



Écoulement intraventriculaire 4-D par échocardiographie Doppler

Florian Vixege

► To cite this version:

Florian Vixege. Écoulement intraventriculaire 4-D par échocardiographie Doppler. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université de Lyon, 2022. Français. NNT : 2022LYSEI024 . tel-03827041

HAL Id: tel-03827041

<https://theses.hal.science/tel-03827041>

Submitted on 24 Oct 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N°d'ordre NNT : 2022LYSEI024

THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON
opérée au sein de
Institut National des Sciences Appliquées, INSA - Lyon

École Doctorale N° 160
Mécanique, Énergétique, Génie civil, Acoustique

Spécialité/ discipline de doctorat :
Biomécanique

Soutenue publiquement le 31/03/2022, par :
Florian Vixege

Écoulement intraventriculaire 4-D par échocardiographie Doppler

Devant le jury composé de :

Kachenoura Nadjia	Directrice de Recherche Inserm, Paris	Rapporteuse
Pernot Mathieu	Directeur de Recherche Inserm, Paris	Rapporteur
Deplano Valérie	Directeur de Recherche CNRS, Marseille	Examinatrice
Nicoud Franck	Professeur, Université de Montpellier	Examineur
Saloux Éric	Docteur en Médecine, Cardiologue, CHU de Caen	Examineur
Blanc-Benon Philippe	Directeur de Recherche CNRS, Lyon	Co-encadrant de thèse
Vray Didier	Professeur, INSA Lyon	Co-encadrant de thèse
Garcia Damien	Chargé de Recherche Inserm, Lyon	Directeur de thèse

Département FEDORA – INSA Lyon - Ecoles Doctorales

SIGLE	ÉCOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	<u>CHIMIE DE LYON</u> https://www.edchimie-lyon.fr Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage secretariat@edchimie-lyon.fr	M. Stéphane DANIELE C2P2-CPE LYON-UMR 5265 Bâtiment F308, BP 2077 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69616 Villeurbanne directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	<u>ÉLECTRONIQUE, ÉLECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</u> https://edeea.universite-lyon.fr Sec. : Stéphanie CAUVIN Bâtiment Direction INSA Lyon Tél : 04.72.43.71.70 secretariat.edeea@insa-lyon.fr	M. Philippe DELACHARTRE INSA LYON Laboratoire CREATIS Bâtiment Blaise Pascal, 7 avenue Jean Capelle 69621 Villeurbanne CEDEX Tél : 04.72.43.88.63 philippe.delachartre@insa-lyon.fr
E2M2	<u>ÉVOLUTION, ÉCOSYSTÈME, MICROBIOLOGIE, MODÉLISATION</u> http://e2m2.universite-lyon.fr Sec. : Sylvie ROBERJOT Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr	M. Philippe NORMAND Université Claude Bernard Lyon 1 UMR 5557 Lab. d'Ecologie Microbienne Bâtiment Mendel 43, boulevard du 11 Novembre 1918 69 622 Villeurbanne CEDEX philippe.normand@univ-lyon1.fr
EDISS	<u>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTÉ</u> http://ediss.universite-lyon.fr Sec. : Sylvie ROBERJOT Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 secretariat.ediss@univ-lyon1.fr	Mme Sylvie RICARD-BLUM Institut de Chimie et Biochimie Moléculaires et Supramoléculaires (ICBMS) - UMR 5246 CNRS - Université Lyon 1 Bâtiment Raulin - 2ème étage Nord 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69622 Villeurbanne Cedex Tél : +33(0)4 72 44 82 32 sylvie.ricard-blum@univ-lyon1.fr
INFOMATHS	<u>INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES</u> http://edinfomaths.universite-lyon.fr Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage Tél : 04.72.43.80.46 infomaths@univ-lyon1.fr	M. Hamamache KHEDDOUCI Université Claude Bernard Lyon 1 Bât. Nautibus 43, Boulevard du 11 novembre 1918 69 622 Villeurbanne Cedex France Tél : 04.72.44.83.69 hamamache.kheddouci@univ-lyon1.fr
Matériaux	<u>MATÉRIAUX DE LYON</u> http://ed34.universite-lyon.fr Sec. : Yann DE ORDENANA Tél : 04.72.18.62.44 yann.de-ordenana@ec-lyon.fr	M. Stéphane BENAYOUN Ecole Centrale de Lyon Laboratoire LTDS 36 avenue Guy de Collongue 69134 Ecully CEDEX Tél : 04.72.18.64.37 stephane.benayoun@ec-lyon.fr
MEGA	<u>MÉCANIQUE, ÉNERGÉTIQUE, GÉNIE CIVIL, ACOUSTIQUE</u> http://edmega.universite-lyon.fr Sec. : Stéphanie CAUVIN Tél : 04.72.43.71.70 Bâtiment Direction INSA Lyon mega@insa-lyon.fr	M. Jocelyn BONJOUR INSA Lyon Laboratoire CETHIL Bâtiment Sadi-Carnot 9, rue de la Physique 69621 Villeurbanne CEDEX jocelyn.bonjour@insa-lyon.fr
ScSo	<u>ScSo*</u> https://edsciencesociales.universite-lyon.fr Sec. : Mélina FAVETON INSA : J.Y. TOUSSAINT Tél : 04.78.69.77.79 melina.faveton@univ-lyon2.fr	M. Christian MONTES Université Lumière Lyon 2 86 Rue Pasteur 69365 Lyon CEDEX 07 christian.montes@univ-lyon2.fr

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

Le système cardiovasculaire transporte et distribue des substances biochimiques, telles que l'oxygène ou les nutriments, aux cellules par le biais du sang. Celui-ci est mis en mouvement par le cœur, cet organe a donc un rôle de pompe qui peut envoyer le sang soit en direction des poumons par le ventricule droit, soit en direction des cellules du corps par le ventricule gauche. Pendant un cycle cardiaque, les ventricules passent par deux phases, la diastole (ou remplissage) puis la systole (ou expulsion). L'étude de ces fonctions, systolique et diastolique, permet de fait un bilan de l'état de santé cardiaque global. En routine clinique, les cardiologues peuvent s'appuyer sur différents indicateurs comme la fraction d'éjection et la déformation longitudinale globale pour dresser un état de la fonction systolique. En ce qui concerne la fonction diastolique, les marqueurs recommandés prennent en compte les pics de vitesse pendant la diastole, mais ces derniers peuvent présenter des résultats discordants. Une étude approfondie du flux intraventriculaire pourrait changer cette situation via une analyse de la géométrie de l'écoulement dans le ventricule gauche lors de la diastole. En effet, au début du remplissage du ventricule gauche, le sang rentre rapidement dans celui-ci en passant par la valve mitrale, et forme un vortex en forme d'anneau. Ce dernier se dilate et s'étire, créant un mouvement de rotation généralisé du sang dans le ventricule gauche qui aide à rediriger la circulation du flux vers les voies de sortie, tout en limitant la perte d'énergie.

L'échographie est une modalité d'imagerie non-invasive qui permet l'étude de l'écoulement intraventriculaire via le mode Doppler. Son faible coût et sa facilité de transport au chevet du patient font qu'elle est largement utilisée en routine clinique, notamment pour l'évaluation de la fonction cardiaque. Tous ces avantages en font une modalité de choix pour l'étude du flux intraventriculaire, même si elle ne permet pas d'acquérir l'écoulement complet mais seulement une projection de celui-ci.

Le travail présenté dans cette thèse porte sur la reconstruction de l'écoulement intraventriculaire en trois dimensions à partir d'une acquisition échographique Doppler de couleur en mode triplan. Une simplification pour permettre une estimation en deux dimensions de l'écoulement est également proposée. Les principales contributions exposées dans ce manuscrit sont le développement de la méthode, son application sur un écoulement numérique réaliste, et son utilisation sur des données cliniques. Notre méthode repose sur une minimisation aux moindres carrés sous contraintes, via l'utilisation de la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Les contraintes s'appuient sur des principes de base de la mécanique des fluides : la conservation de la masse et une condition de glissement à la paroi. Puis, nous avons appliqué cette méthode sur un écoulement numérique spécifique au patient afin d'obtenir une évaluation quantifiée de la précision des résultats qu'elle fournit. Enfin, nous montrons les résultats obtenus avec notre méthode sur des données cliniques, et les comparons à ceux obtenus avec d'autres méthodes présentes dans la littérature sur le sujet.

Cette thèse montre le potentiel de notre technique dans l'étude du vortex intraventriculaire, ainsi que dans le développement de marqueurs de la fonction diastolique pour le dépistage précoce de son dysfonctionnement.

Mots clés : imagerie ultrasonore, Doppler de couleur, cartographie vectorielle du flux en 3D, problème aux moindres carrés contraint, imagerie du flux intracardiaque.

Abstract

The cardiovascular system transports and distributes biochemical substances, such as oxygen or nutrients, to the cells through the blood. This is initiated by the heart, this organ acts as a pump that can send blood either to the lungs through the right ventricle, or to the cells of the body through the left ventricle. During a cardiac cycle, the ventricles go through two phases, systole (or expulsion) and diastole (or filling). The study of these functions, systolic and diastolic, allows an assessment of the overall cardiac health of a patient. In clinical routine, cardiologists can rely on different indicators such as ejection fraction and global longitudinal strain to assess systolic function. For diastolic function, the recommended markers consider the velocity peaks during diastole, but these may present discordant results. A detailed study of the intraventricular flow could alter this situation through an analysis of flow pattern during the diastole in the left ventricle. Indeed, at the beginning of left ventricular filling, blood rapidly flows into the ventricle through the mitral valve and forms a ring-shaped vortex. This ring expands and stretches, creating a generalized rotational motion of the blood in the left ventricle that helps redirect the flow to the outflow tract, while limiting energy loss.

Ultrasound is a non-invasive imaging modality that allows the study of intraventricular flow using the Doppler mode. Its low cost and transportability to the patient's bedside make it widely used in clinical routine, especially for the evaluation of cardiac function. All these advantages make it a modality of choice for the study of intraventricular flow, even if it does not allow to acquire the complete flow but only a projection of it.

The work presented in this thesis is focused on the reconstruction of the intraventricular flow in three dimensions from a color Doppler ultrasound acquisition in triplane mode. A simplification to allow a two dimensional estimation of the flow is also provided. The main contributions presented in this manuscript are the development of the method, its application on a realistic numerical flow, and its implementation on clinical data. Our method is based on a constrained least squares minimization, using the Lagrange multiplier method. The constraints are related to basic principles of fluid mechanics: conservation of mass and free-slip boundary conditions. Then, we applied this method on a patient-specific numerical flow model to obtain a quantified evaluation of the accuracy of the results it provides. Finally, we show the results obtained with our method on clinical data, and compare them to those obtained with other methods present in the literature on the subject.

This thesis shows the potential of our technique in the study of the intraventricular vortex, as well as in the development of markers of diastolic function for the early detection of its dysfunction.

Keywords: ultrasound imaging, color Doppler, 3D vector flow mapping, constrained least squares problem, intracardiac flow imaging.

Table des matières

Résumé.....	iii
Abstract.....	v
Table des matières.....	vii
Table des figures	ix
Liste des tableaux.....	xv
Liste des acronymes	xvii
Introduction.....	1
I. Le contexte médical.....	3
I.1 Le ventricule gauche dans le système cardiovasculaire	4
I.1.1 Le système cardiovasculaire	4
I.1.2 Le cœur et le cycle cardiaque	5
I.1.3 Les caractéristiques du ventricule gauche	6
I.2 L'étude de l'état de santé du ventricule	7
I.2.1 Les différentes vues possibles du ventricule gauche	7
I.2.2 Les indicateurs cliniques de l'état de santé du ventricule gauche	9
I.2.3 Le remplissage ventriculaire	10
II. L'imagerie de l'écoulement intracardiaque	13
II.1 L'imagerie par résonance magnétique	14
II.2 L'imagerie ultrasonore.....	16
II.2.1 Émission ultrasonore	16
II.2.2 Réception de l'écho	18
II.2.3 Création de l'image	18
II.3 Modes Doppler accessibles en clinique	19
II.3.1 M-mode.....	23
II.3.2 Mode triplan.....	23
II.3.3 Mode volumique	24
III. État de l'art des méthodes d'estimation de champs de vitesse intraventriculaire chez les patients.....	27
III.1 Estimation basée sur le B-mode.....	28
III.1.1 Écho-PIV	29
III.1.2 Le « <i>Blood Speckle Tracking</i> »	30

III.2	Estimation basée sur le Doppler.....	31
III.3	Reconstruction 3D	36
	Bilan de l'état de l'art et orientation du travail	39
IV.	« <i>Intraventricular Vector Flow Mapping</i> » 3D.....	41
IV.1	Écriture du problème	42
IV.1.1	Les données cliniques	42
IV.1.2	L'équation de continuité	44
IV.1.3	Condition de glissement à la paroi	44
IV.1.4	Minimisation du problème	45
IV.2	Lissage et création du volume	46
IV.2.1	Interpolation trigonométrique	46
IV.2.2	Choix du lisseur	47
IV.2.3	Choix du paramètre de lissage	49
IV.3	Numérisation du problème.....	51
IV.3.1	Introduction des opérateurs mathématiques	51
IV.3.2	Écriture tensorielle et matricielle	53
IV.3.3	Simplifications pour le 2D	58
V.	Résultats et évaluation de la méthode proposée sur un modèle CFD	61
V.1	Présentation et utilisation du modèle CFD.....	62
V.2	Résultats 2D.....	64
V.2.1	Vecteur vitesse	64
V.2.2	Fonction de courant.....	67
V.2.3	Évaluation de la vorticité.....	69
V.3	Résultats 3D.....	70
V.3.1	Vecteurs vitesse	70
V.3.2	Évaluation de la vorticité.....	74
V.3.3	Volume du vortex.....	75
V.4	Discussion.....	77
VI.	Étude clinique.....	81
VI.1	Pré traitement.....	82
VI.2	Reconstruction 2D	84
VI.3	Reconstruction 3D	88
VI.4	Discussion.....	91
	Conclusion et perspectives	93
	Bibliographie personnelle.....	95
	Bibliographie.....	97
	Annexe	103

Table des figures

Figure I-1: Schéma du système cardiovasculaire.....	4
Figure I-2: Schéma des différentes phases d'un cycle cardiaque.	6
Figure I-3: Schéma d'un cœur sain.	7
Figure I-4: Les plans de coupes échocardiographiques et anatomiques.....	8
Figure I-5: Acquisition clinique de la vitesse du flux au niveau de la valve mitrale par Doppler pulsé (à gauche) et de la vitesse de l'anneau mitral par Doppler tissulaire (à droite) (Nagueh et al. 2016).	9
Figure I-6: Au milieu, la reconstruction de l'écoulement intraventriculaire par la méthode développée dans ce manuscrit. L'écoulement est représenté par des lignes de courant rouges lorsque le sang va vers l'apex et en bleu quand il s'en éloigne. L'anneau rouge représente le vortex intraventriculaire estimé. À droite, un schéma expliquant le déplacement du vortex.(Vixège, Berod, Courand, et al. 2021). À droite le vortex schématisé (Arvidsson et al. 2016) ; OG, oreillette gauche ; VG, ventricule gauche.	11
Figure I-7: Déformation du vortex intraventriculaire reconstruit par la méthode développée dans ce manuscrit à partir d'un modèle numérique d'écoulement spécifique au patient. Les motifs de « line integral convolution (LIC) » représentent les lignes de courant. L'écoulement est représenté en rouge lorsque le sang va vers l'apex et en bleu lorsqu'il s'en éloigne (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021). Les flèches marrons représentent le sens de rotation du vortex.	11
Figure II-1: Schéma de la stimulation d'une aiguille dans un champ magnétique.....	14
Figure II-2: Image du flux cardiaque par IRM. Le flux est représenté par des lignes de courant au niveau de la valve mitrale (rouge-jaune) et de la valve tricuspide (bleu-blanc). (Markl, Kilner, and Ebbers 2011).....	15
Figure II-3: Visualisation du flux, par IRM, au cours d'un cycle cardiaque dans le ventricule gauche (VG) d'un patient sain au moment du remplissage rapide du VG (A), de la diastase (B) et de la contraction auriculaire (C). Les tracés sont codés par couleur selon : Flux direct, vert ; flux retenu, jaune ; flux d'éjection retardé, bleu ; volume résiduel, rouge. LA, oreillette gauche ; LV, ventricule gauche. (Eriksson et al. 2010).....	15
Figure II-4: Exemple de signal RF en noir et de son enveloppe en rouge.....	16
Figure II-5: Schéma d'une sonde échographie avec et sans lentille acoustique.	17
Figure II-6: Schéma de la création d'un tir ultrasonore focalisé à gauche et champ de pression acoustique résultant à droite.	17
Figure II-7: Schéma du délai et de la somme en réception ultrasonore.	18
Figure II-8:Schéma illustrant les différentes acquisitions nécessaires à la création d'une image B-mode axe long 3 cavités. VG: Ventricule Gauche; OG: Oreillette Gauche; AO: Aorte.....	19

Figure II-9: Schéma d'une acquisition Doppler dans le ventricule gauche. En bleu, l'axe d'acquisition, en pointillés rouges, l'endocarde et en rose la cavité ventriculaire ; v est la vitesse du sang en un point de l'axe ultrasonore et vD est la vitesse Doppler mesurable. (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021).	20
Figure II-10: Schéma illustrant la notion de sous-échantillonnage d'un signal. En bleu, le signal à échantillonner, en noir, les points d'échantillonnage et en rouge le signal estimé.	21
Figure II-11: Image clinique Doppler du cœur durant la systole avec aliasing à gauche et l'échelle de couleur montrant l'effet de l'aliasing sur celle-ci à droite.	21
Figure II-12: Schéma montrant les différences entre le signal renvoyé par les tissus et celui renvoyé par le sang et l'utilisation du filtre de paroi passe haut.	22
Figure II-13: Image Doppler M mode clinique sur l'axe apex-valve mitrale. (Hodzic et al. 2020)	23
Figure II-14: Échocardiographie triplan Doppler avec un schéma d'acquisition des différent plans. (Muraru and Badano 2019) et (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021)	24
Figure II-15: Schéma montrant différents types d'acquisitions volumiques en échocardiographie ainsi que la façon dont les volumes sont acquis.	25
Figure III-1: Schématisation de la technique du block matching appliquée à des oies en mouvement.	28
Figure III-2: Motifs d'interférence résultant des interférences entre deux ou plusieurs diffuseurs. (Garcia, Lantelme, and Saloux 2018)	29
Figure III-3: block matching sur des images B-mode au moment de la diastole. La flèche rouge permet de voir le déplacement de l'anneau mitral entre les deux images	29
Figure III-4: Champs de vitesse intraventriculaire estimés, sur une vue 3 chambres, avec la technique de l'écho-PIV chez un volontaire sain lors de la diastole. (Kheradvar et al. 2010)	30
Figure III-5: Champ de vitesse intraventriculaire reconstruit par blood speckle tracking chez un enfant sain de 9 ans sur une vue 3 cavités lors de la fin de la diastole. (Nyrmes et al. 2020).....	31
Figure III-6: Schéma d'une acquisition Doppler de couleur intraventriculaire dans un repère polaire avec v_r vitesse radiale, également vitesse Doppler vD , et $v\theta$ vitesse azimutale. (Assi et al. 2017) 31	
Figure III-7: Un exemple de champ de vitesse générée par la technique d'Uejima (a1). L'écoulement de « base », en vert, et deux écoulements écoulement tourbillonnaire de vortex, en rose (a2). (b) Décomposition des vitesses Doppler de couleur en écoulement de base et écoulement de vortex. Le champ de vitesse est estimé lors du début de la diastole. (Uejima et al. 2010)	32
Figure III-8: Schéma explicatif de la méthode développée par Garcia et al. pour la reconstruction de la composante azimutale du champ de vitesse intraventriculaire. (Garcia et al. 2010)	34
Figure III-9: Schéma explicatif de la méthode développée par Assi et al. À gauche, l'acquisition et la découpe de la région d'intérêt et à droite le champ de vitesse reconstruit par iVFM. (Assi et al. 2017)	35
Figure III-10: Estimation de l'écoulement intraventriculaire par écho-PIV bi-planaire avec l'ECG. Champ de vitesse correspondant à la fin de la diastole. (Sengupta, Pedrizetti, et al. 2012)	36
Figure III-11: Schéma de fonctionnement de la méthode développée par Gomez. Le mouvement de la paroi, calculé à partir d'un volume B-Mode, est combiné avec les vitesses Doppler des différentes vues pour récupérer le flux intraventriculaire. (Gomez et al. 2015)	37

Figure III-12: Champ de vitesse intraventriculaire gauche reconstruit avec la technique développée par Grønli. L'acquisition a été faite chez un adulte sain à différents moments du cycle cardiaque. (Gronli et al. 2018)	38
Figure IV-1: Acquisition triplan avant conversion de l'échographe à gauche, et après conversion à droite (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021).	42
Figure IV-2: Acquisition d'une image B-mode avec un Doppler de couleur, ainsi que le Doppler de puissance associé.	43
Figure IV-3: Schéma de la sonde et du cœur gauche lors d'une acquisition échographique superposée aux repères sphérique et cartésien adoptés dans notre méthode (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021).	43
Figure IV-4: Lignes de courant de l'écoulement de la boule en rotation à gauche, et du vortex de Hill à droite. Les lignes de courant sont accompagnées d'une coupe 2D dont la taille des flèches est proportionnelle à la vitesse du flux et la couleur représente la vitesse Doppler acquise.	48
Figure IV-5: Histogramme des vitesses azimutales et radiales pour les lisseurs Hessiens sphérique et polaire avec deux valeurs de lissage différentes, dans le cas du vortex de Hill.	49
Figure IV-6: Écoulement dans le premier plan du triplan pour 3 paramètres de lissage différents dans le cas de l'écoulement de la boule en rotation.	50
Figure IV-7: Tracé de la L-curve à gauche avec différentes valeurs de lissage et en rouge, la valeur minimisant l'erreur par rapport à la référence. À droite, l'évolution de l'erreur en fonction du paramètre de lissage.....	50
Figure IV-8: Schéma d'un tenseur contenant une acquisition Doppler triplan et du vecteur correspondant (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021).	51
Figure IV-9: Schéma d'un tenseur à gauche et de son écriture sous forme de matrice mode 1 à droite.	52
Figure IV-10: Champs de vitesse 2D obtenu par iVFM-2D. À gauche le champ estimé en contraignant le problème, et à droite le champ obtenu en lissant après l'application des contraintes.	59
Figure V-1: Schématisation de l'acquisition Doppler triplan (à droite) à partir de modèle CFD (à gauche).	62
Figure V-2: Vue 3 cavités extraite à partir du modèle CFD avec différents niveaux de bruit.	63
Figure V-3: Volume du ventricule gauche en fonction de l'instant du cycle cardiaque du modèle CFD.	64
Figure V-4: Erreurs quadratiques moyennes normalisées de l'iVFM-2D calculées sur tout le cycle cardiaque pour 3 cas: le cas où alpha minimise l'erreur en rouge, alpha est constant sur tout le cycle en jaune, et alpha est calculé de manière indépendante à chaque instant en bleu.	64
Figure V-5: À gauche, les erreurs quadratiques moyennes normalisées (nRMSE) entre les vecteurs de vitesse dérivés de l'iVFM-2D et ceux issus de la CFD. L'épaisseur des courbes reflète la gamme des erreurs en fonction du bruit Doppler (SNR de 10 à 50 dB). À droite, des champs de vitesse, de référence et reconstruits, sont représentés à deux moments : quand l'erreur est la plus importante (frame 55) et quand le paramètre de lissage est choisi (frame 61). (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021).....	65
Figure V-6: Vitesses basées sur la CFD comparées aux vitesses dérivées de l'iVFM-2D : à gauche les vitesses radiales et à droite les vitesses azimutales. Les données de vélocité des 100 instants du cycle de la CFD ont été regroupées. Les diagrammes de dispersion affichent le nombre d'occurrences des vitesses. (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021).....	66

Figure V-7: Cartes de flux intraventriculaires reconstruites par iVFM-2D (à partir du modèle CFD) coloré avec les vitesses Doppler. Les motifs LIC (line integral convolution) représentent les lignes de courant. (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021).....	67
Figure V-8: Champs de vitesse et fonctions de courant (leurs valeurs absolues) sur un cycle cardiaque. Les chiffres verts correspondent aux numéros des frames. La taille des flèches correspond à l'amplitude de la vitesse. (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021)	68
Figure V-9: À gauche : fonction de courant basée sur la CFD comparée à celle dérivée de l'iVFM-2D. Les données des 100 images CFD ont été regroupées. Le nuage de points (panneau de gauche) montre le nombre d'occurrences de vitesse. À droite : Moyenne spatiale de la valeur absolue de la fonction de courant. (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021)	69
Figure V-10: Vorticité moyenne basée sur la CFD en comparaison à celle dérivée de l'iVFM-2D. (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021).....	70
Figure V-11: Erreurs quadratiques moyennes normalisées de l'iVFM-3D calculées sur tout le cycle cardiaque pour 3 cas: le cas où alpha minimise l'erreur en rouge, alpha est constant sur tout le cycle en jaune, et alpha est calculé de manière indépendante à chaque instant en bleu.	71
Figure V-12: Erreurs quadratiques moyennes normalisées (nRMSE) entre les vecteurs de vitesse dérivés de l'iVFM-3D et ceux issus de la CFD. L'épaisseur des courbes reflète la gamme des erreurs en fonction du bruit Doppler (SNR de 20 à 60 dB). Les courbes à épaisseur constante correspondent à un SNR de 10 dB.	71
Figure V-13: Vitesses basées sur la CFD comparées aux vitesses dérivées de l'iVFM-3D. Les données de vélocité des 100 instants du modèle CFD ont été regroupées. Les diagrammes de dispersion affichent le nombre d'occurrences des vitesses. La ligne rouge pointillée est la ligne d'identité. (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021)	72
Figure V-14: L'iVFM-3D (2ème ligne) permet la reconstruction du flux sanguin intraventriculaire. À titre de comparaison, la 1ère ligne montre les champs de vitesse CFD originaux. Les couleurs des lignes de courant représentent les amplitudes de vitesse. Les volumes rouges illustrent les régions de vortex détectées par le critère Q (voir Équation (V.5) Section V.3.3). (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021)	74
Figure V-15: Vorticités moyennes déduites du champ de vitesse reconstruit par l'iVFM-3D comparées à celles calculées à partir des vitesses de référence. À gauche, la moyenne des amplitudes de la vorticité. À droite, la moyenne des composantes de la vorticité : radiale (ωr), d'élévation ($\omega \theta$), et azimutale ($\omega \varphi$). (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021)	75
Figure V-16: Volume du ventricule en fonction de l'instant du cycle cardiaque. En bleu, le volume calculé sur 12 plans par l'iVFM-3D; en rouge, le volume calculé sur 12 plans du modèle de référence; en noir, le volume réel du modèle CFD.	75
Figure V-17: Comparaison entre les volumes de vortex déduits du champ de vitesse reconstruit par l'iVFM-3D et ceux calculés sur le modèle CFD directement. Les régions tourbillonnaires ont été détectées en utilisant le critère Q . Un voxel appartenait à un tourbillon si sa valeur Q était supérieure à un seuil. Plusieurs seuils ont été utilisés : les barres d'erreur illustrent les erreurs standards. (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021)	76
Figure V-18: Volumes de vortex déduits du champ de vitesse reconstruit par l'iVFM-3D pour différentes valeurs de bruit. Les régions tourbillonnaires ont été détectées en utilisant le critère Q . Un voxel appartenait à un tourbillon si sa valeur Q était supérieure à $1e4s - 2$	77

Figure V-19: En rouge et bleu : erreurs quadratiques moyennes normalisées (nRMSE) entre les vecteurs de vitesse dérivés de l'iVFM-2D et ceux issus de la CFD. En pointillés verts, les nRMSE de la méthode développée par Assi avec 3 paramètres de lissage.....	78
Figure VI-1: Deux exemples de déaliasing lors du remplissage rapide chez un patient sain. Sur la ligne du haut, une vue 3 cavités où l'aliasing a correctement été détecté et corrigé par l'algorithme. Sur la ligne du bas, une vue 4 cavités où une zone non-aliasée, en bas à droite, a été modifiée.	82
Figure VI-2: a) Segmentation du ventricule gauche sur une vue 3 cavités chez un patient sain. Les points verts sont les points sur lesquels la vitesse de la paroi va être calculée. Les points rouges représentent le péricarde. b) Les normales à la paroi sont calculées à partir de la segmentation manuelle.	83
Figure VI-3: Calcul du poids sur un cas clinique. En haut à droite, les pondérations calculées à partir du Doppler de puissance fourni par l'échographe (en haut à gauche). En bas à droite, les vitesses Doppler correspondant au même instant. Entouré en rouge, une zone mal estimée par le Doppler couleur.	84
Figure VI-4: Reconstruction du flux vectoriel intraventriculaire chez un patient. Les images sélectionnées montrent l'entrée et la sortie du sang dans le ventricule gauche. Le grand vortex qui se forme au début du remplissage est visible pendant la diastase. La couleur des flèches représente les champs Doppler couleur originaux à partir desquels les champs ont été calculés (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021).....	85
Figure VI-5: Reconstruction du flux vectoriel intraventriculaire chez neuf patients. Ces images sélectionnées montrent le flux sanguin intra-ventriculaire pendant le remplissage rapide (c'est-à-dire la relaxation ventriculaire). La couleur des flèches représente les champs Doppler couleur originaux à partir desquels les champs ont été calculés (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021).	86
Figure VI-6: L'écoulement est représenté par des lignes de courant dont la couleur correspond à l'énergie cinétique. Les données de vitesse instantanées sont obtenues par écho-PIV. L'acquisition est faite en vue apicale axe long pendant les phases (A) de remplissage rapide, (B) de remplissage lent et (C) d'éjection du cycle cardiaque. (Sengupta, Pedrizzetti, et al. 2012).....	87
Figure VI-7: Écoulement du sang dans le ventricule gauche d'un patient sain, superposé à une séquence d'images anatomiques en mode B apicales axe long pendant (a) le remplissage rapide, (b) le remplissage lent, (c) la contraction iso-volumique, (d) le début de l'éjection. Les vecteurs indiquent la direction et l'amplitude de la vitesse, cette dernière est aussi codée par la couleur. (Garcia et al. 2010)	87
Figure VI-8: Reconstruction de l'écoulement intraventriculaire chez une souris par iVFM-2D, à partir d'une acquisition Doppler de couleur en vue parasternale.....	88
Figure VI-9: Doppler de couleur triplan lors d'un examen échocardiographique de routine. Les vues deux, trois et quatre cavités sont affichées simultanément avec des angles de 60 degrés entre les plans (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021).....	88
Figure VI-10: iVFM-3D chez un patient sain. Les couleurs représentent les vitesses radiales du champ reconstruit. L'anneau tourbillonnaire (tore rouge) est visible au début du remplissage rapide (relaxation du ventricule gauche) (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021).	89
Figure VI-11: 3D-iVFM chez trois patients malades. Les couleurs représentent les vitesses radiales. Sur la ligne du haut, une grande structure tourbillonnaire est présente pendant la contraction iso-volumétrique. Sur la ligne du bas, un anneau tourbillonnaire est visible au début de la diastole (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021).	90

Liste des tableaux

Tableau IV-1: Calcul de l'erreur lors de la diastase pour différentes conditions à la paroi pour la composante hors plan.	45
Tableau IV-2: Calcul de l'erreur sur deux écoulement simples pour différents lisseurs polaires ou sphériques.	48
Tableau IV-3: Tableau de notation des différentes variables et autres notions nécessaires à la compréhension des équations de l'iVFM-3D.	53
Tableau V-1: Erreurs quadratiques moyennes normalisées (nRMSE) de la vitesse pour différents instants du cycle cardiaque, différentes valeurs du bruit et différents nombres de plans reconstruits. ..	73

Liste des acronymes

AO	Aorte
AV	(valve) Atrio-Ventriculaire
CFD	Mécanique des Fluides Numérique (<i>Computational fluid dynamics</i>)
DAS	Délai Et Somme (<i>Delay And Sum</i>)
ECG	Électrocardiogramme
FEVG	Fraction d'Éjection du Ventricule Gauche
fps	images par seconde (<i>frames per second</i>)
GLS	Déformation Longitudinale Globale (<i>Global Longitudinal Strain</i>)
IRM	Imagerie par Résonance Magnétique
iVFM	Cartographie du Flux Vectoriel intraventriculaire (<i>intraventricular Vector Flow Mapping</i>)
nRMSE	Erreur Quadratique Moyenne normalisée (<i>normalized Root Mean Square Error</i>)
OD	Oreillette Droite
OG	Oreillette Gauche
PRF	Fréquence de Répétition des Impulsions (<i>Pulse Repetition Frequency</i>)
RF	Radio Fréquence
SNR	Rapport Signal sur Bruit (<i>Signal-to-Noise Ratio</i>)
TPS	flexion de plaque mince (<i>Thin Plate Spline</i>)
VD	Ventricule Droit
VG	Ventricule Gauche

Introduction

Le système cardiovasculaire est un ensemble d'organes et de vaisseaux permettant l'acheminement des nutriments et de l'oxygène à toutes les cellules du corps humain via le sang. Le cœur peut être vu comme la pompe de ce système, car il permet la mise en circulation du sang, soit vers les poumons via le ventricule droit, soit vers les cellules du corps via le ventricule gauche. Le rôle du ventricule gauche est donc majeur au sein du système cardiovasculaire, ainsi que son bon fonctionnement. Son fonctionnement peut être décomposé en deux phases : le remplissage, ou diastole, et l'éjection, ou systole. La fonction systolique du ventricule gauche est surveillée par les cardiologues lors des examens de routine clinique avec des marqueurs tels que la fraction d'éjection ou la déformation longitudinale globale du myocarde qui permettent un diagnostic clair de son état. Les mesures sont fiables et relativement reproductibles. En ce qui concerne la fonction diastolique, les indicateurs recommandés sont nombreux car aucun d'eux pris isolément ne permet d'affirmer une dysfonction diastolique. L'évaluation de la fonction diastolique s'appuie sur les pics de vitesse du flux transmitral, les vitesses tissulaires de l'anneau mitral entre autres. Cependant, ces marqueurs peuvent induire des conclusions divergentes, ce qui rend les diagnostics peu fiables en clinique, avec une zone grise d'interprétation. Néanmoins, l'étude du vortex intraventriculaire pourrait permettre un meilleur diagnostic de la fonction cardiaque diastolique. En effet, la littérature sur le sujet présente sa géométrie comme intrinsèquement liée à la fonction diastolique, c'est pourquoi une étude approfondie de sa structure peut permettre une meilleure compréhension et un dépistage précoce de la dysfonction diastolique.

L'imagerie ultrasonore, ou échographie, est une solution privilégiée pour l'étude de la fonction diastolique, car elle permet un examen rapide et peu coûteux du ventricule gauche lors du remplissage. De plus, l'échocardiographie, grâce au mode Doppler de couleur, apporte des informations sur l'écoulement du sang dans le ventricule. En effet, le Doppler de couleur permet d'acquérir une projection, le long de l'axe de la sonde, du champ de vitesse du sang sur un plan de coupe du ventricule

gauche. En routine clinique, la visualisation de cette projection est utilisée pour l'étude de la fonction cardiaque.

Afin d'améliorer le dépistage de la dysfonction diastolique, nous proposons dans cette thèse une nouvelle méthode de reconstruction tridimensionnelle de l'écoulement intraventriculaire à partir d'images Doppler de couleur. Afin qu'elle soit compatible avec les pratiques cliniques de routine, la méthode que nous avons développée permet une reconstruction de l'écoulement rapide et de manière automatique. Enfin, cette méthode permet la reconstruction 3D du champ de vitesse intraventriculaire.

Ce manuscrit est organisé de la manière suivante :

- Le chapitre 1 présente l'anatomie du ventricule gauche, son rôle au sein du système cardiovasculaire, ainsi que les différentes phases du cycle cardiaque. Nous présentons ensuite les quelques marqueurs de risques traditionnels utilisés dans la détection des pathologies cardiovasculaires. Enfin, nous expliquons les différentes étapes du remplissage du ventricule gauche durant la diastole, et la structure de l'écoulement chez un patient sain.
- Le chapitre 2 introduit les deux modalités cliniques permettant l'étude du flux : l'imagerie par résonance magnétique et l'échographie. Nous décrivons plus en détail la modalité d'imagerie ultrasonore, en abordant le phénomène de propagation d'une onde, de l'acquisition du signal radiofréquence par une sonde, ainsi que la formation de l'image mode B. Puis nous étudions le mode Doppler de couleur, qui permet d'étudier le flux sanguin. Enfin, nous présentons les différents modes d'acquisition Doppler accessibles sur des échographes cliniques.
- Le chapitre 3 présente les différentes méthodes de la littérature dans le domaine de la reconstruction du flux intraventriculaire, en 2D et en 3D, chez un patient à partir d'images échographiques. Nous détaillons les deux grandes familles de méthodes utilisées dans ce domaine : les méthodes basées sur l'image mode B et celles basées sur le Doppler de couleur. Après avoir présenté les travaux réalisés par différentes équipes, nous définissons les orientations proposées dans ce travail.
- Le chapitre 4 détaille notre méthode basée sur la mécanique des fluides et le Doppler de couleur pour permettre la reconstruction de l'écoulement intraventriculaire. Dans ce chapitre, nous expliquons les différents choix que nous avons faits afin d'obtenir un champ de vitesse lisse, et cohérent du point de vue de la mécanique des fluides.
- Le chapitre 5 introduit le modèle numérique d'écoulement intraventriculaire spécifique au patient qui nous a servi de référence. Le travail sur ce modèle a été fait en collaboration avec Franck Nicoud, Simon Mendez et Alain Berod du laboratoire IMAG à Montpellier. Nous présentons les reconstructions de flux obtenues avec notre technique en utilisant des acquisitions Doppler simulées sur le modèle. Les flux, ainsi que les marqueurs de vorticité, calculés avec notre méthode sont comparés à ceux de la référence.
- Finalement, le chapitre 6 présente les flux intraventriculaires calculés avec notre algorithme sur des cas cliniques. Ces images, ainsi que leur traitement, ont été obtenues en collaboration avec Pierre-Yves Courand, cardiologue aux Hospices Civiles de Lyon. Enfin, ces reconstructions ont été comparées à celles présentes dans la littérature sur le sujet.

CHAPITRE I

Le contexte médical

Ce chapitre présente la raison de ce travail de thèse : la reconstruction du flux intraventriculaire gauche dans le cadre de l'évaluation de la fonction diastolique chez les patients. Il présente dans un premier temps le rôle du ventricule gauche au sein du système cardiovasculaire. Dans un second temps, les différentes pratiques cliniques utilisées dans l'évaluation des fonctions systolique et diastolique sont abordées. En ce qui concerne cette dernière, les marqueurs utilisés en cliniques peuvent mener à des diagnostics divergents, c'est pourquoi d'autres pistes sont étudiées comme notamment la structure du flux intraventriculaire. La littérature sur le sujet présente, en effet, cette structure comme potentiel marqueur de la fonction diastolique. Celui-ci est détaillé dans la dernière partie de ce chapitre.

I.1 Le ventricule gauche dans le système cardiovasculaire

I.1.1 Le système cardiovasculaire

Le système cardiovasculaire, aussi appelé appareil cardiovasculaire ou encore système sanguin, est un circuit fermé composé du cœur, et des vaisseaux sanguins (artères, capillaires et veines). Il a pour fonction le transport et la distribution de substances biochimiques (tels que l'oxygène ou les nutriments) par le biais du sang. Le cœur, qui peut être assimilé à une pompe, bat et envoie le sang à travers les vaisseaux sanguins vers les cellules du corps. Les différents vaisseaux du corps humain sont nommés selon leurs fonctions et taille :

- Les artères transportent le sang du cœur vers les cellules. L'aorte est la plus large artère du corps humain et permet l'évacuation du sang depuis le ventricule gauche.
- Les capillaires sont les plus petits vaisseaux du corps et permettent l'échange de substances avec les cellules. Ils forment un réseau arborescent appelé « lit capillaire ».
- Les veines sont les vaisseaux ramenant le sang des cellules vers le cœur. Les veines caves (supérieure et inférieure) sont les plus larges veines du corps humain et sont connectées à l'oreillette droite.

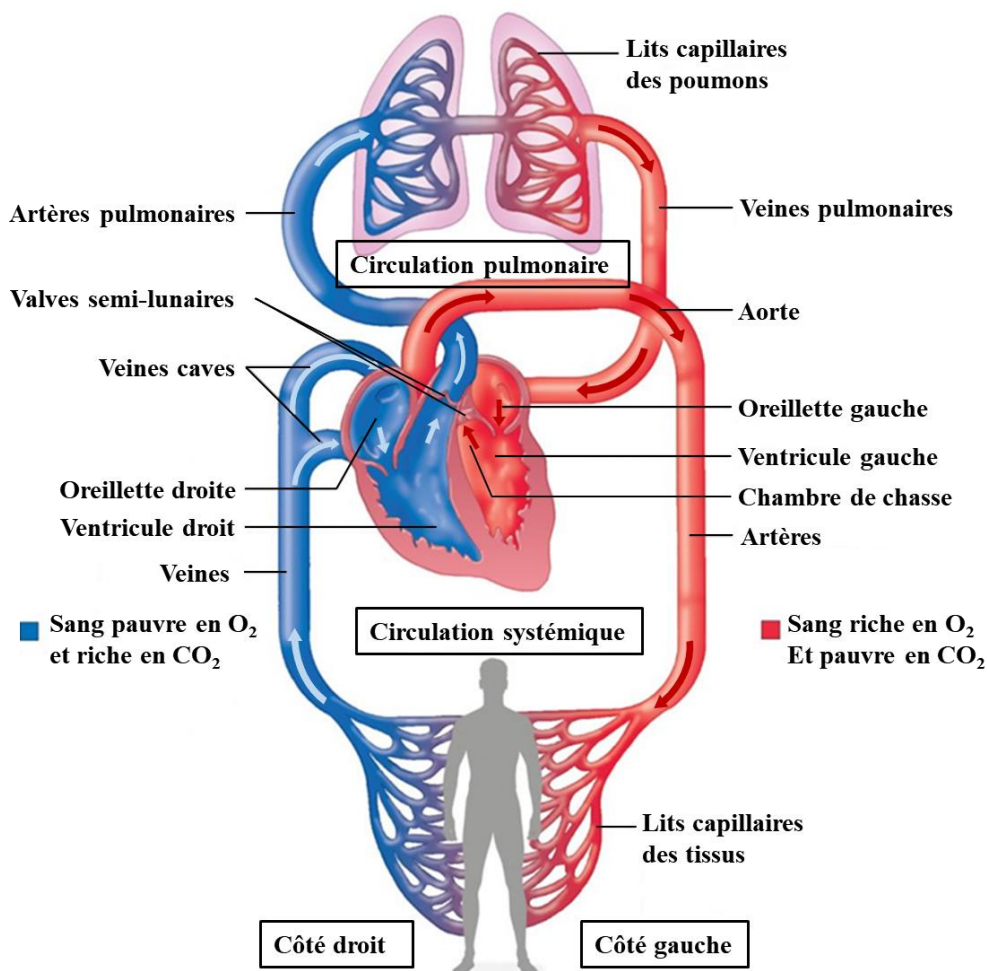


Figure I-1: Schéma du système cardiovasculaire.¹

¹ <https://www.firstaidforfree.com/what-is-the-function-of-veins-in-the-circulatory-system/>

Comme schématisé dans la Figure I-1, le système sanguin peut être divisé en deux parties : le circuit pulmonaire et le circuit systémique. Le circuit systémique part du ventricule gauche du cœur qui se contracte et envoie le sang à travers l'aorte vers les artères puis les capillaires afin de distribuer l'oxygène et les nutriments aux cellules. Le sang s'appauvrit ainsi en oxygène et se charge en dioxyde de carbone, déchet produit par les cellules. Il retourne ensuite vers l'oreillette, ou atrium, droit. De manière symétrique, le circuit pulmonaire part du ventricule droit et passe par l'artère pulmonaire avant d'arriver jusqu'aux capillaires pulmonaires. Lors de son passage par ces capillaires, le sang échange avec l'air contenu dans les poumons pour s'enrichir en oxygène et se décharger en dioxyde de carbone avant de repartir vers l'oreillette gauche au travers des artères pulmonaires. Une fois le sang arrivé dans l'oreillette gauche, il est évacué vers le ventricule gauche et le cycle recommence.

I.1.2 Le cœur et le cycle cardiaque

Le cœur est un organe musculaire creux de forme grossièrement pyramidale se terminant en pointe par l'apex. Il a environ la taille d'un poing et se situe entre les deux poumons, au milieu de la cage thoracique. Son muscle, le myocarde, est épais et asymétrique ; le muscle cardiaque est plus développé du côté gauche que du côté droit dans la mesure où celui-ci doit alimenter tout le corps (de la tête aux pieds) en sang, alors que le côté droit n'envoie du sang qu'aux poumons adjacents. Cette différence est visible par le fait que le muscle est plus volumineux du côté gauche et donc la paroi du ventricule, dont le myocarde est une couche, est plus épaisse du côté gauche que du côté droit. Les ventricules droit et gauche sont séparés par une cloison musculaire épaisse appelée septum interventriculaire. Enfin, les valves (bicuspide, tricuspide et semi-lunaires, voir Figure I-2) empêchent les reflux sanguins, afin que le sang s'écoule toujours dans la bonne direction. Les valves placées entre les oreillettes et les ventricules sont appelées valves atrio-ventriculaires (AV), ce sont les valves bicuspide (ou mitrale) et tricuspide, et sont plus larges que les valves placées entre les ventricules et les artères, appelées valves semi-lunaires (ce sont les valves aortique et pulmonaire).

Comme nous l'avons évoqué précédemment, le cœur est la pompe du système cardiovasculaire, il met en mouvement le sang pour permettre l'acheminement des substances biochimiques jusqu'aux cellules. Afin de faire circuler le sang, le cœur bat entre 60 et 80 fois par minute au repos chez l'Homme pour un débit de 4,5 à 5 litres de sang par minute. Le myocarde est donc un muscle constamment sollicité qui se contracte en moyenne 2,5 à 3 milliards de fois au cours d'une vie humaine pour un volume total de sang déplacé est de l'ordre de 200 000 m³.

Chaque battement est une suite de plusieurs séquences, l'ensemble de ces séquences est appelé cycle cardiaque. Durant un cycle cardiaque, chaque cavité (oreillette ou ventricule) passe par deux phases : le remplissage, appelé diastole, et l'expulsion, appelée systole. Les mouvements des côtés droit et gauche sont synchronisés : les deux oreillettes se remplissent en même temps, et se vident en même temps dans les ventricules ; de même pour les ventricules. De manière générale, s'il n'y a pas de précision, les termes de diastole et de systole se réfèrent à la diastole ventriculaire et à la systole ventriculaire respectivement.

La Figure I-2 détaille l'enchaînement des différentes séquences d'un cycle cardiaque recalées sur (i.e. mis en parallèle de) l'électrocardiogramme, ou ECG. L'électrocardiographie est un examen clinique de routine qui permet la visualisation graphique de l'activité électrique du cœur, cette représentation est appelée électrocardiogramme. Cette activité électrique est responsable de la contraction et de la relaxation des différentes cavités du cœur et peut permettre la détection de maladies cardiaques comme l'arythmie, qui est une irrégularité du rythme cardiaque. Sur un cœur sain, l'ECG permet également de déterminer l'instant du cycle cardiaque observé sur une image notamment grâce aux ondes P, Q, R, S et T présentées dans la Figure I-2. L'onde P représente la contraction des oreillettes

(début de la systole atriale), le complexe QRS traduit la contraction ventriculaire (début de la systole ventriculaire), et enfin, l'onde T correspond à la relaxation ventriculaire (fin de la systole ventriculaire). Dans cette étude, nous nous sommes concentrés sur la diastole ventriculaire, c'est-à-dire la phase de l'écoulement comprise entre l'onde T et l'onde P.

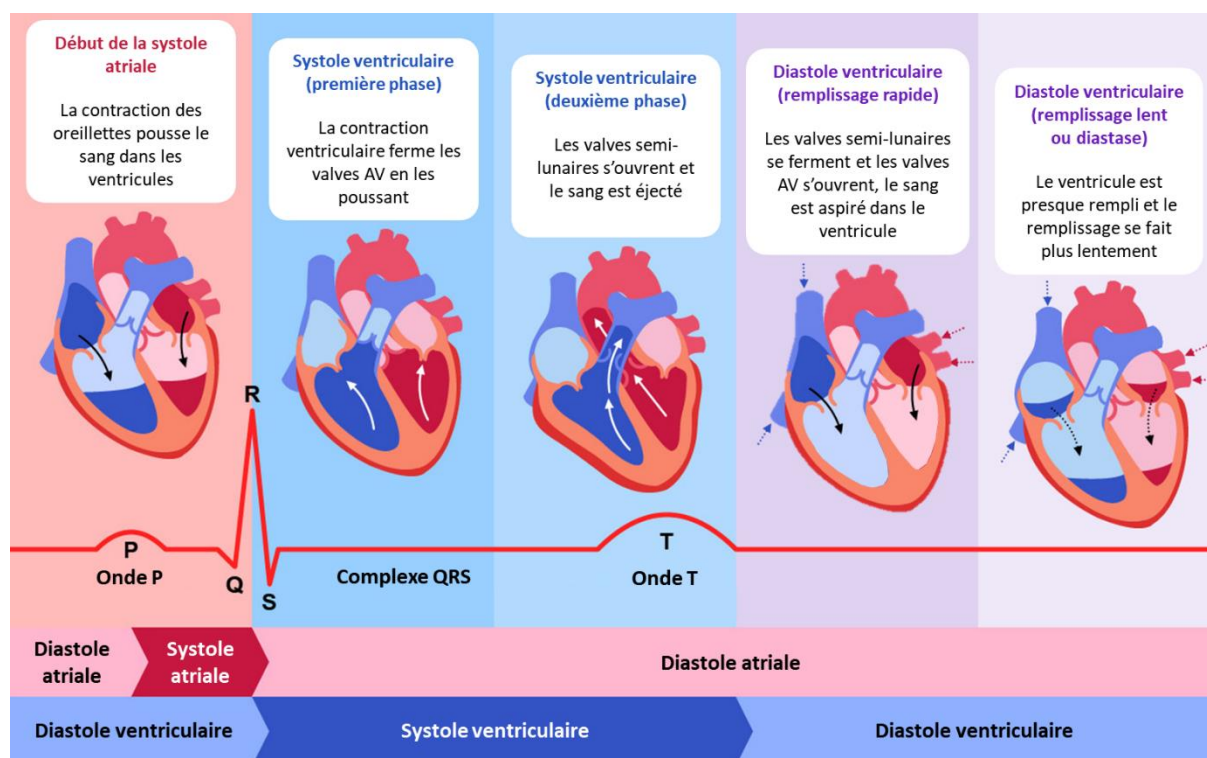


Figure I-2: Schéma des différentes phases d'un cycle cardiaque. ²

I.1.3 Les caractéristiques du ventricule gauche

Le ventricule gauche est l'une des quatre cavités du cœur, il est relié à l'oreillette gauche par la valve mitrale et à l'aorte par la valve aortique (voir Figure I-3). Bien que les volumes des deux ventricules soient équivalents, la pression dans le ventricule gauche est 5 fois supérieure à celle présente dans le ventricule droit. Cela est dû au fait que le ventricule gauche doit propulser le sang à travers tout le corps. Cette différence de pression explique la dissymétrie du myocarde entre le côté gauche, plus épais, et le côté droit. De plus, la valve mitrale, ou bicuspide, est différente de la valve tricuspide : comme son nom l'indique, la valve bicuspide n'a que deux parties, ou cuspidés, alors que la valve tricuspide en a trois.

La Figure I-3 montre une coupe du cœur, celle-ci permet de voir que le ventricule gauche a une forme ovale avec deux parois distinctes, le myocarde et le septum (ou la cloison) interventriculaire. Sur les parois internes des ventricules se trouvent des colonnes musculaires arrondies et irrégulières, appelées trabécules charnues, qui forment des aspérités sur toute la surface de l'endocarde (surface interne du myocarde). Il existe trois types de trabécule, dont un appelé pilier, qui tient les cordages tendineux reliés à la valve mitrale. Le ventricule n'est donc pas lisse mais plutôt irrégulier et traversé par les piliers et les cordages tendineux.

