



**HAL**  
open science

# Optimisation des architectures et carters de réducteurs par engrenages hélicoïdaux vis-à-vis du bruit de sirène

Karl Landet

► **To cite this version:**

Karl Landet. Optimisation des architectures et carters de réducteurs par engrenages hélicoïdaux vis-à-vis du bruit de sirène. Autre. Université de Lyon, 2021. Français. NNT : 2021LYSEC039 . tel-03872481

**HAL Id: tel-03872481**

**<https://theses.hal.science/tel-03872481>**

Submitted on 25 Nov 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ÉCOLE  
**CENTRALE** LYON

N° d'ordre NNT : 2021LYSEC39

**THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON**  
Opérée au sein de l'École Centrale de Lyon

Ecole Doctorale 162  
Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique

Spécialité de doctorat : Génie Mécanique

Soutenue publiquement le 02/11/2021, par :

**Karl LANDET**

---

# Optimisation des architectures et carters de réducteurs par engrenages hélicoïdaux vis-à-vis du bruit de sirène

---

Devant le jury composé de :

**GUERDER Jean-Yves**

Expert acoustique sénior, Alstom

**GUILBERT Bérengère**

Maître de conférences, LaMCoS

**LE BOT Alain**

Directeur de recherche au CNRS, LTDS

**OUISSÉ Morvan**

Professeur des universités, FEMTO-ST

**PEZERAT Charles**

Professeur des universités, LAUM

**Examineur**

**Examinatrice**

**Président du jury**

**Rapporteur**

**Rapporteur**

Encadrement :

**PERRET-LIAUDET Joël**

Maître de conférences, LTDS

**RIGAUD Emanuel**

Maître de conférences, LTDS

**Directeur de thèse**

**Co-directeur de thèse**



*«Le plus important [aux jeux Olympiques] n'est pas de gagner mais de participer,  
car l'important dans la vie ce n'est point le triomphe mais le combat ;  
l'essentiel, ce n'est pas d'avoir vaincu mais de s'être bien battu.»*

Pierre de Coubertin à l'occasion d'une allocution durant les Jeux de Stockholm, en 1912.



# Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein du Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes de l'École Centrale de Lyon, UMR CNRS 5513, dirigé par Fabrice THOUVEREZ puis maintenant par Jean-Luc LOUBET. Je tiens à remercier le laboratoire pour son accueil.

Cette thèse s'inscrit dans un projet financé par le Consortium industriel CIRTrans. Ce consortium regroupe les partenaires industriels suivants : ALSTOM, ARQUUS (Renault Trucks Defense), GIMA, REDEX, REEL, SAFRAN, TEXELIS, VOLVO. Les partenaires institutionnels sont : le LabECAM de l'ECAM Lyon, le LaMCoS de l'INSA Lyon et le LTDS de l'École Centrale de Lyon. Je tiens à les remercier pour la confiance accordée.

Je remercie mes encadrants institutionnels, Joel PERRET-LIAUDET, Emmanuel RIGAUD, pour la confiance et toute l'autonomie qu'ils m'ont accordées durant cette thèse.

Je remercie mes encadrants industriels Mathieu FRACES et Jean-Yves GUERDER pour leur disponibilité, leur réactivité, etc.

Je tiens à remercier Alain LE-BOT sans qui vous ne liriez probablement pas ces lignes. Je le remercie d'avoir présidé mon jury mais aussi pour toutes ses casquettes et surtout pour son intransigeance.

Je remercie Charles PEZERAT et Morvan OUISSE d'avoir accepté de rapporter ce travail de thèse et pour la qualité et la justesse des rapports émis.

Je remercie Laurent POUILLOUX et ses collègues faisant partie de l'équipe d'ingénieur calculs chargée de la gestion du HPC Newton de l'école Centrale de Lyon. Je le remercie pour son aide technique et sa convivialité. Merci à Anne CADIOU pour ses formations.

Je remercie Manuel COBIAN pour toutes ces discussions liées à l'informatique ou aux études supérieures.

Je remercie le CCN acoustique d'ALSTOM dont Martin GLESSER et Eduardo LATORRE IGLESIAS, ingénieurs Alstom, pour leur aide durant les campagnes expérimentales et tous ces bons moments. Je remercie également l'équipe d'essais expérimentaux d'Alstom Le Creusot, qui était sous l'autorité d'Alexandre LEGER.

Je remercie les rebelles du 4e et également les jeunes recrues : Thibaut, Camille, Nicolas, Paul, Jonas, Hélène, Adrien, Youness, Victor, Vito, Gabriel, Mariana, etc., pour

---

tous ces moments (3B, rock'n'eat, débats philosophiques, mots croisés, café, etc.)

Je remercie Thibaut DURAND, technicien du laboratoire qui ne m'a quasiment jamais apporté son aide technique mais bien celui d'un meilleur ami.

Je remercie grandement l'équipe des drôles de dames : Patricia, Lucie, Virginie, Sylvie et Marie-Françoise qui sont toujours disponibles pour le meilleur et pour le pire.

Je remercie tous ceux que je n'ai pas identifiés mais qui se reconnaîtront. Soit parce que je les ai oubliés au moment où je rédige ces lignes, soit parce que je revois les visages mais les prénoms ne me reviennent pas, j'en suis désolé.

Et pour terminer, je remercie le soutien inestimable de tous mes proches : Mon Père, ma Mère, mes deux Frères, ainsi que le reste de ma famille, et je tiens à remercier tout particulièrement ma fiancée, Virginie MATHIVET.

# Résumé

Ces travaux de recherche traitent de l'étude du comportement vibroacoustique d'une transmission par engrenages ferroviaire, sa prédiction et son optimisation vis-à-vis du bruit de sirène. L'objectif principal de ce travail de recherche est de développer une méthodologie ayant une approche globale du comportement dynamique du réducteur. Cette approche est indispensable en raison des couplages existants entre les sources excitatrices et le comportement modal du système. Dans cette démarche, les réponses dynamiques du réducteur en régime stationnaire sont déterminées par une méthode spectrale itérative. Pour calculer les réponses dynamiques, la base modale du système ainsi que les spectres de l'erreur statique de transmission (EST) sont pris en compte. Pour calculer la base modale, un des premiers verrous est donc de développer un modèle numérique précis par rapport aux résultats expérimentaux et léger pour l'optimisation. Le modèle en éléments finis prend en compte le couplage entre dentures, la modélisation complète des corps de roues et du carter ainsi qu'une modélisation simplifiée des roulements. Les spectres de l'EST et de la raideur d'engrènement sont calculés à partir des efforts, des souplesses, des écarts micro-géométriques des dentures et d'une modélisation du contact entre les dents. Afin d'asseoir la pertinence de la méthodologie de calcul, des campagnes expérimentales ont été menées (au marteau de choc ou dans des conditions de fonctionnement standard). Le second verrou est d'identifier les différents phénomènes vibroacoustiques régissant le comportement dynamique d'un réducteur. De plus, les données expérimentales sont utilisées pour recalibrer et valider le modèle en éléments finis. Enfin, différentes optimisations du carter (topologique, épaisseur, treillis) ont été réalisées. Ces différentes optimisations ont été comparées avec le réducteur d'origine. Les campagnes expérimentales ont permis d'identifier 69 modes expérimentaux et ont mis en évidence la richesse spectrale de la réponse vibroacoustique du réducteur. On note que c'est bien le processus d'engrènement qui domine le comportement vibroacoustique. Néanmoins, les données montrent également quelques phénomènes non linéaires. De plus, le sens ou l'amplitude du couple influence la réponse du réducteur. Quant au modèle en éléments finis, les comparaisons avec les données expérimentales ont pu être effectuées via un critère de MAC ou en comparant les réponses vibroacoustiques. La base modale de 1000 modes, entre 0 et 12 kHz, est calculée en 7 minutes. L'identification des modes critiques a montré que le comportement modal évolue bien en fonction de la configuration de fonctionnement (sens et amplitude de couple). Enfin, concernant les optimisations, elles ont été effectuées en quelques heures. Une réduction de la puissance vibratoire est observée sur quasiment toute la plage de fonctionnement étudiée (0 à 3 kHz) pouvant aller de 1 à 14 dB en fonction du régime et du type d'optimisation.





# Abstract

This research work relates to the study of the vibroacoustic behaviour of a railway gear transmission, its prediction, and its optimization with respect to whining noise. The main objective of this research work is to develop a methodology with a global approach of dynamic behaviour of the gearbox. This approach is essential due to existing couplings between the exciting sources and the modal behaviour of the system. In this approach, the dynamic responses of the gearbox in steady state are determined by an iterative spectral method. To calculate the dynamic responses, the modal basis of the system and the spectra of the static transmission error (STE) are used. To calculate the modal base, one of the first locks is to develop an accurate numerical model compared to the experimental results and light for the optimization computations. The finite element model considers the coupling between gears, the complete modelling of the wheel bodies and the housing as well as a simplified modelling of the bearings. The EST and meshing stiffness spectra are calculated from forces, teeth flexibilities, microgeometries, and a modelling of the contact between the teeth. In order to establish the accuracy of the calculation methodology, experimental campaigns were carried out (with a shock hammer or in standard operating conditions). The second challenge is to identify the different vibroacoustic phenomena governing the dynamic behaviour of a gearbox. In addition, the experimental data are used to calibrate and validate the finite element model. Finally, various optimizations of the housing (topology, thickness, lattice) were carried out. These different optimizations were compared with the original gearbox. The experimental campaigns identified 69 experimental modes and highlighted the spectral richness of the vibroacoustic response of the reducer. It is noted that it is the meshing process that dominates the vibroacoustic behaviour. Nevertheless, the data shows some nonlinear phenomena. Moreover, the direction or magnitude of the torque influences the response of the gearbox. As for the finite element model, the comparisons with the experimental data could be made via a MAC criterion or by comparing the vibroacoustic responses. The modal base of 1000 modes, between 0 and 12 kHz, is calculated in 7 minutes. The identification of the critical modes showed that the modal behaviour evolves well according to the operating configuration (sign and amplitude of torque). Finally, concerning the optimizations, they were carried out in a few hours. The computations show a reduction in vibrational power observed over almost the entire operating range studied (0 to 3 kHz) which can range from 1 to 14 dB depending on the rotation speed and the kind of optimization.



# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>29</b>
<b>1 État de l’art sur l’analyse, la prédiction et l’optimisation du comportement vibroacoustique des transmissions par engrenages</b>	<b>35</b>
1.1 Introduction	37
1.2 Comportement vibroacoustique des transmissions par engrenages	38
1.2.1 Les excitations internes et externes	38
1.2.2 L’erreur de transmission : origines, caractéristiques et modélisation	39
1.2.3 Corrections de denture	42
1.2.4 Résonances et instabilités paramétriques	43
1.2.5 Amortissements modaux	44
1.2.6 Amplification vibratoire et modes critiques	45
1.2.7 Intensité structurelle	47
1.2.8 Rôle des roulements dans les systèmes de transmission	48
1.3 Modélisation et analyse du comportement dynamique	50
1.3.1 Calculs et modélisations de la source d’excitation interne principale	50
1.3.2 Modélisations numériques des transmissions mécaniques par engrenages	52
1.3.3 Les méthodes de résolution du comportement dynamique	52
1.3.4 Présentation des méthodes pour calculer le rayonnement acoustique	59
1.4 Optimisation NVH	61
1.4.1 Les fonctions objectifs d’optimisation	61
1.4.2 Solutions technologiques de réduction de bruit	63
1.4.3 Les méthodes d’optimisation	67
1.5 Conclusions	73
<b>2 Études expérimentales du réducteur ferroviaire M7</b>	<b>75</b>
2.1 Introduction	76

2.2	Dispositif expérimental . . . . .	76
2.2.1	Le réducteur d'essais . . . . .	76
2.2.2	Le banc d'essais . . . . .	81
2.2.3	Les chaînes de mesure et d'acquisition . . . . .	82
2.3	Analyse modale expérimentale . . . . .	88
2.3.1	Protocoles de mesures . . . . .	88
2.3.2	Résultats de l'analyse modale expérimentale . . . . .	91
2.4	Réponses forcées en régime de fonctionnement . . . . .	95
2.4.1	Protocole des mesures en régime forcé . . . . .	95
2.4.2	Cohérences et intercorrélations . . . . .	98
2.4.3	Origines du contenu fréquentiel de la réponse dynamique . . . . .	101
2.4.4	Analyse de l'influence du sens de rotation et du sens du couple appliqué (traction ou freinage) . . . . .	108
2.4.5	Étude de l'effet de l'amplitude du couple . . . . .	109
2.5	Conclusions . . . . .	111
<b>3</b>	<b>Modélisation du comportement vibroacoustique du réducteur et corrélations</b>	<b>113</b>
3.1	Introduction . . . . .	114
3.2	Calculs des sources d'excitation . . . . .	114
3.2.1	Caractéristiques micro-géométriques des dentures . . . . .	115
3.2.2	Calculs de l'erreur statique de transmission . . . . .	116
3.2.3	Résultats des calculs de l'erreur statique de transmission . . . . .	119
3.3	Modélisation du réducteur par éléments finis . . . . .	122
3.3.1	Le maillage et les conditions aux limites . . . . .	122
3.3.2	Couplage élastique entre dentures . . . . .	123
3.3.3	Les roulements . . . . .	124
3.3.4	Conditions aux limites . . . . .	125
3.3.5	Validation du modèle . . . . .	125
3.3.6	Identification des modes de denture . . . . .	130
3.4	Calculs de la réponse dynamique du réducteur . . . . .	131
3.4.1	Calculs du critère de puissance acoustique rayonnée équivalente - ERP . . . . .	131
3.4.2	Calculs de la réponse dynamique stationnaire par une méthode spectrale itérative . . . . .	135
3.4.3	Corrélations calculs-mesures . . . . .	139
3.5	Conclusions . . . . .	144

<b>4 Optimisations vibroacoustiques par la méthode de Dual2 CONLIN</b>	<b>147</b>
4.1 Introduction	148
4.2 Modélisation du problème à optimiser	148
4.2.1 Définition de la fonction coût	148
4.2.2 Définition des contraintes	150
4.2.3 Formulation du problème à optimiser	153
4.2.4 Le solveur d'optimisation	155
4.2.5 Les différentes stratégies d'optimisation	156
4.3 Optimisation du réducteur sous Optistruct	163
4.3.1 Optimisation d'un carter en maillage 2D	164
4.3.2 Optimisation topologique d'un carter en maillage 3D	166
4.3.3 Optimisation en treillis pour un carter réalisable en impression additive	169
4.3.4 Synthèse des optimisations	170
4.4 Comparaison des carters optimisés avec le carter d'origine	171
4.4.1 Comparaison des caractéristiques générales	171
4.4.2 Comparaison de la réponse dynamique des carters	178
4.5 Conclusions	183
<b>Conclusions</b>	<b>187</b>
<b>A Le code ISIS et ses entrées/sorties</b>	<b>193</b>
<b>B Géométrie des engrenages</b>	<b>195</b>
<b>C Les modes de denture des différents carters</b>	<b>199</b>
<b>D Fréquences caractéristiques des roulements</b>	<b>203</b>
<b>E Raideurs des roulements</b>	<b>205</b>
<b>F Comparaisons calculs/mesures des harmoniques</b>	<b>209</b>
<b>G Pondérations physiologiques dBA</b>	<b>219</b>
<b>H Calculs de l'intensité structurelle</b>	<b>221</b>
<b>I Optimisation de la roue dentée</b>	<b>223</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>226</b>



# Table des figures

1	Evolution des normes d'émissions sonores de certains véhicules neufs soumis à homologation entre 1970 et 2000 (source : annexes au rapport CERTU/Ademe « Agir contre l'effet de serre, la pollution de l'air et le bruit dans les PDU »)	29
2	Exemples de technologies d'engrenages (source : wikimeca)	30
3	Moteur électrique et réducteur Alstom	31
1.1	Vue générale d'une transmission par engrenages	37
1.2	L'erreur de transmission	40
1.3	Spectre de l'erreur statique de transmission sous charge	41
1.4	Les micro-géométries de denture (sources internes Alstom)	43
1.5	Zones d'instabilité (hachures) en fonction de la pulsation d'engrènement $\omega_e$ et de l'amplitude de la variation de la raideur d'engrènement $\mu$	44
1.6	Définition du repère local de l'engrènement	46
1.7	Roulement à billes (source : <a href="http://lamaintenance.fr/mecanique/les-roulements-generalites/">http://lamaintenance.fr/mecanique/les-roulements-generalites/</a> )	49
1.8	Modèle de la plaque rigidifiée	64
1.9	Réponses en fréquence de l'énergie vibratoire et de la puissance acoustique - $f_{excitation} = 340$ Hz, (a) Énergie vibratoire de la plaque initiale, (b) Énergie vibratoire de la plaque rigidifiée, (c) Puissance acoustique de la plaque initiale, (d) Puissance acoustique de la plaque rigidifiée	65
2.1	Réducteur d'essais M7	77
2.2	Schéma de principe du réducteur	77
2.3	Pignon et roue	78
2.4	Topographie des dents avant essais (Pignon à gauche, Roue à droite)	79
2.5	Schéma de l'assemblage de l'implantation des roulements - (1) et (2) Roulements à rouleaux cylindriques, (3) Roulement à billes à quatre points de contact, (4) et (5) Roulements à rouleaux coniques	80
2.6	Le banc d'essais et son système en boucle fermée	81



2.7	Chaîne d'acquisition (d'après images de <a href="http://www.bksv.com">www.bksv.com</a> et <a href="http://www.pcb.com">www.pcb.com</a> )	83
2.8	Position des capteurs	85
2.9	Matrice d'auto-MAC des 100 premiers modes du modèle numérique associées aux 267 d.d.l. correspondant aux 89 capteurs triaxiaux	86
2.10	Matrice d'auto-COMAC des 267 d.d.l du modèle numérique associés aux 100 premiers modes	87
2.11	Matrice d'auto-COMAC des 267 d.d.l du modèle numérique associés aux 100 premiers modes, suivant les directions x, y et z du repère global	87
2.12	Positions et directions des excitations au marteau de choc (arbre caché pour mieux voir la position 14)	88
2.13	Cohérences de la réponse des capteurs aux 5 coups d'excitation — Figure (a) : pour les mêmes d.d.l que l'excitation (rouge 14X, bleu 31X, vert 31Z, orange 70X, jaune 70Z) et Figure (b) : pour des d.d.l à l'opposé de l'excitation sur le carter (Couleur : [d.d.l Observé; d.d.l Excité], rouge [54X; 14X], bleu [56X; 31X], vert [89Z; 31Z], orange [35X; 70X], jaune [24Z; 70Z]; )	90
2.14	Agrandissement des fonctions de transfert dans les plages de fréquences [150-250 Hz] et [550-730 Hz]	90
2.15	Fonctions de transfert expérimentales, hors charge, du d.d.l 6X, pour une excitation suivant 70x, espacées dans le temps (rouge : mesure en juin, vert et bleu : mesure en septembre)	91
2.16	Fonctions de transfert hors charge	92
2.17	Fonctions de transfert du d.d.l 6x, pour une excitation suivant 70x, pour plusieurs couples — rouge : 0 Nm, Bleu : 100 Nm, vert : 1700 Nm, orange : 4200 Nm, jaune : 6900 Nm	92
2.18	Fréquences des modes identifiés	93
2.19	2 <sup>d</sup> mode expérimental et numérique à 63 Hz - jaune : amplitude du mouvement maximale, bleu très foncé : aucun mouvement	94
2.20	Matrice de MAC de la base modale expérimentale vs la base modale numérique	94
2.21	Protocole des mesures vibratoires	96
2.22	Position des 5 capteurs de référence	97
2.23	Moyennes du signal du capteur 3 pour un couple $C = 6900$ N.m et une vitesse de rotation de 600 tr/min	100
2.24	Maximum des coefficients de corrélation entre les signaux des 45 capteurs	101
2.25	Évolutions temporelles de la vitesse de rotation et du couple	102
2.26	Évolution temporelle du capteur 4 - $C = 1970$ Nm $\Omega = 4000$ tr/min	102

2.27	Densité spectrale de puissance — $C = 1970 \text{ Nm}$ , $\Omega = 4000 \text{ tr/min}$ — Densité spectrale de puissance (—) Fréquence d'engrènement (*) . . . . .	103
2.28	Densité spectrale de puissance, $C = 1970 \text{ Nm}$ et $\Omega = 4000 \text{ tr/min}$ — Fréquence d'engrènement (*) Fréquence de l'essieu (o) Fréquence du pignon (x) Fluctuation de la vitesse de rotation du moteur (+) . . . . .	104
2.29	Autocorrélation du capteur 17 à $1700 \text{ Nm}$ et $4300 \text{ tr/min}$ - Autocorrélation (—) $\tau = 0 \text{ s}$ (*) $\Delta\tau_e = 5.5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ (o) $\frac{\Delta\tau_2}{8} = 6.7 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ (x) $\Delta\tau_1 = 1.4 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ (+) . . . . .	105
2.30	Cepstre réel du capteur 17, $C = 1970 \text{ Nm}$ et $\Omega = 4000 \text{ tr/min}$ - Fréquence d'engrènement (*) Fréquence de l'essieu (o) Fréquence du pignon (x) Fré- quence de passage des trous (+) . . . . .	106
2.31	Densité spectrale de puissance de l'autocorrélation du signal du capteur 4, $C = 1970 \text{ Nm}$ et $\Omega = 4000 \text{ tr/min}$ — Fréquences caractéristiques des roulements $\omega_{od}$ et $\omega_{id}$ (*) . . . . .	107
2.32	Densité spectrale de puissance du microphone — $C = 1970 \text{ Nm}$ , $\Omega = 4000$ rpm, $P_{ref} = 2.10^{-5} \text{ Pa}$ — Fréquence d'engrènement (*) . . . . .	107
2.33	Spectrogrammes à $1700 \text{ Nm}$ dans les 4 combinaisons du moteur . . . . .	108
2.34	1 <sup>re</sup> harmonique de l'EST, pour l'accéléromètre de référence 4 à $1700 \text{ Nm}$ , même orientation de la ligne d'action (gauche), orientation différente de la ligne d'action (droite) . . . . .	109
2.35	Spectrogrammes pour des sens de couple et de rotation identiques . . . . .	110
2.36	Spectrogramme d'un balayage en couple et calcul sous Genom de l'évolution de la raideur moyenne de l'engrènement . . . . .	110
3.1	Écarts micro-géométriques mesurés (pignon + roue), adimensionnés par rapport à la valeur maximale — jaune : écart maximal ; bleu foncé : aucun écart . . . . .	115
3.2	Schéma de principe du fonctionnement du code Genom . . . . .	116
3.3	Exemple d'un engrenage généré par Genom © sous Catia © . . . . .	117
3.4	Évolution périodique de l'erreur statique de transmission sous charge (en valeur absolue) — Couple négatif (bleu), couple positif (rouge) . . . . .	119
3.5	Évolution périodique de la raideur d'engrènement — Couple négatif (bleu), couple positif (rouge) . . . . .	120
3.6	Harmoniques de la partie fluctuante de l'erreur statique de transmission — Couple négatif (bleu), couple positif (rouge) . . . . .	120
3.7	Spectre de l'amplitude de l'erreur statique de transmission . . . . .	121

3.8	Densité spectrale de puissance du capteur de référence 4 pour $\Omega = 4000$ tr/min . . . . .	121
3.9	Modèle 3D du réducteur sur sa structure d'accueil . . . . .	122
3.10	Modélisation du couplage élastique entre les roues dentées . . . . .	123
3.11	Évolution du déplacement axial du roulement à billes QJ219 en fonction de l'effort appliqué (Source : Schaeffler France SAS - Document Alstom : Raideur axiale_QJ219.pdf) . . . . .	124
3.12	Une mesure de la portée de denture. Couple mesuré 865Nm . . . . .	126
3.13	1ère fréquence propre de la roue : 443 Hz - rouge : déformation maximale ; bleu foncé : aucune déformation . . . . .	127
3.14	Modèle 3D du réducteur - Mode 578, fréquence : 8 961 Hz . . . . .	128
3.15	Calculs de cohérence des modes . . . . .	128
3.16	Fréquence des modes identifiés . . . . .	129
3.17	Évolution de la densité modale - Base modale numérique (bleu) Base mo- dale expérimentale (rouge) . . . . .	129
3.18	Contribution énergétique des modes de denture (trait bleu + point rouge = 1 mode et sa contribution) . . . . .	130
3.19	Évolution de l'estimation du facteur de rayonnement ( $\sigma_{rad}$ ) en fonction de la fréquence (en bleu) . . . . .	133
3.20	Évolution de la puissance acoustique rayonnée équivalente calculée (ERP) pour un effort unitaire en fonction de la fréquence d'excitation - $C_1 = -1700$ Nm (en bleu) $C_2 = +1700$ Nm (en rouge) $C_3 = +6900$ Nm (noir) . . . . .	134
3.21	Évolution de la puissance acoustique rayonnée équivalente calculée (ERP) pour un effort unitaire en fonction de la fréquence d'excitation (en bleu) et de la contribution énergétique des modes critiques de denture (orange) - $C_1 = -1700$ Nm . . . . .	134
3.22	Distribution spatiale calculée, sur la surface du carter, des $\rho_0 c_0 \mathbf{A}_i \mathbf{V}_i^2$ de l'ERP intégrée sur toute la plage de fréquences d'excitation [20 - 3000 Hz] - $C = 1700$ Nm . . . . .	135
3.23	Évolution de la valeur efficace de l'effort dynamique de denture en fonction du régime de fonctionnement . . . . .	136
3.24	Évolution de l'erreur dynamique de transmission en fonction du régime de fonctionnement . . . . .	137
3.25	Évolution de la valeur efficace de la vitesse pariétale en fonction du régime de fonctionnement - $C = -1700$ Nm . . . . .	138
3.26	Évolution de la valeur efficace de la vitesse pariétale du capteur de référence 3 en fonction du régime de fonctionnement . . . . .	139

3.27	Évolution des amplitudes de la raie fondamentale H1 de la vitesse pariétale en fonction du régime de fonctionnement - $C = -1700 \text{ Nm}$ ; réponse expérimentale (—); réponse numérique (—) . . . . .	140
3.28	Évolution de la valeur efficace de la vitesse pariétale estimée en fonction du régime de fonctionnement - $C = -1700 \text{ Nm}$ ; réponse expérimentale (—); réponse numérique (—) . . . . .	141
3.29	Évolution de la valeur efficace de la vitesse pariétale estimée en fonction du régime de fonctionnement pour le capteur 4 - réponse expérimentale (—); réponse numérique (—) . . . . .	142
3.30	Évolution de la moyenne arithmétique des valeurs efficaces de la vitesse pariétale estimée des capteurs en fonction du régime de fonctionnement - réponse expérimentale (—); réponse numérique (—) . . . . .	143
4.1	Bogie moteur M7 et volume extérieur maximal autorisé pour le carter du réducteur (en violet) . . . . .	150
4.2	Position et identification des paliers de roulements . . . . .	151
4.3	Démoulage suivant les deux directions — en bleu la pièce, en orange les matrices du moule, $\theta$ l'angle de dépouille . . . . .	152
4.4	Exemple de l'effet d'une contrainte sur la taille minimale des filets de matière (source : Practical Aspects of Structural Optimization — Altair   University) . . . . .	153
4.5	Exemple de l'effet d'une contrainte sur la taille maximale des filets de matière (source : Practical Aspects of Structural Optimization — Altair   University) . . . . .	153
4.6	Exemples de structures en treillis (crédit : Altair Enlighten) . . . . .	160
4.7	Les différentes possibilités de structure en treillis pour un maillage CHEXA (crédit : Altair ©) . . . . .	161
4.8	Les différentes possibilités de structure en treillis en fonction du type d'éléments composant le maillage (crédit : Altair ©) . . . . .	161
4.9	Évolution de la fonction coût en fonction du numéro d'itération de l'optimisation du maillage 2D . . . . .	164
4.10	Résultat d'optimisation d'épaisseur un carter en maillage 2D - épaisseur variant de 1 (bleu foncé) à 70 (rouge) mm . . . . .	165
4.11	Évolution de la fonction coût en fonction du numéro d'itération de l'optimisation topologique . . . . .	167
4.12	Évolution avant l'optimisation topologique et après le post-traitement de l'optimisation . . . . .	167

4.13	Évolution de la fonction coût en fonction du numéro d'itération de l'optimisation en treillis . . . . .	170
4.14	Carter optimisé en treillis . . . . .	170
4.15	Spectres de l'erreur statique de transmission pour les 4 configurations de couple — carter d'origine (bleu), carter sans nervures (vert), carter optimisé topologique (rouge), carter en maillage 2D (bleu turquoise), carter en treillis (mauve) . . . . .	172
4.16	Contribution énergétique des modes de denture pour $C = -1700$ Nm des différents carters (trait bleu + point rouge = 1 mode et sa contribution) .	173
4.17	Évolution de la densité modale des différents carters pour les 4 configurations de couple — carter d'origine (rouge), carter sans nervures (bleu), carter optimisé topologique (vert), carter en maillage 2D (bleu turquoise), carter en treillis (magenta) . . . . .	174
4.18	Évolution de la puissance acoustique rayonnée équivalente (ERP) en fonction de la fréquence d'excitation — Carter d'origine (en bleu), carter sans nervures (en rouge), carter optimisé topologique (en noir) . . . . .	176
4.19	Évolution de la puissance acoustique rayonnée équivalente (ERP) en fonction de la fréquence d'excitation — Carter d'origine (en bleu), carter en maillage 2D (en rouge), carter en treillis (en noir) . . . . .	177
4.20	Évolution de la moyenne arithmétique des valeurs efficaces de la vitesse pariétale estimée des capteurs en fonction de la vitesse de rotation en entrée — Carter d'origine (en bleu), carter sans nervures (en rouge), carter optimisé topologique (jaune) . . . . .	178
4.21	Évolution de la valeur efficace de l'effort dynamique de denture en fonction de la vitesse de rotation — Carter d'origine (en bleu), carter sans nervures (en rouge), carter optimisé topologique (jaune) . . . . .	179
4.22	Évolution de la moyenne arithmétique des valeurs efficaces de la vitesse pariétale estimée des capteurs en fonction de la vitesse de rotation en entrée — Carter d'origine (en bleu), carter en maillage 2D (en rouge), carter en treillis (jaune) . . . . .	180
4.23	Évolution de la valeur efficace de l'effort dynamique de denture en fonction de la vitesse de rotation — Carter d'origine (en bleu), carter en maillage 2D (en rouge), carter en treillis (jaune) . . . . .	181
A.1	Entrées et sorties du code de calcul ISIS (Source : Thèse A.Carbonelli) . .	193

B.1	Présentation schématique de l'outil de taillage (Source : G.Henriot - Engrenages : conception, fabrication, mise en oeuvre) . . . . .	196
B.2	Présentation schématique de la développante de cercle (Source : G.Henriot — Engrenages : conception, fabrication, mise en oeuvre) . . . . .	198
C.1	Contribution énergétique des modes de denture pour $C = -1700$ Nm (trait bleu + point rouge = 1 mode et sa contribution) . . . . .	199
C.2	Contribution énergétique des modes de denture pour $C = +1700$ Nm (trait bleu + point rouge = 1 mode et sa contribution) . . . . .	200
C.3	Contribution énergétique des modes de denture pour $C = -6900$ Nm (trait bleu + point rouge = 1 mode et sa contribution) . . . . .	200
C.4	Contribution énergétique des modes de denture pour $C = +6900$ Nm (trait bleu + point rouge = 1 mode et sa contribution) . . . . .	201
E.1	Évolution du déplacement axial du roulement à billes QJ219 en fonction de l'effort appliqué (Données de Schaeffler France SAS — Document sources internes Alstom) . . . . .	205
E.2	Évolution du déplacement axial du roulement à rouleaux coniques LM245848 en fonction de l'effort appliqué (Données de Schaeffler France SAS — Document sources internes Alstom) . . . . .	206
E.3	Évolution du déplacement radial du roulement à rouleaux coniques LM245848 en fonction de l'effort appliqué (Données de Schaeffler France SAS — Document sources internes Alstom) . . . . .	206
E.4	Évolution du déplacement radial du roulement à rouleaux NU2219 en fonction de l'effort appliqué (Données de Schaeffler France SAS — Document sources internes Alstom) . . . . .	207
F.1	Évolution des amplitudes de la raie fondamentale H1 en fonction de la vitesse de rotation — $C = -1700$ Nm, réponse expérimentale (—), réponse numérique (—) . . . . .	210
F.2	Évolution des amplitudes de la raie H2 en fonction de la vitesse de rotation — $C = -1700$ Nm, réponse expérimentale (—), réponse numérique (—) . . . . .	211
F.3	Évolution des amplitudes de la raie fondamentale H1 en fonction de la vitesse de rotation — $C = +1700$ Nm, réponse expérimentale (—), réponse numérique (—) . . . . .	212
F.4	Évolution des amplitudes de la raie H2 en fonction de la vitesse de rotation — $C = +1700$ Nm, réponse expérimentale (—), réponse numérique (—) . . . . .	213

F.5	Évolution des amplitudes de la raie fondamentale H1 en fonction de la vitesse de rotation — $C = -6900$ Nm, réponse expérimentale (—), réponse numérique (—) . . . . .	214
F.6	Évolution des amplitudes de la raie H2 en fonction de la vitesse de rotation — $C = -6900$ Nm, réponse expérimentale (—), réponse numérique (—) . .	215
F.7	Évolution des amplitudes de la raie fondamentale H1 en fonction de la vitesse de rotation — $C = +6900$ Nm, réponse expérimentale (—), réponse numérique (—) . . . . .	216
F.8	Évolution des amplitudes de la raie H2 en fonction de la vitesse de rotation — $C = +6900$ Nm, réponse expérimentale (—), réponse numérique (—) .	217
H.1	Transfert vibratoire sur une plaque de dimensions 3000x1700x10 mm . . .	221
H.2	Transfert vibratoire au niveau d'un palier de roulement du réducteur M7 .	222
I.1	Évolution de la fonction coût en fonction du numéro d'itération de l'optimisation topologique de la roue dentée . . . . .	223
I.2	Résultat d'une optimisation de la roue dentée . . . . .	224

# Liste des tableaux

1.1	Stabilité de la méthode de Newmark en fonction du domaine . . . . .	56
1.2	Noms des méthodes et leurs propriétés . . . . .	56
2.1	Caractéristiques de l'engrenage . . . . .	78
2.2	Caractéristiques des roulements . . . . .	81
3.1	Mésalignement équivalent de la roue par rapport au pignon, calculé et rapporté autour de l'axe x . . . . .	126
4.1	Synthèse des optimisations - *FC = Fonction Coût . . . . .	171
4.2	Surface extérieure des différents carters . . . . .	171
4.3	Mésalignements équivalents rapportés à la denture (mrad) . . . . .	173
4.4	Moyennes des calculs ERP (nW) pour le carter d'origine, le carter sans nervures et le carter topologique . . . . .	175
4.5	Moyennes des calculs ERP (nW) pour le carter d'origine, le carter en maillage 2D et le carter en treillis . . . . .	177
4.6	Puissance acoustique rayonnée estimée en dB aux cinq vitesses de la norme ferroviaire pour les cinq carters à -1700 Nm . . . . .	182
4.7	Puissance acoustique rayonnée estimée en dB aux cinq vitesses de la norme ferroviaire pour les cinq carters à +1700 Nm . . . . .	182
G.1	Facteurs de pondération A par bande de 1/3 d'octave . . . . .	219
I.1	Comparaison de la fonction coût après post-traitement pour la roue standard, la roue massive et la roue optimisée . . . . .	224





# Nomenclature

## Engrènements

$\alpha_0$	Angle de pression (degrés)
$\beta$	Angle d'hélice (degrés)
$\epsilon_\gamma$	Rapport de conduite total
$\theta_1$	Position angulaire de la roue menante (rad)
$\theta_2$	Position angulaire de la roue menée (rad)
$a$	Entraxe entre les arbres (mm)
$b$	Largeur de denture (mm)
$C_{\beta H}$	Profondeur de la dépouille longitudinale d'extrémité ( $\mu\text{m}$ )
$C_\beta$	Profondeur du bombé longitudinal ( $\mu\text{m}$ )
$C_{H\beta}$	Profondeur de la correction d'hélice ( $\mu\text{m}$ )
$D$	Matrice déduite des caractéristiques géométriques de l'engrenage
$g(t)$	Partie fluctuante de la raideur d'engrènement ( $\text{N.m}^{-1}$ )
$h_a$	Coefficient de saillie
$h_f$	Coefficient de creux
$K_E(t)$	Raideur d'engrènement ( $\text{N.m}^{-1}$ )
$L_{CH}$	Longueur de la dépouille longitudinale d'extrémité (m)
$m_0$	Module de l'outil (mm)
$Rb$	Rayon de base de la roue (mm)
$Rb1$	Rayon de base de la roue menante (m)
$Rb2$	Rayon de base de la roue menée (m)

- $x$  Coefficient de déport
- $Z_1$  Nombre de dents de la roue menante
- $Z_2$  Nombre de dents de la roue menée

**Matrices, vecteurs et scalaires**

- $\beta_N$  Paramètre de la méthode de Newmark
- $\gamma_N$  Paramètre de la méthode de Newmark
- $\Phi$  Matrice des vecteurs propres
- $\Phi_q$  Vecteur issu de la réponse modale du degré de liberté  $q$
- $\Psi_s$  Sous-vecteur issu de la base modale  $s$
- $\zeta$  Taux d'amortissement
- $C$  Matrice d'amortissement
- $c$  Matrice diagonale de l'amortissement modal
- $d$  Matrice modale déduite des caractéristiques géométriques de l'engrenage
- $F$  Vecteur Force (N)
- $H$  Matrice de transfert statique
- $K$  Matrice de raideur ( $\text{N.m}^{-1}$ )
- $k$  Matrice diagonale de la raideur modale
- $M$  Matrice de masse (kg)
- $m$  Matrice diagonale de la masse modale
- $q$  Vecteur des coordonnées modales
- $s$  Vecteur force modale
- $x$  Vecteur des déplacements
- ${}^t\Phi_r^*$  Transposée complexe du sous-vecteur issu de la base modale  $r$

**Roulements**

- $\omega_b$  Fréquence de rotation de l'élément roulant autour de son propre axe de rotation (Hz)
- $\omega_c$  Fréquence de passage dans le contact d'un défaut de l'élément roulant (Hz)

---

$\omega_c$	Fréquence de rotation de la cage des éléments roulants (Hz)
$\omega_{id}$	Fréquence de passage dans le contact d'un défaut de la bague intérieure (Hz)
$\omega_{od}$	Fréquence de passage dans le contact d'un défaut de la bague extérieure (Hz)
$\omega_s$	Fréquence de rotation de l'arbre (Hz)
$B$	Largeur de roulement (m)
$C_0$	Charge statique (N)
$D_{be}$	Diamètre de la bague extérieure (m)
$d_{bi}$	Diamètre de la bague intérieure (m)
$D_e$	Diamètre du chemin primitif (m)
$d_r$	Diamètre de l'élément roulant (m)
$Z_b$	Nombre d'éléments roulants

### Vibroacoustique

$\gamma$	Déformée en flexion (rad)
$\gamma_{fg}$	Degré de cohérence entre les signaux f et g
$\omega$	Fréquence (Hz)
$\rho_0$	Densité massique de l'air ( $\text{kg.m}^{-3}$ )
$\tilde{v}_i^*$	Amplitude du conjugué complexe de la vitesse pariétale
$A$	Aire de la surface ( $\text{m}^2$ )
$c_0$	Vitesse de propagation du son dans l'air ( $\text{m.s}^{-1}$ )
$E$	Module de Young (Pa)
$f_0$	Fréquence fondamentale de l'engrenage (Hz)
$f_1$	Fréquence de rotation de l'arbre d'entrée (Hz)
$f_2$	Fréquence de rotation de l'arbre secondaire (Hz)
$f_e$	Fréquence d'engrènement (Hz)
$I_n(t)$	Puissance du transfert vibratoire moyennée (W)
$I_z$	Moment quadratique ( $\text{m}^4$ )
$M_{fz}$	Moment de flexion (N.m)

$V$  Vitesse pariétale ( $\text{m.s}^{-1}$ )

$v_l(t)$  Amplitude de la vitesse pariétale ( $\text{m.s}^{-1}$ )

**Autres symboles**

$\alpha_d$  Mésalignement rapporté à la denture (rad)

$\alpha_H$  Coefficient de la déformée locale

$\delta$  Rapprochement entre dentures ( $\mu\text{m}$ )

$\kappa$  Valeur du conditionnement d'une matrice

$\sigma_{nl}(t)$  Amplitude de la contrainte de structure

$\tilde{\sigma}_{nl}$  Amplitude complexe de la contrainte de structure

$C$  Couple (N.m)

*Hertz* Déformée locale au contact entre dentures ( $\mu\text{m}$ )

$k$  Raideur linéique ( $\text{N.m}^{-2}$ )

$K_1$  Raideur ( $\text{N.m}^{-1}$ )

$K_2$  Raideur ( $\text{N.m}^{-1}$ )

$L_S$  Inductance (H)

$R_{fg}$  Fonction d'inter-corrélation entre les signaux f et g

$R_S$  Résistance électrique ( $\Omega$ )

# Introduction générale

Dû à l'intensification de la mobilité, notamment en ville, les normes sur la pollution sonore dans le domaine des transports sont de plus en plus contraignantes (cf. figure 1). En 2014, le parlement européen a abaissé les seuils de la puissance acoustique rayonnée à 78 dBA pour les poids lourds et à 72 dBA pour les véhicules particuliers. En 2026, ces seuils devront être respectivement de 75 dBA et 68 dBA [1] soit une réduction de 96 % de la puissance acoustique (14 dBA) par rapport à 1970. Respecter ces contraintes est devenu un enjeu important dans l'ensemble des domaines du transport (routier, ferroviaire et aérien).

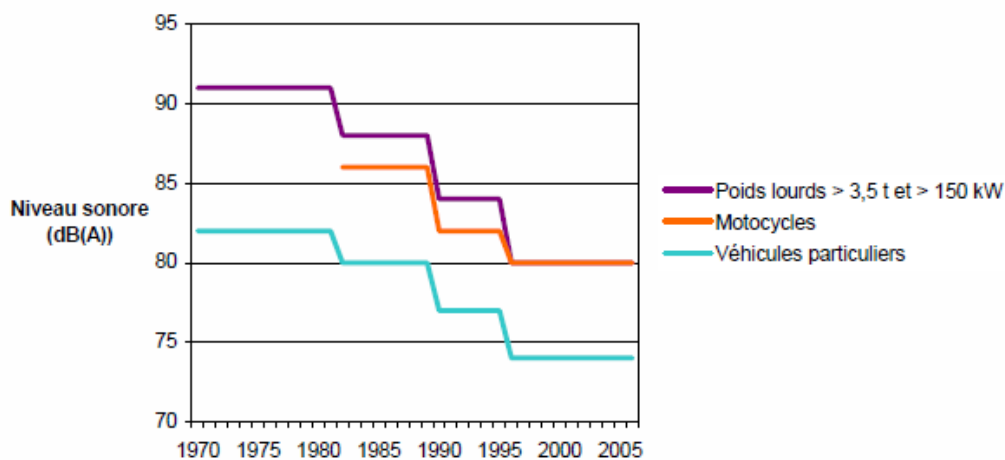


FIGURE 1 – Evolution des normes d'émissions sonores de certains véhicules neufs soumis à homologation entre 1970 et 2000 (source : annexes au rapport CERTU/Ademe « Agir contre l'effet de serre, la pollution de l'air et le bruit dans les PDU »)

Afin de respecter les normes environnementales et d'améliorer le confort des passagers, il est nécessaire de travailler sur l'ensemble des sources de bruit. Les principales d'entre elles sont liées au fonctionnement des turbines pour les avions, au fonctionnement du groupe motopropulseur pour les véhicules terrestres et des organes périphériques assurant les fonctions auxiliaires des véhicules. Elles sont également induites par les contacts

roue/chaussée ou roue/rail et les écoulements aérodynamiques autour des véhicules.

Concernant le groupe motopropulseur et la chaîne cinématique des véhicules terrestres, les systèmes de transmission constituent une source de bruit importante. Il existe plusieurs systèmes de transmission comme les chaînes, les courroies lisses ou crantées, les systèmes à barres articulées ou les transmissions par engrenages (réducteurs, multiplicateurs, boîte de vitesse, etc.). Comparativement aux autres systèmes, les engrenages (cf. figure 2) possèdent à la fois un excellent ratio poids/puissance transmise, un rendement élevé et une bonne fiabilité. Ils sont donc bien adaptés à la transmission de grandes puissances. Ils présentent également un faible écart entre la loi idéale et la loi réelle de transmission entrée/sortie. Ces systèmes sont placés en sortie du moteur thermique ou électrique. Ils ont pour fonction de transmettre le mouvement de celui-ci, en modifiant éventuellement la nature ainsi que la direction du mouvement, en adaptant la vitesse de fonctionnement et le couple transmis. Les réducteurs diminuent la vitesse de rotation et augmentent le couple obtenu en sortie du moteur, tandis que les multiplicateurs augmentent la vitesse de rotation et réduisent le couple.

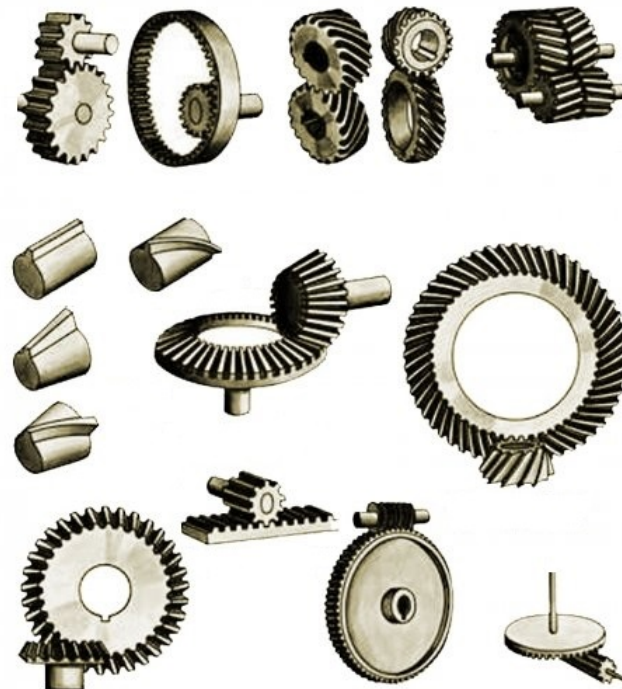


FIGURE 2 – Exemples de technologies d’engrenages (source : wikimeca)

Il existe différents types d’engrenages selon la position relative des axes d’entrée/sortie, tels que les engrenages cylindriques à axes fixes (entrée et sortie parallèles), les engrenages

coniques et spiro-coniques (entrée et sortie perpendiculaires), les systèmes roue et vis sans fin (entrée et sortie orthogonales) et les trains planétaires (entrée et sortie coaxiales). Les roues dentées peuvent présenter des dentures droites, hélicoïdales ou à chevrons. Les dentures droites sont utilisées car elles ont un moindre coût de fabrication par rapport aux dentures hélicoïdales, bien que ce soit de moins en moins vrai. Les dentures hélicoïdales sont ainsi privilégiées car elles s'avèrent plus silencieuses grâce à un rapport de conduite total plus élevé. Ce rapport plus élevé permet d'assurer une transmission d'efforts plus régulière, tout en minimisant la fluctuation de l'erreur de transmission à l'origine du bruit de sirène. Ce bruit, dominant pour les engrenages, peut être clairement identifié lors des marches arrière de véhicules automobiles anciens. Néanmoins, comparées aux dentures droites, les dentures hélicoïdales génèrent des efforts axiaux, directement transmis au carter via les paliers. Pour compenser les efforts axiaux, les dentures à chevrons ont été imaginées. Elles sont constituées d'une double denture hélicoïdale dont les sens d'hélice sont opposés. Toutefois, elles requièrent une telle précision de fabrication, pour une performance vibroacoustique identique aux dentures hélicoïdales, que leur utilisation reste anecdotique. Les engrenages sont généralement montés ou usinés sur des lignes d'arbres supportées par des roulements. L'ensemble est assemblé au sein d'un carter assurant l'étanchéité et la tenue mécanique des composants (cf. figure 3).

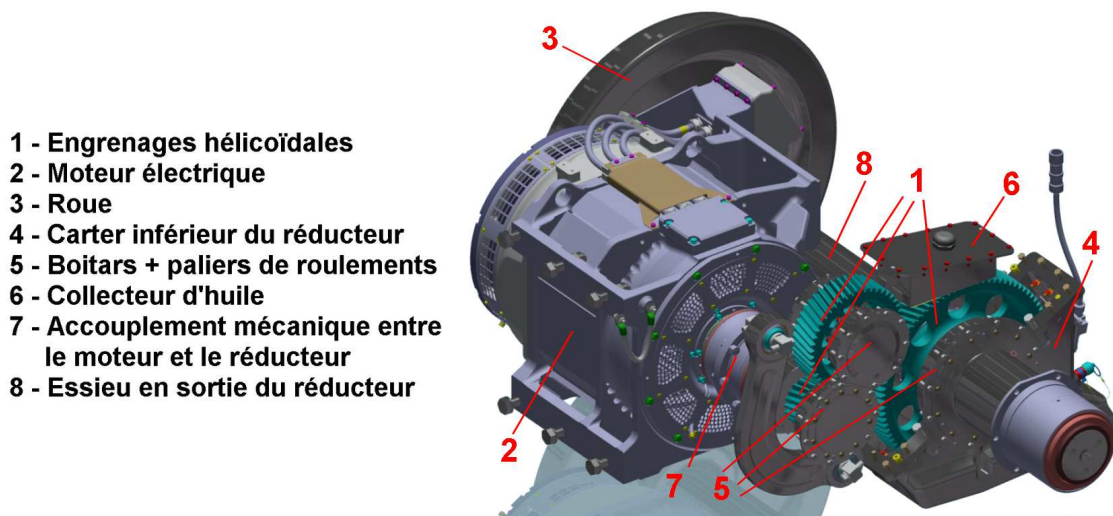


FIGURE 3 – Moteur électrique et réducteur Alstom

La conception d'un réducteur est complexe. Plusieurs aspects doivent être étudiés comme la tenue mécanique, l'étanchéité, l'assemblage, les pertes thermiques, le rayonnement acoustique, etc. Tous ces points sont dans une certaine mesure, dépendant les uns des autres car ils ont pour dénominateur commun l'engrenage. Concernant le rayonnement acoustique, au sein de ces systèmes de transmission, plusieurs sources de bruits sont



identifiables : les bruits générés par les roulements, les fluides internes et le bruit de sirène. Ce dernier provient de l'Erreur Statique de Transmission (EST) qui a pour origine le processus d'engrènement [2]. D'après la littérature, le bruit des systèmes de transmission provient majoritairement du bruit de sirène, directement lié à l'amplitude de l'EST.

Pour répondre à ces enjeux, des partenaires industriels et institutionnels se sont associés et ont formé le consortium nommé CIRTrans, cadre dans lequel s'inscrit cette thèse. Ce consortium regroupe les partenaires industriels suivants : ALSTOM, ARQUUS (Renault Trucks Defense), GIMA, REDEX, REEL, SAFRAN, TEXELIS, VOLVO. Les partenaires institutionnels sont : le LabECAM de l'ECAM Lyon, le LaMCoS de l'INSA Lyon et le LTDS de l'Ecole Centrale de Lyon. Ce consortium a pour but de mutualiser les moyens et savoir-faire de l'ensemble des partenaires sur les problématiques des transmissions de puissance par engrenages.

Ce travail de recherche se concentre sur l'étude du comportement vibroacoustique d'une transmission, sa prédiction et son optimisation vis-à-vis du bruit de sirène. Le bruit de sirène est au coeur de ce travail de recherche, car il domine dans la plupart des circonstances. La prédiction du comportement vibroacoustique d'un réducteur est une problématique complexe. En effet, les sources d'excitation (roulements, EST, etc.) du système doivent être prédites. De plus, une modélisation correcte d'un réducteur, permettant de caractériser son comportement modal, demeure difficile car la modélisation est assujettie à de nombreuses incertitudes. Enfin, il est nécessaire de prédire l'état vibratoire et le bruit rayonné à partir de ce comportement modal et des sources d'excitation. Dans cette démarche, l'objectif principal de ce travail de recherche est de développer une méthodologie ayant une approche globale de l'étude du comportement vibroacoustique d'un réducteur. Une approche globale est indispensable en raison des couplages existants entre les sources excitatrices et le comportement modal du système. L'originalité de ces travaux réside dans l'emploi d'une approche globale car dans la littérature les travaux s'attachent généralement à calculer et optimiser les sources excitatrices sans reboucler sur le comportement modal et réciproquement.

Dans un premier temps, l'objectif est d'identifier les différents phénomènes vibroacoustiques régissant le comportement dynamique d'un réducteur et plus particulièrement ceux liés au comportement d'un réducteur ferroviaire. Pour cela, la première étape consiste à caractériser le comportement modal du réducteur via une campagne expérimentale au marteau de choc. La seconde étape est une campagne expérimentale sur le comportement vibroacoustique du réducteur pour des conditions de fonctionnement stationnaires, des rampes de vitesse ou des balayages en couple. Ces résultats permettront d'identi-

fier les principales caractéristiques vibroacoustiques des transmissions par engrenages. De plus, ces données sont utilisées pour construire le modèle numérique et le valider via une confrontation calculs/mesures avant l'optimisation.

Dans un second temps, l'objectif est de développer un modèle numérique précis par rapport aux résultats expérimentaux. Le modèle numérique est recalé et validé par le critère de MAC entre la base modale numérique et la base modale expérimentale. Les calculs déterministes sont réalisés grâce à une méthode spectrale itérative. Elle prend en compte les caractéristiques macro-géométriques des dentures, la base modale du réducteur pour des raideurs (roulements et engrènement) linéarisées autour des conditions de fonctionnement ainsi que les spectres des excitations internes correspondant aux fluctuations périodiques de l'erreur statique de transmission et de la raideur d'engrènement. Enfin, une confrontation entre les essais et les calculs déterministes du bruit de sirène est présentée permettant de valider la méthodologie et la précision du modèle numérique utilisé lors des optimisations.

Dans un dernier temps, le but est de proposer des pistes d'optimisation afin de réduire les émissions vibroacoustiques des transmissions par engrenages. Tout d'abord, le problème à optimiser est défini (contraintes, fonction coût, etc.). Puis, les résultats obtenus par différentes techniques d'optimisation ont été analysés afin d'identifier les différentes pistes d'optimisation permettant de remettre en cause les architectures et d'en proposer de nouvelles. Enfin, une comparaison des caractéristiques générales et vibroacoustiques des réducteurs optimisés avec le réducteur d'origine est présentée.

Pour traiter cette approche dans la résolution des problématiques vibroacoustiques du réducteur, ce manuscrit est découpé en quatre chapitres. Le chapitre 1 fournit un état de l'art sur le comportement vibroacoustique des transmissions par engrenages, la modélisation des sources excitatrices et des transmissions par engrenages ainsi que les différentes techniques d'optimisation NVH (Noise Vibrations and Harshness).

Le chapitre 2 présente les travaux expérimentaux menés sur un réducteur d'essai. L'objectif de ces mesures est d'identifier les principales caractéristiques vibroacoustiques du réducteur ainsi que l'ensemble des phénomènes et sources d'excitation dans le réducteur.

Le chapitre 3 traite de la modélisation du réducteur et de la source d'excitation, des calculs de la réponse dynamique et des confrontations calculs/mesures.

Le chapitre 4 aborde la mise en forme du problème vibroacoustique à optimiser, puis présente les calculs et les résultats obtenus à partir de ces modélisations.



# Chapitre 1

## État de l'art sur l'analyse, la prédiction et l'optimisation du comportement vibroacoustique des transmissions par engrenages

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>37</b>
<b>1.2</b>	<b>Comportement vibroacoustique des transmissions par engrenages</b>	<b>38</b>
1.2.1	Les excitations internes et externes	38
1.2.2	L'erreur de transmission : origines, caractéristiques et modélisation	39
1.2.3	Corrections de denture	42
1.2.4	Résonances et instabilités paramétriques	43
1.2.5	Amortissements modaux	44
1.2.6	Amplification vibratoire et modes critiques	45
1.2.7	Intensité structurelle	47
1.2.8	Rôle des roulements dans les systèmes de transmission	48
<b>1.3</b>	<b>Modélisation et analyse du comportement dynamique</b>	<b>50</b>
1.3.1	Calculs et modélisations de la source d'excitation interne principale	50
1.3.2	Modélisations numériques des transmissions mécaniques par engrenages	52
1.3.3	Les méthodes de résolution du comportement dynamique	52

1.3.4	Présentation des méthodes pour calculer le rayonnement acoustique . . . . .	59
<b>1.4</b>	<b>Optimisation NVH</b> . . . . .	<b>61</b>
1.4.1	Les fonctions objectifs d’optimisation . . . . .	61
1.4.2	Solutions technologiques de réduction de bruit . . . . .	63
1.4.3	Les méthodes d’optimisation . . . . .	67
<b>1.5</b>	<b>Conclusions</b> . . . . .	<b>73</b>

---

## 1.1 Introduction

Il existe différents types de transmissions mécaniques permettant de transmettre des mouvements en adaptant les vitesses et les couples entre un actionneur ou moteur et un organe récepteur. On peut citer, par exemple, les transmissions par courroies ou par chaînes, les roues de friction, les engrenages, etc. Ces différents systèmes mécaniques ont des avantages et des inconvénients propres à la technologie employée. En général, lorsqu'il s'agit de transmettre de fortes puissances, les transmissions par engrenages sont privilégiées. En effet, elles minimisent les perturbations entrée-sortie tout en garantissant une bonne tenue mécanique et tribologique. De plus, elles offrent généralement l'avantage d'avoir un très bon rendement énergétique, souvent supérieur à 95 %. Une vue simplifiée d'une transmission par engrenages est présentée figure 1.1. Un engrenage est un système mécanique constitué d'au moins deux roues dentées, permettant de transmettre la puissance par obstacles que constituent les dentures, contrairement, par exemple, aux transmissions par courroies lisses qui utilisent les propriétés d'adhérence de matériaux antagonistes.

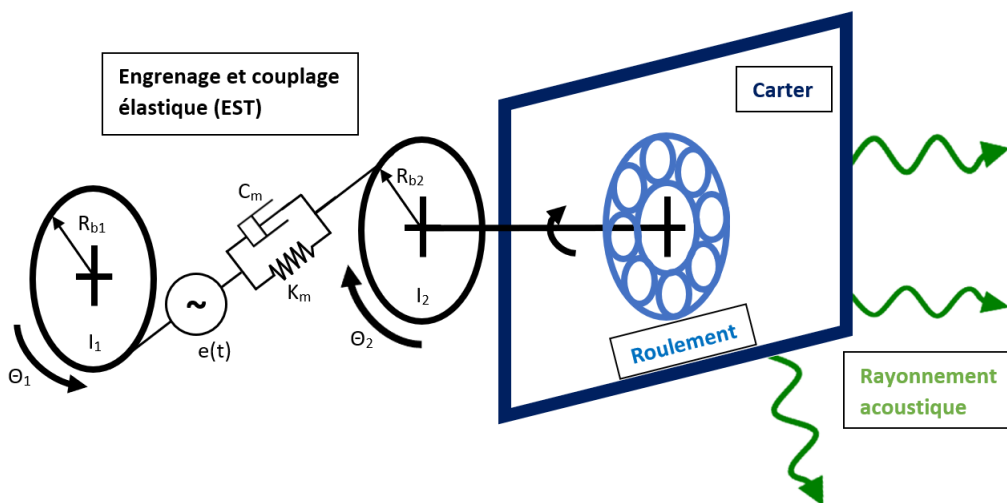


FIGURE 1.1 – Vue générale d'une transmission par engrenages

Parmi les nuisances sonores associées au fonctionnement des transmissions par engrenages, le bruit de sirène tient une place particulière puisqu'il domine dans la plupart des circonstances. C'est précisément ce type de bruit qui est au coeur de ce travail de recherche. Ce bruit résulte de l'état vibratoire du carter, généré par ce que l'on appelle l'erreur statique de transmission (EST). Cette dernière est intimement liée au processus d'engrènement et se traduit par des fluctuations des efforts transmis par les dentures, qui se propagent alors par voie solidienne jusqu'au carter en passant par les arbres et les roulements. Dans ce contexte, l'amélioration de la performance NVH (noise, vibration,

harshness) peut s'appuyer sur deux leviers : minimiser les fluctuations de l'erreur statique de transmission, et/ou agir sur le transfert solidien, l'état vibratoire du carter et le transfert acoustique.

Par conséquent, l'objectif de ce chapitre est de rendre compte de l'état actuel des connaissances sur les transmissions par engrenages. La première partie traite des processus vibratoires, en incluant les sources, mis en jeu dans le bruit de sirène. La seconde partie aborde les modèles et techniques de résolution du comportement vibroacoustique associé. La dernière partie présente les différentes méthodes d'optimisation susceptibles d'être retenues.

## 1.2 Comportement vibroacoustique des transmissions par engrenages

### 1.2.1 Les excitations internes et externes

Le comportement vibroacoustique d'une transmission dépend de ses sources d'excitation et de son comportement modal. Les sources d'excitation vibroacoustique dans le cadre des transmissions par engrenages sont multiples [3, 2, 4]. On identifie les sources d'excitation internes qui sont propres au fonctionnement interne des transmissions, telles que le processus d'engrènement, et les sources externes qui peuvent avoir pour origine l'actionneur utilisé (le moteur) ou la charge en sortie.

Les sources internes peuvent être liées à des interactions solide/solide mais aussi à des interactions fluide/solide. Parmi les interactions fluide/solide, les plus notables sont :

- Les projections et les écoulements d'huile,
- Les émissions acoustiques internes telles que le rayonnement des pièces vibrantes sous l'effet des surcharges dynamiques ou le refoulement des fluides (air, huile) par l'effet de "fluid-pumping" au niveau des pieds de dents.

Concernant les interactions solide/solide, les plus importantes sont :

- La fluctuation des forces de frottement,
- Les chocs dus aux jeux fonctionnels dont les impacts entre dentures [5, 6],
- Les excitations induites par la fluctuation de la raideur des roulements [7, 8, 9],
- La fluctuation des forces normales à la denture qui résultent de l'erreur statique de transmission et qui sont transmises aux paliers de roulements puis au carter par voie solidienne. [10, 4].

Les excitations externes, qui peuvent provenir de la fluctuation de la puissance du moteur ou de la charge, génèrent des modulations avec la raideur d'engrènement à l'origine de raies latérales autour de la fréquence d'engrènement.

D'après la littérature, il est établi que le bruit de sirène est le bruit principal et il est propre aux transmissions par engrenages [2, 4, 10, 11]. Le bruit de sirène a pour origine l'erreur statique de transmission (EST), qui en constitue la source excitatrice principale. L'EST est une excitation périodique liée à la fréquence d'engrènement du système, ce qui fait du bruit de sirène un bruit de raie. Dans le cadre de l'analyse de la réponse vibroacoustique des transmissions par engrenages, les autres sources excitatrices internes et externes, telles que les chocs et les frottements, seront négligées. Les bruits de chocs peuvent avoir lieu sous certaines conditions de fonctionnement (jeux fonctionnels, fluctuations de couple ou de vitesse importantes, etc.) [12]. Quant aux bruits liés aux frottements [13, 14], leurs contributions sont notables, principalement pour les faibles vitesses de rotation. Dans notre étude, ces conditions de fonctionnement ont rarement lieu. Il convient donc de bien appréhender les origines physiques de l'erreur statique de transmission, ses caractéristiques et de maîtriser sa prédiction.

### 1.2.2 L'erreur de transmission : origines, caractéristiques et modélisation

Le concept d'Erreur de Transmission (ET) a été introduit pour la première fois par Harris en 1958 [3]. Que ce soit sous charge ou hors charge, l'ET correspond à l'écart angulaire  $\Delta\theta_2$  entre la position réelle de la roue menée, pour une position donnée de la roue menante (le pignon), et sa position angulaire théorique qu'elle devrait occuper si les engrenages étaient infiniment rigides et géométriquement parfaits.  $\Delta\theta_2$  s'exprime tel que :

$$\Delta\theta_2(\theta_1) = \theta_2 - \frac{Z_1}{Z_2}\theta_1 \quad (1.1)$$

avec  $Z_1$  et  $Z_2$  le nombre de dents de la roue menante et de la roue menée,  $\theta_1$  la position angulaire de la roue menante et  $\theta_2$  de la roue menée. Il est également possible de définir l'erreur de transmission comme étant un rapprochement entre dentures sur la ligne d'action :

$$\text{EST}(\theta_1) = R_{b2}\Delta\theta_2(\theta_1) \quad (1.2)$$

avec  $R_{b2}$  le rayon de base de la roue menée. La figure 1.2 présente schématiquement l'erreur de transmission, qui dépend de la position conjuguée des deux arbres par rapport à la position théorique.



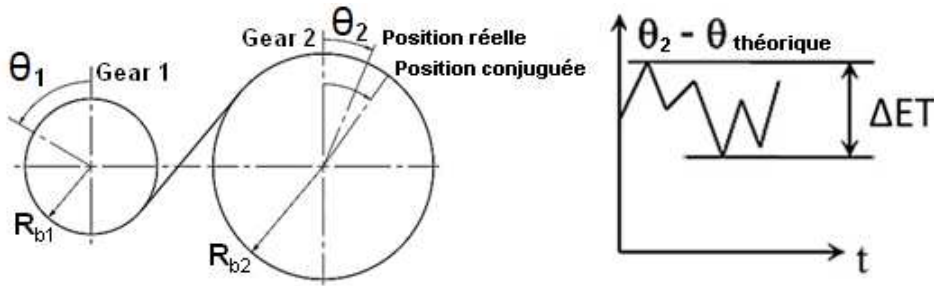


FIGURE 1.2 – L'erreur de transmission

En fonction des conditions de fonctionnement, plusieurs types d'erreurs de transmission peuvent être distingués :

- L'erreur statique de transmission hors charge ou erreur cinématique (EC),
- L'erreur statique de transmission sous charge (EST),
- L'erreur dynamique de transmission (EDT).

L'erreur cinématique [2] (EC) dépend des écarts géométriques des dentures. On distingue généralement les écarts volontaires, portés sur les dentures (on parle alors de corrections de denture), des écarts involontaires associés aux défauts de fabrication. Les écarts involontaires peuvent porter sur la transmission complète (par exemple les défauts de parallélisme des arbres) ou se localiser sur la denture (par exemple les erreurs de profil de denture). Par conséquent, la mesure de cette erreur donne des informations sur la qualité de la fabrication et d'assemblage du réducteur.

L'erreur statique de transmission sous charge [2, 15] (EST) dépend de l'erreur cinématique, des déformations élasto-statiques sous charge des dentures, des corps de roue des engrenages, des déformations hertziennes locales à la denture et de la déformation globale du réducteur (arbre, palier, carter, etc.). Elle a pour origines physiques, entre autres, les déformations élastiques des dentures dues au couple de charge ainsi que les écarts géométriques au niveau des dentures. Les déformations et les écarts sont du même ordre de grandeur, de la dizaine de micromètres dans le domaine du transport automobile à quelques dizaines, voire la centaine de micromètres dans le domaine du transport ferroviaire.

L'erreur dynamique de transmission [2] (EDT) est la réponse dynamique de l'engrenage à l'excitation induite par l'erreur statique de transmission. L'erreur dynamique prend en compte les effets dynamiques, comme les résonances de la chaîne cinématique ou du carter.

Les erreurs de transmission dépendent du processus d'engrènement. Elles fluctuent en fonction de la position angulaire de l'engrenage et donc de la position du contact sur le flanc de la dent. Cette fluctuation est notamment marquée lorsque le nombre instantané

de dents en prise change.

En régime de fonctionnement stationnaire et en l'absence de défaut d'excentricité et d'erreur de pas, les erreurs de transmission sont des fonctions périodiques, de période égale à la période d'engrènement  $T_E$ . Leur spectre est composé d'une raie fondamentale et de ses harmoniques. Il est enrichi par des raies latérales ayant pour origines les divers défauts géométriques [2, 16]. Ces défauts de géométrie sont d'une part, les défauts liés à la denture (le défaut de faux rond, l'erreur individuelle de pas, l'erreur de pas cumulée, l'erreur de profil, l'erreur d'angle d'hélice ou l'erreur totale de distorsion) et d'autre part, les défauts liés à l'assemblage (l'entraxe de fonctionnement, les défauts d'inclinaison et de déviation, les excentricités). La figure 1.3 présente les caractéristiques fréquentielles de ces différents défauts.

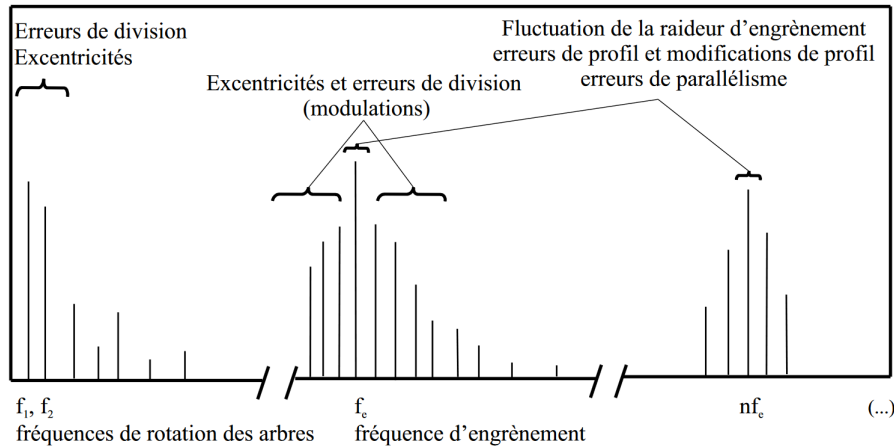


FIGURE 1.3 – Spectre de l'erreur statique de transmission sous charge (source [17])

De plus, pour chaque position cinématique des roues dentées, la charge se répartit de telle manière que le rapprochement des surfaces conjuguées des dents en prise est identique pour chaque couple de dents en prise. Ce rapprochement évolue de manière non-linéaire avec la charge transmise en raison des contacts hertziens et de l'évolution de la surface de contact. Cette évolution du rapprochement conduit à définir une raideur d'engrènement  $K_E$ . Cette raideur est alors définie comme la dérivée de l'effort appliqué sur la denture suivant la ligne d'action par rapport au rapprochement (l'erreur statique de transmission) :

$$K_E(t) = \frac{\partial F}{\partial \text{EST}(t)} \text{ avec } F = \frac{C}{R_b} \quad (1.3)$$

avec  $C$  le couple et  $R_b$  le rayon de base de la roue dentée. La raideur d'engrènement dépend fortement de l'erreur statique de transmission. Elle présente donc les mêmes ca-

ractéristiques que celle-ci. De plus, comme décrit précédemment, elle dépend des contacts hertiens et de la surface de contact. Ceux-ci fortement subordonnés aux écarts micro-géométriques, notamment aux écarts volontaires portés sur les dentures (les corrections de denture).

### 1.2.3 Corrections de denture

Les corrections de denture (dépouille de tête de dents, bombé longitudinal, etc.) sont des écarts micro-géométriques introduits volontairement sur les flancs des dentures afin d'en modifier la forme. Les plus utilisées sont les dépouilles de tête et le bombé longitudinal. Les corrections de profils consistent à enlever de la matière en tête ou pied de dent. Leurs buts sont :

- De compenser la déformation de la dent afin d'éviter les interférences en début d'engrènement,
- De minimiser la fluctuation de l'erreur statique de transmission sous charge, ce qui améliore les performances acoustiques du réducteur,
- De permettre une mise en charge progressive de chaque dent et une répartition différente des efforts, ce qui diminue les pressions maximales de contact, évite le grippage, etc.

Les corrections longitudinales (bombé, hélice, etc.) permettent :

- De minimiser la fluctuation de l'erreur statique de transmission sous charge, ce qui améliore les performances acoustiques du réducteur,
- De compenser les défauts de parallélisme des dents, en recentrant la zone de contact, d'augmenter la surface de contact et d'éviter que le contact porte sur l'extrémité de la dent.

Enfin, parmi ces corrections de profil et longitudinales, il existe des variantes de forme linéaire ou parabolique. Il existe notamment, les dépouilles de sommet de dent triangulaires, s'inscrivant dans les coins des flancs des dents. Elles seraient une alternative pour les dentures hélicoïdales puisqu'elles sont inclinées suivant un angle d'hélice, mais l'utilisation de ce type de corrections reste anecdotique. Une liste non-exhaustive est présentée en Figure 1.4.

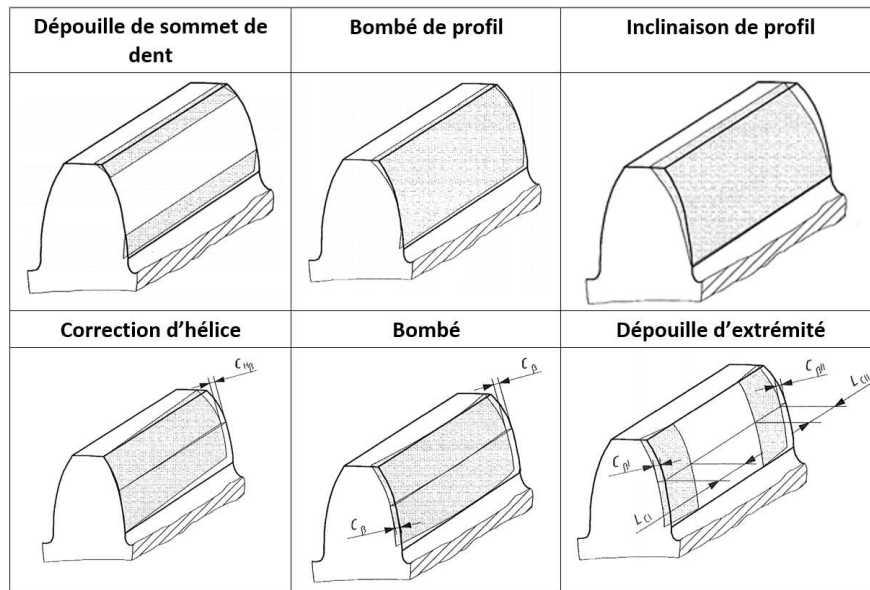


FIGURE 1.4 – Les micro-géométries de denture (sources internes Alstom)

### 1.2.4 Résonances et instabilités paramétriques

Les systèmes ayant des paramètres physiques (amortissements, raideurs, etc.) qui varient au cours du temps peuvent voir apparaître des résonances ou à des instabilités paramétriques. Dans le cas des transmissions par engrenages, c'est la variation de la raideur d'engrènement qui peut être à l'origine de ces phénomènes. Ces phénomènes se traduisent par une augmentation de l'amplitude des vibrations. Nous notons deux types de phénomènes : les instabilités paramétriques et les résonances paramétriques. La figure 1.5 présente des zones hachurées qui correspondent aux zones d'instabilité en fonction de la pulsation d'engrènement  $\omega_e$  et de l'amplitude de la variation de la raideur d'engrènement  $\mu$ .

