



**HAL**  
open science

# Modélisation Numérique de l'interaction fluide-structure et du ballonnement des liquides dans les réservoirs de stockage

Lydia Khouf

► **To cite this version:**

Lydia Khouf. Modélisation Numérique de l'interaction fluide-structure et du ballonnement des liquides dans les réservoirs de stockage. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Normandie Université; Université Abderrahmane Mira - Bejaïa (Bejaïa, Algérie), 2022. Français. NNT : 2022NORMC221 . tel-03827599

**HAL Id: tel-03827599**

**<https://theses.hal.science/tel-03827599>**

Submitted on 24 Oct 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Normandie Université

## THÈSE

**Pour obtenir le diplôme de doctorat**

**Spécialité MECANIQUE DES FLUIDES, ENERGETIQUE, THERMIQUE, COMBUSTION,  
ACOUSTIQUE**

**Préparée au sein de l'Université de Caen Normandie**

**En cotutelle internationale avec Université de Abderrahmane Mira-Bejaia , ALGERIE**

**Modélisation Numérique de l'interaction fluide-structure et du  
ballotement des liquides dans les réservoirs de stockage**

**Présentée et soutenue par  
LYDIA KHOUF**

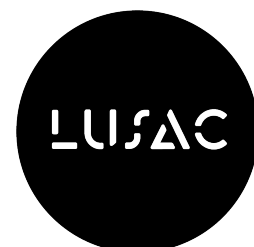
**Thèse soutenue le 16/06/2022  
devant le jury composé de**

MME ELISABETH LACAZEDIEU	Professeur des universités, École normale supérieure Paris-Saclay	Rapporteur du jury
M. YVES-MARIE SCOLAN	Professeur des universités, ENSTA	Rapporteur du jury
M. MUSTAPHA BENAOUICHA	Docteur, SEGULA Engineering France	Membre du jury
M. MOHAMMED KHATTAOUI	Professeur, Université de Tizi Ouzou	Membre du jury
M. CHOUAIB LABIOD	Maître de conférences, Université Mohamed Seddik Ben Yahia	Membre du jury
M. ABDELGHANI SEGHIR	Professeur, Université de Bejaia - Algérie	Membre du jury
M. DJAMEL SADAQUI	Professeur, Université de Bejaia - Algérie	Président du jury
M. SYLVAIN GUILLOU	Professeur des universités, Université de Caen Normandie	Directeur de thèse

**Thèse dirigée par SYLVAIN GUILLOU (Laboratoire universitaire des sciences appliquées de Cherbourg (Caen))**



UNIVERSITÉ  
CAEN  
NORMANDIE





Ce travail est dirigé par :

**M. Abdelghani SEGHIR, directeur de la thèse, université de Bejaia, Algérie.**

**M. Sylvain GUILLOU, directeur de la thèse, université de Caen Normandie, France.**

**M. Mustapha BENAOUICHA, co-encadrant de la thèse, Segula Technologies et université de Caen Normandie, France.**

Cette thèse s'inscrit dans le cadre d'un projet mené conjointement par :

L'université de Bajaia (Laboratoire de Recherche en Hydraulique Appliquée et Environnement)

**LRHAE**



L'université de Caen Normandie (Laboratoire Universitaire des Sciences Appliquées de Cherbourg)



**UNICAEN**  
UNIVERSITÉ  
CAEN  
NORMANDIE

Et l'entreprise Segula Technologies



Ce travail a bénéficié des moyens de calcul du mésocentre CRIANN (Centre Régional Informatique et d'Applications Numériques de Normandie).







## Remerciements :

Le travail effectué dans la présente thèse a été réalisé entre le Laboratoire de Recherche en Hydraulique Appliquée et Environnement (LRHAE) de Bejaia et le Laboratoire Universitaire des Sciences Appliquées de Cherbourg (LUSAC) en collaboration avec l'entreprise Segula Technologies.

Je remercie le laboratoire de Recherche en Hydraulique Appliquée et Environnement (LRHAE) de m'avoir permis d'avoir l'opportunité de réaliser mon doctorat en ouvrant un concours national. Je remercie aussi le Laboratoire Universitaire des Sciences Appliquées de Cherbourg (LUSAC) de l'université de Caen Normandie et l'école doctorale ED591 PSIME de m'avoir permis de mettre en place la cotutelle internationale.

Je tiens également à remercier le programme de bourse Profas B+, Segula Technologies et l'université de Caen Normandie pour avoir financé la thèse. Je remercie également le Centre Régional Informatique et d'Application Numériques de Normandie CRIANN pour avoir mis à notre disposition des moyens de calcul.

Je tiens à remercier grandement Mme. E.Lacazedieu et M. Y.M.Scolan pour avoir accepté de rapporter sur mon travail de thèse et pour leurs commentaires pertinents.

J'adresse tous mes remerciements à M. D.Sadaoui, d'avoir accepté de présider le jury de soutenance ainsi que M. M.Khattaoui et M. C.Labioud de l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'examiner ce travail et d'avoir apporté des remarques constructives.

Je voudrais témoigner toute ma reconnaissance à mes trois encadrants de thèse, M. A.Seghir du laboratoire LRHAE de l'université de Bejaia, M. S.Guillou du laboratoire LUSAC de l'université de Caen Normandie et M. M.Benaouicha de l'entreprise Segula Technologies sans qui ce travail n'aurait pu aboutir. Je vous remercie pour votre disponibilité, votre aide et attention et tous les échanges et conversations qu'on a pu avoir durant les années de thèse.

Je remercie mes collègues du laboratoire LRHAE surtout Massicilia et Meriem sur lesquelles j'ai pu compter pour la paperasse concernant les inscriptions, soutenance ... quand je n'étais pas sur place. Je remercie également tous mes collègues et amis du laboratoire LUSAC (Nasteho, Fatima, Philippe, Jérôme, Hai yen Paul et tous les autres) pour leur bonne humeur et surtout les innombrables pauses gourmandes qu'on a pu partager. Par la même occasion ma gratitude va à Alina et Frédérique qui m'ont si bien accueillie, quand j'habitais seule vous ne m'avez jamais laissée et j'ai toujours passé les fêtes avec vos familles. Grand merci à notre ami Ferhat qui était toujours prêt à nous rendre service à mon mari et moi, ainsi que sa femme Céline avec qui on a mangé et sortis plusieurs fois.

Enfin j'adresse mes remerciements à mes collègues de l'entreprise Segula (Tony, Nathalie, Elodie, Jordan ...). Mes remerciements vont aussi à mes collègues de l'ESIX Normandie surtout abdel qui a toujours répondu à la moindre de mes nombreuses questions et bien sûr David Houivet, Jean Régis et Jérôme Bernard pour leurs aides.

Et non Adeline je ne t'ai pas oubliée hihi, merci de ta disponibilité et gentillesse. Merci aussi à tous les administratifs qui m'ont facilité les démarches. Désolée si j'ai oublié des personnes vous êtes si nombreux.

## Dédicaces :

Avant tout, je rends grâce au dieu tout puissant de m'avoir permis de mener jusqu'au bout cette thèse et pour toutes les choses qu'il m'a données surtout la famille et la santé malgré toutes les difficultés.

Pardon Augustin chéri mais je dois commencer par mes parents qui m'ont donné le jour et élevée. Je dédie cette thèse en premier lieu à Khali qui a toujours pour toujours été là pour moi et j'espère que tu es fier de moi. Je la dédie à yemma, khalti et vava et merci pour votre patience, disponibilité, sacrifice, l'éducation que vous m'avez donnée et de m'avoir bien élevée. Merci pour votre temps que vous m'avez accordé, pour votre soutien moral et financier. Merci pour tous les bons plats que j'ai pu manger à la maison ça sera les meilleurs quoi que déguste. Je dédie la thèse à mes frangins Kamilia et Arezki.

Je remercie également ma belle famille pour leur soutien et d'avoir fait le déplacement très tôt jusqu'à Bougie pour assister à ma soutenance et pour les gâteaux, je remercie aussi à rosa et wasila pour les gâteaux et yemma pour lekhfaf.

Je tiens à remercier khalti baya et dada akli d'avoir été là à ma soutenance de doctorat et de Master. Merci à Nabil et Hamid d'avoir été là aussi.

Je dédie ma thèse à Hamza. Je te remercie pour ton amour et soutien sans faille. Tu es une personne tellement altruiste et courageuse que t'en félicite. Merci d'être à mes côtés à chaque fois que j'ai besoin de toi, dans le meilleur comme dans le pire.

Je dédie cette thèse à mon petit cœur Augustin qui a fait la soutenance en France avec moi, oui, car tu étais dans mon ventre et tu n'as pas pu assister à ma soutenance en Algérie car tu es resté avec papa, mais tu m'as applaudi par cam. Je ne sais pas si un jour tu seras un scientifique ou pas mais j'espère que tu feras des choses qui apporteront une plus-value au monde et à l'humanité. Et surtout sois heureux dans ce que tu fais.

Pour finir je rends hommage à tous mes enseignants depuis ma première année d'école primaire jusqu'à ma deuxième année master. Dieu merci ça a toujours bien passé la preuve, Mme Bendine que j'ai eu comme instit en primaire est jusqu'à ce jour fière de moi et était très contente pour ma soutenance de doctorat et Mme Matoub qui prend de mes nouvelles tout le temps ainsi que tous mes enseignants collèges et lycée. Je vous remercie pour tout ce que j'ai pu apprendre avec vous et finir par M. Seghir l'un de mes enseignants brillants en fac et bien sûr mon encadrant en PFE et doctorat.

Je ne vais pas mentionner ceux qui ont essayé de me mettre les battons dans les roues mais juste leur dire je suis docteur et dezzou m3ahoum.

Que la miséricorde de dieu soit sur toutes les personnes décédées dans ma famille et dans le corps enseignant et scientifique. Encore pardon pour ceux que j'ai oublié de remercier.



# Sommaire

<b>Sommaire</b>	<b>i</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>ii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>vi</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Contexte et problématique	1
1.2 Ballotement de liquides	2
1.3 Interaction fluide-Structure	6
1.3.1 Génie civil	7
1.3.2 Industrie aéronautique et maritime	9
1.3.3 Génie nucléaire	9
1.3.4 Biomécanique	10
1.4 État de l'art sur le ballotement de liquide	10
1.4.1 Modélisation de la surface libre du liquide	13
1.4.2 Ballotement de liquide dans un réservoir déformable	14
1.4.3 Technique de réductions du ballotement des liquides	15
1.5 Objectif de la thèse	17
<b>2 Formulation mathématique et modélisation numérique du problème couplé ballotement-structure</b>	<b>19</b>
2.1 Modélisation de la dynamique du fluide	20
2.2 Modélisation de la dynamique de la structure	21
2.3 Formulation des équations de conservation	21
2.4 Discrétisation des équations de conservation	23
2.5 Suivi de la surface libre	24
2.5.1 Méthode VOF	25
2.5.2 Méthode Level Set	26
2.6 Résolution numérique du problème couplé en IFS	27
2.6.1 Couplage faible ( <i>One Way Coupling</i> )	28
2.6.2 Couplage fort ( <i>Two Way Coupling</i> )	28
Approche monolithique	29
Approche partitionnée	29
2.6.3 Méthodes de couplage pour les approches partitionnées	30
Méthode explicite	30
Méthode implicite	31
2.7 Outils logiciels utilisés dans ce travail	33
2.7.1 OpenFOAM	33
2.8 Bilan	34

<b>3</b>	<b>Modèle simplifié et réduit du problème couplé ballottement-réservoir</b>	<b>35</b>
3.1	Formulation mathématique du modèle . . . . .	36
3.1.1	Présentation du modèle simplifié . . . . .	36
3.1.2	Mise en équations du modèle simplifié . . . . .	36
3.1.3	Discretisation des équations . . . . .	41
3.2	Réponse en fréquences . . . . .	45
3.3	Cas d'étude et validation du modèle . . . . .	46
3.3.1	Validation du modèle fluide . . . . .	46
3.3.2	Validation du modèle structure . . . . .	48
3.3.3	Validation du système couplé fluide-structure . . . . .	49
3.4	Optimisation du modèle : Réduction des matrices . . . . .	50
3.4.1	Condensation du modèle couplé . . . . .	51
3.4.2	Discussion des résultats du modèle en IFS condensé . . . . .	54
3.4.3	Effet de la flexibilité des parois sur les fréquences du liquide . . . . .	55
3.5	Bilan . . . . .	56
<b>4</b>	<b>Modèle CFD en IFS avec un couplage partitionné</b>	<b>57</b>
4.1	Modélisation numérique d'un réservoir 2D en IFS . . . . .	58
4.2	Équations de la dynamique du fluide et de la structure . . . . .	59
4.2.1	Équations de la dynamique du fluide . . . . .	59
4.2.2	Équations de la dynamique de la structure . . . . .	61
4.3	Algorithme partitionné pour le couplage en IFS . . . . .	61
4.4	Cas du ballottement linéaire . . . . .	62
4.5	Cas du ballottement non-linéaire . . . . .	64
4.6	Réponse dynamique des parois du réservoir . . . . .	65
4.7	Étude de la réponse couplée pour un ballottement linéaire . . . . .	67
4.7.1	Colonne d'eau hydrostatique dans un réservoir à parois flexibles . . . . .	67
4.7.2	Effet de la flexibilité du réservoir sur la réponse du liquide . . . . .	68
4.7.3	Effet du ballottement sur la déformation des parois du réservoir . . . . .	69
4.8	Étude de la réponse couplée pour un ballottement non linéaire . . . . .	71
4.9	Bilan . . . . .	75
<b>5</b>	<b>Simulation du ballottement dans un réservoir flexible sous excitation externe complexe</b>	<b>76</b>
5.1	Vers la représentation d'une onde sismique . . . . .	77
5.2	Ballottement en réservoir 2D soumis à une ondelette de <i>Gabor</i> . . . . .	78
5.3	Analyse des résultats . . . . .	80
5.3.1	Excitation en ondelette à enveloppe courte . . . . .	80
	Étude de la réponse du liquide . . . . .	80
	Étude de la réponse du réservoir . . . . .	85
5.3.2	Excitation en ondelette à enveloppe longue . . . . .	89
	Étude de la réponse du liquide . . . . .	89
	Étude de la réponse du réservoir . . . . .	92
5.4	Bilan . . . . .	95
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>96</b>
	<b>Bibliography</b>	<b>99</b>

# Liste des figures

1.1	Pression du liquide dans un réservoir cylindrique : au repos (gauche), en mouvement dû à une charge externe (droite) . . . . .	1
1.2	Exemples de réservoirs contenant du liquide pouvant subir un ballotement . . . . .	2
1.3	Ballotement dans la piscine du toit d'un gratte-ciel lors d'un séisme [1] . . . . .	3
1.4	Déferlement de vague dans un réservoir en ballotement [2] . . . . .	4
1.5	Emprisonnement d'une poche d'air entre un liquide et la paroi de son contenant suite à l'impact d'une vague sur la paroi [3] . . . . .	4
1.6	Endommagement du toit et de la virole supérieure dû au ballotement du liquide stocké au sein de la raffinerie Tupras, causé par le séisme de Marmara, Izmit Turquie 1999 [4]	5
1.7	Phénomène d'UVCE engendrant un incendie. 11 décembre 2005, Angleterre . . . . .	6
1.8	Séisme endommageant une centrale nucléaire. 16 juillet 2007, Japon . . . . .	6
1.9	Schéma du cycle d'interaction fluide-structure . . . . .	6
1.10	Schéma montrant un temps caractéristique de la dynamique du fluide, négligeable par rapport au temps caractéristique de la dynamique de la structure [5] . . . . .	7
1.11	Schéma montrant un temps caractéristique de la dynamique de la structure, négligeable par rapport au temps caractéristique de la dynamique du fluide [5] . . . . .	7
1.12	Catastrophe du pont <i>Tay Bridge</i> de Dundee en Écosse le 28/12/1879 . . . . .	8
1.13	Rupture du pont de Tacoma. 07 novembre 1940, États-Unis . . . . .	8
1.14	Variétés des structures sous-marines et offshore rencontrées en industrie maritime [6]	9
1.15	Coupe schématique d'une centrale nucléaire thermique ( <a href="http://www.astrosurf.com/luxorion/quantique-fission-fusion3.htm">http://www.astrosurf.com/luxorion/quantique-fission-fusion3.htm</a> ) . . . . .	10
1.16	Simulation de la rupture de l'athérome carotidien avec une approche IFS et champ de contraintes [7] . . . . .	11
1.17	Modèle de Housner [8] . . . . .	11
1.18	Modèle schématique d'un réservoir rectangulaire avec des chicanes verticales supérieures et inférieures ainsi que des chicanes horizontales [9] . . . . .	16
1.19	Différents agencements des chicanes dans un réservoir rectangulaire (unité en <i>mm</i> ) [10]	17
2.1	Comparaison des maillages et des mouvements de particules en fonction des différents formalismes (Lagrangien, Eulerien et ALE) en 1D [11] . . . . .	23
2.2	Illustration des différentes reconstructions, en (a) l'interface physique, en (b) la reconstruction SLIC, en (c) la reconstruction de Hirt & Nichols, en (d) la reconstruction PLIC [12] . . . . .	26
2.3	Schéma d'un problème IFS général . . . . .	28
2.4	Schéma général d'un couplage One Way . . . . .	28
2.5	Schéma général d'un couplage Two Way . . . . .	29
2.6	Schémas de couplage fluide-structure : (a) monolithique ; (b) partitionné . . . . .	30
2.7	Exemple d'un algorithme de couplage explicite . . . . .	31
2.8	Algorithme de couplage implicite [13]. $F$ l'état du fluide (champs de vitesse et de pression), $S$ l'état de la structure (déplacement et vitesse), $M$ la configuration du maillage du domaine fluide et $\Gamma$ la position de l'interface fluide-structure. . . . .	32

2.9	Différentes méthodes de couplage en IFS . . . . .	32
3.1	Schéma général du réservoir avec les notations utilisées pour les domaines et les frontières . . . . .	36
3.2	Discrétisation du domaine fluide en élément Q4, élément de volume, élément de surface, élément d'interface (de gauche à droite) . . . . .	43
3.3	Discrétisation en élément poutres d'une paroi du réservoir étudié . . . . .	43
3.4	Représentation d'un élément poutre avec ces nœuds et DDLs . . . . .	43
3.5	Schéma du cas étudié présentant les dimensions ainsi que les équations gouvernantes . . . . .	46
3.6	Représentation des quatre premiers modes de ballonnement issus du modèle simplifié . . . . .	47
3.7	Chargement sur une paroi du réservoir étudié : Poutre encastree/libre . . . . .	48
3.8	Représentation des six premiers modes de vibration de la paroi . . . . .	49
3.9	Comparaison de l'étude fréquentielle entre le modèle complet et le modèle réduit ainsi que les valeurs de la solution exacte . . . . .	55
3.10	Comparaison de la réponse fréquentielle entre un cas avec des parois flexibles avec les valeurs du cas rigide . . . . .	56
4.1	Schéma représentant un cas général de ballonnement dans un réservoir rectangulaire en 2D . . . . .	58
4.2	Organigramme des stratégies de couplage avec les techniques employées dans ce chapitre colorées en bleu . . . . .	62
4.3	Schéma explicite du couplage IFS . . . . .	63
4.4	Oscillations linéaires de la surface libre pour $\omega_e = 0.95 \omega_0$ et $b = 0.4 \text{ mm}$ . Comparaison entre le modèle numérique et la solution analytique [14] . . . . .	63
4.5	Oscillations linéaires de la surface libre. Comparaison entre le modèle numérique et la solution analytique [14] . . . . .	64
4.6	Représentation du point de sondage utilisé pour les extractions de la surface libre en fonction du temps . . . . .	64
4.7	Oscillations non linéaires de la surface libre pour $\omega_e = \omega_0$ , et $b = 5 \text{ mm}$ . Comparaison entre le modèle numérique, la solution analytique [14] et l'expérimentation [15] . . . . .	65
4.8	Déplacement en haut de la paroi du réservoir en fonction du temps . . . . .	66
4.9	Amortissement numérique en fonction de l'inverse du pas de temps . . . . .	66
4.10	La flèche maximale de la paroi du réservoir sous l'effet hydrostatique d'une colonne d'eau . . . . .	67
4.11	La pression au milieu du fond du réservoir sous l'effet hydrostatique d'une colonne d'eau . . . . .	68
4.12	Comparaison des réponses temporelles de l'élévation de la surface libre pour les réservoirs rigide et flexible, à $2 \text{ cm}$ de la paroi droite pour $\omega_e = 0,83 \omega_0$ et $b = 0,4 \text{ mm}$ . . . . .	68
4.13	Comparaison de la réponse temporelle des déplacements en haut de la paroi gauche pour deux matériaux, $E = 15 \text{ MPa}$ (axe gauche) et $E = 150 \text{ MPa}$ (axe droit) . . . . .	70
4.14	Moment fléchissant en fonction du temps au fond de la paroi du réservoir en tenant compte de l'effet du ballonnement . . . . .	70
4.15	Comparaison de la réponse du moment fléchissant après soustraction de la valeur moyenne pour le cas rigide et flexible . . . . .	71
4.16	Comparaison des snapshots de la surface libre entre les résultats du présent modèle numérique et les résultats expérimentaux de [16] . . . . .	72
4.17	Comparaison du ballonnement spatial fortement non linéaire entre le cas flexible (à gauche) et le cas rigide (à droite) . . . . .	73
4.18	Déformation de la paroi gauche d'un réservoir flexible ( $E = 15 \text{ MPa}$ ) lors d'un ballonnement fortement non linéaire . . . . .	74



4.19	Déplacements en haut de la paroi du réservoir pour le cas flexible lorsque $\omega_e = 10.053 \text{ rad/s}$ et $b = 2.5 \text{ cm}$ . . . . .	75
5.1	Exemple d'un accélérogramme. Composante Nord-Sud de l'enregistrement à la station <i>Dar El Beida</i> du séisme de <i>Boumerdes</i> 2003, Algérie [17] . . . . .	77
5.2	Tracé d'une ondelette de <i>Gabor</i> pour : $\alpha = 6.5, \beta = 3.5 \text{ s}^{-1}, \gamma = 5$ et $f = 6 \text{ s}^{-1}$ . . . . .	78
5.3	Tracé de l'ondelette de <i>Gabor</i> pour une même fréquence. En bleu le cas d'une ondelette à enveloppe courte ( $\alpha = 6.5, \beta = 3.5 \text{ s}^{-1}, \gamma = 5$ ) et en rouge le cas d'une ondelette à enveloppe longue ( $\alpha = 0.04, \beta = 1.6 \text{ s}^{-1}, \gamma = 6$ ) . . . . .	79
5.4	Représentation du point de sondage utilisé pour les extractions de la surface libre en fonction du temps . . . . .	80
5.5	Présentation de l'ondelette de <i>Gabor</i> à enveloppe courte (A) en colonne 1, les oscillations temporelles de la surface libre ( $\eta$ ) en colonne 2 et les amplitudes des modes (Y) en colonne 3. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent, respectivement, aux cas 1, 2 et 3. Les courbes en bleu représentent le réservoir à parois rigides et celles en couleur rouge représentent le réservoir à parois flexibles. $f_1 = f_0, f_2 = 2 \cdot f_0, f_3 = 3 \cdot f_0$ . . . . .	81
5.6	Présentation de l'ondelette de <i>Gabor</i> à enveloppe courte (A) en colonne 1, les oscillations temporelles de la surface libre ( $\eta$ ) en colonne 2 et les amplitudes des modes (Y) en colonne 3. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent, respectivement, aux cas 4, 5 et 6. Les courbes en bleu représentent le réservoir à parois rigides et celles en couleur rouge représentent le réservoir à parois flexibles. $f_4 = 4 \cdot f_0, f_5 = 5 \cdot f_0, f_6 = 6 \cdot f_0$ . . . . .	82
5.7	Comparaison des fréquences ( $f$ ) et des amplitudes des modes (Y) issues des FFT appliquées aux oscillations temporelles de la surface libre ( $\eta$ ) pour le cas d'une ondelette de <i>Gabor</i> à enveloppe courte (en colonne 2 la partie du signal avant 5s et en colonne 3 la partie du signal après 5s. La ligne 1 correspond au cas 1, la ligne 2 correspond au cas 2 et la ligne 3 correspond au cas 3. Les courbes en couleur bleue représentent le réservoir à parois rigides et celles en couleur rouge représentent le réservoir à parois flexibles. $f_1 = f_0, f_2 = 2 \cdot f_0, f_3 = 3 \cdot f_0$ . . . . .	83
5.8	Comparaison des fréquences ( $f$ ) et des amplitudes des modes (Y) issues des FFT appliquées aux oscillations temporelles de la surface libre ( $\eta$ ) pour le cas d'une ondelette de <i>Gabor</i> à enveloppe courte (en colonne 2 la partie du signal avant 5s et en colonne 3 la partie du signal, après 5s. La ligne 1 correspond au cas 1, la ligne 2 correspond au cas 2 et la ligne 3 correspond au cas 3. Les courbes en couleur bleue représentent le réservoir à parois rigides et celles en couleur rouge représentent le réservoir à parois flexibles. $f_4 = 4 \cdot f_0, f_5 = 5 \cdot f_0, f_6 = 6 \cdot f_0$ . . . . .	84
5.9	Présentation de l'ondelette de <i>Gabor</i> à enveloppe courte (A) en colonne 1, les déplacements temporels de la paroi gauche ( $\xi$ ) en colonne 2 et les amplitudes des modes (Y) en colonne 3. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent, respectivement, aux cas 1, 2 et 3. $f_1 = f_0, f_2 = 2 \cdot f_0, f_3 = 3 \cdot f_0$ . . . . .	87
5.10	Présentation de l'ondelette de <i>Gabor</i> à enveloppe courte (A) en colonne 1, les déplacements temporels de la paroi gauche du réservoir flexible ( $\xi$ ) en colonne 2 et les amplitudes des modes (Y) en colonne 3. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent, respectivement, aux cas 4, 5 et 6. $f_{(4)} = 4 \cdot f_0, f_{(5)} = 5 \cdot f_0, f_{(6)} = 6 \cdot f_0$ . . . . .	88
5.11	Présentation de l'ondelette de <i>Gabor</i> à enveloppe longue (A) en colonne 1, les oscillations temporelles de la surface libre ( $\eta$ ) en colonne 2 et les amplitudes des modes (Y) en colonne 3. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent, respectivement, aux cas 7, 8 et 9. Les courbes en bleu représentent le réservoir à parois rigides et celles en couleur rouge représentent le réservoir à parois flexibles. $f_7 = f_0, f_8 = \frac{f_0}{1.5}, f_9 = \frac{f_0}{2}$ . . . . .	90

5.12	Présentation de l'ondelette de Gabor à enveloppe longue ( $A$ ) en colonne 1, les oscillations temporelles de la surface libre ( $\eta$ ) en colonne 2 et les amplitudes des modes ( $Y$ ) en colonne 3. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent, respectivement, aux cas 10, 11 et 12. Les courbes en bleu représentent le réservoir à parois rigides et celles en couleur rouge représentent le réservoir à parois flexibles. $f_{10} = \frac{f_0}{2.5}$ , $f_{11} = \frac{f_0}{3}$ , $f_{12} = \frac{f_0}{3.5}$	91
5.13	Présentation de l'ondelette de <i>Gabor</i> à enveloppe longue ( $A$ ) en colonne 1, les déplacements temporels de la paroi gauche du réservoir flexible ( $\xi$ ) en colonne 2 et les amplitudes des modes ( $Y$ ) en colonne 3. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent, respectivement, aux cas 7, 8 et 9. $f_7 = f_0$ , $f_8 = \frac{f_0}{1.5}$ , $f_9 = \frac{f_0}{2}$	93
5.14	Présentation de l'ondelette de Gabor à enveloppe longue ( $A$ ) en colonne 1, les déplacements temporels de la paroi gauche du réservoir flexible ( $\xi$ ) en colonne 2 et les amplitudes des modes ( $Y$ ) en colonne 3. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent, respectivement, aux cas 10, 11 et 12. $f_{10} = \frac{f_0}{2.5}$ , $f_{11} = \frac{f_0}{3}$ , $f_{12} = \frac{f_0}{3.5}$	94

## Liste des tableaux

3.1	Valeurs des pulsations propres de ballonnement issues du modèle simplifié en comparaison avec les valeurs analytiques	47
3.2	Paramètres utilisés pour la validation de la réponse de la paroi	48
3.3	Valeurs des fréquences propres de vibration de la poutre issues du modèle proposé et de la solution analytique [18]	49
3.4	Comparaison des fréquences propres du ballonnement issues du modèle couplé en IFS avec celles du modèle non couplé Les parois sont considérées rigides ( $E = 50 \cdot 10^{30}$ MPa)	50
3.5	Comparaison des fréquences propres hydroélastiques issues du modèle simplifié couplé en IFS avec celles du modèle non couplé. La hauteur de l'eau est égale à $0.15 \text{ mm}$	50
3.6	Valeurs des fréquences propres de ballonnement issues du modèle simplifié condensé en comparaison avec le modèle simplifié non condensé	54
4.1	Comparaison des élévations maximales de la surface libre ( $\eta_{max}$ ) et de la période de l'enveloppe d'onde $T$ , pour un réservoir rigide et flexible	69
5.1	Description du cas étudié dans ce chapitre	78
5.2	Comparaison des valeurs des fréquences issues des FFT de $\eta$ et des amplitudes de modes $Y$ , entre le cas des réservoirs flexible et rigide soumis à une ondelette de <i>Gabor</i> à enveloppe courte	86
5.3	Comparaison des valeurs des fréquences issues des FFT de $\eta$ et des amplitudes de modes $Y$ , entre le cas des réservoirs flexible et rigide soumis à une ondelette de <i>Gabor</i> à enveloppe longue	92

# Nomenclature

## Variables

$f_\sigma$	force de tension de surface libre
$G$	matrice masse fluide
$g$	vecteur accélération de la gravité
$K$	matrice rigidité solide
$L$	matrice rigidité fluide
$M$	matrice masse solide
$Q$	matrice liant les accélération solide aux pressions du fluide
$u$	vitesse fluide
$w$	vitesse de la grille de maillage
$u_r$	vitesse artificielle à l'interface liquide/gaz
$\omega_n$	$n^{ième}$ pulsation propre
$\bar{I}$	tenseur identité
$A_e$	accélération externe
$a_s$	section constante de la paroi du réservoir
$E$	module de Young
$F_s$	force volumiques dans le solide
$g$	composante verticale de l'accélération de la gravité
$H_f$	hauteur d'eau dans le réservoir
$H_s$	hauteur de la paroi du réservoir
$I$	moment d'inertie de la paroi du réservoir

$L_f$	longueur du réservoir
$N_i^{(b)}$	fonctions de forme des éléments poutres
$N_i^{(p)}$	fonctions de forme des éléments finis fluides
$nne$	nombre de nœuds par élément fini
$Q4$	élément fini quadrilatéral linéaire
$S$	terme source dans le fluide
$t_w$	épaisseur de la paroi du réservoir
$u_b$	mouvement du support à la base
$X$	système de référence matériel
$x$	système de référence spatial

### Symboles grecs

$\chi$	système de référence du maillage
$\eta$	fluctuation de la surface libre par rapport à l'état initial
$\Gamma_{atm}$	frontière ouverte du domaine fluide
$\Gamma_b$	frontière de fond du domaine fluide
$\Gamma_{fs}$	interface fluide-structure
$\kappa$	courbure de la surface libre
$\lambda$	viscosité seconde
$\mu$	viscosité dynamique
$\mu_s$ et $\lambda_s$	coefficients de Lamé
$\mu_g$	viscosité dynamique dans la phase gazeuse
$\mu_l$	viscosité dynamique dans la phase liquide
$\nu_s$	coefficient de Poisson
$\Omega_f$	domaine fluide
$\Omega_s$	domaine solide
$\psi$	fraction volumique dans le fluide

---

$\rho_f$	masse volumique du fluide
$\rho_g$	masse volumique de la phase gazeuse
$\rho_l$	masse volumique de la phase liquide
$\rho_s$	masse volumique du solide
$\sigma$	constante de tension de surface libre
$\sigma_s$	contraintes du solide
$\tau$	tenseur des contraintes de viscosité
$\theta$	coefficient de diffusivité
$\xi$	déformations du solide

### Acronymes

ALE	Arbitrary Lagrangian Eulerian
CFL	Courant-Fredrich-Levy
CSF	Continuum Surface Force
DDLs	Degrés De Liberté
FFT	Fast Fourier transform
IFS	Interaction Fluide-Structure
OpenFOAM	Open Field Operation And Manipulation
PIMPLE	combinaison de PISO et SIMPLE
PISO	Pressure Implicit with Splitting of Operator
PLIC	Piecewise Linear Interface Calculation
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations
SLIC	Simple Line Interface Calculation
VOF	Volume Of Fluid

### Opérateurs

$\Delta$	laplacien
$\nabla$	gradient
$\nabla \cdot$	divergence



# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Contexte et problématique

Pour divers besoins, notamment énergétiques, l'homme est amené à construire des bassins de stockage et de transport de liquides. Lorsque le réservoir est soumis à des accélérations dues au transport, tremblements de terre, ondes de chocs, etc., il les transmet au liquide stocké dans le réservoir partiellement rempli. Les mouvements de la surface libre du liquide sont désignés par le phénomène de ballottage. La surface libre du liquide peut subir différents types de mouvement selon le type de perturbation et la forme du réservoir. Lorsque le liquide est contenu dans un réservoir élastique, la propagation des ondes (sous forme de vagues) qui se réfléchissent sur les parois du réservoir, peuvent induire la déformation de celles-ci (figure 1.1). Par ailleurs, les déformations des parois du réservoir provoquent, à leur tour, une modification de l'écoulement et donc des efforts hydrodynamiques associés. Dans certains cas où le ballottage devient critique, les réservoirs doivent garder leur tenue mécanique et leurs performances. Aussi, une étude minutieuse pour leur bon dimensionnement est requise.

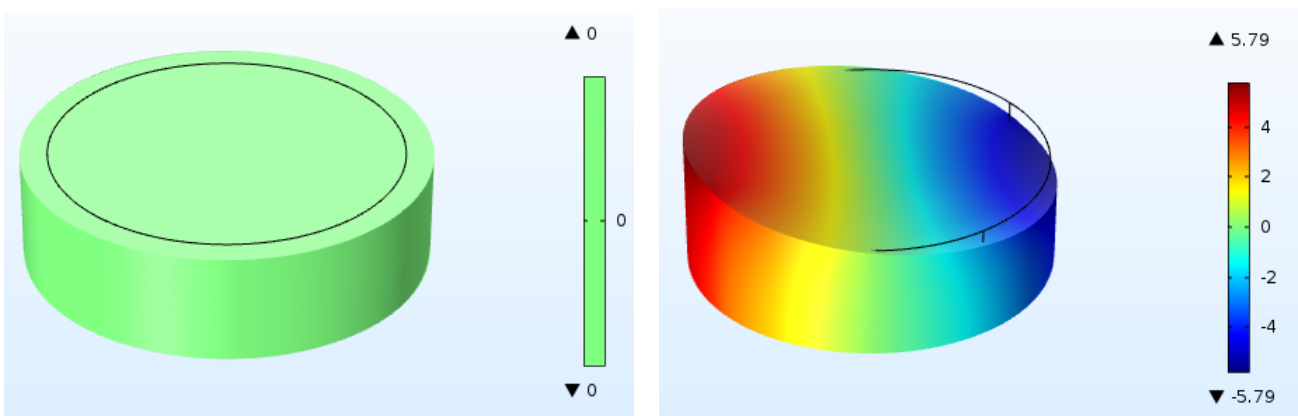


Figure 1.1: Pression du liquide dans un réservoir cylindrique : au repos (gauche), en mouvement dû à une charge externe (droite)

## 1.2 Ballottement de liquides

Le ballottement des liquides (sloshing) est l'ensemble des mouvements de la surface libre du liquide dans un réservoir soumis à des excitations externes. Ce qui le distingue du mouvement général des vagues, c'est la réflexion des ondes sur les parois du réservoir qui contient le liquide en ballottement. La surface libre du liquide se déforme selon des formes que l'on appelle les modes de ballottement. L'étude du ballottement est importante dans plusieurs domaines (figure 1.2), on peut citer :

- Le stockage : châteaux d'eau, bacs de stockage de l'énergie fossile, piscines de désactivation.
- Le transport routier et maritime de l'énergie sous forme liquide : LNG (Liquified Natural Gas), méthaniers, camions citernes.
- L'aérospatial : réservoirs de kérosène d'ailes d'avion, satellites spatiaux à ergol.

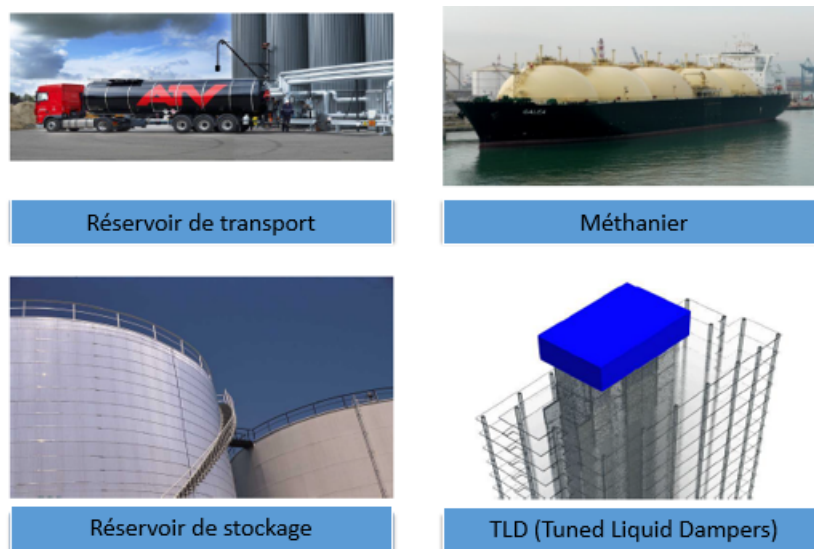


Figure 1.2: Exemples de réservoirs contenant du liquide pouvant subir un ballottement

Du fait que le mouvement du liquide puisse interagir fortement avec la dynamique de son contenant, le ballottement peut affecter la stabilité du réservoir et ainsi engendrer des dégâts importants. Ceci rend critique le phénomène du ballottement. Ainsi, ce phénomène est l'un des centres de préoccupation des chercheurs, afin de prédire et de limiter les conséquences indésirables causées par un mouvement intense du liquide, notamment le débordement du liquide d'un côté, et les déformations du réservoir d'un autre côté. Les industries amenées à stocker ou transporter du liquide dans des réservoirs fixes ou en mouvement, doivent instaurer durant le dimensionnement des marges de sécurité appropriées, surtout lorsque le liquide est à caractère nucléaire, inflammable ou toxique.

Un des exemples les plus spectaculaires du phénomène de ballottement est celui qui s'est produit sur l'île de *Luzon* aux Philippines en 2019. En effet, suite à un tremblement de terre de magnitude de 6.1 à l'échelle de *Richter*, l'eau de la piscine du toit d'un gratte-ciel de la ville de *Manille*, a débordée et s'est écoulee en cascade le long du bâtiment (figure 1.3) [1].





Figure 1.3: Ballotement dans la piscine du toit d'un gratte-ciel lors d'un séisme [1]

Le ballotement de liquide dans un réservoir dépend de plusieurs facteurs qui l'influent, on cite :

- L'excitation externe appliquée sur le réservoir : notamment du type de cette excitation (périodique, continue, échelon, impulsion . . . ), de son amplitude et de sa fréquence [19]. En effet, l'amplitude des fluctuations de la surface libre atteint son maximum lorsque la fréquence de la force externe appliquée sur le réservoir est voisine de la fréquence propre du ballotement. Dans ce cas on parle du phénomène de résonance.
- Le conteneur ou réservoir : notamment des matériaux qui le constituent, par exemple ce qui peut changer la flexibilité de ce réservoir. De sa forme géométrique (rectangulaire, triangulaire, cylindrique ...). De ses dimensions, car celles-ci contrôlent de manière directe le calcul de la fréquence propre du ballotement du liquide et celle du réservoir solide.
- La viscosité du liquide : des résultats expérimentaux de [20] ont pu montrer que la viscosité du liquide a un effet important sur la pression de ballotement, en effet, la dissipation d'énergie due au frottement visqueux entraîne une réduction de la pression de ballotement et l'effet de dissipation est plus important lorsque la viscosité du liquide augmente.
- Le taux de remplissage : lorsque le réservoir est faiblement rempli, l'effet du ballotement est plus important sur les parois du réservoir [16]. Dans ce cas, la tenue mécanique du réservoir est menacée plus que le risque de perte du liquide par débordement. Le ballotement à faibles taux de remplissage est généralement connu pour l'apparition du phénomène du ressaut hydraulique. Parmi les travaux sur la modélisation de ce phénomène, on peut citer ceux de *Thang Lee* et al. [21].

En fonction de l'amplitude des fluctuations de la surface libre on distingue le ballotement linéaire, dans le cas de petites fluctuations, et le ballotement non-linéaire dans le cas de grandes fluctuations [22]. Pour de grandes amplitudes de fluctuations, la surface libre peut présenter certains phénomènes tels que les déferlements de vagues, le piégeage de l'air dans le liquide [23], etc. La figure 1.4 présente un résultat expérimental qui montre le déferlement d'une vague de surface dans un réservoir [2]. La figure 1.5 montre le piégeage d'une poche d'air entre un liquide ballotant et la paroi verticale de son contenant.

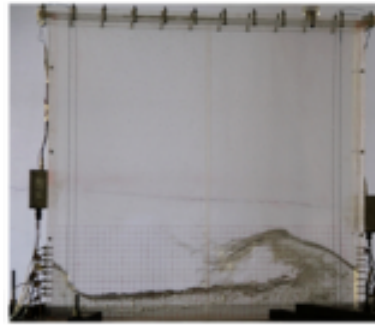


Figure 1.4: Déferlement de vague dans un réservoir en ballotement [2]

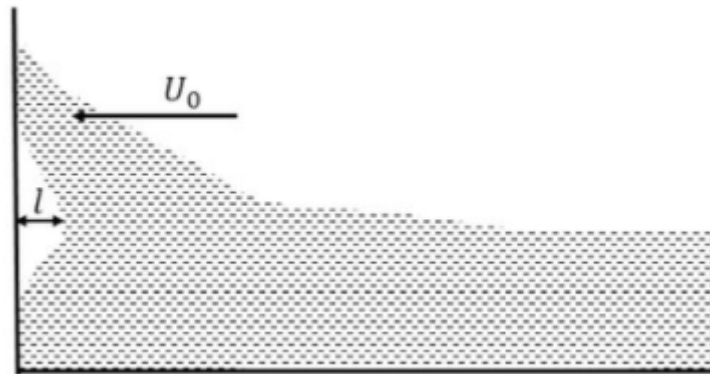


Figure 1.5: Emprisonnement d'une poche d'air entre un liquide et la paroi de son contenant suite à l'impact d'une vague sur la paroi [3]

Afin de modéliser numériquement le ballotement de liquide, de manière générale le mouvement du fluide dans le réservoir est décrit en résolvant les équations de Navier-Stokes. Mais la modélisation du ballotement peut être effectuée en utilisant deux approches différentes. La première approche concerne le ballotement de faible amplitude (le ballotement linéaire), en supposant un liquide parfait avec une viscosité négligeable ainsi que des écoulements incompressibles et irrotationnels, où les équations de Navier-Stokes se réduisent à des équations d'écoulement potentiel en appliquant la condition d'onde de surface linéarisée à la surface libre. Cette condition permet de représenter les fluctuations de la surface libre (élevations ou abaissements par rapport à la hauteur du liquide initiale) par une pression hydrostatique [24]. La seconde approche concerne le ballotement de haute amplitude (le ballotement non-linéaire), en résolvant les équations de Navier-Stokes à l'aide de différentes méthodes de calcul, et en appliquant des conditions aux limites non-linéaires à la surface libre.

Si on prend le cas des réservoirs de stockage fixes, l'origine du ballotement est souvent le tremblement de terre. En effet, lors d'un séisme, les mouvements du sol engendrent des perturbations dans le liquide stocké, qui à leur tour engendrent des surpressions ou dépressions hydrodynamiques. Parfois les conséquences du ballotement peuvent être plus dangereuses que le séisme lui-même. Dans le cas des réservoirs sans toits, le gros risque est le déversement du liquide. Ainsi, le débordement d'un liquide toxique ou radioactif conduit non seulement à la perte du produit, mais aussi à une contamination de l'environnement extérieur.

Les répercussions du ballotement sur le réservoir de stockage sont parfois irréversibles et peuvent conduire à l'endommagement des parois ainsi que du toit lorsque le réservoir est couvert. À titre d'exemples, on peut citer le 'Diamond effect' ou l'endommagement de la partie supérieure du réservoir (figure 1.6), des incendies (figure 1.7), des fissurations (figure 1.8), etc. La figure 1.7 présente un réservoir cylindrique en feu, causé par le phénomène d'UVCE (*Unconfined Vapour Cloud Explosion*). Ceci montre l'intérêt que peut avoir les réservoirs à toits flottants. En effet, de tels toits sont en contact direct avec le liquide stocké et ils bougent avec le niveau de celui-ci. Ainsi, l'absence de la phase gazeuse, communément appelée l'espace de tête, permet d'éviter les explosions de gaz à l'air libre et le déclenchement de tels incendies. Néanmoins, en présence de ballotement, les toits flottants peuvent impacter les parois du réservoir suite aux frottements.



Figure 1.6: Endommagement du toit et de la virole supérieure dû au ballotement du liquide stocké au sein de la raffinerie Tupras, causé par le séisme de Marmara, Izmit Turquie 1999 [4]

Les échanges et interactions entre le mouvement du liquide avec le réservoir qui le contient ne peuvent être prises en compte qu'en utilisant une modélisation avec une approche d'interaction fluide-structure. Ce phénomène d'interaction fluide-structure est observé non seulement dans le cas de ballotement des liquides en réservoirs, mais aussi dans un grand nombre de domaines. La section suivante présente une définition de ce phénomène ainsi que les différents secteurs où il peut intervenir.



