



**HAL**  
open science

# Mesures de précision avec un gyromètre-accéléromètre à atomes froids double axes

Romain Gautier

► **To cite this version:**

Romain Gautier. Mesures de précision avec un gyromètre-accéléromètre à atomes froids double axes. Astrophysique [astro-ph]. Sorbonne Université, 2022. Français. NNT : 2022SORUS182 . tel-03828286

**HAL Id: tel-03828286**

**<https://theses.hal.science/tel-03828286v1>**

Submitted on 25 Oct 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

**Spécialité : Physique**  
École doctorale n°564: Physique en Île-de-France

réalisée  
au SYRTE, Observatoire de Paris

présentée par  
**Romain GAUTIER**

pour obtenir le grade de :  
**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

Sujet de la thèse :  
**Mesures de précision avec un gyromètre-accéléromètre à  
atomes froids double axes**

soutenue le 3 juin 2022

devant le jury composé de :

M.	David CLEMENT	Rapporteur
M.	Remy BATTESTI	Rapporteur
M <sup>me</sup>	Eleni DIAMANTI	Examinatrice
M.	Jakob REICHEL	Examineur
M.	Benoît DARQUIÉ	Examineur
M.	Remi GEIGER	Encadrant de thèse
M.	Arnaud LANDRAGIN	Directeur de thèse



# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier M. Remy Battesty et M. David Clement pour avoir accepté la fonction de rapporteur de cette thèse. Je remercie également Mme Eleni Diamanti présidente de mon jury de thèse, M. Benoît Darquié et M. Jakob Reichel pour avoir accepté de faire partie du jury en tant qu'examinateurs.

J'ai effectué ma thèse à l'observatoire de Paris au sein du SYRTE dans l'équipe de l'équipe IACI (Interférométrie Atomique et Capteurs inertiels) sur l'expérience du gyromètre à atomes froids.

Mon travail de thèse a été encadré par Remi Geiger et dirigé par Arnaud Landragin. Si j'ai autant appris et persévéré pendant ces années de thèse, c'est grâce à leur soutien et leur confiance et je tiens à leur exprimer toute ma gratitude. C'est grâce à Remi que j'ai effectué mon stage de Master 2 ainsi que ma thèse sur l'expérience du gyromètre. Il a toujours été présent pour discuter et pour passer dans la salle de manip malgré un emploi du temps chargé.

Arnaud a été également très présent pendant ma thèse malgré sa charge de directeur du laboratoire. Ses idées toujours plus nombreuses et son incroyable intuition d'expérimentateur m'ont souvent sorti d'un mauvais pas. Il a su faire face à mon pessimisme matinal à la machine à café. Nos nombreuses discussions ainsi que ses conseils ont largement contribué aux résultats de cette thèse, notamment quand il s'agit des corrélations du bruit de vibration ou du pseudo double jointif. Nous sommes restés parfois tard dans la salle d'expérience pour mesurer, analyser et filtrer les signaux des sismomètres.

Lorsque je suis arrivé sur l'expérience en 2018 j'ai eu la chance de travailler avec Matteo Altorio qui était alors le doctorant sur le gyro. C'est lui qui m'a appris comment faire fonctionner le gyromètre et je garde un très bon souvenir des moments passés ensemble dans le labo. J'ai également été accueilli par Leonid Sidorenkov, alors post-Doc dans l'équipe du gyro et avec qui j'ai travaillé pendant plusieurs années. Expérimentateur et physicien hors pair, j'ai beaucoup appris à ses côtés et je le remercie.

Je remercie également Quentin Bouton qui a passé quelques mois en post-Doc dans l'équipe pour son aide et ses connaissances.

Je tiens également à remercier ceux qui vont prendre la suite de l'expérience, notamment Mohamed Guessoum en thèse, avec qui j'ai eu le plaisir de travailler et à qui j'espère j'ai pu transmettre mes connaissances. Il est accompagné de Charbel Cherfan en post-Doc. De nombreux projets sont en cours sur l'expérience et je suis sûr que de nombreux résultats les attendent, je leur souhaite bon courage et bonne chance pour la suite.

J'aimerais également remercier les permanents de l'équipe IACI notamment Franck Pereira Dos Santos, Sebastien Merlet et Carlos Garrido Alzar.

J'ai eu le plaisir de partager ses années de thèse avec les doctorants du SYRTE, no-

tamment Luc Absil sur ForcaG, William Dubosclard sur Gyrachip, Raphael Piccon sur le Gradio, et Yannick Foucault sur l'horloge Strontium.

Au cours de mes années au SYRTE, j'ai rencontré de nombreuses personnes que je souhaite remercier que ce soit des permanents, thésards, post-Docs ou stagiaires, notamment Maxime Pesche, Jean-Marc Martin, Robin Corgier, Joannès Barbarat, Hervé Le Goff, Alexis Mehlman, William Moreno, Alexandre Bouvier, Yann Balland, Nicolas Mielec, Thomas Chantrait, Ranjita Sappam, Quentin Beaufiles, Romain Karcher et Romain Caldani.

Cette thèse n'aurait pas été possible sans les services du SYRTE, je souhaite remercier l'ensemble du service d'électronique, Michel Lours, José Pinto et Laurent Volodimer. Ils ont toujours été disponible, que ce soit pour des réparations rapides ou des projets plus longs, ou bien même pour examiner et modifier des PLL et des DDS. Je remercie le service MUTA, David Holleville, Bertrand Venon et Benoit Carre ainsi que les membres de l'atelier de mécanique pour leur aide et leur disponibilité. C'est notamment grâce à eux et à leur expérience que l'ouverture de la chambre à vide et le changement du piège magnéto-optique 2D se sont si bien passés. Merci à l'équipe administration et gestion, principalement Marine Pailler pour son aide. Merci également au service informatique, notamment à Pascal Blondé et Maxime Laiguillon, toujours présents pour dépanner c'est grâce à eux que la partie visio de la soutenance s'est si bien déroulée.

Je remercie finalement de tout cœur ma mère et mes grand parents pour leur soutiens pendant ces années de thèse,

Merci à tous,

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>I Introduction</b>	<b>1</b>
I.1 Histoire et applications des gyromètres . . . . .	1
I.1.1 Bref historique . . . . .	1
I.1.2 Applications des gyromètres . . . . .	1
I.1.3 Gyromètres mécaniques . . . . .	2
I.1.4 Gyromètres à effet Sagnac . . . . .	3
I.1.5 Interférométrie atomique et capteurs à atomes froids . . . . .	5
I.2 Gyromètre du Syrte et objectif du projet de thèse . . . . .	9
I.3 Plan du mémoire . . . . .	10
<b>II Fonctionnement du gyromètre</b>	<b>13</b>
II.1 Interférométrie atomique . . . . .	13
II.1.1 Transitions Raman stimulées . . . . .	13
II.2 Mesures inertielles avec un capteur à atomes froids . . . . .	24
II.2.1 Sensibilité à l'accélération . . . . .	24
II.2.2 Sensibilité à la rotation : l'effet Sagnac . . . . .	24
II.3 Fonction de sensibilité de l'interféromètre . . . . .	30
II.3.1 Formalisme de la fonction de sensibilité . . . . .	30
II.3.2 Sensibilité aux effets inertiels . . . . .	34
II.4 Conclusion . . . . .	40
<b>III Dispositif expérimental</b>	<b>43</b>
III.1 Séquence de mesure avec le gyromètre . . . . .	43
III.1.1 La chambre à vide . . . . .	43
III.1.2 Préparation et lancement des atomes . . . . .	46
III.1.3 Zone d'interrogation Raman . . . . .	56
III.2 Mise en place d'un second axe de mesure . . . . .	69
III.2.1 Caractérisation des collimateurs Y . . . . .	69
III.2.2 Montage des collimateurs Y . . . . .	71
III.3 Les lasers . . . . .	75
III.3.1 Chaîne de fréquence . . . . .	76
III.3.2 Lasers de refroidissement et de piégeage . . . . .	76
III.3.3 Lasers d'interrogation Raman . . . . .	81
III.3.4 PLL et amplification Raman . . . . .	83
III.4 La détection . . . . .	91

III.4.1	Diaphonies et Normalisation . . . . .	92
III.4.2	Bruit de détection . . . . .	95
III.5	Estimation de la température des atomes . . . . .	98
III.5.1	Temps de vol . . . . .	98
III.5.2	Spectroscopie Raman . . . . .	99
III.6	Stabilisation de l'inclinaison de l'expérience . . . . .	102
III.6.1	Automatisation du réglage de l'inclinaison . . . . .	105
III.7	Isolation des perturbations extérieures . . . . .	107
III.7.1	Isolation thermique et acoustique . . . . .	107
III.7.2	Vibrations . . . . .	107
III.8	Rotation de l'expérience . . . . .	114
III.8.1	Plateforme de rotation . . . . .	114
III.8.2	Capteurs de positions . . . . .	114
III.9	Conclusion . . . . .	116
<b>IV</b>	<b>Mesures de phases et alignement du gyromètre</b>	<b>117</b>
IV.1	Mesures de phases en pratique . . . . .	117
IV.1.1	Interféromètres parasites - Asymétrie temporelle . . . . .	121
IV.1.2	Algorithme de mesure . . . . .	122
IV.2	Mise en place et alignement de l'interféromètre . . . . .	124
IV.2.1	Procédure d'alignement . . . . .	126
IV.2.2	Trajectoires atomiques et alignement des miroirs . . . . .	136
IV.3	Conclusion . . . . .	140
<b>V</b>	<b>Optimisation de la stabilité du gyromètre double axe</b>	<b>141</b>
V.1	Corrélations des vibrations . . . . .	141
V.1.1	Calcul de la phase de vibration . . . . .	142
V.1.2	Limite de la qualité de corrélations . . . . .	146
V.1.3	Compensation temps réel . . . . .	148
V.2	Mesures sans temps mort . . . . .	153
V.2.1	Mesures jointives . . . . .	154
V.2.2	Mesures jointives - Triplement entrelacées . . . . .	157
V.2.3	Mesures jointives - Doublement entrelacées . . . . .	158
V.3	Mesures sur H1-H3 . . . . .	171
V.4	Mesures entrelacées X-Y . . . . .	177
V.5	Conclusion . . . . .	180
<b>VI</b>	<b>Interféromètre à transfert d'impulsion ajustable</b>	<b>181</b>
VI.1	Interféromètres parasites et sensibilité à l'accélération . . . . .	182
VI.2	Interféromètre à transfert d'impulsion ajustable - TIA . . . . .	184
VI.2.1	Mise en place . . . . .	185
VI.2.2	Étude approfondie des interféromètres parasites . . . . .	187
VI.2.3	Déphasage sur l'interféromètre principal . . . . .	198
<b>VII</b>	<b>Mesure de l'effet Sagnac</b>	<b>201</b>
VII.1	Rotation du dispositif et détermination du nord . . . . .	203
VII.2	Estimation du facteur d'échelle . . . . .	208

VII.2.1	Tableau récapitulatif - Déphasage Sagnac . . . . .	217
VII.2.2	Mesure de l'effet Sagnac à 20 ppm . . . . .	217
VII.3	Corrections supplémentaires . . . . .	221
VII.4	Simulation de la variation du biais . . . . .	226
VII.5	Conclusion . . . . .	229
<b>VIII</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>231</b>
VIII.1	Publications . . . . .	235
<b>Annexe A</b>	<b>Fonction de sensibilité complète dans le domaine fréquentiel</b>	<b>237</b>
<b>Annexe B</b>	<b>Caractérisation des miroirs</b>	<b>239</b>
<b>Annexe C</b>	<b>Sismomètres et capteurs</b>	<b>245</b>
<b>Annexe D</b>	<b>Rotation au sol et sismologie</b>	<b>249</b>
<b>Annexe E</b>	<b>Fonction de transfert miroirs-sismomètres</b>	<b>257</b>
<b>Annexe F</b>	<b>Gyromètre double axe : champ de quantification à 45°</b>	<b>261</b>
<b>Annexe G</b>	<b>Accéléromètres 3 impulsions - H1H3</b>	<b>265</b>
<b>Annexe H</b>	<b>Configuration TIA - Déphasages</b>	<b>267</b>
<b>Annexe I</b>	<b>Termes de gradient de gravité</b>	<b>273</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>277</b>





# Chapitre I

## Introduction

### I.1 Histoire et applications des gyromètres

#### I.1.1 Bref historique

Un gyromètre, du grec ancien *γῦρος* « cercle » et *μέτρον* « mesure » est un instrument permettant de mesurer la vitesse angulaire d'un objet ou d'un référentiel, cousin du gyroscope (qui lui permet une mesure de la position angulaire).

L'histoire des gyromètres et des gyroscopes remonte à 1812 avec la découverte de l'effet gyroscopique par Johan Bohnenberger, et son gyroscope qu'il nomme « la machine » (der Maschine) [Wagner and Trierenberg, 2014]. Le nom gyroscope est donné plus tard, en 1852, par Léon Foucault lors de ses expériences de pendule ayant pour but d'observer et de mesurer l'effet de la rotation de la Terre. L'expérience est répétée de nombreuses fois, et notamment avec un pendule de 11 m accroché dans la salle du méridien de l'Observatoire de Paris (présenté dans le compte rendu de l'Académie des sciences [Foucault, 1851]) non loin de l'endroit où ont été réalisés les travaux présentés dans cette thèse. Les mesures longues du pendule étant limitées par les forces de frictions, il faut attendre l'apparition des moteurs électriques pour que la technologie évolue. Aux alentours des années 1850, l'effet gyroscopique est utilisé pour le développement de gyrocompas, qui permettent de détecter la position du nord géographique. Le premier instrument fonctionnel est développé dans les années 1900 et rapidement utilisé par tous les pays qui réalisent rapidement son importance pour les applications en navigation (notamment pour remplacer les compas magnétiques). De nos jours les gyromètres et gyroscopes sont largement utilisés, et principalement pour la navigation, aussi bien dans les avions, les sous-marins ou les missiles que dans les satellites et les missions spatiales. Ils ont également fait leur apparition dans certains objets du quotidien, notamment dans les smartphones, les consoles de jeux mais aussi les robots industriels.

#### I.1.2 Applications des gyromètres

Les applications des gyromètres ne se limitent pas à la navigation inertielle, ils sont également utilisés pour la géophysique, et la physique fondamentale.

Le développement de gyromètres de grande sensibilité a été principalement stimulé par les besoins en navigation inertielle, d'abord militaires puis civils. De nombreux véhicules embarquent désormais des systèmes de navigations inertiels ou IMU (Inertial Measurement

Unit) composés entre autres de trois gyromètres orthogonaux, trois accéléromètres linéaires et une horloge. L'utilisation de ce type d'instrument a pour avantage de ne nécessiter aucune communication extérieure pour naviguer, à l'opposée de l'utilisation des constellations de satellites via le positionnement GNSS. Une erreur sur la détermination de la vitesse de rotation va s'accumuler au cours du temps, et entraîner aux temps longs une erreur de positionnement importante, limitant la durée effective possible de navigation. Développer des instruments de plus en plus exacts permet d'augmenter la durée possible de navigation inertielle sans recalage. Pour un ordre de grandeur, l'incertitude en position après une heure de vol est de plusieurs centaines de mètres pour un avion de ligne, et d'environ 1 mile nautique (1852 m) par mois pour les sous marins.

Les gyromètres peuvent être utilisés dans le cadre d'applications géophysiques, par exemple pour mesurer les rotations du sol (sismique rotationnelle), notamment la direction où la phase des ondes sismiques (tremblements de terre, étude des sols...) [Hadziioannou et al., 2012]. De telles applications demandent un instrument transportable de grande sensibilité. Les gyromètres sont également sensibles au mouvement des pôles et aux variations de la vitesse de rotation terrestre  $\Omega_E$ , qui ont un impact sur la durée du jour (LOD pour Length Of Day). Les variations sont de l'ordre de  $10^{-14}$  rad.s<sup>-1</sup> [Schreiber et al., 2011]. Les effets affectant la rotation sont principalement liés aux marées, avec des variations dues aux cycles solaires et lunaires, ainsi que des variations annuelles ou saisonnières (oscillation de Chandler, précession du pôle).

Des applications plus fondamentales sont également envisagées, permettant de tester certains effets ou théories comme l'effet Lense-Thirring prédit par la relativité générale. Cet effet décrit l'influence d'un corps très massif en rotation sur les objets dans son champ gravitationnel, qui induit une précession de ces derniers (par un effet d'entraînement du référentiel local). Testé à l'aide de gyromètres supraconducteurs placés dans un satellite, la mission Gravity Probe B a conclu que l'effet était en accord avec la théorie au niveau de 1 %. Des projets d'utilisation d'interféromètres atomiques pour une nouvelle mesure ont été étudiés [Landragin et al., 2002; Jentsch et al., 2004; Lämmerzahl et al., 2001].

Il existe de nombreux types de gyromètres, qui sont utilisés pour des applications variées. Selon le type d'application, les demandes en terme de sensibilité et de stabilité sont différentes. Nous allons présenter rapidement les types de gyromètres les plus utilisés, avec leurs avantages et leurs inconvénients, ainsi qu'avec leurs applications.

### 1.1.3 Gyromètres mécaniques

Pour les capteurs les plus compacts, nous avons les gyromètres micro-fabriqués ou MEMS (pour Micro-Electro-Mechanical System) qui permettent d'être intégrés facilement. Ils sont généralement composés d'une masse résonnante suspendue qui permet de détecter l'accélération de Coriolis lorsque l'instrument est soumis à une rotation. Ces composants sont utilisés pour de nombreuses applications et ont pour avantage une grande dynamique (jusqu'à 200 deg/s), une grande résistance aux chocs, une taille réduite et un prix abordable (les prix varient typiquement de moins d'un Euro à plusieurs centaines d'Euros). Ils possèdent néanmoins une sensibilité et une stabilité réduite (de 0.7 deg/h jusqu'à  $< 0.03$  deg/h).

Les résonateurs hémisphériques ou HRG (pour Hemispherical Resonator Gyroscope) fonctionnent également en mesurant l'accélération de Coriolis, mais utilisent un résonateur hémis-

sphérique dans lequel se propage une onde stationnaire. Ces instruments n'ont pas de pièces mobiles ce qui les rends très robustes. La production des pièces en silice (et notamment de la coquille qui constitue le résonateur) est néanmoins complexe et couteuse et n'est effectuée que par quelques entreprises (parmi lesquelles Safran avec son HRG Crystal [SafranHRG; Delhaye, 2018]). Ce type de gyromètre est principalement utilisé pour les applications spatiales (plusieurs sont embarqués dans le télescope James Webb) et la navigation inertielle. Il s'agit de l'instrument avec le meilleur rapport de taille/poids/puissance, et il a l'avantage de ne pas introduire de vibrations supplémentaires. Un autre avantage particulier de ce type d'instrument est sa mémoire inertielle en cas de perte d'alimentation pendant quelque secondes, où l'information de rotation peut être récupérée.

#### I.1.4 Gyromètres à effet Sagnac

Les gyromètres que nous allons présenter ci-après utilisent les avantages apportés par le développement du laser et de l'interférométrie optique. Ces instruments sont basés sur l'effet Sagnac.

##### Effet Sagnac

L'effet Sagnac est un effet relativiste à l'origine d'un déphasage proportionnel à la rotation dans les interféromètres ayant une aire physique [Sagnac, 1913]. L'effet peut être calculé simplement pour un interféromètre optique circulaire comme représenté sur la figure (I.1).

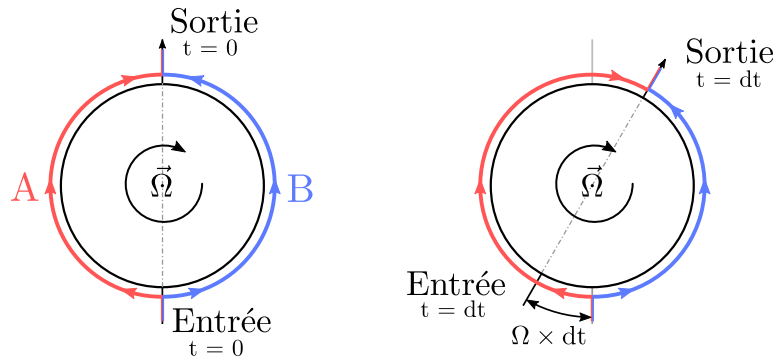


Fig. I.1 Schéma d'un interféromètre en rotation pour  $t=0$  et  $t=dt$ . Les deux chemins A et B sont séparés à l'entrée et recombinaison à la sortie de l'interféromètre.

Deux ondes se propagent en sens contraire sur la circonférence d'un cercle en empruntant les chemins notés A et B. Si l'interféromètre n'est pas en rotation, les deux ondes parcourent le même chemin et le déphasage est nul. Si au contraire l'interféromètre est en rotation avec une vitesse angulaire  $\vec{\Omega}$ , le port de sortie aura tourné d'un angle  $\Omega \times dt$  pendant que les ondes se propagent sur une durée  $dt$ . Le chemin de l'onde se propageant dans le sens de la rotation devra parcourir un chemin plus long que celle se propageant à contre-sens. Le déphasage entre les deux ondes correspond à la différence des phases de propagation :

$$\Delta\Phi_{\Omega} = 2\pi f dt = \frac{4\pi}{\lambda c} A\Omega \quad (\text{I.1})$$

où  $A$  représente l'aire de l'interféromètre,  $f$  et  $\lambda$  représentent respectivement la fréquence et longueur d'onde utilisée, et  $c$  la vitesse de la lumière. Noter toutefois que ce calcul classique (non relativiste) donne de faux résultats en présence d'un milieu d'indice [Lefèvre, 2014]. Cette formule peut être généralisée à tout les types d'interféromètres en rotation dont les chemins délimitent une aire physique, et à d'autres types d'onde parmi lesquelles les ondes de matière en utilisant la longueur d'onde de De Broglie,  $\lambda_{DB} = hc/E$ .

$$\Delta\Phi_{\Omega} = \frac{4\pi E}{hc^2} \vec{A} \cdot \vec{\Omega} \quad (\text{I.2})$$

L'effet est proportionnel à l'énergie  $E$  de la particule utilisée et à l'aire  $A$  de l'interféromètre. Pour des photons, l'énergie est de l'ordre de 1 eV contre  $10^{11}$  eV pour des atomes de  $^{133}\text{Cs}$  non relativistes, mais il reste néanmoins plus simple de réaliser des aires macroscopiques avec des photons qu'avec des atomes.

Il existe principalement deux types de gyromètres optiques. Les gyrolasers, (**RLG** - Ring laser gyroscopes), et les gyromètres à fibre optique (**FOG** - Fiber Optic Gyroscopes).

Les RLG sont des interféromètres constitués d'une cavité (généralement en Zerodur) et d'un milieu amplificateur où se propagent sur le même chemin deux ondes optiques contra-propageantes. Les interférences entre les deux ondes permettent de remonter aux informations de rotation via l'effet Sagnac. Ces interféromètres sont plus sensibles que les interféromètres mécaniques mais possèdent un défaut connu comme un effet de blocage des oscillations (« Lock-in ») lorsque le signal de rotation est faible. Lorsque le gyromètre tourne faiblement, les fréquences des deux ondes contra-propageantes deviennent identiques et s'asservissent l'une sur l'autre à cause d'un effet de rétro-diffusion de la lumière sur les optiques. Les deux ondes restent ainsi en phase et le déphasage n'est plus représentatif du signal de rotation. Pour pallier ce problème, l'instrument lui même est tourné alternativement dans un sens puis dans l'autre (à des fréquences proches de 400 Hz), de manière à toujours être éloigné de la zone de blocage. Le problème n'est pas totalement supprimé car à chaque fois que la rotation de l'instrument est inversée, le signal passe par la zone centrale et la sensibilité est réduite. Il s'agit des gyromètres actuellement les plus utilisées, notamment dans tous les avions de transport civils (Airbus/Boeing) et militaires (Rafale). Ce type d'instrument est extrêmement robuste et permet une très bonne connaissance/stabilité du facteur d'échelle (connu à 15 ppm et stable à 5 ppm sur 30 jours). Ces instruments permettent également d'obtenir une grande dynamique de mesure (de l'ordre de 900 deg/sec maximum) [GG1320]. Les gyrolasers géants sont basés sur le même principe mais ne souffrent pas du problème de blocage, la rotation terrestre étant suffisante pour travailler hors de la zone de blocage.

Pour les FOG, deux ondes lasers sont injectées dans une même fibre mais dans une direction opposée et les interférences entre les deux ondes sont détectées. Le déphasage lié à l'effet Sagnac permet de remonter au signal de rotation. Le déphasage étant proportionnel à l'aire physique de l'interféromètre, le FOG permet d'augmenter rapidement cette dernière en réalisant un grand nombre de boucles. La longueur totale des fibres utilisées peut atteindre 5 km pour des aires effectives de l'ordre de 200 m<sup>2</sup>. Ces gyromètres possèdent plusieurs avantages, ils permettent d'obtenir une très grande aire (i.e. une grande sensibilité) tout en restant compacts et en ayant des techniques de réalisation relativement simples. Les FOG n'ont également pas le problème de blocage d'oscillations présent sur les RLG, les

ondes contra-propageantes ayant une polarisation et une fréquence différente. Comme la plupart des gyromètres présentés plus tôt, la détermination du facteur d'échelle ainsi que la calibration de l'instrument est nécessaire. Ces instruments sont utilisés pour la navigation inertielle ainsi que plus récemment pour des applications en sismologie rotationnelle et des études géophysiques.

### 1.1.5 Interférométrie atomique et capteurs à atomes froids

Le développement de capteurs inertiels à atomes froids a été motivé par l'avancée du refroidissement laser et par la promesse de sensibilités plusieurs ordres de grandeurs meilleures que celles des capteurs classiques. La bonne maîtrise de l'interaction lumière matière permet d'obtenir des instruments exacts, dont le facteur d'échelle est bien déterminé et stable dans le temps car basé sur les propriétés physiques fondamentales des atomes. Les atomes en chute libre définissent également un référentiel inertielle, ce qui permet de mesurer toutes les forces qui agissent sur celui-ci (accélérations, rotations...etc.)

Le premier interféromètre atomique est réalisée en 1991 avec des atomes de sodium diffractés sur des nano-réseaux [Keith et al., 1991], rapidement suivi par le premier interféromètre utilisant des impulsions lasers pour défléchir et recombinaison des ondes de matière [Kasevich and Chu, 1991], et le développement du premier gyromètre atomique [Riehle et al., 1991] à l'aide d'atomes de calcium.

Plus de 30 ans plus tard, de nombreuses équipes dans le monde travaillent sur des expériences d'interférométrie atomique, que ce soit pour l'étude d'effets physiques toujours plus variés ou le développement de capteurs toujours plus sensibles et stables. De nombreux capteurs sont désormais fondés sur des interféromètres atomiques, certains ayant même surpassés les capteurs classiques malgré la complexité des expériences de physique atomique. Nous commençons à voir apparaître des instruments avec des niveaux de maturité de plus en plus importants, avec des transferts technologiques ayant déjà eu lieu (Gravimètres iXBlue/ $\mu$ Quans). L'état de l'art des capteurs à atomes froids pour les applications inertielles est passé en revue dans [Geiger et al., 2020]. Les gravimètres atomiques sont les plus matures avec des expériences de laboratoire pouvant être déplacées [Farah et al., 2014] ou même des gravimètres commerciaux [Ménot et al., 2018]. Des campagnes de mesures à l'aide d'instruments mobiles sont réalisées, sur terre [Wu et al., 2019] [Freier et al., 2016], sur mer [Bidel et al., 2018], et dans les airs [Bidel et al., 2020]. Les applications sont nombreuses pour l'ingénierie civile [Hinton et al., 2017] et la détection d'anomalies ou de ressources souterraines. Les gravimètres absolus permettent également de calibrer les gravimètres classiques relatifs plus compact et des campagnes de comparaison entre instrument sont régulièrement organisées [Gillot et al., 2014]. De nombreuses expériences sont également faites à l'aide d'accéléromètres [Lautier et al., 2014], avec de futures applications pour la navigation inertielle [Geiger et al., 2011], [Cheiney et al., 2018]. Pour compléter les centrales inertielles nous retrouvons également plusieurs expériences de gyromètres [Durfee et al., 2006], [Canuel et al., 2006], [Müller et al., 2009] dont notre instrument fait partie [Dutta et al., 2016]. Le développement d'instruments sur puce prévoit le développement prochain d'instruments plus compacts [Garrido Alzar, 2019].

Outre le développement de capteurs inertiels pour la navigation, plusieurs équipes tra-

vailent sur le développement de gradiomètres permettant de déterminer le gradient de gravité vertical [Rosi et al., 2015] [Janvier et al., 2022]. Une revue des mesures de la gravité et de son gradient peut être trouvée dans [Tino, 2021]. Des mesures plus fondamentales sont effectuées à l'aide d'interféromètres atomiques, avec la détermination de la constante de structure fine avec une exactitude et une précision record [Morel et al., 2020]. Un interféromètre atomique a également servi pour la redéfinition du kg avec la balance du Watt [Merlet et al., 2015].

Des tests de l'universalité de la chute libre (principe d'équivalence) sont également régulièrement effectués en utilisant des interféromètres double espèce [Bonnin et al., 2013] [Tarallo et al., 2014] [Barrett et al., 2016], ou même en proposant des missions spatiales comme STE-QUEST (Space-Time Explorer and QUantum Equivalence principle Space Test [Aguilera et al., 2014]). Des mesures de la constante de gravitation  $G$  ont été réalisées avec une exactitude record [Rosi et al., 2014]. L'utilisation d'interféromètres à l'aide d'atomes piégés permet la réalisation de temps d'interrogation très longs et l'étude par exemple de forces de gravitation à courte distances [Alauze et al., 2018].

Les idées ne manquent pas, avec le développement d'expériences de plus en plus sophistiquées. Nous noterons par exemple une mesure d'interférométrie dans une fusée [Becker et al., 2018], ou dans la tour de Brème depuis des hauteurs toujours plus importantes (146 m [van Zoest et al., 2010]). De nombreux projets d'interférométrie spatiales sont en cours de préparation [Lachmann et al., 2021], avec notamment la présence dans la station spatiale internationale d'une expérience d'atomes froids (CAL - Cold Atom Laboratory) et des projets de gradiométrie spatiale en cours d'étude [Lévêque et al., 2021; Trimeche et al., 2019].

Plus récemment, de nombreux projets ont vu le jour pour le développement de grands instruments basés sur l'interférométrie atomique (VLBI, Very Long Baseline Interferometry) pour la détection d'ondes gravitationnelles [Graham et al., 2016] [Chaibi et al., 2016] [Geiger, 2017].

Un instrument de démonstration est en construction en France, au LSBB (Laboratoire Souterrain à Bas Bruit), nommé MIGA (Matter-wave laser Interferometric Gravitation Antenna) qui sera constitué de deux bras orthogonaux de 150 m de long [Canuel et al., 2018]. Le même type d'instrument est également en préparation aux États-Unis (MAGIS 100 [Abe et al., 2021]). Ces premiers instruments pourront servir de base à des installations plus importantes issues de collaborations européennes (ELGAR - European Laboratory for Gravitation and Atom-interferometric Research) [Canuel et al., 2020]. En Chine, le projet ZAIGA (Zhao-shan Long-baseline Atom Interferometer Gravitation Antenna) est en construction avec les mêmes objectifs de détection d'ondes gravitationnelles [Zhan et al., 2019].

Après ce bref aperçu du paysage de l'interférométrie atomique, nous allons revenir vers notre expérience de gyromètre à atomes froids.

## État de l'art des gyromètres

Les performances d'un gyromètre sont décrites par plusieurs quantités, la justesse, la fidélité (justesse et fidélité combinées correspondent à l'exactitude), la sensibilité et la stabilité. La justesse et une quantité représentative de la différence entre la valeur « vraie » de la quantité d'intérêt, et la valeur moyenne mesurée. La fidélité représente la dispersion des mesures et un instrument est considéré exact s'il est à la fois juste et fidèle. (Pour plus de détails, voir le GUM et le VIM - Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure et le

Vocabulaire International des termes fondamentaux et généraux de Métrologie).

La stabilité court terme est utilisée pour caractériser le bruit du capteur, en considérant que celui-ci évolue comme du bruit blanc. Exprimée en  $\text{rad.s}^{-1}.\text{Hz}^{-1/2}$ , elle correspond à la variance d'Allan à 1 seconde. La stabilité long terme correspond à la meilleure stabilité atteinte pour un temps d'intégration donné, qui dépend de l'utilisation (de quelques heures à plusieurs jours/mois). Elle est exprimée en  $\text{rad.s}^{-1}$  ou en  $\text{deg.h}^{-1}$ .

Pour les gyromètres commerciaux, les performances sont spécifiées en unité de degrés et d'heures. Nous pouvons retrouver le niveau de marche aléatoire angulaire (ARW, Angular Random Walk) exprimé en  $\text{deg}/\sqrt{\text{hr}}$  et la stabilité du biais (bias stability) donnée en  $\text{deg/hr}$ . Les instruments commerciaux doivent également s'appuyer sur la stabilité et la linéarité de leur facteur d'échelle, lié à la calibration initiale de l'instrument et sa justesse. Pour des applications commerciales, d'autres caractéristiques sont importantes, comme la dynamique de mesure, la robustesse vis-à-vis de changements environnementaux (vibrations/température...) ainsi que l'encombrement, la consommation électrique et le coût. Même si les gyromètres à atomes froids atteignent désormais des records de stabilité, ils sont moins mûrs technologiquement et seront probablement utilisés au départ dans des environnements calmes et justifiant un coût élevé de capteur (par exemple la navigation sous marine ou les géosciences).

Dans le tableau suivant sont reportées les performances de stabilité à court et long terme de différents gyromètres expérimentaux ou commerciaux, donnant ainsi un aperçu de l'état de l'art et du positionnement de notre instrument parmi ces derniers.



Type	Aire Sagnac	Stabilité Court terme (rad.s <sup>-1</sup> .Hz <sup>-1/2</sup> ) (deg.h <sup>-1/2</sup> ) <sup>1</sup>	Stabilité Long terme (rad.s <sup>-1</sup> ) (deg.h <sup>-1</sup> )	Temps d'intégration
<b>Commercial</b>				
iXBlue FOG	200 m <sup>2</sup>	2 × 10 <sup>-8</sup>	4 × 10 <sup>-10</sup>	3000 s
blueSeis3a [Bernauer et al., 2018]	5 km × 180 mm	6.9 × 10 <sup>-5</sup>	8.2 × 10 <sup>-5</sup>	
Airbus FOG [Astrix 200]		2.9 × 10 <sup>-8</sup> 1 × 10 <sup>-4</sup>	4.8 × 10 <sup>-10</sup> 1 × 10 <sup>-4</sup>	1 h
Honeywell RLG [GG1320]		3.8 × 10 <sup>-6</sup> 1.3 × 10 <sup>-2</sup>	1.4 × 10 <sup>-8</sup> 3 × 10 <sup>-3</sup>	10h
<b>Gyrolaser géant</b>				
(Allemagne) [Schreiber et al., 2011]	16 m <sup>2</sup>	1.2 × 10 <sup>-11</sup> 4.1 × 10 <sup>-8</sup>	7 × 10 <sup>-13</sup> 1.4 × 10 <sup>-7</sup>	10000 s
(LNGS, Italie) [Virgilio et al., 2020]	13 m <sup>2</sup>	1.8 × 10 <sup>-11</sup> 6.2 × 10 <sup>-8</sup>	4 × 10 <sup>-14</sup> 8.2 × 10 <sup>-9</sup>	3 × 10 <sup>5</sup> s
<b>Jet Atomique</b>				
(Yale - Standford) [Durfee et al., 2006]	24 mm <sup>2</sup>	- -	4.8 × 10 <sup>-10</sup> 1 × 10 <sup>-4</sup>	2000 s
[Gustavson et al., 2000]	24 mm <sup>2</sup>	6 × 10 <sup>-10</sup> 2.0 × 10 <sup>-6</sup>	- -	-
<b>Atomes froids</b>				
<b>3 Impulsions</b>				
(SYRTE) [Gauguet et al., 2009]	4 mm <sup>2</sup>	2.4 × 10 <sup>-7</sup> 8.2 × 10 <sup>-4</sup>	1 × 10 <sup>-8</sup> 2.0 × 10 <sup>-3</sup>	30 min
(Hanovre) [Berg et al., 2015]	1.2 cm <sup>2</sup>	1.2 × 10 <sup>-7</sup> 4.1 × 10 <sup>-4</sup>	2.6 × 10 <sup>-8</sup> 5.4 × 10 <sup>-3</sup>	100 s
(Wuhan) [Yao et al., 2022]	41 mm <sup>2</sup>	1.5 × 10 <sup>-7</sup> 5.2 × 10 <sup>-4</sup>	9.5 × 10 <sup>-10</sup> 1.9 × 10 <sup>-4</sup>	23000 s
<b>Atomes froids</b>				
<b>4 Impulsions</b>				
(Wuhan) [Xu et al., 2020]	5.92 cm <sup>2</sup>	1.2 × 10 <sup>-7</sup> 4.1 × 10 <sup>-4</sup>	2.5 × 10 <sup>-8</sup> 5.1 × 10 <sup>-3</sup>	100 s
(SYRTE) [Ces travaux]	11 cm <sup>2</sup>	2 × 10 <sup>-8</sup> 6.9 × 10 <sup>-5</sup>	2 × 10 <sup>-10</sup> 4.1 × 10 <sup>-5</sup>	6000 s

1. Angular Random Walk (ARW) : deg.h<sup>-1/2</sup> ≡ deg.s<sup>-1</sup>.Hz<sup>-1/2</sup> × 60

## I.2 Gyromètre du Syrte et objectif du projet de thèse

Le gyromètre à atomes froids du SYRTE ne s'est pas construit en un jour. Il s'agit même de la seconde expérience de gyromètre, la première ayant été débutée en 1998 et ayant été remplacée par l'expérience actuelle aux alentours de 2009. La première expérience était un gyromètre plus compact composé de deux nuages d'atomes lancés simultanément sur des trajectoires contra-propageantes et dont les performances ont atteint la limite de projection quantique [Gauguet et al., 2009]. Les 5 premiers doctorants sur le gyromètre ont travaillé uniquement sur la première version de l'instrument ([Holleville, 2001], [Fils, 2002] [Leduc, 2004], [Canel, 2007], [Gauguet, 2006]) qui trône désormais dans les couloirs des atelier de l'Observatoire. L'instrument sur lequel j'ai travaillé a été construit pendant la thèse de T. Lévêque [Lévêque, 2010] et les premières mesures interférométriques de grande aire effectuées en 2013 [Meunier, 2013], également accompagnées des premières mesures sans temps morts en configuration horloge. Le développement du gyromètre a rapidement progressé pendant la thèse de I. Dutta [Dutta, 2015] avec l'implémentation et l'amélioration des corrélations du bruit de vibration à l'aide de capteurs classiques. Les premières mesures à l'aide de la configuration de gyromètre de 11 cm<sup>2</sup> d'aire sont effectuées à cette période et font de l'instrument le meilleur gyromètre à atomes froids du monde [Dutta et al., 2016]. Pendant la thèse de D. Savoie [Savoie, 2017], les performances sont encore améliorées avec la mise en place des mesures triplement entrelacées et du système de compensation temps réel des vibrations qui permettent d'atteindre un nouveau record de sensibilité et de stabilité [Savoie et al., 2018]. Un des effets systématiques limitant les performances est lié au couplage entre l'alignement des miroirs Raman et les trajectoires atomiques. Cet effet a été approfondi pendant la thèse de D. Savoie ainsi que dans celle de M. Altorio [Altorio, 2019], et ont permis de comprendre l'origine de l'effet ainsi que la manière de le limiter [Altorio et al., 2020].

J'ai travaillé au début de ma thèse avec M. Altorio sur la mise en place d'une plateforme de rotation afin de pouvoir tourner le gyromètre et caractériser son facteur d'échelle. Entre la mise en place de la plateforme de rotation et les premières mesures, j'ai démontré et étudié une nouvelle configuration d'interféromètre qui consiste à changer légèrement l'impulsion transférée aux atomes pendant les impulsions centrales [Sidorenkov et al., 2020]. J'ai mis en place le second axe de mesure du gyromètre, orthogonal au premier et permettant la réalisation d'un gyromètre double axe. Les mesures de l'effet Sagnac ont été réalisées avec les deux axes et ont permis une détermination de ce dernier avec une justesse et une fidélité record. Sur la fin de ma thèse j'ai travaillé à l'amélioration de notre technique de corrélation des vibrations ainsi qu'à la mise en place d'une séquence de mesures quasi-double jointive permettant une fois de plus l'amélioration des performances de l'instrument et consolidant sa qualité d'état de l'art des gyromètres à atomes froids.

## I.3 Plan du mémoire

### Chapitre 2 : Principe de fonctionnement du gyromètre

Je présente dans ce chapitre les bases de l'interférométrie atomique et les outils théoriques nécessaires à sa compréhension. Je décris comment il est possible de réaliser un interféromètre atomique à l'aide de transitions Raman stimulées et comment les différentes géométries d'interféromètres permettent d'être sensibles aux effets inertiels, notamment l'accélération et la rotation. Notre géométrie particulière d'interféromètre en configuration fontaine et à 4 impulsions permet de n'être sensible qu'à la rotation et est présentée. Le formalisme de la fonction de sensibilité que nous utiliserons tout au long de cette thèse est également abordé.

### Chapitre 3 : Dispositif expérimental

Dans ce chapitre, je présente le dispositif expérimental complet, de la chambre à vide et du système laser à la détection en passant par la plupart des sous-systèmes utilisés. Une attention particulière sera portée sur l'installation du second axe de mesure du gyromètre et sur la mise en place d'un second collimateur à profil d'intensité plat pour les impulsions Raman. Une étude poussée du bruit de phase des lasers Raman ainsi que du bruit de vibration au sol est présentée afin d'estimer les limites de performances du gyromètre.

### Chapitre 4 : Mesures de phase et alignement de l'interféromètre

Je présente dans ce chapitre les différentes méthodes permettant la caractérisation du signal atomique. L'extraction de la phase du signal interférométrique passe par l'étude du contraste et du rapport signal à bruit de l'instrument. Je présente ensuite la procédure d'alignement nécessaire à la fermeture de l'interféromètre à 4 impulsions. L'alignement des deux miroirs de rétro-réflexion Raman au  $\mu\text{rad}$  passe par la réalisation successive de plusieurs types d'interféromètres qui permettent d'affiner progressivement l'alignement des deux miroirs jusqu'à être capable d'observer les franges d'interférences. L'étude des conditions de fermetures des différents interféromètres nous permet d'avoir une meilleure compréhension de la cohérence de la source atomique.

### Chapitre 5 : Caractérisation et optimisation du gyromètre double axe

Le bruit de vibration est la limite actuelle des performances du gyromètre. Je vais présenter dans ce chapitre les différentes méthodes qui nous permettent de corrélérer le bruit de vibration vu par les atomes avec le bruit mesuré par deux sismomètres. Avec une nouvelle méthode de combinaison des signaux d'accélération, je présenterai comment nous avons pu obtenir un gain de 30% sur la sensibilité court terme. Une partie de ce chapitre est également dédiée à l'étude des différents modes de fonctionnement du gyromètre qui permettent de mesurer les signaux inertiels sans temps morts et d'augmenter la cadence de cycle tout en moyennant plus rapidement le bruit de vibration. Les méthodes déjà mises en places avant mon arrivée (jointif et triple jointif) sont rapidement évoquées et l'étude plus poussée d'une nouvelle méthode d'entrelacement est présentée avec ses limitations, il s'agit de la séquence double jointive. Je démontrerai également la possibilité d'opérer le gyromètre en entrelaçant les mesures sur les deux axes, permettant d'obtenir un gyromètre double axe sans temps mort avec une fréquence de cycle de 2.5 Hz.

## **Chapitre 6 : Interféromètre à transfert d'impulsion ajustable**

Ce chapitre a pour objectif d'adresser un problème récurrent aux interféromètres atomiques qui forment plusieurs boucles, les interféromètres parasites. Je présente l'ancienne méthode de réjection de ces interféromètres qui introduit une sensibilité aux accélérations continues. La nouvelle méthode, nommée TIA pour Transfert d'Impulsion Ajustable permet de se libérer du problème des interféromètres parasites tout en restant insensible aux accélérations continues et en gardant un pur capteur de rotation. Nous effectuons une étude détaillée des interféromètres parasites, de leurs caractéristiques et des différentes méthodes possibles pour les éviter. Une fois cette méthode mise en place, nous vérifions que l'interféromètre à 4 impulsions est en effet insensible aux accélérations et étudions l'impact de cette méthode sur la phase de rotation.

## **Chapitre 7 : Facteur d'échelle du gyromètre - Mesure de l'effet Sagnac**

Ce dernier chapitre présente la mesure de l'effet Sagnac, rendue possible par l'installation préalable d'une plateforme de rotation sous l'expérience permettant la rotation de cette dernière de  $360^\circ$ . La caractérisation des différents paramètres qui interviennent dans le calcul de la phase attendue de l'effet Sagnac est présentée. La mesure de l'effet Sagnac est répétée à 14 reprises et permet sa détermination avec un nouveau record d'exactitude de 20 ppm. Les différentes corrections qui interviennent dans le calcul de la valeur attendue, les limitations actuelles de la mesure ainsi que les perspectives sont présentées. Ces résultats sont publiés chez Sciences Advances [[Gautier et al., 2022](#)].



## Chapitre II

# Principe de fonctionnement du gyromètre

Dans ce chapitre, nous allons présenter les bases théoriques sur lesquelles reposent le fonctionnement du gyromètre à atomes froids. Nous montrerons comment il est possible de réaliser un interféromètre avec des ondes de matière, les transitions Raman jouant le rôle des miroirs et lames séparatrices utilisées en optique. En calculant ensuite le déphasage en sortie de l'interféromètre, nous verrons que selon les configurations, celui-ci peut être sensible à différents effets inertiels notamment aux accélérations et aux rotations.

### II.1 Interférométrie atomique

Un interféromètre atomique, de manière analogue à un interféromètre de Mach-Zehnder optique, nécessite deux composants principaux pour être réalisé. Le premier composant est la « séparatrice », permettant de séparer l'onde incidente en deux bras distincts. Le second composant est le « miroir », permettant de défléchir les ondes, afin de pouvoir permettre une recombinaison des différents bras de l'interféromètre. Pour réaliser un interféromètre optique, ces composants sont des objets physiques, mais dès lors que l'on souhaite interagir avec des ondes de matière, il devient nécessaire d'utiliser des « optiques atomiques », qui peuvent être des transitions Raman stimulées.

#### II.1.1 Transitions Raman stimulées

Les séparatrices et miroirs atomiques sont des impulsions lasers qui vont interagir avec les atomes, couplant leurs états internes et externes et appelées transitions Raman stimulées. Ce sont des transitions à deux photons où les états fondamentaux sont couplés par l'intermédiaire d'un niveau virtuel, dont le principe est illustré figure (II.1). L'atome absorbe tout d'abord un photon provenant du premier champ laser de fréquence  $\omega_1$  et de vecteur d'onde  $\vec{k}_1$ , couplant l'état fondamental  $|f, \vec{p}\rangle$  à un état excité intermédiaire  $|i, \vec{p} + \hbar\vec{k}_1\rangle$ . Par émission stimulée l'atome émet ensuite un second photon dans le deuxième champ laser ( $\omega_2, \vec{k}_2$ ), passant ainsi à l'état  $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ , le transfert d'impulsion étant :

$$\vec{k}_{\text{eff}} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 \quad (\text{II.1})$$

Pour le type d'interféromètre que nous utilisons, les transitions ont lieu entre les niveaux hyperfins  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  et  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  de l'atome de césium, séparés par une énergie correspondant à une transition micro-onde  $\omega_{\text{HFS}} = 9.192631770$  GHz. Ces niveaux fondamentaux ont été choisis pour leur longue durée de vie qui limite les effets de décohérence par émission spontanée. Ils sont couplés via l'état virtuel  $|i\rangle$  de courte durée de vie qui correspond à l'ensemble des niveaux hyperfins de l'état  $|6P_{3/2}\rangle$ . Nous utilisons la raie D2 du césium pour les transitions Raman, de longueur d'onde dans l'infrarouge de 852 nm.

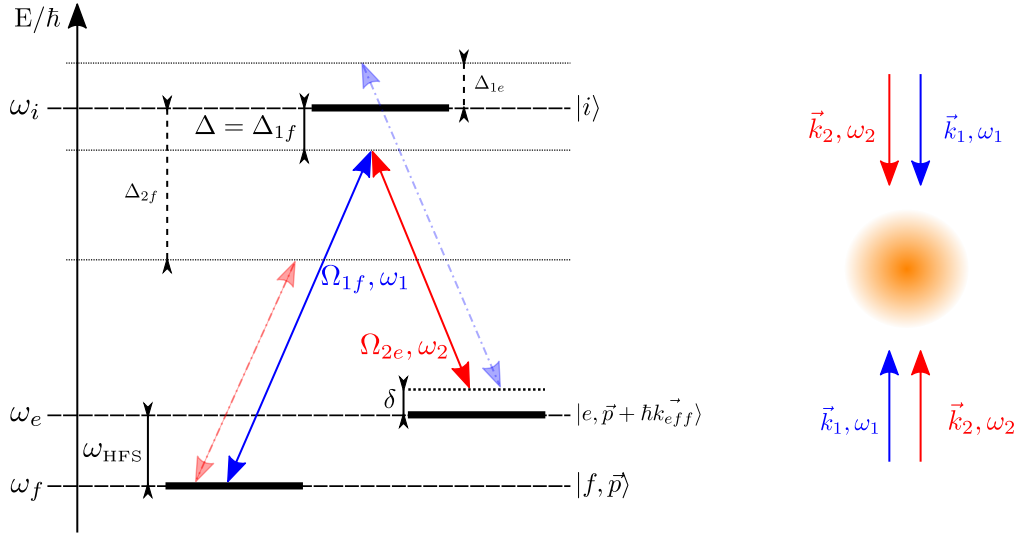


Fig. II.1 Niveaux d'énergies et transitions pour un atome à trois niveaux. Sont indiqués les deux lasers Raman respectivement en bleu (rouge), de pulsation  $\omega_1$  ( $\omega_2$ ), de vecteur d'onde  $\vec{k}_1$  ( $\vec{k}_2$ ) et de pulsation de Rabi  $\Omega_1$  ( $\Omega_2$ ). Les flèches en trait pleins indiquent les lasers résonnants pour la transition à deux photons, et les flèches en pointillées indiquent les lasers hors résonance qui sont à l'origine d'un déplacement lumineux des états d'énergie.

Le niveau intermédiaire  $|i\rangle$  est fortement désaccordé d'une quantité  $\Delta$  dans le rouge du niveau  $|6P_{3/2}, F' = 3\rangle$ , de telle manière que  $\Delta \gg \Gamma$ , où  $\Gamma = 2\pi \times 5.2$  MHz représente la largeur naturelle de la transition. Le désaccord  $\Delta$  est choisi de manière à trouver un compromis entre la perte de cohérence par émission spontanée (proportionnelle à  $\Delta^{-2}$ ) et l'efficacité de couplage (proportionnelle à  $\Delta^{-1}$ ).

Deux types de transitions sont possibles selon la configuration des faisceaux lasers, comme illustré sur la figure (II.2) :

- Si les deux lasers sont orientés dans la même direction, la transition est dite copropageante et le changement d'impulsion qui en résulte est de  $\hbar\vec{k}_{\text{eff}} = \hbar\vec{k}_{\text{HFS}}$ , soit un changement de vitesse de  $10^{-5}$  mm.s $^{-1}$ .
- Si les deux lasers sont dirigés dans des sens opposés, la transition est dite contrepropageante et le changement d'impulsion est de  $\hbar\vec{k}_{\text{eff}} = \hbar(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \simeq 2\hbar\vec{k}_1$ , soit un changement de vitesse de  $2v_r$ , environ 7 mm.s $^{-1}$ , avec  $v_r = \hbar\vec{k}_1/m$  la vitesse de recul à 1 photon.

Selon le type de transition utilisé, il est possible d'avoir une plus ou moins grande séparation spatiale entre les deux bras d'un interféromètre. Une grande séparation spatiale permet une plus grande sensibilité aux effets inertiels et c'est la configuration contra-propageante que nous utiliserons par la suite. Néanmoins, la configuration co-propageante permet d'étudier les effets non-inertiels parasites qui peuvent perturber le bon fonctionnement du gyromètre.

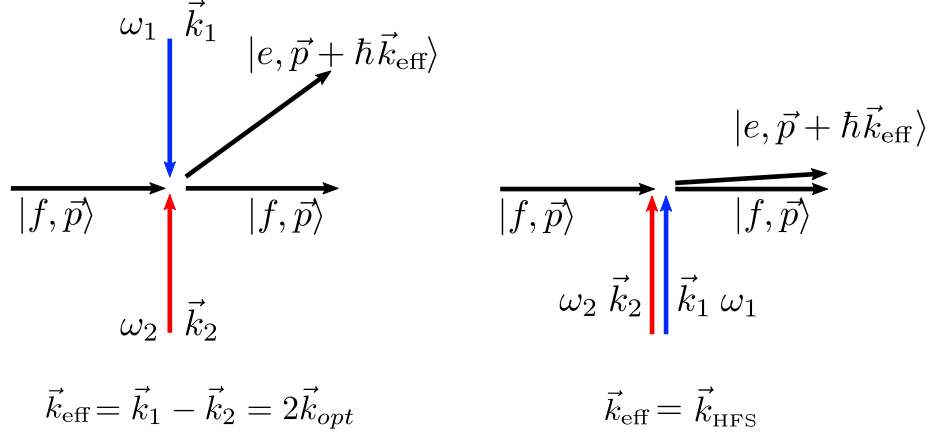


Fig. II.2 Illustration des deux types de transitions Raman, contra-propageantes (à gauche) et co-propageantes (à droite). Pour des transitions co-propageantes, la séparation spatiale entre les paquets d'onde est très faible comparée aux transitions contra-propageantes.

### Condition de résonance

Durant le processus à deux photons, l'énergie et l'impulsion doivent être conservées, ce qui implique de respecter la condition :

$$\omega_1 - \omega_2 = \omega_{\text{HFS}} + \omega_R + \omega_D + \delta \quad (\text{II.2})$$

où  $\omega_R$  est la pulsation de recul,  $\omega_D$  la pulsation Doppler, et  $\delta$  le désaccord à résonance :

$$\omega_D = \frac{\vec{p} \cdot \vec{k}_{\text{eff}}}{m} \quad \omega_R = \frac{\hbar |\vec{k}_{\text{eff}}|^2}{2m} \quad (\text{II.3})$$

Pour la configuration contra-propageante, et dans le cas où l'impulsion des atomes est orthogonale aux faisceaux Raman, la condition est vérifiée pour :

$$\omega_1 - \omega_2 = \omega_{\text{HFS}} + 2\pi(8.2 \text{ kHz})$$

### Hamiltonien et traitement du système

La modélisation et le traitement du système à trois niveaux que constituent les transitions Raman ont été détaillés de nombreuses fois notamment dans [Moler et al., 1992; Weiss et al., 1994] ainsi que dans les thèses précédentes [Canael, 2007; Gauguier, 2006] et ne seront présentées ici que les grandes lignes.



Pour montrer que le système peut être réduit à un système à deux niveaux, il faut tout d'abord écrire le Hamiltonien complet, couplant les deux niveaux fondamentaux  $|e\rangle$  et  $|f\rangle$  au niveau excité intermédiaire  $|i\rangle$  via l'interaction dipolaire électrique. L'émission spontanée à partir des niveaux intermédiaires est négligée, ceci étant justifié par le grand désaccord utilisé  $\Delta \gg \Gamma$ .

$$\hat{H} = \frac{\vec{p}^2}{2m} + \hbar\omega_e |e\rangle \langle e| + \hbar\omega_f |f\rangle \langle f| + \hbar\omega_i |i\rangle \langle i| - \hat{D} \cdot \vec{E} \quad (\text{II.4})$$

Le Hamiltonien du système réduit à deux niveaux s'écrit comme ceci :

$$H = \hbar \begin{pmatrix} \Omega_e^{AC} & \Omega_{\text{eff}} e^{i\delta t} e^{i\Phi_{\text{eff}}} \\ \Omega_{\text{eff}}^* e^{-i\delta t} e^{-i\Phi_{\text{eff}}} & \Omega_f^{AC} \end{pmatrix} \quad (\text{II.5})$$

où les paramètres du système sont les suivants :

$$\begin{aligned} \omega_{\text{eff}} &= \omega_1 - \omega_2 \\ \vec{k}_{\text{eff}} &= \vec{k}_1 - \vec{k}_2 \\ \Phi_{\text{eff}} &= \Phi_1 - \Phi_2 - \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{r} \\ \delta &= (\omega_1 - \omega_2) - \omega_{\text{HFS}} - \omega_D - \omega_R \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

Les termes  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  représentent respectivement la phase des deux lasers. Le système est réduit à un système à deux niveaux sur la base des états  $\{|e\rangle, |f\rangle\}$ . Ces deux états interagissent avec une onde lumineuse effective de paramètre  $\omega_{\text{eff}}$ ,  $\vec{k}_{\text{eff}}$  et de phase laser  $\Phi_{\text{eff}}$ , désaccordée de  $\delta$  par rapport à la résonance. Les termes diagonaux du Hamiltonien représentent le déplacement en énergie (ou déplacement lumineux) des états dû aux couplages non résonants avec les lasers  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Pour prendre en compte cet effet, la condition de résonance Raman est décalée de  $\delta^{AC} = \Omega_f^{AC} - \Omega_e^{AC}$ .

### Déplacement lumineux à un photon

Les termes diagonaux du Hamiltonien peuvent se ré-écrire en prenant en compte la structure hyperfine du niveau excité :

$$\begin{aligned} \Omega_f^{AC} &= \sum_{k=2}^4 \frac{|\Omega_{k,f1}|^2}{4\Delta_{k,f1}} + \frac{|\Omega_{k,f2}|^2}{4(\Delta_{k,f1} + \omega_{\text{HFS}})} \\ \Omega_e^{AC} &= \sum_{k=3}^5 \frac{|\Omega_{k,e1}|^2}{4(\Delta_{k,f1} - \omega_{\text{HFS}})} + \frac{|\Omega_{k,e2}|^2}{4\Delta_{k,f1}} \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

où  $\Delta_{k,f1}$  est le désaccord du laser  $\omega_1$  de l'état  $|F' = k\rangle$ . De la même manière, la pulsation de Rabi effective devient :

$$\begin{aligned} \Omega_{\text{eff}} &= \frac{\Omega_{k,f1}^* \Omega_{k,e2}}{2\Delta_{k,f1}} \\ &= \frac{\Omega_{1f} \Omega_{2e}}{2} \sum_{k=3}^4 \sum_q \frac{1}{2\Delta_{k,f1}} \sqrt{S_{3F'}} CG(3, 0, F', q) \sqrt{S_{4F'}} CG(4, 0, F', q) \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

où  $\Omega_{1f}$  et  $\Omega_{2e}$  sont les pulsations de Rabi simplifiées,  $CG(F, m_F, F', m_{F'} = m_F + q)$  les coefficients de Clebsh-Gordan et  $S_{FF'}$  les forces de raies. Les valeurs des éléments de matrice (qui contiennent force de raies et Clebsh-Gordan) sont données dans [Steck, 1998] et les calculs détaillés pour le Rubidium dans [Geiger, 2011] page 166. En prenant en compte le fait que les lasers sont polarisés linéairement ( $\sigma^\pm, q = \pm 1$ ) et pour des transitions contra-propageantes, l'expression se simplifie :

$$\Omega_{\text{eff}} = \frac{\Omega_{1f}\Omega_{2e}}{2} \left[ \frac{1}{16\Delta_{3,f1}} + \frac{5}{48\Delta_{4,f1}} \right] \quad (\text{II.9})$$

le même calcul peut être réalisé pour les termes diagonaux de déplacements lumineux, les valeurs étant présentées dans [Savoie, 2017]. Pour un désaccord  $\Delta_{3,f1} = 350$  MHz, le rapport d'intensité  $\alpha_0$  qui compense le déplacement lumineux est :

$$\alpha_0 = \frac{|\Omega_{2e}|^2}{|\Omega_{1f}|^2} = \frac{I_4}{I_3} = 2.1 \quad (\text{II.10})$$

où  $I_4$  et  $I_3$  sont les intensités des faisceaux lasers accordés proches des transitions  $|F = 4\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$  et  $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ . L'évolution du bon rapport d'intensité  $\alpha_0$  est tracée en fonction du désaccord  $\Delta_{3,f1}$  sur la figure (II.3).

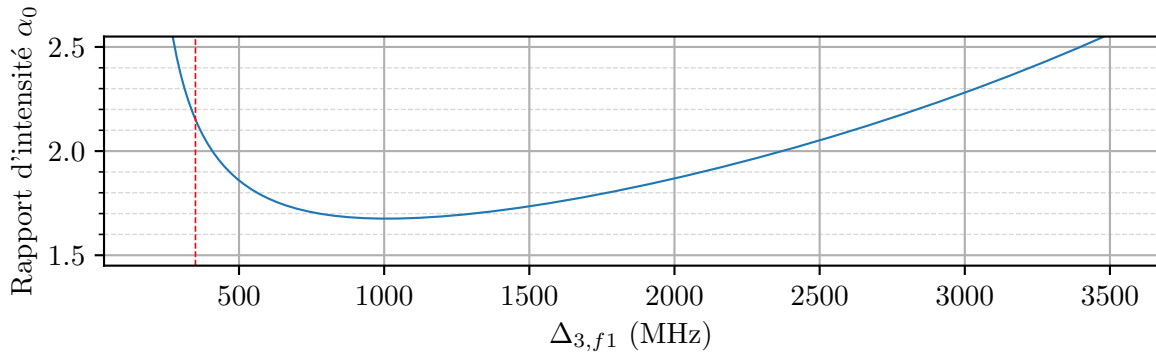


Fig. II.3 Évolution du rapport d'intensité  $\alpha_0$  entre les deux lasers Raman qui compense le déplacement lumineux en fonction du désaccord. En pointillé rouge le désaccord de 350 MHz utilisé tout au long de ma thèse.

Si le déplacement lumineux à 1 photon n'est pas correctement compensé, un terme de phase apparaîtra en sortie de l'interféromètre, ce terme sera discuté par la suite.

### Matrice d'évolution temporelle

La fonction d'onde du système effectif à deux niveaux s'écrit dans la base des états :

$$|\psi(t)\rangle = a_e(t) |e\rangle + a_f(t) |f\rangle \quad (\text{II.11})$$

L'évolution de la fonction d'onde peut être décrite à l'aide du formalisme des matrices d'évolution  $S$  [Bordé et al., 1984]. La fonction d'onde à l'instant  $t + t_0$  sera :

$$|\Psi(t_0 + t)\rangle = S(t_0, t, \dots) |\Psi(t_0)\rangle \quad (\text{II.12})$$

Pour une évolution libre pendant un temps  $T$ , la matrice est simplement :

$$S_{\text{libre}}(T) = \begin{pmatrix} e^{-i\omega_e T} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_f T} \end{pmatrix} \quad (\text{II.13})$$

Lors de l'interaction avec les lasers Raman, la matrice d'évolution peut être calculée en diagonalisant le Hamiltonien et en écrivant l'évolution dans la base des vecteurs propres, puis en effectuant un changement de base pour retourner dans la base des états atomiques du système [Cohen-Tannoudji et al., 1977]. La matrice s'écrit :

$$S(t_0, \tau, \phi) = \begin{pmatrix} [\cos(\frac{\Omega_R \tau}{2}) - i \cos \theta \sin(\frac{\Omega_R \tau}{2})] e^{-i\tilde{\omega}_e \tau} & -i e^{-i\phi} \sin \theta \sin(\frac{\Omega_R \tau}{2}) e^{-i\tilde{\omega}_e \tau} \\ -i e^{i\phi} \sin \theta \sin(\frac{\Omega_R \tau}{2}) e^{-i\tilde{\omega}_f \tau} & [\cos(\frac{\Omega_R \tau}{2}) + i \cos \theta \sin(\frac{\Omega_R \tau}{2})] e^{-i\tilde{\omega}_f \tau} \end{pmatrix} \quad (\text{II.14})$$

où la pulsation de Rabi généralisée est définie par :

$$\Omega_R = \sqrt{|\Omega_{\text{eff}}|^2 + \delta^2} \quad (\text{II.15})$$

et avec les notations  $\cos \theta = (\delta - \delta^{AC})/\Omega_R$ ,  $\sin \theta = |\Omega_{\text{eff}}|/\Omega_R$  et  $\phi = (\omega_1 - \omega_2)t_0 + \Phi_{\text{eff}}$ . Pour simplifier l'écriture de la matrice, nous avons posé :

$$\tilde{\omega}_f = \omega_f + \frac{AC - \delta}{2} \quad \text{et} \quad \tilde{\omega}_e = \omega_e + \frac{AC + \delta}{2} \quad (\text{II.16})$$

où  $AC = \Omega_e^{AC} + \Omega_f^{AC}$  est le déplacement lumineux moyen. Si le déplacement lumineux est compensé ( $\delta^{AC} = 0$ ) et les lasers à résonance ( $\delta = 0$ ), nous retrouvons la matrice d'interaction simplifiée :

$$S(\tau, \Phi_{\text{eff}}) = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\Omega_{\text{eff}} \tau}{2}) e^{-i\tilde{\omega}_e \tau} & -i e^{-i\Phi_{\text{eff}}} \sin(\frac{\Omega_{\text{eff}} \tau}{2}) e^{-i\tilde{\omega}_e \tau} \\ -i e^{i\Phi_{\text{eff}}} \sin(\frac{\Omega_{\text{eff}} \tau}{2}) e^{-i\tilde{\omega}_f \tau} & \cos(\frac{\Omega_{\text{eff}} \tau}{2}) e^{-i\tilde{\omega}_f \tau} \end{pmatrix} \quad (\text{II.17})$$

### Manipulation des états internes par impulsions $\pi$ et $\pi/2$

En partant d'un état :

$$\begin{pmatrix} a_e(t_0 = 0) \\ a_f(t_0 = 0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.18})$$

Si nous appliquons une impulsion lumineuse de durée  $\tau$  telle que  $|\Omega_{\text{eff}}| \tau = \pi/2$ , l'état devient :

$$\begin{pmatrix} a_e(\tau) \\ a_f(\tau) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -i e^{-i\tilde{\omega}_e \tau} e^{-i\Phi_{\text{eff}}} \\ e^{-i\tilde{\omega}_f \tau} \end{pmatrix} \quad (\text{II.19})$$

Grâce à une impulsion  $\pi/2$ , nous avons réalisé une superposition cohérente entre les deux niveaux atomiques, l'équivalent d'une lame séparatrice en optique classique.

De la même manière, si nous appliquons une impulsion lumineuse de durée  $\tau$  telle que  $|\Omega_{eff}|\tau = \pi$ , l'état atomique de sortie devient :

$$\begin{pmatrix} a_e(\tau) \\ a_f(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -ie^{-i\tilde{\omega}_e\tau} e^{-i\phi_{eff}} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.20})$$

La population de l'état fondamental a été transférée complètement sur l'état excité, l'équivalent d'un miroir en optique classique. Dans les deux cas la phase laser  $\Phi_{eff}$  est imprimée sur la phase de l'onde atomique affectée par le changement d'état.

La probabilité de transition correspond ainsi à la probabilité de mesurer un atome dans l'état  $|e\rangle$  connaissant la fonction d'onde :

$$P(t) = |\langle e|\psi(t)\rangle|^2 = |a_e(t)|^2 \quad (\text{II.21})$$

cette quantité est l'observable qui nous servira à remonter à la phase imprimée sur les lasers à chaque impulsion.

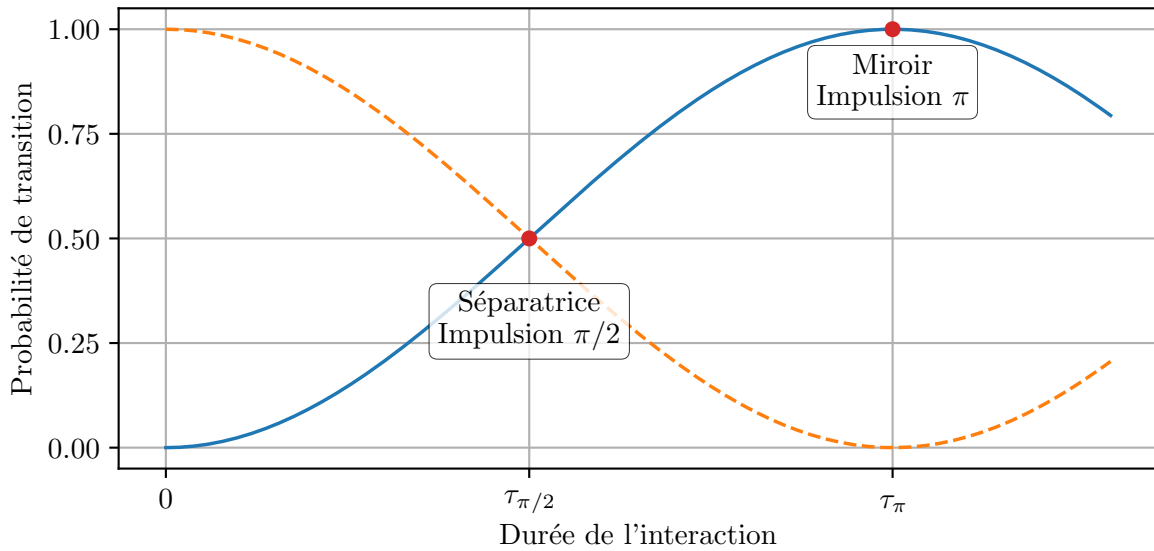


Fig. II.4 Évolution de la probabilité de transition entre les deux états en fonction de la durée de l'impulsion. Sont illustrés ici les durées des impulsions  $\pi/2$  et  $\pi$ .

## Sélectivité des impulsions Raman

### Sélectivité en vitesse

Les transitions Raman sont sélectives en vitesses, car la condition de résonance dépend de la vitesse des atomes via l'effet Doppler. Le nuage atomique étant une distribution de vitesses, seule une partie des atomes satisfait la condition de résonance et est transférée efficacement d'un état à l'autre. La probabilité d'être transféré pour un atome de vitesse  $\vec{v}$  est :

$$P = \left( \frac{|\Omega_{eff}|}{\Omega_R} \sin \frac{\Omega_R \tau}{2} \right)^2 \text{ avec } \Omega_R = \sqrt{|\Omega_{eff}|^2 + (\vec{k}_{eff} \cdot \vec{v})^2} \quad (\text{II.22})$$

Si nous considérons une durée d'impulsion  $\tau$ , telle qu'une impulsion  $\pi$  soit réalisée pour une classe de vitesse nulle ( $\Omega_{\text{eff}}\tau = \pi$ ), la probabilité de transfert peut se ré-écrire :

$$P(\vec{v}) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \text{sinc}^2 \left( \frac{\pi}{2} \sqrt{1 + (\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v} / |\Omega_{\text{eff}}|)^2} \right) \quad (\text{II.23})$$

Plus la pulsation de Rabi est élevée, moins l'impulsion est sélective en vitesse. Autrement dit, plus la durée de l'impulsion est courte ( $|\Omega_{\text{eff}}| = \frac{\pi}{\tau}$ ), plus la distribution en vitesse pour laquelle la condition de résonance sera vérifiée est large.

### Sélectivité transverse

Pour plus de simplicité, nous avons considéré jusque-là  $\Omega_{\text{eff}}$  constant dans tout l'espace. Les impulsions Raman sont en réalité réalisées avec des faisceaux de profils d'intensité Gaussiens (remplacés par des faisceaux à profils d'intensité plats durant ma thèse), qui vont imposer une certaine sélection transverse. Si nous définissons une pulsation de Rabi effective dépendante de la position en coordonnées cylindriques,  $r$  sera dans le plan perpendiculaire à l'axe des faisceaux Raman,  $z$  :

$$|\Omega_{\text{eff}}|(r) = |\Omega_{\text{eff}}| e^{-2\frac{r^2}{\omega_r^2}} \quad (\text{II.24})$$

où  $\omega_r$  est le rayon à  $1/e^2$  du faisceau gaussien utilisé. Pour une distribution en vitesse initiale dans l'axe  $z$  :

$$f(v) = \frac{1}{\sigma_{v_z} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{v_z}{\sigma_{v_z}}\right)^2} \quad (\text{II.25})$$

Nous aurons une distribution spatiale du nuage après un temps d'expansion  $t$  de :

$$h(r, t) = \frac{1}{2\pi(\sigma_r^2 + t^2\sigma_{v_z}^2)} e^{-\frac{r^2}{2(\sigma_r^2 + t^2\sigma_{v_z}^2)}} \quad (\text{II.26})$$

où  $\sigma_r$  représente la taille initiale du nuage et  $\sigma_{v_z}$  son écart-type en vitesse. La probabilité de transition à l'instant  $t$  peut s'écrire :

$$P(t) = \int_{v_z} \int_r f(v_z) h(r, t) \left( \frac{|\Omega_{\text{eff}}|(r)}{\Omega_R} \sin \frac{\Omega_R \tau}{2} \right)^2 dr dv_z \quad (\text{II.27})$$

Nous pouvons visualiser la probabilité de transition comme un chevauchement entre l'expansion spatiale du nuage à l'instant  $t$  et la distribution spatiale d'intensité des faisceaux Raman. Lorsque la taille du nuage deviendra de taille comparable ou supérieure à la taille du faisceau, la probabilité de transition diminuera rapidement. Ce qui est notre cas après 900 ms de temps de vol jusqu'à la dernière impulsion. La diminution de la probabilité ainsi que l'impact de cet effet sur le contraste ainsi que les solutions adoptées seront discutés au chapitre suivant, lors des mesures expérimentales de la pulsation de Rabi.

### Géométries d'interféromètres

En utilisant une séquence d'impulsions  $\pi/2 - \pi - \pi/2$ , il devient possible de réaliser des interféromètres atomiques similaires aux interféromètres de Mach-Zehnder en optique.

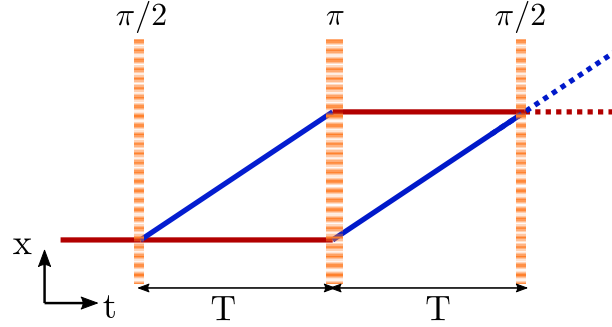


Fig. II.5 Interféromètre à trois impulsions

Pour réaliser un interféromètre qui ne soit pas sensible aux accélérations constantes dans le temps, nous utilisons une géométrie à 4 impulsions dont le schéma est donné ci-dessous. Cette géométrie est réalisée grâce à une séquence d'impulsion  $\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$ .

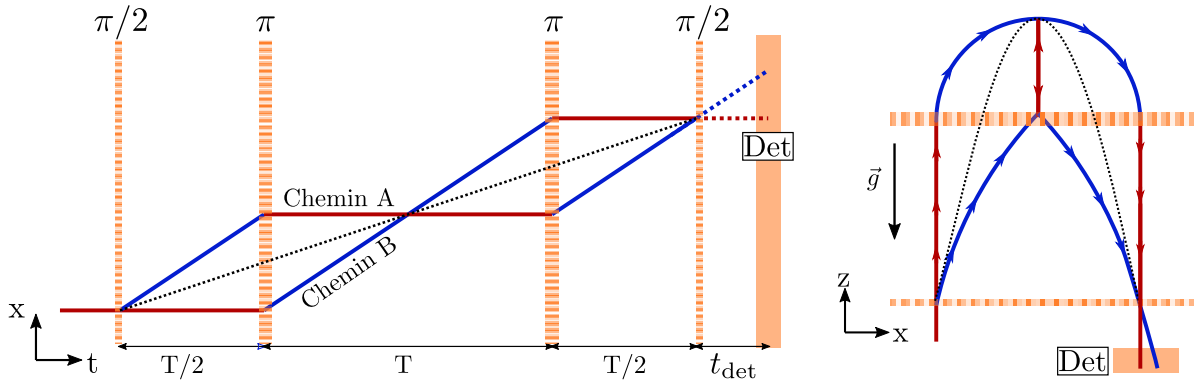


Fig. II.6 Diagramme espace-temps et espace-espace de l'interféromètre à quatre impulsions Raman.

### Déphasage en sortie d'interféromètre

À la sortie de l'interféromètre à 4 impulsions, la probabilité de détecter les atomes dans l'état de départ est gouvernée par :

$$P_{e \rightarrow e} = \frac{1 - \cos(\Delta\Phi)}{2} \quad (\text{II.28})$$

où  $\Delta\Phi$  représente la différence de phase dans les deux bras de l'interféromètre. Cette différence de phase peut être gouvernée par plusieurs effets, aussi bien des effets agissant sur l'état interne des atomes que sur l'état externe. Cependant, pour un interféromètre symétrique, le paquet d'onde atomique passe autant de temps dans l'état excité que dans l'état fondamental, annulant ainsi tout déphasage de propagation. Un interféromètre symétrique

sera ainsi insensible aux effets d'horloge, au désaccord, ainsi qu'à la fréquence des lasers induisant les transitions. Toutes in-homogénéités où effets qui viendraient briser la symétrie de l'interféromètre peuvent être à l'origine de déphasages parasites. Ces effets incluent des in-homogénéités de déplacement lumineux, de champ magnétique où même des dés-alignements des faisceaux Raman dont l'étude sera détaillée par la suite.

Les effets inertiels vont agir sur l'état externe des atomes. Le Hamiltonien regroupant les différents champs et décrivant l'évolution de l'atome de masse  $m$  dans le référentiel terrestre peut être écrit comme ceci [Landau and Lifschitz, 1969] :

$$H_{\text{ext}} = \frac{\vec{p}^2}{2m} - m\vec{a}\cdot\vec{r} - \vec{\Omega}\cdot(\vec{r} \times \vec{p}) - m\vec{g}\cdot\vec{r} - \frac{m}{2}\vec{r}\cdot\vec{\gamma}\cdot\vec{r} \quad (\text{II.29})$$

où nous retrouvons les champs inertiels suivants : accélérations  $\vec{a}$ , rotations  $\vec{\Omega}$  et le vecteur gravité  $\vec{g}$  et son gradient  $\vec{\gamma}$ . Nous nous limitons à un Hamiltonien au plus quadratique en position et en impulsion. La résolution de l'équation de Schrödinger n'est pas triviale et deux approches ont été développées. La première fait l'hypothèse d'ondes planes et est basée sur le formalisme de Feynman des intégrales de chemins [Storey and Cohen-Tannoudji, 1994] alors que la seconde, développée par Christian Bordé, se base sur des paquets d'ondes atomiques gaussiens dont l'évolution est déterminée par des matrices ABCD, dans un formalisme similaire à l'optique gaussienne [Bordé, 2001].

Nous ne présenterons pour le moment que les grandes lignes du formalisme de Feynman, qui a déjà été détaillé dans les thèses précédentes [Gauguet, 2006]. En supposant les paquets d'ondes atomiques comme des ondes planes, il est possible de montrer [Holleville, 2001] que le déphasage de l'interféromètre au moment de la détection est composé de trois termes :

- Le déphasage de propagation des paquets d'onde, calculés à l'aide des intégrales de chemins
- Le déphasage dû à la séparation spatiale des deux paquets d'onde au moment de la détection
- Le déphasage accumulé à chaque impulsion provenant de l'interaction avec les lasers Raman

### Déphasage de propagation

Le déphasage de propagation se calcule en faisant la différence d'action classique sur les chemins suivis par les paquets d'ondes sur chacun des deux bras de l'interféromètre. Cela revient à intégrer directement le Lagrangien du début de l'interféromètre jusqu'à la détection :

$$\Delta\Phi_{Prop} = \frac{1}{\hbar} \int_0^{t_{det}} \mathcal{L}_A(t)dt - \frac{1}{\hbar} \int_0^{t_{det}} \mathcal{L}_B(t)dt \quad (\text{II.30})$$

où A et B sont utilisés pour désigner les deux chemins de l'interféromètre (voir figure II.6). Le Lagrangien est défini comme la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de la particule considérée.

### Déphasage de séparation

Les interférences entre les paquets d'ondes sont détectées à une position  $\vec{r}$  dans la détection, qui ne coïncide pas forcément avec la position donnée par les trajectoires classiques du chemin A,  $\vec{r}_A(t_{det})$  et du chemin B  $\vec{r}_B(t_{det})$ . À l'instant de la détection, le déphasage s'exprime :

$$\Delta\Phi_{Sep} = -\frac{1}{2\hbar} [\vec{p}_A \cdot (\vec{r} - \vec{r}_A) - \vec{p}_B \cdot (\vec{r} - \vec{r}_B)] \quad (\text{II.31})$$

qui peut se ré-écrire :

$$\Delta\Phi_{Sep} = -\frac{1}{2\hbar} [-\vec{p}_c \cdot \vec{\Delta r} + \vec{\Delta p} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_c)] \quad (\text{II.32})$$

où  $\vec{r}_c$  et  $\vec{p}_c$  représentent la position et l'impulsion du centre de masse classique, et  $\vec{\Delta r}$  et  $\vec{\Delta p}$  les différence de position et d'impulsion entre les deux bras :

$$\begin{aligned} \vec{r}_c &= \frac{\vec{r}_A + \vec{r}_B}{2} & \vec{\Delta r} &= \vec{r}_A - \vec{r}_B \\ \vec{p}_c &= \frac{\vec{p}_A + \vec{p}_B}{2} & \vec{\Delta p} &= \vec{p}_A - \vec{p}_B \end{aligned} \quad (\text{II.33})$$

Pour obtenir le déphasage final, l'expression doit être intégrée sur la région de détection. Le premier terme de l'équation (II.32) va rester inchangé, tandis que le second dépendra de la différence d'impulsion  $|\vec{\Delta p}|$  et des dimensions de la détection.

### Déphasage Laser

Le déphasage laser est dû à l'interaction des paquets d'ondes avec les séparatrices Raman. La phase des lasers au moment de l'impulsion est imprimée sur le paquet d'onde lorsque celle-ci est diffractée. Sera ainsi imprimé à chaque impulsion  $\pm\Phi = \pm(\vec{k}_{eff} \cdot \vec{r} - \omega t - \phi)$  selon que l'atome passe de l'état fondamental à l'état excité ou vice versa. Le déphasage laser pour un interféromètre à quatre impulsions s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{Laser} &= (\Phi_1^A - \Phi_2^A + \Phi_3^A - \Phi_4^A) - (\Phi_2^B - \Phi_3^B) \\ &= \vec{k}_{eff} \cdot (\vec{r}_1 - (\vec{r}_2^A + \vec{r}_2^B) + (\vec{r}_3^A + \vec{r}_3^B) - \vec{r}_4) - (\phi_1 - 2\phi_2 + 2\phi_3 - \phi_4) \end{aligned} \quad (\text{II.34})$$

Le terme dépendant de  $\omega$  disparaît grâce à la symétrie temporelle de l'interféromètre, les atomes passant le même temps dans les deux états internes. Les termes  $\phi_i = \Phi_1 - \Phi_2$  correspondent à la différence de phase entre les deux lasers utilisés pour les transitions où  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  sont leurs phases respectives. Ceux-ci étant asservis en phase, il ne reste que le terme de phase qui dépend de la position des atomes dans l'onde stationnaire de vecteur d'onde  $\vec{k}_{eff}$ , ainsi que le bruit de phase résiduel  $\delta\phi_{Noise}$  :

$$\Delta\Phi_{Laser} = \vec{k}_{eff} \cdot (\vec{r}_1 - 2\vec{r}'_2 + 2\vec{r}'_3 - \vec{r}_4) + \delta\phi_{Noise} \quad (\text{II.35})$$

où nous avons défini  $\vec{r}'_2$  et  $\vec{r}'_3$  comme la position du centre de masse lorsque les paquets d'ondes sont séparés :

$$\vec{r}'_2 = \frac{\vec{r}_2^A + \vec{r}_2^B}{2} \quad \text{et} \quad \vec{r}'_3 = \frac{\vec{r}_3^A + \vec{r}_3^B}{2} \quad (\text{II.36})$$



Pour un Hamiltonien au plus quadratique en position et en impulsion, il est possible de montrer que le déphasage de propagation et de séparation s'annulent [Bordé, 2002]. Il est ainsi la plupart du temps suffisant de calculer le déphasage laser. Celui-ci est complètement déterminé par les trajectoires classiques des atomes, mais nous verrons par la suite que certains effets ne sont expliqués que lorsque le traitement complet du déphasage est effectué.

## II.2 Mesures inertielles avec un capteur à atomes froids

### II.2.1 Sensibilité à l'accélération

#### Interféromètre à 3 impulsions

Si nous considérons un interféromètre à 3 impulsions soumis à une champ d'accélération constant  $\vec{a}$ , nous pouvons calculer la trajectoire des atomes et la position du centre de masse au moment des impulsions :

$$\vec{r}(t) = \vec{a}\frac{t^2}{2} + \vec{v}_0(t) + \vec{r}_0 \quad (\text{II.37})$$

Le déphasage laser en sortie de l'interféromètre pour un des ports de sortie s'exprime comme :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{\text{Acc}}^{3P} &= \Phi_1 - 2\Phi_2 + \Phi_3 \\ &= \vec{k}_{\text{eff}} \cdot [\vec{r}(0) - 2\vec{r}(T) + \vec{r}(2T)] \\ &= \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a}T^2 \end{aligned} \quad (\text{II.38})$$

et nous retrouvons le résultat principal à l'origine des accéléromètres et des gravimètres atomiques.

#### Interféromètre à 4 impulsions

Si nous appliquons le même traitement pour l'interféromètre à quatre impulsions, nous avons :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{\text{Acc}}^{4P} &= (\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4)_A - (\Phi_2 - \Phi_3)_B \\ &= \Phi_1 - 2\Phi_2 + 2\Phi_3 - \Phi_4 \\ &= \vec{k}_{\text{eff}} \cdot [\vec{r}(0) - 2\vec{r}(T/2) + 2\vec{r}(3T/2) - \vec{r}(2T)] = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.39})$$

le déphasage devient nul. Cela signifie qu'un interféromètre symétrique à 4 impulsions n'est pas sensible aux accélérations continues, et cela ouvre la possibilité de réaliser un instrument sensible uniquement aux rotations.

### II.2.2 Sensibilité à la rotation : l'effet Sagnac

L'effet Sagnac est un effet relativiste qui apparait dans tous les interféromètres ayant une aire physique et qui sont en rotation [Sagnac, 1913; Gourgoulhon, 2013]. Cet effet est responsable d'une différence de phase entre les deux bras d'un interféromètre en rotation selon l'expression suivante :

$$\Delta\Phi_{\Omega} = \frac{4\pi E}{hc^2} \vec{A} \cdot \vec{\Omega} \quad (\text{II.40})$$

Dans cette expression,  $E$  représente l'énergie de la particule qui interfère,  $\vec{A}$  est l'aire physique orientée de l'interféromètre et  $\vec{\Omega}$  est le vecteur de rotation. Ce déphasage peut être retrouvé via le formalisme des intégrales de chemin de Feynman ou bien avec le formalisme des matrices ABCD, qui permet de considérer des couplages entre la rotation et d'autres effets (par exemple un gradient de gravité, voir annexe I). Il est intéressant de comparer les ordres de grandeurs des différents termes de ce déphasage selon la particule utilisée, un atome ou un photon. Pour un interféromètre optique, l'énergie est de l'ordre de l'eV ( $E = \hbar\omega$ ), mais pour un atome l'énergie est de l'ordre de  $10^{11}$  eV pour l'atome de Césium ( $E \simeq mc^2$  pour des vitesses non relativistes).

$$\frac{E_{\text{Atome}}}{E_{\text{Photon}}} \simeq 10^{11} \quad (\text{II.41})$$

Pour un interféromètre de même aire, le déphasage serait donc bien plus important avec des atomes qu'avec des photons. Des considérations pratiques viennent néanmoins limiter cet avantage, il est beaucoup plus compliqué de réaliser des interféromètres de grande aire avec des atomes qu'avec des photons. L'aire des gyromètres optiques est de l'ordre du  $\text{cm}^2$  au  $\text{m}^2$ , et pour les gyromètres atomiques plutôt du  $\text{mm}^2$  au  $\text{cm}^2$ , soit quatre ordres de grandeur plus faible. Nous avons démontré une aire jusqu'à  $11 \text{ cm}^2$  dans notre expérience qui est la plus grande aire réalisée avec un gyromètre à onde de matière.

Un grand flux de particule est également plus complexe à réaliser avec des atomes qu'avec des photons. Le flux pour un interféromètre optique est généralement de quelques  $10^{16}$  photons par secondes, contre quelques  $10^7$  atomes par secondes dans les expériences d'atomes froids. Le bruit de projection quantique évoluant en :

$$QPN \propto \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (\text{II.42})$$

où  $N$  est le nombre de particule. Nous perdons donc un facteur  $10^4$  en passant d'un interféromètre optique à un interféromètre atomique. La sensibilité potentielle des gyromètres atomiques est supérieure à celle des gyromètres optiques utilisés actuellement, et les performances de notre expérience seront évaluées dans la suite de ce manuscrit.

### Calcul de l'aire pour un interféromètre à 3 impulsions

Nous cherchons à calculer le déphasage induit par une rotation de l'interféromètre à trois impulsions. En supposant que l'atome rentre dans l'interféromètre avec une vitesse transversale  $\vec{v}_0$  et qu'il est soumis uniquement à une rotation  $\Omega$  dans une direction perpendiculaire au plan  $(\vec{k}_{\text{eff}}, \vec{v}_0)$ .

La phase à l'instant  $t$  sera :

$$\Phi(t) = -\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{r}(t) = -k_{\text{eff}} [v_0 t \sin(\Omega t) + v_r t \cos(\Omega t)] \quad (\text{II.43})$$

où  $2v_r = \hbar k_{\text{eff}}/m$  est la vitesse de recul. En prenant l'origine des phases à  $t = 0$  :

$$\begin{aligned} \Phi(0) &= 0 \\ \Phi(T) &= -k_{\text{eff}} v_0 T \sin(\Omega T) - k_{\text{eff}} v_r T \cos(\Omega T) \\ \Phi(2T) &= -k_{\text{eff}} v_0 2T \sin(\Omega 2T) - k_{\text{eff}} v_r 2T \cos(\Omega 2T) \end{aligned} \quad (\text{II.44})$$

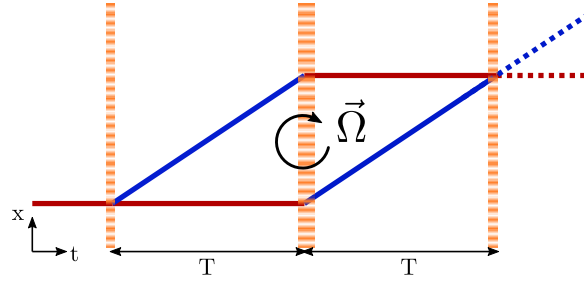


Fig. II.7 Interféromètre trois impulsions soumis à une rotation constante.

De la même manière que pour le déphasage d'accélération, nous obtenons :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_{Rot}^{3P} &= \Phi(0) - 2\Phi(T) + \Phi(2T) \\ &= -2k_{\text{eff}}\Omega v_0 T^2\end{aligned}\quad (\text{II.45})$$

L'équation précédente est obtenue avec un développement de Taylor en  $\Omega T$  et en ne considérant que les termes de premier ordre. Dans sa forme vectorielle, ce déphasage s'exprime comme :

$$\Delta\Phi_{Rot}^{3P} = -\vec{k}_{\text{eff}} \cdot (2\vec{\Omega} \times \vec{v}_0) T^2 \quad (\text{II.46})$$

Le calcul complet pour arriver à cette expression est détaillé dans [Camuel, 2007]. En utilisant l'expression du déphasage Sagnac, nous retrouvons l'expression de l'aire d'un interféromètre à 3 impulsions de temps d'interrogation  $2T$  (cf. Eq II.40) :

$$A = \frac{\hbar}{m} k_{\text{eff}} v_0 T^2 \quad (\text{II.47})$$

### Calcul de l'aire pour un interféromètre à 4 impulsions - Méthode n°1

Pour calculer de déphasage dû à la rotation pour l'interféromètre à 4 impulsions, nous allons procéder dans le sens inverse du calcul précédent. Nous allons commencer par exprimer l'aire physique de l'interféromètre et en déduire le déphasage Sagnac.

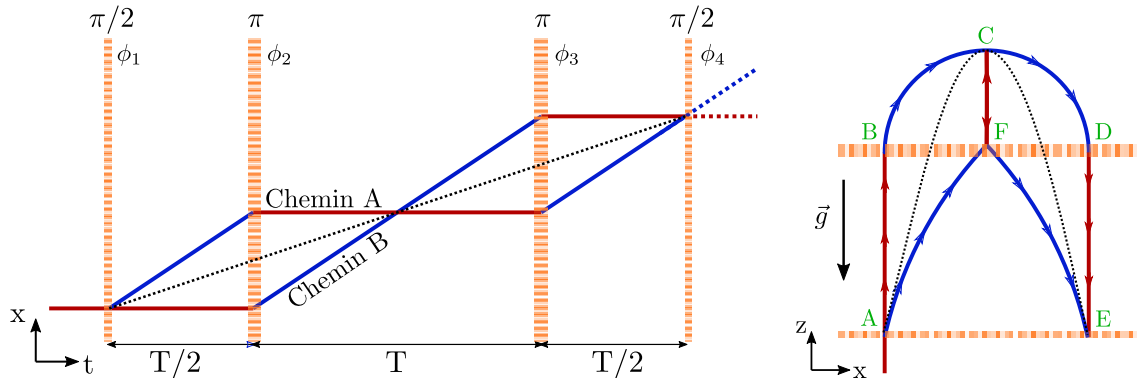


Fig. II.8 Schéma de la configuration à 4 impulsions, les traits pointillés représentent la trajectoire du centre de masse des atomes.

Nous opérons notre capteur à atomes froids en configuration fontaine, c'est-à-dire que les atomes sont lancés à la verticale avec une vitesse  $v_0$  et l'interféromètre est effectué pendant leur trajectoire parabolique. L'aire est donc comprise dans le plan (x-z), x étant la direction des lasers d'interrogation Raman et z la direction verticale définie par la gravité. La vitesse des atomes au cours du temps dans la direction z sera donc :

$$v_z(t) = v_0 - gt \quad (\text{II.48})$$

Pour le bras de l'interféromètre avec une vitesse selon x non nulle, il s'agira de la vitesse due au recul :

$$v_x = 2v_r = \frac{\hbar k_{\text{eff}}}{m} \quad (\text{II.49})$$

Pour avoir un interféromètre symétrique dans l'espace, il faut être sûr que l'apogée de la trajectoire coïncide avec la moitié du temps d'interrogation. La vitesse verticale doit être nulle pour  $t = T$ . Cela impose une condition sur la vitesse initiale  $v_0$  du nuage atomique, qui doit être  $v_0 = gT$ . L'interféromètre étant symétrique par rapport à l'apogée, nous pouvons séparer l'aire totale de l'interféromètre en deux aires identiques égales passant par les points ABCF (cf. Fig II.8). Pour plus de simplicité, cette aire peut également être divisée en deux parties distinctes :

$$A_{ABCF} = A_{ABF} + A_{BFC} \quad (\text{II.50})$$

Un calcul géométrique approché de l'aire peut être fait en négligeant le terme parabolique et en calculant l'aire des deux triangles [Dutta, 2015], mais n'est valable que pour  $v \gg 2v_r$ , ce qui n'est pas le cas proche de l'apogée. L'intégrale complète peut se calculer, en commençant par  $A_{ABF}$  :

$$\begin{aligned} A_{ABF} &= \bar{A}\bar{B}_z\bar{B}\bar{F}_x - \int_0^{T/2} z(t') \frac{dx(t')}{dt'} dt' \\ &= \frac{3}{16} 2v_r g T^3 - \frac{5}{48} 2v_r g T^3 \\ &= \frac{1}{12} g \frac{\hbar k_{\text{eff}}}{m} T^3 \end{aligned} \quad (\text{II.51})$$

Pour la deuxième aire  $A_{BFC}$  :

$$\begin{aligned} A_{ABF} &= \int_{T/2}^T [z(t') - z(T/2)] \frac{dx(t')}{dt'} dt' \\ &= \frac{1}{48} g \frac{\hbar k_{\text{eff}}}{m} T^3 \end{aligned} \quad (\text{II.52})$$

L'aire totale est donc :

$$A^{4P} = 2(A_{ABF} + A_{BFC}) = \frac{1}{4} \frac{\hbar}{m} (\vec{g} \times \vec{k}_{\text{eff}}) T^3 \quad (\text{II.53})$$

Si nous remplaçons maintenant cette aire dans le déphasage Sagnac, nous obtenons le déphasage dû aux rotations continues pour notre interféromètre à 4 impulsions :

$$\Delta\Phi_{\Omega}^{4P} = \frac{1}{2}\vec{k}_{eff} \cdot (\vec{g} \times \vec{\Omega}) T^3 \quad (\text{II.54})$$

Le fait que cette configuration d'interféromètre soit insensible aux accélérations continues couplé à la grande sensibilité aux rotations (proportionnelle à  $T^3$ ) la rend très avantageuse pour réaliser un gyromètre atomique.

### Calcul de l'aire pour un interféromètre à 4 impulsions - Méthode n°2

Le déphasage dû à l'effet Sagnac peut également être calculé à l'aide du déphasage laser [Lévêque, 2010; Geiger, 2019], de la même manière que cela a été fait pour l'interféromètre à 3 impulsions. Nous prenons ici l'apogée de la trajectoire à  $t=0$  pour plus de facilité. Nous considérons ainsi que les faisceaux Raman sont en rotation avec une vitesse angulaire de  $\Omega(t)$  autour de l'axe  $y$  défini comme perpendiculaire au plan formé par la gravité  $\vec{g}$  et l'axe des Raman  $\vec{k}_{eff}$ . Nous avons ainsi :

$$\begin{aligned} X(t) &= x(t) \cos \theta(t) + z(t) \sin \theta(t) \\ Z(t) &= z(t) \cos \theta(t) - x(t) \sin \theta(t) \end{aligned} \quad (\text{II.55})$$

où  $X(t)$  et  $Z(t)$  représentent la position des équiphasés laser à l'instant  $t$ ,  $x(t)$  et  $z(t)$  représentent la position classique des atomes dans le référentiel terrestre et avec  $\Omega(t) = \dot{\theta}(t)$ . Si les faisceaux Raman sont perpendiculaires à la trajectoire des atomes, le déphasage devient :

$$\begin{aligned} \phi(t) &= k_{eff} X(t) \\ &= k_{eff} \left[ \frac{\hbar k_{eff}}{m} (t + T) \cos \theta(t) + \left( g \frac{T^2}{2} - g \frac{t^2}{2} \right) \sin \theta(t) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.56})$$

Le déphasage laser total devient :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{\Omega}(t) &= \phi(-T) - 2\phi(-T/2) + 2\phi(T/2) - \phi(T) \\ &= \frac{2\hbar k_{eff}^2}{m} T \left[ \cos \theta \left( \frac{T}{2} \right) - \cos \theta(T) \right] + \frac{3}{2} k_{eff} g T^2 \sin \theta \left( \frac{T}{2} \right) \end{aligned} \quad (\text{II.57})$$

En considérant une rotation  $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega T)$  faible, nous obtenons au premier ordre :

$$\Delta\Phi_{\Omega} = \frac{3}{2} k_{eff} g T^2 \theta_0 \sin \left( \frac{\omega T}{2} \right) = \frac{3}{4} k_{eff} g T^3 \Omega_0 \quad (\text{II.58})$$

avec  $\Omega_0 = \omega \theta_0$ . Le terme est différent de celui trouvé lors du calcul de l'effet Sagnac à l'aide de l'aire de l'interféromètre. Il ne s'agit en effet pas d'exactly la même quantité. Lorsque nous considérons le mouvement des faisceaux Raman sous l'action d'une rotation, le vecteur  $\vec{g}$  qui définit la verticale ne tourne pas. Il s'agit donc uniquement d'une rotation du dispositif expérimental.

Pour retrouver l'expression complète, il faut rajouter le terme d'accélération qui apparaît sur l'axe horizontal, et qui provient de la rotation de  $\vec{g}$  sous l'action de la rotation terrestre. Le produit scalaire  $\vec{k}_{eff} \cdot \vec{g}$  n'est plus nul dans la direction horizontale et l'élévation effective

est  $g \sin \theta(t)$ . En intégrant deux fois ce terme, nous obtenons :

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{\omega} [t \cos(\omega t) + T \cos(\omega T)] - \frac{1}{\omega^2} [\sin(\omega t) + \sin(\omega T)] \\ \Delta\Phi_{\text{Acc}} &= k_{\text{eff}} [x(-T) - 2x(-T/2) + 2x(T/2) - x(T)] \end{aligned} \quad (\text{II.59})$$

Ce qui se traduit pour des rotations faibles ( $\omega T \ll 1$ ) et au premier ordre par :

$$\Delta\Phi_{\text{Acc}} = -\frac{1}{4} k_{\text{eff}} g T^3 \Omega_0 \quad (\text{II.60})$$

Nous retrouvons ainsi le déphasage total :

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_{\Omega} + \Delta\Phi_{\text{Acc}} = \frac{1}{2} k_{\text{eff}} g T^3 \Omega_0 \quad (\text{II.61})$$

Nous distinguerons par la suite deux types de rotations, les rotations dynamiques du dispositif expérimental, par exemple dues à la plateforme flottante. Celles-ci n'affectent pas la trajectoire des atomes en chute libre et le pré-facteur à utiliser est donc  $3/4$ . Le second type de rotation, qui concerne principalement la rotation terrestre, fera tourner de manière similaire  $\vec{g}$  ainsi que le dispositif expérimental et les faisceaux Raman et nous retrouverons le pré-facteur  $1/2$  de l'expression de l'effet Sagnac.

## II.3 Fonction de sensibilité de l'interféromètre

### II.3.1 Formalisme de la fonction de sensibilité

Pour étudier la réponse de l'interféromètre à des perturbations dépendantes du temps et tenir compte de l'évolution de la phase au cours des impulsions laser, nous utilisons le formalisme de la fonction de sensibilité. Ce formalisme est issu de la théorie des systèmes linéaires en automatique et a été ensuite appliqué sur les horloges atomiques pour étudier l'influence du bruit de l'oscillateur d'interrogation des atomes [Dick, 1987]. Il s'agit de calculer la réponse de l'interféromètre à une variation infinitésimale de phase des lasers Raman en fonction du moment de cette variation. La réponse impulsionnelle est appelée fonction de sensibilité.

Si la différence de phase entre les lasers Raman subit une variation infinitésimale de phase  $\delta\phi$  à l'instant  $t$ , cela entraîne une variation  $\delta P$  de la probabilité de transition mesurée. La fonction de sensibilité est définie comme :

$$g_\phi(t) = 2 \lim_{\delta\phi \rightarrow 0} \frac{\delta P(\Delta\Phi, t)}{\delta\phi} \quad (\text{II.62})$$

La probabilité de transition en sortie de l'interféromètre est définie comme :

$$P = \frac{1 - \cos \Delta\Phi}{2} \quad (\text{II.63})$$

En se plaçant à mi-frange, la sensibilité à la phase est linéaire et nous pouvons écrire :

$$g_\phi(t) = \lim_{\delta\phi \rightarrow 0} \frac{\delta\Delta\Phi(\delta\phi, t)}{\delta\phi} \quad (\text{II.64})$$

Il est ainsi possible de calculer le déphasage créé par une évolution quelconque de la phase laser :

$$\delta\Delta\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi(t) d\phi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi(t) \frac{d\phi(t)}{dt} dt \quad (\text{II.65})$$

Lorsque le saut de phase est introduit entre les impulsions laser, il suffit de remplacer les phases  $\phi_i$  des impulsions ayant lieu après le saut de phase par  $\phi_i + \delta\phi$ .

Si nous prenons l'exemple de l'interféromètre à trois impulsions, nous avons  $\Delta\Phi = \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3$ . Si le saut de phase a lieu entre la deuxième et la troisième impulsion, nous utilisons cette expression avec  $\phi_1 = \phi + \pi/2$  afin de rester à mi-frange,  $\phi_2 = \phi$  et  $\phi_3 = \phi + \delta\phi$ . Le déphasage total est ainsi :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3 \\ &= \pi/2 + \delta\phi \end{aligned} \quad (\text{II.66})$$

La fonction de sensibilité vaut donc -1. De même, si le saut de phase a lieu entre la première et la deuxième impulsion, nous avons  $\phi_1 = \phi + \pi/2$ ,  $\phi_2 = \phi + \delta\phi$  et  $\phi_3 = \phi + \delta\phi$ , la fonction de sensibilité vaut +1. Lorsque le saut de phase a lieu en dehors de l'interféromètre, la fonction de sensibilité est nulle.

Si le saut de phase intervient pendant une impulsion laser, il faut calculer le déphasage  $\delta\Phi$  à l'aide des matrices d'évolution. La matrice représentant l'impulsion laser est remplacée

par un produit de deux matrices. La première matrice représentant l'évolution du système entre le début de l'impulsion et le moment  $t$  du saut de phase avec une phase  $\phi_{\text{eff}}$  et la seconde matrice représentant l'évolution du système après le saut de phase et jusqu'à la fin de l'impulsion avec une phase  $\phi_{\text{eff}} + \delta\phi$ .

Pour un interféromètre à trois impulsions et en prenant l'origine des temps au centre, nous obtenons la fonction suivante, représentée figure (II.9) :

$$g_\phi(t) = \begin{cases} 0 & t < -T - \tau/2 \\ -\sin(\Omega_R(t + T + \tau/2)) & -T - \tau/2 < t < -T + \tau/2 \\ -1 & -T + \tau/2 < t < -\tau \\ \sin(\Omega_R t) & -\tau < t < \tau \\ 1 & \tau < t < T - \tau/2 \\ -\sin(\Omega_R(t - T - \tau/2)) & T - \tau/2 < t < T + \tau/2 \\ 0 & t > T + \tau \end{cases} \quad (\text{II.67})$$

pour une durée d'interféromètre totale de  $2T + \tau$ , où  $\tau$  représente la durée d'une impulsion  $\pi/2$ .

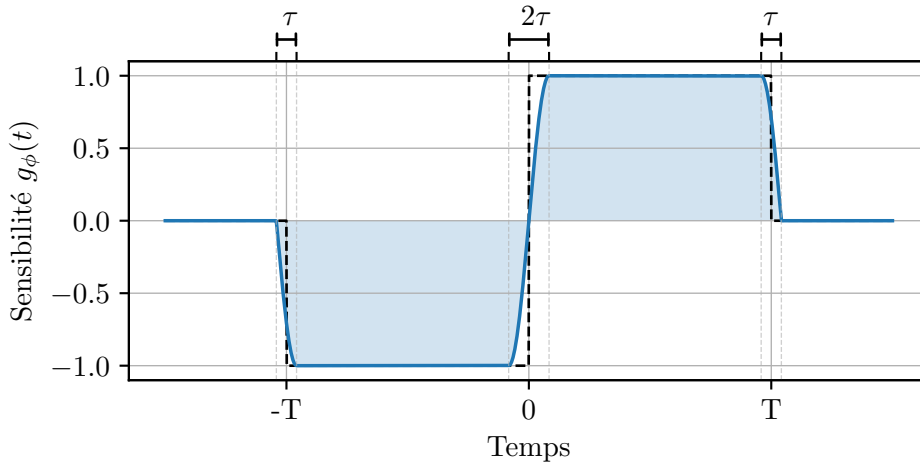


Fig. II.9 Fonction de sensibilité temporelle à la phase pour un interféromètre trois impulsions. Nous prenons ici la convention afin d'avoir  $T$  entre le centre des impulsions. La durée totale de l'interféromètre est ainsi  $2T + \tau$ . La fonction est impaire et son aire totale est nulle. La durée des impulsions est ici exagérée.

### Interféromètre à 4 impulsions

De la même manière que précédemment, nous pouvons calculer la fonction de sensibilité pour un interféromètre à 4 impulsions. Comme dans le dispositif expérimental, nous prenons le temps  $T$  entre le milieu des impulsions et gardons la pulsation de Rabi constante.

La fonction de sensibilité pour des impulsions carrées est la suivante et représentée sur la figure (II.10) :



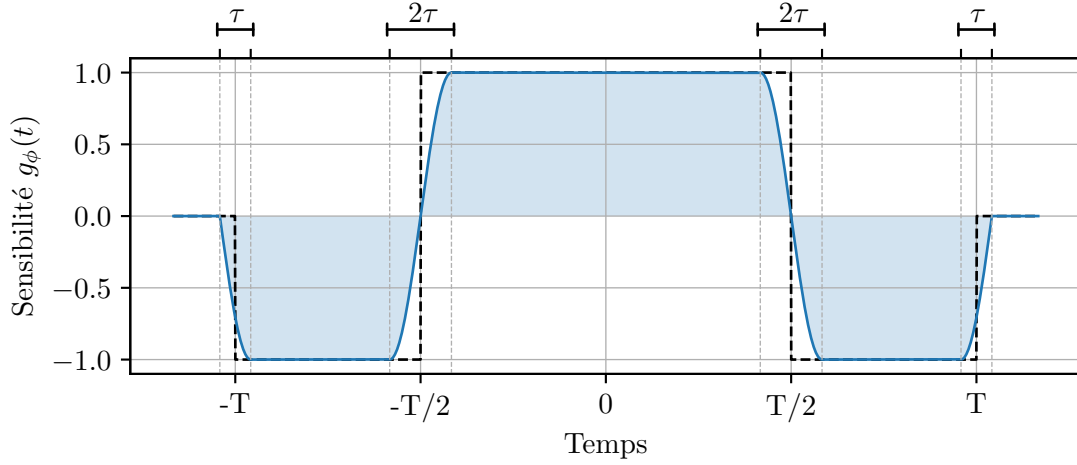


Fig. II.10 Fonction de sensibilité à la phase pour un interféromètre à 4 impulsions. La durée totale est de  $2T + \tau$ . La durée des impulsions est exagérée pour faciliter la présentation. La fonction de sensibilité pour une durée d'impulsion infinitésimale est indiquée en pointillée.

$$g_{\phi}(t) = \begin{cases} 0 & t < -T - \tau/2 \\ -\sin(\Omega_R(t + T + \frac{\tau}{2})) & -T - \tau/2 < t < -T + \tau/2 \\ -1 & -T + \tau/2 < t < -T/2 - \tau \\ \sin(\Omega_R(t + \frac{T}{2})) & -T/2 - \tau < t < -T/2 + \tau \\ +1 & -T/2 + \tau < t < T/2 - \tau \\ -\sin(\Omega_R(t - \frac{T}{2})) & T/2 - \tau < t < +T/2 + \tau \\ -1 & T/2 + \tau < t < T - \tau/2 \\ \sin(\Omega_R(t - T - \frac{\tau}{2})) & T - \tau/2 < t < T + \tau/2 \\ 0 & t > T + \tau/2 \end{cases} \quad (\text{II.68})$$

Dans la plupart des cas, il n'est pas nécessaire de prendre en compte la fonction de sensibilité complète et celle-ci peut être simplifiée en faisant les hypothèses suivantes :

1.  $\tau_{\pi/2} = \tau \ll T$ , La durée d'une impulsion est de l'ordre de  $10 \mu\text{s}$ , très petite devant la durée totale de l'interféromètre  $2T = 800 \text{ ms}$ .
2.  $\omega_{\text{inert}} \ll \Omega_R$ , nous considérons que les effets inertiels sont compris dans une gamme de fréquence réduite, inférieure au kHz ( $\Omega_R$  est de l'ordre de quelques kHz). Cette approximation est justifiée car les bruits prédominants de rotation et de vibration ont une bande passante de l'ordre de la centaine de Hz.

La fonction de sensibilité simplifiée pour l'interféromètre à 4 impulsions s'exprime alors comme ceci :

$$g_\phi = \begin{cases} 0 & t \leq -T \\ -1 & -T \leq t \leq -T/2 \\ 1 & -T/2 \leq t \leq T/2 \\ -1 & T/2 \leq t \leq T \\ 0 & t \geq T \end{cases} \quad (\text{II.69})$$

La durée finie des impulsions entraîne cependant une aire non nulle de la fonction de sensibilité (contrairement à la fonction simplifiée) et cela va faire apparaître une sensibilité à plusieurs effets que nous étudierons aux chapitres suivants.

### Fonction de sensibilité dans le domaine fréquentiel

Il est souvent intéressant de connaître l'influence sur la phase de la variation de divers paramètres en fonction de leur densité spectrale de bruit (DSP). Nous utilisons pour cela l'expression de la fonction de sensibilité dans le domaine fréquentiel. L'expression complète a été calculée et mesurée pour un interféromètre à 3 impulsions dans [Camuel, 2007] et [Cheinet, 2006] et est calculée ici pour notre interféromètre à 4 impulsions. Nous nous intéressons au déphasage à la sortie de l'interféromètre par une modulation de phase de la forme  $\phi(t) = \phi_\omega \cos(\omega t + \psi)$ . En utilisant l'équation (II.65) et en développant le calcul de manière analogue à [Camuel et al., 2006] p.120, nous obtenons :

$$\begin{aligned} H_\phi(\omega) &= \omega \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\omega t) g_\phi(t) dt \\ &= \frac{2\pi}{4\omega^2\tau^2 - \pi^2} \left[ 2\omega\tau \cos(\omega(T + \frac{\tau}{2})) - 2\pi \sin(\frac{\omega T}{2}) \cos(\omega\tau) + \pi \sin(\omega(T - \frac{\tau}{2})) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.70})$$

La condition  $\Omega_{RT} = \pi/2$  a été ici supposée vraie par simplicité, la fonction complète peut être trouvée dans l'annexe (A). En négligeant la durée finie des impulsions, la fonction de transfert se ré-écrit de manière simplifiée par :

$$H_\phi(\omega) = 8 \sin(\frac{\omega T}{2}) \sin^2(\frac{\omega T}{4}) \quad (\text{II.71})$$

À basse fréquence ( $\omega \ll \Omega_R$ ) la fonction de sensibilité est une fonction périodique s'annulant aux fréquences multiples de  $1/T$  et est définie par l'équation (II.71). À haute fréquence ( $\omega \gg \Omega_R$ ), nous observons un comportement de filtre du premier ordre.

Nous pouvons estimer la variance d'un bruit quelconque dont la DSP est connue en utilisant la fonction de sensibilité :

$$\sigma_\phi^2 = \int_0^{+\infty} |H_\phi(\omega)|^2 S_\phi(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (\text{II.72})$$

où  $S_\phi(\omega)$  représente la DSP de bruit en  $\text{rad}^2/\text{Hz}$ .

### Sensibilité à la fréquence

La fréquence est par définition la dérivée de la phase,  $f = d\phi/dt$ , si nous supposons les lasers Raman désaccordés d'une valeur  $\delta = 2\pi f$ , nous obtenons au premier ordre en  $\tau$  :

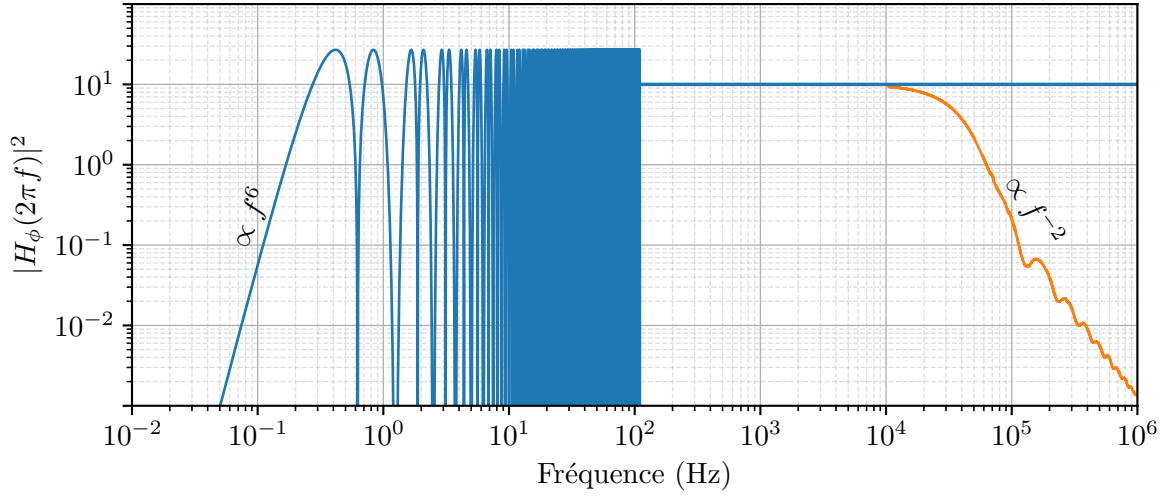


Fig. II.11 Fonction de sensibilité à la phase complète (orange) et simplifiée (bleue) pour un interféromètre à 4 impulsions de  $T = 400$  ms. Nous observons la limite de validité des hypothèses précédentes, qui ne sont plus valides à partir de 10 kHz. Les fréquences des bruits de vibration et de rotation sont souvent inférieures au kHz, et nous utiliserons ainsi la fonction simplifiée la plupart du temps.

$$\Delta\Phi = \int_t \delta g_\phi(t) dt = 2\pi f \tau \left(1 - \frac{4}{\pi}\right) \quad (\text{II.73})$$

La sensibilité à la fréquence est ainsi non nulle. En considérant une durée d'impulsion  $\pi/2$  typique de 12  $\mu\text{s}$  nous obtenons :

$$\frac{d\Delta\Phi}{df} = 20 \text{ mrad.kHz}^{-1} \quad (\text{II.74})$$

Il est possible d'annuler la sensibilité à la fréquence en décalant les impulsions  $\pi/2$  vers l'extérieur d'une valeur  $dT_{\pi/2}$  ou bien en décalant les impulsions  $\pi$  vers l'intérieur d'une valeur  $dT_\pi$  :

$$dT_\pi = 2dT_{\pi/2} = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{4}{\pi}\right) \tau \quad (\text{II.75})$$

Nous étudierons par la suite cette dépendance directement à l'aide de l'interféromètre atomique.

### II.3.2 Sensibilité aux effets inertiels

Nous allons maintenant nous intéresser à la sensibilité aux effets inertiels de l'interféromètre atomique.

#### Sensibilité aux fluctuations de vitesse et d'accélération

La phase inertielle en sortie de l'interféromètre dépend directement de la position des atomes au moment des impulsions lasers et s'écrit pour le centre de masse :

$$\Delta\Phi = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot (\vec{r}_{1,B} - 2\vec{r}_{2,H} + 2\vec{r}_{3,H} - \vec{r}_{4,B}) \quad (\text{II.76})$$

où  $\vec{r}_{i,H,B}$  représente la position des atomes au moment de l'impulsion  $i$ , sur le miroir Raman du bas (B) ou du haut (H).

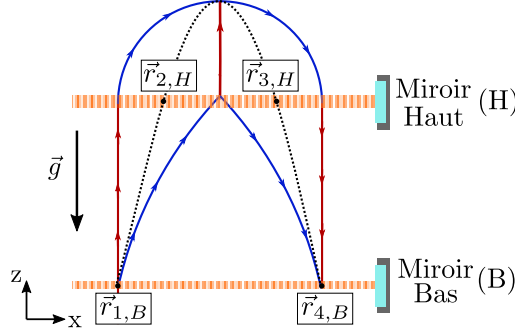


Fig. II.12 Schéma de l'interféromètre à 4 impulsions dans le plan  $(x, z)$ , les traits pointillés représentent la trajectoire classique des atomes. Sont également représentés les positions du centre de masse au moment des impulsions lasers.

En se plaçant dans le référentiel des atomes, il est possible de séparer les contributions venant du mouvement du miroir du bas ainsi que celui du haut. Nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \vec{k}_{\text{eff}} \cdot (\vec{r}_{1,B} - \vec{r}_{4,B}) - 2\vec{k}_{\text{eff}} \cdot (\vec{r}_{2,H} - \vec{r}_{3,H}) \\ &= \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \left[ \int_0^{2T} \vec{v}_B(t) dt - 2 \int_{T/2}^{3T/2} \vec{v}_H(t) dt \right] \end{aligned} \quad (\text{II.77})$$

où  $\vec{v}_H(t)$  et  $\vec{v}_B(t)$  représentent respectivement les vitesses du miroir du haut et du bas. Dans le cas où les vitesses  $\vec{v}_H(t)$  et  $\vec{v}_B(t)$  sont égales, la fonction de sensibilité à la vitesse devient :

$$g_v(t) = k_{\text{eff}} g_\phi(t) = \begin{cases} 0 & t \leq -T \\ -k_{\text{eff}} & -T \leq -T/2 \\ k_{\text{eff}} & -T/2 \leq t \leq T/2 \\ -k_{\text{eff}} & T/2 \leq t \leq T \\ 0 & t \geq T \end{cases} \quad (\text{II.78})$$

et la fonction de sensibilité à l'accélération :

$$g_a(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g_v(t) dt = \begin{cases} 0 & t \leq -T \\ -k_{\text{eff}}(t+T) & -T \leq -T/2 \\ k_{\text{eff}}t & -T/2 \leq t \leq T/2 \\ -k_{\text{eff}}(t-T) & T/2 \leq t \leq T \\ 0 & t \geq T \end{cases} \quad (\text{II.79})$$

Les deux fonctions sont représentées sur la figure (II.13).

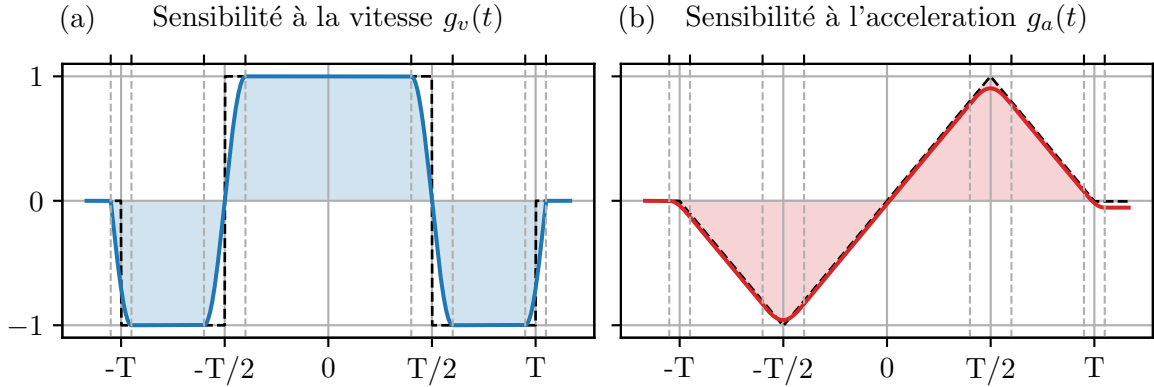


Fig. II.13 Fonctions de sensibilités temporelles à la vitesse et à l'accélération normalisées. La fonction de sensibilité à l'accélération est simplement l'intégrale temporelle de la fonction de sensibilité à la vitesse. En pointillés sont indiqués les fonctions simplifiées (en négligeant la durée  $\tau$  des impulsions). Ces fonctions temporelles seront par la suite utilisées pour calculer la phase due à un signal temporel de vitesse ou d'accélération.

Les vibrations extérieures vont entraîner une phase parasite en sortie de l'interféromètre, due aux accélérations et vibrations vues par les atomes. Leurs contributions peuvent se calculer à l'aide des fonctions de sensibilités calculées ci-dessus :

$$\begin{aligned}\Phi_{\text{vib},v} &= \int_{-T}^T g_v(t)v(t)dt \\ \Phi_{\text{vib},a} &= \int_{-T}^T g_a(t)a(t)dt\end{aligned}\quad (\text{II.80})$$

Il peut être utile de s'intéresser aux formes fréquentielles de ces fonctions, notamment pour estimer les bandes de fréquences où le bruit de vibration est le plus important. Comme la phase de l'interféromètre dépend directement de la position des miroirs, nous pouvons exprimer la sensibilité à l'accélération et la vitesse respectivement à partir de la dérivée première et seconde de la phase :

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v} \quad \text{et} \quad \frac{d^2\phi(t)}{dt^2} = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a} \quad (\text{II.81})$$

Dans l'espace de Fourier, les expressions précédentes deviennent :

$$\omega \tilde{\phi}(\omega) = k_{\text{eff}} \tilde{v}(\omega) \quad \text{et} \quad \omega^2 \tilde{\phi}(\omega) = k_{\text{eff}} \tilde{a}(\omega) \quad (\text{II.82})$$

où  $\tilde{\phi}$ ,  $\tilde{v}$  et  $\tilde{a}$  sont les transformées de Fourier respectives de  $\phi$ ,  $v$  et  $a$ . Connaissant la fonction de sensibilité à la phase dans le domaine fréquentiel, nous pouvons en déduire les fonctions :

$$\begin{aligned}H_v(\omega) &= \frac{k_{\text{eff}}}{\omega} H_\phi(\omega) \\ &= 8 \frac{k_{\text{eff}}}{\omega} \sin\left(\frac{T\omega}{2}\right) \sin^2\left(\frac{T\omega}{4}\right)\end{aligned}\quad (\text{II.83})$$

$$\begin{aligned}
H_a(\omega) &= \frac{k_{\text{eff}}}{\omega^2} H_\phi(\omega) \\
&= 8 \frac{k_{\text{eff}}}{\omega^2} \sin\left(\frac{T\omega}{2}\right) \sin^2\left(\frac{T\omega}{4}\right)
\end{aligned} \tag{II.84}$$

Les deux fonctions de sensibilité dans le domaine fréquentiel sont représentées sur la figure (II.14). Pour calculer la contribution du bruit de vitesse et d'accélération, nous procédons de la même manière que pour le bruit de phase :

$$\sigma_\phi^2 = \int_0^{+\infty} |H_{a,v}(\omega)|^2 S_{a,v}(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} \tag{II.85}$$

avec  $S_{a,v}$  les DSP de bruits d'accélération et de vitesse respectivement en  $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-4}/\text{Hz}$  et en  $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}/\text{Hz}$ .

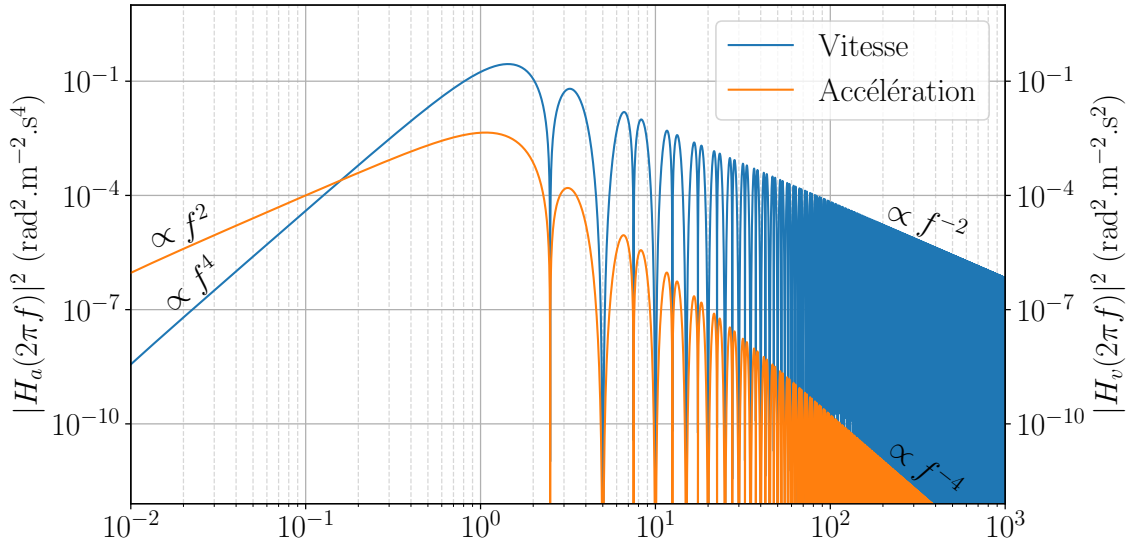


Fig. II.14 Fonctions de sensibilités à la vitesse et à l'accélération dans le domaine fréquentiel pour  $T=400$  ms. Les fonctions sont périodiques avec un premier 0 à  $1/2T$  et un maximum aux alentours de 1.5 Hz. La fonction de sensibilité à la vitesse (respectivement l'accélération) est caractérisée par un comportement en  $f^4$  ( $f^2$ ) à basse fréquence avant de couper à haute fréquence en  $f^{-2}$  ( $f^{-4}$ ).