L'amortissement ( $\zeta$ ) permet de réduire ces zones d'instabilité visibles en figure 1.5 et de les pousser vers des variations de raideur d'engrènement plus élevées. Les principales caractéristiques de ces phénomènes sont :

- Les instabilités paramétriques, qui sont liées à la réponse libre de la transmission et dépendent de la variation de la raideur d'engrènement. Elles apparaissent lorsque la pulsation d'engrènement  $\omega_e$  est égale à  $\frac{\Omega_i + \Omega_j}{n}$ , avec  $\Omega_i$  la pulsation propre du mode  $i$  de la transmission et  $n$  un entier naturel. [19, 20]
- Les résonances paramétriques, qui sont associées à la réponse vibratoire forcée. Elles apparaissent lorsque la pulsation d'engrènement  $\omega_e$  est égale à  $\frac{\Omega_i + \omega}{n}$ , où  $n$  est un entier et  $\omega$  la pulsation associée à l'excitation extérieure. Il y a résonance para-

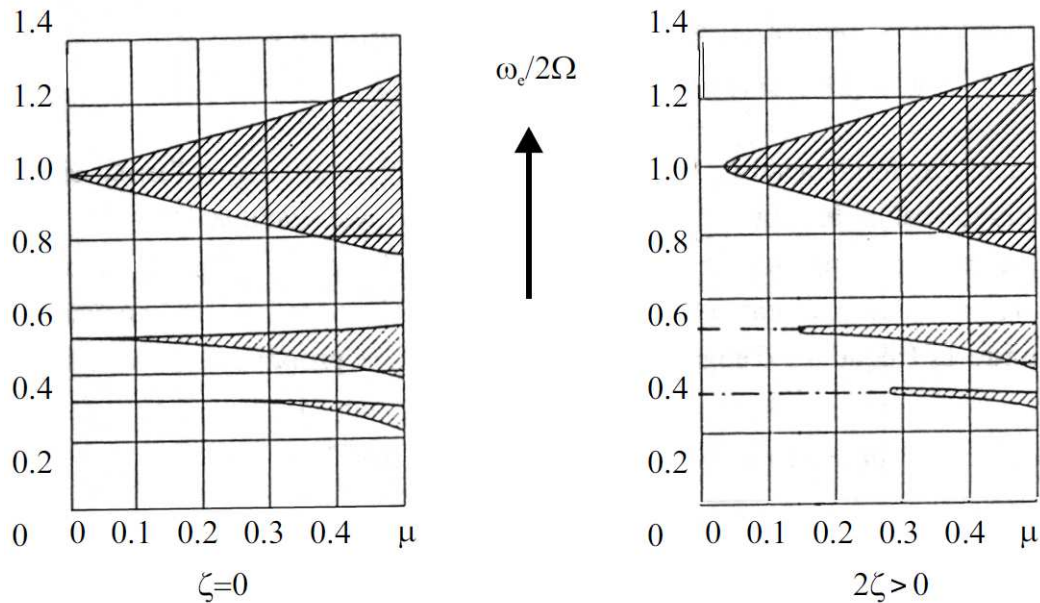


FIGURE 1.5 – Zones d'instabilité (hachures) en fonction de la pulsation d'engrènement  $\omega_e$  et de l'amplitude de la variation de la raideur d'engrènement  $\mu$  [18]

métrique lorsqu'il y a coïncidence entre la fréquence d'engrènement ou l'un de ses harmoniques avec l'une des fréquences propres de la transmission. [21, 22]

### 1.2.5 Amortissements modaux

Les origines de l'amortissement sont multiples et difficiles à appréhender car leurs propriétés sont généralement mal connues. Plusieurs sources d'amortissement existent telles que :

- L'amortissement visqueux lié à la lubrification,
- L'amortissement hystérétique (ou amortissement structural qui implique une dissipation au sein des matériaux),
- L'amortissement de Coulomb (ou amortissement de friction),
- La dissipation énergétique au niveau des contacts étroits,
- La dissipation au cours des chocs,
- La dissipation par rayonnement acoustique.

Assez peu de littérature concerne l'amortissement au sein des transmissions par engrenages. Cependant, dans le cas de ces transmissions [23, 24], une partie de l'amortissement provient du processus d'engrènement et des autres composants de la transmission. De

plus, l'amortissement est également proportionnel aux efforts. Enfin, une partie significative provient d'un amortissement visqueux lié à la lubrification.

Pour la résolution des équations du comportement vibroacoustique et l'identification des amplifications vibratoires, il est nécessaire d'introduire une matrice d'amortissement. Pour des raisons mathématiques, la matrice d'amortissement  $\mathbf{C}$  peut être exprimée comme une combinaison linéaire des matrices de masse et de raideur selon la méthode de Rayleigh :

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (1.4)$$

avec  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{K}$ , les matrices de masse et de raideur. Si  $\mathbf{C}$  est une combinaison linéaire de  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{K}$  alors il existe une base où ces trois matrices sont diagonales. Cependant, ce type d'expression présente l'inconvénient de n'avoir aucun sens physique. En pratique, l'utilisateur fixe les taux d'amortissement modaux par rapport à son expertise ou à la littérature. L'amortissement modal est alors défini comme :

$$c_{i,i} = 2\xi_i \sqrt{k_{i,i} m_{i,i}} \quad (1.5)$$

avec  $k_{i,i}$  la raideur modale du mode  $i$ ,  $m_{i,i}$  la masse modale du mode  $i$  et  $\xi_i$  le taux d'amortissement du mode  $i$ . D'après la littérature, le taux d'amortissement varie entre 0.5 et 17 % [4] dans le cadre des transmissions par engrenages. Néanmoins, les techniques expérimentales restent les plus précises pour déterminer l'amortissement.

### 1.2.6 Amplification vibratoire et modes critiques

La transmission peut connaître des amplifications vibratoires dues à son comportement modal. Parmi les modes propres de la transmission, certains modes sont définis comme des modes critiques. Ces modes critiques, autrement appelés modes de denture, sont identifiés comme des modes très énergétiques, présentant une déformation importante localisée au niveau de la denture [17, 10, 25, 12]. Ces modes sont donc excités de manière importante par l'erreur statique de transmission à certaines vitesses de fonctionnement dites vitesses critiques. L'excitation des modes de denture par l'erreur statique de transmission sous charge induit l'apparition, aux vitesses de fonctionnement correspondantes, de fortes surcharges dynamiques sur la denture. Ces surcharges dynamiques sont transmises au carter par les arbres et les roulements. Les caractéristiques modales du carter ont une influence non négligeable sur ces modes de denture. La recherche des modes de denture revient à identifier les modes les plus énergétiques dans la base modale complète de la transmission. Pour cela, on peut partir du rapprochement dynamique des dentures  $\mathbf{T}_{ij}(\omega)$  :

$$\mathbf{T}_{ij}(\omega) = \sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{r}_{ik} \mathbf{r}_{jk} \mathbf{H}_k(\omega) \quad (1.6)$$

avec  $\mathbf{r}_{ik}$  le scalaire structure géométrique de l'engrènement  $i$  associé au mode  $k$ . On obtient le vecteur  $\mathbf{r}_i$  grâce au vecteur  $\mathbf{R}_i$  projeté dans la base modale tel que :

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{R}_i \quad (1.7)$$

avec  $\mathbf{R}_i$  le vecteur de couplage s'écrivant dans le repère local de l'engrènement  $x_L, y_L, z_L$  (cf. figure 1.6) tel que :

$$\mathbf{R}_i = \{0, 1, \tan(\beta), R_{b1} \tan(\alpha) \tan(\beta), -R_{b1} \tan(\beta), R_{b1}, 0, -1, -\tan(\beta), R_{b2} \tan(\alpha) \tan(\beta), -R_{b2} \tan(\beta), R_{b2}\} \quad (1.8)$$

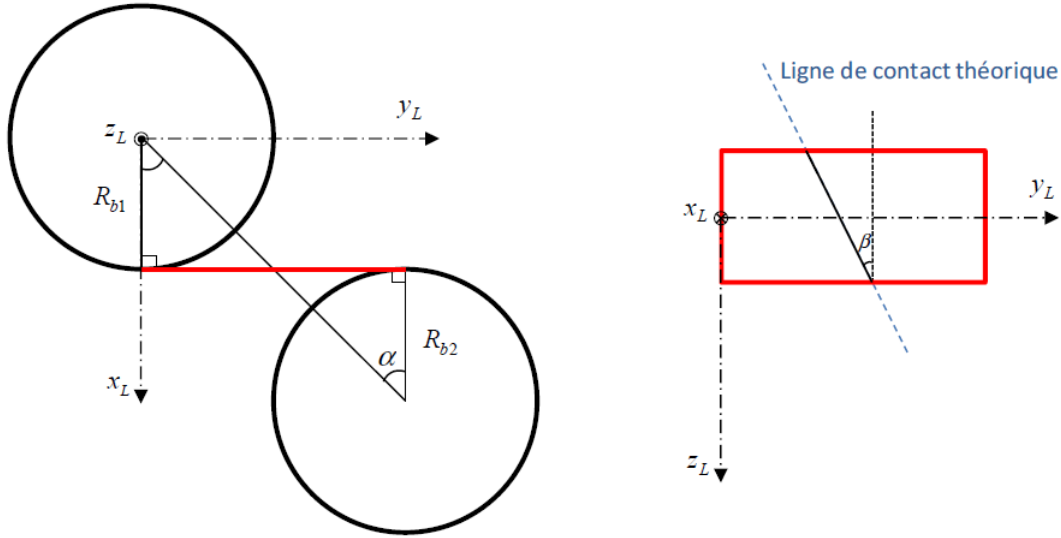


FIGURE 1.6 – Définition du repère local de l'engrènement (source [12])

avec  $\mathbf{B}$  représentant la matrice des vecteurs propres  $\mathbf{V}_k$  normés sur la matrice de masse tel que :

$$\mathbf{B} = [\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_n] \quad (1.9)$$

$$\mathbf{B}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{B} = \mathbf{I} \quad (1.10)$$

avec  $\mathbf{I}$  la matrice identité.  $\mathbf{H}_k(\omega)$  représente la fonction complexe de la réponse en fréquence du mode  $k$  entre la force et le déplacement, soit :

$$\mathbf{H}_k(\omega) = \frac{1}{(\omega_k^2 - \omega^2 + 2i\zeta_k\omega_k\omega)} \quad (1.11)$$

avec  $\omega_k$  les pulsations propres,  $\zeta_k$  le taux d'amortissement visqueux équivalent du mode. Pour  $\omega=0$ ,  $\mathbf{T}_{ij}(0)$  correspond au rapprochement statique sur la denture induit par un système de force appliqué sur la denture  $j$ . Si  $j \neq i$  alors  $\mathbf{T}_{ij}(0) = 0$ , sinon  $\mathbf{T}_{ii}(0)$  s'écrit :

$$\mathbf{T}_{ii}(0) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{r_{ik}^2}{\omega_k^2} = \frac{1}{\mathbf{k}_i} \quad (1.12)$$

avec  $\mathbf{k}_i$  la valeur moyenne de la raideur de l'engrènement. À partir de l'équation 1.12, il est possible de définir la contribution énergétique  $\mathbf{E}_{ik}$  du mode  $k$  à l'engrènement  $i$  telle que :

$$\mathbf{E}_{ik} = \mathbf{k}_i \frac{r_{ik}^2}{\omega_k^2} \quad (1.13)$$

Dans le cas où la totalité des modes est prise en compte, la relation suivante est vérifiée :

$$\sum_{k=1}^{\infty} \mathbf{E}_{ik} = 1 \quad (1.14)$$

L'étude des modes de denture permet d'identifier rapidement les régimes les plus critiques. Cependant, une excitation sur un mode de denture énergétique n'implique pas forcément une réponse importante du carter. Pour que le carter présente une réponse importante à l'excitation (l'EST), il faut un mode de denture excité et un couplage entre la source excitatrice et la réponse vibroacoustique du carter. Ce couplage dépendra de l'architecture de la transmission et donc du transfert vibratoire.

### 1.2.7 Intensité structurelle

La compréhension de l'intensité structurelle au sein des systèmes permet de mieux contrôler et améliorer leur comportement vibroacoustique. Le rayonnement acoustique résulte de l'état vibratoire du carter, soit la vitesse pariétale qui dépend du comportement modal du système.

De nombreuses publications traitent de l'intensité structurelle pour des plaques [26, 27, 28, 29, 30]. Hambric [28] a développé le calcul de l'intensité structurelle en utilisant une méthode par éléments finis. L'intensité structurelle est alors exprimée en un flux de puissance par unité d'aire et est analogue à une intensité acoustique. L'intensité structurelle moyennée s'exprime en fonction du temps telle que :



$$\mathbf{I}_n = - \sum_l \langle \sigma_{nl}(t) \mathbf{v}_l(t) \rangle, \quad n, l = 1, 2, 3 \quad (1.15)$$

$$\sigma_{nl}(t) = \frac{\mathbf{F}_{nl}(t)}{S} \quad (1.16)$$

avec  $n$  et/ou  $l$  représentant les trois directions de l'espace,  $\sigma_{nl}(t)$  le  $nl$  énième composant de la matrice du tenseur des contraintes (normal, cisaillement, torsion, etc.),  $S$  la surface,  $\mathbf{v}_l(t)$  le  $l$  énième composant du vecteur vitesse et le signe  $\langle \dots \rangle$  représentant la moyenne temporelle. L'intensité structurelle active ( $\mathbf{I}_n$ ) est une quantité vectorielle, indépendante du temps, définie pour un point donné de la structure et pour une vibration sinusoïdale telle que :

$$\mathbf{I}_n = -\frac{1}{2} \text{Re}(\tilde{\sigma}_{nl} \tilde{\mathbf{v}}_l^*), \quad n, l = 1, 2, 3 \quad (1.17)$$

avec  $\tilde{\sigma}$  la contrainte de structure complexe,  $\text{Re}$  désignant la partie réelle d'une quantité complexe,  $\tilde{\mathbf{v}}_l^*$  le conjugué complexe de la vitesse, le signe  $\sim$  représentant une quantité complexe et  $*$  le conjugué de cette quantité. Il est possible de calculer ces derniers ( $\tilde{\sigma}, \tilde{\mathbf{v}}^*$ ) grâce à des logiciels d'éléments finis.

Dans le cadre des réducteurs, la source d'excitation principale se situe au niveau des dentures. Les déformations élastiques des dents transmettent des vibrations à travers les engrenages, les arbres, les paliers jusqu'au carter. Chacun de ces éléments peut jouer le rôle d'oscillateur et peut ainsi contribuer à de possibles amplifications dynamiques. Une bonne modélisation de ces éléments est nécessaire, notamment des roulements qui sont l'un des derniers éléments traversés par les vibrations avant le carter.

### 1.2.8 Rôle des roulements dans les systèmes de transmission

Les roulements permettent de guider en rotation les arbres par rapport au carter et sont donc des composants essentiels dans les réducteurs. Ils sont employés pour leur très faible résistance à la rotation et leur capacité à supporter des charges importantes. Les roulements sont classiquement composés de deux bagues coaxiales et d'une ou plusieurs rangées d'éléments roulants (billes, rouleaux, etc.), à contact normal ou oblique. Chaque technologie de roulement présente des avantages (supporter de fortes charges axiales ou radiales, vitesse de rotation, etc.) et des inconvénients (montages, prix, etc.). Un exemple de roulement à billes est présenté sur la figure 1.7.

Différents éléments sont identifiables :

- 1 - La bague extérieure,
- 2 - Les éléments roulants (ici des billes),

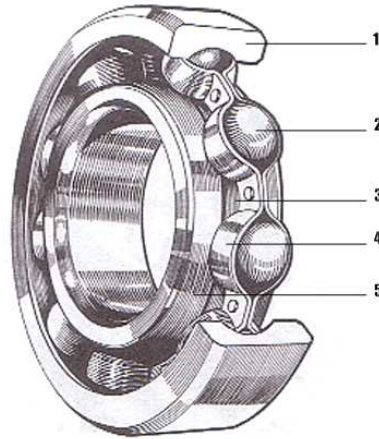


FIGURE 1.7 – Roulement à billes (source : <http://lamaintenance.fr/mecanique/les-roulements-generalites/>)

- 3 - Le chemin de roulements,
- 4 - La cage des éléments roulants,
- 5 - La bague intérieure.

Dans l'étude du comportement vibroacoustique des réducteurs, les roulements ont un rôle majeur. Ils sont placés entre la transmission (arbres et engrenage) et le carter et jouent donc un rôle d'intermédiaire par lesquels les vibrations passeront avant d'atteindre le carter. De plus, les roulements ont un comportement dynamique et sont non-homogènes. En effet, les déplacements des billes au sein des roulements peuvent créer des variations de raideur. Par conséquent, les roulements peuvent aussi être une source secondaire d'excitation puisque leurs raideurs varient en fonction de la position de leurs éléments roulants.

Étant un élément essentiel dans les réducteurs et autres machineries en rotation, de nombreuses études ont été menées afin de comprendre et de calculer les raideurs et le comportement dynamique des roulements [7, 8, 9, 31, 32, 33]. Plusieurs méthodes ont été développées pour calculer la raideur des roulements. Deux d'entre elles ressortent : l'une propose de calculer la raideur en utilisant la théorie de Hertz [34] alors que l'autre préconise d'utiliser des méthodes de calcul par éléments finis. Le calcul par éléments finis présente l'avantage de permettre d'extraire plus facilement une matrice de raideur complète suivant les différents axes et de pouvoir calculer sa variation de raideur au cours du temps. Comme dit précédemment, les roulements sont une source secondaire d'excitation. De nombreux travaux dans la littérature ont étudié le comportement d'un réducteur en prenant en compte ou non cette variation de raideur. Ils ont conclu qu'elle peut être négligée mais qu'une bonne estimation de la raideur moyenne reste primordiale.

Le comportement vibroacoustique des transmissions par engrenages est régi par diverses sources d’excitation. Parmi celles-ci, l’erreur statique de transmission est la source principale et elle est à l’origine du bruit de sirène. Elle a pour origine physique, entre autres, les déformations élastiques des dentures dues au couple de charge ainsi que les écarts géométriques au niveau des dentures. L’excitation des modes critiques, autrement appelés modes de denture, par l’erreur statique de transmission sous charge, induit l’apparition, aux vitesses de fonctionnement correspondantes, de fortes surcharges dynamiques sur la denture. Ces surcharges dynamiques sont transmises au carter par les arbres et les roulements. Par conséquent, pour prédire le comportement vibroacoustique d’une transmission, il est nécessaire d’avoir une bonne modélisation de la source d’excitation et de la transmission.

## 1.3 Modélisation et analyse du comportement dynamique

En dépit des nombreuses études [35, 36, 37] sur la prédiction du comportement vibroacoustique des réducteurs, le problème reste difficile. En effet, la prédiction implique à la fois des modélisations microscopiques (erreur de transmission, contact, etc.) et macroscopiques (modélisation du système, etc.). De plus, elle est assujettie à de nombreuses incertitudes (qualité de la modélisation, qualité du maillage, précision des dimensions, position du point mesuré par rapport au point calculé, etc.) et ainsi qu’à la limite des modélisations et des informations disponibles (raideurs des roulements, couplage engrenage, etc.). Dans la littérature, différentes méthodes de modélisation dynamique d’un réducteur sont traitées. La méthode par éléments finis [38, 39] est particulièrement employée, car celle-ci offre une bonne précision. D’autres modélisations plus ou moins simplifiées sont également proposées comme les modèles à paramètres concentrés.

### 1.3.1 Calculs et modélisations de la source d’excitation interne principale

L’erreur statique de transmission est la source principale d’excitation dans les réducteurs à engrenages. Pour calculer l’erreur de transmission, les éléments suivants sont nécessaires :

- Les souplesses de denture,

- Les écarts micro-géométriques (corrections de denture, défauts de fabrication et de montage),
- Les déformations locales hertziennes.

Les souplesses de denture sont souvent déterminées à partir de calculs éléments finis. Les fluctuations de l'erreur de transmission se calculent à partir de ces souplesses, des écarts micro-géométriques et de la théorie de Hertz. Avec cela, il suffit de résoudre les équations non linéaires de contact pour différentes positions angulaires successives de la roue menante suivant la procédure décrite en [40]. Cette méthode permet d'avoir une bonne estimation de l'erreur statique de transmission tout en conservant de faibles temps de calcul contrairement à un calcul complet par un modèle en éléments finis.

L'excitation par l'erreur statique de transmission est généralement introduite au niveau du contact des dents. Le contact entre les dents peut être modélisé comme un couplage élastique via la raideur d'engrènement. Elle dépend de la déformation (erreur de transmission) et de l'effort appliqué. Elle peut être modélisée de plusieurs manières :

- Modélisation linéaire à paramètre constant : cette modélisation est la plus simple. Elle consiste à intégrer une raideur linéaire, constante et indépendante des efforts transmis. Cette modélisation ne tient pas compte du caractère non linéaire et paramétrique de la raideur d'engrènement. Elle suppose que la fluctuation de la raideur est négligeable.
- Modélisation linéaire et paramétrique : cette modélisation permet de prendre en compte les effets des efforts transmis et conserve la partie fluctuante de la raideur. Cette raideur est alors définie comme la dérivée de l'effort appliqué sur la denture suivant la ligne d'action par rapport au rapprochement (l'erreur statique de transmission). La raideur est donc linéarisée autour de son point de fonctionnement et présente des fluctuations aux mêmes fréquences que l'erreur de transmission. Malheureusement, elle perd son caractère non-linéaire. En pratique, la base modale est calculée à partir de la raideur moyenne. Cependant, sa fluctuation est prise en compte dans la résolution des équations dynamiques du système.
- Modélisation non-linéaire et paramétrique : c'est la modélisation la plus complète qui reproduit le caractère non-linéaire et périodique de la raideur en prenant en compte le rapprochement entre les dents en prise et les efforts transmis.

La raideur d'engrènement a été largement étudiée dans la littérature [41, 42, 43, 44]. De nombreux travaux définissent ses fluctuations en fonction de la micro-géométrie ainsi que de son impact sur la réponse dynamique. La modélisation linéaire et paramétrique semble la plus pertinente pour son faible coût de calcul, sa prise en compte des effets

de la charge ainsi que pour sa conservation de la partie fluctuante autour d'un point de fonctionnement. Une fois la modélisation de la source d'excitation établie, l'étude s'attache à modéliser la transmission complète.

### 1.3.2 Modélisations numériques des transmissions mécaniques par engrenages

Différentes méthodes de modélisation d'un réducteur sont relatées dans la littérature. Quelques-uns de ces modèles plus ou moins simplifiés sont présentés ci-dessous :

- Modèle à paramètres concentrés : ce modèle présente l'avantage d'être constitué d'un faible nombre de degrés de liberté conduisant à un coût de calcul moindre. Les pièces du réducteur sont modélisées par un noeud affecté d'une masse et d'une matrice d'inertie. Ces noeuds peuvent ensuite être interconnectés par des raideurs et des amortissements. L'inconvénient est le manque de précision dû au manque de degrés de liberté et aux simplifications sur la géométrie des pièces.
- Modèle éléments finis : la littérature présente surtout de la méthode par éléments finis [38, 39]. L'avantage de cette méthode est sa précision conduisant à un modèle géométrique et mécanique très précis du système. Ce type de modélisation présente des limitations importantes telles que son temps de calcul prohibitif lors de son utilisation pour des systèmes trop précis (grand nombre de degrés de liberté) ou trop volumineux.

La modélisation éléments finis offre une bonne précision de calcul et géométrique. Pour une optimisation de forme, celle-ci sera la plus adaptée. Une fois la transmission modélisée, les équations pour déterminer son comportement vibroacoustique peuvent être résolues. Une résolution dans le domaine temporel mène à des coûts de calcul important, notamment à cause de la gestion des contacts entre les dents des engrenages pour une résolution en éléments finis directe ou à cause des pas temporels très petits pour une résolution à haute fréquence. Une résolution directe est totalement inadaptée dans le cadre d'un processus d'optimisation. D'autres approches de résolution sont possibles comme des méthodes spectrales [11, 45].

### 1.3.3 Les méthodes de résolution du comportement dynamique

Plusieurs méthodes de résolution des équations différentielles du mouvement d'une transmission existent. L'équation du mouvement régissant le vecteur des coordonnées généralisées  $\mathbf{x}(t)$  peut s'écrire :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{f}_{NL}(\mathbf{x}(t)) = \mathbf{F}_S \quad (1.18)$$

avec  $\mathbf{M}$  la matrice de masse,  $\mathbf{C}$  la matrice d'amortissement,  $\mathbf{f}_{NL}$  l'effort de denture qui dépend des variations de l'erreur statique de transmission et de la raideur d'engrènement et  $\mathbf{F}_S$  l'effort statique transmis par l'engrenage. Grâce à un développement limité du premier ordre de  $\mathbf{f}_{NL}$  autour de la position d'équilibre  $\mathbf{x}_s$ , on obtient l'effort linéarisé  $\mathbf{F}_L$  tel que :

$$\mathbf{F}_L(\mathbf{x}(t)) \approx \mathbf{f}_{NL}(\mathbf{x}_s(t)) + \frac{\partial \mathbf{f}_{NL}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}_s(t))(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_s(t)) = \mathbf{F}_s + k(t)(\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_s(t)) \quad (1.19)$$

avec  $k$  la raideur d'engrènement. En introduisant l'effort linéarisé dans l'équation 1.18, on obtient l'équation différentielle à coefficients paramétriques décrivant le mouvement telle que :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + k(t)\mathbf{x}(t) = k(t)\mathbf{x}_s(t) \quad (1.20)$$

Les méthodes de résolution numérique d'équations différentielles les plus connues sont les techniques d'intégrations temporelles (Runge-Kutta [46], Newmark [47]), qui permettent de résoudre des équations différentielles du mouvement par intégrations itératives. Néanmoins, elles demandent un temps de calcul important. En effet, aux hautes fréquences, elles nécessitent un pas temporel fin. Mais aussi, à longueur de pas fixe, elles demandent un nombre de pas plus important à basse fréquence. Malgré cet inconvénient, certaines présentent l'avantage d'être parfaitement stables, permettant de traiter des phénomènes transitoires et non-linéaires.

La méthode de Runge-Kutta est une procédure itérative de résolution numérique d'équations différentielles. Généralement, les systèmes d'équations différentielles peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = f(t, y(t)), 0 \leq t \leq T \\ y(0) = y_0 \end{cases} \quad (1.21)$$

où  $y(t)$  est la fonction recherchée,  $y_0$  sa valeur initiale et  $f$  l'équation à résoudre. Les méthodes Runge-Kutta sont des schémas numériques à un pas basés sur la discrétisation de  $t$ . On note  $h$  le pas et  $y_n$  la valeur approchée de  $y(t_n)$  pour les différents instants  $t_n = nh$ . En intégrant l'équation différentielle entre  $t_{n+1}$  et  $t_n$ , on obtient :

$$y(t_{n+1}) - y(t_n) = \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(t, y(t)) dt \quad (1.22)$$

L'idée consiste à approcher cette intégrale. Il existe la méthode d'Euler mais aussi la méthode des trapèzes ce qui correspond à la méthode Runge-Kutta d'ordre 2. On a l'approximation suivante pour l'intégrale :

$$\int_{t_n}^{t_n+h} f(t, y(t)) dt \approx \frac{h}{2} [f(t_n, y(t_n)) + f(t_{n+1}, y(t_{n+1}))] \quad (1.23)$$

Ici, l'intégrale dépend de  $y(t_n)$  et  $y(t_{n+1})$  ce qui donne lieu à une méthode implicite. Pour éviter ce problème, on va estimer  $y(t_{n+1})$  par la méthode d'Euler explicite tel que :

$$y(t_{n+1}) = y(t_n) + hf(t_n, y(t_n)) \quad (1.24)$$

Enfin, on obtient le schéma itératif suivant :

$$\begin{cases} t_{n+1} = t_n + h \\ p_{n,1} = f(t_n, y_n) \\ p_{n,2} = f(t_{n+1}, y_n + hp_{n,1}) \\ y_0 = y(0) \end{cases} \quad (1.25)$$

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{k=1}^2 b_k p_{n,k} \quad (1.26)$$

avec  $b_k = 0.5$ . Le schéma itératif prend fin quand  $t$  est supérieur à une durée  $T$ . Ce schéma présente deux approximations. La première est liée à l'air du trapèze qui correspond à la pente de la courbe et non à sa courbure. Ensuite, la seconde approximation a lieu lorsqu'on estime  $y(t_{n+1})$ . Il est possible de procéder à un raffinement supplémentaire en utilisant la méthode de Simpson au lieu de la méthode des trapèzes ce qui nous mène à la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. Cette méthode consiste à remplacer la fonction intégrée par une parabole passant par les points extrêmes et le point milieu. On obtient :

$$\int_{t_n}^{t_n+h} f(t, y(t)) dt \approx \frac{h}{6} [f(t_n, y(t_n)) + 4f(t_{n+1/2}, y(t_{n+1/2})) + f(t_{n+1}, y(t_{n+1}))] \quad (1.27)$$

Ici, on a deux inconnues  $y(t_{n+1/2})$  et  $y(t_{n+1})$ . Pour rendre le schéma explicite, il faut estimer  $4f(t_{n+1/2}, y(t_{n+1/2}))$  et  $f(t_{n+1}, y(t_{n+1}))$ . Pour la première, elle est décomposée comme :

$$4f(t_{n+1/2}, y(t_{n+1/2})) = 2f(t_{n+1/2}, y_{n+1/2}^a) + 2f(t_{n+1/2}, y_{n+1/2}^b) \quad (1.28)$$

avec  $y_{n+1/2}^a$  estimé par la méthode d'Euler explicite et  $y_{n+1/2}^b$  par la méthode d'Euler

implicite afin de compenser, du moins en partie, l'erreur de la méthode d'Euler explicite. La méthode d'Euler implicite sera approchée par :

$$y_{n+1/2}^b = y_n + \frac{h}{2}f(t_{n+1/2}, y_{n+1/2}) \approx y_n + \frac{h}{2}f(t_{n+1/2}, y_{n+1/2}^a) \quad (1.29)$$

quant à  $y(t_{n+1})$ , il est approché par la méthode du milieu. C'est-à-dire par la méthode d'intégration du rectangle au milieu :

$$y(t_{n+1}) \approx y_n + hf(t_{n+1/2}, y_{n+1/2}) \approx y_n + \frac{h}{2}f(t_{n+1/2}, y_{n+1/2}^b) \quad (1.30)$$

Enfin, on obtient le schéma itératif suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} t_{n+1/2} = t_n + 0.5h \\ t_{n+1} = t_n + h \\ p_{n,1} = f(t_n, y_n) \\ p_{n,2} = f(t_{n+1/2}, y_n + 0.5hp_{n,1}) \\ p_{n,3} = f(t_{n+1/2}, y_n + 0.5hp_{n,2}) \\ p_{n,4} = f(t_{n+1}, y_n + hp_{n,3}) \\ y_0 = y(0) \end{array} \right. \quad (1.31)$$

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{k=1}^4 b_k p_{n,k} \quad (1.32)$$

avec  $b_k = [\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}]$ . Le schéma itératif prend fin quand  $t$  est supérieur à une durée  $T$ . Ce schéma RK4 demande deux fois plus d'opérations que RK2. De plus, les erreurs d'arrondi augmentent plus rapidement. Néanmoins, ce défaut est corrigé par un gain en précision grâce à l'ordre 4. Ces méthodes sont très répandues, faciles à mettre en oeuvre, précises et assez stables.

La méthode de Newmark est une procédure itérative de résolution numérique se basant sur un développement limité pour déterminer la position et la vitesse à l'instant  $t$ . Ce développement contient un terme d'erreur de troisième ordre équivalent à la dérivée de l'accélération. Différentes techniques (différences centrées, Fox Goddwin, etc.) permettent de remplacer ce 3<sup>e</sup> ordre par l'accélération de l'itération précédente en introduisant les termes  $\gamma_N$  et  $\beta_N$  :

$$x_t = x_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{x}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2} [(1 - 2\beta_N)\ddot{x}_{t-\Delta t} + 2\beta_N \ddot{x}_t] \quad (1.33)$$

$$\dot{x}_t = \dot{x}_{t-\Delta t} + \Delta t [(1 - \gamma_N)\ddot{x}_{t-\Delta t} + \gamma_N \ddot{x}_t] \quad (1.34)$$



À partir d'une première prédiction et de l'équation du mouvement, l'accélération est calculée :

$$\ddot{x}_t = \frac{1}{M} f(x_{t-\Delta t}, \dot{x}_{t-\Delta t}, t) \quad (1.35)$$

Grâce à cette nouvelle accélération, la position et la vitesse sont déterminées par les développements limités des équations 1.33 et 1.34. On recalcule l'accélération avec ces nouvelles valeurs et l'on réitère jusqu'à atteindre une différence, entre l'ancienne et la nouvelle valeur de la position  $x$ , inférieure à un critère  $\epsilon$  fixé. Les propriétés de l'algorithme dépendent des deux paramètres  $\gamma_N$  et  $\beta_N$  :

Domaine	Stabilité
$\gamma_N \leq 1/2$	Instable
$1/2 \leq \gamma_N$ et $2\beta_N \leq \gamma_N$	Conditionnellement stable
$1/2 \leq \gamma_N \leq 2\beta_N$	Inconditionnellement stable

Tableau 1.1 – Stabilité de la méthode de Newmark en fonction du domaine

Nom de la méthode	$\gamma_N$	$\beta_N$	Stabilité
Différences centrées	1/2	0	Explicite et conditionnellement stable
Fox Goodwin	1/2	1/12	Conditionnellement stable
Accélération linéaire	1/2	1/6	Conditionnellement stable
Accélération moyenne	1/2	1/4	Inconditionnellement stable

Tableau 1.2 – Noms des méthodes et leurs propriétés

Les méthodes sont explicites quand  $\beta_N = 0$ . Pour réduire les temps de calcul, une résolution des équations dans le domaine fréquentiel peut être effectuée.

La méthode spectrale itérative [11] se démarque par ses temps de calcul courts. Elle permet de calculer l'état stationnaire d'un système linéaire à paramètres périodiques. Pour ces travaux de recherche, cette technique de calcul semble particulièrement adaptée puisqu'une optimisation du comportement vibratoire du réducteur en régime stationnaire est à réaliser. Par conséquent, dans le cadre d'une optimisation, un temps de calcul relativement faible est préférable. À titre d'exemple, dans le cas d'un engrenage simple étage, les équations de mouvement linéarisées autour de la position d'équilibre statique sont définies comme telles :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{K} + g(t)\mathbf{D})\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (1.36)$$

où  $\mathbf{x}(t)$  est le vecteur des coordonnées généralisées,  $\mathbf{M}$  est la matrice de masse,  $\mathbf{C}$  la matrice d'amortissement,  $\mathbf{K}$  la matrice de raideur constante et  $g(t)$  est une fonction

représentant la variation de la raideur. Par convention, la fonction  $g(t)$  est exprimée en fonction du temps. De plus, l'équation 1.36 étant résolue pour une vitesse donnée, il est plus intéressant d'exprimer  $g(t)$  en fonction du temps plutôt qu'en position angulaire pour qui ce dernier masquerait l'information de la vitesse. Cette fonction permet alors d'introduire les excitations paramétriques liées à la fluctuation de la raideur d'engrènement dans le système d'équations. La matrice  $\mathbf{D}$  est une matrice déduite des caractéristiques géométriques de l'engrenage. La matrice  $\mathbf{D}$  s'écrit  $\mathbf{R}^t \mathbf{R}$  où  $\mathbf{R}$  est obtenue par assemblage des vecteurs élémentaires de l'équation 1.8. La base modale du système est calculée à partir de l'équation homogène du système non amorti et des caractéristiques moyennes de la raideur suivant l'équation :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = 0 \quad (1.37)$$

En calculant les valeurs propres et les vecteurs propres généralisés :

$$(\mathbf{K} - \omega_j^2 \mathbf{M})\mathbf{V}_j = 0 \quad (1.38)$$

on calcule la matrice  $\mathbf{B}$  des vecteurs propres  $\mathbf{V}_j$ , normalisés en fonction de la masse, ainsi que les  $\omega_j$  les pulsations propres des modes.  $\mathbf{x}(t)$  peut être défini en fonction de la matrice  $\mathbf{B}$  et des coordonnées modales  $\mathbf{q}$  :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{B}\mathbf{q}(t) \quad (1.39)$$

En faisant l'hypothèse de Basile (amortissement de Rayleigh) sur un amortissement proportionnel tel que  $\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}$ , les matrices de l'équation 1.36 peuvent être diagonalisées à partir de la matrice  $\mathbf{B}$  menant à l'équation :

$$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}^{-1}\mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + (\mathbf{B}^{-1}\mathbf{K} + \mathbf{B}^{-1}g(t)\mathbf{D})\mathbf{x}(t) = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{F}(t) \quad (1.40)$$

avec la transformation de  $\mathbf{x}(t)$  on obtient :

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{c}\dot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{k} + g(t)\mathbf{d})\mathbf{q}(t) = \mathbf{s}(t) \quad (1.41)$$

les matrices  $\mathbf{m}$ ,  $\mathbf{c}$  et  $\mathbf{k}$ , représentent les matrices diagonales de masse modale, de l'amortissement modal et de raideur modale. La matrice de masse modale est une matrice identité, car  $\mathbf{B}$  est normalisée par la masse. Le vecteur de force modale est représenté par le vecteur  $\mathbf{s}$ . Enfin, la matrice  $\mathbf{d}$  est une matrice non diagonale. Cette méthode de calcul fournit le spectre vibratoire du modèle éléments finis pour chaque degré de liberté. L'équation peut être réorganisée en transférant l'excitation paramétrique à droite :

$$\mathbf{I}\ddot{\mathbf{q}}(t) + 2\zeta_j\omega_j\dot{\mathbf{q}}(t) + \omega_j^2\mathbf{q}(t) = \mathbf{s}(t) - g(t)\mathbf{d}\mathbf{q}(t) \quad (1.42)$$

avec  $\xi_j$  l'amortissement visqueux du mode  $j$ . Une transformation de Fourier permet alors d'obtenir une équation matricielle représentant la réponse en régime stationnaire aux vibrations forcées :

$$(-\omega^2\mathbf{I} + 2i\omega\zeta_j\omega_j + \omega_j^2)\tilde{\mathbf{q}}(\omega) = \tilde{\mathbf{s}}(\omega) - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} g(t)\mathbf{d}\mathbf{q}(t)dt \quad (1.43)$$

avec  $\tilde{\mathbf{q}}$  qui dénote la transformée de Fourier de fonction temporelle  $\mathbf{q}(t)$ . Puisque la transformée de Fourier du produit de deux fonctions temporelles correspond à la convolution des transformations de Fourier de ces fonctions temporelles, on obtient :

$$(-\omega^2\mathbf{I} + 2i\omega\zeta_j\omega_j + \omega_j^2)\tilde{\mathbf{q}}(\omega) = \tilde{\mathbf{s}}(\omega) - (\tilde{g} * \mathbf{d}\tilde{\mathbf{q}})(\omega) \quad (1.44)$$

avec le signe  $*$  qui correspond au produit de convolution. Nous pouvons définir  $\mathbf{H}_j(\omega)$  représentant la fonction complexe de la réponse en fréquence du mode  $j$  entre la force et le déplacement, soit :

$$\mathbf{H}_j(\omega) = \frac{1}{(\omega_j^2 - \omega^2 + 2i\zeta_j\omega_j\omega)} \quad (1.45)$$

ainsi à partir des équations 1.44 et 1.45 on obtient :

$$\tilde{\mathbf{q}}(\omega) = \mathbf{H}_j\tilde{\mathbf{s}}(\omega) - \mathbf{H}_j(\tilde{g} * \mathbf{d}\tilde{\mathbf{q}})(\omega) \quad (1.46)$$

Il est proposé de résoudre l'équation du mouvement 1.46 de manière itérative par une succession d'approximation :

$$\tilde{\mathbf{q}}_{p+1}(\omega) = \tilde{\mathbf{q}}_0(\omega) - \mathbf{H}_j(\tilde{g} * \mathbf{d}\tilde{\mathbf{q}}_p)(\omega) \quad (1.47)$$

avec comme condition initiale de  $\tilde{\mathbf{q}}_0(\omega)$  :

$$\tilde{\mathbf{q}}_0(\omega) = \mathbf{H}_j\tilde{\mathbf{s}}(\omega) \quad (1.48)$$

Le critère d'arrêt du schéma itératif est basé sur la différence entre deux solutions successives et le nombre d'itérations. La différence entre deux solutions successives peut être définie comme :

$$\epsilon = \frac{|\sigma_n - \sigma_{n-1}|}{|\sigma_n|} \quad (1.49)$$

avec  $\sigma_n$  la valeur efficace du vecteur  $\mathbf{q}_n$  et  $|\sigma_n|$  la norme du vecteur  $\sigma_n$ . Une fois que la différence est inférieure au critère, le schéma itératif prend fin. Cette méthode peut aussi être généralisée à plusieurs engrènements [12]. En l'absence d'instabilité paramétrique, la réponse libre est asymptotiquement stable. Si la convergence n'est pas atteinte après un nombre important d'itérations, il convient d'augmenter le taux d'amortissement sur les modes responsables des instabilités. Cette méthode de résolution dans le domaine fréquentiel présente l'avantage d'être rapide. En effet, le problème peut être résolu uniquement sur la base modale et les degrés de liberté (d.d.l) souhaités. Néanmoins, son utilisation se limite aux modèles linéaires et pour des régimes stationnaires. Ce qui dans le cadre de notre domaine d'étude (le domaine ferroviaire) ne pose pas de problème. Une fois les modélisations et les résolutions définies, l'étude se focalise sur les méthodes de calcul du rayonnement acoustique.

### 1.3.4 Présentation des méthodes pour calculer le rayonnement acoustique

Le rayonnement acoustique est une vibration mécanique d'un fluide qui se propage sous forme d'ondes grâce à la déformation élastique de ce fluide. Différentes méthodes de modélisation du rayonnement acoustique d'une structure ou d'un mécanisme sont citées ci-dessous :

- La méthode des sources équivalentes,
- Les éléments finis et les éléments finis de frontière,
- Les méthodes d'acoustique géométrique [48, 49, 50],
- La SEA (Statistical Energy Analysis) [51, 52, 53],
- Les méthodes hybrides [25, 54].

Les méthodes par éléments finis, discrétisant le milieu fluide, présentent des limites dans le cadre d'un espace infini. Au contraire, pour la méthode des éléments finis de frontière, seule la frontière du fluide est discrétisée et la condition d'étendue infinie est donc automatiquement validée. Ces méthodes sont utilisées seulement pour les basses et moyennes fréquences. En effet, il est nécessaire que la taille du maillage soit inférieure au sixième de la longueur d'onde afin d'avoir une précision suffisante. Pour les hautes fréquences, cela conduit à des maillages très fins. De plus, le pas de temps, pour la résolution des équations, doit être d'autant plus fin que la fréquence est élevée, conduisant à des temps de calcul prohibitifs.

Les méthodes d'acoustique géométrique reposent sur les équivalences entre le comportement des ondes sonores et le comportement des rayons lumineux. De cela est développé

la méthode des tirs de rayons et la méthode des sources images, les méthodes les plus utilisées. Ces méthodes peuvent être utilisées quand la longueur d’onde des ondes sonores est petite devant les longueurs caractéristiques géométriques de l’espace de propagation acoustique. Dans la méthode des tirs de rayons, chaque source acoustique émet des rayons dans des directions définies par l’utilisateur ou de manière aléatoire. Ce rayon ensuite parcourt l’espace en ligne droite jusqu’à rencontrer un espace qui l’emmène à changer de direction après réflexion sur l’obstacle. À chaque réflexion, le rayon perd en énergie, car une partie est absorbée. L’absorption atmosphérique peut également être considérée. Enfin, le trajet du rayon est considéré terminé quand l’énergie du rayon passe en dessous d’une valeur seuil. Quant à la méthode des sources images, elle consiste à supposer qu’après réflexion, les ondes sonores réfléchies peuvent être considérées comme émises par des sources acoustiques fictives qui sont les images des sources réelles. Ces méthodes d’acoustique sont valables dans le cas des hautes fréquences. Elles sont facilement implémentables mais en pratique, elles deviennent rapidement coûteuses en termes de temps de calcul si le nombre de rayons et de réflexions est important.

L’analyse statistique d’énergie (SEA) est une méthode particulièrement adaptée aux hautes fréquences [51, 55, 53]. Comme son nom l’indique, elle se base sur une approche de physique statistique. Elle se fonde sur les équations d’échanges d’énergie vibratoire et acoustique des systèmes en interaction. Elle n’utilise pas de discrétisation en fonction de la fréquence. En effet, à hautes fréquences, les modes sont considérés nombreux et désordonnés et sont donc envisagés comme une population statistique. Le problème de ces méthodes (éléments finis, SEA) est qu’elles sont adaptées soit aux basses fréquences, soit aux hautes fréquences. Des techniques dites hybrides ont alors été développées afin de s’adapter à la fois aux basses et aux hautes fréquences [56]. Les premières approches hybrides ont tenté de coupler la méthode d’éléments finis de frontière avec la SEA. D’autres méthodes hybrides existent comme celles de Lee ou de Reboul [25, 57].

Pour prédire le comportement vibroacoustique d’une transmission, il est nécessaire d’avoir une bonne modélisation de la source d’excitation et de la transmission. Le choix s’est porté sur une modélisation linéaire et paramétrique pour le couplage élastique de denture. En effet, la périodicité de la raideur est conservée, ce qui induit une excitation paramétrique à la fréquence d’engrènement. Pour la transmission complète, une modélisation en éléments finis est la plus pertinente, car elle permet d’avoir une bonne précision et de réaliser des optimisations de forme. Le calcul du rayonnement acoustique est ignoré. Le rayonnement acoustique est dépendant du comportement vibratoire du réducteur et du facteur de rayonnement. Le premier point est le plus important, donc l’essentiel de l’effort doit être concentré dessus. Quant au facteur de rayonnement, une étude complète doit quand même être menée pour voir son importance et étudier son évolution en fonc-

tion des optimisations. De plus, ces méthodes peuvent être très coûteuses en temps de calcul. Une résolution par la méthode spectrale itérative est privilégiée, car elle présente des temps de calcul acceptables face aux méthodes d'intégrations temporelles et permet de calculer l'état stationnaire d'un système linéaire à paramètres périodiques, ce qui est adapté à notre étude. Maintenant que le comportement vibroacoustique du système peut être prédit, l'étude s'intéresse aux optimisations NVH.

## 1.4 Optimisation NVH

L'optimisation est une discipline mathématique dont l'essor s'est effectué en même temps que l'augmentation des puissances de calcul. Aujourd'hui, la plupart des problèmes pouvant être modélisés sont optimisés par des algorithmes. En mécanique, on s'attache généralement à optimiser le rendement des machines (énergie), leur comportement vibroacoustique (confort), le rapport mécanique poids/puissance, etc. En acoustique, plusieurs aspects peuvent être traités :

- Les sources d'excitation :
  - Les chocs,
  - Les excitations périodiques,
  - Les frottements.
- Les transferts solidiens et acoustiques,
- Les résonances,
- La puissance vibratoire,
- La puissance acoustique.

Dans le cadre des optimisations NVH, une des problématiques principales est la maîtrise des sources excitatrices, de l'état vibratoire, des transferts solidiens et acoustiques, etc. Ensuite, la seconde problématique est de pouvoir employer des solutions technologiques efficaces pour atteindre son objectif (ici réduire les émissions du bruit de sirène) et enfin d'utiliser des méthodes d'optimisation efficaces convergeant rapidement.

### 1.4.1 Les fonctions objectifs d'optimisation

Dans le cas d'une réduction du niveau sonore, différents critères peuvent être employés. L'un des critères les plus utilisés [58], pour sa simplicité et ses petits temps de calcul, est le critère de puissance acoustique rayonnée équivalente l'ERP (Equivalent Radiated Power).

Une approche standard pour définir l'ERP est de partir de la pression acoustique et trouver la relation locale suivante :

$$p \approx \sigma \rho_0 c_0 v \quad (1.50)$$

avec  $\rho_0$  la masse volumique de l'air,  $c_0$  la vitesse de propagation du son dans l'air et  $\mathbf{v}$  le vecteur de vitesse des particules. Le facteur de rayonnement  $\sigma$  est considéré comme égal à 1. En pratique, il peut être supérieur ou inférieur à 1 en fonction du régime fréquentiel. La relation entre la pression acoustique et la vitesse des particules est réduite à la caractéristique d'impédance du fluide  $Z_0 = \rho_0 c_0$ . Il s'agit d'une approche usuelle pour les hautes fréquences et pour le champ lointain. La rétroaction du champ acoustique est négligée, de sorte que la puissance sonore (ERP), pour une excitation à une fréquence  $\omega$ , est finalement approximée par :

$$\text{ERP}(\omega) = \frac{1}{2} \rho_0 c_0 \text{Re}[\mathbf{v}^T \mathbf{C}_{ff} \mathbf{v}^*] \quad (1.51)$$

avec  $\mathbf{C}_{ff}$  une matrice connue comme "boundary mass matrix" représentant la surface extérieure. L'ERP est donc équivalente à la vitesse quadratique intégrée sur la surface de rayonnement :

$$\text{ERP}(\omega) = \frac{1}{2} \rho_0 c_0 \int_{\Gamma} |v(x)|^2 d\Gamma(x) \quad (1.52)$$

avec  $\Gamma$  la surface extérieure rayonnante. Cette surface peut être discrétisée en plusieurs éléments, l'ERP s'écrit alors comme la somme de la valeur efficace de la vitesse pariétale au carré des éléments multipliée par la surface vibrante associée de chacun des éléments :

$$\text{ERP}(\omega) = \rho_0 c_0 \sum_{i=1}^n \mathbf{A}_i \mathbf{V}_i^2 \quad (1.53)$$

avec  $\mathbf{A}_i$  la surface vibrante de l'élément  $i$  et  $\mathbf{V}_i$  la valeur efficace de la vitesse pariétale de l'élément  $i$ . La puissance acoustique rayonnée équivalente en décibels est égale à :

$$\text{ERP}_{dB}(\omega) = 10 \log_{10} \left( \frac{\text{ERP}(\omega)}{W_{ref}} \right) \quad (1.54)$$

L'ERP se détermine à partir d'un calcul d'une fonction de réponse en fréquence (FRF) avec un effort dynamique de denture unitaire. La littérature s'accorde à dire que, cette méthode fournit généralement une surestimation de la puissance rayonnée. À partir de ces calculs, les vitesses pariétales des éléments d'un maillage sont déterminées et en les multipliant par les surfaces des éléments, on obtient l'ERP. Une alternative à cette fonction coût est d'employer la pression acoustique et de calculer la propagation acoustique. De

nombreuses optimisations travaillent sur la moyenne de l'amplitude de la pression acoustique au carré [59]. Cette méthode est plus réaliste mais les temps de calcul peuvent alors devenir prohibitifs, notamment à hautes fréquences.

Dans le cadre d'une optimisation, il est possible d'utiliser l'amplitude maximale ou la moyenne de l'ERP sur toute la plage de fréquences d'excitation. Les deux approches sont différentes :

- Dans le cas d'une approche sur l'amplitude maximale, l'optimisation cherche à réduire l'amplitude d'une résonance puis d'une autre, etc. L'optimisation aura alors une approche modale, travaillant sur les résonances les unes après les autres.
- Dans le cas d'une approche sur la moyenne, l'optimisation s'effectue selon une approche plus globale.

Parfois, au lieu de réduire l'amplitude des résonances, l'optimisation conduit à un décalage en fréquence des résonances non désirées en dehors de la plage de fréquences d'excitation (de la plage de fréquence d'étude).

L'utilisation du critère ERP comme fonction coût semble pertinent. Le bruit environnant dépend principalement du comportement vibratoire du système qui émet du bruit mais aussi de son facteur de rayonnement et du champ acoustique. Les véhicules ferroviaires évoluent principalement dans des champs lointains et les problématiques de bruit transmis jusqu'au passager ne sont pas traitées dans ces travaux. Donc cela permet quelques simplifications sur le champ acoustique et nous autorise à utiliser l'ERP. Ce critère se porte principalement sur la puissance vibratoire du système qui est directement liée au comportement modal du système. Comportement qui sera modifié par l'évolution de l'architecture. De plus, cette méthode est choisie pour ses temps de calcul raisonnables afin de mener les optimisations dans des temps accessibles à l'échelle de ces travaux.

### 1.4.2 Solutions technologiques de réduction de bruit

Différents paramètres peuvent être modifiés afin d'optimiser le système. Pour un problème mécanique, les paramètres physiques usuels sont :

- La masse (topologie),
- La géométrie (morphisme),
- Le matériau (matière, traitement thermique, etc.).

Plusieurs critères sont alors définis dont certains peuvent servir de contraintes (exemple : la masse). Dans le cas de l'optimisation vibroacoustique d'un carter, plusieurs paramètres sont utilisables tels que la raideur, l'inertie ou l'amortissement structurel et se basent sur les méthodes suivantes :



- Nervures (raideur et masse),
- Forme du carter (raideur, masse et inertie),
- Patches amortissants (amortissement),
- Ajout de masses ponctuelles (masse).

### Optimisation par des nervures

Les nervures ont plusieurs fonctions telles que renforcer des pièces (augmentation de la raideur), garantir un échange thermique suffisant avec l'air extérieur (rôle d'ailette) et/ou décaler des fréquences propres afin de réduire le bruit émis sur certaines bandes de fréquences. D'un point de vue acoustique, ces nervures peuvent être problématiques. Ainsi, la modification ou le déplacement d'une nervure peut améliorer certaines bandes de fréquences mais potentiellement au détriment des autres. Ce sujet a été traité dans [60] où les auteurs ont cherché à optimiser le comportement acoustique d'une plaque en modifiant la taille et la position des nervures. L'optimisation est faite à masse constante mais la nervure augmente la masse totale de 3% par rapport à la plaque initiale. La figure 1.8 schématise la plaque optimisée et la figure 1.9 montre la réduction de l'énergie vibratoire ainsi obtenue.

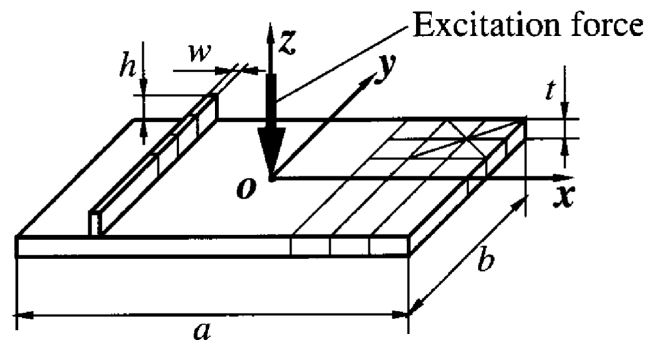


FIGURE 1.8 – Modèle de la plaque rigidifiée

Une diminution de l'amplitude des résonances vers 500 Hz est observable au détriment des résonances aux alentours de 2 kHz. La présence de la nervure augmente la fréquence des résonances car elle rigidifie la plaque. La même optimisation a été effectuée pour un modèle très simplifié d'une boîte de vitesses. Les réductions sont substantielles et l'auteur note que les nervures sont placées près des paliers de roulements, ce qui permet de réduire fortement l'amplitude des vibrations. La forme de la nervure peut également être problématique lorsqu'elle a une surface importante pouvant fournir un apport non négligeable au rayonnement global du système.

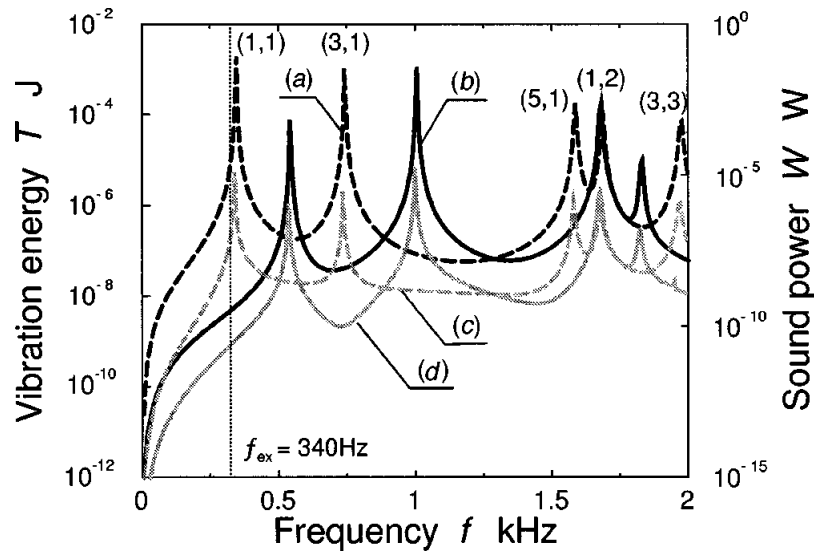


FIGURE 1.9 – Réponses en fréquence de l'énergie vibratoire et de la puissance acoustique -  $f_{excitation} = 340$  Hz, (a) Énergie vibratoire de la plaque initiale, (b) Énergie vibratoire de la plaque rigidifiée, (c) Puissance acoustique de la plaque initiale, (d) Puissance acoustique de la plaque rigidifiée (source [60])

La conception des nervures est souvent effectuée de manière itérative, suivant l'intuition et les connaissances du concepteur. Cependant, grâce à l'essor des algorithmes, ces nervures peuvent être conçues à partir de méthodes d'optimisation topologique. De nombreuses publications en font état [61, 62, 63, 64, 65].

### Optimisation par des modifications de forme

Contrairement à l'optimisation topologique, ajoutant de la matière, l'optimisation de forme cherche à déplacer les frontières de la pièce à optimiser. Ces deux méthodes présentent des similitudes telles que la possibilité d'augmenter la masse, changer la forme géométrique finale, etc. Cependant, elles n'optimisent pas la pièce de la même manière. Bien que l'optimisation de forme soit particulièrement adaptée aux problématiques d'écoulements de fluides [66, 67], elle s'utilise également pour affiner des formes géométriques (congés ou autres) afin de réduire les contraintes et/ou d'augmenter la rigidité dans une zone. Cependant, dans le cas d'une optimisation du rayonnement acoustique, les méthodes actuelles ne permettent pas d'apporter des modifications importantes ou de remettre en cause la forme générale d'une structure.

## Optimisation par patchs amortissants

Les optimisations par amortissement de la structure présentent de nombreux avantages. Les techniques les plus simples consistent à réduire une résonance spécifique alors que les plus complexes s’attachent à optimiser toute une bande de fréquences. Différentes solutions existent à partir d’un matériau visco-élastique comme le Free Layer Damping (FLD), Constraint Layer Damping (CLD), Tuned Viscoelastic Damping (TVD), etc. Ces procédures, décrites dans [68], consistent à placer ces patchs pour dissiper l’énergie de déformation en chaleur. La méthode CLD (constrainend-layer damping) est souvent utilisée dans le milieu automobile. Elle consiste à placer un matériau visco-élastique entre deux plaques usuellement en acier. Elle permet, sous une vibration de flexion, d’imposer une déformation de cisaillement au matériau visco-élastique, ce qui permet une plus grande dissipation de l’énergie de vibration en chaleur.

D’autres méthodes existent utilisant des matériaux piézoélectriques et un circuit électrique passif LR ou semi-actif avec des Amplificateurs Opérationnels AOP [69, 70, 71]. Le principe est de transformer la vibration en énergie électrique grâce au matériau piézoélectrique. Avec le circuit LR, l’énergie sera dissipée grâce à la résistance (R) et les effets réactifs seront limités via l’inductance (L). Elle permet d’atténuer une seule résonance de manière efficace avec des valeurs de  $R_s$  et de  $L_s$  adaptées [72]. Enfin, une autre solution semi-active a été développée (SSDI synchronized Switch Damping on Inductor). Elle consiste à contrôler la tension aux bornes du patch piézoélectrique avec un déphasage de  $\frac{\pi}{2}$ . La tension appliquée agit comme une force de friction s’opposant au mouvement de vibration conduisant à une dissipation de l’énergie.

Des méthodes plus originales existent telles que l’utilisation de trous noirs acoustiques (ABH, acoustic black holes) qui permettent de concentrer les vibrations et de les dissiper grâce à un patch amortissant. Mironov [73] a établi cette théorie. Son principe se fonde sur l’utilisation de l’ABH à l’extrémité d’une barre afin d’éviter le rebond des vibrations sur ses bords. La forme des ABH repose sur une relation entre l’épaisseur locale et la distance aux bords. En théorie, le temps nécessaire à la vibration d’atteindre le bord devient infini, mais en pratique, il y a toujours des ondes réfléchies en raison des limites de fabrication. D’autres études [74, 75] ont utilisé ces ABH sur des plaques en introduisant un patch amortissant au centre du trou noir acoustique, là où est ralentie la vibration. D’après leurs résultats, pris séparément, l’ABH ou le patch n’ont quasiment aucun effet, alors qu’ensemble, ils peuvent réduire jusqu’à 35 % les ondes réfléchies. Contrairement au patch seul adapté aux basses fréquences, les ABH sont particulièrement efficaces aux hautes fréquences ( $\geq 5$  kHz).

Parmi ces solutions technologiques, les optimisations par topologie seront privilégiées

dans nos travaux, car elles permettraient de remettre en cause l'architecture de la transmission. Néanmoins, un bon solveur d'optimisation est nécessaire pour trouver des résultats intéressants et converger rapidement pour éviter des coûts de calcul prohibitifs.

### 1.4.3 Les méthodes d'optimisation

De nombreuses recherches sont menées afin de déterminer une méthode d'optimisation possédant les critères parfaits tels que : une vitesse de convergence rapide, une stabilité inconditionnelle et un résultat optimal. Différents types d'optimisations existent comme la méthode du gradient ou les algorithmes méta-heuristiques [76]. Ces derniers s'inspirent généralement de la nature (essaims particuliers, colonies de fourmis, algorithmes génétiques, etc.).

Les méthodes dites « classiques » se basent sur la Jacobienne de la fonction coût qui est difficilement calculable. Ainsi, pour des problèmes difficiles, l'utilisation d'algorithmes méta-heuristiques semble plus appropriée, car ils s'affranchissent du calcul de la Jacobienne. Ces méthodes ont également plus de chance de ne pas rester bloquées dans un minimum local.

Parmi les méthodes méta-heuristiques, celles des algorithmes génétiques [77, 78] sont basées sur une population initiale où chaque individu représente une solution possible du problème. Ensuite, des croisements entre individus ont lieu pour créer de nouvelles populations. A chaque croisement, des mutations d'une partie des gènes pourront advenir suivant une probabilité spécifiée. Le croisement peut être basé sur différentes stratégies de compétition (élitisme, roulette, etc.). Pour les méthodes basées sur des essaims particuliers, les abeilles explorent l'espace des solutions suivant usuellement trois paramètres qui sont : leurs vitesses de déplacement, la meilleure solution connue par chaque abeille et la meilleure solution connue par l'essaim. L'inconvénient de ces méthodes méta-heuristiques est leur difficile adaptation au problème à optimiser. En effet, elles nécessitent de nombreux tests pour être adéquatement paramétrées et en pratique seule l'expertise de l'utilisateur permet de gérer cette problématique.

La méthode du gradient est l'une des techniques les plus connues [79, 80], elle consiste en une descente de la fonction coût de manière itérative vers un optimal dans l'espace des solutions. Elle se déplace à chaque itération suivant la pente la plus forte autour de son point à l'itération N. En pratique, elle est plutôt lente et risque de converger vers un minimum local, cependant cette méthode est très précise. Pour pallier au problème du minimum local, il est possible de mener cette optimisation en partant de plusieurs points de l'espace des solutions. De plus, les méthodes d'optimisation directes demandent une réanalyse du modèle numérique à chaque itération. Ceci mène à des coûts de calcul

prohibitifs et demande un nombre conséquent d'itérations pour converger.

Cependant, des solveurs d'optimisation basés sur des méthodes d'approximation ont été proposés dans la littérature. Les méthodes d'approximation permettent de remplacer le problème à optimiser par une série de sous problèmes explicites. Ces sous problèmes sont générés par des séries de Taylor de la fonction objectif et des fonctions contraintes. Les méthodes d'approximation sont particulièrement appréciées dans le cas des optimisations de forme pour leurs grandes efficacités [81]. Ces méthodes d'approximation permettent de remplacer le problème d'optimisation par une méthode de formulation duale [82, 83]. Une formulation via le principe de dualité dit que : pour un problème de maximisation, on peut définir un problème de minimisation à l'aide d'une transposition entre les variables et les contraintes. Dans cette approche, une méthode duale [84] est basée sur les fonctions de Lagrange  $L(x, \lambda)$  telles que :

$$\max_{\lambda} [\min_x [L(x, \lambda)]] = \max_{\lambda} [\min_x [f(x) + \sum_{j=1}^{m_g} \lambda_j (g_j(x) + \mu_j^2) + \sum_{k=1}^{m_h} \lambda_k h_k(x)]] \quad (1.55)$$

avec  $f$  la fonction objectif,  $\lambda_j$  et  $\lambda_k$  les multiplicateurs de Lagrange qui décrivent l'influence des contraintes  $g$  et  $h$  sur le minimum de la fonction de Lagrange.  $\mu_j^2$  une variable d'écart qui décrit la distance des limites respectives. Ceci permet de traiter les contraintes d'inégalité comme des contraintes d'égalité. Les multiplicateurs sont aussi soumis à une contrainte de non-négativité. La méthode CONLIN basée sur le principe de dualité nous intéresse pour sa capacité à résoudre des problèmes non linéaires liés à l'optimisation géométrique de structure [84]. Cette méthode commence par la linéarisation de chaque fonction définie dans le problème à optimiser, en approximations convexes et séparables [81] telles que :

$$c(x) = c(x^o) + \sum_{i=1}^n h_i c_i^o \quad (1.56)$$

avec

$$h_i = \begin{cases} x_i - x_i^o & \text{si } c_i^o > 0 \\ -(x_i^o)^2 (\frac{1}{x_i} - \frac{1}{x_i^o}) & \text{si } c_i^o < 0 \end{cases} \quad (1.57)$$

où le symbole  $^o$  représente la quantité calculée au point de l'itération courante où l'analyse structurelle est effectuée. Les coefficients  $c_{i,j}^o$  représentent les coefficients de la dérivée du premier ordre de  $c(x)$  par rapport à la  $i$ -ème variable  $x_i$ . Il est plus pratique de normaliser chaque variable telle que :

$$x_i' = \frac{x_i}{x_i^o} c_i' = c_i^o x_i^o \quad (1.58)$$

On obtient l'équation suivante :

$$c(x') = c(x^o) + \sum_{i=1}^n h_i c'_i \quad (1.59)$$

avec

$$h_i = \begin{cases} x'_i - 1 & \text{si } c_i^o > 0 \\ -(\frac{1}{x'_i} - 1) & \text{si } c_i^o < 0 \end{cases} \quad (1.60)$$

Une fois cette linéarisation appliquée à chaque fonction  $c_j$ , on obtient le sous-problème explicite suivant :

$$\min \sum_{i=1}^n h_i c'_{i,0} - \bar{c}_0 \quad (1.61)$$

sujet à :

$$\min \sum_{i=1}^n h_i c'_{i,j} \leq \bar{c}_j \quad (j = 1, \dots, m) \quad (1.62)$$

$$\underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i \quad (1.63)$$

avec  $\underline{x}_i$  et  $\bar{x}_i$  les limites inférieures et supérieures de  $x_i$ .  $\bar{c}_j$  contient l'ordre zéro de la contribution de la série de Taylor :

$$\bar{c}_j = \sum_i |c_{i,j}| x_i^o - c_j(x^o) \quad (j = 1, \dots, m) \quad (1.64)$$

Ensuite, ce sous problème est optimisé par une méthode duale. La solution du problème primal est obtenue par la procédure en deux phases "Max-Min" suivante :

$$\max l(r) \quad (1.65)$$

sujet à :

$$r_j \geq 0 \quad (1.66)$$

$$\underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i \quad (1.67)$$

où la fonction duale  $l(r)$  résulte de la minimisation de la fonction lagrangienne L :

$$\min_x L(x, r) = \sum_{j=0}^m r_j \sum_i h_i c'_{i,j} \quad (1.68)$$

La séparabilité du problème primal implique que la fonction lagrangienne peut être écrite comme la somme de n fonctions individuelles telles que :

$$\min_x L_i(x) = a_i x_i + \frac{b_i}{x_i} \quad (1.69)$$

sujet à :

$$\underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i \quad (1.70)$$

pour les  $c_{i,j} \geq 0$ , on a :

$$a_i = \sum c_{i,j} r_j \geq 0, \quad (1.71)$$

et pour les  $c_{i,j} \leq 0$ , on a :

$$b_i = - \sum c_{i,j} r_j \geq 0 \quad (1.72)$$

Les coefficients  $a_i$  et  $b_i$  dépendent uniquement de la variable double  $r_j$ . Ces coefficients sont toujours non négatifs. Par conséquent, le problème lagrangien a nécessairement qu'une seule solution telle que :

$$a_i - \frac{b_i}{x_i} = 0 \quad (1.73)$$

Comme il faut satisfaire les contraintes, on a :

$$x_i = \left(\frac{b_i}{a_i}\right)^{0.5} \quad \text{Si } \underline{x}_i^2 \leq \frac{b_i}{a_i} \leq \bar{x}_i^2 \quad (1.74)$$

$$x_i = \underline{x}_i \quad \text{Si } \frac{b_i}{a_i} \leq \underline{x}_i^2 \quad (1.75)$$

$$x_i = \bar{x}_i \quad \text{Si } \bar{x}_i^2 \leq \frac{b_i}{a_i} \quad (1.76)$$

Chaque point de l'espace dual peut être obtenu à partir des variables primales. Celles-ci peuvent être subdivisées en variables fixes ou libres. Les variables libres sont données par l'équation 1.74 et les variables fixes sont obtenues par les équations 1.75 et 1.76. Une propriété fondamentale de la fonction duale est que la dérivée de premier ordre est simplement donnée par les valeurs des contraintes du problème primal :

$$g_j \equiv \frac{dl}{dr_j} = \sum_{c_{i,j} \geq 0} c_{i,j} x_i(r) - \sum_{c_{i,j} \leq 0} \frac{c_{i,j}}{x_i(r)} - \bar{c}_j \quad (1.77)$$

De plus, puisque le problème dual est explicite et parce que le problème primal présente une forme algébrique relativement simple, les dérivées secondes de la fonction duale (la matrice hessienne) s'expriment telles que :

$$H_{jk} \equiv \frac{d^2l}{dr_j dr_k} \quad (1.78)$$

qui peuvent être écrites comme :

$$H_{jk} \equiv \frac{dg_j}{dr_k} = \sum_{c_{i,j} \geq 0} c_{i,j} \frac{dx_i}{dr_k} + \sum_{c_{i,j} \leq 0} \frac{c_{i,j}}{x_i^2} \frac{dx_i}{dr_k} \quad (1.79)$$

avec

$$\frac{dx_i}{dr_k} = \frac{a_i \frac{db_i}{dr_k} - b_i \frac{da_i}{dr_k}}{2x_i a_i^3} \quad (1.80)$$

ce qui implique de dériver les coefficients  $a_i$  et  $b_i$  tels que

$$\begin{aligned} \frac{da_i}{dr_k} &= c_{ik} & \text{Si } c_{ik} \geq 0 \\ \frac{da_i}{dr_k} &= 0 & \text{Si } c_{ik} \leq 0 \end{aligned} \quad (1.81)$$

$$\begin{aligned} \frac{db_i}{dr_k} &= 0 & \text{Si } c_{ik} \geq 0 \\ \frac{db_i}{dr_k} &= -c_{ik} & \text{Si } c_{ik} \leq 0 \end{aligned} \quad (1.82)$$

La sommation de la matrice hessienne est limitée aux variables primales libres, c'est-à-dire les variables  $x_i$  qui ne doivent pas atteindre les bornes inférieures ou supérieures. Cela signifie que les dérivées secondes de la fonction duale sont discontinues chaque fois qu'une variable primale libre devient fixe ou inversement. La difficulté fondamentale à utiliser la méthode de type Newton pour résoudre le problème dual réside dans ces discontinuités inhérentes de la matrice hessienne. Heureusement, la topologie de l'espace dual peut être décrite de manière exacte mathématiquement via le concept de rupture de plans du second ordre [85]. Sur la base de ce concept, une méthode de programmation quadratique séquentielle fiable et efficace a été conçue pour résoudre le problème dual, la méthode Dual2 CONLIN. Cette méthode est utilisée dans le cadre de nos optimisations pour son efficacité éprouvée aux problèmes d'optimisation topologique ainsi que pour sa précision et sa convergence.

La notion de robustesse dans le cadre des optimisations ne doit pas être négligée. Étudier la robustesse d'une optimisation implique de connaître la dispersion liée aux tolérances et défauts des facteurs d'optimisation. Cette étude peut être menée par la méthode de Monte-Carlo pour faire varier les facteurs d'optimisation et obtenir la dispersion de la fonction coût. La robustesse peut être considérée de deux manières différentes. Soit lors des optimisations, impliquant de calculer une multitude de comportements dynamiques, ce qui n'est pas adapté dans le cadre d'optimisation de modélisations en éléments finis. Soit à la fin de l'optimisation, où plusieurs solutions sont retenues afin d'en étudier leur robustesse. La dispersion de la performance acoustique d'une transmission par engrenages peut être importante, pouvant parfois monter jusqu'à 10 dB entre les mêmes boîtes de vitesses [36]. Dans le cadre des réducteurs ferroviaires, le retour d'expérience montre que



les réducteurs sont peu sujets à de la dispersion. Ceci s’explique principalement par une qualité élevée de la fabrication. Ainsi, l’utilisation de petites classes de fabrication permet une faible dispersion comme pour le taillage de la micro-géométrie des engrenages. Par conséquent, la solution géométrique d’un carter ferroviaire, obtenue après optimisation, devrait présenter une dispersion de la fonction coût négligeable. Cette dernière sera d’autant plus négligeable que dans le cadre de l’optimisation d’une architecture dite classique (placement de nervures, redistribution de la matière, etc.), la dispersion sera principalement affectée par le reste de la transmission et non par les facteurs d’optimisation qui n’en représentent qu’une petite partie.

Dans un cas d’optimisation NVH, le premier point à traiter est la source d’excitation. Dans les travaux de cette thèse, cette source est considérée comme une donnée d’entrée, car elle a déjà été traitée dans des travaux antérieurs. La source d’excitation est déterminée par une méthode similaire à [40]. Cette méthode est choisie, car elle offre une précision suffisante, des temps de calcul petits et les données obtenues peuvent être introduites dans nos équations ainsi que dans notre modèle numérique.

L’un des objectifs de ces travaux est de réduire le bruit émis par notre système de transmission de puissance par engrenages. Les choix de modélisation et de calcul du comportement dynamique étant déjà détaillés dans les sous-chapitres précédents, il faut mettre en place une méthode d’optimisation. L’utilisation du critère ERP comme fonction coût semble pertinente. En effet, le rayonnement acoustique dépend principalement du champ acoustique (1), du comportement vibratoire du système (2) et du facteur de rayonnement (3). (1) Dans notre cas d’étude, des simplifications sur le champ acoustique peuvent être faites, ce qui nous permet d’utiliser l’ERP comme critère d’optimisation. (2) De plus, ce critère se porte principalement sur la puissance vibratoire du système directement liée au comportement modal du système, comportement qui sera modifié par l’évolution de l’architecture. (3) Quant au facteur de rayonnement, son évolution sera étudiée afin de vérifier qu’il n’a pas trop dégradé les performances acoustiques des solutions obtenues. Pour remettre en cause l’architecture de la transmission, une optimisation topologique semble parfaitement adaptée afin de transformer l’architecture des pièces. Le choix s’est porté sur une modélisation en éléments finis pour sa précision de calculs et ses possibilités de mise sous contraintes physiques du système. Une optimisation topologique permet de modifier ce type de modélisation de manière efficace et peut apporter une forte variété de solutions dans l’espace de conception. Enfin, la méthode d’optimisation utilisée est la méthode Dual2 CONLIN pour sa vitesse de convergence élevée grâce à l’approximation du problème, pour sa bonne stabilité et son efficacité éprouvée à nos problèmes d’optimisation. En effet, ce type d’optimiseur permet de linéariser le modèle et de rendre le

problème convexe, permettant d'optimiser la structure pas à pas jusqu'à converger vers un optimum.

## 1.5 Conclusions

L'étude bibliographique nous a permis de faire des choix dans la modélisation du problème et les stratégies d'optimisation. Le bruit des systèmes de transmission par engrenages provient majoritairement du bruit de sirène, directement lié à l'amplitude de l'EST. Nous rappelons que :

- L'erreur statique de transmission (EST) a pour origine le processus d'engrènement,
- Les défauts de fabrication de l'engrenage génèrent des raies latérales,
- Les corrections de denture permettent de réduire l'amplitude de l'EST,
- Les excitations générées par les roulements ont un effet négligeable sur le comportement vibroacoustique global d'une transmission de puissance par engrenages.