² <https://www.artstation.com/artwork/ZLrON>

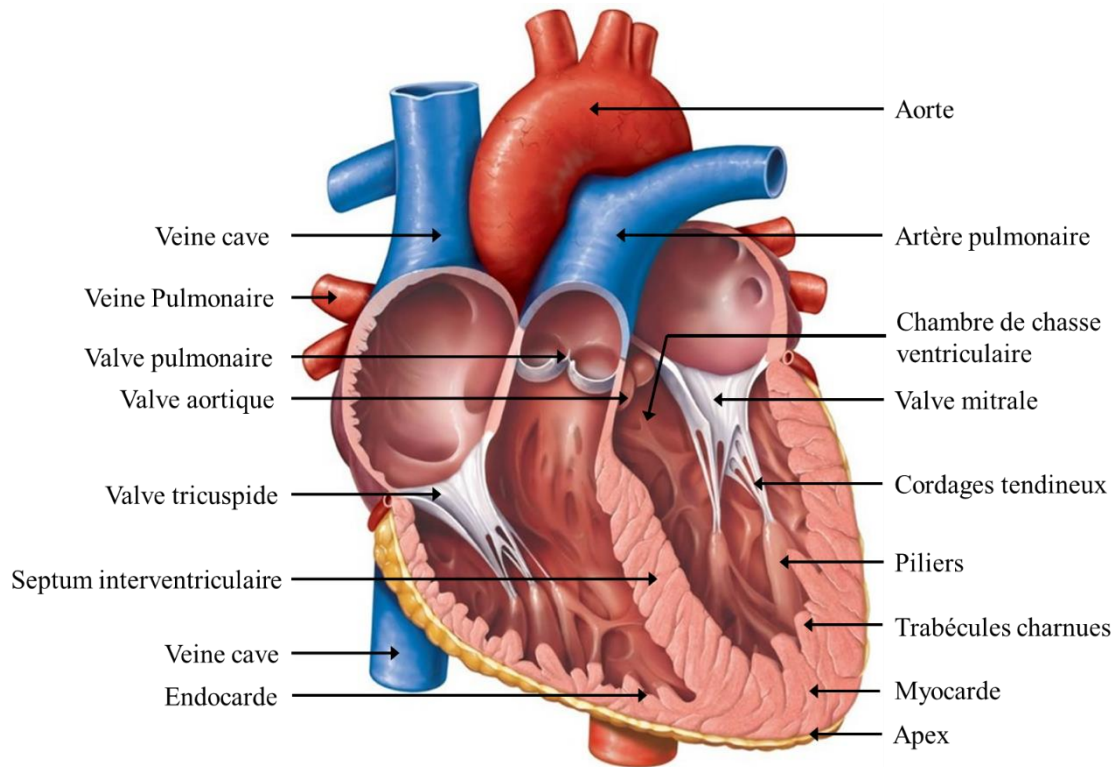


Figure I-3: Schéma d'un cœur sain.³

I.2 L'étude de l'état de santé du ventricule

I.2.1 Les différentes vues possibles du ventricule gauche

Lors d'un examen de la fonction cardiaque, un cardiologue a à sa disposition deux modalités d'imagerie afin d'étudier le ventricule gauche ainsi que l'écoulement du sang à l'intérieur de celui-ci : l'imagerie par résonance magnétique (IRM) et l'échographie.

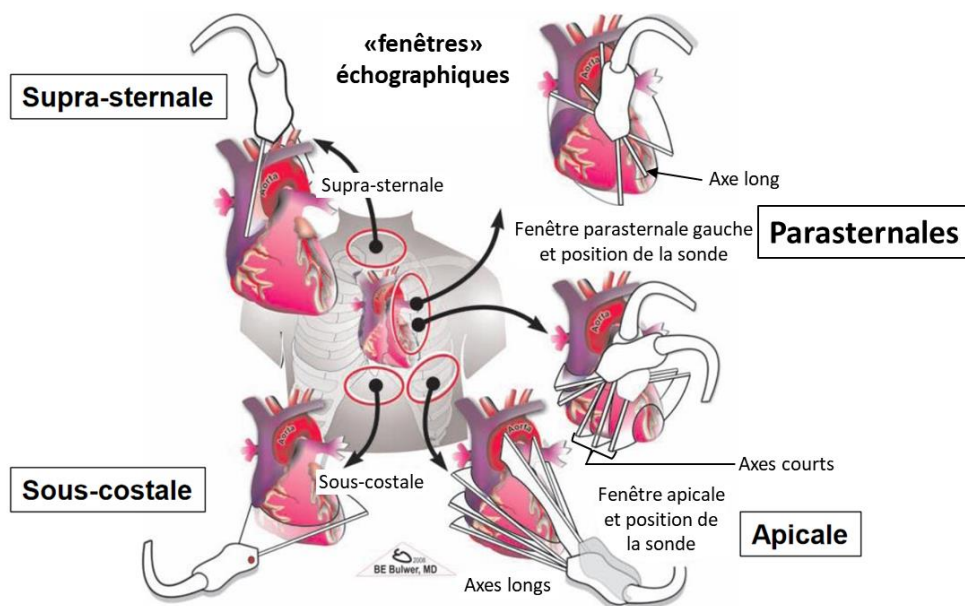
Lors d'une acquisition IRM, le cardiologue peut faire l'acquisition d'images selon une des coupes anatomiques (sagittale, frontale ou transverse, voir Figure I-4) ou acquérir plusieurs images selon une même coupe afin d'obtenir un volume.

Cependant, lors d'une échographie, les coupes d'acquisition, ou vues, sont différentes car l'acquisition n'est plus faite par une machine entourant le patient, mais par une sonde échographique placée dans la main du cardiologue. La sonde envoie une onde ultrasonore dans le corps du patient et reçoit l'écho de cette onde renvoyée par les tissus afin d'imager le cœur. Les côtes, qui entourent le cœur et les poumons, ne laissent pas, ou peu, passer les ondes ultrasonores limitant ainsi le nombre de « fenêtres » anatomiques (lieux où placer la sonde permettant la visualisation du cœur). Il existe 5 grandes familles de vues cardiaques en échographie (voir Figure I-4) : la vue parasternale axe long, la vue parasternale axe court, la vue apicale, la vue supra-sternale et la vue sous costale. L'axe long désigne la droite passant par l'apex et par le centre de la valve mitrale, en opposition à l'axe court, ou transversal, perpendiculaire à cette droite. Ces deux axes permettent de visualiser l'ensemble du volume du

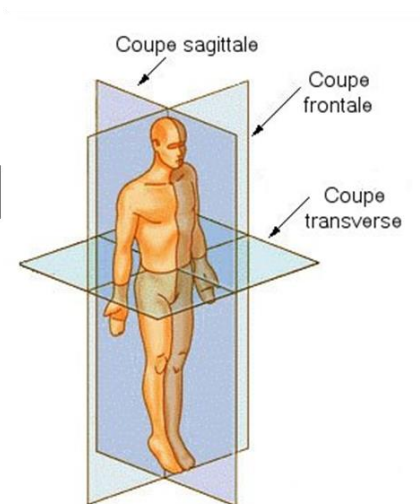
³ <https://quizlet.com/237458945/frontal-section-of-the-heart-showing-interior-chambers-and-valves-diagram/>

ventricule gauche en l’imageant soit dans sa longueur, pour regarder sa forme ovale, soit de manière transversale, pour voir sa circularité.

En plus de l’axe (long ou court), le placement de la sonde échographique a son importance. Lors d’une acquisition en vue parasternale, la sonde échographique est posée au niveau du sternum (l’os plat au centre du thorax). Cette vue est la seule à donner accès à l’axe court et permet également une vue du cœur selon l’axe long. La vue sous-costale permet de visualiser les 4 chambres, ou 4 cavités, du cœur (les deux ventricules ainsi que les deux oreillettes) en posant la sonde sous le thorax. La vue supra-sternale est principalement utilisée pour étudier l’aorte. Enfin, la dernière fenêtre donne accès à la vue apicale, c’est-à-dire depuis l’apex. Cette vue permet, en tournant la sonde, d’observer le cœur sous différents angles, les plus notables sont : la vue apicale 2 cavités, 3 cavités, 4 cavités et 5 cavités. Les cavités désignent les cavités cardiaques plus l’aorte, la vue 5 cavités permet donc une vue d’ensemble du cœur et d’une partie de l’aorte.



Plans de coupes échocardiographiques



Plans de coupes anatomiques

Figure I-4: Les plans de coupes échocardiographiques et anatomiques.⁴

L’échocardiographie Doppler permet une visualisation partielle du flux (voir section II.3). Lors de cette acquisition, et afin d’obtenir le maximum d’information sur l’écoulement intraventriculaire gauche, le cardiologue aligne l’axe de la sonde avec celui du flux. Pendant la diastole, le sang rentre par la valve mitrale en direction de l’apex, et au moment de la systole, il est expulsé de l’apex vers l’aorte. Au cours de ce cycle cardiaque, l’écoulement est principalement aligné avec l’axe long ; c’est pourquoi la vue apicale est une vue privilégiée pour étudier le flux. Dans cette thèse, seule la vue apicale sera donc considérée.

⁴ https://www.jlar.com/Congres_antérieurs/JLAR2013/Atelier_echo_cardiaque.pdf et https://fr.wikipedia.org/wiki/Coupe_sagittale#/media/Fichier:Coupe_anatomie.jpg

I.2.2 Les indicateurs cliniques de l'état de santé du ventricule gauche

Afin de permettre l'évaluation de l'état du ventricule gauche, plusieurs indicateurs sont utilisés par les cardiologues dont notamment la fraction d'éjection du ventricule gauche (FEVG). La FEVG correspond au pourcentage du sang éjecté par le ventricule au moment de la systole. Elle est calculée en divisant le volume d'éjection systolique (différence des volumes télédiastolique et télésystolique, noté VES) par le volume télédiastolique (volume du ventricule en fin de diastole, noté VTD) ; le volume télésystolique (VTS) est le volume du ventricule en fin de systole :

$$FEVG = \frac{VES}{VTD} \times 100 = \frac{VTD - VTS}{VTD} \times 100 \quad (I.1)$$

La FEVG est généralement calculée à partir d'images échographiques en utilisant la méthode de Simpson (Kosaraju *et al.* 2021). La méthode de Simpson permet d'obtenir une estimation de ces deux volumes (VTS et VTD) en les interpolant à partir des vues 4 cavités et 2 cavités acquises en fin de diastole et fin de systole. La FEVG est un indicateur de la bonne fonction systolique du cœur (i.e. sa contraction), et vaut généralement entre 50 et 75 % pour un patient sain, et décroît chez les patients malades. En cas de doute sur le diagnostic, celui-ci peut être complété avec le calcul de la déformation longitudinale globale (GLS ou *Global Longitudinal Strain* en anglais). Ce dernier correspond au pourcentage de l'allongement du ventricule gauche suivant l'axe long (Reisner *et al.* 2004). La FEVG, pouvant être complétée au besoin par le GLS, est un bon indicateur de santé systolique, cependant ce n'est pas un indicateur de santé cardiaque globale : en effet, elle ne donne aucune indication sur l'état de la fonction diastolique (Nagueh *et al.* 2016).

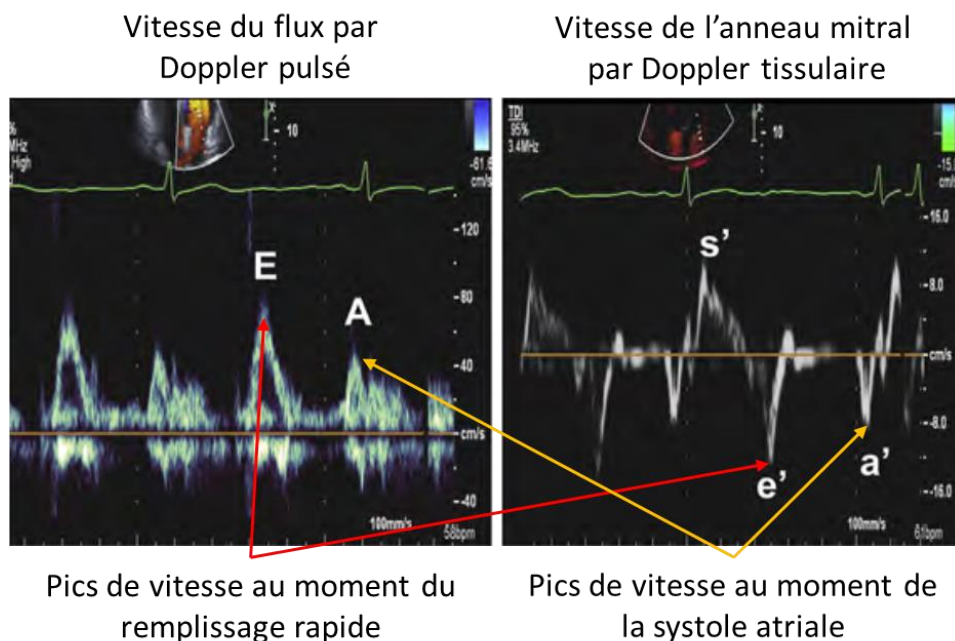


Figure I-5: Acquisition clinique de la vitesse du flux au niveau de la valve mitrale par Doppler pulsé (à gauche) et de la vitesse de l'anneau mitral par Doppler tissulaire (à droite) (Nagueh *et al.* 2016).

En ce qui concerne l'évaluation de la fonction diastolique du cœur (i.e. son remplissage), la méthode préconisée est le calcul du ratio E/A. Ce ratio permet de comparer les pics de vitesse du remplissage rapide (onde E) et de la systole atriale (onde A) (voir Figure I-5). Le pic de vélocité de l'onde E est en moyenne de 85 cm/s chez un adulte jeune en bonne santé, et le ratio E/A est de 1,5 mais ces valeurs peuvent varier, et être plus faibles ou plus élevées, chez un patient malade suivant sa pathologie. Ces vitesses sont obtenues par échocardiographie à l'aide du mode Doppler pulsé (voir Section II.3), dans ce mode la sonde émet de brèves impulsions ultrasonores avec tous les éléments puis réceptionne les échos renvoyés par le sang avec tous les éléments. Cette technique ne permet pas d'obtenir directement la vitesse du sang au niveau de la valve mitrale, mais sa projection sur l'axe ultrasonore (axe suivant lequel les ondes ultrasonores sont focalisées, voir Section II-3), c'est pourquoi le cardiologue aligne cet axe avec l'écoulement du sang pendant la diastole (i.e. l'axe apex-valve mitrale). Par ailleurs, le graphe obtenu en traçant la vitesse du flux au niveau de la valve mitrale en fonction du temps est aussi un indicateur (voir Figure I-5) de la fonction diastolique.

En plus du calcul du ratio E/A, les autorités de santé recommandent le calcul du ratio E/e'. Ce ratio prend en compte le mouvement de l'anneau mitral (anneau sur lequel sont fixées les deux feuillets mitraux) : le Doppler tissulaire (qui est aussi un Doppler pulsé mais qui ne donne que les valeurs de vitesse des tissus) est utilisé afin d'obtenir les pics de vitesse de l'anneau mitral au début de la diastole (e') et durant la systole auriculaire (a'). La Figure I-5 présente des acquisitions cliniques de ces valeurs. D'autres indicateurs peuvent également être utilisés, comme le volume de l'oreillette droite par exemple.

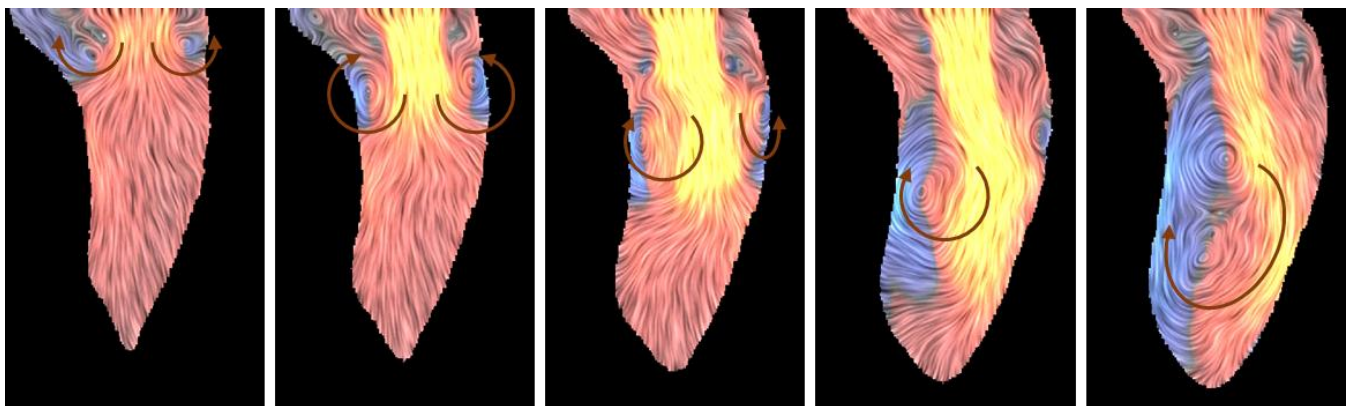
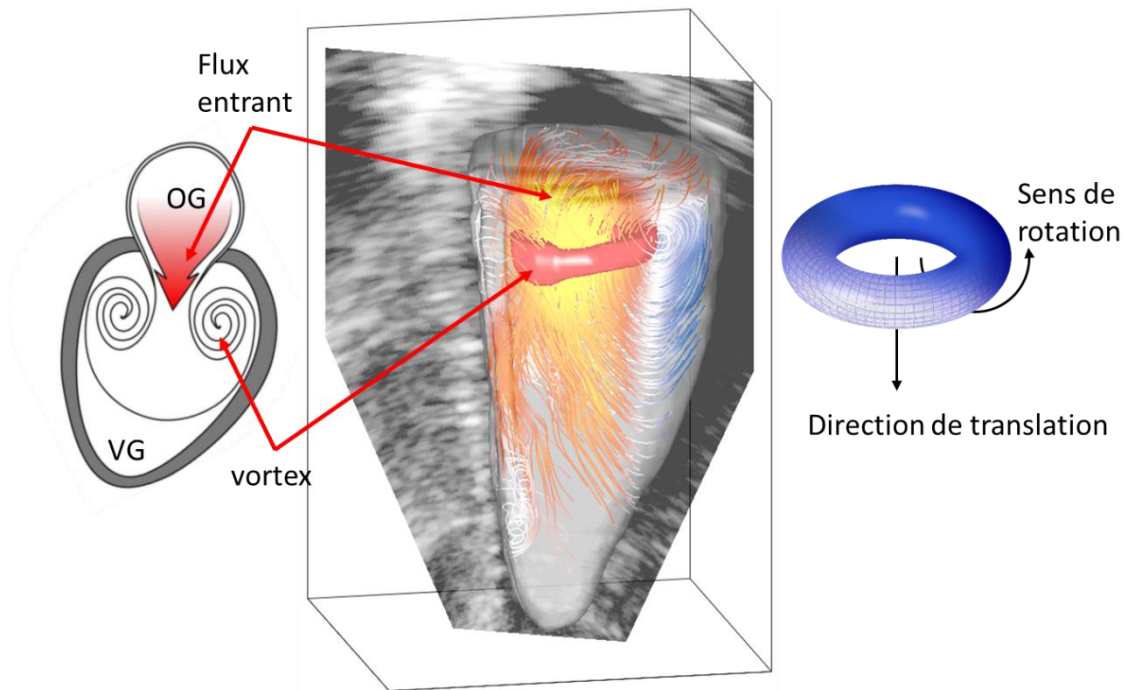
Tous ces paramètres décrivent différentes caractéristiques de la systole et de la diastole du ventricule gauche, et leur analyse permet de diagnostiquer les maladies cardiaques ainsi que de connaître leur état d'avancement. Cependant, le diagnostic de la dysfonction diastolique est souvent imprécis car les indices échocardiographiques recommandés peuvent induire des conclusions divergentes, ce qui rend les diagnostics peu fiables en clinique, avec une zone grise d'interprétation. Une étude approfondie du flux intraventriculaire pourrait changer cette situation via une analyse du motif de l'écoulement lors de la diastole dans le ventricule gauche. L'objectif de cette thèse est de reconstruire le champ de vitesse du flux intraventriculaire afin d'en permettre l'étude.

I.2.3 Le remplissage ventriculaire

La littérature récente présente la structure (aussi bien sa forme que son évolution lors du remplissage) du flux intraventriculaire comme potentiel marqueur de la fonction diastolique (Gharib *et al.* 2006; Pedrizzetti and Domenichini 2005). Lors de la diastole, le sang rentre dans le ventricule gauche et, sous l'action de la valve mitrale, un vortex en forme d'anneau se crée car le sang est un fluide visqueux qui adhère aux feuillets, ou cuspides, de la valve mitrale, il est donc freiné par ces derniers. Le sang étant plus lent au niveau des feuillets qu'au centre de la valve, cela crée un gradient de vitesse qui initie un mouvement de rotation du centre vers l'extérieur. Pendant ce temps, le sang continue à remplir le ventricule gauche en passant par la valve mitrale, ce qui va pousser le vortex vers l'apex (voir Figure I-6), tout en préservant le mouvement de rotation du flux.

L'anneau de vortex translate donc en tournant sur lui-même jusqu'à ce que l'un de ses côtés heurte la face du myocarde opposée au septum interventriculaire. Une partie de l'anneau du vortex est ainsi écrasée contre le myocarde, ce qui va permettre à l'autre partie de s'élargir jusqu'à remplir complètement le ventricule gauche à la fin du remplissage rapide. Ce moment du cycle est appelé diastase. La systole auriculaire permet de conserver ce mouvement de rotation généralisée du sang dans le ventricule gauche. Ce vortex global, en tournant dans le sens naturel du flux, permet la conservation de l'énergie cinétique et aide à l'éjection du sang durant la systole (Charonko *et al.* 2013; Elbaz *et al.*

2017; Gharib *et al.* 2006). Ce vortex et sa déformation sont largement étudiés en tant que marqueur précoce de maladie cardiaque (Arvidsson *et al.* 2016; Pedrizzetti *et al.* 2014). La Figure I-7 illustre la création et la déformation du vortex intraventriculaire lors de la diastole.



⁵ <https://fr.wikipedia.org/wiki/Tore>

Lorsque le remplissage est altéré (dysfonctionnement diastolique), il y a une modification du flux sanguin, avec un impact significatif sur ce vortex. Selon la littérature récente, les propriétés de ce vortex, notamment celle de la conservation de l'énergie cinétique, sont liées à la fonction diastolique (Arvidsson *et al.* 2016; Bermejo, Martínez-Legazpi, and del Álamo 2015). Cependant, à l'heure actuelle il n'existe qu'un nombre limité d'outils d'imagerie clinique pour analyser de manière non-invasive le flux sanguin intracardiaque : l'IRM et l'échographie qui sont étudiées dans le chapitre suivant.

CHAPITRE II

L'imagerie de l'écoulement intracardiaque

Dans ce chapitre, nous abordons les différentes modalités d'imagerie permettant l'étude du flux intraventriculaire : l'imagerie par résonance magnétique (IRM) et l'échographie. Le fonctionnement de l'IRM, ainsi que ses avantages et inconvénients, sont brièvement exposés avant une présentation plus complète de l'échographie. Nous décrivons comment sont émises et réceptionnées les ondes ultrasonores afin de reconstruire des images B-mode permettant de visualiser les tissus. Enfin, nous présentons l'acquisition des images Doppler de couleur permettant une estimation du flux intraventriculaire ainsi que les particularités des différents modes disponibles sur les échographes cliniques.

II.1 L'imagerie par résonance magnétique

L'imagerie par résonance magnétique (IRM) est une modalité d'imagerie permettant de mesurer les propriétés magnétiques de certains noyaux atomiques (ceux possédant un moment magnétique non nul) présents dans le corps humain, comme l'hydrogène (H) par exemple. Cet atome est essentiel pour cette modalité d'imagerie car il est présent en grande quantité dans le corps, puisqu'il fait partie des composants de la molécule d'eau (H_2O), qui elle-même constitue 66 % du corps humain. L'IRM crée en continu un champ magnétique important, appelé B_0 , grâce à un aimant placé au cœur de la machine, qui force les moments magnétiques des atomes d'hydrogène à s'aligner dans le même sens que lui. Un autre champ magnétique plus faible, appelé B_1 , est ensuite appliqué pour changer l'orientation de ces moments, puis interrompu afin de mesurer le temps de précession, c'est-à-dire le temps que mettent les moments magnétiques à se réorienter dans le sens de B_0 . L'orientation des moments magnétiques est mesurée pendant la précession afin d'imager la structure du corps. Les phénomènes d'orientation des moments magnétiques et de précession sont schématisés dans la Figure II-1.

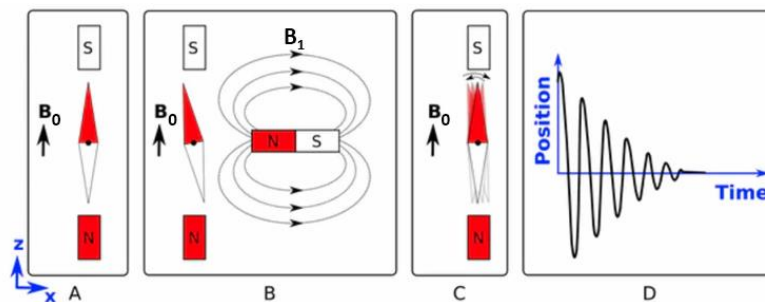


Figure II-1: Schéma de la stimulation d'une aiguille dans un champ magnétique.⁶

L'IRM permet une visualisation du flux sanguin, mais pour cela, plusieurs acquisitions sont nécessaires afin d'avoir une vue complète de l'écoulement du sang dans le cœur : il faut répéter l'opération afin d'obtenir les trois composantes de la vitesse. De plus, chaque acquisition est synchronisée avec l'électrocardiogramme et la respiration du patient pour permettre une visualisation de l'écoulement du sang durant un cycle cardiaque. Le flux obtenu n'est donc pas un flux instantané mais un flux moyenné sur plusieurs cycles, il est donc sensible aux changements de rythme cardiaque durant l'acquisition. Enfin, le patient doit rester immobile durant la totalité de l'acquisition afin d'éviter tout problème de reconstruction et de garantir une bonne qualité d'image ; cela est compliqué en pratique, car une acquisition IRM de flux dure au minimum 10-15 minutes.

Au final, ce procédé est coûteux, long, et la machine n'est pas transportable au chevet du patient. De nombreuses contre-indications peuvent également empêcher l'accès à l'IRM comme la présence de métaux ou de dispositifs médicaux métalliques dans le corps du patient (pacemaker par exemple) à cause de la présence du champ magnétique, ou encore la claustrophobie. Néanmoins, l'IRM reste à ce jour la modalité d'imagerie de référence pour l'étude du flux intraventriculaire. La Figure II-2 est une image du flux cardiaque obtenue par IRM, et la Figure II-3 image l'écoulement intraventriculaire à différents moments de la diastole.

⁶ <https://theconversation.com/the-science-of-medical-imaging-magnetic-resonance-imaging-mri-15030>

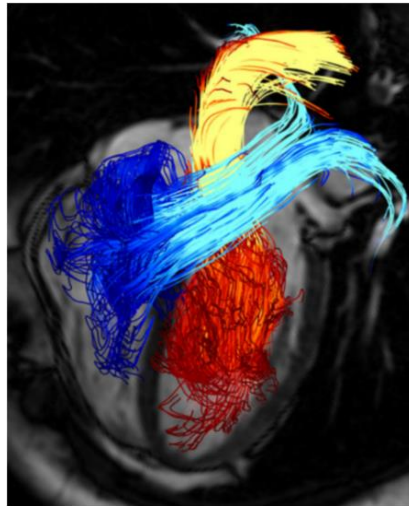


Figure II-2: Image du flux cardiaque par IRM. Le flux est représenté par des lignes de courant au niveau de la valve mitrale (rouge-jaune) et de la valve tricuspide (bleu-blanc). (Markl, Kilner, and Ebbers 2011)

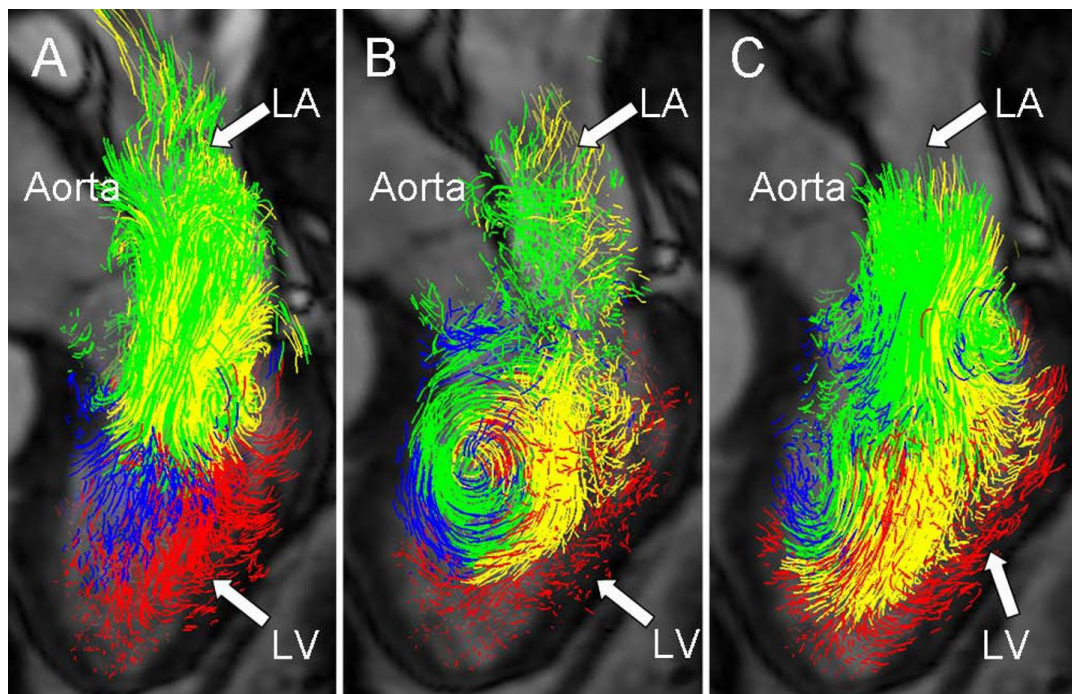


Figure II-3: Visualisation du flux, par IRM, au cours d'un cycle cardiaque dans le ventricule gauche (VG) d'un patient sain au moment du remplissage rapide du VG (A), de la diastase (B) et de la contraction auriculaire (C). Les tracés sont codés par couleur selon : Flux direct, vert ; flux retenu, jaune ; flux d'éjection retardé, bleu ; volume résiduel, rouge. LA, oreillette gauche ; LV, ventricule gauche. (Eriksson et al. 2010)

II.2 L'imagerie ultrasonore

L'échographie est une modalité d'imagerie qui repose sur les mêmes principes que l'écholocation utilisée dans la nature, par les chauves-souris entre autres. Le principe est simple, une onde ultrasonore est émise par une source. Dès que celle-ci rencontre un obstacle, elle est renvoyée dans toutes les directions puis récupérée par un capteur. Les ultrasons sont des ondes mécaniques sonores, se déplaçant progressivement dans le milieu qu'elles traversent, qui ne peuvent pas être captées par l'oreille humaine.

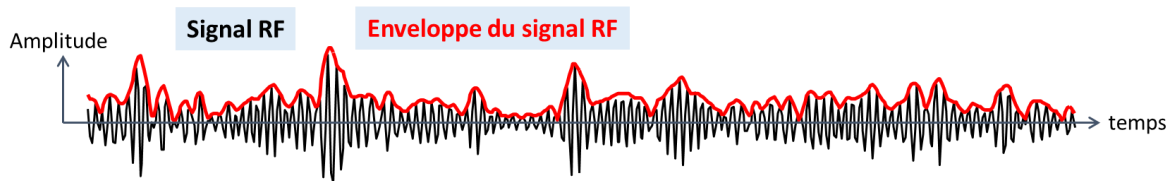


Figure II-4: Exemple de signal RF en noir et de son enveloppe en rouge.⁷

Dans le cas de l'échographie, c'est généralement une petite céramique piézoélectrique placée sur une sonde qui, sous l'effet d'un courant électrique, vibre et émet une onde ultrasonore. L'air, comme les côtes, ne laisse pas passer les ondes ultrasonores, c'est pourquoi le cardiologue utilise un gel qui permet d'éviter la présence d'air entre la sonde et le corps du patient ; ce gel sert également de lubrifiant pour permettre au clinicien d'ajuster la position et l'orientation de la sonde, pour être face aux fenêtres anatomique (voir Section I.2.1), lors de l'acquisition. L'onde pénètre donc dans le corps et génère un écho (une onde retour) lorsqu'elle change de milieu et que ceux-ci ont des propriétés acoustiques différentes (frontière entre deux organes ou tissus, ...). L'écho est renvoyé dans toutes les directions, donc une partie est renvoyée vers la sonde et une partie continue plus loin dans le corps. La partie de l'onde renvoyée vers la sonde va faire vibrer la céramique piézoélectrique, ce qui va générer un courant électrique, appelé signal radio fréquence (RF, voir Figure II-4). Ce dernier est ensuite récupéré et traité par l'échographe. Les points de l'espace où sont générés ces échos sont appelés *scatterers* ou diffuseurs.

Pour répondre au mieux aux besoins cliniques, il existe différents types de sondes dont les plus utilisées sont la sonde linéaire, la sonde convexe et la sonde cardiaque. La sonde linéaire permet d'imager les vaisseaux ou les tissus proches de la peau comme l'artère carotide. La sonde convexe permet d'obtenir un champ de vue plus large et image mieux les tissus ou organes situés en profondeur comme l'aorte abdominale ou encore les fœtus. Enfin, la sonde cardiaque est plus petite et carrée pour passer entre les côtes et a un champ de vue assez large pour englober le cœur. Cette étude portant sur l'écoulement intraventriculaire, seule la sonde cardiaque sera utilisée.

II.2.1 Émission ultrasonore

Les sondes utilisées en clinique sont à réseaux phasés, c'est-à-dire que chaque élément piézoélectrique peut être activé indépendamment des autres. Dans une sonde cardiaque, il y a généralement 64 éléments en ligne placés derrière une lentille acoustique. Cette lentille permet de concentrer l'énergie acoustique dans une zone suffisamment mince autour du plan d'acquisition (le plan à imager, voir Figure II-5) pour permettre son étude. Le but de cette focalisation des faisceaux est

⁷ https://www.biomecardio.com/files/Tracking_motions_in_the_body.pdf

d'acquérir un signal retour plus important en provenance de la zone à imager (car elle reçoit plus d'énergie).

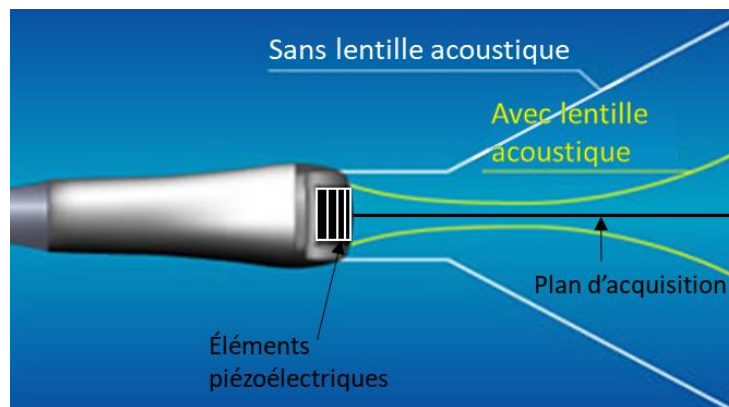


Figure II-5: Schéma d'une sonde échographie avec et sans lentille acoustique.⁸

La lentille permet de focaliser le faisceau ultrasonore dans la direction normale au plan d'acquisition de l'image, mais il est aussi possible de focaliser le faisceau dans le plan de l'image. Dans ce cas, un délai est appliqué individuellement à chaque élément de la sonde ; il est possible d'appliquer ce type de retard dans la mesure où les céramiques piézoélectriques peuvent être activées indépendamment les uns des autres. Les délais utilisés lors de l'émission sont adaptés suivant la position du point focal choisi dans le plan d'acquisition. La Figure II-6 présente un tir ultrasonore focalisé en face du centre de la sonde. Dans cette configuration, les ondes ultrasonores émises par les éléments les plus éloignés du centre de la sonde ont plus de chemin à parcourir pour atteindre le point focal, ces éléments sont donc activés en premier. L'élément du centre de la sonde est le plus proche du point focal, il est donc activé en dernier. L'onde résultante de toutes ces émissions individuelles va converger vers le point focal, puis une fois le point focal dépassé, elle diverge.

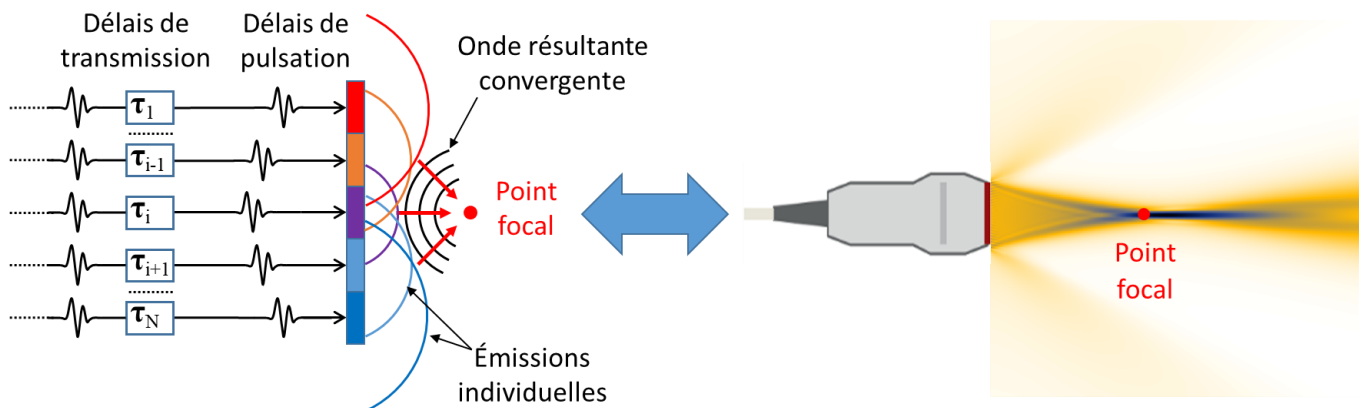


Figure II-6: Schéma de la création d'un tir ultrasonore focalisé à gauche et champ de pression acoustique résultant à droite.⁹

⁸ https://www.biomecardio.com/files/Tracking_motions_in_the_body.pdf

⁹ https://www.biomecardio.com/files/Tracking_motions_in_the_body.pdf

II.2.2 Réception de l'écho

Quand l'onde rencontre un diffuseur, une onde sphérique est créée et va faire vibrer tous les éléments de la sonde. La vibration va alors être convertie en signal électrique par les céramiques piézoélectriques de la sonde, c'est le signal RF. Afin de prendre en compte le temps que met l'onde à revenir du point focal, un retard est appliqué au signal RF de chaque élément piézoélectrique avant leur somme. Ce délai est le même qu'au moment de l'émission de l'onde (voir Figure II-7). Cette technique, appelée *Delay and Sum* ou *DAS* (délai et somme en français), est largement utilisée en échographie. Elle considère le point focal comme unique point source (ou diffuseur), même si la reconstruction se fait sur une ligne entière dans la direction du point focal. Cependant, il existe d'autres techniques comme le DAS dynamique par exemple (Perrot *et al.* 2020). Ce dernier utilise plusieurs délais pour chaque signal RF : la ligne à imager est reconstruite pixel par pixel en considérant le centre de chaque pixel comme point source de l'écho. Le calcul du délai est donc fait pour chaque élément de la sonde et pour chaque pixel de la ligne acquise à partir du temps de vol, c'est-à-dire le temps que met l'onde pour aller jusqu'au centre du pixel puis pour revenir à l'élément piézoélectrique.

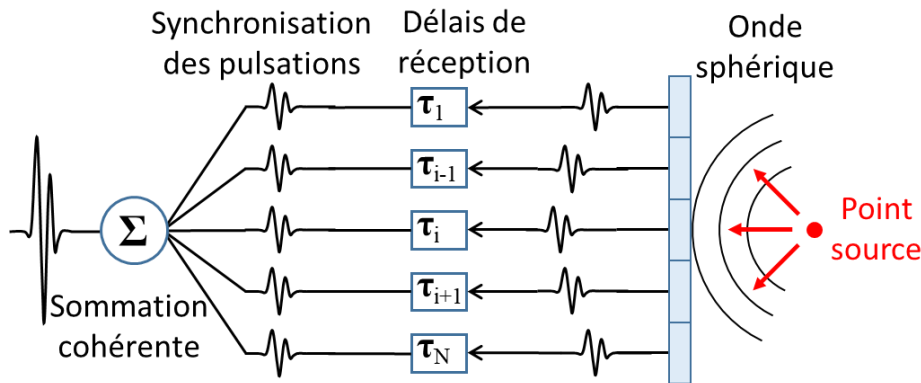


Figure II-7: Schéma du délai et de la somme en réception ultrasonore. ¹⁰

II.2.3 Création de l'image

Le signal RF récupéré peut être décomposé en amplitude et en phase : l'amplitude est utilisée pour la visualisation des tissus et la phase pour celle du flux. Les images donnant un aperçu des tissus et des organes présents dans le corps sont appelées images B-mode (ou simplement B-mode) et sont affichées en noir et blanc. L'amplitude du signal, ou enveloppe (voir Figure II-4), est récupérée et compressée, avec une compression logarithmique, puis affichée sur l'écran de l'échographe. La compression logarithmique permet de rehausser le contraste et de faire ressortir les informations structurales du milieu étudié, i.e. les tissus cardiaques dans notre cas.

Même si le tir est focalisé en un point lors de l'émission, les ondes acoustiques insonifient une large zone dans la direction du point focal (voir Figure II-6). Ce type d'acquisition permet donc d'obtenir de l'information sur toute la zone insonifiée avec plus ou moins de précision suivant l'intensité de la pression acoustique qui la traverse. Les acquisitions ultrasonores successives balayent l'ensemble de la zone à imager, chacune permettant d'obtenir une partie de l'image finale (voir Figure II-8). En échocardiographie, un B-mode nécessite environ 100 tirs focalisés, ce qui restreint la cadence d'imagerie. La vitesse du son dans les tissus mous étant de 1540 m/s, et la profondeur maximale à

¹⁰ https://www.biomecardio.com/files/Tracking_motions_in_the_body.pdf

atteindre pour imager tout le cœur étant de 15 cm (30 cm aller-retour), environ 50 images par seconde (ou *fps* pour *frame per second* en anglais) peuvent être acquises. Cette cadence élevée permet de voir en temps réel le mouvement rapide des tissus cardiaques. Cependant l'aspect grumeleux des images, dont les tâches sont appelées *speckles* (voir Section III.1), rend difficile l'interprétation et la visualisation précise des organes et des structures anatomiques (voir Figure II-8). Néanmoins, la taille, l'intensité et le motif des *speckles* renseignent sur la composition et l'état de santé des tissus imagés. La Figure II-8 montre une image clinique en vue 3 cavités axe long, sur ce type d'image la sonde est, par convention, toujours représentée en haut, c'est pourquoi l'apex est représenté en haut et l'oreillette en bas.

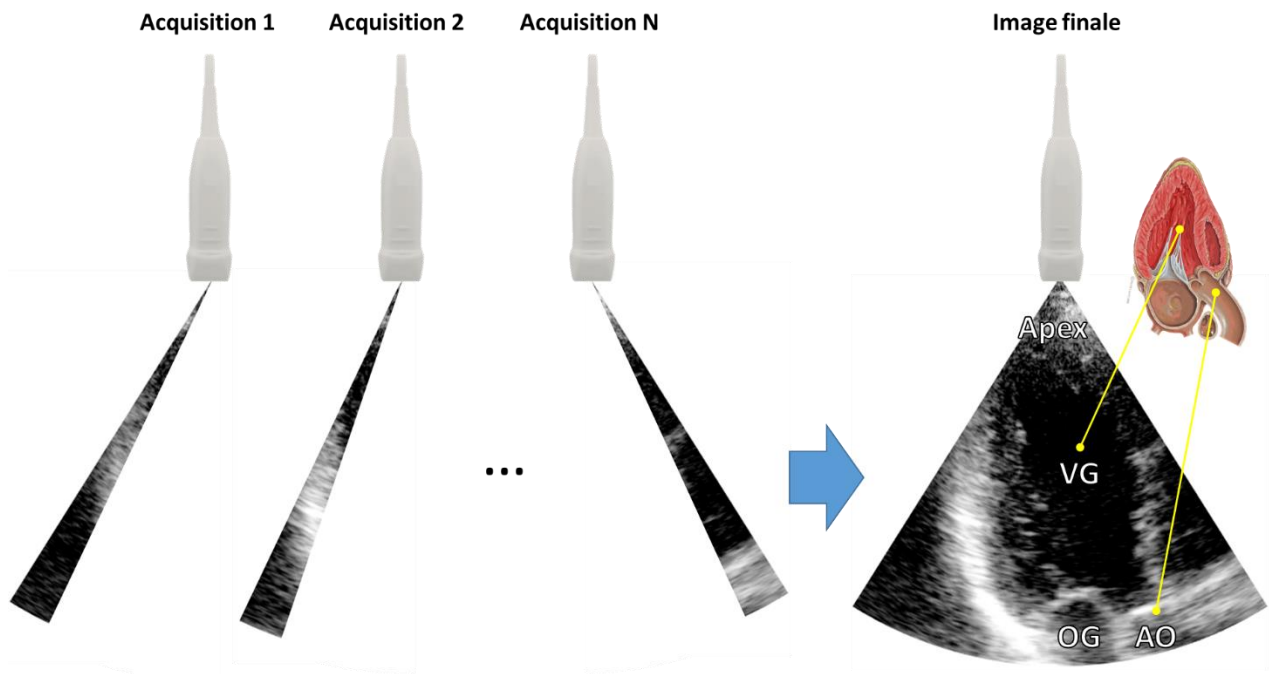


Figure II-8: Schéma illustrant les différentes acquisitions nécessaires à la création d'une image B-mode axe long 3 cavités. VG: Ventricule Gauche; OG: Oreillette Gauche; AO: Aorte.

II.3 Modes Doppler accessibles en clinique

En échographie, le mode d'imagerie Doppler permet l'étude du flux sanguin chez le patient. Il existe plusieurs modes Doppler accessibles avec un échographe clinique, mais tous se basent sur le décalage de phase entre deux signaux RF pour obtenir une estimation de la vitesse. En effet, deux signaux RF sont déphasés, l'un par rapport à l'autre, si le diffuseur acoustique qui renvoie l'écho est en mouvement par rapport à la sonde échographique. Les deux signaux sont d'autant plus déphasés que le diffuseur a une vitesse (positive ou négative) importante dans la direction de la sonde. Cela a pour conséquence que le Doppler ne permet d'acquérir que la projection de la vitesse du sang le long de l'axe ultrasonore (voir Figure II-9) : si l'axe du faisceau ultrasonore et la direction du sang sont identiques alors la vitesse Doppler mesurée est égale à la vitesse de déplacement du *scatterer*, cependant, s'ils sont perpendiculaires aucune vitesse Doppler n'est perçue. La vitesse Doppler mesurée est donc dépendante de l'angle entre la direction de l'écoulement et l'axe ultrasonore.

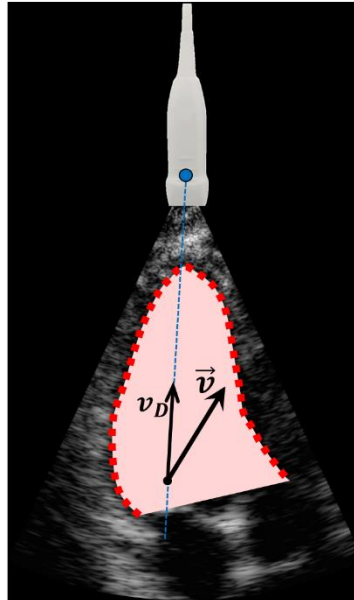


Figure II-9: Schéma d'une acquisition Doppler dans le ventricule gauche. En bleu, l'axe d'acquisition, en pointillés rouges, l'endocarde et en rose la cavité ventriculaire ; v est la vitesse du sang en un point de l'axe ultrasonore et v_D est la vitesse Doppler mesurable. (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021).

Afin d'obtenir de l'information Doppler (i.e. la vitesse) sur l'écoulement, il existe deux méthodes : le Doppler pulsé et le Doppler continu. La méthode du Doppler continu consiste à envoyer en permanence des ondes ultrasonores avec une partie des éléments de la sonde et à recevoir en permanence avec l'autre partie. Cette technique permet d'obtenir un spectre de vitesse Doppler : toutes les vitesses Doppler sont acquises sur un axe mais sans connaître le point de l'espace auquel elles sont rattachées car tous les signaux retour se superposent. Le Doppler continu n'ayant pas de résolution spatiale, seul le Doppler pulsé sera étudié dans la suite de ce manuscrit.

En ce qui concerne le Doppler pulsé, l'onde n'est plus émise en permanence mais seulement une fois par acquisition, et les acquisitions sont faites à une fréquence appelée la *pulse repetition frequency* (PRF, ou en français, fréquence de répétition de la pulsation). La PRF est calculée pour laisser le temps à l'onde ultrasonore d'atteindre et de revenir du point le plus profond à imager : plus ce point est profond, plus le temps d'une acquisition est long et plus la PRF est faible. Cette méthode permet de connaître la vitesse en chaque point de l'axe ultrasonore imagé, mais elle est soumise au phénomène de recouvrement spectral (ou aliasing) : si l'amplitude de la vitesse du diffuseur est trop élevée, alors l'estimation de la vitesse sera erronée. L'aliasing est un effet qui survient sur tout signal échantillonné. Si la fréquence d'échantillonnage est trop faible par rapport à la fréquence du signal à échantillonner, alors la fréquence du signal reconstruit sera sous-évaluée (voir Figure II-10). C'est un phénomène observable dans les films, il se produit notamment lorsque le spectateur regarde des roues de voiture en mouvement. Si les roues de la voiture tournent au-delà d'une certaine vitesse en marche avant, la fréquence d'acquisition de l'image fait que le spectateur a l'impression que les roues tournent en sens inverse. De la même façon, si la projection de la vitesse du sang sur l'axe ultrasonore est trop élevée, la vitesse Doppler obtenue ne sera pas fiable. Cette vitesse limite, au-delà de laquelle il y a de l'aliasing, est appelée vitesse de Nyquist.

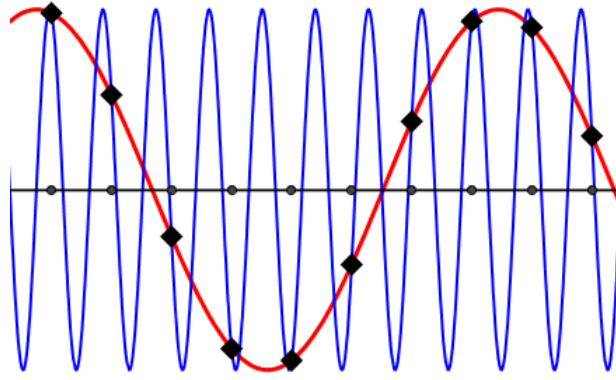


Figure II-10: Schéma illustrant la notion de sous-échantillonnage d'un signal. En bleu, le signal à échantillonner, en noir, les points d'échantillonnage et en rouge le signal estimé. ¹¹

La formule permettant d'estimer la vitesse met en évidence la relation entre la vitesse Doppler et la vitesse de Nyquist :

$$v_D = \frac{c \times PRF}{4f_0} \frac{\Delta\phi}{\pi} = v_N \frac{\Delta\phi}{\pi} \quad (\text{II.1})$$

Où v_D est la vitesse Doppler, c est la vitesse de l'onde ultrasonore dans le corps (environ 1540 m/s), f_0 est la fréquence de l'onde envoyée par la sonde, $\Delta\phi$ est le déphasage et v_N est la vitesse de Nyquist. Le décalage de phase étant un angle, il est compris entre $-\pi$ et π , de ce fait, v_D est compris entre $-v_N$ et v_N . La vitesse de Nyquist est dépendante de la PRF : plus la PRF est élevée plus la vitesse de Nyquist est élevée. Dans le cas de l'échocardiographie, le praticien souhaite imager l'ensemble du cœur (jusqu'à 15 cm environ), la PRF est donc relativement faible ce qui limite la vitesse de Nyquist. Cette dernière est plus faible que la vitesse de pointe du sang au début de la diastole et de la systole, il n'est donc pas rare de voir de l'aliasing sur les images échocardiographiques Doppler.