### Sensibilité à des fluctuations d'angle et de rotation

De la même manière que nous avons étudié la sensibilité de l'interféromètre à la vitesse et à l'accélération, nous pouvons exprimer la sensibilité à un saut d'angle et à la rotation. Nous nous sommes inspirés ici des calculs effectués dans [Canuel, 2007] en les appliquant à l'interféromètre à 4 impulsions. La variation de phase infinitésimale  $\delta\Phi(\delta\theta(t_0))$  due à un changement d'angle  $\delta\theta$  à l'instant  $t_0$  est :

$$\delta\Phi(\delta\theta(t_0)) = \int_{-\infty}^{\infty} g_\phi(t) \frac{d\phi_{\theta(t_0)}(t)}{dt} dt \tag{II.86}$$

où  $\phi_{\theta(t_0)}(t)$  est le déphasage induit par un saut d'angle à l'instant  $t_0$ . L'effet du saut d'angle entre les différentes impulsions est illustré sur l'encadré (A) de la figure (II.15). Le déplacement de l'équiphasse laser 1 s'exprime par  $l = \delta\theta \left( L - g \frac{t^2}{2} \right)$ . Les trois cas (1), (2) et (3) illustrent l'effet pour des saut entre les quatre impulsions. Le déphasage complet pour tout instant peut s'exprimer par :

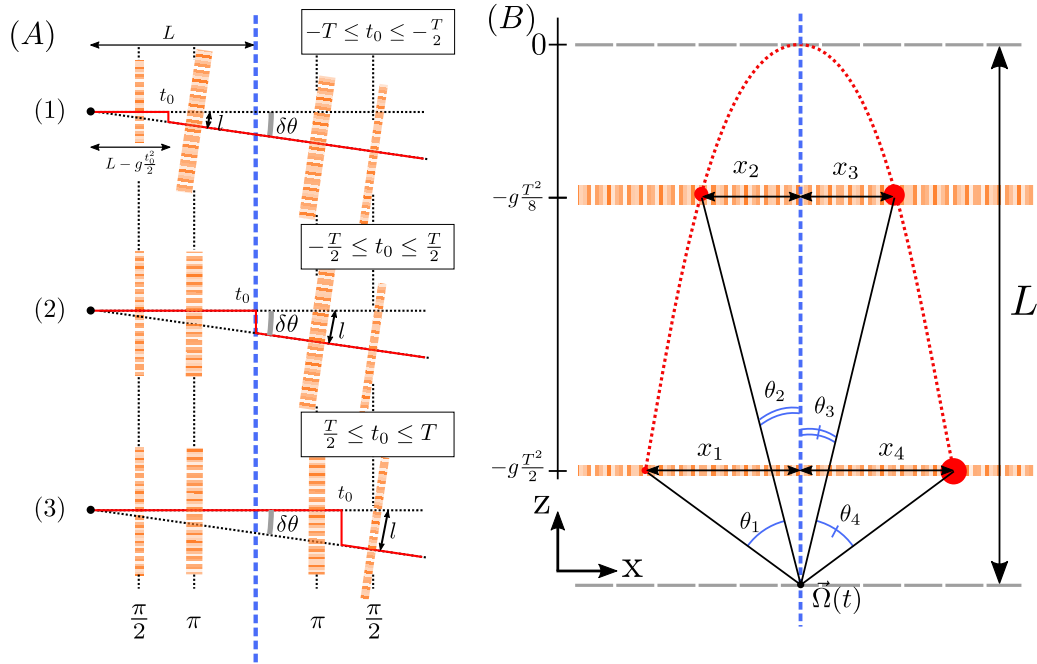


Fig. II.15 (A) Effet d'un saut d'angle sur le déphasage d'un interféromètre à 4 impulsions selon le moment du saut d'angle, illustrant la fonction de sensibilité associée. (B) Illustration d'un interféromètre à 4 impulsions soumis à un bruit de rotation dont l'axe est située à une distance  $L$  de l'apogée. Un angle  $\theta_i$  lors de l'impulsion  $i$  entraîne une position  $x_i$  des atomes dans les équiphasse lasers.

$$\phi_{\theta(t_0)}(t) = k_{\text{eff}} \delta\theta \left( L - g \frac{t^2}{2} \right) h(t + t_0) \quad (\text{II.87})$$

où  $h$  est la fonction de Heaviside. En remplaçant la phase dans l'équation (II.86) nous obtenons :

$$g_{\theta}(t) = \frac{\delta\Phi(\delta\theta(t_0))}{\delta\theta} = k_{\text{eff}} \left[ g_{\phi}(t_0) \left( L - g \frac{t_0^2}{2} \right) - g \int_{t_0}^{\infty} g_{\phi}(t) t dt \right] \quad (\text{II.88})$$

En remplaçant la fonction de sensibilité à la phase par son expression simplifiée, nous obtenons la forme suivante pour la fonction de sensibilité à un saut d'angle entre les impulsions Raman :

$$g_{\theta}(t) = \begin{cases} 0 & t \leq -T \\ -\left(L - g\frac{T^2}{2}\right) & -T \leq t \leq -T/2 \\ +\left(L - g\frac{T^2}{8}\right) & -T/2 \leq t \leq T/2 \\ -\left(L - g\frac{T^2}{2}\right) & T/2 \leq t \leq T \\ 0 & t \geq T \end{cases} \quad (\text{II.89})$$

où  $L$  représente la position du centre de rotation par rapport à l'apogée de la trajectoire. Cette fonction est représentée pour plusieurs positions du centre de rotation sur la figure (II.16).

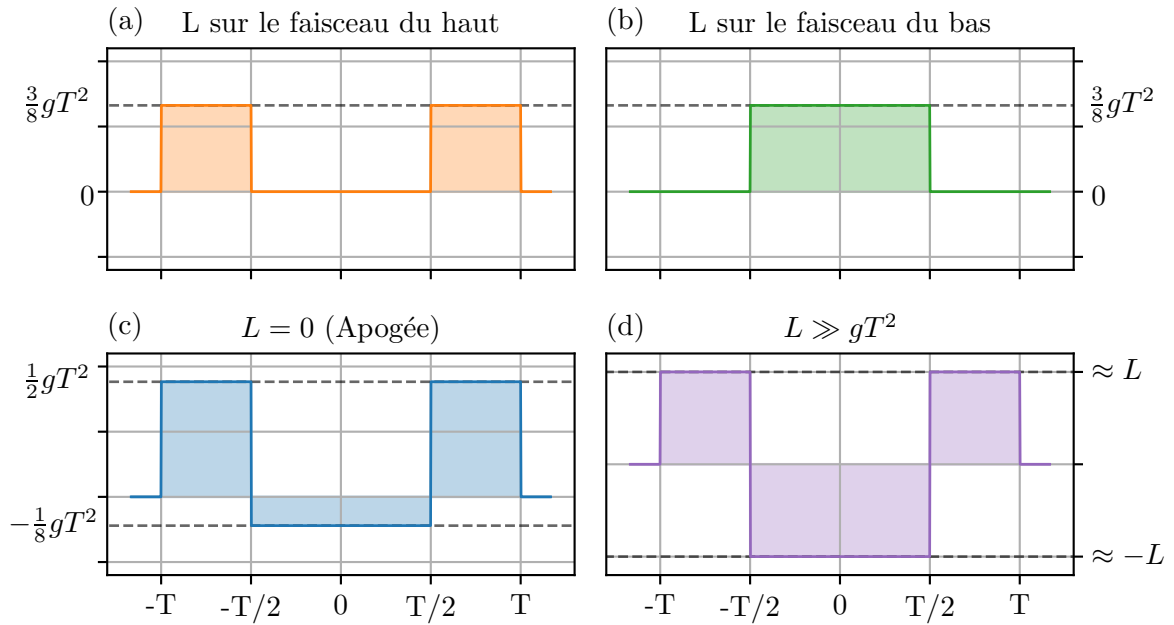


Fig. II.16 Fonctions de sensibilités à un saut d'angle pour différentes positions du centre de rotation. Si le centre de rotation est positionné au niveau du faisceau du haut, l'interféromètre sera insensible à des rotations entre les deux impulsions  $\pi$ . De la même manière, si le centre de rotation est centré sur le faisceau du bas, l'interféromètre sera insensible à des rotation ayant lieu entre la première et deuxième impulsion, et entre la troisième et quatrième impulsion. Lorsque la position du centre de rotation est située très loin soit au dessus de l'interféromètre ou bien au dessous, la fonction tend vers la fonction de sensibilité à la vitesse.

En intégrant la fonction de sensibilité à un saut d'angle, il est possible de déterminer directement la sensibilité à une vitesse de rotation  $g_{\Omega}(t)$ . De la même manière que nous avons exprimé les fonction de sensibilité à la vitesse et à l'accélération dans le domaine fréquentiel, nous allons étudier le cas des rotations. Deux manières de faire le calcul sont possibles, directement à partir de la fonction temporelle [Canel, 2007] ou bien en écrivant l'évolution des équiphases laser en réponse à une perturbation dans l'espace des fréquences comme nous le présenterons ici [Meunier, 2013; Savoie, 2017]. Nous pouvons écrire  $\theta(t, \omega)$  l'angle de la fontaine soumis à une perturbation sinusoïdale :



$$\theta(t, \omega) = \sqrt{2} \frac{\Omega_\omega}{\omega} \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{II.90})$$

À l'aide du schéma (B) de la figure (II.15), nous pouvons écrire les position des atomes dans les équiphasas lasers  $x_i$  en fonction de l'angle de la fontaine au moment de l'impulsions  $i$  :

$$\begin{cases} x1 &= \left( L - \frac{1}{2}gT^2 \right) \sqrt{2} \frac{\Omega_\omega}{\omega} \cos(-\omega T + \phi_0) \\ x2 &= \left( L - \frac{1}{8}gT^2 \right) \sqrt{2} \frac{\Omega_\omega}{\omega} \cos(-\frac{\omega T}{2} + \phi_0) \\ x3 &= \left( L - \frac{1}{8}gT^2 \right) \sqrt{2} \frac{\Omega_\omega}{\omega} \cos(+\frac{\omega T}{2} + \phi_0) \\ x4 &= \left( L - \frac{1}{2}gT^2 \right) \sqrt{2} \frac{\Omega_\omega}{\omega} \cos(+\omega T + \phi_0) \end{cases} \quad (\text{II.91})$$

Le déphasage laser va donc s'écrire :

$$\begin{aligned} \Delta\phi_\omega &= k_{\text{eff}}(x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4) \\ &= \frac{k_{\text{eff}}\Omega}{\sqrt{2}\omega} \sin(\phi_0) \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) \left[ -16L \left( \sin^2\left(\frac{\omega T}{4}\right) \right) + gT^2 \left( 1 - 4 \cos\left(\frac{\omega T}{2}\right) \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.92})$$

Et nous obtenons l'expression fréquentielle de la fonction de transfert à la rotation, moyennée sur la phase  $\phi_0$  :

$$|H_\Omega(L, \omega)|^2 = \left\langle \frac{\Delta\Phi}{\Omega_\omega} \right\rangle^2 = 64 \frac{k_{\text{eff}}^2}{\omega^2} \left[ -L \sin^2\left(\frac{\omega T}{4}\right) - \frac{3}{16}gT^2 + g\frac{T^2}{2} \sin^2\left(\frac{\omega T}{4}\right) \right]^2 \sin^2\left(\frac{\omega T}{2}\right) \quad (\text{II.93})$$

Lorsque  $\omega \ll 1/T$ , la fonction de transfert tend vers le terme de rotations dynamiques calculé précédemment (eq. II.58) :

$$\begin{aligned} |H_\Omega(L, \omega)|^2 &= \frac{9}{16} k_{\text{eff}}^2 g^2 T^6 \\ |H_\Omega(L, \omega)| &= \frac{3}{4} k_{\text{eff}} g T^3 \end{aligned} \quad (\text{II.94})$$

Ces fonctions nous permettront de calculer au chapitre suivant la contribution du bruit de vibration et de rotation à la phase interférométrique en fonction des différentes bandes de fréquences.

## II.4 Conclusion

Nous disposons désormais de tout les outils nécessaires pour la compréhension du fonctionnement du gyromètre à atomes froids. Les transitions Raman stimulées à deux photons forment la base de notre interféromètre, et permettent la réalisation des optiques atomiques que sont les impulsions  $\pi/2$  et  $\pi$ . Nous pouvons ainsi calculer le déphasage des différentes configuration d'interféromètre et leurs différentes sensibilités aux effets inertiels, accélérations, vitesses, rotation... etc. Le formalisme de la fonction de sensibilité permet également d'étudier la réponse du système à des perturbations de diverses origines et sera utilisé par la suite pour quantifier et mesurer l'effet de ces perturbations sur les mesures atomiques.

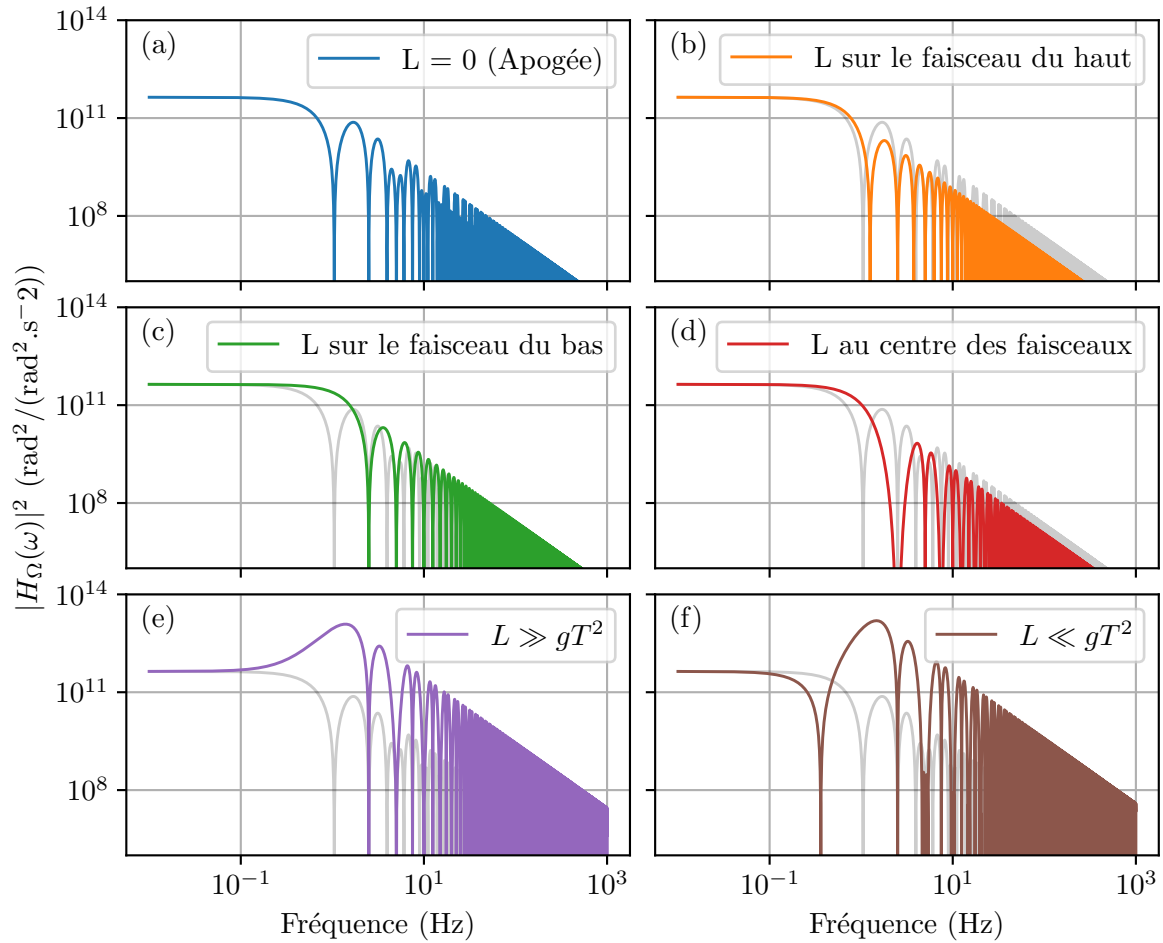


Fig. II.17 Fonctions de sensibilités à la rotation dans l'espace des fréquences pour différentes positions de l'axe de rotation. Pour chaque position, nous avons représenté en gris la fonction de transfert avec le centre de rotation situé à l'apogée à des fins de comparaison. À basse fréquence, toutes les fonctions sont caractérisées par une sensibilité résiduelle aux rotations continues. À haute fréquence, nous retrouvons le comportement de filtre d'ordre 2. Le nombre et la position des différents 0 dépend de la position du centre de rotation. Si le centre de rotation est situé bien au dessus ou en dessous de l'interféromètre, la sensibilité va devenir plus importante au dessus de 1 Hz.



## Chapitre III

# Dispositif expérimental

Dans ce chapitre seront présentés les détails du dispositif expérimental, de la préparation et du refroidissement des atomes à leur détection, en passant par toutes les étapes nécessaires à l'obtention d'un interféromètre atomique de grand temps d'interrogation. Seront détaillés les différents sous-systèmes nécessaires au bon fonctionnement de l'expérience.

### III.1 Séquence de mesure avec le gyromètre

#### III.1.1 La chambre à vide

L'élément central du dispositif expérimental est la chambre à vide. D'une hauteur totale d'environ 1.3 m, celle-ci est a été assemblée par morceaux pendant la thèse de Thomas Lévèque en 2009 [Lévèque, 2010]. La chambre est réalisée entièrement dans un alliage de titane ( $Ti^6Al^4V$ ) non magnétique dont les avantages sont sa faible conductivité électrique et sa rigidité. Cela permet de réduire les courants de Foucault à proximité des atomes qui pourraient perturber l'axe de quantification de l'expérience. Tous les hublots de la chambre à vide sont en BK7, traités anti-reflets sur les deux faces à 852 nm. Juste après la construction du dispositif, le vide était inférieur à  $10^{-9}$  mbar et assuré par quatre pompes ioniques (deux en haut de la chambre à vide, une pour le Piège Magneto-Optique (PMO) 2D et une pour le PMO 3D), et trois pompes getters supplémentaires pour le PMO 3D et le centre de la chambre à vide. Seules les deux pompes ioniques (25 L/s situées en haut de la chambre) et les 3 getters (50 L/s) sont encore utilisées.

#### Barres de biais et blindages magnétiques

Les atomes sont particulièrement sensibles aux fluctuations de champ magnétique. Pour limiter au maximum les champs parasites et ainsi avoir un bon environnement de mesure, la chambre à vide est entourée de deux couches de blindages magnétique en  $\mu$ -métal. La couche intérieure est constituée d'un premier blindage entourant le PMO 3D, et d'un second blindage autour de la zone interférométrique. La deuxième couche est un blindage complet autour des deux premiers, entourant tout le dispositif à l'exception du PMO 2D et des pompes ioniques.

La zone interférométrique de la chambre à vide est entourée de quatre barres de cuivre de 10 mm de diamètre qui servent à définir l'axe de quantification pour les transitions Raman stimulées et qui passent à travers les différentes couches de blindages. Les barres sont reliées

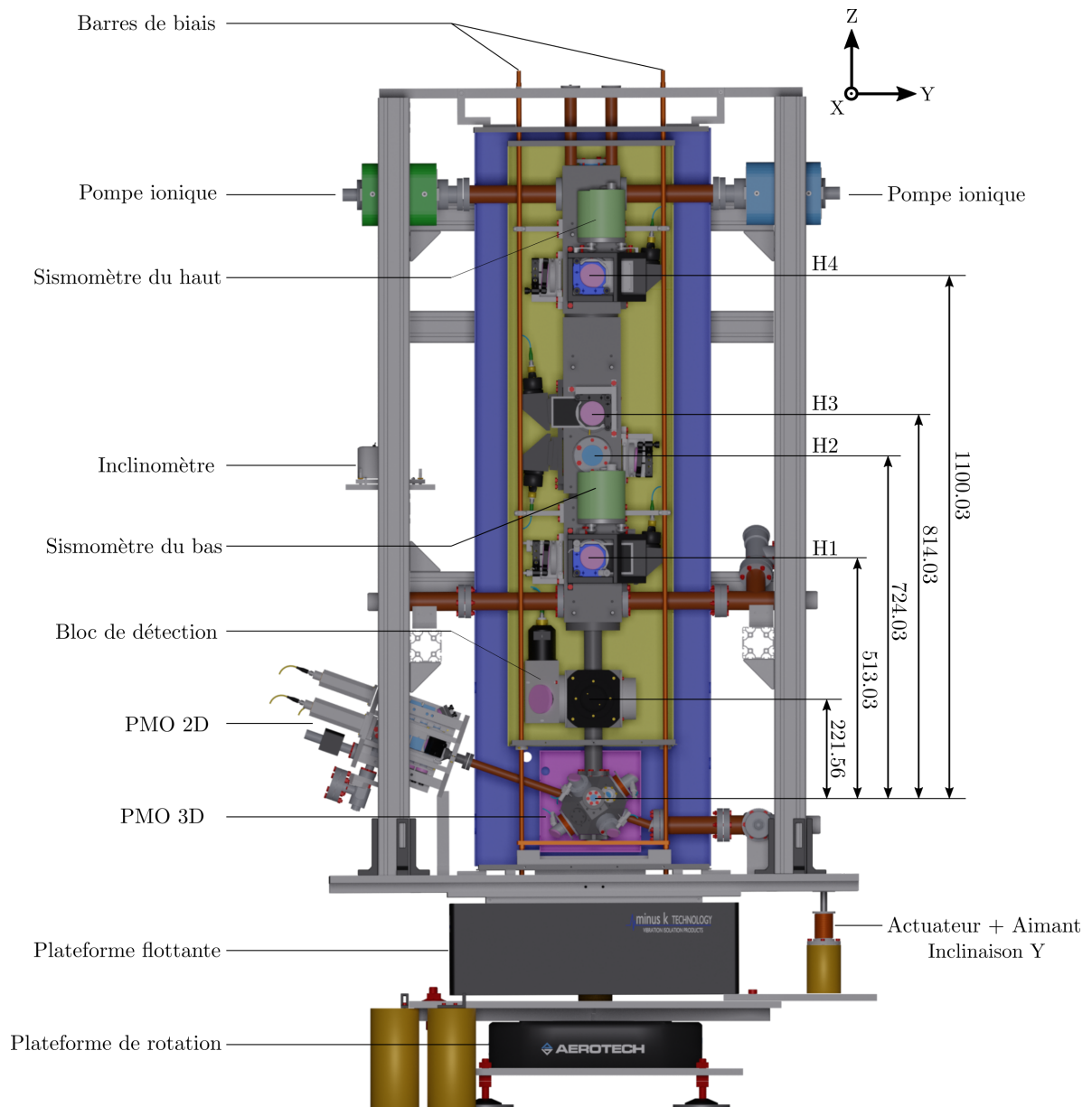


Fig. III.1 Vue de côté de l'expérience complète. Nous pouvons distinguer le PMO 2D, le PMO 3D ainsi que la chambre à vide et les 2 couches de blindage.

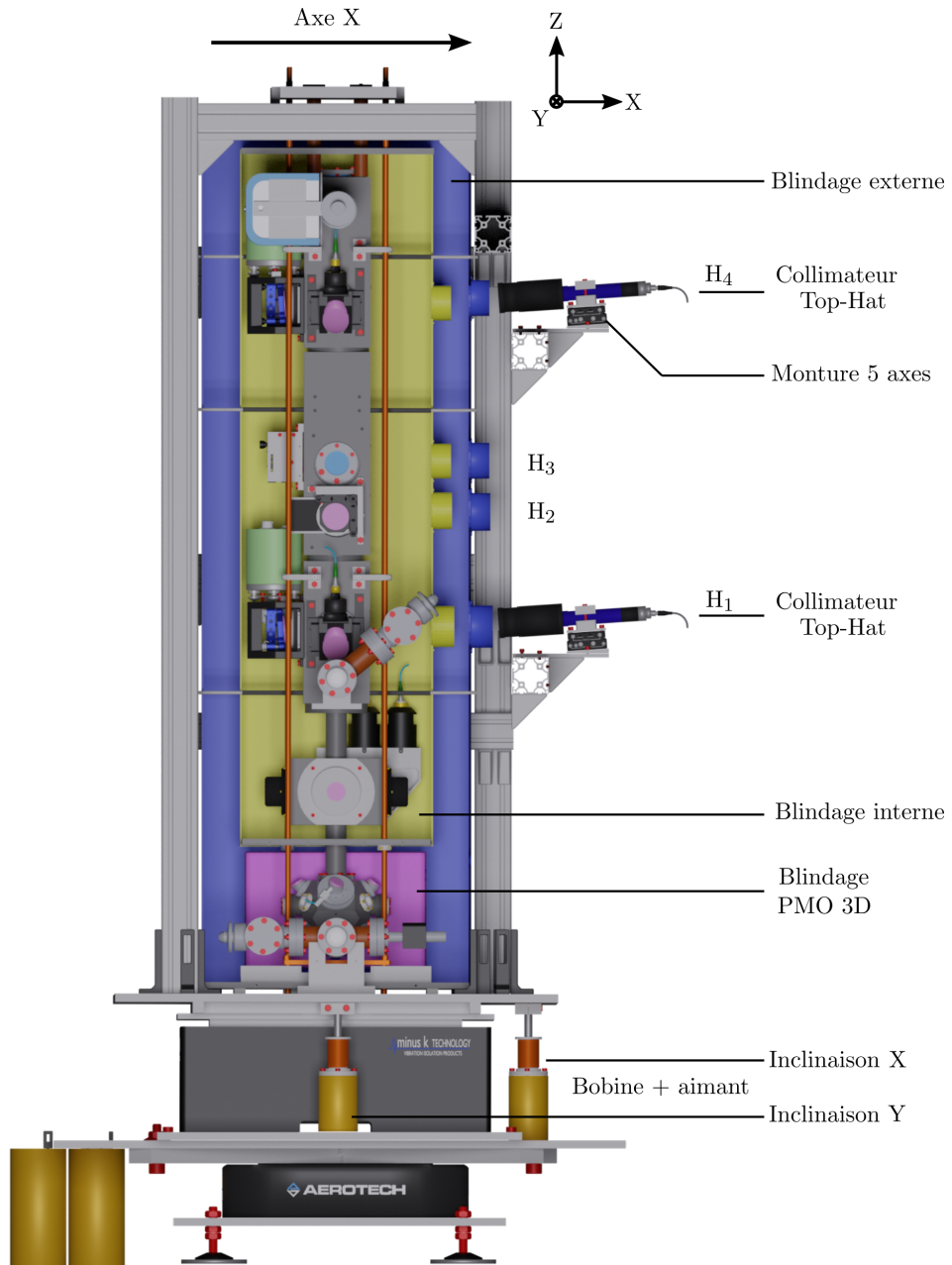


Fig. III.2 Vue de côté de l'expérience complète sur l'axe X.

en configuration Helmholtz et typiquement parcourues d'un courant de 1 A, assurant un champ magnétique homogène d'environ 40 mG dans l'axe des faisceaux Raman. La configuration des barres qui réalisent le champ de biais de l'expérience été modifiée pendant ma thèse lors de l'introduction d'un second axe de mesure. Lorsque nous souhaitons mesurer sur un deuxième axe, il faut tourner le champ magnétique de  $90^\circ$ , mais l'accès aux connections en bas des barres de biais est inaccessible (situé entre la plaque soutenant le gyromètre et la plateforme flottante). Nous avons donc décidé de connecter les 4 barres ensemble en bas de la chambre à vide (le point central dans le schéma (a) de la figure III.3).

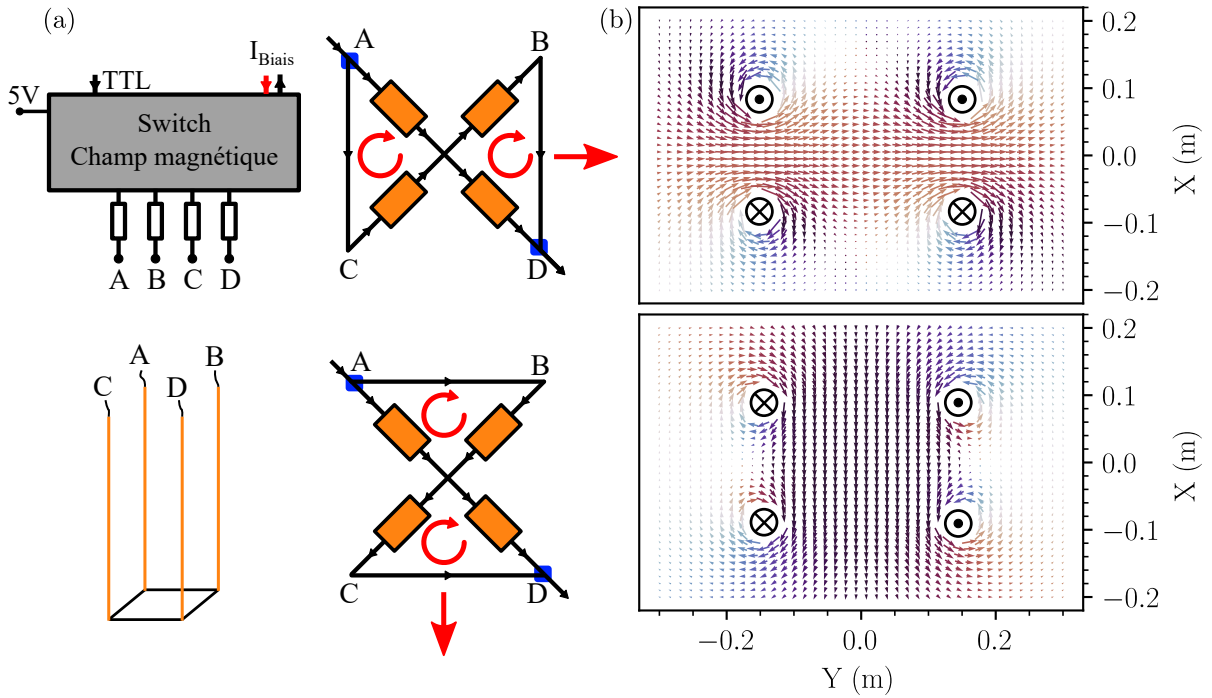


Fig. III.3 (a) Schéma du dispositif permettant de changer le sens du champ magnétique pour créer un champ de biais dans l'axe X ou dans l'axe Y. Le champ est créé à l'aide de 4 barres de cuivre traversées par un courant de l'ordre de 1 A. Les 4 barres sont désormais connectées entre elles en bas de la chambre à vide et les connections à l'alimentation se font par 4 fils distincts sortants des blindages par le haut, un fil par barre. Les connections sont notées A, B, C et D. (b) Carte du champ magnétique en fonction de la position par rapport aux 4 barres de biais pour les deux configurations.

En haut des 4 barres de biais sont connectés quatre fils. Selon la configuration des connections et le sens du courant dans les différentes barres, il est possible d'orienter le champ soit selon l'axe X, soit selon l'axe Y (Fig. III.3). Le changement est automatisé à l'aide de relais, et peut être contrôlé depuis l'ordinateur.

### III.1.2 Préparation et lancement des atomes

La source d'atomes froids est composée d'un piège magnéto optique 3D (PMO 3D) chargé par un piège magnéto-optique 2D (PMO 2D) comparable à ceux utilisés pour les expériences

de jets atomiques ([Schoser et al., 2002; Dieckmann et al., 1998]). La bonne préparation des atomes est critique pour les performances de l'interféromètre. Elle va déterminer la température du nuage (sa dispersion en vitesse) et le nombre d'atomes qui pourront être piégés et détectés. Le rapport signal à bruit atteignable des mesures est directement lié à ces paramètres.

### Piège Magnéto-Optique 2D

Les atomes proviennent d'une vapeur thermique de césium assurée par une réserve située à côté de la zone de piégeage du PMO 2D. Cette réserve est habituellement chauffée à 50°C par un cordon chauffant, permettant d'obtenir une pression de vapeur de Cs de l'ordre de  $2.10^{-7}$  hPa dans cette partie de la chambre [Lévêque, 2010].

Pour chacune des deux directions de piégeage, le refroidissement est effectué grâce à trois faisceaux elliptiques rétro-réfléchis en configuration  $\sigma^+/\sigma^-$ . L'enceinte du piège 2D est composée de 4 hublots rectangulaires de 90 x 25 mm pour le piégeage transverse et d'un hublot circulaire pour le passage d'un faisceau pousseur. Les collimateurs elliptiques pour les faisceaux de piéagements permettent d'obtenir un faisceau de 24 mm à  $1/e^2$  et ainsi d'assurer un piégeage continu sur 80 mm dans la direction transverse.

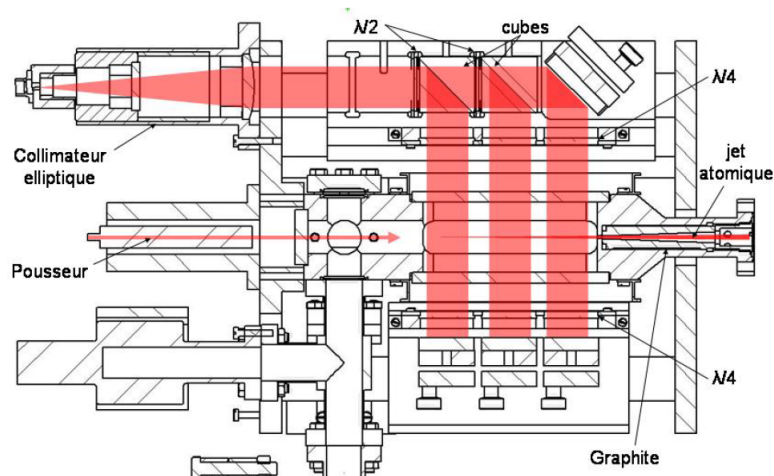


Fig. III.4 Vue en coupe du PMO 2D

Les faisceaux sont désaccordés de  $-2\Gamma$  par rapport à la transition de refroidissement et sont superposés à l'entrée avec un faisceau repompeur pour une meilleure efficacité de piégeage. Un troisième faisceau, cylindrique et de même fréquence est orienté dans la direction longitudinale et permet de pousser les atomes piégés vers le centre du piège 3D.

La chambre du piège 2D est entourée de 4 bobines en configuration anti-Helmholtz qui génèrent le gradient de champ magnétique nécessaire pour piéger les atomes au centre de la zone de capture. Les bobines sont de forme rectangulaires, chacune composée de 89 spires et traversées par un courant de 1.9 A, produisant un gradient de champ de  $17 \text{ G.cm}^{-1}$ .

La lumière du piège 2D est allumée 50 ms avant le début du chargement et coupée 10 ms avant la fin pour ne pas perturber les phases suivantes (mélasse, lancement).



### Changement du PMO 2D

Durant le premier confinement lié à la crise de COVID-19, en Mars 2020, la climatisation de la salle d'expérience s'est éteinte et l'expérience a été laissée à plus de  $35^{\circ}\text{C}$  pendant plusieurs jours. Suite à cette mésaventure le hublot arrière du PMO 2D, à travers lequel passe le faisceau pousseur s'est trouvé recouvert d'une couche de césium, le rendant ainsi opaque (Fig. III.5). Les tentatives pour retirer cette couche se sont avérées infructueuses et ont donné lieu à une ouverture de la chambre à vide et à un changement complet du PMO 2D.

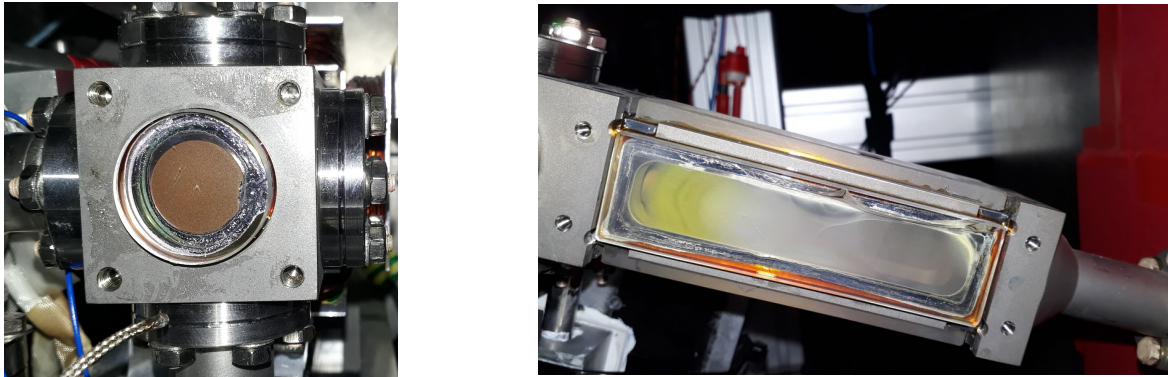


Fig. III.5 Fenêtre du pousseur du PMO 2D après chauffage, montrant clairement le dépôt de césium rendant le hublot inutilisable. Dépôt de césium sur les fenêtres latérales.

Ce remplacement a sans doute anticipé de quelques années une opération qui devenait nécessaire. En effet, la diminution progressive du nombre d'atomes au cours de la première partie de ma thèse laissait penser que la source commençait à s'épuiser, ayant alimenté l'expérience pendant plus de 10 ans.

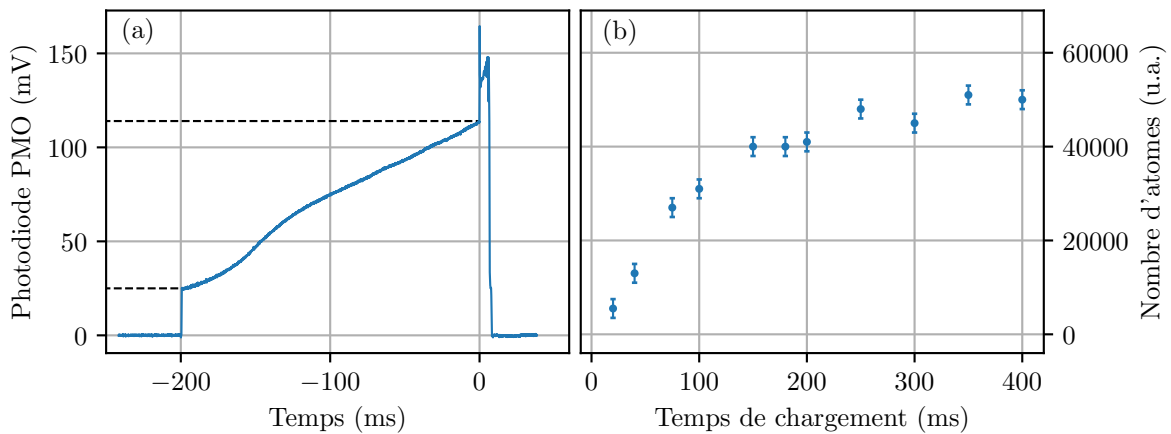


Fig. III.6 (a) Signal de fluorescence dans le PMO 3D pendant le chargement et (b) nombre d'atomes détectés en fonction du temps de chargement.

Il est possible d'estimer le nombre d'atomes chargés dans le piège 3D grâce à une photodiode qui collecte la lumière du piège. Ce système a une efficacité de collection  $\eta = 0.25\%$

et utilise une photodiode *Hamamatsu S1337-66BQ* [Lévêque, 2010; Savoie, 2017] qui a une sensibilité  $S = 0.4 A.W^{-1}$  avec un gain transimpédance  $G = 2.2.10^6 V.A^{-1}$ . Le signal détecté dans le piège est :

$$U_{\text{Fluo}} = N_{\text{at}} \frac{\Gamma}{2} \frac{6I/I_{\text{Sat}}}{1 + 4(\Delta/\Gamma)^2 + 6I/I_{\text{Sat}}} \frac{hc}{\lambda} \eta SG \quad (\text{III.1})$$

où  $\Gamma$  est la largeur naturelle de la raie D2 du césium,  $I$  l'intensité de chaque faisceau du piège,  $I_{\text{Sat}}$  l'intensité de saturation de la transition et  $N_{\text{at}}$  le nombre d'atomes dans le piège. Pour  $I/I_{\text{Sat}} = 0.5$ , cela donne  $5.10^8$  atomes. $V^{-1}$ .

Après optimisation du nouveau PMO 2D, nous avons obtenu un signal de chargement d'environ  $5.6 \times 10^7$  atomes en 200 ms ce qui correspond à un taux de chargement de  $2.8 \times 10^8$  atomes. $s^{-1}$ . Le signal de la photodiode utilisée pour collecter la fluorescence est présenté sur la Fig. III.6.

Cette valeur est à comparer avec celle obtenue en 2011 par [Lévêque, 2010] de  $3 \times 10^9$  atomes. $s^{-1}$ . Nous obtenons un chargement 10 fois plus faible, car nous avons fait le choix de ne pas chauffer la cellule pour le moment. Le flux obtenu est suffisant et cela permet d'éviter les problèmes de dépôt de césium.

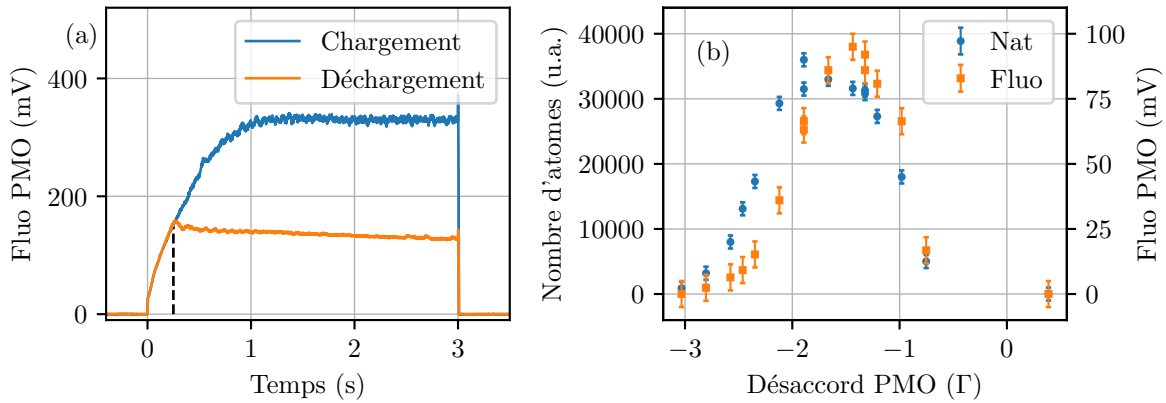


Fig. III.7 (a) Fluorescence du PMO 3D en fonction du temps. La courbe bleue est prise pour le chargement du piège et la courbe orange pour le déchargement (le piège est coupé au bout de 200 ms, au niveau de la ligne pointillée). (b) Évolution de la fluorescence du piège ainsi que du nombre d'atomes chargés en fonction du désaccord du laser de piègeage pour un temps de chargement typique de 200 ms.

Le piège va saturer après environ 1 s de chargement, soit un taux de 395 ms, comparé à 3.4 s avant le changement du PMO 2D. Le temps de vie du piège a été mesuré en coupant le PMO 3D et en regardant l'évolution de la fluorescence, et est de 14 s.

### Piège Magnéto-Optique 3D

Dans le piège magnéto-optique 3D, les atomes sont piégés et refroidis dans les trois directions de l'espace [Raab et al., 1987]. Le refroidissement est assuré par 6 faisceaux lasers contra-propageants orientés selon un trièdre orthogonal. Ces six faisceaux forment deux tétraèdres dont les sommets pointent en sens opposés dans la direction verticale. Chaque faisceau du bas fait face à un faisceau du haut.

La polarisation des trois paires de faisceaux se faisant faces est ajustée dans une configuration  $\sigma^+/\sigma^-$ . Le confinement des atomes au centre du piège est assuré par un gradient de champ magnétique généré par une paire de bobines en configuration anti-Helmholtz. Afin d'avoir un vrai 0 de champ magnétique au centre du piège, une paire de bobine en configuration Helmholtz compense le champ résiduel de biais appliqué pour définir l'axe de quantification dans la zone interférométrique.

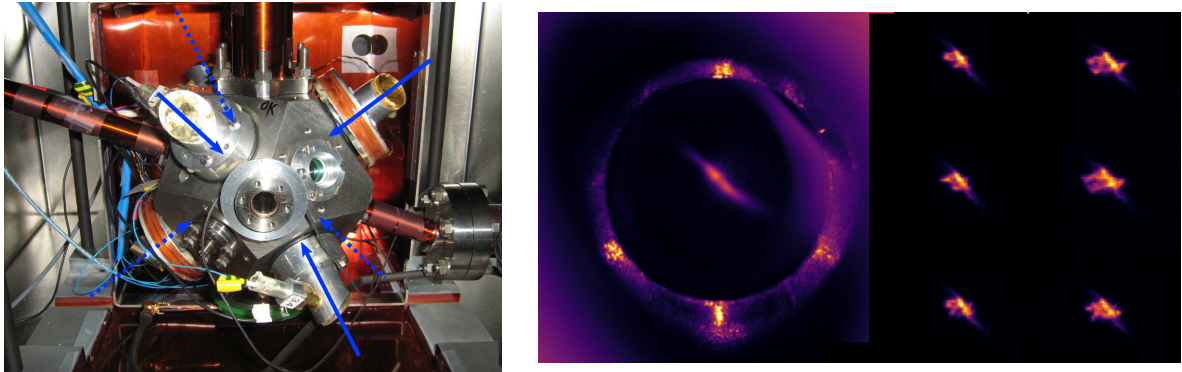


Fig. III.8 (Gauche) Piège Magnéto Optique 3D. Au premier plan un des collimateur pour un des 3 faisceau du bas, sont également visibles les bobines de champ et le tube venant du PMO 2D. Les 6 faisceaux sont illustrés par les flèches bleues. (Droite) Image du PMO 3D pour différent temps de chargement. Nous pouvons observer les franges directement sur le nuage.

Les collimateurs utilisé pour le PMO 3D sont les mêmes que ceux utilisés pour le premier gyromètre à double piège et sont décrit dans la thèse de Benjamin Canuel [Canuel, 2007]. Nous ne rappellerons ici que leurs principales caractéristiques. Ils sont composés d'une lame  $\lambda/4$  en sortie de fibre pour avoir une polarisation circulaire  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$ , ainsi que d'un miroir de renvoi et 3 lentilles de mise en forme. À l'issu de cette combinaison le waist du faisceau est de 9 mm.

L'alignement des faisceaux a été réalisé par auto-collimation pour les faisceaux du bas du piège, et par rétro-injection dans la fibre opposé pour les faisceaux du haut, permettant d'obtenir une définition des axes du trièdre à mieux que la centaine de  $\mu\text{rad}$  [Lévèque, 2010].

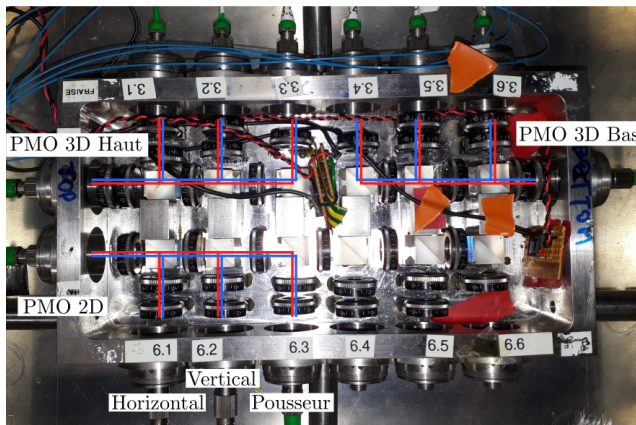
Lors du montage, il a cependant été remarqué que le piège se scindait en plusieurs petites pelotes et présentait une dissymétrie importante, entraînant des fluctuations du nombre d'atomes lancés. L'explication semblerait être la formation d'un coin d'air entraînant des franges d'interférences sur le nuage, avec une inter-frange typique de l'ordre de 8 mm [Meunier, 2013]. Après une procédure consistant à incliner symétriquement les faisceaux du pièges par rapport à la direction de lancement, les fluctuations du nombre d'atomes lancés ont été réduites aux environs de 1%. De nouvelles observations du piège ont confirmé que le nuage présentait toujours des franges lors du piégeage (voir figure III.8).

Ces franges sont à l'origine d'instabilités dans la dynamique de lancement et de refroidissement des atomes, ce qui pourrait poser problème pour la stabilité long terme du gyromètre.

### Splitter box

Les faisceaux utilisés pour la génération du PMO 3D et du PMO 2D viennent directement d'un boîtier de séparation des faisceaux fabriqué au Syrte et présenté sur la figure III.1. Pour le PMO 3D, la lumière combinée du repompeur et du refroidisseur est amenée au boîtier de distribution via 2 fibres, une pour les faisceaux piège du haut et une pour ceux du bas. Chaque faisceau est ensuite séparé en trois par une succession de cubes et de lames  $\lambda/2$  avant que les six faisceaux qui formeront les deux trièdres du PMO 3D soient envoyés vers la chambre à vide.

Même principe pour le PMO 2D, la lumière provenant d'une fibre contenant le repompeur et le refroidisseur est séparée en trois, le plus gros de la puissance allant vers le confinement 2D (environ 50 mW distribué entre horizontal et vertical) et le reste vers le faisceau pousseur (environ 2 mW).



Fibre	Refr (mW)	Rep ( $\mu W$ )
3.1	2.3	41
3.2	3.4	61
3.3	3.7	65
3.4	3.1	133
3.5	3.0	115
3.6	3.5	140
Total	19.0	555

Table III.1 (Gauche) Photo du boîtier de distribution et des différentes entrées et sorties. Il est composé de trois séparateurs 1x3, deux pour le PMO 3D et un pour le PMO 2D. Les faisceaux contiennent à la fois du repompeur et du refroidisseur. (Droite) Tableau présentant la puissance de refroidisseur et repompeur à l'intérieur de la boîte de distribution, avant l'injection des 6 fibres du PMO 3D. L'efficacité moyenne de couplage est de l'ordre de 50 %, soit environ  $7 I/I_{Sat}$  au niveau du piège.

### Séquence de lancement

Nous détaillons ici la séquence de préparation et de lancement des atomes représentée sur la figure (III.9). Cette séquence est similaire à celle présentée dans les thèses précédentes, avec une étape supplémentaire de lâcher-recapture mise en place afin d'avoir un plus grand nombre d'atomes mais surtout des atomes plus froids.

- **Chargement des atomes :** La phase de chargement dure entre quelques dizaines et quelques centaines de millisecondes. Durant cette phase les atomes chargés par le piège 2D sont capturés par le piège 3D. La fluorescence provenant du piège est collectée par une photodiode permettant d'estimer le nombre d'atomes piégés.
- **Mélasse optique :** Après la fin du chargement, le gradient de champ magnétique est

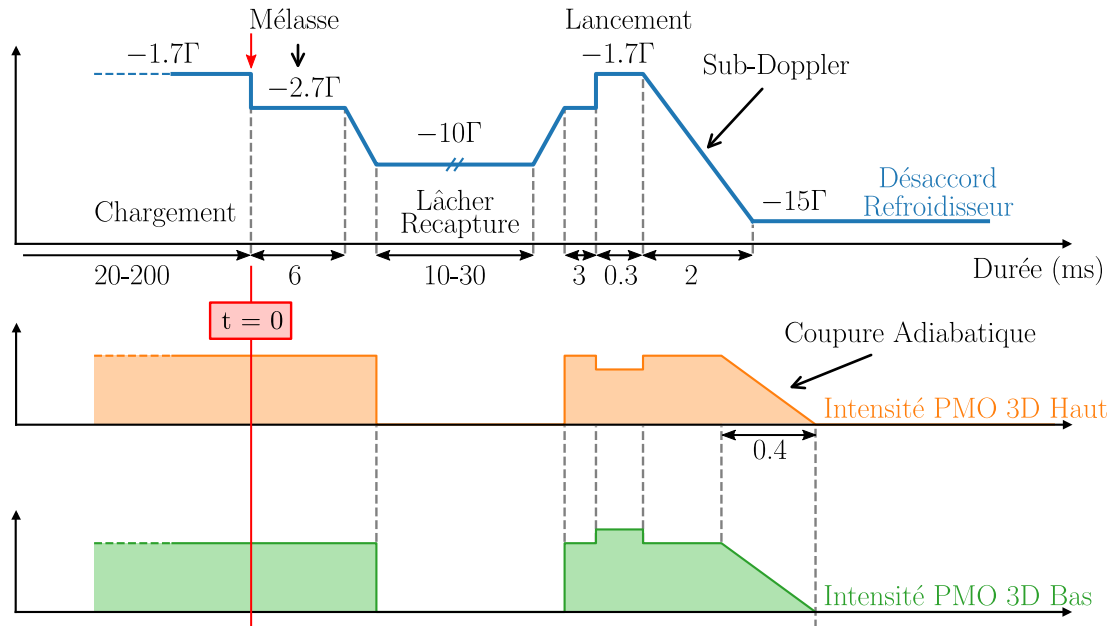


Fig. III.9 Séquence de préparation et de lancement des atomes. Les chiffres représentent la durée des différentes phases en ms. L'origine des temps est indiqué pour  $t=0$ .

coupé et les atomes sont gardés dans une mélasse optique en attendant son extinction durant 6 ms, avec un désaccord  $\Delta = -2.7\Gamma$  [Hall et al., 1989].

- **Lâcher + Re-capture** : Un des problèmes rencontré lors du lancement des atomes à  $5 \text{ m.s}^{-1}$  vient de la taille finie des faisceaux. Plus les atomes vont vite, plus la durée pendant laquelle ils restent dans les faisceaux (temps nécessaire pour la séquence de refroidissement) est réduite. Les atomes peuvent par exemple sortir des faisceaux avant que les étapes de coupures adiabatiques soient effectuées, entraînant une diminution du nombre d'atomes lancés ainsi que des atomes plus chauds. Une solution pour gagner du temps consiste à laisser tomber les atomes quelques dizaines de millisecondes afin d'avoir assez de temps pour les étapes suivantes. Le désaccord est ainsi descendu à  $-10\Gamma$  avant que les faisceaux ne soient coupés à l'aide d'un obturateur mécanique pendant 30 ms (soit une chute de 4 mm). Les atomes sont ensuite re-capturés en mélasse pendant environ 3 ms avant de passer à l'étape de lancement.
- **Lancement** : Les atomes sont lancés par une technique de mélasse mouvante en appliquant des rampes de fréquences de signes opposés aux modulateurs acousto-optiques des faisceaux du haut et de ceux du bas pour accélérer les atomes [Clairon et al., 1991]. Les lasers du piège seront ainsi désaccordés de  $+\delta\nu$  (pour le haut) et  $-\delta\nu$  (pour le bas). Lorsque l'écart atteint  $2\delta\nu$ , nous obtenons une mélasse mouvante à la vitesse :

$$v_0 = \sqrt{3}\delta\nu\lambda \quad (\text{III.2})$$

Le lancement est géré par une DDS Analog Devices 9959 synchronisée sur un signal d'horloge à 500 MHz [Meunier, 2013]. La vitesse de lancement mesurée par temps de vol en fonction du désaccord est présentée sur la figure III.10.

- **Refroidissement sub-Doppler** : Les atomes sont refroidis jusqu'à une température de  $2 \mu\text{K}$  en augmentant progressivement le désaccord des faisceaux piège à  $-15 \Gamma$  de la transition de refroidissement pendant 2 ms.
- **Coupure adiabatique** : La puissance des faisceaux du piège est coupée progressivement à l'aide des MAO pendant 0.4 ms, avant que les faisceaux ne soient coupés à l'aide d'un obturateur mécanique afin d'empêcher toute fuite de lumière.

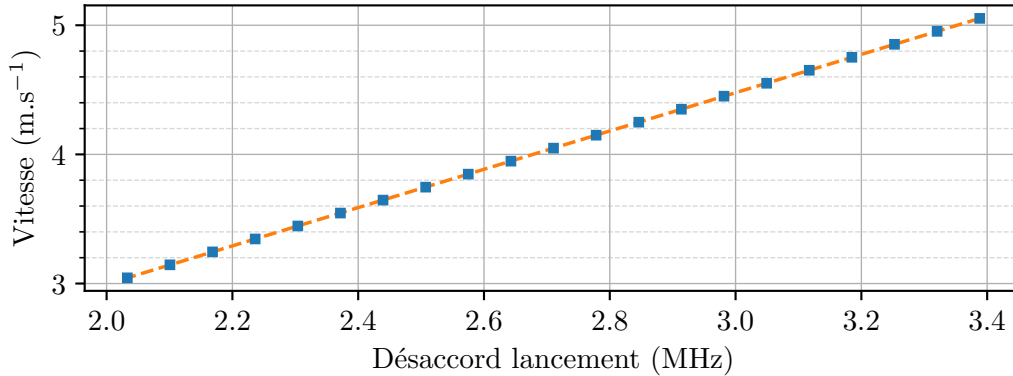


Fig. III.10 Vitesse des atomes mesurée en fonction du désaccord envoyé à la DDS. La vitesse maximale est aux alentours de  $5 \text{ m.s}^{-1}$ , limitée par la hauteur de la chambre, et la vitesse minimale d'environ  $3 \text{ m.s}^{-1}$ , limitée cette fois-ci par la hauteur de la détection. Le coefficient entre la vitesse mesurée et la vitesse calculée est  $1.0048(1)$ .

### Stabilité du lancement

La stabilité de la vitesse de lancement des atomes ainsi que leur température sont des éléments clés de la stabilité du gyromètre et font partie des paramètres limitant actuellement les performances de l'instrument sur le long terme. Les principaux problèmes de stabilité viennent des franges présentes dans le piège et dans la taille un peu trop faible des faisceaux du PMO, obligeant une séquence de lancement trop courte. Cela impacte aussi la température des atomes, qui va être très dépendante des paramètres de la séquence, rendant l'optimisation longue et complexe. Plus la vitesse de lancement désirée est grande, plus il est difficile de garder les atomes à une température minimale. On notera ainsi une température reportée de  $1.5 \mu\text{K}$  dans la thèse de M. Meunier [Meunier, 2013] et de  $1.2 \mu\text{K}$  dans la thèse de I. Dutta [Dutta, 2015], les deux ayant été mesurées pour une vitesse de lancement aux alentours de  $4 \text{ m.s}^{-1}$ . Nous estimerons dans la suite de ce chapitre la température des atomes pour une vitesse de  $5 \text{ m.s}^{-1}$ . L'effet observé le plus marquant est dans l'évolution du nombre d'atomes lancés (i.e détectés) en fonction de la vitesse comme présenté sur la figure (III.11). Nous observons ainsi plus d'un facteur 2 de pertes en passant de  $4$  à  $5 \text{ m.s}^{-1}$ .

En théorie, uniquement la différence de fréquence entre les lasers du haut et du bas détermine la vitesse de lancement. En pratique, il arrive que des fluctuations de puissance ou bien du rapport des puissances aient un impact non négligeable. Nous détaillerons ici l'impact de différents paramètres sur la température et la vitesse de lancement des atomes. Il nous est possible de contrôler indépendamment la puissance dans les trois faisceaux du

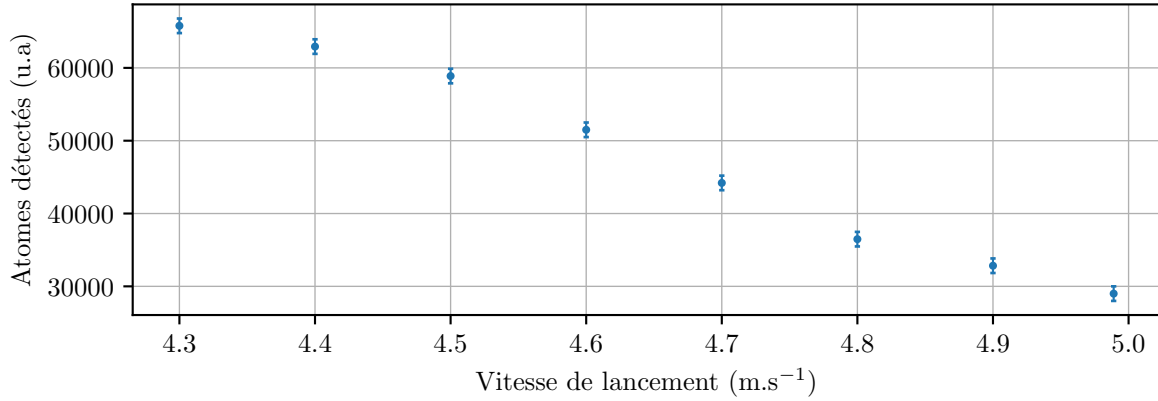


Fig. III.11 Nombre d'atomes détectés en fonction de la vitesse de lancement. La vitesse dans la nappe de détection étant différentes pour chacune des mesures, le nombre d'atome a été corrigé pour prendre en compte cet effet. Plus d'un facteur 2 sur le nombre d'atomes est perdu entre ceux lancés à 4 m.s<sup>-1</sup> et ceux lancés à 5 m.s<sup>-1</sup>

haut et du bas du PMO durant chacune des phases de refroidissement et de lancement. L'impact sur la température et la vitesse de lancement a été étudié pour différentes phases. Sont reportées ici les plus critiques, l'évolution est reportée sur la figure (III.12).

Lorsque la puissance totale des faisceaux du haut varie par rapport aux faisceaux du bas, nous observons des changement de vitesse de lancement de l'ordre du mm.s<sup>-1</sup>, avec une évolution observée quasiment linéaire de 5.5  $\mu\text{m.s}^{-1}/\%$ . L'impact sur la température est relativement faible. La phase de mélasse est celle où ont été observées les plus grandes fluctuations, avec des changements pouvant aller jusqu'à 100  $\mu\text{m.s}^{-1}/\%$  pour de grandes variations de puissances. Les fluctuations sont néanmoins plus faible proche de 100% de puissance, avec seulement 10 à 20  $\mu\text{m.s}^{-1}/\%$ .

Sur le long terme, ces variations peuvent entrainer une dérive du biais du gyromètre et leur impact sera discuté par la suite, notamment au chapitre VII.4.

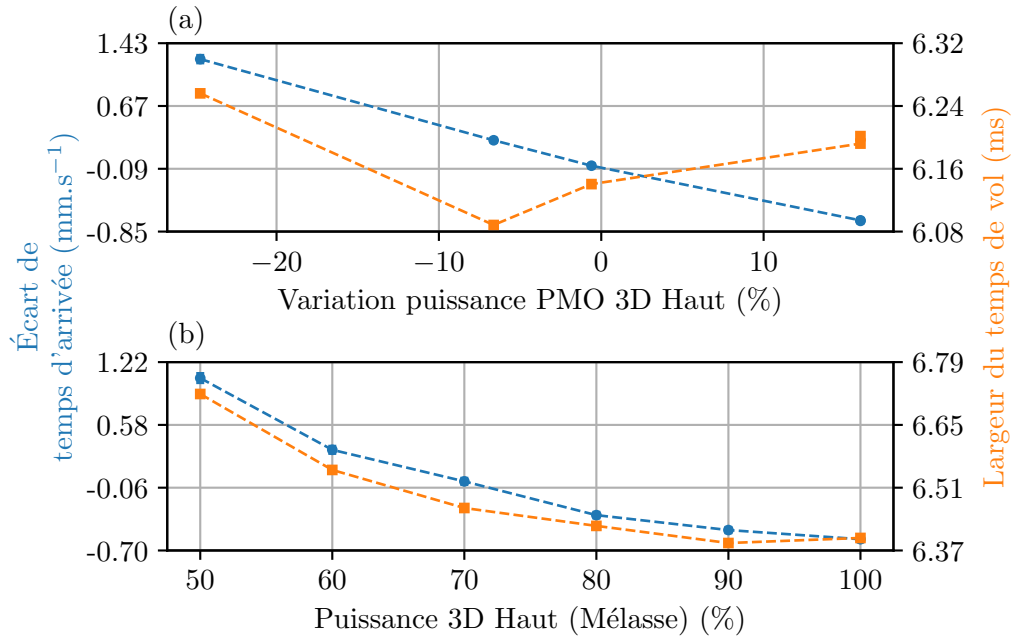


Fig. III.12 Évolution de la température et de la vitesse de lancement des atomes pour deux configurations différentes. Pour le graphe (a), l'évolution est mesurée en fonction d'un changement de puissance total des faisceaux du haut par rapport à ceux du bas. Nous pouvons remarquer un changement de vitesse de lancement de plus de  $1 \text{ mm.s}^{-1}$  pour 20% de fluctuations. La figure (b) représente l'évolution pour un changement de puissance seulement pendant la phase de mélasse, après extinction du champ magnétique. La température et la vitesse suivent la même tendance, avec des fluctuations de lancement de l'ordre du  $\text{mm.s}^{-1}$  également.

### Sélection des états atomiques

Une fois les atomes lancés, nous gardons uniquement ceux présents dans le sous niveau magnétique  $m_F = 0$ , insensible au premier ordre au champ magnétique, minimisant ainsi au mieux les effets systématiques. Plusieurs solutions sont possibles pour arriver à ce résultat. La première solution est d'utiliser un champ magnétique de biais pour lever la dégénérescence des états hyperfins de l'atome de césium par effet Zeeman. Juste après la mélasse, les atomes sont dans les états  $|F = 4, m_F = -4, -3, \dots, 0, \dots, +3, +4\rangle$ . Une fois la dégénérescence levée, nous appliquons une transition  $\pi$  micro-onde qui sélectionne les atomes dans l'état  $m_F = 0$  à l'aide de la transition  $|F = 4, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 3, m_F = 0\rangle$ . Les atomes restants dans  $F = 4$  sont ensuite poussés à l'aide d'un laser accordé sur une transition résonante, par exemple celui de la détection.

Cette solution a été utilisée jusqu'en 2016, avec la mise en place des modes de fonctionnement jointifs et entrelacés (voir section V.2). La lumière diffusée par le laser pousseur ainsi que la micro onde se propageant dans la chambre entraînant des effets de décohérence indésirables.

L'autre solution mise en place pour sélectionner l'état  $m_F = 0$  est de faire de la sélection Stern-Gerlach, inspirée directement de la fameuse expérience de la mise en évidence de



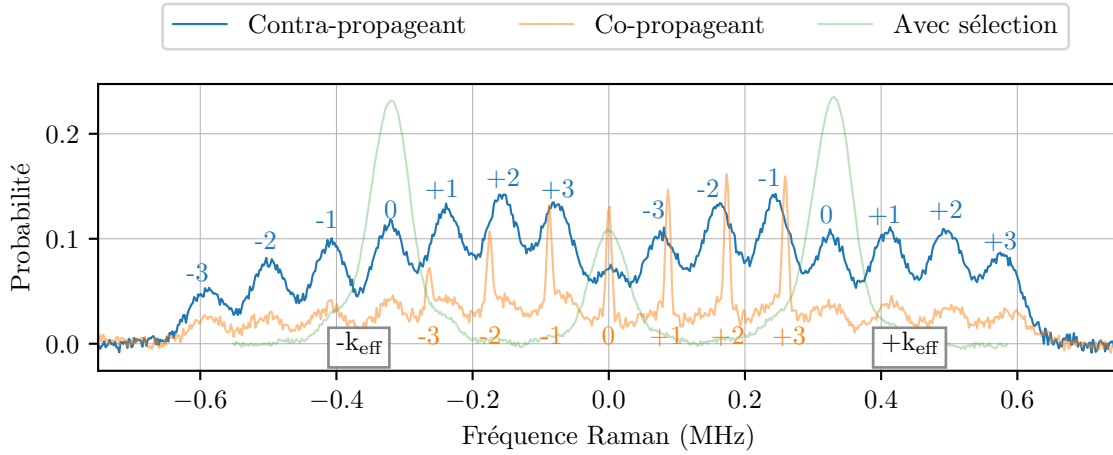


Fig. III.13 Transitions Raman avec et sans sélection magnétique. Nous observons 7 transitions Raman pour chaque pics Doppler ( $+k_{\text{eff}}$  et  $-k_{\text{eff}}$  dégénérés en introduisant un angle entre la vitesse des atomes et les faisceaux Raman), ainsi que 7 transitions pour le co-propageant. La durée de l'impulsion utilisée a été changée entre les deux spectres dû à la différence de pulsation de Rabi entre les transitions contra et co-propageantes. La courbe verte représente le même spectre contra-propageant après sélection, son amplitude a été réduite de 60% pour plus de clarté.

l'existence du spin de O. Stern et W. Gerlach de 1922. Nous appliquons ainsi un très fort gradient de champ magnétique pendant une période très brève pour défléchir tous les atomes sensibles au champ magnétique. La force ressentie par les atomes est :

$$F_{SG} = \mu \nabla B \quad \mu = g_F m_F \mu_B \quad g_F = \frac{1}{4} \quad (\text{III.3})$$

Le gradient de champ magnétique est réalisé grâce à une bobine placée le long du tube de la chambre à vide à environ 3 cm du centre, juste au dessus du PMO 3D. La bobine est alimentée 3 ms après le lancement pour une durée totale de 25 ms avec 17 A. Elle est constituée de 70 spires pour un diamètre intérieur de 25 mm. Le champ ainsi créé est de l'ordre de 740 G et le gradient de l'ordre de  $10^4 \text{ G.m}^{-1}$ . La modélisation complète de la déviation des atomes n'a pas été effectuée, mais si nous considérons que les atomes voient uniquement le gradient, pour les états  $m_F = \pm 1$  les moins déviés ils acquerront une vitesse transverse d'environ  $260 \text{ mm.s}^{-1}$  après 25 ms d'interaction, et seront ainsi séparés de 3 cm avec l'état non magnétique lors de la première impulsion (114 ms après le lancement), les états de  $m_F$  plus élevés iront même jusqu'à percuter les bords de la chambre à vide.

### III.1.3 Zone d'interrogation Raman

#### Géométries d'interféromètres

La zone interférométrique possède des fenêtres à plusieurs hauteurs pour permettre d'effectuer des interféromètres avec des temps d'interrogation différents. Des fenêtres sont présentes dans les directions X et Y pour permettre de réaliser un gyromètre double axe.

Calculer les vitesses nécessaires pour atteindre les différents hublots au bon moment (pour avoir un interféromètre symétrique de temps d'interrogation  $2T$ ) est relativement simple, toutes les quantités étant fixées par la géométrie de la chambre à vide et la position des hublots (les dimensions et distances sont présentées sur la figure III.1). Pour utiliser les hublots  $H_i$  et  $H_j$  :

$$\begin{aligned} z(H_i) &= v_0 t_i - \frac{1}{2} g t_i^2 = Z_{H_i} \\ z(H_j) &= v_0 \left( t_i + \frac{T}{2} \right) - \frac{1}{2} g \left( t_i + \frac{T}{2} \right)^2 = Z_{H_j} \\ v_0 &= g(t_i + T) \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

En résolvant ces équations, nous pouvons en déduire les formules générales suivantes pour des interféromètres à 3 impulsions (3P), ou 4 impulsions (4P). Pour plus de clarté, uniquement  $t_i$  a été explicitement écrit en fonction de la hauteur des hublots, la vitesse de lancement et le temps d'interrogation peuvent ensuite en être déduit :

$$\begin{aligned} t_i^{4P} &= \frac{1}{\sqrt{3g}} \sqrt{-10Z_{H_i} + 16Z_{H_j} - 8\sqrt{Z_{H_i}^2 - 5Z_{H_i}Z_{H_j} + 4Z_{H_j}^2}} \\ t_i^{3P} &= \frac{1}{\sqrt{2g}} \sqrt{-5Z_{H_i} + 9Z_{H_j} - 3\sqrt{Z_{H_i}^2 - 10Z_{H_i}Z_{H_j} + 9Z_{H_j}^2}} \\ v_0^{4P/3P} &= \frac{Z_{H_i}}{t_i} + \frac{1}{2} g t_i \\ T^{4P} &= \frac{v_0}{g} - t_i^{4P} \quad T^{3P} = \frac{2}{3} \left( \frac{v_0}{g} - t_i^{3P} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

Pour avoir un interféromètre à 3 impulsions, il suffit de changer les conditions pour l'arrivée au deuxième hublot et à l'apogée. Dans le tableau (III.2) sont regroupés les différentes configurations d'interféromètres possibles à 3 ou à 4 impulsions selon les fenêtres et la vitesse de lancement utilisée.

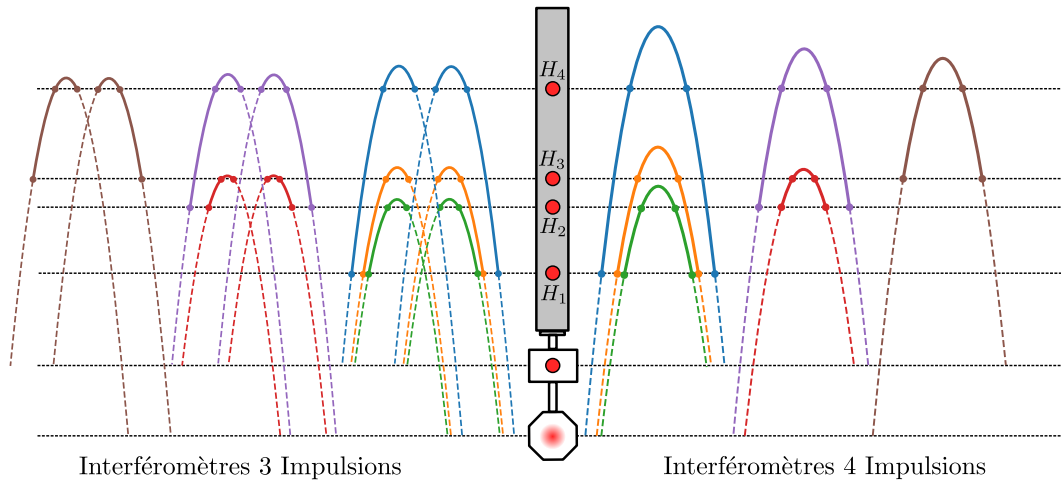


Fig. III.14 Schéma des différentes configurations respectant les dimensions réelles mais à une échelle réduite.

**4 Impulsions**

Hublots	$v_0$ (m.s <sup>-1</sup> )	$\pm\delta\nu$ (MHz)	$t_1$ (ms)	2T (ms)	Temps de vol (ms)	Aire (cm <sup>2</sup> )
H2-H3	4.07	2.76	258	313	771	0.66
H1-H2	3.95	2.68	162	480	744	2.37
H3-H4	4.84	3.28	214	558	940	3.73
H1-H3	4.24	2.87	146	572	808	4.02
H2-H4	4.90	3.32	180	640	952	5.63
H1-H4	5.04	3.42	114	800	982	11.00

**3 Impulsions**

H2-H3	4.02	2.73	267	192	761	0.41
H1-H2	3.84	2.60	171	293	719	1.49
H3-H4	4.72	3.20	225	341	913	2.35
H1-H3	4.09	2.77	154	350	775	2.54
H2-H4	4.74	3.21	190	392	918	3.54
H1-H4	4.80	3.25	122	490	930	6.9

Table III.2 Présentation des différentes configurations d'interféromètres possibles en utilisant les 4 hublots et leurs caractéristiques respectives. L'instant  $t_1$  correspond au moment de la première impulsion par rapport au lancement des atomes. Sont surlignées les configurations qui seront utilisées par la suite.

Nous pouvons également réaliser des interféromètres de temps très courts dans le même faisceau Raman à des fins d'optimisation, comme nous le verrons par la suite.

### Collimateurs Raman

A chaque hublot sur lequel nous voulons effectuer des impulsions Raman, un collimateur est installé d'un côté, et une lame  $\lambda/4$  ainsi qu'un miroir de rétro réflexion de l'autre côté. Au début de ma thèse les collimateurs présents sur l'expérience était ceux utilisés depuis 2011. Ils permettaient d'obtenir un faisceau gaussien de 50 mm de diamètre ainsi qu'une qualité optique de  $\lambda/20$  pic-vallée et  $\lambda/100$  RMS (mesuré à l'aide d'un analyseur de front d'onde de type HASO/Shark-Hartmann). La polarisation est également filtrée en sortie de fibre par un cube séparateur de polarisation, transformant ainsi les possibles variations de polarisation en variations de puissance. Ces collimateurs sont plutôt massifs et leur installation entraine des modes de vibrations aux alentours de 60/70 Hz [Payet, 2014]. Suite à la thèse de Nicolas Mielec en 2018 [Mielec, 2018] dans laquelle il a développé des collimateurs à profil d'intensité plat ("Top-Hats") dont les performances ont été publiés dans [Mielec et al., 2018], les deux anciens collimateurs ont été remplacés par ces faisceaux. Plus de détails sur ces collimateurs seront donnés dans la suite de ce chapitre.

Les faisceaux lasers provenant des collimateurs sont rétro-réfléchis sur des miroirs placés de l'autre côté de la chambre à vide. Les deux fréquences nécessaires sont injectées dans la fibre du collimateur avec la même polarisation linéaire. Les deux faisceaux traversent ensuite la zone d'interaction avant d'être réfléchis, passant ainsi deux fois de suite à travers une lame quart d'onde. La polarisation des faisceaux réfléchis va ainsi être orthogonale à celle des faisceaux incidents.

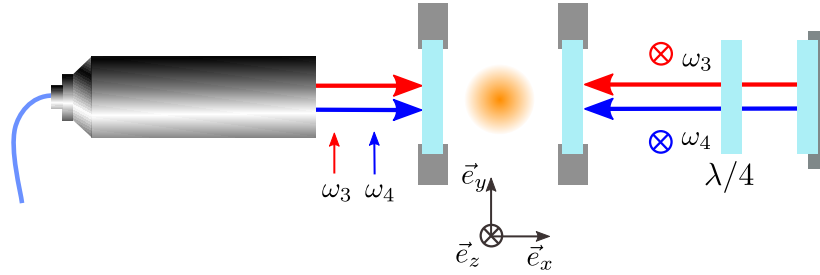


Fig. III.15 Représentation du système utilisé sur notre expérience pour effectuer les transitions Raman.

Dans cette configuration expérimentale, plusieurs types de transitions sont possibles. Les transitions contra-propageantes sont effectuées en utilisant une onde incidente de pulsation  $\omega_3$  et une onde réfléchie de pulsation  $\omega_4$  (ou inversement). Et les transitions co-propageantes effectuées avec les ondes de pulsation  $\omega_3$  et  $\omega_4$  incidentes (ou réfléchies).

Il est plus simple de décrire les ondes dans une base de polarisation circulaire ( $\sigma^+/\sigma^-$ ), cela permet de décomposer la polarisation linéaire incidente  $\vec{e}_i$  et réfléchies  $\vec{e}_r$  :

$$\begin{aligned}\vec{e}_i = \vec{e}_y &= -\frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma^+ - \sigma^-) \\ \vec{e}_r = \vec{e}_z &= -\frac{i}{\sqrt{2}} (\sigma^+ + \sigma^-)\end{aligned}\tag{III.6}$$

Pour déterminer quelles transitions sont autorisées, nous avons besoin des règles de transitions dipolaires électriques à un photon :

$$\begin{aligned}
F' - F &= \Delta F = 0, \pm 1 \\
\Delta m_F &= 0, \pm 1
\end{aligned}
\tag{III.7}$$

Sauf :  $\Delta F = 0$  et  $\Delta m_F = 0$

Les atomes sont dans l'état  $|F = 4, m_f = 0\rangle$  après lancement et sélection. Pour obtenir des transitions Raman entre les états  $|F = 4, m_f = 0\rangle$  et  $|F = 3, m_f = 0\rangle$ , il faut pour cela avoir des faisceaux polarisés  $\sigma_{(3)}^+/\sigma_{(4)}^+$  ou bien  $\sigma_{(3)}^-/\sigma_{(4)}^-$ . Pour les paires de faisceaux  $\sigma_{(3)}^+/\sigma_{(4)}^-$  et  $\sigma_{(3)}^-/\sigma_{(4)}^+$ , les transitions auront lieu entre les états  $|F = 4, m_f = 0\rangle$  et  $|F = 3, m_f = \pm 2\rangle$ .

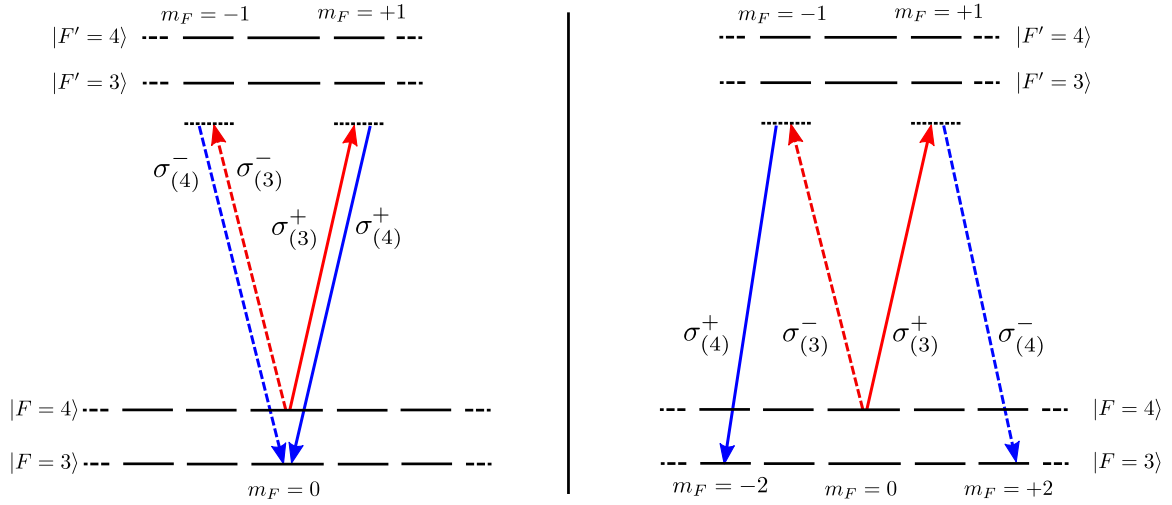


Fig. III.16 Schéma des transitions autorisées en configuration contra-propageante (gauche) et co-propageante (droite) avec les niveaux d'énergies associés.

L'amplitude de certaines transitions s'annule selon la configuration choisie, permettant de sélectionner uniquement les transitions co-propageantes ou bien contra-propageantes [Gauguet, 2006]. Dans le cas  $Lin_{(3)} \parallel Lin_{(4)}$  uniquement les transitions co-propageantes sont autorisées, les transitions contra-propageantes sont rigoureusement nulles, interférant destructivement entre elles. Dans le cas d'une configuration de polarisation  $Lin_{(3)} \perp Lin_{(4)}$ , les amplitudes des deux types de transitions  $\sigma_{(3)}^+/\sigma_{(4)}^+$  et  $\sigma_{(3)}^-/\sigma_{(4)}^-$  vont interférer constructivement et permettre les transitions contra-propageantes. Les transitions co-propageantes quand à elles vont interférer destructivement. Un récapitulatif des transitions autorisées ou non selon les configurations est présenté dans la thèse de R. Geiger [Geiger, 2011]. Nous retiendrons que dans la configuration  $Lin_{(3)} \perp Lin_{(4)}$  que nous utilisons la plupart du temps, seules les transitions contra-propageantes sont autorisées.

Les transitions contra-propageantes peuvent être réalisées avec deux paires de faisceaux différents comme indiqué sur la figure (III.16), soit avec la paire de faisceaux de pulsations  $\omega_3^{inc}$  et  $\omega_4^{refl}$ , soit avec celle de pulsations  $\omega_4^{inc}$  et  $\omega_3^{refl}$ . Pour chaque paire est associé un vecteur d'onde effectif  $\vec{k}_{eff}^+ = \vec{k}_3^{inc} - \vec{k}_4^{refl}$  ou  $\vec{k}_{eff}^- = \vec{k}_4^{inc} - \vec{k}_3^{refl}$  de sens opposé. Ces deux paires de faisceaux différentes donnent lieu à deux couplages à des niveaux externes d'impulsions différentes qui correspondent à la diffraction de l'onde de matière dans deux directions opposées. Les transitions suivantes sont possibles :

$$\begin{aligned}
 |F = 4, \vec{p}\rangle &\xrightarrow{\vec{k}_{\text{eff}}^+} |F = 3, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle \\
 |F = 4, \vec{p}\rangle &\xrightarrow{\vec{k}_{\text{eff}}^-} |F = 3, \vec{p} - \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle
 \end{aligned}
 \tag{III.8}$$

Dans le cas où l'effet Doppler est nul, c'est-à-dire si les faisceaux sont perpendiculaires à la trajectoire des atomes, les états d'impulsions sont dégénérés et il est impossible de différencier entre les transitions. Cette configuration est utilisée pour faire de la double diffraction [Lévèque et al., 2009].

Pour réaliser l'une ou l'autre des transitions contra-propageantes avec  $+k_{\text{eff}}$  ou  $-k_{\text{eff}}$ , nous utilisons l'effet Doppler associé à la vitesse moyenne des atomes le long de la trajectoire pour lever la dégénérescence des états d'impulsions. La condition de résonance s'écrit :

$$\delta = \omega_{\text{eff}} - \left( \omega_{\text{HFS}} + \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{2} - \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v} \right)
 \tag{III.9}$$

Le décalage Doppler  $\omega_D = -\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v}$  dépend de la direction de  $\vec{k}_{\text{eff}}$ . Il est ainsi possible d'accorder la différence de fréquence entre les lasers Raman pour n'être résonnant qu'avec une des deux transitions. L'autre transition sera ainsi désaccordée de  $2\omega_D$ .

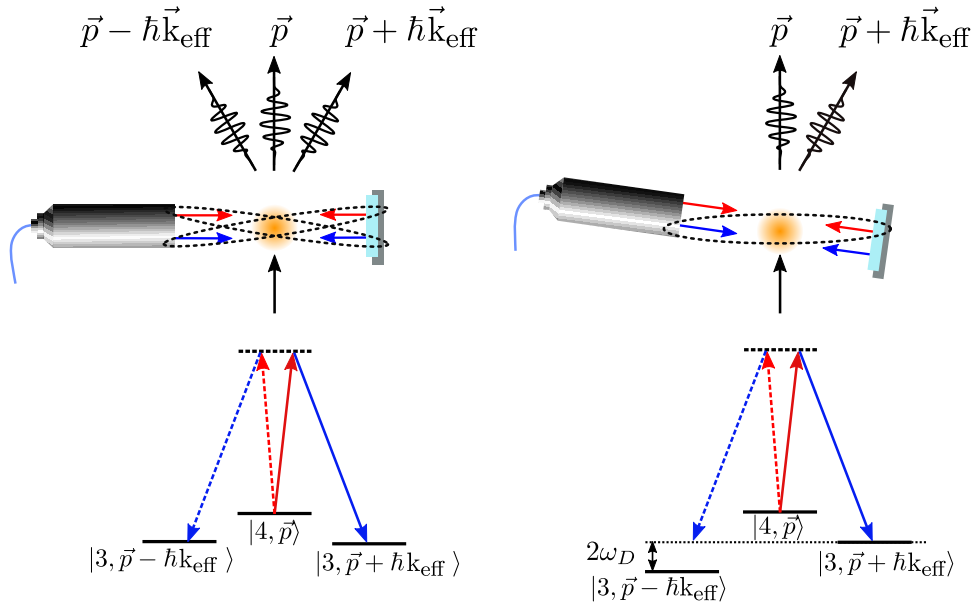


Fig. III.17 Positions du collimateur et niveaux d'énergies pour un effet Doppler nul (gauche) permettant la double diffraction, ou bien avec un effet Doppler non-nul (droite) permettant de sélectionner le vecteur d'onde  $+k_{\text{eff}}$  ou  $-k_{\text{eff}}$

C'est la raison pour laquelle les collimateurs et les miroirs de rétro-réflexion sont inclinés d'un angle  $\theta_0 \simeq 4^\circ$  par rapport à l'horizontale. Cet angle permet d'introduire un décalage Doppler  $\omega_D$  d'environ  $2\pi \times 650 \text{ kHz}$  ( $\gg \Omega_{\text{eff}}$ ) à la première fenêtre quand les atomes sont lancés à  $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

La figure (III.18) présente des spectres Raman typiques effectués aux deux fenêtres (H1 et H4) de la chambre à vide lors de la montée et de la descente des atomes. Nous observons la

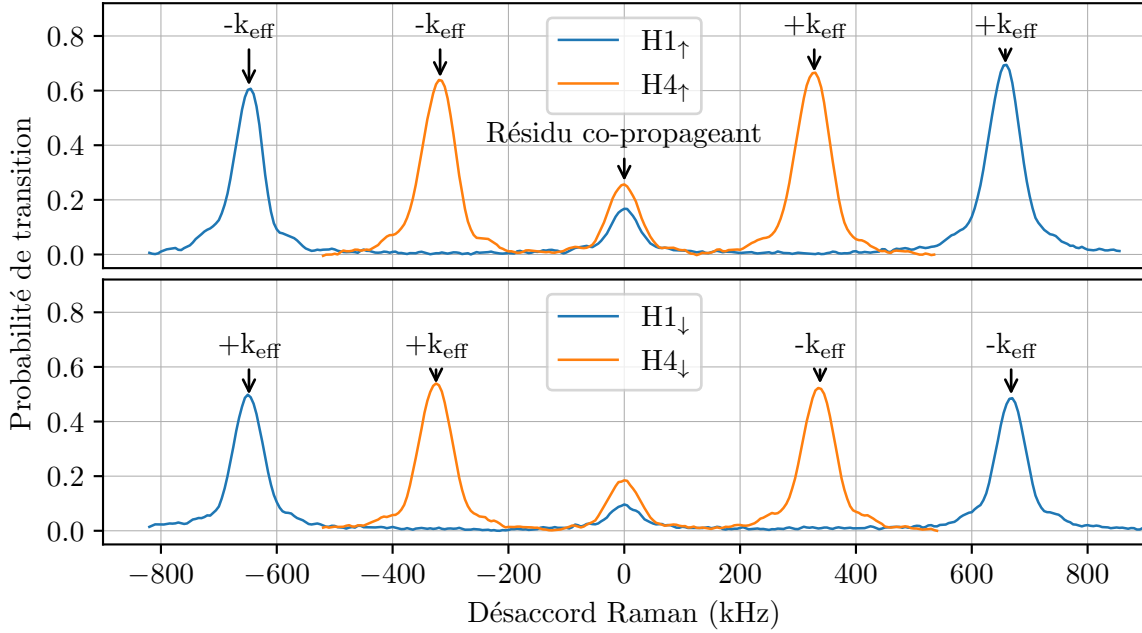


Fig. III.18 Probabilité de transition pour une impulsion Raman  $\pi$  de  $20 \mu\text{s}$  en fonction du désaccord Raman pour les 2 fenêtres (H1 et H4) à la montée ( $\uparrow$ ) et à la descente ( $\downarrow$ ).

levée de dégénérescence de  $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$ , ainsi qu'un résidu co-propageant dû à des défauts de polarisation. Une connaissance précise de l'angle d'inclinaison est nécessaire car celui-ci intervient dans toutes les expressions du déphasage. Nous verrons par la suite comment mesurer avec la précision voulue cet angle.

### Rampe de fréquence

Pour que les lasers restent résonnants avec les atomes tout au long de leur trajectoire, la différence de fréquence des lasers Raman est variée de manière à suivre l'évolution de l'effet Doppler. La fréquence centrale  $f_0$  de la rampe est fixée comme étant la fréquence à l'apogée (lorsque les atomes ont une vitesse nulle). La pente de la rampe  $\alpha$  est choisie de manière à ce que les 4 impulsions soient résonnantes. Le signe de la rampe détermine si les lasers seront résonnants avec  $+k_{\text{eff}}$  ou  $-k_{\text{eff}}$ . En pratique, nous utilisons deux configurations de rampe représentées sur la figure (III.19).

La première configuration est quasiment linéaire sur toute la durée de l'interféromètre excepté pour des durées  $\delta t \ll T$  utilisées pour éviter les problèmes sur le déclenchement de la rampe, gérée par un FPGA. La seconde configuration consiste à effectuer des sauts de fréquence au lieu d'une vraie rampe. Le résultat est identique et cette configuration est utilisée principalement lorsque nous entrelaçons plusieurs interféromètres (section V.2). Les décalages sont calculés de manière à ce que l'intégrale de la rampe soit nulle sur la durée totale de l'interféromètre. Une attention particulière est portée sur cet effet car il peut rapidement entraîner de gros déphasages incontrôlables. La discrétisation des rampes de fréquence est également à l'origine de l'apparition de biais de phase et a été étudiée dans le cas du gravimètre atomique du SYRTE [Karcher et al., 2020].

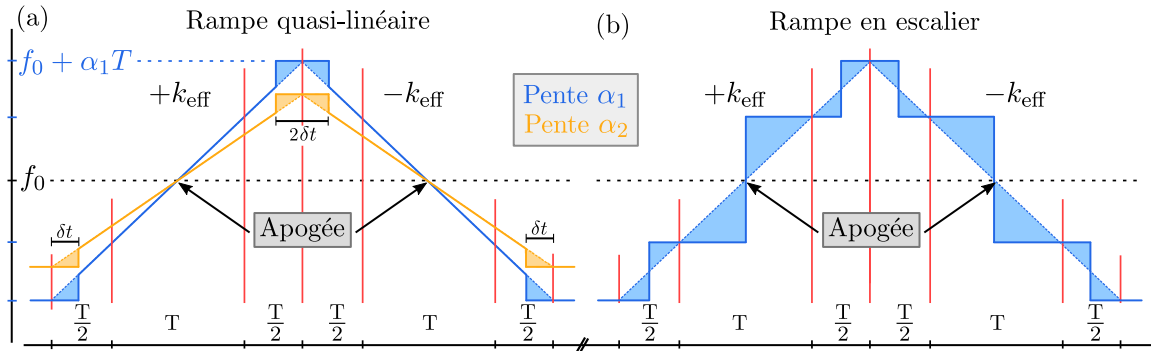


Fig. III.19 Rampe de fréquence des lasers Raman pour compenser la variation d'effet Doppler pendant la trajectoire des atomes. La rampe est représentée pour deux interféromètres jointifs  $+k_{\text{eff}}$  et  $-k_{\text{eff}}$ , le signe de la rampe étant changé entre les deux. (a) Rampe linéaire utilisée la plupart du temps en mode jointif pour deux pentes  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ . (b) Rampe effective en utilisant des sauts de fréquence, seulement 4 fréquences discrète sont nécessaires, une par impulsion.

### Oscillations de Rabi et Collimateurs à profils d'intensités plats

Afin d'estimer la durée nécessaire pour obtenir une impulsion  $\pi$  ou  $\pi/2$ , il est possible de varier la durée de l'impulsion à résonance, tout en gardant la puissance constante. Nous obtenons ainsi des oscillations de Rabi. La durée des impulsions  $\pi$  et l'efficacité de transfert n'est généralement pas la même aux différents instants du temps de vol, la taille du nuage augmentant avec le temps.

L'amortissement des oscillations s'explique par l'inhomogénéité d'intensité des faisceaux lasers Raman sur la taille finie du nuage atomique. Quand le nuage d'atomes est très petit devant la taille du faisceau, tout les atomes voient la même pulsation de Rabi, mais dès lors que la taille du nuage devient de l'ordre de la taille du faisceau, les atomes voient une pulsation de Rabi différente entraînant un amortissement des oscillations. Ces inhomogénéités de puissance génèrent une perte de contraste de l'interféromètre, mais peuvent également entraîner l'apparition de biais de phase dans les mesures. Pour cette raison, les collimateurs à profils d'intensité gaussien ont désormais été remplacés par des faisceaux à profils intensité plats.

Les collimateurs «top-hats», sont basés sur une solution commerciale puis adaptés à notre expérience. L'ensemble est composé d'un collimateur gaussien fabriqué au SYRTE qui produit un faisceau de 10 mm de diamètre. Ce faisceau passe ensuite dans le *beamshaper* de la société Asphericon, qui est un dispositif constitué de plusieurs lentilles asphériques montées dans un tube de 10 cm de long et de 3 cm de diamètre. Ce dispositif produit en sortie un faisceau plat de 15 mm de diamètre et une planéité de  $\lambda/3$  annoncée. Le faisceau de sortie est ensuite agrandi d'un facteur 2 par un télescope composé de deux doublets achromatiques Thorlabs de -100 et 200 mm de focale. La procédure de montage de ces collimateurs est décrite dans la thèse de N.Mielec [Mielec, 2018].

Le diamètre du faisceau en sortie a été mesurée de  $28.5 \pm 0.5$  mm. Différentes images et profils d'intensités enregistrés lors du montage des collimateurs sont présentés figure (III.21). Les images ont été enregistrées sur un écran en papier, et ne sont pas moyennées, ils s'agit



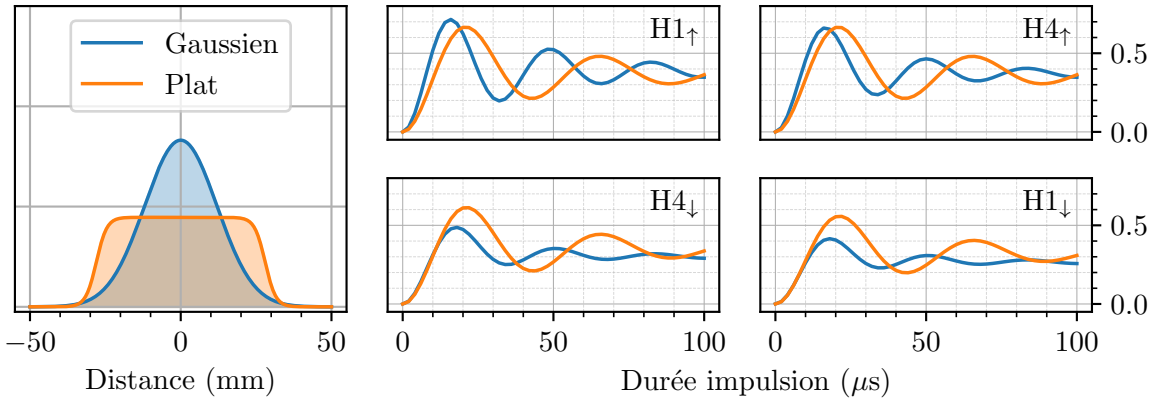


Fig. III.20 Simulation de l'effet d'un profil d'intensité plat sur l'amortissement des oscillations de Rabi.

donc de speckle et non le véritable profil d'intensité. Sur la figure de droite le pic d'intensité sur le bord indique que l'alignement que nous avons effectué n'est pas parfait. La déviation standard du bruit d'intensité sur le plateau est de  $10.5 \pm 0.4\%$ .

Le profil de phase du premier collimateur avait été mesurée à l'aide d'un interféromètre de Michelson, pour différentes distances de propagation dans la thèse de [Mielec, 2018]. À une distance de 40 cm, la différence de phase relative mesurée est de  $\lambda/3$  Peak Valley (PV) et  $\lambda/20$  RMS. Sur le plateau, les valeurs sont de l'ordre de  $\lambda/10$  PV et de  $\lambda/60$  RMS. Les optiques utilisées pour l'interférométrie atomique ont habituellement des défauts de planités de l'ordre de  $\lambda/15$  PV et  $\lambda/100$  RMS [Louchet-Chauvet et al., 2011].

Comme attendu, l'amortissement des oscillations de Rabi est bien plus lent, et ce en particulier à la descente, lorsque le nuage est le plus gros. Nous pouvons maintenant distinguer plusieurs périodes, alors que ce n'était pas le cas précédemment, les inhomogénéités d'intensités vues par les atomes du nuage ayant été réduites.

La durée nécessaire pour obtenir une impulsion  $\pi$  est également différentes pour les deux faisceaux Raman. Cela s'explique par une légère différence de transmission entre les deux collimateurs. Nous avons mesuré une efficacité de transmission de 50% entre l'entrée de la fibre et la sortie du Top-Hat numéro 1 (placé sur H1) et une transmission de 65 % sur le Top-Hat numéro 2 (placé sur H4).

### Profil des faisceaux

Nous pouvons directement sonder le profil du faisceau à l'aide du nuage atomique. En effet, si nous décalons le moment de l'impulsion progressivement lorsque le nuage passe devant le faisceau, la transition de probabilité sera la convolution entre la taille du nuage dans la direction transverse et le profil en intensité du faisceau (la distribution de pulsation de Rabi). Pour avoir uniquement le profil d'intensité, il faudrait un nuage de taille beaucoup plus petite que celle du faisceau.

Nous avons varié le moment de l'impulsion pour les deux hublots à la montée et à la descente. Lors de la première impulsion ( $H1_{\uparrow}$ ), la taille du nuage reste relativement faible devant la taille du faisceau, et le profil est bien plat sur la probabilité. Dès la seconde impulsion, la taille du nuage devient du même ordre de grandeur que la taille du faisceau, et

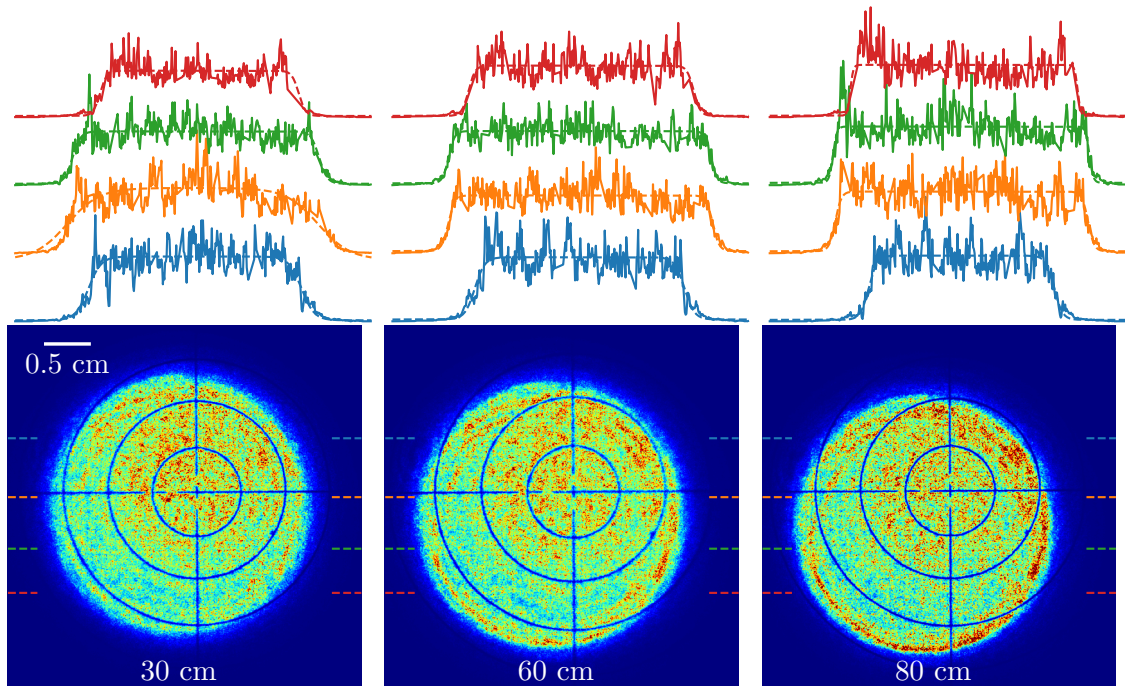


Fig. III.21 Profils d'intensité final du faisceau top-hat numéro 2 (placé sur le hublot H4) lors de son installation pendant ma thèse. Les trois figures présentent le profil d'intensité ainsi que 4 coupes horizontales sur lesquels sont ajustés une fonction de Fermi-Dirac. Il est important que le profil reste plat sur une grande distance, les atomes étant à environ 30/60 cm du collimateur sur le gyromètre. La formation d'une couronne avec plus de puissance sur les bords du faisceau à 80 cm est signe d'un alignement non parfait entre la fibre d'entrée et le beamshaper.

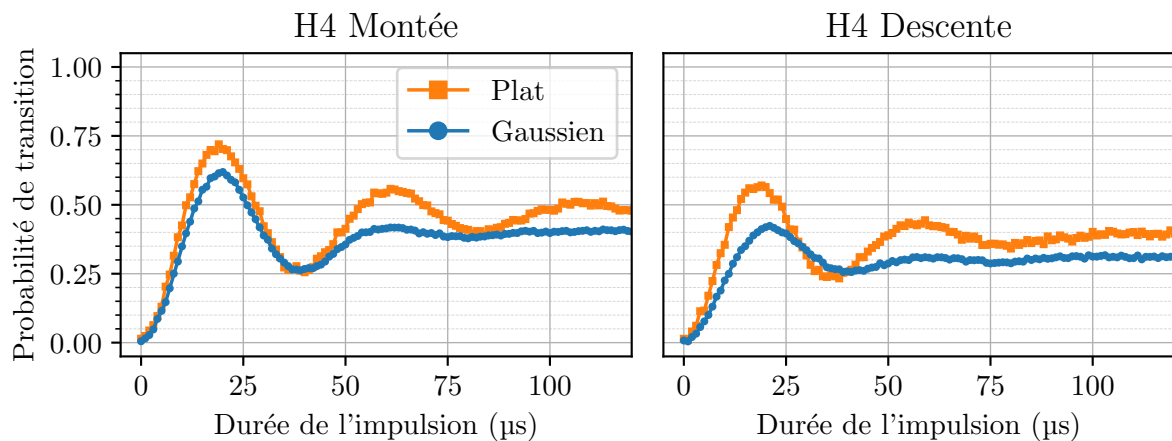


Fig. III.22 Amélioration des oscillations de Rabi entre les collimateurs Gaussiens et Plats. Nous observons une meilleure cohérence, comme attendu par la réduction des inhomogénéités de pulsation de Rabi. L'effet est plus marqué à la descente, le nuage étant plus plus gros (le temps de vol est de 314 ms pour la montée et 714 ms pour la descente.)

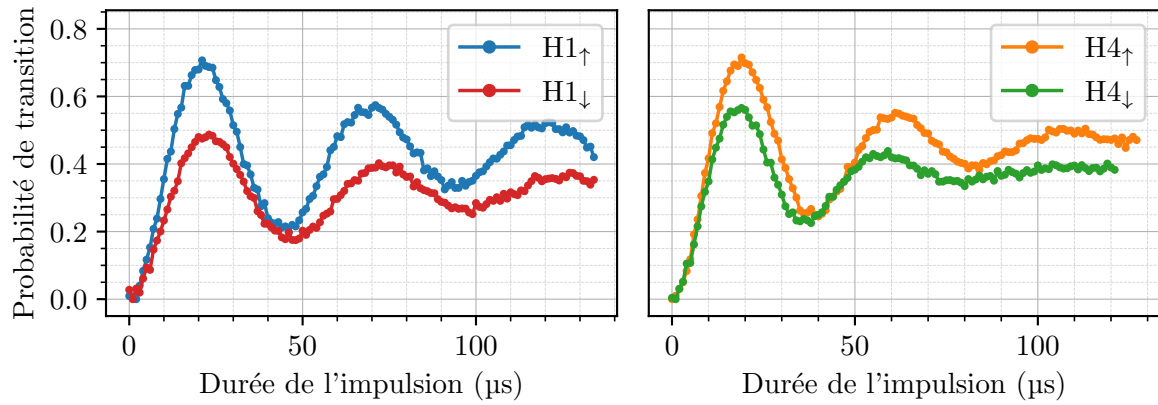


Fig. III.23 Oscillations de Rabi finales avec les deux collimateurs Top-Hats montés. (a) Oscillations pour le hublot H1 à la montée (H1 $\uparrow$ ) et à la descente (H1 $\downarrow$ ). (b) Oscillations pour le hublot H4 à la montée (H4 $\uparrow$ ) et à la descente (H4 $\downarrow$ ).

le profil plat est élargi par la convolution avec la taille du nuage. Le profil à la montée nous permet néanmoins de confirmer que les atomes voient en effet une distribution de pulsation de Rabi homogène.

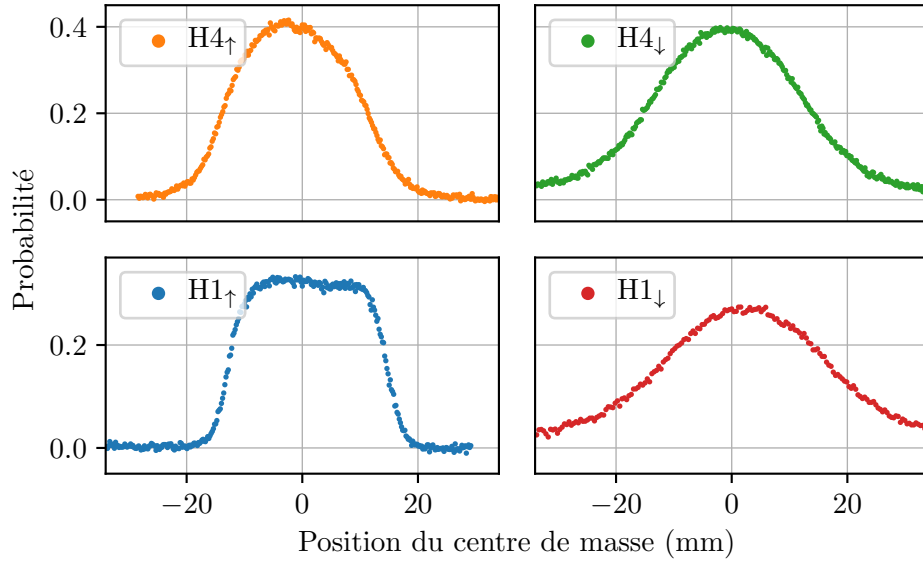


Fig. III.24 Mesure de la probabilité en fonction de la position du centre de masse du nuage d'atomes et ce pour chaque fenêtres.

### Estimation du contraste

Le contraste d'un interféromètre à 3 ou 4 impulsions peut être évalué de manière simpliste à l'aide des coefficients de transmission et de réflexion de chaque séparatrice lumineuse. En notant les coefficients complexes en amplitude respectivement  $r_{0i} = r_i e^{i\Phi_{r_i}}$  et  $t_{0i} = t_i e^{i\Phi_{t_i}}$ , où  $i$  est l'indice représentant le numéro de l'impulsion. Les atomes peuvent être réfléchis ou transmis, ce qui donne la relation de conservation  $R_i + T_i = 1$ . Nous supposons que l'état de départ est un état pur.

Pour un interféromètre à 3 impulsions, l'amplitude en sortie pour un des ports est :

$$\begin{aligned} a &= r_{01}r_{02}t_{03} + t_{01}r_{02}r_{03} \\ &= r_1r_2t_3e^{i(\Phi_{r1}+\Phi_{r2}+\Phi_{t3})} + t_1r_2r_3e^{i(\Phi_{t1}+\Phi_{r2}+\Phi_{r3})} \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

La probabilité de détection dans un état est donc :

$$\begin{aligned} P &= |r_{01}r_{02}t_{03} + t_{01}r_{02}r_{03}|^2 \\ &= |r_1r_2t_3|^2 + |t_1r_2r_3|^2 + r_1t_1r_2^2r_3t_3(e^{i\Delta\Phi} + e^{-i\Delta\Phi}) \\ &= |r_1r_2t_3|^2 + |t_1r_2r_3|^2 + 2r_1t_1r_2^2r_3t_3 \cos(\Delta\Phi) \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

Le contraste pour un interféromètre trois impulsions s'écrit donc  $C = 2r_1t_1r_2^2r_3t_3$ .

Même idée pour un interféromètre à 4 impulsions :

$$a = r_{01}r_{02}r_{03}r_{04} + t_{01}r_{02}r_{03}t_{04} \quad (\text{III.12})$$

Et le contraste s'écrit  $C = 2r_1t_1r_2^2r_3^2r_4t_4$ .

Calculer ces coefficients de manière théorique est faisable, en intégrant sur chaque classe de vitesses et pour des pulsations de Rabi différentes. Nous pouvons cependant utiliser ici les

valeurs trouvées expérimentalement à l'aide de nos oscillations de Rabi. Pour les efficacités extraites des oscillations de Rabi de la figure (III.23), c'est-à-dire  $R1 = 0.35$ ,  $R2 = 0.7$ ,  $R3 = 0.6$  et  $R4 = 0.25$ , nous obtenons un contraste de 17% sur l'interféromètre. Ces valeurs sont proches de celles obtenues expérimentalement, et cette méthode nous permettra par la suite d'estimer rapidement le contraste des différents interféromètre que nous étudierons.

Nous avons vu pour le moment les techniques et dispositifs utilisés pour effectuer les transitions Raman. Nous allons maintenant présenter la mise en place du second axe de mesure, ainsi que les premières transitions Raman réalisées à l'aide de celui-ci, ouvrant la voie à des mesures interférométriques de rotations dans les deux axes avec notre instrument.

## III.2 Mise en place d'un second axe de mesure

### Collimateurs Raman Y

Avec pour objectif d'opérer le gyromètre dans les deux axes (que nous noterons X et Y), nous avons dû installer des collimateurs Raman sur le second axe de mesure. La conception des collimateurs a été réalisée avec attention, principalement dû au fait que ces derniers doivent se trouver à l'intérieur des blindage (et non à l'extérieur comme sur l'axe X). En effet, des ouvertures n'ont pas été prévues dans les blindages dans l'axe Y. Les nouveaux collimateurs doivent ainsi être compacts, stables et non magnétiques. La conception optique a été réalisée par David Horville. Nous présenterons ici leur caractérisation, leur montage ainsi que leur alignement.

#### III.2.1 Caractérisation des collimateurs Y

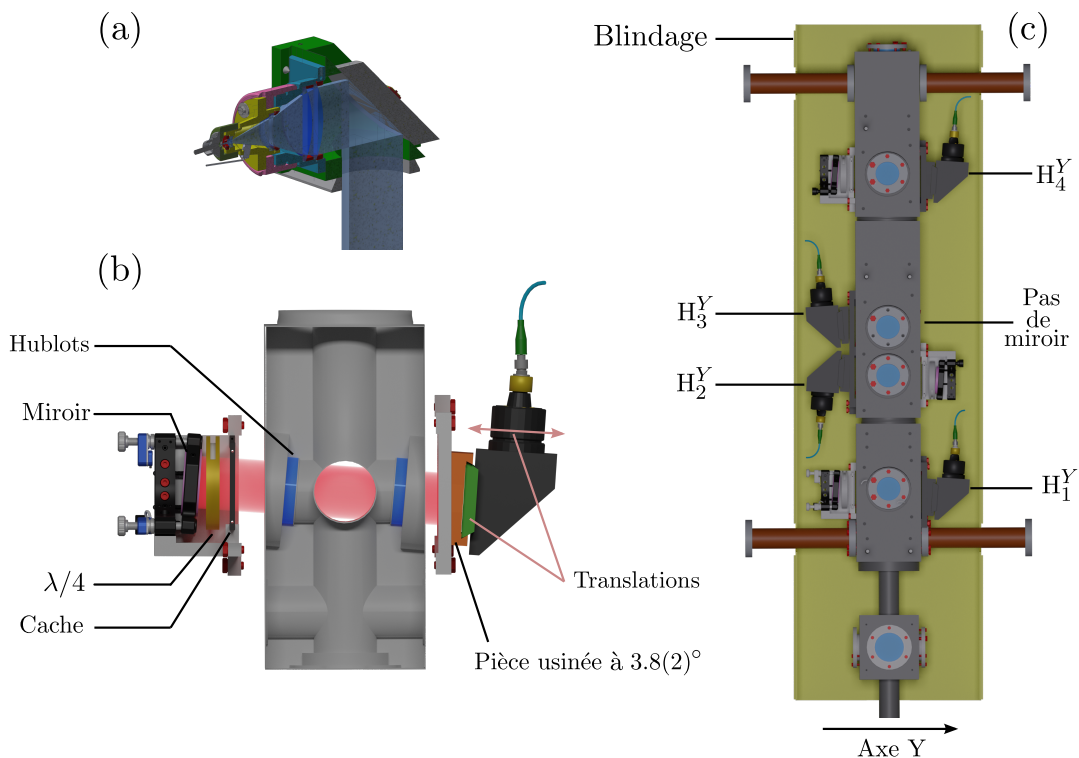


Fig. III.25 Schéma des collimateurs compacts utilisés sur l'axe Y. Ils génèrent des faisceaux gaussiens de 23 mm de diamètre à  $1/e^2$  et sont montés directement sur la chambre à vide. Deux glissières permettent de translater légèrement les collimateurs à des fins d'ajustement et de centrage. Quatre pièces identiques ont été usinées à  $3.8(2)^\circ$  de manière à ce que tous les collimateurs soient orientés de la même manière.

Quatre collimateurs ont été installés sur l'axe Y, un en face de chaque fenêtre. Étant donné qu'une fois à l'intérieur des blindages, il ne sera plus possible de toucher à l'orientation et au centrage des collimateurs, il est important de vérifier que chacun des 4 collimateurs produit

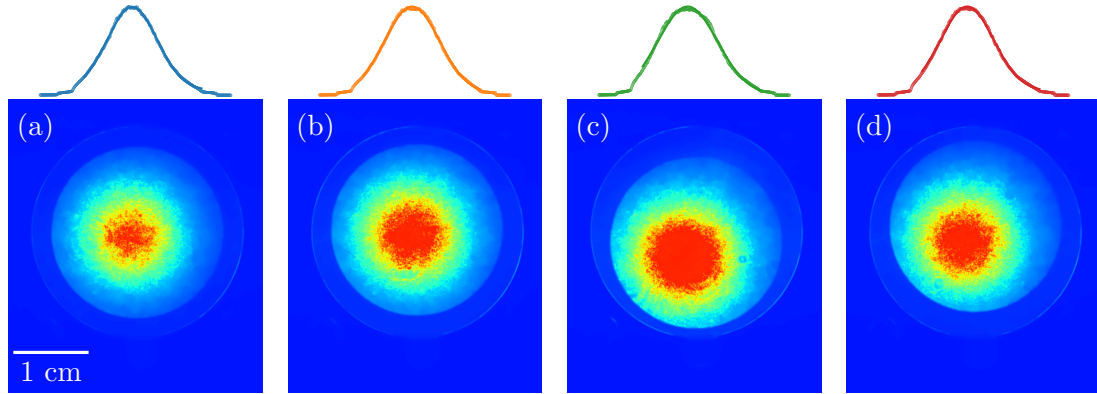


Fig. III.26 Profil des faisceaux issus des 4 collimateurs respectivement montés sur les fenêtres H1, H2, H3 et H4. Nous pouvons remarquer pour certains d'entre eux que le maximum de puissance n'est pas au centre du faisceau.

un faisceau se propageant dans la même direction, au milliradian près. Pour cela un banc de test a été monté pour mesurer la direction et la transmission des collimateurs.

Nous avons enregistré l'image des faisceaux à deux positions sur un rail optique, proche (23 cm) et loin (171 cm). Nous avons ensuite fait un ajustement gaussien dans les deux directions pour trouver le centre et déterminer si les faisceaux se propagent en ligne droite ou non. Cela nous permet d'avoir une valeur absolue de l'angle des faisceaux ainsi que l'alignement relatif entre collimateurs (limité par l'incertitude sur la façon de fixer les collimateurs sur le rail).

Collimateur	Valeur absolue		Valeur relative	
	Vert (mrad)	Hor (mrad)	Vert (mrad)	Hor (mrad)
1	+7.59(1)	-5.94(1)	0.00(1)	0.00(1)
2	+6.89(1)	-5.51(1)	-0.70(1)	+0.43(1)
3	+5.17(1)	-4.77(1)	-2.43(1)	+1.17(1)
4	+7.10(1)	-5.18(1)	-0.49(1)	+0.76(1)

Table III.3 Angles des faisceaux issus des 4 collimateurs lorsque ceux-ci sont fixés sur une surface plane, pour les directions horizontale et verticale. Les angles relatifs au collimateur n°1 sont également présentés.

Nous observons que la déviation des faisceaux est de l'ordre de quelques milliradians, mais que relatifs les uns aux autres, la déviation est de l'ordre du mrad maximum (à l'exception du collimateur 3). Cette déviation est utile à connaître, notamment car elle peut entraîner des effets indésirables directement sur l'interféromètre atomique (voir chapitre VI).

A l'aide des images, nous pouvons également déterminer le diamètre des faisceaux, et si ceux-ci sont bien collimatés.

Nous remarquons une légère convergence, mais pour l'échelle sur lesquelles les atomes interagiront avec le faisceau, cela n'aura pas d'effet. La transmission des collimateurs est de l'ordre de 70%, valeur cohérente avec la coupure du faisceau à  $1/e^2$  et les pertes introduites par le polariseur (de l'ordre de 5%).

Collimateur	Diamètre proche		Diamètre loin		Transmission (%)
	Vert (mm)	Hor (mm)	Vert (mm)	Hor (mm)	
1	23.73(4)	24.18(4)	22.72(4)	22.69(4)	70
2	24.05(4)	25.13(4)	22.96(4)	22.73(4)	69
3	23.42(4)	24.19(4)	23.22(4)	22.77(4)	72
4	23.06(4)	23.95(4)	23.07(4)	23.24(4)	71

Table III.4 Diamètres des faisceaux issus des 4 collimateurs, mesuré à deux positions sur le rail optique. La transmission des différents collimateurs est également reportée.

### III.2.2 Montage des collimateurs Y

Un léger problème est survenu lors du montage des collimateurs. Nous nous sommes aperçus qu'il n'était pas possible de placer les quatre collimateurs comme prévu dû à la présence des tubes de pompes sur l'axe Y. (La conception a été réalisée en prenant comme référence l'axe X, où les tubes de pompes ne sont pas présents). Nous avons donc décidé de placer deux collimateurs de chaque côté de la chambre, comme illustré sur la figure (III.25).

Les collimateurs principaux (ceux qui sont utilisés le plus régulièrement) sont montés sur H1 et H4. Comme les faisceaux ne se propagent pas parfaitement droit, il est nécessaire que les deux collimateurs soient montés dans le même sens pour éviter d'accumuler les erreurs sur la direction de propagation. Le tube de pompe du bas oblige à monter ces deux collimateurs fibre vers le haut. L'espace limité entre le collimateur et le tube de pompe du haut nous a obligé à changer le type de fibre que nous utilisons par une fibre bien plus fine et souple (et fragile) que nous avons récupérée d'un ancien collimateur de PMO et soudée. Nous avons vérifié la polarisation et la transmission sans voir de perte notables. Le collimateur du bas étant monté fibre vers haut, il devient impossible de placer le collimateur sur H2, et les deux collimateurs H2 et H3 étant sur une pièce mécanique de fixation commune, nous les avons placés de l'autre côté de la chambre. Si nous souhaitons faire un interféromètre sur l'axe Y avec H1-H2, ou bien H2-H4, il faudra prendre en compte les effets dus aux 14 mrad de dés-alignement entre les deux faisceaux. Nous n'avons pas placé de miroir de rétro-réflexion en face du collimateur H3, afin d'avoir la possibilité de pousser les atomes ou de les imager au niveau de cette fenêtre.

### Alignement des collimateurs Y

Une fois chaque collimateur caractérisé, il faut les placer sur la chambre à vide et les aligner. Plusieurs points doivent être pris en compte.

#### Contraintes :

1. Les miroirs de rétro-réflexion doivent être parallèles au  $\mu\text{rad}$  pour refermer l'interféromètre.
2. Les faisceaux des différents collimateurs doivent être parallèles (Du mieux possible, au mrad).
3. Les miroirs des directions X et Y doivent être perpendiculaires.

#### Problèmes :

1. Il n'est pas possible de régler l'orientation des collimateurs Y.



2. Impossible de voir à l'œil nu la rétro-réflexion sur les nouveaux collimateurs.

Nous avons pour cela développé une procédure d'alignement visant à s'assurer que les trois points précédents étaient réalisés du mieux possible. Le problème **2.** nous oblige à trouver un moyen de régler la rétro-réflexion des collimateurs. Nous avons pour cela mis au point un banc de test qui servira à rétro-injecter la lumière des collimateurs dans leurs fibres. Les collimateurs étant montés avec des polariseurs (au niveau de la connexion avec la fibre), il faut que la polarisation de la lumière réfléchi soit la même que celle d'entrée, il faut donc soit retirer la lame  $\lambda/4$  devant les miroirs, soit l'orienter correctement.

Comme il n'est pas possible de régler l'angle des collimateurs Y, leur angle servira de référence pour les collimateurs X et les miroirs. Nous allons pour cela profiter du fait que les collimateurs présents sur l'axe X sont réglables.

La première étape présentée figure (III.27) consiste à injecter la lumière d'un collimateur Y dans un collimateur de référence (marqué Ref) positionné en face, de l'autre côté de la chambre à vide. Cette étape se fait uniquement en réglant l'alignement du collimateur de référence, qui servira ensuite de référence pour aligner tous les miroirs de l'expérience. Une fois que le collimateur de référence a le même angle que le collimateur Y, nous plaçons en face de celui-ci un miroir. À l'aide des vis de réglage de l'inclinaison du miroir, nous réinjectons la lumière dans le collimateur de référence, de telle manière que le miroir ait le même angle que la référence. La réinjection est facilitée en utilisant le collimateur de référence externe au blindage, car il y a la possibilité de pré-aligner à l'œil à l'aide d'un iris. Une fois le miroir aligné, il faut le dévisser, et aller le visser à son emplacement définitif (cette opération est la source de dés-alignement la plus probable, car nous faisons l'hypothèse que les parois de la chambre à vide sont parfaitement planes et parallèles). La procédure est répétée pour les miroirs Raman restants, au niveau de chaque hublots. Les 6 miroirs Raman (3 pour l'axe X et 3 pour l'axe Y) auront été ainsi alignés sur la même référence, assurant leur parallélisme au mrad près (suffisant pour ensuite régler l'alignement avec les moteurs piezo présents sur deux des miroirs).

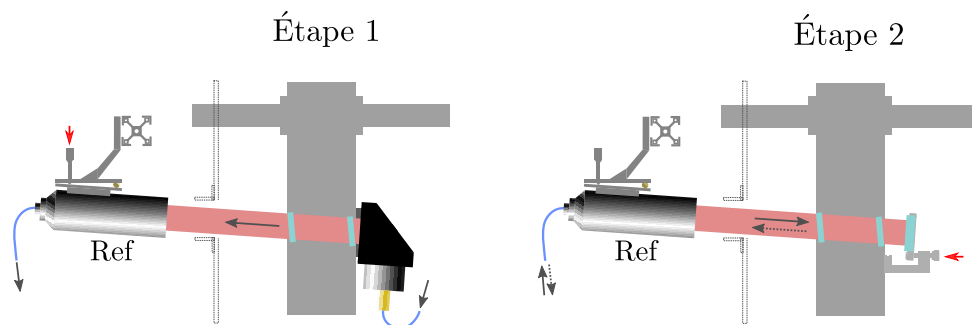


Fig. III.27 Étapes d'alignement des collimateurs dans la direction Y, le collimateur de référence est indiqué. La première étape consiste à aligner le collimateur de référence sur un des collimateurs Y. la deuxième étape consiste à réinjecter la lumière dans la fibre du collimateur de référence, en ajustant l'orientation des miroirs Raman.

A cause du léger angle dans la propagation du faisceau, le sens dans lequel les collimateurs sont placés a son importance. Ainsi, lors de l'étape 1, le collimateur Y est placé dans le sens

opposé de celui où il sera monté (sur la figure, l'alignement du collimateur de référence est fait fibre vers le bas, et le collimateur sera placé fibre vers le haut dans sa position définitive). Les différents miroirs seront par contre tous alignés sur la même référence, et seront ainsi tous parallèles. Nous pouvons estimer les défauts d'alignement restants pour les différents interféromètres.

Configuration	Collimateurs	Hor (mrad)	Vert (mrad)
H1-H4	(2-1)	+0.43(1)	-0.70(1)
H2-H4	(4-1)	+0.76(1)	-0.49(1)
H1-H2	(2-4)	-0.33(1)	+0.21(1)

Table III.5 Désalignement théorique restant après la procédure d'alignement des collimateurs sur la chambre à vide pour différentes configuration d'interféromètre. L'interféromètre que nous utiliserons par la suite utilisera les hublots H1 et H4, soit les collimateurs 2 et 1 et des désalignement relatifs inférieurs au mrad.

Si nous avons souhaité faire un interféromètre sur les fenêtré H1 et H3, les collimateurs étant dans le même sens (fibre vers le haut) et sur des côtés opposés de la chambre à vide, les défauts se seraient additionnés, entraînant jusqu'à 15 mrad de dés-alignement.

En considérant une distance d'environ 1 m entre le collimateur de référence et un miroir, en alignant à l'œil nu avec un iris, il est possible d'atteindre un alignement de l'ordre de  $\pm 3$  mrad. En réinjectant la lumière dans la fibre, l'alignement est de l'ordre de la dizaine de  $\mu\text{rad}$  ( $\pm 2.5\mu\text{rad}$  pour un diamètre de cœur de  $5\ \mu\text{m}$ ). La ré-injection est relativement compliquée mais faisable à un certain niveau (très peu de lumière est réinjectée) et instable dû aux vibrations de la structure tenant le collimateur de référence. Une fois les miroirs alignés sur le collimateur de référence, ils sont déplacés vers leur position finale. L'inclinaison finale de chaque collimateurs dépendra donc de la planéité des faces de la chambre à vide en titane, ainsi que de l'ajustement des différentes parties soudées de la chambre. L'incertitude sur la valeur de l'angle entre les axes X et Y dépendra également de l'orthogonalité des deux surfaces de la chambre à vide.

## Oscillations de Rabi Y

Les faisceaux Raman sur l'axe Y sont de type Gaussiens de rayon à  $1/e^2$  de 23 mm. Dû à leur plus petite taille et au fait qu'ils ne soient pas plats comme sur l'axe X, nous observons fortement l'effet de l'expansion thermique du nuage sur les oscillations de Rabi.

