .	49
2.7	Schéma illustratif du repliement de spectre observé dans le cas où l'harmonique $H_{0,0}(u, v)$ est d'extension spectrale supérieure à la fréquence de Nyquist du détecteur. . . . .	51
2.8	Schéma illustrant le chevauchement de l'harmonique $H_{\pm 1,0}(u, v)$ par l'harmonique central $H_{0,0}(u, v)$ menant à l'apparition d'artefacts après démodulation du signal. . . . .	52
2.9	Interférogramme d'une bille en PMMA imagée par un IDBL parfait (à gauche) et TFD en module associée (à droite). . . . .	53
2.10	Extraction du gradient $G_{0,1}(x, y)$ de la bille en PMMA pour un IDBL parfait. . . . .	54
2.11	Profil latéral associé à l'extraction de phase précédente mettant en évidence les artefacts aux bords de l'objet. . . . .	54
2.12	Schéma de construction d'un gradient perturbé par l'harmonique central $H_{0,0}(u, v)$ . . . . .	56
2.13	Estimation de l'argument de la TFI en fonction de l'origine du support $S_2$ . . . . .	57

2.14	Profil vertical de l'argument complexe extrait pour chaque support $S_2$ .	58
2.15	Évolution en amplitude et en RMS des artefacts du gradient $G_{0,1}(x, y)$ de l'IDBL en fonction de l'amplitude relative de l'harmonique $H_{0,0}(u, v)$ .	58
2.16	Schéma comparatif des différents types de cheveu-chements possibles de la mesure par l'IDML.	59
2.17	Interférogramme simulé d'une bille en PMMA imagée par un IDML parfait (à gauche) et TFD en module associée (à droite).	59
2.18	Matrice des gradients de phase extraits dans le cas d'une bille en PMMA imagée par l'IDML.	60
2.19	Phases obtenues par intégration des gradients précédents mettant en évidence les artefacts de phase orientés. De gauche à droite : $\phi_{1,1}(x, y)$ , $\phi_{2,0}(x, y)$ et $\phi_{2,2}$ .	60
2.20	Comparaison qualitative des résidus obtenus entre la phase $\phi_{2,0}(x, y)$ mesurée par l'IDML (à gauche) et par l'IDBL précédent (à droite).	61
2.21	Extraction de phase d'une fibre en PMMA et mise en évidence d'artefacts de phase directionnels dans les gradients extraits.	62
2.22	Profil vertical de la TFD de l'interférogramme autour de l'harmonique $H_{0,2}(u, v)$ de l'IDML avec et sans bruit.	66
2.23	Gradient $G_{0,2}(x, y)$ extrait de l'harmonique $H_{0,2}(u, v)$ sans bruit (à gauche) et avec bruit (à droite).	67
2.24	Matrice des gradients extraits de l'IDML obtenue pour un bruit blanc additif gaussien.	67
2.25	Matrice de la variance du bruit associée.	68
2.26	Schéma illustratif de l'imagerie par l'IDML d'une rampe absorbante.	69
2.27	Interférogramme simulé d'une rampe absorbante imagée par l'IDML.	70
2.28	Profil selon $x$ de l'interférogramme d'une rampe absorbante et contraste de franges associé.	70
2.29	Gradients de phase selon $x$ (à gauche) et $y$ (à droite) obtenus pour la rampe imagée par l'IDML.	70
2.30	Profil selon $x$ des gradients de phase extraits pour la rampe absorbante.	71
2.31	Évolution du MAD des gradients extraits en fonction de l'atténuation de la rampe.	72
2.32	Évolution du MAD en fonction du contraste des franges (échelle log-log).	72
2.33	Schéma de la circulation d'un champ $\vec{A}$ dans un contour fermé orienté $\Gamma$ .	74
2.34	Schéma de la différenciation selon $x$ d'un gradient pour l'obtention de $\partial_x [\partial_y \phi(x, y)]$ dans l'espace réel.	77
2.35	Comparaison entre les 2 méthodes de génération de $C(x, y)$ . L'image de phase (à gauche) est fortement dégradée par des sauts de phase, du bruit et du sous-échantillonnage. La clôture générée dans l'espace réel est à au milieu et celle générée dans l'espace de Fourier est à droite.	78
2.36	Comparaison entre le gradient $G_{0,2}(x, y)_{in}$ obtenu par démodulation de l'harmonique $H_{0,2}(u, v)$ et le gradient $G_{0,2}(x, y)_{out}$ obtenu par différenciation selon $x$ de la phase $\phi_{2,0}(x, y)$ .	80
2.37	Image de clôture $C(x, y)$ et histogramme associé, segmenté par type d'erreur. Notons que le groupe 3 associe l'erreur à des sauts de phase même s'ils ont pour origine le sous-échantillonnage.	81
2.38	Carte de confiance associée à la carte de clôture de la figure 2.37.	82

3.1	Schéma de la construction de l'interférogramme corrigé des variations d'intensité de l'objet. . . . .	87
3.2	Extraction du gradient $G_{0,1}(x, y)$ d'une bille en PMMA imagée par un IDBL parfait avant et après application de la méthode MARIO. . . . .	87
3.3	Profil vertical du gradient $G_{0,1}(x, y)$ avant (en haut) et après traitement (en bas) des artefacts de sous-échantillonnage. . . . .	88
3.4	Comparaison de la phase $\phi_{2,0}(x, y)$ obtenue avant (à gauche) et après traitement par MARIO (à droite). . . . .	89
3.5	Profil vertical de la phase $\phi_{2,0}(x, y)$ avant (en haut) et après traitement par MARIO (en bas). . . . .	89
3.6	Cartes des clôtures des dérivées en valeur absolue $ C_{1,0}(x, y) $ avant (à gauche) et après traitement des artefacts (à droite). Les valeurs de gris sont adaptées à l'amplitude maximale de $ C_{1,0}(x, y) $ . . . . .	90
3.7	Extraction du gradient $G_{0,1}(x, y)$ pour un IDBL parfait avant et après correction des variations d'intensité par l'objet. . . . .	91
3.8	Extraction des gradients de phase avant et après application de la méthode MARIO pour l'IDML diffractant 5 ordres. . . . .	92
3.9	Images de phase obtenues après traitement par MARIO. Les artefacts de bords sont fortement réduits quelque soit la phase considérée. . . . .	94
3.10	Cartes de clôtures des dérivées $ C(x, y) $ avant (en haut) et après traitement par MARIO (en bas). Une réduction significative de l'erreur est observable pour $ C_{1,1}(x, y) $ et $ C_{2,0}(x, y) $ . . . . .	95
3.11	Profil diagonal de l'harmonique $H_{1,1}(u, v)$ sur son support $S$ sans et avec apodisation (en haut). Comparaison avec la méthode MARIO (en bas). . . . .	96
3.12	De gauche à droite : gradient $G_{1,1}(x, y)$ extrait sans traitement des artefacts. Gradient $G_{1,1}(x, y)$ extrait par apodisation. Gradient $G_{1,1}(x, y)$ extrait par la méthode MARIO. . . . .	97
3.13	Profil latéral de l'interférogramme avant et après traitement. . . . .	98
3.14	Mise en évidence du basculement vertical des répliques de la bille en PMMA imagée par un IDBL parfait, de période $p = 20 \mu\text{m}$ à $\lambda = 7.029 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ et pour une distance de propagation $z = 1.2\text{m}$ . . . . .	99
3.15	Schéma d'un domaine restreint $D$ du plan de Fourier pour un IDML quelconque. . . . .	103
3.16	Matrice des gradients $G_{k,l}(x, y)$ de l'IDML diffractant 5 ordres pour la bille en PMMA (à gauche) et matrice des variances du bruit $\sigma_{k,l}^2$ associée (à droite). . . . .	104
3.17	Images de phase bruitées intégrées à 2 gradient (en haut) et intégrés à six gradients (en bas). . . . .	105
3.18	Illustration de l'intégration multi-dérivées appliquée à la bille en PMMA imagée par l'IDML diffractant 5 ordres. . . . .	105
3.19	Illustration de la corrélation linéaire obtenue entre chaque phase mesurée par l'IDML et la phase analytique recherchée. . . . .	107
3.20	En haut : Corrélation selon $x$ obtenue pour chaque phase. En bas : zoom au sein de l'objet. . . . .	107
3.21	Cartes des résidus de phase à deux et six gradients pour la bille en PMMA. . . . .	109
3.22	Profil diagonal associé aux cartes de résidus précédentes. . . . .	109

3.23	Illustration des régions non exploitées du plan de Fourier par l'IDML en damier $[0, \pi]$ diffractant 5 ordres. Ces régions sont délimitées par les carrés pointillés en rouge. A titre indicatif, les supports d'extraction $S$ sont affichés en blanc. . . . .	111
3.24	Dispositif d'imagerie de phase pour l'IDML diffractant 9 ordres à trois niveaux $[0, \pi/2, \pi]$ . . . . .	112
3.25	Répartition spatiale du déphasage de l'IDML diffractant 9 ordres à trois niveaux $[0, \pi/2, \pi]$ . . . . .	112
3.26	Interférogramme simulé d'une bille en PMMA imagée par le damier à trois niveaux $[0, \pi/2, \pi]$ diffractant 9 ordres (à gauche) et TFD associée (à droite). . . . .	113
3.28	Matrice de bruit associée aux gradients mesurés par le 9 ordres en damier $[0, \pi/2, \pi]$ avec bruit. . . . .	113
3.27	Matrice des gradients mesurés par le 9 ordres en damier à trois niveaux $[0, \pi/2, \pi]$ sans bruit et après traitement. . . . .	114
3.29	Comparaison entre l'image de phase intégrée à douze gradients (à gauche) et intégrée à deux gradients principaux (à droite). . . . .	114
3.30	En haut : Corrélacion selon $x$ obtenue entre les phases mesurées par l'IDML diffractant 9 ordres et la phase analytique recherchée. En bas : zoom dans l'objet. . . . .	115
3.31	Comparaison entre l'image de phase intégrée à douze gradients (à gauche) et intégrée à deux gradients principaux (à droite). . . . .	116
4.1	Vue d'ensemble de la plateforme ASUR. . . . .	121
4.2	Principe de génération des rayons X et spectre de la source laser plasma du LP3. . . . .	121
4.3	Image en atténuation d'un couteau en tungstène par la source laser-plasma du LP3. . . . .	122
4.4	Profils selon $x$ et $y$ de l'image du bord franc et courbes d'ajustement. . . . .	123
4.5	Dispositif d'imagerie de phase par IDML monté en sortie de la chambre d'interaction. . . . .	124
4.6	Interférogrammes obtenus par moyennage de 16 images à 2 min par image, configuration à 12 mJ sur cible. . . . .	125
4.7	Extraction de phase brute de billes en PMMA pour une énergie sur cible de 12mJ (en haut) et 4mJ (en bas). Les gradients extraits sont les gradients croisés $G_{-1,1}(x, y)$ et $G_{1,1}(x, y)$ . . . . .	126
4.8	Carte de confiance associée à l'extraction de phase à 12 mJ (en haut) et 4 mJ (en bas). De gauche à droite : cartographie du bruit $\epsilon_b$ , cartographie des artefacts de phase $\epsilon_e$ , cartographie des sauts de phase $\epsilon_s$ . . . . .	126
4.9	Interférogramme corrigé des variations d'intensité $I_{corr}(x, y)$ et TFD associée pour une énergie sur cible de 12 mJ. . . . .	127
4.10	Profil diagonal de la TFD de $I_{corr}(x, y)$ avant et après traitement, mettant en évidence la réduction en amplitude de l'harmonique $H_{0,0}(u, v)$ . . . . .	127
4.11	Extraction de phase après traitement pour une énergie sur cible de 12mJ (en haut) et 4mJ (en bas). . . . .	128
4.12	Carte de confiance associée l'extraction de phase après correction, à 12 mJ (en haut) et 4 mJ (en bas). De gauche à droite : cartographie du bruit $\epsilon_b$ , cartographie des artefacts de sous-échantillonnage $\epsilon_e$ , cartographie des sauts de phase $\epsilon_s$ . . . . .	128

4.13 (a) Photographie intégrée d'une éprouvette en CFRP soumise à la circulation du courant foudre. (b) Photographie de l'éprouvette de référence. . . . .	132
4.14 Schéma illustrant le fonctionnement du tube Feinfocus micro-foyer en transmission. . . . .	133
4.15 Spectre du tube Feinfocus avec une cible solide en molybdène obtenu par le détecteur spectral en silicium. . . . .	133
4.16 Dispositif d'imagerie de phase par IDML développé au DISC. . . . .	134
4.17 Image en transmission de l'indicateur de qualité image (IQI) utilisé pour caractériser la réponse du système source-détecteur. . . . .	134
4.18 Profils vertical et horizontal des paires de lignes de l'IQI. . . . .	135
4.19 Dispositif d'imagerie de phase par IDML développé au DISC. . . . .	136
4.20 Schéma illustratif de la zone d'intérêt de l'éprouvette composite de référence. . . . .	137
4.21 Image en atténuation de l'éprouvette composite tissée (à gauche) et transformée de Fourier discrète associée (à droite). Deux zones sont caractéristiques à l'image en atténuation. Leur contenu spectral est reporté dans la TFD. . . . .	137
4.22 Interférogramme de l'éprouvette composite en CFRP (à gauche) et TFD associée (à droite). . . . .	138
4.23 Extraction des gradients croisés brute de l'éprouvette en CFRP de référence. . . . .	139
4.24 Carte de confiance associée à l'extraction de phase précédente. . . . .	140
4.25 Nouvel interférogramme de l'éprouvette en CFRP corrigé des variations d'intensité. . . . .	140
4.26 Profil vertical de l'interférogramme corrigé des variations d'intensité de l'objet, autour de l'interface air-objet. . . . .	141
4.27 Extraction de phase croisés de l'éprouvette en CFRP après correction des artefacts de phase. . . . .	141
4.28 Carte de confiance associée à l'extraction de phase précédente. . . . .	142
4.29 Zone d'intérêt de l'éprouvette en CFRP foudroyée. Le trait bleu dénote le trajet du courant. . . . .	143
4.30 Résultats d'acquisition de l'éprouvette foudroyée. . . . .	144
4.31 Extraction de phase croisés de l'éprouvette foudroyée après correction des artefacts de phase. . . . .	145
4.32 Carte de confiance associée à l'extraction de phase précédente. . . . .	145
5.1 Extraction du continuum de l'harmonique central $H_{0,0}(u, v)$ pour la bille en PMMA imagée par l'IDBL. . . . .	152
5.2 Extraction du continuum en intensité de l'harmonique $H_{0,1}(u, v)$ pour la bille en PMMA imagée par l'IDBL. . . . .	152
5.3 Interférogramme et FFT associée pour une bille en PMMA imagée expérimentalement par l'IDML. . . . .	153
5.4 Extraction du continuum de l'harmonique central $H_{0,0}(u, v)$ pour une bille en PMMA imagée expérimentalement par l'IDML. . . . .	154
5.5 Extraction du continuum de l'harmonique $H_{-1,1}(u, v)$ pour la bille en PMMA expérimentale. . . . .	154
5.6 Estimation du rayonnement diffusé d'ordre $(-1, 1)$ de la bille en PMMA. . . . .	155
5.7 Matrice des continuum extraits dans le cas d'une bille en PMMA imagée par l'IDML. . . . .	156

# Liste des tableaux

2.1	Table du résidu associé aux artefacts de phase issus du chevauchement par l'harmonique central $H_{0,0}(u, v)$ . . . . .	55
2.2	Table des valeurs de résidu associé aux artefacts de chaque gradient et phase mesurés. . . . .	61
2.3	Table des alertes de la carte de confiance de la phase $\phi_{2,0}(x, y)$ pour la bille en PMMA simulée. . . . .	83
3.1	Table des valeurs de résidu avant et après application de la méthode MARIO pour l'IDBL parfait en simulation. . . . .	89
3.2	Table des valeurs de clôture des dérivées avant et après application de la méthode MARIO pour l'IDBL. . . . .	90
3.3	Table des valeurs du résidu des gradients de phase avant et après correction des artefacts pour l'IDML diffractant 5 ordres. . . . .	93
3.4	Table des valeurs des résidus de phase avant et après correction des artefacts. . . . .	94
3.5	Table des valeurs de clôture des dérivées avant et après correction des artefacts pour l'IDML. . . . .	95
3.6	Table du RSB de chaque phase intégrée à deux gradients de l'IDML diffractant 5 ordres et de la phase intégrée à six gradients. . . . .	106
3.7	Table des valeurs de corrélation obtenues pour chaque phase mesurée par l'IDML diffractant 5 ordres. . . . .	108
3.8	Table des valeurs de résidu de phase à deux et six gradients. . . . .	108
3.9	Table comparative du RSB de chaque phase intégrée à deux gradients du damier à trois niveaux $[0, \pi/2, \pi]$ et de la phase intégrée à douze gradients. . . . .	115
3.10	Table des valeurs de corrélation obtenues pour chaque phase mesurée par l'IDML diffractant 9 ordres. . . . .	116
3.11	Table des valeurs de résidu de phase mesurés à deux et douze gradients par le damier à trois niveaux $[0, \pi/2, \pi]$ . . . . .	117
4.1	Table des valeurs de flux $\phi$ et de taille de foyer $\varnothing_s$ en fonction de l'énergie sur cible. . . . .	123
4.2	Table des valeurs de la carte de confiance et RMS de la clôture en fonction de l'énergie sur cible et gains de la méthode de traitement. . . . .	129
4.3	Table des valeurs de la carte de confiance et RMS de la clôture avant et après traitement des artefacts de phase pour l'éprouvette de référence et gains associés. . . . .	142
4.4	Table des valeurs de la carte de confiance et RMS de la clôture avant et après traitement des artefacts de phase pour l'éprouvette foudroyée et gains associés. . . . .	146



# Glossaire

<b>IDBL</b>	Interférométrie à décalage bilatéral
<b>IDQL</b>	Interférométrie à décalage quadrilatéral
<b>IDML</b>	Interférométrie à décalage multi-latéral
<b>TFD</b>	Transformée de Fourier discrète
<b>FFT</b>	Transformée de Fourier rapide
<b>FTM</b>	Fonction de transfert de modulation
<b>FTEL</b>	Fonction de transfert de l'espace libre
<b>TIE</b>	Équation de transfert en Intensité
<b>RMS</b>	Déviation médiane absolue
<b>RMS</b>	Moyenne quadratique
<b>RMSE</b>	Moyenne quadratique de l'erreur
<b>RSB</b>	Rapport signal-sur-bruit
<b>DSP</b>	Densité spectrale de puissance
<b>CND</b>	Contrôle non destructif
<b>VSL</b>	Loi de somme des variances
<b>IQI</b>	Indicateur de qualité image
<b>PMMA</b>	Polyméthacrylate de méthyle
<b>CFRP</b>	<i>Carbon Fibers Reinforced Polymer</i>
<b>ZNCC</b>	<i>Zero-Normalized Cross Correlation</i>
<b>SBI</b>	<i>Specke-Based Imaging</i>
<b>PBI</b>	<i>Propagation-Based Imaging</i>
<b>GBI</b>	<i>Grating-Based Imaging</i>
<b>MARIO</b>	<i>Method of Artifact Reduction from the Intensity of the Object</i>



# Liste des symboles

$P$	Puissance	$\text{W (J s}^{-1}\text{)}$
$I$	Intensité de l'onde lumineuse	$\text{W/m}^2$
$I_{ref}$	Interférogramme de référence	$\text{W/m}^2$
$I_{mod}$	Interférogramme modulé par l'objet	$\text{W/m}^2$
$I_{obj}$	Intensité lumineuse de l'objet	$\text{W/m}^2$
$C$	Fonction de clôture des dérivées de phase	$\text{rad m}^{-1}$
$C_{k,l}$	Clôture des dérivées de la phase $\phi_{k,l}$	$\text{rad m}^{-1}$
$G_{k,l}$	Gradient de phase mesuré selon la direction $x_{k,l}$	$\text{rad}$
$H_{k,l}$	Harmonique du réseau orienté selon la direction $x_{k,l}$	$\text{m}^{-2}$
$f_{k,l}$	Fréquence porteuse de l'harmonique $H_{k,l}$	$\text{m}^{-2}$
$f_m$	Fréquence spatiale maximale	$\text{m}^{-1}$
$f_{Ny}$	Fréquence de Nyquist	$\text{m}$
$\mathcal{E}^x$	Fonction de centroïde selon $x$	$\text{rad m}^{-1}$
$E$	Énergie du faisceau	$\text{kgm}^2/\text{s}^{-2}$
$S$	Support d'extraction de phase	$\text{m}^{-2}$
$f_{k,l}$	Fréquence spatiale selon la direction $x_{k,l}$	$\text{m}^{-1}$
$f_{Ny}$	Fréquence de Nyquist	$\text{m}^{-1}$
$p$	Période de l'interférogramme	$\text{m}$
$p_r$	Période du réseau	$\text{m}$
$f_{\odot_s}$	Flou géométrique induit par l'étalement spatial de la source	$\text{m}$
$f_{\odot_t}$	Flou géométrique induit par la polychromaticité de la source	$\text{m}$
$L_c$	Longueur de cisaillement	$\text{m}$
$L_s$	Longueur de cohérence spatiale	$\text{m}$
$L_t$	Longueur de cohérence temporelle	$\text{m}$
$\varnothing_s$	Diamètre du foyer de la source	$\text{m}$
$d_{tot}$	Distance totale du faisceau (source-détecteur)	$\text{m}$
$d_{s-r}$	Distance source-réseau	$\text{m}$
$d_{s-o}$	Distance source-objet	$\text{m}$
$d_{r-d}$	Distance réseau-détecteur	$\text{m}$
$d_{o-d}$	Distance objet-détecteur	$\text{m}$
$e$	Épaisseur des plots déphasants du réseau	$\text{m}$
$s$	Décalage latéral	$\text{m}$
$c_z$	Contraste en intensité à la distance $z$	
$c_{rel}$	Contraste relatif des franges	
$h_z$	Propagateur de Fresnel	
$H_z$	Fonction de transfert de l'espace libre	
$T_{obj}$	Transmittance de l'objet	
$T_{res}$	Transmittance du réseau	
$g_r$	Grandissement du réseau	
$g_o$	Grandissement de l'objet	
$\vec{k}_{q,l}$	Vecteur d'onde transportant la réplique basculée $R_{q,l}$	$\text{rad m}^{-1}$
$R_{q,l}$	Réplique basculée de l'onde selon le vecteur d'onde $\vec{k}_{q,l}$	

$OD_{q,l}$	Ordre diffracté du réseau selon le vecteur d'onde $\overrightarrow{k_{q,l}}$	
$W$	Surface d'onde	
$t$	Variable temporelle	s
$\omega$	Fréquence angulaire	rad
$\Omega$	Zone d'intérêt de l'image	m <sup>2</sup>
$\theta$	Angle de réfraction	rad
$\phi$	Déphasage de l'onde lumineuse selon l'axe $z$	m
$\phi_{res}$	Déphasage de l'onde induit par le réseau de phase	m
$\phi_{k,l}$	Déphasage de l'onde mesurée par l'intégration de $(G_{k,l}, G_{-l,k})$	m
$\nabla^2\phi$	Courbure de l'onde dans le plan $(x, y)$	rad m <sup>-1</sup>
$\lambda$	Longueur d'onde du faisceau	m
$\lambda_0$	Longueur d'onde d'accord du réseau de phase	m
$\mu_{obj}$	Coefficient d'atténuation linéique de l'objet	m <sup>-1</sup>
$n$	Indice de réfraction du matériau	
$n_0$	Indice de réfraction du matériau à $\lambda_0$	
$\delta$	Partie réelle de l'indice de réfraction $n$	
$\beta$	Partie imaginaire de l'indice de réfraction $n$	
$r_e$	Rayon classique de l'électron	m
$n_a$	Densité atomique moyenne du matériau	kg/m <sup>3</sup>
$Z$	Numéro atomique du matériau	
$z_{n,T}$	Distance de Talbot	m
$\Phi$	Flux de photons	ph/s/cm <sup>2</sup>
$(\mu_b, \sigma_b)$	Espérance et variance du bruit	
$S_\infty$	Série de Fourier décomposée à l'infini	
$S_N$	Série de Fourier décomposée à l'ordre $N$	
$(x, y, z)$	Coordonnées de l'espace réel	m
$(u, v, w)$	Coordonnées de l'espace réciproque	m <sup>-1</sup>
$\nabla$	Opérateur Nabla	
$\mathcal{F}$	Opérateur Transformée de Fourier	
$\mathcal{F}^{-1}$	Opérateur Transformée de Fourier inverse	
$\widetilde{C_{k,l}}$	Transformée de Fourier de la clôture des dérivées $C_{k,l}$	m rad <sup>-1</sup>
$\widetilde{G_{k,l}}$	Transformée de Fourier du gradient de phase $G_{k,l}$	rad <sup>-1</sup>
*	Produit de convolution	
$\times$	Opération de multiplication	
$/$	Opération de division	
$\neq$	Différent de	
$\approx$	Approximativement égal à	
$<$	Inférieur à	
$>$	Supérieur à	
$\ll$	Très petit devant	

# Introduction

## Une brève histoire de radiographie

Comme quelques-unes des découvertes en physique, celle des rayons X est aussi le fruit d'un heureux accident. A la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, différents physiciens travaillent à l'étude des propriétés d'émission radiative de tubes à gaz basse pression appelés tubes de Crookes (cf. figure 1). Ceux-ci sont constitués d'une cathode et d'une anode situées au sein d'une lampe de verre dont les avancées techniques récentes permettent une meilleure mise sous-vide (de l'ordre de  $10^{-6}$  atm. contre  $10^{-3}$  atm. à l'époque) [24]. Par l'application d'un champ électrique de forte tension entre les deux électrodes ( $> 1\text{kV}$ ), les électrons des molécules d'air résiduelles sont arrachés puis accélérés vers l'anode et provoquent au passage l'apparition d'un rayonnement fluorescent sur la paroi du verre appelé alors "rayonnement cathodique"<sup>1</sup>. Les tubes de Crookes deviendront par la suite pionniers des tubes à génération de rayonnement X.

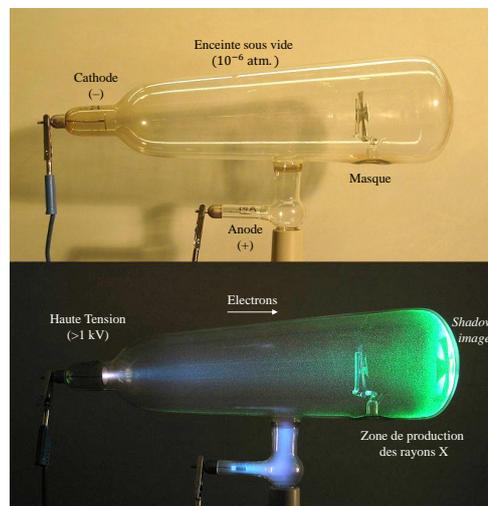


FIGURE 1 – Illustration de fonctionnement d'un tube cathodique de Crookes.<sup>2</sup>

C'est en 1895 que le physicien Allemand Wilhelm Röntgen, qui travaille dans son laboratoire sur les propriétés d'émission des tubes de Crookes, observe par hasard qu'une plaque de platino-cyanure de baryum s'illumine plusieurs mètres plus loin du banc malgré avoir recouvert le tube d'un carton noir épais, ne laissant à priori aucune lumière s'échapper. Il conclut que des rayons invisibles traversent

1. On sait aujourd'hui que ce rayonnement est issu de l'interaction des électrons sur le matériau fluorescent toutefois à l'époque l'électron n'a pas encore été découvert.

2. Source : D-Kuru, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3068002>, 10 Août 2017.

le carton et qu'ils provoquent la fluorescence de la plaque. Il réitère l'expérience sur d'autres plaques fluorescentes pour tenter de déterminer les propriétés optique de ces rayons pénétrants (réfraction, transmission, réflexion) et remarque que l'épaisseur de la plaque ainsi que la densité du matériau influe sur la transmission du faisceau. Ces résultats seront confirmés séparément par son confrère Lénard en 1906 [47]. Par ailleurs, en utilisant des plaques photographiques de l'époque, il constate que celles-ci s'opacifient avec le flux incident, permettant de faire des images d'ombres (*shadowgrams* en anglais [87]). Il propose ainsi à son épouse de faire le cliché de sa main en la plaçant entre le tube et la plaque photographique. Ce cliché publié la même année dans son article de référence [74] sera la première radiographie jamais produite (cf. figure 2). Ces travaux lui vaudront le prix Nobel de physique en 1901.



FIGURE 2 – Première radiographie obtenue par W. Röntgen en 1895.  
[74]

Au moment de sa découverte, on sait déjà qu'il est possible qu'un rayon lumineux soit invisible à l'oeil, la découverte des rayonnements infrarouges et ultraviolets précèdent ainsi d'un siècle celle des rayons X [71] [7]. Toutefois, ces derniers intriguent les scientifiques par leur pouvoir de pénétration de la matière et on gardera la dénomination "X" pour qualifier ce rayonnement appelé alors "le rayon mystérieux" [15]. D'ailleurs, Röntgen fait lui-même l'hypothèse dans son article de 1895 qu'il a affaire à des rayons ultraviolets toutefois aucunes de ses propriétés ne correspondent à celles connues jusqu'alors. En particulier, on ne sait pas encore situer ce rayonnement dans le spectre électromagnétique, Röntgen intuitant qu'il est de courte longueur d'onde. Il faudra attendre l'année 1912 et l'expérience du physicien Allemand Von Laue [46] pour replacer les rayons X dans une gamme précise du spectre électromagnétique : il est ainsi compris dans la gamme  $[10^{-10}\text{m}, 10^{-8}\text{m}]$  et correspond donc à des énergies élevées, de l'ordre de 100 eV à plusieurs MeV (cf. figure 3).

L'hypothèse de départ de Von Laue sera formalisée en 1913 par les travaux de

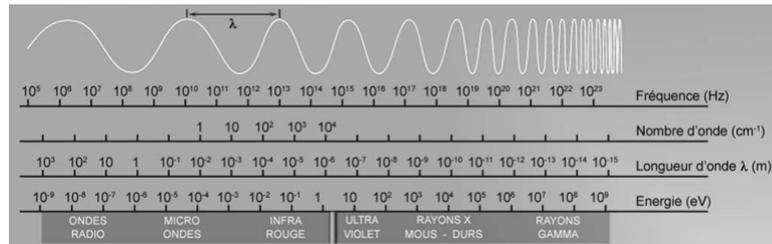


FIGURE 3 – Spectre continu du rayonnement électromagnétique.

Bragg (père et fils) [14] et n'est pas sans lien avec ce manuscrit. Elle suppose en outre que la longueur d'onde des rayons X est de même ordre de grandeur que la distance interatomique des matériaux et par conséquent que son illumination par des rayons X amène de la diffraction. En particulier pour des matériaux tels que les cristaux dont on pressent à l'époque la régularité de leur arrangement atomique, le faisceau transmis jusqu'à un plan de détection génère un profil d'intensité caractéristique de diffraction où des taches se répartissent de façon ordonnée à l'image (cf. figure 4). L'objet jouant le rôle d'une optique du faisceau qu'il transmet, sa transformée de Fourier est effectuée et chaque tache de l'image produite peut ainsi être assimilée à un harmonique généré par le matériau<sup>3</sup>, harmonique dont la distance à la tache centrale est reliée à une périodicité de la maille selon la même orientation. Ces résultats furent les prémisses de ce qui sera appelé plus tard la cristallographie par rayons X.

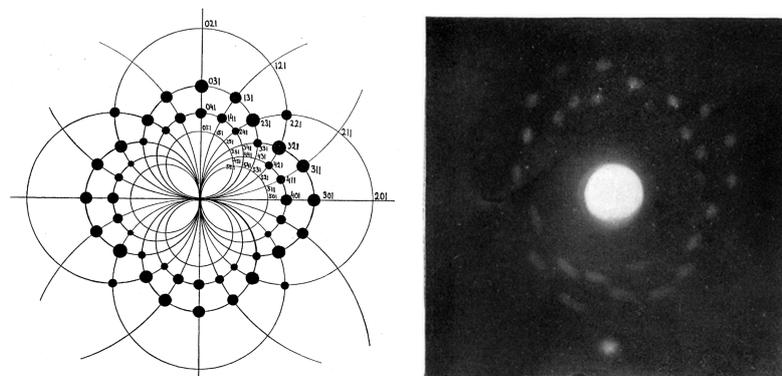


FIGURE 4 – A gauche : Motif de diffraction théorique du cristal de chlorure de potassium (KCl) déterminé par Bragg en 1913. Dans le diagramme de gauche, les taches sont représentées par des points dont l'amplitude indique l'intensité de la tache correspondante. A droite : Image expérimentale obtenue. [14]

Les images obtenues par rayons X, alors encore à leurs balbutiements, permirent de faire des percées majeures dans la connaissance du monde physique et des applications concrètes ne tardèrent à émerger. En réalité, les applications ont précédé les connaissances et le développement de l'imagerie médicale fût historiquement l'application la plus directe [36]. Depuis, son utilisation a connu un

3. La définition formelle de l'harmonique sera détaillée au chapitre 1.

engouement croissant auprès de la communauté scientifique pour l'exploration de la matière et l'étude de ses propriétés. Les champs d'applications se sont étendus dans de larges domaines, aussi bien industriels que sécuritaires. Étant donné ses faibles longueurs d'ondes, le rayonnement X traverse aisément la matière et son pouvoir pénétrant permet de sonder en profondeur le matériau étudié. Ce caractère a ainsi été un atout majeur pour l'imagerie d'objets en contrôle non destructif, c'est-à-dire sans avoir recours à une quelconque dégradation mécanique pour l'inspection.

Cependant, son interaction avec la matière fait intervenir des échanges de haute énergie susceptibles d'ioniser le matériau et d'en modifier ses propriétés. Pour des échantillons biologiques par exemple, ce dépôt d'énergie peut causer de sévères dommages sur leur structure interne. Il a fallu attendre les années 1920 pour comprendre ces phénomènes et introduire à partir des années 1950 une réglementation stricte pour assurer la pérennité de l'utilisation du rayonnement X [2] [84]. Jusqu'alors, aucune précaution n'était adoptée (cf. figure 5) et l'usage était à la créativité (cf. figure 6). On a ainsi défini une base commune pour limiter l'exposition aux rayonnements ionisants à travers la définition de la dose emmagasinée par le matériau, égale à l'énergie du rayonnement incident par unité de masse. Celle-ci est exprimée en Gray Gy pour dose absorbée (en  $\text{J kg}^{-1}$ ). Typiquement, les doses limites préconisées par la Commission Internationale de protection radiologique (ICRP) pour un scanner CT sont comprises entre 1,4 mGy (pour le scanner des os) et 7,7 mGy (pour le scanner de tissus mous où le contraste des images est plus faible donc nécessite un temps de pose plus long).



FIGURE 5 – Étalonnage d'un tube à rayons X de Crookes "à la main", Philadelphie, État de Pennsylvanie, 1896. [56]

A titre de comparaison, l'Agence pour l'Énergie Nucléaire (NEA) estime que les doses reçues par les 237 travailleurs de la centrale de Tchernobyl hospitalisés à Pripjat après la catastrophe dépassait largement le Gray (limite des instruments de mesure de l'époque) [59].



FIGURE 6 – Photo d’une femme se tenant sur un appareil à rayons X (fluoroscope) pour déterminer si ses chaussures lui vont. On peut lire sur le mur : “Do your shoes fit? Let the X-ray tell the story”. Foire de Milwaukee, État de Wisconsin, 1926. [76]

Ainsi, les réglementations en vigueur dans la deuxième moitié du XX<sup>e</sup> siècle ont permis d’encadrer l’utilisation des sources à rayons X dont les avancées technologiques n’ont cessé de croître jusqu’à nos jours. En effet, rappelons que le tube de Crookes fut amélioré par le physicien Américain W. D. Coolidge en 1913 [22] donnant naissance aux tubes dits cathodiques chauds (cf. figure 7), comparativement au tube de Crookes appelé tube cathodique froid. Le tube de Coolidge est également un tube sous vide (poussé à  $10^{-9}$  atm.), recouvert d’une enceinte plombée pour protéger des radiations transverses. Les deux tubes se basent sur un rayonnement résultant à la fois d’une émission radiative et d’une émission associée à une décélération des électrons, toutefois pour le tube de Coolidge, les électrons sont arrachés à la cathode (aussi appelé filament) là où ceux générés par le tube de Crookes sont arrachés aux molécules d’air résiduelles de l’enceinte sous vide. La cathode est en spirale chauffée au delà de 1000 °C et permet ainsi de rompre les énergies de liaison du matériau. Les électrons sont ensuite émis par application d’une forte différence de potentiel (supérieure là encore au kilo-Volt) puis focalisés sur l’anode (aussi appelée cible). Le rayonnement X résultant est constitué à la fois de la fluorescence du matériau cible et d’un spectre continu lié au rayonnement de freinage des électrons dans le matériau, effet dit de *Bremsstrahlung*.

Ces dernières décennies, les dispositifs d’imagerie par rayons X ont connu des avancées technologiques majeurs autant dans le développement de sources innovantes que dans le déploiement de systèmes de détection de plus en plus performants comme nous allons le voir au dernier chapitre de ce manuscrit.

### De l’imagerie d’absorption X à l’imagerie de phase X

Le rayonnement X étant un rayonnement électromagnétique, il possède par définition une amplitude et une phase. Comme nous l’avons montré précédemment,

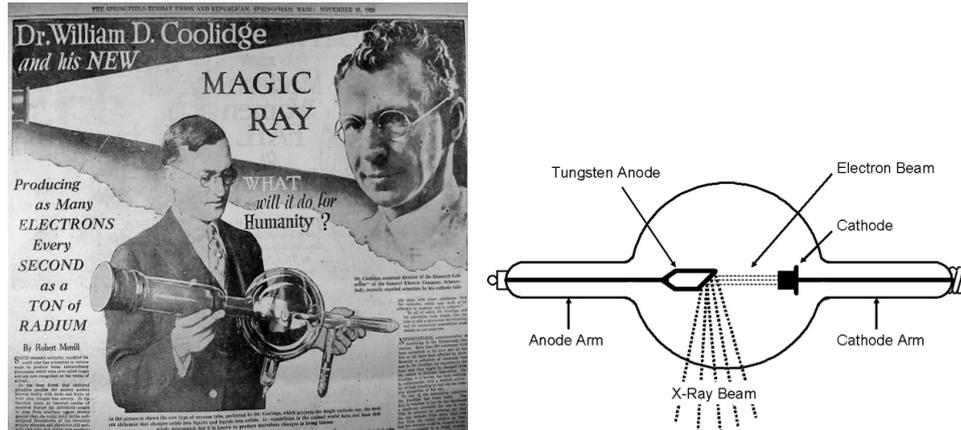


FIGURE 7 – (A gauche) Coolidge tenant son tube cathodique à filament chaud dans le journal quotidien *The Springfield Union News Sunday Republican*, paru le 21 Nov. 1913 [48]. (A droite) Schéma de principe de fonctionnement du tube.[37].

son utilisation en imagerie a largement reposé sur la mesure d'atténuation du flux de rayons X transmis et dont la variation en intensité est liée à la variation en amplitude de l'onde. Or, on sait depuis le XIX<sup>e</sup> siècle donner empiriquement l'évolution du contraste en intensité d'un matériau traversé par un rayon lumineux : elle est fonction de la densité  $\rho$  et de l'épaisseur  $e$  du matériau traversé et de la longueur d'onde  $\lambda$  du faisceau. Les rayons X n'échappent pas à cette règle et la loi qui décrit cette évolution est appelée loi de Beer-Lambert-Bouguer. La décroissance en intensité étant exponentielle en  $e$  et  $d$ , ceci explique le franc succès que cette méthode a connu pour l'imagerie de matériaux fortement atténuants (os, métaux, armes). Toutefois, il existe également un large panel de matériaux d'intérêt peu atténuants (composites, fibres carbonées, tissus mous, explosifs) donc difficiles à imager par radiographie classique. En étudiant de près les propriétés optiques de ces matériaux il apparaît que ceux-ci, à défaut d'être atténuants, induisent un déphasage du faisceau qu'ils transmettent, déphasage d'autant plus important que leur atténuation est faible. La mesure de ce déphasage permet de remonter à la géométrie de l'objet, encore faut-il pouvoir accéder à cette grandeur.

Historiquement, c'est en 1965 que Bonse et Hart implémentent en rayons X le premier dispositif de mesure de phase, basé sur une méthode interférométrique de type Mach-Zender à cristaux optiques [11]. Cette méthode consiste à faire interférer le faisceau incident avec lui-même à travers l'utilisation d'un séparateur de faisceau (cf. figure 8). On obtient ainsi un profil en intensité résultant de l'interférence des faisceaux secondaires et qui constitue le profil de référence. En plaçant un objet déphasant sur le trajet d'un des deux faisceaux secondaires, on ajoute un retard de phase de l'onde qui se manifeste par une modification du profil d'intensité. Le calcul de ce déphasage par rapport à la référence permet ainsi de remonter à l'épaisseur projetée de l'objet (directement proportionnelle au déphasage à iso-matériau), et donc d'estimer la géométrie de l'objet.

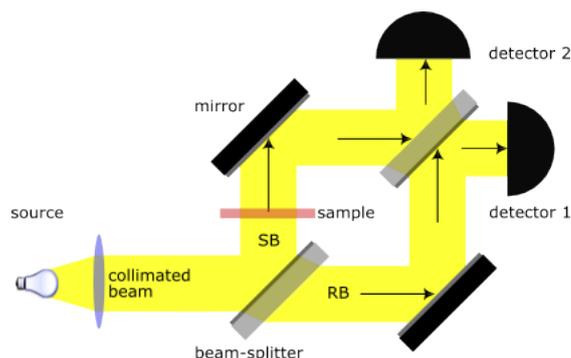


FIGURE 8 – Illustration du principe de l'interféromètre Mach-Zehnder.

Par la suite, de nouvelles méthodes avec ou sans système optique ont émergé, enrichissant le panel de dispositifs d'imagerie de phase par rayons X. On y trouve notamment une famille de méthodes appelées méthodes différentielles de phase où la mesure donne accès à une dérivée du front d'onde. Parmi celles-ci se trouvent les méthodes interférométriques basées sur l'utilisation de réseaux de diffraction et dont le motif est dit régulier, mais aussi des méthodes à motifs irréguliers tels que les méthodes à tavelures où le réseau est remplacé par un motif d'intensité pseudo-aléatoire; enfin on trouve des méthodes dites en libre propagation, dont l'avantage est le gain de compacité car aucune optique supplémentaire n'est ajoutée et où la phase est estimée à partir d'hypothèses spécifiques sur l'objet et sur les paramètres de mesure. Ces méthodes sont toutes utilisées dans le but de restituer un fort contraste pour les matériaux peu denses, comme il a été notamment démontré dans l'article de Tanaka *et al.* [81] ( cf. figure 9), où l'image de phase par rayons X d'un pouce humain permet de distinguer nettement des tendineuses là où l'imagerie d'absorption X ne reste sensible qu'à l'atténuation du faisceau par l'os. Le chapitre 1 aura notamment pour but de replacer ces méthodes dans leur contexte et donnera une description succincte pour extraire la phase en fonction du dispositif utilisé.

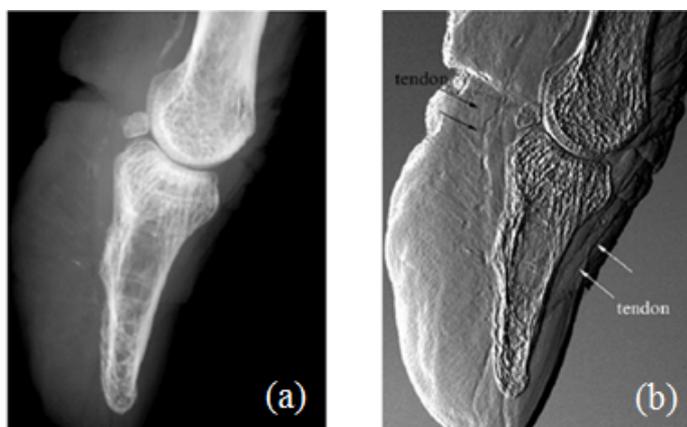


FIGURE 9 – a) Pouce en contraste d'atténuation. b) Pouce en contraste différentiel de phase. [81]

En retraçant l'évolution de ces différentes techniques au cours du temps, on peut remarquer que les méthodes d'imagerie de phase en rayons X sont apparues plus d'un demi-siècle après celles d'imagerie classique d'atténuation. En sachant que ces deux méthodes sont intrinsèquement reliées par la même grandeur physique, à savoir l'indice de réfraction complexe de l'échantillon  $n$ , il est possible de se demander pourquoi elles n'ont pas émergé en même temps ou, du moins, proches dans le temps. La raison principale ne provient pas d'une découverte tardive des méthodes de mesure de phase, en effet l'expérience de Michelson avait déjà été menée en 1887, précédant donc de quelques années la première radiographie par Röntgen. Le souci est autre, il provient de la manière d'extraire le signal de phase en rayons X. En effet, comme il sera présenté dans ce manuscrit, les procédés d'extraction de phase ne sont pas directs comme peuvent l'être les mesures d'atténuation, ils nécessitent des processus spécifiques qui sont encore à l'étude aujourd'hui et dont l'implémentation sur dispositif expérimental n'a pas encore atteint une maturité et un déploiement équivalent à ceux des méthodes de radiographie classique. C'est là un des enjeux cruciaux de la recherche actuelle dans ce domaine, et en particulier, de mon travail de thèse.

### **Démarche de la thèse**

La nécessité de développer de nouvelles méthodes d'inspection pour le contrôle et le diagnostic de matériaux est un enjeu actuel croissant. En fonction des caractéristiques de l'objet sondé (dimensions, composition interne, besoins du diagnostic, ...) différentes méthodes de mesures ont été développées, chacune adaptée à une problématique spécifique et formant tout un écosystème voué aux applications de contrôle non destructif (CND). Dans le cadre de l'imagerie par rayons X, le but est d'utiliser toute l'information de front d'onde, à la fois l'information d'atténuation et l'information de phase de l'objet. En outre, le passage d'un banc sur une installation synchrotron à un banc de laboratoire impose des fortes contraintes affectant la qualité des images produites.

Dans ce contexte, les enjeux scientifiques de mon travail de thèse sont les suivants : l'objectif est de développer un banc d'imagerie de phase en rayons X par méthode interférométrique à haute résolution (de l'ordre de quelques micromètres) pour l'inspection non destructive d'échantillons composites. Le développement d'un tel banc découle des résultats obtenus sur synchrotron aux travers des thèses de Rizzi et de Montaux-Lambert [72] [50] ainsi que la thèse de Stolidi [77] qui a investigué différentes méthodes d'imagerie de phase sur tube à rayons X de laboratoire.

Ainsi, une méthode d'interférométrie à une seule grille régulière a été choisie, appelée interférométrie à décalage multi-latéral (IDML). Nous verrons dans le chapitre 1 pourquoi cette méthode a été retenue vis-à-vis d'autres approches qui seront détaillées. L'enjeu fort de mon travail a été d'évaluer les limites accessibles

de ce dispositif vis-à-vis du bruit et de l'échantillonnage du signal et de proposer des solutions en accord avec les problématiques d'inspection en contrôle non destructif. L'optimisation est dite sous-contrainte. Plus particulièrement, au chapitre 2 je montrerai que certaines configurations et que certains types d'objet en rayons X imposent des limitations sur la qualité d'estimation de phase et donc *in fine* sur la qualité des images produites. Pour chaque poste de dégradation je détaillerai l'origine des phénomènes à l'oeuvre et la nécessité de les prendre en compte en pratique. Cela m'amènera en chapitre 3 à proposer des méthodes générales pour pallier ces limitations et améliorer la qualité des images de phase. Les résultats présentés seront obtenus dans un cas simulé idéal que je confronterai en chapitre 4 avec les résultats expérimentaux. La démarche adoptée sera d'apporter un aspect quantitatif sur les résultats que j'obtiendrai, à l'aide d'outils spécifiques de retour de qualité image. Ce dernier chapitre sera également dédié à l'inspection de matériaux composites aux applications scientifiques concrètes où je présenterai des premiers diagnostics de ces échantillons. Pour terminer, je présenterai les conclusions et perspectives de ce travail de thèse.



## Chapitre 1

# Mesure de phase par interferométrie à décalage multi-latéral (IDML)

L'imagerie par rayons X en transmission présente des intérêts majeurs pour le sondage fin de matériaux d'intérêt, et ce de manière non invasive. Pour rappel, son utilisation repose classiquement sur la mesure d'atténuation des rayons X, particulièrement bien adaptée pour imager les matériaux denses car fortement atténuants et amenant du contraste à l'image. Toutefois, dès lors que le matériau est faiblement atténuant, on se concentre plutôt sur la mesure du déphasage qu'il induit au faisceau X qu'il transmet. Dans ce premier chapitre, nous commencerons par rappeler les fondements de l'imagerie de phase. Ils serviront de base pour introduire en second temps la méthode d'imagerie par interférométrie à décalage multi-latéral que j'ai étudié pendant ma thèse.

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Contexte</b>	<b>12</b>
1.1.1	Formalisme ondulatoire et propagation	12
1.1.2	Propriétés optiques de l'objet	14
1.1.3	Équation de transfert en intensité (TIE)	15
1.1.4	Méthodes de mesure de phase dérivées de la TIE	17
<b>1.2</b>	<b>Interférométrie à décalage multi-latéral</b>	<b>22</b>
1.2.1	Génération de répliques basculées du champ complexe par l'IDML	23
1.2.2	Expression du champ complexe	24
1.2.3	Profil d'intensité propagé	25
<b>1.3</b>	<b>Modélisation de l'IDML en rayons X</b>	<b>27</b>
1.3.1	Description du modèle	27
1.3.2	Résultats de simulation	34
<b>1.4</b>	<b>Méthodes algorithmiques d'extraction de phase</b>	<b>35</b>
1.4.1	Méthodes d'extraction par démodulation de Fourier	36
1.4.2	Méthode d'extraction par centroïdes	37
1.4.3	Lien entre les deux méthodes d'extraction	38
<b>1.5</b>	<b>Conclusion du chapitre</b>	<b>39</b>

---

## 1.1 Contexte

### 1.1.1 Formalisme ondulatoire et propagation

Rappelons que l'onde électromagnétique est caractérisée par les deux composantes vectorielles que sont le champ électrique  $\vec{E}$  et le champ magnétique  $\vec{B}$ . En pratique, seule la composante scalaire du champ  $\vec{E}$  suffit à la description des phénomènes physiques à l'oeuvre dans le cadre de l'optique ondulatoire abordés dans cette thèse. On définit l'onde monochromatique comme suit.

**Définition 1.1** Soit  $\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y$  un vecteur du plan  $(x, y)$ . L'onde monochromatique  $u(\vec{r}, t)$  de variable temporelle  $t$ , d'amplitude  $a(\vec{r})$ , de pulsation  $\omega = 2\pi f$  et de phase  $\phi(\vec{r})$  est définie par :

$$u(\vec{r}, t) = a(\vec{r}) \cos [\omega t + \phi(\vec{r})] . \quad (1.1)$$

On définit par ailleurs le nombre d'onde  $k$  en fonction de la pulsation  $\omega$  et de la longueur d'onde  $\lambda$  du rayonnement par :  $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$  où  $c$  est la célérité de la lumière dans le vide.

**Définition 1.2** La notation complexe permet de réécrire l'onde sous la forme :

$$U(\vec{r}, t) = U(\vec{r}) e^{2i\pi f t} = a(\vec{r}) e^{i(2\pi f t + \phi(\vec{r}))} , \quad (1.2)$$

où  $U(\vec{r})$  est l'amplitude complexe de l'onde dont le module donne accès à son amplitude  $a(\vec{r})$  et dont l'argument donne accès à sa phase  $\phi(\vec{r})$ .

**Définition 1.3** L'intensité de l'onde est définie comme la moyenne temporelle du champ électrique  $U(\vec{r}, t)$  au carré :

$$I(\vec{r}) = |U(\vec{r}, t)|^2 = |U(\vec{r})|^2 . \quad (1.3)$$

Puisque le détecteur est sensible à l'intensité de l'onde  $U(\vec{r}, t)$  émise par la source, c'est à cette quantité mesurée que l'on a accès.

**Définition 1.4** On définit enfin la notion de front d'onde comme étant l'ensemble des surfaces iso-phases de l'onde, telles que :

$$\phi(\vec{r}) = 2\pi n, \quad \forall n \in \mathbb{N} . \quad (1.4)$$

Afin de décrire la propagation d'une onde lumineuse dans l'espace libre, on utilise le modèle scalaire de la diffraction et on introduit le propagateur de Fresnel  $h_z(\vec{r})$  que l'on définit comme :

$$h_z(\vec{r}) = \frac{1}{i\lambda z} \exp \left[ -\frac{\pi}{i\lambda z} (x^2 + y^2) \right] . \quad (1.5)$$

Le front d'onde propagé  $U_z(\vec{r})$  à la distance  $z$  se déduit du front d'onde  $U_0(\vec{r})$ , donné à toute distance  $z_0$ , par convolution avec le propagateur  $h_z(r)$  :

$$U_z(\vec{r}) = U_0(\vec{r}) * h_z(\vec{r}) , \quad (1.6)$$

où l'opérateur  $*$  désigne le produit de convolution.

De manière analogue, la propagation de l'onde sur une distance  $z$  peut s'effectuer dans l'espace de Fourier où la décomposition fréquentielle de l'onde sur la base de Fourier est multipliée par le terme de propagation. La fonction associée  $H_z(u, v)$ , avec  $(u, v)$  les coordonnées de l'espace réciproque, est nommée fonction de transfert de l'espace libre (FTEL). Cette fonction a été introduite par J. W. Goodman en 2005 [33]. Elle définit la transformée de Fourier du propagateur de Fresnel  $h_z(x, y)$  :

$$H_z(u, v) = \begin{cases} \exp \left[ \frac{2i\pi}{\lambda} z \sqrt{1 - \lambda^2(u^2 + v^2)} \right], & \text{si } u^2 + v^2 \leq 1/\lambda^2, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.7)$$

Le front d'onde  $U_z(\vec{r})$  propagé à la distance  $z$  admet donc comme transformée de Fourier  $\mathcal{F}$  :

$$\mathcal{F}[U_z](u, v) = \mathcal{F}[U_0](u, v) \times H_z(u, v), \quad (1.8)$$

où  $U_0(x, y)$  est le front d'onde donné à la distance  $z_0$ . La figure 1.1 illustre le passage de  $U_0(x, y)$  à  $U_z(x, y)$  par propagation dans l'espace réel et dans l'espace de Fourier.

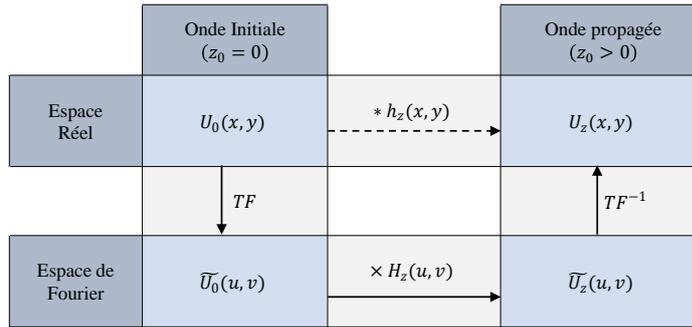


FIGURE 1.1 – Schéma de propagation dans l'espace réel par convolution avec le propagateur de Fresnel et dans l'espace de Fourier par multiplication avec la FTEL.

En pratique, pour des soucis de temps de calcul, on privilégiera l'opération de multiplication dans l'espace de Fourier plutôt que la convolution par le propagateur  $h_z(x, y)$  pour calculer le champ propagé  $U_z(x, y)$  à la distance  $z$ . Par ailleurs, une réécriture de la FTEL donnée en équation 1.7 s'obtient en appliquant un développement limité au premier ordre de  $H_z(u, v)$  et reste valable tant que  $u^2 + v^2 \ll 1/\lambda^2$  :

$$H_z(u, v) = \cos [2\pi z \lambda (u^2 + v^2)] - i \sin [2\pi z \lambda (u^2 + v^2)]. \quad (1.9)$$

Étant donné les faibles longueurs d'onde utilisées en rayons X ( $\lambda \propto 10^{-10}$  m) pour des fréquences spatiales  $u, v \approx 1 \mu\text{m}^{-1}$  à  $1 \text{mm}^{-1}$ , l'écart entre les deux relations 1.7 et 1.9 peut être supposé négligeable et on utilisera plutôt la seconde relation pour les calculs numériques de  $H_z(u, v)$  (cf. section 1.3). La figure 1.2 illustre en particulier l'allure de la FTEL  $H_z(u, v)$  obtenue en simulation pour un faisceau

monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 7,029 \cdot 10^{-11}$  m (associée à une énergie  $E = 17,48$  keV) et une propagation  $z = 60$  cm. Les axes  $u, v$  sont compris entre  $-1 \text{ mm}^{-1}$  et  $+1 \text{ mm}^{-1}$ .

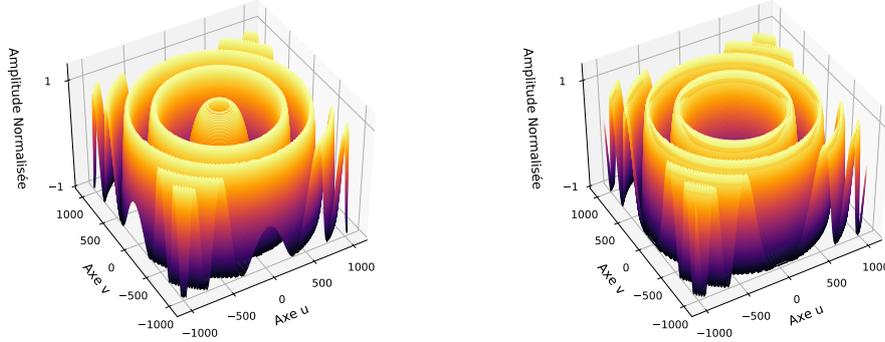


FIGURE 1.2 – Partie réelle (à gauche) et imaginaire (à droite) de la FTEL calculée à  $z = 60$  cm et  $\lambda = 7,029 \cdot 10^{-11}$  m. Les axes ( $u, v$ ) sont compris entre  $-1 \text{ mm}^{-1}$  et  $+1 \text{ mm}^{-1}$ .

### 1.1.2 Propriétés optiques de l'objet

Pour caractériser l'influence d'un matériau sur le front d'onde en rayons X, on définit communément l'indice de réfraction complexe  $n(\omega)$  en fonction de la pulsation  $\omega$  par l'expression :

$$n(\omega) = 1 - \delta(\omega) + i\beta(\omega) , \quad (1.10)$$

où  $\delta(\omega)$  et  $\beta(\omega)$  s'obtiennent par les relations suivantes si on se place loin de la fréquence de résonance atomique :

$$\delta(\omega) = \frac{r_e \lambda^2 n_a}{2\pi} (Z + \kappa(\omega))' , \quad (1.11a)$$

$$\beta(\omega) = \frac{r_e \lambda^2 n_a}{2\pi} \kappa(\omega)'' . \quad (1.11b)$$

Dans les relations ci-dessus,  $r_e$  est le rayon classique de l'électron;  $n_a$  et  $Z$  sont respectivement la densité atomique moyenne du matériau et son numéro atomique;  $\lambda$  désigne la longueur d'onde du faisceau. Enfin,  $\kappa(\omega) = Z + \kappa(\omega)' + i\kappa(\omega)''$  est le facteur de diffusion atomique complexe, mesurant la puissance de diffusion de l'onde par l'atome.

La transmittance complexe de l'objet est décrite par son amplitude  $U(\vec{r})$  et sa phase  $\phi(\vec{r})$  :

$$T_{\text{obj}}(\vec{r}) = U(\vec{r}) \exp [i\phi(\vec{r})] , \quad (1.12)$$

où les termes  $U(\vec{r})$  et  $\phi(\vec{r})$  sont directement reliés à l'indice de réfraction complexe  $n$  par :

$$U(\vec{r}) = \exp \left[ -\frac{2\pi}{\lambda} \int_z \beta(\vec{r}) dz \right], \quad (1.13a)$$

$$\phi(\vec{r}) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_z (1 - \delta(\vec{r})) dz. \quad (1.13b)$$

En particulier, le coefficient d'atténuation linéique de l'objet  $\mu_{obj}$  se déduit de la partie imaginaire de l'indice de réfraction complexe  $n$  par :

$$\mu_{obj}(\vec{r}) = \frac{4\pi}{\lambda} \beta(\vec{r}). \quad (1.14)$$

Enfin, la loi d'évolution de l'atténuation du matériau sur le faisceau, hors toute considération du déphasage qu'il induit sur celui-ci, est décrite par la loi de Beer-Lambert :

$$I_z(\vec{r}) = I_0 \exp \left[ -\mu_{obj}(\vec{r}) \Delta z(\vec{r}) \right]. \quad (1.15)$$

où  $\Delta z(\vec{r})$  est l'épaisseur traversée par le faisceau suivant la direction  $\vec{r}$ . De cette relation on déduit aisément que si deux espèces (ou plus) sont présentes dans le milieu, les fractions absorbées s'additionnent.

A titre illustratif, l'évolution des coefficients  $\delta$  et  $\beta$  en fonction de l'énergie est donnée en figure 1.3 pour quelques matériaux de référence : le polyméthacrylate de méthyle (PMMA -  $C_5H_8O_2$ ) de densité  $\rho = 1,19$ ; l'or ( $Au - \rho = 19,3 \text{ g/cm}^3$ ); l'eau ( $H_2O - \rho_{H_2O} = 1 \text{ g/cm}^3$ ) et le téflon ( $C_2F_4 - \rho = 2,2 \text{ g/cm}^3$ ) entre  $E = 30 \text{ eV}$  et  $E = 30 \text{ keV}$ . Ces matériaux sont choisis de sorte à remettre en perspective ceux utilisés au cours de ma thèse, notamment le PMMA et l'or. On observe ainsi que plus le matériau est dense, plus  $\beta$  est grand indépendamment de l'énergie, et plus l'atténuation du faisceau X sera élevée. La même tendance est observée sur  $\delta$  par conséquent le déphasage sera d'autant plus important que la densité est faible. Par ailleurs, les coefficients  $\delta$  et  $\beta$  sont inversement proportionnels à l'énergie du faisceau ce qui permet de conclure que l'atténuation et le déphasage sont d'autant plus importants que l'énergie du faisceau X est faible sur cette plage de valeurs.

### 1.1.3 Équation de transfert en intensité (TIE)

La relation entre la distribution de phase de l'onde et sa distribution en intensité a été historiquement formalisée en 1983 par M. R. Teague [82]. Il montre ainsi qu'il est possible d'estimer la phase de l'onde  $\phi(\vec{r})$  à partir d'une mesure en intensité quelque soit la longueur d'onde. Les variations de contraste en intensité à une distance  $z$  donnée observées sur le détecteur sont ainsi décrites dans le cadre de l'approximation paraxiale par l'équation de transfert en intensité (TIE) donnée ci-dessous :

$$-\frac{2\pi}{\lambda} \partial_z I = I \nabla^2 \phi + \nabla I \cdot \nabla \phi, \quad (1.16)$$

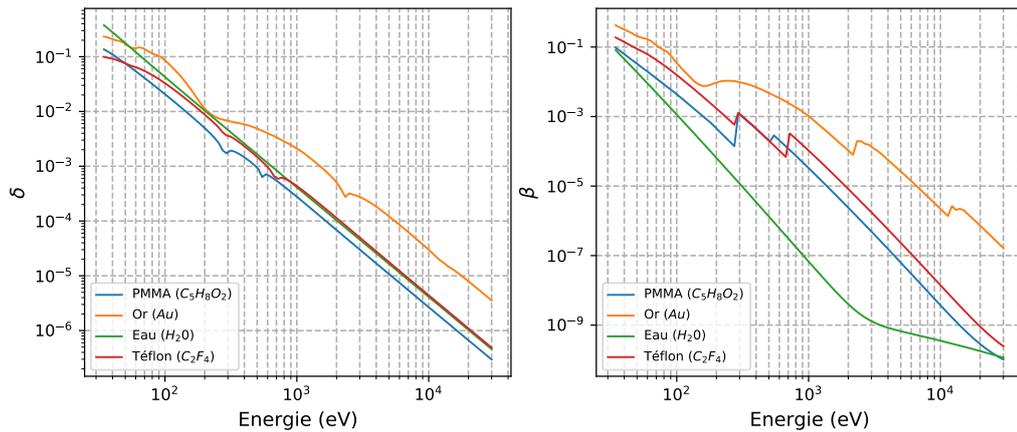


FIGURE 1.3 – Courbes en échelle logarithmique des paramètres  $\delta$  et  $\beta$  reliés à l'indice de réfraction  $n$  pour le PMMA, l'or, l'eau et le téflon, entre 30 eV et 30 keV.

où  $\nabla\phi = \nabla\phi(x, y, z_0)$  et  $\nabla I = \nabla I(x, y, z_0)$  sont respectivement le gradient de phase et le gradient d'intensité dans le plan transverse à la propagation;  $z_0$  correspond à la position de l'objet sur l'axe optique et  $\nabla^2\phi = \nabla^2\phi(x, y, z_0)$  correspond à la courbure de l'onde, c'est à dire la somme des dérivées spatiales secondaires de la phase dans le plan transverse à la propagation. Enfin,  $\partial_z I$  est la dérivée partielle de l'intensité selon  $z$ . Dans l'équation ci-dessus :

1. Le terme  $I \nabla^2\phi$  indique que des fluctuations d'intensité sont introduites par la courbure de l'onde et que leur amplitude est croissante avec la distance de propagation selon  $z$ . Ce phénomène est appelé effet lentille.
2. Le terme  $\nabla I \cdot \nabla\phi$  indique qu'une translation du motif d'intensité est induite par le basculement local du front d'onde. Ce phénomène est appelé effet prisme.