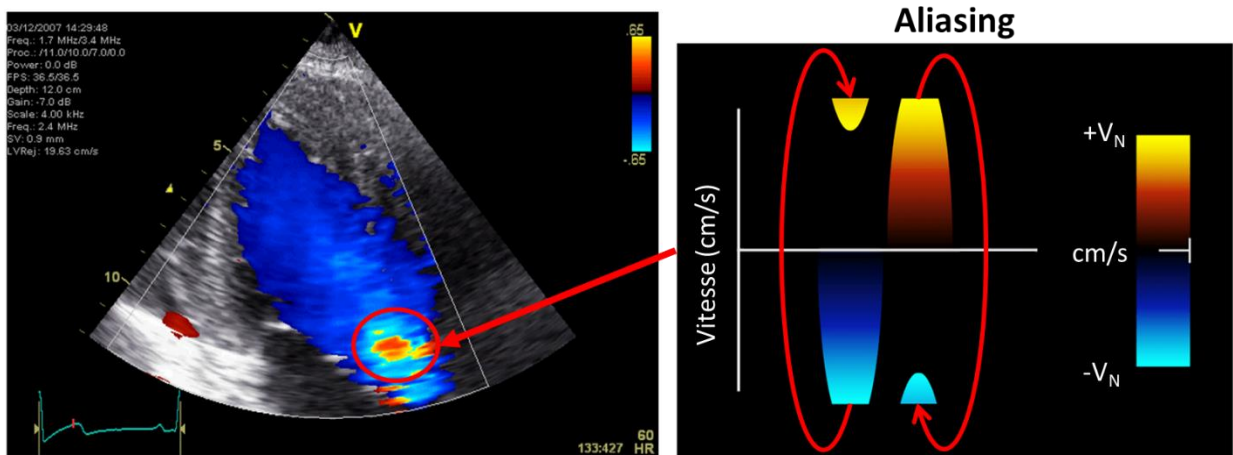


Figure II-11: Image clinique Doppler du cœur durant la systole avec aliasing à gauche et l'échelle de couleur montrant l'effet de l'aliasing sur celle-ci à droite. ¹²

¹¹ https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me_d%27%C3%A9chantillonnage

¹² https://www.biomecardio.com/files/Color_Doppler.pdf

La Figure II-11 représente une échocardiographie Doppler durant la systole où l'aliasing est visible. Par convention, les couleurs bleues représentent le sang qui s'éloigne de la sonde et les couleurs rouges le sang qui se rapproche. L'intensité de la couleur permet d'estimer la vitesse Doppler : plus les couleurs sont claires plus les vitesses sont élevées. La Figure II-11 image le sang lors de la systole, puisque le sang s'éloigne de l'apex où est placée la sonde (représentation en bleu), et passe à travers la valve aortique. Au niveau de celle-ci, dans le cercle rouge, de l'aliasing est présent car l'amplitude des vitesses Doppler est supérieure à la vitesse de Nyquist. En échographie cardiaque, l'aliasing est reconnaissable par un changement du signe de la vitesse (et donc de couleur) sur une petite zone. Lorsqu'il survient, l'amplitude de la vitesse est sous-estimée et le signe est inversé.

Concernant le déphasage $\Delta\phi$, il n'est pas possible de l'évaluer sur un seul tir ; en clinique au moins 6 tirs, donc 6 acquisitions de signaux RF, sont nécessaires pour l'évaluer de manière précise. Chaque signal RF reçu est un mélange des informations du sang et des tissus, c'est pourquoi il faut les filtrer, et ne garder que le signal provenant du sang, avant de calculer le déphasage. En effet, comme montré dans la Figure II-12, le tissu renvoie un signal plus important, et donc masque le signal provenant du sang. Néanmoins, les fréquences de ces signaux sont différentes car le sang bouge plus vite que les tissus, c'est pourquoi il est possible de les filtrer à partir de plusieurs acquisitions ; chaque acquisition permet d'obtenir une valeur du signal global (sang et tissu) en chaque point de l'axe ultrasonore. Un filtre passe haut est ensuite appliqué en chaque point de la ligne (à partir des 6 valeurs acquises) afin de ne récupérer que le signal du sang. Une fois celui-ci récupéré, une autocorrélation permet de déduire le décalage de phase des signaux deux à deux. En pratique, les déphasages en chaque point sont calculés à partir d'une autocorrélation moyenne, puis utilisés pour le calcul du champ de vitesse Doppler.

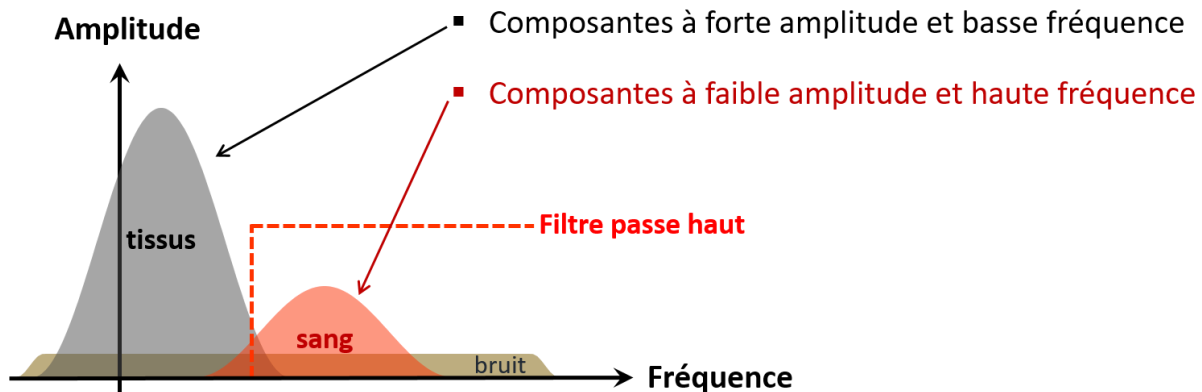


Figure II-12: Schéma montrant les différences entre le signal renvoyé par les tissus et celui renvoyé par le sang et l'utilisation du filtre de paroi passe haut. ¹³

Une fois les vitesses Doppler calculées sur une ligne, le processus est répété sur les autres lignes du plan à imager. Pour obtenir une image Doppler de couleur du ventricule gauche, entre 50 et 60 lignes sont généralement nécessaires, ce qui fait une cadence d'environ 15 *fps* en considérant toujours une profondeur de 15 cm. En clinique, il est de plus en plus courant d'utiliser une technique appelée *MLA* (*Multi-Lignes Acquisition*) pour augmenter le nombre d'images par cycle : deux ou trois lignes sont alors acquises en même temps au lieu d'une seule, ce qui permet d'obtenir environ 45 *fps*.

¹³ https://www.biomecardio.com/files/Color_Doppler.pdf

II.3.1 M-mode

Le M-mode est un mode particulier du Doppler de couleur pulsé conventionnel dans le sens où l'acquisition se fait seulement sur une ligne, et non pas sur un plan complet comme évoqué précédemment. Bien qu'il ne dépende que d'une seule variable spatiale (la profondeur), le M-mode Doppler est représenté selon deux axes : la profondeur et le temps (voir Figure II-13). Le temps est représenté sur l'axe des abscisses et la profondeur sur l'axe des ordonnées. Sa cadence d'imagerie est très élevée car une image est obtenue tous les 6 tirs, soit un peu plus de 1000 lignes par seconde, ce qui permet une étude très précise du flux au cours du temps. Le M-mode est notamment utilisé en recherche clinique pour étudier le jet mitral lors de la diastole : il est par exemple utilisé pour l'étude de la pression intraventriculaire gauche (Hodzic *et al.* 2020).

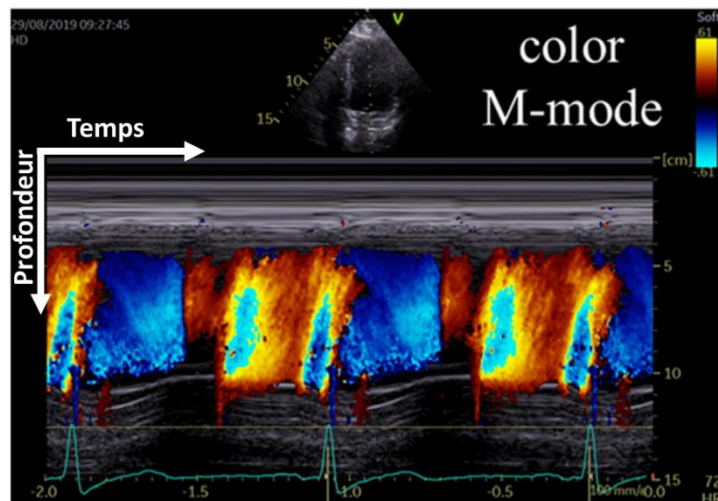


Figure II-13: Image Doppler M mode clinique sur l'axe apex-valve mitrale. (Hodzic *et al.* 2020)

II.3.2 Mode triplan

Le mode triplan n'est pas accessible avec les sondes cardiaques usuelles. Pour l'obtenir, il faut utiliser une sonde avec une matrice d'éléments piézoélectriques, c'est-à-dire un quadrillage permettant d'insonifier dans toutes les directions de l'espace et non plus seulement un plan. Ce genre de sonde contient généralement entre 2000 et 3000 éléments piézoélectriques.

Le mode triplan permet d'acquérir trois plans décalés de 60° par rapport à l'axe de la sonde. Ce mode permet d'imager les plans 2 cavités, 3 cavités et 4 cavités sans bouger la sonde. Ces plans sont acquis les uns après les autres, ce qui diminue la cadence d'imagerie : celle-ci est autour de 40 triplans par seconde pour un B-mode. Comme pour une échographie 2D conventionnelle, le Doppler de couleur est accessible en mode triplan permettant ainsi d'obtenir des informations sur le flux intraventriculaire. Cependant le nombre de triplans par seconde (environ un cycle cardiaque) est réduit à 11 avec le mode Doppler par cycle cardiaque. Le délai est donc important entre l'acquisition de la première ligne Doppler du premier plan et la dernière ligne Doppler du troisième plan, c'est pourquoi le triplan possède une résolution spatio-temporelle limitée.

Néanmoins, le triplan permet une étude plus complète de l'écoulement sanguin dans le ventricule gauche. En effet, l'information Doppler n'est plus limitée à un plan comme pour le 2D, mais à trois plans centrés autour de l'axe apex-valve mitrale sans nécessité pour le cardiologue de bouger la

sonde. De plus, les trois plans étant obtenus successivement, l'acquisition peut se faire sur un seul cycle cardiaque sans avoir besoin de la recalcr sur l'ECG. Dans cette thèse, et afin de reconstruire un écoulement en trois dimensions, nous avons utilisé le mode triplan puisqu'il permet d'acquérir plusieurs ensembles d'images par seconde, et que ses données sont accessibles directement en clinique via le logiciel EchoPAC (GE Healthcare). La Figure II-14 montre une échocardiographie triplan Doppler clinique au moment de la diastole.

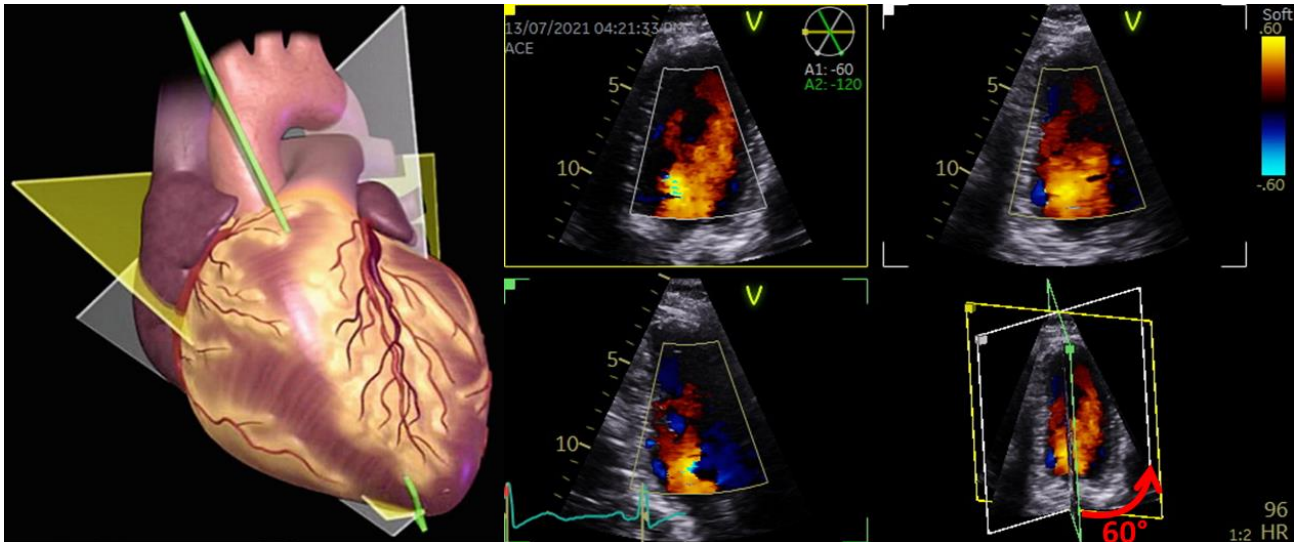


Figure II-14: Échocardiographie triplan Doppler avec un schéma d'acquisition des différents plans. (Muraru and Badano 2019) et (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021)

II.3.3 Mode volumique

De la même manière que l'acquisition triplan, il est possible d'imager complètement le volume du cœur. Les différences principales entre ces 2 modes sont le nombre de plans et la manière dont ils sont acquis. En effet, le triplan ne compte que trois plans alors que le volume acquis compte le même nombre de lignes par plan que de plans par volume : pour 64 lignes par plan, le nombre de plans doit être de 64, soit un total de $64 \times 64 = 4096$ lignes¹⁴. Aussi, l'acquisition ne se fait plus en tournant de 60° autour de l'axe de la sonde mais par petit pas angulaire autour du centre de la sonde (voir Figure II-15).

Une acquisition volumique B-mode conventionnelle (i.e. ligne par ligne) prend environ 0,8 s pour une acquisition de 64 plans allant jusqu'à 15 cm de profondeur, soit environ 1,25 volumes par seconde. Afin d'augmenter la cadence d'imagerie, des techniques de *MLA* sont utilisées, en plus de la minimisation du volume à échantillonner, pour acquérir jusqu'à 7 volumes par seconde (Macron *et al.* 2010). Afin d'augmenter la cadence d'imagerie, il est possible de faire les acquisitions volumiques sur plusieurs cycles en les recalcr sur l'ECG. Par exemple, sur la Figure II-15, le mode « *dual beat* » fait plusieurs acquisitions du volume bleu au cours d'un cycle cardiaque recalcrées sur l'ECG, puis il passe au volume violet. Les volumes finaux seront donc pris sur différents cycles cardiaques puis assemblés en prenant en compte l'ECG, cela fait qu'il peut y avoir des problèmes de reconstruction du volume si le rythme cardiaque du patient n'est pas régulier (i.e. tachycardie). Il y a donc un compromis entre la résolution spatiale et la qualité de la reconstruction à prendre en compte : plus l'acquisition se fait sur un nombre

¹⁴ https://folk.ntnu.no/stoylen/strainrate/Basic_ultrasound#3D

de cycles élevé, plus la résolution temporelle sera élevée, mais plus le risque qu'il y ait un artefact de reconstruction est grand.

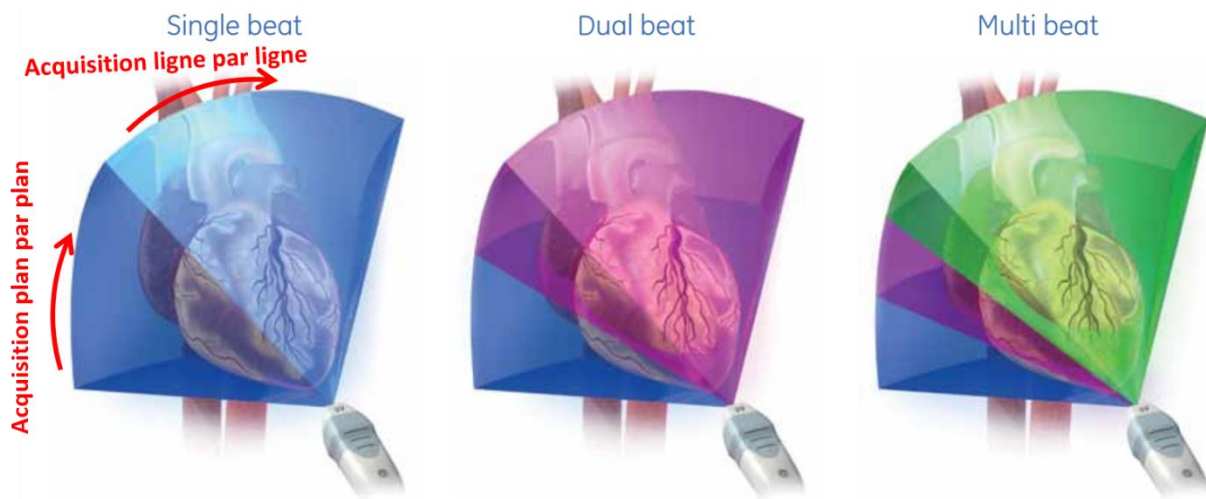


Figure II-15: Schéma montrant différents types d'acquisitions volumiques en échocardiographie ainsi que la façon dont les volumes sont acquis.¹⁵

En ce qui concerne l'étude du flux intraventriculaire, les volumes sont généralement acquis sur plusieurs cycles cardiaques, car la résolution temporelle est faible, et l'acquisition doit donc être recalée sur l'ECG (Wigen *et al.* 2018). De plus, les données Doppler acquises en mode volumique ne sont pas accessibles, à moins d'avoir un partenariat avec les entreprises qui fabriquent les échographes.

En somme, même si l'échographie Doppler ne permet pas l'étude en trois dimensions de l'écoulement sanguin, elle permet néanmoins d'acquérir la projection de la vitesse de l'écoulement le long de l'axe ultrasonore. De plus, c'est une modalité d'imagerie peu coûteuse, facile à transporter et aucune contre-indication n'en empêche l'utilisation, c'est pourquoi l'échographie est largement utilisée en routine clinique, notamment pour l'évaluation de la fonction cardiaque. Dans cette étude, nous avons utilisé le Doppler de couleur (plan) afin de reconstruire l'écoulement intraventriculaire 2D, et le mode Doppler de couleur triplan pour la reconstruction du flux 3D, puisque leurs données sont accessibles en clinique et que leurs résolutions temporelles sont suffisamment élevées pour permettre une étude de l'écoulement à partir d'un cycle cardiaque uniquement.

¹⁵ <https://medinco.pl/wp-content/uploads/2017/02/vivid-e9.pdf>

CHAPITRE III

État de l’art des méthodes d’estimation de champs de vitesse intraventriculaire chez les patients

Comme nous l’avons vu précédemment, aucune technique clinique échographique ne permet de reconstruire directement le champ de vitesse dans le ventricule gauche. Afin d’estimer ce champ de vitesse et d’en déduire le motif de l’écoulement du sang dans le cœur ainsi que l’évolution du vortex cardiaque, plusieurs méthodes ont été développées en se basant sur l’imagerie échocardiographique. Ce chapitre aborde les principales méthodes développées afin de reconstruire l’écoulement intraventriculaire chez le patient. L’état de l’art présenté dans ce manuscrit se concentre uniquement sur les techniques ayant déjà été utilisées *in vivo*. L’ensemble de ces méthodes peut être séparé en deux familles, celles basées sur les images B-mode (avec injection de produit de contraste ou non), et celles basées sur le Doppler de couleur. Nous détaillons d’abord les méthodes permettant une reconstruction 2D avant de nous consacrer au 3D.

III.1 Estimation basée sur le B-mode

En imagerie optique, pour étudier le comportement d'un liquide qui s'écoule dans des conduites, plusieurs milliers de petites particules y sont ajoutées. Le fluide ainsi que les conduites sont transparentes, et seules les particules ajoutées permettent de diffuser la lumière afin qu'elles soient visibles quand l'écoulement est éclairé. Une source lumineuse est utilisée pour illuminer une tranche ou un volume de l'écoulement. Le tout va ensuite être enregistré par une ou plusieurs caméra(s). Cette technique est appelée *Particle Image Velocimetry* (vélocimétrie par image de particules) ou PIV. Les images sont ensuite découpées en petites zones pour permettre de calculer le déplacement des particules. Chaque zone de la première image va être rattachée à une zone de l'image suivante (la zone la plus ressemblante) grâce à une mesure de similarité (autocorrélation croisée normalisée par exemple), cela donne le déplacement moyen des particules dans cette zone, puis leur vitesse moyenne en la divisant par le temps entre les deux images. Cette technique, permettant d'estimer un déplacement de zone, est appelée *block matching* (ou la correspondance de blocs en français) et est largement utilisée en mécanique des fluides. La Figure III-1 schématise le principe de fonctionnement du *block matching* dans le cas de deux images d'un vol d'oies.

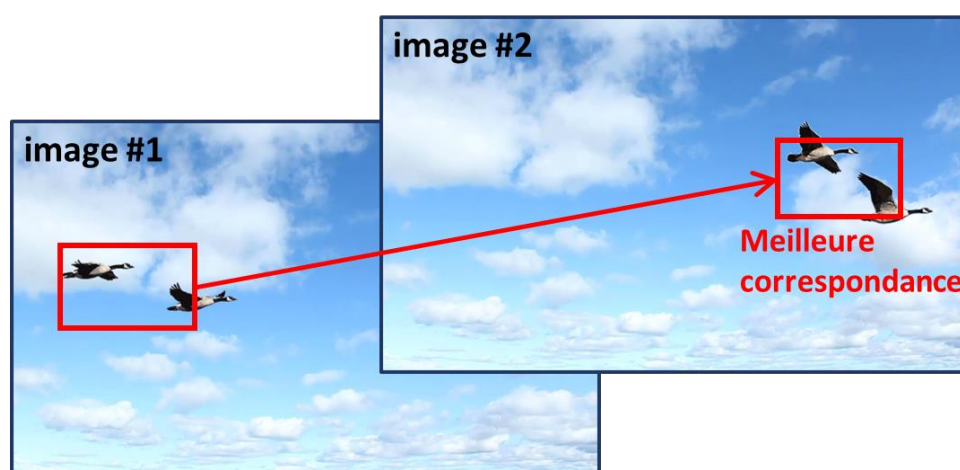


Figure III-1: Schématisation de la technique du *block matching* appliquée à des oies en mouvement. ¹⁶

De la même manière, le *speckle tracking* regarde l'évolution des *speckles* d'une image à l'autre. Pour cela, deux méthodes sont généralement utilisées : l'écho-PIV et le *blood speckle tracking* (BST ou suivi des motifs d'interférence du sang). L'hypothèse principale de ces méthodes est que le *speckle* se conserve suffisamment d'une image sur l'autre pour être suivi. Pour bien comprendre cette hypothèse, il faut revenir à la définition du *speckle* : les *speckles* sont les petites tâches ou grumeaux visibles sur les images B-mode. Ces grumeaux sont principalement produits par l'interférence entre les signaux renvoyés par des diffuseurs (ou *scatterers* en anglais) qui peuvent être présents dans les tissus ou dans le sang (Geyer *et al.* 2010). La Figure III-2 montre les motifs d'interférence, ou *speckles*, résultants de deux ou plusieurs diffuseurs, et la Figure III-3, la technique de la correspondance de blocs appliquée dans le cas d'une échographie cardiaque, au moment de la diastole.

¹⁶ https://www.biomecardio.com/files/Color_Doppler.pdf

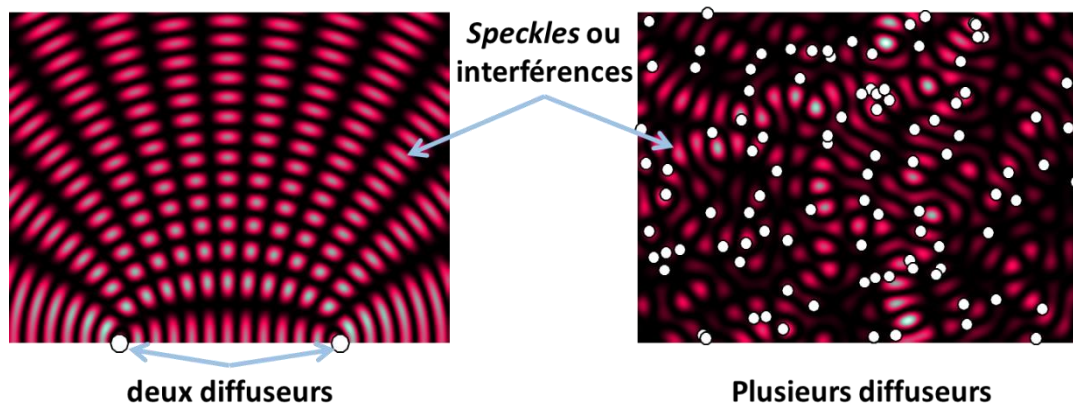


Figure III-2: Motifs d'interférence résultant des interférences entre deux ou plusieurs diffuseurs. (Garcia, Lantelme, and Saloux 2018)

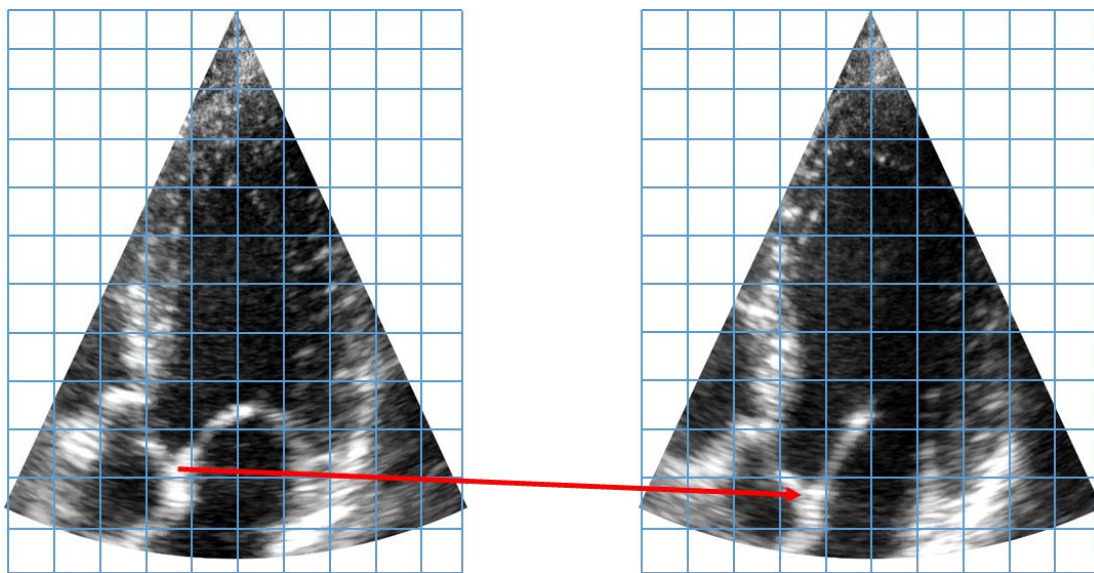


Figure III-3: block matching sur des images B-mode au moment de la diastole. La flèche rouge permet de voir le déplacement de l'anneau mitral entre les deux images

III.1.1 Écho-PIV

L'écho-PIV ou *echocardiographic particle image velocimetry* (vélocimétrie échocardiographique par image de particules) est la technique directement inspirée du PIV utilisé en mécanique des fluides. Dans le cas de l'écho-PIV, des microbulles de gaz sont injectées dans le sang du patient afin de permettre la visualisation de son écoulement dans le ventricule sur des images B-mode. Les microbulles, utilisées comme agent de contraste, peuvent être remplies de différents gaz et ont un diamètre très petit ($< 6 \mu\text{m}$). Lorsque l'onde ultrasonore rencontre une microbulle, un écho important est renvoyé dans toutes les directions car les propriétés acoustiques du sang et de la bulle sont très différentes. Il n'y a donc pas besoin de filtre de paroi pour voir les *speckles* résultant des échos renvoyés par les bulles. Contrairement à la PIV évoquée précédemment, l'écho-PIV n'observe pas directement le déplacement de l'agent de contraste mais plutôt celui du *speckle*, c'est-à-dire des interférences, qu'il produit (Garcia *et al.* 2018).

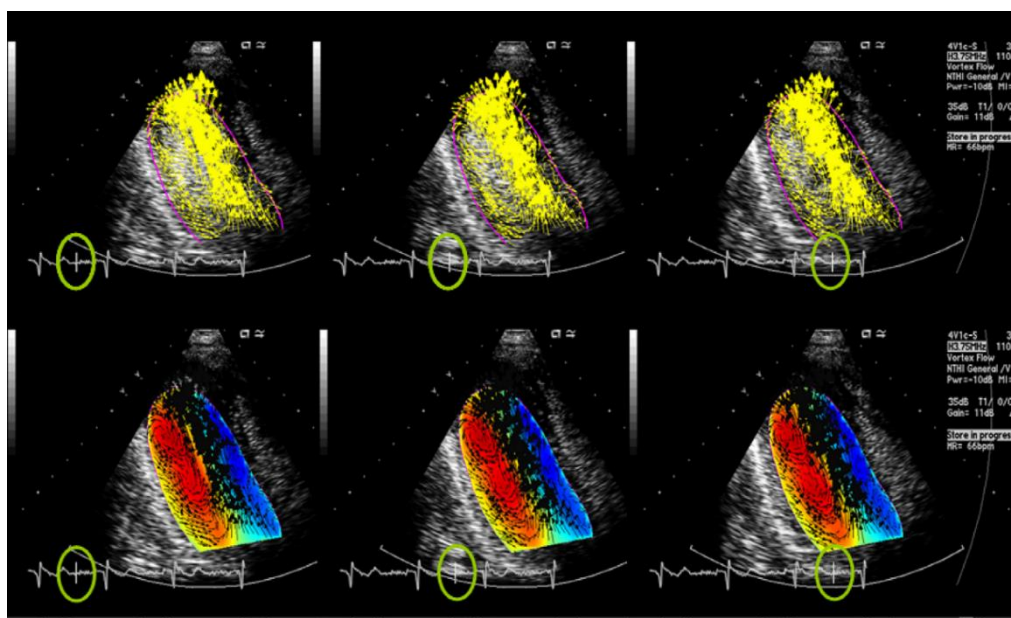


Figure III-4: Champs de vitesse intraventriculaire estimés, sur une vue 3 chambres, avec la technique de l'écho-PIV chez un volontaire sain lors de la diastole. (Kheradvar et al. 2010)

L'écho-PIV, de la même manière que la PIV, utilise généralement une technique de corrélation croisée afin de permettre le calcul du déplacement de chaque bloc d'une image à l'autre (Jensen et al. 2016). Une fois la carte de corrélation obtenue, la position du pic correspond à la position du bloc étudié dans l'image suivante. Afin d'affiner le résultat, la technique peut être répétée avec différentes tailles de fenêtre, pour estimer l'écoulement à différentes échelles. Il peut aussi être régularisé, ou lissé, pour supprimer les résultats aberrants. Certaines techniques utilisent par exemple des équations de mécanique des fluides pour régulariser leurs champs de vitesse (Gao et al. 2015). La Figure III-4 montre l'écoulement du sang obtenu avec cette technique chez un volontaire sain.

Le point faible majeur de cette technique est la nécessité d'injecter des microbulles de gaz dans le sang, cela est chronophage et demande plus de personnel soignant qu'une échocardiographie classique. C'est pourquoi l'écho-PIV n'est pas utilisé comme méthode de routine clinique ; elle est surtout utilisée en recherche pour étudier l'écoulement du sang dans le ventricule gauche (Abe et al. 2013; Hong et al. 2008; Kim and Hong 2019). Afin de se passer de l'agent de contraste, une autre technique basée sur les images B-mode a été développée : le *Blood Speckle Tracking*.

III.1.2 Le « *Blood Speckle Tracking* »

Le *Blood Speckle Tracking* (BST) est une technique utilisant le *block matching* sur les *speckles* du sang directement. Ces derniers ne sont pas visibles sur une image B-mode conventionnelle, c'est pourquoi un filtre de paroi est appliqué pour les faire ressortir. Une fois les *speckles* observables sur l'image filtrée, une technique de *block matching* conventionnelle est appliquée. Une régularisation peut être réalisée en utilisant les informations liées à l'image Doppler de couleur acquise en parallèle du B-mode, puisque celle-ci donne accès à la projection de la vitesse sur l'axe ultrasonore. Les informations liées au déplacement de la paroi peuvent également être utilisées pour la régularisation du champ de vitesse (Nyren et al. 2020). La Figure III-5 montre les résultats obtenus avec cette méthode chez un enfant sain. La cadence d'imagerie nécessaire pour permettre le suivi des *speckles* du sang est très élevée (> 200 fps) (Daae et al. 2021; Wigen et al. 2018). Une telle cadence d'imagerie n'est pas accessible sur les échographes cliniques pour le moment chez l'adulte, ce qui empêche son passage en routine clinique.

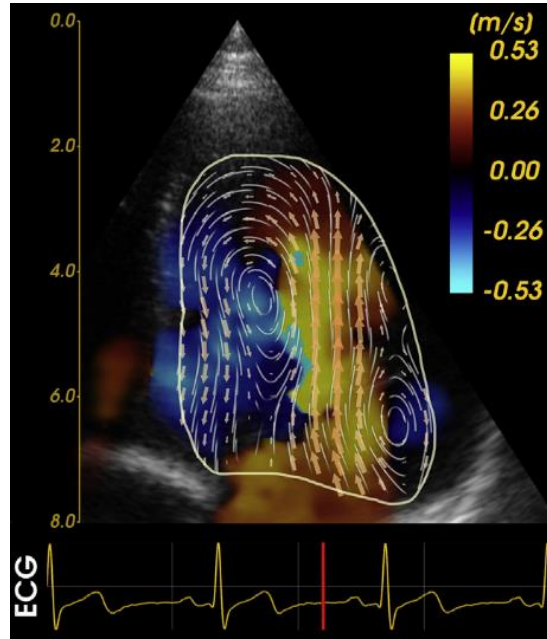


Figure III-5: Champ de vitesse intraventriculaire reconstruit par blood speckle tracking chez un enfant sain de 9 ans sur une vue 3 cavités lors de la fin de la diastole. (Nyrnes et al. 2020)

III.2 Estimation basée sur le Doppler

Nous avons vu que le Doppler de couleur permet d'obtenir un plan contenant les projections de la vitesse du sang le long de l'axe ultrasonore (voir Section II.3). Cette information Doppler peut être utilisée afin de régulariser un champ de vitesse obtenu par une autre méthode (Nyrnes et al. 2020) puisqu'elle est équivalente à la vitesse radiale v_r dans un repère polaire (voir Figure III-6). Toutefois, cette information peut également être utilisée comme la composante radiale du champ vectoriel à reconstruire, et l'objectif des méthodes de reconstruction est alors d'estimer la vitesse azimutale v_θ . Dans cette partie, nous nous concentrons uniquement sur ce dernier type de méthode.

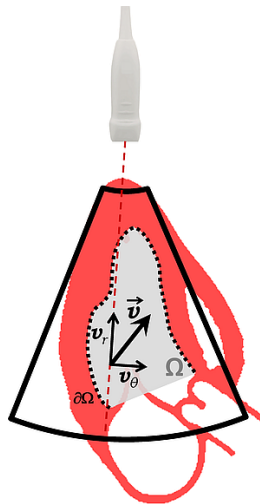


Figure III-6: Schéma d'une acquisition Doppler de couleur intraventriculaire dans un repère polaire avec v_r vitesse radiale, également vitesse Doppler v_D , et v_θ vitesse azimutale. (Assi et al. 2017)

La première méthode, basée sur le Doppler de couleur, mise au point pour reconstruire le champ de vitesse intraventriculaire a été développée en 2006 par Ohtsuki et Tanaka (Ohtsuki and Tanaka 2006), puis améliorée par Uejima (Uejima *et al.* 2010). Pour ce faire, ils décomposent le flux en deux parties : un flux de vortex et un flux de « base ». Le flux de vortex est défini comme étant la partie de l'écoulement liée au vortex intraventriculaire, et le flux de « base » comprend le reste de l'écoulement. Pour estimer ces deux composantes, chaque arc de cercle centré sur la sonde (ligne iso-radiale, voir Figure III-7) est catégorisé : soit la vitesse est toujours positive ou négative et il n'y a que du flux de « base », soit il y a des vitesses positives et négatives et ce qui signifie que les deux flux sont présents.

Dans la première version, proposée en 2006, la composante radiale du flux de vortex était calculée en supposant qu'il s'agissait d'un pourcentage du flux radial total. Ce pourcentage était obtenu en faisant un ratio entre les vitesses Doppler positives et négatives. Puis, la composante azimutale du flux de vortex était déterminée à partir des vitesses radiales déterminées plus tôt, en utilisant l'équation de la fonction de courant. Dans la dernière version, le flux de vortex est considéré comme symétrique, cela est visible dans la Figure III-7b, la ligne 2 à droite : le flux de vortex dans la fraction positive est défini comme étant le symétrique du flux dans la fraction négative. Cette hypothèse considère donc l'écoulement de vortex comme un mouvement de rotation pure. Enfin, dans les deux cas, la composante radiale du flux de « base » est calculée en soustrayant la composante radiale du flux de vortex aux vitesses Doppler. Enfin, la dernière composante de l'écoulement est calculée en utilisant l'équation d'une fonction de flux normalisée.

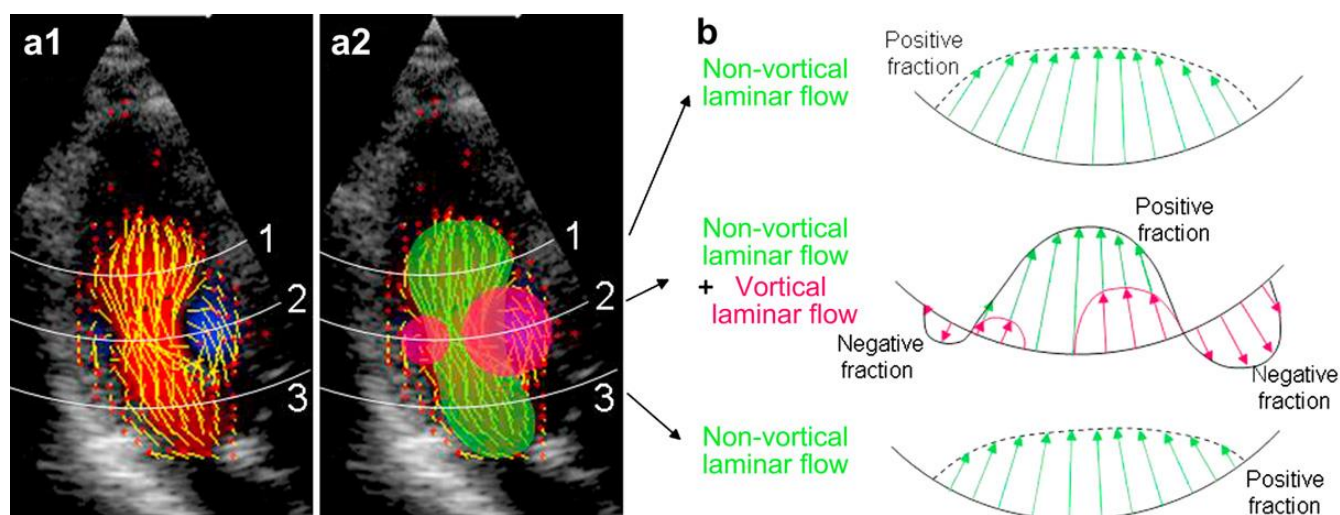


Figure III-7: Un exemple de champ de vitesse générée par la technique d'Uejima (a1). L'écoulement de « base », en vert, et deux écoulements écoulement tourbillonnaire de vortex, en rose (a2). (b) Décomposition des vitesses Doppler de couleur en écoulement de base et écoulement de vortex. Le champ de vitesse est estimé lors du début de la diastole. (Uejima *et al.* 2010)

Les hypothèses développées par Ohtsuki, puis reprises par Uejima, sont des hypothèses fortes qui ne sont pas vérifiées dans des conditions physiologiques. En effet, ces techniques reposent sur des hypothèses de symétrie du vortex intraventriculaire, de manière explicite ou sous-jacente, alors que les études par PIV mettent en évidence que le vortex, en forme d'anneau, symétrique en début de la diastole, se déforme et s'allonge afin de remplir la chambre ventriculaire et perd donc sa symétrie (Hong *et al.* 2008; Kheradvar *et al.* 2010; Pedrizzetti and Domenichini 2005; Zhang *et al.* 2013).

Pedrizzetti *et al.*, en 2014, ont proposé une technique similaire à celle d'Ohtsuki, cependant la décomposition n'est plus faite en flux de « base » et « vortex » mais en flux « Doppler » et flux « irrotationnel » (Pedrizzetti and Tonti 2014). Ce dernier est calculé de sorte que son rotationnel soit nul, mais aussi de manière à obtenir un écoulement final (i.e. somme des deux flux) à divergence nulle pour assurer la conservation de la masse dans le plan. Cela signifie que le rotationnel global de l'écoulement reconstruit est égal à celui de la composante radiale (donnée par le Doppler). Cette hypothèse de reconstruction ne se fonde sur aucun principe physique et sous-évalue la norme du rotationnel. Cela a aussi pour conséquence de diminuer la valeur de la vorticité, qui permet d'estimer le vortex, car elle se base sur la valeur du rotationnel.

En 2010, Garcia *et al.* s'appuient sur l'équation de continuité afin de reconstruire l'écoulement du sang dans le ventricule gauche (Garcia *et al.* 2010). Sous l'hypothèse que le sang est un fluide incompressible, l'équation de continuité (i.e. l'équation de conservation de la masse) impose la divergence nulle. Cette équation peut être réécrite de façon à obtenir la dérivée de la composante azimutale :

$$\partial_{\theta} V_{\theta}(r, \theta) = -r \partial_r V_r(r, \theta) - V_r(r, \theta) \quad (\text{III.1})$$

Les vitesses azimutales sont donc obtenues à une constante près en les intégrant le long d'un arc de cercle. Pour estimer cette constante, Garcia *et al.* calculent la vitesse de la paroi grâce à du *speckle tracking* et définissent cette vitesse comme étant égale à la vitesse du fluide au niveau du myocarde. Deux champs de vitesse sont alors estimés, l'un en intégrant par la gauche et l'autre en intégrant par la droite pour chaque arc de cercle (ligne iso-radiale). Enfin, une fonction poids est calculée afin de pondérer chacune des deux solutions selon leurs distances à leurs parois de référence. La Figure III-8 détaille les différentes étapes de la méthode développée par Garcia *et al.*

Cet algorithme a été intégré sur des échographes cliniques de chez Hitachi (maintenant Fujifilm) et eSAOTE (Tanaka *et al.* 2015). La limite principale de cette technique est qu'elle calcule les vitesses ligne par ligne uniquement. En effet, elle ne prend pas en compte les points avoisinant dans la direction radiale, ce qui peut mener à des discontinuités (Ro *et al.* 2014). Pour gommer le problème, le champ de vitesse peut être lissé (Itatani *et al.* 2013). Enfin, l'erreur sur les vitesses perpendiculaires aux faisceaux ultrasonore est assez importante (> 20 %).

Cette technique a été reprise récemment par Zhuang *et al.* (Zhuang *et al.* 2020) qui utilisent de l'apprentissage profond (*deep learning*) afin de mieux estimer les vitesses de la paroi. En effet, l'algorithme apprend à détecter les parois du myocarde et à estimer leur mouvement. Quant au champ de vitesse de l'écoulement, il est calculé de la même manière que dans le papier de Garcia.

Une autre méthode développée par Meyers *et al.* (Meyers *et al.* 2020) repose sur l'équation qui relie la vorticité et la fonction de courant. Cette équation, obtenue en supposant que le fluide est incompressible, permet de reconstruire le champ de vitesse du flux intraventriculaire. De plus, une condition de non-glissement est imposée à la paroi c'est-à-dire que la vitesse du flux est égale à celle de la paroi au niveau de l'endocarde. Or, la résolution spatiale de l'échographie est trop faible pour imager la couche limite de l'écoulement (voir Section IV.1.3), c'est pourquoi la condition limite utilisée n'est pas adaptée, ce qui peut avoir un impact négatif sur la reconstruction du champ de vitesse, d'autant plus que l'écoulement est principalement inertiel. Enfin, la vitesse dans la direction de la sonde est imposée comme étant la vitesse Doppler brute, or celle-ci peut être bruitée, d'où la nécessité de la lisser.

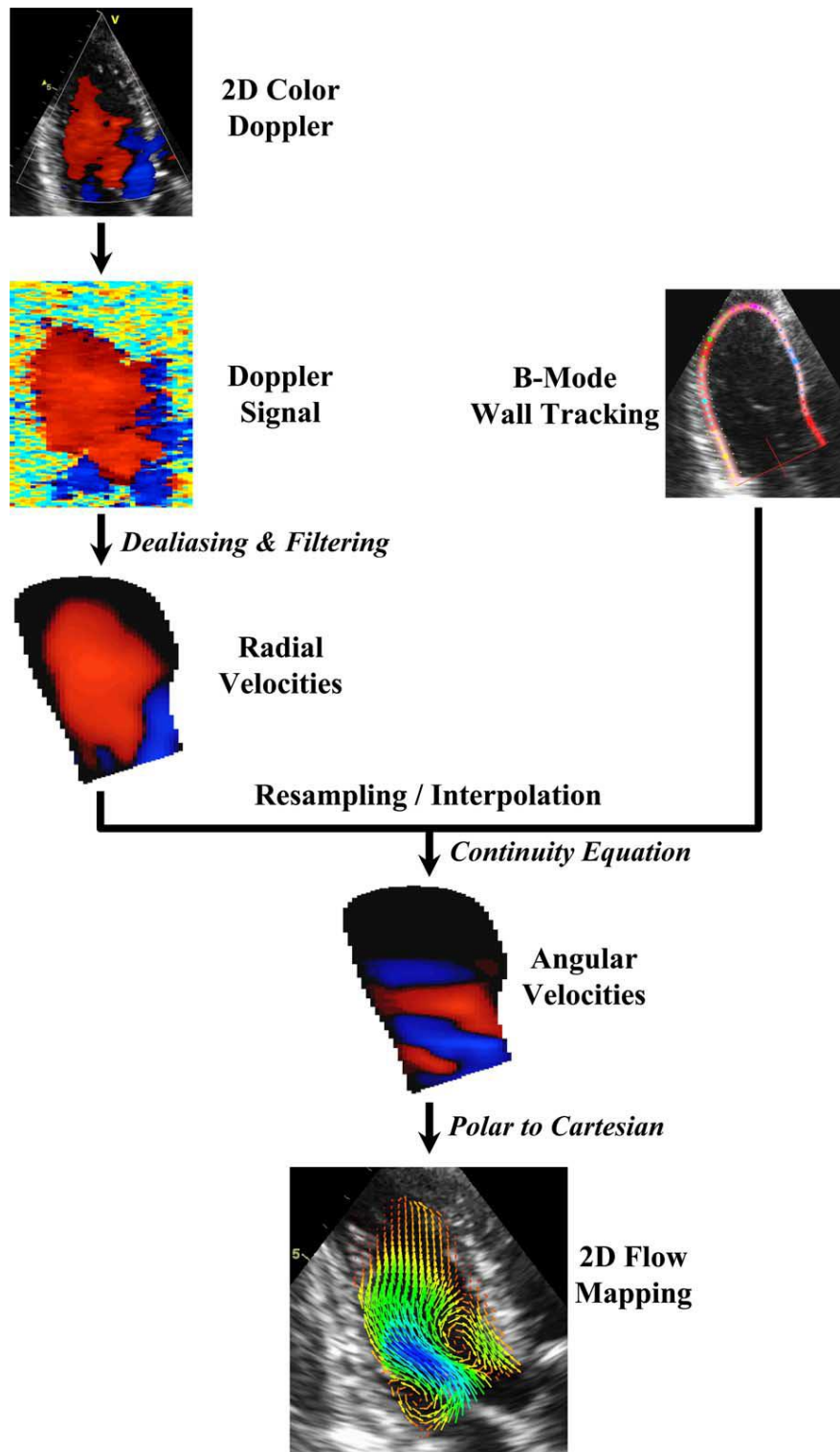


Figure III-8: Schéma explicatif de la méthode développée par Garcia et al. pour la reconstruction de la composante azimutale du champ de vitesse intraventriculaire. (Garcia et al. 2010)

Enfin la dernière technique, proposée par Assi *et al.* (Assi *et al.* 2017), se base sur l'équation de continuité, des conditions de glissement à la paroi ainsi qu'un lisseur pour estimer le champ de vitesse intraventriculaire. Le problème est écrit sous la forme d'une fonction coût à minimiser. Cette dernière est définie comme la pondérée des contraintes au carré :

$$\mathbf{v}_{iVFM} = \operatorname{argmin}(J(\mathbf{v})) \quad (\text{III.2})$$

Où argmin permet de trouver les valeurs de la variable qui minimisent la fonction. Avec :

$$J(\mathbf{v}) = \int_{\Omega} (v_r + u_D)^2 + \lambda_1 \int_{\Omega} (\operatorname{div}(\mathbf{v}))^2 + \lambda_2 \int_{\Omega} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_w)^2 + \lambda_3 \int_{\Omega} (S(\mathbf{v}))^2 \quad (\text{III.3})$$

Où $J(\mathbf{v})$ est la fonction coût, Ω est la région d'intérêt, v_r est la vitesse radiale du champ de vitesse reconstruit, u_D est la vitesse Doppler, $\mathbf{n}_w$ est la normale à la paroi, $S(\mathbf{v})$ est la fonction de lissage et les λ_i sont des paramètres de régularisation. Par convention, la vitesse Doppler est de signe opposée à la vitesse radiale c'est pourquoi la fonction cherche à minimiser la somme des deux. Enfin, le problème peut être réécrit sous forme matricielle, en utilisant des différences finies, ce qui le rend linéaire, de forme $A\mathbf{v} = \mathbf{b}$. Dans cette équation, A est une matrice creuse symétrique, $\mathbf{b}$ est un vecteur colonne contenant les vitesses Doppler, et $\mathbf{v}$ est un vecteur colonne contenant le champ de vitesse reconstruit. La Figure III-9 montre le processus de l'iVFM (*intraventricular Vector Flow Mapping* ou cartographie du flux vectoriel intraventriculaire) développé par Assi *et al.* À gauche, l'acquisition et le découpage de la région d'intérêt réalisé par le cardiologue et à droite la cartographie du flux reconstruite par l'iVFM.

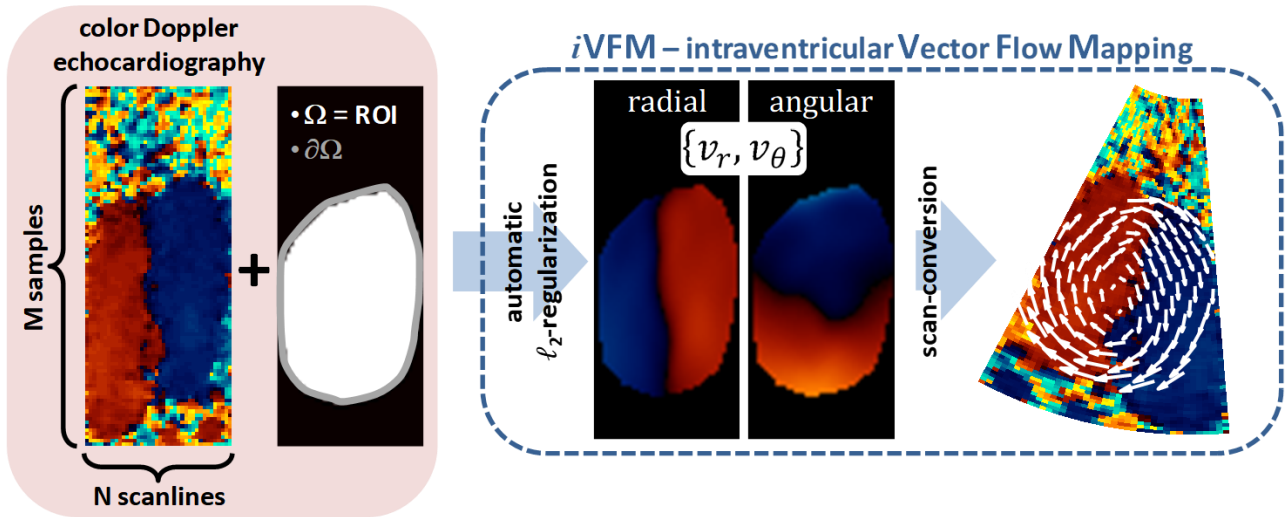


Figure III-9: Schéma explicatif de la méthode développée par Assi *et al.* À gauche, l'acquisition et le découpage de la région d'intérêt et à droite le champ de vitesse reconstruit par iVFM. (Assi *et al.* 2017)

Cette méthode permet de reconstruire rapidement et avec une bonne précision les valeurs des vitesses radiales et angulaires. Cependant, la principale limite de cette méthode est le calcul des trois paramètres de régularisation qui sont obtenus par la méthode de la courbe en L (Hansen and O'Leary 1993). Pour estimer la valeur optimale d'un paramètre avec cette méthode, plusieurs calculs sont nécessaires. Dans ce cas, trois paramètres sont à déterminer ce qui rallonge le nombre de calculs à effectuer avant l'obtention du champ de vitesse final. Enfin, la fonction coût cherche à imposer, au niveau de la paroi, un écoulement glissant sans vitesses normales : c'est-à-dire que le sang est libre de bouger le long de la paroi mais il ne suit pas le myocarde dès lors que celui-ci se remplit ou se contracte.

III.3 Reconstruction 3D

La visualisation 2D, sur un plan, a l'avantage d'être claire et compréhensible, mais elle ne permet pas une visualisation complète du flux intraventriculaire. En effet, la visualisation 2D nous renseigne seulement sur l'écoulement du sang sur une coupe et sur ce qu'il se passe dans celle-ci, mais laisse libre à interprétation le mouvement hors plan. Pour remédier à cela, plusieurs techniques 3D ont été développées en se basant soit sur le B-mode soit sur le mode Doppler de couleur.