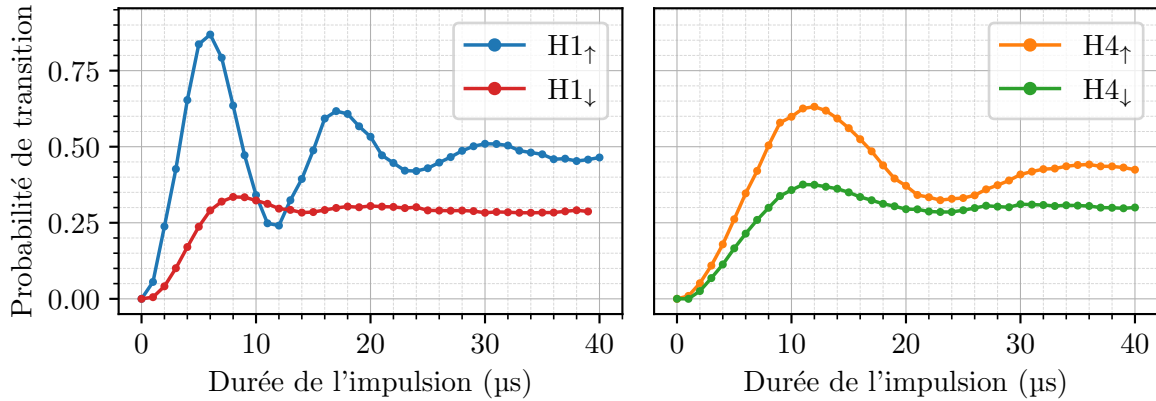


Fig. III.28 Oscillations de Rabi sur l'axe Y pour les deux hublots, à la montée et à la descente. La puissance crête étant plus grande, l'efficacité de transfert est meilleure lorsque le nuage est petit devant la taille du faisceau (sur H1 à la montée), mais diminue rapidement à mesure que le temps de vol augmente.

Leur taille ainsi que le profil gaussien entraîne une diminution du contraste maximal. En utilisant l'équation (III.12), nous trouvons un contraste attendu d'environ 8%, soit la moitié du contraste de l'axe X.

Nous avons vu comment les collimateurs de l'axe Y ont été placés et alignés sur la chambre à vide pour la réalisation du gyromètre double axe. Les 6 miroirs de rétro-réflexion ont également tous été pré-alignés et les transitions Raman effectuées dans les deux axes. Nous montrerons l'alignement des deux interféromètres ainsi que les premières mesures au chapitre (IV).

### III.3 Les lasers

Nous parlerons dans cette partie de la génération des différents faisceaux lasers qui sont utilisés pour faire fonctionner le gyromètre. Le système laser est divisé en deux parties, une partie refroidissement et piégeage et une partie Raman. Les différentes fréquences utilisées sont représentées sur la figure (III.29) par rapport aux niveaux d'énergie de l'atome de Césium, dont les valeurs sont tirées de [Steck, 1998].

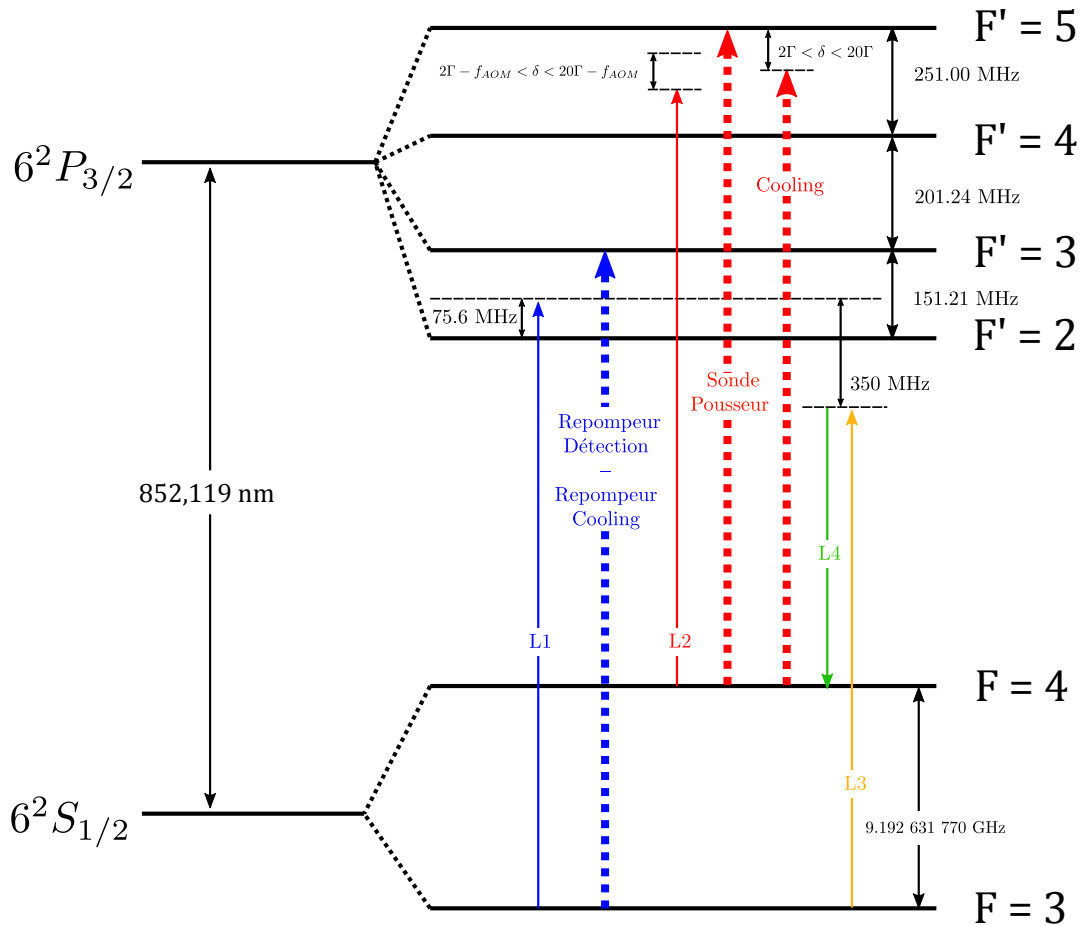


Fig. III.29 Fréquences des faisceaux lasers en cavité étendues L1, L2 L3 et L4 (en traits pleins), ainsi que les fréquences utilisés pour les différentes phases de l'expérience (en pointillés)

### III.3.1 Chaîne de fréquence

La chaîne de fréquence de l'expérience repose sur une référence de fréquence à 100 MHz provenant d'un maser à hydrogène d'une stabilité court terme en fréquence de  $3.4 \cdot 10^{-14}$  à 1 s. Ce maser est utilisé pour asservir un quartz qui est la référence pour tous les différents synthétiseurs utilisés.

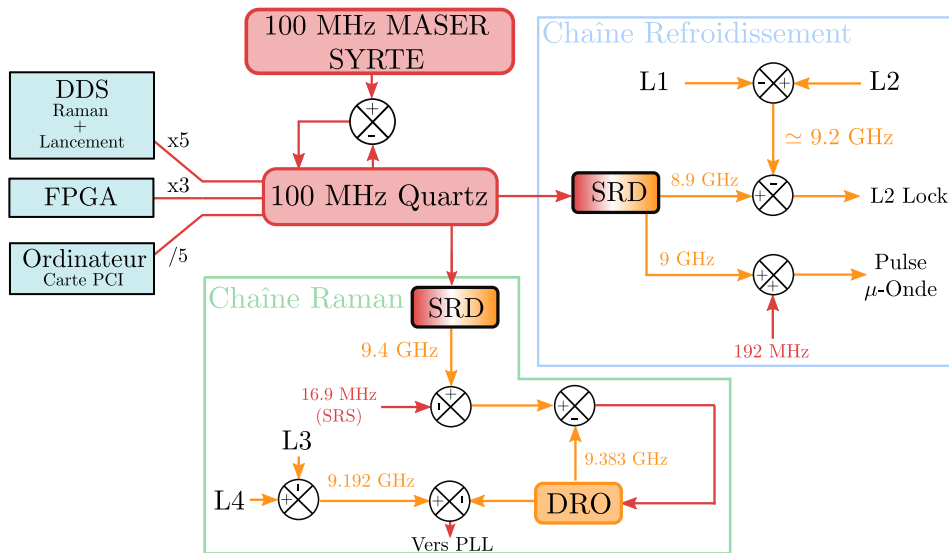


Fig. III.30 Schéma simplifié de la chaîne de fréquence.

Le signal de ce quartz est distribué pour deux utilisations principales. Pour chaque partie, une SRD (Step Recovery Diode) est utilisée pour générer un peigne de fréquence allant jusqu'à la micro-onde. Le peigne est ensuite filtré pour ne garder que la fréquence d'intérêt. La première partie est utilisée pour le refroidissement et les éventuelles impulsions micro-ondes, alors que la seconde est utilisée pour asservir un DRO (Dielectric Resonance Oscillator) qui sert pour la comparaison de fréquence avec le battement des lasers Raman. Le quartz à 100 MHz est également utilisé comme référence pour asservir tous les oscillateurs des différents générateurs de fréquence utilisés. Il sert également à stabiliser l'horloge de la carte National Instrument qui gère la séquence de l'expérience.

### III.3.2 Lasers de refroidissement et de piégeage

Pour les fonctions de refroidissement et de piégeage, deux diodes lasers en cavité étendue (ECDL) sont utilisées. Les deux lasers (L1 et L2) ont les fréquences respectives de repompeur et de refroidisseur. Les faisceaux nécessaires envoyés sur les atomes sont générés après divisions et passages dans des modulateurs acousto-optiques. Nous pouvons ainsi contrôler la puissance et la fréquence de chaque faisceau. Deux diodes lasers esclaves sont utilisées comme lasers de refroidissement pour le piège 2D, 3D ainsi que pour la détection.

#### Laser L1 - Repompeur

Le laser L1 est utilisé comme référence optique pour l'ensemble de l'expérience. Sa fréquence est asservie à l'aide d'une méthode de spectroscopie d'absorption saturée par mo-

dulation de fréquence dans une cellule contenant une vapeur de Césium. La fréquence est asservie sur le croisement de niveaux  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  vers  $|6P_{3/2}, F' = 2\rangle$  et  $|6P_{3/2}, F' = 3\rangle$ . Une partie de la puissance laser est utilisée pour le faisceau sonde de la détection, après passage par un AOM de fréquence 75.65 MHz (cela correspond à la fréquence nécessaire pour passer du croisement de niveau à la fréquence de résonance avec l'état  $|6P_{3/2}, F = 3\rangle$ ). Une autre partie est prélevée pour être superposée avec les faisceaux de refroidissement et de piégeage (2D et 3D). Ce laser est également utilisé comme référence pour asservir les deux autres lasers en cavité (L2 et L3) par battement optique.

Pour la boucle d'asservissement du laser maître L1, la modulation en phase est réalisée par un modulateur électro-optique (EOM) à 5 MHz. Le faisceau laser traverse un montage d'absorption saturée et est envoyé vers une photodiode rapide. Une fois le signal démodulé et intégré, la rétroaction se fait sur le courant de la diode et la tension de la cale piézo-électrique.

En variant la tension de la cale piézo-électrique en boucle ouverte, nous pouvons observer les différentes raies d'absorption saturée dans la cellule de Césium sur la sortie continue de la photodiode ainsi que le signal d'erreur correspondant. L'asservissement est réalisé sur le croisement de niveaux 3/2.

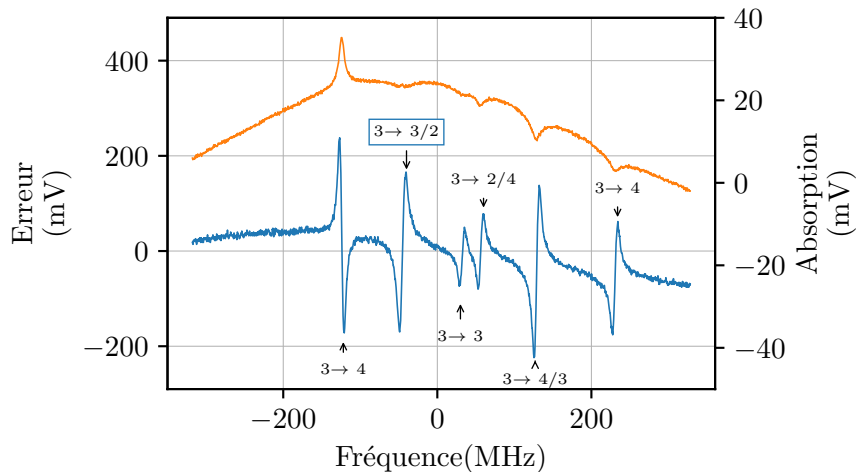


Fig. III.31 Signal d'erreur et absorption saturée du laser maître L1. Le laser est asservi sur le croisement de niveau  $F=3 \rightarrow F'=2/3$ .

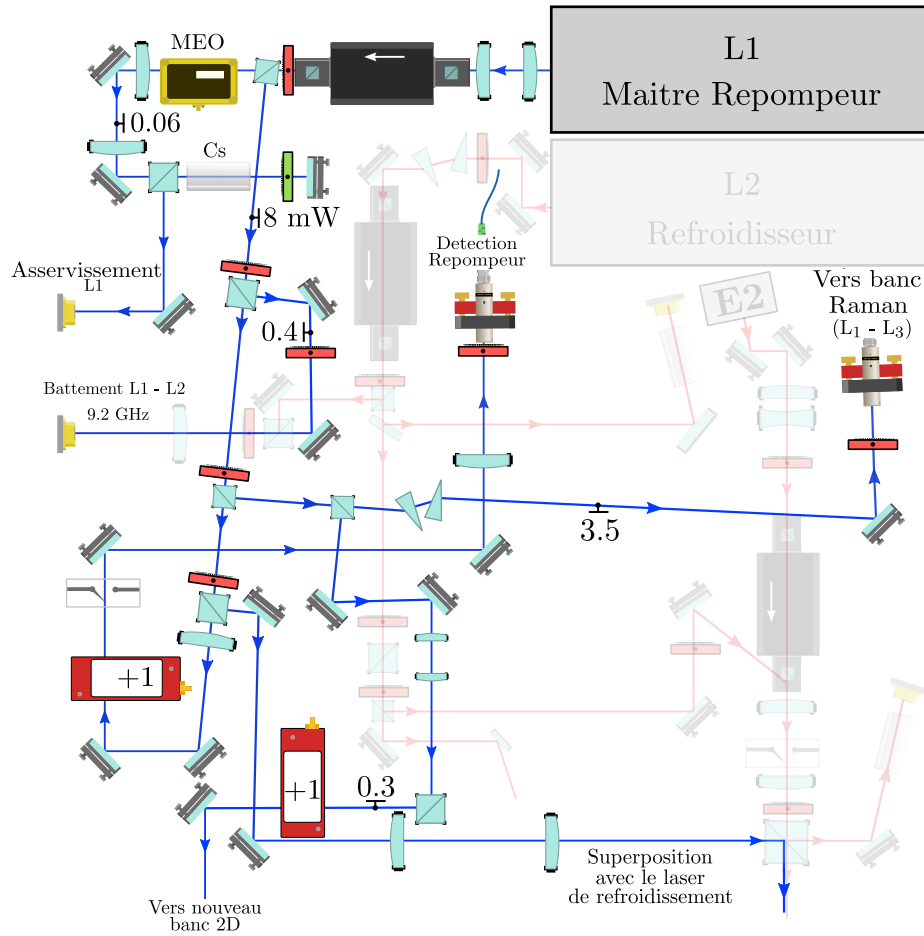


Fig. III.32 Partie repompeur du banc de refroidissement

Le faisceau provenant du laser maitre L1 est d'environ 8 mW et est divisé en plusieurs branches :

- Une partie (environ  $60 \mu\text{W}$ ) est utilisé pour l'asservissement de fréquence en passant à travers une cellule de Césium protégée par un blindage magnétique.
- Une partie est prélevée pour réaliser le battement optique avec le laser L2 ( $400 \mu\text{W}$ ).
- Une partie est envoyée vers le banc Raman pour l'asservissement du laser L3 ( $200 \mu\text{W}$ ).
- Après passage à travers un AOM pour amener la fréquence à résonance, une partie est envoyée vers la détection pour le faisceau sonde.
- Le reste de la puissance ( $3.5 \text{ mW}$ ) est envoyée vers la superposition avec les faisceaux de refroidissement et de piégeage. La superposition avec le laser de refroidissement du piège 2D s'effectue sur le nouveau banc 2D.

### Laser maitre L2 - Refroidisseur

Le laser en cavité L2 est utilisé pour la génération des faisceaux de refroidissement et de piégeage. Sa fréquence est asservie sur celle de L1 par battement optique. Les faisceaux des lasers L1 et L2 sont superposés sur un photoconducteur rapide (Hamamatsu G4176, 10 GHz de bande passante).

Pour pouvoir effectuer les différentes phases de refroidissement et de piégeage, la fréquence du laser L2 doit être asservie autour de la transition  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  vers  $|6P_{3/2}, F' = 5\rangle$  (en enlevant la fréquence de l'AOM et le désaccord). Le désaccord doit pouvoir varier entre  $-2\Gamma$  et  $-20\Gamma$ . La fréquence du battement est donc autour de 8.75 GHz, dans le domaine hyperfréquence. Ce signal de battement est comparé à une référence de fréquence à 9.2 GHz afin d'obtenir un signal d'erreur. Le signal est ensuite divisé par 1024 avant d'être envoyé vers un convertisseur fréquence-tension (CFT). La sortie du CFT est filtrée à l'aide d'un filtre passe bas actif d'ordre 4 de fréquence de coupure 55 kHz (pour éliminer le résidu de la modulation à la fréquence d'entrée du CFT [Camuel, 2007]). Le signal obtenu est ensuite sommé avec une tension de consigne  $V_{Set2}$  provenant de l'ordinateur de contrôle et permettant de changer la fréquence d'asservissement. Un système de feed-forward est utilisé afin d'anticiper les brusque changement de fréquence lors de la séquence, ainsi la tension de consigne est sommée avec le signal d'erreur intégré et envoyée directement sur la cale piézo.

Le faisceau refroidisseur est d'environ 30 mW et est divisé pour réaliser les fonctions suivantes :

- La première partie (1 mW) est envoyée vers le battement avec L1 pour l'asservissement en fréquence.
- Le faisceau est encore divisé pour permettre l'injection du laser esclave E2 fournissant une puissance de l'ordre de 150 mW. La puissance nécessaire pour l'injection est de l'ordre de 100  $\mu$ W. Le laser esclave E2 est responsable des faisceaux hauts et bas du pièges 3D.

Les diodes esclaves sont un moyen d'obtenir la puissance nécessaire aux processus de refroidissement. Nous obtenons environ 30 mW devant chacune des fibres des faisceaux du MOT 3D (Haut et Bas) après passage dans des AOM de 76 MHz. Un obturateur mécanique permet de couper les faisceaux hors des phases de refroidissement pour éviter la lumière diffusée pendant l'interféromètre et les AOM permettent de moduler l'intensité pour les différentes phases du refroidissement et du lancement des atomes.

Il est possible de vérifier que les lasers esclaves sont bien injectés en modulant le laser en cavité L2 et en regardant l'absorption des esclaves dans des cellules de Césium, ou bien en modulant directement le courant des lasers esclaves et en vérifiant que leur plage d'injection est suffisamment large.



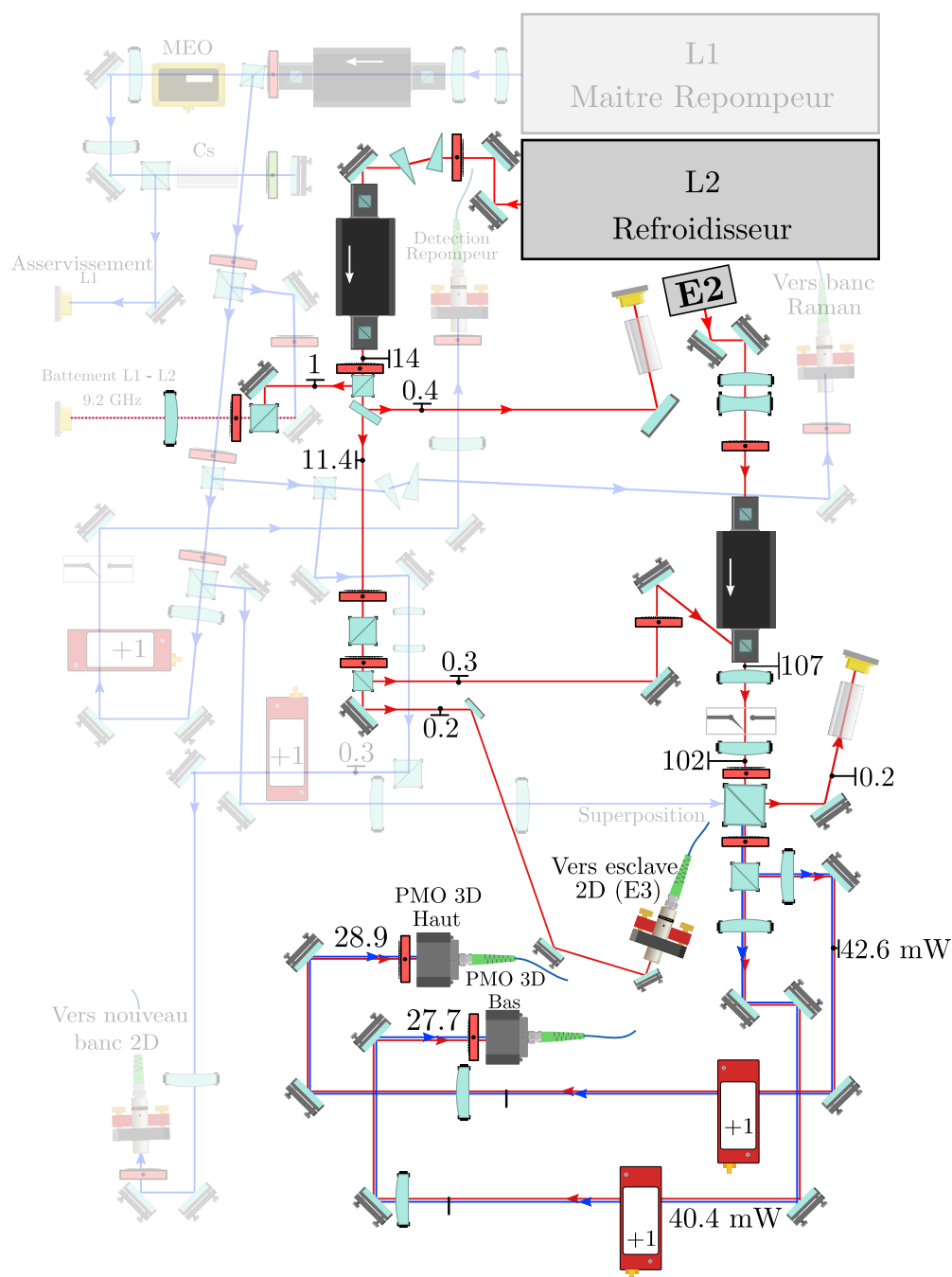


Fig. III.33 Partie refroidisseur du banc de refroidissement (rouge). Le laser L2 est asservi en fréquence sur L1 et injecte deux diodes laser esclaves servant à réaliser les faisceaux pour le piège magnéto-optique 2D et 3D. Les faisceaux de refroidissement sont superposés à ceux de repompeur pour repomper les atomes durant les phases de piégeage.

### Nouveau laser 2D

Pendant ma thèse, la diode esclave responsable du piège 2D est devenue instable et nous avons décidé d'ajouter une troisième diode esclave sur un nouveau banc pour la remplacer. Il s'agit désormais d'une diode Lumentum 350 mW<sup>1</sup>. L'ajout d'un nouveau banc a permis de ne pas arrêter le gyromètre pendant le changement de laser. Le nouveau banc est constitué uniquement de la nouvelle diode laser, d'un AOM et d'un cube pour superposer le repompeur venant du banc principal. La puissance en sortie de diode est d'environ 280 mW en régime nominal, et environ 200 mW sont envoyés vers le piège.

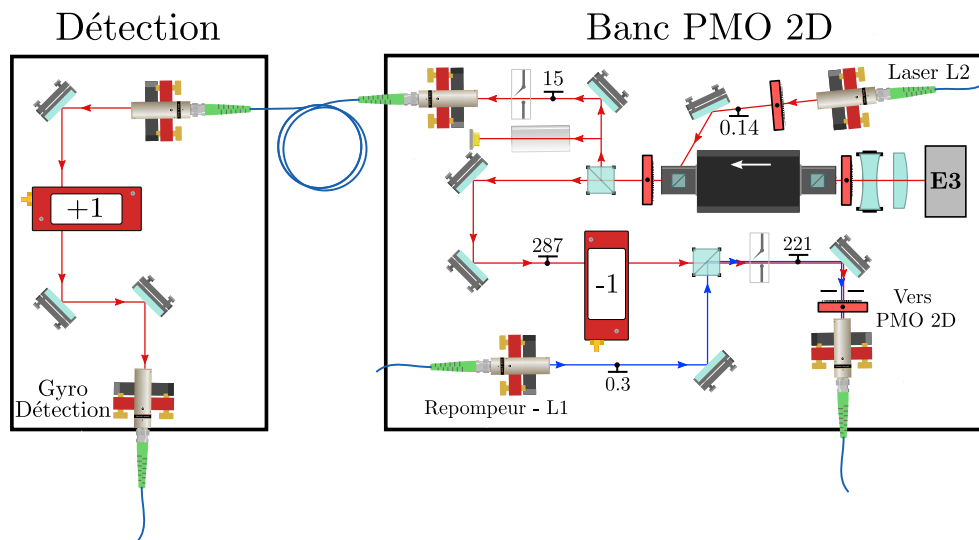


Fig. III.34 Nouveau banc pour la diode esclave du PMO 2D, une partie de la puissance est également utilisée pour la détection.

Une partie de la puissance est désormais utilisée pour les nappes de détection, environ 3 mW devant la fibre après passage à travers un AOM pour amener la fréquence à résonance. L'intensité est contrôlée à l'aide d'un obturateur mécanique et d'un switch RF pour l'AOM, ce qui permet de complètement éteindre les faisceaux hors de la phase de détection afin d'éviter la présence de lumière parasite.

### III.3.3 Lasers d'interrogation Raman

Le laser L3 est asservi en fréquence sur L1 par battement optique, à 350 MHz dans le rouge de L1 (cette valeur est contrôlable et peut être changée si nécessaire).

Le laser L4 est asservi en phase sur L3 à l'aide d'une boucle d'asservissement de phase (PLL) et d'une méthode décrite dans la thèse de P. Cheinet [Cheinet, 2006]. Le battement entre L3 et L4 est situé autour de la fréquence d'horloge du Césium à 9.192 GHz. Il est ensuite mélangé à la fréquence du DRO de la chaîne de fréquence qui est de 9.383 GHz. La fréquence du mélange est donc d'environ 190 MHz. Ce signal est ensuite envoyé vers le boîtier d'asservissement de phase. Dans le boîtier d'asservissement, la fréquence du signal est divisée par deux et sa phase asservie sur celle d'une DDS autour de 95.25 MHz. La rétroaction est ensuite effectuée sur le courant de la diode L4 ainsi que sur la cale piezo électrique.

1. Lumentum 22045504, package TO-56

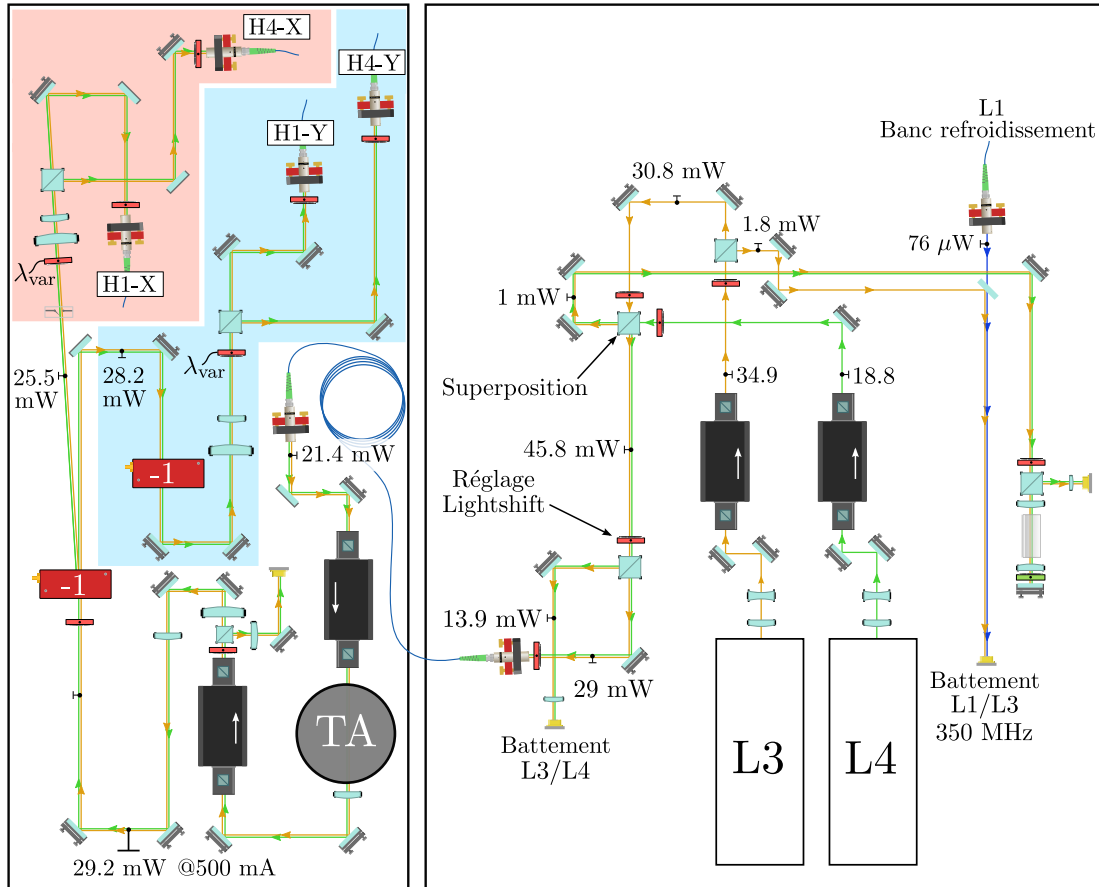


Fig. III.35 Banc Raman. La partie droite du banc contient les lasers en cavité ainsi que l'asservissement en phase, le contrôle du ratio pour la compensation du déplacement lumineux, et l'injection des deux faisceaux superposés vers le second banc. La partie gauche est dédiée à la haute puissance, avec l'amplificateur optique (TA) en sortie de fibre.

La puissance des lasers en cavités est de l'ordre de 30 mW et est largement insuffisante pour effectuer des transitions Raman. Les deux fréquences provenant de L3 et L4 sont donc injectées superposées dans un amplificateur évasé (Tapered Amplifier) qui permet d'obtenir environ 600 mW après l'isolateur optique. Un battement optique est réalisé en sortie d'amplificateur pour contrôler la qualité de l'amplification bi-fréquence. Le banc optique a été modifié afin de permettre d'alterner entre les deux axes du gyromètre en utilisant un seul amplificateur. En sortie de celui-ci, un premier AOM est utilisé pour effectuer les impulsions sur l'axe X, dans l'ordre -1. Les impulsions sur l'axe Y sont effectuées en prélevant l'ordre 0 du premier AOM et l'ordre -1 sur un deuxième AOM. Après chacun des AOM, le chemin est symétrique sur les deux axes, avec une lame  $\lambda/2$  variable<sup>2</sup> qui permet de sélectionner une des deux fibres, chacune correspondant à un collimateur Raman. Ainsi, pour effectuer des transitions Raman sur l'axe X, le premier AOM sera ON, et le second OFF. Pour effectuer des transitions sur l'axe Y, le premier AOM sera OFF, et le second ON. Cette configuration a également été pensée pour pouvoir rapidement passer d'un axe à l'autre, limité uniquement

2. Thorlabs LCC1411-B Compensated Half-Wave LC Retarder

par la vitesse des AOM.

### III.3.4 PLL et amplification Raman

La diode laser en cavité Raman L4 a été changée pendant ma thèse, juste après le confinement du mois de mars 2020, car il n'était plus possible de trouver une plage de fonctionnement stable avec le courant désiré. La diode a été remplacée par une des dernières diodes avec élément Peltier intégré de la gamme SDL-5400, TO3 package (le même type que les diodes utilisées pour les lasers L1 et L2 et L3, en utilisation depuis 15 ans). En attendant la fourniture des pièces nécessaire au changement du PMO 2D et la remise en marche du gyromètre, cela a été l'occasion d'optimiser ce nouveau laser et d'étudier le boîtier d'asservissement de phase utilisé pour les lasers Raman [Cacciapuoti et al., 2005; Ye and Hall, 1999].

Le bruit de phase relatif entre les lasers Raman est directement imprimé sur la phase des atomes, il doit ainsi être le plus bas possible, sur une bande de fréquence la plus large possible. L'impact des différentes fréquences de bruits sur l'interféromètre est donnée par la fonction de sensibilité à la phase (voir section II.3.1). En particulier, elle agit comme un filtre passe bas du 1er ordre pour les fréquences supérieures à la fréquence de Rabi, donc au delà de 25 kHz environ. Il est donc dans notre intérêt d'essayer de pousser le bruit vers les hautes fréquences, i.e. d'augmenter la bande passante d'asservissement. Les bandes passantes typiques obtenues avec ce genre de systèmes sont de l'ordre de quelques MHz (3 MHz pour le césium), [Cheinet, 2006] et même jusqu'à 10 MHz, démontré pour le Rubidium à l'aide d'un modulateur à l'intérieur d'une cavité laser [Le Gouët et al., 2009; Müller et al., 2006].

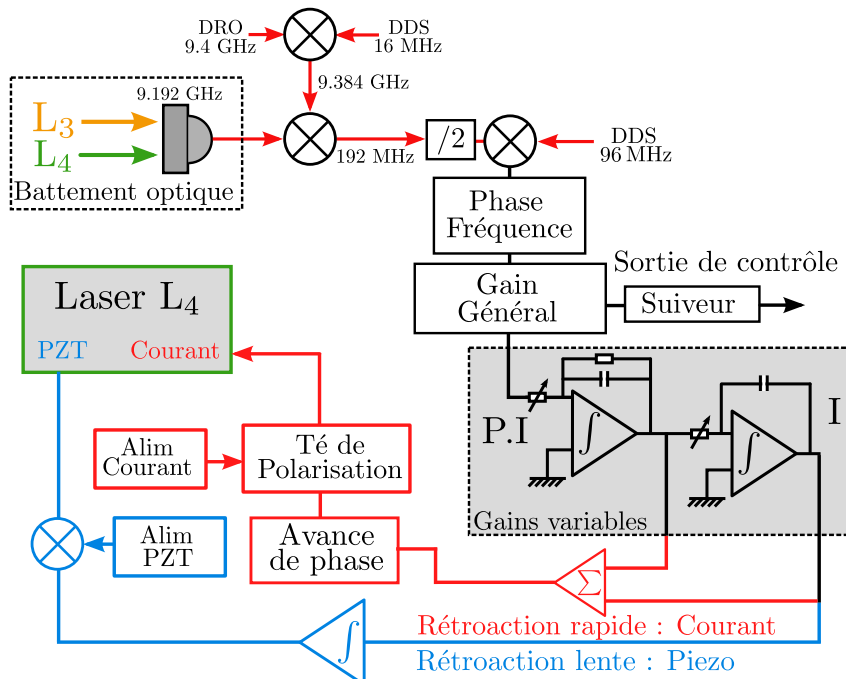


Fig. III.36 Schéma du circuit d'asservissement de phase

Le signal d'erreur est généré à partir d'un battement optique entre les deux lasers Raman

(L3 et L4) à 9.192 GHz qui est amplifié puis mélangé avec un signal composite venant d'un ORD à 9.4 GHz et d'un générateur de fréquence (DDS) aux alentours de 16 MHz (Le générateur servira à varier la fréquence du laser). Le signal ainsi obtenu est aux alentours de 192 MHz, et est envoyé vers le boîtier d'asservissement où il est amplifié puis divisé par deux. C'est ce signal qui sera comparé à un signal RF intermédiaire (ici une DDS à 96 MHz) et dont la différence de fréquence est envoyée vers le convertisseur phase fréquence, élément central de l'asservissement de phase. Le signal d'erreur de phase est ensuite amplifié et intégré à l'aide de deux intégrateurs rapides. Viennent ensuite deux circuits de rétroactions, un circuit rapide rétroagira directement sur le courant de la diode laser, le courant de correction sera ajouté via un té de polarisation le plus proche possible de la diode. Une avance de phase est ajoutée en amont afin de limiter les déphasages interne de la diode qui réduisent la bande passante d'asservissement. Le second circuit est plus lent et agit sur la cale piezo électrique de la cavité via un troisième intégrateur qui assure la stabilité sur les temps longs.

L'optimisation complète d'un circuit d'asservissement de phase est présentée dans la thèse de [Cheinet, 2006]. Nous nous contenterons ici de l'optimisation du boîtier actuel et des éventuels problèmes rencontrés. Les éléments principaux jouant sur la bande passante sont les gains des différents étages, le gain proportionnel et le gain des différents intégrateurs. Pour obtenir une plus grande bande passante, il faut également jouer sur l'avance de phase. Les déphasages internes étant différents selon les diodes, l'optimisation était à refaire.

Pour caractériser le bruit de phase de l'asservissement, nous utilisons la sortie de contrôle du boîtier venant d'un amplificateur en configuration suiveur (OP 627 à la sortie du phase-fréquence). Ce signal nous renseigne sur le bruit de phase dans la boucle, et ne représente donc pas réellement du bruit vu par les atomes.

Nous avons utilisé un deuxième circuit en parallèle pour essayer de mesurer le bruit résiduel de l'asservissement de phase par rapport à la référence micro-onde.

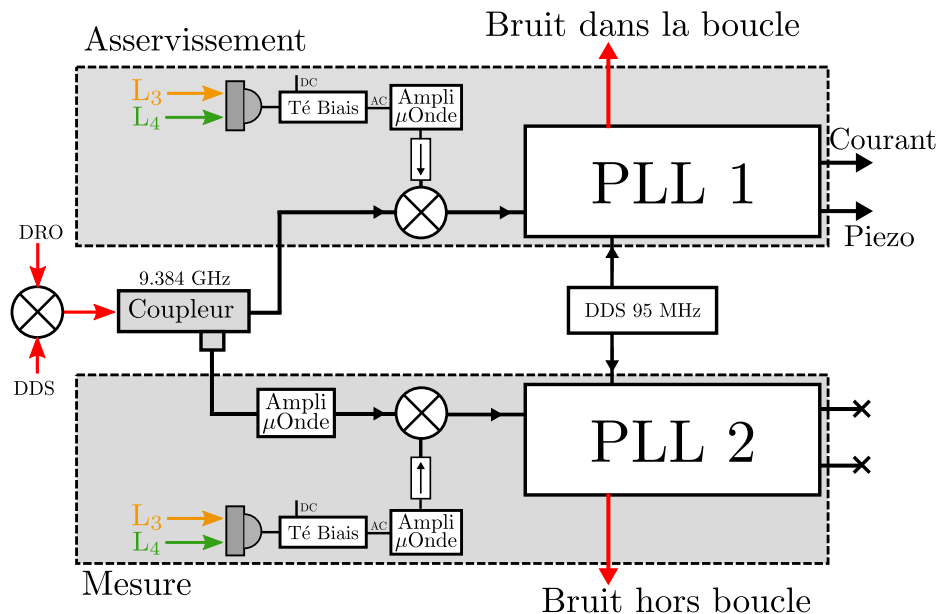


Fig. III.37 Schéma de principe de la mesure du bruit de phase résiduel. Toutes les références de fréquences sont partagées entre les deux circuits.

Cette configuration de mesure nous a permis d'optimiser et de mesurer le bruit vu par les atomes. Les deux circuits utilisent les mêmes références de fréquence pour la démodulation et les boîtiers d'asservissement sont identiques. Un premier boîtier est utilisé pour l'asservissement, la sortie de contrôle permet de mesurer le bruit de phase dans la boucle d'asservissement. Un deuxième battement optique est démodulé de la même manière et la sortie du phase/fréquence (après l'ampli suiveur) indique le bruit de phase hors de la boucle d'asservissement. Le bruit de phase est mesuré à l'analyseur FFT et est présenté ci-dessous pour les deux boîtiers.

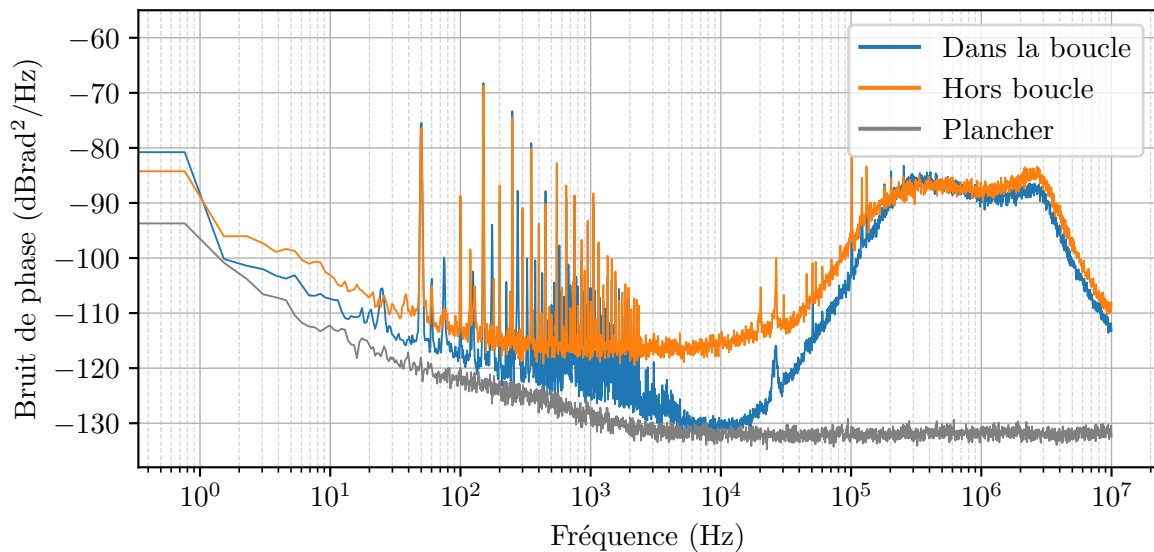


Fig. III.38 Bruit de phase dans la boucle (bleu) et hors boucle (orange) en  $\text{dBrad}^2/\text{Hz}$  en fonction des différentes bandes de fréquence. Le bruit de l'analyseur FFT utilisé pour les mesures est indiqué en gris.

Le bruit de phase dans la boucle descend jusqu'à  $-130 \text{ dBrad}^2/\text{Hz}$  à  $10 \text{ kHz}$ , proche de la limite de sensibilité de l'analyseur. Le bruit remonte doucement à basse fréquence jusqu'aux alentours de  $-90 \text{ dBrad}^2/\text{Hz}$  à  $1 \text{ Hz}$ . À plus haute fréquence, nous pouvons voir les bosses caractéristiques des deux intégrateurs, la première aux alentours de  $300 \text{ kHz}$ , et la seconde vers  $2.5 \text{ MHz}$ . Le gain variable des deux intégrateurs permet d'ajuster la bande passante. Les gains ont été réglés ici afin de creuser au maximum le spectre aux alentours de  $10 \text{ kHz}$  tout en évitant la sur-oscillation du système. L'avance de phase sert à compenser les déphasage dus à la diode et est réglé de manière à gagner le maximum de bande passante. L'avance de phase est ici d'environ  $60^\circ$  à  $2 \text{ MHz}$ . Sur la mesure hors boucle le bruit est plus important, en particulier dans la bande  $10 \text{ kHz}-100 \text{ kHz}$ . Le bruit atteint un plancher aux alentours de  $-115 \text{ dBrad}^2/\text{Hz}$ , dont l'origine n'a pas été déterminée pour le moment. Le problème semble venir du premier étage du boîtier (amplificateur RF, diviseur par 2 et phase/fréquence), car il n'était pas présent lors d'essais avec un mixeur remplaçant le premier étage. Une des hypothèse porte sur les non linéarités du composant phase/fréquence utilisé sur le boîtier d'asservissement et une nouvelle génération de boîtiers est en préparation.

Il est possible d'estimer la contribution du bruit de phase mesuré à la phase interférométrique à l'aide de la fonction de sensibilité à la phase. Nous utiliseront cette-fois ci la

fonction de sensibilité complète, les fréquences d'intérêt portant jusqu'à la dizaine de MHz (voir section II.3.1).

Décade (Hz)	1-10	10-100	100-1k	1k-10k	10k-100k	100k-1M	1M-5M	Total
Phase (mrad)								
Dans la boucle	0.06	0.17	0.70	0.28	0.62	3.26	1.06	3.57
Hors boucle	0.16	0.20	0.66	0.67	1.17	4.02	1.69	4.6

Table III.6 Bruit de phase calculé pour les différentes bandes de fréquence, dans la boucle et hors boucle pour les spectres présentés figure (III.38).

Le bruit de phase total calculé est de 3.57 mrad dans la boucle et de 4.6 mrad hors boucle, ce qui n'est pas limitant pour le moment pour les mesures interférométriques. Nous essayerons par la suite de mesurer ce bruit de phase à l'aide de l'interféromètre.

Le battement entre les deux lasers est habituellement regardé à l'analyseur de spectre et sert de signal de contrôle quotidien de la qualité de l'asservissement et est présenté sur la figure (III.39).

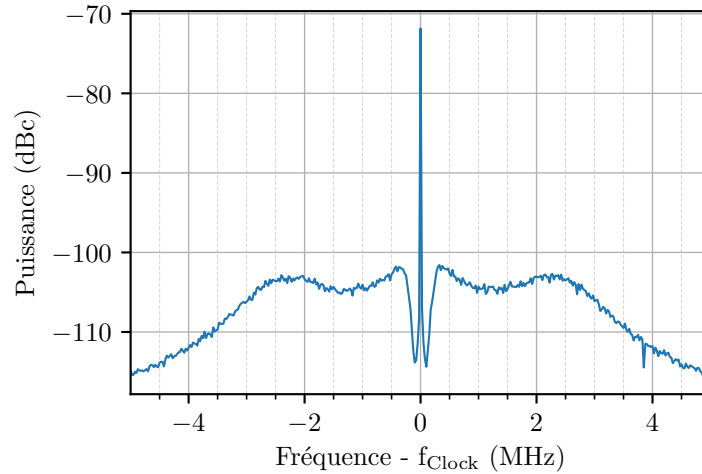


Fig. III.39 Battement entre les deux lasers Raman observé à l'analyseur de spectre.

Après avoir optimisé les différents paramètres de la boucle d'asservissement de phase, nous avons pu estimer le bruit de phase résiduel. Ce niveau de bruit est loin d'être limitant pour nos mesures, mais il est important de s'assurer que le bruit de phase vu par les atomes est bien équivalent au bruit que nous avons mesuré dans la boucle. C'est pourquoi nous avons effectué cette fois-ci des mesures interférométriques pour calculer la contribution du bruit de phase.

### Mesures du bruit de phase avec les atomes

Le bruit de phase estimé précédemment est de l'ordre de 5 mrad. Pour le mesurer, il faut un interféromètre avec une bonne sensibilité au bruit de phase, mais qui ne soit pas sensible aux effets inertiels, dont les déphasages sont habituellement de plusieurs centaines de mrad. Nous avons donc réalisé un interféromètre avec des transitions co-propageantes.

A l'aide des spectres de bruits de phases issus de la boucle d'asservissement et des fonctions de sensibilité à la phase des différents interféromètres que nous allons utiliser, nous pouvons calculer le bruit de phase attendu pour chaque configuration. Le challenge consiste à distinguer le bruit de phase du bruit de détection. Les mesures de bruit de phase ont été effectuées juste après la caractérisation du bruit de détection où nous avons mesuré un bruit de probabilité de l'ordre de  $3 \times 10^{-3}$  (soit 30 mrad de bruit de détection pour un contraste de 10 %).

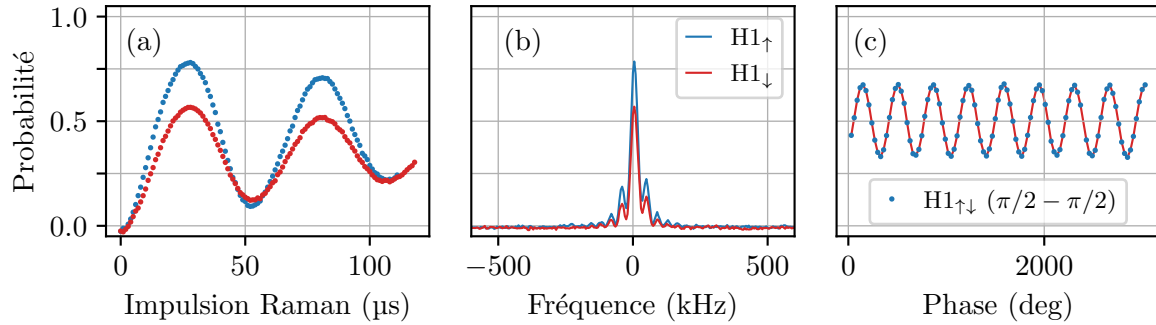


Fig. III.40 (a) Oscillations de Rabi pour des transitions co-propageantes. (b) Spectre Raman, uniquement le pic co-propageant est visible après l'ajout d'une  $\lambda/4$  et la fermeture du cache devant le miroir de retroreflexion. (c) Franges d'interférences lorsque la phase des lasers est balayée, pour un interféromètre 2 impulsions sur H1.

Nous avons tout d'abord essayé d'effectuer les mesures sur les résidus co-propageant qui apparaissent dû à des défauts de polarisation des lasers Raman. Cela permet d'utiliser un interféromètre co-propageant à 4 impulsions qui a la même fonction de sensibilité que le gyromètre. En configuration 4 impulsions sur les résidus, nous avons obtenu un contraste de 10% seulement, ce qui amène un bruit de détection de 60 mrad, et un bruit de phase estimé de 5.7 mrad<sup>3</sup>. Nous avons ensuite décidé de maximiser les transitions co-propageantes pour avoir plus de contraste et ainsi diminuer la contribution du bruit de détection. En rajoutant une lame  $\lambda/4$  devant le collimateur Raman X du hublot H1, nous transformons une polarisation lin||lin en  $\sigma^+/\sigma^-$ , et en cachant le miroir de rétro-réflexion, seulement les transitions co-propageantes sont autorisées. N'ayant qu'une seule lame  $\lambda/4$  de la bonne taille, nous n'avons pas pu réaliser un interféromètre à 4 impulsions. Nous avons donc mesuré le bruit de phase avec un interféromètre  $\pi/2 - \pi/2$  (configuration horloge) sur le hublot H1. Le temps d'interrogation total reste ainsi le même que pour le gyromètre. La fonction de sensibilité diffère néanmoins, la configuration à 2 impulsions est plus sensible au bruit à basse fréquence ( $< 1$  Hz), mais moins sensible aux fréquences intermédiaires (10 Hz - 10 kHz). Elle possède également deux fois plus de zéros.

Les mesures avec les deux configurations sont présentées dans le tableau (III.7). Le bruit mesuré est de 18 mrad à un coup, toujours limité par le bruit de détection (estimé à 18 mrad pour 33% de contraste). Le bruit mesuré peut s'écrire comme

$$\sigma_{\text{tot}} = \sqrt{\sigma_{\text{det}}^2 + \sigma_{\text{las}}^2} \quad (\text{III.13})$$

3. Le bruit de phase est calculé avec les spectres de bruit de phase présentés précédemment et de la fonction de sensibilité à la phase de l'interféromètre.



Configuration	2T (ms)	C	$\sigma_{\text{las}}^{\text{calc}}$ (mrad)	$\sigma_{\text{las}}^{\text{mes}}$ (mrad)
$\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$	800	0.1	5.7	20
$\pi/2 - \pi/2$	800	0.33	5.1	18

Table III.7 Détails des deux configurations d'interféromètres utilisées ainsi que le bruit de phase mesuré.

et les mesures de bruits permettent ainsi de mettre une borne supérieure sur le bruit de phase laser de notre interféromètre. Ce niveau de bruit n'est pas limitant actuellement pour le gyromètre, étant équivalent à une phase de rotation de  $4 \times 10^{-9}$  rad.s<sup>-1</sup> à un coup. Une étude plus poussée pourrait être réalisée en effectuant les interféromètres de temps courts dans un seul faisceau, de manière à obtenir plus de contraste. Ainsi un interféromètre à 3 impulsions de 4 ms de temps d'interrogation total aurait un niveau de bruit de phase attendu de 7 mrad, et pour un contraste de 80 %, un bruit de détection de 7 mrad. Les fréquences d'intérêt ne seraient néanmoins pas équivalentes<sup>4</sup>, et ces mesures n'ont pas été réalisées pour le moment.

### Amplification Raman

Une fois les deux lasers Raman en cavité étendue asservis en phase, ceux-ci sont envoyés superposés et dans le même état de polarisation vers un amplificateur optique. Il s'agit d'un amplificateur à semi-conducteur (ou TA pour Tapped-Amplifier) de la marque EagleYard dont l'étude a été réalisée dans [Lévêque et al., 2010]. La caractérisation a été refaite ici pour vérifier que l'utilisation d'un amplificateur unique pour les deux fréquences Raman ne vient pas perturber le fonctionnement de notre interféromètre, ou introduire des effets indésirables. L'amplification de deux fréquences proches par le même amplificateur va entraîner la génération de bandes latérales par un processus de modulation de la puissance à travers le semi-conducteur [Ferrari et al., 1999]. Ces bandes latérales peuvent entraîner des transitions Raman supplémentaires très désaccordées ( $\Delta \pm 9.192$  GHz) qui à leur tour entraînent l'apparition d'interféromètres parasites.

La puissance dans les bandes latérales est faible mais leurs battements sont à la même fréquence que le battement principal entre L3 et L4. Nous introduisons un battement supplémentaire avec une référence afin de les observer. Nous étudierons par la suite l'évolution de la puissance dans les bandes avec le courant de l'amplificateur, et discuterons l'impact sur un interféromètre.

Pour mesurer les différentes composantes, la lumière sortant de l'amplificateur est directement envoyée vers un photoconducteur, où le signal est amplifié avant d'être envoyé vers un analyseur de spectre. À partir de la figure (III.41), il est possible de déterminer les différentes composantes qui vont apparaître sur l'analyseur. À la fréquence d'horloge, nous retrouvons le battement L3-L4, ainsi que les battements S1-L3 et L4-S2, indistinguables. Nous observons également le battement L3-Sonde (8.314 GHz) et le battement S1-Sonde (10.07 GHz). Les autres battements sont présents mais hors de la bande passante de l'analyseur (S2-Sonde, S2-S1 et S2-L4) où de la bande d'intérêt (L4-Sonde). Une fois les différents battements repé-

4. Un interféromètre court n'est pas sensible aux mêmes fréquences de bruit de phase que l'interféromètre à 4 impulsions

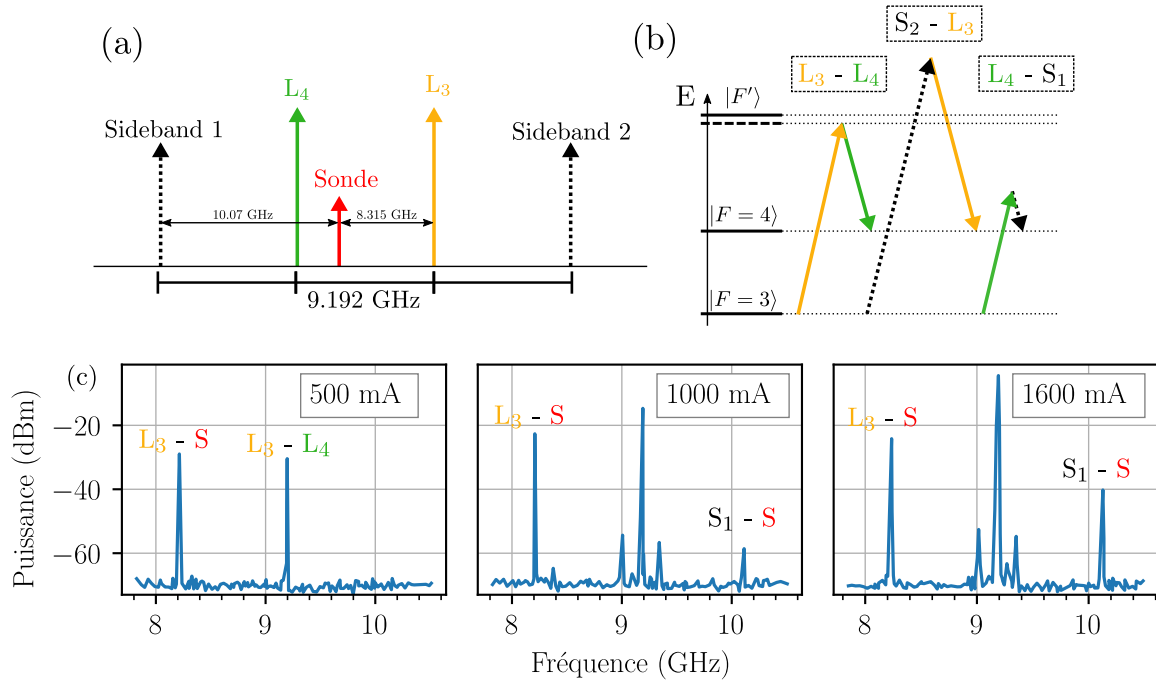


Fig. III.41 (a) Position des différentes composantes optiques après l'amplification des fréquences Raman dans le TA. Les deux lasers sont séparés de 9.192 GHz, et chaque bande latérale est séparée de la même fréquence. La sonde utilisée est située 877 MHz dans le bleu de L4 et est utilisée pour mesurer l'amplitude des bandes latérales. (b) Illustration des différentes transition Raman possibles en présence de bande latérales. Nous retrouvons la transition habituelle L3-L4 désaccordée des états supérieurs de  $\Delta$ , mais aussi deux transitions supplémentaires, S2-L3, très désaccordée (9.542 GHz) dans le bleu, et L4-S1 (8.842 GHz), très désaccordée dans le rouge. (c) Mesures de la puissance dans les différentes composantes autour de la fréquence d'horloge pour trois valeurs de courant de l'amplificateur.

rés, il est possible d'observer leur comportement et l'évolution de leurs niveaux en fonction de plusieurs paramètres, en particulier le courant de l'amplificateur et la puissance d'injection. Il est recommandé d'injecter le TA avec 10 mW minimum, afin d'être dans le régime de saturation. La puissance disponible sur le banc est limitée et nous sommes généralement très proche voir en deçà de cette limite.

En comparant l'évolution de la puissance du battement L3-sonde (qui représente le signal) et S1-sonde (qui représente les bandes latérales), nous pouvons extraire l'évolution du rapport bandes latérales/signal, en fonction du courant et de la puissance d'injection.

Nous pouvons remarquer que le ratio de la puissance des bandes latérales sur le signal augmente rapidement si la puissance d'injection diminue. Nous opérons habituellement avec une puissance d'injection proche de 9/10 mW, et avec un courant de 1600 mA ce qui correspond à un rapport de -23 dB. Les résultats présentés dans [Lévègue et al., 2010] indiquent également une augmentation de la puissance dans les bandes latérales avec le courant, mais moins rapide que l'augmentation du signal. Le ratio entre les bandes latérales et le signal est ainsi reporté comme diminuant avec la puissance d'injection, à l'inverse de ce que nous avons mesuré. Nous n'avons pas approfondi l'étude de cette différence, ni déterminé si son origine

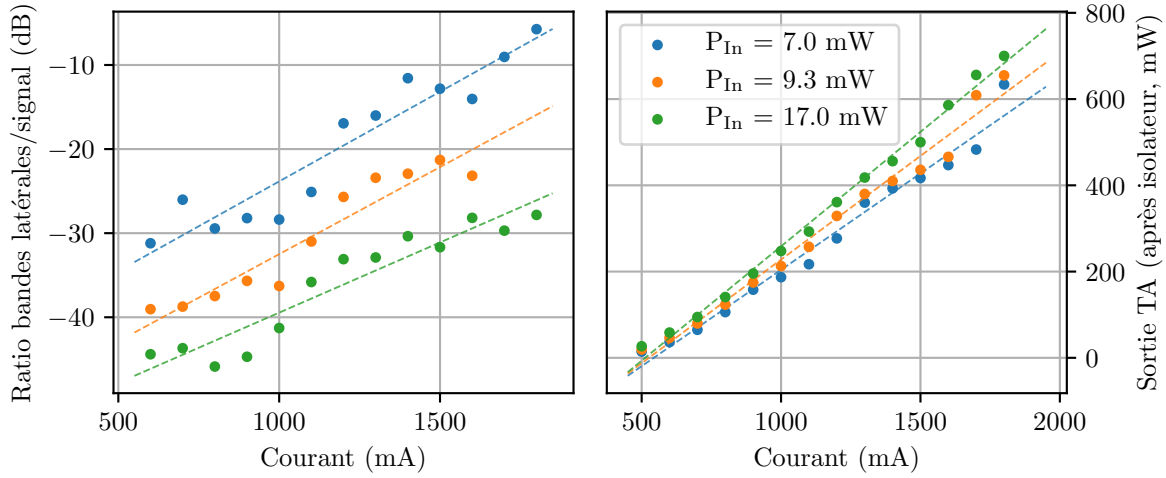


Fig. III.42 Évolution du ratio entre les bandes latérales parasites et le signal pour différentes valeurs du courant de l'amplificateur ainsi que pour trois différentes puissance d'injection. La puissance optique après l'isolateur est également présentée.

vient du dispositif expérimental, ou bien du fait que le TA utilisé est lui même différent. Afin de déterminer si les bandes latérales peuvent avoir un impact sur l'interféromètre, nous calculons les pulsations de Rabi des transferts à 1 photon :

$$\Omega_3 = \frac{2d}{\hbar} \sqrt{I_3} \left[ \sqrt{\frac{3}{16}} + \sqrt{\frac{25}{336}} \right] \quad \Omega_4 = \frac{2d}{\hbar} \sqrt{I_4} \left[ \sqrt{\frac{1}{48}} + \sqrt{\frac{7}{48}} \right] \quad (\text{III.14})$$

où  $d$  est l'élément de dipôle réduit, le tout pour une pulsation effective  $\Omega_{\text{eff}} = \Omega_3 \Omega_4 / \Delta$ . Avec une puissance totale d'environ 235 mW après isolateur et fibre et un rapport entre la puissance de L3 et L4 de 1.4 (environ 127 mW de L3 et 108 mW de L4), nous obtenons des intensités  $I_3 = 809 \text{ W.m}^{-2}$  et  $I_4 = 689 \text{ W.m}^{-2}$  pour un faisceau de 10 mm de waist. Pour la transition principale L3-L4, et le désaccord habituel de 500 MHz, nous retrouvons une pulsation de  $2\pi \times 23$  kHz, comme attendu. Nous extrayons ensuite des différents battements une puissance totale de 1 mW pour les transitions parasites (à comparer avec 235 mW pour la principale). Le désaccord des transitions est de  $9.192 \text{ GHz} \pm 500 \text{ MHz}$ , ce qui équivaut à une pulsation effective de 5 Hz.

Ces transitions parasites agiront à chaque impulsion et vont entrainer la création d'interféromètres avec un transfert d'impulsion légèrement différent (un  $\Delta k/k$  d'environ  $3 \times 10^{-5}$ ). La différence de pulsation de Rabi entre l'interféromètre principal et les parasites est cependant de 3 ordres de grandeurs, et l'impact est faible. Nous pouvons essayer d'approximer le contraste de ces interféromètres parasites, en considérant des durées d'impulsion correspondant à la pulsation de Rabi principale (environ  $20 \mu\text{s}$ ) mais avec la pulsation de Rabi parasite. Il existe 6 interféromètres parasites qui peuvent se recombinaer en ne considérant qu'une seule interaction parasite sur une impulsion (plus nous considérons d'interaction parasites, plus le contraste va diminuer). Le contraste calculé sera de  $1.6 \times 10^{-4}$  (comparé à un contraste parfait de 100% sur la branche principale), soit complètement négligeable à notre niveau de sensibilité.

### III.4 La détection

La détection est basée sur le même principe que dans la thèse d'Alexandre Gauguet [Gauguet, 2006] sur la première génération de gyromètre, c'est-à-dire sur l'étiquetage des états internes par l'état externe [Bordé, 1989]. La description de la détection a été faite dans les thèses plus récentes [Dutta, 2015; Meunier, 2013] et a été modifiée durant la thèse de Denis Savoie [Savoie, 2017]. Nous présentons ici la détection telle qu'elle a été durant ma thèse.

Nous souhaitons détecter si les atomes sont dans l'état  $|F = 4\rangle$  ou dans l'état  $|F = 3\rangle$  à la sortie de l'interféromètre. Nous utilisons pour cela trois nappes de détection. En partant du haut, la première et la troisième nappe sont des nappes de sondes et servent à détecter les atomes dans  $|F = 4\rangle$ , la nappe du milieu sert à repomper les atomes de  $|F = 3\rangle$  vers  $|F = 4\rangle$ .

Nous détectons donc les atomes dans  $|F = 4\rangle$  dans la première nappe, et les atomes dans  $|F = 3\rangle + |F = 4\rangle$  dans la nappe du bas.

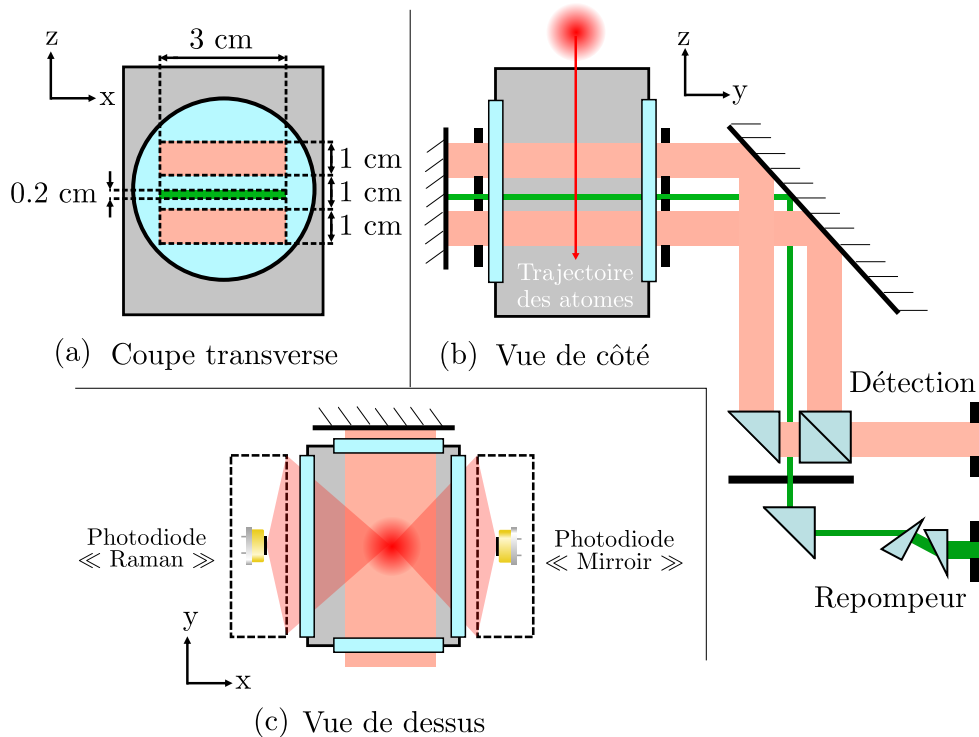


Fig. III.43 Schéma du système actuel de détection. Le graphe (a) représente une vue en coupe des trois nappes. Les deux nappes de lumière de détection (à résonance) ont une dimension de  $3 \times 1$  cm et sont séparées par une nappe de repompeur de 0.2 cm de hauteur. (b) Les atomes traversent les nappes de lumière lors leur trajectoire, la lumière de détection est rétro-réfléchié sur un miroir. (c) De chaque côté de la chambre sont placées des photodiodes double cadrans afin de récupérer la lumière de fluorescence émise par les atomes. Les photodiodes sont nommées respectivement "Miroir" et "Raman" car cela correspond au côté des collimateurs ou des miroirs Raman de l'axe X.

Le système est composé de deux photodiodes de deux cadrans chacune, une photodiode

est placée du côté où se trouvent les collimateurs Raman de l'axe X (photodiode dite "Raman") et l'autre du côté où se trouvent les miroirs de rétro-réflexions Raman (photodiode dite "Miroir").

Chaque système image chacune des nappes sur les deux cadrans de sa photodiode avec une efficacité de collection de 2%.

Le signal de chaque cadran suit une chaîne de traitement et d'acquisition identique. Le signal est d'abord amplifié une première fois par un circuit transimpédance de  $68 \text{ M}\Omega$  (OP 627). Une tension de décalage d'environ  $4.7 \text{ V}$  est ensuite appliquée pour compenser le signal de fond avant que le signal total ne soit ré-amplifié avec un gain de 10. Le signal est finalement lu par une carte d'acquisition 16 bits relié à l'ordinateur de l'expérience. La durée de la détection est généralement de l'ordre de  $80 \text{ ms}$  et le signal est acquis avec une fréquence d'échantillonnage de  $67.5 \text{ kHz}$ .

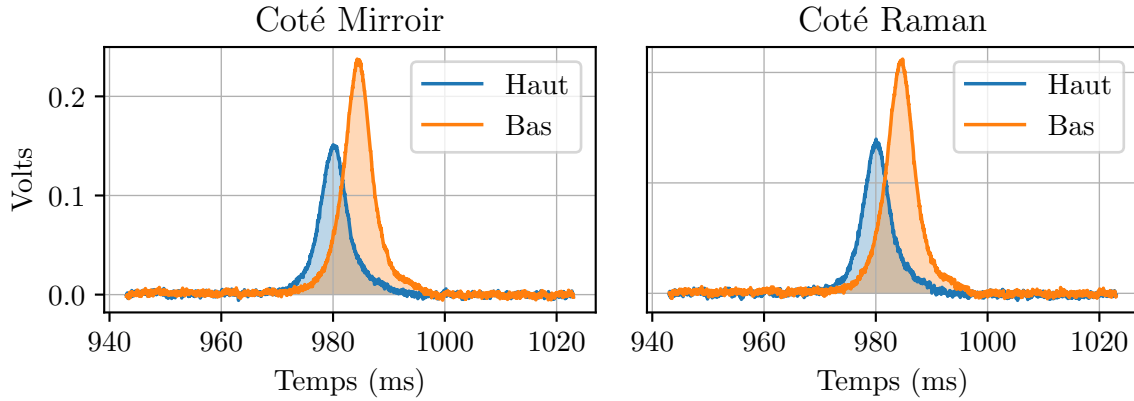


Fig. III.44 Signaux de fluorescence sur les deux photodiodes et sur chaque cadrans après la chaîne d'acquisition et tels qu'ils sont utilisés pour calculer la probabilité atomique.

Le calcul du nombre d'atomes détectés à l'aide du système précédent a été effectué dans la thèse de Denis Savoie [Savoie, 2017] et n'a pas été ré-évalué depuis. L'intensité des faisceaux de détection ayant changée et n'ayant pas été calibrée, nous n'estimerons pas ici le nombre d'atomes total.

### III.4.1 Diaphonies et Normalisation

Lorsque les atomes sont détectés, deux valeurs sont mesurées par photodiodes, une sur chacun de leurs cadrans. Pour chaque photodiodes, les valeurs mesurés sont le signal intégré sur le cadran du haut  $S_h$  et celui intégré sur le cadran du bas  $S_b$ . En supposant que le nombre d'atomes varie linéairement en fonction du signal de détection, nous pouvons écrire le nombre d'atomes dans chaque état comme :

$$\begin{aligned} N_4 &= K_h S_h - C_{BH} K_b S_b \\ N_3 &= K_b S_b - C_{HB} K_h S_h \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

Où  $K_h$  et  $K_b$  représentent les coefficients de normalisation du haut et du bas et  $C_{BH}$  et  $C_{HB}$  les « crosstalks » ou diaphonies respectivement du cadran du bas sur celui du haut, et inversement. Les expressions peuvent se ré-écrire sous forme matricielle :

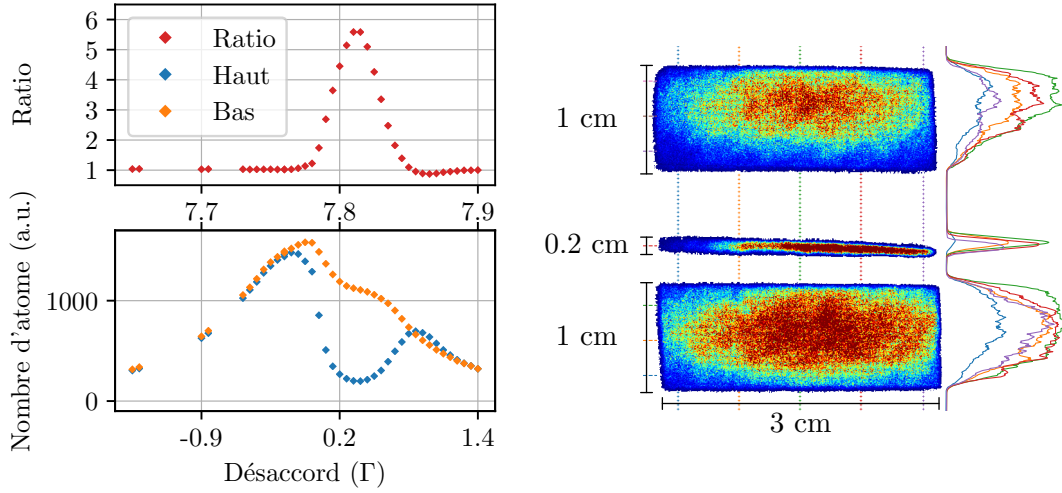


Fig. III.45 (Gauche) Évolution du ratio ainsi que du nombre d'atomes dans les deux nappes en fonction du désaccord du laser de détection. (Droite) Profil d'intensité des nappes de détection après ré-ajustement des fibres lors de l'ouverture des blindages. Le profil d'intensité n'est pas vraiment carré, avec le côté gauche ayant moins de repompeur. La nappe de repompeur est volontairement décalée vers le bas afin de limiter les diaphonies.

$$\begin{pmatrix} N_4 \\ N_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_h & C_{BH}K_b \\ C_{HB}K_h & K_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_h \\ S_b \end{pmatrix} \quad (\text{III.16})$$

La normalisation et la limitation des diaphonies sont des étapes importantes de la préparation des mesures, car une erreur d'estimation du nombre d'atomes dans chaque état impacte directement la mesure de la probabilité de transition :

$$P = \frac{N_4}{N_3 + N_4} \quad (\text{III.17})$$

### Sources de diaphonies dans la détection

Les sources de diaphonies dans le système de détection sont multiples, nous distinguerons deux types de diaphonies différentes, les atomes dans l'état  $|F = 4\rangle$  qui sont détectés dans la nappe du bas comme appartenant à l'état  $|F = 3\rangle$  et les atomes dans l'état  $|F = 3\rangle$  détectés dans la nappe du haut comme des atomes dans l'état  $|F = 4\rangle$ . Les origines des différentes diaphonies sont les suivantes :

- Atomes dans  $|F = 3\rangle$  détectés comme  $|F = 4\rangle$ , il est possible qu'un atome initialement dans l'état  $|F = 3\rangle$  soit repompé dans l'état  $|F = 4\rangle$  avant d'avoir quitté la nappe du haut par la lumière diffusé du repompeur (entre les deux nappes). Il sera ainsi détecté dans la nappe du haut au lieu de celle du bas.
- Les faisceaux de détection du haut et du bas n'ont pas exactement la même intensité et la même polarisation.
- En raison des aberrations optiques du système de collection, l'image des atomes dans une nappe déborde légèrement sur l'autre cadran.

- Si les atomes sont séparés spatialement dans la détection (par exemple à la suite de transitions contra-propageantes), ils ne traverseront pas les mêmes parties des nappes de détection et verront des efficacités de détection différentes.

Pour compter le nombre d'atomes dans chaque états, le choix a été fait de détecter deux fois les atomes dans l'état  $|F = 4\rangle$ , dans la nappe du haut et celle du bas. Nous mesurons ainsi  $N_4$  dans la nappe du haut et  $N_{Tot} = N_3 + N_4$  dans la nappe du bas.

### Étapes de normalisation

La première étape de la normalisation est de s'assurer que la puissance du repompeur n'est ni trop importante, ni trop faible. Trop de puissance entraîne trop de lumière diffusée et une diaphonie importante, les atomes étant repompés trop tôt. Trop peu de lumière entraîne un mauvais repompage et transforme les fluctuations de puissances en fluctuation de normalisation, et donc de probabilité.

Pour vérifier cela, nous avons varié la puissance RF d'un des MAO à l'aide d'un atténuateur variable et mesuré le nombre d'atomes dans chaque états. Les atomes sont lancés dans l'état  $F=3$ , et nous devrions tous les détecter comme des atomes dans  $F=3$ , le résidu d'atomes dans  $F=4$  nous informera sur la diaphonie.

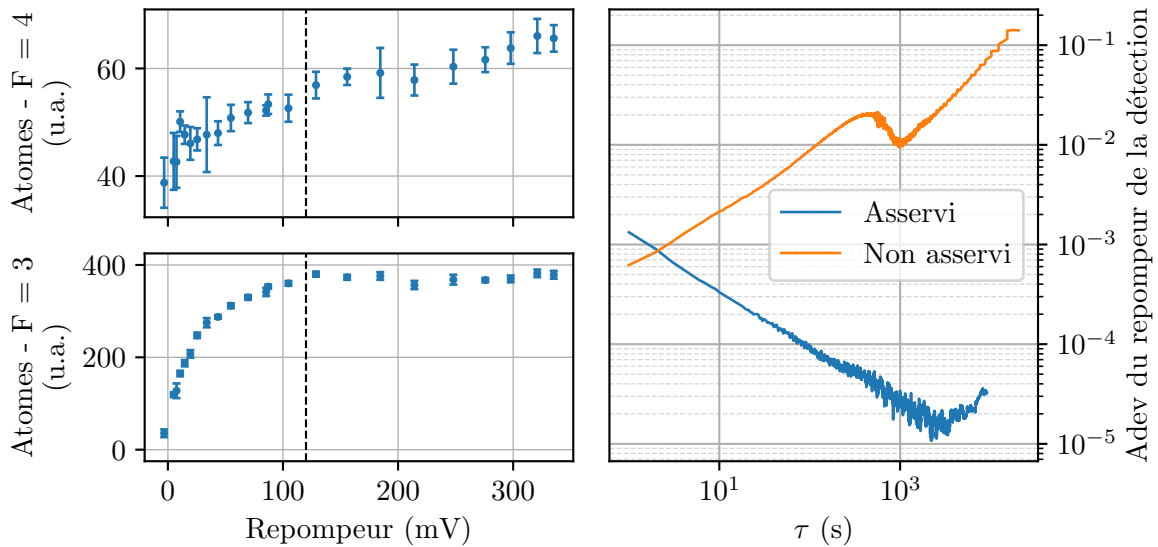


Fig. III.46 Évolution du nombre d'atomes dans chaque état en fonction de la puissance de repompeur lorsque les atomes sont lancés dans l'état  $F=3$ . Asservissement de puissance du faisceau repompeur dans la détection. Nous stabilisons ainsi le nombre d'atomes détectés.

A partir d'une certaine puissance, nous voyons que le nombre d'atomes dans l'état  $|F = 3\rangle$  sature, et si la puissance augmente encore plus, le nombre d'atomes dans  $|F = 4\rangle$  commence lui aussi à augmenter. Nous nous plaçons donc entre les deux, aux environs de 120 mV, de manière à faire un compromis. Cette partie de la détection a beaucoup été améliorée dans les dernières années grâce notamment à l'ajout de caches noirs pour limiter la lumière diffusée. Un bon alignement de la nappe de repompeur et son déplacement plus proche de la nappe

du bas que celle du haut ont également aidé [Savoie, 2017].

- Les coefficients  $C_{BH}$  (atomes du bas détectés en haut) sont ajustés en préparant les atomes dans  $|F = 3\rangle$  (grâce à une impulsion micro onde et un faisceau pousseur). La diaphonie est généralement de l'ordre de 10% (coefficients de l'ordre de 0.1).
- En préparant les atomes dans l'état  $|F = 4\rangle$ , ils devraient être détecté de la même manière dans les deux nappes ( $N_3 = 0$ , soit  $N_{Tot} = N_4$ ), et la transition de probabilité devrait alors être de 1. Les coefficients  $C_{HB}$  sont alors ajustés pour corriger la diaphonie, de l'ordre de 15% (les coefficients sont ainsi de 1.15).

Nous avons décrit le système utilisé pour détecter les atomes à la fin de l'interféromètre. La détection a subi de nombreuses améliorations au cours des dernières années, avec plusieurs itérations ayant pour but de limiter la lumière diffusée dans la chambre et le couplage entre les nappes de lumière. Cela reste néanmoins un des points à améliorer dans le futur, principalement à cause du profil inhomogène des nappes de lumière et de la taille un peu trop faible de la détection par rapport à la taille du nuage. Nous allons maintenant nous intéresser aux différentes sources de bruit de détection, à leur caractérisation et leur mesure.

### III.4.2 Bruit de détection

Une étude détaillée du bruit de détection a été réalisée dans la thèse de Denis Savoie [Savoie, 2017] notamment lors du changement du système de détection pour arriver au montage actuel. Nous essaierons tout d'abord de distinguer et d'estimer les différents bruits théoriques qui interviennent lors de la détection avant de les mesurer directement avec les atomes. Nous pouvons distinguer les contributions suivantes :

- Bruits électroniques (ADC, chaine d'amplification)
- Bruit dû à la lumière parasite
- Bruit dû aux fluctuations de puissances et de polarisation des faisceaux de détection
- Bruit de projection quantique

### Mesure du bruit de détection

Les mesures ont été effectuées après le changement du PMO 2D ainsi que lors du remplacement des circuits transimpédance des photodiodes de détection. Nous nous intéressons d'abord aux bruits électronique de la carte d'acquisition (ADC) et de la chaine d'amplification, ainsi qu'au bruit de grenaille.

Les contributions sont présentées dans le tableau (III.8). Les valeurs correspondent à la variance à un coup (1.3 s) des différents bruits. Les contributions sont ensuite calculées en faisant l'hypothèse d'un interféromètre de 800 ms de 20% de contraste, et d'une durée de détection de 20 ms. Le signal de probabilité est obtenu en intégrant le signal de temps de vol mesuré en volt  $V(t)$  dans une fenêtre de détection d'une durée  $\Delta t$ . Le bruit en volt est noté  $\sigma_V$  et le bruit de probabilité  $\sigma_p$  estimé en divisant le bruit  $\sigma_V$  par le signal typique.



	Électronique		Photons
	Carte (ADC)	Total	
$\sigma_p$	$8.1 \times 10^{-5}$	$8.6 \times 10^{-4}$	$1.0 \times 10^{-3}$
$\sigma_\phi$ (mrad)	0.8	8.6	10.3
$\sigma_\Omega$ (nrad.s <sup>-1</sup> )	0.2	1.9	2.2

Table III.8 Mesures et contributions du bruit électronique et du bruit de photons à un coup (1.3 s). Nous reportons les valeurs du bruit de probabilité calculé ( $\sigma_p$ ), du bruit de phase pour 20% de contraste ( $\sigma_\phi$ ) et du bruit de rotation équivalent calculé à l'aide du facteur d'échelle de l'instrument à la rotation ( $\sigma_\Omega$ )

$$\sigma_p = \frac{\sigma_V}{\text{signal}} \quad \text{signal} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} V(t) dt \quad (\text{III.18})$$

Nous nous intéressons ensuite aux bruits liés aux atomes et à leur interaction avec la lumière de détection. En lançant les atomes dans F=4, les mesures seront sensibles aux fluctuations de la lumière entre la nappe du haut et celle du bas, principalement dû à des fluctuations de polarisation. En lançant les atomes dans F=3, nous rajoutons la contribution du repompeur et ses fluctuations. L'étape suivante consiste à ajouter une interaction avec les lasers Raman, pour déterminer leur contribution au bruit total. Avec une impulsion  $\pi$ , la sensibilité aux fluctuations de puissance Raman sera faible, et avec une impulsion  $\pi/2$ , la sensibilité sera maximale.

Pour essayer d'estimer le plus fidèlement possible le bruit de détection qui sera présent lors d'une mesure interférométrique nous mesurons les fluctuations de probabilité avec un interféromètre non refermé. En décalant une des quatre impulsions Raman de 100  $\mu\text{s}$ , il n'y aura pas d'interférences, mais les atomes auront vu les quatre interactions Raman, une configuration la plus proche possible de l'interféromètre final. Les mesures ainsi que les différentes contributions au bruit de rotation sont présentées dans le tableau (III.9).

	Atomes		Impulsions		4 Impulsions
	F=4	F=3	$\pi$	$\pi/2$	
$\sigma_p$	$3.5 \times 10^{-3}$	$2.9 \times 10^{-3}$	$2.2 \times 10^{-3}$	$3.0 \times 10^{-3}$	$1.8 \times 10^{-3}$
$\sigma_\phi$ (mrad)	35.0	29.1	22.0	29.8	17.8
$\sigma_\Omega$ (nrad.s <sup>-1</sup> )	7.6	6.3	4.8	6.5	3.9

Table III.9 Différentes mesures de bruit de détection à un coup (1.3 s) et leur contribution au bruit de probabilité, de phase et de phase de rotation pour un interféromètre de  $2T = 800$  ms et 20 % de contraste.

Au final, le bruit à un coup est de 4 de nrad.s<sup>-1</sup>, pour le moment plus bas que notre meilleure sensibilité obtenue de 32 nrad.s<sup>-1</sup> à 1 seconde, mais seulement d'un ordre de grandeur. Il s'agira dans le futur d'un des points à améliorer.

### Niveaux de bruits fondamentaux - valeurs attendues

Les spécifications des photodiodes ainsi que la connaissance des différents éléments de la chaîne d'acquisition permettent de calculer les contributions attendues des différents bruits. Les deux photodiodes 2 cadrans *Hamamatsu S5870* ont une NEP (*Noise equivalent Power*, ou Puissance Équivalente de Bruit) égale à  $3.5 \times 10^{-14} \text{ W.Hz}^{-1/2}$ . Le gain  $G$  du deuxième amplificateur est égal à 10, et la résistance du circuit transimpédance est  $R = 68 \text{ M}\Omega$ . Les contributions théoriques sont les suivantes :

- Bruit de courant d'obscurité (Dark current), caractérisé par la NEP :

$$\begin{aligned}\sigma_V^{\text{NEP}} &= \text{NEP} \times S \times R \times G = 1.7 \times 10^{-5} \text{ V.Hz}^{-1/2} \\ \sigma_p^{\text{NEP}} &= 1.4 \times 10^{-3}\end{aligned}\quad (\text{III.19})$$

où  $S$  représente la photo-sensibilité donnée par le fabricant de  $0.72 \text{ A/W}$ .

- Bruit de Johnson (pour une température de  $300 \text{ K}$ ) :

$$\begin{aligned}\sigma_V^{\text{Th}} &= \sqrt{4k_B T R G} = 1.1 \times 10^{-5} \text{ V.Hz}^{-1/2} \\ \sigma_p^{\text{Th}} &= 9.2 \times 10^{-4}\end{aligned}\quad (\text{III.20})$$

- Bruit de grenaille (photon shot noise) :

$$\begin{aligned}\sigma_V^{\text{Shot}} &= \sqrt{\frac{UhcSR}{\lambda}} G = 3.0 \times 10^{-5} \text{ V.Hz}^{-1/2} \\ \sigma_p^{\text{Shot}} &= 2.5 \times 10^{-3}\end{aligned}\quad (\text{III.21})$$

où  $U$  représente le niveau de fluorescence résiduel en Volts. Le bruit de grenaille reste la contribution principale au bruit de détection. Tous les bruits ont été convertis en bruits de probabilité à l'aide de la formule (III.18) pour faciliter la comparaison.

Le bruit électronique total (courant d'obscurité et Johnson) a une contribution attendue de  $1.7 \times 10^{-3}$ , comparée à la valeur mesurée de  $8.6 \times 10^{-4}$ , et le bruit total a une contribution attendue de  $3.0 \times 10^{-3}$ , ce qui est proche de la valeur mesurée de  $1.8 \times 10^{-3}$ .

### Évolution du bruit avec le nombre d'atomes

Le bruit de projection quantique (QPN), est la limite fondamentale de notre type d'instrument et dépend directement du nombre d'atomes. Pour un contraste de 100% et dans le cas d'un interféromètre limité par le bruit de projection quantique [Gauguet et al., 2009], l'écart type de la probabilité pour  $N_{\text{Det}}$  atomes détectés est :

$$\sigma_{P_N} = \sqrt{\frac{P(1-P)}{N_{\text{Det}}}}\quad (\text{III.22})$$

Nous pouvons mesurer le bruit de probabilité en fonction du nombre d'atomes et le comparer au bruit de projection quantique. Nous effectuons une impulsion Raman de telle manière à avoir une probabilité moyenne de 0.5. La pulsation de Rabi a été volontairement diminuée de manière à pouvoir faire une impulsion  $\pi$  tout en gardant la probabilité à 0.5, de

telle manière de se libérer des fluctuations de puissance et de fréquence des lasers Raman. Le nombre d'atomes est ensuite varié en changeant le temps de chargement du PMO [Gauguet, 2006].

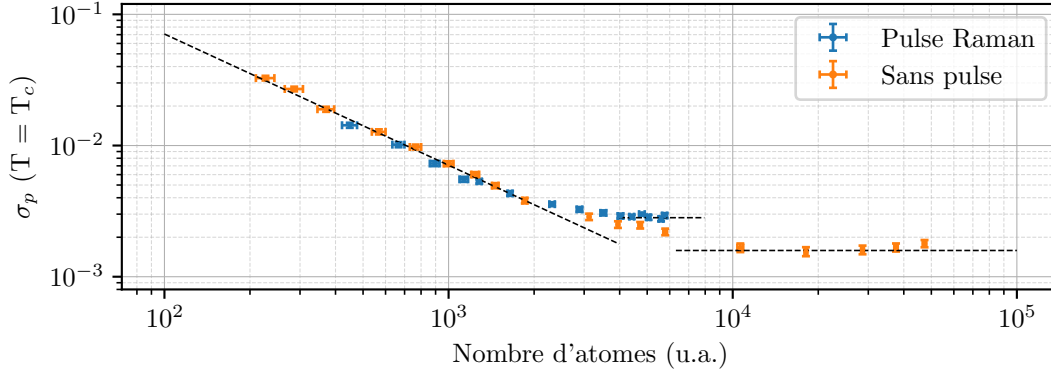


Fig. III.47 Bruit de probabilité en fonction du nombre d'atomes en unité arbitraire. Chaque point correspond au premier point d'une variance d'Allan du signal de probabilité (pour un temps de cycle  $T_c = 1.3$  s).

Chaque point sur la courbe (III.47) représente la variance à un coup pour une série de mesure de probabilités. Nous observons deux pentes différentes correspondant respectivement au bruit technique (de pente  $1/N$ ), et au bruit de laser et de normalisation (de pente nulle). Nous n'atteignons pas le bruit de projection quantique, et la pente  $1/\sqrt{N}$  n'apparaît ainsi pas lors des mesures.

### III.5 Estimation de la température des atomes

La température des atomes après leur préparation va déterminer l'expansion thermique du nuage pendant le temps de vol et l'interféromètre. Des atomes trop chauds entraînent des effets indésirables dus aux tailles finies des faisceaux Raman et de la détection. La bonne connaissance de la distribution en vitesse du nuage atomique sera également importante pour la bonne compréhension et caractérisation d'effets systématiques et de biais qui seront discutés par la suite.

#### III.5.1 Temps de vol

Il est possible d'estimer la température du nuage atomique en mesurant son expansion. Celle-ci est linéaire avec le temps et s'exprime comme :

$$\sigma_r^2(t) = \sigma_{r_0}^2 + t^2 \frac{k_B T}{m} \quad (\text{III.23})$$

avec  $\sigma_{r_0}$  la taille initiale du nuage avant lancement. Comme nous ne connaissons pas la taille initiale du nuage, il est possible de mesurer la largeur du temps de vol à la montée et à la descente et d'en extraire la température.

Les mesures ont été faites avec une vitesse de lancement de  $5.04 \text{ m.s}^{-1}$ , en chargeant le piège 20 ms, pour ne pas saturer les photodiodes lors du lancement. Nous mesurons après

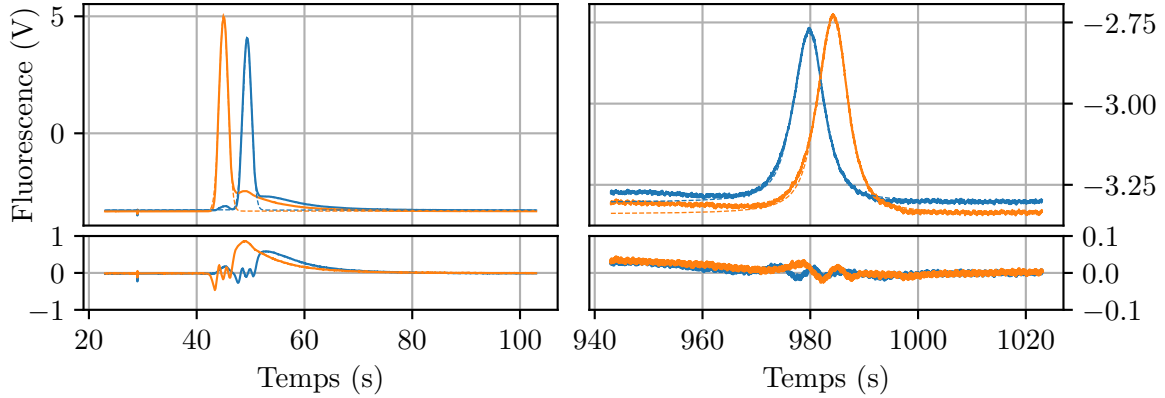


Fig. III.48 Temps de vol dans les deux nappes de détection (orange et bleu) à la montée à gauche (descente à droite) ainsi que les ajustements gaussiens (Voigt) et les résidus associés. Les atomes sont lancés à  $5.04 \text{ m.s}^{-1}$  et croisent la détection aux alentours de 50 ms à la montée et 980 ms à la descente. Nous observons dans le temps de vol à la montée la diaphonie entre nappes ainsi qu'une trainée d'atomes plus chaud probablement mal lancés. Afin de ne pas saturer la photodiode, le PMO n'a été chargé que 20 ms pour ces mesures, et ces dernières ne reflètent probablement pas exactement les conditions habituelles de mesures.

un ajustement gaussien une largeur à mi-hauteur de 1.88 ms à la montée et de 6.5 ms à la descente. Nous obtenons ainsi une distribution en vitesse de sigma :

$$\sigma_v = \frac{v_{\text{sonde}}}{(t_M - t_D)} (\sigma_{t,M} - \sigma_{t,D}) \quad (\text{III.24})$$

avec  $\sigma_v$  caractérisant la distribution en vitesse du nuage,  $t_M$  et  $t_D$  les temps de montée et descente (nous avons mesuré  $t_M = 44.9 \text{ ms}$  et  $t_D = 984 \text{ ms}$ ) et  $\sigma_{t,M}$  et  $\sigma_{t,D}$  l'écart type des distribution à la montée et à la descente dans le domaine temporel. Nous trouvons ici un  $\sigma_v$  de  $3.6 v_r$  soit une température typique de  $2.6 \mu\text{K}$ .

Nous avons simulé l'évolution de la largeur du temps de vol lors de la descente en fonction de la température du nuage, ce qui est pratique pour convertir quotidiennement les largeurs mesurées en ms vers la température en  $\mu\text{K}$ .

### III.5.2 Spectroscopie Raman

Une seconde méthode pour mesurer la température du nuage atomique consiste à utiliser la spectroscopie Raman, grâce à la sélectivité en vitesse des impulsions. En réalisant une impulsion suffisamment longue, il est possible d'éviter le phénomène de convolution par la largeur spectrale de l'impulsion Raman elle même. Nous réalisons ainsi une impulsion de  $178 \mu\text{s}$  en atténuant la puissance laser de 18 dB, de telle manière à effectuer une impulsion  $\pi$ . L'impulsion est ainsi suffisamment longue pour que le spectre Raman soit directement l'image de la distribution en vitesse du nuage.

Les mesures ont été faites à la montée et à la descente pour les deux transferts d'impulsions  $+k_{\text{eff}}$  et  $-k_{\text{eff}}$ . Nous pouvons extraire de la figure (III.50) les largeurs suivantes, 15.8 kHz et 18.21 kHz pour  $+k_{\text{eff}}$  et 20.96 kHz et 17.27 kHz pour  $-k_{\text{eff}}$ . La variation des différentes largeurs est principalement due aux problèmes posés par la détection. La taille de

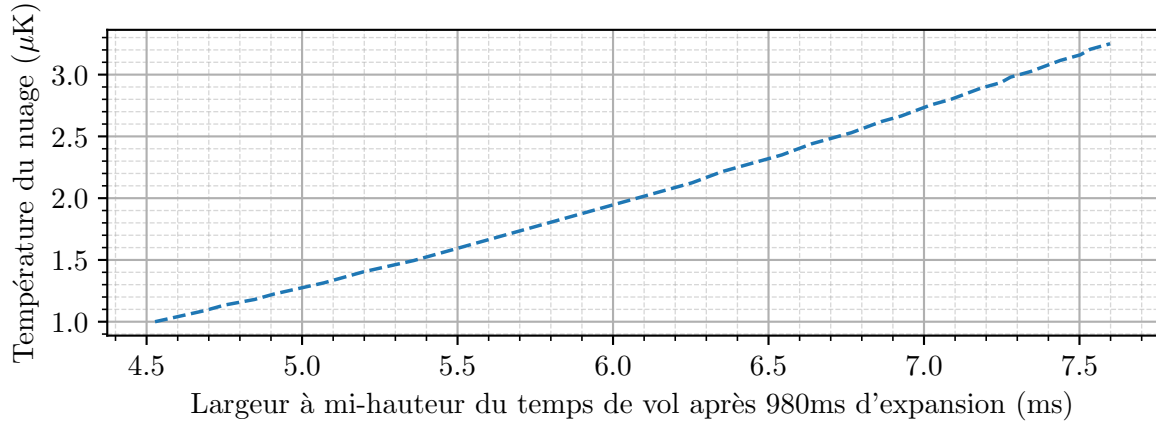


Fig. III.49 Simulation de l'évolution de la largeur à mi-hauteur du temps de vol en fonction de la température du nuage. Au cours de ma thèse, la largeur a variée entre 5.8 ms et 6.8 ms, soit des température comprises entre 1.8 et 2.6  $\mu\text{K}$ .

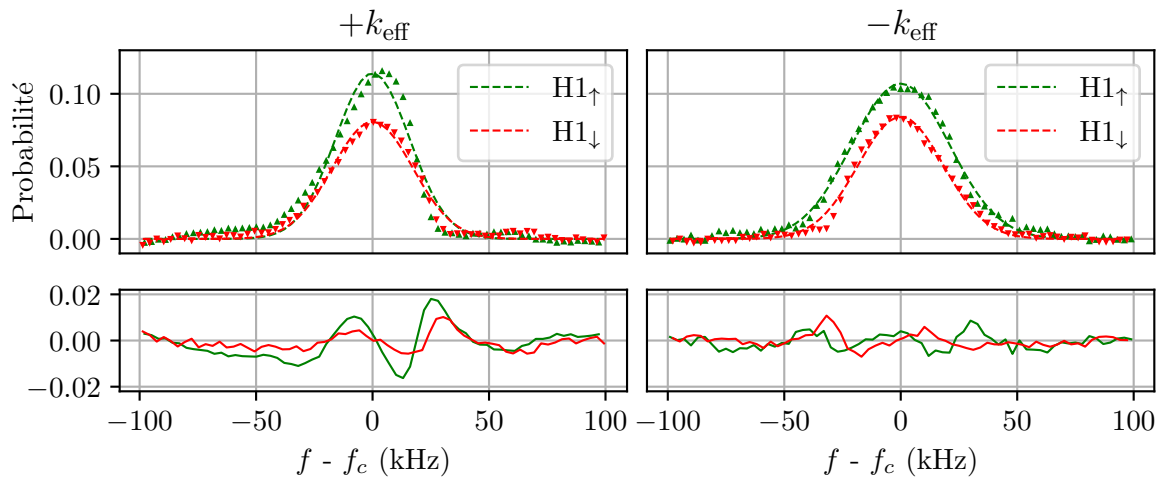


Fig. III.50 Spectres Raman lors de la montée et de la descente pour les deux directions de transfert d'impulsions. Un ajustement gaussien est effectué et les résidus présentés en dessous. Les atomes sont lancés à  $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , et détectés après 940 ms de temps de vol. L'impulsion à la montée est effectuée après 144 ms, et celle à la descente après 914 ms.

la détection est de 30 mm par 30 mm (à la fois pour la taille physique et pour la profondeur de champ). Si le nuage ne tombe pas au centre de la détection, la distribution en vitesse va être tronquée et le spectre Raman ne sera plus représentatif de la température des atomes. Une signature typique de cet effet est visible sur l'asymétrie des résidus du fit Gaussien pour  $+k_{\text{eff}}$ . La position de chute du nuage dans la détection dépend de plusieurs paramètres, à la fois de l'inclinaison de l'expérience, de la distribution en intensité de la détection, mais également du moment de l'impulsion Raman. En effet, si l'impulsion a lieu au début de la trajectoire (typiquement 114 ms après le lancement pour H1 à la montée), les atomes transférés se propageront 800 ms avec une impulsion de  $\hbar k_{\text{eff}}$ , à l'origine d'un déplacement transverse non négligeable (le décalage sera de 5.8 mm). Cet effet est limité en effectuant la spectroscopie sur la dernière fenêtre à la descente, réduisant ainsi le temps de vol après impulsion à environ 70 ms (soit un décalage de 0.2 mm).

Ces effets peuvent être simulés afin d'estimer la température réelle des atomes. Nous simulons ainsi une distribution en vitesse à une température donnée, avec une expansion thermique jusqu'au moment de la détection. Nous ajoutons ensuite un paramètre  $d$  correspondant au décalage du centre du nuage par rapport au centre de la détection. Plus  $d$  est grand, plus le spectre correspondant est asymétrique, et plus les résidus sont significatifs. Selon la température et le décalage, nous pouvons observer des changements de plus de 25% de l'écart type du spectre simulé, illustrant ainsi les problèmes liés à la proximité entre la taille du nuage et la taille de la détection.

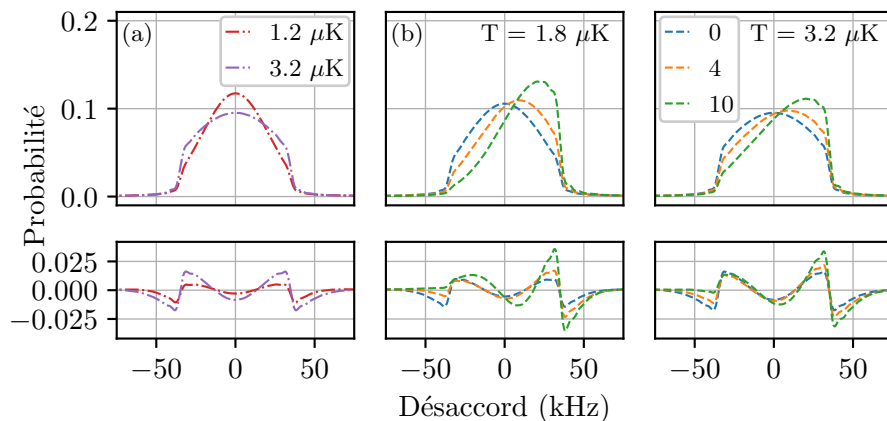


Fig. III.51 Simulation de la probabilité en fonction du désaccord et résidus des ajustements gaussiens pour différents paramètres. (a) Les atomes tombent au centre de la détection pour deux températures de nuage différentes, les résidus sont symétriques. (b) Profils pour différents décalage dans la détection, 0, 4, et 10 mm, pour une température de nuage de 1.8  $\mu\text{K}$ . (c) Même courbe mais pour un nuage de 3.2  $\mu\text{K}$

Si nous considérons que les atomes tombent au milieu de la détection lorsqu'ils sont interrogés à la descente, une largeur de 18 kHz correspondrait à une température de 1.2  $\mu\text{K}$ , ce qui est notablement inférieure à celles obtenues par temps de vol. Une telle largeur pourrait néanmoins être expliquée par une température entre 2.0 et 2.4  $\mu\text{K}$ , mais avec un décalage dans la détection de 10 mm. Nous ignorons également dans la simulation le profil en intensité des nappes de détections, fortement asymétrique. Une solution consisterait à volontairement

changer l'inclinaison de l'expérience de telle manière à faire varier la position des atomes dans la nappe lors de la détection et ainsi reconstituer complètement la distribution en vitesse.

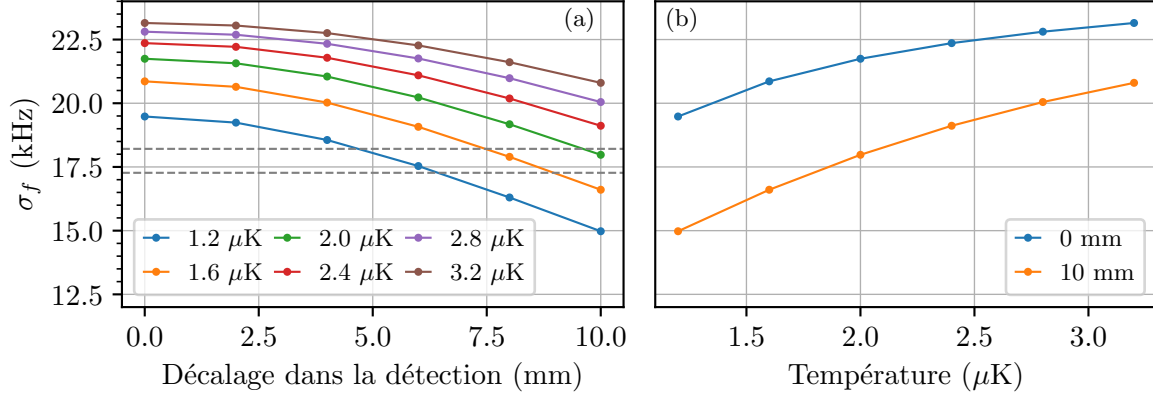


Fig. III.52 (a) Largeur  $\sigma_f$  en fonction du décalage dans la détection et pour plusieurs températures. Les deux lignes horizontales représentent les largeurs mesurées pour  $\text{H}1_{\downarrow}$ . (b) Largeur en fonction de la température pour deux décalage différents dans la détection.

Nous retiendrons de cette méthode que la température du nuage est comprise entre 1.2 et 3  $\mu\text{K}$ , et que la détection est un facteur limitant lorsque nous souhaitons étudier la distribution en vitesse du nuage.

Ces deux méthodes nous permettent d'estimer relativement grossièrement la température du nuage d'atome, la méthode par temps de vol restant la plus précise. Cela illustre également les problèmes liés à la détection lorsque la taille de celle-ci devient du même ordre de grandeur que la taille du nuage. Une bonne connaissance de la distribution en vitesse des atomes simplifie par la suite les calculs de déphasage liés à la taille du nuage, car cela permet de limiter les paramètres inconnus.

### III.6 Stabilisation de l'inclinaison de l'expérience

Pour limiter les fluctuations de projection de  $\vec{g}$  sur l'axe des faisceaux Raman et limiter les fluctuations de trajectoire des atomes, l'inclinaison de l'expérience est asservie dans les deux directions X et Y.

#### Effet des fluctuations d'inclinaisons

Selon la géométrie de l'interféromètre, l'effet de fluctuations d'inclinaison sera différent. Nous nous concentrons ici sur le schéma habituel de l'interféromètre à 4 impulsions avec une asymétrie temporelle  $\Delta T_a$ , dont l'origine est expliqué dans la section (IV.1.1). Cette asymétrie entraîne une phase :

$$\Phi_a = 2T\Delta T_a k_{\text{eff}} g \sin(\theta_0 + \delta\theta) \quad (\text{III.25})$$

où  $\theta_0$  représente l'angle des faisceaux Raman par rapport à la direction perpendiculaire à la verticale, et  $\delta\theta$  l'écart angulaire par rapport à la verticale du à une inclinaison de l'expérience. Pour les valeurs typiques  $T = 400$  ms et  $\Delta T_a = 40$   $\mu\text{s}$ , cela entraîne une phase de 4.6 mrad

par  $\mu\text{rad}$  d'inclinaison. Cet effet est grandement limitant pour la stabilité long terme. Une fluctuation d'inclinaison entraîne également des fluctuations de direction de lancement, qui produisent des effets systématiques dont nous discuterons dans la section IV.2.2.

C'est pourquoi nous utilisons un système d'asservissement de l'inclinaison composé d'un inclinomètre et d'actuateurs électro-magnétiques (bobine + aimant) pour effectuer la rétroaction.

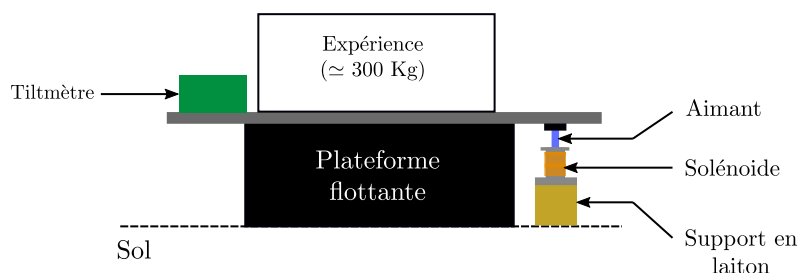


Fig. III.53 Schéma et placement de l'actuateur utilisé pour stabiliser l'inclinaison de l'expérience

L'inclinomètre est de la marque *Applied Geomechanics Incorporated* de la série 700. Il est utilisé en mode Haute sensibilité, avec une résolution de  $0.1 \mu\text{rad}$ , une constante de temps de  $0.5 \text{ s}$  et une sensibilité de  $100 \mu\text{rad/V}$ .

Les actuateurs utilisés pour la rétroaction sur la plateforme flottante sont des systèmes bobines-aimants qui permettent d'appliquer une force dépendante du courant dans la bobine. Le courant est délivré par une alimentation *Delta - Electronika ES300* et contrôlé par une entrée analogique. L'aimant est accroché sur le plateau de la plateforme flottante et positionné au centre de la bobine, qui repose sur le sol, fixée solidement sur un lourd socle en laiton servant à la fois à maintenir la bobine en place et à dissiper efficacement la chaleur.

Les deux bobines sont faites sur place et ont les caractéristiques suivantes :

- **Actuateur X** : 270 spires, rayon intérieur de 30 mm et longueur 100 mm
- **Actuateur Y** : 920 spires, rayon intérieur de 25 mm et longueur 55 mm, fil de cuivre de 0.5 mm

Les aimants sont des cylindres de 100 mm de longueur et de diamètre 15 mm en néodyme d'une force de 10 Kg<sup>5</sup>. Nous mesurons directement sur l'expérience le facteur d'échelle de chaque système bobine+aimant, en variant manuellement le courant dans la bobine et en mesurant la réponse avec l'inclinomètre.

Selon la direction, le facteur d'échelle d'un même système varie, principalement dû à la distribution de masse très différentes dans les deux directions et à des problèmes de couple. La direction X comporte uniquement les collimateurs Raman, mais la direction Y supporte le 2D MOT qui apporte une grosse asymétrie dans la distribution de masse. Selon la direction nous trouvons les valeurs suivantes pour les deux bobines respectivement X et Y :

Pour faire fonctionner la boucle d'asservissement, nous acquerront les valeurs de l'inclinomètre au moment de la détection des atomes. À l'aide d'un intégrateur numérique, nous asservissons la tension qui contrôle le courant délivré à la bobine de l'actuateur. Le courant

5. Supermagnet S-15-100-N, NdFeB Nickel-Plated, 130g, Force 80 N, Force de déplacement 16 N



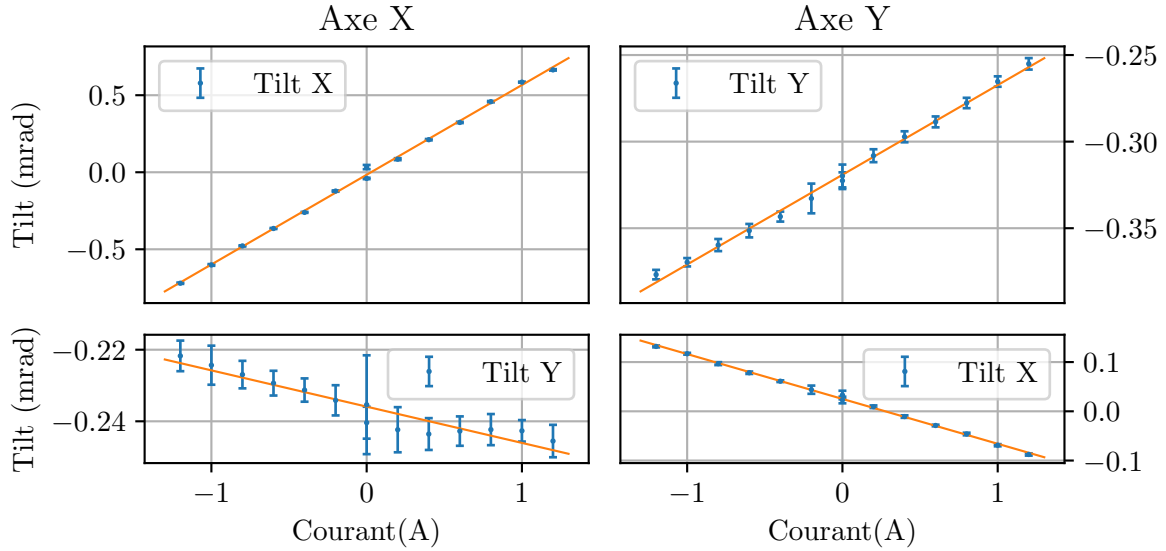


Fig. III.54 Mesures du facteur d'échelle du système de tilt de la plateforme dans les deux directions ainsi que la diaphonie entre directions. La diaphonie est bien plus importante sur l'axe Y que sur l'axe X, pour des raisons liées à la distribution de masse sur la plateforme.

	Bobine n°1 (X) ( $\mu\text{rad}/\text{A}$ )	Bobine n°2 (Y) ( $\mu\text{rad}/\text{A}$ )
Direction X	-675	-582
Diaphonie sur Y	+9	+10
Direction Y	-80	-51
Diaphonie sur X	+142	+91

Table III.10 Facteurs d'inclinaison en fonction du courant dans les deux bobines ainsi que les valeurs de diaphonie. Les deux bobines sont placées successivement sur l'axe X (deux premières lignes) puis sur l'axe Y (deux dernières lignes). La même bobine n'a pas le même facteur d'échelle selon la direction où elle est installée, principalement dû à la répartition des masses.

de rétroaction à l'itération  $i$  est noté  $I^i$ , le gain  $\alpha$ , la valeur renvoyée par l'inclinomètre  $V_{Tilt}^i$  et  $V_{Tilt}^0$  la valeur de consigne, le courant à appliquer à la prochaine itération peut s'écrire comme :

$$I^{i+1} = I^i + \alpha(V_{Tilt}^{i+1} - V_{Tilt}^0) \quad (\text{III.26})$$

Le gain des deux boucles d'asservissement (pour l'axe X et Y) est contrôlé séparément pour éviter les problèmes de couplages d'axe compte tenu de la diaphonie importante.

Nous nous sommes aperçus vers la fin de ma thèse que notre inclinomètre ne fonctionnait plus correctement. Une fois comparé avec un autre instrument sur une expérience voisine, nous nous sommes rendus compte que son niveau de bruit était un ordre de grandeur au dessus. L'instrument était également utilisé sans son filtre intégré, augmentant encore le niveau de bruit final. Comme nous nous intéressons uniquement à la stabilité long terme de l'inclinaison, nous avons ré-activé le filtre sur le nouvel instrument. La les niveaux de bruit

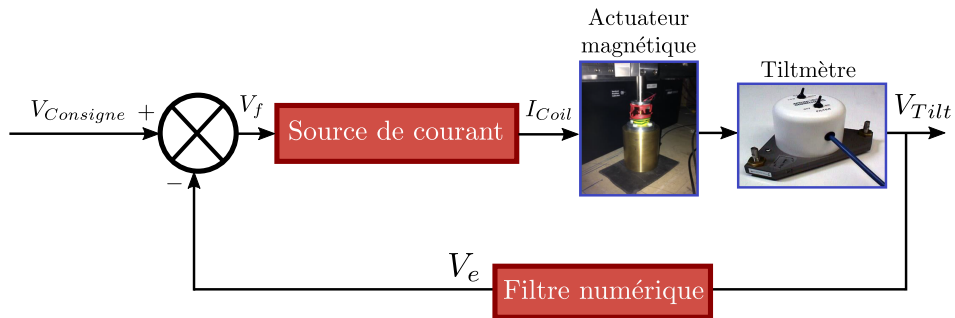


Fig. III.55 Schéma de principe de l'asservissement de l'inclinaison

du nouveau capteur avec et sans filtre sont présentés sur la figure (III.56).

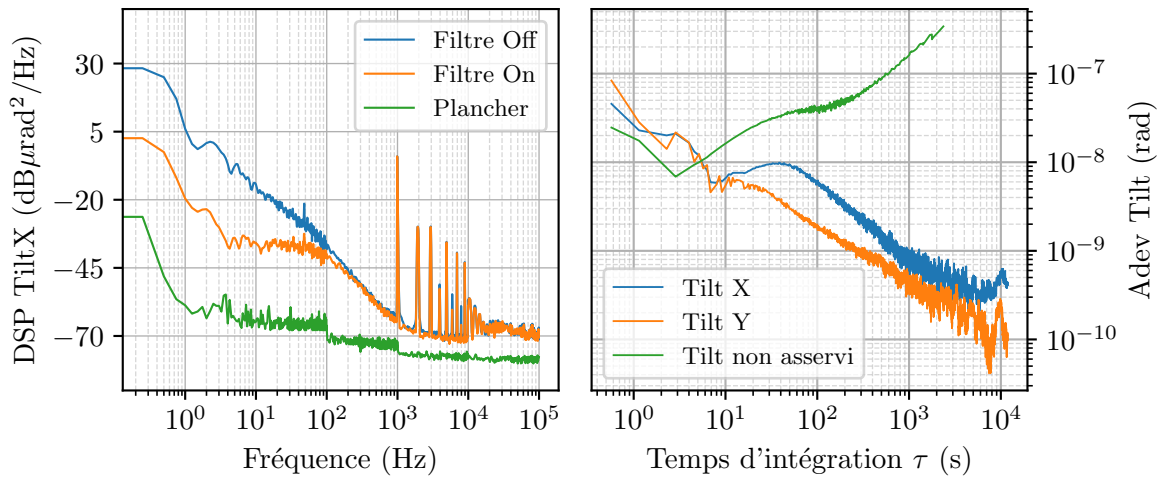


Fig. III.56 (Gauche) Performance du nouvel inclinomètre avec et sans filtre comparé avec le plancher de l'analyseur de spectre. (Droite) Variance d'Allan du tilt asservi et non asservi pour les deux directions. Le tilt arrive à un niveau de 0.1 nrad au bout de 10000 s, au moins 4 ordres de grandeurs meilleurs que lorsque celui-ci n'est pas asservi.

À l'aide de la stabilisation de l'inclinaison de l'expérience, il devient possible de diminuer la contribution à la phase des fluctuations de projections de  $\vec{g}$  de plusieurs ordres de grandeurs. Elle est désormais inférieure à  $2 \text{ nrad.s}^{-1}/\sqrt{\text{Hz}}$  et 50 fois plus faible que la meilleure stabilité obtenue avec le gyromètre. Les mesures de stabilité de l'inclinaison ont néanmoins été effectuées dans la boucle d'asservissement, et il n'est ainsi pas possible de se libérer des dérives propres à l'inclinomètre lui-même. Des mesures d'inclinaisons hors de la boucle, par exemple à l'aide de capteurs de positions sont à envisager pour le futur.

### III.6.1 Automatisation du réglage de l'inclinaison

Les bobines permettent de très bien stabiliser l'inclinaison de l'expérience une fois celle-ci proche de la bonne valeur. Il arrive cependant régulièrement que l'inclinaison dérive hors de la plage de capture de l'asservissement, et parte en buté. Par ailleurs, si le courant délivré aux bobines est proche du maximum (entre 1 et 2 A), la chaleur dégagée va chauffer l'in-

térieur de l'expérience ce qui entraîne des dés-alignement des miroirs Raman ainsi que le besoin de re-thermaliser la boîte contenant l'expérience. Ils nous arrive également régulièrement d'avoir besoin de varier l'inclinaison d'une grande quantité afin de caractériser certains effets systématiques (voir section IV.2.2), ou bien lorsque l'expérience est tournée pour des mesures de l'effet Sagnac (chapitre VII). Depuis l'origine, le mouvement des masses se fait manuellement, ce qui est laborieux et nécessite d'ouvrir la boîte d'isolation thermique dans laquelle se trouve l'expérience, perturbant ainsi l'équilibre thermique. Nous avons ainsi mis en place un système permettant de bouger de manière contrôlée les masses à l'aide de rails pour ne plus avoir à ouvrir la boîte pour les régler. L'idée de départ consistait à placer un petit train remorquant des masses et tournant autour de l'expérience. Après avoir testé plusieurs locomotives Joueff, nous sommes parti sur un système plus robuste constitué de deux rails (un pour chaque axe) et contrôlé par un Arduino présenté ci dessous :

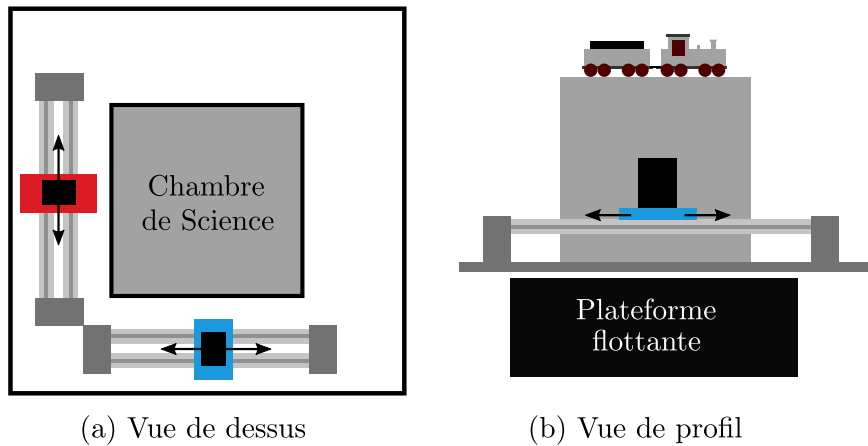


Fig. III.57 Illustration du nouveau système de déplacement automatique des masses utilisé pour le réglage grossier de l'inclinaison de l'expérience.

Sur chacun des rails est fixé un chariot sur lequel est placée une masse de plomb. Un moteur vient translater le chariot, de manière similaire au fonctionnement d'une imprimante 3D. Le mouvement des masses permet d'atteindre la gamme d'angle limite de l'inclinomètre ( $\pm 8$  V, soit  $\pm 0.8$  mrad) dans les deux directions. Le pilotage s'effectue directement depuis l'ordinateur de contrôle, et peut même être automatisé.

## III.7 Isolation des perturbations extérieures

### III.7.1 Isolation thermique et acoustique

L'ensemble de la chambre de science est placée dans une boîte acoustique composée de panneaux isolants. Chaque panneau est en Dibond (Une couche de polyéthylène coincée entre deux couches d'aluminium de 0.3 mm d'épaisseur) sur laquelle est fixée une couche de mousse de 57 mm (d'une densité de  $20 \text{ kg/m}^3$  et d'une atténuation de -21 dB à 125 Hz, -58 dB à 8 kHz). La boîte d'un volume de  $8 \text{ m}^3$  est composée de 5 de ces panneaux (quatre de côtés et un au dessus), les détails de l'atténuation acoustique sont présentés dans la thèse de M. Meunier [Meunier, 2013], page 90 avec différentes DSP de bruit avec et sans la boîte d'isolation acoustique.

Cette boîte sert également d'isolation thermique en limitant les fluctuations de température autour du gyromètre. Cela permet par exemple de filtrer les fluctuations dues au cycle de l'air conditionné de la salle d'expérience, qui ont une période d'environ 30 min. Différents capteurs de températures sont disposés à la fois à l'intérieur et à l'extérieur de la boîte afin de surveiller l'évolution de la température. Des sources de chaleur sont également présentes à l'intérieur de la boîte (bobines de PMO, bobines de sélection, bobines pour l'inclinaison...). Les changements de temps de cycle ont ainsi une influence sur la température intérieure, nécessitant d'attendre plusieurs heures afin que l'air contenu dans la boîte (et dans les blindages) soit à une température stable.

### III.7.2 Vibrations

Le dispositif expérimental complet est posé sur une plateforme d'isolation des vibrations *Minus K - BM1* afin de réduire l'impact des bruits venant du sol (métros, voitures...). Cette plateforme possède une fréquence de résonance autour de 0.5 Hz avec une charge possible entre 285 et 408 Kg, tous les bruits au dessus de la fréquence de résonance sont ainsi atténués. Nous souhaitons amortir à la fois les bruits verticaux et horizontaux (la direction des Raman). La fréquence de résonance horizontale de la plateforme dépend de la charge totale et il est possible de l'ajuster en enlevant ou rajoutant des masses.

Pour mesurer le niveau de bruit au niveau de la chambre de science, nous enregistrons les vibrations à l'aide de deux sismomètres Trillium Compact 120 s trois axes. Ce sont des sismomètres large bande tri-axiaux en configuration Galperin [Townsend, 2014]. Les signaux issus de ces capteurs permettent d'évaluer le réglage de la plateforme d'isolation mais servent également à compenser l'effet des vibrations directement sur la phase de l'interféromètre (voir section V.1).

#### Fonction de transfert des sismomètres

Les capteurs Trillium compacts combinent leur petite taille avec une fonction de transfert en amplitude plate sur une large bande de 0.01 Hz à 100Hz. Leur niveau de bruit propre est également bon malgré leur taille [Xu and Yuan, 2019] et le déphasage introduit reste également raisonnable entre 0.1 et 10 Hz, bande où notre interféromètre est le plus sensible.

L'impact du déphasage du signal de vibration sur l'interféromètre atomique sera discuté au chapitre suivant. Nous pouvons néanmoins estimer la contribution de la phase de vibration

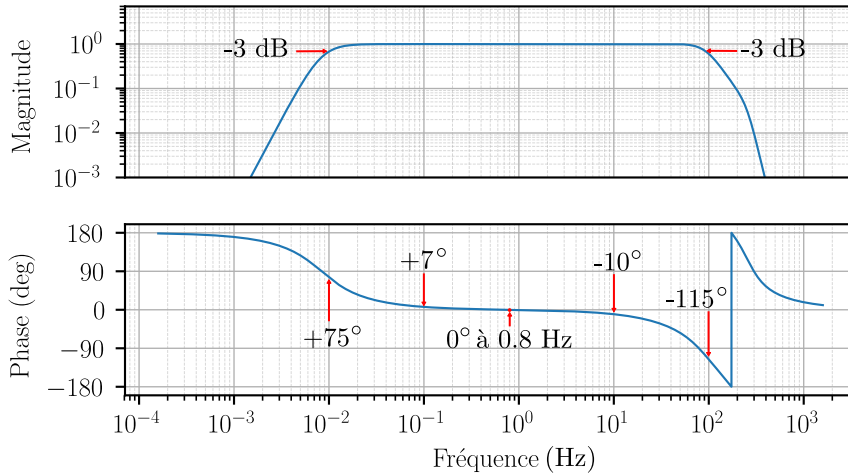


Fig. III.58 Fonction de transfert théorique en amplitude et en phase donnée par le constructeur. L'amplitude du signal diminue à basse fréquence sous 0.01 Hz et à haute fréquence au dessus de 100 Hz. L'amplitude a été ici normalisée à 1, mais la sensibilité est de 750 V/m.s<sup>-1</sup>.

à l'aide de la fonction de sensibilité à l'accélération  $|H_a(\omega)|$  discutée dans la section (II.2.1). La phase de vibration entre deux fréquences  $f_1$  et  $f_2$  se calcule de la manière suivante :

$$\sigma_{\Phi}^2 = \int_{f_1}^{f_2} |H_a(\omega)| S_a(\omega) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (\text{III.27})$$

où  $S_a(\omega)$  est la densité spectrale de puissance de bruit d'accélération calculée à partir des signaux des sismomètres.