L'un des objectifs de nos travaux est à terme de remettre en cause l'architecture d'une transmission par engrenages pour réduire les bruits émis. Pour atteindre cet objectif, il faut mettre en place une méthode globale permettant d'appréhender l'ensemble des phénomènes physiques au sein du système. La modélisation et la résolution du comportement vibroacoustique d'une transmission de puissance est un problème complexe. Elles impliquent des problématiques d'échelles dans la modélisation. Il est nécessaire de modéliser la source excitatrice à une échelle microscopique et de calculer le comportement modal du réducteur à une échelle macroscopique. On a décidé que :

- L'erreur statique de transmission sera déterminée via la procédure décrite en [40] car cette méthode permet d'avoir une bonne estimation de l'excitation vibratoire générée par l'engrènement, elle présente des temps de calcul courts et peut être introduite dans nos équations et modèle numérique via les spectres de l'excitation,
- La base modale du réducteur sera calculée à partir d'une modélisation par éléments finis 3D de toutes les pièces du réducteur, car cette méthode permet d'avoir une bonne précision et de conserver le comportement modal des pièces. Cependant, elle peut présenter des coûts de calcul importants. Le modèle en éléments finis devra être simplifié en partie. De plus, ce type de modélisation permet de modifier le système de manière réaliste et plus facilement tout en imposant des contraintes physiques réelles comme des contraintes d'encombrement ou de fabrication.
- La réponse vibroacoustique du réducteur sera estimée via une méthode spectrale itérative utilisant la base modale et les spectres de l'EST. Elle a été choisie, car

elle permet de calculer la réponse stationnaire d’un système linéaire à paramètres périodiques mais elle se limite à des régimes stationnaires. Ce inconvénient ne pose pas de problème particulier pour le domaine ferroviaire.

L’optimisation NVH peut être très coûteuse en temps de calcul. Elle dépend de la modélisation employée pour le système mais aussi de la fonction coût utilisée, des méthodes et des stratégies d’optimisation. On a choisi que :

- La fonction objectif employée sera l’ERP (Equivalent Radiated Power) qui est un critère de puissance acoustique rayonnée équivalente. Cette fonction objectif est utilisée pour sa pertinence sur l’estimation de la puissance vibroacoustique. De plus, ses simplifications peuvent être faites sur nos problématiques,
- Les optimisations employées seront les optimisations paramétrées en épaisseur et topologiques du carter, car l’objectif principal est de remettre en cause la forme générale du réducteur. De plus, ce type d’approche permet de modifier une modélisation en éléments finis de manière efficace et offre la possibilité d’apporter une forte variété de solutions.
- La méthode de résolution Dual2 CONLIN sera utilisée pour son efficacité pour nos problèmes d’optimisation (mise en forme en problème convexe, stabilité, convergence, etc.).

De plus, ces méthodes (méthode spectrale, ERP et CONLIN) sont choisies pour leurs temps de calcul acceptables face aux autres méthodes. Certes, ces dernières sont plus précises mais elles ne permettent pas de mener les optimisations dans des temps accessibles à l’échelle de ces travaux. L’optimisation NVH est un domaine large et varié. Les aspects de rayonnement acoustique ont été partiellement ignorés pour des soucis de coût de calcul et de modélisation. Enfin, la démarche adoptée commence par des campagnes expérimentales : une analyse modale expérimentale et une analyse des réponses forcées en régime de fonctionnement. Par la suite, les résultats obtenus permettront de recalibrer et de valider le modèle numérique d’un point de vue modal et de valider la méthode de prédiction vibroacoustique. Une fois la méthode validée, diverses optimisations pourront être menées.

# Chapitre 2

## Études expérimentales du réducteur ferroviaire M7

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>76</b>
<b>2.2</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>76</b>
2.2.1	Le réducteur d'essais	76
2.2.2	Le banc d'essais	81
2.2.3	Les chaînes de mesure et d'acquisition	82
<b>2.3</b>	<b>Analyse modale expérimentale</b>	<b>88</b>
2.3.1	Protocoles de mesures	88
2.3.2	Résultats de l'analyse modale expérimentale	91
<b>2.4</b>	<b>Réponses forcées en régime de fonctionnement</b>	<b>95</b>
2.4.1	Protocole des mesures en régime forcé	95
2.4.2	Cohérences et intercorrélations	98
2.4.3	Origines du contenu fréquentiel de la réponse dynamique	101
2.4.4	Analyse de l'influence du sens de rotation et du sens du couple appliqué (traction ou freinage)	108
2.4.5	Étude de l'effet de l'amplitude du couple	109
<b>2.5</b>	<b>Conclusions</b>	<b>111</b>

---

## 2.1 Introduction

Nous nous proposons dans ce chapitre de réaliser une analyse expérimentale du comportement vibroacoustique du réducteur ferroviaire M7, conçu et fabriqué par la société Alstom. Les objectifs sont de caractériser son comportement modal et sa réponse dynamique en fonctionnement. Nous utiliserons ces informations afin de recalibrer et de corrélérer le modèle numérique dans le chapitre 3. Dans ce but, ce chapitre est découpé en plusieurs parties.

La première partie présente le banc d'essais, le réducteur M7, la chaîne et le protocole de mesure. La conception et la mise en place du banc d'essais et du réducteur ont été effectuées par Alstom sur le site du Creusot.

La seconde partie concerne la caractérisation modale du réducteur M7. Une première partie des mesures porte sur les déformées opérationnelles (Operating Deflection Shape, ODS) hors charge. Ces mesures ont pour but le recalibrage et la corrélation du modèle numérique présentés au chapitre 3. Enfin, quelques fonctions de réponse en fréquence (FRF) sous charge sont présentées pour analyser l'influence du couple transmis sur la réorganisation modale.

La troisième partie présente l'analyse du comportement vibroacoustique du réducteur pour des conditions stationnaires de fonctionnement. Le but est d'identifier et de caractériser les différentes sources d'excitation et d'étudier la réponse vibratoire du carter générée par ces sources.

Enfin, la dernière partie présente des analyses du comportement dynamique pour des montées en régime et pour des balayages en couple.

## 2.2 Dispositif expérimental

### 2.2.1 Le réducteur d'essais

Le réducteur étudié est un réducteur destiné au domaine ferroviaire (cf. figure 2.1 et 2.2). Il équipe une nouvelle génération de voitures à deux niveaux, dites M7, développées pour le compte de la SNCB (Société Nationale des Chemins de fer Belges). Ce réducteur peut transmettre jusqu'à 850 kW. La vitesse de rotation maximale d'entrée est de 4300 tr/min et le couple d'entrée maximal est de 7000 Nm. Sa masse totale est égale à environ 500 kg. Son carter est conçu en deux parties. Il est fabriqué en fonte EN GJS 400 18 LT. Ses dimensions sont environ 1100 x 800 x 400 mm<sup>3</sup>. Son épaisseur est de 12 mm en moyenne. Sa masse est égale à environ 220 kg.



FIGURE 2.1 – Réducteur d'essais M7

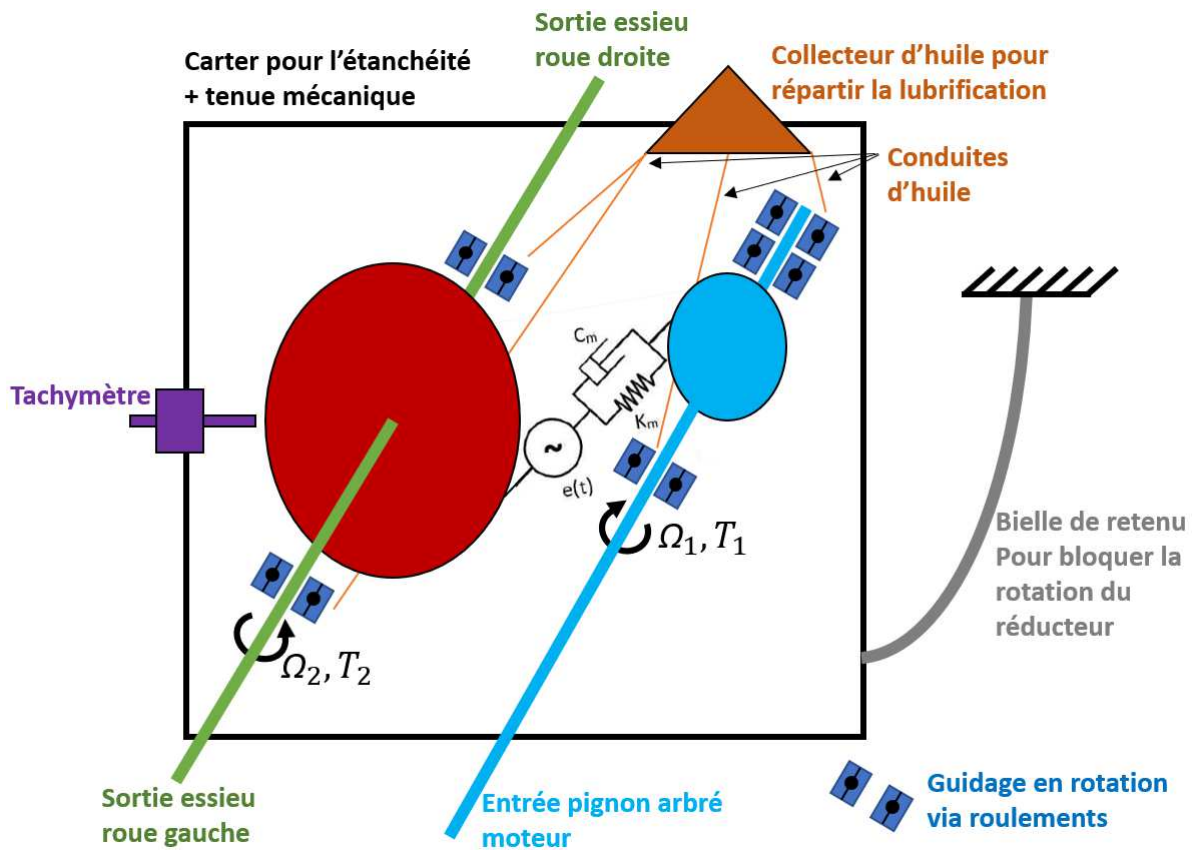


FIGURE 2.2 – Schéma de principe du réducteur

Ce réducteur simple étage est équipé d'un engrenage cylindrique à axes parallèles et à dentures hélicoïdales (cf. figure 2.3).

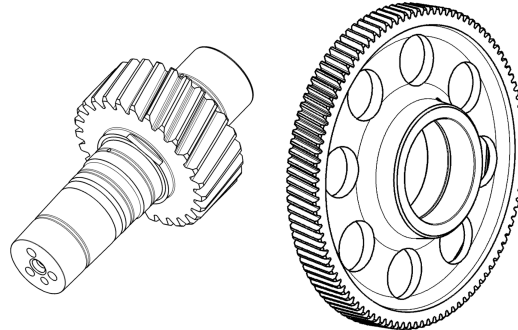


FIGURE 2.3 – Pignon et roue

Le rapport de réduction est égal à 3.8. L'arbre d'entrée du réducteur supportant le pignon est lié à l'arbre de sortie du moteur à l'aide d'un accouplement mécanique. L'arbre secondaire correspond directement à l'essieu de sortie. Le pignon est usiné directement sur l'arbre d'entrée de façon monobloc, tandis que la roue menée est montée frettée sur l'essieu. Elle est dotée d'un voile mince et présente huit trous ou lumières circulaires. Ces trous ont généralement pour fonction d'alléger l'engrenage mais présentent comme effets supplémentaires des amplifications dynamiques liées à leur nombre et à la fréquence de rotation de la roue [86, 87]. De plus, les trous ont un impact sur la taille des régions de vibro-impacts [88]. L'engrenage est en acier 18NiCrMo 7-6. Ses principales caractéristiques sont décrites dans le tableau 2.1.

	Pignon	Roue
Nombre de dents $Z$	27	103
Module d'outil $m_0$	6.7 mm	
Angle de pression $\alpha_0$	20°	
Angle d'hélice $\beta$	15°	
Sens d'hélice	Gauche	Droite
Coefficient de creux $h_f$	1	1
Coefficient de saillie $h_a$	1.4	1.4
Coefficient de déport $x$	0.2551	-0.2674
Largeur de denture $b$	82 mm	84 mm
Entraxe $a$	450.78 mm	
Rapport de conduite total $\varepsilon_\gamma$	2.618	
Glissement spécifique maximal	0.875	0.875

Tableau 2.1 – Caractéristiques de l'engrenage

L'engrenage du réducteur a été fabriqué avec une précision de classe 6 suivant la norme ISO 1328-1. Les dentures de l'engrenage sont corrigées, grâce à des dépouilles en tête de dent pour la correction de profil et un bombé longitudinal pour la correction d'hélice. Cette micro-géométrie a été optimisée pour réduire l'amplitude crête à crête de l'erreur statique de transmission sous charge pour une plage de couple et pour éviter les interférences en début d'engrènement. Les pressions de contact et les glissements spécifiques en pied de dent permettent de garantir la tenue mécanique des surfaces de denture.

Les micro-géométries théoriques, confidentielles, sont de l'ordre de quelques dizaines de micromètres et ont été définies par la méthode présentée dans le chapitre 3. La topographie réelle a été mesurée par Texelis, membre du CIRTrans. Un exemple de relevé de denture est présenté sur la figure 2.4.

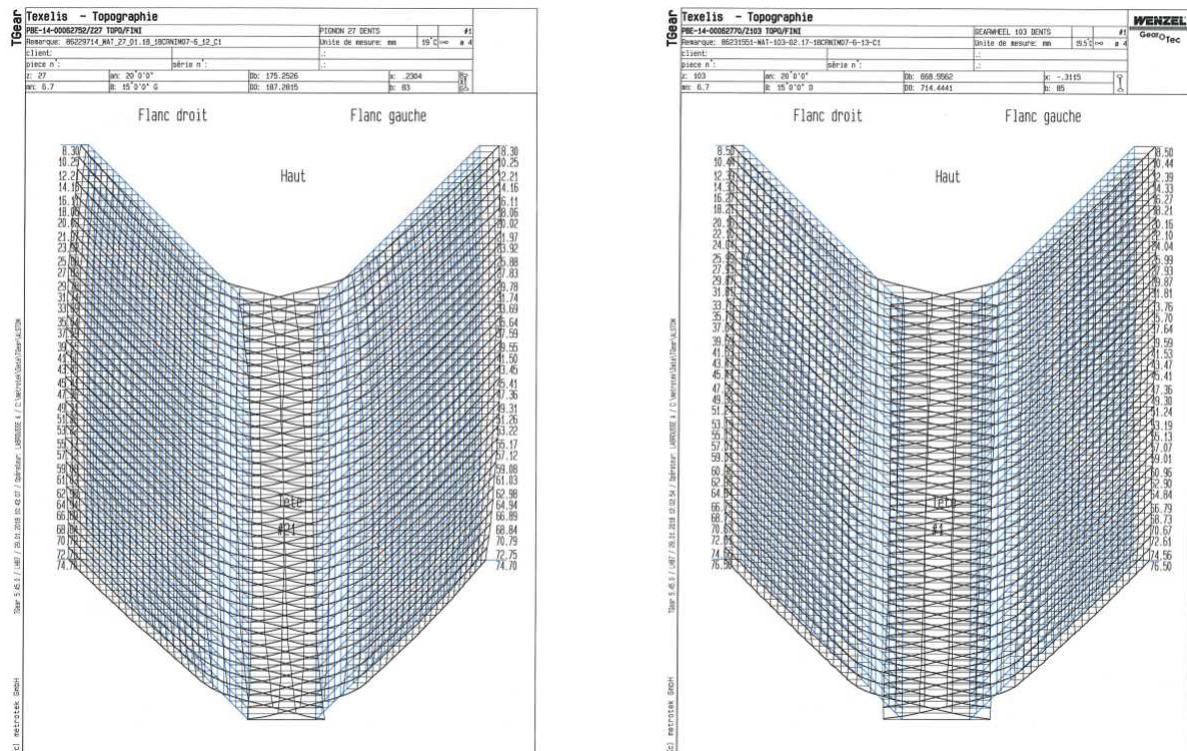


FIGURE 2.4 – Topographie des dents avant essais (Pignon à gauche, Roue à droite)

Les écarts entre la grille noire (la surface réelle) et la grille bleue (la surface théorique sans corrections) correspondent aux écarts micro-géométriques. Chaque grille bleue (gauche et droite) correspond à une face (face actif et rétro). Le centre de la figure correspond à la tête de la dent. D'un point de vue général, ces mesures montrent une bonne adéquation de la micro-géométrie réelle avec celle qui a été préconisée. Plus précisément, on observe une correction d'hélice (bombé) très proche de la valeur théorique, et ce, malgré



une légère dissymétrie entre les deux extrémités de denture. Par ailleurs, on constate une erreur relative sur la profondeur de la dépouille de tête inférieure à 10% par rapport aux valeurs préconisées. Ajoutons qu'après les différentes campagnes d'essais, il a été constaté une légère usure sur le pignon au niveau de la dépouille de tête, de l'ordre de quelques  $\mu\text{m}$  et aucune usure sur les flancs des dents de la roue.

Comme on peut le constater sur la figure 2.5, l'arbre d'entrée est supporté par deux roulements à rouleaux cylindriques de type NU2219 (numéros 1 et 2) et un roulement à billes à quatre points de contact de type QJ219 (numéro 3); l'essieu est supporté par deux roulements à rouleaux coniques de type LM245848/810 (numéros 4 et 5).

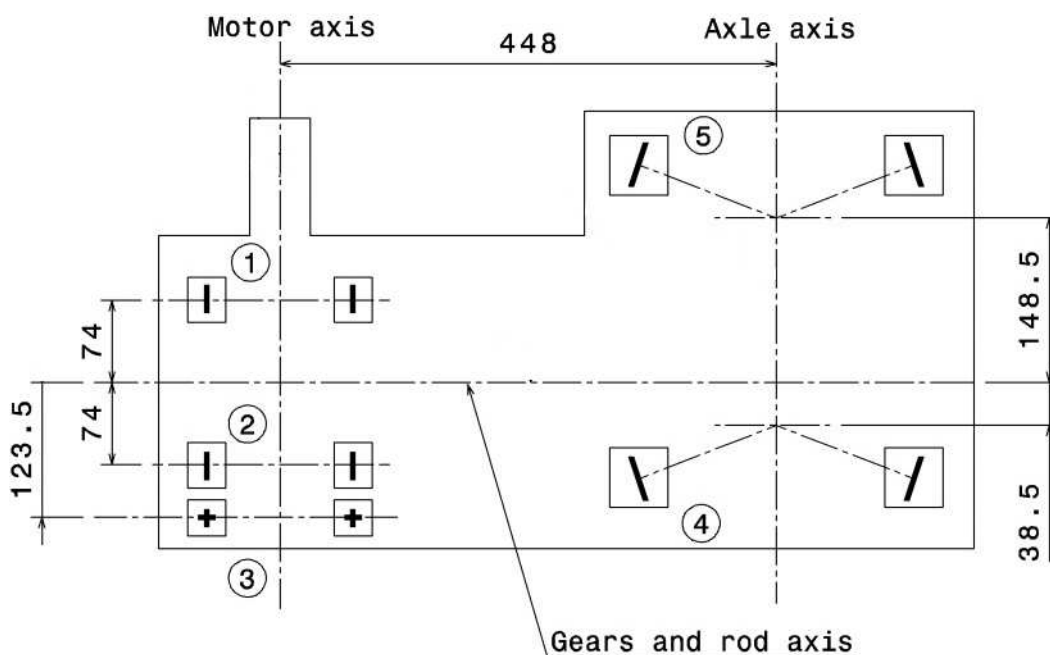


FIGURE 2.5 – Schéma de l'assemblage de l'implantation des roulements - (1) et (2) Roulements à rouleaux cylindriques, (3) Roulement à billes à quatre points de contact, (4) et (5) Roulements à rouleaux coniques

Les caractéristiques des roulements sont fournies dans le tableau 2.2. La transmission est lubrifiée par barbotage avec 11 Litres d'huile Shell Omala S2 G 220 d'une viscosité cinématique égale à  $2.20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  à  $40^\circ\text{C}$ . La hauteur d'huile est telle que la surface libre au repos est située à 306 mm de l'axe de la roue.

	NU2219	QJ219	LM245848
Nombre d'éléments roulants $Z_b$	17	15	30
Largeur $B$ (mm)	43	32	47.625
Diamètre bague extérieure $D$ (mm)	170	170	317.5
Diamètre bague intérieure $d$ (mm)	95	95	231.775
Diamètre du chemin primitif $D_e$ (mm)	112.5	108.7	251.8
Diamètre éléments roulants $d_r$ (mm)	21	23.812	21.96
Charge $C_o$ (kN)	370	212	830
Jeu axial après montage ( $\mu\text{m}$ )	67/140	97/160	260/360
Jeu axial en service ( $\mu\text{m}$ )	36/108	54/120	62/-26

Tableau 2.2 – Caractéristiques des roulements

### 2.2.2 Le banc d'essais

Le banc d'essais, présenté schématiquement sur la figure 2.6, a été conçu par Alstom pour étudier le comportement vibroacoustique des réducteurs ferroviaires. C'est un banc sur lequel on retrouve un système en boucle fermée (*back to back*).

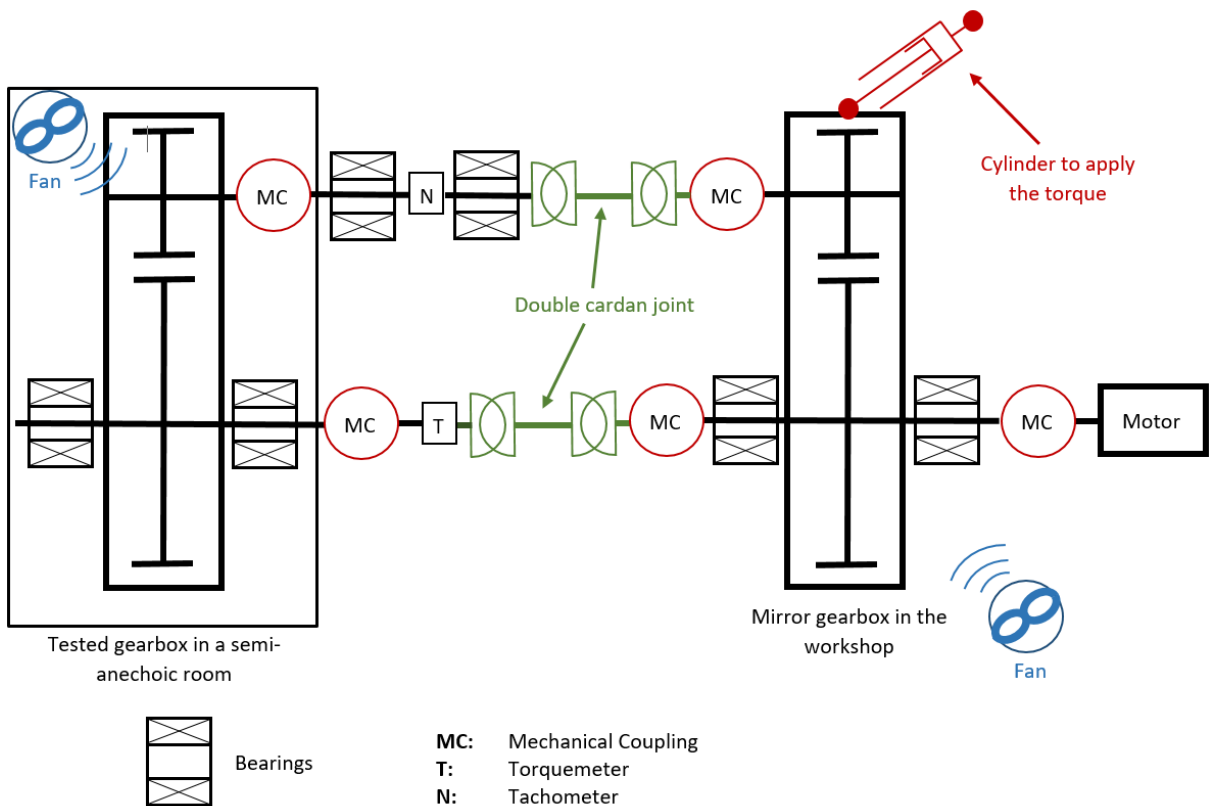


FIGURE 2.6 – Le banc d'essais et son système en boucle fermée

Ce banc peut être utilisé pour faire des analyses de déformées opérationnelles (Operating Deflection Shape, ODS) ou des mesures vibroacoustiques aussi bien en régimes stationnaires qu'en balayages de vitesse ou de couple. Il est équipé de deux réducteurs identiques. Le réducteur d'essais est localisé dans une chambre qui l'isole acoustiquement du reste de l'atelier (Par abus de langage, on parlera de chambre semi-anéchoïque). Le second réducteur, que l'on appelle le réducteur miroir, est à l'extérieur de la chambre. Le tout est situé dans l'atelier du centre d'essais d'Alstom sur le site du Creusot. Un moteur d'une puissance de 180 kW permet de piloter la vitesse de rotation de l'essieu (0-1130 tr/min). La fréquence de rotation des pignons est mesurée et régulée grâce à un capteur tachymétrique. Le couple transmis est appliqué grâce à un vérin hydraulique qui fait pivoter le réducteur miroir autour de son essieu. Le couple appliqué résulte du désaxage entre les pignons du réducteur d'essais et du réducteur miroir. Ce désaxage implique un changement de position cinématique du réducteur miroir. Le réducteur testé ne peut pas changer de position cinématique à cause de la boucle fermée qui le bloque. Tout ceci implique une déformation statique qui se traduit en une torsion au sein de la boucle. Grâce à cela, le banc d'essai offre la possibilité d'appliquer un couple sans avoir de rotation. Le couple est mesuré et régulé grâce à des jauges de contraintes situées sur l'essieu du réducteur d'essais. Les doubles joints de cardan permettent de compenser les défauts d'alignement entre les arbres des deux réducteurs. Enfin, chaque réducteur est refroidi par air à l'aide d'un ventilateur quand cela est nécessaire.

L'objectif de cet essai est d'étudier le comportement vibroacoustique du réducteur d'essais dans des conditions de fonctionnement contrôlées en vitesse et en couple. Son principe est de mettre en rotation les arbres des réducteurs dans des régimes de fonctionnement définis par la norme ferroviaire. Le moteur pilote la vitesse de rotation et le vérin pilote le couple interne. Des microphones peuvent être placés dans la chambre semi-anéchoïque afin de mesurer le bruit émis. Des accéléromètres peuvent être collés sur le réducteur d'essais pour mesurer son comportement vibratoire.

### 2.2.3 Les chaînes de mesure et d'acquisition

#### La chaîne d'acquisition

Pour la chaîne d'acquisition (cf. figure 2.7) nous disposons de :

- 1 système d'acquisition BK 3660-D, 48 voies (6 modules 3050-A-060 à 51.2 kHz, 1 module 3053-B-12 à 25.6 kHz)
- 1 ordinateur portable avec une licence du logiciel Pulse Reflex Version 21.0.0, par Brüel & Kjær

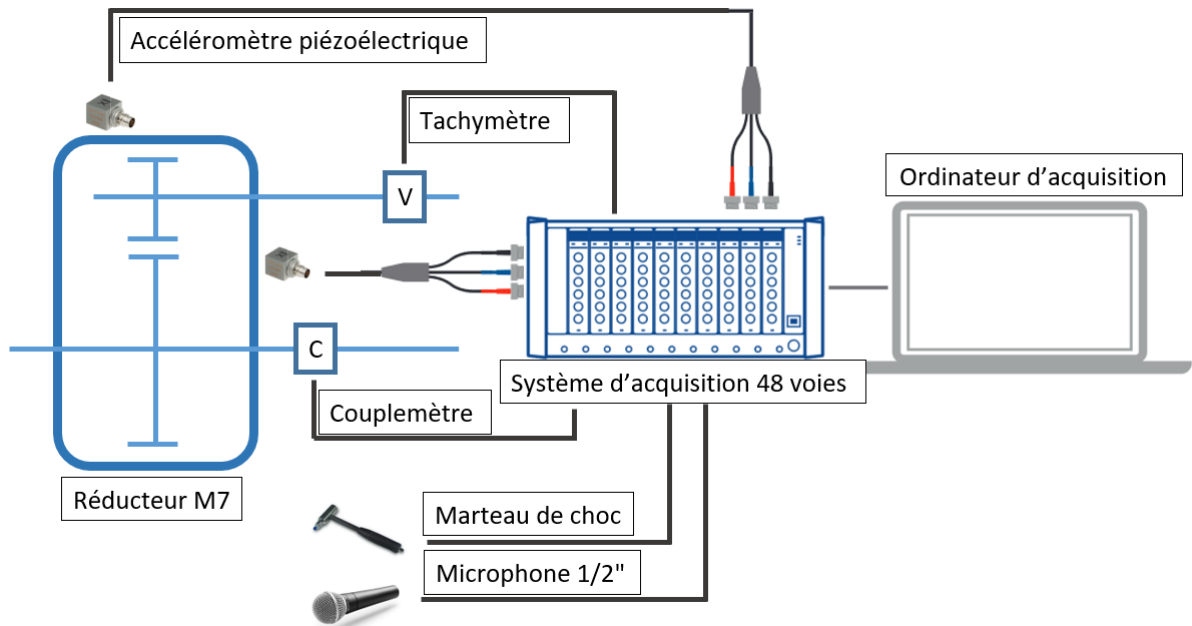


FIGURE 2.7 – Chaîne d'acquisition (d'après images de [www.bksv.com](http://www.bksv.com) et [www.pcb.com](http://www.pcb.com))

L'acquisition des données a été effectuée avec une fréquence de 12.8 kHz pour les analyses modales expérimentales et 16.4 kHz pour les mesures en régime forcé afin d'éviter de générer une trop grande quantité de données et limiter les temps de post-traitement (12.5 Go de données en format Pulse Reflex, correspondant à 50 Go de données, après conversion en format Matlab).

### La chaîne de mesures

Deux campagnes de mesures ont été réalisées. L'une portait sur l'analyse modale du réducteur hors charge. Quelques mesures de réponse impulsionnelle au marteau de choc, avec le réducteur sous charge, ont également été effectuées. La seconde campagne de mesures portait sur le comportement vibroacoustique en fonctionnement. Pour ces campagnes, nous disposons de :

- 5 accéléromètres piézoélectriques triaxes à électronique intégrée, de marque Brüel & Kjær, type 4524-B (masse 4.4 g ; bande passante 0.25-3000 Hz ; fréquence de résonance 9 kHz ; sensibilité 100 mV/ms<sup>-2</sup>)
- 5 accéléromètres piézoélectriques triaxes à électronique intégrée, de marque Brüel & Kjær, type 4535-B1 (masse 6 g ; bande passante 0.3 - 10000 Hz ; sensibilité 10 mV/ms<sup>-2</sup>)
- 1 accéléromètre piézoélectrique triaxe à électronique intégrée, de marque PCB Piezotronics, type 356A26 (masse 10.5 g ; bande passante 0.7 Hz-6500 Hz ; fréquence

de résonance  $> 25$  kHz ; sensibilité  $50 \text{ mV/ms}^{-2}$ )

- 40 accéléromètres piézoélectriques monoaxiaux à électronique intégrée, type 352 C 33 (masse 5.8 g, gamme de fréquence 0.5 - 10000 Hz, sensibilité  $100 \text{ mV/ms}^{-2}$ )
- 5 accéléromètres piézoélectriques monoaxiaux à électronique intégrée, type 352 C 03 (masse 5.8 g, gamme de fréquence 0.5 - 10000 Hz, sensibilité  $10 \text{ mV/ms}^{-2}$ )
- 1 couplemètre (sensibilité  $4917 \text{ Nm/V}$ )
- 1 tachymètre
- 1 marteau de choc, type PCB 086D05 (masse 0.32 kg, sensibilité  $0.23 \text{ mV/N}$ , Embout métallique)
- 1 microphone 1/2" prépolarisé champ libre à électronique intégrée, type PCB 378B02 (gamme de fréquence 3.75 à 20 000 Hz, sensibilité  $50 \text{ mV/Pa}$ )

### Le placement des capteurs

Compte tenu de la quantité importante de données à traiter, le nombre de capteurs est forcément limité. Il est donc important de choisir convenablement leur position pour extraire un maximum d'informations. En particulier, il faut veiller à limiter la redondance entre les informations délivrées par chacun des capteurs. Il existe des techniques numériques pour aider au choix du placement des capteurs, telles que la décomposition QR [89], [90] ou la méthode de Kammer [91]. Ces outils de placements de capteurs sont des outils d'aide à la décision. Ils requièrent un modèle numérique de la transmission. Nous avons utilisé un modèle en éléments finis du réducteur possédant 8 millions de degrés de liberté principalement composé d'éléments 3D (cf. 2.8). Les conditions aux limites (ici des pivots) sont placées au niveau de la bielle de blocage (en gris) et de l'essieu (en vert). Le but de ces méthodes est d'optimiser la détection et la distinction des modes en basse fréquence, domaine où les modes sont bien découplés, contrairement aux moyennes et hautes fréquences. Nous avons retenu une approche basée sur le calcul du conditionnement d'une matrice pour son efficacité [92]. Ce critère permet de donner rapidement une indication de la performance qu'a un placement de capteurs à bien distinguer les modes. La méthode consiste à extraire une sous-matrice carrée de la base modale numérique complète pour  $N$  modes et  $N$  noeuds, ces noeuds sont les positions des capteurs retenues. Le conditionnement  $\kappa$  d'une matrice est défini comme le ratio entre la valeur singulière la plus élevée  $\sigma_{max}$  et la valeur singulière la plus faible  $\sigma_{min}$  :

$$\kappa(\mathbf{A}) = \frac{\sigma_{max}(\mathbf{A})}{\sigma_{min}(\mathbf{A})} \quad (2.1)$$

$\kappa(\mathbf{A})$  est un nombre supérieur ou égal à 1. La matrice  $\mathbf{A}$  représente donc la déformée aux positions des  $N$  capteurs, et cela, pour les  $N$  modes retenus par l'utilisateur. La matrice  $\mathbf{A}$  est une base modale numérique partielle. Nous cherchons à trouver la configuration de positions de 89 capteurs triaxiaux qui minimise le conditionnement de  $\mathbf{A}$ . Plus la valeur du conditionnement est faible, plus les capteurs sont indépendants [92]. Après analyse des résultats, la solution retenue est présentée sur la figure 2.8.

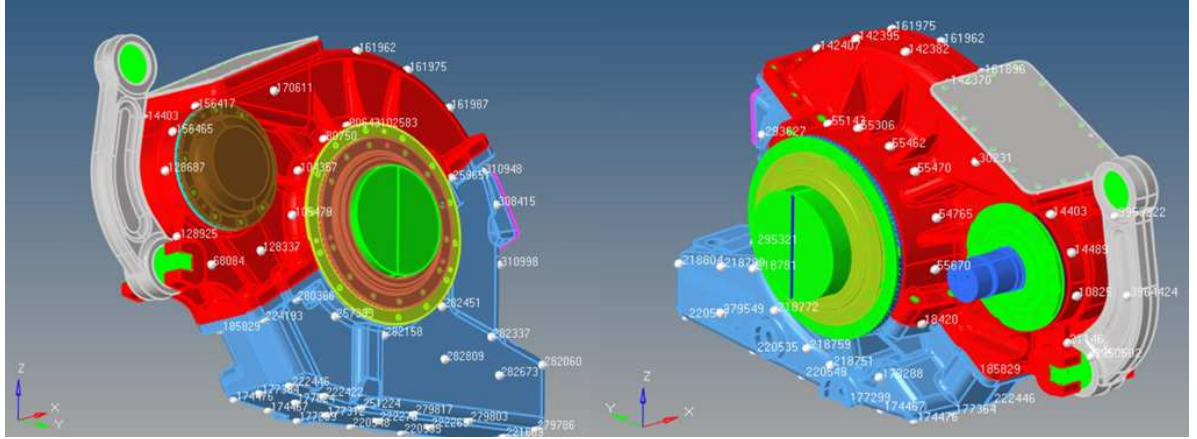


FIGURE 2.8 – Position des capteurs

On observe que la configuration des capteurs retenue correspond à une équirépartition sur l'ensemble du carter. Le nombre élevé de degrés de liberté (267 d.d.l) permet de distinguer sans trop de difficulté les 100 premiers modes, ce qui correspond à une plage de fréquences comprise entre 0 et 2 kHz.

Cette configuration de capteurs sera conservée pour toutes les campagnes de mesures. Pour valider cette solution, il convient de vérifier sa pertinence à partir de la matrice de corrélation de déformée modale (Modal Assurance Criterion MAC) et de la matrice de corrélation de degrés de liberté modale (Coordinate Modal Assurance Criterion COMAC) [93]. Le critère de MAC est défini de manière théorique comme un scalaire représentant un degré de cohérence (linéarité) entre deux vecteurs issus de  $\mathbf{A}$  de telle sorte que :

$$\text{MAC}_{r,s} = \frac{|\mathbf{\Phi}_r^* \mathbf{\Psi}_s|^2}{\|\mathbf{\Phi}_r\|^2 \|\mathbf{\Psi}_s\|^2} \quad (2.2)$$

avec  $\mathbf{\Phi}_r$  le vecteur de déformée du mode  $r$  issu de la base modale  $\mathbf{\Phi}$ ,  $\mathbf{\Psi}_s$  le vecteur de déformée du mode  $s$  issu de la base modale  $\mathbf{\Psi}$  et  $*$  le conjugué complexe du vecteur. Dans notre cas, les modes sont de valeurs réelles. Il est possible dans un premier temps de calculer une matrice d'auto-MAC sur la base modale numérique partielle extraite de la base modale numérique complète pour voir la distinction entre les modes associés à notre

configuration de capteurs. Le résultat obtenu est présenté sur la figure 2.9.

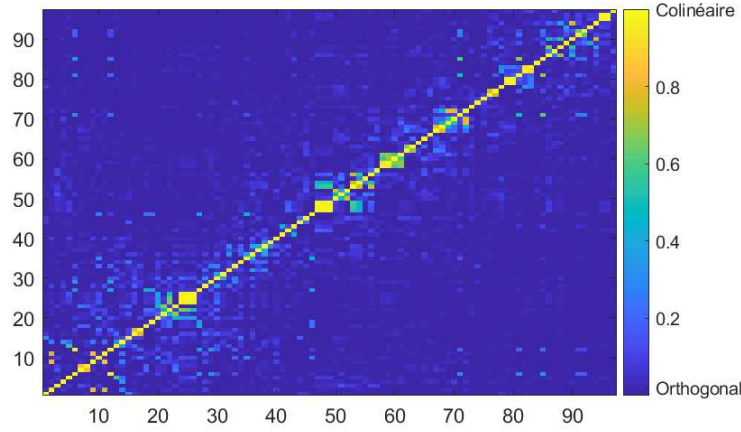


FIGURE 2.9 – Matrice d’auto-MAC des 100 premiers modes du modèle numérique associées aux 267 d.d.l. correspondant aux 89 capteurs triaxiaux

Nous observons de bons résultats. La plus grande partie des termes extra-diagonaux sont nuls. Néanmoins, nous observons que quelques termes extra-diagonaux sont différents de 0, voire proches de 1. Par conséquent, nous ne pouvons pas distinguer les déformées des modes correspondants, même si leurs fréquences sont différentes. Nous pouvons également observer des modes qui obtiennent un critère de MAC proche de 1 dont les fréquences sont très proches. Lors de la mesure, nous ne pourrions pas distinguer ces modes, ni en utilisant leur déformée, ni en utilisant leur fréquence.

On peut également calculer la matrice de COMAC (Coordinate modal assurance criterion), pour regarder l’indépendance des informations apportées par chaque capteur [93]. Fondamentalement, le calcul du COMAC est le même que le MAC sauf qu’au lieu que le calcul soit effectué sur les colonnes de la matrice des vecteurs propres, il est réalisé sur les lignes de la matrice. Les éléments de cette matrice sont définis par :

$$\text{COMAC}_{qp} = \frac{|{}^t\Phi_q^* \Phi_p|^2}{\|\Phi_q\|^2 \|\Phi_p\|^2} \quad (2.3)$$

avec  $\Phi_q$ ,  $\Phi_p$  les vecteurs de la réponse modale des d.d.l  $q$  et  $p$  de tous les modes retenus. La figure 2.10 montre le résultat correspondant à l’équation (2.3). La figure 2.11 montre les sous-matrices associées respectivement aux réponses dans les directions x, y et z.

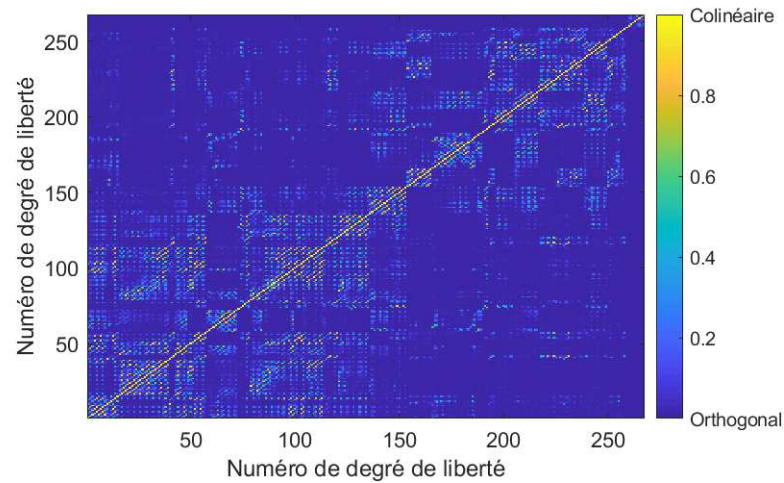


FIGURE 2.10 – Matrice d’auto-COMAC des 267 d.d.l du modèle numérique associés aux 100 premiers modes

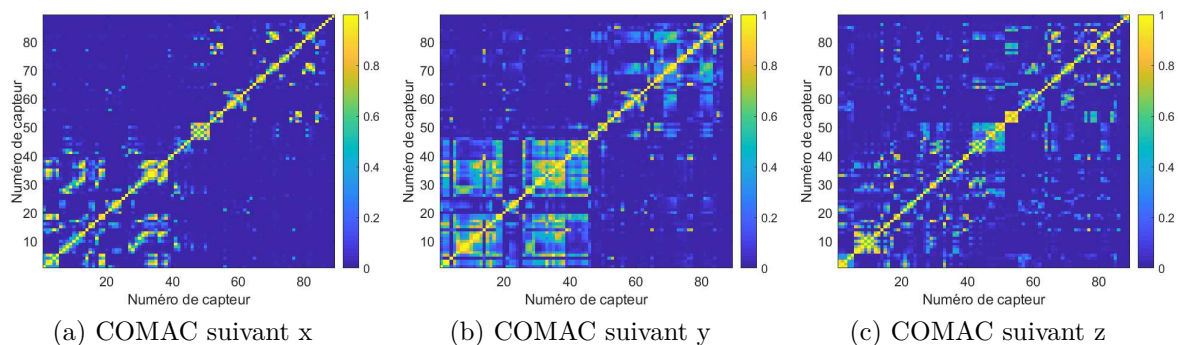


FIGURE 2.11 – Matrice d’auto-COMAC des 267 d.d.l du modèle numérique associés aux 100 premiers modes, suivant les directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  du repère global

La matrice de COMAC nous informe sur la pertinence des positions des capteurs. On voit sur la figure 2.10 la cohérence des informations fournies entre 2 degrés de liberté ( $x$ ,  $y$  ou  $z$  d’un capteur ou d’un autre). Les termes extra-diagonaux sont parfois supérieurs à 0.6, ce qui signifie que la même information est détectée par deux capteurs. Le placement des capteurs pourrait être amélioré pour optimiser l’observabilité des modes. On observe une forte densité d’informations redondantes sur les 40 premiers capteurs, principalement dans la direction  $y$ . Ces capteurs sont situés sous le carter et dans le même plan. Certains capteurs sont donc inutiles. Nous aurions pu utiliser la méthode de Kammer pour améliorer le placement des capteurs. Cependant, nous avons conservé la disposition présentée compte tenu de la bonne matrice d’auto-MAC.



## 2.3 Analyse modale expérimentale

Dans le cadre des mesures expérimentales, il est intéressant de caractériser la réponse modale du réducteur qui permettra de valider le modèle numérique. Les mesures ODS (Operating Deflection Shape) et FRF (fonctions de réponse en fréquence) permettent d'obtenir la base modale et d'étudier l'influence de certains paramètres, utiles pour le recalage et les corrélations futures.

### 2.3.1 Protocoles de mesures

L'analyse modale expérimentale est réalisée à partir des réponses impulsionnelles grâce à un marteau de chocs. Nous avons excité la structure avec le marteau de choc en 3 positions et 2 directions pour 2 d'entre elles. Les positions et les directions sont repérées sur la figure 2.12 (l'arbre a été caché pour mieux voir la position 14).

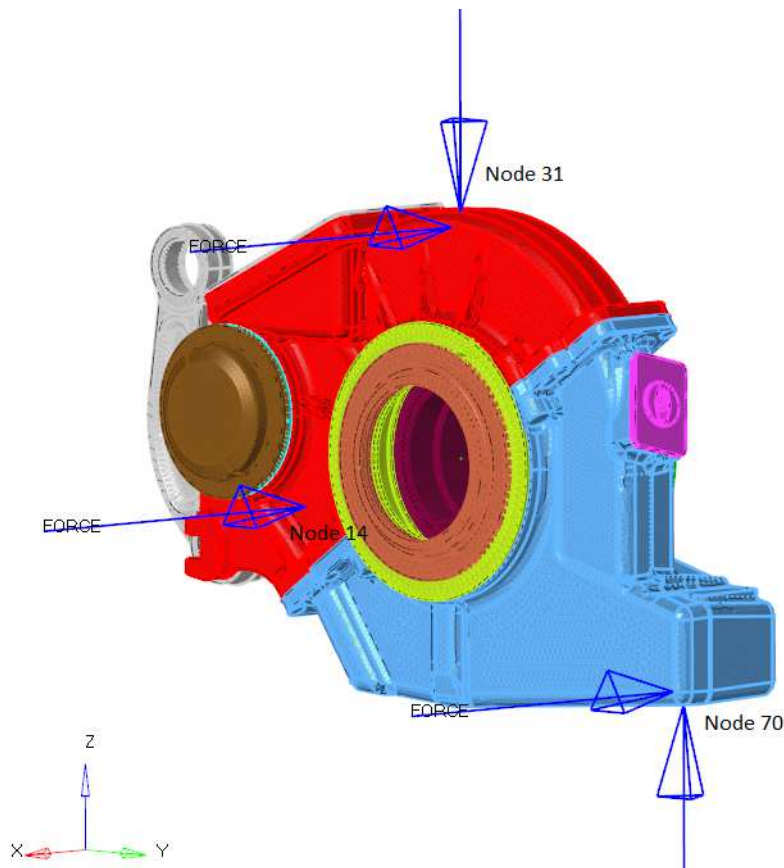


FIGURE 2.12 – Positions et directions des excitations au marteau de choc (arbre caché pour mieux voir la position 14)

On notera ces 5 cas de choc en repérant le noeud et la direction associés, soient 14X,

31X, 31Z, 70X et 70Z. Ces positions ont été choisies arbitrairement sur la seule face du réducteur facilement accessible (cf. figure 2.1) mais de manière à séparer au maximum les zones d'excitation d'un bout à l'autre de la structure. Les réponses impulsionnelles sont mesurées en 89 positions dans les 3 directions, ce qui correspond à 267 d.d.l. On dispose uniquement de 10 capteurs tri-axiaux, il est donc nécessaire de repositionner les capteurs à 8 reprises. Le protocole de mise en oeuvre est le suivant :

- On positionne les 10 capteurs tri-axiaux. Ils sont fixés à l'aide de cire ou de colle liquide. Lorsque l'adhérence est faible à cause des résidus d'huile, des embases magnétiques sont utilisées.
- On excite la structure 5 fois de suite suivant l'une des 5 directions.
- On vérifie la cohérence entre les 5 réponses pour les 30 voies de mesures.
- On répète l'opération pour chacune des directions d'excitation.
- On répète le protocole après avoir changé la position des 10 capteurs.

Aucun capteur commun n'a été conservé d'un changement de position des capteurs à l'autre. Certaines vérifications ont été effectuées pour éviter les problèmes mais il serait judicieux de garder quelques capteurs en commun. Avant de valider une mesure, nous vérifions la cohérence des réponses impulsionnelles (une mesure correspond à 5 impulsions sur 1 d.d.l). La figure 2.13-a montre les cohérences des réponses des d.d.l correspondant aux lieux et aux directions des excitations. On observe une très bonne cohérence jusqu'à 3 kHz sauf pour un d.d.l (nœud 31, direction Z, courbe verte, en raison de la saturation du capteur). Celui-ci a donc été exclu de l'analyse modale.

La figure 2.13-b montre les cohérences des d.d.l situés à l'opposé des lieux d'excitation. On observe de très bonnes cohérences jusqu'à 1 kHz. Par conséquent, dans la suite de l'étude, la corrélation entre le modèle numérique et les données expérimentales est analysée sur la bande de fréquences comprises entre 0 et 1 kHz.

Pour vérifier s'il existe des variations des caractéristiques modales lorsqu'on déplace les accéléromètres, un contrôle de la consistance entre les différentes itérations doit être effectué. La figure 2.14 montre que la variation en fréquence de la réponse dynamique n'est pas suffisante pour justifier l'utilisation d'une méthode de résolution locale (Local curve fitting). L'analyse modale expérimentale est donc réalisée à partir d'une approche globale (Rational Fraction Polynomial [94, 95]).

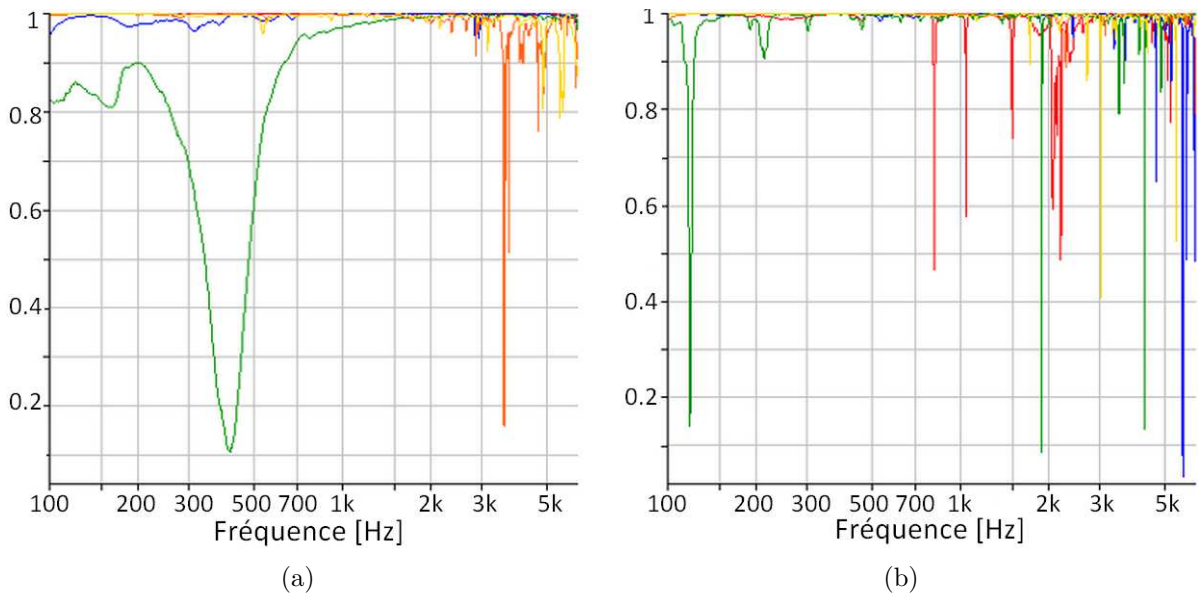
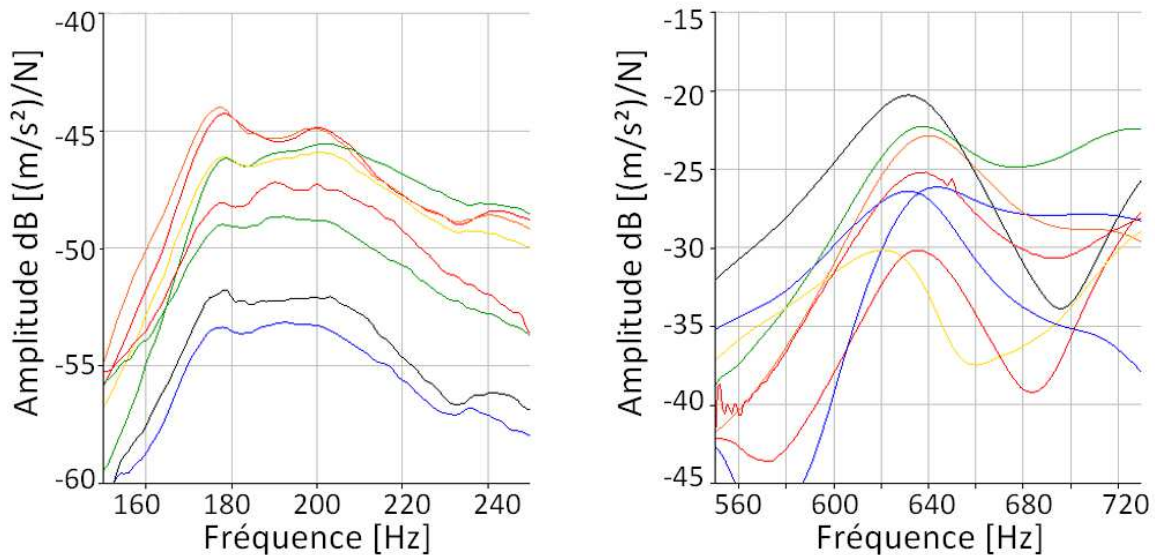


FIGURE 2.13 – Cohérences de la réponse des capteurs aux 5 coups d'excitation — Figure (a) : pour les mêmes d.d.l que l'excitation (rouge 14X, bleu 31X, vert 31Z, orange 70X, jaune 70Z) et Figure (b) : pour des d.d.l à l'opposé de l'excitation sur le carter (Couleur : [d.d.l Observé ; d.d.l Excité], rouge [54X ; 14X], bleu [56X ; 31X], vert [89Z ; 31Z], orange [35X ; 70X], jaune [24Z ; 70Z] ; )



(a) 8 d.d.l choisis aléatoirement dans la direction z pour une excitation suivant 31Z

(b) 8 d.d.l choisis aléatoirement dans la direction x pour une excitation suivant 14X

FIGURE 2.14 – Agrandissement des fonctions de transfert dans les plages de fréquences [150-250 Hz] et [550-730 Hz]

Enfin, la figure 2.15 montre plusieurs mesures, espacées dans le temps de 3 mois, de la réponse d'un d.d.l pour un même d.d.l excité. On observe que les mesures sont répétables, malgré des différences mineures à très basse fréquence.

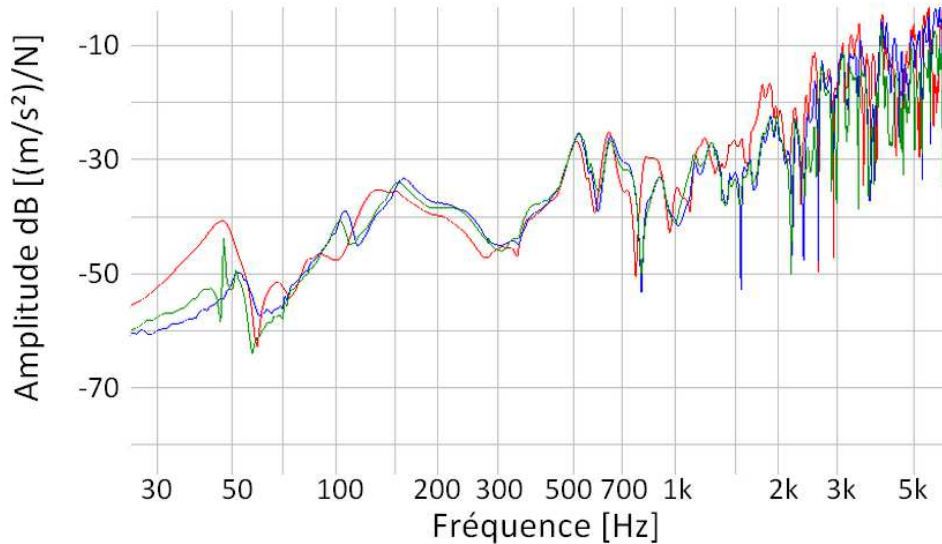
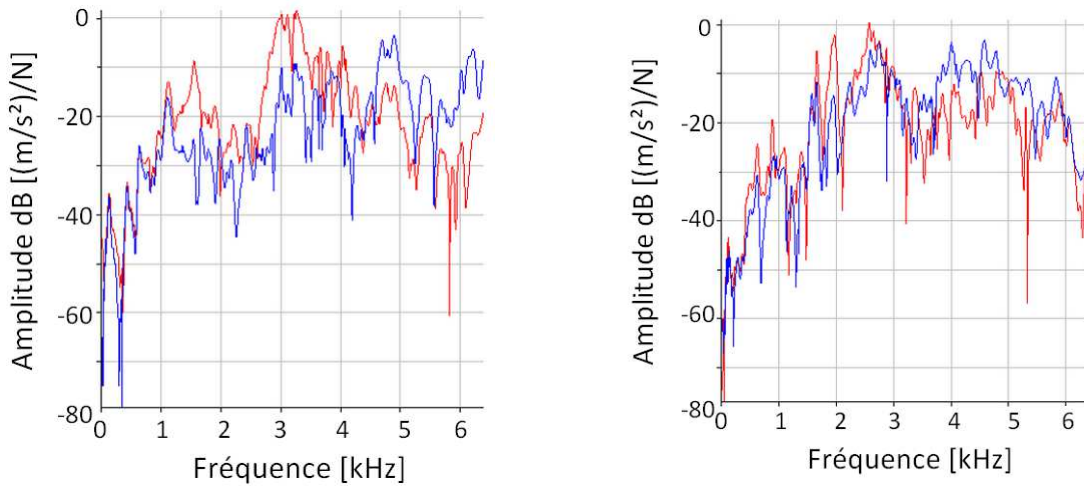


FIGURE 2.15 – Fonctions de transfert expérimentales, hors charge, du d.d.l 6X, pour une excitation suivant 70x, espacées dans le temps (rouge : mesure en juin, vert et bleu : mesure en septembre)

### 2.3.2 Résultats de l'analyse modale expérimentale

#### Étude de la réciprocité

Le principe de la réciprocité est que la réponse mesurée à une excitation d'un système linéaire, reste invariant si on échange le point observé avec le point excité [96]. La figure 2.16 montre des fonctions de transfert dans le but de vérifier la réciprocité pour certains d.d.l. On voit que les réponses sont invariantes de 0 à 1 kHz, au-delà, les réponses sont proches dans la figure (b) mais on note des écarts en amplitude non négligeables sur la figure (a). Néanmoins, on voit que les pics de résonance sont alignés et ont des formes similaires. Ceci permet de confirmer que le système a un comportement en partie linéaire. Les écarts en amplitude peuvent s'expliquer en partie par le manque de cohérence des coups de marteau au-delà de 1 kHz. Néanmoins, des non-linéarités existent et peuvent s'expliquer par les jeux entre pièces dont ceux des roulements. Les jeux des roulements sont dimensionnés pour être nuls quand le réducteur est en fonctionnement sous charge.



(a) rouge : d.d.l 31X observé, d.d.l 14X excité  
bleu : d.d.l 14X observé, d.d.l 31X excité

(b) rouge : d.d.l 70Z observé, d.d.l 31X excité  
bleu : d.d.l 31X observé, d.d.l 70Z excité

FIGURE 2.16 – Fonctions de transfert hors charge

### Variation des fonctions de transfert en fonction du couple appliqué sur l'arbre d'entrée

La figure 2.17 présente les fonctions de transfert entre l'accélération et la force d'impulsion du même d.d.l. pour un couple appliqué sur l'arbre d'entrée variant de 0 à 6900 Nm.

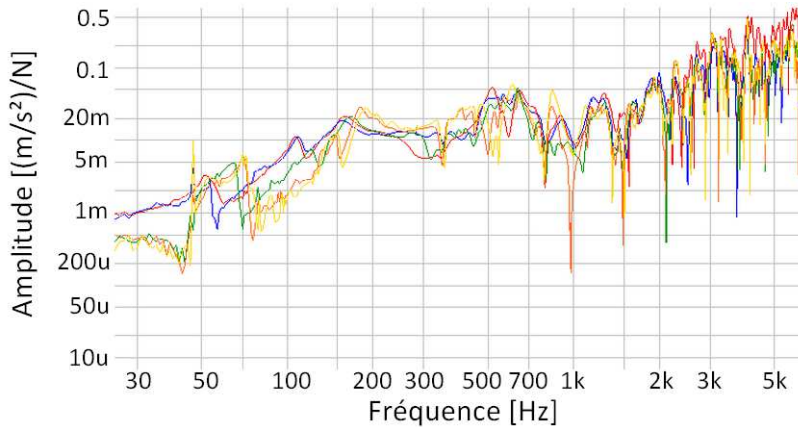


FIGURE 2.17 – Fonctions de transfert du d.d.l 6x, pour une excitation suivant 70x, pour plusieurs couples — rouge : 0 Nm, Bleu : 100 Nm, vert : 1700 Nm, orange : 4200 Nm, jaune : 6900 Nm

On observe une variation des fréquences de résonance entre 0 et 1 kHz. Au-delà, les différences restent imperceptibles en fréquence et en niveau, en raison d'une densité modale plus élevée. Les évolutions les plus importantes ont lieu pour un couple variant

entre 100 et 4200 Nm. À partir de 4200 Nm, la fonction de transfert n'évolue plus en fonction du couple. De plus, nous observons, que nous avons très peu de cohérence (cf. figure 2.13) aux fréquences des pics d'anti-résonances que nous observons sur la figure 2.17.

### Post-traitement des réponses impulsionnelles en vue de l'identification des modes

Le post-traitement des mesures a été effectué de façon automatique par le logiciel Pulse Reflex. Pour une meilleure précision, l'analyse des mesures s'est faite sur plusieurs bandes de fréquences :

- 20 à 400 Hz
- 400 à 2250 Hz
- 2250 à 4000 Hz
- 4000 à 6000 Hz

L'identification des modes (fréquence, déformée modale et taux d'amortissement modal) s'est effectuée en utilisant la méthode globale RFP [94, 95] (Rational Fraction Polynomial-Z method) intégrée au logiciel Pulse ©. 69 modes expérimentaux ont été identifiés sur la plage de fréquences comprises entre 0 et 6 kHz (cf. figure 2.18). On peut voir que la densité modale augmente avec la fréquence. Le premier mode est situé à environ 47 Hz.

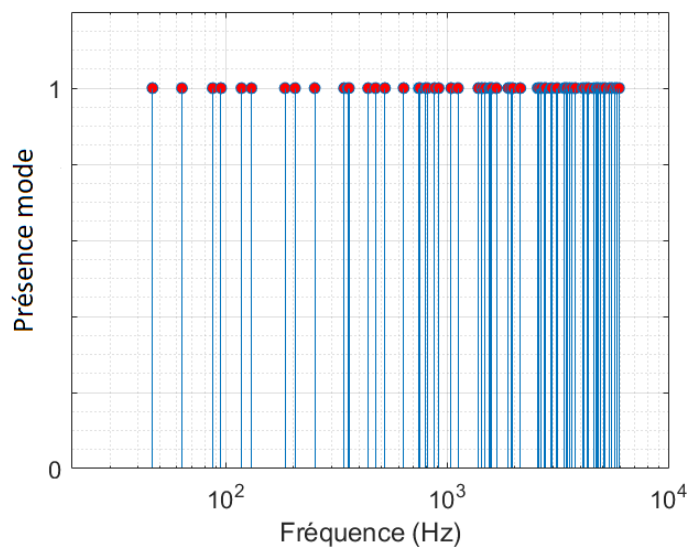


FIGURE 2.18 – Fréquences des modes identifiés

Le taux d'amortissement modal des modes est compris entre 2.5 et 16.7% sur la 1<sup>re</sup> bande de fréquences (20-400 Hz), entre 0.7 et 5.3% sur la 2<sup>de</sup> et entre 0.5 et 1.3% sur la 3<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> bandes de fréquences. Sur la plage de fréquence complète, l'amortissement est donc compris entre 0.5 et 17%, ce qui rejoint les valeurs trouvées dans la littérature [4]. Par ailleurs, nous avons extrait les déplacements modaux. À titre d'exemple, la figure 2.19 présente la comparaison de la déformée modale expérimentale et de la déformée modale numérique, pour le 2<sup>d</sup> mode correspondant à un mode de flexion globale dans la direction x.

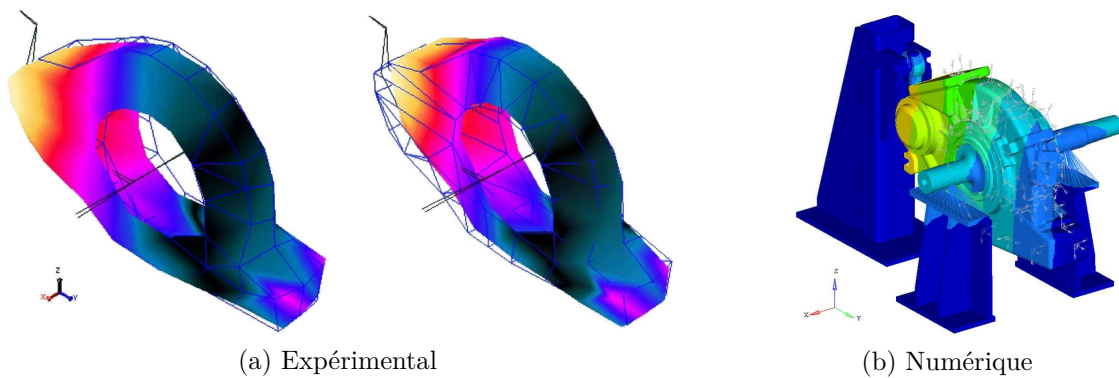


FIGURE 2.19 – 2<sup>d</sup> mode expérimental et numérique à 63 Hz - jaune : amplitude du mouvement maximale, bleu très foncé : aucun mouvement

Enfin, la figure 2.20 montre la matrice de MAC entre les données expérimentales et les résultats numériques issus du modèle en éléments finis du réducteur possédant 8 millions de d.d.l.

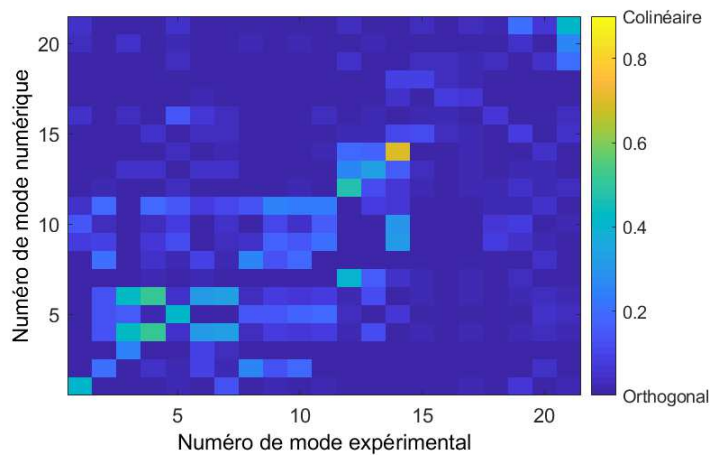


FIGURE 2.20 – Matrice de MAC de la base modale expérimentale vs la base modale numérique

Ce modèle comprend la modélisation complète du carter, des arbres et de l'engrenage. La modélisation des roulements a été simplifiée par des raideurs. Le couplage de denture n'est pas pris en compte puisqu'aucun couple n'a été appliqué. Enfin, la rotation des arbres est autorisée. Même si ce système est complexe et qu'il est difficile d'avoir des critères de MAC élevés, cette première corrélation calculs-mesures est mauvaise. On observe que 5% des modes ont une corrélation correcte (critère de MAC supérieur à 0.7) et 33% des modes n'ont aucune corrélation (critère de MAC inférieur à 0.1). Il s'avère nécessaire de recalibrer le modèle numérique à partir des essais expérimentaux. Dans ce but, les plots de fixation du réducteur ont été rajoutés dans le modèle numérique, car leur effet n'est pas négligeable. De plus, les conditions aux limites et certaines raideurs (des roulements, de l'attache de la bielle, etc.) ont été affinées à partir des résultats expérimentaux. La Matrice de MAC de ce nouveau modèle numérique est présentée au chapitre [3.3.5](#).

## 2.4 Réponses forcées en régime de fonctionnement

Les mesures de réponses impulsionnelles permettent de caractériser le comportement modal du réducteur. Les autres mesures expérimentales s'intéressent à la caractérisation des différentes sources d'excitation, à l'identification des modes critiques et aux niveaux vibratoires du carter en régime forcé.

### 2.4.1 Protocole des mesures en régime forcé

Pour les mesures vibroacoustiques, nous disposons de 45 capteurs mono-axiaux. Les conditions d'essais choisies correspondent aux vitesses et couples définis par la norme ferroviaire (Voir le protocole présenté sur la figure [2.21](#)). Ces régimes de fonctionnement correspondent à un train circulant en gare, en ville, en périphérie ou en milieu rural. Ensuite, les essais complémentaires réalisés correspondent à des montées en vitesse à couple constant et à des balayages en couple à vitesse constante. Les mesures ont été effectuées pour les 4 combinaisons de fonctionnement moteur (les 2 sens de rotation et sous couple de traction et de freinage).



Type de mesure		Couple d'entrée(Nm)	Vitesse (tr/min)	Mode de fonctionnement	Nombre d'accéléromètres	Durée de la mesure	Fréquence d'engrènement (Hz)
Rampe	1.1	6900	0 à 1000	Traction sens 1	5	1 minutes	450
	1.2			Freinage sens 1			
	1.3			Traction sens 2			
	1.4			Freinage sens 2			
Rampe	2.1	1697	0 à 4306	Traction sens 1	5	4 minutes	1938
	2.2			Freinage sens 1			
	2.3			Traction sens 2			
	2.4			Freinage sens 2			
Rampe	3.1	100	0 à 4306	Traction sens 1	5	4 minutes	1938
	3.2			Freinage sens 1			
	3.3			Traction sens 2			
	3.4			Freinage sens 2			
Stationnaire	4.1	1697	4306	Traction sens 1	80	50 secondes	1938
	4.2			Traction sens 2			
Stationnaire	5.1	100	4306	Traction sens 1	80	50 secondes	1938
	5.2			Traction sens 2			
Stationnaire	6.1	100	4306	Freinage sens 1	40	50 secondes	1938
	6.2			Freinage sens 2			
Stationnaire	7.1	100	4008	Traction sens 1	40	50 secondes	1804
	7.2			Traction sens 2			
Stationnaire	8.1	100	4008	Freinage sens 1	40	50 secondes	1804
	8.2			Freinage sens 2			
Stationnaire	9.1	100	1603	Traction sens 1	40	50 secondes	721
	9.2			Traction sens 2			
Stationnaire	10.1	100	1603	Freinage sens 1	40	50 secondes	721
	10.2			Freinage sens 2			
Stationnaire	11.1	100	1282	Traction sens 1	40	50 secondes	577
	11.2			Traction sens 2			
Stationnaire	12.1	100	1282	Freinage sens 1	40	50 secondes	577
	12.2			Freinage sens 2			
Stationnaire	13.1	6923	601	Traction sens 1	5	50 secondes	270
	13.2			Traction sens 2			
Stationnaire	14.1	4216	601	Freinage sens 1	5	50 secondes	270
	14.2			Freinage sens 2			
Stationnaire	15.1	6270	1282	Traction sens 1	5	50 secondes	577
	15.2			Traction sens 2			
Stationnaire	16.1	4216	1282	Freinage sens 1	5	50 secondes	577
	16.2			Freinage sens 2			
Stationnaire	17.1	5016	1603	Traction sens 1	5	50 secondes	721
	17.2			Traction sens 2			
Stationnaire	18.1	4216	1603	Freinage sens 1	5	50 secondes	721
	18.2			Freinage sens 2			
Stationnaire	19.1	1970	4008	Traction sens 1	5	50 secondes	1804
	19.2			Traction sens 2			
Stationnaire	20.1	1751	4008	Freinage sens 1	5	50 secondes	1804
	20.2			Freinage sens 2			
Stationnaire	21.1	1630	4306	Freinage sens 1	5	50 secondes	1938
	21.2			Freinage sens 2			

FIGURE 2.21 – Protocole des mesures vibratoires

La position des capteurs définie lors de l'analyse modale expérimentale est conservée. Pour toutes les mesures, nous avons gardé 5 capteurs comme référence, indiqués sur la figure 2.22. Ces 5 capteurs ont été choisis arbitrairement et de manière équirépartie sur la surface du carter. Le protocole de mise en oeuvre est le suivant :

1. On place les capteurs aux positions choisies.
  - 1.1. On applique un couple dans un sens donné.
    - 1.1.1. On effectue les mesures de montée en vitesse.
    - 1.1.2. On effectue les mesures en régime stationnaire pour les différentes vitesses choisies.
    - 1.1.3. On répète les mesures 1.1.1 et 1.1.2 pour l'autre sens de rotation.
  - 1.2. On répète les mesures 1.1 pour une autre valeur de couple.
  - 1.3. On effectue les mesures de balayage en couple.
  - 1.4. On répète l'étape 1 pour d'autres positions de capteur
2. On répète le protocole après avoir changé la disposition du banc d'essais pour permettre d'appliquer le couple dans l'autre sens.

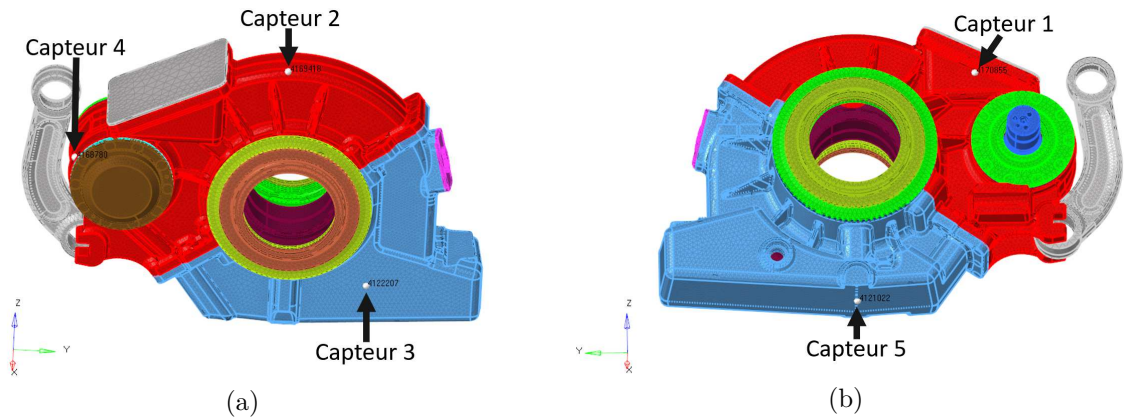


FIGURE 2.22 – Position des 5 capteurs de référence

La figure 2.22-a montre les capteurs 2, 3 et 4 situés respectivement en haut, sur le carter en bleu et à gauche. La figure 2.22-b montre le capteur 5 situé en bas et le capteur 1 proche du collecteur d'huile.

Les mesures en balayage de vitesse sont effectuées avec une augmentation manuelle et approximative de  $4 \text{ tr.min}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  de l'arbre de sortie à couple constant. Pour les mesures en balayage de couple, l'augmentation du couple est gérée par le système de régulation et

se fait à vitesse de rotation constante. Il n'est pas possible de réguler la vitesse d'augmentation du couple. Nous pouvons seulement identifier une valeur de couple cible. De plus, la montée en couple n'est pas faite de façon linéaire.