La méthode développée par Sengupta *et al.* (Pedrizzetti et al. 2014; Sengupta, Pedrizzetti, and Narula 2012) se basent sur l'écho-PIV, acquis en mode biplan, pour estimer l'écoulement du sang dans le ventricule gauche. Le mode biplan, de la même manière que le mode triplan, permet l'acquisition de deux plans perpendiculaires. La Figure III-10 représente les résultats obtenus par cette méthode avec, en bleue, la partie du vortex en forme d'anneau qui va remplir la totalité du ventricule, et en rouge est la partie du vortex tournant dans le sens inverse.

Outre la nécessité de l'injection d'un produit de contraste, cette technique ne permet pas réellement de reconstruire l'écoulement intraventriculaire dans son ensemble. En effet, cette technique nous donne seulement accès à deux écoulements 2D sur 2 plans perpendiculaires, mais aucune information sur l'écoulement dans la direction hors plan n'est accessible.

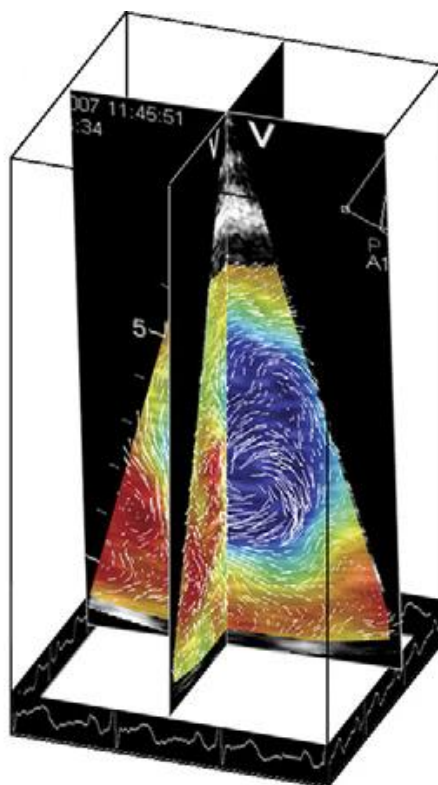


Figure III-10: Estimation de l'écoulement intraventriculaire par écho-PIV bi-planaire avec l'ECG. Champ de vitesse correspondant à la fin de la diastole. (Sengupta, Pedrizzetti, et al. 2012)

Une autre méthode plus récente, développée par Chen *et al.*, permet de reconstruire l'écoulement 3D intraventriculaire (Chen *et al.* 2021). Celle-ci aussi s'appuie sur l'injection de produit de contraste et son utilisation est possible même si la cadence d'imagerie est faible (entre 3 et 8 volumes par seconde dans l'étude). L'acquisition dure environ 80s (soit 80 cycles cardiaques) et sur chaque battement, seule un moment du cycle est imagé (en se basant sur l'ECG). En chaque point du volume à reconstruire, l'étude de la concentration de l'agent de contraste (à travers la brillance du *speckle*) sur plusieurs cycles cardiaques permet une reconstruction statistique de l'écoulement. Celui-ci est ensuite régularisé avec les équations de Navier-Stokes.

Le mode Doppler de couleur est également accessible pour les acquisitions volumiques et peut donc permettre la reconstruction de flux intraventriculaire dans son ensemble. Pour remédier au fait que le Doppler ne permet d'obtenir qu'une seule composante de la vitesse, Gomez *et al.* (Gomez *et al.* 2013, 2015; Gómez *et al.* 2013) se basent sur des acquisitions depuis plusieurs points de vue différents. Trois acquisitions volumiques du Doppler de couleur, plus une acquisition volumique du B-mode, sont nécessaires afin de reconstruire le champ de vitesse dans son ensemble. La Figure III-11 schématise la technique développée par Gomez. Une fois tous les volumes obtenus, ils sont repositionnés dans l'espace en se basant sur les points anatomiques tels que l'apex ou la valve mitrale. Le problème de reconstruction est alors écrit sous la forme d'une fonction coût à minimiser. Cette fonction cherche à minimiser la différence entre les vitesses reconstruites et les vitesses Doppler tout en imposant une condition de glissement à la paroi. Enfin, un terme de pénalisation, proportionnel à la divergence, est introduit afin d'assurer la conservation de la masse dans toute la cavité ventriculaire gauche.

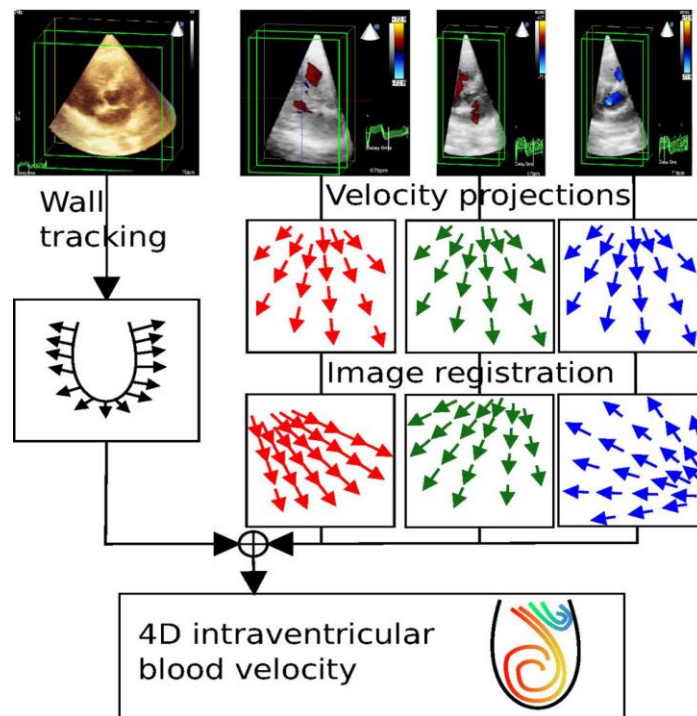


Figure III-11: Schéma de fonctionnement de la méthode développée par Gomez. Le mouvement de la paroi, calculé à partir d'un volume B-Mode, est combiné avec les vitesses Doppler des différentes vues pour récupérer le flux intraventriculaire. (Gomez *et al.* 2015)

Cette méthode permet de reconstruire l'écoulement intraventriculaire dans son ensemble en acquérant plusieurs Doppler de couleur depuis différentes fenêtres échographiques, puis en les recalant dans le temps (grâce à l'ECG), et dans l'espace (grâce aux points anatomiques). Cependant, dans un contexte clinique le recalage spatio-temporel peut être compliqué surtout si le cycle cardiaque n'est pas régulier.

Pour pallier le problème lié au recalage spatial, Grønli *et al.* (Gronli *et al.* 2018) partent d'une seule acquisition volumique Doppler de couleur afin de reconstruire le champ de vitesse intraventriculaire. Pour cela, ils emploient le logiciel libre TensorFlow qui utilise des algorithmes d'apprentissage automatique (ou *machine learning*) afin d'estimer les dérivées spatiales et temporelles. Le problème est écrit sous la forme d'un problème de minimisation contraint : ils cherchent à minimiser l'écart entre les vitesses radiales et les vitesses Doppler tout en imposant des conditions de glissement à la paroi, la conservation de la masse et une version simplifiée de la conservation du moment (équation de Navier-Stokes). La Figure III-12 montre l'écoulement intraventriculaire reconstruit au moment de la diastase (fin du remplissage rapide).

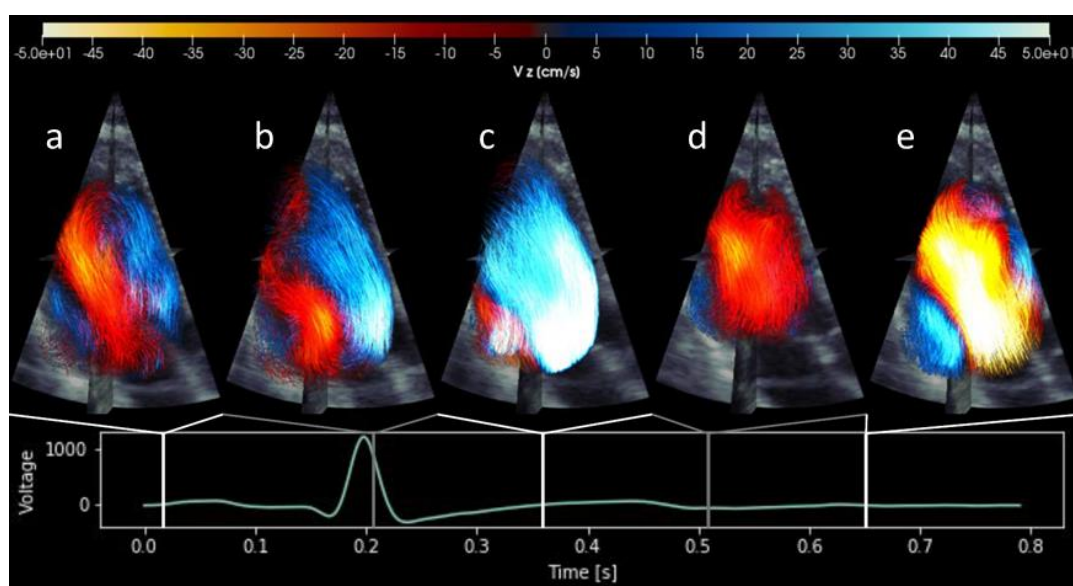


Figure III-12: Champ de vitesse intraventriculaire gauche reconstruit avec la technique développée par Grønli. L'acquisition a été faite chez un adulte sain à différents moments du cycle cardiaque. (Gronli *et al.* 2018)

Cette technique, basée sur des acquisitions volumiques, ne permet d'obtenir qu'un champ de vitesse moyen sur plusieurs cycles. En effet, la cadence d'imagerie n'étant pas suffisante pour permettre l'étude de l'écoulement sur un seul cycle, l'acquisition se fait sur 5 à 6 cycles en se calant sur l'ECG afin de fournir des volumes B-mode et Doppler de couleur. Les données volumiques extraites des échographes cliniques ne sont donc pas des volumes instantanés mais moyennés sur plusieurs cycles : ils sont donc sensibles aux arythmies cardiaques.

Bilan de l'état de l'art et orientation du travail

Nous avons présenté l'état de l'art des techniques d'estimation de l'écoulement intraventriculaire par échocardiographie chez le patient. Celles-ci sont basées soit sur l'image B-mode soit sur le Doppler de couleur. Parmi les méthodes s'appuyant sur le B-mode, l'écho-PIV est la plus utilisée, mais elle nécessite l'injection de produit de contraste, ce qui limite son application dans un contexte de routine clinique. L'autre technique basée sur le B-mode est le *blood speckle tracking*. Elle ne nécessite pas d'injection de produit de contraste car elle estime l'écoulement directement à partir des *speckles* du sang. Son utilisation en clinique chez l'adulte n'est pas possible de nos jours car la cadence d'imagerie nécessaire à cette technique est supérieure à celle accessible sur les échographes cliniques. En ce qui concerne les méthodes utilisant le Doppler de couleur, une partie d'entre elles décompose le flux en deux parties afin de reconstruire le vortex de manière séparée : les hypothèses utilisées dans ces cas-là sont fortes et ne sont pas toujours vérifiées dans des conditions physiologiques. L'autre partie des méthodes, s'appuyant sur le Doppler, utilise des équations de mécanique des fluides afin de reconstruire l'écoulement. Ces méthodes sont robustes et sont les plus enclins à être utilisées en routine dans un contexte médical, car elles se basent sur des acquisitions cliniques. La limite principale de ces techniques est qu'elles ne permettent pas une étude 3D de l'écoulement. Enfin, les méthodes proposées en 3D ne permettent généralement pas de reconstruire un écoulement instantané, mais seulement un écoulement moyen sur plusieurs cycles.

Notre approche a pour objectif de permettre la reconstruction de l'écoulement intraventriculaire en 3 dimensions en se basant uniquement sur des acquisitions échographiques. Pour cela, nous avons utilisé l'imagerie triplan disponible sur les échographes afin d'obtenir plusieurs images par cycle, et donc d'obtenir un champ qui n'est pas moyenné sur plusieurs cycles et ainsi éviter d'avoir à recalibrer les acquisitions avec l'ECG. Enfin, cette méthode devra être également compatible avec des images échographiques 2D, pour permettre une reconstruction de l'écoulement dans le plan.

La méthode proposée se basera donc sur le Doppler de couleur triplan et des équations de mécanique des fluides, notamment celles utilisées dans Assi *et al.* (Assi *et al.* 2017), qui reposent sur des propriétés hémodynamiques, pour permettre une reconstruction rapide de l'écoulement et dans tout le volume du ventricule gauche. Le problème sera écrit sous la forme d'un problème de minimisation sous contraintes afin de limiter le nombre de paramètres à régler. Enfin, la méthode sera automatisée de manière à la rendre robuste et à réduire la variabilité inter-opérateur.

Afin de permettre la reconstruction de l'écoulement, nous avons fait deux hypothèses : nous avons considéré que l'acquisition était instantanée (pas de délai entre le début et la fin de l'acquisition du triplan) et que l'écoulement global est lisse, notamment dans la direction hors plan.

CHAPITRE IV

« *Intraventricular Vector Flow Mapping* » 3D

Dans ce chapitre, nous décrivons la méthode que nous avons développée. Dans une première partie, nous présentons les données sur lesquelles se base l'iVFM (*intraventricular Vector Flow Mapping*, ou cartographie vectorielle du flux intraventriculaire en français), ainsi que les contraintes utilisées. Ces contraintes s'appuient sur la mécanique des fluides afin de permettre une reconstruction cohérente de l'écoulement du sang. Le problème est ensuite mis en équation. Dans une seconde partie, nous expliquons notre choix quant à la matrice de régularisation utilisée pour obtenir un champ de vitesse lisse dans les trois directions de l'espace, ainsi que les hypothèses faites pour permettre la reconstruction de l'écoulement dans le ventricule gauche complet à partir d'une échographie triplan. Dans la dernière partie, nous réécrivons le problème sous forme d'un produit matrice-vecteur afin de pouvoir effectuer le calcul de manière numérique. Enfin, une simplification du problème est décrite à la fin du chapitre afin de permettre la reconstruction d'un champ de vitesse en deux dimensions à partir d'une acquisition Doppler de couleur 3 cavités.

IV.1 Écriture du problème

IV.1.1 Les données cliniques

L'*intraventricular Vector Flow Mapping* (iVFM) est une technique dédiée à l'application clinique, c'est pourquoi elle est basée sur des données cliniques facilement accessibles. Via l'utilisation du logiciel EchoPAC, il est possible d'extraire les données brutes (avant conversion de l'échographe, i.e. dans un repère polaire, voir Figure IV-1) des échographes cliniques et de les utiliser pour la reconstruction du flux intraventriculaire. Ces données incluent le type de sonde utilisée, le type d'échographe, le mode d'acquisition, les données B-mode et Doppler ou encore l'ECG. Une fois extraites, ces informations sont regroupées dans un fichier dont l'extension est h5 ou hdf5 avant d'être anonymisées. Finalement, les données peuvent être lues par différents logiciels spécifiques ou non au domaine clinique.

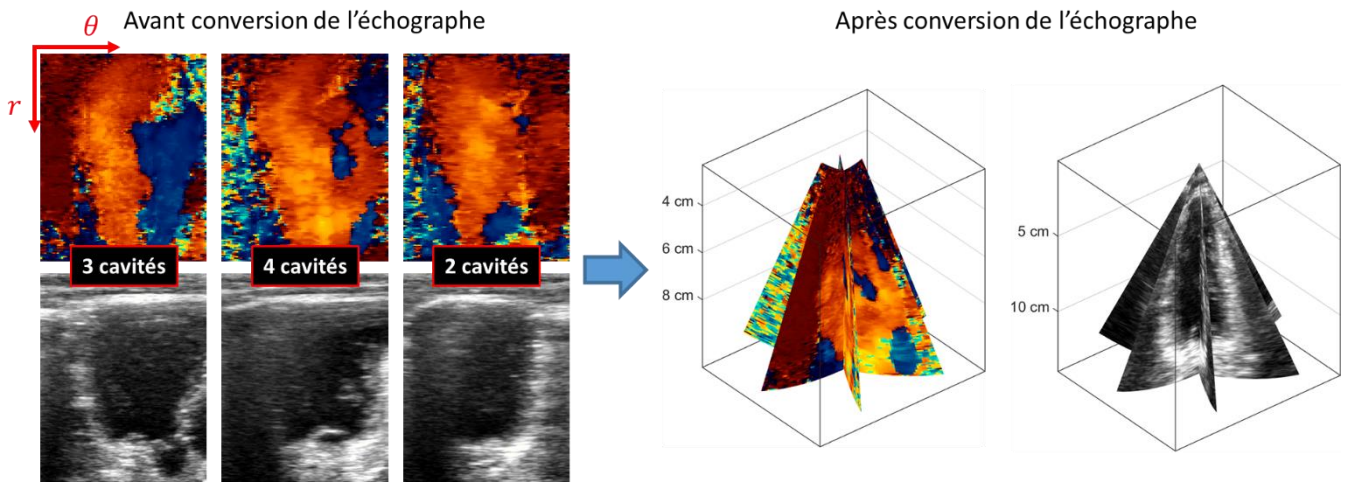


Figure IV-1: Acquisition triplan avant conversion de l'échographe à gauche, et après conversion à droite (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021).

Dans notre cas, ce sont surtout les données échocardiographiques qui vont nous intéresser, telles que les données B-mode et Doppler de couleur. L'image B-mode est représentée par une grille, ou matrice, de valeurs entières codées sur 8 bits. En ce qui concerne le Doppler de couleur, il n'est pas accessible directement, mais peut être obtenu en multipliant le « déphasage normalisé » par la vitesse de Nyquist (équation (II.1)). Le « déphasage normalisé » se présente sous forme de grille (une valeur par acquisition Doppler) où chaque valeur est un réel, codé sur 32 bits, compris entre -1 et 1 (équivalent à $\Delta\phi/\pi$ dans l'équation (II.1)) ; la vitesse de Nyquist est un scalaire réel codé sur 32 bits. Une autre information Doppler, accessible grâce au logiciel EchoPAC, est le Doppler de puissance. Il fournit des renseignements sur la force du signal reçu en chaque point de la grille Doppler de couleur. L'information qu'il contient est donc reliée à la fiabilité du Doppler de couleur, car plus le signal renvoyé est puissant, plus il est facile d'obtenir le déphasage du signal et donc plus il est facile d'estimer correctement la vitesse Doppler. Le Doppler de puissance se présente également sous la forme d'une matrice de valeurs réelles comprises entre 1 et 100, et codées sur 32 bits. La Figure IV-2 montre ces trois acquisitions (B-mode, Doppler de couleur et Doppler de puissance) avant la conversion de l'échographe. La grille B mode est généralement plus grande que la grille du Doppler de couleur, qui elle, est de même taille que celle du Doppler de puissance. Plus la valeur du Doppler de puissance est élevée, plus elle tend vers le jaune, et plus elle est faible, plus elle tend vers le bleu. Dans le coin en bas à droite, le Doppler de couleur est très bruité, et donc il n'est pas fiable ; le Doppler de puissance tend vers 1 dans cette zone.

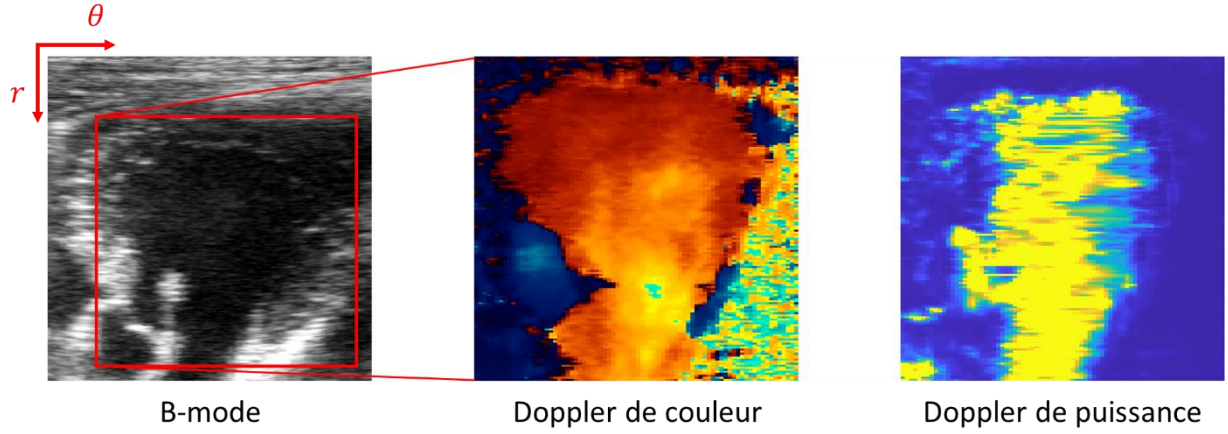


Figure IV-2: Acquisition d'une image B-mode avec un Doppler de couleur, ainsi que le Doppler de puissance associé.

Enfin, les dernières informations nécessaires à la mise en place de notre méthode sont celles relatives à la grille des coordonnées Doppler et au temps d'acquisition. Dans un fichier h5 la grille n'est pas directement donnée, il faut la calculer à partir de la profondeur minimale et maximale ainsi que l'angle d'ouverture utilisé lors de l'acquisition. La profondeur est donnée par rapport au centre de la sonde, définie par convention comme l'origine de la grille. À partir de ces valeurs, la grille est reconstruite, et chaque point de celle-ci est régulièrement espacé dans un repère cardiaque (i.e. polaire, voir Section II.2.3). Pour une acquisition en mode triplan, une dernière information est donnée : l'angle de rotation par rapport au premier plan (respectivement 0° , 60° et 120°).

Le système de coordonnées du triplan étant différent de celui communément utilisé en physique (convention ISO 80000-2:2019) ; nous les avons adaptées afin de simplifier les calculs. Les coordonnées sphériques utilisées dans l'iVFM-3D sont présentées dans la Figure IV-3. Le centre de la sonde est l'origine du repère, le plan xOz est le plan où φ vaut 0, pour les x positifs, ou π , pour les x négatifs et θ vaut 0 le long des z positifs et π le long des z négatifs. La direction φ correspond à la direction hors plan ou azimuthale, θ à la direction d'élévation ou polaire et r à la direction radiale. Au final, chaque plan est découpé en 2 demi-plans (au niveau de l'axe d'intersection des plans), c'est pourquoi nous avons au final 6 demi-plans par acquisition. Ce changement de coordonnées permet également de mettre en avant la symétrie du ventricule gauche par rapport à l'axe apex-valve mitrale (voir Section I.1.3).

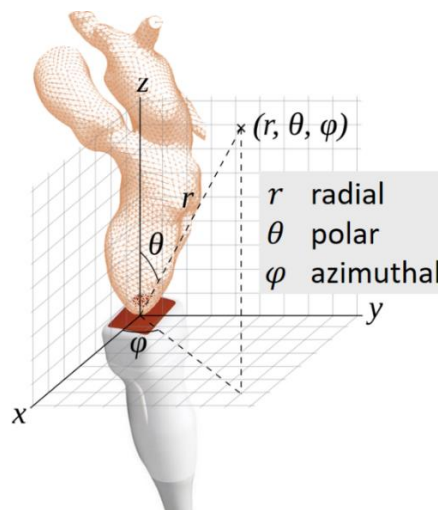


Figure IV-3: Schéma de la sonde et du cœur gauche lors d'une acquisition échographique superposée aux repères sphérique et cartésien adoptés dans notre méthode (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021).

IV.1.2 L'équation de continuité

L'équation de continuité est une équation fondamentale de la mécanique des fluides : c'est l'équation de conservation de la masse pour un fluide.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (\text{IV.1})$$

Tout écoulement fluide respecte l'équation (IV.1) (en l'absence de source et de puits), où ρ est la masse volumique et $\mathbf{v}$ est le vecteur vitesse du fluide en variable d'Euler ; les variables d'Euler sont adaptées à notre problème, car elles permettent de décrire l'écoulement comme un ensemble de volumes de référence (dans notre cas les pixels ou voxels) dans lesquels le fluide peut entrer et/ou sortir. L'équation de continuité prend en compte les variations de masse volumique, qui peuvent être interprétées comme une augmentation ou une diminution de la quantité de fluide dans le volume de référence considéré, ainsi que les échanges de fluide entre les volumes.

Nous faisons l'hypothèse que le sang est un fluide incompressible, c'est-à-dire un fluide dont la masse volumique est constante au sein du volume considéré et au cours du temps. Cette hypothèse permet de simplifier l'équation de continuité comme suit :

$$\text{div}(\mathbf{v}) = 0 \quad (\text{IV.2})$$

Afin de reconstruire l'écoulement intraventriculaire, nous avons utilisé l'équation de continuité comme une contrainte physique. En effet, la reconstruction de l'écoulement étant en trois dimensions, cette relation est vérifiée et nous permet de reconstruire un écoulement consistant d'un point de vue physique. Dans notre cas, le système de coordonnées utilisé est sphérique, l'équation (IV.2) s'écrit donc sous la forme suivante :

$$\frac{2v_r}{r} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\cos(\theta) v_\theta}{r \sin(\theta)} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} = 0 \quad (\text{IV.3})$$

Où v_r , v_θ et v_φ sont les trois composantes de la vitesse $\mathbf{v}$, et r , θ et φ sont les trois directions de l'espace. Afin d'éviter des divisions par 0, nous avons multiplié l'équation (IV.3) par $r \sin(\theta)$ lors de son utilisation comme contrainte de notre problème.

IV.1.3 Condition de glissement à la paroi

La deuxième contrainte que nous avons utilisée pour reconstruire l'écoulement intraventriculaire est une condition sur l'écoulement du sang à la paroi, aussi appelée condition aux limites. Il existe deux grands types de condition à la paroi en mécanique des fluides : la condition de glissement et la condition de non-glissement à la paroi (dans notre cas, le myocarde).

La condition de non-glissement à la paroi est la condition aux limites la plus communément utilisée en mécanique des fluides. Elle décrit un écoulement où le fluide adhère à la paroi, c'est-à-dire que la vitesse du flux au niveau de la paroi est égale à la vitesse de la paroi. Cette condition prend en compte la couche limite : c'est une zone de faible épaisseur où l'écoulement est dominé par les forces de viscosité dues à l'interaction avec la paroi. Pour prendre en compte cette couche limite, le maillage

doit être assez fin pour considérer les fortes variations de vitesse présentes dans l'épaisseur de la couche limite. Dans le cas de l'échographie, la résolution spatiale est limitée ($d_r \approx 0,5$ mm, $d_\theta \approx 0,02$ rad) et ne permet pas l'étude de la couche limite, de plus, les trabécules, présentes à la surface de l'endocarde, ont un impact sur celle-ci, mais elles ne sont pas visibles non plus par échographie ; c'est pourquoi nous considérons la paroi du ventricule comme une surface lisse.

L'utilisation de condition de non-glissement à la paroi peut avoir un impact préjudiciable sur la reconstruction de l'écoulement, notamment proche de l'endocarde. Ces paramètres nous poussent à considérer un écoulement glissant à la paroi. Contrairement à l'écoulement non-glissant, cette hypothèse n'impose aucune adhésion du sang à la paroi dans la direction tangente à cette dernière. Néanmoins, dans la direction normale, le sang est lié au myocarde, de sorte qu'il ne puisse pas le traverser ou s'en décoller ; cela donne la condition à la paroi suivante :

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_w - \mathbf{v}_w \cdot \mathbf{n}_w = 0 \text{ sur } \partial\Omega \quad (\text{IV.4})$$

Où $\mathbf{v}$ est le vecteur vitesse du fluide, $\mathbf{v}_w$ est le vecteur vitesse de la paroi, $\mathbf{n}_w$ est le vecteur normal à la paroi et Ω est la région d'intérêt (le ventricule gauche). Cette condition sera plus précisément appliquée sur l'endocarde, en excluant la valve mitrale et la valve aortique.

Cependant, le mode triplan ne nous permet ni l'accès direct à la composante hors plan de la vitesse de la paroi ($v_{w\varphi}$), ni à celle de la composante hors plan de la normale à la paroi ($n_{w\varphi}$), donc il n'est pas possible d'appliquer la contrainte de glissement dans cette direction. Afin de trouver la contrainte la plus adaptée pour la direction hors plan, nous avons essayé quatre conditions à la paroi différentes sur un modèle numérique d'écoulement cardiaque (voir Section V.1): un cas (idéal) où nous avons toutes les informations, un cas où nous n'imposons rien sur φ à la paroi, un cas où nous estimons $n_{w\varphi}$ à la paroi et une vitesse de la paroi nulle ($v_{w\varphi} = 0$), et enfin un cas où nous imposons $v_\varphi = 0$ à la paroi. Le Tableau IV-1 récapitule les résultats que nous avons obtenus sur ce modèle, pendant la diastole. Le minimum d'erreur, hors cas idéal, est obtenu dans le cas où $v_\varphi = 0$ à la paroi, c'est pourquoi nous avons gardé cette condition comme contrainte à la paroi pour le reste de l'étude.

Méthode	Cas idéal	Non contraint	Vitesse de la paroi nulle ($v_{w\varphi} = 0$)	Vitesse du flux nulle à la paroi ($v_\varphi = 0$)
Erreur globale (RMSE)	20,33%	33,74%	29,03%	23,58%

Tableau IV-1: Calcul de l'erreur lors de la diastase pour différentes conditions à la paroi pour la composante hors plan.

IV.1.4 Minimisation du problème

Pour rappel, notre problème est exprimé sous la forme d'un problème de minimisation sous contraintes : cela signifie que nous cherchons le minimum d'une fonction coût satisfaisant chacune des contraintes. En d'autres termes, parmi toutes les solutions existantes, seule les solutions respectant les contraintes sont prises en compte, puis parmi ces solutions, la solution retenue est celle qui minimise la fonction coût. Cette fonction, comme pour Assi *et al.* (Assi *et al.* 2017), se base sur l'adéquation entre les vitesses Doppler et les vitesses radiales du champ de vitesse reconstruit, ainsi que sur un lisseur (voir Section IV.2.2). Notre problème peut donc être écrit sous la forme suivante :

Minimiser

$$J(\mathbf{v}) = \int_{\Omega} (v_r + u_D)^2 d\Omega + \alpha \mathcal{L}(\mathbf{v})$$

Tel que

(IV.5)

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\mathbf{v}) = 0 & \text{sur } \Omega, \\ (v_r - v_w r) n_{w r} + (v_\theta - v_w \theta) n_{w \theta} = 0 & \text{sur } \partial\Omega \\ v_\varphi = 0 & \text{sur } \partial\Omega \end{cases}$$

Où J est la fonction coût, v_r , v_θ et v_φ sont respectivement les vitesses radiales, d'élévation et azimutales, u_D est la vitesse Doppler, $\mathcal{L}$ est la fonction de lissage, α est le paramètre de lissage, Ω est la région d'intérêt, $\mathbf{v}_w$ est la vitesse de la paroi et $\mathbf{n}_w$ est la normale à la paroi. Par convention, les vitesses Doppler et radiales sont de signes opposés, c'est pourquoi nous cherchons à minimiser leur somme et non leur différence.

Afin de tenir compte des contraintes dans l'écriture de la fonction coût, des multiplicateurs de Lagrange ont été utilisés. Ces multiplicateurs deviennent des inconnues de notre fonction, c'est pourquoi elle se note désormais $J(\mathbf{v}, \lambda_1, \lambda_2)$, où λ_1 est un vecteur de multiplicateurs relatifs à la contrainte de conservation de la masse, et λ_2 est un vecteur de multiplicateurs relatifs à la contrainte à la paroi. Le problème s'écrit alors sous la forme suivante :

Minimiser

$$J(\mathbf{v}, \lambda_1, \lambda_2) = \int_{\Omega} (v_r + u_D)^2 d\Omega + \alpha \mathcal{L}(\mathbf{v}) + \lambda_1 \operatorname{div}(\mathbf{v}) + \lambda_2 \operatorname{bnd}(\mathbf{v}) \quad (\text{IV.6})$$

Où $\operatorname{bnd}(\mathbf{v})$ est la fonction relative aux contraintes à la paroi. Enfin, pour trouver le minimum de la fonction coût, nous cherchons les valeurs des inconnues de manière à ce que la dérivée de $J(\mathbf{v}, \lambda_1, \lambda_2)$ soit nulle, autrement dit :

$$\Delta J(\mathbf{v}_{sol}, \lambda_{1 sol}, \lambda_{2 sol}) = 0 \quad (\text{IV.7})$$

Où $\mathbf{v}_{sol}$, $\lambda_{1 sol}$, $\lambda_{2 sol}$ sont les solutions du problème. Le champ de vitesse reconstruit, en trois dimensions, est contenu dans la variable $\mathbf{v}_{sol}$. Seule cette variable est considérée pour l'étude du flux intraventriculaire.

IV.2 Lissage et création du volume

IV.2.1 Interpolation trigonométrique

L'iVFM-3D a pour objectif de fournir rapidement une estimation du flux pour permettre l'étude du vortex intraventriculaire par le cardiologue. Pour ce faire, nous avons écrit le problème de minimisation sous la forme d'un produit matrice-vecteur, en utilisant la méthode des différences finies avec un schéma centré d'ordre 2 (voir Section IV.3). Bien que l'échantillonnage de l'échographie Doppler soit suffisant dans les directions radiale et d'élévation pour cette méthode, il est limité dans la direction azimutale (6 échantillons, voir Section II.3.2). Pour obtenir des dérivées azimutales correctes

et assurer une reconstruction volumique complète (et non seulement sur les trois plans), nous avons exprimé les composantes de la vitesse par une fonction paramétrée périodique dans la direction azimutale (Scheiber 2011). Cette fonction permet d'assurer la continuité de l'écoulement et des dérivées dans tout le volume, notamment entre le premier et le dernier plan. De plus, définir chaque composante comme une fonction paramétrée périodique nous assure que le champ de vitesse sera lisse dans la direction hors plan. Les composantes de la vitesse ont été définies de la manière suivante :

$$v_k = a0_k(r, \theta) + a1_k(r, \theta) \cos(\varphi) + a2_k(r, \theta) \cos(2\varphi) + a3_k(r, \theta) \cos(3\varphi) + a4_k(r, \theta) \sin(\varphi) + a5_k(r, \theta) \sin(2\varphi) \quad (\text{IV.8})$$

Avec $k \in \{r, \theta, \varphi\}$.

Chaque composante de la vitesse a été paramétrée par 6 coefficients $a0_k$ jusqu'à $a5_k$ puisque nous avons accès à six demi-plans. Désormais, notre objectif est de déterminer ces coefficients pour ensuite calculer les vitesses sur le nombre de plans désirés. Il faut noter que, pour un couple (r, θ) fixé, nous cherchons à déterminer les six coefficients trigonométriques an_k de chaque composante de la vitesse, soit 18 valeurs de coefficient. Pour un triplan de taille $(M \times N \times O)$, où M est le nombre de points par lignes d'acquisition et N le nombre de lignes par demi-plan, et O le nombre de demi-plans par acquisition (6 dans le cas du triplan), nous devons déterminer $3MNO$ coefficients.

IV.2.2 Choix du lisseur

Les vitesses Doppler acquises en échographie peuvent être fortement bruitées, ce qui peut affecter le champ de vitesse reconstruit, en introduisant localement de fortes variations de vitesse. Pour limiter l'impact du bruit, et obtenir un champ de vitesse lisse, l'utilisation d'une fonction de régularisation (i.e. lissage) est nécessaire lors de la résolution du problème. De la même manière que pour les conditions à la paroi utilisées pour v_φ (Section IV.1.3), plusieurs lisseurs ont été étudiés en vue de sélectionner le plus adapté pour l'iVFM-3D. Afin de lisser les champs de vitesse dans toutes les directions, nous avons opté pour des méthodes basées sur les dérivées secondes et croisée. Nous avons notamment étudié deux types de lisseurs, la matrice Hessienne et la flexion de plaque mince (*TPS* ou *Thin Plate Spline* en anglais) (Duchon 1976). Plus précisément, nous avons considéré la norme de Frobenius de la matrice Hessienne comme lisseur. Même si ces deux lisseurs sont équivalents en cartésien, ils ne le sont pas ni en polaire ni en sphérique car la matrice Hessienne prend en compte la métrique. Dans le cas de la matrice TPS, ce sont uniquement les variations de valeur qui sont considérées (sans tenir compte des métriques). Par ailleurs, nous avons exprimé les composantes de la vitesse par une fonction paramétrée périodique dans la direction azimutale (voir Section IV.2.1), elles sont donc définies comme étant lisses dans cette direction. Pour prendre cela en considération, nous avons considéré des lisseurs polaires (lissage dans le plan d'acquisition, (r, θ)), et nous les avons comparés aux lisseurs 3D (lissage dans le volume (r, θ, φ)).

Les lisseurs ont été comparés sur deux écoulements à divergence nulle : le vortex de Hill (Norbury 1972) et un écoulement dont le champ de vitesse est équivalent à celui d'une boule en rotation (appelé EBR pour « écoulement de la boule en rotation » par la suite). Le vortex de Hill est un vortex en forme d'anneau très similaire au vortex intraventriculaire du début de la diastole (Section I.2.3), il avance dans une direction en s'enroulant sur lui-même. Lors de la simulation de l'acquisition triplan sur le vortex de Hill, nous avons aligné l'axe d'intersection des trois plans du triplan avec l'axe de symétrie du vortex. Cela nous permet d'obtenir un maximum d'informations Doppler, puisque l'axe principal de

l'écoulement est colinéaire à l'axe ultrasonore ; néanmoins, cela peut également introduire des biais dans les résultats obtenus. Afin de casser cette symétrie, nous aurions pu considérer un mouvement de rotation ou de translation d'un axe par rapport à l'autre, mais cela aurait diminué drastiquement l'information acquise sur l'écoulement. C'est pourquoi nous avons préféré introduire un autre écoulement, l'EBR, dont l'axe de symétrie n'est pas aligné avec l'axe du triplan mais est parallèle au plan de la sonde. La Figure IV-4 présente ces écoulements à l'aide d'une coupe et de lignes de courant. Les couleurs sur les coupes correspondent aux vitesses Doppler acquises (de manière numérique) et la longueur des flèches est proportionnelle à la vitesse du flux.

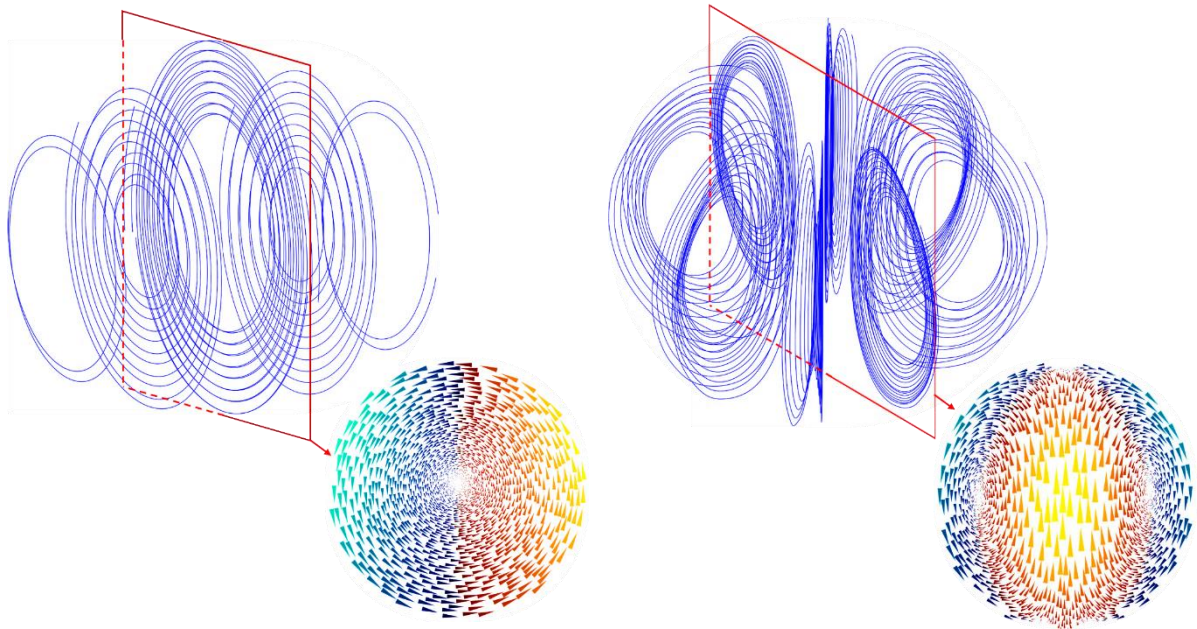


Figure IV-4: Lignes de courant de l'écoulement de la boule en rotation à gauche, et du vortex de Hill à droite. Les lignes de courant sont accompagnées d'une coupe 2D dont la taille des flèches est proportionnelle à la vitesse du flux et la couleur représente la vitesse Doppler acquise.

Le résultat de ces tests est résumé dans le Tableau IV-2, qui reprend les valeurs d'erreur obtenues pour ces deux écoulements pour chacun des différents lisseurs considérés.

	Sphérique		Polaire	
	TPS	Hessien	TPS	Hessien
Erreur vortex de Hill (RMSE)	2,49%	28,79%	0,92%	10,79%
Erreur sur l'EBR (RMSE)	10,95%	44,22%	3,17%	43,54%

Tableau IV-2: Calcul de l'erreur sur deux écoulement simples pour différents lisseurs polaires ou sphériques.

Nous pouvons en conclure que les lisseurs polaires permettent d'obtenir de meilleurs résultats. Par ailleurs ils permettent de diminuer le temps de calcul, car les matrices utilisées sont plus petites. Les matrices Hessiennes sont plus grosses que les matrices TPS ce qui augmente également le temps de calcul. De plus, elles introduisent des vitesses hors-plan élevées (voir Figure IV-5) qui semblent être liées à l'introduction de nombreux termes dans la matrice de lissage. Cela est appuyé par le fait que la matrice Hessienne sphérique, qui contient plus de termes, estime des vitesses plus élevées que le lisseur Hessian polaire. En augmentant la valeur du paramètre de lissage (Section IV.2.3), les vitesses hors-plan diminuent grâce à une régularisation plus importante (le minimum d'erreur est atteint dans les deux cas pour $\alpha = 10^{-7}$). Cependant, pour faire diminuer suffisamment ces vitesses, il faut augmenter la valeur du paramètre de lissage au-delà de sa valeur optimale, ce qui a un impact significatif sur les autres composantes de la vitesse (voir Figure IV-6).

Pour la suite de ce manuscrit, seul le lisseur polaire TPS a été retenu.

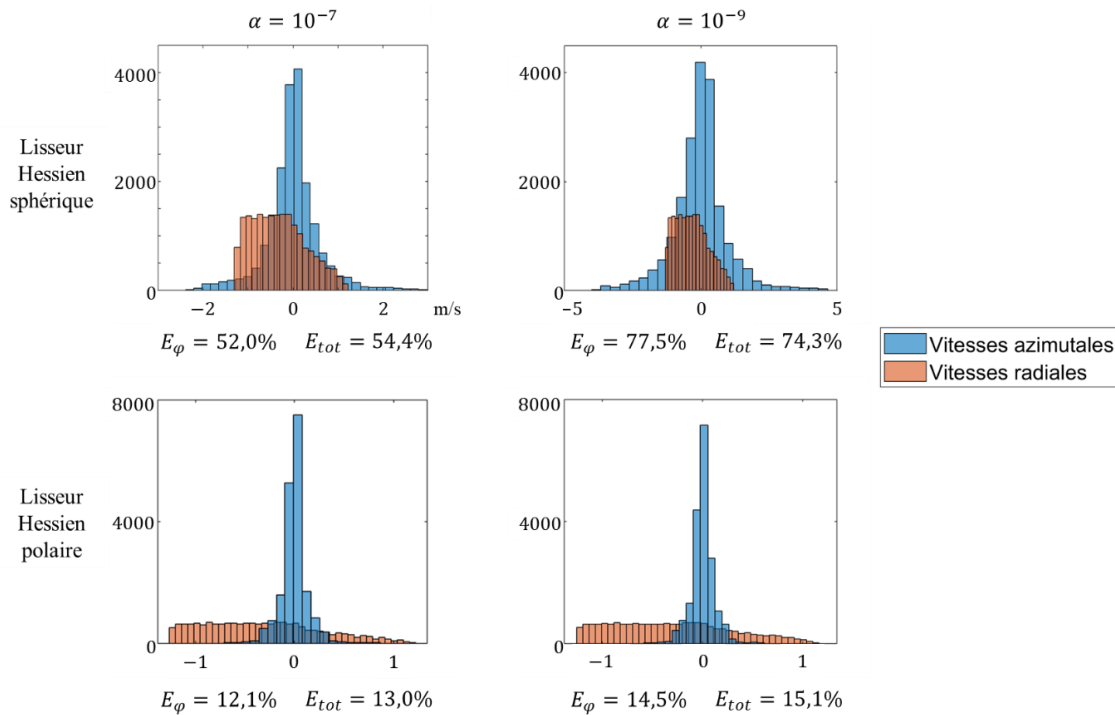


Figure IV-5: Histogramme des vitesses azimutales et radiales pour les lisseurs Hessiens sphérique et polaire avec deux valeurs de lissage différentes, dans le cas du vortex de Hill.

IV.2.3 Choix du paramètre de lissage

Maintenant que nous avons déterminé notre matrice de lissage, le choix du paramètre de lissage, appelé α (équation (IV.5)), est crucial afin de permettre une bonne reconstruction du champ de vitesse. Ce paramètre est un scalaire réel strictement positif. La Figure IV-6 présente trois cas avec des valeurs de paramètre de lissage différentes : un cas où le paramètre est sous-évalué, un cas où il est optimal et enfin, un cas où il est surévalué. Si le paramètre de lissage est trop faible, du bruit sera présent dans les vitesses reconstruites, et donc l'écoulement ne sera pas clairement visible. Au contraire, si le paramètre de lissage considéré est trop élevé, les vitesses de l'écoulement reconstruit seront trop homogénéisées et tendront vers une vitesse identique partout. Afin de rendre notre algorithme utilisable en routine clinique, il est nécessaire que ce paramètre soit calculé de manière complètement automatique, puisque cela assure la reproductibilité des résultats obtenus, et permet également de diminuer la variabilité inter-opérateur.

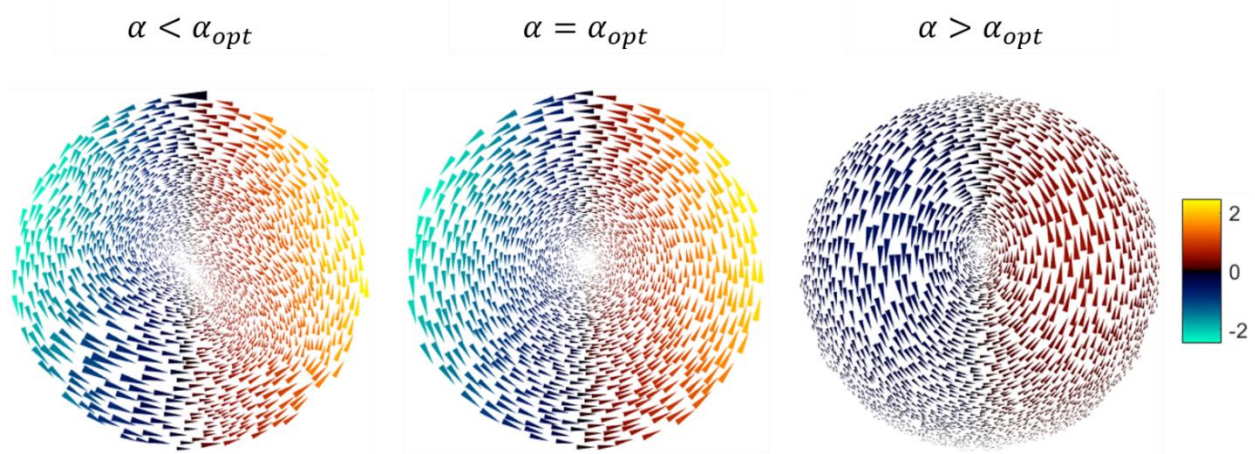


Figure IV-6: Écoulement dans le premier plan du triplan pour 3 paramètres de lissage différents dans le cas de l'écoulement de la boule en rotation.

Pour déterminer la valeur optimale du paramètre de lissage, nous avons opté pour la méthode de la L-curve (ou courbe en L en français) (Hansen 2001). Cette méthode permet d'identifier la valeur de α permettant le meilleur compromis entre la proportion de régularisation (lissage) et la qualité de l'ajustement aux données d'entrée (adéquation aux vitesses Doppler). La L-curve consiste en un tracé log-log de la norme résiduelle (ou norme de l'écart aux données) en fonction de la norme de régularisation pour un ensemble de valeurs du paramètre de lissage, c'est-à-dire que la méthode de la L-curve nécessite de résoudre le système linéaire avec plusieurs valeurs du paramètre de lissage. En général, l'utilisation d'une échelle log-log permet d'obtenir le tracé d'une courbe en forme de L, et la valeur offrant le meilleur compromis biais-variance est positionnée dans le coin du L.

Dans notre cas, la valeur "optimale" était celle qui correspondait au point d'inflexion ascendant de la courbe en L. La Figure IV-7 représente la courbe obtenue sur le cas de l'écoulement de la boule en rotation, avec, en rouge, la valeur du paramètre de lissage qui minimise l'erreur par rapport à la référence. Le coin de la L-curve est proche de la valeur optimale de α qui permet d'obtenir le minimum d'erreur. La Figure IV-7 permet de voir l'influence du paramètre de régularisation sur l'erreur globale de la reconstruction.

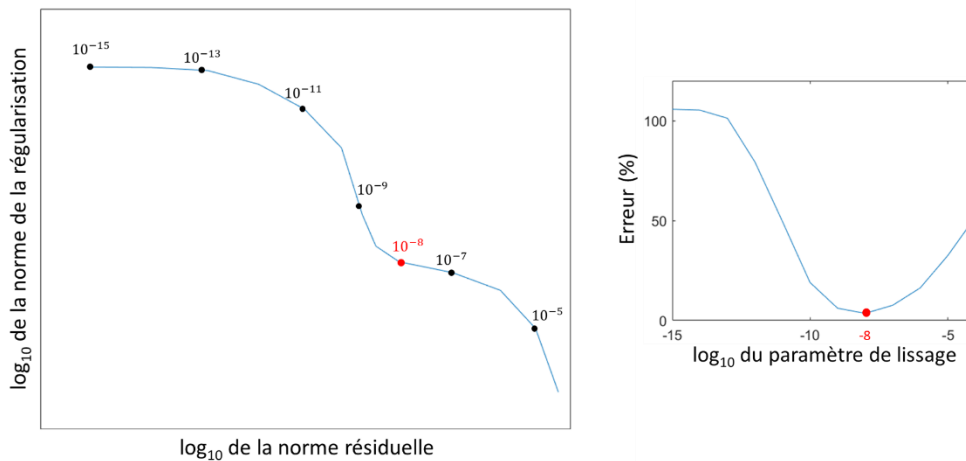


Figure IV-7: Tracé de la L-curve à gauche avec différentes valeurs de lissage et en rouge, la valeur minimisant l'erreur par rapport à la référence. À droite, l'évolution de l'erreur en fonction du paramètre de lissage.

IV.3 Numérisation du problème

IV.3.1 Introduction des opérateurs mathématiques

La vitesse Doppler, ainsi que chaque composante de la vitesse calculée par notre méthode, peuvent être représentées sous la forme d'un tenseur : une grille 3D (nous considérerons uniquement les tenseurs d'ordre 3 dans ce manuscrit). Cependant, pour résoudre le problème de manière numérique, ce dernier doit être écrit sous forme d'un produit matrice-vecteur, c'est pourquoi les tenseurs doivent être réécrits sous forme vectorielle (vectorisation, voir Figure IV-8).

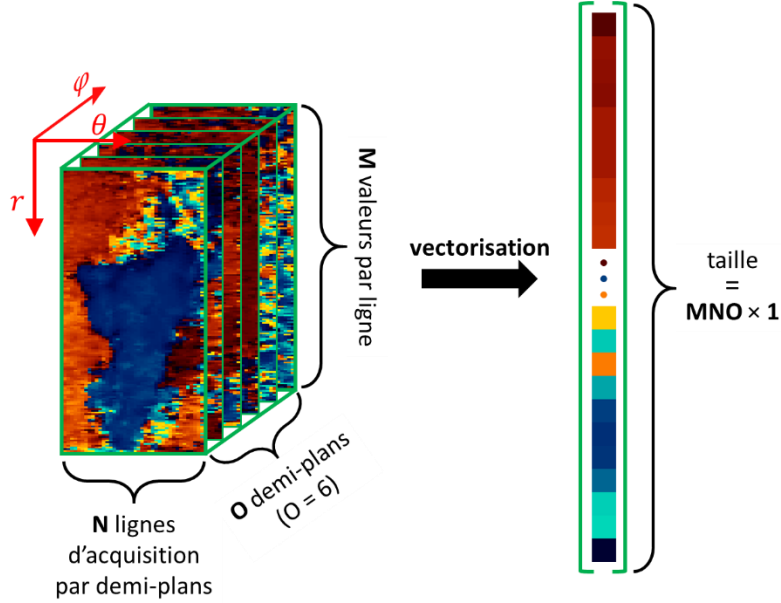


Figure IV-8: Schéma d'un tenseur contenant une acquisition Doppler triplan et du vecteur correspondant (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021).