Ces deux phénomènes permettent ainsi de déduire l'évolution de l'intensité au fur et à mesure que l'onde se propage. Ils sont illustrés en figure 1.4.

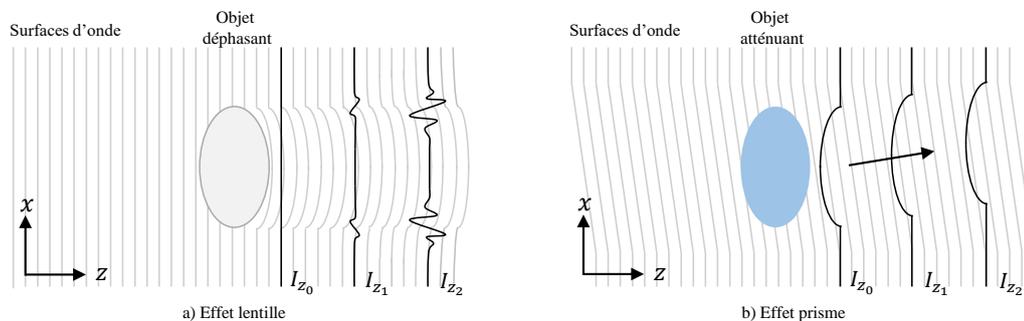


FIGURE 1.4 – Illustration des deux effets émanant de l'équation de transfert en intensité : a) effet lentille; b) effet prisme.

Par conséquent si l'objet est d'absorption négligeable et qu'il est éclairé par un faisceau d'intensité constante, alors le terme de l'équation  $\nabla I \cdot \nabla\phi$  s'annule et

l'évolution du contraste en intensité par propagation est uniquement décrite par l'effet lentille :

$$-\frac{2\pi}{\lambda}\partial_z I = I\nabla^2\phi. \quad (1.17)$$

On déduit de la relation précédente que plus la distance de propagation  $z$  augmente, plus l'intensité liée à la courbure est d'amplitude élevée. Ainsi pour être sensible à l'intensité de courbure, l'expérimentateur cherchera à augmenter la distance de propagation  $z$  où à avoir une très haute résolution spatiale comme nous le montrerons en section 1.1.4.1. Si on considère maintenant que l'illumination est produite par une onde plane monochromatique, alors on peut obtenir finalement une expression de l'intensité à la distance  $z$  [23] :

$$I(x, y, z) = 1 + \frac{\lambda z}{2\pi} \nabla^2\phi(x, y, z_0). \quad (1.18)$$

#### 1.1.4 Méthodes de mesure de phase dérivées de la TIE

Diverses méthodes de mesure de phase découlant de l'équation de transfert en intensité (1.16) ont par la suite été développées puis implémentées en rayons X. Ces méthodes de mesure de phase ont été développées suivant différentes approches :

1. La première catégorie de méthodes se base sur une estimation de la phase à partir de l'effet lentille  $I\nabla^2\phi$ , pour des objets fortement déphasants et donc induisant une forte courbure de l'onde. C'est le cas notamment de l'imagerie en libre propagation (PBI pour *Propagation Based Imaging*) introduite par Teague et détaillée en section 1.1.4.1.
2. La deuxième catégorie de méthodes se base sur une estimation de la phase à partir de l'effet prisme  $\nabla I \cdot \nabla\phi$ , notamment par l'introduction d'un motif d'intensité non constant. On parle alors de méthode différentielle de phase car l'objectif est d'évaluer les différences entre le profil d'intensité de référence et le profil d'intensité après introduction de l'objet déphasant sur le chemin optique. C'est le cas notamment de l'imagerie de tavelures abordé en section 1.1.4.2 ainsi que les méthodes interférométriques dont fait partie l'IDML (cf. section 1.2).

##### 1.1.4.1 Imagerie en libre propagation

En rayons X, les matériaux déphasants peuvent amener une forte courbure locale de l'onde et par conséquent un fort contraste en intensité, où la transition d'indice optique est abrupte (cf. figure 1.4 a)). Il s'agit donc, à partir d'une mesure de la courbure de l'onde  $\nabla^2\phi$ , de remonter à la phase  $\phi$  et donc à l'épaisseur projetée de l'objet. On parle d'imagerie en libre propagation. Pour cela, il est nécessaire de maximiser le contraste en intensité lié à la courbure, celui-ci étant défini simplement

par :

$$c_z = \frac{\max[I_z(x, y)] - \min[I_z(x, y)]}{\max[I_z(x, y)] + \min[I_z(x, y)]} . \quad (1.19)$$

Or d'après l'équation 1.17, le contraste augmente en  $z$  et donc maximiser  $c_z$  revient à augmenter la distance de propagation. Par ailleurs, pour que ces variations d'intensité soient détectables il est en premier lieu nécessaire de garantir la condition de champ proche (approximation de Fresnel) à savoir que la distance de propagation reste très inférieure au rapport entre les dimensions de l'objet et la longueur de l'onde. En effet, contrairement à la diffraction de Fraunhofer, la diffraction de Fresnel prend en compte la courbure du front d'onde où la phase résulte des interférences des ondes secondaires émises en champ proche (principe de Huygens). Ainsi, si on note  $d_{o-d}$  la distance objet-détecteur et  $a_{obj}$  une dimension de l'objet (par exemple son rayon), la condition de champ proche s'écrit :

$$d_{o-d} \ll \frac{2a_{obj}^2}{\lambda} . \quad (1.20)$$

Prenons l'exemple d'une bille de rayon  $a_{obj} = 750 \mu\text{m}$  illuminée par un faisceau monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 7,029 \cdot 10^{-11} \text{ m}$  (raie  $K\alpha$  du molybdène soit  $E = 17,48 \text{ keV}$ ), la condition de champ proche impose à  $d_{o-d}$  de rester inférieur à 16 km ce qui est évidemment le cas en pratique. Ainsi, la condition de champ proche pour l'imagerie en libre propagation en rayons X autorise de considérer de grandes distances de propagation devant les dimensions de l'objet et l'ajustement du contraste peut donc se faire en maximisant la distance objet-détecteur. De manière générale, on peut introduire la longueur de cisaillement  $L_c$  comme la distance de propagation selon  $z$  minimale pour être sensible aux variations de phase. Celle-ci est définie pour une source ponctuelle divergente par :

$$L_c = \frac{\lambda f_m d_{o-d}}{g_0} , \quad (1.21)$$

où  $g_0 = \frac{d_{s-o} + d_{o-d}}{d_{s-o}}$  est le grandissement de l'objet avec  $d_{s-o}$  la distance source-objet, et  $f_m$  la fréquence spatiale la plus élevée d'une composante structurelle de l'objet.

En second lieu, il est nécessaire de garantir une illumination cohérente spatialement afin de générer des interférences de l'onde et d'être en mesure d'imager l'intensité de courbure propagée. Pour rappel, la longueur de cohérence est la distance de propagation en dessous de laquelle une onde maintient un degré de cohérence spécifique. Ceci conditionne la possibilité d'interférence de l'onde et donc de détecter les fluctuations d'intensité introduites par la courbure de phase. On définit ainsi la longueur de cohérence spatiale  $L_s$  et la longueur de cohérence

temporelle  $L_t$  dans le vide respectivement par :

$$L_s = \frac{\lambda d_{s-o}}{\varnothing_s}, \quad (1.22a)$$

$$L_t = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}, \quad (1.22b)$$

où  $\varnothing_s$  est le diamètre du foyer de la source et  $\Delta\lambda$  est la largeur de bande de la longueur d'onde  $\lambda$ . Ainsi, plus une source est monochromatique ponctuelle, plus l'onde qu'elle génère est de grande longueur de cohérence (spatiale et temporelle) et plus celle-ci peut être approximée par une sinusoïde parfaite.

Ainsi, les connaissances sur  $L_s$ ,  $L_t$  et  $L_c$  permettent de déduire le contraste en intensité associé à la courbure de l'onde (cf. relation 1.19). En particulier, Wu et Liu montrent [92] que celui-ci est donné par le rapport entre  $L_c$  et  $L_s$ . Si le rapport  $L_c/L_s \ll 1$ , alors l'onde est presque totalement cohérente sur la longueur de cisaillement et la courbure de phase associée au composant structurel de l'objet de fréquence spatiale  $u$  est visible. Inversement, si  $L_c/L_s \gg 1$  alors le front d'onde est incohérent sur la longueur de cisaillement et la courbure de phase est invisible.

A partir de ces hypothèses il est donc possible d'extraire l'information de phase et de remonter à l'épaisseur projetée de l'objet. D. Paganin propose ainsi dans [61] une méthode d'estimation de phase à partir de l'information de courbure de l'onde, découlant directement des résultats obtenus par M.R. Teague, en montrant que la phase  $\phi(x, y)$  suit la relation :

$$\phi(x, y) = \frac{\delta}{2\beta} \ln \left( \mathcal{F}^{-1} \left[ \frac{\mathcal{F} [I_z/I_0] (u, v)}{1 + \frac{\lambda z \delta}{4\pi\beta} (u^2 + v^2)} \right] \right), \quad (1.23)$$

où  $\delta, \beta$  sont les paramètres liés à l'indice de réfraction complexe de l'objet,  $I_0(x, y)$  est l'intensité incidente,  $\mathcal{F}^{-1}$  est l'opérateur de transformation de Fourier inverse et  $(u, v) \in \mathbb{C}^2$  définit l'ensemble des fréquences spatiales de l'intensité mesurée et constitue donc une base de l'espace de Fourier. L'algorithme découlant de la relation 1.23 est le plus couramment utilisé pour estimer la phase en imagerie libre propagation mais son utilisation repose sur des conditions strictes :

1. L'objet imagé doit être homogène et fait d'un seul matériau.
2. Le faisceau doit être monochromatique.
3. La distance de propagation entre l'objet et le détecteur doit satisfaire la condition de champ proche (cf. relation 1.20).

Par ailleurs, il est nécessaire d'introduire des à priori sur l'objet tels que la connaissance sur  $\beta, \delta$ . D'autres méthodes ont été proposées comme l'extension à une source faiblement cohérente par Beltran *et al.* [8]. Une revue de ces méthodes d'extraction est résumé par Burval *et al.* [16], toutes suivant le même schéma de

principe et l'utilisation de la transformée de Fourier.

Enfin, rappelons que l'atout principal de la mesure de phase par PBI réside en sa simplicité de mise en oeuvre, où aucune optique supplémentaire n'est ajoutée par rapport à la radiographie classique (cf. figure 1.5). Par conséquent, la résolution de l'image finale est inchangée et des résolutions sub-microniques peuvent être obtenues [21]. De plus, dans le cadre d'un contrôle qualitatif, la courbure de phase peut mettre en exergue des défauts comme des inclusions, craquelures ou des délaminages issus de la forte variation locale de l'indice optique. Toutefois en pratique dans ce travail, cette méthode ne sera pas retenue pour extraire l'image de phase car elle nécessite des *à priori* sur l'objet tels que son homogénéité, sa composition amenant un manque de versatilité dans le cadre d'un contrôle et du diagnostic de matériaux. Par ailleurs, cette méthode pouvant demander de fortes distances de propagation, son adaptation sur banc de laboratoire peut contraindre le temps d'acquisition des images.

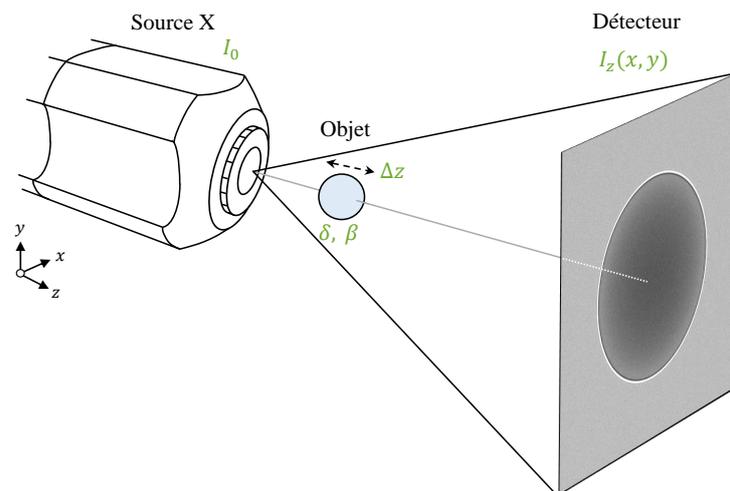


FIGURE 1.5 – Dispositif d'imagerie de phase en libre propagation.

#### 1.1.4.2 Méthodes différentielles de phase

Comme il a été énoncé en préambule, la mesure différentielle de phase consiste à évaluer les différences entre le motif d'intensité de référence et celui obtenu après introduction d'un matériau déphasant. Les méthodes associées sont reliées au terme  $\nabla I \cdot \nabla \phi$  de la TIE (1.16) et reposent donc sur l'ajout d'un dispositif optique générant un profil d'intensité non constant entre la source et le détecteur. De tels dispositifs sont appelés des modulateurs de phase car ils sont sensibles aux variations de phase  $\nabla \phi$  induites par la présence du matériau sur le chemin optique. Ainsi, quelque soit le modulateur choisi, l'évaluation des différences d'intensité par l'ajout d'un matériau déphasant revient à déterminer l'angle de réfraction  $\theta(\vec{r})$  qu'il induit sur le motif de

référence, la relation entre  $\theta(\vec{r})$  et  $\nabla\phi$  étant linéaire :

$$\theta(\vec{r}) = \frac{\lambda}{2\pi} \nabla\phi(\vec{r}) . \quad (1.24)$$

### Imagerie de tavelures

Commençons par introduire un premier type de modulateur sur le chemin optique, celui-ci étant considéré comme pseudo-aléatoire. On parle ici d'imagerie de tavelures (SBI pour "*Speckle Based Imaging*") où l'élément utilisé introduit un motif d'intensité haute fréquence. Les déplacements  $S(x, y)$  obtenus par la présence d'un échantillon déphasant peuvent être analysés par des algorithmes de corrélation croisée normalisée comme la ZNCC (pour *Zero-Normalized Cross Correlation* en anglais) [62][10]. Ainsi, en définissant  $I_{ref}(x, y)$  l'intensité du modulateur seul mesurée au niveau du détecteur et  $I_{obj}(x, y)$  l'intensité du modulateur et de l'objet, on obtient le déplacement en tout point  $(x, y)$  d'une région d'intérêt  $\Omega$  de l'image :

$$S(x, y) = \arg_{\max} \iint_{\Omega} I_{obj}(x, y) I_{ref}(x + S_x, y + S_y) dx dy . \quad (1.25)$$

Avec  $S_x$  et  $S_y$  les déplacements des tavelures selon  $x$  et  $y$  respectivement dans  $\Omega$ , reliés à l'angle de réfraction  $\theta(\vec{r})$  par :

$$S_x = \tan(\theta(\vec{r} \cdot \vec{x})) d_{m-d} , \quad (1.26a)$$

$$S_y = \tan(\theta(\vec{r} \cdot \vec{y})) d_{m-d} , \quad (1.26b)$$

où  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  sont les vecteurs unitaires orientés selon  $x$  et  $y$  respectivement. Une fois la carte des déplacements  $S_{x,y}$  obtenue, il est donc possible de remonter à la dérivée du front d'onde connaissant la distance  $d_{m-d}$  séparant le modulateur du détecteur. Les gradients de phase s'obtiennent ainsi par la relation :

$$\partial_{x,y}\phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \arctan\left(\frac{S_{x,y}}{d_{m-d}}\right) . \quad (1.27)$$

La figure 1.6 schématise le dispositif d'imagerie par tavelures où le modulateur placé sur le trajet du faisceau peut être une fine couche de papier de verre introduisant un motif pseudo-aléatoire.

L'avantage de l'imagerie de tavelures réside dans sa mise en oeuvre relativement simple où peu de contraintes sont liées à la fabrication du modulateur. Historiquement l'étude des tavelures remonte aux travaux de M. V. Laue en 1914 [45] puis a suscité un vif intérêt dès la deuxième moitié du XX<sup>e</sup> siècle, par les travaux de J. W. Goodman [34] précédés des communications de J. D. Rigden et E. I. Gordon [70] ainsi que B. M. Oliver [60] où l'étude des propriétés optiques des tavelures s'est opérée dans le domaine visible en réflexion (Goodman montrera que le raisonnement reste équivalent en transmission).

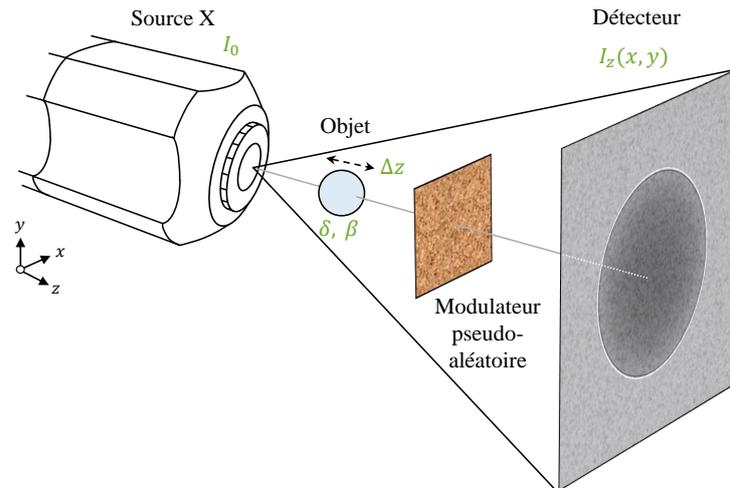


FIGURE 1.6 – Schéma du dispositif d'imagerie de phase par suivi de tavelures.

Enfin, son implémentation en rayons X sur source synchrotron pour l'imagerie de phase est récente et remonte aux travaux de K. Morgan et D. Paganin en 2012 [54] puis son implémentation sur source de laboratoire en 2014 par les travaux de I. Zanette [94]. Toutefois, le contraste en intensité de tavelures peut être limité, notamment sur sources de laboratoire et pour des échantillons d'études fortement absorbants, et contraindre la qualité d'extraction de phase comme l'a montré A. Stolidi dans son manuscrit de thèse [77]. De plus, pour échantillonner suffisamment les variations de phase, des approches par *stepping* [9] ou par interpolation [54] peuvent être utilisées. Ainsi, une autre approche pour extraire l'information de phase consiste à mettre en place des modulateurs réguliers tels que les réseaux de diffraction, dont l'interférométrie à décalage multi-latéral fait partie et que nous allons introduire en section suivante.

## 1.2 Interférométrie à décalage multi-latéral

L'interférométrie à décalage multi-latéral (IDML) regroupe une famille de méthodes de mesures différentielles de phase basées sur une structuration régulière du front d'onde. L'avantage de ces systèmes réside dans le fait que le front d'onde interfère avec lui-même. Il n'est ainsi pas nécessaire d'utiliser un front d'onde de référence. C'est notamment à travers les travaux de J. Primot [67, 65, 68], pour l'étude de fronts d'onde aberrants dans le domaine visible et proche infrarouge, qui ont lancé un développement important de ces senseurs de phase. Comme pour l'imagerie de tavelures, il s'agit là d'ajouter un dispositif optique entre la source et le détecteur pour être sensible à l'angle de réfraction  $\theta(\vec{r})$  qu'induit l'objet sur un motif d'intensité de référence. Son implémentation s'est suivie en rayons X sur dispositif synchrotron [72, 93, 51] puis sur banc de laboratoire [77, 78].

Par convention, on dénommera dans ce manuscrit l'IDML pour qualifier le réseau de diffraction bidimensionnel à 2 niveaux  $[0, \pi]$ . Le réseau peut être de phase pure et diffracter 4 ordres ou d'amplitude en diffractant 5 ordres. La figure 1.7 schématise le dispositif d'imagerie de phase par interférométrie à décalage multi-latéral.

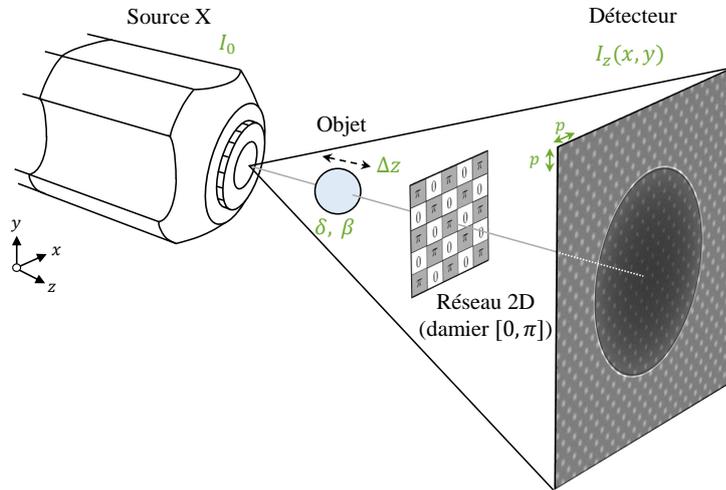


FIGURE 1.7 – Schéma du dispositif d'imagerie de phase par interférométrie à décalage multilatéral.

### 1.2.1 Génération de répliques basculées du champ complexe par l'IDML

Commençons par définir la transmittance du damier de phase à deux niveaux  $[0, \pi]$  sous forme complexe, on a la relation suivante :

$$T_{res}(x, y) = A_{res}(x, y) \exp[i\phi_{res}(x, y)] , \quad (1.28)$$

où  $\phi_{res}(x, y)$  est pris entre 2 niveaux 0 et  $\pi$  (donc l'exponentielle complexe prend les valeurs  $\{-1; +1\}$ ) et l'amplitude  $A_{res}(x, y)$  est le module de la fonction sinusoidale. La figure 1.8 illustre l'amplitude  $A_{res}(x, y)$  (à gauche) et  $\phi_{res}(x, y)$  à droite.

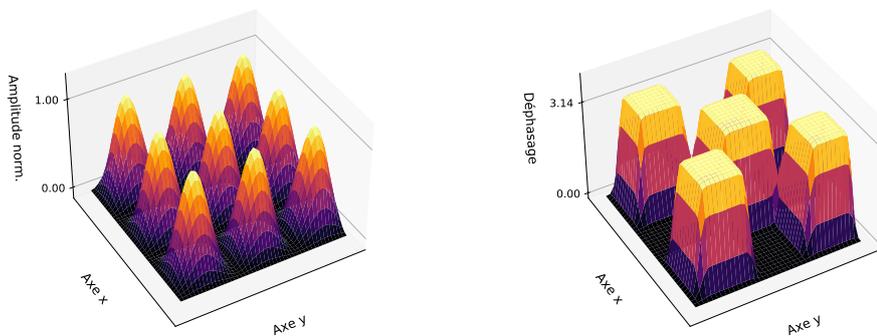


FIGURE 1.8 – Schéma du dispositif d'imagerie de phase à décalage quadrilatéral.

### 1.2.2 Expression du champ complexe

Comme il a été introduit, l'IDML est basé sur la comparaison de répliques basculées de l'onde à analyser, dont la surface d'onde sera notée  $W$ . formé par la superposition des répliques  $R_{q,l}$  et  $R_{q',l'}$  comporte des variations d'intensité qui sont directement reliées à la différence des surfaces d'onde  $\Delta W$ . On a :

$$\Delta W(x, y) = W\left(x + \frac{s}{2}, y\right) - W\left(x - \frac{s}{2}, y\right), \quad (1.29)$$

où  $s$  désigne le décalage latéral des répliques basculées du front d'onde.

Pour évaluer la dépendance du front d'onde propagé en fonction du décalage latéral  $s$ , supposons que la surface d'onde varie lentement par rapport à  $s$ . Par conséquent les termes  $W(x \pm s/2, y)$  peuvent être approximés par leur décomposition de Taylor au premier ordre :

$$W(x \pm s/2, y) = W(x, y) \pm \frac{s}{2} \frac{\partial W}{\partial x}(x, y). \quad (1.30)$$

Dans ces conditions, on montre facilement :

$$\Delta W(x, y) = s \frac{\partial W}{\partial x}(x, y). \quad (1.31)$$

Les déformations de front d'onde sont donc au premier ordre proportionnelles à la dérivée de la surface d'onde ainsi qu'au décalage latéral  $s$ . L'intensité est alors sensible à la dérivée de la surface d'onde selon la direction du décalage entre les deux répliques. Le champ propagé à la distance  $z$  s'obtient donc par convolution du champ transmis par le réseau à la distance  $z_0$  par le propagateur de Fresnel  $h_z(x, y)$ .

Dans l'approximation paraxiale, les vecteurs d'onde  $\vec{k}_{q,l}$  transportant les répliques basculées  $R_{k,l}$  sont définis sur la base  $(x, y)$  par :

$$\vec{k}_{q,l} = \frac{2\pi}{p_r}(qx + ly), \quad (1.32)$$

avec  $p_r$  la période du réseau. Par ailleurs, on rappelle le champ  $U_z(x, y)$  à la distance  $z$  s'écrit par la relation générale :

$$U_z(x, y) = U_0 \sum_{q,l} \exp \left[ i \vec{k}_{q,l} \cdot \vec{r} + ik\phi \left( x - q\frac{s}{2}, y - l\frac{s}{2} \right) \right]. \quad (1.33)$$

Dans le cas d'un damier de phase diffractant 4 ordres (ou IDQL pour *Interféromètre à Décalage Quadri-Latéral*), une réécriture du champ propagé  $U_z(x, y)$  s'écrit ainsi par [85] :

$$\begin{aligned}
U_z(x, y) = & U_0 \exp \left[ \frac{2i\pi}{p} + ik\phi \left( x - \frac{s}{2}, y - \frac{s}{2} \right) \right] \\
& + U_0 \exp \left[ -\frac{2i\pi}{p} + ik\phi \left( x + \frac{s}{2}, y + \frac{s}{2} \right) \right] \\
& + U_0 \exp \left[ \frac{2i\pi}{p} + ik\phi \left( x + \frac{s}{2}, y - \frac{s}{2} \right) \right] \\
& + U_0 \exp \left[ -\frac{2i\pi}{p} + ik\phi \left( x - \frac{s}{2}, y + \frac{s}{2} \right) \right] .
\end{aligned}$$

Les quatre répliques  $R_{q,l}$  se superposent au plan d'observation en formant une image aussi appelée un interférogramme. En tout il existe six couples de répliques possibles : quatre couples de répliques voisines et deux couples de répliques croisées comme illustré en figure 1.9. Les quatre couples de répliques voisines sont affichées en pointillées tandis que les deux couples de répliques croisées sont affichées en traits pleins. L'étude séparée de chacun de ces couples permet de donner un taux d'accroissement de  $W$  dépendant de la position et du décalage du couple considéré, information primordiale pour l'évaluation du front d'onde.

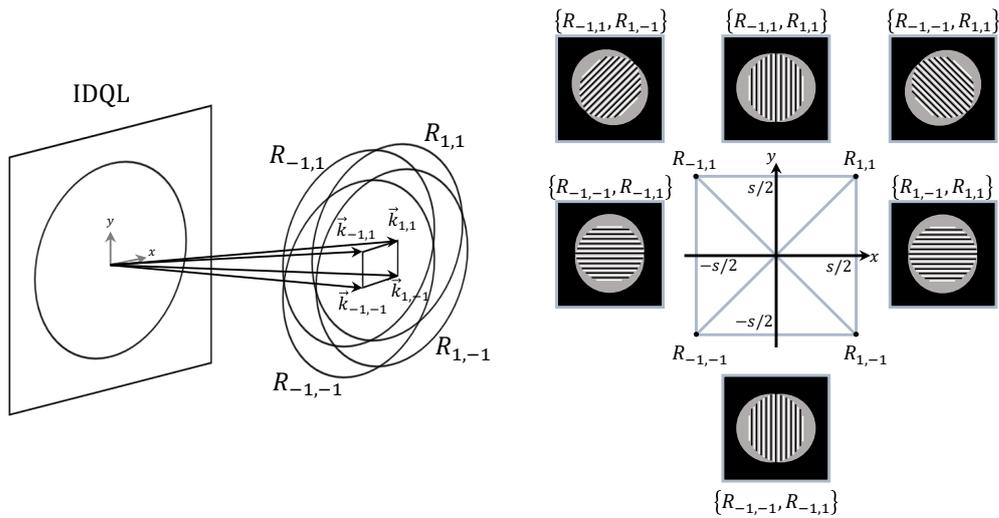


FIGURE 1.9 – Illustration géométrique du basculement des répliques  $R_{q,l}$  de l'IDQL et des interférogrammes donnés par les couples deux-à-deux des répliques basculées. A noter que certains couples donnent des interférogrammes identiques.

### 1.2.3 Profil d'intensité propagé

L'intensité  $I_z(x, y)$  mesurée au niveau du détecteur est donnée par le module carré du champ propagé  $U_z(x, y)$  :

$$I_z(x, y) = U_z(x, y) \overline{U_z(x, y)} = |U_z(x, y)|^2 . \quad (1.34)$$

En développant l'expression de  $U_z(x, y)$  donnée précédemment, on obtient l'expression finale de l'intensité générée par le réseau diffractant 4 ordres [85] :

$$\begin{aligned}
 I_z(x, y) = & \frac{I_0}{4} \cos \left[ \frac{2\pi x}{p} + 2 \frac{2\pi z}{p} \partial_x \phi(x, y) \right] \\
 & + \frac{I_0}{4} \cos \left[ \frac{2\pi y}{p} + 2 \frac{2\pi z}{p} \partial_y \phi(x, y) \right] \\
 & + \frac{I_0}{8} \cos \left[ \frac{2\sqrt{2}\pi(x+y)}{p} + 2 \frac{2\sqrt{2}\pi z}{p} \partial_{x+y} \phi(x, y) \right] \\
 & + \frac{I_0}{8} \cos \left[ \frac{2\sqrt{2}\pi(x-y)}{p} + 2 \frac{2\sqrt{2}\pi z}{p} \partial_{x-y} \phi(x, y) \right] \\
 & + \frac{I_0}{4} .
 \end{aligned}$$

Ainsi, à partir de la relation précédente, on montre que le profil d'intensité  $I_z(x, y)$  est périodique dans le plan  $(x, y)$  transverse à la propagation : il se décompose en plusieurs fonctions sinusoidales de fréquences spatiales propres mesurant chacune le déphasage du front d'onde selon une direction de l'espace. De plus, on observe le doublement de périodicité entre l'interférogramme ainsi généré et celle du réseau. Par conséquent, on peut représenter la distribution spectrale du signal en introduisant un harmonique  $H_{k,l}$  comme suit :

$$H_{k,l}(u, v) = \mathcal{F} \left\{ \exp \left[ \frac{2i\pi z}{p} \partial_{x_{k,l}} \phi(x, y) \right] \right\} (u, v) , \quad (1.35)$$

avec  $\mathcal{F}$  l'opérateur de transformation de Fourier. De plus, rappelons que la transformée de Fourier d'une exponentielle complexe est une fonction de Dirac :

$$\mathcal{F} \{ \exp[-2i\pi u x] \} = \delta(u - u_0) . \quad (1.36)$$

Ainsi, par application de la formule d'Euler  $\cos(x) = (e^{ix} + e^{-ix})/2$ , on montre aisément que l'intensité  $I_z(x, y)$  générée par le réseau se décompose en huit harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$  modulées par les dérivées de phase selon la direction  $x_{k,l}$  :

- deux couples d'harmoniques orthogonales ( $H_{\pm 2,0}(u, v), H_{0,\pm 2}(u, v)$ ),
- deux couples d'harmoniques croisées ( $H_{\pm 2,2}(u, v), H_{2,\pm 2}(u, v)$ ).<sup>1</sup>

L'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$ , associée à la valeur moyenne de l'intensité  $I_z(x, y)$  s'ajoute aux huit harmoniques modulées en phase pour un total de neuf harmoniques générées par le réseau. Dans le cas d'un déphasage nul ( $\partial_{x_{k,l}} \phi(x, y) = 0 \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ ), alors les harmoniques sont des fonctions de Dirac de fréquences spatiales espacées de  $1/p$  et formant un carré du plan de Fourier.

1. L'indice 2 provient du doublement de la périodicité de l'intensité  $I_z(x, y)$ .

## 1.3 Modélisation de l'IDML en rayons X

Afin d'optimiser au mieux le banc d'acquisition mais aussi de comprendre la source d'artefact et de développer des approches correctives (cf. chapitres 2 et 3) un outil de simulation a été développé. La description du modèle et des résultats sont présenté ci-après.

### 1.3.1 Description du modèle

Le modèle développé en simulation s'appuie sur une description ondulatoire de l'onde car elle tient compte des phénomènes d'interférences au cours de sa propagation, là où l'approche purement géométrique ne le permet pas. Dans la littérature, on retrouve le premier modèle ondulatoire appliqué aux sources X de laboratoire dans les travaux de Pogany, Gao et Wilkins [64]. Il s'appuie sur un formalisme de Fresnel-Kirchhoff [12] et suppose une propagation paraxiale ainsi qu'une source ponctuelle divergente et une onde monochromatique. Wu and Liu [90] [91] proposeront ensuite une extension du formalisme de Fresnel-Kirchhoff pour que le modèle corresponde mieux à un cadre d'utilisation clinique à savoir, une source partiellement cohérente, la prise en compte de l'atténuation de l'échantillon et la variation de la cohérence du faisceau au cours de la propagation. C'est dans ce cadre que se présente notre modèle de simulation. Le modèle consiste ainsi à définir un champ complexe  $U_z(x, y)$  à partir de l'hypothèse d'une onde plane monochromatique et se propageant selon  $z$  par application d'un propagateur de Fresnel. Les différentes hypothèses du modèle sont détaillées ci-dessous ainsi que les résultats de simulation en section 1.3.2.

#### 1.3.1.1 Hypothèses sur la source

Le modèle fait l'approximation d'une source pseudo-ponctuelle divergente monochromatique. La prise en compte de la taille du foyer, générant un flou géométrique de l'image produite, est générée par le produit de convolution d'une distribution normale dont la largeur a mi-hauteur correspond à la taille effective du foyer. Le flou géométrique est ainsi donné par la relation suivante :

$$f_{\odot_s} = (g_o - 1) \varnothing_s , \quad (1.37)$$

où  $f_{\odot_s}$  correspond au flou géométrique induit par une source de diamètre  $\varnothing_s$  et  $g_o$  est le grandissement de l'objet. La figure 1.10 illustre le flou au niveau du détecteur induit par une augmentation du diamètre  $g_o$ .

Notons par ailleurs que la propagation de l'onde depuis la source jusqu'au premier objet rencontré (réseau ou échantillon) n'est pas simulé. Dans l'hypothèse de grandes distances de propagations devant les dimensions des objets et devant la longueur d'onde de travail, on suppose que l'onde sphérique générée par la source peut être approximée par l'onde plane ce qui facilite les calculs.

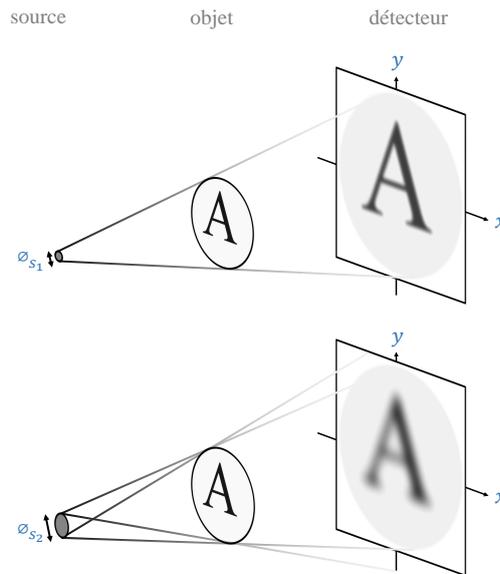


FIGURE 1.10 – Illustration du flou géométrique résultant de l'augmentation du diamètre du foyer de la source.

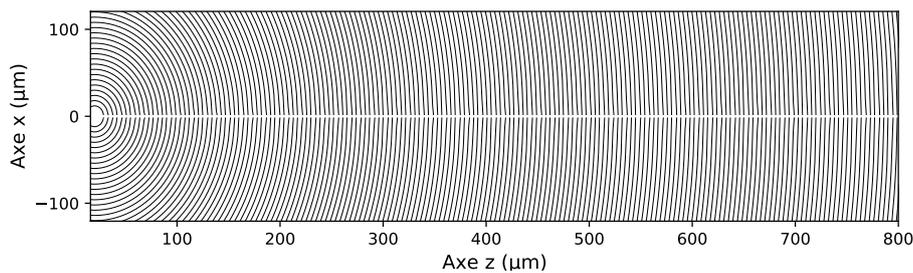


FIGURE 1.11 – Schéma illustrant l'approximation de l'onde plane pour toute distance  $z$  suffisamment loin de la source.

Par défaut, le modèle génère l'onde à la longueur d'onde de travail  $\lambda_0$ . La polychromaticité de la source peut être obtenue par itération de la propagation de l'onde pour chaque longueur d'onde du spectre qui nous intéresse. L'onde finale polychromatique est ainsi la somme des ondes secondaires monochromatiques pondérées par l'amplitude du spectre :

$$U_z^{tot}(x, y) = \sum_{\lambda} a_{\lambda} U_{\lambda}(x, y), \quad (1.38)$$

avec  $a_{\lambda}$  l'amplitude du spectre à chaque longueur d'onde. Comme il sera montré en section suivante, la polychromaticité a un effet sur le comportement de l'onde transmise par les objets rencontrés au cours de sa propagation. Sur le réseau elle est responsable de l'apparition d'un ordre de diffraction supplémentaire : l'ordre 0; sur l'échantillon elle induit un flou géométrique résultant de la différence de chemin optique empruntées par chaque onde secondaire. Autrement dit, cela se traduit par une perte de cohérence temporelle de la source. Le flou relié à l'aspect polychromatique de l'onde  $f_{\odot_t}$  est toutefois assez faible devant le flou relié à la taille

du foyer  $f_{\odot_s}$  (issu de la perte de cohérence spatiale) :

$$f_{\odot_s} > f_{\odot_t}. \quad (1.39)$$

Enfin, le modèle du bruit de grenaille ne peut pas être déduit directement par un modèle ondulatoire car ce type de bruit est propre à la nature corpusculaire de la lumière. Pour rappel, la répartition du bruit de grenaille au niveau du détecteur est décrite par une loi poissonnienne de paramètre  $\lambda_b$ . Lorsque que le nombre de photons collectés sur la matrice du détecteur est grand, alors par application du théorème central limite, la loi poissonnienne converge vers la loi normale de paramètres  $(\mu_b, \sigma_b)$ ,  $\mu_b$  étant l'espérance et  $\sigma_b$  l'écart-type de la répartition. Par conséquent, on suppose dans le modèle de simulation que le bruit de grenaille peut être décrit par un bruit additif gaussien de paramètres  $(\mu_b, \sigma_b)$  dont les valeurs ont été évaluées en accord avec les observations expérimentales.

### 1.3.1.2 Hypothèses sur l'objet

Dans ce modèle de simulations, des objets paramétriques simples ont été utilisés tels que des billes ou des cylindres. Le matériau ciblé est le polyméthacrylate de méthyle (PMMA), bien représentatif des matériaux induisant peu de contraste d'atténuation. Par ailleurs, ces matériaux sont couramment utilisés expérimentalement comme échantillon de référence et pour évaluer la réponse de l'imageur de phase. La première hypothèse sur l'objet consiste à supposer qu'il peut être considéré comme infiniment fin (*projection approximation* [55]) afin de ne pas tenir en compte la propagation de l'onde à l'intérieur de celui-ci et faciliter le calcul du champ propagé  $U_z(x, y)$ . En effet, on néglige les effets de propagation dans l'objet car celui-ci ne perturbe que très peu le rayonnement [42]. Dans le cadre de l'approximation paraxiale, on peut donc supposer que le comportement d'un objet homogène en tout point  $(x, y)$  (donc d'indice  $n$  constant) est équivalent au comportement qu'aurait un objet plan d'indice  $n$  croissant avec l'épaisseur traversée au point  $(x, y)$ . Par conséquent, si on étudie séparément la partie réelle et imaginaire de l'indice de réfraction  $n$ , on voit que on peut déduire l'atténuation et le déphasage qu'induit un objet homogène sur le faisceau à partir de son équivalent bidimensionnel. Dans la littérature, Pogany, Gao et Wilkins [64] ont appelé ce type d'approximation : l'approximation par projection.

Prenons l'exemple d'une bille homogène d'un matériau quelconque. Son indice de réfraction complexe  $n$  est constant en tout point  $(x, y, z)$  de la bille. L'équivalent 2D de cette bille est un disque d'épaisseur nulle de même rayon et d'indice de réfraction  $n^2$ . Ainsi, dans le cas où l'approximation paraxiale est respectée, le champ en sortie d'objet est identique dans les deux cas. La figure 1.12 schématise une telle équivalence.

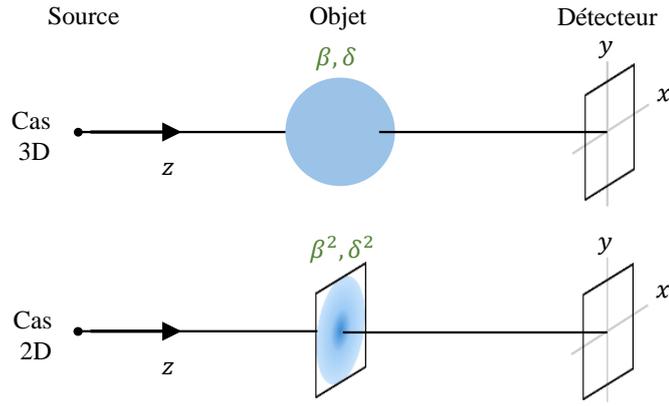


FIGURE 1.12 – Schéma illustrant l'équivalence sur le comportement de l'onde transmise entre la bille homogène de paramètres optiques  $\delta, \beta$  (en haut) et le disque de même rayon de paramètres optiques  $\delta^2, \beta^2$  (en bas).

Puisque les dimensions des objets imagés sont toujours très grandes devant les distances de propagations considérées ainsi que devant la longueur d'onde que l'on utilise (pour rappel  $\lambda \propto 10^{-11}$  m), alors l'approximation paraxiale est respectée (cf. relation 1.20).

En pratique, la génération de l'objet s'effectue par la définition de deux transmittances distinctes  $T_a(x, y)$  et  $T_\phi(x, y)$ , la première étant reliée à l'atténuation du faisceau, la deuxième au déphasage :

$$T_a(x, y) = \exp \left[ -\frac{1}{2} \mu \Delta z(x, y) \right], \quad (1.40a)$$

$$T_\phi(x, y) = \exp \left[ -2i\pi \delta \Delta z(x, y) \right], \quad (1.40b)$$

où  $\Delta z(x, y)$  est l'épaisseur de l'objet au point  $(x, y)$  et  $\phi(x, y) \propto \delta \Delta z(x, y)$  dans le cas d'un objet homogène à indice de réfraction constant. Le produit des transmittances  $T_a(x, y)$  et  $T_\phi(x, y)$  donne finalement la transmittance totale de l'objet :

$$T_{obj}(x, y) = T_a(x, y) \times T_\phi(x, y). \quad (1.41)$$

Dans le cas d'une imagerie en libre propagation, le champ transmis par l'objet  $U_t(x, y)$  s'obtient simplement par :

$$U_t(x, y) = U_0(x, y) \times T_{obj}(x, y), \quad (1.42)$$

avec  $U_0(x, y) = U_0$  pour une illumination par une onde plane monochromatique. Finalement, le champ complexe  $U_z(x, y)$  au niveau du détecteur s'obtient par application du propagateur de Fresnel sur le champ transmis par l'objet  $U_t(x, y)$  :

$$U_z(x, y) = U_t(x, y) * h_z(x, y) , \quad (1.43)$$

avec  $z = d_o - d$  la distance entre l'objet et le détecteur. L'intensité  $I_z(x, y)$  associée correspond au module carré du champ  $U_z(x, y)$ .

### 1.3.1.3 Hypothèses sur le réseau

Le modèle génère directement en sortie du réseau les fronts d'ondes basculées. Plusieurs ordres de diffraction peuvent être choisis tout comme la périodicité du réseau ainsi que le déphasage qu'il induit ( $\pi$  ou  $\pi/2$ ) à la longueur d'onde de travail. Pour rappel, le déphasage est déduit de l'épaisseur  $e$  des plots déphasants par la relation [85] :

$$e = \frac{\lambda_0}{2(n_0 - 1)} , \quad (1.44)$$

avec  $n_0$  l'indice de réfraction du matériau utilisé à la longueur d'onde de travail  $\lambda_0$ . Par exemple pour un réseau de plots d'or ( $Au$ ), l'épaisseur  $e$  associée à un déphasage  $\pi$  à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 7,029 \cdot 10^{-11}$  m (associée à l'énergie  $E = 17,48$  keV) est  $e = 3,17 \mu\text{m}$ .

Une estimation des effets d'atténuation du réseau ainsi que de la polychromaticité est donnée par l'ajout dans le modèle de l'ordre 0 de diffraction. En effet, en supposant que l'effet de la polychromaticité sur le réseau se traduit par l'apparition de l'ordre central de diffraction, alors on peut faire l'approximation au premier ordre que tout réseau diffractant  $K$  ordres et illuminé par un faisceau polychromatique possède un comportement équivalent à celui qu'aurait un réseau diffractant  $K + 1$  ordres (l'ordre supplémentaire étant l'ordre 0) et illuminé par un faisceau monochromatique. L'amplitude de l'ordre 0 dépend du spectre de la source polychromatique utilisé, de la longueur d'onde de travail  $\lambda_0$  et de l'épaisseur  $e$  du réseau. Dans le modèle, cette amplitude est fixée en accord avec les observations expérimentales. La figure 1.13 illustre l'ajout de l'ordre central en simulation pour reproduire le comportement observé expérimentalement.

Dans le cas présent, pour toute illumination par un faisceau collimaté (où le grandissement vaut 1), alors la période  $p$  de l'interférogramme est bien égale à la période  $p_r$  du réseau. Ce cas est par ailleurs équivalent à un régime purement géométrique de l'onde où, pour un réseau d'amplitude, le motif d'intensité transmise est identique au motif du réseau. Or en rayons X où le phénomène de diffraction de l'onde par le réseau est faible (car la période du réseau est très grande devant la longueur de l'onde), alors le régime géométrique reste valide.

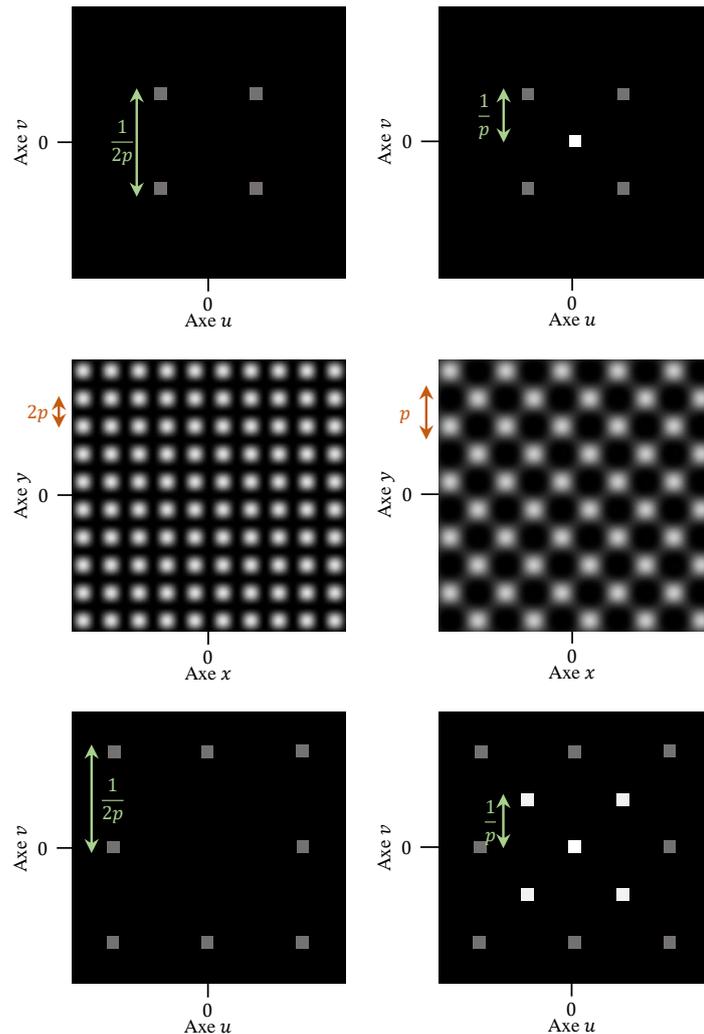


FIGURE 1.13 – Comparaison des interférogrammes de l’IDML diffractant 4 ordres en régime d’accord (à gauche) et diffractant 5 ordres (à droite). La première ligne correspond à la distribution des ordres diffractés dans le plan de Fourier associé au champ  $U_z(x, y)$ . La deuxième ligne correspond à l’interférogramme associé  $I_z(x, y)$  et la troisième ligne à sa distribution harmonique, donnée par l’auto-corrélation des ordres diffractés. La période orthogonale de l’interférogramme de droite est doublée, associée à la présence de 4 nouveaux harmoniques de plus basse fréquence dont l’origine est issue de l’auto-corrélation avec l’ordre 0.

Notons toutefois que dans le cadre d’une description ondulatoire, l’ajout d’un ordre central du réseau illuminé par un faisceau monochromatique implique nécessairement le battement des ordres diffractés entre eux. En effet, étant donné que les 5 ordres diffractés ne sont pas sur un même cercle centré sur l’origine, appelé cercle de Montgomery, alors l’intensité n’est pas invariante par propagation selon  $z$  et le motif évolue au fur et à mesure que le faisceau se propage. Le battement est périodique de distances régulières  $z_{n,T}$  appelées distances de Talbot [80] et données

par la relation [85] :

$$z_{n,T} = n \frac{\lambda}{1 - \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{p_r^2}}}, \quad (1.45)$$

avec  $n \in \mathbb{N}$  un entier naturel,  $\lambda$  la longueur d'onde du faisceau et  $p_r$  la période du réseau. En se plaçant dans l'approximation paraxiale, on a ainsi :

$$z_{n,T} = n \frac{2p^2}{\lambda}. \quad (1.46)$$

En remarquant que les distances de Talbot sont proportionnelles à l'énergie du faisceau ( $E = hc/\lambda$ ) on déduit pour une illumination par un faisceau polychromatique que ces distances se superposent et l'effet du battement n'est plus observé. On observe alors une divergence de comportement entre l'IDML diffractant 4 ordre illuminé par un faisceau polychromatique et le même IDML diffractant 5 ordres illuminé par un faisceau monochromatique. Toutefois en rayons X, les distances de Talbot associées à une périodicité du réseau  $p_r \approx 10 \mu\text{m}$  sont typiquement de l'ordre du mètre. Par conséquent si on se restreint à une propagation ne dépassant pas quelques dizaines de centimètres, alors l'approximation au premier ordre reste valable on conserve une validité du comportement.

Ainsi, derrière le simple ajout de l'ordre 0 comme paramètre ajustable du modèle on peut globaliser plusieurs configurations à la fois sur le comportement d'une grille de phase pure (l'ordre 0 est nul) ou sur celui d'une grille d'amplitude (l'ordre 0 est égal à 1). Si la manière propre de modéliser la polychromaticité consiste à itérer la propagation pour chaque longueur d'onde du spectre (qui s'avère très coûteuse en calculs), l'ajustement de l'ordre 0 restitue néanmoins une bonne fidélité du comportement du réseau sur le domaine de propagation qui nous intéresse.

#### 1.3.1.4 Hypothèses sur le détecteur

Le détecteur est formé par une matrice de  $N \times N$  pixels carrés de taille  $d_{pix}$ . Le signal d'intensité  $I_z(x, y)$  est donc discrétisé ainsi que son spectre  $\mathcal{F}[I_z](u, v)$ . On parle alors de transformation de Fourier discrète (TFD) définie par la relation suivante :

$$TFD[I_z](u, v) = \sum_{x,y} I_z(x, y) e^{\frac{2i\pi}{N}(ux+vy)}, \quad (1.47)$$

avec  $x, y, u, v \in \{0, \dots, N-1\}$ .

Comme il sera détaillé au chapitre suivant (cf. section 2.2.2.1) la TFD d'un signal peut être vue comme sa transformée de Fourier échantillonnée. Elle est également discrétisée sur  $N \times N$  points de pas de discrétisation (ou période d'échantillonnage)  $p_{ech} = 1/d_{pix}$ .

La réponse du détecteur peut être choisie comme parfaite ou calibrée sur la réponse d'un détecteur expérimental. La fonction de transfert de modulation (FTM)

associée à une réponse non uniforme spectralement correspond à l'application d'un filtre passe-bas sur le signal d'intensité  $I_z(x, y)$ . La fréquence de coupure est supposée égale à celle donnée par le constructeur et on utilisera ces valeurs pour le modèle de simulation.

Enfin, le bruit électronique du détecteur dû à l'agitation thermique des porteurs de charge est modélisé de la même manière que le bruit de grenaille, à savoir par l'ajout sur le signal d'un bruit de distribution normale de paramètres  $(\mu_d, \sigma_d)$ . Ainsi, le bruit total de l'image résulte de deux bruits distincts et indépendants et sa variance s'obtient par application du théorème suivant.

**Théorème 1.1** Soient deux variables aléatoires  $X$  et  $Y$  indépendantes. La loi de somme des variances énonce que la variance de la somme ou de la différence de  $X$  par  $Y$  est égale à la somme des variances de  $X$  et de  $Y$  :

$$\sigma_{X \pm Y}^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 . \quad (1.48)$$

Expérimentalement, le bruit de grenaille est dominant ( $\sigma_{b+d} \approx \sigma_b$ ), d'une part car le flux de photons émis par notre source  $X$  est relativement faible, d'autre part car les avancées technologiques ont permis de réduire significativement le bruit sur les détecteurs à rayons X récents [17][1].

### 1.3.2 Résultats de simulation

Cette section présente des résultats de simulation sur un objets canonique à savoir la bille en PMMA. Les paramètres de simulation choisis reflètent au mieux les paramètres expérimentaux utilisés sur le banc d'acquisition, introduit au chapitre 4, par conséquent ces paramètres seront conservés tout au long de ce manuscrit.

Ainsi, une source monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 7,029 \cdot 10^{-11}$  m ( $E = 17,48$  keV) divergente est utilisée. Les images sont formées sur  $2048 \times 2048$  pixels de taille de  $d_{pix} = 6 \times 6 \mu\text{m}^2$ . La distance totale source - détecteur  $d_{tot} = 60$  cm. La grille d'interférence simulée est un damier perpendiculaire à l'axe de propagation, induisant un déphasage  $[0, \pi]$  à 17,48 keV d'une périodicité orthogonale  $p_r = 12 \mu\text{m}$  pour un grandissement de la grille de  $g_r = 5$ . Une frange d'interférence est donc échantillonné par 5 pixels. L'objet est une bille en PMMA de diamètre  $\varnothing_{\text{PMMA}} = 1,5$  mm pour un grandissement de l'objet de  $g_o = 7$ . Ces paramètres seront réutilisés aux chapitres 2 et 3.

L'image de la bille en PMMA seule ( $I_{obj}(x, y)$ ), avec la grille d'interférence simulée ( $I_{mod}(x, y)$ ) et l'interferogramme de référence (sans l'objet soit  $I_{ref}(x, y)$ ) sont données en figure 1.14. On peut visualiser les effets de courbure de phase aux bords de la bille ainsi que le maillage des franges d'interférence. Le déplacement des franges aux bords de la bille est également visible (voir zone de zoom).

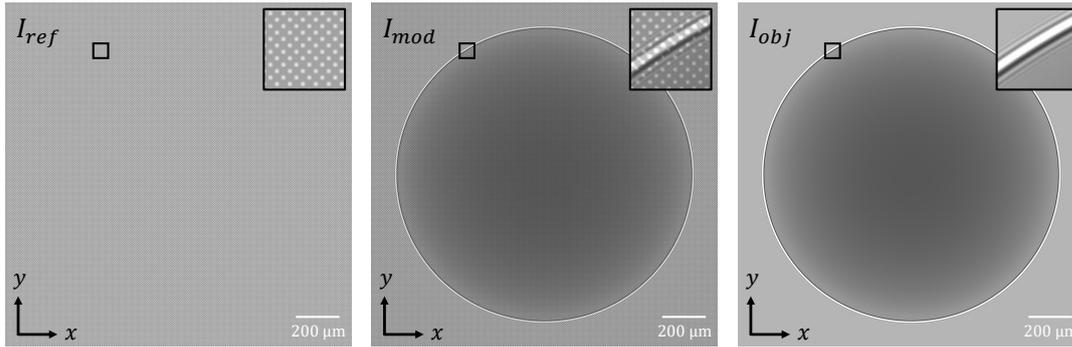


FIGURE 1.14 – En haut : Résultats de simulation pour la bille en PMMA. De gauche à droite : Interférogramme de référence  $I_{ref}(x, y)$ ; Interférogramme avec objet  $I_{mod}(x, y)$ ; Image en contraste d'atténuation de l'objet  $I_{obj}(x, y)$ .

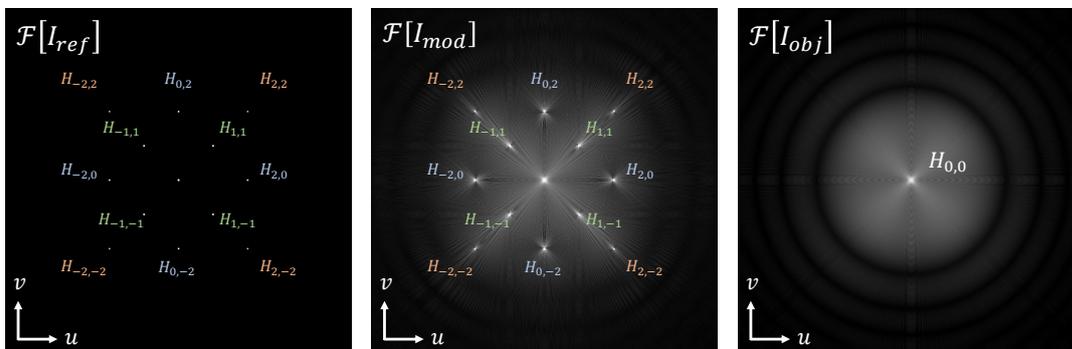


FIGURE 1.15 – Transformées de Fourier discrètes de la figure 1.14 (affichées en module).

Pour mieux comprendre le processus d'extraction de phase par démodulation du signal détaillé en section suivante, on affiche en figure 1.15 les transformées de Fourier discrètes de la figure 1.14 (en module). La transformée de Fourier de la référence  $I_{ref}(x, y)$  fait ainsi apparaître les harmoniques du réseau  $H_{k,l}(u, v)$ . Ceux-ci sont décrits par des pics de Dirac de fréquence spatiale  $f_{k,l}$  issus de l'auto-corrélation des ordres de diffraction du réseau. Ces harmoniques sont modulés dans l'interférogramme  $I_{mod}(x, y)$  par le signal de phase de l'objet. Cela se traduit dans le plan de Fourier par un étalement spectral des harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$  autour de la porteuse  $f_{k,l}$ . Cet étalement constitue la signature spectrale de la modulation de phase par l'objet et avoir accès à cette information permet de remonter au déphasage induit par l'objet. Enfin, l'harmonique  $H_{0,0}(u, v)$  contient toutes l'information sur les variations d'intensité de l'objet, en particulier l'absorption et la courbure en intensité. Nous reviendrons très en détail sur les propriétés de ces distributions spectrales en chapitre 2.

## 1.4 Méthodes algorithmiques d'extraction de phase

Comme nous l'avons montré jusqu'ici, il existe un large panel de méthodes pour extraire la phase en fonction de l'approche utilisée, qu'elles utilisent un modulateur

(méthodes différentielles) ou non (méthode en libre propagation). Dans le cas de l'interférométrie à décalage multi-latéral, la périodicité du réseau permet d'utiliser la transformée de Fourier et la méthode d'extraction associée est communément appelée démodulation de Fourier.

### 1.4.1 Méthodes d'extraction par démodulation de Fourier

La démodulation consiste à récupérer un signal modulant à partir des modifications qu'il a provoqué sur le signal porteur. Dans le cas de l'interférométrie à décalage multi-latéral, on rappellera que le signal porteur est périodique et peut se décomposer en somme de fonctions sinusoïdales dont l'espace de Fourier représente la répartition fréquentielle ou plus exactement, sa répartition harmonique.

Un harmonique  $H_{k,l}(u, v)$  du réseau orienté selon la direction  $x_{k,l} = kx + ly$  est ainsi modulé par le déphasage du front d'onde selon cette même orientation  $\partial_{x_{k,l}}\phi(x, y)$ . Son expression est la suivante :

$$H_{k,l}(u, v) = \mathcal{F} \left\{ \exp \left[ \frac{2i\pi z}{p} \partial_{x_{k,l}}\phi(x, y) \right] \right\} (u, v) . \quad (1.49)$$

Par conséquent, prendre l'argument de la transformée de Fourier inverse de  $H_{k,l}(u, v)$  donne accès à  $\partial_{x_{k,l}}\phi(x, y)$  à une constante de normalisation près :

$$\partial_{x_{k,l}}\phi(x, y) = cst \times \arg \left[ \mathcal{F}^{-1} \{ H_{k,l} \} \right] (x, y) , \quad (1.50)$$

avec :

$$cst = \frac{p}{2\pi z} \frac{1}{\sqrt{k^2 + l^2}} \quad (1.51)$$

On peut appliquer cette opération pour chaque harmonique générée par l'IDML. A partir d'un couple de gradients de phase orthogonal on peut enfin estimer la phase  $\phi(x, y)$  par intégration dans l'espace réciproque. Présentée par Bracewell [13] ou bien encore par Ghiglia et Pritt [31], on retrouve l'utilisation de cette méthode dans le domaine des rayons X [53],[40],[93],[44]. Pour deux dérivées de phase définie suivant  $(x, y)$  comme  $\partial_x\phi(x, y)$  et  $\partial_y\phi(x, y)$  on a ainsi :

$$\phi(x, y) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{\mathcal{F} \{ \partial_x\phi + i\partial_y\phi \} (u, v)}{2i\pi(u + iv)} \right\} (x, y) . \quad (1.52)$$

Nous reviendrons très largement sur les propriétés d'extraction de phase par la démodulation de Fourier en chapitre 2.

Enfin, insistons sur le fait que le déphasage induit par l'ajout d'un objet sur le trajet du faisceau correspond à la différence de phase du front d'onde par rapport au front d'onde de référence. En fonction de l'indice de réfraction de l'objet, cette différence de phase se traduit par un retard ( $n > 1$ ) ou une avance ( $n < 1$ ) des oscillations. On peut ainsi quantifier ce retard (ou cette avance) en nombre

d'oscillations. Une oscillation étant égale à une longueur d'onde, on exprimera dans ce manuscrit le déphasage  $\phi(x, y)$  en longueurs d'onde  $\lambda$  du faisceau.

### 1.4.2 Méthode d'extraction par centroïdes

Classiquement appliquée à de nombreux systèmes de mesure de phase dont la plupart utilisant un modulateur périodique [58, 57, 18], la méthode d'extraction par centroïdes consiste à évaluer le déplacement du motif élémentaire de la matrice à l'image par rapport à une position de référence. En effet, on rappelle que les déplacements élémentaires du motif en tout point  $(x, y)$  de l'image sont proportionnels au déphasage du front d'onde en ce point. Pour remonter à ce déphasage, on effectue ainsi un calcul de barycentre selon  $x$  et  $y$  que l'on définit comme suit.

Commençons par calculer le barycentre selon  $x$  de chaque maille du motif (le calcul est invariant selon  $y$ ) en définissant une rampe selon  $x$  limitée à la taille  $p \times p$  de la maille (aussi appelé cellule). La rampe  $r(x)$  s'écrit :

$$r(x) = x \frac{1}{p^2} \Pi\left(\frac{x}{p}, \frac{y}{p}\right), \quad (1.53)$$

avec  $\Pi\left(\frac{x}{p}, \frac{y}{p}\right)$  une fonction porte de taille  $p \times p$ . Par suite, on effectue l'opération de convolution de la rampe  $r(x)$  par un peigne de Dirac 2D de période  $p$  pour dupliquer  $r(x)$  à chaque maille de la matrice. Le produit de convolution s'écrit ainsi :

$$R(x, y) = r(x) * \text{III}_{p,p}(x, y). \quad (1.54)$$

On peut écrire la fonction  $I(x, y)$  inclinée selon  $x$  par :

$$I(x, y)R(x, y) = I(x, y) \left[ r(x) * \text{III}_{p,p}(x, y) \right]. \quad (1.55)$$

Maintenant, il reste à moyenner l'intensité inclinée  $I(x, y)R(x, y)$  en appliquant le produit de convolution entre  $I(x, y)R(x, y)$  et une fonction de pondération moyenne positive constante, définie sur le support de chaque maille élémentaire. Afin d'obtenir la fonction de centroïde selon  $x$ , on normalise le tout par la convolution entre  $I(x, y)$  et la même fonction de moyennage. On obtient ainsi :

$$\mathcal{E}^x(x', y') = \frac{\left[ I(x, y)R(x, y) \right] * \left[ \frac{1}{p^2} \Pi\left(\frac{x}{p}, \frac{y}{p}\right) \right]}{I(x, y) * \left[ \frac{1}{p^2} \Pi\left(\frac{x}{p}, \frac{y}{p}\right) \right]}, \quad (1.56)$$

où  $x', y'$  sont les variables de la convolution. En dernier lieu, on calcule la fonction centroïde à une cellule  $(i, j)$  de la matrice par intégration avec une fonction delta de Dirac  $\delta(x, y)$  retardée. Cette opération se fait à nouveau par produit de convolution en prenant la valeur du résultat aux coordonnées  $(i, j)$  :

$$\mathcal{E}_{i,j} = (\mathcal{E}^x * \delta)(i p, j p). \quad (1.57)$$

La fonction  $\mathcal{E}_{i,j}^x$  est la définition classique de l'opération de barycentre centroïde. Une réécriture de cette fonction s'écrit également :

$$\mathcal{E}_{i,j}^x(x, y) = \frac{\iint_{\text{cell}_{i,j}} x I(x, y) dx dy}{\iint_{\text{cell}_{i,j}} I(x, y) dx dy} . \quad (1.58)$$

### 1.4.3 Lien entre les deux méthodes d'extraction

Comme il a été brièvement énoncé en section précédente, le cadre d'application de la méthode d'extraction de phase par centroïdes est très varié ; en rayons X, elle est communément utilisé parallèlement à la démodulation de Fourier notamment en imagerie de phase mutli-grilles (*3G Stepping*) [88] ou en imagerie de tavelures (cf. section 1.1.4.2) où le processus d'extraction par cartographie des déplacements correspond à une variante de la méthode de barycentre. Une partie de mon travail de thèse a ainsi consisté à évaluer les liens existant entre la méthode d'extraction par centroïdes et la démodulation de Fourier. En particulier, j'ai appliqué cette démarche à un IDML précis à savoir le senseur de front d'onde Shack-Hartmann [75] mais les résultats présentés sont généralisable à tout IDML (cf. chapitre 3).