Les capteurs ont une sensibilité de 750 V/m.s<sup>-1</sup> et le signal mesuré est de l'ordre de quelques mV ce qui rends le traitement du signal et la caractérisation des bruits parasites une étape importante pour la bonne estimation du bruit d'accélération.

### Bruit électronique et filtrage

Le système d'acquisition des signaux des sismomètres engendre du bruit électronique, qui, selon l'amplitude des signaux peut ne pas être négligeable. Deux cartes National Instrument différentes peuvent être utilisées pour l'acquisition des signaux, une carte 24 bits 4 canaux (NI-PCI-4474) et une carte 16 bits 24 canaux (NI-PCIE-6341). Les bruits sont différents sur les deux cartes, et en vu d'acquérir plus de 4 signaux à la fois (X, Y et Z sur les deux sismomètres), nous avons étudié les deux. Comme il s'agit principalement de bruit de digitalisation, selon la gamme de valeurs acquises, le niveau de bruit sera différent. Les plages possibles sur ce type de carte sont -10 V/10 V, -1 V/1 V et -0.1 V/0.1 V. Le signal des sismomètres est flottant et a besoin d'être acquis en mode différentiel, ce qui est possible sur la carte PCIE-6341 (à condition d'effectuer une modification de la carte en entrée<sup>6</sup>), mais pas pour la carte PCI-4474, où nous utilisons le mode pseudo-différentiel. C'est avec

6. Pour les signaux différentiels flottants, NI recommande l'ajout de deux résistances de polarisation à l'entrée de la carte d'acquisition [NI].

ces différents modes et pour différentes gammes d'acquisitions que nous avons réalisées les mesures de bruits des cartes présentées dans le tableau (III.11).

Bande de fréquences (Hz)	0.1 - 1	1 - 10	10 - 100	100 - 1k
16 bits/24 bits (mrad)				
-10V/10V	28.9/4.5	70.2/10.3	18.8/1.2	5.5/0.4
-1V/1V	3.6/5.9	8.7/12.2	2.0/1.3	0.6/0.4
-0.1V/0.1V	0.9/4.8	4.9/12.7	0.8/1.3	0.2/0.3

Table III.11 Récapitulatif du déphasage induit pas le bruit électronique des deux cartes en fonction de la gamme d'acquisition et des différentes gammes de fréquences. Les données utilisées pour les mesures de bruit ont été acquises à 5 kHz.

Nous pouvons remarquer que le niveau de bruit dépend beaucoup de la gamme d'acquisition pour la carte 16 bits, à l'opposé de la carte 24 bits, où le bruit reste constant quelque soit la plage de valeurs. Nous opérons habituellement dans la gamme -1V/1V, où le bruit est similaire entre les deux cartes. Nous utilisons ainsi la carte 16 bits afin de profiter du plus grand nombre de canaux disponibles, sans pour autant perdre en rapport signal à bruit.

La fonction de transfert des sismomètres indique qu'à partir de 100 Hz, l'amplitude du signal diminue rapidement. Cela signifie que tout signal enregistré au dessus de cette fréquence peut être considéré comme du bruit et ne représente plus les vibrations réelles. Pour éviter les bruits hautes fréquences dus aux bruits propres des sismomètres ainsi que les effets de repliement de spectre, nous avons installé un simple filtre analogique du premier ordre à l'entrée de la carte d'acquisition. Le filtre coupe à partir de 300 Hz et est installé sur les six premières voies de la carte 16 bits, l'effet du filtre est illustré sur la figure (III.59).

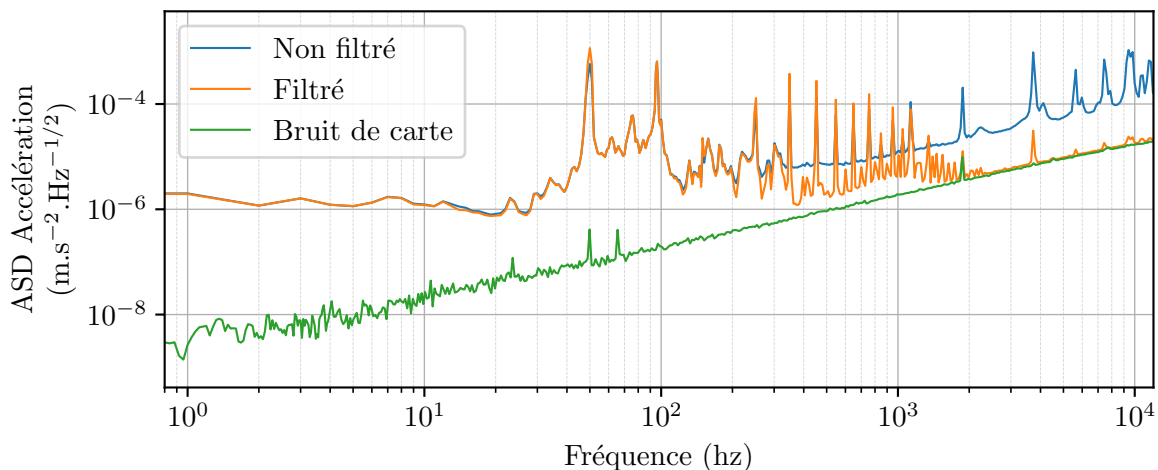


Fig. III.59 Densité Spectrale d'Amplitude (ASD) des signaux d'un sismomètre pour l'axe X avec et sans filtre ainsi que le bruit de la carte 16 bit. Après filtrage, le niveau de bruit devient limité par le bruit de la carte à haute fréquence.

### Bruit au sol - Plateforme

Le niveau de bruit au sol ou lorsque la plateforme ne flotte pas correctement suffit à complètement détruire le signal interférométrique, malgré les techniques de réjection que nous allons présenter dans le chapitre (V.1.3). Nous avons ainsi essayé de faire fonctionner l'expérience posée au sol (avec le bruit correspondant à la figure (III.60) de plateforme non-flottante) sans succès.

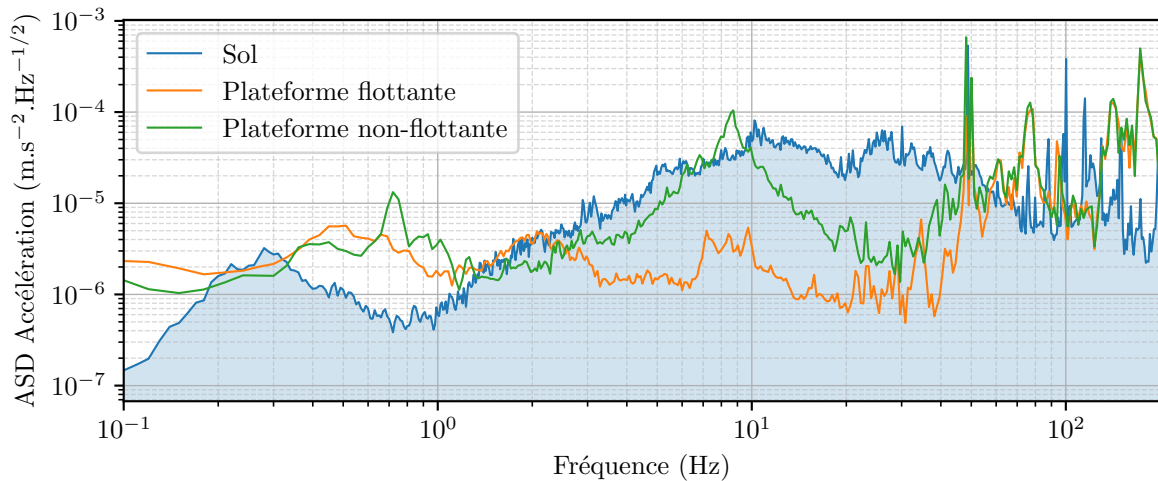


Fig. III.60 Densité spectrale d'amplitude du signal d'un des sismomètres (axe X) pour différentes comparaisons. L'instrument posé au sol, sur la plateforme flottante et sur la plateforme non flottante. Les acquisitions ont été réalisées à 30 kHz.

Nous pouvons observer que lorsque les capteurs sont posés au sol, le bruit de vibration entre 1 Hz et 100 Hz augmente d'au moins un ordre de grandeur mais que sous la fréquence propre de la plateforme flottante, le bruit est au contraire moins important. Le réglage de la plateforme est critique pour une bonne mesure interférométrique, et mesurer régulièrement les spectres de bruit permet de s'assurer de son bon fonctionnement. Les contributions du bruit de vibration à la phase lorsque la plateforme est au sol sont présentés dans le tableau (III.12). Nous pouvons remarquer qu'entre 1 Hz et 10 Hz et également entre 10 Hz et 100 Hz, la plateforme permet de gagner un facteur 2, voir plus. Le bruit est ramené autour de la fréquence de résonance de la plateforme et augmente considérablement entre 0.1 et 1 Hz, mais il s'agit des fréquences autour de lesquelles les techniques de réjection à l'aide des sismomètres fonctionnent le mieux.

Bande de fréquences (Hz)	0.1 - 1	1 - 10	10 - 100	100 - 1k
Sol (rad)	0.6	4.03	0.4	0.06
Plateforme non flottante (rad)	3.03	4.36	0.36	0.06
Plateforme flottante (rad)	2.58	2.10	0.06	0.06

Table III.12 Contributions du bruit de vibrations à la phase de l'interféromètre calculées à partir de la fonction de sensibilité à l'accélération pour un interféromètre à 4 impulsions et  $2T = 800$  ms.

### Bruits typiques

Pendant ma thèse, les sismomètres ont été déplacés à l'intérieur des blindages, le plus proche possible des miroirs de rétro-réflexion Raman. Les deux capteurs se trouvaient précédemment sur les barres qui forment la structure tenant la chambre à vide. Afin de mesurer le plus fidèlement les vibrations des miroirs (et non des vibrations supplémentaires de la structure par exemple), les deux capteurs sont désormais posés sur une pièce massive en aluminium qui tient également les miroirs. Les connecteurs ont été remplacés par des connecteurs non magnétiques et les câbles allongés sortent désormais des deux couches de blindage.

La figure (III.61) présente les spectres de bruit typiques des deux sismomètres dans les axes X et Z. L'axe Y est similaire à l'axe X et n'est pas affiché pour plus de clarté. Entre 0.1 et 1 Hz, nous pouvons observer deux bosses de bruit. La première vient du pic micro-sismique à la fréquence des vagues due à la houle (entre 10 et 16 s de période) et aux vagues stationnaires (à deux fois la fréquence, entre 4 et 8 s de période) [Ackerley, 2014]. La deuxième bosse a pour origine la fréquence propre de la plateforme anti-vibration, aux alentours de 0.5 Hz. Nous comparons ces bruits au NLNM et NHNM (New Low Noise Model et New High Noise Model, [Peterson, 1993]) qui sont des modélisations du bruit sismique ambiant dans les zones les plus et moins calmes de la planète.

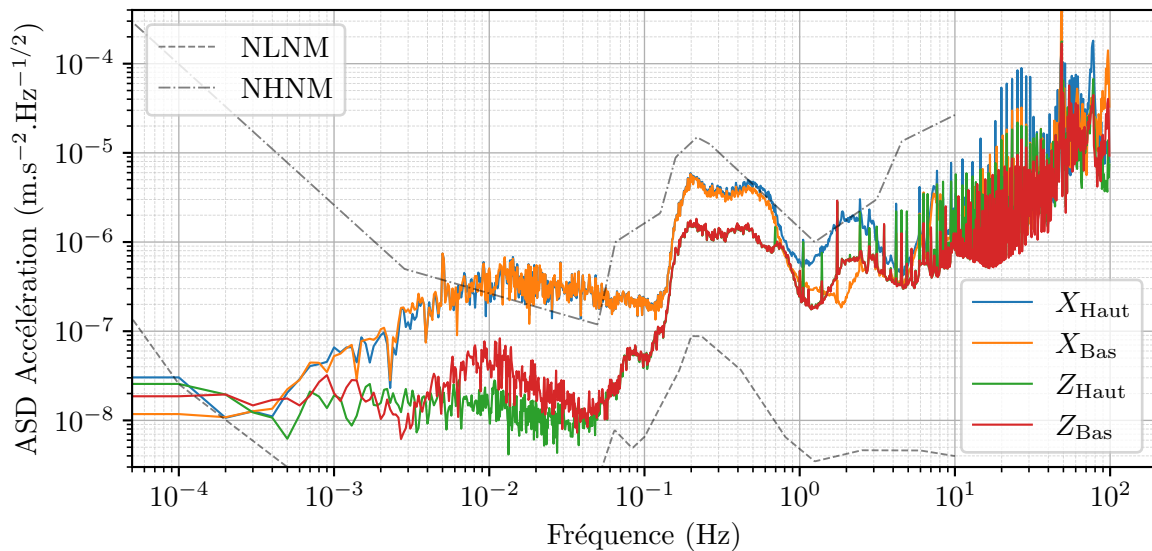


Fig. III.61 Densités spectrales d'amplitude des signaux enregistrés sur les deux sismomètres une fois dans les blindages. Sont également affichés les deux modèles de bruits. Les spectres sont issus d'une série temporelle de plusieurs heures acquise à 200 Hz pendant la nuit, et ne reflètent pas forcément le bruit diurne dû à l'activité humaine du centre parisien. La fréquence d'acquisition étant ici très basse comparée au fonctionnement habituel du système, le filtre anti-repliement présenté plus tôt n'a pas d'effet.

Nous remarquons que le bruit est bien moindre dans la direction verticale que dans la direction horizontale, principalement dû au fait que la plateforme flottante isole mieux les vibrations dans l'axe Z mais également dû au bruit ambiant vertical plus faible. La plateforme aura aussi tendance à transformer du bruit vertical en bruit horizontal, induisant ainsi du bruit de rotation. Les deux sismomètres ne se comportent également pas forcément de la



même manière, reflet des diverses résonances et mode de rotation de l'expérience.

En effectuant la demi-somme ou la demi-différence des signaux de nos deux capteurs, nous pouvons estimer respectivement le bruit d'accélération ou de rotation (autour de l'axe situé entre les deux capteurs). Lorsque nous effectuons la demi-différence des signaux, nous tombons sur le bruit de digitalisation du système d'acquisition au dessus de 1 Hz pour l'axe Z. Sous 0.1 Hz, nous observons une remontée qui ressemble fortement au bruit propre donné par le fabricant. Le niveau est plus élevé sur l'axe X, mais garde le même comportement. Les origines de ce bruit basse fréquence peuvent être multiples, à commencer par une sensibilité des sismomètres à des variations de tilt, de température, de pression et de champ magnétique [Ackerley, 2014].

Les contributions à la phase atomique se calculent de la même manière que précédemment. Nous utilisons la fonction de sensibilité à l'accélération pour le signal de demi-somme, et la fonction de sensibilité à la rotation pour le signal de demi-différence, les valeurs de phase sont reportées dans le tableau (III.13) pour différentes gammes de fréquences.

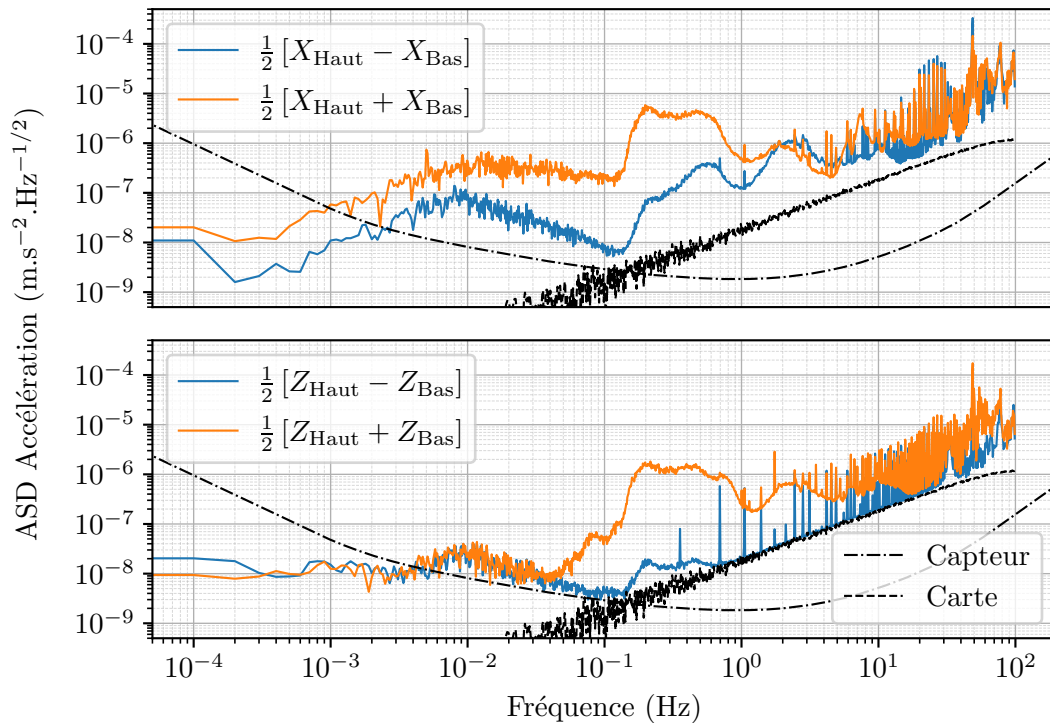


Fig. III.62 Demi-sommes et demi-différences des signaux extraits des deux sismomètres. Le signal de demi-somme est équivalent à une accélération et le signal de demi-différence à une rotation autour de l'axe situé entre les deux capteurs.

Pour l'accélération, la bande de fréquence qui contribue le plus est 0.1 Hz - 1 Hz, ce qui correspond au maximum de la fonction de sensibilité. Pour la rotation, la sensibilité ne diminue pas à basse fréquence alors que le bruit de vibration augmente, nous nous retrouvons donc avec des déphasages importants à basse fréquence, et notamment entre 10<sup>-4</sup> Hz et 10<sup>-2</sup> Hz, avec plusieurs radians. Nous verrons par la suite comment arriver à mesurer un signal interférométrique de quelques milli-radians malgré une phase de vibration si importante.

Fréquences (Hz)	0.0001 - 0.001	0.001 - 0.01	0.01 - 0.1	0.1 - 1	1 - 10	10 - 100
Acc X (rad)	0.0	0.0	0.01	1.64	0.52	0.15
Acc Z (rad)	0.0	0.0	0.0	0.61	0.37	0.12
Rot X (rad)	0.39	1.80	0.86	0.43	0.25	0.14
Rot Z (rad)	2.08	0.82	0.30	0.11	0.03	0.00

Table III.13 Contribution du bruit de vibrations à la phase de l'interféromètre calculés à partir de la fonction de sensibilité à l'accélération et à la rotation pour les axes X et Z, pour un interféromètre de  $2T = 800$  ms. Pour la fonction de transfert à la rotation, le centre de rotation a été pris au centre des deux sismomètres qui seront utilisés pour estimer la rotation ( $L=-0.48$ ).

### Fonction de transfert mécanique entre les 2 sismomètres

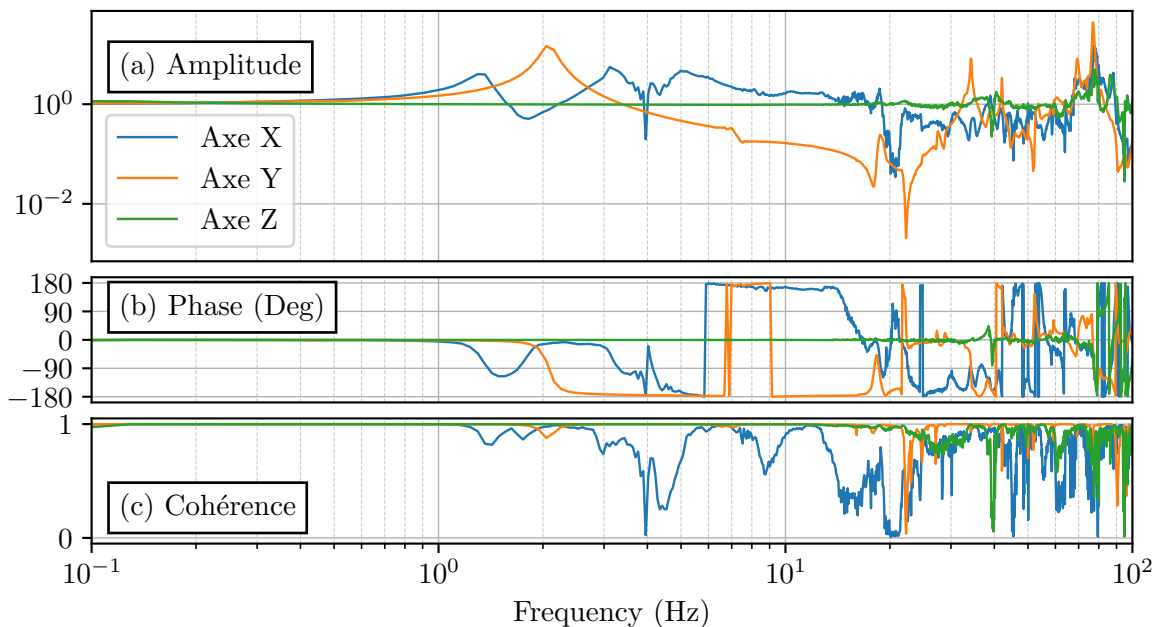


Fig. III.63 Fonction de transfert en amplitude et en phase entre les deux sismomètres (capteur du haut/capteur du bas). Nous pouvons observer un mode de rotation aux alentours de 2 Hz sur les axes X et Y. La fonction de transfert est quasiment plate sur l'axe Z, les deux capteurs étant l'un au dessus de l'autre.

Les mouvements des miroirs Raman par rapport au référentiel en chute libre des atomes sont définis par les différents modes de vibration de la structure (chambre à vide, pompes...). Il est possible d'évaluer la différence de mouvement des deux sismomètres et d'en déduire la fonction de transfert entre les deux. Nous aurons ainsi une indication du type de mouvement entre les deux capteurs (translations ou rotations). L'amplitude et la phase de cette fonction de transfert sont tracés pour les différents axes sur la figure (III.63).

Les deux sismomètres sont placés l'un au dessus de l'autre et pointent dans la même direction. Pour les axes X et Y, une résonance apparaît aux alentours de 2 Hz, correspondant

à un mode de rotation. Plusieurs autres résonances apparaissent entre 10 et 100 Hz, mais leur amplitude reste moindre comparée à la première. La fonction de transfert est plate sur l'axe Z, ce qui signifie que les deux capteurs ressentent exactement les mêmes vibrations.

## III.8 Rotation de l'expérience

### III.8.1 Plateforme de rotation

La phase mesurée par le gyromètre dépend directement de l'angle entre l'aire Sagnac et le nord géographique. L'expérience a longtemps été posée sur le sol avec cet angle fixe mais pour évaluer le facteur d'échelle et l'exactitude des mesures, nous avons besoin de faire tourner l'expérience. Nous avons donc procédé à l'installation d'une plateforme de rotation ALAR-250LP d'Aerotech, composée d'un moteur sans balais (des aimants permanents) et capable de tourner de  $360^\circ$  avec une précision de  $10 \mu\text{rad}$  et une charge de 500 kg. La plateforme est contrôlée à l'aide d'un boîtier *Soloist HLe* qui comporte un servo-contrôleur 1-axe ainsi que la gestion de l'alimentation et de la communication via USB ou Ethernet. Il est possible de contrôler la rotation de la plateforme depuis un ordinateur, ainsi que de la bloquer à une position donnée. Il faut pour cela préalablement régler une série de filtres digitaux ainsi que les gains de la boucle de contrôle. Cette opération est relativement risquée et il existe une chance non négligeable que la plateforme tourne sur elle-même de manière incontrôlée lors de la calibration, ou si la calibration n'est pas effectuée correctement. Cette calibration dépend de la distribution de masse et des différentes résonances mécaniques de la structure posée dessus. Nous n'avons pas pris le risque d'effectuer cette calibration pour le moment. Nous avons fait le choix de l'utiliser en mode libre, permettant de la tourner à la main, et de la bloquer à une position donnée à l'aide de solides masses de laiton. Il est possible de lire l'angle sur l'ordinateur auquel est relié le contrôleur. Cela permet de s'assurer que ce dernier ne varie pas au cours du temps et de le régler très précisément (au  $\mu\text{rad}$ ).

### III.8.2 Capteurs de positions

Les mouvements de la plateforme de rotation sont très bien contrôlés et peuvent être connus avec une grande précision. Néanmoins, il est possible que le plateau de la plateforme flottante tourne par rapport au plateau de la plateforme de rotation, entraînant ainsi une rotation effective de la chambre à vide. Ces rotations peuvent être induites par plusieurs phénomènes, que ce soit une relaxation des ressorts de la plateforme flottante, un changement de la distribution de masse sur le plateau, ou bien la traction de câbles ou de fibres sur le dispositif expérimental.

La phase en sortie du gyromètre dépend directement de l'orientation entre son aire orientée et le nord géographique. Dans la partie linéaire, lorsque l'aire est orientée vers l'ouest (ou l'est), la sensibilité maximale est ainsi de  $221 \text{ rad}\cdot\text{rad}^{-1}$ . Une rotation non contrôlée de 1 mrad entraîne donc un déphasage de 200 mrad, bien supérieur à ce que nous souhaitons contrôler.

Nous avons mis en place deux capteurs de position afin de mesurer les petites rotations entre les deux plateformes. Ce sont des capteurs à induction DW-AS-509-M12-390 de la marque Contrinex. Ils fonctionnent en appliquant une modulation de tension haute fréquence à une bobine fixée sur la tête du capteur. Lorsqu'une cible en métal est positionnée proche

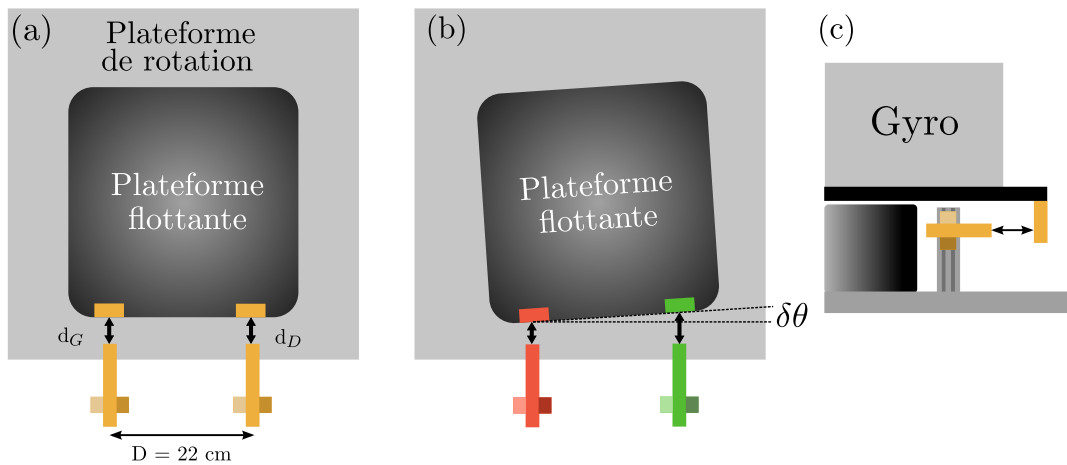


Fig. III.64 (a) Vue illustrative de dessus des deux capteurs de positions et des deux cibles. Les deux plateformes sont parallèles. (b) La plateforme flottante a tournée d'un angle  $\delta\theta$  par rapport à la plateforme de rotation. Les deux capteurs ne sont plus à la même distance de leurs cibles respectives. (c) Vue de côté du montage des capteurs et de leurs cibles, il s'agit d'une représentation réaliste du montage des capteurs.

du capteur, la réponse en tension en fonction du courant induit va changer. Ces changements sont convertis en signal de tension utile à l'aide d'un circuit intégré. Ces capteurs peuvent mesurer une plage de distance entre 0 et 6 mm et la cible est en acier de dimensions 10 x 20 x 30 mm.

Deux paires de capteurs/cibles sont fixées sur l'expérience. Les deux capteurs sont fixés sur la plateforme de rotation, et les deux cibles sont placées en face, fixées cette fois-ci à la plateforme flottante, comme illustré sur la figure (III.64). La réponse des capteurs n'étant pas linéaire, et pas forcément identique pour les deux, nous avons mesuré leur réponse en fonction de la distance à la cible. Les courbes sont présentées sur la figure (III.65).

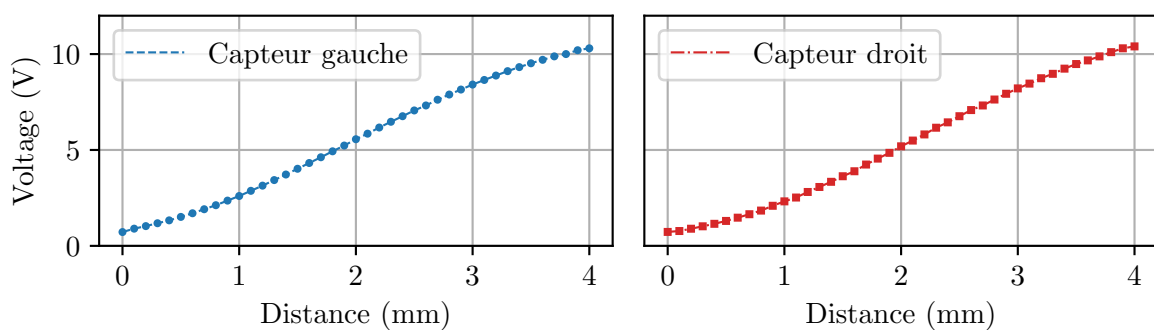


Fig. III.65 Réponse des deux capteurs de position en V en fonction de leur distance à la cible métallique fixée en face.

Nous essayons de rester dans la zone linéaire, c'est à dire aux alentours de 5 V (ou 2 mm), mais pour bien estimer l'angle, nous utilisons la réponse ainsi mesurée et des techniques d'interpolations. Des deux capteurs, nous mesurons une tension  $V_G$  et  $V_D$ , respectivement pour le capteur gauche et droit. Cette tension est ensuite convertie en distance à l'aide des

deux courbes de réponse, nous obtenons ainsi la distance entre chaque capteurs et sa cible  $d_G$  et  $d_D$ . En connaissant précisément la distance  $D$  entre les deux capteurs, nous pouvons remonter à l'angle absolu :

$$\delta\theta = \arctan \frac{(d_D - d_G)}{D}$$

Si l'angle est positif, cela signifie que la plateforme a tournée dans le sens des aiguilles d'une montre, et inversement. Lorsque nous avons tourné intensivement le gyromètre pour les mesures de l'effet Sagnac, les corrections d'angles étaient de l'ordre de  $\pm 1$  mrad, et au maximum quelques mrad.

### III.9 Conclusion

Nous avons décrit dans ce chapitre le dispositif expérimental ainsi que la caractérisation des nombreux sous-systèmes qui le composent. L'installation du nouveau PMO 2D a permis d'améliorer le nombre d'atomes ainsi que la vitesse de chargement du piège. L'installation du second axe de mesure (Y) a également été décrite, en passant par la méthode d'alignement des collimateurs et des miroirs et la caractérisation de la direction de propagation de chaque faisceau, qui sera particulièrement importante pour la mesure du facteur d'échelle du gyromètre.

Nous avons remplacé un des lasers Raman (L4) et nous en avons profité pour optimiser les circuits d'asservissement de phase et mesurer précisément le bruit de phase qui sera imprimé sur les atomes, de l'ordre de 5 mrad.

Nous avons également décrit le système de détection, ainsi que caractérisé son bruit qui s'élève actuellement à environ 20 mrad.

L'étude du bruit de vibration au sol et sur la plateforme ainsi que des sismomètres a permis une meilleure compréhension mécanique du système et de l'origine des différents bruits. Les vibrations étant la limitation principale de notre gyromètre, cette étude est particulièrement importante pour comprendre comment mieux compenser les vibrations et améliorer les performances de notre instrument.

## Chapitre IV

# Mesures de phases et alignement du gyromètre

Nous allons aborder dans ce chapitre les techniques utilisées pour extraire la phase de l'interféromètre à partir du signal atomique. Nous étudierons ensuite la procédure nécessaire pour refermer correctement l'interféromètre, qui consiste à aligner les deux miroirs de rétro-réflexion Raman au niveau du  $\mu\text{rad}$ . La procédure consiste à utiliser plusieurs types d'interféromètres différents avec des tolérances sur l'alignement des miroirs de plus en plus faibles. L'étude des conditions d'alignement de ces interféromètres (et notamment les géométries à 3 impulsions qui utilisent les deux miroirs séparés) nous permet d'obtenir une meilleure compréhension des propriétés de cohérence de la source atomique.

### IV.1 Mesures de phases en pratique

Nous avons jusque là étudié le fonctionnement du gyromètre ainsi que l'obtention d'un signal de probabilité issu de la mesure des populations des deux niveaux atomiques. Nous allons ici présenter les méthodes utilisées pour extraire la phase  $\Delta\Phi$  de l'interféromètre à partir de ce signal de probabilité  $P$  qui s'exprime par :

$$P = P_0 + \frac{C}{2} \sin(\Delta\Phi) \quad (\text{IV.1})$$

où  $P_0$  est la probabilité à mi-frange (offset) et  $C$  le contraste.

#### Mesure du RSB - Batman

La méthode BAT [Geiger, 2011] ou Batman permet d'estimer l'offset, le contraste et le Rapport Signal à Bruit (RSB) d'un signal interférométrique quelconque uniquement à l'aide de mesures de probabilité. Elle ne nécessite pas une connaissance préalable de la phase, ou que ses variations soient faibles, mais au contraire une équi-répartition en moyenne de la phase entre 0 et  $2\pi$ .

Pour extraire les différents paramètres du signal, nous calculons tout d'abord la densité de probabilité du signal atomique. Celle-ci est ensuite ajustée à l'aide d'une fonction modélisée par la convolution entre la densité de probabilité du cosinus et d'une fonction gaussienne

d'écart type  $\sigma_P$ , représentant le bruit de probabilité. Les détails de la fonction d'ajustement peuvent être trouvés dans [Geiger, 2011], [Altorio, 2019]. Cette procédure donne une estimation du rapport signal à bruit et de la sensibilité de l'interféromètre atomique :

$$\text{RSB}_{\text{Bat}} = \frac{C}{2\sigma_P} \qquad \sigma_{\text{Interfero}} = \frac{1}{\text{RSB}}$$

Sur la figure (IV.1) sont présentées différentes simulations qui permettent d'illustrer cette méthode. Trois signaux de probabilités sont générés, avec un offset  $P_0 = 0.5$ , un contraste  $C=0.4$  et trois niveaux de bruits de probabilité différents. Nous avons choisi  $\sigma_P$  avec des valeurs de 1 mrad, 20 mrad et 100 mrad. La méthode Batman (à droite) permet d'extraire les différents paramètres sans pour autant résoudre la phase interférométrique. L'ajustement nous donne directement les valeurs de RSB, qui sont ici de 200, 10 et 2. Plus la largeur de la

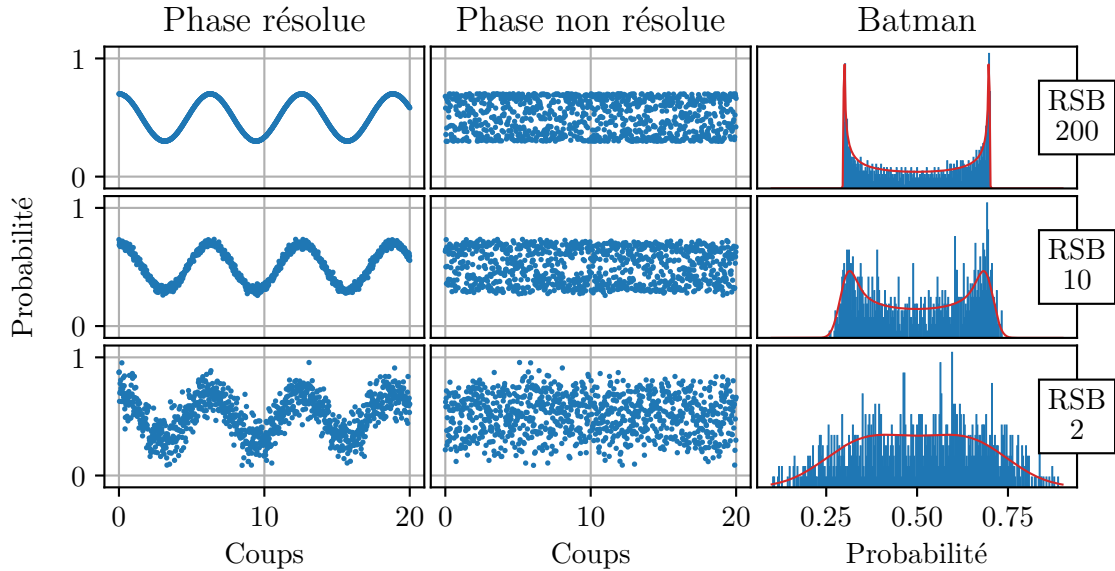


Fig. IV.1 Simulation de données de probabilité et illustration du fonctionnement de la méthode Batman.

gaussienne représentant le bruit de probabilité sera faible, plus les bords de la distribution seront droits. À l'inverse, si le bruit de probabilité est important, les bords de la distribution seront étalés. Le bruit de probabilité est lié au bruit de détection de l'interféromètre étudié au chapitre précédent. Nous utiliserons par la suite cette méthode pour estimer la qualité du signal interférométrique du gyromètre, sans nécessairement connaître sa phase. Si les fluctuations de la phase ne permettent pas une répartition homogène sur la plage  $0-2\pi$ , nous ajoutons une modulation contrôlée de la phase pour s'en assurer.

Si la phase de l'interféromètre  $\Delta\Phi$  varie d'une quantité  $\sigma_{\Delta\Phi} \simeq 1$  rad, les franges seront brouillées et l'extraction de la phase sera impossible. Les deux méthodes suivantes font l'hypothèse que les variations de phases sont faibles.

### Balayage de la phase et ajustements par paquets

Pour extraire la phase  $\Delta\Phi$  du signal d'interférence atomique, une méthode consiste à balayer la phase totale de l'interféromètre en ajoutant une différence de phase contrôlée entre les deux lasers Raman. La probabilité de transition ainsi obtenue est ajustée par une fonction sinusoïdale dont la phase est extraite. Le signal atomique se ré-écrit :

$$P(t) = P_0 + \frac{C}{2} \sin(\Delta\Phi + \phi(t)) \quad (\text{IV.2})$$

où  $\phi(t)$  représente la phase ajoutée pendant l'interféromètre. Pour étudier l'évolution ainsi que la stabilité de la phase mesurée, nous séparons les données temporelles en paquets de  $N$  points, et nous effectuons un ajustement sinusoïdal par paquet. Plus le nombre de points utilisé pour chaque paquet sera important plus l'erreur sur chaque ajustement sera faible.

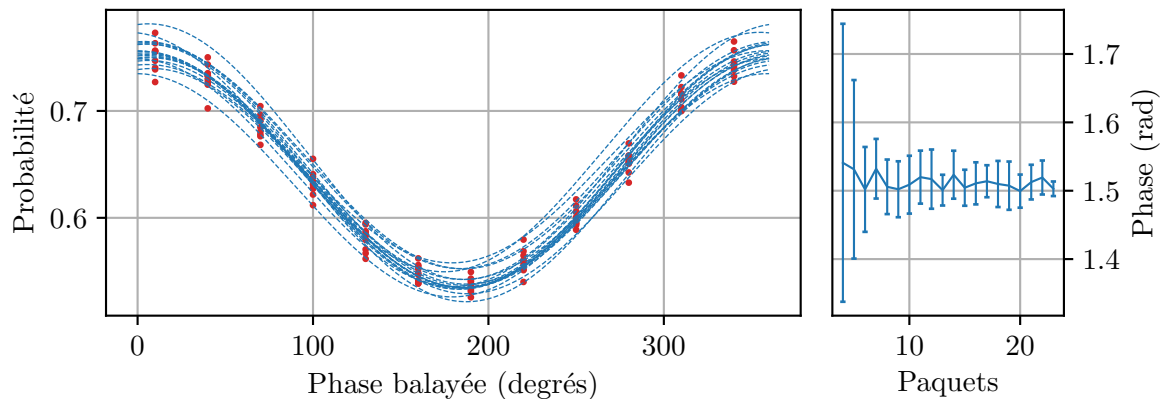


Fig. IV.2 Balayage de phase et ajustements par paquets pour un signal de probabilité atomique. La phase extraite est présentée avec son erreur en fonction du nombre de points utilisés pour l'ajustement.

Nous balayons généralement la phase par pas de 20 degrés et utilisons des paquets de 12 points.

Cette méthode a pour avantage de permettre la mesure de toutes les caractéristiques du signal d'intérêt (offset  $P_0$ , contraste  $C$  et phase  $\Delta\Phi$ ) mais possède plusieurs inconvénients. Les mesures de phases sont plus espacées temporellement ce qui réduit la bande passante effective de mesure. Par ailleurs, la mesure de phase devient sensible aux fluctuations des paramètres comme l'offset ou le contraste. L'inconvénient majeur vient du fait qu'il est nécessaire d'avoir plusieurs points pour mesurer une phase, et que les mesures en sommet et en bas de franges ont une sensibilité réduite (nous verrons par la suite que cet inconvénient est rédhibitoire pour les mesures jointives).

C'est pourquoi nous utilisons la plupart du temps la seconde méthode de mesure, l'asservissement à mi-frange.

### Asservissement à mi-frange

Afin d'augmenter la cadence de mesure et de toujours rester dans la zone de sensibilité maximale, nous appliquons une méthode permettant de rester au centre des franges, inspirée



des travaux sur les horloges atomiques [Sortais, 2001]. Nous alternons les mesures en ajoutant un déphasage contrôlé de  $\pm\pi/2$  à la différence de phase des lasers Raman (une mesure de chaque côté de la frange centrale). Lorsque nous sommes à mi-frange, les mesures de probabilité à  $+\pi/2$  et  $-\pi/2$  sont identiques. Dans le cas contraire, nous calculons l'écart entre les deux mesures  $\epsilon = P_n - P_{n-1}$  et asservissons cet écart en ajoutant un saut de phase laser dans la séquence. La fonction utilisée pour l'asservissement est un intégrateur pur. La phase appliquée sur l'interféromètre à la mesure  $n + 1$  est :

$$\begin{aligned}\phi_{n+1} &= G \sum_{i=0}^n (-1)^i (P_n - P_{n-1}) + (-1)^n \times \frac{\pi}{2} \\ &= \phi_{n-1} + G(-1)^n (P_n - P_{n-1}) + (-1)^n \times \frac{\pi}{2}\end{aligned}\quad (\text{IV.3})$$

où  $G$  représente le gain de l'intégrateur et  $P_n$  la probabilité de transition pour la mesure  $n$ . Le gain va définir la bande passante de l'asservissement et est réglé de manière à converger en une centaine de coups. Sur la figure (IV.3) sont tracés les signaux de probabilité ainsi

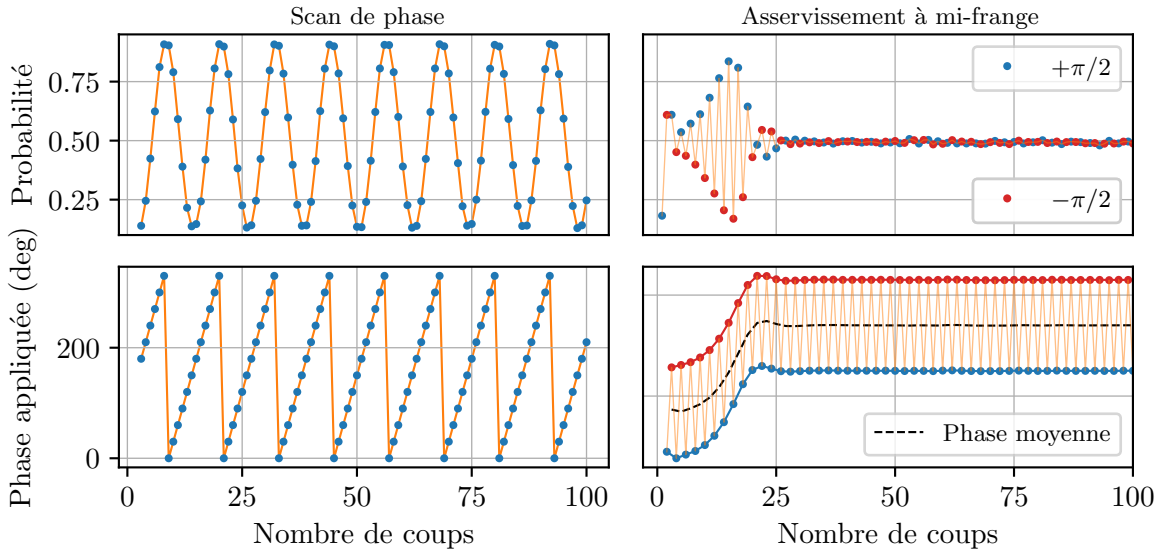


Fig. IV.3 Probabilité de transition et phase appliquée pour un scan de phase et un asservissement à mi-frange. Les données sont issues d'un interféromètre effectué avec des transitions co-propageantes, ce qui explique le grand contraste ainsi que la rapidité et l'efficacité de l'asservissement à mi-frange.

que les phases associées pour un balayage de phase et pour un asservissement à mi-frange. L'asservissement converge ici en 25 coups environ. Une fois asservi, chaque coup représente une mesure de phase de sensibilité maximale. Pour retrouver la phase totale  $\Delta\Phi_{\text{Tot}}$  qui nous intéresse, nous combinons les signaux comme ceci :

$$\Delta\Phi_{\text{Tot}} = \Delta\Phi_{\text{Atomique}} + \Delta\Phi_{\text{SRS}} \quad (\text{IV.4})$$

où  $\Delta\Phi_{\text{Atomique}}$  représente la phase extraite du signal de probabilité atomique et  $\Delta\Phi_{\text{SRS}}$ <sup>1</sup> la phase moyenne venant de l'asservissement. Nous avons :

$$\Delta\Phi_{\text{Atomique}} = \arcsin\left(\frac{2P}{C}\right) \simeq \frac{2P}{C} \quad \Delta\Phi_{\text{SRS}} = \frac{1}{2} \left( \phi^{\pi/2} - \phi^{-\pi/2} \right)$$

la phase atomique dépend directement du contraste et d'une bonne connaissance de celui-ci est nécessaire à la bonne estimation de la phase totale aux temps courts. Nous effectuons habituellement deux mesures successives, la première en balayant la phase afin d'extraire le contraste (il n'est pas nécessaire d'acquérir une grande statistique), et la seconde pour mesurer la phase pour les mesures long terme.

Une fois asservi cette méthode permet de toujours mesurer dans la zone de sensibilité maximale et est insensible aux fluctuations d'offset ou de contraste.

Toutes les techniques présentées ici vont être utilisées par la suite pour extraire la phase de notre interféromètre.

#### IV.1.1 Interféromètres parasites - Asymétrie temporelle

La symétrie temporelle de notre interféromètre entraîne l'apparition de chemins parasites si les impulsions  $\pi$  centrales n'ont pas un taux de transfert de 100%. Les branches supplémentaires forment des interféromètres parasites qui se recombinent en même temps que l'interféromètre principal, et sont indistinguables de celui-ci. Les interféromètres parasites ont une géométrie différente qui les rends très sensibles aux accélérations et aux rotations, mais de manière différente comparé à l'interféromètre principal, entraînant des termes de phase incontrôlés lors de la détection.

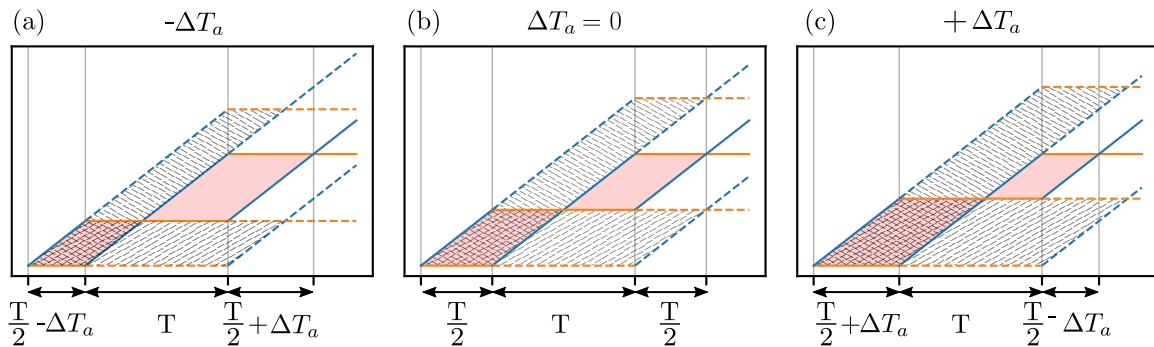


Fig. IV.4 Schéma temporel des interféromètres parasites (en pointillés) et de l'interféromètre principal (traits pleins) pour trois configurations. (a) Asymétrie temporelle  $-\Delta T_a$  (b) Pas d'asymétrie temporelle, les interféromètres parasites se recombinent (c) Asymétrie temporelle  $+\Delta T_a$

Pour empêcher les interféromètres parasites de se recombinaient tout en gardant l'interféromètre principal refermé, nous décalons les impulsions  $\pi$  d'une même quantité  $\Delta T_a$ , et ce

1. La phase SRS est nommée d'après l'instrument utilisé pour les sauts de phase (Stanford Research System, Function Generator DS345)

de manière asymétrique par rapport au milieu temporel de l'interféromètre. À l'instant de la dernière impulsions les paquets d'ondes des chemins parasites ne seront pas superposés dans l'espace des positions. Si la distance entre les paquets d'onde est supérieure à la longueur de cohérence, il n'y aura pas d'interférences et l'interféromètre principal ne sera pas perturbé. Ce décalage temporel vient néanmoins briser la symétrie de l'interféromètre et réintroduit une sensibilité aux accélérations continues. Dans notre cas, l'accélération constante provient de l'inclinaison  $\theta_0$  des faisceaux Raman par rapport à l'horizontale. Nous pouvons calculer le déphasage dû à l'asymétrie  $\Delta T_a$  en présence de cette accélération et d'une rampe  $\alpha$  sur la différence de fréquence des lasers Raman :

$$\begin{aligned}
\Delta\Phi^{\Delta T_a} &= \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi(t) (\omega_D(t) + \alpha t) dt \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} g_\phi(t) (k_{\text{eff}} \sin \theta_0 (v_0 - gt) + \alpha t) dt \\
&= (k_{\text{eff}} g \sin \theta_0 - \alpha) \left[ 0 - 2 \left( \frac{T}{2} - \Delta T_a \right)^2 + 2 \left( \frac{3T}{2} - \Delta T_a \right)^2 - 4T^2 \right] \\
&= 4T \Delta T_a (k_{\text{eff}} g \sin \theta_0 - \alpha)
\end{aligned} \tag{IV.5}$$

Le déphasage obtenu varie linéairement avec le décalage temporel introduit. Comme pour les gravimètres atomiques, nous pouvons annuler le déphasage d'accélération par une rampe de fréquence bien choisie [Cheng et al., 2015]. Nous utilisons habituellement un décalage  $\Delta T_a$  de 40  $\mu\text{s}$ , ce qui suffit à suffisamment éloigner les interféromètres parasites. En l'absence de rampe de fréquence  $\alpha$ , le déphasage dû à la projection de l'accélération est de l'ordre de 646 rad. Nous pouvons ajuster la rampe de fréquence avec une précision de l'ordre de 0.1 % (environ 2 kHz), ce qui engendre un biais résiduel de l'ordre de la centaine de mrad, ainsi que des fluctuations pouvant provenir des variations de l'inclinaison de l'expérience (1 mrad de fluctuations pour une variation d'inclinaison de  $10^{-7}$  rad) ou même des variations de  $g$  correspondant aux marées (0.1 mrad pour 200  $\mu\text{Gal}$  de variation). Pour séparer cette contribution du terme de phase dû à la rotation, nous alternons les mesures en changeant le signe du décalage temporel  $\Delta T_a$ . L'alternance des mesures en  $\pm \Delta T_a$  ne change pas l'aire Sagnac de l'interféromètre (le terme de rotation est inchangé), alors que le terme d'accélération change de signe. La demi-somme des phases mesurées pour  $\pm \Delta T_a$  contiendra ainsi uniquement le terme de rotation, et la demi-différence le terme d'accélérations continues.

L'étude plus poussée de la réjection des accélérations continues ainsi qu'une méthode alternative à l'introduction de l'asymétrie temporelle  $\Delta T_a$  seront présentées dans le chapitre (VI).

### IV.1.2 Algorithme de mesure

Pour séparer les différentes contributions à la phase totale de l'interféromètre, nous alternons les mesures dans différentes configurations. Les contributions à la phase totale peuvent être séparées en trois catégories :

- Les effets dépendant de l'orientation du vecteur d'onde  $k_{\text{eff}}$  ( $\Delta\Phi^{\pm k}$ )
- Les effets dépendants de l'asymétrie temporelle  $\Delta T_a$  ( $\Delta\Phi^{\pm \Delta T_a}$ )
- Les effets indépendants des deux quantités précédentes ( $\Delta\Phi^{\text{indép}}$ )

La phase totale est donnée par :

$$\Delta\Phi_{\text{Tot}}^{\pm k, \pm \Delta T_a} = \Delta\Phi^{\text{indép}} + \text{signe}(k_{\text{eff}}) \times \Delta\Phi^{\pm k} + \text{signe}(k_{\text{eff}}) \times \text{signe}(\Delta T_a) \times \Delta\Phi^{\pm \Delta T_a} \quad (\text{IV.6})$$

En alternant les mesures avec des signes de  $k_{\text{eff}}$  opposés, il est possible de différencier les effets dépendants/indépendants de  $k_{\text{eff}}$  en effectuant soit la demi-somme (DS) soit la demi-différence (DD) des mesures :

$$\begin{aligned} \text{DS}_k^{\pm \Delta T_a} &= \frac{1}{2} \left( \Delta\Phi_{\text{Tot}}^{+k, \pm \Delta T} + \Delta\Phi_{\text{Tot}}^{-k, \pm \Delta T} \right) & \text{DD}_k^{\pm \Delta T_a} &= \frac{1}{2} \left( \Delta\Phi_{\text{Tot}}^{+k, \pm \Delta T} - \Delta\Phi_{\text{Tot}}^{-k, \pm \Delta T} \right) \\ &= \Delta\Phi^{\text{indép}} & &= k_{\text{eff}} \left[ \Delta\Phi^k + \text{signe}(\Delta T_a) \times \Delta\Phi^{\pm \Delta T_a} \right] \end{aligned}$$

De la même manière, si nous alternons en plus le signe de  $\Delta T_a$ , nous obtenons les quatre quantités suivantes :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left[ \text{DS}_k^{+\Delta T_a} + \text{DS}_k^{-\Delta T_a} \right] &= \Delta\Phi^{\text{indép}} & \frac{1}{2} \left[ \text{DS}_k^{+\Delta T_a} - \text{DS}_k^{-\Delta T_a} \right] &= 0 \\ \frac{1}{2} \left[ \text{DD}_k^{+\Delta T_a} + \text{DD}_k^{-\Delta T_a} \right] &= \Delta\Phi^k & \frac{1}{2} \left[ \text{DD}_k^{+\Delta T_a} - \text{DD}_k^{-\Delta T_a} \right] &= \Delta\Phi^{\Delta T_a} \end{aligned}$$

La séquence de mesure complète du gyromètre est présentée dans la figure (IV.5) ci dessous.

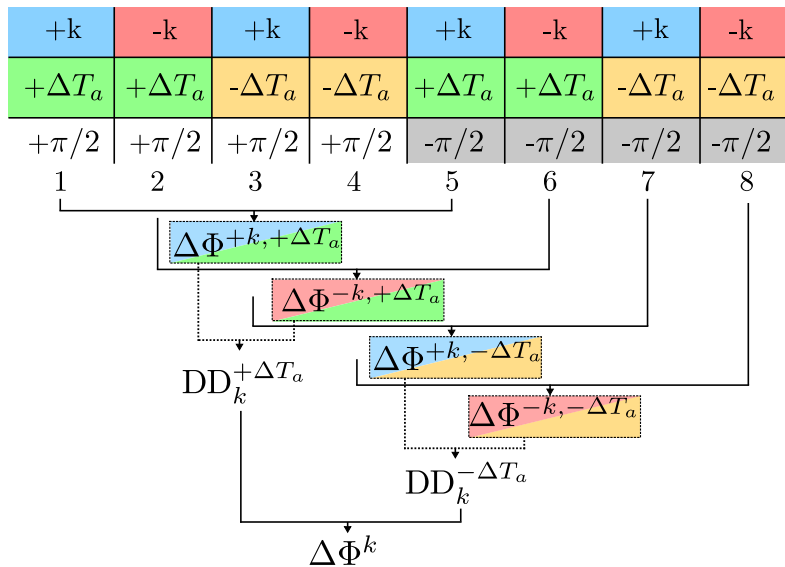


Fig. IV.5 Séquence complète de mesures du gyromètre en alternant le signe de  $k_{\text{eff}}$ , le signe de  $\Delta T_a$ , et le côté des franges pour l'asservissement.

Avec la bonne combinaison, il est possible de séparer la contribution des différents termes et de ne garder que ceux qui nous intéressent. L'information inertielle de rotation est contenue

dans le terme dépendant de  $k_{\text{eff}}$ , soit la demi-différence des  $k_{\text{eff}}$  et la demi-somme des  $\Delta T_a$ . D'autres effets, qui dépendent du signe de  $k_{\text{eff}}$ , sont présents dans cette combinaison et sont indistinguables des effets inertiels, comme par exemple le déplacement lumineux à deux photons (LS2) ou les effets dus à l'alignement des miroirs (dont nous discuterons dans la suite de ce chapitre).

## IV.2 Mise en place et alignement de l'interféromètre

Notre géométrie d'interféromètre ainsi que le grand temps de vol du nuage atomique imposent des contraintes strictes sur l'alignement des deux miroirs de rétro-réflexion Raman ainsi que sur l'ajustement de la trajectoire des atomes. Nous allons détailler les étapes qui permettent d'ajuster progressivement l'alignement des miroirs et la trajectoire des atomes jusqu'à pouvoir satisfaire les conditions nécessaires à la fermeture de l'interféromètre à 4 impulsions.

### Ajustement de la vitesse

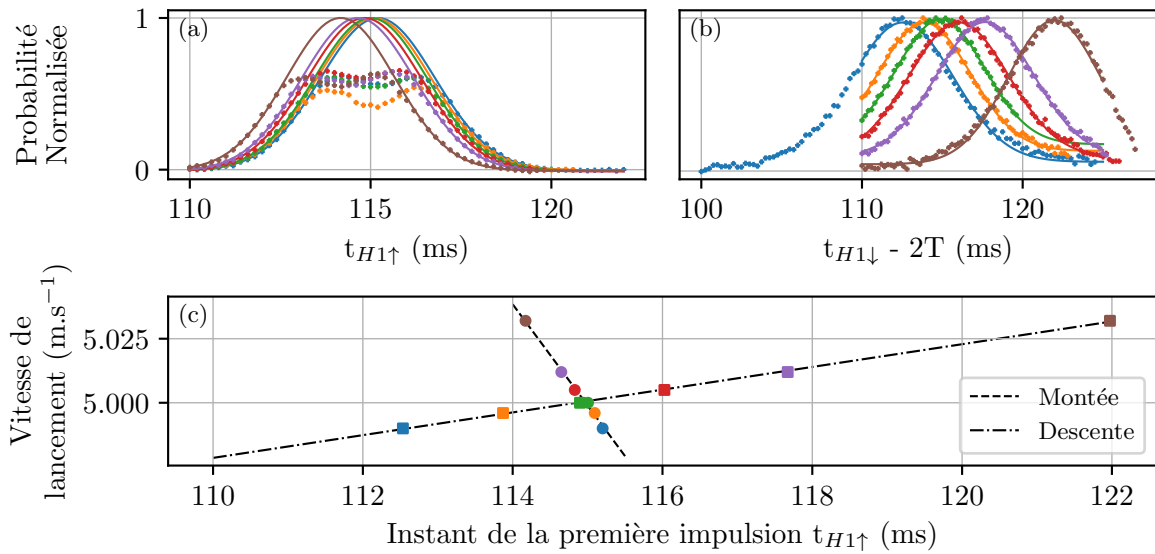


Fig. IV.6 Détermination de l'instant précis des impulsions et de la vitesse optimale pour avoir le plus de transfert possible pour l'axe Y. En haut, probabilité de transition pour différentes vitesses de lancement en fonction de l'instant de la première impulsion (a) (aux alentours de 114 ms après le lancement, au niveau du premier hublot<sup>2</sup>) et (b) lors de la dernière impulsion. En bas, (c) représente la position du maximum de transition de probabilité en fonction de la vitesse et de l'instant de l'impulsion. Les courbes pour la montée (en trait pointillé) et pour la descente (trait-points) se croisent pour les valeurs de vitesse et de temps optimales.

2. La durée de l'impulsion utilisée correspond à plus qu'une impulsion  $\pi$ , cela explique pourquoi la probabilité est plus faible au centre de la courbe. Seulement les bords ont été utilisés pour l'ajustement.

La première étape pour mettre en place l'interféromètre consiste à ajuster la vitesse de lancement des atomes de telle manière que ceux-ci passent au bon endroit (devant les hublots) au bon moment. Les impulsions doivent être séparées respectivement de  $T/2$ ,  $T$  et  $T/2$ . La vitesse de lancement idéale est fixée par la géométrie de la chambre à vide (voir section III.1.3) et correspond à la vitesse pour laquelle le nuage est à la même position à la montée et à la descente, respectivement pour les deux impulsions  $\pi/2$  et les deux impulsions  $\pi$ .

La position des collimateurs doit ensuite être ajustée de manière à maximiser l'efficacité de transfert lors des impulsions Raman. Les collimateurs de l'axe X sont situés hors des blindages et peuvent être translatés verticalement et horizontalement, ce qui n'est pas le cas des collimateurs de l'axe Y. En faisant varier légèrement l'instant des impulsions ainsi que la vitesse de lancement, nous pouvons trouver un optimum où le transfert est maximal à la fois à la montée et à la descente. La procédure d'optimisation est présentée sur la figure (IV.6). Une fois la vitesse de lancement et l'instant des impulsions déterminés, l'alignement de l'interféromètre lui-même peut commencer.

### Longueur de cohérence et contraintes d'alignement

Il n'est possible d'obtenir des franges d'interférences que si les deux parties du paquet d'onde se recombinent lors de la dernière impulsion laser, à la fois en position et en impulsion. La condition de fermeture est liée à la longueur de cohérence de la source ainsi qu'au parallélisme des deux vecteurs d'ondes. La longueur de cohérence est directement liée à la distribution en vitesse  $\sigma_v$  des atomes, par la relation [Weiss et al., 1993] :

$$L_{coh} = \frac{\hbar}{m\sigma_v} \quad (\text{IV.7})$$

Nous avons mesuré précédemment  $\sigma_v \simeq 3v_R$ , ce qui correspond à une longueur de cohérence d'environ 22 nm. La longueur de cohérence dans la direction des faisceaux Raman sera plus importante car ceux-ci sont sélectifs en vitesse. Cette condition impose des contraintes sur l'alignement des deux vecteurs d'ondes qui dévient les trajectoires atomiques. Le calcul de l'écart en position entre les paquets d'onde au moment de la dernière impulsion est simplement basé sur la conservation de l'impulsion et est décrit en détail dans [Meunier, 2013]. Nous distinguons désormais le vecteur d'onde du bas  $\vec{k}_{\text{eff}}^{(B)}$  et du haut  $\vec{k}_{\text{eff}}^{(H)}$ , et considérons un dés-alignement du miroir de rétro-réflexion du haut par rapport à celui du bas dans la direction verticale ( $\delta\theta_V$ ) et horizontale ( $\delta\theta_H$ ).

Lors de la deuxième impulsion, le dés-alignement va introduire au premier ordre une vitesse supplémentaire dans la direction z de  $2v_r \sin(\delta\theta_V)$ , positive pour le chemin supérieur, et négative pour le chemin inférieur. La différence de position verticale lors de la dernière impulsion sera donc :

$$\delta z \simeq 4v_r T \delta\theta_V \quad (\text{IV.8})$$

Le module du vecteur d'onde du haut sera également réduit, entraînant une différence de position en x de :

$$\delta x \simeq 2v_r T \delta\theta_V^2 \quad (\text{IV.9})$$

Un mauvais alignement vertical entraîne ainsi un effet du premier ordre sur l'axe z, et du second ordre sur l'axe x. De la même manière, si nous considérons un désalignement hori-

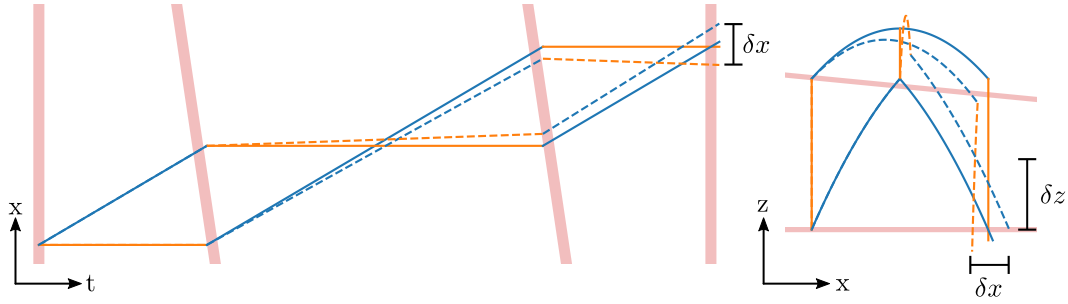


Fig. IV.7 Schéma temps-espace et espace-espace de l'interféromètre. Le vecteur d'onde du haut est désaligné par rapport à celui du bas dans la direction verticale ( $\delta\theta_V$ ). Le désalignement a été exagéré à des fins de visualisation. L'écart en position dans la direction  $x$   $\delta x$  est lié à un effet du deuxième ordre, et dans la direction  $z$   $\delta z$  à un effet du premier ordre.

zontal du miroir du haut (selon  $y$ ), nous aurons un effet identique du premier ordre en  $y$  et du second ordre en  $x$ . Nous négligerons par la suite tout les effets du second ordre.

Pour avoir des interférences, il faudra ainsi que la séparation spatiale dans chaque direction  $\delta x, \delta y, \delta z$  soient inférieures à la longueur de cohérence. Cela entraîne au premier ordre les contraintes d'alignement suivantes :

Hublots	2T (ms)	$\delta\theta_V^{max}$ ( $\mu\text{rad}$ )	$\delta\theta_H^{max}$ ( $\mu\text{rad}$ )
H1 - H4	800	3.9	3.9
H1 - H3	572	5.5	5.5

Table IV.1 Contraintes d'alignement des miroirs de rétro-réflexion Raman dans la direction horizontale et verticale.

Pour l'interféromètre de 800 ms, il faudra ainsi aligner les deux miroirs entre eux à mieux que  $3.9 \mu\text{rad}$ . Cette condition demande une procédure d'alignement constituée de plusieurs étapes décrites dans [Meunier, 2013; Dutta, 2015; Savoie, 2017] et qui sera revue et actualisée ici.

## IV.2.1 Procédure d'alignement

Pour faciliter l'alignement de l'interféromètre, les miroirs situés au niveau du premier hublot (H1) sont fixés dans une monture piezo-motorisée et contrôlable. Il est possible depuis l'ordinateur de contrôle de changer l'angle vertical et horizontal à l'aide de 2 piezos séparés<sup>3</sup>. Ces piezos peuvent se déplacer d'une distance totale de l'ordre de la dizaine de mm, par pas de 20 nm (soit une résolution angulaire d'environ  $0.2 \mu\text{rad}$ ).

### Alignement vertical et verticalité - Spectroscopie

Il est possible de déterminer l'angle entre le vecteur d'accélération de la pesanteur locale  $\vec{g}$  et les vecteurs d'ondes Raman du haut  $\vec{k}_{\text{eff}}^{(H)}$ , et du bas  $\vec{k}_{\text{eff}}^{(B)}$  par spectroscopie. Cependant, la fréquence Doppler mesurée va dépendre de la direction de lancement des atomes. Nous

3. N-470 PiezoMike Linear Actuator, PI [Pie]

notons l'angle entre le vecteur d'onde et la direction des atomes  $\theta_{\uparrow}$  et  $\theta_{\downarrow}$  respectivement à la montée et à la descente, selon le schéma présenté figure (IV.8). Si les atomes sont lancés selon la verticale, l'angle mesuré sera l'angle du vecteur d'onde et nous aurons  $\theta_{\uparrow} = \theta_{\downarrow} = \theta_0$ .

$$\begin{aligned}\Delta f_{\uparrow} &= \frac{(f_{\uparrow}^{+k} - f_{\uparrow}^{-k})}{2} = \pm \frac{k_{\text{eff}}}{2\pi} (v_0 - gt_{\uparrow}) \sin \theta_{\uparrow} \\ \Delta f_{\downarrow} &= \frac{(f_{\downarrow}^{+k} - f_{\downarrow}^{-k})}{2} = \pm \frac{k_{\text{eff}}}{2\pi} (v_0 - gt_{\downarrow}) \sin \theta_{\downarrow}\end{aligned}\quad (\text{IV.10})$$

Si les atomes ne sont pas lancés selon  $\vec{g}$ , nous aurons  $\theta_{\uparrow} \neq \theta_{\downarrow}$ . En faisant des mesures de spectroscopie à la montée et à la descente, nous pouvons trouver la bonne inclinaison de telle manière que  $\theta_{\uparrow} = \theta_{\downarrow} = \theta_0$ , où  $\theta_0$  représente l'angle entre le vecteur d'onde et la perpendiculaire à  $\vec{g}$ .

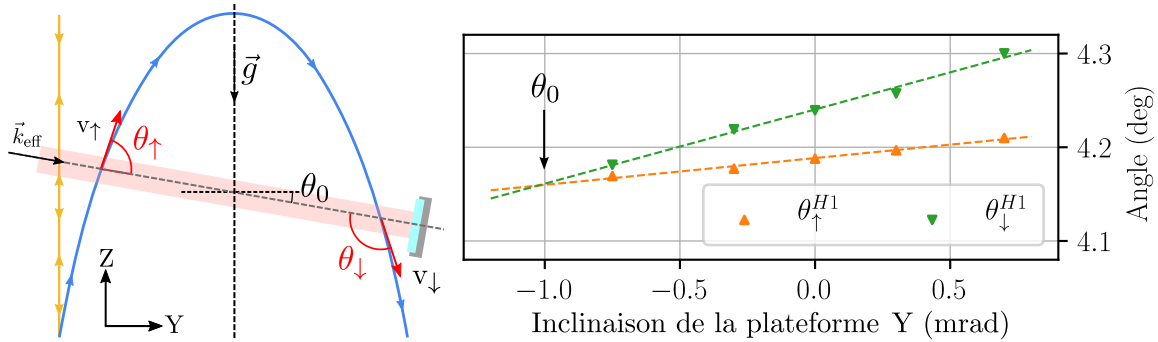


Fig. IV.8 Évolution des angles mesurés par spectroscopie sur le premier hublot H1 à la montée ( $\theta_{\uparrow}$ ) et à la descente ( $\theta_{\downarrow}$ ) en fonction de l'inclinaison de l'expérience dans la direction des faisceaux Raman. L'inclinaison pour laquelle l'angle mesuré est le même à la montée et à la descente correspond à la verticale et permet de déterminer  $\theta_0$ .

Une fois la bonne inclinaison déterminée, nous mesurons  $\theta_0$  pour chaque hublot. Si les deux valeurs sont différentes, nous ajustons le miroir du bas en jouant sur la direction verticale du piezo. Les ajustements sont répétés jusqu'à ce que les deux valeurs soient identiques dans la barre d'erreur.

Cette méthode permet de régler l'alignement vertical avec une précision de l'ordre de  $30 \mu\text{rad}$  ( $0.002^\circ$ ), limité par l'erreur sur la détermination de la fréquence des pics Doppler. Cette méthode présente l'avantage de ne pas nécessiter d'alignement préalable pour pouvoir fonctionner et permet d'arriver rapidement à un alignement grossier de la verticale.

### Alignement vertical - Interféromètres à 3 impulsions dans un faisceau

La deuxième méthode d'alignement vertical permet d'atteindre une meilleure précision car il s'agit cette fois-ci d'une mesure interférométrique. Il s'agit de réaliser des interféromètres à 3 impulsions ( $\pi/2 - \pi - \pi/2$ ) dans un seul faisceau afin de mesurer la projection de l'accélération de la pesanteur  $\vec{g}$  suivant la normale au miroir. Les mesures sont effectuées sur les deux miroirs séparément, et ajustées de manière à avoir des angles identiques. La projection de  $\vec{g}$  due à l'inclinaison des faisceaux Raman entraîne un déphasage en sortie d'interféromètre à 3 impulsions de durée  $2T$  est de :



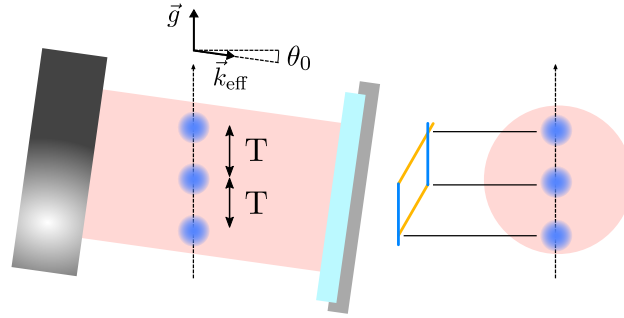


Fig. IV.9 Schéma des interféromètres à 3 impulsions dans un seul faisceau utilisés pour les mesures d'angle. La durée totale  $2T$  de l'interféromètre est limitée par la durée finie pendant laquelle les atomes sont en face du faisceau. Cette durée maximale dépend de leur vitesse au niveau du hublot ainsi que de la taille du faisceau.

$$\Delta\Phi_g = \pm k_{\text{eff}} g \sin \theta_V T^2 \quad (\text{IV.11})$$

La mesure de l'accélération est réalisée en cherchant la rampe de fréquence  $\alpha_0$  qui permet d'annuler le déphasage total. La fréquence des lasers Raman évolue comme  $2\pi f(t) = \omega_0 + \alpha t$  ce qui entraîne un déphasage en sortie d'interféromètre de :

$$\Delta\Phi_\alpha = -\alpha T^2 \quad (\text{IV.12})$$

Le déphasage total est :

$$\Delta\Phi_{\alpha+g} = T^2 [\pm k_{\text{eff}} g \sin \theta_V - \alpha] \quad (\text{IV.13})$$

et la rampe compensant la gravité :

$$\alpha_0 = \mp k_{\text{eff}} g \sin \theta_V \quad (\text{IV.14})$$

Déterminer la rampe  $\alpha_0$  qui compense le déphasage total permet ainsi de déterminer l'angle du faisceau Raman  $\theta_V$  dans lequel est effectué l'interféromètre.

Pour déterminer  $\alpha_0$ , nous variions à la fois le temps d'interrogation  $T$  de l'interféromètre et la pente  $\alpha$  de la rampe de fréquence. Les mesures sont présentées figure (IV.10) pour trois valeurs de rampes et trois temps d'interrogation  $T$  différents (1 ms, 2 ms, et 3 ms). Plus nous augmentons  $T$  et  $\alpha$ , plus la précision avec laquelle il est possible de déterminer l'angle est importante. Nous avons ici réalisé au maximum des interféromètres de temps total  $2T = 8$  ms. Il est possible de faire des temps d'interrogation plus long en lançant les atomes plus lentement (jusqu'à  $2T = 60$  ms dans [Dutta, 2015]). Les mesures ont été réalisées en faisant la demi-différence de mesures en  $\pm k_{\text{eff}}$  pour éviter les problèmes de déplacement lumineux.

Nous atteignons avec cette méthode une mesure de la rampe avec une précision de  $100 \text{ Hz}\cdot\text{s}^{-1}$ , soit une mesure de l'angle  $\theta_V$  avec une précision de  $10 \mu\text{rad}$ .

### Alignement vertical/horizontal - Ramsey Bordé

Les deux méthodes précédentes permettent de régler l'alignement vertical de l'interféromètre vers des valeurs proches de celle nécessaire à sa fermeture. Elles ont la particularité

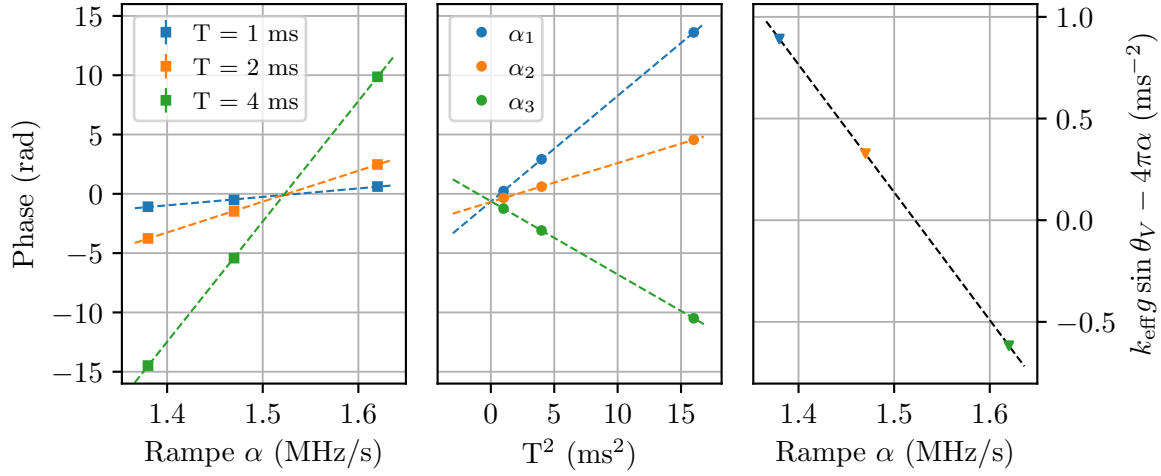


Fig. IV.10 À gauche, phase de l'interféromètre à 3 impulsions en fonction de la rampe pour 3 temps d'interrogation différents. Au centre, la même phase mais cette fois ci en fonction de  $T^2$ . À droite sont tracées les pentes des courbes précédentes, soit la dérivée de la phase par rapport à  $T^2$ . La rampe  $\alpha_0$  qui compense l'effet Doppler correspond au croisement de la courbe avec 0.

d'être constituées de mesure indépendantes pour chaque miroir, et ne font pas intervenir d'interféromètre qui utilisent les deux faisceaux séparés. La méthode présentée ici va permettre de régler à la fois l'alignement vertical et horizontal en utilisant un interféromètre de Ramsey Bordé [Bordé, 1989].

Ce type d'interféromètre est constitué de quatre impulsions  $\pi/2$  séparées respectivement de  $dT$ - $T$ - $dT$ . Entre la première et la deuxième impulsion, les paquets d'onde vont accumuler une séparation spatiale de  $2v_r dT$  et vont se propager parallèles jusqu'à la troisième impulsion. Si le transfert lors de la troisième impulsion n'est pas identique à celui reçu lors de la première/deuxième, les paquets d'onde ne seront pas superposés au niveau de la dernière impulsion, et l'interféromètre ne se refermera pas correctement. Nous effectuons les deux premières impulsions sur le faisceau du bas, et les deux dernière sur le faisceau du haut.

La séparation spatiale entre les paquets d'ondes en sortie de l'interféromètre dépend directement de l'alignement relatif entre les deux miroirs Raman :

$$\delta x = 2v_r dT(1 - \cos \delta\theta_V) \quad \delta z = 2v_r dT \sin \delta\theta_V \quad (\text{IV.15})$$

L'interféromètre est sensible de la même manière à un dés-alignement horizontal :

$$\delta x = 2v_r dT(1 - \cos \delta\theta_H) \quad \delta y = 2v_r dT \sin \delta\theta_H \quad (\text{IV.16})$$

Au premier ordre en  $\delta\theta$ , la condition nécessaire à l'obtention d'interférence est :

$$\delta\theta < \frac{L_{coh}}{2v_r dT} \quad (\text{IV.17})$$

et dépend de la séparation temporelle  $dT$  entre les impulsions. En augmentant progressivement  $dT$ , nous pouvons nous rapprocher du bon alignement entre les miroirs Raman. En

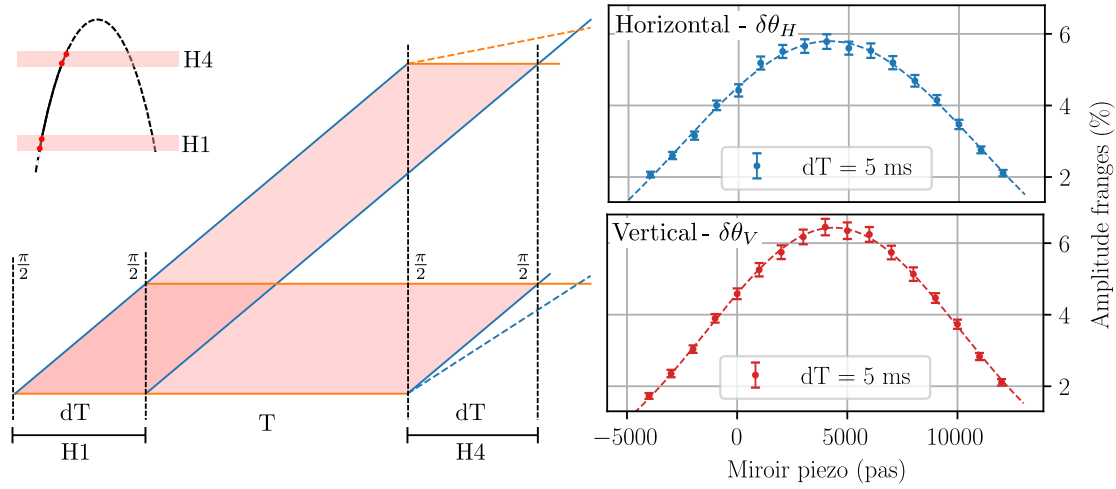


Fig. IV.11 Schéma de la configuration Ramsey Bordé. Deux interféromètres identiques sont présents. En trait plein est représenté la configuration lorsque l'interféromètre est aligné, et en pointillé, l'effet d'un désalignement du miroir du haut (sur le hublot H4)

pratique, en utilisant les hublots H1 et H4, nous ne pouvons pas dépasser  $dT = 5$  ms, limité par la durée finie que les atomes passent devant la fenêtre.

Nous pouvons passer d'un alignement de l'ordre de 6.2 mrad pour  $dT = 0.5$  ms, à un alignement de 0.6 mrad pour  $dT = 5$  ms, et ce dans les deux directions.

Sur la figure (IV.11) sont reportées les mesures de contraste des franges d'interférences du Ramsey Bordé en fonction de la position du miroir. Le maximum de contraste est bien visible dans les deux directions, avec une largeur de la courbe d'environ  $14000 \pm 800$  pas ( $4.2 \pm 0.2$  mrad). L'incertitude sur la position du maximum est de 40 pas ( $10 \mu\text{rad}$ ).

### Alignement vertical/horizontal - Interféromètres à 3 Impulsions

La dernière étape avant de passer à l'interféromètre principal consiste à chercher à aligner deux interféromètres à 3 impulsions de temps d'interrogation plus courts, mais qui utilisent les mêmes faisceaux que l'interféromètre à 4 impulsions. Deux configurations sont possibles, en effectuant respectivement les impulsions à la montée (H1 - H4 - H4) ou à la descente (H4 - H4 - H1). Nous appelons ces interféromètres  $3P^\uparrow$  et  $3P^\downarrow$ . Le temps d'interrogation étant plus faible que l'interféromètre principal, les conditions sur l'alignement sont moins compliquées à atteindre. Le schéma des interféromètres est présenté sur la figure (IV.12).

Plusieurs caractéristiques apparaissent lorsque nous étudions l'évolution du contraste en fonction de l'alignement pour les deux interféromètres. À la différence d'une géométrie à 4 impulsions, les paquets d'ondes n'auront pas forcément la même impulsion moyenne lors de la fermeture de l'interféromètre. Il peut ainsi arriver que les paquets d'ondes soient superposés dans l'espace des position, mais pas dans l'espace des impulsions, empêchant ainsi l'apparition d'interférences.

Les courbes de contraste des deux interféromètres à 3 impulsions présentées sur la figure (IV.13) n'ont pas la même largeur et leur maximum n'est pas situé à la même position du miroir pour les deux interféromètres  $3P^\uparrow$  et  $3P^\downarrow$ . Pour comprendre cet effet, nous avons

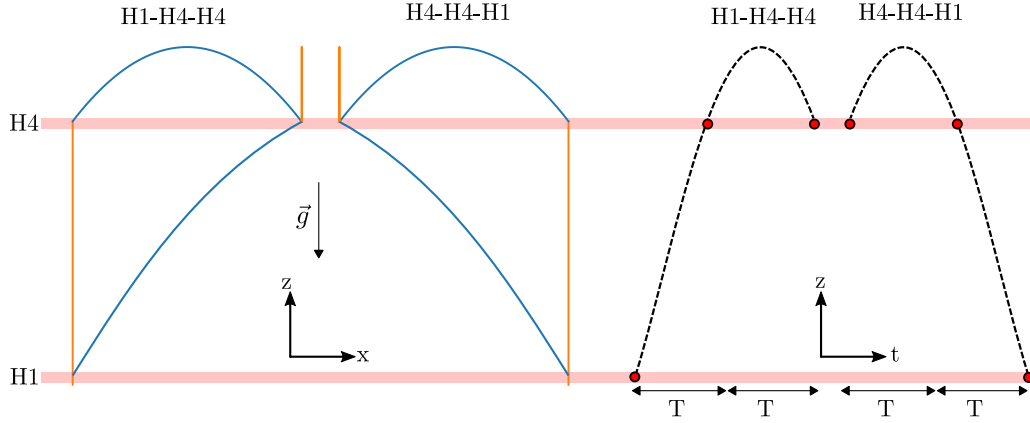


Fig. IV.12 Schémas des interféromètres à 3 impulsions utilisés pour l'alignement.

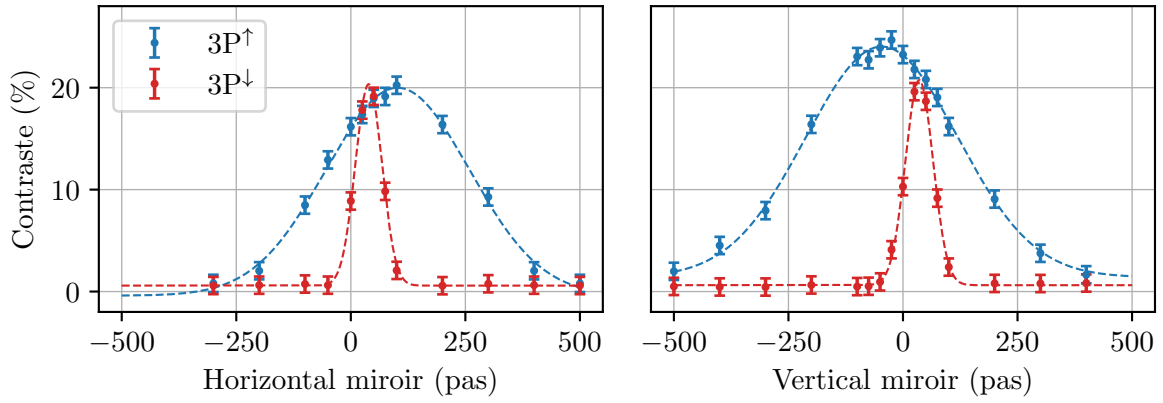


Fig. IV.13 Contraste des deux interféromètres à 3 impulsions en fonction de l'inclinaison verticale ou horizontale d'un des miroir Raman

considéré que le contraste des interféromètres peut s'exprimer comme la moyenne sur les distributions en position et en vitesse initiale du nuage atomique. En faisant l'hypothèse que les deux distributions sont non corrélées, nous pouvons écrire :

$$C \propto \exp\left(-\frac{1}{2} \left[ \Delta\Phi_r(\sigma_r)^2 + \Delta\Phi_v(\sigma_v)^2 \right]\right) \quad (\text{IV.18})$$

Le déphasage total pour les deux interféromètres, respectivement  $\Delta\Phi_{3P}^\uparrow$ ,  $\Delta\Phi_{3P}^\downarrow$ , se calcule :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{3P}^\uparrow &= \phi(0) - 2\phi(T) + \phi(2T) & \Delta\Phi_{3P}^\downarrow &= \phi(T) - 2\phi(2T) + \phi(3T) \\ &= \vec{k}_{\text{eff}}^{(B)} \cdot \vec{r}(0) - 2\vec{k}_{\text{eff}}^{(T)} \cdot \vec{r}(T) + \vec{k}_{\text{eff}}^{(T)} \cdot \vec{r}(2T) & &= \vec{k}_{\text{eff}}^{(T)} \cdot \vec{r}(T) - 2\vec{k}_{\text{eff}}^{(T)} \cdot \vec{r}(2T) + \vec{k}_{\text{eff}}^{(B)} \cdot \vec{r}(3T) \end{aligned}$$

Pour un dés-alignement  $\delta\theta$  du miroir du haut et au premier ordre en  $\delta\theta$  on trouve les déphasages suivants :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_r^\uparrow &= k_{\text{eff}}\delta\theta \cos\theta_0\sigma_r \\ \Delta\Phi_r^\downarrow &= -k_{\text{eff}}\delta\theta \cos\theta_0\sigma_r\end{aligned}\tag{IV.19}$$

pour le déphasage dû à la distribution spatiale du nuage, et :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi_v^\uparrow &= \beta [\cos\theta_0 - \delta\theta \sin\theta_0] \sigma_v \\ \Delta\Phi_v^\downarrow &= [\beta \cos\theta_0 - \delta\theta (\beta \sin\theta_0 + k_{\text{eff}}T \cos\theta_0)] \sigma_v\end{aligned}\tag{IV.20}$$

pour la distribution en vitesse, où nous avons posé  $\beta = 2\Omega_E T^2 k_{\text{eff}} \cos\lambda \cos\theta_N$  pour plus de clarté,  $\Omega_E$  représente la vitesse de rotation de la terre et  $\theta_N$  l'angle entre l'aire orientée de l'interféromètre et l'axe de rotation de la terre. Le contraste aura donc une enveloppe dépendante de la taille initiale de la source  $\sigma_r$  et de la distribution en vitesse  $\sigma_v$ . Les largeurs s'écrivent comme :

$$\begin{aligned}\sigma_\uparrow^2 &= \frac{1}{k_{\text{eff}}^2 \sigma_r^2 \cos^2\theta_0 + \beta^2 \sigma_v^2 \sin^2\theta_0} & \sigma_\downarrow^2 &= \frac{1}{k_{\text{eff}}^2 \sigma_r^2 \cos^2\theta_0 + \sigma_v^2 (k_{\text{eff}}T \cos\theta_0 + \beta \sin\theta_0)^2} \\ &\simeq \frac{1}{k_{\text{eff}}^2 \sigma_r^2 \cos^2\theta_0} & &\simeq \frac{1}{k_{\text{eff}}^2 \cos^2\theta_0 (\sigma_r^2 + T^2 \sigma_v^2)}\end{aligned}$$

dans le cas où  $\beta \ll k_{\text{eff}}$ . L'interféromètre H1-H1-H4 aura une tolérance plus grande au désalignement des miroirs lié à la distribution en vitesse du nuage. Les enveloppes liées à la distribution en vitesse et en position ont également des maximums différents. Pour la distribution en position, l'enveloppe est centrée en  $\delta\theta = 0$ , alors que pour la vitesse nous trouvons :

$$\delta\theta_{v,0}^\uparrow = \frac{\cos\theta_0}{\sin\theta_0} \qquad \delta\theta_{v,0}^\downarrow = \frac{\beta \cos\theta_0 \sigma_v}{\beta \sin\theta_0 + k_{\text{eff}}T \cos\theta_0}$$

La combinaison des enveloppes en position et en vitesse entraîne au premier ordre en  $\beta$  des maximums situés pour les valeurs d'alignement suivantes :

$$\delta\theta_0^\uparrow = 0 \qquad \delta\theta_0^\downarrow = \frac{\beta}{k_{\text{eff}}} \frac{T\sigma_v^3}{T^2\sigma_v^2 + \sigma_r^2}$$

la position d'un des deux interféromètres va dépendre de l'orientation de l'expérience par rapport au nord géographique, lié à la rotation de la terre. Cela explique le décalage entre les deux maximums observé figure (IV.13). En pratique, nous mesurons  $\sigma_\uparrow = 160(6)$  pas,  $\sigma_\downarrow = 30(1)$  pas et une différence entre les deux maximums  $\delta\theta_0^\uparrow - \delta\theta_0^\downarrow$  de 63 pas pour l'horizontal et 81 pas pour la verticale.

La différence de position du maximum dépend de l'orientation de l'expérience pour l'interféromètre H4-H4-H1. Lorsque l'interféromètre est orienté en direction du nord, nous avons  $\beta = 0$  et les maximums sont superposés. L'alignement de l'interféromètre à 4 impulsions est par symétrie insensible à ces effets, et le maximum de son contraste sera positionné pour  $\delta\theta = 0$ . Nous prenons maintenant soin d'orienter l'expérience vers le nord lorsque nous utilisons cette méthode pour aligner, de telle manière à ce que le maximum de contraste pour tous les interféromètres corresponde au bon alignement.

L'interféromètre le plus sensible à l'alignement permet d'obtenir un réglage de l'ordre de quelques  $\mu\text{rad}$ , et est généralement suffisant pour trouver le signal de l'interféromètre à 4 impulsions.

### Alignement de l'interféromètre à 4 impulsions

Les méthodes d'alignement précédentes permettent généralement d'obtenir un premier signal interférométrique avec la géométrie à 4 impulsions. Le signal est ensuite optimisé en variant l'alignement horizontal et vertical du miroir piezo pour se placer sur la position du maximum de contraste, les courbes sont présentées sur la figure (IV.14).

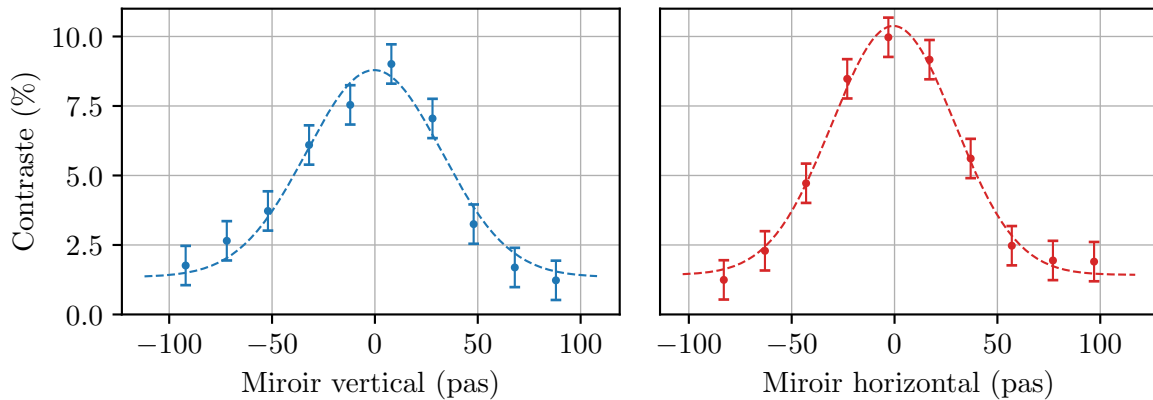


Fig. IV.14 – Contraste de l'interféromètre à 4 impulsions en fonction de l'inclinaison verticale et horizontale du miroir piezo.

L'écart-type des courbes de contraste en fonction de l'angle est de l'ordre de 30 pas (environ  $6 \mu\text{rad}$ ). Nous verrons par la suite que le réglage du parallélisme des deux miroirs Raman est critique et que les fluctuations d'alignement entraînent l'apparition de biais de phase sur le signal de rotation qui viennent limiter la stabilité long terme du gyromètre.

### Alignement des miroirs - Conclusion

Le tableau (IV.2) récapitule les différentes méthodes d'alignement utilisées pour aligner l'interféromètre à 4 impulsions. La procédure d'alignement passe par l'utilisation de plusieurs types d'interféromètres différents et permet une bonne compréhension du lien entre l'alignement de l'interféromètre et la cohérence de la source atomique. La procédure est complexe et nécessite généralement quelques jours. Elle n'est nécessaire que lorsque les miroirs ont été complètement désalignés, par exemple lors de l'ouverture des blindages ou le changement des supports de miroirs. Pendant toute la durée de ma thèse, nous n'avons effectué cette procédure que 4 fois, la première suite à un problème de climatisation dans la salle d'expérience, la deuxième et troisième pour les axes X et Y après la mise en place du second axe de mesure, et la dernière lors de l'alignement de l'interféromètre d'aire plus faible H1-H3.

### Longueur de cohérence et condition de fermeture

La condition de fermeture de l'interféromètre n'est pas seulement liée à l'alignement des miroirs Raman, mais dépend également de l'ajustement des durées entre impulsions. Un léger décalage temporel d'une ou de plusieurs des impulsions peut introduire des sensibilités

	Alignement vertical	Alignement Horizontal
Spectroscopie	$\infty \rightarrow 30 \mu\text{rad}$	-
Petits 3P (2T max : 8 ms)	$\infty \rightarrow 10 \mu\text{rad}$	-
Ramsey-Bordé (dT max : 5 ms)	$\infty \rightarrow 10 \mu\text{rad}$	$\infty \rightarrow 10 \mu\text{rad}$
Interféromètre 3P <sup>↑</sup> (2T = 490 ms)	$250 \mu\text{rad} \rightarrow 1 \mu\text{rad}$	$250 \mu\text{rad} \rightarrow 1 \mu\text{rad}$
Interféromètre 3P <sup>↓</sup> (2T = 490 ms)	$30 \mu\text{rad} \rightarrow <1 \mu\text{rad}$	$30 \mu\text{rad} \rightarrow <1 \mu\text{rad}$

Table IV.2 Récapitulatif des différentes méthodes d'alignement.

indésirables à la fréquence (voir section II.3.1), ou bien réduire la sensibilité à d'autres effets [Tan et al., 2020].

Nous pouvons volontairement décaler temporellement les impulsions et étudier l'évolution du contraste de la même manière que nous l'avons fait pour l'alignement. Le moment où le contraste est maximal indique la bonne fermeture de l'interféromètre. La largeur de la courbe de contraste nous donnera également des informations sur la longueur de cohérence de la source atomique dans la direction des impulsion Raman (après sélection en vitesse).

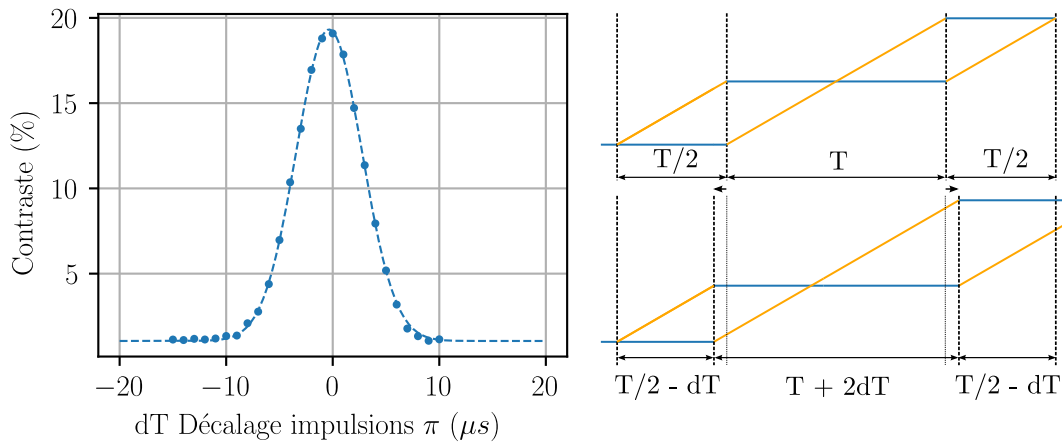


Fig. IV.15 Contraste de l'interféromètre à 4 impulsions en fonction du décalage  $dT$  des deux impulsions  $\pi$  centrales et illustration de l'effet du décalage sur l'écart de position entre les bras de l'interféromètre.

L'étude de la fermeture de l'interféromètre en fonction de l'instant des impulsions est directement liée à la question du moment où les paquets d'ondes sont effectivement affectés par les impulsions lasers (équivalent à l'effet Borrmann pour la diffraction de rayons X [Antoine, 2006]). Nous considérons la plupart du temps les impulsions comme infinitésimales courtes (car leur durée est très faible devant la durée totale de l'interféromètre,  $\tau \ll 2T$ ), mais en réalité elles possèdent une durée finie qui est de l'ordre de la dizaine de  $\mu\text{s}$ . Se pose alors la question du « moment » où les paquets d'ondes sont diffractés et de leur évolution pendant les impulsions. Pour essayer de répondre à ces questions, nous avons comparé l'instant du maximum de contraste (qui correspond à la meilleure superposition en position et en impulsion des paquets d'ondes) avec le moment où l'aire de la fonction de sensibilité de l'interféromètre est nulle (sensibilité nulle à la fréquence).

Nous avons dans un premier temps étudié l'évolution du contraste en fonction du décalage

des deux impulsions centrales de manière symétriques par rapport à l'apogée. Nous trouvons le maximum de contraste pour une valeur de  $\Delta T_s = -341(15)$  ns. L'écart type de la courbe de contraste est de  $14 \mu\text{s}$ , et est lié à la sélection en vitesse des impulsions Raman. Comme nous définissons le temps  $T$  de l'interféromètre entre le centre des impulsions Raman, le fait que nous trouvons un décalage  $\Delta T_s \ll \tau$  nous indique que les paquets d'onde ne se séparent ni au début des impulsions, ni à la fin, car dans le cas contraire, le contraste devrait être centré autour d'un décalage proche de la durée d'une impulsion.

Pour la sensibilité à la fréquence en présence d'un décalage des impulsions centrales, la fonction de sensibilité complète (en prenant en compte la durée des impulsions) s'intègre simplement et donne un déphasage :

$$\delta\Phi(f) = 2\pi f \left[ \left(1 - \frac{4}{\pi}\right) \frac{(\tau_1 + \tau_4)}{2} - 2\Delta T_s \right] \quad (\text{IV.21})$$

où nous avons distingué la durée des deux impulsions  $\pi/2$ ,  $\tau_1$  et  $\tau_4$ . Ce terme s'annule pour une valeur de  $\Delta T_s$  :

$$\Delta T_s = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{4}{\pi}\right) \frac{(\tau_1 + \tau_4)}{2} \quad (\text{IV.22})$$

Pour mesurer l'effet, nous avons varié la fréquence centrale de la rampe utilisée pour compenser l'effet Doppler et ce pour plusieurs valeurs de décalage des impulsions centrales  $\Delta T_s$ , les résultats sont présentés figure (IV.16). Lorsque l'on s'intéresse à la pente  $\delta\Phi(f_0)/df_0$  des différentes droites, celle-ci doit croiser pour la valeur de  $\Delta T_s$  indiquée équation (IV.22), valeur qui ne dépend que de la durée des impulsions  $\pi/2$ .

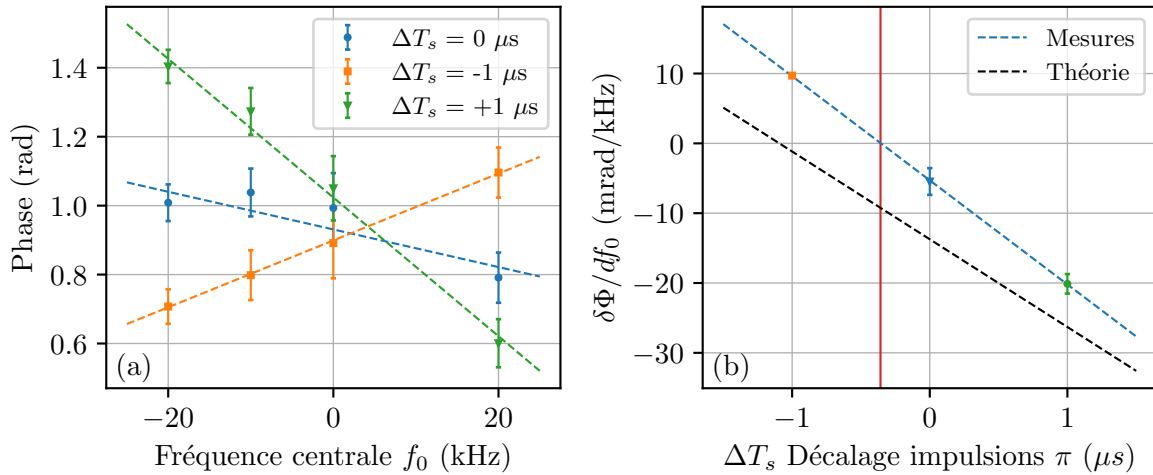


Fig. IV.16 (a) Phase de l'interféromètre en fonction de fréquence centrale  $f_0$  de la rampe pour différents décalages  $\Delta T_s$  des impulsions centrales. Les données correspondent à la demi-somme des mesures sur  $\pm k_{\text{eff}}$ . (b) Pente des courbes précédentes en fonction du décalage, avec la courbe attendue en utilisant l'équation (IV.22) en pointillé noirs. La décalage pour lequel la pente est 0 correspond à une sensibilité nulle à la fréquence, (ie une aire nulle de la fonction de sensibilité) est représenté par la ligne verticale rouge.

Nous trouvons ainsi que la courbe s'annule pour une valeur  $\Delta T_s$  de  $-358(7)$  ns, avec une pente proche de celle attendue. Les valeurs trouvées pour le maximum de contraste et pour



le minimum de sensibilité à la fréquence sont donc en accord dans leurs barres d'erreurs respectives. La valeur du décalage mesuré pour laquelle la sensibilité est nulle n'est pas exactement celui attendu, et ce d'un facteur 3 environ. Un des problèmes pourrait être lié à des déphasages additionnels associés à des inhomogénéités dans la détection (qui sélectionnent certaines classes de vitesses). Il reste à approfondir cette étude pour déterminer si cet écart à la valeur attendue est lié à des considérations techniques, ou un indice concernant l'évolution et la séparation des paquets d'onde dans les impulsions lasers.

## IV.2.2 Trajectoires atomiques et alignement des miroirs

La séparation spatiale de nos deux faisceaux Raman est une des caractéristiques de notre expérience. Plusieurs expériences utilisent même jusqu'à trois faisceaux [Tackmann et al., 2012; Yao et al., 2018]. Plus le nombre de faisceaux séparés augmente et plus le temps d'interrogation est important, plus la sensibilité de l'alignement sera importante, et plus les biais dus à un mauvais alignement vont augmenter. L'effet sera encore plus dominant avec les perspectives d'augmentation du nombre d'impulsions et donc de faisceaux dans des géométries comme la notre [Dubetsky and Kasevich, 2006]. Le problème de l'alignement se couple également avec des problèmes de superposition de trajectoires, que ce soit dû à l'utilisation de plusieurs nuages de trajectoires opposées [Gauguet et al., 2009] ou bien du même nuage à la montée et à la descente, comme c'est notre cas. Ces problèmes ont tous pour origine le même effet, les inhomogénéités de front d'ondes sur la phase atomique [Fils et al., 2005]. Si les deux miroirs sont désalignés, un effet systématique important peut apparaître et être à l'origine d'un biais de phase de plusieurs centaines de mrad, variant au cours du temps. Cet effet vient d'un couplage entre l'alignement des miroirs et la direction de lancement des atomes et a été détaillé dans [Altorio et al., 2020] et [Savoie, 2017]. Il s'agit actuellement de la limitation principale à la stabilité long terme de l'instrument, et c'est pourquoi nous rappellerons ici l'origine de cet effet ainsi que les méthodes utilisées pour limiter son impact.

### Origine de l'effet

Nous avons calculé précédemment la séparation spatiale au moment de la dernière impulsions engendrée par un mauvais alignement des miroirs Raman. Nous allons ici calculer le déphasage induit par cette erreur d'alignement. Nous considérons toujours un vecteur d'onde différent pour le faisceau du haut ( $k_{\text{eff}}^{(H)}$ ) et du bas ( $k_{\text{eff}}^{(B)}$ ).

Pour un désalignement des miroirs selon l'axe vertical, le déphasage s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \left( \vec{k}_{\text{eff}}^{(B)} \cdot \vec{r}_1 - \vec{k}_{\text{eff}}^{(H)} \cdot \vec{r}_{21} + \vec{k}_{\text{eff}}^{(H)} \cdot \vec{r}_{31} - \vec{k}_{\text{eff}}^{(B)} \cdot \vec{r}_{41} \right) - \left( \vec{k}_{\text{eff}}^{(H)} \cdot \vec{r}_{22} - \vec{k}_{\text{eff}}^{(H)} \cdot \vec{r}_{32} \right) \\ &= 2Tk_{\text{eff}} (\vec{v}_0 + \vec{g}T [(\cos \delta\theta - 1)\vec{e}_x + \sin \delta\theta \vec{e}_z]) + 2 \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2 T}{m} (\cos \delta\theta - 1) \end{aligned} \quad (\text{IV.23})$$

soit au premier ordre en  $\delta\theta$  :

$$\Delta\Phi = 2Tk_{\text{eff}} \delta\theta_v (v_{0,z} - gT) \quad (\text{IV.24})$$

Le même effet apparaît lorsque les miroirs sont désalignés dans la direction transverse et on trouve :

$$\Delta\Phi = 2Tk_{\text{eff}} \delta\theta_H \delta v_{0,y} \quad (\text{IV.25})$$

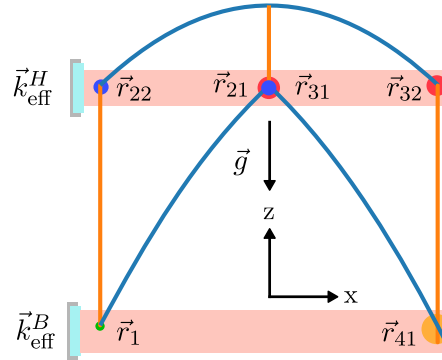


Fig. IV.17 Schéma et notations utilisées pour le calcul du déphasage induit par un mauvais alignement des vecteurs d'ondes Raman.

avec  $\delta v_{0,y}$  la vitesse initiale dans l'axe  $y$ .

Le déphasage ainsi calculé est sensible à la fois au désalignement horizontal et vertical des vecteurs d'ondes mais également à l'erreur sur la vitesse de lancement des atomes. Le couplage a lieu entre la vitesse de lancement verticale,  $(v_{0,z} - gT)$  et l'alignement vertical  $\delta\theta_v$ , et entre la vitesse transverse  $\delta v_{0,y}$  et l'alignement horizontal  $\delta\theta_H$ . Plusieurs cas de figures apparaissent :

- Les atomes sont lancés parfaitement et les miroirs sont alignés, il s'agit la du cas idéal et aucun déphasage n'apparaît.
- Les atomes sont lancés parfaitement selon  $\vec{g}$  et sans vitesse transverse,  $v_{0,z} = gT$  et  $\delta v_{0,y} = 0$ . Le déphasage est nul quelque soit l'inclinaison des miroirs.
- Les atomes sont mal lancés  $v_{0,z} \neq gT$  et  $\delta v_{0,y} \neq 0$  mais les miroirs sont alignés ( $\delta\theta_H = \delta\theta_V = 0$ ). Le déphasage est nul quelque soit l'erreur sur la vitesse de lancement.
- Les atomes sont mal lancés  $v_{0,z} \neq gT$  et  $\delta v_{0,y} \neq 0$  et les miroirs sont désalignés ( $\delta\theta_H \neq 0, \delta\theta_V \neq 0$ ). Le déphasage est non nul.

La sensibilité à cet effet est de **12 mrad/mm.s<sup>-1</sup>/μrad** et l'effet devient rapidement un problème dès lors que le désalignement ou l'écart à la vitesse idéale augmente. L'alignement des miroirs est sensible aux variations de température et devient problématique pour effectuer des mesures de stabilité long terme.

### Procédure d'alignement

Cet effet dépend à la fois du terme de désalignement  $\delta\theta$  et de l'écart en vitesse à la trajectoire symétrique  $\delta v$ . Nous pouvons le réduire fortement en réglant l'expérience pour annuler séparément la contribution des deux termes. Pour trouver les valeurs optimales de vitesse et d'alignement nous allons volontairement les faire varier de manière contrôlée.

### Alignement vertical et horizontal

Pour aligner les trajectoires dans l'axe  $Z$ , il nous faut varier l'alignement vertical du miroir ainsi que la vitesse de lancement. Au lieu de varier le module de la vitesse de lancement, nous avons choisi de décaler l'instant de chaque impulsions autour de l'apogée, changeant

ainsi la classe de vitesse des atomes interrogés. Nous décalons habituellement les impulsions de  $\pm 0.25$  ms, ce qui est équivalent à un changement de vitesse de  $\pm 2.5$  mm.s $^{-1}$ . Pour l'horizontal, nous inclinons l'expérience afin d'introduire une vitesse transverse selon l'axe  $y$  en déplaçant les masses posées sur la plateforme flottante. Pour rester dans la zone de mesure de l'inclinomètre, nous nous limitons à des inclinaisons de  $\pm 7$  V, soit  $\pm 0.7$  mrad. La vitesse transverse ainsi introduite est de  $g \sin \delta\beta_y(t_1 + T)$  où  $\delta\beta_y$  représente l'inclinaison de l'expérience.

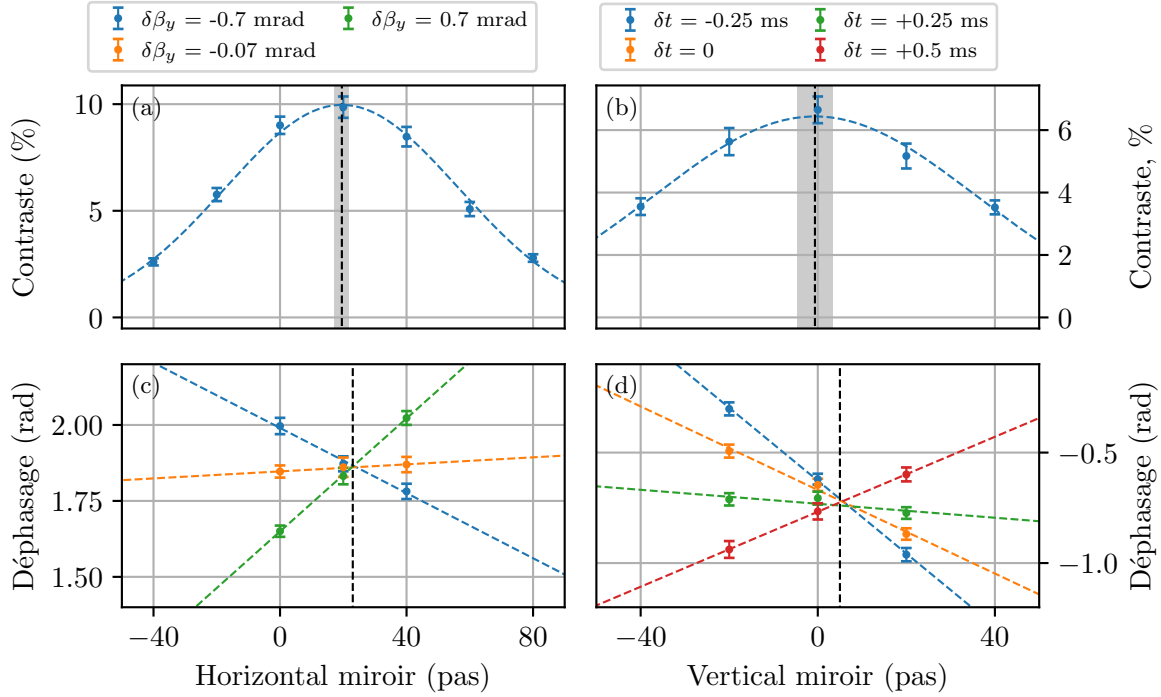


Fig. IV.18 (a-b) Courbes de contraste en fonction de l'alignement des miroirs en vertical et horizontal. (c-d) Courbes de déphasage pour le réglage des trajectoires dans les directions  $x$  et  $z$ . Le croisement des différentes courbes représente l'alignement optimal des miroirs et coïncide avec le maximum de contraste.

Sont présentées figure (IV.18) les mesures de phase et de contraste pour les deux directions correspondant à l'interféromètre sur l'axe  $X$ . L'alignement des miroirs est optimal lorsque le contraste est maximum et lorsque les différentes courbes se croisent. Cela correspond au cas où  $\delta\theta = 0$ , le déphasage est nul quelque soit l'erreur sur la vitesse  $\delta v$ . Le changement d'inclinaison de l'expérience entraîne généralement une rotation de celle-ci autour de l'axe vertical, mesurée par les capteurs de positions présentés dans le chapitre 2. En fonction de l'orientation de l'aire de l'interféromètre par rapport au nord, cette rotation peut entraîner un déphasage supplémentaires lors des mesures utilisées pour l'alignement des trajectoires. Ce déphasage ne dépend pas de l'alignement des miroirs mais varie généralement entre deux inclinaisons, entraînant un croisement des différentes lignes mesurés qui ne correspond pas au maximum de contraste. Deux solutions possibles pour éviter ce problème, la première consistant à effectuer l'alignement des trajectoires lorsque l'expérience est orientée vers le nord, annulant ainsi l'effet, ou bien de corriger les déphasages parasites à l'aide des capteurs

de positions. Le croisement des différentes mesures de phase et la détermination du maximum de contraste nous permet d'extraire l'alignement optimal avec une précision de 0.6 pas (0.2  $\mu\text{rad}$ ).

Pour déterminer la vitesse optimale (de telle manière que  $\delta v = 0$ ), nous nous intéressons à la pente  $d\Delta\Phi/\delta\theta$  des courbes présentées sur la figure (IV.18). Lorsque la pente est nulle, le déphasage sera le même quelque soit l'alignement, signe que la vitesse est bien ajustée. Les pente des différentes courbes sont présentées sur la figure (IV.19), ainsi que la courbe attendue pour un facteur d'échelle du miroir piezo de 0.385  $\mu\text{rad}/\text{pas}$ .

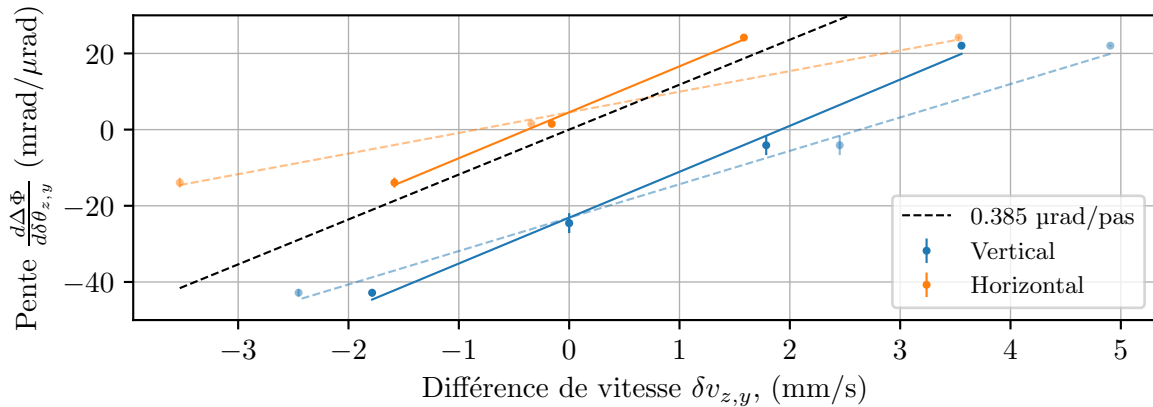


Fig. IV.19 Évolution de la pente  $d\Delta\Phi/d\delta\theta$  en fonction du décalage en vitesse  $\delta v$  introduit. Les courbes en pointillées sont des ajustements linéaires sur les données pour la verticale (bleu) et l'horizontale (orange). Les données sont ensuite corrigées pour prendre en compte la taille finie de la détection qui entraîne une mauvaise estimation de la vitesse effective des atomes (plus de détails sont donnés dans le matériel complémentaire de [Altorio et al., 2020]).

L'alignement relatifs des miroirs varie avec la température de l'expérience (de l'ordre de quelques  $\mu\text{rad}/\text{degrés}$ , voir Annexe B), et est actuellement un des problèmes majeurs pour la stabilité de l'instrument. L'alignement doit être ajusté environ chaque semaine, et plus dans le cas de grosses fluctuations de température ont lieu dans les blindages (changement de séquence, non jointif, jointif, grosses fluctuations de température extérieure..etc). Les fluctuations de températures sont liés principalement au cycle de climatisation, mais également aux fluctuations journalières et ce malgré le filtrage par la boîte isolante. Une solution est de contrôler en température les montures de miroirs, de la même manière que cela a été fait dans la thèse de [Tackmann, 2013], ou bien de contrôler complètement la température de la boîte d'isolation, en chauffant l'intérieur. Lors de l'installation du second axe de mesure, nous avons changé les montures soutenant les miroirs de l'axe X pour des supports plus monolithiques en aluminium, qui semblent avoir améliorés la stabilité. Les montures de l'axe Y sont quand à elles constituées de plusieurs pièces (anciennement utilisées sur l'axe X) et moins stables. Nous avons également fait un effort pour limiter le passage de l'air chaud entre le blindage du PMO 3D et le blindage de la chambre à vide, pour essayer de limiter les effets liés au chauffage des bobines.

### IV.3 Conclusion

Nous avons commencé par présenter deux méthodes nous permettant de caractériser les paramètres de notre signal interférométrique (offset, contraste et RSB) sans pour autant connaître la phase du signal ou bien lorsque ses variations sont très importantes (phase de vibration). Si la phase est résolvable, les méthodes d'ajustement par paquets et d'asservissement à flanc de frange sont utilisables.

Nous avons ensuite décrit la procédure d'alignement des miroirs de l'interféromètre, composé de plusieurs étapes permettant de s'approcher de plus en plus de l'alignement nécessaire à la fermeture de l'interféromètre (de l'ordre de quelques  $\mu\text{rad}$ ). La procédure d'alignement habituelle a été enrichie avec l'utilisation d'interféromètres à 3 impulsions qui permettent un alignement plus rapide et efficace de l'interféromètre.

# Chapitre V

## Optimisation de la stabilité du gyromètre double axe

Dans ce chapitre, nous étudierons dans un premier temps les différentes méthodes de corrélations du bruit de vibration, qui permettent une amélioration notable des performances. Une nouvelle manière de combiner les signaux des deux sismomètres pour estimer le plus fidèlement possible le bruit vu par les atomes va être présentée, avec un gain de performance notable et permettant une meilleure compréhension des limitations actuelles de la méthode.

Nous présenterons ensuite les différents modes de fonctionnement du gyromètre qui consistent à supprimer les temps morts entre mesures ainsi qu'à augmenter la cadence de cycle en entrelaçant plusieurs nuages d'atomes. Une nouvelle méthode permettant de moyenner plus rapidement le bruit de vibration sera présentée, ainsi que les résultats obtenus, leur étude ainsi que les limitations observées. Nous terminerons par une démonstration du fonctionnement du gyromètre en entrelaçant les mesures dans les deux axes X et Y.

### V.1 Corrélations des vibrations

Le grand temps d'interrogation de notre interféromètre le rend très sensible aux perturbations extérieures, notamment aux vibrations. La phase engendrée par ces vibrations peut atteindre plusieurs radians, brouillant complètement les franges d'interférences si elle n'est pas corrigée. La phase totale s'exprime ainsi par :

$$\Delta\Phi(t) = \Delta\Phi_0 + \delta\Phi_{\text{vib}}(t) \quad (\text{V.1})$$

où  $\Delta\Phi_0$  est une phase statique d'intérêt, et  $\delta\Phi_{\text{vib}}(t)$  représente la phase induite par les vibrations. Pour pallier ce problème notre interféromètre est hybridé avec deux sismomètres, placés le plus proche des miroirs possible [Lautier et al., 2014]. Pendant ma thèse, nous avons déplacé les deux sismomètres à l'intérieur des blindages, de manière à les rapprocher des miroirs Raman. Utiliser la même monture pour le miroir et le sismomètre permet d'éviter les éventuelles résonances mécaniques qui pourraient apparaître. Les deux capteurs sont utilisés pour estimer le bruit de vibrations vu par les atomes pendant l'interféromètre. À l'aide du formalisme de la fonction de sensibilité présenté au chapitre 1, nous pouvons calculer la phase de vibration  $\delta\Phi_{\text{vib}}^{\text{calc}}(t)$  et la soustraire de la mesure finale.

En sortie d'interféromètre, nous mesurons la probabilité totale :

$$P(t) = P_0 + \frac{C}{2} \sin [\Delta\Phi_0 + \delta\Phi_{\text{vib}}(t)] \quad (\text{V.2})$$

La première méthode de corrélation des vibrations se fait à posteriori et consiste à tracer la probabilité mesurée à l'aide de l'interféromètre en fonction de la phase de vibration calculée avec les deux sismomètres. Nous traçons ainsi :

$$P(\delta\Phi_{\text{vib}}^{\text{calc}}(t)) = P_0 + \frac{C}{2} \sin [\Delta\Phi_0 + \delta\Phi_{\text{vib}}^{\text{calc}}(t) + \delta\epsilon(t)] \quad (\text{V.3})$$

où  $\delta\epsilon = \delta\Phi_{\text{vib}}(t) - \delta\Phi_{\text{vib}}^{\text{calc}}(t)$  représente le résidu de phase lié à une mauvaise estimation du bruit de vibration.

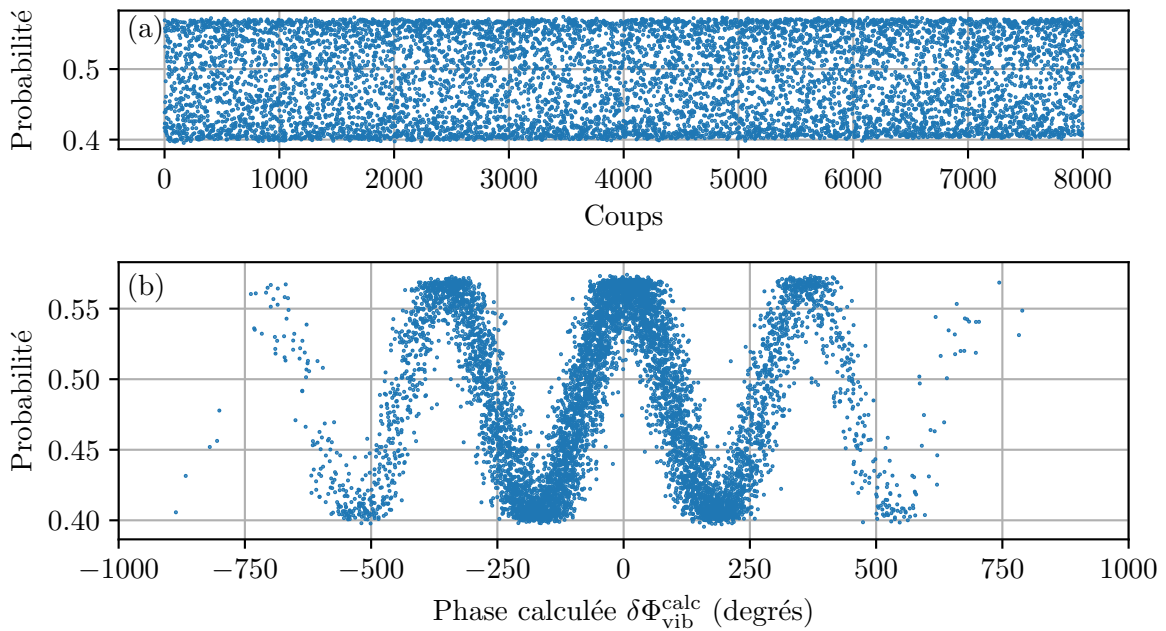


Fig. V.1 (a) Mesures de probabilité en fonction du nombre de coups. Les franges d'interférences sont complètement brouillées par les vibrations. (b) Mêmes mesures, mais cette fois-ci en fonction de la phase calculée, les franges d'interférences sont bien visibles. Le RSB issu du batman pour ce jeu de données est de 38.

Afin d'estimer le mieux possible le bruit de vibration vu par les atomes à l'aide des deux sismomètres, nous allons explorer les différentes méthodes utilisées pour estimer la phase de vibration.

### V.1.1 Calcul de la phase de vibration

#### Méthode n°1 - Signal de vitesse moyen

La première méthode, et celle que nous avons utilisé la plupart du temps, consiste à traiter le signal de vitesse de la même manière pour les deux sismomètres. Les signaux de vitesses sont ainsi intégrés à l'aide de la fonction de sensibilité complète de l'interféromètre, pour obtenir deux phases, une pour le sismomètre du haut  $X^{\text{haut}}$  et une pour celui du bas

$X^{\text{bas}}$ . Ces deux phases sont ensuite combinées avec un poids  $\alpha$ , qui est représentatif des mouvements des miroirs.