Figure 1.7: Phénomène d'UVCE engendrant un incendie. 11 décembre 2005, Angleterre



Figure 1.8: Séisme endommageant une centrale nucléaire. 16 juillet 2007, Japon

### 1.3 Interaction fluide-Structure

L'interaction fluide-structure se manifeste dès qu'un fluide et une structure sont en contact et que la dynamique de l'un modifie celle de l'autre. Ce phénomène est caractérisé par des échanges instantanés et sans délai d'énergie mécanique entre une structure déformable ou/et mobile et un écoulement de fluide environnant ou interne. Le contact entre le fluide et la structure peut être total ou partiel [5].

Afin que le fluide et le solide soient correctement modélisés, il est nécessaire d'utiliser conjointement la mécanique des solides et la mécanique des fluides [5]. Le terme de couplage pour ce type de phénomènes est justifié par le fait que la dynamique de chacun des deux milieux continus dépend de celle de l'autre. D'une part le fluide exerce des efforts hydrodynamiques sur la structure, ce qui modifie sa dynamique, et d'autre part la structure par le déplacement de son interface avec le fluide modifie localement l'écoulement. La figure ci-après (figure 1.9) illustre le cycle de l'interaction fluide-structure.

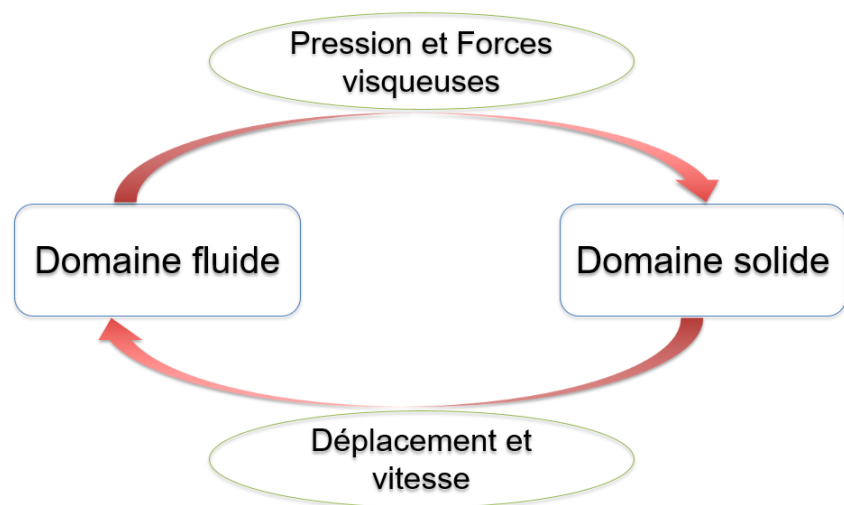


Figure 1.9: Schéma du cycle d'interaction fluide-structure

Le phénomène d'interaction fluide-structure met en jeu d'un côté, un fluide gazeux ou liquide,

compressible ou incompressible, contenu ou environnant, stagnant ou en écoulement, et d'un autre côté, un solide rigide ou déformable, fixe ou mobile. Les problèmes d'interactions fluide-structure peuvent être classés suivant le degré de couplage entre le fluide et la structure. Lorsque le fluide affecte fortement la dynamique du solide et inversement, le couplage est dit fort. Dans le cas où le fluide affecte la structure de manière prépondérante par rapport à l'effet de la structure sur la dynamique du fluide ou inversement, l'interaction est dite faible. En effet, il existe un certain nombre de cas où le fluide ne voit dans le solide que des frontières, tandis que le solide considère le fluide comme d'influence négligeable. Les deux physiques peuvent être séparées en deux cas : lorsque le fluide est considéré comme n'ayant pas de mouvement propre à l'échelle de temps du solide (figure 1.10). Et inversement, lorsque l'échelle de temps du mouvement du fluide est beaucoup plus longue que celle du solide, tel que représenté sur la figure 1.11.

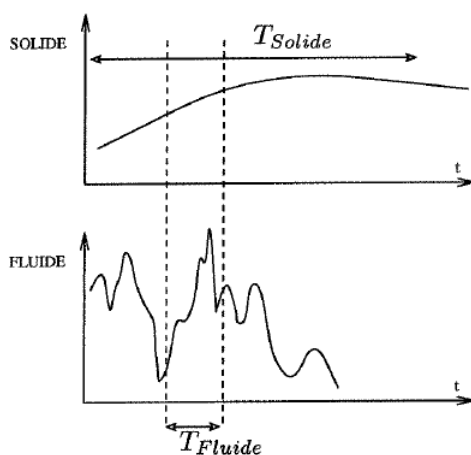


Figure 1.10: Schéma montrant un temps caractéristique de la dynamique du fluide, négligeable par rapport au temps caractéristique de la dynamique de la structure [5]

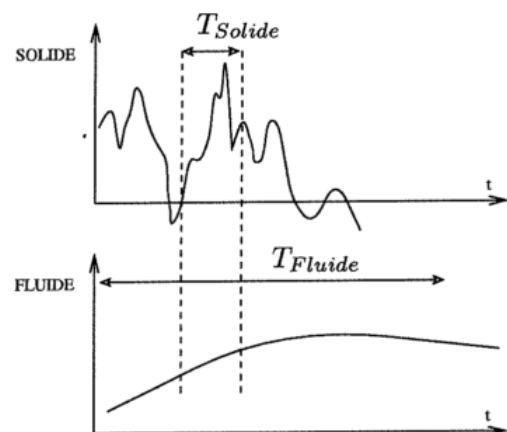


Figure 1.11: Schéma montrant un temps caractéristique de la dynamique de la structure, négligeable par rapport au temps caractéristique de la dynamique du fluide [5]

Il existe une large gamme d'applications où peut se rencontrer le phénomène de l'interaction fluide-structure. Ci-après, des exemples de l'occurrence du phénomène de l'interaction fluide-structure sont donnés selon les domaines d'application.

### 1.3.1 Génie civil

Le génie civil est l'un des premiers secteurs où le phénomène de l'interaction fluide-structure a suscité l'intérêt des ingénieurs, notamment pour la construction des ponts, châteaux d'eau, grattes-ciel . . . etc. En effet, dans le cas où la fréquence naturelle d'une structure est proche de la fréquence de l'excitation extérieure, la réponse dynamique de la structure devient instable. Ainsi, celle-ci risque de subir des dommages importants. Dans ce cas, l'ingénieur doit examiner si la source d'excitation peut être réduite ou éliminée, ou si la dynamique de la structure doit être contrôlée. Généralement, il est impossible de réduire l'amplitude de l'excitation ou de modifier sa fréquence (c'est le cas par exemple des séismes).



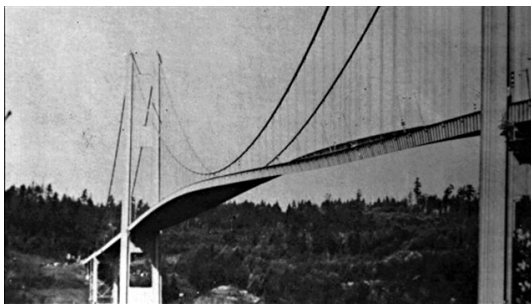
Par conséquent, la résolution du problème peut nécessiter le contrôle de la dynamique de la structure [A.R, 1983].

Le pont *Tay Bridge* s'est effondré sous l'effet statique du vent perpendiculaire (figure 1.12), et par conséquent 75 personnes ont été tuées. Cette catastrophe a fortement interpellé les ingénieurs et les chercheurs.

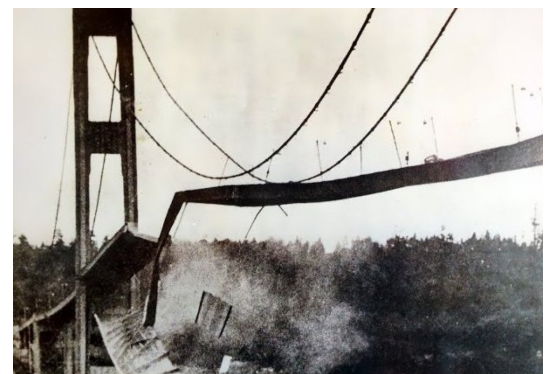


Figure 1.12: Catastrophe du pont *Tay Bridge* de Dundee en Écosse le 28/12/1879

Dans le cas du couplage fluide-structure dans le domaine de l'aérodynamique, on parle du phénomène aéro-élastique. Parmi les exemples classiques, on cite la rupture spectaculaire du pont de *Tacoma* [25] (figure 1.13).<sup>1</sup>



(a) Torsion du pont



(b) Éfondrement du pont

Figure 1.13: Rupture du pont de Tacoma. 07 novembre 1940, États-Unis

Sous l'effet du vent à une vitesse de  $65\text{Km/h}$ , le pont a été d'abord sujet à une oscillation de grande amplitude en torsion (figure 1.13a). Ce couplage aéro-élastique a eu comme conséquence l'effondrement du pont (figure 1.13b). Avant cet incident, ce mécanisme n'était connu que pour les ailes d'avion.

<sup>1</sup>Une vidéo amateur sur les lieux peut être retrouvée sur le site <https://www.youtube.com/watch?v=nFzu6CnTqec>

### 1.3.2 Industrie aéronautique et maritime

À partir des années soixante, le contrôle du comportement du carburant à l'intérieur des réservoirs de carburant des avions, des fusées et des missiles, ont fait l'objet de recherches intensives, car ces réservoirs deviennent de plus en plus grands [26, 27, 28, 29]. La stabilité de ces véhicules est en effet fortement influencée par le ballonnement au sein de ces réservoirs [30]. En se basant sur ces travaux, *Abramson* [31] a effectué la première étude complète dans ce contexte. Très tôt, un problème crucial dû au couplage aéro-élastique entre l'avion et l'air s'imposait aux avionneurs. Ils ont alors eu recours à une nouvelle méthode qui est l'analyse modale. L'analyse modale peut être définie comme l'étude et l'analyse des réponses dynamiques des structures et des fluides à des excitations externes. En dynamique des structures, l'analyse modale permet notamment de déterminer la fréquence de résonance, qui est très importante à connaître pour un réservoir.

Les techniques mises au point pour l'étude du ballonnement dans des applications spatiales ne sont pas directement applicables dans le domaine de l'industrie maritime (figure 1.14). En effet, une grande importance est consacrée au calcul des fréquences de ballonnement. Par conséquent, l'effet de la pression due au ballonnement sur les exigences de tenue structurelle n'a pas été étudié [32]. La priorité dans ces cas est de garantir la résistance à la houle et aux courants marins des infrastructures offshore et portuaires [6].

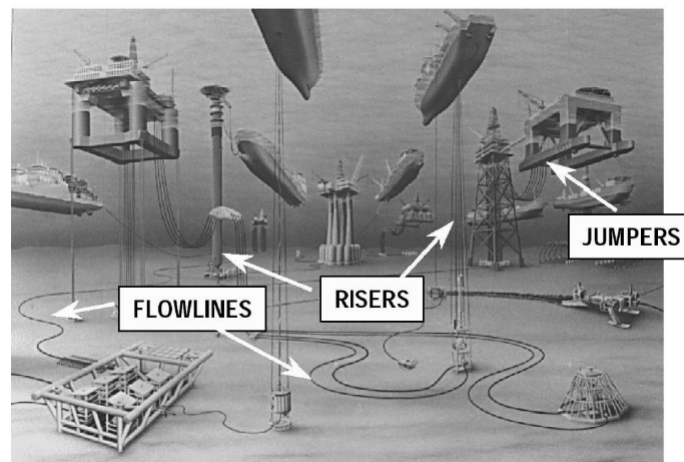


Figure 1.14: Variétés des structures sous-marines et offshore rencontrées en industrie maritime [6]

### 1.3.3 Génie nucléaire

Les scientifiques du domaine du génie nucléaire sont confrontés à la problématique de l'interaction fluide-structure à travers plusieurs applications. La vibration de faisceaux de tubes immergés dans un fluide est l'un des cas les plus importants de l'interaction fluide-structure rencontrés dans l'industrie nucléaire. Des tubes légèrement déformables sont immergés dans un fluide en écoulement, au sein du réacteur et au sein du générateur de vapeur (figure 1.15). Soumis à cet écoulement multiphasique et turbulent, le mouvement des tubes doit rester à faible amplitude et surtout sans aucun contact entre

eux, sinon on parle d'instabilité fluide-élastique [33]. Le même problème (instabilité fluide-élastique) est rencontré dans le générateur de vapeurs [34].

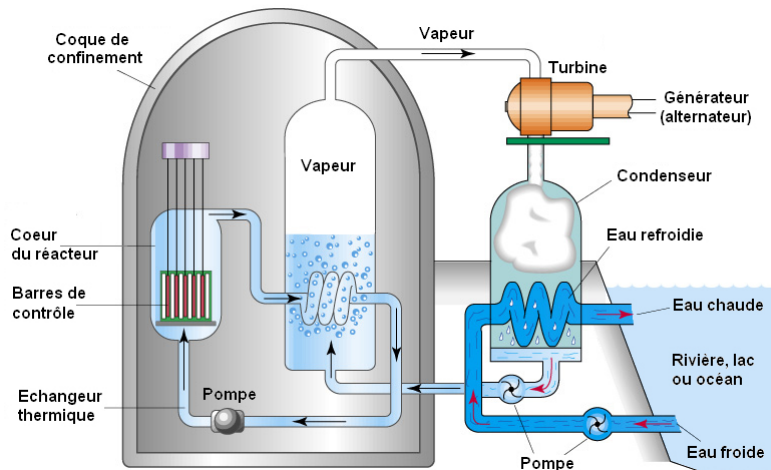


Figure 1.15: Coupe schématique d'une centrale nucléaire thermique (<http://www.astrosurf.com/luxorion/quantique-fission-fusion3.htm>)

### 1.3.4 Biomécanique

Des situations où il y a une forte interaction entre un fluide et une structure sont souvent rencontrées dans le domaine de la biomécanique [35]. On peut citer à titre d'exemple :

- Écoulement dans les artères et les veines ;
- Écoulement dans les voies aériennes supérieures (bronches, trachée, larynx) ;
- Micro circulations pulmonaires . . . etc.

Les premiers modèles IFS tridimensionnels et simulations de valves cardiaques remontent à la première décennie du présent siècle, et le sujet a récemment suscité un regain d'intérêt par les chercheurs [36]. Les tissus du corps humain étant déformables, de nombreux problèmes peuvent apparaître tels que l'anévrisme et le glaucome. Ces problématiques comptent parmi les plus difficiles en interaction fluide-structure. La figure 1.16 montre les résultats d'étude de la rupture de l'athérome carotidien et la répartition des contraintes sur la paroi à partir de l'analyse avec une approche d'interaction fluide-structure.

## 1.4 État de l'art sur le ballotement de liquide

Compte tenu des conséquences parfois graves du ballotement, son étude et son analyse sont abordés depuis plusieurs années. Les expérimentations des années 60 et 70 étaient à l'origine de la caractérisation du phénomène, de sa compréhension et des premiers modèles analytiques développés [31, 37]. Un ensemble de travaux basé sur l'approche expérimentale peut être trouvé dans [38, 39].



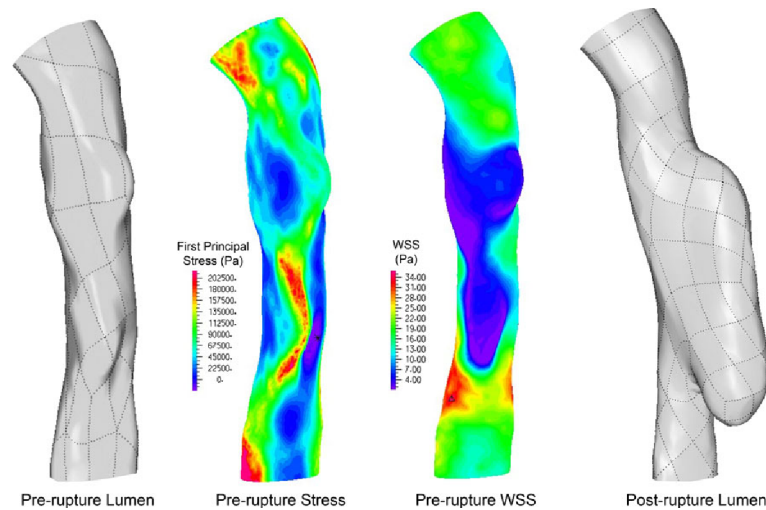


Figure 1.16: Simulation de la rupture de l'athérome carotidien avec une approche IFS et champ de contraintes [7]

Concernant l'approche analytique, elle est généralement basée sur des modèles mécaniques consistant à modéliser le système liquide-réservoir en utilisant un système masse-ressort équivalent, comme celui de Housner [37]. Ce dernier a résolu analytiquement l'équation de Laplace, pour un réservoir rigide de forme rectangulaire et cylindrique, posé sur une fondation rigide et soumis à une excitation horizontale. L'étude a montré que l'hydrodynamique d'un liquide dans un réservoir rigide peut être divisée en une composante impulsive, rigidement attachée aux parois du réservoir, et une composante de ballonnement (convective), connectée aux parois par une série de systèmes masse-ressort de différentes masses et rigidités, correspondant aux modes propres du ballonnement (voir figure 1.17).

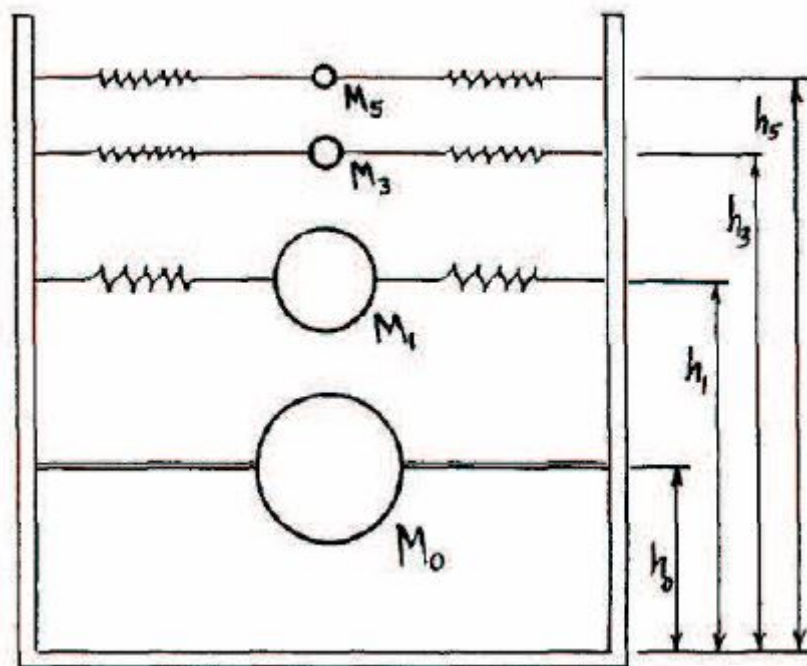


Figure 1.17: Modèle de Housner [8]

En outre, l'auteur affirme que le premier mode propre de ballonnement est le plus important dans la

réponse du liquide dans un réservoir face à une excitation sismique.

Dans les études réalisées initialement, le ballotement était supposé linéaire et l'écoulement est considéré potentiel [40, 41].

La solution analytique de référence utilisée dans ce travail s'applique à la simulation du ballotement d'un liquide dans un réservoir rectangulaire de longueur  $L_f$  et de hauteur  $H_f$ , soumis à une excitation horizontale périodique. Le liquide est incompressible en écoulement irrotationnel, ce qui mène à résoudre l'équation de Laplace pour un potentiel de vitesse [15]. Le potentiel de vitesse  $\phi$  peut être converti en déplacement vertical  $\eta$  de la surface libre [14].

$$\eta = \frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{z=0} \quad (1.1)$$

$$\eta = \frac{1}{g} \sum_{n=0}^{\infty} \sin \left\{ \frac{(2n+1)\pi}{L_f} x \right\} \cosh \left\{ \frac{(2n+1)\pi}{L_f} H_f \right\} [-A_n \omega_n \sin \omega_n t - C_n \sin \omega_e t] - \frac{1}{g} A \omega x \sin \omega_e t \quad (1.2)$$

avec

$$\omega_n^2 = g \frac{(2n+1)\pi}{L_f} \tanh \left\{ \frac{(2n+1)\pi}{L_f} H_f \right\} \quad (1.3)$$

$$C_n = \frac{\omega_e K_n}{\omega_n^2 - \omega_e^2} \quad (1.4)$$

$$A_n = -C_n - \frac{K_n}{\omega_e} \quad (1.5)$$

$$K_n = \frac{\omega_e a}{\cosh \left\{ \frac{(2n+1)\pi}{L_f} H_f \right\}} \frac{4}{L_f} \left[ \frac{L_f}{(2n+1)\pi} \right]^2 (-1)^n \quad (1.6)$$

$\omega_n$  est la pulsation propre du fluide qui correspond au mode de vibration  $n$ .  $\omega_e$  est la pulsation de l'excitation externe, et  $a$ , son amplitude. L'application de ce modèle se limite à des cas de ballotement de faibles amplitudes.

La théorie des écoulements potentiels était à l'origine du développement des modèles plus compliqués pour l'étude du ballotement. Car la théorie linéaire entraîne des erreurs lorsque l'excitation externe est grande ou proche de la fréquence naturelle du ballotement du liquide. Dans les années 90, l'hypothèse de l'écoulement potentiel est abandonnée et donc des conditions non linéaires à la surface libre et l'effet de la viscosité du fluide ont pu être pris en compte [42]. Ceci est indispensable, car lorsque l'écoulement est caractérisé par des cassures de vagues de surface, les méthodes simplifiées ne peuvent pas donner de résultats cohérents, et la solution est donc de résoudre directement les équations

de Navier Stokes.

La résolution de ces équations n'étant pas possible analytiquement, l'attention a été portée sur leur résolution numérique. Avec la progression des algorithmes de résolution et des moyens informatiques, la mécanique des fluides numérique (CFD) est devenue un outil essentiel, voir indispensable dans la quasi-totalité des branches de la dynamique des fluides (hydraulique, aéronautique, météorologie . . . etc.). Dans le domaine de la recherche, les méthodes numériques font l'objet d'un effort important, car cela permet d'obtenir des informations instantanées sur l'écoulement en tout point, avec un coût moins élevé comparé à des expérimentations équivalentes.

Les méthodes numériques utilisant un maillage peuvent être basées sur : la méthode des différences finies, des éléments finis et des volumes finis. D'un autre côté, les méthodes sans maillage sont développées à partir des années 1970, telles que la méthode SPH (Smooth Particle Hydrodynamic), Les méthodes Intégrales, les méthodes particulières.

### 1.4.1 Modélisation de la surface libre du liquide

L'aspect diphasique du phénomène du ballotement requiert l'utilisation de méthodes de capture et de suivi d'interface pour la résolution du problème. Pour cela, plusieurs méthodes sont utilisées. Parmi les plus populaires on trouve la méthode VOF (Volume Of Fluid) [43]. Cette méthode est bien adaptée aux cas de ballotement [44, 45]. Une autre méthode qui est la méthode Level-Set, permet d'affiner le traitement de la surface libre réalisé par la méthode VOF. En dépit d'un problème de non-conservation de la masse à l'interface gaz-liquide, cette méthode est très avantageuse et pratique. Son couplage avec une méthode Lagrangienne permet de contourner le problème de la non-conservation et de préserver les caractéristiques de l'écoulement. Parmi les travaux qui proposent différentes techniques pour contrer le problème de conservation de la masse, on cite celui de [46] qui ont présenté une technique numérique originale pour améliorer les propriétés de la conservation de la masse de la méthode Level-Set en la combinant avec la méthode des marqueurs. Cette méthode appelée 'Hybrid Particle Level Set Method' a donné de bons résultats comparativement à la méthode VOF, et ce, pour plusieurs tests réalisés en 2D et en 3D.

*Mulder et al.* [47], ont étudié le couplage de la méthode Level-Set avec des lois de conservation pour la dynamique des gaz compressibles. Deux approches ont été mises en place dans leur travail. La première consiste en la résolution de la fonction Level-set sous une forme non conservative. Dans la seconde approche, ils ont incorporé la méthode Level-Set dans un système de lois de conservation, où le traitement de l'interface est ajouté comme une variable supplémentaire dans le solveur de l'écoulement. Après comparaison des résultats, il s'est avéré que pour les problèmes à grand changement de vitesse à la surface libre, l'approche conservative est préférable. La technique du couplage VOF-Level Set, pour le traitement de la surface libre, permet d'avoir de meilleures performances que si l'on utilisait chacun des schémas individuellement [48]. En effet, La méthode issue du couplage des deux schémas, bénéficie à la fois des avantages de la méthode VOF et de ceux de la méthode Level-Set. La masse est bien conservée, à l'aide de la méthode VOF, et les propriétés géométriques peuvent être facilement

calculées, grâce à la méthode Level Set.

## 1.4.2 Ballotement de liquide dans un réservoir déformable

Dans le cas du ballotement de liquide dans un réservoir déformable, plusieurs stratégies peuvent être adoptées : les modèles avec ou sans prise en compte du couplage fluide-structure. Certains dégâts constatés lors des tremblements de terre, ont poussés les chercheurs à s'intéresser à l'influence des interactions entre le réservoir et le liquide ballottant. Parmi les premières études qui ont conclu à cela, on peut citer celle de *Veletsos* [49]. La méthode développée est basée sur l'hypothèse que le réservoir se comporte comme un système à un seul degré de liberté vibrant selon un mode prescrit et reste circulaire pendant les vibrations.

L'analyse dynamique des systèmes en ballotement nécessite donc, une procédure capable de prendre en compte la modélisation du ballotement du fluide stocké ainsi que son interaction avec la structure qui le contient.

Dans le cas du ballotement de liquide dans un réservoir déformable, avec la prise en compte de l'interaction fluide-structure, *Miras et al.* ont traité un problème couplé d'un ballotement linéaire amorti en imposant des conditions de linéarisation sur le liquide [50]. Ils ont utilisé un modèle d'amortissement diagonal et l'ont introduit dans l'équation matricielle du fluide. Le cas test de la formulation proposée, concerne une cuve en acier cylindrique et déformable, pour le calcul des réponses temporelle et fréquentielle par une approche de type synthèse modale. Cette approche d'interaction fluide-structure avec linéarisation des conditions aux limites sur le liquide échoue dans les cas de ballotement de grande amplitude avec des déferlements de vagues.

les algorithmes d'interaction fluide-structure ont été, dans les dernières années, appliqués aux problèmes de ballotement non linéaire, mais généralement, ils traitent l'interaction entre le ballotement du liquide et les chicanes à l'intérieur du liquide. Les chicanes sont des plaques ajoutées dans les réservoirs en ballotement dans le but de réduire son ampleur, ceci est approfondi dans la section suivante (section 1.4.3).

Dans leur article, *Saripilli et al.* ont développé un algorithme qui permet de coupler le mouvement d'un navire à des charges de ballotement [51]. Le calcul est basé sur une approche hybride qui combine, d'un côté, un schéma d'un écoulement potentiel pour le fluide externe en utilisant la méthode des éléments frontières (BEM : Boundary Element Method) basée sur la technique de la fonction de Green transitoire, et d'un autre côté, un solveur d'un écoulement visqueux pour le ballotement interne utilisant la méthode des volumes finis et la technique VOF pour capturer l'interface liquide/gaz. Comme dans les résultats des travaux de *Zhao et al.* [52], il a été montré que le mouvement de pillonnement n'est pas affecté pas le ballotement du réservoir intérieur, contrairement aux mouvements de roulis (roll) et d'embarquée (sway).

La méthode des éléments finis est très utilisée en dynamique des structures, mais aussi en dynamique des fluides. Des travaux concernant le ballotement dans les réservoirs sont basés sur cette méthode,

on peut citer *Okamoto et Kawahara* [53], qui ont étudié la réponse sismique d'un fluide visqueux en 2D. Dans les travaux de *Seghir et al.* [24] la méthode des éléments finis est couplée avec une nouvelle méthode d'éléments de frontière symétriques afin de faire ressortir l'effet de la flexibilité du réservoir et des fréquences d'excitation. Dans d'autres articles de recherche basés sur l'approche de l'interaction fluide-structure, la méthode des éléments finis est utilisée pour la modélisation de la structure tandis que l'étude de la dynamique du liquide ballottant est réalisée par d'autres méthodes. Une méthode numérique basée sur la formulation ALE pour l'interaction entre les structures élastiques et les écoulements à surface libre est développée par *Paik et al.* [54]. La méthode utilise un solveur basé sur la méthode des différences finies pour le solveur fluide et la méthode des éléments finis non linéaire comme solveur pour la structure. Les résultats de cette étude ont montré un bon accord avec l'expérience en termes d'élévation de la surface libre. Néanmoins, les déformations de la chicane ont montré une plus grande amplitude que l'expérimental, probablement causées par des effets tridimensionnels négligés par les auteurs.

*Yang et al.* ont proposé un modèle couplé SPH /MEF (méthode des éléments finis) pour simuler le ballotement d'un liquide contenu dans un réservoir avec des chicanes déformables [55]. Les méthodes particulières telles que la méthode SPH sont des méthodes de calcul robustes lors de la simulation des problèmes fortement non-linéaires [56, 57, 58]. Comme peut le montrer la littérature, la méthode SPH est également utilisée pour l'étude de la dynamique des structures. Les résultats sont encourageants, mais démontrent également un besoin d'amélioration de la simulation de la dynamique des structures par la méthode SPH [59]. Grâce à sa nature lagrangienne, le modèle SPH permet une définition facile de l'interface fluide-solide et ne nécessite aucun traitement spécifique de la surface libre du fluide. Le calcul de la dynamique des deux domaines, fluide et structure, se fait sans introduction de décalage temporel, puisque les variables sont mis à jour simultanément. Dans le cas où les temps caractéristiques de la dynamique des deux milieux diffèrent de trop, le modèle peut être modifié afin d'intégrer les équations avec des pas de temps différents.

La méthode SPH est utilisée pour le domaine fluide dans plusieurs travaux avec un couplage en interaction fluide-structure. Un nouveau schéma, correspondant à la force de couplage fluide-structure, est proposé par *Hwang et al.* [60] pour la simulation des cas présentant des structures immergées. La simulation du ballotement est réalisée par *Hu et al.* en utilisant un schéma numérique couplé entre la méthode SPH et la méthode d'interpolation de points (S-PIM : smoothed point interpolation method) [61]. La méthode est employée pour un ballotement avec une chicane élastique dans un réservoir avec une hauteur de pétrole peu élevée et une hauteur moyenne de pétrole. Les résultats des deux cas sont en bon accord avec celles de l'expérience présentée par [62].

### 1.4.3 Technique de réductions du ballotement des liquides

Tenant compte des conséquences dangereuses du sloshing, la réduction de son effet dans les cuves partiellement remplies est une préoccupation majeure dans la conception des structures de stockage de liquides. Une méthode très populaire permettant la réduction de ce ballotement, consiste à utiliser

des chicanes (baffles) pour la dissipation de l'énergie. Les chicanes absorbent l'énergie cinétique du liquide et réduisent le mouvement de l'onde. Une série de tests de ballonnement en réservoir rectangulaire peuvent être retrouvés dans les travaux de *Idelsohn et al.* [62]. Dans leur travail, les auteurs ont effectué des études en installant des chicanes rigides et flexibles en bas et centre du réservoir, et ont présenté les résultats de l'étude avec une méthode numérique et expérimentale. De bons résultats ont été obtenus pour la surface libre et la position de la chicane dans le réservoir comme le montre la comparaison avec les données expérimentales. On peut en déduire que la méthode des éléments finis particulière (PFEM) est un outil puissant pour la résolution des problèmes de ballonnement impliquant de grandes déformations du domaine fluide et en interaction avec une paroi interne. D'autres travaux sont consacrés pour l'étude de l'effet de l'emplacement des chicanes (en rouge sur la figure 1.18), dans l'article [9], une étude expérimentale et analytique est menée sur l'analyse de l'amortissement hydrodynamique dans un réservoir rectangulaire dû aux chicanes verticales inférieures et supérieures ainsi que des chicanes horizontales. Les résultats de la solution analytique pour évaluer l'amortissement hydrodynamique des chicanes sont conformes aux résultats expérimentaux. Il est également montré que lors du ballonnement, la forme de la surface libre est différente pour les réservoirs équipés de chicanes verticales supérieures par rapport à d'autres types de dispositions de chicanes. Car celles-ci coupent la surface libre et la divisent en parties distinctes, qui oscillent en gradins. Alors que les autres types de dispositions de chicanes sont complètement immergés pendant le ballonnement et n'affectent pas directement la forme des oscillations de la surface libre. Ce type de dispositions de chicanes est peu sensible au changement de la hauteur du liquide, contrairement aux chicanes disposées en bas du réservoir, dont l'efficacité est réduite avec la réduction de la profondeur du liquide. *Akyildiz et al.* ont étudié expérimentalement le cas des réservoirs

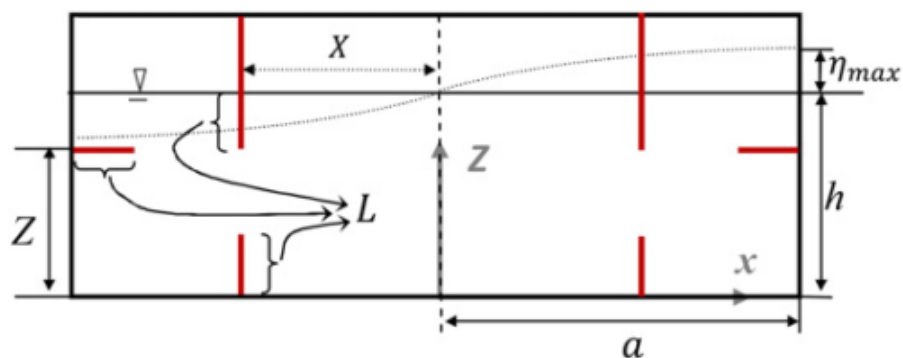


Figure 1.18: Modèle schématique d'un réservoir rectangulaire avec des chicanes verticales supérieures et inférieures ainsi que des chicanes horizontales [9]

cylindriques et discuté l'effet du niveau de remplissage ainsi que l'efficacité de divers agencements des chicanes annulaires (figure 1.19). Les résultats ont montré que pour toutes les configurations de chicanes, la pression est augmentée en augmentant l'amplitude de l'excitation. L'effet des chicanes est plus prononcé en réservoir avec eau peu profonde, c'est-à-dire que le moment de retournement est réduit. Par conséquent, l'effet des chicanes et de l'amortissement visqueux diminuent à mesure que la profondeur de remplissage augmente [10].



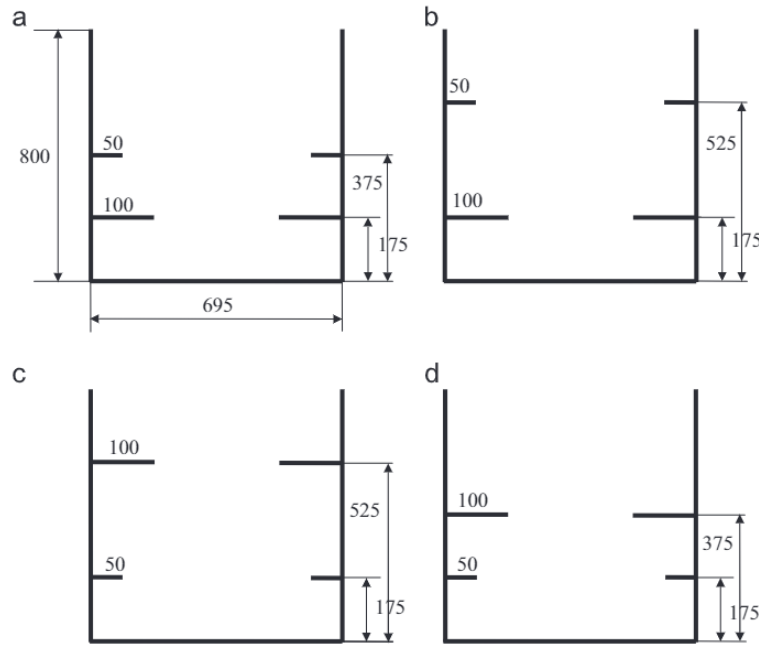


Figure 1.19: Différents agencements des chicanes dans un réservoir rectangulaire (unité en mm) [10]

Un autre volet des études des réservoirs avec la présence des chicanes, est celui qui fait intervenir les algorithmes de couplage fluide-structure. Ces études permettent d'analyser des effets de la flexibilité et de la forme des chicanes sur l'atténuation du ballonnement [61, 60].

Dans la littérature, la majorité des études concernant la réduction du ballonnement consistent en le dimensionnement et l'agencement des chicanes dans les réservoirs. De plus, il existe une méthode qui consiste à placer des flotteurs sur la surface libre dans le réservoir. Lors du ballonnement, les flotteurs sont transportés, ainsi la pression d'impact avec les parois internes du réservoir sont réduites [63].

Le concept de "chicanes mobiles" (moving baffles) peut être retrouvé dans l'article de *Kim et al.* [64]. Dans ce travail, une série d'expérimentations considérant le mouvement de ballonnement d'un réservoir rectangulaire a été menée. Les chicanes avec des ressorts à raideur plus faibles sont considérés comme un système structurellement plus sûr par rapport aux chicanes fixes, car la force d'impact du liquide sur les chicanes est atténuée par la déformation du ressort.

Il existe un autre élément qui peut contribuer à l'atténuation du ballonnement, c'est la mousse. Les effets de la mousse dans un petit récipient de l'ordre d'un bûcher ont été étudié par *Sauret et al.* [65]. Cette étude démontre qu'une couche de mousse relativement mince peut amortir de manière efficace le ballonnement. La mousse pourrait donc être envisagée pour d'autres applications dans lesquelles le ballonnement doit être minimisé. D'autres paramètres peuvent être considérés pour renforcer l'effet d'amortissement tel que la rugosité des parois qui pourrait augmenter le frottement.

## 1.5 Objectif de la thèse

Cette thèse a pour objectif la modélisation et la simulation numérique du phénomène de ballonnement de liquides dans les réservoirs de stockage. En raison d'un large domaine d'applications, beaucoup

de projets de recherche ont été consacrés à l'étude de la dynamique du ballonnement des liquides, des facteurs qui l'affectent et de ses effets sur les structures et ouvrages de stockage. Cependant, la plupart de ces études ne prennent pas en compte simultanément l'écoulement diphasique eau/air et l'interaction fluide-structure [66, 67]. Les études basées sur les approches d'interaction fluide-structure appliquent généralement des hypothèses fortes à la description du fluide [68, 69]. À l'inverse, lorsque les non-linéarités de la surface libre sont prises en compte sans les effets de couplage comme dans [70], les pressions hydrodynamiques provoquées par les déformations du réservoir sont omises. Cependant, ces pressions hydrodynamiques sont essentielles dans les systèmes couplés fluide-structure. Ces dernières années, les algorithmes d'interaction fluide-structure ont été appliqués pour résoudre des problèmes de ballonnement non linéaire. Cependant, la plupart d'entre eux traitent de l'interaction entre le ballonnement et les chicanes, mais pas avec les parois du réservoir. Les quelques travaux de recherche consacrés au couplage du ballonnement en réservoirs à parois souples, comme [71], se focalisent sur l'analyse de l'influence des conditions de support du réservoir et de la composante d'excitation verticale sur la réponse du réservoir. De plus, jusqu'à présent, les effets de l'interaction fluide-structure, dans le cas d'un ballonnement de liquide de grande amplitude dans un réservoir flexible, n'ont pas été clairement étudiés en utilisant des approches numériques de couplage et comparés à un cas de réservoir rigide. Par conséquent, ce problème constitue un point essentiel dans cette thèse, qui est articulée autour de cinq chapitres.

Le premier chapitre, situe la problématique du ballonnement ainsi que celle de l'interaction fluide-structure. Il présente aussi un état de l'art autour de la modélisation du ballonnement en réservoir ainsi que l'objectif de la thèse.

Le deuxième chapitre présente les équations qui régissent le ballonnement du liquide et le comportement élastique du réservoir. La formulation et la discrétisation en espace et en temps de ces équations sont aussi présentées.

Le troisième chapitre est consacré au développement d'un modèle numérique du ballonnement en couplage monolithique avec un réservoir à parois flexibles. Un code ouvert est écrit avec le langage de programmation *MATLAB*. Un autre volet de ce chapitre consiste à optimiser le code développé avec une opération de condensation des systèmes d'équations. Le modèle initial est donc réécrit avec un nombre d'inconnues réduit à la fois dans le liquide et la structure.

Le quatrième chapitre est consacré au développement d'un modèle d'interaction fluide-structure tenant compte du ballonnement non linéaire du liquide. Il permet d'étudier les effets de flexibilité des parois du réservoir sur l'élévation de la surface libre. De plus, l'influence du ballonnement du liquide sur la réponse des parois du réservoir, en termes de déplacement local et de moment fléchissant est étudiée. Le dernier chapitre porte sur la mise en application du modèle couplé présenté dans le quatrième chapitre pour le cas d'un réservoir soumis à une excitation externe plus complexe. Enfin, la dernière partie donne les conclusions générales de la thèse ainsi que les perspectives.





## Chapitre 2

# Formulation mathématique et modélisation numérique du problème couplé ballonnement-structure

### Résumé

Dans ce chapitre, les équations régissant le ballonnement du liquide et le comportement élastique du réservoir sont présentées ainsi que leur formulation et leur discrétisation en espace et en temps. Le ballonnement des liquides est un phénomène qui fait intervenir une surface libre qui doit être connue pour chaque pas de temps de la simulation numérique. À cet effet des techniques de suivi ou de capture d'interface sont utilisées.

L'importance du couplage entre un fluide et une structure est différent d'une application à une autre. D'un point de vue numérique, l'interaction fluide-structure se classe par les différentes techniques de calcul qui relie les équations du fluide, de la structure et des conditions de couplage à l'interface fluide-structure. Les approches d'interaction fluide structure en modélisation numérique sont classées en méthodes de couplage faible et de couplage fort. Ce dernier, à son tour, se subdivise en méthodes monolithiques et partitionnées. Les principales techniques de couplage en temps pour les méthodes partitionnées sont discutées dans ce chapitre. Enfin, un aperçu général sur les outils logiciels utilisés pour les simulations numériques réalisées dans ce travail est présenté.

## 2.1 Modélisation de la dynamique du fluide

L'écoulement d'un fluide newtonien est régi par les équations de Navier Stokes qui se composent de l'équation de conservation de la masse et des équations de conservation de la quantité de mouvement.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial(\rho_f \mathbf{u})}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla(\rho_f \mathbf{u}) = -\nabla P + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + S \quad (2.2)$$

Avec,  $\rho_f$  est la masse volumique du fluide,  $\mathbf{u}$  est la vitesse fluide,  $P$  est la pression totale et  $S$  est le terme source dans le fluide.

Afin de parvenir à la fermeture de ce système d'équations, on doit trouver l'expression des contraintes de viscosité. Le tenseur des contraintes de viscosité dans un fluide newtonien est symétrique, il est obtenu par la loi de viscosité de Newton [72].

$\boldsymbol{\tau}$  sont les contraintes visqueuses, données comme suit :

$$\boldsymbol{\tau} = \mu \left( \nabla \mathbf{u} + \nabla^T \mathbf{u} \right) + \lambda (\nabla \cdot \mathbf{u}) \bar{\bar{I}} \quad (2.3)$$

avec  $\bar{\bar{I}}$  : le tenseur identité donné par :

$$\bar{\bar{I}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$\mu$  est la viscosité dynamique,  $\lambda$  est la viscosité seconde et  $\mathbf{u}$  est la vitesse du fluide.

La viscosité seconde  $\lambda$  n'a pas une influence importante en pratique, et pour cette raison elle n'est pas très connue, aussi on l'écrit à partir de la viscosité dynamique (pour un fluide compressible) comme suit, [73] :

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad (2.5)$$

Dans le cas des équations de Navier Stokes incompressibles, le terme  $\left[ \lambda (\nabla \cdot \mathbf{u}) \bar{\bar{I}} \right]$  s'annule, celles-ci, s'écrivent alors comme suit (équation 2.6) :

$$\rho_f \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla(\rho_f \mathbf{u}) = -\nabla P + \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) + S \quad (2.6)$$

## 2.2 Modélisation de la dynamique de la structure

Soit un solide déformable de masse volumique  $\rho_s$  soumis à une force volumique  $F_s$ , il subit ainsi des déplacements  $\xi$  et des contraintes  $\sigma_s$ .

La déformation de la structure est régie par les équations de la dynamique d'un corps solide (équation 2.7). Le comportement du solide est décrit avec la détermination du champ de déplacement  $\xi$  et du champ de contraintes  $\sigma_s$ .

$$\rho_s \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \nabla \cdot \sigma_s + F_s \quad (2.7)$$

Sous l'hypothèse d'un matériau linéaire, homogène et isotrope, la relation entre le tenseur des contraintes  $\sigma_s$  et le tenseur des déformations  $\epsilon$ , est définie par la loi d'élasticité de *Hooke* comme suit (équation 2.8) :

$$\sigma_s = \lambda_s \text{tr}(\epsilon) I + 2\mu_s \epsilon \quad (2.8)$$

Où  $\mu_s$  et  $\lambda_s$  sont les coefficients de Lamé définissant les propriétés élastiques du matériau.

Dans le cadre d'hypothèse des petites perturbations, les déformations  $\epsilon$  sont définies à partir des déplacements  $\xi$  par la relation suivante :

$$\epsilon = \frac{1}{2} (\nabla \xi + \nabla^T \xi) \quad (2.9)$$

L'hypothèse de linéarisation permet de ne retenir que les termes du premier ordre (équation 2.9). En effet, les carrés et les produits des déplacements sont négligeables, car les déplacements sont considérés petits.

