



**HAL**  
open science

# Démodulation de signaux de vitesse instantanée pour le diagnostic et la surveillance des machines tournantes

Khalid Lizoul

► **To cite this version:**

Khalid Lizoul. Démodulation de signaux de vitesse instantanée pour le diagnostic et la surveillance des machines tournantes. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Lyon, 2021. Français. NNT : 2021LYSES023 . tel-03881093

**HAL Id: tel-03881093**

**<https://theses.hal.science/tel-03881093>**

Submitted on 1 Dec 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre NNT : 2021LYSES023

**THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON**  
Opérée au sein de  
**Université Jean Monnet de Saint-Etienne**

**Ecole Doctorale N° 488**  
**Sciences, Ingénierie, Santé**

**Spécialité de doctorat : Image, Vision, Signal**

**Discipline** : GÉNIE INFORMATIQUE - AUTOMATIQUE - TRAITEMENT DU SIGNAL

*Soutenue publiquement le 07/10/2021, par :*  
**Khalid LIZOUL**

---

**Démodulation de signaux de vitesse  
instantanée pour le diagnostic et la  
surveillance des machines tournantes**

---

Devant le jury composé de :

<b>M. Jérôme ANTONI</b>	Professeur des universités, LVA INSA-LYON	Rapporteur
<b>M. Karim ABED-MERAIM</b>	Professeur des universités, Polytech Orléans	Rapporteur
<b>M. Mohamed EL BADAOUI</b>	Professeur des universités, LASPI UJM	Examineur
<b>M. Xavier CHIEMENTIN</b>	Maître de conférences HDR, ITHEMM, Reims	Examineur
<b>Mme. Adeline BOURDON</b>	Maître de conférences, LaMCos INSA-LYON	Examinatrice
<b>M. Frédéric BONNARDOT</b>	Maître de conférences, LASPI UJM	Examineur
<b>M. François GUILLET</b>	Professeur des universités, LASPI UJM	Directeur de thèse
<b>M. Hugo ANDRÉ</b>	Maître de conférences, LASPI UJM	Encadrant de thèse





# Remerciements

Je tiens à adresser mes vifs remerciements à **M. Jérôme ANTONI**, Professeur des universités à l'université de Lyon, ainsi qu'à **M. Karim ABED-MERAIM**, Professeur des universités à Polytech Orléans d'avoir accepté d'évaluer ce travail de thèse en tant que rapporteurs. Je tiens aussi à remercier **M. Xavier CHIEMENTIN**, Maître de conférences HDR à l'ITHEEM, université de Reims, **Mme Adeline BOURDON** Maître de conférences à l'INSA-LYON, université de Lyon, **M. Frédéric BONNARDOT**, Maître de conférences à l'université Jean Monnet de Saint-Etienne pour m'avoir honoré dans le jury de thèse en tant qu'examineurs.

J'adresse ma gratitude et mes sincères remerciements à **M. François GUILLET**, Professeur des universités à l'université Jean Monnet de Saint-Etienne, de m'avoir donné l'opportunité d'intégrer le domaine de la recherche à travers ce travail de thèse, ainsi que pour son accompagnement depuis mon arrivée en France en tant qu'étudiant. Mes sincères remerciements s'adresse à **M. Hugo ANDRÉ**, Maître de conférences à l'université de Saint-Etienne d'avoir accepté de co-diriger cette thèse. Une personne avec qui j'ai appris beaucoup de choses dans la méthodologie et la synthèse. Je vous dois ma reconnaissance et mon estime. J'adresse ma gratitude à notre cher directeur de laboratoire **M. Mohamed EL BADAoui**, Professeur des universités à l'université Jean Monnet de Saint-Etienne, de m'avoir donné l'opportunité d'opérer cette thèse au sein du Laboratoire d'Analyse des Signaux et des Processus Industriels, et de m'avoir honoré dans ce jury en tant qu'examineur.

J'adresse également mes remerciements à tout le corps administratif et professoral de l'IUT de Roanne pour les bonnes années passées avec vous en tant qu'intervenant dans le département GIM. C'était une expérience très enrichissante que ce soit sur le plan professionnel ou sur le plan personnel. J'adresse une mention spéciale à **Nezha** et **Lucie** pour leur disponibilité et leur accompagnement.

A mon cher père, tout l'encre du monde ne pourrait suffire pour exprimer mes sentiments envers un être très cher. Tu as toujours été mon école de patience, de confiance et surtout d'espoir et d'amour. Tu es et tu resteras pour moi ma référence, la lumière qui illumine mon chemin. Ce travail est le résultat de l'esprit de sacrifice dont tu as fait preuve, de l'encouragement et le soutien que tu ne cesses de manifester, j'espère que tu y trouveras les fruits de ta semence et le témoignage de ma grande fierté de t'avoir comme père.

A ma chère, aucune dédicace très chère maman, ne pourrait exprimer la profondeur des sentiments que j'éprouve pour toi, tes sacrifices innombrables et ton dévouement firent pour moi un encouragement. Tu as guetté mes pas, et m'as couvé de tendresse, ta prière et ta bénédiction m'ont été d'un grand secours pour mener à bien mes études. Tu m'avais

---

aidé et soutenu pendant de nombreuses années avec à chaque fois une attention renouvelée. Puisse Dieu, te combler de santé, de bonheur et te procurer une longue vie.

A mes chers frères et soeurs, l'affection et le grand amour que je vous porte, les mots sont insuffisants pour exprimer ma profonde estime. Je vous dédie ce travail en témoignage de ma profonde affection et de mon attachement indéfectible.