Dans ce chapitre, nous faisons la distinction entre les scalaires (0D), les vecteurs (1D), les matrices (2D) et les tenseurs (3D). Afin de permettre une meilleure visibilité et compréhension, les scalaires seront notés en minuscule (a), les vecteurs en minuscule et en gras ($\mathbf{a}$), les matrices en majuscule (A), et les tenseurs en majuscule et en gras ($\mathbf{A}$).

Dans l'optique de réécrire le problème sous forme tensorielle, nous avons besoin d'introduire quatre notions mathématiques : le produit d'Hadamard, le produit de Kronecker, le produit tensoriel et le produit mode μ .

- Premièrement, le produit d'Hadamard, noté $\circ$, est simplement le produit terme à terme des matrices ou tenseurs considérés :

$$A \circ B = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 b_1 & a_2 b_2 \\ a_3 b_3 & a_4 b_4 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.9})$$

- Le produit de Kronecker, noté $\otimes$, est la multiplication de tous les termes d'une matrice A par la matrice B.

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix} & a_2 \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix} \\ a_3 \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix} & a_4 \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.10})$$

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_1 b_1 & a_1 b_2 & a_2 b_1 & a_2 b_2 \\ a_1 b_3 & a_1 b_4 & a_2 b_3 & a_2 b_4 \\ a_3 b_1 & a_3 b_2 & a_4 b_1 & a_4 b_2 \\ a_3 b_3 & a_3 b_4 & a_4 b_3 & a_4 b_4 \end{bmatrix}$$

- Le produit tensoriel, noté $\otimes_o$ est l'extension du produit dyadique (ou *outer product* en anglais) aux tenseurs. Il permet de créer un tenseur à partir d'une matrice et d'un vecteur, ou une matrice à partir de deux vecteurs (produit dyadique en exemple ci-dessous).

$$\mathbf{a} \otimes_o \mathbf{b} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \otimes_o \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 b_1 & a_1 b_2 & a_1 b_3 \\ a_2 b_1 & a_2 b_2 & a_2 b_3 \\ a_3 b_1 & a_3 b_2 & a_3 b_3 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.11})$$

- Enfin, le produit mode μ , noté $\bullet_\mu$, est une multiplication tenseur-tenseur ou matrice-tenseur. Cette opération, dans le cas de deux tenseurs, est équivalente à écrire les tenseurs sous forme de matrices, puis à multiplier ces dernières entre elles, en utilisant une multiplication matricielle standard. L'écriture des tenseurs sous forme matricielle (voir Figure IV-9) en mode μ , noté $A^{(\mu)}$, permet donc le calcul entre tenseurs dans la direction de l'espace souhaitée. Prenons par exemple, un tenseur $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n_1, n_2, n_3}$ et une matrice $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m, n_1}$, alors la matrice $\mathbf{X}^{(1)} \in \mathbb{R}^{n_1, (n_2 \times n_3)}$, et nous pouvons ainsi effectuer les calculs suivants :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \bullet_1 \mathbf{X} \Leftrightarrow \mathbf{Y}^{(1)} = \mathbf{A} \mathbf{X}^{(1)} \quad (\text{IV.12})$$

Où $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{m, n_2, n_3}$ est un tenseur et $\mathbf{Y}^{(1)} \in \mathbb{R}^{m, (n_2 \times n_3)}$ est une matrice.

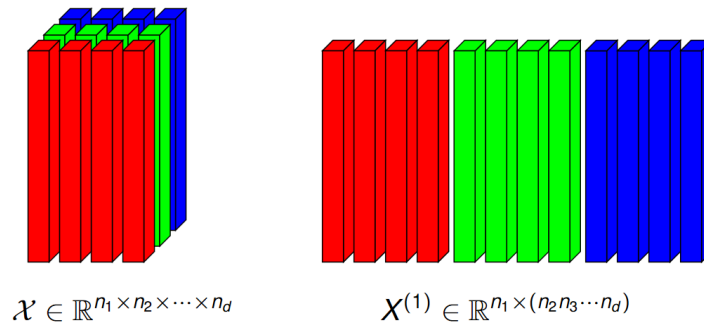


Figure IV-9: Schéma d'un tenseur à gauche et de son écriture sous forme de matrice mode 1 à droite.¹⁷

¹⁷ <https://cscproxy.mpi-magdeburg.mpg.de/mpcsc/events/trogir/slides/tensorlectures.pdf>

IV.3.2 Écriture tensorielle et matricielle

Scalaire	Vecteurs colonne Taille = ($MNO \times 1$)	Tenseur Taille= ($M \times N \times O$)	Description
u_D	$\mathbf{u}_D$	$\mathbf{U}_D$	Vitesses Doppler avant conversion de l'échographe.
v_D	$\mathbf{v}_D$	$\mathbf{V}_D$	Vitesses Doppler négatives avant conversion de l'échographe.
r	$\mathbf{r}$	$\mathbf{R}$	Coordonnées radiales des nœuds de la grille.
θ	$\boldsymbol{\theta}$	$\boldsymbol{\Theta}$	Coordonnées d'élévation des nœuds de la grille.
φ	$\boldsymbol{\varphi}$	$\boldsymbol{\Phi}$	Coordonnées azimutales des nœuds de la grille.
v_{Wr}	$\mathbf{v}_{Wr}$	$\mathbf{V}_{Wr}$	Composante radiale de la vitesse de la paroi.
$v_{W\theta}$	$\mathbf{v}_{W\theta}$	$\mathbf{V}_{W\theta}$	Composante d'élévation de la vitesse estimée de la paroi.
	$\mathbf{v}_W$		Vecteur colonne de taille ($3MNO \times 1$) qui concatène les deux composantes de la vitesse de la paroi dans le plan, et un vecteur de 0 de taille ($MNO \times 1$).
	$\mathbf{n}_r$	$\mathbf{N}_r$	Composante radiale du vecteur unitaire normal à la paroi interne du cœur. Vaut zéro si le nœud n'appartient pas à l'endocarde.
	$\mathbf{n}_\theta$	$\mathbf{N}_\theta$	Composante d'élévation du vecteur unitaire normal à la paroi interne du cœur. Vaut zéro si le nœud n'appartient pas à l'endocarde.
δ	$\boldsymbol{\delta}$	$\boldsymbol{\Delta}$	Tableau binaire qui définit la cavité ventriculaire gauche. Il vaut 1 si le nœud est à l'intérieur ou au bord de la cavité du ventricule gauche, 0 sinon.
$\partial\delta$	$\partial\boldsymbol{\delta}$	$\partial\boldsymbol{\Delta}$	Tableau binaire qui définit la paroi de myocarde. Il vaut 1 si le nœud appartient à l'endocarde et 0 sinon.
	$\mathbf{v}_r$	$\mathbf{V}_r$	Composante radiale de la vitesse estimée.
	$\mathbf{v}_\theta$	$\mathbf{V}_\theta$	Composante d'élévation de la vitesse estimée.
	$\mathbf{v}_\varphi$	$\mathbf{V}_\varphi$	Composante azimutale de la vitesse estimée.
	λ_1		Multiplicateurs de Lagrange pour la 1ère contrainte (divergence nulle)
	λ_2		Multiplicateurs de Lagrange pour la 2ème contrainte (conditions de glissement sur la paroi).
Scalaire	Vecteur	Matrice	Autres notions
	$\mathbf{O}_q$	$\mathbb{O}_q$	$\mathbf{O}_q$ est un vecteur nul de taille ($q \times 1$). $\mathbb{O}_q$ est une matrice de taille ($q \times q$) où q est une taille quelconque.
		$\dot{D}_q$	Matrice de dérivation du premier ordre de taille ($q \times q$).
		$\ddot{D}_q$	Matrice de dérivation du second ordre de taille ($q \times q$).
	$\mathbf{I}_q$	$\mathbb{I}_p$	$\mathbf{I}_q$ est un vecteur de un de taille ($q \times 1$). $\mathbb{I}_q$ est la matrice identité de taille ($q \times q$).
a_r	$\mathbf{a}_r$	A_r	Coefficients d'interpolation de la vitesse radiale estimée.
a_θ	$\mathbf{a}_\theta$	A_θ	Coefficients d'interpolation de la vitesse d'élévation estimée.
a_φ	$\mathbf{a}_\varphi$	A_φ	Coefficients d'interpolation de la vitesse azimutale estimée.
	$\mathbf{a}$		Vecteur colonne de taille ($3MNO \times 1$) qui concatène tous les coefficients d'interpolation.

Tableau IV-3: Tableau de notation des différentes variables et autres notions nécessaires à la compréhension des équations de l'IVFM-3D.

Pour rappel, nous devons minimiser l'équation (IV.5), pour cela, nous la développons avant de la réécrire sous forme tensorielle, puis matricielle-vectorielle. Dans un second temps, nous dérivons ce résultat pour obtenir l'équation (IV.7) sous forme d'un produit matrice-vectorielle, qui peut être résolue numériquement.

Avant de tout réécrire, nous allons introduire les différentes notations que nous allons utiliser, et qui sont toutes présentées dans le Tableau IV-3. Les différentes formes de chaque variable (tensorielle, matricielle, vectorielle ou scalaire) ainsi que les autres notions nécessaires à la compréhension des équations sont présentées dans le Tableau IV-3. Enfin, les notations de taille des éléments reprennent celles de la Figure IV-8.

Dans la suite de ce chapitre, la vitesse, les contraintes et le problème dans son ensemble sont réécrits sous forme vectorielle (ou de produit matrice vecteur) à l'aide des notations du Tableau IV-3. Le détail de tous les calculs est présenté en Annexe.

La vitesse : À partir de toutes ces notations, nous pouvons réécrire le vecteur vitesse, comme défini dans l'équation (IV.8), sous forme d'une somme de tenseurs. Comme nous l'avons vu dans la Section IV.2.1 les coefficient a_{n_k} (avec $k \in \{r, \theta, \varphi\}$ et $n \in \{1, \dots, 5\}$) ne sont définis que dans un plan (ce sont des matrices). Pour obtenir un tenseur, nous utilisons le produit tensoriel entre la matrice de coefficient et un vecteur de 1 de taille (6×1) . Le tenseur de chaque composante de la vitesse est finalement obtenu par le calcul suivant :

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_k = & A0_k \otimes_o \mathbf{I}_O + (A1_k \otimes_o \mathbf{I}_O) \circ \cos(\Phi) + (A2_k \otimes_o \mathbf{I}_O) \circ \cos(2\Phi) \\ & + (A3_k \otimes_o \mathbf{I}_O) \circ \cos(3\Phi) + (A4_k \otimes_o \mathbf{I}_O) \circ \sin(\Phi) \\ & + (A5_k \otimes_o \mathbf{I}_O) \circ \sin(2\Phi) \end{aligned} \quad (\text{IV.13})$$

Avec $k \in \{r, \theta, \varphi\}$.

Chaque tenseur de coefficient peut ensuite être vectorisé individuellement :

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_k = & \mathbf{I}_O \otimes \mathbf{a0}_k + \cos(\varphi) \circ (\mathbf{I}_O \otimes \mathbf{a1}_k) + \cos(2\varphi) \circ (\mathbf{I}_O \otimes \mathbf{a2}_k) + \\ & \cos(3\varphi) (\mathbf{I}_O \otimes \mathbf{a3}_k) + \sin(\varphi) \circ (\mathbf{I}_O \otimes \mathbf{a4}_k) + \sin(2\varphi) \circ (\mathbf{I}_O \otimes \mathbf{a5}_k) \end{aligned} \quad (\text{IV.14})$$

Enfin, nous séparons les inconnues du problème, et nous obtenons le produit matrice-vecteur suivant :

$$\mathbf{v}_k = \begin{bmatrix} (\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN})^T \\ (\text{diag}(\cos(\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \\ (\text{diag}(\cos(2\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \\ (\text{diag}(\cos(3\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \\ (\text{diag}(\sin(\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \\ (\text{diag}(\sin(2\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{a0}_k \\ \mathbf{a1}_k \\ \mathbf{a2}_k \\ \mathbf{a3}_k \\ \mathbf{a4}_k \\ \mathbf{a5}_k \end{bmatrix} \quad (\text{IV.15})$$

Avec $k \in \{r, \theta, \varphi\}$ et où les vecteur $\mathbf{a}_k$ sont des vecteurs de taille $(MN \times 1)$ ($n \in \{0, \dots, 5\}$). L'opérateur $\text{diag}(\mathbf{x})$ crée une matrice carré creuse dont la diagonale est le vecteur $\mathbf{x}$.

Afin de simplifier les notation, l'équation (IV.15) peut être réécrite :

$$\mathbf{v}_k = P \mathbf{a}_k \quad (\text{IV.16})$$

Où P est la matrice contenant les coordonnées azimutales des plans à reconstruire, et permet donc le passage des coefficient $\mathbf{a}_k$ au vitesses $\mathbf{v}_k$. Elle est de taille $(MNO \times 6MN)$ car nous avons autant de coefficients que de plans, soit 6.

À partir de la dernière équation, nous pouvons obtenir la dérivée de la vitesse dans la direction azimutale, en dérivant P par rapport à φ (car les coefficient $\mathbf{a}_k$ ne dépendent pas de φ). Cela nous donne alors :

$$\frac{\partial \mathbf{v}_k}{\partial \varphi} = P_1 \mathbf{a}_k \quad (\text{IV.17})$$

Où P_1 est la dérivée de P par rapport à φ , et est de taille $(MNO \times 6MN)$.

L'adéquation aux données : Maintenant, que nous avons défini cela, nous pouvons réécrire les équations de notre problème sous forme tensorielle puis de produit matrice-vecteur, en commençant par l'adéquation aux données :

$$\delta(v_r + u_D) \equiv \delta(v_r - v_D) \xrightarrow{\text{forme tensorielle}} \Delta \circ (V_R - V_D) \quad (\text{IV.18})$$

Où v_D représente les vitesses Doppler négatives.

Les tenseurs peuvent être vectorisés, nous obtenons alors :

$$\begin{aligned} \delta \circ v_r - \delta \circ v_D &= \text{diag}(\delta)(P \mathbf{a}_r) - \delta \circ v_D \\ &= ([1 \ 0 \ 0] \otimes (\text{diag}(\delta)P)) \mathbf{a} - \delta \circ v_D \end{aligned} \quad (\text{IV.19})$$

Où $\mathbf{a} = [\mathbf{a}_r^T \quad \mathbf{a}_\theta^T \quad \mathbf{a}_\varphi^T]^T$.

Ce qui peut être réécrit :

$$Q_0 \mathbf{a} - \delta \circ v_D \quad (\text{IV.20})$$

Où $Q_0 = [1 \ 0 \ 0] \otimes (\text{diag}(\delta)P)$ et est de taille $(MNO \times 18MN)$.

La divergence : Afin de d'éviter une division par 0 pendant le calcul de la divergence (équation (IV.3)), nous l'avons multipliée par $r \sin(\theta)$. Cela s'écrit sous forme tensorielle de la manière suivante :

$$2\Delta \circ \sin(\boldsymbol{\theta}) \circ \mathbf{V}_R + \frac{1}{h_r} \Delta \circ \mathbf{R} \circ \sin(\boldsymbol{\theta}) \circ (\dot{D}_M \bullet_1 \mathbf{V}_R) + \Delta \circ \cos(\boldsymbol{\theta}) \circ \mathbf{V}_\theta + \frac{1}{h_\theta} \Delta \circ \sin(\boldsymbol{\theta}) \circ (\dot{D}_N \bullet_2 \mathbf{V}_\theta) + \Delta \circ \partial_\varphi \mathbf{V}_\Phi = \mathbf{O}_O \otimes_o \mathbb{O}_{MN} \quad (\text{IV.21})$$

Suivant le même raisonnement que pour l'adéquation aux données, cette équation peut être réécrit sous forme d'un produit matrice vecteur :

$$\begin{bmatrix} \left(\left(2\text{diag}(\boldsymbol{\delta} \circ \sin(\boldsymbol{\theta})) + \frac{1}{h_r} \text{diag}(\boldsymbol{\delta} \circ \mathbf{r} \circ \sin(\boldsymbol{\theta})) (\mathbb{I}_O \otimes \mathbb{I}_N \otimes \dot{D}_M) \right)^P \right)^T \\ \left(\left(\text{diag}(\boldsymbol{\delta} \circ \cos(\boldsymbol{\theta})) + \frac{1}{h_\theta} \text{diag}(\boldsymbol{\delta} \circ \sin(\boldsymbol{\theta})) (\mathbb{I}_O \otimes \dot{D}_N \otimes \mathbb{I}_M) \right)^P \right)^T \\ (\text{diag}(\boldsymbol{\delta}) P_1)^T \end{bmatrix} \mathbf{a} = Q_1 \mathbf{a} = \mathbf{O}_{MNO} \quad (\text{IV.22})$$

Où Q_1 est de taille $(MNO \times 18MN)$.

Les conditions de bord : Pour rappel, les conditions à la paroi ont été définies avec deux équations, une pour les vitesses dans le plan, et une pour la vitesse azimutale (Section IV.1 et équation (IV.5)). En suivant le même raisonnement que précédemment, nous obtenons le produit matrice-vecteur suivant :

$$\begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{n}_r)P & \text{diag}(\mathbf{n}_\theta)P & \mathbb{O}_{MNO} \\ \mathbb{O}_{MNO} & \mathbb{O}_{MNO} & \text{diag}(\partial\boldsymbol{\delta})P \end{bmatrix} \mathbf{a} - \begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{n}_r) & \text{diag}(\mathbf{n}_\theta) & \mathbb{O}_{MNO} \\ \mathbb{O}_{MNO} & \mathbb{O}_{MNO} & \text{diag}(\partial\boldsymbol{\delta}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{wr} \\ \mathbf{v}_{w\theta} \\ \mathbf{O}_{MNO} \end{bmatrix} = \mathbf{O}_{3MNO} \quad (\text{IV.23})$$

Nous pouvons ici définir 2 matrices, la matrice $Q_2 = \begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{n}_r)P & \text{diag}(\mathbf{n}_\theta)P & \mathbb{O}_{MNO} \\ \mathbb{O}_{MNO} & \mathbb{O}_{MNO} & \text{diag}(\partial\boldsymbol{\delta})P \end{bmatrix}$ qui est de taille $(2MNO \times 18MN)$ et la matrice $Q_{2w} = \begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{n}_r) & \text{diag}(\mathbf{n}_\theta) & \mathbb{O}_{MNO} \\ \mathbb{O}_{MNO} & \mathbb{O}_{MNO} & \text{diag}(\partial\boldsymbol{\delta}) \end{bmatrix}$ qui est de taille $(2MNO \times 3MNO)$. Nous obtenons donc l'égalité suivante :

$$Q_2 \mathbf{a} - Q_{2w} \mathbf{v}_w = \mathbf{O}_{2MNO} \quad (\text{IV.24})$$

Le lissage : Enfin, la matrice de lissage prend en compte, pour chaque composante, le carré des dérivées secondes et croisées dans le plan, ce qui peut s'écrire comme suit :

$$\mathcal{L}(\mathbf{v}) = \sum_{k \in \{r, \theta, \varphi\}} \left\{ \left(\frac{\partial^2 v_k}{\partial r^2} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 v_k}{\partial r \partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_k}{\partial \theta^2} \right)^2 \right\} \quad (\text{IV.25})$$

Pour un meilleur conditionnement de la matrice finale, nous multiplions tous les termes par r^2 . La fonction de lissage étant une somme de termes au carré, nous allons d'abord définir la matrice permettant le calcul des dérivées:

$$Q_{\mathcal{L}} = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_3 \otimes \frac{1}{h_r^2} \left(\text{diag}(\boldsymbol{\delta} \circ \mathbf{r}^{\circ 2}) (\mathbb{I}_O \otimes \mathbb{I}_N \otimes \ddot{D}_M) \right) P \\ \mathbb{I}_3 \otimes \frac{\sqrt{2}}{h_r h_\theta} \left(\text{diag}(\boldsymbol{\delta} \circ \mathbf{r}) (\mathbb{I}_O \otimes \dot{D}_N \otimes \dot{D}_M) \right) P \\ \mathbb{I}_3 \otimes \frac{1}{h_\theta^2} \left(\text{diag}(\boldsymbol{\delta}) (\mathbb{I}_O \otimes \ddot{D}_N \otimes \mathbb{I}_M) \right) P \end{bmatrix} \quad (\text{IV.26})$$

Où $\mathbf{r}^{\circ 2} = \mathbf{r} \circ \mathbf{r}$.

À partir de cette matrice, la fonction de lissage sous la forme du produit matrice-vecteur suivant :

$$\mathbf{a}^T Q_{\mathcal{L}}^T Q_{\mathcal{L}} \mathbf{a} \quad (\text{IV.27})$$

La fonction coût : La fonction coût, définie par l'équation (IV.6), peut maintenant être réécrite sous forme de produit matrice-vecteur :

$$J(\mathbf{a}, \lambda_1, \lambda_2) = (Q_0 \mathbf{a} - \boldsymbol{\delta} \circ \mathbf{v}_D)^T (Q_0 \mathbf{a} - \boldsymbol{\delta} \circ \mathbf{v}_D) + \alpha \mathbf{a}^T Q_{\mathcal{L}}^T Q_{\mathcal{L}} \mathbf{a} + \lambda_1^T Q_1 \mathbf{a} + \lambda_2^T (Q_2 \mathbf{a} - Q_{2w} \mathbf{v}_w) \quad (\text{IV.28})$$

Nous cherchons donc maintenant les dérivées de J par rapport aux trois inconnues de notre problème afin de minimiser cette fonction de coût.

$$\begin{cases} \frac{\partial J(\mathbf{a}, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial \mathbf{a}} = 2 Q_0^T (Q_0 \mathbf{a} - \boldsymbol{\delta} \circ \mathbf{v}_D) + 2\alpha Q_{\mathcal{L}}^T Q_{\mathcal{L}} \mathbf{a} + Q_1^T \lambda_1 + Q_2^T \lambda_2 = \mathbf{0}_{18MN} \\ \frac{\partial J(\mathbf{a}, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_1} = Q_1 \mathbf{a} = \mathbf{0}_{6MN} \\ \frac{\partial J(\mathbf{a}, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_2} = Q_2 \mathbf{a} - Q_{2w} \mathbf{v}_w = \mathbf{0}_{6MN} \end{cases} \quad (\text{IV.29})$$

Cet ensemble d'équation peut être réécrit sous forme d'un seul produit matrice vecteur comme suit :

$$\begin{bmatrix} 2(Q_0^T Q_0 + \alpha Q_L^T Q_L) & Q_1^T & Q_2^T \\ Q_1 & \mathbb{O}_{3MNO} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_r \\ \mathbf{a}_\theta \\ \mathbf{a}_\varphi \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2Q_0^T (\boldsymbol{\delta} \circ \mathbf{v}_D) \\ \mathbf{0}_{6MN} \\ Q_{2w} \mathbf{v}_w \end{bmatrix} \quad (\text{IV.30})$$

Cette dernière formulation peut être réécrite de façon plus compacte :

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad (\text{IV.31})$$

Où $\mathbf{A}$ est une matrice creuse de taille $((18MN + 3MNO) \times (18MN + 3MNO))$ et $\mathbf{b}$ et $\mathbf{x}$ sont des vecteurs colonne de taille $(18MN + 2MNO)$. Ce problème inverse peut être résolu sous Matlab par une décomposition LDL.

Afin d'appliquer la méthode de la L-curve (Section IV.2.3), nous devons séparer la partie lissage du reste de l'équation. Celle-ci peut alors s'écrire :

$$(\mathbf{A}_1 + \alpha \mathbf{A}_2)\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

Où

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 2Q_0^T Q_0 & Q_1^T & Q_2^T \\ Q_1 & \mathbb{O}_{3MNO} & \\ Q_2 & & \end{bmatrix} \text{ et } \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 2Q_L^T Q_L & \mathbb{O}_{3MNO} \\ \mathbb{O}_{3MNO} & \mathbb{O}_{3MNO} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.32})$$

Nous obtenons donc un système linéaire où $\mathbf{x}$ est notre vecteur d'inconnues et $\mathbf{b}$ est le vecteur contenant nos données. Le vecteur $\mathbf{x}$ contient tous les coefficients nécessaires au calcul du champ de vitesse dans tout le ventricule gauche, ainsi que les multiplicateurs de Lagrange. Dans notre cas, nous ne considérons que les coefficients et le champ de vitesse résultant (équation (IV.16)). Enfin, en modifiant la matrice $\mathbf{P}$, nous obtenons le champ de vitesse sur le nombre de plans désirés.

IV.3.3 Simplifications pour le 2D

La technique mise au point précédemment permet la reconstruction volumique de l'écoulement intraventriculaire en trois dimensions, mais peut être simplifiée afin d'estimer la vitesse du sang sur un seul plan (une seule vue) du ventricule gauche. Dans le cadre de cette simplification, seules les vitesses dans le plan sont considérées. Nous n'avons plus besoin de passer par des tenseurs, ni à interpoler les composantes de la vitesse dans la direction hors plan. Cependant, le résultat doit tout de même être écrit sous la forme d'un produit matrice-vecteur pour la résolution numérique. Les vitesses Doppler, les vitesses à la paroi et les normales à la paroi seront donc de taille $(M \times N)$ car nous n'avons qu'un plan, où M est le nombre d'acquisitions par ligne, et N le nombre de lignes dans un plan.

L'écoulement étant désormais en deux dimensions, la divergence n'est plus nulle dès lors qu'il y a un écoulement hors plan. C'est pourquoi nous avons choisi une vue particulière : la vue 3 cavités

qui est un plan de quasi symétrie du flux intraventriculaire (Pedrizzetti and Domenichini 2005). Dans ce cas de figure, l'écoulement hors plan est faible, ainsi que la divergence.

Afin d'être résolu de manière numérique, le problème doit être écrit sous forme d'un produit matrice-vecteur. En appliquant les mêmes procédés que précédemment, nous obtenons les matrices suivantes :

$$\begin{aligned}
 Q_{2D0} &= [1 \quad 0] \otimes \text{diag}(\delta), \\
 Q_{2D1} &= \left[\frac{1}{h_r} \text{diag}(\delta \circ \mathbf{r}) (\mathbb{I}_N \otimes \dot{D}_M) + \text{diag}(\delta), \quad \frac{1}{h_\theta} \text{diag}(\delta) (\dot{D}_N \otimes \mathbb{I}_M) \right], \\
 Q_{2D2} &= [\text{diag}(\mathbf{n}_r) \quad \text{diag}(\mathbf{n}_\theta)], \\
 Q_{2DL} &= \begin{bmatrix} \mathbb{I}_2 \otimes \frac{1}{h_r^2} (\text{diag}(\delta \circ \mathbf{r}^2) (\mathbb{I}_N \otimes \dot{D}_M)) \\ \mathbb{I}_2 \otimes \frac{\sqrt{2}}{h_r h_\theta} (\text{diag}(\delta \circ \mathbf{r}) (\dot{D}_N \otimes \dot{D}_M)) \\ \mathbb{I}_2 \otimes \frac{1}{h_\theta^2} (\text{diag}(\delta) (\dot{D}_N \otimes \mathbb{I}_M)) \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{IV.33}$$

Où Q_{2D0} , Q_{2D1} et Q_{2D2} sont de taille $(MN \times 2MN)$, et Q_{2DL} est de taille $(6MN \times 2MN)$. Ces matrices correspondent respectivement à l'adéquation aux données, à la divergence (en polaire), à la condition aux limites, et au lissage (lissage dans le plan comme pour le 3D).

De la même manière que précédemment, nous définissons une matrice de lissage et une matrice contenant les contraintes et l'adéquation aux données :

$$\begin{aligned}
 A_{2D1} &= \begin{bmatrix} 2Q_{2D0}^T Q_{2D0} & Q_{2D1}^T & Q_{2D2}^T \\ Q_{2D1} & & \mathbb{O}_{2MN} \\ Q_{2D2} & & \mathbb{O}_{2MN} \end{bmatrix}, \\
 A_{2D2} &= \begin{bmatrix} 2Q_{2DL}^T Q_{2DL} & \mathbb{O}_{2MN} \\ \mathbb{O}_{2MN} & \mathbb{O}_{2MN} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{IV.34}$$

Les deux matrices définies sont creuses et de taille $(4MN \times 4MN)$.

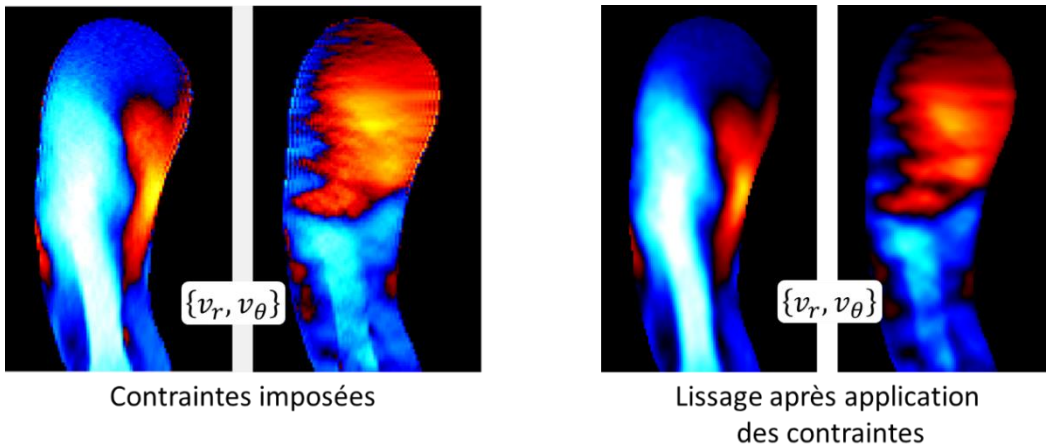


Figure IV-10: Champs de vitesse 2D obtenu par iVFM-2D. À gauche le champ estimé en contraignant le problème, et à droite le champ obtenu en lissant après l'application des contraintes.

La divergence nulle est une contrainte forte qui n'est pas exacte en pratique. Cela induit que le champ de vitesse estimé peut présenter des discontinuités, notamment au niveau de la paroi (voir Figure IV-10). Pour obtenir un champ de vitesse lisse, le champ de vitesse sera contraint, puis régularisé.

Mathématiquement, cela peut s'écrire de la façon suivante :

$$\mathbf{x}_{IVFM} = \operatorname{argmin}(\|\mathbf{A}_{2D1}\mathbf{x} - \mathbf{b}\| + \alpha\|\mathbf{A}_{2D2}\mathbf{x}\|) \quad (\text{IV.35})$$

Où $\mathbf{x}$ est notre vecteur d'inconnues et $\mathbf{b}$ est le vecteur contenant nos données.

Cette équation peut être écrite sous la forme d'une fonction coût :

Minimiser

$$J_{2D}(\mathbf{x}) = (\mathbf{A}_{2D1}\mathbf{x} - \mathbf{b})^T(\mathbf{A}_{2D1}\mathbf{x} - \mathbf{b}) + \alpha\mathbf{x}^T\mathbf{A}_{2D2}^T\mathbf{A}_{2D2}\mathbf{x} \quad (\text{IV.36})$$

Avec :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{2D} \\ \lambda_{2D1} \\ \lambda_{2D2} \end{bmatrix} \text{ et } \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2Q_{2D0}^T(\boldsymbol{\delta} \circ \mathbf{v}_D) \\ \mathbf{O}_{MN} \\ Q_{2D2}\mathbf{v}_w \end{bmatrix} \quad (\text{IV.37})$$

Les vecteurs $\mathbf{x}$ et $\mathbf{b}$ sont de taille $(4MN)$, $\mathbf{v}_{2D}$ est le vecteur de taille $(2MN \times 1)$ qui concatène les deux composantes du champ de vitesse reconstruit. Comme pour le cas 3D, nous ne tenons pas compte de la valeur des multiplicateurs de Lagrange lors de la reconstruction du champ de vitesse.

La dérivée de J_{2D} mène donc à l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \Delta J(\mathbf{x}) &= \mathbf{O}_{4MN} \\ \Rightarrow (\mathbf{A}_{2D1}^T\mathbf{A}_{2D1} + \alpha\mathbf{A}_{2D2}^T\mathbf{A}_{2D2})\mathbf{x} &= \mathbf{A}_{2D1}^T\mathbf{b} \end{aligned} \quad (\text{IV.38})$$

De la même manière que pour le 3D, nous obtenons un système linéaire où $\mathbf{x}$ est notre vecteur d'inconnues et $\mathbf{b}$ est le vecteur contenant nos données. Ce problème inverse est résolu sous Matlab par une décomposition de Cholesky. Cette méthode repose sur les mêmes hypothèses que la version de Assi (Assi *et al.* 2017), cependant l'écriture du problème est différente. Le champ de vitesse contraint reconstruit par notre technique, s'appuie sur la méthode des multiplicateurs de Lagrange, ce qui permet de réduire le nombre de paramètres de régularisation à un seul. Enfin, la valeur de ce paramètre est obtenue de manière automatique en utilisant la méthode de la courbe en L .

Maintenant que nous avons défini notre méthode pour la reconstruction de l'écoulement intraventriculaire à partir du triplan Doppler et de l'échographie 2D Doppler, le prochain chapitre va estimer la fiabilité de notre méthode sur un cas numérique d'écoulement intraventriculaire spécifique à un patient avant de passer à des données cliniques.

CHAPITRE V

Résultats et évaluation de la méthode proposée sur un modèle CFD

Ce chapitre présente une évaluation quantifiée de la précision des résultats obtenus par le biais de notre méthode. Nous appliquons notre technique sur un cas d'écoulement intraventriculaire numérique qui nous sert de vérité terrain. La première partie de ce chapitre présente cet écoulement ainsi que la méthode utilisée pour simuler une acquisition Doppler sur ce dernier. Dans une seconde partie, nous étudions la fiabilité de la reconstruction 2D au travers du champ de vitesse et de valeurs dérivées permettant la caractérisation du vortex (la vorticit  ). La partie suivante reprend des marqueurs similaires pour analyser l'  coulement complet, en 3D. Enfin, la derni  re partie est une discussion    propos de ces r  sultats, et de leur utilit   d'un point de vue clinique.

Les r  sultats pr  sent  s dans ce chapitre sont adapt  s de Vix  ge *et al.* « *Physics-constrained intraventricular vector flow mapping by color Doppler* » (Vix  ge, Berod, Sun, *et al.* 2021), et de Vix  ge *et al.* « *Full-volume three-component intraventricular vector flow mapping by triplane color Doppler* » (Vix  ge, Berod, Courand, *et al.* 2021). Le travail pr  sent   dans ce chapitre a   t   effectu   en collaboration avec Alain Berod, Simon Mendez et Fran  ck Nicoud du laboratoire IMAG.

V.1 Présentation et utilisation du modèle CFD

Afin d'évaluer la précision des résultats obtenus grâce à l'iVFM (2D puis 3D), nous l'avons testé dans des conditions physiologiques recréées numériquement. Pour cela, nous avons utilisé un modèle CFD (*Computational Fluid Dynamics* ou Mécanique des Fluides Numérique en français) d'écoulement cardiaque, spécifique au patient, développé par Chnafa *et al.* (Chnafa *et al.* 2015; Chnafa, Mendez, and Nicoud 2014) au sein du laboratoire de l'IMAG, à Montpellier. Dans ce modèle, les cavités gauches du cœur ainsi que la dynamique de leurs parois ont été extraites d'images 4D (trois dimensions d'espace plus le temps) acquises par tomographie assistée par ordinateur. Puis, un cadre arbitraire Lagrangien-Eulérien (ALE) a été adopté pour permettre la prise en compte des grandes amplitudes de mouvement des tissus cardiaques (endocarde et septum intraventriculaire notamment). Enfin, le champ de vitesse de l'écoulement a été calculé en se basant sur les équations de Navier-Stokes, et sous l'hypothèse que le sang est un fluide incompressible ; l'écoulement reconstruit de ce modèle CFD est donc à divergence nulle.

Plusieurs cycles complets d'écoulement intracardiaque ont été simulés, à partir de ces acquisitions tomographiques du cœur gauche, présentant de légères variations les uns par rapport aux autres. Dans notre étude, nous avons pris un écoulement moyenné sur 15 cycles qui est plus lisse spatialement et temporellement. Nous avons ensuite simulé une acquisition échographique triplan par vue apicale (vues 2 cavités, 3 cavités et 4 cavités), avec un secteur Doppler englobant l'entrée mitrale et la chambre de chasse ventriculaire (voie d'éjection du sang vers l'aorte) (voir Figure V-1).

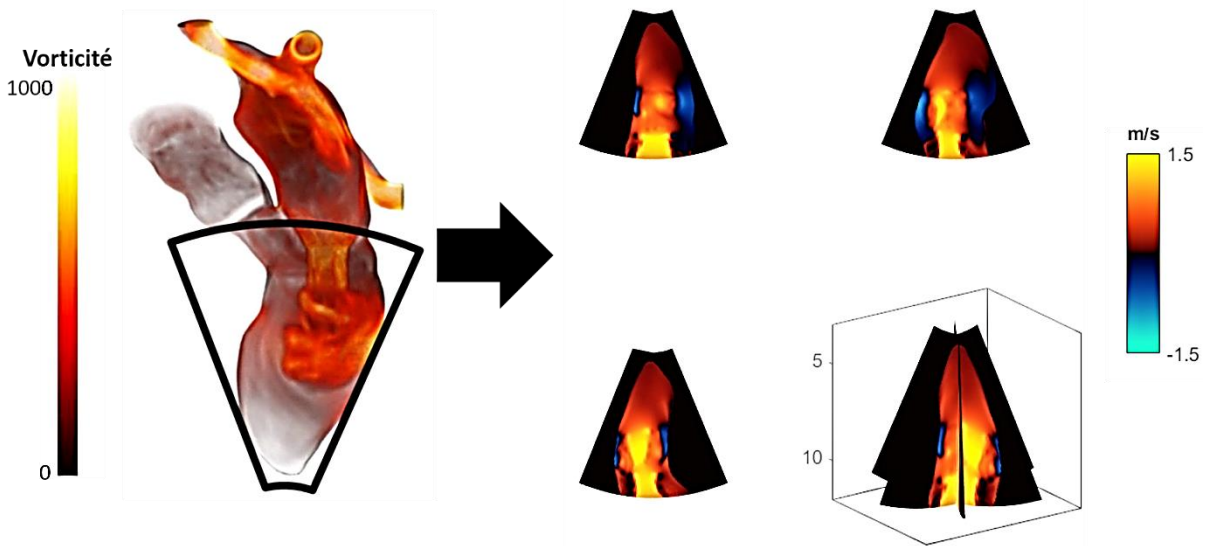


Figure V-1: Schématisation de l'acquisition Doppler triplan (à droite) à partir de modèle CFD (à gauche).

Comme pour un triplan classique, les trois vues sont séparées par un angle de 60° . Le pas radial et d'élévation ont été choisis afin de correspondre à ceux d'une image Doppler triplan clinique : $d_r = 5,5 \times 10^{-4} \text{m}$, $d_\theta = 7,9 \times 10^{-3} \text{rad}$ pour le triplan simulé à partir du modèle CFD et $d_r = 5,3 \times 10^{-4} \pm 1,3 \times 10^{-6} \text{m}$, $d_\theta = 9,5 \times 10^{-3} \pm 1,8 \times 10^{-3} \text{rad}$ pour un cas clinique. Les images Doppler synthétiques ont été obtenues dans une grille polaire uniformément espacée (50 lignes de balayage par demi-plan, et 160 échantillons par ligne) en extrayant uniquement les composantes radiales de la vitesse. Ces dernières ont été interpolées (interpolation au plus proche voisin) sur la grille Doppler considérée. Une fois les trois plans (contenant uniquement les vitesses radiales) acquis, un bruit blanc Gaussien, de

moyenne nulle, avec une variance locale dépendant de la vitesse a été ajoutée pour altérer les données afin de reproduire une acquisition se rapprochant de la réalité clinique. Plusieurs ratios signal/bruit (*SNR* pour *Signal-to-Noise Ratio* en anglais) ont été pris en compte, dans une gamme de 10 à 60 dB (voir Figure V-2) (Muth *et al.* 2011). Ces valeurs ont été choisies pour permettre de tester la robustesse de notre méthode dans une gamme allant d'un bruit peu perceptible (60 dB), à un cas extrême où l'information est en grande partie masqué par le bruit (10 dB).

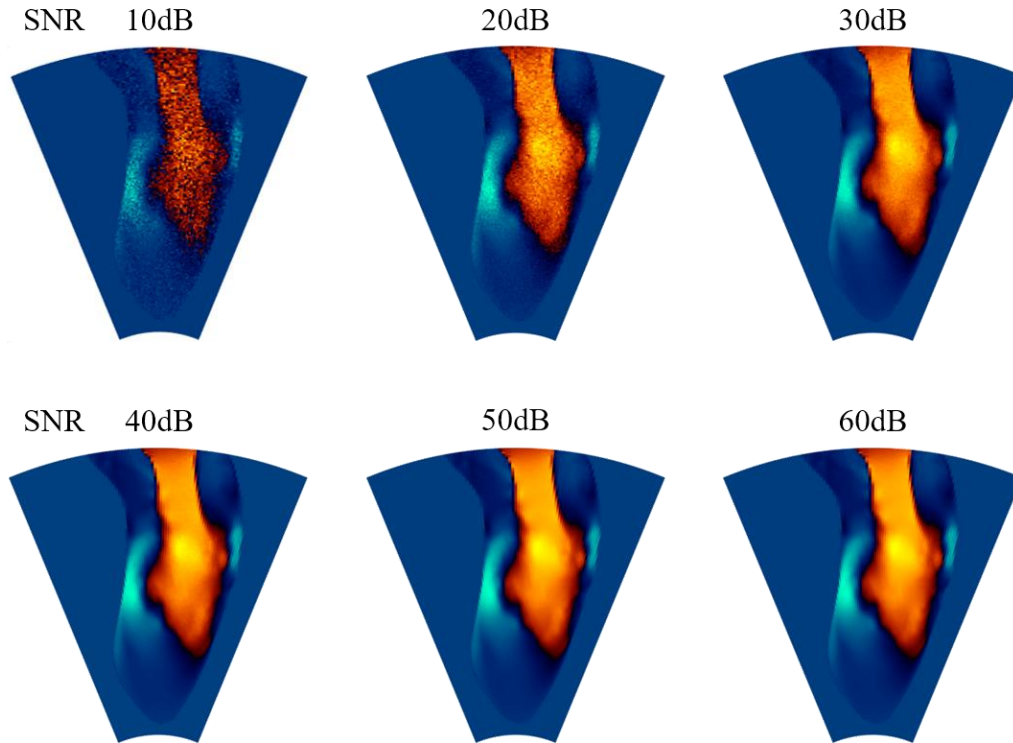


Figure V-2: Vue 3 cavités extraite à partir du modèle CFD avec différents niveaux de bruit.

En ce qui concerne l'évolution temporelle, l'écoulement CFD donne accès à un cycle cardiaque complet découpé en 100 instants, ou *frames* en anglais, régulièrement espacés dans le temps. Ces 100 volumes, et les 100 triplans qui en sont extraits, seront notre référence lors de la reconstruction de l'écoulement intraventriculaire par l'iVFM-3D. Dans le cas de l'iVFM-2D, seul le plan correspondant à la vue 3 cavités est pris en compte. La Figure V-3 montre l'évolution du volume du ventricule gauche en fonction de l'instant du cycle cardiaque du modèle CFD. La systole commence à la *frame* 2 et finit à la *frame* 38, et la relaxation cardiaque va de la *frame* 38 à la *frame* 65.

Finalement, ce modèle CFD a l'avantage de fournir un écoulement intraventriculaire de référence avec une résolution spatiale et temporelle élevée. Cependant, même si les mouvements de la paroi sont bien pris en compte, la simulation et son utilisation comportent quelques limites, comme par exemple la rigidité de la valve mitrale et de la valve aortique. En effet, dans ce modèle, les valves sont considérées comme des corps rigides qui sont soit ouverts, soit fermés : il n'y a donc pas d'évolution de leur position, ni de mouvement du feuillet de la valve mitrale pendant l'écoulement. De plus, l'effet des diffuseurs de la paroi sur le signal Doppler reçu n'a pas été pris en compte dans le bruit, seul le bruit Gaussien a été ajouté. Enfin, l'aliasing n'a pas non plus été pris en compte dans la mesure où les données cliniques sont post-traitées avant la reconstruction par l'iVFM (voir Section VI.1).

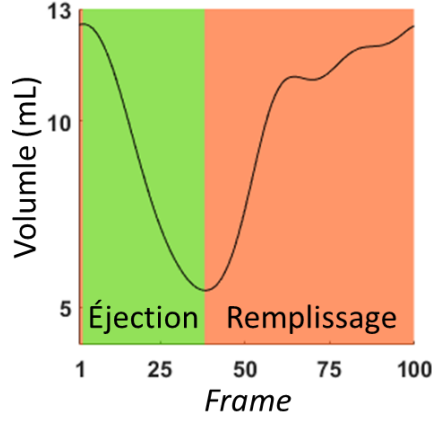


Figure V-3: Volume du ventricule gauche en fonction de l'instant du cycle cardiaque du modèle CFD.

V.2 Résultats 2D

V.2.1 Vecteur vitesse

Pour estimer la précision de la reconstruction du champ de vitesse fournie par l'iVFM-2D, nous avons comparé les champs estimés par notre technique avec les champs de vitesse de référence interpolés à partir du modèle CFD. Le calcul des erreurs quadratiques moyennes, normalisées par la vitesse maximale (*nRMS* pour *normalized Root Mean Square Error* en anglais, ou erreur quadratique moyenne normalisée en français), est défini par l'équation suivante :

$$nRMSE = \frac{1}{\max\|v_{CFD}\|} \sqrt{\frac{1}{S_{LV}} \sum_{k=1}^n (\|v_{iVFM_k} - v_{CFD_k}\|^2 r dr d\theta)} \quad (V.1)$$

Avec $k \in \{r, \theta\}$.

La valeur de n représente le nombre d'échantillons de vitesse dans la cavité ventriculaire gauche, et S_{LV} représente sa surface. La vitesse estimée et la vitesse de référence sont notées v_{iVFM} et v_{CFD} respectivement. Enfin, la moyenne est pondérée par la taille des éléments puisque celle-ci varie dans la grille (polaire) considérée.

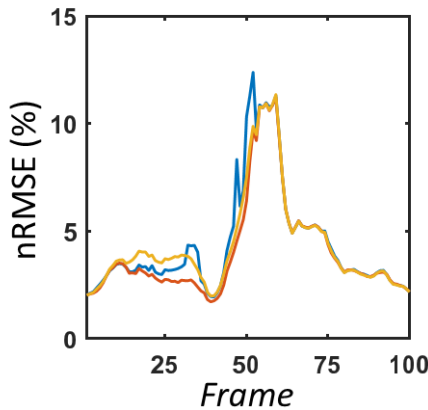


Figure V-4: Erreurs quadratiques moyennes normalisées de l'iVFM-2D calculées sur tout le cycle cardiaque pour 3 cas: le cas où α minimise l'erreur en rouge, α est constant sur tout le cycle en jaune, et α est calculé de manière indépendante à chaque instant en bleu.

La Figure V-4 montre les médianes de l'erreur, sur une gamme de SNR compris entre 10 et 60 dB, sur tout le cycle cardiaque dans trois cas de figure : α est choisi afin de minimiser l'erreur (courbe rouge), α est calculé à un instant du cycle puis gardé constant (courbe jaune), et α calculé pour chaque instant (courbe bleue). Dans le deuxième cas, l'instant choisi pour le calcul de α est la fin du remplissage rapide (*frame* 61). Nous avons choisi cet instant car c'est le moment du cycle cardiaque qui nous intéresse, celui de la formation du vortex global (de recirculation). Nous avons donc cherché à optimiser le paramètre de régularisation à ce moment précis. Pour les deux dernières situations, le paramètre de lissage a été calculé par la méthode de la L-curve (Hansen and O'Leary 1993) (voir Section IV.2.3). Pour rappel, la méthode de la L-curve demande plusieurs calculs avec des paramètres de lissage différents afin de définir le paramètre optimal, c'est pourquoi le calculer une seule fois par séquence d'acquisition cardiaque permet un gain de temps lors d'une utilisation en clinique. Les trois courbes d'erreur coïncident en de nombreux points, ce qui signifie que la méthode de la L-curve est bien adaptée à notre problème, et que le fait de ne calculer α qu'une seule fois n'a pas d'impact majeur sur l'estimation du champ de vitesse. Pour la suite de l'étude, nous ne considérerons que le cas où le paramètre de lissage est calculé à la fin du remplissage rapide.

Les erreurs quadratiques moyennes normalisées de chaque composante ont été calculées en utilisant l'équation (V.1). Elles sont comprises entre 0,3 et 4 % et entre 1,7 et 12 % pour les vitesses radiales et angulaires, respectivement (Figure V-5). L'épaisseur des courbes de la Figure V-5 représente la plage d'erreur en fonction du bruit Doppler (SNR de 10 à 50 dB), plus la courbe est épaisse, plus le bruit a un impact sur l'erreur de la reconstruction du flux. À droite de la Figure V-5, les champs de vitesse, de référence et reconstruits, sont comparés au moment où l'erreur est la plus importante (*frame* 55) ainsi qu'au moment où le paramètre de lissage est choisi (*frame* 61).

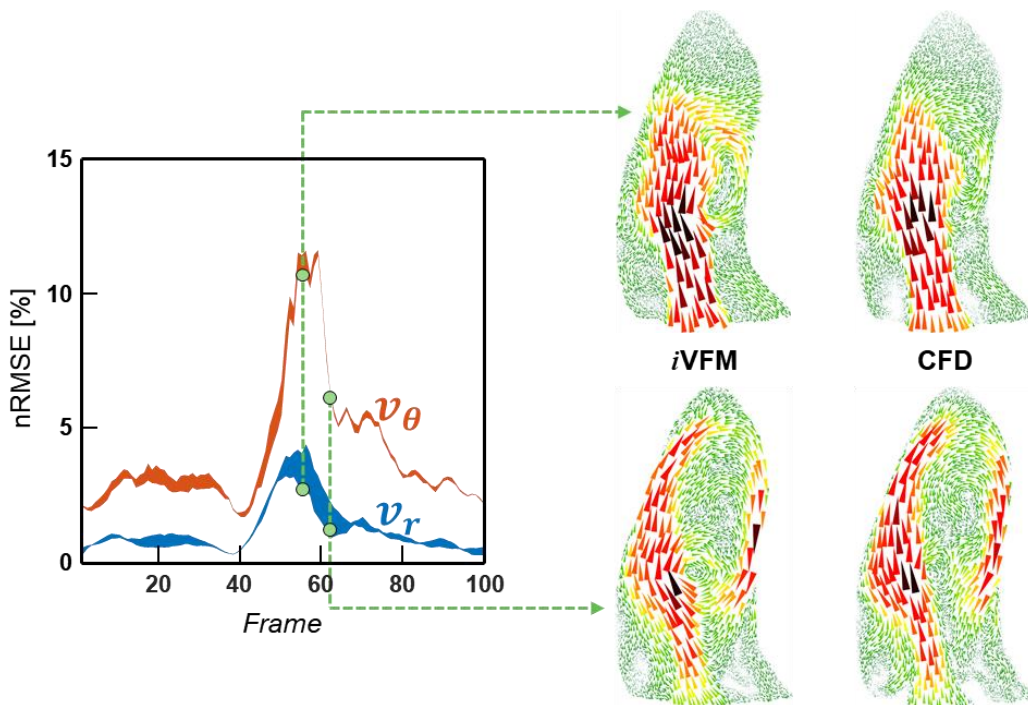


Figure V-5: À gauche, les erreurs quadratiques moyennes normalisées ($nRMSE$) entre les vecteurs de vitesse dérivés de l'iVFM-2D et ceux issus de la CFD. L'épaisseur des courbes reflète la gamme des erreurs en fonction du bruit Doppler (SNR de 10 à 50 dB). À droite, des champs de vitesse, de référence et reconstruits, sont représentés à deux moments : quand l'erreur est la plus importante (*frame* 55) et quand le paramètre de lissage est choisi (*frame* 61). (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021)

Enfin, nous avons tracé les vitesses de référence (du modèle CFD) en fonction des vitesses reconstruites afin d'en déduire le coefficient de détermination. Ce coefficient est positif et varie entre 0 et 1, il s'écrit r^2 et est le carré du coefficient de corrélation. Il vaut 1 dans le cas où les vitesses reconstruites sont égales aux vitesses de référence, et plus il y a d'écart entre les deux, plus ce coefficient tend vers 0. Après avoir regroupé toutes les vitesses radiales et angulaires, leurs coefficients de détermination étaient respectivement de $r^2 = 0,98$ et $r^2 = 0,63$ (Figure V-6). Conformément à nos attentes, les vitesses radiales estimées à partir des vitesses Doppler simulées sont quasi identiques à celles du modèle CFD. Les erreurs dans cette direction sont principalement dues aux deux contraintes qui ne sont pas entièrement satisfaites (c'est-à-dire l'écoulement plan incompressible et les conditions limites de glissement à la paroi). En ce qui concerne l'estimation des vitesses dans la direction polaire, les erreurs sont plus élevées (jusqu'à 12%) mais permettent néanmoins une bonne visualisation du flux intraventriculaire (Figure V-5 et Figure V-7).