Le lien entre les coefficients de Lamé ( $\lambda_s$  et  $\mu_s$ ) d'une part, le module de Young ( $E$ ) et le coefficient de Poisson ( $\nu_s$ ) d'autre part est donné par la formule suivante (équation 2.10) :

$$\begin{cases} \lambda_s = \frac{\nu_s E}{(1 + \nu_s)(1 - 2\nu_s)} \\ \mu_s = \frac{E}{2(1 + \nu_s)} \end{cases} \quad (2.10)$$

## 2.3 Formulation des équations de conservation

Dans le domaine de la mécanique, on distingue deux types de description du mouvement, à savoir la description Lagrangienne et la description Eulérienne. La caractérisation du mouvement du maillage avec l'approche Lagrangienne consiste à suivre les particules le long de leurs trajectoires à partir d'une référence donnée. Cela signifie numériquement que les nœuds du maillage sont intégrés aux nœuds matériels, et les deux grilles sont superposées le long du mouvement. Cette formulation est

largement adoptée en mécanique des solides [74]. Chaque nœud reste en coïncidence avec la même phase tout au long du processus de déformation. En particulier, les nœuds situés à l'interface du solide y restent pendant toute la simulation, ce qui facilite le suivi d'une interface en mouvement. Cependant, en présence de déformations importantes, une adaptation du maillage est requise, cela constitue l'inconvénient de cette approche.

Dans l'approche Eulérienne, la grille de calcul est fixe, tandis que les nœuds matériels sont libres de se déplacer. Elle est le plus souvent utilisée dans la modélisation de la dynamique des fluides. En d'autres termes, les propriétés du fluide sont décrites comme des fonctions du temps et de l'espace avec l'approche Eulerienne, tandis qu'elles ne dépendent que du temps avec l'approche Lagrangienne. Chacune de ces deux formulations présentent des faiblesses, en effet la présence des déformations en approche Lagrangienne cause la dégradation de la qualité des mailles. Le remaillage devient alors nécessaire, ceci est une opération qui peut s'avérer coûteuse. De son côté, l'approche Eulerienne fait apparaître des difficultés de prise en compte des conditions aux limites matérielles lors de l'étude de problèmes à frontières variables. De plus, une faible précision de la définition des frontières matérielles lorsque celles-ci évoluent au cours du temps [75].

On peut trouver dans la littérature une approche intermédiaire appelée ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) [76, 69, 7, 77, 71]. La formulation ALE vient combiner les avantages des descriptions Eulerienne et Lagrangienne, elle compte parmi les approches les plus utilisées dans la modélisation de l'interaction fluide-structure. En effet, elle permet une meilleure précision des frontières déformables (Lagrangienne) et un meilleur traitement de la distorsion des éléments (Eulérienne), et limite ainsi au maximum leurs inconvénients [78]. Pour la mise en place de cette méthode, un troisième domaine appelé domaine de référence est défini (en plus des domaines spatial et matériel).

On note  $X$  le système de référence matériel,  $x$  le système de référence spatial et  $\chi$  le système de référence de la grille de maillage. Afin de passer d'un système à un autre, trois applications sont définies, à savoir,  $\phi$ ,  $\phi^*$  et  $\psi^*$  [79]. Les systèmes sont reliés comme suit :

$$\chi = \phi^{*-1}(x, t) = \phi^{*-1}(\phi(X, t), t) = \psi^*(X, t) \quad (2.11)$$

La dérivée par rapport au temps de la position courante  $x$ , représente la vitesse du système de référence de la grille de maillage qu'on va noter,  $w$ , elle est exprimée par l'équation 2.12 :

$$w(\chi, t) = \left. \frac{dx(\chi, t)}{dt} \right|_{\chi} = \left. \frac{d\phi^*(\chi, t)}{dt} \right|_{\chi} \quad (2.12)$$

De manière plus générale, les dérivées temporelles d'une grandeur physique arbitraire  $f$  peuvent être exprimées dans les systèmes de référence matérielle et de la grille de maillage (équation 2.13), et on peut appliquer les règles de dérivation d'une fonction composée.

$$\frac{df(x, t)}{dt} \Big|_X = \frac{df(\phi(X, t), t)}{dt} \Big|_X = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_\phi + \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_X \cdot \frac{\partial f}{\partial \phi} = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_x + \mathbf{u} \cdot \nabla f \quad (2.13)$$

$\mathbf{u}$  est la vitesse matérielle.

Enfin dans l'équation 2.14, on a la relation fondamentale du formalisme ALE.

$$\frac{df(x, t)}{dt} \Big|_X = \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} \Big|_x + ((\mathbf{u} - \mathbf{w}) \cdot \nabla) f \quad (2.14)$$

À partir de ceci, et en introduisant la vitesse du maillage  $\mathbf{w}$ , les équations de Navier-Stokes sont exprimées en formulation ALE comme suit (équation 2.15) :

$$\rho_f \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho_f ((\mathbf{u} - \mathbf{w}) \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla P + \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) + S \quad (2.15)$$

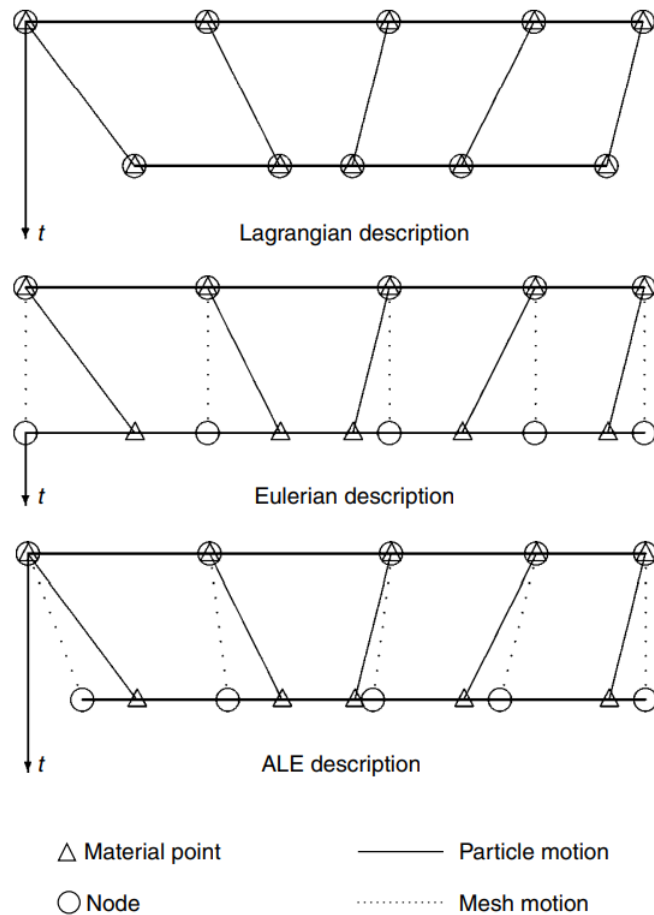


Figure 2.1: Comparaison des maillages et des mouvements de particules en fonction des différents formalismes (Lagrangien, Eulerien et ALE) en 1D [11]

## 2.4 Discrétisation des équations de conservation

Les équations de conservation qui décrivent le fluide ou la structure sont des équations aux dérivées partielles. La résolution numérique de ces équations requiert leur discrétisation, et pour cela,

différentes méthodes ont été développées. Parmi ces méthodes, la méthode des volumes finis et la méthode des éléments finis sont utilisées dans ce travail.

Premièrement, la méthode des volumes finis consiste à transformer un système d'équations différentielles en un système d'équations algébriques sur un volume de contrôle, avec des conditions aux limites appropriés [80]. D'abord le domaine géométrique est discrétisé en un ensemble de volumes finis appelés aussi volumes de contrôle (mailles), ensuite les intégrales de volume sont transformées en intégrales de surface en appliquant le théorème d'Ostrogradski. La méthode des volumes finis fait partie des méthodes les plus utilisées en CFD car elle est strictement conservative. Cette conservativité est respectée, car l'évaluation des termes se fait aux facettes des volumes de contrôle et le flux entrant dans un volume donné est identique à celui sortant du volume adjacent. Elle présente un autre avantage qui est la facilité de la mise en place des conditions aux limites, car les inconnues sont calculées au niveau du nœud qui se situe au centre de la cellule [80].

Deuxièmement, la discrétisation en éléments finis consiste à subdiviser le domaine en un ensemble d'éléments possédant des nœuds et des degrés de liberté liés à des fonctions de base. Un élément fini est défini par ses données géométriques (domaine et nœuds) ainsi que par ses données cinématiques (degrés de liberté et fonctions de base). Le type d'élément désigne l'ensemble des éléments pouvant être obtenus par transformation d'un élément de référence donné, ils peuvent être classés selon des hypothèses en :

- Éléments régis par la théorie des poutres, prenant en compte les forces de cisaillement pour les éléments de *Timoshinko*, et sans les prendre en compte pour les éléments d'Euler-Bernoulli.
- Éléments surfaciques bidimensionnels, en contraintes planes ou bien en déformations planes.
- Éléments régis par la théorie des coques, utilisés pour la modélisation des pièces minces.

## 2.5 Suivi de la surface libre

La simulation d'un écoulement diphasique, fait systématiquement intervenir une interface entre les deux phases. Il est nécessaire de pouvoir suivre l'évolution de cette interface au cours du temps [81]. Les méthodes permettant de localiser la surface libre peuvent être classées en deux catégories. Premièrement, Les méthodes de suivi d'interface (lagrangiennes) où l'évolution de l'interface mobile est suivie explicitement à l'aide de particules réparties sur l'interface. Un champ de vitesse local est résolu et les conditions à l'interface sont traités directement avec une grande précision [82]. Deuxièmement, les méthodes de capture d'interface (eulériennes) qui se reposent sur une description implicite de l'interface, donnée par l'intermédiaire de fonctions scalaires. Afin de localiser l'interface, la fonction indicatrice est advectée au cours du temps par le champ de vitesse de l'écoulement. Dans ce travail, deux méthodes de capture d'interface sont utilisées, à savoir la méthode VOF et la méthode Level Set.

### 2.5.1 Méthode VOF

Initialement, la méthode VOF (Volume Of Fluid) a été introduite par *Noh et Woodward* [83] et développée par *Hirt et Nichols* [43]. Elle est utilisée pour un écoulement diphasique constitué de deux fluides non miscibles sans transfert de masse entre les deux phases. La méthode VOF est basée sur l'utilisation de la fraction volumique notée  $\psi$ , qui est un champ scalaire défini dans chaque maille. Cette fonction représente la fraction volumique occupée par l'un des fluides dans un volume de contrôle, et sa valeur varie de 0 à 1. À chaque pas de temps,  $\psi$  est advecté par la vitesse du fluide grâce à l'équation de transport (2.16).

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \psi = 0 \quad (2.16)$$

La fonction  $\psi$  vaut 1 lorsque la cellule est entièrement remplie de liquide et vaut 0 quand elle est remplie de gaz. Autrement, lorsque  $0 < \psi < 1$ , le volume de contrôle contient un mélange des deux phases. Ceci indique la présence de l'interface liquide-gaz dans la cellule considérée. La masse volumique du fluide et la viscosité dynamique sont données respectivement par les équations (4.10) et (4.11), en fonction de la masse volumique de la phase liquide  $\rho_l$ , la masse volumique de la phase gazeuse  $\rho_g$ , la viscosité dynamique dans la phase liquide  $\mu_l$  et la viscosité dynamique dans la phase gazeuse  $\mu_g$  [84].

$$\rho_f = \rho_l \psi + \rho_g (1 - \psi) \quad (2.17)$$

$$\mu = \mu_l \psi + \mu_g (1 - \psi) \quad (2.18)$$

Afin de réaliser un suivi explicite de l'interface liquide-gaz, il faut procéder à sa reconstruction à partir de la fonction  $\psi$  obtenue après la résolution de l'équation de transport [85]. Pour cela, différentes méthodes ont été développées. On peut citer la méthode SLIC (Simple Line Interface Calculation) [83], et la méthode PLIC (Piecewise Linear Interface Calculation) [86].

La figure 2.2 présente la forme de l'interface liquide/gaz physique et trois différentes reconstructions de cette interface, à savoir la reconstruction avec la méthode SLIC (figure 2.2 (b)), avec la méthode *Hirt Nichols* (figure 2.2 (c)) et avec la méthode PLIC (figure 2.2 (d)).

Dans le but d'améliorer la précision du suivi de l'interface liquide-gaz, une variante de la méthode VOF classique est utilisée dans ce travail. Il s'agit de résoudre l'équation de transport (équation 4.12) avec un terme supplémentaire, dit de compression, à l'équation de transport (équation 2.16). Ceci permet de limiter la diffusion de la surface libre.

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u} \psi + \nabla \cdot \mathbf{u}_r (\psi (1 - \psi)) = 0 \quad (2.19)$$



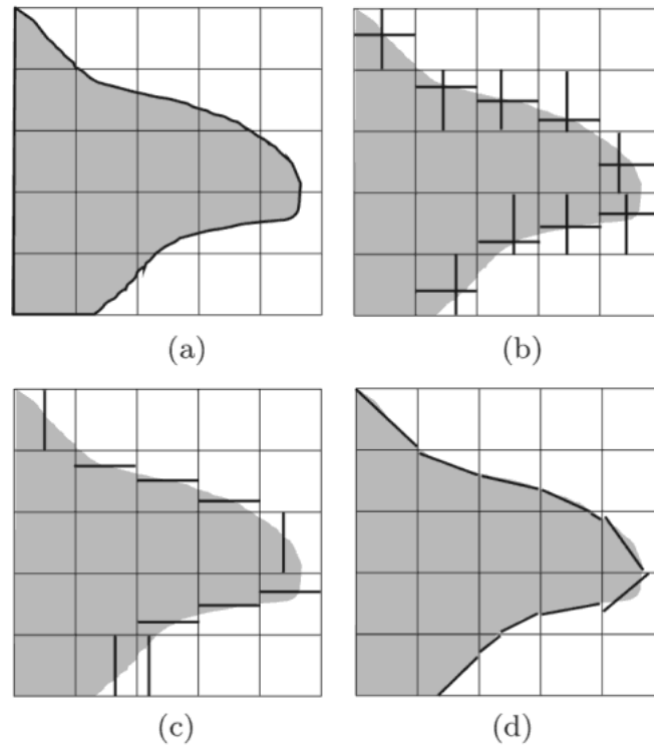


Figure 2.2: Illustration des différentes reconstructions, en (a) l'interface physique, en (b) la reconstruction SLIC, en (c) la reconstruction de Hirt & Nichols, en (d) la reconstruction PLIC [12]

Dans cette équation,  $\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_l - \mathbf{u}_g$  est une vitesse artificielle, dirigée selon la normale et vers l'interface [87], où  $\mathbf{u}_l$  et  $\mathbf{u}_g$  sont respectivement les vitesses du liquide et du gaz.

## 2.5.2 Méthode Level Set

C'est à la fin des années 80 que les mathématiciens *Stanley Osher et James Sethian* ont établi la méthode Level Set [88]. Dix ans après son apparition, cette méthode a été adaptée aux problèmes des écoulements diphasiques. Dans cette méthode, une fonction distance signée  $\phi$  est introduite. Il s'agit d'une fonction scalaire continue dans tout le domaine fluide. Dans ce cas l'interface liquide-gaz est définie par  $\Phi = 0$  à chaque instant  $t$ . Cette fonction est positive d'un côté de l'interface et négative de l'autre côté (équation 2.20).

$$\Phi = \begin{cases} < 0 & \text{dans la première phase} \\ 0 & \text{à l'interface} \\ > 0 & \text{dans la deuxième phase} \end{cases} \quad (2.20)$$

D'un point de vue physique, la valeur absolue de la fonction  $\Phi$  correspond à la distance entre le point du maillage et l'interface dans sa direction normale [85]. La fonction  $\Phi$  est régie par l'équation de transport, comme dans la méthode VOF (équation 2.21). La résolution de cette équation, permet de prédire les mouvements de l'interface. La méthode Level-Set permet de calculer les caractéristiques

géométriques à partir de la fonction  $\Phi$ .

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \Phi = 0 \quad (2.21)$$

Cependant, les performances de cette méthode, peuvent être influencées par une mauvaise conservation de la masse, qui est due à des erreurs numériques.

Plusieurs travaux de recherche proposent des techniques pour contrer le problème de conservation de la masse de la méthode Level Set, ci-dessous on citera quelques-uns d'entre eux.

*Enright et al.* ont présenté une nouvelle méthode numérique pour améliorer les propriétés de la conservation de la masse de la méthode Level-Set en la combinant avec la méthode des marqueurs [46]. Cette méthode appelée 'Level Set particulière' a donné de bons résultats en comparaison avec la méthode VOF, aussi bien en 2D qu'en 3D.

*Mulder et al.* ont étudié le couplage de la méthode Level-Set avec des lois de conservation pour la dynamique des gaz compressibles. Deux approches ont fait l'objet de leur travail, la première consiste en la résolution de la fonction Level-set sous la forme non conservative. Dans la seconde approche, ils ont incorporé la méthode Level-Set dans un système de lois de conservation [47]. Dans le même but, *Laadhari et al.* ont proposé un nouvel algorithme dans le cadre d'une discrétisation en éléments finis, dans lequel deux types de multiplicateurs de Lagrange ont été introduits [89].

Dans certains logiciels de simulation, afin de palier ce problème de conservation de la méthode Level Set, des termes avec des dérivées d'ordre supérieur de  $\Phi$  sont ajoutés à l'équation de transport par advection pure (équation 2.21).

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \Phi = \gamma \nabla \cdot \epsilon (\nabla \Phi - \Phi) (1 - \Phi) \frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \quad (2.22)$$

Dans l'équation 2.22,  $\gamma$  est un coefficient pour la réinitialisation et permet de garantir que les gradients de la fonction Level set sont concentrés sur la surface libre au long de la simulation.

$\epsilon$  de son côté, contrôle l'épaisseur des variations de la fonction level set, et ainsi assure de limiter la diffusion de l'interface.

## 2.6 Résolution numérique du problème couplé en Interaction fluide-structure

La modélisation numérique des problèmes d'interaction fluide-structure fait intervenir, les équations qui gouvernent la dynamique du fluide, les équations qui gouvernent la dynamique de la structure, et les conditions de couplage à l'interface fluide-structure. Au niveau de cette interface, les contraintes fluides sont transmises au solide, engendrant sa déformation ou son déplacement. Dans l'autre sens, le champ de vitesse du solide à l'interface fluide-structure est transmis au fluide engendrant ainsi une modification locale de l'écoulement (figure 2.3).

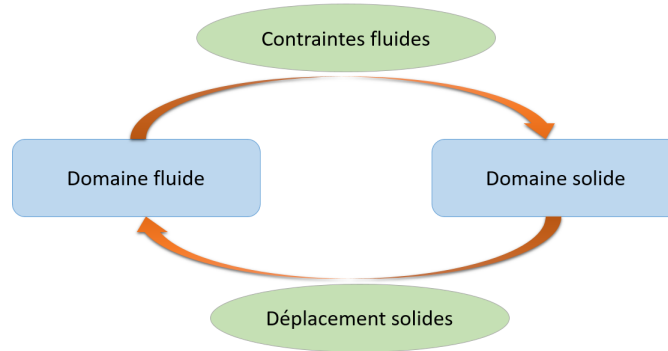


Figure 2.3: Schéma d'un problème IFS général

D'un point de vue numérique, la simulation d'un problème d'IFS requiert, un solveur fluide, un solveur structure et le traitement de l'interface de couplage en temps et en espace.

Les méthodes de couplage en IFS peuvent être réparties en deux groupes principaux : les méthodes de couplage faible et les méthodes de couplage fort. Chacune de ces approches est directement liée au coût de calcul et à ses performances.

### 2.6.1 Couplage faible (*One Way Coupling*)

Un couplage fluide-structure est dit faible ou unidirectionnel, si le mouvement du fluide est affecté par les déformations de la structure et vice versa (si la dynamique de la structure est affectée par le mouvement du fluide). Ceci est montré sur la figure 2.4 ci-dessous.

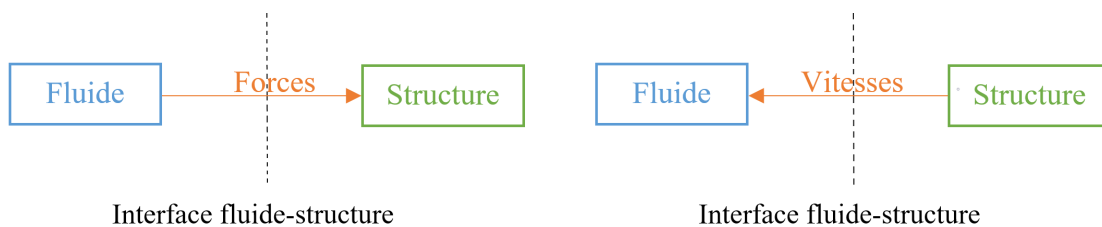


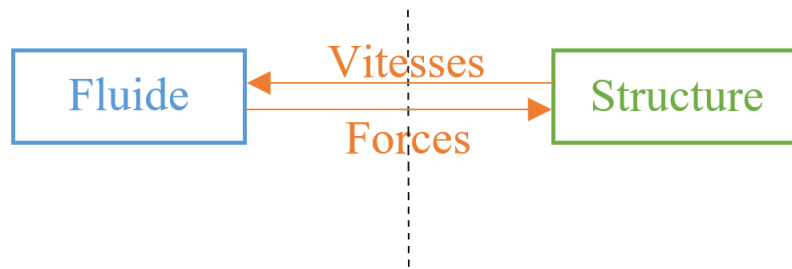
Figure 2.4: Schéma général d'un couplage One Way

Dans ce cas (de couplage faible), le calcul de l'un des deux sous-systèmes fluide et structure est réalisé, puis le résultat est utilisé comme condition d'entrée au second sous-système. Les calculs du fluide et de la structure sont réalisés sans la prise en compte des conditions de couplage de l'un des sous-systèmes à l'interface, d'un côté, ni la prise en compte de l'évolution temporelle de l'un des sous-systèmes, d'un autre côté. Ceci constitue le cas le plus simple dans la mise en œuvre de la résolution.

### 2.6.2 Couplage fort (*Two Way Coupling*)

Le couplage fort est plus complexe que le couplage faible, car le fluide et la structure s'influencent mutuellement. En effet, l'écoulement du fluide est affecté par la déformation de la structure et en même temps ces déformations sont affectés par le mouvement du fluide (figure 2.5).

Pour cette raison, les résultats sont échangés à chaque pas de temps entre les deux solveurs et dans les deux sens. Il existe principalement deux approches : monolithique et partitionnée.



### Interface fluide-structure

Figure 2.5: Schéma général d'un couplage Two Way

#### Approche monolithique

L'approche monolithique consiste à utiliser un seul solveur pour la résolution du problème d'interaction fluide structure, ainsi l'évolution du fluide et de la structure est simultanée à chaque pas de temps [90, 91].

Dans ce cas, les équations du fluide, de la structure et les conditions de couplage sont regroupées dans un système d'équations unique. Cela nécessite en général l'inversion d'une matrice fluide-structure globale [92]. Les conditions de couplage sont alors naturellement satisfaites.

L'approche monolithique permet de mettre en œuvre des couplages forts. Mais celui-ci peut s'avérer être très lourd et à un certain niveau de complexité, les procédures de calcul numérique sont différentes pour le fluide et pour la structure, pour cette raison, cette approche n'est plus envisageable [6]. Ce qui rend cette approche plus difficile, c'est la discrétisation numérique au niveau de l'interface fluide-structure. L'utilisation de la même discrétisation à l'interface peut causer un manque de précision dans les résultats ou un surcoût de calcul. En effet, le raffinement requis pour la partie fluide est plus important que pour la partie solide.

#### Approche partitionnée

Dans cette approche, chacune des physiques mises en jeu est traitée par un solveur distinct, et les deux codes communiquent entre eux, grâce à des conditions aux limites à l'interface fluide-structure, dites des conditions de couplage. Cette approche peut être affinée en fonction du niveau et de la fréquence des échanges de la force de couplage entre les codes fluide et structure.

L'approche partitionnée est plus simple à mettre en œuvre que l'approche monolithique. En effet, les deux systèmes d'équations du fluide et de la structure ne sont pas unifiés, ce qui permet d'utiliser des codes de calcul déjà existants. En contrepartie, l'approche partitionnée présente certains inconvénients, par exemple, des instabilités numériques peuvent être induites par une mauvaise conservation de l'énergie à l'interface fluide-structure qui est imputable au décalage en temps qu'elle impose pour le

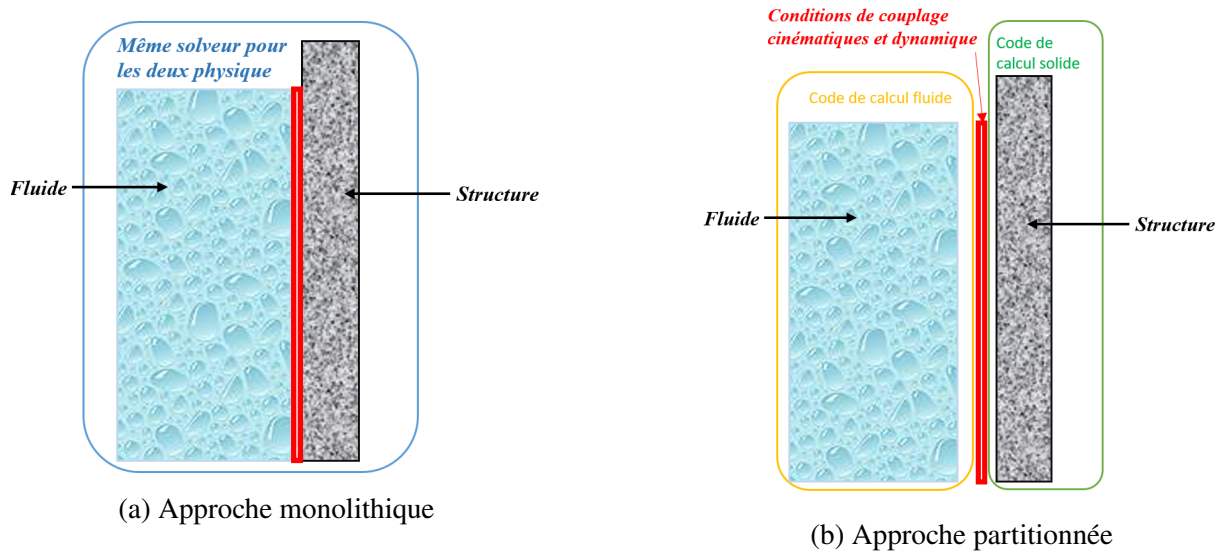


Figure 2.6: Schémas de couplage fluide-structure : (a) monolithique ; (b) partitionné

calcul du système couplé.

Sur la figure 2.6 sont représentés les schémas des deux approches monolithique 2.6a et partitionnée 2.6b.

### 2.6.3 Méthodes de couplage pour les approches partitionnées

Cette section présente succinctement les méthodes de couplage en temps pour les algorithmes d'interaction fluide structure partitionnés, c'est-à-dire les différents schémas de discrétisation en temps du problème couplé. La dynamique du fluide et celle du solide sont résolus avec deux codes de calcul différents tout en vérifiant les conditions de couplage à l'interface, ainsi pour la mise en œuvre de ces algorithmes, il s'agit d'échanger des données à chaque pas de temps de calcul entre les codes du fluide et de la structure. *E. Longatte et al.* introduisent les deux catégories de schémas de couplage explicite et implicite, et font une étude de ces schémas en termes de conservation de l'énergie [93]. Un autre travail pour l'étude des propriétés des schémas explicite synchrone, explicite asynchrone et implicite avec une méthode de point fixe est présenté dans [94].

#### Méthode explicite

Étant faciles à mettre en œuvre, les schémas de couplage explicites sont les plus utilisés. Les équations du fluide et du solide sont résolues l'une après l'autre et une seule fois par pas de temps [13]. La mise à jour en temps des sous-systèmes fluide et structure est réalisée de manière successive. La figure 2.7 montre un schéma de couplage explicite où  $S_n$  et  $F_n$  sont respectivement les états de la structure et du fluide résultant à l'instant  $t_n$ .

Les étapes numérotées de 1 à 4 dans la figure 2.7 sont présentées comme suit :

1. Résolution du problème de la dynamique du fluide à l'instant  $n$ ;

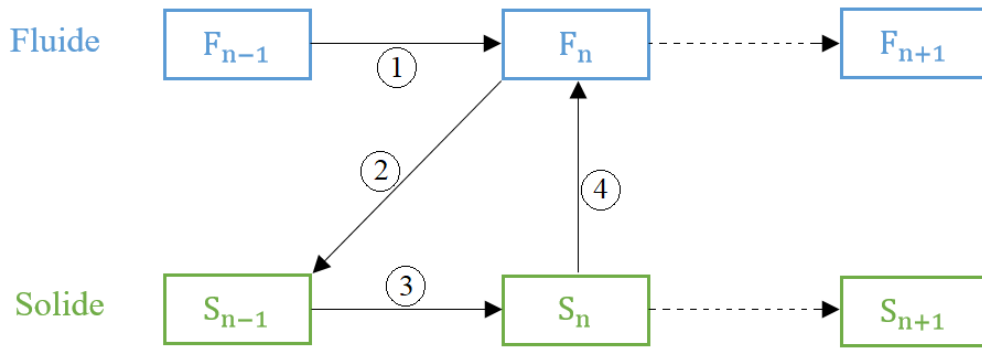


Figure 2.7: Exemple d'un algorithme de couplage explicite

2. Transmission des contraintes du problème fluide au problème solide ;
3. Mise à jour de l'interface et résolution du problème solide ;
4. Transmission de la vitesse du problème solide au problème fluide.

À cause du décalage en temps, de l'énergie est introduite (production ou dissipation) au niveau de l'interface par les méthodes explicites. Selon l'instant où les calculs du fluide et de la structure sont effectués, on peut distinguer des schémas explicites synchrones ou asynchrones. En effet, lorsque les résolutions du fluide et de la structure sont effectués en même temps, le schéma est qualifié de synchrone, tandis qu'il est qualifié d'asynchrone lorsque les calculs du fluide et de la structure sont décalées en temps.

### Méthode implicite

À la différence de la catégorie précédente, la classe des algorithmes implicites effectue un calcul itératif au sein du même pas de temps, raison pour laquelle ils sont aussi appelés algorithmes itérés. Du fait que les codes des fluide et solide échangent les informations (contraintes et vitesses) plusieurs fois au sein du même pas de temps de calcul, l'erreur numérique est minimisée en garantissant une meilleure conservation de l'énergie à l'interface fluide structure. Le caractère itératif permet de corriger le décalage en temps entre les solveurs fluide et structure. Ainsi on obtient une meilleure précision globale du schéma, qui rend possible l'utilisation de pas de temps plus importants par rapport au schéma explicite. Les méthodes implicites sont susceptibles d'être plus coûteuses en raison des sous-itérations [95]. Le nombre d'itérations de couplage sont en général définies par, soit, la vérification d'un critère de convergence, soit, un nombre maximum d'itérations. Les méthodes implicites peuvent permettre d'obtenir des résultats très similaires à une approche monolithique [96]. Un algorithme de couplage de type implicite est présenté sur la figure 2.8. Le critère sur les itérations ici est un test de convergence sur la conservation de l'énergie à l'interface.

Une synthèse des différentes méthodes et techniques employées dans la modélisation numérique du couplage fluide structure, tel que présenté dans ce chapitre est présenté sur la figure 2.9.

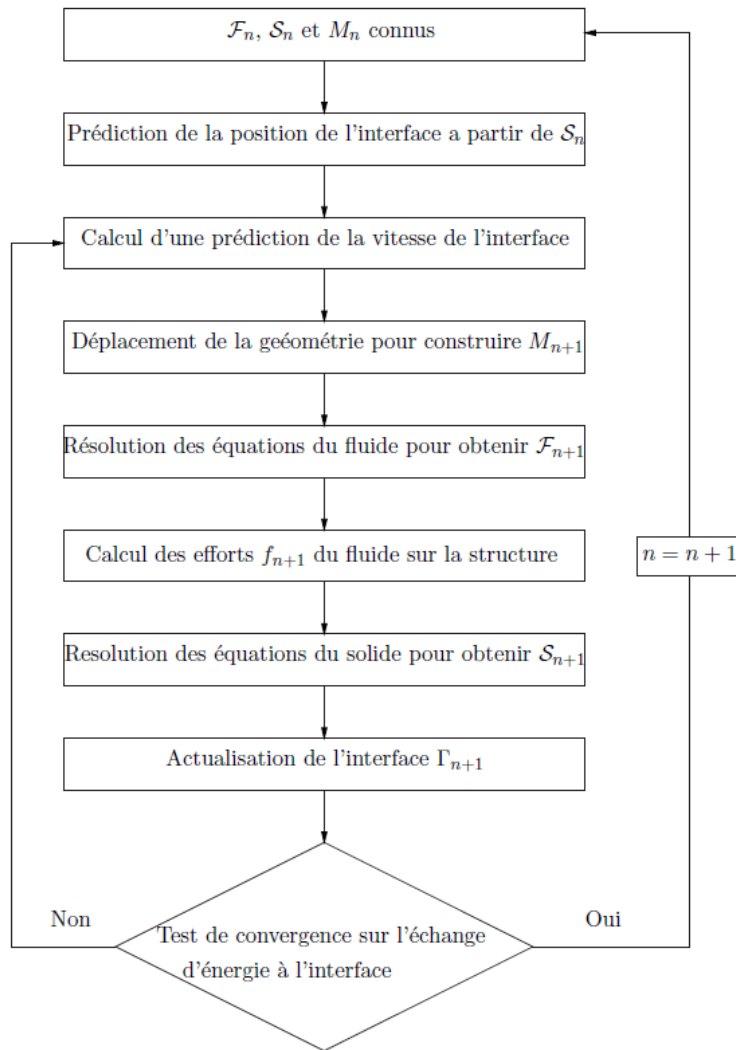


Figure 2.8: Algorithme de couplage implicite [13].  $F$  l'état du fluide (champs de vitesse et de pression),  $S$  l'état de la structure (déplacement et vitesse),  $M$  la configuration du maillage du domaine fluide et  $\Gamma$  la position de l'interface fluide-structure.

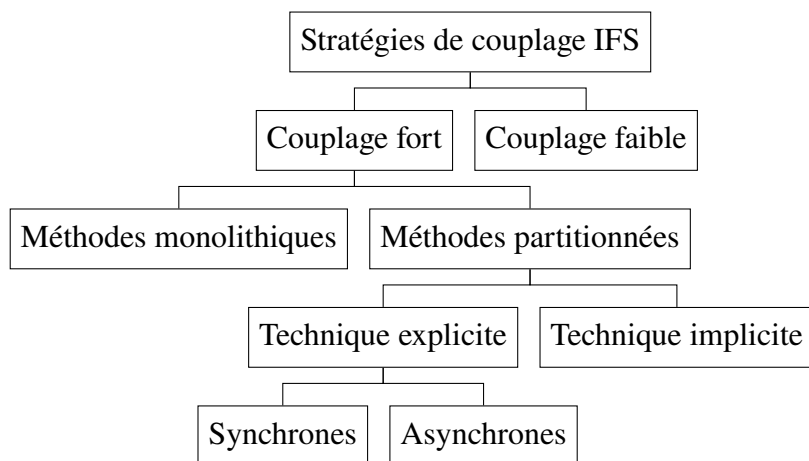


Figure 2.9: Différentes méthodes de couplage en IFS

## 2.7 Outils logiciels utilisés dans ce travail

### 2.7.1 OpenFOAM

Le code calcul OpenFOAM abréviation de "Open Field Operation And Manipulation" est une bibliothèque open source codée en 'c++' et développée par OpenCFD Ltd de l'entreprise ESI Group. Il est basé sur la méthode des volumes finis et contient plusieurs codes en C++ permettant de résoudre des problèmes de CFD (Computational Fluid Dynamics) complexes.

Dans le but de réaliser des études en interaction fluide-structure, le logiciel openFOAM tel qu'il est conçu ne permet pas de le faire. Pour cette raison, un module appelé FSI (Fluid-Structure Interaction) est rajouté aux librairies de OpenFOAM dans la version *foam-extend/4.0* ([https://openfoamwiki.net/index.php/Extend-bazaar/Toolkits/Fluid-structure\\_interaction](https://openfoamwiki.net/index.php/Extend-bazaar/Toolkits/Fluid-structure_interaction)).

L'interaction fluide-structure est mise en œuvre avec une approche partitionnée, c.-à-d. les problèmes fluide et solide, sont résolus séparément par leurs solveurs respectifs et couplés au niveau de l'interface fluide-solide. Cette approche a été utilisée pour résoudre le problème couplé, car sa structure facilite la réutilisation et la modification des solveurs fluide et solide existants.

Dans le logiciel OpenFoam, le solveur fluide du module FSI ne contient pas de bibliothèques permettant le traitement du cas d'un écoulement diphasique. Ceci signifie qu'il ne peut pas être utilisé en l'état pour simuler le ballottement. Afin de pallier ce besoin, un solveur fluide diphasique avec une approche de suivi de l'interface gaz/liquide est indispensable dans le module FSI. A cet effet, on a effectué un couplage entre le solveur fluide *interDyMFoam* existant dans la bibliothèque des solveurs multiphasiques de OpenFOAM et le module FSI, c.-à-d. remplacer le solveur fluide standard existant dans le module FSI par le solveur multiphasique mentionné ci-dessus. Ce solveur analyse le phénomène par la résolution des équations de Navier-Stokes incompressibles en écoulement diphasique. L'approche VOF (Volum Of Fluid) pour capturer l'interface entre la phase liquide et la phase gazeuse est utilisée. La fonctionnalité 'blockMesh' est utilisée pour la création de la géométrie ainsi que son maillage.



## 2.8 Bilan

Dans ce chapitre, les différentes équations intervenant dans la résolution du problème traité dans ce travail sont présentées. À savoir les équations de Navier Stokes pour un écoulement diphasique et les équations d'élasticité pour un solide en petites déformations. Les équations de conservations en mécanique peuvent s'écrire selon trois formulations différentes : Eulerienne, Lagrangienne ou Arbitrairement Eulerienne Lagrangienne (ALE). La résolution numérique des équations de conservations comme pour le fluide et pour la structure, doit d'abord passer par l'étape de discrétisation. Dans ce travail la méthode des éléments finis et la méthode des volumes finis sont utilisées.

La problématique du ballottement étant diphasique, la modélisation de la surface libre s'impose. Dans cette étude la méthode de capture d'interface VOF (Volume Of Fluid) est utilisée.

Un autre volet de ce chapitre concerne les stratégies de couplage fluide-structure en résolution numérique. Selon le degré d'échange entre le fluide et la structure, le couplage peut être faible ou fort. Dans la première classe, l'état de l'un des deux sous-systèmes est utilisé comme condition d'entrée au second sous-système. Tandis que pour la deuxième classe, le fluide et la structure évoluent et s'influencent mutuellement en fonction du temps. Pour ce cas on peut distinguer des méthodes de résolution monolithiques et partitionnées. Les incréments en temps pour les méthodes partitionnées se font selon différentes techniques. La dernière section du chapitre concerne la présentation des outils de calcul numériques utilisés pour la mise en place des modélisations.



## Chapitre 3

# Modèle simplifié et réduit du problème couplé ballottement-réservoir

### Résumé

Nous nous intéressons dans ce chapitre au développement d'une modélisation numérique simplifiée en éléments finis du ballottement de liquide en interaction avec des parois flexibles. Le comportement du fluide est décrit par l'équation de Laplace ainsi que la condition d'onde de surface linéarisée. Les parois du réservoir quant à elles, sont discrétisées en éléments poutres à deux nœuds et à quatre degrés de liberté. Le système couplé est modélisé avec une approche monolithique d'interaction fluide-structure. Ce modèle est mis en œuvre sous *MATLAB* et est disponible au sein du Laboratoire de Recherche en Hydraulique Appliquée et Environnement de l'université de Bejaia (LRHAE). Il est utilisé pour mener une étude de la réponse fréquentielle ainsi que le calcul des modes propres du système fluide-réservoir. Une validation avec des résultats analytiques est aussi présentée.

Enfin, nous nous sommes intéressés à l'optimisation du code avec une opération de condensation des systèmes d'équations. La condensation consiste à représenter le comportement d'un modèle initial avec un modèle exprimé sur un nombre réduit de degrés de liberté.

## 3.1 Formulation mathématique du modèle

### 3.1.1 Présentation du modèle simplifié

Lorsqu'un réservoir partiellement rempli est soumis à des excitations de faibles amplitudes, le ballonnement engendré peut être linéaire. La figure 3.9 montre le schéma de la problématique présentée dans ce chapitre avec les notations des domaines et frontières utilisées pour les conditions aux limites. Les frontières  $\Gamma_{sl}$ ,  $\Gamma_{fs}$  et  $\Gamma_b$  représentent respectivement, la surface libre initiale (sans perturbation), l'interface liquide-paroi et le fond du réservoir supposé fixé à son support.  $H_s$ ,  $H_f$ ,  $\eta$ ,  $L_f$  et  $\Omega_f$  sont respectivement, la hauteur des poutres, la hauteur initiale du liquide, la surélévation du liquide par rapport à la hauteur initiale, la longueur du réservoir et le domaine fluide.

Le ballonnement linéaire est un comportement vibratoire qui représente les petites fluctuations d'un liquide autour d'un état d'équilibre. Cet état d'équilibre est la surface libre plane avant perturbation. Les équations de ce type de problème sont obtenues par linéarisation des équations de Navier-Stokes. En effet, en négligeant le terme inertiel, les équations du mouvement du fluide se réduisent à l'équation de Laplace.

Une telle modélisation des pressions dans la masse liquide par l'équation de Laplace et du ballonnement par une condition d'onde de surface linéarisée, ne prend pas en compte le caractère non linéaire du ballonnement, et reste valable loin des conditions de résonance.

Le liquide est contenu dans un réservoir rectangulaire bidimensionnel à parois flexibles et soumis à des excitations externes. Le domaine fluide est discrétisé en éléments finis quadrangulaires linéaires. Tandis que les parois sont discrétisées en éléments poutres basés sur la théorie d'Euler-Bernoulli.

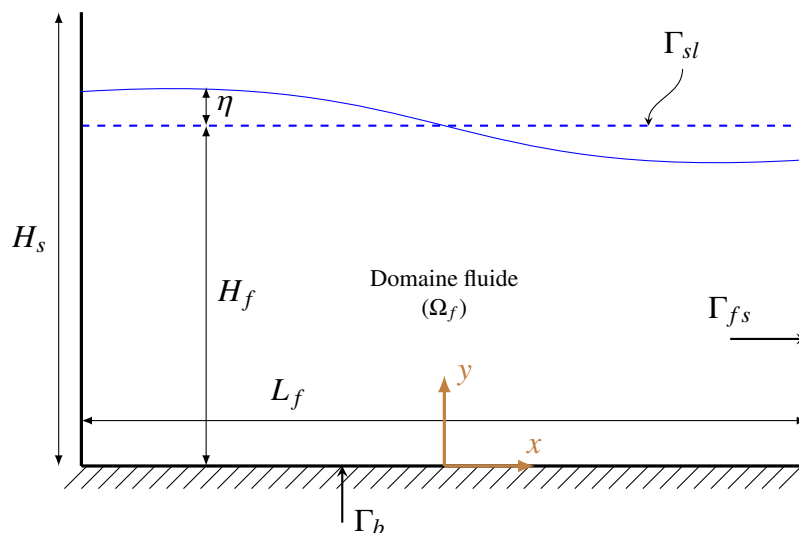


Figure 3.1: Schéma général du réservoir avec les notations utilisées pour les domaines et les frontières

### 3.1.2 Mise en équations du modèle simplifié

Le modèle basé sur l'approche simplifiée utilise une description par l'équation de Laplace (équation 3.5). L'équation de Laplace est obtenue à partir des équations de Navier-Stokes pour un écoulement

incompressible.

Les équations générales de Navier-Stokes s'écrivent comme suit :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla P_T + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{g} \quad (3.2)$$

où  $\mathbf{u}$  est la vitesse des particules fluides en vibration,  $\nu$  est la viscosité cinématique du fluide,  $\mathbf{g}$  est l'accélération de la pesanteur et  $P_T$  est la pression totale du fluide. On élimine d'emblée la pression hydrostatique  $P_s$  sachant que le comportement de la structure sera considéré dans la suite linéaire. Ses effets peuvent, sous l'hypothèse de linéarité, être superposés à ceux de la pression hydrodynamique. L'équation 3.2 devient alors en termes de pression hydrodynamique  $P$  comme suit :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{u} \quad (3.3)$$

Dans ce qui suit on cherche à comparer l'ordre de grandeur entre les termes temporel ( $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$ ) et convectif  $((\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u})$  de l'équation 3.3.

En considérant un écoulement potentiel, la vitesse de l'écoulement dérive d'un potentiel  $\phi : \mathbf{u} = \nabla \phi$ . De l'équation 3.1 on obtient :  $\Delta \phi = 0$ . Ainsi le terme visqueux de l'équation 3.3 s'annule, comme suit :  $\nu \Delta \mathbf{u} = \nu \Delta (\nabla \phi) = \nabla (\Delta \phi) = 0$

Le réservoir est considéré soumis à une excitation externe harmonique de type :  $\xi = a \sin(\omega t)$ . En restant dans le cadre de petites vibrations, l'amplitude  $a$  de cette excitation est très petite devant la longueur du réservoir  $L_f$ . En plus de cette petite perturbation, la fréquence de l'excitation est loin de la fréquence de résonance du liquide, dans ce cas le liquide se déplace dans le réservoir avec une vitesse d'oscillation ( $\mathbf{u}$ ) du même ordre que la vitesse du réservoir ( $\dot{\xi}$ ), et elle varie sensiblement sur une distance  $L_f$ . Le gradient de la vitesse du liquide  $\mathbf{u}$  est du même ordre de grandeur que  $\frac{1}{L_f} \frac{\partial \xi}{\partial t}$ ,

ainsi le terme convectif  $((\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u})$  est du même ordre que le terme  $\frac{1}{L_f} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ .

Par ailleurs, le terme temporel  $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$  est du même ordre que  $\omega \frac{\partial \xi}{\partial t}$ , et  $\omega$  est de même ordre de grandeur que  $\frac{1}{a} \frac{\partial \xi}{\partial t}$ . Par analogie,  $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$  est du même ordre de grandeur que  $\frac{1}{a} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ .

Ce qui nous conduit à :  $a \ll L_f \Rightarrow \frac{1}{L_f} \ll \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{1}{L_f} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \ll \frac{1}{a} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ .

Ce qui donne  $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \ll \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$ .

Donc le terme convectif  $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}$  peut être négligé devant le terme temporel  $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$ , l'équation 3.3 devient alors :

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_f} \nabla P \quad (3.4)$$

En appliquant l'opérateur divergence à l'équation 3.4, il vient :

$$\nabla \cdot (\nabla P) = 0 \quad \text{ou} \quad \Delta P = 0 \quad (3.5)$$

La distribution spatiale de la pression hydrodynamique dans tout le domaine fluide est ainsi décrite par l'équation (3.5). Les variations dans le temps de cette distribution sont générées par des conditions aux limites variables dans le temps. Dans le cas considéré ici de liquide contenu dans un réservoir est soumis à des excitations horizontales, les conditions qui dépendent du temps sont celles liées aux parois et celle liée à la surface libre. Sur le fond, considéré horizontal, la condition de flux nul s'applique. Ces conditions aux limites sont détaillées dans ce qui suit.

Au niveau de la surface libre, on applique la condition d'onde de surface linéarisée (équation 3.10). Elle est basée sur le principe d'une variation hydrostatique de la pression à la surface libre par rapport à la position d'équilibre initiale [97]. Ainsi à la surface libre la composante verticale de la vitesse est liée à la surélévation  $\eta$  du liquide (figure 3.1), par rapport à la position d'équilibre par la relation :

$$v = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (3.6)$$

D'autre part, l'équation de quantité de mouvement projetée sur la normale  $\mathbf{o}y$ , s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3.7)$$

En remplaçant  $v$  par l'expression 3.6 dans l'équation 3.7, on obtient :

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3.8)$$

On considère alors que l'écart à l'équilibre par rapport à la position initiale donne lieu à une pression hydrostatique due à la surélévation de la surface libre :

$$\eta = \frac{P}{\rho_f g} \quad ; \quad \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho_f g} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (3.9)$$

ce qui donne finalement la condition d'onde de surface linéarisée :

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad \text{sur } \Gamma_{sl} \quad (3.10)$$

En adoptant le même raisonnement et en considérant un fond rigide, il vient :

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad \text{sur } \Gamma_b \quad (3.11)$$

De même on peut construire une condition sur les surfaces latérales (parois) avec la projection de l'équation de quantité de mouvement sur la normale  $\mathbf{o}x$  :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3.12)$$

$u$  étant la composante horizontale de la vitesse des particules fluides.

La condition au niveau de la frontière avec une paroi mobile se traduit donc par la continuité des composantes normales des vitesses du fluide  $u$  et du solide  $\partial \xi_x^T / \partial t$ , soit :

$$u = \frac{\partial \xi_x^T}{\partial t} \quad (3.13)$$

$\xi_x^T = \xi_x + \xi_e$  est le déplacement total des parois qui englobe le déplacement  $\xi_x$  dû aux déformations des parois lorsqu'elles sont considérées déformables, et le déplacement  $\xi_e$  imposé par le mouvement du milieu extérieur support du réservoir. Ce qui donne en remplaçant dans l'équation 3.12 :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho_f \frac{\partial^2 \xi_x^T}{\partial t^2} \quad \text{sur } \Gamma_{fs} \quad (3.14)$$

Dans le cas où les parois sont supposées rigides ( $\xi_x = 0$ ), le gradient des pressions sur les parois (équation 3.14) est entièrement provoqué par les accélérations du milieu extérieur. Si on relâche cette hypothèse, la contribution des déformations des parois ne peut être quantifiée que si  $\xi_x$  est connu. Ce déplacement introduit donc une inconnue supplémentaire au problème. Il peut être quantifié par une modélisation des parois en se basant sur la mécanique des structures. La modélisation la plus simple que l'on puisse adopter est l'équation de la flexion des poutres.

Dans le cadre de l'étude des poutres soumises à des chargements vérifiant l'hypothèse des petites déformations (le cas de linéarité géométrique), le modèle d'Euler-Bernoulli est adopté ici. L'équation de la flexion des poutres en dynamique s'écrit comme suit [98] :

$$\rho_s A_w \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} \left( EI \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial y^2} \right) = q(y) \quad (3.15)$$

où  $A_w$  et  $I$  sont l'aire et le moment d'inertie de la section transversale des parois, respectivement.  $E$  et  $\rho_s$  sont le module de Young et la masse volumique du matériau composant les parois du réservoir.

D'une manière générale,  $q(y)$  représente le chargement réparti le long de la poutre qui est une force par unité de longueur (pression par largeur unitaire), et  $y$  est la coordonnée mesurée sur l'axe de la poutre par rapport à la base. Outre la pression hydrostatique qui est éliminée des équations, le chargement sur les parois est dû à la pression hydrodynamique :

$$q(y) = P \cdot n_x \times 1[m](x = \pm \frac{L_f}{2}, y) \quad (3.16)$$

avec  $\frac{L_f}{2}$  est la demi-longueur du réservoir (figure 3.1) et  $n_x$  la composante selon ( $\boldsymbol{o}x$ ) de la normale à la paroi ( $n_x = 1$  à la paroi droite et  $n_x = -1$  à la paroi gauche).

On rappelle que dans la théorie des poutres appliquée aux milieux élancés, les deux hypothèses suivantes sont considérées :

- Les sections droites restent perpendiculaires à la courbe de l'ensemble de leurs centres de gravité au cours de la déformation.
- Les sections droites restent planes au cours de la déformation selon *Navier-Bernoulli*.

La composante verticale  $\xi_y$  des déplacements de la poutre (suivant son axe) est négligée, car elle ne se transmet pas au fluide (sous forme d'accélération) dans le cas des parois verticales (poutre d'axe  $\boldsymbol{o}y$ ).

Les deux domaines liquide et solide sont ainsi couplés avec des conditions aux limites à l'interface fluide-réservoir. En effet, la condition d'égalité du gradient de la pression et l'accélération des parois solides est traduite par l'équation 3.14. La pression est appliquée sur toute la surface du réservoir en contact avec le liquide (équation 3.16).

On récapitule le système d'équations final qui traduit le problème dynamique du ballottement de liquides en interaction fluide-structure dans le cas de parois verticales comme suit :



$$\left\{ \begin{array}{ll}
\Delta P = 0 & \text{sur } \Omega_f \\
\rho_s A_w \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 \xi_x}{\partial y^4} = q(y) & \text{sur } \Omega_s \\
\frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} & \text{sur } \Gamma_{sl} \\
\frac{\partial P}{\partial x} = -\rho_f (\ddot{\xi}_x + \ddot{\xi}_e) & \text{sur } \Gamma_{fs} \\
\frac{\partial P}{\partial y} = 0 & \text{sur } \Gamma_b \\
\xi_x = 0 & \text{à la base : } y = 0 \\
\frac{\partial \xi_x}{\partial y} = 0 & \text{à la base : } y = 0 \\
q(y) = P \cdot n_x \times 1[m](x = \pm \frac{L_f}{2}, y) & \text{sur } \Gamma_{fs} : 0 < y \leq H_f \\
q(y) = 0 & \text{sur } \Gamma_{fs} : H_f < y \leq H_s
\end{array} \right. \quad (3.17)$$

### 3.1.3 Discrétisation des équations

D'un côté, la forme intégrale forte de l'équation de Laplace définissant le domaine fluide (équation 3.5) s'écrit comme suit :

$$-\int_{\Omega_f} \nabla \delta P \cdot \nabla P \, d\Omega + \int_{\Gamma_f} \delta P \frac{\partial P}{\partial n} \, d\Gamma = 0 \quad (3.18)$$

où  $\Gamma_f$  la frontière totale du domaine fluide, et  $\delta p$  une perturbation de la pression. En décomposant la frontière  $\Gamma_f$  selon les conditions aux limites dans le système (3.17), on obtient en tenant compte des expressions de  $\partial P / \partial n$  la forme intégrale faible suivante :

$$-\int_{\Omega_f} \nabla \delta P \cdot \nabla p \, d\Omega - \frac{1}{g} \int_{\Gamma_{sl}} \delta P \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \, d\Gamma - \rho_f \int_{\Gamma_{fs}} \delta P (\ddot{\xi}_x + \ddot{\xi}_e) \, d\Gamma = 0 \quad (3.19)$$

D'un autre côté, la forme intégrale forte de l'équation de la poutre (équation 3.15) sur sa longueur  $H_s$  s'écrit comme suit :

$$\int_{H_s} \delta \xi \rho_s A_w \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial t^2} \, dy + \int_{H_s} \delta \xi EI \frac{\partial^4 \xi_x}{\partial y^4} \, dy = \int_{H_s} \delta \xi q(y) \, dy \quad (3.20)$$

Après deux intégrations par parties appliquées au second terme du membre gauche de l'équation 3.20, on obtient la forme intégrale faible suivante :

$$\int_{H_s} \delta \xi \rho_s A_w \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial t^2} \, dy + \int_{H_s} \frac{\partial^2 \delta \xi_x}{\partial y^2} EI \frac{\partial^2 \xi_x}{\partial y^2} \, dy = \int_{H_s} \delta \xi_x q(y) \, dy \quad (3.21)$$

L'interpolation nodale de la pression et des déplacements conduit, après assemblage des matrices élémentaires, au système algébrique suivant :

$$\mathbf{G} \ddot{\mathbf{P}} + \mathbf{L} \mathbf{P} = -\rho_f \mathbf{Q} (\ddot{\mathbf{U}} + \ddot{\mathbf{U}}_e) \quad (3.22)$$

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{Q}^T \mathbf{P} - \mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}}_e \quad (3.23)$$

Le vecteur  $\mathbf{P}$  contient les valeurs des pressions hydrodynamiques aux nœuds du maillage d'éléments finis. Le vecteur  $\mathbf{U}$  est l'ensemble des déplacements et des rotations aux nœuds des parois. Selon les notations adoptées, on a :

$$U_1^{(e)} = U_{x1}^{(e)} \quad ; \quad U_2^{(e)} = U_{r1}^{(e)} \quad ; \quad U_3^{(e)} = U_{x2}^{(e)} \quad ; \quad U_4^{(e)} = U_{r2}^{(e)}$$

Ces vecteurs  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{U}$  proviennent du processus d'assemblage des vecteurs élémentaires utilisés pour l'interpolation nodale dans les éléments :

$$P(x, y) = \sum_{i=1}^{nne} N_i^{(p)}(x, y) P_i^{(e)} \quad \text{et} \quad \xi_x(y) = \sum_{i=1}^4 N_i^{(b)}(y) U_i^{(e)} \quad (3.24)$$

avec  $nne$  le nombre de nœuds par élément utilisé pour la discrétisation du domaine fluide. La figure 3.2 montre le cas d'un maillage fluide en éléments quadrilatéraux linéaires à 4 nœuds (Q4), donc ici  $nne = 4$ . Le nombre de nœuds par élément poutre étant de 2 avec 2 DDLs en 2D (figure 3.4).  $N_i^{(p)}(x, y)$  sont les fonctions de forme des éléments finis utilisés pour discrétiser le fluide.  $N_i^{(b)}(y)$  sont les fonctions de forme des éléments poutres de longueur  $L$ , appelées aussi polynômes d'Hermite. Ils sont montrés dans l'équation 3.25.

$$\begin{aligned} N_1^{(b)}(y) &= 1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3} \\ N_2^{(b)}(y) &= y - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2} \\ N_3^{(b)}(y) &= \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3} \\ N_4^{(b)}(y) &= \frac{y^3}{L^2} + \frac{y^2}{L} \end{aligned} \quad (3.25)$$

$U_i^{(e)}$  contient aussi bien les degrés de liberté des déplacements que des rotations.

L'équation 3.26 montre les expressions des fonctions de forme pour des éléments quadrilatéraux linéaires Q4.

$$\begin{aligned} N_1^{(p)}(x, y) &= \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} \frac{y - y_2}{y_1 - y_2} \\ N_2^{(p)}(x, y) &= \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \frac{y - y_2}{y_1 - y_2} \\ N_3^{(p)}(x, y) &= \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \\ N_4^{(p)}(x, y) &= \frac{x - x_2}{x_1 - x_2} \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} \end{aligned} \quad (3.26)$$

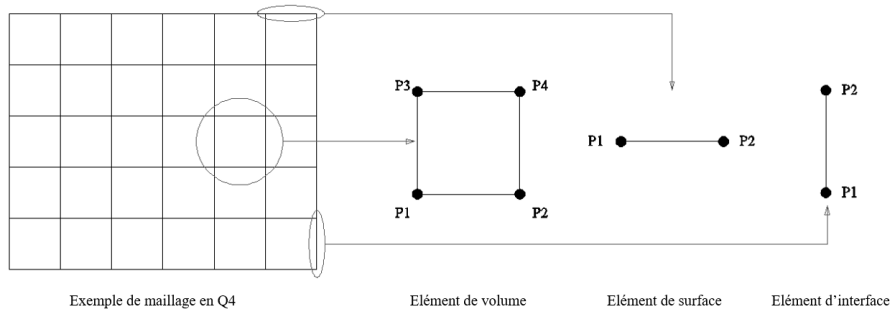


Figure 3.2: Discretisation du domaine fluide en élément Q4, élément de volume, élément de surface, élément d'interface (de gauche à droite)

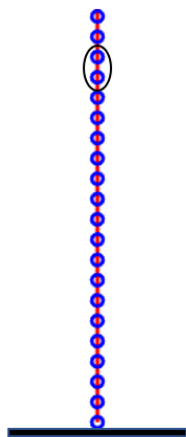


Figure 3.3: Discretisation en élément poutres d'une paroi du réservoir étudié

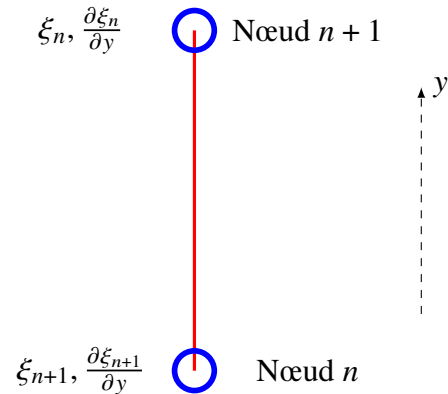


Figure 3.4: Représentation d'un élément poutre avec ces nœuds et DDLs

Dans le cas d'un mouvement de support à la base,  $\ddot{\mathbf{U}}_e$  est le vecteur résultant de la transmission de ce mouvement de support  $u_b(t)$  aux nœuds de la poutre via un vecteur  $\mathbf{I}_x$ . Si le mouvement est horizontal, on a :

$$\ddot{\mathbf{U}}_e = \mathbf{I}_x \ddot{u}_b(t) \quad ; \quad \mathbf{I}_x = \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \\ 0 \end{array} \right\} \quad (3.27)$$

La dimension du vecteur  $\mathbf{I}_x$  est égale à  $2n_s$  avec  $n_s$  le nombre de nœuds dans le domaine solide.

Si les parois sont infiniment rigides (non déformables) alors  $\ddot{\mathbf{U}} = \mathbf{0}$ , donc le vecteur "force" du second membre de l'équation 3.22 se réduit à :  $-\rho_f \mathbf{Q} \ddot{\mathbf{U}}_e$  ou  $-\rho_f \mathbf{Q} \mathbf{I}_x \ddot{u}_b(t)$

La matrice de "masse"  $\mathbf{G}$  est un assemblage des matrices élémentaires  $\mathbf{G}_e$  (équation 3.28) dues à la discrétisation de la condition d'onde de surface linéarisée (équation 3.10).

$$\mathbf{G}_e = \int_{\Gamma_{S_e}} N^{(s)T} \frac{1}{g} N^{(s)} d\Gamma_{S_e} \quad (3.28)$$

$\Gamma_{S_e}$  est un élément linéique de la surface libre, et  $N^{(s)}$  sont les fonctions de forme des éléments utilisés pour la discrétisation de cette surface. Elles sont données, dans le cas des éléments linéaires, par :

$$N_1^{(s)}(x) = \frac{x - x_2}{x_1 - x_2}$$

$$N_2^{(s)}(x) = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Ils correspondent aux polynômes de Lagrange. L'expression 3.28 correspond à une matrice masse répartie [97]. La matrice de "rigidité"  $\mathbf{L}$  est issue de la discrétisation de l'opérateur Laplacien. L'expression de la matrice élémentaire est :

$$\mathbf{L}_e = \int_{\Omega_e} \nabla N^{(p)T} \nabla N^{(p)} d\Omega_e \quad (3.29)$$

La matrice  $\mathbf{Q}$  permet de lier les accélérations des parois du réservoir aux pressions du liquide à l'interface fluide-structure. Elle provient de la discrétisation de la condition aux limites sur les parois (équation :3.14).

La matrice élémentaire  $\mathbf{Q}_e$  s'écrit sous forme :

$$\mathbf{Q}_e = \int_{\Gamma_{I_e}} N^{(I)T} N^{(b)} \mathbf{n} d\Gamma_{I_e} \quad (3.30)$$

avec  $\Gamma_{I_e}$  est l'élément d'interface de normale  $\mathbf{n}$ .  $N^{(I)}$  et  $N^{(b)}$  sont les fonctions de formes utilisées pour l'interpolation de la pression et des déplacements, respectivement, sur cette interface. Les fonctions  $N^{(b)}$  sont données dans l'équation 3.25 et les fonctions de formes des éléments d'interface sur le maillage fluide sont :

$$N_1^{(I)}(y) = \frac{y - y_2}{y_1 - y_2}$$

$$N_2^{(I)}(y) = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

Les expressions des matrices élémentaires de masse et de rigidité respectivement  $\mathbf{M}_e$  et  $\mathbf{K}_e$  pour une masse volumique  $\rho_s$  et une section  $S$  constantes, sont données comme suit :

$$\mathbf{M}_e = \rho_s A_w \int_{H_s^e} N^{(b)T} N^{(b)} dy \quad (3.31)$$

Pour un moment quadratique  $I$  et un module d'élasticité  $E$  constants :

$$\mathbf{K}_e = EI \int_{H_s^e} \frac{d^2 N^{(b)T}}{dy^2} \frac{d^2 N^{(b)}}{dy^2} dy \quad (3.32)$$

**Remarque 1**

Dans le présent travail on considère le modèle de masses concentrées. Dans le cas des poutres, on attribue la moitié de la masse totale de l'élément à chacun de ses deux nœuds. Le cas des masses concentrées permet d'obtenir des matrices diagonales, contrairement au cas des masses cohérentes, où les matrices sont symétriques, mais non diagonales. Ce concept de masse cohérente, répandu en modélisation des structures, sera exploité ici pour le fluide [Zienkiewicz]. Les matrices  $\mathbf{M}_e$  et  $\mathbf{G}_e$  sont alors écrites comme suit :

$$\mathbf{M}_e = \frac{1}{2}\rho_s A_w L \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\text{diag}(\mathbf{G}_e) = \frac{1}{g} \int_{\Gamma_{Se}} N^{(S)T} d\Gamma_{Se} \quad (3.34)$$

Pour le cas d'éléments de surface fluide de type linéaire on a :

$$\mathbf{G}_e = \frac{L}{g} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Remarque 2**

La formulation présentée ici ne fait pas ressortir l'amortissement du système. Dans tout système en vibrations, forcées ou libres, l'amortissement est un phénomène difficile à comprendre. Les modèles les plus couramment utilisés sont l'amortissement visqueux linéaire et les modèles d'amortissement hystérétique linéaire. Dans cette section, on s'intéresse plus à la formulation simplifiée et condensée de l'IFS, les expressions du système couplé seront obtenues sans prendre en compte les matrices d'amortissement. Au besoin, un amortissement visqueux de type *Rayleigh* pourrait être ajouté.

**Écriture du système couplé**

Le couplage des deux sous-systèmes algébriques 3.23 et 3.22 avec une accélération de support (équation 3.27), donne le système couplé sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \rho_f \mathbf{Q} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{U}} \\ \ddot{\mathbf{P}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & -\mathbf{Q}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{P} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M} \\ -\rho_f \mathbf{Q} \end{bmatrix} \mathbf{I}_x \ddot{u}_b(t) \quad (3.35)$$

**3.2 Réponse en fréquences**

Le système couplé 3.35 se met sous forme 3.36 pour chercher la réponse en fréquence pour une accélération de support d'amplitude unitaire  $\ddot{u}_b = 1 \text{ m/s}^2$  et de fréquence angulaire (pulsation)  $\omega$ , comme suit :

$$\left( \begin{bmatrix} \mathbf{K} & -\mathbf{Q}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{L} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \rho_f \mathbf{Q} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{P} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M} \\ -\rho_f \mathbf{Q} \end{bmatrix} \mathbf{I}_x \quad (3.36)$$

### 3.3 Cas d'étude et validation du modèle

À ce stade, les systèmes d'équations régissant la problématique du ballonnement simplifié sont posés, et la discrétisation des équations est établie. On passe alors à la mise en application pour modéliser un cas de réservoir bidimensionnel. Dans ce qui suit, les modèles fluide et structure sont d'abord validés sans la prise en compte de l'interaction fluide-structure. Ensuite le modèle fluide-structure en couplage monolithique sera considéré.

Les systèmes d'équations 3.23, 3.22 et 3.35 ont été codés en scripts *MATLAB* permettant de calculer les modes propres ainsi que les réponses fréquentielles.

#### 3.3.1 Validation du modèle fluide

La figure 3.5 présente la géométrie étudiée, le réservoir bidimensionnel est de largeur de  $570\text{ mm}$  et de hauteur d'eau de  $150\text{ mm}$ , les parois et les fondations étant supposées rigides. Les dimensions sont reprises d'une étude expérimentale de *Liu et al.* [15].

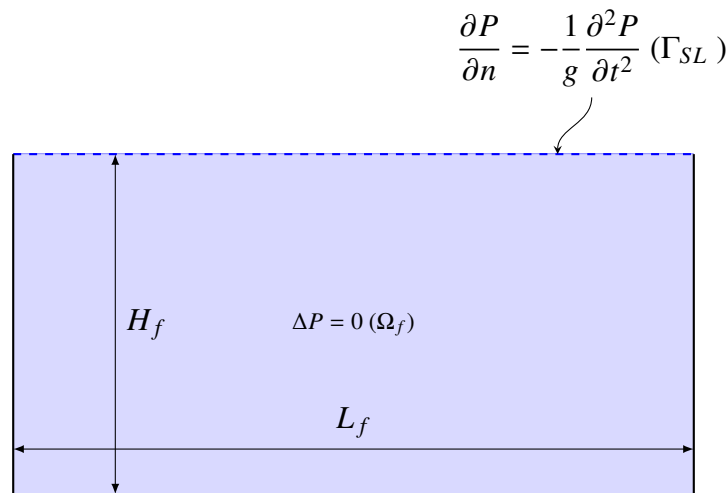


Figure 3.5: Schéma du cas étudié présentant les dimensions ainsi que les équations gouvernantes

Le maillage adopté pour le calcul du cas présenté consiste en une grille de  $100 * 27$  éléments quadrangulaires linéaires (éléments Q4).

La résolution du problème aux valeurs propres associé à l'équation 3.22 (sans second membre), permet de déterminer les fréquences propres du ballonnement du liquide (tableau 3.1) et les déformées de la surface libre correspondantes (figure 3.6).

Le tableau 3.1 compare les valeurs des fréquences propres de ballonnement obtenues avec le code développé et celles issues de la solution analytique de *Faltinsen* (équation 3.37) [14]. L'erreur relative entre les deux résultats permet de montrer que le présent modèle donne de très bons résultats par rapport à la solution analytique. En effet, cette erreur est comprise entre 0 et 0.73‰.

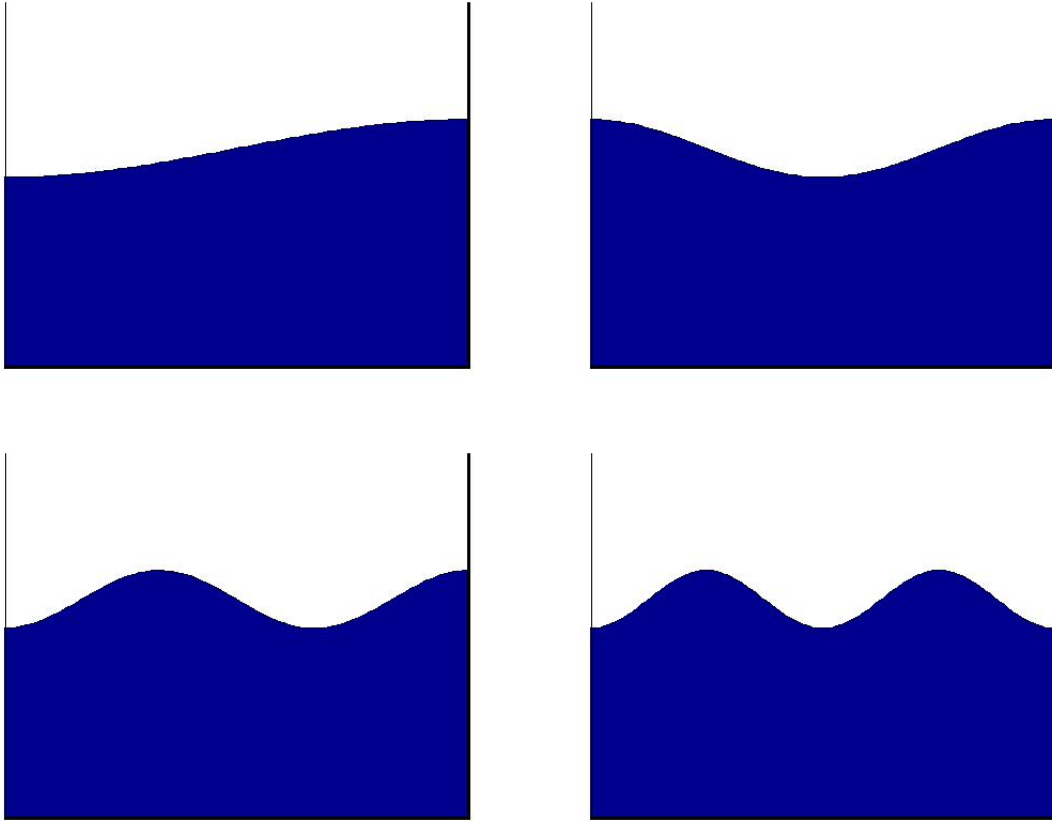


Figure 3.6: Représentation des quatre premiers modes de ballotement issus du modèle simplifié

Table 3.1: Valeurs des pulsations propres de ballotement issues du modèle simplifié en comparaison avec les valeurs analytiques

N mode	Fréquence modèle simplifié (Hz)	Fréquence solution analytique (Hz)	Erreur relative (%)
1	0.9641	0.9641	0
2	1.5955	1.5954	0.06
3	2.0128	2.0125	0.14
4	2.3374	2.3367	0.29
5	2.6162	2.6148	0.53
6	2.8665	2.8644	0.73

$$\omega_n = \sqrt{g \frac{n\pi}{L_f} \tanh\left(\frac{n\pi}{L_f} H_f\right)} \quad (3.37)$$

L'équation 3.37 permet de calculer la  $n^{\text{ième}}$  pulsation propre du ballotement. Pour des valeurs paires de  $n$ , les modes qui leur correspondent sont dits *modes symétriques*, tandis que pour des valeurs impaires de  $n$ , les modes correspondants sont dits *modes antisymétriques*. La symétrie est observée selon l'axe vertical qui passe par le milieu du réservoir.

Comme on peut le voir sur les résultats pour les quatre premiers modes propres présentés dans la figure 3.6, le 1<sup>er</sup> et 3<sup>ème</sup> modes (modes impairs) sont des modes antisymétriques, il y a une surélévation de la surface libre sur l'une des parois et un abaissement sur l'autre. Cependant, les modes 2 et 4 (modes pairs) qui sont des modes symétriques présentent la même fluctuation du liquide sur chacune des parois du réservoir.

### 3.3.2 Validation du modèle structure

Dans cette partie et afin de valider le modèle de la structure présenté ci-dessus, on réalise un exemple d'application qui consiste en une poutre encastree libre comme montré sur la figure 3.7.

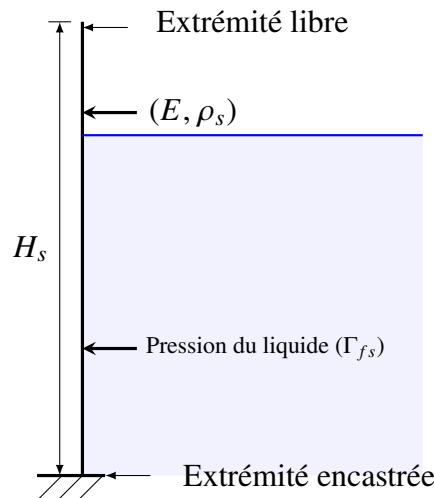


Figure 3.7: Chargement sur une paroi du réservoir étudié : Poutre encastree/libre

Les valeurs caractéristiques du matériau et des dimensions utilisés sont regroupées dans le tableau 3.2.

Table 3.2: Paramètres utilisés pour la validation de la réponse de la paroi

Grandeur	Symbole	Valeur
Masse volumique du réservoir	$\rho_s$	$1420 \text{ kg/m}^3$
Module de Young	$E$	$50 \text{ MPa}$
Épaisseur de la paroi	$t_w$	$2 \text{ cm}$
Hauteur de la paroi	$H_s$	$30 \text{ cm}$

La paroi du réservoir est discrétisée en 20 éléments poutres. Le calcul des fréquences et modes propres a été réalisé en considérant l'équation 3.23 sans chargement externe. Les résultats obtenus sont comparés à une solution analytique qu'on peut retrouver dans l'ouvrage de *Blevins* [18].

La figure 3.8, représente la forme des six premiers modes propres de la paroi.

Les fréquences propres de vibration de la paroi du réservoir sont représentées sur le tableau 3.3. La comparaison entre les valeurs obtenues par le présent modèle avec les valeurs issues de la solution



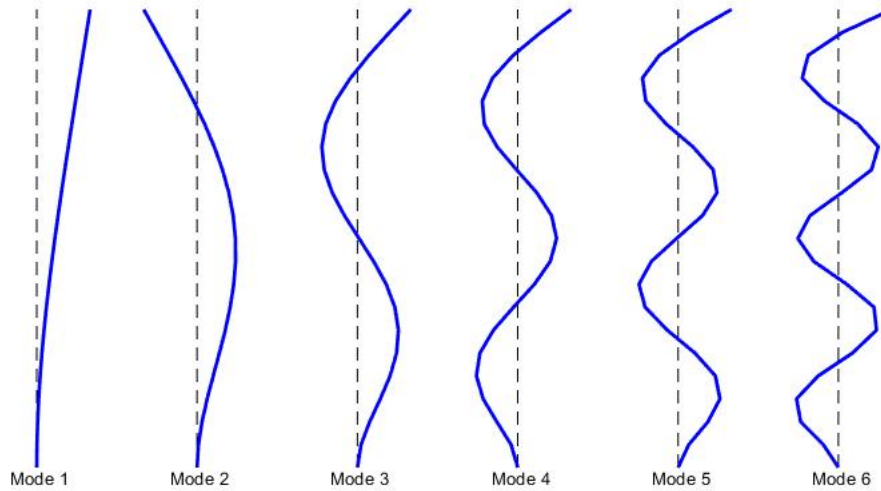


Figure 3.8: Représentation des six premiers modes de vibration de la paroi

analytique de *Blevins* [18], montre une excellente concordance entre les deux résultats en termes de précision. En effet, l'erreur relative pour les six premières fréquences propres calculées est inférieur à 0.1‰.

Table 3.3: Valeurs des fréquences propres de vibration de la poutre issues du modèle proposé et de la solution analytique [18]

N° mode	Fréquence modèle simplifié (Hz)	Fréquence solution analytique (Hz)	Erreur relative (‰)
1	6.7356	6.7361	0.074
2	42.2028	42.2144	0.275
3	118.1481	118.2016	0.453
4	231.4810	231.6279	0.634
5	382.5853	382.8976	0.815
6	571.4121	571.9828	0.998

### 3.3.3 Validation du système couplé fluide-structure

Maintenant que le modèle sans couplage est validé pour le fluide et pour le solide, on propose de valider le modèle du système couplé fluide-structure avec le calcul des fréquences propres (résolution de l'équation 3.36 sans second membre). On procède à une comparaison avec les résultats du modèle sans couplage, et pour cela on considère des parois à très grand module de Young.

Le tableau 3.4 montre les résultats des fréquences propres du ballonnement tenant compte du couplage fluide-structure avec les parois du réservoir, les fréquences propres du ballonnement issues du modèle non couplé ainsi que l'erreur relative par mille entre les deux solutions.

Comme le montre bien les résultats présentés dans le tableau 3.4 les valeurs des fréquences propres issues de la résolution du système couplé (équation 3.36 sans second membre), sont identiques à celles issues du modèle sans couplage.

Table 3.4: Comparaison des fréquences propres du ballonnement issues du modèle couplé en IFS avec celles du modèle non couplé Les parois sont considérées rigides ( $E = 50 \cdot 10^{30}$  MPa)

N° mode	Fréquence modèle simplifié sans couplage (Hz)	Fréquence modèle simplifié avec couplage (Hz)
1	0.9641	0.9641
2	1.5954	1.5954
3	2.0125	2.0125
4	2.3367	2.3367
5	2.6148	2.6148
6	2.8644	2.8644

On propose une deuxième validation du modèle couplé en s'intéressant cette fois aux fréquences hydroélastiques (les fréquences des parois du réservoir en prenant en compte l'effet de l'IFS). Dans ce but, on considère une couche très mince du fluide dans le réservoir (taux de remplissage = 0.1%) pour considérer une influence minimale du fluide et se rapprocher des fréquences propres des parois sans couplage.

Table 3.5: Comparaison des fréquences propres hydroélastiques issues du modèle simplifié couplé en IFS avec celles du modèle non couplé. La hauteur de l'eau est égale à 0.15 mm

N° mode	Fréquence modèle simplifié sans couplage (Hz)	Fréquence modèle simplifié avec couplage (Hz)
1	6.7356	9.4879
2	42.2027	42.2027
3	118.1477	118.1477
4	231.4801	231.4801
5	382.5834	382.5834
6	571.4088	571.4088

Les valeurs rapportées dans le tableau 3.5 montrent que, mis à part de la première valeur, les fréquences propres des parois du réservoir issues du modèle simplifié couplé sont identiques à fréquences issues du modèle sans couplage.

### 3.4 Optimisation du modèle : Réduction des matrices

Nous avons remarqué que le code de calcul développé dans ce chapitre pouvait être optimisé, aussi nous nous sommes intéressés à son amélioration avec une opération de condensation des systèmes d'équations. La condensation de manière globale consiste à représenter le comportement d'un modèle initial avec un modèle exprimé sur un nombre réduit de DDLs (Degrés De Liberté), et cela, grâce au partitionnement de ces derniers (DDLs).

### 3.4.1 Condensation du modèle couplé

L'écriture matricielle du système en interaction fluide structure soumis à une accélération externe  $\ddot{U}_e$  s'écrit comme suit :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & 0 \\ \rho_f \mathbf{Q} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{U}} \\ \ddot{\mathbf{P}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & -\mathbf{Q}^T \\ 0 & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{P} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\mathbf{M} \\ -\rho_f \mathbf{Q} \end{Bmatrix} \ddot{U}_e \quad (3.38)$$

#### 1. Condensation des DDLs de rotation dans la structure

À partir de l'équation du système forcé de la structure (première ligne de l'équation 3.35), on décompose les inconnues sur les DDLs de déplacement et des DDLs de rotation. Ainsi on pourra procéder à la condensation des rotations de la poutre. L'indice  $u$  correspond aux déplacements et l'indice  $r$  correspond aux rotations.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_u \\ \ddot{U}_r \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{ur} \\ \mathbf{K}_{ru} & \mathbf{K}_{rr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_u \\ U_r \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{pu}^T & \mathbf{Q}_{pr}^T \end{bmatrix} \mathbf{P} = - \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{uu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \ddot{U}_e \quad (3.39)$$

De la deuxième ligne de l'équation 3.39, on a :

$$U_r = -\mathbf{K}_{rr}^{-1} \mathbf{K}_{ru} U_u + \mathbf{K}_{rr}^{-1} \mathbf{Q}_{pr}^T \mathbf{P} \quad (3.40)$$

On remplace  $U_r$  dans la première équation du système 3.39, et on obtient :

$$\mathbf{M}_{uu} \ddot{U}_u + [\mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{ur} \mathbf{K}_{rr}^{-1} \mathbf{K}_{ru}] U_u - [\mathbf{Q}_{pu}^T - \mathbf{K}_{ur} \mathbf{K}_{rr}^{-1} \mathbf{Q}_{pr}^T] \mathbf{P} = -\mathbf{M}_{uu} \ddot{U}_e \quad (3.41)$$

D'un autre côté en décomposant la matrice  $\mathbf{Q}$ , la deuxième ligne de l'équation 3.38 devient alors :

$$\mathbf{G} \ddot{\mathbf{P}} + \mathbf{L} \mathbf{P} + \rho_f \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{pu} & \mathbf{Q}_{pr} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_u \\ \ddot{U}_r \end{Bmatrix} = -\rho_f \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{pu} & \mathbf{Q}_{pr} \end{bmatrix} \ddot{U}_e \quad (3.42)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{pu} & \mathbf{Q}_{pr} \end{bmatrix}_{np \times 2ns} \mathbf{I} \ddot{u}_g \quad ; \quad \mathbf{I} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ \vdots \end{Bmatrix}_{2ns}$$

L'équation 3.40 s'applique aussi pour les accélérations :

$$\ddot{U}_r = -\mathbf{K}_{rr}^{-1} \mathbf{K}_{ru} \ddot{U}_u + \mathbf{K}_{rr}^{-1} \mathbf{Q}_{pr}^T \ddot{\mathbf{P}} \quad (3.43)$$

L'équation 3.42 devient :

$$[\mathbf{G} + \rho_f \mathbf{Q}_{pr} \mathbf{K}_{rr}^{-1} \mathbf{Q}_{pr}^T] \ddot{\mathbf{P}} + \mathbf{L} \mathbf{P} + \rho_f [\mathbf{Q}_{pu} - \mathbf{Q}_{pr} \mathbf{K}_{rr}^{-1} \mathbf{K}_{ru}] \ddot{U}_u = -\rho_f \mathbf{Q}_{pu} \ddot{U}_e \quad (3.44)$$

$$\mathbf{Q}_{pu}\ddot{\mathbf{U}}_{eu} = [\mathbf{Q}_{pu}]_{nf \times ns} \mathbf{I}_u \ddot{\mathbf{u}}_g \quad ; \quad \mathbf{I}_u = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \end{Bmatrix}_{ns}$$

Pour des raisons de présentation on pose :

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{K}_{uu} - \mathbf{K}_{ur}\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}_{ru}$$

$$\mathbf{M}^* = \mathbf{M}_{uu}$$

$$\mathbf{G}^* = \mathbf{G} + \rho_f \mathbf{Q}_{pr}\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{Q}_{pr}^T$$

$$\mathbf{Q}^* = \mathbf{Q}_{pu} - \mathbf{Q}_{pr}\mathbf{K}_{rr}^{-1}\mathbf{K}_{ru}$$

Le système fluide-structure avec la condensation des rotations s'écrit alors comme suit :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}^* & \mathbf{0} \\ \rho_f \mathbf{Q}^* & \mathbf{G}^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}_u \\ \ddot{\mathbf{P}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}^* & -\mathbf{Q}^{*T} \\ \mathbf{0} & \mathbf{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_u \\ \mathbf{P} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\mathbf{M}^* \\ -\rho_f \mathbf{Q}_{pu} \end{Bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}_e \quad (3.45)$$

2. **Condensation de la pression dans les nœuds du volume fluide (Pv)** À partir de la deuxième équation du système 3.45, on décompose les nœuds de surface et les nœuds de volume, notés respectivement avec les indices  $s$  et  $v$ , comme suit :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}_{ss}^* & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{P}}_s \\ \ddot{\mathbf{P}}_v \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}_{sv} \\ \mathbf{L}_{vs} & \mathbf{L}_{vv} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_s \\ \mathbf{P}_v \end{Bmatrix} + \rho_f \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{su}^* \\ \mathbf{Q}_{vu}^* \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}_u = -\rho_f \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{su} \\ \mathbf{Q}_{vu} \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{U}}_e \quad (3.46)$$

En prenant la deuxième ligne de l'équation 3.46, on obtient :

$$\mathbf{P}_v = -\mathbf{L}_{vv}^{-1}\mathbf{L}_{vs}\mathbf{P}_s - \rho_f \mathbf{L}_{vv}^{-1}\mathbf{Q}_{vu}^* \ddot{\mathbf{U}}_u - \rho_f \mathbf{L}_{vv}^{-1}\mathbf{Q}_{vu} \ddot{\mathbf{U}}_e \quad (3.47)$$

En remplaçant l'équation 3.47 dans la première ligne de l'équation 3.46, on aura :

$$\begin{aligned} & \mathbf{G}_{ss}^* \ddot{\mathbf{P}}_s + [\mathbf{L}_{ss} - \mathbf{L}_{sv}\mathbf{L}_{vv}^{-1}\mathbf{L}_{vs}] \mathbf{P}_s \\ & + \rho_f [\mathbf{Q}_{su}^* - \mathbf{L}_{sv}\mathbf{L}_{vv}^{-1}\mathbf{Q}_{vu}^*] \ddot{\mathbf{U}}_u = -\rho_f [\mathbf{Q}_{su} - \mathbf{L}_{sv}\mathbf{L}_{vv}^{-1}\mathbf{Q}_{vu}] \ddot{\mathbf{U}}_e \end{aligned} \quad (3.48)$$

On pose :

$$\mathbf{G}^{**} = \mathbf{G}_{ss}^*$$

$$L^* = L_{ss} - L_{sv}L_{vv}^{-1}L_{vs}$$

$$Q_A^* = Q_{su}^* - L_{sv}L_{vv}^{-1}Q_{vu}^*$$

$$Q_B^* = Q_{su} - L_{sv}L_{vv}^{-1}Q_{vu}$$

L'équation 3.48 se simplifie alors comme suit :

$$G^{**}\ddot{P}_s + L^*P_s + \rho_f Q_A^* \ddot{U}_u = -\rho_f Q_B^* \ddot{U}_e \quad (3.49)$$

On décompose maintenant la pression dans la première ligne de l'équation 3.45 :

$$M^* \ddot{U}_u + K^* U_u - [Q_{su}^{*T} \quad Q_{vu}^{*T}] \begin{Bmatrix} P_s \\ P_v \end{Bmatrix} = -M^* \ddot{U}_e \quad (3.50)$$

On remplace  $P_v$  par son expression (3.47) :

$$\begin{aligned} [M^* + \rho_f Q_{vu}^{*T} L_{vv}^{-1} Q_{vu}^*] \ddot{U}_u + K^* U_u + [-Q_{su}^{*T} + Q_{vu}^{*T} L_{vv}^{-1} L_{vs}] P_s \\ = -[M^* + \rho_f Q_{vu}^{*T} L_{vv}^{-1} Q_{vu}^*] \ddot{U}_e \end{aligned} \quad (3.51)$$

Pour simplifier l'écriture, posons :

$$M_A^* = M^* + \rho_f Q_{vu}^{*T} L_{vv}^{-1} Q_{vu}^*$$

$$M_B^* = M^* + \rho_f Q_{vu}^{*T} L_{vv}^{-1} Q_{vu}^*$$

$$Q_C^* = -Q_{su}^{*T} + Q_{vu}^{*T} L_{vv}^{-1} L_{vs}$$

L'équation 3.51 s'écrit alors :

$$M_A^* \ddot{U}_u + K^* U_u + Q_C^* P_s = -M_B^* \ddot{U}_e \quad (3.52)$$

Enfin, l'écriture matricielle du système aux matrices condensées est présentée comme suit (équation 3.53) :

$$\begin{bmatrix} M_A^* & 0 \\ \rho_f Q_A^* & G^{**} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_u \\ \ddot{P}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K^* & Q_C^* \\ 0 & L^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_u \\ P_s \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} M_B^* \\ \rho_f Q_B^* \end{bmatrix} \ddot{U}_e \quad (3.53)$$

En considérant un problème de vibrations libres d'un système fluide-structure, on obtient à partir de l'équation 3.53 et en omettant son deuxième membre, le système algébrique suivant (équation 3.54) :

$$\left( \begin{bmatrix} \mathbf{K}^* & \mathbf{Q}_C^* \\ 0 & \mathbf{L}^* \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_A^* & 0 \\ \rho_f \mathbf{Q}_A^* & \mathbf{G}^{**} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_u \\ \mathbf{P}_s \end{Bmatrix} = 0 \quad (3.54)$$

Le système d'équations obtenu (équation 3.54) permet de chercher les fréquences propres du système fluide-structure, néanmoins, dans sa forme actuelle, il n'est pas symétrique. Pour cela, diverses techniques de symétrisation sont proposées [99]. La technique utilisée dans ce travail est la méthode d'inversement de la matrice masse du fluide. Ainsi, le système d'équations sous forme symétrique finale devient (équations 3.55) :

$$\left( \begin{bmatrix} \mathbf{K}^* - \rho_f \mathbf{Q}_C^* \mathbf{G}^{**^{-1}} \mathbf{Q}_A^* & \rho_f \mathbf{Q}_C^* \mathbf{G}^{**^{-1}} \mathbf{L}^* \\ -\rho_f \mathbf{L}^{*T} \mathbf{G}^{**^{-1}} \mathbf{Q}_A^* & \rho_f \mathbf{L}^{*T} \mathbf{G}^{**^{-1}} \mathbf{L}^* \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_A^* & 0 \\ 0 & \rho_f \mathbf{L}^{*T} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_u \\ \mathbf{V}_s \end{Bmatrix} = 0 \quad (3.55)$$

Avec  $\mathbf{P}_s = \rho_f \omega^2 \mathbf{V}_s$

### 3.4.2 Discussion des résultats du modèle en IFS condensé

Le but ici est de comparer les résultats obtenus par le modèle condensé utilisant les matrices à variables réduites, développé ci-dessus, avec la solution analytique. Les fréquences propres du ballonnement issues de ces deux solutions ainsi que les erreurs entre elles sont exposées dans le tableau 3.6.