Un coefficient  $\alpha$  de 0.5 sera indicatif d'une accélération pure, alors qu'un coefficient supérieur ou inférieur à cette valeur correspondra à une combinaison d'accélération et de rotation autour d'un axe fixe :

$$X^{\text{haut}} = \int_0^{2T} v^{\text{haut}}(t)g_v(t)dt \quad X^{\text{bas}} = \int_0^{2T} v^{\text{bas}}(t)g_v(t)dt$$

$$\delta\Phi_{\text{vib}}^{\text{calc}} = \gamma \left[ \alpha X^{\text{haut}} + (1 - \alpha)X^{\text{bas}} \right] \quad (\text{V.4})$$

Un coefficient de normalisation  $\gamma$  est ajouté afin d'obtenir des franges de vibrations de période  $2\pi$ . Un des avantages de cette méthode vient de l'utilisation de la fonction de sensibilité complète à la vitesse, qui se comporte comme un filtre passe-haut d'ordre 2 à basse fréquence, coupant ainsi toute contribution continues provenant d'éventuels offsets ou dérives du signal de vitesse.

### Méthode n°2 - Signal de vitesse complet

Il est possible d'écrire le déphasage de l'interféromètre à 4 impulsions en séparant les vibrations ressenties par les atomes sur la fenêtre du bas (les impulsions  $\pi/2$ ) et sur la fenêtre du haut (les impulsions  $\pi$ ). Les composantes s'écrivent ainsi :

$$\Phi_{14} = \Phi_1 - \Phi_4 \quad (\text{V.5})$$

$$\Phi_{23} = \Phi_2 - \Phi_3 \quad (\text{V.6})$$

$$\Delta\Phi = \Phi_{14} - 2\Phi_{23} \quad (\text{V.7})$$

Nous pouvons définir le déphasage en utilisant les vitesses des miroirs du haut et du bas :

$$\delta\Phi_{\text{vib}}^{\text{calc}} = \int_0^{2T} v^{\text{bas}}(t)g_v^{14}(t)dt - 2 \int_{\frac{T}{2}}^{\frac{3T}{2}} v^{\text{haut}}(t)g_v^{23}(t)dt \quad (\text{V.8})$$

où nous avons défini les fonctions de sensibilité temporelles à la vitesses du miroir du haut  $g_v^{23}(t)$  et du bas  $g_v^{14}(t)$ , représentées sur la figure (V.2).

Il faut ensuite estimer la vitesse réelles des miroirs à partir des informations des sismomètres. Les deux capteurs ne sont pas placés directement derrière chaque miroirs, et il est nécessaire de combiner les signaux.

$$\delta\Phi_{\text{vib}}^{\text{calc}} = \int_0^{2T} \left[ \alpha v^{\text{bas}}(t) + \beta v^{\text{haut}}(t) \right] g_v^{14}(t)dt - 2 \int_{\frac{T}{2}}^{\frac{3T}{2}} \left[ \gamma v^{\text{bas}}(t) + \delta v^{\text{haut}}(t) \right] g_v^{23}(t)dt \quad (\text{V.9})$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont les coefficients utilisés pour estimer la vitesse du miroir du bas, et  $\gamma$  et  $\delta$  ceux pour estimer la vitesse du miroir du haut.

Comme nous pouvons le voir sur la figure (V.2), l'aire des deux fonctions de sensibilité n'est pas nulle, à l'opposé de la fonction de sensibilité complète de l'interféromètre à 4



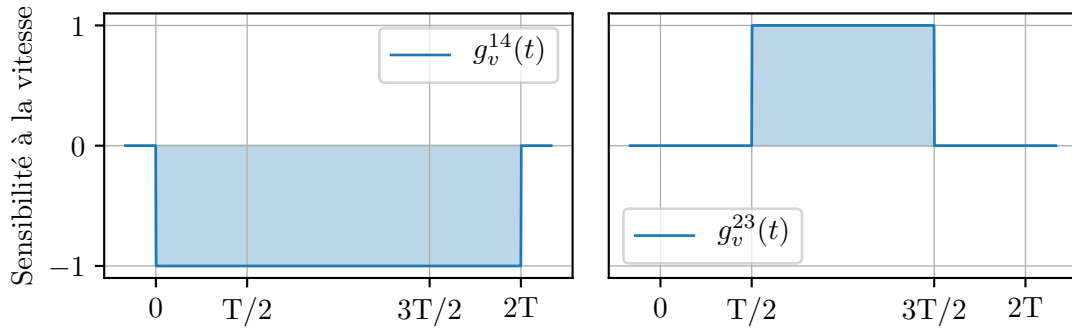


Fig. V.2 Fonctions de sensibilités temporelles à la vitesse pour les deux miroirs.

impulsions. Si les signaux de vitesses ne sont pas de moyennes nulles, nous allons accumuler des déphasages parasites lors de l'intégration.

En pratique les signaux de vitesse ne sont jamais de moyenne parfaitement nulles, principalement à cause de dérives basse fréquences que celle-ci soient d'origines physiques ou non. Pour utiliser cette méthode, il est nécessaire de filtrer les composantes continues et basses fréquences des signaux de vitesses issus des sismomètres avant de procéder à l'intégration. Le filtrage est fait de manière discrète et numérique avec un filtre passe haut du second ordre, le tout en temps réel.

$$v'_{\text{filtre}}[i] = \alpha \left( v'_{\text{filtre}}[i-1] + v_{in}[i] - v_{in}[i-1] \right) \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{1}{1 + 2\pi\Delta_T f_c} \quad (\text{V.10})$$

$$v''_{\text{filtre}}[i] = \alpha \left( v''_{\text{filtre}}[i-1] + v'_{\text{filtre}}[i] - v'_{\text{filtre}}[i-1] \right) \quad (\text{V.11})$$

où  $f_c$  représente la fréquence de coupure du filtre et  $\Delta_T$  l'espacement temporel entre les échantillons, lié à la fréquence d'échantillonnage. Les notations  $v'$  et  $v''$  représentent les valeurs filtrées au premier ordre et au second ordre. Le choix de la fréquence de coupure est critique et doit répondre aux problématiques suivantes. Le filtre doit tout d'abord couper suffisamment haut pour éliminer les composantes continues et les dérives basses fréquences. Cependant, si la fréquence de coupure est trop haute, le déphasage issu du filtre causal va détériorer la qualité des corrélations à plus haute fréquence. Il faut ainsi trouver un compromis entre les deux effets. En théorie et dans le cas d'un signal de moyenne nulle et représentant directement les vitesses des miroirs, cette méthode devrait corrélérer n'importe quel mouvement vu par les miroirs, que ce soit les accélérations ou les rotations.

### Méthode n°3 - Accélérations et rotations

Pour mieux comprendre l'origine des bruits vus par les capteurs et essayer de déterminer lesquels étaient d'origine physiques, nous avons mesuré avec nos sismomètres pendant plusieurs jours d'affilée, pour avoir un aperçu des bruits basses fréquences. Les spectres ont été présentés section (III.7.2), et nous avons pu observer dans le signal de demi-différence, qui représente la rotation, une remontée basse fréquence typique du bruit des capteurs eux mêmes. Les Trillium Compact ont un bruit propre légèrement plus élevé que les autres sismomètres (voir Annexe C), lié à leur petite taille. La contribution de ce bruit propre lorsque

nous la ramenons en phase est non négligeable, car la fonction de sensibilité à la rotation ne coupe pas à basse fréquence. Dans les méthodes de corrélations précédentes, nous ne séparons pas les mouvements des miroirs dus aux accélérations de ceux dus aux rotations. Le bruit de rotation à basse fréquence, qui n'a pas d'origine physique, est ainsi considéré comme du signal et est utilisé pour l'estimation de la phase de vibration vue par les atomes, ce qui est une erreur. Le bruit d'accélération basse fréquence quand à lui est d'origine physique et empêche l'utilisation d'un filtre qui agirait sur les signaux séparés des sismomètres.

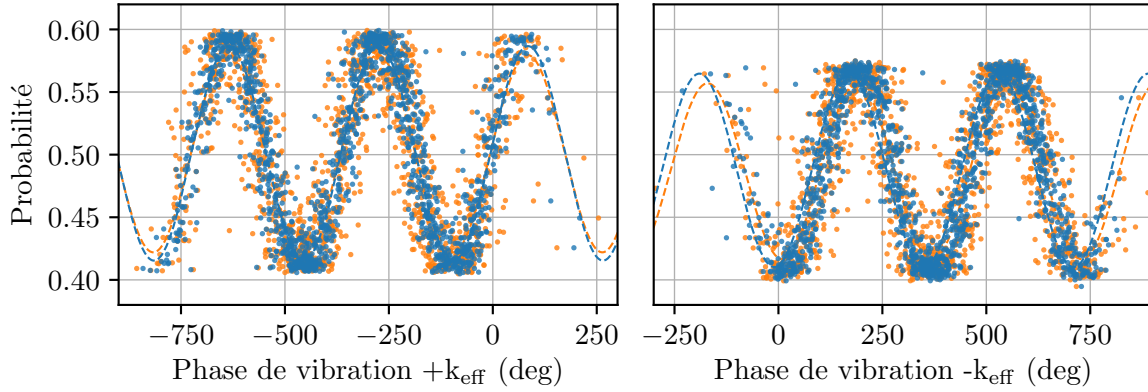


Fig. V.3 Comparaison de la méthode utilisant le signal de vitesse moyen (en orange) et la nouvelle méthode séparant accélérations et rotations (en bleu) après optimisation des différents paramètres. Nous pouvons mesurer un gain de 15 % en utilisant la seconde méthode.

Nous avons donc mis en place une nouvelle manière de corréler les vibrations en se basant sur ces hypothèses. Dans un premier temps nous combinons les signaux des deux capteurs en faisant la demi-somme et la demi-différence, de manière à séparer les signaux issus des accélérations et des rotations. Nous appliquons ensuite un filtre numérique uniquement sur le signal de rotation, de manière à limiter la contribution des composantes basses fréquences et continues du signal. Le signal d'accélération n'est pas filtré. Les deux signaux sont ensuite intégrés à l'aide des fonctions de sensibilité à la rotation et à l'accélération, afin d'obtenir deux phases distinctes, notées  $\delta_{vib}^{rot}$  et  $\delta_{vib}^{acc}$ . Les deux phases sont ensuite combinées avec des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$ , qui sont ajustés pour avoir les meilleures corrélations possibles. L'optimisation est réalisée en post traitement avec les données complète des sismomètres acquises à 40 kHz en parallèle de la probabilité mesurée par le gyromètre. La fréquence de coupure du filtre, la position  $L$  du centre de rotation pour la fonction de sensibilité à la rotation ainsi que les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  sont optimisés.

$$\delta\Phi_{vib}^{calc} = \alpha \int_0^{2T} \frac{1}{2} (v^{bas}(t) + v^{haut}(t)) g_{acc}(t) dt + \beta \int_0^{2T} \frac{1}{2} \mathcal{F} [v^{bas}(t) - v^{haut}(t)] g_{rot}(t) dt \quad (V.12)$$

Nous utilisons ici également un filtre passe haut numérique du deuxième ordre pour filtrer le signal de rotation.

La fréquence optimale trouvée est  $f_c = 0.05$  Hz pour le filtre du deuxième ordre. La figure (V.3) compare la méthode utilisant le signal moyen des deux sismomètres avec la nouvelle méthode. Nous avons mesuré une amélioration de 30% sur le niveau de bruit à mi-frange,

passant ainsi de 341 mrad à 245 mrad.

Cette méthode apparaît comme étant plus robuste que les précédentes, mais le filtrage causal nécessaire entraîne des déphasages inévitables sur le signal de rotation. La fréquence de coupure est alors un compromis entre le niveau de réjection du bruit à basse fréquence et le déphasage accumulé aux fréquences intermédiaires.

### Comparaison des méthodes de corrélations

Nous avons comparé la qualité des corrélations sur un même jeu de données et ce pour un interféromètre de  $2T = 800$  ms. Les trois méthodes ont été utilisées et les différents coefficients optimisés pour avoir le meilleur résultat possible, et ce pour chaque méthode séparément. Les franges sont tracés sur la figure (V.4), pour  $+k_{\text{eff}}$ .

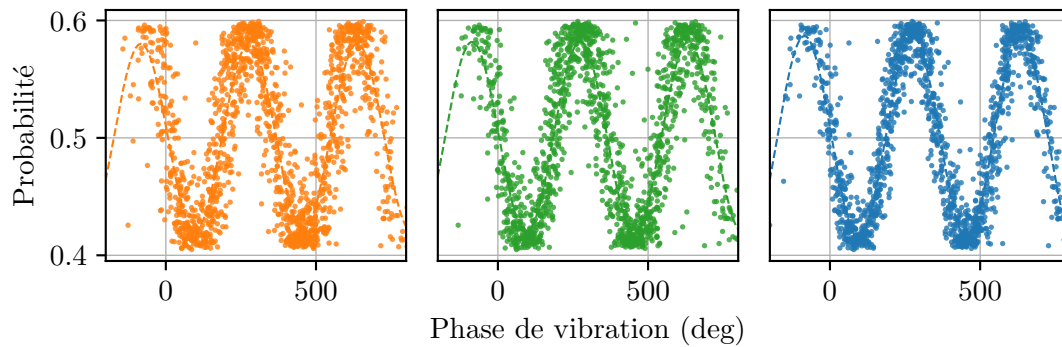


Fig. V.4 Probabilité en fonction de la phase de vibration calculée à partir des trois méthodes présentées précédemment. De gauche à droite nous avons la méthode utilisant le signal moyen, le signal complet, et la méthode séparant accélérations et rotations.

Les trois méthodes permettent de reconstituer le signal, mais le niveau de bruit à mi-frange est différent. Pour la méthode utilisant le signal moyen le bruit est de 341 mrad. Pour la seconde méthode, avec un filtre du deuxième ordre de fréquence de coupure 0.08 Hz, le bruit est de 293 mrad, soit une amélioration de 15 %. La dernière méthode, en séparant le signal d'accélération et de rotation donne un bruit résiduel à mi-frange de 245 mrad, soit encore une amélioration de 15 %, bien visible sur la figure (V.4).

#### V.1.2 Limite de la qualité de corrélations

Nous avons vu que la qualité de la réjection des vibrations dépend de la méthode utilisée pour estimer les vibrations des équiphases lasers. D'autres effets interviennent également dans la bonne estimation du bruit de phase dû aux vibrations à partir du bruit enregistré par les sismomètres.

#### Délai de corrélation

Les sismomètres sont dotés de filtres passe-bas et passe-hauts qui atténuent le signal au delà des fréquences de coupures. Le signal mesuré est ainsi déphasé différemment selon la fréquence (voir section III.7.2). Il faut en théorie tenir compte de deux fonctions de transfert

lors de l'estimation des vibrations. La fonction de transfert en amplitude du sismomètre  $H_{\text{sis}}(f)$  et la fonction de transfert mécanique entre le miroir (les atomes) et le sismomètre  $H_{\text{at-sis}}(f)$ . Cette dernière pourra présenter des résonances mécaniques dues à la structure et à la fixation du sismomètre près du miroir et a été étudiée en annexe (E). Le déplacement des capteurs sur un support commun avec le miroir de réflexion Raman avait pour but de limiter cet effet. La DSP de bruit réelle  $S_{\text{at}}(f)$  peut ainsi s'écrire à partir de la DSP de bruit mesurée par le sismomètre  $S_{\text{mes}}(f)$  :

$$S_{\text{at}}(f) = |1 - H_{\text{sis}}(f)|^2 S_{\text{mes}}(f) \quad (\text{V.13})$$

$$= R(f) S_{\text{mes}}(f) \quad (\text{V.14})$$

où  $R(f) = |1 - H_{\text{sis}}(f)|^2$  représente l'efficacité de réjection. L'efficacité est maximale à la fréquence où la fonction de transfert du sismomètre vaut 1. Si nous négligeons la fonction de transfert entre le miroir et le sismomètre en faisant une hypothèse de rigidité, la fréquence de réjection maximale se trouve aux alentours de 0.8 Hz. Il est possible de décaler la fréquence de réjection maximale en introduisant un délai  $\delta t$  sur les données temporelles. La réjection se transforme ainsi en

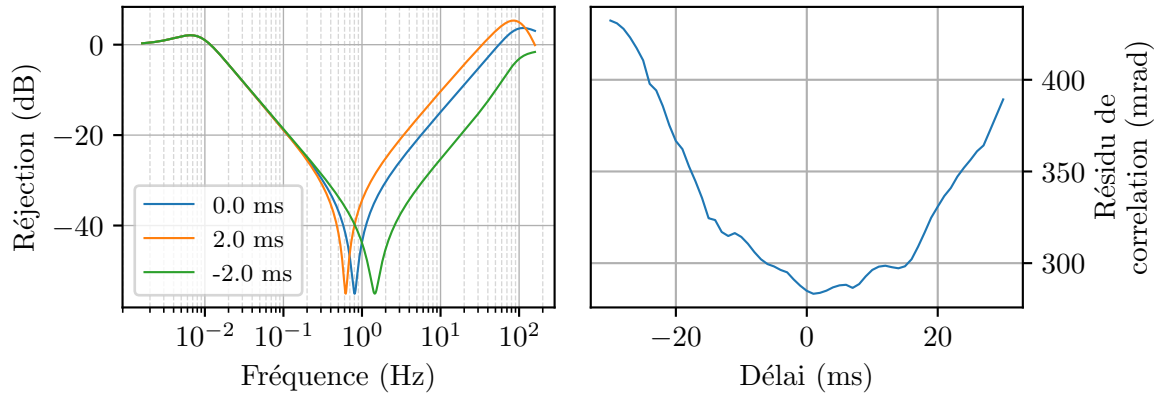


Fig. V.5 Fonction de réjection calculée pour plusieurs délais. La fréquence de réjection maximale se décale avec le délai. Mesure du bruit à mi-frange après corrélations pour différents délais.

$$R(f) S_{\text{mes}}(f) = |1 - H_{\text{sis}}(f)|^2 e^{-2\delta t} \quad (\text{V.15})$$

Selon la fréquence où le bruit est prédominant, il peut être avantageux de décaler le maximum de réjection vers ces fréquences. Nous avons mesuré le délai optimal avec le gyromètre et les données des sismomètre en post traitement. Le bruit à mi-frange a été mesuré pour différents délais, avec un minimum aux alentours de 1 ms. Le délai optimal peut être calculé avec la DSP de bruit, et donne également une valeur autour de 2 ms. Le gain para rapport à 0 ms n'est cependant pas significatif et le délai n'a pas été mis en place.

### Autres limitations de la qualité des corrélations

Pour le moment, il est probable que la qualité des corrélations soit limitée par une combinaison de facteurs plutôt que par un effet unique. Quelques pistes sont envisagées, avec la

possibilité de rajouter des coefficients dans l'axe vertical (Z) pour la corrélation dû à l'inclinaison des faisceaux Raman (pour  $4^\circ$ , les vibrations selon l'axe vertical devraient compter pour 7%). Nous n'avons pas pour le moment vu d'améliorations en rajoutant cette contribution. D'autres effets sont envisagés, par exemple l'apparition de bruit issu des fluctuations d'air lors des impulsions Raman [Xu et al., 2020]. Des couplages entre les axes des sismomètres sont également possibles, et il faudrait dans ce cas utiliser des combinaisons différentes des signaux estimer correctement le bruit de vibration. Nanometrics indique une sensibilité hors-axe de  $\pm 0.5\%$  pour les sismomètres Trillium compact. L'impact des résonances mécaniques qui apparaissent lors de la mesure de la fonction de transfert miroir-sismomètre (voir annexe E) n'est pas bien estimé, et il n'est pas certain que leur influence soit négligeable.

### V.1.3 Compensation temps réel

Les corrélations que nous avons étudiées jusque là ont été réalisées en post-traitement, c'est à dire une fois les mesures terminées. Pour extraire la phase interférométrique après corrélations, nous avons utilisé la technique des ajustement par paquets présentée au début de ce chapitre. Pour éviter les inconvénients intrinsèques à cette méthode, (réduction de la bande passante équivalente à cause des mesures de sensibilité réduite en haut et bas de frange) un système de compensation de la phase de vibration en temps réel, ou RTC (pour Real Time Compensation) a été mis en place.

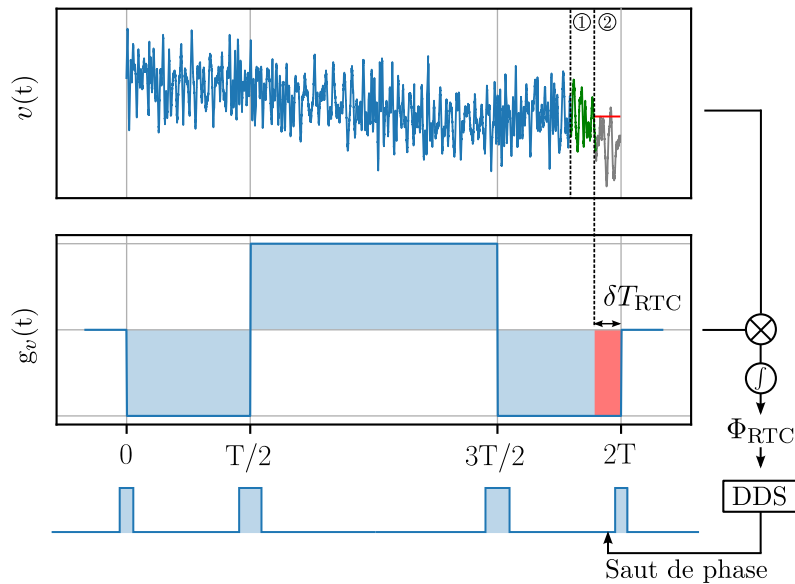


Fig. V.6 Signal de vitesse enregistré par un des sismomètres et la fonction de sensibilité à la vitesse associée. Les données en gris ne sont pas prises en compte, et remplacées par la ligne rouge, qui est la moyenne des données en vert,  $2\delta T_{RTC}$  avant la fin de l'interféromètre. Après intégration, la valeur de phase calculée est envoyée vers la DDS qui contrôle la différence de phase entre les deux lasers Raman.

Les vibrations ressenties par les sismomètres sont enregistrées pendant que les atomes sont dans l'interféromètre, jusqu'à  $\delta T_{RTC}$  avant la fin de la mesure. Les données de vibrations manquantes (entre  $2T - \delta T_{RTC}$  et  $2T$ ) sont extrapolées à partir des données précédentes prises

entre  $2T-2\delta T_{\text{RTC}}$  et  $2T - \delta T_{\text{RTC}}$  comme illustré sur la figure (V.6). La phase de compensation calculée s'écrit :

$$\Delta\Phi_{\text{RTC}}^{\text{Tot}} = \underbrace{\int_0^{2T-\delta T_{\text{RTC}}} v(t)g_v(t)dt}_{\text{Données complètes}} + \underbrace{\int_{2T-\delta T_{\text{RTC}}}^{2T} \langle v(2T-2\delta T_{\text{RTC}} \rightarrow 2T-\delta T_{\text{RTC}}) \rangle g_v(t)dt}_{\text{Extrapolation des données incomplètes}} \quad (\text{V.16})$$

Une fois la phase  $\Delta\Phi_{\text{RTC}}^{\text{Tot}}$  estimée, celle-ci est envoyée directement vers la DDS qui contrôle la différence de phase des lasers Raman. Elle sera ainsi imprimée sur la phase atomique lors de la dernière impulsion, compensant le déphasage dû aux vibrations accumulées pendant toute la durée de l'interféromètre :

$$\Delta\Phi_{\text{vib}} = \Phi_1 - 2\Phi_2 + 2\Phi_3 - (\Phi_4 + \Delta\Phi_{\text{RTC}}^{\text{Tot}}) \quad (\text{V.17})$$

$$= (\Phi_1 - 2\Phi_2 + 2\Phi_3 - \Phi_4) - \Delta\Phi_{\text{RTC}}^{\text{Tot}} \quad (\text{V.18})$$

$$= \Delta\Phi_{\text{vib}}^{\text{Tot}} - \Delta\Phi_{\text{RTC}}^{\text{Tot}} \quad (\text{V.19})$$

Plus le délai de compensation est court, plus l'erreur d'estimation de la phase sera faible. Nous utilisons généralement un délai de 20 ms, principalement limité par le délai de communication entre l'ordinateur de contrôle (qui gère l'acquisition des données de vibration et le calcul de la phase à appliquer) et la DDS. L'erreur d'estimation peut être mesurée en comparant les phases avec et sans délai a posteriori.

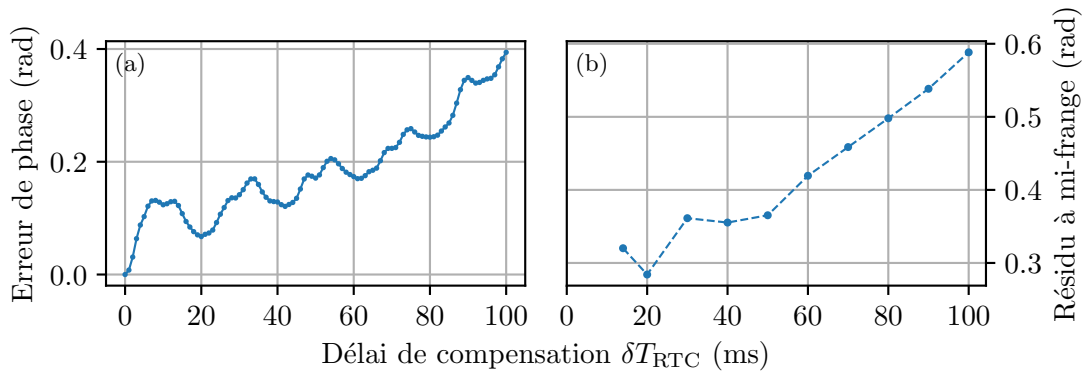


Fig. V.7 (a) Erreur d'estimation de la phase de vibration calculée à l'aide des données complètes. Il s'agit de l'écart entre l'estimation de la phase avec l'extrapolation des derniers points sur  $\delta T_{\text{RTC}}$  et l'estimation avec les données complètes. L'erreur est calculée en prenant l'écart-type de la différence de phase sur une centaine de coups. (b) Mesures du résidu à mi-frange après asservissement pour un interféromètre de  $2T = 572$  ms en fonction du délai de corrélation  $\delta T_{\text{RTC}}$ .

Un délai de 20 ms permet également de rejeter le bruit à 50 Hz. Nous pouvons observer l'effet sur la figure (V.7), où l'erreur sur l'estimation de la phase est calculée en fonction du délai. L'erreur est plus faible pour les multiple de 50 Hz, indiquant la présence d'un signal parasite dont la contribution en phase est appliquée sur la phase atomique à tort. Ainsi, il

est pour le moment plus avantageux de garder 20 ms que 10 ms. Tout délai inférieur à 3 ms aura par contre une erreur plus faible. Des délais de l'ordre de la  $\mu\text{s}$  ont déjà été atteint pour ce type de compensation ([Lautier et al., 2014]) et un système dédié est en préparation pour notre expérience. Pour réduire l'impact du 50 Hz, les sismomètres pourraient également être alimentés par des batteries comme cela a été fait précédemment dans la thèse de D. Savoie[Savoie, 2017].

Pour un délai de 20 ms, l'erreur est de l'ordre de 67 mrad, soit  $1.4 \times 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$  par coups pour un interféromètre de  $2T = 800 \text{ ms}$ . Cet effet n'est pas limitant pour le moment, mais les performances du gyromètre s'approchent rapidement et cet effet pourrait devenir problématique dans le futur. Cet effet est par ailleurs limitant lorsque l'on utilise  $2T = 572 \text{ ms}$ , car il contribue pour  $4 \times 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}$  par coup.

Une fois la phase de vibration compensée juste avant la dernière impulsion, nous pouvons balayer la phase des lasers Raman et observer les franges d'interférences, indication que la compensation fonctionne correctement.

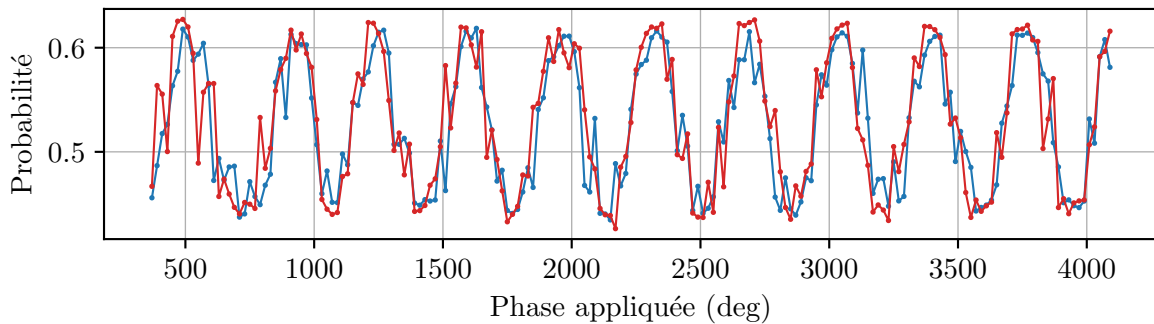


Fig. V.8 Probabilité mesurée en fonction de la phase des lasers Raman avec le système de compensation temps réel actif, pour un interféromètre de  $2T = 800 \text{ ms}$ . Les deux couleurs représentent les mesures pour  $\pm k_{\text{eff}}$ .

Une fois la CTR validée, nous pouvons appliquer l'asservissement à flanc de frange décrit plus tôt dans ce chapitre. L'asservissement permet de toujours rester dans la zone de sensibilité maximale. Une fois asservie, chaque mesure de probabilité sera effectivement une mesure de phase, rendant possible une fréquence d'échantillonnage maximale. La qualité des corrélations va déterminer le résidu à mi-frange lorsque la phase est asservie, et ainsi la sensibilité de l'interféromètre.

Le gain de corrélation peut être défini comme le rapport entre le niveau de bruit sur la phase de vibration totale, et le niveau de bruit à mi-frange une fois asservie. Sur la figure (V.9) sont présentés des histogrammes de la phase atomique pour deux durée d'interféromètres ( $2T = 800 \text{ ms}$  et  $2T = 572 \text{ ms}$ ). Pour le premier, le niveau de bruit initial était de 2.9 rad ramené à 471 mrad, soit un gain d'un facteur 6. Pour le second, le niveau de bruit est passé de 1.96 rad vers 235 mrad, soit un gain d'un facteur 8.

Si le niveau de bruit à mi-frange après asservissement est trop important, des effets liés aux non linéarités de la fonction de probabilité vont apparaître et venir limiter la sensibilité de l'interféromètre.

La phase totale est une combinaison de la phase issue de la mesure de probabilité (que nous appelons phase atomique), et de la phase compensée par l'asservissement, que nous

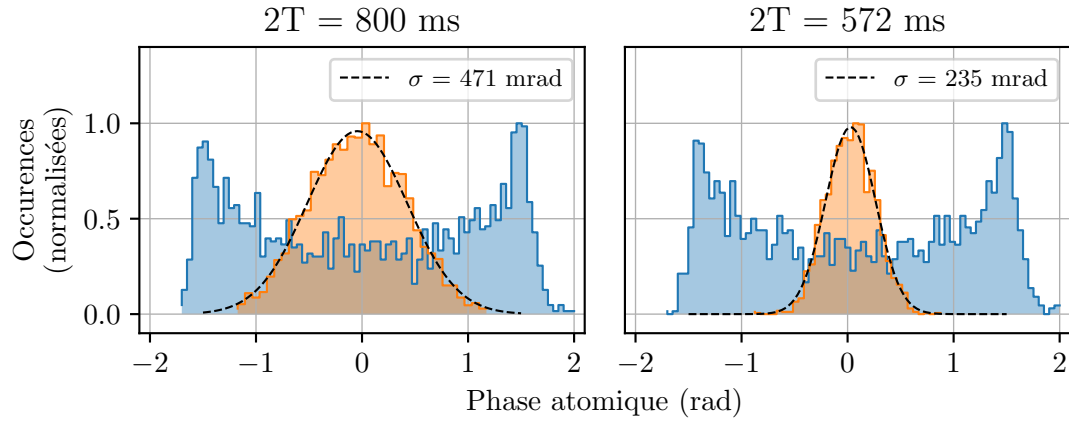


Fig. V.9 Histogrammes normalisés de la phase atomique pour le signal original (en bleu) et asservi à mi-frange (orange). L'écart type de la distribution gaussienne à mi-frange est indiqué pour deux interféromètres de temps d'interrogations différents  $2T = 800$  ms (H1-H4) et  $2T = 572$  ms (H1-H3). Ces résultats ont été obtenus en utilisant la méthode de corrélation avec le signal moyen, et non la nouvelle méthode présentée plus tôt dans ce chapitre.

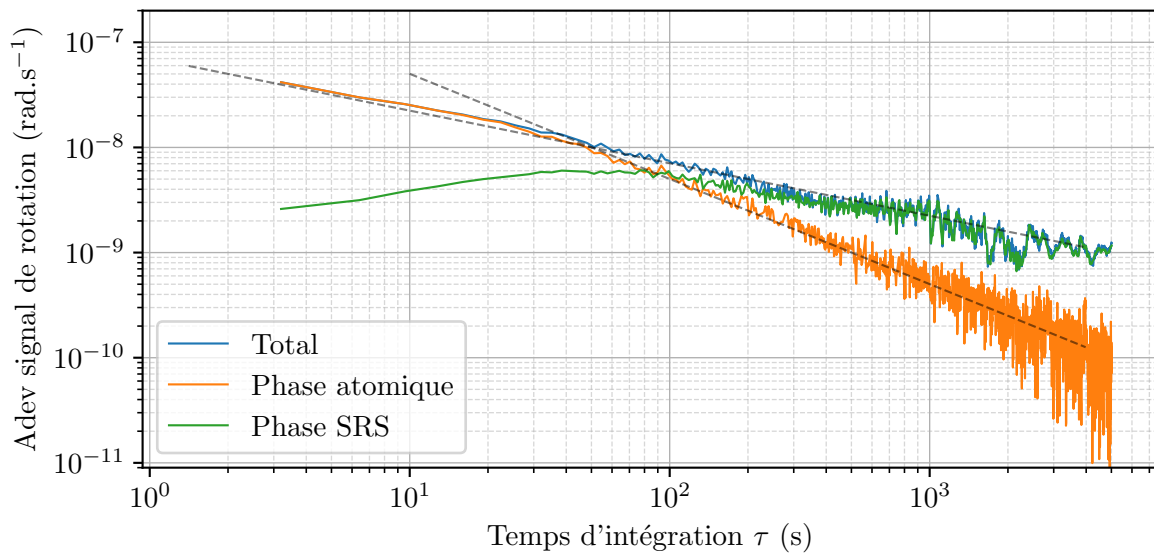


Fig. V.10 Variance d'Allan du signal de rotation lors d'une mesure asservie à flanc de frange. La phase totale peut être décomposée en deux, la phase atomique et la phase SRS.



appelons phase SRS. À court terme, la phase totale sera déterminée par la phase atomique, et le niveau de bruit résiduel à mi-frange. L'asservissement prends le relais aux alentours de 100 s, et la phase SRS devient dominante dans la phase totale.

Nous avons désormais tout les outils nécessaires pour étudier les performances de notre gyromètre et ce pour plusieurs modes de fonctionnement, que nous allons présenter ci-après.

La prochaine étape consistera à corrélér les accélérations à l'aide des sismomètres, et les rotations à l'aide d'un gyromètre optique, par exemple les gyromètres portables d'iXBlue [iXBlue], ou bien utiliser un sismomètre avec un bruit propre plus faible, de manière à ce que la demi-différence représente réellement le bruit de rotation (voir Annexe C).

## V.2 Mesures sans temps mort

L'opération d'un capteur à atomes froids est généralement séparée en trois étapes, la préparation des atomes, la séquence de mesure et la détection. Lors des étapes de préparation et de détection, le capteur ne mesure pas et les informations inertielles sont perdues. Les durées où le capteur ne mesure pas sont appelées temps morts et sont une des limitations actuelles des capteurs à atomes froids. Ce phénomène est similaire à l'effet Dick pour les horloges atomiques [Santarelli et al., 1998; Quessada et al., 2003] lié à des effets de repliement de spectre (provenant à la fois de la cadence de cycle elle-même, mais aussi de la présence de temps morts).

Dans le cas de notre instrument, les temps morts correspondent à la phase de piégeage et de refroidissement et à la phase de détection comme illustré sur la figure (V.11). Lorsque nous

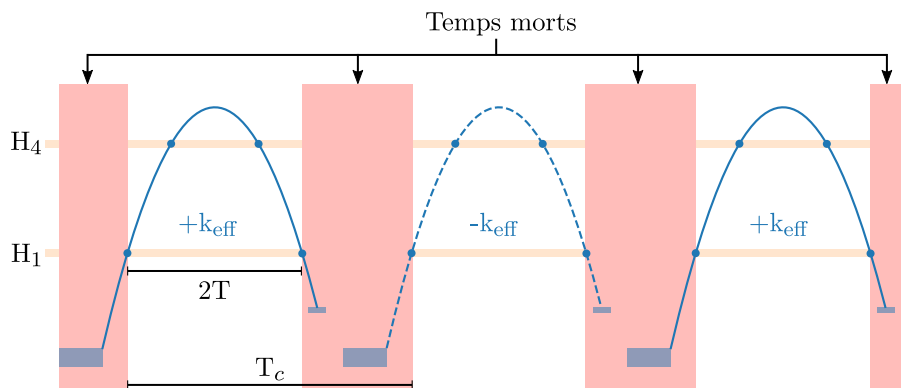


Fig. V.11 Séquence de fonctionnement du gyromètre à atomes froids illustrant la présence de temps morts.

opérons le gyromètre dans ce mode de fonctionnement, les temps morts contribuent à presque 40 % d'un cycle de mesure complet (un temps de cycle de 1.3 s pour 0.8 s d'interféromètre).

L'impact de la perte d'informations du signal inertiel a été étudié pour la navigation [Jekeli, 2005] et plus spécifiquement pour les interféromètres à atomes froids [Joyet et al., 2012]. Plusieurs solutions ont été proposées et mises en place à la fois pour les horloges et pour notre expérience. Des techniques ont été mises en place pour réduire le temps de cycle des horloges [Wynands and Weyers, 2005], avec la réalisation d'une horloge entrelacée [Dick et al., 1990; Biedermann et al., 2013]. Pour notre expérience et depuis 2013, nous sommes capable de faire fonctionner le gyromètre de manière continue et sans temps morts [Meunier, 2013; Dutta, 2015; Savoie, 2017; Altorio, 2019]. Nous allons présenter les différents modes de fonctionnement du gyromètre, certains dont les effets ont déjà été étudiés (simple jointif et jointif triple entrelacé) mais également un nouveau mode de fonctionnement qui nous a permis d'atteindre de nouvelles performances, le quasi double jointif.

### Variance du bruit de vibration - Mesures non jointives

Nous pouvons étudier la manière dont la phase atomique va se moyennner dans le temps pour le mode de fonctionnement avec temps morts. Nous rappelons l'expression du déphasage

lié à la position des atomes en chute libre dans le référentiel des lasers Raman :

$$\Delta\Phi = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \left[ \vec{r}_B(0) - 2\vec{r}_H\left(\frac{T}{2}\right) + 2\vec{r}_H\left(\frac{3T}{2}\right) - \vec{r}_B(2T) \right] \quad (\text{V.20})$$

où  $\vec{r}_{H,B}$  représente la position des atomes à l'instant  $t$  en distinguant une interrogation par les faisceaux du haut (H) ou du bas (B). Nous pouvons ré-écrire l'expression précédente pour distinguer le déphasage d'accélération et de rotation autour du faisceau Raman du haut :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \left[ \vec{r}_B(0) - 2\vec{r}_B\left(\frac{T}{2}\right) + 2\vec{r}_B\left(\frac{3T}{2}\right) - \vec{r}_B(2T) \right] \\ &\quad + \vec{k}_{\text{eff}} \cdot [(\vec{r}_B(0) - \vec{r}_H(0)) - (\vec{r}_B(2T) - \vec{r}_H(2T))] \\ &= \Delta\Phi^{\text{Acc}} + k_{\text{eff}}L [\theta(0) - \theta(2T)] \\ &= \Delta\Phi^{\text{Acc}} + k_{\text{eff}}L\delta\theta \end{aligned} \quad (\text{V.21})$$

où  $L$  représente la distance entre les deux miroirs et  $\delta\theta$  la variation d'angle entre la première et la dernière impulsion. Pour une série de  $N$  mesures de phase, nous pouvons exprimer la phase totale par :

$$\overline{\Delta\Phi}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \Delta\Phi_i = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (\Delta\Phi_{H,i}^{\text{Acc}} + k_{\text{eff}}L\delta\theta_i) \quad (\text{V.22})$$

ou  $\delta\theta_i$  est la différence entre l'angle à la première impulsions  $\theta(iT_c)$  et à la dernière impulsion  $\theta(iT_c + 2T)$ . Afin d'étudier comment les différents types de bruits se moyennent, nous exprimons la variance du signal moyen de phase :

$$\begin{aligned} \sigma_{\overline{\Delta\Phi}_N}^2 &= \text{Var}(\overline{\Delta\Phi}_N) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=0}^{N-1} \text{Var}(\Delta\Phi_i^{\text{Acc}} + k_{\text{eff}}L\delta\theta_i) \\ &= \frac{1}{N} (\sigma_{\text{Acc}}^2 + \sigma_{\delta\theta}^2) \end{aligned} \quad (\text{V.23})$$

Nous avons fait ici l'hypothèse que les mesures sont indépendantes les unes des autres (ce qui est justifié pour les mesures non jointives), et que le bruit est blanc. Cette dernière hypothèse n'est pas valable pour les bruits de rotation et de vibration, mais permet de mieux visualiser le comportement et le gain apporté par les différentes méthodes de mesures. Avec ces hypothèses, nous retrouvons le comportement habituel correspondant à la variance de bruits non corrélés, c'est-à-dire que l'écart type se moyenne en  $\sqrt{N}$ .

### V.2.1 Mesures jointives

La possibilité de faire fonctionner le gyromètre en continu a été démontrée en 2016 et publiée dans [Dutta et al., 2016]. Ce mode de fonctionnement consiste à toujours avoir un nuage d'atome dans l'interféromètre à tout instant. L'étape de préparation des atomes de la mesure  $i$  aura lieu lorsque le nuage  $i-1$  est dans l'interféromètre et l'étape de détection lorsque le nuage  $i+1$  débute sa mesure. Les atomes partagent ainsi la première et la dernière impulsion. Pour que les lasers soient résonnants avec les deux nuages d'atomes, nous alternons le signe de  $k_{\text{eff}}$  à chaque coup, les atomes qui montent ( $\omega_D > 0$ ) pour  $+k_{\text{eff}}$  auront ainsi la

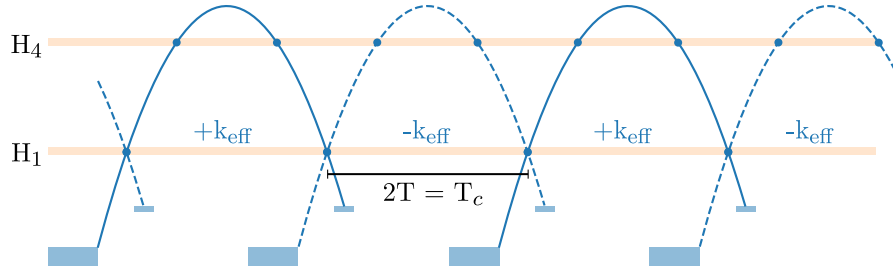


Fig. V.12 Schéma représentatif de la séquence jointive. Les premières et dernières impulsions sont partagées entre interféromètres de signe de  $k_{\text{eff}}$  opposés. Le temps de cycle est égal au temps d'interrogation total  $2T$ , et le gyromètre fonctionne en continu.

même fréquence que les atomes qui descendent ( $\omega_D < 0$ ) pour  $-k_{\text{eff}}$ . Cette alternance du signe de  $k_{\text{eff}}$  permet également une réjection de plusieurs effets non inertiels.

Le temps de cycle est ainsi égal au temps total  $2T = 800$  ms de l'interféromètre, pour une fréquence de mesure de 1.25 Hz.

### Variance du bruit de vibration - Mesures jointives

Nous pouvons étudier de la même manière que précédemment la façon dont les bruits de rotation et d'accélération se moyennent. La phase totale s'exprime :

$$\overline{\Delta\Phi}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \left( \Delta\Phi_i^{\text{Acc}} + k_{\text{eff}} L [\theta(i2T) - \theta((i+1)2T)] \right) \quad (\text{V.24})$$

le temps de cycle  $T_c$  étant égal à la durée totale de l'interféromètre  $2T$ , les angles vont se compenser un à un. L'angle lors de la dernière impulsion du cycle  $i$  étant égal à l'angle de la première impulsion du cycle  $i+1$ . La phase peut se ré-écrire :

$$\overline{\Delta\Phi}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \Delta\Phi_i^{\text{Acc}} + k_{\text{eff}} L \frac{\theta(0) - \theta(2TN)}{N} \quad (\text{V.25})$$

La variance s'exprime de la même manière que pour les mesures non jointives, mais nous trouvons cette fois-ci :

$$\sigma_{\Delta\Phi_N}^2 = \frac{1}{N} \sigma_{\text{Acc}}^2 + \frac{2}{N^2} \sigma_{\delta\theta}^2 \quad (\text{V.26})$$

Les termes de rotations se moyennent ainsi plus rapidement (en  $N^{-1}$ ) que les termes d'accélération (en  $N^{-1/2}$ ) et permettent d'atteindre une meilleure stabilité.

### Performances - Mesures jointives

Lors de la plupart des mesures, l'effet de moyennage plus rapide dû à la séquence jointive n'est que peu ou pas visible. Le bruit de rotation est plus faible que le bruit d'accélération résiduel (après corrélation), et n'est dominant que dans des bandes de fréquence où le temps de cycle de l'instrument nous limite. L'effet sera visible par la suite lorsque nous augmenterons la cadence d'échantillonnage. La séquence jointive permet également de rejeter les termes

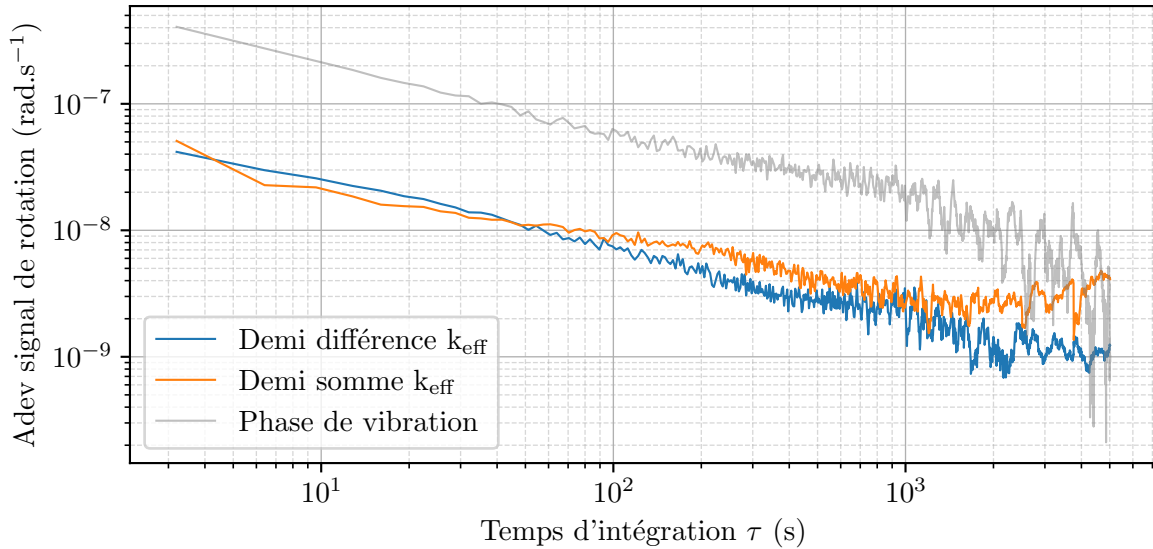


Fig. V.13 Variance d'Allan du signal de rotation du gyromètre en configuration jointive. La demi-différence et la demi-somme des  $k_{\text{eff}}$  illustrent l'évolution des termes inertiels (dépendants de  $k_{\text{eff}}$ ), et des termes non inertiels (indépendants de  $k_{\text{eff}}$ ). L'évolution de la phase de vibration avant compensation est également tracée, et montre une réjection d'un facteur 10.

indépendants du signe de  $k_{\text{eff}}$  à des fréquences proches de la fréquence de cycle. Lors des mesures longues, nous pouvons vérifier l'efficacité de la réjection de ces termes en regardant la demi-somme de  $k_{\text{eff}}$ , tracée sur la figure (V.13). Nous pouvons observer que sur les temps longs, ce terme dérive, alors que la phase de rotation continue à descendre, signe d'une bonne réjection. Nous pouvons également calculer le taux de réjection des vibrations en traçant la variance de la phase de vibration utilisée dans la compensation temps réel.

Nous observons une réjection d'un facteur 10 sur toute la bande de mesure. Cette courbe est typique des mesures jointives, avec une stabilité de  $1 \times 10^{-9}$  rad.s $^{-1}$  à 2000 s, et une sensibilité de  $4 \times 10^{-8}$  rad.s $^{-1}$  à 1 coup (ici 3.2 s).

La fréquence de mesure de l'instrument reste faible pour un capteur inertielle, limitée par le grand temps de vol nécessaire pour obtenir une bonne sensibilité. Pour obtenir une plus grande cadence de mesure, une solution est de réduire le temps vol. Ainsi, il est possible d'avoir à la fois un capteur plus compact et une meilleure fréquence d'échantillonnage. Cependant, la sensibilité à la rotation du gyromètre diminue très rapidement car proportionnelle à  $T^3$ . Cette solution n'est donc pas satisfaisante. La solution mise en place en 2018 et publiée dans [Savoie et al., 2018] consiste à entrelacer plusieurs nuages d'atomes.

## V.2.2 Mesures jointives - Triplement entrelacées

La configuration jointive triplement entrelacé a été développée pendant la thèse de D. Savoie, [Savoie, 2017] et consiste à entrelacer 3 séquences jointives entre elles, de manière à augmenter la cadence de cycle, comme illustré sur la figure (V.14).

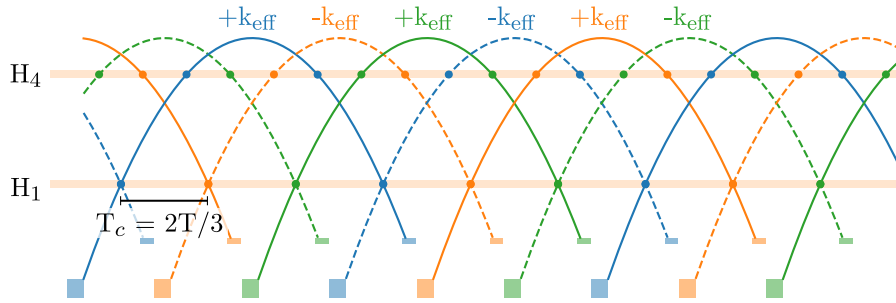


Fig. V.14 Séquence jointive triplement entrelacée (3JI). La durée du PMO et de la détection sont réduites pour limiter la lumière diffusée et la perte de contraste associée.

Cette séquence permet d'obtenir un temps de cycle de 287 ms (3.75 Hz), pour un temps d'interféromètre total  $2T = 801$  ms. La cadence de mesure 3 fois plus rapide permet de mieux estimer le bruit de vibration (qui devient du bruit corrélé entre les différentes mesures), et permet de voir apparaître dans la variance d'Allan la descente plus rapide due à la réjection du bruit de rotation des mesures jointives. La durée de la détection et du PMO sont grandement réduites afin de limiter les problèmes de lumière diffusées dans la chambre et la perte de contraste associée (la durée du PMO passe de 200 ms à 55 ms, et la durée de détection de 80 ms à 10 ms). Il s'agit actuellement du maximum d'entrelacement possible sur notre expérience, des essais ont été réalisés pour des séquences quintuplement entrelacées, sans succès. Les détails de ce type de séquence sont données dans la thèse de D.Savoie.

Cette séquence a permis en 2018 d'établir un record de sensibilité et de stabilité, publié dans [Savoie et al., 2018]. Nous reprenons ici la courbe présentée dans l'article.

La stabilité finale obtenue est de  $3 \times 10^{-10}$  rad.s<sup>-1</sup> à 10000 s, avec un moyennage plus rapide que  $1/\sqrt{\tau}$  à court terme. Cette séquence pousse les capacités techniques de notre expérience à leur limite, le contraste étant diminué par la lumière diffusée (entre 7% et 12 %), et le nombre d'atomes réduit par le chargement très court du PMO 3D (55 ms). Nous n'utilisons ainsi cette configuration que pour les mesures long terme.

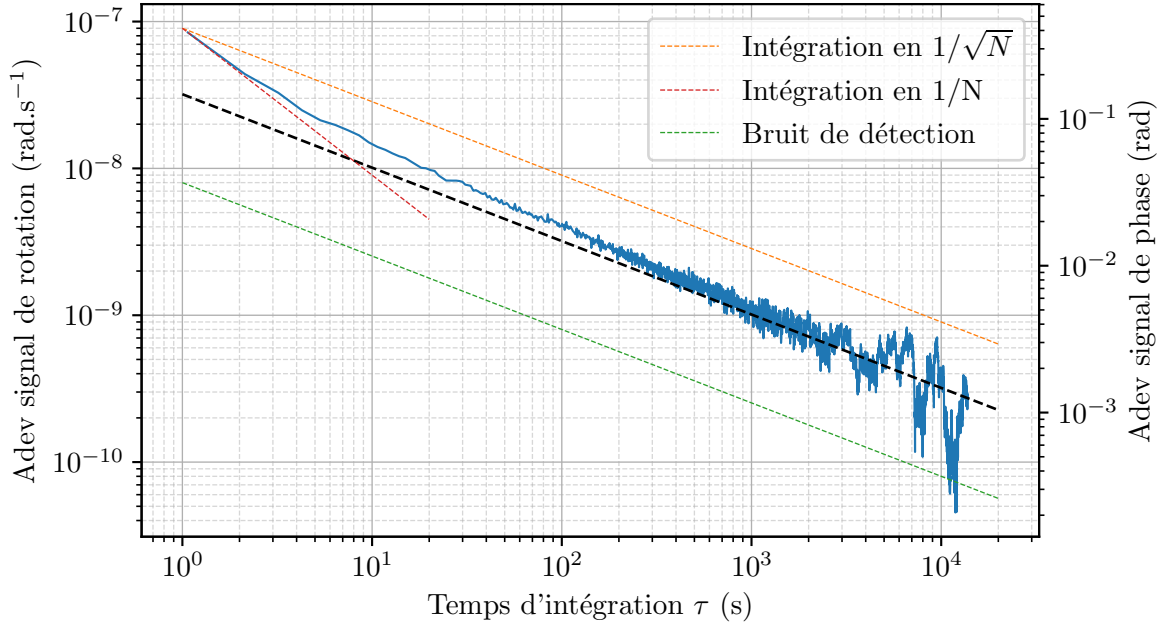


Fig. V.15 Courbe de stabilité pour le mode jointif triplement entrelacé. La stabilité est de  $3 \times 10^{-10}$  rad.s<sup>-1</sup> à 10000 s.

### V.2.3 Mesures jointives - Doublement entrelacées

Une configuration intermédiaire entre le simple jointif et le jointif triplement entrelacé consiste à effectuer des mesures doublement jointives. En configuration simplement jointif, les impulsions  $\pi/2$  sont partagées, mais les mesures doublement jointives partagent à la fois les impulsions  $\pi$  et les impulsions  $\pi/2$ . Ce type de mesures permet en théorie de moyenner beaucoup plus vite à la fois le bruit d'accélération et de rotation, car ceux-ci deviennent complètement corrélés.

Pour une séquence double jointive parfaite et en prenant les notations de la figure (V.16), nous pouvons écrire les phases imprimées lors des impulsions :

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{Tot}} = & \phi_1 - 2\cancel{\phi_2} & + 2\phi_4 - \cancel{\phi_5} + \phi_5 - 2\cancel{\phi_6} & + 2\cancel{\phi_8} - \phi_9 \\ & + 2\cancel{\phi_2'} - \cancel{\phi_3} + \phi_3 - 2\cancel{\phi_4'} & + 2\cancel{\phi_6'} - \cancel{\phi_7} + \phi_7 - 2\cancel{\phi_8'} \end{aligned}$$

toutes les phases s'annulent, et le bruit est parfaitement corrélé, et se moyennent en  $1/N$  au lieu du traditionnel  $1/\sqrt{N}$  pour les bruit non corrélés. Une simulation de variance d'Allan de la phase de rotation est présentée figure (V.17), où les différences de pentes entre les différentes configurations sont bien visibles. La simulation utilise le même traitement de données que celui utilisé sur l'expérience, en remplaçant les probabilités et les signaux des sismomètres par des valeurs simulées. Les signaux des sismomètres sont remplacés par du bruit blanc pour plus de simplicité et la phase atomique est calculée à partir de ces signaux avec un degré de corrélation choisi. La simulation est ensuite lancée en mode asservie à mi-frange et les données traitées de manière similaire à celles du gyromètre atomique.

Nous observons une pente de  $1/\sqrt{\tau}$  pour les configurations impaires (simple et triple jointif), et une pente de  $1/\tau$  pour la configuration double jointive.

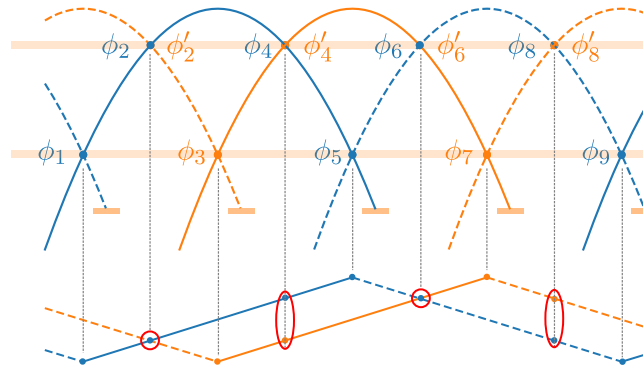


Fig. V.16 Illustration de la séquence doublement jointive parfaite. À la fois les impulsions  $\pi$  et  $\pi/2$  sont partagées. En dessous des interféromètres est représenté la rampe de fréquence idéale pour compenser l'effet Doppler. Entourés en rouge sont les fréquences lors des pulses  $\pi$  partagés, montrant qu'une fois sur deux il est nécessaire d'avoir deux fréquences différentes au même moment. C'est pour cette raison que cette configuration et toutes les configurations d'entrelacement paires ne sont pas réalisables pour notre configuration d'interféromètre.

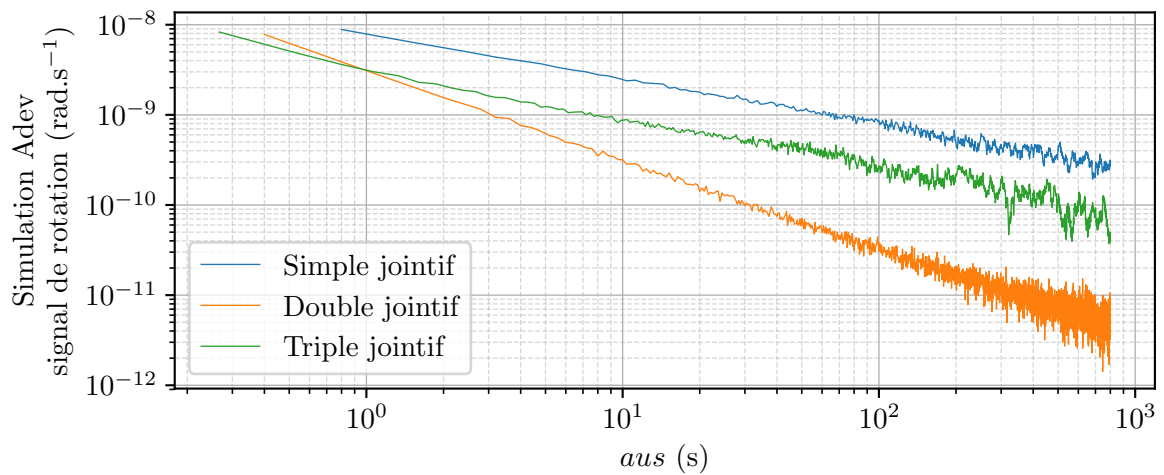


Fig. V.17 Simulation de la variance d'Allan de la phase de rotation pour les configurations jointives, double jointif parfait et triple jointif. Nous utilisons un interféromètre de  $2T = 800$  ms, avec un niveau de bruit inférieur à la réalité pour ne pas être limité par des effets de non linéarités. La configuration double jointive se moyenne en  $1/N$ , et les configurations simple et triples en  $1/\sqrt{N}$ .



Dans le cas de notre dispositif expérimental, nous ne pouvons pas effectuer d'entrelacement avec un nombre paire d'interféromètres (double, quadruple...), car au moment où un nuage qui est sur une trajectoire ascendante croise un nuage qui est sur une trajectoire descendante pour un signe opposé de  $k_{\text{eff}}$ , les fréquences de résonances pour les deux nuages ont besoin d'être différentes (pour certaines impulsions). Si nous utilisons la même fréquence, la transition ne sera résonnante que pour un des deux interféromètres. Le mode doublement jointif parfait est ainsi hors de notre portée, mais nous avons étudié la possibilité de contourner le problème en opérant dans un mode «quasi»double jointif.

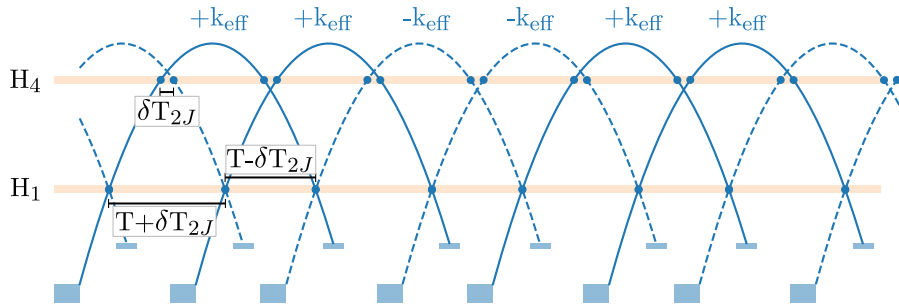


Fig. V.18 Séquence «quasi»double jointive. L'écart  $\delta T_{2J}$  est ajustable.

Nous décalons ainsi 1 interféromètre sur 2 d'une durée  $\delta T_{2J}$ , de manière à avoir deux séquences simple jointives entrelacées. Les interféromètres ne partagent plus les impulsions  $\pi$  mais plus les impulsions sont proches, plus nous nous rapprochons du mode complètement jointif. Les fréquences de bruit non corrélés dépendent directement du décalage entre interféromètres. Nous pouvons exprimer cette sensibilité à l'aide du formalisme de la fonction de sensibilité présenté au chapitre 1.

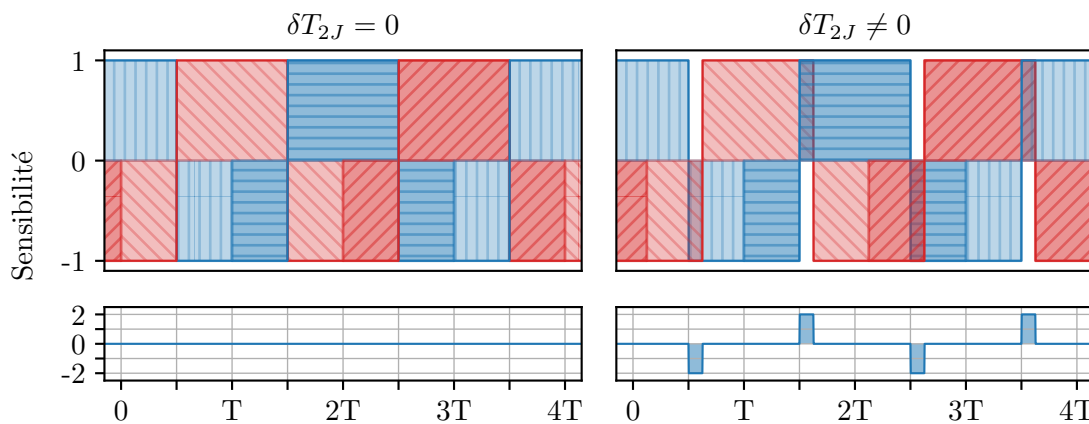


Fig. V.19 (Gauche) Sensibilité pour une séquence parfaitement double jointive. (Droite), Sensibilité pour la séquence pseudo double jointive. La fonction de sensibilité résiduelle est présentée dessous.

Lorsque les deux séquences entrelacées se chevauchent (pendant  $\delta T_{2J}$ ), la sensibilité double au lieu de s'annuler. La sensibilité à la phase dans le domaine fréquentiel s'exprime comme :

$$|H_{\phi}^{2J}(\omega)|^2 = 16 \sin^2\left(\frac{\omega}{2}\delta T_{2J}\right) \sin^2\left(\frac{\omega}{2}T\right) \quad (\text{V.27})$$

et la sensibilité aux accélérations :

$$|H_{\text{acc}}^{2J}(\omega)|^2 = 16 \frac{k_{\text{eff}}^2}{\omega^2} \sin^2\left(\frac{\omega}{2}\delta T_{2J}\right) \sin^2\left(\frac{\omega}{2}T\right) \quad (\text{V.28})$$

Lorsque le délai  $\delta T_{2J}$  tends vers 0, la sensibilité résiduelle aux accélérations tends également vers 0. Nous pouvons observer la présence de zéros à deux période différentes, aux multiples de  $1/(2T)$  et  $1/(\delta T_{2J})$ . Lorsque  $\delta T_{2J}$  tends vers  $T$ , nous retrouvons les sensibilités habituelles à la phase et à l'accélération (en pointillés sur la figure V.20).

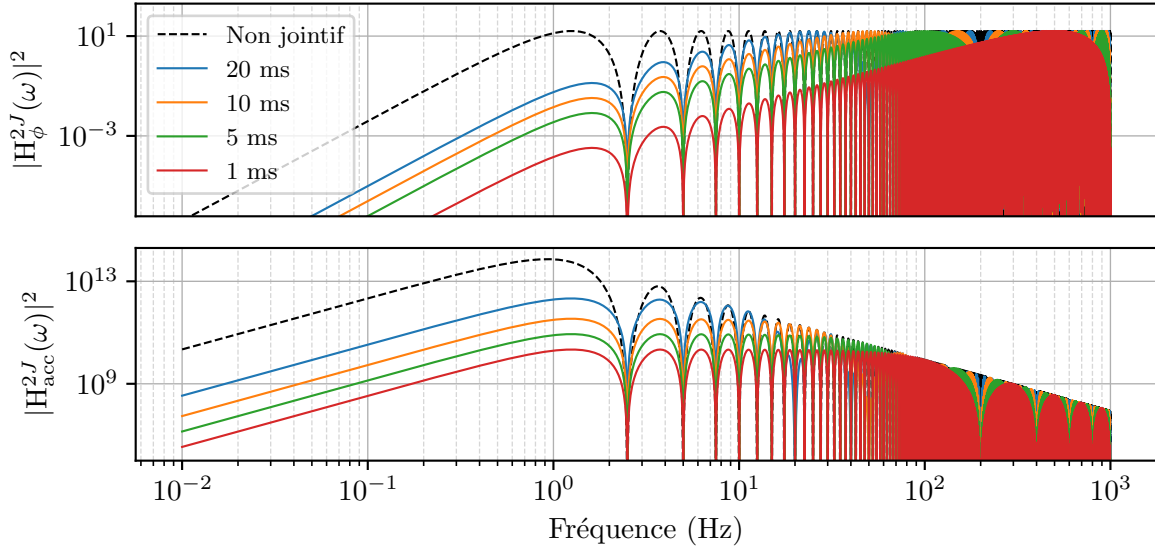


Fig. V.20 Les courbes du haut représentent les fonctions de sensibilité à la phase des interféromètre en configuration double jointive. Les courbes du bas représentent la somme des fonctions de sensibilités. Si le décalage  $\delta T_{2J} = 0$ , la somme des fonctions est nulle mais une sensibilité résiduelle apparaît lorsque  $\delta T_{2J} \neq 0$ .

Pour les deux fonctions de sensibilité, nous pouvons observer trois régimes différents. Pour la phase, à basse fréquence (entre 0 Hz et  $1/2T$ ) la fonction de sensibilité se comporte comme un filtre d'ordre 4. Elle se comporte comme un filtre d'ordre 2 aux fréquence intermédiaires (entre  $1/2T$  et  $1/\delta T_{2J}$ ) et est plate aux fréquences supérieures à  $1/\delta T_{2J}$ . Diminuer le délai de la séquence double jointive réduit la sensibilité à la phase pour toutes les fréquences inférieures à  $1/\delta T_{2J}$  (soit  $< 200$  Hz pour 5 ms, et  $< 50$  Hz pour 20 ms). Les mêmes bandes de fréquences d'intérêt sont présentes pour la sensibilité à l'accélération avec un comportement de filtre d'ordre 1 à basse fréquence, un plateau pour les fréquences intermédiaires (entre  $1/2T$  et  $1/\delta T_{2J}$ ) et une coupure d'ordre 2 pour les hautes fréquences.

La sensibilité restera ainsi identiques aux fréquences supérieures à  $1/\delta T_{2J}$ , et diminuera proportionnellement au délai pour les fréquences inférieures.

### Simulations du mode pseudo-double jointif

Nous avons simulé l'effet du décalage  $\delta T_{2J}$  attendu sur la stabilité du gyromètre. Nous avons vu que pour le mode double jointif parfait, les mesures de phases se moyennent en  $1/\tau$  car toutes les mesures sont corrélées. Lorsque nous introduisons un délai, du bruit non corrélé réapparaît, limitant ainsi les performances.

Le calcul théorique de la variance d'Allan pour différents modes de fonctionnement a été effectué dans [Meunier et al., 2014] et est détaillé dans la thèse de M. Meunier [Meunier, 2013]. Ce calcul a été vérifié sur une configuration d'horloge Ramsey. La variance d'Allan de la phase en présence de bruit blanc de densité spectrale de bruit  $S(\omega)$  s'exprime par :

$$\sigma^2(\tau_m) = \frac{1}{m^2} \int_0^{+\infty} |H(\omega)|^2 S_\phi(\omega) \frac{\sin^4(m\omega T_c)}{\sin^2(\omega T_c/2)} \frac{d\omega}{2\pi} \quad (\text{V.29})$$

où  $m$  représente le nombre d'échantillons utilisés pour le calcul de la variance, avec  $\tau_m = mT_c$ ,  $T_c$  étant le temps de cycle de l'expérience.  $|H(\omega)|^2$  est la fonction de sensibilité de la configuration qui nous intéresse. Nous définissons la fonction de sensibilité totale de la configuration double jointive  $g_s^{pseudo-2J}(t)$  sur un cycle de  $2T$  comme :

$$g_s^{pseudo-2J}(t) = g_s^{2J-parfait}(t) + g_s^{résid}(t) \quad (\text{V.30})$$

soit en terme de fonction de sensibilité fréquentielle :

$$|H^{pseudo-2J}(\omega)|^2 = \left[ H^{2J-parfait}(\omega) + H^{résid}(\omega) \right]^2 \quad (\text{V.31})$$

Nous pouvons finalement écrire

$$\sigma_{pseudo-2J}^2(\tau) = \sigma_{parfait-2J}^2(\tau) + \underbrace{\sigma_{résid}^2(\tau) + 2\sigma_{parfait-2J}(\tau)\sigma_{résid}(\tau)}_{\text{Terme croisé}} \quad (\text{V.32})$$

Le terme croisé représente les corrélations entre les deux paires d'interféromètres, et nous le négligeons pour le moment :

$$\sigma_{pseudo-2J}(\tau) = \sqrt{\sigma_{parfait-2J}^2(\tau) + \sigma_{résid}^2(\tau, dT)} \quad (\text{V.33})$$

Avec les deux termes séparés suivants, évalués pour du bruit blanc de densité spectrale constante  $S_0$  :

$$\begin{aligned} \sigma_{parfait-2J}^2 &= \frac{1}{2m^2} S_0 \int_0^{+\infty} |H_{acc}^{4p}(\omega)|^2 \frac{\sin^4(m\omega T_c/2)}{\sin^2(\omega T_c/4)} \frac{d\omega}{2\pi} \\ &= \frac{1}{2m^2} S_0 \int_0^{+\infty} 64 \frac{k_{eff}^2}{\omega^2} \sin^2(\omega T/2) \sin^4(\omega T/4) \frac{\sin^4(m\omega T)}{\sin^2(\omega T/2)} \frac{d\omega}{2\pi} \end{aligned} \quad (\text{V.34})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{résid}^2 &= \frac{1}{2m^2} S_0 \int_0^{+\infty} |H_{acc}^{résid}(\omega)|^2 \frac{\sin^4(m\omega T_c)}{\sin^2(\omega T_c/2)} \frac{d\omega}{2\pi} \\ &= \frac{1}{2m^2} S_0 \int_0^{+\infty} 16 \frac{k_{eff}^2}{\omega^2} \sin^2(\omega \delta T_{2J}/2) \sin^2(\omega T/2) \frac{\sin^4(m\omega 2T)}{\sin^2(\omega T)} \frac{d\omega}{2\pi} \end{aligned} \quad (\text{V.35})$$

Le comportement de la variance d'Allan va refléter la manière dont la phase va se moyennner avec le nombre de mesure. Pour la séquence double jointive parfaite, l'intégrale (V.34) peut être résolue directement et la solution analytique est donnée par :

$$\sigma_{parfait-2J}^2 = \frac{1}{\tau_m^2} \frac{S_0 k_{\text{eff}}^2 \pi^2 T^5}{4} \quad (\text{V.36})$$

La phase va ainsi se moyennner en  $1/\tau_m$ , signe d'un bruit totalement corrélé entre interféromètres. Pour la fonction de sensibilité résiduelle due au faible décalage temporel, l'intégrale n'a pas de solution exacte, mais le comportement peut être déterminé en décomposant l'intégrale sur la somme des harmoniques de la fonction de sensibilité.

En faisant l'hypothèse que le temps d'intégration  $\tau_m$  tends vers l'infini, nous pouvons écrire [Canuel, 2007; Meunier, 2013] :

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\sin^4(m\omega T_c/2)}{\sin^2(\omega T_c)} = \frac{2m}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - n\omega_c) \quad (\text{V.37})$$

où  $\omega_c = 2\pi/T_c$  correspond à la pulsation pour une fréquence de cycle. Les formes intégrales sont ainsi réduites en sommes discrètes évaluant la fonction de sensibilité fréquentielle sur les harmoniques de la fréquence de cycle. Les premières harmoniques sont tracés avec la fonction de sensibilité pour les modes jointif et double jointif sur la figure (V.21). Pour le mode simple jointif, une harmonique sur 2 tombe sur un zéros de la fonction, et pour le mode double jointif, chaque harmonique tombe sur un zéro. Nous avons fait l'hypothèse que  $\omega \ll \Omega_R$  pour le moment pour négliger la durée finie des impulsions.

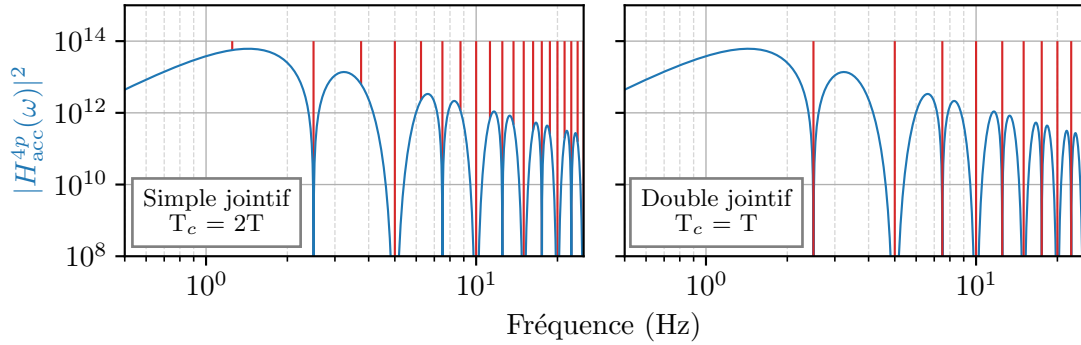


Fig. V.21 Fonction de sensibilité à l'accélération et harmoniques de la fréquence de cycle pour le mode jointif simple (Gauche) et double jointif (Droite)

Les expressions intégrales peuvent se ré-exprimer après décomposition sur les harmoniques, d'abord pour le double jointif parfait :

$$\begin{aligned} \sigma_{parfait-2J}^2 &= \frac{64k_{\text{eff}}^2 S_0}{\tau_m} \sum_1^{+\infty} \frac{T^4}{(2\pi n)^4} \sin^2(n\pi) \sin^4(n\pi/2) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (\text{V.38})$$

puis pour la partie résiduelle :

$$\begin{aligned}
\sigma_{résid}^2 &= 16k_{\text{eff}}^2 S_0 \frac{1}{\tau_m} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\omega_c} \sin^2(\omega_c \delta T_{2J}/2) \sin^2(\omega_c T/2) \\
&= 16k_{\text{eff}}^2 S_0 \frac{1}{\tau_m} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{T^2}{\pi^2 n^2} \sin^2(n\pi/2 \delta T_{2J}/T) \sin^2(n\pi/2) \\
&= \frac{1}{\tau_m} S_0 T \delta T_{2J} k_{\text{eff}}^2
\end{aligned} \tag{V.39}$$

La décomposition en harmonique pour le double jointif parfait est nulle, comme prévu. Chaque harmonique tombant sur un zéro de la fonction de sensibilité. Cette méthode nous permet de trouver une solution analytique pour l'évolution de la variance d'Allan en présence d'un décalage temporel. Nous retrouvons ainsi une évolution en  $\sqrt{\tau_m}$  dont la contribution dépend du décalage temporel en  $\sqrt{T \delta T_{2J}}$ .

La variance d'Allan totale sera ainsi composée de la combinaison de deux pentes, aux temps courts en  $1/\tau_m$  correspondant à la sensibilité à l'accélération totale et aux temps longs en  $1/\sqrt{\tau_m}$  limités par la partie résiduelle de la fonction de sensibilité. Le point d'inflexion entre les deux contributions est donné par :

$$\tau_0 = \frac{\pi^2 T^4}{4 \delta T_{2J}} \tag{V.40}$$

La variance totale s'exprime à partir de l'équation (V.33) :

$$\sigma_{pseudo-2J}^2(\tau_m) = k_{\text{eff}}^2 S_0 T \left( \frac{\pi^2 T^4}{\tau_m^2} + \frac{\delta T_{2J}}{\tau_m} \right) \tag{V.41}$$

Nous avons effectué des simulations à la fois dans le domaine temporel, en générant du bruit blanc et en calculant la phase directement en intégrant à l'aide de la fonction de transfert, et avec la solution analytique calculée.

La simulation et le calcul analytique ont le même comportement et illustrent bien le changement de pente attendu en fonction du délai.

Le bruit d'accélération auquel est soumis l'interféromètre est néanmoins loin d'être blanc. Nous pouvons calculer numériquement la contribution des différentes fréquences à la fois pour du bruit blanc et pour du bruit dont la DSP est mesurée directement sur l'expérience et est représentative du bruit réel (voir section III.7.2). La figure (V.23) montre l'évolution des contributions en fonction du délai et pour les différentes bandes de fréquence. Pour le bruit blanc et entre 0 et 20 ms de délai, le bruit entre 10 Hz et 100 Hz domine, avant que le bruit plus basse fréquence (1 Hz - 10 Hz) devienne dominant au dessus de 30 ms.

Pour des spectres de bruits réels, la situation est plus compliquée. Lorsque nous calculons les contributions, celles ci sont complètement dominées par le bruit haute fréquence. Le spectre de vibration mesuré (lien chap 1) remonte en effet après 10 Hz, mais n'est plus représentatif du bruit réel. Le spectre est ainsi dominé par le bruit des capteurs. Une solution serait d'utiliser un capteur supplémentaire pour estimer correctement le bruit de vibration haute fréquence, ce qui n'a pas été fait pour le moment. Il est donc difficile de conclure sur les fréquences de bruits qui limitent actuellement la descente en  $1/\tau$  de la variance d'Allan.

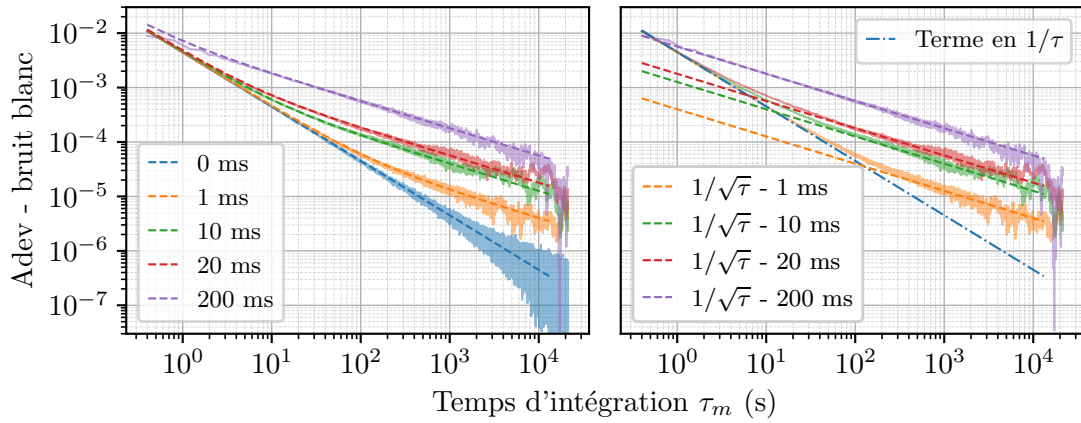


Fig. V.22 Simulation des variances d'Allan en présence de bruit blanc pour différents délais de séquences double jointives. Les traits pleins viennent de la simulation avec les données temporelles, et les traits pointillés de la formule analytique. À gauche les résultats complet de la simulation comparés avec le calcul complet et à droite les contributions des deux pentes sont séparées pour être mieux visibles.

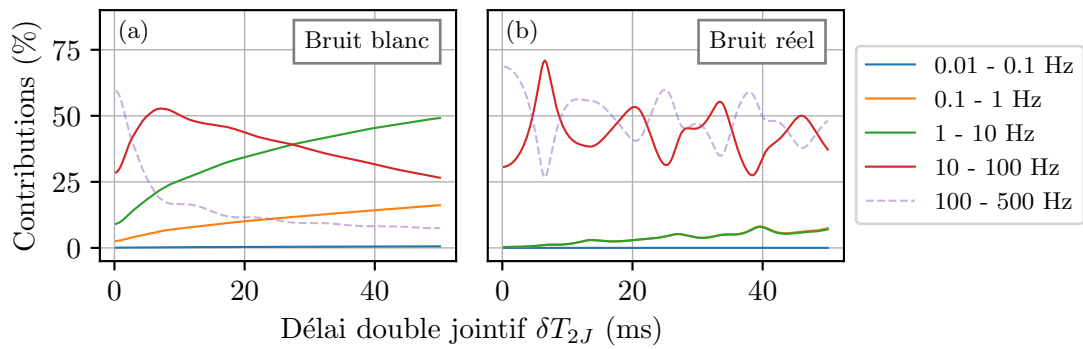


Fig. V.23 Estimation des contributions des différentes bandes de fréquence pour du bruit blanc (a) et du bruit issu des sismomètre (b). Le bruit au delà de 100 Hz est indiqué en pointillé car au delà de la bande passante de mesure de notre sismomètre.

La méthode quasi double jointive reste néanmoins prometteuse car permettant de rejeter plus efficacement le bruit basse fréquence. L'efficacité de réjection est cependant difficile à quantifier car nous ne connaissons pas le spectre de vibration après corrélation. Nous avons donc mis en place cette séquence expérimentalement afin de pouvoir observer directement le gain apporté sur le gyromètre.

### Mise en place du mode pseudo-double jointif

Nous avons mesuré la durée minimale pour l'écart entre interféromètres par spectroscopie Raman, en observant l'écart temporel entre les deux nuages d'atomes (montant et descendants).

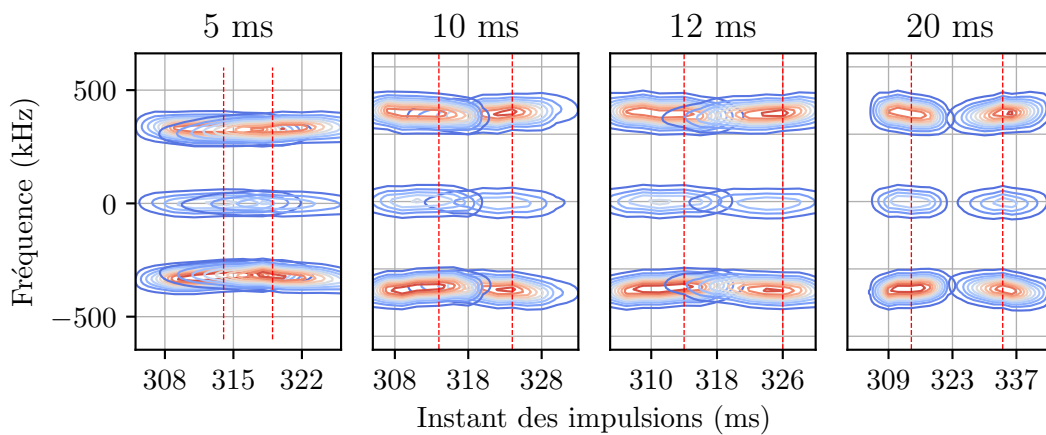


Fig. V.24 Probabilité de transition en fonction de la différence de fréquence des lasers Raman pour différents instant d'impulsions et différents décalage de la séquence double jointive (5/10/12/20 ms). Les couleurs sont représentatives des courbes d'iso-probabilité de transition.

Nous pouvons observer les spectroscopies sur la figure (V.24), pour quatre séparation de séquences différentes. Les lignes pointillées rouges indiquent le moment des impulsions, la première étant réalisée à 314 ms, et la seconde à  $314 + \delta T_{2J}$  ms. Pour un décalage temporel de 20 ms, les nuages sont bien séparés, pour 12 et 10 ms, nous pouvons commencer à voir un recouvrement des différents pics et ils sont complètement recouverts pour une séparation de 5 ms. Nous avons travaillé au départ avec une séparation de 20 ms, et ensuite avec 12 ms, nous allons voir et discuter l'impact de ce décalage temporel par la suite.

### Symétrie de la rampe de fréquence

Une attention particulière doit être portée sur l'ajustement de la rampe de fréquence pour le mode quasi double jointif. Pour être capable d'avoir une rampe de fréquence effective pour chaque nuage en vol malgré l'entrelacement des trajectoires nous utilisons des sauts de fréquence (de la même manière que pour le mode triplement entrelacé). La fréquence doit être changée rapidement dans l'intervalle  $\delta T_{2J}$  entre 4 différentes fréquences (la fréquence au moment des impulsions Raman). La configuration de la "rampe" de fréquence est présentée sur la figure (V.25)

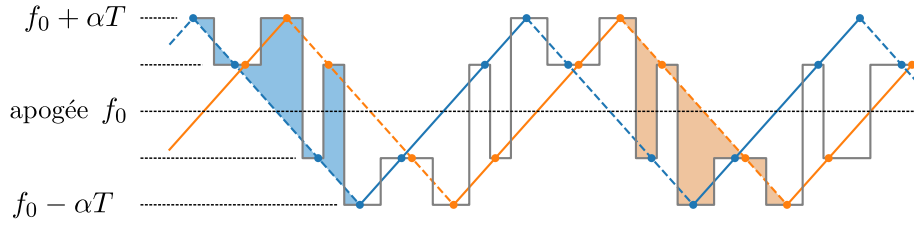


Fig. V.25 Évolution de l'effet Doppler (lignes en trait pleins ( $+k_{\text{eff}}$ ) et pointillées ( $-k_{\text{eff}}$ )) ainsi que les sauts de fréquences associés (en gris) pour la configuration double jointive.

Lorsque nous effectuons de larges sauts de fréquences à la place d'une rampe, il faut prendre soin de vérifier que nous n'introduisons pas une sensibilité résiduelle à la fréquence. Nous avons varié la pente de la rampe pour différentes valeurs de décalage  $\delta T_{2J}$ , tout en regardant la phase des 4 interféromètres séparés. Les deux séquences d'interféromètres entrelacées sont ainsi nommées 1 et 2, soit pour  $\pm k_{\text{eff}}$  les quatre interféromètres  $+k^{(1)}$ ,  $+k^{(2)}$ ,  $-k^{(1)}$  et  $-k^{(2)}$ .

Les deux séquences d'interféromètres entrelacés du même signe de  $k_{\text{eff}}$  doivent avoir la même sensibilité à la fréquence, la seule différence étant un décalage temporel de  $T \pm \delta T_{2J}$ . Si la différence de phase entre les deux interféromètres de même signe de  $k_{\text{eff}}$  (par exemple la différence de phase entre  $+k^{(1)}$ ,  $+k^{(2)}$ ) varie avec le décalage temporel  $\delta T_{2J}$ , cela signifie que la rampe n'est pas correctement ajustée. Un déphasage différent entraînerait un bruit non corrélé entre interféromètre, et une perte de sensibilité.

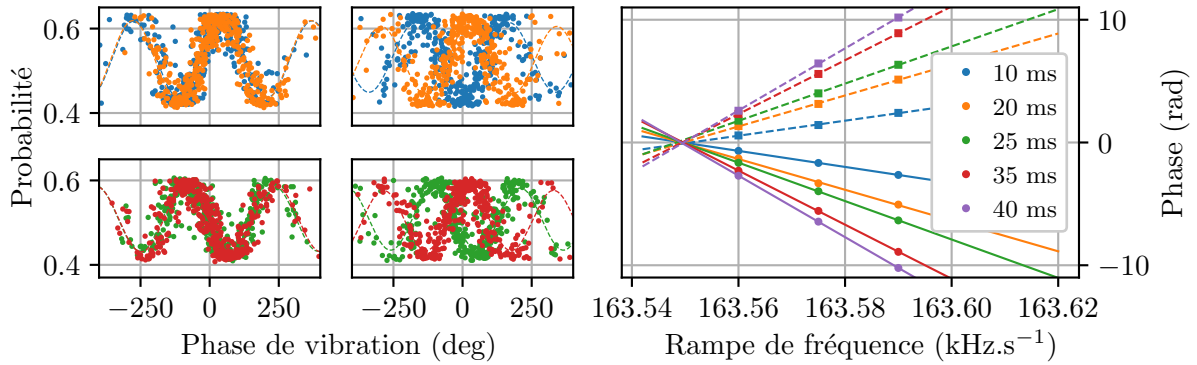


Fig. V.26 (Gauche) Probabilités de transitions en fonction de la phase de vibration calculée pour les 4 interféromètres. Les courbes bleues et oranges représentent  $+k_{\text{eff}}^1$  et  $+k_{\text{eff}}^2$  et les courbes rouges et vertes  $-k_{\text{eff}}^1$  et  $-k_{\text{eff}}^2$ . Les deux colonnes sont les mesures pour deux rampes différentes, pour la première les interféromètres sont en phase, mais déphasés pour la deuxième. (Droite) Différences de phases entre interféromètres 1 et 2 en fonction de la rampe de fréquence pour différentes valeurs de délai  $\delta T_{2J}$ .

Pour chaque valeurs de rampe  $\alpha_i$  nous avons mesuré la différence de phase entre les interféromètres 1 et 2, séparément pour  $+k_{\text{eff}}$  et  $-k_{\text{eff}}$ , respectivement notée  $\Delta\Phi^{+k}$  et  $\Delta\Phi^{-k}$ . En pratique, cette différence de phase doit être nulle, et ne doit varier ni avec la rampe, ni avec le décalage  $\delta T_{2J}$  entre les interféromètres.

Nous pouvons définir le déphasage dû aux sauts de fréquences à l'aide du formalisme de



la fonction de sensibilité. La sensibilité à la fréquence se calcule avec la différence entre la vraie rampe de fréquence  $\alpha t$  et les saut effectués. Nous pouvons écrire :

$$\Delta\Phi = 2\pi \int_0^{2T} g_\phi(t) [\alpha t - \text{steps}(t)] dt \quad (\text{V.42})$$

Nous pouvons directement observer sur la figure (V.25) que l'aire entre la "vraie" rampe et la rampe effective (les sauts de fréquence) n'est pas nulle. Le déphasage devient nul si la rampe est symétrique, mais l'introduction d'une asymétrie dans la séquence quasi double jointive va venir introduire une sensibilité résiduelle.

Si nous effectuons les sauts de fréquences entre chaque impulsions le délai pour lequel la sensibilité est nulle est  $\delta T_{2J} = 0$  ms, soit hors de notre portée. La sensibilité augmente très rapidement avec le délai, jusqu'à  $20 \text{ rad.kHz}^{-1}$  pour 20 ms de délai. Si l'instant du premier saut de fréquence est décalé de  $+\delta T_{2J}/2$  et le deuxième saut de  $-\delta T_{2J}/2$ , le délai entre interféromètres pour lequel la sensibilité s'annule devient  $\delta T_{2J}$ . Nous avons vérifié le bon comportement en mesurant la sensibilité avec et sans le décalage calculé, les résultats sont tracés sur la figure (V.27).

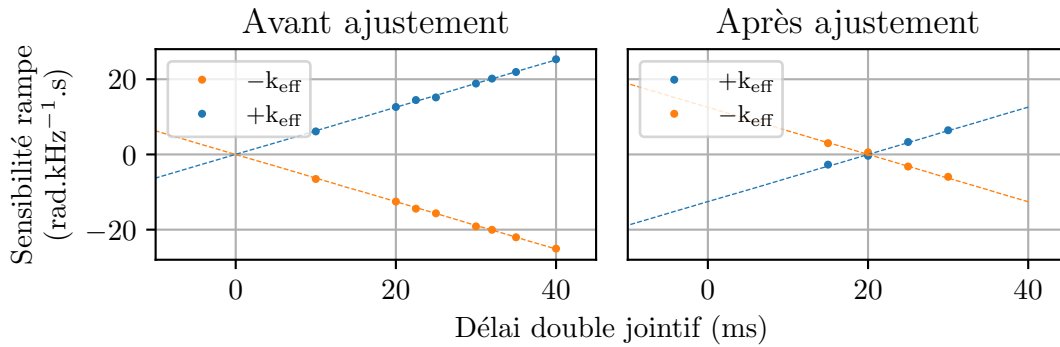


Fig. V.27 Sensibilité à la fréquence en fonction du délai double jointif avant et après ajustement. En train plein sont représentés la sensibilité calculées à l'aide de l'équation (V.42). Les points correspondent aux valeurs mesurées.

Les 4 interféromètres entrelacés de la séquence quasi double jointive ont désormais la même sensibilité à la fréquence avec l'ajustement de la rampe de fréquence. Lors des mesures de phases en utilisant l'asservissement à mi-frange, nous utiliserons cependant 4 asservissements séparés. Les interféromètres de même signe de  $k_{\text{eff}}$  (par exemple  $+k^{(1)}$  et  $+k^{(2)}$ ) n'ont pas forcément de raison d'avoir le même déphasage et nous les asservissons donc séparément. Le signal est ensuite recombinaé en effectuant leur demi-somme<sup>1</sup>.

### Performances et limites

Les franges d'interférences après corrélations sont présentées sur la figure (V.28) pour les 4 interféromètres séparés. Le rapport signal à bruit est presque identique aux mesures

1. Nous avons également mis en place la séquence  $\pm\Delta T_a$  pour le double jointif, même si elle n'a pas été utilisée pour les mesures long terme que nous présentons par la suite. La séquence devient légèrement compliquée, avec 8 asservissements à mi-frange : les deux séquences (1) et (2),  $\pm k_{\text{eff}}$ ,  $\pm\Delta T_a$

simplement jointives. La lumière diffusée par le piège ne diminue pas le contraste des interféromètres et nous obtenons un temps de cycle effectif de 0.4 s (soit 2.5 Hz).

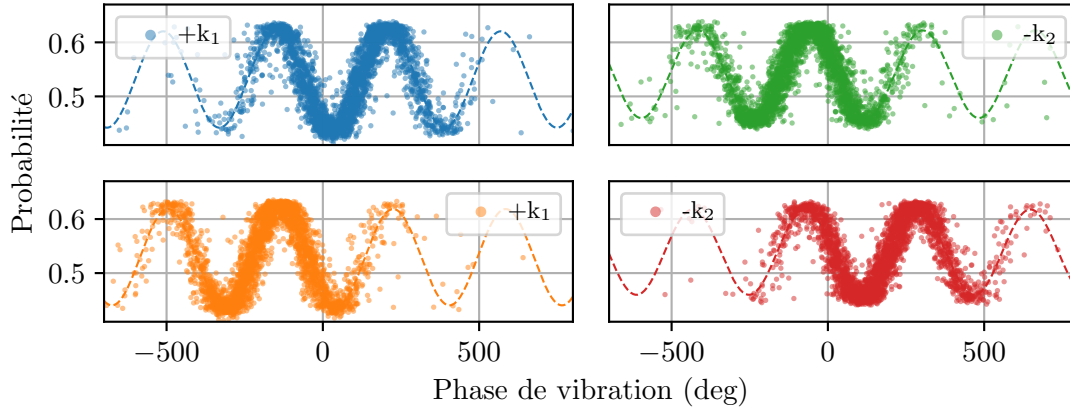


Fig. V.28 Probabilité en fonction de la phase de vibration calculée pour les quatre interféromètres de la séquence double jointive.

Une des meilleure courbe de stabilité long terme de cette configuration est présentée figure (V.29) et nous atteignons une stabilité de  $2 \times 10^{-10} \text{ rad.s}^{-1}$  à 6000 s. Cette performance nécessiterait une stabilité de  $1.4 \text{ rad.s}^{-1}/\sqrt{Hz}$  à 1 seconde dans le cas d'une mesure non corrélée (évoluant en  $1/\sqrt{\tau}$ ). Nous atteignons ainsi les même performances long terme qu'avec la séquence triplement entrelacée mais dans un temps trois fois plus court. Nous observons une descente plus rapide que  $1/\sqrt{\tau}$ , mais pas directement un changement de pente comme le modèle avec le bruit blanc le prévoyait. L'origine de cette différence s'explique sans doute par le fait que le bruit d'accélération n'est pas blanc, et que l'évolution de la variance en est modifiée. Le bruit basse fréquence est rejeté à l'aide de la compensation temps réel et augmente ainsi la contribution des bruits à plus hautes fréquences qui sont mal estimés avec nos capteurs.

La dispersion de la phase atomique à mi-frange est liée au bruit résiduel provenant des erreurs d'estimation de la phase de vibration. Cela entraîne des mesures de phases qui sortent de la zone linéaire et réduisent la sensibilité du gyromètre, de manière similaire à l'apparition de bruit non corrélés. L'interféromètre de 800 ms et ses  $11 \text{ cm}^2$  d'aire représente l'état de l'art des gyromètres atomiques et pousse les performances de notre instrument à l'extrême. Les effets qui limitent les performances sont nombreux, et il est parfois difficile de trouver le problème qui est actuellement limitant pour atteindre de meilleurs résultats. L'effet le plus flagrant est lié au bruit de vibration et à sa réjection. Une fois rejeté, le bruit de vibration couvre tout de même une bonne partie de la frange centrale nous rendant ainsi sensible à des effets non linéaires qui viennent limiter les performances.

Nous pouvons simuler l'influence du bruit à mi-frange sur la pente de la variance d'Allan (voir figure V.31). Pour le mode parfaitement jointif ( $\delta T_{2J} = 0$ ), l'impact de l'augmentation du bruit à mi-frange est bien visible dès que celui-ci est supérieur à 300 mrad. L'effet est plus limité pour la séquence pseudo double jointive ( $\delta T_{2J}$ ) car l'effet des non linéarités se mélange à l'effet du décalage temporel. Lorsque nous opérons l'interféromètre avec  $2T = 800$  ms, le niveau de bruit typique est généralement entre 300 et 500 mrad, et peut contribuer à

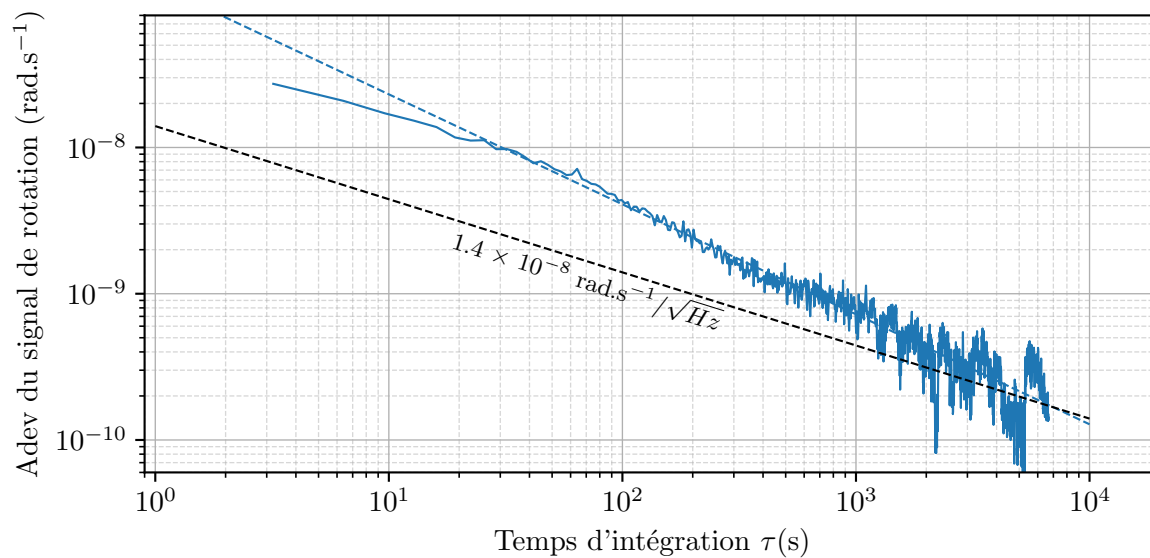


Fig. V.29 Meilleure courbe de stabilité obtenue dans la configuration double jointive pour un interféromètre de  $2T = 800$  ms.

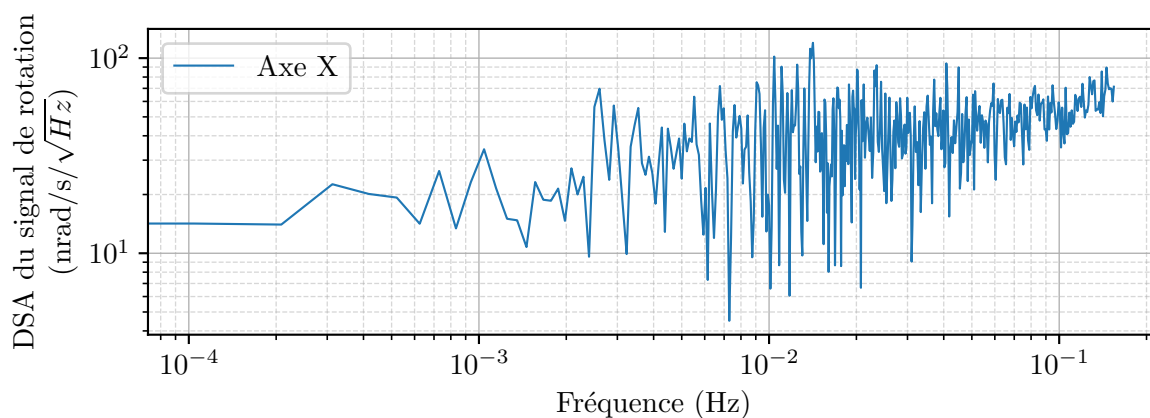


Fig. V.30 Densité spectrale d'amplitude pour les données de rotation obtenues dans la configuration double jointive.

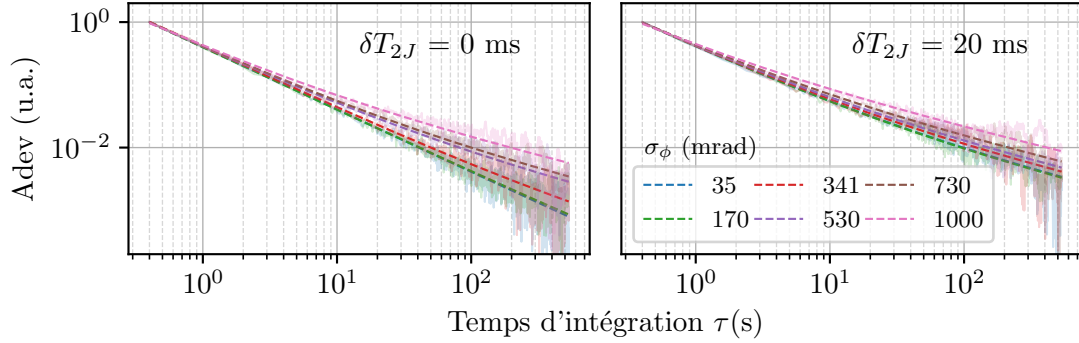


Fig. V.31 Simulation de l'évolution de la variance d'Allan en fonction du bruit à mi-frange ( $\sigma_\phi$  en mrad) pour deux délais de séquence différents.

diminuer le gain apporté par la séquence double jointive.

Nous avons décidé de réduire l'aire de l'interféromètre afin de limiter la contribution du bruit de vibration. Cela devrait nous permettre de mieux découpler les effets et nous permettre une meilleure compréhension des différentes limites.

### V.3 Mesures sur H1-H3

Nous avons utilisé les hublots H1 et H3, pour un temps de cycle de 572 ms et une aire de 4.02 cm<sup>2</sup>, soit 2.74 fois plus faible. Nous noterons au passage que le temps de cycle n'est pas un multiple de 50 Hz, ce qui peut engendrer l'apparition de bruits qui n'étaient pas présents pour  $2T = 800$  ms.

Nous n'avons pas voulu complètement désaligner l'interféromètre H1-H4, nous avons ainsi aligné le miroir H3 sur le miroir H4, afin que les miroirs H1, H3 et H4 soient parallèles. Le miroir H3 n'est pas motorisé et doit être réglé au  $\mu\text{rad}$  à la main, comme lors des débuts de l'expérience en 2009. La monture a une résolution de 4.8 mrad/tour, l'alignement au  $\mu\text{rad}$  demande ainsi des rotations de 1/5000 tour. L'alignement préliminaire a été effectué en suivant la procédure décrite précédemment dans ce chapitre et les derniers ajustements ont été effectués en bougeant le miroir piezo sur H1 de quelques  $\mu\text{rad}$ . Les trois miroirs sont maintenant alignés à quelques  $\mu\text{rad}$  (cela permettra dans le futur d'effectuer des interféromètres qui utilisent les trois miroirs!). Le collimateur top-hat présents sur H4 à également été déplacé sur H3.

Le temps de vol plus faible entraîne une distribution en position plus faible (un nuage d'atome plus petit) lors des impulsions, et les transitions sont plus efficaces. Les quatre oscillations de Rabi sont présentées sur la figure (V.32).

Nous pouvons ainsi en théorie atteindre un contraste de 25 %. Cette configuration est plus compacte car les atomes sont lancés environ  $1 \text{ m.s}^{-1}$  plus doucement, et ne montent que 0.87 m au dessus du PMO. Outre la réduction de sensibilité qu'apporte cette réduction du temps de vol, un inconvénient majeur apparaît lié à la lumière diffusée par le PMO. Le capteur opère en continu, avec une durée de chargement habituelle de 200 ms et 80 ms de

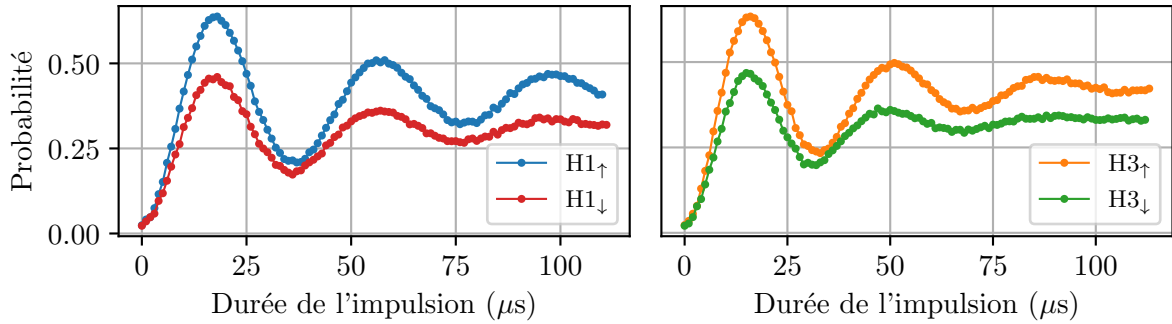


Fig. V.32 Oscillations de Rabi à la montée et à la descente pour l'interféromètre de 572 ms.

détection, pour un temps de cycle et d'interféromètre de  $2T = 572$  ms. De la lumière parasite est ainsi présente pendant presque 50% de l'interféromètre. Cette lumière diffusée entraîne des effets de décohérence qui entraînent à leur tour une perte de contraste, d'autant plus grande que les atomes sont proches du PMO.

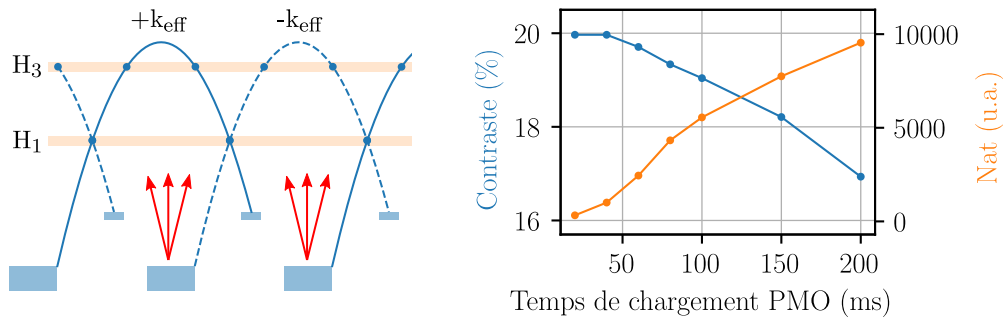


Fig. V.33 Schéma de la configuration simple jointive H1-H3, de temps de cycle  $2T = 572$  ms et évolution du nombre d'atomes et du contraste en fonction du temps de chargement du PMO 3D.

Nous observons une perte de contraste de l'ordre de 4% en passant d'un temps de chargement de 50 ms à 200 ms, (voir figure V.33). Le nombre d'atomes diminue avec le temps de chargement et un compromis est donc nécessaire. Nous avons décidé de travailler avec 100 ms de chargement, soit une réduction du nombre d'atomes d'un facteur 2.

La diminution du temps de vol réduit la sensibilité du capteur aux forces inertielles, l'effet est particulièrement visible lorsque nous corrélons avec les sismomètres. Les franges obtenues sont présentées sur la figure (V.34).

Le niveau de bruit de vibration plus faible devrait nous permettre de mieux comprendre les limitations de la séquence double jointive.

### Double jointif 572 ms

La séquence double jointive à 572 ms représente un défi technique dû au temps de vol plus faible, et au besoin d'entrelacer deux séquences dans un temps plus court. Le problème principal rencontré vient du fait que les instants de la détection et du chargement du PMO coïncident si l'on souhaite effectuer des décalages temporels de l'ordre de la dizaine de ms. La

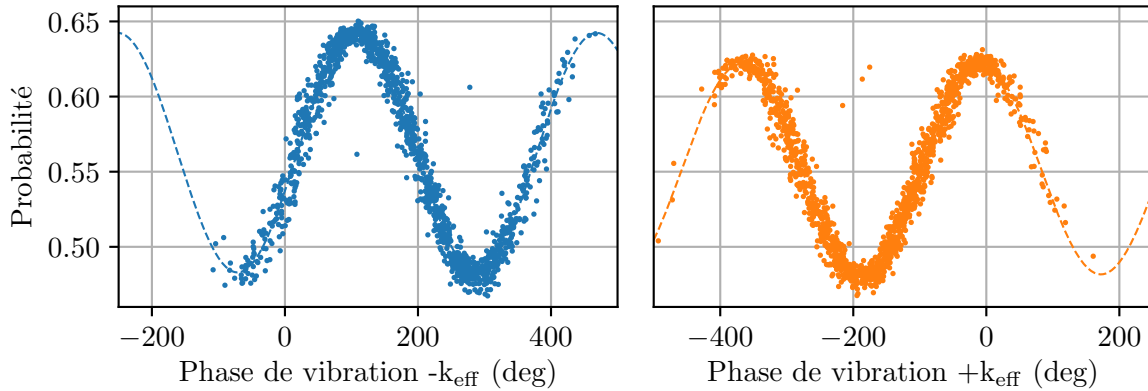


Fig. V.34 Probabilité de transition mesurée par le gyromètre en fonction de la phase de vibration calculée à partir des signaux de vitesse des deux sismomètres.

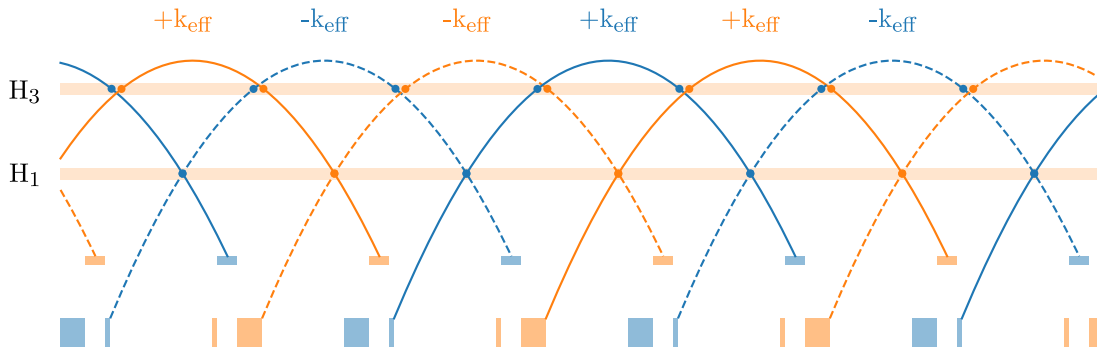


Fig. V.35 Séquence double jointive à 572 ms. Le chargement du PMO 3D est interrompu le temps d'effectuer la détection du nuage précédent.

solution choisie a été d'effectuer la détection durant la phase de PMO 3D. En réglant l'AOM de la détection, nous nous sommes arrangés pour que lors de la phase de PMO, le faisceau de détection soit à la bonne fréquence, sans besoin de changer la fréquence de la DLCE. Le chargement de 120 ms est interrompu à l'aide d'obturateurs mécaniques le temps d'effectuer la détection, pour une durée de 20 à 30 ms. Nous perdons une quantité importante d'atomes lors de la coupure, et la perte n'est pas équivalente entre les deux séquences entrelacées (dû à l'asymétrie temporelle). Un des chargements sera de 25/65 ms et le second de 65/25 ms pour un décalage de 20 ms.

Dans cette configuration, les atomes se déplacent plus doucement au niveau du hublot H3 et cela vient limiter la valeur minimale du décalage temporel réalisable avant que deux nuages se croisent. Nous avons néanmoins réussi à faire fonctionner le gyromètre dans cette configuration. Le bruit de vibration plus faible a permis d'atteindre de bonnes performances, mais surtout de limiter les effets dus aux non linéarités de l'asservissement à flanc de frange.

De la même manière que pour l'interféromètre de  $2T = 800$  ms, nous traitons les 4 interféromètres séparément. Les franges obtenues après corrélations sont présentées sur la figure (V.36). Nous pouvons voir sur la figure (V.37) les performances du gyromètre dans la

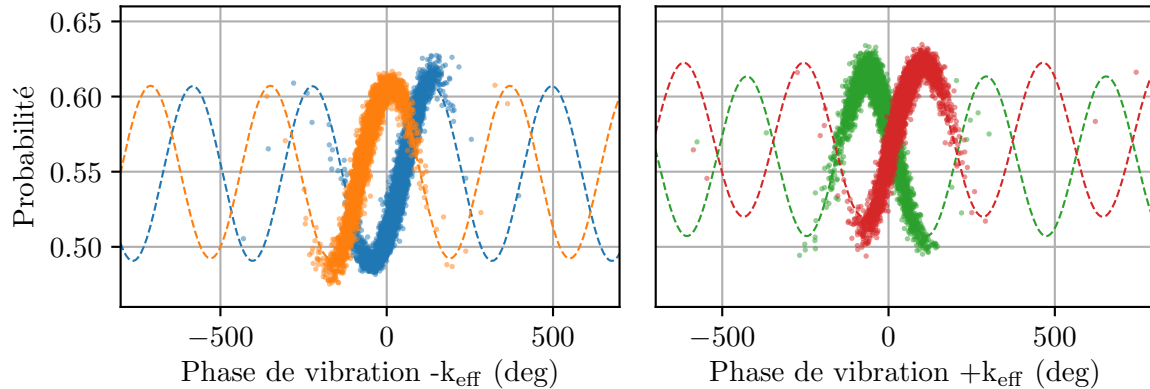


Fig. V.36 Probabilité en fonction de la phase de vibration calculée pour les 4 interféromètres de la séquence double jointive pour  $2T = 572$  ms.

configuration double jointive avec un décalage temporel de 12 ms. La variance descend plus rapidement que  $1/\sqrt{\tau}$ , mais jamais avec une pente de  $1/\tau$ .

Cela permet d'atteindre une stabilité de  $1 \times 10^{-9}$  rad.s $^{-1}$  à 1000 s, et une stabilité équivalente à court terme de  $3 \times 10^{-8}$  à 1 sec. Les performances sont similaires au mode triple jointif de l'interféromètre  $2T = 800$  ms.

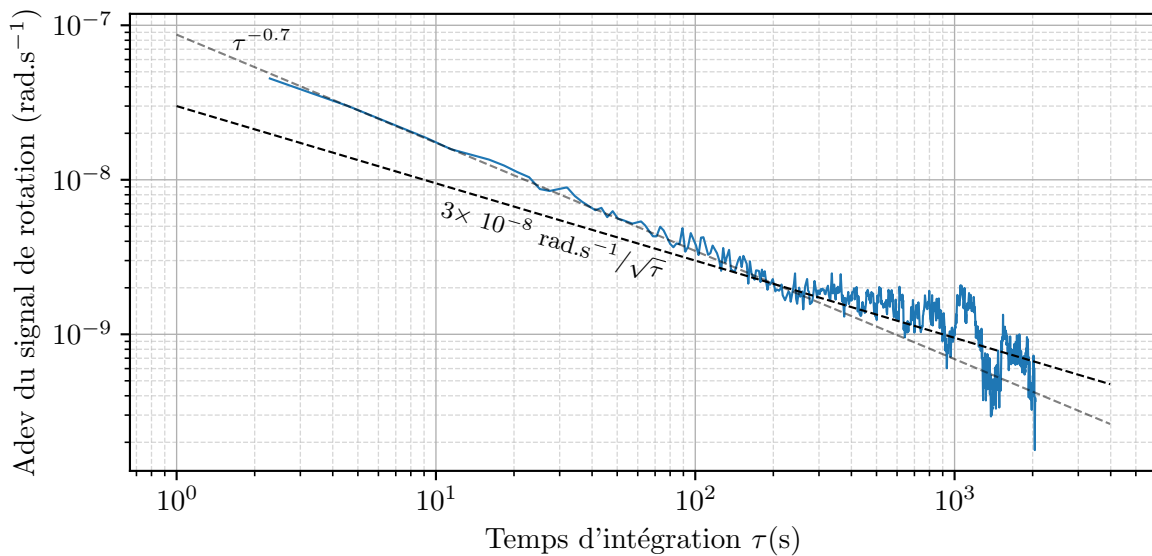


Fig. V.37 Variance d'Allan du signal de rotation pour une séquence quasi double jointive de  $2T = 572$  ms, et un décalage temporel de 12 ms.

Pour cette durée d'interféromètre, nous sommes sûr de ne pas être limité par l'excursion hors de la zone linéaire des franges lors de l'asservissement. Nous avons effectués des variances d'Allan pour des décalage temporels différents, et ce de manière à comprendre comment la pente évolue avec le décalage temporel, les mesures sont présentées sur la figure (V.38). Lorsque nous utilisons la configuration H1-H3, nous ne pouvons varier le décalage que de

25 ms au maximum avant de rencontrer des problèmes de séquence, la détection arrivant en même temps que le lancement. La pente de la variance est mesurée entre 10 s et 100 s à l'aide d'un ajustement linéaire.

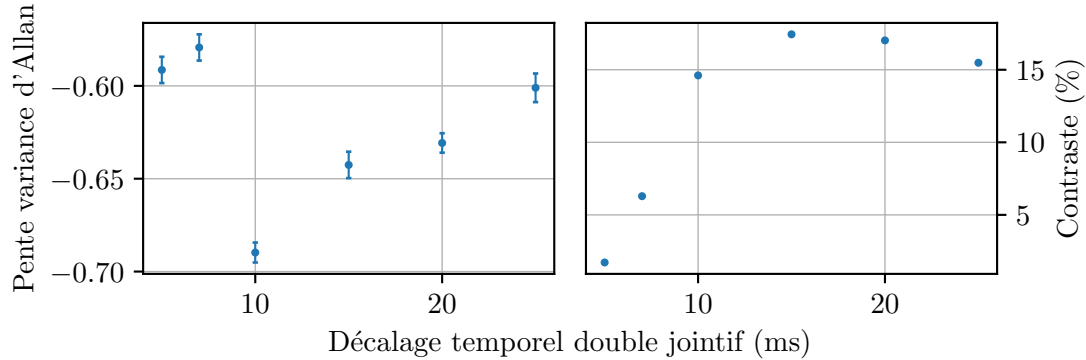


Fig. V.38 (Gauche) Pente de la variance d'Allan mesurée en fonction du délai de la configuration double jointive. (Droite) Contraste mesuré en fonction du délai.

Nous observons une augmentation de la pente lorsque le décalage temporel est réduit, jusqu'à une pente de -0.7 pour 10 ms. Sous cette valeur (pour les points à 5 et 7 ms), le signal devient limité par le bruit de détection car le contraste diminue rapidement (une perte de 50 % de contraste entre 10 ms et 5 ms de décalage).

La tendance reste la même pour chaque décalage, nous n'observons pas de cassure de pente, la pente se rapproche de  $1/\tau$  à mesure que le décalage se rapproche de 0, et tend vers un comportement en  $1/\sqrt{\tau}$  lorsque le décalage augmente.

### Mesures double jointives - Conclusion

La mise en place de la séquence pseudo double jointive et l'étude de la stabilité de l'instrument dans cette configuration nous ont permis d'observer ses limites. L'impossibilité de partager complètement les impulsions entre interféromètres entraîne l'apparition de bruit non corrélé supplémentaire qui vient limiter la descente théorique de la stabilité en  $1/\tau$ . Nous avons modélisé cet effet en présence d'un bruit blanc mais le modèle a ses limites, liées à notre incapacité à connaître le spectre de bruit résiduel après corrélations.

Si nous reprenons la meilleure variance d'Allan obtenue en configuration double jointive avec un délai de 20 ms, nous pouvons ajuster le niveau de bruit blanc pour se rapprocher de la variance mesurée. Le bruit blanc ajouté a une amplitude de  $4 \times 10^{-7} \text{ m.s}^{-2}.\text{Hz}^{-1/2}$ , ce qui est un peu plus faible que les ASD mesurées au chapitre 2.

Le gain actuel est d'environ 4 entre la configuration non jointive, dont la phase se moyennait en  $1/\sqrt{\tau}$  et la configuration pseudo double jointive. Un délai de 2 ms permettrait en théorie d'atteindre le plancher de bruit de détection actuel de l'expérience (illustré sur la figure V.39) et ainsi d'atteindre un gain de 12. Les différentes courbes sont présentées sur la figure (V.39).

Notre dispositif expérimental actuel ne permet pas de réduire le délai en dessous de 12 ms sans perdre le contraste de l'interféromètre. Une autre solution serait de faire fonctionner le



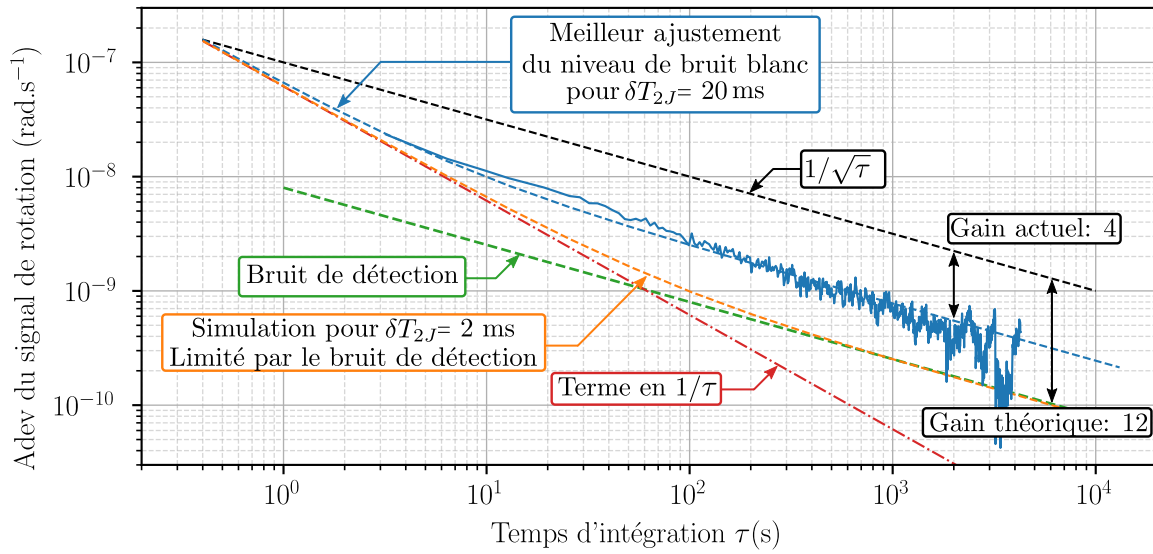


Fig. V.39 Meilleure variance d'Allan pour le gyromètre de temps d'interrogation  $2T = 800$  ms, ainsi que les modèles théoriques de bruits blanc et le bruit de détection.

gyromètre en double diffraction [Lévêque et al., 2009], de manière à adresser simultanément  $+k_{\text{eff}}$  et  $-k_{\text{eff}}$ . L'angle des collimateurs Raman serait ramené à 0, de manière à avoir la même fréquence pour chaque direction de  $k_{\text{eff}}$ , l'effet Doppler étant nul. Il serait ainsi en théorie possible de réaliser une configuration complètement double jointive.

## V.4 Mesures entrelacées X-Y

Nous avons démontré jusque là notre capacité à mesurer des rotations sur les deux axes de l'instrument séparément et ce avec des performances similaires aux meilleures performances du gyromètre.

Nous allons dans cette partie montrer la possibilité de réaliser un gyromètre double axe entrelacé sans temps morts. Chaque mesure de phase sera alternée entre l'axe X et l'axe Y de la façon présentée sur le schéma de la figure (V.40).

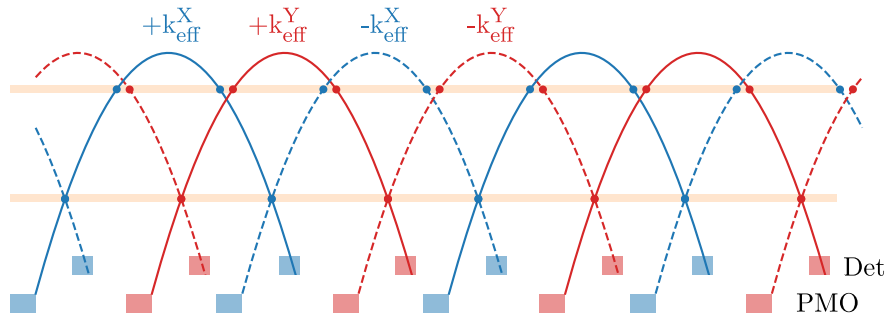


Fig. V.40 Séquence de fonctionnement entrelaçant des mesures jointives dans l'axe X et l'axe Y du gyromètre.

Les deux axes de l'instrument sont similaires et la plupart des paramètres communs. Parmi ceux qui diffèrent on retrouve la vitesse de lancement décalée de quelques  $\text{mm.s}^{-1}$  due à la position des faisceaux et la durée et le timing des impulsions, très légèrement différents pour maximiser le contraste. Tout les axes de mesure des sismomètres sont enregistrés lors des mesures, et les coefficients pour les corrélations sont ajustés pour les deux axes. Tout ces paramètres sont gérés par l'ordinateur de contrôle et peuvent être rapidement commutés.