Commençons par définir  $I(x, y)$  l'interférogramme d'un IDML quelconque de périodicité orthogonale  $p$ . En reprenant l'expression de l'intensité inclinée  $I(x, y)R(x, y)$  selon  $x$  (cf. relation 1.55) et en effectuant sa transformée de Fourier, on obtient :

$$\mathcal{F}[I(x, y)R(x, y)] = \tilde{I}(u, v) * \tilde{R}(u, v) , \quad (1.59)$$

où  $\tilde{I}(u, v)$  et  $\tilde{R}(u, v)$  dénote la transformée de Fourier de  $I(x, y)$  et  $R(x, y)$  respectivement. De plus, si on rappelle que  $R(x, y)$  est une fonction rampe selon  $x$  de chaque cellule de l'interférogramme, alors on montre aisément que  $R(x, y)$  est en réalité une fonction en dents de scie. Sa décomposition en série a donc pour expression :

$$R(x, y) = -\frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{2\pi x}{p}\right) . \quad (1.60)$$

Par conséquent, sa transformée de Fourier est une somme infinie de fonctions delta de Dirac espacée régulièrement :

$$\tilde{R}(u, v) = -\frac{1}{2i\pi} \sum_{n=-\infty}^{-1} \frac{1}{n} \delta\left(u - \frac{n}{p}, v\right) - \frac{1}{2i\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \delta\left(u - \frac{n}{p}, v\right) . \quad (1.61)$$

Cette expression est commode au calcul de  $\tilde{I}(u, v) * \tilde{R}(u, v)$  :

$$\tilde{I}(u, v) * \tilde{R}(u, v) = -\frac{1}{2i\pi} \left[ \sum_{n=-\infty}^{-1} \frac{1}{n} \tilde{I}\left(u - \frac{n}{p}, v\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \tilde{I}\left(u - \frac{n}{p}, v\right) \right] . \quad (1.62)$$

En reprenant maintenant l'expression du barycentre de la relation 1.56, le numérateur admet pour transformée de Fourier :

$$\mathcal{F} \left[ \left[ I(x, y)R(x, y) \right] * \left[ \frac{1}{p^2} \Pi \left( \frac{x}{p}, \frac{y}{p} \right) \right] \right] = [\tilde{I}(u, v) * \tilde{R}(u, v)] \frac{1}{p^2} \text{sinc}(pu) \text{sinc}(pv), \quad (1.63)$$

où  $\text{sinc}(pu)\text{sinc}(pv)$  est la transformée de Fourier de la fonction porte  $\Pi \left( \frac{x}{p}, \frac{y}{p} \right)$ . En injectant l'expression de  $\tilde{I}(u, v) * \tilde{R}(u, v)$  (donnée en équation 1.62) dans l'équation 1.63, on obtient une réécriture de la transformée de Fourier  $\mathcal{F} \left[ \left[ I(x, y)R(x, y) \right] * \left[ \frac{1}{p^2} \Pi \left( \frac{x}{p}, \frac{y}{p} \right) \right] \right]$  :

$$\begin{cases} -\frac{1}{2i\pi} \sum_{n=-\infty}^{-1} \frac{1}{n} \tilde{I} \left( u - \frac{n}{p}, v \right) \times \frac{1}{p^2} \text{sinc}(pu) \text{sinc}(pv) \\ -\frac{1}{2i\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \tilde{I} \left( u - \frac{n}{p}, v \right) \times \frac{1}{p^2} \text{sinc}(pu) \text{sinc}(pv). \end{cases} \quad (1.64)$$

On remarque alors que tous les harmoniques selon  $v$ , espacés de  $1/p$ , sont automatiquement nuls du fait du produit avec les sinus cardinaux (eux-mêmes s'annulant tous les  $1/p$ ). Finalement, il vient :

$$\mathcal{E}^x(x, y) \propto -\frac{1}{2i\pi} \sum_k [H_{k,0}(x, y) - H_{-k,0}(x, y)]. \quad (1.65)$$

Puisque chaque harmonique  $H_{k,l}$  mesure le déphasage du front d'onde selon le vecteur  $x_{k,l} = kx + ly$ , alors on montre aisément que  $\mathcal{E}^x(x, y)$  mesure la somme des déphasages du faisceau selon  $x$  :

$$\mathcal{E}^x(x, y) \propto -\frac{1}{\pi} \sum_k A_{k,0} \sin \left( ks \frac{\partial \phi}{\partial x}(x, y) \right). \quad (1.66)$$

Enfin, si on suppose que le front d'onde varie lentement (chaque cellule admet un centroïde), on peut faire l'approximation :  $\sin(x) \approx x$ . On obtient ainsi :

$$\mathcal{E}^x(x, y) \propto -\frac{1}{\pi} ks \frac{\partial \phi}{\partial x}(x, y) \sum_k A_{k,0}. \quad (1.67)$$

## 1.5 Conclusion du chapitre

L'objectif de ce chapitre était de présenter les principes physique et les procédés permettant d'effectuer une mesure de phase dans le domaine des rayons X. Parmi les différentes techniques de mesure de phase abordées ici (méthodes propagatives, méthodes différentielles, l'interférométrie à décalage multi-latéral est celle qui a été retenue dans le cadre de cette thèse et ceux pour plusieurs raisons :

1. D'une part pour la mise en place d'un banc CND, une grande variété d'échantillons issus du domaine industriel peuvent être adressés. Ainsi il est nécessaire de choisir l'approche la plus versatile possible. L'ajout d'un seul dispositif expérimental par rapport à l'imagerie classique d'atténuation,

à savoir un réseau de diffraction, permet d'assurer une plus grande flexibilité compte tenu des contraintes liées au dimensionnement du banc.

2. L'IDML est une méthode différentielle de phase ce qui permet de mesurer des variations de phase suivant différentes directions spatiales. Cela est notamment intéressant dans le cadre d'objets fibrés car il est possible d'avoir une sensibilité sur l'orientation des fibres comme nous le montrerons au chapitre 4.
3. La régularité du réseau, par opposition avec des méthodes par tavelures, permet d'effectuer un traitement du signal *via* une analyse spectrale par l'étude du plan de Fourier, une acquisition offrant la possibilité de mesurer six gradients de phase selon six directions spatiales.

Cependant, cette approche présente aussi des contraintes inhérentes propres à chaque dispositif d'imagerie utilisé (type de source, cohérence spatiales, résolution du détecteur, fréquence de coupure, etc.). Afin de bien identifier ces limites et proposer des solutions adaptées, j'ai développé un modèle de simulation de l'IDML qui servira de support à l'analyse dans les prochains chapitres. En outre, le chapitre 2 aura pour objet d'évaluer les artefacts propres à la méthode avec l'appui de la simulation tandis que la chapitre 3 sera dédié à l'introduction des méthodes correctives.

Enfin, soulignons que l'apport de l'outil de simulation consiste à pouvoir générer rapidement des résultats fidèles aux observations expérimentales tout en gardant une approche simplifiée du système à l'étude. En effet, l'objectif n'est pas de caractériser complètement tous les phénomènes physiques à l'œuvre dans l'interaction du rayonnement X avec la matière mais de se restreindre à une certaine gamme de validité; l'outil de simulation CIVA développé au sein du DISC [26] est une approche plus complète des phénomènes physiques (diffusion, propagation dans l'objet, etc.) et son utilisation peut amener une aide supplémentaire au dimensionnement et à la probabilité de détection de défauts d'objets.

## Chapitre 2

# Qualité d'extraction de phase

La qualité d'une image de phase dépend de la capacité du système à mesurer avec précision le déphasage du faisceau induit par l'objet. Améliorer la mesure de phase revient à donner une estimation spatiale fine du déphasage et dont l'erreur en chaque point est faible. En pratique, les limitations techniques des dispositifs d'imagerie de phase sur banc de laboratoire peuvent induire des limitations sur la qualité des image de phase produites. Des effets numériques indésirables découlant des processus d'extraction apparaissent dans les images de phase, compte tenu des limitations de la qualité des interférogrammes. Ces erreurs numériques sont aussi appelées artefacts d'extraction; leur origine et leurs effets au cours des processus d'extraction seront étudiés en détail dans ce chapitre. Pour de la caractérisation ou du contrôle industriel, ces aspects sont décisifs car ils pourraient entraîner de mauvaises interprétations donc de mauvaises décisions.

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Notion de qualité d'une image de phase</b>	<b>42</b>
<b>2.2</b>	<b>Mise en évidence de défauts d'estimation de phase par démodulation de Fourier</b>	<b>43</b>
2.2.1	Sous-échantillonnage de phase	43
2.2.2	Artefacts de phase	50
2.2.3	Limitation par le bruit de mesure	64
<b>2.3</b>	<b>Construction d'une carte de confiance par clôture des dérivées</b>	<b>74</b>
2.3.1	Clôture des dérivées	74
2.3.2	Obtention de la clôture des dérivées	76
2.3.3	Construction de la carte de confiance	79
2.3.4	Synthèse	83
<b>2.4</b>	<b>Conclusion du chapitre</b>	<b>83</b>

---

## 2.1 Notion de qualité d'une image de phase

La qualité image consiste à évaluer l'écart entre l'image produite et l'objet observé. Même si ces deux quantités n'appartiennent pas à un même espace, la première étant un produit numérique alors que la seconde est une quantité physique, il est toujours possible d'écrire une métrique. Je cherche ici à en introduire les bases, afin de donner les directions d'optimisation. Si on considère le processus de production de l'image de phase, on peut en déduire des étapes majeures qui éloignent le produit de la vérité.

La première est liée à l'échantillonnage de l'objet. Pour une caméra classique d'imagerie, cette étape d'échantillonnage est liée par la matrice de détection. Ici, il y a une contrainte plus forte, à savoir qu'il est nécessaire d'introduire une modulation d'intensité pour restituer la phase; l'échantillonnage de l'objet en phase est donc intrinsèquement lié au réseau de phase. Ceci va se traduire par deux dégradations : les fréquences spatiales de l'objet trop rapides pour être bien échantillonnées par le réseau vont non seulement être perdues, mais elles vont aussi créer des fréquences spatiales parasites qui vont altérer la compréhension de l'objet.

Il apparaît donc qu'améliorer la qualité de l'image de phase passe par la réduction de la période de l'interférogramme pour aller chercher les fréquences spatiales élevées. Cette façon d'agir va toutefois rapidement se révéler contre-productive car le flux intégré par chaque pixel du détecteur va se réduire de plus en plus, ce qui se traduira par une réduction du contraste des franges et donc du rapport signal-à-bruit comme nous allons le montrer au cours de ce chapitre. Une manière de pallier cette contrainte serait ainsi de réduire le pas de pixel de sorte à restituer le contraste des franges. Cependant cela amènera également une perte du signal-à-bruit car plus le pixel est petit, moins son pouvoir de collection est élevé, obligeant l'expérimentateur à exacerber le temps de pose pour compenser cette perte. Cette réduction sera d'autant plus accentuée que l'imageur a aussi une fonction de transfert filtrant les hautes fréquences spatiales. Si l'on ne considère que l'aspect de la qualité-image locale, c'est-à-dire si on ne s'impose pas de contrainte de champ instantané à couvrir pour chaque image, on voit donc que l'optimisation d'un imageur de phase passe par la recherche du bon compromis entre une restitution des plus hautes fréquences spatiales possibles de l'objet d'intérêt et le respect des contraintes de signal-à-bruit. Comme pour les imageurs classiques, on pressent qu'il va être possible de quantifier ces différents postes de dégradation pour les introduire à terme dans un formalisme global d'optimisation.

Je propose dans ce chapitre de considérer deux postes principaux de dégradation des images dont la maîtrise doit être assurée, liées aux contraintes d'échantillonnage des fréquences spatiales élevées et au bruit des images produites. Si le sous-échantillonnage est souvent assez négligeable pour les imageurs classiques, il se

révèle prépondérant pour la mesure de phase d'objets à transitions abruptes par l'IDML. Le bruit quant-à-lui est un facteur fortement limitant dès lors que le flux de photons intégré par la matrice de détection est faible, soit par contrainte sur le temps d'acquisition soit par contrainte sur la brillance de la source.

Toutes les images présentées dans ce chapitre et le suivant sont produites à partir du modèle de simulation introduit au chapitre précédent. Les paramètres sont aussi les mêmes. Par ailleurs, puisque la fonction de transfert du détecteur n'a pour objet que de réduire l'amplitude des fréquences spatiales élevées du signal, son apport n'est pas fondamental pour la mise en évidence des artefacts d'extraction et elle ne sera pas prise en compte dans la production des images en simulation.

## 2.2 Mise en évidence de défauts d'estimation de phase par démodulation de Fourier

### 2.2.1 Sous-échantillonnage de phase

Rappelons que l'interférométrie à réseau de diffraction a été initialement conçue dans le domaine visible pour l'étude de front d'ondes aberrants de variations supposément faibles devant la période  $p$  de l'interférogramme [67]. Or dans le cadre de l'imagerie de phase en rayons X, les variations rapides de phase induites par des objets à transitions abruptes sortent de cette hypothèse de départ. Dans le cas où ces variations évoluent plus rapidement à l'image que  $p$ , il apparaît une distorsion du motif élémentaire de l'interférogramme. Dit autrement, il existe une forte incertitude sur l'estimation locale du déphasage par le réseau, aussi bien dans l'espace réel que dans l'espace réciproque. L'échantillonnage du déphasage du faisceau par le réseau est dans ce cas sous-optimal. Dans les gradients du front d'onde extraits par démodulation, le sous-échantillonnage se traduit par une modulation spatialement étendue aux discontinuités dont l'origine provient du phénomène de Gibbs. Ce défaut d'approximation local se répercute dans les images de phase lors des processus d'intégration des gradients comme nous allons le montrer.

#### 2.2.1.1 Phénomène de Gibbs : généralités

En analyse mathématique, toute fonction  $g$  continue de classe  $C^1$  par morceaux peut se décomposer en série par somme infinie de fonctions sinusoïdales dont la convergence vers  $g$  est assurée par le théorème de Dirichlet rappelé ci-dessous :

**Théorème 2.1** Soit  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  une fonction périodique de période  $p$ , continue de classe  $C^1$  par morceaux. Alors  $\forall x \in \mathbb{R}$ , la série de Fourier  $S_N(x)$  de  $g(x)$  converge normalement vers  $g(x)$  quand  $N \rightarrow +\infty$ .

De plus, si la relation d'Euler permet la réécriture de la fonction sinusoïdale sous forme d'exponentielle complexe, alors la décomposition en série de Fourier

de  $g$  peut être définie comme une somme infinie d'harmoniques d'amplitude, de fréquence et de phase propres. On parle également de décomposition spectrale du signal.

Prenons le cas d'un signal carré impair de période et d'amplitude normalisée à l'unité. Son expression s'écrit simplement par :

$$g(x) = \begin{cases} +1 & \text{si } x \in \left[0; \frac{1}{2}\right[ \bmod(1), \\ -1 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (2.1)$$

Sa décomposition en série de Fourier est donnée par l'expression suivante :

$$S_\infty(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin[(2n-1)x] . \quad (2.2)$$

Le spectre de  $g(x)$  se déduit naturellement de la relation 2.2 et se compose dans l'espace de Fourier d'une infinité d'harmoniques  $H_k(u)$  espacées régulièrement et dont on a représenté en figure 2.1 la distribution en amplitude.

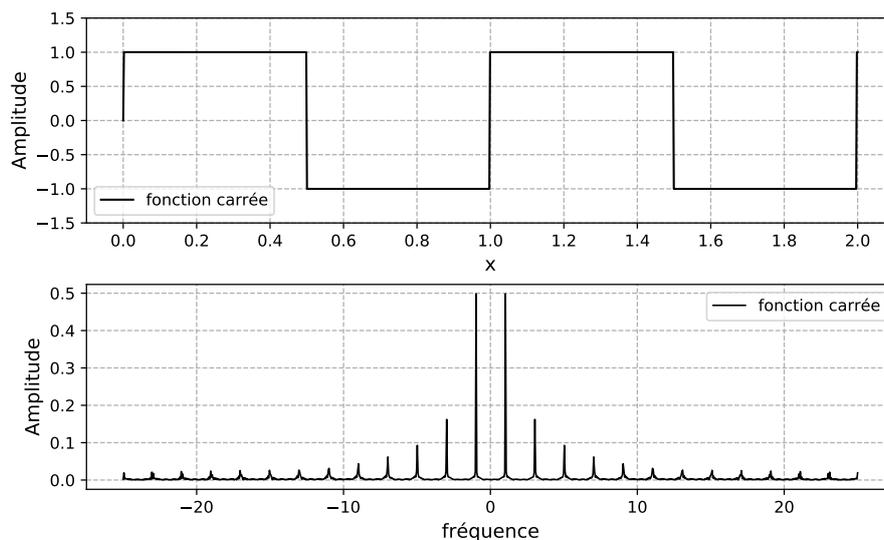


FIGURE 2.1 – Signal carré impair et décomposition spectrale en amplitude.

Plus l'incrément sur  $n$  est élevé dans la somme, plus on ajoute de fonctions sinusoïdales de fréquences élevées et plus on converge vers  $g(x)$ . Du point de vue de l'analyse spectrale, cela revient à considérer plus d'harmoniques de fréquences élevées au sein d'une bande passante  $S$  de taille croissante centrée sur la fréquence 0.

En pratique, l'estimation du signal  $g(x)$  par sa décomposition en série  $S_\infty(x)$  ne peut se faire jusqu'à l'infini : elle est limitée à une valeur finie  $N$  d'harmoniques. Cette valeur est donnée par la fréquence la plus haute accessible sans ambiguïté par le système, à savoir sa fréquence de Nyquist. Lorsque la valeur de  $N$  est fixée, on

parle alors d'approximation d'ordre  $N$  du signal  $g$ . On a :

$$S_N(x) = \sum_{n=1}^N \frac{1}{2n-1} \sin [(2n-1)x] . \quad (2.3)$$

La figure 2.2 montre l'évolution du défaut d'approximation du signal carré par sa décomposition en série pour 2 valeurs de  $N$ . Celui-ci se manifeste majoritairement à proximité de la discontinuité où on observe un phénomène de bord. Ce phénomène est communément appelé phénomène de Gibbs et correspond ainsi à un défaut d'approximation local du signal  $g(x)$  par sa décomposition en série  $S_N(x)$ <sup>1</sup>.

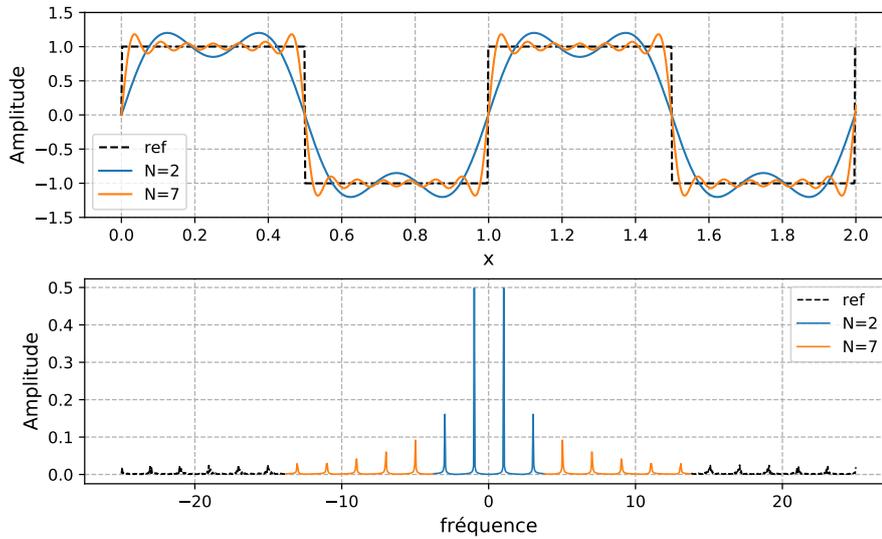


FIGURE 2.2 – Approximation du signal carré impair par incrément de la série de Fourier et décomposition spectrale associée.

Dans la graphie du bas de la figure 2.2, les couleurs bleues et orange définissent les deux bandes passantes  $S_1$  et  $S_2$  associées respectivement aux valeurs  $N = 2$  et  $N = 7$ . La convergence de la série de Fourier est évidemment non linéaire et dépend de l'allure du spectre du signal. Pour estimer l'écart à chaque valeur de  $N$ , on peut calculer la moyenne quadratique (ou RMS pour *Root Mean Square* en anglais) de la différence entre  $g(x)$  et sa décomposition en série  $S_N(x)$ , défini comme suit.

**Définition 2.1** Soit un signal  $g(x)$  échantillonné sur  $k$  points et soit  $S_N(x)$  sa décomposition en série de Fourier d'ordre  $N$ . On définit le RMS du résidu d'estimation par :

$$\text{RMS}_{\text{res}} = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_x (g(x) - S_N(x))^2} . \quad (2.4)$$

Le RMS du résidu d'estimation est aussi appelé racine de l'erreur quadratique moyenne (ou RMSE pour *Root Mean Square Error* en anglais). Puisque le RMSE

1. Le phénomène de Gibbs est plus généralement associé à l'écart d'amplitude observé au niveau de la discontinuité lorsque  $n \rightarrow \infty$ .

cherche à évaluer les différences entre les valeurs prédites par un estimateur et les valeurs observées, il correspond à une fonction de risque. Intuitivement en imagerie, le RMSE donne une information sur l'étalement de l'erreur à l'image, il est donc adapté pour évaluer des erreurs spatialement étendues plutôt que les erreurs locales où on privilégiera l'amplitude du résidu d'estimation.

L'évolution du défaut d'approximation de Gibbs en fonction de l'ordre  $N$  de la série de Fourier est présentée en figure 2.3 pour le signal carré. La convergence est rapide à bas incréments. Du point de vue spectral, on peut déduire qu'une bande passante  $S$  relativement étroite suffit à estimer le signal sans que le défaut d'approximation de Gibbs ne soit exagérément grand. Dans le cas du signal carré, l'erreur RMS tombe en dessous de 10% dès lors que  $N \geq 10$ .

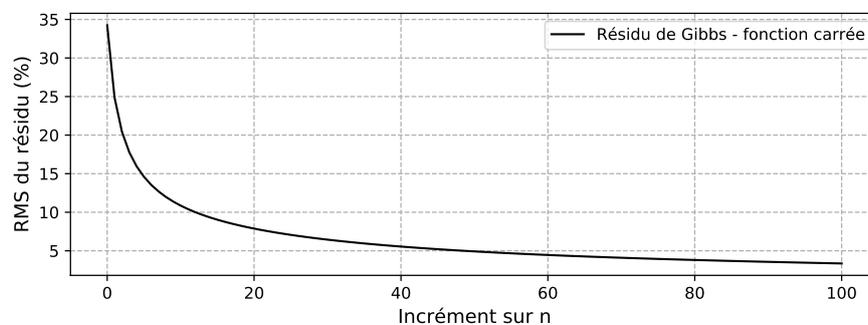


FIGURE 2.3 – Évolution du défaut d'approximation d'un signal carré décomposé en série et convergence vers le signal analytique.

### 2.2.1.2 Application à la mesure de phase par l'IDML

Dans le cas de la mesure de phase à réseau, où chaque harmonique  $H_{k,l}(u, v)$  est modulé par le signal de phase de l'objet, ceux-ci ne sont plus assimilables à des pics de Dirac mais ont au contraire une extension spectrale donnée. Cette extension est donnée par la plus haute fréquence spatiale de modulation, elle même reliée à la plus haute fréquence spatiale de l'objet. Ainsi, pour extraire l'information de phase à partir de la signature qu'elle engendre sur les harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$ , on définit communément un support d'extraction  $S$  suivant la méthode de Takeda [79], centré sur  $H_{k,l}(u, v)$  et de taille fixée, égale à la demi-distance entre deux harmoniques voisins. Ce support d'extraction  $S$  est la bande passante du signal de phase recherché. On déduit que si l'extension spectrale de  $H_{k,l}(u, v)$  est supérieure à la largeur de  $S$ , alors on engendre nécessairement un phénomène de Gibbs dans le signal de phase estimé. La manifestation du sous-échantillonnage se traduit, comme dans le cas du signal carré, par des défauts d'approximation proches des discontinuités associées aux fréquences spatiales élevées et manquantes dans le support  $S$ .

La figure 2.4 illustre cet effet sur le gradient analytique  $G_{0,1}(x, y)$  d'une bille en PMMA simulée pour 2 tailles de support d'extraction  $S$ , respectivement 10% et 20% de la bande totale de l'harmonique associé  $H_{0,1}(u, v)$ . Pour cela, on pourra définir  $G_{0,1}(x, y)$  sur une image de  $512 \times 512$  pixels, l'harmonique associé  $H_{0,1}(u, v)$  s'obtenant en prenant l'exponentielle complexe de  $G_{0,1}(x, y)$  et en calculant la transformée de Fourier de l'ensemble. En définissant un support d'extraction  $S$  comme une fonction porte centrée sur  $H_{0,1}(u, v)$  et en prenant l'argument de la transformée de Fourier inverse, on obtient  $G_{0,1}(x, y)$  sous-échantillonné. Dans le cas de la bille, les discontinuités sont localisées aux bords et c'est donc à cet endroit que le phénomène de Gibbs prend effet.

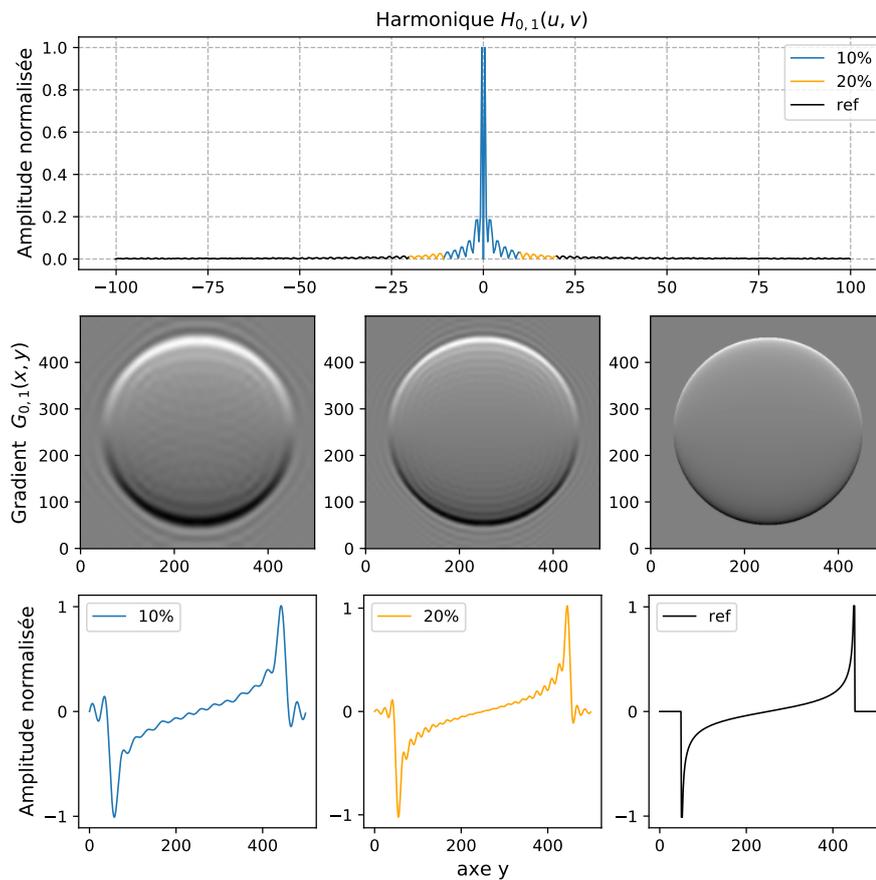


FIGURE 2.4 – Évolution du défaut d'approximation de Gibbs dans un gradient de phase en fonction de la taille du support d'extraction  $S$ .

De manière analogue, on peut évaluer cet effet au cours du processus d'intégration des gradients, pour chaque taille de support  $S$ . Les résultats sont présentés en figure 2.5 où la phase  $\phi_{1,0}(x, y)$  s'obtient à partir des gradients donnés en figure 2.4<sup>2</sup>. Notons que le phénomène de Gibbs est à l'origine de variations de phase hors de l'objet, c'est-à-dire là où on est censé trouver une valeur nulle.

2. Le gradient conjugué  $G_{1,0}(x, y)$  nécessaire au calcul de la phase  $\phi_{1,0}(x, y)$  s'obtient de la même manière que le gradient  $G_{0,1}(x, y)$ .

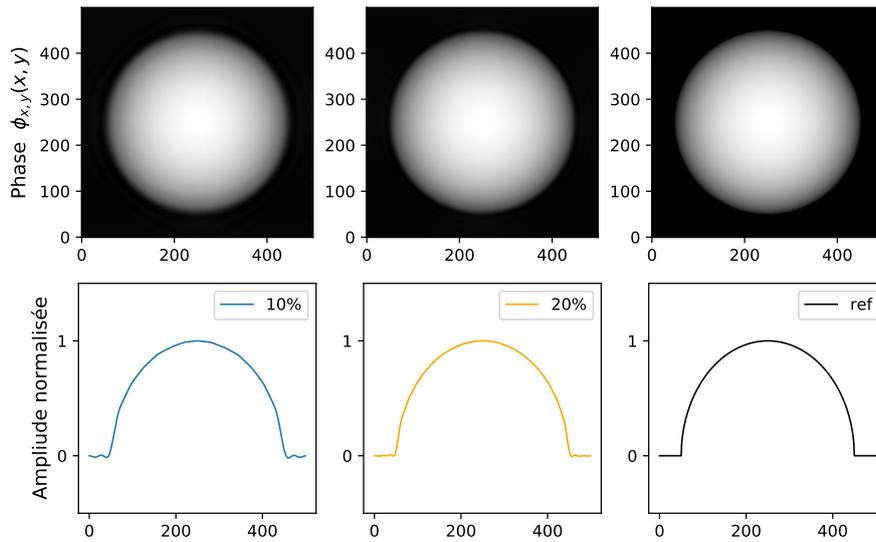


FIGURE 2.5 – Évolution du défaut d'approximation de Gibbs dans une image de phase en fonction de la taille du support d'extraction  $S$ .

De manière générale, on montre que l'estimation du déphasage par l'IDML est nécessairement limitée par le sous-échantillonnage dès lors que l'objet imagé induit des transitions abruptes de la phase du faisceau. Pour cela, on rappelle que satisfaire les conditions de Shannon-Nyquist et mesurer sans ambiguïté un signal de phase par le réseau revient à ce que les variations d'intensité dans l'interférogramme n'excèdent pas  $f_{\text{det}}/4$ . Or pour des objets induisant de fortes variations locales de phase, le détecteur échantillonnera sans ambiguïté ces variations à la fréquence  $f_{\text{det}}/2$ , là où le réseau limite à  $f_{\text{det}}/4$  l'échantillonnage du signal de phase<sup>3</sup>. Dans ce cas, même en configuration optimale de mesure par le réseau, on ne peut pas satisfaire les conditions d'échantillonnage du signal de phase et on réduit de moitié la bande passante entre l'interférogramme et le signal de phase extrait. Dans l'interférogramme, cela se traduit par la présence de modulations du motif évoluant plus rapidement que la maille élémentaire. Ainsi, l'image de phase est nécessairement sous-résolue, au mieux de moitié par rapport à l'image d'entrée.

A titre illustratif, on peut déterminer le résidu d'estimation du déphasage au sens de Gibbs en fonction de la bande passante  $S$  d'un harmonique  $H_{k,l}(u, v)$  du réseau. On peut de même estimer l'écart observé entre la phase analytique  $\phi_{ana}$  et celle sous-échantillonnée. Les résultats sont affichés en figure 2.6.

Tout comme pour le signal carré décomposé en série, la convergence de l'estimation est rapide pour la bille en PMMA notamment à bande passante étroite. Prenons l'exemple d'une taille de bande  $S$  égale à  $1/6$  de la bande totale, soit 1 frange échantillonnée par 3 pixels du détecteur selon chaque axe. Alors l'écart

3. Ce cas correspond à celui de l'IDBL parfait où seuls 2 harmoniques conjugués occupent le plan de Fourier. Pour l'IDML en damier, la fréquence limite d'échantillonnage du signal de phase diminue.

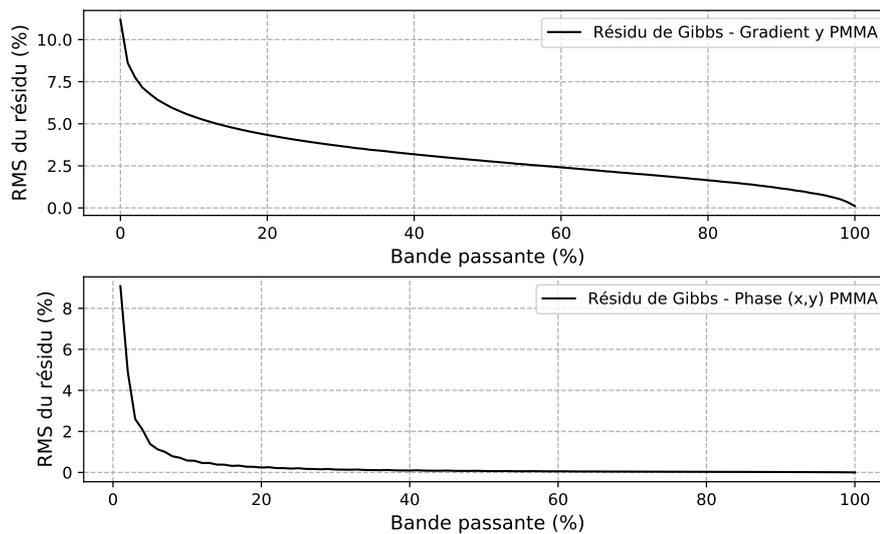


FIGURE 2.6 – Évolution du résidu de Gibbs en fonction de la taille du support  $S$  : (en haut) pour le gradient  $G_{0,1}(x, y)$  d'une bille en PMMA, (en bas) pour la phase  $\phi_{1,0}(x, y)$  associée.

RMS entre le signal analytique et le signal décomposé en série ne dépasse pas 5 % pour le gradient  $G_{0,1}(x, y)$  et 1 % pour la phase  $\phi_{1,0}(x, y)$  associée. Par conséquent, en conditions optimales de mesure de phase cet écart peut être considéré comme négligeable devant d'autres sources d'erreurs qui seront abordées aux sections suivantes (2.2.2 - 2.2.3). Toutefois, dès lors que les conditions de mesure ne sont pas optimales, alors ce type de défaut devra être pris en considération (cf. chapitre 4). En effet, il définira la limite de qualité d'estimation du signal de phase.

Enfin, notons que les résultats présentés en figure 2.6 sont propres à la géométrie de la bille, à celle du réseau et aux choix de l'échantillonnage du signal d'entrée. L'allure de ces graphes est amenée à évoluer en fonction de l'objet imagé et du réseau utilisé. Cependant, une tendance observée est que l'information de modulation est majoritairement basse fréquence et centrée autour de la fréquence porteuse. Ainsi, la convergence rapide du signal décomposé en série vers sa forme analytique reste en tendance globalement observée.

### 2.2.1.3 Synthèse

L'objectif de cette première section était d'évaluer l'impact du sous-échantillonnage sur l'estimation du signal décomposé en série de Fourier. Pour l'IDML, l'échantillonnage du signal de phase par le réseau est toujours plus faible que l'échantillonnage du signal d'atténuation par le détecteur, on pressent donc la nécessité de prendre en compte ces effets dès lors que les objets imagés induisent des transitions abruptes de phase. A travers la démodulation de Fourier, le sous-échantillonnage se manifeste par des défauts d'approximation de Gibbs proches des discontinuités, notamment aux bords de l'objet. Ces défauts sont spatialement

étendus à l'image et s'étalent aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur de l'objet. Toutefois, la convergence de la série de Fourier est suffisamment rapide pour s'assurer que le signal estimé est d'erreur faible, et ce malgré un échantillonnage de phase limité. En pratique, la dégradation de la qualité image induite par le résidu d'estimation de Gibbs sera considérée comme faible devant les autres sources d'erreur étudiées de ce chapitre, et ne constitue pas un facteur aggravant l'écart entre l'image produite et l'objet observé, comme peuvent l'être les artefacts de phase abordés en prochaine section.

## 2.2.2 Artefacts de phase

Le phénomène de chevauchement découle également des propriétés spectrales du signal et des propriétés d'échantillonnage de l'imageur de phase. Il se manifeste en complémentarité du phénomène de Gibbs dès lors que plus que deux harmoniques sont générées par le réseau. Pour évaluer ce phénomène, je commencerai par rappeler les propriétés de la transformée de Fourier discrète. Je définirai ainsi les artefacts de sous-échantillonnage phase en montrant que si le signal modulant évolue plus vite que la période  $p$  de l'interférogramme, alors il engendre nécessairement un chevauchement des fréquences spatiales entre les harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$ . Ce chevauchement sera alors pris en compte dans le processus d'extraction de phase, dégradant la qualité d'estimation du signal recherché.

### 2.2.2.1 Propriété de la transformée de Fourier discrète (TFD) et repliement de spectre

Rappelons que la Transformée de Fourier Discrète (TFD) d'un signal  $g(x)$  est la convolution de sa transformée de Fourier par un peigne de Dirac de pas égal à l'inverse de la période d'échantillonnage  $p_{\text{ech}}$  dans l'espace réciproque. En d'autres termes, la TFD d'un signal peut être vue comme sa transformée de Fourier échantillonnée.

$$\text{TFD}[g](u) = \mathcal{F}[g](u) * \text{III}_{1/p_{\text{ech}}}(u). \quad (2.5)$$

La Transformée de Fourier Rapide (TFR ou FFT en anglais pour *Fast Fourier Transform*) est un moyen courant d'estimer la décomposition spectrale d'un signal et son avantage vis-à-vis de la TFD tient au fait que sa complexité varie en  $o(n \log(n))$  avec  $n$  le nombre de points de mesure, là où la complexité de la TFD classique s'exprime en  $o(n^2)$ . Il est ainsi d'usage de passer par la FFT pour générer le spectre d'une image à haute définition, typiquement pour un nombre de pixels de l'image égal à  $2048 \times 2048$  points.

Une des propriétés de la TFD montre que la transformée de Fourier d'un signal  $g(x)$  échantillonné sur  $n$  points est périodique de période  $n$ , et identique à la

transformée de Fourier du signal lui-même dans la bande de fréquences d'origine.

$$\text{TFD}[g](u+n) = \text{TFD}[g](u), \quad \forall u \in \{0, \dots, n\}. \quad (2.6)$$

Notons également que toute fonction  $g$  continue de classe  $C^1$  évoluant localement dans l'espace direct (par exemple de temps fini ou de position finie) admet une transformée de Fourier qui s'étend nécessairement sur toute l'étendue des fréquences. Une partie des spectres translétés se recouvre donc inévitablement. Ce phénomène est appelé repliement de spectre (ou *aliasing* en anglais).

La figure 2.7 illustre le phénomène de repliements de spectre, dans le cas où l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  est d'extension spectrale supérieure à la fréquence de Nyquist du détecteur  $f_{Ny}$ . Ce cas est associé à des variations spatiales d'intensité plus rapide que 2 pixels du détecteur. Notons également que l'harmonique  $H_{0,0}(u, v)$  est discrétisé du fait de l'échantillonnage du signal d'intensité, d'un pas de discrétisation de la FFT (points oranges) égal à l'inverse du pas d'échantillonnage du signal. En imagerie, le pas d'échantillonnage  $p_{ech}$  est trivialement la taille pixel  $d_{pix}$ .

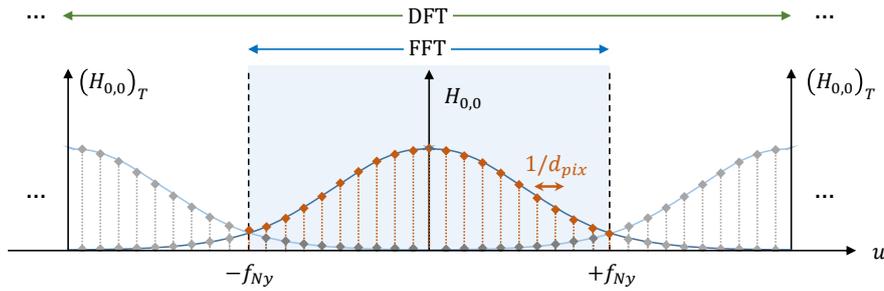


FIGURE 2.7 – Schéma illustratif du repliement de spectre observé dans le cas où l'harmonique  $H_{0,0}(u, v)$  est d'extension spectrale supérieure à la fréquence de Nyquist du détecteur.

En imagerie de phase par IDML, on définit maintenant le phénomène de chevauchement de phase dans le cas où les harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$  générés par le réseau se chevauchent dans le plan de Fourier, bien que respectant les conditions d'échantillonnage par le détecteur. En particulier, ce chevauchement peut provenir de l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  et mener dans l'estimation des gradients à l'apparition d'artefacts. La figure 2.8 illustre le phénomène de chevauchement harmonique menant à des artefacts de phase.

Ainsi, plusieurs cas de figures sont à prendre en compte dans l'évaluation des artefacts de phase :

1. Le premier cas traite du chevauchement d'un harmonique  $H_{k,l}(u, v)$  par l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  (cf. section 2.2.2.2).
2. Le deuxième cas traite du chevauchement d'un harmonique  $H_{k,l}(u, v)$  par un harmonique  $H_{k',l'}(u, v)$  quelconque de l'IDML (cf. section 2.2.2.3).

3. Le troisième cas traite du chevauchement d'un harmonique  $H_{k,l}(u, v)$  par lui-même, aussi appelé auto-repliement. Celui-ci intervient dès lors que celui-ci est de fréquence porteuse  $f_{k,l}$  proche de la fréquence de Nyquist du détecteur  $f_{Ny}$  et peut être évité simplement par conception du banc de mesure.

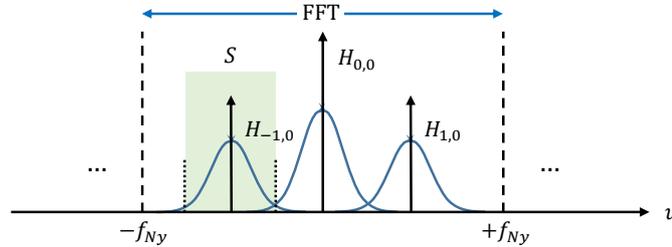


FIGURE 2.8 – Schéma illustrant le chevauchement de l'harmonique  $H_{±1,0}(u, v)$  par l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  menant à l'apparition d'artefacts après démodulation du signal.

### 2.2.2.2 Chevauchement par l'harmonique central $H_{0,0}(u, v)$

Pour caractériser les perturbations de l'harmonique  $H_{0,0}(u, v)$  dans l'extraction de phase et isoler sa contribution des autres harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$  du réseau, on considère d'abord le cas simplifié d'un réseau ne générant que 2 harmoniques modulées en phase  $H_{0,±1}(u, v)$ , comme c'est le cas de l'IDBL parfait orienté verticalement et accordé à la longueur d'onde  $\lambda_0$  du faisceau. Étant donné que l'IDML peut se décomposer en un empilement d'IDBL indépendants, les résultats obtenus sur l'IDML pourront se retrouver à partir de ceux obtenus sur chaque IDBL pris séparément.

L'image de la bille en PMMA en libre propagation et son interférogramme par l'IDBL sont données en figure 2.9 (colonne de gauche). Ces images sont formées dans les conditions données en chapitre 1. Pour rappel, une source monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 7,029 \cdot 10^{-11}$  m ( $E = 17,48$  keV) divergente est utilisée. Les images sont formées sur  $2048 \times 2048$  pixels de taille de  $d_{pix} = 6 \times 6 \mu\text{m}^2$ . La distance totale source - détecteur  $d_{tot} = 60$  cm. Le réseau est un damier à deux niveaux induisant un déphasage  $[0, \pi]$  à 17,48 keV d'une périodicité orthogonale  $p = 12 \mu\text{m}$ . Le grandissement du réseau vaut  $g_r = 5$ . Une frange d'interférence est donc échantillonné par 5 pixels. L'objet est une bille en PMMA de diamètre  $\varnothing_{PMMA} = 1,5$  mm pour un grandissement de l'objet de  $g_o = 7$ . Le rapport entre le contraste des franges et le contraste d'intensité de l'objet vaut 0,36. Son expression est rappelée (cf. équation 1.19) ci-dessous :

$$c_{rel} = \frac{\max [I_{ref}(x, y)] - \min [I_{ref}(x, y)]}{\max [I_{obj}(x, y)] - \min [I_{obj}(x, y)]} \quad (2.7)$$

où les intensités  $I_{ref}(x, y)$  et  $I_{obj}(x, y)$  correspondent respectivement à l'interférogramme de référence et à l'image en contraste d'atténuation de l'objet.

A droite de la figure 2.9 sont donnés les spectres en amplitude de  $I_{obj}(x, y)$  et de  $I_{mod}(x, y)$  respectivement. En particulier, la DFT de  $I_{mod}(x, y)$  fait apparaître le chevauchement entre les harmoniques  $H_{0,0}(u, v)$  et  $H_{0,\pm 1}(u, v)$ .

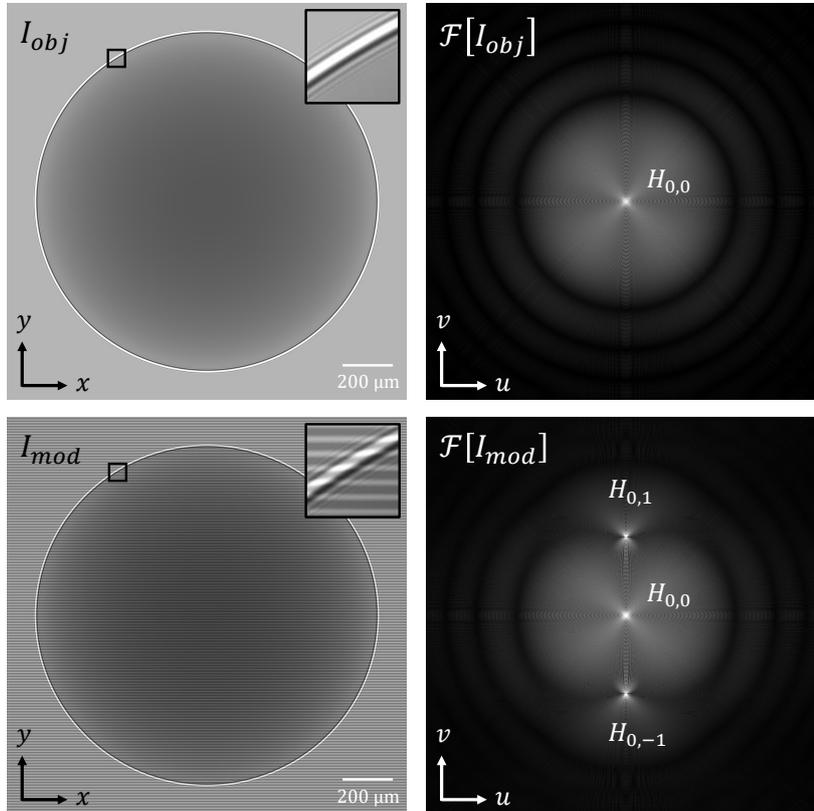


FIGURE 2.9 – Interférogramme d’une bille en PMMA imagée par un IDBL parfait (à gauche) et TFD en module associée (à droite).

L’extraction du gradient de phase  $G_{0,1}(x, y)$  associé à la démodulation de l’harmonique  $H_{0,1}(u, v)$  est donnée à gauche de la figure 2.10. L’effet du chevauchement entre  $H_{0,0}(u, v)$  et  $H_{0,\pm 1}(u, v)$  se manifeste par une texture aux bords de la bille orientée selon la direction du gradient. La phase associée est donnée à droite de la figure. Elle fait apparaître les artefacts issus des 2 gradients intégrés.<sup>4</sup> Les profils verticaux de chaque image sont donnés en figure 2.11.

On rappelle que le RMSE d’un gradient estimé  $G_{k,l}^{est}(x, y)$  est défini comme le RMS de l’erreur d’estimation du gradient analytique recherché  $G_{k,l}^{ana}(x, y)$ . Le RMSE relatif (en %) est le rapport entre le RMSE de  $G_{k,l}^{est}(x, y)$  et le RMS de  $G_{k,l}^{ana}(x, y)$ . Il donne une information sur la proportion de l’erreur relativement au signal recherché :

4. Pour l’IDBL, le gradient  $G_{1,0}(x, y)$  selon  $x$  s’obtient séparément par rotation du réseau de  $90^\circ$  dans le plan  $(x, y)$ . La démodulation s’opère sur l’harmonique  $H_{1,0}(u, v)$  ainsi obtenu.

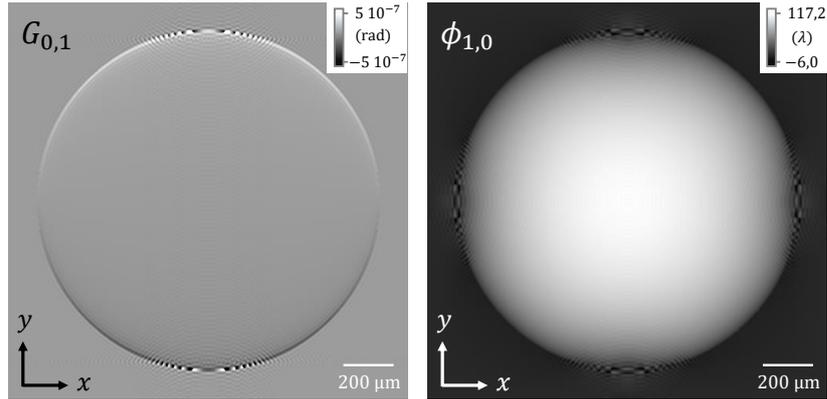


FIGURE 2.10 – Extraction du gradient  $G_{0,1}(x, y)$  de la bille en PMMA pour un IDBL parfait.

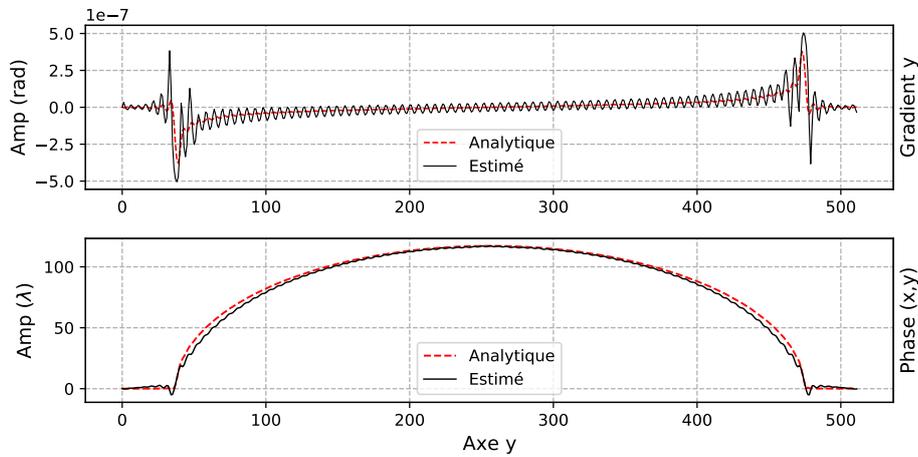


FIGURE 2.11 – Profil latéral associé à l'extraction de phase précédente mettant en évidence les artefacts aux bords de l'objet.

$$\text{RMSE}_{G_{k,l}} = \sqrt{\frac{1}{N^2} \sum_{x,y} \left( G_{k,l}^{est}(x, y) - G_{k,l}^{ana}(x, y) \right)^2}, \quad (2.8a)$$

$$\text{RMSE}_{G_{k,l}} (\%) = \frac{\text{RMSE}_{G_{k,l}}}{\text{RMS}_{G_{k,l}^{ana}}}. \quad (2.8b)$$

Les mêmes relations s'appliquent pour le RMSE de la phase  $\phi_{k,l}(x, y)$ .

Dans le cas de figure présenté ici, l'amplitude des artefacts est maximale sur le domaine de définition du gradient et représente 1,5 fois l'amplitude crête à crête du signal analytique (courbes du haut de la figure 2.11). Les artefacts sont donc caractérisés par des sauts de phase. Le RMSE du gradient est de  $1,4 \cdot 10^{-8}$  rad pour un RMS du signal analytique valant  $1,21 \cdot 10^{-7}$  rad, soit 23,6 % d'erreur RMS. Pour l'image de phase, on trouve une erreur d'amplitude relative de 28,4 % par rapport à l'amplitude de la phase analytique. Le RMSE de phase est égal à  $2,3 \lambda$  soit 3,7 % du RMS analytique. On remarque alors que le RMSE relatif de phase (en %) n'est

pas égal la moitié du RMSE relatif des deux gradients dont elle est issue, mais bien d'un ordre de grandeur plus faible. Cela s'explique par le fait que le gradient est localisé aux bords de la bille là où la phase prend des valeurs continues à l'intérieur de l'objet. Par conséquent, le RMS du signal de phase croît plus vite que le RMS du gradient. Les valeurs d'erreur obtenues sur l'estimation de  $G_{0,1}(x, y)$  et de  $\phi_{1,0}(x, y)$  sont répertoriées en table 2.1.

	Amplitude relative du résidu (en %)	RMSE relatif (en %)
$G_{0,1}$	302,0	23,6
$\phi_{1,0}$	28,4	3,7

TABLE 2.1 – Table du résidu associé aux artefacts de phase issus du chevauchement par l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$ .

Ainsi, la présence des hautes fréquences spatiales de l'harmonique  $H_{0,0}(u, v)$  dans le support d'extraction  $S$  montrent une perturbation sur l'estimation du gradient  $G_{0,1}(x, y)$ . Ces fréquences spatiales élevées correspondent ici à l'information de courbure de la bille et il n'est pas étonnant de retrouver les artefacts cet emplacement à l'image.

Plusieurs méthodes permettent de montrer que l'estimation de la phase par démodulation est sensible aux informations d'atténuation et de courbure en intensité de l'objet. Une première manière informelle consiste à partir de l'expression analytique du gradient de phase. Pour cela, on peut procéder comme suit :

1. On définit un gradient  $G_{k,l}(x, y)$  à partir de son expression analytique (orienté selon  $y$  par exemple) et échantillonné à la fréquence de Nyquist du détecteur. On en déduit l'harmonique associé  $H_{k,l}(u, v)$  de fréquence porteuse  $f_{k,l}$  en prenant l'exponentielle complexe du gradient  $G_{k,l}(x, y)$ . On définit ensuite un support d'extraction restreint  $S_1$  centré sur  $H_{k,l}(u, v)$  et de largeur de bande fixée.
2. On génère séparément l'image en libre propagation de l'objet (contenant l'information d'atténuation et de courbure) et échantillonnée à la fréquence de Nyquist du détecteur. Dans sa transformée de Fourier, on isole un support  $S_2$  centré sur  $f_{k,l}$  et de même largeur de bande que  $S_1$ .
3. On somme les deux supports  $S_1$  et  $S_2$  et on prend l'argument de la transformée de Fourier inverse de l'ensemble pour obtenir le gradient  $G_{k,l}(x, y)$  perturbé.

La Figure 2.12 résume un tel processus de construction. Ici, on suppose que l'argument complexe de  $\mathcal{F}^{-1}\{S_2\}$  est non nul, ce qui n'est pas intuitif car l'argument complexe de  $\mathcal{F}^{-1}\{H_{0,0}\}$  est nul à priori. En effet, puisque l'harmonique  $H_{0,0}(u, v)$  est la transformée de Fourier d'un signal réel, à savoir le signal d'intensité de l'objet,

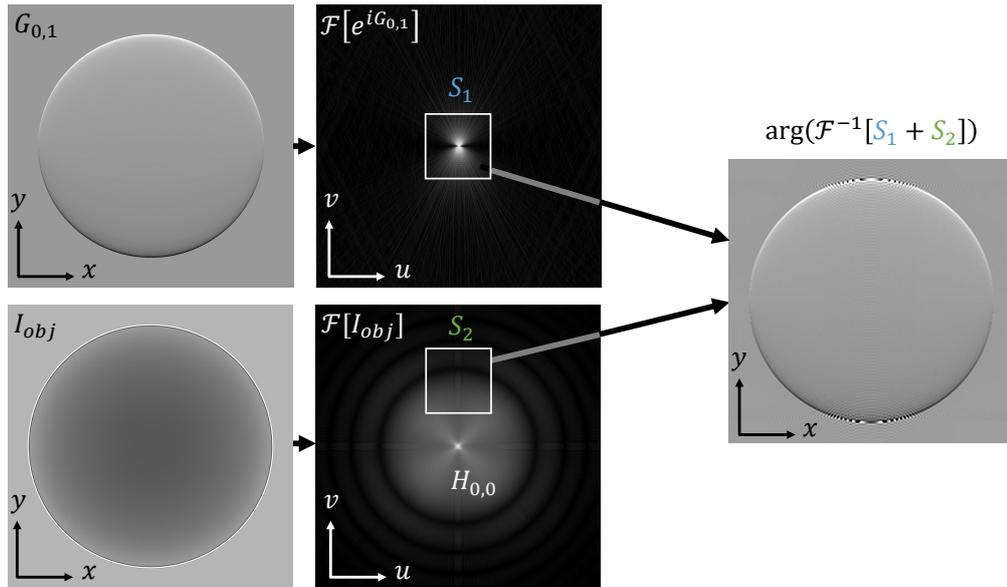


FIGURE 2.12 – Schéma de construction d'un gradient perturbé par l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$ .

alors il possède une symétrie hermitienne. De manière générale, on a :

$$\begin{aligned} g(x) &\xrightarrow{\mathcal{F}} \gamma(u) , \\ g(x) \in \mathbb{R} &\iff \gamma(u) = \overline{\gamma(-u)} , \end{aligned} \quad (2.9)$$

avec  $g(x) \in \mathbb{R}$  un signal réel quelconque,  $\gamma(u)$  sa transformée de Fourier et  $\overline{\gamma(u)}$  le complexe conjugué de  $\gamma(u)$ . Réciproquement, tout signal complexe  $g(x) \in \mathbb{C}$  dont la transformée de Fourier ne possède pas de symétrie hermitienne est d'argument complexe non nul.

En pratique, la fréquence nulle  $f_{0,0}$  constitue le point de symétrie de l'harmonique  $H_{0,0}(u, v)$ . Par conséquent, si le support  $S_2$  est centré sur  $f_{0,0}$ , alors sa transformée de Fourier inverse est réelle (car correspondant au signal d'intensité d'entrée, également à valeurs réelles). De plus, puisque le signal d'intensité est positif, alors le module de la transformée de Fourier inverse de  $H_{0,0}(u, v)$  est égal à sa partie réelle et l'argument complexe associé est nul, par définition. Or en définissant l'origine du support  $S_2$  sur une fréquence non nulle,  $S_2$  n'est plus à symétrie hermitienne. Par conséquent, la transformée de Fourier inverse de  $S_2$  n'est plus réelle positive et son argument complexe devient non nul.<sup>5</sup>

La figure 2.13 illustre l'apparition d'un argument complexe non nul de  $\mathcal{F}^{-1}\{S_2\}$  pour  $S_2$  centré sur plusieurs origines du plan de Fourier. Dans le premier cas

5. De manière analogue, les harmoniques modulées en phase  $H_{k,l}(u, v)$  de fréquence porteuse  $f_{k,l}$  ne sont pas hermitiens, en particulier la fréquence  $f_{k,l}$  n'est pas un point de symétrie de  $H_{k,l}(u, v)$  contrairement à la fréquence nulle  $f_{0,0}$  pour  $H_{0,0}(u, v)$ . Par exemple, les harmoniques associés à une aberration de phase sphérique sont des comas et ne sont donc pas de symétries par rapport à leur fréquence porteuse.

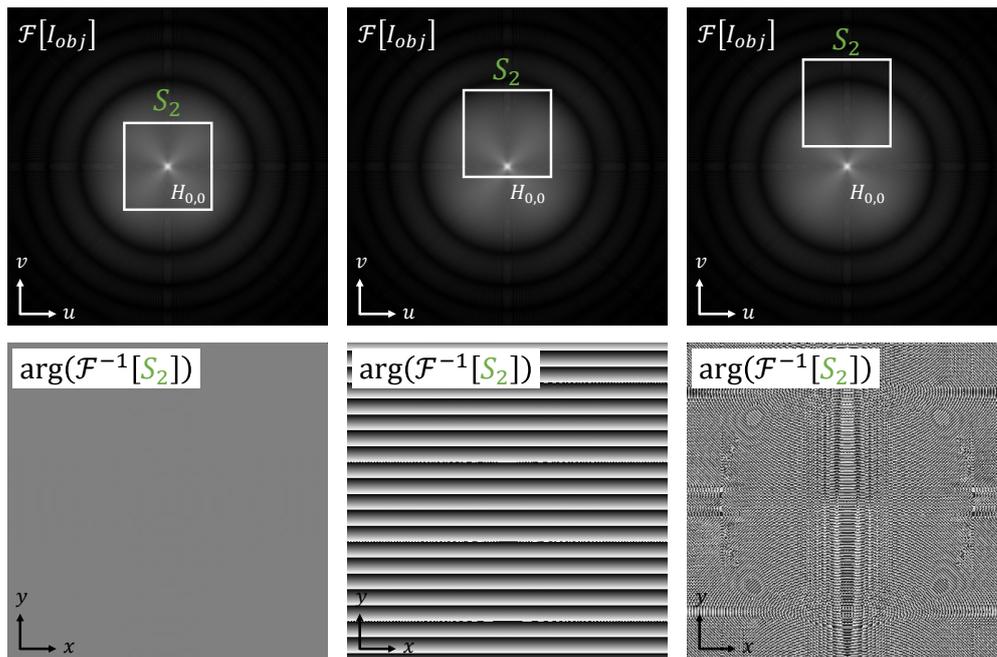


FIGURE 2.13 – Estimation de l'argument de la TFI en fonction de l'origine du support  $S_2$ .

(colonne de gauche), le support  $S_2$  est centré sur  $f_{0,0}$  et l'argument extrait est nul (aux erreurs numériques résiduelles près). Dans le deuxième cas (colonne du milieu),  $S_2$  est décentré par rapport à  $f_{0,0}$  et l'argument extrait est périodique d'amplitude maximale  $[-\pi, \pi]$ , correspondant en réalité à une rampe enroulée dans l'intervalle  $[-\pi, \pi]$  associé au domaine de définition de l'argument. Dans le troisième cas (colonne de droite),  $f_{0,0}$  est hors du support d'extraction  $S_2$  et l'argument extrait, également d'amplitude  $[-\pi, \pi]$ , possède la structure des artefacts observés en pratique (cf. Figure 2.12). Le profil vertical de l'argument complexe associé à chaque cas est donné en figure 2.14.

En synthèse, une information issue de l'atténuation de l'objet ou de sa courbure en intensité peut être prise en compte dans l'estimation du déphasage par la démodulation de Fourier, du fait du chevauchement possible d'un harmonique  $H_{k,l}(u, v)$  du réseau par l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$ . Notons que c'est ici uniquement l'intensité de la courbure qui est associée aux chevauchement par  $H_{0,0}(u, v)$  et non la modulation de l'interférogramme qu'elle engendre.