Les fréquences propres calculées avec le modèle condensé montrent un excellent accord avec la solution analytique. Donc avec la condensation des matrices, le modèle ne perd pas en performance pour le calcul des fréquences propres du liquide. Comme le montre le tableau 3.6, les fréquences propres retrouvées en utilisant le modèle simplifié avec des matrices condensées sont de mêmes valeurs que celles issues du modèle couplé non condensé.

Table 3.6: Valeurs des fréquences propres de ballonnement issues du modèle simplifié condensé en comparaison avec le modèle simplifié non condensé

N° mode	Fréquence modèle couplé complet (Hz)	Fréquence modèle couplé condensé (Hz)
1	0,9641	0,9641
2	1,5954	1,5954
3	2,0125	2,0125
4	2,3367	2,3367
5	2.6149	2.6148
6	2.8644	2.8644

La réponse fréquentielle issue du modèle réduit (modèle avec les matrices condensées) est parfaitement superposée à la solution issue du modèle complet (modèle avec les matrices non condensées), et les deux correspondent à la solution exacte.

On remarque que seules les fréquences dues aux modes antisymétriques sont captées, et cela est dû au fait que lors d'une sollicitation horizontale, les modes symétriques ne sont pas excités [100].

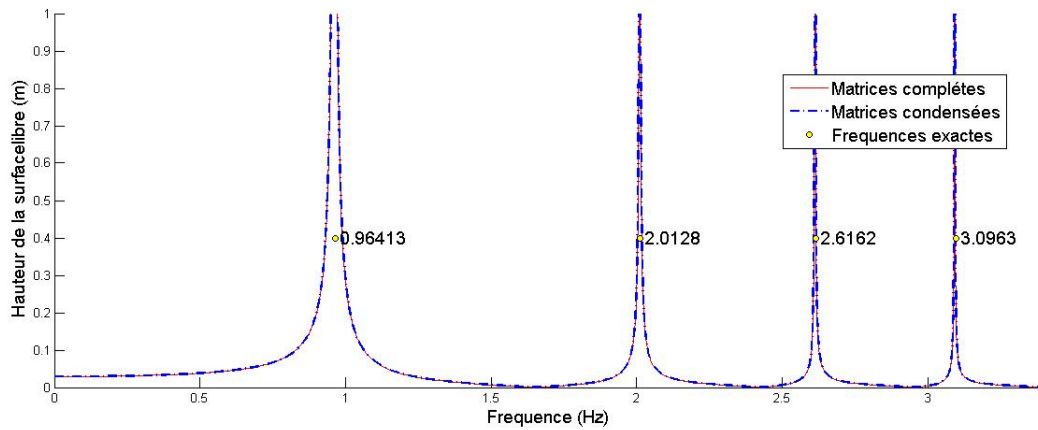


Figure 3.9: Comparaison de l'étude fréquentielle entre le modèle complet et le modèle réduit ainsi que les valeurs de la solution exacte

Dans le but de montrer l'intérêt du modèle condensé par rapport au modèle présentant des matrices complètes, on propose de comparer le temps de calcul du même cas avec les deux modèles.

- Temps de calcul de la réponse fréquentielle dans le cas des matrices complètes :

$$T_f = 389.38 \text{ s}$$

- Temps de calcul de la réponse fréquentielle dans le cas des matrices condensées :

$$T_c = 88.33 \text{ s}$$

Le temps de calcul chute considérablement pour le cas du modèle avec les matrices condensées. Le gain en temps de calcul pour ce cas est estimé à :  $301.05 \text{ s}$ , ce qui représente un pourcentage de  $75.57 \%$  par rapport au calcul avec le modèle sans réduction, pour le cas étudié.

Il faut noter que dans ce résultat, le temps de calcul prends en compte le temps de la construction des matrices, celui de leur condensation (pour le cas du modèle avec les matrices condensées) ainsi que du temps de calcul de l'étude fréquentielle.

### 3.4.3 Effet de la flexibilité des parois sur les fréquences du liquide

Afin de visualiser l'effet de la flexibilité des parois du réservoir sur les fréquences propres dans le liquide, on propose de faire une étude fréquentielle sur le modèle simplifié en couplage fluide-structure et matrices condensées. Dans ce cas le module de Young des parois du réservoir est  $E = 0.5 \text{ MPa}$ .

La figure 3.10 montre la réponse fréquentielle du système couplé et condensé pour un réservoir à parois flexibles  $E = 0.5 \text{ MPa}$  tracée avec la courbe continue, ainsi que les fréquences retrouvées pour des parois rigides représentées avec les points jaunes.

Comme on peut le voir sur la figure 3.10, la flexibilité des parois tend à diminuer les valeurs des fréquences du ballonnement.

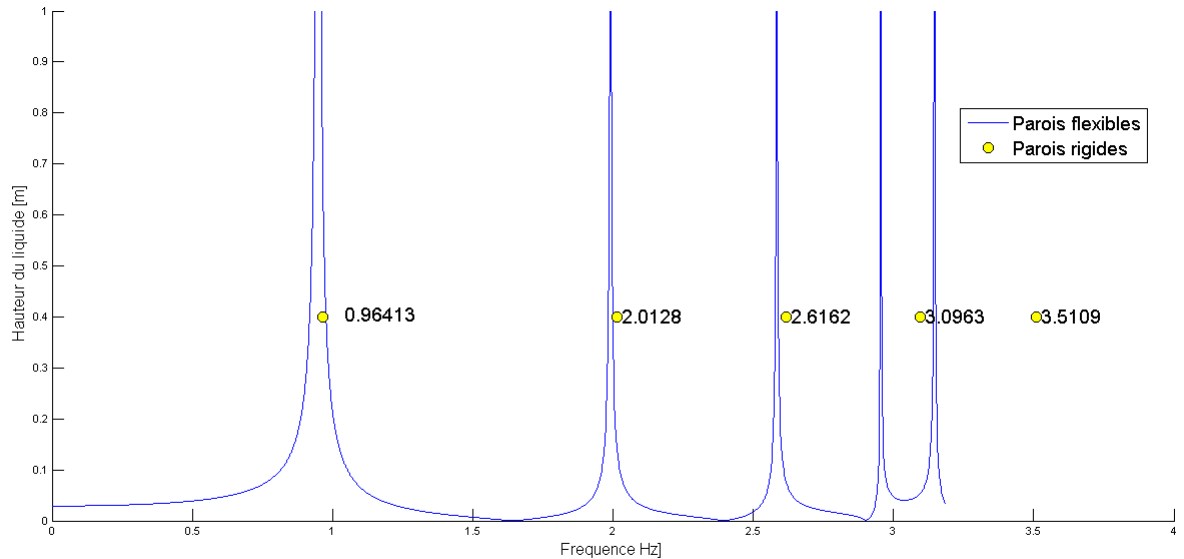


Figure 3.10: Comparaison de la réponse fréquentielle entre un cas avec des parois flexibles avec les valeurs du cas rigide

### 3.5 Bilan

Ce chapitre a permis de mettre en place un modèle pour l'étude du cas du ballonnement linéaire avec une approche monolithique d'interaction fluide-structure. Il a également permis de présenter une méthode d'optimisation du code de calcul utilisé grâce à une opération de condensation des systèmes d'équations. Ainsi, le modèle initial est réécrit avec un nombre réduit de DDLs (Degrés De Liberté). Le modèle simplifié est d'abord validé sans prendre en compte le couplage entre la masse liquide et les parois. La validation est effectuée avec une comparaison des fréquences propres du ballonnement et celles des parois par rapport à des solutions analytiques. par la suite le modèle couplé est validé à son tour. Une étude de la réponse fréquentielle du système étudié est réalisée, aussi l'effet de la flexibilité des parois sur cette réponse est étudié. Cette dernière a pu montrer que la flexibilité des parois du réservoir étudié tendent à diminuer les fréquences du ballonnement dans le liquide.

Il a aussi été montré que l'apport principal de la condensation des matrices du système d'équations est le gain notable en temps de calcul. Dans le cas étudié dans le présent chapitre le temps de calcul est diminué de plus de 75% par rapport au modèle initial.





## Chapitre 4

# Modèle CFD en IFS avec un couplage partitionné

### Résumé

L'objectif de ce chapitre est de présenter un modèle numérique permettant d'analyser le ballonnement avec une approche d'interaction fluide-structure, le couplage utilisé est basé sur un schéma partitionné. Ce type de couplage permet d'allouer à chacun des milieux modélisés, fluide et solide, un solveur différent avec un système d'échanges régulier entre les deux codes. À chaque pas de temps les calculs sont faits d'abord pour le solide ensuite pour le fluide avec des inter-échanges d'informations au niveau de l'interface fluide-structure. D'une part, le solveur fluide est basé sur les équations de Navier-Stokes incompressibles en diphasique, et d'autre part le solveur solide est basé sur les équations de l'élasticité linéaire. La discrétisation des équations est réalisée par la méthode des volumes finis. Les équations de Navier-Stokes sont en formulation arbitraire lagrangienne-eulérienne (ALE) et la méthode VOF est adoptée pour le suivi de l'interface air-liquide.

Le modèle est d'abord validé pour les cas de ballonnement linéaire et non linéaire dans un réservoir supposé rigide. Ensuite, l'hypothèse du réservoir rigide est relâchée et les effets du ballonnement du liquide sur la réponse dynamique du réservoir ainsi que les effets de la flexibilité du réservoir sur le ballonnement du liquide sont analysés. Les résultats montrent que la flexibilité des parois du réservoir amplifie l'amplitude du ballonnement et augmente la période des fluctuations de la surface libre. De plus, on montre que le moment fléchissant des parois du réservoir est amplifié par la flexibilité des parois, ce qui provoque en outre un déphasage de la réponse dynamique de la surface libre par rapport au cas de réservoir rigide. Ce chapitre a fait l'objet d'un article de journal [101].

### 4.1 Modélisation numérique d'un réservoir 2D en IFS

La figure 4.1 présente le schéma d'un réservoir partiellement rempli avec les notations utilisées pour la description mathématique. L'origine du repère  $(oxy)$  se situe au centre de la cuve  $(\frac{L_f}{2})$  et au niveau de la surface libre  $H_f$  quand l'eau est au repos  $\eta = 0$ . Les parois du réservoir sont encastrées au niveau de la base et libres à leurs extrémités hautes.

Le réservoir étudié a une longueur  $L_f = 570\text{ mm}$ , une hauteur  $H_s = 300\text{ mm}$ , et l'épaisseur des parois est  $t_w = 2\text{ cm}$ . Il est rempli de liquide jusqu'à une hauteur de  $H_f = 150\text{ mm}$ . Le liquide considéré est de l'eau ayant une masse volumique  $\rho_e = 1000\text{ kg/m}^3$  et une viscosité cinématique de  $\nu_e = 1.003 \cdot 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$ .

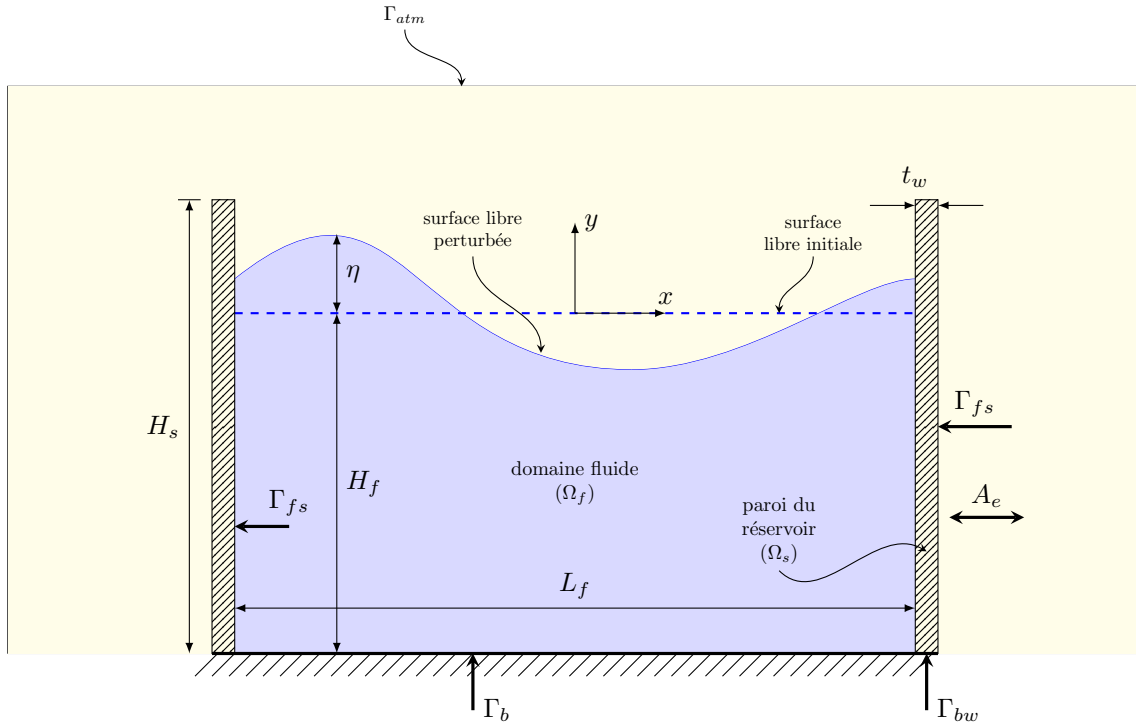


Figure 4.1: Schéma représentant un cas général de ballonnement dans un réservoir rectangulaire en 2D

La fréquence propre du liquide est calculée pour le  $n^{ème}$  mode de ballonnement comme suit [14] :

$$\omega_n = \sqrt{g \frac{n\pi}{L_f} \tanh\left(\frac{n\pi}{L_f} H_f\right)} \tag{4.1}$$

Pour le cas présenté dans ce chapitre, la plus basse fréquence propre est  $\omega_1 = 6.0578\text{ rad/s}$ . Cette fréquence ( $\omega_1$ ) est calculée en remplaçant  $n = 1$  dans l'équation (4.1) et en prenant  $g = 9,81\text{ m/s}$ .

Une accélération harmonique horizontale  $A_e$  est appliquée au réservoir (équation 4.2).

$$\begin{cases} A_e = a \sin(\omega_e t) \\ a = b \omega_e^2 \end{cases} \tag{4.2}$$

Avec  $a$  est l'amplitude de cette excitation.

## 4.2 Équations de la dynamique du fluide et de la structure

### 4.2.1 Équations de la dynamique du fluide

Le comportement du fluide à l'intérieur du réservoir est décrit par les équations de Navier-Stokes diphasique en formulation ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) [71, 69]. Ces équations sont obtenues en combinant les équations de continuité (4.3) et de conservation de quantité de mouvement (4.4) :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (4.3)$$

$$\rho_f \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho_f ((\mathbf{u} - \mathbf{w}) \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla P + \mu \Delta \mathbf{u} + \rho_f (\mathbf{g} + \mathbf{A}_e) + \mathbf{f}_\sigma \quad (4.4)$$

Avec  $\rho_f$  est la masse volumique du fluide,  $t$  est le temps,  $\mathbf{u}$  est la vitesse de l'écoulement,  $\mathbf{w}$  est la vitesse des déplacements du domaine,  $\mathbf{g}$  est l'accélération de la gravité,  $\mathbf{f}_\sigma$  est la force de tension de surface (équation 4.5) et  $\mathbf{A}_e$  est l'accélération due à l'excitation externe (équation 4.2).

L'écoulement étant considéré laminaire dans la configuration étudié, aucun modèle de turbulence n'a été utilisé. La force de la tension superficielle est obtenue à l'aide du modèle CSF (Continuum Surface Force) proposé par *Brackbill* [102, 103]. Cette force est localisée à l'interface liquide-gaz [104] et donnée par la relation suivante :

$$\mathbf{f}_\sigma = \sigma \kappa \nabla \psi \quad (4.5)$$

$\sigma$  est la constante de tension de surface,  $\kappa$  sa courbure et  $\psi$  la fraction volumique du fluide.

Les conditions aux limites et les conditions initiales sur le fluide sont rassemblées dans l'équation 4.6.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{n}} = 0 \quad \text{sur } \Gamma_{atm} \\ \mathbf{u} = 0 \quad \text{sur } \Gamma_b \\ \mathbf{u} = \dot{\boldsymbol{\xi}} \quad \text{sur } \Gamma_{fs} \\ \mathbf{u}(0) = 0 \quad \text{sur } \Omega_f \end{array} \right. \quad (4.6)$$

$\dot{\boldsymbol{\xi}}$  étant la vitesse de la structure. Il s'agit d'une variable inconnue du problème couplé, elle est à déterminer en résolvant l'équation (4.13). Le domaine fluide  $\Omega_f$  est délimité par la frontière ouverte  $\Gamma_{atm}$ , la frontière de fond  $\Gamma_b$  et l'interface fluide-structure  $\Gamma_{fs}$  au niveau des parois du réservoir (figure 4.1).  $\mathbf{u}(0)$  est la valeur de la vitesse initiale du fluide et  $\mathbf{n}$  est le vecteur unitaire normal extérieur à  $\Gamma_{atm}$ .

La vitesse des déplacements du domaine  $\mathbf{w}$  est obtenue par la résolution de l'équation de diffusion (équation 4.7) [77].

$$\nabla \cdot (\theta \nabla \mathbf{w}) = 0 \quad (4.7)$$

Les conditions aux limites pour l'équation de la vitesse du maillage (équation 4.7) sont données comme suit :

$$\begin{cases} \mathbf{w} = 0 & \text{sur } \Gamma_b \cup \Gamma_{atm} \\ \mathbf{w} = \dot{\boldsymbol{\xi}} & \text{sur } \Gamma_{fs} \end{cases} \quad (4.8)$$

Le coefficient de diffusivité  $\theta$  est une fonction de la distance  $d$  entre le centre de la cellule et l'interface  $\Gamma_{fs}$ . Il est donné par la relation 4.9 [105].

$$\theta = \frac{1}{d^2} \quad (4.9)$$

Le couplage pression-vitesse dans les équations de Navier-Stokes est résolu avec l'algorithme PIMPLE [106] qui est une combinaison de PISO (Pressure with Splitting of Operator) et SIMPLE (Semi- Method for Pressure-Linked Equations).

La spécificité d'un modèle de ballottement est la présence d'une surface libre qui doit être suivie à chaque instant. Cela introduit une variable supplémentaire au problème. Dans ce travail la méthode VOF est utilisée pour le suivi temporel et spatial de l'interface air/liquide. Ainsi, la densité du fluide et la viscosité dynamique sont données respectivement par les équations (4.10) et (4.11), [84].

$$\rho_f = \rho_l \psi + \rho_g (1 - \psi) \quad (4.10)$$

$$\mu = \mu_l \psi + \mu_g (1 - \psi) \quad (4.11)$$

avec  $\psi$  est la fraction volumique. Dans l'approche VOF, une équation d'advection pour la fraction volumique  $\psi$  est construite afin de décrire l'évolution de l'interface air/liquide. Cette fraction volumique  $\psi$  est égale à 1 à l'intérieur de la phase liquide avec une densité  $\rho_l$ , et elle est égale à 0 à l'intérieur de la phase gazeuse avec une densité  $\rho_g$ .

Afin de comprimer l'interface air/liquide en une couche mince, une équation de transport modifiée qui consiste à ajouter un terme de compression est utilisée (équation 4.12).

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{u} \psi + \nabla \cdot \mathbf{u}_r (\psi (1 - \psi)) = 0 \quad (4.12)$$

Dans cette équation,  $\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_l - \mathbf{u}_g$  est une vitesse artificielle, dirigée vers la normale et vers l'interface [87], où  $\mathbf{u}_l$  et  $\mathbf{u}_g$  sont respectivement les vitesses du liquide et du gaz.

## 4.2.2 Équations de la dynamique de la structure

De son côté, le réservoir est gouverné par les équations de la dynamique des structures déformables considérées dans le cadre de la théorie de l'élasticité linéaire. Elles sont données, pour des petites déformations, par l'équation 4.13.

$$\rho_s \frac{\partial^2 \boldsymbol{\xi}}{\partial t^2} = -\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_s + \rho_s (\mathbf{g} + \mathbf{A}_e) \quad (4.13)$$

où  $\rho_s$  est la masse volumique du solide,  $\boldsymbol{\xi}$  est le déplacement local de la structure et  $\boldsymbol{\sigma}_s$  est la contrainte solide.

Les conditions aux limites et les conditions initiales sur la structure sont données par les relations suivantes (équations 4.14).

$$\begin{cases} \boldsymbol{\xi} = 0 & \text{sur } \Gamma_{bw} \\ \boldsymbol{\sigma}_s \cdot \mathbf{n} = \boldsymbol{\sigma}_f \cdot \mathbf{n} & \text{sur } \Gamma_{fs} \\ \boldsymbol{\xi}(0) = 0 & \text{sur } \Omega_s \end{cases} \quad (4.14)$$

Où :  $\boldsymbol{\xi}(0)$  la valeur initiale du déplacement,  $\Omega_s$  le domaine solide,  $\Gamma_{bw}$  la base de la paroi,  $\boldsymbol{\sigma}_f$  le tenseur des contraintes fluides,  $\boldsymbol{\sigma}_s$  le tenseur des contraintes solides et  $\mathbf{n}$  le vecteur unitaire normal extérieur à l'interface  $\Gamma_{fs}$ .

La discrétisation du fluide et du solide est réalisée en utilisant la méthode des volumes finis. Cette méthode de discrétisation est basée sur la forme intégrale des équations régissant un volume de contrôle comme détaillé, par exemple, dans [107, 108, 80]. Les termes dérivés dans le temps sont discrétisés en utilisant le schéma d'*Euler implicite*. Le schéma de discrétisation de *Gauss* est utilisé pour les termes de gradient. La *correction linéaire de Gauss* est considérée pour les schémas laplaciens tandis que le schéma de *van Leer* est utilisé pour les termes de divergence.

## 4.3 Algorithme partitionné pour le couplage en Interaction Fluide-Structure

Lors de l'étude du ballonnement en réservoirs flexibles, il est essentiel de prendre en compte l'interaction fluide-structure. Ce phénomène peut être traité par différentes techniques de couplage [109, 110]. Dans la présente étude, l'algorithme de couplage est réalisé avec le code de calcul OpenFOAM. A priori, OpenFOAM ne dispose pas d'un code en Interaction fluide-Structure (IFS) permettant de modéliser un problème faisant intervenir une surface libre. Un solveur fluide diphasique avec un solveur solide basé sur l'élasticité linéaire sont alors couplés. Cela permet de modéliser le phénomène de ballonnement avec une approche d'interaction fluide-structure par un

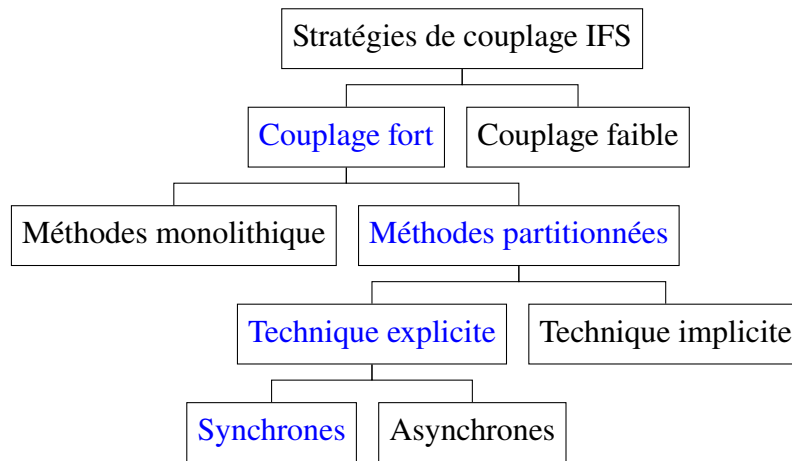


Figure 4.2: Organigramme des stratégies de couplage avec les techniques employées dans ce chapitre colorées en bleu

couplage partitionné. L'organigramme correspondant à ce couplage partitionné explicite est représenté dans la figure 4.2.

À l'interface fluide-structure, la continuité des vitesses (équation 4.15) ainsi que celle des contraintes (équation 4.16) doivent être respectées.

1. Condition cinématique (continuité des vitesses) (équation 4.6)

$$\mathbf{u} = \dot{\boldsymbol{\xi}} \quad \text{sur } \Gamma_{fs} \quad (4.15)$$

2. Condition dynamique (Continuité des contraintes) (équation 4.14)

$$\boldsymbol{\sigma}_s \cdot \mathbf{n} = \boldsymbol{\sigma}_f \cdot \mathbf{n} \quad \text{sur } \Gamma_{fs} \quad (4.16)$$

Une représentation du schéma explicite de l'algorithme de couplage IFS pour chaque pas de temps est donnée dans la figure (4.3).

Initialement, la pression hydrostatique en considérant le liquide au repos est évaluée à partir du solveur fluide. Ensuite, elle est imposée sur la structure à l'interface fluide-structure  $\Gamma_{fs}$ . Les déplacements sont calculés et le maillage fluide est alors modifié suite aux déformations de la structure. Enfin, le fluide est résolu en utilisant l'algorithme PIMPLE pour le couplage pression-vitesse. Cette procédure, sans l'étape d'initialisation, est répétée pour chaque pas de temps jusqu'à la fin de la simulation.

## 4.4 Cas du ballotement linéaire

Dans cette section, le modèle proposé est validé pour un cas de ballotement linéaire. Les résultats sont comparés à la solution analytique donnée par *Faltinsen* [14] dont les équations sont présentées en chapitre 1 (équations 1.1 à 1.6).

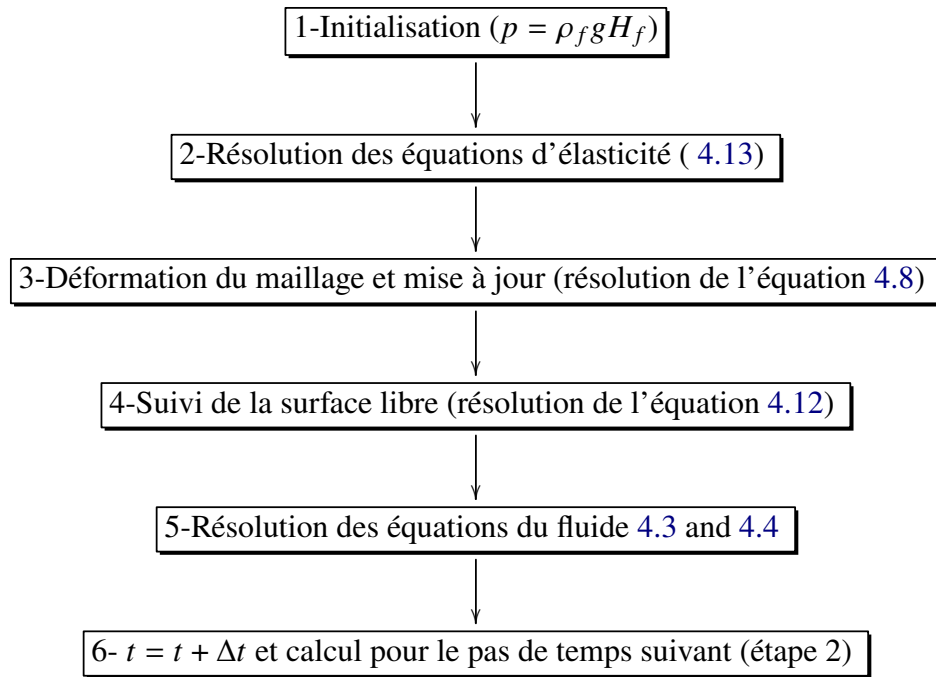
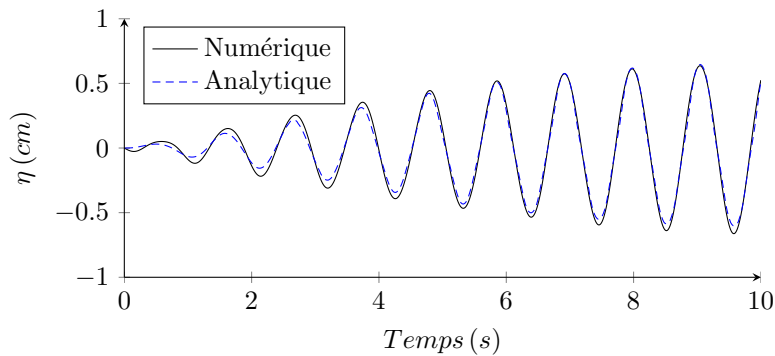


Figure 4.3: Schéma explicite du couplage IFS

La simulation est réalisée pour un cas de ballotement dans un réservoir soumis à une excitation avec une fréquence de  $\omega_e = 0.95 \omega_0$  et une amplitude de déplacement de  $b = 0.4 \text{ mm}$  (équation 4.2). Dans ce cas, malgré que la fréquence de l'excitation imposée  $\omega_e$  soit proche de la fréquence propre du ballotement, celui-ci est linéaire, car l'amplitude de l'excitation est très petite. Lorsque le ballotement est linéaire, cela signifie que le mouvement de la surface libre ne présente aucune discontinuité et reste tout le temps plan [111].

Figure 4.4: Oscillations linéaires de la surface libre pour  $\omega_e = 0.95 \omega_0$  et  $b = 0.4 \text{ mm}$ . Comparaison entre le modèle numérique et la solution analytique [14]

La taille du maillage d'un domaine d'étude doit tenir compte de la qualité des résultats obtenus ainsi que du temps de la simulation. La figure 4.5 montre les résultats d'une comparaison des fluctuations de la surface libre par rapport à la solution analytique pour différentes tailles de maillage.

La figure 4.4 montre les variations de la surface libre  $\eta$  du liquide en fonction du temps, à un point situé à  $2 \text{ cm}$  de la paroi droite (figure 4.6), pendant les 10 premières secondes d'excitation.



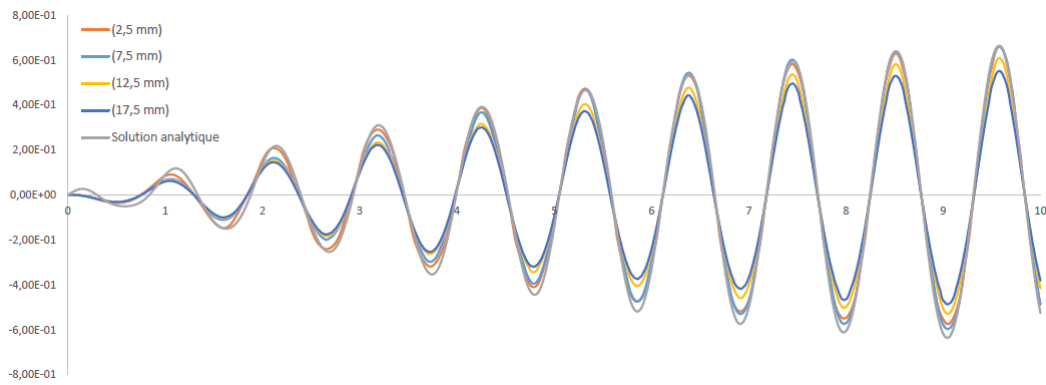


Figure 4.5: Oscillations linéaires de la surface libre. Comparaison entre le modèle numérique et la solution analytique [14]

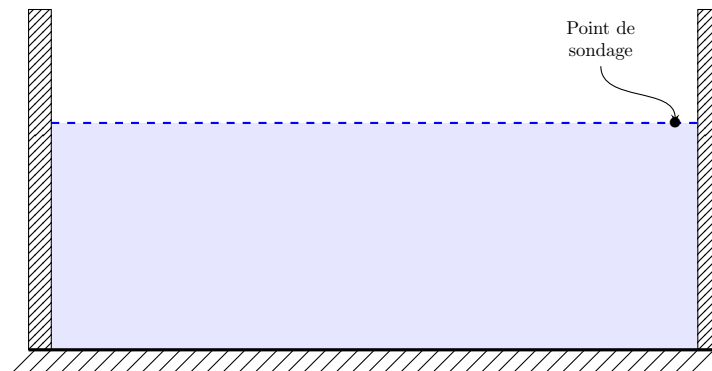


Figure 4.6: Représentation du point de sondage utilisé pour les extractions de la surface libre en fonction du temps

La courbe du résultat issu du modèle numérique présente sur l'ensemble de la simulation un comportement conforme à celui issu de la solution analytique.

## 4.5 Cas du ballotement non-linéaire

Le but ici est de valider le modèle numérique proposé dans ce chapitre pour le cas du ballotement non linéaire, en utilisant comme référence l'expérimentation de *Liu* [15].

Les mêmes paramètres que dans la section 4.4 sont utilisés, à l'exception de la fréquence et de l'amplitude de l'excitation imposée. Celles-ci sont issues de *Liu* [15] respectivement comme suit : la pulsation de l'excitation imposée  $\omega_e$  est égale à la fréquence propre du premier mode de ballotement  $\omega_0$  ( $\omega_e = \omega_0$ ) et l'amplitude de l'excitation  $b = 5 \text{ mm}$ .

La comparaison des fluctuations de la surface libre  $\eta$  en un point du réservoir situé à  $2 \text{ cm}$  de la paroi droite (figure 4.6) est établie entre les résultats du modèle numérique proposé ici, la solution analytique et les résultats expérimentaux.

La superposition des courbes issues des trois solutions est présentée dans la figure 4.7. Il peut être remarqué que les résultats du modèle numérique pour le cas d'un ballotement non linéaire sont très cohérents avec les résultats expérimentaux. De plus, contrairement à la solution numérique, la solution

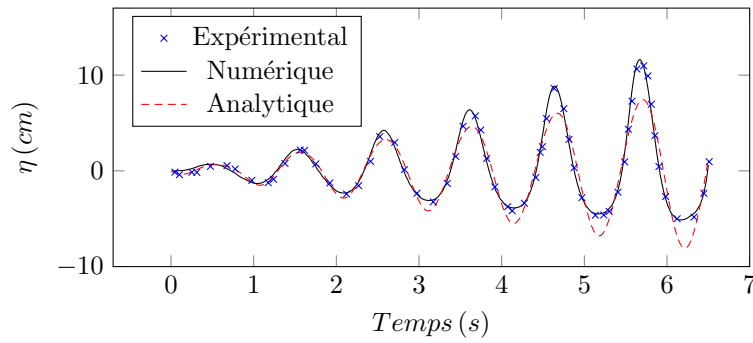


Figure 4.7: Oscillations non linéaires de la surface libre pour  $\omega_e = \omega_0$ , et  $b = 5 \text{ mm}$ . Comparaison entre le modèle numérique, la solution analytique [14] et l'expérimentation [15]

analytique n'est plus valable pour le cas d'un ballonnement non linéaire. En effet, comme le montre la figure 4.7, la courbe de la solution analytique est symétrique par rapport à l'axe passant par la valeur  $\eta = 0$  (la surface libre non perturbée), alors que pour ce cas de la résonance, les pics des vagues sont bien plus importants que les creux.

## 4.6 Réponse dynamique des parois du réservoir

Avant la mise en place du modèle basé sur une approche d'interaction fluide structure, le modèle décrivant la partie structure est d'abord validé en comparaison avec des résultats analytiques. D'un autre côté le tau d'amortissement est minimisé grâce à une étude paramétrique sur le pas de temps.

La discrétisation du terme temporelle des équations d'élasticité (équation 4.13) est effectuée en utilisant le schéma d'Euler au premier ordre. Celui-ci introduit un amortissement numérique dans la discrétisation temporelle des équations de la dynamique des structures [112]. Par conséquent, une étude paramétrique sur le pas de temps est réalisée afin de minimiser ce taux d'amortissement. Pour cela, l'une des parois du réservoir est considérée (le réservoir est supposé vide). La paroi est d'une hauteur de  $H_s = 0.3 \text{ m}$ , épaisseur  $t_w = 0.02 \text{ m}$ , et un module de Young de  $E = 2 \text{ MPa}$ . Elle est soumise à une déformation initiale, puis elle est brusquement relâchée et laissée en vibrations libres. L'étude paramétrique consiste à exécuter une série de simulations pour différents pas de temps, à savoir  $5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ,  $2.5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ,  $1 \cdot 10^{-3} \text{ s}$  et  $5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .

Pour chaque pas de temps, les déplacements en haut de la structure sont calculés. Pour des raisons de bonne visualisation des résultats sur la figure, seulement les courbes des solutions correspondantes au premier cas  $5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$  et au dernier cas  $5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$  sont rapportées sur la figure 4.8.

Le taux d'amortissement numérique est calculé pour chaque cas en utilisant la méthode du décrétement logarithmique.

D'après les résultats, il a été constaté que l'amortissement numérique pour le premier cas ( $\Delta t = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ ) est d'environ  $\zeta = 25.17 \%$ . Par ailleurs, comme le montre la figure 4.9, ce taux diminue avec le décroissement du pas de temps, jusqu'à ce qu'il s'annule à  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ . Cette dernière

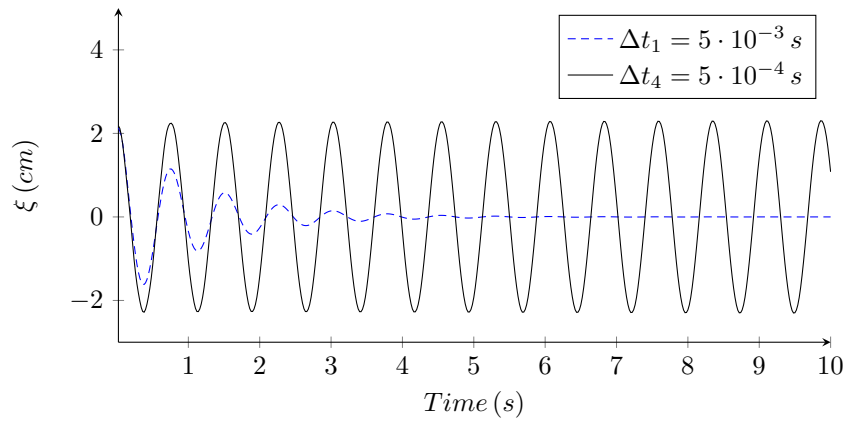


Figure 4.8: Déplacement en haut de la paroi du réservoir en fonction du temps

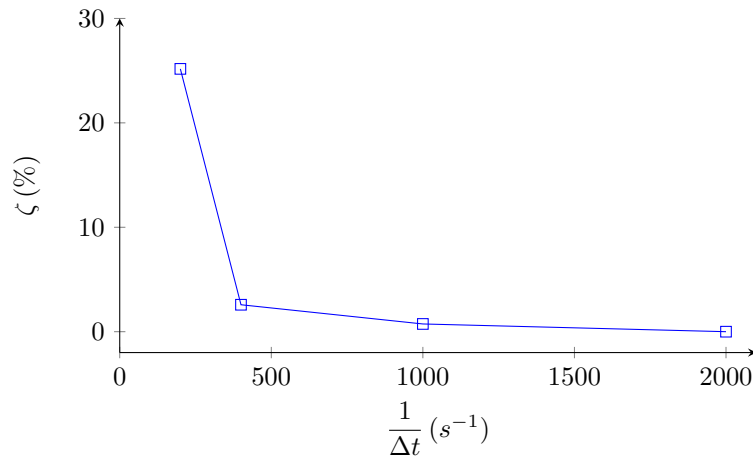


Figure 4.9: Amortissement numérique en fonction de l'inverse du pas de temps

valeur de pas de temps est donc retenue pour la suite de l'étude.

D'un autre côté, une étude fréquentielle est réalisée. Pour cela, la Transformée de Fourier Rapide (FFT) est appliquée au signal temporel des déplacements de la structure. Ainsi, la fréquence propre de la structure  $f_s$  est déterminée. La fréquence propre calculée numériquement avec le présent modèle est  $f_{sn} = 1.33 \text{ Hz}$ . Ce résultat correspond à la valeur de la fréquence propre obtenue avec le calcul analytique  $f_{sa} = 1.34 \text{ Hz}$  donné par la relation 4.17 [18] :

$$f_{sa} = \frac{1.875^2}{2 \pi H_s} \sqrt{\frac{E I}{\rho_s a_s}} \tag{4.17}$$

Dans l'équation 4.17, la constante  $1.875^2$  correspond à  $\sqrt{612 - 96\sqrt{39}}$  qui résulte de la détermination analytique du premier mode propre.  $I$  est le moment d'inertie de la paroi du réservoir et  $a_s$  est la section de la paroi supposée constante. Ce résultat est également confirmé par un calcul sous un logiciel de CAO (Conception Assistée par Ordinateur).

Cette section met en évidence la précision du modèle mis en place pour reproduire la dynamique de la structure. La valeur correcte de la fréquence propre de la structure est obtenue et l'étude de sensibilité au pas de temps a permis d'annuler l'amortissement numérique dû au schéma d'intégration temporelle d'Euler au premier ordre.

## 4.7 Étude de la réponse couplée pour un ballotement linéaire

À ce stade, le modèle est validé pour les cas linéaires et non linéaires de ballotement, d'une part, et pour la réponse dynamique de la structure d'autre part. Cette section est consacrée à l'étude des effets de la flexibilité de la paroi sur le ballotement, et des effets du ballotement de liquide sur la réponse des parois du réservoir pour différents matériaux considérés.

### 4.7.1 Colonne d'eau hydrostatique dans un réservoir à parois flexibles

*Fourey et al.* ont proposé un cas test qui consiste en une colonne d'eau hydrostatique retenue sur une plaque horizontale élastique et deux parois verticales rigides [113]. Initialement, l'eau est considérée être au repos. L'application soudaine de la pression entraîne des vibrations au niveau de la plaque horizontale. Ces vibrations diminuent jusqu'à ce que le système atteigne un état d'équilibre. Ce test est reproduit par [114, 115] pour montrer la précision et la stabilité de leur solveur hydroélastique basé sur la méthode SPH. Dans [116], le même test a été considéré et une solution étendue a été obtenue pour la validation du solveur IFS pour la modélisation des structures en composites.

On propose un cas test inspiré de l'exemple sus-cité, en l'adaptant à notre problématique afin de mieux représenter le phénomène étudié dans ce travail. Pour cela, une colonne d'eau hydrostatique retenue dans un réservoir à fond rigide et à parois verticales élastiques est considérée. Comme les parois de hauteur  $H_s$  sont chargées jusqu'au niveau de liquide  $H_f$ , la flèche élastique maximale peut être calculée à partir de l'expression suivante (équation 4.18). Cette équation peut être obtenue à partir de la théorie des poutres :

$$d_a = \frac{\rho_f g H_f}{120EI} \left( 5H_f^3 H_s - H_f^4 \right) \quad (4.18)$$

L'évolution temporelle du déplacement horizontal calculé au sommet de la paroi gauche du réservoir pour un cas de matériau avec un module de Young  $E = 15MPa$  est tracé sur la figure 4.10. La solution numérique tend vers un état stationnaire de  $5.77\text{ mm}$  de flèche maximale, tandis que la flèche analytique est de  $5,59\text{ mm}$ . Cela correspond à une erreur relative qui ne dépasse pas les 6%.

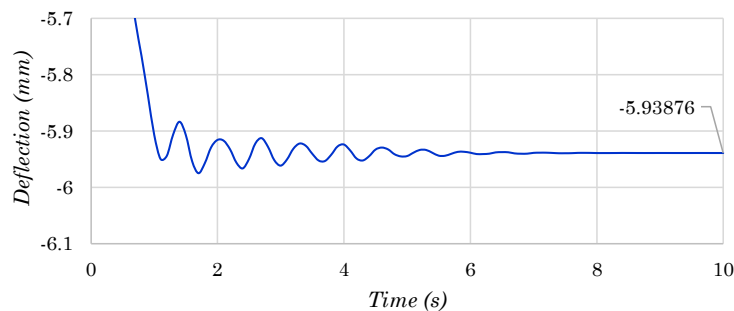


Figure 4.10: La flèche maximale de la paroi du réservoir sous l'effet hydrostatique d'une colonne d'eau

De plus, la réponse temporelle de la pression qui s'exerce au milieu du fond du réservoir, reportée sur la figure 4.10 montre qu'elle fluctue autour de la valeur de la pression hydrostatique et tend vers cette valeur en régime permanent. L'erreur relative entre la pression calculée avec le présent modèle et la pression exacte est de 0,78.

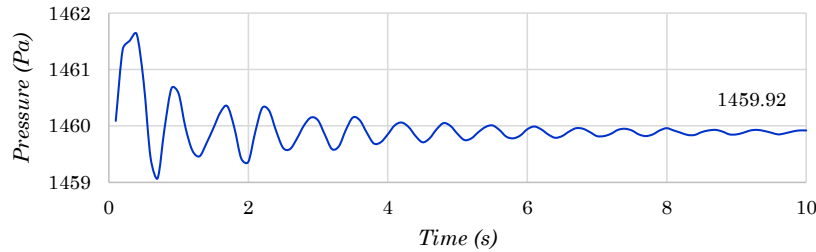


Figure 4.11: La pression au milieu du fond du réservoir sous l'effet hydrostatique d'une colonne d'eau

### 4.7.2 Effet de la flexibilité du réservoir sur la réponse du liquide

Afin de mettre en évidence les effets que peut avoir la flexibilité des parois du réservoir sur le ballotement du liquide, deux cas de matériaux différents sont présentés. Un matériau rigide avec un module de Young de  $E = 15 \cdot 10^{20} \text{ MPa}$  et un matériau flexible avec un module de Young de  $E = 15 \text{ MPa}$  sont considérés. Dans les deux cas, le réservoir est soumis à la même excitation harmonique externe d'amplitude  $b = 0.4 \text{ mm}$  et de fréquence  $\omega_e = 0.83 \omega_0$ . Les élévations de la surface libre, en un point de la cuve situé à  $2 \text{ cm}$  de la paroi droite (figure 4.6), sont reportées sur la figure 4.12 pour les deux cas.