La plus grande contrainte a pour origine l'axe du champ de quantification. Celui-ci doit être orienté correctement pour être capable de réaliser les transitions contra-propageantes qui sont utilisées pour l'interféromètre. Les deux axes étant perpendiculaires, le champ de biais doit être tourné de  $90^\circ$ . Pour les deux axes et à chaque impulsions, le champ doit être orienté correctement.

### Commutation rapide du champ de quantification

Tourner le champ de quantification pour effectuer des transitions Raman simultanément dans les deux axes de l'instrument entraîne une perte de contraste notable sur l'interféromètre. Les résultats de cette méthode sont présentés dans l'annexe (F). Au lieu d'utiliser un champ statique à  $45^\circ$ , nous avons décidé de tourner de  $90$  degrés le champ de manière dynamique entre les impulsions. Nous avons gardé un décalage de  $20$  ms de manière similaire à la configuration double jointive, mais ce délai peut être augmenté.

Le changement de direction du champ est réalisé à l'aide des mêmes relais utilisés pour commuter la direction du champ entre les deux axes, mais contrôlés cette fois-ci via un signal TTL comme représenté sur la figure (V.41). En utilisant cette méthode, les transitions  $\pi - \sigma$  n'apparaissent pas, car le champ est toujours bien orienté au moment des impulsions.

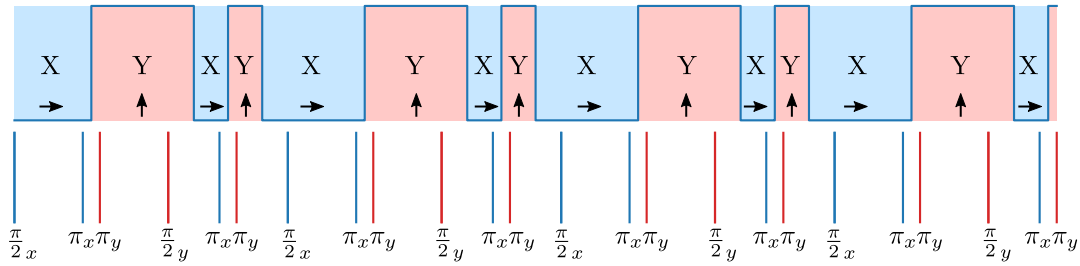


Fig. V.41 Séquence de rotation du champs magnétique. Les traits représentent les différentes impulsions pour l'interféromètre (en bleu pour l'axe X et en rouge pour l'axe Y).

Les contrastes et les rapports signal à bruit sont bien meilleurs qu'avec la méthode utilisant un champ statique à  $45^\circ$ . Nous obtenons un contraste aux alentours de 15% sur l'axe X, et 10% sur l'axe Y, proche des valeurs lorsque les interféromètres sont utilisés séparément. Les corrélations et franges d'interférences avec la compensation en temps réel sont présentés sur la figure (V.42).

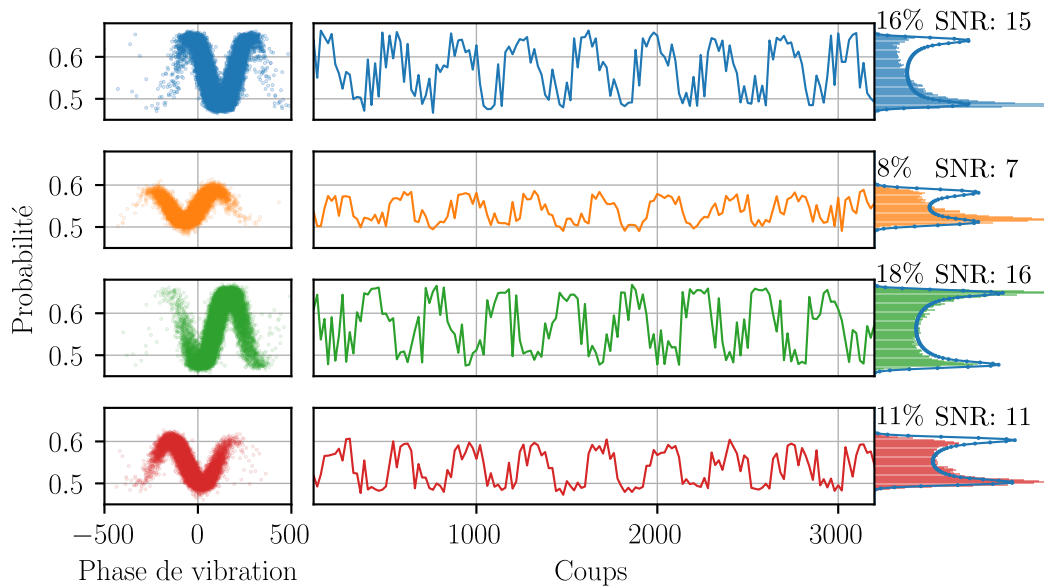


Fig. V.42 Corrélation et franges d'interférences avec la compensation temps réel pour le gyromètre double axe entrelacé. La direction du champ de quantification est tournée de manière dynamique. De haut en bas sont présentés  $+k_{\text{eff}}^Y$ ,  $-k_{\text{eff}}^Y$ ,  $+k_{\text{eff}}^X$  et  $-k_{\text{eff}}^X$ .

En utilisant cette méthode, nous arrivons ainsi à réaliser un gyromètre double axe entrelacé sans aucune perte de contraste. Les interféromètres sur chaque axe sont jointifs, avec un temps de cycle par axe de 800 ms, et une mesure toutes les 400 ms. Nous avons ensuite lancé des mesures plus longue avec l'asservissement à mi-franges. La stabilité des mesures sur les deux axes est tracée sur la figure (V.43).

Les deux interféromètres ont la même sensibilité et atteignent une stabilité proche de  $1 \times 10^{-9} \text{ rad.s}^{-1}$  à 3000 s. Ces performances sont caractéristiques des séquences jointives

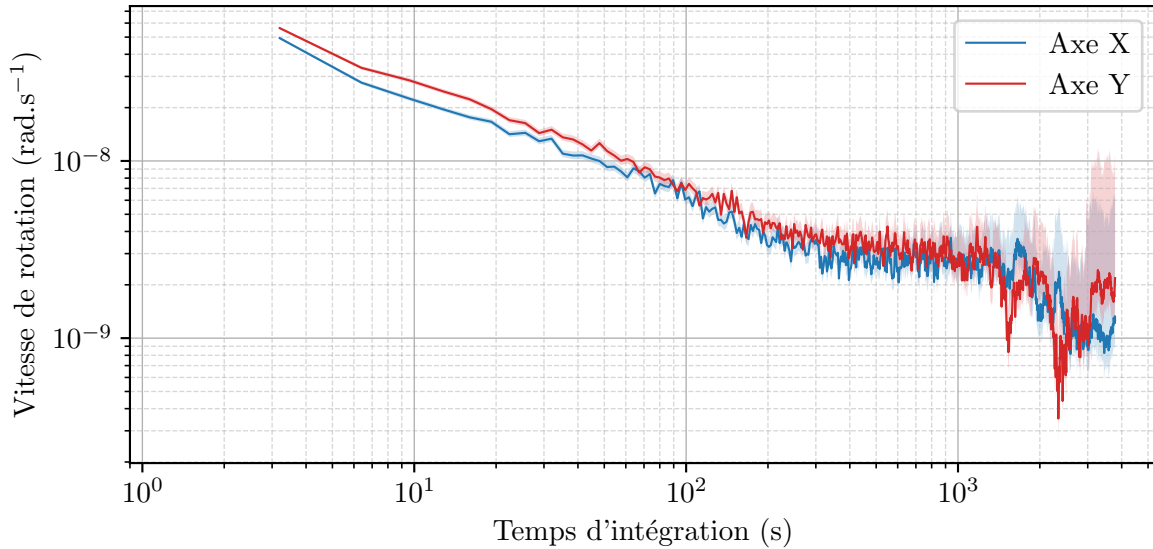


Fig. V.43 Variance d'Allan des signaux des interféromètres X et Y jointifs entrelacés.

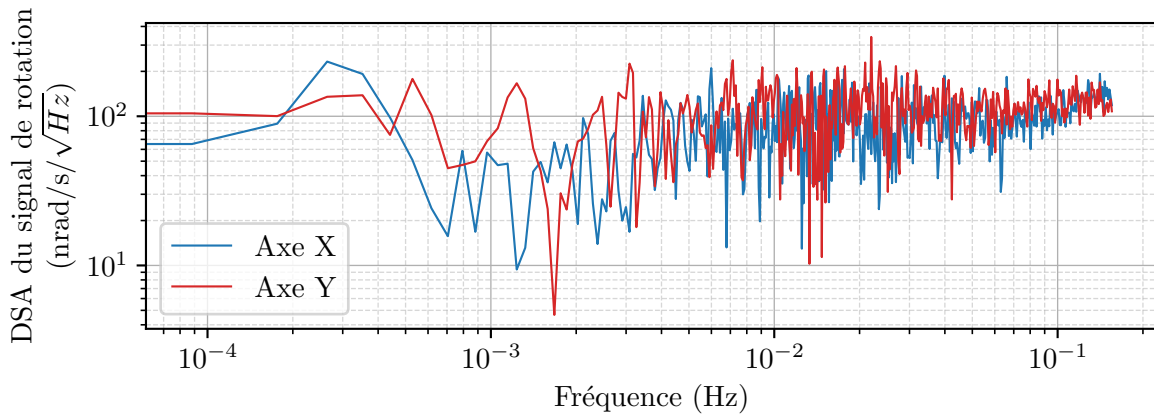


Fig. V.44 Densité spectrale d'amplitude (DSA) du signal de rotation pour les deux axes.

simples lorsque l'on effectue des mesures séparées sur chaque axe.

Changer l'orientation du champ de manière dynamique peut néanmoins entraîner plusieurs problèmes. La commutation étant effectuée parfois moins de 20 ms avant une impulsion, des courants de Foucault pourraient apparaître et créer des champs parasites. La possibilité que des gradients de force atomique apparaissent est également à prendre en considération. Nous avons observé l'apparition de vibrations supplémentaires, probablement dû à la magnetostriction ou bien aux forces induites sur les blindages. En regardant les signaux des sismomètres avec et sans le changement dynamique du champ, de nombreux pics apparaissent entre 10 et 100 Hz, avec un pic particulièrement important à 1.25 Hz. Les variations de champ peuvent également entraîner des signaux parasites dans les sismomètres, qui ont une faible sensibilité aux champs magnétiques (voir annexe C).

## V.5 Conclusion

Nous nous sommes intéressés aux différentes méthodes utilisées pour corrélérer le signal de phase atomique avec le signal de vibration enregistrés par nos deux sismomètre. Nous avons mis en place une nouvelle méthode de corrélation en séparant les accélérations des rotations et en filtrant le bruit des capteurs qui apparait dans le signal de rotation. L'analyse des signaux et la mise en place de cette nouvelle méthode nous a permis d'une part d'améliorer d'environ 30% notre stabilité mais également de comprendre les limites actuelles de la méthode.

Le fonctionnement sans temps mort du gyromètre a été amélioré avec la mise en place d'une nouvelle méthode d'entrelacement, la séquence quasi double jointive. Cette méthode permet de mieux rejeter le bruit de vibration et nous avons calculé l'évolution des performances de stabilité attendues avant de la mettre en place. La stabilité du gyromètre a atteint un nouveau record de performance, avec une stabilité de  $2 \times 10^{-10}$  rad.s<sup>-1</sup> à 6000 s, en configuration quasi double jointive (une cadence de cycle de 2.5 Hz). Nous avons également étudié les limitations intrinsèques à notre géométrie, notamment l'impossibilité d'effectuer une séquence complètement double jointive. Cette étude ouvre la voie à l'utilisation de ce type de séquence en double diffraction, où la séquence double jointive (ou un nombre paire de jointif) est réalisable. Le double jointif promet une très bonne réjection des bruits de vibrations et de tous les bruits corrélés et devrait permettre d'atteindre de nouveaux records de performances.

Nous avons profité de la mise en place de la séquence quasi double jointive pour démontrer la possibilité d'opérer le gyromètre en entrelaçant les deux axes de mesures (ouvrant ainsi la voie à des applications en navigation inertielle), les deux axes atteignant une stabilité proche de  $10^{-9}$  rad.s<sup>-1</sup> à 3000 s.

## Chapitre VI

# Interféromètre à transfert d'impulsion ajustable

La modification du module de l'impulsion transférée aux atomes est une technique encore très peu utilisée, si ce n'est pour compenser le gradient de gravité [Overstreet et al., 2018; Roura, 2017; D'Amico et al., 2017]. Dans ce chapitre nous démontrons son utilisation pour nous affranchir du problème des interféromètres parasites qui apparaissent dans notre géométrie de gyromètre.

Les inhomogénéités de pulsation de Rabi dues à la distribution en vitesse du nuage atomique entraînent une réduction de l'efficacité des impulsions  $\pi$  qui défléchissent les ondes de matière (comme nous avons pu l'observer lors de l'étude des oscillations de Rabi présentées section III.1.3). L'efficacité réduite des impulsions centrales entraîne l'apparition de branches supplémentaires dans la géométrie à 4 impulsions qui, en interférant entre-elles, vont former des interféromètres parasites. Les deux interféromètres supplémentaires qui apparaissent dans notre configuration se referment en même temps que l'interféromètre principal, mais possèdent une phase différente. Si rien n'est fait, les franges d'interférences de l'interféromètre principal sont brouillées par le signal issu des interféromètres parasites.

L'apparition de ces interféromètres supplémentaires est un problème récurrent dans les géométries à plusieurs boucles, qui sont généralement utilisées pour séparer des quantités physiques (par exemple l'accélération de la rotation) ou étudier leurs dérivées (par exemple le gradient de gravité ou la courbure du champ magnétique) [Clauser, 1988; McGuirk et al., 2002]. Nous allons dans ce chapitre explorer l'effet des branches parasites sur notre géométrie d'interféromètre, et présenter l'étude d'une nouvelle méthode permettant de supprimer leur contribution sans briser la symétrie temporelle inhérente à l'obtention d'un pur capteur de rotation. Les résultats de ce chapitre ont fait l'objet d'une publication en septembre 2020 [Sidorenkov et al., 2020].

## VI.1 Interféromètres parasites et sensibilité à l'accélération

L'efficacité de nos impulsions  $\pi$  est de l'ordre de 60 à 70%, ce qui entraîne des interféromètres parasites avec un contraste théorique de l'ordre de 5%. Les interféromètres supplémentaires ont une aire plus grande que l'interféromètre principal, et ne possèdent pas sa symétrie, les rendant très sensibles à l'accélération, mais également à la rotation.

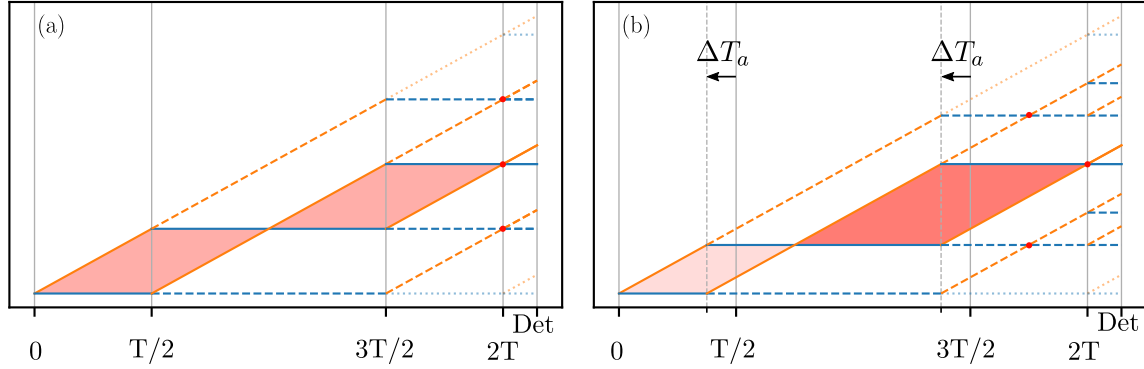


Fig. VI.1 (a) Schéma de l'interféromètre sans introduire l'asymétrie temporelle  $\Delta T_a$ , les interféromètres parasites se recombinaison en même temps que le principal. (b) Avec l'introduction d'un décalage  $\Delta T_a$  les interféromètres parasites sont séparés de l'interféromètre principal, mais une asymétrie dans l'aire de l'interféromètre est introduite.

Pour s'en débarrasser, nous introduisons habituellement une asymétrie temporelle dans la séquence, qui consiste à décaler les deux impulsions  $\pi$  d'une quantité  $\Delta T_a$  de manière asymétrique par rapport au milieu temporel de l'interféromètre [Stockton et al., 2011]. Les deux configurations de l'interféromètre (avec et sans asymétrie temporelle) sont présentées sur la figure (VI.1). L'introduction du décalage  $\Delta T_a$  permet de séparer la recombinaison des interféromètres parasites de l'interféromètre principal.

Nous pouvons voir la destruction de la cohérence du signal en sortie d'interféromètre en variant le décalage  $\Delta T_a$  introduit. La figure (VI.2) présente l'allure des histogrammes de la probabilité en fonction de  $\Delta T_a$ , et la dégradation du RSB est visible, passant d'environ 25 à 0 lorsque le décalage temporel est nul. Le bruit de probabilité augmente jusqu'à une valeur de 4%.

La valeur minimale de l'asymétrie à introduire pour séparer les interféromètres est liée à la longueur de cohérence de la source. La séparation spatiale entre les bras des interféromètres parasites au moment de la dernière impulsions s'écrit comme

$$\delta x = 4\Delta T_a v_r \quad (\text{VI.1})$$

où  $v_r$  est la vitesse de recul à un photon. Pour que les interféromètres parasites ne se recombinaison pas, il faut que cette distance soit bien supérieure à la longueur de cohérence. En pratique, nous utilisons une valeur de 40  $\mu\text{s}$ , de manière à se positionner à une valeur où le RSB n'est pas dégradé.

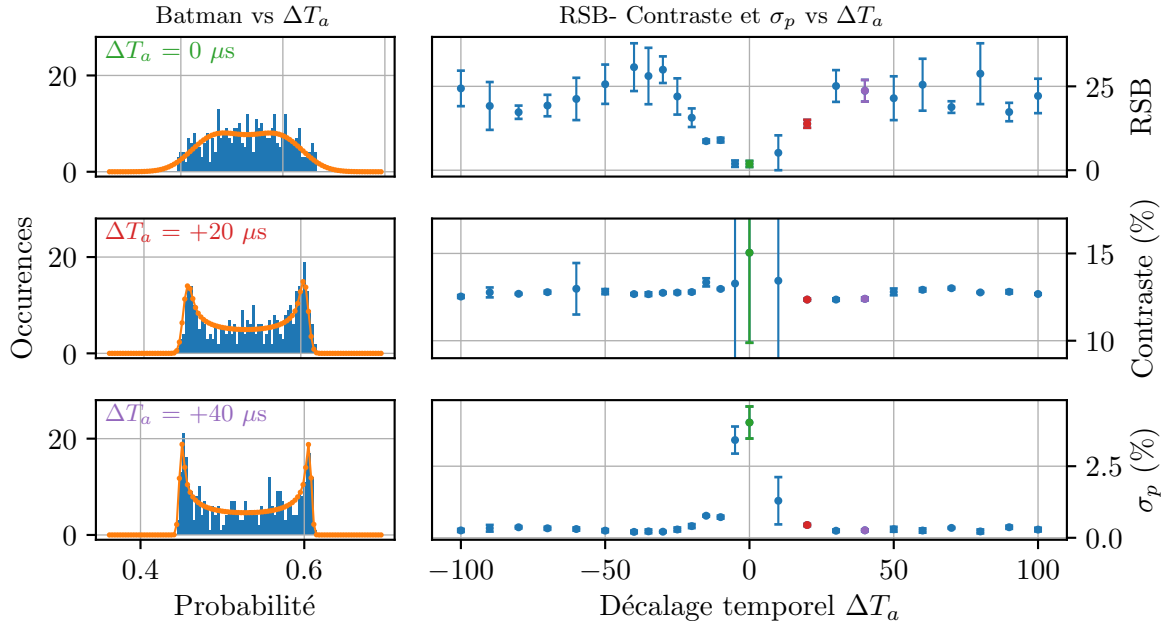


Fig. VI.2 Effet des interféromètres parasites sur le signal de probabilité. (Gauche) Histogrammes de la transition de probabilité (Batman) pour trois valeurs de  $\Delta T_a$ , les franges d'interférences sont brouillées pour  $\Delta T_a = 0$ . (Droite) Évolution du RSB, du contraste ainsi que du bruit de probabilité en fonction de  $\Delta T_a$ .

### Sensibilité à l'accélération

L'introduction du décalage temporel vient briser la symétrie qui rendait l'interféromètre insensible aux accélérations continues.

La sensibilité résiduelle qui apparait est de :

$$\Delta\Phi = 2T\Delta T_a (k_{\text{eff}}g \sin \theta_0 - \alpha) \quad (\text{VI.2})$$

où  $\theta_0$  est l'angle des faisceau Raman par rapport à l'horizontale et  $\alpha$  la pente de la rampe de fréquence utilisée pour compenser l'effet de l'accélération. En l'absence de fluctuation de la projection de  $g$  et si la rampe de fréquence est bien ajustée, le déphasage peut être nul. L'ajustement de la rampe peut être fait de plusieurs manières, par exemple en utilisant des interféromètres courts dans un faisceau (voir section IV.2.1) ou bien directement en variant  $\Delta T_a$  et  $\alpha$  simultanément, comme cela a été fait sur la figure (VI.3 (a)). Pour différentes valeurs de  $\Delta T_a$ , le déphasage est mesuré avec trois rampes de pente différentes variées de  $\pm 0.4\%$  autour de  $\alpha_0$ . La bonne rampe de fréquence est celle pour laquelle le déphasage ne varie pas avec  $\Delta T_a$ . Cette méthode permet de trouver la bonne rampe avec une incertitude d'environ 100 Hz. La mesure pour  $\Delta T_a = 0$  n'est pas réalisable à cause des interféromètres parasites.

Lorsque la rampe de fréquence de compensation a été déterminée, le déphasage est réduit aux alentours de quelques dizaines de mrad (20 mrad pour  $\Delta T_a = 40 \mu\text{s}$  et une erreur de 100 Hz sur la rampe). Cette suppression efficace n'est valable que si la projection de  $g$  ne varie pas au cours du temps. Comme l'angle  $\theta_0$  est défini entre l'horizontale (perpendiculaire



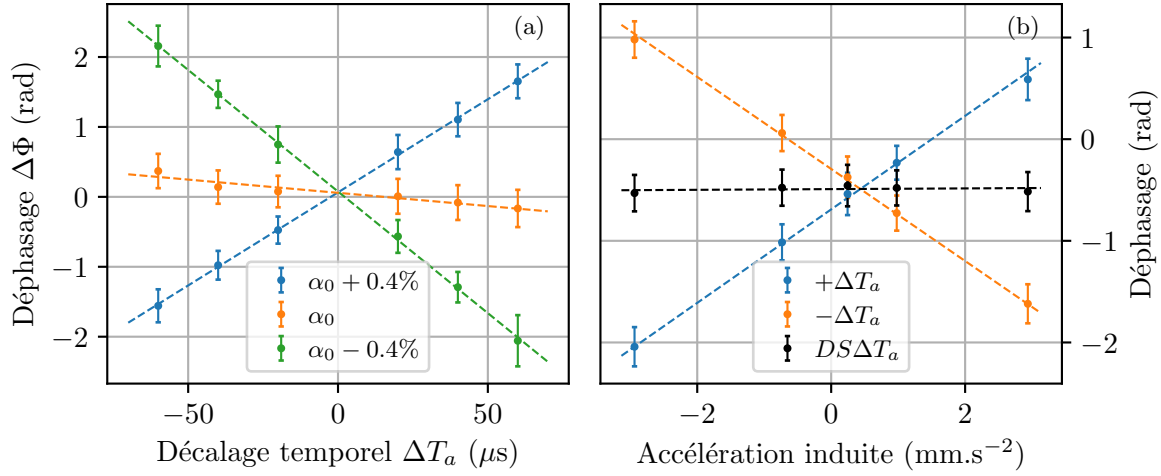


Fig. VI.3 (a) Déphasage en fonction du décalage temporel  $\Delta T_a$  pour trois pentes de rampe différentes. (b) Déphasage en fonction de l'accélération continue induite par un tilt du dispositif expérimental ( $g \sin \theta_0$ ) pour  $+\Delta T_a$ ,  $-\Delta T_a$  et la demi-somme de  $\Delta T_a$ .

à  $\vec{g}$ ) et  $\vec{k}_{\text{eff}}$ , toute inclinaison de l'expérience par rapport à  $\vec{g}$  va entraîner un changement de  $\theta_0$  et une variation de la projection de  $\vec{g}$ . L'effet est illustré sur la figure (VI.3 (b)) où l'inclinaison du gyromètre est variée de  $\pm 300 \mu\text{rad}$ , entraînant des variations d'accélération de  $\pm 3 \text{ mm.s}^{-2}$ . Le déphasage qui en résulte est de 3 rad, la sensibilité mesurée étant de  $+450(9) \text{ rad}/(\text{m.s}^{-2})$  pour  $+\Delta T_a$  et de  $-443(7) \text{ rad}/(\text{m.s}^{-2})$  pour  $-\Delta T_a$ , compatible avec la valeur attendue de la pente de  $2T\Delta T_a$  avec une marge d'erreur de 5%. L'interféromètre est également rendu sensible aux variations du module de  $\vec{g}$  liées aux marées, mais l'effet reste négligeable au niveau de sensibilité actuel de l'instrument (de l'ordre de  $100 \mu\text{rad}$  pour  $300 \mu\text{Gal}$  de variation maximale).

La réjection de ce déphasage est effectuée en alternant le signe de  $\Delta T_a$  et en utilisant le signal de demi-somme (DS) qui est représenté par la ligne en pointillé noirs sur la figure (VI.3). La pente mesurée est de  $3.4(7.8) \text{ rad}/(\text{m.s}^{-2})$ , soit une réjection d'un facteur 100 et compatible avec 0.

## VI.2 Interféromètre à transfert d'impulsion ajustable - TIA

Une solution alternative pour empêcher les interféromètres parasites de se recombinaient a été proposée par [Dubetsky and Kasevich, 2006]. Cette méthode est valable pour toutes les configurations d'interféromètres qui possèdent plusieurs boucles et devrait nous permettre de réaliser un pur capteur de rotation, i.e. sans aucune sensibilité résiduelle à l'accélération.

Cette solution consiste à modifier le transfert d'impulsions donné aux atomes sur un seul des deux faisceaux. Les vecteurs d'ondes des faisceaux du haut  $k_{\text{eff}}^{(H)}$  et du bas  $k_{\text{eff}}^{(B)}$  auront ainsi un module différent. L'effet sur la géométrie de l'interféromètre est illustré sur la figure (VI.4) et va être détaillé ci-après.

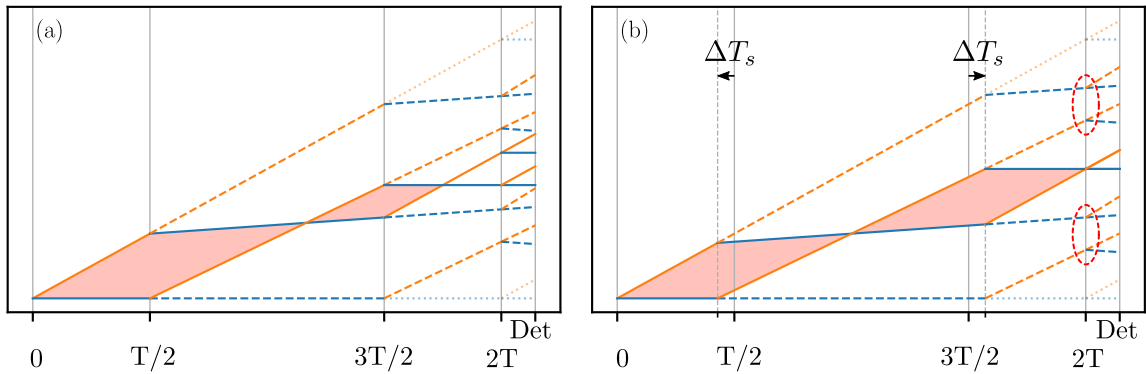


Fig. VI.4 (a) Schéma de l'interféromètre avec un transfert d'impulsion plus faible pour les impulsions  $\pi$  sans redéfinition de la séquence des impulsions. (b) Les deux impulsions centrales sont décalées de  $\Delta T_s$ , de manière symétrique par rapport à l'apogée pour refermer l'interféromètre principal.

### VI.2.1 Mise en place

Lors de l'opération habituelle du gyromètre, les deux miroirs Raman ainsi que les deux collimateurs sont inclinés d'un angle  $\theta_0 \simeq 4^\circ$  pour lever la dégénérescence entre  $+k_{\text{eff}}$  et  $-k_{\text{eff}}$ , et ce de telle manière que les faisceaux soient rétro-réfléchis. Pour mettre en place la méthode (TIA), le collimateur Raman du haut (utilisé pour les impulsions  $\pi$ ) est incliné d'un angle  $\Delta\theta$  par rapport à la normale au miroir, de manière à ce que le module du vecteur  $k_{\text{eff}}$  du haut soit réduit. La configuration habituelle du collimateur ainsi que la nouvelle configuration sont représentées de manière schématique sur la figure (VI.5).

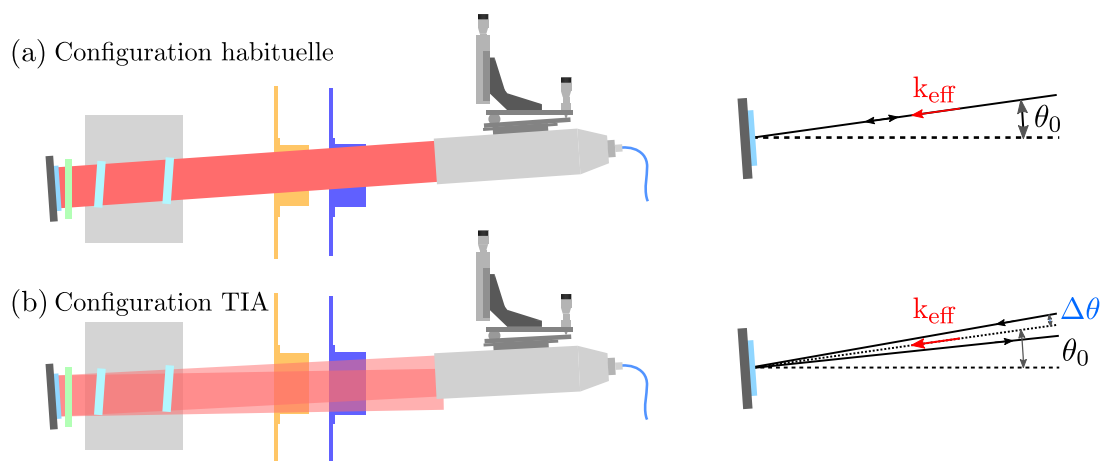


Fig. VI.5 (a) Schéma du collimateur du haut pour la configuration habituelle (b) et la nouvelle configuration TIA où le collimateur est incliné d'un angle  $\Delta\theta$  par rapport à la normale au miroir qui reste inchangée.

Le module du vecteur d'onde ainsi modifié peut s'écrire :

$$\begin{aligned} k_{\text{eff}}^{(H)} &= (k_1 - k_2) \cos \Delta\theta \sin \theta_0 + (k_1 + k_2) \sin \Delta\theta \cos \theta_0 \\ &\simeq k_{\text{eff}} \cos \Delta\theta \sin \theta_0 \\ &\simeq k_{\text{eff}} \left( 1 - \frac{\Delta\theta^2}{2} \right) \sin \theta_0 \end{aligned} \quad (\text{VI.3})$$

L'approximation précédente est valable au premier ordre pour les petits angles, et nous posons  $\epsilon = \Delta\theta^2/2$ . Les deux vecteurs d'onde sont ainsi décrits par :

$$k_{\text{eff}}^{(H)} = (1 - \epsilon)k_{\text{eff}} \quad k_{\text{eff}}^{(B)} = k_{\text{eff}} \quad \Delta k = k_{\text{eff}}^{(B)} - k_{\text{eff}}^{(H)} = \epsilon k_{\text{eff}} \quad (\text{VI.4})$$

Le module du vecteur d'onde du haut est réduit d'une quantité précisément contrôlable. Lorsque le collimateur est incliné, aucun des interféromètres ne se recombine, ni les parasites ni le principal, comme illustré sur le diagramme temporel de la figure (VI.5). Pour refermer l'interféromètre, il faut ajuster l'instant des deux impulsions  $\pi$ . Afin de conserver l'insensibilité de l'interféromètre aux accélérations continues, il faut décaler les deux impulsions  $\pi$  d'une quantité  $\Delta T_s$  de façon symétrique par rapport au milieu temporel de l'interféromètre. Si nous considérons des impulsions infiniment courtes, la position de chacun des bras de l'interféromètre principal au moment de la dernière impulsion se calcule comme :

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{\hbar}{m} \left( k_{\text{eff}}^{(B)} \left[ \frac{T}{2} - \Delta T_s \right] + (k_{\text{eff}}^{(B)} - k_{\text{eff}}^{(H)}) [T + 2\Delta T_s] + k_{\text{eff}}^{(B)} \left[ \frac{T}{2} - \Delta T_s \right] \right) \\ x_2 &= \frac{\hbar}{m} \left( k_{\text{eff}}^{(H)} [T + 2\Delta T_s] \right) \end{aligned} \quad (\text{VI.5})$$

et la différence de position :

$$\Delta x = x_1 - x_2 = 2 \frac{\hbar}{m} \left( k_{\text{eff}}^{(B)} T - k_{\text{eff}}^{(H)} [T + 2\Delta T_s] \right) \quad (\text{VI.6})$$

Pour que la séparation spatiale soit nulle, il est nécessaire que  $\Delta x = 0$ , soit :

$$\Delta T_s = \frac{T}{2} \left( \frac{k_{\text{eff}}^{(B)}}{k_{\text{eff}}^{(H)}} - 1 \right) \quad (\text{VI.7})$$

$$= \frac{T}{2} \frac{\epsilon}{1 - \epsilon} \simeq \frac{\epsilon T}{2} = \frac{T \Delta\theta^2}{4} \quad (\text{VI.8})$$

soit en considérant  $\epsilon \ll 1$  :

$$\frac{\Delta T_s}{T} \simeq \frac{1}{2} \frac{\Delta k}{k_{\text{eff}}} \quad (\text{VI.9})$$

Pour  $\Delta\theta = 10$  mrad, le décalage attendu est de 10  $\mu\text{s}$ , et de 40  $\mu\text{s}$  pour 20 mrad. Nous mesurons respectivement des décalages de 12  $\mu\text{s}$  et de 43  $\mu\text{s}$ . La valeur trouvée est décalée par rapport à la valeur attendue ce qui est attribué à un désalignement initial du faisceau Raman dans les deux directions. L'étude et la quantification de ce désalignement sera effectuée par la suite.

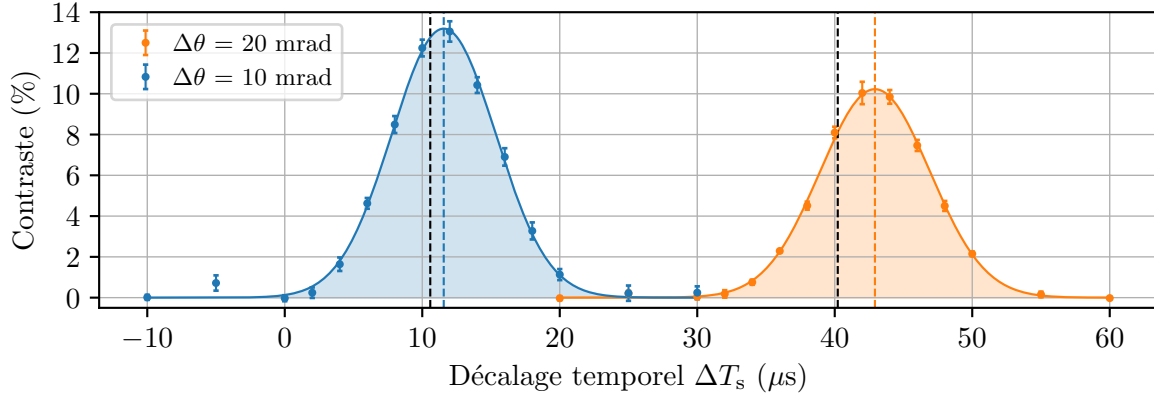


Fig. VI.6 Évolution du contraste en fonction du décalage temporel  $\Delta T_s$  pour deux angles du collimateur Raman du haut. Les lignes pointillées noires représentent la valeur attendue en absence de désalignement initial tandis que les lignes colorées pointent le maximum mesuré.

### Sensibilité à l'accélération

Une fois l'interféromètre principal refermé, les interféromètres parasites sont assez loin pour ne pas perturber les franges d'interférences. Nous pouvons calculer la sensibilité de la nouvelle configuration aux accélérations continues. Celle-ci s'exprime comme

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= 2 \left[ (T + 2\Delta T_s) \vec{k}_{\text{eff}}^{(H)} - T \vec{k}_{\text{eff}}^{(B)} \right] \left( \vec{v}_0 - \vec{g}T + \frac{\hbar \vec{k}_{\text{eff}}^{(B)}}{m} \right) \\ &= 2 \left[ \Delta T_s - \frac{T \Delta k}{2 k_{\text{eff}}} \right] \left( \vec{v}_0 - \vec{g}T + \frac{\hbar \vec{k}_{\text{eff}}^{(B)}}{m} \right) \end{aligned} \quad (\text{VI.10})$$

la condition de fermeture de l'interféromètre principal donné par l'expression (VI.6) implique que le premier terme de l'équation précédente soit également nulle par construction, annulant ainsi toute sensibilité aux accélérations continues.

Nous reprenons les mesures de sensibilité à l'accélération de façon similaire à celles du paragraphe (VI.1), (courbe VI.3), mais cette fois ci avec la nouvelle configuration.

La pente de la courbe en pointillé rouge sur la figure (VI.7) représente la sensibilité aux accélérations continues dans la configuration TIA. Nous mesurons une pente de  $8(14)$  rad/(m.s<sup>-2</sup>) soit une réjection d'au moins un facteur 50, et une sensibilité compatible avec 0.

### VI.2.2 Étude approfondie des interféromètres parasites

Nous avons vu que la nouvelle configuration permet de préserver la symétrie temporelle de l'interféromètre, et reste ainsi insensible aux accélérations continues. Afin de vérifier que les interféromètres parasites sont bien éloignés de l'interféromètre principal, nous avons étudié en détail leurs caractéristiques et les conditions de leur recombinaison.

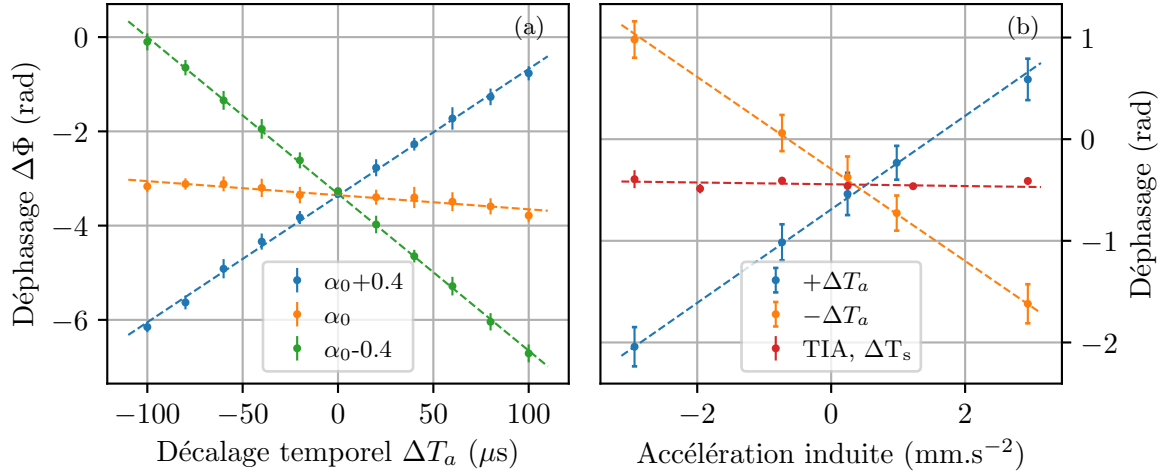


Fig. VI.7 (a) Sensibilité à la rampe dans la configuration TIA lorsqu'un décalage  $\Delta T_a$  est ajouté en plus du  $\Delta T_s$  nécessaire à la fermeture de l'interféromètre principal. La sensibilité est identique à celle mesurée pour la configuration précédente, la différence provenant de notre capacité à mesurer le déphasage pour  $\Delta T_a = 0$ . (b) Sensibilité à l'accélération induite par une inclinaison de l'expérience. Les courbes dans la configuration précédente sont présentées pour  $\pm \Delta T_a$ , ainsi que le déphasage mesuré pour la configuration TIA.

Pour un interféromètre à 4 impulsions comme le notre, deux interféromètres parasites apparaissent, de chaque coté du principal, et séparés de celui-ci au moment de la dernière impulsion d'une distance  $v_r T$ . Pour les étudier, nous nous sommes placés dans une configuration particulière. Nous introduisons un premier décalage temporel asymétrique  $\Delta T_a$  sur les impulsions centrales, comme illustré sur la figure (VI.8). Ce premier décalage va venir séparer le moment de la recombinaison des interféromètres parasites et de l'interféromètre principal. Nous introduisons ensuite un second décalage  $\Delta T_3$  cette fois ci uniquement sur la troisième impulsion. Ce décalage va modifier simultanément la condition de fermeture des parasites et du principal, et permet d'observer la recombinaison des interféromètres, autrement dit l'évolution de leur contraste en fonction du décalage temporel  $\Delta T_3$ .

Le décalage asymétrique  $\Delta T_a$  a été fixé à  $40 \mu s$ , de manière à ce que les interféromètres soient bien isolés les uns des autres temporellement, et qu'il n'y ait pas de superposition entre le principal et les parasites. L'évolution prévue de la condition de fermeture des interféromètres est présentée sur l'encadré (a) de la figure (VI.9). En absence de  $\Delta k$  les interféromètres parasites se referment pour  $\Delta T_3 = 2\Delta T_a$ , soit pour  $80 \mu s$ , et l'interféromètre principal se referme pour  $\Delta T_3 = 0$ .

Le contraste dans les branches parasites provient du manque d'efficacité des impulsions  $\pi$ . L'estimation rapide du contraste à l'aide de la méthode présentée chapitre 2 donne des contrastes de l'ordre de 5 %, ce qui est relativement faible pour leur étude. Pour maximiser le contraste sur les branches parasites, nous avons ainsi remplacé la séquence habituelle de  $\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2$  par  $\pi/2 - \pi/2 - \pi/2 - \pi/2$ . Le contraste sera ainsi fortement diminué dans les branches principales mais permettra un bien meilleur rapport signal sur bruit pour l'études des branches parasites.

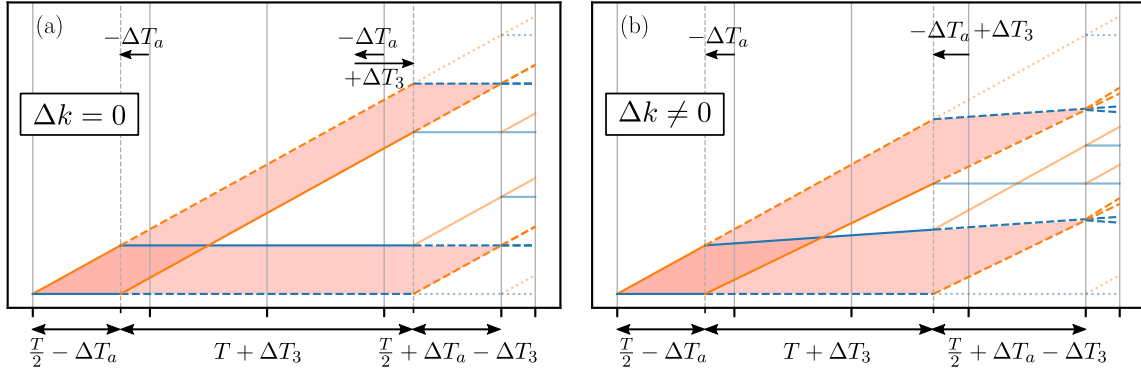


Fig. VI.8 (a) Interféromètres parasites recombines en absence de  $\Delta k$ . Le décalage tempore asymétrique  $\Delta T_a$  est introduit pour séparer l'interféromètre principal des parasites. (b) Recombinaison des interféromètres parasites en présence d'un  $\Delta k$ . La troisième impulsion est décalée afin de les recombiner.

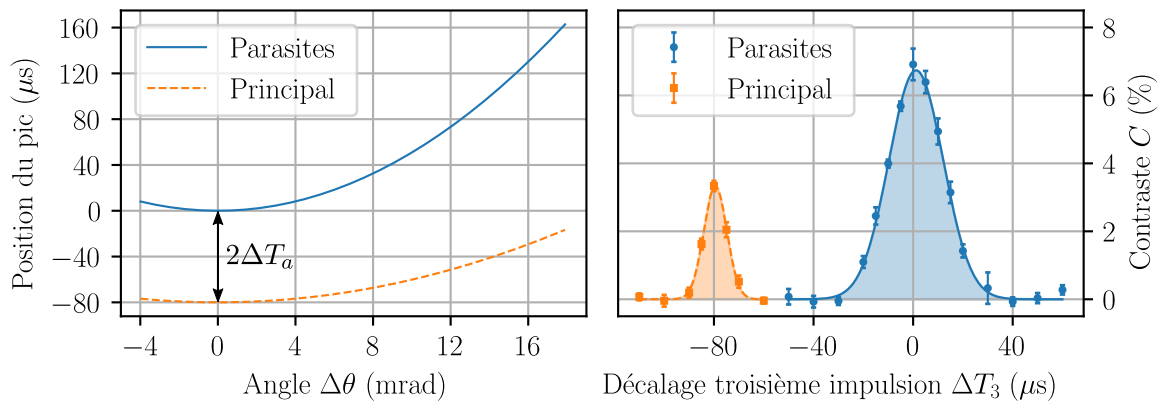


Fig. VI.9 Illustration de l'évolution du décalage tempore nécessaire pour refermer les interféromètres parasites et l'interféromètre principal. L'introduction du  $\Delta T_a = 40 \mu\text{s}$  initial permet qu'ils soient toujours suffisamment séparés pour ne pas qu'il se produise de superposition. Le contraste pour les interféromètres principal et parasites est mesuré sur le graphique de droite. Sur la figure de droite, les paramètres expérimentaux ont été ajustés pour augmenter le contraste des interféromètres parasites au détriment de l'interféromètre principal.

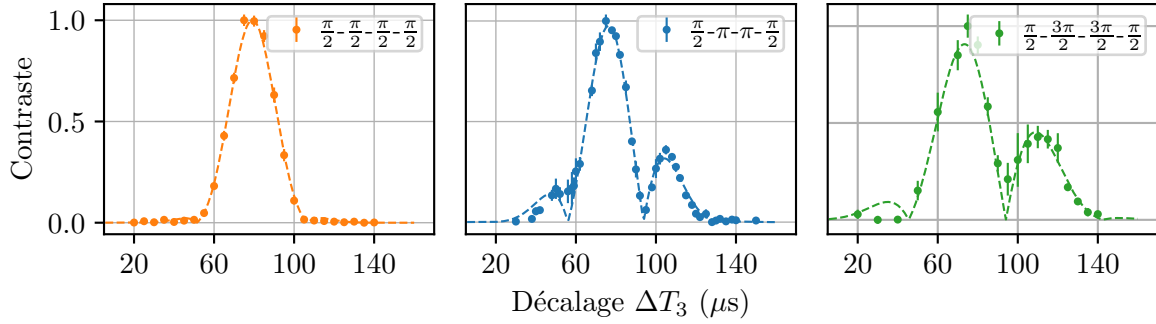


Fig. VI.10 Contraste normalisé des interféromètres parasites en fonction de du décalage de la troisième impulsion  $\Delta T_3$  pour différentes configurations d'interféromètres. La durée des impulsions centrales est modifiée de  $\pi/2$  à  $3\pi/2$ . Les courbes en pointillées proviennent d'un ajustement par une fonction empirique constitué d'une fonction gaussienne multipliée par un sinus carré.

Lorsque nous avons étudié la variation du contraste en changeant la durée des impulsions centrales, nous avons observé l'apparition de lobes secondaires asymétriques autour du pic central, et ce en absence de  $\Delta\theta$ . Cet effet semble indépendant de la présence ou non de la configuration TIA et est probablement lié à la distribution en vitesse particulière des atomes participant aux interféromètres parasites. Nous n'avons pas étudié en détail cet effet, et avons procédé par la suite aux mesures en utilisant des impulsions  $\pi/2$ , ainsi sans lobes secondaires.

Lors de nos premières tentatives pour observer la recombinaison des interféromètres parasites, nous avons trouvé une dépendance de leur contraste avec la position des miroir de rétro-réflexion Raman. L'alignement qui optimise le contraste de l'interféromètre principal n'est pas le même que celui qui maximise les interféromètre parasites. Le contraste est également dépendant de l'orientation du gyromètre par rapport au nord pour la direction verticale du miroir, de la même manière que pour les interféromètres à 3 impulsions étudiés au chapitre précédent. L'évolution du contraste en fonction de l'inclinaison du miroir piezo motorisé pour les interféromètres parasites ou le principal est présentée sur la figure (VI.11), pour la direction verticale et horizontale, ainsi que lorsque le gyromètre est orienté vers le nord (les termes de rotation sont maximum), ou vers l'ouest (les termes de rotation sont nuls).

Nous pouvons remarquer que la largeur des deux courbes de contraste (principal et parasites) sont différentes. Pour expliquer le comportement et trouver le bon alignement, nous avons effectué le calcul complet du déphasage en présence d'un désalignement des miroirs. Nous trouvons l'expression suivante pour la position du maximum de contraste, dominé par le terme dû à la distribution en vitesse selon l'axe  $z$ ,  $\sigma_{vz}$

$$\delta\theta_{v0} \simeq \frac{3\Omega_E \cos \Psi \cos \theta_0 \cos \theta_N}{-4(T + t_1) \cos \theta_0 + \Omega_E(5T^2 + 8Tt_1 + 4t_1^2) \cos \Psi \cos \theta_N \sin \theta_0} \quad (\text{VI.11})$$

et pour la direction horizontale le terme est dominé par alternativement la distribution en vitesse selon  $x$  ( $\sigma_{vx}$ ) lorsque le gyromètre est orienté au nord, ou bien la distribution selon  $y$  ( $\sigma_{vy}$ ) lorsque l'instrument est orienté à l'ouest. La solution analytique complète n'est pas présentée car elle est longue et ne possède pas d'intérêt particulier. Nous l'avons tracé pour

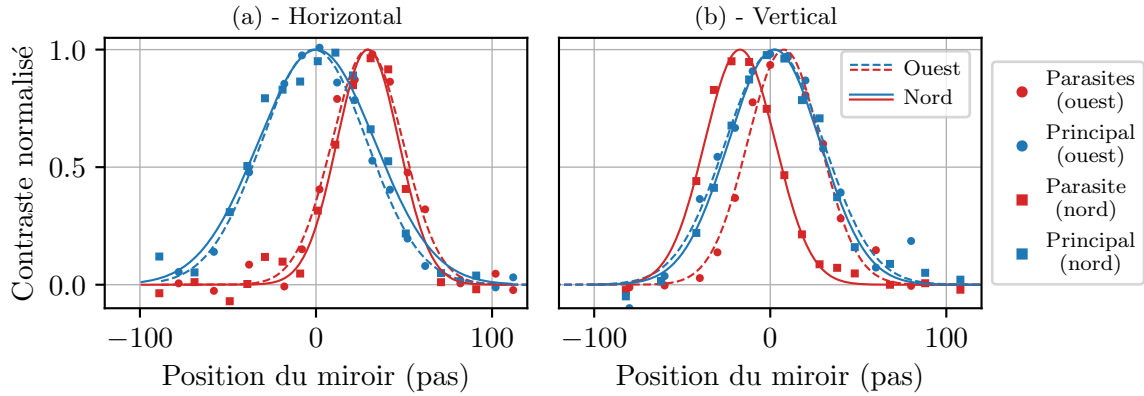


Fig. VI.11 Évolution du contraste de l'interféromètre principal (en bleu) et des interféromètres parasites (en rouge) en fonction de l'inclinaison d'un des deux miroir Raman pour la direction Horizontale, (a) et verticale, (b). Les courbes ont été effectuées lorsque l'instrument était orienté à l'ouest (traits pointillés) et au nord (trait pleins)

des paramètres réalistes du nuage d'atomes (à savoir sa distribution en vitesse et en position) sur la figure (VI.12) de manière similaire aux données expérimentales présentée précédemment.

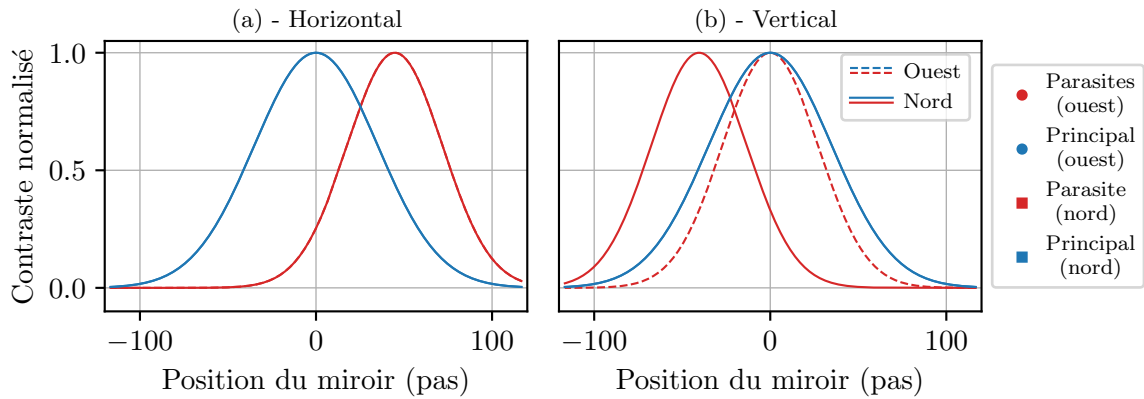


Fig. VI.12 Solution analytique de la fermeture de l'interféromètre principal et des interféromètres parasites en fonction de l'alignement des miroirs Raman pour la direction horizontale (a) et verticale (b). Cette solution est à comparer avec les mesures présentées sur la figure (VI.11).

Nous observons un comportement similaire aux mesures expérimentales, à savoir une différence de largeur et de position du contraste maximal, fixe pour la direction horizontale, et variant avec l'orientation du gyromètre pour la direction verticale. La solution dépend de la distribution en position (ici  $\sigma_r = 0.5$  mm), de la distribution en vitesse (ici  $\sigma_v = 1.8 v_r$ ), mais également du facteur d'échelle des miroirs piezo (nous avons utilisé une valeur de  $0.395$   $\mu\text{rad/pas}$  pour reproduire au mieux le comportement observé).

L'évolution du contraste explique notre difficulté initiale à repérer la fermeture des interféromètres parasites. Pour l'étude de ces derniers et les mesures qui vont suivre, nous avons



pris soin de toujours rester sur le maximum de contraste des interféromètres parasites.

### Fermeture et déphasage des interféromètres parasites

Le contraste dans les branches parasites étant maintenant maximisé, nous pouvons étudier l'évolution du contraste en fonction de l'angle du collimateur et du  $\Delta k$  introduit. Nous varions l'instant de la troisième impulsion  $\Delta T_3$  tout en observant le contraste, et ce pour différentes valeurs de  $\Delta\theta$ . Les résultats sont présentés sur la figure (VI.13) pour 10 valeurs de  $\Delta\theta$  différentes.

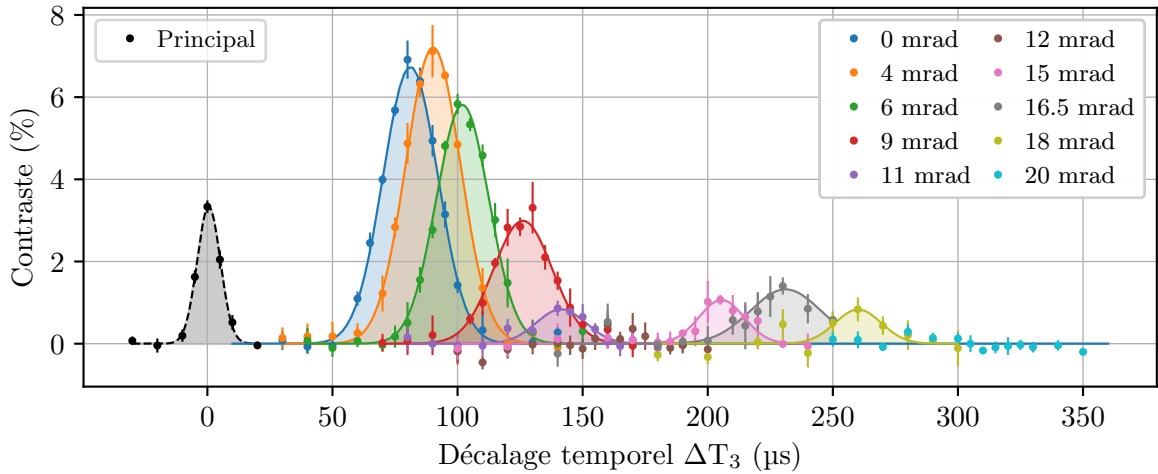


Fig. VI.13 Évolution du contraste des interféromètres parasites en fonction du décalage temporel de la troisième impulsion,  $\Delta T_3$ .

De cette étude, nous pouvons extraire plusieurs informations importantes. Tout d'abord, l'évolution de la position du maximum de contraste avec  $\Delta\theta$ , présenté sur la figure (VI.14 (a)), ainsi que l'évolution du contraste en fonction de  $\epsilon$ , présenté sur la figure (VI.14 (b)).

La condition de fermeture pour un  $\Delta\theta$  donné s'écrit :

$$\Delta T_3 = 2\Delta T_a + \Delta\theta^2(T + t_1) \quad (\text{VI.12})$$

La courbe en pointillé noir de la figure (VI.14) représente l'évolution attendue du  $\Delta T_3$  pour lequel le contraste est maximal en fonction de l'angle  $\Delta\theta$  (équation VI.12). En revanche, en présence d'un désalignement initial  $\Delta\theta_{0,z}$  dans la direction verticale ou  $\Delta\theta_{0,y}$  dans la direction transverse, la condition se transforme en

$$\Delta T_3 = 2\Delta T_a + [(\Delta\theta - \Delta\theta_{0,z})^2 + \Delta\theta_{0,y}^2](T + t_1) \quad (\text{VI.13})$$

Nous posons ainsi  $\epsilon_{\text{corr}} = \frac{1}{2} [(\Delta\theta - \Delta\theta_{0,z})^2 + \Delta\theta_{0,y}^2]$ , le décalage initial. L'ajustement de l'équation (VI.13) donne les valeurs suivantes,  $\Delta\theta_{0,y} = 1.04(19)$  mrad et  $\Delta\theta_{0,z} = -0.68(5)$  mrad. Ces deux valeurs sont compatibles avec notre méthode d'alignement initiale des collimateurs consistant à rétro-réfléchir les faisceaux Raman à l'aide d'un iris, avec environ 1 mrad d'erreur. Nous pouvons ainsi tirer de l'étude des interféromètres parasites une information importante pour l'évaluation du facteur d'échelle du gyromètre, à savoir  $\epsilon_{\text{corr}}$  (voir

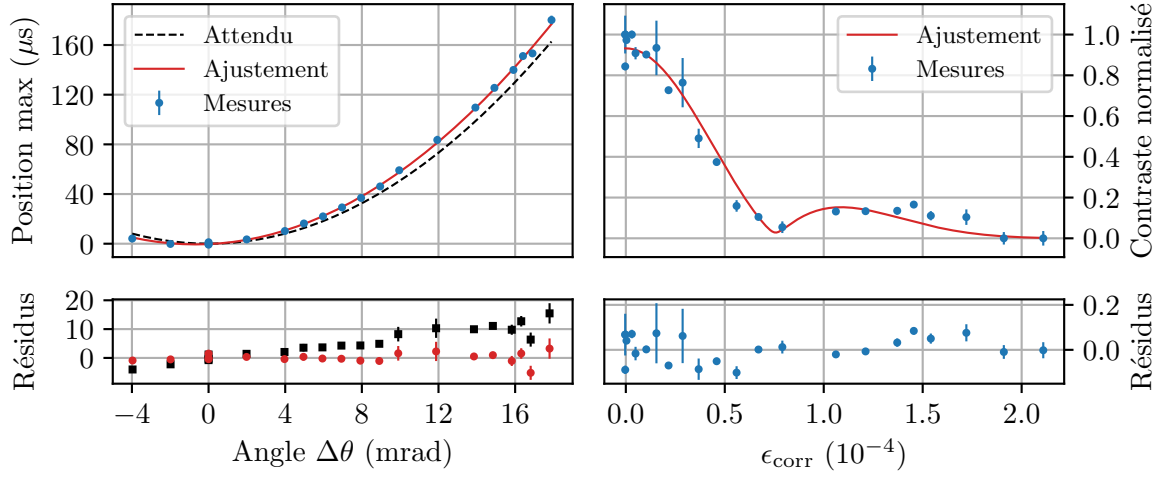


Fig. VI.14 (a) Évolution de la position du maximum de contraste en fonction de  $\Delta\theta$ , la courbe attendue (en rouge) ainsi que l'ajustement (en noir) sont présentés avec leurs résidus. (b) Évolution du contraste en fonction de  $\epsilon$  ainsi que l'ajustement correspondant.

chapitre VII).

Pour expliquer l'évolution du maximum de contraste en fonction de l'angle  $\Delta\theta$ , nous calculons le déphasage des interféromètres parasites. Les calculs ont été détaillés dans le matériel complémentaire à l'article [Sidorenkov et al., 2020] et sont repris ici. Le déphasage total peut s'exprimer comme la somme des trois composantes, laser, séparation et propagation, de la même manière que nous l'avons vu précédemment (section II.1.1) :

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_{\text{las}} + \Delta\Phi_{\text{prop}} + \Delta\Phi_{\text{sep}} \quad (\text{VI.14})$$

Les phases seront imprimés sur les atomes aux instants  $t_i$  suivants, selon la configuration présentée plus tôt :

$$\begin{aligned} t_1 &= 114 \text{ ms} \\ t_2 &= t_1 + T/2 - \Delta T_a \\ t_3 &= t_1 + 3T/2 - \Delta T_a + \Delta T_3 \\ t_4 &= t_1 + 2T \\ t_{\text{det}} &= t_1 + 2T + \Delta T_{\text{det}} \end{aligned}$$

où  $\Delta T_{\text{det}} \simeq 69$  ms représente le temps entre la dernière impulsion et le milieu de la détection.

**Phase laser** Pour l'interféromètre parasite du haut, la phase laser s'exprime comme suit :

$$\Delta\Phi_{\text{las}}^{(1)} = (\phi_1 - \phi_2)_1 - (\phi_3 - \phi_4)_2 \quad (\text{VI.15})$$

$$\Delta\Phi_{\text{las}}^{(2)} = (\phi_1 - \phi_3)_1 - (\phi_3 - \phi_4)_2 \quad (\text{VI.16})$$

où les notations 1 et 2 représentent les deux chemins de l'interféromètre. Les phases  $\phi_i$  sont définies aux instants  $t_i$  par

$$\begin{aligned}\phi_1 &= \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{r}_H(t_1) - \int_0^{t_1} \omega_{\text{eff}}(t) dt \\ \phi_2 &= (1 - \epsilon) \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{r}_H(t_2) - \int_0^{t_2} \omega_{\text{eff}}(t) dt \\ \phi_3 &= (1 - \epsilon) \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{r}_B(t_3) - \int_0^{t_3} \omega_{\text{eff}}(t) dt \\ \phi_4 &= \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{r}_B(t_4) - \int_0^{t_4} \omega_{\text{eff}}(t) dt\end{aligned}$$

Nous prenons en compte la phase due à la rampe de fréquence des lasers utilisée pour compenser la variation d'effet Doppler :

$$\omega_{\text{eff}}(t) = \omega_0 - \alpha(t - T - t_1) \qquad \omega_0 = \omega_{hf} + \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{2m} \quad (\text{VI.17})$$

où  $\omega_0$  représente la fréquence de la transition hyperfine corrigée du recul et correspond à la différence de fréquence des lasers au moment où les atomes sont à l'apogée, c'est-à-dire pour  $t = T + t_1$ . La pente de la rampe de fréquence  $\alpha$  est donnée par la projection de l'accélération sur les faisceaux Raman lorsque  $\Delta\theta = 0$ , soit  $\alpha = k_{\text{eff}} g \sin \theta_0$ . Nous considérons que le gyromètre est orienté vers l'ouest, de manière à pouvoir négliger les contributions des termes de rotation. La position des atomes est ainsi définie par :

$$\begin{aligned}\vec{r}_H(t_1) &= \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t_1 + \frac{1}{2} \vec{g} t_1^2 \\ \vec{r}_H(t_2) &= \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t_2 + \frac{1}{2} \vec{g} t_2^2 + \frac{\hbar \vec{k}_{\text{eff}}}{m} (t_2 - t_1) \\ \vec{r}_B(t_3) &= \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t_3 + \frac{1}{2} \vec{g} t_3^2 \\ \vec{r}_B(t_4) &= \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t_4 + \frac{1}{2} \vec{g} t_4^2 + \frac{\hbar(1 - \epsilon) \vec{k}_{\text{eff}}}{m} (t_4 - t_3)\end{aligned}$$

Nous remplaçons ainsi ces positions dans l'expression de la phase laser donnée plus tôt, en utilisant les instants  $t_i$  qui correspondent à ce que nous avons réalisé expérimentalement. L'expression totale du déphasage laser est donnée par :

$$\Delta\Phi_{\text{las}} = \Delta\Phi_{r_0} + \Delta\Phi_{v_0} + \Delta\Phi_{g+\alpha} + \Delta\Phi_{\text{rec}} \quad (\text{VI.18})$$

où nous avons séparés les termes en fonction de leur dépendance. Le terme  $\Delta\Phi_{r_0}$  dépend de la position initiale du nuage et  $\Delta\Phi_{v_0}$  de la vitesse initiale. Le terme  $\Delta\Phi_{g+\alpha}$  contient les termes d'accélération continues et ceux dus à la rampe de fréquence, et  $\Delta\Phi_{\text{rec}}$  les termes de recul.

$$\begin{aligned}
\Delta\Phi_{r_0} &= 2\vec{k}_{\text{eff}}\vec{r}_0\epsilon \\
\Delta\Phi_{v_0} &= \vec{k}_{\text{eff}}\vec{v}_0(2\epsilon(T+t_1) - \Delta T_3) \\
\Delta\Phi_{g+\alpha} &= (\vec{k}_{\text{eff}}\cdot\vec{g} - \alpha) \left[ \frac{3}{4}T^2 - T\Delta T_a - \frac{3}{2}T\Delta T_3 \right] + k_{\text{eff}}\cdot\vec{g} \left[ \epsilon \left( \frac{5}{4}T^2 + 2Tt_1 + t_1^2 \right) - t_1\Delta T_3 \right] \\
\Delta\Phi_{\text{rec}} &= -\frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{m}\Delta T_3
\end{aligned}$$

Nous négligeons dans les déphasages précédent les termes du second ordre  $\mathcal{O}(\epsilon^2, \epsilon\Delta T/T, \epsilon\Delta T_3/T)$ .

**Phase de propagation** La phase de propagation est définie comme l'intégrale du Lagrangien sur les deux bras de l'interféromètre. Nous intégrons directement :

$$\Delta\Phi_{\text{prop}} = \frac{1}{\hbar} \int_B L(t)dt - \frac{1}{\hbar} \int_H L(t)dt \quad L(t) = \frac{1}{2}mv(t)^2 - m\vec{g}\cdot\vec{r}(t) \quad (\text{VI.19})$$

Nous intégrons de la première impulsion jusqu'à la détection, et nous trouvons :

$$\Delta\Phi_{\text{prop}} = \vec{k}_{\text{eff}}\cdot\vec{v}_0(\Delta T_3 + 2\epsilon(T + \Delta t_{\text{det}})) + \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{2m}(\Delta T_3 + \epsilon T) \quad (\text{VI.20})$$

**Phase de séparation** Cette contribution vient du fait que les interférences entre les deux paquets d'ondes sont détectées à un endroit  $\vec{r}$  dans la détection, qui ne coïncide pas forcément avec les positions des deux trajectoires classiques moyennes  $\vec{r}_H(t_{\text{det}})$  et  $\vec{r}_B(t_{\text{det}})$ . Le déphasage prends en compte non seulement la séparation spatiale mais également la séparation en impulsion des deux paquets d'onde au moment de la détection. L'expression du déphasage s'écrit [Wolf and Tournenc, 1999] :

$$\Delta\Phi_{\text{sep}}(\vec{r}) = \frac{1}{\hbar} (\vec{p}_H(\vec{r} - \vec{r}_H) - \vec{p}_B(\vec{r} - \vec{r}_B)) \quad (\text{VI.21})$$

Le déphasage peut être ré-écrit en définissant la position et l'impulsion moyenne entre les deux paquets d'onde  $\vec{r}_c$  et  $\vec{p}_c$  et l'écart de position et d'impulsion entre les deux paquets  $\vec{\Delta r}$  et  $\vec{\Delta p}$  définis par :

$$\vec{r}_c = \frac{\vec{r}_H + \vec{r}_B}{2} \quad \vec{p}_c = \frac{\vec{p}_H + \vec{p}_B}{2} \quad \vec{\Delta r} = \vec{r}_H - \vec{r}_B \quad \vec{\Delta p} = \vec{p}_H - \vec{p}_B \quad (\text{VI.22})$$

Le déphasage doit ensuite être intégré sur la taille de la détection pour obtenir le signal complet. L'intégration ne modifie pas le terme proportionnel à la séparation spatiale des deux paquets d'onde  $\vec{\Delta r}$ , mais le terme proportionnel à la différence d'impulsions va dépendre de la taille d de la détection. Les interférences entre les deux paquets d'onde vont générer des franges sur la taille de la détection et le déphasage final dépendra de la taille de la détection et de l'interfrange. Si nous faisons l'hypothèse que la position moyenne se trouve au centre de la détection, nous pouvons définir la condition pour laquelle ce terme va disparaître. Cette

condition s'écrit  $(|\Delta p|/\hbar).(d/2) = \pi/2$  et dans notre cas,  $|\Delta p|/\hbar = 2\epsilon k_{\text{eff}}$  et  $d = 30$  mm, ce qui nous donne une valeur  $\epsilon_{\text{crit}} = 3.8 \times 10^{-6}$ . Dans la région où  $\epsilon \approx \epsilon_{\text{crit}}$ , cette contribution reste importante et peut causer des variations incontrôlées de la phase. Lors de notre étude, nous restons la plupart du temps dans la région où  $\epsilon \gg \epsilon_{\text{crit}}$  et nous avons ainsi négligé cette contribution. Le déphasage est ainsi réduit à :

$$\Delta\Phi_{\text{sep}} = -\frac{1}{\hbar}\vec{p}_c\vec{\Delta r} \quad (\text{VI.23})$$

En présence d'un  $\Delta k$ , les deux bras des interféromètres parasites ne sont pas dans le même état d'impulsion (dans le référentiel correspondant à la chute libre) en sortie d'interféromètre et lors de leur propagation jusqu'à la détection, alors qu'il sont dans le même état interne. La différence d'impulsion est de  $2\epsilon\hbar k_{\text{eff}}/m$ , entraînant une séparation spatiale supplémentaire dans la détection, et ce même si les trajectoires classiques sont confondues lors de la dernière impulsion. Le déphasage de séparation total s'écrit finalement :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{\text{sep}} &= -\frac{m\vec{v}_0}{\hbar} \left( \vec{r}_H(t_4) - \vec{r}_B(t_4) + 2\epsilon \frac{\hbar k_{\text{eff}}}{m} \Delta t_{\text{det}} \right) \\ &= -\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v}_0 (\Delta T_3 + 2\epsilon (T + \Delta t_{\text{det}})) \end{aligned} \quad (\text{VI.24})$$

Nous pouvons remarquer que ce déphasage est similaire au premier terme du déphasage de propagation (eq. VI.20), mais avec le signe opposé, annulant ainsi toute dépendance de la phase totale à la durée  $\Delta T_{\text{det}}$  entre la dernière impulsion et la détection. Nous pouvons finalement calculer le déphasage final pour l'interféromètre parasite du bas :

$$\Delta\Phi^{(B)} = \Delta\Phi_{r_0} + \Delta\Phi_{v_0} + \Delta\Phi_{g+\alpha} + \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{2m} (T\epsilon - \Delta T_3) \quad (\text{VI.25})$$

Le même traitement pour l'interféromètre parasite du haut donne :

$$\Delta\Phi^{(H)} = \Delta\Phi_{r_0} + \Delta\Phi_{v_0} + \Delta\Phi_{g+\alpha} + \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{2m} (3T\epsilon - \Delta T_3) \quad (\text{VI.26})$$

Les déphasages des deux interféromètres sont quasiment identiques, à la différence d'un terme de recul :

$$\Delta\Phi^{(T)} - \Delta\Phi^{(B)} = \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{m} T\epsilon \quad (\text{VI.27})$$

Les deux interféromètres ont des phases lasers et des phases de séparation identique, mais la différence apparaît dans la phase de propagation et est liée à la présence du transfert d'impulsions différent  $\Delta k$ .

**Calcul du contraste** Notre méthode de détection actuelle ne permet pas de distinguer les signaux issus des deux interféromètres parasites. Le contraste mesuré est ainsi la somme incohérente des deux signaux parasites et s'écrit :

$$C = \left[ \frac{C^{(B)}}{2} \cos \Delta\Phi^{(B)} + \frac{C^{(H)}}{2} \cos \Delta\Phi^{(H)} \right]_{pp} \quad (\text{VI.28})$$

où  $\Delta\Phi^{(B)}$  et  $\Delta\Phi^{(H)}$  sont les déphasages définis par les équation (VI.25) et (VI.26),  $C^{(B)}$  et  $C^{(H)}$  le contraste de l'interféromètre du bas et de celui du haut. Nous définissons pour plus

de clarté le contraste moyen  $C_0$ , le déséquilibre entre les deux contraste  $\Delta C_0$ , et le déphasage moyen  $\overline{\Delta\Phi}$  par :

$$C_0 = \frac{C^{(H)} + C^{(B)}}{2} \quad \Delta C_0 = C^{(H)} - C^{(B)} \quad \overline{\Delta\Phi} = \frac{\Delta\Phi^{(H)} + \Delta\Phi^{(B)}}{2} \quad (\text{VI.29})$$

L'équation (VI.28) peut se ré-écrire :

$$C = C_0 \left[ \cos \overline{\Delta\Phi} \cos \left( \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2 T \epsilon}{2m} \right) - \frac{\Delta C_0}{C_0} \sin \overline{\Delta\Phi} \sin \left( \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2 T \epsilon}{2m} \right) \right]_{pp} \quad (\text{VI.30})$$

Le signal que nous mesurons est issu de l'intégration dans la détection des distributions en position et en vitesse, qui sont les mêmes pour les deux interféromètres parasites. Nous faisons l'hypothèse que la distribution en vitesse ( $\propto \exp^{-v_0^2/2\sigma_v^2}$ ) et la distribution en position ( $\propto \exp^{-r_0^2/2\sigma_r^2}$ ) sont entièrement décorréliées. Le contraste normalisé devient ainsi :

$$\frac{C(\epsilon, \Delta T_3)}{2C_0} = \exp \left( -\frac{(2k_{\text{eff}}\sigma_r\epsilon)^2}{2} \right) \times \exp \left( -\frac{(k_{\text{eff}}\sigma_v(2\epsilon(T+t_1) - \Delta T_3))^2}{2} \right) \quad (\text{VI.31})$$

$$\times \frac{1}{2} \left[ \cos \Delta\Phi' \cos \left( \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2 T \epsilon}{2m} \right) - \frac{\Delta C_0}{C_0} \sin \Delta\Phi' \sin \left( \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2 T \epsilon}{2m} \right) \right]$$

Si la condition de fermeture est vérifiée, i.e. si  $\Delta T_3 = 2\epsilon(T+t_1)$ , alors le terme lié à la distribution en vitesse ne jouera pas de rôle dans la décroissance du contraste en fonction de  $\epsilon$ . Au contraire, si  $\Delta T_3 = 0$ , le contraste diminuera plus rapidement, à cause de la largeur des distributions en vitesse et en position. L'évolution du maximum de contraste en fonction de  $\epsilon$  est représenté sur la figure (VI.15).

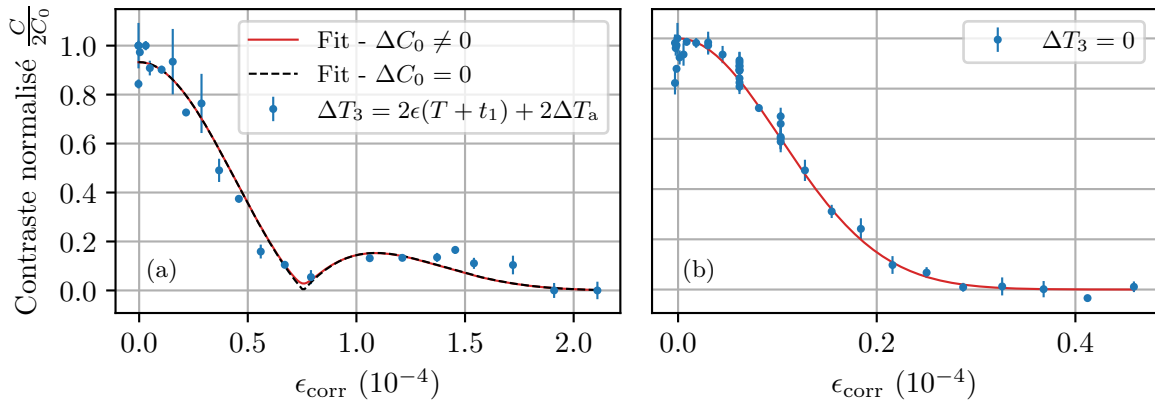


Fig. VI.15 (a) Décroissance du maximum de contraste des interféromètres parasites et ajustement issu de l'équation (VI.31) pour deux valeurs de  $\Delta C_0/C_0$ . (b) Décroissance du contraste des interféromètres parasites en fonction de  $\epsilon$  pour  $\Delta T_3 = 0$ .

Les données extraites de la courbe (VI.13) sont ajustée avec le modèle issu de l'équation (VI.31) avec comme paramètres la largeur de la distribution en position  $\sigma_r$ , le maximum de contraste  $C_0$  ainsi que le déséquilibre des contraste  $\Delta C_0$ . Les valeurs extraites sont  $\sigma_r =$

0.51(2) mm,  $2C_0 = 0.934(18)$  et  $\delta C_0 = 0.03(3)$  %. Le déséquilibre de contraste est compatible avec 0, et ne diffère de l'ajustement où  $\Delta C_0$  est fixé à 0 uniquement proche du premier 0, pour  $\epsilon = 0.76 \times 10^{-4}$ .

En pratique et pour l'opération du gyromètre, il est souhaitable de choisir une valeur de  $\epsilon$  de manière que le contraste des interféromètre parasites soit nul tout en refermant l'interféromètre principal (soit pour  $\Delta T_3 = 0$ ). L'évolution du contraste des interféromètres parasites en fonction de  $\epsilon$  pour cette configuration est présenté sur la figure (VI.15 (b)). Une valeur de  $\epsilon > 0.4 \times 10^{-4}$  est suffisante pour que le contraste soit nul (cela correspond à un angle  $\Delta\theta$  de 0.5 degrés).

Notre modèle explique correctement l'évolution du contraste des interféromètres parasites, et permet d'extraire des valeurs de désalignement des collimateurs qui seront utiles lors de l'étude de l'exactitude du facteur d'échelle du gyromètre. Nous allons maintenant nous intéresser à l'impact de cette méthode sur l'interféromètre principal.

### VI.2.3 Déphasage sur l'interféromètre principal

#### Sensibilité à la fréquence

Si la différence de fréquence des lasers est désaccordée d'une quantité  $\Delta\omega_0$ , un déphasage de type horloge va apparaître lié au fait que les paquets d'ondes sur chacun des bras ne passent pas autant de temps dans les deux états internes. Ce déphasage peut se calculer via la fonction de sensibilité à la phase :

$$\Delta\Phi_\omega = \int_0^{2T} \omega_{\text{eff}}(t) g_\phi(t) dt \quad (\text{VI.32})$$

où la fréquence  $\omega_{\text{eff}}(t)$  est définie par  $\omega_0 - \alpha(t - T - t_1)$ . La fréquence  $\omega_0$  est la fréquence lors de l'apogée de la trajectoire. En prenant en compte la taille finie des impulsions lasers, le déphasage s'exprime comme :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{\omega_0} &= \Delta\omega_0 \left[ 4\Delta T_s + \left(1 - \frac{4}{\pi}\right) \left(\frac{\tau_1 + \tau_4}{2}\right) \right] \\ &\simeq \Delta\omega_0 \left[ T\Delta\theta^2 + \left(1 - \frac{4}{\pi}\right) \left(\frac{\tau_1 + \tau_4}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{VI.33})$$

où  $\tau_1/2$  et  $\tau_4/2$  sont les durées de la première et de la quatrième impulsion. Pour quantifier l'évolution du déphasage et vérifier que le comportement correspondait à ce que nous attendions, nous avons introduit de manière contrôlé un désaccord de fréquence sur les lasers Raman, allant de  $\pm 6$  kHz, et ce pour différentes valeurs de  $\Delta\theta$ . Le déphasage  $\Delta\Phi_{HS}$  est extrait de la demi-somme des  $k_{\text{eff}}$  et montre le comportement linéaire attendu en fonction du désaccord, tracé sur l'encadré (a) de la figure (VI.16). La sensibilité à la fréquence, qui correspond à la pente des droites  $\Delta\Phi/\Delta\omega_0$  est tracé sur l'encadré (b) et évolue de manière quadratique avec  $\delta\theta$ , suivant bien la courbe théorique.

Ce déphasage ne dépend pas du signe de  $k_{\text{eff}}$ , et doit donc disparaître dans le signal de demi-différence (DD), représenté également sur la figure (VI.16) et multiplié par 10 pour plus de visibilité. Nous estimons ainsi une sensibilité compatible avec 0 et une réjection au moins d'un facteur 100.

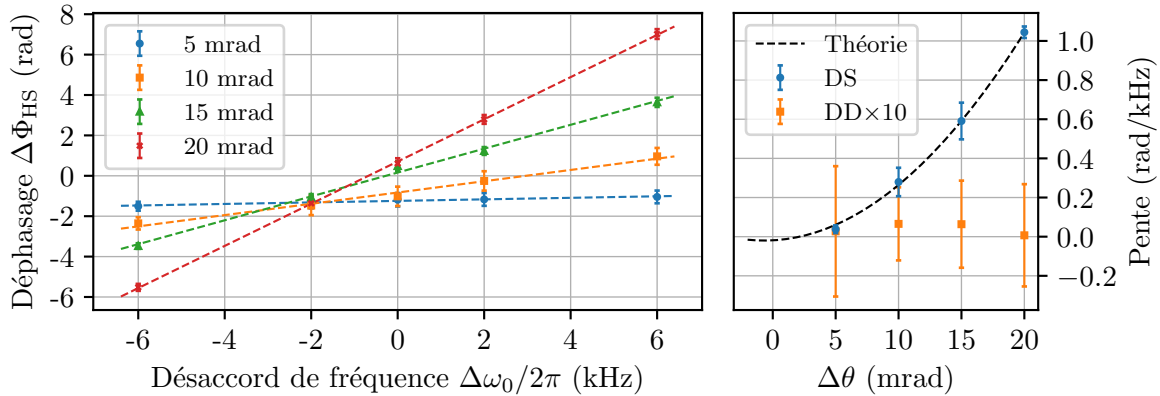


Fig. VI.16 (Gauche) Sensibilité de l'interféromètre principal à la fréquence d'horloge dans la configuration TIA pour différentes valeurs d'angle  $\Delta\theta$ . Le déphasage est extrait de la demi-somme (DS) des signaux correspondant aux mesures effectuées en  $\pm k_{\text{eff}}$ . Les lignes en pointillés correspondent aux ajustements linéaires sur les données. (Droite) Pente des droites précédentes en fonction de l'angle introduit ainsi que le signal de demi-différence (DD) des signaux  $\pm k_{\text{eff}}$  qui illustre la réjection de l'effet. La ligne pointillée noire représente la courbe théorique issue de l'équation (VI.33).

### Correction au facteur d'échelle

En faisant l'hypothèse que le décalage symétrique  $\Delta T_s$  est choisi de telle manière à refermer parfaitement l'interféromètre, le calcul complet du déphasage entraîne une correction à l'aire du gyromètre au premier ordre en  $\epsilon$  qui modifie la phase de rotation de la manière suivante :

$$\Delta\Phi_\Omega = \frac{1}{2} \vec{k}_{\text{eff}} \left( \vec{g} \times \vec{\Omega} T^3 \right) \left[ 1 - \frac{2}{3} \epsilon \right] \quad (\text{VI.34})$$

Pour un angle  $\Delta\theta$  de 30 mrad, la correction relative au facteur d'échelle est de  $3 \times 10^{-4}$ , soit un déphasage absolu de 66 mrad. Nous avons vérifié qu'au premier ordre, aucun terme en  $\tau$  supplémentaire n'apparaît dans notre configuration. Lorsque nous avons essayé de mesurer ce déphasage, nous avons observé des variations bien plus importantes que celles attendues. L'origine de ce déphasage n'a pas été entièrement comprise et des hypothèses sont présentées dans l'annexe (H) pour tenter d'expliquer les phénomènes observés.

## Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une nouvelle manière de se libérer du problème des interféromètres parasites qui sont présents dans les géométries d'interféromètres à plusieurs boucles, et ce sans briser la symétrie temporelle de notre gyromètre. Nous avons commencé par étudier la méthode habituelle pour se libérer des interféromètres parasites, avec son inconvénient majeur de réintroduire une sensibilité aux accélérations continues. La nouvelle méthode consiste à introduire une différence de transfert d'impulsion entre les impulsions  $\pi/2$  et  $\pi$ . Nous avons étudié la condition de fermeture de l'interféromètre principal et vérifié son insensibilité aux accélérations continues, avec une réjection d'un facteur supérieur à



50. Nous avons ensuite procédé à l'étude des interféromètres parasites eux mêmes. Leur condition de fermeture ainsi que l'évolution de leur contraste en fonction de l'angle  $\Delta\theta$ , nous a permis d'observer un terme d'interférence entre les deux interféromètres parasites, provenant d'un déphasage différent lié à un terme de recul. En choisissant correctement la valeur de  $\Delta\theta$ , il est ainsi possible de réduire la contribution des interféromètres parasites par deux fois, à la fois grâce à leur espacement temporel vis-à-vis de l'interféromètre principal lié à la configuration TIA, mais également grâce à leurs interférences destructives lors de la détection. La physique derrière l'évolution des interféromètres parasites est bien comprise et leur étude permet d'extraire des informations importantes pour l'exactitude du gyromètre ( $\epsilon_{\text{eff}}$ ). La correction attendue au facteur d'échelle du gyromètre en présence d'un  $\Delta\theta$  est de l'ordre de  $10^{-4}$ . Nous n'avons pas réussi à mesurer directement cette correction pour le moment, mais son estimation et sa prise en compte seront particulièrement important pour les mesures de l'effet Sagnac présentées au chapitre suivant.

## Chapitre VII

# Facteur d'échelle du gyromètre - Mesure de l'effet Sagnac

Tout interféromètre dont les chemins se referment en formant une aire physique va présenter un déphasage proportionnel à la vitesse de rotation du référentiel dans lequel il est situé, il s'agit de l'effet Sagnac<sup>1</sup>. L'étude de l'effet d'une rotation sur un interféromètre remonte au 19<sup>e</sup> siècle et est intimement lié au développement de la relativité.

En 1913, Georges Sagnac observe expérimentalement l'évolution des franges d'un interféromètre soumis à une vitesse de rotation constante. L'expérience de Sagnac avait pour but de détecter le mouvement de l'éther (un milieu dans lequel la lumière était supposée se propager), et il l'interprète comme la preuve de l'existence d'un éther stationnaire. Max Von Laue avait cependant montré en 1911 que l'effet observé par Sagnac pouvait également être interprété à l'aide de la relativité restreinte et ne constituait donc pas une démonstration de la présence de l'éther. La volonté d'observer le déphasage induit par la rotation du référentiel terrestre a poussé Michelson, Gale et Pearson à construire un interféromètre avec une aire de 0.2 km<sup>2</sup>. Le résultat est publié en 1925 avec une précision reportée de 3% [Michelson and Gale, 1925].

Le développement du laser a permis la fabrication de gyromètres basés sur l'effet Sagnac avec l'apparition de gyrolasers (ring laser gyroscopes RLG) [Macek and Davis, 1963] et de gyrolasers fibrés (fiber optic gyroscopes FOG) [Vali and Shorthill, 1976; Lefèvre, 2014] qui sont maintenant largement utilisés pour la navigation.

De nombreuses expériences ont fait suite à celle de Georges Sagnac, à la fois pour démontrer la validité de l'effet dans différents types d'interféromètres que pour mesurer le déphasage de plus en plus précisément.

Des démonstrations de principes ont été faites avec des électrons supraconducteurs [Zimmerman and Mercereau, 1965] en 1965 démontrant pour la première fois la présence d'un effet quantique macroscopique dans les supraconducteur. Des expériences ont été réalisées ensuite avec des neutrons [Werner et al., 1979] en 1979 et des atomes neutres à vitesses thermiques [Riehle et al., 1991]. Ces expériences ont reporté des mesures consistantes avec la théorie. Une expérience avec un jet d'électrons [Hasselbach and Nicklaus, 1988] a permis d'étendre la validité de la théorie aux particules chargées. Des expériences plus récentes ont

---

1. Du nom du physicien Français Georges Sagnac (1869-1928)

permis d'observer l'effet Sagnac dans les superfluides quantiques, notamment avec de l'hélium 4 [Schwab et al., 1997] en 1997 et de l'hélium 3 [Simmonds et al., 2001] en 2001. Une observation a été également effectuée dans un Condensat de Bose-Einstein [Wright et al., 2013].

Les mesures de précision ont commencé en 1997, avec un interféromètre à onde de matière utilisant des atomes à vitesse thermiques [Lenef et al., 1997] rapportant une justesse de 1% sur la mesure de l'effet Sagnac. Le développement des expériences d'atomes froids ont permis des mesures plus exactes, comme par exemple [Gauguet et al., 2009; Stockton et al., 2011] atteignant jusqu'à 0.05% de fidélité. Un récapitulatif des mesures de l'effet Sagnac avec leur justesse et leur fidélité est donné dans le tableau (VII.1).

Type d'expérience	Date	Justesse	Fidélité	Réf
Photons	1925	2.6%	2.3%	[Michelson and Gale, 1925]
Neutrons	1979	0.4%	X	[Werner et al., 1979]
Atomes	1997	0.8%	0.7%	[Lenef et al., 1997]
Atomes froids	2009	2.8%	0.08%	[Gauguet et al., 2009] [Gauguet, 2006]
Atomes froids	2011	1%	0.05 %	[Stockton et al., 2011] [Takase, 2008]
Atomes froids	2022	3 ppm	20 ppm	Ces travaux

Table VII.1 Récapitulatif des mesures de l'effet Sagnac ainsi que leur justesse et leur fidélité.

Nous allons voir dans ce chapitre l'estimation du déphasage Sagnac de notre interféromètre ainsi qu'une amélioration de sa mesure avec des ondes de matière.

### Déphasage Sagnac

Nous avons vu dans le premier chapitre l'expression globale du déphasage Sagnac :

$$\Phi_{\Omega} = \frac{T^3}{2} (\vec{k}_{\text{eff}} \times \vec{g}) \cdot \vec{\Omega}_E \quad (\text{VII.1})$$

Dans le cadre de notre expérience, le déphasage peut s'écrire sous sa forme développée en fonction des différents paramètres :

$$\Phi_{\Omega}(\Theta) = \frac{T^3}{2} k_{\text{eff}} g \Omega_E \cos(\theta_0) \cos(\Psi) \cos(\Theta - \Theta_N) \quad (\text{VII.2})$$

où  $\Theta$  représente l'orientation arbitraire de l'expérience,  $\Theta_N$  l'angle correspondant à une orientation en direction du nord,  $\Psi$  la latitude de l'expérience,  $\theta_0$  l'angle du vecteur d'onde des faisceaux lasers Raman par rapport à l'horizontale et  $\Omega_E$  la valeur absolue de la vitesse de rotation du référentiel terrestre.

## VII.1 Rotation du dispositif et détermination du nord

Avant chaque mesure de rotation, les trajectoires sont ajustées selon la technique présentée au chapitre 3. Les miroirs sont ainsi alignés au  $\mu\text{rad}$  et les vitesses ajustées au  $\text{mm.s}^{-1}$ . La procédure est effectuée pour les directions verticale et horizontale pour chacun des deux axes et prends généralement une journée.

Une fois les trajectoires réglées, les mesures de phases sont effectuées dans la configuration jointive simple ( $2T = 800$  ms) en alternant le signe de  $k_{\text{eff}}$  et  $\Delta T_a$  de manière à rejeter l'accélération continue résiduelle et les termes de déphasages non inertiels. Pour chaque orientation de l'expérience, la phase est mesurée en intégrant sur environ 2000 coups (de l'ordre de 20 min) sur un axe suivi de 2000 coups sur le second axe de mesure. Les mesures sont effectuées avec la compensation temps réel des vibrations ainsi que l'asservissement à mi-frange. Les mesures typiques pour une rotation de l'expérience sur  $360^\circ$  sont présentées sur la figure (VII.1).

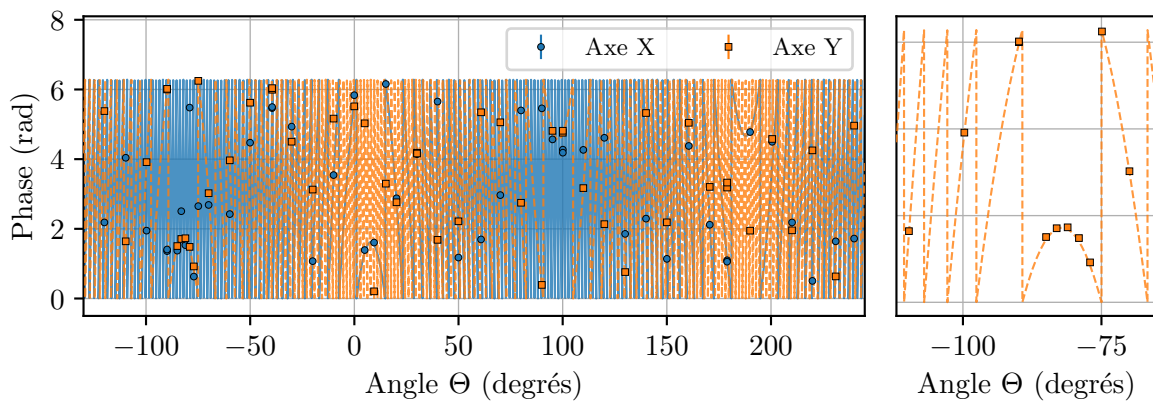


Fig. VII.1 (Gauche) Mesures de phase en fonction de l'orientation du dispositif expérimental pour les axes X et Y du gyromètre. Les mesures sont repliées dans l'intervalle  $[0-2\pi]$ . (Droite) Détail autour du maximum sur l'axe Y où il est possible de lever l'ambiguïté de la phase facilement.

L'amplitude totale de l'effet est de l'ordre de 440 rad, et les phases extraites du signal atomique sont mesurées sur un intervalle de  $2\pi$ , compte tenu de la nature sinusoïdale de la réponse de l'interféromètre. Pour lever l'ambiguïté sur la phase, nous mesurons autour du maximum de la sinusoïde, là où les variations de phase sont faibles. Ces mesures permettent de déterminer l'angle pour lequel l'expérience est orientée au nord  $\Theta_N$  et d'obtenir un premier ajustement qui servira à lever l'ambiguïté pour les autres mesures de phase. Nous ajoutons un nombre de  $\pi$  adapté à chaque mesure de phase de manière à déplier la sinusoïde en suivant l'ajustement préliminaire. Nous discuterons par la suite de différentes méthodes possibles pour lever les ambiguïtés sur la phase.

L'ajustement sinusoïdal est finalement effectué sur les données dépliées suivant un modèle simple :

$$\Delta\Phi_{\text{ajust}}^{x,y}(\Theta) = B^{x,y} + \Phi_0^{x,y} \cos(\Theta - \Theta_N^{x,y}) \quad (\text{VII.3})$$

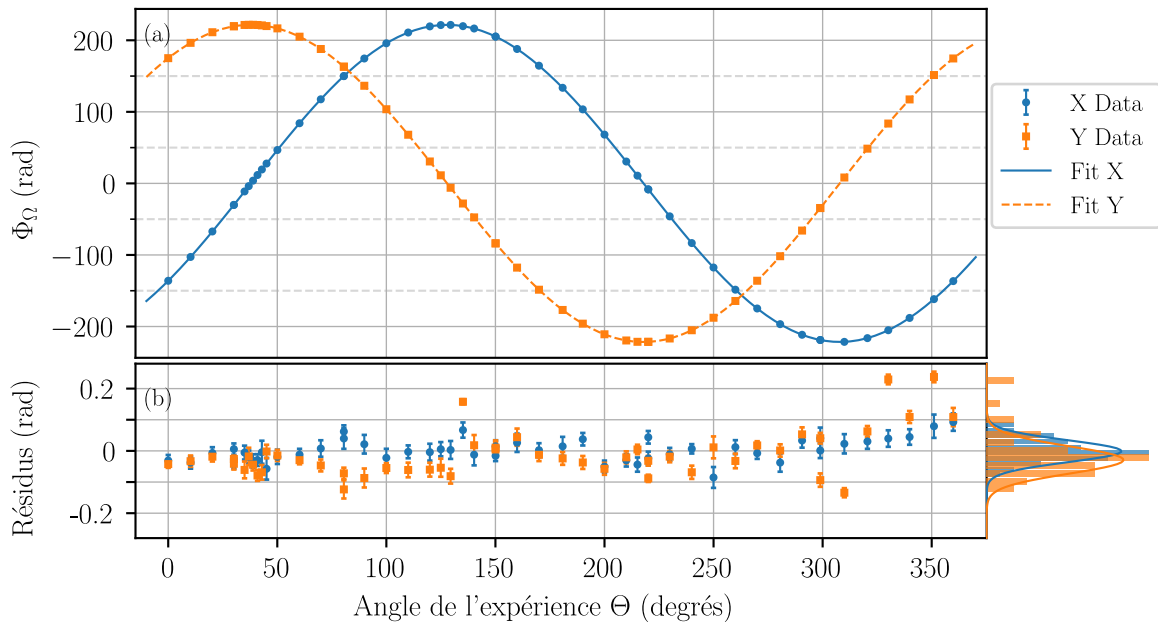


Fig. VII.2 (a) Mesures de phase sur les deux axes du gyromètre en fonction de l'orientation du dispositif expérimental. Les points bleus (oranges) correspondent aux mesures sur l'axe X (axe Y). (b) Les résidus des ajustements sont présentés en dessous et présentent un écart type de 30 mrad.

Les données de notre première mesure longue avec les deux axes sont présentées sur la figure (VII.2). Les mesures ont été effectuées sur deux semaines avec un total de 50 orientations différentes.

Les mesures de phases présentées sur la figure (VII.2) sont issues de la combinaison des différents signaux  $\pm k_{\text{eff}}$  et  $\pm \Delta T_a$ . Nous pouvons néanmoins étudier séparément les différentes composantes pour vérifier la bonne réjection des différents effets, ou si ces derniers varient beaucoup pendant la rotation du dispositif. Les quatre sinusoïdes séparées sont présentées sur la figure (VII.3) avec leurs résidus pour les deux axes.

Nous pouvons constater que les résidus sur les signaux non combinés sont plus importants, avec des variations allant jusqu'à 1 radian. Les différentes combinaisons possibles sont tracées

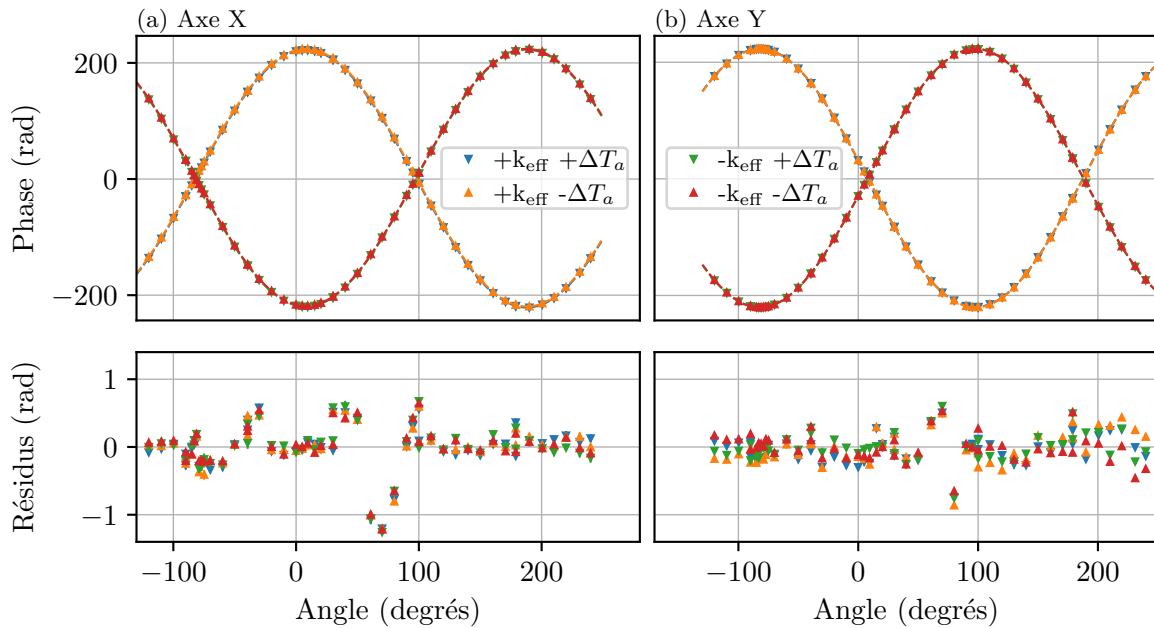


Fig. VII.3 Mesures de phase et résidus pour les deux axes de mesures et pour les quatre signaux séparés ( $\pm k_{\text{eff}}$  et  $\pm \Delta T_a$ )

sur la figure (VII.4) et permettent d'observer séparément les signaux non inertiels, la rotation, l'accélération continue et un terme noté Zéro. Ce dernier ne contient aucun des termes inertiels ou de type horloge (liés à l'état interne) aux défauts expérimentaux de réjection près. Les termes non inertiels sont les plus importants et sont principalement liés à une fluctuation de déplacement lumineux à un photon (LS1). La fluctuation importante aux alentours de 80 degrés est liée à un changement de rapport entre les puissances des deux lasers Raman entraînant plusieurs kHz de déplacement lumineux et une perte de contraste notable. Ce décalage a nécessité un ré-ajustement manuel du rapport. Nous pouvons également observer une fluctuation du terme d'accélération continues de presque 0.5 rad, probablement lié à un changement sur l'inclinaison de l'expérience ou sur la trajectoire des atomes lors de la rotation du dispositif expérimental.

Cette première mesure nous a permis d'identifier les différents problèmes qui apparaissent lors de la mesure et que nous allons détailler ci-après.

**Rotation : Fibres et câbles** Tourner le gyromètre de  $360^\circ$  est une opération délicate car elle nécessite que tout le câblage et les différentes fibres soient suffisamment longs pour effectuer un tour complet. Il faut éviter que les câbles tirent sur l'expérience et entraînent des changements d'inclinaison ou bien un mauvais fonctionnement de la plateforme flottante (et une augmentation des vibrations). Les toutes premières mesures ont nécessité de débrancher/rebrancher plusieurs fibres optiques pour pouvoir effectuer un tour complet (entraînant la possibilité d'une dégradation des couplages dans les fibres et par conséquent de la stabilité des trajectoires). Les fibres trop courtes étaient les fibres du PMO 3D (haut et bas), du PMO 2D, et les fibres Raman Y. Nous avons remplacé les anciennes fibres par des fibres plus longues pour les PMO. Nous avons également tourné le banc optique Raman et rallongé une

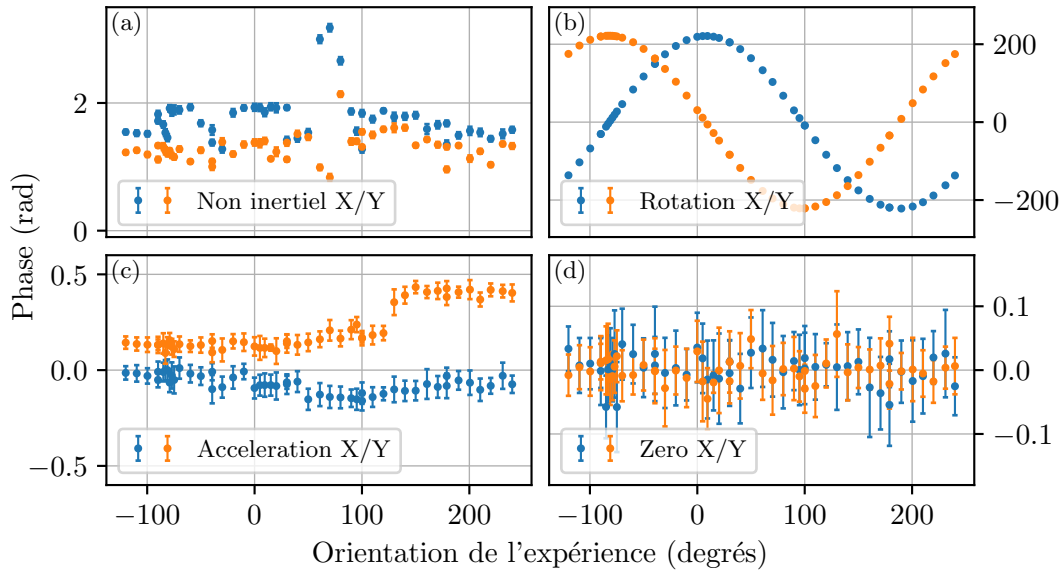


Fig. VII.4 Différentes combinaisons de signaux issus de la combinaison de  $\pm k_{\text{eff}}$  et  $\pm \Delta T_a$ . (a) Signaux non-inertiels (b) Signal de rotation, (c) Phase liée aux accélérations continues provenant de  $\Delta T_a$  (d) Zéro, aucun terme inertiel ou d'horloge ne reste pour cette combinaison.

des fibre Raman Y (en la soudant), ce qui permet désormais d'effectuer un tour complet sans débrancher de fibre.

**Capteurs de position** Utiliser les capteurs de positions pour estimer la rotation de la plateforme flottante par rapport à la plateforme de rotation s'est également révélé indispensable. Tourner le dispositif expérimental change la traction des différents câbles ou fibres sur l'expérience et donc l'angle relatif entre les deux plateformes. Cet effet doit être corrigé pour prendre en compte correctement l'orientation du gyromètre par rapport au nord. Sur la figure (VII.5) sont représentées les données extraites des capteurs lors d'un cycle de rotation. L'angle entre les deux plateformes peut atteindre jusqu'à quelques mrad, ce qui entraîne une erreur de phase allant jusqu'à 200 mrad dans la zone la plus sensible. La variation importante entre 150 et 250 ° est caractéristique d'un câble tirant sur la plateforme flottante et est une des choses qu'il est nécessaire de vérifier. Il s'agit sur ce jeu de données d'une fibre trop courte et presque tendue pour arriver à effectuer un tour complet. Les capteurs de position permettent également de vérifier que la plateforme flottante ne continue pas à dériver pendant la mesure, et dans le cas contraire de quantifier cette dérive.

**Dérives des trajectoires/alignement** Un autre problème est apparu avec pour origine le désalignement des miroirs Raman/des trajectoires atomiques au cours de la mesure. Pour cette première mesure, nous avons aligné les trajectoires au début de la mesure (les 23 et 24/03/2021) et mesuré jusqu'au 31/03. Nous avons ensuite ré-aligné l'interféromètre, ce qui nous a permis de quantifier le désalignement des miroirs ainsi que la dérive des trajectoires atomiques.

L'alignement dans l'axe X a beaucoup varié, avec au maximum 70 pas de décalage (envi-

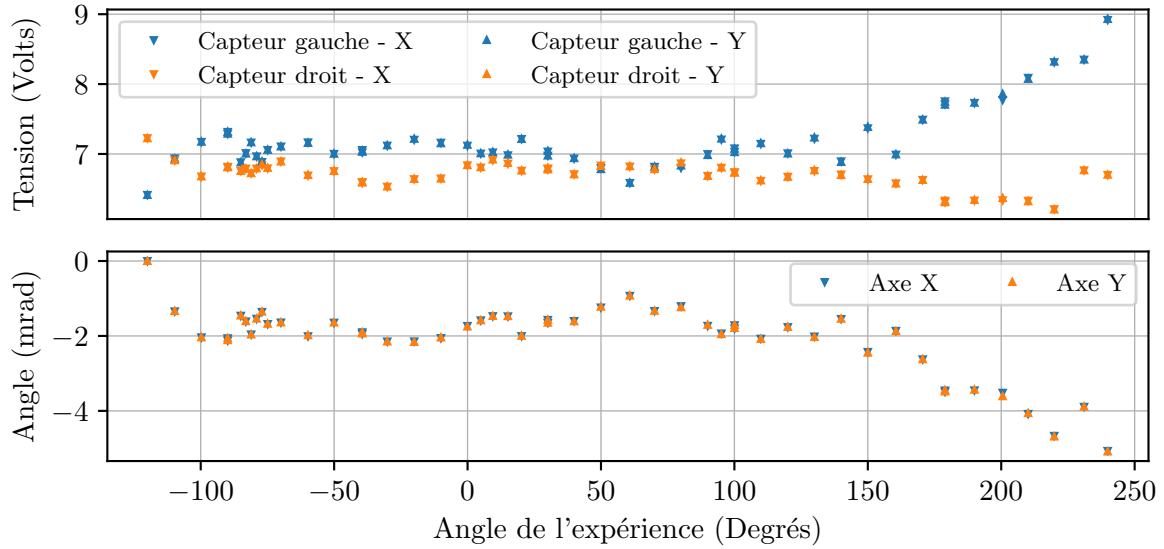


Fig. VII.5 (a) Valeurs de tensions pour les deux capteurs de position lors des mesures sur les deux axes en fonction de l'orientation de l'expérience. (b) Angle relatif entre les deux plateformes lors de la mesure de rotation.

	Axe X				Axe Y			
	Miroir (pas)		Vitesse (mrad/pas)		Miroir (pas)		Vitesse (mrad/pas)	
	Vert	Hor	Z	X	Vert	Hor	Z	Y
Début de la mesure	0	0	<1	<1	0	0	<1	<1
Fin de la mesure	-22	-70	+3	-5	-5	+1	-5	+1

Table VII.2 Récapitulatif des mesures d'alignement et de trajectoires effectués avant et après la mesure.

ron  $20 \mu\text{rad}$ ). Les trajectoires ont également varié, avec des fluctuations de vitesse de l'ordre du  $\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ . Le couplage des deux effets a entraîné des déphasages importants sur la mesure, avec pour l'axe X 60 mrad pour la verticale et 350 mrad pour l'horizontale. L'axe Y a moins varié, avec des déphasages de 25 mrad pour la verticale et 6 mrad pour l'horizontale.

Pour limiter ces effets, nous avons décidé de réaliser les mesures suivantes non pas en tournant toujours dans la même direction (comme cela a été fait pour les premières données présentées plus tôt, par exemple de  $0$  à  $360^\circ$ ) mais en commençant par le point central et en tournant dans un sens avant de revenir sur nos pas. Nous effectuons habituellement des pas de  $10^\circ$ . Avec cette nouvelle méthode nous effectuons des pas de  $20^\circ$  à l'aller avec des points entrelacés au retour afin d'avoir effectivement une mesure tout les  $10^\circ$ .



## VII.2 Estimation du facteur d'échelle

Nous allons dans cette partie estimer ou mesurer les différentes quantités qui apparaissent dans l'expression du déphasage Sagnac présenté à l'équation (VII.2). Certains paramètres peuvent être mesurés alors que d'autres doivent être calculés ou estimés avec attention.

### Valeur de $k_{\text{eff}}$

La valeur du vecteur d'onde dépend de la fréquence des deux lasers Raman L3 et L4 que nous noterons  $f_3$  et  $f_4$ .

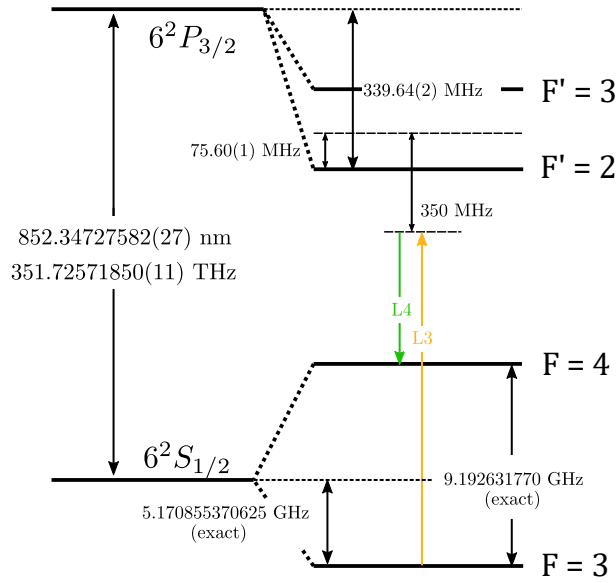


Fig. VII.6 Schéma des niveaux utilisés lors des transitions Raman. Les valeurs numériques sont tirées de [Steck, 1998].

Les différentes fréquences en MHz sont définies par :

$$\begin{aligned} f_3 &= 351.72571850 \times 10^6 + 5.170855370625 \times 10^3 - 339.64 - 350 + 75.605 - 80 \\ f_4 &= f_3 - 9.192631770 \times 10^3 \end{aligned} \quad (\text{VII.4})$$

Nos lasers sont désaccordés de 350 MHz du croisement de niveau  $F'=2/3$  et passent tout les deux dans un AOM à -80 MHz. Le vecteur d'onde est finalement calculé :

$$k_{\text{eff}} = \frac{2\pi}{c} (f_3 + f_4) \quad (\text{VII.5})$$

L'incertitude qui va dominer ici est celle de la référence de fréquence asservie sur l'absorption saturée, qui est inférieure à 2 MHz, soit une valeur de  $k_{\text{eff}}$  de :

$$k_{\text{eff}} = 14743247.08(4) \text{ m}^{-1} \quad (\text{VII.6})$$

## Mesure de T

La mesure de la durée de l'interféromètre a été effectuée à l'aide d'un oscilloscope haute résolution<sup>2</sup> permettant de mesurer directement la durée entre les impulsions. Nous avons mesuré  $2T = 800.0040(2)$  ms, soit un décalage de  $4 \mu\text{s}$  avec la valeur attendue. L'origine de ce décalage a été identifié et provenant de l'horloge interne de la carte PCI servant à générer la séquence. Nous avons asservi cette horloge sur un signal divisé provenant du MASER du SYRTE qui sert de référence de fréquence pour toute l'expérience.<sup>3</sup> Les différentes cartes PCI (AI, AO, DI et DO) ont été asservies sur la première carte à l'aide d'un câble RTSI. Le signal a été mesuré une seconde fois après avoir corrigé le problème et nous avons trouvé  $2T = 800.0000(1)$  ms, limité par la résolution de l'oscilloscope.

Nous avons également vérifié sur une photodiode rapide qu'aucun délai ou asymétrie n'était introduit par l'AOM effectuant les impulsions Raman. Sur la figure (VII.7) est présenté le signal de contrôle envoyé vers l'interrupteur du signal RF qui pilote l'AOM, ainsi que le signal optique mesuré sur une photodiode rapide.

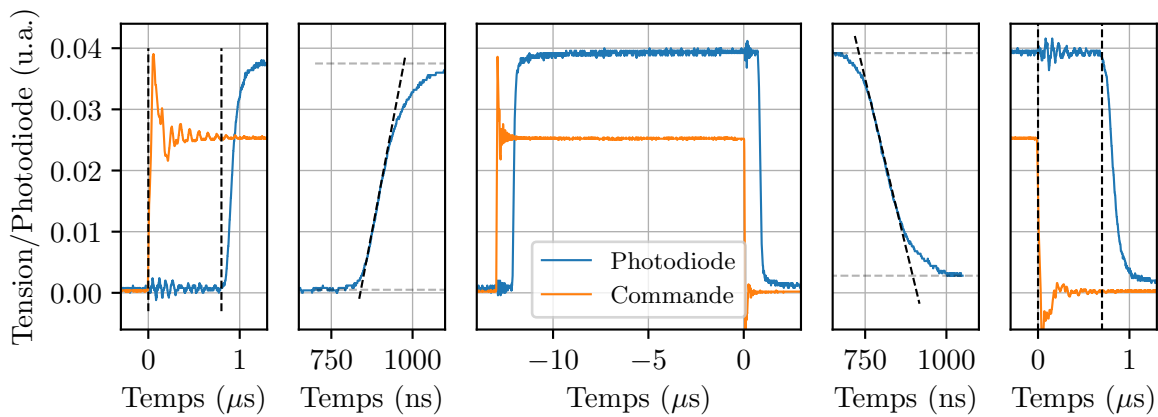


Fig. VII.7 Détails d'une impulsion Raman. En orange le signal TTL contrôlant la RF de l'AOM, et en bleu le signal optique mesuré sur une photodiode rapide.

Nous pouvons observer un délai fixe entre le signal de contrôle et le signal optique, qui correspond probablement au temps de propagation de l'onde acoustique dans le cristal de l'AOM. Ce décalage est présent sur toutes les impulsions et ne modifie pas la durée de l'interféromètre. Les impulsions présentent un temps de montée de l'ordre de 250 ns, peut être limité par la bande passante de la photodiode. Ce temps de montée est de l'ordre de l'incertitude sur la valeur de T. La forme des impulsions peut modifier la fonction de sensibilité de l'interféromètre [Fang et al., 2018], mais ne modifie pas son facteur d'échelle.

Maintenant que le signal d'horloge est asservi sur le maser, il suffit d'une mesure de vérification pour que l'incertitude sur la valeur de T soit négligeable ( $< 10^{-12}$ ).

2. Texttronix 4 series Mixed Signal oscilloscope

3. Le 100 MHz est divisé par 5 par une carte AD9513 pour obtenir un signal à 20 MHz nécessaire pour asservir la carte PCI.

### Valeur de $g$

La mesure de  $g$  a été effectuée il y a plusieurs années dans les ateliers de l'Observatoire de Paris à l'aide d'une combinaison de mesures effectués avec des gravimètres relatifs et absolus. Le gravimètre à atomes froids a été utilisé pour mesurer la valeur de  $g$  proche de la salle où le gyromètre est situé et a servi à étalonner un gravimètre relatif plus compact qui a effectué la mesure directement dans la salle d'expérience. La valeur de  $g$  est :

$$g = 980927947 \mu\text{Gal} \text{ à } 28 \text{ cm au dessus du sol avec un gradient de } 305 \mu\text{Gal/m} \quad (\text{VII.7})$$

### Mesure de $\theta_0$

L'angle  $\theta_0$  des collimateurs a été modifié après l'installation du deuxième axe sur le gyromètre et de nouvelles mesures de précision ont été nécessaires pour le caractériser.

Toutes les méthodes reposent sur la mesure de la projection de  $\vec{g}$  sur l'axe des Raman, et ont déjà été évoquées dans les chapitres précédents. Il s'agit des mesures à l'aide d'interféromètres à 3 impulsions dans un même faisceau (section IV.2.1) ou bien des mesures en variant de décalage temporel à  $\Delta T_a$  et en étudiant le déphasage sur l'interféromètre à 4 impulsions. Les mesures les plus précises ont été effectuées à l'aide de cette dernière méthode, en alternant les mesures en  $\pm \Delta T_a$ . Il s'agit de celles qui seront présentées ici. Trois mesures indépendantes ont été effectués à plusieurs mois d'intervalle.

Sur la figure (VII.8) nous retrouvons les mesures caractéristiques de la projection de l'accélération via une mesure de la rampe compensant le déphasage. La rampe  $\alpha_0$  qui annule le déphasage lié à l'accélération permet d'extraire l'angle  $\theta_0$  à partir de la connaissance de  $g$ .

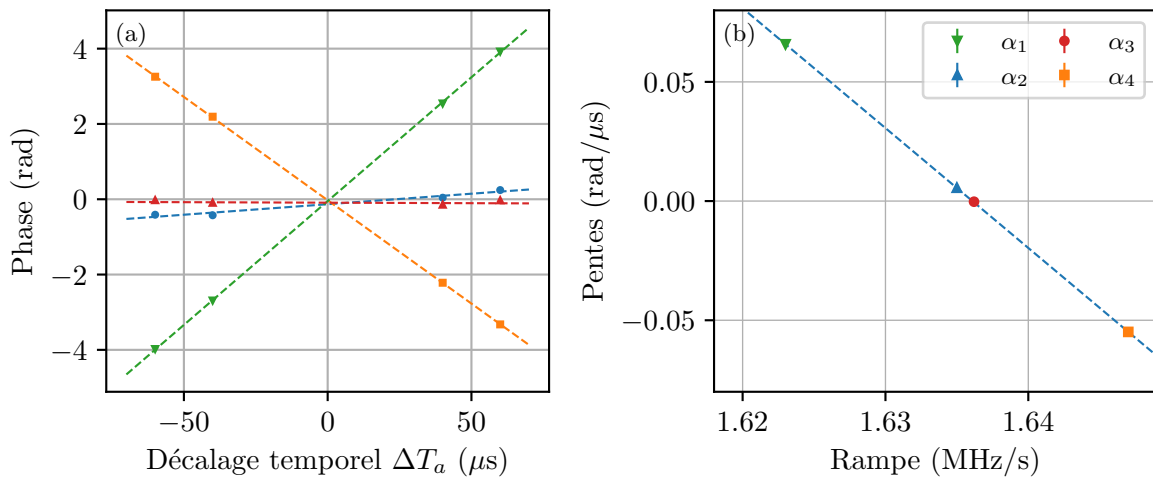


Fig. VII.8 Mesures de la rampe  $\alpha_0$  compensant le déphasage lié à la projection de  $\vec{g}$  sur l'axe des faisceaux Raman. (a) Mesures de phase pour quatre différentes rampes ( $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  et  $\alpha_4$ ) en fonction du décalage temporel  $\Delta T_a$  ( $\pm 40 \mu\text{s}$  et  $\pm 60 \mu\text{s}$ ). (b) Pente  $d\phi/d\Delta T_a$  en fonction de la valeur de la rampe. La rampe  $\alpha_0$  pour laquelle la variation de phase est nulle permet d'extraire l'angle  $\theta_0$ .

Les différentes mesures d'angles sur les deux axes ainsi que la valeur finale utilisée pour estimer la phase Sagnac sont relevées dans le tableau (VII.3)

	Mesure n° 1	Mesure n° 2	Mesure n° 3	Valeur finale
Axe X : $\theta_{0x}$	4.07455(4)	4.0756(1)	4.07610(3)	4.0754(6)
Axe Y : $\theta_{0y}$	4.12488(1)	4.12551(3)	4.1251(1)	4.1252(3)

Table VII.3 Tableau récapitulatif des différentes mesures de l'angle  $\theta_0$  des collimateurs Raman dans les deux axes X et Y du gyromètre.

### Mesure de $\epsilon$

Nous avons vu au chapitre précédent que la présence d'un module de  $k_{\text{eff}}$  différent entre les deux faisceaux Raman entraîne une modification de l'aire du gyromètre, et ainsi une correction au déphasage Sagnac. Nous n'opérons pas dans la configuration TIA et les faisceaux Raman sont rétro-réfléchis du mieux possible à l'aide d'un iris, il est néanmoins possible qu'un  $\Delta k$  résiduel soit présent.

Nous avons utilisés deux méthodes différentes pour estimer précisément la valeur de  $\epsilon$  sans modifier l'inclinaison des collimateurs. Nous allons présenter les deux méthodes utilisées et leurs résultats avant d'estimer l'impact sur la phase du gyromètre.

### Contraste de l'interféromètre à 4 impulsions

La première méthode consiste à étudier l'évolution du contraste en fonction d'un décalage symétrique  $\Delta T_s$  des impulsions  $\pi$  centrales. Le contraste est maximal pour une valeur de  $\Delta T_s$  qui compense la présence d'un  $\Delta k$  et permet la fermeture de l'interféromètre.

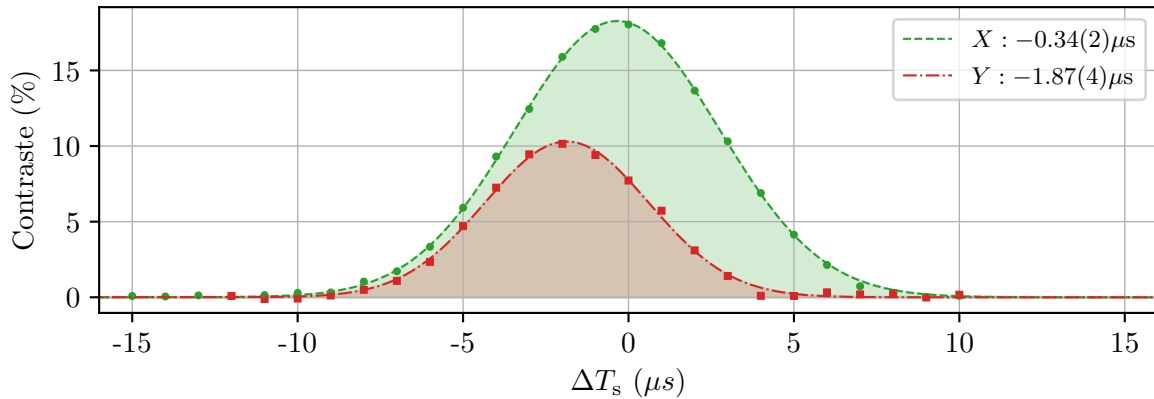


Fig. VII.9 Évolution du contraste en fonction du décalage  $\Delta T_s$  des impulsions centrales pour les deux axes X et Y.

La condition de fermeture est :

$$\Delta T_s \simeq \frac{T\Delta k}{2k_{\text{eff}}} \quad (\text{VII.8})$$

et nous pouvons ainsi extraire le  $\Delta k$  associé. Pour l'axe X le décalage est de  $-0.34(2) \mu\text{s}$ , et de  $-1.87(4) \mu\text{s}$  pour l'axe Y. Cela correspond respectivement à un écart  $\Delta k$  de  $-25(1) \text{ m}^{-1}$  pour X et de  $-138(3) \text{ m}^{-1}$  pour Y.

	Axe X	Axe Y	Date
$\Delta T_s^{(1)} (\mu\text{s})$	-0.34(2)	-1.87(4)	08/04/2021
$\Delta T_s^{(2)} (\mu\text{s})$	-0.35(6)	-2.22(9)	04/06/2021
$\Delta T_s^{(3)} (\mu\text{s})$	-1.04(4)	-2.35(12)	30/08/2021
$\epsilon$	$-1.7(1) \times 10^{-6}$	$-9.4(2) \times 10^{-6}$	

Table VII.4 Valeur de  $\Delta T_s$  pour laquelle le contraste est maximal et  $\epsilon$  associé pour les deux axes du gyromètre.

Les mesures ont été effectuées à plusieurs reprises et séparées de plusieurs mois. Les différentes valeurs sont reportées dans le tableau (VII.4) et sont globalement en accord mais dispersées. Il est possible que le  $\Delta k$  ait changé entre les mesures, lié à un déplacement des collimateurs, ou bien que l'alignement des normales aux miroirs n'ait pas été identique pour les différentes mesures. L'incertitude liée à ces variations est néanmoins négligeable dans le bilan d'incertitude global.

### Contraste des interféromètres à 3 impulsions

La deuxième méthode utilise une fois de plus les deux interféromètres  $3P^\uparrow$  et  $3P^\downarrow$  et l'évolution de leur contraste. Nous avons déjà étudié la condition de fermeture de ces deux interféromètres à trois impulsions en présence d'un désalignement des deux miroirs Raman (section IV.2.1). Nous pouvons effectuer le même traitement mais cette fois-ci en présence d'un  $\Delta k$ .