Enfin, on peut évaluer l'impact du chevauchement dans l'estimation du gradient  $G_{0,1}(x, y)$  en fonction du rapport d'amplitude entre les harmoniques  $H_{0,0}(u, v)$  et  $H_{0,1}(u, v)$ . Le problème est équivalent à regarder l'évolution du chevauchement en fonction du contraste relatif des franges de l'interférogramme (cf. équation 2.7). Le contraste des franges peut s'obtenir à chaque incrément en faisant varier l'épaisseur du réseau à matériau absorbant fixé. La figure 2.15 montre l'évolution du RMS du résidu de  $G_{0,1}(x, y)$  en fonction du rapport d'amplitude entre  $H_{0,0}(u, v)$  et  $H_{0,1}(u, v)$ ,

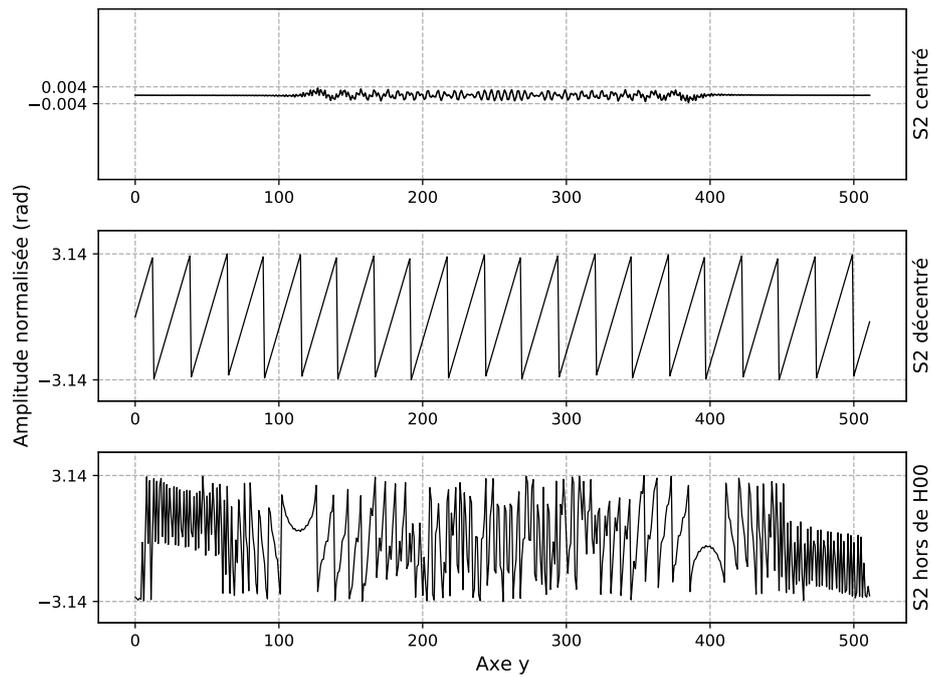


FIGURE 2.14 – Profil vertical de l'argument complexe extrait pour chaque support  $S_2$ .

pour une bille simulée en PMMA. Les paramètres de simulation (distances, période de l'IDBL, etc.) restent identiques à la mesure précédente. Le RMS du résidu croît proportionnellement à la racine de l'amplitude de  $H_{0,0}(u, v)$ , autrement dit il décroît en  $1/\sqrt{c_{rel}}$ . Par ailleurs, le résidu atteint rapidement l'amplitude maximale du domaine de définition du gradient et génère des sauts de phase à l'image.

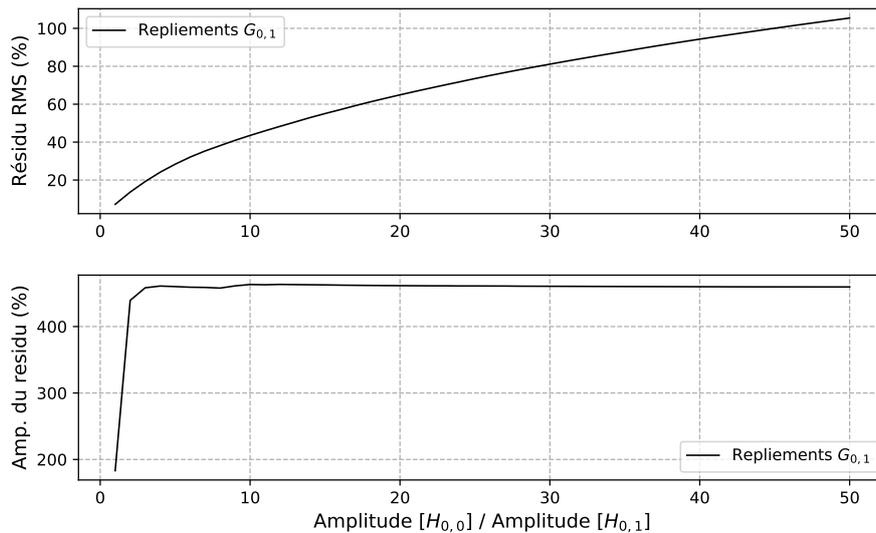


FIGURE 2.15 – Évolution en amplitude et en RMS des artefacts du gradient  $G_{0,1}(x, y)$  de l'IDBL en fonction de l'amplitude relative de l'harmonique  $H_{0,0}(u, v)$ .

### 2.2.2.3 Contribution des harmoniques supérieures $H_{k,l}(u, v)$

En pratique pour les réseaux 2D comme le damier de phase en rayons X, on doit prendre en compte la contribution de plus d'harmoniques que l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  pour évaluer l'effet du chevauchement dans les gradients de phase extraits. Nous avons montré que d'une manière générale, plus les harmoniques sont proches les uns des autres dans le plan de Fourier, plus ils sont susceptibles de se chevaucher. Ceci conduit dans les gradients à une exacerbation des artefacts aux discontinuités de l'objet. La figure 2.16 illustre le chevauchement entre deux harmoniques modulés en phase  $H_{-2,0}$  et  $H_{-1,0}$ .

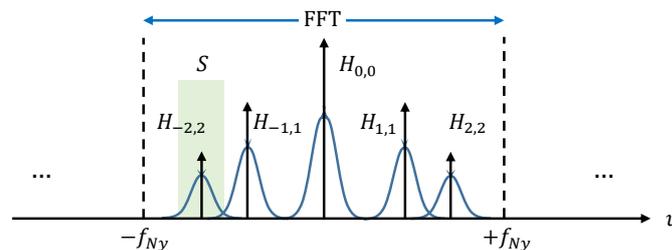


FIGURE 2.16 – Schéma comparatif des différents types de chevauchements possibles de la mesure par l'IDML.

La figure 2.17 montre à gauche l'interférogramme de la bille en PMMA simulé par un IDML parfait et à droite sa TFD. Les conditions de simulation sont identiques à celles de l'IDBL précédent. La TFD met en évidence le chevauchement entre les harmoniques  $H_{0,0}(u, v)$  et  $H_{k,l}(u, v)$  mais aussi entre les harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$  et  $H_{k',l'}(u, v)$ . On pressent comme précédemment que l'effet d'un chevauchement harmonique va se traduire dans l'extraction des gradients par une texture aux discontinuités de l'objet.

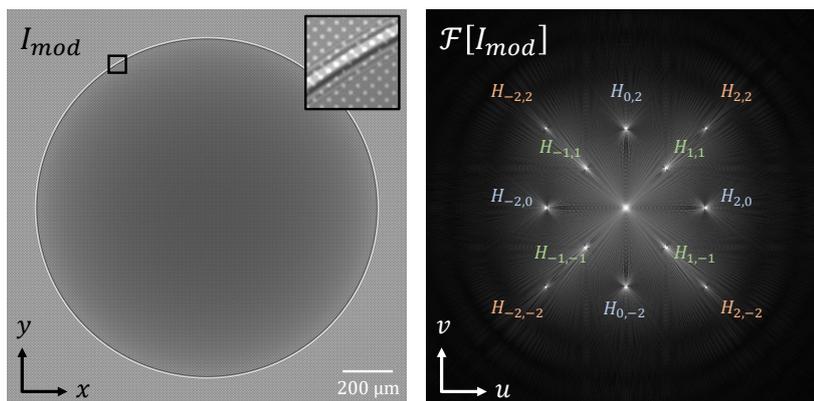


FIGURE 2.17 – Interférogramme simulé d'une bille en PMMA imagée par un IDML parfait (à gauche) et TFD en module associée (à droite).

L'extraction de tous les gradients de phase mesurés par l'IDML est donnée en figure 2.18. Comme attendu, l'estimation est impactée par des artefacts aux bords de la bille dont l'intensité et l'orientation dépendent de l'harmonique considéré. La

table 2.2 répertorie les valeurs d'erreurs obtenues pour chaque gradient mesuré. La tendance observée est que l'amplitude et le RMS de l'erreur augmentent lorsque les harmoniques sont proches de l'harmonique central, montrant le rôle prédominant que joue  $H_{0,0}(u, v)$  dans la dégradation des images produites.

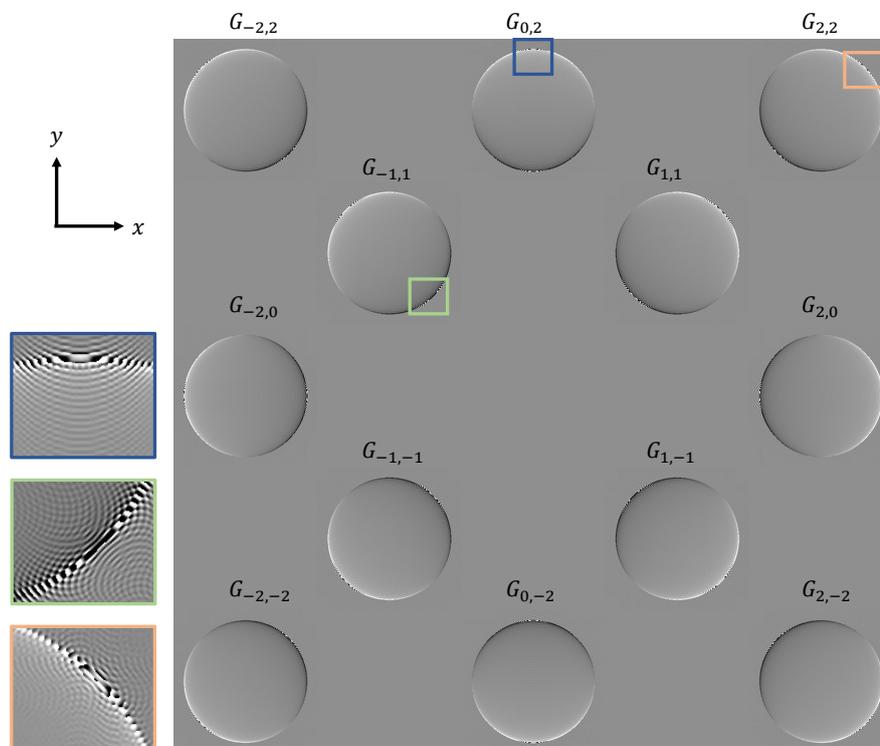


FIGURE 2.18 – Matrice des gradients de phase extraits dans le cas d'une bille en PMMA imagée par l'IDML.

Les phases obtenues par intégration des couples de gradients orthogonaux sont données en figure 2.19. La position des artefacts aux bords dépend du couple de gradients choisis. La table 2.2 répertorie les valeurs d'erreurs associées. On remarque que l'amplitude et le RMS de l'erreur de phase augmentent pour les phases dont les gradients sont issus des harmoniques de basse fréquence porteuse, à savoir ici les harmoniques croisés  $H_{-1,1}(u, v)$  et  $H_{1,1}(u, v)$ .

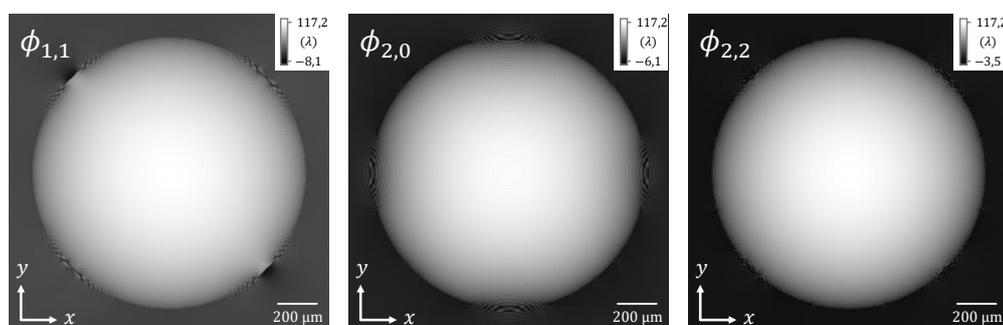


FIGURE 2.19 – Phases obtenues par intégration des gradients précédents mettant en évidence les artefacts de phase orientés. De gauche à droite :  $\phi_{1,1}(x, y)$ ,  $\phi_{2,0}(x, y)$  et  $\phi_{2,2}$ .

En reprenant l'exemple de la phase  $\phi_{2,0}(x, y)$  (au milieu de la figure 2.19), on remarque que des artefacts supplémentaires apparaissent aux bords diagonaux de la bille qui étaient absents dans le cas de l'IDBL étudié précédemment. Ce résultat démontre que d'autres harmoniques que l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  contribuent à l'apparition des artefacts de phase. Pour  $\phi_{2,0}(x, y)$ , il s'agit des harmoniques diagonaux  $H_{\pm 1,1}(u, v)$  à l'origine des modulations additionnelles. L'image du résidu de phase permet de mieux visualiser cet effet (cf. flèches rouges dans la figure 2.20) où à gauche est donné le résidu de la phase  $\phi_{2,0}(x, y)$  mesurée par l'IDML et à droite le résidu de celle mesurée par l'IDBL précédent.

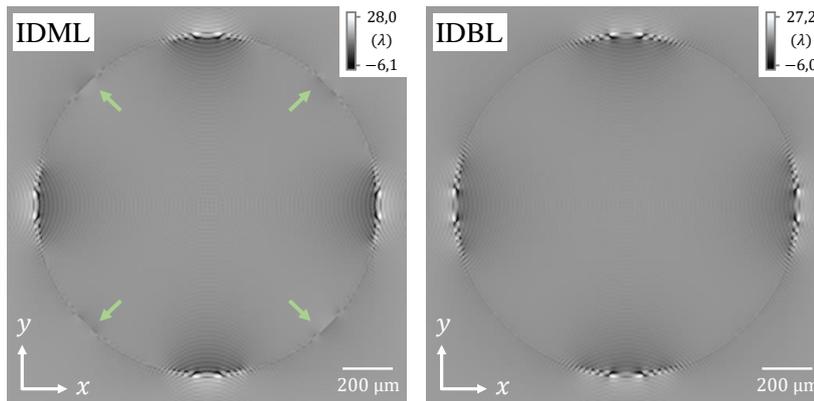


FIGURE 2.20 – Comparaison qualitative des résidus obtenus entre la phase  $\phi_{2,0}(x, y)$  mesurée par l'IDML (à gauche) et par l'IDBL précédent (à droite).

	Amp. relative du résidu (%)	RMSE relatif (%)
Gradients :	$G_{-1,1}$	426,5
	$G_{1,1}$	426,5
	$G_{2,0}$	301,9
	$G_{0,2}$	301,9
	$G_{-2,2}$	151,0
	$G_{2,2}$	151,0
Phases :	$\phi_{1,1}$	36,1
	$\phi_{2,0}$	29,1
	$\phi_{2,2}$	16,8

TABLE 2.2 – Table des valeurs de résidu associé aux artefacts de chaque gradient et phase mesurés.

Enfin, rappelons que la géométrie de l'objet choisi ici induit une modulation du signal isotrope. Cependant, la modulation peut posséder une orientation privilégiée comme c'est le cas pour une forme cylindrique d'objet où les harmoniques sont orientés dans le plan de Fourier selon le vecteur normal à l'axe du cylindre. Dans ce cas, il existe des configurations de mesure où l'orientation de l'objet évite l'apparition d'artefacts dans les gradients car le chevauchement harmonique devient fortement directionnel. La Figure 2.21 illustre cet effet dans le cas d'une

fibre en PMMA imagée par l'IDML. La fibre est de diamètre égal à de  $100\ \mu\text{m}$  placée dans les mêmes conditions de simulation.

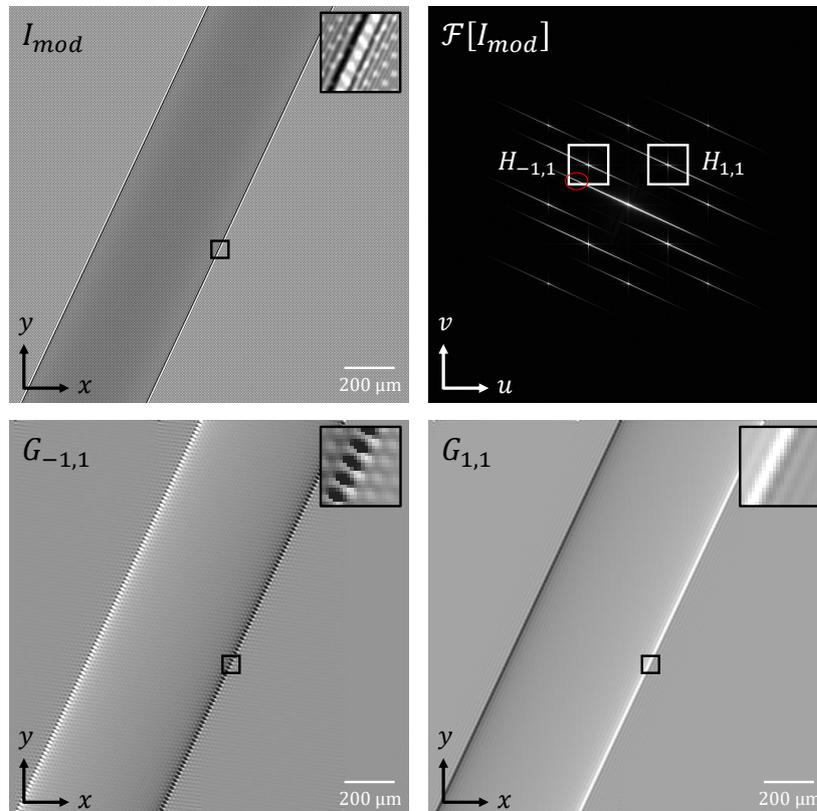


FIGURE 2.21 – Extraction de phase d'une fibre en PMMA et mise en évidence d'artefacts de phase directionnels dans les gradients extraits.

Dans cette configuration, il apparaît que pour tout couple de gradients orthogonaux, il en existe au moins un des deux qui est impacté par les artefacts directionnels. De sorte, les images de phase seront nécessairement dégradées par les artefacts d'un des deux gradients. Cette effet directionnel va se retrouver notamment sur des matériaux composite fibrés où ces dernières ont des orientations privilégiées. Nous verrons cela dans le dernier chapitre de ce manuscrit. Une perspective de ma thèse est ainsi d'essayer d'intégrer deux gradients non orthogonaux (ceux non impactés par les artefacts) pour obtenir une image de phase s'affranchissant de ce défaut d'estimation.

#### 2.2.2.4 Synthèse

L'objectif de cette section était d'évaluer les effets induits par les artefacts de phase sur la qualité des images produites. En particulier, la fréquence limite de repliement  $f_{N_y, \phi}$  imposée par la périodicité du réseau ne suffit pas à éviter le chevauchement harmonique dès lors que l'objet imagé induit des transitions abruptes en intensité. Par conséquent, si deux harmoniques sont plus proches

que  $f_{Ny,\phi}$  dans le plan de Fourier, alors des artefacts apparaissent conjointement. L'harmonique dont l'apport est majoritaire dans l'apparition des artefacts est l'harmonique central et sa contribution augmente d'autant plus que le contraste des franges diminue. Il en va de même si les harmoniques du réseau se rapprochent du centre.

Par ailleurs, nous avons considéré ici le cas d'une source ponctuelle divergente. Dans ce cas idéal, les harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$  peuvent recouvrir tout le plan de Fourier. Or en pratique, une source non ponctuelle de taille de foyer  $\emptyset_s$  de l'ordre de la taille pixel induit un filtrage des fréquences élevées ce qui se traduit par une baisse significative du contraste des franges. Ceci impose aux harmoniques d'être de basse fréquence porteuse pour éviter ce filtrage et donc à être proches les uns des autres dans le plan de Fourier. Dit autrement, le filtrage fréquentiel induit par la perte de cohérence spatiale de la source favorise indirectement l'apparition d'artefacts de phase dans les gradients  $G_{k,l}(x, y)$  mesurés.

Ainsi, deux questions peuvent être soulevées vis-à-vis de l'utilisation de l'IDML en rayons X pour la mesure de phase d'objets à transition abrupte :

- La première est de savoir quelle est l'utilité de la méthode de démodulation de Fourier vis-à-vis d'autres méthodes d'extraction, par exemple par centroïdes, introduit au chapitre 1, étant donné que l'estimation par le plan de Fourier induit des artefacts de phase.
- La deuxième est de savoir quelle est l'utilité de la géométrie du réseau en damier à deux niveaux étant donné qu'elle multiplie le nombre d'harmoniques dans le plan de Fourier, restreignant de fait leur support d'extraction et contribuant à l'ajout d'artefacts dans les gradients.

Ces deux questions seront abordées au prochain chapitre où je donnerai des pistes pour y apporter une réponse, notamment en exploitant la redondance de la mesure des gradients de phase mesurés par l'IDML.

### 2.2.3 Limitation par le bruit de mesure

Expérimentalement, le bruit est toujours limitatif de la mesure et on cherche dans cette section à évaluer son impact au cours du processus d'extraction de phase. En effet, comme il a été évoqué en introduction les contraintes de flux imposées par les sources à rayons X de laboratoire utilisées au cours de ma thèse nécessitent de considérer le bruit comme facteur limitant de la qualité image. Bien entendu, les derniers progrès en terme de brillance de source de laboratoire contribuent à la diminution du bruit dans les images. On peut citer par exemple les tubes à anodes liquides développés par la société Excellium [25] qui permettent d'atteindre des brillances de  $1.8 \cdot 10^7$  ph/s/cm<sup>2</sup> à une taille de foyer de 15  $\mu$ m pour une puissance nominale de 1 kW, là où les tubes micro-foyers tels que ceux que j'ai utilisés au cours de ma thèse sont limités à une puissance de 2-3W pour une taille de foyer équivalente (cf. chapitre 4).

Ainsi, si on considère que le bruit de l'interférogramme est important alors sa propagation au cours du processus d'extraction de phase peut rapidement dégrader la qualité des images produites. En particulier, si ce bruit d'entrée dépasse un certain seuil, l'information de phase n'est plus exploitable proprement comme je chercherai à le montrer dans cette section.

#### 2.2.3.1 Dépendance du bruit de phase au bruit de l'interférogramme.

En premier lieu, on cherche à relier le bruit de l'image de phase au bruit d'entrée l'objectif étant de déterminer le rapport signal-à-bruit (RSB) minimal de l'interférogramme nécessaire pour garantir un  $RSB > 1$  des gradients de phase estimés. La dépendance au bruit de la démodulation de Fourier étant linéaire, on peut alors restreindre l'étude à deux cas pratiques rencontrés par l'expérimentateur, et associées à deux visions du problème :

1. La première étude consiste à se focaliser sur le contraste des franges, à bruit fixé dans l'interférogramme. Expérimentalement ce cas de figure sert à choisir l'épaisseur du réseau permettant de maximiser le contraste des franges de l'interférogramme à temps d'acquisition fixé, et garantir un  $RSB > 1$  des gradients extraits.
2. La deuxième étude consiste à se focaliser sur l'amplitude du bruit, à contraste des franges fixé. Expérimentalement ce cas de figure sert à déterminer le temps d'acquisition minimal à respecter, compte tenu du contraste des franges, pour garantir un  $RSB > 1$  des gradients extraits.

Le problème est relatif et les deux cas de figures sont équivalents dans leur finalité. Dans ce qui suit, on se restreint à l'évaluation du contraste des franges à bruit fixé et on suppose en particulier que le contraste des franges est homogène

en tout point  $(x, y)$  de l'image. Autrement dit, on ne prend pas ici en compte les effets d'atténuation du faisceau par l'objet (voir section suivante - cf. section 2.2.3.2). Si le contraste des franges est homogène à l'image, alors on peut définir le RSB de l'interférogramme par la relation :

$$\text{RSB}_{\text{interf}} = \frac{\langle I_f(x, y)^2 \rangle}{\langle I_b(x, y)^2 \rangle}, \quad (2.10)$$

où  $\langle I_f(x, y) \rangle$  et  $\langle I_b(x, y) \rangle$  sont les intensités moyennes des franges et du bruit respectivement, définies par leur moyenne arithmétique :

$$\langle I_f(x, y) \rangle = \frac{1}{N^2} \sum_{x,y}^N I_f(x, y), \quad (2.11a)$$

$$\langle I_b(x, y) \rangle = \frac{1}{N^2} \sum_{x,y}^N I_b(x, y). \quad (2.11b)$$

$\langle I_f(x, y)^2 \rangle$  et  $\langle I_b(x, y)^2 \rangle$  sont donc les "puissances" moyennes des franges et du bruit, couramment utilisées pour le calcul du RSB.

Puisque l'amplitude des harmoniques du réseau  $H_{k,l}(u, v)$  est une fraction de l'amplitude des franges, alors le RSB de chaque harmonique  $H_{k,l}(u, v)$  sur son support d'extraction  $S$  est nécessairement plus faible que le RSB de l'interférogramme :

$$\text{RSB}_{H_{k,l}} = \frac{\langle A_{H_{k,l}}(u, v)^2 \rangle_S}{\langle A_b(u, v)^2 \rangle_S}, \quad (2.12a)$$

$$\text{RSB}_{H_{k,l}} < \text{RSB}_{\text{interf}}, \quad (2.12b)$$

où  $\langle A_{H_{k,l}}(u, v) \rangle_S$  est l'amplitude moyenne de l'harmonique  $H_{k,l}(u, v)$  dans le support  $S$  et  $\langle A_{H_{k,l}}(u, v) \rangle_S$  celle du bruit dans  $S$ . On en déduit, toujours par linéarité, que le RSB du gradient  $G_{k,l}(x, y)$  est nécessairement plus faible que le RSB de l'interférogramme :

$$\text{RSB}_{G_{k,l}} = \frac{\langle G_{k,l}(x, y)^2 \rangle}{\langle A_b(x, y)^2 \rangle}, \quad (2.13a)$$

$$\text{RSB}_{G_{k,l}} < \text{RSB}_{\text{interf}}. \quad (2.13b)$$

Notons que les relations 2.10, 2.12 et 2.13 ne sont utilisables que dans le cas numérique où on peut dissocier sans ambiguïté l'amplitude du signal de celle du bruit. Elles ne sont pas applicables expérimentalement et on a recours à d'autres méthodes. Pour estimer expérimentalement le RSB de l'interférogramme bruité à partir du coefficient de variation, on pourra utiliser la relation :

$$\text{RSB}_{\text{interf}} = \frac{\mu_b}{\sigma_b}, \quad (2.14)$$

où  $\mu_b$  est l'espérance du bruit obtenu en définissant dans le plein flux (le plein flux étant ici une zone d'intérêt homogène en dehors du réseau) et  $\sigma_b$  l'écart-type associé. Remarquons également que cette relation n'est pas applicable pour le calcul du RSB des gradients car  $\mu_b = 0$ .

En considérant que le bruit de plus forte amplitude dans l'interférogramme est le bruit de grenaille, conformément aux mesures expérimentales, alors l'approximation du bruit blanc gaussien est respectée et sa densité spectrale de puissance  $DSP_b(u, v)$  est invariante selon  $(u, v)$  et proportionnelle à la variance  $\sigma_b^2$  :

$$DSP_b(u, v) = \frac{\sigma_b^2}{N^2}, \quad (2.15)$$

où  $N \times N$  est le nombre de points du plan de Fourier discrétisé. Par conséquent,  $\sigma_b^2/N^2$  peut être associé à un seuil en dessous duquel l'information spectrale d'un harmonique n'est plus exploitable proprement. Dans le cas d'harmoniques de faible amplitude, seules les basses fréquences de modulation sont accessibles sans ambiguïté. En pratique, abaisser ce seuil revient à poser plus longtemps. La figure 2.22 montre ainsi l'allure typique du plan de Fourier dans le cas bruité (à droite) comparé au cas sans bruit (à gauche). On remarque qualitativement que les hautes fréquences de modulation des harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$  sont d'amplitude faible devant le bruit. Pour s'en convaincre, le profil de la TFD selon l'axe  $v$  dans les deux cas est tracé en dessous.

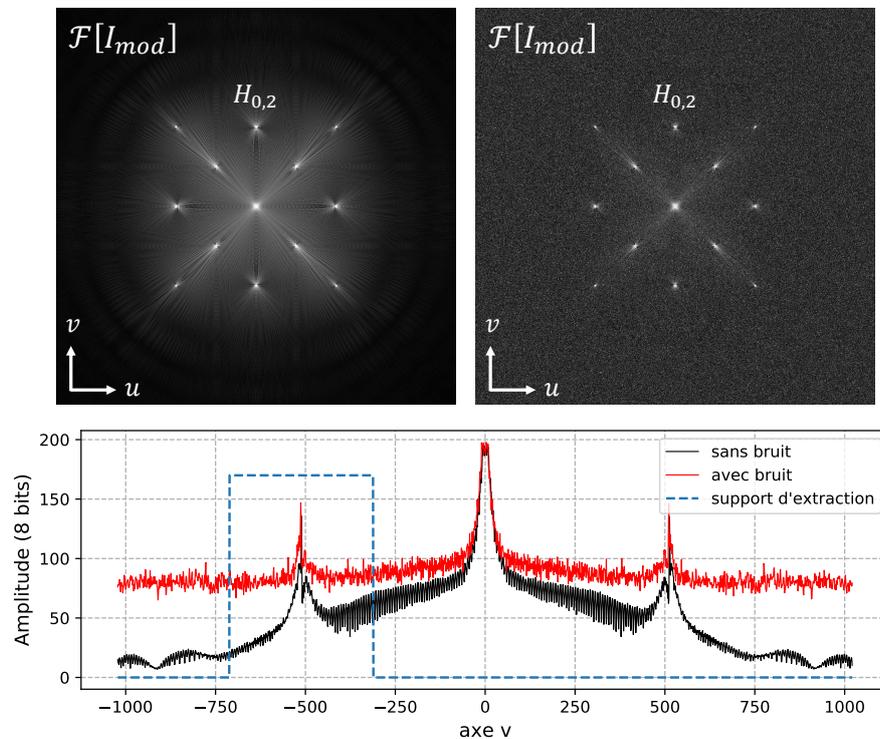


FIGURE 2.22 – Profil vertical de la TFD de l'interférogramme autour de l'harmonique  $H_{0,2}(u, v)$  de l'IDML avec et sans bruit.

L'extraction du gradient  $G_{0,2}(x,y)$  associé à la démodulation de  $H_{0,2}(x,y)$  est donnée en figure 2.23, sans bruit (à gauche) et avec bruit (à droite). Dans cet exemple, le bruit de l'interférogramme d'entrée est de RSB égal à 10. En calculant le RSB du gradient  $G_{0,2}(x,y)$  bruité on trouve un RSB égal à 1,5 donc bien inférieur au RSB d'entrée.

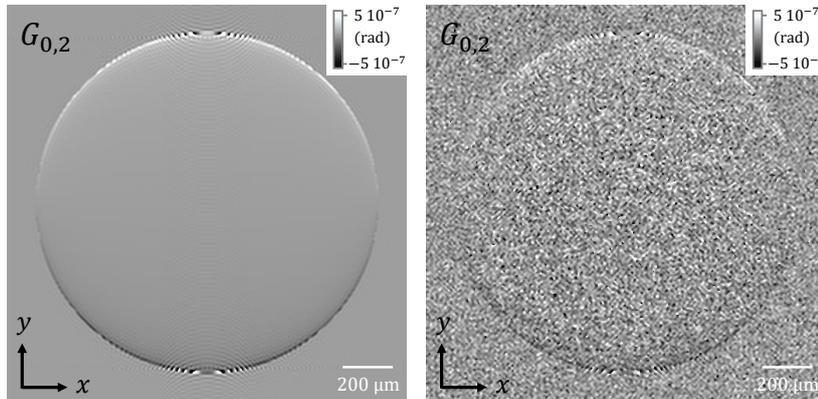


FIGURE 2.23 – Gradient  $G_{0,2}(x,y)$  extrait de l'harmonique  $H_{0,2}(u,v)$  sans bruit (à gauche) et avec bruit (à droite).

La matrice des gradients associée est donnée en figure 2.24 et met en évidence la diminution du RSB au fur et à mesure que les gradients  $G_{k,l}(x,y)$  s'éloignent du centre.

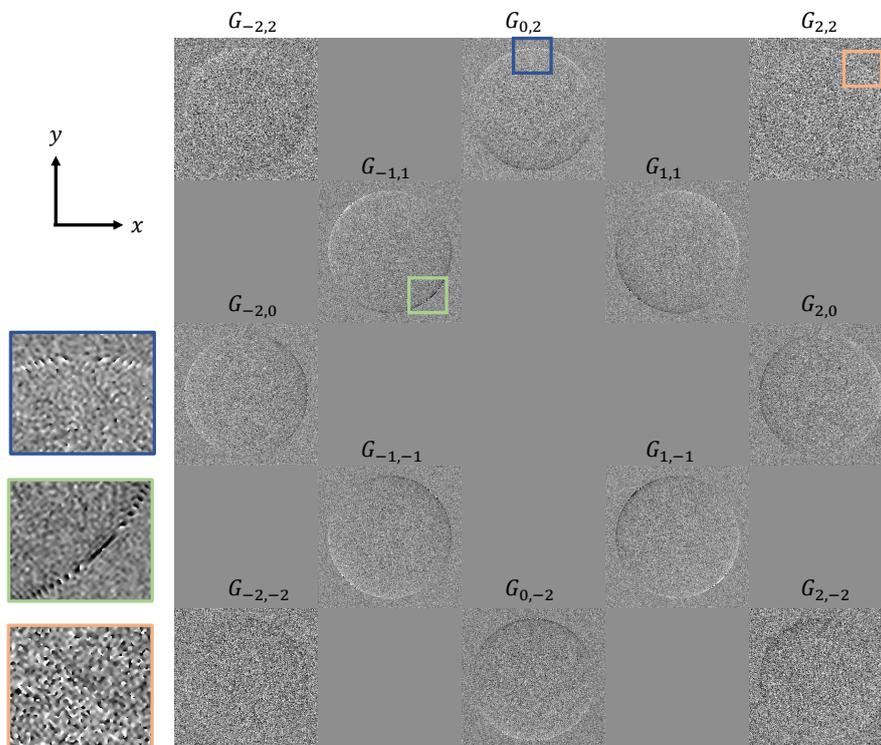


FIGURE 2.24 – Matrice des gradients extraits de l'IDML obtenue pour un bruit blanc additif gaussien.

De sorte, en connaissant le RSB de l'interférogramme d'entrée ainsi que les propriétés du réseau, notamment l'amplitude relative des harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$  dans le plan de Fourier, on peut estimer le RSB de tous les gradients  $G_{k,l}(x, y)$  extraits. Pour cela on propose, comme pour la matrice des gradients, de générer une matrice du bruit des gradients. Celle-ci se construit en affectant, à tout couple  $(k, l)$ , un coefficient ici la variance du bruit  $\sigma_{k,l}^2$  du gradient  $G_{k,l}(x, y)$ . A partir de ces coefficients, on peut estimer le RSB de  $G_{k,l}(x, y)$  en calculant le produit de  $\sigma_{k,l}$  par le décalage latéral associé à  $G_{k,l}(x, y)$ . En effet, on rappelle que les harmoniques mesurent des dérivées pondérées par le décalage latéral entre les répliques concernées. Par conséquent, les gradients les plus éloignés du centre sont ceux dont l'amplitude est la plus importante (avant normalisation) car le décalage latéral est le plus important. La matrice de la variance du bruit associée à la matrice des gradients de la figure 2.24 est donnée en figure 2.25. Les coefficients répertoriés déterminent ainsi le seuil minimal du bruit de l'interférogramme acceptable pour que le gradient extrait le plus bruité soit de RSB au moins  $> 1$ . On remarque alors qu'il y a près d'un facteur 10 entre le RSB d'entrée et celui des gradients croisés secondaires  $G_{\pm 2, \pm 2}(x, y)$ .

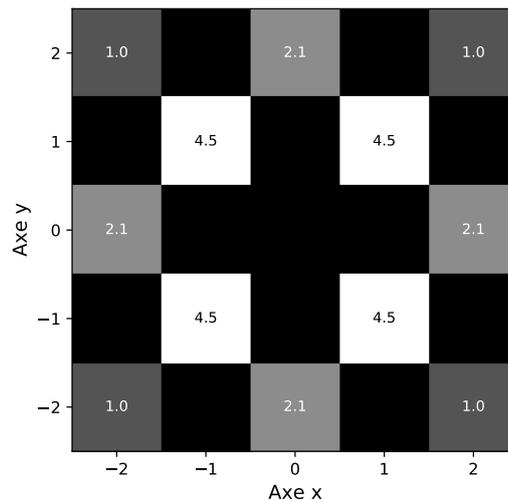


FIGURE 2.25 – Matrice de la variance du bruit associée.

Notons enfin que la valeur des coefficients obtenus en figure 2.25 est ici illustrative car ceux-ci dépendent des paramètres propres à chaque système imageur (cohérence spatiale de la source, fonction de filtrage du système, géométrie du réseau, etc.). La figure ci-dessus a plutôt pour but de donner des ordres de grandeur existants entre le RSB de l'interférogramme et celui des gradients extraits, appuyant l'idée qu'il faille mesurer l'interférogramme avec un haut RSB, typiquement de l'ordre de 10 à 100 pour garantir un RSB convenable des gradients de phase. Les coefficients obtenus ici seront utilisés au chapitre suivant et prendront tout leur sens lorsque nous aborderons l'intégration multi-dérivées.

### 2.2.3.2 Dépendance du bruit de phase à l'absorption

Dans cette section, on cherche à évaluer la dépendance au bruit tenant compte de l'atténuation de l'objet, en supposant maintenant que le contraste des franges n'est plus constant à l'image. Dans ce cas, le RSB de l'interférogramme ne peut pas être défini comme le rapport entre la "puissance" moyenne des franges et celle du bruit sur l'image :

$$\text{RSB}_{\text{interf}} \neq \frac{\langle I_f(x, y)^2 \rangle}{\langle I_b(x, y)^2 \rangle} . \quad (2.16)$$

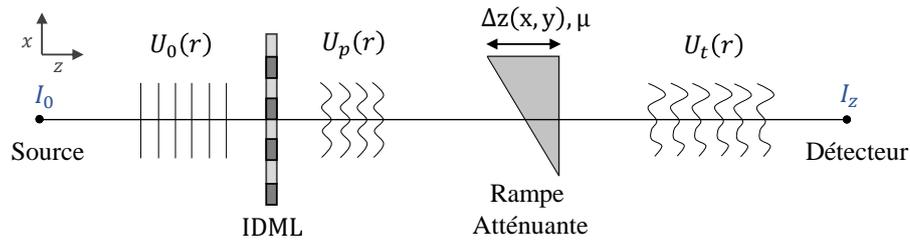


FIGURE 2.26 – Schéma illustratif de l'imagerie par l'IDML d'une rampe absorbante.

On définit donc un RSB restreint à un sous-ensemble de points de l'interférogramme. On procédera de même pour l'image de phase extraite. Pour cela, prenons le cas illustratif d'une rampe absorbante imagée par l'IDML. Le schéma associé est donné en figure 2.26. L'objet est supposé homogène donc de coefficient d'atténuation linéique  $\mu_{obj}$  constant et d'épaisseur traversée  $\Delta z(x, y)$  croissante en  $x$ . L'intensité qu'il génère sans réseau au niveau du détecteur suit la loi d'évolution de Beer-Lambert dont la formule est rappelée ci-dessous :

$$I(x, y) = I_0 \exp[-\mu_{obj} \Delta z(x, y)] . \quad (2.17)$$

L'intensité est exponentiellement décroissante selon  $x$  et, par conséquent, l'ajout du réseau conduit à réduire exponentiellement le contraste des franges selon  $x$ . La figure 2.27 montre l'interférogramme non bruité généré par la rampe absorbante. Le profil d'intensité selon  $x$  est affiché en figure 2.28 (en haut) et le contraste des franges obtenu (en bas).

En appliquant le même raisonnement que dans le cas précédent, à savoir que les liens entre le RSB de l'interférogramme et le RSB des gradients sont linéaires, on montre que l'amplitude du bruit des gradients extraits évolue en puissance de l'amplitude du bruit d'entrée, du fait de la décroissance exponentielle du contraste des franges :

$$\text{RSB}_{G_{k,l}}(x, y) \propto 1/\exp[A_b(x, y)] . \quad (2.18)$$

La figure 2.29 montre le résultat d'extraction des gradients orthogonaux  $G_{2,0}$  (à gauche) et  $G_{0,2}$  (à droite). L'amplitude du bruit est plus importante à droite de l'image dans les deux cas, là où le contraste des franges de l'interférogramme est

le plus faible. Le bruit dans les gradients de phase extraits est de moyenne nulle et d'écart-type croissant selon l'axe  $x$ .

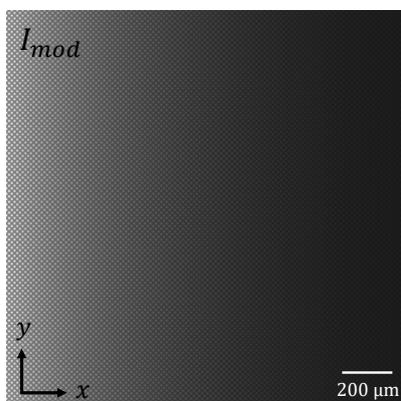


FIGURE 2.27 – Interférogramme simulé d'une rampe absorbante imagée par l'IDML.

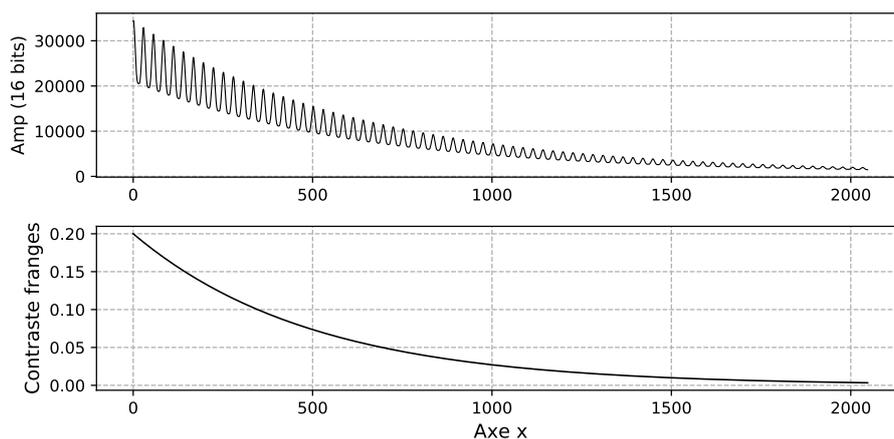


FIGURE 2.28 – Profil selon  $x$  de l'interférogramme d'une rampe absorbante et contraste de franges associé.

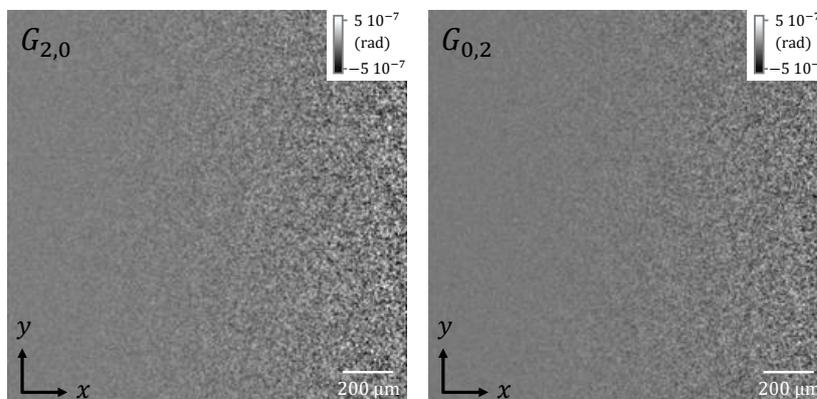


FIGURE 2.29 – Gradients de phase selon  $x$  (à gauche) et  $y$  (à droite) obtenus pour la rampe imagée par l'IDML.

Le profil des autres gradients extraits est affiché en figure 2.30 selon  $x$ . L'évolution est de même allure quelque soit le gradient considéré et l'écart-type croît exponentiellement selon  $x$ . Pour le montrer, on calcule de la déviation médiane absolue (ou MAD pour *Median absolute Déviation* en anglais) selon  $x$ .

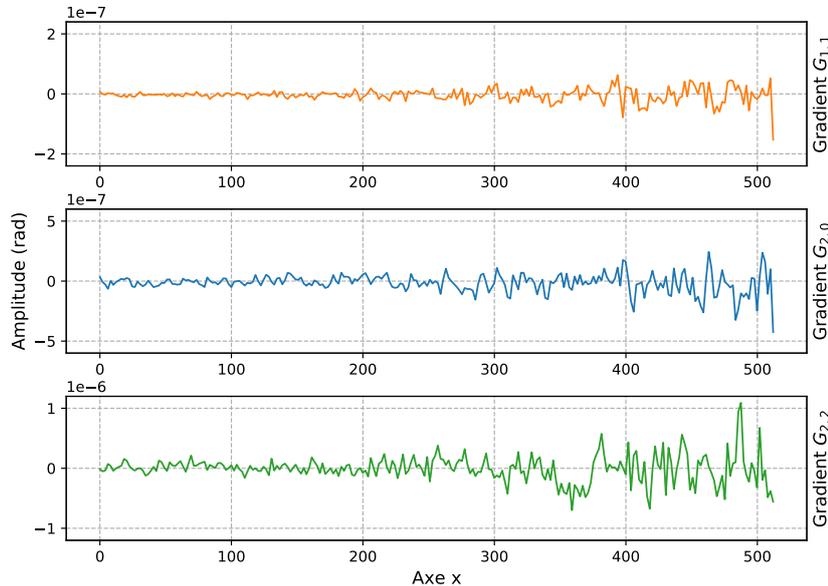


FIGURE 2.30 – Profil selon  $x$  des gradients de phase extraits pour la rampe absorbante.

**Définition 2.2** Pour toute variable aléatoire d'un ensemble de données univariées  $X = X_1, X_2, \dots, X_n$ , le MAD est défini par la médiane des écarts absolus par rapport à la médiane des données  $\tilde{X} = \text{median}(X)$  :

$$\text{MAD} = \text{median}(|X_i - \tilde{X}|) . \quad (2.19)$$

**Propriété 2.1** Dans le cas où la variable aléatoire  $X$  suit une loi normale d'écart-type  $\sigma_b$ , le lien entre le MAD et  $\sigma_b$  est linéaire :

$$\text{MAD} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_b . \quad (2.20)$$

En pratique, on affiche le MAD selon  $x$  des gradients extraits pour la rampe absorbante (cf. figure 2.31). L'évolution est bien exponentielle. L'évolution du MAD des gradients extraits en fonction du contraste des franges est donné en figure 2.32. On montre ainsi la relation de puissance existant entre le bruit des gradients de phase extraits et le bruit d'entrée (cf. relation 2.18).

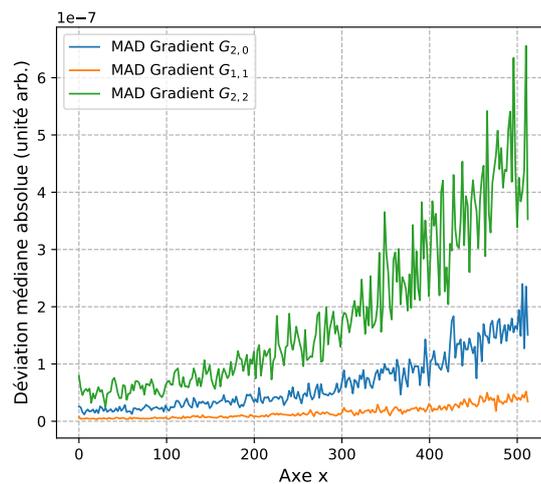


FIGURE 2.31 – Évolution du MAD des gradients extraits en fonction de l'atténuation de la rampe.

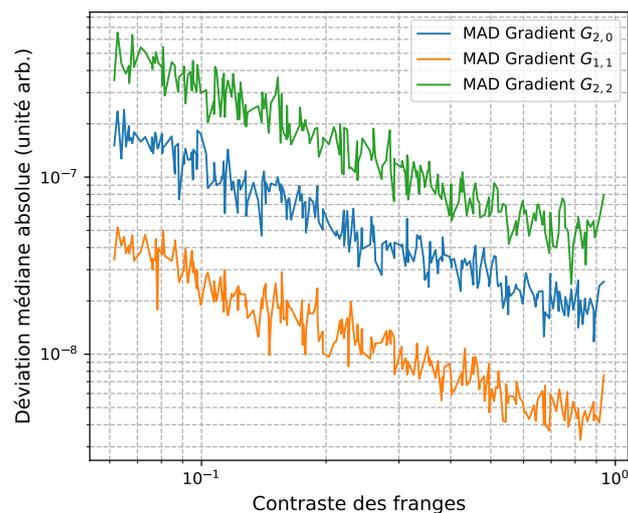


FIGURE 2.32 – Évolution du MAD en fonction du contraste des franges (échelle log-log).

### 2.2.3.3 Synthèse

L'objectif de cette section était d'évaluer la dépendance au bruit de l'extraction de phase par la démodulation de Fourier et d'introduire une représentation matricielle du bruit dans l'extraction de phase. Les résultats obtenus montrent la perte rapide du rapport signal-à-bruit dans les images de phase dès lors que l'atténuation de l'objet devient importante ou dès lors que le rapport signal-à-bruit de l'interférogramme diminue légèrement, renforçant l'idée qu'il faille dans chaque cas maximiser le contraste des franges. Pour cela, l'expérimentateur cherchera à maximiser le temps de pose ou à maximiser l'absorption du signal par le réseau.

Dans le cas d'un réseau en amplitude, le choix d'un matériau fortement absorbant des rayons X ou de plus grande épaisseur peut constituer une solution technique.

Avec l'ajout de la fonction de filtrage des fréquences spatiales élevées par le système imageur (décohérence spatiale la source à rayons X, fonction de transfert du détecteur), on pressent la contrainte forte qui se produit entre la maximisation du RSB de l'image de phase et la maximisation de son échantillonnage. Trouver un optimum absolu n'est pas aisé car il s'agit là de deux grandeurs à priori non communicantes. En fonction du contexte de mesure, le choix sera orienté vers l'un ou l'autre pour obtenir le meilleur compromis. Par exemple, pour une source à rayons X délivrant un fort flux mais de faible cohérence spatiale, une solution expérimentale consiste à augmenter le pas du réseau pour rapprocher les harmoniques du centre et éviter d'être filtrés. L'expérimentateur cherchera dans ce cas à augmenter le RSB en sacrifiant l'échantillonnage. Une autre solution expérimentale consiste à réduire le flux de la source X pour augmenter sa cohérence spatiale. On évite ainsi d'augmenter le pas du réseau. L'expérimentateur cherchera dans ce cas à conserver l'échantillonnage en sacrifiant le RSB.

Ainsi, une perspective de mon travail consiste à chercher une méthode générique pour trouver systématiquement le meilleur compromis entre le bruit et l'échantillonnage. Cette méthode orientera l'expérimentateur vers l'amélioration systématique des paramètres d'acquisition et, *in fine*, des images de phase produites.

## 2.3 Construction d'une carte de confiance par clôture des dérivées

Cette dernière section explore une méthode de cartographie des erreurs d'estimation alternative au calcul du résidu de phase et applicable expérimentalement. En effet, puisque l'obtention du résidu n'est pas permise en pratique, l'utilisation d'un outil complémentaire de détection d'erreurs est nécessaire pour permettre à l'expérimentateur de discriminer les zones à l'image où la confiance sur les valeurs de phase est faible.

La méthode proposée utilise les relations de clôture des dérivées dont l'utilisation remonte aux travaux de Primot et Rizzi [93]. La clôture des dérivées présente l'avantage d'être accessible en une seule mesure par l'IDML ce qui en fait un outil de retour direct de la qualité d'extraction. Comme il sera démontré dans cette section, l'exploitation des propriétés de la clôture des dérivées et les connaissances sur les erreurs qui ont été abordées permettront d'obtenir une classification des erreurs, apparaissant à l'image sous forme d'alertes colorées.

### 2.3.1 Clôture des dérivées

#### 2.3.1.1 Rappels de circulation d'un champ dans un contour fermé

Rappelons brièvement que le rotationnel est un opérateur différentiel aux dérivées partielles qui, à tout champ vectoriel tridimensionnel  $\vec{A}$  fait correspondre un autre champ noté  $\vec{\text{rot}}[\vec{A}]$  dont l'expression en coordonnées cartésiennes s'écrit :

$$\vec{\text{rot}}[\vec{A}] = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \begin{bmatrix} \partial_y A_z - \partial_z A_y \\ \partial_z A_x - \partial_x A_z \\ \partial_x A_y - \partial_y A_x \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Le rotationnel exprime la tendance qu'ont les lignes de champ à tourner autour d'un point. Si on suppose  $\Gamma$  un contour fermé orienté sur lequel s'appuie une surface  $\Sigma$ , alors on a :

$$\oint_{\Gamma} \vec{A} \cdot \vec{dl} = \iint_{\Sigma} \vec{\text{rot}}[\vec{A}] \cdot \vec{dS}. \quad (2.22)$$

où  $\vec{dl}$  est un vecteur contour élémentaire de  $\Gamma$  et  $\vec{dS} = \vec{n} dS$  un vecteur surface élémentaire de  $\Sigma$ . La figure 2.33 schématise le lien entre  $\Gamma$ ,  $\Sigma$  et  $\vec{A}$ .

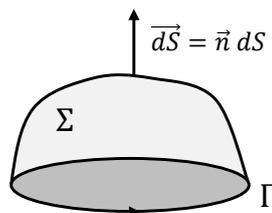


FIGURE 2.33 – Schéma de la circulation d'un champ  $\vec{A}$  dans un contour fermé orienté  $\Gamma$ .

**Propriété 2.2** Si  $A$  est une fonction deux fois différentiable de façon continue, alors ses dérivées secondes sont indépendantes de l'ordre dans lequel les dérivées sont appliquées et tous les termes s'annulent par application du rotationnel sur le gradient de  $A$  :  $\overrightarrow{\text{rot}}[\overrightarrow{\text{grad}}[A]] = 0$ .

Traduite autrement, cette propriété montre que si l'estimation de la phase  $\phi(x, y)$  est parfaite en tout point  $(x, y)$ , alors appliquer l'opérateur rotationnel sur les gradients de  $\phi(x, y)$  donnera zéro partout. Réciproquement, si il existe un point  $(x, y)$  pour lequel le rotationnel des gradient de  $\phi(x, y)$  est non nul, alors en ce point il y a une erreur d'estimation.

### 2.3.1.2 Lien entre la clôture des dérivées et l'erreur de mesure.

La clôture des dérivées mesure la cohérence entre les dérivées utilisées lors des processus d'intégration. Son expression est donnée ci-dessous :

$$C(x, y) = \partial_x [\partial_y \phi(x, y)] - \partial_y [\partial_x \phi(x, y)] , \quad (2.23)$$

où  $C(x, y)$  est appliquée à la phase  $\phi(x, y)$  obtenue par l'intégration des gradients  $\partial_x \phi(x, y)$  et  $\partial_y \phi(x, y)$ . Traduite autrement, l'expression ci-dessus correspond à la projection sur  $z$  du rotationnel des gradients de  $\phi(x, y)$  :

$$C(x, y) = \overrightarrow{\text{rot}}[\overrightarrow{\nabla} \phi(x, y)] \cdot \vec{e}_z , \quad (2.24)$$

avec  $\overrightarrow{\nabla} \phi(x, y) = \partial_x \phi(x, y) \vec{e}_x + \partial_y \phi(x, y) \vec{e}_y$  et  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  une base tridimensionnelle orthonormée. La clôture des dérivées  $C(x, y)$  peut être utilisée comme un outil d'analyse qui respecte les propriétés suivantes :

1. Sensibilité de la clôture à l'erreur (sous-échantillonnage, bruit et sauts de phase).
2. Relation d'ordre possible : si l'erreur d'estimation en  $(x, y)$  augmente, alors  $C(x, y)$  augmente aussi.
3. Si  $C(x, y) \neq 0$ , alors l'erreur  $\epsilon(x, y) \neq 0$ .

De sorte, si on définit  $\epsilon_e$  l'erreur d'estimation liée à l'échantillonnage,  $\epsilon_s$  celle liée aux sauts de phase et  $\epsilon_b$  l'erreur liée au bruit, on peut écrire la relation suivante [78] :

$$C(x, y) = \epsilon_e + \epsilon_s + \epsilon_b . \quad (2.25)$$

L'erreur d'estimation totale est la somme des erreurs  $\epsilon_e, \epsilon_s, \epsilon_b$ . Ces erreurs sont relatives donc peuvent prendre des valeurs négatives. Par conséquent il existe des configurations pour lesquelles la somme des erreurs vaut 0 en un point de  $C(x, y)$ . Donc, contrairement au résidu de phase qui donne la valeur exacte de l'erreur d'estimation, la clôture des dérivées n'informe que sur une réalisation de l'erreur. Elle reste néanmoins un outil très efficace pour informer l'expérimentateur des erreurs à l'image.

### 2.3.2 Obtention de la clôture des dérivées

En pratique pour l'IDML, les termes  $\partial_x \phi(x, y)$  et  $\partial_y \phi(x, y)$  de l'équation 2.23 correspondent aux gradients  $G_{2,0}(x, y)$  et  $G_{0,2}(x, y)$  obtenus par la démodulation des harmoniques  $H_{2,0}(u, v)$  et  $H_{0,2}(u, v)$  respectivement. Pour obtenir les termes  $\partial_x [\partial_y \phi(x, y)]$  et  $\partial_y [\partial_x \phi(x, y)]$ , on doit différencier les gradients  $G_{2,0}(x, y)$  et  $G_{0,2}(x, y)$  selon l'axe correspondant.

#### 2.3.2.1 Calcul numérique dans l'espace réel

Une première approche consiste à partir de la définition de la dérivation dans l'espace réel. Pour rappel, si  $g$  est une fonction à valeurs réelles définie au sein d'un domaine de définition  $D_g$  non nul et si  $(x_0, y_0) \in D_g$ , alors  $\forall h \in \mathbb{R}^*$  tel que  $[x_0, x_0 + h] \in D_g$ , on définit la dérivée partielle de  $g$  selon  $x$  au point  $(x_0, y_0)$  par :

$$\partial_x g(x_0, y_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x_0 + h, y_0) - g(x_0, y_0)}{h} . \quad (2.26)$$

Comme les gradients sont discrétisés, leur dérivée selon  $x$  correspond à la différence entre leur valeur au point  $(x, y)$  et celle au point  $(x + 1, y)$ . Dans ce cas  $h = 1$  et on emploie plutôt le terme de taux d'accroissement. L'expression 2.26 peut être réécrite comme suit :

$$\partial_x g(x_0, y_0) = g(x_0 + 1, y_0) - g(x_0, y_0) . \quad (2.27)$$

En pratique pour obtenir le taux d'accroissement d'un gradient de phase selon  $x$ , il suffit de soustraire l'image du gradient par la même image translatée d'une colonne (cf. Figure 2.34). On procède de manière analogue si on souhaite différencier selon  $y$ . Notons que l'obtention du taux d'accroissement par différenciation des images translatées ne peut se faire selon des angles quelconques. Seuls les angles 0 deg,  $\pm 45$  deg et  $\pm 90$  deg sont permis, associés au calcul des dérivées selon  $\pm x, \pm y$  et  $x \pm y$ . Néanmoins ces seuls cas permis suffisent à calculer l'ensemble des clôtures de l'IDML. De plus, si les gradients de phase sont définis sur  $N \times N$  points, leurs dérivées est définie sur  $N - 1 \times N$  points. Dit autrement, l'image de  $\partial_x [\partial_y \phi(x, y)]$  est restreinte à  $N - 1 \times N$  points et l'image de la clôture est restreinte à  $N - 1 \times N - 1$  points, par combinaison des deux images.

L'algorithme permettant de générer la clôture des dérivées  $C(x, y)$  dans l'espace réel est donné ci-dessous.

---

#### Algorithme 1 Calcul de $C(x, y)$ dans l'espace réel

---

Charge matrice dérivée  $G_{0,1}$

Charge matrice dérivée  $G_{1,0}$

Calcule matrice translation selon  $x$   $G_{0,1}^T(x + 1, y) = G_{0,1}(x, y)$

Calcule matrice translation selon  $y$   $G_{1,0}^T(x, y + 1) = G_{1,0}(x, y)$

Calcule matrice  $C = (G_{0,1}^T - G_{0,1}) - (G_{1,0}^T - G_{1,0})$

---

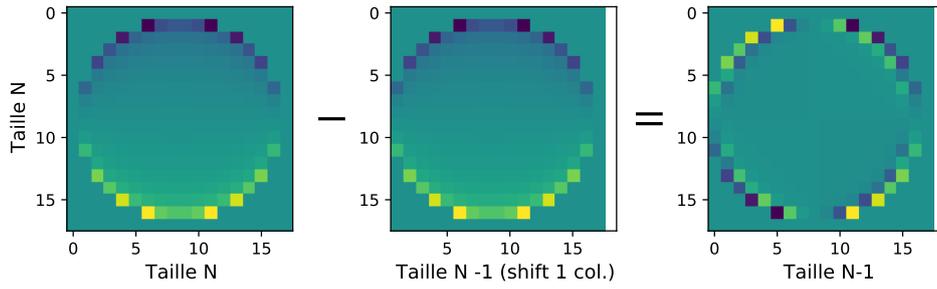


FIGURE 2.34 – Schéma de la différenciation selon  $x$  d'un gradient pour l'obtention de  $\partial_x [\partial_y \phi(x, y)]$  dans l'espace réel.

### 2.3.2.2 Calcul numérique dans l'espace de Fourier

Une autre approche consiste à utiliser la formule usuelle de dérivation dans l'espace de Fourier, rappelée ci-dessous :

$$\mathcal{F} \left\{ \frac{d^n g(x, y)}{dx^n} \right\} = (2i\pi u)^n \tilde{g}(u, v), \quad (2.28)$$

où  $\frac{d^n g(x, y)}{dx^n}$  est la dérivée  $n$ -ième de  $g$  si  $g$  est dérivable  $n$  fois selon l'axe  $x$ . De ce fait, la clôture des dérivées peut se réécrire dans l'espace de Fourier par :

$$\tilde{C}(u, v) = 2i\pi \left( u \widetilde{\partial_y \phi}(u, v) - v \widetilde{\partial_x \phi}(u, v) \right). \quad (2.29)$$

En effectuant la transformée de Fourier inverse de l'équation 2.29 et en prenant sa partie réelle, on obtient une relation équivalente à la relation 2.23 :

$$C(x, y) = \Re[\mathcal{F}\{\tilde{C}(u, v)\}]. \quad (2.30)$$

L'algorithme de génération de la clôture des dérivées par transformée de Fourier est donné ci-dessous. Celle-ci est calculée directement en valeur absolue.

---

**Algorithme 2** Calcul de  $C(x, y)$  dans l'espace de Fourier.

---

Charge matrice dérivée  $G_{0,1}(x, y)$   
 Charge matrice dérivée  $G_{1,0}(x, y)$   
 Calcule matrice complexe  $\widetilde{G}_{0,1} = \mathcal{F}\{G_{0,1}(x, y)\}$   
 Calcule matrice complexe  $\widetilde{G}_{1,0} = \mathcal{F}\{G_{1,0}(x, y)\}$   
 Définit vecteur  $u = \left\{ -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} \right\}$   
 Définit vecteur  $v = \left\{ -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} \right\}$   
 Calcule matrice complexe  $\tilde{C} = 2i\pi(u \widetilde{G}_{0,1} - v \widetilde{G}_{1,0})$   
 Calcule matrice réelle positive  $C = \left| \mathcal{F}^{-1}\{\tilde{C}\} \right|$

---

La dérivation par transformée de Fourier discrète présente l'avantage de conserver le même nombre de points qu'en entrée, là où la génération de la clôture dans l'espace réel se restreint à  $N - 1 \times N - 1$  points. Un autre avantage de l'utilisation de la transformée de Fourier tient au fait que la clôture des dérivées peut s'obtenir quelque soit l'orientation du réseau. On peut en particulier généraliser la

formule 2.29 à tout couple de gradients orientés  $(G_{k,l}(x, y), G_{-l,k}(x, y))$ , définie ci-dessous.

**Définition 2.3** Soit  $B_{k,l}(u, v)$  une fonction de l'espace de Fourier définie pour tout couple de gradients orientés  $(G_{k,l}(x, y), G_{-l,k}(x, y))$  par :

$$B_{k,l}(u, v) = (ku - lv) + i(kv + lu) . \quad (2.31)$$

Alors l'expression générale de la clôture des dérivées orientées s'écrit dans l'espace de Fourier :

$$\tilde{C}(u, v) = 2i\pi \left( \Re \{ B_{k,l} \} \overline{G_{k,-l}(u, v)} - \Im \{ B_{k,l}(u, v) \} \overline{G_{k,l}(u, v)} \right) . \quad (2.32)$$

Notons que pour  $k = 1$  et  $l = 0$ , on obtient  $B_{1,0}(u, v) = u + iv$  et on retrouve l'expression de la clôture des dérivées donnée par la relation 2.29.

### 2.3.2.3 Comparaison des méthodes de calculs

On peut comparer les cartes de clôtures des dérivées générées par l'un ou l'autre des formalismes. Prenons le cas d'un signal de phase fortement dégradé par du bruit, du sous-échantillonnage et des sauts de phase. La figure 2.35 propose deux cartes de clôture des dérivées  $C(x, y)$ , chacune selon l'un des deux formalisme. Les hautes valeurs de  $C(x, y)$  sont affichées en blanc.

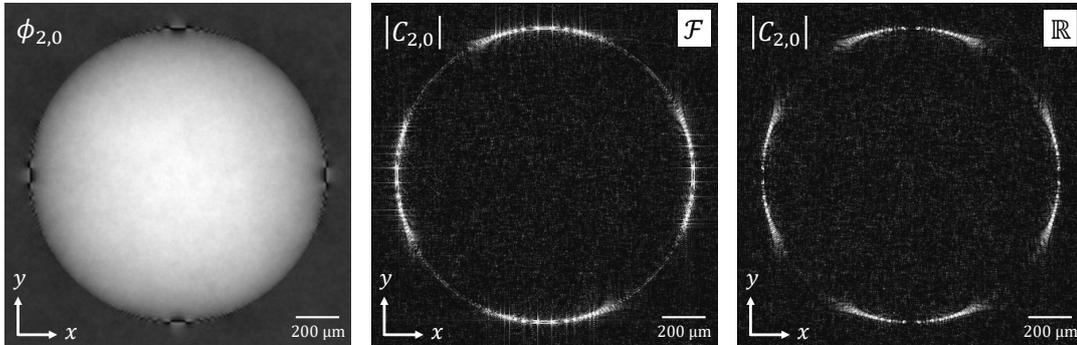


FIGURE 2.35 – Comparaison entre les 2 méthodes de génération de  $C(x, y)$ . L'image de phase (à gauche) est fortement dégradée par des sauts de phase, du bruit et du sous-échantillonnage. La clôture générée dans l'espace réel est à au milieu et celle générée dans l'espace de Fourier est à droite.