A ma fiancée, pour l'amour et l'affection qui nous unissent. Je ne saurais exprimer ma profonde reconnaissance pour le soutien continu dont tu as toujours fait preuve. Tu m'as toujours encouragé, incité à faire de mon mieux, ton soutien m'a permis de réaliser mon ambition tant attendu. Je te dédie ce travail avec mes vœux de réussite, de prospérité et de bonheur.

A mes amis, en souvenir des moments heureux passés ensemble, avec mes vœux sincères de réussite, bonheur, santé et de prospérité.

# Résumé

Dans le cadre de la maintenance conditionnelle, l'analyse de la vitesse instantanée des machines tournantes a commencé à être considérée par la communauté scientifique et industrielle durant ces dernières années. Les résultats de travaux exploitant la vitesse instantanée pour des fins de diagnostic de défauts mécaniques ont un potentiel naissant de ce type d'analyse. Ainsi, les principales méthodes d'estimation de cette grandeur intrinsèque d'une machine tournante sont décortiquées. Une attention particulière est donnée aux méthodes exploitant le signal à partir d'un capteur angulaire échantillonné dans le temps. En premier lieu, Nous mettons en oeuvre trois méthodes de démodulation issues de la littérature en les adaptant au problème particulier de l'estimation de la vitesse instantanée. Nous analysons l'influence de deux paramètres essentielles : la résolution du capteur et le rapport signal/bruit (SNR) du signal capteur angulaire. Puis, nous nous intéressons à la caractérisation bruit spectral de la vitesse instantanée sous une perturbation additive aléatoire. Enfin, pour palier à la limite imposée par le système d'acquisition pour exploiter des résolutions élevées, nous proposons une méthode de démodulation haute fréquence capable d'acquérir le signal avec une basse fréquence d'échantillonnage.

**MOTS CLÉS:** Surveillance, Diagnostique, Vitesse instantanée, Traitement du signal, Démodulation

# Abstract

In the context of conditional maintenance, the analysis of the instantaneous speed of rotating machines has begun to be considered by the scientific and industrial community in the last years. The results of works exploiting the instantaneous speed for the purpose of diagnosis of mechanical defects have a potential emerging from this type of analysis. Thus, the main methods for estimating this intrinsic quantity of a rotating machine are dissected. Particular attention is given to methods exploiting the signal from an angular sensor sampled in time. First, we implement three demodulation methods from the literature by adapting them to the particular problem of instantaneous speed estimation. We analyze the influence of two essential parameters : the resolution of the sensor and the signal to noise ratio (SNR) of the angular sensor signal. Then, we focus on the characterization of the spectral noise of the instantaneous velocity under a random additive perturbation. Finally, to overcome the limitation imposed by the acquisition system to exploit high resolutions, we propose a high frequency demodulation method capable of acquiring the signal with a low sampling frequency.

**KEYWORDS:** Monitoring, Diagnostics, Instantaneous speed, Signal processing, Demodulation

---

# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>i</b>
<b>Table des figures</b>	<b>v</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>ix</b>
<b>Introduction Générale</b>	<b>1</b>
<b>1 Synthèse des méthodes d'estimation de la vitesse angulaire instantanée</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction au diagnostic et à la surveillance des machines tournantes via l'exploitation de la vitesse angulaire instantanée . . . . .	5
1.1.1 Diagnostic et surveillance de défauts des machines tournantes . .	5
1.1.2 L'exploitation de la vitesse angulaire instantanée pour la surveillance des machines tournantes . . . . .	8
1.1.2.1 Défaut de moteurs à induction . . . . .	9
1.1.2.2 Défaut d'engrenages . . . . .	9
1.1.2.3 Défauts de roulement . . . . .	12
1.2 Estimation de la vitesse angulaire instantanée . . . . .	13
1.2.1 Méthodes indirectes : exploitation du signal vibratoire . . . . .	14
1.2.1.1 démodulation d'une composante jugée représentative .	15
1.2.1.2 Méthodes de suivi d'ordre (Order tracking) . . . . .	17
1.2.1.3 Méthodes par approche probabiliste . . . . .	17
1.2.1.4 Limites de l'approche indirecte . . . . .	18
1.2.2 Méthodes directes : exploitation du signal issu d'un capteur angulaire . . . . .	18
1.2.2.1 Présentation d'un capteur angulaire . . . . .	18
1.2.2.2 Méthodes basées sur temporisateur/compteur . . . . .	20
1.2.2.3 Méthode par interpolation arc-tangente . . . . .	23
1.2.2.4 Méthodes de démodulation de type Hilbert . . . . .	26
1.2.2.5 Synthèse comparative des méthodes directes . . . . .	30
1.3 Conclusion . . . . .	32