### 2.4.2 Cohérences et intercorrélations

Cette partie présente les coefficients de corrélation entre signaux à régime stationnaire, calculés à partir de la fonction d'intercorrélation  $R_{XY}$  [97]. La fonction d'intercorrélation de deux signaux continus et mutuellement stationnaires se calcule telle que :

$$R_{XY}(\tau) = E\{X(t)Y(t + \tau)\} \quad (2.4)$$

avec  $E$  l'espérance mathématique. La vérification de l'ergodicité de notre système est nécessaire pour s'assurer que la réalisation d'une mesure suffisamment longue peut approcher les statistiques du processus mis en jeu. Un processus stochastique stationnaire  $X(t)$  est dit ergodique si ses deux premiers moments (sa moyenne et son autocorrélation) sont égaux aux moyennes temporelles de n'importe quelle trajectoire  $x(t)$ . Comme nous avons pu le voir, c'est le processus d'engrènement, sujet de ce travail de recherche, qui domine le comportement dynamique de notre système. En considérant aucun glissement ou aucun autre phénomène physique pouvant créer du déphasage entre les signaux, le processus mesuré peut être défini comme étant la somme de plusieurs sinus (engrènement, roulements, etc.) tel que :

$$X(t) = \sum_n A_n \sin(\omega_n t + \frac{\omega_n}{\omega_0} \Theta) \quad (2.5)$$

avec  $A_n$  l'amplitude,  $\omega_n$  la fréquence constante du processus  $n$ ,  $\omega_0$  la fréquence fondamentale de notre système à laquelle le système retrouve sa position d'origine,  $\Theta$  une variable aléatoire uniforme sur l'intervalle  $[0, 2\pi]$ . Le rapport  $\frac{\omega_n}{\omega_0}$  est par définition un entier. On vérifie dans un premier temps que ce processus est stationnaire. Un processus stochastique est dit stationnaire si sa moyenne et son autocorrélation sont invariantes par toutes les translations possibles suivant l'axe du temps tel que :

$$\langle X(t) \rangle = \int_0^{2\pi} \sum_n A_n \sin(\omega_n t + \frac{\omega_n}{\omega_0} \Theta) \frac{d\Theta}{2\pi} \quad (2.6)$$

$$= \sum_n \int_0^{2\pi} A_n \sin(\omega_n t + \frac{\omega_n}{\omega_0} \Theta) \frac{d\Theta}{2\pi} = 0 \quad (2.7)$$

avec  $\langle x(t) \rangle$  désignant la valeur moyenne du signal  $x(t)$ . La moyenne est nulle et donc

invariante en fonction de la translation de l'axe du temps. L'autocorrélation  $R_{XX}(t_1, t_2)$  est donnée par l'intégrale :

$$\langle X(t)X(t+\tau) \rangle = \int_0^{2\pi} \sum_n A_n \sin(\omega_n t + \frac{\omega_n}{\omega_0} \Theta) \sum_m A_m \sin(\omega_m(t+\tau) + \frac{\omega_m}{\omega_0} \Theta) \frac{d\Theta}{2\pi} \quad (2.8)$$

$$= \sum_n \sum_m \int_0^{2\pi} A_n A_m \sin(\omega_n t + \frac{\omega_n}{\omega_0} \Theta) \sin(\omega_m(t+\tau) + \frac{\omega_m}{\omega_0} \Theta) \frac{d\Theta}{2\pi} \quad (2.9)$$

$$(2.10)$$

Pour tout  $n$  différent de  $m$ , l'intégrale est nulle, on obtient :

$$R_{XX} = \sum_n \int_0^{2\pi} A_n A_n \sin(\omega_n t + \frac{\omega_n}{\omega_0} \Theta) \sin(\omega_n(t+\tau) + \frac{\omega_n}{\omega_0} \Theta) \frac{d\Theta}{2\pi} \quad (2.11)$$

$$= \sum_n \frac{A_n^2}{2} \cos(\omega_n \tau) \quad (2.12)$$

La moyenne et l'autocorrélation sont donc indépendantes du temps, notre processus est bien stationnaire. Dans un second temps, on cherche à montrer que  $X(t)$  est ergodique. On sait que le processus est stationnaire, de moyenne nulle et d'autocorrélation  $R_{XX}(\tau) = \sum_n \frac{A_n^2}{2} \cos(\omega_n \tau)$ . Tout d'abord, pour une trajectoire quelconque du processus, sa moyenne est égale à :

$$\frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt = \left| \frac{1}{T} \int_0^T \sum_n A_n \sin(\omega_n t + \frac{\omega_n}{\omega_0} \Theta) dt \right| \leq \sum_n \frac{2A_n}{\omega_n T} \quad (2.13)$$

La limite temporelle vaut donc 0 quand  $T$  tend vers l'infini. Quant à la moyenne temporelle de l'autocorrélation, elle est égale à :

$$\frac{1}{T} \int_0^T X(t)X(t+\tau) dt \quad (2.14)$$

$$= \frac{1}{T} \sum_n \sum_m \int_0^T A_n A_m \sin(\omega_n t + \frac{\omega_n}{\omega_0} \Theta) \sin(\omega_m(t+\tau) + \frac{\omega_m}{\omega_0} \Theta) dt \quad (2.15)$$

$$= \sum_n \frac{A_n^2}{2} \cos(\omega_n \tau) - \sum_n \frac{A_n^2}{2T} \int_0^T \cos(\omega_n(2t+\tau) + \frac{2\omega_n}{\omega_0} \Theta) dt \quad (2.16)$$

$$+ \sum_n \sum_{m, m \neq n} \frac{A_n A_m}{2T} \int_0^T \cos([\omega_n - \omega_m]t - \omega_m \tau + \frac{\omega_n - \omega_m}{\omega_0} \Theta) dt \quad (2.17)$$

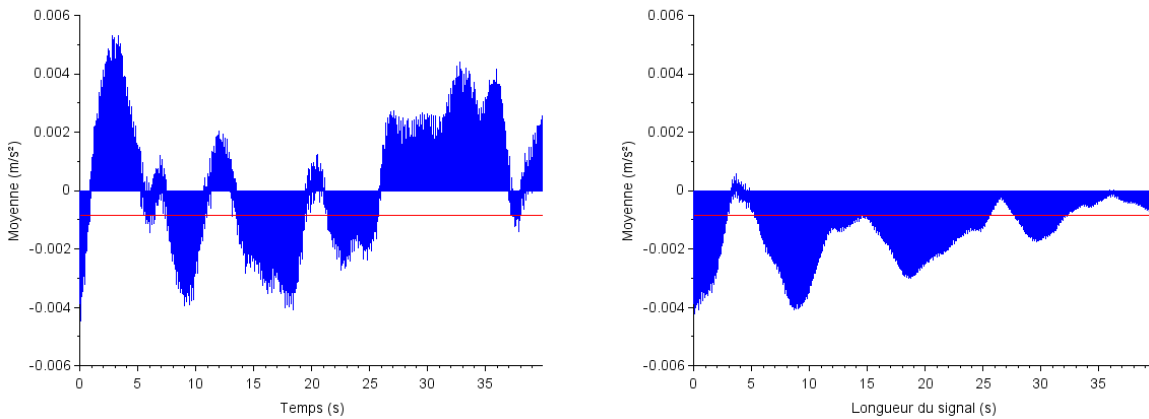
$$- \sum_n \sum_{m, m \neq n} \frac{A_n A_m}{2T} \int_0^T \cos([\omega_n + \omega_m]t + \omega_m \tau + \frac{\omega_n + \omega_m}{\omega_0} \Theta) dt \quad (2.18)$$

Toutes ces intégrales tendent vers 0 lorsque  $T$  tend vers l'infini. On vérifie que la limite

du membre de gauche est  $R_{XX}(\tau)$  ce qui montre que  $X$  est ergodique. En pratique, nos signaux ont une durée d'environ 50 secondes. Si on s'attache au processus d'engrènement, la plus grande période caractéristique connue de ce système est la période fondamentale  $T_0$ , issue du processus d'engrènement, qui est de 11 secondes à vitesse minimale (600 tr/min). Cette période correspond au temps nécessaire pour que les deux mêmes dents de l'engrenage se retrouvent de nouveau en contact. Sa fréquence est définie comme :

$$f_0 = \frac{f_e}{Z_1 Z_2} \quad (2.19)$$

avec  $f_e$  la fréquence d'engrènement,  $Z_1$  le nombre de dents de la roue menante et  $Z_2$  le nombre de dents de la roue menée. La figure 2.23 présente en bleu les moyennes pour n'importe quelle translation sur l'axe du temps du signal et pour n'importe quelle longueur de trajectoire du signal, alors qu'en rouge, il est représenté la moyenne de tout le signal :



(a) En bleu la moyenne sur 11 secondes en fonction de la translation sur l'axe du temps, en rouge la moyenne de tout le signal mesuré

(c) En bleu la moyenne en fonction de la longueur de trajectoire du signal, en rouge la moyenne de tout le signal mesuré

FIGURE 2.23 – Moyennes du signal du capteur 3 pour un couple  $C = 6900$  N.m et une vitesse de rotation de 600 tr/min

On observe que les moyennes sont très proches entre elles et peuvent être considérées comme égales à 0. Il faut rappeler que le signal a une amplitude crête à crête de  $50 \text{ m.s}^{-2}$ . Enfin, on constate que l'amplitude crête à crête de la moyenne décroît vers 0 en fonction de la longueur de sa trajectoire dans le signal, ce qui confirme l'équation 2.13. Par conséquent, notre signal est ergodique et assez long pour approcher les statistiques du processus mis en jeu. Grâce à l'ergodicité, on peut passer d'une espérance à une moyenne temporelle. On peut alors écrire la fonction d'intercorrélation d'un signal discret telle que :

$$R_{xy}(m) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-m-1} \mathbf{x}_{n+m} \mathbf{y}_n, & m \geq 0, \\ R_{yx}(-m), & m < 0 \end{cases} \quad (2.20)$$

La fonction d'intercorrélation est ensuite normalisée, ce qui permet de calculer le coefficient de corrélation  $\rho_{xy}$  compris entre -1 et 1 tel que :

$$\rho_{xy}(\tau) = -1 \leq \frac{R_{xy}(\tau)}{\sqrt{R_{xx}(0)R_{yy}(0)}} \leq 1 \quad (2.21)$$

La figure 2.24 présente la matrice du maximum des coefficients de corrélation  $\rho_{xy}$  entre les signaux des capteurs 1 à 45. On observe sur cette figure que le maximum du coefficient de corrélation des capteurs 12, 29, 35 et 42 est nul. Ces capteurs semblent dysfonctionner, probablement à cause de fuites d'huile ou de l'usure des capteurs. On retient les 39 autres capteurs pour analyser les résultats.

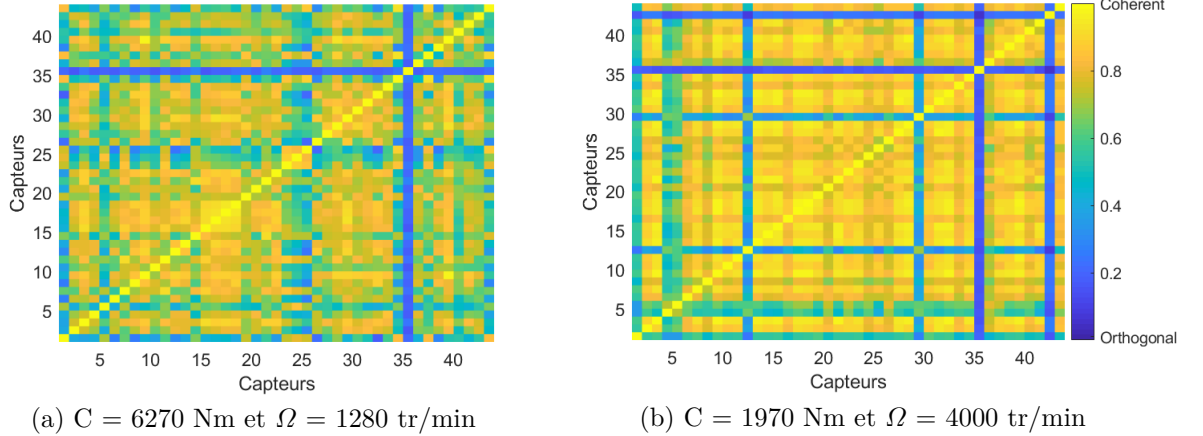


FIGURE 2.24 – Maximum des coefficients de corrélation entre les signaux des 45 capteurs

### 2.4.3 Origines du contenu fréquentiel de la réponse dynamique

Cette partie présente les évolutions temporelles, les densités spectrales de puissance et les fonctions d'autocorrélation qui permettent d'analyser le contenu fréquentiel de la réponse des capteurs. Le régime de fonctionnement choisi correspond à un couple d'entrée égal à 1970 Nm et une vitesse de rotation égale à 4000 tr/min. Les densités spectrales de puissance sont tracées en décibels avec une référence d'accélération égale à  $1.10^{-6} \text{ m.s}^{-2}$

issue de la norme acoustique ISO 1683. La figure 2.25 présente l'évolution temporelle de la vitesse de rotation et du couple d'entrée et la figure 2.26 présente l'évolution temporelle de la réponse du capteur 4 de référence.

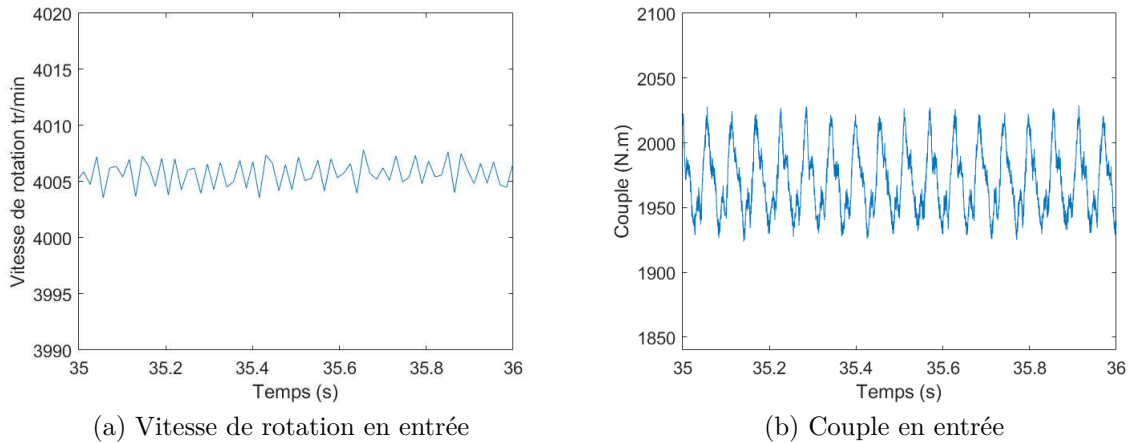


FIGURE 2.25 – Évolutions temporelles de la vitesse de rotation et du couple

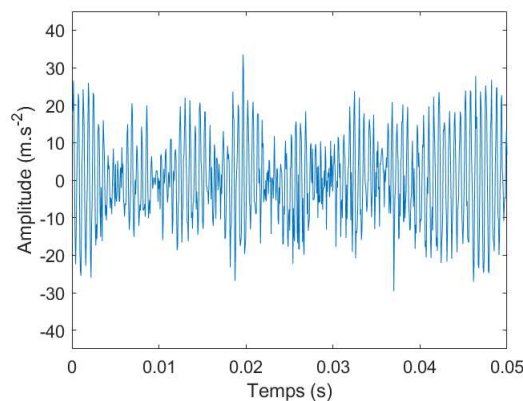


FIGURE 2.26 – Évolution temporelle du capteur 4 -  $C = 1970 \text{ Nm}$   $\Omega = 4000 \text{ tr/min}$

On observe que la vitesse de rotation présente une oscillation autour de la vitesse moyenne (4005.5 tr/min) inférieure à 3 tr/min (amplitude crête à crête), soit 0.07% de la vitesse moyenne. Le couple présente une oscillation autour du couple moyen (1970 N.m) inférieure à 80 N.m (amplitude crête à crête), soit moins de 5% du couple moyen. Les petites fluctuations observées sont liées à des fréquences caractéristiques, correspondant à la fréquence  $f_2$  (fréquence de rotation de l'arbre secondaire) et à la fréquence  $f_1$  (la fréquence de rotation de l'arbre d'entrée).

La valeur efficace du signal figure 2.26 est de  $11.7 \text{ m.s}^{-2}$ . La moyenne arithmétique des valeurs efficaces des 89 capteurs est de  $49.4 \text{ m.s}^{-2}$  et la valeur efficace la plus élevée parmi

les 89 capteurs est égale à  $376.8 \text{ m.s}^{-2}$ . De plus, on observe très clairement la présence d'une fréquence égale à 1800 Hz qui correspond à la fréquence d'engrènement. Enfin, on observe la présence de modulations qui apparaissent sous forme de raies latérales dans les densités spectrales de puissance.

La figure 2.27 présente la densité spectrale de puissance des 4 capteurs de référence et la figure 2.28 présente des agrandissements à basse fréquence, à la fréquence d'engrènement et à deux fois la fréquence d'engrènement.

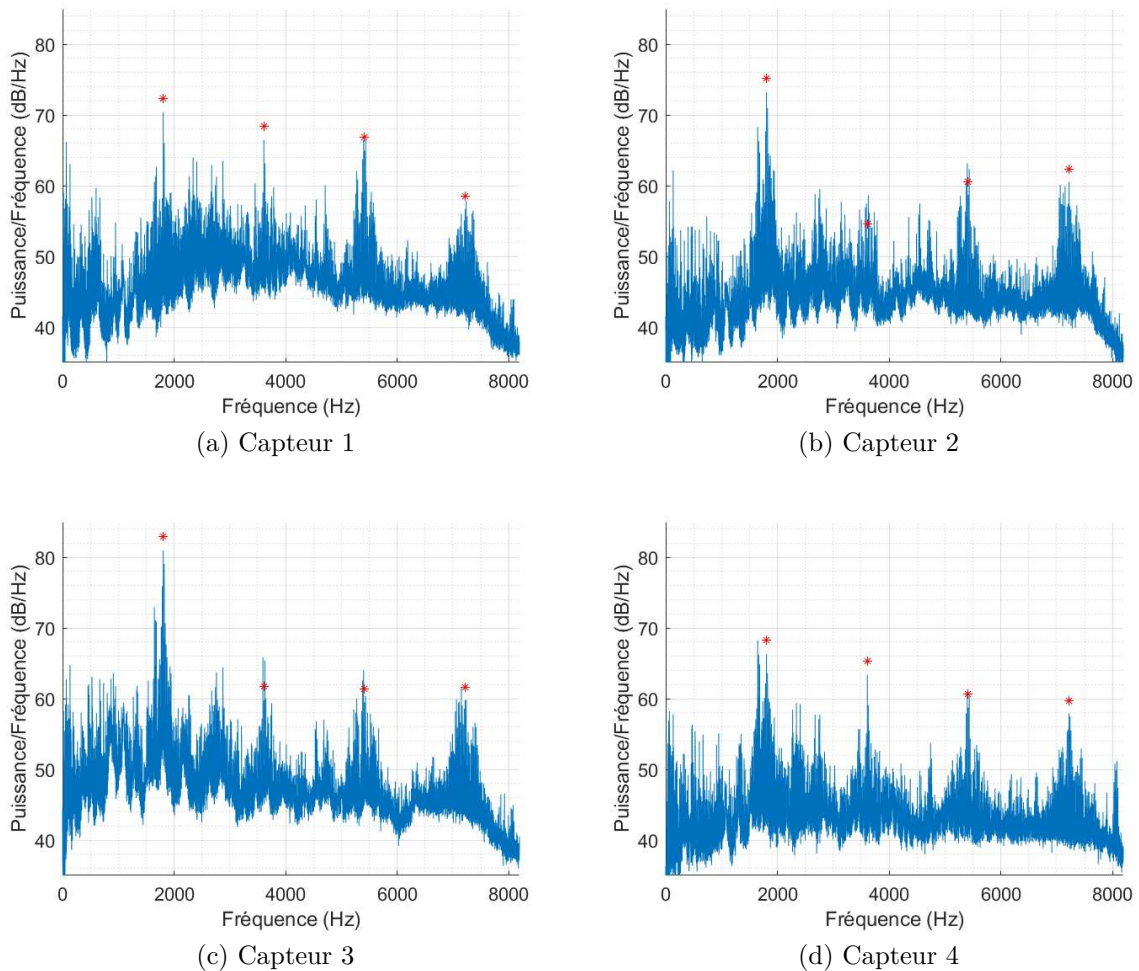
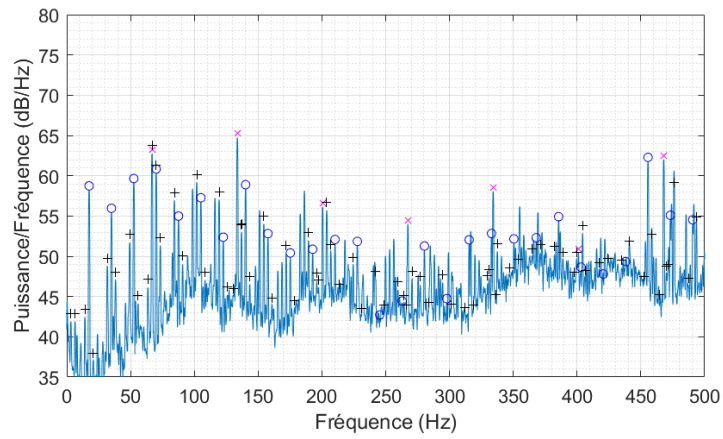


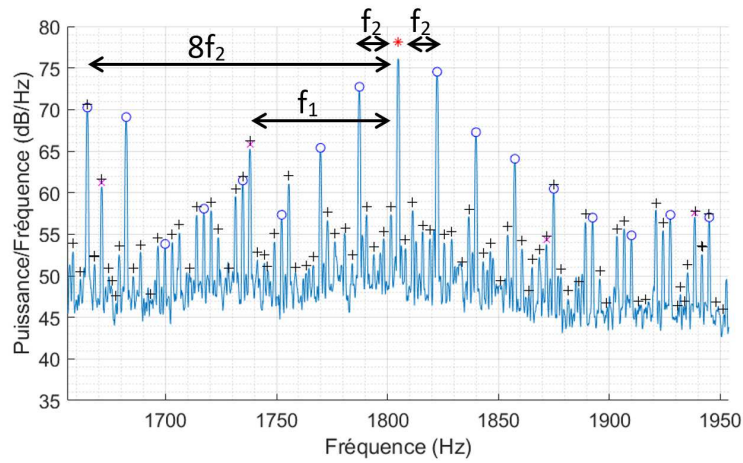
FIGURE 2.27 – Densité spectrale de puissance —  $C = 1970 \text{ Nm}$ ,  $\Omega = 4000 \text{ tr/min}$  —  
Densité spectrale de puissance (—) Fréquence d'engrènement (\*)

On observe que la réponse dynamique est principalement gouvernée par les excitations générées par le processus d'engrènement et qui sont associées à l'erreur statique de transmission. La raie fondamentale associée à la fréquence d'engrènement et les harmoniques sont identifiés par des étoiles rouges. On observe que l'amplitude des harmoniques décroît lorsque l'ordre de la raie augmente.

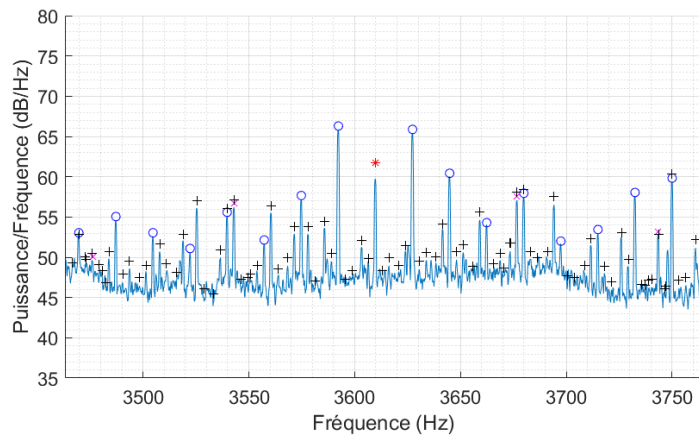




(a) Capteur 3



(b) Capteur 4



(c) Capteur 3

FIGURE 2.28 – Densité spectrale de puissance,  $C = 1970 \text{ Nm}$  et  $\Omega = 4000 \text{ tr/min}$  — Fréquence d’engrènement (\*) Fréquence de l’essieu (o) Fréquence du pignon (x) Fluctuation de la vitesse de rotation du moteur (+)

On observe également que le spectre est très riche en raies. On identifie la présence de nombreuses raies latérales qui ont pour origines les rotations des arbres et la fluctuation de la vitesse du moteur due à la régulation. Les rotations du pignon et de la roue ont pour fréquences respectives  $f_1 = 66.5$  Hz et  $f_2 = 17.5$  Hz à 4000 tr/min. De plus, on observe des raies latérales distantes de 3.2 Hz qui ont pour origine la régulation du système. Ces raies latérales induisent une modulation sonore perceptible. On observe à deux fois  $f_e$  que les raies latérales distantes de plus ou moins  $f_1$  sont plus importantes que la raie qui a pour provenance l'engrènement. Enfin, on observe une raie latérale, à 8 fois la fréquence de rotation de la roue dentée, qui est de plus grande amplitude que les autres raies latérales. Ceci provient du fait que le voile de la roue présente 8 trous. Nous retrouvons cette raie sur un grand nombre de signaux tels que ceux présentés sur la figure 2.27.

De plus, il est possible de retrouver les différentes fréquences caractéristiques du système (fréquence d'engrènement, rotations des arbres, etc.) en calculant l'autocorrélation du signal. La figure 2.29 présente l'autocorrélation de la réponse temporelle du capteur 17.

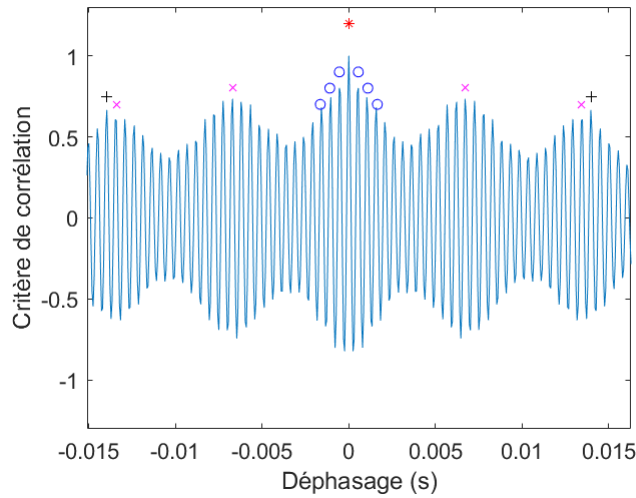


FIGURE 2.29 – Autocorrélation du capteur 17 à 1700 Nm et 4300 tr/min - Autocorrélation (—)  $\tau = 0$  s (\*)  $\Delta\tau_e = 5.5 \cdot 10^{-4}$  s (o)  $\frac{\Delta\tau_2}{8} = 6.7 \cdot 10^{-3}$  s (x)  $\Delta\tau_1 = 1.4 \cdot 10^{-2}$  s (+)

On peut aisément identifier trois périodes caractéristiques, la première ((o)  $\Delta\tau_e = 5.5 \cdot 10^{-4}$  s) correspond à la fréquence d'engrènement, la deuxième ((x)  $\frac{\Delta\tau_2}{8} = 6.7 \cdot 10^{-3}$  s) correspond à la fréquence de passage des trous dans le voile de la roue dentée, la troisième ((+)  $\Delta\tau_1 = 1.4 \cdot 10^{-2}$  s) correspond à la fréquence de rotation du pignon. Cette autocorrélation confirme que le passage des trous dans le voile est à l'origine d'une excitation vibratoire et que l'émergence des raies latérales situées à  $\Delta f = 8f_2$  observée sur la figure 2.28 n'est pas générée par une résonance. Les différentes fréquences caractéristiques du

signal dont notamment le passage des trous peuvent également être mis en évidence sur le cepstre réel présenté sur la figure 2.30. Le cepstre est une transformation du signal du domaine temporel vers un autre domaine temporel. Il est défini tel que :

$$C(x(t)) = F^{-1}(\ln(|F(x(t))|)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln(|X(e^{j\omega})|) e^{j\omega n} d\omega \quad (2.22)$$

Avec  $F$  et  $F^{-1}$  la transformée de Fourier et la transformée de Fourier inverse et  $\ln$  le logarithme népérien. L'échelle de temps représente la période d'un signal. Un pic est bien présent à la période d'amplification due aux trous.

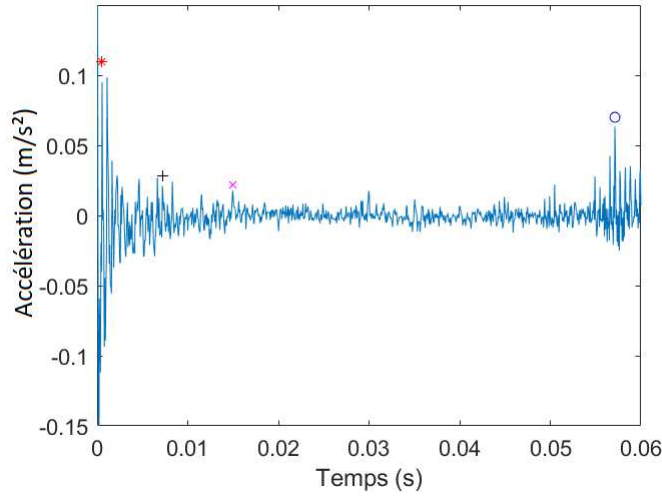


FIGURE 2.30 – Cepstre réel du capteur 17,  $C = 1970$  Nm et  $\Omega = 4000$  tr/min - Fréquence d'engrènement (\*) Fréquence de l'essieu (o) Fréquence du pignon (x) Fréquence de passage des trous (+)

La figure 2.31 montre la densité spectrale de puissance de l'autocorrélation du signal (cf. figure 2.29). Nous pouvons identifier quelques raies qui ont pour origines des fréquences caractéristiques des roulements coniques LM 245848/810 situés sur l'essieu. Les fréquences caractéristiques sont détaillées en annexe D avec une bague extérieure fixe [98]. Sur la figure, on trouve deux fréquences caractéristiques.

Ces fréquences correspondent à la fréquence de passage dans le contact d'un défaut de la bague extérieure :

$$\omega_{od} = Z\omega_c = \frac{Z\omega_s}{2} \left(1 - \frac{d_r}{D_e} \cos \alpha\right) \quad (2.23)$$

et à la fréquence de passage dans le contact d'un défaut de la bague intérieure :

$$\omega_{id} = Z(\omega_s - \omega_c) = \frac{Z\omega_s}{2} \left(1 + \frac{d_r}{D_e} \cos \alpha\right) \quad (2.24)$$

avec  $d$  le diamètre des éléments roulants,  $D$  le diamètre primitif,  $Z$  le nombre d'éléments roulants et  $\alpha$  l'angle de contact.  $\omega_{od}$  est égale à 241 Hz. La fréquence de défauts de la bague intérieure est égale à 284.5 Hz. À part les fréquences de rotation des cages, nous n'avons pas pu identifier d'autres fréquences caractéristiques des roulements, car les amplitudes sont trop faibles [98, 99].

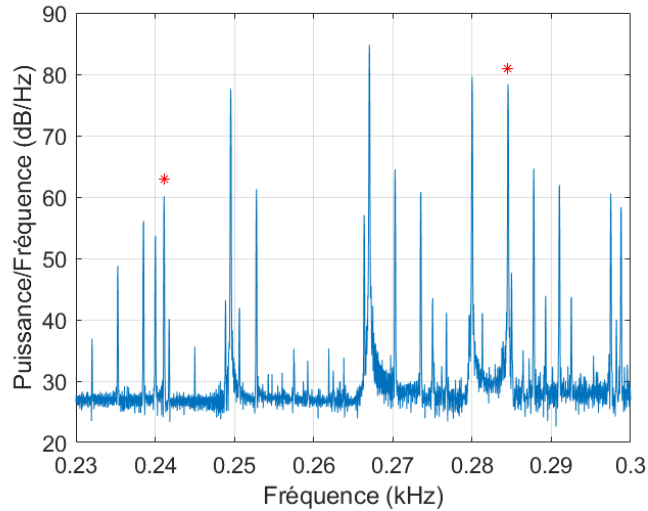


FIGURE 2.31 – Densité spectrale de puissance de l'autocorrélation du signal du capteur 4,  $C = 1970$  Nm et  $\Omega = 4000$  tr/min — Fréquences caractéristiques des roulements  $\omega_{od}$  et  $\omega_{id}$  (\*)

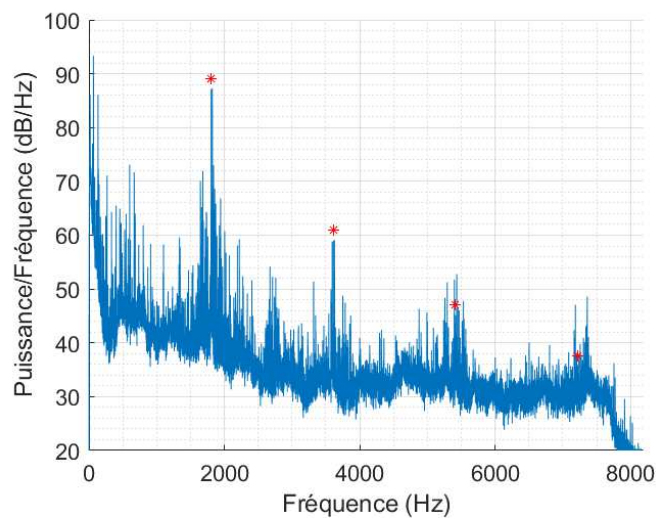


FIGURE 2.32 – Densité spectrale de puissance du microphone —  $C = 1970$  Nm,  $\Omega = 4000$  rpm,  $P_{ref} = 2.10^{-5}$  Pa — Fréquence d'engrènement (\*)

La figure 2.32 présente la densité spectrale de puissance du microphone situé à 0.7 m. La réponse obtenue confirme que c'est bien la réponse vibratoire du carter générée par les sources d'excitation internes qui sont à l'origine du bruit rayonné par le réducteur. Le bruit de sirène est le bruit dominant du réducteur.

#### 2.4.4 Analyse de l'influence du sens de rotation et du sens du couple appliqué (traction ou freinage)

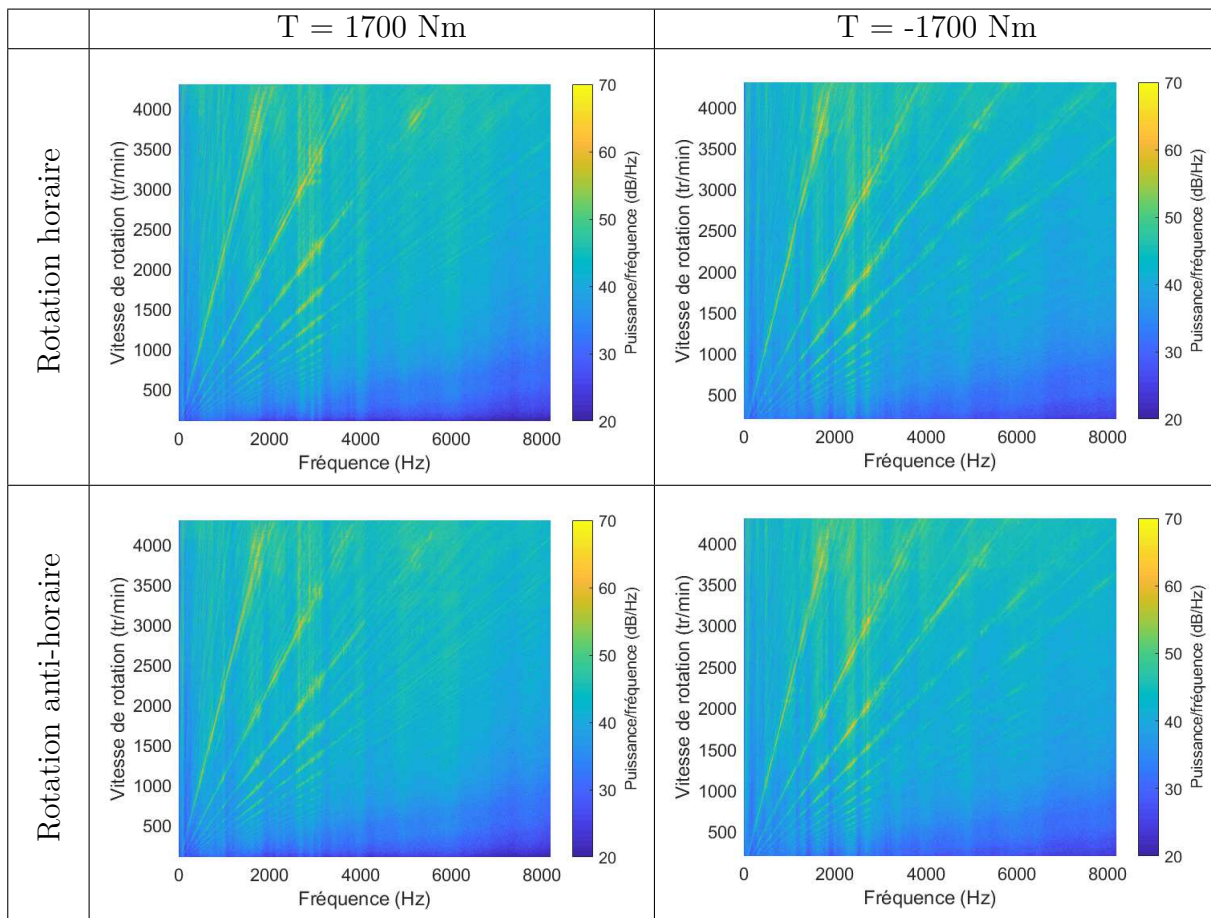


FIGURE 2.33 – Spectrogrammes à 1700 Nm dans les 4 combinaisons du moteur

Afin d'analyser les différentes réponses dynamiques pour les 4 combinaisons moteurs (tractions et freinages), la figure 2.33 montre les mesures en rampe de vitesse du capteur 4 sous forme de spectrogrammes. L'axe des ordonnées correspond à la vitesse de rotation du pignon. Dans ces spectrogrammes, différentes composantes sont présentes. Les lignes verticales correspondent à des résonances du réducteur. Sur la plage 1500-3000 Hz, à laquelle l'oreille est très sensible, de nombreuses résonances (traits verticaux), avec un fort niveau, sont identifiables. Les lignes obliques représentent les différents harmoniques provenant du

processus d'engrènement. Autour de ces lignes obliques, une raie latérale prédominante est observable de part et d'autre, distante de  $8f_2$ . Ceci correspond au nombre de trous dans le voile de roue. De plus, pour deux sens de couple différents, une réorganisation des différentes résonances du système est visible, alors que, le sens de rotation n'a aucun impact sur les résonances. Cette réorganisation est liée au changement d'orientation de la ligne d'action. Pour analyser cette réorganisation plus en détail, la figure 2.34 présente l'évolution de la raie fondamentale à la fréquence d'engrènement extraite des spectrogrammes présentés sur la figure 2.33 :

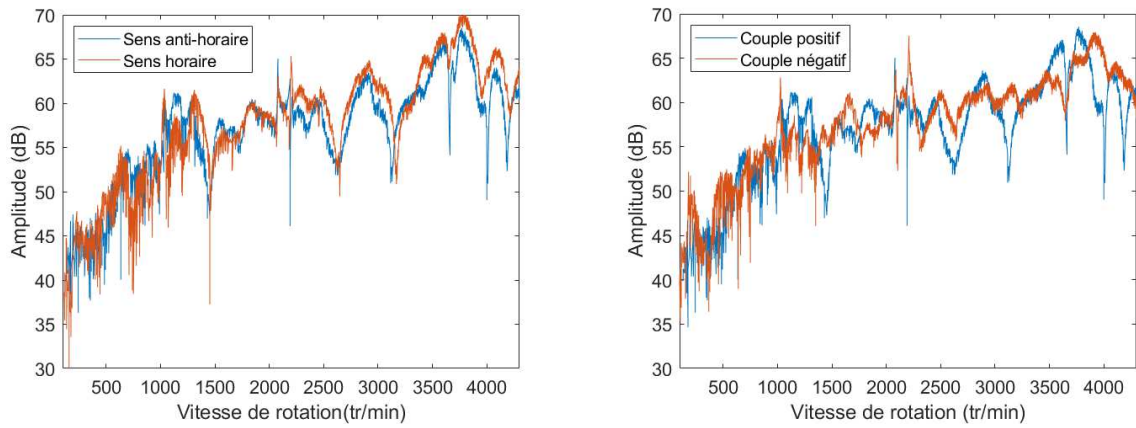


FIGURE 2.34 – 1<sup>re</sup> harmonique de l'EST, pour l'accéléromètre de référence 4 à 1700 Nm, même orientation de la ligne d'action (gauche), orientation différente de la ligne d'action (droite)

Pour des lignes d'action orientées dans le même sens et des sens de vitesse de rotation différents, aucune différence n'est visible. Au contraire, pour des lignes d'action orientées différemment, on observe des petits décalages en fréquence comme à 2500 tr/min. Néanmoins, la différence principale correspond à une redistribution de l'amplitude des résonances qui a pour origine le changement du sens de ligne d'action. En plus du fait que la raideur d'engrènement change de sens, ce changement fait évoluer les raideurs des paliers de roulements, car les efforts se répartissent différemment. Ces changements de raideur font évoluer le comportement modal du réducteur dont les modes locaux à l'engrènement (modes de denture). Enfin, ce changement de raideur fait aussi évoluer le désalignement des arbres et donc les amplitudes de l'excitation.

### 2.4.5 Étude de l'effet de l'amplitude du couple

Les figures 2.35 et 2.36 présentent les spectrogrammes des densités spectrales de puissance (DSP) des accéléromètres en décibels. La référence en accélération est égale à  $1.10^{-6}$  m.s<sup>-2</sup>. La figure 2.35 montre deux spectrogrammes correspondant à des sens de couple et

de rotation identiques mais avec des amplitudes de couple différentes (100 et 1700 Nm). Elle montre que l'amplitude du couple a un impact sur les fréquences de résonance du réducteur (raies verticales). On y observe une redistribution des énergies entre les modes de denture. Pour rappel, l'évolution du couple va induire une évolution des raideurs du couplage élastique de denture et des paliers de roulements. Enfin, la figure 2.36 présente un spectrogramme pour un balayage en couple à vitesse de rotation constante ainsi que l'évolution de la raideur d'engrènement en fonction de ce couple, calculée grâce au logiciel Genom © développé par Alstom.

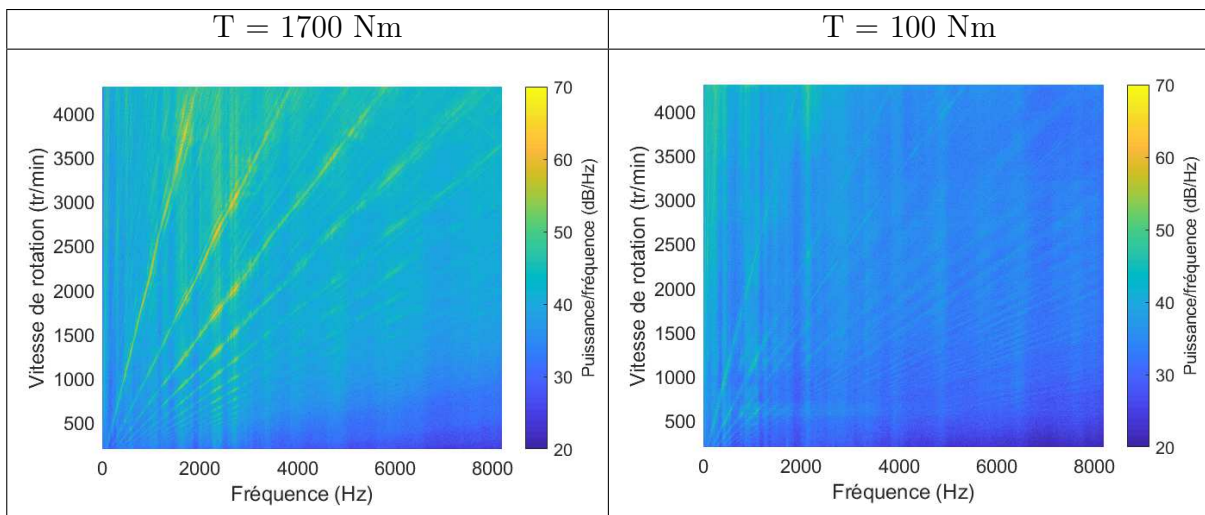


FIGURE 2.35 – Spectrogrammes pour des sens de couple et de rotation identiques

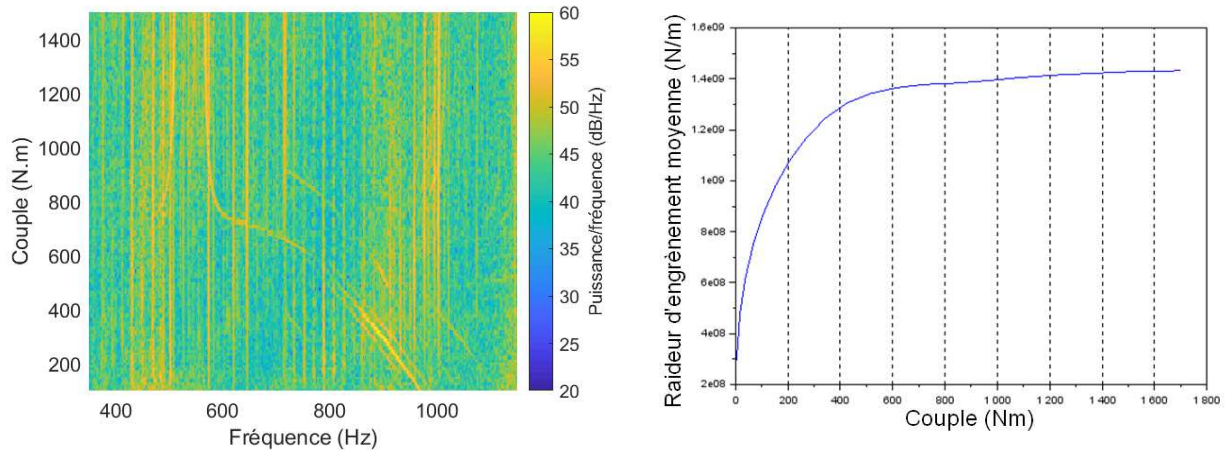


FIGURE 2.36 – Spectrogramme d'un balayage en couple et calcul sous Genom de l'évolution de la raideur moyenne de l'engrènement

L'axe des ordonnées du spectrogramme correspond au couple en entrée. La figure montre que quelques fréquences de résonance (en jaune) évoluent en fonction du couple.

Cette évolution semble corrélée à l'évolution de la valeur moyenne de la raideur d'engrènement. Elle est très marquée entre 0 et 800 N.m. Puis, au-delà de 800 N.m, la raideur d'engrènement est constante et les fréquences de résonance n'évoluent plus. De manière paradoxale, on observe que l'augmentation de la raideur d'engrènement conduit à une diminution de certaines fréquences de résonance. Les origines restent inconnues mais elles sont probablement liées à la boucle fermée, à une redistribution des énergies entre les modes de denture ou à l'annulation de jeu de fonctionnement.

## 2.5 Conclusions

Les spécifications techniques des campagnes de mesures ont été définies à partir d'un modèle en éléments finis. Ce modèle a permis l'analyse des positions des capteurs et le choix des paramètres pour les mesures. Des analyses modales expérimentales et des mesures en régime forcé ont été effectuées sur un banc d'essais en boucle fermée (couramment nommé back-to-back).

Dans un premier temps, des analyses modales expérimentales ont été menées sur le réducteur d'étude. Ces mesures permettent de tirer les conclusions suivantes :

- La cohérence des coups de marteau de chocs pour une configuration de capteurs donnée et la consistance des mesures (car les capteurs sont itinérants) ont été vérifiées,
- La masse des capteurs itinérants n'a pas d'impact sur le comportement du réducteur,
- Les mesures sont répétables,
- Les mesures de réciprocité ont montré que le système a un comportement principalement linéaire,
- 69 déformations modales expérimentales ont été identifiées.

Dans un second temps, des mesures en régime forcé ont été réalisées. Elles montrent que :

- Les différentes sources d'excitation (engrènement, roulements, etc.) ont été identifiées,
- La régulation est à l'origine d'une modulation sonore perceptible,
- Les trous dans le voile de la roue sont à l'origine d'une amplification du 8<sup>e</sup> harmonique et de la 8<sup>e</sup> raie latérale de la fréquence de rotation de l'essieu,



- Le processus d'engrènement contribue majoritairement à la puissance vibroacoustique du réducteur.

Dans un dernier temps, l'influence du couple sur le comportement dynamique du réducteur a été analysée. Il en ressort que :

- Les résonances évoluent en fonction du sens du couple car cela change l'orientation de la ligne d'action et entraîne par conséquent des répartitions de charges différentes sur les roulements,
- Les résonances varient également en fonction de l'amplitude du couple, cette amplitude modifiant la raideur d'engrènement et des roulements,
- Le sens et l'amplitude de la vitesse de rotation n'ont aucun effet sur le comportement modal.

Les résultats de l'analyse expérimentale permettront dans le chapitre 3 de recaler et de valider le modèle numérique du réducteur. En effet, comme observé dans la figure 2.20, le modèle numérique utilisé n'est pas satisfaisant malgré son nombre élevé de d.d.l. Les mesures expérimentales en régime forcé seront utilisées pour valider la méthode de prédiction du comportement vibroacoustique du réducteur via une confrontation avec les calculs. De plus, les mesures avertissent sur la nécessité d'avoir une approche globale pour l'optimisation en raison du couplage fort entre la configuration de fonctionnement, la source d'excitation (l'erreur statique de transmission) et la réponse modale du carter. En effet, en fonction de la configuration de fonctionnement et de l'amplitude du couple, on observe une réorganisation, en fréquence et en amplitude, des résonances. Cela provient de l'évolution des raideurs (engrènement, roulement, etc.) du réducteur.

# Chapitre 3

## Modélisation du comportement vibroacoustique du réducteur et corrélations

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>114</b>
<b>3.2</b>	<b>Calculs des sources d'excitation</b>	<b>114</b>
3.2.1	Caractéristiques micro-géométriques des dentures	115
3.2.2	Calculs de l'erreur statique de transmission	116
3.2.3	Résultats des calculs de l'erreur statique de transmission	119
<b>3.3</b>	<b>Modélisation du réducteur par éléments finis</b>	<b>122</b>
3.3.1	Le maillage et les conditions aux limites	122
3.3.2	Couplage élastique entre dentures	123
3.3.3	Les roulements	124
3.3.4	Conditions aux limites	125
3.3.5	Validation du modèle	125
3.3.6	Identification des modes de denture	130
<b>3.4</b>	<b>Calculs de la réponse dynamique du réducteur</b>	<b>131</b>
3.4.1	Calculs du critère de puissance acoustique rayonnée équivalente - ERP	131
3.4.2	Calculs de la réponse dynamique stationnaire par une méthode spectrale itérative	135
3.4.3	Corrélations calculs-mesures	139
<b>3.5</b>	<b>Conclusions</b>	<b>144</b>

---

## 3.1 Introduction

Ce chapitre a pour but de présenter le modèle dynamique du réducteur étudié et la méthode de calcul de la réponse dynamique et vibroacoustique mise en oeuvre pour l'optimisation du carter. Dans ce cadre, le modèle dynamique se doit d'être léger mais suffisamment précis, afin de permettre des optimisations rapides et performantes du réducteur. Il convient également de valider le modèle proposé par rapport aux essais expérimentaux réalisés. Dans ce cadre, ce chapitre est structuré en plusieurs parties.

La première partie concerne le calcul des sources d'excitation, à savoir l'erreur statique de transmission et la raideur d'engrènement, réalisé à l'aide du code Genom © développé chez Alstom.

La seconde partie présente la modélisation par éléments finis du réducteur et sa validation via une comparaison avec les mesures des déformées opérationnelles (Operating Deformation Shapes, ou ODS). Le modèle par éléments finis est réalisé sous le logiciel Hypermesh de la suite Altair - Hyperworks ©. On confronte la base modale calculée via le solveur Optistruct © aux déformées opérationnelles expérimentales.

Dans la troisième partie, nous présentons le calcul de la réponse dynamique du réducteur par une méthode spectrale itérative, notamment le calcul de la réponse vibratoire en tous points du carter. Puis, nous introduisons le calcul de la puissance acoustique rayonnée équivalente (Equivalent Radiated Power, ou ERP) comme indicateur vibroacoustique et nous analysons ses limites.

La dernière partie de ce chapitre est consacrée à la confrontation des résultats de calcul avec les résultats expérimentaux obtenus en conditions de fonctionnement stationnaires.

## 3.2 Calculs des sources d'excitation

Afin de pouvoir calculer l'état vibratoire d'une structure, il est nécessaire de connaître les caractéristiques de la source d'excitation. Le chapitre 2 consacré à l'analyse expérimentale du comportement dynamique du réducteur, montre clairement que l'erreur statique de transmission est la source d'excitation principale du réducteur. L'objectif est donc d'introduire une méthode de calcul pour accéder à l'erreur statique de transmission, mais aussi aux caractéristiques de couplage élastique entre les deux roues en prise (raideur d'engrènement).

### 3.2.1 Caractéristiques micro-géométriques des dentures

Pour rappel, l'erreur statique de transmission dépend des déformations des dentures induites par les efforts appliqués et les caractéristiques micro-géométriques des dentures. Les écarts micro-géométriques peuvent avoir plusieurs origines. Ils dépendent des spécifications voulues par le concepteur (bombé, dépouille de tête, etc.) mais aussi des défauts de fabrication. La microgéométrie a été optimisée par Alstom à l'aide de leur code nommé Genom © pour réduire l'amplitude de l'erreur statique de transmission sur une plage de couples de fonctionnement donnée. La figure 3.1 présente les écarts micro-géométriques mesurés (écarts pignon + roue entre la surface réelle et la surface théorique sans corrections) et adimensionnés par rapport à la valeur maximale en fonction de la position sur la surface de la dent.

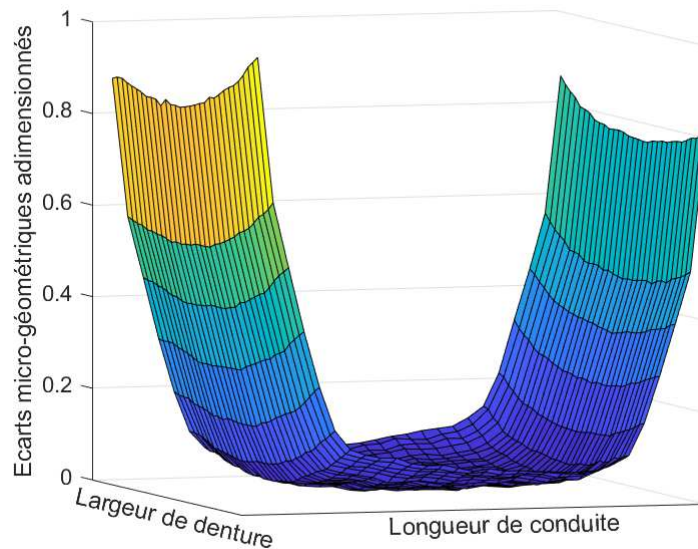


FIGURE 3.1 – Écarts micro-géométriques mesurés (pignon + roue), adimensionnés par rapport à la valeur maximale — jaune : écart maximal ; bleu foncé : aucun écart

On observe les dépouilles de tête de dents sur la longueur de conduite. De plus, on observe un léger bombé et une légère déviation suivant la largeur de denture. Les mesures métrologiques ont montré que les écarts micro-géométriques réels sont très proches de la définition théorique. Le bombé sur la largeur de denture est très proche de sa valeur théorique. Les écarts micro-géométriques mesurés sont pris en compte dans les calculs d'erreur statique de transmission pour déterminer les spectres de l'EST et de la raideur d'engrènement.

### 3.2.2 Calculs de l'erreur statique de transmission

Les calculs de l'erreur statique de transmission sont réalisés à l'aide du code Genom ©, développé en interne par Alstom, suivant une procédure similaire à celle décrite en [40, 10]. Il est d'abord nécessaire de calculer les matrices de souplesse des dentures. Ces souplesses dépendent de la macro-géométrie de l'engrenage (module, largeur de denture, etc.). Les équations des géométries des engrenages sont données en annexe B. Ces souplesses sont déterminées grâce à des calculs par éléments finis réalisés sous CATIA ©. Une fois les souplesses déterminées, l'étape suivante consiste à résoudre les équations de contact sous Scilab ©, en introduisant les écarts dus à la micro-géométrie et les souplesses liées au contact étroit entre dentures. La figure 3.2 présente le fonctionnement du code Genom © :

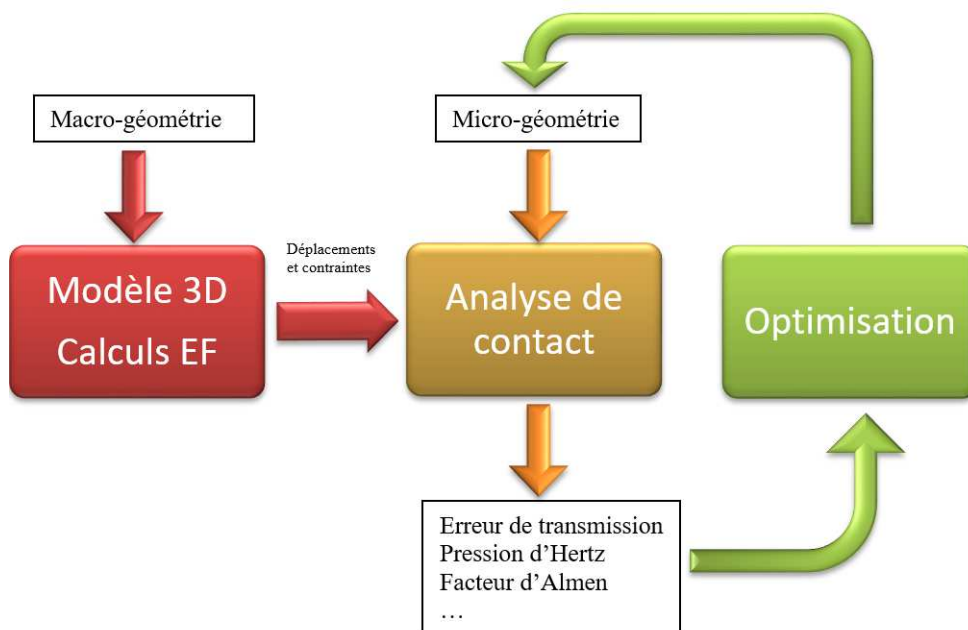


FIGURE 3.2 – Schéma de principe du fonctionnement du code Genom

Les différentes étapes du calcul sont détaillées ci-après.

#### Calculs des souplesses de denture par une méthode d'éléments finis

L'objectif est de calculer et d'extraire les déplacements et les contraintes à la denture pour une multitude de cas de charge sur la surface de la dent, afin de calculer les matrices des souplesses structurales. Pour cela un script génère le maillage de la roue dentée à partir des données macro-géométriques de l'engrenage. Le maillage est généré automatiquement pour que le code soit le plus autonome possible pour diverses raisons propres à l'industriel. Néanmoins, des contraintes de raffinement du maillage sont fixées sur la surface des dents.

Trois dents adjacentes sont modélisées (cf. figure 3.3). Une fois que le pignon ou la roue est modélisé, une condition d'encastrement est appliquée sur l'alésage de la pièce. Le script applique une quantité définie de cas de charge correspondant à un effort unitaire, ponctuel et normal à la surface de la dent. Pour chacun des cas de charge, les déplacements et les contraintes de Von Mises sont extraits pour calculer les matrices de souplesse des dents et les matrices des fonctions de contrainte en pied de dents.

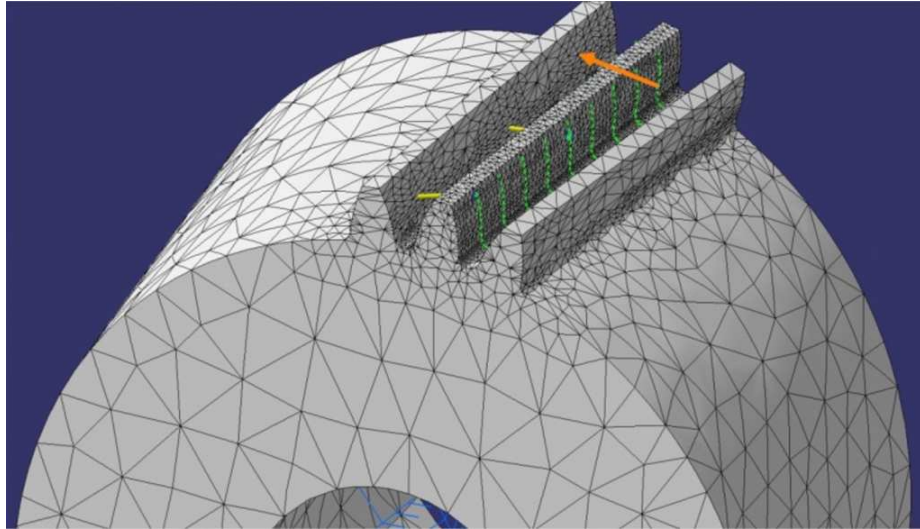


FIGURE 3.3 – Exemple d'un engrenage généré par Genom © sous Catia ©

### Résolution du contact

La résolution des équations de contact pour calculer l'erreur statique de transmission s'effectue sous Scilab 5.5.2 ©. Le script Scilab © récupère les matrices de souplesse et de contrainte calculées préalablement et peut demander à l'utilisateur d'autres informations comme la macro-géométrie, la micro-géométrie, le couple, etc. Ces informations permettent de construire les matrices de souplesse locales associées aux lignes de contact discrétisées et aux écarts initiaux entre dentures, afin de calculer les déformations locales de contact étroit.

La courbure de chaque point de contact est calculée en considérant la surface de l'engrenage non déformée et non rectifiée et en ignorant les éventuelles corrections de forme. Le code Scilab permet ensuite de calculer le rapprochement des dents pour chaque position cinématique de l'engrenage. Nous notons  $\delta_{i,j}$  le rapprochement local au noeud  $j$  de la ligne de contact discrétisée, du couple de dents en contact  $i$ . Sur une période d'engrènement, nous calculons  $\delta$  pour 40 positions cinématiques. Nous commençons le processus en considérant que tous les points sont en contact. Le système d'équations à

résoudre pour déterminer la répartition des efforts et le rapprochement  $\delta$ , issu d'un rapport Alstom [100], est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta_{1,1} - \delta_{1,2} = 0 \\ \delta_{1,2} - \delta_{1,3} = 0 \\ \vdots \\ \delta_{1,1} - \delta_{2,1} = 0 \\ \vdots \\ \delta_{M,N-1} - \delta_{M,N} = 0 \\ \sum \mathbf{F}_{i,j} = F_{total} \end{array} \right. \quad (3.1)$$

avec  $\delta$  défini comme :

$$\delta_{i,j} = \mathbf{H}_{i,j}^T \mathbf{F}_i + \mathbf{e}_{i,j} + \text{Hertz}(\mathbf{F}_{i,j}) \quad (3.2)$$

avec  $\mathbf{H}_{i,j}$  le vecteur de souplesse associé au noeud  $j$  de la ligne de contact  $i$ ,  $\mathbf{F}_i$  le vecteur des forces appliquées sur la ligne de contact  $i$  de la dent,  $\mathbf{e}_{i,j}$  l'écart de forme associé au noeud  $j$  de la ligne de contact  $i$ , et Hertz la déformée locale associée au noeud  $j$  de la ligne  $i$ , définie par la formule empirique (utilisée au sein d'Alstom) :

$$\text{Hertz}(\mathbf{F}_{i,j}) = \alpha_H \frac{\mathbf{F}_{i,j}^{0.9}}{d^{0.8}} \quad (3.3)$$

avec  $d$ , la longueur entre 2 points (entre les noeuds  $j$  et  $j+1$ ) de la ligne de contact (discrétisée)  $i$  et  $\alpha_H$  un coefficient, lié aux propriétés physiques des matériaux, égal à  $3.84 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^2 \cdot \text{N}$ . L'effort a une puissance 0.9 car on considère une ligne de contact comme un contact cylindrique contrairement à la théorie de Hertz où le contact est considéré sphérique et donc qui présente une puissance de 2/3 sur l'effort. Pour chacune des positions cinématiques, un processus itératif permet de calculer la répartition des efforts grâce aux étapes suivantes :

- À partir des matrices de souplesse, l'algorithme construit la matrice de transfert statique  $\mathbf{H}$  associée aux noeuds de la ligne de contact discrétisée.
- L'algorithme résout des équations non linéaires de l'équilibre du contact avec la méthode de Powell [101]
- Si l'effort est négatif sur des noeuds, ces noeuds sont retirés des équations.

Les noeuds, recevant un effort négatif pour être ramenés dans le plan du contact, sont retirés des équations. En effet, un effort négatif n'a aucun sens physique car cela

implique également une pression de contact négative. De plus, pour satisfaire la condition sur la somme des forces, les efforts négatifs ont été compensés par des efforts positifs plus importants sur les autres noeuds. La suppression des efforts négatifs à l'itération  $k$ , mène forcément à une diminution des efforts positifs et donc à une diminution du rapprochement  $\delta$  estimé entre deux itérations. Le processus nécessite donc d'être itératif, car les efforts positifs proches de 0 risquent de devenir négatifs à l'itération suivante.

### Calculs de la raideur d'engrènement

La raideur d'engrènement est calculée de la manière suivante :

$$K_E(t) = \frac{\partial F}{\partial \text{EST}(t)} \quad (3.4)$$

avec  $F$  l'effort de fonctionnement transmis à la denture. En pratique, on calcule l'EST à 90 et 110 % de l'effort de fonctionnement pour calculer la raideur à partir de la dérivée numérique :

$$K_E(t) = \frac{F_{110\%} - F_{90\%}}{\text{EST}(t)_{110\%} - \text{EST}(t)_{90\%}} \quad (3.5)$$

#### 3.2.3 Résultats des calculs de l'erreur statique de transmission

Les figures 3.4 et 3.5 montrent les évolutions temporelles de l'erreur statique de transmission et de la raideur d'engrènement pour 4 configurations de couple (1700 et 6900 Nm, sens positif et négatif), calculées à partir de la micro-géométrie réelle.

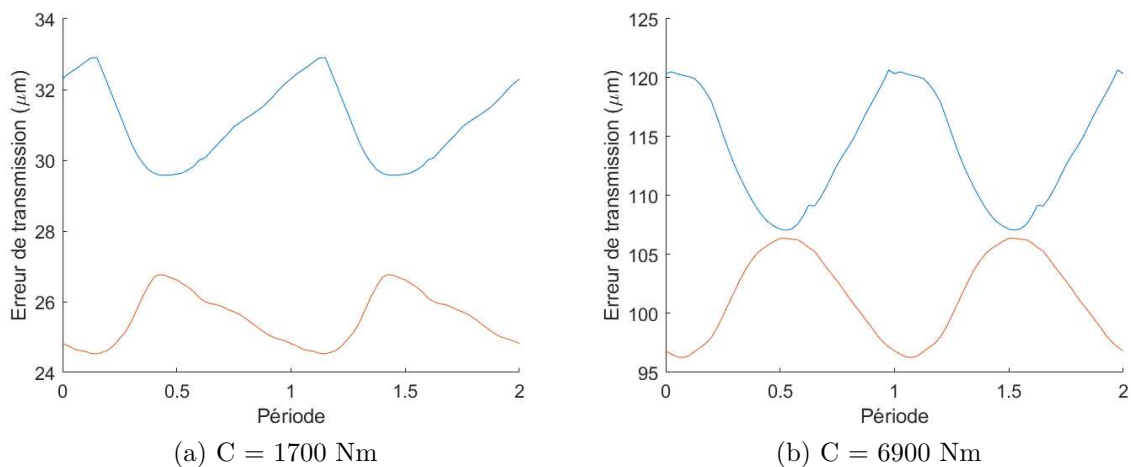


FIGURE 3.4 – Évolution périodique de l'erreur statique de transmission sous charge (en valeur absolue) — Couple négatif (bleu), couple positif (rouge)



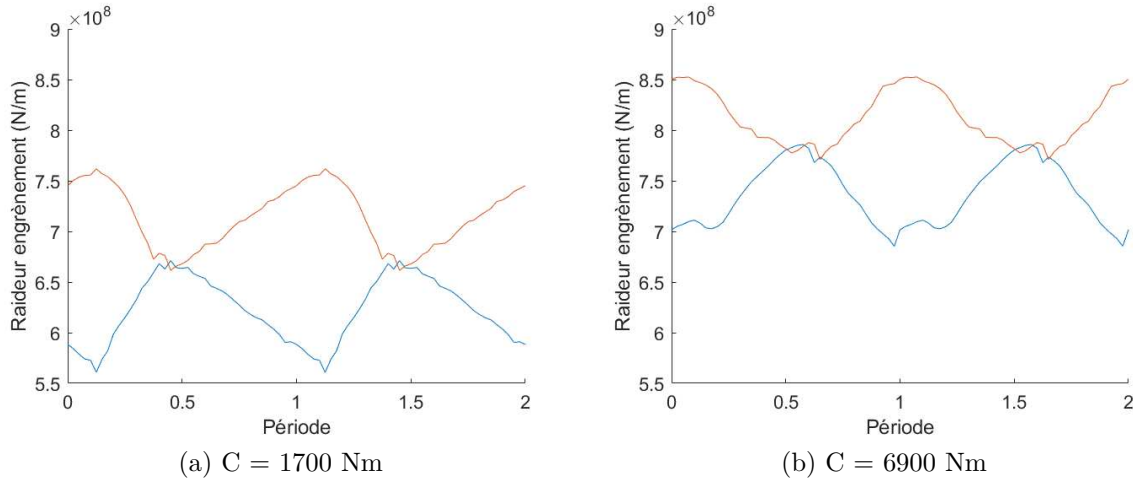


FIGURE 3.5 – Évolution périodique de la raideur d’engrènement — Couple négatif (bleu), couple positif (rouge)

Le mésalignement est calculé suivant la méthode décrite en 3.3.5. On observe que la valeur moyenne de l’erreur statique de transmission est plus faible dans le sens de couple positif que négatif, grâce à un mésalignement plus faible dans ce sens de couple et à une déviation de la micro-géométrie réelle qui compense en partie le mésalignement. Tout ceci se traduit par une valeur moyenne de la raideur d’engrènement plus élevée.

Le spectre d’amplitude des fluctuations de l’EST présenté sur la figure 3.6 montre que, à couple maximal, c’est la raie fondamentale de l’EST qui domine, alors que, à couple moyen, l’EST présente une forme triangulaire, correspondant à une amplitude relative plus importante des harmoniques multiples de la fréquence d’engrènement.

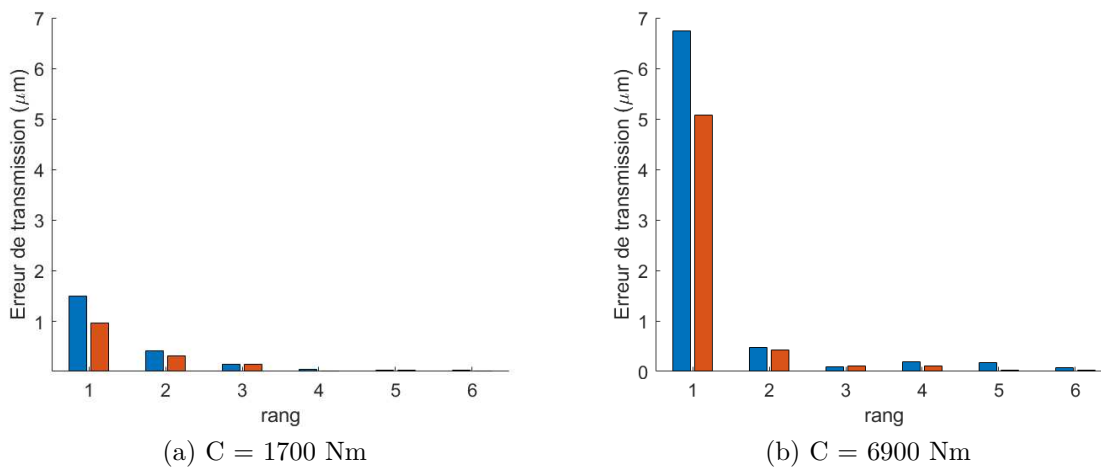


FIGURE 3.6 – Harmoniques de la partie fluctuante de l’erreur statique de transmission — Couple négatif (bleu), couple positif (rouge)

Les figures 3.7 et 3.8, permettent de comparer les spectres d'amplitude de l'EST et des densités spectrales de puissance de l'accélération du carter mesurée par le capteur de référence 4, pour des couples de 1970 Nm et 100 Nm et une vitesse de rotation de 4000 tr/min. Nous remarquons une hiérarchie des amplitudes des raies similaire. Les niveaux de vibration dus au processus d'engrènement sont directement liés à l'amplitude de l'erreur statique de transmission.

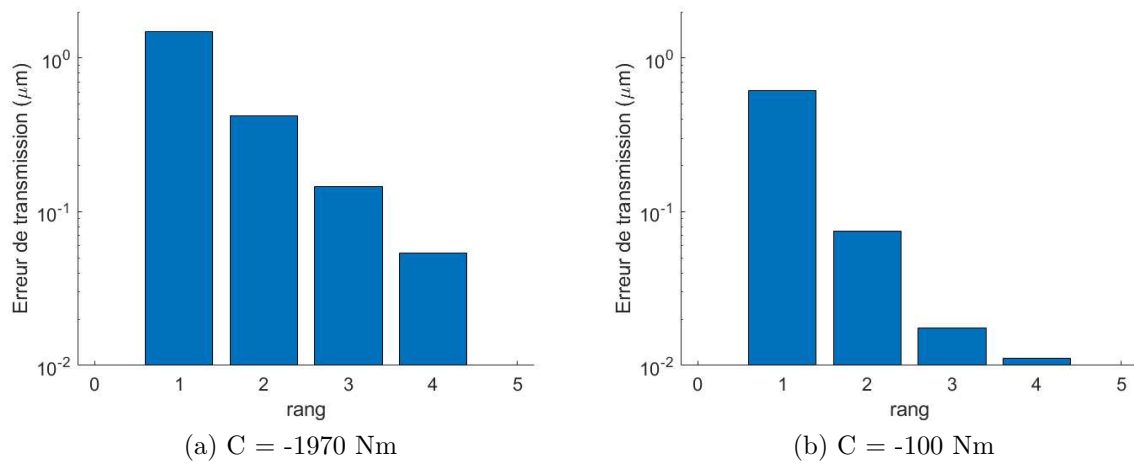


FIGURE 3.7 – Spectre de l'amplitude de l'erreur statique de transmission

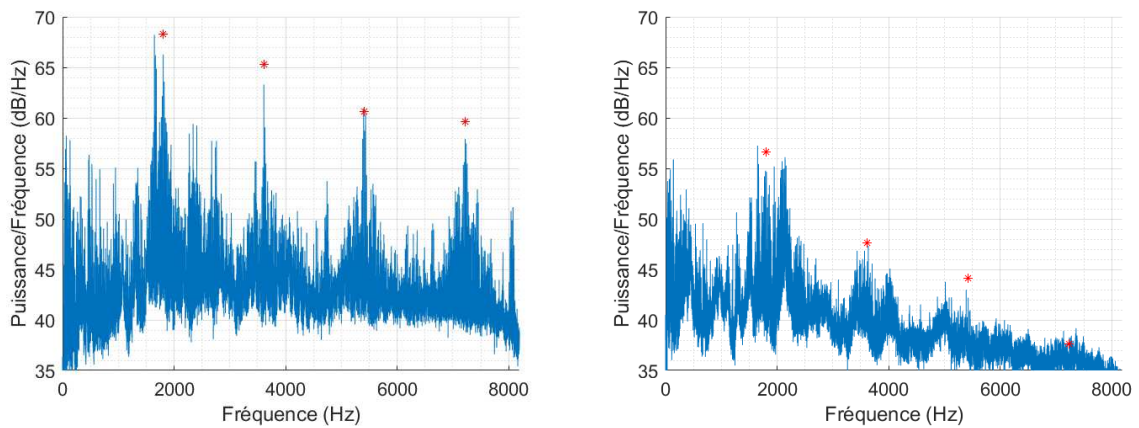


FIGURE 3.8 – Densité spectrale de puissance du capteur de référence 4 pour  $\Omega = 4000$  tr/min

## 3.3 Modélisation du réducteur par éléments finis

### 3.3.1 Le maillage et les conditions aux limites

L'objectif du modèle du réducteur est d'accéder au comportement vibroacoustique global et notamment à l'état vibratoire du carter. Pour cela, on utilise un modèle linéaire en éléments finis particulièrement adapté pour cet objectif. Le coût de calcul des matrices de masse ou de raideur, de la déformée statique ou de la base modale, est de complexité quadratique. Il est donc nécessaire de développer un modèle relativement léger qui puisse être exploitable dans le cadre de l'optimisation du réducteur. Par ailleurs, les mesures des déformées opérationnelles ont montré que la structure d'accueil du banc d'essais influe de manière non négligeable sur le comportement dynamique global du réducteur, ce qui nécessite de l'intégrer au modèle de la transmission. Dans ce contexte, les pièces mécaniques, à savoir les corps de roue, les arbres, le carter et la structure d'accueil sont modélisées par des éléments volumiques à l'aide du logiciel Hypermesh ©. Les caractéristiques élastiques des paliers et du couplage par denture sont introduites par des éléments de raideur. La figure 3.9 présente le modèle 3D du réducteur sur sa structure d'accueil.