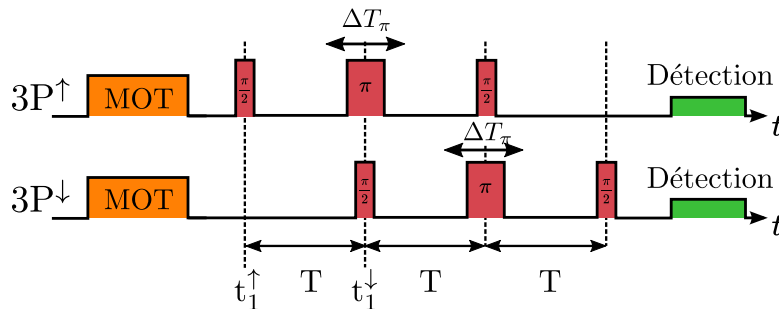


Fig. VII.10 Schéma temporel des deux interféromètres  $3P^\uparrow$  et  $3P^\downarrow$ , l'impulsion centrale peut être décalée de  $\Delta T_\pi$ . La durée des interféromètres est de  $2T = 490 \text{ ms}$ .

Nous étudions l'évolution du contraste en fonction du décalage temporel  $\Delta T_\pi$  de l'impulsion  $\pi$  centrale. Pour l'interféromètre  $3P^\uparrow$  le déphasage s'exprime :

$$\begin{aligned}
\Delta\Phi^\uparrow = & + \frac{\hbar}{2m} (k_B - k_T)^2 (2T + t_{\text{Det}}) + \frac{\hbar}{m} k_T^2 \Delta T_\pi \\
& + v [2\Delta T_\pi k_B + t_{1\uparrow} (k_B - k_T)] \\
& + z_0 (k_B - k_T)
\end{aligned} \tag{VII.9}$$

Et pour l'interféromètre 3P<sup>↓</sup> :

$$\begin{aligned}
\Delta\Phi^\downarrow = & + \frac{\hbar}{m} k_T (k_B - k_T) T + \frac{\hbar}{m} k_T k_B \Delta T_\pi + \frac{\hbar}{2m} t_{\text{Det}} (k_B - k_T)^2 \\
& + v [2\Delta T_\pi k_T + (2T + t_{1\downarrow}) (k_B - k_T)] \\
& + z_0 (k_B - k_T)
\end{aligned} \tag{VII.10}$$

Le déphasage pour les deux interféromètres peut être séparés en trois contributions, un terme de recul, un terme dépendant de la vitesse initiale, et un terme dépendant de la position initiale. Le contraste est obtenu en moyennant la phase sur les distributions en position et en vitesse et est donc indépendant des termes de reculs, qui seront ignorés pour cette étude. Le terme lié à la distribution en position est identique pour les deux interféromètres en plus d'être indépendant du décalage de l'impulsion centrale. Ce terme ne permet donc pas de déterminer la valeur du  $\Delta k$  et sera également laissé de côté. Le contraste est donc uniquement lié au terme de vitesse. Le décalage temporel qui annule le déphasage de vitesse et qui détermine la position du maximum de contraste est pour les deux interféromètres :

$$\Delta T_\pi^\uparrow = -\frac{t_{1\uparrow} (k_B - k_T)}{2k_B} \quad \Delta T_\pi^\downarrow = -\frac{(2T + t_{1\downarrow}) (k_B - k_T)}{2k_T} \tag{VII.11}$$

La différence de position du maximum de contraste sera donnée par :

$$\Delta T_\pi^\uparrow - \Delta T_\pi^\downarrow \simeq \frac{3}{2} \frac{\Delta k}{k} T = \frac{3T}{2} \epsilon \tag{VII.12}$$

Nous avons négligé dans les calculs précédents la durée finie des impulsions, la correction étant très faible (l'expression dépend à la fois de T et de  $\tau$ , et  $T \ll \tau$ ). Les mesures de contraste en fonction du décalage  $\Delta T_\pi$  sont présentées pour les deux axes sur la figure (VII.11) et les résultats sont présentés dans le tableau (VII.5).

	Axe X <sup>(1)</sup>	Axe X <sup>(2)</sup>	Axe Y <sup>(1)</sup>	Axe Y <sup>(2)</sup>
$\Delta T_\pi$ 3P <sup>↑</sup> ( $\mu\text{s}$ )	-3.69(9)	0.40(13)	-1.03(11)	-0.06(17)
$\Delta T_\pi$ 3P <sup>↓</sup> ( $\mu\text{s}$ )	-3.54(11)	-0.18(12)	+4.14(14)	+2.96(25)
$\Delta T_\pi^\uparrow - \Delta T_\pi^\downarrow$ ( $\mu\text{s}$ )	-0.15(14)	0.58(18)	-5.17(18)	-3.03(30)
$\epsilon$	$-0.41(38) \times 10^{-6}$	$-1.58(50) \times 10^{-6}$	$-1.40(5) \times 10^{-5}$	$-0.80(7) \times 10^{-5}$

Table VII.5 Valeurs de  $\Delta T_\pi$  pour laquelle le contraste est maximal sur les deux interféromètres à 3 impulsions ainsi que la valeur de  $\epsilon$  correspondante.

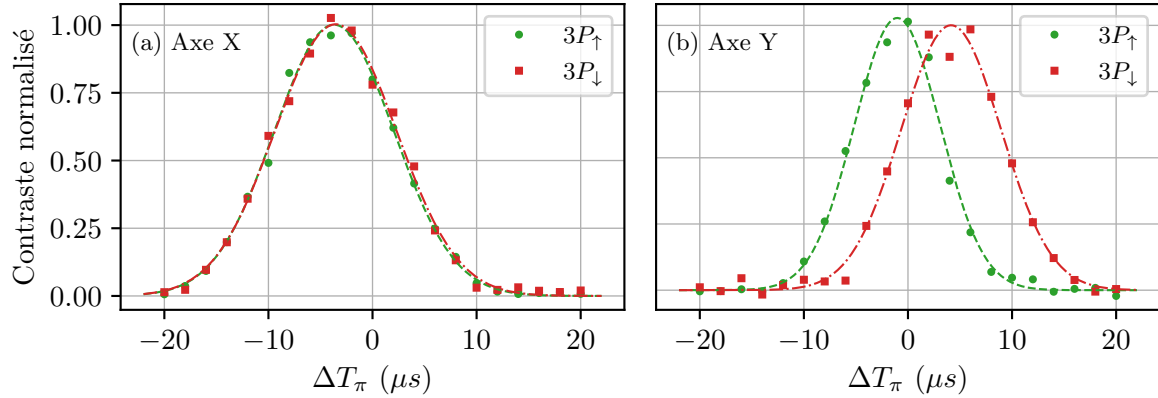


Fig. VII.11 Mesures de contraste en fonction du décalage temporel de l'impulsion centrale  $\Delta T_\pi$ . Les mesures pour l'interféromètre  $3P^\uparrow$  ( $3P^\downarrow$ ) sont représentées par les points verts (carrés rouges) et les ajustements gaussiens par les courbes en pointillés. Le graphe (a) correspond aux mesures sur l'axe X et (b) aux mesures sur l'axe Y.

### Valeur finale

Les valeurs que nous utiliserons pour estimer le déphasage Sagnac attendu correspondent à la moyenne des valeurs mesurées avec les deux méthodes. Les valeurs sont les suivantes :

$$\epsilon_x = -1.23(21) \times 10^{-6} \quad \epsilon_y = -1.05(3) \times 10^{-5} \quad (\text{VII.13})$$

### Estimation du déphasage

Nous avons vu au chapitre précédent que la présence d'un  $\epsilon$  compensé par un décalage  $\Delta T_s$  modifie l'expression du déphasage Sagnac de la manière suivante :

$$\Delta\Phi_\Omega = \frac{1}{2} \vec{k}_{\text{eff}} \cdot (\vec{g} \times \vec{\Omega}_E) T^3 \left[ 1 - \frac{2}{3} \epsilon \right] \quad (\text{VII.14})$$

si le  $\epsilon$  n'est pas compensé, le déphasage introduit est 5,5 fois plus important :

$$\Delta\Phi_\Omega = \frac{1}{2} \vec{k}_{\text{eff}} \cdot (\vec{g} \times \vec{\Omega}_E) T^3 \left[ 1 - \frac{11}{3} \epsilon \right] \quad (\text{VII.15})$$

Nous avons décalé les impulsions centrales de la valeur de  $\Delta T_s$  qui correspond au  $\epsilon$  mesuré précédemment. La partie compensée aura donc un impact réduit sur la phase. L'erreur sur la correction correspondra à un  $\delta\epsilon$  non compensé dont l'impact sera plus important en proportion. La propagation de l'incertitude  $\delta\epsilon$  sur la mesure de phase de l'effet Sagnac sera faite avec le terme en  $11/3$ .

### Estimation de $\Psi$

Le déphasage Sagnac calculé dépend de la latitude à laquelle est situé le gyromètre lors de la mesure. Nous avons utilisé les données GNSS pour évaluer précisément celle-ci.

Plusieurs possibilités existent pour définir la latitude. La surface terrestre peut être modélisée par le géoïde, une surface qui correspond approximativement au niveau moyen de la



Fig. VII.12 Vue satellite de l'Observatoire et des ateliers où sont situées les expériences d'interférométrie atomique du SYRTE. L'emplacement du gyromètre ainsi que ses coordonnées sont indiqués.

mer, et sa continuité sous les surfaces terrestres. La surface peut également être définie plus simplement par une ellipsoïde. Nous pouvons trouver les définitions suivantes :

- **La latitude astronomique** est l'angle entre le plan équatorial et la verticale locale au point d'intérêt<sup>4</sup>
- **La latitude géodésique** correspond à l'angle entre le plan équatorial et la normale à l'ellipsoïde de référence.
- **La latitude géocentrique** correspond à l'angle entre le plan équatorial et le rayon entre le centre de la Terre et le point d'intérêt.

De manière générale, la latitude astronomique (celle qui nous intéresse) ne coïncide ni avec la normale à l'ellipsoïde (latitude géodésique), ni avec la normale au géoïde. L'écart entre la latitude astronomique et géodésique est appelée déviation verticale (DV) et est généralement de l'ordre de quelques secondes d'arc. Cette déviation est liée au fait que le géoïde est une forme théorique calculée au niveau de la mer, et que la surface terrestre est généralement située au dessus ou en dessous.

Nous avons dans un premier temps utilisé les données de la missions GOCE qui sont mises à disposition en ligne par l'ESA. La déviation trouvée est de l'ordre de +2.2 arcsec, mais la résolution spatiale est faible (environ 1 degré de latitude et 0,5 degré de longitude). Nous avons ensuite fait appel au service de Géodésie et de Métrologie de l'IGN (Institut national de l'information géographique et forestière) [[Gazeaux](#)].

La déviation de la verticale est donnée par deux mesures d'angle  $\xi$  et  $\eta$ . L'angle  $\eta$  correspond à la composante ouest-est et l'angle  $\xi$  correspond à la composante sud-nord. La

4. La verticale locale correspond à la direction de la gravité, combinant l'accélération gravitationnelle et l'accélération centrifuge.



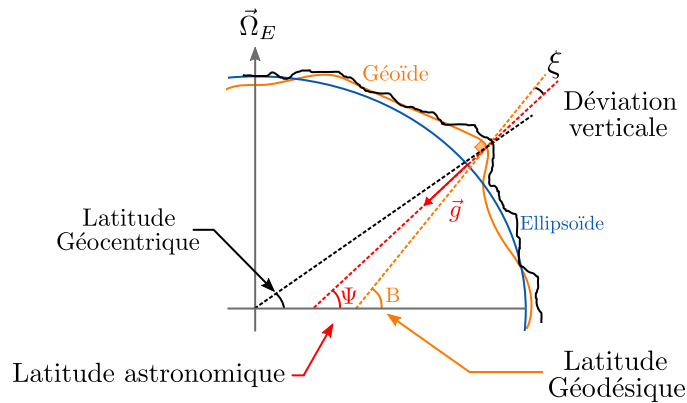


Fig. VII.13 Schéma représentatif des différentes latitudes, géocentrique, géodésique et astronomique.

déviations de la verticale résultent du relief et des anomalies internes de densité de la Terre. DV est un vecteur (composantes  $\xi, \eta$ ), qui caractérise la différence entre le zénith astronomique ( $\Psi, \lambda$ ) et zénith ellipsoïdique ou géodésique ( $B, L$ ) :

$$\xi = \Psi - B \quad (\text{VII.16})$$

Le calcul de la déviation a été fait en utilisant la grille QGF16 qui définit le Quasi-Géoïde gravimétrique en France Métropolitaine. Elle permet la détermination de la normale au géoïde et a une résolution de  $(\text{lat})0.033^\circ \times (\text{lon})0.025^\circ$ . La correction due à l'altitude au point d'intérêt (62 m) conduit à une correction inférieure à  $10^{-2}$  arcsec et est donc négligeable. Les valeurs de la déviation sont [Gazeaux] :

$$\xi = +0.95(4)\text{arcsec} \quad \eta = 1.24(9)\text{arcsec} \quad (\text{VII.17})$$

La valeur corrigée de la latitude  $\Psi$  que nous avons utilisé est donc de 48.83586(3).

### Valeur de $\Omega_E$

La valeur correspondant à la vitesse angulaire moyenne de rotation de la Terre provient de l'IERS (International Earth Rotation Service) et est de :

$$\Omega_E = 7.2921150(1) \times 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1} \quad (\text{VII.18})$$

### VII.2.1 Tableau récapitulatif - Déphasage Sagnac

Les valeurs des différents paramètres ainsi que leurs incertitudes absolues et relatives sont présentées dans le tableau(VII.6). Le déphasage Sagnac attendu est calculé pour les paramètres présentés. L'incertitude finale sur la valeur attendue de l'effet Sagnac est de l'ordre

Paramètre	X	Y	Incertitude relative (ppm)
$k_{\text{eff}}$	14743247.08(4) m <sup>-1</sup>		0.003
$T$	400.0020(1) ms		0.75
$g$	9.809279(3) m.s <sup>-2</sup>		0.3
$\theta_0$	4.0754(6)°	4.1252(3)°	0.6   0.4
$\epsilon$	$-1.2(2) \times 10^{-6}$	$-10.5(3) \times 10^{-6}$	0.07   0.13
$\psi$	48.83534(3)°		0.6
$\Omega_E$	$7.2921150(1) \times 10^{-5}$ rad.s <sup>-1</sup>		0.01
<b>Déphasage Sagnac Attendu</b>	221.5707(3) rad	221.5638(2) rad	1.2   1.1

Table VII.6 Récapitulatif des différents paramètres présents dans l'expression du déphasage Sagnac ainsi que leurs incertitudes relative.

de 1 ppm, limitée par l'incertitude sur plusieurs paramètres. La détermination de T ainsi que de  $\theta_0$  et  $\Psi$  sont au même niveau. La valeur de T peut être déterminée bien plus précisément en comparant directement l'horloge de la séquence à une référence de fréquence ultra-stable. La détermination de  $\theta_0$  est plus délicate car effectuée de manière interférométrique mais pourrait être améliorée en asservissant la rampe de fréquence à la manière d'un gravimètre. La détermination plus précise de  $\Psi$  est plus délicate et nécessiterait une campagne de mesure dédiée de l'IGN pour améliorer l'estimation de la déviation verticale à l'Observatoire de Paris (en pointant les étoiles pendant plusieurs jours).

Nous allons voir que notre exactitude actuelle n'est pas limitée par l'incertitude sur la valeur attendue, mais plutôt par la dispersion statistique entre les différentes mesures expérimentales du déphasage Sagnac.

### VII.2.2 Mesure de l'effet Sagnac à 20 ppm

La mesure de l'effet Sagnac a été répétée à plusieurs reprises pour permettre d'obtenir une meilleure exactitude. La mesure a également été effectuée en changeant légèrement certains paramètres, comme le temps de cycle T. Chaque paire de mesures (X et Y) ont été effectuées en une semaine, et étalées sur plusieurs mois, du mois d'avril 2021 au mois de janvier 2022, pour un total de 14 mesures indépendantes. L'amplitude de l'effet attendu pouvant varier légèrement en fonction des paramètres utilisés, nous définissons  $\delta\Phi$  comme la différence de phase entre l'effet attendu et l'effet mesuré :

$$\delta\Phi = \Delta\Phi_{\text{Attendu}} - \Delta\Phi_{\text{Mesuré}} \quad (\text{VII.19})$$

Les 14 valeurs de  $\delta\Phi$  sont reportées avec leurs barres d'erreur sur la figure (VII.14). La valeur

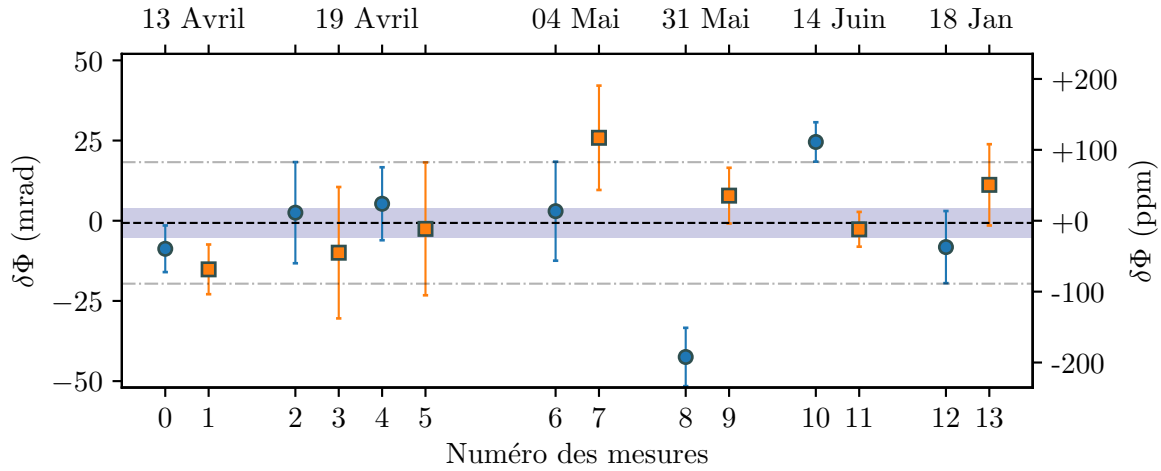


Fig. VII.14 Comparaison entre les valeurs attendues et expérimentales. Chaque point représente la différence entre le déphasage Sagnac mesuré et la valeur calculée pour un jeu de données. La ligne en pointillé représente la moyenne de toutes les valeurs (X et Y) et la région grisée est l'erreur sur la moyenne. Les deux lignes point-trait représentent la déviation standard sur toutes les mesures. La semaine pendant laquelle les mesures ont été effectuées est indiquée au dessus du graphe.

moyenne de l'écart en phase  $\delta\Phi$  est de  $-0.7$  mrad, et l'erreur sur la moyenne de  $4.5$  mrad ( $20$  ppm). Cette valeur est compatible avec  $0$ . L'écart type des mesures est de  $86$  ppm. La dispersion des mesures est plus importante que l'erreur statistique sur chaque mesure, ce qui peut être expliqué par une dérive du biais du gyromètre pendant les mesures de rotations dont l'étude sera présentée par la suite. Les valeurs attendues et mesurées ainsi que les valeurs de l'écart  $\delta\Phi$  en mrad et en ppm sont présentées dans le tableau (VII.7) pour l'axe X et dans le tableau (VII.8) pour l'axe Y. Les valeurs de l'écart sont celle présentées dans la figure (VII.14).

#### Détails des mesures et ajustements

Set #	$\Delta\Phi$ Mesuré	$\Delta\Phi$ Attendu	Écart $\delta\Phi$ (mrad)	Écart $\delta\Phi$ (ppm)
0	221.561(7)	221.5696(3)	-9(7)	-40(32)
2	221.572(15)	221.5696(3)	3(15)	11(70)
4	222.407(11)	222.4015(3)	+5(11)	+24(50)
6	221.573(15)	221.5696(3)	+3(15)	13(70)
8	221.527(9)	221.5696(3)	-42(9)	-192(40)
10	221.591(6)	221.5662(3)	+25(6)	+111(27)
12	221.558(11)	221.5662(3)	-8(11)	-37(50)

Table VII.7 Phases mesurées et attendues pour l'axe X. Les lignes colorées en gris correspondent aux jeux de données dont l'écart à  $0$  est supérieur à l'incertitude statistique.

Set #	$\Delta\Phi$ Mesuré	$\Delta\Phi$ Attendu	Écart $\delta\Phi$ (mrad)	Écart $\delta\Phi$ (ppm)
1	221.539(8)	221.5542(2)	-15(8)	-69(40)
3	221.544(20)	221.5542(2)	-10(20)	-45(90)
5	222.383(21)	222.3860(2)	-3(21)	-12(100)
7	221.580(16)	221.5542(2)	+26(16)	+117(70)
9	221.561(8)	221.5542(2)	+8(8)	+35(40)
11	221.548(5)	221.5508(2)	-3(5)	-12(23)
13	221.556(13)	221.5445(2)	+11(13)	+51(60)

Table VII.8 Phases mesurées et attendues pour l'axe Y. Les lignes colorées en gris correspondent aux jeux de données dont l'écart à 0 est supérieur à l'incertitude statistique.

Pour les deux axes, il s'agit de l'incertitude statistique qui domine dans le calcul de  $\delta\Phi$ , même si pour certaines mesures les deux incertitudes sont proches. L'écart à la valeur calculée est autour de 50 ppm pour chacun des jeux de données, avec quelques exceptions proches de 100/200 ppm. Une hypothèse permettant d'expliquer cet écart sera donnée par la suite. Le détail des différentes valeurs extraites des ajustements est présenté dans le tableau (VII.9) pour les deux axes X et Y. Nous y avons reporté les valeurs du biais B, de l'angle  $\Theta_N$  ainsi que la valeur de  $\chi_{\text{red}}^2$ , représentative de la qualité de l'ajustement. Sont reportés également quelques paramètres expérimentaux comme la durée T de l'interféromètre et le nombre de mesures utilisées.

Axe	Set #	2T (ms)	NPts	$\Theta_N$ (rad)	B (rad)	$\chi_{\text{red}}^2$	$\pi/2 - (\Theta_N^x - \Theta_N^y)$ (mrad)
X	0	800	41	4.051546(33)	0.788(5)	1.7	
	2	800	24	4.05111(68)	1.004(12)	2.6	
	4	801	24	4.05119(55)	0.979(8)	2.3	
	6	800	42	4.05164(70)	0.731(11)	10	
	8	800	46	4.05100(42)	0.833(7)	2.3	
	10	800	41	4.050705(34)	0.972(6)	2.0	
	12	800	41	3.95547(49)	0.972(6)	3.3	
Y	1	800	41	5.623208(34)	0.628(6)	3.3	0.87(5)
	3	800	24	5.62266(88)	0.678(15)	13.7	0.76(11)
	5	801	24	5.62261(87)	0.665(14)	15.1	0.62(10)
	7	800	41	5.62292(75)	0.690(11)	13.7	0.48(10)
	9	800	43	5.62256(41)	0.545(8)	4.0	0.76(6)
	11	800	41	5.622307(25)	1.238(5)	1.6	0.81(4)
	13	800	41	5.52527(52)	1.238(8)	4.7	-1.00(7)

Table VII.9 Détails des jeux de données pour les deux axes ainsi que les paramètres qui résultent des ajustements et leurs incertitudes.

La différence des orientations  $\Theta_N^x$  et  $\Theta_N^y$  est reportée et correspond à l'angle entre les vecteurs d'ondes caractérisant les deux axes du gyromètre. Ces valeurs sont proches de  $90^\circ$  avec des écarts inférieurs au mrad. Si nous souhaitons ajuster cet écart pour que les deux

axes soient encore plus perpendiculaires, le plus simple serait de tourner les collimateurs de l'axe X de la valeur mesurée (aux alentours de 1 mrad), puis de rétro-réfléchir les faisceaux en ajustant les miroirs Raman. Une nouvelle mesure de l'effet Sagnac permettrait de vérifier que l'angle a bien été compensé.

### Mesures à 800 ms et 801 ms

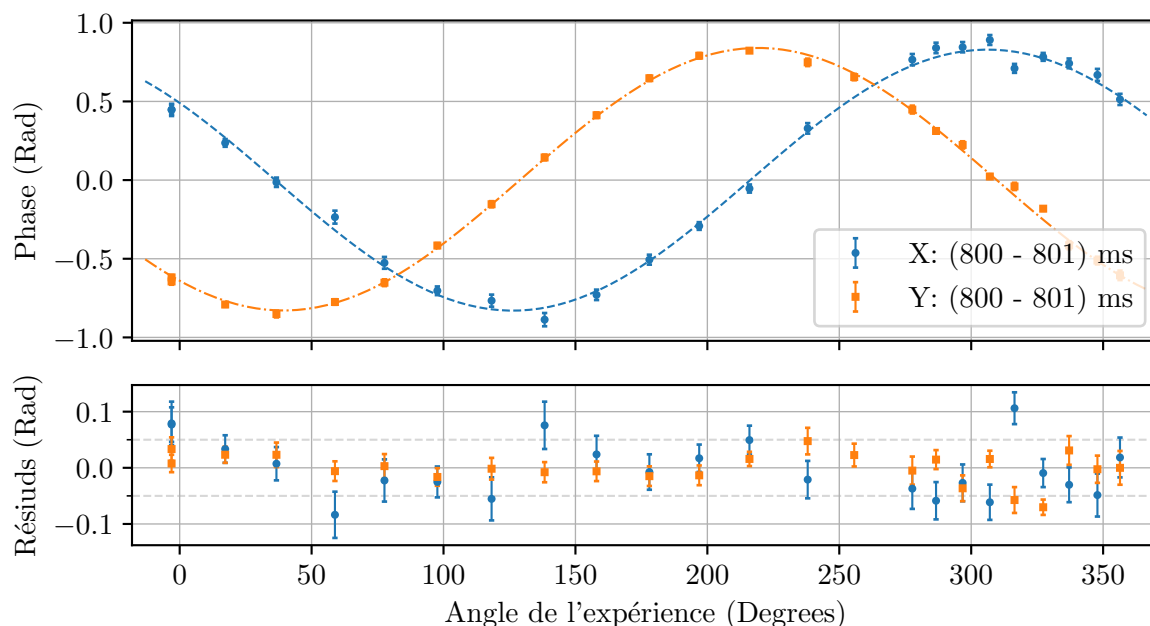


Fig. VII.15 Différence entre les phases mesurées à  $2T = 800$  ms et  $2T = 801$  ms. L'écart entre les deux mesures est inférieur à 2 radians et permet de lever toute ambiguïté sur le nombre de  $\pi$ .

Une des mesures de l'effet Sagnac a été réalisée en alternant les points pris avec  $2T = 800$  ms et  $2T = 801$  ms. Un changement de temps de cycle de 1 ms a pour avantage d'empêcher toute ambiguïté dans le dépliement des mesures de phase ou la détermination du nord géographique. La différence de phase entre les mesures avec les deux temps de cycle entraîne des phases qui sont comprises entre  $\pm 1$  rad et reportées sur la figure (VII.15).

### Jeux de données

L'ensemble des données utilisées pour la détermination de l'effet Sagnac ainsi que leurs résidus sont présentés sur la figure (VII.16).

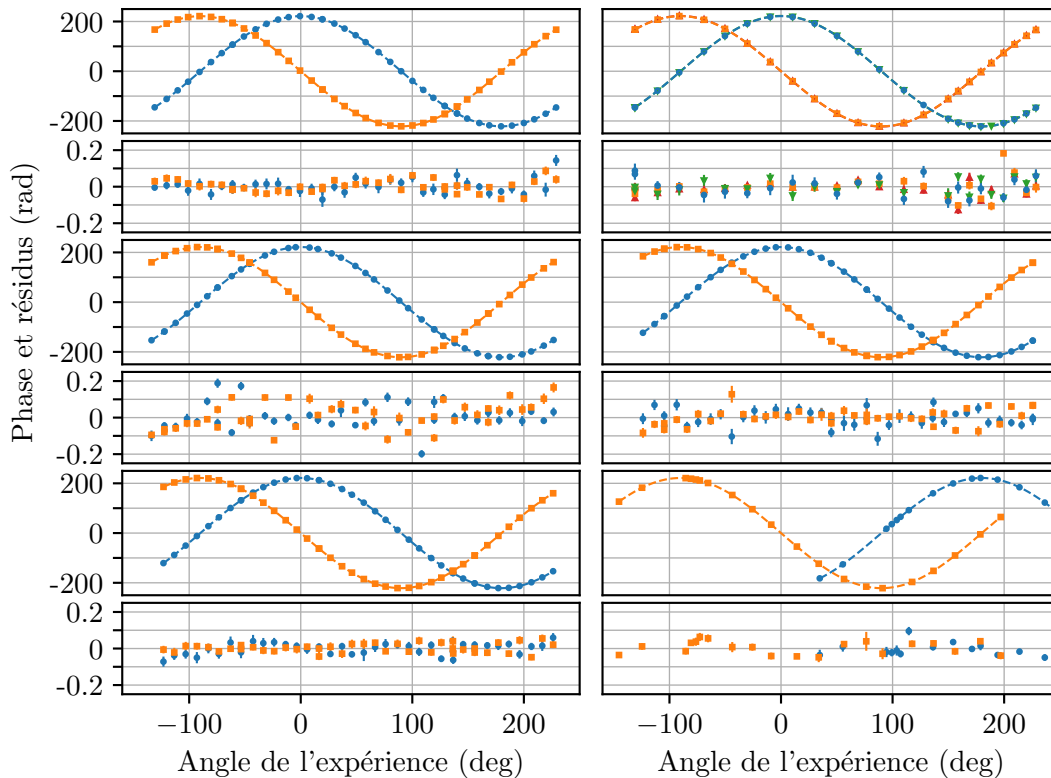


Fig. VII.16 Récapitulatifs des 14 jeux de données ainsi que leurs résidus utilisés pour la détermination de l'effet Sagnac. Les marqueurs ronds bleus (carrés oranges) correspondent aux mesures sur l'axe X (l'axe Y). Les couleurs supplémentaires pour le graphe en haut à droite correspondent aux mesures effectuées pour  $2T = 801$  ms (vert pour l'axe X et rouge pour l'axe Y).

### VII.3 Corrections supplémentaires

#### Calcul complet

Le calcul complet des trajectoires classiques a été effectué pour extraire les termes supplémentaires qui pourraient apparaître dans le déphasage Sagnac, notamment les termes de recul ou les termes de couplage avec la position ou la vitesse initiale. L'équation du mouvement d'un objet soumis à la force de Coriolis est :

$$\vec{r} = \vec{g} - 2\vec{\Omega} \times \vec{v} \quad (\text{VII.20})$$

Dans la base  $\{x, y, z\}$  définie par le vecteur correspondant à la gravité locale pour l'axe  $z$  et où  $y$  est choisi pointant vers l'est (perpendiculaire à  $\vec{\Omega}$ ), les différents vecteurs peuvent s'écrire :

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \vec{\Omega} = \begin{pmatrix} \Omega_x \\ 0 \\ \Omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Omega \cos \Psi \\ 0 \\ \Omega \sin \Psi \end{pmatrix} \quad \vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix} \quad (\text{VII.21})$$

Le PFD se ré-écrit ainsi comme trois équations couplées :

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2\Omega_z \dot{y} \\ \ddot{y} = 2\Omega_x \dot{z} - 2\Omega_z \dot{x} \\ \ddot{z} = -g - 2\Omega_x \dot{y} \end{cases} \quad \text{avec les conditions initiales} \quad \begin{cases} \vec{v}_0 = (\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0) \\ \vec{r}_0 = (x_0, y_0, z_0) \end{cases} \quad (\text{VII.22})$$

Le système d'équations différentielles peut être résolu analytiquement par exemple en utilisant les transformées de Laplace, et donne le résultat suivant pour les coordonnées temporelles :

$$\begin{aligned} x(t) &= x_0 + g \frac{\sin(2\Psi)}{4} \left( t^2 - \frac{\sin^2(\Omega t)}{\Omega^2} \right) \\ &\quad + v_{0x} \sin^2(\Psi) \frac{\sin(2\Omega t)}{2\Omega} + v_{0y} \sin(\Psi) \frac{\sin^2(\Omega t)}{\Omega} + v_{0z} \frac{\sin(2\Psi)}{2} \frac{\sin(2\Omega t)}{2\Omega} \\ y(t) &= y_0 + g \frac{\cos \Psi}{2\Omega} \left( 1 - \frac{\sin(2\Omega t)}{2\Omega} \right) \\ &\quad - v_{0x} \sin \Psi \frac{\sin^2(\Omega t)}{\Omega} + v_{0y} \frac{\sin(2\Omega t)}{2\omega} - v_{0z} \cos \Psi \frac{\sin^2(\Omega t)}{\Omega} \\ z(t) &= z_0 - \sin^2 \Psi \left( \frac{gt^2}{2} - z_0 t \right) - g \cos^2 \Psi \frac{\sin^2(\Omega t)}{2\omega^2} \\ &\quad + v_{0x} \frac{\sin(2\Psi)}{2} \left( \frac{\sin(2\Omega t)}{2\Omega} - t \right) + v_{0y} \cos \Psi \frac{\sin^2(\Omega t)}{\Omega} + v_{0z} \cos^2 \Psi \frac{\sin(2\Omega t)}{2\Omega} \end{aligned} \quad (\text{VII.23})$$

La condition sur le moment de l'apogée est fixée par :

$$v_{0z} = \left. \frac{dz}{dt} \right|_{T+t_1} = (T + t_0)g - 2\Omega \cos \Psi (T + t_1) + \mathcal{O}(\Omega^2) \quad (\text{VII.24})$$

Et la rotation de l'expérience autour de  $g$  prise en compte en tournant  $\vec{k}_{\text{eff}}$  autour de l'axe  $z$  de la manière suivante :

$$\vec{k}_{\text{eff}} = k_{\text{eff}} \begin{pmatrix} \cos \theta_0 \sin \Theta \\ -\cos \theta_0 \cos \Theta \\ \sin \theta_0 \end{pmatrix} \quad (\text{VII.25})$$

Le déphasage total est ensuite calculé à l'aide de l'expression de la phase laser à chaque impulsion,  $\phi(t) = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{r}$ . Au deuxième ordre en  $\Omega$  et en considérant des trajectoires parfaites, le déphasage de l'interféromètre à 4 impulsions devient :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \phi(t_1) - 2\phi\left(t_1 + \frac{T}{2}\right) + 2\phi\left(t_1 + \frac{3T}{2}\right) - \phi(t_1 + 2T) \\ &= \frac{1}{2} k_{\text{eff}} g \Omega T^3 \cos \Psi \cos \theta_0 \cos \theta_N \end{aligned} \quad (\text{VII.26})$$

Lorsque nous prenons en compte les particularités de notre interféromètre ( $\Delta T_a$ ,  $\epsilon$ ,  $\Delta T_s$  et des vitesses transverses), de nombreux termes supplémentaires apparaissent. Nous séparons par la suite les termes de biais (qui sont indépendants de l'orientation du gyromètre) et les termes qui dépendent de  $\Theta$ . Nous considérons que le  $\Delta T_s$  n'a pas été ajusté de manière à limiter les effets de la présence d'un  $\Delta k$ . Les termes de biais sont présentés dans le tableau (VII.10).

Termes indépendants de $\Theta$ (Biais)	Valeur de phase absolue (rad)
$-2 k_{\text{eff}} g T \sin(\theta_0) \Delta T_a$	$-5.1 \times 10^2$
$+2 k_{\text{eff}} g T \sin(\theta_0) \Delta T_a \epsilon$	$4.9 \times 10^{-5}$
$-2 k_{\text{eff}} T \cos(\theta_0) \epsilon v_{x0}$	$-1.2 \times 10^{-1}$
$+2 k_{\text{eff}} T \sin(\theta_0) \epsilon v_{z0}$	$8.4 \times 10^{-9}$
$-4 k_{\text{eff}} T^2 \Omega \cos(\theta_0) \sin(\psi) \epsilon v_{y0}$	$-5.1 \times 10^{-6}$
$-4 k_{\text{eff}} T \Omega \cos(\theta_0) \sin(\psi) \Delta T_a v_{y0}$	$-7.7 \times 10^{-6}$
$-\frac{\hbar}{m} k_{\text{eff}}^2 T^3 \Omega^2 \cos(\theta_0)^2 \cos(\psi)^2$	$-1.5 \times 10^{-5}$
$+\frac{\hbar}{m} k_{\text{eff}}^2 T^3 \Omega^2 (\cos(\theta_0)^2 + \cos(\psi)^2)$	$5.1 \times 10^{-5}$

Table VII.10 Termes de biais qui apparaissent lorsque le calcul complet est effectué. Les lignes colorées en gris correspondent aux termes qui vont s'annuler lors de l'alternance de  $\pm \Delta T_a$ . Les applications numériques ont été effectuées pour des vitesses transverse  $v_{x0}$ ,  $v_{y0}$  et  $v_{z0}$  de  $1 \text{ mm.s}^{-1}$  et un  $\epsilon$  de  $10^{-5}$ .

Le terme dominant provient de la projection de l'accélération induite par la présence d'un décalage temporel  $\Delta T_a$ , qui est rejeté en alternant  $\pm \Delta T_a$ . Les termes peuvent être séparés selon leur origine, les deux premiers sont liés à  $\Delta T_a$  et au couplage de  $\Delta T_a$  avec  $\epsilon$ . Les quatre termes suivants sont issus de couplages avec des vitesses transverse, et les deux derniers sont liés aux effets de reculs si le déphasage est calculé séparément sur les deux bras de l'interféromètre. Il s'agit principalement de termes du second ordre  $\mathcal{O}(\epsilon v_0, \Delta T_a v_0, \Omega_E^2)$  qui sont négligeables. Il ne faut pas oublier le terme lié à au couplage entre l'alignement des miroirs Raman et des trajectoires qui n'apparaît pas ici car les miroirs sont considérés alignés et qui sera au final dominant pour le biais du gyromètre.

Les termes dépendants de  $\Theta_N$  sont présentés dans le tableau (VII.11) avec les valeurs de phases relatives comparées au déphasage Sagnac principal. Nous nous arrêtons aux termes du second ordre  $\mathcal{O}(\epsilon v_0, \Delta T_a v_0, \Delta T_a^2, \Omega_E^2)$ .

Les termes peuvent ici aussi être séparés selon leur origine. Nous retrouvons le déphasage Sagnac attendu en premier, suivi du déphasage lié à la présence d'un  $\epsilon$  non compensé (qui passera de  $11/6$  à  $2/6$  si le  $\Delta T_s$  est correctement ajusté). Les deux termes suivants sont liés à des couplages entre  $\Delta T_a$  et des vitesses transverses, avec des contributions faibles. Le terme en  $\Delta T_a^2$  n'est pas compensé par l'alternance de signe, mais est négligeable. Il pourrait néanmoins être pris en compte si nécessaire. Les deux derniers termes au premier ordre en  $\Omega_E$  sont liés à des couplages entre  $\epsilon$  et des vitesses transverses et ont une contribution très



Termes proportionnels à $\Omega$	Valeur de phase relative
$-\frac{1}{2} k_{\text{eff}} g T^3 \Omega_E \cos(\theta_0) \cos(\psi) \sin(\Theta)$	1
$+\frac{11}{6} k_{\text{eff}} g T^3 \Omega_E \cos(\theta_0) \cos(\psi) \sin(\Theta) \epsilon$	$3.7 \times 10^{-5}$
$+4 k_{\text{eff}} T \Omega_E \cos(\theta_0) \cos(\psi) \sin(\Theta) \Delta T_a v_{z_0}$	$3.1 \times 10^{-7}$
$+4 k_{\text{eff}} T \Omega_E \sin(\theta_0) \cos(\psi) \cos(\Theta) \Delta T_a v_{y_0}$	$2.2 \times 10^{-8}$
$+2 k_{\text{eff}} T \Omega_E g \cos(\theta_0) \cos(\psi) \sin(\Theta) \Delta T_a^2$	$9.0 \times 10^{-8}$
$+4 k_{\text{eff}} T^2 \Omega_E \cos(\theta_0) \cos(\psi) \sin(\Theta) \epsilon v_{z_0}$	$2.0 \times 10^{-7}$
$+4 k_{\text{eff}} T^2 \Omega_E \sin(\theta_0) \cos(\psi) \sin(\Theta) \epsilon v_{x_0}$	$1.5 \times 10^{-9}$
Termes proportionnels à $\Omega^2$	
$-\frac{11}{3} g k_{\text{eff}} T^3 \Omega_E^2 \cos^2(\psi) \sin(\theta_0) \Delta T_a$	$-1.5 \times 10^{-9}$
$+\frac{11}{3} g k_{\text{eff}} T^3 \Omega_E^2 \cos(\psi) \sin(\psi) \cos(\theta_0) \cos(\Theta) \Delta T_a$	$2.2 \times 10^{-8}$
$-\frac{2\hbar}{m} k_{\text{eff}}^2 T^3 \Omega_E^2 \sin(\theta_0) \cos(\theta_0) \cos(\psi) \cos(\Theta)$	$-1.1 \times 10^{-8}$
$-\frac{\hbar}{m} k_{\text{eff}}^2 T^3 \Omega_E^2 \cos(\theta_0)^2 \cos(\psi)^2 \cos(\Theta)^2$	$-6.8 \times 10^{-8}$

Table VII.11 Termes dépendant de  $\Theta$  provenant du calcul complet du déphasage. Les termes dont les lignes sont colorées en gris correspondent au termes qui disparaissent lors de l'alternance du signe de  $\Delta T_a$ .

faible.

Dans les termes proportionnels à  $\Omega_E^2$ , nous avons deux termes dépendants de  $\Delta T_a$  qui vont s'annuler en alternant le signe de  $\Delta T_a$ , et deux termes de recul qui ont une contribution relative de quelques  $10^{-8}$ .

Tous ces termes restent négligeables pour le moment, notre mesure étant limitée par les incertitudes statistiques liées à des dérives du biais au niveau de  $2.5 \times 10^{-5}$ . Le seul terme pouvant avoir un impact est celui lié à  $\epsilon$ , et est la raison pour laquelle nous avons mesuré l'effet avec précision.

### Termes supplémentaires

Il peut être intéressant de s'intéresser à l'ordre de grandeurs de différents termes supplémentaires qui interviennent dans l'expression du déphasage.

Les fluctuations du module de  $\vec{g}$  dues aux marées ont des effets inférieurs à de  $3 \times 10^{-7}$  mais pourraient être prises en compte si nécessaire en utilisant un modèle de marées comme cela est fait pour les mesures de gravimétrie.

Des termes liés au gradient de gravité peuvent apparaître et sont discutés dans l'annexe (I), et sont de l'ordre de quelques  $10^{-7}$ .

Les fluctuations de position du nord géographique, et principalement les oscillations de Chandler et annuelles ont été estimées dans [Schreiber et al., 2011] et sont de l'ordre de 20 à

100 pico-rad.s<sup>-1</sup>.

### Corrections dues à la durée finie des impulsions

Des corrections apparaissent sur le facteur d'échelle si nous prenons en compte la durée finie des impulsions. Nous séparerons par la suite la durée des 4 impulsions de l'interféromètre ( $\tau_1/2$ ,  $\tau_2$ ,  $\tau_3$  et  $\tau_4/2$ ). L'effet a été calculé principalement pour le gravimètre atomique [Li et al., 2015] ou les gyromètres à trois impulsions [Canuel, 2007].

Un seul terme apparaît au premier ordre, mais il s'agit d'un couplage avec une vitesse transverse  $v_{0x}$  non nulle qui ne dépend pas du terme de rotation (un biais) :

$$\Delta\Phi_\tau = 2k_{\text{eff}}v_{0x} \left(1 - \frac{4}{\pi}\right) (\tau_1 + \tau_4) + \mathcal{O}(\tau_i^2, \tau_i\tau_j) \quad (\text{VII.27})$$

Ce terme est de l'ordre de -160 mrad pour des vitesses transverses de 1 mm.s<sup>-1</sup>. Il apparaît au second ordre en  $\tau$  plusieurs termes qui modifient le facteur d'échelle :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_\tau = & + k_{\text{eff}}\Omega_y g T \left[ \frac{\tau_1^2}{4} - \frac{\tau_1\tau_4}{2} + \tau_4^2 \left( \frac{3}{4} - \frac{2}{\pi} \right) - \left( 1 - \frac{8}{\pi^2} \right) (\tau_1^2 - \tau_2^2 - \tau_3^2 + \tau_4^2) \right] \\ & + k_{\text{eff}}\Omega_y g \Delta T_a \left( 1 - \frac{8}{\pi^2} \right) (\tau_2^2 - \tau_3^2) \end{aligned} \quad (\text{VII.28})$$

dans le cas où les durées d'impulsions sont identiques, le terme est réduit à  $k_{\text{eff}}g\Omega_y T\tau^2/2$  soit une correction relative en  $\tau^2/T^2$ , de l'ordre de  $6 \times 10^{-10}$  pour des impulsions de durées typiques de 10  $\mu\text{s}$ .

## VII.4 Simulation de la variation du biais

Nous allons essayer de simuler dans cette partie l'impact d'une dérive du biais du gyromètre pendant une mesure de rotation. Nous allons voir si cet effet est suffisant pour expliquer la dispersion des mesures (plus grande que l'incertitude sur les mesures individuelles) et notamment la mesure de l'axe X du 31 mai qui est écartée de 50 mrad (200 ppm) de la moyenne. Nous discuterons également les perspectives et techniques qui pourraient être utilisées pour limiter cet effet. Nous rappelons l'expression du déphasage lié à l'alignement et à la vitesse :

$$\begin{aligned}\Delta\Phi &= 2Tk_{\text{eff}}\delta\theta\delta v \\ &\simeq 12\text{mrad}/\mu\text{rad}/\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}\end{aligned}\quad (\text{VII.29})$$

### Simulation

Nous pouvons estimer le désalignement des miroirs lors d'une mesure complète de rotation en étudiant l'évolution du contraste au cours de la mesure (voir figure (VII.17)). Nous pouvons observer des fluctuations de l'ordre de quelques % jusqu'à 30 % au maximum. L'évolution du contraste peut être reliée au désalignement en connaissant la largeur de la courbe de contraste en fonction de l'angle (section IV.2.1). De ce niveau de fluctuation et en faisant l'hypothèse que le changement de contraste est uniquement lié à l'alignement, nous pouvons déduire que celui-ci doit atteindre de 3 à 9  $\mu\text{rad}$ . L'origine du désalignement est

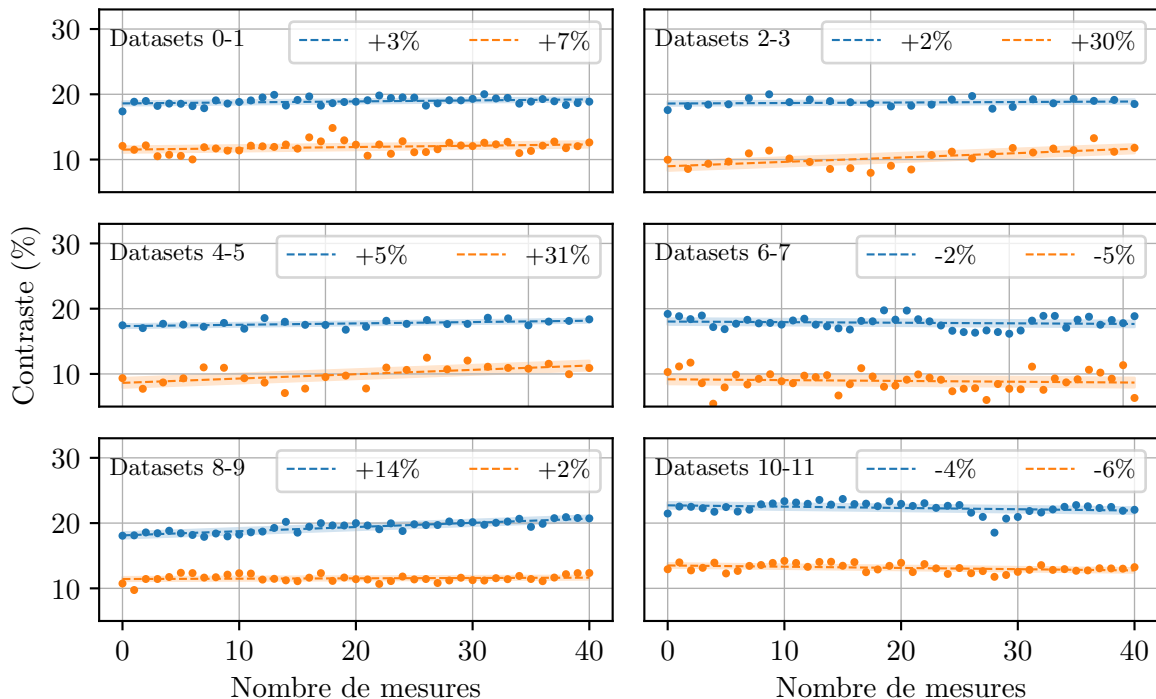


Fig. VII.17 Évolution du contraste en fonction du nombre de mesure pour les différents jeux de données.

probablement liée aux fluctuations de température dans la salle d'expérience (voir annexe) qui sont amplifiées lors des mesures de l'effet Sagnac (la boîte d'isolation est ouverte et refermée à de nombreuses reprises). Nous considérons pour la simulation une dérive linéaire de l'alignement, de 0 à 6  $\mu\text{rad}$  au cours de la mesure. Les fluctuations de vitesses sont tirées aléatoirement dans une distribution normale de  $\sigma_v = 1 \text{ mm.s}^{-1}$ , ce qui correspond aux fluctuations typiques. Les données sont générées pour différentes orientations de l'expérience en suivant un sinus dont l'amplitude correspond à la valeur du déphasage Sagnac attendue. Les fluctuations de biais sont ensuite ajoutées avant d'effectuer un ajustement pour extraire l'amplitude effective. La simulation est effectuée un grand nombre de fois et les résultats sont présentés sur la figure (VII.18) pour 300 réalisations.

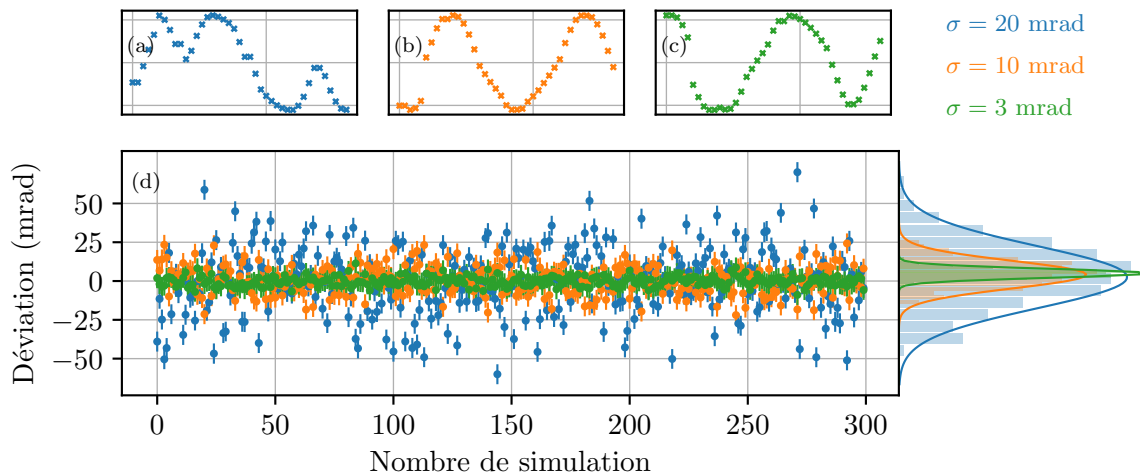


Fig. VII.18 Simulation pour 300 réalisations de la déviation à l'amplitude attendue. Le désalignement est varié linéairement de 0 à 6  $\mu\text{rad}$  pour chaque réalisation et l'erreur sur la vitesse tirée dans une distribution de  $\sigma_v = 1 \text{ mm.s}^{-1}$ . Les graphes (a-b) représentent l'évolution de la phase dans l'ordre dans lequel les mesures ont été effectuées, respectivement pour l'axe X et l'axe Y. Le graphique (c) représente la configuration qui serait optimale pour limiter l'impact de la dérive sur un axe. L'effet est plus ou moins marqué selon la configuration.

L'impact d'une dérive linéaire du biais au cours du temps sur une mesure de l'effet Sagnac comme nous l'effectuons est différent selon la manière dont l'angle de l'expérience est varié. Si les mesures avec une orientation au nord et au sud (qui vont définir l'amplitude) sont trop séparées dans le temps, l'impact sera plus important. Nous sommes capables de tourner l'expérience de 360°, mais pas de faire plusieurs tours, la rotation étant limitée dans les deux directions par les câbles et les fibres. Les sinusoides pour les différents jeux de données en fonction du nombre de mesure (une évolution temporelle) sont présentés sur la figure (VII.19). Nous suivons généralement toujours la même procédure (la même orientation initiale) ce qui induit une sensibilité plus importante à la dérive pour l'axe X que pour l'axe Y. L'axe X passe en effet deux fois par le minimum et ensuite deux fois par le maximum, alors que l'axe Y passe alternativement de l'un à l'autre. Les configurations que nous avons utilisées pour l'axe X et Y sont celles présentées sur les graphes (a) et (b) de la simulation (figure (VII.18)). Un meilleur choix serait de démarrer la mesure directement sur un maximum (figure VII.18 graphe (c)), mais il est impossible d'être dans la configuration

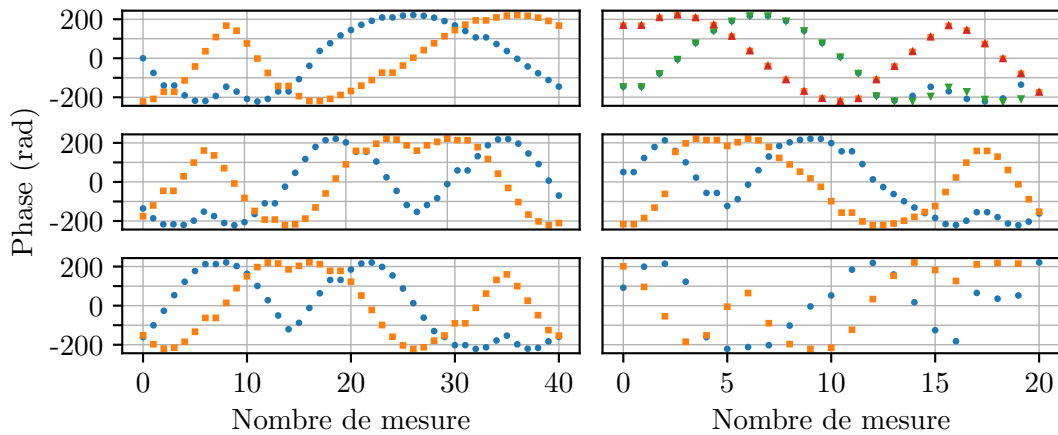


Fig. VII.19 Variation de la phase Sagnac en fonction du nombre de mesure pour les différents jeux de données. Les mesures pour l'axe X sont représentées en bleu (vert pour  $2T = 801$  ms) et celles pour l'axe Y en orange (rouge pour  $2T = 801$  ms).

optimale pour les deux axes en même temps.

### Simulation - Conclusion et perspectives

La simulation de l'impact d'une dérive du biais du gyromètre a montré que l'effet de l'alignement et des trajectoires peut expliquer la dispersion importantes des mesures (plus importante que l'incertitude statistique). La simulation permet également d'expliquer que la mesure de l'axe X du 31 mai soit décalée de 50 mrad par rapport à la valeur attendue.

Plusieurs possibilités permettent de limiter l'impact d'une variation de biais pendant la mesure de l'effet Sagnac. Une solution serait de changer la manière dont nous prenons les mesures, par exemple en tirant les orientations de l'expérience au hasard ou bien en alternant de manière particulière les angles.

Une autre solution envisagée consiste à alterner rapidement les mesures entre le nord et le sud uniquement. Cette méthode repose sur la connaissance précise de l'angle correspondant au nord et la possibilité de le pointer facilement. Elle nécessite de nombreuses rotations successives de  $180^\circ$  mais permet de limiter l'impact d'une dérive linéaire du biais.

Une dernière solution envisagée consiste à effectuer de nombreuses fois la mesure sur  $360^\circ$  avec un nombre réduit de points, et répéter cette mesure plusieurs fois, (par exemple  $360^\circ$  en 1 jour en 10 mesures, répété sur une semaine). La durée pendant laquelle le biais peut varier sera ainsi réduite. Les solutions proposées reposent toutes sur l'augmentation du nombre de rotations de l'expérience pour une seule mesure. La difficulté réside dans les problèmes inhérents à la rotation d'une expérience d'atomes froids de 300 kg. Plus le nombre de rotation nécessaire pour effectuer une mesure augmente, plus la probabilité qu'un problème arrive est importante. Lorsque l'orientation est changée d'un angle important en une seule fois, la plateforme d'isolation des vibrations met plus de temps à relaxer et les performances peuvent être dégradées.

Toutes ces solutions servent à limiter le problème des variations de biais et non à l'adresser directement. Cela reste une des limitations principales pour les mesures longues à l'aide du

gyromètre. Pour arriver à réduire la dérive du biais, un meilleur contrôle de la température au niveau des miroirs ou bien une étude plus poussée de l'impact d'une variation de température ou d'un gradient sur les montures des miroirs est à envisager. Nous ne sommes actuellement pas certain de l'origine du désalignement. Il peut être lié à la qualité du support de miroir ou bien à la monture du miroir elle-même. Des solutions plus compliquées peuvent être envisagées, avec l'utilisation d'un miroir commun entre les deux fenêtres (il faut néanmoins s'assurer que les faces soient parallèles au niveau des deux hublots...)

## VII.5 Conclusion

Nous avons présentés dans ce chapitre une mesure de l'effet Sagnac pour les ondes de matière avec un niveau d'exactitude de 20 ppm, permettant une amélioration d'un facteur 20 par rapport aux mesures existantes.

Pour caractériser précisément le déphasage attendu, nous avons évalué et mesuré les différents termes qui définissent l'aire de l'interféromètre. Les mesures ont été faites en utilisant plusieurs types d'interféromètres que nous avons déjà présentés aux chapitres précédents. Les mesures interférométriques permettent d'obtenir des valeurs précises de  $\theta_0$  et  $\epsilon$ .

La mesure de l'effet Sagnac a été réalisée 14 fois pour un total de 6 semaines de mesures complètes espacées sur une année permettant le niveau de performance présenté. Le traitement des données et l'extraction du déphasage Sagnac ont été présentés. Nous avons également discuté dans ce chapitre des limitations actuelles sur la mesure de l'effet Sagnac à l'aide de notre interféromètre, notamment dues à la dérive du biais pendant les campagnes de mesure. Une simulation a permis de valider l'hypothèse derrière la dispersion des mesures de rotation plus grande que l'incertitude statistique. Nous avons également exploré les différents termes supplémentaires qui apparaissent lorsque le calcul complet du déphasage est effectué.



## Chapitre VIII

# Conclusion et perspectives

J'ai présenté dans ce manuscrit le fonctionnement du gyromètre à atomes froids ainsi que ses performances. J'ai décrit les bases de l'interférométrie atomique et montré comment celles-ci s'appliquent à notre instrument. J'ai ensuite décrit le dispositif expérimental, et les différentes techniques et méthodes qui font de notre instrument le meilleur gyromètre à atomes froids du monde en terme de sensibilité et stabilité.

**Corrélations** Les vibrations du sol constituent toujours la limite principale des performances du gyromètre. De nouvelles méthodes ont été mises en place afin de limiter leur impact. En particulier une nouvelle méthode de corrélation des vibrations a été testée, en combinant de manière différente les signaux des sismomètres et permettant une meilleure estimation du bruit de vibration au niveau des atomes. Cette nouvelle méthode a non seulement permis de réduire de 30% le niveau de bruit à mi-frange mais également d'identifier les limites intrinsèques à l'utilisation de notre type de sismomètres.

Le bruit d'accélération est bien estimé au niveau des atomes et n'est actuellement pas limité par les instruments. Les problèmes apparaissent lors de l'utilisation de deux sismomètres pour mesurer le bruit de rotation. L'estimation devient alors limitée par le bruit propre des instruments et leurs dérives respectives. Plusieurs solutions sont envisagées pour contourner ces limitations, avec dans un premier temps le remplacement des nos sismomètres par des sismomètres ayant des bruits propres plus bas. Ces instruments viennent néanmoins avec les inconvénients liés à leurs taille, qui les rendrait difficile à placer à l'intérieur des blindages magnétiques.

Une autre possibilité consiste à utiliser un gyromètre à fibre pour estimer le bruit de rotation du dispositif expérimental, tout en gardant les sismomètres pour estimer le bruit d'accélération. L'hybridation de notre gyromètre avec un gyromètre à fibre serait également l'occasion d'effectuer des comparaisons de mesures de rotation, ou même d'utiliser la grande dynamique de mesure du gyromètre à fibre pour ajuster la phase de l'interféromètre atomique lors de rotation de grande amplitude.

**Double jointif** La mise en place d'un mode de fonctionnement quasi-double jointif a permis de rejeter plus efficacement les vibrations et d'atteindre un nouveau record de stabilité long terme de  $2 \times 10^{-10}$  rad.s<sup>-1</sup> à 6000 s. Dans le cas parfait, ce mode de fonctionnement permet de moyennner le bruit de vibration et que celui-ci soit corrélé entre les cycles de mesures successifs. Ce mode de fonctionnement ne peut livrer tout son potentiel que dans la limite d'un double jointif parfait. Dans notre géométrie, nous sommes malheureusement li-



mité à un décalage temporel de 12 ms, mais son étude nous a permis de cibler les limitations actuelles et d'élaborer des pistes pour les dépasser.

Plusieurs solutions sont envisagées pour pouvoir mettre en place le double jointif parfait, la première consiste à faire fonctionner l'interféromètre en double diffraction (pour travailler sans effet Doppler [Lévêque et al., 2009]), éliminant ainsi les problèmes de fréquence au moment où les nuages se croisent. La double diffraction apporte néanmoins plusieurs difficultés techniques, notamment dans l'implémentation de la compensation temps réel par saut de phase Raman. Une autre solution serait d'introduire un effet Doppler identique à chaque impulsion ; soit en lançant avec une vitesse transverse non nulle (ce qui n'est pas faisable avec notre dispositif actuel), soit en utilisant des méthodes équivalentes comme par exemple des variations de la fréquence des laser Raman pendant les impulsions [Perrin et al., 2019a] (qui vient également avec ses difficultés techniques, nécessitant des changements de fréquences de l'ordre de 200 MHz/ $\mu$ s) ou bien même l'utilisation d'états magnétiques [Bernard et al., 2021]. La séquence double jointive est applicable pour de nombreux types d'interféromètres atomiques et permet d'atteindre rapidement le bruit de projection quantique grâce au partage de toutes les impulsions qui permet de moyennner le bruit en  $1/\tau$ . Cette séquence sera particulièrement utile lors de l'opération simultanée de plusieurs interféromètres (par exemple MIGA [Junca et al., 2019]).

**Gyromètre double axe** L'installation d'un second axe de mesures nous a permis de démontrer pour la première fois la possibilité de mesurer la rotation simultanément dans les deux axes sans dégradation des performances. La stabilité atteinte sur les deux axes est de  $10^{-9}$  rad.s<sup>-1</sup> en 3000 s. Nous avons également utilisé les deux axes de l'instrument pour améliorer notre confiance dans la mesure de l'effet Sagnac.

L'installation d'un second axe permet de réaliser de nombreux types d'interféromètres supplémentaires, par exemple en réalisant des séparatrices bi-directionnelles ou bien des interféromètres avec des impulsions dans les deux axes [Barrett et al., 2019].

Notre gyromètre double axe ouvre également la voie à des applications en sismologie rotationnelle, un domaine qui étudie les mouvements de rotation induits par les tremblements de terre, les explosions et les vibrations ambiantes [Lee, 2013]. La mesure de ces effets est intéressante pour la compréhension de la structure souterraine [Bernauer et al., 2009] ou l'évaluation des risques sismiques en génie civil [Basu et al., 2015]. Des études théoriques ont montré l'avantage d'utiliser la détection rotationnelle de précision pour améliorer la caractérisation des sources de séismes [Donner et al., 2016] et leur localisation [Li and van der Baan, 2017]. Nous allons à moyen terme nous orienter vers cette thématique, qui nécessite de rendre l'instrument plus robuste afin d'effectuer des campagnes de mesures de plusieurs semaines.

**Mesures long terme** Les mesures long terme sont pour le moment limitées par la stabilité du système laser et notre capacité à mesurer plusieurs jours d'affilée. L'amélioration des performances présentée dans ce manuscrit montre la possibilité d'atteindre des stabilités long terme inférieures à  $10^{-10}$  rad.s<sup>-1</sup> si notre instrument peut mesurer pendant plusieurs jours d'affilée. Le système laser souffre d'un certain vieillissement, certaines diodes étant en fonctionnement quasi-continu depuis 15 ans. Un travail sur l'amélioration de la stabilité des lasers, notamment avec un meilleur contrôle de l'isolation thermique des bancs devrait déjà

permettre d'atteindre des nouveaux records de stabilité à long terme.

Les mesures long terme (de stabilité ou même les mesures de l'effet Sagnac) sont également limitées par l'effet systématique qui a pour origine le couplage entre le désalignement des miroirs de rétro-réflexion Raman et la fluctuation des trajectoires atomiques [Altorio et al., 2020]. Dans l'éventualité de transformer notre instrument en un capteur transportable ou commercial, un effort spécifique devrait porter sur le contrôle de cet effet systématique.

La maîtrise des variations des trajectoires atomiques peut être améliorée, avec par exemple un contrôle en puissance des 6 bras du PMO 3D. La stabilité pourrait également être améliorée en utilisant des faisceaux de PMO 3D plus gros afin de mieux contrôler les phases de mélasse et de lancement des atomes. Changer la taille des faisceaux n'est cependant pas faisable sans modifier la chambre à vide pour installer des hublots plus grands. Le problème est plus complexe pour corriger ou contrôler l'alignement relatif des miroirs au cours du temps. Une première étape serait de développer un meilleur contrôle de l'environnement où est situé l'expérience (stabilisation en température de la boîte d'isolation ou même de la température à l'intérieur des blindages). Nous pouvons envisager le développement de montures de miroirs spécialement étudiées pour limiter les désalignements. Des solutions à plus long terme pourraient consister à utiliser un miroir unique aux deux faisceaux Raman, mais les contraintes d'alignement sont très strictes (parallélisme au niveau du  $\mu\text{rad}$ ) et il faut être capable d'assurer que les faces du miroir commun soient parallèles, ce qui n'est pas garanti pour une surface de plus de 50 cm. Nous pouvons également envisager l'utilisation de meilleurs miroirs piezo (par exemple avec une lecture de la position non magnétique si des modèles commerciaux existent). Asservir l'alignement relatif entre les deux miroirs serait une solution idéale, un alignement optique de la direction verticale est probablement réalisable (les deux miroirs sont l'un au dessus de l'autre), mais l'alignement pour la direction horizontale est bien plus complexe.

**Transfert d'Impulsion Ajustable** Nous avons présenté la mise en place et l'étude d'une nouvelle séquence interférométrique qui consiste à changer légèrement le transfert d'impulsion sur 2 des 4 impulsions de l'interféromètre. Cette méthode permet de se libérer des problèmes apportés par les interféromètres parasites tout en conservant un pur capteur de rotation (une insensibilité aux accélérations continues). Les caractéristiques des interféromètres parasites sont intimement liées à la cohérence de la source atomique et ont été étudiés en détails. L'étude de cette configuration nous a amenés à effectuer une étude poussée de la physique de l'interféromètre et à découvrir des effets inattendus qui nous ont permis d'évaluer certains effets systématiques (connaissance de  $\Delta k$ ).

À court terme, de nouvelles mesures sont envisagées pour vérifier que la méthode n'introduit pas de déphasage parasite sur le gyromètre ni de perte de contraste. Une fois cette étude réalisée, cette méthode pourra être utilisée en permanence pour l'opération du gyromètre.

À plus long terme, cette méthode facilitera la réalisation d'interféromètre possédant de nombreuses boucles, où le problème des interféromètres parasites est amplifié. Cette configuration démontre aussi la possibilité d'ajuster la sensibilité d'un interféromètre atomique à une quantité donnée en ajustant le transfert d'impulsion de manière contrôlée. Parmi les interféromètres atomiques à plusieurs boucles qui pourraient bénéficier de cette méthode, nous avons les gradiomètres [McGuirk et al., 2002] [Perrin et al., 2019b] et les gyromètres [Stockton et al., 2011] [Canuel et al., 2006] mais également des propositions d'interféromètres pour des applications de détection d'ondes gravitationnelles [Hogan et al., 2011] [Graham et al., 2016]

[Canuel et al., 2018] [Schubert et al., 2019] ou pour mesurer la courbure de l'espace-temps [Marzlin and Audretsch, 1996].

**Effet Sagnac** La chambre de science étant désormais placée sur une plateforme tournante, nous avons pu changer l'orientation de l'aire de l'interféromètre et ainsi effectuer des mesures de l'effet Sagnac avec une exactitude 25 fois supérieure aux expériences précédentes avec des ondes de matière, à un niveau de 20 ppm. Pour atteindre ce niveau d'exactitude, nous avons répété la mesure 14 fois au cours d'une année et caractérisé avec soin le facteur d'échelle du gyromètre. Nous avons également utilisé les deux axes du gyromètre pour augmenter la fidélité de notre mesure et notre confiance dans le résultat. Chaque paramètre a été mesuré ou estimé en utilisant toutes les possibilités offertes par l'interféromètre atomique (spectroscopie, interféromètres à 3 impulsions..etc.). Nous avons également étudié les limites de la fidélité de nos mesures qui sont liés à des dérives du biais du gyromètre pendant la durée correspondant à l'ensemble des mesures sur un tour complet.

Les mesures de l'effet Sagnac ainsi que les mesures de l'exactitude du facteur d'échelle ont ouvert de nombreuses possibilités et applications. À court terme, nous pouvons envisager une étude du biais du gyromètre en plus de l'exactitude de son facteur d'échelle (en orientant le gyromètre pour que le terme dû à la rotation soit nul), la phase totale du gyromètre doit être nulle.

Nos mesures de l'effet Sagnac peuvent être utilisées pour des tests de physique fondamentale. Comme le montre [Delgado et al., 2002], le modèle de l'Univers de Gödel prédit une vitesse de rotation qui induit un déphasage Sagnac. La densité de masse de l'Univers déduite des données de la mission Planck 2018 [Collaboration, 2020] correspond à une vitesse angulaire de l'ordre de  $10^{-19}$  rad.s<sup>-1</sup>, bien inférieures à la sensibilité des gyroscopes actuels. L'exactitude de notre mesure de l'effet Sagnac donne pour la première fois une limite supérieure au terme de Gödel pour les ondes de matière (au lieu de photons dans le cas de la mission Planck). En suivant [Moseley et al., 2019], notre expérience pourrait également placer des contraintes sur les paramètres de théories alternatives telles que l'extension du modèle standard.

Dans un autre domaine, la connaissance précise du facteur d'échelle de notre gyromètre ainsi que celle de la vitesse de rotation de la Terre nous permet d'effectuer des mesures de la déviation verticale à l'échelle de quelques secondes d'arc. Ceci fournit une mesure de la direction de la gravité locale qui peut dépendre des anomalies de masse. Une connaissance précise de cette déflexion (qui peut atteindre des angles de quelques secondes d'arc dans les zones plates et jusqu'à 5000 dans les zones montagneuses) est largement utilisée en géodésie et à des fins géophysiques. Un gyromètre de haute précision comme le nôtre permettrait ainsi de mesurer la composante nord-sud de la déviation verticale dans les zones où la détermination astronomique est impossible (par exemple pour la géodésie et le positionnement géographique dans les installations souterraines).

L'évaluation précise des signaux de rotation du sol est également de première importance pour le développement de détecteurs terrestres d'ondes gravitationnelles, qui devraient être limités aux basses fréquences (inférieures à 1 Hz) par le bruit newtonien [Harms et al., 2020] et le mouvement rotatif du sol [Ross et al., 2020]. La mesure et la compensation de ces effets nécessitent des capteurs de rotation qui possèdent des performances proches de celles de notre instrument [Lantz et al., 2009].

## VIII.1 Publications

**Accurate trajectory alignment in cold-atom interferometers with separated laser beams**, M. Altorio, L. A. Sidorenkov, R. Gautier, D. Savoie, A. Landragin, and R. Geiger Phys. Rev. A 101, 033606 – Published 10 March 2020 [[Sidorenkov et al., 2020](#)]

**Tailoring multi-loop atom interferometers with adjustable momentum transfer**, L. A. Sidorenkov, R. Gautier, M. Altorio, R. Geiger, and A. Landragin, Phys. Rev. Lett. 125, 213201 – Published 19 November 2020 [[Altorio et al., 2020](#)]

**Accurate measurement of the Sagnac effect for matter waves** R. Gautier, M. Guessoum, L.A. Sidorenkov, Q. Bouton, A. Landragin, R. Geiger, Science Advances, Vol 8 Issue 23 – Published 10 June 2022 [[Gautier et al., 2022](#)]



# Annexe A

## Fonction de sensibilité complète dans le domaine fréquentiel

Nous avons vu que la fonction de transfert de l'interféromètre 4 pulses peut être écrite de la façon suivante, dans le cas où la condition  $\Omega_R = \pi/2/\tau$  est vérifiée :

$$\begin{aligned} H_\phi(\omega) &= \omega \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\omega t) g_\phi(t) dt \\ &= \frac{2\pi}{4\omega^2\tau^2 - \pi^2} \left[ 2\omega\tau \cos\left(\omega\left(T + \frac{\tau}{2}\right)\right) - 2\pi \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) \cos(\omega\tau) + \pi \sin\left(\omega\left(T - \frac{\tau}{2}\right)\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Dans le cas où cette condition n'est pas vérifiée, on trouve une expression plus complexe dépendant à la fois de  $\Omega_R$  et de  $\tau$ . On suppose néanmoins des impulsions de même pulsation de Rabi :

$$\begin{aligned} -\frac{2}{(\omega - \Omega)(\omega + \Omega)} & \left[ -\cos\left(\frac{\tau\omega}{2}\right) \left( \sin(T\omega) \left( \omega^2 \sin(\tau\Omega) - \omega^2 + \Omega^2 \right) + 2\omega\Omega \sin^2\left(\frac{\tau\Omega}{2}\right) \cos(T\omega) \right) \right. \\ & + 2 \cos(\tau\omega) \sin\left(\frac{T\omega}{2}\right) \left( \omega^2 \sin(\tau\Omega) - \omega^2 + \Omega^2 \right) \\ & + \omega^2 \sin\left(\frac{\tau\omega}{2}\right) \sin(\tau\Omega) \cos(T\omega) - \omega^2 \sin\left(\frac{\tau\omega}{2}\right) \cos(T\omega) \\ & + \Omega^2 \sin\left(\frac{\tau\omega}{2}\right) \cos(T\omega) + \omega\Omega \sin\left(\frac{\tau\omega}{2}\right) \sin(T\omega) \\ & \left. + \omega\Omega \sin\left(\frac{\tau\omega}{2}\right) \cos(\tau\Omega) \sin(T\omega) - 2\omega\Omega \sin(\tau\omega) \cos(\tau\Omega) \sin\left(\frac{T\omega}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$



# Annexe B

## Caractérisation des miroirs

Les miroirs sont contrôlés par des actuateurs statiques (ils n'ont pas besoin d'être sous tension en continu) non magnétiques avec une grande plage de mouvement. Ces piezos ne possèdent pas de bande de lecture, et la bonne connaissance de leur facteur d'échelle est importante pour de nombreuses mesures. Le miroir est contrôlé en terme de « pas », qu'il faut convertir en angle si nous souhaitons relier les mesures à des effets physiques. La taille des pas en nm est donnée à titre indicatif par le constructeur (20 nm), mais dépend de nombreux paramètres comme la charge du piezo, le nombre de pas déjà effectués ou bien la direction du mouvement.

### Mesures précise du facteur d'échelle des miroir motorisés

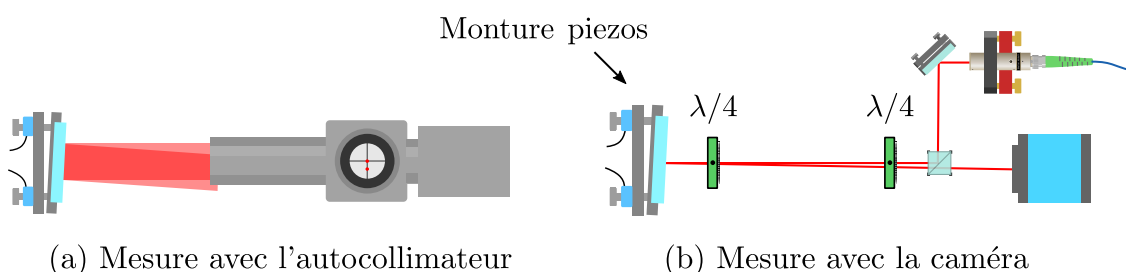


Fig. B.1 Méthodes de mesures du facteur d'échelle du miroir piezo-motorisé. La première méthode utilise un autocollimateur commercial et la seconde un banc de test et une caméra montée directement en place d'un collimateur Raman.

### Miroir H1X - Autocollimateur

Nous avons effectuées les première mesures à l'aide d'un autocollimateur commercial<sup>1</sup>. Les tests ont été faits en remplaçant le collimateur Raman par l'autocollimateur. Nous avons mesuré avec cette méthode un coefficient horizontal de  $0.39(1) \mu\text{rad/pas}$  avec une diaphonie de l'ordre de  $0.02(1) \mu\text{rad/pas}$ . Pour la verticale, nous avons observé un faible comportement d'hystérésis, avec un coefficient de  $0.35(3) \mu\text{rad/pas}$ . Nous nous sommes malheureusement rendu compte que les mesures issues de cette méthode étaient extrêmement dépendantes de la polarisation du faisceau de retour, ce qui est problématiques avec la lame  $\lambda/4$  placées devant le miroir de retroreflexion. Les mesures étaient également perturbées par les réflexions parasites sur les hublots de la chambre à vide. Nous avons ainsi décidés d'utiliser une seconde méthode, basée sur le même principe que l'autocollimateur, mais cette fois ci avec une caméra.

### Miroir H1X - Caméra

Un faisceau laser est envoyé sur le miroir de rétro-réflexion Raman à la place du collimateur, à un angle de  $3.8^\circ$  de manière a être rétro-reflechi. Le faisceau de retour est envoyé à la camera via un cube séparateur de polarisation. La position du faisceau de retour est détecté

1. CONEX-LDS Autocollimator, 670 nm, 0.01  $\mu\text{rad}$  sensitivity, 0.003  $\mu\text{rad}$  resolution



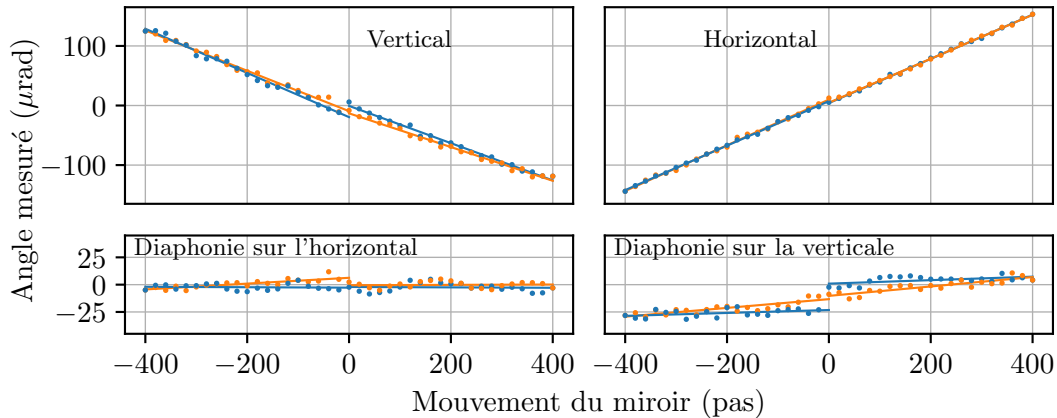


Fig. B.2 Caractérisation du miroir piezo à l'aide de l'autocollimateur.

sur la caméra pour différentes inclinaisons du miroir piezo. Les mesures sont cette fois ci bien plus reproductibles et nous trouvons les valeurs suivantes :  $0.384(7) \mu\text{rad/pas}$  pour la verticale et  $0.35(17) \mu\text{rad/pas}$  pour l'horizontal, avec une diaphonie inférieure à notre niveau d'incertitude.

### Axe - Y Mesures sur les atomes

Les collimateurs de l'axe Y étant placés à l'intérieur des blindages, nous ne pouvons pas utiliser la même technique que pour l'axe X pour caractériser le facteur d'échelle du miroir piezo. Nous avons observé directement sur les atomes la présence d'une hystérésis très importante sur la direction verticale. Un balayage du contraste de l'interféromètre 4 impulsions dans un sens puis dans l'autre n'a pas donné la même largeur. Nous en avons déduit que le facteur d'échelle du miroir Y était dépendant de la direction.

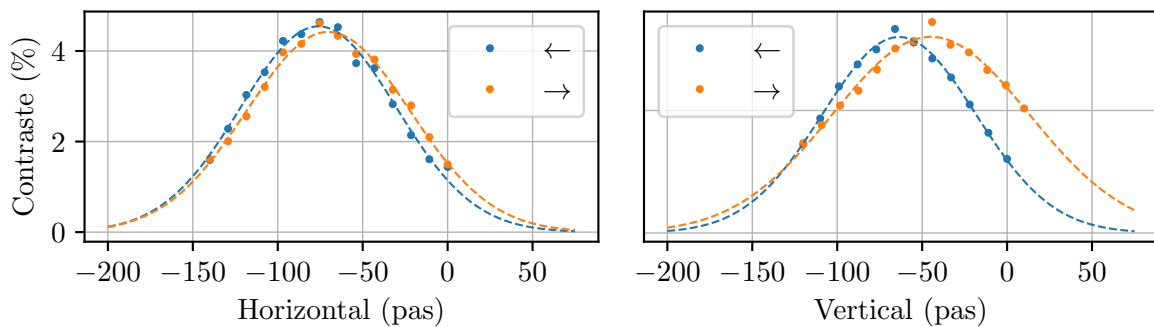


Fig. B.3 Courbes de contraste en fonction de l'inclinaison verticale et horizontale du miroir. Pour chaque direction, nous effectuons une première mesure dans un sens ( $\leftarrow$ ) puis dans l'autre sens ( $\rightarrow$ ).

Le miroir piezo positionné sur Y est celui sur lequel l'hystérésis est la plus importante. Pour la direction verticale, en ayant fait +100 pas il faut effectuer -68 pas pour revenir à la position initiale (si nous avons fait -100 pas il faudrait effectuer +148 pas), soit près de

50 % d'hystérésis. Pour la direction horizontale l'effet est moins marqué, avec la nécessité d'effectuer -88 pas après en avoir fait +100 (+113 pas si nous avons fait -100 pas), soit 10 % d'hystérésis.

### Stabilité de l'inclinaison des miroirs

La stabilité de l'angle des miroir Raman est critique pour la stabilité de l'instrument. Les variations d'angle sont principalement due à des variations de températures à l'intérieur des blindages, malgré les différentes couches d'isolations. Nous avons mesuré sur une monture séparée qu'une augmentation de la température entraînait un changement d'angle de  $100 \mu\text{rad}$  en vertical et  $40 \mu\text{rad}$  en horizontal, soit des coefficients de variations de l'ordre de 4 à  $10 \mu\text{rad}$  par degrés. Nous avons installés des capteurs de températures directement derrière les miroirs lors de l'ouverture du blindage et observons des fluctuations de l'ordre de  $0.2/0.3^\circ$ , ce qui correspondrait à des désalignement de l'ordre de quelques  $\mu\text{rad}$ , suffisant à perturber le fonctionnement du gyromètre.

### Température de l'expérience

La température dans la salle d'expérience est stabilisée aux alentours de  $21^\circ$  et son évolution au cours de ma thèse est présentée sur la figure B.4. Les fluctuations sont généralement

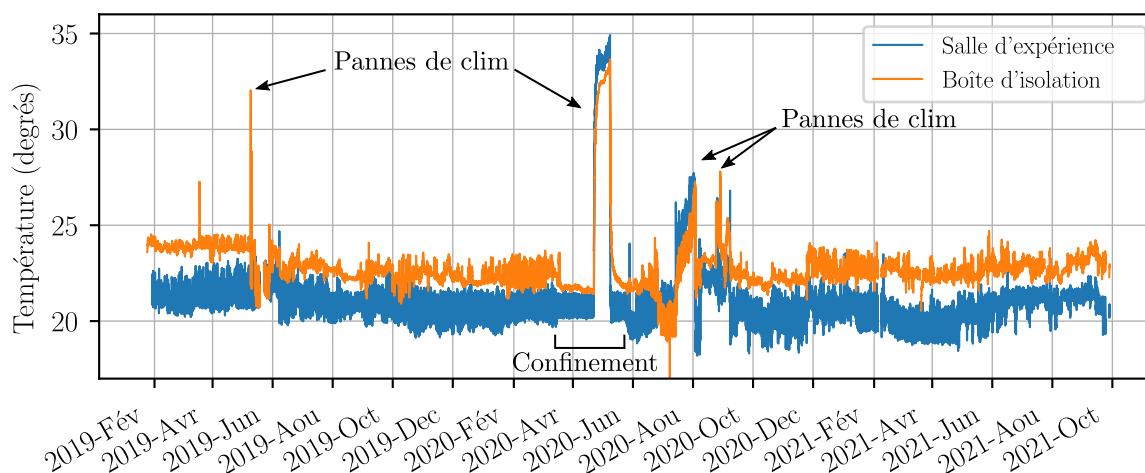


Fig. B.4 Fluctuations de températures dans la salle d'expérience et dans la boîte d'isolation contenant le gyromètre.

de l'ordre de  $0.5^\circ$  entre le jour et la nuit et sont réduite par la boîte d'isolation (mais pas complètement). La stabilité en température est généralement meilleure durant les week-end ou lorsque personne n'entre dans la salle. Des fluctuations plus long termes sont visibles dues aux changements de température extérieurs. Le système de climatisation a en effet du mal à tenir la charge pendant les étés ou la température extérieure est très élevée.

L'évolution de la température pour une mesure long terme en double jointif pendant un week-end est présentée sur la figure B.5. La température a été enregistrée dans la salle

d'expérience, dans la boîte d'isolation acoustique, et juste derrière les deux miroirs Raman (dans les deux couches de blindage).

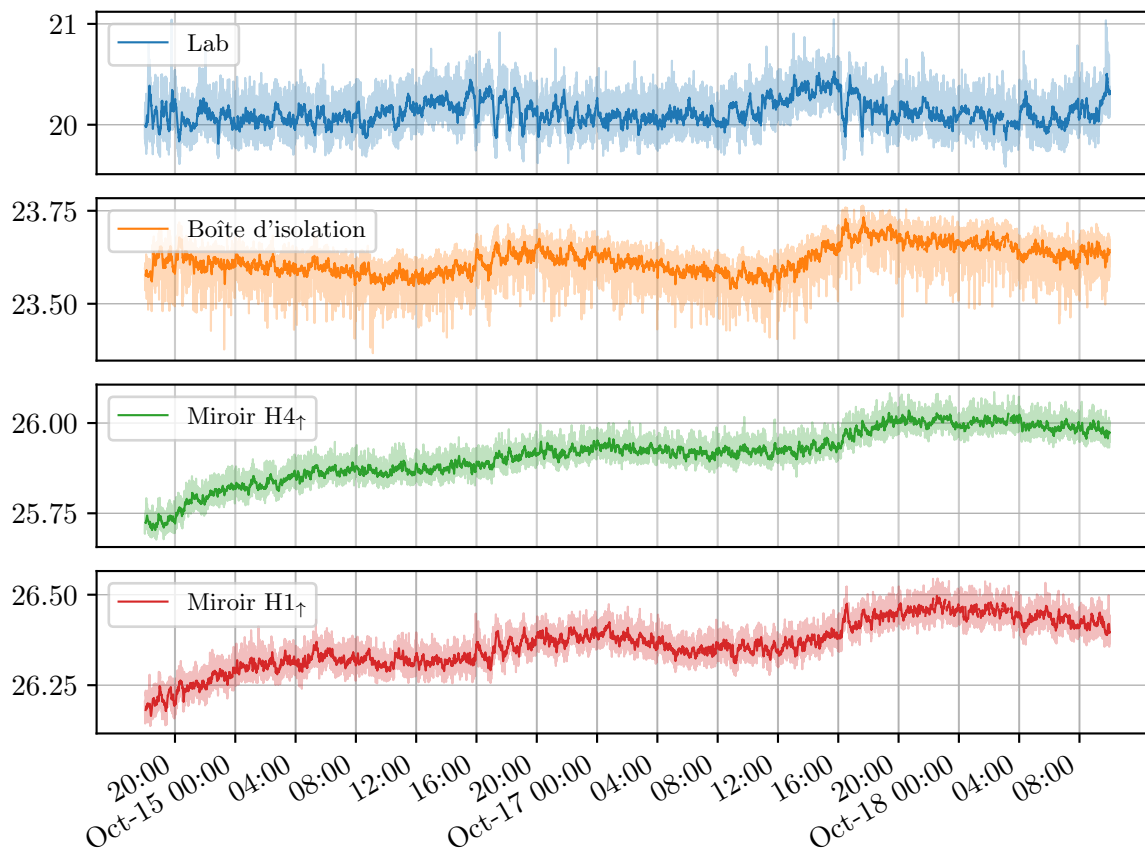


Fig. B.5 Mesures de température lors d'une mesure long terme.

Cette mesure correspond à la meilleure stabilité de température que nous pouvons atteindre. Les fluctuations dans la salle sont de l'ordre de  $0.5^\circ$  et inférieures à  $0.25^\circ$  dans la boîte d'isolation. Nous observons également des fluctuations longues de l'ordre de  $0.25^\circ$  sur deux jours avec des cycles journaliers et une dérive bien visible.

Ce niveau de fluctuation de température peut entraîner quelques  $\mu\text{rad}$  de désalignement ; Si nous gardons la valeur de  $10 \mu\text{rad}/\text{deg}$ , cela entraîne  $2.5 \mu\text{rad}$  de désalignement, soit  $30 \text{ mrad}$  de déphasage pour une vitesse transverse de  $1 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ . Une telle variation sur 48 h limite la stabilité aux alentours de  $4 \times 10^{-11} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ . Cette valeur n'est pas limitante pour le moment, mais une dérive de l'alignement entraîne par ailleurs une sensibilité aux fluctuations de trajectoires de plus en plus importante, qui pourrait affecter nos performances sur le long terme.

### Mesures de l'effet Sagnac - Fluctuations de températures

L'effet du désalignement et de la dérive du biais du gyromètre a été étudié pour les mesures de l'effet Sagnac qui demandent d'ouvrir et de refermer très régulièrement la boîte

d'isolation de l'expérience (environ 1 fois toutes les heures). La stabilité en température est fortement perturbée. L'évolution de la température pendant les campagnes de mesures de l'effet Sagnac sont présentées sur la figure B.6.

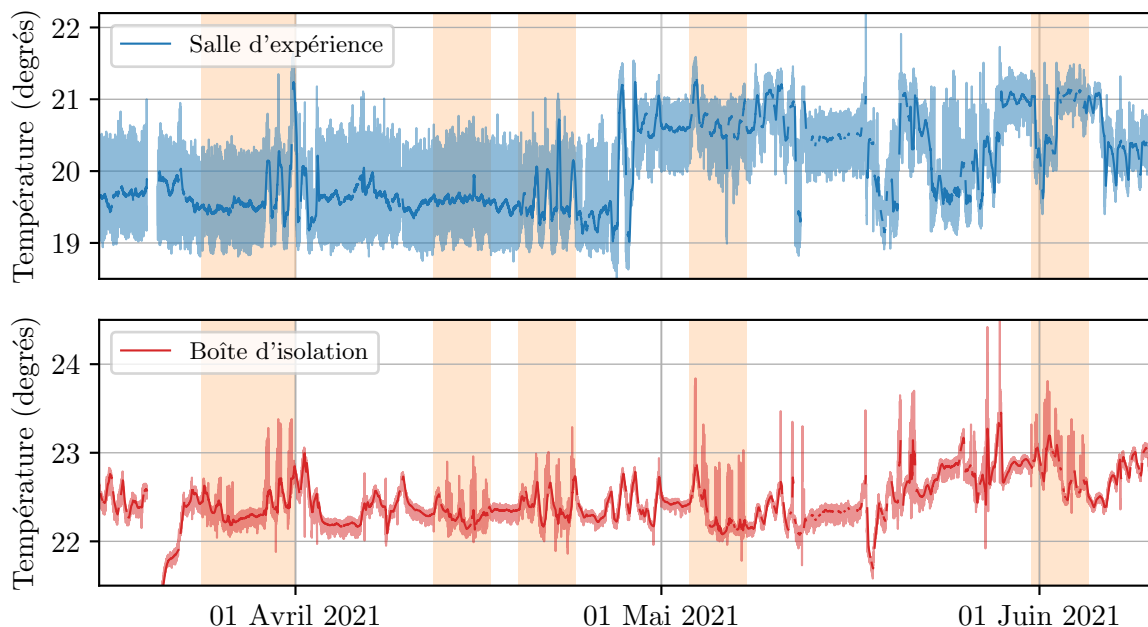


Fig. B.6 Température dans la salle d'expérience et dans la boîte d'isolation contenant le gyromètre pendant les campagnes de mesures de rotation en 2021. Les zones colorées correspondent aux semaines de mesures de l'effet Sagnac.

Nous avons tracé sur la figure B.7 l'évolution de la température dans la boîte d'isolation lors de deux campagnes de mesures de l'effet Sagnac. La zone colorée au début du graphe correspond à la période d'alignement des trajectoires suivant la procédure décrite au chapitre 3. Les zones colorées en bleues correspondent aux mesures de rotations. Chaque pic correspond à l'ouverture de la boîte d'isolation afin de tourner l'expérience. La température change brusquement d'environ 0.5 degrés à chaque ouverture. Nous observons également des fluctuations journalières de 0.5 degrés environ qui correspondent généralement à notre présence ou non dans la salle d'expérience.

## Conclusion

Ces fluctuations expliquent le désalignement des miroirs pendant les campagnes de mesure de l'effet Sagnac et les effets qui en découlent. Plusieurs solutions sont envisagées selon la priorité. Pour les mesures long terme, une solution serait de chauffer l'intérieur de la boîte d'isolation de manière à asservir la température sans introduire de vibrations ou de flux d'air.

Pour les mesures de l'effet Sagnac, la solution précédente ne suffit pas, car les perturbations proviennent de l'ouverture et de la fermeture à répétition de la boîte d'isolation. La possibilité de contrôler à distance la rotation de la plateforme tournante peut être envisagée, mais cela nécessiterait un arrangement particulier des câbles et des fibres qui entourent

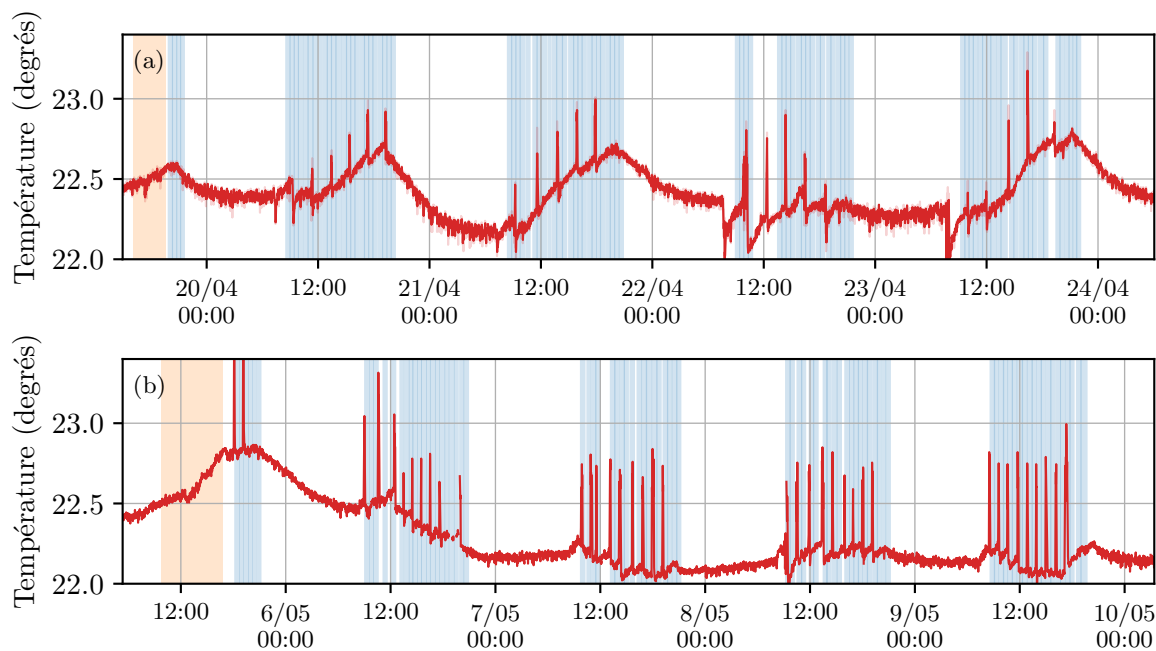


Fig. B.7 (a) et (b) Température dans la boîte d'isolation thermique lors de deux campagnes de mesure de rotations séparées. Les zones colorées en orange correspondent au moment où les trajectoires et l'alignement des miroirs ont été ajustées et les zones colorées en bleu les moments où les mesures à l'aide du gyromètre ont été réalisées. Les pics correspondent au moment où la boîte d'isolation est ouverte.

l'expérience. Cet arrangement est possible, mais demande du temps et n'est pas prioritaire pour le moment. Une autre solution serait de laisser légèrement ouverte la boîte d'isolation de manière à limiter les fluctuations lors de l'ouverture, cependant les vibrations seront alors plus importantes.

# Annexe C

## Sismomètres et capteurs

La capacité de notre instrument à rejeter les vibrations est directement liée au capteur que nous utilisons pour les mesurer. Une large gamme de capteurs est présente sur le marché et nous allons ici essayer de les comparer sur la base des critères importants pour notre expérience. Ces critères sont généralement proches pour tout les capteurs inertiels à atomes froids, bien que la durée de 800 ms de notre interféromètre soit particulière. Nous distinguons trois éléments importants, le niveau de bruit propre du capteur, la bande de fréquence sur laquelle la réponse en phase est plate et la compacité de l'instrument.

### Comparaisons de différents capteurs

Dans le tableau C.1 sont récapitulés les différents capteurs ainsi que leur caractéristiques.

	Instrument	Sensibilité (V.m <sup>-1</sup> .s <sup>2</sup> )	Poids (Kg)	Dimensions (d x h, mm)	Power (mW)
<b>Trillium</b>	Compact Horizon	750	1.1	85.5 x 138	180
	Compact	750	1.2	90 x 135	180
	Horizon 120 s	1200	9.7	170 x 241	230
	Horizon 360 s	2000	9.7	170 x 241	750
	360	2000	14	250 x 290	820
<b>Guralp</b>	3T-360	1500	15	168 x 340	750
	3T-120	1500	15	168 x 340	750
	3ESPC	2000	8.4	176 x 280	750
	40T	2000	7.1	268 x 203	780
	6T	2000	2.5	153 x 210	480
<b>STS</b>	2.5	1500	12	235 x 260	450
<b>Metrozet</b>	MBB-2	1500	2.9	98 x 138	240
	PBB-2	1500	9.7	267 x 203	1000
<b>Geodevice</b>	BBVS-60	2000	12	240 x 270	1100

Table C.1 Caractéristiques de différents sismomètres large bande présents sur le marché.

Deux fabricants se partagent la plupart des instruments large bande, Nanometrics pour la gamme Trillium et Guralp. Nous retrouvons également Streckeisen (STS) avec les instruments successeurs du premier sismomètres large bande développé en 1979 (STS-1). La plupart des applications ne nécessitent pas de capteurs compacts et cela se ressent sur le poids et la dimension des capteurs, souvent dans la dizaine de Kg. Nous utilisons deux Trillium Compacts 120 s, qui est un des capteurs les plus compact (même le plus compact à l'époque), avec seulement 1.2 Kg. En plus de leur faible poids, ce sont également les instruments dont

les dimensions sont les plus faibles, bien adaptés à l'intégration dans un capteur à atomes froids. Dû à leur petite taille, le bruit propre des Trillium Compact est plus élevé que les autres instruments, et nous avons vu qu'il s'agit là d'un problème pour corrélérer le bruit de rotation sur notre expérience. La comparaison des bruits propres des différents capteurs est présentée sur la figure (C.1). Le modèle de bruit NLNM ([Peterson, 1993]) est également représenté. Plusieurs expériences d'atomes froids utilisent des sismomètres dans le monde. Le gravimètre du SYRTE utilise ainsi un Guralp T40 [Farah et al., 2014], de même que le gradiomètre. Un gravimètre mobile de l'université de Berkeley utilise un sismomètre MBB-2 [Wu et al., 2019]. Le gravimètre de Standford utilise un Guralp CMG-3 [Peters et al., 2001], et un Trillium 240 à l'université de Hanovre [Richardson, 2019]. Plusieurs équipes chinoises travaillent également avec des sismomètres, nous trouvons par exemple l'utilisation d'un CMG3-ESP pour un gravimètre [Hu et al., 2013; Xu et al., 2019; Zhou et al., 2020], ainsi que pour un gyromètre à atomes froids à grand temps de vol [Xu et al., 2020] (également à l'aide d'un CMG3-ESP). Nous noterons que MuQuans utilise non pas un sismomètre mais un accéléromètre Titan, de Nanometrics pour leur gravimètre transportable [Ménoret et al., 2018].

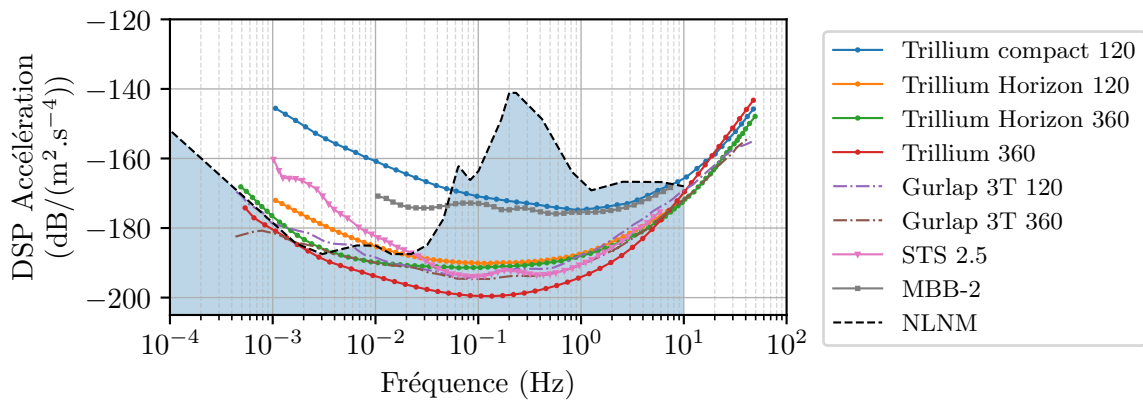


Fig. C.1 Bruit propre des différents sismomètres large bande comparés au NLNM.

Nos instruments atteignent aux alentours de  $-140$  dB à  $1 \times 10^{-3}$  Hz, alors que les capteurs plus imposants atteignent  $-180$  dB à cette même fréquence. Il n'existe cependant pas de capteurs compacts atteignant ce type de performances.

La sensibilité n'est pas réellement un problème dans nos utilisations, ou nous sommes intéressés par les mesures les plus fidèles possible du bruit de vibration. Il est ainsi plus important que les fonctions de transfert soient les plus plates possibles sur une gamme la plus large possible. Les fonctions de transfert des différents capteurs comparées avec les notre sont présentées sur la figure C.2.

## Sensibilité des capteurs à l'environnement

Le bruit des capteurs dépend de l'environnement où ils opèrent. Le bruit propre donné par le constructeur est généralement atteint dans les lieux les plus calmes et pour leur application principale, la sismologie. Les conditions sont très différentes sur notre expérience, et le seraient encore plus sur le terrain. Ainsi, malgré l'isolation thermique la salle d'expé-

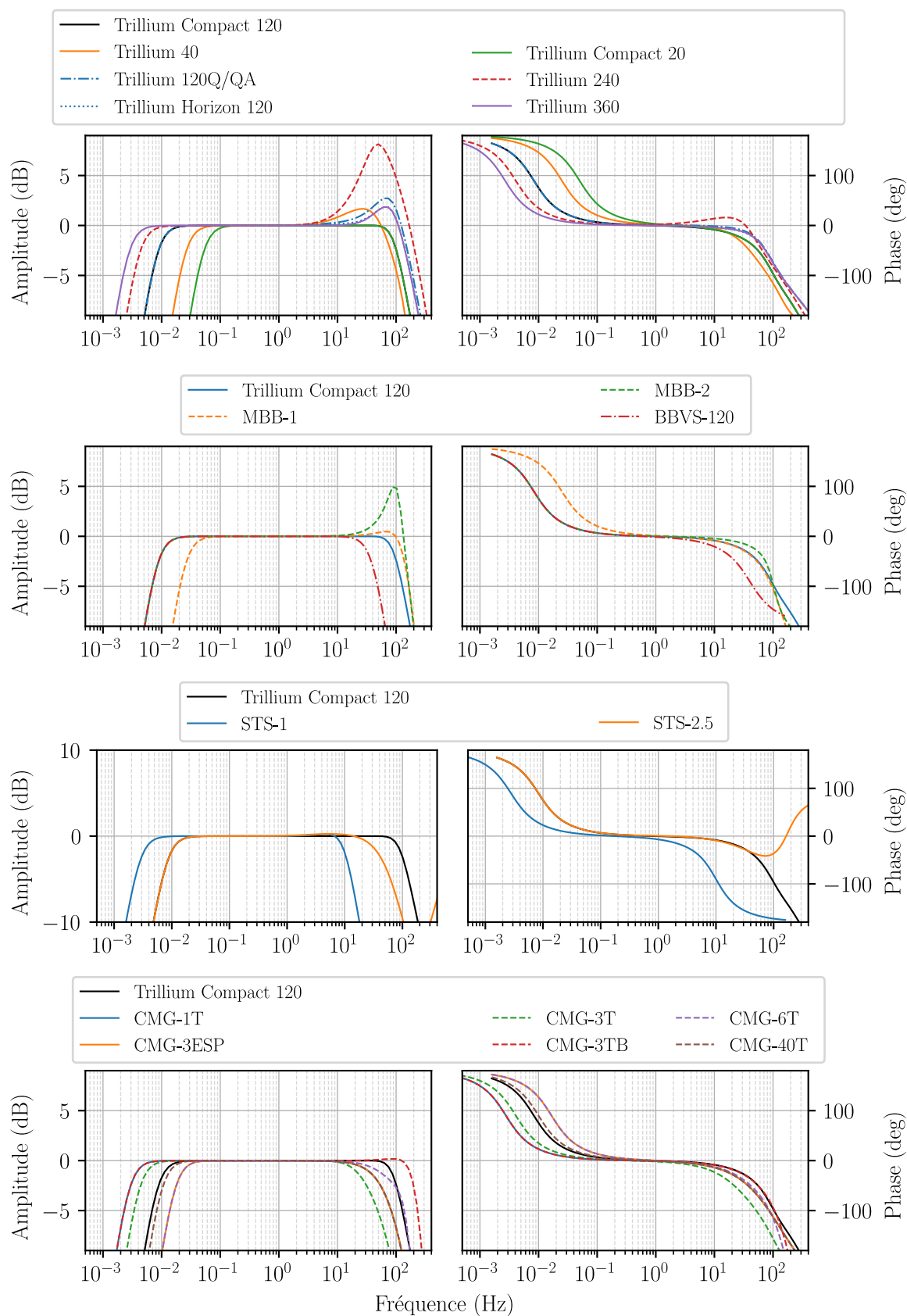


Fig. C.2 Comparaison des fonctions de transfert en phase et en amplitude de différents sismomètres large bande.



rience, les variations sont de l'ordre de  $0.5^{\circ}\text{C}$ , très supérieures aux environnements habituels de ce type de capteurs. Pour avoir un ordre d'idée des stabilités nécessaires pour atteindre le NLNM à 100 s, [Ackerley, 2014] donne les valeurs suivantes :

1. Variations de tilt inférieures à  $5 \times 10^{-10}^{\circ}$  ( $9 \times 10^{-12}$  rad)
2. Variations de températures de l'ordre de  $10^{-7}^{\circ}\text{C}$

Les instruments sont également sensible à d'autres paramètres avec les sensibilité suivantes :

1. La pression (inférieures a  $0.3 \text{ nm}/\text{s}^2 \cdot \text{Pa}$ )
2. Le champ magnétique (inférieure à  $0.7 \text{ nm}/\text{s}^2 \cdot T$ , ou de l'ordre de  $0.5/1.2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot T^{-1}$ ).

De tout évidence nos capteurs ne sont pas dans de telles conditions et leur bruit propre est ainsi probablement loin de l'optimum. La sensibilité au champ magnétique est le plus important dans nos applications, notamment due aux champs pulsés des bobines de PMO. L'effet est non négligeable et dans le cadre des gravimètres atomiques peut même entraîner des erreurs sur l'estimation de l'accélération, les variations de champs étant perçues par le sismomètre comme des variations d'accélération. Ces perturbations peuvent entraîner jusqu'à  $150 \mu\text{Gal}/\text{G}$  avec le CMG-3 [Peters et al., 2001] si celui-ci n'est pas entouré de blindages magnétiques. (Le champ au niveau des capteurs est de plusieurs centaine de mG). Nous n'avons pas étudié l'influence du champ sur nos capteurs, mais une telle étude pourrait être nécessaire, en particulier pour les séquences jointives, mais encore plus lorsque nous tournons le champ de biais de manière dynamique pour la séquence double axe entrelacée. L'effet des champs magnétiques sur les capteurs, et notamment sur les sismomètres est également un sujet d'intérêt dans le domaine de la géophysique et la géodésie. Ces effets font l'objets d'études récentes [Díaz et al., 2020], mais l'effet sur les sismomètres est connu depuis plusieurs années [Forbriger, 2007; Forbriger et al., 2010].

## Capteurs de vibrations - Perspectives

Les sismomètres sont utilisés pour la mesure et la compensation des vibrations dans les capteurs inertiels à atomes froids pour leur grande sensibilité et leur taille relativement compacte. De nombreux autres types de capteurs existent pour les mesures de vibrations, mais aucun ne rivalise avec les sismomètres pour nos applications. Dans le but de mesurer le plus fidèlement les vibrations des miroirs qui servent de référence aux impulsions lasers, des capteurs plus compact et pouvant être directement être fixés sur ces derniers sont envisagés. Des premiers essais de capteurs optomécaniques (OMIS pour OptoMechanical Inertial Sensor) ont ainsi été développé à Hanovre [Richardson, 2019; Richardson et al., 2020b] et leurs applications testées sur un gravimètre atomique, ainsi qu'aux États-Unis [Richardson et al., 2020a] avec un capteur optomécanique faisant office de support pour le miroir. Des mesures de vibrations à l'aide d'interférométrie optique des faisceaux Raman ont également été testées [Zhang et al., 2020]. Ces nouveaux types de capteurs sont à l'essai pour corrélérer le bruit de vibration avec le signal atomique mais restent pour le moment bien moins performants que les sismomètres.

# Annexe D

## Rotation au sol et sismologie

### Bruit de rotation au sol

Nous avons eu la chance de pouvoir mesurer le bruit de rotation au sol pendant une journée à l'aide d'un gyromètre à fibre iXBlue. Notre gyromètre n'était malheureusement pas fonctionnel lors de cette mesure, mais nous avons pu apprendre le niveau de rotation au sol, au niveau de notre instrument. Le gyromètre à fibre utilisé était le blueSeis-3A, instrument large bande (DC à 50 Hz) portable et bas bruit ( $< 25 \text{ nrad/s}/\sqrt{\text{Hz}}$ ). Les spectres sont présentés sur la figure D.1

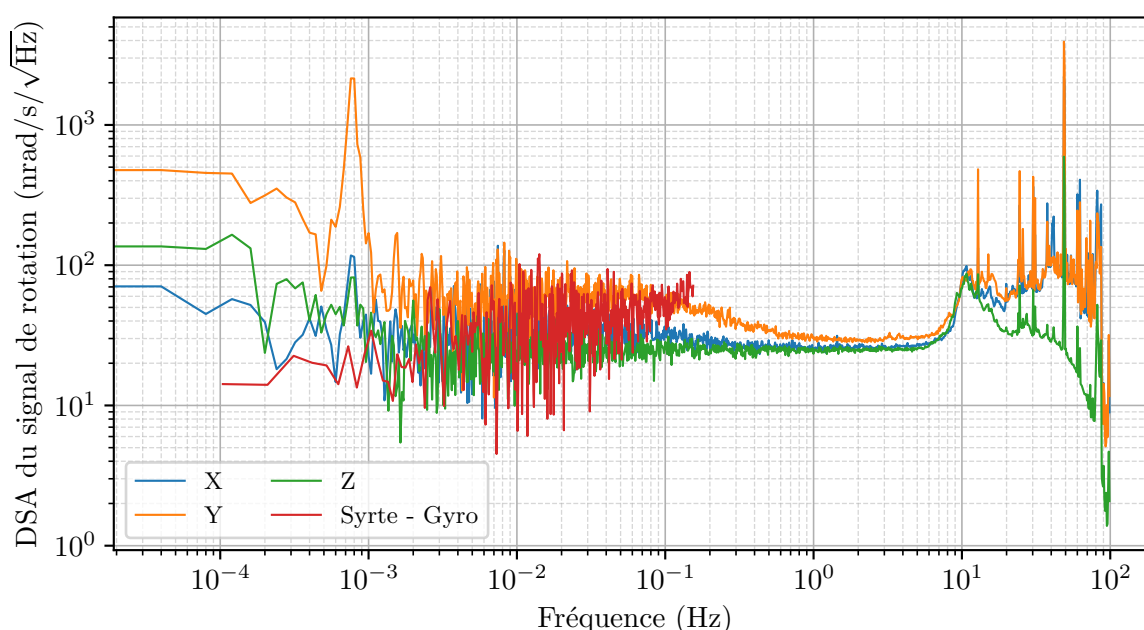


Fig. D.1 Densité spectrale d'amplitude du bruit de rotation au sol mesurée à l'aide du gyromètre à fibre dans les trois axes. Le niveau est de l'ordre de  $25 \text{ nrad}\cdot\text{s}^{-1}$  entre 1 Hz et 10 Hz, ce qui correspond au bruit plancher de l'instrument. La fréquence d'acquisition est de 200 Hz.

Le gyromètre était posé directement au sol. Les résonances haute fréquences proviennent probablement en partie du système de climatisation de la salle et des résonances acoustiques. Le bruit est plus faible dans la direction verticale que dans les deux directions horizontales. Les données utilisées pour calculer la DSA ont été prises dans la nuit du lundi 2 mars au mardi 3 mars 2020.

Nous avons également pu étudier les performances et la stabilité du gyromètre à fibre au sol, afin d'avoir un point de comparaison avec notre instrument. Les gyromètres à fibre (ou FOG pour Fiber Optic Gyroscope) ont l'avantage d'une très bonne stabilité court terme, mais une stabilité long terme limitée, là où les capteurs à atomes froids ont l'avantage.

L'instrument atteint une stabilité de  $1 \times 10^{-9} \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$  à 200 s sur l'axe vertical et vers

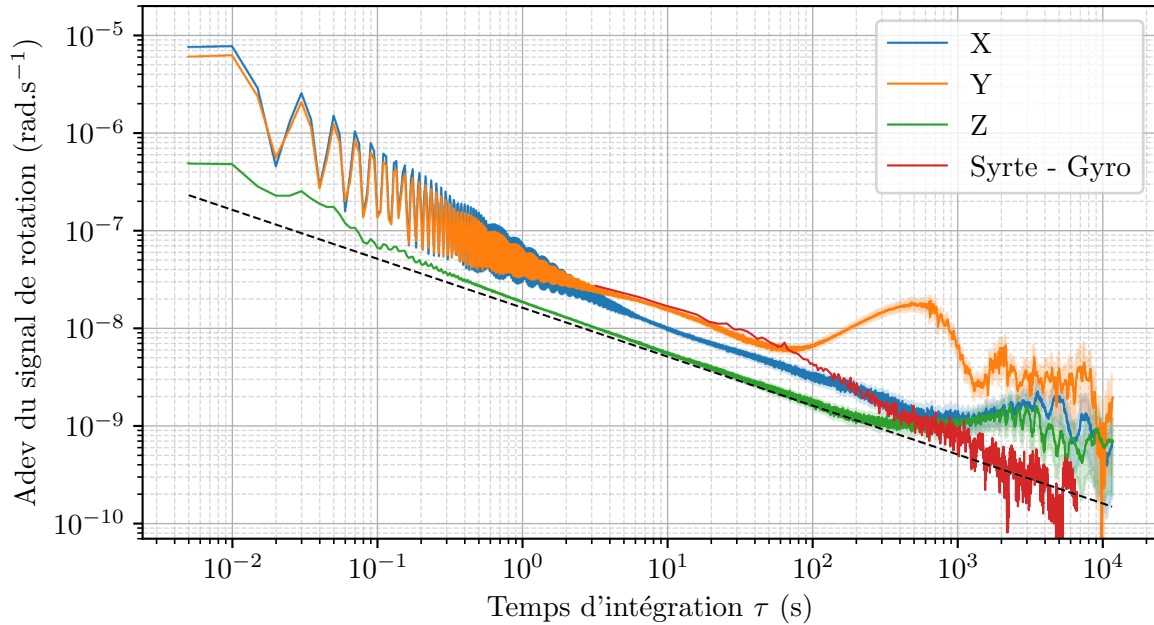


Fig. D.2 Variance d'Allan du signal de rotation enregistré par le FOG pour les 3 axes. la courbe rouge correspond à la meilleure stabilité obtenue en mode double jointif et présentée section (V.2.3)

1000 s sur un des axes horizontaux. La stabilité à 1 seconde est de  $2 \times 10^{-8}$  rad.s $^{-1}$  pour l'axe vertical.

## Bruit au sol dans Paris

Les meilleures stabilités obtenues à l'aide du gyromètre atomique proviennent de mesures effectuées pendant la nuit ou le week-end. La raison principale est liée à l'absence de personnel autour de l'expérience (et dans les bureaux situés au dessus de l'expérience), mais est également liée au niveau de bruit de vibration réduit pendant ces périodes. Nous avons mesuré le bruit au sol et sur la plateforme de vibration pendant une nuit (figure D.3) et pendant plusieurs jours (figure D.4) pour essayer de quantifier l'impact du bruit diurne sur nos mesures.

Le bruit au sol varie d'un ordre de grandeur entre le jour et la nuit, et principalement à basse fréquence (en dessous de 1 Hz). Ces fréquences de bruit sont dans la zone où la plateforme d'isolation est la plus efficace, et disparaissent complètement sur le signal enregistré par les sismomètres accrochés sur la chambre à vide. Le niveau de bruit total sur la plateforme est un ordre de grandeur plus faible que sur le sol, et nous pouvons observer des variations journalières entre 1 Hz et 10 Hz, là où la plateforme est moins efficace. Il s'agit également de la bande de fréquence où les vibrations ne sont les mieux corrélées, et cela peut expliquer en partie la meilleure stabilité durant la nuit. Nous avons également mesuré l'évolution du champ magnétique durant la nuit. Nous pouvons observer des fluctuations journalières de deux ordres de grandeurs, passant à 0.1 Hz de  $1 \mu\text{T}/\sqrt{\text{Hz}}$  le jour à  $0.01 \mu\text{T}/\sqrt{\text{Hz}}$  la nuit. Ces fluctuations peuvent être reliées au fonctionnement des lignes de RER et de métro passant

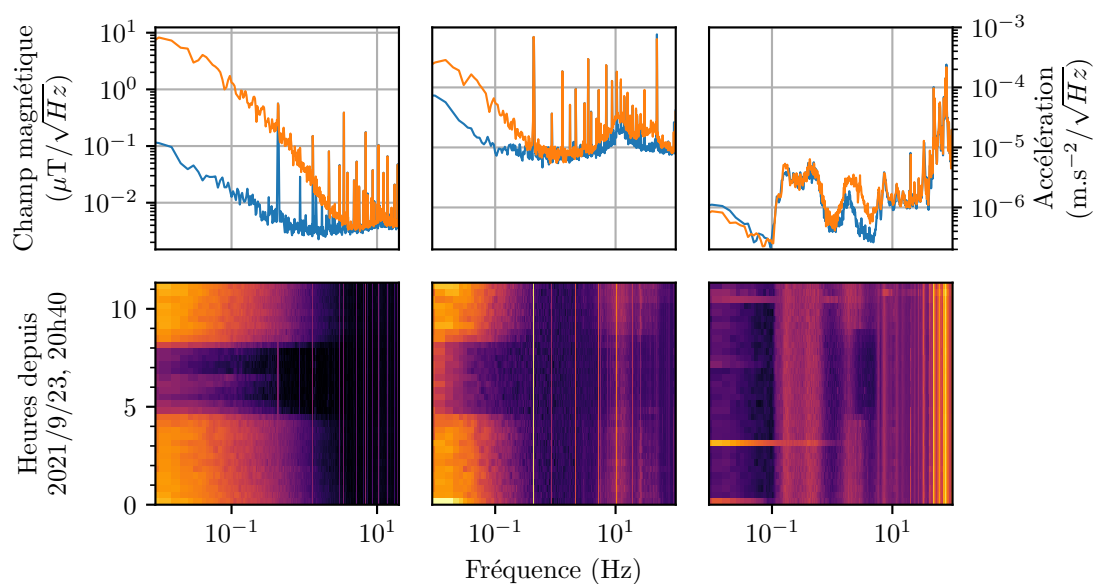


Fig. D.3 Densités spectrales d’amplitude (en haut) et évolution de la DSA en fonction de la journée (en bas) pour trois quantités. À gauche est présenté le champ magnétique dans l’axe vertical, avec une différence de deux ordres de grandeurs entre le jour et la nuit. Au centre le signal d’accélération directement au sol est mesuré, avec des fluctuations jour/nuit principalement à basse fréquence. À droite est représenté le signal d’accélération sur la plateforme flottante. Les fluctuations basse fréquence sont complètement atténuées, et les seules différences entre le jour et la nuit se trouvent entre 1 Hz et 10 Hz.

proche du laboratoire.

Sur la figure (D.5) nous comparons l’évolution temporelle des signaux enregistrés par la sonde magnétique avec les heures où les RER/métros sont à l’arrêt. Entre 1h et 5h du matin, aucune ligne de métro ou de RER n’est en fonctionnement, se traduisant par des variations très faible du champ magnétique. L’influence de ces variations sur le gyromètre n’a pas été étudiée, mais pourrait expliquer en partie les meilleures stabilités nocturnes observées.

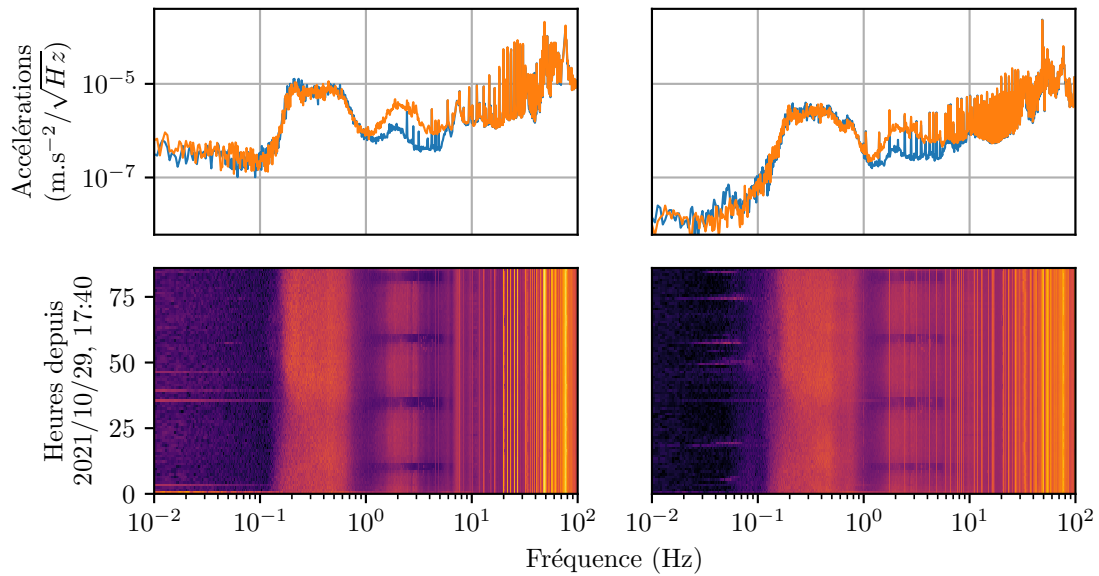


Fig. D.4 Densités spectrales d'amplitude (en haut) et évolution de la DSA pour plusieurs jours (en bas) pour les signaux d'accélération provenant d'un sismomètre situé sur la plateforme d'isolation. Le graphe de gauche correspond aux accélérations horizontales (axe X) et à droite aux accélérations verticales (axe Z). Les courbes bleus (oranges) sont représentatives du niveau de bruit en journée (la nuit).

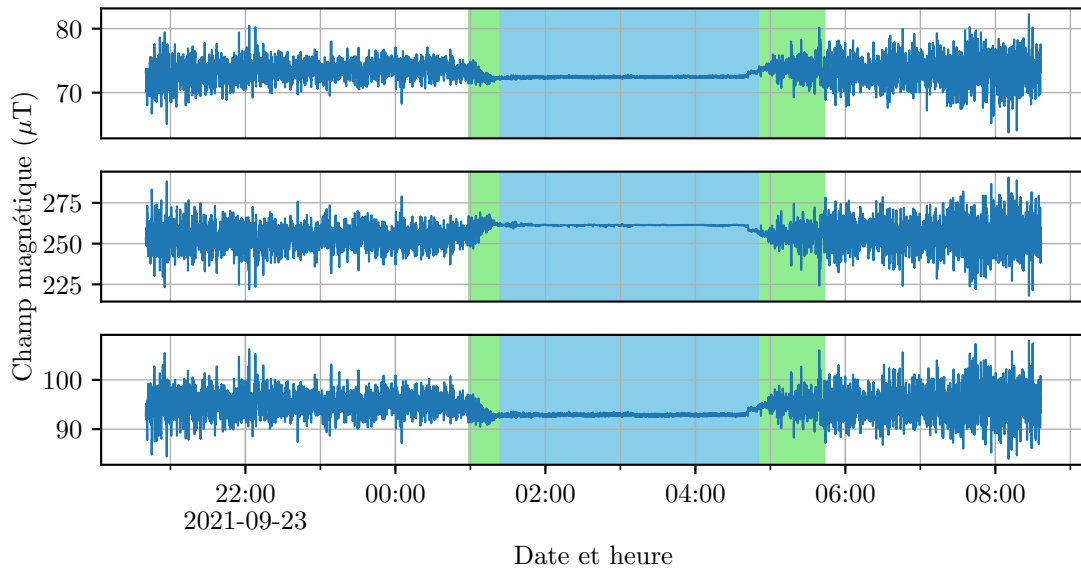


Fig. D.5 Évolution des trois composantes du champ magnétique proche de l'expérience au cours de la nuit. En bleu et vert sont indiqués les périodes où le rer B (en bleu) et le métro ligne 6 (en vert) ne circulent plus.

## Gyromètre et séismes

Nous essayons de faire fonctionner notre instrument le plus souvent possible et notamment la nuit pour avoir des courbes de stabilité non perturbées par le bruit ambiant. Nous avons regardé les données des 3 dernières années à la recherche de tremblement de terre enregistrés lorsque notre instrument était en fonctionnement. Nous avons trouvé 9 occurrences où les vibrations ont été détectées par les sismomètres placés sur l'expérience. Pour être certain de l'origine des signaux mesurés, nous les avons comparés à une station française du réseau GEOSCOPE ([Geoscope, 1982]). Nous avons utilisé la station SSB situé à Saint Sauveur en Rue et disposant de deux capteurs STS (STS-1 et STS-2) dont les données sont accessibles facilement. Les signaux des deux sismomètres sont reportés dans la figure D.6 et les détails comme la magnitude ou la distance à l'épicentre sont indiqués dans le tableau D.1.