<b>2</b>	<b>Démodulation de signaux codeur optique pour l'estimation de la vitesse angulaire instantanée</b>	<b>33</b>
2.1	Introduction . . . . .	34
2.2	Présentation de méthodes d'estimation . . . . .	34
2.2.1	Démodulation de fréquence basée sur le signal analytique . . . . .	34
2.2.2	Démodulation de fréquence par le TKEO (Opérateur d'Énergie de Teager-Kaiser) . . . . .	36
2.2.2.1	Fondements théoriques . . . . .	36
2.2.2.2	Formulation discrétisée d'un indicateur énergétique . . . . .	37
2.2.2.3	Formulation continue : TKEO + CESA . . . . .	37
2.2.2.4	Implémentation numérique : DESA . . . . .	38
2.2.3	Démodulation de fréquence par le filtre de Vold-Kalman . . . . .	40
2.2.4	L'indicateur de comparaison . . . . .	42
2.3	Comparaison des méthodes . . . . .	42
2.3.1	Simulation d'un signal VAI : cas d'un défaut impulsif cyclique . . . . .	42
2.3.2	Influence des paramètres sur l'estimation de la VAI . . . . .	45
2.3.2.1	Influence du rapport signal/bruit . . . . .	45
2.3.2.2	Influence de la résolution du capteur . . . . .	47
2.3.3	Application sur des signaux expérimentaux . . . . .	48
2.3.3.1	Dispositif expérimental . . . . .	48
2.3.4	Comparaison des méthodes proposées . . . . .	50
2.4	Conclusion . . . . .	52
<b>3</b>	<b>Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée</b>	<b>59</b>
3.0.1	Origine physique du bruit additif . . . . .	60
3.0.1.1	Bruit thermique ou dit de Johnson-Nyquist . . . . .	60
3.0.1.2	Bruit de grenaille (Shot Noise) . . . . .	60
3.0.1.3	Bruit de scintillation (Filcker Noise) . . . . .	61
3.0.1.4	Bruit de quantification . . . . .	61
3.0.1.5	Addition des sources de bruit . . . . .	62
3.0.2	Problématique et Motivation . . . . .	63
3.1	Modélisation du bruit de la vitesse angulaire instantanée . . . . .	64
3.1.1	Formulation du modèle . . . . .	64
3.1.1.1	Décomposition en quadrature des processus stochastiques passe-bande . . . . .	65
3.1.1.2	Densité de probabilité de l'enveloppe et de la déviation de phase . . . . .	68
3.1.1.3	Densité spectrale de puissance du bruit VAI . . . . .	72
3.1.2	Estimation du bruit VAI à partir du signal d'enveloppe . . . . .	77
3.1.3	Méthode proposée pour la détermination de seuils sur le spectre de la VAI . . . . .	78
3.1.3.1	Approche statistique pour le test d'hypothèse . . . . .	79

3.1.3.2	Définition des seuils sur l'observation spectrale de la VAI	80
3.2	Validation de l'approche proposée	82
3.2.1	Validation numérique	82
3.2.1.1	Présentation d'un modèle phénoménologique d'un réducteur à engrenages à un seul étage	82
3.2.1.2	Signal de vitesse rajouté à un bruit Gaussien	83
3.2.1.3	Signal de vitesse rajouté à un bruit non Gaussien	87
3.2.2	Validation expérimentale	88
3.2.2.1	Description du dispositif expérimental	88
3.2.2.2	Application sur des signaux de vitesse synthétisés par un générateur de fonction	89
3.2.2.3	Application sur des signaux codeurs d'un réducteur à engrenages	92
3.3	Conclusion	93
<b>4</b>	<b>Méthode de démodulation haute fréquence pour l'estimation de la vitesse angulaire instantanée</b>	<b>105</b>
4.1	Limites de la méthode de démodulation classique	106
4.1.1	Dispositif expérimental	106
4.1.2	Repliement spatial	106
4.1.2.1	définition	106
4.1.2.2	illustration sur le signal Ecart Temporel	107
4.1.3	Analyse du signal d'un codeur TTL	107
4.1.3.1	Limite liée à la fréquence d'échantillonnage	110
4.1.3.2	Repliement spatial	110
4.1.3.3	Comparaison de la méthode de démodulation de fréquence avec la méthode ET	113
4.2	La méthode superhétérodyne pour la démodulation haute fréquence	115
4.2.1	Principe de mesure	115
4.2.2	Limite de la méthode proposée : chevauchement fréquentiel	118
4.2.3	Résultats et comparaison avec la méthode Écart Temporel	120
4.2.4	Améliorations potentielles de la démodulation haute fréquence	121
4.2.4.1	Démodulation en quadrature	122
4.2.4.2	Conditions non stationnaires	123
4.3	Conclusion	123
	<b>Conclusion Générale et Perspectives</b>	<b>125</b>
<b>A</b>	<b>Outils du traitement du signal</b>	<b>131</b>
A.1	Notions de traitement du signal	131
A.1.1	Filtre de Vold Kalman pour l'extraction de la fréquence instantanée	131
A.1.2	La transformée de Hilbert	135
A.2	Procédure d'ajustement des courbes de Lissajous	136
A.3	Notions liées à la théorie de modulation	139

A.3.1	La modulation de fréquence . . . . .	139
A.3.2	Détermination et analyse des bandes latérales à l'aide des fonctions de Bessel . . . . .	139
A.3.3	Conséquence du non respect du théorème de Bedrosian . . . . .	140
A.4	Les processus stochastiques passe-bande . . . . .	141
A.4.1	Démonstration des propriétés principales . . . . .	141
A.4.2	La densité de probabilité de la déviation de phase et de l'enveloppe d'un processus stochastique passe bande . . . . .	142
	<b>Bibliographie</b>	<b>147</b>