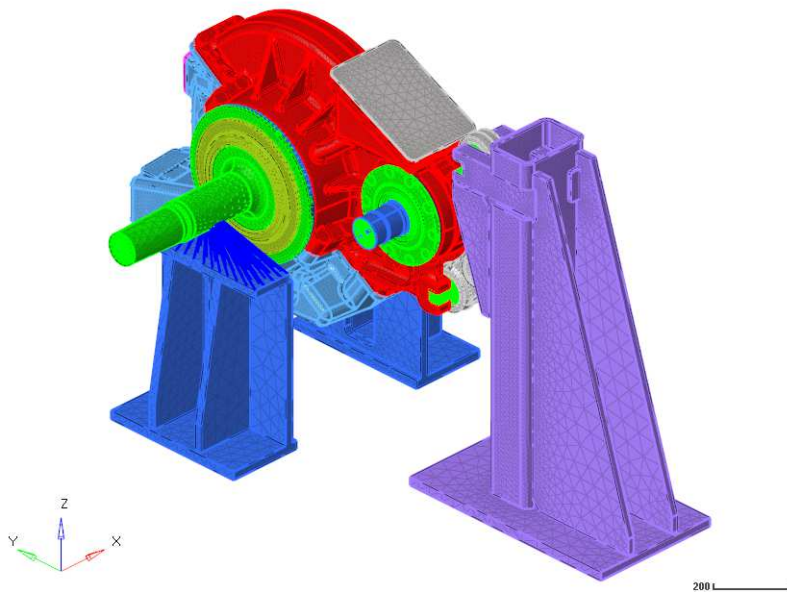


FIGURE 3.9 – Modèle 3D du réducteur sur sa structure d'accueil

Le modèle est constitué d'environ 485 000 éléments finis de type tétraèdre à 4 noeuds, avec 3 degrés de liberté par noeud, avec un total d'environ 440 000 degrés de liberté. La structure d'accueil est modélisée avec une maille de taille importante afin de prendre en compte son effet sur les modes basses fréquences du réducteur. Le carter et les autres

composants sont modélisés avec une maille régulière d'une taille de 12 mm afin de décrire correctement les déformées modales tout en limitant le nombre de degrés de liberté.

### 3.3.2 Couplage élastique entre dentures

La fréquence du 1<sup>er</sup> mode d'une dent encastrée en pied de dent est supérieure à 40 kHz. Dans le domaine audible, les dents ont donc un comportement quasi-statique, il est alors possible de considérer le couplage élastique entre dentures via des raideurs d'engrènement. Afin de prendre en compte le rapprochement normal entre dentures et la rotation de l'une par rapport à l'autre dans le plan d'action, on choisit d'introduire 3 ressorts contenus dans le plan d'action, répartis le long de la largeur (cf. figure 3.10). La valeur moyenne de la raideur d'engrènement,  $K_{mesh}$ , est calculée à partir du code Genom développé au sein d'Alstom.

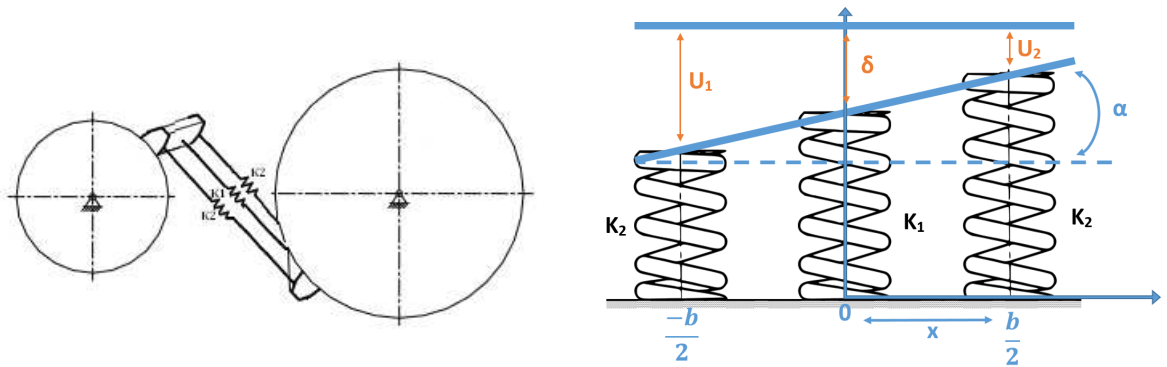


FIGURE 3.10 – Modélisation du couplage élastique entre les roues dentées

En faisant l'hypothèse d'une raideur linéique et uniforme  $k$  le long de  $x$ ,  $x$  variant de  $-b/2$  à  $+b/2$ , avec  $b$  la largeur de denture, et en prenant en compte l'angle de déviation  $\alpha_d$ , le déplacement local  $u$  s'exprime en fonction du rapprochement moyen  $\delta$  et de  $\alpha_d$  de la manière suivante :

$$u(x) = \delta + \alpha_d x \quad (3.6)$$

$$\frac{-b}{2} \leq x \leq \frac{+b}{2} \quad (3.7)$$

Nous pouvons calculer la force et le moment en O :

$$F = \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} k(\delta + \alpha_d x) dx = kb\delta \quad (3.8)$$

$$M_O = \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} k(\delta + \alpha_d x) x dx = \frac{k\alpha_d b^3}{12} \quad (3.9)$$

Dans le cas où cette raideur linéique est discrétisée par un élément de raideur central  $K_1$  et 2 éléments de raideur périphériques  $K_2$  (cf. figure 3.10), situées à  $x = \pm \lambda$  ( $\lambda \leq b/2$ ), nous pouvons calculer :

$$K_1 + 2K_2 = kb = K_{mesh} \quad (3.10)$$

$$2K_2\alpha_d\lambda = \frac{k\alpha_db^3}{12} \quad (3.11)$$

On en déduit :

$$\frac{K_1}{K_{mesh}} = 1 - \frac{b^2}{12\lambda^2} \quad (3.12)$$

$$\frac{K_2}{K_{mesh}} = \frac{b^2}{24\lambda^2} \quad (3.13)$$

En choisissant  $\lambda = \pm b/2 = \pm 40$  mm et avec une raideur moyenne d'engrènement  $K_{mesh} = 1400$  N. $\mu m^{-1}$  nous obtenons  $K_1 = 933$  N. $\mu m^{-1}$  et  $K_2 = 233$  N. $\mu m^{-1}$ .

### 3.3.3 Les roulements

Les raideurs des roulements sont, a priori, non linéaires. Elles dépendent de la répartition des charges entre les éléments roulants et des contacts étroits entre ces éléments et les bagues intérieures et extérieures. Dans notre cas, elles sont calculées au préalable et linéarisées autour de chaque cas de charge. On utilise pour ce faire les données des roulementiers. Un exemple est présenté sur la figure 3.11. Les autres courbes de raideurs sont présentées en annexe E

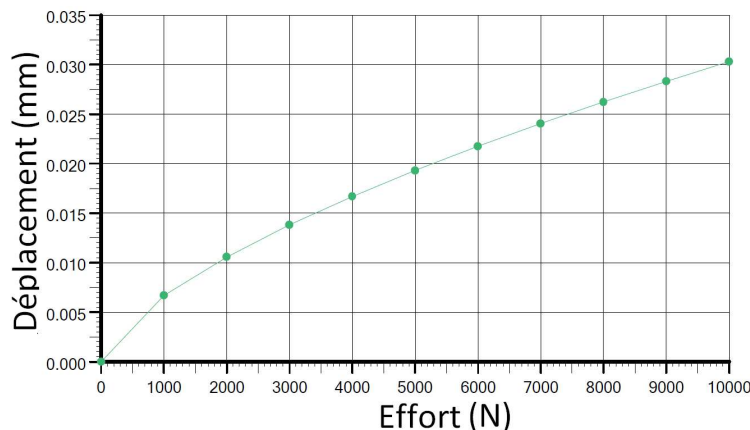


FIGURE 3.11 – Évolution du déplacement axial du roulement à billes QJ219 en fonction de l'effort appliqué (Source : Schaeffler France SAS - Document Alstom : Raideur axiale\_QJ219.pdf)

A partir de ce calcul préalable, on introduit des raideurs linéaires dans les trois directions  $x$ ,  $y$  et  $z$  entre les bagues intérieures et extérieures supposées rigides. Les raideurs sont modélisées en raideurs ponctuelles définies dans le repère global et sont précisément placées au niveau de leur centre de poussée, défini sur la figure 2.5 (présentée au chapitre précédent). Pour rappel, les roulements identifiés sur la figure sont :

- Les roulements à rouleaux cylindriques : numéros 1 et 2,
- Les roulements à rouleaux coniques : numéros 4 et 5,
- Le roulement à billes à quatre points de contact : numéro 3.

### 3.3.4 Conditions aux limites

Le modèle a pour conditions aux limites un encastrement au niveau de la base de la structure d'accueil. Les interfaces de contact entre les pièces sont collées. Pour l'analyse modale, le pignon et l'essieu sont libres en rotation. Pour le calcul statique, le couple est appliqué sur le pignon et la rotation de l'essieu est bloquée.

### 3.3.5 Validation du modèle

#### Calculs statiques

Le mésalignement est calculé à partir d'un calcul statique réalisé grâce au modèle éléments finis complet avec le couplage de denture. Le couple est appliqué sur l'arbre d'entrée. L'arbre de sortie est bloqué en rotation. Le protocole de calcul du mésalignement est le suivant :

- On effectue un calcul statique non-linéaire à partir des données des constructeurs des roulements,
  - ⇒ On extrait le mésalignement de l'arbre du pignon,
  - ⇒ On extrait le mésalignement de la dent de la roue pour prendre en compte la souplesse du voile,
- On calcule le mésalignement équivalent apparent à la denture,
- On calcule la raideur d'engrènement avec la valeur du mésalignement,
- On réitère le calcul statique avec la nouvelle valeur de la raideur d'engrènement jusqu'à ce qu'on constate la convergence.

Le tableau 3.1 montre les valeurs des mésalignements calculés. L'amplitude du mésalignement dans le sens positif du couple est plus faible, car l'orientation de la ligne d'action

	1700 Nm	6900 Nm
Couple sens horaire (négatif)	0.428 mrad	1.56 mrad
Couple sens anti-horaire (positif)	-0.323 mrad	-1.24 mrad

Tableau 3.1 – Mésalignement équivalent de la roue par rapport au pignon, calculé et rapporté autour de l'axe x

et le placement dissymétrique des roulements influent sur la répartition des efforts et sur le mésalignement.

Des mesures de portées de denture ont été effectuées grâce à une sorte de peinture (cf. figure 3.12).



FIGURE 3.12 – Une mesure de la portée de denture. Couple mesuré 865Nm

Le principe est d'étaler ce produit sur l'engrenage, d'appliquer un couple et de mettre le système en rotation lente. Cela permet de faire les empreintes des contacts. Ensuite, la technique employée pour obtenir la valeur du mésalignement est d'utiliser la méthode de calcul de l'EST et de changer le désalignement jusqu'à obtenir une surface de contact numérique visuellement équivalente. Les valeurs obtenues par Alstom oscillaient entre 0.2 et 0.4 mrad en fonction du couple de 100 à 6900 Nm. Ce résultat est quand même jugé inexploitable pour de nombreuses raisons. Premièrement des erreurs de mesures importantes du couple ont été relevées car le couplemètre a souffert d'un défaut de calibrage, problème qui a été détecté avant nos campagnes de mesures. Ensuite, la méthode employée pour remonter jusqu'au mésalignement, ne prend pas suffisamment en compte la réalité du couplage élastique. La méthode se contente de retrouver une forme de la surface de contact en modifiant le mésalignement. L'unicité de la solution n'est pas garantie surtout pour les forts couples où le contact se fera généralement sur tout le flanc et seule la pression de Hertz change. Enfin pour les couples faibles et intermédiaires, cela demande une très bonne précision sur la modélisation du contact (Hertz et raideurs de structure). Une méthode précise serait d'avoir une modélisation complète du réducteur pour avoir accès à toutes les souplesses. Ensuite le contact doit être modélisé pas à pas avec un maillage

extrêmement fin afin de garantir la convergence de la répartition des efforts et donc du contact.

### Modélisation 3D du corps de roue et calcul de la base modale

La figure 3.13 présente la déformée modale du 1<sup>er</sup> mode propre de la roue libre-libre en conditions aux limites. La fréquence propre obtenue est de 443 Hz. Cette fréquence est située au début de notre plage d'étude de [20 Hz ; 6 kHz]. La roue a donc un comportement principalement modal et non statique dans notre étude. Cela justifie une modélisation 3D du corps de roue pour l'étude de la transmission complète.

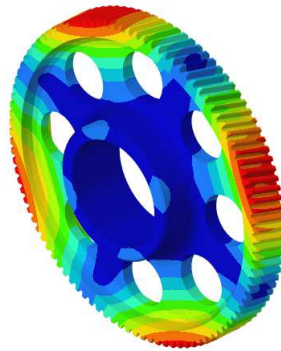


FIGURE 3.13 – 1ère fréquence propre de la roue : 443 Hz - rouge : déformation maximale ; bleu foncé : aucune déformation

La base modale est calculée à partir de la méthode AMSES (Automated Multi-Level Sub-Structuring Eigenvalue Solution) qui est une technique de sous-structuration qui ne calcule qu'une partie des vecteurs propres. Cette technique a été développée par Altair ©. Elle a l'avantage de réduire fortement l'usage des ressources mémoires (RAM et mémoire disque) et les temps de calcul par rapport à la méthode LANCZOS [102] pour des modèles complexes avec un nombre de d.d.l relativement important et pour des bases modales relativement importantes (supérieures à 100 modes). La méthode LANCZOS est à favoriser pour les petits modèles et/ou pour des calculs de petites bases modales. L'inconvénient est que la sous-structuration de la méthode d'AMESIS fournit une approximation des vecteurs propres du système d'équations du modèle éléments finis. A partir de résultats préliminaires d'un modèle à 465 000 d.d.l et d'une base modale s'arrêtant à 12 kHz (900 modes), on observe des écarts en fréquence des modes propres de l'ordre de 1% et une réduction d'un facteur 2 du temps de calcul et de l'usage mémoire par rapport à la méthode LANCZOS qui calcule la solution exacte des valeurs propres et des modes.

La base modale du réducteur complet permet d'identifier 980 modes entre 0 et 12 kHz (voir figure 3.16). Sans surprise, le premier mode est un mode de corps rigide qui permet



de vérifier la loi entrée-sortie de la chaîne cinématique. Afin de vérifier la capacité du modèle à décrire les modes locaux pour les plus hautes fréquences étudiées, on présente à titre d'exemple le mode 578 situé à 9 kHz sur la figure 3.14. Les deux ventres de vibration les plus importants sont distants de 72 mm, ce qui correspond à 8 éléments sur la longueur d'onde. La comparaison du maillage et de la déformée modale montre que le critère correspondant à 6 noeuds par longueur d'onde est respecté.

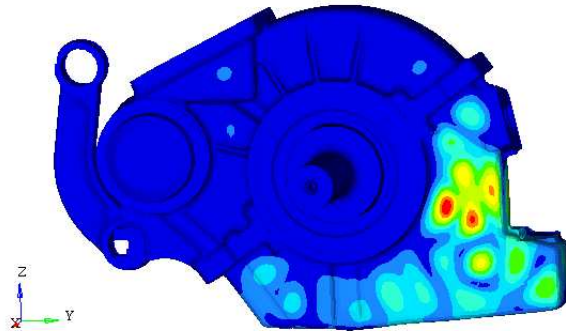


FIGURE 3.14 – Modèle 3D du réducteur - Mode 578, fréquence : 8 961 Hz

### Comparaison entre les bases modales numériques et expérimentales

La figure 3.15 présente la matrice de MAC (Modale Assurance Criterion) entre les données expérimentales et les calculs numériques entre 0 et 1 kHz. Pour cette comparaison les raideurs d'engrènement ont été supprimées conformément aux essais réalisés hors couple transmis.

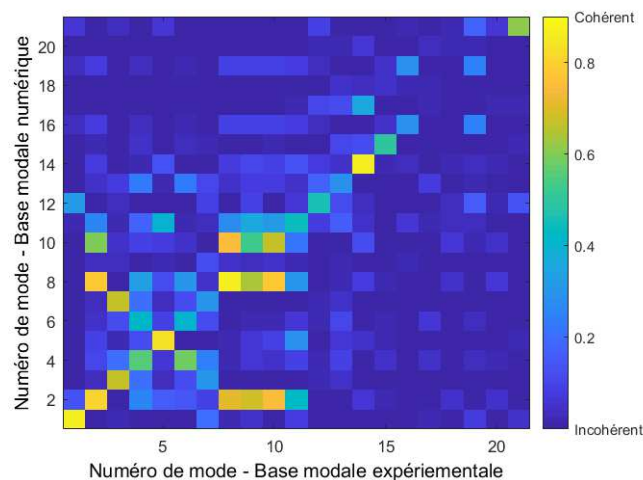


FIGURE 3.15 – Calculs de cohérence des modes

On observe une diagonale avec une prédominance du jaune et du vert. 33% des modes ont une bonne cohérence (supérieure à 0.7), ce qui justifie la pertinence du modèle léger pour les optimisations. Enfin, au-delà de 1 kHz, il est possible de regarder l'évolution de la densité spectrale. Les figures 3.16 et 3.17 présentent les peignes des bases modales numériques et expérimentales et l'évolution de la densité modale. On observe que le nombre de modes identifiés lors des essais expérimentaux, n'est pas le même que pour les calculs numériques. Visuellement les densités des deux bases modales suivent un peu la même tendance d'évolution sur une échelle logarithmique de la fréquence. Néanmoins, les densités ne sont pas les mêmes. Il est difficile de conclure car avec la faible quantité de modes détectés, d'un point de vue probabilité, on ne peut pas être certain de l'évolution de la densité modale.

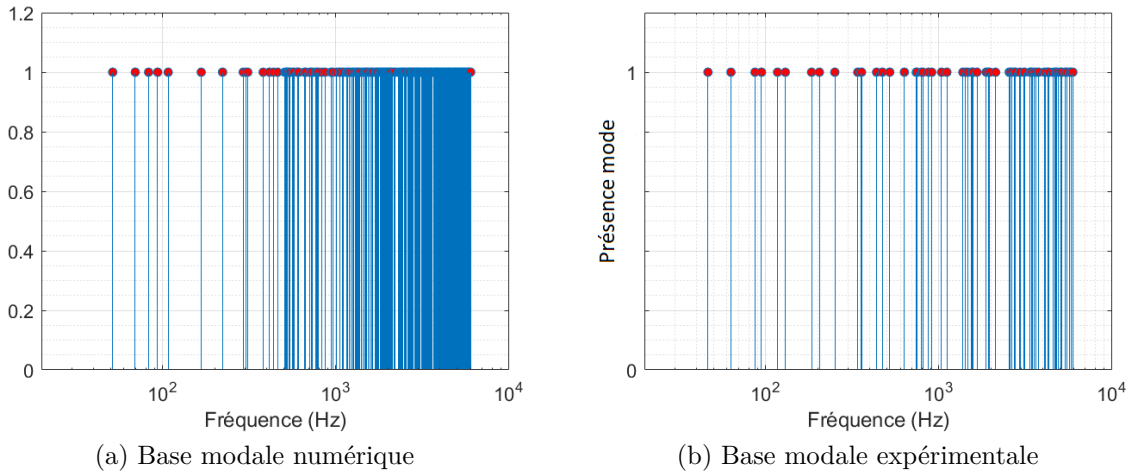


FIGURE 3.16 – Fréquence des modes identifiés

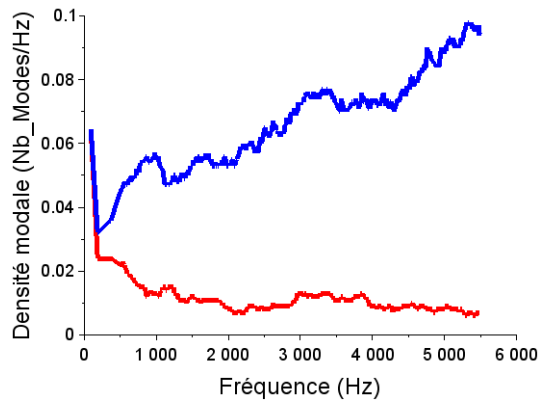


FIGURE 3.17 – Évolution de la densité modale - Base modale numérique (bleu) Base modale expérimentale (rouge)

Peu de modes ont été détectés en partie à cause de la méthode de mesure qui présente des limites (manque de cohérence, déplacement des capteurs, etc.) et du post-traitement qui pourrait être plus approfondi. De plus, le nombre fortement réduit de d.d.l et la disposition des capteurs satisfaisante mais non optimale, ne permettent pas de détecter les modes locaux facilement. Enfin, tous les modes locaux situés sur les pièces internes (engrenage, collecteur d'huile, banc, etc.), ne peuvent pas être détectés de manière efficace.

### 3.3.6 Identification des modes de denture

La Figure 3.18 montre la contribution énergétique des modes critiques autrement appelés modes de denture, calculée à partir du modèle 3D et pour des couples de fonctionnement différents.

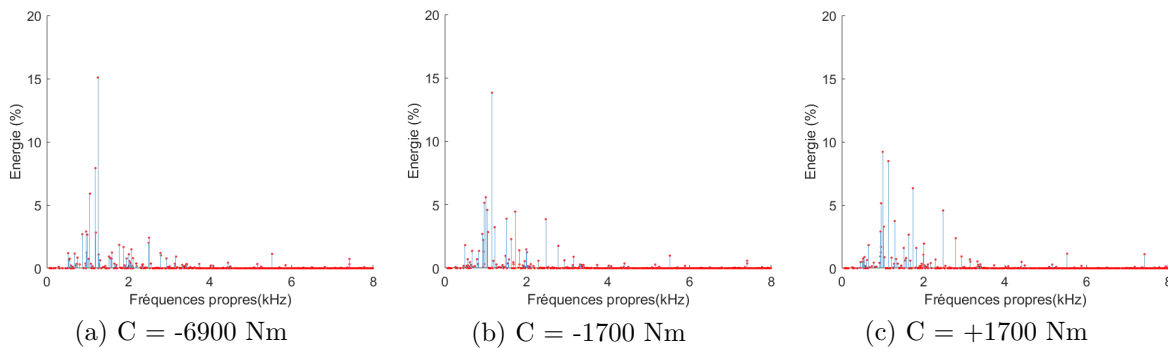


FIGURE 3.18 – Contribution énergétique des modes de denture (trait bleu + point rouge = 1 mode et sa contribution)

Un mode de denture est un mode très énergétique, présentant une déformation importante localisée au niveau de la denture. Les calculs des énergies de denture, expliqués dans le chapitre 1.2.6, montrent qu'il y a bien une réorganisation en fréquence mais aussi en énergie de la base modale en fonction de l'amplitude et du sens du couple comme nous avons pu le souligner dans le chapitre 2. Pour le même sens de couple, les changements dus à l'amplitude du couple restent limités. En revanche, à amplitude de couple égale, mais à sens de couples différents, la redistribution de l'énergie modale est bien plus marquée. Comme expliqué dans le chapitre 2 ceci a pour origine le changement du sens de ligne d'action. En plus du fait que la raideur d'engrènement change de sens, ce changement fait évoluer les raideurs des paliers de roulements car les efforts se répartissent différemment. Ces changements de raideur font évoluer le comportement modal du réducteur dont les modes locaux à l'engrènement (modes de denture). Enfin, ce changement de raideur fait aussi évoluer le désalignement des arbres et donc la raideur d'engrènement.

## 3.4 Calculs de la réponse dynamique du réducteur

### 3.4.1 Calculs du critère de puissance acoustique rayonnée équivalente - ERP

A partir du logiciel Hypermesh ©, il est possible d'effectuer des analyses de réponses en fréquence. Nous pouvons déduire de ces calculs différentes valeurs comme la vitesse pariétale du carter générée par un effort dynamique de denture unitaire et ainsi définir un critère de puissance acoustique rayonnée équivalente (ERP - Equivalent Radiated power). Ce critère, expliqué dans le chapitre 1.4.1, est proportionnel à la somme des valeurs efficaces de la vitesse pariétale multipliées par la surface vibrante associée :

$$\text{ERP}(\omega) = \rho_0 c_0 \sum_{i=1}^n \mathbf{A}_i \mathbf{V}_i^2 \quad (3.14)$$

avec  $\rho_0$  la masse volumique de l'air,  $c_0$  la vitesse de propagation du son,  $\mathbf{A}_i$  la surface vibrante associée et  $\mathbf{V}_i$  la valeur efficace de la vitesse pariétale du nœud ou de l'élément  $i$ . La puissance acoustique rayonnée équivalente en décibels est égale à :

$$\text{ERP}_{dB}(\omega) = 10 \log_{10} \left( \frac{\text{ERP}(\omega)}{W_{ref}} \right) \quad (3.15)$$

avec  $W_{ref}$  égale à  $10^{-12}$  W. Le facteur de rayonnement est considéré comme égal à 1. Le calcul du facteur de rayonnement acoustique est un problème difficile. Il dépend de la réponse individuelle des modes et de l'impédance inter-modale. Néanmoins, le rayonnement inter-modal est généralement négligeable pour les structures faiblement amorties et dans un fluide léger tel que l'air [103], simplifiant l'estimation du facteur de rayonnement. Dans la littérature, il a été montré que le facteur de rayonnement tend asymptotiquement vers 1 pour  $f > f_{crit}$ . Le réducteur présente une géométrie complexe, il ne peut pas être approximé par le comportement d'une plaque. Cependant, l'étude du comportement d'une plaque peut donner une idée très grossière du comportement du réducteur. La fréquence critique ( $f_{crit}$ ) [103] d'un objet à géométrie simple, d'épaisseur constante, couplé avec un fluide léger peut être définie comme :

$$f_{crit} = \frac{c_0^2}{2\pi} \sqrt{\frac{12\rho(1-\nu^2)}{Eh^2}} \quad (3.16)$$

Le facteur de rayonnement est nul en dessous de  $f_{crit}$  dans le cas des plaques minces et infinies. Cette hypothèse devient fautive dans le cas des plaques à dimensions finies où tous les modes participent. De plus, ce sont les modes dits supersoniques ( $f > f_{crit}$ ) qui participent majoritairement au rayonnement.

En considérant les paramètres globaux du réducteur on obtient une plaque en fonte EN GJS 400 18 LT, avec :

- $E = 169$ , le module de Young en GPa,
- $\nu = 0.3$ , le coefficient de Poisson,
- $h = 0.012$ , l'épaisseur en m,
- $\rho = 7150$ , la masse volumique en  $\text{kg.m}^{-3}$ .

La fréquence critique est alors de :

$$f_{crit} = 1\,042\text{ Hz} \quad (3.17)$$

Pour les 4 couples de fonctionnement, les calculs numériques identifient  $41 \pm 1$  modes sur la plage  $[0; f_{critique}]$ ,  $46 \pm 0$  modes sur la plage  $[f_{critique}; 2\text{ kHz}]$  et  $462 \pm 1$  modes sur la plage  $[2; 8]\text{ kHz}$ . Plusieurs auteurs ont proposé des approches pour estimer le facteur de rayonnement [104, 105]. A partir des calculs de Maidanik corrigés par Crocker :

$$\sigma_{rad} = \begin{cases} 2r\left(\frac{\lambda_c}{a}\right)^2 g_1(\alpha) + 2(1+r)\left(\frac{\lambda_c}{a}\right) g_2(\alpha), & f < f_c \\ \sqrt{\frac{a}{\lambda_c}} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{r}}\right), & f \approx f_c \\ \left(1 - \frac{f_c}{f}\right)^{-0.5}, & f > f_c \end{cases} \quad (3.18)$$

$$g_1 = \begin{cases} \frac{4}{\pi^4} \frac{(1 - 2\alpha^2)}{\alpha \sqrt{1 - \alpha^2}}, & f < 0.5f_c \\ 0, & f > 0.5f_c \end{cases} \quad (3.19)$$

$$g_2 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{(1 - \alpha^2) \ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right) + 2\alpha}{(1 - \alpha^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3.20)$$

$$r = \frac{a}{b}, \quad \alpha = \sqrt{\frac{f}{f_c}}; \quad \lambda_c = \frac{c}{f_c} \quad (3.21)$$

avec  $a$ ,  $b$  les dimensions de la plaque. En considérant le réducteur comme une plaque de dimensions  $1100 * 800 * 12\text{ mm}^3$ , on obtient l'estimation du facteur de rayonnement de notre réducteur présentée figure 3.19.

Entre 0 et 0.5 kHz le facteur de rayonnement estimé est proche de 0 alors qu'à partir de 2 kHz il est proche de 1. En considérant un facteur de rayonnement égal à 1, le calcul

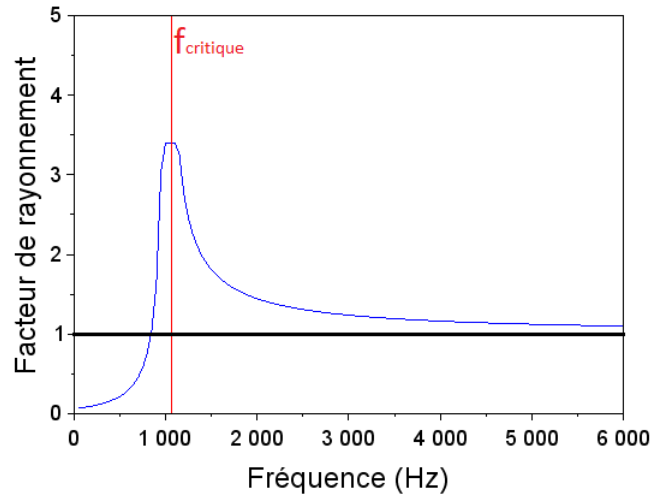


FIGURE 3.19 – Évolution de l'estimation du facteur de rayonnement ( $\sigma_{rad}$ ) en fonction de la fréquence (en bleu)

de l'ERP a tendance à surestimer la puissance acoustique à basses fréquences et à la sous-estimer à moyennes fréquences (0.5 à 2 kHz). Ainsi, lors des optimisations, ceci peut donner plus de poids qu'il en faudrait aux faibles fréquences et pas assez aux moyennes fréquences.

L'ERP est calculée pour une excitation harmonique de fréquence  $\omega$  correspondant à un effort de denture unitaire. Le calcul est de type fréquentiel, il est donc calculé directement sur la base modale. L'ERP est calculée et sommée sur tous les nœuds situés sur la surface extérieure du maillage du réducteur (carter, collecteur d'huile, boîtard, etc.) ainsi que sur une plage de fréquences de 20 Hz à 3 kHz avec un écart en fréquence de 5 Hz entre 2 régimes calculés. Enfin, ce calcul est mené à un couple de fonctionnement donné ainsi que pour des raideurs constantes et linéarisées des roulements et de l'engrènement correspondant à ce couple de fonctionnement. La figure 3.20 montre l'ERP intégrée sur toute la surface extérieure pour 3 couples de fonctionnement, dont 2 dans un sens positif.

Un filtre dBA, défini en annexe G, est appliqué. Les courbes ont des similarités mais on observe également une réorganisation modale. Ainsi, pour certains régimes, on observe que l'ERP à couple maximal est plus faible qu'à un couple moyen. Ceci recoupe l'analyse effectuée sur les résultats expérimentaux. Le changement de sens du couple appliqué conduit à une réorganisation modale en fréquence et en énergie, alors que le changement d'amplitude conduit principalement à une réorganisation de l'énergie des modes. On observe également deux maximums, l'un autour de 1100 Hz et l'autre autour de 1800 Hz. Ces maximums sont liés à des modes de denture énergétiques. Ces modes sont peu affectés par le sens du couple. De plus, ces derniers entraînent de fortes vibrations principalement

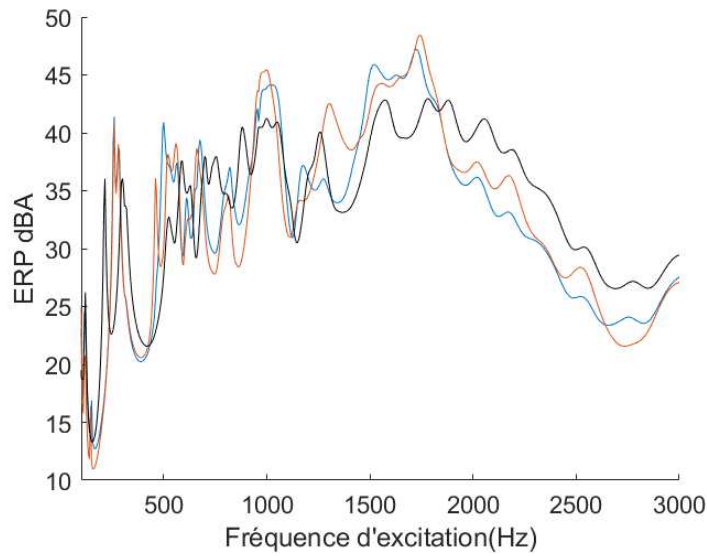


FIGURE 3.20 – Évolution de la puissance acoustique rayonnée équivalente calculée (ERP) pour un effort unitaire en fonction de la fréquence d’excitation -  $C_1 = -1700$  Nm (en bleu)  $C_2 = +1700$  Nm (en rouge)  $C_3 = +6900$  Nm (noir)

localisées sur la bête à huile.

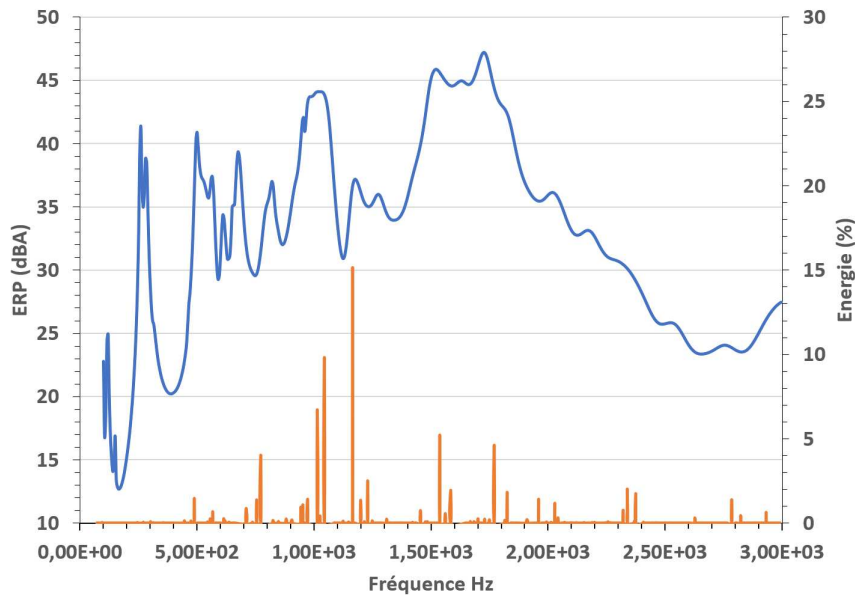


FIGURE 3.21 – Évolution de la puissance acoustique rayonnée équivalente calculée (ERP) pour un effort unitaire en fonction de la fréquence d’excitation (en bleu) et de la contribution énergétique des modes critiques de denture (orange) -  $C_1 = -1700$  Nm

La figure 3.21 montre l’ERP et la contribution énergétique des modes de denture. Pour

chaque mode énergétique, on observe que l'on a un pic sur l'ERP. Parfois, il n'y a pas de lien direct entre les niveaux des deux courbes. En effet, même si le mode est énergétique, toute l'énergie peut rester concentrée sur l'engrenage. Ainsi, pour que le carter réponde, la présence d'un mode critique est une condition nécessaire mais pas suffisante. Cela implique que le carter vibre peu et donc que l'ERP apparaît proportionnellement plus faible pour ce mode. À ce stade une comparaison directe entre l'ERP et les données expérimentales n'aurait pas de sens car le calcul de l'ERP se base sur de nombreuses simplifications (effort de denture, excitation, etc.). Néanmoins, la correspondance de l'ERP avec la contribution énergétique des modes nous indique l'existence d'un lien direct entre le calcul de l'ERP et la méthode spectrale itérative. Cette dernière méthode sera présentée et comparée avec l'expérimental ultérieurement.

La figure 3.22 montre la distribution spatiale, sur la surface du carter, des  $\rho_0 c_0 \mathbf{A}_i \mathbf{V}_i^2$  de l'ERP intégrée sur toute la plage de fréquences d'excitation [20 - 3000 Hz]. La plupart de la puissance vibratoire se concentre sur le collecteur d'huile et la bêche à huile. Ceci corrobore avec les résultats expérimentaux. Cependant l'huile n'est pas modélisée. Les quelques kilogrammes manquant pourraient induire des amplitudes légèrement plus importantes que prévues.

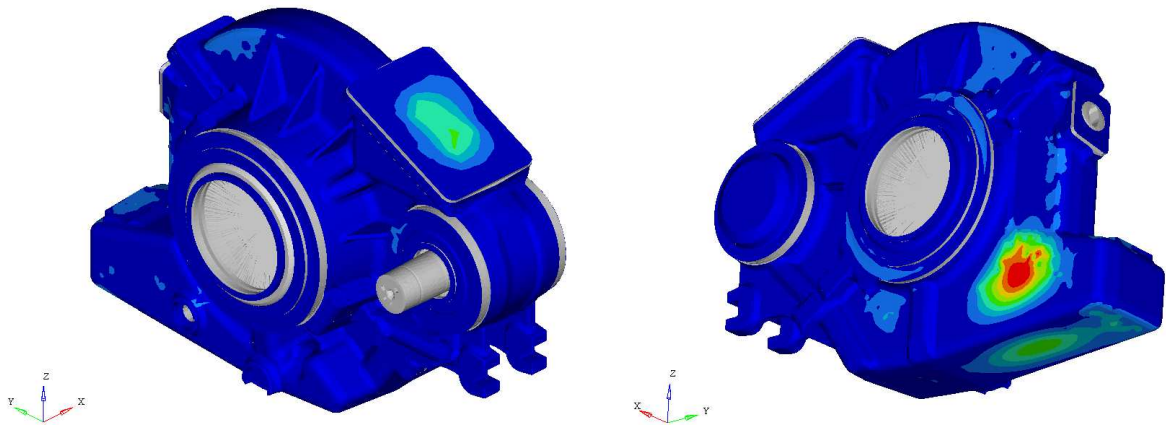


FIGURE 3.22 – Distribution spatiale calculée, sur la surface du carter, des  $\rho_0 c_0 \mathbf{A}_i \mathbf{V}_i^2$  de l'ERP intégrée sur toute la plage de fréquences d'excitation [20 - 3000 Hz] -  $C = 1700 \text{ Nm}$

### 3.4.2 Calculs de la réponse dynamique stationnaire par une méthode spectrale itérative

La méthode spectrale itérative, définie au chapitre 1.3.3, permet de calculer la réponse dynamique d'un système paramétrique à raideur périodique. Elle est utilisée pour calculer le comportement dynamique du réducteur. Les données d'entrée correspondent aux



spectres des sources d'excitation (EST, raideur d'engrènement) et à la base modale du système. Cette méthode a été intégrée dans le logiciel ISIS [11]. Sa mise en oeuvre est détaillée en annexe A. Les calculs sont faits pour un taux d'amortissement modal de 3% appliqué à tous les modes. Les efforts statiques à la denture à 1700 N.m et 6900 N.m sont respectivement de 19 400 N et 78 700 N. La figure 3.23 montre l'évolution de la valeur efficace de l'effort dynamique de denture en fonction de la vitesse de rotation pour un couple d'entrée égale à - 1700 Nm.

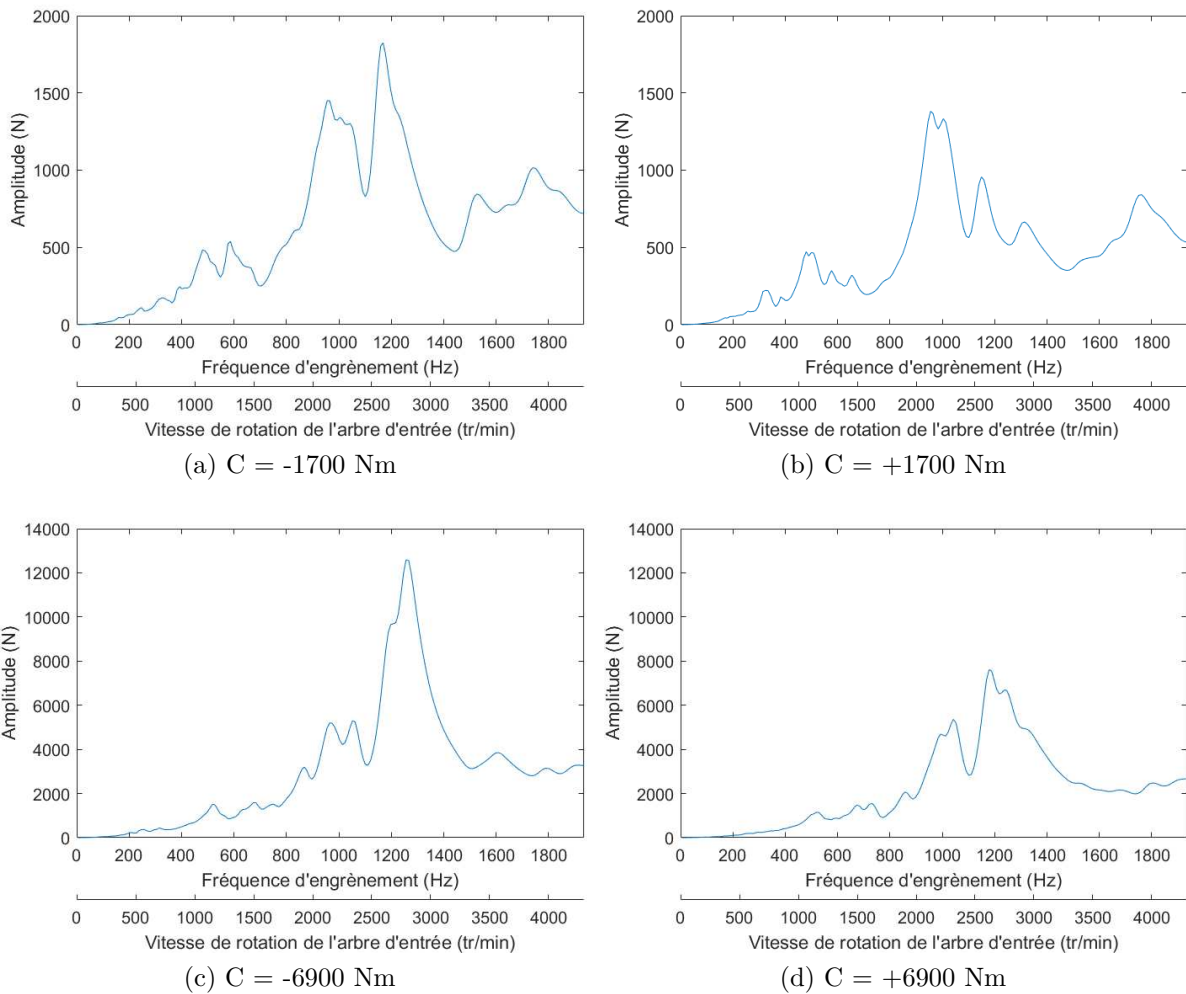


FIGURE 3.23 – Évolution de la valeur efficace de l'effort dynamique de denture en fonction du régime de fonctionnement

On observe la présence de pics d'amplification à 1060 rpm, 1300 rpm, 2120 rpm, 2600 rpm (cf. figure 3.23-a) ce qui correspond à l'excitation des modes à 954 Hz et 1170 Hz par la raie fondamentale  $H_1$  et la 2<sup>de</sup> harmonique  $H_2$  de l'erreur statique de transmission. Dans le sens de couple opposé (cf figure 3.23-b) les amplifications dynamiques sont plus faibles et correspondent à l'excitation de modes de denture situés à 1043 Hz, 1170 Hz

et 1790 Hz. Les amplifications sont moins importantes car les harmoniques de l'EST sont plus petits. Enfin, à fort couple (cf. Figure 3.23), les amplifications dynamiques sont générées principalement par la raie fondamentale de l'EST. La surcharge maximale est respectivement de 1800 N et 12600 N, à 1700 Nm et 6900 Nm, soit 9 et 16 % de la charge statique induite par le couple moteur.

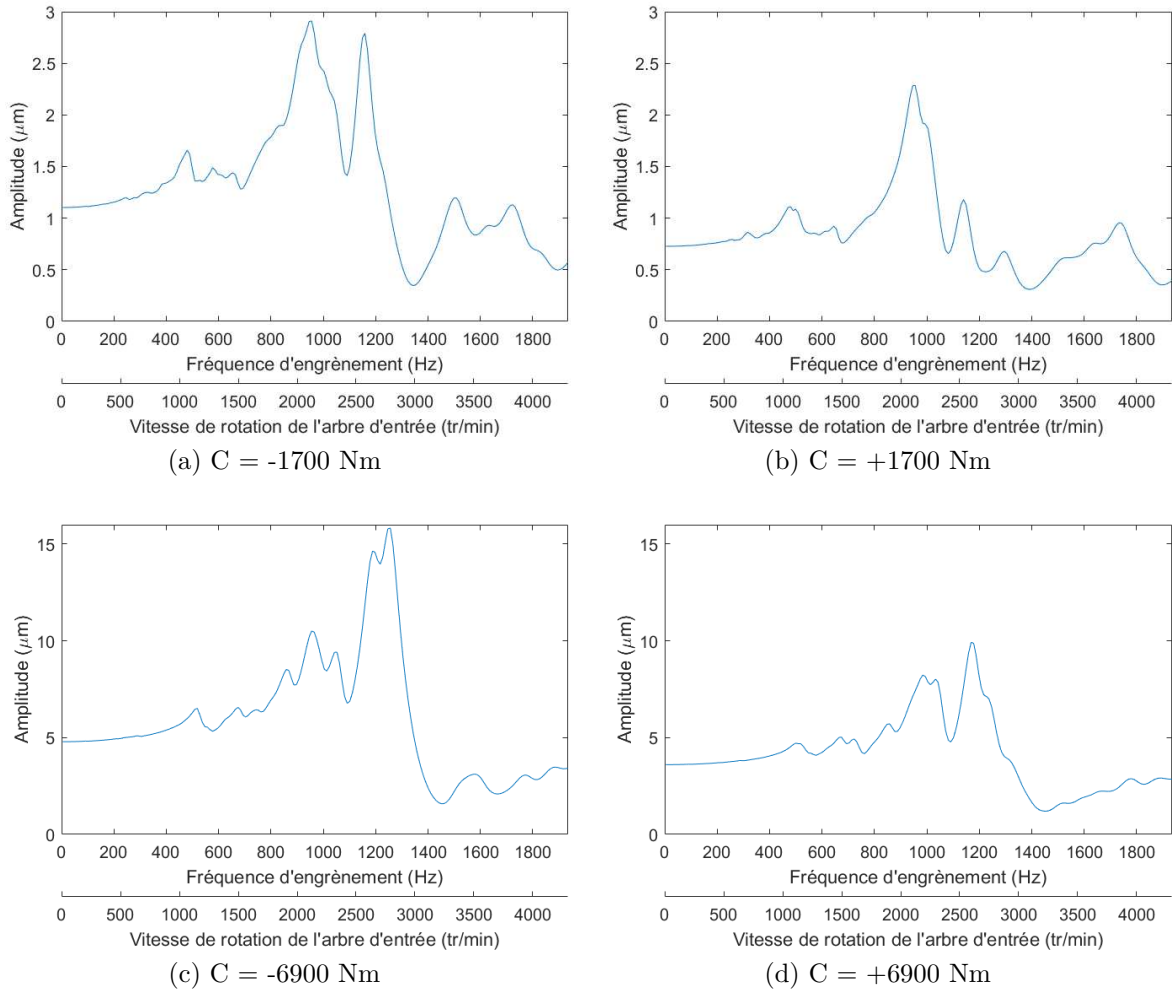


FIGURE 3.24 – Évolution de l'erreur dynamique de transmission en fonction du régime de fonctionnement

La figure 3.24 montre l'évolution de l'erreur dynamique de denture (EDT) en fonction du régime de fonctionnement. Elle est marquée par les mêmes pics d'amplification que l'effort dynamique de denture, tous deux étant une réponse à la même erreur statique de transmission. Même si les pics sont sensiblement les mêmes, leurs 2 réponses sont différentes. Bien que l'erreur dynamique de transmission soit souvent analysée comme un indicateur de la réponse dynamique, elle ne permet pas de faire de lien direct avec le comportement vibroacoustique du système de transmission. Elle reste néanmoins une

valeur expérimentalement accessible grâce à des codeurs optiques et sa mesure permet de détecter les régimes de fonctionnement critiques.

La figure 3.25 montre l'évolution de la valeur efficace de la vitesse pariétale des capteurs de référence en fonction du régime de fonctionnement pour un couple d'entrée  $C = -1700$  Nm. Les réponses observées pour la vitesse pariétale correspondent à l'excitation des mêmes modes que celles de l'effort dynamique de denture et l'EDT. Les vibrations les plus importantes sont observées vers le capteur 3 situé sur le flanc de la bache à huile. Cette surface est particulièrement rayonnante comme le montre le calcul ERP (cf. Figure 3.22) et l'analyse expérimentale du chapitre 2.

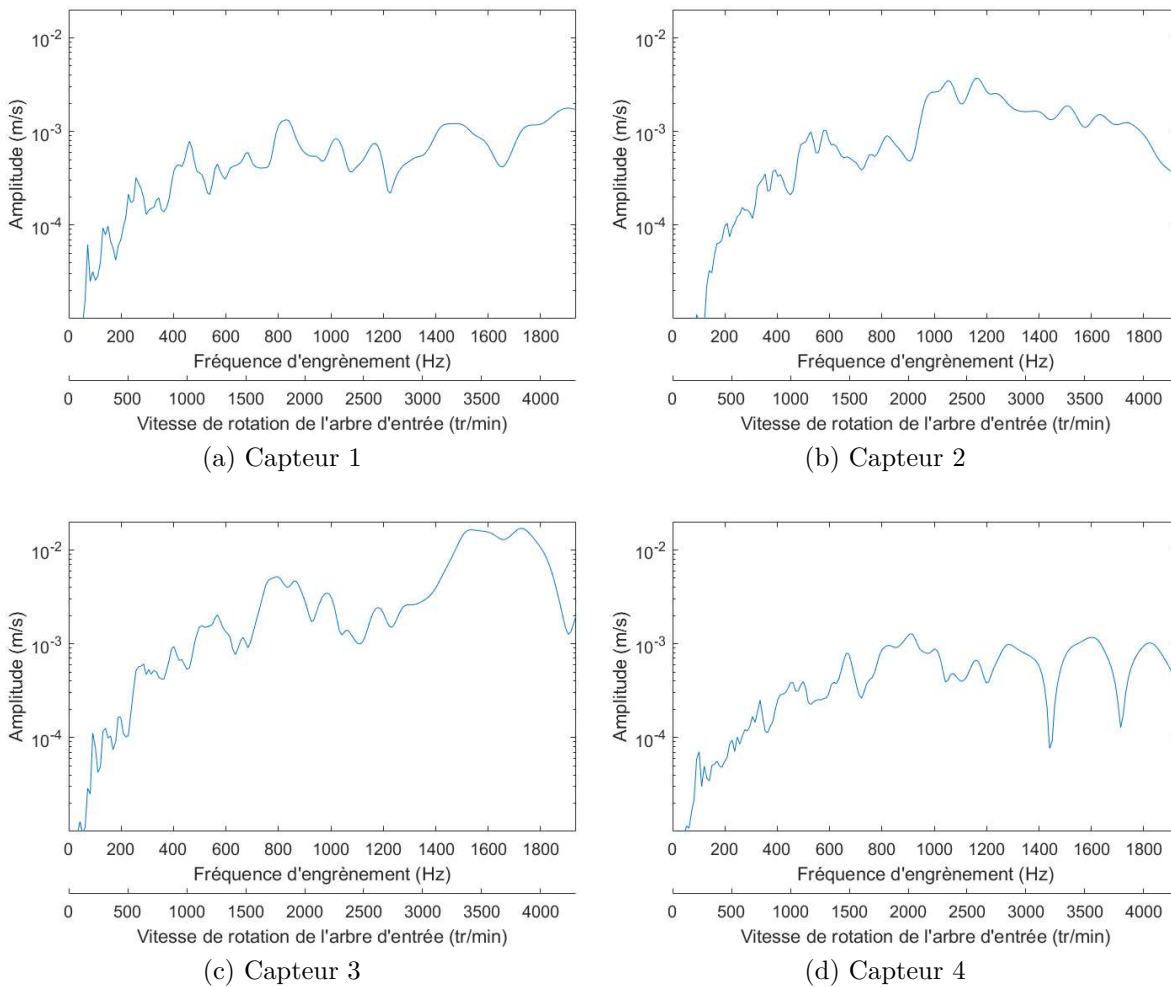


FIGURE 3.25 – Évolution de la valeur efficace de la vitesse pariétale en fonction du régime de fonctionnement -  $C = -1700$ Nm

Enfin, la figure 3.26 montre l'évolution de la valeur efficace de la vitesse pariétale du capteur de référence 3 en fonction du régime de fonctionnement pour 2 amplitudes de couple et pour les 2 sens de couple. Le sens de couple négatif génère les plus fortes

amplitudes de vibration. Ceci provient d'une source excitatrice plus importante car comme noté dans le tableau 3.1, l'amplitude du mésalignement pour un couple négatif est plus importante que pour un couple positif.

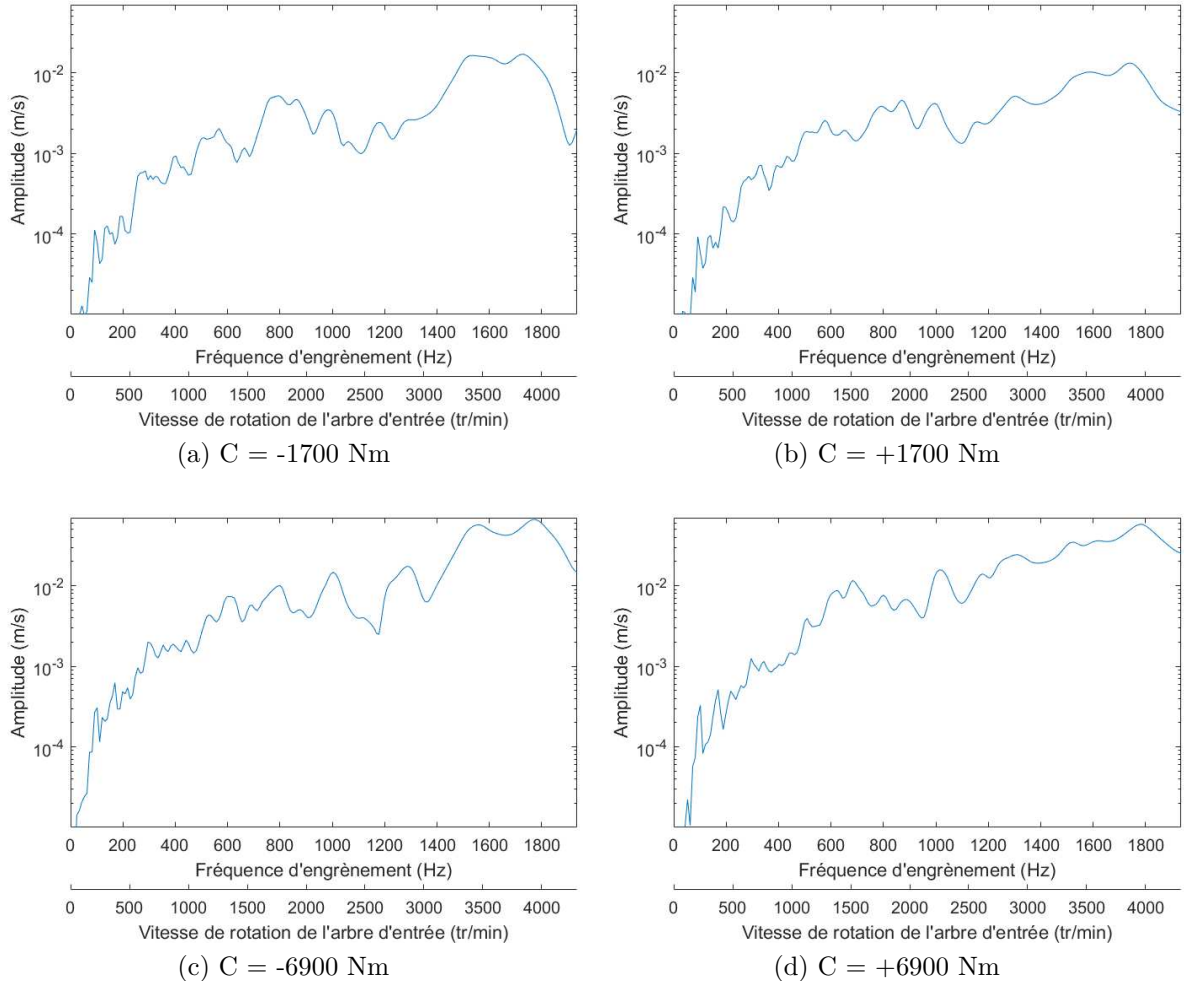


FIGURE 3.26 – Évolution de la valeur efficace de la vitesse pariétale du capteur de référence 3 en fonction du régime de fonctionnement

### 3.4.3 Corrélations calculs-mesures

Cette section présente les comparaisons des niveaux de la vitesse pariétale en dB, avec une référence de  $1.10^{-6} \text{ m.s}^{-1}$ , entre les calculs numériques ISIS et les données expérimentales. Ces comparaisons sont effectuées pour les deux sens de couple, pour un couple moyen et un couple élevé. Puisque seuls les harmoniques de la fréquence d'engrènement sont retenus comme sources excitatrices dans le calcul numérique de la réponse dynamique, les confrontations des spectrogrammes sont faites uniquement sur ces ordres. Les

raies des spectrogrammes expérimentaux sont extraites grâce à un suivi d'ordre. La figure 3.27 montre l'évolution de la raie fondamentale  $H_1$  de la vitesse pariétale, générée par l'erreur statique de transmission, en fonction du régime de fonctionnement pour les 4 capteurs de référence dans le sens horaire et pour un couple  $C = -1700$  Nm.

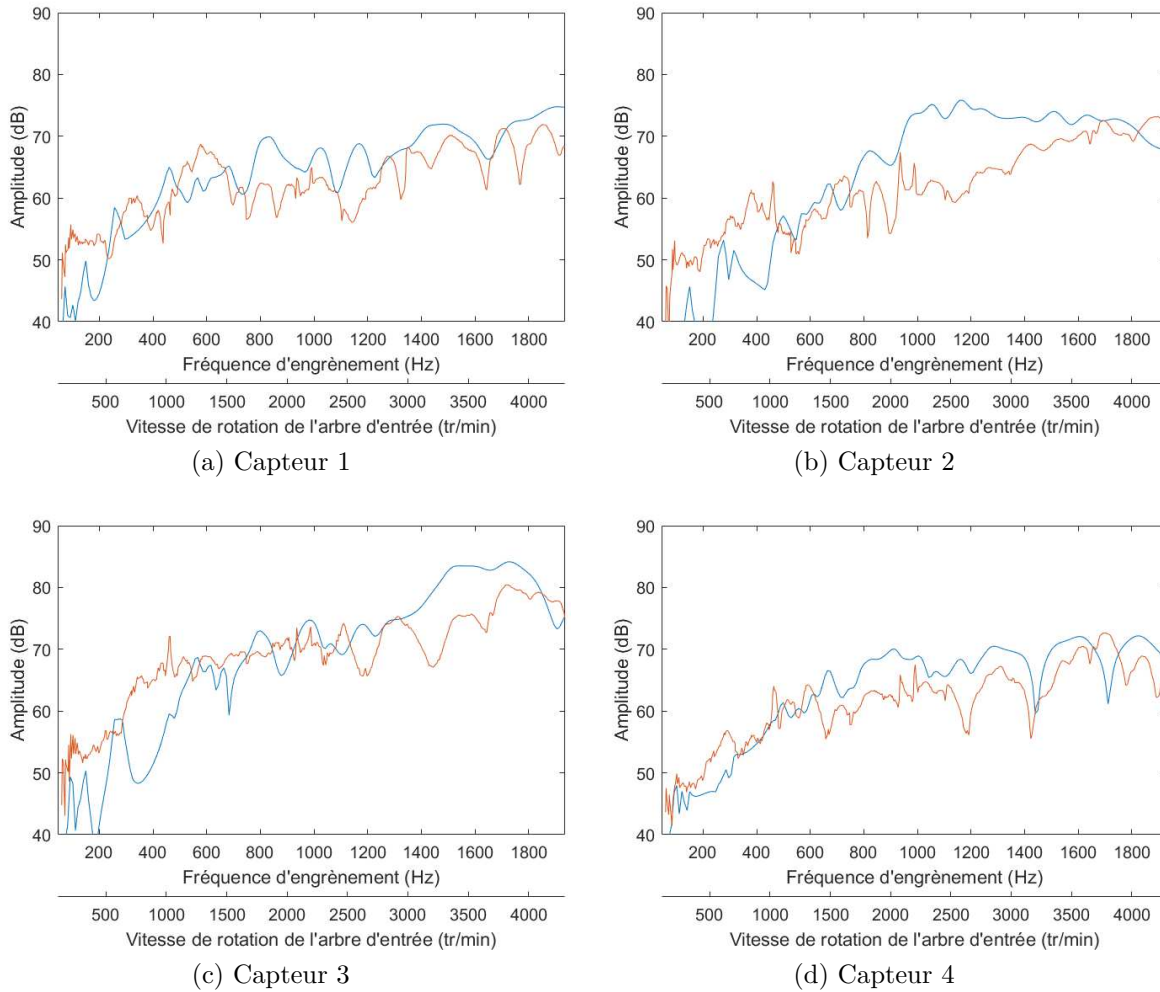


FIGURE 3.27 – Évolution des amplitudes de la raie fondamentale  $H_1$  de la vitesse pariétale en fonction du régime de fonctionnement -  $C = -1700$  Nm ; réponse expérimentale (—) ; réponse numérique (—)

Pour les capteurs 1 et 4, on observe très peu d'écarts entre les résultats numériques et les données expérimentales. Pour les capteurs 2 et 3, les écarts sont plus importants (de l'ordre de quelques dB) mais restent limités pour la majeure partie de la plage de fréquences étudiée. De plus, on observe que les fréquences des amplifications sont correctement prédites. Toutefois, quelques décalages en fréquence sont constatés, rejoignant les résultats observés sur la matrice de MAC. Les comparaisons pour les autres harmoniques sont présentés en annexe F. On observe des amplitudes calculées plus élevées que les résul-

tats expérimentaux. Cependant, les ordres de grandeur sont les mêmes et les corrélations restent satisfaisantes. La Figure 3.28 présente l'évolution de la valeur efficace de la vitesse pariétale estimée des capteurs 1 à 4 en fonction du régime de fonctionnement.

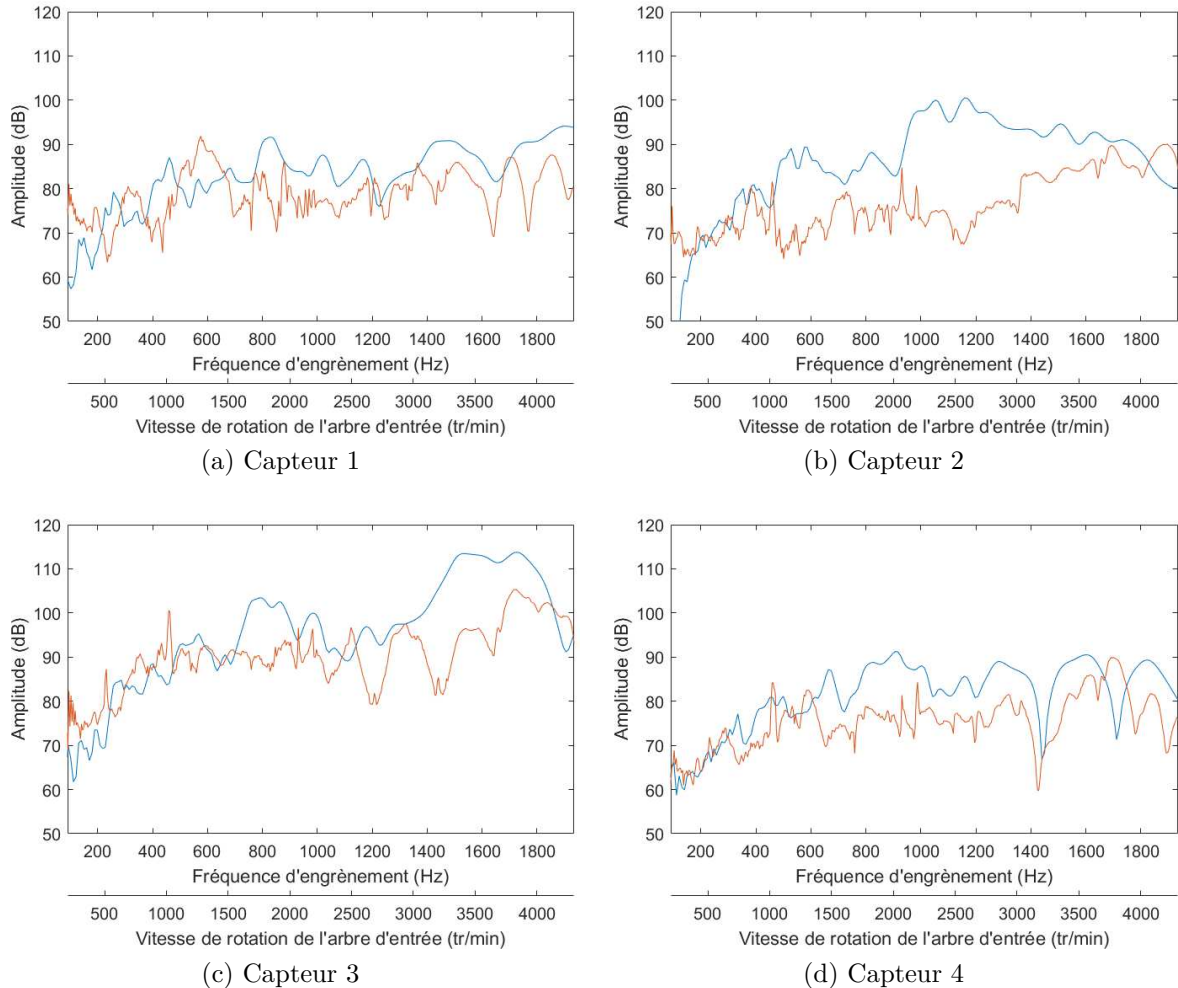


FIGURE 3.28 – Évolution de la valeur efficace de la vitesse pariétale estimée en fonction du régime de fonctionnement -  $C = -1700 \text{ Nm}$ ; réponse expérimentale (—); réponse numérique (—)

Puisque que la raie fondamentale est plus importante que les autres raies, les résultats sont sensiblement les mêmes que ceux présentés sur la figure 3.27. Les plus fortes vibrations sont toujours situées autour du capteur 3. Les écarts sont importants pour le capteur 2. Les estimations des niveaux pour les capteurs 1 et 4 sont satisfaisantes avec seulement quelques dB d'écart pour certains régimes.

Ces premières estimations pour une configuration de fonctionnement à  $-1700 \text{ Nm}$  sont correctes. Néanmoins, il convient de vérifier la cohérence entre les résultats numériques et expérimentaux pour les autres couples de fonctionnement. La figure 3.29 présente l'évolu-

tion de la valeur efficace de la vitesse pariétale estimée du capteur 4 en fonction du régime de fonctionnement pour 4 couples de fonctionnement.

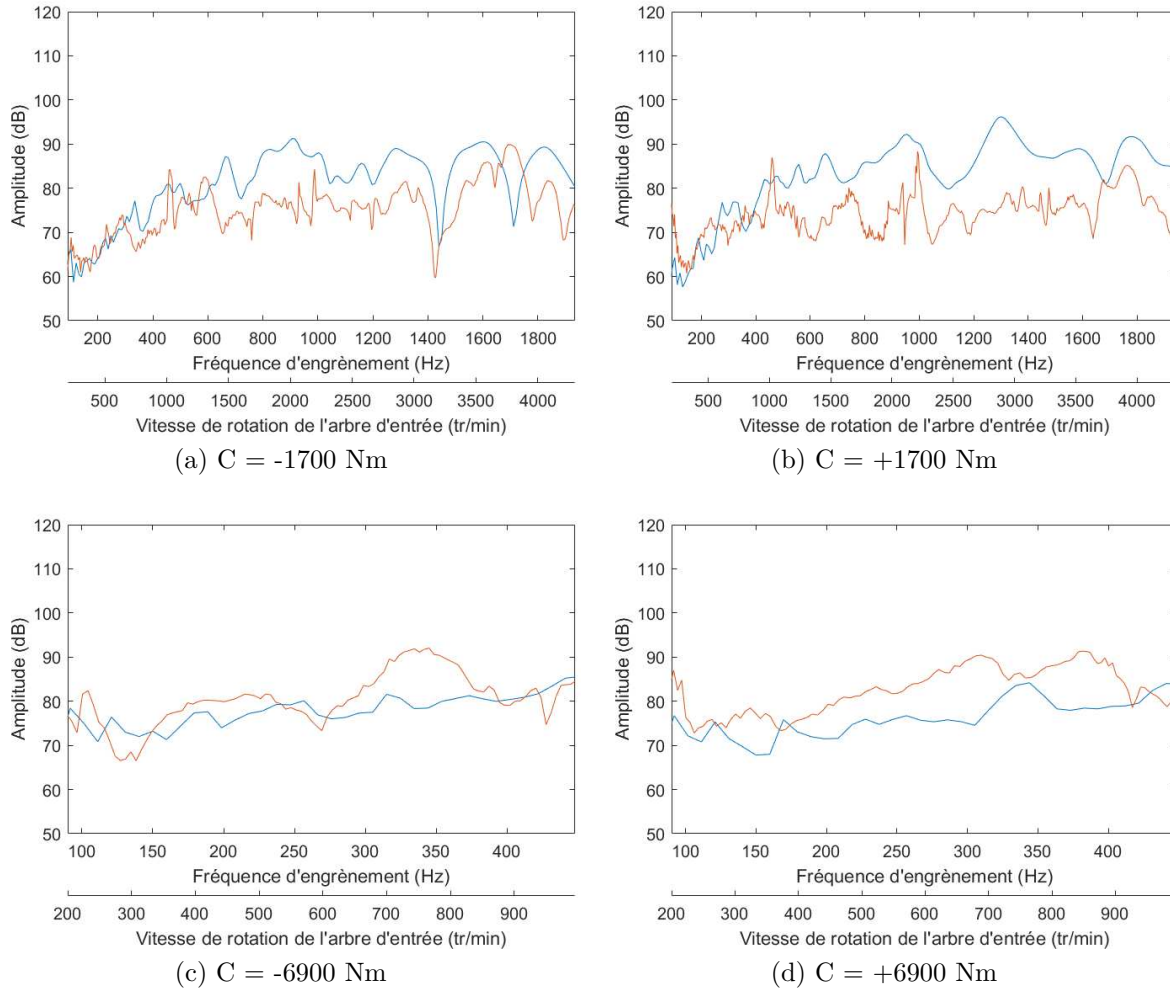


FIGURE 3.29 – Évolution de la valeur efficace de la vitesse pariétale estimée en fonction du régime de fonctionnement pour le capteur 4 - réponse expérimentale (—); réponse numérique (—)

On observe que la méthode de calcul prend bien en compte les effets de l'amplitude et du sens du couple. Les résonances et les antirésonances sont relativement bien placées mais les niveaux peuvent atteindre jusqu'à 20 dB d'écart. La méthode surestime les niveaux à faible couple et les sous-estime à fort couple. Cela provient très probablement de la méthode de calcul des excitations et plus particulièrement de la manière d'estimer et de prendre en compte le désalignement qui est assujéti à de nombreuses simplifications au niveau du contact entre dentures. Néanmoins, les caractéristiques modales corrént assez bien avec les données expérimentales. Ce niveau de corrélation suffit pour la partie optimisation car les optimisations vont essentiellement jouer sur le comportement modal

en essayant de ne pas impacter le niveau des excitations.

La figure 3.30 présente l'évolution de la moyenne arithmétique des valeurs efficaces de la vitesse pariétale estimée des capteurs en fonction du régime de fonctionnement.

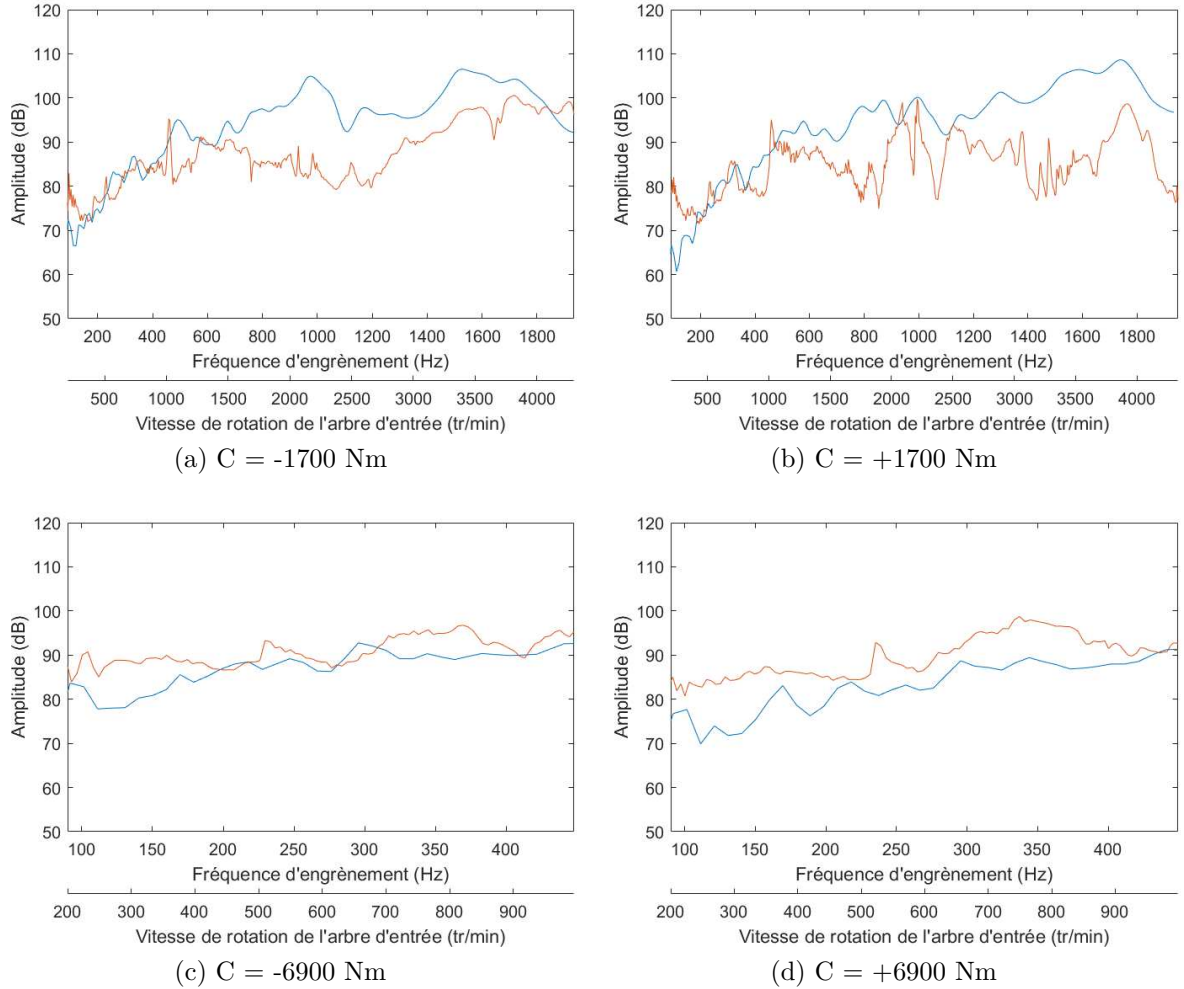


FIGURE 3.30 – Évolution de la moyenne arithmétique des valeurs efficaces de la vitesse pariétale estimée des capteurs en fonction du régime de fonctionnement - réponse expérimentale (—); réponse numérique (—)

La moyenne arithmétique des valeurs efficaces de la vitesse pariétale est définie comme :

$$P(\Omega) = \frac{\rho_0 c_0 A}{N_{\text{capteur}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{capteur}}} \mathbf{V}_i^2 \quad (3.22)$$

avec  $A$  la surface rayonnante totale,  $N_{\text{capteur}}$  le nombre de capteurs,  $\mathbf{V}_i$  la valeur efficace de la vitesse pariétale,  $\Omega$  la vitesse de rotation. Ce critère est un indicateur de la puissance acoustique rayonnée du carter, les capteurs étant plus ou moins équirépartis. On observe que les estimations de la puissance vibratoire totale sont proches des résultats



expérimentaux. Cette méthode de calcul permet donc d'estimer fidèlement la puissance acoustique totale.