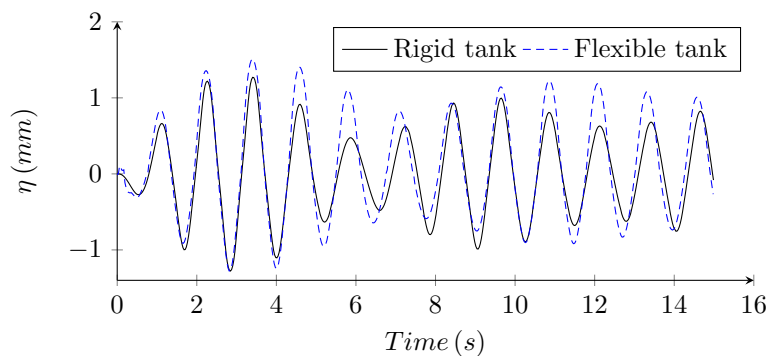


Figure 4.12: Comparaison des réponses temporelles de l'élévation de la surface libre pour les réservoirs rigide et flexible, à  $2 \text{ cm}$  de la paroi droite pour  $\omega_e = 0,83 \omega_0$  et  $b = 0,4 \text{ mm}$

Ce résultat présente des différences nettes entre les courbes des deux cas. La courbe représentant le cas flexible présente des pics plus importants que ceux du cas rigide. Un déphasage est également remarqué entre eux.

Le tableau 4.1 résume les valeurs maximales de l'élévation de surface libre  $\eta_{max}$  et de la période de l'enveloppe d'onde  $T$  pour les cas flexibles et rigides ainsi que les différences relatives entre les deux cas pour  $\eta_{max}$  et  $T$ .

Tableau 4.1: Comparaison des élévations maximales de la surface libre ( $\eta_{max}$ ) et de la période de l'enveloppe d'onde  $T$ , pour un réservoir rigide et flexible

	$\eta_{max}$ (mm)	$T$ (s)
Réservoir rigide	1.27	6.22
Réservoir flexible	1.51	7.49
Différence (%)	18.98	20.42

Selon l'analyse des résultats, deux différences principales peuvent être notées. Premièrement, l'amplitude du ballotement pour un réservoir flexible est supérieure à celle d'un réservoir rigide avec un taux de 18.98 %. Deuxièmement, la période de l'enveloppe de l'onde est allongée pour le réservoir flexible jusqu'à  $T = 7.49$  s, contre  $T = 6.22$  s pour le cas de réservoir rigide, ce qui fait une différence de 20.42 % entre les deux cas. Le résultat concernant l'allongement de la période dû à la flexibilité est également obtenu par [24].

Afin de confirmer la précision de la valeur de la période de l'enveloppe d'onde, un calcul analytique est réalisé pour le cas d'un réservoir rigide, en utilisant la formule suivante (équation 4.19) [24] :

$$T_{analytique} = \frac{2\pi}{|\omega_e - \omega_0|} \quad (4.19)$$

L'équation 4.19 est déduite de l'expression bien connue de la fréquence de l'enveloppe d'onde. Cette expression est également utilisée par [42] pour la discussion de leurs résultats. La valeur analytique de cette période est égale à 6.22 s et correspond à la valeur obtenue numériquement pour le cas d'un réservoir rigide. Ces résultats révèlent un impact significatif de la flexibilité des parois du réservoir sur la réponse oscillatoire du fluide dans le réservoir.

### 4.7.3 Effet du ballotement sur la déformation des parois du réservoir

Le déplacement au sommet des parois du réservoir et le moment fléchissant à la base sont les deux principaux paramètres de réponse sélectionnés pour analyser le comportement dynamique du réservoir sous les effets de couplage fluide structure. L'évolution temporelle des déplacements au niveau de la paroi gauche du réservoir est représentée sur la figure 4.13, pour les deux cas de parois :  $E = 150$  MPa et  $E = 15$  MPa.

Au début de la simulation ( $t < 1$  s), la réponse présente des vibrations fortes et de grandes amplitudes et fréquences. Ce phénomène est également remarqué dans [113]. Il a été conclu qu'il est difficile de réduire ces vibrations et que des analyses supplémentaires sont encore nécessaires. Ce phénomène dépasse le cadre de la présente étude, et les premiers instants de simulation ne sont pas présentés ici. Ainsi l'attention sera portée sur les effets de la flexibilité des parois du réservoir.

On peut remarquer à partir de la figure 4.13 que pour chacun des deux cas rigide et flexible, les déplacements au sommet de la paroi oscillent autour de la flèche statique de ce cas (la courbe fluctue autour de sa position d'équilibre qui a une valeur négative et non pas nulle. Ceci est dû à l'effet

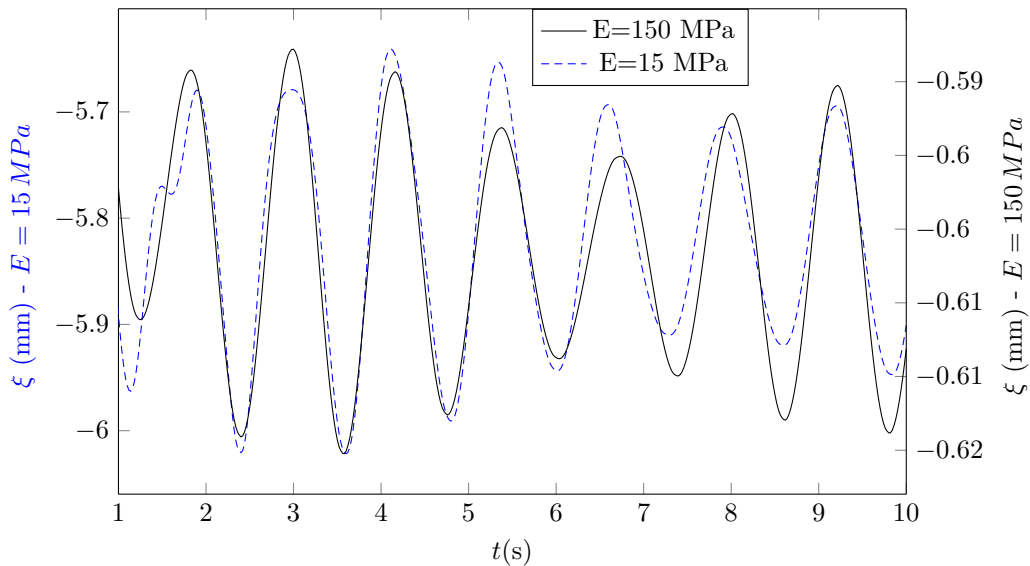


Figure 4.13: Comparaison de la réponse temporelle des déplacements en haut de la paroi gauche pour deux matériaux,  $E = 15 \text{ MPa}$  (axe gauche) et  $E = 150 \text{ MPa}$  (axe droit)

de la pression hydrostatique). Conformément aux valeurs du module de Young, la réponse globale du réservoir flexible est 10 fois supérieure à celle du cas rigide, ce résultat est évident et attendu. Les flèches statiques calculées numériquement sont de  $5.75 \text{ mm}$  et  $0.575 \text{ mm}$ , respectivement pour les cas flexible et rigide. Ces valeurs sont pratiquement les mêmes que les valeurs analytiques correspondantes, issues de l'équation 4.19 qui sont :  $5.59 \text{ mm}$  et  $0.559 \text{ mm}$ .

Le moment fléchissant est l'un des paramètres les plus importants à prendre en compte lors de l'étude des structures, en particulier à des fins de dimensionnement. Une recherche bibliographique sur le moment fléchissant s'exerçant sur les parois d'un réservoir, n'a révélé aucun résultat sur le calcul de ce paramètre en fonction du temps en présence du ballotement. Sur la figure 4.14 est tracée l'évolution temporelle du moment fléchissant au niveau de la base de la paroi du réservoir calculé en tenant compte de l'effet du ballotement.

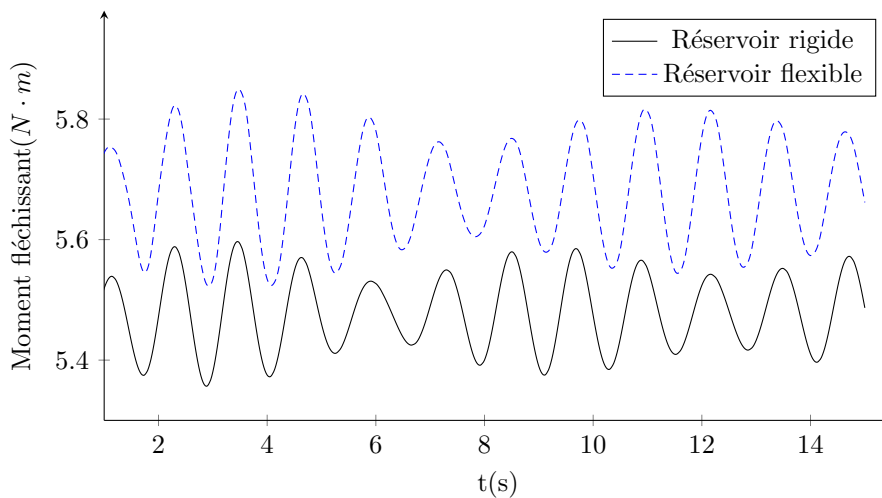


Figure 4.14: Moment fléchissant en fonction du temps au fond de la paroi du réservoir en tenant compte de l'effet du ballotement

Comme on peut le voir sur la figure 4.14, la courbe du moment fléchissant possède la même forme que les fluctuations de la surface libre (figure 4.12). La valeur moyenne du moment fléchissant pour le cas du réservoir à matériau rigide est égale à  $5.47 Nm$  et  $5.68 Nm$  pour le cas flexible. Le moment fléchissant engendré par la pression hydrostatique dans un réservoir rigide est calculé analytiquement et retrouvé égal à  $5.518 Nm$ . Ce qui correspond à un écart relatif de seulement  $0.87\%$ . Pour mieux mettre en évidence les différences de phase et d'amplitude entre les deux courbes, elles sont décalées vers une valeur moyenne nulle et tracées sur la figure 4.15.

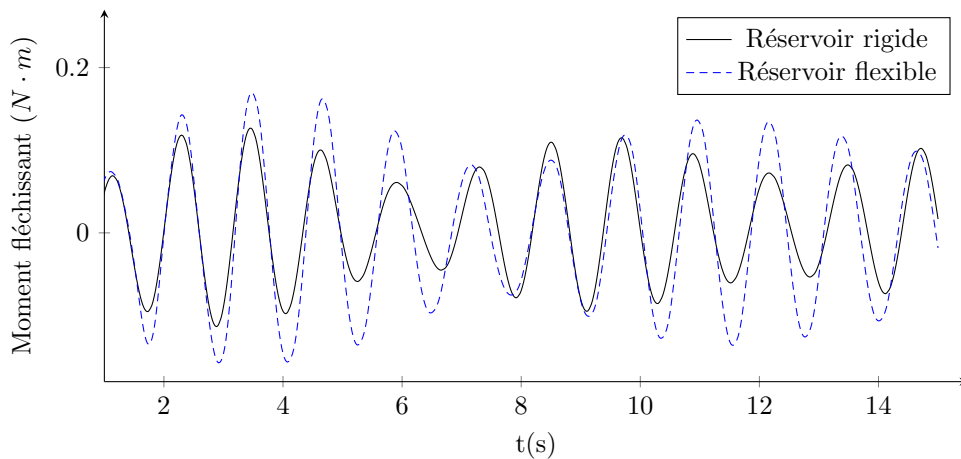


Figure 4.15: Comparaison de la réponse du moment fléchissant après soustraction de la valeur moyenne pour le cas rigide et flexible

Les résultats ont montré que les périodes de la réponse de la paroi du réservoir sont les mêmes que les périodes des fluctuations de la surface libre  $T = 6,22 s$  pour le réservoir rigide et  $T = 7,49 s$  pour le réservoir flexible. On constate également que les amplitudes sont plus élevées pour le cas de réservoir flexible. Une différence d'environ  $20.42\%$  est constatée en comparant les valeurs maximales des deux cas. Ce résultat est en adéquation avec les résultats de *Ghaemmaghami et al.* [117].

## 4.8 Étude de la réponse couplée pour un ballotement non linéaire

Un modèle expérimental présenté dans [16] est reproduit numériquement à l'aide du présent modèle. Les dimensions intérieures du réservoir rectangulaire sont :  $L_f = 600 mm$  de longueur,  $H_s = 650 mm$  de hauteur et  $H_f = 90 mm$  de niveau de remplissage. Le réservoir est soumis à une excitation horizontale sinusoïdale d'amplitude égale à  $7 mm$  et d'une fréquence égale à la fréquence de résonance du premier mode propre de ballotement de ce réservoir.

Afin d'examiner qualitativement les caractéristiques de l'écoulement à l'intérieur du réservoir, des snapshots aux instants  $8.55 s$ ,  $8.92 s$  et  $9.17 s$  sont illustrés dans la figure 4.16. Les images de gauche sont les résultats issus du modèle en IFS présenté dans cette étude en considérant un module de Young élevé, et celles de droite représentent les résultats expérimentaux. Les résultats des deux modèles



concordent bien les uns avec les autres, démontrant que la présente méthode est capable de prédire de manière adéquate le comportement de la surface libre, et ceci avant (8.55 s), pendant (8.92 s) et après (9.17 s) l'impact de la vague avec la paroi.

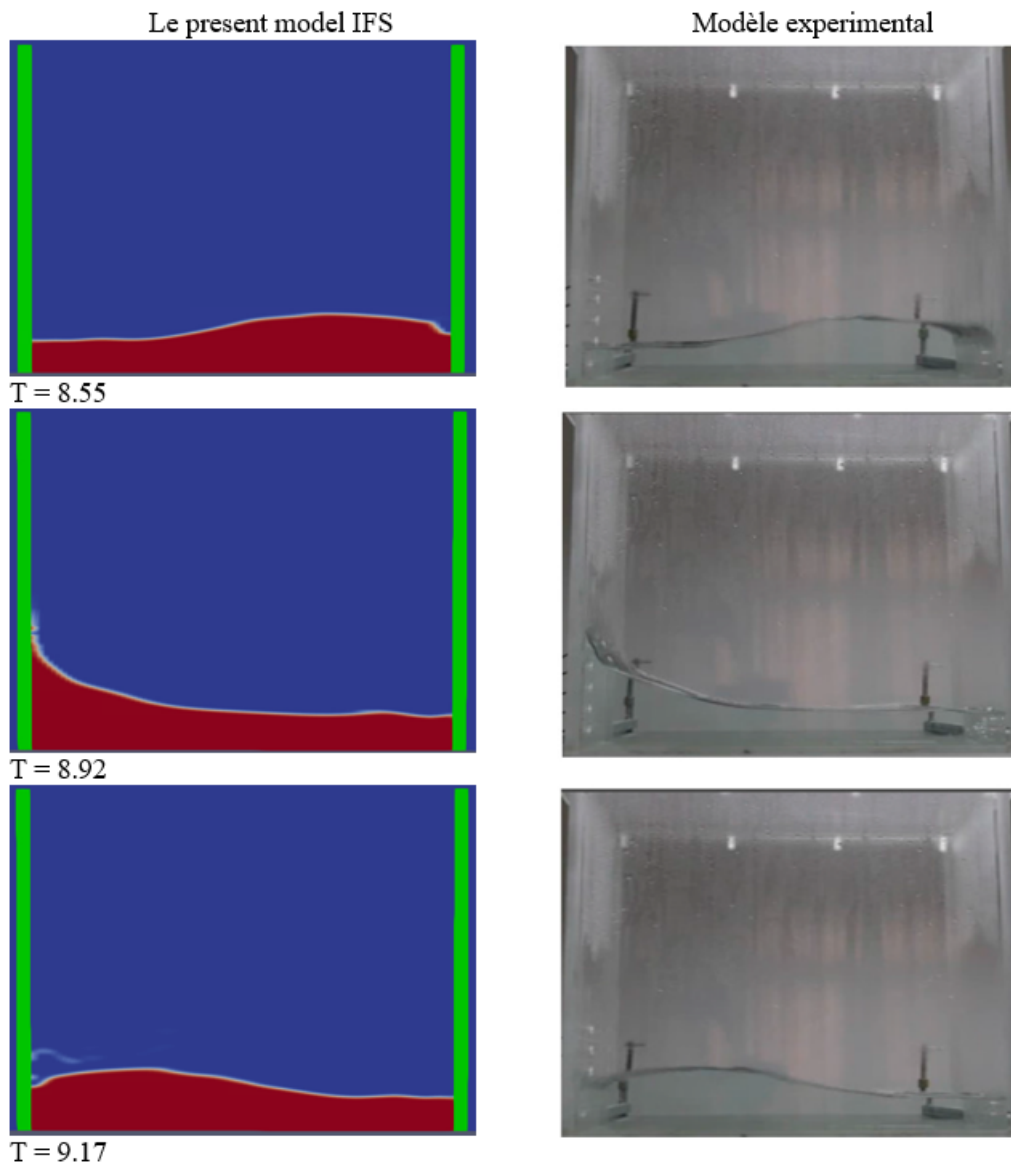


Figure 4.16: Comparaison des snapshots de la surface libre entre les résultats du présent modèle numérique et les résultats expérimentaux de [16]

La partie suivante est consacrée à l'application du modèle numérique en IFS partitionnée proposé pour un cas de ballotement fortement non linéaire. Une comparaison spatiale et instantanée des résultats du ballotement entre un cas rigide ( $E = 15 \cdot 10^{20} \text{ MPa}$ ) et un cas flexible ( $E = 50 \text{ MPa}$ ) est exposée. Les dimensions du réservoir sont gardées identiques à celles des sections précédentes, tandis que le taux de remplissage est abaissé afin d'éviter tout déversement du liquide. Les paramètres de l'excitation imposée sont :  $\omega_e = 1.5 \omega_1$  et  $b = 2.5 \text{ cm}$ .

Dans le but de mettre en place une comparaison directe, et ressortir explicitement les effets de la flexibilité des parois du réservoir sur la réponse de la surface libre, on propose de comparer des snapshots pour les deux cas rigide et flexible présentés. On précise que le seul paramètre qui diffère

est la flexibilité des parois, donc toute différence dans les résultats des deux cas est due seulement à ce paramètre. L'apport de ce travail consiste, en effet, dans l'étude du cas des parois flexibles d'un réservoir dont les résultats ne sont pas retrouvés dans la littérature.

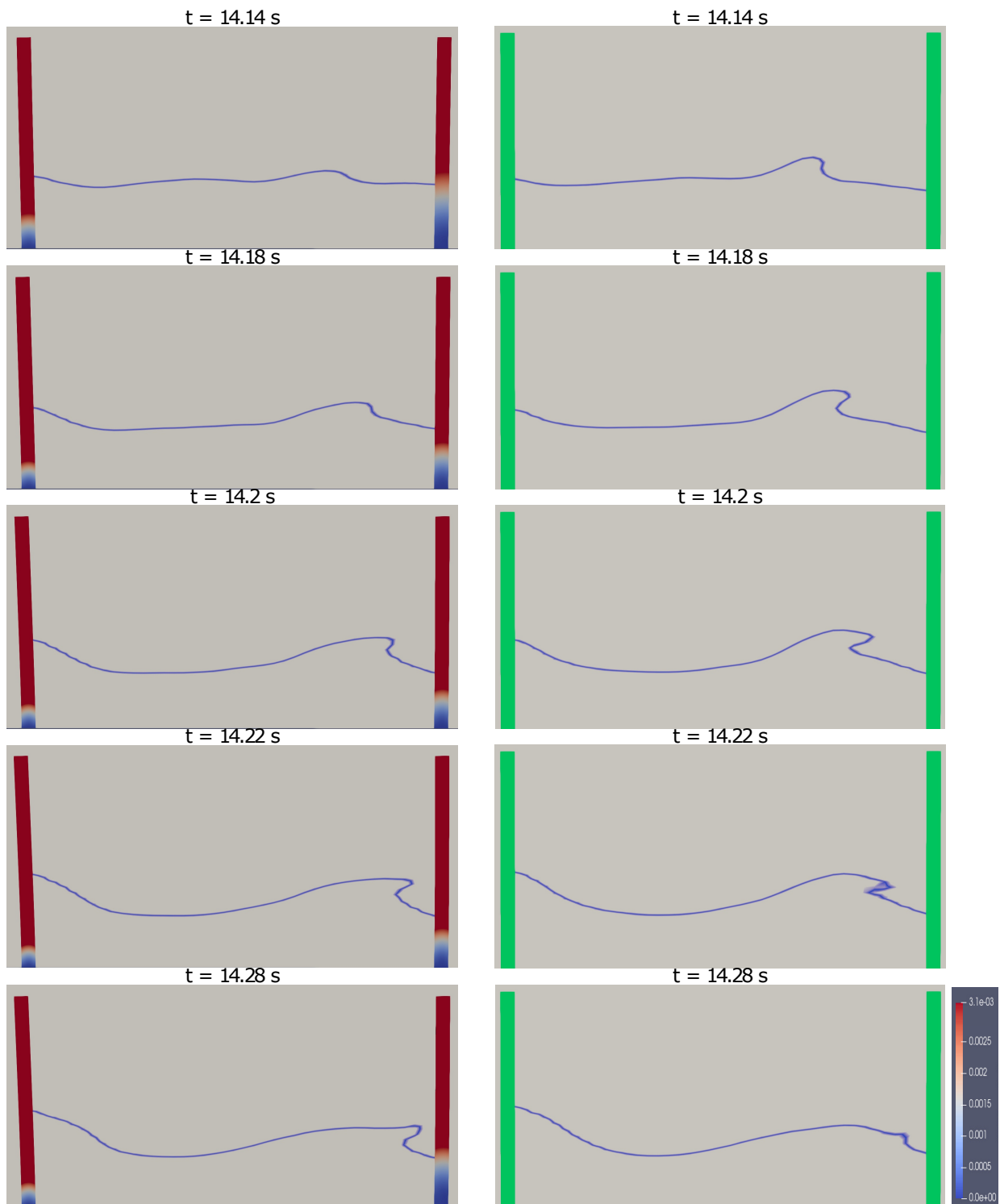


Figure 4.17: Comparaison du ballotement spatial fortement non linéaire entre le cas flexible (à gauche) et le cas rigide (à droite)

Comme on peut le voir sur la figure 4.17, le comportement de la surface libre est chaotique et donne lieu à des déferlements de vagues. En comparant les deux cas, on peut remarquer que les ondes de surface se forment et se cassent plus rapidement dans le cas du réservoir rigide. Ce résultat est

cohérent avec ceux trouvés dans la section 4.7.2. Ces derniers indiquent que la flexibilité des parois du réservoir a tendance à allonger la période de ballotement (tableau 4.1). Ce résultat permet de conclure que l'allongement de la période de ballotement à cause de la flexibilité du réservoir reste valable pour les cas de ballotement de petites et de grandes amplitudes.

Dans la séquence d'images présentée sur la figure 4.17, l'onde se forme approximativement au milieu du réservoir dans les deux cas. De plus, dans le réservoir flexible, la vague va plus loin, donc se casse très près de la paroi du réservoir. La collision d'une vague déferlante sur la paroi latérale d'un réservoir produit une pression d'impact très élevée [48]. Cela pourrait constituer un danger pour la stabilité de la structure. Ce résultat est très important, car il confirme que la flexibilité des parois du réservoir a un effet sur la charge de ballotement de liquides dans les réservoirs soumis à des excitations externes. Si le ballotement est étudié sans tenir compte de la flexibilité des parois du réservoir, il peut y avoir une sous-estimation des charges liquides induites par le ballotement sur le réservoir. C'est donc un paramètre intéressant qui doit être pris en compte pour la conception des réservoirs de liquides.

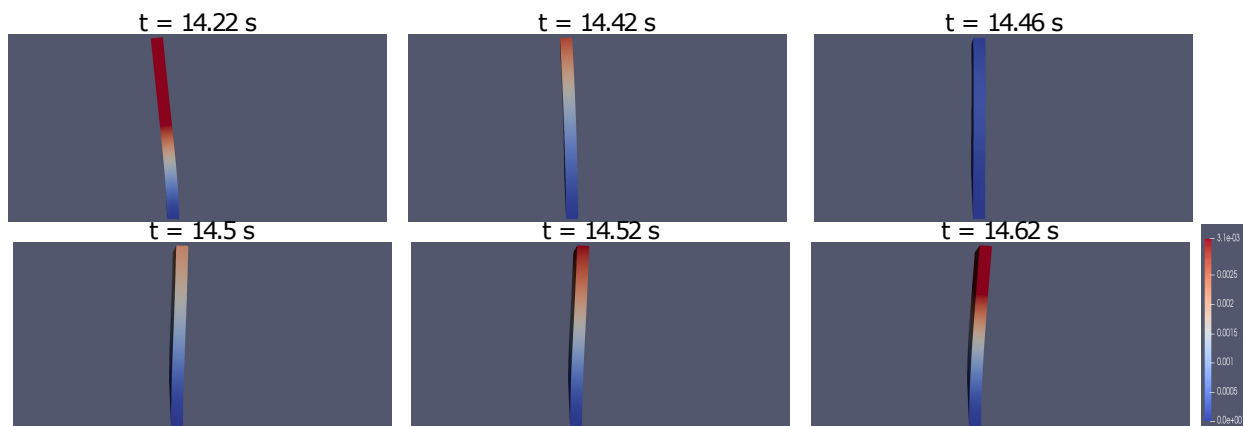


Figure 4.18: Déformation de la paroi gauche d'un réservoir flexible ( $E = 15 \text{ MPa}$ ) lors d'un ballotement fortement non linéaire

La déformation de la paroi du réservoir pour un cas de réservoir flexible à différents instants de la simulation est représentée avec une échelle amplifiée (10 fois) sur la figure 4.18. Tandis que la figure 4.19 traite de la réponse temporelle des déplacements extraits en haut de la paroi du réservoir. Ces résultats montrent l'effet important du ballotement et son impact direct sur le comportement des parois du réservoir.

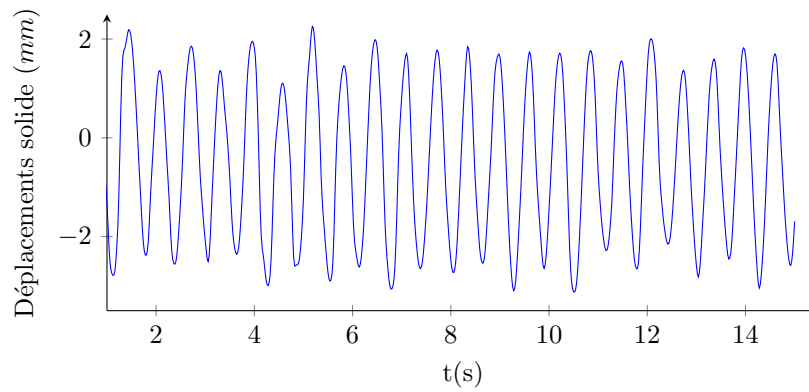


Figure 4.19: Déplacements en haut de la paroi du réservoir pour le cas flexible lorsque  $\omega_e = 10.053 \text{ rad/s}$  et  $b = 2.5 \text{ cm}$

## 4.9 Bilan

Dans ce chapitre, le comportement du ballonnement d'un liquide contenu dans un réservoir flexible soumis à une excitation externe a été étudié. Un couplage de deux solveurs, à savoir un solveur fluide incompressible pour un écoulement diphasique et un solveur solide en élasticité linéaire, est développé dans le logiciel OpenFOAM pour modéliser ce problème en IFS. Les études effectuées ont démontré que le modèle proposé donne des résultats très satisfaisant en comparaison avec la solution analytique développée par [14] pour le cas de ballonnement linéaire, et en comparaison avec l'étude expérimentale de [15] pour le cas de ballonnement non linéaire. Les résultats de cette étude ont indiqué que la flexibilité des parois du réservoir a un impact très perceptible sur le ballonnement, sur les déformations solides et sur le moment fléchissant des parois. Les principaux effets étudiés concernent particulièrement trois points. Premièrement, l'amplitude du ballonnement est d'environ 19 % plus élevée pour le cas de réservoir flexible par rapport au cas rigide. Deuxièmement, la période de la réponse est allongée d'environ 20 % pour le cas flexible par rapport au cas rigide. Troisièmement, le moment fléchissant moyen est un peu plus élevé pour le cas de réservoir flexible. Le modèle proposé est valable pour un ballonnement fortement non linéaire, allant jusqu'au déferlement des ondes de surface (cassure et retournement de vagues). Ainsi, nous appliquons, dans le chapitre qui suit, le modèle présenté ici à un cas complexe d'excitation externe générant un ballonnement dans un réservoir déformable.



## Chapitre 5

# Simulation du ballottement dans un réservoir flexible sous excitation externe complexe

### Résumé

Le modèle utilisant un algorithme de couplage fluide-structure partitionné pour la simulation du ballottement dans un réservoir flexible, présenté et validé dans le chapitre 4, est utilisé dans le présent chapitre afin d'analyser la réponse du système couplé à une excitation externe complexe. L'excitation considérée est de type ondelette de Gabor, elle se rapproche d'une excitation externe de type sismique [118, 119]. Afin de mettre en avant l'effet des caractéristiques de l'excitation imposée sur la réponse du ballottement, une étude paramétrique sur la fréquence est réalisée pour différentes valeurs, en hautes et en basses fréquences. Les résultats mettent en avant l'effet de la flexibilité des parois du réservoir sur les réponses temporelle et fréquentielle du ballottement du liquide.

## 5.1 Vers la représentation d'une onde sismique

Le modèle numérique développé dans le chapitre précédent (chapitre 4) est utilisé ici pour l'étude d'un cas de ballonnement dans un réservoir flexible dû à une excitation complexe. Le modèle est basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes couplées avec la méthode VOF pour le suivi de la surface libre. Le couplage en Interaction Fluide-Structure est réalisé à l'aide d'un algorithme partitionné explicite.

Les défis auxquels sont confrontés les réservoirs de stockage de liquide, sont la stabilité et la tenue mécanique face aux sollicitations externes telles que les tremblements de terre. Un exemple d'un accélérogramme enregistré en 2003 lors du séisme de Boumerdés (nord d'Algérie) est présenté sur la figure 5.1.

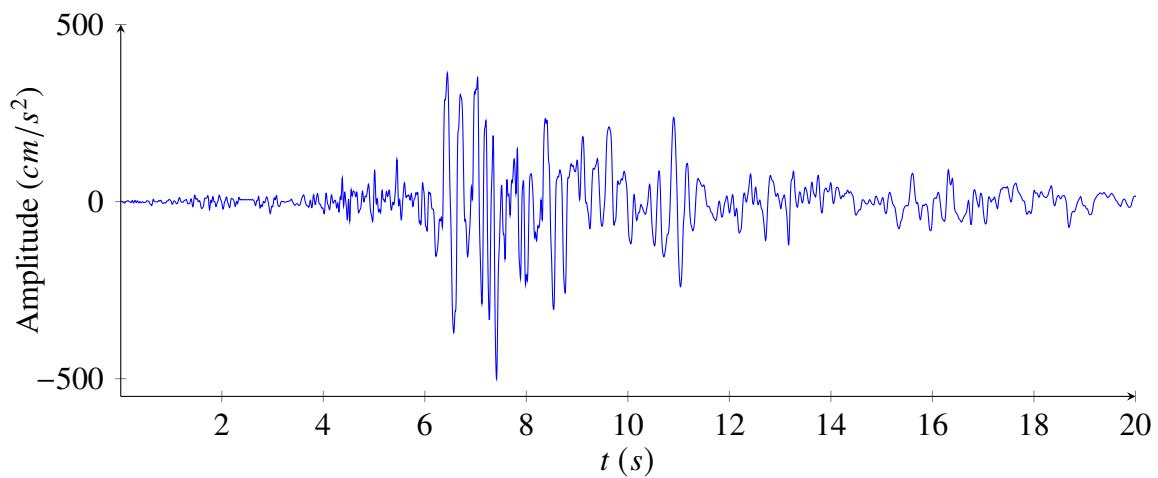


Figure 5.1: Exemple d'un accélérogramme. Composante Nord-Sud de l'enregistrement à la station *Dar El Beida* du séisme de *Boumerdes* 2003, Algérie [17]

Comme *Mavroeidis* et *Papageorgiou* l'ont montré dans leur étude [119], il existe un nombre d'ondelettes qui peuvent être utilisées afin de simuler des excitations sismiques. Parmi les ondelettes étudiées dans leurs travaux, le modèle d'ondelette qui est le plus approprié à la simulation d'un séisme est l'ondelette de *Gabor*. Un exemple d'utilisation de l'ondelette de *Gabor* pour simuler des excitations sismiques, peut être trouvé dans les travaux de *Zhang et al.* [118].

Un exemple d'un tracé de l'ondelette de *Gabor* est proposé sur la figure 5.2.

Un signal en ondelette de *Gabor* est un produit d'une oscillation harmonique et d'une fonction en forme de cloche (enveloppe gaussienne asymétrique). Son équation peut s'écrire comme suit (équation 5.1).

$$A = \sqrt{\alpha \exp(-\beta t)} t^\gamma \sin(\omega t) \quad (5.1)$$

Les caractéristiques de la forme de l'ondelette de *Gabor* sont définies par les paramètres constants  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  et la fréquence angulaire (pulsation)  $\omega = 2\pi f$ , avec  $f$ , la fréquence du signal.

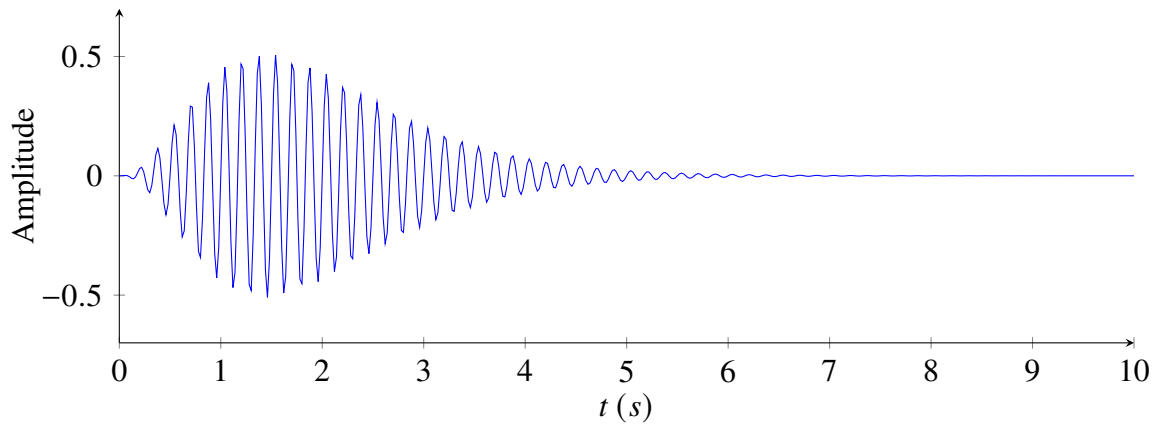


Figure 5.2: Tracé d'une ondelette de *Gabor* pour :  $\alpha = 6.5$ ,  $\beta = 3.5 \text{ s}^{-1}$ ,  $\gamma = 5$  et  $f = 6 \text{ s}^{-1}$

On propose dans ce chapitre, d'étudier le ballotement dans un réservoir soumis à une excitation externe de type ondelette de *Gabor* [119].

## 5.2 Étude du ballotement dans un réservoir 2D soumis à une ondelette de *Gabor*

Le cas étudié dans le chapitre précédent (chapitre 4, cas présenté dans la figure 4.1) est repris dans ce chapitre, pour l'analyse du ballotement dû à une excitation impulsionnelle. L'excitation est imposée pour deux cas : cas d'un réservoir à parois rigides ( $E_r = 15 \cdot 10^{26} \text{ Pa}$ ) et cas d'un réservoir à parois flexibles ( $E_f = 50 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ ). Les résultats issus des deux cas sont comparés et discutés.

un récapitulatif des paramètres essentiels est présentée dans le tableau 5.1.

Tableau 5.1: Description du cas étudié dans ce chapitre

Paramètre	Valeur
Dimensions du réservoir	$L_f \times H_s = 570 \times 300 \text{ mm}^2$
Hauteur de remplissage	$H_f = 150 \text{ mm}$
Masse volumique de l'eau	$\rho_e = 1000 \text{ kg/m}^3$
Masse volumique du solide	$\rho_s = 2400 \text{ kg/m}^3$
Module de Young - parois rigides	$E_r = 15 \cdot 10^{26} \text{ Pa}$
Module de Young - parois flexibles	$E_f = 50 \cdot 10^6 \text{ Pa}$
Épaisseur des parois	$t_w = 2 \text{ cm}$

Le domaine fluide est subdivisé en mailles de taille égale à  $2 \text{ mm}$ , et le domaine solide est subdivisé en mailles de taille égale à  $2.5 \text{ mm}$ .

La stabilité du schéma de résolution numérique est assurée à l'aide d'un pas de temps adaptatif. Le pas de temps est calculé tout au long de la simulation en fonction du nombre de Courant-Fredrich-Levy (CFL), qu'on appelle communément le nombre de Courant. Le nombre de Courant local  $c_{o0}$  est calculé



en utilisant les valeurs obtenues du pas de temps précédent à partir de l'expression (équation f5.2).

$$\Delta t^n = \min\left\{\frac{c_{omax}}{c_{o0}} \Delta t^0; \left(1 + \lambda_1 \frac{c_{omax}}{c_{o0}}\right); \lambda_2 \Delta t^0; \Delta t_{max}\right\} \quad (5.2)$$

$\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont des constantes appelées facteurs d'amortissement, et sont définis comme suit :  $\lambda_1 = 0.1$  et  $\lambda_2 = 1.2$ .

$c_{omax}$  est le nombre de Courant maximum, il est fixé à  $c_{omax} = 0.5$ . Ceci permet de minimiser la diffusion temporelle.  $\Delta t^0$  est fixé à  $0.001$  s.  $\Delta t_{max}$  est le pas de temps maximum, il est égal à  $0.007$  s.

Dans ce qui suit, les simulations numériques sont subdivisées en deux parties. Dans la première partie, le réservoir rectangulaire est soumis à une excitation en ondelette de *Gabor* (équation 5.1) ayant une forme avec une enveloppe courte ( $\approx 5$  s), caractérisée par les constantes suivantes :  $\alpha = 6.5$ ,  $\beta = 3.5$  s<sup>-1</sup> et  $\gamma = 5$ . Dans la deuxième partie, l'ondelette de *Gabor* imposée au réservoir a une enveloppe longue ( $\approx 15$  s), et elle est caractérisée par les constantes suivantes :  $\alpha = 0.04$ ,  $\beta = 1.6$  s<sup>-1</sup> et  $\gamma = 6$ . Les deux cas (ondelette à enveloppe courte et ondelette à enveloppe longue) sont tracés sur la figure 5.3, pour une même fréquence pour les deux signaux.

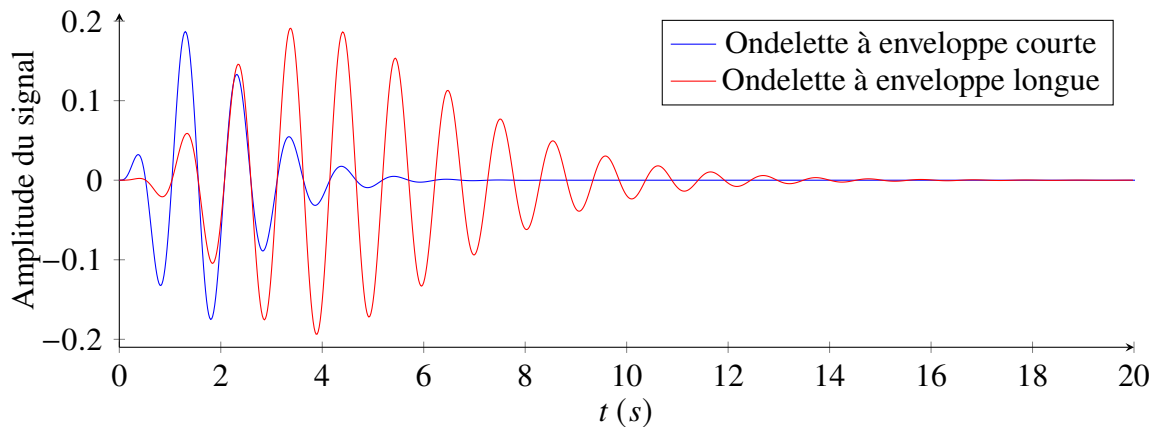


Figure 5.3: Tracé de l'ondelette de *Gabor* pour une même fréquence. En bleu le cas d'une ondelette à enveloppe courte ( $\alpha = 6.5$ ,  $\beta = 3.5$  s<sup>-1</sup>,  $\gamma = 5$ ) et en rouge le cas d'une ondelette à enveloppe longue ( $\alpha = 0.04$ ,  $\beta = 1.6$  s<sup>-1</sup>,  $\gamma = 6$ )

Dans les deux parties, une étude paramétrique sur la fréquence de l'excitation imposée est réalisée. En effet, pour chaque partie, les caractéristiques de l'excitation imposée sont constantes tandis que sa fréquence varie d'un cas à un autre, dans le but d'étudier son influence.

Les résultats auxquels cette étude s'est intéressée sont les fluctuations du ballotement en fonction du temps, au niveau d'un point de la surface libre à l'état initial, aux déplacements de la structure en haut de la paroi du réservoir ainsi qu'aux réponses en fréquences du ballotement et de la structure. Ces dernières sont obtenues par des FFT appliquées aux résultats temporels.

## 5.3 Analyse des résultats

Les résultats en ballottement des calculs effectués pour les deux parties (discutées en sections 5.3.1 et 5.3.2), sont présentés sur les figures (5.5, 5.6, 5.11 et 5.12). Chaque ligne de planche présente un même cas. La première colonne montre le tracé de l'ondelette de *Gabor* imposée pour le cas en question, tandis que la deuxième colonne présente les réponses temporelles du ballottement pour les deux cas de réservoir rigide et flexible, et la troisième colonne les transformées de Fourier de ces réponses. La réponse temporelle du ballottement représente les fluctuations, en fonction du temps, en un point situé à 2 cm de la paroi droite du réservoir au niveau de la surface libre du liquide au repos (figure 5.4). La réponse fréquentielle du ballottement est calculée en appliquant des transformées de Fourier rapides (FFT) aux courbes des réponses temporelles ( $\eta$ ).

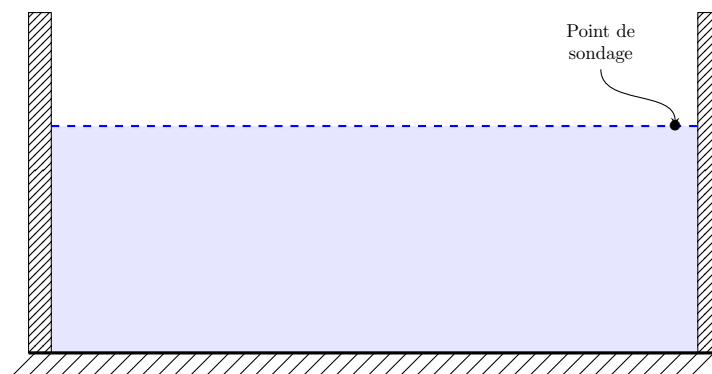


Figure 5.4: Représentation du point de sondage utilisé pour les extractions de la surface libre en fonction du temps

### 5.3.1 Excitation en ondelette à enveloppe courte

Dans cette partie, l'ondelette de *Gabor* imposée au réservoir est courte dans le temps. En effet, les pics du signal sont compris dans l'intervalle :  $0 s < t < 5 s$ . Six cas numérotés de 1 à 6 sont étudiés ici, le panel de fréquences étudiées va de  $f_1 = f_0$  jusqu'à  $f_6 = 6 \cdot f_0$  ( $f_1 = f_0$ ,  $f_2 = 2 \cdot f_0$ ,  $f_3 = 3 \cdot f_0$ ,  $f_4 = 4 \cdot f_0$ ,  $f_5 = 5 \cdot f_0$ , et  $f_6 = 6 \cdot f_0$ ). Avec  $f_0 = 0.96 Hz$  étant la fréquence du premier mode propre du ballottement.