# Table des figures

1.1	Incidence d'un défaut d'engrenages sur l'observation spectrale de la VAI [ROY 16] . . . . .	11
1.2	Incidence d'un défaut de cassure de dent de la roue planétaire d'un réducteur planétaire sur l'observation temporelle de la VAI : une dent cassée (a), deux dents cassées (b). Plus de détails dans la référence [ZHA 18b] .	12
1.3	Modèle dynamique d'un roulement : a) les efforts agissants sur l'élément roulant, b) Phénomène de résistance au roulement. Plus de détails peuvent être trouvés dans la référence [GOM 19] . . . . .	13
1.4	Résultats de modélisation de l'influence d'un défaut de bague externe d'un roulement sur la VAI de l'arbre lent d'une éolienne : signal VAI à gauche, et son spectre d'ordre à droite [GOM 19] . . . . .	14
1.5	Détection d'un défaut de la bague externe par l'analyse spectrale du signal VAI acquis par la méthode ET [REN 10] . . . . .	15
1.6	Principe de fonctionnement d'un codeur optique TTL . . . . .	20
1.7	Illustration du principe de mesure de la méthode ET . . . . .	21
1.8	Principe de mesure de la méthode du comptage des impulsions (CP) . . .	22
1.9	Principe de mesure de la méthode CET . . . . .	23
1.10	Figures Lissajous de signaux présentant des imperfections : signaux parfaits (a), un décalage d'amplitude (b), un décalage d'offset (c), un décalage de phase (d) . . . . .	25
1.11	Organigramme de la démodulation de fréquence basée sur le signal analytique pour l'estimation de la VAI . . . . .	30
2.1	Signal simulé : VAI (a), spectre d'amplitude de la VAI (a) . . . . .	43
2.2	Signal VAI simulé : signal TTL (a), et son spectre d'amplitude (b) . . . .	44
2.3	la VAI estimée via l démodulation de fréquence par le SA, le TKEO, et le VKF. La VAI réelle est représentée par la courbe en noir. . . . .	45
2.4	Spectres de la VAI estimée par la démodulation de fréquence basée sur le SA, le TKEO, et le VKF. . . . .	46
2.5	Influence du SNR du signal d'entrée sur l'estimation spectrale de la VAI .	46

2.6	Illustration de l'effet du bruit sur le spectre de la VAI estimée par le SA, le TKEO et le VKF. Spectre pour SNR = 10 dB (a), Spectre pour SNR = -10 dB . . . . .	47
2.7	Influence de la résolution du capteur sur l'estimation spectrale de la VAI par le SA, le TKEO et le VKF . . . . .	49
2.8	Illustration de l'effet de la résolution du capteur sur le spectre de la VAI estimée par le SA, le TKEO et le VKF . . . . .	49
2.9	Banc d'essai de pompe hydraulique . . . . .	50
2.10	La VAI estimée par les trois méthodes (SA, TKEO et VKF) sous une vitesse de rotation de : 800 tr/mn (a), 1000 tr/mn (b), 1200 tr/mn (c) . . . . .	54
2.11	Spectre de VAI estimée sous différentes conditions de vitesse : 800 tr/mn (a), 1000 tr/mn (b), et 1200 tr/mn (c) . . . . .	55
2.12	La densité spectrale de puissance du signal de vibration acquis sous une vitesse de 1200 rpm . . . . .	56
2.13	Comparaison des spectres de la VAI obtenue par la démodulation via le SA et le TKEO sous une vitesse de 1200 tr/mn avec une résolution de 1024 ppr . . . . .	56
2.14	Complexité numérique des méthodes proposées sur une simulation de 200 observations . . . . .	57
3.1	Représentation complexe d'un processus stochastique passe bande . . . . .	68
3.2	Distribution suivi par l'enveloppe d'un bruit gaussien passe bande (courbe à gauche) et l'histogramme de la déviation de phase induite par le bruit ( courbe à droite) . . . . .	68
3.3	Périodogramme d'un bruit blanc gaussien et sa version filtrée passe bande, $\sigma^2 = 10^{-6}$ . . . . .	69
3.4	Périodogramme des composantes en phase et en quadrature . . . . .	69
3.5	Représentation complexe d'un signal harmonique bruité . . . . .	70
3.6	Influence du bruit sur les propriétés d'un signal harmonique pour différentes valeurs de $\sigma$ . La représentation du signal de la porteuse dans le plan complexe est en rouge. Les densités de probabilités de l'enveloppe et de la déviation de phase sont respectivement en noir et en bleu. . . . .	72
3.7	Simulation de l'influence de bruit sur un signal : sans modulation de fréquence (a), et avec modulation de fréquence (b) . . . . .	72
3.8	Représentation complexe d'un signal FM bruité . . . . .	73
3.9	Comparaison entre de la déviation de phase estimée par la méthode de démodulation de fréquence et celle générée à partir l'équation 3.24 : RPB = 1.25 (a), RPB = 125 (b), et l'erreur quadratique moyenne pour différentes valeurs de RPB . . . . .	76
3.10	Organigramme de l'estimation de la VAI, de l'estimation de l'enveloppe et de l'estimation du bruit spectral de la VAI . . . . .	81
3.11	Signal de vitesse simulé (a), et son périodogramme (b) . . . . .	84
3.12	Bruit Gaussien rose (haut), et son périodogramme (bas) . . . . .	85