Les deux méthodes donnent des résultats analogues mais quelques écarts sont observables, notamment l'estimation des hautes valeurs de  $C(x, y)$  est moins précise dans le cas d'une clôture des dérivées générée par transformée de Fourier. En effet, les hautes valeurs de  $C(x, y)$  sont locales et des croix étendues apparaissent, là où on s'attendrait à des points. Ce défaut d'estimation peut avoir deux causes :

1. La première est un phénomène de Gibbs. En effet, l'estimation d'une forte variation de  $C(x, y)$  par sa décomposition spectrale est limitée à la capacité du système à restituer ses hautes fréquences (cf. section 2.2.1.1). Or pour un signal échantillonné sur  $N \times N$  pixels, le défaut d'approximation est non nul et appelé approximation d'ordre N.
2. La deuxième peut provenir d'un effet d'interpolation d'image sur  $N - 1 \times N - 1$  pixels à une image  $N \times N$  par différenciation dans l'espace de Fourier. Ceci génère des effets indésirables par transformation de Fourier inverse.

En pratique, l'exploitation de la clôture des dérivées générée dans l'espace réel sera privilégiée pour les mesures expérimentales.

Enfin, rappelons que l'intérêt principal d'utiliser la clôture des dérivées comme un outil de retour de la mesure pour l'IDML tient au fait que la génération du rotationnel de  $\phi(x, y)$  (nécessitant une double différenciation de  $\phi(x, y)$ ), exploite la connaissance à priori des premières différentielles de  $\phi(x, y)$  accessibles par la mesure. Dit autrement, pour être construite correctement la clôture des dérivées  $C(x, y)$  d'une phase  $\phi(x, y)$  nécessite la connaissance en entrée des deux dérivées qui la composent  $\partial_x \phi(x, y)$  et  $\partial_y \phi(x, y)$  car la part d'erreur est découplée pour chaque dérivée. En effet, si l'estimation de  $\partial_x \phi(x, y)$  et  $\partial_y \phi(x, y)$  est d'erreur  $\epsilon$  non nulle, alors dériver la phase  $\phi(x, y)$  ne permet pas de retrouver strictement  $\partial_x \phi(x, y)$  et  $\partial_y \phi(x, y)$  car l'erreur de  $\partial_y \phi(x, y)$  se propage à la dérivée  $\partial_x \phi(x, y)$  :

$$\epsilon \neq 0 \Rightarrow \partial_x \phi(x, y) \neq \frac{\partial}{\partial x} \left( \iint \partial_x \phi \, dx dy \right) . \quad (2.33)$$

La figure 2.36 illustre la propagation de l'erreur par intégration/dérivation. Dans l'image de gauche, le gradient  $G_{0,2}(x, y)_{in}$  selon  $y$  est obtenu par démodulation de l'harmonique  $H_{0,2}(u, v)$ . L'image de droite  $G_{0,2}(x, y)_{out}$  s'obtient en intégrant le gradient  $G_{0,2}(x, y)_{in}$  puis en dérivant la phase obtenue  $\phi_{2,0}(x, y)$  selon  $x$ . L'erreur d'estimation du gradient selon  $y$  est maintenant présente dans celui selon  $x$ .

### 2.3.3 Construction de la carte de confiance

Pour discriminer l'erreur par son type à partir des valeurs de  $C(x, y)$ , l'idée proposée a été d'appliquer une classification ISOData (pour *Iterative Self Organizing Data* en anglais) [6]. Cette classification itérative cherche à assigner à chaque valeur de  $C(x, y)$  un groupe à partir de seuils préalablement définis sur l'histogramme de  $C(x, y)$ . Ici, un groupe désigne une des erreurs  $\epsilon_e, \epsilon_b, \epsilon_s$  et on définit deux seuils  $\tau_1$  et  $\tau_2$  pour séparer ces trois groupes. Pour opérer une telle classification, on suppose que chaque erreur possède une distribution spécifique dont on peut associer une plage de valeurs dans l'histogramme de  $C(x, y)$ .

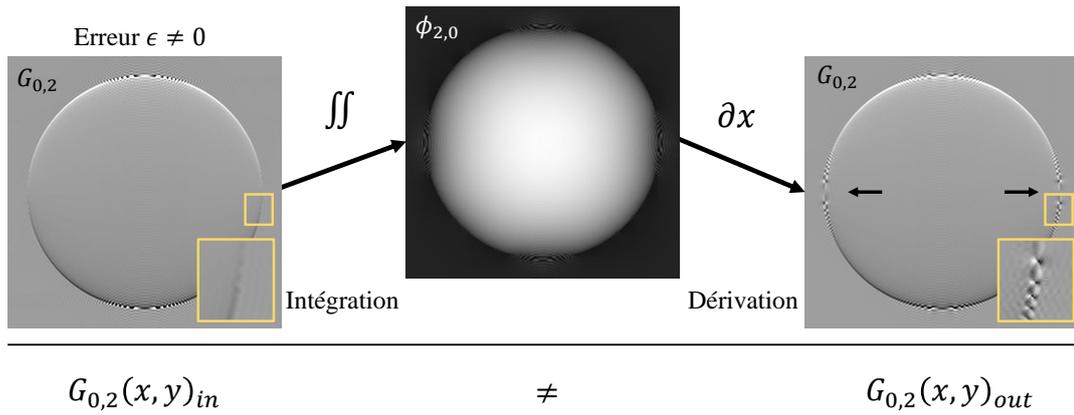


FIGURE 2.36 – Comparaison entre le gradient  $G_{0,2}(x, y)_{in}$  obtenu par démodulation de l'harmonique  $H_{0,2}(u, v)$  et le gradient  $G_{0,2}(x, y)_{out}$  obtenu par différenciation selon  $x$  de la phase  $\phi_{2,0}(x, y)$ .

On détermine de manière automatique la valeur optimale des seuils  $\tau_1$  et  $\tau_2$  à partir des connaissances sur le système imageur. On définit ainsi le premier seuil  $\tau_1$  en sélectionnant dans l'image de  $C(x, y)$  une région d'intérêt  $\Omega$  de côté  $S_\Omega = p g_{res} / (2d_{pix})$  avec la condition impaire suivante :  $\{2S_\Omega + 1 | S_\Omega \in \mathbb{N}\}$ .  $S_\Omega$  correspond à la sensibilité de phase accessible par l'utilisation d'un motif d'interférences de franges de période  $p \times g_{res}$ , où  $g_{res}$  est le grandissement du réseau, échantillonné par la matrice de pixels de taille  $d_{pix}$ . L'évaluation de  $C(x_i, y_j)$  dans  $\Omega$  mène à une valeur moyenne reliée au bruit  $\epsilon_b$  et aux erreurs de sous-échantillonnage  $\epsilon_e$ . Afin de dissocier la contribution du bruit des erreurs liées au sous-échantillonnage, une binarisation de l'image est produite car le sous-échantillonnage doit être localisées à l'image, notamment aux bords de l'objet où les variations abruptes de phase ne peuvent être décrites correctement contrairement au bruit, plus uniformément distribuées et moins intenses. Cette procédure de binarisation s'opère en trois étapes :

1. D'abord en segmentant l'image entre les zones avec l'objet et le plein flux. Le premier seuil  $\tau_1$  est ainsi défini.
2. Puis en répartissant en deux groupes les pixels au niveau au-dessus ou au-dessous du seuil et les pixels au-dessus.
3. Enfin, les moyennes de ces deux valeurs sont calculées et le seuil est incrémenté. Le processus est répété jusqu'à ce que le seuil soit supérieur à la moyenne composite [69].

Le deuxième seuil  $\tau_2$  est défini par une méthode de maximum d'entropie [41] consistant à mesurer l'incertitude de la réalisation d'un événement, dans ce cas un saut de phase. Après la définition du seuil  $\tau_2$ , une évaluation pixel à pixel de l'image  $C(x, y)$  est créée et une alerte est générée si la valeur d'un pixel  $(x_i, y_j) > \tau_2$ .

La figure 2.37 détaille l'histogramme des valeurs de clôture  $C(x, y)$  segmenté par type d'erreur et définit les seuils  $\tau_1$  et  $\tau_2$  associés à chaque groupe. L'histogramme des valeurs de bruit de  $C(x, y)$  est affiché en rouge et celui des erreurs de sous-échantillonnage  $C(x, y)$  est affiché en noir. Pour découpler les deux erreurs  $\epsilon_e$  et  $\epsilon_b$  de la clôture  $C(x, y)$ , deux clôtures  $C_1(x, y)$  et  $C_2(x, y)$  ont été générées séparément, la première avec erreur de sous-échantillonnage sans bruit et la deuxième avec bruit sans erreur de sous-échantillonnage. En outre, on peut vérifier numériquement que la clôture des dérivées  $C(x, y)$  vaut bien  $C_1(x, y) + C_2(x, y)$ .

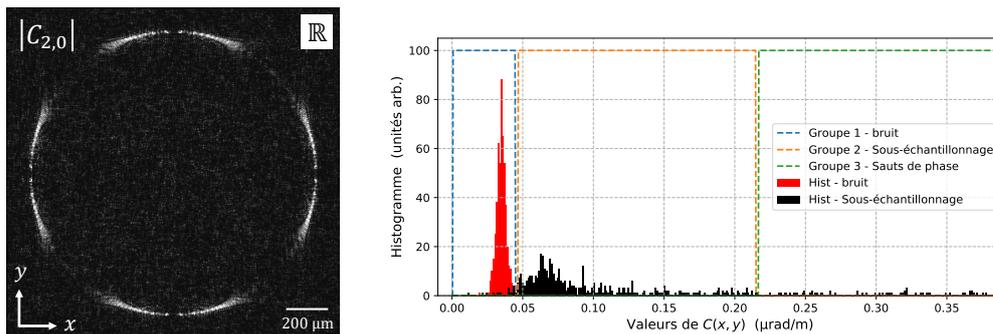


FIGURE 2.37 – Image de clôture  $C(x, y)$  et histogramme associé, segmenté par type d'erreur. Notons que le groupe 3 associe l'erreur à des sauts de phase même s'ils ont pour origine le sous-échantillonnage.

L'histogramme des valeurs de clôture  $C(x, y)$  fait apparaître trois régions associées aux trois groupes définis plus haut. Ces régions ne sont pas nécessairement disjointes même si on peut supposer qu'il existe une relation d'ordre entre chaque type d'erreur dans l'histogramme. Typiquement, le bruit  $\epsilon_b$  prend des valeurs faibles et il est réparti sur toute l'image, il est donc associé dans l'histogramme à un pic élevé dont les valeurs sont resserrées autour de 0. Les erreurs de sous-échantillonnage  $\epsilon_e$ , moins nombreuses quant à elles, occupent un large intervalle de valeurs dans l'image de clôture  $C(x, y)$ ; les valeurs hautes sont associées à des sauts de phase et seront par conséquent classées dans le groupe  $\epsilon_s$ . Par ailleurs, les valeurs les plus basses de  $\epsilon_e$  se superposent ici aux valeurs de  $\epsilon_b$ . Dit autrement, à certaines valeurs de la clôture  $C(x, y)$  coexistent les deux types d'erreurs et la construction de la carte de confiance en devient imparfaite.

L'algorithme ci-après détaille la méthode de génération de la carte de confiance à partir des valeurs de clôture des dérivées  $C(x, y)$ . On peut notamment l'appliquer pour générer la carte de confiance à partir de la carte de  $C(x, y)$  obtenue en figure 2.37. Les résultats sont donnés en figure 2.38 où les alertes de bruit sont affichées à gauche en cyan, celles de sous-échantillonnage au milieu en orange et les sauts de phase à droite en rouge. Puisque les erreurs  $\epsilon_e$  et  $\epsilon_s$  sont localisées à l'image, alors on affiche par convention leur cartographie superposée à l'image de phase. De sorte, on visualise une alerte reliée à une zone précise de l'image de phase.

**Algorithme 3** Construction de la carte de confiance à partir de  $C(x, y)$ .Définition du seuil  $\tau_2$  par maximum d'entropie**Pour**  $p$  à  $2p$  :**Pour**  $q$  à  $2q$  :**Si**  $C(x_p, y_q) > \tau_2$  :Saut de phase :  $\epsilon_s(p, q) = C(x_p, y_q)$ **Si**  $C(x_p, y_q) < \tau_2$  :Définition d'une zone d'intérêt  $\Omega$  de taille  $p_\Omega \times q_\Omega$  pixelsDéfinition du seuil  $\tau_1$ 

Binarisation

**Si**  $C(x_p, y_q) > \tau_1$  :

$$\epsilon_e(\Omega) = \sum_{p_\Omega, q_\Omega} C(p_\Omega, q_\Omega) \times \frac{1}{p_\Omega \times q_\Omega}$$

Fin **Si**Fin **Si**

$$\epsilon_b(x_p, y_q) = C(x_p, y_q) - (\epsilon_s(x_p, y_q) + \epsilon_e(x_p, y_q))$$

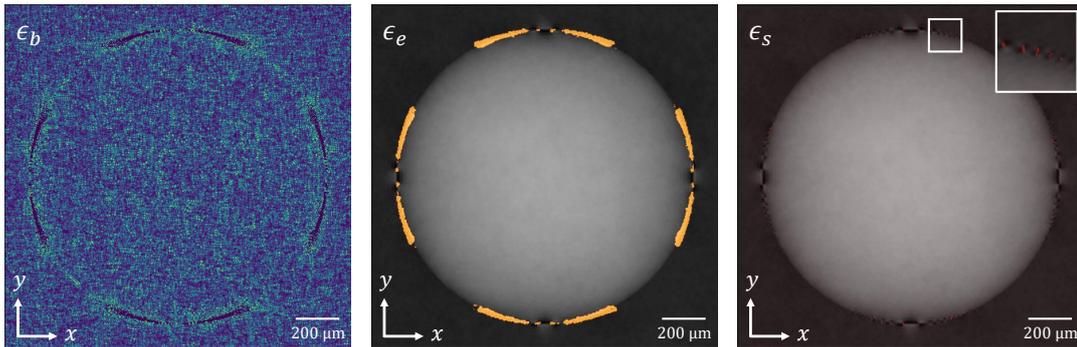
Fin **Pour**Fin **Pour**Affichage de  $CM(p, q)_{\epsilon_e}$ ,  $CM(p, q)_{\epsilon_s}$ ,  $CM(p, q)_{\epsilon_b}$ 

FIGURE 2.38 – Carte de confiance associée à la carte de clôture de la figure 2.37.

Dans la figure 2.38, on observe que la classification découpe avec précision les erreurs à l'image. En effet, les alertes de sous-échantillonnage sont bien repérés aux bords de la bille; il en est de même pour les sauts de phase. Les alertes de bruit sont quant-à-elles réparties sur toute l'image, bien que des valeurs manquantes sont observées aux points  $(x_i, y_j)$  de l'image car associés aux autres groupes  $\epsilon_e$  ou  $\epsilon_s$ . En effet, rappelons que par construction, un point  $(x_i, y_j)$  ne peut être assimilé à deux groupes. Nous reviendrons sur cet effet en synthèse. Enfin, la carte de confiance permet de donner accès à une estimation quantitative des erreurs de phase. Pour cela, on calcule pour le groupe  $\epsilon_b$  la somme des valeurs continues entre 0 et  $\tau_1$ ; On fait de même pour les deux autres groupes  $\epsilon_e$  et  $\epsilon_d$  dont les valeurs sont binarisées à 0 ou 1, donnant le nombre de pixels alertes. La table 2.3 répertorie les valeurs de la carte de confiance donnée en figure 2.38.

Bille en PMMA simulée			
	Alertes de bruit $\epsilon_b$	Alertes de sous- échantillonnage $\epsilon_e$	Alertes de sauts de phase $\epsilon_s$
Phase $\phi_{2,0}$	64530	5097	122

TABLE 2.3 – Table des alertes de la carte de confiance de la phase  $\phi_{2,0}(x, y)$  pour la bille en PMMA simulée.

### 2.3.4 Synthèse

L'objectif de cette section a consisté à évaluer l'apport de la clôture des dérivées  $C(x, y)$  pour la classification et la cartographie des erreurs d'extraction de phase. Les résultats obtenus en simulation montrent que la classification ISOData est pertinente compte tenu des hypothèses de départ, à savoir que la relation d'ordre entre chaque erreur  $\epsilon_b$ ,  $\epsilon_e$  et  $\epsilon_s$  est respectée dans l'histogramme de  $C(x, y)$ . De plus, l'apport de la clôture  $C(x, y)$  tient à sa facilité d'implémentation sur l'IDML où on peut exploiter en une mesure la connaissance de tous les gradients  $G_{k,l}(x, y)$ .

Si chacune des deux méthodes de calcul de  $C(x, y)$  proposées permet d'aboutir à des résultats analogues, celles-ci possèdent certaines limites propres dont on peut citer d'une part l'apparition par transformée de Fourier de croix spatialement étendues dans l'image de  $C(x, y)$ . Celles-ci apparaissent dès lors que  $C(x, y)$  prend des valeurs élevées aux points  $(x_i, y_j)$  (typiquement associées à des sauts de phase), perturbant ainsi l'estimation locale de l'erreur autour des points  $(x_i, y_j)$ . D'autre part, la clôture des dérivées  $C(x, y)$  calculée dans l'espace réel ne peut être définie selon une base quelconque et le calcul des dérivées d'ordre 2 n'est pas permis selon d'autres directions que les directions  $x, y, (x + y)$  et  $(x - y)$ . Enfin, dans le cas où les distributions d'erreurs ne sont pas disjointes, il n'existe pas de classification idéale au sens de la classification ISOData et seuls des optimums locaux peuvent être obtenus. Une perspective de mon travail consiste ainsi à optimiser la classification à travers l'ajout d'hypothèses complémentaires sur la distribution des valeurs de  $C(x, y)$  à l'image tels que des à priori sur la répartition des artefacts de phase et du bruit à l'image, compte tenu de la géométrie de l'objet.

## 2.4 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, j'ai cherché à évaluer différents postes de dégradation de la qualité des images de phase en montrant que l'estimation du déphasage par la démodulation de Fourier pouvait être impactée par des erreurs spécifiques. En particulier, mon travail a consisté à déterminer les causes de ces phénomènes et à évaluer leurs effets au cours du processus d'extraction de phase. Tout d'abord, il existe des objets en rayons X dont les transitions abruptes en intensité induisent inévitablement dans l'espace des fréquences un chevauchement entre harmoniques,

même en configuration optimale de mesure par l'IDML, et pour lesquels les artefacts de phase sont inévitables. En particulier ces artefacts peuvent être issus des informations d'absorption et de courbure en intensité de l'objet contenues dans l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$ . Son rôle est d'autant plus prédominant dans leur apparition que le contraste des franges est faible devant le contraste en intensité de l'objet, ou que la période du réseau est grande devant le pas de pixel du détecteur.

Par ailleurs, comme j'ai cherché à le montrer dans ce chapitre, le bruit peut devenir un facteur fortement limitant de la qualité des images produites. D'autre part, la dépendance au bruit est d'autant plus marquée que l'atténuation du faisceau par l'objet est élevée, parce qu'il possède un coefficient d'atténuation  $\mu_{obj}$  élevé ou alors parce que la portion du faisceau traversant l'objet  $\Delta z(x, y)$  est grande. Enfin, il est apparu que l'amplitude du bruit de l'interférogramme est nécessairement plus faible que celle du bruit des images de phase et donc qu'il est nécessaire de garantir un haut RSB de l'interférogramme pour garantir un RSB suffisant des images de phase.

Enfin, j'ai cherché à introduire une autre fonction de risque que le résidu de phase pour l'évaluation de l'erreur d'estimation qui soit applicable expérimentalement. A travers l'utilisation de la clôture des dérivées  $C(x, y)$  et particulièrement l'obtention d'une classification des erreurs à l'image par la carte de confiance, j'ai cherché à montrer que cet outil peut être utilisé comme une fonction de mérite de la qualité d'estimation de phase. Ce travail complète ainsi les travaux initiés par Stolidi [77] dans le développement de la carte de confiance et étend ses horizons, notamment à travers la généralisation de la relation de la clôture  $C(x, y)$  sur une base quelconque. Ceci permet ainsi de repérer les erreurs d'extraction de phase quelle que soit l'orientation des gradients mesurés par l'IDML. En chapitre suivant, je montrerai que cette généralisation peut être utilisée pour obtenir une clôture intégrée à  $N \times N$  gradients de phase.

## Chapitre 3

# Correction d'artefacts d'extraction

Ce chapitre explore différentes pistes de réduction des erreurs d'estimation de phase évoquées au chapitre précédent. L'objectif est d'exploiter les connaissances obtenues au chapitre précédent pour améliorer quantitativement la qualité des images de phase produites. Le problème étant sous contraintes, ces méthodes doivent rester simples à implémenter et peu coûteuses en ressources, notamment pour des applications en CND. Ainsi, je présenterai en première partie de ce chapitre une méthode de minimisation d'artefacts de sous-échantillonnage que j'ai développée au cours de ma thèse. En seconde partie j'introduirai une méthode de minimisation du bruit de phase exploitant la redondance des gradients de phase accessibles. Enfin, je présenterai l'extension de cette méthode à un nouvel interféromètre permettant de maximiser les performances de cette méthode.

### Sommaire

---

<b>3.1 Réduction des artefacts de sous-échantillonnage par traitement de l'interferogramme</b> . . . . .	<b>86</b>
3.1.1 Méthode de réduction des artefacts issus de l'intensité de l'objet : MARIO . . . . .	86
3.1.2 Domaine d'applicabilité de la méthode MARIO et perspectives de travail . . . . .	97
3.1.3 Synthèse . . . . .	100
<b>3.2 Exploitation de la redondance pour la minimisation du bruit de phase</b> . . . . .	<b>102</b>
3.2.1 Formalisme mathématique . . . . .	102
3.2.2 Application à l'IDML . . . . .	104
3.2.3 Extension de l'intégration multi-dérivées à tout interféromètre périodisé : vers une géométrie à 9 ordres diffractés . . . . .	110
3.2.4 Synthèse . . . . .	117
<b>3.3 Conclusion du chapitre</b> . . . . .	<b>117</b>

---

### 3.1 Réduction des artefacts de sous-échantillonnage par traitement de l'interferogramme

#### 3.1.1 Méthode de réduction des artefacts issus de l'intensité de l'objet : MARIO

En chapitre précédent nous avons montré que l'estimation du déphasage en rayons X pouvait être impactée par des artefacts de sous-échantillonnage. Pour rappel, si les variations d'intensité de l'objet évoluent à l'image plus rapidement que la période de l'interférogramme, alors des artefacts apparaissent nécessairement au cours des processus de démodulation de Fourier. En particulier, dans le cas où le contraste des franges est plus faible que le contraste d'intensité de l'objet, alors l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  joue un rôle prépondérant dans l'apparition des artefacts car d'amplitude maximale.

L'idée proposée est de minimiser la contribution de l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  en amont du processus de démodulation, dans le cas où le chevauchement avec les harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$  du réseau est inévitable. La méthode que j'ai ainsi développée pendant ma thèse a consisté à construire un nouvel interférogramme d'entrée corrigé des variations d'intensité de l'objet. Cet interférogramme est défini comme suit.

##### 3.1.1.1 Formalisme mathématique

**Définition 3.1** Soit  $I_{mod}(x, y)$  l'interférogramme d'un objet de phase, imagé par un IDML quelconque. Soit  $I_{obj}(x, y)$  l'image en contraste d'atténuation de l'objet prise dans les mêmes conditions d'acquisition. L'interférogramme corrigé des variations d'intensité de l'objet, noté  $I_{corr}(x, y)$ , est défini par :

$$I_{corr}(x, y) = I_{mod}(x, y) - \alpha I_{obj}(x, y) + \beta, \quad (3.1)$$

avec  $\alpha$  et  $\beta$  définis par :

$$\alpha = \frac{\langle I_{mod}(x, y) \rangle_{pf}}{\langle I_{obj}(x, y) \rangle_{pf}}, \quad (3.2a)$$

$$\beta = \langle I_{mod}(x, y) \rangle_{pf}, \quad (3.2b)$$

où l'indice  $\langle \square \rangle_{pf}$  désigne l'intensité moyenne dans le plein flux que l'on définit comme une région de l'image hors de l'objet.

Physiquement,  $\alpha$  est une constante de normalisation des dynamiques des images qui prend en compte l'influence de l'atténuation du réseau pour calibrer les intensités  $I_{mod}(x, y)$  et  $I_{obj}(x, y)$ . Ainsi plus le réseau est atténuant, plus  $\alpha$  diminue. Par ailleurs,  $\beta$  ramène le résultat de la différence autour de la valeur moyenne initiale. En pratique pour des intensité normalisées à 1, on a  $(\alpha, \beta) \in ]0, 1]$ . Le nouvel interférogramme  $I_{corr}(x, y)$  ainsi construit est comparé à la référence et l'extraction

de phase s'opère normalement. Comparativement à l'extraction de phase classique, une troisième image est nécessaire. La figure 3.1 schématise ainsi la construction de l'interférogramme  $I_{corr}(x, y)$  et l'extraction de phase associée.

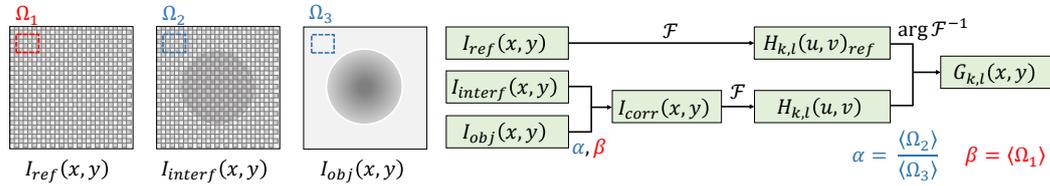


FIGURE 3.1 – Schéma de la construction de l'interférogramme corrigé des variations d'intensité de l'objet.

Enfin, puisque cette méthode est ciblée pour traiter les artefacts provenant des variations d'intensité de l'objet, elle porte l'acronyme MARIO pour *Method of Artefacts Removing from the Intensity of the Object* [32].

### 3.1.1.2 Application à l'IDBL

Commençons par évaluer la méthode MARIO dans un cas d'étude simplifié, celui de la bille en PMMA imagée par un IDBL parfait sans bruit. Dans ce cas, seul l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  vient perturber l'extraction de l'harmonique  $H_{0,1}(u, v)$ . Les résultats d'extraction du gradient  $G_{0,1}(x, y)$  avant et après traitement sont donnés respectivement en ligne du haut et du bas de la figure 3.2. Les paramètres de cette simulation sont les mêmes qu'au chapitre précédent.

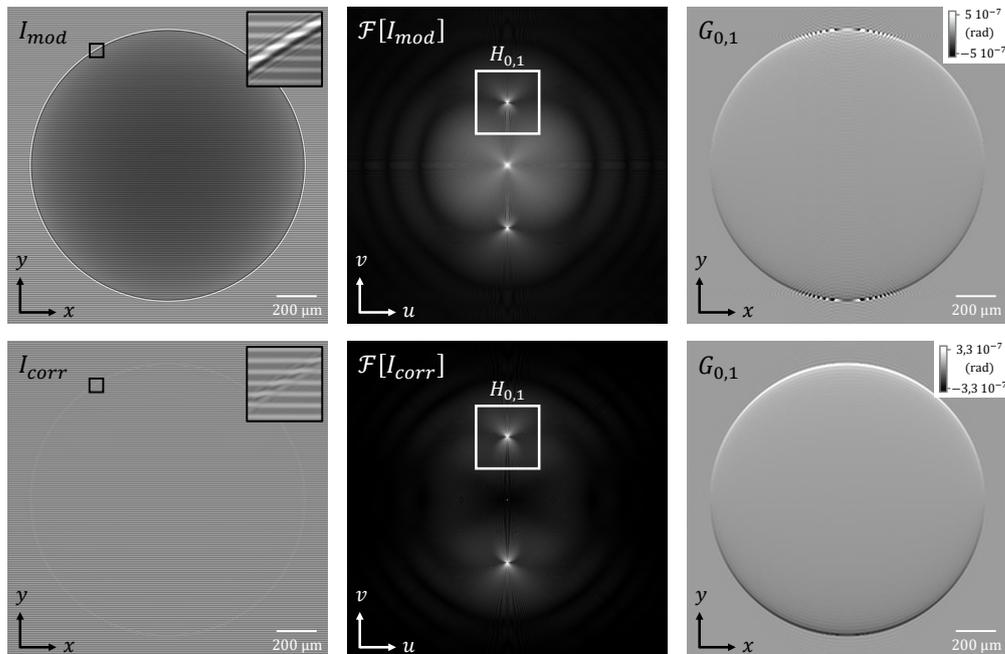


FIGURE 3.2 – Extraction du gradient  $G_{0,1}(x, y)$  d'une bille en PMMA imagée par un IDBL parfait avant et après application de la méthode MARIO.

Après application de la méthode MARIO, l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  est d'amplitude minimale dans le plan de Fourier. Les harmoniques du réseau  $H_{0,\pm 1}(u, v)$  ne sont quant à eux pas affectés. Dans l'image du gradient  $G_{0,1}(x, y)$  après traitement, les artefacts aux bords de la bille sont corrigés. L'estimation n'est alors limitée que par le défaut d'approximation de Gibbs (cf. Section 2.2.1.1), c'est-à-dire reliée à la taille du support d'extraction (cf. figure 2.4). Pour s'en assurer, on trace le profil vertical du gradient  $G_{0,1}(x, y)$  extrait avant et après traitement. Celui-ci est affiché en figure 3.5.

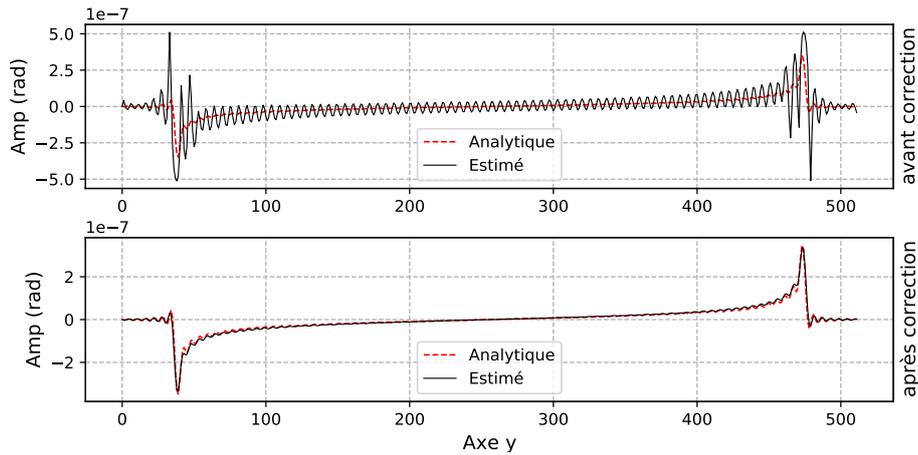


FIGURE 3.3 – Profil vertical du gradient  $G_{0,1}(x, y)$  avant (en haut) et après traitement (en bas) des artefacts de sous-échantillonnage.

La phase  $\phi_{1,0}(x, y)$  obtenue est donnée en figure 3.4, avant traitement (à gauche) et après traitement (à droite). De manière analogue aux gradients extraits, la phase après traitement est corrigée des artefacts de bords. De plus, elle n'est limitée plus que par le défaut d'approximation de Gibbs. Or étant donné que la convergence en série est plus rapide pour la phase que pour ses dérivées (cf. figure 2.6), les effets de Gibbs deviennent complètement négligeables pour l'image de phase. Dans ce cas, l'écart entre la phase mesurée et la phase analytique recherchée est minimal. Pour s'en assurer, le profil vertical de la phase  $\phi_{1,0}(x, y)$  avant et après traitement est donné en figure 3.5.

Pour estimer quantitativement le gain obtenu dans ce cas d'étude, on calcule le RMSE relatif et l'amplitude relative du résidu avant et après correction. Les valeurs sont répertoriées en table 3.1. On rappelle que le résidu d'estimation est la différence en tout point entre le signal estimé et le signal analytique et le RMSE, défini en équation 2.8, est la racine de la moyenne quadratique du résidu. Le RMSE relatif est ainsi le ratio entre le RMSE et le RMS du signal analytique. De manière analogue, l'amplitude relative est le rapport entre l'amplitude crête-à-crête du résidu et l'amplitude crête à crête du signal analytique.

Ainsi, les artefacts sont réduits d'un facteur 22,20 en amplitude pour  $G_{0,1}(x, y)$  et d'un facteur 18,93 en amplitude pour  $\phi_{1,0}(x, y)$ . Le RMSE diminue d'un facteur 21,45

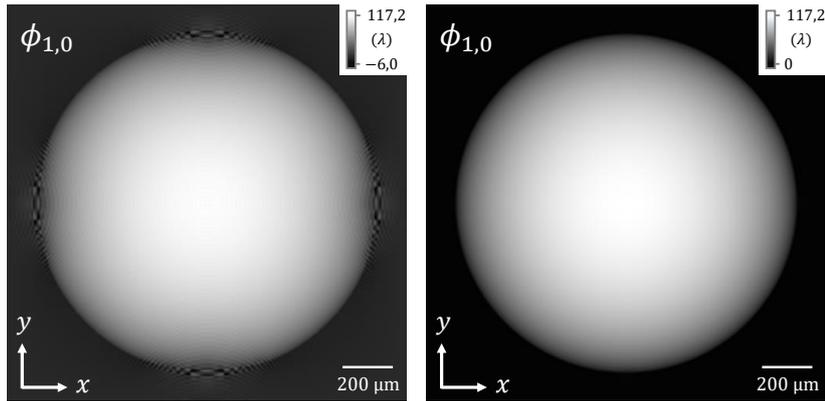


FIGURE 3.4 – Comparaison de la phase  $\phi_{2,0}(x, y)$  obtenue avant (à gauche) et après traitement par MARIO (à droite).

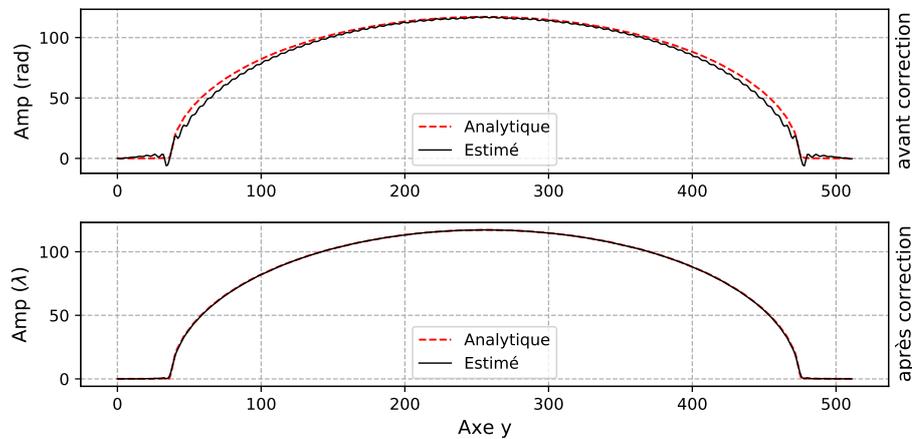


FIGURE 3.5 – Profil vertical de la phase  $\phi_{2,0}(x, y)$  avant (en haut) et après traitement par MARIO (en bas).

et 24,66 pour  $G_{0,1}(x, y)$  et  $\phi_{1,0}(x, y)$  respectivement. Ceci montre que les artefacts ont ici été parfaitement gérés par le traitement appliqué (en réalité, la suppression parfaite des artefacts implique un gain infini, or il reste une erreur résiduelle mesurée, son origine sera explicitée en section suivante).

		Amp. relative du résidu (en %)	RMSE relatif (en %)
$G_{0,1}$	Avant correction	302,0	23,6
	Après correction	13,6	1,1
	Gain	2220	2145
$\phi_{1,0}$	Avant correction	28,4	3,7
	Après correction	1,5	0,15
	Gain	1893	2466

TABLE 3.1 – Table des valeurs de résidu avant et après application de la méthode MARIO pour l'IDBL parfait en simulation.

De manière analogue, on peut évaluer les valeurs de clôture de dérivées  $|C_{1,0}(x, y)|$  avant et après application de la méthode MARIO. Les cartes de clôtures sont affichées en figure 3.6 en valeur absolue et les valeurs correspondantes sont répertoriées en table 3.2. L'échelle du niveau de gris est adaptée à l'amplitude de  $|C_{1,0}(x, y)|$  et n'est donc pas la même entre les deux images. La carte de clôture obtenue après traitement (à droite) fait ainsi apparaître le résidu d'estimation de Gibbs uniquement, également présent sur l'image de clôture avant traitement (à gauche). Toutefois celui-ci est d'amplitude complètement négligeable devant l'amplitude des artefacts de sous-échantillonnage. Quantitativement, l'erreur mesurée par la clôture des dérivées  $C_{1,0}(x, y)$  est réduite d'un facteur 31 en amplitude et 36 en RMS pour ce cas de figure.

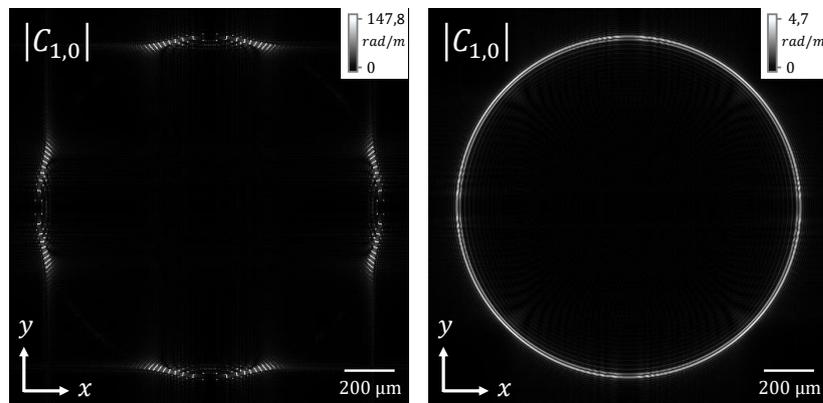


FIGURE 3.6 – Cartes des clôtures des dérivées en valeur absolue  $|C_{1,0}(x, y)|$  avant (à gauche) et après traitement des artefacts (à droite). Les valeurs de gris sont adaptées à l'amplitude maximale de  $|C_{1,0}(x, y)|$ .

Dans le cas expérimental où l'estimation du résidu n'est pas accessible, on privilégiera ainsi l'utilisation de la clôture des dérivées pour quantifier le gain de la méthode MARIO.

	Amplitude de $ C_{1,0}(x, y) $	RMS de $ C_{1,0}(x, y) $
Avant correction	147,8 $\mu\text{rad/m}$	10,9 $\mu\text{rad/m}$
Après correction	4,7 $\mu\text{rad/m}$	0,3 $\mu\text{rad/m}$
Gain	3140 %	3630 %

TABLE 3.2 – Table des valeurs de clôture des dérivées avant et après application de la méthode MARIO pour l'IDBL.

### 3.1.1.3 Généralisation à l'IDML

Dans le cas plus général d'un IDML quelconque, d'autres harmoniques que  $H_{0,0}(u, v)$  perturbent l'estimation des gradients de phase, par chevauchement fréquentiel. A titre illustratif, on donne en figure 3.7 l'interférogramme de l'IDML

diffractant 5 ordres sans bruit et sa TFD, avant (en haut) et après traitement (en bas). Dans la TFD après traitement (en bas à droite) on observe ainsi que l'harmonique  $H_{0,0}(u, v)$  est d'amplitude minimale dans le plan de Fourier. Toutefois les harmoniques modulés  $H_{k,l}(u, v)$  se chevauchent mutuellement et on intuite que ces chevauchements limiteront les gains de la méthode MARIO.

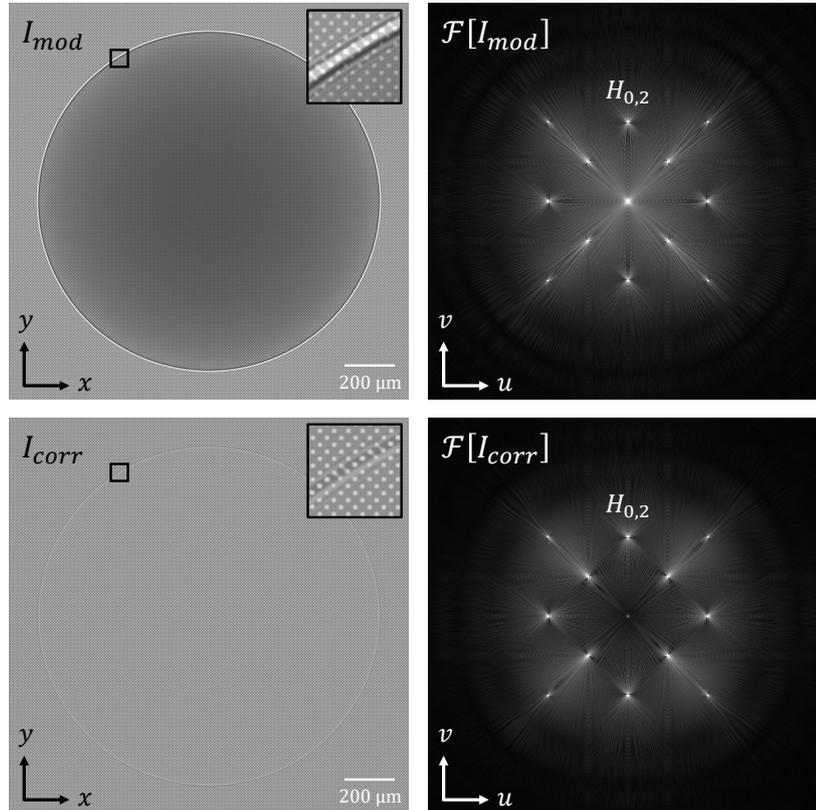


FIGURE 3.7 – Extraction du gradient  $G_{0,1}(x, y)$  pour un IDBL parfait avant et après correction des variations d'intensité par l'objet.

Les résultats d'extraction avant et après traitement sont donnés en figure 3.8 où on affiche la matrice des gradients dans les deux cas.

On observe pour les gradients  $G_{2,0}(x, y)$  et  $G_{0,2}(x, y)$  que les artefacts de bords selon les axes  $x$  et  $y$  respectivement ont été supprimés, conformément aux résultats obtenus sur l'IDBL. Toutefois, des artefacts résiduels diagonaux demeurent, issus du chevauchement des harmoniques  $H_{2,0}(u, v)$  et  $H_{0,2}(u, v)$  par les harmoniques croisés  $H_{-1,1}(u, v)$  et  $H_{1,1}(u, v)$ . Ceux-ci ne peuvent donc pas être traités par la méthode MARIO. L'effet est d'autant plus marqué pour les gradients croisés secondaires  $G_{-2,2}(x, y)$  et  $G_{2,2}(x, y)$  où des artefacts de forte amplitude selon  $x \pm y$  persistent. Il s'agit là encore des harmoniques croisés  $H_{-1,1}(u, v)$  et  $H_{1,1}(u, v)$  à l'œuvre dans l'apparition de ces artefacts. L'effet est bien visible pour les gradients croisés secondaires car l'amplitude des harmoniques  $H_{\pm 2,2}(u, v)$  est faible devant celle des harmoniques  $H_{\pm 1,1}(u, v)$ . Enfin, les gradients croisés  $G_{-1,1}(x, y)$  et  $G_{1,1}(x, y)$  sont ceux dont la correction est optimale, d'une part car les harmoniques  $H_{\pm 1,1}(u, v)$

sont les plus proches de  $H_{0,0}(u, v)$  dans le plan de Fourier, d'autre part car ils sont d'amplitude maximale vis-à-vis des autres harmoniques du réseau, donc moins impactés par le chevauchement de ces harmoniques. La table 3.3 répertorie les gains associés à l'estimation de chaque gradient  $G_{k,l}(x, y)$  pour cette simulation.

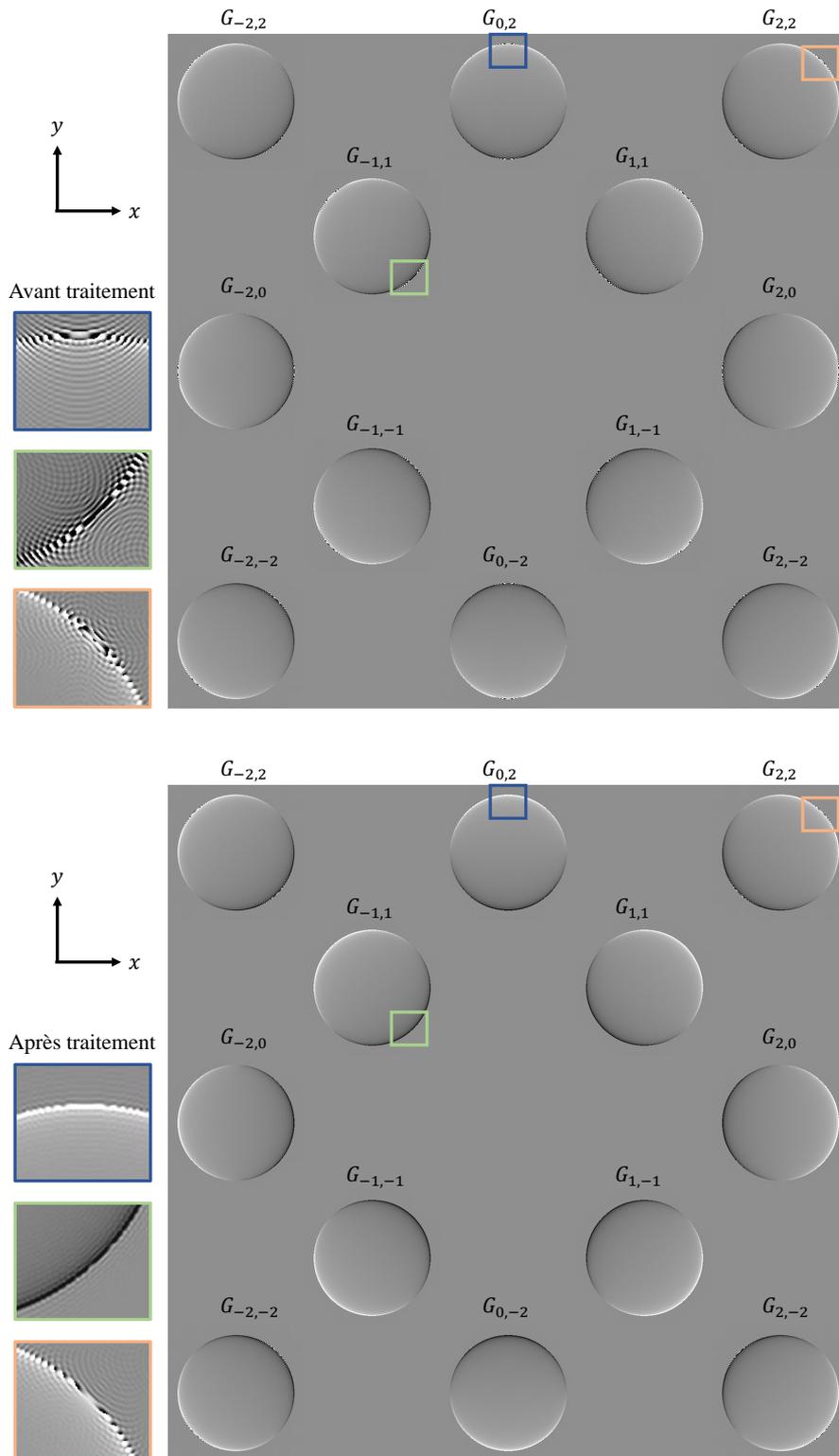


FIGURE 3.8 – Extraction des gradients de phase avant et après application de la méthode MARIO pour l'IDML diffractant 5 ordres.

		Amp. relative du résidu (en %)	RMSE relatif (en %)
$G_{-1,1}$	Avant correction	426,5	31,0
	Après correction	21,8	1,7
	Gain	1956	1823
$G_{1,1}$	Avant correction	426,5	30,7
	Après correction	18,4	1,6
	Gain	2317	1918
$G_{2,0}$	Avant correction	301,9	29,5
	Après correction	29,2	3,2
	Gain	730	921
$G_{0,2}$	Avant correction	301,9	29,5
	Après correction	29,2	3,2
	Gain	730	921
$G_{-2,2}$	Avant correction	151,0	12,1
	Après correction	151,0	5,9
	Gain	0,0	205
$G_{2,2}$	Avant correction	151,0	11,8
	Après correction	151,0	5,6
	Gain	0,0	210

TABLE 3.3 – Table des valeurs du résidu des gradients de phase avant et après correction des artefacts pour l'IDML diffractant 5 ordres.

Notons que la réduction du RMSE est toujours supérieure à 100 % quelque soit le gradient  $G_{k,l}(x, y)$  considéré. Le gain sur le RMSE relatif est ainsi compris entre 205 % pour  $G_{-2,2}(x, y)$  et 1918 % pour  $G_{1,1}(x, y)$ . En particulier, le RMSE relatif des gradients croisés  $G_{\pm 1,1}(x, y)$  est le plus faible de tous après traitement (compris entre 1,6 % et 1,7 %). Il en est de même pour l'amplitude relative du résidu, comprise entre 18,4 % pour  $G_{1,1}(x, y)$  et 21,8 % pour  $G_{-1,1}(x, y)$ . Toutefois, on remarque que pour les gradients croisés secondaires  $G_{\pm 2,2}(x, y)$ , l'amplitude du résidu ne diminue pas car des sauts de phase persistent, occupant tout le domaine de définition du gradient.

De manière analogue, on évalue les gains de la méthode MARIO sur les images de phases associées. Celles-ci sont données en figure 3.9. L'estimation est nettement améliorée quelle que soit la phase  $\phi_{k,l}(x, y)$  considérée. L'amplitude des artefacts est ainsi réduite d'un facteur 10,03 pour la phase  $\phi_{2,0}(x, y)$ ; celle de  $\phi_{1,1}(x, y)$  est réduite de 12,89; enfin, l'amplitude des artefacts n'est réduite que d'un facteur 1,71 pour la phase  $\phi_{2,2}(x, y)$  étant donné que la correction s'est avérée moins efficace sur les gradient croisés secondaires  $G_{\pm 2,2}(x, y)$ . Par ailleurs, le gain sur le RMSE est compris entre un facteur 1,85 pour  $\phi_{2,2}(x, y)$  et un facteur 22,0 pour  $\phi_{1,1}(x, y)$ , démontrant l'apport de la méthode MARIO sur l'amélioration de la qualité des images de phase.

Ces valeurs sont répertoriées en table 3.4.

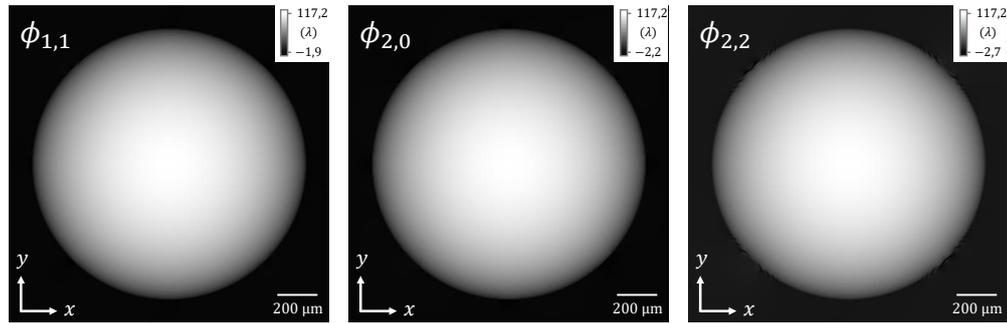


FIGURE 3.9 – Images de phase obtenues après traitement par MARIO. Les artefacts de bords sont fortement réduits quelque soit la phase considérée.

		Amp. relative du résidu (en %)	RMSE relatif (en %)
$\phi_{1,1}$	Avant correction	36,1	4,4
	Après correction	2,8	0,2
	Gain	1289	2200
$\phi_{2,0}$	Avant correction	29,1	3,0
	Après correction	2,9	0,3
	Gain	1003	1000
$\phi_{2,2}$	Avant correction	16,8	1,3
	Après correction	9,8	0,7
	Gain	171	185

TABLE 3.4 – Table des valeurs des résidus de phase avant et après correction des artefacts.

Enfin, les valeurs de résidus de phase sont comparées à celles de la clôture des dérivées  $C(x, y)$ . Les cartes de clôtures sont données en figure 3.10 avant traitement (en haut) et après traitement (en bas). L'échelle des niveaux de gris est adaptée à l'amplitude de  $|C(x, y)|$ . Ainsi, une réduction significative de l'erreur est observable pour  $|C_{1,1}(x, y)|$  et  $|C_{2,0}(x, y)|$ . Après traitement, seul le résidu de Gibbs persiste ainsi que des artefacts dus au chevauchement par des harmoniques supérieures, néanmoins d'amplitude 19 fois plus faible qu'avant traitement. La réduction est moins significative pour  $|C_{2,2}(x, y)|$  car les sauts de phase demeurent, conformément aux à l'étude réalisée sur le résidu de phase.

La table 3.5 répertorie les gains associés, en amplitude et en RMS. La concordance avec les gains obtenus sur les résidus de phase est respectée. La clôture des dérivées  $C_{1,1}(x, y)$  est ainsi celle dont les valeurs sont le plus fortement réduites en amplitude et en RMS. Inversement, la clôture  $C_{2,2}(x, y)$  est d'amplitude inchangée par le traitement, du fait de la persistance des sauts de phase à l'image.

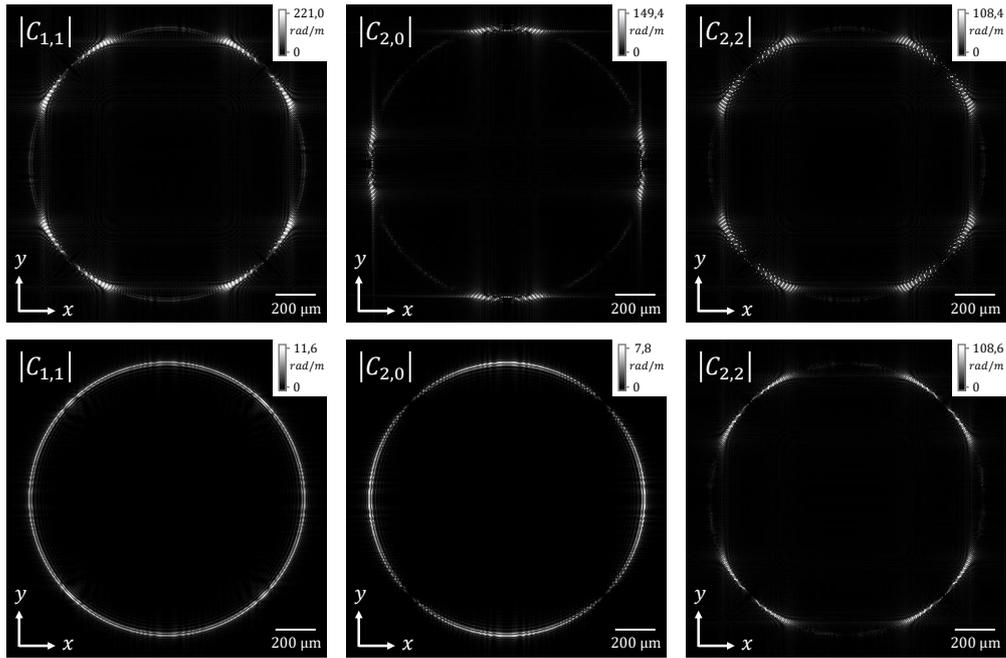


FIGURE 3.10 – Cartes de clôtures des dérivées  $|C(x, y)|$  avant (en haut) et après traitement par MARIO (en bas). Une réduction significative de l'erreur est observable pour  $|C_{1,1}(x, y)|$  et  $|C_{2,0}(x, y)|$ .

		Amplitude de $ C(x, y) $	RMS de $ C(x, y) $
$\phi_{1,1}$	Avant correction	221,0 $\mu\text{rad/m}$	23,8 $\mu\text{rad/m}$
	Après correction	11,6 $\mu\text{rad/m}$	0,3 $\mu\text{rad/m}$
	Gain	1905 %	7933 %
$\phi_{2,0}$	Avant correction	149,4 $\mu\text{rad/m}$	13,0 $\mu\text{rad/m}$
	Après correction	7,8 $\mu\text{rad/m}$	0,7 $\mu\text{rad/m}$
	Gain	1915 %	1857 %
$\phi_{2,2}$	Avant correction	108,4 $\mu\text{rad/m}$	8,5 $\mu\text{rad/m}$
	Après correction	108,6 $\mu\text{rad/m}$	3,8 $\mu\text{rad/m}$
	Gain	$-10^{-3}$ %	223 %

TABLE 3.5 – Table des valeurs de clôture des dérivées avant et après correction des artefacts pour l'IDML.

En somme, la méthode MARIO s'avère particulièrement utile dans le cas où les harmoniques modulés  $H_{k,l}(u, v)$  sont de basse fréquence porteuse, donc proches de  $H_{0,0}(u, v)$ . Dans le cas de l'IDML diffractant 5 ordres, les gradients les plus sensibles à l'intensité de courbure et à l'atténuation de l'objet sont les gradients croisés  $G_{-1,1}(x, y)$  et  $G_{1,1}(x, y)$ . Ils sont donc ceux dont le gain est maximal après traitement par MARIO. De plus, ils correspondent aussi à ceux dont le rapport signal-à-bruit est le plus important (cf. section 2.2.3.1) et ils seront ainsi privilégiés expérimentalement.

### 3.1.1.4 Comparaison avec l'apodisation

Rappelons que la méthode MARIO est ciblée pour traiter les artefacts de sous-échantillonnage sans affecter la résolution de l'image de phase. L'apodisation est une autre méthode communément utilisée en traitement du signal et consistant à appliquer un filtre passe-bas pour réduire l'amplitude des fréquences les plus élevées [63]. On l'utilise couramment pour traiter l'apparition de fréquences repliées dans le cas d'un signal à hautes composantes fréquentielles. Dans le cas de l'imagerie de phase en rayons X d'objets à transitions abruptes, un tel filtre peut s'appliquer au sein du support d'extraction  $S$  d'un harmonique  $H_{k,l}(u, v)$  du plan de Fourier. On réduit alors l'amplitude des hautes fréquences spatiales dans ce support; parmi celles-ci se trouve les fréquences parasites engendrant les artefacts de sous-échantillonnage toutefois on y trouve aussi les fréquences spatiales utiles de la modulation. Une dégradation de qualité de l'image par l'apodisation se manifeste donc par la réduction de la résolution de l'image. Elle sera d'autant plus marquée que l'objet imagé induit des transitions de phase abruptes.

Pour l'illustrer, on affiche en figure 3.11 l'effet de l'apodisation, ici une fenêtre de Blackman [63], appliquée sur l'harmonique  $H_{1,1}(u, v)$ . Les hautes fréquences spatiales de l'harmonique sont alors filtrées sans distinction des fréquences utiles, là où la méthode MARIO réduit les fréquences parasites tout en gardant les hautes fréquences de la modulation. On affiche ensuite le résultat d'extraction du gradient  $G_{1,1}(x, y)$  comparant l'apodisation à la méthode MARIO (cf. figure 3.12).

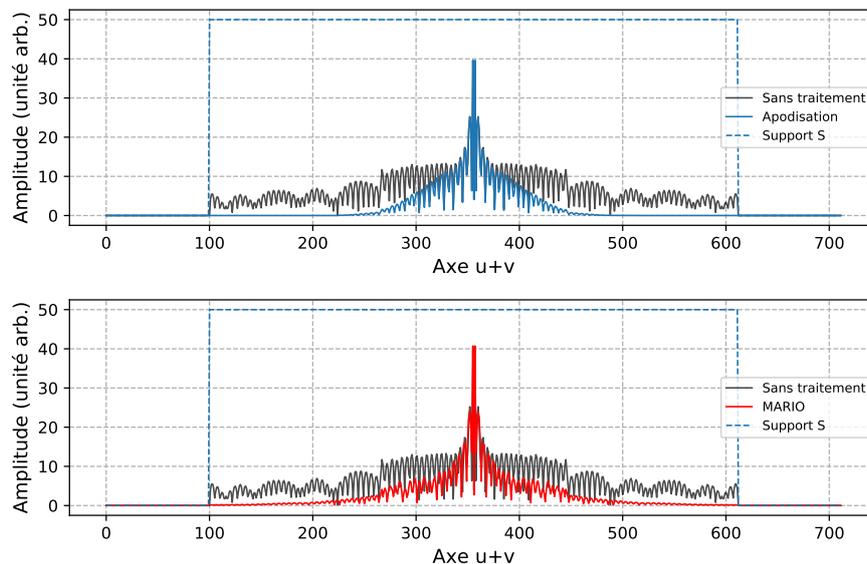


FIGURE 3.11 – Profil diagonal de l'harmonique  $H_{1,1}(u, v)$  sur son support  $S$  sans et avec apodisation (en haut). Comparaison avec la méthode MARIO (en bas).

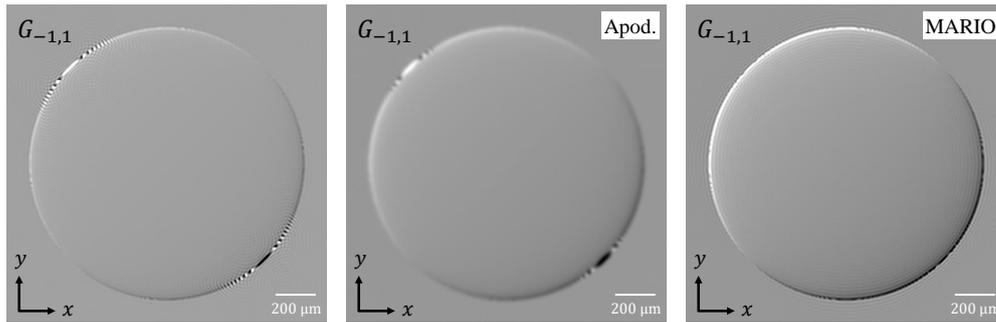


FIGURE 3.12 – De gauche à droite : gradient  $G_{1,1}(x, y)$  extrait sans traitement des artefacts. Gradient  $G_{1,1}(x, y)$  extrait par apodisation. Gradient  $G_{1,1}(x, y)$  extrait par la méthode MARIO.

Des résultats ci-dessus, il apparaît que l'apodisation réduit légèrement l'erreur à l'image, cependant au prix d'une baisse significative de la résolution spatiale. La méthode MARIO conserve quant-à-elle toute l'information de modulation dans le support d'extraction. Elle sera ainsi privilégiée expérimentalement (cf. Chapitre 4).

### 3.1.2 Domaine d'applicabilité de la méthode MARIO et perspectives de travail

#### 3.1.2.1 Contraste des franges

Comme il a été énoncé précédemment, la méthode MARIO telle qu'elle est définie privilégie l'opération de soustraction plutôt qu'une autre pour réduire l'amplitude de l'harmonique  $H_{0,0}(u, v)$ . Or, on rappelle que le contraste des franges est modulé en intensité par l'atténuation de l'objet, du fait de la multiplication entre les transmittances de l'objet et du réseau. Il en résulte donc une baisse de ce contraste aux zones où l'atténuation est la plus importante. Par conséquent, soustraire l'intensité de l'objet ne corrige pas la perte du contraste des franges, rendant la mesure de phase plus sensible au bruit des zones de l'image où l'atténuation est la plus importante. La figure 3.13 illustre la différence de profil observable entre l'interférogramme de référence et celui corrigé de l'intensité de l'objet pour la bille simulée en PMMA.

En effet, la démarche adoptée est purement spectrale car l'objectif consiste à réduire l'amplitude de l'harmonique  $H_{0,0}(u, v)$  dans le plan de Fourier pour minimiser son impact dans l'extraction des gradients de phase. L'information sur la réduction du contraste des franges par l'atténuation de l'objet est contenue spectralement dans le module de la transformée de Fourier inverse des harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$  du réseau, correspondant ainsi à une modulation en amplitude de l'interférogramme. Elle n'influe donc pas sur l'apparition des artefacts de sous-échantillonnage, mais uniquement sur le rapport signal-à-bruit (cf. section 2.2.3.2).

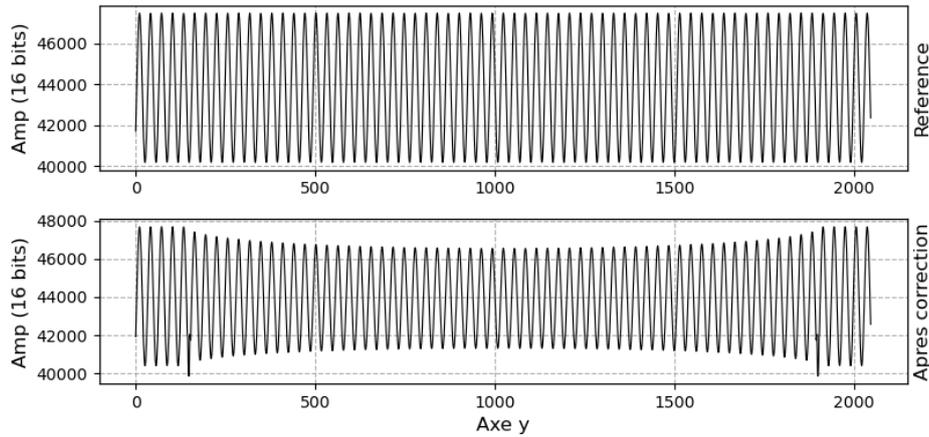


FIGURE 3.13 – Profil latéral de l'interférogramme avant et après traitement.