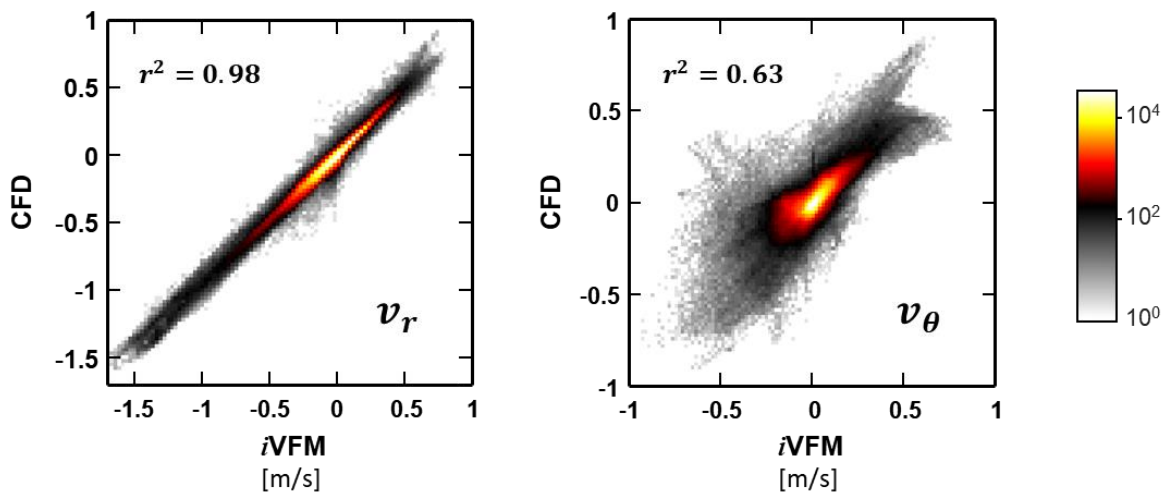


Figure V-6: Vitesses basées sur la CFD comparées aux vitesses dérivées de l'iVFM-2D : à gauche les vitesses radiales et à droite les vitesses azimutales. Les données de vitesse des 100 instants du cycle de la CFD ont été regroupées. Les diagrammes de dispersion affichent le nombre d'occurrences des vitesses. (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021)

La Figure V-7 illustre le remplissage rapide du ventricule gauche et la formation de vortex tels qu'estimés par l'iVFM-2D à partir des acquisitions Doppler simulées avec un SNR de 40 dB (SNR moyen des valeurs considérés). La création du vortex, ainsi que son évolution d'une forme d'anneau à une recirculation globale sont clairement visibles.

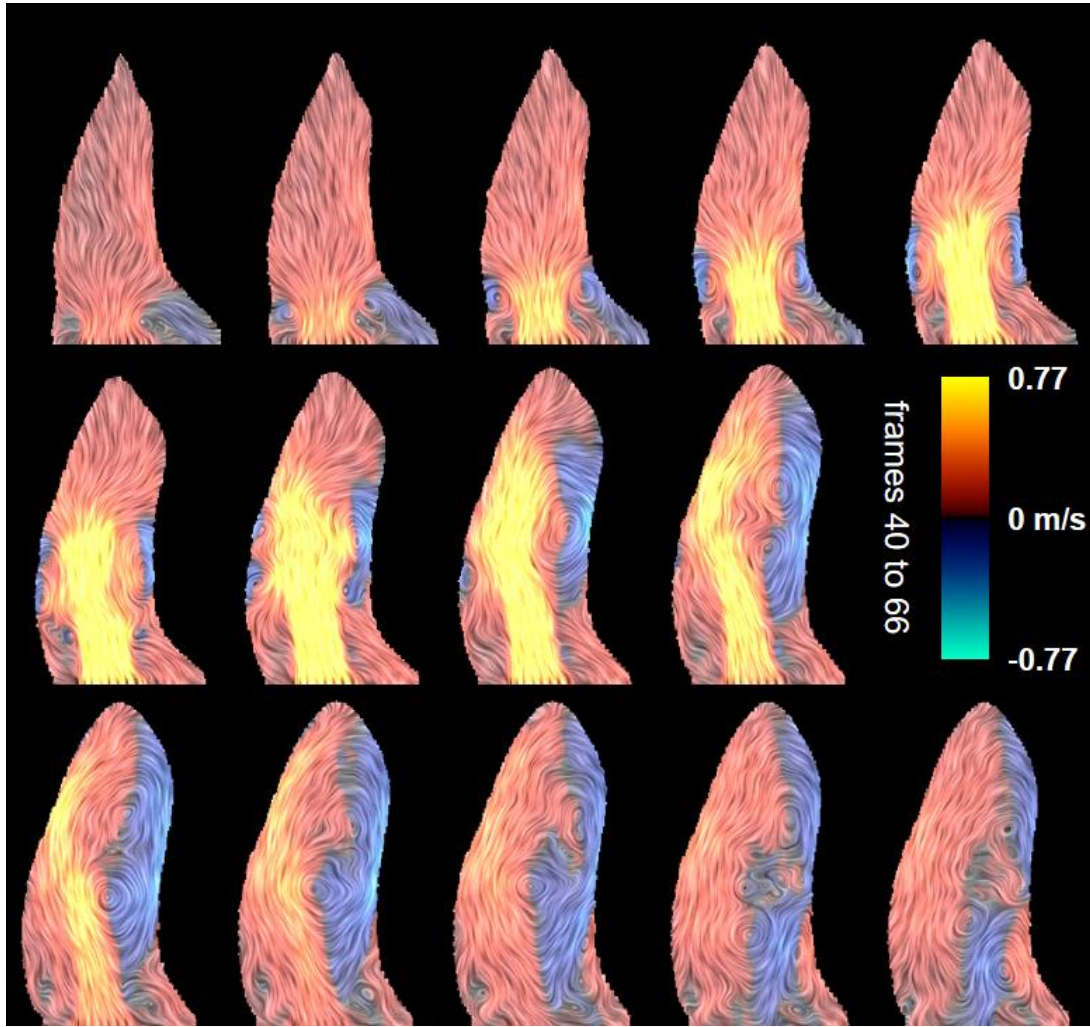


Figure V-7: Cartes de flux intraventriculaires reconstruites par iVFM-2D (à partir du modèle CFD) coloré avec les vitesses Doppler. Les motifs LIC (line integral convolution) représentent les lignes de courant. (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021)

V.2.2 Fonction de courant

La fonction de courant est une fonction de base de la mécanique des fluides définie pour des écoulements à divergence nulle en deux dimensions, c'est pourquoi elle est bien adaptée à notre cas. Les valeurs de cette fonction sont constantes le long d'une ligne de courant. Une ligne de courant est une ligne dont les vecteurs tangents sont colinéaires en tout point aux vecteurs vitesse de l'écoulement, à un instant donné (voir Section V.3.2) ; il ne faut pas la confondre avec une ligne d'écoulement qui suit une particule fluide au cours du temps. Nous regardons ici les valeurs de la fonction de courant puisque cette dernière peut être utilisée pour représenter les lignes de courant. En effet, la fonction de courant est constante le long d'une ligne de courant.

Par ailleurs, les composantes de la vitesse de l'écoulement permettent de calculer la valeur de la fonction de courant ψ , puisqu'elles peuvent être exprimées comme les dérivées de cette dernière:

$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} ; v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (\text{V.2})$$

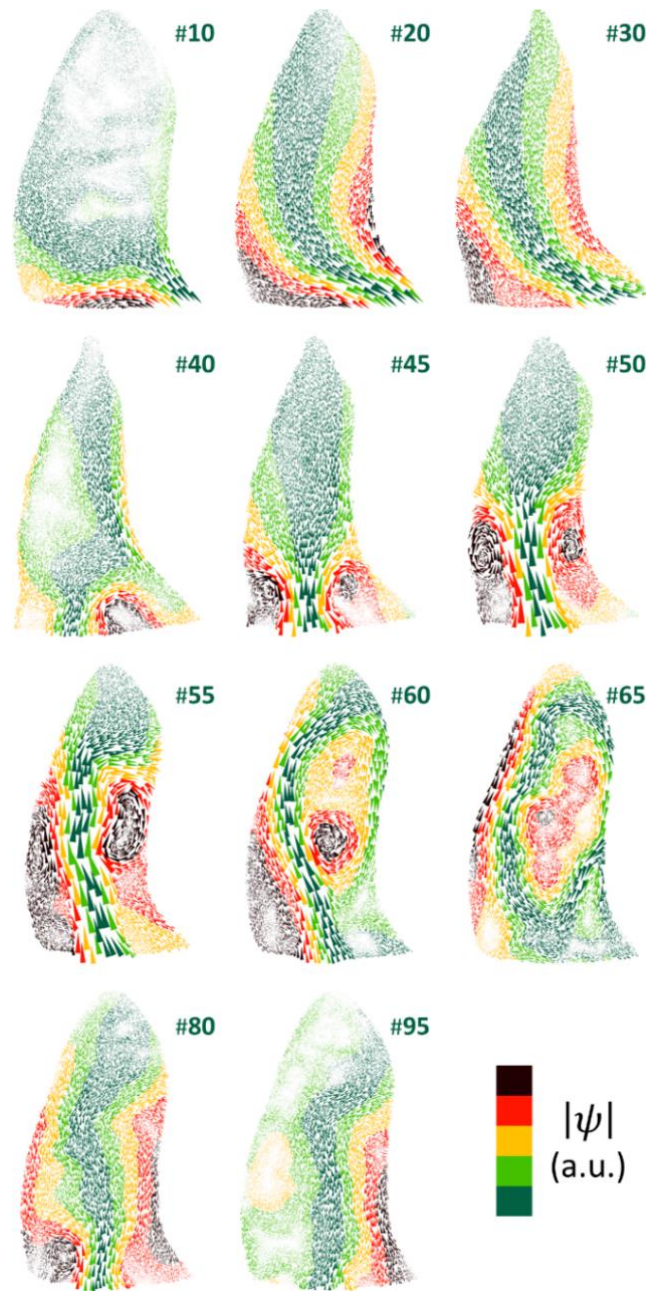


Figure V-8: Champs de vitesse et fonctions de courant (leurs valeurs absolues) sur un cycle cardiaque. Les chiffres verts correspondent aux numéros des frames. La taille des flèches correspond à l'amplitude de la vitesse. (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021)

Cette fonction est déterminée à une constante près. Pour chaque instant, la constante a été définie de telle sorte que l'intégrale de ψ sur la surface du ventricule gauche soit nulle. Une série de fonctions de courant sur un cycle cardiaque est représentée sur la Figure V-8 pour mettre en évidence les lignes de courant ; nous avons affiché les valeurs absolues afin de faire ressortir la symétrie de l'écoulement. Les fonctions de courant basées sur la CFD et celles dérivées de l'iVFM-2D étaient concordantes ($r^2 = 0.88$) (voir Figure V-9). De plus, les moyennes des valeurs absolues de la fonction de courant coïncident et ont atteint des maxima locaux pendant la systole et le début de la diastole.

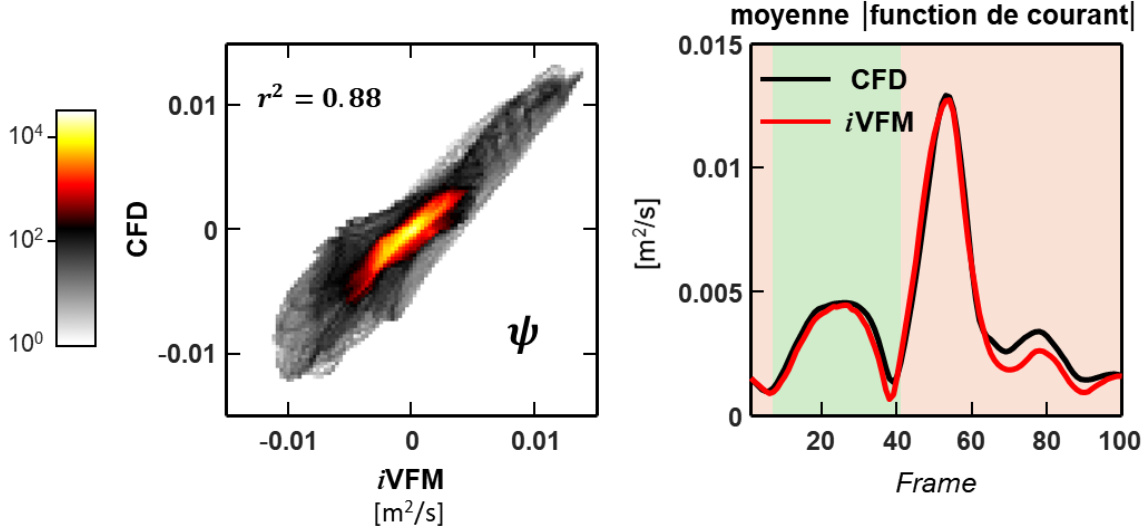


Figure V-9: À gauche : fonction de courant basée sur la CFD comparée à celle dérivée de l'iVFM-2D. Les données des 100 images CFD ont été regroupées. Le nuage de points (panneau de gauche) montre le nombre d'occurrences de vitesse. À droite : Moyenne spatiale de la valeur absolue de la fonction de courant. (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021)

V.2.3 Évaluation de la vorticité

Pour finir, nous avons étudié la vorticité des écoulements de référence et reconstruits. La vorticité est un concept clé de la dynamique des fluides et plus particulièrement de la dynamique des vortex. Elle permet de rendre compte de la direction et de l'intensité à laquelle tourne un tourbillon dans le fluide. La direction du vecteur de vorticité est définie comme étant la direction de l'axe de rotation du tourbillon (selon la règle de la main droite) tandis que son amplitude est égale à deux fois la vitesse angulaire du flux à cet endroit (dans le cas d'une rotation rigide). La vorticité est représentée par un champ scalaire pour un écoulement 2D (l'axe de rotation étant perpendiculaire au plan considéré) et par un champ de pseudo-vecteur en 3D. En pratique la vorticité ω est définie comme suit :

$$\omega = \text{rot}(\mathbf{v}) = \nabla \wedge \mathbf{v} \quad (\text{V.3})$$

Où rot représente l'opérateur rotationnel, et $\mathbf{v}$ le champ de vitesse.

Dans notre cas, l'écoulement étant 2D, nous obtenons un champ scalaire correspondant à l'intensité du vortex dans la direction hors plan. Nous avons calculé la vorticité moyenne sur chaque *frame*, à chaque instant (Figure V-10), et elle était maximale autour de la *frame* 60 (2 me image de la 3 me ligne de la Figure V-7 ; voir également la Figure V-8) et a atteint un pic de $\sim 10 \text{ s}^{-1}$. La *frame* 60 correspond à la fin du remplissage rapide, c'est-à-dire au moment où le vortex est le plus important. Les vorticités basées sur la CFD et celles dérivées de l'iVFM-2D sont concordantes ($r^2 = 0,97$), avec une différence de $1,7 \cdot 10^{-3} \pm 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$.

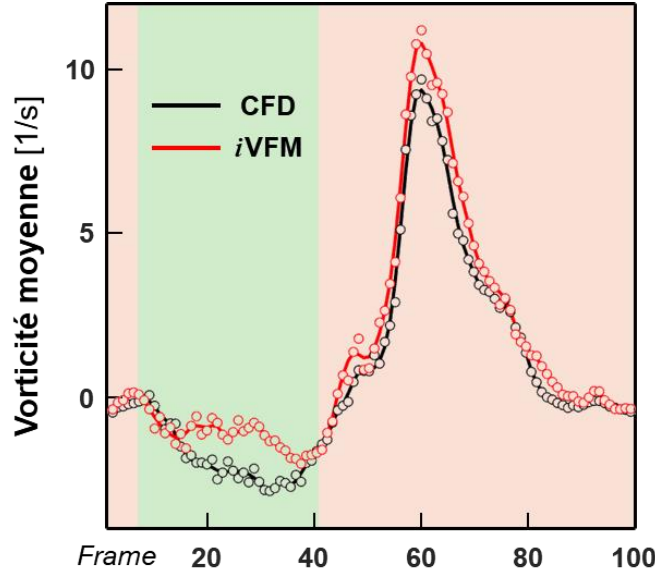


Figure V-10: Vorticité moyenne basée sur la CFD en comparaison à celle dérivée de l'iVFM-2D. (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021)

V.3 Résultats 3D

V.3.1 Vecteurs vitesse

De la même manière que pour le 2D, nous avons étudié l'erreur d'estimation des champs de vitesse de l'iVFM-3D par rapport aux champs de vitesse de référence interpolé à partir du modèle CFD. Nous avons commencé par la $nRMSE$: celle-ci est calculée en considérant le volume du ventricule gauche (V_{LV}), et non plus seulement sur la surface de la vue 3 cavités, et la vitesse maximale du flux prend en compte les trois composantes de la vitesse ; ce qui nous donne :

$$nRMSE = \frac{1}{\max \|v_{CFD}\|} \sqrt{\frac{1}{V_{LV}} \sum_{k=1}^n (\|v_{iVFM_k} - v_{CFD_k}\|^2 r^2 \sin(\theta) dr d\theta d\varphi)} \quad (V.4)$$

La Figure V-11 montre les erreurs pour trois cas de figure : le cas où α minimise l'erreur (courbe rouge), le cas où α est calculé une fois puis gardé constant sur tout le cycle (courbe jaune) et enfin le cas où α calculé à chaque instant (courbe bleue). Dans le deuxième cas, le paramètre de lissage sera calculé à la fin du remplissage rapide (frame 61). Les courbes d'erreur sont relativement proches, excepté au moment de l'éjection et lors du changement de forme du vortex (frame 56). Lors de la systole, l'information Doppler est lisse car l'écoulement est unidirectionnel, par conséquent le paramètre de lissage obtenu par la méthode de la L-curve est inférieur au paramètre de lissage trouvé au moment de la fin du remplissage rapide. Un alpha sous-évalué introduit plus d'erreur dans le champ de vitesse reconstruit, notamment dans la direction azimutale, c'est pourquoi la courbe d'erreur du cas où α est calculé à tous les instants (courbe bleue Figure V-11) montre un écart important avec les deux autres courbes dans cette partie du cycle. Dans la suite de ce manuscrit, le paramètre de lissage ne sera calculé qu'à la fin du remplissage rapide (frame 61), puis gardé constant sur tout le cycle pour deux raisons : cela diminue le temps de calcul, mais cela permet également de diminuer l'erreur lors de la systole.

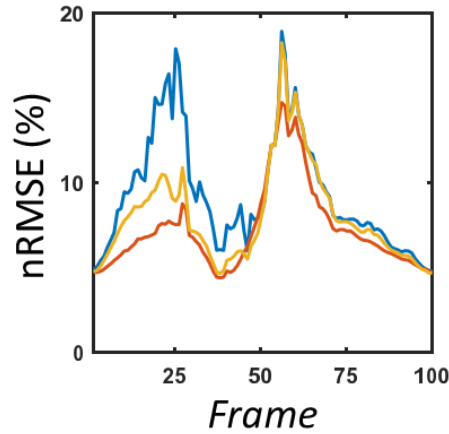


Figure V-11: Erreurs quadratiques moyennes normalisées de l'iVFM-3D calculées sur tout le cycle cardiaque pour 3 cas: le cas où α minimise l'erreur en rouge, α est constant sur tout le cycle en jaune, et α est calculé de manière indépendante à chaque instant en bleu.

À partir de la méthode sélectionnée, nous calculons les erreurs pour chaque composante de la vitesse (Figure V-12). L'épaisseur de la courbe correspond à la variation de l'erreur pour un SNR allant de 20 dB à 60 dB (voir Figure V-12). Les erreurs de vitesse sont plus faibles pour les composantes radiales (moins de 3%), tandis que les erreurs sur les composantes azimutales se situent entre 5% et 15%. Cependant, les composantes azimutales étaient les plus sujettes à erreur car nous ne disposons que de peu d'informations dans cette direction. Seuls six échantillons (six demi-plans) sont disponibles via le triplan. En ce qui concerne l'allure de la courbe, les erreurs étaient les plus importantes au début du remplissage ventriculaire. Il s'agit d'une phase de l'écoulement où les vitesses polaires et azimutales deviennent significatives. Le vortex change de forme pour passer d'une forme annulaire à une forme de

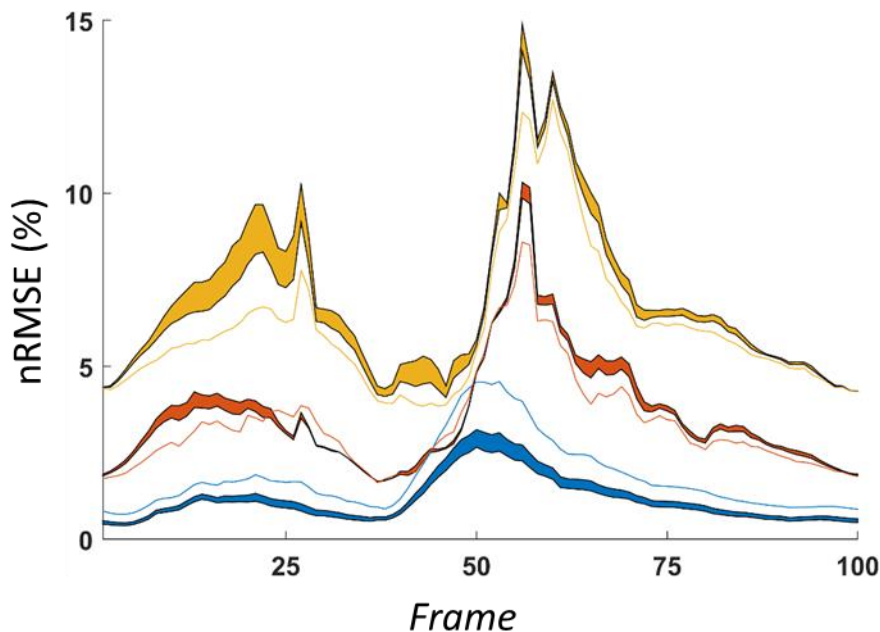


Figure V-12: Erreurs quadratiques moyennes normalisées ($nRMSE$) entre les vecteurs de vitesse dérivés de l'iVFM-3D et ceux issus de la CFD. L'épaisseur des courbes reflète la gamme des erreurs en fonction du bruit Doppler (SNR de 20 à 60 dB). Les courbes à épaisseur constante correspondent à un SNR de 10 dB.

recirculation. Enfin, les courbes à épaisseur constante correspondent à un SNR de 10dB. Ce dernier est un cas extrême où le bruit masque en grande partie l'information Doppler. C'est pourquoi le paramètre de lissage obtenu par la méthode de la L-curve est élevé, et donc le biais dans les valeurs de vitesses estimées par notre technique est important. Néanmoins, même dans ce cas, la variation de l'erreur par rapport à un cas moins bruité reste faible pour chaque composante excepté la composante radiale dont l'erreur monte jusqu'à 5 %. Comme nous l'avons évoqué, cette différence vient essentiellement de l'augmentation de la valeur du paramètre de lissage.

Les analyses de régression ont confirmé ces résultats (Figure V-13). La technique $iVFM$ -3D a reconstruit les composantes radiales avec précision ($r^2 = 0,99$) puisque ce sont les informations contenues dans les images Doppler. Les coefficients de régression obtenus avec les composantes d'élévation et azimutales sont respectivement de $r^2 = 0,61$ et $r^2 = 0,32$.

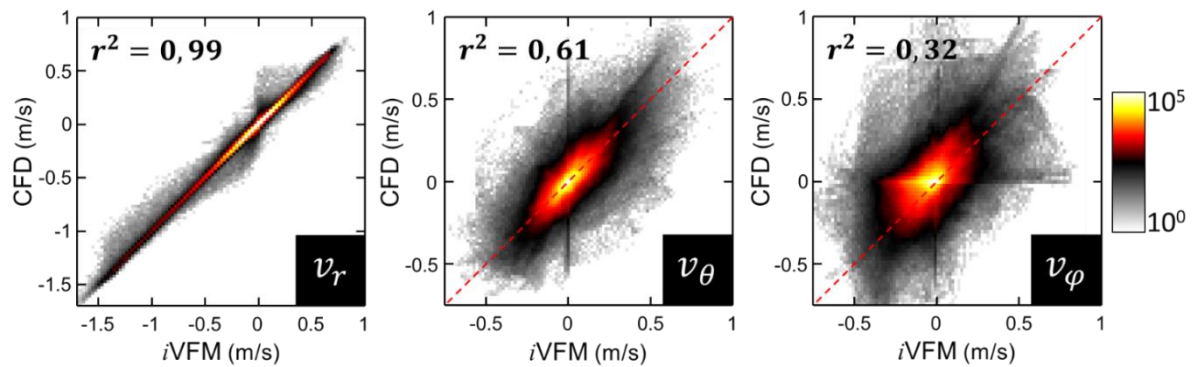


Figure V-13: Vitesses basées sur la CFD comparées aux vitesses dérivées de l' $iVFM$ -3D. Les données de vitesse des 100 instants du modèle CFD ont été regroupées. Les diagrammes de dispersion affichent le nombre d'occurrences des vitesses. La ligne rouge pointillée est la ligne d'identité. (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021)

Tous les calculs d'erreur précédents ont été faits en reconstruisant l'écoulement sur trois plans uniquement, cependant nous cherchons à reconstruire un volume complet : pour cela, nous avons utilisé une interpolation trigonométrique (voir Section IV.2.1). Le Tableau V-1 montre les erreurs de reconstruction, calculées avec la $nRMSE$, pour des volumes contenant de 3 à 24 plans, à différents instants du cycle cardiaque espacés de manière régulière et pour différents niveaux de bruit.

L'interpolation trigonométrique semble adaptée à notre cas, car l'impact du nombre de plans sur l'erreur est négligeable (augmentation de l'erreur de 1,3% maximum) peu importe le moment du cycle ou le niveau de bruit choisi. De plus, l'erreur est quasi constante entre l'interpolation sur 6 plans et l'interpolation sur 24 plans (augmentation de 0,22% maximum). Aussi, ces augmentations ont lieu à la *frame* 61 (la fin du remplissage rapide) qui correspond au moment où l'erreur globale est la plus importante (voir Figure V-11 et Figure V-12).

Bruit	instant n°	3	6	12	24
SNR 60	1	4,80%	4,97%	5,01%	5,02%
	21	10,53%	10,35%	10,33%	10,33%
	41	5,55%	5,52%	5,48%	5,48%
	61	14,03%	15,10%	15,29%	15,32%
	81	7,29%	7,55%	7,58%	7,59%
SNR40	1	4,80%	4,97%	5,01%	5,02%
	21	10,53%	10,35%	10,32%	10,33%
	41	5,54%	5,52%	5,48%	5,48%
	61	14,03%	15,10%	15,29%	15,32%
	81	7,28%	7,56%	7,58%	7,59%
SNR20	1	4,78%	4,94%	4,98%	4,99%
	21	9,12%	9,20%	9,17%	9,10%
	41	4,99%	5,11%	5,06%	5,05%
	61	13,80%	14,84%	15,04%	15,06%
	81	7,08%	7,34%	7,39%	7,38%

Tableau V-1: Erreurs quadratiques moyennes normalisées (nRMSE) de la vitesse pour différents instants du cycle cardiaque, différentes valeurs du bruit et différents nombres de plans reconstruits.

Malgré des erreurs azimutales élevées, l'aspect global de l'écoulement a été adéquatement estimé. En effet, comme l'illustre la Figure V-14, l'iVFM-3D a permis de reconstruire des champs de vitesse à trois composantes dans le volume intraventriculaire complet à partir de trois plans Doppler uniquement. En particulier, les anneaux tourbillonnaires (volumes rouges des images de gauche) qui se sont formés pendant le remplissage rapide du ventricule gauche (*frame* 50), ainsi que la recirculation globale pendant la diastase (*frame* #60) sont estimés de façon cohérente. Les lignes de courant de l'écoulement dérivées de l'iVFM-3D étaient, elles aussi, consistantes avec celles de la référence dérivée du modèle CFD. Enfin, les volumes du ventricule gauche, dans le cas de l'iVFM-3D, ont été interpolés (par interpolation trigonométrique également) à partir des trois plans uniquement (voir Section IV.2.1) ; leurs tailles et formes sont cohérentes avec ceux de notre référence CFD.

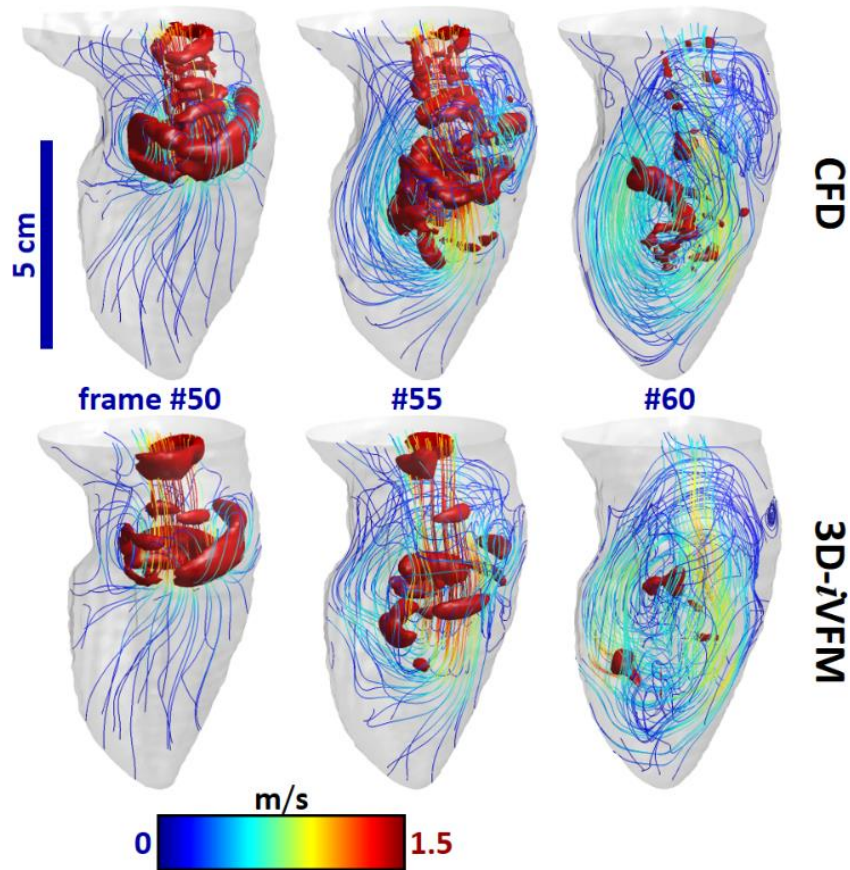


Figure V-14: L'iVFM-3D (2ème ligne) permet la reconstruction du flux sanguin intraventriculaire. À titre de comparaison, la 1ère ligne montre les champs de vitesse CFD originaux. Les couleurs des lignes de courant représentent les amplitudes de vitesse. Les volumes rouges illustrent les régions de vortex détectées par le critère Q (voir Équation (V.5) Section V.3.3). (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021)

V.3.2 Évaluation de la vorticité

L'objectif de l'iVFM-3D est la reconstruction de l'écoulement du sang dans le ventricule gauche, mais aussi la détection de son vortex. Le vortex intraventriculaire étant une zone de forte vorticité (équation (V.3)), la précision de l'estimation de la vorticité est primordiale. La Figure V-15 montre la moyenne de la norme de la vorticité (à gauche) et la moyenne de ses composantes (à droite). L'estimation des composantes radiales de la vorticité (ω_r) est moins précise que celle des composantes azimutales (ω_ϕ) et polaires (ω_θ). Cela est prévisible puisque les composantes ω_r sont calculées à partir des composantes azimutales et d'élévation de la vitesse ; celles-ci sont les inconnues de notre problème, et leurs valeurs sont donc moins bien estimées.

Pour ce qui est de la moyenne de la norme de la vorticité (Figure V-15, gauche), les deux courbes se superposent globalement, excepté au niveau du pic de vorticité, autour de la *frame* 55. Néanmoins, les profils de vorticité produit par l'iVFM-3D sont cohérents avec ceux calculés à partir de la référence.

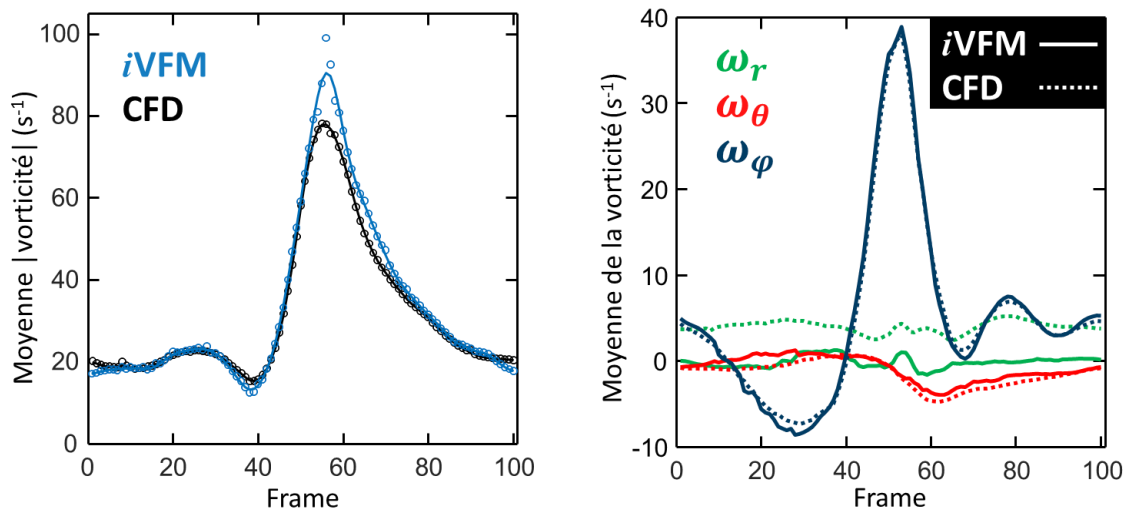


Figure V-15: Vorticités moyennes déduites du champ de vitesse reconstruit par l'iVFM-3D comparées à celles calculées à partir des vitesses de référence. À gauche, la moyenne des amplitudes de la vorticité. À droite, la moyenne des composantes de la vorticité : radiale (ω_r), d'élévation (ω_θ), et azimutale (ω_ϕ). (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021)

V.3.3 Volume du vortex

Le volume (du vortex ou du ventricule) estimé par l'iVFM-3D, ou calculé à partir des plans de référence, est dépendant de la taille des voxels qui le composent. C'est pourquoi, avant de calculer le volume du vortex, nous avons comparé les volumes du ventricule dans trois cas de figure : une reconstruction sur 12 plans (en utilisant notre méthode sur une acquisition triplan), une acquisition de 12 plans sur le modèle CFD, et le volume réel du modèle CFD. Ce dernier a un maillage plus fin (environ 7×10^6 nœuds pour la cavité intra-ventriculaire gauche) et il est notre volume de référence (voir Figure V-16).

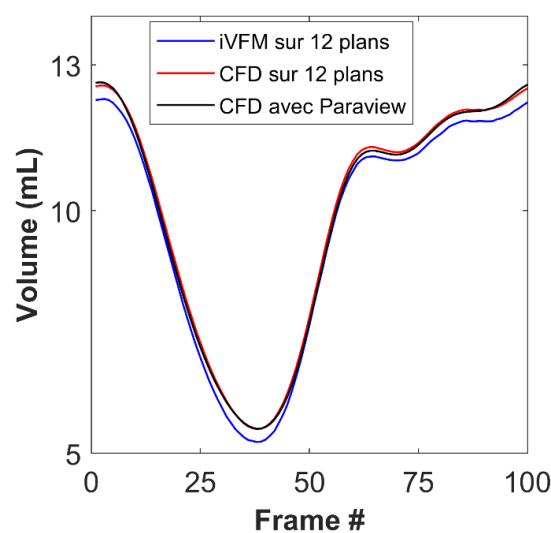


Figure V-16: Volume du ventricule en fonction de l'instant du cycle cardiaque. En bleu, le volume calculé sur 12 plans par l'iVFM-3D; en rouge, le volume calculé sur 12 plans du modèle de référence; en noir, le volume réel du modèle CFD.

Une reconstruction sur 12 plans permet une estimation rigoureuse du volume intraventriculaire, notamment pour le cas de référence (les courbes rouge et noire de la Figure V-16). L'iVFM-3D interpole le volume du ventricule à partir de seulement trois plans (courbe bleue Figure V-16), c'est pourquoi il est moins précis que le volume calculé à partir des 12 plans interpolés à partir du modèle CFD. Néanmoins, l'iVFM-3D permet une estimation fidèle du volume intra-cavitaire et la résolution de ce volume sur 12 plans est suffisante pour limiter le biais induit par la taille des voxels.

À partir de 12 plans interpolés, nous avons estimé les volumes des vortex en utilisant le critère Q (Günther and Theisel 2018) : un voxel appartient à un vortex si sa valeur Q est supérieure à un seuil prédéfini. La valeur du critère Q , dans le cas d'un écoulement à divergence nulle, est calculée en utilisant l'équation suivante :

$$Q = \frac{1}{2} (\|\boldsymbol{\Omega}\|^2 - \|\mathbf{S}\|^2) \quad (\text{V.5})$$

Où $\boldsymbol{\Omega}$ est le tenseur de vorticité et $\mathbf{S}$ est le tenseur de vitesse de déformation. Le critère Q considère qu'un vortex est une zone de l'écoulement où la norme euclidienne du tenseur de vorticité $\boldsymbol{\Omega}$ est supérieure à la norme euclidienne du tenseur de vitesse de déformation $\mathbf{S}$.

Il n'y a pas de seuil universel pour définir si la zone considérée est un vortex ou non, c'est pourquoi nous avons considéré plusieurs seuils autour d'une valeur choisie arbitrairement qui permettait une bonne visualisation du vortex dans le cas CFD. La valeur choisie était de $10\,000\text{ s}^{-2}$. Les seuils étaient compris entre $5\,000$ et $15\,000\text{ s}^{-2}$ pour obtenir plusieurs estimations de volume par pas de temps. La Figure V-17 montre la médiane et l'erreur standard des valeurs obtenues avec les différents seuillages pour un SNR de 40 dB. ParaView (Kitware Inc., NY, USA), un logiciel libre d'analyse et de visualisation des données, a été utilisé afin de calculer le volume du vortex dans le cas du modèle CFD. Ces dérivés des champs de vitesse reconstruits par l'iVFM-3D ont été estimés à l'aide de codes MATLAB internes.

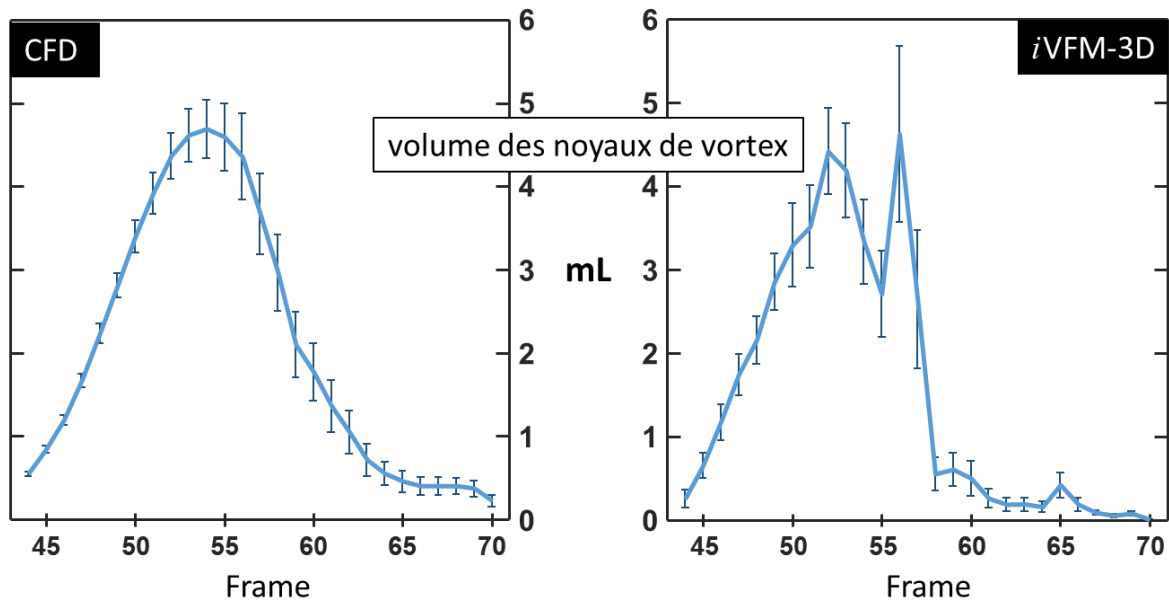


Figure V-17: Comparaison entre les volumes de vortex déduits du champ de vitesse reconstruit par l'iVFM-3D et ceux calculés sur le modèle CFD directement. Les régions tourbillonnaires ont été détectées en utilisant le critère Q . Un voxel appartenait à un tourbillon si sa valeur Q était supérieure à un seuil. Plusieurs seuils ont été utilisés : les barres d'erreur illustrent les erreurs standards. (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021)

Les volumes des noyaux de vortex (Figure V-17), déterminés par le critère Q (volumes rouges dans la Figure V-14), étaient les plus importants au milieu du remplissage (autour de la *frame* 55). Les volumes de vortex dérivés de l'iVFM-3D correspondaient à ceux mesurés dans le modèle CFD, mais présentaient quelques incohérences (Figure V-17), notamment pour la *frame* 55. Afin de tester la robustesse de notre estimation du volume du vortex, nous l'avons évalué pour plusieurs niveaux de bruit. La Figure V-18 montre les volumes du vortex intraventriculaire pour un seuil du critère Q de $10\,000\text{ s}^{-2}$, les valeurs obtenues sont proches et les profils sont similaires entre eux. Dans le cas d'un SNR de 20 dB, le volume obtenu est plus faible. En effet, plus le niveau de bruit est élevé, plus le lissage devient important, ce qui a un impact sur le champ de vitesse reconstruit et donc sur l'estimation du volume du vortex. Pour les deux autres cas, les courbes sont superposées.

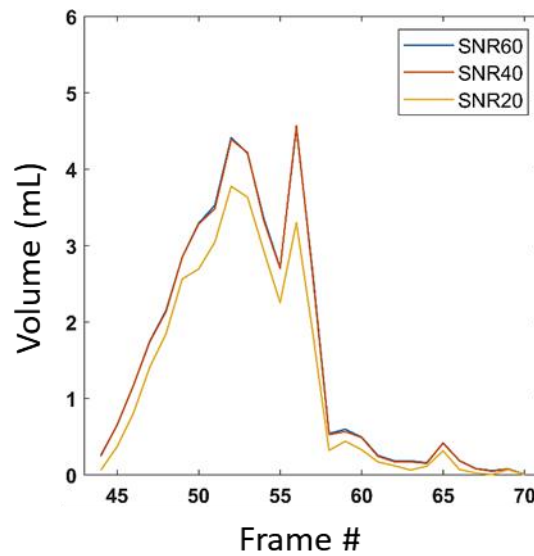


Figure V-18: Volumes de vortex déduits du champ de vitesse reconstruit par l'iVFM-3D pour différentes valeurs de bruit. Les régions tourbillonnaires ont été détectées en utilisant le critère Q . Un voxel appartenait à un tourbillon si sa valeur Q était supérieure à $1e^4\text{ s}^{-2}$.

V.4 Discussion

Les résultats présentés dans ce chapitre, sur le modèle d'écoulement CFD, montrent que l'iVFM-2D et l'iVFM-3D peuvent saisir avec précision la dynamique globale du flux intraventriculaire. Notre étude a testé la méthodologie algorithmique, pour cela, nous avons généré des champs Doppler "idéaux" (altérés uniquement avec un bruit Gaussien) à partir des composantes de vitesse radiale interpolées depuis le modèle CFD. Nos résultats ne nous permettent donc pas de conclure sur les effets des artefacts de l'imagerie ultrasonore, tels que les artefacts liés aux mouvements de la paroi et les lobes latéraux ou de réseau, et les manques d'information Doppler dus au filtrage des parois.

En ce qui concerne l'iVFM-2D, les erreurs normalisées varient de 2 à 12 % pour les composantes de vitesse transversale (angulaire) et sont inférieures à 5% pendant la majeure partie du cycle cardiaque. Les erreurs normalisées sont inférieures à 4% pour les composantes radiales de la vitesse. Les erreurs dans la direction radiale sont principalement dues aux deux contraintes qui ne sont pas entièrement satisfaites (c'est-à-dire un écoulement plan incompressible et des conditions limites de glissement à la paroi). La concordance des fonctions de courant ($r^2 = 0,88$, Figure V-9) entre les champs d'écoulement réels et estimés montre que l'iVFM-2D peut déchiffrer avec succès les caractéristiques, à grande échelle, de l'écoulement intraventriculaire.

De plus, l'algorithme *iVFM-2D* a fourni une estimation précise de la vorticité intraventriculaire moyenne (Figure V-10) : celle-ci reflète le taux de rotation local d'une particule de fluide et permet donc la caractérisation du vortex. La vorticité moyenne a atteint un maximum à la fin du remplissage précoce, c'est-à-dire lorsque le vortex était le plus important. Ce pic de vorticité moyenne pourrait refléter le degré de remplissage du ventricule gauche et donc l'état de la fonction diastolique.

Afin de vérifier la bonne estimation du flux intraventriculaire par l'*iVFM-2D* contraint, développé dans cette thèse, nous l'avons comparé avec la méthode développée dans Assi *et al.* (Assi *et al.* 2017). La Figure V-19 montre les erreurs de deux méthodes, calculées par l'équation (V.1), pour chaque composante de la vitesse. Les trois coefficients de la méthode de Assi ont été choisis de façon à minimiser l'erreur pour la *frame* 61, puis gardés constant sur tout le cycle cardiaque, de façon à tester les deux techniques dans les mêmes conditions d'utilisation. Enfin, la méthode de Assi n'a été testée qu'avec un *SNR* de 40 dB. Les erreurs des deux démarches sont très proches pour les deux composantes de la vitesse, ce qui indique que le fait de contraindre le problème n'a qu'un impact modéré sur les courbes d'erreur, mais permet de réduire le nombre de paramètres de régularisation à déterminer à un, au lieu de trois ; cela réduit donc le temps de calcul. En effet, la différence principale, entre les deux méthodes, est que la divergence nulle et les conditions aux limites ne sont pas exprimées dans le sens des moindres carrés, mais sont imposées explicitement.

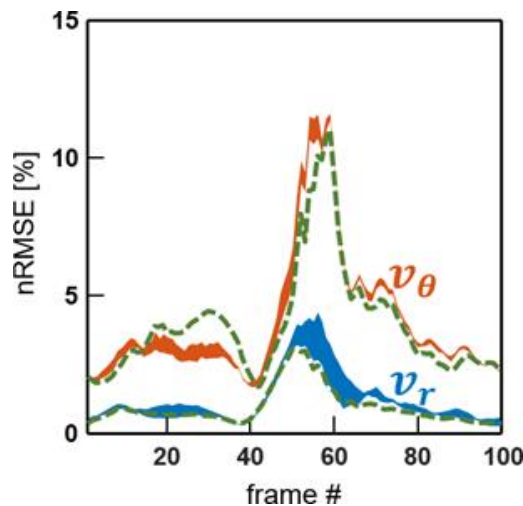


Figure V-19: En rouge et bleu : erreurs quadratiques moyennes normalisées (*nRMSE*) entre les vecteurs de vitesse dérivés de l'*iVFM-2D* et ceux issus de la CFD. En pointillés verts, les *nRMSE* de la méthode développée par Assi avec 3 paramètres de lissage.

En ce qui concerne l'*iVFM-3D*, les composantes radiales du champ de vitesse ont été les mieux reconstruites, avec des erreurs inférieures à 3 %. Les différences proviennent du lissage et du schéma d'interpolation trigonométrique imposés par l'*iVFM-3D*. Les erreurs sur les composantes polaires étaient proches de celles observées avec la version présentée de l'*iVFM-2D*, comprises entre 2 et 10 %. En revanche, les composantes azimutales étaient les plus sujettes à erreur car, le mode triplan ne nous fournit que peu d'informations dans cette direction, c'est pourquoi nous avons obtenu des erreurs entre 4 et 15 %. Les erreurs d'estimation des vitesses étaient plus importantes au début du remplissage ventriculaire. Il s'agit d'une phase de l'écoulement où les vitesses polaires et azimutales deviennent significatives puisque des changements importants se produisent dans l'écoulement ; le vortex passe d'une forme annulaire symétrique à une forme de recirculation globale dans le ventricule. Malgré des erreurs azimutales significatives, l'aspect global de l'écoulement a été fidèlement reconstruit par l'*iVFM-*

3D (Figure V-14). De plus, celui-ci permet d'obtenir une estimation du volume ainsi que de la forme du vortex intraventriculaire (Figure V-17 et Figure V-18).

Qui plus est, la vorticité globale a été déterminée avec précision, ce qui tend à montrer que l'iVFM-3D pourrait être utilisé comme marqueur physiologique afin de caractériser les flux intracavitaires du ventricule gauche, plus particulièrement la fonction de remplissage. En effet, les résultats obtenus avec le modèle CFD montrent qu'il serait possible de mesurer les indices tourbillonnaires globaux (Figure V-15). En particulier, nous pensons que le pic de vorticité globale pourrait refléter la fonction diastolique. Cependant ceci reste à démontrer, car notre étude ne concerne pour l'instant qu'un seul cas, et ne permet donc pas une conclusion définitive.

CHAPITRE VI

Étude clinique

Dans ce chapitre, nous évaluons la faisabilité *in vivo* des *iVFM* 2D et 3D. Les champs de vitesse reconstruits sont comparés aux modalités d'imagerie de référence de l'étude du flux intraventriculaire. La première partie de ce chapitre présentera le prétraitement appliqué aux images cliniques, nécessaire à l'application de la méthode détaillée dans ce manuscrit, tel que la segmentation ou le déaliasing. Dans une seconde partie, nous évaluons, sur un cycle cardiaque, les champs de vitesse estimés par l'*iVFM*-2D ; puis, cette évaluation est faite sur les flux 3D. Enfin, dans une dernière partie, nous discutons des résultats obtenus, ainsi que des limites des méthodes proposées.

Les résultats présentés dans ce chapitre sont adaptés de Vixège *et al.* « *Physics-constrained intraventricular vector flow mapping by color Doppler* » (Vixège, Berod, Sun, *et al.* 2021), et de Vixège *et al.* « *Full-volume three-component intraventricular vector flow mapping by triplane color Doppler* » (Vixège, Berod, Courand, *et al.* 2021).

VI.1 Pré traitement

Dans le cadre de l'application de l'iVFM à des données cliniques, le cardiologue avec qui nous avons travaillé (Pierre-Yves Courand, cardiologue aux Hospices Civiles de Lyon) a acquis des images Doppler de couleur du ventricule gauche. Ces images ont été acquises en vue apicale trois cavités (pour le cas 2D), ou en mode triplan (pour le cas 3D), à l'aide d'un échographe Vivid E95 (GE Healthcare) et d'une sonde cardiaque matricielle de 2,9 MHz (M4S). Les données Doppler ont été extraites avant la conversion de l'échographe (c'est-à-dire dans une grille polaire) en utilisant le logiciel EchoPAC (GE Healthcare). Les données cliniques acquises lors d'une échographie cardiaque sont bruitées et peuvent présenter de l'aliasing (voir Sections II.3, et IV.2.2). Afin de reconstruire un champ de vitesse lisse, l'iVFM (2D et 3D) utilise un lisseur dont l'importance lors de la reconstruction est contrôlée par la méthode de la L-curve (Section IV.2.3). En ce qui concerne l'aliasing, nous avons utilisé une technique faiblement supervisée de déaliasing, décrite dans Muth *et al.* (Muth *et al.* 2011), afin de le détecter et de rétablir les vitesses radiales (voir Figure VI-1). L'aliasing n'étant pas présent à tous les instants, ni même sur toutes les vues d'une acquisition triplan, l'utilisation du déaliasing doit être gérée au cas par cas pour éviter d'introduire des erreurs dans les vitesses Doppler (voir Figure VI-1 bas). La Figure VI-1 montre deux acquisitions Doppler cliniques, à la fin du remplissage rapide chez un patient sain ; dans le premier cas l'aliasing est correctement détecté et dans le deuxième cas, l'algorithme introduit une erreur dans les vitesses Doppler.