3.13	Résultats de la simulation numérique d'un signal vitesse mélangé à un bruit blanc Gaussien de variance $\sigma^2 = 10^{-6}$ : Signal FM filtré (a). Déviation de phase due au bruit (b), et sa densité de probabilité (c). . . . .	86
3.14	Estimation spectrale du bruit VAI à l'aide du périodogramme moyenné (M=5) : VAI estimée superposée à la VAI réelle (a), périodogramme de l'enveloppe du signal filtré en noir avec sa moyenne glissante à 200 échantillons en bleu (b), périodogramme de la VAI (c) : la ligne bleue indique le périodogramme de la VAI, le périodogramme moyen à 200 échantillons en noir, la ligne rouge est le bruit VAI estimé, la ligne jaune est le seuil de bruit VAI avec $\alpha = 1\%$ . . . . .	95
3.15	Test d'hypothèse pour différentes valeurs de M avec un bruit blanc en entrée : (a) M=5, (b) M=10, (c) M=15, (d) M=20, (e) M=25 . . . . .	96
3.16	Test d'hypothèse pour différentes valeurs de M avec un bruit rose en entrée : (a) M=5, (b) M=10, (c) M=15, (d) M=20, (e) M=25 . . . . .	97
3.17	Test d'hypothèse de l'estimation de la distribution suivie par la DSP de la déviation de phase $\mathcal{D}_{\phi_n\phi_n}$ pour différentes valeurs de RPB. A=2,5V et $\sigma$ est augmenté de 0,1 à 2,5V avec un pas de 0,1V. . . . .	98
3.18	Estimation du bruit VAI pour une séquence non gaussienne avec variance = 0.01, asymétrie = 0.5 et kurtosis = 5 : pdf du bruit d'entrée (a), DSP du bruit d'entrée (b), périodogramme de la VAI (c) : la ligne bleue indique la PSD de la VAI, la ligne rouge est le bruit VAI estimé, la ligne verte indique le seuil du bruit VAI sous la probabilité $\alpha = 1\%$ . . . . .	99
3.19	$H_0$ Test d'hypothèses, avec un bruit d'entrée non gaussien, pour différentes valeurs de M : (a) M=5, (b) M=10, (c) M=15, (d) M=20, (e) M=25	100
3.20	Banc d'essai d'engrenages à un seul étage . . . . .	101
3.21	Estimation du bruit FI du signal $1V_{cc}$ . Périodogramme de l'enveloppe du signal filtré (gauche) : Périodogramme en noir et sa partie non déterministe en bleu. Périodogramme FI (droite) : composante stochastique en noir, bruit FI estimé en rouge, et seuil de bruit FI ( $\alpha = 5\%$ ) en vert. . . . .	101
3.22	Effet du bruit de quantification sur l'observation spectrale de la FI utilisant le périodogramme moyen. (a) : Évolution de la variance du bruit avec la résolution du CAN, puissance moyenne du bruit du périodogramme moyen de l'enveloppe en astérisque bleu, la ligne noire pointillée correspond à la puissance du bruit estimée à partir du signal avec la résolution maximale du CAN, et puissance du bruit de quantification en carré rouge. (b) : Périodogramme du signal FI pour 12, 16 et 24 Bits. . . . .	102
3.23	Estimation de la DSP des signaux VAI pour différentes résolutions du codeur à une vitesse constante de 800 tr/min. Pour le signal brut, la vitesse a été fixée à 250 tr/min en raison de la limitation de la fréquence d'échantillonnage : Périodiogramme de la VAI en bleu, partie stochastique du périodogramme de la VAI en noir, et bruit VAI estimé en rouge. . . . .	103
3.24	DSP du signal VAI à 4096 ppr en bleu, avec seuil à 1% en vert . . . . .	103

3.25	Effet de la résolution du capteur sur le niveau de bruit spectral de la VAI : Méthode de démodulation de fréquence (a), méthode d'acquisition ET de la réf.[AND 14] (b) . . . . .	104
4.1	Effet d'une résolution inférieure du codeur optique (spectre, période instantanée). Le spectre est composé d'une série de pics. Les étoiles indiquent les harmoniques de rotation d'entrée et les carrés indiquent les harmoniques de vitesse de sortie. Le zèbra indique la période d'engrènement . . . . .	108
4.2	Voies A et B du signal codeur optique TTL, enregistrées avec une fréquence d'échantillonnage de 100 MHz à l'aide d'un oscilloscope. . . . .	109
4.3	Seuillage du signal codeur optique. Signal d'entrée brut en rouge et signal conditionné en bleu, enregistrés avec un oscilloscope. . . . .	110
4.4	Signal du codeur optique en bas. Sur le spectre en haut, les lignes bleues indiquent les fréquences fondamentales et les harmoniques du signal du codeur optique, les lignes verticales pointillées en rouge indiquent les bandes latérales correspondant aux fréquences d'engrènement. . . . .	111
4.5	Spectre du signal du codeur optique pour différentes résolutions de 16 à 128 lignes. Les lignes bleues indiquent la fréquence fondamentale et ses harmoniques. Les lignes colorées montrent les bandes latérales associées à la fréquence d'engrènement, respectivement, en rouge pour la fréquence fondamentale, en noir pour la deuxième harmonique, et en vert pour la troisième harmonique. . . . .	112
4.6	Fonction angle/temps . . . . .	113
4.7	Comparaison entre la méthode ET (bleu) et la technique de démodulation (rouge). La courbe du haut montre la vitesse instantanée de l'arbre estimée par les deux méthodes. La différence est tracée en dessous. Les courbes du bas montrent les spectres correspondants. Les lignes verticales correspondent aux fréquences d'entrée (en bleu) et de sortie (en rouge) de l'arbre et à leurs harmoniques respectives. . . . .	114
4.8	Principe de la technique de démodulation haute fréquence. . . . .	116
4.9	Illustration de la technique de démodulation haute fréquence. . . . .	117
4.10	Comparaison entre la méthode ET (bleu) et la technique de démodulation haute fréquence (rouge). La courbe du haut montre la vitesse instantanée de l'arbre estimée par les deux méthodes. La différence est tracée en dessous. Les courbes du bas montrent les spectres correspondants. Les lignes verticales correspondent aux fréquences d'entrée (en bleu) et de sortie (en rouge) de l'arbre et à leurs harmoniques respectives. . . . .	121
4.11	Spectres de la VAI pour les résolutions : R = 8192 (a), R=2048 (b), et R=1024 (c). Le spectre de la VAI obtenue par la méthode ET est en bleu et celui de la VAI avec la méthode proposée est en rouge. . . . .	122
A.1	Conversion des coordonnées rectangulaires en coordonnées polaires [VAN 05] . . . . .	145