### 3.1.2.2 Décalage latéral

Il existe également une limite imposée par le décalage latéral sur l'efficacité de la méthode MARIO. En effet, au delà d'un certain seuil de décalage  $s$ , les répliques basculées du front d'onde  $R_{i,j}$  se dédoublent. En rappelant que  $s$  dépend de la distance de propagation  $z$ , de la période  $p$  de l'IDML et de la longueur d'onde  $\lambda$  du faisceau par la relation :

$$s = \frac{2\lambda z}{p}, \quad (3.3)$$

on en déduit qu'il existe un seuil des valeurs acceptables du décalage  $s$  à respecter pour garantir la validité de la méthode MARIO.

En pratique, le décalage latéral  $s$  d'un réseau de période orthogonale  $p = 20 \mu\text{m}$  illuminé par un faisceau monochromatique ponctuel divergent de longueur d'onde  $\lambda = 7,029 \cdot 10^{-11} \text{ m}$  (associée à une énergie  $E = 17,48 \text{ keV}$ ), de distance de propagation  $z = 50 \text{ cm}$  vaut :  $s = 7,01 \mu\text{m}$  soit de l'ordre de la taille pixel (pour rappel, on le détecteur simulé possède une taille de pixel de côté  $d_{pix} = 6 \mu\text{m}$ ). Un tel décalage  $s$  explique pourquoi on observe dans l'interférogramme corrigé  $I_{corr}(x, y)$  la présence résiduelle des surintensités aux bords d'objet (cf. figure 3.2 et 3.13) et pourquoi les gains ne sont pas infinis sur l'IDBL parfait (cf. figure 3.5 - cf. Table 3.1).

Pour mettre en lumière ce résultat, supposons de plus grandes distances de propagation  $z$  pour exacerber le décalage latéral  $s$ . La figure 3.14 illustre un tel dédoublement des répliques de l'IDBL parfait associé à une distance de propagation doublée  $z = 1,2 \text{ m}$  (les autres variables sont supposés fixés et identiques à l'exemple précédent). Des résultats analogues s'obtiennent en faisant varier les autres paramètres  $\lambda$  et  $p$ .

Notons que le cas d'une propagation  $z = 1,2 \text{ m}$  sort du cadre du dimensionnement du banc de laboratoire, pour des raisons évidentes de compacité et

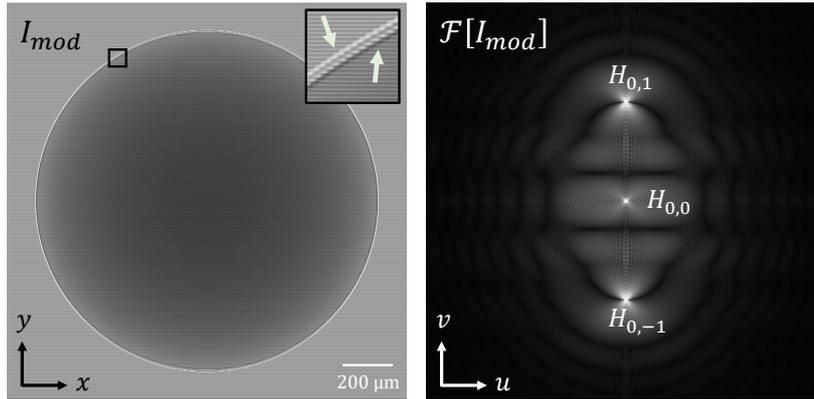


FIGURE 3.14 – Mise en évidence du basculement vertical des répliques de la bille en PMMA imagée par un IDBL parfait, de période  $p = 20 \mu\text{m}$  à  $\lambda = 7.029 \cdot 10^{-11} \text{ m}$  et pour une distance de propagation  $z = 1.2\text{m}$ .

contraintes de flux de la source  $X$ . Cependant, le cas d'une période de réseau sub-micrométrique générant des effets similaires sont à considérer dans le dimensionnement d'un banc d'imagerie de phase en lien avec la thématiques haute résolution pour le CND, où l'accès à des résolutions de plus en plus fines constitue une ligne directrice au sein de la communauté scientifique. Toutefois, un tel dédoublement des répliques reste relativement peu fréquent car en régime polychromatique, l'ordre 0 concentre la part majoritaire de l'information de diffraction devant celle des ordres diffractés supérieurs du réseau. Par conséquent les répliques basculées restent d'amplitude faible. Ajouté à cela la fonction de transfert du système filtrant les fréquences spatiales élevées de l'interferogramme, il vient que les répliques basculées sont floutées. En somme, il reste donc possible d'appliquer la méthode MARIO au delà des limites imposées par le décalage latéral.

### 3.1.2.3 Bruit de l'interferogramme corrigé

Cette dernière sous-section aborde la dépendance au bruit de l'interferogramme corrigé  $I_{corr}(x, y)$ . Considérons pour cela les variances ( $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2$ ) associées respectivement au bruit de l'interferogramme  $I_{mod}(x, y)$ , de la référence  $I_{ref}(x, y)$  et de l'image en contraste d'atténuation de l'objet  $I_{obj}(x, y)$ . Supposons également que la corrélation est nulle entre chaque réalisation du bruit. On peut alors calculer la variance du bruit de l'interferogramme  $I_{corr}(x, y)$  à partir du théorème 3.1 rappelé ci-dessous.

**Théorème 3.1** Soient deux variables aléatoires  $X$  et  $Y$  indépendantes (donc de corrélation nulle). La loi de somme des variances (VSL pour *Variance Sum Law*) énonce que la variance de la somme ou de la différence de  $X$  par  $Y$  est égale à la somme des variances de  $X$  et de  $Y$  :

$$\sigma_{X \pm Y}^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2. \quad (3.4)$$

Par conséquent, si  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  (les paramètres d'acquisition sont identiques entre les 3 images) alors la variance du bruit de l'interférogramme  $I_{corr}(x, y)$  est doublée par rapport à  $I_{mod}(x, y)$  :

$$\sigma_{1-3}^2 = \sigma_2^1 + \sigma_3^2 = 2\sigma_1^2 . \quad (3.5)$$

On déduit alors que la variance du bruit  $(\sigma_{k,l}^2)_f$  du gradient  $G_{k,l}(x, y)$  extrait après traitement augmente d'un facteur 3/2 par rapport à la variance du gradient avant traitement  $(\sigma_{k,l}^2)_i$  :

$$(\sigma_{k,l}^2)_i = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 = 2\sigma_1^2 , \quad (3.6a)$$

$$(\sigma_{k,l}^2)_f = \sigma_{1-3}^2 + \sigma_2^2 = 3\sigma_1^2 . \quad (3.6b)$$

Donc, pour garantir une conservation du RSB des gradients  $G_{k,l}(x, y)$  après traitement de l'interférogramme, il est nécessaire d'allonger le temps de pose d'un facteur 3/2 pour chaque image.

### 3.1.3 Synthèse

La méthode MARIO présente l'atout majeur de traiter les artefacts de sous-échantillonnage avant qu'ils n'apparaissent, contrairement à une méthode de traitement *à posteriori*, comme l'apodisation. Par ailleurs, elle est relativement simple à mettre en œuvre. En effet, on a supposé que pour réduire les artefacts liés au chevauchement par  $H_{0,0}(u, v)$ , on doit minimiser son amplitude dans le plan de Fourier. L'idée consiste ainsi à soustraire  $H_{0,0}(u, v)$  par lui-même. Même si le traitement est appliqué sur l'interférogramme  $I_{mod}(x, y)$ , la méthode que je propose est d'abord une méthode spectrale ayant pour objectif de nettoyer le plan de Fourier des fréquences parasites superposées aux fréquences utiles. La linéarité sert ici car la transformée de Fourier est distributive et donc appliquer l'opération de soustraction dans l'espace réel ou dans l'espace de Fourier est équivalent.

Toutefois, on pourra noter certaines contraintes liées à cette méthode : la première est la nécessité de faire séparément l'acquisition d'une image en atténuation de l'objet, allongeant ainsi le temps total d'acquisition. Pour une acquisition tomographique par exemple, une image de l'objet  $I_{obj}(x, y)$  par image de  $I_{mod}(x, y)$  est nécessaire. De plus, le signal-à-bruit diminue légèrement. Par ailleurs, la robustesse de la méthode dépend fortement de la stabilité de la source à rayons X et plus particulièrement de la position précise de son foyer. Cette contrainte est de même nature que celle imposée par la mesure de l'interférogramme de référence. De ce fait, des écarts de position importants du foyer entre deux images peuvent mener à une réduction des performances et un recalage des images est nécessaire. De même, la réponse du détecteur ne doit pas dériver au cours du temps, en particulier

pour des applications tomographiques où le temps d'acquisition est plus long.

Néanmoins, si ces contraintes sont bien gérées, la méthode MARIO reste efficace pour la problématique CND car menant à une amélioration significative de la qualité des images de phase. Cette méthode sera d'autant plus adaptée que l'objet est à transition abrupte, que la période de l'interférogramme est grande devant le pas pixel ou que les variations d'intensité de l'objet sont d'amplitude élevée devant le contraste des franges.

## 3.2 Exploitation de la redondance pour la minimisation du bruit de phase

Rappelons que l'IDML mesure plusieurs gradients orientés du front d'onde en une image, l'accessibilité de l'information étant garantie par la démodulation de Fourier. L'idée consiste alors à exploiter la redondance pour reconstruire un front d'onde généralisé. Pour cela, on cherche à minimiser un critère quadratique entre les données mesurées et la quantité à évaluer, comme par exemple la variance du bruit. En effet, l'ajout d'information redondante, même infime, doit améliorer l'estimation de phase. On supposera ainsi que la reconstruction optimale au sens des moindres carrés est celle qui maximise la redondance, à savoir celle qui exploite le plus de gradients de phase mesurés par l'IDML.

Rappelons que la méthode des moindres carrés classique suppose que les données d'entrée sont toutes de même qualité et leur accorde une pondération identique. Or, nous avons montré que la qualité d'estimation de la phase dépendait du gradient de phase considéré, vis-à-vis du bruit notamment. Il devient alors nécessaire d'adapter le calcul en pondérant les données par leur qualité, ici par l'inverse de la variance du bruit. On parle alors d'intégration multi-dérivées par moindres carrés pondérés.

Initialement, l'intégration multi-dérivées par moindres carrés pondérés a été formalisée par Velghe [86] pour l'étude de fronts d'onde à variations lentes dans le domaine infrarouge. Au cours de ma thèse, j'ai participé à des travaux s'inscrivant dans la poursuite de ce formalisme, notamment en l'extrapolant à d'autres gammes spectrales. Dans le domaine visible, mon travail a consisté à estimer l'ensemble des gradients du front d'onde d'un dispositif Shack-Hartmann pour la métrologie optique. Le capteur de front d'onde Shack-Hartmann étant un IDML, il mesure plusieurs gradients du front d'onde à la fois. L'idée essentielle de ce travail a donc été d'exploiter l'information de ces gradients pour construire une image de phase de rapport signal-à-bruit maximale. Ce travail a donné lieu à une publication [75]. D'autre part, j'ai cherché à adapter ce formalisme dans le domaine des rayons X pour l'imagerie de phase d'objets à transitions abruptes. Ce travail est détaillé dans cette seconde partie de chapitre.

### 3.2.1 Formalisme mathématique

**Définition 3.2** Soit un IDML quelconque mesurant  $N \times N$  gradients  $G_{k,l}(x, y)$  d'un front d'onde. Soit  $x_{k,l}(x, y)$  l'orientation de  $G_{k,l}(x, y)$ , défini pour tout couple  $(k, l) \in \mathbb{Z}^2$  par :

$$x_{k,l}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{k^2 + l^2}}(kx + ly) . \quad (3.7)$$

En notant  $\sigma_{k,l}^2$  la variance du bruit de chaque gradient  $G_{k,l}(x, y)$ , on définit la phase  $\phi_{tot}(x, y)$  résultant de l'intégration des  $N \times N$  gradients  $G_{k,l}(x, y)$  pondérés par  $\sigma_{k,l}^2$ . Dans l'espace de Fourier,  $\phi_{tot}(x, y)$  s'écrit :

$$\widetilde{\phi}_{tot}(u, v) = \frac{1}{2i\pi} \frac{\sum_{(k,l) \in D} \frac{u_{k,l}(u,v)}{\sigma_{k,l}^2} \widetilde{G}_{k,l}(u, v)}{\sum_{(k,l) \in D} \frac{u_{k,l}^2(u,v)}{\sigma_{k,l}^2}}, \quad (3.8)$$

où  $\widetilde{\phi}_{tot}(u, v)$  désigne la transformée de Fourier  $\phi_{tot}(x, y)$  et  $u_{k,l}(u, v)$  est le conjugué de  $x_{k,l}(x, y)$ , où  $D$  désigne le domaine de Fourier. Enfin,  $\widetilde{G}_{k,l}(u, v)$  est la transformée de Fourier du gradient  $G_{k,l}(x, y)$ .

Puisque l'interférogramme est un signal d'intensité réel, alors son spectre possède une symétrie hermitienne dans le plan de Fourier par rapport à la fréquence nulle  $f_{0,0}$  (bruit compris). Dans ce cas, seul un demi-plan est nécessaire pour caractériser l'information de l'interférogramme et donc seule la moitié des harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$  est nécessaire dans le processus d'intégration multi-dérivées. Les indices de sommation dans la relation 3.8 sont affectées en conséquence. En particulier, si on restreint le domaine  $D$  à l'ensemble  $\{(1, 0), (0, 1)\}$ , alors on retrouve la formule de reconstruction obtenue par Roddier [73] :

$$\widetilde{\phi}_{tot}(u, v) = \frac{1}{2i\pi} \frac{u_{1,0}(u, v) \widetilde{G}_{1,0}(u, v) + u_{0,1}(u, v) \widetilde{G}_{0,1}(u, v)}{u_{1,0}^2(u, v) + u_{0,1}^2(u, v)} = \widetilde{\phi}_{2,0}(u, v). \quad (3.9)$$

La figure 3.15 illustre le domaine restreint du plan de Fourier  $D$  maximisant la redondance de la mesure tout en excluant les doublons pour un IDML quelconque.

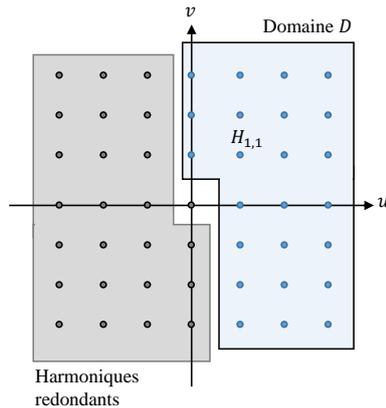


FIGURE 3.15 – Schéma d'un domaine restreint  $D$  du plan de Fourier pour un IDML quelconque.

On peut s'assurer que le rapport signal-à-bruit de la phase  $\phi_{tot}(x, y)$  est croissant avec le nombre  $N$  de gradients orientés  $G_{k,l}(x, y)$  dans la reconstruction. En effet, le rapport entre la variance du bruit de la phase  $\phi_{tot}(x, y)$ , notée  $\sigma_{\phi_{tot}}^2$ , et la variance du bruit de la phase principale intégrée à deux gradients  $\phi_p(x, y)$ , notée  $\sigma_{\phi_p}^2$  est nécessairement supérieur à 1 [86] :

$$\frac{\sigma_{\phi_{tot}}^2}{\sigma_{\phi_p}^2} = \frac{1}{\sum_{(k,l) \in D} \left( \frac{1}{\sigma_{k,l}^2 / \sigma_p} \right)^2}, \quad (3.10)$$

où  $\sigma_p^2$  est la variance du bruit d'un des deux gradients principaux, si on suppose que la variance de l'un est égal à la variance de l'autre. La relation 3.10 indique notamment que le dénominateur est au moins égal à 1 et devient strictement supérieur à 1 dès lors que plus que deux gradients  $G_{k,l}(x,y)$  sont utilisés dans la reconstruction.

### 3.2.2 Application à l'IDML

Pour illustrer l'application de l'intégration multi-dérivées sur un interférogramme bruité, considérons le cas de la bille en PMMA imagée par l'IDML en damier à deux niveaux  $[0, \pi]$  tel qu'il a été défini précédemment (cf. section 2.2.3.1). En particulier, l'intégration multi-dérivées et la méthode MARIO sont cumulables : les gradients  $G_{k,l}(x,y)$  utilisés pour le calcul de  $\phi_{tot}(x,y)$  peuvent être obtenus après traitement par MARIO (cf. figure 3.8). On assure ainsi une dépendance minimale aux artefacts de sous-échantillonnage dans le processus d'intégration multi-dérivées.

En définissant par ailleurs la variance du bruit  $\sigma_{k,l}^2$  de chaque gradient  $G_{k,l}(x,y)$  représenté sous forme matricielle (cf. figure 2.24) nous rappelons ci-dessous les coefficients.

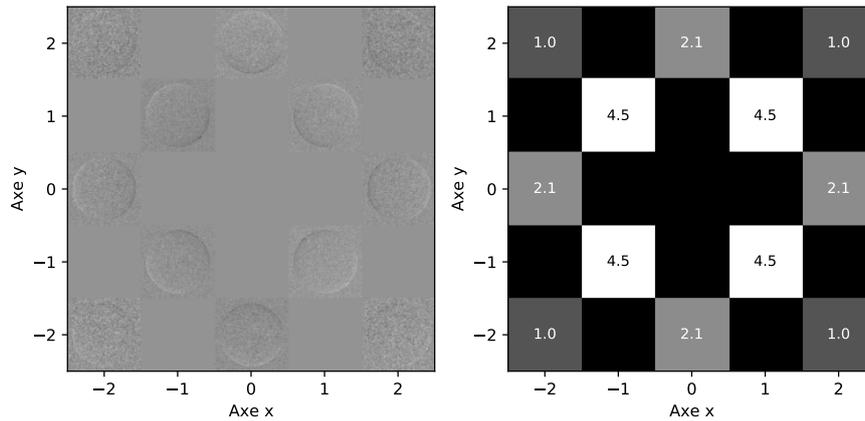


FIGURE 3.16 – Matrice des gradients  $G_{k,l}(x,y)$  de l'IDML diffractant 5 ordres pour la bille en PMMA (à gauche) et matrice des variances du bruit  $\sigma_{k,l}^2$  associée (à droite).

A partir des valeurs de  $\sigma_{k,l}^2$ , on peut déduire la pondération à appliquer et calculer la phase généralisée  $\phi_{tot}(x,y)$ . On compare ensuite la variance du bruit  $\sigma_{tot}^2$  avec la variance du bruit de chaque phase intégrée à deux gradients. Dans le cas de l'IDML en damier  $[0, \pi]$ , on rappelle que la variance de bruit est minimale pour les

dérivées croisées primaires  $G_{-1,1}(x, y)$  et  $G_{1,1}(x, y)$ . La figure 3.17 montre les cartes de phase intégrées à deux gradients (en haut) et la phase intégrée à six gradients (en bas) pour un RSB de l'interférogramme d'entrée égal à 30. Les profils horizontaux associés sont donnés en figure 3.18.

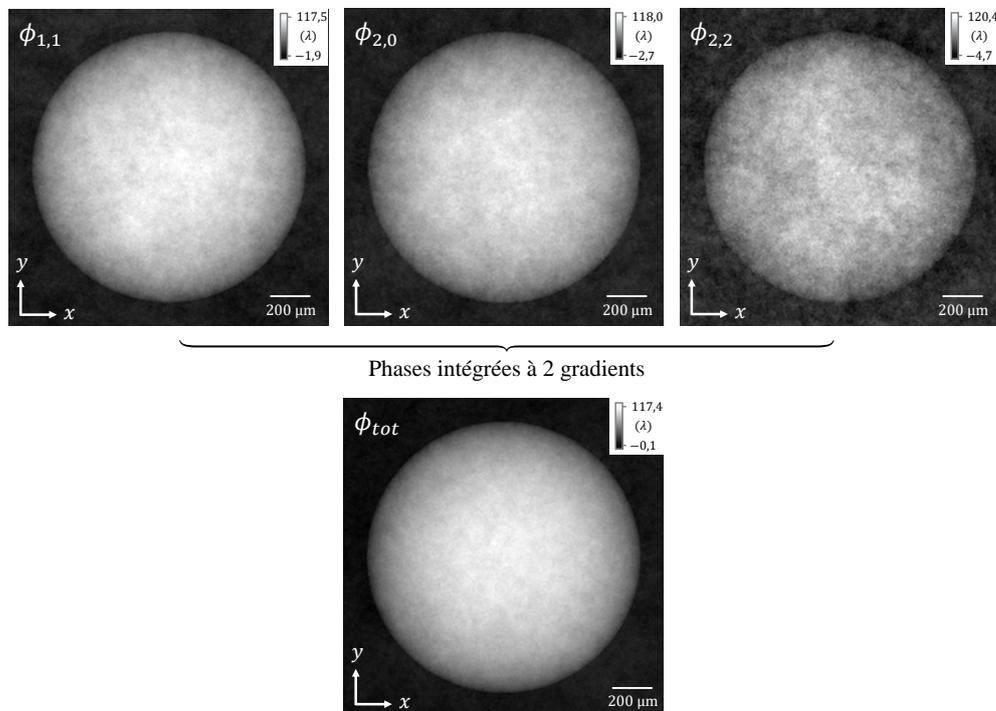


FIGURE 3.17 – Images de phase bruitées intégrées à 2 gradient (en haut) et intégrés à six gradients (en bas).

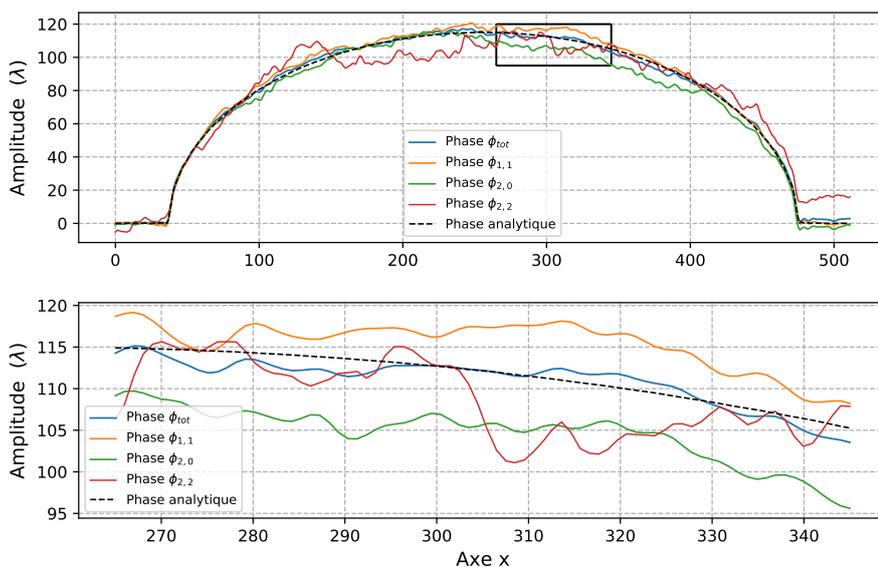


FIGURE 3.18 – Illustration de l'intégration multi-dérivées appliquée à la bille en PMMA imagée par l'IDML diffractant 5 ordres.

Pour cette réalisation, les variations du bruit sont plus faibles pour la phase  $\phi_{tot}(x, y)$  intégrée à six gradients que pour les autres phases intégrées à deux

gradients. En particulier, l'estimation de  $\phi_{tot}(x, y)$  est la plus proche de la phase analytique recherchée (en tirets). Le RSB de chaque image de phase est donné en table 3.6. Le gain en RSB de la phase  $\phi_{tot}(x, y)$  est ici estimé à 30,4% par rapport à  $\phi_{1,1}(x, y)$ .

		RSB
Phases unit.	$\phi_{1,1}$	16,02
	$\phi_{2,0}$	13,61
	$\phi_{2,2}$	5,38
Phase tot.	$\phi_{tot}$	20,84

TABLE 3.6 – Table du RSB de chaque phase intégrée à deux gradients de l'IDML diffractant 5 ordres et de la phase intégrée à six gradients.

Une manière rigoureuse de montrer que l'estimation de phase est meilleure par l'intégration multi-dérivées consiste à évaluer la corrélation entre la phase obtenue et la phase analytique recherchée. On définit ainsi le coefficient de corrélation de Pearson  $\rho$  comme suit.

**Définition 3.3** Soient  $X, Y$  deux jeux de données dont la corrélation est linéaire. Le coefficient de corrélation de Pearson  $\rho_{X,Y}$  est communément défini comme la covariance des deux variables  $X, Y$  divisé par le produit de leur écart-type :

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}. \quad (3.11)$$

**Propriété 3.1** Le coefficient  $\rho_{X,Y}$  est compris entre  $-1$  et  $+1$ .

1. Si  $\rho_{X,Y} = \pm 1$ , alors la corrélation est parfaite et les points du graphe  $Y(X)$  sont alignés selon une droite.
2. Si  $\rho_{X,Y} = 0$ , alors la corrélation est nulle est la distribution n'est pas pas linéaire.
3. Si  $\rho_{X,Y} > \pm 0,5$  on parle de corrélation forte. Inversement si  $\rho_{X,Y} < \pm 0,5$  on parle de corrélation faible.

A titre illustratif, la figure 3.19 montre la corrélation linéaire obtenue entre les phases mesurées par l'IDML et la phase analytique recherchée. On s'attend à avoir une corrélation forte.

Les valeurs du coefficient de corrélation  $\rho$  sont données en figure 3.20 pour chaque image de phase. Puisque le calcul de  $\rho$  ne s'applique que pour des signaux univariants, alors on effectue l'opération pour chaque valeur de  $x$ . Dans la courbe du haut on dissocie deux zones principales : celle à l'extérieur de l'objet ( $x \in [0 : 40]$  pixels et  $x \in [472 : 512]$  pixels) et celle à l'intérieur de l'objet ( $x \in [40 : 472]$  pixels). La première zone hors de l'objet fait ainsi apparaître une corrélation faible ( $\rho < \pm 0,5$ ) tandis que la seconde zone dans l'objet fait apparaître une corrélation forte ( $\rho \approx 1$ ). En effet, dans la première zone, on compare un signal statique avec un signal

aléatoire pur, la corrélation doit donc être nécessairement faible voire nulle. Un zoom sur les valeurs de  $\rho$  dans l'objet est affiché dans le graphe du bas. On observe que la corrélation est maximale pour  $\phi_{tot}(x, y)$ , suivie de  $\phi_{1,1}(x, y)$  ce qui est conforme aux résultats obtenus précédemment.

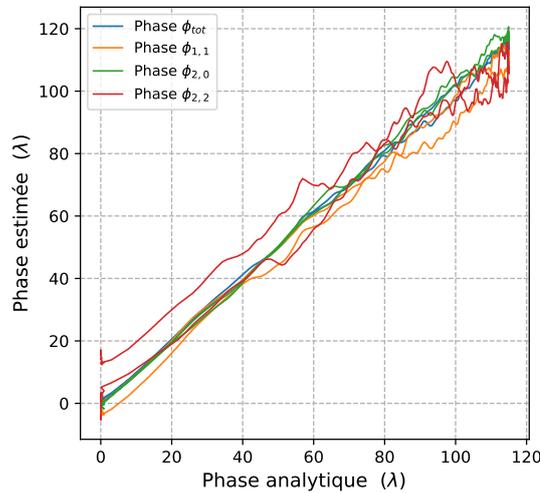


FIGURE 3.19 – Illustration de la corrélation linéaire obtenue entre chaque phase mesurée par l’IDML et la phase analytique recherchée.

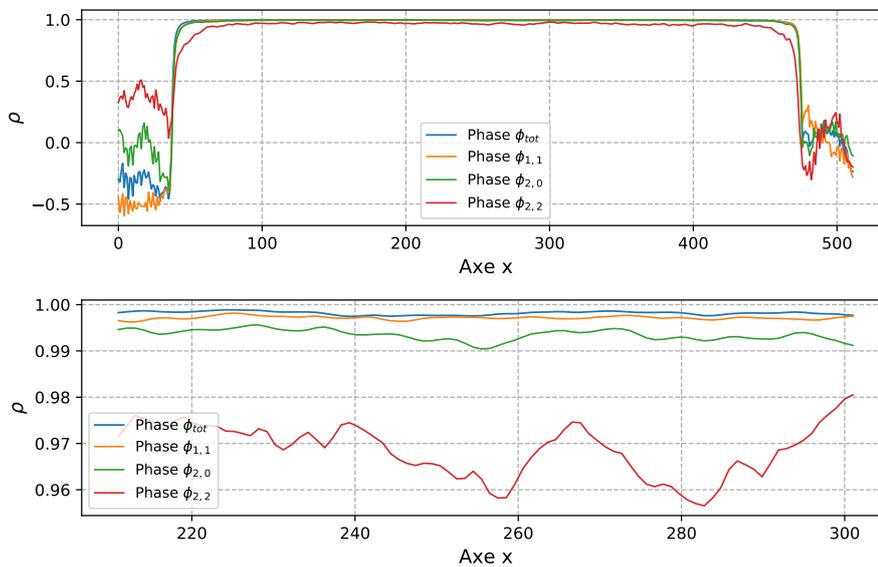


FIGURE 3.20 – En haut : Corrélation selon  $x$  obtenue pour chaque phase. En bas : zoom au sein de l’objet.

La table 3.7 répertorie les valeurs de corrélation obtenues dans l'objet où on choisira plutôt d'afficher  $(1 - \rho)$  en pourcents pour mettre en évidence les écarts entre chaque signal. Par conséquent plus  $(1 - \rho)$  est faible, plus la corrélation est forte et donc plus l'estimation de phase est précise.

Corrélation de Pearson ( $1 - \rho$ ) (%)		
Phases unit.	$\phi_{1,1}$	0,181
	$\phi_{2,0}$	0,414
	$\phi_{2,2}$	1,891
Phase tot.	$\phi_{tot}$	0,111

TABLE 3.7 – Table des valeurs de corrélation obtenues pour chaque phase mesurée par l'IDML diffractant 5 ordres.

L'intégration multi-dérivées propose également une réduction en amplitude des artefacts de sous-échantillonnage. En effet, comme pour le bruit on peut supposer en première approximation que les artefacts des gradients de phase sont d'une certaine manière indépendants entre eux, en ce sens que leur géométrie et leur répartition à l'image est propre à chaque gradient considéré. La méthode des moindres carrés pondérés peut donc s'appliquer pour cette problématique; encore faut-il trouver une pondération adaptée. Or en section précédente, nous avons montré que l'amplitude des artefacts dépendait linéairement de l'amplitude de l'harmonique aux fréquences parasite. Il en est de même pour la variance du bruit. On peut alors utiliser la pondération par la variance du bruit pour réduire l'amplitude des artefacts de sous-échantillonnage. Si cette pondération ne s'avère pas toujours optimale (car les artefacts dépendent aussi d'autres facteurs, tels que l'allure et l'étalement des harmoniques), elle permet néanmoins de garantir une amélioration certaine de l'estimation de phase.

La figure 3.21 montre ainsi les cartes des résidus de phase associées aux artefacts de sous-échantillonnage seulement. La pondération utilisée pour  $\phi_{tot}(x, y)$  est la même que précédemment (cf. figure 3.17). On observe ainsi que les artefacts en provenance de tous les gradients sont pris en compte dans la reconstruction de  $\phi_{tot}(x, y)$  mais leur amplitude devient plus faible que les phases intégrées à deux gradients. Pour s'en convaincre, le profil des résidus de phase est donné en figure 3.22 et les valeurs sont répertoriées en table 3.8.

		Amp. relative du résidu (%)	RMSE relatif (%)
Phases unit.	$\phi_{1,1}$	2,80	0,22
	$\phi_{2,0}$	2,95	0,30
	$\phi_{2,2}$	9,81	0,72
Phase tot.	$\phi_{tot}$	2,18	0,20

TABLE 3.8 – Table des valeurs de résidu de phase à deux et six gradients.

Ainsi, l'amplitude des artefacts de sous-échantillonnage est plus faible pour  $\phi_{tot}(x, y)$  que pour chaque phase intégrée à deux gradients, montrant d'un point de vue quantitatif que cette erreur diminue également avec le nombre de dérivées

utilisées dans la reconstruction, et ce, même si les coefficients de pondération sont ceux du bruit et non ceux donnés par l'amplitude des artefacts de sous-échantillonnage.

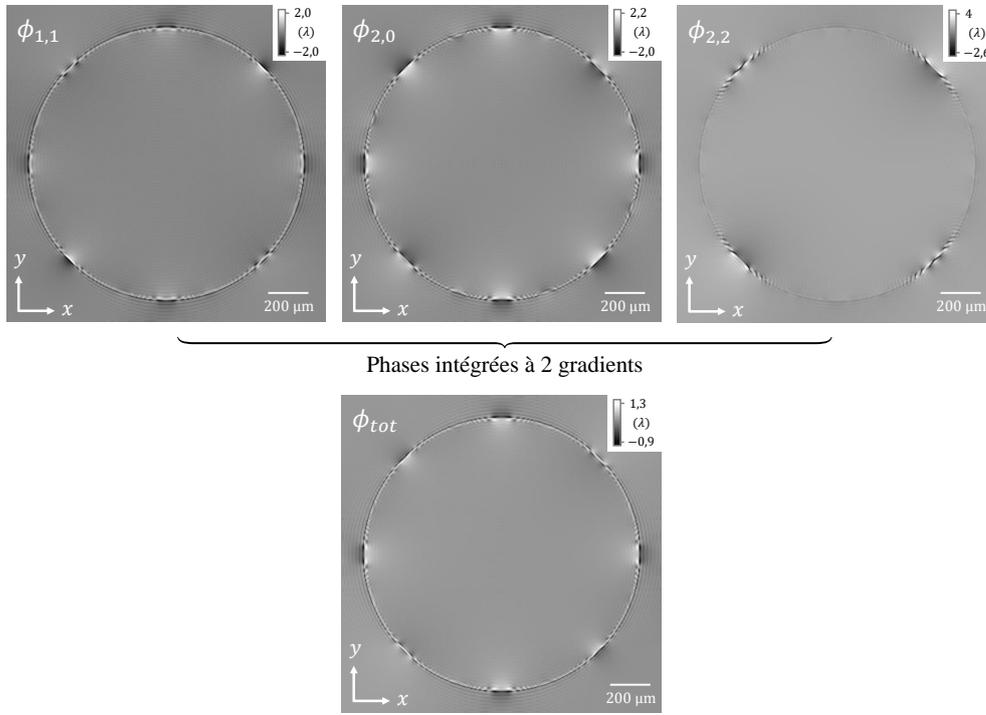


FIGURE 3.21 – Cartes des résidus de phase à deux et six gradients pour la bille en PMMA.

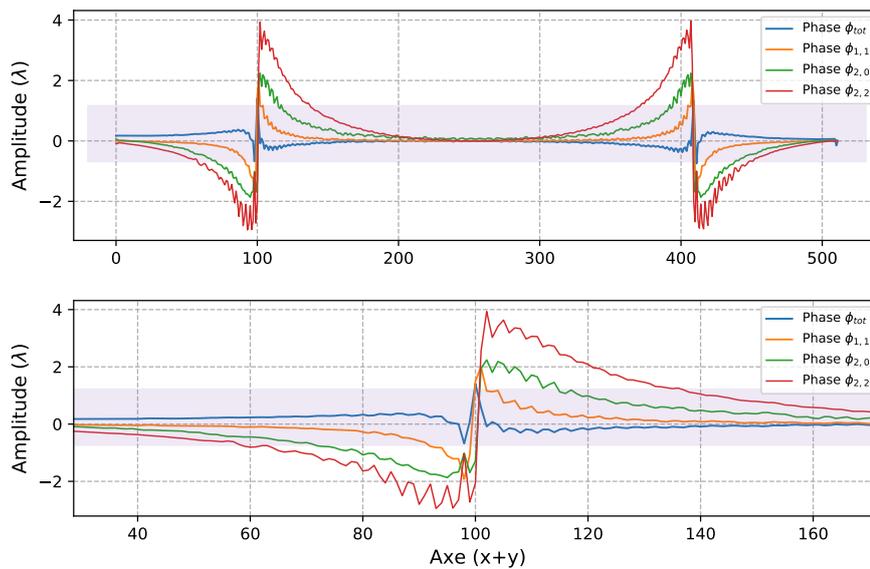


FIGURE 3.22 – Profil diagonal associé aux cartes de résidus précédentes.

### 3.2.3 Extension de l'intégration multi-dérivées à tout interféromètre périodisé : vers une géométrie à 9 ordres diffractés

En vue de la minimisation du bruit de phase, l'intégration multi-dérivées offre des gains croissants avec le nombre de dérivées choisies, conformément aux suppositions de Velghe [86]. Comme je l'ai brièvement mentionné en début de cette section, un autre aspect de mon travail de thèse a consisté à étendre la notion d'intégration multi-dérivées pour le senseur de front d'onde Shack-Hartmann. En effet, par rapport au damier à deux niveaux  $[0, \pi]$  diffractant 5 ordres, le dispositif Shack-Hartmann est un IDML diffractant considérablement plus d'ordres. Les harmoniques qu'il génère pavent ainsi le plan de Fourier et permettent de mesurer une multitude de gradients orientés du front d'onde à la fois [66][75].

Cependant l'échantillonnage du senseur Shack-Hartmann est nécessairement limité à la mesure de faibles variations de phase, du fait de l'espace restreint entre les harmoniques dans le plan de Fourier. Compte tenu des résultats que nous avons obtenus dans le domaine visible et en extrapolant le problème en rayons X pour l'imagerie de phase d'objets à transitions abruptes, l'objectif consiste à définir une géométrie d'IDML permettant de maximiser les gains en signal-à-bruit tout en conservant l'échantillonnage du damier  $[0, \pi]$  diffractant 5 ordres. Cela a fait l'objet d'une étude que j'ai menée et dont les résultats sont présentés ci-dessous, pour le moment en simulation.

#### 3.2.3.1 Définition de la problématique

La problématique est la suivante : on cherche une géométrie de réseau bidimensionnel dont l'épaisseur  $e$  et la période  $p$  sont fixées et égales à celles du damier à deux niveaux  $[0, \pi]$  étudié jusqu'à présent, notamment pour des questions de fabrication. Or il est possible d'ajouter un nombre croissant d'harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$  sans nécessairement modifier l'épaisseur du réseau. En effet, en reprenant l'exemple du signal carré décomposé en série de Fourier abordé en chapitre précédent (cf. section 2.2.1.1 - figure 2.2), il est apparu que l'ajout d'harmoniques de fréquences plus élevées ne modifiait pas l'amplitude du signal contrairement à son RMS : le RMS d'un signal carré d'amplitude  $A_0$  est égal à  $A_0$  là où le RMS du signal sinusoïdal de même amplitude vaut  $A_0/\sqrt{2} < A_0$ .

Il s'agit maintenant de déterminer quelle répartition des harmoniques dans le plan de Fourier est optimale car toute géométrie de réseau ne se vaut pas. En effet, en reprenant l'exemple du signal carré décomposé en série, l'ajout croissant d'harmoniques au sein d'un plan de Fourier discrétisé et de taille fixée à  $N \times N$  points nécessite de les rapprocher les uns des autres. Autrement dit, le passage d'un réseau de transmittance sinusoïdale bidimensionnelle à un réseau de transmittance carré ne permet pas d'ajouter des harmoniques à l'infini sans devoir réduire leur fréquence

porteuse pour être échantillonnés correctement par le détecteur. Si ces conditions ne sont pas réunies, alors les harmoniques se replient comme cela a été étudié dans [50].

Par ailleurs, en reprenant la géométrie de l'IDML diffractant 5 ordres on a montré qu'il existait toujours au moins la moitié du plan de Fourier qui n'était pas exploité et ce, quelque soient les conditions de mesure de phase. Le schéma donné en figure 3.23 illustre l'ensemble des régions du plan de Fourier qui ne sont jamais exploitées par l'IDML diffractant 5 ordres. On déduit qu'il faut ajouter les nouveaux harmoniques à ces endroits du plan.

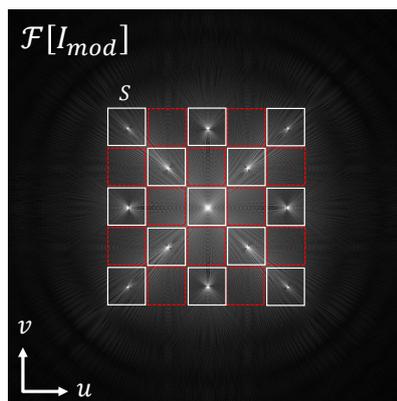


FIGURE 3.23 – Illustration des régions non exploitées du plan de Fourier par l'IDML en damier  $[0, \pi]$  diffractant 5 ordres. Ces régions sont délimitées par les carrés pointillés en rouge. A titre indicatif, les supports d'extraction  $S$  sont affichés en blanc.

Ainsi, je propose une nouvelles géométrie d'IDML ne diffractant non plus 5 mais 9 ordres que j'ai étudié en simulation. Plusieurs déclinaisons du 9 ordres peuvent être réalisées expérimentalement, donnant lieu à différentes distributions en amplitude des harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$ . Je ne me focaliserai ici que sur une réalisation particulière qui sera présentée en section suivante. L'objectif ici est de montrer l'apport de cette nouvelle géométrie en simulation en vue d'une implémentation expérimentale à l'avenir.

### 3.2.3.2 Damier à trois niveaux $[0, \pi/2, \pi]$

Le réseau diffractant 9 ordres proposé est un damier à trois niveaux  $[0, \pi/2, \pi]$  dont la répartition en phase de la transmittance complexe est donnée en figure 3.25. Les ordres de diffraction additionnels  $OD(u, v)$  sont répartis selon les axes orthogonaux  $\pm u$  et  $\pm v$  et placés sur un deuxième cercle de Montgomery par rapport aux 4 ordres de diffraction principaux de l'IDML diffractant 5 ordres. Dans le cas d'une illumination par un faisceau monochromatique, ceci engendre des modulations du motif d'intensité selon  $z$  faisant varier l'amplitude des harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$ . Cet aspect là ne sera pas étudié ici. Le schéma associé du dispositif d'imagerie est donné en figure ??

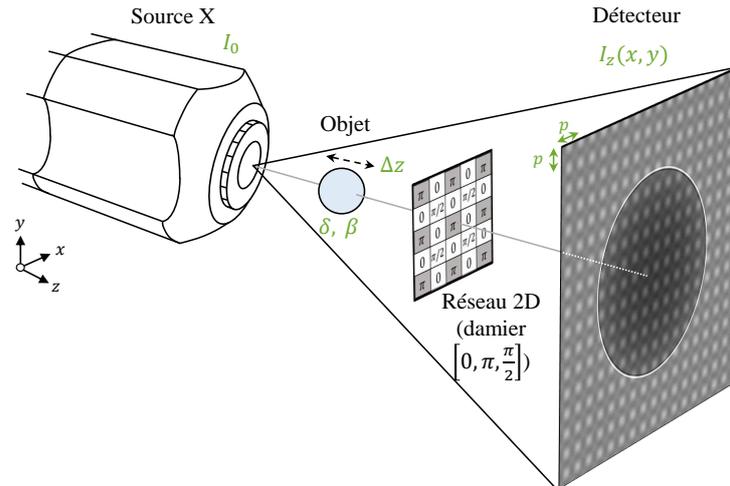


FIGURE 3.24 – Dispositif d'imagerie de phase pour l'IDML diffractant 9 ordres à trois niveaux  $[0, \pi/2, \pi]$ .

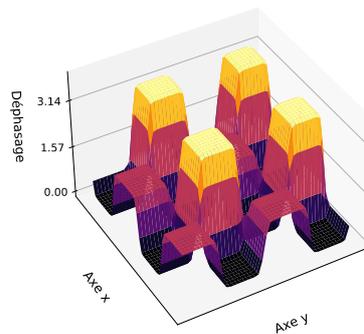


FIGURE 3.25 – Répartition spatiale du déphasage de l'IDML diffractant 9 ordres à trois niveaux  $[0, \pi/2, \pi]$ .

L'interférogramme simulé dans un cas idéal sans bruit et sa TFD en module sont donnés en figure 3.26 dans des conditions de simulation identiques au cas précédent. On voit notamment l'apparition des 12 nouveaux harmoniques répartis entre les harmoniques déjà existants dont l'ensemble pave le plan de Fourier.

L'extraction des gradients de phase en simulation est regroupée sous forme matricielle et affichée en figure 3.27. Comme précédemment, on applique le traitement par la méthode MARIO pour supprimer l'effet de l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  dans l'extraction. Il apparaît douze nouveaux gradients de phase mesurés par ce réseau. Tous les gradients ne se valent pas en qualité, en particulier certains sont impactés par des artefacts de sous-échantillonnage. Par exemple, le gradient  $G_{2,1}(x, y)$  est particulièrement impacté car l'harmonique  $H_{2,1}(u, v)$  dont il est issu est d'amplitude faible devant l'amplitude de ses harmoniques voisins ( $H_{1,1}(u, v)$ ,  $H_{2,0}(u, v)$ ,  $H_{1,0}(u, v)$ ).

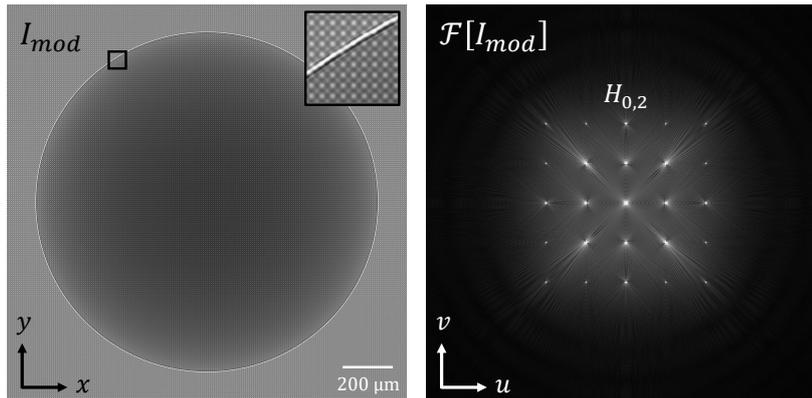


FIGURE 3.26 – Interférogramme simulé d'une bille en PMMA imagée par le damier à trois niveaux  $[0, \pi/2, \pi]$  diffractant 9 ordres (à gauche) et TFD associée (à droite).

La matrice de bruit est donnée en figure 3.28 pour un RSB de l'interférogramme égal à 30. Comme pour l'IDML diffractant 5 ordres, les gradients croisés primaires  $G_{-1,1}(x, y)$  et  $G_{1,1}(x, y)$  sont ceux dont le RSB est le plus important, suivis des nouveaux gradients orthogonaux primaires  $G_{1,0}(x, y)$  et  $G_{0,1}(x, y)$ . On remarquera que les gradients  $G_{2,1}(x, y)$  et  $G_{1,2}(x, y)$  dont les artefacts sont proéminents aux bords de l'objet sont également ceux dont le RSB est le plus faible, conformément aux hypothèses de départ.

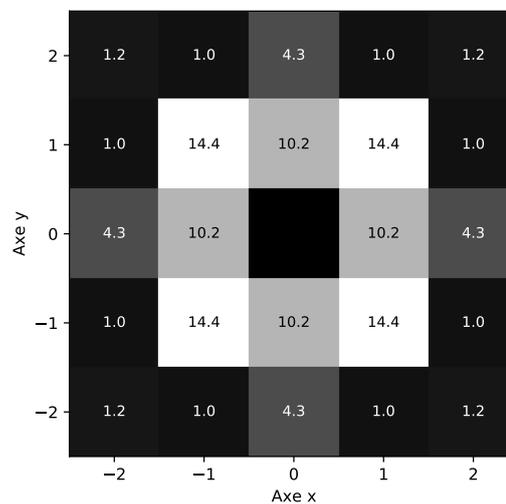


FIGURE 3.28 – Matrice de bruit associée aux gradients mesurés par le 9 ordres en damier  $[0, \pi/2, \pi]$  avec bruit.

La matrice de bruit associée au réseau diffractant 9 ordres sert ainsi à pondérer les gradients mesurés dans la reconstruction multi-dérivées. Le résultat de la reconstruction est donné à gauche de la figure 3.29 où douze gradients sont utilisés, soit deux fois plus que pour l'IDML diffractant 5 ordres. A droite de la figure est donnée la phase  $\phi_{1,1}(x, y)$  issus des gradients croisés primaires  $G_{-1,1}(x, y)$  et

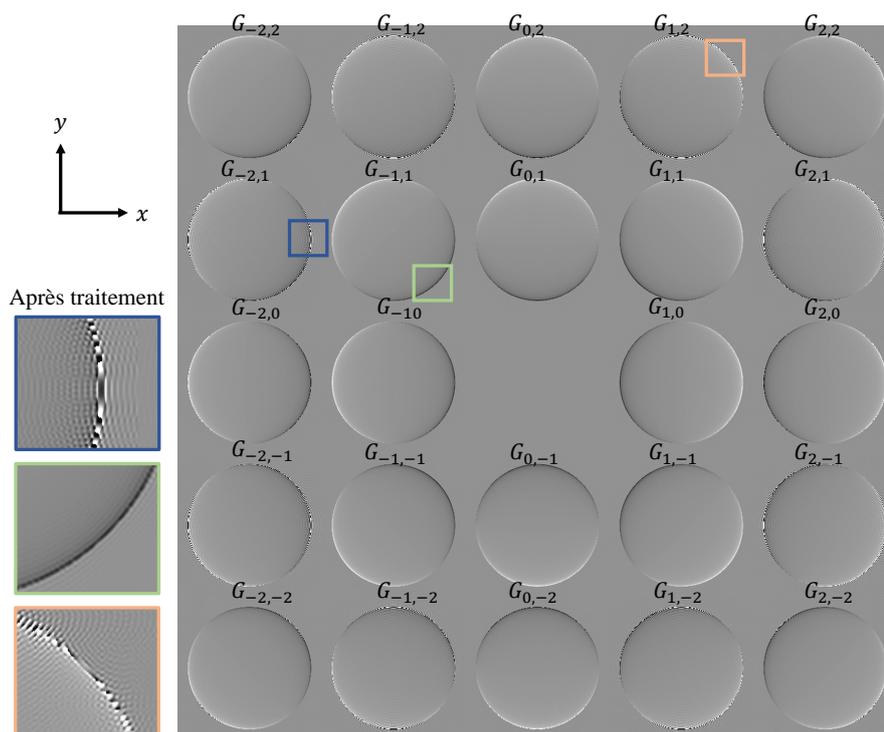


FIGURE 3.27 – Matrice des gradients mesurés par le 9 ordres en damier à trois niveaux  $[0, \pi/2, \pi]$  sans bruit et après traitement.

$G_{1,1}(x, y)$ . On remarque ainsi que le bruit est notablement plus faible pour  $\phi_{tot}(x, y)$  que pour  $\phi_{1,1}(x, y)$ . Le RSB est ainsi estimé à 23,94 pour  $\phi_{tot}(x, y)$  contre 17,03 pour  $\phi_{1,1}(x, y)$ , soit un gain supérieur à 40 %. La table 3.9 résume les valeurs de RSB estimées dans ce cas simulé. Comparativement à l'IDML diffractant 5 ordres, cette géométrie à 9 ordres améliore de 15 % le signal-à-bruit et renforce l'idée qu'il faille multiplier les orientations de mesure de phase.

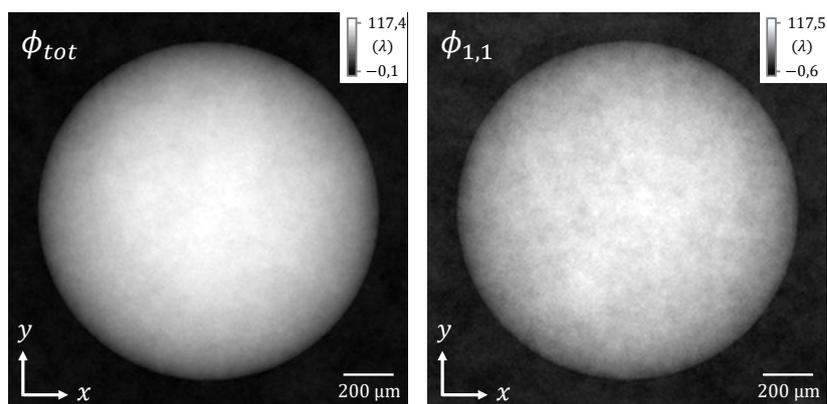


FIGURE 3.29 – Comparaison entre l'image de phase intégrée à douze gradients (à gauche) et intégrée à deux gradients principaux (à droite).

		RSB
Phases unit.	$\phi_{1,1}$	17,03
	$\phi_{2,0}$	12,87
	$\phi_{2,0}$	14,63
	$\phi_{2,1}$	2,22
	$\phi_{1,2}$	2,95
	$\phi_{2,2}$	3,96
Phase tot.	$\phi_{tot}$	23,94

TABLE 3.9 – Table comparative du RSB de chaque phase intégrée à deux gradients du damier à trois niveaux  $[0, \pi/2, \pi]$  et de la phase intégrée à douze gradients.

Dans la table ci-dessus, la phase  $\phi_{2,1}(x, y)$  est issue de l'intégration des gradients  $G_{2,1}(x, y)$  et  $G_{-1,2}(x, y)$ . De même, la phase  $\phi_{1,2}(x, y)$  est issue de l'intégration des gradients  $G_{1,2}(x, y)$  et  $G_{-2,1}(x, y)$ .

A titre indicatif, on peut évaluer comme précédemment la corrélation entre les phases mesurées par l'IDML diffractant 9 ordres et la phase analytique recherchée. Le coefficient de corrélation  $\rho$  est donné pour chaque phase en figure 3.30 et répertorié en table 3.10. La phase  $\phi_{tot}(x, y)$  obtenue pour ce réseau montre une corrélation plus forte que pour le damier à deux niveaux  $[0, \pi]$  ce qui confirme les résultats obtenus par le calcul du RSB.

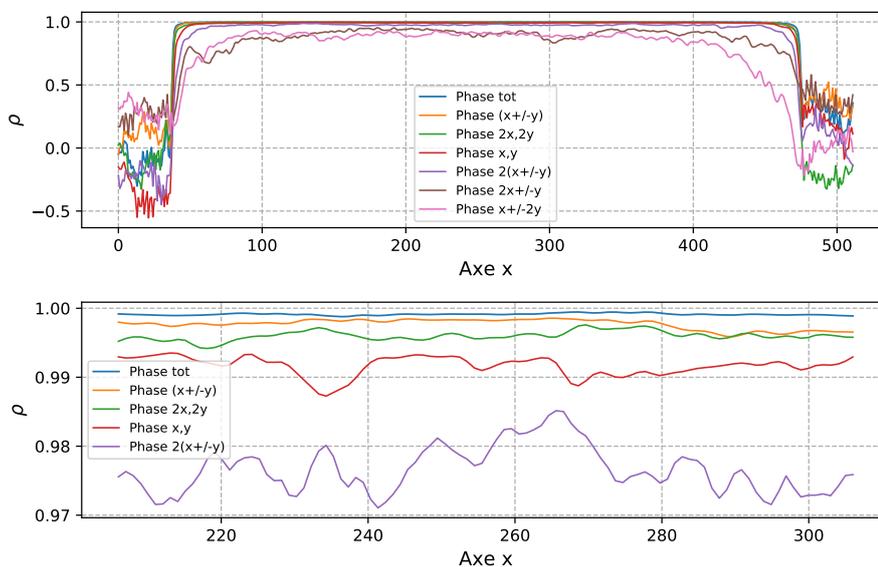


FIGURE 3.30 – En haut : Corrélation selon  $x$  obtenue entre les phases mesurées par l'IDML diffractant 9 ordres et la phase analytique recherchée. En bas : zoom dans l'objet.

		Corrélation de Pearson ( $1 - \rho$ ) (%)
Phases unit.	$\phi_{1,1}$	0,144
	$\phi_{1,0}$	0,240
	$\phi_{2,0}$	0,648
	$\phi_{2,1}$	5,383
	$\phi_{1,2}$	6,835
	$\phi_{2,2}$	1,485
Phase tot.	$\phi_{tot}$	0,054

TABLE 3.10 – Table des valeurs de corrélation obtenues pour chaque phase mesurée par l'IDML diffractant 9 ordres.

Parallèlement au bruit, on peut évaluer en dernier lieu l'apport de l'intégration à douze gradients sur la réduction des artefacts de sous-échantillonnage. Les résidus de phase associés sont affichés en figure 3.31 pour la phase généralisée  $\phi_{tot}(x, y)$  (à gauche) et pour la phase intégrée par les deux gradients principaux  $\phi_{1,1}(x, y)$ . La table 3.11 résume les valeurs d'amplitude et de RMS de l'erreur. Il apparaît que le résidu de la phase totale est dans cette configuration réduite en amplitude d'un facteur 1,04 et en RMS d'un facteur 1,16. Le gain en amplitude est par conséquent moins important pour le réseau à 9 ordres diffractés que pour celui à 5 ordres diffractés car les artefacts des nouveaux gradients utilisés dans la reconstruction, notamment les gradients  $G_{1,2}(x, y)$ ,  $G_{-2,1}(x, y)$ ,  $G_{2,1}(x, y)$  et  $G_{-1,2}(x, y)$ , sont de forte amplitude. De plus, la pondération par la variance du bruit n'est pas optimale vis-à-vis des artefacts de sous-échantillonnage. Toutefois, la réduction de l'erreur ( $> 1$ ) conforte dans l'idée que l'intégration multi-dérivées reste efficace pour réduire les artefacts de sous-échantillonnage.

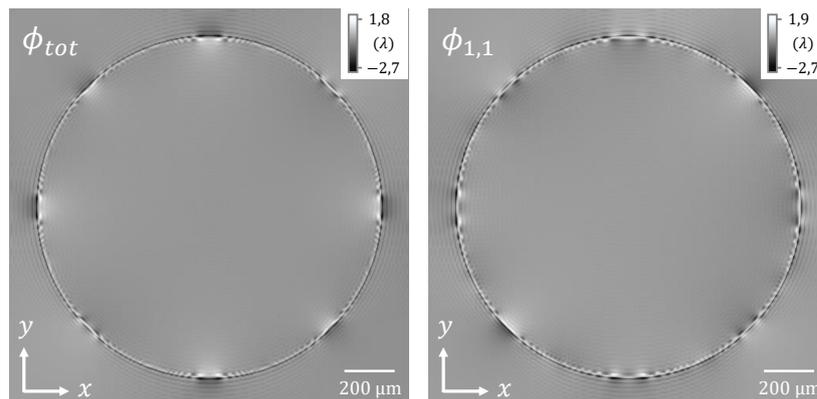


FIGURE 3.31 – Comparaison entre l'image de phase intégrée à douze gradients (à gauche) et intégrée à deux gradients principaux (à droite).

		Amp. relative du résidu (%)	RMSE relatif (%)
Phases unit.	$\phi_{1,1}$	4,64	0,21
	$\phi_{1,0}$	6,70	0,30
	$\phi_{2,0}$	14,6	0,36
	$\phi_{2,1}$	48,80	2,16
	$\phi_{1,2}$	49,95	2,26
	$\phi_{2,2}$	14,72	0,49
Phase tot.	$\phi_{tot}$	4,43	0,18

TABLE 3.11 – Table des valeurs de résidu de phase mesurés à deux et douze gradients par le damier à trois niveaux  $[0, \pi/2, \pi]$ .

### 3.2.4 Synthèse

L'objectif de cette section était d'évaluer l'apport de la reconstruction par moindres carrés pondérés pour la réduction du bruit de phase. Les résultats présentés sur l'IDML diffractant 5 ordres montrent une amélioration notable du rapport signal-à-bruit de la phase pour une intégration à 6 dérivées. Par ailleurs, les artefacts de sous-échantillonnage présents dans les gradients de phase ont également été réduits en amplitude par l'intégration multi-dérivées. En supposant que les gains de cette méthode sont croissants avec le nombre de dérivées utilisées, j'ai également proposé une nouvelle géométrie de réseau diffractant 9 ordres, construite de telle sorte à maximiser la répartition spectrale des harmoniques dans le plan de Fourier tout en conservant les mêmes propriétés d'échantillonnage. Les résultats obtenus en simulation sur l'IDML diffractant 9 ordres montrent qu'il est possible de maximiser l'apport de l'intégration multi-dérivées et de reconstruire qualitativement et quantitativement le front d'onde avec de plus faibles erreurs d'estimation que pour l'IDML diffractant 5 ordres.

Expérimentalement, l'apport de l'intégration multi-dérivées en imagerie de phase en rayons X n'a pas encore été démontré car l'introduction de la fonction de transfert du système filtrant les fréquences spatiales élevées empêche un grand nombre d'harmoniques du réseau de se répartir dans le plan de Fourier. Une perspective de mon travail sera ainsi d'évaluer l'apport de cette méthode expérimentalement, tenant compte des limites intrinsèques du dispositif, dans le cas d'un réseau diffractant 5 et 9 ordres.

## 3.3 Conclusion du chapitre

Le chapitre précédent proposait d'étudier différents postes de dégradation de la qualité des images de phase sur l'IDML, notamment le bruit et le sous-échantillonnage. Les connaissances obtenues par l'étude de ces phénomènes m'ont amené à proposer dans ce chapitre une méthode de traitement par poste de

dégradation étudié. Les deux méthodes ainsi développées, nommément MARIO et intégration multi-dérivées, sont applicables indépendamment l'une de l'autre ou peuvent être cumulées pour garantir une estimation optimale de phase par l'IDML. Le problème étant sous contraintes, l'objectif de mon travail a été de garantir une simplicité d'implémentation et dont le coût en ressources est le plus limité, notamment pour des applications CND comme nous allons le voir au chapitre suivant.

## Chapitre 4

# Mise en oeuvre sur bancs de laboratoire

Ce dernier chapitre est dédié à la mise en évidence expérimentale des artefacts de phase et des limitations par le bruit évoqués précédemment. Les résultats présentés en première partie de ce chapitre ont été obtenus à travers la mesure de phase d'un objet canonique utilisé en simulation, à savoir la bille en PMMA. Je présenterai en seconde partie les résultats sur un objet d'intérêt en CND, à savoir un matériau composite carboné utilisé dans le domaine aéronautique.

- La première partie de ce chapitre a pour objectif de montrer la contrainte sur l'échantillonnage des franges et sur le bruit induits par une source à rayons X  $K\alpha$  laser-plasma. Avec l'appui des résultats obtenus en simulation (cf. chapitres 2), je montrerai que le chevauchement entre les harmoniques du réseau et l'harmonique central devient inévitable car le filtrage des hautes fréquences par l'étalement de la source X empêche les harmoniques d'occuper tout le plan de Fourier. Dans ce cas, je montrerai qu'il est nécessaire d'introduire un traitement de l'interférogramme.
- En deuxième partie, je présenterai des mesures obtenues sur des échantillons composites aux applications aéronautiques où la contrainte sur le bruit et l'échantillonnage des franges est levée mais où les variations abruptes d'intensité de l'objet sont nécessairement plus rapides que la période de l'interférogramme. Dans ce cas, le chevauchement par l'harmonique central induit également des artefacts et un traitement de l'interférogramme devient nécessaire.

Dans chaque cas, je chercherai à montrer que l'écart entre l'image produite et l'objet observé est minimisé après traitement des artefacts et j'évaluerai les gains obtenus avec l'appui de la carte de confiance.

### Sommaire

---

<b>4.1 Application sur une source à rayons X <math>K\alpha</math> laser-plasma</b>	120
4.1.1 Contexte scientifique	120
4.1.2 Description de la source à rayons X	120

4.1.3	Application à l'imagerie de phase . . . . .	122
4.1.4	Synthèse . . . . .	129
<b>4.2</b>	<b>Dégradation d'une plaque carbonée tissée par foudroiement . . . . .</b>	<b>131</b>
4.2.1	Contexte scientifique . . . . .	131
4.2.2	Description du banc . . . . .	132
4.2.3	Résultats d'imagerie de phase . . . . .	136
4.2.4	Synthèse . . . . .	146

## 4.1 Application sur une source à rayons X $K\alpha$ laser-plasma

### 4.1.1 Contexte scientifique

Les sources de rayons X  $K\alpha$  laser-plasma ont connu un développement important ces dernières années. Dans ce cadre, le laboratoire Lasers, Plasmas et Procédés Photoniques (LP3) Unité Mixte de Recherche (UMR 7341) Aix-Marseille Université / CNRS développe un type de source à rayons X comme proposition intermédiaire entre les tubes à rayons X et les installations synchrotron, en termes de brillance, de taux de répétition et d'exigence d'infrastructure. La source à rayons X  $K\alpha$  laser-plasma du LP3 propose une approche alternative de génération de rayons X par rapport d'autres sources laser-plasma encore en développement, tels que le rayonnement Betatron [43][28][89][19][35] ou la diffusion Compton inverse [39]. Cette source présente notamment l'avantage de délivrer un taux de répétition élevé et une divergence de faisceau adaptée aux applications d'imagerie. Des études antérieures ont notamment démontré la capacité de ce type de source pour l'imagerie en contraste de phase, en particulier à travers la méthode de mesure par libre propagation [30].