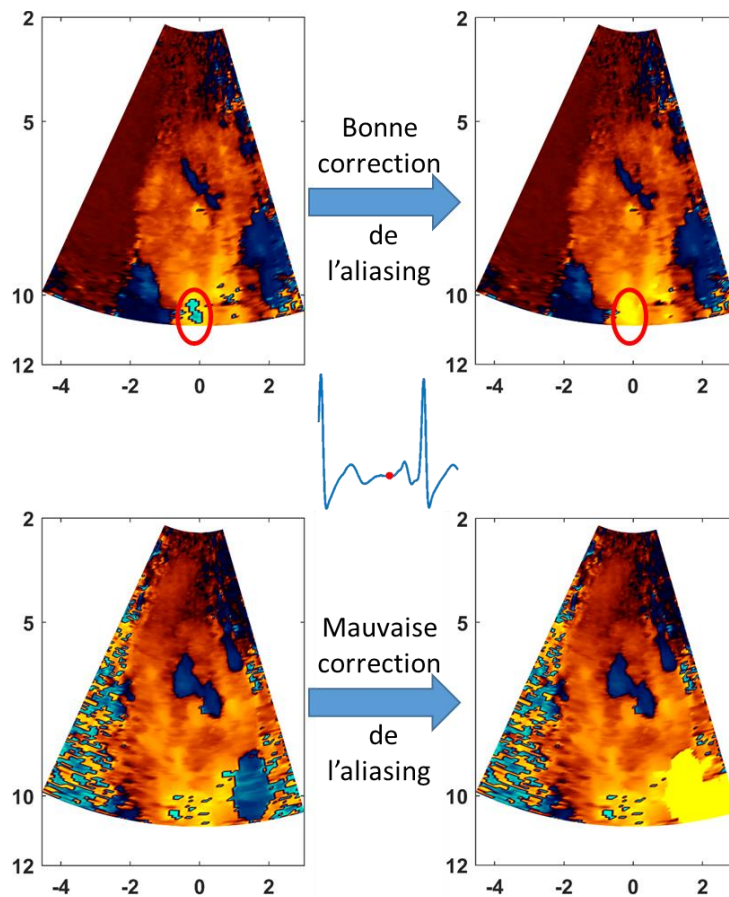


Figure VI-1: Deux exemples de déaliasing lors du remplissage rapide chez un patient sain. Sur la ligne du haut, une vue 3 cavités où l'aliasing a correctement été détecté et corrigé par l'algorithme. Sur la ligne du bas, une vue 4 cavités où une zone non-aliasée, en bas à droite, a été modifiée.

La région d'intérêt est définie en segmentant manuellement les limites internes du ventricule gauche (voir Figure VI-2) à l'aide de l'image mode B et du Doppler de couleur. À partir de cette délimitation de la paroi, les vecteurs normaux (Figure VI-2b) à celle-ci sont estimés et interpolés sur la grille Doppler. Puis les coordonnées de 15 points régulièrement espacés le long de la paroi sont conservées (Figure VI-2a), et dans le cas du triplan, ce sont 15 points par plan qui sont conservés. La distance parcourue par ces points entre deux instants nous permet de calculer la vitesse de la paroi dans le plan à chaque instant en ces points, puis de les interpoler sur toute la paroi endocardique (Sun *et al.* 2022).

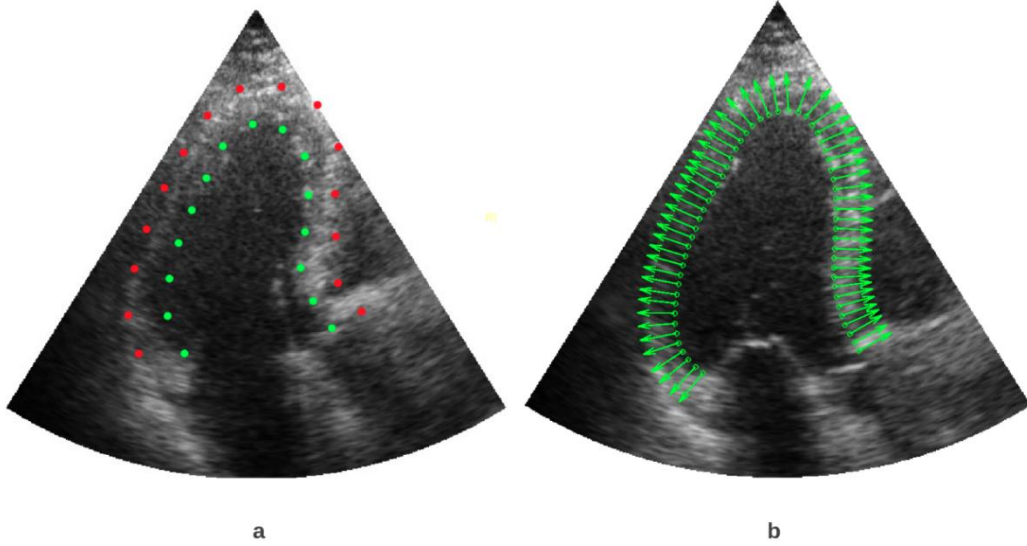


Figure VI-2: a) Segmentation du ventricule gauche sur une vue 3 cavités chez un patient sain. Les points verts sont les points sur lesquels la vitesse de la paroi va être calculée. Les points rouges représentent le péricarde. b) Les normales à la paroi sont calculées à partir de la segmentation manuelle.

Enfin, à la différence du modèle CFD, les cas cliniques nous donnent accès à la puissance Doppler. Dans la pratique clinique, une puissance Doppler élevée est généralement associée à une vitesse Doppler fiable, c'est pourquoi nous avons utilisé cette information comme pondération du Doppler de couleur. Dans EchoPAC, la puissance Doppler (P_D) est comprise entre 1 et 100. Les poids ω (voir Eq. 1) ont été définis à partir des champs Doppler de puissance comme suit afin d'être compris entre 0 et 1 :

$$\omega = \log(P_D)/2 \quad (\text{VI.1})$$

Afin de prendre en compte la pondération, l'équation d'adéquation aux données devient :

$$\int_{\Omega} (v_r + u_D)^2 d\Omega \Rightarrow \int_{\Omega} \omega \times (v_r + u_D)^2 d\Omega \quad (\text{VI.2})$$

La Figure VI-3, ligne du haut, présente les valeurs de la puissance Doppler sur un cas clinique et la valeur des poids associés. Enfin, la ligne du bas montre les valeurs du Doppler de couleur correspondant. Dans le cercle rouge, une forte vitesse Doppler est mise en évidence ; hors la vitesse à cet endroit ne devrait pas être aussi élevée donc la vitesse acquise est mal estimée à cause d'un faible retour du signal provenant de cette zone. La prise en compte du Doppler de puissance permet de minimiser l'importance accordée à cet endroit lors du calcul du champ de vitesse.

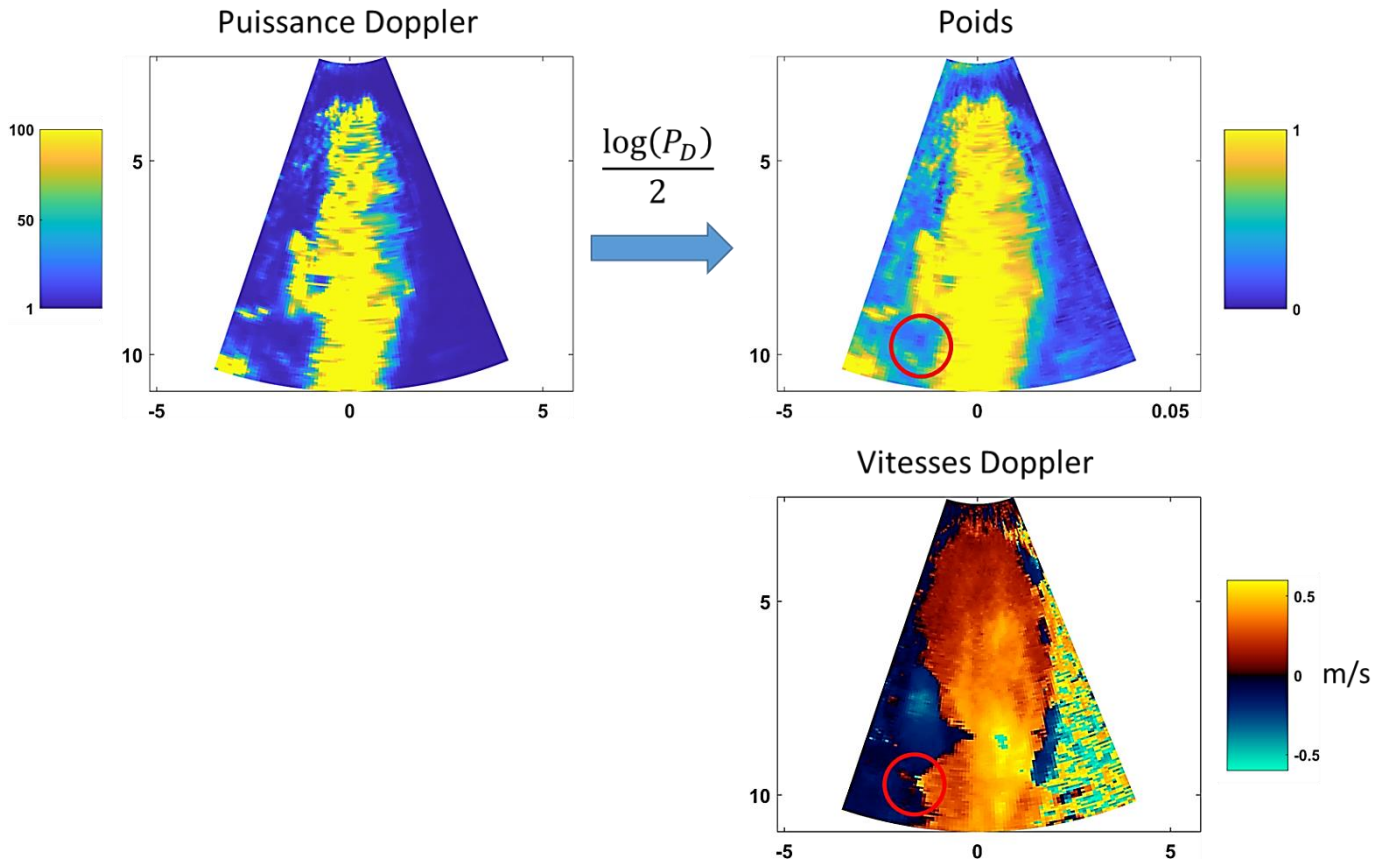


Figure VI-3: Calcul du poids sur un cas clinique. En haut à droite, les pondérations calculées à partir du Doppler de puissance fourni par l'échographe (en haut à gauche). En bas à droite, les vitesses Doppler correspondant au même instant. Entouré en rouge, une zone mal estimée par le Doppler couleur.

Le paramètre de régularisation est calculé en utilisant la méthode de la courbe en L (voir Section IV.2.3) à la fin du remplissage rapide. Le même paramètre de régularisation est utilisé pour calculer les champs de flux vectoriels intraventriculaires du même cycle cardiaque.

VI.2 Reconstruction 2D

Les écoulements reconstruits avec l'iVFM-2D permettent de mettre en évidence la dynamique du flux intraventriculaire, difficilement déchiffrable par le Doppler couleur standard. Un exemple de la dynamique du flux sanguin au cours d'un cycle cardiaque est présenté à la Figure VI-4. Cet exemple montre les jets systolique et diastolique ainsi que la formation du vortex global chez un patient sain (sans maladie cardiaque) à la fin du remplissage rapide (i.e. pendant la relaxation ventriculaire). Le vortex était encore visible pendant la diastase : la période entre la relaxation ventriculaire et la contraction auriculaire. Enfin, le jet dû à la contraction auriculaire, et permettant la conservation du mouvement de recirculation, est également déchiffré par notre méthode (systole auriculaire). La Figure VI-5 représente des reconstructions du flux sanguin intraventriculaire pendant le remplissage rapide chez neuf patients. L'anneau tourbillonnaire est visible sur certaines images au début du remplissage rapide. Sur d'autres, le vortex global qui se forme à la fin du remplissage précoce est reconstruit.

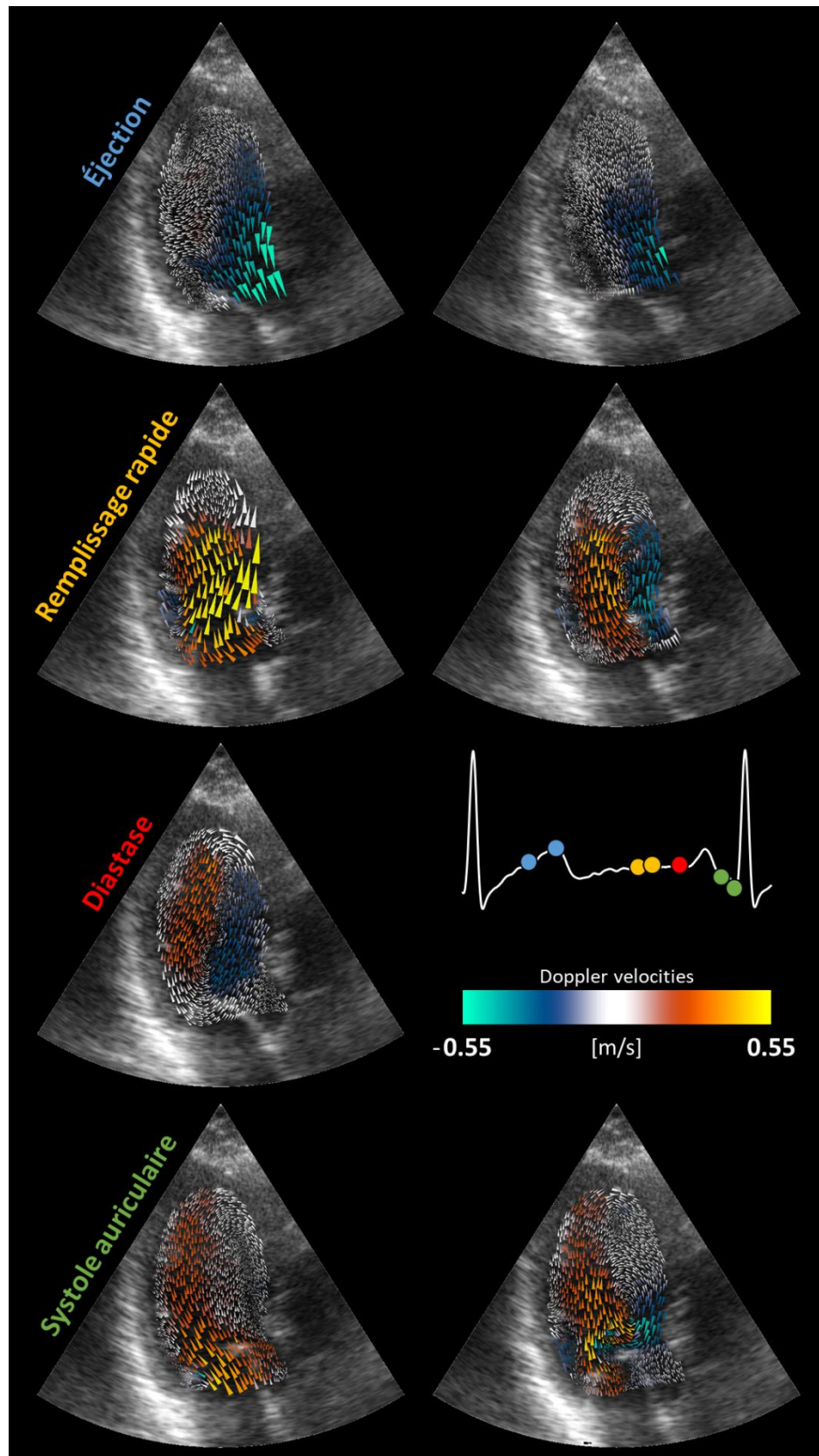


Figure VI-4: Reconstruction du flux vectoriel intraventriculaire chez un patient. Les images sélectionnées montrent l'entrée et la sortie du sang dans le ventricule gauche. Le grand vortex qui se forme au début du remplissage est visible pendant la diastase. La couleur des flèches représente les champs Doppler couleur originaux à partir desquels les champs ont été calculés (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021).

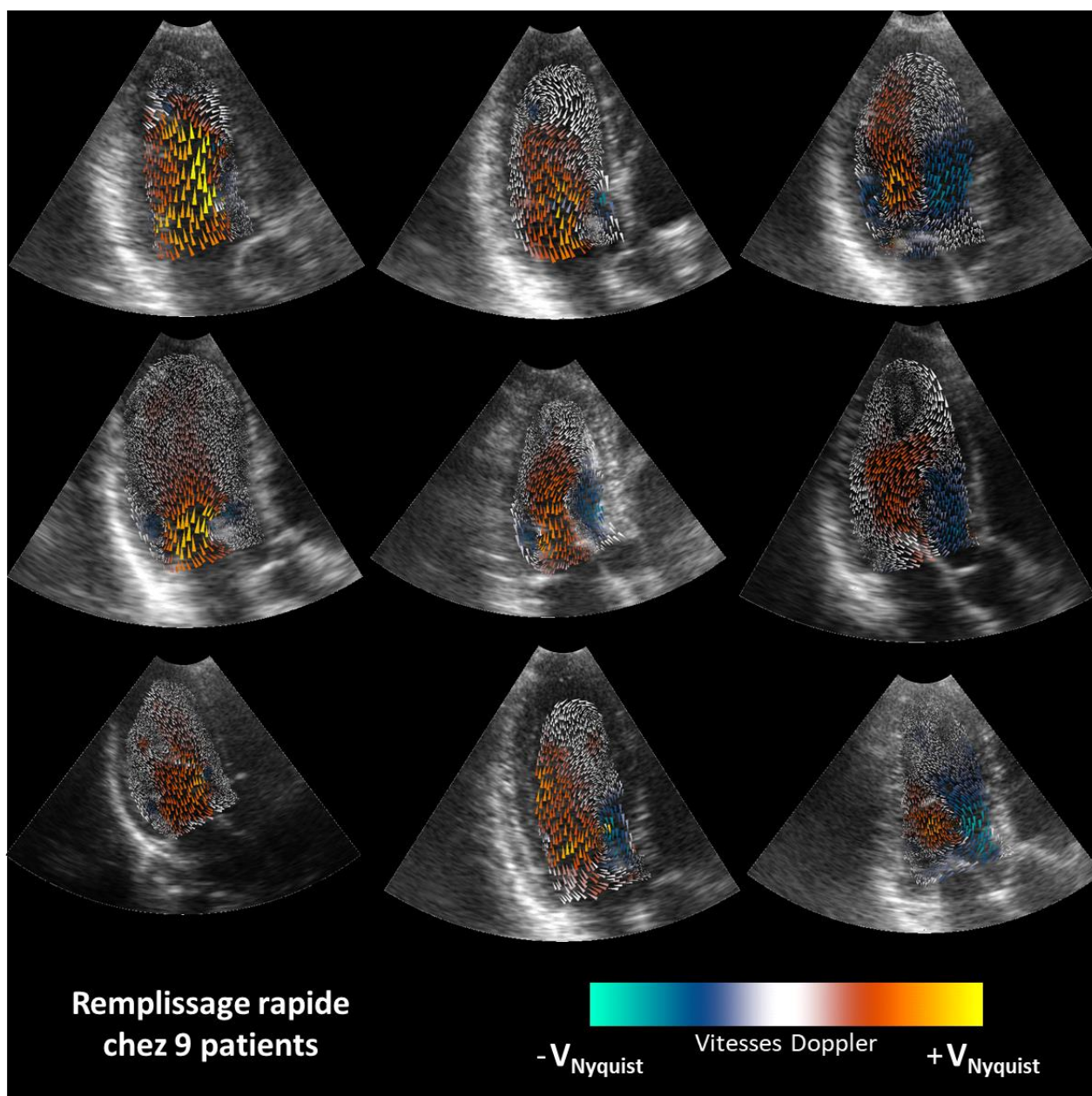


Figure VI-5: Reconstruction du flux vectoriel intraventriculaire chez neuf patients. Ces images sélectionnées montrent le flux sanguin intra-ventriculaire pendant le remplissage rapide (c'est-à-dire la relaxation ventriculaire). La couleur des flèches représente les champs Doppler couleur originaux à partir desquels les champs ont été calculés (Vixège, Berod, Sun, et al. 2021).

Les écoulements calculés à partir de l'iVFM-2D sont réalistes et sont en adéquation avec les champs de vitesse reconstruits, en vue 3 cavités, via d'autres méthodes telles que l'écho-PIV ((Sengupta, Pedrizzetti, et al. 2012), Figure VI-6), ou encore via la méthode utilisée en clinique sur les échographes Fujifilm, développée par Garcia et al (Garcia et al. 2010) (Figure VI-7). L'anneau de vortex est visible sur les trois cas de la colonne de gauche (Figure VI-5), et correspond au cas de la Figure VI-7a. Le vortex s'élargit pendant le remplissage rapide (colonnes du milieu et de droite Figure VI-5 et Figure VI-6A) jusqu'à remplir complètement le ventricule lors de la diastase. Le flux de recirculation déchiffré par l'iVFM-2D pendant cette dernière phase, ainsi que celui de la systole, concordent avec ceux reconstruits par les autres méthodes (Figure VI-4, Figure VI-6BC et Figure VI-7bd). Finalement, la reconstruction du champ de vitesse par la technique de l'iVFM-2D est cohérente avec les autres

techniques telles que l'écho-PIV et la technique de Garcia. Pour rappel, l'écho-PIV n'est pas applicable en routine clinique, dû à l'injection de produit de contraste, et la technique de Garcia reconstruit ligne par ligne, ce qui introduit des discontinuités (voir Section III).

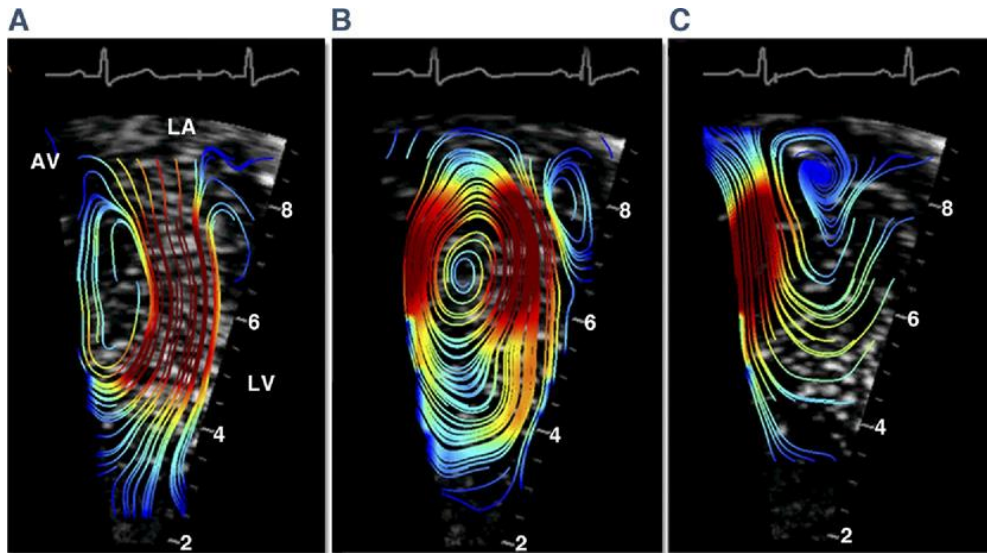


Figure VI-6: L'écoulement est représenté par des lignes de courant dont la couleur correspond à l'énergie cinétique. Les données de vitesse instantanées sont obtenues par écho-PIV. L'acquisition est faite en vue apicale axe long pendant les phases (A) de remplissage rapide, (B) de remplissage lent et (C) d'éjection du cycle cardiaque. (Sengupta, Pedrizzetti, et al. 2012)

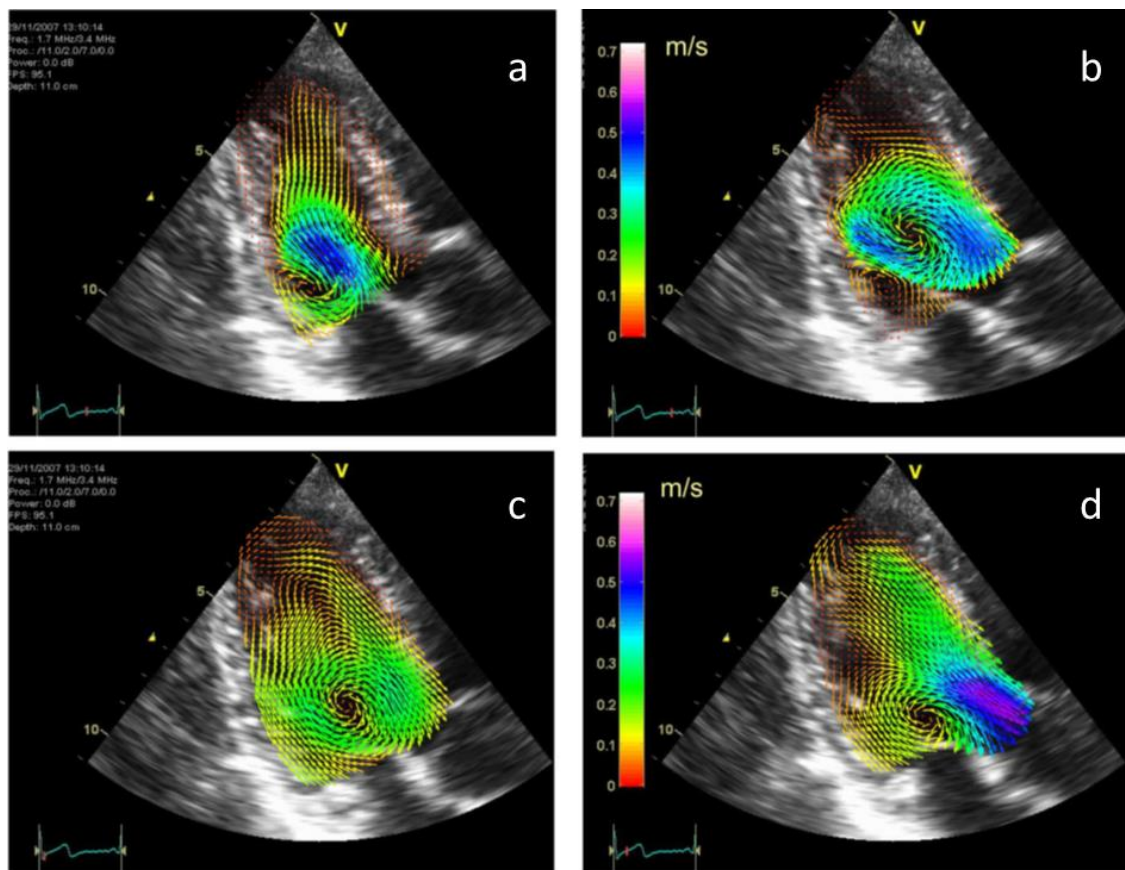


Figure VI-7: Écoulement du sang dans le ventricule gauche d'un patient sain, superposé à une séquence d'images anatomiques en mode B apicales axe long pendant (a) le remplissage rapide, (b) le remplissage lent, (c) la contraction iso-volumique, (d) le début de l'éjection. Les vecteurs indiquent la direction et l'amplitude de la vitesse, cette dernière est aussi codée par la couleur. (Garcia et al. 2010)

L'iVFM-2D a également permis de reconstruire le flux intraventriculaire à partir d'une vue parasternale (voir Section I.2.1) chez la souris. Pour cela, une hypothèse de flux normal à l'anneau mitral (dans le plan) a été ajoutée. La Figure VI-8 montre les résultats obtenus à partir d'un Doppler de couleur à haute cadence d'imagerie (10^4 fps) : l'instant imagé correspond au moment où le vortex s'élargit pour remplir le ventricule, pendant le remplissage rapide. Notre méthode a permis de reconstruire le champ de vitesse de l'écoulement afin d'en visualiser le vortex intraventriculaire. De plus, les lignes de courant (lignes vertes) et la fonction de courant (dont la valeur absolue a été utilisée pour colorer les flèches de l'iVFM-2D) ont également été calculées.

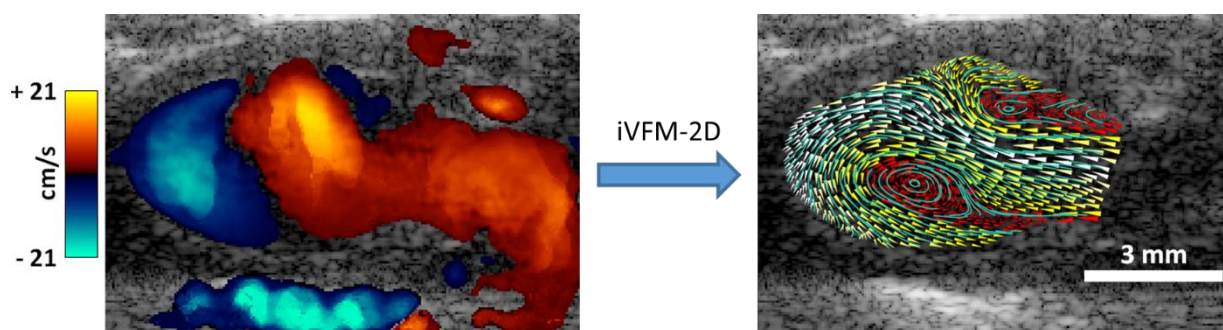


Figure VI-8: Reconstruction de l'écoulement intraventriculaire chez une souris par iVFM-2D, à partir d'une acquisition Doppler de couleur en vue parasternale.

VI.3 Reconstruction 3D

La faisabilité clinique de l'iVFM-3D a été testée chez quatre volontaires, avec ou sans maladie cardiaque, lors d'un examen échocardiographique de routine. L'échocardiographie triplan fait partie du

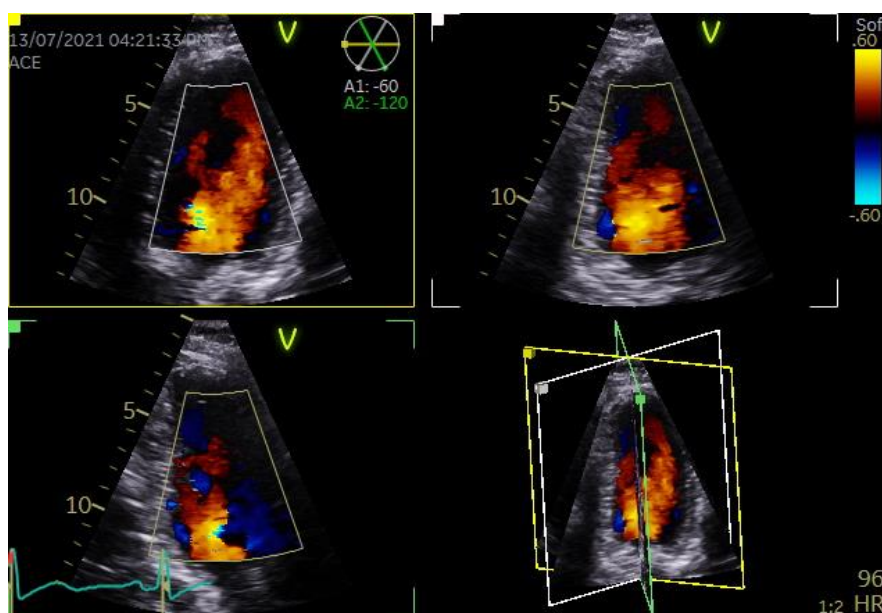


Figure VI-9: Doppler de couleur triplan lors d'un examen échocardiographique de routine. Les vues deux, trois et quatre cavités sont affichées simultanément avec des angles de 60 degrés entre les plans (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021).

protocole d'examen standard. Le cardiologue a acquis les vues apicales axe long deux, trois et quatre cavités en utilisant un mode Doppler couleur triplan sur un échographe GE Vivid E95 (Figure VI-9). Nous avons sélectionné les données échocardiographiques triplan avec des images en B-mode et Doppler de bonne qualité (patients échogènes, ventricule gauche complet dans les trois plans, pas d'artefacts visibles). Nous avons obtenu environ 11 triplans Doppler de couleur par cycle cardiaque, donc 33 images Doppler de couleur et images en mode B (avant la conversion du balayage) par cycle cardiaque chez chacun des patients. Nous avons délimité les parois endocardiques manuellement sur chaque plan. Les vitesses des parois dans chaque plan ont été estimées à partir des déplacements de l'endocarde entre deux images successives. Nous avons finalement calculé les champs de vitesse intraventriculaire à trois composantes dans le volume entier avec notre méthode (Figure VI-10 et Figure VI-11). La création des matrices creuses et la résolution du système linéaire ont nécessité environ 20s avec un code MATLAB interne fonctionnant sur le CPU. Les régions tourbillonnaires ont été détectées en utilisant le critère Q , et les flux sanguins intraventriculaires ont été visualisés par des lignes de courant. La couleur des lignes de courant correspond à la vitesse radiale du champ de vitesse reconstruit.

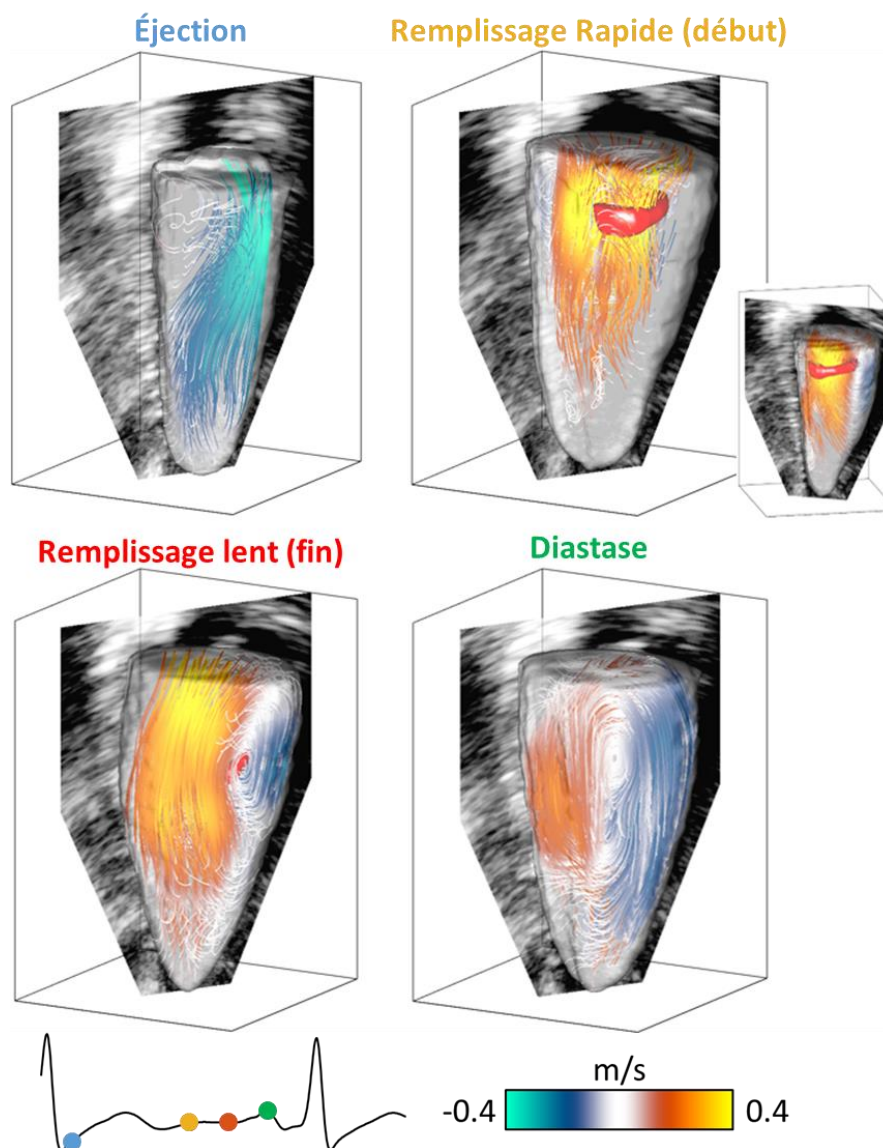


Figure VI-10: iVFM-3D chez un patient sain. Les couleurs représentent les vitesses radiales du champ reconstruit. L'anneau tourbillonnaire (tore rouge) est visible au début du remplissage rapide (relaxation du ventricule gauche) (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021).

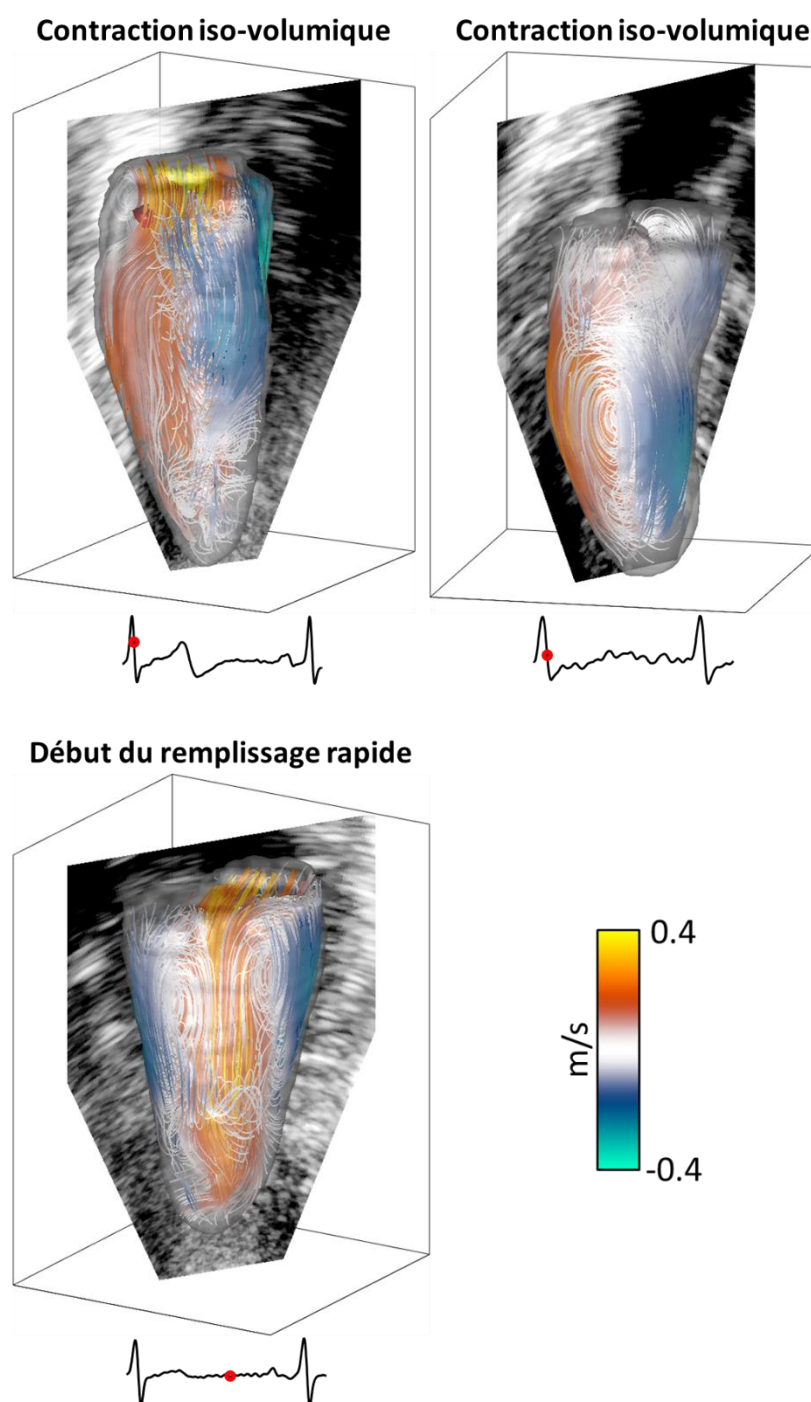


Figure VI-11: 3D-iVFM chez trois patients malades. Les couleurs représentent les vitesses radiales. Sur la ligne du haut, une grande structure tourbillonnaire est présente pendant la contraction iso-volumétrique. Sur la ligne du bas, un anneau tourbillonnaire est visible au début de la diastole (Vixège, Berod, Courand, et al. 2021).

Les écoulements calculés à partir de l'iVFM-3D sont réalistes et sont en adéquation avec les écoulements reconstruits via d'autres méthodes telles que celle développée par Gronli *et al* (Gronli *et al.* 2018) (voir section III.3), utilisant un volume Doppler non accessible en routine clinique, ou obtenues par IRM (voir Section II.1). De même que pour l'iVFM-2D, l'iVFM-3D permet de reconstruire la

dynamique du vortex. L'anneau de vortex au début du remplissage rapide (Figure VI-10, et Figure VI-11 bas) est clairement visible, puis s'élargit jusqu'à remplir complètement le ventricule lors du remplissage lent (Figure VI-10). Cette recirculation, qui se continue pendant la contraction iso-volumique (Figure VI-11 haut), est cohérente avec celles obtenues avec les autres techniques. Enfin, le jet systolique est également déchiffré (Figure VI-10).

VI.4 Discussion

Nous avons montré que les reconstructions 2D et 3D du flux intracardiaque sont réalisables avec notre méthode lors d'un examen clinique de routine. Nous avons utilisé des données d'échocardiographie sur une vue 3 cavités ou triplan, avant de procéder à la conversion des données, par le logiciel clinique GE Healthcare EchoPAC. Le temps d'acquisition des ultrasons (<20 s) et de calcul de la vitesse en 2D ($<0,2$ s par image) et 3D (<20 s par volume) était bien inférieur à celui de l'IRM 4D, même si nous avons utilisé un code MATLAB interne. Les résultats que nous avons obtenus sont cohérents avec la littérature sur le sujet : l'anneau de vortex au début du remplissage rapide ainsi que son évolution vers une recirculation globale sont clairement visibles tant pour le 2D que pour le 3D. Le jet systolique est également déchiffré. De plus, les iVFM-2D et 3D pourraient être applicables dans un cadre clinique puisqu'ils utilisent une fenêtre échocardiographique apicale standard et des algorithmes rapides.

Néanmoins, les iVFM ne permettent d'obtenir qu'une estimation du flux car la reconstruction n'est que 2D dans le premier cas, et paramétrée dans le second cas. Le champ de vitesse reconstruit par l'iVFM-2D, de même que les méthodes développées par Garcia (Garcia *et al.* 2010) et Assi (Assi *et al.* 2017), reposent sur l'hypothèse d'un écoulement conservé dans le plan de quasi-symétrie du vortex : la vue 3 cavités. Or, cette hypothèse de conservation en deux dimensions n'est pas vérifiée dans un contexte physiologique, mais elle l'est en trois dimensions. C'est pourquoi l'étude de l'écoulement intraventriculaire complet peut permettre d'obtenir des estimations du champ de vitesse plus fiables à cadence d'imagerie équivalente.

Cependant, la cadence d'imagerie en mode triplan, sur laquelle se base l'iVFM-3D, est plus faible que celle de l'échographie 2D, c'est pourquoi un lissage dans la direction azimutale et dans le temps est nécessaire. Ce lissage est une hypothèse forte due au fait que le Doppler de couleur triplan ne renvoie qu'une dizaine de séquences par seconde, environ. Pour obtenir une séquence triplan, une série de faisceaux ultrasonores focalisés sont transmis séquentiellement dans la direction radiale pour balayer les plans d'intérêt. La résolution spatiale d'un plan est d'environ 0,6 mm par 0,7 degrés. En outre, pour chaque direction radiale, environ six faisceaux ultrasonores sont transmis pour permettre la détermination des vitesses Doppler. Il en résulte qu'il existe un délai important entre la première ligne Doppler du premier plan et la dernière ligne Doppler du troisième plan. Un ensemble de données triplans a donc une résolution spatio-temporelle limitée. Étant donné les limites du Doppler couleur triplan, l'iVFM-3D ne peut fournir que des estimations lissées, dans le temps et dans l'espace, des champs de vitesse.

Par ailleurs, l'influence que peuvent avoir les mouvements de la paroi (*clutter*) sur le signal Doppler n'a pas été étudiée. Cependant, des méthodes récentes permettent de simuler des Doppler de couleurs artificiels réalistes mettant en évidence les effets de l'accélération du flux, l'effet des parois, et celui des fronts d'onde de transmission, sur les vitesses Doppler (Sun *et al.* 2022). Ces scénarios pourraient permettre d'estimer l'impact de ces différents paramètres sur la qualité de la reconstruction de champ de vitesse calculé par l'iVFM (uniquement 2D pour l'instant).

Au final, les *iVFM* développés dans ce manuscrit reposent sur différentes hypothèses, sur l'imagerie ou l'écoulement. Malgré cela, les reconstructions présentées dans ce chapitre permettent une compréhension de la dynamique du flux intraventriculaire, ainsi que la mise en évidence du vortex diastolique. De plus, ceux-ci se basent uniquement sur des images Doppler échographique accessibles en clinique, sans nécessité de recalage sur l'ECG, et le calcul des champs de vitesse est rapide, c'est pourquoi ils pourraient être applicables dans un contexte clinique.

Conclusion et perspectives

Le but du travail présenté dans ce manuscrit est de proposer une méthode pour permettre la reconstruction du flux sanguin dans le ventricule gauche à partir d'images échographiques cliniques, afin de permettre l'étude du vortex intraventriculaire. Ce travail se place dans le contexte du développement de marqueurs de la fonction diastolique et dans une optique de dépistage précoce de son dysfonctionnement. En effet, le vortex, et son évolution pendant la diastole, permettent à l'écoulement du sang, de conserver son énergie cinétique chez un patient sain (Pedrizzetti *et al.* 2014) ; lorsque le remplissage est altéré, cela a un impact important sur le vortex et ses propriétés mécaniques.

Nous avons proposé une méthode qui permet la reconstruction du flux intracardiaque de manière automatique après segmentation. Cette méthode a été écrite sous forme d'une fonction coût sous contrainte à minimiser. Notre méthode se base sur deux contraintes de la mécanique des fluides : la conservation de la masse, et des conditions aux limites de glissement sur la paroi endocardique. Ces contraintes mécaniques ont été imposées dans un problème de minimisation des moindres carrés qui a été résolu par la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Nous avons validé cette méthode *in silico* sur un modèle CFD de flux cardiaque spécifique au patient en collaboration avec Franck Nicoud, Simon Mendez et Alain Berod du laboratoire IMAG à Montpellier. Puis nous avons testé sa faisabilité *in vivo* sur des volontaires en collaboration avec Pierre-Yves Courand, cardiologue aux Hospices Civiles de Lyon. Dans les deux études, *in silico* et *in vivo*, la dynamique du vortex intraventriculaire qui se forme pendant la diastole a été déchiffrée, autant en 2D qu'en 3D, par l'iVFM. Nos résultats tendent à indiquer que l'iVFM, 2D et 3D, pourrait fournir des informations échocardiographiques sur la dynamique du flux intraventriculaire gauche à partir du Doppler couleur déjà utilisé en routine clinique. Afin de confirmer les résultats obtenus avec le modèle CFD, d'autres validations *in vivo* devront être faites en comparant notamment nos résultats avec d'autres méthodes telles que la vélocimétrie IRM 4D (3D + temps) par exemple.

La reconstruction 2D a l'avantage de se baser sur une vue apicale axe long 3 cavités facilement accessible par le praticien hospitalier. De plus, l'iVFM-2D est rapide ($<0,2s$ par image) et robuste au bruit, néanmoins, il ne permet pas de prendre en compte la totalité de l'écoulement intraventriculaire qui est 3D. De son côté, l'iVFM-3D se base sur le Doppler de couleur triplan, accessible sur les échographes cliniques, qui regroupe les vues apicales axe long 2, 3 et 4 cavités. Du fait des différentes vues obtenues lors d'une même acquisition, imager le ventricule en entier sur chaque plan est plus compliqué avec un mode triplan ; cependant, le mode triplan est un outil déjà utilisé durant les examens cliniques. Enfin, l'iVFM-3D permet la reconstruction en trois dimensions du flux dans le volume complet du ventricule gauche à partir de manière assez rapide (<20 s par volume) et robuste au bruit. De plus, notre technique ne se base que sur trois plans Doppler de couleur, ce qui nous permet de garder une cadence d'imagerie assez élevée comparée aux autres techniques volumiques, et nous parvenons à estimer de façon fiable la vorticité de l'écoulement, ainsi que le volume et l'évolution du vortex intraventriculaire.

Notre méthode permet donc la reconstruction du flux intraventriculaire chez des patients à partir d'échographie Doppler de couleur de manière automatique. Même si cette méthode est robuste, plusieurs pistes d'exploration sont envisagées afin de l'améliorer : notamment en ce qui concerne la segmentation. Dans cette étude, la segmentation endocardique a été réalisée manuellement pour l'analyse des cas cliniques. Cette étape était nécessaire pour déterminer les conditions limites. Pour éviter cette tâche fastidieuse, une future version de iVFM (2D et 3D) pourrait inclure une segmentation assistée par apprentissage profond, comme décrit dans Leclerc *et al* (Leclerc *et al.* 2020).

Pour aller plus loin dans cette optique, il est également envisageable de former un réseau de neurones à reconstruire les écoulements intraventriculaires en 2D et 3D directement à partir des images Doppler de couleur clinique. En effet, le réseau pourrait s'entraîner sur plusieurs cycles cardiaques de patients différents avec les images cliniques ainsi que les écoulements reconstruits par notre algorithme. Le but serait d'obtenir en temps réel les cartes de flux intraventriculaire ainsi que des marqueurs dérivés comme le volume du vortex ou la vorticité moyenne.

Dans un dernier temps, l'apprentissage profond est déjà investigué pour l'augmentation de la cadence d'imagerie du Doppler de couleur. En effet, pour obtenir une image Doppler, plusieurs tirs ultrasonores sont nécessaires afin de calculer le déphasage et d'en déduire la vitesse en chaque point de l'axe ultrasonore imagé, entre 6 et 8 sur les échographes cliniques. En formant un réseau de neurones, il serait possible de baisser ce nombre à 4, voire moins, ce qui augmenterait d'autant la cadence d'imagerie. Une autre méthode, proposée par Ramalli *et al* (Ramalli *et al.* 2020), serait de faire l'acquisition de plusieurs lignes en même temps : cela augmenterait aussi la cadence d'imagerie, mais aurait un impact sur la qualité du Doppler.

Enfin, la création d'un logiciel basé sur l'algorithme que nous avons mis au point est prévue. Dans un premier temps, il sera conçu pour la reconstruction du flux intraventriculaire 2D, mais il est envisagé qu'il puisse s'étendre au 3D. Ce logiciel sera à destination des cliniciens afin de leur permettre l'étude complète de l'écoulement du sang dans le ventricule gauche. De plus, il pourra permettre l'étude de marqueur tels que la vorticité moyenne pour les diagnostics de la dysfonction diastolique. Enfin, la création d'un logiciel autonome (i.e. en s'affranchissant de Matlab) permettra une meilleure diffusion de notre méthode à destination du milieu médical.

Bibliographie personnelle

Articles dans des revues internationales avec comité de lecture

- **F. Vixege**, A. Berod, P.Y. Courand, S. Mendez, F. Nicoud, P. Blanc-Benon, D. Vray and D. Garcia, “Full-volume three-component intraventricular vector flow mapping using triplane Doppler echo”, *Physics in Medicine & Biology*. En revision.
- **F. Vixege**, A. Berod, Y. Sun, S. Mendez, O. Bernard, N. Ducros, P.Y. Courand, F. Nicoud, and D. Garcia, “Physics-constrained intraventricular vector flow mapping by color Doppler”, *Physics in Medicine & Biology* 66(24):245019. <https://doi.org/10.1088/1361-6560/ac3ffe>
- Y. Sun, **F. Vixege**, K. Faraz, S. Mendez, F. Nicoud, D. Garcia, and O. Bernard, “A pipeline for the generation of realistic synthetic echocardiographic duplex sequences”, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*. <https://doi.org/10.1109/TUFFC.2021.3136620>

Conférences internationales avec comité de lecture

- **F. Vixege**, A. Berod, F. Nicoud, P.Y. Courand, D. Vray, and D. Garcia, “3-D Intraventricular Vector Flow Mapping Using Triplane Doppler Echo”, in *Functional Imaging and Modeling of the Heart*, vol. 12738, pp. 587–594, Jun 2021, doi: 10.1007/978-3-030-78710-3_56. Présentation poster
- **F. Vixege**, S. Mendez, F. Nicoud, P.Y. Courand, P. Blanc-Benon, D. Vray, and D. Garcia. “Deciphering the ventricular intracavitary blood flow by ultrasound imaging”, in *Forum Acusticum*, pp.1065-1068, Dec. 2020, doi: 10.48465/fa.2020.0414. Présentation orale
- **F. Vixege**, F. Nicoud, P.Y. Courand, D. Vray, D. Garcia, “Full-volume three-component intraventricular vector flow mapping using triplane Doppler echo”, in *IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*, Sep. 2020. Présentation orale
- **F. Vixege**, J. A. Ketterling , A. Shekhar, O. Aristizabal, D. Garcia, “Murine intraventricular vector flow mapping”, in *IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*, Sep. 2020. Présentation poster
- **F. Vixege**, F. Nicoud, P.Y. Courand, D. Vray and D. Garcia, “Making the intracardiac vortex visible by color Doppler echo; a constrained optimization problem”, in *Virtual Physiological Human*, Aug. 2020. Présentation poster

Autres présentations orales sans acte

- **F. Vixege**, P.Y. Courand, P. Blanc-Benon, S. Mendez, F. Nicoud, D. Vray and D. Garcia, “Intraventricular vector flow mapping 3-D by triplane Doppler echocardiography”, in *45^{ème} congrès de la Société de Biomécanique*, Oct. 2020
- **F. Vixege**, P.Y. Courand, F. Nicoud, D. Vray and D. Garcia, “ Intraventricular vector flow mapping by 3-D doppler echo”, in *44^{ème} congrès de la Société de Biomécanique*, Oct. 2019
- **F. Vixege**, E. Gay, D. Vray, P.Y. Courand, D. Garcia, “In the heart of the cardiac vortex by color Doppler ”, in *Recherche en Imagerie et Technologies pour la Santé (RITS)*, May 2019.