# Liste des tableaux

2.1	Paramètres de simulation de l'impulsion angulaire . . . . .	44
3.1	Densités de probabilité d'enveloppe et de la déviation de phase suivant le niveau du RPB . . . . .	73
3.2	Paramètres de simulation du signal codeur . . . . .	83
3.3	Paramètres de simulation du signal VAI . . . . .	83
3.4	Résultats numériques pour l'estimation des seuils sur le spectre de la VAI à l'aide du périodogramme moyenné ( $M=5$ ), pour une séquence gaussienne avec un bruit blanc et un bruit rose. . . . .	88
3.5	Estimation du seuil de bruit VAI pour une séquence colorée non gaussienne. L'estimation de la DSP est effectuée en utilisant le périodogramme moyenné avec $M=5$ . . . . .	88
3.6	Estimation du seuil de bruit de la FI pour différentes valeurs de la puissance de la porteuse. L'estimation de la DSP est effectuée en utilisant le périodogramme moyenné . . . . .	90
3.7	Résultats expérimentaux sur l'influence de la puissance de la porteuse sur le niveau de bruit . . . . .	90
4.1	Exemple de la configuration de la fréquence de démodulation . . . . .	119
4.2	Exemple de configuration d'un démodulateur pour ne pas utiliser plus de $f_s = 51.2$ kHz. . . . .	120

# Abréviations et Notations utilisées

## Abréviations

VAI	:	Vitesse Angulaire Instantanée
SA	:	Signal Analytique
TKEO	:	Teager-Kaiser Energy Operator
VKF	:	Vold Kalman Filter
SCR	:	Somme des Carrées des Résidus
DSP	:	Densité spectrale de puissance
SSL	:	Stationnaire au Sens Large
ET	:	Ecart Temporel
CET	:	Constant Elapsed Time
TH	:	Transformée de Hilbert
SNR	:	Signal-to-Noise Ratio
CESA	:	Continous Energy Separation Algorithm
DESA	:	Discrete Energy Separation Algorithm
A/N	:	Analogique/Numérique

## Notations

- $R_{XX}$  : Fonction d'auto-corrélation d'un processus  $X$
- $\mathbb{E}[\cdot]$  : Espérance mathématique
- $\mathcal{D}_{xx}$  : Densité spectrale de puissance de  $x$
- $p_x$  : Densité de probabilité de  $x$
- $\mathcal{H}$  : La transformée de Hilbert
- $j$  : nombre imaginaire tel que  $j^2 = -1$
- $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$  : loi normale d'espérance  $\mu$  et d'écart-type  $\sigma$



# Introduction Générale

## Contexte général

Le développement accru de l'électronique depuis les années 50, en particulier après l'invention des semi-conducteurs, a eu un énorme impact sur les processus industriels. L'accroissement progressif de leur complexité s'est inexorablement accompagné d'une sophistication des algorithmes de contrôle associés. L'impact des défaillances de tels systèmes sur notre environnement, notre économie ou plus généralement le bien être de notre société, n'est plus à démontrer. Les disponibilités, rentabilités, fiabilités, sécurités de fonctionnement et protections de l'environnement sont autant de sujet qui ont émergé et accompagné ces développements. On constate aujourd'hui encore un besoin croissant de supervision en ligne et de diagnostic des défauts. L'indication précoce de l'initiation de défauts permet d'éviter la panne et facilite la gestion de son traitement. Le diagnostic des défauts est universellement utilisé pour améliorer l'efficacité, la maintenabilité, la disponibilité et/ou la fiabilité des installations. En effet, l'industrie reconsidère désormais les outils de maintenance préventive classique et favorise les méthodes alternatives. Un *défaut* est un changement inattendu de la fonction du système, ou " une déviation non permise d'une propriété caractéristique qui conduit à l'incapacité de remplir l'objectif prévu " selon la définition de Isermann [ISE 84], même s'il ne s'agit pas d'une défaillance physique. Une *défaillance* suggère une panne complète d'un composant ou d'une fonction du système, tandis que le terme *défectueux* peut être utilisé pour indiquer qu'un dysfonctionnement peut être toléré à son stade actuel, afin d'éviter toute conséquence grave.

Suite à la mise en place des systèmes d'asservissement et d'automatisation dans la majorité des machines tournantes, il devient donc indispensable de pouvoir entretenir ces machines pour éviter tout arrêt de production et/ou de service. Ceci nécessite la mise en place d'une stratégie de maintenance qui prendrait en compte la criticité de chaque composante dans le processus industriel. Historiquement, les stratégies de maintenance sont classifiées en trois types majeurs :

- **Maintenance corrective ou curative** : très couramment employée. Ces techniques traitent la défaillance après son occurrence. Cette stratégie atteint évidemment ses limites dès lors que les pannes sont impactantes.
- **Maintenance préventive** : Également très employée dans l'industrie [MCM 08],

le traitement des causes sont systématisés (périodiquement, ou cycliquement). Cette solution n'est pas optimale dans le sens où elle ne tient pas compte de l'état réel de dégradation du système.

Dans ce contexte, la meilleure stratégie est de pouvoir détecter les défaillances à des stades précoces pour optimiser le coût et le temps des interventions. Le développement des techniques de diagnostic des machines dans les années 1970 a conduit au concept de la maintenance conditionnelle, dans laquelle l'action préventive est déclenchée par la détection de symptôme prévenant l'apparition de la défaillance. Par conséquent, la meilleure façon de minimiser la probabilité de défaillance, les temps d'arrêt et les coûts de maintenance est de recourir à cette stratégie [KOT 06]. L'évolution des paradigmes historiques de la maintenance ainsi que l'évolution des paradigmes de production sont résumés par *Jovane et al.* dans [JOV 03].