#### Étude de la réponse du liquide

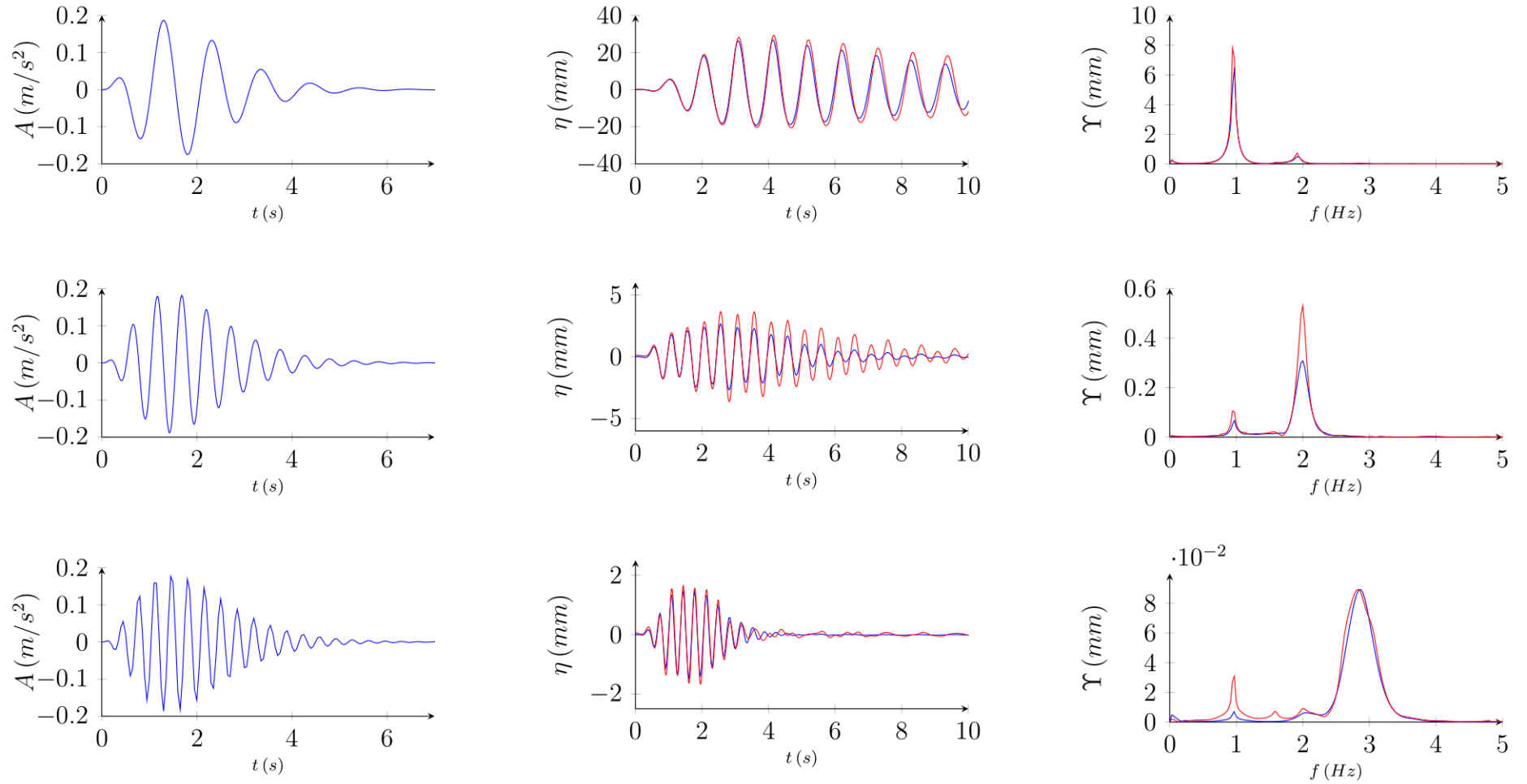


Figure 5.5: Présentation de l'ondelette de Gabor à enveloppe courte ( $A$ ) en colonne 1, les oscillations temporelles de la surface libre ( $\eta$ ) en colonne 2 et les amplitudes des modes ( $\Upsilon$ ) en colonne 3. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent, respectivement, aux cas 1, 2 et 3. Les courbes en bleu représentent le réservoir à parois rigides et celles en couleur rouge représentent le réservoir à parois flexibles.  $f_1 = f_0$ ,  $f_2 = 2 \cdot f_0$ ,  $f_3 = 3 \cdot f_0$

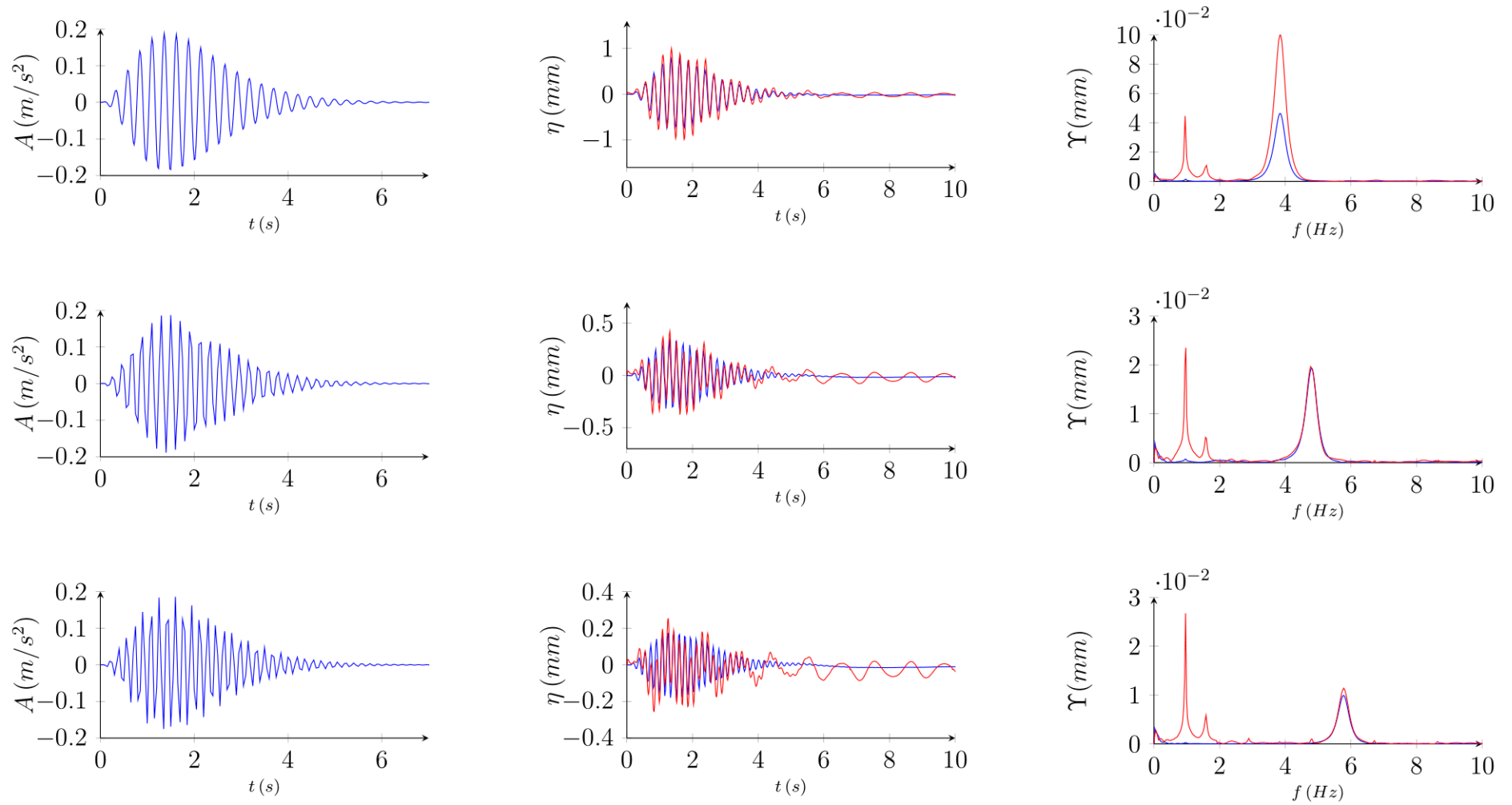


Figure 5.6: Présentation de l'ondelette de Gabor à enveloppe courte ( $A$ ) en colonne 1, les oscillations temporelles de la surface libre ( $\eta$ ) en colonne 2 et les amplitudes des modes ( $\Upsilon$ ) en colonne 3. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent, respectivement, aux cas 4, 5 et 6. Les courbes en bleu représentent le réservoir à parois rigides et celles en couleur rouge représentent le réservoir à parois flexibles.  $f_4 = 4 \cdot f_0$ ,  $f_5 = 5 \cdot f_0$ ,  $f_6 = 6 \cdot f_0$

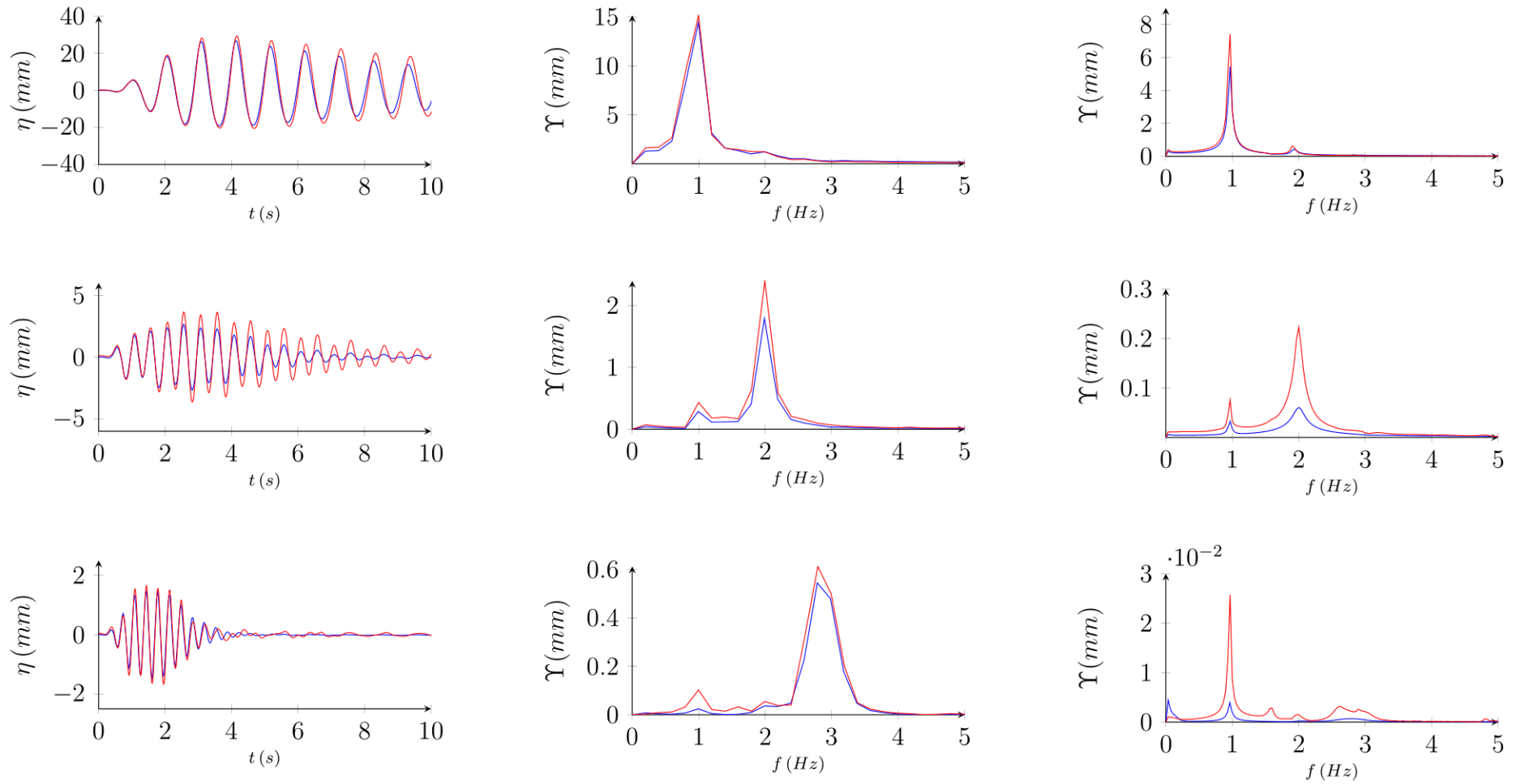


Figure 5.7: Comparaison des fréquences ( $f$ ) et des amplitudes des modes ( $\Upsilon$ ) issues des FFT appliquées aux oscillations temporelles de la surface libre ( $\eta$ ) pour le cas d'une ondelette de Gabor à enveloppe courte (en colonne 2 la partie du signal avant 5s et en colonne 3 la partie du signal après 5s). La ligne 1 correspond au cas 1, la ligne 2 correspond au cas 2 et la ligne 3 correspond au cas 3. Les courbes en couleur bleue représentent le réservoir à parois rigides et celles en couleur rouge représentent le réservoir à parois flexibles.  $f_1 = f_0$ ,  $f_2 = 2 \cdot f_0$ ,  $f_3 = 3 \cdot f_0$

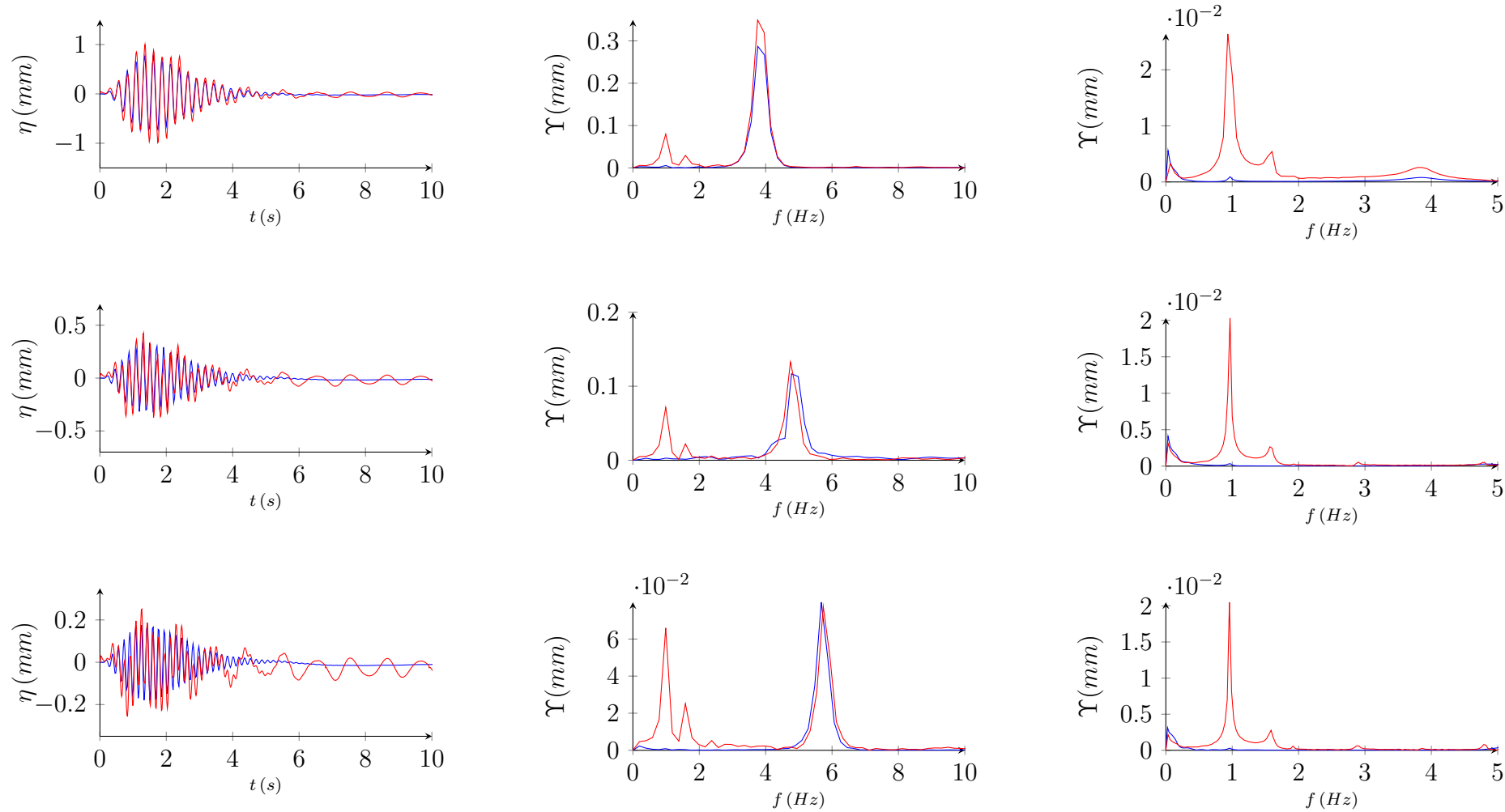


Figure 5.8: Comparaison des fréquences ( $f$ ) et des amplitudes des modes ( $\Upsilon$ ) issues des FFT appliquées aux oscillations temporelles de la surface libre ( $\eta$ ) pour le cas d'une ondelette de Gabor à enveloppe courte (en colonne 2 la partie du signal avant 5s et en colonne 3 la partie du signal, après 5s. La ligne 1 correspond au cas 1, la ligne 2 correspond au cas 2 et la ligne 3 correspond au cas 3. Les courbes en couleur bleue représentent le réservoir à parois rigides et celles en couleur rouge représentent le réservoir à parois flexibles.  $f_4 = 4 \cdot f_0$ ,  $f_5 = 5 \cdot f_0$ ,  $f_6 = 6 \cdot f_0$

La planche des trois premiers cas (cas 1, cas 2 et cas 3) est présentée dans la figure (5.5), et la planche des trois derniers cas (cas 4, cas 5 et cas 6) est présentée dans la figure (5.6). Comme on peut le voir sur les résultats des fluctuations de la surface libre, les amplitudes de ces fluctuations pour le cas de réservoir à parois flexibles sont plus importantes que celles pour le cas de réservoir à parois rigides. Plus la fréquence de l'excitation imposée au réservoir s'éloigne de la fréquence propre du ballonnement du liquide (en allant vers les hautes fréquences), plus les fluctuations de la surface libre du liquide sont petites. Et ceci, pour une même amplitude de l'ondelette de *Gabor* imposée.

Concernant la réponse fréquentielle présentée en colonne 3 des figures (5.5 et 5.6), globalement on peut remarquer l'apparition de deux pics de fréquence. Le premier pic de fréquence correspond à une même valeur pour les différents cas, tandis que le deuxième pic correspond à la fréquence de l'excitation imposée pour chaque cas. Le premier pic de fréquence a clairement une plus grande amplitude  $Y$  pour le réservoir flexible par rapport au réservoir rigide. Dans les cas 4, 5 et 6 cette fréquence est quasi inexistante pour le réservoir à parois rigides.

Le premier pic des fréquences a une valeur égale à  $0.96 \text{ Hz}$ . Celle-ci correspond à la fréquence du premier mode propre du ballonnement ( $f_0$ ). L'amplitude de ce mode est importante dans le premier cas,  $Y(1) = 8 \text{ mm}$ , ce qui représente le mode le plus prépondérant. Pour les cas 2, 3 et 4 ce mode devient secondaire (plus faible) devant le deuxième mode. Car le liquide continue à osciller, mais l'amplitude des oscillations diminuent progressivement et est très faible devant l'amplitude des oscillations entre  $0 \text{ s}$  et  $5 \text{ s}$ . En effet, cette fréquence qui correspond à la fréquence du premier mode propre du ballonnement ( $f_0$ ), est due à la partie à partir de  $5 \text{ s}$ , comme c'est montré dans les figures 5.7 et 5.8. Cette tendance change pour les cas 5 et 6 pour lesquels ce premier pic de fréquence a une amplitude plus grande que celle du deuxième pic. Ceci peut s'expliquer par les fluctuations de la surface libre dues au mouvement inertiel du liquide qui deviennent importantes en amplitude relativement aux fluctuations entre  $0 \text{ s}$  et  $5 \text{ s}$ .

Les seconds pics observés sur les graphes des réponses fréquentielles, correspondent aux fréquences de l'excitation imposée pour chaque cas, respectivement.

Les valeurs des fréquences et des amplitudes des modes obtenues ainsi que les fréquences d'excitation pour chaque cas sont récapitulées dans le tableau 5.2.

### Étude de la réponse du réservoir

Après avoir étudié les réponses temporelle et fréquentielle du ballonnement du liquide dans le réservoir soumis à l'ondelette de *Gabor*, à présent on s'intéresse aux réponses temporelle et fréquentielle de l'une des parois du réservoir flexible. Ceci est réalisé en étudiant les déplacements  $\xi$  au niveau d'un point en haut de la paroi gauche du réservoir flexible. Il n'est pas nécessaire de réaliser cette étude pour le cas de réservoir à parois rigides, car ces dernières ont un déplacement relatif nul.

Les figures 5.8 et 5.9 présentent en colonne 2, les déplacements de la structure en fonction du temps en

Table 5.2: Comparaison des valeurs des fréquences issues des FFT de  $\eta$  et des amplitudes de modes  $\Upsilon$ , entre le cas des réservoirs flexible et rigide soumis à une ondelette de *Gabor* à enveloppe courte

ondelette courte	FFT flexible				FFT rigide			
	F1 (Hz)	$\Upsilon_1$ (mm)	F2 (Hz)	$\Upsilon_2$ (mm)	F1 (Hz)	$\Upsilon_1$ (mm)	F2 (Hz)	$\Upsilon_2$ (mm)
f1=0,96	0,95	7,8	1,94	0,48	0,96	6,49	1,94	0,48
f2=1,93	0,97	0,1	2	0,5	0,97	0,67	2	0,31
f3=2,88	0,97	0,031	2,85	0,084	0,97	0,007	2,86	0,087
f4=3,85	0,95	0,045	3,84	0,1	/	/	3,83	0,045
f5=4,81	0,95	0,0235	4,8	0,02	/	/	4,8	0,02
f6=5,8	0,96	0,0267	5,84	0,001	/	/	5,83	0,00935

haut de la paroi gauche du réservoir flexible soumis à l'ondelette de *Gabor* présentée en colonne 1. La colonne 3 montre les courbes issues des FFT appliquées aux déplacements temporels de la structure. Les cas 1, 2 et 3 sont présentés dans la figure 5.8 et les cas 4, 5 et 6 sont présentés dans la figure 5.9.

Les déplacements de la structure pour le cas 1 ne s'arrêtent pas et restent marqués même lorsque l'ondelette de *Gabor* est nulle (à partir de  $t = 5$  s). Les vibrations sont entretenues par les mouvements de la masse liquide sous l'effet de son inertie. En effet, la fréquence de l'ondelette imposée dans ce cas est égale à la fréquence propre du ballonnement, ce qui le met en résonance. Dans cet état de résonance, les fluctuations du liquide ne s'amortissent pas rapidement, comme lorsque le réservoir est soumis à d'autres fréquences d'excitation.

Dans la totalité des cas étudiés pour une ondelette à enveloppe courte, des pics de fréquences apparaissent pour des valeurs correspondant aux fréquences de l'excitation imposée. On peut alors déduire que la réponse des parois du réservoir sont dominés par la fréquence de l'excitation en ondelette de *Gabor* imposée.



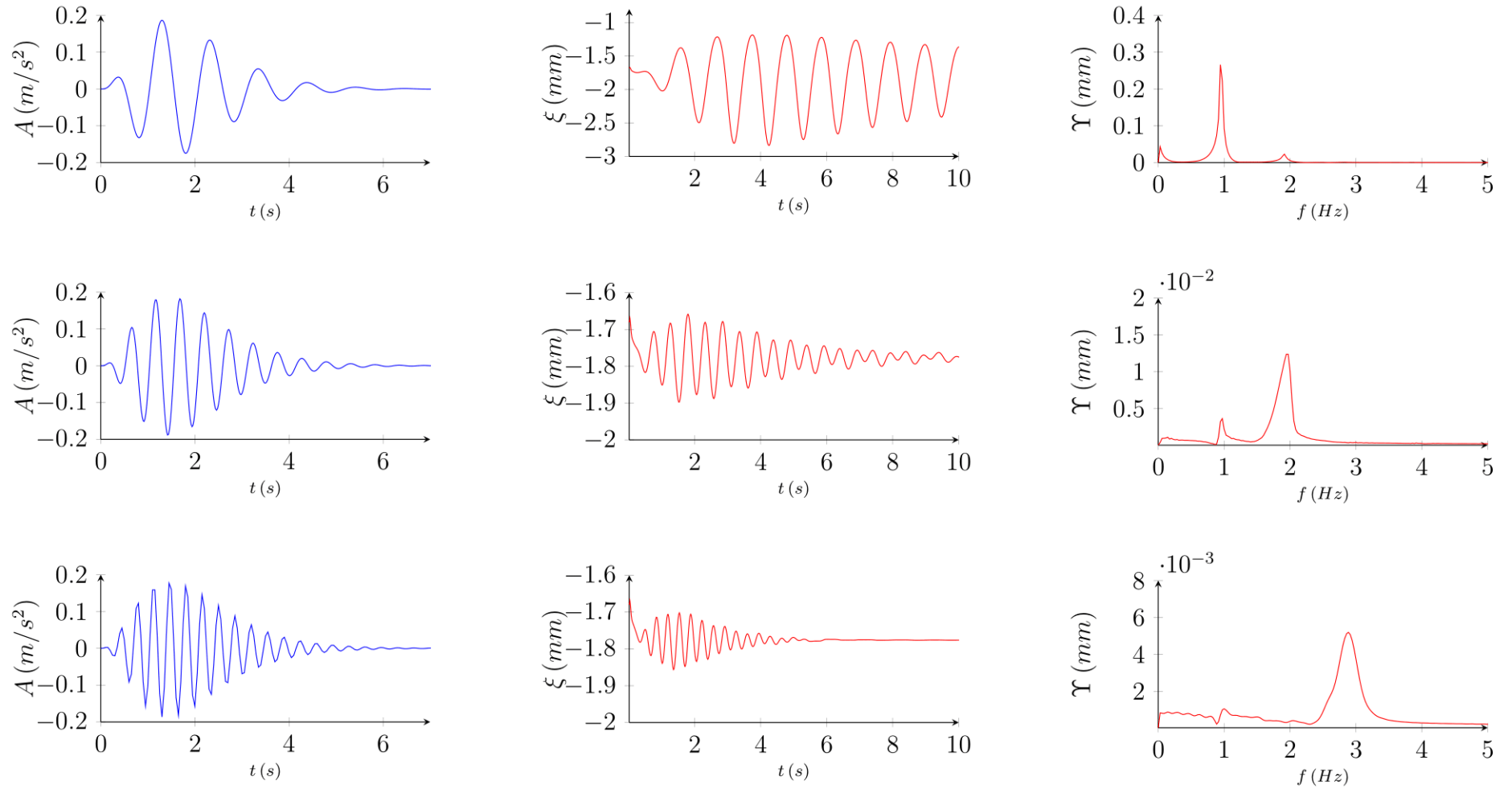


Figure 5.9: Présentation de l'ondelette de Gabor à enveloppe courte ( $A$ ) en colonne 1, les déplacements temporels de la paroi gauche ( $\xi$ ) en colonne 2 et les amplitudes des modes ( $Y$ ) en colonne 3. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent, respectivement, aux cas 1, 2 et 3.  $f_1 = f_0, f_2 = 2 \cdot f_0, f_3 = 3 \cdot f_0$

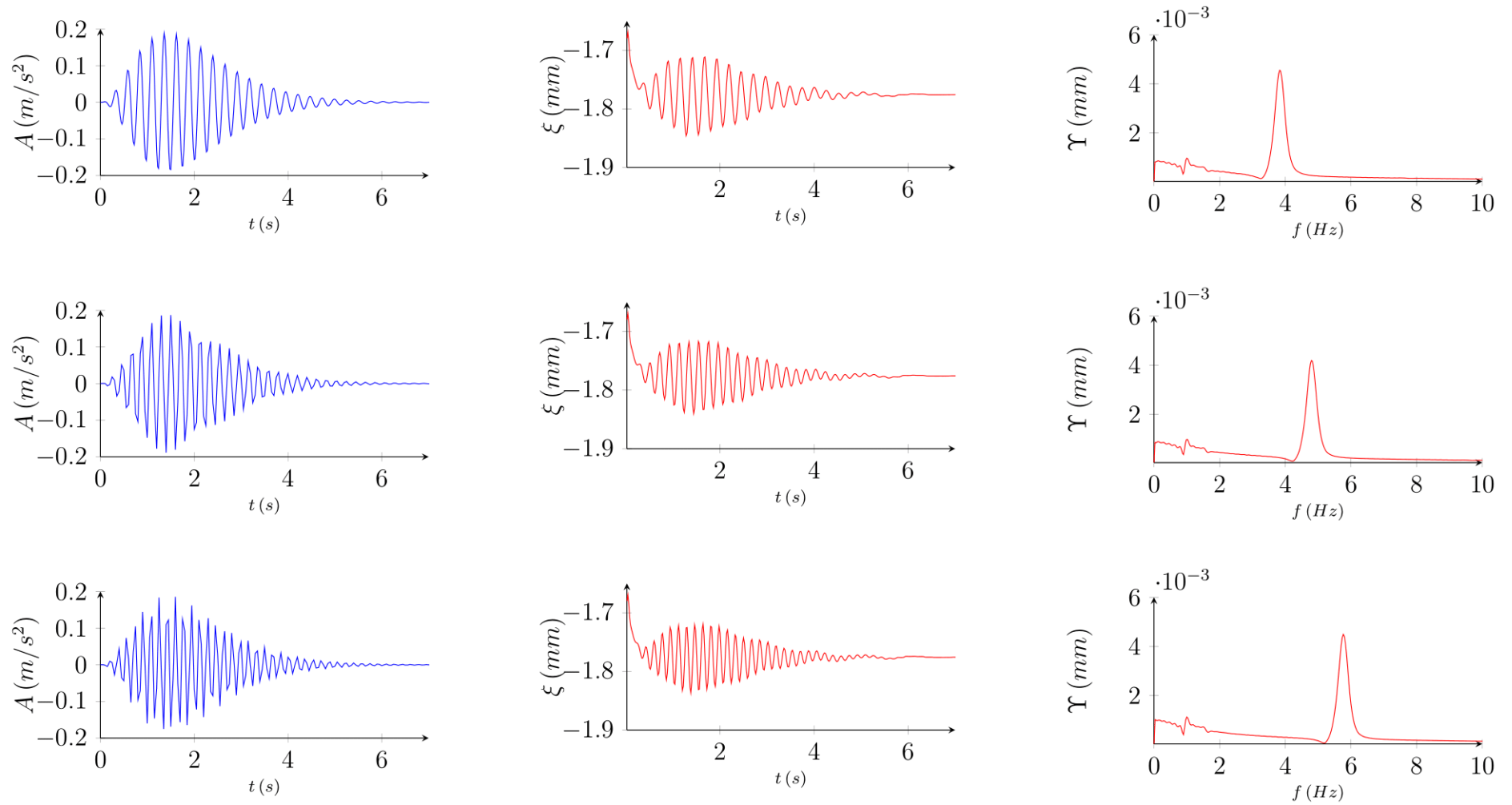


Figure 5.10: Présentation de l'ondelette de Gabor à enveloppe courte ( $A$ ) en colonne 1, les déplacements temporels de la paroi gauche du réservoir flexible ( $\xi$ ) en colonne 2 et les amplitudes des modes ( $\Upsilon$ ) en colonne 3. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent, respectivement, aux cas 4, 5 et 6.  $f_{(4)} = 4 \cdot f_0$ ,  $f_{(5)} = 5 \cdot f_0$ ,  $f_{(6)} = 6 \cdot f_0$

### 5.3.2 Excitation en ondelette à enveloppe longue

Dans cette section, le réservoir étudié est soumis à une ondelette de *Gabor* avec une grande enveloppe dans le temps. Les pics du signal sont compris dans l'intervalle  $0s < t < 15s$ . Le panel de fréquences étudiées dans ce cas va de  $f_7 = f_0$  jusqu'à  $f_{12} = \frac{f_0}{3.5}$  avec un facteur égal à 0.5 ( $f_7 = f_0, f_8 = \frac{f_0}{1.5}, f_9 = \frac{f_0}{2}, f_{10} = \frac{f_0}{2.5}, f_{11} = \frac{f_0}{3}$  et  $f_{12} = \frac{f_0}{3.5}$ ).

#### Étude de la réponse du liquide

Les réponses temporelles en ballotement pour les cas de 7 à 12 sont présentées dans les colonnes 2 des figures 5.11 et 5.12. Les résultats montrent que les fluctuations de la surface libre pour le cas du réservoir à parois flexibles ne sont pas amplifiées par rapport aux amplitudes des oscillations pour le cas du réservoir à parois rigides, comme il a été remarqué pour le cas d'ondelette de *Gabor* à enveloppe courte en hautes fréquences ( $f_1 = f_0, f_2 = 2 \cdot f_0, f_3 = 3 \cdot f_0, f_4 = 4 \cdot f_0, f_5 = 5 \cdot f_0$ , et  $f_6 = 6 \cdot f_0$ ).

Pour le cas 7 la simulation numérique diverge avant 6 s pour le cas de réservoir à parois flexibles. En effet, ce cas est un cas limite vu que la fréquence de l'excitation externe est égale à la fréquence propre du ballotement, ce qui le met en état de résonance. Ce ballotement non linéaire caractérisé par des pics de fluctuations (wave-peaks) beaucoup plus importants que les creux (wave-troughs), applique une pression importante sur les parois du réservoir, par conséquent engendre des déplacements importants dans le cas de réservoirs à parois flexibles. Le modèle numérique proposé est limité dans le cas de grands déplacements dans la structure.

On peut remarquer aussi que l'amplitude du mode pour une fréquence égale à 0.95 Hz (celle-ci correspond à la fréquence de l'excitation qui est égale à la fréquence du premier mode propre de ballotement) est plus importante pour le cas du réservoir flexible que pour le cas du réservoir rigide, comme on peut le voir en colonne 3 de la figure 5.11. Dans ce cas d'ondelette de *Gabor* à enveloppe longue en basses fréquences ( $f_7 = f_0, f_8 = \frac{f_0}{1.5}, f_9 = \frac{f_0}{2}, f_{10} = \frac{f_0}{2.5}, f_{11} = \frac{f_0}{3}$  et  $f_{12} = \frac{f_0}{3.5}$ ), les oscillations de la surface libre du liquide s'amortissent en même temps que l'excitation externe, contrairement aux excitations en ondelette à enveloppe courte en hautes fréquences.

Les résultats en fréquences produites par FFT et présentés en colonne 3 des figures (5.11 et 5.12) révèlent un pic de fréquence majeur qui correspond à la fréquence de l'excitation (voir tableau 5.3). Dans les cas 8 et 9 ( $f_8 = \frac{f_0}{1.5}, f_9 = \frac{f_0}{2}$ ) un pic relativement très petit apparaît devant le premier pic. La fréquence de ce pic correspond à la fréquence propre du premier mode de ballotement ( $f_0$ ).

Pour les cas 10, 11 et 12 ( $f_{10} = \frac{f_0}{2.5}, f_{11} = \frac{f_0}{3}$  et  $f_{12} = \frac{f_0}{3.5}$ ), ce deuxième pic disparaît laissant comme seule fréquence celle de l'excitation imposée. Les fluctuations de la surface libre du liquide diminuent lorsque la fréquence de l'excitation imposée au réservoir s'éloigne de la fréquence propre du ballotement du liquide (en allant vers les basses fréquences), et se maintient pratiquement au même ordre pour les trois derniers cas (cas 10, 11 et 12).

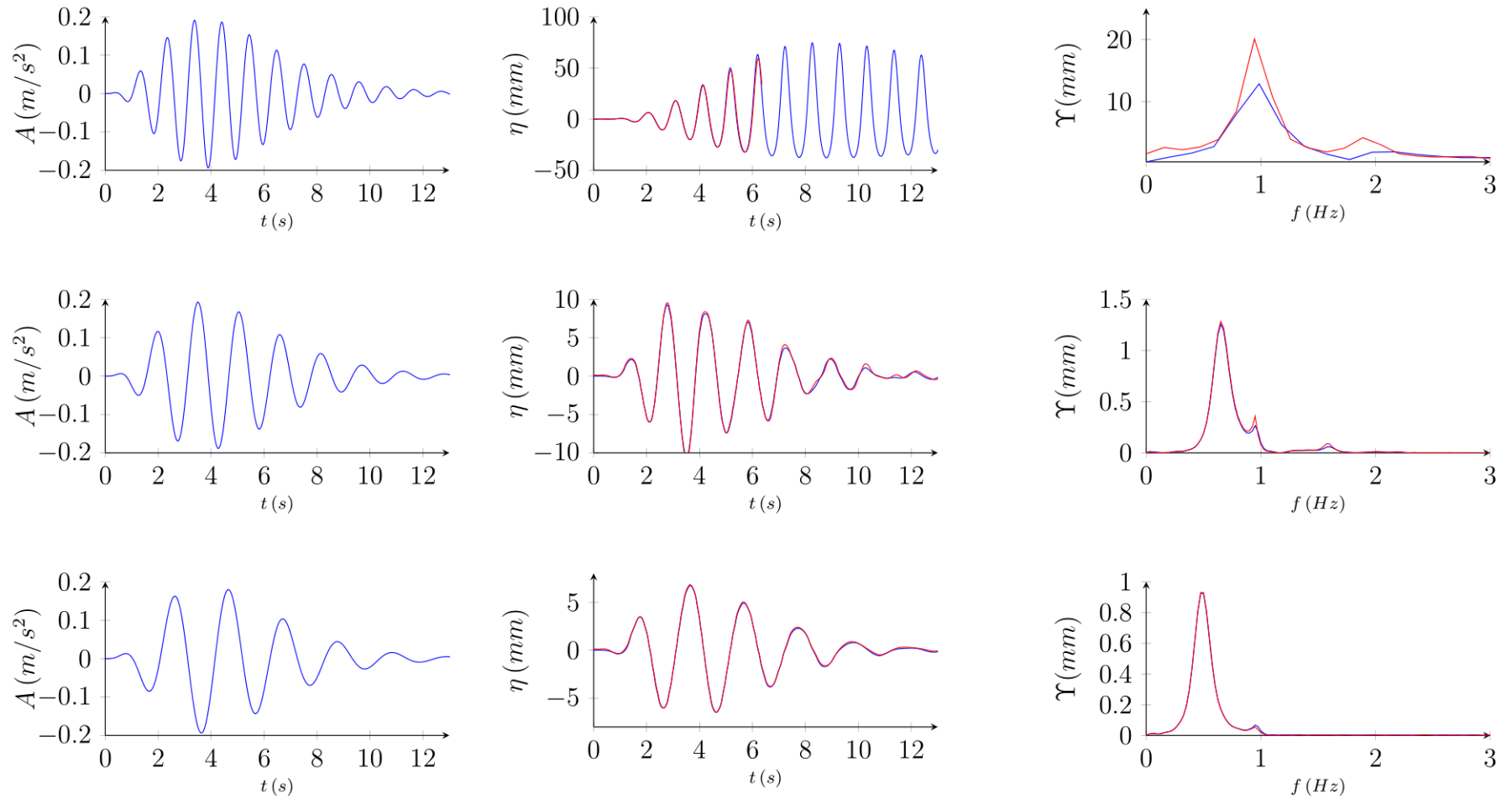


Figure 5.11: Présentation de l'ondelette de Gabor à enveloppe longue ( $A$ ) en colonne 1, les oscillations temporelles de la surface libre ( $\eta$ ) en colonne 2 et les amplitudes des modes ( $\Upsilon$ ) en colonne 3. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent, respectivement, aux cas 7, 8 et 9. Les courbes en bleu représentent le réservoir à parois rigides et celles en couleur rouge représentent le réservoir à parois flexibles.  $f_7 = f_0$ ,  $f_8 = \frac{f_0}{1.5}$ ,  $f_9 = \frac{f_0}{2}$

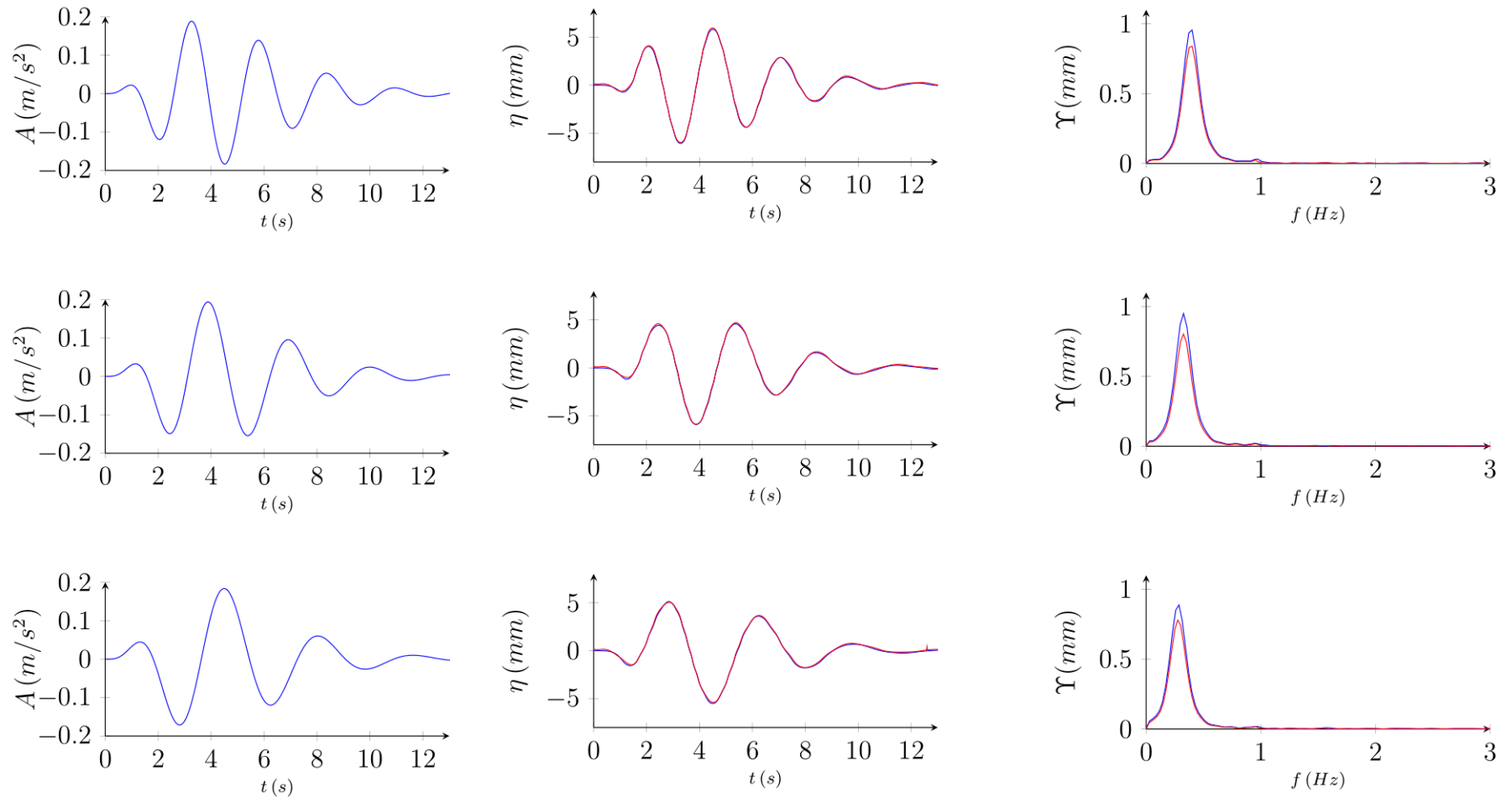


Figure 5.12: Présentation de l'ondelette de Gabor à enveloppe longue ( $A$ ) en colonne 1, les oscillations temporelles de la surface libre ( $\eta$ ) en colonne 2 et les amplitudes des modes ( $Y$ ) en colonne 3. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent, respectivement, aux cas 10, 11 et 12. Les courbes en bleu représentent le réservoir à parois rigides et celles en couleur rouge représentent le réservoir à parois flexibles.  $f_{10} = \frac{f_0}{2.5}$ ,  $f_{11} = \frac{f_0}{3}$ ,  $f_{12} = \frac{f_0}{3.5}$

Le tableau 5.3 englobe les valeurs des fréquences et des amplitudes des modes obtenues par les FFT ainsi que les fréquences d'excitation pour les cas 7, 8, 9, 10, 11 et 12.

Table 5.3: Comparaison des valeurs des fréquences issues des FFT de  $\eta$  et des amplitudes de modes  $\Upsilon$ . entre le cas des réservoirs flexible et rigide soumis à une ondelette de *Gabor* à enveloppe longue

ondelette longue	FFT flexible				FFT rigide			
	F1 (Hz)	$\Upsilon$ 1 (mm)	F2 (Hz)	$\Upsilon$ 2 (mm)	F1 (Hz)	$\Upsilon$ 1 (mm)	F2 (Hz)	$\Upsilon$ 2 (mm)
f7=0,96	0,95	20	1,89	4,19	0,97	12,86	1,92	3,68
f8=0,64	0,64	1,28	0,96	0,36	0,65	1,25	0,95	0,86
f9=0,48	0,47	0,93	0,97	0,037	0,47	0,92	0,97	0,047
f10=0,38	0,39	0,84	/	/	0,39	0,95	/	/
f11=0,32	0,32	0,8	/	/	0,32	0,95	/	/
f12=0,27	0,27	0,78	/	/	0,28	0,88	/	/

### Étude de la réponse du réservoir

Comme dans la partie précédente, consacrée aux cas de fréquences d'excitations supérieures à  $f_0$ , dans la présente partie aussi, les réponses temporelle et fréquentielle de l'une des parois du réservoir flexible est analysée. Ceci est réalisé en étudiant les déplacements  $\xi$  au niveau de l'extrémité haute de la paroi gauche du réservoir flexible.

Les figures 5.13 et 5.14 présentent en colonne 2, les déplacements de la structure en fonction du temps en ce point du réservoir flexible soumis à l'ondelette de *Gabor* présentée en colonne 1. La colonne 3 montre en particulier la décomposition spectrale des déplacements de la structure. Les cas 7, 8 et 9 sont présentés dans la figure 5.13 et les cas 10, 11 et 12 sont présentés dans la figure 5.14.

Les déplacements de la structure pour les cas de 8 à 12 sont en phase avec le signal en ondelette de *Gabor*. Pour le cas 7 ( $f_7 = f_0$ ) on remarque que les déplacements de la structure sont très importants par rapport aux autres cas et sont croissants. La fréquence imposée de ce cas est la fréquence de résonance du liquide ( $f_0 = 0.96 \text{ Hz}$ ). Il est donc probable que ceci soit à l'origine de la divergence de la simulation à moins de 6 s, et la limite du modèle développé pour ce cas.