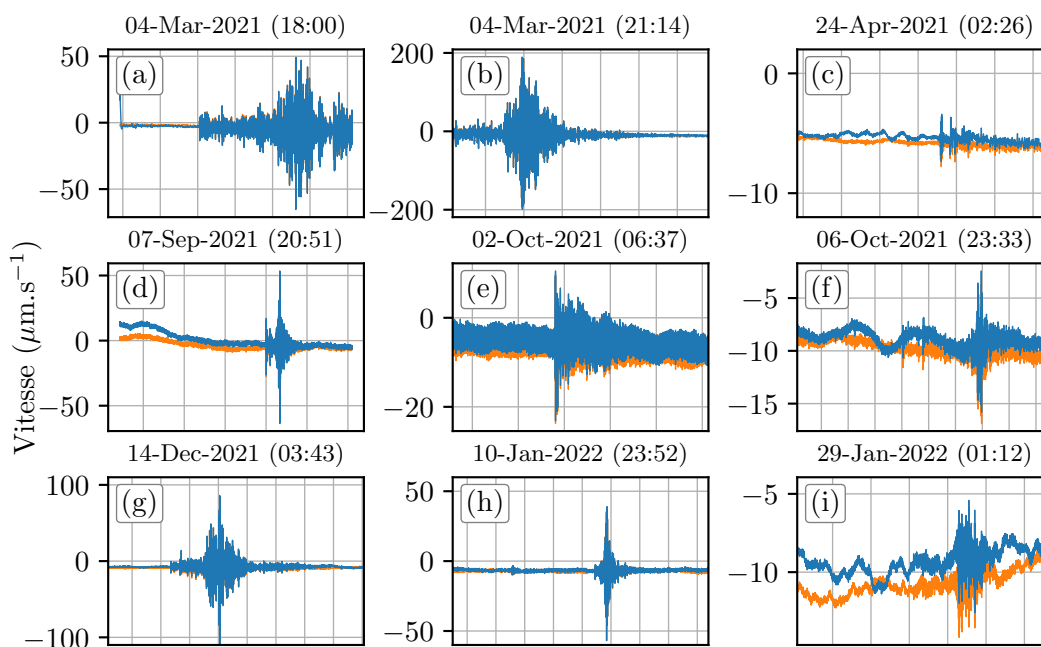


Fig. D.6 Signaux des sismomètres enregistrés lors de tremblement de terre. Ces signaux ont été comparés aux signaux de la station française SSB du réseau Géoscope pour confirmer leur origine. Le détail des différents séismes est indiqué dans le tableau D.1

Fig.	Date	Location	Mag	Distance (km)	Gyromètre
(a)	2021/03/04	Îles Kermadec, Nouvelle-Zélande	7.4	18125	Opérationnel
(b)	2021/03/04	Îles Kermadec, Nouvelle-Zélande	8.0	18125	Opérationnel
(c)	2021/04/24	Îles Fiji	6.5	16875	Opérationnel
(d)	2021/09/08	Côte de Guerrero, Mexico	7.1	9800	X
(e)	2021/10/02	Îles Vanuatu	7.3	17000	X
(f)	2021/10/06	Pakistan	6.1	5625	Opérationnel
(g)	2021/12/14	Mer de Florès, Indonésie	7.5	13000	X
(h)	2022/01/11	Région de Chypre	6.6	2500	X
(i)	2022/01/29	Îles Kermadec, Nouvelle-Zélande	6.5	18000	X

Table D.1 Récapitulatif des différents tremblements de terre enregistrés par les sismomètres placé sur le gyromètre à atomes froids. La localisation du séisme ainsi que sa magnitude et la distance à l'épicentre sont indiqués. Les événements enregistrés lorsque le gyromètre était en train de mesurer sont noté «Opérationnel », tandis que ceux où le gyromètre ne fonctionnait pas pour des raisons techniques (Lasers non-asservis/pas d'atomes...etc) sont indiqués par un X.

Pour ces 9 occurrences de séismes alors que notre instrument était en train de mesurer, le gyromètre atomique n'était opérationnel que pour 4 d'entre elles (dont 2 le même jour). L'objectif n'est pas ici de faire une étude quantitative de l'effet d'une perturbation sismique sur la phase du gyromètre, mais plutôt de voir si l'instrument a pu détecter ces fluctuations. Nous allons ici regarder le tremblement de terre de la figure (b), un des plus important de l'année 2021 ayant eu lieu en Nouvelle-Zélande et de magnitude 8. Nous comparons tout d'abord nos signaux à ceux de la station SSB, afin d'être sûr de l'origine du signal.

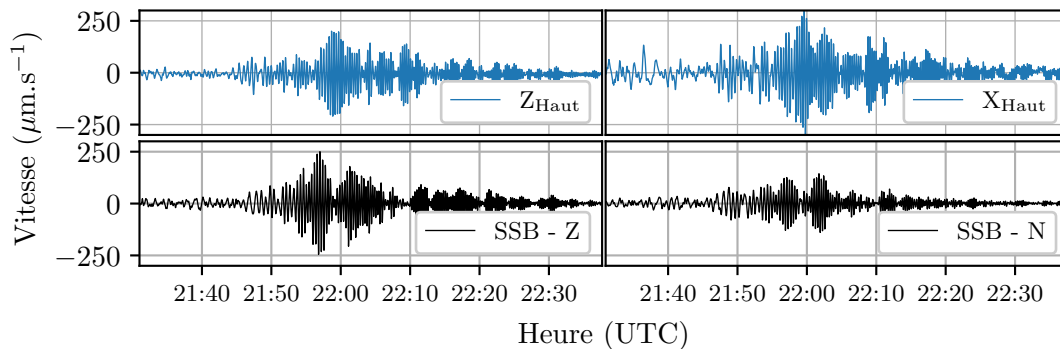


Fig. D.7 Comparaison des signaux de nos sismomètres et de ceux de la station française du réseau GéoScope SSB.

Une fois que nous sommes sûr que les variations de vitesses enregistrées sont bien dû à un tremblement de terre, nous pouvons nous intéresser à la phase du gyromètre pendant cette période. Les signaux des deux sismomètres dans les axes X et Z ainsi que la phase inertielle et non inertielle du gyromètre sont présentées sur la figure D.8.

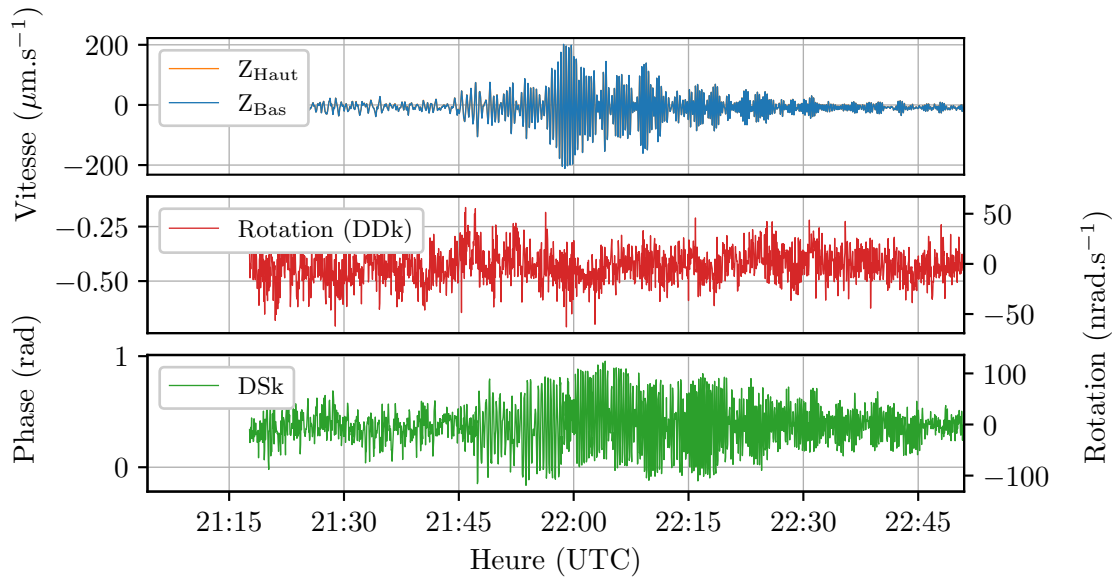


Fig. D.8 Signaux issus des deux sismomètres (Haut et Bas) pour les directions verticale (Z) et la horizontale dans l'axe des Raman X. La phase inertielle contenue dans la demi-différence des  $k_{\text{eff}}$  (DDk) et la phase non inertielle contenue dans la demi-somme (DSk) sont présentées dessous.

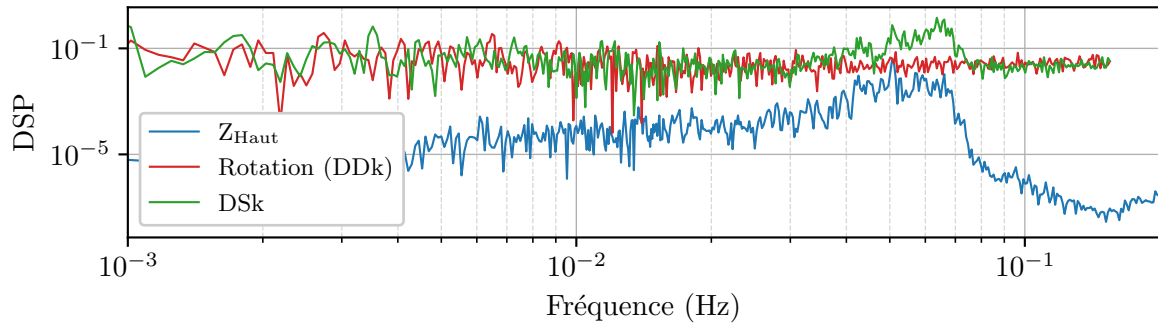


Fig. D.9 Composantes spectrales pour les signaux des sismomètres, et les deux combinaisons de phase du gyromètre.

Nous n'observons pas de signature significative sur la phase de rotation, dont les variations restent comprises entre  $\pm 50 \text{ nrad.s}^{-1}$ . Une signature est cependant bien visible sur la phase non inertielle. Pour être sûr de l'origine des variations de phase, nous pouvons regarder les composantes fréquentielles présentes dans les différentes mesures. Nous pouvons observer une signature identique sur les signaux des sismomètres et de la demi-somme des  $k_{\text{eff}}$ , aux alentours de 0.05/0.06 Hz (20/15 s de période).





# Annexe E

## Fonction de transfert miroirs-sismomètres

Pour corrélérer le bruit de vibrations, nous faisons l'hypothèse que le bruit vu par les sismomètre est le même que celui vu par les atomes. Cette hypothèse est généralement valide à basse fréquence, de par la rigidité de la structure, mais les miroirs n'étant pas fixés directement sur les capteurs, il peut y avoir des résonances supplémentaires. L'étude de la fonction de transfert entre un miroir et un sismomètre a été effectuée dans la thèse de [Le Gouët, 2008] pour un gravimètre atomique. Ces mesures n'ont jamais été effectuées sur le gyromètre, et le montage des sismomètres à l'intérieur des blindages a été l'occasion d'essayer.

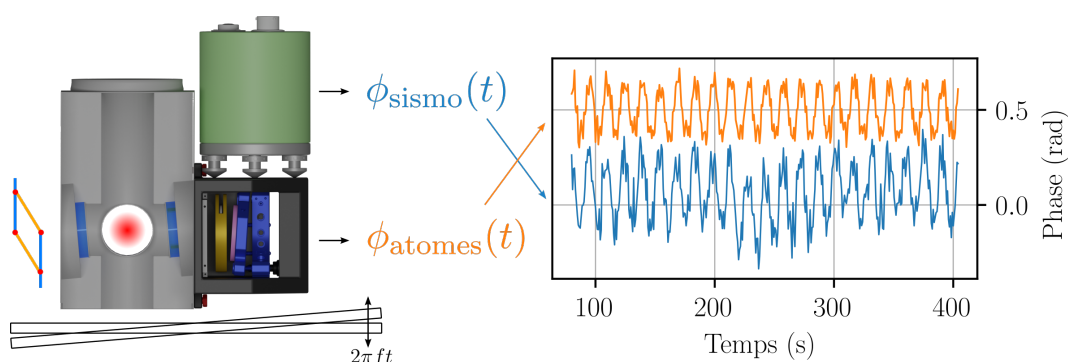


Fig. E.1 Illustration de la méthode utilisée pour mesurer la fonction de transfert entre les sismomètres et les atomes.

Le principe des mesures est simple. Il s'agit pour chaque miroir de comparer les mesures de vibrations faites par les sismomètres et par les atomes. Nous effectuons un petit interféromètre 3 impulsions sur un miroir pour mesurer le bruit de vibration. La sensibilité des interféromètres 3 impulsions est limitée du au faible temps d'interrogation. Une modulation est appliquée à la plateforme flottante entre 0.01 Hz et 100 Hz à l'aide des bobines de stabilisation de l'inclinaison.

Pour l'axe X, nous avons réalisé un interféromètre 3 impulsions de  $2T = 8$  ms, avec un contraste de 20% pour le miroir H1 et 15% pour le miroir H4. Pour l'axe Y, dû à la taille plus faible des faisceaux et de leur profil gaussien, nous avons choisi  $2T = 6$  ms, pour un contraste de 23% sur H1 et 14% sur H4.

L'amplitude de la modulation est réglée avec attention afin que la transition de probabilité reste dans la zone linéaire. La phase atomique est ainsi extraite directement en divisant par le contraste, sans prendre l'arcsinus. Pour le calcul de la phase mesurée par les sismomètres, nous enregistrons à chaque mesure le signal complet de vitesse, qui est ensuite transformé en phase à l'aide de la fonction de sensibilité à la vitesse d'un interféromètre 3 impulsions. Les deux phases sont ensuite comparées. Pour des modulations dont la fréquence respecte le critère de Shannon ( $f \leq 2f_c$ ), il est relativement aisé d'extraire la fonction de transfert entre les deux. Nous avons réduit au maximum le temps de cycle pour ces mesures,

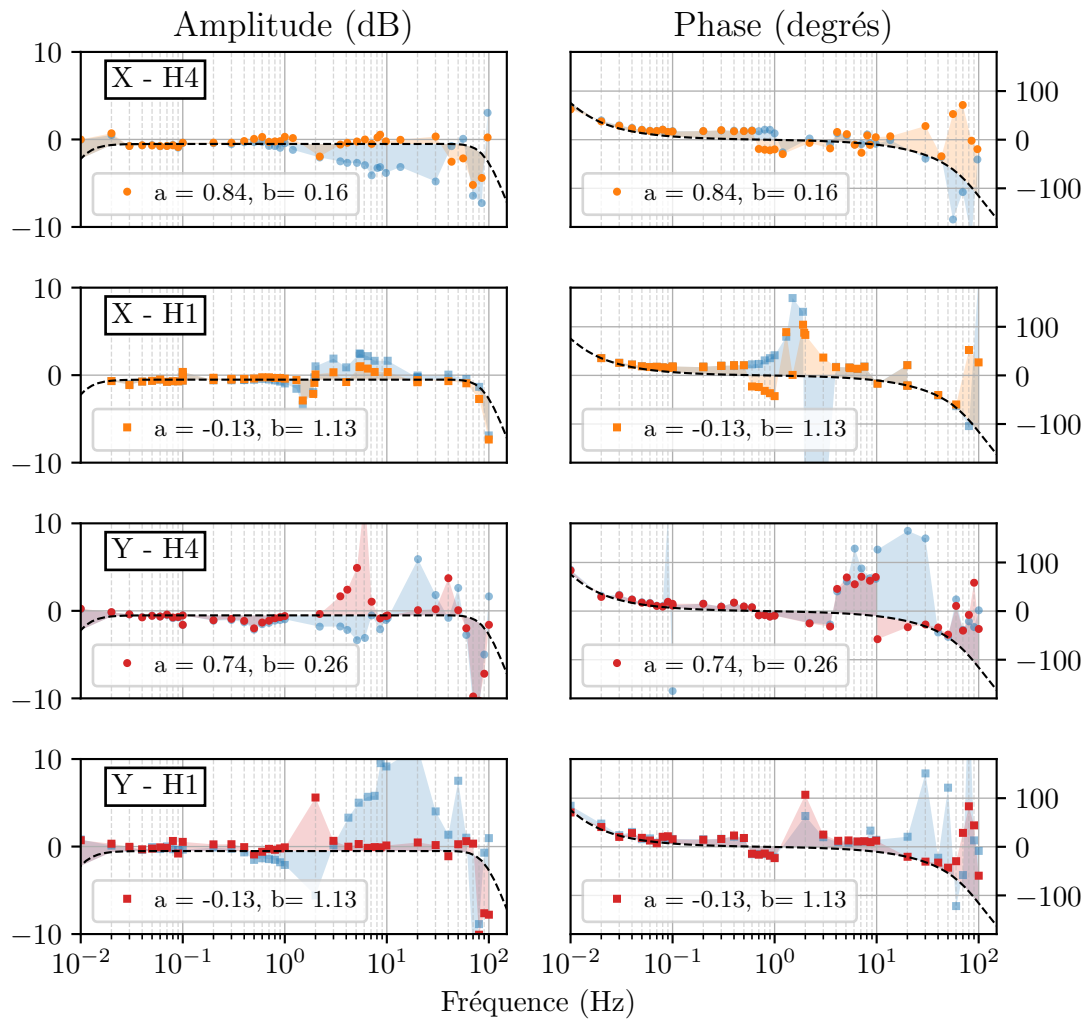


Fig. E.2 Fonctions de transferts en amplitude et en phase entre les sismomètres et les atomes. Les fonctions présentées sont atomes/sismo pour H1 et H4 et les deux axes, X et Y. Les mesures en bleus utilisent uniquement le sismomètre le plus proche pour le calcul. Les mesures colorées (orange pour X et rouge pour Y) sont calculées à l'aide d'une combinaison linéaire des deux sismomètres dont les coefficients sont affichés. Les coefficients sont choisis de façon à se rapprocher le plus possible des fonctions de transfert attendues.

900 ms pour les mesures sur le miroir du haut (H4) et 800 ms sur le miroir du bas (H1), soit des fréquences de cycle de respectivement 1.1 Hz et 1.25 Hz.<sup>1</sup> Pour les fréquences plus élevées, nous avons utilisé à notre profit l'effet de repliement de spectre. Nous avons extrait la phase et l'amplitude des deux signaux dans l'espace des fréquences, autour de la fréquence de modulation appliquée.

Les sismomètres sont fixés directement sur les montures de miroir de l'axe X (comme illustré sur la figure (E.1)), de la même manière pour H1 et H4. Les montures de miroirs pour l'axe Y sont quand à elles séparées, et plus éloignées des sismomètres.

Les résultats des différentes mesures sont présentés sur la figure (E.2), pour les deux axes et les deux miroirs et à comparer avec les courbes en pointillées noirs qui représentent les fonctions de transfert des capteurs. Les réponses en amplitude et en phases tracées en bleu n'utilisent qu'un seul sismomètre pour calculer la phase. Les courbes en orange et en rouge utilisent une combinaison linéaire (normalisée) des signaux des deux sismomètres pour calculer la phase, les coefficients a et b sont également affichés. À basse fréquence, entre 0.01 et 1 Hz, les résultats sont cohérents avec ceux attendus et ne dépendent pas des coefficients utilisés (les deux sismomètres voient le même signal), il s'agit donc principalement d'accélération linéaires. À partir de 1 Hz, les choses se compliquent, avec l'apparition de résonances (par exemple sur la phase de X - H1).

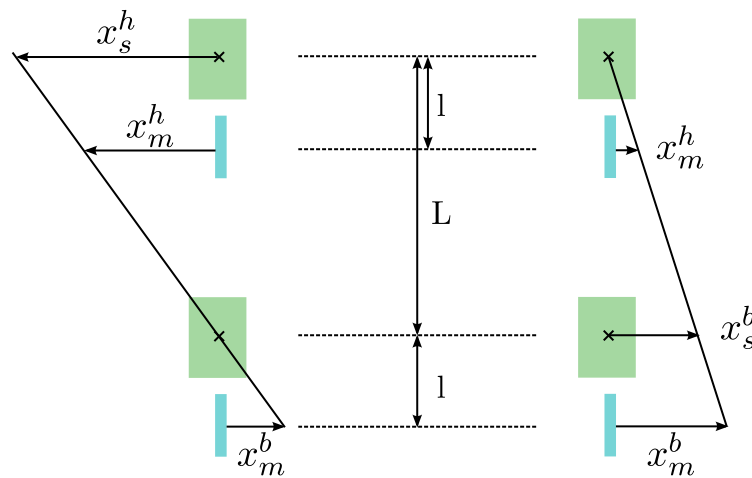


Fig. E.3 Illustration des positions relatives entre les miroirs et les sismomètres permettant de déduire leurs mouvements relatifs.

Comme les sismomètres ne sont pas directement placés derrière les miroirs, un seul capteur ne suffit pas à reconstituer leur mouvement. En utilisant les deux capteurs pour calculer la phase, nous devrions être capable de recomposer le mouvement du miroir, et ainsi retrouver les fonctions de transfert attendues. Les combinaisons de coefficients a et b affichées ont été choisies de manière à se rapprocher le plus possibles de fonctions attendues. La combinaison semble efficace sur H4 - X, mais sur H1 - Y, malgré l'aplatissement de la fonction

1. Nous avons avec succès réussi à réduire encore le temps de cycle en entrelaçant plusieurs séquences d'interféromètres courts, jusqu'à des temps de cycle de 132 ms (7.6 Hz), mais cela nous a apporté plus de problèmes que de gain, car nous souhaitons mesurer le fonction de transfert jusqu'à plusieurs dizaine de Hz.

de transfert entre 3 et 80 Hz, une autre résonance apparaît à 2 Hz, rendant l'aplatissement complet impossible. Les valeurs théoriques des différents coefficients peut s'expliquer en à partir de la connaissance des positions relatives entre capteurs et miroirs.

Les miroirs sont situés à une distance  $l = 10$  cm sous les sismomètres et la distance entre capteurs est  $L = 587$  cm. En notant  $x_m^b$  et  $x_m^h$  le déplacement des deux miroirs et  $x_s^b$  et  $x_s^h$  les mouvement des deux sismomètres, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} x_m^b &= \frac{(l+L)}{L} x_s^b - \frac{l}{L} x_s^h & x_m^h &= \frac{l}{L} x_s^b + \frac{(L-l)}{L} x_s^h \\ &= 1.17 x_s^b - 0.17 x_s^h & &= 0.17 x_s^b + 0.83 x_s^h \end{aligned}$$

Les coefficients calculés sont du même ordre de grandeurs que ceux mesurés précédemment et leur comparaison effectuée dans le tableau ci-dessous.

	$x_s^b$	$x_s^h$
Estimation : $x_m^b$	1.17	-0.17
Mesure (X/Y) : $x_m^b$	1.13/1.13	-0.13/-0.13
Estimation : $x_m^h$	0.17	0.83
Mesure (X/Y) : $x_m^h$	0.16/0.26	0.84/0.74

Nous avons mesuré dans cette partie les fonctions de transfert entre les sismomètres et les atomes. Nous avons déterminé que les deux capteurs sont nécessaires pour avoir une bonne estimation du bruit sur chaque miroir, mais que des résonances restent visibles au dessus de 1 Hz.

## Annexe F

### Gyromètre double axe : champ de quantification à 45°

Pour effectuer des transitions Raman simultanément dans les deux axes (X et Y), une possibilité est de tourner le champ de quantification de 45°. Cela entraîne une perte de contraste des deux interféromètres, causée par une perte d'efficacité des transitions (nous gardons la même puissance, mais la pulsation de Rabi effective diminue). Les deux gyromètres n'ayant pas le même contraste, nous pouvons en théorie trouver un angle du champ pour lequel les deux contrastes sont égaux. Le champ est tourné en débranchant deux des 4 barres des biais. L'angle peut être ajusté en alimentant séparément deux paires de barres avec des courant différents.

Une fois le champ tourné à 45°, nous avons réalisé des oscillations de Rabi afin d'estimer la perte de contraste.

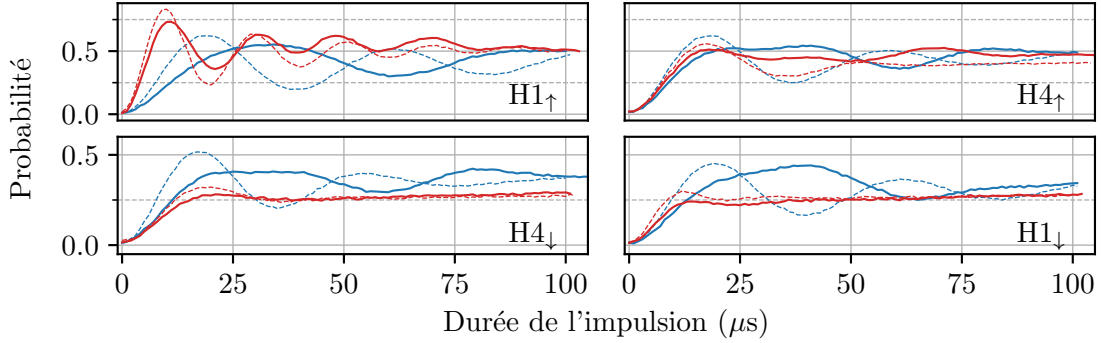


Fig. F.1 Oscillations de Rabi pour l'axe X (en bleu) et Y (en rouge) pour les 4 hublots. Les courbes en pointillées représentent le champ de quantification tourné dans l'axe des Raman, et les courbes en trait plein représentent le champ tourné à 45°.

Lorsque le champ est à 45°, nous pouvons observer comme attendu une diminution de l'efficacité des transitions. Nous observons également une perte de cohérence bien plus rapide que prévue, avec une déformation des oscillations.

L'origine de ces déformations provient de l'apparition de transitions  $\pi-\sigma$  lorsque le champ de quantification n'est plus colinéaire avec les faisceaux Raman. Les transitions habituelles sont définies par :

$$\Omega^{\sigma^+/\sigma^+} = \Omega^{\sigma^-/\sigma^-} \propto \sqrt{\frac{1}{48} \frac{1}{16} \frac{E_1 E_2}{4\Delta}} \cos \alpha \quad (\text{F.1})$$

Lorsque le champ est tourné d'un angle  $\alpha$ , l'efficacité des transitions habituelles diminue, et apparaissent des transitions  $\pi-\sigma$  décalées de résonance de  $-1/4\mu_B B$ . La pulsation de Rabi de ces transitions dépend directement de l'angle du champ [Li et al., 2008] :

$$\Omega^{\pi/\sigma^+} = \Omega^{\pi/\sigma^-} \propto \sqrt{\frac{1}{18} \frac{1}{16} \frac{E_1 E_2}{2\Delta}} \sin \alpha \quad (\text{F.2})$$

Comme il s'agit de transitions magnétiques, il est possible de les décaler de manière à ce qu'elles ne soient plus résonnante en augmentant l'intensité du champ de biais. Nous avons trouvé un optimum de champ pour un courant de 8 A (0.3 G) dans les barres de biais. Si le champ est augmenté encore plus, les autres transitions vont venir perturber les transitions principales (les transitions  $+k_{\text{eff}} \pi\sigma^+$  et  $-k_{\text{eff}} \pi\sigma^-$  se décalent en sens opposé et peuvent se mélanger).

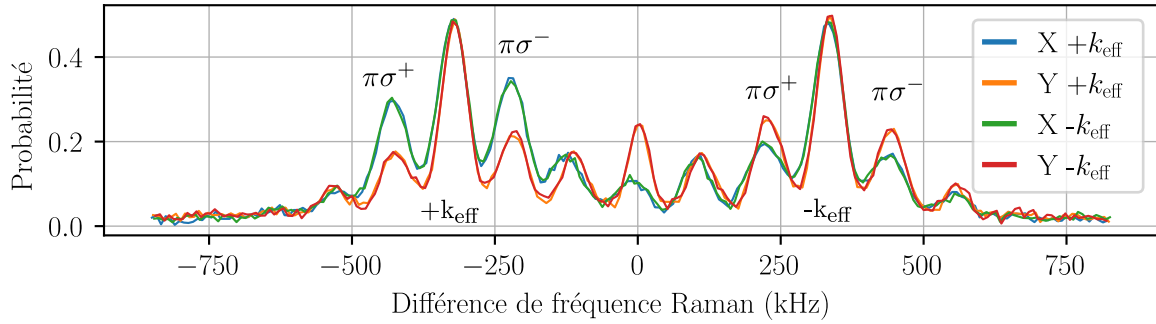


Fig. F.2 Spectroscopie Raman avec un champ de 8 A (0.3 G). Toutes les transitions sont bien visibles. Les mesures sont réalisées entrelacées mais séparées pour plus de clarté.

Une fois les transitions bien séparées, les oscillations de Rabi retrouvent leur forme habituelles et nous pouvons procéder à la réalisation de l'interféromètre. Il est basé sur la même séquence que le quasi double jointif et opère avec une fréquence de cycle  $T_c=400$  ms. Les corrélations et franges interférométriques sont présentées séparément pour les 4 interféromètres sur la figure F.3.

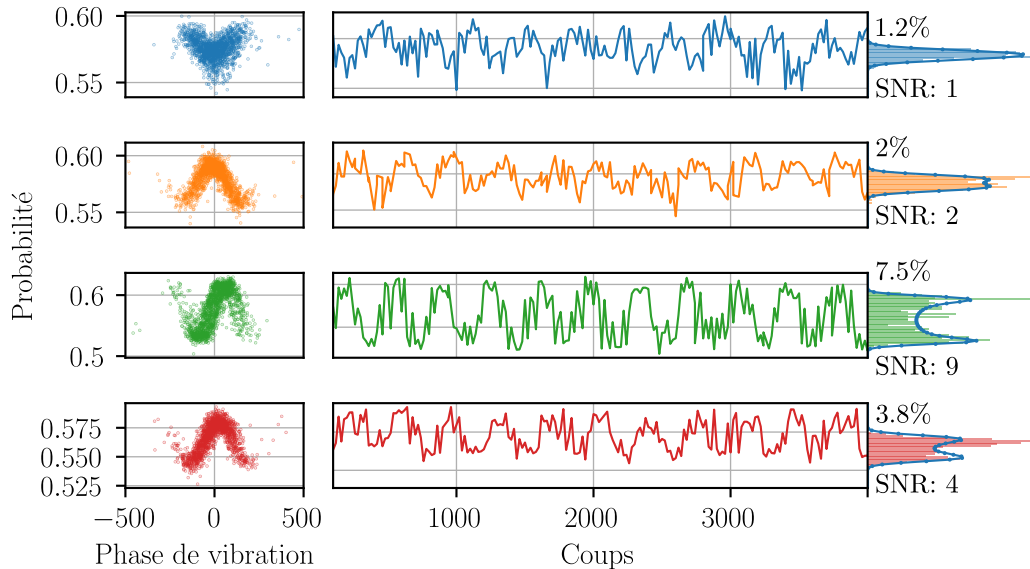


Fig. F.3 Corrélations et franges d'interférences pour les 4 signaux séparés, respectivement  $+k_{\text{eff}}^Y$ ,  $-k_{\text{eff}}^Y$ ,  $+k_{\text{eff}}^X$  et  $-k_{\text{eff}}^X$ . Le contraste est fortement diminué, ce qui entraîne un mauvais RSB.

Le fait de tourner le champ de quantification entraîne une perte de contraste, nous passons ainsi de 10% à 1 à 2 % sur l'axe Y. Cette diminution entraîne effectivement une diminution du rapport signal à bruit, qui tombe en dessous de 10 pour tout les interféromètres. Cela vient directement de la perte d'efficacité des transitions Raman lié à l'angle du champ.

Nous n'utilisons au final pas cette configuration de champ magnétique, mais son étude pourra se révéler utile dans le cas où l'on souhaite effectuer simultanément des transitions dans les deux axes. Des applications utilisant les transitions magnétiques  $\pi-\sigma$  sont également envisageables.





# Annexe G

## Accéléromètres 3 impulsions - H1H3

Nous avons profité d'avoir réduit le temps de vol de l'interféromètre pour essayer de faire fonctionner les interféromètres 3 impulsions H1-H3-H3 et H3-H3-H1. Ces interféromètres permettent de mesurer à la fois les accélérations et les rotations simultanément. Nous avons orienté leur aire en direction du Nord pour être sensible uniquement aux accélérations. Ce type d'interféromètre a été utilisé récemment pour régler le parallélisme de deux faisceaux Raman séparés [Xu et al., 2020]. Nous utilisons régulièrement ces interféromètres pour des caractérisation, mais la plupart du temps en étudiant l'évolution du contraste, sans la possibilité de mesurer leur phase. Les corrélations à l'aide de deux sismomètres pour un interféromètre 3 impulsions sont plus compliquées et nous ne parvenons pas à corrélérer sur les fenêtres H1 et H4 (le temps de vol est de  $2T = 490$  ms). Pour les hublots H1 et H3 ( $2T = 350$  ms), nous sommes parvenus à voir des franges d'interférences en utilisant un seul sismomètre (celui du bas) pour la corrélation.

Le déphasage de ces interféromètres 3 impulsions est directement lié à l'accélération et s'exprime comme :

$$\Delta\Phi_{\text{acc}} = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a}T^2 \quad (\text{G.1})$$

soit un facteur d'échelle de  $4.6 \times 10^5$  rad/(m.s<sup>-2</sup>). Nos collimateurs Raman sont inclinés d'un angle  $\theta_0 \simeq 4^\circ$  par rapport à l'horizontale et les interféromètres sont sensibles aux composantes  $a_x$  et  $a_z$  de l'accélération.

$$\Delta\Phi_{\text{acc}} = k_{\text{eff}} [\cos \theta_0 a_x + \sin \theta_0 a_z] \quad (\text{G.2})$$

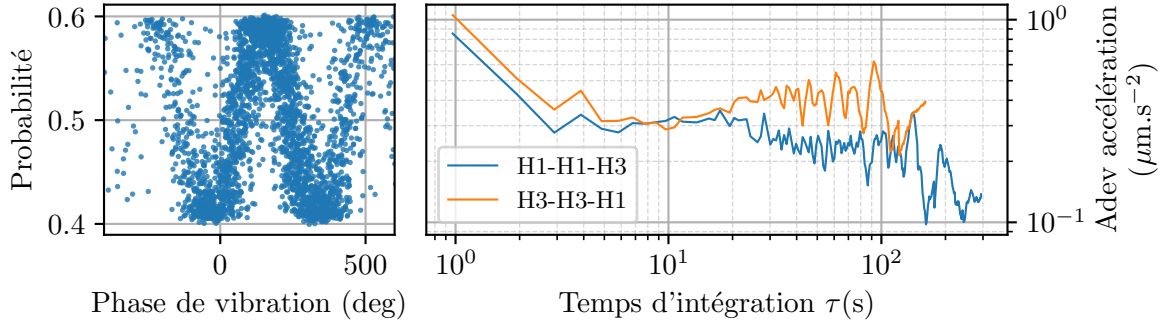


Fig. G.1 (Gauche) Probabilité de transition en fonction de la phase de vibration calculée pour un interféromètre 3 impulsions sur les hublots H1 et H3. (Droite) Variances d'Allan de l'accélération mesurée sur les deux interféromètres de  $2T = 350$  ms.

Les franges issues de la corrélations ainsi que les variances d'Allan pour les deux interféromètres sont présentées sur la figure (G.1). L'entrelacement de ce type d'interféromètre est également discuté dans [Savoie, 2017]. Les interféromètres sont également sensibles à la rotation car leur aire est non nulle. Les deux interféromètres  $3P^\uparrow$  (H1-H3-H3) et  $3P^\downarrow$  (H3-H3-H1) peuvent néanmoins combinés pour extraire séparément l'accélération de la rotation.



## Annexe H

### Configuration TIA - Déphasages parasite et perte de contraste

Lors des mesures dans la configuration TIA, nous avons observé une perte de contraste de plus en plus importante à mesure que nous augmentions l'angle du collimateur. Nous avons quantifié cette évolution du contraste, reportée sur la figure H.1.

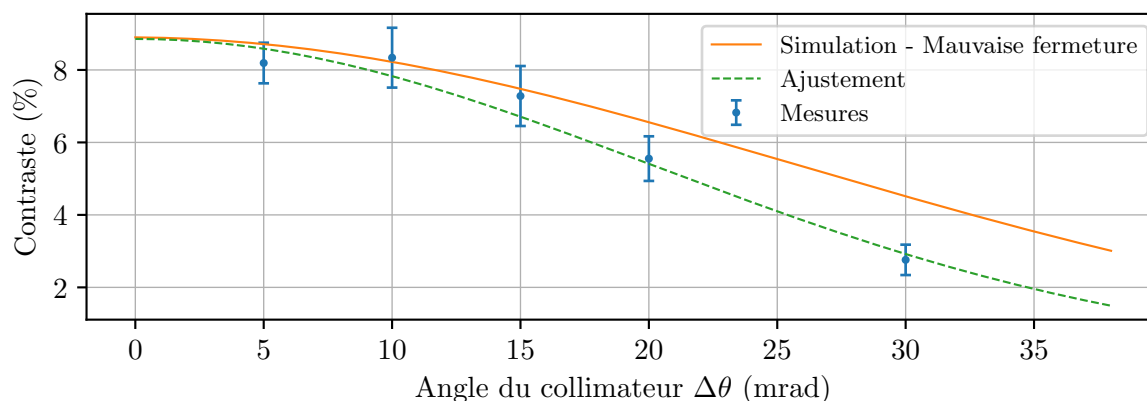


Fig. H.1 Évolution du contraste de l'interféromètre principal en fonction de l'angle du collimateur. Le contraste mesuré reste plus faible que celui calculé en simulant une erreur de fermeture équivalente à celle mesurée sur la figure (VI.6).

Nous n'avons pas approfondi l'étude de cette perte de contraste, mais plusieurs hypothèses peuvent être avancées. La première hypothèse est que le faisceau est coupé par les blindages/hublots à mesure que celui-ci est incliné, entraînant une diminution de la puissance au niveau des atomes. Pour limiter cet effet, le collimateur est translaté verticalement, jusqu'à plusieurs cm. Le faisceau doit en effet traverser les deux ouvertures circulaires dans les blindages, ainsi que les hublots ronds de la chambre à vide.

La seconde hypothèse est également liée à la coupure du faisceau. Il peut arriver que des réflexions parasites apparaissent et viennent perturber l'interféromètre par des effets de décalage lumineux. Nous avons vu apparaître à plusieurs reprises et pour certains angles des pics dans la spectroscopie qui ne correspondent ni à des états  $m_F$  résiduels, ni aux pics co ou contra-propageant habituels, présentés sur la figure (H.2).

L'origine de ces pics a été attribuée à des réflexions parasites. Ils ont été réduits avec succès en installant un cache noir sur les bords du faisceau et proche des blindages. Il reste cependant impossible d'empêcher les réflexions qui auraient lieu sur les brides des hublots de la chambre à vide (à l'intérieur des blindages), et qui pourraient être à l'origine d'une diminution du contraste.

Ces deux hypothèses sont issues de considérations plus techniques que physiques, et il est possible qu'un autre effet soit à l'origine de la perte de contraste. Pour les angles dont nous nous sommes servis, la superposition des faisceaux au niveau des atomes ne peut pas expliquer la perte de contraste, mais pourrait intervenir lors d'inclinaisons plus importantes. Les mesures ont également été réalisées avec des faisceaux gaussiens et non avec ceux plus

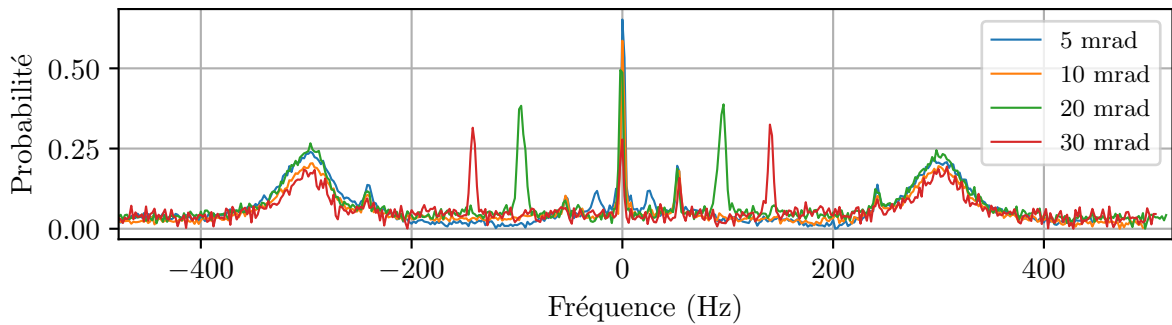


Fig. H.2 Spectres Raman pour différentes inclinaison du collimateur. Plusieurs pics apparaissent et se déplacent en fonction de l'angle du collimateur.

récents à profils d'intensité plats.

Une partie de la perte de contraste est probablement liée à une mauvaise fermeture de l'interféromètre. En effet, ces mesures ont été réalisées avant celles permettant de déterminer l'angle initial des collimateurs  $\Delta\theta_{0x,0z}$  qui n'est pas négligeable. L'instant de la fermeture est ainsi décalé de la valeur attendue, comme nous pouvons l'avons observé sur la figure VI.6. L'écart à la valeur théorique va ainsi augmenter de manière quadratique avec  $\Delta\theta$ , entraînant une baisse de contraste suivant la même décroissance.

### Déphasage résiduel

La figure (H.3) reprends les mesures de déphasages effectuées, à la fois lorsque le gyromètre était orienté au nord et à l'ouest. Nous observons un comportement quadratique en  $\Delta\theta$ , dont les variations atteignent 1 rad pour  $\Delta\theta = 30$  mrad. Le déphasage semble assez reproductible, et présent quelque soit l'orientation de l'expérience.

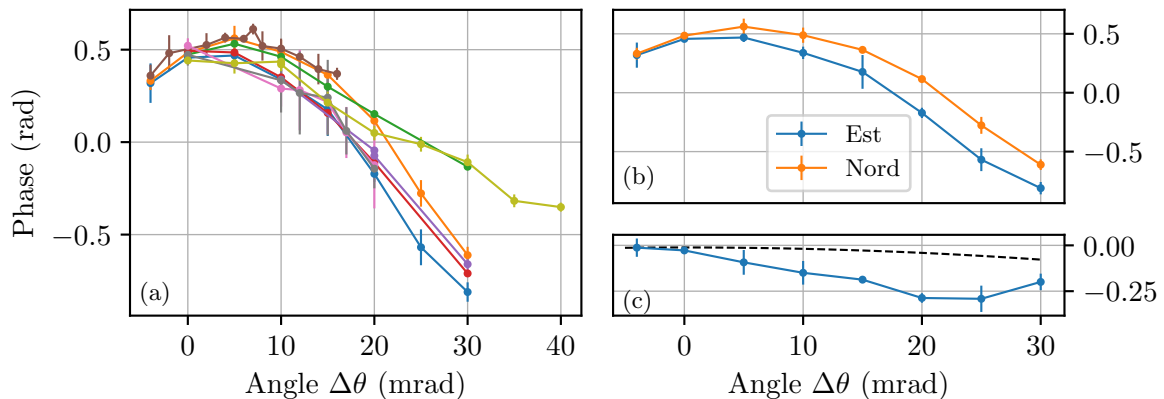


Fig. H.3 Déphasage mesuré en fonction de l'angle du collimateur Raman dans la configuration TIA. (a) Courbes de mesures du déphasage prises séparément sur plusieurs semaines. (b) Déphasage mesurés en orientant le gyromètre à l'est et au nord de manière à extraire de la différence des deux courbes la correction au facteur d'échelle. (c) En pointillé noir la correction attendue lorsque le gyromètre est orienté vers le nord (signal de rotation maximal), et en bleu la différences des deux courbes au nord et à l'est.

La dépendance quadratique du déphasage avec l'angle  $\Delta\theta$  est assez claire sur la figure (H.3) (a). Toutes les courbes ont été ajustées afin d'être superposées en ajoutant un biais de phase en prenant pour référence le point à  $\Delta\theta = 0$ . Si le déphasage supplémentaire observé est indépendant de la rotation du gyromètre, la différence entre les courbes prises à l'est et au nord (figure H.3 (b)) devrait correspondre à la correction au facteur d'échelle attendue (VI.34). La différence est présentée sur la figure (H.3 (b)) et donne un déphasage plus grand qu'attendu, ce qui semble indiquer une légère dépendance du déphasage parasite avec l'orientation.

**Origine du déphasage parasite** Une erreur sur la détermination de l'instant des impulsions  $\pi$  (soit une erreur sur  $\Delta T_s$ ) entraîne l'apparition de déphasage parasites. Si nous effectuons le calcul complet en considérant une erreur  $\delta_{\Delta T_s}$  lors de l'ajustement des impulsions centrales, des termes supplémentaires ré-apparaissent. Ces termes ont plusieurs origines mais sont principalement issus de couplage entre des vitesses parasites (par exemple dans les directions transverses) et vont être détaillés ci-dessous.

### 1) Termes indépendant de la vitesse

Nous avons regroupé dans le premier terme de déphasage, noté  $\delta\phi_{\text{cst}}$  toutes les contributions indépendantes de la vitesse initiale des atomes. Ce terme est directement proportionnel à l'erreur sur la détermination de l'instant des impulsions centrales.

$$\delta\phi_{\text{cst}} = \delta_{\Delta T_s} g k_{\text{eff}} \Omega_E \left[ 3T^2 + 8Tt_1 + 4t_1^2 \right] \cos\theta_0 \cos\theta_{\text{lat}} \cos\theta_N \quad (\text{H.1})$$

Ce terme évolue avec la même période que le déphasage Sagnac principal, il est maximal/minimal au nord/sud et nul à l'est/ouest. Pour une erreur de 5% de  $\Delta T_s$ , le déphasage est de l'ordre de  $\pm 150$  mrad à  $\Delta\theta = 40$  mrad.

### 2) Termes dépendants de la vitesse

Des termes liés à des couplages entre une erreur sur la vitesse ( $\delta v_x, \delta v_y, \delta v_z$ ) et une erreur sur l'ajustement des impulsions  $\pi$  apparaissent également. La solution analytique pour le déphasage dû à une erreur de fermeture couplée à une vitesse parasite dans la direction des Raman ( $\delta v_x$ ) s'écrit

$$\begin{aligned} \delta\phi_{v_x} = 4\delta_{\Delta T_s} \delta v_x k_{\text{eff}} & \left[ 8\Omega_E(T + t_1) \cos\theta_{\text{lat}} \cos\theta_N \sin\theta_0 \right. \\ & + \cos\theta_0 \left( -4 + 8\Omega_E(T + t_1) \cos\theta_N^3 \sin\theta_{\text{lat}} \right. \\ & \left. \left. + \sin\theta_N + 3\cos\theta_N^2 \sin\theta_N - \sin\theta_N^3 \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{H.2})$$

de la même manière, pour une vitesse dans la direction y,

$$\begin{aligned} \delta\phi_{v_y} = \delta_{\Delta T_s} \delta v_y k_{\text{eff}} & \left[ 8\Omega_E(T + t_1) \cos\theta_{\text{lat}} \sin\theta_0 (-1 + \sin\theta_N) \right. \\ & + 2\cos\theta_0 \sin\theta_N \left( 2\Omega_E(T + t_1) \cos^2\theta_N \sin\theta_{\text{lat}} \right. \\ & \left. \left. + 2\cos\theta_N (-1 + \sin\theta_N) + \Omega_E(T + t_1) \sin\theta_{\text{lat}} (1 + \cos(2\theta_N) + 4\sin\theta_N) \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{H.3})$$

et pour une erreur de vitesse dans la direction verticale.

$$\delta\phi_{v_z} = 4k_{\text{eff}}\delta\Delta T_s\delta v_z [2\Omega_E(T + t_1) \cos\theta_{\text{lat}} \cos\theta_0 \cos\theta_N + \sin\theta_0] \quad (\text{H.4})$$

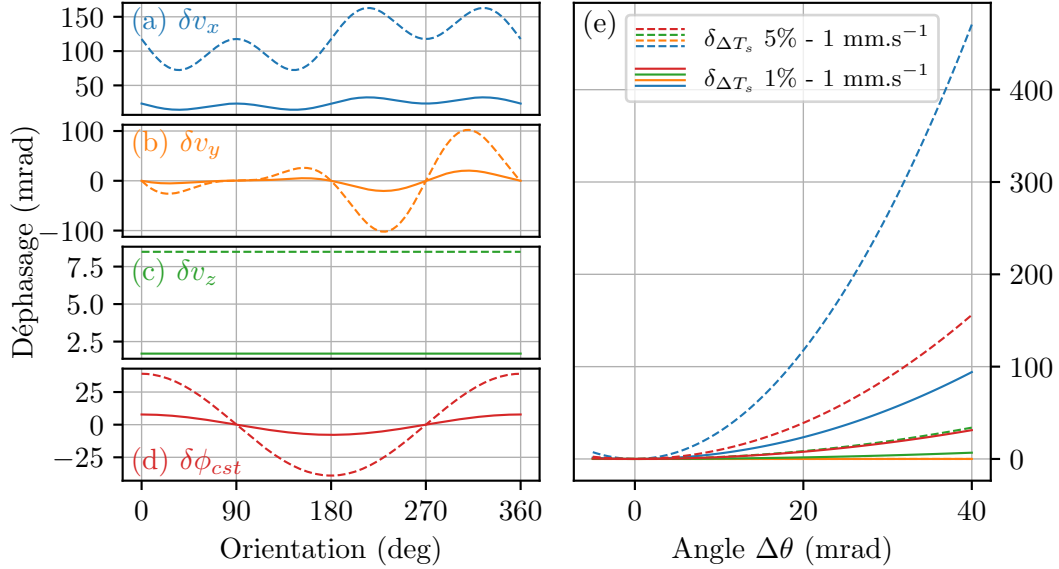


Fig. H.4 (a-d) Évolution des déphasages parasites liés à  $\delta\Delta T_s$  en fonction de l'orientation du gyromètre. Les 4 contributions sont présentées, respectivement dues à des erreurs de vitesses dans les directions x, y et z. Est également présenté le terme indépendant des erreurs de vitesse. (e) Déphasage en fonction de l'inclinaison du collimateur du haut  $\Delta\theta$ . Pour tous les graphes, les traits pointillés correspondent à une erreur sur  $\Delta T_s$  de 5%, et les traits pleins à une erreur de 1%. Les quatre couleurs sont respectivement les quatre déphasages des encadrés (a-d).

Il s'agit là d'effets du second ordre, mais qui deviennent important à mesure que l'erreur sur la condition de fermeture augmente. Pour retrouver les 1 rad de déphasage mesuré et présenté sur la figure (H.4), il faudrait avoir une erreur sur  $\Delta T_s$  de 5%, tout en ayant une vitesse transversale de  $-7 \text{ mm.s}^{-1}$ , ce qui semble très important. Il pourrait également s'agir de 10 % d'erreur et  $-4 \text{ mm.s}^{-1}$ . L'évolution des déphasages parasites dont les expressions sont données plus haut est tracée sur la figure (H.4), pour des erreur sur  $\Delta T_s$  de 1% et 5%, et des vitesses de l'ordre de  $1 \text{ mm.s}^{-1}$ , plus proches de valeurs réalistes. L'évolution du déphasage avec l'orientation du gyromètre est également présentée.

Nous avons fait plusieurs essais lors de cette étude pour essayer d'obtenir des informations supplémentaires sur l'origine du déphasage et si le comportement attendu correspond aux calculs présentés plus haut. Nous avons changé la vitesse de lancement verticale de plusieurs  $\text{mm.s}^{-1}$ , sans observer de changement de phase, nous permettant ainsi de négliger toute contribution d'une erreur de vitesse verticale, la sensibilité est d'ailleurs très faible (graphe (c) de la figure (H.4)). Nous pouvons également volontairement introduire une erreur sur l'instant des impulsions  $\pi$ . Nous avons décalé une des deux impulsions centrale de  $2 \mu\text{s}$ , pour une inclinaison  $\Delta\theta$  de 20 et 30 mrad, soit une erreur respective d'environ 5% et 2%. Le déphasage mesuré est de 600 mrad, compatible avec une erreur de vitesse transverse de  $2.8 \text{ mm.s}^{-1}$ .

Nous ne sommes pas encore sûr si ces effets peuvent expliquer l'ensemble du déphasage que nous observons, et leur étude nécessite la prise de nouvelles données, en s'assurant de toujours minimiser l'erreur sur la détermination de l'instant des impulsions (en prenant par exemple une courbe de contraste pour chaque  $\Delta\theta$ ). Une étude plus poussée du déphasage total ainsi que de la dépendance de celui-ci avec la vitesse est également nécessaire.





# Annexe I

## Termes de gradient de gravité

Nous allons essayer d'estimer l'impact du gradient de gravité terrestre sur notre géométrie d'interféromètre. Dans les coordonnées sphériques, le potentiel, la gravité et le gradient de gravité sont définis comme suit

$$\vec{V}(r) = -\frac{GM}{r}\vec{e}_r \quad \nabla\vec{V}(r) = \frac{GM}{r^2}\vec{e}_r \quad \nabla^2\vec{V}(r) = -\frac{2GM}{r^3}\vec{e}_r \quad (\text{I.1})$$

soit en coordonnées cartésiennes

$$\nabla^2\vec{V}(x, y, z) = -\frac{2GM}{(x^2 + y^2 + z^2)^2} (x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z) \quad (\text{I.2})$$

Le tenseur de gradient de gravité s'écrit

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \frac{\delta g_x}{\delta x} & \frac{\delta g_x}{\delta y} & \frac{\delta g_x}{\delta z} \\ \frac{\delta g_y}{\delta x} & \frac{\delta g_y}{\delta y} & \frac{\delta g_y}{\delta z} \\ \frac{\delta g_z}{\delta x} & \frac{\delta g_z}{\delta y} & \frac{\delta g_z}{\delta z} \end{bmatrix} \quad g(x, y, z) = \frac{2GM}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} (x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z) \quad (\text{I.3})$$

on retrouve la matrice habituelle pour la gravité terrestre pour  $x=0$ ,  $y=0$  et  $z=R$  :

$$\Gamma = \frac{GM}{R^3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.4})$$

### Termes sans prendre en compte la rotation

#### Gradient en z :

$$\mathcal{L}(z, v_z) = \frac{1}{2}mv_z^2 - mgz + \frac{1}{2}m\Gamma_{zz}z^2 \quad (\text{I.5})$$

La résolution donne

$$z(t) = \frac{g}{\Gamma_{zz}} + \left(z_0 - \frac{g}{\Gamma_{zz}}\right) \cosh(\sqrt{\Gamma_{zz}}t) + \frac{v_0}{\sqrt{\Gamma_{zz}}} \quad (\text{I.6})$$

$$v(t) = \sqrt{\Gamma_{zz}} \left(z_0 - \frac{g}{\Gamma_{zz}}\right) \sinh(\sqrt{\Gamma_{zz}}t) + v_0 \cosh(\sqrt{\Gamma_{zz}}t) \quad (\text{I.7})$$

les deux branches de l'interféromètres ayant toujours la même vitesse verticale (si nous négligeons l'impulsion due aux 4° des collimateurs Raman) le déphasage induit est le déphasage laser :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{zz} &= k_{\text{eff}} \sin \theta_0 \left[ z(0) - 2z\left(\frac{T}{2}\right) + 2z\left(\frac{3T}{2}\right) - z(2T) \right] \\ &= k_{\text{eff}} \sin \theta_0 \left[ \frac{T^3}{4}\Gamma_{zz}(gT - v_0) + \frac{T^5}{192}\Gamma_{zz}^2(11gT - 27v_0) + \mathcal{O}(\Gamma_{zz}^3) \right] \end{aligned} \quad (\text{I.8})$$

Le premier terme est nul dans le cas où l'interféromètre est symétrique et  $v_0 = gT$ . Le second terme ne s'annule pas mais est un terme du deuxième ordre en  $T_{zz}$ . Dans le cas où la vitesse

verticale n'est pas bien ajustée, le déphasage induit est de l'ordre de  $-0.4 \text{ mrad}/(\text{mm}\cdot\text{s}^{-1})$  pour un gradient de  $305 \mu\text{G}/\text{m}$ .

**Gradient en x :** Nous pouvons effectuer le même traitement pour la direction des faisceaux Raman :

$$\mathcal{L}(z, v_z) = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}m\Gamma_{xx}x^2 \quad (\text{I.9})$$

La résolution donne

$$x(t) = x_0 \cosh(\sqrt{\Gamma_{xx}}t) + \frac{v_{0x}}{\sqrt{\Gamma_{xx}}} \sinh(\sqrt{\Gamma_{xx}}t) \quad (\text{I.10})$$

$$v_x(t) = x_0\sqrt{\Gamma_{xx}} \sinh(\sqrt{\Gamma_{xx}}t) + v_{0x} \cosh(\sqrt{\Gamma_{xx}}t) \quad (\text{I.11})$$

Les deux branches de l'interféromètre ont une vitesse différente dans la direction x liée au recul. Le déphasage s'exprime

$$\Delta\Phi_{xx} = -k_{\text{eff}} \cos \theta_0 (v_{0x} + v_R) \left[ \frac{T^3}{4}\Gamma_{xx} + \frac{9T^5}{64}\Gamma_{xx}^2 + \mathcal{O}(\Gamma_{xx}^3) \right] \quad (\text{I.12})$$

Le gradient en x est  $T_{xx} = -T_{zz}/2$ , le déphasage est de  $10 \text{ mrad}$  si il n'y a pas de vitesse transverse, et la sensibilité à la vitesse de  $-5.7 \text{ mrad}/(\text{mm}\cdot\text{s}^{-1})$ .

**Termes prenant en compte la rotation** Le calcul est directement plus complexe lorsque l'on souhaite prendre en compte à la fois le gradient de gravité et la rotation. Nous suivons ici les calculs effectués pour les interféromètres 3 impulsions dans [Gauguet, 2006] eux même basés sur les travaux de [Antoine and Bordé, 2003]. nous nous plaçons dans le référentiel où les lasers sont au repos (à l'opposé du référentiel où les lasers tournent sous l'effet d'une rotation externe). Le Hamiltonien s'écrit :

$$H_{CL} = \frac{p^2}{2m} - m\vec{g}\cdot\vec{r} - \frac{m}{2}\vec{r}\cdot\vec{\Gamma}\cdot\vec{r} - \vec{\Omega}(\vec{r} \times \vec{p}) \quad (\text{I.13})$$

et les équation d'Hamilton :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \vec{r}(t) \\ \vec{p}(t)/m \end{pmatrix} = \bar{\bar{M}} \begin{pmatrix} \vec{r}(t) \\ \vec{p}(t)/m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{g} \end{pmatrix} \quad (\text{I.14})$$

où  $\bar{\bar{M}}$  est le tenseur du second ordre :

$$\bar{\bar{M}} = \begin{pmatrix} \bar{\bar{\Omega}} & 1 \\ \bar{\bar{\Gamma}} & \bar{\bar{\Omega}} \end{pmatrix}$$

Le développement de Taylor en t et la matrice ABCD sont représentées par :

$$\begin{pmatrix} \bar{\bar{A}}(t) & \bar{\bar{B}}(t) \\ \bar{\bar{C}}(t) & \bar{\bar{D}}(t) \end{pmatrix} = e^{\bar{\bar{M}}t} = 1 + \bar{\bar{M}}t + \frac{1}{2!}\bar{\bar{M}}^2t^2 + \mathcal{O}(t^3)$$

$$\begin{pmatrix} \vec{\xi} \\ \vec{\phi} \end{pmatrix} = \bar{\bar{M}}^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{g} \end{pmatrix} = \left( t + \frac{1}{2!}\bar{\bar{M}}t^2 + \mathcal{O}(t^3) \right) \begin{pmatrix} 0 \\ \vec{g} \end{pmatrix}$$

Ce qui permet de ré-écrire les équations du mouvement :

$$\begin{pmatrix} \vec{r}(t) \\ \vec{p}(t)/m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\bar{A}}(t) & \bar{\bar{B}}(t) \\ \bar{\bar{C}}(t) & \bar{\bar{D}}(t) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{r}(t_0) \\ \vec{p}(t_0)/m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \vec{\xi} \\ \vec{\phi} \end{pmatrix}$$

Pour l'interféromètre 4 impulsions, le déphasage complet d'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \vec{k}_{\text{eff}} \cdot (\bar{\bar{A}}(0) - 2\bar{\bar{A}}(T/2) + 2\bar{\bar{A}}(3T/2) - \bar{\bar{A}}(2T)) \cdot \vec{r}_0 \\ &+ \vec{k}_{\text{eff}} \cdot (\bar{\bar{B}}(0) - 2\bar{\bar{B}}(T/2) + 2\bar{\bar{B}}(3T/2) - \bar{\bar{B}}(2T)) \cdot (\vec{p}_0 + \frac{\hbar\vec{k}_{\text{eff}}}{2}) \\ &+ \vec{k}_{\text{eff}} \cdot (\vec{\xi}(0) - 2\vec{\xi}(T/2) + 2\vec{\xi}(3T/2) - \vec{\xi}(2T)) \end{aligned} \quad (\text{I.15})$$

où l'on retrouve les différentes origines des termes, notamment ceux liés à la position et l'impulsion. Nous utilisons les matrices suivantes pour le calcul :

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix} \quad \vec{k}_{\text{eff}} = k_{\text{eff}} \begin{pmatrix} \cos(\theta_0) \\ 0 \\ \sin(\theta_0) \end{pmatrix} \quad (\text{I.16})$$

Tenseur de gradient de gravité :

$$\bar{\bar{\Gamma}} = \frac{GM}{R^3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} = \frac{g}{R} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Tenseur de rotation exprimé de manière à supprimer le produit croisé :

$$\bar{\bar{\Omega}} = \begin{pmatrix} 0 & \Omega_z & -\Omega_y \\ -\Omega_z & 0 & \Omega_x \\ \Omega_y & -\Omega_x & 0 \end{pmatrix}$$

Vecteur de rotation terrestre :

$$\Omega = \begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix} = \Omega \begin{pmatrix} \cos(\Psi) \cos(\Theta) \\ \cos(\Psi) \sin(\Theta) \\ \sin(\Psi) \end{pmatrix}$$

Après un développement jusqu'à  $t^3$ , la matrice ABCD devient :

$$\begin{pmatrix} 1 + t\bar{\bar{\Omega}} + \frac{1}{2}(\bar{\bar{\Gamma}} + \bar{\bar{\Omega}}^2)t^2 + \frac{1}{6}t^3(2\bar{\bar{\Gamma}}\bar{\bar{\Omega}} + \bar{\bar{\Omega}}(\bar{\bar{\Gamma}} + \bar{\bar{\Omega}}^2)) & t + t^2\bar{\bar{\Omega}} + \frac{1}{6}(\bar{\bar{\Gamma}} + 3\bar{\bar{\Omega}}^2) \\ t\bar{\bar{\Gamma}} + t^2\bar{\bar{\Gamma}}\bar{\bar{\Omega}} + \frac{1}{6}t^3(2\bar{\bar{\Gamma}}\bar{\bar{\Omega}}^2 + \bar{\bar{\Gamma}}(\bar{\bar{\Gamma}} + \bar{\bar{\Omega}}^2)) & 1 + t\bar{\bar{\Omega}} + \frac{1}{2}t^2(\bar{\bar{\Gamma}} + \bar{\bar{\Omega}}^2) + \frac{1}{6}t^3(2\bar{\bar{\Gamma}}\bar{\bar{\Omega}} + \bar{\bar{\Omega}}(\bar{\bar{\Gamma}} + \bar{\bar{\Omega}}^2)) \end{pmatrix}$$

où apparaissent des couplages entre le tenseur de gradient de gravité et celui de rotation. Si nous développons le déphasage à l'ordre suivant :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= \frac{1}{4}\vec{k}_{\text{eff}} \cdot [-3\bar{\bar{\Gamma}}\bar{\bar{\Omega}}T^3 - (\bar{\bar{\Gamma}}^2 + 6\bar{\bar{\Gamma}}\bar{\bar{\Omega}}^2)T^4] \cdot \vec{r}_0 \\ &+ \frac{1}{4}\vec{k}_{\text{eff}} \cdot [(-\bar{\bar{\Gamma}} - 3\bar{\bar{\Omega}}^2)T^3 - \bar{\bar{\Gamma}}\bar{\bar{\Omega}}T^4] \cdot (\vec{p}_0/m + \frac{\hbar\vec{k}_{\text{eff}}}{2}) \\ &+ \frac{1}{4}\vec{k}_{\text{eff}} \cdot [-2\vec{g}\bar{\bar{\Omega}}T^3 - (\bar{\bar{\Gamma}} + 3\bar{\bar{\Omega}}^2)\vec{g}T^4] \\ &+ \mathcal{O}(T^5, \Omega^3) \end{aligned} \quad (\text{I.17})$$

Dans le cas où nous considérons les termes de position initiale nuls, une vitesse uniquement selon  $g$  et ajustée pour que l'apogée coïncide avec le centre temporel de l'interféromètre et que nous négligeons les termes de recul, le déphasage se simplifie :

$$\Delta\Phi = -\frac{1}{2}\vec{k}_{\text{eff}}\cdot\vec{g}\bar{\Omega}T^3 + \mathcal{O}(T^5, \Omega^3) \quad (\text{I.18})$$

où nous reconnaissons le terme Sagnac habituel de notre interféromètre.

### Termes jusqu'à $T^4$

Pour observer les termes croisés, nous avons choisi volontairement un interféromètre non parfait, avec pour les applications numériques des position de l'ordre de  $x_0 = y_0 = z_0 = 1$  mm et des écarts de vitesse de l'ordre de  $v_{0x} = v_{0y} = 1$  mm.s<sup>-1</sup>.

Position ( $\times 1/4k_{\text{eff}}$ )	Phase Nord (Rad)	Phase Ouest(Rad)
$T^3 \cos \theta_0 z_0 (3\Gamma_{xx}\Omega_y - \Omega_x^2\Omega_y + \Omega_y(-\Omega_y^2 - \Omega_z^2))$	$5.2.10^{-8}$	0.0
$T^3 \cos \theta_0 y_0 (-3\Gamma_{xx}\Omega_z + \Omega_x^2\Omega_z - \Omega_z(-\Omega_y^2 - \Omega_z^2))$	$-6.0.10^{-8}$	$-6.0.10^{-8}$
$T^3 \sin \theta_0 x_0 (-3\Gamma_{zz}\Omega_y - \Omega_y(-\Omega_x^2 - \Omega_y^2)) + \Omega_y\Omega_z^2$	$6.9.10^{-9}$	0.0
$T^3 \sin \theta_0 y_0 (3\Gamma_{zz}\Omega_x + \Omega_x(-\Omega_x^2 - \Omega_y^2)) - \Omega_x\Omega_z^2$	$\sim 0.0$	$-6.9.10^{-9}$
Vitesse ( $\times 1/4k_{\text{eff}}$ )		
$T^3 \cos \theta_0 (v_{0z} + vr_z)(-3\Omega_x\Omega_z)$	$\sim 0.0$	$-7.3.10^{-3}$
$T^3 \sin \theta_0 (v_{0z} + vr_z)(-\Gamma_{zz})$	0.188	0.188
$T^3 \sin \theta_0 (v_{0z} + vr_z)(-3(-\Omega_x^2 - \Omega_y^2))$	$4.2.10^{-4}$	$4.2.10^{-4}$
$T^3 \cos \theta_0 (v_{0x} + vr_x)(-\Gamma_x)$	$-1.6.10^{-3}$	$-1.6.10^{-3}$
$T^3 \cos \theta_0 (v_{0x} + vr_x)(-3(-\Omega_y^2 - \Omega_z^2))$	$1.7.10^{-5}$	$9.5.10^{-6}$
$T^3 \sin \theta_0 (v_{0x} + vr_x)(-3\Omega_x\Omega_z)$	$\sim 0.0$	$-5.5.10^{-7}$
$T^3 \cos \theta_0 (v_{0x} + vr_x)(-3\Omega_x\Omega_y)v_{0y}$	$\sim 0.0$	0.0
$T^3 \sin \theta_0 (v_{0x} + vr_x)(-3\Omega_y\Omega_z)v_{0y}$	$-1.2.10^{-7}$	0.0
Autres ( $\times 1/4k_{\text{eff}}$ )		
$T^3 \cos \theta_0 (2g_z\Omega_y)$	-221.643	0.0
$T^4 \cos \theta_0 (3\Omega_x g_z \Omega_z)$	$\sim 0.0$	$7.3.10^{-3}$
$T^4 \sin \theta_0 (g_z \Gamma_{zz})$	-0.188	-0.188
$T^4 \sin \theta_0 (3g_z(\Omega_x^2 + \Omega_y^2))$	$-4.2.10^{-4}$	$-4.2.10^{-4}$

Table I.1 Tableau récapitulatif des termes calculés à l'aide de la méthode ABCD. Aucun terme significatif lié à la prise en compte du gradient de gravité n'apparaît. Les termes colorés en gris correspondent à des termes de biais.

# Bibliographie

- N-470 PiezoMike Linear Actuator, PI. URL <https://www.physikinstrumente.com/en/products/linear-actuators/piezomike-for-long-term-stability/n-470-piezomike-linear-actuator-1000140/>. 126
- Mahiro Abe, Philip Adamson, Marcel Borcean, Daniela Bortoletto, Kieran Bridges, Samuel P Carman, Swapan Chattopadhyay, Jonathon Coleman, Noah M Curfman, Kenneth DeRose, Tejas Deshpande, Savas Dimopoulos, Christopher J Foot, Josef C Frisch, Benjamin E Garber, Steve Geer, Valerie Gibson, Jonah Glick, Peter W Graham, Steve R Hahn, Roni Harnik, Leonie Hawkins, Sam Hindley, Jason M Hogan, Yijun Jiang, Mark A Kasevich, Ronald J Kellett, Mandy Kiburg, Tim Kovachy, Joseph D Lykken, John March-Russell, Jeremiah Mitchell, Martin Murphy, Megan Nantel, Lucy E Nobrega, Robert K Plunkett, Surjeet Rajendran, Jan Rudolph, Natasha Sachdeva, Murtaza Safdari, James K Santucci, Ariel G Schwartzman, Ian Shipsey, Hunter Swan, Linda R Valerio, Arvydas Vasonis, Yiping Wang, and Thomas Wilkason. **Matter-wave atomic gradiometer interferometric sensor (MAGIS-100)**. *Quantum Science and Technology*, 6(4) :044003, jul 2021. URL <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/2058-9565/abf719>. 6
- Nick Ackerley. **Principles of broadband seismometry**. pages 1–35, 2014. URL [https://doi.org/10.1007/978-3-642-35344-4\\_172](https://doi.org/10.1007/978-3-642-35344-4_172). 111, 112, 248
- D. N. Aguilera, H. Ahlers, B. Battelier, A. Bawamia, A. Bertoldi, R. Bondarescu, K. Bongs, P. Bouyer, C. Braxmaier, L. Cacciapuoti, and et al. **STE-QUEST—test of the universality of free fall using cold atom interferometry**. *Classical and Quantum Gravity*, 31(11) :115010, 2014. URL <http://stacks.iop.org/0264-9381/31/i=11/a=115010>. 6
- X Alauze, A Bonnin, C Solaro, and F Pereira Dos Santos. **A trapped ultracold atom force sensor with a  $\mu\text{m}$ -scale spatial resolution**. *New Journal of Physics*, 20(8) : 083014, aug 2018. URL <http://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/aad716>. 6
- M. Altorio. **Novel atom interferometry techniques for a cold-atom gyroscope of large sagnac area**. PhD thesis, Sorbonne Université, 2019. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02931881/document>. 9, 118, 153
- M. Altorio, L. A. Sidorenkov, R. Gautier, D. Savoie, A. Landragin, and R. Geiger. **Accurate trajectory alignment in cold-atom interferometers with separated laser beams**. *Physical Review A*, 101(3), Mar 2020. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.101.033606>. 9, 136, 139, 233, 235
- C. Antoine. **Matter wave beam splitters in gravito-inertial and trapping potentials : generalized ttt scheme for atom interferometry**. *Applied Physics B*, 84(4) : 585–597, jul 2006. URL <https://link.springer.com/article/10.1007/s00340-006-2378-8>. 134
- C. Antoine and C. J. Bordé. **Quantum theory of atomic clocks and gravito-inertial sensors : an update**. *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, 5(2) : S199–S207, apr 2003. URL <https://doi.org/10.1088/1464-4266/5/2/380>. 274
- Astrix 200. URL [https://www.airbus.com/sites/g/files/jlcbta136/files/2022-02/ScE-AVIONICS-ASTRIX200v3\\_2022.pdf](https://www.airbus.com/sites/g/files/jlcbta136/files/2022-02/ScE-AVIONICS-ASTRIX200v3_2022.pdf). 8

- B. Barrett, P. Cheiney, B. Battelier, F. Napolitano, and P. Bouyer. **Multidimensional atom optics and interferometry**. *Physical Review Letters*, 122(4) :043604, feb 2019. URL <https://doi.org/10.1103/physrevlett.122.043604>. 232
- Brynle Barrett, Laura Antoni-Micollier, Laure Chichet, Baptiste Battelier, Thomas Lévêque, Arnaud Landragin, and Philippe Bouyer. **Dual matter-wave inertial sensors in weightlessness**. *Nature Communications*, 7 :13786, dec 2016. URL <https://doi.org/10.1038/ncomms13786>. 6
- Dhiman Basu, Andrew S. Whittaker, and Michael C. Constantinou. **Characterizing rotational components of earthquake ground motion using a surface distribution method and response of sample structures**. *Engineering Structures*, 99 :685–707, 2015. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029615003557>. 232
- Dennis Becker, Maike D. Lachmann, Stephan T. Seidel, Holger Ahlers, Aline N. Dinkelaker, Jens Grosse, Ortwin Hellmig, Hauke Müntinga, Vladimir Schkolnik, Thijs Wendrich, André Wenzlawski, Benjamin Weps, Robin Corgier, Tobias Franz, Naceur Gaaloul, Waldemar Herr, Daniel Lüdtke, Manuel Popp, Sirine Amri, Hannes Duncker, Maik Erbe, Anja Kohfeldt, André Kubelka-Lange, Claus Braxmaier, Eric Charron, Wolfgang Ertmer, Markus Krutzik, Claus Lämmerzahl, Achim Peters, Wolfgang P. Schleich, Klaus Sengstock, Reinhold Walser, Andreas Wicht, Patrick Windpassinger, and Ernst M. Rasel. **Space-borne bose–einstein condensation for precision interferometry**. *Nature*, 562(7727) :391–395, oct 2018. URL <https://doi.org/10.1038/s41586-018-0605-1>. 6
- P. Berg, S. Abend, G. Tackmann, C. Schubert, E. Giese, W.P. Schleich, F.A. Narducci, W. Ertmer, and E.M. Rasel. **Composite-light-pulse technique for high-precision atom interferometry**. *Physical Review Letters*, 114(6), feb 2015. URL <https://doi.org/10.1103/physrevlett.114.063002>. 8
- Jeanne Bernard, Yannick Bidel, Malo Cadoret, Clément Salducci, Nassim Zahzam, Sylvain Schwartz, Alexis Bonnin, Cédric Blanchard, and Alexandre Bresson. **Atom interferometry using  $\sigma^+$ - $\sigma^-$  Raman transitions between  $F = 1, m_F = \mp 1$  and  $F = 2, m_F = \pm 1$** . *Physical Review A*, 105(3) :033318, November 2021. URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.105.033318>. 232
- Felix Bernauer, Joachim Wassermann, Frederic Guattari, Arnaud Frenois, Alexandre Bigueur, Arnaud Gaillot, Elliot de Toldi, Damien Ponceau, Ulrich Schreiber, and Heiner Igel. **BlueSeis3a : Full characterization of a 3c broadband rotational seismometer**. *Seismological Research Letters*, 89(2A) :620–629, jan 2018. URL <https://doi.org/10.1785/0220170143>. 8
- Moritz Bernauer, Andreas Fichtner, and Heiner Igel. **Inferring earth structure from combined measurements of rotational and translational ground motions**. *Geophysics*, 74(6) :WCD41–WCD47, November 2009. URL <https://doi.org/10.1190/1.3211110>. 232
- Y. Bidel, N. Zahzam, C. Blanchard, A. Bonnin, M. Cadoret, A. Bresson, D. Rouxel, and M. F. Lequentrec-Lalancette. **Absolute marine gravimetry with matter-wave**

- interferometry.** *Nature Communications*, 9(1) :627, February 2018. URL <https://doi.org/10.1038/s41467-018-03040-2>. 5
- Yannick Bidel, Nassim Zahzam, Alexandre Bresson, Cédric Blanchard, Malo Cadoret, Arne V. Olesen, and René Forsberg. **Absolute airborne gravimetry with a cold atom sensor.** *Journal of Geodesy*, 94(2), jan 2020. URL <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01350-2>. 5
- G. W. Biedermann, K. Takase, X. Wu, L. Deslauriers, S. Roy, and M. A. Kasevich. **Zero-Dead-Time Operation of Interleaved Atomic Clocks.** *Physical Review Letters*, 111 :170802, Oct 2013. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.170802>. 153
- A. Bonnin, N. Zahzam, Y. Bidel, and A. Bresson. **Simultaneous dual-species matter-wave accelerometer.** *Physical Review A*, 88 :043615, Oct 2013. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.88.043615>. 6
- C J. Bordé. **Atomic clocks and inertial sensors.** *Metrologia*, 39(5) :435–463, oct 2002. URL <https://doi.org/10.1088/0026-1394/39/5/5>. 24
- Ch.J. Bordé. **Atomic interferometry with internal state labelling.** *Physics Letters A*, 140(1) :10 – 12, 1989. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0375960189905379>. 91, 129
- Christian Bordé. **Theoretical tools for atom optics and interferometry.** *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IV - Physics*, 2 :509–530, 04 2001. URL [https://doi.org/10.1016/S1296-2147\(01\)01186-6](https://doi.org/10.1016/S1296-2147(01)01186-6). 22
- Ch. J. Bordé, Ch. Salomon, S. Avrillier, A. van Lerberghe, Ch. Bréant, D. Bassi, and G. Scoles. **Optical ramsey fringes with traveling waves.** *Physical Review A*, 30 : 1836–1848, Oct 1984. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.30.1836>. 17
- L. Cacciapuoti, M. de Angelis, M. Fattori, G. Lamporesi, T. Petelski, M. Prevedelli, J. Stuhler, and G. M. Tino. **Analog+digital phase and frequency detector for phase locking of diode lasers.** *Review of Scientific Instruments*, 76(5) :053111, may 2005. URL <https://doi.org/10.1063/1.1914785>. 83
- B. Canuel, F. Leduc, D. Holleville, A. Gauguier, J. Fils, A. Viridis, A. Clairon, N. Dimarcq, Ch. J. Bordé, A. Landragin, and P. Bouyer. **Six-axis inertial sensor using cold-atom interferometry.** *Physical Review Letters*, 97 :010402, Jul 2006. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.010402>. 5, 33, 233
- B. Canuel, A. Bertoldi, L. Amand, E. Pozzo di Borgo, T. Chantrait, C. Danquigny, M. Dovele Álvarez, B. Fang, A. Freise, R. Geiger, and et al. **Exploring gravity with the MIGA large scale atom interferometer.** *Scientific Reports*, 8(1), Sep 2018. URL <http://dx.doi.org/10.1038/s41598-018-32165-z>. 6, 234
- B Canuel, S Abend, P Amaro-Seoane, F Badaracco, Q Beauvils, A Bertoldi, K Bongs, P Bouyer, C Braxmaier, W Chaibi, N Christensen, F Fitzek, G Flouris, N Gaaloul, S Gaffet,



- C L Garrido Alzar, R Geiger, S Guellati-Khelifa, K Hammerer, J Harms, J Hinderer, M Hohlinski, J Junca, S Katsanevas, C Klempt, C Kozanitis, M Krutzik, A Landragin, I Lázaro Roche, B Leykauf, Y-H Lien, S Loriani, S Merlet, M Merzougui, M Nofrarias, P Papadakos, F Pereira dos Santos, A Peters, D Plexousakis, M Prevedelli, E M Rasel, Y Rogister, S Rosat, A Roura, D O Sabulsky, V Schkolnik, D Schlippert, C Schubert, L Sidorenkov, J-N Siemß, C F Sopena, F Sorrentino, C Struckmann, G M Tino, G Tsagkatakis, A Viceré, W von Klitzing, L Woerner, and X Zou. **ELGAR—a european laboratory for gravitation and atom-interferometric research**. *Classical and Quantum Gravity*, 37 (22) :225017, oct 2020. URL <http://dx.doi.org/10.1088/1361-6382/aba80e>. 6
- Benjamin Canuel. **Étude d'un gyromètre à atomes froids**. phdthesis, Université Paris Sud - Paris XI, March 2007. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00193288/document>. 9, 15, 26, 33, 37, 39, 50, 79, 163, 225
- W. Chaibi, R. Geiger, B. Canuel, A. Bertoldi, A. Landragin, and P. Bouyer. **Low frequency gravitational wave detection with ground-based atom interferometer arrays**. *Physical Review D*, 93(2), Jan 2016. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.93.021101>. 6
- P. Cheinet. **Conception et réalisation d'un gravimètre à atomes froids**. PhD thesis, Université Paris VI, Mar 2006. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00070861/document>. 33, 81, 83, 84
- Pierrick Cheiney, Lauriane Fouché, Simon Templier, Fabien Napolitano, Baptiste Battelier, Philippe Bouyer, and Brynle Barrett. **Navigation-compatible hybrid quantum accelerometer using a kalman filter**. *Physical Review Applied*, 10 :034030, Sep 2018. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevApplied.10.034030>. 5
- B. Cheng, P. Gillot, S. Merlet, and F. Pereira Dos Santos. **Influence of chirping the Raman lasers in an atom gravimeter : Phase shifts due to the Raman light shift and to the finite speed of light**. *Physical Review A*, 92(6), Dec 2015. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.92.063617>. 122
- A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati, and W. D. Phillips. **Ramsey resonance in a zacharias fountain**. *EPL (Europhysics Letters)*, 16(2) :165, 1991. URL <http://stacks.iop.org/0295-5075/16/i=2/a=008>. 52
- John F. Clauser. **Ultra-high sensitivity accelerometers and gyroscopes using neutral atom matter-wave interferometry**. *Physica B+C*, 151(1) :262–272, July 1988. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0378436388901763>. 181
- C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë. **Mécanique quantique**. *Ed. Hermann*, 1977. 18
- Planck Collaboration. **Planck 2018 results. A and A**, 641, 2020. URL <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833910>. 234
- G. D'Amico, G. Rosi, S. Zhan, L. Cacciapuoti, M. Fattori, and G. M. Tino. **Canceling the gravity gradient phase shift in atom interferometry**. *Physical Review Letters*,

- 119 :253201, Dec 2017. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.119.253201>. 181
- A. Delgado, W. P. Schleich, and G. Süssmann. **Quantum gyroscopes and gödel’s universe : entanglement opens a new testing ground for cosmology.** *New Journal of Physics*, 4 :37–37, 2002. URL <http://dx.doi.org/10.1088/1367-2630/4/1/337>. 234
- Fabrice Delhayé. **HRG by SAFRAN : The game-changing technology.** mar 2018. URL <https://doi.org/10.1109/ISISS.2018.8358163>. 3
- J. Díaz, M. Ruiz, J. J. Curto, J. M. Torta, J. Ledo, A. Marcuello, and P. Queralt. **On the observation of magnetic events on broad-band seismometers.** *Earth, Planets and Space*, 72(1), jul 2020. URL <https://doi.org/10.1186/s40623-020-01236-9>. 248
- G. John Dick, John D. Prestage, Charles A. Greenhall, and Lute Maleki. **Local oscillator induced degradation of medium-term stability in passive atomic frequency standards.** In *22nd Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Applications and Planning Meeting*, pages 487–508, May 1990. URL <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA515721.pdf>. 153
- George J. Dick. **Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards.** 1987. URL <https://www.ion.org/publications/abstract.cfm?articleID=15462>. 30
- K. Dieckmann, R. J. C. Spreeuw, M. Weidemüller, and J. T. M. Walraven. **Two-dimensional magneto-optical trap as a source of slow atoms.** *Physical Review A*, 58(5) :3891–3895, nov 1998. URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.58.3891>. 47
- S. Donner, M. Bernauer, and H. Igel. **Inversion for seismic moment tensors combining translational and rotational ground motions.** *Geophysical Journal International*, 207 (1) :562–570, October 2016. URL <https://doi.org/10.1093/gji/ggw298>. 232
- B. Dubetsky and M. A. Kasevich. **Atom interferometer as a selective sensor of rotation or gravity.** *Physical Review A*, 74 :023615, Aug 2006. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.74.023615>. 136, 184
- D. S. Durfee, Y. K. Shaham, and M. A. Kasevich. **Long-term stability of an area-reversible atom-interferometer sagnac gyroscope.** *Physical Review Letters*, 97 :240801, Dec 2006. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.240801>. 5, 8
- I. Dutta, D. Savoie, B. Fang, B. Venon, C. L. Garrido Alzar, R. Geiger, and A. Landragin. **Continuous cold-atom inertial sensor with 1 nrad/sec rotation stability.** *Physical Review Letters*, 116(18), May 2016. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.183003>. 5, 9, 154
- Indranil Dutta. **Stability improvement of a Sagnac cold atom interferometer : towards continuous operation.** Theses, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, November 2015. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01332562>. 9, 27, 53, 91, 126, 128, 153

- Bess Fang, Nicolas Mielec, Denis Savoie, Matteo Altorio, Arnaud Landragin, and Remi Geiger. **Improving the phase response of an atom interferometer by means of temporal pulse shaping.** *New Journal of Physics*, 20(2) :023020, feb 2018. URL <https://doi.org/10.1088%2F1367-2630%2Faaa37c>. 209
- Tristan Farah, Christine Guerlin, Arnaud Landragin, Philippe Bouyer, Stéphane Gaffet, Franck Pereira Dos Santos, and Sébastien Merlet. **Underground operation at best sensitivity of the mobile In-syrte cold atom gravimeter.** April 2014. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00980882>. 5, 246
- Gabriele Ferrari, Marc-Oliver Mewes, Florian Schreck, and Christophe Salomon. **High-power multiple-frequency narrow-linewidth laser source based on a semiconductor tapered amplifier.** *Optics Letters*, 24(3) :151, feb 1999. URL <https://doi.org/10.1364/OL.24.000151>. 88
- J. Fils, F. Leduc, P. Bouyer, D. Holleville, N. Dimarcq, A. Clairon, and A. Landragin. **Influence of optical aberrations in an atomic gyroscope.** *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 36(3) :257–260, Dec 2005. URL <https://doi.org/10.1140/epjd/e2005-00255-9>. 136
- Jérôme Fils. **Réalisation et caractérisation d'un gyromètre à ondes de de Broglie.** PhD thesis, Paris 11, 2002. URL <http://www.theses.fr/2002PA112158>. 9
- Thomas Forbriger. **Reducing magnetic field induced noise in broad-band seismic recordings.** *Geophysical Journal International*, 169(1) :240–258, apr 2007. URL <https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.2006.03295.x>. 248
- Thomas Forbriger, Rudolf Widmer-Schmidrig, Erhard Wielandt, Mark Hayman, and Nicholas Ackerley. **Magnetic field background variations can limit the resolution of seismic broad-band sensors.** *Geophysical Journal International*, 183(1) :303–312, aug 2010. URL <https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2010.04719.x>. 248
- Léon Foucault. **Démonstration physique du mouvement de rotation de la Terre au moyen du pendule.** *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences*, 32 :135–138, 1851. URL [https://fr.wikisource.org/wiki/Démonstration\\_physique\\_du\\_mouvement\\_de\\_rotation\\_de\\_la\\_Terre\\_au\\_moyen\\_du\\_pendule](https://fr.wikisource.org/wiki/Démonstration_physique_du_mouvement_de_rotation_de_la_Terre_au_moyen_du_pendule). 1
- C Freier, M Hauth, V Schkolnik, B Leykauf, M Schilling, H Wziontek, H-G Scherneck, J Müller, and A Peters. **Mobile quantum gravity sensor with unprecedented stability.** *Journal of Physics : Conference Series*, 723(1) :012050, 2016. URL <http://stacks.iop.org/1742-6596/723/i=1/a=012050>. 5
- Carlos L. Garrido Alzar. **Compact chip-scale guided cold atom gyrometers for inertial navigation : Enabling technologies and design study.** *AVS Quantum Science*, 1(1) :014702, 2019. URL <https://doi.org/10.1116/1.5120348>. 5
- A. Gauguet. **Gyromètre à atomes froids : Étude de la stabilité limite et des effets systématiques liés aux séparatrices lasers.** PhD thesis, Université Paris VI, Jun 2006. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00322150>. 9, 15, 22, 60, 91, 98, 202, 274

- A. Gauguet, B. Canuel, T. Lévêque, W. Chaibi, and A. Landragin. **Characterization and limits of a cold-atom Sagnac interferometer**. *Physical Review A*, 80(6), dec 2009. URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.80.063604>. 8, 9, 97, 136, 202
- Romain Gautier, Mohamed Guessoum, Leonid A. Sidorenkov, Quentin Bouton, Arnaud Landragin, and Remi Geiger. **Accurate measurement of the Sagnac effect for matter waves**. *Science Advances*, 8(23), jun 2022. 11, 235
- J. Gazeaux. **Calcul de déviation de la verticale à l'observatoire de paris**. Service de Géodésie et de Métrologie de l'IGN. 215, 216
- R. Geiger. **Atom interferometry : from fundamental physics to precision inertial measurements**. HDR, 2019. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02267800/document>. 28
- R. Geiger, V. Ménoret, G. Stern, N. Zahzam, P. Cheinet, B. Battelier, A. Villing, F. Moron, M. Lours, Y. Bidel, and et al. **Detecting inertial effects with airborne matter-wave interferometry**. *Nature Communications*, 2(1), Sep 2011. URL <http://dx.doi.org/10.1038/ncomms1479>. 5
- Remi Geiger. **Senseur inertielle à ondes de matière aéroporté**. phdthesis, Université Paris Sud - Paris XI, October 2011. URL <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00651016/document>. 17, 60, 117, 118
- Remi Geiger. **Future gravitational wave detectors based on atom interferometry**. *An Overview of Gravitational Waves*, page 285–313, Feb 2017. URL [http://dx.doi.org/10.1142/9789813141766\\_0008](http://dx.doi.org/10.1142/9789813141766_0008). 6
- Remi Geiger, Arnaud Landragin, Sébastien Merlet, and Franck Pereira Dos Santos. **High-accuracy inertial measurements with cold-atom sensors**. *AVS Quantum Science*, 2(2) :024702, Jun 2020. URL <http://dx.doi.org/10.1116/5.0009093>. 5
- Geoscope. **Geoscope, French Global Network of broad band seismic stations**, 1982. Institut de physique du globe de Paris (IPGP) and École et Observatoire des Sciences de la Terre de Strasbourg (EOST). 253
- GG1320. **Honeywell Gyro**. URL <https://aerospace.honeywell.com/content/dam/aerobt/en/documents/learn/products/sensors/user-manuals/GG1320-usermanual.pdf>. 4, 8
- P. Gillot, O. Francis, A. Landragin, F. Pereira Dos Santos, and S. Merlet. **Stability comparison of two absolute gravimeters : optical versus atomic interferometers**. *Metrologia*, 51(5) :L15–L17, jun 2014. URL <https://doi.org/10.1088%2F0026-1394%2F51%2F5%2F115>. 5
- Éric. Gourgoulhon. **Special relativity in general frames**. 2013. 24
- Peter W. Graham, Jason M. Hogan, Mark A. Kasevich, and Surjeet Rajendran. **Resonant mode for gravitational wave detectors based on atom interferometry**. *Physical Review D*, 94 :104022, Nov 2016. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.94.104022>. 6, 233

- T. L. Gustavson, A. Landragin, and M. A. Kasevich. **Rotation sensing with a dual atom-interferometer Sagnac gyroscope.** *Classical and Quantum Gravity*, 17(12) :2385, 2000. URL <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0264-9381/17/12/311>. 8
- Celine Hadziioannou, Peter Gaebler, Ulrich Schreiber, Joachim Wassermann, and Heiner Igel. **Examining ambient noise using colocated measurements of rotational and translational motion.** *Journal of Seismology*, 16(4) :787–796, October 2012. URL <https://doi.org/10.1007/s10950-012-9288-5>. 2
- J. L. Hall, M. Zhu, and P. Buch. **Prospects for using laser-prepared atomic fountains for optical frequency standards applications.** *Journal of the Optical Society of America B*, 6(11) :2194, nov 1989. URL <https://doi.org/10.1364/JOSAB.6.002194>. 52
- Jan Harms, Edgard Bonilla, Michael Coughlin, Jenne Driggers, Sheila Dwyer, David McManus, Michael Ross, Bram Slagmolen, and Krishna Venkateswara. **Observation of a potential future sensitivity limitation from ground motion at LIGO Hanford.** *Physical Review D*, 101, 102002, January 2020. URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.101.102002>. 234
- F. Hasselbach and M. Nicklaus. **An electron optical sagnac experiment.** *Physica B+C*, 151(1) :230 – 234, 1988. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0378436388901714>. 201
- A. Hinton, M. Perea-Ortiz, J. Winch, J. Briggs, S. Freer, D. Moustoukas, S. Powell-Gill, C. Squire, A. Lamb, C. Rammeloo, B. Stray, G. Voulazeris, L. Zhu, A. Kaushik, Y.-H. Lien, A. Niggebaum, A. Rodgers, A. Stabrawa, D. Boddice, S. R. Plant, G. W. Tuckwell, K. Bongs, N. Metje, and M. Holynski. **A portable magneto-optical trap with prospects for atom interferometry in civil engineering.** *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 375(2099) :20160238, August 2017. URL <http://rsta.royalsocietypublishing.org/lookup/doi/10.1098/rsta.2016.0238>. 5
- Jason M. Hogan, David M. S. Johnson, Susannah Dickerson, Tim Kovachy, Alex Sugarbaker, Sheng-wei Chiow, Peter W. Graham, Mark A. Kasevich, Babak Saif, Surjeet Rajendran, Philippe Bouyer, Bernard D. Seery, Lee Feinberg, and Ritva Keski-Kuha. **An atomic gravitational wave interferometric sensor in low earth orbit (AGIS-LEO).** *General Relativity and Gravitation*, 43(7) :1953–2009, July 2011. URL <https://doi.org/10.1007/s10714-011-1182-x>. 233
- D. Holleville. **Conception et réalisation d’un gyromètre à atomes froids fondé sur l’effet Sagnac pour les ondes de matières.** PhD thesis, Université Paris XI, Sep 2001. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00001098>. 9, 22
- Zhong-Kun Hu, Bu-Liang Sun, Xiao-Chun Duan, Min-Kang Zhou, Le-Le Chen, Su Zhan, Qiao-Zhen Zhang, and Jun Luo. **Demonstration of an ultrahigh-sensitivity atom-interferometry absolute gravimeter.** *Physical Review A*, 88(4) :043610, oct 2013. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.88.043610>. 246

- iXBlue. **Gyromètre iXBlue**. URL <https://www.blueseis.com/>. 152
- Camille Janvier, Vincent Ménoret, Sébastien Merlet, Arnaud Landragin, Franck Pereira Dos Santos, and Bruno Desruelle. **A compact differential gravimeter at the quantum projection noise limit**. *Physical Review A*, 105, January 2022. URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.105.022801>. 6
- Christopher Jekeli. **Navigation error analysis of atom interferometer inertial sensor**. *Navigation*, 52(1) :1–14, 2005. URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/j.2161-4296.2005.tb01726.x>. 153
- C. Jentsch, T. Müller, E. M. Rasel, and W. Ertmer. **HYPER : A Satellite Mission in Fundamental Physics Based on High Precision Atom Interferometry**. *General Relativity and Gravitation*, 36(10) :2197–2221, oct 2004. URL <https://doi.org/10.1023/B:GERG.0000046179.26175.fa>. 2
- A. Joyet, G. Di Domenico, and P. Thomann. **Theoretical analysis of aliasing noises in cold atom mach-zehnder interferometers**. *The European Physical Journal D*, 66(3), mar 2012. URL [https://doc.rero.ch/record/312106/files/10053\\_2012\\_Article\\_159.pdf](https://doc.rero.ch/record/312106/files/10053_2012_Article_159.pdf). 153
- J. Junca, A. Bertoldi, D. O. Sabulsky, G. Lefèvre, X. Zou, J.-B. Decitre, R. Geiger, A. Landragin, S. Gaffet, P. Bouyer, and et al. **Characterizing Earth gravity field fluctuations with the MIGA antenna for future gravitational wave detectors**. *Physical Review D*, 99(10), May 2019. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.99.104026>. 232
- R. Karcher, F. Pereira Dos Santos, and S. Merlet. **Impact of direct-digital-synthesizer finite resolution on atom gravimeters**. *Physical Review A*, 101(4) :043622, apr 2020. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.101.043622>. 62
- Mark Kasevich and Steven Chu. **Atomic interferometry using stimulated Raman transitions**. *Physical Review Letters*, 67 :181–184, Jul 1991. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.67.181>. 5
- David W. Keith, Christopher R. Ekstrom, Quentin A. Turchette, and David E. Pritchard. **An interferometer for atoms**. *Physical Review Letters*, 66(21) :2693–2696, May 1991. URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.66.2693>. 5
- Maike D. Lachmann, Holger Ahlers, Dennis Becker, Aline N. Dinkelaker, Jens Grosse, Ortwin Hellmig, Hauke Müntinga, Vladimir Schkolnik, Stephan T. Seidel, Thijs Wendrich, André Wenzlawski, Benjamin Carrick, Naceur Gaaloul, Daniel Lüdtke, Claus Braxmaier, Wolfgang Ertmer, Markus Krutzik, Claus Lämmerzahl, Achim Peters, Wolfgang P. Schleich, Klaus Sengstock, Andreas Wicht, Patrick Windpassinger, and Ernst M. Rasel. **Ultra-cold atom interferometry in space**. *Nature Communications*, 12(1), feb 2021. URL <https://www.nature.com/articles/s41467-021-21628-z>. 6
- L. Landau and E. Lifschitz. **Mécanique**. *Ed de la paix*, 1969. 22
- A. Landragin, A. Clairon, N. Dimarcq, P. Teyssandier, C. Salomon, E. M. Rasel, W. Ertmer, C. H. J. Bordé, P. Tournenc, P. Bouyer, M. Caldwell, R. Bingham, B. Kent, M. Sandford,

- P. Wolf, S. Airey, and G. Bagnasco. **Hyper : Atom Interferometry In Space**. *World Scientific*, nov 2002. URL [https://doi.org/10.1142/9789812776464\\_0002](https://doi.org/10.1142/9789812776464_0002). 2
- B. Lantz, R. Schofield, B. O'Reilly, D. E. Clark, and D. DeBra. **Review : Requirements for a ground rotation sensor to improve advanced LIGO**. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 99(2B) :980–989, may 2009. URL <https://doi.org/10.1785/0120080199>. 234
- J. Lautier, L. Volodimer, T. Hardin, S. Merlet, M. Lours, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin. **Hybridizing matter-wave and classical accelerometers**. *Applied Physics Letters*, 105(14) :144102, oct 2014. URL <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4897358>. 5, 141, 150
- J. Le Gouët, J. Kim, C. Bourassin-Bouchet, M. Lours, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos. **Wide bandwidth phase-locked diode laser with an intra-cavity electro-optic modulator**. *Optics Communications*, 282(5) :977–980, mar 2009. URL <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2008.11.055>. 83
- Julien Le Gouët. **Étude des performances d'un gravimètre atomique absolu : sensibilité limitée et exactitude préliminaire**. Theses, Université Paris Sud - Paris XI, February 2008. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00311422>. 257
- Florence Leduc. **Characterization of a cold atom inertial sensor**. Theses, Université Paris Sud - Paris XI, November 2004. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00007729>. 9
- William H. K. Lee. **Rotational seismology**. In Peter T. Bobrowsky, editor, *Encyclopedia of Natural Hazards*, pages 877–879. Springer Netherlands, Dordrecht, 2013. doi : 10.1007/978-1-4020-4399-4\_304. URL [https://doi.org/10.1007/978-1-4020-4399-4\\_304](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-4399-4_304). 232
- Hervé C. Lefèvre. **The fiber-optic gyroscope, a century after Sagnac's experiment : The ultimate rotation-sensing technology ?** *Comptes Rendus Physique*, 15(10) :851 – 858, 2014. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1631070514001443>. The Sagnac effect : 100 years later / L'effet Sagnac : 100 ans après. 4, 201
- Alan Lenef, Troy D. Hammond, Edward T. Smith, Michael S. Chapman, Richard A. Rubenstein, and David E. Pritchard. **Rotation Sensing with an Atom Interferometer**. *Physical Review Letters*, 78(5) :760–763, February 1997. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.78.760>. 202
- T. Lévêque, C. Fallet, M. Manda, R. Biancale, J. M. Lemoine, S. Tardivel, S. Delavault, A. Piquereau, S. Bourgoigne, F. Pereira Dos Santos, B. Battelier, and Ph. Bouyer. **Gravity field mapping using laser-coupled quantum accelerometers in space**. *Journal of Geodesy*, 95(1), jan 2021. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s00190-020-01462-9>. 6
- Thomas Lévêque. **Développement of a high sensitivity cold atom gyroscope based on a folded geometry**. Theses, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, September 2010. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00532789>. 9, 28, 43, 47, 49, 50

- R. B. Li, P. Wang, H. Yan, J. Wang, and M. S. Zhan. **Magnetic field dependence of coherent population transfer by the stimulated Raman transition.** *Physical Review A*, 77(3) :033425, mar 2008. URL <https://doi.org/10.1103/physreva.77.033425>. 261
- Xia Li, Cheng-Gang Shao, and Zhong-Kun Hu. **Raman pulse duration effect in high-precision atom interferometry gravimeters.** *Journal of the Optical Society of America B*, 32(2) :248, jan 2015. URL <https://doi.org/10.1364/josab.32.000248>. 225
- Zhenhua Li and Mirko van der Baan. **Elastic passive source localization using rotational motion.** *Geophysical Journal International*, 211(2) :1206–1222, November 2017. URL <https://doi.org/10.1093/gji/ggx364>. 232
- Claus Lämmerzahl, C. W. Francis Everitt, and Friedrich W. Hehl. **Gyros, Clocks, Interferometers... : Testing Relativistic Gravity in Space.** *Springer Berlin Heidelberg*, 2001. URL <https://doi.org/10.1007/3-540-40988-2>. 2
- Anne Louchet-Chauvet, Tristan Farah, Quentin Bodart, André Clairon, Arnaud Landragin, Sébastien Merlet, and Franck Pereira Dos Santos. **The influence of transverse motion within an atomic gravimeter.** *New Journal of Physics*, 13(6) :065025, 2011. URL <http://stacks.iop.org/1367-2630/13/i=6/a=065025>. 64
- T. Lévêque, A. Gauguet, F. Michaud, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin. **Enhancing the area of a raman atom interferometer using a versatile double-diffraction technique.** *Physical Review Letters*, 103(8), Aug 2009. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.080405>. 61, 176, 232
- T. Lévêque, A. Gauguet, W. Chaibi, and A. Landragin. **Low noise amplification of an optically carried microwave signal : application to atom interferometry.** *Applied Physics B*, 101(4) :723–729, June 2010. URL <http://link.springer.com/article/10.1007/s00340-010-4082-y>. 88, 89
- W. M. Macek and D. T. M. Davis. **Rotation rate sensing with traveling-wave ring lasers.** *Applied Physics Letters*, 2(3) :67–68, February 1963. URL <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.1753778>. 201
- Karl-Peter Marzlin and Jürgen Audretsch. **State independence in atom interferometry and insensitivity to acceleration and rotation.** *Physical Review A*, 53 :312–318, Jan 1996. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.53.312>. 234
- J. M. McGuirk, G. T. Foster, J. B. Fixler, M. J. Snadden, and M. A. Kasevich. **Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry.** *Physical Review A*, 65 (3), February 2002. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.65.033608>. 181, 233
- Vincent Ménoret, Pierre Vermeulen, Nicolas Le Moigne, Sylvain Bonvalot, Philippe Bouyer, Arnaud Landragin, and Bruno Desruelle. **Gravity measurements below  $10^{-9}$  g with a transportable absolute quantum gravimeter.** *Scientific Reports*, 8(1), Aug 2018. URL <http://dx.doi.org/10.1038/s41598-018-30608-1>. 5, 246



- S. Merlet, P. Gillot, T. Farah, Q. Bodart, J. Le Gouet, P. Cheinet, C. Guerlin, A. Louchet-Chauvet, N. Malossi, A. Kopaev, O. Francis, G. D'Agostino, M. Diamant, G. Geneves, A. Clairon, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos. **Détermination de l'accélération de la pesanteur pour la balance du watt du LNE.** *Revue française de métrologie*, (36) :11–27, January 2015. URL <http://www.metrologie-francaise.fr/fr/publications/RFM/2014/rfm1413.asp>. 6
- M. Meunier, I. Dutta, R. Geiger, C. Guerlin, C. L. Garrido Alzar, and A. Landragin. **Stability enhancement by joint phase measurements in a single cold atomic fountain.** *Physical Review A*, 90(6), Dec 2014. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.90.063633>. 162
- Matthieu Meunier. **Étude d'un gyromètre à ondes de matière de très grande aire.** phdthesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, December 2013. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01053196/document>. 9, 39, 50, 52, 53, 91, 107, 125, 126, 153, 162, 163
- A. A. Michelson and Henry G. Gale. **The Effect of the Earth's Rotation on the Velocity of Light, II.** *Astrophysical Journal*, 61 :140, April 1925. URL <https://doi.org/10.1086/142879>. 201, 202
- N. Mielec. **Études pour un résonateur optique à profil d'intensité plat et son application à l'interférométrie atomique.** PhD thesis, Université PSL, 2018. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02089395>. 59, 63, 64
- N. Mielec, M. Altorio, R. Sapam, D. Horville, D. Holleville, L. A. Sidorenkov, A. Landragin, and R. Geiger. **Atom interferometry with top-hat laser beams.** *Applied Physics Letters*, 113(16) :161108, 2018. URL <https://doi.org/10.1063/1.5051663>. 59
- Holger Müller, Sheng wey Chiow, Quan Long, and Steven Chu. **Phase-locked, low-noise, frequency agile titanium :sapphire lasers for simultaneous atom interferometers.** *Optics Letters*, 31(2) :202, jan 2006. URL <https://doi.org/10.1364/OL.31.000202>. 83
- T. Müller, M. Gilowski, M. Zaiser, P. Berg, Ch. Schubert, T. Wendrich, W. Ertmer, and E. M. Rasel. **A compact dual atom interferometer gyroscope based on laser-cooled rubidium.** *The European Physical Journal D*, 53(3) :273–281, may 2009. URL <https://link.springer.com/article/10.1140/epjd/e2009-00139-0>. 5
- Kathryn Moler, David S. Weiss, Mark Kasevich, and Steven Chu. **Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions.** *Physical Review A*, 45 :342–348, Jan 1992. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.45.342>. 15
- Léo Morel, Zhibin Yao, Pierre Cladé, and Saïda Guellati-Khélifa. **Determination of the fine-structure constant with an accuracy of 81 parts per trillion.** *Nature*, 588 (7836) :61–65, dec 2020. URL <https://www.nature.com/articles/s41586-020-2964-7>. 6

- Serena Moseley, Nicholas Scaramuzza, Jay D. Tasson, and Max L. Trostel. **Lorentz violation and sagnac gyroscopes**. *Physical Review D*, 100 :064031, Sep 2019. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.100.064031>. 234
- NI. **Considérations relatives au câblage sur site et au bruit pour les signaux analogiques**. URL <https://www.ni.com/fr-fr/support/documentation/supplemental/06/field-wiring-and-noise-considerations-for-analog-signals.html>. 108
- Chris Overstreet, Peter Asenbaum, Tim Kovachy, Remy Notermans, Jason M. Hogan, and Mark A. Kasevich. **Effective inertial frame in an atom interferometric test of the equivalence principle**. *Physical Review Letters*, 120 :183604, May 2018. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.120.183604>. 181
- G. Payet. **Analyse des bruits de vibrations d'un gyromètre à atomes froids**. Rapport de projet de fin d'étude, 2014. 59
- I. Perrin, J. Bernard, Y. Bidel, A. Bonnin, N. Zahzam, C. Blanchard, A. Bresson, and M. Cadoret. **Zero-velocity atom interferometry using a retroreflected frequency-chirped laser**. *Physical Review A*, 100(5) :053618, nov 2019a. URL <https://doi.org/10.1103/physreva.100.053618>. 232
- I. Perrin, Y. Bidel, N. Zahzam, C. Blanchard, A. Bresson, and M. Cadoret. **Proof-of-principle demonstration of vertical-gravity-gradient measurement using a single-proof-mass double-loop atom interferometer**. *Physical Review A*, 99 :013601, Jan 2019b. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.99.013601>. 233
- A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu. **High-precision gravity measurements using atom interferometry**. *Metrologia*, 38(1) :25, 2001. URL <http://stacks.iop.org/0026-1394/38/i=1/a=4>. 246, 248
- Jon R. Peterson. **Observations and modeling of seismic background noise**. 1993. URL <https://doi.org/10.3133/ofr93322>. 111, 246
- Audrey Quessada, Richard P. Kovacich, Irène Courtillot, André Clairon, Giorgio Santarelli, and Pierre Lemonde. **The Dick effect for an optical frequency standard**. *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, 5(2) :S150, 2003. URL <https://doi.org/10.1088/1464-4266/5/2/373>. 153
- E. L. Raab, M. Prentiss, Alex Cable, Steven Chu, and D. E. Pritchard. **Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure**. *Physical Review Letters*, 59(23) :2631–2634, dec 1987. URL <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.59.2631>. 49
- Logan Richardson, Adam Hines, Andrew Schaffer, Brian P. Anderson, and Felipe Guzman. **Quantum hybrid optomechanical inertial sensing**. *Applied Optics*, 59(22) :G160, jun 2020a. URL <https://doi.org/10.1364/AO.393060>. 248
- Logan L. Richardson, Ashwin Rajagopalan, Henning Albers, Christian Meiners, Dipankar Nath, Christian Schubert, Dorothee Tell, Étienne Wodey, Sven Abend, Matthias Gersemann, Wolfgang Ertmer, Ernst M. Rasel, Dennis Schlippert, Moritz Mehmet, Lee Kuman-

- chik, Luis Colmenero, Ruven Spannagel, Claus Braxmaier, and Felipe Guzmán. **Optomechanical resonator-enhanced atom interferometry**. *Communications Physics*, 3(1), nov 2020b. URL <https://www.nature.com/articles/s42005-020-00473-4>. 248
- Logan Latham Richardson. **Inertial noise post-correction in atom interferometers measuring the local gravitational acceleration**. PhD thesis, 2019. URL <https://doi.org/10.15488/4434>. 246, 248
- F. Riehle, Th. Kisters, A. Witte, J. Helmcke, and Ch. J. Bordé. **Optical ramsey spectroscopy in a rotating frame : Sagnac effect in a matter-wave interferometer**. *Physical Review Letters*, 67 :177–180, Jul 1991. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.67.177>. 5, 201
- G. Rosi, F. Sorrentino, L. Cacciapuoti, M. Prevedelli, and G. M. Tino. **Precision measurement of the Newtonian gravitational constant using cold atoms**. *Nature*, 510(7506) :518–521, 2014. URL <http://www.nature.com/nature/journal/v510/n7506/abs/nature13433.html>. 6
- G. Rosi, L. Cacciapuoti, F. Sorrentino, M. Menchetti, M. Prevedelli, and G. M. Tino. **Measurement of the Gravity-Field Curvature by Atom Interferometry**. *Physical Review Letters*, 114(1) :013001, January 2015. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.114.013001>. 6
- Michael P. Ross, Krishna Venkateswara, Conor Mow-Lowry, Sam Cooper, Jim Warner, Brian Lantz, Jeffrey Kissel, Hugh Radkins, Thomas Shaffer, Richard Mittleman, Arnaud Pele, and Jens Gundlach. **Towards windproofing LIGO : Reducing the effect of wind-driven floor tilt by using rotation sensors in active seismic isolation**. *arXiv*, March 2020. URL <http://arxiv.org/pdf/2003.06447v2>. 234
- Albert Roura. **Circumventing heisenberg’s uncertainty principle in atom interferometry tests of the equivalence principle**. *Physical Review Letters*, 118 :160401, Apr 2017. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.118.160401>. 181
- SafranHRG. **HRG Crystal**. URL <https://www.safran-group.com/fr/actualite/au-coeur-linertie-hrg-crystal-onyx-revolutionnent-centrales-navigation-haute-performance-navales-2018-10-23>. 3
- G. Sagnac. **L’éther lumineux démontré par l’effet du vent relatif d’éther dans un interféromètre en rotation uniforme**. *Comptes Rendus Hebdomadaires des Séances de l’Académie des Sciences*, 157 :708, 1913. URL [https://fr.wikisource.org/wiki/L\T1\textquoterightéther\\_lumineux\\_démontré](https://fr.wikisource.org/wiki/L\T1\textquoterightéther_lumineux_démontré). 3, 24
- G. Santarelli, C. Audoin, A. Makdissi, P. Laurent, G. J. Dick, and A. Clairon. **Frequency stability degradation of an oscillator slaved to a periodically interrogated atomic resonator**. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 45(4) :887–894, July 1998. URL <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=710548>. 153

- D. Savoie, M. Altorio, B. Fang, L. A. Sidorenkov, R. Geiger, and A. Landragin. **Interleaved atom interferometry for high-sensitivity inertial measurements.** *Science Advances*, 4(12), 2018. URL <https://advances.sciencemag.org/content/4/12/eaau7948>. 9, 156, 157
- Denis Savoie. **Continuous and interleaved operation of a cold atom gyroscope and improvement of its stability.** Theses, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, November 2017. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01919499>. 9, 17, 39, 49, 91, 92, 95, 126, 136, 150, 153, 157, 265
- J. Schoser, A. Batär, R. Löw, V. Schweikhard, A. Grabowski, Yu. B. Ovchinnikov, and T. Pfau. **Intense source of cold Rb atoms from a pure two-dimensional magneto-optical trap.** *Physical Review A*, 66 :023410, Aug 2002. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.66.023410>. 47
- K. U. Schreiber, T. Klügel, J.-P. R. Wells, R. B. Hurst, and A. Gebauer. **How to detect the Chandler and the annual wobble of the earth with a large ring laser gyroscope.** *Physical Review Letters*, 107 :173904, Oct 2011. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.107.173904>. 2, 8, 224
- C. Schubert, D. Schlippert, S. Abend, E. Giese, A. Roura, W. P. Schleich, W. Ertmer, and E. M. Rasel. **Scalable, symmetric atom interferometer for infrasound gravitational wave detection,** September 2019. URL <http://arxiv.org/pdf/1909.01951v1>. 234
- Keith Schwab, Niels Bruckner, and Richard E. Packard. **Detection of the earth's rotation using superfluid phase coherence.** *Nature*, 386(6625) :585–587, 1997. URL <https://doi.org/10.1038/386585a0>. 202
- L. A. Sidorenkov, R. Gautier, M. Altorio, R. Geiger, and A. Landragin. **Tailoring Multiloop Atom Interferometers with Adjustable Momentum Transfer.** *Physical Review Letters*, 125(21), Nov 2020. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.125.213201>. 9, 181, 193, 235
- R. W. Simmonds, A. Marchenkov, E. Hoskinson, J. C. Davis, and R. E. Packard. **Quantum interference of superfluid  $^3\text{He}$ .** *Nature*, 412(6842) :55–58, 2001. URL <https://doi.org/10.1038/35083518>. 202
- Yvan R. P. Sortais. **Construction d'une fontaine double à atomes froids de  $^{87}\text{Rb}$  et  $^{133}\text{Cs}$ ; Etude des effets dépendant du nombre d'atomes dans une fontaine.** PhD thesis, 2001. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00001065>. 120
- Danel A. Steck. **Cesium D Line Data.** 1998. URL <http://steck.us/alkalidata/cesiumnumbers.1.6.pdf>. 17, 75, 208
- J. K. Stockton, K. Takase, and M. A. Kasevich. **Absolute Geodetic Rotation Measurement Using Atom Interferometry.** *Physical Review Letters*, 107 :133001, Sep 2011. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.107.133001>. 182, 202, 233

- P. Storey and C. Cohen-Tannoudji. **The feynman path integral approach to atomic interferometry : A tutorial.** *J. Phys. II France*, 4 :1999–2027, Nov 1994. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/jpa-00248106/document>. 22
- G. Tackmann, P. Berg, C. Schubert, S. Abend, M. Gilowski, W. Ertmer, and E. M. Rassel. **Self-alignment of a compact large-area atomic Sagnac interferometer.** *New Journal of Physics*, 14(1) :015002, jan 2012. URL <https://doi.org/10.1088%2F1367-2630%2F14%2F1%2F015002>. 136
- Gunnar Tackmann. **Raman interferometry with free-falling and trapped atoms.** Theses, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI; Leibniz Universität Hannover, September 2013. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00966091>. 139
- Ken Takase. **Precision rotation rate measurements with a mobile atom interferometer.** PhD thesis, Stanford University, Jan 2008. URL [https://web.stanford.edu/group/kasevich/cgi-bin/wordpress/wp-content/uploads/2012/09/Ken\\_Takase\\_thesis.pdf](https://web.stanford.edu/group/kasevich/cgi-bin/wordpress/wp-content/uploads/2012/09/Ken_Takase_thesis.pdf). 202
- Yu-Jie Tan, Miao-Miao Zhao, Pan-Pan Wang, Ya-Jie Wang, Yao-Yao Xu, Xiao-Chun Duan, Cheng-Gang Shao, and Zhong-Kun Hu. **Improved Raman pulse sequence for rotation measurements with atom interferometers.** *Metrologia*, 57(3) :035006, may 2020. URL <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1681-7575/ab7174>. 134
- M. G. Tarallo, T. Mazzoni, N. Poli, D. V. Sutyryn, X. Zhang, and G. M. Tino. **Test of einstein equivalence principle for 0-spin and half-integer-spin atoms : Search for spin-gravity coupling effects.** *Physical Review Letters*, 113 :023005, Jul 2014. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.113.023005>. 6
- Guglielmo M. Tino. **Testing gravity with cold atom interferometry : results and prospects.** *Quantum Science and Technology*, 6(2) :024014, mar 2021. URL <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/2058-9565/abd83e>. 6
- Bruce Townsend. **Symmetric triaxial seismometers.** pages 1–19, 2014. 107
- A Trimeche, B Battelier, D Becker, A Bertoldi, P Bouyer, C Braxmaier, E Charron, R Cor-gier, M Cornelius, K Douch, and et al. **Concept study and preliminary design of a cold atom interferometer for space gravity gradiometry.** *Classical and Quantum Gravity*, 36(21) :215004, Oct 2019. URL <http://dx.doi.org/10.1088/1361-6382/ab4548>. 6
- V. Vali and R. W. Shorthill. **Fiber ring interferometer.** *Applied Optics*, 15(5) :1099–1100, 1976. URL <http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-15-5-1099>. 201
- T. van Zoest, N. Gaaloul, Y. Singh, H. Ahlers, W. Herr, S. T. Seidel, W. Ertmer, E. Rassel, M. Eckart, E. Kajari, S. Arnold, G. Nandi, W. P. Schleich, R. Walser, A. Vogel, K. Sengstock, K. Bongs, W. Lewoczko-Adamczyk, M. Schiemangk, T. Schuldt, A. Peters, T. Könemann, H. Müntinga, C. Lämmerzahl, H. Dittus, T. Steinmetz, T. W. Hänsch, and J. Reichel. **Bose-einstein condensation in microgravity.** *Science*, 328(5985) : 1540–1543, jun 2010. URL <https://doi.org/10.1126/science.1189164>. 6

- Angela D. V. Di Virgilio, Andrea Basti, Nicolò Beverini, Filippo Bosi, Giorgio Carelli, Donatella Ciampini, Francesco Fuso, Umberto Giacomelli, Enrico Maccioni, Paolo Marsili, Antonello Ortolan, Alberto Porzio, Andrea Simonelli, and Giuseppe Terreni. **Underground sagnac gyroscope with sub-prad/s rotation rate sensitivity : Toward general relativity tests on earth.** *Physical Review Research*, 2(3) :032069, sep 2020. URL <https://doi.org/10.1103/physrevresearch.2.032069>. 8
- Jörg F. Wagner and Andor Trierenberg. **The Machine of Bohnenberger.** In *The History of Theoretical, Material and Computational Mechanics - Mathematics Meets Mechanics and Engineering*, pages 81–100. Springer Berlin Heidelberg, 2014. doi : 10.1007/978-3-642-39905-3\_6. URL [https://doi.org/10.1007/978-3-642-39905-3\\_6](https://doi.org/10.1007/978-3-642-39905-3_6). 1
- D. S. Weiss, B. C. Young, and S. Chu. **Precision measurement of  $h\bar{m}$  Cs based on photon recoil using laser-cooled atoms and atomic interferometry.** *Applied Physics B*, 59(3) :217–256, Sep 1994. URL <https://doi.org/10.1007/BF01081393>. 15
- David S. Weiss, Brenton C. Young, and Steven Chu. **Precision measurement of the photon recoil of an atom using atomic interferometry.** *Physical Review Letters*, 70 :2706–2709, May 1993. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.70.2706>. 125
- S. A. Werner, J.-L. Staudenmann, and R. Colella. **Effect of earth’s rotation on the quantum mechanical phase of the neutron.** *Physical Review Letters*, 42(17) :1103–1106, Apr 1979. URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.42.1103>. 201, 202
- Peter Wolf and Philippe Tournenc. **Gravimetry using atom interferometers : Some systematic effects.** *Physics Letters A*, 251(4) :241 – 246, 1999. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0375960198008810>. 195
- K. C. Wright, R. B. Blakestad, C. J. Lobb, W. D. Phillips, and G. K. Campbell. **Driving phase slips in a superfluid atom circuit with a rotating weak link.** *Physical Review Letters*, 110 :025302, Jan 2013. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.025302>. 202
- Xuejian Wu, Zachary Pagel, Bola S. Malek, Timothy H. Nguyen, Fei Zi, Daniel S. Scheirer, and Holger Müller. **Gravity surveys using a mobile atom interferometer.** *Science Advances*, 5(9), sep 2019. URL <https://doi.org/10.1126/sciadv.aax0800>. 5, 246
- R. Wynands and S. Weyers. **Atomic fountain clocks.** *Metrologia*, 42(3) :S64–S79, jun 2005. URL <https://doi.org/10.1088/0026-1394/42/3/s08>. 153
- Aopeng Xu, Delong Kong, Zhijie Fu, Zhaoying Wang, and Qiang Lin. **Vibration compensation of an atom gravimeter.** *Chinese Optics Letters*, 17(7) :070201, 2019. URL <https://doi.org/10.3788/col201917.070201>. 246
- Weiwei Xu and Songyong Yuan. **A case study of seismograph self-noise test from trillium 120qa seismometer and reftek 130 data logger.** *Journal of Seismology*, 23 (6) :1347–1355, nov 2019. URL <https://doi.org/10.1007/s10950-019-09872-9>. 107

- Wen-Jie Xu, Ling Cheng, Jie Liu, Cheng Zhang, Ke Zhang, Yuan Cheng, Zhi Gao, Lu-Shuai Cao, Xiao-Chun Duan, Min-Kang Zhou, and Zhong-Kun Hu. **Effects of wave-front tilt and air density fluctuations in a sensitive atom interferometry gyroscope.** *Optics Express*, 28(8) :12189, apr 2020. URL <http://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-28-8-12189>. 8, 148, 246, 265
- Zhan-Wei Yao, Si-Bin Lu, Run-Bing Li, Jun Luo, Jin Wang, and Ming-Sheng Zhan. **Calibration of atomic trajectories in a large-area dual-atom-interferometer gyroscope.** *Physical Review A*, 97(1), January 2018. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.97.013620>. 136
- Zhan-Wei Yao, Hong-Hui Chen, Si-Bin Lu, Run-Bing Li, Ze-Xi Lu, Xiao-Li Chen, Geng-Hua Yu, Min Jiang, Chuan Sun, Wei-Tou Ni, Jin Wang, and Ming-Sheng Zhan. **Self-Alignment of a Large-Area Dual-Atom-Interferometer Gyroscope Using Parameter Decoupled Phase Seeking Calibrations.** *Physical Review A*, 103(2) :023319, January 2022. URL <https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRevA.103.023319>. 8
- Jun Ye and John L. Hall. **Optical phase locking in the microradian domain : potential applications to NASA spaceborne optical measurements.** *Optics Letters*, 24(24) : 1838, dec 1999. URL <https://doi.org/10.1364/ol.24.001838>. 83
- Ming-Sheng Zhan, Jin Wang, Wei-Tou Ni, Dong-Feng Gao, Gang Wang, Ling-Xiang He, Run-Bing Li, Lin Zhou, Xi Chen, Jia-Qi Zhong, Biao Tang, Zhan-Wei Yao, Lei Zhu, Zong-Yuan Xiong, Si-Bin Lu, Geng-Hua Yu, Qun-Feng Cheng, Min Liu, Yu-Rong Liang, Peng Xu, Xiao-Dong He, Min Ke, Zheng Tan, and Jun Luo. **ZAIGA : Zhaoshan long-baseline atom interferometer gravitation antenna.** *International Journal of Modern Physics D*, 29(04) :1940005, jul 2019. URL <https://doi.org/10.1142/S0218271819400054>. 6
- Ning Zhang, Qingqing Hu, Qian Wang, Qingchen Ji, Weijing Zhao, Rong Wei, and Yuzhu Wang. **Michelson laser interferometer-based vibration noise contribution measurement method for cold atom interferometry gravimeter.** *Chinese Physics B*, 29(7) :070601, jul 2020. URL <https://doi.org/10.1088/1674-1056/ab8885>. 248
- Yin Zhou, Dongyun Luo, Bin Wu, Bing Cheng, and Qiang Lin. **Active vibration isolation system based on the LADRC algorithm for atom interferometry.** *Applied Optics*, 59(11) :3487, apr 2020. URL <https://doi.org/10.1364/ao.390168>. 246
- J. E. Zimmerman and J. E. Mercereau. **Compton wavelength of superconducting electrons.** *Physical Review Letters*, 14 :887–888, May 1965. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.14.887>. 201





---

**Sujet : Mesures de précision avec un gyromètre-accéléromètre à atomes froids double axes**

---

**Résumé :** Ce manuscrit présente des résultats expérimentaux d'un gyromètre à atomes froids de 11 cm<sup>2</sup> d'aire physique, réalisant l'état de l'art des gyromètres à ondes de matière. L'installation du second axe de mesure dans le plan horizontal permet la mesure de deux composantes de la rotation, de manière séquentielle ou entrelacées. Changer l'orientation de l'expérience par rapport au nord a permis d'effectuer le meilleur test à ce jour de l'effet Sagnac pour des ondes de matière, qui est trouvé en accord avec la valeur attendue au niveau de 20 ppm. Par ailleurs, nous avons proposé et étudié l'intérêt d'ajuster de façon contrôlée le transfert d'impulsion lors des transitions Raman manipulant les paquets d'ondes atomiques dans le cas des interféromètres à boucles multiples. En empêchant la recombinaison des interféromètres parasites, cette étude a donné les conditions permettant de réaliser un gyromètre pur sans aucune sensibilité à l'accélération continue. Enfin, de nouvelles méthodes expérimentales ont permis d'améliorer la réjection du bruit de vibration mais aussi du bruit de rotation permettant un nouveau record de stabilité à  $2 \times 10^{-10}$  rad.s<sup>-1</sup> à 6000 s, et notamment de par l'utilisation d'une séquence utilisant deux interféromètres entrelacés permettant de moyenner plus rapidement les vibrations. Bien que limitée dans notre configuration expérimentale, elle ouvre la possibilité d'atteindre la limite intrinsèque des capteurs inertiels à atomes froids, le bruit de projection quantique.

**Mots clés :** Gyromètre, Effet Sagnac, Atomes froids, Interférométrie atomique, Métrologie

---

**Subject : Precision measurements with a two-axis cold atom gyroscope-accelerometer**

---

**Abstract:** This manuscript presents experimental results of a cold atom gyroscope of 11 cm<sup>2</sup> physical area, realizing the state of the art of matter wave gyroscopes. The installation of the second measurement axis in the horizontal plane allows the measurement of two components of the rotation, sequentially or interleaved. Changing the orientation of the experiment with respect to the north allowed us to perform the best test to date of the Sagnac effect for matter waves, which is found in agreement with the expected value at the level of 20 ppm. Furthermore, we have proposed and studied the interest to adjust in a controlled way the momentum transfer during Raman transitions manipulating atomic wave packets in the case of multi-loop interferometers. By preventing the recombination of spurious interferometers, this study has given the conditions to realize a pure gyroscope without any sensitivity to DC acceleration. Finally, new experimental methods have improved the rejection of the vibration noise but also of the rotation noise allowing a new stability record at  $2 \times 10^{-10}$  rad.s<sup>-1</sup> at 6000 s, and in particular by using a sequence using two interleaved interferometers allowing to average the vibrations more efficiently. Although limited in our experimental configuration, it opens the possibility to reach the intrinsic limit of cold atom inertial sensors, the quantum projection noise.

**Keywords :** Gyroscope, Effet Sagnac, Cold atom, Atom interferometry, Metrology