**Motivations** Conduire une stratégie de maintenance conditionnelle nécessite l'équipement de la machine d'un certain nombre de capteurs pour mesurer des grandeurs physiques telles que l'accélération, la température, la vitesse de rotation...etc. Ceci génère une quantité considérable de données collectées. Ces données contiennent des informations sur le fonctionnement du système et sur l'évolution de l'état de santé de ses composants. Par conséquent, l'extraction de connaissances à partir de ces données peut apporter des améliorations significatives sur l'organisation de la maintenance au sein d'une structure industrielle. L'analyse de ces données fait recours à des outils de traitement du signal qui, de ce fait, prennent de plus en plus de place dans plusieurs domaines notamment dans le domaine de la surveillance des machines tournantes. Bien que les mesures vibratoires soient historiquement préférées pour extraire des indicateurs de santé, la Vitesse Angulaire Instantanée (VAI) a récemment suscité l'intérêt de la communauté scientifique et industrielle. Cet intérêt est justifié par le fait que cette grandeur physique contient une quantité importante d'informations sur la dynamique de la machine. Ce dernier point nécessite néanmoins que la vitesse soit acquise avec suffisamment de précision...

Dans le cadre de la maintenance conditionnelle prédictive, la VAI est estimée à partir d'un capteur angulaire, le plus souvent optique ou magnétique, monté sur un arbre de rotation. Ce capteur renvoie la position angulaire de l'arbre avec une précision qui dépend notamment de la résolution du capteur (nombre de pas angulaires sur un tour de rotation). Deux groupes de méthodes sont employées pour estimer la VAI : les méthodes angulaires qui utilisent une carte de comptage pour calculer la période instantanée entre deux pas angulaires consécutifs, et les méthodes temporelles qui traitent le signal échantillonné en temps. Si le premier groupe de méthode a fait l'objet de plusieurs études, ces travaux visent à approfondir notre compréhension des méthodes temporelles. Ces dernières présentent l'avantage d'être moins coûteuses par rapport aux méthodes angulaires vu que, contrairement aux méthodes angulaires, n'importe quel système d'acquisition à usage général peut être utilisé à cette fin. La motivation majeure de cette thèse est par conséquent de rassembler un cadre théorique justifiant (ou pas) l'utilisation de ces

méthodes.

**Organisation du manuscrit** Le manuscrit est organisé en quatre chapitres détaillés ci-après :

- **Chapitre 1.** Cette partie introductive synthétise les travaux exploitant la vitesse angulaire instantanée dans le cadre de la surveillance des machines tournantes. Ceci a pour objectif de présenter au lecteur les notions de bases en surveillance des machines tournantes ainsi que l'apport du traitement du signal dans ce domaine. Ensuite, une revue de littérature sur les travaux exploitant la VAI pour le diagnostic de défauts mécaniques (engrenages, roulement,...etc). Une synthèse des différentes méthodes d'estimation de la VAI est enfin proposée. L'attention se portera particulièrement sur les méthodes temporelles, objets des chapitres suivants.
- **Chapitre 2.** Trois méthodes temporelles d'estimation de la VAI sont mises à l'épreuve de mesures simulées (mieux maîtrisées) et expérimentales (pour confirmation) : la démodulation de fréquence via le signal analytique, l'Opérateur d'Énergie de Teager-Kaiser (TKEO), et le filtre de Vold-Kalman (VKF). L'influence des différents paramètres d'acquisition et d'environnement (Résolution du capteur, fréquence d'échantillonnage, bruit...etc) est étudiée. Après une présentation du principe de fonctionnement de chaque méthode ainsi que les hypothèses générales, une série de signaux de vitesse est simulée afin d'évaluer la précision de chaque méthode. Nous nous intéressons en particulier à la précision spectrale de ces méthodes vu que ce type d'analyse est souvent employé dans le cadre de la surveillance des machines tournantes via la vitesse instantanée. Finalement, une mise en oeuvre de ces méthodes sur des signaux réels issus d'un banc de pompe hydraulique est effectué. Nous concluons ce chapitre avec une comparaison de ces différentes méthodes d'estimation.
- **Chapitre 3.** Cette section propose une étude approfondie de l'influence du bruit additif stochastique, dont les caractéristiques spectrales sont inconnues à priori, sur l'observation spectrale de la VAI estimée par la méthode de démodulation de fréquence via le signal analytique. Similairement à de précédents travaux portant sur une méthode concurrente (Ecart temporel), la stratégie proposée dans ce chapitre consiste à estimer le spectre de la VAI en fonction des propriétés du bruit d'entrée et des multiples paramètres d'acquisition. Après avoir exposé le modèle du signal étudié, une estimation des caractéristiques spectrales du bruit d'entrée est proposée. Ensuite, une approche statistique est mise en oeuvre pour estimer le niveau de bruit sur le spectre de VAI. Cette approche consiste en un test d'hypothèse vérifiant si le canal fréquentiel ne contient que du bruit, ou s'il contient autre chose. Cet outil présente un intérêt majeur pour suivre l'évolution de l'amplitude au niveau de la fréquence caractéristique d'un défaut dans le cadre du diagnostic précoce. L'approche proposée est validée sur des signaux synthétique ainsi que sur des signaux expérimentaux.
- **Chapitre 4.** Bien que les deux premiers chapitres incitent à utiliser un capteur

de résolution élevée, les méthodes temporelles sont intrinsèquement limitées par la fréquence d'échantillonnage (souvent basse) permise par les systèmes d'acquisition. Ainsi, afin d'exploiter les signaux avec pleine résolution, nous proposons une technique de démodulation haute fréquence inspirée du domaine des télécommunications appelée "Méthode super-hétérodyne". Après une analyse approfondie des signaux issus d'un codeur optique TTL, le principe de cette technique ainsi qu'une ligne directrice pour choisir les bons paramètres sont présentés. Finalement, la méthode proposée est mise en oeuvre sur des signaux expérimentaux issus d'un banc d'engrenages et les résultats sont analysés et comparés à ceux obtenus par la méthode Ecart Temporel via une analyse spectrale de la VAI.