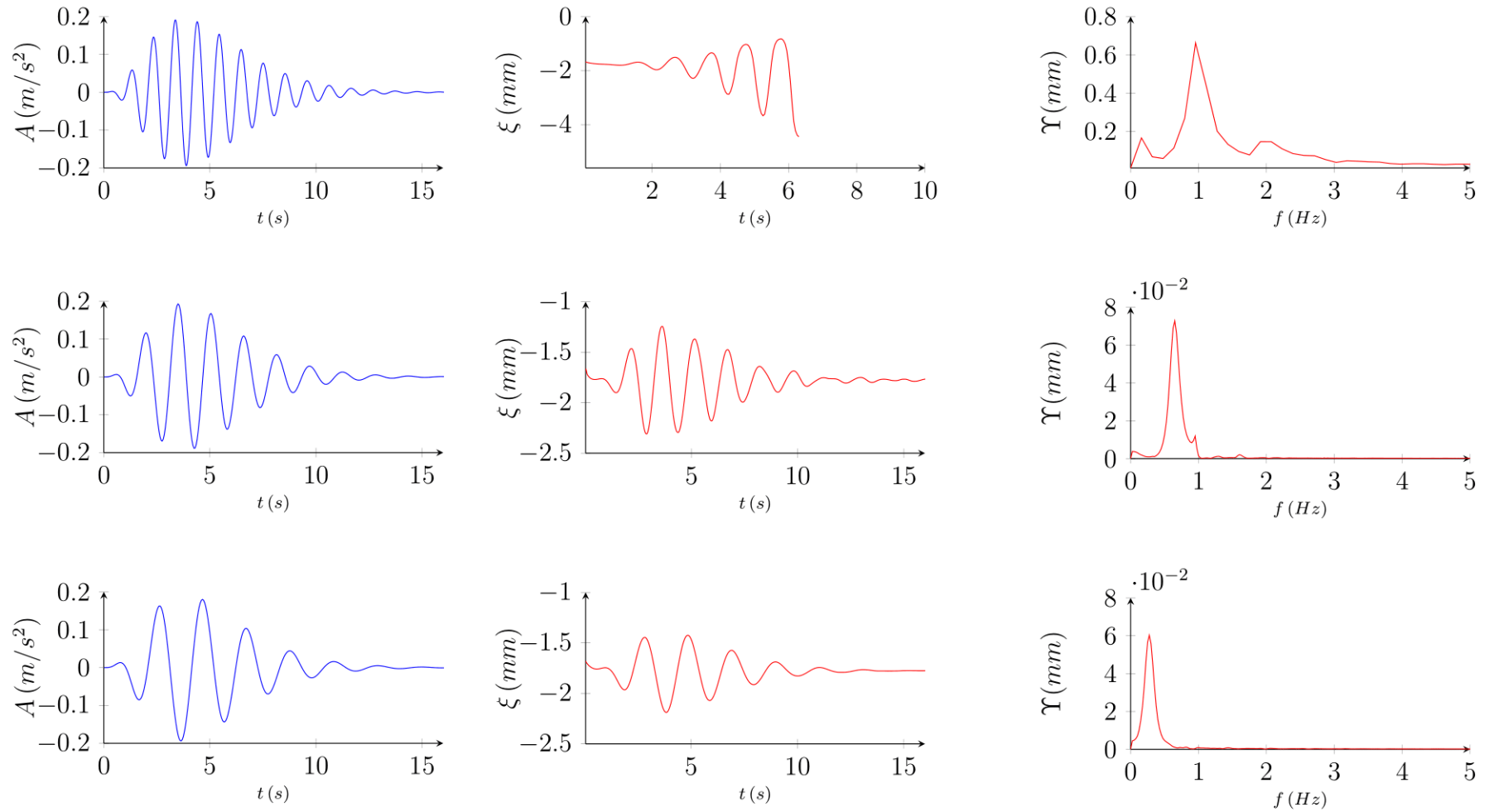


Figure 5.13: Présentation de l'ondelette de *Gabor* à enveloppe longue ( $A$ ) en colonne 1, les déplacements temporels de la paroi gauche du réservoir flexible ( $\xi$ ) en colonne 2 et les amplitudes des modes ( $\Upsilon$ ) en colonne 3. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent, respectivement, aux cas 7, 8 et 9.  $f_7 = f_0$ ,  $f_8 = \frac{f_0}{1.5}$ ,  $f_9 = \frac{f_0}{2}$

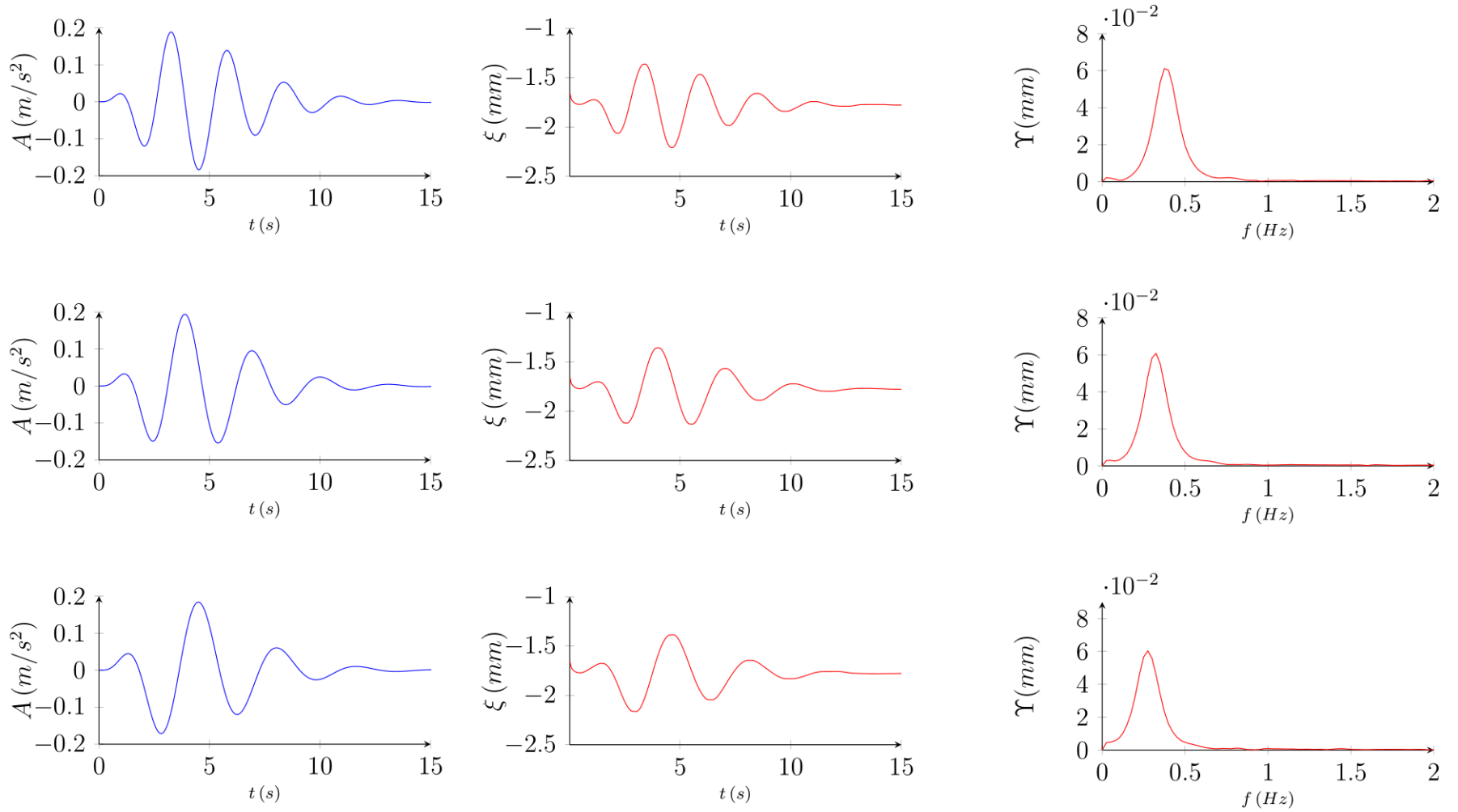


Figure 5.14: Présentation de l'ondelette de Gabor à enveloppe longue ( $A$ ) en colonne 1, les déplacements temporels de la paroi gauche du réservoir flexible ( $\xi$ ) en colonne 2 et les amplitudes des modes ( $\Upsilon$ ) en colonne 3. Les lignes 1, 2 et 3 correspondent, respectivement, aux cas 10, 11 et 12.  $f_{10} = \frac{f_0}{2.5}$ ,  $f_{11} = \frac{f_0}{3}$ ,  $f_{12} = \frac{f_0}{3.5}$



## 5.4 Bilan

Une modélisation numérique avec une approche IFS a été réalisée pour évaluer le comportement du ballotement d'un liquide contenu dans un réservoir flexible soumis à une excitation externe de type ondelette de *Gabor*. Des études paramétriques ont été réalisées avec un réservoir à parois rigides et un réservoir à parois flexibles afin d'évaluer l'effet de la flexibilité du réservoir sur le ballotement du liquide et inversement. Les résultats de ce chapitre sont présentés en termes de réponses temporelles et fréquentielles du ballotement du liquide et des déformations des parois pour différentes valeurs de la fréquence de l'excitation. Les études ont été subdivisées en deux parties. La première partie concerne une gamme de fréquences supérieures à la fréquence propre du ballotement et la seconde partie concerne les fréquences inférieures. La fréquence de l'excitation imposée affecte les amplitudes des oscillations du liquide pour le cas de réservoir flexible, en les augmentant par rapport au cas de réservoir rigide. Les grandes fréquences d'excitation font apparaître, pour le cas flexible, une fréquence de réponse qui correspond à la fréquence du premier mode propre du ballotement. Cette fréquence est due à l'effet inertiel du liquide, qui permet au liquide d'osciller après l'annulation de l'excitation externe. Ce phénomène disparaît dans le cas de petites fréquences d'excitations.

# Chapitre 6

## Conclusion

### Les conclusions

Le liquide en ballonnement étant systématiquement en interaction avec le réservoir qui le contient, la prise en compte du couplage fluide-structure dans la modélisation numérique est donc cruciale. Beaucoup parmi les travaux qui proposent des modèles d'étude de ballonnement en interaction fluide-structure, simplifient souvent la dynamique du liquide, afin de le ramener au cas de ballonnement linéaire. Néanmoins, le ballonnement observé dans la plupart des applications est non linéaire. Ainsi, le développement de modèle permettant d'analyser et de prendre en compte les effets de l'interaction fluide-structure dans le cas d'un ballonnement non linéaire devient nécessaire. Cette problématique constitue l'objet principal de la présente étude. En effet, celle-ci s'articule autour de la modélisation numérique du ballonnement de liquides, avec une approche diphasique air-liquide, dans un réservoir de stockage avec la prise en compte de l'effet de l'interaction fluide-structure.

Dans un premier temps, un modèle pour l'étude du ballonnement linéaire avec une approche monolithique pour l'interaction fluide-structure a été présenté dans le chapitre 03. Le liquide est discrétisé en éléments finis quadrangulaires linéaires et les parois en éléments poutres basés sur la théorie d'Euler-Bernoulli. La condition d'onde de surface linéarisée est appliquée à la surface libre du liquide. Ce modèle simple et économe en temps de calcul permet de réaliser des études dans des conditions linéaires. Une approche élégante de condensation des systèmes algébriques et des matrices a permis d'obtenir un facteur 70 sur le temps de calcul, rendant le modèle encore plus intéressant.

Dans un deuxième temps, et afin de palier aux limitations du modèle simplifié, une approche d'interaction fluide-structure sur la base d'un couplage partitionné est réalisée pour l'analyse du ballonnement non linéaire. D'une part, le solveur fluide permet de résoudre les équations de Navier-Stokes incompressibles, diphasiques. La formulation arbitraire lagrangienne-eulérienne (ALE) est adoptée pour la résolution de ces équations dans un domaine mobile et la méthode VOF pour le suivi de l'interface air-liquide. D'autre part, le solveur solide permet de résoudre les

équations de l'élasticité linéaire. Les conditions aux limites à l'interface fluide-structure sont imposée à travers un échange de données (contraintes dans le fluide et déplacement de la structure) au niveau de l'interface à chaque pas de temps. Une phase de validation sur la base de solutions analytique et d'expériences de la littérature a été réalisée. Son application à un réservoir à parois flexibles a permis de mettre en évidence l'effet de la flexibilité des parois du réservoir sur l'amplitude du ballonnement ainsi que la période des fluctuations de la surface libre, d'un côté, et l'effet du ballonnement du liquide sur l'amplification du moment fléchissant et la déformation des parois, d'un autre côté. Ceci a fait l'objet d'une publication dans une revue internationale à comité de lecture [101].

Dans le dernier chapitre, nous avons appliqué le modèle numérique développé dans le chapitre 04 à un réservoir flexible soumis à une excitation complexe proche d'une excitation sismique. Le modèle d'excitation retenu est une ondelette de *Gabor*. Celle-ci est de type impulsif et se rapproche des excitations de type sismique. Une étude paramétrique est réalisée en prenant en compte les hautes fréquences avec une ondelette à enveloppe courte, et les basses fréquences avec une ondelette à enveloppe longue. Les résultats mettent en avant l'effet de la flexibilité des parois du réservoir sur les réponses temporelle et fréquentielle du ballonnement du liquide, ainsi que des déplacements de la paroi pour le cas des hautes et des basses fréquences.

## Les perspectives

Le modèle numérique en interaction fluide-structure pour un ballonnement non linéaire dans un réservoir flexible qui a été développé dans ce travail, produit des résultats de simulation intéressants pour les réponses en ballonnement en comparant avec des résultats analytiques et expérimentaux, d'un côté, et pour les déformations et les contraintes dans les parois du réservoir, d'un autre côté. Néanmoins, ce modèle présente des limites, telles que le schéma de couplage fluide-structure qui est explicite, ce qui nécessite donc le choix de petits pas de temps, et les conditions de couplage à l'interface ne sont pas assurées de manière exacte à chaque pas de temps. Comme limites du modèle on peut aussi citer le comportement linéaire des parois du réservoir et le caractère bidimensionnel du système étudié.

Les futurs travaux concernent donc les points suivants :

- Étendre le modèle du ballonnement linéaire en couplage monolithique présenté en chapitre 3 pour l'analyse des réponses temporelles du liquide et des parois. L'évolution temporelle du comportement du liquide et des parois est très important à connaître afin de prédire les phénomènes, et ce modèle est très avantageux en termes de temps de calcul par rapport à des modèles de ballonnement non linéaire.
- Mettre en place un modèle avec un schéma de couplage implicite pour faciliter la conservation de l'énergie lors du couplage.
- Explorer le cas des déformations non linéaires des parois du réservoir.
- Appliquer au réservoir une excitation externe de type sismique (accélérogramme enregistré lors d'un tremblement de terre).
- Étendre le modèle pour analyser des structures réelles en 3D. Ceci permettrait d'explorer d'autres formes de réservoir, comme la forme cylindrique qui est très utilisée pour le stockage de liquides.

# Bibliography

- [1] M. Novak, “Skyscraper’s rooftop pool spills everywhere as earthquake rocks manila.” <https://gizmodo.com/skyscrapers-rooftop-pool-spills-everywhere-as-earthquak-1834215176>, 04 2019. (cité en page : iii, 2, 3)
- [2] Z.-J. Wei, O. M. Faltinsen, C. Lugni, and Q.-J. Yue, “Sloshing-induced slamming in screen-equipped rectangular tanks in shallow-water conditions,” *Physics of Fluids*, vol. 27, p. 032104, Mar. 2015. (cité en page : iii, 4)
- [3] R. A. Ibrahim, “Assessment of breaking waves and liquid sloshing impact,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 100, pp. 1837–1925, Apr. 2020. (cité en page : iii, 4)
- [4] H. Sezen, K. J. Elwood, A. S. Whittaker, K. M. Mosalam, J. W. Wallace, and J. F. Stanton, “Structural engineering reconnaissance of the august 17, 1999 earthquake: Kocaeli (izmit), turkey,” tech. rep., Pacific Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley, 12 2000. (cité en page : iii, 5)
- [5] E. de Langre, *Fluides et solides*. Editions de l’Ecole Polytechnique, 2001. (cité en page : iii, 6, 7)
- [6] G. De Nayer, *Interaction Fluide-Structure pour les corps élancés*. PhD thesis, Ecole Centrale Nantes (Nantes), 2008. (cité en page : iii, 9, 29)
- [7] J. R. Leach, R. V.L, S. Bruno, M. Wintermark, M. Mofrad, and D. Saloner, “Carotid atheroma rupture observed in vivo and FSI-predicted stress distribution based on pre-rupture imaging,” *Annals of Biomedical Engineering*, vol. 38, no. 8, pp. 2748–2765, 2010. (cité en page : iii, 11, 22)
- [8] G. Housner, “Dynamic pressures on accelerated fluid containers,” *Bulletin of the Seismological Society of America*, pp. 15–35, 1955. (cité en page : iii, 11)
- [9] M. Goudarzi and S. Sabbagh-Yazdi, “Analytical and experimental evaluation on the effectiveness of upper mounted baffles with respect to commonly used baffles,” *Ocean Engineering*, vol. 42, pp. 205–217, Mar. 2012. (cité en page : iii, 16)

- [10] H. Akyıldız, N. E. Ünal, and H. Aksoy, “An experimental investigation of the effects of the ring baffles on liquid sloshing in a rigid cylindrical tank,” *Ocean Engineering*, vol. 59, pp. 190–197, Feb. 2013. (cité en page : [iii](#), [16](#), [17](#))
- [11] J. Donea, A. Huerta, J.-P. Ponthot, and A. Rodríguez-Ferran, “Arbitrary Lagrangian-Eulerian Methods,” *Encyclopedia of Computational Mechanics Second Edition*, pp. 1–23, 2017. (cité en page : [iii](#), [23](#))
- [12] G. Tryggvason, R. Scardovelli, and S. Zaleski, *Direct numerical simulations of gas–liquid multiphase flows*. Cambridge University Press, Oct. 2011. (cité en page : [iii](#), [26](#))
- [13] M. Benaouicha, *Contribution au développement d’algorithmes de couplage en interaction Fluide-Structure*. PhD thesis, l’université de La Rochelle, 2008. (cité en page : [iii](#), [30](#), [32](#))
- [14] O. M. Faltinsen, “A numerical nonlinear method of sloshing in tanks with two-dimensional flow,” *Journal of Ship Research*, vol. 22, no. 3, pp. 193–202, 1978. (cité en page : [iv](#), [12](#), [46](#), [58](#), [62](#), [63](#), [64](#), [65](#), [75](#))
- [15] D. Liu and P. Lin, “A numerical study of three-dimensional liquid sloshing in tanks,” *Journal of Computational Physics*, vol. 227, pp. 3921–3939, Apr. 2008. (cité en page : [iv](#), [12](#), [46](#), [64](#), [65](#), [75](#))
- [16] Y. Chen and M.-A. Xue, “Numerical simulation of liquid sloshing with different filling levels using OpenFOAM and experimental validation,” *Water*, vol. 10, p. 1752, Nov. 2018. (cité en page : [iv](#), [3](#), [71](#), [72](#))
- [17] “Site du centre national de recherche appliquée en génie parasismique (c.g.s.).” <http://www.cgs-dz.org/index.php/fr/reseau-accelerometriques>. Accessed: 2021-09-06. (cité en page : [v](#), [77](#))
- [18] R. D. Blevins, *Formulas for natural frequency and mode shape*. 1979. (cité en page : [vi](#), [48](#), [49](#), [66](#))
- [19] Z. Liu, Y. Feng, J. Cui, G. Lei, and Y. Li, “Effect of excitation types on sloshing dynamic characteristics in a cryogenic liquid oxygen tank,” *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 32, p. 04019096, Nov. 2019. (cité en page : [3](#))
- [20] C.-F. Zou, D.-Y. Wang, Z.-H. Cai, and Z. Li, “The effect of liquid viscosity on sloshing characteristics,” *Journal of Marine Science and Technology*, vol. 20, pp. 765–775, July 2015. (cité en page : [3](#))
- [21] T. H. Lee, Z. Zhou, and Y. Cao, “Numerical simulations of hydraulic jumps in water sloshing and water impacting,” *Journal of Fluids Engineering*, vol. 124, pp. 215–226, Sept. 2001. (cité en page : [3](#))

- [22] A. Souto-Iglesias, L. Delorme, L. Pérez-Rojas, and S. Abril-Pérez, “Liquid moment amplitude assessment in sloshing type problems with smooth particle hydrodynamics,” *Ocean Engineering*, vol. 33, pp. 1462–1484, Aug. 2006. (cité en page : 4)
- [23] B. C. Abrahamsen and O. M. Faltinsen, “The effect of air leakage and heat exchange on the decay of entrapped air pocket slamming oscillations,” *Physics of Fluids*, vol. 23, p. 102107, Oct. 2011. (cité en page : 4)
- [24] A. Seghir, G. Bonnet, and A. Tahakourt, “Liquid filled rectangular reservoir analysis using a coupled FEM / BEM model,” in *Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics*, no. July 4-6, (Leuven, Belgium), pp. 3056–3061, 2011. (cité en page : 4, 15, 69)
- [25] T. Miyata, “Historical view of long-span bridge aerodynamics,” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 91, no. 12-15, pp. 1393–1410, 2003. (cité en page : 8)
- [26] B. Robu, *Active vibration control of a fluid/plate system. Contrôle actif des vibrations dans un système couplé fluide*. English, Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2010. (cité en page : 9)
- [27] F. Bauer, Charles D. Clark and J. H. Woodward, “analytical mechanical model for the description of the sloshing motion,” tech. rep., NASA, Marshall Space Flight Center, National Aeronautics and Space Administration, Huntsville, USA, 1965. (cité en page : 9)
- [28] B. Budiansky, “Unclassified Ad Number Ad837160,” tech. rep., Lockheed Aircraft Corporation, Missile system division., 1958. (cité en page : 9)
- [29] K. Merten, “Some dynamic effects of fuel motion in simplified tip tank suddenly excited bending oscillations,” Tech. Rep. September 1952, technical report, NASA, Langley Aeronautical Laboratory, USA. (cité en page : 9)
- [30] B. Anthony, B. Jean-marc, E. Helene, P. Christelle, M. Sabine, and B. Laurent, “Modeling and Control of Propellant SLOSH Dynamics in Observation Spacecraft with Actuator Saturations,” in *8th european conference for aeronautics and aerospace sciences (EUCASS)*, pp. 1–16, 2019. (cité en page : 9)
- [31] H. N. Abramson, *The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers. NASA SP-106*. Washington, D.C: NASA, 1966. (cité en page : 9, 10)
- [32] O. M. Faltinsen and A. N. Timokha, “Sloshing,” *Advances in Mechanics*, vol. 47, no. September 2016, p. 201701, 2017. (cité en page : 9)
- [33] S. Piperno, “Interactions fluide-structure,” pp. 1–53, 2006. (cité en page : 10)
- [34] M. Benaouicha, F. Baj, and E. Longatte, “An algebraic expansion of the potential theory for predicting dynamic stability limit of in-line cylinder arrangement under single-phase fluid cross-flow,” *Journal of Fluids and Structures*, vol. 72, pp. 80–95, July 2017. (cité en page : 10)

- [35] D. Barthes-Biesel, “Interactions fluides-structures en biomécanique : exemple des globules rouges humains,” *La Houille Blanche*, vol. 3/4, pp. 33–37, 2000. (cité en page : 10)
- [36] L. Boilevin-Kayl, *Modeling and numerical simulation of implantable cardiovascular devices*. thèse de doctorat, Sorbonne Université, 2019. (cité en page : 10)
- [37] G. Housner, “The dynamic behavior of watertanks,” *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 53, no. 2, pp. 381–387, 1963. (cité en page : 10, 11)
- [38] A. R. Ibrahim, *The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers*. NASA SP-106. 1966. (cité en page : 10)
- [39] M. Eswaran and K.S. Ujjwal, “Sloshing of liquids in partially filled tanks – a review of experimental investigations,” *Ocean Systems Engineering*, vol. 1, no. 2, pp. 131–155, 2011. (cité en page : 10)
- [40] T. Nakayama and K. Washizu, “The boundary element method applied to the analysis of two-dimensional nonlinear sloshing problems,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 17, pp. 1631–1646, Nov. 1981. (cité en page : 12)
- [41] D. C. Barton and J. V. Parker, “Finite element analysis of the seismic response of anchored and unanchored liquid storage tanks,” *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, vol. 15, pp. 299–322, Apr. 1987. (cité en page : 12)
- [42] B. Chen and R. Nokes, “Time-independent finite difference analysis of fully non-linear and viscous fluid sloshing in a rectangular tank,” *Journal of Computational Physics*, vol. 209, pp. 47–81, Oct. 2005. (cité en page : 12, 69)
- [43] C. Hirt and B. Nichols, “Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries,” *Journal of Computational Physics*, vol. 39, pp. 201–225, Jan. 1981. (cité en page : 13, 25)
- [44] M. Eswaran and G. Reddy, “Liquid sloshing in fuel storage bays of advanced reactor subjected to earthquake loading,” *Procedia Engineering*, vol. 144, pp. 1278–1285, 2016. (cité en page : 13)
- [45] R. Rajagounder, G. V. Mohanasundaram, and P. Kalakkath, “A Study of Liquid Sloshing in an Automotive Fuel Tank under Uniform Acceleration,” *Engineering Journal*, vol. 20, no. 1, pp. 71–85, 2016. (cité en page : 13)
- [46] D. Enright, R. Fedkiw, J. Ferziger, and I. Mitchell, “A hybrid particle level set method for improved interface capturing,” *Journal of Computational Physics*, vol. 183, pp. 83–116, Nov. 2002. (cité en page : 13, 27)
- [47] W. Mulder, S. Osher, and J. A. Sethian, “Computing interface motion in compressible gas dynamics,” *Journal of Computational Physics*, vol. 100, pp. 209–228, June 1992. (cité en page : 13, 27)



- [48] D. Liu, W. Tang, J. Wang, H. Xue, and K. Wang, “Comparison of laminar model, RANS, LES and VLES for simulation of liquid sloshing,” *Applied Ocean Research*, vol. 59, pp. 638–649, Sept. 2016. (cité en page : 13, 74)
- [49] A. Veletsos, “Seismic Effects in Flexible Liquid Storage Tanks,” *Proceedings of the International Association for Earthquake Engineering Fifth World Conference*, pp. 630–639, 1974. (cité en page : 14)
- [50] T. Miras, J.-S. Schotté, and R. Ohayon, “Amortissement du ballonnement d’un liquide dans un réservoir élastique,” in *10e colloque national en calcul des structures*, (Giens, France), May 2011. (cité en page : 14)
- [51] J. R. Saripilli and D. Sen, “Numerical studies on effects of slosh coupling on ship motions and derived slosh loads,” *Applied Ocean Research*, vol. 76, pp. 71–87, July 2018. (cité en page : 14)
- [52] W. Zhao, J. Yang, Z. Hu, L. Xiao, and L. Tao, “Hydrodynamics of a 2d vessel including internal sloshing flows,” *Ocean Engineering*, vol. 84, pp. 45–53, July 2014. (cité en page : 14)
- [53] T. Okamoto and M. Kawahara, “Two-dimensional sloshing analysis by lagrangian finite element method,” *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 11, pp. 453–477, Oct. 1990. (cité en page : 15)
- [54] K. J. Paik and P. M. Carrica, “Fluid–structure interaction for an elastic structure interacting with free surface in a rolling tank,” *Ocean Engineering*, vol. 84, pp. 201–212, July 2014. (cité en page : 15)
- [55] Q. Yang, V. Jones, and L. McCue, “Free-surface flow interactions with deformable structures using an SPH–FEM model,” *Ocean Engineering*, vol. 55, pp. 136–147, Dec. 2012. (cité en page : 15)
- [56] S. D. Chowdhury and S. Sannasiraj, “Numerical simulation of 2d sloshing waves using SPH with diffusive terms,” *Applied Ocean Research*, vol. 47, pp. 219–240, Aug. 2014. (cité en page : 15)
- [57] H. Gotoh, A. Khayyer, H. Ikari, T. Arikawa, and K. Shimosako, “On enhancement of incompressible SPH method for simulation of violent sloshing flows,” *Applied Ocean Research*, vol. 46, pp. 104–115, June 2014. (cité en page : 15)
- [58] L. Delorme, A. Colagrossi, A. Souto-Iglesias, R. Zamora-Rodríguez, and E. Botía-Vera, “A set of canonical problems in sloshing, part i: Pressure field in forced roll—comparison between experimental results and SPH,” *Ocean Engineering*, vol. 36, pp. 168–178, Feb. 2009. (cité en page : 15)
- [59] C. Antoci, M. Gallati, and S. Sibilla, “Numerical simulation of fluid–structure interaction by SPH,” *Computers & Structures*, vol. 85, pp. 879–890, June 2007. (cité en page : 15)

- [60] S.-C. Hwang, J.-C. Park, H. Gotoh, A. Khayyer, and K.-J. Kang, “Numerical simulations of sloshing flows with elastic baffles by using a particle-based fluid–structure interaction analysis method,” *Ocean Engineering*, vol. 118, pp. 227–241, May 2016. (cité en page : 15, 17)
- [61] T. Hu, S. Wang, G. Zhang, Z. Sun, and B. Zhou, “Numerical simulations of sloshing flows with an elastic baffle using a SPH-SPIM coupled method,” *Applied Ocean Research*, vol. 93, p. 101950, Dec. 2019. (cité en page : 15, 17)
- [62] S. R. Idelsohn, J. Marti, A. Souto-Iglesias, and E. Oñate, “Interaction between an elastic structure and free-surface flows: experimental versus numerical comparisons using the PFEM,” *Computational Mechanics*, vol. 43, pp. 125–132, Feb. 2008. (cité en page : 15, 16)
- [63] B.-h. Lee, J.-c. Park, M.-h. Kim, and S.-c. Hwang, “Moving particle simulation for mitigation of sloshing impact loads using surface floaters,” *CMES - Computer modeling in engineering and sciences*, vol. 75, no. 2, pp. 89–112, 2011. (cité en page : 17)
- [64] S.-P. Kim, S.-M. Chung, W.-J. Shin, D.-S. Cho, and J.-C. Park, “Experimental study on sloshing reduction effects of baffles linked to a spring system,” *Ocean Engineering*, vol. 170, pp. 136–147, Dec. 2018. (cité en page : 17)
- [65] A. Sauret, F. Boulogne, J. Cappello, E. Dressaire, and H. A. Stone, “Damping of liquid sloshing by foams,” *Physics of Fluids*, vol. 27, no. 2, 2015. (cité en page : 17)
- [66] M. A. Xue, Y. Chen, J. Zheng, L. Qian, and X. Yuan, “Fluid dynamics analysis of sloshing pressure distribution in storage vessels of different shapes,” *Ocean Engineering*, vol. 192, no. October, p. 106582, 2019. (cité en page : 18)
- [67] V. S. Sanapala, M. Rajkumar, K. Velusamy, and B. S. V. Patnaik, “Numerical simulation of parametric liquid sloshing in a horizontally baffled rectangular container,” *Journal of Fluids and Structures*, vol. 76, pp. 229–250, 2018. (cité en page : 18)
- [68] R. Ohayon, C. Soize, Q. Akkaoui, and E. Capiez-Lernout, “Novel formulation for the effects of sloshing with capillarity on elastic structures in linear dynamics,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2019. (cité en page : 18)
- [69] M. Souli, A. V. Kultsep, E. Al-Bahkali, C. C. Pain, and M. Moatamedi, “Arbitrary Lagrangian Eulerian formulation for sloshing tank analysis in nuclear engineering,” *Nuclear Science and Engineering*, vol. 183, no. 1, pp. 126–134, 2016. (cité en page : 18, 22, 59)
- [70] M. Siddique, M. Hamed, and A. E. Damatty, “A nonlinear numerical model for sloshing motion in tuned liquid dampers,” *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, vol. 15, pp. 306–324, Apr. 2005. (cité en page : 18)
- [71] Z. Ozdemir, M. Moatamedi, Y. M. Fahjan, and M. Souli, “ALE and Fluid Structure Interaction for Sloshing Analysis,” vol. 3, no. 3, pp. 307–336, 2009. (cité en page : 18, 22, 59)

- [72] H. K. Versteeg and W. Malaskechera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. 1995. (cité en page : 20)
- [73] H. Schlichting, *Boundary-Layer Theory*. mcgraw-hil ed., 1979. (cité en page : 20)
- [74] P. Persson and J. Peraire, “Curved Mesh Generation and Mesh Refinement using Lagrangian Solid Mechanics,” *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 2009. (cité en page : 22)
- [75] D. Lornage, *Dynamique globale des lignes d’arbres de turbomachines couplées aux fluides environnants application au cas des lames fluides*. PhD thesis, L’institut national des sciences appliquées de Lyon, 2001. (cité en page : 22)
- [76] E. Helgason and S. Krajnović, “Optimization using arbitrary Lagrangian-Eulerian formulation of the Navier-Stokes equations,” *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, vol. 137, no. 6, pp. 1–9, 2015. (cité en page : 22)
- [77] R. Löhner and C. Yang, “Improved ALE mesh velocities for moving bodies,” *Communications in Numerical Methods in Engineering*, vol. 12, no. 10, pp. 599–608, 1996. (cité en page : 22, 60)
- [78] S. Philippe, *Développement d’une formulation arbitrairement lagrangienne eulérienne pour la simulation tridimensionnelle du laminage de produits plats*. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2009. (cité en page : 22)
- [79] V. Partimbene, *Calcul haute performance pour la simulation d’interactions fluide-structure*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2018. (cité en page : 22)
- [80] F. Moukalled, L. Mangani, and M. Darwish, *The finite volume method in computational fluid dynamics : An Advanced Introduction with OpenFOAM and Matlab*, vol. 113. 2016. (cité en page : 24, 61)
- [81] R. Scardovelli and S. Zaleski, “Direct numerical simulation of free-surface and interfacial flow,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 31, pp. 567–603, Jan. 1999. (cité en page : 24)
- [82] M. Tavares, *Simulation et modélisation multi-échelle d’écoulements diphasiques*. PhD thesis, université Paris-est, 2019. (cité en page : 24)
- [83] W. Noh and P. Woodward, “SLIC (simple line interface calculation). [usable in 1, 2, or 3 space dimensions],” tech. rep., Aug. 1976. (cité en page : 25)
- [84] S. Mauriet, *Simulation d’un écoulement de jet de rive par une méthode VOF*. PhD thesis, Université de Pau et des Pays de l’Adour, 2009. (cité en page : 25, 60)

- [85] M. Lepilliez, *Simulation numérique des ballotements d'ergols dans les réservoirs de satellites en microgravité à faible nombre de Bond*. PhD thesis, Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2015. (cité en page : 25, 26)
- [86] D. L. Youngs, "Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion.," in *Numerical Methods in Fluid Dynamics* (K. W. Morton and M. J. Baines, eds.), Academic Press, 1982. (cité en page : 25)
- [87] E. Berberović, N. P. Van Hinsberg, S. Jakirlić, I. V. Roisman, and C. Tropea, "Drop impact onto a liquid layer of finite thickness: Dynamics of the cavity evolution," *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, vol. 79, no. 3, 2009. (cité en page : 26, 60)
- [88] S. Osher and J. A. Sethian, "Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on hamilton-jacobi formulations," *Journal of Computational Physics*, vol. 79, pp. 12–49, Nov. 1988. (cité en page : 26)
- [89] A. Laadhari, P. Saramito, and C. Misbah, "Improving the mass conservation of the level set method in a finite element context," *Comptes Rendus Mathématique*, vol. 348, pp. 535–540, May 2010. (cité en page : 27)
- [90] F. J. Blom, "A monolithic fluid-structure interaction algorithm applied to the piston problem," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 167, no. 3-4, pp. 369–391, 1998. (cité en page : 29)
- [91] B. Hübner, E. Walhorn, and D. Dinkler, "A monolithic approach to fluid-structure interaction using space-time finite elements," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 193, no. 23-26, pp. 2087–2104, 2004. (cité en page : 29)
- [92] L. Monasse, *Analysis of a Discrete Element Method for structure dynamics and coupling with a compressible fluid flow method*. PhD thesis, Université Paris-Est, 2011. (cité en page : 29)
- [93] E. Longatte, Z. Bendjeddou, V. Verreman, and M. Souli, "Explicit and implicit code coupling schemes in fluid structure interaction," in *Volume 4: Fluid Structure Interaction*, ASME/EDC, Jan. 2005. (cité en page : 30)
- [94] Z. Bendjeddou, *Méthodologie pour la simulation numérique des vibrations induites par écoulements dans les faisceaux de tubes*. PhD thesis, université des sciences et technologies de Lille, 2005. (cité en page : 30)
- [95] A. H. Van Zuijlen and H. Bijl, "Multi-level acceleration for sub-iterations in partitioned fluid-structure interaction," *AIP Conference Proceedings*, vol. 1168, no. September 2009, pp. 1347–1350, 2009. (cité en page : 31)

- [96] H. G. Matthies and J. Steindorf, “Partitioned but strongly coupled iteration schemes for nonlinear fluid-structure interaction,” *Computers and Structures*, vol. 80, no. 27-30, pp. 1991–1999, 2002. (cité en page : 31)
- [97] O. Zienkiewicz and R. Taylor, *The Finite Element Method*. Hermès-Lavoisier, 2000. (cité en page : 38, 44)
- [98] S. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, *Theory of plates and shells*. Engineering Mechanics series, McGraw-Hill, 1959. (cité en page : 39)
- [99] A. Seghir, “Coupled free vibrations of fluid-structure interaction system,” *U.P.B. Sci. Bull.*, vol. 83, no. 2, pp. 45–60, 2021. (cité en page : 54)
- [100] A. Kolaei, S. Rakheja, and M. J. Richard, “Anti-sloshing effects of longitudinal partial baffles in a partly-filled container under lateral excitation,” in *Volume 4A: Dynamics, Vibration, and Control*, American Society of Mechanical Engineers, Nov. 2014. (cité en page : 54)
- [101] L. Khouf, M. Benaouicha, A. Seghir, and S. Guillou, “Numerical modeling of liquid sloshing in flexible tank with FSI approach,” *World Journal of Engineering*, vol. ahead-of-print, Aug. 2021. (cité en page : 57, 97)
- [102] J. U. Brackbill, “A continuum method for modeling surface tension.pdf,” *Journal of Computational Physics*, vol. 100, pp. 335–354, 1992. (cité en page : 59)
- [103] J. A. Heyns and O. F. Oxtoby, “Modelling surface tension dominated multiphase flows using the VOF approach,” in *11th World Congress on Computational Mechanics, WCCM 2014, 5th European Conference on Computational Mechanics, ECCM 2014 and 6th European Conference on Computational Fluid Dynamics, ECFD 2014*, no. Wccm Xi, pp. 7082–7090, 2014. (cité en page : 59)
- [104] B. B. M. Kassar, J. N. E. Carneiro, and A. O. Nieckele, “Curvature computation in volume-of-fluid method based on point-cloud sampling,” *Computer Physics Communications*, vol. 222, pp. 189–208, 2018. (cité en page : 59)
- [105] H. Jasak and Ž. Tuković, “Automatic mesh motion for the unstructured Finite Volume Method,” *Transactions of Famena*, vol. 30, no. 2, pp. 1–20, 2006. (cité en page : 60)
- [106] T. Holzmann, “Mathematics, Numerics, Derivations and OpenFOAM,” *Configurable Distributed Systems, 1992., International Workshop on*, no. July, pp. 68–79, 2017. (cité en page : 60)
- [107] H. K. Versteeg and M. Weeratunge, *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. Harlow (GB) New York Boston: Pearson Education Ltd., Second ed., 2007. (cité en page : 61)

- [108] R. Koomullil, M. M. Selim, and D. R. McDaniel, “Finite volume based fluid-structure interaction solver,” in *58th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Jan. 2017. (cité en page : 61)
- [109] A. H. van Zuijlen and H. Bijl, “Multi-level accelerated sub-iterations for fluid-structure interaction,” in *Fluid Structure Interaction II*, pp. 1–25, Springer Berlin Heidelberg, July 2010. (cité en page : 61)
- [110] T.E. Rajamoomzava et M. Benaouicha et Jacques-André Astolfi, “A comparison study of coupling algorithms for fluid-structure interaction problems,” in *Pressure Vessels and Piping Division Conference*, 2011. (cité en page : 61)
- [111] A. Brandely, *Étude du ballonnement de fluide dans les réservoirs à carburant : approches numérique et expérimentale*. PhD thesis, Université Technologique de Compiègne, 2016. (cité en page : 63)
- [112] I. G. Acedo, *Development of a finite volume method for elastic materials and fluid-solid coupled applications*. Doctoral thesis, Universitat Politècnica de Catalunya, 2019. (cité en page : 65)
- [113] G. Fourey, C. Hermange, D. L. Touzé, and G. Oger, “An efficient FSI coupling strategy between smoothed particle hydrodynamics and finite element methods,” *Computer Physics Communications*, vol. 217, pp. 66–81, Aug. 2017. (cité en page : 67, 69)
- [114] A. Khayyer, H. Gotoh, H. Falahaty, and Y. Shimizu, “An enhanced ISPH–SPH coupled method for simulation of incompressible fluid–elastic structure interactions,” *Computer Physics Communications*, vol. 232, pp. 139–164, Nov. 2018. (cité en page : 67)
- [115] A. Khayyer, Y. Shimizu, H. Gotoh, and S. Hattori, “Multi-resolution ISPH-SPH for accurate and efficient simulation of hydroelastic fluid-structure interactions in ocean engineering,” *Ocean Engineering*, vol. 226, p. 108652, Apr. 2021. (cité en page : 67)
- [116] A. Khayyer, Y. Shimizu, H. Gotoh, and K. Nagashima, “A coupled incompressible SPH-hamiltonian SPH solver for hydroelastic FSI corresponding to composite structures,” *Applied Mathematical Modelling*, vol. 94, pp. 242–271, June 2021. (cité en page : 67)
- [117] A. R. Ghaemmaghami and M. R. Kianoush, “Effect of wall flexibility on dynamic response of concrete rectangular liquid storage tanks under horizontal and vertical ground motions,” *Journal of Structural Engineering*, vol. 136, pp. 441–451, Apr. 2010. (cité en page : 71)
- [118] Z. Zhang, J.-A. Fleurisson, and F. Pellet, “The effects of slope topography on acceleration amplification and interaction between slope topography and seismic input motion,” *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 113, pp. 420–431, Oct. 2018. (cité en page : 76, 77)

[119] G. P. Mavroeidis, “A mathematical representation of near-fault ground motions,” *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 93, pp. 1099–1131, June 2003. (cité en page : [76](#), [77](#), [78](#))



# Modélisation Numérique de l'interaction Fluide-Structure et du Ballotement des Liquides dans les Réservoirs de Stockage

**Résumé :** Le phénomène de ballotement désigne les mouvements d'une surface libre d'un liquide à l'intérieur d'un réservoir partiellement rempli, soumis à une excitation externe. Les effets dynamiques de ce phénomène peuvent affecter fortement la tenue mécanique des parois du réservoir, qui à leur tour affectent le mouvement du liquide. Ceci induit un problème de couplage entre le liquide et le réservoir, dont la modélisation doit être basée sur une approche d'Interaction Fluide Structure (IFS). Dans cette thèse, nous abordons le problème du ballotement dans les réservoirs à parois déformables par une modélisation numérique en IFS. Un premier volet de cette thèse concerne la mise en place d'une modélisation simplifiée du problème, en utilisant la méthode des éléments finis avec un couplage monolithique et en appliquant la condition d'onde de surface linéarisée à la surface libre du liquide. Les matrices régissant le mouvement du liquide et celui des parois du réservoir ont été condensées afin de réduire le nombre de degrés de liberté du système couplé. Cette dernière opération a permis une réduction drastique du temps de calcul. Le deuxième volet de la thèse est consacré à la mise en place d'une modélisation numérique en prenant en compte les effets de l'IFS en volumes finis. Un couplage partitionné est utilisé et le problème d'évolution de la surface libre est traité par la méthode VOF (Volume Of Fluid). Le modèle, validé pour des cas du ballotement linéaire et non linéaire, a permis de démontrer que la flexibilité du réservoir a un impact notable sur l'amplitude et la fréquence des oscillations de la surface libre ainsi que sur le moment fléchissant des parois du réservoir. Le modèle est ensuite appliqué à l'étude du comportement d'un réservoir à paroi flexible partiellement rempli, soumis à une excitation complexe de type ondelette de *Gabor*. Celle-ci s'approche d'une excitation externe de type sismique.

**Mots-clés :** Ballotement de liquides, Interaction Fluide-structure, Modélisation numérique, Réservoir flexible, Méthode VOF, Ondelette de *Gabor*

## Numerical Modeling of Fluid-Structure Interaction and Liquid Sloshing in Storage Tanks

**Résumé :** The sloshing phenomenon consists in the free surface motion inside a partially filled tank subjected to external excitation. The dynamic effects of this phenomenon can strongly affect the mechanical stability of the tank. This may result in structural collapse or liquid spillage into the external environment. In the present thesis, we deal with the problem of sloshing in flexible tanks by numerical modeling with an FSI (Fluid Structure Interaction) approach. The first part of this thesis concerns the implementation of a simplified model of the problem by using the finite element method with a monolithic coupling and by applying the linearized surface wave condition to the liquid. The coupled system has been condensed to reduce the number of degrees of freedom. This operation allowed a drastic reduction in the computing time. The second part of the thesis is devoted to the implementation of a complete finite volume model with an FSI approach. Partitioned coupling is used and the problem of the free surface evolution is handled by the VOF (Volume Of Fluid) method. The model, validated for linear and nonlinear sloshing cases, showed that the tank flexibility has a significant impact on the amplitude and the frequency of the free surface oscillations as well as on the bending moment of the tank walls. The model is then applied to the study of the behavior of a partially filled flexible tank subjected to a *Gabor* wavelet type excitation. The results highlighted the effect of the tank walls flexibility on the temporal and frequency responses of the liquid, as well as the tank walls displacements in the case of high and low frequencies.

**Keywords :** Liquid sloshing, FSI coupling, Numerical modeling, Flexible tank, VOF method, *Gabor* wavelet