## 3.5 Conclusions

Le comportement vibratoire du réducteur est calculé à partir d'une méthode spectrale itérative qui prend en entrée la base modale et les spectres de l'EST ainsi que la raideur d'engrènement. La base modale est déterminée à partir d'un modèle numérique modélisé en éléments finis dans le logiciel Hypermesh de la suite Altair - Hyperworks ©. Les spectres de l'EST et de la raideur d'engrènement sont calculés à partir d'une méthode décrite en [40]. Elle prend en entrée les efforts, la macro et la micro-géométrie des engrenages et les souplesses de denture déterminées via une modélisation par éléments finis réalisée sous Catia ©. Enfin, le comportement vibratoire calculé du réducteur est comparé aux données expérimentales.

Premièrement, un modèle numérique est réalisé :

- La plupart des composants du réducteur sont modélisés en 3D pour prendre en compte leurs comportements modaux.
- La raideur d'engrènement est insérée directement entre les dents de l'engrenage.
- Le carter a été simplifié pour alléger le maillage.
- Le modèle numérique a été validé par un critère de MAC entre la base modale numérique et les données expérimentales.

Deuxièmement, la source d'excitation est calculée à partir du logiciel Genom © développé chez Alstom :

- Les écarts micro-géométriques des dentures sont pris en compte sous forme d'un jeu initial entre dentures.
- Les souplesses de denture sont déduites d'un modèle 3D des engrenages.
- La résolution du contact se fait dans Scilab ©.
- Les spectres des EST et des raideurs d'engrènement sont ainsi calculés.

Dans un dernier temps, les calculs déterministes permettent de prédire les niveaux vibratoires du réducteur :

- Le critère ERP est un bon critère représentatif du comportement vibroacoustique.

- Différents aspects expérimentaux ont été validés (effet du couple, zones avec un fort rayonnement acoustique, etc.).
- Les comparaisons entre les calculs déterministes par une méthode spectrale itérative et les données expérimentales sont satisfaisantes.

Ces calculs ont permis de valider la précision du modèle simplifié pour les optimisations. Les calculs ont montré le couplage en la réponse du réducteur et la configuration de fonctionnement (sens de couple, amplitude, résonances, etc.). Maintenant que le modèle numérique est validé, les optimisations sont envisageables. De plus, l'utilisation du calcul ERP semble pertinente comme fonction coût pour les optimisations, car elle offre une estimation satisfaisante et rapide de la puissance vibratoire du réducteur.



# Chapitre 4

## Optimisations vibroacoustiques par la méthode de Dual2 CONLIN

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>148</b>
<b>4.2</b>	<b>Modélisation du problème à optimiser</b>	<b>148</b>
4.2.1	Définition de la fonction coût	148
4.2.2	Définition des contraintes	150
4.2.3	Formulation du problème à optimiser	153
4.2.4	Le solveur d'optimisation	155
4.2.5	Les différentes stratégies d'optimisation	156
<b>4.3</b>	<b>Optimisation du réducteur sous Optistruct</b>	<b>163</b>
4.3.1	Optimisation d'un carter en maillage 2D	164
4.3.2	Optimisation topologique d'un carter en maillage 3D	166
4.3.3	Optimisation en treillis pour un carter réalisable en impression additive	169
4.3.4	Synthèse des optimisations	170
<b>4.4</b>	<b>Comparaison des carters optimisés avec le carter d'origine</b>	<b>171</b>
4.4.1	Comparaison des caractéristiques générales	171
4.4.2	Comparaison de la réponse dynamique des carters	178
<b>4.5</b>	<b>Conclusions</b>	<b>183</b>

---

## 4.1 Introduction

Ce chapitre a pour but d'apporter des solutions optimisées du carter et de proposer une architecture originale en treillis. Les optimisations ont pour objectif de réduire le bruit moyen rayonné induit par une excitation à la denture. Différentes méthodes d'optimisation sont explorées telles qu'une optimisation d'un carter en maillage 2D, une optimisation topologique ou en treillis. Les optimisations sont effectuées via le solveur Optistruct sous le logiciel Hypermesh de la suite Altair - Hyperworks ©. Ce chapitre est structuré en trois parties.

La première partie présente la modélisation du problème à optimiser (fonctions coût, facteurs d'optimisation, contraintes, etc.), les techniques d'optimisations employées, les algorithmes et leurs fonctionnements.

La seconde partie expose les calculs et les résultats des différentes méthodes d'optimisation, à savoir des optimisations d'épaisseur réalisées sur du maillage 2D, des optimisations topologiques et des optimisations en treillis.

La dernière partie de ce chapitre est consacrée à une confrontation du comportement vibroacoustique des différentes architectures avec le réducteur d'origine. Cette comparaison est menée à partir des calculs de réponse dynamique effectués sous Optistruct © et ISIS ©.

## 4.2 Modélisation du problème à optimiser

### 4.2.1 Définition de la fonction coût

Tout système (mécanique, électrique, etc.) pouvant être modélisé mathématiquement peut être optimisé. En mécanique, l'optimisation est souvent utilisée pour réduire la masse ou modifier la raideur d'une pièce. L'optimisation acoustique est un problème complexe pour de nombreuses raisons. La plus courante est les coûts de calcul qui peuvent rapidement devenir prohibitifs lorsque la valeur efficace de la pression acoustique rayonnée est utilisée comme fonction coût (autrement appelée fonction objectif). Une autre cause est la complexification des optimisations lorsque celles-ci sont réalisées sur la pièce qui rayonne acoustiquement, car le rayonnement dépend en partie de la surface. Le critère ERP [58] est privilégié dans nos optimisations pour sa facilité d'utilisation, sa rapidité de calcul et sa pertinence comme critère équivalent à la puissance vibroacoustique. L'ERP, détaillée dans le chapitre 1.4.1 et utilisée dans le chapitre 3.4.1, est calculée sur une surface discrétisée en éléments constants et est définie comme telle :

$$\text{ERP}(\omega) = \rho_0 c_0 \sum_{i=1}^n \mathbf{A}_i \mathbf{V}_i^2 \quad (4.1)$$

avec  $\rho_0$  la densité massique de l'air,  $c_0$  la vitesse de propagation du son,  $\mathbf{A}_i$  la surface vibrante de l'élément  $i$  et  $\mathbf{V}_i$  la valeur efficace de la vitesse pariétale de l'élément  $i$ . L'ERP est obtenue à partir d'un calcul FRF sur le modèle numérique avec les raideurs linéarisées autour du régime de fonctionnement. L'ERP est calculée pour un effort harmonique unitaire, situé sur la denture et normal à la surface. Des contraintes sont définies pour éviter d'affecter la source d'excitation. De plus, le facteur de rayonnement est considéré comme égal à 1 comme expliqué dans le chapitre 3.

Les optimisations peuvent employer une fonction coût basée sur la moyenne ou l'amplitude maximale de l'ERP. Ces deux approches sont différentes. En effet, l'optimisation effectuée sur l'amplitude maximale de l'ERP tend à réduire un pic, puis un autre, etc. Ceci revient à avoir une approche modale, travaillant sur les modes les uns après les autres. Si l'optimisation est réalisée sur la moyenne de l'ERP comme fonction coût, l'optimisation suivra une approche plus globale.

L'ERP est déterminée pour 150 excitations harmoniques différentes sur une plage de [20 à 3000 Hz] et sont espacées d'un  $\Delta f$  de 20 Hz. Ces critères ont été sélectionnés à partir des analyses expérimentales qui ont montré qu'au-delà de 3000 Hz la puissance acoustique est faible. Quant au nombre d'excitations harmoniques, il a été choisi en fonction de l'amortissement et plus particulièrement du facteur de qualité  $Q$ . À une fréquence de 1000 Hz et pour un amortissement de 3%, nous avons une bande de fréquence qui est de 60 Hz. On en déduit que nous avons trois excitations sur la bande, c'est acceptable mais faible. Un nombre plus élevé avait conduit à des problèmes de calcul dans le logiciel commercial lors de la phase des sensibilités (cf. 4.2.4) pour des raisons qui sont restées inconnues. Il est possible que cela soit dû au calcul des dérivées de l'ERP qui sont calculées pour toutes les fréquences d'excitation, et cela, pour toutes les variables. Un nombre important conduirait à un problème du solveur commercial.

La fonction objectif choisie pour ces travaux est la minimisation de la moyenne de l'ERP sur toute la plage de fréquences d'étude pour avoir une approche globale sur le niveau vibroacoustique du réducteur. La fonction objectif est donc définie telle que :

$$\text{Minimiser } f_1(x) = \frac{1}{N_{FRF}} \sum_{\omega} (\rho_0 c_0 \sum_{i=1}^n \mathbf{A}_i \mathbf{V}_i^2) \text{ avec } \omega \in [0 ; 3000] \text{ Hz} \quad (4.2)$$

avec  $N_{FRF}$  le nombre d'excitations harmoniques sur la plage de fréquences,  $\omega$  la fréquence d'excitation. Ainsi que  $\rho_0$ ,  $c_0$ ,  $\mathbf{A}_i$ ,  $\mathbf{V}_i$  définis en équation 4.1. Il est possible de pondérer l'ERP sur les fréquences d'excitation correspondant aux vitesses de rotation définies dans

la norme ferroviaire. Cependant, cela nécessite que le modèle ait une estimation juste et précise des fréquences modales pour que cela soit pertinent. Par conséquent, aucune pondération n'a été appliquée dans ces travaux.

### 4.2.2 Définition des contraintes

Les optimisations prennent en compte plusieurs contraintes telles que :

- La matière : l'encombrement, la masse,
- La raideur : la déviation des arbres,
- Les contraintes de von Mises,
- Les contraintes de fabrication,

#### Contraintes d'encombrement

L'espace de conception est limité par un volume intérieur suffisant pour accueillir l'engrenage et le volume d'huile nécessaire. Le volume extérieur est délimité par l'encombrement des autres composants du bogie. La figure 4.1 montre le volume extérieur autorisé pour le carter du réducteur.

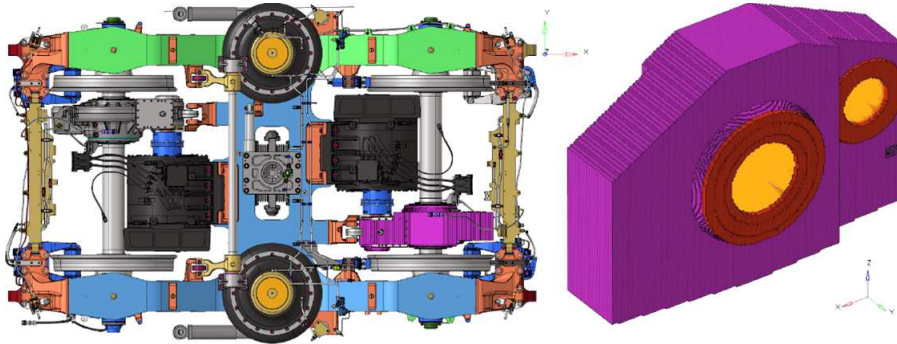


FIGURE 4.1 – Bogie moteur M7 et volume extérieur maximal autorisé pour le carter du réducteur (en violet)

#### Contraintes de von Mises

Une contrainte de von Mises maximale de 240 MPa est appliquée sur le carter du réducteur pour le couple maximal (6900 N.m). Cette valeur correspond à la limite élastique de la fonte EN GJS 400 18 LT constituant le carter.

$$\sigma_{max} < 240 \text{ MPa} \quad \text{pour } C = 6900 \text{ N.m} \quad (4.3)$$

### Contraintes sur la déviation des arbres

Des contraintes sur la déviation des arbres sont établies afin d'éviter que l'optimisation affecte la source d'excitation. Cette déviation peut être optimisée mais cela s'avère difficile, car il est nécessaire de coupler le calcul de l'EST avec les calculs vibroacoustiques durant l'optimisation. La figure 4.2 montre la disposition des différents paliers de roulements.

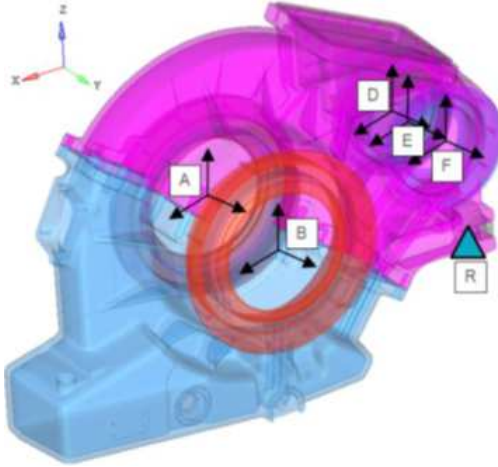


FIGURE 4.2 – Position et identification des paliers de roulements

Les déplacements latéraux suivant l'axe  $y$  des arbres sont fixés comme tels :

$$\begin{cases} -1.25 \mu m \leq \delta A_y \leq 1.25 \mu m \\ -1.25 \mu m \leq \delta B_y \leq 1.25 \mu m \\ -310.00 \mu m \leq \delta D_y \leq 310.00 \mu m \\ -310.00 \mu m \leq \delta F_y \leq 310.00 \mu m \end{cases} \quad (4.4)$$

Le mésalignement équivalent total des arbres se calcule comme le produit scalaire des deux vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{DF}$  divisé par leur norme, ce qui correspond à :

$$\cos(\Theta) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DF}}{\|AB\| \cdot \|DF\|} \quad (4.5)$$

La valeur maximale de cet angle est fixée à 0.3 mrad. Une dernière contrainte est fixée sur l'entraxe des arbres telle que :

$$456.88 \text{ mm} \leq \|BF\| \leq 456.92 \text{ mm} \quad (4.6)$$

Toutes les limites, présentées en 4.4, 4.5 et 4.6, correspondent aux déformations obtenues lors des calculs statiques sur le carter d'origine.



### Contraintes de masse

Une contrainte de masse de 220 kg est appliquée sur le carter. Pour l'optimisation en maillage 2D, une contrainte de 240 kg est imposée. Celle-ci comprend la masse du carter (220 kg), du collecteur d'huile et des autres composants. L'optimisation topologique nécessite une contrainte de fraction de volume. Celle-ci est fixée à 12 % du volume total de l'espace de conception (cf. figure 4.1 - en violet). Altair © conseille que cette contrainte ait une valeur supérieure à 10 %. En effet, si la contrainte de fraction de volume est inférieure à 10 %, la suppression des éléments de faible densité lors du post-traitement aura un effet non négligeable sur les performances du système. La solution obtenue après post-traitement sera alors bien différente de la solution avant post-traitement.

Par exemple, la densité minimale autorisée aux éléments est par défaut de 1 % soit 0.01. Si la contrainte de fraction de volume est fixée à 10 % et la densité des éléments est fixée de manière binaire à 0.01 ou à 1, alors 90.9 % des éléments auront une densité de 0.01. Ces derniers représenteront 9.09 % de la masse totale autorisée dans l'espace de conception. Ils deviennent donc non négligeables, puisque après le post-traitement, ils seront supprimés, leur densité étant obligatoirement inférieure à la valeur seuil.

### Contraintes de fabrication

Différentes contraintes de fabrication peuvent être appliquées comme :

- Les contraintes de coulabilité,
- Les contraintes de dimensions sur les filets de matière.

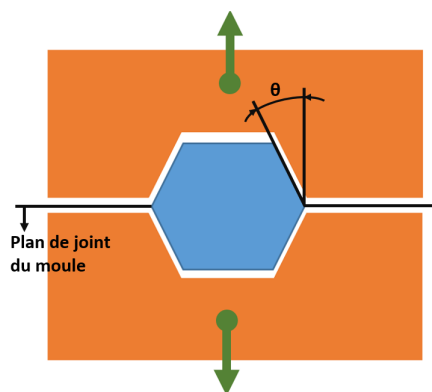


FIGURE 4.3 – Démoulage suivant les deux directions — en bleu la pièce, en orange les matrices du moule,  $\theta$  l'angle de dépouille

Pour une optimisation topologique, une contrainte de fabrication est appliquée sur les angles de dépouille  $\theta$  de la partie optimisée du carter, afin de permettre le retrait des

matrices de moulage des deux côtés (cf. figure 4.3). Il suffit alors de définir la position du plan de joint et la direction du démoulage.

Des contraintes supplémentaires sont également fixées sur la taille minimale et sur la taille maximale des créations de filets de matière. Une contrainte sur la taille minimale facilite la pénalisation des éléments de densité intermédiaire. En effet, cela permet de simplifier le modèle en supprimant les petits filets de matière (cf. figure 4.4).

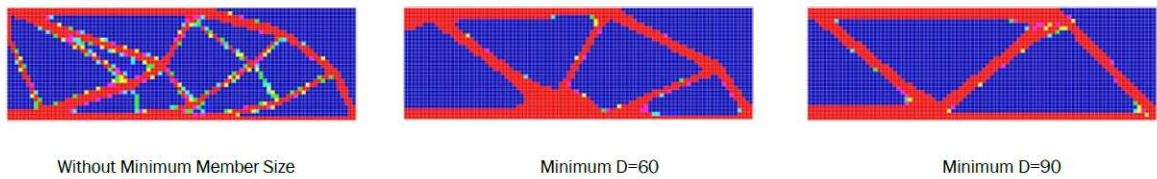


FIGURE 4.4 – Exemple de l’effet d’une contrainte sur la taille minimale des filets de matière (source : Practical Aspects of Structural Optimization — Altair | University)

Au contraire, une contrainte sur la taille maximale des filets de matière pénalisera la formation de blocs de matière de grandes tailles (cf. figure 4.5).

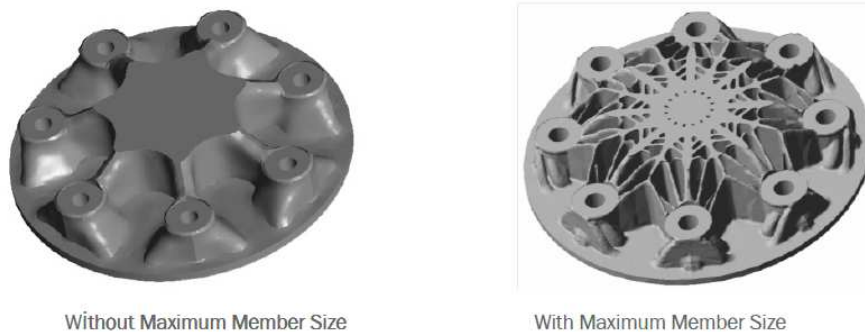


FIGURE 4.5 – Exemple de l’effet d’une contrainte sur la taille maximale des filets de matière (source : Practical Aspects of Structural Optimization — Altair | University)

### 4.2.3 Formulation du problème à optimiser

Pour synthétiser, la formulation du problème à optimiser est la suivante :

$$\text{Minimiser } f_1(x) = \frac{1}{N_{FRF}} \sum_{\omega} (\rho_0 c_0 \sum_{i=1}^n \mathbf{A}_i \mathbf{V}_i^2) \text{ avec } \omega \in [0 \text{ } 3000 \text{ Hz}] \quad (4.7)$$

Sujet à :

- Une contrainte sur le déplacement axial des arbres

$$\begin{cases} -1.25 \mu m \leq \delta Ay \leq 1.25 \mu m \\ -1.25 \mu m \leq \delta By \leq 1.25 \mu m \\ -310 \mu m \leq \delta Dy \leq 310 \mu m \\ -310 \mu m \leq \delta Fy \leq 310 \mu m \end{cases} \quad (4.8)$$

- Une contrainte de von Mises

$$\sigma_{max} < 240 \text{ MPa} \quad \text{pour } C = 6900 \text{ N.m} \quad (4.9)$$

- Une contrainte de mésalignement des arbres

$$\theta \leq 0.3 \text{ mrad} \quad (4.10)$$

- Une contrainte sur l'entraxe des arbres

$$456.88 \text{ mm} \leq \|BF\| \leq 456.92 \text{ mm} \quad (4.11)$$

- Une contrainte sur la masse du carter

$$Masse_{carter} = 220 \text{ kg} \quad (4.12)$$

- Une contrainte sur la taille ( $\varnothing R$ ) des filets de matière

$$27 \text{ mm} \leq \varnothing R \quad (4.13)$$

Avec comme facteur d'optimisation :

- Soit l'épaisseur des éléments du carter pour l'optimisation du maillage 2D

$$1 \text{ mm} \leq x \leq 70 \text{ mm} \quad \text{Avec } x = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_N \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

- Soit la densité de matière des éléments de l'espace de conception pour les optimisations topologiques et en treillis.

$$0.01 \leq x \leq 1 \quad \text{Avec} \quad x = \begin{pmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \cdot \\ \rho_N \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

#### 4.2.4 Le solveur d'optimisation

Le solveur Optistruct © utilise une méthode itérative pour résoudre le problème à optimiser. La procédure employée, basée sur la méthode Dual2 CONLIN, se déroule en plusieurs étapes :

1. Analyse du problème à l'aide du modèle éléments finis,
2. Test de convergence sur les contraintes et la solution,
3. Sélection des réponses pour l'itération actuelle,
4. Analyse de la sensibilité des facteurs d'optimisation pour les réponses retenues,
5. Optimisation du modèle approximé à partir du problème formulé et en utilisant les informations de sensibilité (voir chapitre 1.4.3). Puis retour à l'étape 1.

La méthode Dual2 CONLIN est décrite dans le chapitre 1.4.3. Ici, seuls les généralités et les aspects pratiques seront décrits. La première étape consiste en une analyse classique du modèle éléments finis à l'itération  $i$  : Les réponses, les contraintes, etc., sont calculées.

La deuxième étape s'attache à effectuer des tests de convergence. Altair © définit deux types de convergence. La "convergence régulière" qui vérifie que le critère de convergence de la fonction objectif à optimiser a été satisfait à deux reprises de manière consécutive. Lorsque toutes les contraintes ont une violation inférieure à 1 % et que la valeur de la fonction objectif a une évolution inférieure au critère relatif (par défaut 1 %) à deux reprises de manière consécutive, alors la convergence est atteinte et l'optimisation prend fin. Dans le cas où les contraintes auraient une violation supérieure à 1 % et que la fonction objectif connaît une évolution inférieure au critère relatif, à trois reprises de manière consécutive, alors l'optimisation s'arrête. Elle a comme conclusion que la convergence est atteinte mais que le modèle est infaisable. La "convergence douce" a lieu lorsque les facteurs d'optimisation ont peu évolué entre deux itérations consécutives. Si aucune des convergences n'est validée, alors l'optimisation passe à l'étape suivante.

À la troisième étape, le solveur fait un choix dans les réponses (contraintes, objectif, etc.) à calculer. Il identifie les contraintes dites critiques, se concentre sur les contraintes violées et ignore les autres pour cette itération. Ceci rend l'optimisation plus rapide en ignorant les réponses jugées inutiles. Dans nos optimisations, les réponses généralement

retenues sont les réponses de l'ERP pour les 150 fréquences d'excitation ainsi que les différentes contraintes du problème (par exemple les contraintes de von Mises, les raideurs, les mésalignements, etc.).

À la quatrième étape, le solveur analyse la sensibilité des réponses en fonction des facteurs d'optimisation. Pour une optimisation topologique, les facteurs d'optimisation correspondent à chaque élément du maillage de l'espace de conception où il répartit la matière. La sensibilité est calculée comme le gradient  $\frac{\partial g}{\partial x}$  de la réponse  $g$  en fonction de la variable  $x$ . Les sensibilités sont calculées par différence finie.

Lors de la dernière étape, le modèle est approximé grâce à une méthode d'approximation locale à partir des sensibilités calculées (voir chapitre 1.4.3). Ensuite, le modèle approximé est optimisé grâce à une méthode duale [84] basée sur les fonctions de Lagrange  $L(x, \lambda)$  tel que :

$$\max_{\lambda} [\min_x [L(x, \lambda)]] = \max_{\lambda} [\min_x [f(x) + \sum_{j=1}^{m_g} \lambda_j (g_j(x) + \mu_j^2) + \sum_{k=1}^{m_h} \lambda_k h_k(x)]] \quad (4.16)$$

avec  $f$  la fonction objectif,  $\lambda_j$  et  $\lambda_k$  les multiplicateurs de Lagrange qui décrivent l'influence des contraintes  $g$  et  $h$  sur le minimum de la fonction de Lagrange.  $\mu_j^2$  une variable d'écart qui décrit la distance des limites respectives, ainsi les contraintes d'inégalités peuvent être traitées comme des contraintes d'égalité. La méthode Dual2 CONLIN [84] est utilisée, car elle est plus fiable que la première méthode duale CONLIN au niveau de la matrice hessienne. Enfin, la recherche du minimum de la fonction coût se fait par une descente de gradient sur le modèle approximé, dans les limites locales imposées aux facteurs d'optimisation. En effet, les facteurs d'optimisation ont une contrainte limitant la variation maximale admissible à chaque itération.

## 4.2.5 Les différentes stratégies d'optimisation

### Optimisation d'épaisseur d'un maillage 2D

Le solveur Optistruct © a la capacité d'effectuer des optimisations sur les propriétés des éléments de structure telles que les épaisseurs de plaques, les raideurs, les sections de poutres, les masses, etc., en même temps que d'autres optimisations telles qu'une optimisation topologique. Grâce au module Free-size du solveur Optistruct ©, qui permet des optimisations paramétriques, l'épaisseur de chaque élément peut être optimisée individuellement. L'épaisseur peut donc varier de manière continue sur la surface de la pièce pouvant conduire à des résultats similaires à ceux obtenus à partir d'une optimisation

topologique. Les avantages de cette technique sont principalement :

- La réduction du nombre de facteurs dans l'optimisation,
- L'allègement du maillage du carter qui passe d'un maillage 3D à 2D.

Ces avantages entraînent une réduction du temps de calcul et permettent d'avoir une meilleure discrétisation du maillage du carter (5 mm en 2D contre 12 mm en 3D). Contrairement à une optimisation topologique, ce type d'optimisation permet de créer plus facilement des formes complexes grâce à la discrétisation plus fine et propose des répartitions de matière plus originales. Cependant, la réalisation d'un maillage 2D fidèle et représentatif s'avère difficile pour le type de carter utilisé. De plus, des optimisations avec un maximum de liberté ont été tentées pour remettre en cause toute la structure du carter. Ces optimisations n'ont pas été fructueuses, car elles convergeaient toujours vers l'enveloppe minimale de l'espace de conception, sans formes originales. C'est pourquoi la forme du carter de base est conservée dans les optimisations ci-dessous. La contrainte sur les facteurs d'optimisation est fixée de cette manière :

$$1 \text{ mm} \leq \mathbf{x} \leq 70 \text{ mm} \quad \text{Avec} \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_N \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

Le pseudo-algorithme utilisé pour mener l'optimisation d'épaisseur en maillage 2D est le suivant :

1. Construction du modèle en éléments finis
  - 1.1. Les arbres, les roulements, etc. sont définis suivant le protocole décrit dans le chapitre 3.
  - 1.2. Le carter correspond à l'enveloppe minimale admissible comprenant le volume nécessaire pour l'engrenage et le bain d'huile.
2. Identification des facteurs d'optimisation (l'épaisseur individuelle de chaque élément du maillage 2D du carter)
3. Définition des contraintes donnée au point 4.2.2
4. Définition de la fonction coût (l'ERP) donnée au point 4.2.1
  - 4.1. L'effort d'excitation est un effort harmonique unitaire placé à la denture, au niveau du couplage de denture, normal à la surface.
  - 4.2. L'ERP est calculée pour l'ensemble des éléments du maillage extérieur du carter et pour chacune des fréquences d'excitation comprises entre 20 et 3000 Hz.

5. Optimisation du problème formulé en 4.2.3

5.1. Initialisation des facteurs : la même épaisseur est appliquée à chaque élément de manière à ce que la contrainte de masse soit respectée.

5.2. Optimisation par le solveur décrit en 4.2.4

6. Post-traitement : les épaisseurs variant de 1 ( $E_{min}$ ) à 70 mm ( $E_{max}$ ). Les éléments sont classés dans 10 groupes différents en fonction de leur épaisseur. L'ensemble d'un groupe se voit imposer une épaisseur fixe telle que :

$$E_i = E_{min} + \frac{E_{max} - E_{min}}{2 * 10} + (i - 1) * \left(\frac{E_{max} - E_{min}}{10}\right) \quad (4.18)$$

soit dans notre cas  $E_i=(4.45+(i-1)*6.9)$  mm avec  $i$  le numéro du groupe.

### Optimisation topologique

L'optimisation topologique consiste à répartir la matière dans un espace défini. Cette technique est généralement utilisée afin de minimiser la masse et/ou la souplesse d'une pièce et/ou d'optimiser un ou plusieurs modes dans le cadre des problèmes de dynamique. L'optimisation d'un nombre important de modes est difficile et généralement les optimisations se concentrent sur les modes les plus critiques [62]. De plus, l'optimisation topologique permet de respecter des contraintes de fabrication (coulabilité, fabrication additive, etc.) et d'optimiser la répartition de la matière facilement. Préalablement à l'optimisation topologique, l'espace de conception souhaité doit être maillé. L'algorithme utilise ensuite la densité de matière (notée  $\rho$ ) de chaque élément de maillage comme facteur d'optimisation. Cette densité peut évoluer entre 0 et 1. Si la densité est égale à 0 cela signifie qu'il n'y a pas de matière, si elle est égale à 1 il y a 100 % de matière. La raideur et la masse de chaque élément de maillage de l'espace de conception sont définies de la manière suivante :

$$\mathbf{K}_{eq} = \rho^p \mathbf{K} \quad (4.19)$$

$$\mathbf{M}_{eq} = \rho \mathbf{M} \quad (4.20)$$

avec  $\mathbf{K}_{eq}$  et  $\mathbf{M}_{eq}$  la raideur et la masse pénalisées de l'élément,  $\mathbf{K}$  et  $\mathbf{M}$ , la raideur et la masse réelles de l'élément,  $\rho$  la densité de matière (ou densité de présence) et  $p$  un facteur de pénalisation.

Cette manière de définir la raideur et la masse est appelée "SIMP model" [61]. Le facteur  $p$  permet de pénaliser efficacement et simplement les éléments de densité moyenne (proche de 0.5) et de forcer la convergence vers 0 ou 1. Ce facteur permet de réduire fortement la raideur pour une masse donnée. Ainsi, l'algorithme aura tout intérêt à converger

vers une densité de 1 pour profiter pleinement de la matière ajoutée ou vers 0 pour répartir la matière ailleurs. En effet, la densité de matière ou de présence n'a pas de sens physique. Par conséquent, à la fin de l'optimisation topologique, il est préférable d'avoir uniquement des éléments avec des densités proches de 0 ou de 1. Une fois les densités optimisées, lors du post-traitement, l'utilisateur fixe une valeur seuil. Les valeurs de densité inférieures à ce seuil sont alors définies comme égales à 0 et celles supérieures à ce seuil comme égales à 1. S'il y a trop d'éléments avec une densité moyenne, le post-traitement dégradera fortement la performance obtenue lors de l'optimisation, car la répartition des masses et des raideurs évoluera fortement.

Par défaut dans le solveur, pour des maillages constitués majoritairement d'éléments 2D, le facteur de pénalisation est égal à 1. Au contraire, pour des maillages principalement composés d'éléments 3D, il est égal à 2. Au cours de l'optimisation, ce critère de pénalisation peut passer à 3 puis 4 en fonction des contraintes de fabrication définies (répétition de motif, taille des membres de matière, contrainte de coulabilité, etc.).

L'optimisation topologique est adaptée pour une optimisation de masse et/ou de raideur. Cependant, pour une optimisation acoustique, il a été observé que cette méthode peut induire différents problèmes. Une première difficulté est l'impossibilité de déterminer la surface dite mouillée (i.e. la surface extérieure rayonnante réelle du réducteur) pendant l'optimisation. Une solution consiste à optimiser par petites itérations de matière et à faire l'hypothèse que la surface finale sera proche de la surface initiale. Dans notre cas, l'optimisation part du carter d'origine sans nervures et ajoute de la matière sur la surface extérieure du carter. L'ERP est calculée sur la surface du carter de base (sans nervures), sans prendre en compte la nouvelle surface induite par l'optimisation, car comme expliqué, elle n'est pas accessible pendant l'optimisation. De plus, seulement 13 kg sur les 220 kg du carter sont déplacés (soit environ 5 % de la matière), ce qui devrait peu affecter la surface finale. Un second problème est la présence importante d'éléments à densité moyenne, malgré le facteur de pénalisation, car le comportement vibroacoustique d'un système dépend, non seulement des raideurs, mais aussi de la masse.

Le pseudo-algorithme employé afin de mener l'optimisation topologique est le suivant :

1. Construction du modèle en éléments finis
  - 1.1. Les arbres, les roulements, etc. sont définis suivant le protocole décrit dans le chapitre 3.
  - 1.2. Le carter correspond au carter d'origine sans les nervures autour des paliers de roulements et sans les conduites d'huile.
2. Identification des facteurs d'optimisation (la densité de matière individuelle de chaque élément du maillage correspondant à l'espace de conception)



- 2.1. L'espace de conception correspond à  $C = A - B$ , avec A l'espace maximal d'encombrement et B le volume plein du réducteur.
- 2.2. L'espace de conception est maillé de manière parfaitement uniforme avec des éléments de 9 mm et défini comme collé au carter.
3. Définition des contraintes voir formulation [4.2.2](#)
4. Définition de la fonction coût (l'ERP) voir formulation [4.2.1](#)
  - 4.1. L'effort d'excitation est un effort harmonique unitaire normal à la surface, placé à la denture au niveau du couplage de denture.
  - 4.2. L'ERP est calculée pour tous les éléments de l'ensemble du maillage extérieur (carter, collecteur d'huile, boîtier, etc.) pour chacune des fréquences d'excitation comprises entre 20 et 3000 Hz.
5. Optimisation du problème formulé en [4.2.3](#)
  - 5.1. Initialisation des facteurs : la même densité de matière est appliquée à chaque élément de manière à ce que la contrainte de masse soit respectée.
  - 5.2. Optimisation par le solveur décrit en [4.2.4](#)
6. Post-traitement : sélection de la valeur seuil de sorte que la masse du carter optimisé corresponde à la masse du carter d'origine, une fois que toute la matière volante est supprimée.

### Optimisations sous forme de treillis

Une structure composée de treillis est une structure constituée de multiples poutres. Ce type de structure est créé par fabrication additive et présente des coûts importants de fabrication et n'est pas adapté à la production de masse, en l'état actuel de la technologie. La figure [4.6](#) montre des exemples de structures en treillis :



FIGURE 4.6 – Exemples de structures en treillis (crédit : Altair Enlighten)

La structure en treillis peut prendre des formes différentes en fonction du type d'éléments utilisés dans le maillage. Pour un maillage en éléments CHEXA, l'utilisateur peut choisir parmi les types de structures suivants :

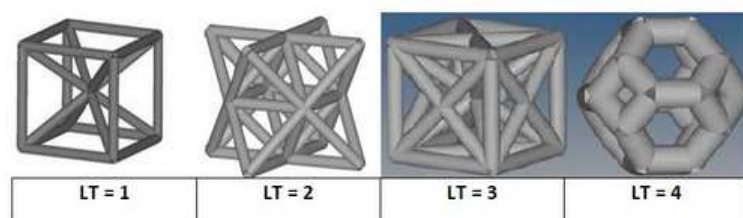


FIGURE 4.7 – Les différentes possibilités de structure en treillis pour un maillage CHEXA (crédit : Altair ©)

Pour les autres types de maillages, la structure en treillis peut prendre ces formes :

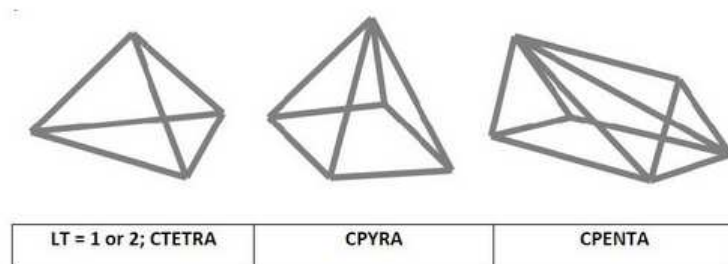


FIGURE 4.8 – Les différentes possibilités de structure en treillis en fonction du type d'éléments composant le maillage (crédit : Altair ©)

Une optimisation en treillis se déroule en trois étapes :

- Étape 1 : optimisation topologique classique,
- Étape 2 : transformation des éléments intermédiaires en treillis,
- Étape 3 : optimisation des sections de poutres.

La dernière phase peut être nécessaire pour différentes raisons. La première est que la transformation des éléments intermédiaires en treillis peut induire de forts changements dans les raideurs de structure. De plus, il est très difficile de travailler en amont (étape 1) avec un équivalent en raideur sur un maillage avec des densités de matière par rapport à une structure en treillis (étape 3). Pour que l'étape 2 ne change pas de manière significative les raideurs de structure entre avant et après le passage en treillis, l'utilisation d'un facteur de pénalisation  $p$  égal à 1.8 lors de la phase 1 est recommandée par Altair ©. La différence, par rapport à une optimisation topologique classique, est de remplacer l'état de la densité

(normalement forcée à 0 ou 1) des éléments de matière par des éléments de poutres équivalents. Ainsi, tous les éléments avec une densité  $\rho$  comprise dans un intervalle LI (Limite Inférieure) et LS (Limite Supérieure) sont remplacés par des éléments de poutres, tels que :

$$LI < \rho < LS \quad (4.21)$$

Les éléments ayant des densités inférieures à la limite inférieure, passent à 0 et sont donc supprimés. Ceux avec des densités supérieures à la limite supérieure, sont forcés à 1 et restent un élément 3D plein.

La seconde raison est que le passage en treillis provoque la suppression des éléments de densité inférieure à LI et des changements de raideur de structure. Par conséquent, pour atteindre une solution optimale et affiner le modèle, une dernière optimisation équivalente avec le module Free-size du solveur Optistruct © est recommandée pour optimiser le diamètre des poutres. Dans notre cas, la structure en treillis est prise en sandwich par deux enveloppes de matière (une intérieure et une extérieure) afin d'assurer l'étanchéité. Le calcul de l'ERP est effectué sur l'enveloppe extérieure.

Le pseudo-algorithme afin de réaliser l'optimisation en treillis est le suivant :

1. Construction du modèle en éléments finis
  - 1.1. Les arbres, les roulements, etc. sont définis suivant le protocole décrit dans le chapitre 3.
  - 1.2. Le carter est défini par une enveloppe minimale admissible comprenant le volume nécessaire pour l'engrenage et le bain d'huile ainsi qu'une enveloppe maximale distante de 18 mm de l'enveloppe minimale. Ces deux enveloppes sont maillées avec des éléments 2D de 18 mm et d'épaisseur 5 mm. Le volume entre les deux enveloppes est maillé avec des éléments 3D de 18 mm. Les deux maillages sont liés directement en partageant les mêmes noeuds des surfaces en contact.
2. Identification des facteurs d'optimisation (la densité de matière individuelle de chaque élément du maillage correspondant à l'espace de conception)
  - 2.1. L'espace de conception correspond au volume entre les deux enveloppes.
  - 2.2. L'espace de conception est maillé de manière parfaitement uniforme avec des éléments 3D de 18 mm.
3. Définition des contraintes voir formulation [4.2.2](#)
4. Définition de la fonction coût (l'ERP) voir formulation [4.2.1](#)

- 4.1. L'effort d'excitation est un effort harmonique unitaire normal à la surface, placé à la denture, au niveau du couplage de denture.
- 4.2. L'ERP est calculée pour tous les éléments de l'ensemble du maillage de l'enveloppe extérieure et pour chacune des fréquences d'excitation comprise entre 20 et 3000 Hz.
5. Optimisation du problème formulé en [4.2.3](#)
  - 5.1. Initialisation des facteurs : la même densité de matière est appliquée à chaque élément de sorte que la contrainte de masse soit respectée.
  - 5.2. Optimisation par le solveur décrit en [4.2.4](#)
6. Post-traitement : LI est fixée par défaut à 0.2 et LS à 0.8.
  - Si  $\rho \leq \text{LI}$  alors  $\rho = 0$  (éléments supprimés) ;
  - Si  $\rho \geq \text{LS}$  alors  $\rho = 1$  (éléments 3D pleins) ;
  - Si  $\text{LI} < \rho < \text{LS}$  alors tous les éléments sont remplacés par des éléments de poutres. Les diamètres des poutres qui remplacent les éléments sont fixés de manière à ce que les poutres fassent la même masse que les éléments supprimés, pondérés par leur densité de matière.

L'étude de cette architecture a été menée dans un but prospectif afin d'en déterminer le potentiel. Relativement peu de temps lui a été consacré. De plus, contrairement aux autres optimisations où l'architecture de base évolue assez peu ou est peu sujet à de la dispersion, ici la question de la robustesse de la solution obtenue se pose. La méthode de fabrication et l'architecture n'étant pas les mêmes, l'architecture est probablement sujette à de fortes dispersions liées aux diamètres des poutres. Ce point pourrait être plus approfondi lors de travaux futurs.

## 4.3 Optimisation du réducteur sous Optistruct

Toutes les optimisations utilisent comme fonction coût la moyenne fréquentielle de l'ERP sur la plage de fréquences allant de 20 à 3000 Hz. La base modale est calculée jusqu'à 1.5 fois la fréquence d'excitation maximale pour une question de précision, soit 4 500 Hz. Le coefficient d'amortissement est fixé à 3 %. Le critère de convergence est un critère d'évolution relatif à l'itération précédente défini à 0.5 %.

### 4.3.1 Optimisation d'un carter en maillage 2D

#### Caractéristiques du modèle d'optimisation

Ce modèle possède 700 000 d.d.l. Le carter de référence et son collecteur d'huile sont supprimés pour être remplacés par l'enveloppe la moins encombrante possible. La surface de ce carter est de  $1.7 \text{ m}^2$  contre  $2.25 \text{ m}^2$  pour le carter d'origine. Une contrainte sur la taille minimale des filets de matière est imposée à 10 mm. L'épaisseur de la paroi du carter peut varier de 1 à 70 mm. La limite de 70 mm est extrêmement élevée, voire infaisable techniquement. Néanmoins, elle reste fixée à 70 mm afin de laisser un maximum de liberté à l'optimisation. Cette méthode d'optimisation s'avère très performante. Les calculs ont ainsi été réalisés en 3h en employant deux coeurs sur une machine partagée équipée de 2 Xeon CPU E5-2640 v4 @2.4 GHz 20 coeurs et en utilisant moins de 20 Go de RAM.

La figure 4.9 montre la courbe d'évolution de la fonction objectif (*i.e.* la moyenne de l'ERP). La fonction coût passe de  $2.56 \cdot 10^{-9}$  à  $1.01 \cdot 10^{-9}$  W, ce qui représente une diminution de l'ERP moyenne de 61 %, soit 4 dB. La fonction coût a validé la "convergence régulière", le critère pourrait être plus sévère mais cela ne permet de gagner que quelques pourcents supplémentaires que l'on ne retrouve pas forcément après post-traitement. On observe que la réduction de la fonction coût était encore assez prononcée avant l'itération 44. Avec un critère de convergence plus sévère, l'optimisation aurait peut-être pu aller un peu plus loin. Toutes les contraintes sont respectées.

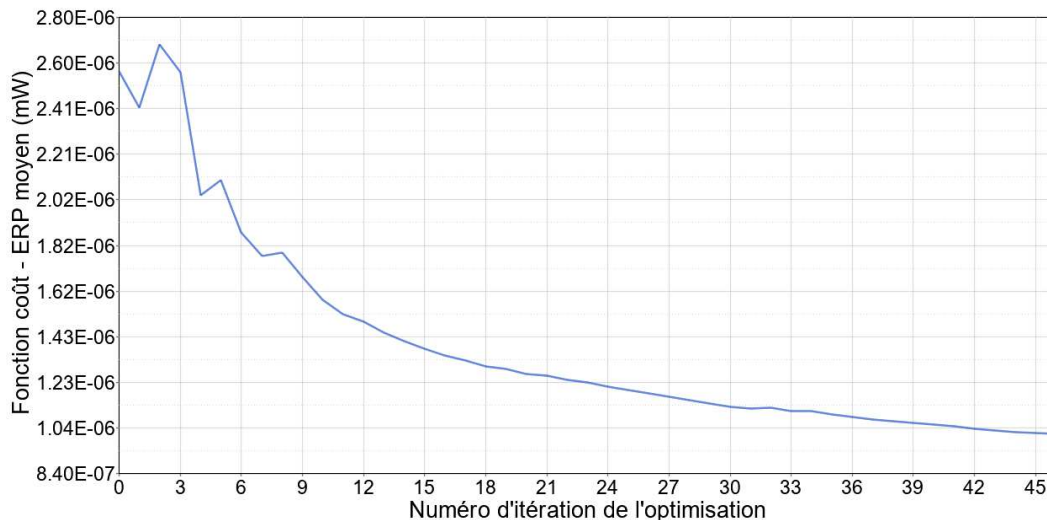


FIGURE 4.9 – Évolution de la fonction coût en fonction du numéro d'itération de l'optimisation du maillage 2D

La figure 4.10 présente le résultat de l'optimisation d'épaisseur du maillage 2D. On observe :

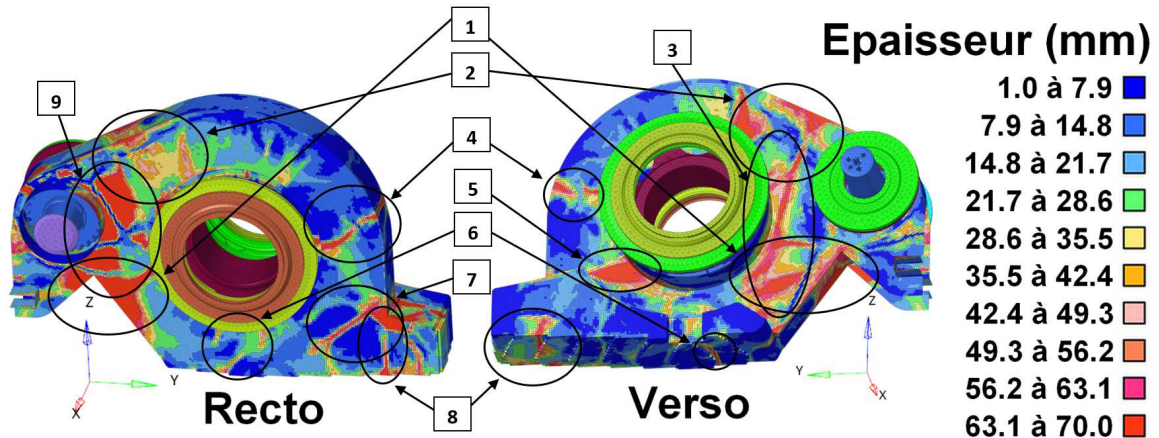


FIGURE 4.10 – Résultat d'optimisation d'épaisseur un carter en maillage 2D - épaisseur variant de 1 (bleu foncé) à 70 (rouge) mm

1. Une nervure en forme de couronne qui part d'un palier de roulements à l'autre en passant par le côté gauche du réducteur. Cette nervure est là pour rigidifier la structure.
2. Une large bande de matière qui s'apparente également à une nervure en forme de couronne partant d'un palier de roulements à l'autre en passant par le dessus du réducteur. Cette nervure est également là pour rigidifier la structure.
3. Une nervure qui traverse le verso du carter entre les deux arbres. Cette zone ressemble à une plaque qui peut vibrer comme une peau de tambour. La nervure est là pour limiter la flexion de la plaque.
4. Une nervure en forme de couronne qui part d'un palier de roulements à l'autre en passant par le côté droit du réducteur, présente pour rigidifier.
5. Une nervure qui part du palier de roulements côté verso jusqu'à la bache à huile. La nervure est là pour rigidifier la bache à huile en la rattachant au palier de roulements.
6. Une nervure en forme de couronne qui part d'un palier de roulements à l'autre en passant par le dessous du réducteur, utilisée pour rigidifier la structure.
7. Une nervure sur le recto du carter. Cette zone ressemble à une plaque qui peut vibrer comme une peau de tambour. La nervure est là pour limiter la flexion de la plaque et s'accroche au coin de la bache à huile, lui-même très rigidifié par l'importante présence de matière.

8. Une nervure en forme de couronne autour de la bête à huile qui passe par le dessous du réducteur, présente pour rigidifier la bête à huile.
9. Une quantité importante de matière entre les deux arbres sur le recto. On note également de nombreuses ruptures de forme avec des variations d'épaisseur passant de 1 à 70 mm en à peine quelques dizaines de millimètres. Cette matière ajoute de la masse pour contrer les vibrations et les ruptures de forme bloquent probablement la propagation des vibrations.

D'un point de vue général, on observe de nombreuses nervures qui rigidifient la structure. Beaucoup d'entre elles se lient aux paliers de roulements qui sont des zones déjà très rigides aidant à rigidifier le reste de la structure. D'autres sont là pour limiter la flexion des zones qui s'apparentent à des plaques qui se comportent comme une peau de tambour, comme celle de la bête à huile qui est une zone vibrant énormément. De plus, on observe une quantité de matière importante entre les paliers de roulements pour les rigidifier et bloquer les vibrations sortant des paliers. En effet, ce sont par ces paliers que les vibrations ressortent comme nous avons pu le constater en annexe H. De nombreuses ruptures de forme sont également présentes et les épaisseurs varient fortement entre 1 et 70 mm. De plus, la masse du réducteur a augmenté de 5 kg par rapport au réducteur d'origine, soit 2 % de la masse du carter d'origine.

### 4.3.2 Optimisation topologique d'un carter en maillage 3D

Ce modèle possède 975 000 d.d.l. Les nervures et les conduites d'huile du réducteur sont supprimées afin de remettre en cause la structure, au moins en partie. Ceci réduit de 13 kg la masse du carter. La surface de ce carter est de 2.1 m<sup>2</sup> contre 2.25 m<sup>2</sup> pour le carter d'origine. Les calculs ont été effectués en 6h avec 16 coeurs sur une machine partagée, équipée de 2 Xeon Gold 9130 CPU @2.1 GHz 16 coeurs et en utilisant moins de 40 Go de RAM.

La figure 4.11 montre la courbe d'évolution de la fonction objectif (*i.e.* la moyenne de l'ERP). La fonction coût passe de  $2.72 \cdot 10^{-9}$  à  $1.16 \cdot 10^{-9}$  W (cf. figure 4.11), ce qui représente une diminution de l'ERP moyenne de 58 % soit 3.7 dB. La fonction coût a validé la "convergence régulière". Toutes les contraintes sont respectées. La figure 4.12 présente le carter d'origine et le carter topologique optimisé. En rouge, sont représentés les éléments supprimés et en vert ceux que l'optimisation topologique a ajoutés après post-traitement. La masse du réducteur a augmenté de 3 kg par rapport au réducteur d'origine, soit 1.25 % de la masse du carter d'origine.

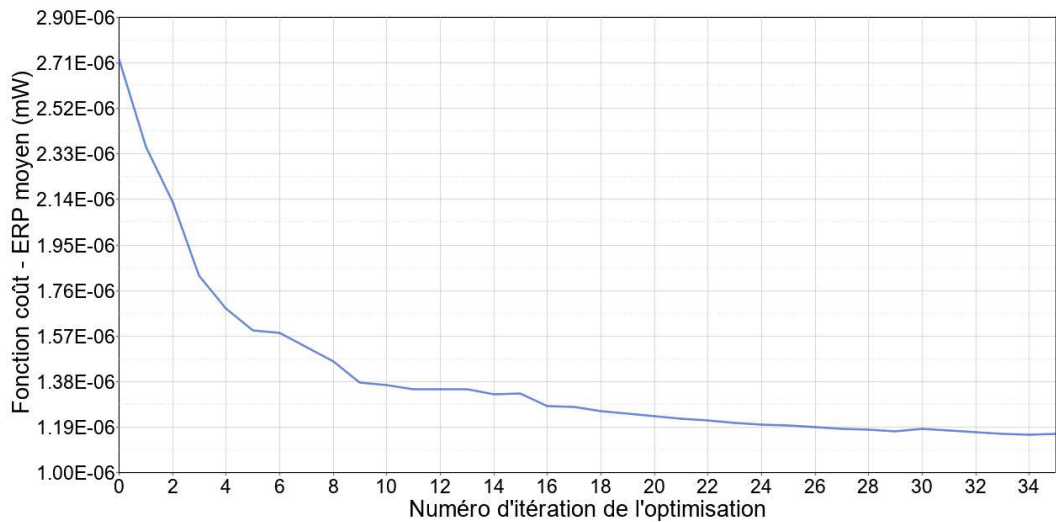


FIGURE 4.11 – Évolution de la fonction coût en fonction du numéro d'itération de l'optimisation topologique

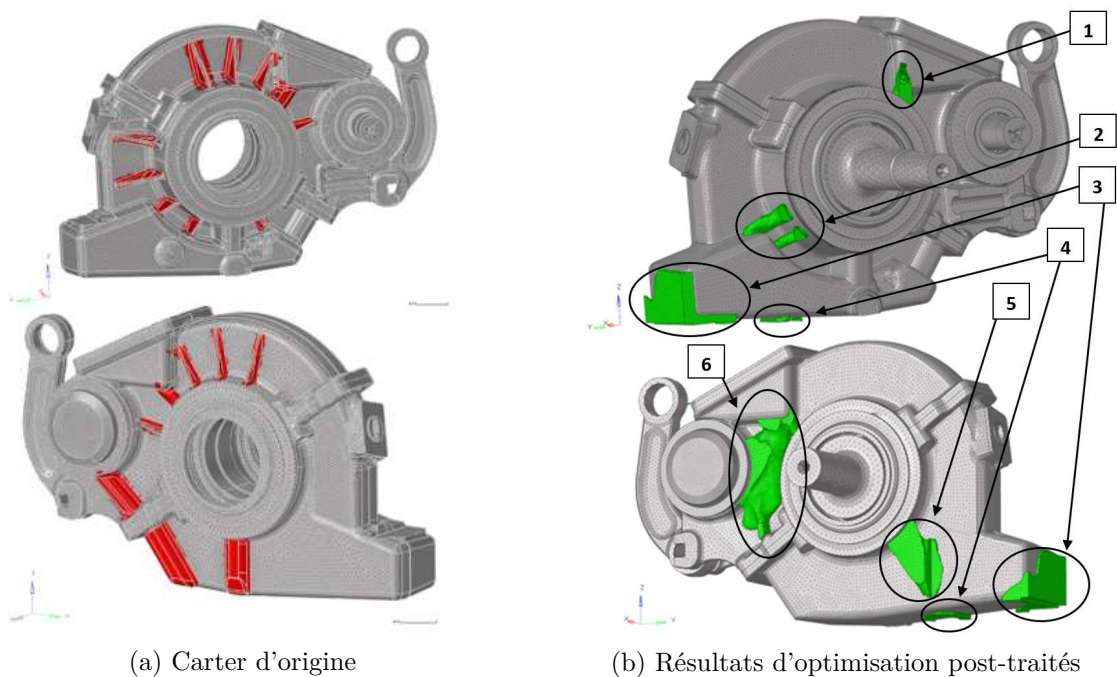


FIGURE 4.12 – Évolution avant l'optimisation topologique et après le post-traitement de l'optimisation

On observe :

1. Une nervure qui connecte le palier de roulements au collecteur d'huile. Pour rappel, le collecteur d'huile vibre beaucoup. La nervure est là pour rigidifier le collecteur d'huile.



2. Deux nervures qui relient le palier de roulements à la bache à huile. Elles sont également là pour rigidifier la structure.
3. Une surépaisseur au bout de la bache à huile, qui ajoute de la masse, contrebalançant les vibrations et réduisant l'amplitude de certaines résonances.
4. Une surépaisseur en dessous de la bache à huile qui ajoute de la masse, permettant de réduire la vitesse pariétale en augmentant l'inertie.
5. Une nervure qui part du palier de roulements jusqu'au milieu de la bache à huile, zone vibrant énormément. Cette nervure est là pour rigidifier la bache qui se comporte comme une peau de tambour. De plus, elle s'attache au palier de roulements déjà très rigide. On observe également que cette nervure est très parallélépipédique. En effet, elle a atteint le maximum de l'encombrement. Dans la suite de l'étude, la position de la nervure a été modifiée manuellement via une rotation afin de la placer plus au centre de la bache. Cette rotation permet d'avoir de meilleures performances acoustiques mais la contrainte d'encombrement n'est plus respectée.
6. Une quantité importante de matière entre les arbres est constatée. On observe dans un premier temps la présence de matière reliant le collecteur d'huile au palier de roulements apportant le même effet que dans le point (1). Ensuite, une quantité importante de matière est ajoutée entre les arbres pour rigidifier la structure et bloquer les vibrations en sortie des paliers.

L'une des difficultés rencontrées lors de l'optimisation topologique est la présence élevée d'éléments avec une densité intermédiaire ( $\rho \simeq 0.5$ ) malgré l'emploi de facteurs de pénalisation. Un autre problème est l'apparition de matière volante, non rattachée au carter. Cette matière est liée au carter, lors de l'optimisation, à travers des éléments de faible densité, qui disparaissent après post-traitement. Ces deux problèmes sont dus au fait que le comportement vibroacoustique dépend, non seulement de la répartition des raideurs mais aussi des masses. Une solution serait de faire des optimisations topologiques par petites zones. Ainsi, l'algorithme ajoute progressivement de la matière, en faisant l'hypothèse que la surface finale sera équivalente à la surface initiale, afin d'éviter que l'optimisation ne diverge trop. Une alternative serait d'ajouter plus de matière que prévu en sachant d'avance qu'après post-traitement, la matière "volante" sera supprimée. De plus, en analysant le comportement de l'optimisation, on en déduit qu'elle cherche à répartir de la masse dans tout l'espace de conception pour contrer les vibrations en augmentant les inerties grâce aux éléments à densité moyenne. De plus, l'optimisation s'efforce à augmenter l'épaisseur virtuelle du carter afin d'accroître le moment quadratique et donc la raideur des parois du carter. L'éloignement de la matière par rapport à la fibre neutre de la paroi

du carter implique un moment quadratique de flexion élevé et donc une raideur de flexion importante :

$$K_{flexion} = EI_z = \frac{M_{fz}}{\gamma} \quad (4.22)$$

avec  $E$  le module de Young,  $I_z$  le moment quadratique de flexion,  $M_{fz}$  le moment de flexion et  $\gamma$  la déformation en flexion.

### 4.3.3 Optimisation en treillis pour un carter réalisable en impression additive

Cette optimisation repose sur l'idée de partir sur une structure avec un moment quadratique de la paroi du carter élevé. Ce modèle possède 750 000 d.d.l. Le carter de l'optimisation en treillis reprend l'enveloppe minimale de l'optimisation en 2D et possède une enveloppe extérieure distante de 18 mm de l'enveloppe intérieure. Cette enveloppe est maillée avec des éléments 2D de 9 mm et une épaisseur de 5 mm. L'épaisseur moyenne du carter est donc de 28 mm, ce qui correspond au maximum admissible pour respecter l'encombrement. La surface de ce carter est de 2.18 m<sup>2</sup> contre 2.25 m<sup>2</sup> pour le carter d'origine. La surface est plus faible car elle est plus "lisse". Les calculs ont été menés en 4h avec 2 coeurs sur une machine partagée équipée de 2 Xeon CPU E5-2640 v4 @2.4 GHz 20 coeurs et en utilisant moins de 40 Go de RAM. L'optimisation du diamètre des poutres n'a pas été effectuée car cette optimisation est très lente à cause du nombre important de poutres (environ 20 000). La figure 4.13 montre la courbe d'évolution de la fonction objectif (*i.e.* la moyenne de l'ERP). La fonction coût passe de 2.45.10<sup>-9</sup> à 1.27.10<sup>-9</sup> W, ce qui représente une diminution de l'ERP moyenne de 48 %, soit 2.9 dB. La fonction coût a validé la "convergence régulière". Toutes les contraintes sont respectées.

La figure 4.14 présente le carter optimisé en treillis. La répartition de la matière suit la même logique que pour le carter en maillage 2D. Une quantité importante de matière a été ajoutée autour du pignon pour satisfaire les contraintes sur le mésalignement et rigidifier les paliers de roulements. On note également la présence de matière sur une partie précise de la bache huile, identifiée comme très vibrante. Très peu de matière a été déposée sur le dessus du réducteur, cette zone vibrant peu. Il en est de même pour la bache à huile d'un point de vue global, la matière est moins présente et plus dispersée. On note l'existence de moins de "trous de matière" que pour l'optimisation d'épaisseur du maillage 2D. En effet, l'épaisseur ne peut pas atteindre 70 mm et on travaille à iso-masse conduisant à une répartition de la matière plus uniforme. De plus, la masse du réducteur a diminué de 10 kg par rapport au réducteur d'origine, soit 4 % de la masse du carter d'origine.

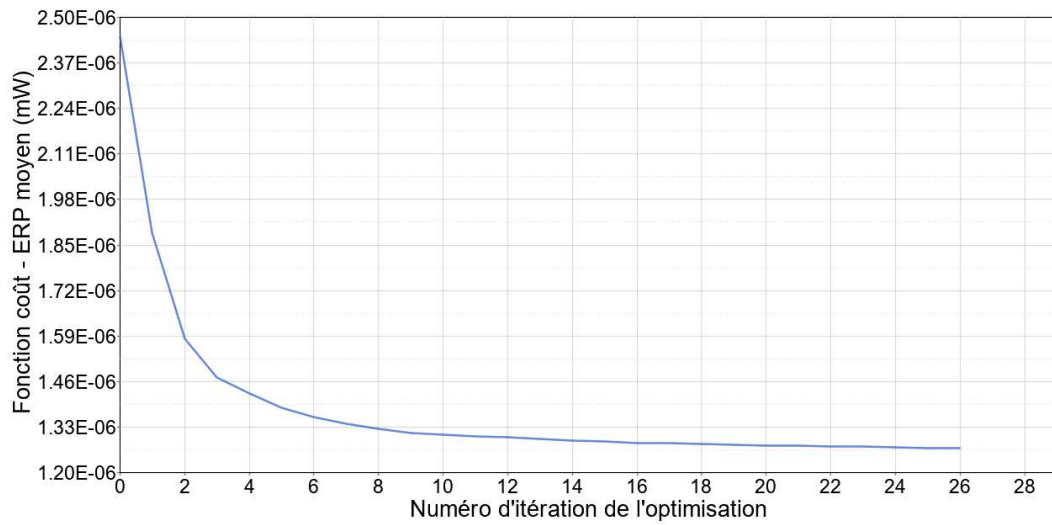


FIGURE 4.13 – Évolution de la fonction coût en fonction du numéro d'itération de l'optimisation en treillis

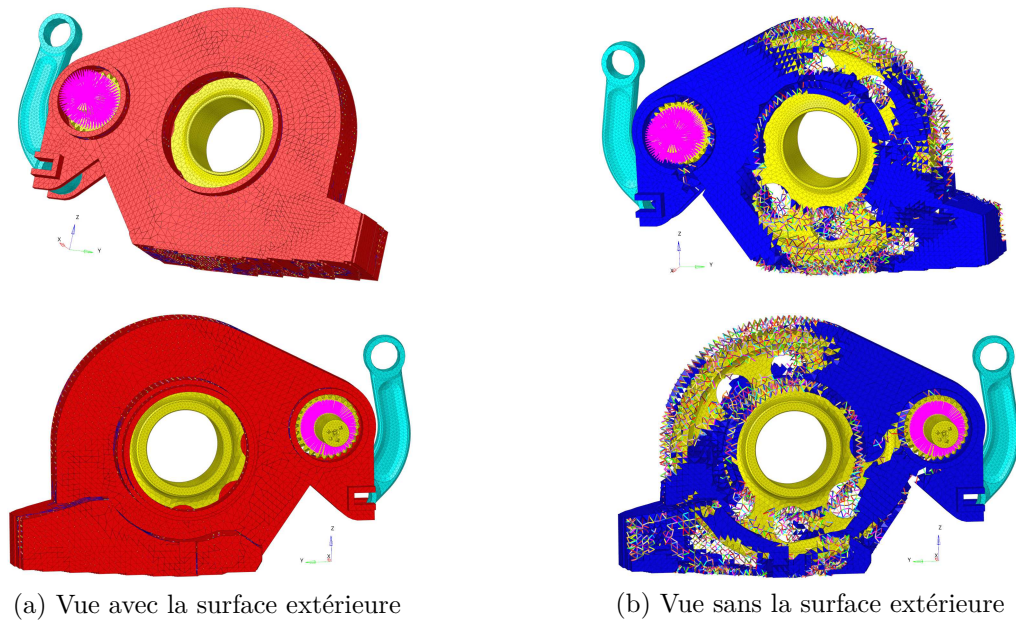


FIGURE 4.14 – Carter optimisé en treillis

#### 4.3.4 Synthèse des optimisations

Le tableau 4.1 présente la synthèse des trois stratégies d'optimisation. Le temps de calcul semble directement dépendant du nombre de degrés de liberté. Comme observé dans les figures 4.9, 4.11 et 4.13, les optimisations ont convergé. On constate quelques similitudes dans les optimisations comme l'ajout de matière et de nervures au niveau des paliers de roulements et de la bache à huile pour les rigidifier.

Stratégie d'optimisation	Nombre de d.d.l	Temps de calcul	Évolution de la *FC
Optimisation d'épaisseur	700 000	3h	2.56 à 1.01 (-61%)
Optimisation topologique	975 000	6h	2.72 à 1.16 (-58%)
Optimisation en treillis	750 000	4h	2.45 à 1.27 (-48%)

Tableau 4.1 – Synthèse des optimisations - \*FC = Fonction Coût

Les masses sont relativement stables, elles ont augmenté de 3 et 5 kg pour les carter topologique et 2D alors qu'elle a diminué de 10 kg pour le carter en treillis soit une différence respectivement de +1.25 %, +2 % et -4 % avec la masse du carter d'origine, collecteur d'huile inclus.

## 4.4 Comparaison des carters optimisés avec le carter d'origine

Les comparaisons entre les différents carters optimisés et le carter d'origine sont menées à partir des résultats des calculs d'ERP et des calculs déterministes en sirène suivant la méthodologie décrite dans le chapitre 3.

### 4.4.1 Comparaison des caractéristiques générales

#### Caractéristiques géométriques

Toutes les optimisations ont été faites à iso-masse. L'ensemble des réducteurs respectent l'encombrement sauf l'optimisation en maillage 2D et le carter topologique modifié manuellement. Le tableau 4.2 présente la surface extérieure des différents carters. Du fait de sa surface plus petite, le carter en maillage 2D devrait avoir de très bonnes performances vibroacoustiques. En effet, le rayonnement vibroacoustique dépend de la vitesse quadratique de la paroi mais aussi de la surface totale rayonnante.

	Surface (m <sup>2</sup> )
Carter d'origine	2.25
Carter sans nervures	2.05
Carter maillage 2D	1.71
Carter topologique	2.09
Carter en treillis	2.18

Tableau 4.2 – Surface extérieure des différents carters

### Caractéristiques mésalignement et source d'excitation

La figure 4.15 présente les spectres de l'erreur statique de transmission pour les différents réducteurs optimisés.

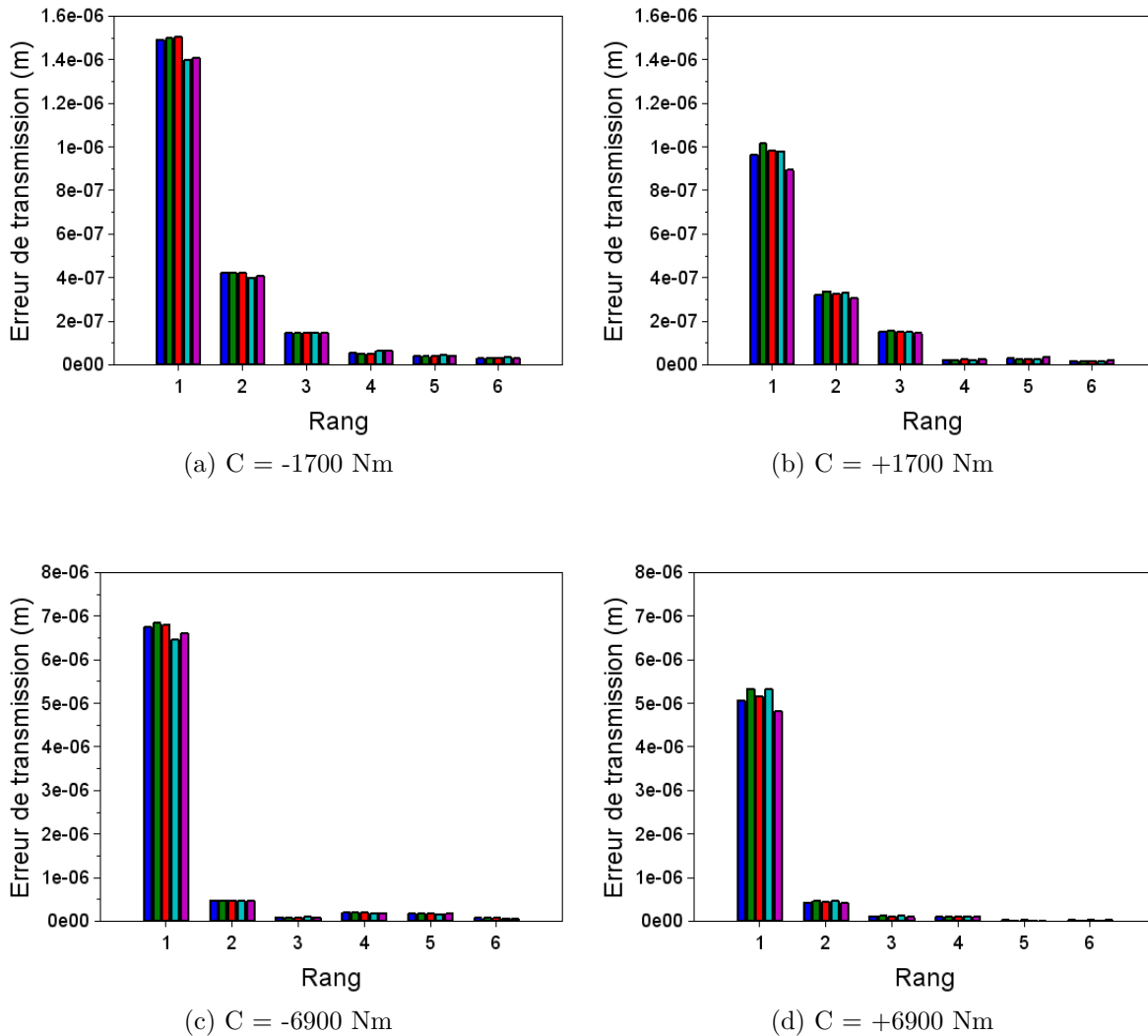


FIGURE 4.15 – Spectres de l'erreur statique de transmission pour les 4 configurations de couple — carter d'origine (bleu), carter sans nervures (vert), carter optimisé topologique (rouge), carter en maillage 2D (bleu turquoise), carter en treillis (mauve)

Le tableau 4.3 présente les calculs de mésalignement pour les différents carters et les différents couples. On constate que les mésalignements sont proches. En effet, une contrainte sur le mésalignement était appliquée durant les optimisations. Bien qu'elle évolue peu, la source d'excitation a été recalculée à chaque fois dans la suite des calculs (cf. figure 4.15), pour des raisons de précision.

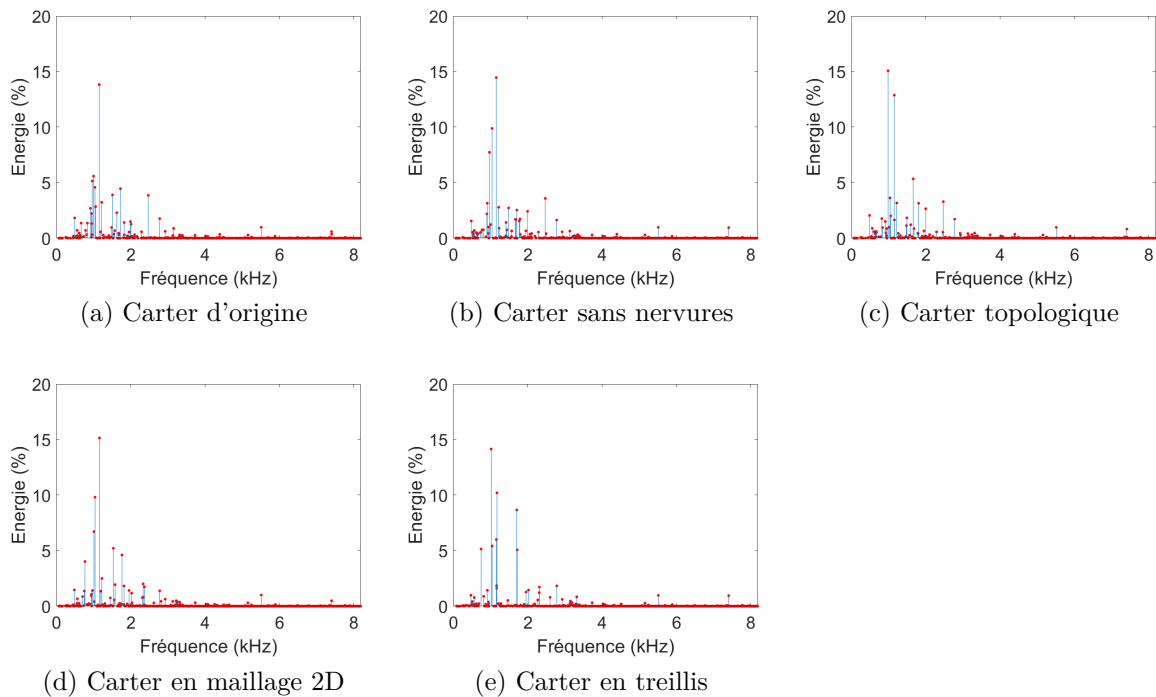
	-1700 Nm	+1700 Nm	-6900 Nm	+6900 Nm
Carter d'origine	0.428	-0.323	1.56	-1.24
Carter sans nervures	0.431	-0.340	1.58	-1.30
Carter maillage 2D	0.397	-0.329	1.50	-1.30
Carter topologique	0.432	-0.330	1.57	-1.26
Carter en treillis	0.399	-0.298	1.53	-1.18

Tableau 4.3 – Mésalignements équivalents rapportés à la denture (mrad)

Le mésalignement du carter sans nervures est plus élevé que celui du carter d'origine, car les nervures tiennent le rôle d'élément rigidifiant. Les carters en maillage 2D et en treillis ont généralement les mésalignements les plus faibles. Ceci devrait leur permettre d'avoir de bonnes performances vibroacoustiques grâce à une source d'excitation moins importante. Les écarts sur le désalignement se retrouvent bien dans les écarts des amplitudes de l'EST.