Bibliographie

- Abe, Haruhiko, Giuseppe Caracciolo, Arash Kheradvar, Gianni Pedrizzetti, Bijoy K. Khandheria, Jagat Narula, and Partho P. Sengupta. 2013. "Contrast Echocardiography for Assessing Left Ventricular Vortex Strength in Heart Failure: A Prospective Cohort Study." *European Heart Journal - Cardiovascular Imaging* 14(11):1049–60. doi: 10.1093/ehjci/jet049.
- Arvidsson, Per M., Sándor J. Kovács, Johannes Töger, Rasmus Borgquist, Einar Heiberg, Marcus Carlsson, and Håkan Arheden. 2016. "Vortex Ring Behavior Provides the Epigenetic Blueprint for the Human Heart." *Scientific Reports* 6(1):22021. doi: 10.1038/srep22021.
- Assi, Kondo Claude, Etienne Gay, Christophe Chnafa, Simon Mendez, Franck Nicoud, Juan F. P. J. Abascal, Pierre Lantelme, François Tournoux, and Damien Garcia. 2017. "Intraventricular Vector Flow Mapping—a Doppler-Based Regularized Problem with Automatic Model Selection." *Physics in Medicine & Biology* 62(17):7131–47. doi: 10.1088/1361-6560/aa7fe7.
- Bermejo, Javier, Pablo Martínez-Legazpi, and Juan C. del Álamo. 2015. "The Clinical Assessment of Intraventricular Flows." *Annual Review of Fluid Mechanics* 47(1):315–42. doi: 10.1146/annurev-fluid-010814-014728.
- Charonko, John J., Rahul Kumar, Kelley Stewart, William C. Little, and Pavlos P. Vlachos. 2013. "Vortices Formed on the Mitral Valve Tips Aid Normal Left Ventricular Filling." *Annals of Biomedical Engineering* 41(5):1049–61. doi: 10.1007/s10439-013-0755-0.
- Chen, Peiran, Ruud J. G. van Sloun, Simona Turco, Hessel Wijkstra, Domenico Filomena, Luciano Agati, Patrick Houthuizen, and Massimo Mischi. 2021. "Blood Flow Patterns Estimation in the Left Ventricle with Low-Rate 2D and 3D Dynamic Contrast-Enhanced Ultrasound." *Computer Methods and Programs in Biomedicine* 198:105810. doi: 10.1016/j.cmpb.2020.105810.
- Chnafa, C., S. Mendez, and F. Nicoud. 2014. "Image-Based Large-Eddy Simulation in a Realistic Left Heart." *Computers & Fluids* 94:173–87. doi: 10.1016/j.compfluid.2014.01.030.
- Chnafa, Christophe, Simon Mendez, Ramiro Moreno, and Franck Nicoud. 2015. "Using Image-Based CFD to Investigate the Intracardiac Turbulence" edited by A. Quarteroni. *Modeling the Heart and the Circulatory System* 14:97–117. doi: 10.1007/978-3-319-05230-4_4.
- Daae, Annichen Søyland, Morten Smedsrud Wigen, Solveig Fadnes, Lasse Løvestakken, and Asbjørn Støylen. 2021. "Intraventricular Vector Flow Imaging with Blood Speckle Tracking in Adults: Feasibility, Normal Physiology and Mechanisms in Healthy Volunteers." *Ultrasound in Medicine & Biology* S0301562921003768. doi: 10.1016/j.ultrasmedbio.2021.08.021.

- Duchon, Jean. 1976. "Interpolation des fonctions de deux variables suivant le principe de la flexion des plaques minces." *Revue française d'automatique, informatique, recherche opérationnelle. Analyse numérique* 10(R3):5–12. doi: 10.1051/m2an/197610R300051.
- Elbaz, Mohammed S. M., Rob J. van der Geest, Emmeline E. Calkoen, Albert de Roos, Boudewijn P. F. Lelieveldt, Arno A. W. Roest, and Jos J. M. Westenberg. 2017. "Assessment of Viscous Energy Loss and the Association with Three-Dimensional Vortex Ring Formation in Left Ventricular Inflow: In Vivo Evaluation Using Four-Dimensional Flow MRI." *Magnetic Resonance in Medicine* 77(2):794–805. doi: 10.1002/mrm.26129.
- Eriksson, Jonatan, Carl Johan Carlhäll, Petter Dyverfeldt, Jan Engvall, Ann F. Bolger, and Tino Ebbers. 2010. "Semi-Automatic Quantification of 4D Left Ventricular Blood Flow." *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance* 12(1):9. doi: 10.1186/1532-429X-12-9.
- Gao, Hang, Nathalie Bijmens, Damien Coisne, Mathieu Lugiez, Marcel Rutten, and Jan D'hooge. 2015. "2-D Left Ventricular Flow Estimation by Combining Speckle Tracking With Navier–Stokes-Based Regularization: An In Silico, In Vitro and In Vivo Study." *Ultrasound in Medicine & Biology* 41(1):99–113. doi: 10.1016/j.ultrasmedbio.2014.08.022.
- Garcia, D., J. C. del Álamo, D. Tanné, R. Yotti, C. Cortina, É. Bertrand, J. C. Antoranz, E. Pérez-David, R. Rieu, F. Fernández-Avilés, and J. Bermejo. 2010. "Two-Dimensional Intraventricular Flow Mapping by Digital Processing Conventional Color-Doppler Echocardiography Images." *IEEE Transactions on Medical Imaging* 29(10):1701–13. doi: 10.1109/TMI.2010.2049656.
- Garcia, Damien, Pierre Lantelme, and Eric Saloux, eds. 2018. "Introduction to Speckle Tracking in Cardiac Ultrasound Imaging." Pp. 571–98 in *Handbook of Speckle Filtering and Tracking in Cardiovascular Ultrasound Imaging and Video*. Institution of Engineering and Technology.
- Geyer, Holly, Giuseppe Caracciolo, Haruhiko Abe, Susan Wilansky, Scipione Carerj, Federico Gentile, Hans-Joachim Nesser, Bijoy Khandheria, Jagat Narula, and Partho P. Sengupta. 2010. "Assessment of Myocardial Mechanics Using Speckle Tracking Echocardiography: Fundamentals and Clinical Applications." *Journal of the American Society of Echocardiography* 23(4):351–69. doi: 10.1016/j.echo.2010.02.015.
- Gharib, M., E. Rambod, A. Kheradvar, D. J. Sahn, and J. O. Dabiri. 2006. "Optimal Vortex Formation as an Index of Cardiac Health." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 103(16):6305–8. doi: 10.1073/pnas.0600520103.
- Gomez, Alberto, Kuberan Pushparajah, John M. Simpson, Daniel Giese, Tobias Schaeffter, and Graeme Penney. 2013. "A Sensitivity Analysis on 3D Velocity Reconstruction from Multiple Registered Echo Doppler Views." *Medical Image Analysis* 17(6):616–31. doi: 10.1016/j.media.2013.04.002.
- Gomez, Alberto, Adelaide de Vecchi, Martin Jantsch, Wenzhe Shi, Kuberan Pushparajah, John M. Simpson, Nicolas P. Smith, Daniel Rueckert, Tobias Schaeffter, and Graeme P. Penney. 2015. "4D Blood Flow Reconstruction Over the Entire Ventricle From Wall Motion and Blood Velocity Derived From Ultrasound Data." *IEEE Transactions on Medical Imaging* 34(11):2298–2308. doi: 10.1109/TMI.2015.2428932.
- Gómez, Alberto, Adelaide de Vecchi, Kuberan Pushparajah, John Simpson, Daniel Giese, Tobias Schaeffter, and Graeme Penney. 2013. "3D Intraventricular Flow Mapping from Colour Doppler Images and Wall Motion" edited by C. Salinesi, M. C. Norrie, and Ó. Pastor. *Advanced Information Systems Engineering* 7908:476–83. doi: 10.1007/978-3-642-40763-5_59.

- Gronli, Thomas, Morten Wigen, Patrick Segers, and Lasse Lovstakken. 2018. "A Fast 4D B-Spline Framework for Model-Based Reconstruction and Regularization in Vector Flow Imaging." (:Unav). doi: 10.1109/ultsym.2018.8579767.
- Günther, Tobias, and Holger Theisel. 2018. "The State of the Art in Vortex Extraction: The State of the Art in Vortex Extraction." *Computer Graphics Forum* 37(6):149–73. doi: 10.1111/cgf.13319.
- Hansen, Per Christian. 2001. "The L-Curve and Its Use in the Numerical Treatment of Inverse Problems." Pp. 119–42 in *Computational Inverse Problems in Electrophysiology Advances in Computational Bioengineering*. Vol. 5, edited by P. R. Johnston.
- Hansen, Per Christian, and Dianne Prost O’Leary. 1993. "The Use of the L-Curve in the Regularization of Discrete Ill-Posed Problems." *SIAM Journal on Scientific Computing* 14(6):1487–1503. doi: 10.1137/0914086.
- Hodzic, Amir, Damien Garcia, Eric Saloux, Paula A. B. Ribeiro, Amélie Ethier, James D. Thomas, Paul Milliez, Hervé Normand, and Francois Tournoux. 2020. "Echocardiographic Evidence of Left Ventricular Untwisting-Filling Interplay." *Cardiovascular Ultrasound* 18(1):1–12. doi: 10.1186/s12947-020-00190-6.
- Hong, Geu-Ru, Gianni Pedrizzetti, Giovanni Tonti, Peng Li, Zhao Wei, Jin Kyung Kim, Abinav Baweja, Shizhen Liu, Namsik Chung, Helene Houle, Jagat Narula, and Mani A. Vannan. 2008. "Characterization and Quantification of Vortex Flow in the Human Left Ventricle by Contrast Echocardiography Using Vector Particle Image Velocimetry." *JACC: Cardiovascular Imaging* 1(6):705–17. doi: 10.1016/j.jcmg.2008.06.008.
- Itatani, Keiichi, Takashi Okada, Tokuhisa Uejima, Tomohiko Tanaka, Minoru Ono, Kagami Miyaji, and Katsu Takenaka. 2013. "Intraventricular Flow Velocity Vector Visualization Based on the Continuity Equation and Measurements of Vorticity and Wall Shear Stress." *Japanese Journal of Applied Physics* 52(7S):07HF16. doi: 10.7567/JJAP.52.07HF16.
- Jensen, Jorgen A., Svetoslav Nikolov, Alfred C. H. Yu, and Damien Garcia. 2016. "Ultrasound Vector Flow Imaging: I: Sequential Systems." *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 1–1. doi: 10.1109/TUFFC.2016.2600763.
- Kheradvar, Arash, Helene Houle, Gianni Pedrizzetti, Giovanni Tonti, Todd Belcik, Muhammad Ashraf, Jonathan R. Lindner, Morteza Gharib, and David Sahn. 2010. "Echocardiographic Particle Image Velocimetry: A Novel Technique for Quantification of Left Ventricular Blood Vorticity Pattern." *Journal of the American Society of Echocardiography* 23(1):86–94. doi: 10.1016/j.echo.2009.09.007.
- Kim, In-Cheol, and Geu-Ru Hong. 2019. "Intraventricular Flow: More than Pretty Pictures." *Heart Failure Clinics* 15(2):257–65. doi: 10.1016/j.hfc.2018.12.005.
- Kosaraju, Ateet, Amandeep Goyal, Yulia Grigorova, and Amgad N. Makaryus. 2021. *Left Ventricular Ejection Fraction*. StatPearls Publishing.
- Leclerc, Sarah, Erik Smistad, Andreas Ostvik, Frederic Cervenansky, Florian Espinosa, Torvald Espeland, Erik Andreas Rye Berg, Mourad Belhamissi, Sardor Israilov, Thomas Grenier, Carole Lartizien, Pierre-Marc Jodoin, Lasse Lovstakken, and Olivier Bernard. 2020. "LU-Net: A Multistage Attention Network to Improve the Robustness of Segmentation of Left Ventricular Structures in 2-D Echocardiography." *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 67(12):2519–30. doi: 10.1109/TUFFC.2020.3003403.

- Macron, Laurent, Pascal Lim, Alexandre Bensaid, Julien Nahum, Caroline Dussault, Laurens Mitchell-Heggs, Jean-Luc Dubois-Randé, Jean-François Deux, and Pascal Gueret. 2010. "Single-Beat Versus Multibeam Real-Time 3D Echocardiography for Assessing Left Ventricular Volumes and Ejection Fraction: A Comparison Study With Cardiac Magnetic Resonance." *Circulation: Cardiovascular Imaging* 3(4):450–55. doi: 10.1161/CIRCIMAGING.109.925966.
- Markl, Michael, Philip J. Kilner, and Tino Ebbers. 2011. "Comprehensive 4D Velocity Mapping of the Heart and Great Vessels by Cardiovascular Magnetic Resonance." *Journal of Cardiovascular Magnetic Resonance* 13(1):7. doi: 10.1186/1532-429X-13-7.
- Meyers, Brett A., Craig J. Goergen, Patrick Segers, and Pavlos P. Vlachos. 2020. "Color-Doppler Echocardiography Flow Field Velocity Reconstruction Using a Streamfunction-Vorticity Formulation." 173:32. doi: <https://doi.org/10.1098/rsif.2020.0741>.
- Muraru, Denisa, and Luigi P. Badano. 2019. "Physics and Technical Principles of Three-Dimensional Echocardiography." Pp. 9–24 in *Textbook of Three-Dimensional Echocardiography*, edited by L. P. Badano, R. M. Lang, and D. Muraru. Cham: Springer International Publishing.
- Muth, Stéphan, Sarah Dort, Igal A. Sebag, Marie-Josée Blais, and Damien Garcia. 2011. "Unsupervised Dealiasing and Denoising of Color-Doppler Data." *Medical Image Analysis* 15(4):577–88. doi: 10.1016/j.media.2011.03.003.
- Nagueh, Sherif F., Otto A. Smiseth, Christopher P. Appleton, Benjamin F. Byrd, Hisham Dokainish, Thor Edvardsen, Frank A. Flachskampf, Thierry C. Gillebert, Allan L. Klein, Patrizio Lancellotti, Paolo Marino, Jae K. Oh, Bogdan Alexandru Popescu, and Alan D. Waggoner. 2016. "Recommendations for the Evaluation of Left Ventricular Diastolic Function by Echocardiography: An Update from the American Society of Echocardiography and the European Association of Cardiovascular Imaging." *Journal of the American Society of Echocardiography* 29(4):277–314. doi: 10.1016/j.echo.2016.01.011.
- Norbury, J. 1972. "A Steady Vortex Ring Close to Hill's Spherical Vortex." *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 72(02):253. doi: 10.1017/S0305004100047083.
- Nyrnes, Siri A., Solveig Fadnes, Morten Smedsrud Wigen, Luc Mertens, and Lasse Lovstakken. 2020. "Blood Speckle-Tracking Based on High-Frame Rate Ultrasound Imaging in Pediatric Cardiology." *Journal of the American Society of Echocardiography* 33(4):493-503.e5. doi: 10.1016/j.echo.2019.11.003.
- Ohtsuki, S., and M. Tanaka. 2006. "The Flow Velocity Distribution from the Doppler Information on a Plane in Three-Dimensional Flow." *Journal of Visualization* 9(1):69–82. doi: 10.1007/BF03181570.
- Pedrizzetti, Gianni, and Federico Domenichini. 2005. "Nature Optimizes the Swirling Flow in the Human Left Ventricle." *Physical Review Letters* 95(10). doi: 10.1103/PhysRevLett.95.108101.
- Pedrizzetti, Gianni, Giovanni La Canna, Ottavio Alfieri, and Giovanni Tonti. 2014. "The Vortex—an Early Predictor of Cardiovascular Outcome?" *Nature Reviews Cardiology* 11(9):545–53. doi: 10.1038/nrcardio.2014.75.
- Pedrizzetti, Gianni, and Giovanni Tonti. 2014. "Method of Transforming a Doppler Velocity Dataset into a Velocity Vector Field." (EP 2514368 B1):11.
- Perrot, Vincent, Maxime Polichetti, François Varray, and Damien Garcia. 2020. "So You Think You Can DAS? A Viewpoint on Delay-and-Sum Beamforming." *Ultrasonics* 111:106309. doi: 10.1016/j.ultras.2020.106309.

- Ramalli, Alessandro, Alfonso Rodriguez-Molares, Jorgen Avdal, Jan D'hooge, and Lasse Lovstakken. 2020. "High-Frame-Rate Color Doppler Echocardiography: A Quantitative Comparison of Different Approaches." *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 67(5):923–33. doi: 10.1109/TUFFC.2019.2958031.
- Reisner, Shimon A., Peter Lysyansky, Yoram Agmon, Diab Mutlak, Jonathan Lessick, and Zvi Friedman. 2004. "Global Longitudinal Strain: A Novel Index of Left Ventricular Systolic Function." *Journal of the American Society of Echocardiography* 17(6):630–33. doi: 10.1016/j.echo.2004.02.011.
- Ro, Richard, Dan Halpern, David J. Sahn, Peter Homel, Milla Arabadjian, Charles Lopresto, and Mark V. Sherid. 2014. "Vector Flow Mapping in Obstructive Hypertrophic Cardiomyopathy to Assess the Relationship of Early Systolic Left Ventricular Flow and the Mitral Valve." *Journal of the American College of Cardiology* 64(19):1984–95. doi: 10.1016/j.jacc.2014.04.090.
- Scheiber, Ernest. 2011. "On the Interpolation Trigonometric Polynomial with an Arbitrary Even Number of Nodes." Pp. 71–74 in *2011 13th International Symposium on Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing*. Timisoara, TBD, Romania: IEEE.
- Sengupta, Partho P., Gianni Pedrizetti, and Jagat Narula. 2012. "Multiplanar Visualization of Blood Flow Using Echocardiographic Particle Imaging Velocimetry." *JACC: Cardiovascular Imaging* 5(5):566–69. doi: 10.1016/j.jcmg.2011.09.026.
- Sengupta, Partho P., Gianni Pedrizzetti, Philip J. Kilner, Arash Kheradvar, Tino Ebbers, Giovanni Tonti, Alan G. Fraser, and Jagat Narula. 2012. "Emerging Trends in CV Flow Visualization." *JACC: Cardiovascular Imaging* 5(3):305–16. doi: 10.1016/j.jcmg.2012.01.003.
- Sun, Yunyun, Florian Vixège, Khuram Faraz, Simon Mendez, Franck Nicoud, Damien Garcia, and Olivier Bernard. 2022. "A Pipeline for the Generation of Synthetic Cardiac Color Doppler." *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 1–1. doi: 10.1109/TUFFC.2021.3136620.
- Tanaka, Tomohiko, Rei Asami, Kenichi Kawabata, Keiichi Itatani, Tokuhisa Uejima, Tomohide Nishiyama, and Takashi Okada. 2015. "Intracardiac VFM Technique Using Diagnostic Ultrasound System." *Hitachi Review* 64(8):488–92.
- Uejima, Tokuhisa, Akira Koike, Hitoshi Sawada, Tadanori Aizawa, Shigeo Ohtsuki, Motonao Tanaka, Tetsushi Furukawa, and Alan G. Fraser. 2010. "A New Echocardiographic Method for Identifying Vortex Flow in the Left Ventricle: Numerical Validation." *Ultrasound in Medicine & Biology* 36(5):772–88. doi: 10.1016/j.ultrasmedbio.2010.02.017.
- Vixège, Florian, Alain Berod, Pierre-Yves Courand, Simon Mendez, Franck Nicoud, Philippe Blanc-Benon, Didier Vray, and Damien Garcia. 2021. "Full-Volume Three-Component Intraventricular Vector Flow Mapping by Triplane Color Doppler." *ArXiv:2112.03843 [Physics]*.
- Vixège, Florian, Alain Berod, Yunyun Sun, Simon Mendez, Olivier Bernard, Nicolas Ducros, Pierre-Yves Courand, Franck Nicoud, and Damien Garcia. 2021. "Physics-Constrained Intraventricular Vector Flow Mapping by Color Doppler." *Physics in Medicine & Biology* 66(24):245019. doi: 10.1088/1361-6560/ac3ffe.
- Wigen, Morten Smedsrud, Solveig Fadnes, Alfonso Rodriguez-Molares, Tore Bjastad, Marius Eriksen, Knut Haakon Stensath, Asbjorn Stoylen, and Lasse Lovstakken. 2018. "4-D Intracardiac Ultrasound Vector Flow Imaging—Feasibility and Comparison to Phase-Contrast MRI." *IEEE Transactions on Medical Imaging* 37(12):2619–29. doi: 10.1109/TMI.2018.2844552.

- Zhang, Haibin, Liwen Liu, Lulu Chen, Na Ma, Liping Zhou, Ying Liu, Zhiguo Li, Chengguo Liu, Rui Hou, and Suyang Zhu. 2013. "The Evolution of Intraventricular Vortex during Ejection Studied by Using Vector Flow Mapping." *Echocardiography* 30(1):27–36. doi: 10.1111/j.1540-8175.2012.01806.x.
- Zhuang, Zhemin, Guobao Liu, Wanli Ding, Alex Noel Joseph Raj, Shunmin Qiu, Jingfeng Guo, and Ye Yuan. 2020. "Cardiac VFM Visualization and Analysis Based on YOLO Deep Learning Model and Modified 2D Continuity Equation." *Computerized Medical Imaging and Graphics* 82:101732. doi: 10.1016/j.compmedimag.2020.101732.

Coordonnées sphériques utilisées :

Elles sont définies par : [Rayon, Élévation, Azimute]. Nous appelons θ l'angle d'élévation et φ l'angle azimutal et nous les définissons comme suit : $R^+ \times]0, \pi[\times [0, 2\pi[$.

Notation :

- $\otimes$ Produit de Kronecker
- $\otimes_o$ Produit tensoriel
- $\circ$ Produit d'Hadamard
- $\bullet_\mu$ Produit en mode μ
- $V_{R,\theta,\phi}, R, \Theta, \Phi$ Forme tensorielle des vitesses radiale, azimutale et d'élévation, du rayon, de l'angle azimutal et d'élévation ($M \times N \times O$)
- $v_{r,\theta,\phi}, r, \theta, \phi$ Forme vectorielle des vitesses radiale, azimutale et d'élévation, du rayon, de l'angle azimutal et d'élévation ($MNO \times 1$) ; v le vecteur vitesse est de taille ($3MNO \times 1$).
- V_D et v_D Forme tensorielle et vectorielle du négatif de la vitesse Doppler
- $A_{i_{R,\theta,\phi}}$ Forme tensorielle des fonctions paramétrisant les vitesses radiale, azimutale et d'élévation ($M \times N$).
- $a_{i_{r,\theta,\phi}}$ Forme vectorielle des fonctions paramétrisant les vitesses radiale, azimutale et d'élévation ($MN \times 1$).
- N_R, N_θ et n_r, n_θ Respectivement forme tensorielle et vectorielle des composantes des vecteurs normaux à la paroi.
- O_p vecteur de zéros de taille ($p \times 1$)
- $\mathbb{O}_p$ Matrice de zéros de taille ($p \times p$)
- I_p Vecteur colonne de un de taille ($p \times 1$)
- $\mathbb{I}_p$ Matrice identité de taille ($p \times p$)
- $\dot{D}_p$ et $\ddot{D}_p$ Respectivement matrice de dérivation de premier et second ordre de taille ($p \times p$)
NB : la dérivée suivant φ est périodique
- h_r et h_θ Respectivement le pas radial et d'élévation. Le pas est régulier en sphérique.

Propriétés :

- $\text{vec}(AX) = (I \otimes A)\text{vec}(X)$
- $\text{vec}(XA^T) = (A \otimes I)\text{vec}(X)$
- $(A \otimes B)(C \otimes D) = (AC \otimes BD)$
- $A^{\circ 2} = A \circ A$

Fonction coût à minimiser : La fonction coût à minimiser est définie Section IV.1.4 comme suit :

$$J(\vec{v}) = \int_{\Omega} (v_r - v_d)^2 d\Omega + \alpha \sum_{m \in \{r, \theta, \varphi\}} \int_{\Omega} \left(\left(r^2 \sin(\theta)^2 \frac{\partial^2 v_m}{\partial r^2} \right)^2 + \left(\sin(\theta)^2 \frac{\partial^2 v_m}{\partial \theta^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 v_m}{\partial \varphi^2} \right)^2 + 2 \left(r \sin(\theta)^2 \frac{\partial^2 v_m}{\partial r \partial \theta} \right)^2 + 2 \left(\sin(\theta) \frac{\partial^2 v_m}{\partial \theta \partial \varphi} \right)^2 + 2 \left(r \sin(\theta) \frac{\partial^2 v_m}{\partial \varphi \partial r} \right)^2 \right) d\Omega$$

Tel que :

$$\begin{cases} 2 \sin(\theta) v_r + r \sin(\theta) \frac{\partial v_r}{\partial r} + \cos(\theta) v_{\theta} + \sin(\theta) \frac{\partial v_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial v_{\varphi}}{\partial \varphi} = 0 \text{ sur } \Omega, \\ (v_r - v_{wr}) n_{wr} + (v_{\theta} - v_{w\theta}) n_{w\theta} = 0 \text{ sur } \partial\Omega \\ v_{\varphi} = 0 \text{ sur } \partial\Omega \end{cases}$$

Notre objectif est de réécrire cette fonction coût sous forme d'un produit matrice-vecteur pour obtenir le champ vectoriel de la vitesse de façon numérique.

Les composantes de la vitesse : Nous réécrivons tout d'abord les composantes de la vitesse sous forme tensorielle avant de les vectoriser.

Les vitesses v_k , avec $k \in \{r, \theta, \varphi\}$, comme défini dans la Section IV.2.1 peuvent être écrites sous la forme :

$$\begin{aligned} v_k(r, \theta) &= a0_k(r, \theta) + a1_k(r, \theta) \cos(\varphi) + a2_k(r, \theta) \cos(2\varphi) + a3_k(r, \theta) \cos(3\varphi) \\ &\quad + a4_k(r, \theta) \sin(\varphi) + a5_k(r, \theta) \sin(2\varphi) \\ &= a0_k + a1_k \cos(\varphi) + a2_k \cos(2\varphi) + a3_k \cos(3\varphi) + a4_k \sin(\varphi) + a5_k \sin(2\varphi) \end{aligned}$$

$$\xrightarrow[\text{tensorielle}]{\text{forme}} V_K = A0_K \otimes_o I_O + (A1_K \otimes_o I_O) \circ \cos(\Phi) + (A2_K \otimes_o I_O) \circ \cos(2\Phi) + (A3_K \otimes_o I_O) \circ \cos(3\Phi) + (A4_K \otimes_o I_O) \circ \sin(\Phi) + (A5_K \otimes_o I_O) \circ \sin(2\Phi)$$

Vectorisation :

$$v_k = \text{vec}([A0_K \otimes_o I_O + (A1_K \otimes_o I_O) \circ \cos(\Phi) + (A2_K \otimes_o I_O) \circ \cos(2\Phi) + (A3_K \otimes_o I_O) \circ \cos(3\Phi) + (A4_K \otimes_o I_O) \circ \sin(\Phi) + (A5_K \otimes_o I_O) \circ \sin(2\Phi)])$$

$$\begin{aligned} v_k &= \text{vec}(A0_K \otimes_o I_O) + \text{vec}(\cos(\Phi)) \circ \text{vec}(A1_K \otimes_o I_O) + \text{vec}(\cos(2\Phi)) \circ \text{vec}(A2_K \otimes_o I_O) \\ &\quad + \text{vec}(\cos(3\Phi)) \circ \text{vec}(A3_K \otimes_o I_O) + \text{vec}(\sin(\Phi)) \circ \text{vec}(A4_K \otimes_o I_O) \\ &\quad + \text{vec}(\sin(2\Phi)) \circ \text{vec}(A5_K \otimes_o I_O) \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ Nous utilisons les égalités suivantes : $\text{vec}(A0_K \otimes_o I_O) = I_O \otimes a0_k = (I_O \otimes \mathbb{I}_{MN}) a0_k$, pour obtenir :

$$\mathbf{v}_k = (\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}) \mathbf{a0}_k + \cos(\varphi) \circ (\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}) \mathbf{a1}_k + \cos(2\varphi) \circ (\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}) \mathbf{a2}_k + \cos(3\varphi) \circ (\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}) \mathbf{a3}_k + \sin(\varphi) \circ (\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}) \mathbf{a4}_k + \sin(2\varphi) \circ (\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}) \mathbf{a5}_k$$

$$\mathbf{v}_k = \begin{bmatrix} (\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN})^T \\ (\text{diag}(\cos(\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \\ (\text{diag}(\cos(2\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \\ (\text{diag}(\cos(3\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \\ (\text{diag}(\sin(\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \\ (\text{diag}(\sin(2\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{a0}_k \\ \mathbf{a1}_k \\ \mathbf{a2}_k \\ \mathbf{a3}_k \\ \mathbf{a4}_k \\ \mathbf{a5}_k \end{bmatrix} = P \mathbf{a}_k$$

Où

$$P = \begin{bmatrix} (\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN})^T \\ (\text{diag}(\cos(\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \\ (\text{diag}(\cos(2\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \\ (\text{diag}(\cos(3\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \\ (\text{diag}(\sin(\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \\ (\text{diag}(\sin(2\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \end{bmatrix}^T \text{ et est de taille } (MNO \times 6MN)$$

et $\mathbf{a}_k = [\mathbf{a0}_k^T \ \mathbf{a1}_k^T \ \mathbf{a2}_k^T \ \mathbf{a3}_k^T \ \mathbf{a4}_k^T \ \mathbf{a5}_k^T]^T$ et est de taille $(6MN \times 1)$.

Le vecteur vitesse $\mathbf{v}$ peut être réécrit $\mathbf{v} = [\mathbf{v}_r^T \ \mathbf{v}_\theta^T \ \mathbf{v}_\varphi^T]^T = (\mathbb{I}_3 \otimes P) [\mathbf{a}_r^T \ \mathbf{a}_\theta^T \ \mathbf{a}_\varphi^T]^T = (\mathbb{I}_3 \otimes P) \mathbf{a}$

Les dérivées de la vitesse : Nous réécrivons maintenant les dérivées secondes et partielles sous forme d'un produit matrice vecteur.

- Les dérivées partielles respectives s'écrivent :

Pour rappel, les coefficient $a n_k$ dépendent uniquement de (r, θ) d'où :

$$\partial_r v_k = \partial_r a0_k + \partial_r (a1_k \cos(\varphi)) + \partial_r (a2_k \cos(2\varphi)) + \partial_r (a3_k \cos(3\varphi)) + \partial_r (a4_k \sin(\varphi)) + \partial_r (a5_k \sin(2\varphi))$$

$$\partial_r v_k = \partial_r a0_k + \partial_r a1_k \cos(\varphi) + \partial_r a2_k \cos(2\varphi) + \partial_r a3_k \cos(3\varphi) + \partial_r a4_k \sin(\varphi) + \partial_r a5_k \sin(2\varphi)$$

En utilisant les notations introduites précédemment, nous obtenons :

Forme vectorielle : $\partial_r \mathbf{v}_k = P \partial_r \mathbf{a}_k$

De même pour la suite :

$$\partial_{\theta} v_k = \partial_{\theta} a_{0k} + \partial_{\theta} a_{1k} \cos(\varphi) + \partial_{\theta} a_{2k} \cos(2\varphi) + \partial_{\theta} a_{3k} \cos(3\varphi) + \partial_{\theta} a_{4k} \sin(\varphi) + \partial_{\theta} a_{5k} \sin(2\varphi)$$

$$\text{Forme vectorielle : } \partial_{\theta} \mathbf{v}_k = P \partial_{\theta} \mathbf{a}_k$$

$$\partial_{\varphi} v_k = -a_{1k} \sin(\varphi) - 2a_{2k} \sin(2\varphi) - 3a_{3k} \sin(3\varphi) + a_{4k} \cos(\varphi) + 2a_{5k} \cos(2\varphi)$$

$$\text{Forme vectorielle : } \partial_{\varphi} \mathbf{v}_k = P_1 \mathbf{a}_k$$

$$\text{Avec } P_1 = \begin{bmatrix} (\mathbf{0}_O \otimes \mathbb{I}_{MN})^T \\ (\text{diag}(-\sin(\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \\ (\text{diag}(-2\sin(2\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \\ (\text{diag}(-3\sin(3\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \\ (\text{diag}(\cos(\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \\ (\text{diag}(2\cos(2\varphi))(\mathbf{I}_O \otimes \mathbb{I}_{MN}))^T \end{bmatrix}^T$$

- Les dérivées secondes partielles respectives utilisées s'écrivent :

$$\partial_{r^2} v_k = \partial_{r^2} a_{0k} + \partial_{r^2} a_{1k} \cos(\varphi) + \partial_{r^2} a_{2k} \cos(2\varphi) + \partial_{r^2} a_{3k} \cos(3\varphi) + \partial_{r^2} a_{4k} \sin(\varphi) + \partial_{r^2} a_{5k} \sin(2\varphi)$$

$$\text{Forme vectorielle : } \partial_{r^2} \mathbf{v}_k = P \partial_{r^2} \mathbf{a}_k$$

$$\partial_{\theta^2} v_k = \partial_{\theta^2} a_{0k} + \partial_{\theta^2} a_{1k} \cos(\varphi) + \partial_{\theta^2} a_{2k} \cos(2\varphi) + \partial_{\theta^2} a_{3k} \cos(3\varphi) + \partial_{\theta^2} a_{4k} \sin(\varphi) + \partial_{\theta^2} a_{5k} \sin(2\varphi)$$

$$\text{Forme vectorielle : } \partial_{\theta^2} \mathbf{v}_k = P \partial_{\theta^2} \mathbf{a}_k$$

- La dérivée seconde croisée utilisée s'écrit :

$$\partial_r \partial_{\theta} v_k = \partial_r \partial_{\theta} a_{0k} + \partial_r \partial_{\theta} a_{1k} \cos(\varphi) + \partial_r \partial_{\theta} a_{2k} \cos(2\varphi) + \partial_r \partial_{\theta} a_{3k} \cos(3\varphi) + \partial_r \partial_{\theta} a_{4k} \sin(\varphi) + \partial_r \partial_{\theta} a_{5k} \sin(2\varphi)$$

$$\text{Forme vectorielle : } \partial_r \partial_{\theta} \mathbf{v}_k = P \partial_r \partial_{\theta} \mathbf{a}_k$$

Les notations introduites ici nous servent pour simplifier l'écriture finale du problème sous forme de produit matrice-vecteur.

Vectorisation du problème :

Comme nous l'avons fait juste avant, le problème va être réécrit morceau par morceau sous forme tensorielle avant d'être finalement noté sous forme de produit matrice-vecteur.

1. L'adéquation aux données

$$\delta(v_r - v_d) \xrightarrow[\text{tensorielle}]{\text{forme}} \Delta \circ (V_R - V_D)$$

Vectorisation :

$$\begin{aligned} & \text{vec}(\Delta \circ (V_R - V_D)) \\ &= \delta \circ (v_r - v_d) \\ &= \delta \circ P a_r - \delta \circ v_d = ([1 \ 0 \ 0] \otimes (\text{diag}(\delta)P)) a - v_d = Q_0 a - \delta \circ v_d \end{aligned}$$

Où $Q_0 = ([1 \ 0 \ 0] \otimes (\text{diag}(\delta)P))$ et est de taille $(MNO \times 18MN)$.

2. La divergence

Commençons par le premier terme de la divergence :

$$2\delta \sin(\theta) v_r + r\delta \sin(\theta) \frac{\partial v_r}{\partial r} \xrightarrow[\text{tensorielle}]{\text{forme}} 2\Delta \circ \sin(\theta) \circ V_R + \frac{1}{h_r} \Delta \circ R \circ \sin(\theta) \circ (\dot{D}_M \bullet_1 V_R)$$

Vectorisation :

$$\begin{aligned} & \text{vec}\left(2\Delta \circ \sin(\theta) \circ V_R + \frac{1}{h_r} \Delta \circ R \circ \sin(\theta) \circ (\dot{D}_M \bullet_1 V_R)\right) \\ &= 2\text{vec}(\Delta) \circ \text{vec}(\sin(\theta)) \circ \text{vec}(V_R) + \frac{1}{h_r} \text{vec}(\Delta) \circ \text{vec}(R) \circ \text{vec}(\sin(\theta)) \circ \text{vec}(\dot{D}_M \bullet_1 V_R) \\ &= 2\delta \circ \sin(\theta) \circ P a_r + \frac{1}{h_r} \delta \circ r \circ \sin(\theta) \circ \left((\mathbb{I}_O \otimes \mathbb{I}_N \otimes \dot{D}_M) P a_r\right) \\ &= \left[2\text{diag}(\delta \circ \sin(\theta)) + \frac{1}{h_r} \text{diag}(\delta \circ r \circ \sin(\theta))(\mathbb{I}_O \otimes \mathbb{I}_N \otimes \dot{D}_M)\right] P a_r \end{aligned}$$

Les autres termes de la divergence donnent :

$$\delta \cos(\theta) v_\theta + \delta \sin(\theta) \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \delta \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} \xrightarrow{\text{forme tensorielle}} \Delta \circ \cos(\Theta) \circ V_\Theta + \frac{1}{h_\theta} \Delta \circ \sin(\Theta) \circ (\dot{D}_N \bullet_2 V_\Theta) + \Delta \circ \partial_\varphi V_\Phi$$

Vectorisation :

$$\begin{aligned} & \text{vec} \left(\Delta \circ \cos(\Theta) \circ V_\Theta + \frac{1}{h_\theta} \Delta \circ \sin(\Theta) \circ (\dot{D}_N \bullet_2 V_\Theta) + \Delta \circ \partial_\varphi V_\Phi \right) \\ &= \text{vec}(\Delta) \circ \text{vec}(\cos(\Theta)) \circ \text{vec}(V_\Theta) + \frac{1}{h_\theta} \text{vec}(\Delta) \circ \text{vec}(\sin(\Theta)) \circ \text{vec}(\dot{D}_N \bullet_2 V_\Theta) + \text{vec}(\Delta) \circ \text{vec}(\partial_\varphi V_\Phi) \\ &= \delta \circ \cos(\theta) \circ P a_\theta + \frac{1}{h_\theta} \delta \circ \sin(\theta) \circ \left((\mathbb{I}_O \otimes \dot{D}_N \otimes \mathbb{I}_M) P a_\theta \right) + \delta \circ P_1 a_\varphi \\ &= \left[\text{diag}(\delta \circ \cos(\theta)) + \frac{1}{h_\theta} \text{diag}(\delta \circ \sin(\theta)) (\mathbb{I}_O \otimes \dot{D}_N \otimes \mathbb{I}_M) \right] P a_\theta + \text{diag}(\delta) P_1 a_\varphi \end{aligned}$$

La matrice finale peut donc s'écrire :

$$Q_1 = \begin{bmatrix} \left(\left(2\text{diag}(\delta \circ \sin(\theta)) + \frac{1}{h_r} \text{diag}(\delta \circ r \circ \sin(\theta)) (\mathbb{I}_O \otimes \mathbb{I}_N \otimes \dot{D}_M) \right) P \right)^T \\ \left(\left(\text{diag}(\delta \circ \cos(\theta)) + \frac{1}{h_\theta} \text{diag}(\delta \circ \sin(\theta)) (\mathbb{I}_O \otimes \dot{D}_N \otimes \mathbb{I}_M) \right) P \right)^T \\ (\text{diag}(\delta) P_1)^T \end{bmatrix} \text{ et est de taille } (MNO \times 18MN).$$

Où $Q_1 a = \mathbf{0}_{MNO}$ est la première contrainte, la divergence nulle.

3. Les conditions aux limites

Commençons par le premier terme :

$$v \cdot n_w - v_w \cdot n_w \xrightarrow{\text{forme tensorielle}} V_R \circ N_R + V_\Theta \circ N_\Theta - V_{wR} \circ N_R - V_{w\Theta} \circ N_\Theta$$

$$\text{Vectorisation : } \text{vec}(V_R \circ N_R + V_\Theta \circ N_\Theta - V_{wR} \circ N_R - V_{w\Theta} \circ N_\Theta)$$

$$= P a_r \circ n_r + P a_\theta \circ n_\theta - v_{wr} \circ n_r - v_{w\theta} \circ n_\theta$$

$$= n_r \circ (P a_r - v_{wr}) + n_\theta \circ (P a_\theta - v_{w\theta}) + n_\varphi \circ (P a_\varphi - v_{w\varphi})$$

Le dernier terme donne :

$$\partial\delta \circ v_\varphi \xrightarrow{\text{forme tensorielle}} \partial\Delta \circ V_\Phi$$

Vectorisation : $\partial\delta \circ v_\varphi$

$$= (\text{diag}(\partial\delta)P)\mathbf{a}_\varphi$$

Nous pouvons donc écrire les deux matrices suivantes :

$$Q_2 = \begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{n}_r)P, \text{diag}(\mathbf{n}_\theta)P, \mathbb{O}_{MNO} \\ \mathbb{O}_{MNO}, \mathbb{O}_{MNO}, \text{diag}(\partial\delta)P \end{bmatrix} \text{ et est de taille } (2MNO \times 18MN).$$

$$Q_{2w} = \begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{n}_r), \text{diag}(\mathbf{n}_\theta), \mathbb{O}_{MNO} \\ \mathbb{O}_{MNO}, \mathbb{O}_{MNO}, \mathbb{O}_{MNO} \end{bmatrix} \text{ et est de taille } (2MNO \times 3MNO).$$

Au final, la deuxième contrainte peut s'écrire sous la forme suivante

$$\mathbf{Q}_2 \mathbf{v} = Q_{2w} \mathbf{v}_w$$

4. La fonction de lissage

Comme précédemment, nous réécrivons les termes un par un.

$$\delta r^2 \frac{\partial^2 v_k}{\partial r^2} \xrightarrow{\text{forme tensorielle}} \frac{1}{h_r^2} \Delta \circ \mathbf{R}^{\circ 2} \circ (\ddot{D}_M \bullet_1 V_K) \quad k \in \{r, \theta, \varphi\}$$

$$\text{Vectorisation : } \text{vec} \left(\frac{1}{h_r^2} \mathbf{R}^{\circ 2} \circ (\ddot{D}_M \bullet_1 V_K) \right) = \left[\frac{1}{h_r^2} \text{diag}(\delta \circ \mathbf{r}^{\circ 2}) (\mathbb{I}_O \otimes \mathbb{I}_N \otimes \ddot{D}_M) \right] P \mathbf{a}_k$$

$$\delta \frac{\partial^2 v_k}{\partial \theta^2} \xrightarrow{\text{tensor form}} \frac{1}{h_\theta^2} \Delta \circ (\ddot{D}_N \bullet_2 V_K) \quad k \in \{r, \theta, \varphi\}$$

$$\text{Vectorisation : } \text{vec} \left(\frac{1}{h_\theta^2} \Delta \circ (\ddot{D}_N \bullet_2 V_K) \right) = \left[\frac{1}{h_\theta^2} \text{diag}(\delta) (I_O \otimes \ddot{D}_N \otimes I_M) \right] P \mathbf{a}_k$$

$$\begin{aligned}
& \delta \sqrt{2} r \frac{\partial^2 v_k}{\partial r \partial \theta} \xrightarrow{\text{forme tensorielle}} \frac{\sqrt{2}}{h_r h_\theta} \boldsymbol{\Delta} \circ \mathbf{R} \circ (\dot{D}_M \bullet_1 \dot{D}_N \bullet_2 \mathbf{V}_K) \\
& \text{Vectorisation : } \text{vec} \left(\frac{\sqrt{2}}{h_r h_\theta} \boldsymbol{\Delta} \circ \mathbf{R} \circ (\dot{D}_M \bullet_1 \dot{D}_N \bullet_2 \mathbf{V}_K) \right) \\
& = \frac{\sqrt{2}}{h_r h_\theta} \boldsymbol{\delta} \circ \mathbf{r} \circ (I_O \otimes I_N \otimes \dot{D}_M) \text{vec}(\dot{D}_N \bullet_2 \mathbf{V}_K) \\
& = \frac{\sqrt{2}}{h_r h_\theta} \boldsymbol{\delta} \circ \mathbf{r} \circ (I_O \otimes I_N \otimes \dot{D}_M) (I_O \otimes \dot{D}_N \otimes I_M) \mathbf{v}_k \\
& = \left[\frac{\sqrt{2}}{h_r h_\theta} \text{diag}(\boldsymbol{\delta} \circ \mathbf{r}) (I_O \otimes \dot{D}_N \otimes \dot{D}_M) \right] P \mathbf{a}_k
\end{aligned}$$

Nous obtenons au final la matrice suivante :

$$Q_{\mathcal{L}} = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_3 \otimes \frac{1}{h_r^2} \left(\text{diag}(\boldsymbol{\delta} \circ \mathbf{r}^{\circ 2}) (\mathbb{I}_O \otimes \mathbb{I}_N \otimes \ddot{D}_M) \right) P \\ \mathbb{I}_3 \otimes \frac{\sqrt{2}}{h_r h_\theta} \left(\text{diag}(\boldsymbol{\delta} \circ \mathbf{r}) (\mathbb{I}_O \otimes \dot{D}_N \otimes \dot{D}_M) \right) P \\ \mathbb{I}_3 \otimes \frac{1}{h_\theta^2} \left(\text{diag}(\boldsymbol{\delta}) (\mathbb{I}_O \otimes \ddot{D}_N \otimes \mathbb{I}_M) \right) P \end{bmatrix} \text{ et est de taille } (18MNO \times 18MN).$$

5. La fonction coût

La fonction coût sous contrainte peut finalement être écrite sous la forme d'un produit matrice-vecteur :

$$J(\mathbf{a}, \lambda_1, \lambda_2) = (Q_0 \mathbf{a} - \mathbf{v}_D)^T (Q_0 \mathbf{a} - \mathbf{v}_D) + \alpha \mathbf{a}^T Q_L^T Q_L \mathbf{a} + \lambda_1 Q_1 \mathbf{a} + \lambda_2 (Q_2 \mathbf{a} - Q_{2w} \mathbf{v}_w)$$

Trouver le minimum de la fonction revient à chercher $\Delta J(\mathbf{a}, \lambda_1, \lambda_2) = 0$.

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{VFM} &= \arg \min(J(\mathbf{a}, \lambda_1, \lambda_2)) \Rightarrow \frac{\partial J(\mathbf{a}, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial \mathbf{m}} = 0, \mathbf{m} \in \{\mathbf{a}, \lambda_1, \lambda_2\} \\ &\Rightarrow \begin{cases} 2 Q_0^T (Q_0 \mathbf{a} - \mathbf{v}_D) + 2\alpha Q_3^T Q_3 \mathbf{a} + Q_1^T \lambda_1 + Q_2^T \lambda_2 = \mathbf{0}_{18MN} \\ Q_1 \mathbf{a} = \mathbf{0}_{MNO} \\ Q_2 \mathbf{a} - Q_{2w} \mathbf{v}_w = \mathbf{0}_{MNO} \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{bmatrix} 2(Q_0^T Q_0 + \alpha Q_L^T Q_L) & Q_1^T & Q_2^T \\ Q_1 & \mathbb{0}_{3MNO} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2Q_0^T (\delta \circ \mathbf{v}_D) \\ \mathbf{0}_{6MN} \\ Q_{2w} \mathbf{v}_w \end{bmatrix} \\ &\Rightarrow \begin{bmatrix} 2(Q_0^T Q_0 + \alpha Q_L^T Q_L) & Q_1^T & Q_2^T \\ Q_1 & \mathbb{0}_{3MNO} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} i_r \\ \mathbf{a} i_\theta \\ \mathbf{a} i_\varphi \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2Q_0^T (\delta \circ \mathbf{v}_D) \\ \mathbf{0}_{6MN} \\ Q_{2w} \mathbf{v}_w \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Nous obtenons donc un système linéaire $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ où A est une matrice creuse de taille $((18MN + 2MNO) \times (18MN + 2MNO))$, $\mathbf{b}$ est un vecteur colonne de taille $((18MN + 2MNO) \times 1)$ et $\mathbf{x}$ est un vecteur colonne de taille $((18MN + 2MNO) \times 1)$ contenant les inconnues du problème.



FOLIO ADMINISTRATIF

THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON OPEREE AU SEIN DE L'INSA LYON

NOM : Vixege (avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)	DATE de SOUTENANCE : 31/03/2022
Prénoms : Florian, Benjamin, Gilbert	
TITRE : Écoulement intraventriculaire 4-D par échocardiographie Doppler	
NATURE : Doctorat	Numéro d'ordre : 2022LYSEI024
Ecole doctorale : Mécanique, Énergétique, Génie civil, Acoustique	
Spécialité : Biomécanique	
RESUME : Le système cardiovasculaire transporte et distribue des substances biochimiques, telles que l'oxygène ou les nutriments, aux cellules par le biais du sang. Celui-ci est mis en mouvement par le cœur, cet organe a donc un rôle de pompe qui peut envoyer le sang soit en direction des poumons par le ventricule droit, soit en direction des cellules du corps par le ventricule gauche. Pendant un cycle cardiaque, les ventricules passent par deux phases, la diastole (ou remplissage) puis la systole (ou expulsion). L'étude de ces fonctions, systolique et diastolique, permet de fait un bilan de l'état de santé cardiaque global. En routine clinique, les cardiologues peuvent s'appuyer sur différents indicateurs comme la fraction d'éjection et la déformation longitudinale globale pour dresser un état de la fonction systolique. En ce qui concerne la fonction diastolique, les marqueurs recommandés prennent en compte les pics de vitesse pendant la diastole, mais ces derniers peuvent présenter des résultats discordants. Une étude approfondie du flux intraventriculaire pourrait changer cette situation via une analyse de la géométrie de l'écoulement dans le ventricule gauche lors de la diastole. En effet, au début du remplissage du ventricule gauche, le sang rentre rapidement dans celui-ci en passant par la valve mitrale, et forme un vortex en forme d'anneau. Ce dernier se dilate et s'étire, créant un mouvement de rotation généralisé du sang dans le ventricule gauche qui aide à rediriger la circulation du flux vers les voies de sortie, tout en limitant la perte d'énergie. L'échographie est une modalité d'imagerie non-invasive qui permet l'étude de l'écoulement intraventriculaire via le mode Doppler. Le travail présenté dans cette thèse porte sur la reconstruction de l'écoulement intraventriculaire en trois dimensions à partir d'une acquisition échographique Doppler de couleur en mode triplan. Une simplification pour permettre une estimation en deux dimensions de l'écoulement est également proposée. Les principales contributions exposées dans ce manuscrit sont le développement de la méthode, son application sur un écoulement numérique réaliste, et son utilisation sur des données cliniques. Notre méthode repose sur une minimisation aux moindres carrés sous contraintes, via l'utilisation de la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Les contraintes s'appuient sur des principes de bases de la mécanique des fluides : la conservation de la masse et une condition de glissement à la paroi. Puis, nous avons appliqué cette méthode sur un écoulement numérique spécifique au patient afin d'obtenir une évaluation quantifiée de la précision des résultats qu'elle fournit. Enfin, nous montrons les résultats obtenus avec notre méthode sur des données cliniques, et les comparons à ceux obtenus avec d'autres méthodes présentes dans la littérature sur le sujet.	
MOTS-CLÉS : imagerie ultrasonore, Doppler de couleur, cartographie vectorielle du flux en 3D, problème aux moindres carrés contraint, imagerie du flux intracardiaque.	
Laboratoire (s) de recherche : CREATIS	
Directeur de thèse: Damien Garcia	
Président de jury :	
Composition du jury : Nadjia Kachenoura (Rapporteuse), Mathieu Pernot (Rapporteur), Valérie Deplano (Examinatrice), Franck Nicoud (Examinateur), Eric Saloux (Examinateur), Philippe Blanc-Benon (Examinateur (co-encadrant)), Vray Didier (Examinateur (co-encadrant)), Damien Garcia (Directeur de thèse)	