### 4.1.2 Description de la source à rayons X

La génération de rayons X est issue de l'interaction entre une impulsion laser femtoseconde de forte intensité ( $I \geq 10^{16}$  W/cm<sup>2</sup>) et une cible solide à haut numéro atomique  $Z$ . Le spectre de la source X est composé d'une contribution en émission Bremsstrahlung, dominée par l'effet photo-électrique induisant une contribution massive de la raie  $K\alpha$  (jusqu'à 50% du spectre d'émission de rayons X) [38, 83], caractéristique du matériau de la cible solide. De plus, la source peut être spectralement accordable en changeant le type de matériau cible. Cela peut donner accès à des photons  $K\alpha$  de hautes énergies (>20 keV) pour des matériaux à  $Z$  élevé comme l'argent ( $E_{K\alpha}(Ag) = 22,16$  keV), le tantale ( $E_{K\alpha}(Ta) = 57,53$  keV) ou le tungstène ( $E_{K\alpha}(W) = 59,31$  keV). Enfin, cette source a également une durée d'impulsion estimée inférieure à 1 picoseconde tout en combinant un flux élevé, la rendant adaptée pour effectuer des applications résolues en temps. En pratique, une luminosité comparable à la troisième génération de synchrotrons a été démontrée [3].

Pour montrer l'intérêt de cette source à rayons X  $K\alpha$  pour des applications en imagerie de phase, les expériences sont réalisées sur la ligne de faisceau laser à haute puissance de l'installation ASUR (pour Applications Sources Ultra-Rapides, cf. Figure 4.1). Développé et maintenu par le LP3, ASUR [20] est une plateforme d'application des sources laser ultra rapides pour l'imagerie X et l'interaction laser-matière. Le laser fonctionne par combinaison de puissance de 5 lignes de faisceaux primaires de basse et haute puissance. Il est pulsé à 100 Hz permettant d'atteindre 10 TW en régime nominal à  $\lambda = 800$  nm. Le faisceau laser possède une durée d'impulsion d'environ 25 fs et il est focalisé sur une cible épaisse en molybdène ( $E_{K\alpha}(Mo) = 17,48$  keV) à un angle d'incidence de  $45^\circ$  avec une parabole hors axe. Plus de détails sur la surface cible et la puissance de la source X en fonction de l'intensité sur cible peuvent être trouvés dans la littérature [4]. Le principe de génération des rayons X est schématisé en figure 4.2 avec le spectre mesuré pour la cible en molybdène.



FIGURE 4.1 – Vue d'ensemble de la plateforme ASUR.

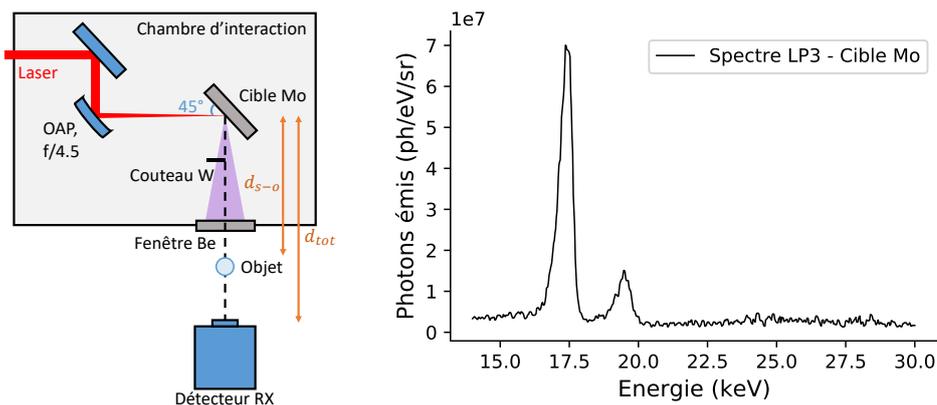


FIGURE 4.2 – Principe de génération des rayons X et spectre de la source laser plasma du LP3.

Le détecteur utilisé tout au long de cette campagne est la caméra PIXIS-XB : 1024BR développée par Princeton Instruments [1]. Ce détecteur CCD 16 bits à détection directe est composé d'une matrice de  $1024 \times 1024$  pixels de taille  $13 \times 13 \mu\text{m}^2$  recouvrant un champ de vue total de  $1,3 \times 1,3 \text{ cm}^2$ . Il est refroidi à  $-60$  °C et sa gamme de sensibilité en énergie est de 70 % d'efficacité de conversion

autour de 4 – 6 keV mais tombe à 6 – 7 % à la raie  $K\alpha$  du molybdène ce qui limite davantage le flux de photons X effectif convertis par la matrice de pixels.

### 4.1.3 Application à l'imagerie de phase

Afin de déterminer les paramètres d'échantillonnage du réseau, il convient d'abord de mesurer la taille du foyer de la source à rayons X. Celle-ci a été réalisée suivant la méthode du bord franc proposée dans [27], à travers l'estimation du flou géométrique qu'il induit à l'image. Pour remonter à une estimation du diamètre du foyer  $\varnothing_s$  à partir du flou au niveau du détecteur  $f_{\odot}$ , on rappelle la relation :

$$f_{\odot} = (g_o - 1) \varnothing_s \quad (4.1)$$

où  $g_o$  est le grandissement objet. En pratique, l'objet utilisé est un bord franc en tungstène fortement absorbant placé sur le trajet du faisceau à 6 cm de la cible. Il produit donc un fort grandissement permettant de mesurer le flou sur plusieurs pixels du détecteur. En traçant le profil normal au bord franc, on obtient la fonction d'étalement de bord (FEB) selon une certaine orientation. Pour en déduire le flou  $f_{\odot}$ , on estime la différence à 20 % et 80 % de la pente de la FEB. Le bord franc utilisé sur l'installation ASUR est un couteau en Tungstène placé dans la chambre d'interaction, entre la cible en Molybdène et la fenêtre en Béryllium. Dans cette campagne, le détecteur est placé à une distance de la source  $d_{tot} = 92$  cm, le grandissement du couteau est de  $g_o = 8,9$ . L'image du bord franc produite par la caméra PIXIS-XB est présentée en figure 4.3 pour une énergie sur cible de 12 mJ à une cadence laser de 100 Hz.

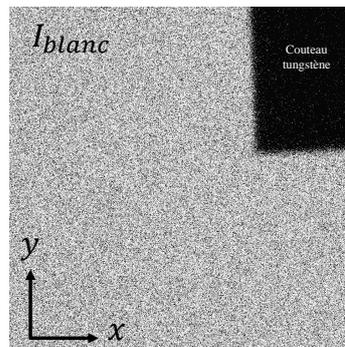


FIGURE 4.3 – Image en atténuation d'un couteau en tungstène par la source laser-plasma du LP3.

On cherche à mesurer le flou selon  $x$  et  $y$ . L'estimation en est donnée en figure 4.4, selon  $x$  et  $y$ . Dans ces conditions, les courbes d'ajustement sont dans les deux cas similaires et la différence à 20 % et 80 % est estimée à 14 pixels, soit un flou  $f_{\odot} = 182 \mu\text{m}$  au niveau du détecteur. Compte tenu du grandissement de l'objet, le diamètre du foyer est donc estimé à  $\varnothing_s = 23 \mu\text{m}$  pour une énergie du laser sur cible égale à 12 mJ. L'effet de l'énergie du laser sur la taille du foyer a été étudié dans [29]. Pour une énergie du laser sur la cible plus faible, par exemple 4 mJ, on trouve un foyer réduit de 76 %, soit  $\varnothing_s = 13 \mu\text{m}$ . Cependant, augmenter la cohérence

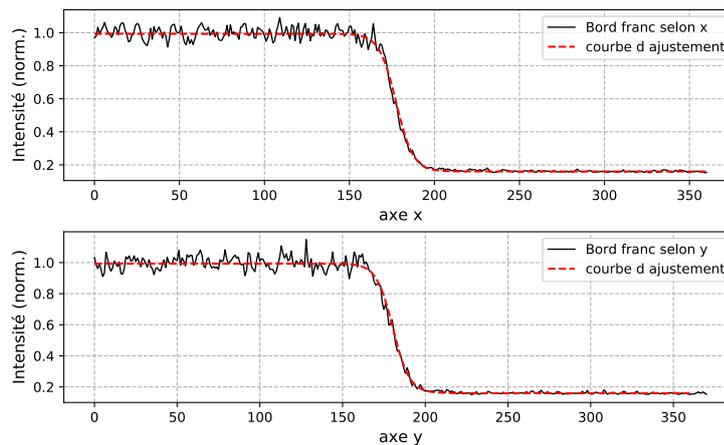


FIGURE 4.4 – Profils selon  $x$  et  $y$  de l'image du bord franc et courbes d'ajustement.

spatiale de la source a un coût sur le flux de photons  $X$  émis, celui-ci étant réduit d'un facteur 3. L'avantage d'utiliser une énergie sur cible de 12 mJ par rapport à 4 mJ est entre autre de pouvoir poser moins longtemps tout en conservant le même flux. Par conséquent, puisque la cible solide en molybdène est ablatée par le laser, elle a une durée de vie allongée dans ce cas.<sup>1</sup> Les valeurs du flux de photons  $X$  noté  $\Phi$  et de la taille du foyer  $\varnothing_s$  sont répertoriées dans la table 4.1 ci-dessous, pour les deux énergies laser sur cible 4mJ et 12 mJ.

Énergie sur cible	(mJ)	4	12
Diamètre foyer $\varnothing_s$	( $\mu\text{m}$ )	13	23
Flux de photons $\Phi$	(ph/s/cm <sup>2</sup> )	1,1 $10^7$	3,4 $10^7$

TABLE 4.1 – Table des valeurs de flux  $\phi$  et de taille de foyer  $\varnothing_s$  en fonction de l'énergie sur cible.

Compte tenu des valeurs expérimentales obtenues en table 4.1, on adapte la période du réseau ainsi que son grandissement, conditionnant le contraste de l'interférogramme et l'échantillonnage de phase.

Le réseau utilisé ici est un damier à 2 niveaux de périodicité orthogonale  $p = 36 \mu\text{m}$  réalisé par la société Microworks et fourni par le LP3. Un déphasage  $[0, \frac{\pi}{2}]$  à la raie d'émission  $K\alpha$  du Molybdène ( $E = 17,48 \text{ keV}$ ) est induit par une couche d'or d'épaisseur  $e = 1,75 \pm 0,16 \mu\text{m}$ , déposée sur un substrat en polymère. L'utilisation d'un réseau à déphasage  $\frac{\pi}{2}$  plutôt qu'un réseau à déphasage  $\pi$  tient au fait que les distances de Talbot fractionnaires sont réduites d'un facteur 2, ce qui

1. L'impact du laser sur la cible se traduit par la formation d'un cratère dû à la formation du plasma au point d'impact. Par conséquent, "frapper deux fois de suite" au même endroit peut induire une instabilité du foyer de la source  $X$  (variation de flux, de taille, ...). La solution technique adoptée pour conserver la bonne stabilité est une mise en mouvement de la cible suivant une trajectoire en spirale d'Archimède. Ainsi, les cibles en molybdène utilisées dans cette campagne ont une durée de vie limitée, se situant autour de  $10^6$  coups avant d'être changées, nécessitant l'arrêt des mesures.

permet d'adapter la distance de propagation pour maximiser au choix l'amplitude des harmoniques croisés  $H_{-1,1}(u, v)$ ,  $H_{1,1}(u, v)$  ou orthogonaux  $H_{2,0}(u, v)$ ,  $H_{0,2}(u, v)$ . Le réseau est ainsi placé à une distance de la source  $d_{s-r} = 32$  cm, associée à un grandissement objet  $g_o = 2,8$ . Ce grandissement correspond à la limite acceptable d'échantillonnage des franges vis-à-vis du filtrage par le flou de la source à 12 mJ. Des photos du montage expérimental d'imagerie de phase par l'IDML sont affichées en figure 4.5.

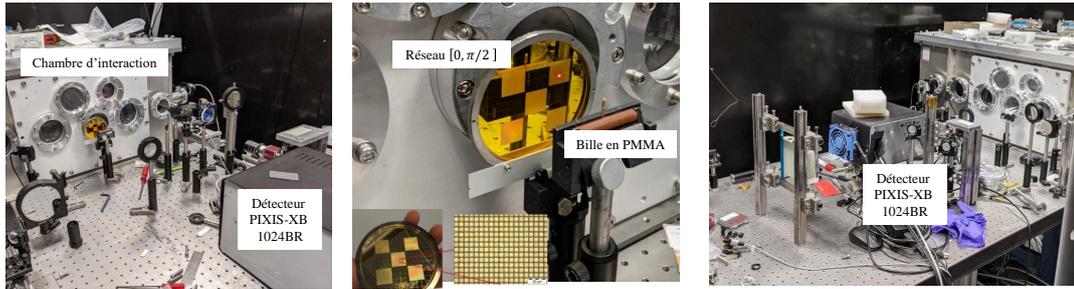


FIGURE 4.5 – Dispositif d'imagerie de phase par IDML monté en sortie de la chambre d'interaction.

Afin de caractériser les effets liés à l'échantillonnage des franges et au bruit dans les images de phase, l'objet canonique choisi est naturellement la bille en PMMA. Expérimentalement, plusieurs billes en PMMA identiques de diamètre  $\varnothing_{\text{PMMA}} = 0,5$  mm sont placées à une distance de la source  $d_{s-o} = 25,5$  cm associée à un grandissement objet  $g_o = 3,6$ . Pour comparer qualitativement les images produites dans les deux configurations 12 mJ et 4 mJ, le temps de pose a été adapté de sorte à intégrer le même nombre de photons par image. Pour une énergie sur cible de 12 mJ le temps de pose par image est de 30 s; pour une énergie sur cible de 4 mJ, il est de 2 min. Enfin, chaque image produite est l'intégration de 16 images à 30 s et 2 min respectivement.

Les résultats d'acquisition sont affichés en figure 4.6 pour une énergie du laser sur cible de 12 mJ. L'image en atténuation des billes en PMMA est donnée en haut à gauche, sa TFD associée à droite. Cette dernière fait apparaître l'harmonique  $H_{0,0}(u, v)$  dont les hautes fréquences sont associées à l'intensité de courbure aux bords des billes. L'interférogramme est donné en bas à gauche et sa TFD à droite. Il apparaît que seuls les harmoniques croisés  $H_{-1,1}(u, v)$ ,  $H_{1,1}(u, v)$  du réseau sont accessibles, les harmoniques orthogonaux  $H_{0,2}(u, v)$  et  $H_{2,0}(u, v)$  étant d'amplitude plus faible que le bruit. Par conséquent, l'extraction de phase s'opèrera sur les harmoniques croisés  $H_{-1,1}(u, v)$  et  $H_{1,1}(u, v)$  uniquement, à 12 mJ comme à 4 mJ.

Les résultats d'extraction sont donnés en figure 4.7 où la première ligne correspond à l'extraction à 12 mJ et la deuxième ligne à 4 mJ. Les gradients selon  $(x - y)$  et  $(x + y)$  sont affichés à gauche et au milieu respectivement. L'image de phase est à droite. On remarque que le bruit des gradients de phase est plus élevé à 12 mJ qu'à 4 mJ. Cela provient de la baisse du contraste des franges par l'étalement

du foyer de la source X à 12 mJ, induisant le filtrage des harmoniques  $H_{\pm 1,1}(u, v)$ . Par ailleurs, on observe la présence d'artefacts aux bords des gradients dont la nature a été caractérisée au chapitre précédent (cf. section 2.2.2).

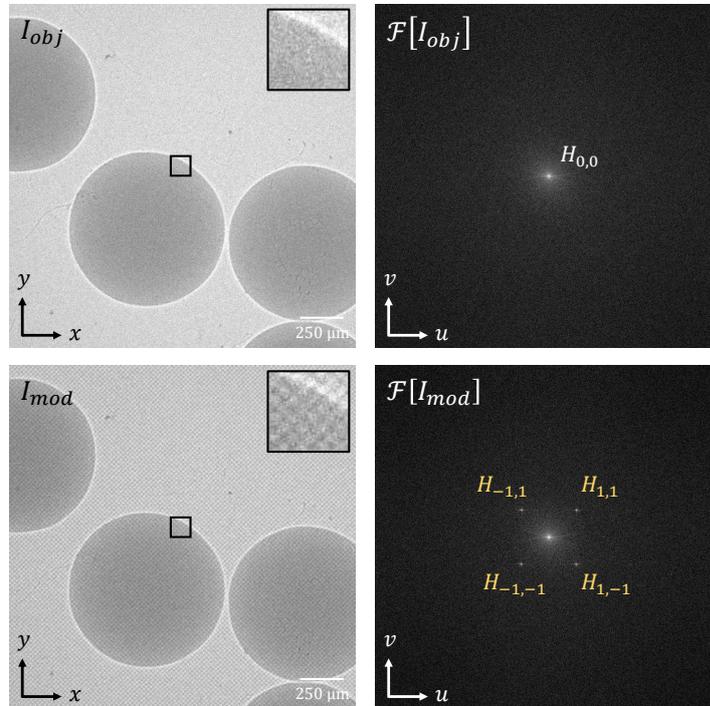


FIGURE 4.6 – Interférogrammes obtenus par moyennage de 16 images à 2 min par image, configuration à 12 mJ sur cible.

Enfin, on confirme avec la carte de confiance que les modulations aux bords de la bille sont des artefacts de sous-échantillonnage. La cartographie obtenue est affichée en figure 4.8 à 12 mJ (en haut) et 4 mJ (en bas) où les alertes de bruit sont affichées en cyan, les artefacts de sous-échantillonnage en orange et les sauts de phase en rouge. Comme précédemment, on affiche par convention la superposition des images de phase avec la cartographie des erreurs de sous-échantillonnage et on fait de même pour les sauts de phase.

Pour les deux mesures à 12 mJ et 4 mJ, les alertes aux bords des billes identifiées par la carte de confiance sont assimilées à des erreurs de sous-échantillonnage induisant des sauts de phase conformément aux résultats numériques. Leur amplitude est élevée car les harmoniques  $H_{\pm 1,1}(u, v)$  sont proches de  $H_{0,0}(u, v)$  dans le plan de Fourier, par contrainte. Pour corriger cet effet, on peut donc naturellement appliquer la méthode MARIO proposée au chapitre précédent. On génère ainsi un nouvel interférogramme résultant de la soustraction pondérée de l'interférogramme initial par l'image en atténuation des billes (cf. Figures 4.6 (a) et (c)). Dans la formule de construction du nouvel interférogramme rappelée ci-dessous, le coefficient  $\alpha$  vaut

0,85 et le coefficient  $\beta$  vaut 0,62 pour une intensité  $I_{mod}(x, y)$  normalisée à 1.

$$I_{corr}(x, y) = I_{mod}(x, y) - \alpha I_{obj}(x, y) + \beta \quad (4.2)$$

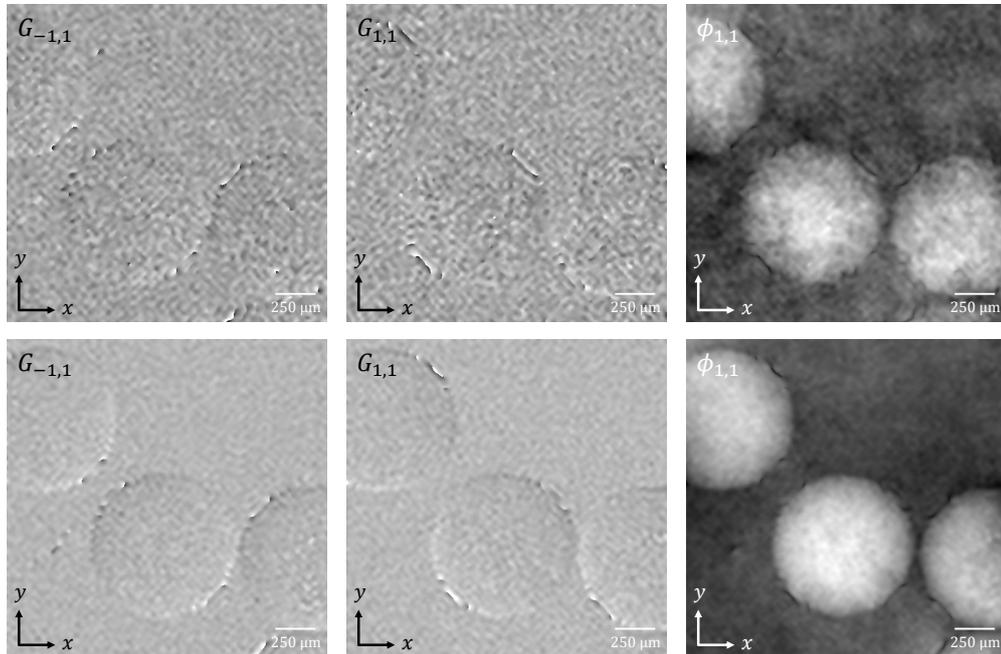


FIGURE 4.7 – Extraction de phase brute de billes en PMMA pour une énergie sur cible de 12mJ (en haut) et 4mJ (en bas). Les gradients extraits sont les gradients croisés  $G_{-1,1}(x, y)$  et  $G_{1,1}(x, y)$ .

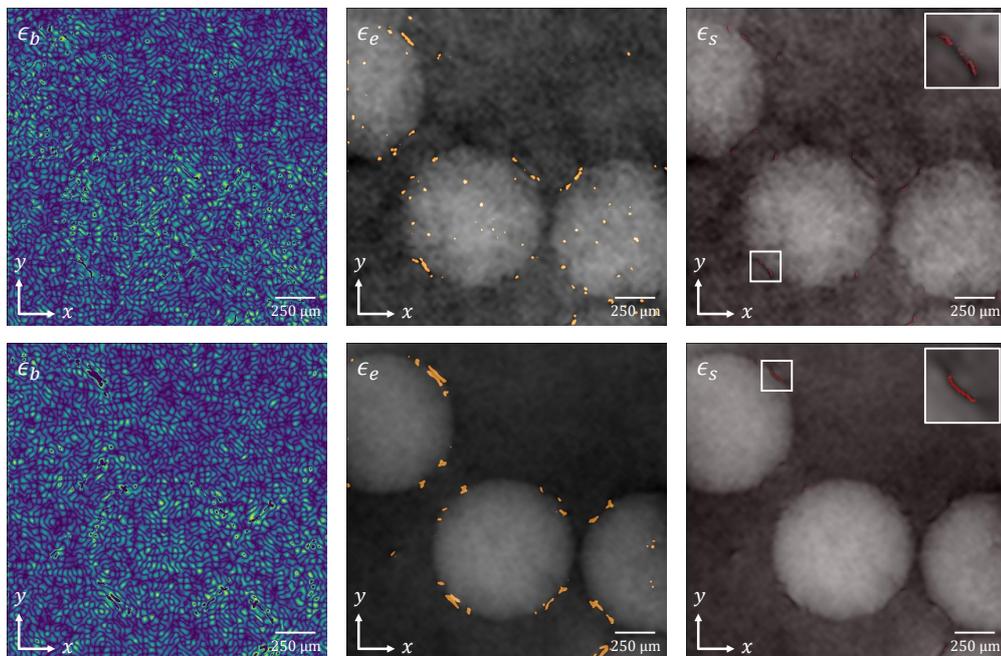


FIGURE 4.8 – Carte de confiance associée à l'extraction de phase à 12 mJ (en haut) et 4 mJ (en bas). De gauche à droite : cartographie du bruit  $\epsilon_b$ , cartographie des artefacts de phase  $\epsilon_e$ , cartographie des sauts de phase  $\epsilon_s$ .

L'interférogramme corrigé  $I_{corr}(x, y)$  est affiché en figure 4.9 (à gauche) et sa TFD à droite. L'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  est minimisé en amplitude et il est maintenant assimilé à un pic de Dirac de fréquence nulle  $f_{0,0}$  (égal à la valeur moyenne de l'interférogramme  $I_{corr}(x, y)$ , soit  $\beta$ ). Pour plus de clarté, le profil diagonal de la TFD de l'interférogramme est donné en figure 4.10, avant et après traitement. L'extraction de phase de  $I_{corr}(x, y)$  est donnée en figure 4.11.

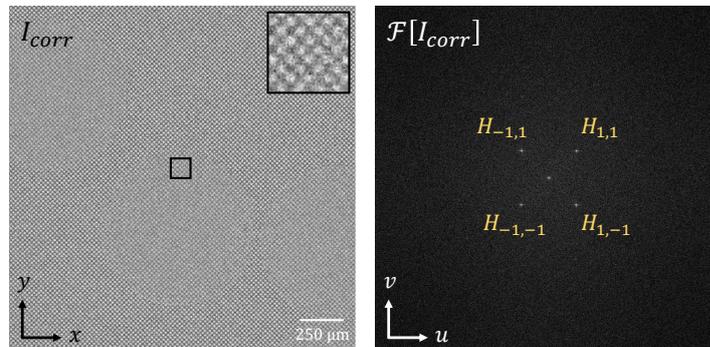


FIGURE 4.9 – Interférogramme corrigé des variations d'intensité  $I_{corr}(x, y)$  et TFD associée pour une énergie sur cible de 12 mJ.

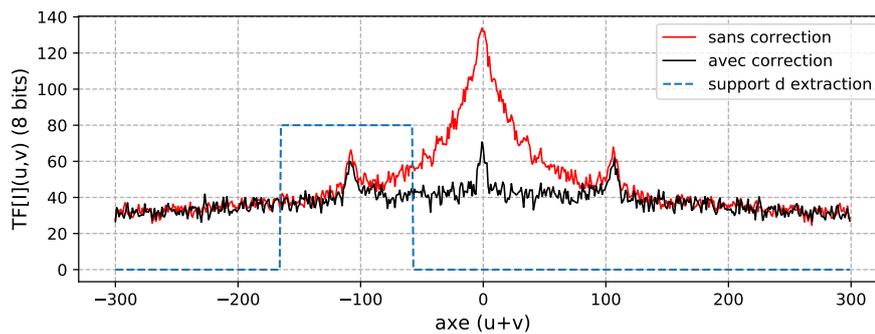


FIGURE 4.10 – Profil diagonal de la TFD de  $I_{corr}(x, y)$  avant et après traitement, mettant en évidence la réduction en amplitude de l'harmonique  $H_{0,0}(u, v)$ .

On observe que les artefacts de bords ont été supprimés conformément aux résultats obtenus en simulation, montrant ainsi l'apport de la méthode MARIO sur l'estimation de phase dans chaque cas.

Afin de quantifier l'impact de la méthode proposée sur la réduction des artefacts dans le cas expérimental, on génère la carte de confiance de la phase obtenue dans chaque cas. Les résultats sont affichés en figure 4.12 à 4 mJ et 12 mJ où les alertes de bruit sont affichées en cyan, les alertes de sous-échantillonnage en orange et les sauts de phase en rouge. On observe pour les deux énergies du laser sur cible une diminution significative des alertes de sous-échantillonnage et de sauts de phase sur la carte de confiance après traitement de l'interférogramme. La table 4.2 résume les valeurs obtenues avant et après traitement.

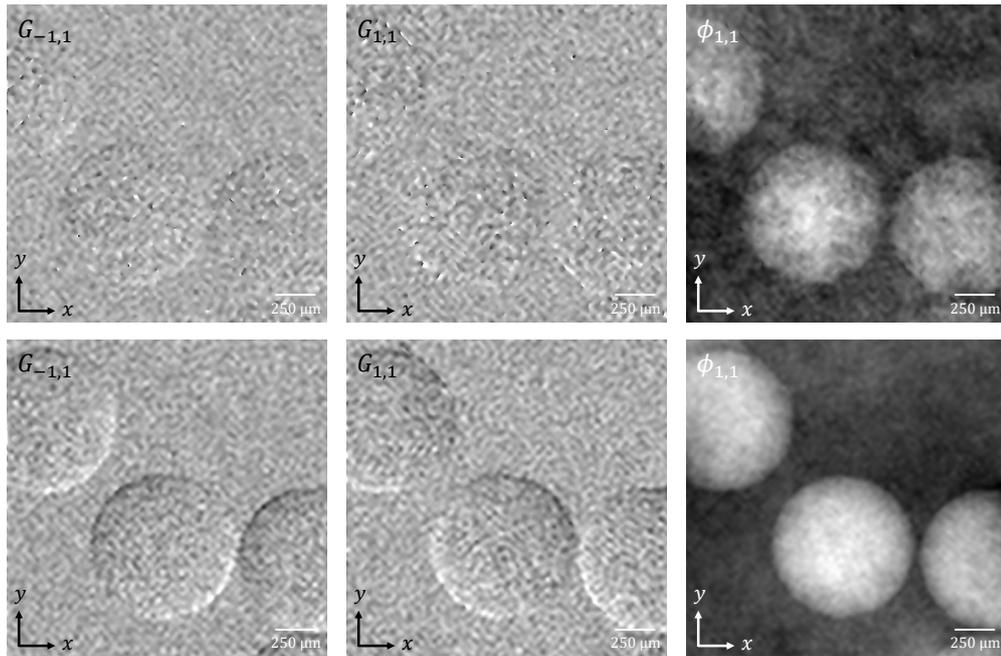


FIGURE 4.11 – Extraction de phase après traitement pour une énergie sur cible de 12mJ (en haut) et 4mJ (en bas).

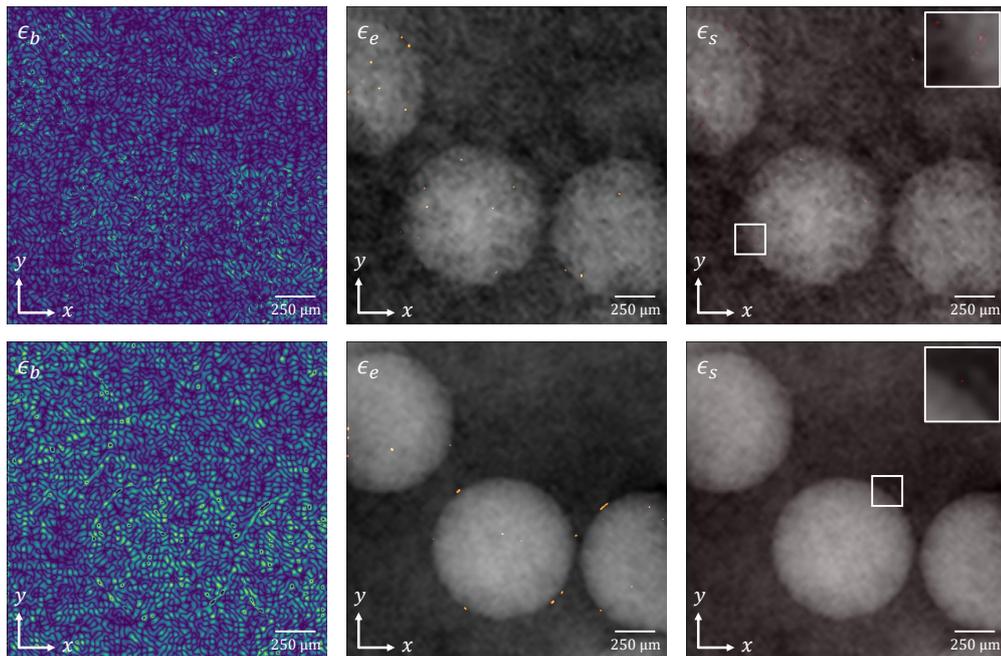


FIGURE 4.12 – Carte de confiance associée l'extraction de phase après correction, à 12 mJ (en haut) et 4 mJ (en bas). De gauche à droite : cartographie du bruit  $\epsilon_b$ , cartographie des artefacts de sous-échantillonnage  $\epsilon_e$ , cartographie des sauts de phase  $\epsilon_s$ .

A partir des valeurs répertoriées en table 4.2 on observe quantitativement un gain pour l'énergie sur cible de 4 mJ d'un facteur 11,85 et 54,0 sur les alertes de sous-échantillonnage et de sauts de phase. Toutefois, le nombre d'alertes de bruit repérées par la carte de confiance a augmenté légèrement après traitement, donnant

Énergie sur cible : 4 mJ				
	Alertes de bruit $\epsilon_b$	Alertes de sous-échantillonnage $\epsilon_e$	Alertes de sauts de phase $\epsilon_s$	RMS de $C(x, y)$
Avant traitement	36853	2170	54	3,31
Après traitement	39970	183	1	2,14
Gain	0,93	11,85	54,0	1,54
Énergie sur cible : 12 mJ				
	Alertes de bruit $\epsilon_b$	Alertes de sous-échantillonnage $\epsilon_e$	Alertes de sauts de phase $\epsilon_b$	RMS de $C(x, y)$
Avant traitement	58057	1578	171	6,19
Après traitement	61897	110	86	6,03
Gain	0,92	8,81	1,42	1,10

TABLE 4.2 – Table des valeurs de la carte de confiance et RMS de la clôture en fonction de l'énergie sur cible et gains de la méthode de traitement.

un gain égal à  $0,93 < 1$ . Cela s'explique par l'apport en bruit dans l'interférogramme  $I_{corr}(x, y)$  découlant de la méthode MARIO.

La même tendance est observée à 12 mJ où le bruit augmente d'un facteur 1,08. Pour cette même énergie on observe les alertes de sauts de phase n'ont diminué que d'un facteur 1,42 soit 38 fois moins qu'à 4 mJ. Ceci s'explique par le fait que les sauts de phase ne sont plus générés par le sous-échantillonnage mais par le bruit. Cet effet se remarque dans les images où les alertes  $\epsilon_s$  sont regroupées majoritairement à l'intérieur de l'objet à savoir là où l'atténuation du signal est la plus importante. Dans les deux cas, le RMS de la clôture  $C(x, y)$  est réduit, d'un facteur 1,10 à 1,54. L'ensemble de ces résultats permettent de conclure que la qualité d'estimation du signal de phase est globalement améliorée par la méthode MARIO.

#### 4.1.4 Synthèse

L'objectif de ce travail était de montrer un cas d'application pratique de la limitation de l'échantillonnage de phase et de l'apparition d'artefacts induits par l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$ . L'étude a été menée ici sur la source à rayons X  $K\alpha$  laser-plasma du LP3 pour l'imagerie de phase par l'IDML, à travers la mesure d'échantillons canoniques, à savoir des billes en PMMA. Les billes sont un cas d'école de la mise en évidence des artefacts de phase en rayons X et constituent un bon étalon pour l'imagerie d'échantillons plus complexes par le système imageur. Dans cette étude, on a toutefois montré la limitation par le bruit de la qualité des images de phase, du fait du faible flux qui a été nécessaire pour garantir une bonne cohérence spatiale de la source X, à savoir un diamètre n'excédant pas la quinzaine de micromètres. Ce facteur limitant pourrait être levé au cours des

prochaines campagnes, d'une part en revoyant le dimensionnement du système et en acceptant de réduire la résolution spatiale de l'image de phase pour favoriser son RSB. Ce redimensionnement peut s'effectuer par exemple en ajustant la taille des pixels du détecteur (augmentée à la taille du foyer de la source X), et en adaptant la périodicité du réseau de sorte à maximiser le nombre de franges de l'interférogramme sans perdre en contraste. D'autre part, l'amélioration de la focalisation du laser sur la cible permettrait de produire un foyer rayons X plus petit.

Enfin, soulignons que ce travail constitue une première preuve de concept du déploiement de l'imagerie de phase par IDML sur ce type de source à rayons X ; un article scientifique est en cours de rédaction.

## 4.2 Évaluation de la dégradation d'une plaque carbonée tissée par foudroiement

### 4.2.1 Contexte scientifique

De nos jours, l'industrie aéronautique civile ou militaire utilise se focalise sur l'utilisation des matériaux composites à fibres de carbone (CFRP – *Carbon Fiber Reinforced Polymer*). Cependant, leurs structures hétérogènes peuvent amener à la formation de défauts complexes après un endommagement, ayant des répercussions dramatiques quant à leur utilisation et leur durée de vie. Une des sources d'endommagement principal est le foudroiement en vol. En effet, on estime qu'un avion de ligne est foudroyé toutes les 1 500 heures de vol, soit en moyenne entre une et trois fois par an. Dans ce cadre, l'ONERA et notamment le Département Physique, Instrumentation, Environnement, Espace (DPHY) et le département Matériaux et Structures (DMAS) mènent des recherches sur l'impact de la foudre sur ce type de matériau. L'enjeu ici est de montrer un autre cas d'application mettant en exergue les artefacts de phase par l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  et la nécessité de traiter ces erreurs pour éviter les biais d'interprétation sur ce type d'échantillon. En particulier, il s'agit de montrer l'apport de la méthode MARIO pour l'obtention d'informations nouvelles sur l'objet. Plus généralement, il s'agit également de montrer la praticité d'utilisation de l'imagerie de phase sur ce type d'échantillons : temps d'acquisition, diagnostic et déploiement en environnement de laboratoire.

L'expérience de foudroiement menée au DPHY consiste à générer un fort courant (200 V - 20 kA) sur une éprouvette en CFRP (50 mm x 30 mm x 4 mm) sur laquelle deux fixations aéronautiques sont installées (des boulons). Lors du foudroiement le courant circule d'un boulon à l'autre, ce qui permet d'imposer les points d'injection du courant dans le CFRP, comme illustré en figure 4.13 (a). Les éprouvettes en CFRP sont fabriquées au DMAS, elles sont formées par un empilement de 16 couches tissées de fibres de carbone alignées, figées dans une matrice en résine Époxy (cf. figure 4.13 (b)). Dans l'industrie, les couches sont empilées de manière à alterner l'orientation des fibres de façon « stratifiée unidirectionnelle quasi-iso » (0, +45°, -45°, 90°). Mais dans cette étude, le choix s'est orienté vers un empilement -45° / +45° afin de contrôler le trajet du courant. En effet, la conductivité étant plus importante selon la direction des fibres, le courant va se répartir dans les couches et circuler suivant l'orientation  $\pm 45^\circ$  jusqu'au bord de éprouvette, puis changer de couches pour circuler suivant l'orientation opposée +45° (-45°) et rejoindre le point de sortie (boulon).

Suite à ces essais de foudroiement, des radiographies en contraste d'absorption et de phase ont été produites au bord d'un point d'injection de courant. Le but est de voir si on peut visualiser le trajet du courant dans la matrice et caractériser l'endommagement induit.

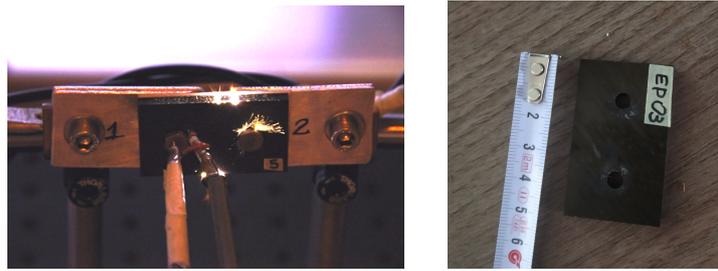


FIGURE 4.13 – (a) Photographie intégrée d'une éprouvette en CFRP soumise à la circulation du courant foudre. (b) Photographie de l'éprouvette de référence.

## 4.2.2 Description du banc

Le banc de laboratoire utilisé pour la mesure de l'état de dégradation des éprouvettes composites tissées est développé au Département Imagerie et Simulation pour le Contrôle (DISC) du CEA List. La source à rayons X est un tube cathodique micro-foyer en transmission Feinfocus FXE-160.51, présentant une cavité plombée sous vide dont le principe de fonctionnement découle directement de celui du tube de Coolidge [37] abordé en introduction de ce manuscrit. La génération des rayons X s'effectue ainsi par émission et accélération d'électrons entre la cathode et l'anode, où un filament en tungstène monté sur la cathode est chauffé par un fort courant électrique, induisant un arrachage des électrons par effet thermo-ionique. Les électrons arrachés sont accélérés vers l'anode, du fait de la différence de potentiel de plusieurs kilo volts appliquée. Dans le cadre d'un tube micro-foyer, les électrons sont focalisés sur l'anode par des lentilles électromagnétiques permettant de générer un foyer X de petite taille (quelques micromètres) et ainsi obtenir une source cohérente spatialement vis-à-vis des dimensions du système. L'anode générant les rayons X est constituée d'un matériau dense, souvent du molybdène, tungstène ou cuivre, favorisant le freinage des électrons et dont le rayonnement Bremsstrahlung associé se situe dans le domaine des rayons X. Notons que l'interaction électron-cible est majoritairement thermique et seuls 1 – 2 % de eux-ci génèrent des rayons X. Dans ce cas, les deux contributions au rayonnement cohabitent : l'effet photo-électrique induisant une génération de photons de fluorescence d'énergie caractéristique du matériau cible, et le rayonnement continu de freinage. Le schéma du fonctionnement du tube Feinfocus micro-foyer est donné en figure 4.14.

Pour le diagnostic des éprouvettes en CFRP, la cible utilisée est en molybdène déposée sur un substrat en Béryllium. Ce dernier est relativement transparent aux rayons X émis par la couche de molybdène et possède une bonne résistance mécanique, nécessaire pour supporter la différence de pression entre l'extérieur et l'intérieur de l'enceinte sous vide. Le spectre du tube avec la cible en molybdène est donné en figure 4.15 pour une tension appliquée de 40 kV et un courant de 120  $\mu$ A. Celui-ci a été mesuré par un détecteur spectral à conversion direct. Le

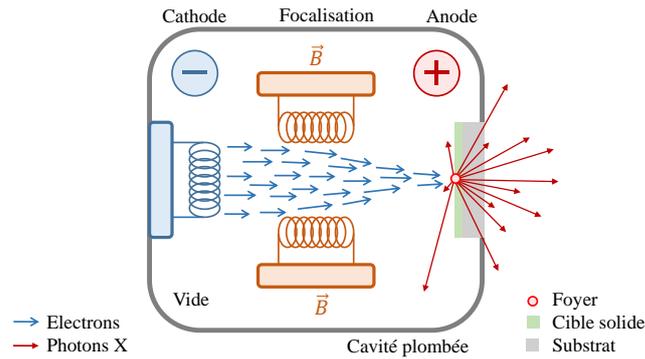


FIGURE 4.14 – Schéma illustrant le fonctionnement du tube Feinfocus micro-foyer en transmission.

semi-conducteur est en silicium (SSD pour *Silicon Drift Detection*), d'une surface de  $70 \text{ mm}^2$  et d'épaisseur de  $500 \text{ }\mu\text{m}$ . Une collimation adaptée a été faite afin de diminuer le nombre de photons détectés par seconde et limiter la saturation du détecteur.

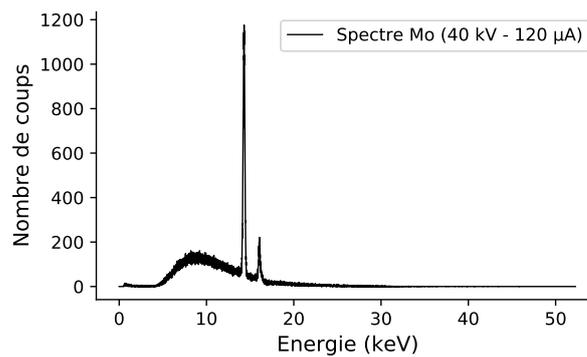


FIGURE 4.15 – Spectre du tube Feinfocus avec une cible solide en molybdène obtenu par le détecteur spectral en silicium.

Comme précédemment, le spectre délivré par la source X est polychromatique et fait ressortir les raies d'émission  $K\alpha(\text{Mo})$  et  $K\beta(\text{Mo})$ . Toutefois, on remarquera que le rayonnement de freinage est intense à basse énergie, ce qui conditionne le choix du détecteur où l'objectif est de maximiser la détection autour des raies K du molybdène. Par conséquent, le détecteur retenu pour nos mesures est la caméra Hamamatsu C12849-111U. Ce détecteur CMOS 16bits est constitué d'un scintillateur en Gadox de  $20 \text{ }\mu\text{m}$  d'épaisseur permettant la conversion des photons X reçus en photons visibles pour la détection par une matrice de  $2048 \times 2048$  pixels de taille  $6,5 \times 6,5 \text{ }\mu\text{m}^2$ . Sa gamme de sensibilité se situe entre  $10 - 80 \text{ keV}$ . De ce fait, une part significative du rayonnement de freinage ne sera pas prise en compte dans la mesure, au détriment des raies K du molybdène. L'efficacité de conversion aux raies  $K\alpha(\text{Mo})$  et  $K\beta(\text{Mo})$  est de quelques pourcents.

Le réseau est un damier à 2 niveaux  $[0, \pi]$  réalisé par la société Microworks où le déphasage  $\pi$  à  $17,48 \text{ keV}$  est induit par une couche d'or

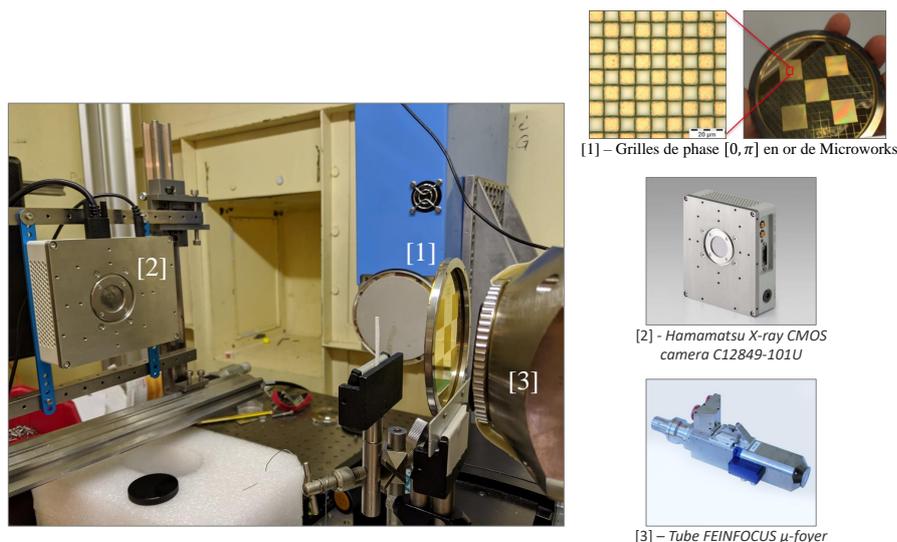


FIGURE 4.16 – Dispositif d'imagerie de phase par IDML développé au DISC.

d'épaisseur  $e = 3,49 \pm 0,16 \mu\text{m}$ .

Le dispositif d'imagerie de phase en rayons X du CEA List est affiché en figure 4.16. Afin de définir les conditions de mesure de phase du banc et choisir la période adaptée du réseau, on cherche à caractériser la réponse du système source-détecteur en mesurant le contraste de paires de lignes de période continuellement décroissante. L'objet utilisé pour cette mesure est un indicateur de qualité image (IQI) Xradia. Les résultats d'acquisition sont donnés en figure 4.17 où la distance source-détecteur vaut  $d_{tot} = 57 \text{ cm}$  et la distance source-objet vaut  $d_{s-o} = 3 \text{ cm}$ , associée à un grandissement objet  $g_{IQI} = 19$ .

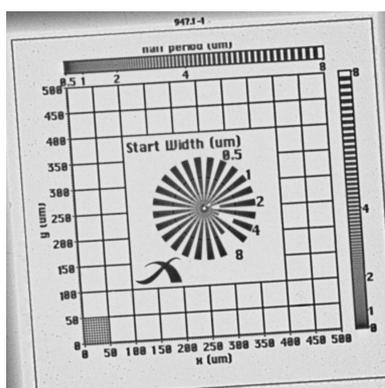


FIGURE 4.17 – Image en transmission de l'indicateur de qualité image (IQI) utilisé pour caractériser la réponse du système source-détecteur.

La figure 4.18 affiche les résultats de mesure des paires de lignes de l'IQI pour les deux axes  $x$  et  $y$ . On observe une extinction du contraste des franges à une période  $p_{IQI} = 1,8 \mu\text{m}$  pour un grandissement  $g_{IQI} = 19$ , indépendamment de l'axe considéré. Par conséquent, le réseau utilisé pour l'imagerie de phase ne peut être de

périodicité orthogonale inférieure à  $1,8 \mu\text{m}$  à  $d_{s-r} = 3 \text{ cm}$ . A partir de cette mesure, on peut déduire la périodicité orthogonale limite  $p_{\text{lim,IDML}}$  de l'IDML quelle que soit sa distance à la source.

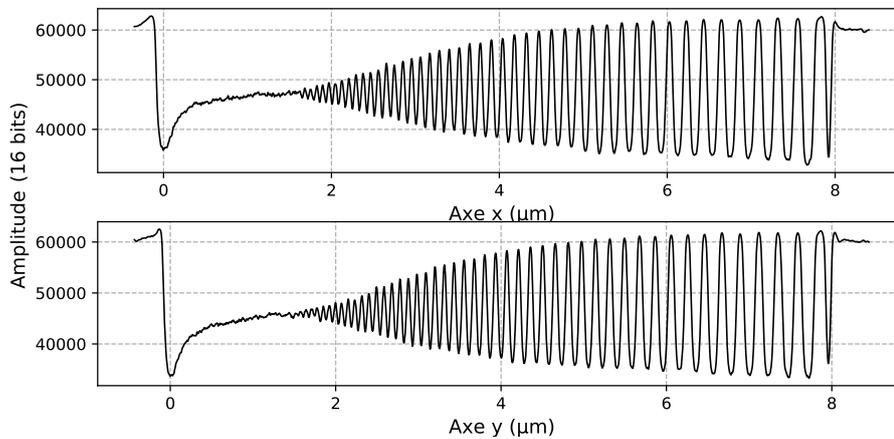


FIGURE 4.18 – Profils vertical et horizontal des paires de lignes de l'IQI.

La relation est donnée ci-dessous :

$$p_{\text{lim,IDML}} = \frac{p_{IQI}}{g_{IQI}} \frac{d_{\text{tot}}}{d_{s-r}} \quad (4.3)$$

Ainsi, afin de satisfaire la relation ci-dessus tout en maximisant le nombre de franges de l'interférogramme, on choisit un réseau de périodicité orthogonale  $p = 12 \mu\text{m}$  placé à une distance  $d_{s-r} = 17 \text{ cm}$  de la source, soit plus faible que les mesures faites au LP3. En effet, pour l'expérience menée au LP3, les contraintes de dimensionnement liées à la chambre d'interaction sous vide ainsi qu'à la distance réseau-détecteur ne pouvant excéder le mètre (car la perte de flux devient très importante) ont nécessité d'augmenter la période du réseau plutôt que son grandissement.

Notons qu'un réseau de période orthogonale  $p = 6 \mu\text{m}$  placé à  $d_{s-r} = 8,5 \text{ cm}$  de la source permet d'obtenir une configuration de mesure analogue à celle d'un réseau orthogonale  $p = 12 \mu\text{m}$  placé à  $d_{s-r} = 17 \text{ cm}$ . Cependant en pratique, des défauts de fabrication importants apparaissent pour des périodes plus fines du réseau à de telles épaisseurs. En effet, on rappelle que le réseau utilisé est fabriqué par dépôt d'une couche mince d'or sur un substrat en polymère ; par conséquent il devient difficile d'usiner le motif avec précision dès lors que l'épaisseur du dépôt est de l'ordre de la taille des plots. Dans les interférogrammes produits, ces défauts de fabrication se traduisent par l'apparition de modulations basses fréquences associées dans la TFD à des harmoniques parasites orientées selon l'axe de l'usinage.

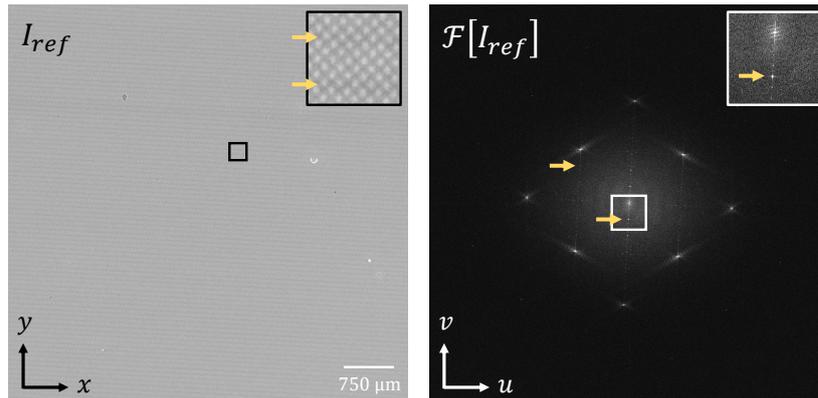


FIGURE 4.19 – Dispositif d'imagerie de phase par IDML développé au DISC.

La figure 4.19 illustre l'apparition de tels harmoniques basses fréquences par le réseau à  $p = 12 \mu\text{m}$ . Le défaut de fabrication est également présent à cette période mais l'amplitude des harmoniques parasites devient faible devant l'amplitude des harmoniques principaux  $H_{k,l}(u, v)$ . Par ailleurs, en remarquant que les harmoniques parasites du réseau sont issues à l'origine de l'apparition d'ordres diffractés additionnels, on montre que ces harmoniques se répliquent autour de chaque harmonique utile  $H_{k,l}(u, v)$ , par auto-corrélation des ordres diffractés. Par conséquent, si les défauts de fabrication du réseau deviennent trop importants alors la qualité de l'interférogramme est fortement dégradée, limitant au passage la qualité des images de phase produites.

### 4.2.3 Résultats d'imagerie de phase

Afin caractériser l'endommagement des plaques composites par la foudre, on cherche d'abord à évaluer le profil de l'éprouvette de référence, en atténuation et en phase. Étant donné que l'échantillon est de dimensions supérieures au champ de vue du détecteur, une zone d'intérêt spécifique est définie. Elle est choisie de sorte à évaluer le trajet du courant dans le matériau. Une zone privilégiée se situe ainsi à l'interface entre l'éprouvette et l'orifice par lequel la vis se monte. La figure 4.20 ci-dessous illustre le choix de la zone d'intérêt.

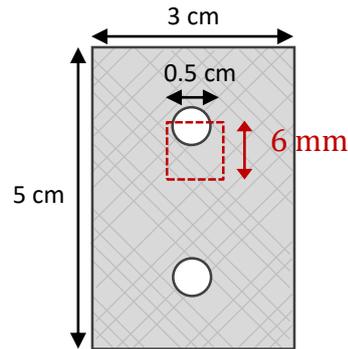


FIGURE 4.20 – Schéma illustratif de la zone d'intérêt de l'éprouvette composite de référence.

#### 4.2.3.1 Échantillon de référence

L'éprouvette de référence est placée à une distance source-objet  $d_{s-o} = 25$  cm, correspondant à un grandissement  $g_o = 2,28$  pour une distance totale  $d_{tot} = 57$  cm. Pour rappel, le réseau est placé à une distance de la source  $d_{s-r} = 17$  cm pour un grandissement  $g_r = 3,4$ . Le Tube à rayons X délivre un courant de  $175 \mu\text{A}$  pour une tension de  $70$  kV, associé à une puissance  $P_{tube} = 3,3\text{W}$ . Le temps total d'acquisition est  $t_{tot} = 200$  s. L'image en atténuation de l'éprouvette est donnée en figure 4.21 à gauche et sa TFD à droite.

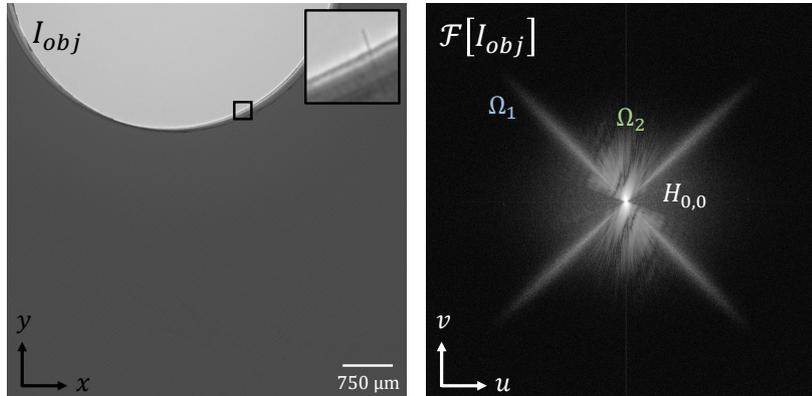


FIGURE 4.21 – Image en atténuation de l'éprouvette composite tissée (à gauche) et transformée de Fourier discrète associée (à droite). Deux zones sont caractéristiques à l'image en atténuation. Leur contenu spectral est reporté dans la TFD.

Dans la figure 4.21, la TFD de l'image en atténuation fait apparaître deux zones caractéristiques de l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  :

1. la première zone  $\Omega_1$  correspond à l'information d'atténuation de l'objet. L'atténuation de l'objet est entièrement décrite par le tissage de l'éprouvette (la résine en epoxy servant à maintenir les couches atténuées peu le faisceau). Puisque le tissage est orienté selon  $\pm 45$  deg, alors sa transformée de Fourier est aussi directionnelle et prend la forme d'une croix orientée à  $\pm 45$  deg. De

plus, puisque chaque fibre en CFRP du tissage est de largeur égale à  $6 \mu\text{m}$  et que l'objet est placé à  $d_{tot}/2,3$ , alors une fibre est échantillonnée par le détecteur sur moins de 4 pixels. Il en découle que la croix dans le plan de Fourier est de large extension, de l'ordre de  $\approx f_{det}/4$  soit  $\approx f_{Ny}/2$ .

- la deuxième zone  $\Omega_2$  correspond à l'information de courbure en intensité de l'objet. Dans l'image en atténuation de l'éprouvette, elle décrit un arc de cercle d'environ 8 pixels d'épaisseur, associée dans le plan de Fourier à deux arcs de cercle délimités par une fréquence spatiale  $\approx f_{Ny}/4$ .

L'interférogramme associé est donné en figure 4.22 à gauche. Sa TFD est affichée à droite. Ici, la limitation par le bruit est levée car l'étalement spatial du foyer n'est plus un facteur limitant par rapport au cas précédent (cf. section 4.1). L'objectif étant de maximiser l'échantillonnage de phase par le réseau, on cherche donc à minimiser la période de l'interférogramme. Ici, on peut échantillonner un plot du réseau sur  $4 \times 4$  pixels tout en conservant un bon contraste des franges. Dans le plan de Fourier, cela correspondant à placer les harmoniques orthogonales  $H_{0,2}(u, v)$  et  $H_{2,0}(u, v)$  à une fréquence porteuse égale à  $f_{Ny}/2$ .

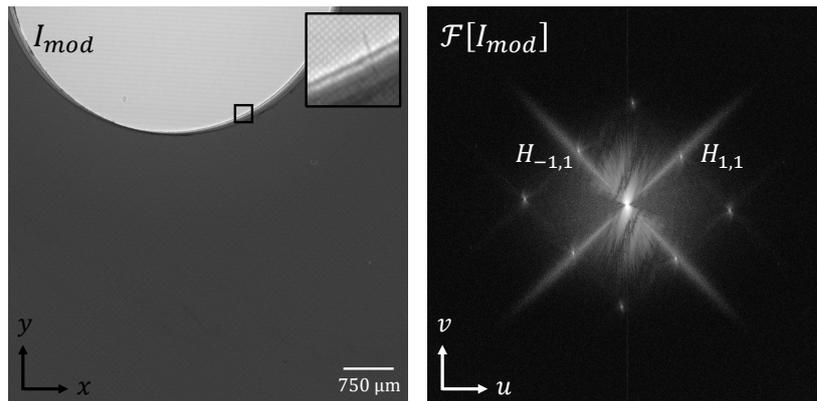


FIGURE 4.22 – Interférogramme de l'éprouvette composite en CFRP (à gauche) et TFD associée (à droite).

On constate un chevauchement très prononcé entre les harmoniques croisés  $H_{1,\pm 1}(u, v)$  et l'harmonique  $H_{0,0}(u, v)$ , notamment l'information de tissage de l'objet de  $H_{0,0}(u, v)$  traverse les harmoniques  $H_{\pm 1,1}$  dans le plan de Fourier. On s'attend à ce que les gradients croisés extraits  $G_{\pm 1,1}$  soient impactés par l'information d'atténuation du tissage. Ceux-ci sont affichés en figure 4.23 ainsi que l'image de phase associée. La figure de gauche correspond au gradient de phase selon  $(x - y)$  issu de l'extraction de l'harmonique  $H_{-1,1}(u, v)$ , la figure du milieu correspond au gradient selon  $(x + y)$  issu de l'extraction de l'harmonique  $H_{1,1}(u, v)$ . Enfin, l'image de phase associée est affichée à droite.

Dans les images de gradients il apparaît d'abord la présence d'artefacts aux bords de l'objet (flèches vertes), dont la géométrie se réfère à celle obtenue pour la bille en PMMA (cf. section 2.2.2.2). Ce type d'artefacts est caractéristique de

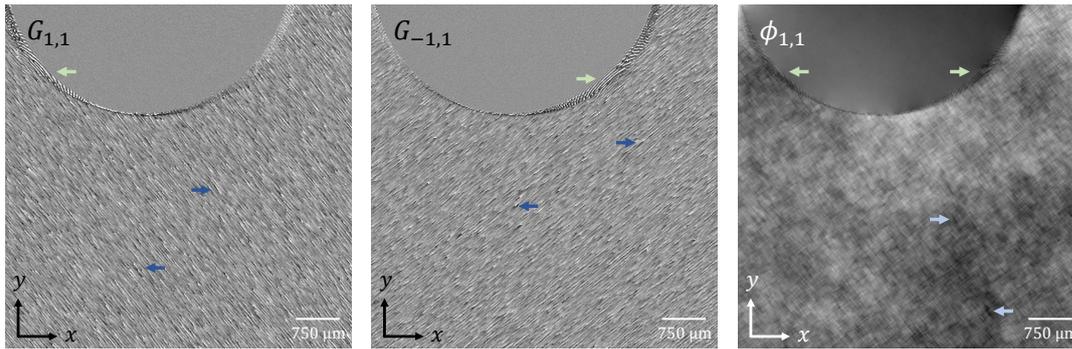


FIGURE 4.23 – Extraction des gradients croisés brute de l'éprouvette en CFRP de référence.

l'effet de l'intensité de courbure dans l'extraction des gradients. Dans l'image de phase associée (figure 4.23 à droite), les artefacts de bords s'étalent spatialement et induisent des variations de niveau de gris hors de l'objet, là où la phase mesurée est censée être nulle (donc de couleur noire).

Par ailleurs, le tissage est exacerbé selon la direction de mesure du gradient (flèches bleues). Cette exacerbation du tissage prend la forme de sauts de phase dans les gradients et provoque dans l'image de phase un aspect texturé de l'objet. Des variations de niveau gris évoluant lentement donnent ainsi un aspect tacheté à l'image.

On cherche à savoir si l'exacerbation du tissage dans les gradients croisés est issue d'une sensibilité du réseau à la mesure de phase ou simplement un artefact d'extraction. Étant donné l'analyse spectrale de l'harmonique central menée en amont (cf. Figure 4.21), on peut s'attendre à ce que cette information soit un artefact issu du chevauchement par  $H_{0,0}(u, v)$ .

Pour le montrer, on s'appuie sur l'utilisation de la carte de confiance. La cartographie produite à partir des dérivées croisées est donnée en figure 4.24; l'erreur de bruit  $\epsilon_b$  est affichée à gauche en cyan, l'erreur de sous-échantillonnage  $\epsilon_e$  au milieu en orange et les alertes de sauts de phase  $\epsilon_s$  à droite en rouge.

On note plusieurs éléments sur les résultats de la carte de confiance obtenus ici. La première remarque est la non-homogénéité du bruit dans l'image de phase. Celui-ci est en effet plus important dans l'objet, là où l'atténuation du signal est la plus importante conformément à l'analyse menée en section 2.2.3. De plus, des alertes de sous-échantillonnage  $\epsilon_e$  et de sauts de phase  $\epsilon_s$  par la carte de confiance sont observées aux bords et à l'intérieur de l'objet. Le tissage exacerbé dans les gradients est donc assimilé à un artefact issu du chevauchement par l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$ . Par conséquent, la méthode MARIO est adaptée pour corriger ce défaut d'estimation.

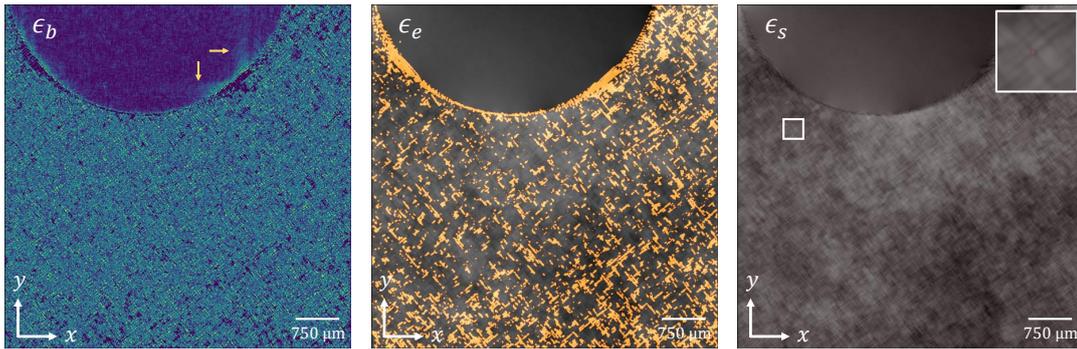


FIGURE 4.24 – Carte de confiance associée à l'extraction de phase précédente.

Pour cela, on soustrait l'interférogramme présenté en figure 4.22 par l'image d'atténuation de l'éprouvette (cf. figure 4.21). Dans la formule de soustraction (cf. relation 4.2), le coefficient  $\alpha$  utilisé vaut 0,7 et le coefficient  $\beta$  vaut 0,74 pour une intensité  $I_{mod}(x, y)$  normalisée à 1. Le résultat de soustraction est donné ci-dessous (à gauche) ainsi que sa TFD (à droite).