### Identification des modes de denture

La figure 4.16 présente la contribution énergétique des modes de denture des différents carters pour un couple de fonctionnement de -1700 Nm.

FIGURE 4.16 – Contribution énergétique des modes de denture pour  $C = -1700$  Nm des différents carters (trait bleu + point rouge = 1 mode et sa contribution)

Le principe des modes de denture est défini en 1.2.6. Les modes de denture pour les autres couples de fonctionnement sont présentés en annexe C. On note de fortes modifications sur la répartition de l'énergie des modes de denture entre 1 et 2 kHz. Certains modes dominants évoluent peu, comme le mode avec 15 % d'énergie à 1160 Hz. En fonction du carter, les modes évoluent peu en fréquence, ils sont plus sensibles à la configuration du couple mais les évolutions restent de l'ordre de 5 à 10 %.

### Caractéristiques modales

La figure 4.17 présente l'évolution de la densité modale en fonction de la fréquence pour les 5 carters suivant les 4 configurations de couple.

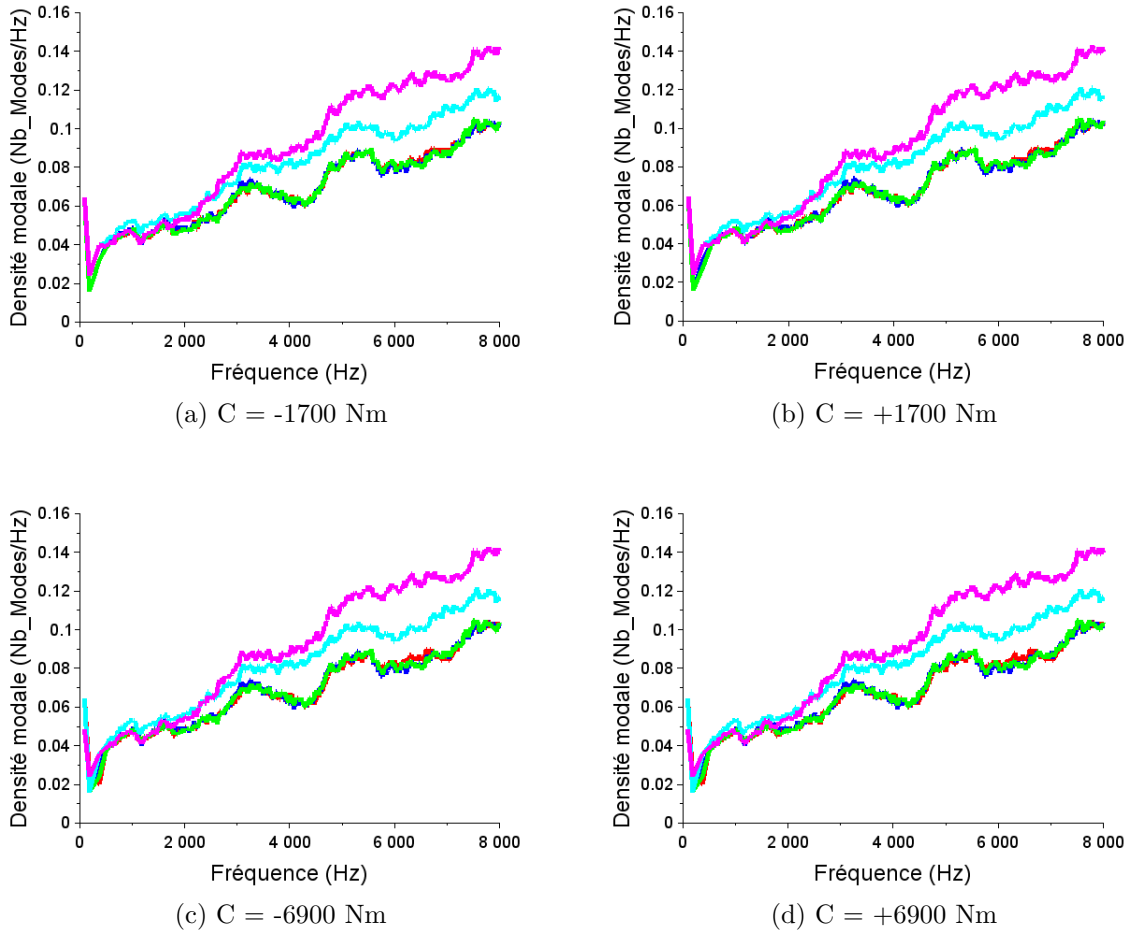


FIGURE 4.17 – Évolution de la densité modale des différents carters pour les 4 configurations de couple — carter d'origine (rouge), carter sans nervures (bleu), carter optimisé topologique (vert), carter en maillage 2D (bleu turquoise), carter en treillis (magenta)

On observe que la configuration de couple affecte peu les densités modales des réduc-

teurs. De plus, le carter d'origine, le carter sans nervures et le carter optimisé topologique ont des densités modales très proches. Le déplacement ou la suppression des 13 kg de matière, sur les 220 kg du carter, ne suffisent pas à faire évoluer significativement la densité modale. Les évolutions de la densité modale et des modes critiques indiquent que les raideurs globales des réducteurs ont peu évolué. Le facteur de rayonnement devrait donc être, lui aussi, peu affecté. Quant aux carters en maillage 2D et en treillis, les écarts des densités modales par rapport au carter d'origine sont faibles de l'ordre de 20 % de 0 à 2 kHz et de 38 % en moyenne de 2 à 8 kHz. Les raideurs globales de ces deux réducteurs semblent plus faibles. L'augmentation de la densité modale s'explique par le fait que ces réducteurs ont des zones avec des faibles épaisseurs par endroit, de l'ordre de quelques millimètres contre 12 mm pour le carter d'origine. Par conséquent, à ces fréquences, l'augmentation de la densité modale concerne principalement des modes locaux. De 0 à 2 kHz, le facteur de rayonnement devrait être peu affecté, car rien n'indique une évolution majeure des raideurs des réducteurs. Au-delà de 2 kHz, le facteur de rayonnement devrait diminuer, car il est connu que le rayonnement acoustique diminue lors d'une diminution de la raideur. De plus, la fréquence critique est estimée aux alentours de 1.1 kHz, ainsi au-delà de 2 kHz le facteur de rayonnement tend vers 1.

### Calculs de la puissance acoustique rayonnée équivalente - ERP

La figure 4.18 présente l'évolution de la puissance acoustique rayonnée équivalente (ERP) en fonction de la fréquence d'excitation pour le carter d'origine, le carter sans nervures et le carter obtenu par une optimisation topologique. On constate que les réponses ERP entre les carters avec ou sans nervures sont très similaires. D'un point de vue vibroacoustique, les nervures ont un effet très limité et parfois même un effet négatif (par exemple à 1700 Hz). Le carter optimisé, comparé au carter sans nervures, a de meilleures réponses vibroacoustiques (*i.e.* inférieures) sur quasiment toute la plage de fréquences.

Le tableau 4.4 présente les moyennes des calculs ERP pour le carter d'origine, le carter sans nervures et le carter topologique optimisé.

	-1700 Nm	+1700 Nm	-6900 Nm	+6900 Nm
Carter d'origine	6.74 / ref	6.98 / ref	5.11 / ref	5.34 / ref
Carter sans nervures	6.32 / 94%	6.93 / 99%	4.77 / 93%	5.49 / 103%
Carter topologique	5.00 / 74%	5.04 / 72%	4.11 / 80%	4.35 / 81%

Tableau 4.4 – Moyennes des calculs ERP (nW) pour le carter d'origine, le carter sans nervures et le carter topologique

On remarque que les nervures ont un impact légèrement négatif d'un point de vue acous-



tique. Le carter optimisé apporte une réduction allant de 19 à 28 %, soit une réduction de 0.9 à 1.4 dB.

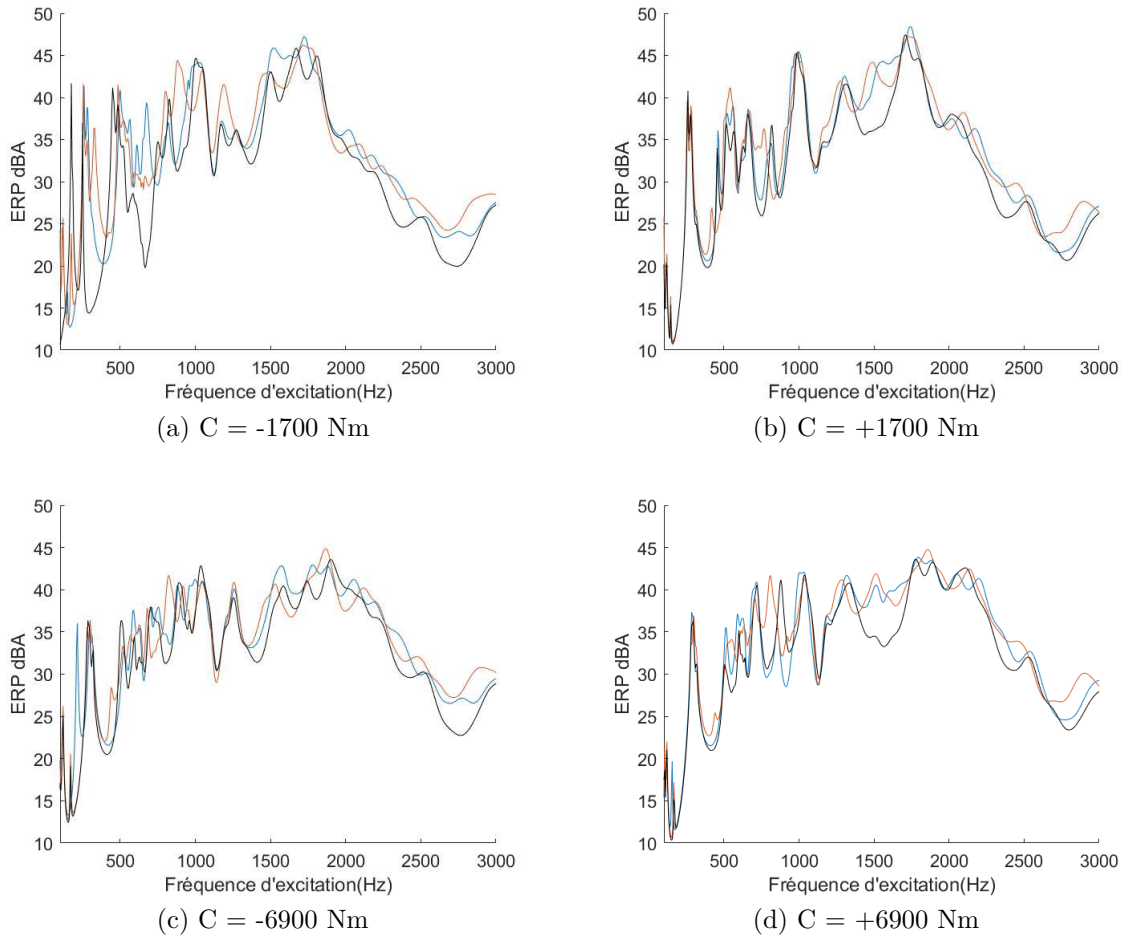


FIGURE 4.18 – Évolution de la puissance acoustique rayonnée équivalente (ERP) en fonction de la fréquence d’excitation — Carter d’origine (en bleu), carter sans nervures (en rouge), carter optimisé topologique (en noir)

La figure 4.19 présente l’évolution de la puissance vibroacoustique rayonnée équivalente (ERP) en fonction de la fréquence d’excitation pour le carter d’origine, le carter en maillage 2D et le carter en treillis. On note une nette amélioration des performances acoustiques à la fois pour le maillage 2D et celui en treillis. Le carter en treillis apporte parfois une forte réduction dans le calcul ERP, alors que le carter en maillage 2D est plus constant sur l’écart avec le carter d’origine.

Le tableau 4.5 présente les moyennes des calculs ERP pour le carter d’origine, le carter en maillage 2D et le carter en treillis. On constate que, quelle que soit la configuration de couple, le carter en maillage 2D apporte de fortes réductions dans le calcul ERP. Au contraire, le carter en treillis mène à des diminutions principalement dans le sens de couple

#### 4.4. Comparaison des carters optimisés avec le carter d'origine

négatif, sa moyenne étant fortement affectée par sa résonance à 2 kHz.

	-1700 Nm	+1700 Nm	-6900 Nm	+6900 Nm
Carter d'origine	6.74 / ref	6.98 / ref	5.11 / ref	5.34 / ref
Carter maillage 2D	3.65 / 54%	4.04 / 58%	3.15 / 62%	3.95 / 74%
Carter en treillis	3.71 / 55%	5.26 / 75%	4.10 / 80%	5.12 / 96%

Tableau 4.5 – Moyennes des calculs ERP (nW) pour le carter d'origine, le carter en maillage 2D et le carter en treillis

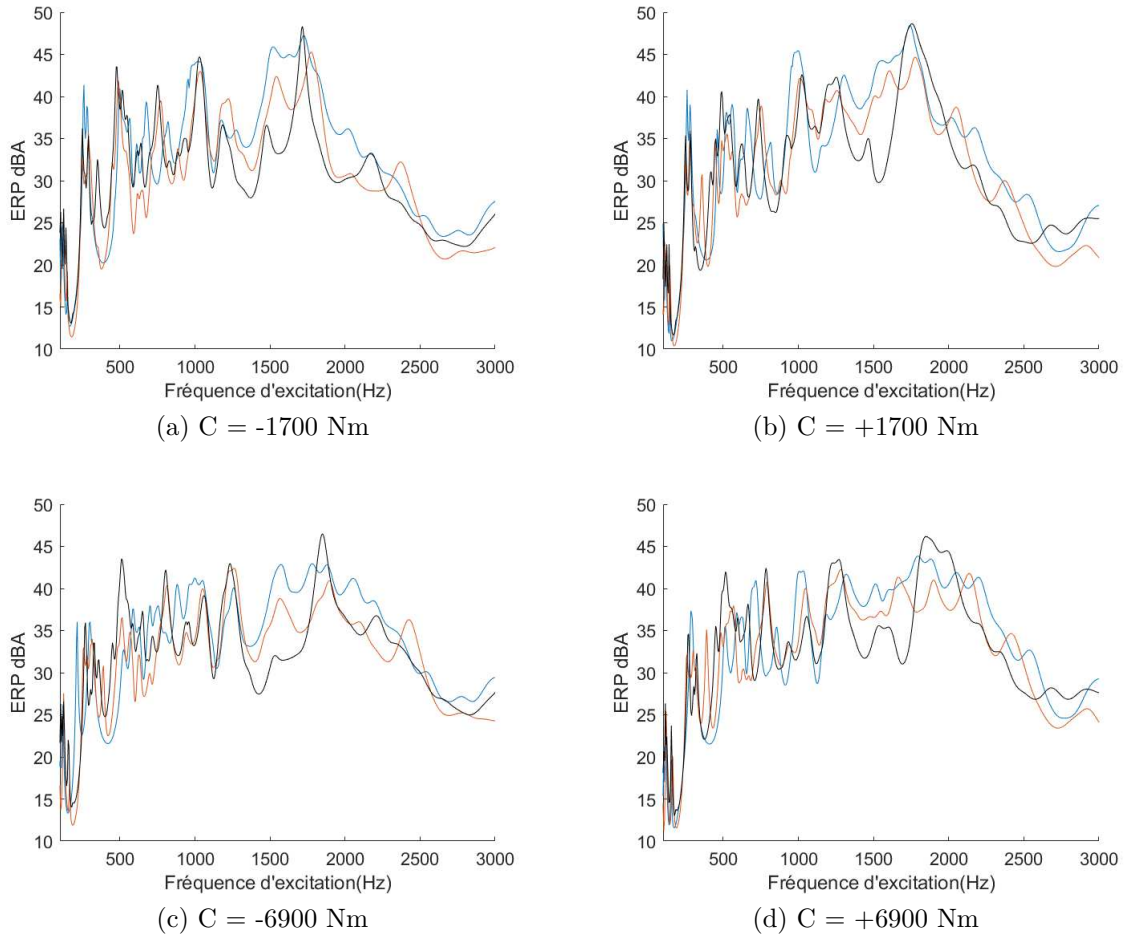


FIGURE 4.19 – Évolution de la puissance acoustique rayonnée équivalente (ERP) en fonction de la fréquence d'excitation — Carter d'origine (en bleu), carter en maillage 2D (en rouge), carter en treillis (en noir)

### 4.4.2 Comparaison de la réponse dynamique des carters

#### Comparaison du carter d'origine avec le carter sans nervures et le carter topologique

La figure 4.20 montre les évolutions de la moyenne arithmétique des valeurs efficaces de la vitesse pariétale estimée des capteurs.

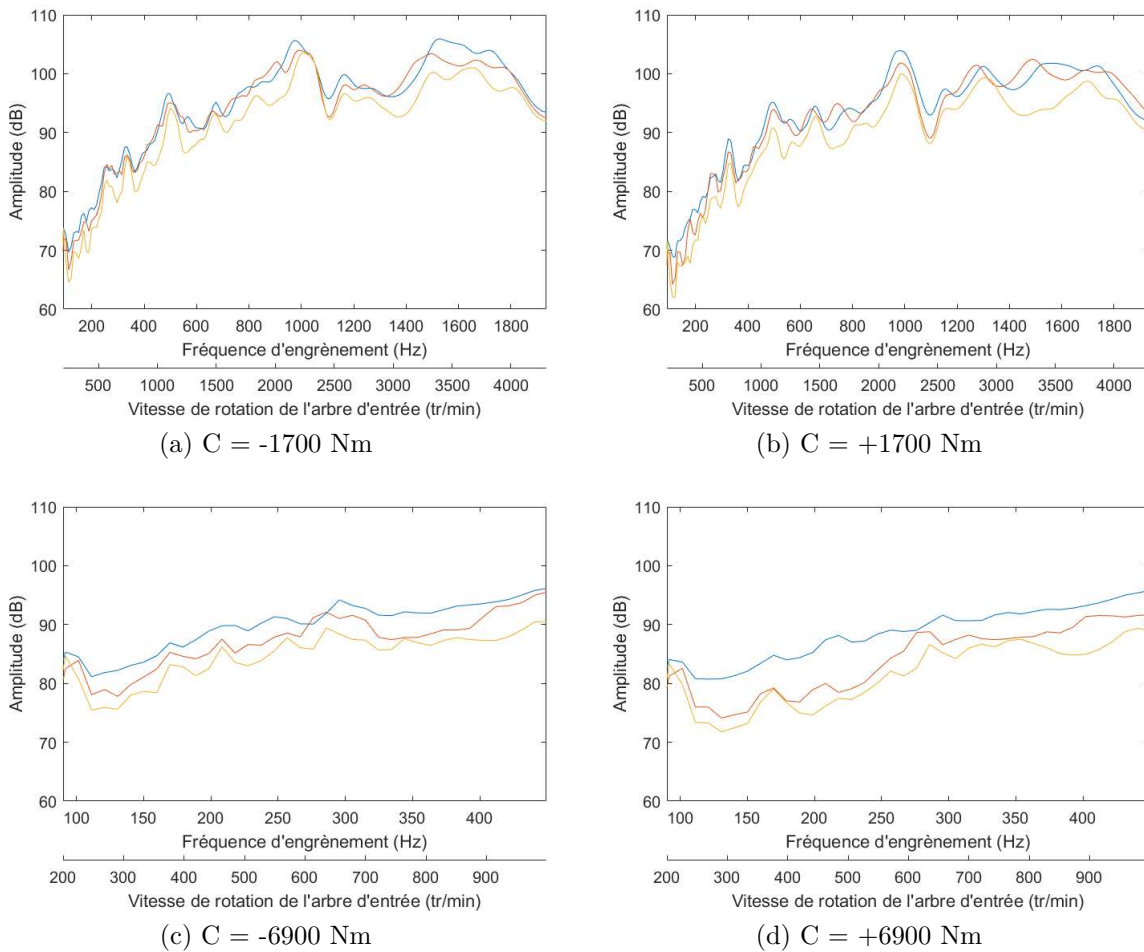


FIGURE 4.20 – Évolution de la moyenne arithmétique des valeurs efficaces de la vitesse pariétale estimée des capteurs en fonction de la vitesse de rotation en entrée — Carter d'origine (en bleu), carter sans nervures (en rouge), carter optimisé topologique (jaune)

Ce critère est défini en fin de chapitre 3. Cette évolution est calculée pour les quatre configurations de couple, en fonction de la vitesse de rotation en entrée du réducteur, pour le carter d'origine, le carter sans nervures et le carter obtenu par une optimisation topologique. À couple moyen ( $\pm 1700 \text{ N.m}$ ), on remarque des niveaux de puissance acoustique similaires entre le carter d'origine et celui sans nervures. À couple maximal ( $\pm 6900 \text{ Nm}$ ), le carter sans nervures a une puissance acoustique estimée plus faible

#### 4.4. Comparaison des carters optimisés avec le carter d'origine

sur toute la plage de vitesses. La vitesse maximale se limite à 1000 tr/min afin de rester en dessous de la puissance maximale de 850 kW. Sur l'ensemble de la plage de vitesses, le carter optimisé par une méthode topologique a une puissance acoustique estimée plus faible que les deux autres carters, avec des réductions allant jusqu'à 10 dB pour certaines vitesses.

La figure 4.21 présente les évolutions de la valeur efficace de l'effort dynamique de denture en fonction de la vitesse de rotation en entrée pour les quatre configurations de couple et pour le carter d'origine, le carter sans nervures et le carter obtenu par une optimisation topologique.

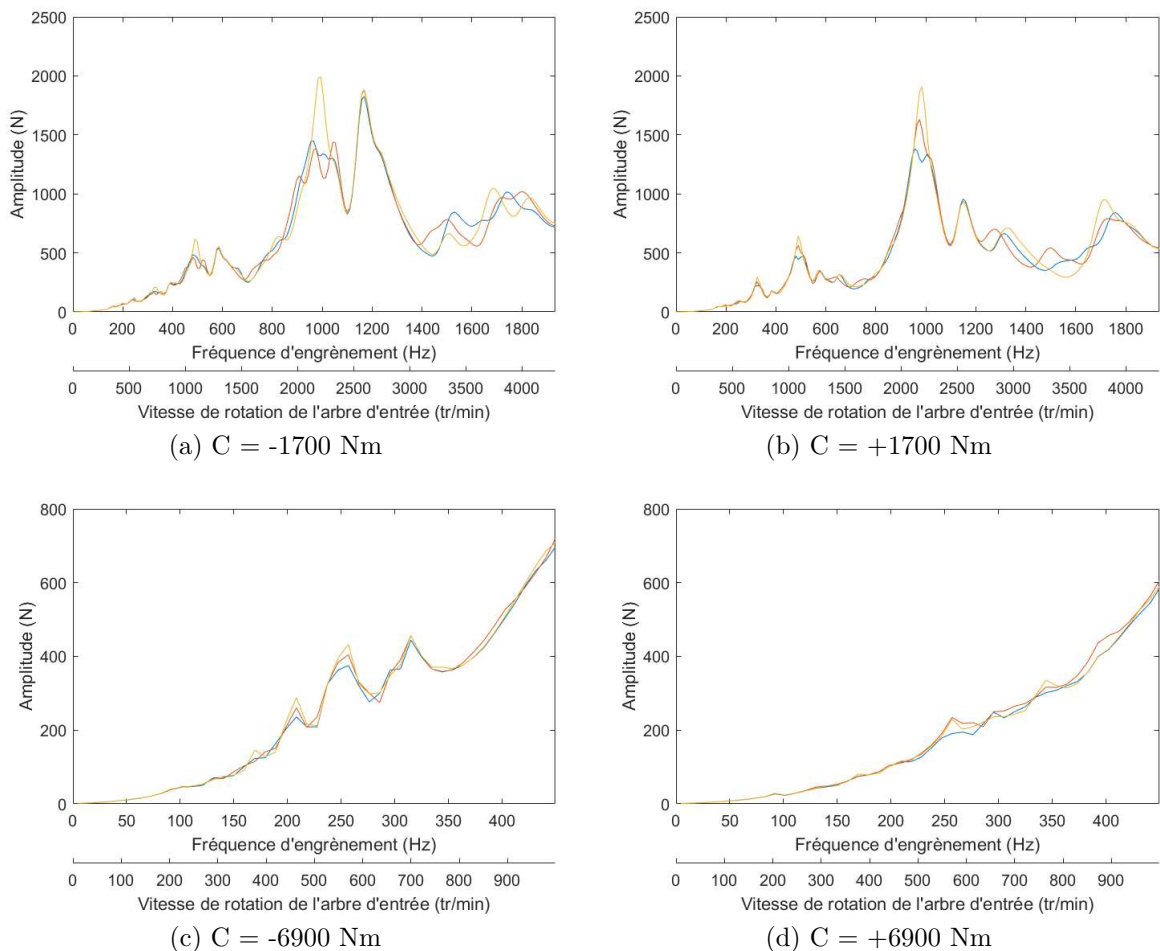


FIGURE 4.21 – Évolution de la valeur efficace de l'effort dynamique de denture en fonction de la vitesse de rotation — Carter d'origine (en bleu), carter sans nervures (en rouge), carter optimisé topologique (jaune)

On note que le carter obtenu par une optimisation topologique a un effort dynamique de denture plus important pour certains régimes, principalement entre 2000 et 2500 tr/min. Sur le reste de la plage de régimes, les efforts dynamiques sont similaires

pour les différents carters. À 1700 Nm, dans les deux sens de couple, le pic maximal de la valeur efficace de l'effort dynamique de denture est égal à 2000 N, ce qui représente 10% de l'effort statique, sachant que l'effort statique est de 19400 N. À 6900 Nm, dans les deux sens de couple, la valeur maximale de l'effort dynamique de denture est très faible.

### Comparaison du carter d'origine avec le carter en maillage 2D et le carter en treillis

La figure 4.22 montre les évolutions de la moyenne arithmétique des valeurs efficaces de la vitesse pariétale estimée des capteurs. Ce critère est défini en fin de chapitre 3.

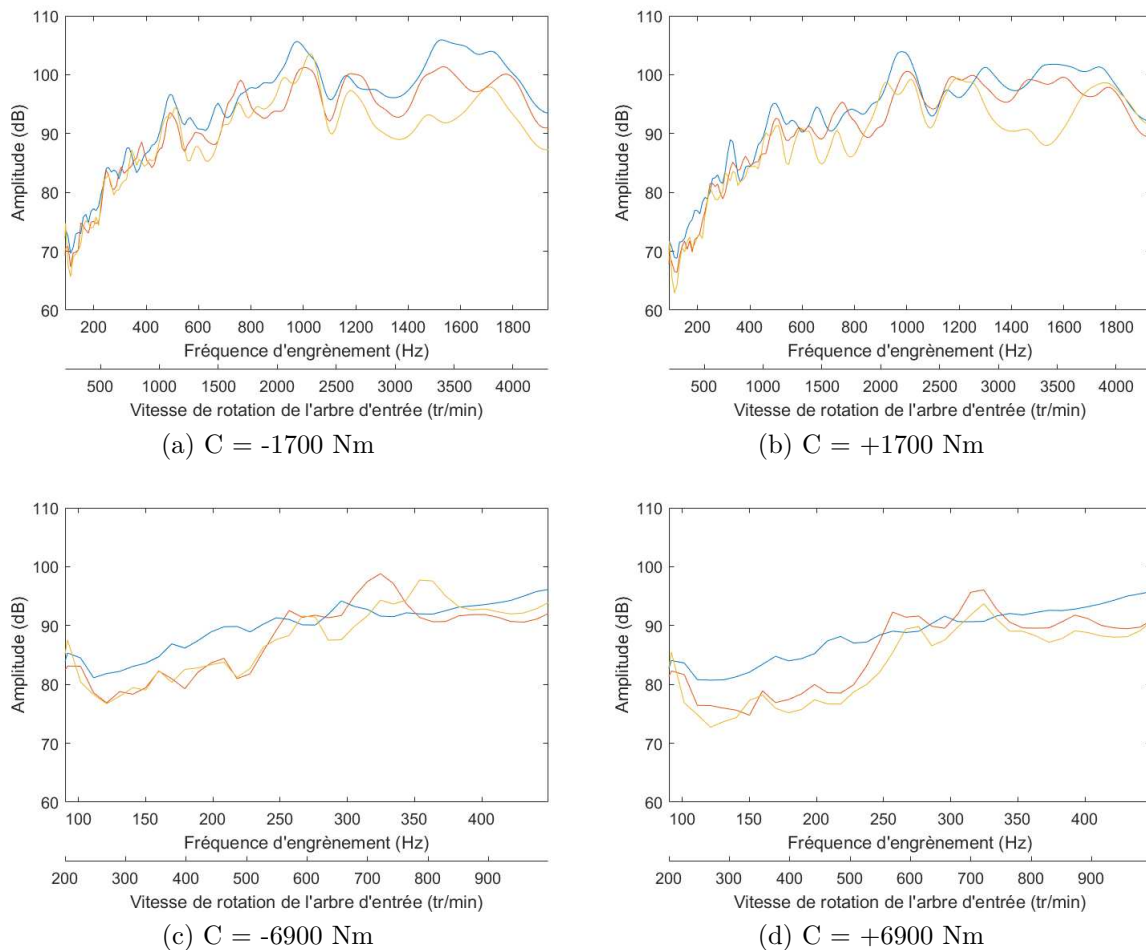


FIGURE 4.22 – Évolution de la moyenne arithmétique des valeurs efficaces de la vitesse pariétale estimée des capteurs en fonction de la vitesse de rotation en entrée — Carter d'origine (en bleu), carter en maillage 2D (en rouge), carter en treillis (jaune)

Cette évolution est calculée pour les quatre configurations de couple, en fonction de la vitesse de rotation en entrée du réducteur, pour le carter d'origine, le carter en maillage 2D

et le carter en treillis. On constate que les carters optimisés ont une puissance acoustique estimée plus faible que le carter d'origine sur quasiment toute la plage de vitesses, avec des gains pouvant aller jusqu'à 14 dB entre 3000 et 3500 tr/min.

La figure 4.23 présente les évolutions de la valeur efficace de l'effort dynamique de denture en fonction de la vitesse de rotation en entrée pour les quatre configurations de couple et pour le carter d'origine, le carter en maillage 2D et le carter en treillis.

On observe qu'à l'amplitude de couple maximal (+/- 6900 Nm) les différences sont très faibles entre 0 et 1000 tr/min. En effet, les optimisations affectent très peu les modes de denture situés sur cette plage de vitesses (cf. figure 4.16). A + 1700 Nm, les carters optimisés ont des pics d'effort dynamique de denture plus élevés allant jusqu'à 2200 N, soit 11% de l'effort statique.

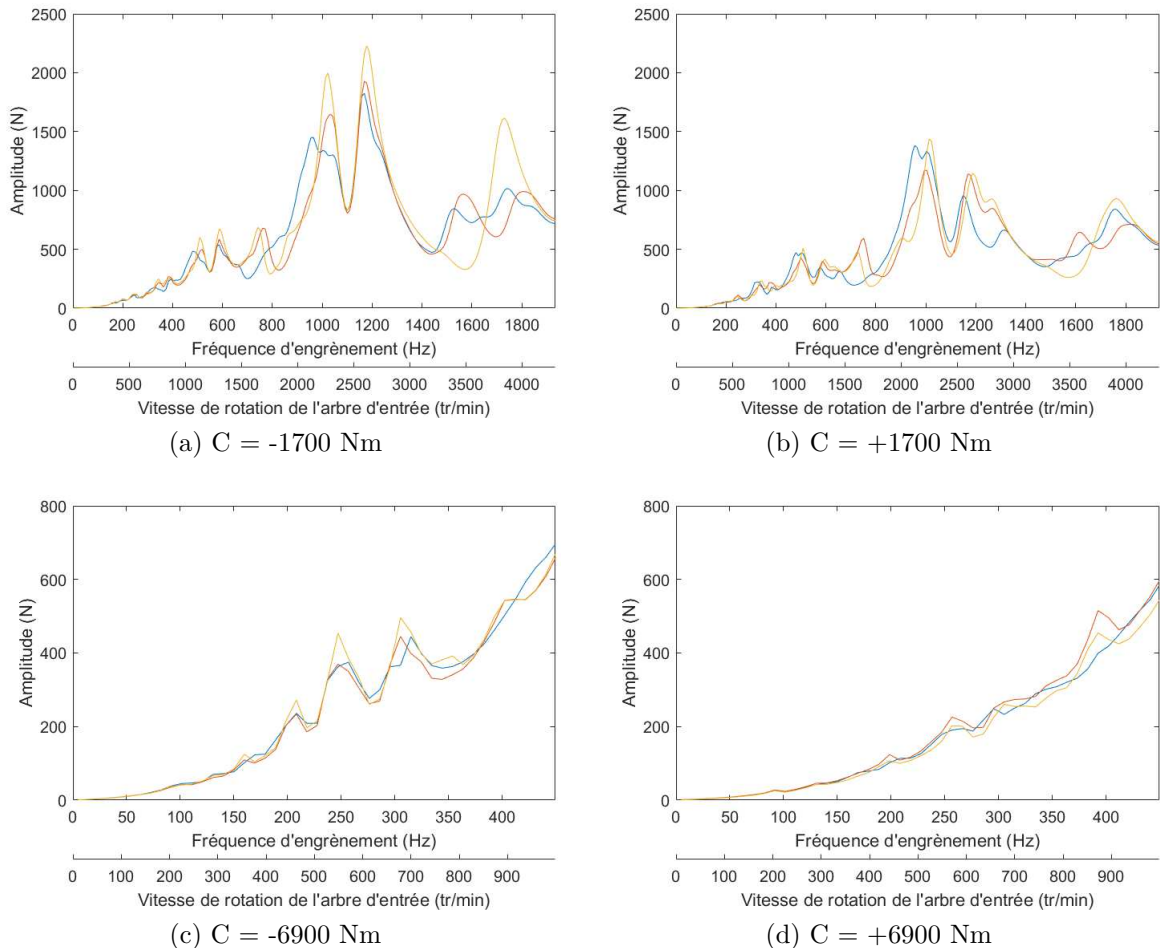


FIGURE 4.23 – Évolution de la valeur efficace de l'effort dynamique de denture en fonction de la vitesse de rotation — Carter d'origine (en bleu), carter en maillage 2D (en rouge), carter en treillis (jaune)

### Comparaisons de la puissance acoustique rayonnée équivalente pour les régimes de fonctionnement de la norme ferroviaire

Le tableau 4.6 présente la puissance acoustique rayonnée équivalente estimée à partir des capteurs en dB pour les cinq vitesses de la norme ferroviaire (train en gare, en ville, etc.) pour un couple de -1700 Nm. On observe que le carter topologique a des gains allant de 1.5 à 4.8 dB. Le carter sans nervures reste en moyenne proche du carter d'origine, mais à certaines vitesses (1282 Hz), on constate des différences allant jusqu'à 2 dB. Le carter en maillage 2D a de très bonnes performances vibroacoustiques mais reste globalement moins performant que le carter topologique. Le carter en treillis a des gains variant de 1 à 6.9 dB, les gains sont en général plus importants que pour le carter topologique surtout pour les hautes vitesses.

Vitesse (tr/min)	601	1282	1603	4008	4300
Carter					
Carter d'origine	83.4	92.1	93.1	100.2	93.5
Carter sans nervures	83.8	90.0	94.9	100.2	92.5
Carter topologique	80.8	87.3	90.2	97.6	92.0
Carter maillage 2D	81.0	89.4	95.8	99.5	91.0
Carter en treillis	81.4	86.5	92.1	93.3	87.3

Tableau 4.6 – Puissance acoustique rayonnée estimée en dB aux cinq vitesses de la norme ferroviaire pour les cinq carters à -1700 Nm

Le tableau 4.7 présente la puissance acoustique rayonnée estimée équivalente à partir des capteurs en dB pour les cinq vitesses de la norme ferroviaire pour un couple de +1700 Nm. On remarque les mêmes phénomènes que précédemment. Le carter topologique a des gains allant de 1.3 à 3.6 dB. Le carter en treillis a des gains variant de 0.6 à 3.6 dB. Dans ce sens de couple, les gains du carter en treillis sont plus faibles mais restent significatifs.

Vitesse (tr/min)	601	1282	1603	4008	4300
Carter					
Carter d'origine	82.5	91.7	90.7	98.2	92.0
Carter sans nervures	83.0	89.6	94.0	99.8	93.2
Carter topologique	78.9	88.2	89.2	95.7	90.7
Carter maillage 2D	81.0	90.4	93.6	97.0	89.5
Carter en treillis	78.9	89.3	89.9	97.6	91.2

Tableau 4.7 – Puissance acoustique rayonnée estimée en dB aux cinq vitesses de la norme ferroviaire pour les cinq carters à +1700 Nm

Ces optimisations sont efficaces par rapport à la littérature compte tenu de la complexité géométrique et architecturale de la transmission, de la plage de fréquences d'optimisation (20 à 3000 Hz), des contraintes (mésalignement, fabrication, etc.), de la masse finale (- 10 kg à + 5 kg, soit - 4 % à + 2 %) et des gains obtenus. La littérature fait état de nombreuses optimisations acoustiques [78, 106, 64] que ce soit pour des plaques, des boîtes de vitesses ou des pompes. Ratle [78] réduit la puissance vibroacoustique d'une plaque en optimisant la position d'une masse représentant 30 % de la masse de la plaque. L'optimisation est effectuée sur une plage de fréquences relativement petite allant de 0 à 600 Hz, n'incluant que 12 modes. Néanmoins, il obtient des réductions importantes de l'ordre de la dizaine de dB. Ide [106] optimise la masse et la puissance vibroacoustique d'une boîte de vitesses sur une plage de fréquences de 1400 Hz. Il obtient une variation de masse allant de - 3 à + 3.1 kg suivant le type d'optimisation utilisé et des gains de puissance vibroacoustique aux alentours de 5 dB en moyenne. Xu [64] optimise la puissance vibroacoustique d'une pompe sur une plage de 0 à 5 kHz et obtient des gains de quelques dB en augmentant la masse du carter de 5 %.

## 4.5 Conclusions

Ce chapitre présente les méthodes d'optimisation employées, les résultats obtenus et les comparaisons entre les carters optimisés et le carter d'origine.

Tout d'abord, la modélisation du problème à optimiser est définie.

- Les optimisations utilisent comme fonction coût le calcul de l'ERP, qui est un critère de puissance vibroacoustique rayonnée équivalente. Ce critère permet d'avoir une bonne estimation du comportement acoustique du réducteur de manière simple et rapide.
- Plusieurs stratégies d'optimisation sont décrites : une optimisation d'épaisseur sur un maillage 2D, une optimisation topologique (permettant d'obtenir des résultats réalistes) et une optimisation innovante à base de treillis.
- Les contraintes utilisées sont standard : encombrement, raideur, masse, tenue mécanique, etc.
- Le solveur utilise une technique d'approximation fondée sur la méthode du Dual2 CONLIN et qui est optimisée par une recherche de gradient.

Puis, les résultats d'optimisation de ces différentes stratégies sont exposés.

- Lors de l'optimisation, avant post-traitement, la fonction coût est généralement réduite de 50 à 60 %.



- Les optimisations sont efficaces, elles s'effectuent ainsi en moins de 6h00 sur des machines standard.
- Les résultats obtenus sont des nervures pour bloquer les vibrations, de l'ajout de matière entre les paliers de roulements pour les rigidifier et des ruptures de forme pour entraver les vibrations.

Enfin, des comparaisons entre le réducteur de base, le réducteur sans nervures et les réducteurs obtenus grâce aux trois stratégies d'optimisation après post-traitement sont présentées.

- Les mésalignements équivalents à la denture des réducteurs sont proches. Néanmoins, la source d'excitation a été recalculée à chaque fois.
- La présence ou l'absence des nervures d'origine n'a globalement pas d'impact sur le comportement vibroacoustique moyen du carter.
- La masse du carter 2D, du carter topologique et de celui en treillis a évolué respectivement de + 5 kg (+ 2 %), de + 3 kg (+ 1.25 %) et de - 10 kg (- 4 %).
- En fonction du couple de fonctionnement, le carter topologique apporte une réduction moyenne comprise entre 19 et 28 % de la fonction coût, soit entre 0.9 à 1.4 dB. Le carter en maillage 2D et celui en treillis apportent, quant à eux, une diminution moyenne allant jusqu'à 45 %, soit 2.7 dB.
- Pour les cinq vitesses spécifiques issues de la norme ferroviaire, ces réductions vont de 1.3 à 4.8 dB pour le carter topologique et de 0.6 à 6.9 dB pour le carter en treillis, ces deux carters étant les plus réalistes physiquement.
- Concernant les efforts dynamiques de denture, les optimisations conduisent à une augmentation des efforts dynamiques maximaux de 10 %, ce qui reste faible.

Les réductions estimées sont satisfaisantes comparées à la littérature [78, 106, 64], allant de 1 à 7 dB pour les régimes de fonctionnement issus de la norme ferroviaire. Toutefois, la méthode basée sur l'emploi de treillis pourrait être plus approfondie, notamment sur la robustesse de la solution obtenue qui n'a pas été étudiée. De plus, elle pourrait être couplée avec une optimisation d'épaisseur du maillage 2D et une optimisation topologique "classique" sur l'enveloppe extérieure. Enfin, au lieu d'imposer une contrainte sur le mésalignement, il semblerait pertinent d'optimiser le carter ou la roue (comme souligné en annexe I) de manière à réduire ce mésalignement afin de diminuer la source excitatrice et donc de diminuer la réponse du carter à cette source de vibration.

Le carter topologique et le carter en treillis sont les plus réalisables physiquement. Pour un prototypage, le carter topologique sera probablement le plus simple et le moins coûteux à fabriquer, fournissant de bonnes réductions de bruit émis. Le carter en treillis sera bien plus onéreux et complexe à réaliser, car il peut être fabriqué uniquement par une méthode de fabrication additive. Néanmoins, il présente de meilleures performances vibroacoustiques et des études complémentaires pourraient être menées afin d'obtenir de meilleurs résultats contrairement au carter topologique qui semble atteindre ses limites.



# Conclusions

Cette étude s'inscrit dans le cadre de recherches portant sur des problématiques vibroacoustiques dans le domaine du transport telles que la prédiction et l'optimisation du bruit de sirène d'un réducteur ferroviaire. Ces travaux sont financés par le Consortium Industrie — Recherche CIRTrans. L'objectif de cette étude est de mettre en place une approche globale afin de prédire et d'optimiser le comportement vibroacoustique d'un réducteur, approche peu étudiée dans la littérature.

Dans un premier temps, une analyse expérimentale a permis de comprendre les différents phénomènes régissant le comportement vibroacoustique du réducteur d'étude et plus généralement ceux liés au comportement d'un réducteur ferroviaire.

L'analyse modale expérimentale a montré que le réducteur a un comportement en partie linéaire. 69 modes expérimentaux ont pu être identifiés entre 20 et 6000 Hz, et ont été utilisés dans le chapitre 3 pour le recalage et la corrélation du modèle numérique.

Les analyses en régime forcé ont mis en évidence que le spectre du réducteur est très riche en raies et que le bruit de sirène (lié au processus de l'engrènement) est le bruit principal. Les différentes sources excitatrices identifiées sont le processus d'engrènement, les huit trous dans le voile de la roue et les roulements. La régulation du moteur utilisée sur le banc d'essai induit une variation du couple et de la vitesse autour des valeurs cibles, entraînant une modulation sonore perceptible.

De plus, les résonances du réducteur évoluent en fréquence et en énergie en fonction du sens du couple. En effet, le sens du couple influe sur l'orientation de la ligne d'action et entraîne des répartitions de charges différentes sur les roulements, modifiant leurs raideurs. Les résonances varient également en fonction de l'amplitude moyenne du couple qui augmente la charge sur l'engrenage et les roulements, conduisant à une évolution des raideurs au sein du réducteur.

Ces travaux expérimentaux ont mis en évidence l'existence du lien entre la configuration de fonctionnement, les sources d'excitation et le comportement modal du réducteur, justifiant l'emploi d'une approche globale. De plus, puisque le processus d'engrènement

est la source principale du bruit rayonné, les autres sources d'excitation telles que celles générées par les roulements ne sont pas traitées.

Dans un second temps, l'étude s'est poursuivie par la prédiction du comportement vibroacoustique du réducteur vis-à-vis du bruit de sirène, grâce à une méthode spectrale itérative utilisant comme entrées la base modale d'un modèle numérique et les spectres des sources d'excitation.

La base modale est calculée à partir d'une modélisation par éléments finis du réducteur d'étude sous le logiciel Hypermesh © de la suite Altair — Hyperworks ©. Une comparaison entre la base modale numérique et celle expérimentale a été effectuée via le critère de MAC. La matrice de MAC montre ainsi une corrélation correcte avec une diagonale globalement supérieure à 0.5. De plus, le modèle est léger et permet de calculer la base modale du réducteur en quelques minutes.

La source d'excitation est déterminée à partir d'une méthode utilisant les souplesses et les écarts micro-géométriques des dentures. La résolution des équations de contact de l'engrenage est ensuite effectuée au travers d'un script sous Scilab ©, et permet de calculer les spectres de l'erreur statique de transmission (EST) et de la raideur d'engrènement. Les niveaux de vibration mesurés, dus au processus d'engrènement, semblent directement proportionnels à l'amplitude de l'EST, en accord avec la littérature.

Les calculs du comportement vibratoire du réducteur ont confirmé certaines observations expérimentales comme l'effet de l'amplitude moyenne et du sens du couple sur la fréquence et l'amplitude des résonances du système. De plus, les confrontations calculs/mesures sont satisfaisantes en comportement modal (fréquences des résonances et anti-résonances) mais très moyennes en amplitude. Les erreurs en amplitude proviennent vraisemblablement d'une mauvaise estimation de la source d'excitation et plus particulièrement du calcul du mésalignement. Ce dernier souffre de trop fortes simplifications au niveau du contact de la denture lors de son estimation. Néanmoins, la méthode permet quand même d'avoir une précision correcte pour certains capteurs sur le niveau d'amplitude des harmoniques de la fréquence de l'engrènement. Ces résultats valident la méthode de calcul de la réponse vibroacoustique mise en oeuvre dans ces travaux et pour l'optimisation.

Dans un dernier temps, différentes approches d'optimisation du carter ont été testées. Plusieurs stratégies d'optimisation sont explicitées comme une optimisation d'épaisseur sur un maillage 2D, une optimisation topologique permettant d'obtenir des résultats réalistes ainsi qu'une optimisation innovante à base de treillis. Ces optimisations utilisent comme fonction coût l'ERP (Equivalent Radiated Power) correspondant à la puissance acoustique rayonnée équivalente induite par un effort harmonique unitaire à la denture.

Cette fonction coût fournit une bonne estimation du comportement vibroacoustique du réducteur, de manière simple et rapide.

Les contraintes utilisées lors des optimisations sont standard (contrainte d'encombrement, de raideur, de masse, de tenue mécanique, etc.).

Les optimisations conduisent à une diminution de la fonction coût de 50 à 60 %. Des solutions intéressantes apparaissent lors de ces optimisations, permettant de réduire les niveaux de vibrations, telles que :

- L'ajout d'une nervure effectué sur la bête à huile pour la rigidifier,
- Le placement de matière entre les paliers de roulements pour rigidifier le collecteur d'huile et stopper les vibrations sortant des paliers,
- La disposition de matière autour de la bête à huile pour augmenter localement la masse,
- La réalisation de ruptures de formes pour bloquer les vibrations.

Des comparaisons entre les réponses vibroacoustiques induites par l'erreur statique de transmission ont été menées, par une méthode spectrale itérative, entre le réducteur de base, celui sans nervures et ceux optimisés. Les mésalignements des arbres des réducteurs sont sensiblement identiques. Néanmoins, la source d'excitation, dépendant du mésalignement, a été recalculée à chaque fois. Globalement, la présence ou l'absence des nervures n'a pas d'impact sur le comportement vibroacoustique moyen du carter. Cependant, pour certains régimes définis par la norme ferroviaire, le carter sans nervures présente un meilleur comportement vibroacoustique. L'optimisation topologique conduit à une réduction moyenne allant de 19 à 28 % de la fonction coût soit 0.9 à 1.4 dB de gain. Les carters en maillage 2D et en treillis présentent quant à eux une réduction moyenne allant jusqu'à 45 % soit 2.7 dB. Pour les régimes spécifiques issus de la norme ferroviaire, les réductions vont de 1.3 à 4.8 dB pour le carter topologique et de 0.6 à 6.9 dB pour le carter en treillis, qui sont les deux carters les plus réalistes physiquement. Ces réductions estimées sont donc très satisfaisantes. Ces optimisations conduisent à une augmentation maximale des efforts dynamiques de denture d'environ 10 %, ce qui reste faible. De plus, la masse du carter 2D, du carter topologique et de celui en treillis a évolué respectivement de + 5 kg (+ 2 %), de + 3 kg (+ 1.25 %) et de - 10 kg (- 4 %).

Par rapport à la littérature, ces optimisations sont efficaces compte tenu de la complexité géométrique et architecturale de la transmission, de la plage de fréquences d'optimisation (20 à 3000 Hz), des contraintes (mésalignement, fabrication, etc.), de la masse finale (- 10 kg à + 5 kg, soit - 4 % à + 2 %) et des gains obtenus. La littérature fait état de nombreuses optimisations acoustiques [78, 106, 64] pour des plaques, des boîtes

de vitesses ou des pompes, où les réductions vont de quelques dB à la dizaine de dB pour des plages de fréquences similaires à celle de ces travaux de recherche.

Le carter topologique et le carter en treillis sont les plus réalisables physiquement. Pour un prototypage, le carter topologique sera probablement le plus simple et le moins coûteux à fabriquer, fournissant de bonnes réductions de bruit émis. Bien que présentant de meilleures performances vibroacoustiques, le carter en treillis sera bien plus onéreux et complexe à réaliser. En effet, sa structure est faite de poutres prises en sandwich ce qui est usuellement réalisée par une méthode de fabrication additive. L'étude de ce carter ayant été faite dans un but prospectif (contrainte de temps), des études complémentaires restent à mener sur ce carter afin de garantir la robustesse de la solution obtenue. Malgré ces inconvénients, le carter en treillis semble prometteur, car de meilleurs résultats pourraient être obtenus contrairement au carter topologique qui semble atteindre ses limites.

La démarche peut être généralisée pour d'autres réducteurs simple étage. Les architectures sont sensiblement identiques. Il est alors nécessaire d'estimer la source d'excitation, les raideurs des roulements employés et la base modale de la transmission. Dans le cas des transmissions multi-engrènement (trains épicycloïdaux, etc.), le problème est plus complexe. En effet, les nombreuses sources d'excitation doivent être gérées. Dans les cas spécifiques où le bruit de sirène n'est pas le bruit principal, la méthode doit être adaptée, notamment le calcul de la source d'excitation. De plus, la méthode utilisée pour le calcul de l'ERP devra être revue, car elle est spécifiée pour une excitation harmonique à la denture d'une transmission mono-engrènement. L'optimisation devra être menée vis-à-vis de tous les engrènements. Concernant d'autres types de systèmes mécaniques, de nombreux points devront être revus en détail mais en globalité la méthode peut être appliquée. Une campagne expérimentale ou des retours d'expérience seront utiles pour construire le modèle éléments finis afin d'accéder à la base modale du système. Le spectre de l'excitation doit être estimé pour résoudre le comportement vibroacoustique via une méthode spectrale utilisant la base modale précédemment calculée. Enfin, une optimisation topologique pour minimiser l'ERP peut être réalisée. S'il n'y a pas de couplage entre la configuration de fonctionnement, la ou les source(s) d'excitation et le comportement modal, de nombreuses étapes dans la méthode pourront être simplifiées et/ou ignorées.

À la suite de cette thèse, des travaux supplémentaires pourraient être menés sur les points suivants :

- Concernant la méthode globale, plusieurs aspects peuvent être approfondis comme :

1. Des mesures complémentaires sur la masse et le comportement modal de chaque

pièce du réducteur auraient pu aider à la modélisation. Ces points ont été demandés mais n'ont pas été réalisés à cause de contraintes industrielles.

2. La modélisation en éléments finis et son recalage. Pour la modélisation, certains points ont été simplifiés comme les roulements et l'assemblage des composants. Concernant le recalage, il s'est concentré principalement sur l'ajout de composants mécaniques pour travailler au niveau des conditions aux limites, sur l'identification et la correction d'erreurs de modélisation et sur le recalage de certaines raideurs. Dans de futurs travaux, le recalage pourrait également s'attarder sur la correction des modules de Young et des densités massiques de tous les composants mécaniques.
  3. Le calcul des sources d'excitation. La méthode semble mal estimer l'amplitude des sources d'excitation et plus particulièrement le mésalignement. En effet, celui-ci souffre de trop fortes simplifications au niveau du contact de la denture lors de son estimation. Une méthode, résolvant le contact réel entre dentures et prenant en compte les vraies rigidités du réducteur (raideurs non-linéaires des roulements, arbres, carter, etc.), serait bien plus pertinente pour accéder aux spectres de l'EST et à celui de la raideur d'engrènement. Cependant, ces méthodes présentent des coûts de calcul et de modélisations très importants. Elles n'ont ainsi pas été retenues, car les travaux avaient pour objectif de coupler le solveur d'optimisation avec le solveur d'estimation des sources d'excitation pour recalculer et optimiser de nouveau l'excitation à chaque itération (point non réalisé dans ces travaux).
- Des études numériques et expérimentales pourraient être réalisées afin de créer une architecture innovante du réducteur en dissociant la fonction tenue mécanique de celle de l'étanchéité du carter pour réduire les surfaces vibrantes.
  - Les optimisations topologiques ont montré que le moment quadratique de la paroi du carter joue un rôle important sur la vitesse pariétale, d'où l'approche de la structure en treillis. En effet, celle-ci cherche à optimiser à iso-masse et à iso-épaisseur (28 mm au lieu de 12 mm à l'origine) la répartition de la matière au sein du carter. Cependant, il faut faire attention au facteur de rayonnement qui peut augmenter avec l'augmentation de la raideur. Après vérification, il s'avère que les raideurs globales du carter en treillis augmentent peu. De plus, ce carter en treillis ne semble pas totalement réalisable actuellement par fabrication additive (matériaux, coûts, etc.). Néanmoins, en attendant l'amélioration de cette technologie de fabrication, l'approche en treillis pourrait être approfondie en couplant, par exemple, l'optimisation en treillis avec des optimisations topologiques et d'épaisseur sur le maillage



2D extérieur du carter.

- Enfin, au lieu d'imposer une contrainte sur le mésalignement, il semblerait pertinent de définir le mésalignement comme fonction objectif et de la minimiser en modifiant le carter et/ou la roue pour réduire l'amplitude de la source excitatrice tout en ayant des contraintes sur l'ERP (ce dernier étant un indicateur de la sensibilité de la réponse vibroacoustique du carter vis-à-vis de l'excitation).

# Annexe A

## Le code ISIS et ses entrées/sorties

Le code ISIS est basé sur une méthode spectrale itérative. Son fonctionnement est détaillé en Figure A.1

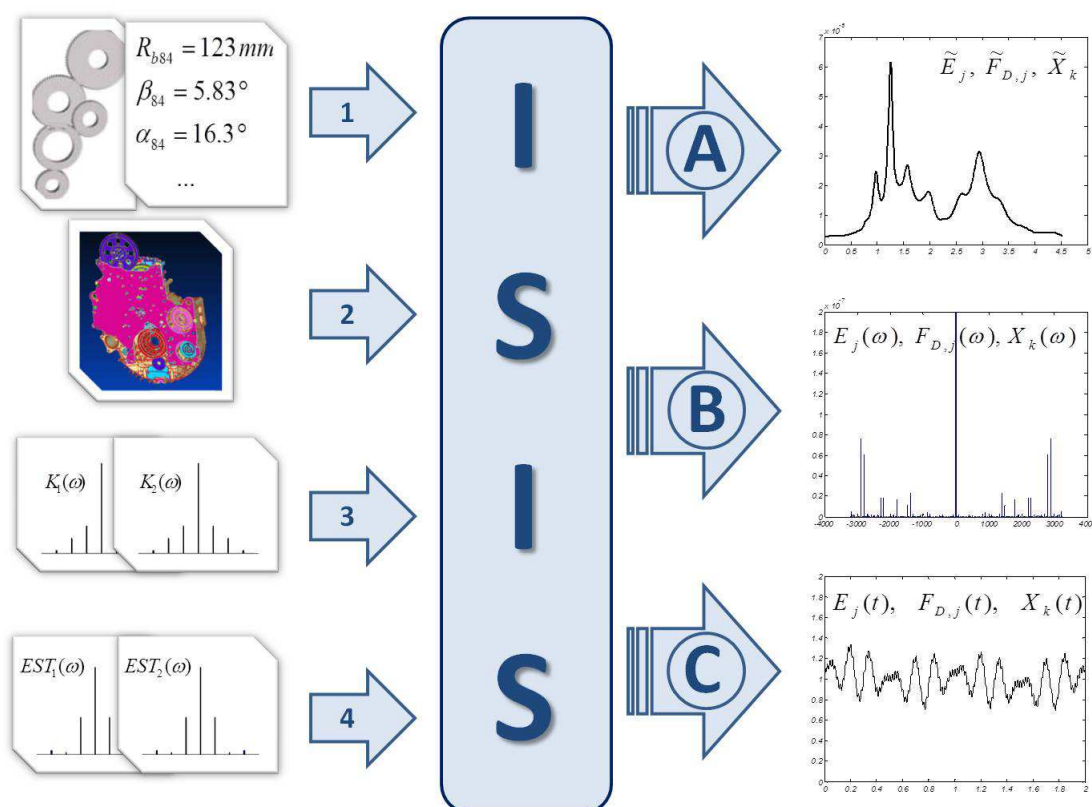


FIGURE A.1 – Entrées et sorties du code de calcul ISIS (Source : Thèse A.Carbonelli [12])

Les entrées du code sont :

- (1) Les caractéristiques de la transmission telles que le nombre d'engrènements, la

macro-géométrie des engrenages (nombre de dents, angle de pression, angle d'hélice, etc.).

(2) La base modale du système comme le nombre de modes propres, leur fréquence, les déformées associées, etc.

(3) et (4) Les spectres des raideurs d'engrènement et des erreurs statiques de transmission.

Les régimes (couple et vitesse) doivent également être spécifiés. À partir de ces informations et de la méthode mathématique décrite dans le Chapitre 1, le logiciel peut calculer la réponse dynamique des noeuds sélectionnés, l'erreur dynamique de transmission ainsi que les efforts dynamiques de denture.

Ces résultats peuvent être présentés en sortie sous différentes formes telles que :

- A. L'évolution de la valeur efficace en fonction du régime de fonctionnement,
- B. Les spectres à un régime de fonctionnement,
- C. Les évolutions temporelles à un régime de fonctionnement.

# Annexe B

## Géométrie des engrenages

Le calcul par éléments finis nécessite une modélisation précise des dents. Pour déterminer les coordonnées d'un échantillon de points du pied de dent et la développante de cercle pour générer un pignon, les paramètres de macro-géométrie nécessaires, présentés en Figure B.1, sont :

- Le nombre de dents ( $Z$ ),
- La saillie ( $h_f$ ),
- Le creux ( $h_a$ ),
- Le déport ( $x$ ),
- La largeur de denture ( $b$ ),
- Le rayon d'outil ( $\rho_0$ ),
- Le module ( $m_0$ ),
- L'angle de pression ( $\alpha_0$ ),
- L'angle d'hélice ( $\beta$ ),
- La direction d'hélice,
- La protubérance d'outil (P),
- La surépaisseur de taillage (S).

À partir de la géométrie de l'outil de taillage, il est possible de déterminer la forme du pied de dent, la trochoïde. Les équations qui suivent, sont extraites de l'ouvrage de G.Henriot [107]. Les trois points importants sont C, F et W. C et F sont les points en pied de dent. W est le point de raccordement entre la trochoïde et la développante de cercle.

Le point C :

$$X_c = R_{root} * \sin\left(\frac{\pi}{Z}\right) \quad (\text{B.1})$$

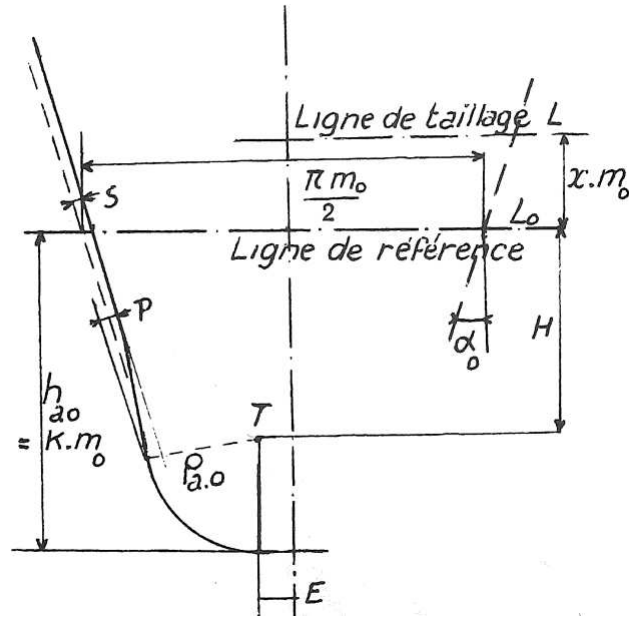


FIGURE B.1 – Présentation schématique de l'outil de taillage (Source : G.Henriot - Engrenages : conception, fabrication, mise en oeuvre [107])

$$Y_c = R_{root} * \cos\left(\frac{\pi}{Z}\right) \quad (B.2)$$

Le point F :

$$X_f = R_{root} * \sin\left(\frac{\pi}{Z} - \delta_s\right) \quad (B.3)$$

$$Y_f = R_{root} * \cos\left(\frac{\pi}{Z} - \delta_s\right) \quad (B.4)$$

$$\delta_s = \frac{E}{R_{ref}} \quad (B.5)$$

Avec :

$$R_{ref} = Z * m_t \quad (B.6)$$

$$m_t = \frac{m_0}{\cos(\beta)} \quad (B.7)$$

$$R_{root} = R_{ref} + (x + h_f)m_0 \quad (B.8)$$

$$E = \frac{\frac{\pi}{4}m_0 - (h_a - \rho_0)m_0 \tan(\alpha_0) - \frac{\rho_0 m_0 - P}{\cos(\alpha_0)} - \frac{S}{\cos(\alpha_0)}}{\cos(\beta)} \quad (B.9)$$

Le point W :

$$R_w = \frac{R_{base}}{\cos\left(\text{atan}\left(\tan(\alpha_t) - \frac{2*(hf - (1 - \sin(\alpha_n))*\rho - x)*\cos(\beta)}{z*\cos(\alpha_t)*\sin(\alpha_t)}\right)\right)} \quad (B.10)$$

Avec :

$$\alpha_t = \operatorname{atan}\left(\frac{\tan(\alpha_0)}{\cos(\beta)}\right) \quad (\text{B.11})$$

$$R_{base} = R_{ref} * \cos(\alpha_t) \quad (\text{B.12})$$

La position des points de la trochoïde M ( $x_M, y_M$ ) est ensuite déterminée à partir de la position du centre de l'arrondi T de l'outil ( $x_T, y_T$ ) :

$$x_T = -(R_{ref}\phi + E)\cos(\phi) + (R_{ref} - H)\sin(\phi) \quad (\text{B.13})$$

$$y_T = (R_{ref}\phi + E)\sin(\phi) + (R_{ref} - H)\cos(\phi) \quad (\text{B.14})$$

Avec  $\phi$  l'angle de la trochoïde et H la distance minimale entre le centre de l'arrondi et la tangente  $O_1O_2$ . H correspond donc à la distance entre le point de la développante de cercle M(t) et l'intersection avec la tangente du cercle et le cercle lui même déterminée par :

$$H = (h_a - \rho_0 - x)m_0 \quad (\text{B.15})$$

Puis, pour identifier la position des points de la trochoïde, il est nécessaire de calculer les dérivées de  $x_T$  et  $y_T$  par rapport à  $\phi$  afin de déterminer le rapport suivant :

$$\frac{y'_T}{x'_T} = \frac{(R_{ref}\phi + E)\cos(\phi) + H\tan(\phi)}{(R_{ref}\phi + E)\tan(\phi) - H} \quad (\text{B.16})$$

Les coordonnées ( $x_M, y_M$ ) sont alors déterminées par :

$$x_M = x_T - \left| \frac{y'_T}{x'_T} \right| \frac{\rho_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{y'_T}{x'_T}\right)^2}} \quad (\text{B.17})$$

$$\text{Pour } \frac{y'_T}{x'_T} > 0 \quad y_M = y_T + \frac{\rho_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{y'_T}{x'_T}\right)^2}} \quad (\text{B.18})$$

$$\text{Pour } \frac{y'_T}{x'_T} < 0 \quad y_M = y_T - \frac{\rho_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{y'_T}{x'_T}\right)^2}} \quad (\text{B.19})$$

Enfin, pour être en phase avec les points C et F, un dernier changement de repère d'angle  $\frac{\pi}{Z}$  doit être réalisé.

Le profil se poursuit ensuite en développante de cercle. Les coordonnées des points de la développante de cercle ( $x_d, y_d$ ) sont alors déterminées par :

$$x_d = R_{base}(\cos(\phi_c) + \theta\sin(\phi_c)) \quad (\text{B.20})$$

$$y_d = R_{base}(\sin(\phi_c) + \theta \cos(\phi_c)) \quad (\text{B.21})$$

Les valeurs des rayons  $R_w$  et  $R_{tip}$  ainsi que les équations B.20 et B.21 sont utilisées afin d'identifier  $\phi_{mini}$  et  $\phi_{max}$  telles que :

$$R_{tip} = R_{ref} + (x + h_a)m_0 \quad (\text{B.22})$$

$$O_1O_2(R) = \sqrt{R^2 - R_{base}^2} \quad (\text{B.23})$$

$$\phi(R) = \frac{O_1O_2(R)}{R_{base}} \quad (\text{B.24})$$

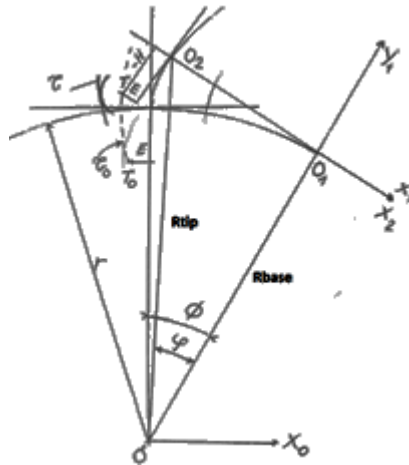


FIGURE B.2 – Présentation schématique de la développante de cercle (Source : G.Henriot — Engrenages : conception, fabrication, mise en oeuvre [107])

# Annexe C

## Les modes de denture des différents carters

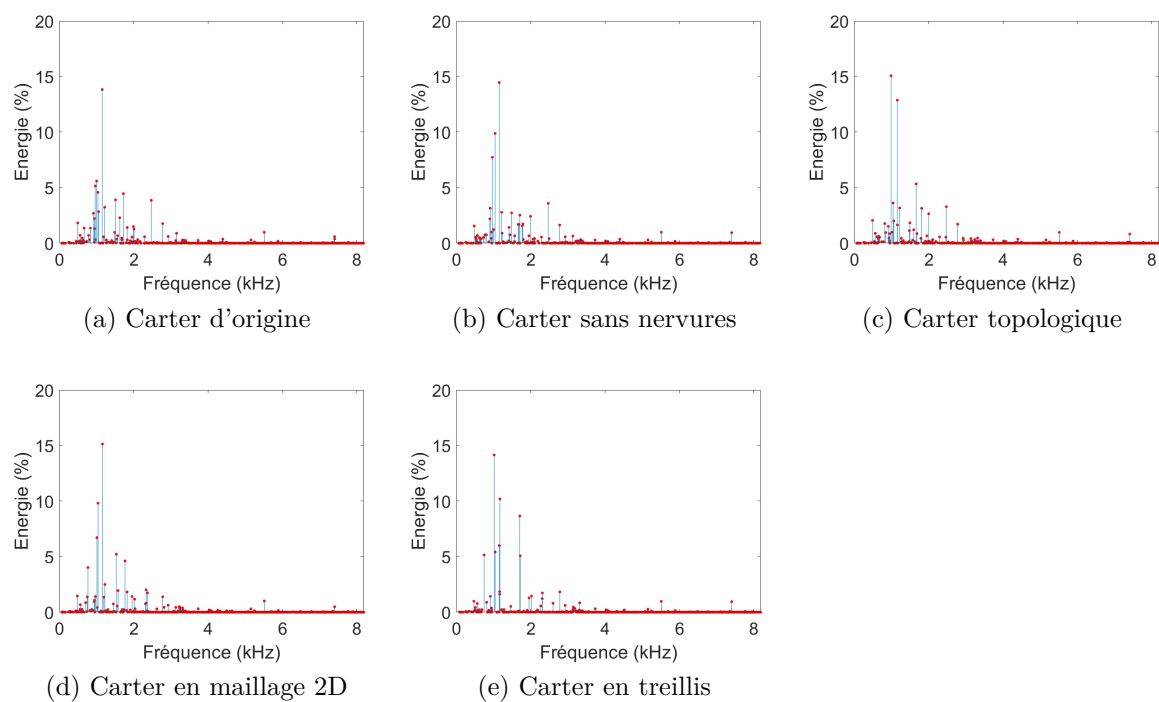


FIGURE C.1 – Contribution énergétique des modes de denture pour  $C = -1700 \text{ Nm}$  (trait bleu + point rouge = 1 mode et sa contribution)



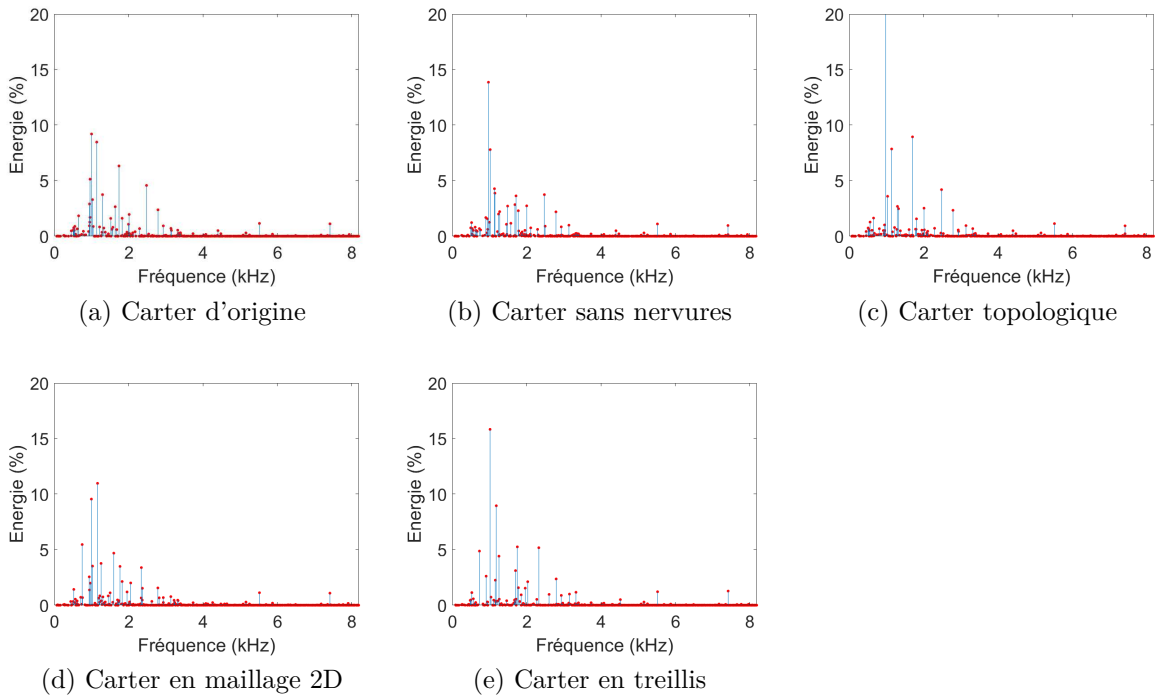


FIGURE C.2 – Contribution énergétique des modes de denture pour  $C = +1700$  Nm (trait bleu + point rouge = 1 mode et sa contribution)

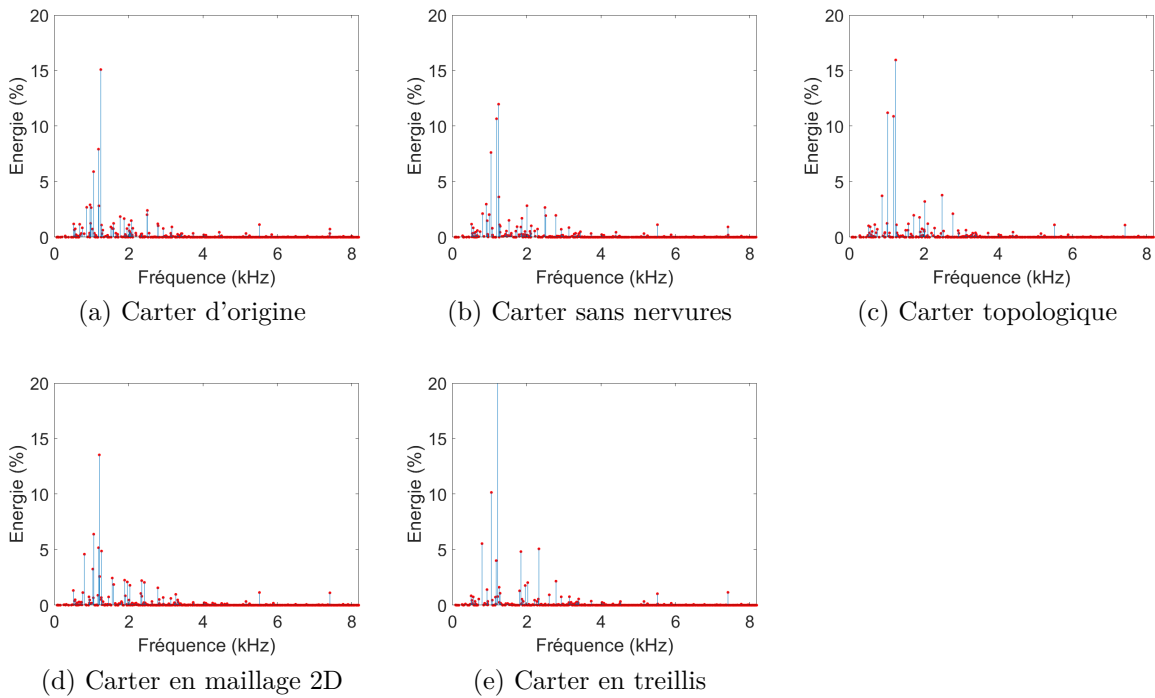


FIGURE C.3 – Contribution énergétique des modes de denture pour  $C = -6900$  Nm (trait bleu + point rouge = 1 mode et sa contribution)

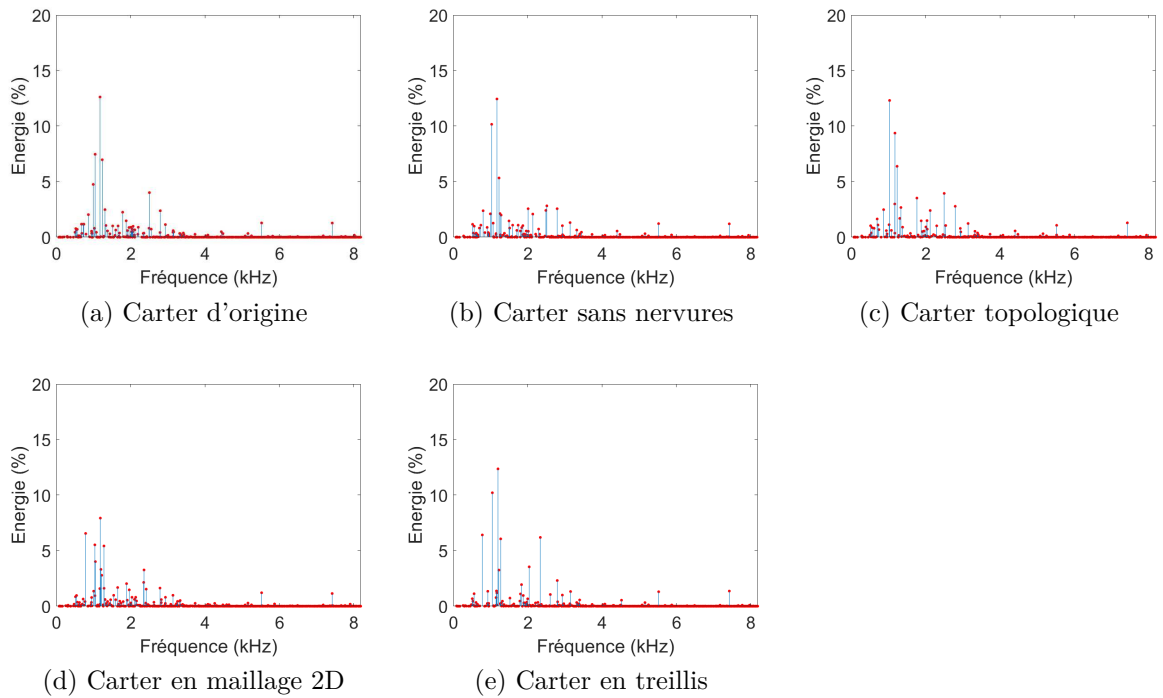


FIGURE C.4 – Contribution énergétique des modes de denture pour  $C = +6900 \text{ Nm}$  (trait bleu + point rouge = 1 mode et sa contribution)



## Annexe D

# Fréquences caractéristiques des roulements

Les équations relatives aux fréquences caractéristiques des différents éléments des roulements une bague extérieure fixe [98] sont présentées ci-dessous.