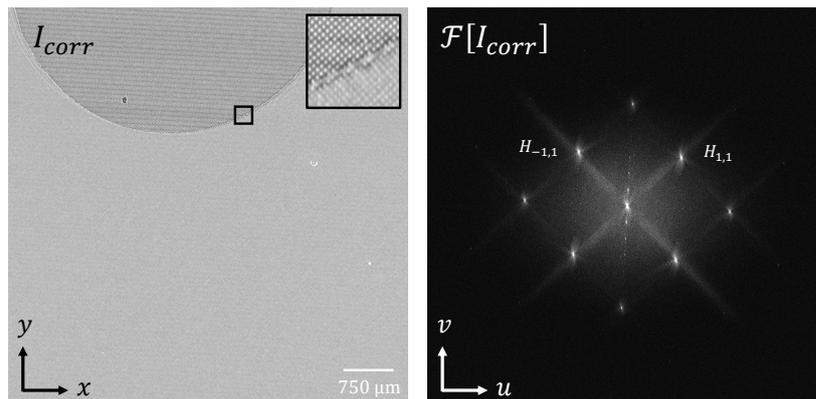


FIGURE 4.25 – Nouvel interférogramme de l'éprouvette en CFRP corrigé des variations d'intensité.

Dans le nouvel interférogramme, le contraste des franges diminue fortement à l'intérieur de l'objet, du fait de l'atténuation importante du signal par l'objet. La figure 4.26 met en évidence cet effet où un profil vertical de l'interférogramme  $I_{corr}(x, y)$  est tracé à l'interface air-objet.

Dans la TFD de l'interférogramme corrigé (cf. figure 4.25 à droite), l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  apparaît fortement réduit en amplitude comparativement aux autres harmoniques  $H_{k,l}$ , non affectées par la méthode. Toutefois, la réduction de  $H_{0,0}(u, v)$  n'est pas maximale par rapport au cas numérique. En effet, la méthode de soustraction d'images ne peut être optimale que pour une superposition parfaite des images. Par conséquent, puisque cette méthode est sensible à des fluctuations du foyer de la source à rayons X modifiant la position de l'éprouvette à l'image, les deux images ne peuvent être parfaitement superposées, et ce même si les

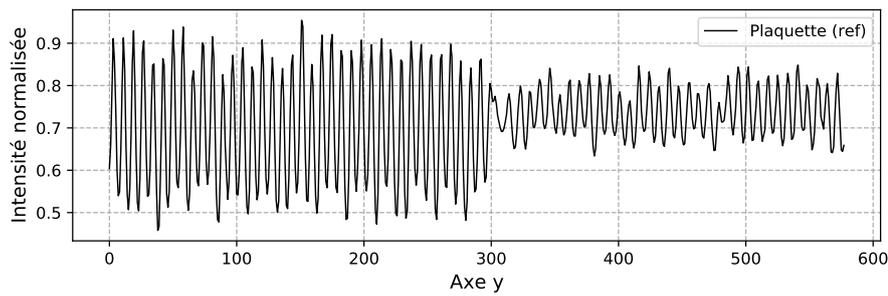


FIGURE 4.26 – Profil vertical de l'interférogramme corrigé des variations d'intensité de l'objet, autour de l'interface air-objet.

décalages sont inférieurs au pas pixel. Dans notre cas, le décalage observé entre les deux images est de 0,49 pixel selon  $y$  et négligeable selon  $x$ . Nous reviendrons en discussion sur cet effet observé sur notre banc.

Maintenant que l'interférogramme  $I_{corr}(x, y)$  est défini, on peut réitérer l'extraction des gradients croisés  $G_{\pm 1,1}(x, y)$ . Le résultat d'extraction est donné en figure 4.27. À gauche correspond le gradient de phase selon  $(x - y)$ , au milieu le gradient selon  $(x + y)$  et à droite l'image de phase issue de leur intégration.

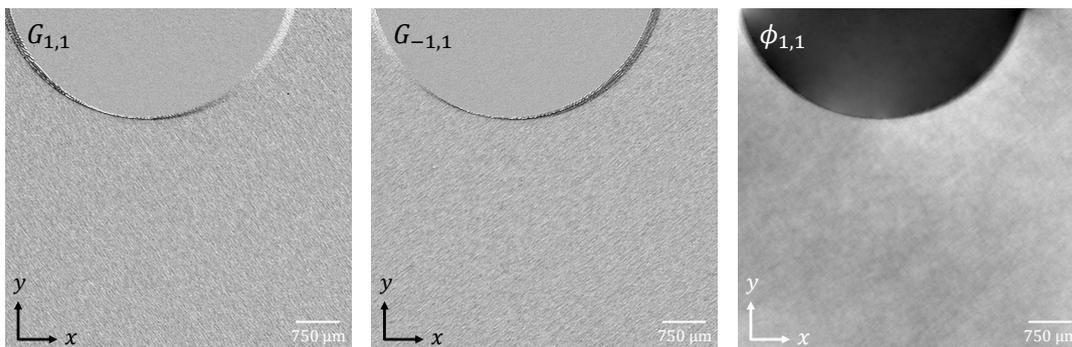


FIGURE 4.27 – Extraction de phase croisés de l'éprouvette en CFRP après correction des artefacts de phase.

Qualitativement, l'estimation des gradients croisés  $G_{\pm 1,1}$  semble moins impactée par les artefacts de phase. En effet, les modulations aux bords de l'éprouvette sont atténuées et les sauts de phase dus au tissage qui étaient exacerbés dans le cas précédent sont maintenant supprimés.

Dans l'image de phase (à droite), le profil de l'objet en phase est homogène et les artefacts persistants aux bords sont de moindre effet que dans le cas précédent. En particulier, les fluctuations de phase à l'extérieur de l'objet sont moins importantes que celles observées sans traitement des artefacts.

Pour évaluer le gain expérimental de la méthode de traitement, on compare de nouveau le nombre d'alertes des artefacts de sous-échantillonnage  $\epsilon_e$  et de sauts de phase  $\epsilon_s$  de la carte de confiance avant et après traitement. La figure 4.28

montre en cyan la cartographie du bruit (à gauche), en orange celle dues au sous-échantillonnage (au milieu) et en rouge celle des sauts de phase (à droite) après traitement. La table 4.3 détaille les valeurs obtenues de la carte de confiance.

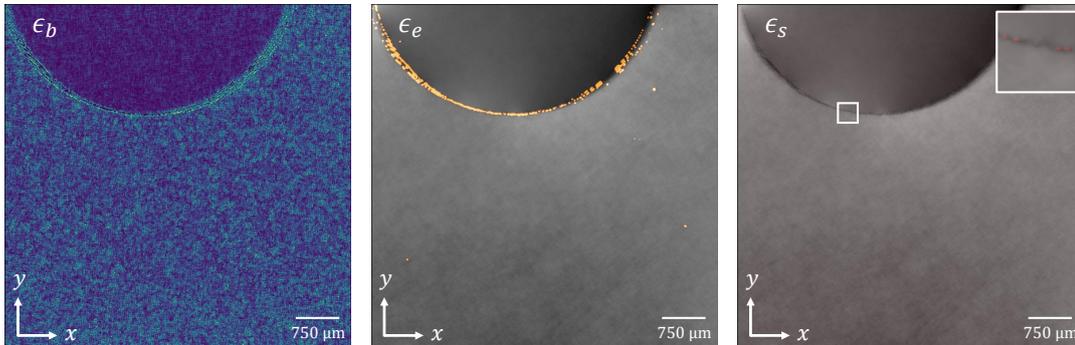


FIGURE 4.28 – Carte de confiance associée à l'extraction de phase précédente.

éprouvette de référence				
	Alertes de bruit $\epsilon_b$	Alertes de sous-échantillonnage $\epsilon_e$	Alertes de sauts de phase $\epsilon_s$	RMS de $C(x, y)$
Avant traitement	309230	178581	201	2,87
Après traitement	221674	4058	13	1,15
Gain	1,39	44,0	16,0	2,49

TABLE 4.3 – Table des valeurs de la carte de confiance et RMS de la clôture avant et après traitement des artefacts de phase pour l'éprouvette de référence et gains associés.

On observe que les alertes de sous-échantillonnage  $\epsilon_e$  et de sauts de phase  $\epsilon_s$  sont fortement réduites en nombre après traitement de l'interférogramme, d'un facteur 44,0 et 16,0 respectivement. On observe par ailleurs que les alertes de bruit  $\epsilon_b$  sont également réduites même si le bruit de l'interférogramme  $I_{corr}(x, y)$  est de variance plus élevée que celle de  $I_{mod}(x, y)$  (d'un facteur 1/3 pour rappel). Ceci est dû à la suppression des artefacts de sous-échantillonnage catégorisés par la carte de confiance comme des erreurs de bruit  $\epsilon_b$  avant traitement. En effet, on rappelle que la carte de confiance ne permet pas de dissocier parfaitement des erreurs non disjointes. Par conséquent, des artefacts de sous-échantillonnage de valeurs faibles (marqués par des flèches rouges à gauche de la figure 4.24) sont considérés comme une erreur de bruit. Enfin, le RMS de la clôture  $C(x, y)$  est réduit d'un facteur 2,49 ce qui conclut de nouveau sur l'amélioration significative de la méthode de traitement proposée dans ce manuscrit.

Ainsi, l'analyse des propriétés spectrales de l'éprouvette composite en CFRP et l'application pratique de la méthode de réduction des artefacts a permis d'obtenir un profil de phase de référence dont on assure par la carte de confiance qu'il est peu impacté par les erreurs d'estimation. Le profil de phase de référence est par

conséquent celui proposé en figure 4.27.

#### 4.2.3.2 Échantillon foudroyé

On cherche maintenant à évaluer le profil de phase de l'éprouvette après foudroiement, imagée dans une zone d'intérêt identique à celle choisie précédemment, à savoir au bord d'un point d'injection de courant. Pour cet échantillon, la zone d'intérêt a été resserrée par ajustement du grandissement de l'objet (cf. figure 4.29). La distance source-objet vaut  $d_{s-o} = 8$  cm, correspondant à un grandissement  $g_o = 7,12$ . Le champ de vue de l'objet est maintenant resserré à  $1,8 \times 1,8$  mm<sup>2</sup>. Le réseau de période  $p = 12$   $\mu$ m, légèrement rapproché par rapport au cas précédent, permet de rehausser le contraste des franges et donc le RSB des gradients extraits. La distance source-réseau vaut  $d_{s-r} = 12$  cm pour un grandissement  $g_r = 4,75$ . La puissance du tube à rayons X ainsi que le temps de pose sont identiques à la mesure précédente.

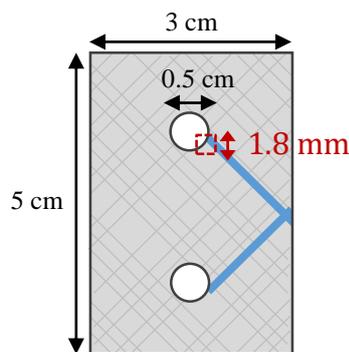


FIGURE 4.29 – Zone d'intérêt de l'éprouvette en CFRP foudroyée. Le trait bleu dénote le trajet du courant.

L'image en contraste d'atténuation de l'éprouvette foudroyée est affichée ci-dessous (cf. figure 4.30) en haut à gauche avec sa TFD à droite. La première met en évidence les brûlures induites par l'arc électrique formant des taches sombres par agrégats. La TFD est quand à elle d'allure similaire à celle de l'éprouvette de référence (cf. figure 4.21). L'interférogramme et sa TFD sont affichés en bas de la figure 4.30. Les harmoniques croisés sont de nouveau chevauchés par l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$ , en particulier par l'information d'absorption induite par le tissage. On s'attend donc de nouveau à la présence d'artefacts dans l'extraction des gradients croisés  $G_{1,\pm 1}(x, y)$ .

L'extraction de phase associée est donnée en figure 4.31, avant traitement (en haut) et après traitement (en bas). Dans les gradients extraits  $G_{-1,1}(x, y)$  et  $G_{1,1}(x, y)$  avant traitement, il apparaît des artefacts à l'intérieur de l'objet de même nature que ceux de l'éprouvette de référence. Ces artefacts liés au tissage sont d'amplitude maximale sur le domaine de définition des gradients et s'étendent en dehors de

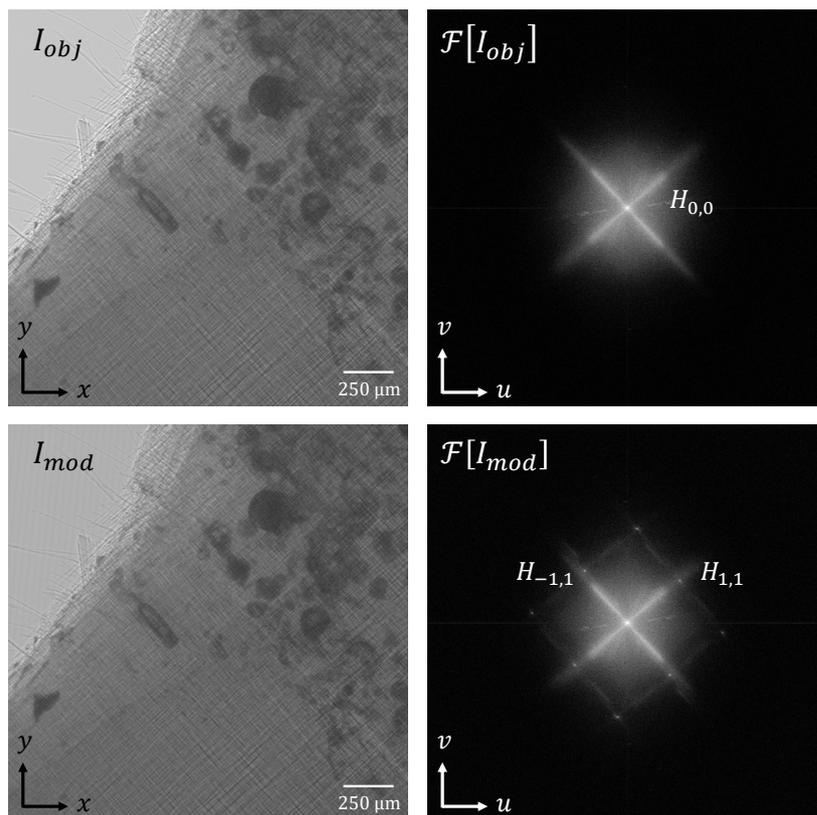


FIGURE 4.30 – Résultats d’acquisition de l’éprouvette foudroyée.

l’objet en dégradant fortement l’image de phase. L’effet est réduit par le traitement de l’harmonique  $H_{0,0}(u, v)$  et il apparaît dans le gradient selon  $G_{-1,1}(x, y)$  un défaut directionnel traversant l’objet depuis le point d’injonction de courant. Ce défaut est d’amplitude relativement faible et donc nécessite, outre un bon RSB d’entrée, un traitement des artefacts pour être observé correctement dans ces conditions. La géométrie de l’éprouvette étant maîtrisée, on peut relier les variations sombres à un marqueur du trajet du courant. La piste privilégiée pour expliquer cette variation de phase est une transition locale d’indice optique dû à un changement de densité (de la résine ou des fibres) après le passage du courant. C’est une première étape importante qui démontre l’intérêt de l’imagerie de phase pour étudier les matériaux carbonés foudroyés.

Notons que le défaut directionnel de phase observé après traitement est échantillonné sur 12-15 franges de l’interférogramme (soit 2% des franges disponibles) et justifie le fort grandissement de l’objet nécessaire pour mettre en évidence ce type de défaut, au détriment d’un champ de vue plus large.

En dernier lieu, on utilise la carte de confiance pour quantifier le gain par le traitement. Les cartographies avant et après traitement sont données en figure 4.32.

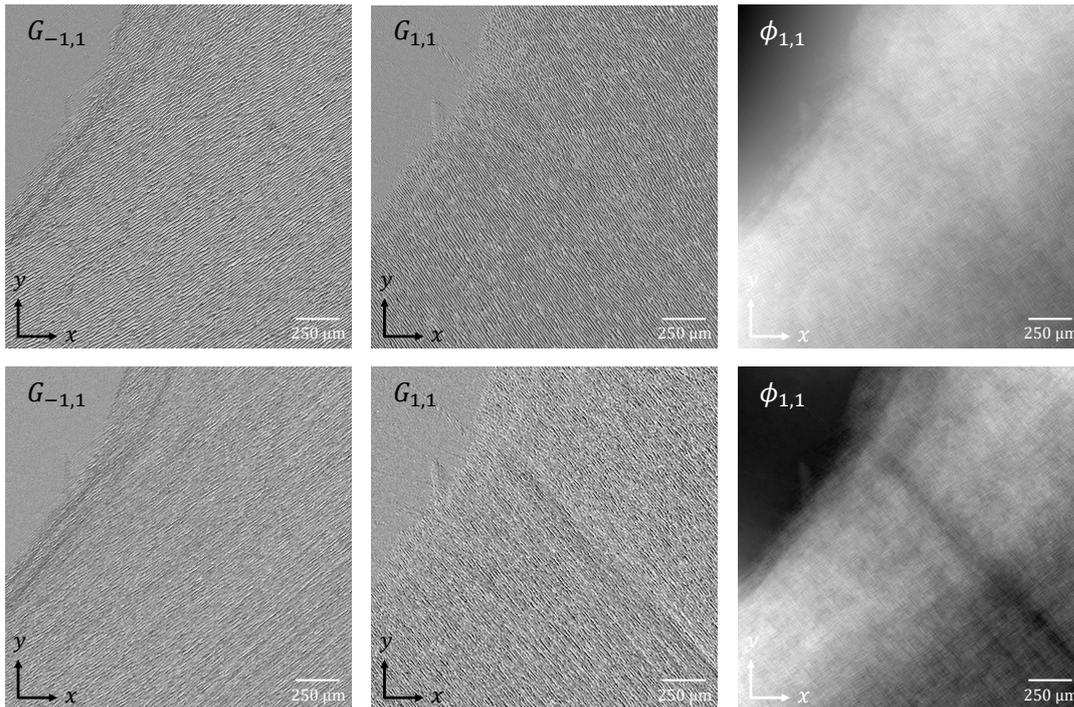


FIGURE 4.31 – Extraction de phase croisés de l'éprouvette foudroyée après correction des artefacts de phase.

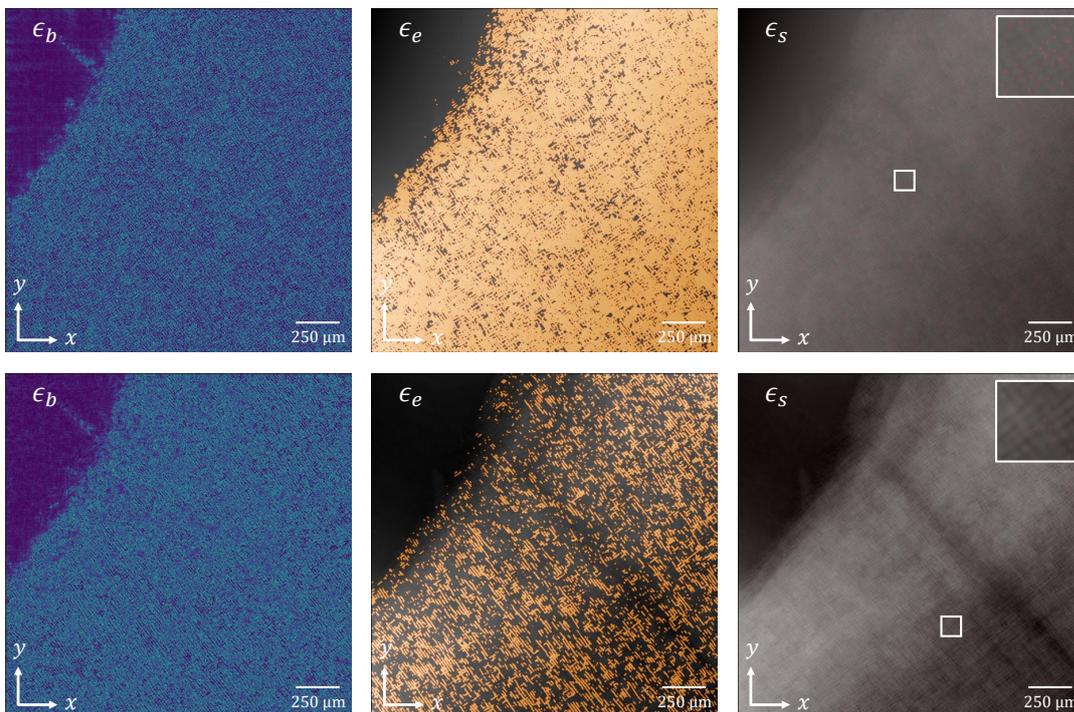


FIGURE 4.32 – Carte de confiance associée à l'extraction de phase précédente.

On notera que le défaut de phase directionnel observé après traitement n'est pas assimilé à une erreur par la carte de confiance. La table 4.4 détaille les valeurs obtenues. On observe que les alertes de sous-échantillonnage  $\epsilon_e$  et de sauts de phase

$\epsilon_s$  sont réduites d'un facteur 3,18 et 15,20 respectivement. On observe par ailleurs que les alertes de bruit  $\epsilon_b$  augmentent d'un facteur 1,08 (gain d'un facteur 0,92) ce qui est conforme aux attentes si on suppose que la variance du bruit augmente après le traitement de l'interférogramme et que les erreurs  $\epsilon_b$  et  $\epsilon_e$  sont disjointes dans l'histogramme de  $C(x, y)$  pour cette mesure.

éprouvette foudroyée (200 V - 20 kA)				
	Alertes de bruit $\epsilon_b$	Alertes de sous-échantillonnage $\epsilon_e$	Alertes de Sauts de phase $\epsilon_s$	RMS de $C(x, y)$
Avant traitement	253333	755678	14153	7,84
Après traitement	274305	236957	931	1,72
Gain	0,92	3,18	15,20	4,54

TABLE 4.4 – Table des valeurs de la carte de confiance et RMS de la clôture avant et après traitement des artefacts de phase pour l'éprouvette foudroyée et gains associés.

#### 4.2.4 Synthèse

Dans cette dernière partie nous avons étudié et comparé le profil de phase de deux éprouvettes en CFRP utilisées pour des applications aéronautiques : l'éprouvette de référence et l'éprouvette foudroyée. A travers l'implémentation de la carte de confiance, il est apparu dans les deux cas que l'extraction de phase était soumise à des artefacts issus du chevauchement par l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$ , et ce malgré la bonne cohérence spatiale de la source X et donc de la possibilité d'espacer largement les harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$  dans le plan de Fourier. En particulier dans les images de phase, les artefacts dûs au tissage se sont superposés au motif même du tissage. L'apparition d'une telle texture à l'image peut biaiser l'interprétation de l'expérimentateur, supposant que les fibres du CFRP sont fortement déphasantes. Dans ce cas d'application, l'allure des artefacts est non triviale contrairement à la bille en PMMA où seuls les artefacts de bords issus de l'intensité de courbure sont observés. Dit autrement, dans le cas de l'éprouvette en CFRP, l'atténuation de l'objet est aussi à l'origine d'artefacts dans l'extraction de phase car associé à de fortes variations locales d'atténuation.

Par ailleurs les artefacts observés ont été dans les deux cas significativement réduits par la méthode de traitement MARIO que j'ai développée au cours de ma thèse. Dans le cas de l'éprouvette foudroyée, la réduction des artefacts permet de faire ressortir un défaut de phase directionnel de faible amplitude qui n'aurait pas pu être observé sans ce traitement. Puisque l'orientation de ce défaut est définie à 45°, ceci justifie l'utilisation des gradients croisés pour son observation, car fortement sensible à ce type d'information directionnel.

Enfin, notons que le défaut observé dans l'objet, assimilé à un marqueur du trajet du courant traversant le matériau, apporte une information complémentaire à

l'information d'atténuation qui elle, fait ressortir les brûlures du composite par l'arc électrique. L'imagerie de phase complète ainsi le diagnostic de l'état de dégradation des éprouvettes en CFRP.



## Chapitre 5

# Conclusion et perspectives de la thèse

A l'origine associée à la mesure de fronts d'onde aberrants du domaine visible et proche infrarouge, l'imagerie de phase a su se déployer à d'autres domaines d'applications, dans d'autres gammes spectrales et répondre à diverses problématiques scientifiques. Son implémentation en rayons X est récente et s'est accompagnée d'une diversification des techniques de mesures, notamment l'interférométrie à réseaux de diffraction dont les perspectives de recherche ne cessent d'émerger. L'adaptation de l'imagerie de phase d'objets composites sur banc de laboratoire nécessite toutefois de prendre en compte certaines contraintes émergentes limitant la capacité du système à restituer une information non biaisée.

C'est dans ce cadre que s'est inscrit mon travail de thèse, à l'embranchement entre l'interférométrie à décalage multi-latéral dont le berceau réside au Département d'Optique et Techniques Appliquées (DOTA) de l'ONERA ,et l'interaction rayonnement-matière dont le savoir-faire est propre au Département Imagerie et Simulation pour le Contrôle (DISC) du CEA List. Cette collaboration s'inscrit ainsi dans une démarche de réponse aux exigences croissantes en contrôle non-destructif et diagnostics.

Ainsi, dans ces travaux que j'ai présentés il est d'abord apparu la nécessité de considérer le sous-échantillonnage comme un facteur fortement limitant de la qualité des images produites par l'IDML, notamment en observant qu'il existe un large panel de configurations pouvant amener des artefacts de phase. En particulier, j'ai montré dans ce manuscrit deux configurations expérimentales illustratives : au LP3 la cause des artefacts était le système imageur alors qu'au DISC c'était l'objet imagé. A partir de ces observations et par l'appui de l'outil de simulation développé, j'ai proposé une première méthode corrective nommée MARIO pour *Method of Artefacts Removing from the Intensity of the Object*.

Par ailleurs, un autre facteur de dégradation non négligeable, particulièrement sur les sources de laboratoire, est le bruit de mesure. Inspirée des travaux que j'ai menés dans le domaine visible sur le dispositif Shack-Hartmann [75], j'ai proposé dans ce manuscrit une méthode pour maximiser l'utilisation de la redondance

de la mesure par l'IDML en rayons X et gagner en signal-à-bruit sur l'image de phase. Cette approche d'intégration multi-dérivées n'a cependant été appliquée que sur des images simulées. Sa validation sur des images expérimentales nécessite une configuration adaptée à savoir de réduire la taille du foyer de la source pour maximiser les fréquences spatiales accessibles. Le dimensionnement d'un nouvel modulateur est aussi nécessaire.

Plus largement, des perspectives d'amélioration des bancs de laboratoire sur lesquels j'ai travaillé durant cette thèse portent d'une part sur la stabilisation de la source en terme de variation de flux et de positionnement du foyer induisant des extractions de phase dégradées et limitant les performances des méthodes de traitement que j'ai proposées. De plus, une réduction de la taille de foyer tout en conservant un flux suffisant est une piste d'amélioration notable du système. De nouvelles sources à rayons X émergentes, dont celle du LP3, pourraient permettre d'accéder à de tels compromis et de démontrer expérimentalement l'apport de l'intégration multi-dérivées et l'apport de nouvelles géométries de réseaux bi-dimensionnels. Par ailleurs, cela permettrait de réduire considérablement le temps d'acquisition pour des applications tomographiques de phase où plusieurs centaines de projections sont nécessaires.

A partir des résultats obtenus sur imagerie de phase sur les échantillons composites carbonés que j'ai présentés tels que les éprouvettes en CFRP foudroyées, une perspective de travail consiste à quantifier la dégradation obtenue à travers la mesure de la profondeur des défauts ainsi que leur étendue dans l'échantillon. Compléter ces résultats en confirmant le type de défaut observé (délaminage, porosité, cassure) permettra de poser un diagnostic quantitatif précis de ces mesures et, *in fine*, de permettre à la communauté scientifique ainsi qu'aux industriels de donner des pistes d'amélioration sur la tenue de ces matériaux après de tels impacts. Ces aspects sont cruciaux pour la sécurité et la pérennité des dispositifs aéronautiques.

Enfin, ce travail est une maturation de l'IDML sur source de laboratoire ouvrant une capacité de diagnostic accessible et pouvant être vue comme marche intermédiaires aux grands instruments. Sa versatilité (utilisation d'un seul modulateur) permet enfin d'envisager un déploiement sur des systèmes de micro-tomographes industriels.

# Annexe et Compléments de recherche

## 5.1 Mise en évidence d'artefacts par extraction du continuum en intensité

On trouve dans la littérature [49][5][52] plusieurs avantages à l'extraction de l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$ , d'une part pour obtenir l'image de l'objet en contraste d'atténuation sans passer par une mesure séparément, d'autre part pour déterminer le rayonnement diffusé (ou *Scattering Image* en anglais) qui sera défini plus loin.

L'extraction du contraste d'atténuation par  $H_{0,0}(u, v)$  est aussi appelée extraction du continuum [52] et consiste à prendre le module de la transformée de Fourier inverse de  $H_{0,0}(u, v)$  sur un support d'extraction  $S$  défini suivant les mêmes règles que pour l'extraction de phase d'un harmonique  $H_{k,l}(u, v)$ , par exemple via la méthode de Takeda [79] :

$$\text{Cont}(x, y) = \left| \mathcal{F}^{-1} \{ H_{0,0}(u, v) \} \right| \quad (5.1)$$

Tant que les variations spatiales d'intensité de l'objet sont faibles devant la période de l'interférogramme, alors cette méthode permet d'estimer le contraste en atténuation de l'objet sans ambiguïté. Or comme nous l'avons montré dans ce manuscrit (cf. section 2.2.2.2), des variations abruptes d'intensité d'objets peuvent être observées au delà de la fréquence porteuse des harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$  du réseau et ce, même en respectant scrupuleusement les conditions d'échantillonnage du signal de phase. Dans ce cas, le support  $S$  d'extraction du continuum est nécessairement plus petit que l'extension fréquentielle de  $H_{0,0}(u, v)$  et le continuum est sous-échantillonné.

La figure 5.1 illustre l'extraction du continuum dans le cas de l'IDBL présenté en section 2.2.2.2. Des défauts d'approximation de Gibbs sont présents au niveau des bords, du fait de la taille du support d'extraction du continuum  $S$  plus plus étroite que l'extension de l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  dans le plan de Fourier. Ces défauts de Gibbs sont néanmoins d'amplitude faible puisque la convergence en série est assurée à bas ordres de la décomposition spectrale, conformément aux résultats obtenus en section 2.2.1.1 (cf. figure 2.6).

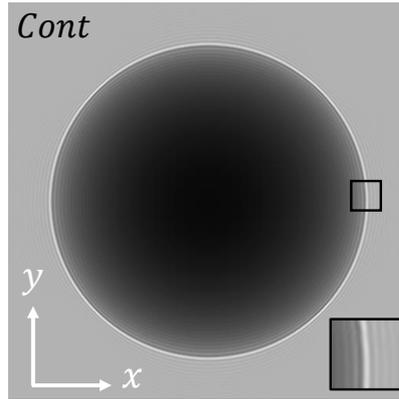


FIGURE 5.1 – Extraction du continuum de l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  pour la bille en PMMA imagée par l'IDBL.

Enfin, on peut définir de la même manière le continuum en intensité d'un harmonique  $H_{k,l}(u, v)$ . En effet, la transformée de Fourier de l'intensité de l'objet est convoluée par la distribution harmonique du réseau et le module de chaque harmonique  $H_{k,l}(u, v)$  contient ainsi cette intensité. Celle-ci s'écrit  $I_{k,l}(x, y)$  et s'obtient à partir de l'harmonique  $H_{k,l}(u, v)$  par la relation :

$$I_{k,l}(x, y) = \left| \mathcal{F}^{-1}\{H_{k,l}(u, v)\} \right| \quad (5.2)$$

Pour la bille en PMMA imagée par l'IDBL, l'intensité  $I_{0,1}(x, y)$  issue de l'extraction du continuum de  $H_{0,1}(u, v)$  est donnée par la relation ci-dessus. Le résultat est affiché en figure 5.2.

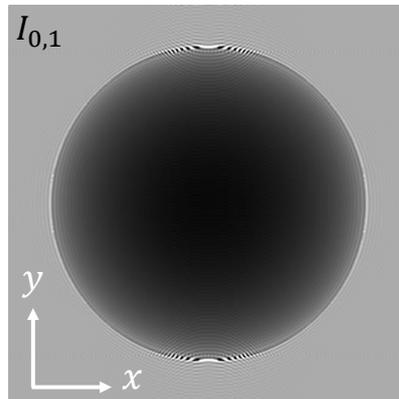


FIGURE 5.2 – Extraction du continuum en intensité de l'harmonique  $H_{0,1}(u, v)$  pour la bille en PMMA imagée par l'IDBL.

On remarque que l'intensité du continuum  $I_{0,1}(x, y)$  présente des artefacts de même nature que ceux observés par l'extraction de phase de  $H_{0,1}(u, v)$ . Ceci montre que le phénomène de chevauchement impacte de la même manière le module et l'argument de la transformée de Fourier inverse des harmoniques du réseau et on peut généraliser le phénomène à n'importe quel type de démodulation des harmoniques du réseau.

A partir des relations 5.1 et 5.2, on peut définir le rayonnement diffusé d'ordre  $(k,l)$  par :

$$D_{k,l}(x,y) = \ln \left[ \frac{I_{k,l}(x,y) / I_{k,l_{\text{ref}}}(x,y)}{\text{Cont}(x,y) / \text{Cont}_{\text{ref}}(x,y)} \right] \quad (5.3)$$

où  $I_{k,l_{\text{ref}}}(x,y)$  et  $\text{Cont}_{\text{ref}}(x,y)$  correspondent aux intensités obtenues par extraction des continus de l'interférogramme de référence et  $\ln$  la fonction logarithme népérien.

Il est à noter que le modèle ondulatoire que j'ai développé ne tient pas compte du rayonnement diffusé de l'objet. Pour cela, des algorithmes spécifiques doivent être implémentés, en particulier l'hypothèse d'un objet plan n'est plus applicable et une géométrie en trois dimensions de l'objet doit être intégrée.

L'outil de simulation est volontairement simplifié pour évaluer rapidement le comportement du système, compte tenu des contraintes de bruit et d'échantillonnage. Ce travail de prédiction est ensuite vérifié expérimentalement. Une fidélité maximale de l'expérience n'est pas recherchée à travers mon modèle. Seul un domaine de validité bien précis est appliqué pour permettre une estimation rapide bien que raisonnablement fidèle aux résultats obtenus dans des conditions expérimentales données.

Ci-dessous est donné le résultat d'extraction du continuum de l'harmonique  $H_{-1,1}(u,v)$  d'une bille en PMMA expérimentale prise dans des conditions analogues à celles proposées par le modèle de simulation (cf. figure 5.3). Le réseau est ici de période orthogonale  $p_{\text{exp}} = 24 \mu\text{m}$ , là où les images de simulation sur l'IDBL sont prises à période de réseau  $p_{\text{num}} = 12 \mu\text{m}$ . L'échantillonnage est donc réduit d'un facteur 2. Par ailleurs, du bruit et un filtrage par la FTM du système doit être pris en compte dans le cas expérimental.

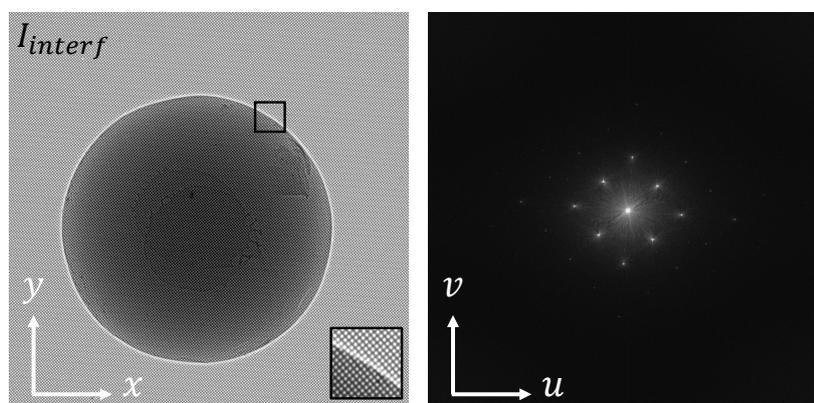


FIGURE 5.3 – Interférogramme et FFT associée pour une bille en PMMA imagée expérimentalement par l'IDML.

L'extraction du continuum de l'harmonique central  $H_{0,0}(u,v)$  expérimental est

donné en figure 5.4. Les deux tâches sombres au centre de la bille correspondent à une fixation par un film transparent à l'avant et à l'arrière de l'objet.

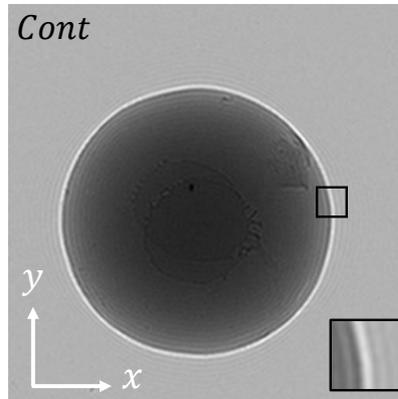


FIGURE 5.4 – Extraction du continuum de l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  pour une bille en PMMA imagée expérimentalement par l'IDML.

On remarque que des défauts d'approximation de Gibbs sont présents au bord de la bille, conformément aux résultats numériques (cf. figure 5.1).

La figure 5.5 illustre le résultat d'extraction expérimentale du continuum de l'harmonique  $H_{-1,1}(u, v)$ . A ce stade, des différences avec la simulation sont observées, du fait des limites du modèle. En effet, la prise en compte du rayonnement en champ sombre modifie la répartition des niveaux de gris à l'image, notamment aux bords de l'objet où la diffusion est prééminente.

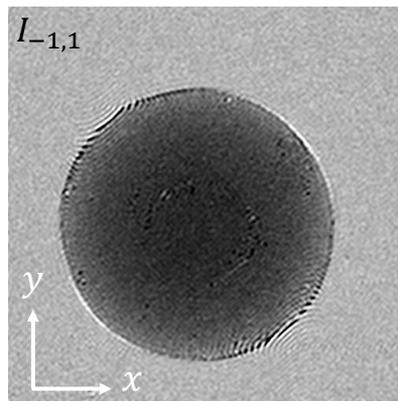


FIGURE 5.5 – Extraction du continuum de l'harmonique  $H_{-1,1}(u, v)$  pour la bille en PMMA expérimentale.

Notons que les artefacts sont tout de même présents aux bords de l'objet, conformément au modèle proposé (cf. figure 5.2). On déduit que le modèle ondulatoire proposé suffit à décrire le phénomène de chevauchement, indépendamment de l'allure des images de continuum, étant donné que son origine découle entièrement du phénomène de superposition harmonique. Dans le cas de la bille expérimentale, il s'agit de l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$  majoritairement à

l'oeuvre dans l'apparition des artefacts dans l'image du continuum  $I_{-1,1}(x, y)$ , du fait de son amplitude maximale dans le plan de Fourier.

De plus, le bruit du continuum  $I_{-1,1}(x, y)$  extrait est important comparativement à celui du continuum  $I_{0,0}$ . L'étude sur le bruit dans ce cas de figure est de même type que celle menée en section 2.2.3, notamment la dépendance qu'entretient le bruit de l'interférogramme à celui obtenu après extraction d'un harmonique.

Enfin, Il est d'usage de prendre  $-D_{k,l}(x, y)$  pour l'affichage de l'image du rayonnement en champ sombre. Cependant, dans un soucis de clarté et pour bien différencier dans ce manuscrit les images de diffusé et les gradients de phase, j'ai choisi d'afficher  $+D_{k,l}(x, y)$ . La figure 5.6 montre ainsi l'estimation du rayonnement de champ sombre obtenu à partir des relations précédentes.

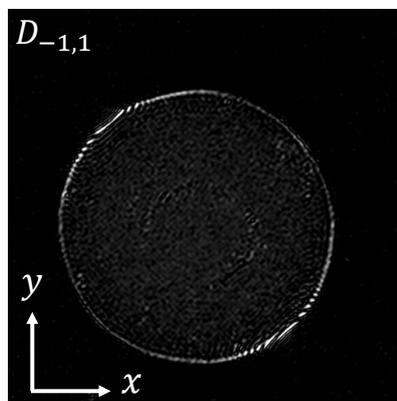


FIGURE 5.6 – Estimation du rayonnement diffusé d'ordre  $(-1, 1)$  de la bille en PMMA.

Il est possible d'introduire une matrice d'intensités du continuum  $I_{k,l}(x, y)$  au même titre que la matrice des gradients de phase évoqué dans ce manuscrit (cf. Figure 2.18). Cette matrice des continuum sert notamment à l'obtention du rayonnement diffusé pour tout couple  $(k, l)$  d'harmonique de l'IDML. La matrice associée est ainsi complémentaire à la matrice des gradients de phase et montre la répartition des artefacts par l'extraction du continuum. La matrice des continuum extraits en simulation est donné en figure 5.7.

Dans matrice des continuums extraits, l'abaissement apparent des niveaux de gris observé au fur et à mesure que l'on s'approche des bords de la matrice est dû à une augmentation de l'amplitude des artefacts aux bords, bien supérieur à ce qui a été observé en phase (cf. Figure 2.18). Notons par ailleurs que l'allure des artefacts des images de continuum  $I_{k,l}(x, y)$  est la même que celle des images de phase. Or puisque nous avons montré qu'une part prédominante de ces artefacts est issue du chevauchement des harmoniques  $H_{k,l}(u, v)$  du réseau par l'harmonique central  $H_{0,0}(u, v)$ , une perspective de ce travail serait ainsi de vérifier que la méthode de traitement des artefacts MARIO proposée dans ce manuscrit se transpose bien au

cas des images de continuum.

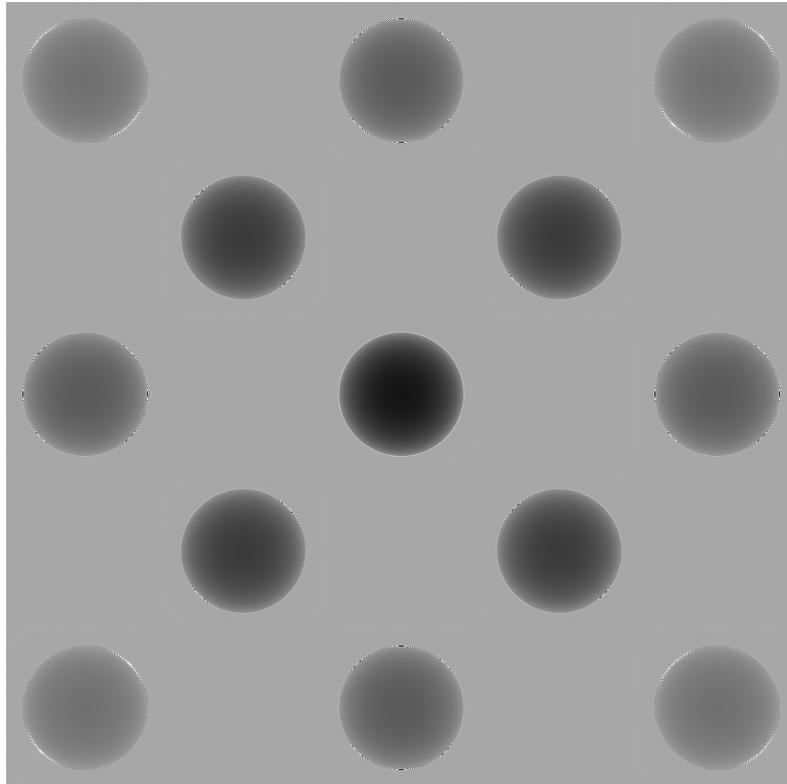


FIGURE 5.7 – Matrice des continuum extraits dans le cas d'une bille en PMMA imagée par l'IDML.

# Publications

## 5.2 Publications

Giakoumakis, G., Primot, J., Jarnac, A., Guitard, L. and Stolidi, A., 2022. "Artifacts reduction in high-acutance phase images for X-ray grating interferometry". *Optics Express (en cours de publication)*.

Stolidi, A., Giakoumakis, G., Primot, J., Jarnac, A. and Tisseur, D., 2022. "Confidence map tool for gradient-based X-ray phase contrast imaging". *Optics Express*, 30(3), pp.4302-4311.

Rouzé, B., Giakoumakis, G., Stolidi, A., Jaeck, J., Bellanger, C. and Primot, J., 2021. "Extracting more than two orthogonal derivatives from a Shack-Hartmann wavefront sensor". *Optics Express*, 29(4), pp.5193-5204.

## 5.3 Conférences

Giakoumakis, G., Stolidi, A., Jaeck, J. Bellanger, C. and Primot, J., 2020. "Application de méthodes de traitement en imagerie X par contraste de phase sur source de laboratoire : détection et correction d'artéfacts d'extraction". *Doctoriales de la COFREND 4ème édition*.

Giakoumakis, G., Stolidi, A., Jaeck, J. Bellanger, C. and Primot, J., 2020. "Imagerie quantitative de phase en rayons X haute résolution pour le contrôle non destructif de matériaux composites". *Journées Imagerie Optique Non Conventiionnelle - 15ième édition*.

Giakoumakis, G., Stolidi, A., Jaeck, J. Bellanger, C. and Primot, J., 2019. "Méthodes d'imagerie de phase en rayons X haute résolution pour le contrôle dynamique non destructif de matériaux composites". *Journées Imagerie Optique Non Conventiionnelle - 14ième édition*.



# Bibliographie

- [1] PIXIS-XB : 1024BR. URL : [https://www.princetoninstruments.com/wp-content/uploads/2020/05/PIXIS-XB\\_1024BR\\_datasheet.pdf](https://www.princetoninstruments.com/wp-content/uploads/2020/05/PIXIS-XB_1024BR_datasheet.pdf).
- [2] Agence Internationale de l'Énergie ATOMIQUE. 1957. URL : <https://www.iaea.org/fr>.
- [3] Y AZAMOUM et al. "Impact of the pulse contrast ratio on molybdenum  $K\alpha$  generation by ultrahigh intensity femtosecond laser solid interaction". In : *Scientific Reports* 8.1 (2018), p. 1-11.
- [4] Y. AZAMOUM et al. "High photon flux  $K\alpha$  Mo x-ray source driven by a multi-terawatt femtosecond laser at 100 Hz". In : *Optics Letters* 43.15 (2018), p. 3574-3577.
- [5] Guillaume BAFFOU. "Quantitative phase microscopy using quadriwave lateral shearing interferometry (QLSI) : principle, terminology, algorithm and grating shadow description". In : *Journal of Physics D : Applied Physics* 54.29 (2021), p. 294002.
- [6] G. H. BALL et D. J. HALL. "ISODATA, A novel method of data analysis and pattern classification". In : (avr. 1965).
- [7] J BARTH. "Johann Wilhelm Ritter (1776-1810) and the discovery of ultraviolet irradiation 185 years ago". In : *Der Hautarzt; Zeitschrift fur Dermatologie, Venerologie, und verwandte Gebiete* 38.5 (mai 1987), p. 301-303. ISSN : 0017-8470. URL : <http://europemc.org/abstract/MED/3301744>.
- [8] M. A. BELTRAN, D. M. PAGANIN et D. PELLICCIA. "Phase-and-amplitude recovery from a single phase-contrast image using partially spatially coherent x-ray radiation". In : *Journal of Optics* 20.5 (2018), p. 055605.
- [9] S. BERUJON, H. WANG et K. SAWHNEY. "X-ray multimodal imaging using a random-phase object". In : *Physical Review A* (2012).
- [10] S. BERUJON et al. "At-wavelength metrology of hard X-ray mirror using near field speckle". In : *Opt. Express* 22.6 (mar. 2014), p. 6438-6446. DOI : [10.1364/OE.22.006438](https://doi.org/10.1364/OE.22.006438). URL : <http://opg.optica.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-22-6-6438>.
- [11] U. BONSE et M. HART. "An X-ray interferometer". In : *Applied Physics Letters* 6 (8 1965), p. 155-156. ISSN : 00036951. DOI : [10.1063/1.1754212](https://doi.org/10.1063/1.1754212).
- [12] M. BORN et al. *Principles of Optics*. Cambridge University Press, oct. 1999. ISBN : 9780521642224. DOI : [10.1017/CB09781139644181](https://doi.org/10.1017/CB09781139644181).
- [13] R. BRACEWELL. "The fourier transform and its applications". In : *McGraw-Hill Electrical and Electronic Engineering Series* 5 (1965).
- [14] W. L. BRAGG et W. H. BRAGG. "The structure of some crystals as indicated by their diffraction of X-rays". In : *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* 89 (sept. 1913), p. 248-277. ISSN : 0950-1207. DOI : [10.1098/rspa.1913.0083](https://doi.org/10.1098/rspa.1913.0083).

- [15] M. de BROGLIE. "Les rayons X et l'histoire de leurs propriétés". In : *Institut National de l'Audiovisuel* (déc. 1956). URL : <https://www.ina.fr/ina-eclairer-actu/video/i05105694/les-rayons-x-par-maurice-de-broglie>.
- [16] A. BURVALL et al. "Phase retrieval in X-ray phase-contrast imaging suitable for tomography". In : *Optics Express* (2011). DOI : 10.1364/OE.19.010359. URL : <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-19-11-10359>.
- [17] Hamamatsu XCMOS C12849-111U. URL : [https://www.hamamatsu.com/content/dam/hamamatsu-photonics/sites/documents/99\\_SALES\\_LIBRARY/sys/SCAS0139E\\_C12849.pdf](https://www.hamamatsu.com/content/dam/hamamatsu-photonics/sites/documents/99_SALES_LIBRARY/sys/SCAS0139E_C12849.pdf).
- [18] C. CANOVAS et E. N. RIBAK. "Comparison of Hartmann analysis methods". In : *Applied Optics* 46.10 (2007), p. 1830-1835.
- [19] U. CHAULAGAIN et al. "X-ray phase contrast imaging of biological samples using a betatron x-ray source generated in a laser wakefield accelerator". In : (mai 2017). Sous la dir. d'Eric ESAREY, Carl B. SCHROEDER et Florian J. GRÜNER, p. 1024014. DOI : 10.1117/12.2265043.
- [20] R CLADY et al. "22 W average power multiterawatt femtosecond laser chain enabling 1019 W/cm<sup>2</sup> at 100 Hz". In : *Applied Physics B* 124.5 (2018), p. 1-9.
- [21] P. CLOETENS. "Principles current status and recent results of propagation based X-ray phase imaging". In : *International workshop on x ray and neutron phase imaging (XNPIG)*. 2014.
- [22] W. D. COOLIDGE. *Vacuum tube*. United States Patent Office, Patent 1-203-495, mai 1913. URL : <https://patents.google.com/patent/US1203495>.
- [23] J. M. COWLEY. *Diffraction Physics, ch. 3*. Elsevier, déc. 1995. ISBN : 9780080530390.
- [24] W. CROOKES. "On the illumination of lines of molecular pressure, and the trajectory of molecules". In : *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 170 (déc. 1878), p. 135-164. ISSN : 0261-0523. DOI : 10.1098/rstl.1879.0065.
- [25] EXCELLIUM. URL : <https://www.excillum.com/15-%C2%B5m-focus-of-high-flux-24-kev-radiation-enabled-by-metaljet-e1>.
- [26] *Extende*. URL : <https://www.extende.com/fr>.
- [27] S. FOURMAUX et J. C. KIEFFER. "Laser-based K  $\alpha$  x-ray emission characterization using a high contrast ratio and high-power laser system". In : *Applied Physics B* 122.6 (2016), p. 1-10.
- [28] S. FOURMAUX et al. "Laser wakefield acceleration : application to Betatron x-ray radiation production and x-ray imaging". In : (oct. 2012). Sous la dir. de Jean-Claude KIEFFER, p. 841211. DOI : 10.1117/12.2001554.
- [29] M GAMBARI et al. "Exploring phase contrast imaging with a laser-based K $\alpha$  x-ray source up to relativistic laser intensity". In : *Scientific Reports* 10.1 (2020), p. 1-9.
- [30] M. GAMBARI et al. "Exploring phase contrast imaging with a laser-based K x-ray source up to relativistic laser intensity". In : *Scientific Reports* 10 (1 déc. 2020). ISSN : 20452322. DOI : 10.1038/s41598-020-63614-3.
- [31] D. C. GHIGLIA et M. D. PRITT. *Two-dimensional phase unwrapping : theory, algorithms, and software*. Wiley New York, 1998.

- [32] G. GIAKOUMAKIS et AL. "Artifacts reduction in high-acutance phase images for X-ray grating interferometry". In : *Opt. Express* (2022).
- [33] J. W. GOODMAN. *Diffraction Physics*. McGraw-Hill Science, 1996. ISBN : 0-070-24254-2.
- [34] J. W. GOODMAN. "Some fundamental properties of speckle". In : *Journal of the Optical Society of America* (1976).
- [35] B. GUO et al. "High-resolution phase-contrast imaging of biological specimens using a stable betatron X-ray source in the multiple-exposure mode". In : *Scientific Reports* 9 (1 déc. 2019). ISSN : 20452322. DOI : [10.1038/s41598-019-42834-2](https://doi.org/10.1038/s41598-019-42834-2).
- [36] J. HALL-EDWARDS. "The war in South Africa : The X Rays in South Africa". In : *The Lancet* 157.4037 (1901), p. 130-131.
- [37] T. W. HERBERT. "The New Coolidge Roentgen Ray Tube". In : *Scientific American* 110.8 (1914), p. 157-171. ISSN : 00368733, 19467087. URL : <http://www.jstor.org/stable/26012854>.
- [38] K HUANG et al. "Intense high repetition rate Mo K $\alpha$  x-ray source generated from laser solid interaction for imaging application". In : *Review of Scientific Instruments* 85.11 (2014), p. 113304.
- [39] H. IKEURA-SEKIGUCHI et al. "In-line phase-contrast imaging of a biological specimen using a compact laser-Compton scattering-based x-ray source". In : *Applied Physics Letters* 92 (13 2008). ISSN : 00036951. DOI : [10.1063/1.2903148](https://doi.org/10.1063/1.2903148).
- [40] H. ITOH. "Two dimensional grating-based X-ray phase contrast imaging using Fourier transform phase retrieval". In : *Optics Express* (2011).
- [41] J. N. KAPUR, P. K. SAHOO et A. K. WONG. "A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram". In : *Computer vision, graphics, and image processing* 29.3 (1985), p. 273-285.
- [42] J. B. KELLER. "Geometrical Theory of Diffraction". In : *J. Opt. Soc. Am.* 52.2 (fév. 1962), p. 116-130. DOI : [10.1364/JOSA.52.000116](https://doi.org/10.1364/JOSA.52.000116). URL : <http://opg.optica.org/abstract.cfm?URI=josa-52-2-116>.
- [43] S. KNEIP et al. "X-ray phase contrast imaging of biological specimens with femtosecond pulses of betatron radiation from a compact laser plasma wakefield accelerator". In : *Applied Physics Letters* 99 (9 août 2011), p. 093701. ISSN : 0003-6951. DOI : [10.1063/1.3627216](https://doi.org/10.1063/1.3627216).
- [44] C. KOTTLER et al. "A two-directional approach for grating based differential phase contrast imaging using hard x-rays". In : *Optics Express* (2007).
- [45] M. von LAUE. "Sitzungsber". In : *Akad. Wiss.(Berlin)* (1914).
- [46] M. von LAUE et F. TANK. "Die Gestalt der Interferenzpunkte bei den Röntgenstrahlinterferenzen". In : *Annalen der Physik* 346.10 (1913), p. 1003-1011.
- [47] P. LENARD. *Über Kathodenstrahlen*. De Gruyter, déc. 1906. ISBN : 9783112434109. DOI : [10.1515/9783112434109](https://doi.org/10.1515/9783112434109).
- [48] R. MERRILL. "Dr. William D. Coolidge and his new magic ray". In : *The Springfield Union News Sunday Republican* (nov. 1913).

- [49] Serge MONNERET et al. "Quadriwave lateral shearing interferometry as a quantification tool for microscopy. application to dry mass determination of living cells, temperature mapping, and vibrational phase imaging". In : 8792 (2013), p. 32-42.
- [50] A. MONTAUX-LAMBERT. "Conception d'un interféromètre large bande spectrale pour la métrologie et l'imagerie de phase sur sources synchrotron". Thèse de doct. Université Paris-Saclay, mar. 2013.
- [51] A. MONTAUX-LAMBERT, P. MERCÈRE et J. PRIMOT. "Interferogram conditioning for improved Fourier analysis and application to X-ray phase imaging by grating interferometry". In : *Optics Express* (2015).
- [52] Antoine MONTAUX-LAMBERT. "Conception d'un interféromètre large bande spectrale pour la métrologie et l'imagerie de phase sur sources synchrotron". In : *Université Paris-Saclay* (2017).
- [53] K. S. MORGAN, D. M. PAGANIN et K. W. SIU. "Quantitative single-exposure x-ray phase contrast imaging using a single attenuation grid". In : *Optics Express* (2011).
- [54] K. S. MORGAN, D. M. PAGANIN et K. W. SIU. "X-ray phase imaging with a paper analyzer". In : *Applied Physics Letters* (2012).
- [55] K. S. MORGAN, K. K. W. SIU et D. M. PAGANIN. "The projection approximation and edge contrast for x-ray propagation-based phase contrast imaging of a cylindrical edge". In : *Optics Express* 18.10 (2010), p. 9865-9878.
- [56] W. J. MORTON. *The X-ray or Photography of the invisible and its value in surgery*. American Technical Book Company, 1896.
- [57] Z. NAFTALI, O. SROUR et E. N. RIBAK. "Hartmann-Shack analysis errors". In : *Optics Express* 14.2 (2006), p. 635-643.
- [58] D. R. NEAL, J. COPLAND et D. A. NEAL. "Shack-Hartmann wavefront sensor precision and accuracy". In : 4779 (2002), p. 148-160.
- [59] Agence pour l'Énergie NUCLÉAIRE. *Évaluation des incidences radiologiques et sanitaires. Ch.4 Estimations de doses*. 2002. URL : <https://www.oecd-nea.org/rp/chernobyl/fr/c04.html>.
- [60] B. M. OLIVER. "Sparkling spots and random diffraction". In : *Proceedings of the IEEE* 51 (1 1963), p. 220-221. ISSN : 0018-9219. DOI : [10.1109/PROC.1963.1686](https://doi.org/10.1109/PROC.1963.1686).
- [61] D. M. PAGANIN et al. "Simultaneous phase and amplitude extraction from a single defocused image of a homogeneous object". In : *Journal of microscopy* 206.1 (2002), p. 33-40.
- [62] B. PAN et al. "Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement : a review". In : *Measurement Science and Technology* 20 (6 juin 2009), p. 062001. ISSN : 0957-0233. DOI : [10.1088/0957-0233/20/6/062001](https://doi.org/10.1088/0957-0233/20/6/062001).
- [63] P. PODDER et al. "Comparative performance analysis of hamming, hanning and blackman window". In : *International Journal of Computer Applications* 96.18 (2014).
- [64] A. POGANY, D. GAO et S. W. WILKINS. "Contrast and resolution in imaging with a microfocus x-ray source". In : *Review of Scientific Instruments* 68 (7 1997), p. 2774-2782. ISSN : 00346748. DOI : [10.1063/1.1148194](https://doi.org/10.1063/1.1148194).

- [65] J PRIMOT et L SOGNO. "Achromatic three-wave (or more) lateral shearing interferometer". In : *Journal of the Optical Society of America A* (1995).
- [66] J. PRIMOT. "Theoretical description of Shack-Hartmann wave-front sensor". In : *Optics Communication* (2003).
- [67] J. PRIMOT. "Three-wave lateral shearing interferometry". In : *Applied Optics* (1993).
- [68] Jérôme PRIMOT et Nicolas GUÉRINEAU. "Extended Hartmann test based on the pseudoguiding property of a Hartmann mask completed by a phase chessboard". In : *Applied Optics* (2000).
- [69] T.W. RIDLER, S CALVARD et al. "Picture thresholding using an iterative selection method". In : *IEEE trans syst Man Cybern* 8.8 (1978), p. 630-632.
- [70] JD RIGDEN et EI GORDON. "Granularity of scattered optical maser light". In : *Proceedings of the Institute of Radio Engineers* 50.11 (1962), p. 2367.
- [71] E. F. RING. "The discovery of infrared radiation in 1800". In : *The Imaging Science Journal* 48 (1 jan. 2000), p. 1-8. ISSN : 1368-2199. DOI : [10 . 1080 / 13682199.2000.11784339](https://doi.org/10.1080/13682199.2000.11784339).
- [72] J. RIZZI. "Imagerie de phase quantitative par interférométrie à décalage quadri-latéral. Application au domaine des rayons X durs". Thèse de doct. Université Paris-Saclay, mar. 2013.
- [73] F. J. RODDIER. "Variations on a Hartmann theme". In : *Optical Engineering* 29 (10 1990), p. 1239-1242. ISSN : 00913286. DOI : [10.1117/12.55721](https://doi.org/10.1117/12.55721).
- [74] W. C. RÖNTGEN. "On a New Kind of Rays". In : *Science* 3 (59 fév. 1896), p. 227-231. ISSN : 0036-8075. DOI : [10.1126/science.3.59.227](https://doi.org/10.1126/science.3.59.227).
- [75] B. ROUZÉ, G. GIAKOUMAKIS et AL. "Extracting more than two orthogonal derivatives from a Shack-Hartmann wavefront sensor". In : *Opt. Express* 29.4 (fév. 2021), p. 5193-5204. DOI : [10.1364/OE.413571](https://doi.org/10.1364/OE.413571). URL : <http://opg.optica.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-29-4-5193>.
- [76] Wisconsin Historical SOCIETY. *Do your shoes fit*. 1926. URL : <https://www.wisconsinhistory.org/Records/Image/IM118268>.
- [77] A. STOLIDI. "Développement de méthodes d'imagerie par contraste de phase sur source X de laboratoire". Thèse de doct. Université Paris-Saclay, mar. 2017.
- [78] A. STOLIDI, G. GIAKOUMAKIS et AL. "Confidence map tool for gradient-based X-ray phase contrast imaging". In : *Optics Express, Vol. 30, Issue 3, pp. 4302-4311* 30.3 (jan. 2022), p. 4302-4311. ISSN : 1094-4087. DOI : [10.1364/OE.438876](https://doi.org/10.1364/OE.438876). URL : <https://opg.optica.org/viewmedia.cfm?uri=oe-30-3-4302&seq=0&html=true%20https://opg.optica.org/abstract.cfm?uri=oe-30-3-4302%20https://opg.optica.org/oe/abstract.cfm?uri=oe-30-3-4302>.
- [79] M. TAKEDA, H. INA et S. KOBAYASHI. "Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry". In : *Journal of the Optical Society of America* (1982).
- [80] H. F. TALBOT. "LXXVI. Facts relating to optical science. No. IV". In : *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 9.56 (1836), p. 401-407. DOI : [10.1080/14786443608649032](https://doi.org/10.1080/14786443608649032). URL : <https://doi.org/10.1080/14786443608649032>.

- [81] J. TANAKA et al. "Cadaveric and in vivo human joint imaging based on differential phase contrast by X-ray Talbot-Lau interferometry". In : *Zeitschrift für Medizinische Physik* 23.3 (2013). Schwerpunkt : Röntgenbasierte Phasenkontrast Bildgebung, p. 222-227. ISSN : 0939-3889. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.zemedi.2012.11.004>. URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0939388912001493>.
- [82] M. R. TEAGUE. "Deterministic phase retrieval : a Green's function solution". In : *Journal of Optical Society of America* 73 (11 1983). DOI : <https://doi.org/10.1364/JOSA.73.001434>.
- [83] R. TOTH et al. "Evaluation of ultrafast laser-based hard x-ray sources for phase-contrast imaging". In : *Physics of plasmas* 14.5 (2007), p. 053506.
- [84] Tradc UNIONS. "The Month in Review, Radiation Protection Convention". In : *Current History* (1960).
- [85] S. VELGHE. "Les nouvelles dimensions de l'interférométrie à décalage quadrilatéral : l'infrarouge et les surfaces morcelées". Thèse de doct. Université Paris-Saclay, jan. 2007.
- [86] S. VELGHE et al. "Wave-front reconstruction from multidirectional phase derivatives generated by multilateral shearing interferometers". In : *Opt. Lett.* 30.3 (fév. 2005), p. 245-247. DOI : [10.1364/OL.30.000245](https://doi.org/10.1364/OL.30.000245). URL : <http://opg.optica.org/ol/abstract.cfm?URI=ol-30-3-245>.
- [87] H. S. WARD. "THE NEW LIGHT". In : *The English illustrated magazine* 150 (1896), p. 594-598.
- [88] T. WEITKAMP et al. "X-ray phase imaging with a grating interferometer". In : *Optics express* 13.16 (2005), p. 6296-6304.
- [89] J. WENZ et al. "Quantitative X-ray phase-contrast microtomography from a compact laser-driven betatron source". In : *Nature Communications* 6 (juil. 2015). ISSN : 20411723. DOI : [10.1038/ncomms8568](https://doi.org/10.1038/ncomms8568).
- [90] X. WU et Liu H. "A general theoretical formalism for X-ray phase contrast imaging". In : *Journal of X-Ray Science and Technology* 11 (2003), p. 33-42.
- [91] X. WU et Liu H. "A new theory of phase-contrast x-ray imaging based on Wigner distributions". In : *Medical Physics* 31 (9 2004), p. 2378-2384. ISSN : 00942405. DOI : [10.1118/1.1776672](https://doi.org/10.1118/1.1776672).
- [92] X. WU et H. LIU. "Clarification of aspects in in-line phase-sensitive x-ray imaging". In : *Medical Physics* 34 (2 jan. 2007), p. 737-743. ISSN : 00942405. DOI : [10.1118/1.2431475](https://doi.org/10.1118/1.2431475).
- [93] "X-ray phase contrast imaging and noise evaluation using a single phase grating interferometer". In : *Optics Express* 21 (14 juil. 2013), p. 17340. ISSN : 1094-4087. DOI : [10.1364/oe.21.017340](https://doi.org/10.1364/oe.21.017340).
- [94] I. ZANETTE et al. "Speckle-Based X-Ray Phase-Contrast and Dark-Field Imaging with a Laboratory Source". In : *Physical Review Letters* (25 2014).