Fréquence de rotation de la cage des roulements :

$$w_c = \frac{w_s}{2} \left(1 - \frac{d_r}{D_{be}} \cos \alpha\right) \quad (\text{D.1})$$

Fréquence de rotation de l'élément roulant autour de son propre axe de rotation :

$$w_b = \frac{D_e w_s}{2d_r} \left(1 - \frac{d_r^2}{D_e^2} \cos^2 \alpha\right) \quad (\text{D.2})$$

Fréquence de passage sur un défaut de la bague extérieure :

$$w_{od} = Z w_c = \frac{Z w_s}{2} \left(1 - \frac{d_r}{D_e} \cos \alpha\right) \quad (\text{D.3})$$

Fréquence de passage sur un défaut de la bague intérieure :

$$w_{id} = Z(w_s - w_c) = \frac{Z w_s}{2} \left(1 + \frac{d_r}{D_e} \cos \alpha\right) \quad (\text{D.4})$$

Fréquence de passage sur un défaut des éléments roulants :

$$w_{re} = 2w_b = \frac{D_e w_s}{d_r} \left(1 - \frac{d_r^2}{D_e^2} \cos^2 \alpha\right) \quad (\text{D.5})$$

Avec  $d$  le diamètre des éléments roulants,  $D$  le diamètre primitif,  $Z$  le nombre d'éléments roulants et  $\alpha$  l'angle de contact.



## Annexe E

# Raideurs des roulements

Les figures suivantes montrent l'évolution du déplacement axial ou radial des roulements du réducteur, en fonction de l'effort :

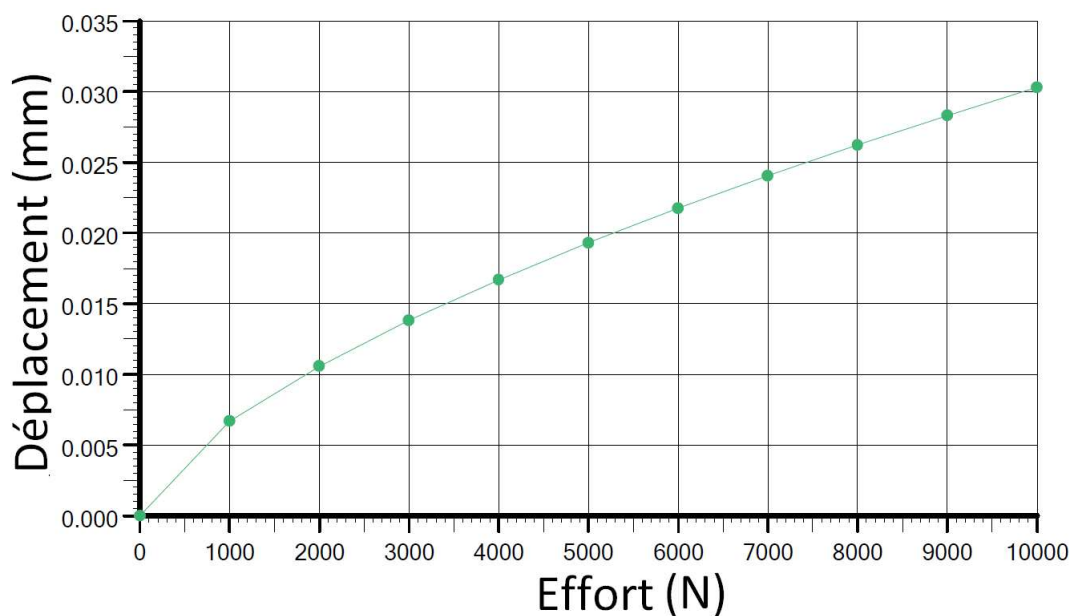


FIGURE E.1 – Évolution du déplacement axial du roulement à billes QJ219 en fonction de l'effort appliqué (Données de Schaeffler France SAS — Document sources internes Alstom)

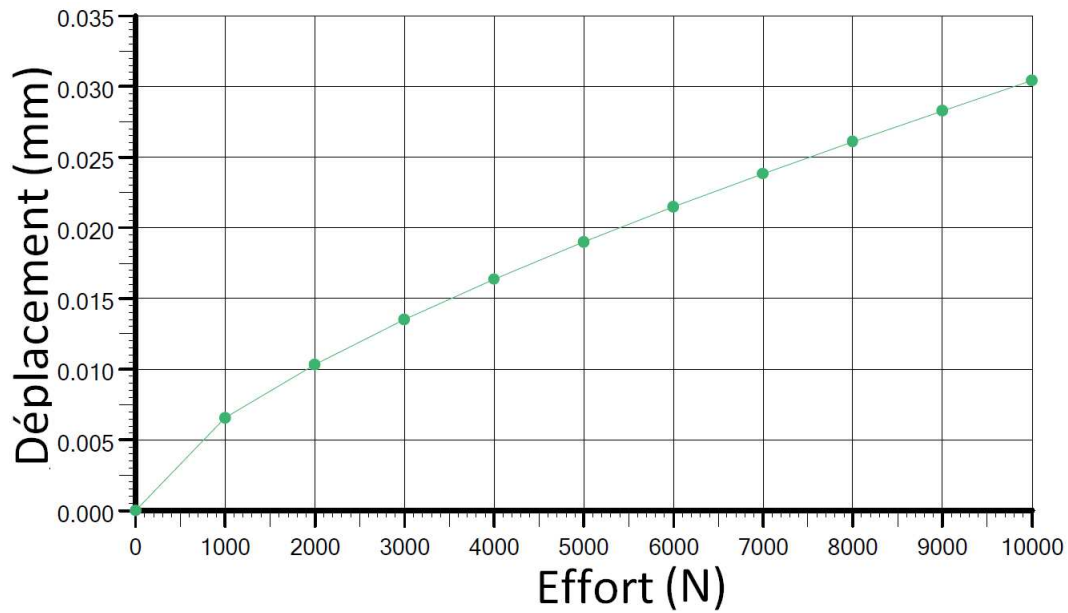


FIGURE E.2 – Évolution du déplacement axial du roulement à rouleaux coniques LM245848 en fonction de l'effort appliqué (Données de Schaeffler France SAS — Document sources internes Alstom)

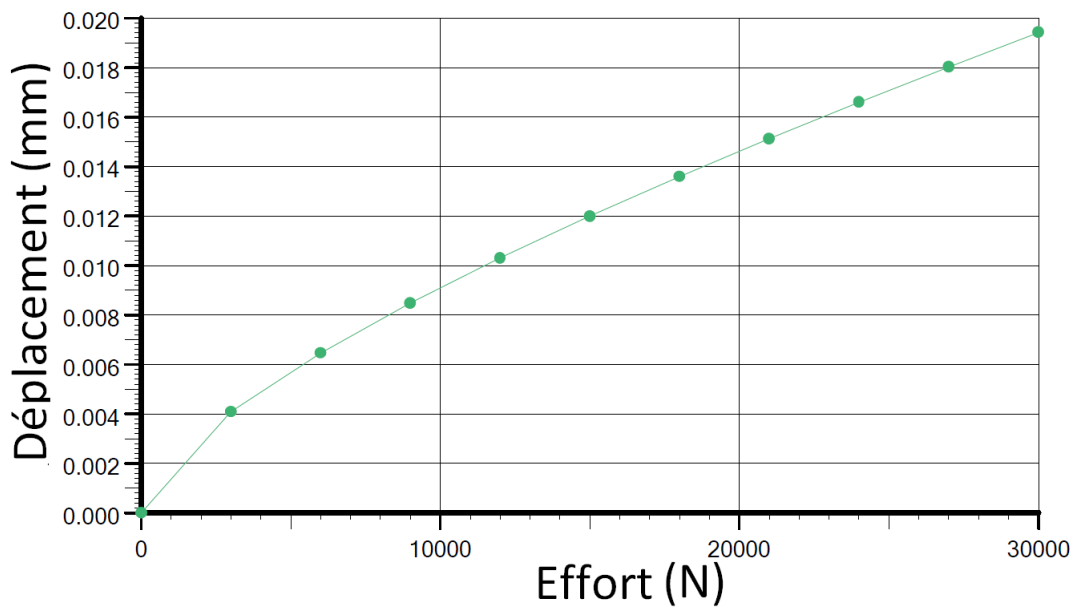


FIGURE E.3 – Évolution du déplacement radial du roulement à rouleaux coniques LM245848 en fonction de l'effort appliqué (Données de Schaeffler France SAS — Document sources internes Alstom)

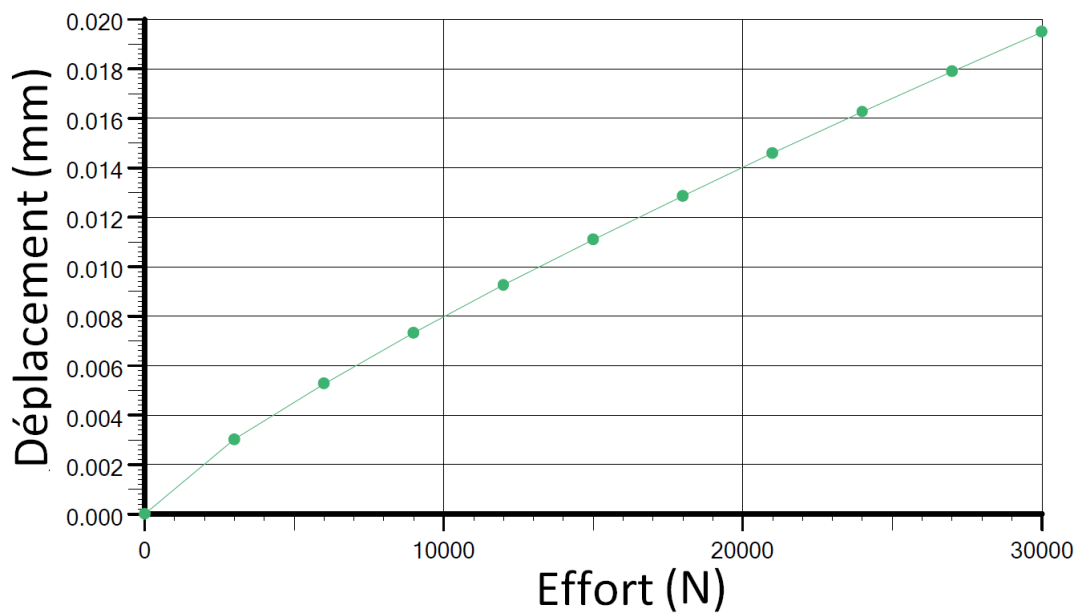


FIGURE E.4 – Évolution du déplacement radial du roulement à rouleaux NU2219 en fonction de l'effort appliqué (Données de Schaeffler France SAS — Document sources internes Alstom)





## Annexe F

# Comparaisons calculs/mesures des harmoniques

Les figures suivantes montrent l'évolution des raies  $H_1$  et  $H_2$  de la réponse en vitesse induite par le processus d'engrènement en fonction de la vitesse de rotation, pour un couple et pour les quatre capteurs de référence.

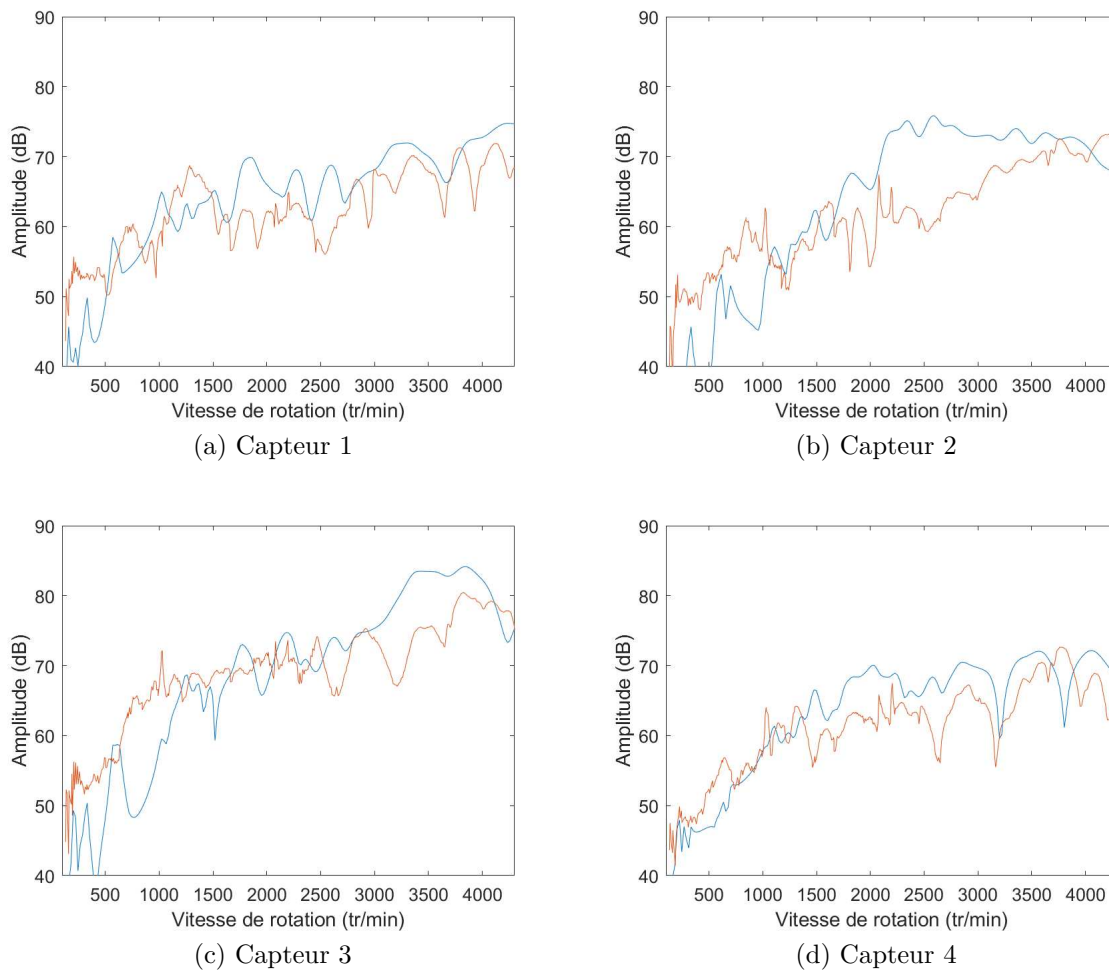
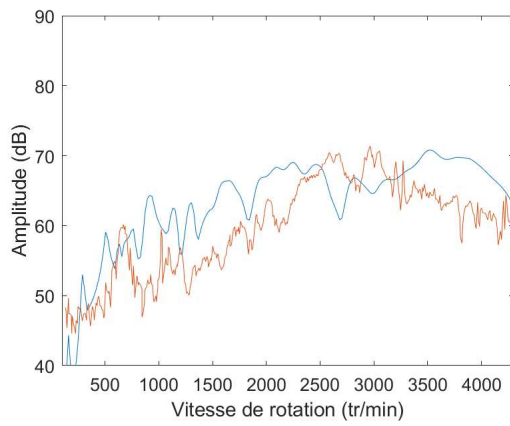
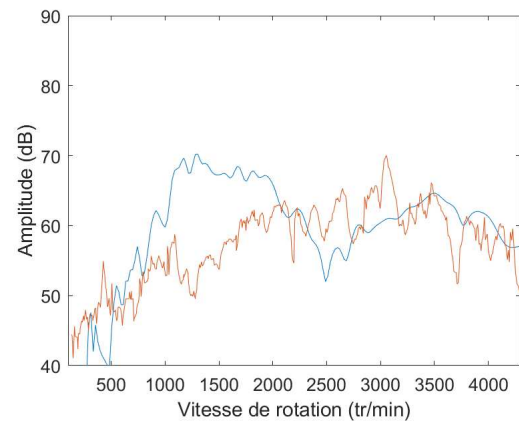


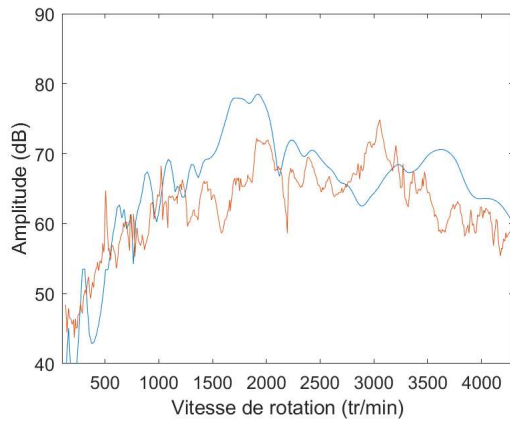
FIGURE F.1 – Évolution des amplitudes de la raie fondamentale H1 en fonction de la vitesse de rotation —  $C = -1700 \text{ Nm}$ , réponse expérimentale (—), réponse numérique (—)



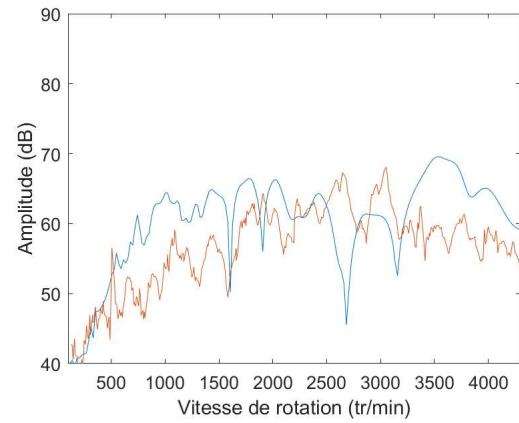
(a) Capteur 1



(b) Capteur 2



(c) Capteur 3



(d) Capteur 4

FIGURE F.2 – Évolution des amplitudes de la raie H2 en fonction de la vitesse de rotation  
—  $C = -1700$  Nm, réponse expérimentale (—), réponse numérique (—)

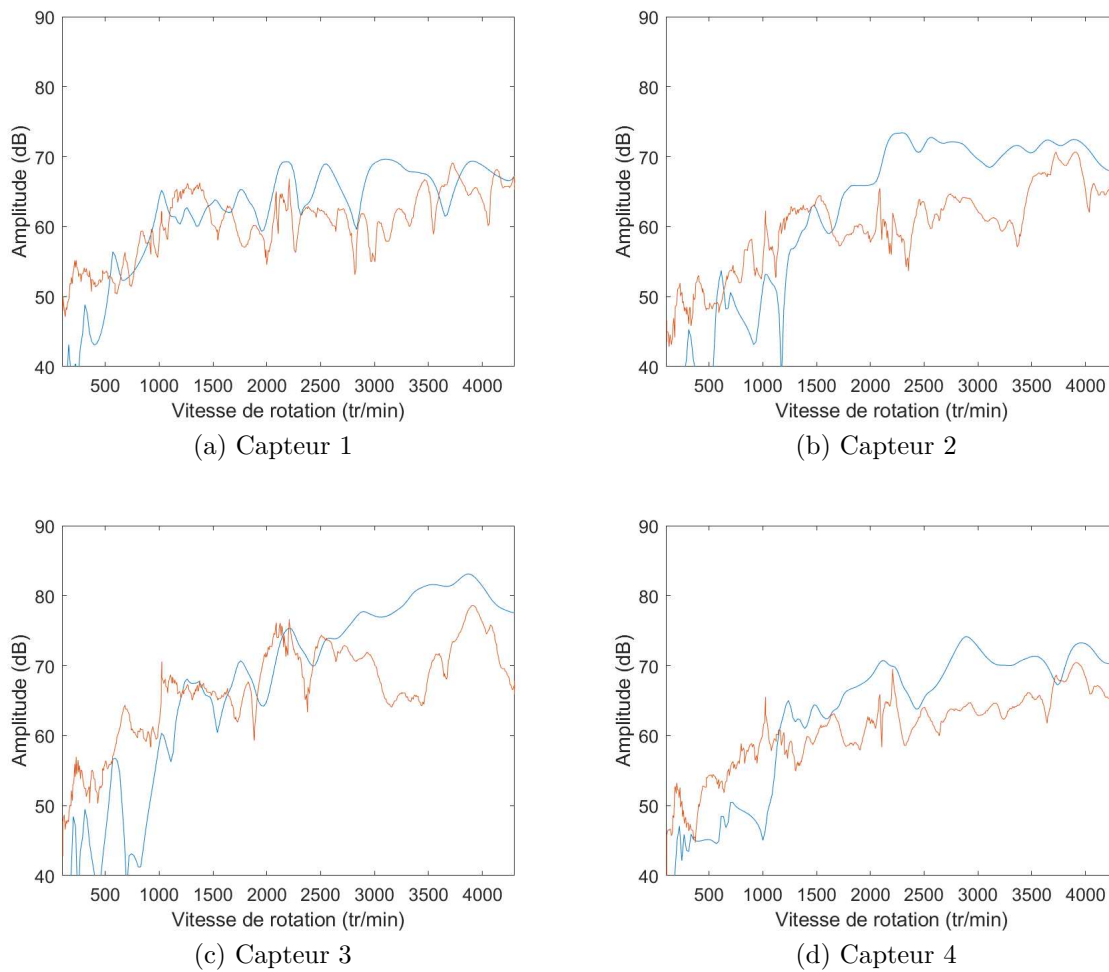
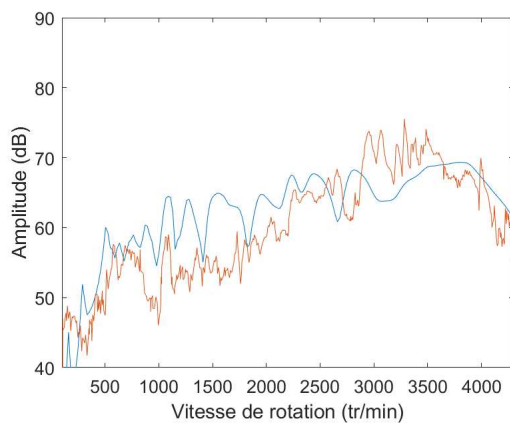
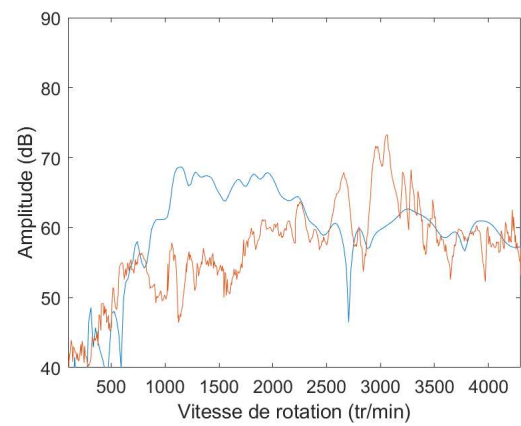


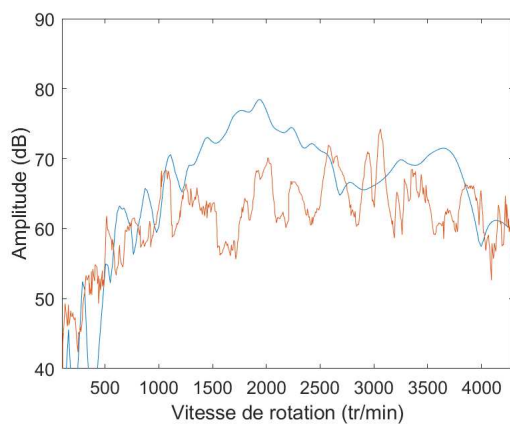
FIGURE F.3 – Évolution des amplitudes de la raie fondamentale H1 en fonction de la vitesse de rotation —  $C = +1700$  Nm, réponse expérimentale (—), réponse numérique (—)



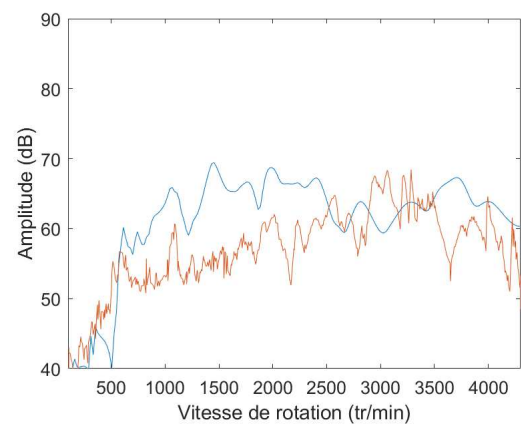
(a) Capteur 1



(b) Capteur 2



(c) Capteur 3



(d) Capteur 4

FIGURE F.4 – Évolution des amplitudes de la raie H2 en fonction de la vitesse de rotation —  $C = +1700$  Nm, réponse expérimentale (—), réponse numérique (—)

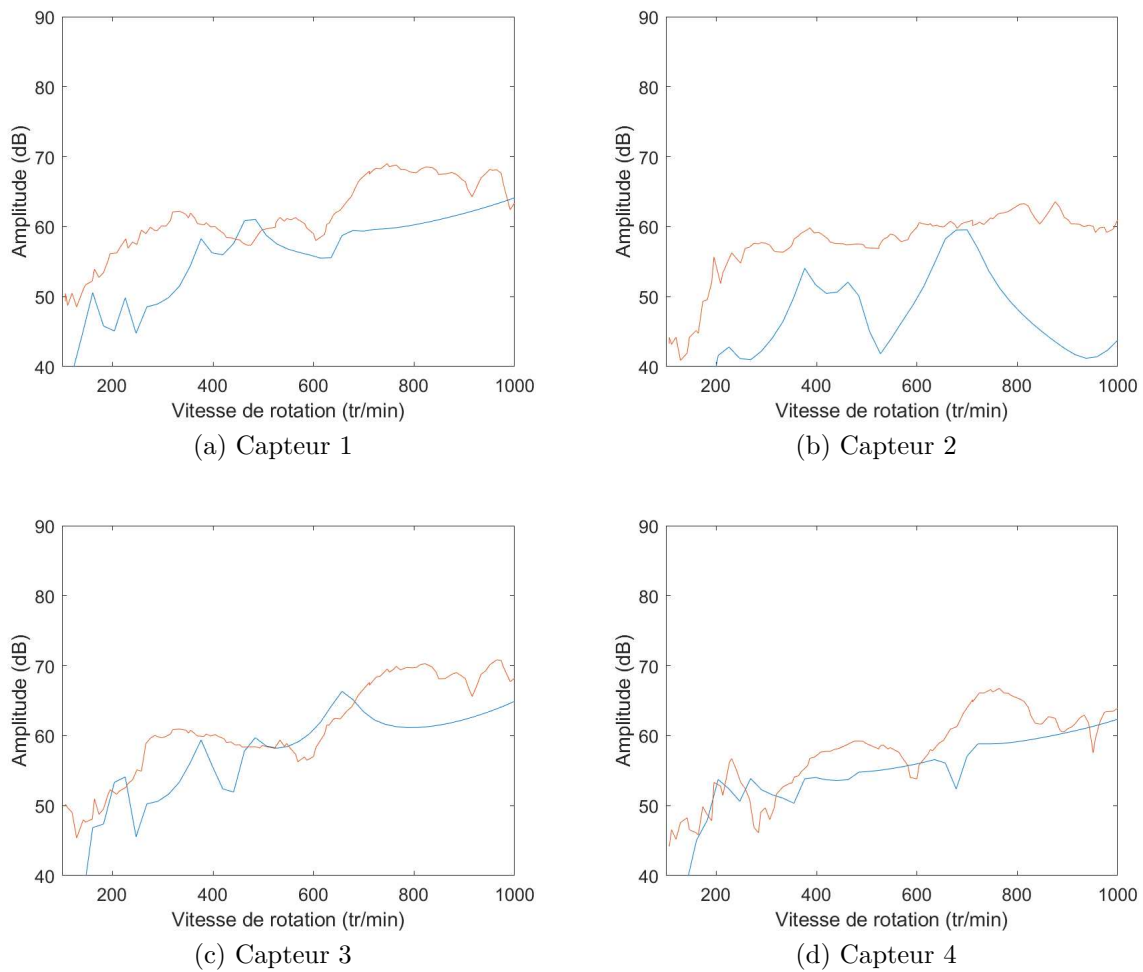


FIGURE F.5 – Évolution des amplitudes de la raie fondamentale H1 en fonction de la vitesse de rotation —  $C = -6900 \text{ Nm}$ , réponse expérimentale (—), réponse numérique (—)

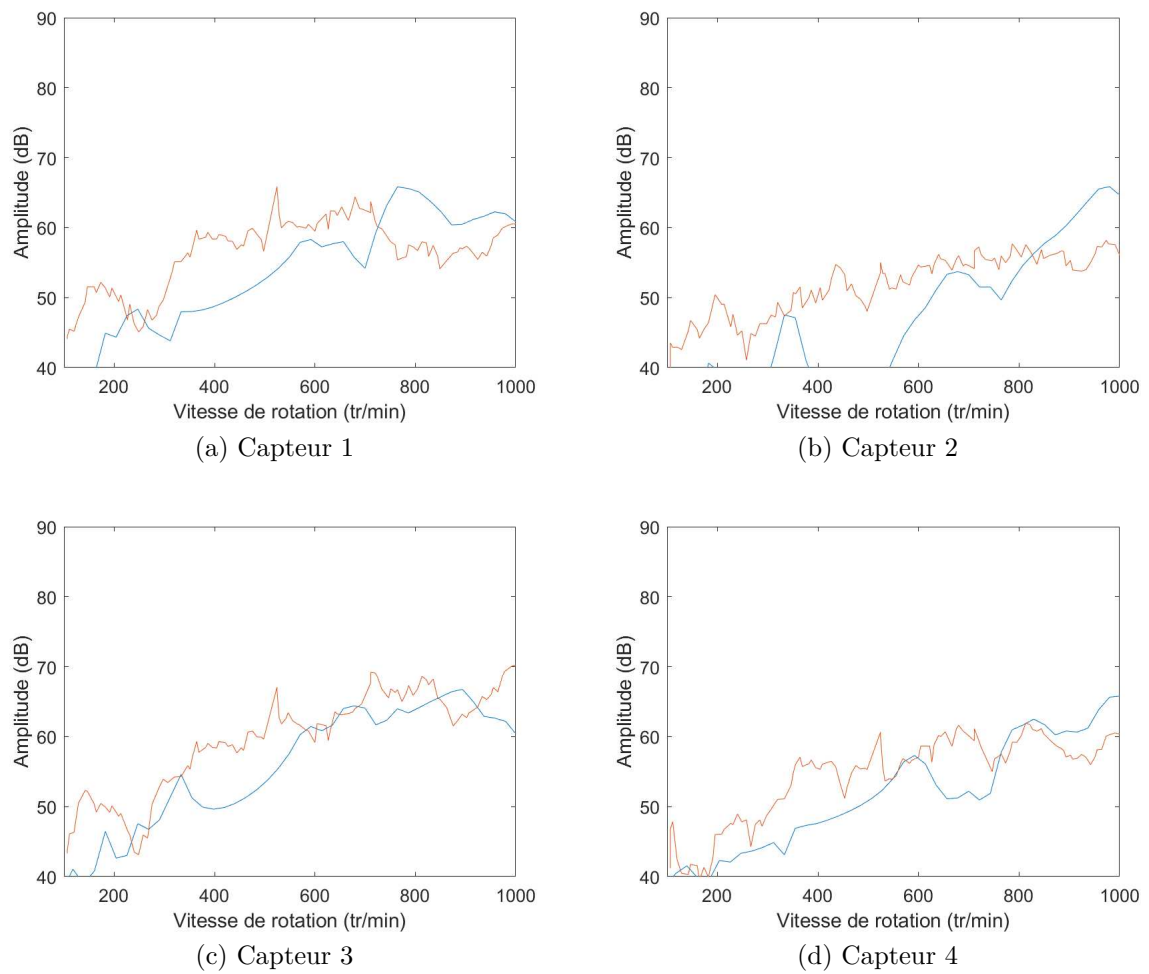


FIGURE F.6 – Évolution des amplitudes de la raie H2 en fonction de la vitesse de rotation  
—  $C = -6900$  Nm, réponse expérimentale (—), réponse numérique (—)



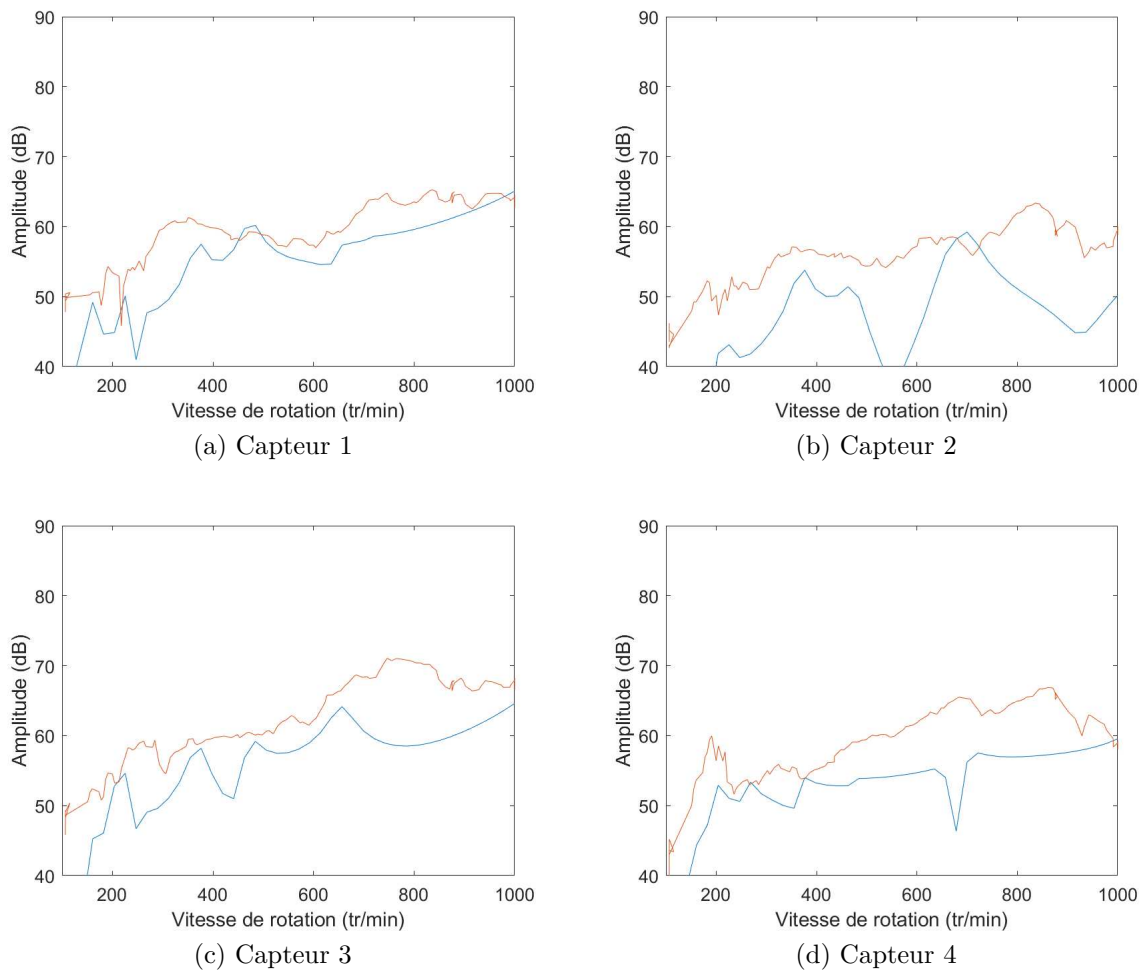


FIGURE F.7 – Évolution des amplitudes de la raie fondamentale H1 en fonction de la vitesse de rotation —  $C = +6900$  Nm, réponse expérimentale (—), réponse numérique (—)

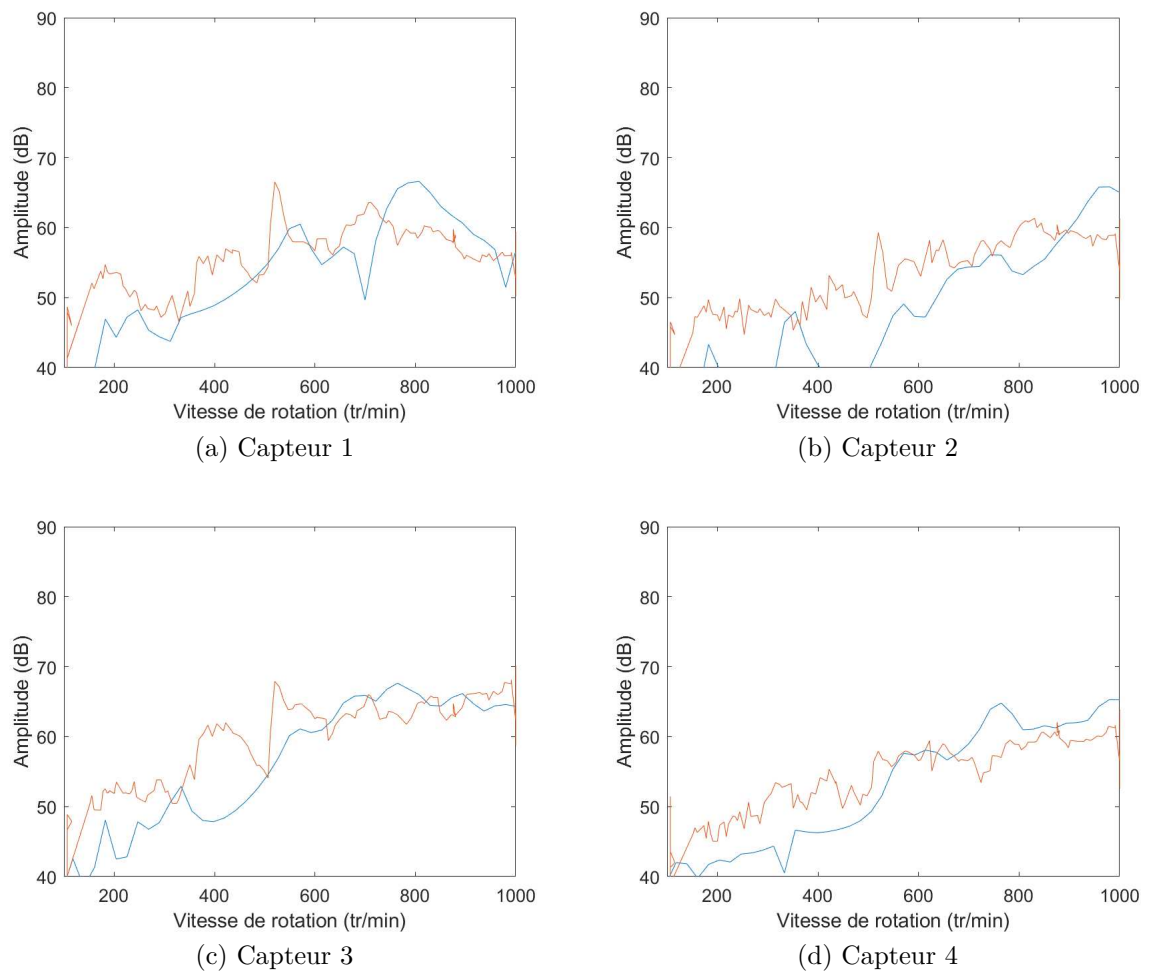


FIGURE F.8 – Évolution des amplitudes de la raie H2 en fonction de la vitesse de rotation  
—  $C = +6900$  Nm, réponse expérimentale (—), réponse numérique (—)



## Annexe G

# Pondérations physiologiques dBA

Fréquence [Hz]	Pondération A	Fréquence [Hz]	Pondération A
20	-50.5	800	-0.8
25	-44.7	1000	0
31.5	-39.4	1250	0.6
40	-34.6	1600	1
50	-30.2	2000	1.2
63	-26.2	2500	1.3
80	-22.5	3150	1.2
100	-19.1	4000	1
125	-16.1	5000	0.5
160	-13.4	6300	-0.1
200	-10.9	8000	-1.1
250	-8.6	10000	-2.5
315	-6.6	12500	-4.3
400	-4.8	16000	-6.6
500	-3.2	20000	-9.3
630	-1.9		

Tableau G.1 – Facteurs de pondération A par bande de 1/3 d’octave



# Annexe H

## Calculs de l'intensité structurelle

Les équations sont explicitées dans le paragraphe 1.2.7. Le calcul du vecteur d'intensité structurelle est alors exprimé en un flot de puissance par unité d'aire et est analogue à une intensité acoustique. Le calcul de l'énergie vibratoire au sein de la structure permet de mieux prévoir et contrôler le comportement acoustique d'un système. Il est possible de le calculer grâce à des logiciels éléments finis.

Un premier exemple est présenté dans la figure H.1. Il a été refait à partir des données des publications [27, 28, 29, 30, 26] afin de valider la procédure de calcul sur un cas simple. Elle sera ensuite appliquée au cas de notre réducteur en trois dimensions.

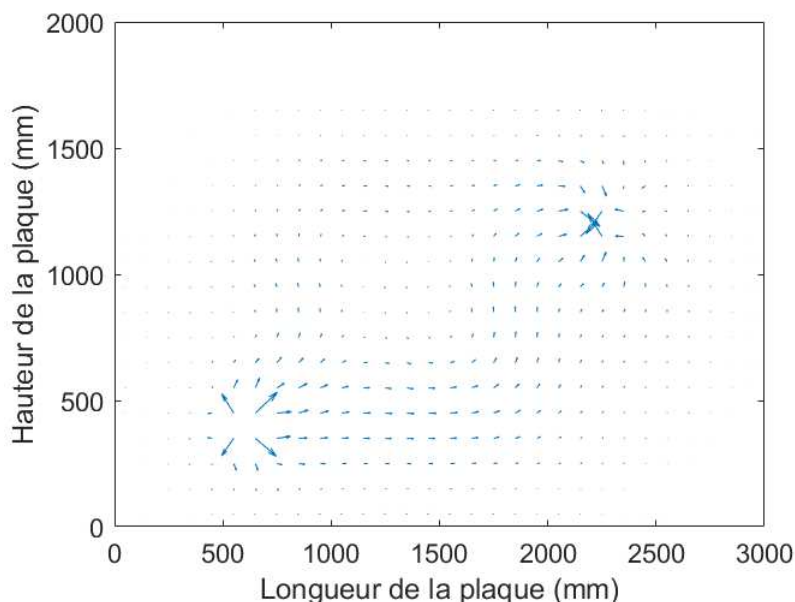


FIGURE H.1 – Transfert vibratoire sur une plaque de dimensions 3000x1700x10 mm

La plaque est en acier de module de Young égal à 210 000 MPa, de coefficient de

poisson égal à 0.3 et de densité massique égale à  $7800 \text{ kg.m}^{-3}$ . Elle est en appui sur l'ensemble de son pourtour et n'a pas d'amortissement structurel. La force excitatrice est placée en bas à gauche avec  $x_f$  égal à 600 mm et  $y_f$  égal à 400 mm. Son amplitude est de 1000 N pour une fréquence de 50 Hz. Un amortissement est placé en haut à gauche pour  $x_a$  égal à 2200 mm et  $y_a$  égal à 1200 mm. L'amortissement est de  $100 \text{ N.s.m}^{-1}$ . On constate qu'un transfert s'opère entre l'effort qui injecte de l'énergie et l'amortissement qui la dissipe.

Dans le cadre des réducteurs, la source d'excitation principale se situe au niveau des dentures. Les déformations élastiques des dents transmettent les vibrations à travers des engrenages, des arbres, des paliers et puis du carter. La figure H.2 montre le transfert vibratoire au niveau d'un palier de roulement du réducteur M7.

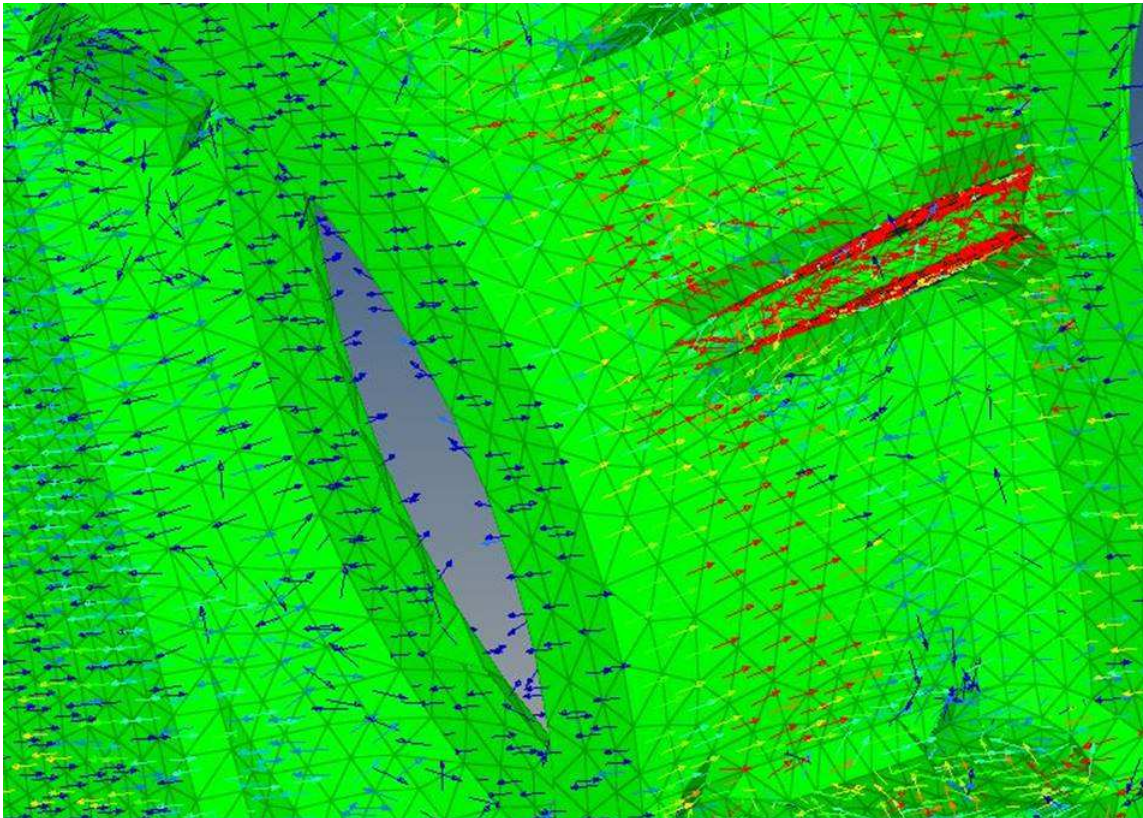


FIGURE H.2 – Transfert vibratoire au niveau d'un palier de roulement du réducteur M7

L'excitation unitaire est placée au niveau de la denture avec une fréquence de 500 Hz. Aucun patch amortissement n'est présent. L'effet de l'air comme amortissement n'est pas pris en compte. L'énergie est dissipée par l'amortissement structurel du réducteur qui est de 3%. On établit à partir des calculs que l'énergie vibratoire ressort par les paliers de roulement. De plus, l'énergie semble se concentrer au niveau des jonctions des nervures.

# Annexe I

## Optimisation de la roue dentée

Des optimisations sur le voile de la roue dentée ont été menées afin de vérifier s'il est possible de réduire le rayonnement acoustique en découplant la source d'excitation et le rayonnement. Ce modèle possède 830 000 d.d.l. Le carter correspond au carter d'origine avec les nervures. Le maillage de l'espace de design correspond au voile de la roue et est composé de mailles en 3D de 9 mm. Une contrainte de symétrie cyclique de 8 répétitions est imposée de manière arbitraire. L'optimisation se fait à iso-masse. Seule une contrainte de torsion est appliquée à la roue dentée. L'optimisation est effectuée pour un seul sens de couple. La figure I.1 montre la courbe d'évolution de la fonction objectif (i.e la moyenne de l'ERP).

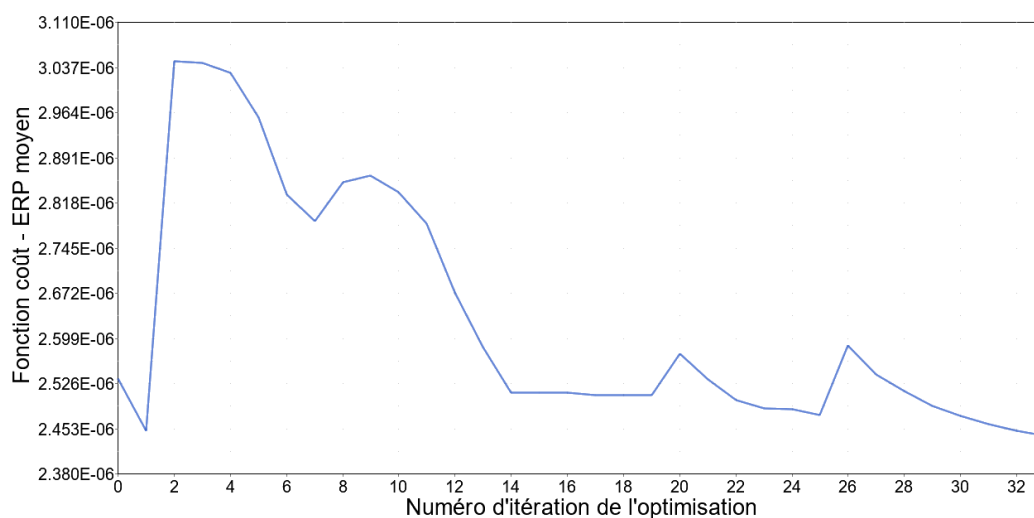


FIGURE I.1 – Évolution de la fonction coût en fonction du numéro d'itération de l'optimisation topologique de la roue dentée

Les calculs se sont menés en 1h30 avec 2 coeurs sur une machine partagée équipée de



2 Xeon Gold 6130 CPU @2.1 GHz 16 coeurs et en utilisant moins de 20 Go de ram. Les calculs ont été relativement rapides par rapport aux autres optimisations car le nombre de facteur d'optimisation est faible. La fonction coût passe de 2.53 à 2.44 (cf. figure I.1), ce qui représente une diminution de l'ERP moyenne de 4%. L'écart est faible, néanmoins l'optimisation a permis de satisfaire toutes les contraintes. La Figure I.2 montre la roue dentée après post-traitement. La forme des branches met en évidence que l'optimisation a été faite pour un seul sens de couple, car elles sont asymétriques.

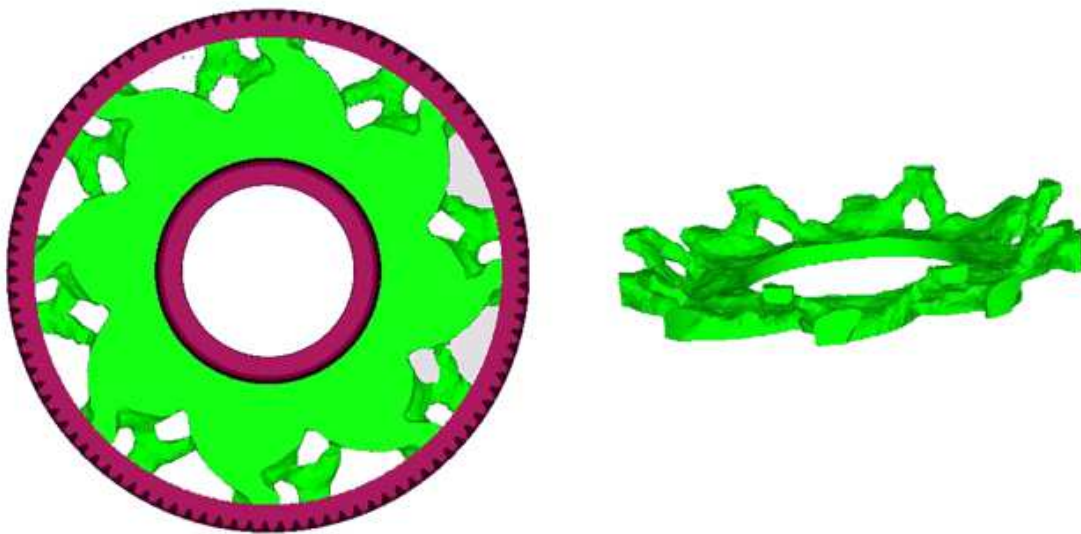


FIGURE I.2 – Résultat d'une optimisation de la roue dentée

	Fonction coût	Gain ERP (%) / Masse (kg)
Roue d'origine	3.57	ref
Roue massive	4.24	+19% / +48 kg
Roue optimisée	3.38	-6% / +0 kg

Tableau I.1 – Comparaison de la fonction coût après post-traitement pour la roue standard, la roue massive et la roue optimisée

Le tableau I.1 donne quelques comparaisons du calcul de la fonction coût (moyenne de l'ERP au niveau du carter) pour différentes roues. Par rapport à la roue standard (avec un voile mince et 8 trous), on observe une légère diminution de l'ERP après optimisation. Pour une roue massive (avec un voile plein avec une largeur égale à celle des dents), la fonction coût augmente de 19 %. Pour rappel, l'optimisation est faite avec un effort unitaire à la denture. Ces résultats traduisent donc uniquement le fait que le carter est acoustiquement plus sensible quand la roue est massive. Un découplage entre la

---

source d'excitation et le rayonnement peut ainsi être réalisé, mais la modification de la roue changera intrinsèquement la puissance de la source excitatrice. Une roue massive implique un mésalignement à la denture plus faible et donc une source d'excitation moins importante. Par conséquent, il semble plus pertinent de chercher à optimiser le mésalignement au niveau de la denture pour optimiser la source d'excitation et conserver une contrainte au niveau de la réponse ERP, soit de la sensibilité acoustique à l'excitation. De plus, la sensibilité acoustique semble diminuer avec la masse de la roue.



# Bibliographie

- [1] Règlement (UE) n ° 540/2014 du Parlement européen et du Conseil du 16 avril 2014 concernant le niveau sonore des véhicules à moteur et des systèmes de silencieux de remplacement, et modifiant la directive 2007/46/CE et abrogeant la directive 70/157/CEE Texte présentant de l'intérêt pour l'EEE, May 2014. Legislative Body : EP, CONSIL.
- [2] D. B. Welbourn. Fundamental knowledge of gear noise : a survey. Technical report, 1979.
- [3] S. L. Harris. Dynamic loads on the teeth of spur gears. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 172(1) :87–112, 1958.
- [4] D. Remond, P. Vexex, and J. Sabot. *Comportement dynamique et acoustique des transmissions par engrenages : synthèse bibliographique*. CETIM, 1993.
- [5] R. Singh, H. Xie, and R. J. Comparin. Analysis of automotive neutral gear rattle. *Journal of sound and vibration*, 131(2) :177–196, 1989.
- [6] Y. Kadmiri, E. Rigaud, J. Perret-Liaudet, and L. Vary. Experimental and numerical analysis of automotive gearbox rattle noise. *Journal of Sound and Vibration*, 331(13) :3144–3157, 2012.
- [7] T. C. Lim and R. Singh. Vibration transmission through rolling element bearings, part I : Bearing stiffness formulation. *Journal of sound and vibration*, 139(2) :179–199, 1990.
- [8] T. C. Lim and R. Singh. Vibration transmission through rolling element bearings, part II : system studies. *Journal of Sound and Vibration*, 139(2) :201–225, 1990.
- [9] T. C. Lim and R. Singh. Vibration transmission through rolling element bearings. Part III : Geared rotor system studies. *Journal of sound and vibration*, 151(1) :31–54, 1991.
- [10] E. Rigaud. *Interactions dynamiques entre denture, lignes d'arbres, roulements et carter dans les transmissions par engrenages*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 1998.

- [11] J. Perret-Liaudet. An original method for computing the response of a parametrically excited forced system. *Journal of Sound and Vibration*, 196(2) :165–177, 1996.
- [12] A. Carbonelli. *Caractérisation vibro-acoustique d'une cascade de distribution poids lourds*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2012.
- [13] Philippe Vexex and Violaine Cahouet. Experimental and numerical investigations on the influence of tooth friction in spur and helical gear dynamics. *J. Mech. Des.*, 122(4) :515–522, 2000.
- [14] Simon Jolivet, Sabeur Mezghani, Mohamed El Mansori, R. Vargiolu, and Hassan Zahouani. Experimental study of the contribution of gear tooth finishing processes to friction noise. *Tribology International*, 115 :70–77, 2017. Publisher : Elsevier.
- [15] H. N. Özgüven and D. R. Houser. Dynamic analysis of high speed gears by using loaded static transmission error. *Journal of sound and vibration*, 125(1) :71–83, 1988.
- [16] R. G. Munro. A review of the theory and measurement of gear transmission error. *Gearbox noise and vibration*, pages 3–10, 1990.
- [17] Joël Perret-Liaudet. *Etude des mécanismes de transfert entre l'erreur de transmission et la réponse dynamique des boites de vitesses d'automobile*. PhD Thesis, Ecully, Ecole centrale de Lyon, 1992.
- [18] V. V. Bolotin and H. L. Armstrong. The dynamic stability of elastic systems. *American Journal of Physics*, 33(9) :752–753, 1965.
- [19] Jian Lin and R. G. Parker. Planetary gear parametric instability caused by mesh stiffness variation. *Journal of Sound and vibration*, 249(1) :129–145, 2002.
- [20] Peng Guan and Hans DeSmidt. Parametric Instability Of Planetary Gear Transmission With Elastic Ring Gear Due To Discrete Boundary Strut Parameter Variation. In *The Vertical Flight Society's 75th Annual Forum & Technology Display*, 2019.
- [21] Jian Lin and R. G. Parker. Parametric resonance in two-stage gears from fluctuating mesh stiffness. *IFToMM International Journal of Gearing and Transmissions*, 3 :127–134, 2001.
- [22] Jun-guo Wang, Bo Lv, Rui Sun, and Yong-xiang Zhao. Resonance and stability analysis of a cracked gear system for railway locomotive. *Applied Mathematical Modelling*, 77 :253–266, 2020. Publisher : Elsevier.
- [23] R. Guilbault, S. Lalonde, and M. Thomas. Nonlinear damping calculation in cylindrical gear dynamic modeling. *Journal of Sound and Vibration*, 331(9) :2110–2128, 2012.

- 
- [24] S. Li and A. Kahraman. A spur gear mesh interface damping model based on elasto-hydrodynamic contact behaviour. *International Journal of Powertrains*, 1(1) :4–21, 2011. Publisher : Inderscience Publishers.
- [25] E. Reboul. *Vibroacoustique des mécanismes à hautes fréquences : Application aux transmissions par engrenages*. PhD thesis, Ecole centrale de Lyon, 2005.
- [26] M. S. Khun, H. P. Lee, and S. P. Lim. Structural intensity in plates with multiple discrete and distributed spring–dashpot systems. *Journal of Sound and Vibration*, 276(3-5) :627–648, 2004.
- [27] G. Pavić. Structural surface intensity : An alternative approach in vibration analysis and diagnosis. *Journal of Sound and Vibration*, 115(3) :405–422, 1987.
- [28] S. A. Hambric. Power flow and mechanical intensity calculations in structural finite element analysis. 1990.
- [29] S. A. Hambric and R. P. Szwerc. Predictions of structural intensity fields using solid finite elements. *Noise Control Engineering Journal*, 47(6) :209–217, 1999.
- [30] L. Gavrić and G. Pavić. A finite element method for computation of structural intensity by the normal mode approach. *Journal of sound and vibration*, 164(1) :29–43, 1993.
- [31] H. V. Liew and T. C. Lim. Analysis of time-varying rolling element bearing characteristics. *Journal of sound and vibration*, 283(3) :1163–1179, 2005.
- [32] N. Sawalhi and R. B. Randall. Simulating gear and bearing interactions in the presence of faults : Part I. The combined gear bearing dynamic model and the simulation of localised bearing faults. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22(8) :1924–1951, 2008.
- [33] N. Sawalhi and R. B. Randall. Simulating gear and bearing interactions in the presence of faults : Part II : Simulation of the vibrations produced by extended bearing faults. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22(8) :1952–1966, 2008.
- [34] J. Réa. Systèmes mécaniques : théorie et dimensionnement. *Science Sup*, 2 :38, 2006.
- [35] M. S. Abbes, S. Bouaziz, F. Chaari, M. Maatar, and M. Haddar. An acoustic–structural interaction modelling for the evaluation of a gearbox-radiated noise. *International Journal of Mechanical Sciences*, 50(3) :569–577, 2008.
- [36] N. Driot. *Étude de la dispersion vibroacoustique des transmissions par engrenages*. PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2002.

- [37] Y. Guo, T. Eritenel, T. M. Ericson, and R. G. Parker. Vibro-acoustic propagation of gear dynamics in a gear-bearing-housing system. *Journal of Sound and Vibration*, 333(22) :5762–5785, 2014.
- [38] T. Chanvrier, E. Rigaud, J. Perret-Liaudet, H. Siwiak, P. Bouvet, B. Nelain, and J. Vialong. Sirènement de boîte de vitesses automobile : confrontation calcul/essais en contexte réel. *20ème Congrès Français de Mécanique, Besançon, France (FR)*, 2011.
- [39] R. Li, C. Yang, T. Lin, X. Chen, and L. Wang. Finite element simulation of the dynamical behavior of a speed-increase gearbox. *Journal of materials processing technology*, 150(1) :170–174, 2004.
- [40] E. Rigaud and D. Barday. Modelling and analysis of static transmission error. Effect of wheel body deformation and interactions between adjacent loaded teeth. In *4th World Congress on Gearing and Power Transmission*, volume 3, pages 1961–1972, Paris, 1999.
- [41] A. Fernandez Del Rincon, F. Viadero, M. Iglesias, P. García, A. De-Juan, and R. Sancibrian. A model for the study of meshing stiffness in spur gear transmissions. *Mechanism and Machine Theory*, 61 :30–58, 2013.
- [42] R. G. Parker, V. Agashe, and S. M. Vijayakar. Dynamic response of a planetary gear system using a finite element/contact mechanics model. *Journal of Mechanical Design*, 122(3) :304–310, 2000.
- [43] R. G. Parker, S. M. Vijayakar, and T. Imajo. Non-linear dynamic response of a spur gear pair : modelling and experimental comparisons. *Journal of Sound and vibration*, 237(3) :435–455, 2000.
- [44] A. Kahraman and R. Singh. Interactions between time-varying mesh stiffness and clearance non-linearities in a geared system. *Journal of Sound and Vibration*, 146(1) :135–156, 1991.
- [45] J. Perret-Liaudet, A. Carbonelli, E. Rigaud, B. Nelain, P. Bouvet, and C. J. Vialonga. Modeling of gearbox whining noise. Technical report, SAE Technical Paper, 2014.
- [46] J. R. Dormand and P. J. Prince. A family of embedded Runge-Kutta formulae. *Journal of computational and applied mathematics*, 6(1) :19–26, 1980.
- [47] N. M. Newmark. A method of computation for structural dynamics. American Society of Civil Engineers, 1959.

- 
- [48] Barry M. Gibbs and D. K. Jones. A simple image method for calculating the distribution of sound pressure levels within an enclosure. *Acta Acustica united with Acustica*, 26(1) :24–32, 1972. Publisher : S. Hirzel Verlag.
- [49] Asbjørn Krokstad, Staffan Strom, and Svein Sørsdal. Calculating the acoustical room response by the use of a ray tracing technique. *Journal of Sound and Vibration*, 8(1) :118–125, 1968. Publisher : Elsevier.
- [50] Stephane Lesoinne. Méthodes d’accélération du tir de rayons sonores pour la simulation en acoustique des salles/Acceleration methods of acoustical ray tracing in room acoustics. 2013.
- [51] R. H. Lyon and G. Maidanik. Power flow between linearly coupled oscillators. *The journal of the Acoustical Society of America*, 34(5) :623–639, 1962. Publisher : Acoustical Society of America.
- [52] Richard H. Lyon, Richard G. DeJong, and Manfred Heckl. Theory and application of statistical energy analysis, 1995.
- [53] Alain Le Bot, Nicolas Totaro, and Thibault Lafont. Statistical Energy Analysis, assumptions and validity. In *MEDYNA 2017*, 2017.
- [54] Guang Zhu, Laurent Maxit, Nicolas Totaro, and Alain Le Bot. Development of a hybrid SmEdA/SEA model for predicting the power exchanged between low and high modal density subsystems. In *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, volume 263, pages 3824–3832. Institute of Noise Control Engineering, 2021. Issue : 3.
- [55] P. W. Smith Jr. Response and radiation of structural modes excited by sound. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 34(5) :640–647, 1962. Publisher : Acoustical Society of America.
- [56] R. S. Langley and P. Bremner. A hybrid method for the vibration analysis of complex structural-acoustic systems. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 105(3) :1657–1671, 1999.
- [57] Y. N. He, L. He, Z. Q. Lu, and L. H. Shu. Radiation noise analysis using the results of power flow finite element method. *Chuanbo Lixue (Journal of Ship Mechanics)*, 10(5) :150–154, 2006.
- [58] D. Fritze, S. Marburg, and H. J. Hardtke. Estimation of radiated sound power : A case study on common approximation methods. *Acta Acustica united with Acustica*, 95(5) :833–842, 2009.
- [59] M. B. Dühning, J. S. Jensen, and O. Sigmund. Acoustic design by topology optimization. *Journal of sound and vibration*, 317(3-5) :557–575, 2008.



- [60] K. Inoue, M. Yamanaka, and M. Kihara. Optimum stiffener layout for the reduction of vibration and noise of gearbox housing. *Transactions - ASME Journal of mechanical design*, 124(3) :518–523, 2002.
- [61] M. P. Bendsøe and O. Sigmund. Material interpolation schemes in topology optimization. *Archive of applied mechanics*, 69(9-10) :635–654, 1999.
- [62] M. P. Bendsøe and O. Sigmund. *Topology optimization : theory, methods, and applications*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [63] D. Brackett, I. Ashcroft, and R. Hague. Topology optimization for additive manufacturing. In *Proceedings of the solid freeform fabrication symposium, Austin, TX*, volume 1. 348–362, 2011.
- [64] B. Xu, S. Ye, and J. Zhang. Numerical and experimental studies on housing optimization for noise reduction of an axial piston pump. *Applied Acoustics*, 110 :43–52, 2016.
- [65] S. Kabus and C. Pedersen. Optimal bearing housing designing using topology optimization. *Journal of tribology*, 134(2), 2012.
- [66] P. Gamboa, J. Vale, F. J. P. Lau, and A. Suleman. Optimization of a morphing wing based on coupled aerodynamic and structural constraints. *AIAA journal*, 47(9) :2087–2104, 2009.
- [67] Z. Lyu and J. Martins. Aerodynamic shape optimization of an adaptive morphing trailing-edge wing. *Journal of Aircraft*, 52(6) :1951–1970, 2015.
- [68] M. D. Rao. Recent applications of viscoelastic damping for noise control in automobiles and commercial airplanes. *Journal of Sound and Vibration*, 262(3) :457–474, 2003.
- [69] M. Lallart, E. Lefeuvre, C. Richard, and D. Guyomar. Self-powered circuit for broadband, multimodal piezoelectric vibration control. *Sensors and Actuators A : Physical*, 143(2) :377–382, 2008.
- [70] D. Guyomar, C. Richard, and L. Petit. Vibration damping using a semi-passive piezoelectric technique. In *Kyoto, Japan : 18th International Congress on Acoustics*, 2004.
- [71] C. Richard, D. Guyomar, D. Audigier, and H. Bassaler. Enhanced semi-passive damping using continuous switching of a piezoelectric device on an inductor. In *Smart structures and materials 2000 : damping and isolation*, volume 3989, 288–299. International Society for Optics and Photonics, 2000.

- 
- [72] N. W. Hagood and A. Von Flotow. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks. *Journal of sound and vibration*, 146(2) :243–268, 1991.
- [73] M. A. Mironov. *Propagation of a flexural wave in a plate whose thickness decreases smoothly to zero in a finite interval*, volume 34. amer inst physics circulation fulfillment div, 1988.
- [74] V. V. Krylov and R. Winward. Experimental investigation of the acoustic black hole effect for flexural waves in tapered plates. *Journal of Sound and Vibration*, 300(1-2) :43–49, 2007.
- [75] V. B. Georgiev, J. Cuenca, F. Gautier, L. Simon, and V. V. Krylov. Damping of structural vibrations in beams and elliptical plates using the acoustic black hole effect. *Journal of sound and vibration*, 330(11) :2497–2508, 2011.
- [76] J. Dréo, A. Pétrowski, P. Siarry, and E. Taillard. *Metaheuristics for hard optimization : methods and case studies*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [77] D. Izzo, M. Rucinski, and C. Ampatzis. Parallel global optimisation meta-heuristics using an asynchronous island-model. In *2009 IEEE congress on evolutionary computation*, pages 2301–2308. IEEE, 2009.
- [78] A. Ratle and A. Berry. Use of genetic algorithms for the vibroacoustic optimization of a plate carrying point-masses. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 104(6) :3385–3397, 1998.
- [79] J. C. Gilbert and J. Nocedal. Global convergence properties of conjugate gradient methods for optimization. *SIAM Journal on optimization*, 2(1) :21–42, 1992. Publisher : SIAM.
- [80] Y. H. Dai and Y. Yuan. A nonlinear conjugate gradient method with a strong global convergence property. *SIAM Journal on optimization*, 10(1) :177–182, 1999. Publisher : SIAM.
- [81] C. Fleury and V. Braibant. Structural optimization : a new dual method using mixed variables. *International journal for numerical methods in engineering*, 23(3) :409–428, 1986.
- [82] Leon S. Lasdon. *Optimization theory for large systems*. Courier Corporation, 2002.
- [83] Freerk Auke Lootsma. A comparative study of primal and dual approaches for solving separable and partially-separable nonlinear optimization problems. *Structural optimization*, 1(2) :73–79, 1989. Publisher : Springer.
- [84] C. Fleury. CONLIN : an efficient dual optimizer based on convex approximation concepts. *Structural optimization*, 1(2) :81–89, 1989. Publisher : Springer.

- [85] Claude Fleury. Structural weight optimization by dual methods of convex programming. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 14(12) :1761–1783, 1979.
- [86] Bérengère Guilbert. *Hybrid modular models for the dynamic study of high-speed thin-rimmed/-webbed gears*. PhD Thesis, Université de Lyon, 2017.
- [87] Youness Benaïcha, A. Mélot, E. Rigaud, J. D. Beley, F. Thouverez, and J. Perret-Liaudet. A decomposition method for the fast computation of the transmission error of gears with holes. 2021.
- [88] Adrien Mélot, Youness Benaïcha, Emmanuel Rigaud, Joël Perret-Liaudet, and Fabrice Thouverez. Effect of gear topology discontinuities on the nonlinear dynamic response of a multi-degree-of-freedom gear train. *Journal of Sound and Vibration*, 516 :116495, 2022. Publisher : Elsevier.
- [89] P. Vinot, S. Cogan, and V. Cipolla. A robust model-based test planning procedure. *Journal of Sound and Vibration*, 288(3) :571–585, 2005.
- [90] C. Schedlinski and M. Link. An approach to optimal pick-up and exciter placement. In *Proceedings-SPIE the international society for optical engineering*, pages 376–382. spie international society for optical, 1996.
- [91] D. C. Kammer. Sensor placement for on-orbit modal identification and correlation of large space structures. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 14(2) :251–259, 1991.
- [92] J. Penny, M. Friswell, and S. Garvey. Automatic choice of measurement locations for dynamic testing. *AIAA journal*, 32(2) :407–414, 1994.
- [93] R. J. Allemang. The modal assurance criterion—twenty years of use and abuse. *Sound and vibration*, 37(8) :14–23, 2003.
- [94] M. H. Richardson and D. L. Formenti. Parameter estimation from frequency response measurements using rational fraction polynomials. In *Proceedings of the 1st international modal analysis conference*, volume 1, 167–186. Union College Schenectady, NY, 1982.
- [95] M. H. Richardson and D. L. Formenti. Global curve fitting of frequency response measurements using the rational fraction polynomial method. *Proceeding of 3rd IMAC Conference*, 390.
- [96] F. J. Fahy. The vibro-acoustic reciprocity principle and applications to noise control. *Acta Acustica united with Acustica*, 81(6) :544–558, 1995.
- [97] P. Stoica and R. L. Moses. Spectral analysis of signals. 2005. Publisher : Pearson Prentice Hall Upper Saddle River, NJ.

- 
- [98] N. Tandon and A. Choudhury. A review of vibration and acoustic measurement methods for the detection of defects in rolling element bearings. *Tribology international*, 32(8) :469–480, 1999.
- [99] D. A. McLain and D. L. Hartman. Analysis of defective anti-friction bearings in the paper industry. *Virginia-Carolina Section : Tappi Winter Mfg*, pages 1–28, 1980.
- [100] Alstom. Analyse du comportement acoustique des engrenages par calcul éléments finis. Technical report, 2016.
- [101] M. J. D. Powell. A hybrid method for nonlinear equations. *Numerical methods for nonlinear algebraic equations*, 1970.
- [102] C. Lanczos. Solution of systems of linear equations by minimized iterations. *J. Res. Nat. Bur. Standards*, 49(1) :33–53, 1952.
- [103] Claude Lesueur and Jean Nicolas. *Rayonnement acoustique des structures (Acoustic Radiation of Structures)*. Acoustical Society of America, 1989.
- [104] Gideon Maidanik. Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields. *the Journal of the Acoustical Society of America*, 34(6) :809–826, 1962. Publisher : Acoustical Society of America.
- [105] M. J. Crocker and A. J. Price. Sound transmission using statistical energy analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 9(3) :469–486, 1969. Publisher : Elsevier.
- [106] Takanori Ide, Masaki Otomori, Juan Pablo Leiva, and Brian C. Watson. Structural optimization methods and techniques to design light and efficient automatic transmission of vehicles with low radiated noise. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 50(6) :1137–1150, 2014.
- [107] G. Henriot. *Engrenages : conception, fabrication : mise en oeuvre*. Dunod, 2007.

## AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 25 mai 2016,

Vu la demande du directeur de thèse

Monsieur J. PERRET-LIAUDET

et les rapports de

M. M. OUISSE

Professeur - Ecole nationale supérieure de mécanique et des microtechniques,  
Institut FEMTO-ST, 15B Avenue des Montboucons, 25000 Besançon

et de

M. C. PEZERAT

Professeur - Université du Maine - Laboratoire d'acoustique de l'université du Maine,  
Avenue Olivier Messiaen, 72085 Le Mans

**Monsieur LANDET Karl**

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

**Ecole doctorale Mécanique, Energétique, Génie Civil et Acoustique**

Fait à Ecully, le 26 octobre 2021

Le directeur de l'Ecole centrale de Lyon