- Finalement, nous concluons ce manuscrit par une synthèse des travaux effectués tout au long de cette thèse ainsi que les principales contributions. Cette synthèse débouchera sur des perspectives pour de futurs travaux.

# Synthèse des méthodes d'estimation de la vitesse angulaire instantanée

---

---

## 1.1 Introduction au diagnostic et à la surveillance des machines tournantes via l'exploitation de la vitesse angulaire instantanée

Les machines tournantes couvrent une large gamme d'équipements mécaniques et jouent un rôle important dans les applications industrielles. Elles fonctionnent parfois dans des environnements difficiles et sont quoi qu'il en soit, sujettes à des défauts, qui peuvent être détectés et diagnostiqués à l'aide de techniques de traitement du signal. Avec le développement technologique galopant que l'on observe depuis plusieurs décennies, les nouvelles machines tournantes sont plus complexes, plus précises et plus automatisées que les précédentes. En revanche, les défauts sont difficiles à détecter, l'impact de leur occurrence est de plus en plus pris en compte dans la chaîne de production de manière à améliorer le modèle économique. Par conséquent, la nécessité d'augmenter la fiabilité constitue un enjeu important. Le diagnostic des défauts des machines tournantes s'est fortement développé au cours de ces dernières années.

### 1.1.1 Diagnostic et surveillance de défauts des machines tournantes

Un système de surveillance intègre les étapes suivantes [CHE 12] :

- **Détection des défauts** : l'objectif est de proposer une indication binaire, permettant de dire si l'on est en fonctionnement normal ou anormal.

- **Localisation des défauts** : cette étape vise à localiser l'emplacement du défaut, par exemple sur une machine équipée de plusieurs roulements, quel est le roulement défectueux.
- **Identification des défauts** : ici on s'intéresse à caractériser, à estimer la taille et la nature du défaut.
- **Pronostic** : on essaie de quantifier la gravité du défaut, de fournir à l'utilisateur de la machine une estimation de la durée de vie résiduelle avant la casse totale.

L'importance relative de ces quatre tâches est évidemment subjective, mais la détection est une nécessité absolue pour tout système pratique et la localisation est presque aussi importante. D'autre part, l'identification des défauts et le pronostic, bien que sans aucun doute utiles, peuvent ne pas être essentiels ou difficiles à réaliser. Par conséquent, le diagnostic des défauts est très souvent considéré comme la détection et la localisation des défauts.

Il existe de nombreuses techniques de maintenance conditionnelle, notamment :

- **La thermographie** : cette technique est utilisée pour analyser les équipements électriques et mécaniques actifs. Elle permet de détecter les défauts thermiques ou mécaniques dans les générateurs, les lignes aériennes, les chaudières, les accouplements mal alignés et de nombreux autres défauts. Elle peut également détecter les dommages cellulaires dans les structures en fibre de carbone sur les avions. Cette technique repose sur la surveillance de la température des machines ou d'un processus et représente l'une des meilleures méthodologies de maintenance conditionnelle. Divers systèmes de mesure de la température, tels que les thermocouples et les détecteurs de température à résistance, sont généralement de type contact et ne fournissent pas d'image visuelle de l'objet étudié. La thermographie infrarouge apparue comme une nouvelle méthode qui mesure la température d'un corps à distance et fournit l'image thermique de l'ensemble du composant ou de la machine. En général, les défauts associés à une distribution anormale de la température peuvent être facilement détectés à l'avance par thermographie infrarouge, ce qui permet une maintenance préventive avant la défaillance.
- **Analyse de lubrifiants** : cette technique vise à analyser les particules en suspension dans l'huile de manière à détecter une usure anormale qui aurait entraîné le dépôt de ces matériaux. Ce type de méthodes est souvent limité par son incapacité à localiser le défaut masqué par exemple par un carter, rendant plus difficile l'estimation de la gravité d'un problème... Elle apporte néanmoins une solution robuste et facile à mettre en œuvre pour les éléments mécaniques complexes (ex : multiplicateur d'éolienne).
- **Surveillance de la corrosion** : Les mesures d'épaisseur par ultrasons sont effectuées sur les pipelines, les structures offshore et les équipements de traitement pour suivre l'apparition de l'usure corrosive. L'un des types d'outils les plus couramment utilisés pour la surveillance de la corrosion, après une inspection visuelle, est un testeur à ultrasons. Ces appareils utilisent de courtes impulsions ultrasoniques pour permettre aux inspecteurs de mesurer l'épaisseur d'une paroi corrodée afin

de quantifier la perte de métal ou d'autres matériaux par rapport aux zones environnantes non corrodées. Ces techniques ne sont que très rarement laissées à demeure, ce qui compromet alors la mise en oeuvre d'un suivi permanent du système.

- **Surveillance des vibrations** : C'est la technique la plus efficace pour détecter les défauts mécaniques des machines tournantes. Toutes les machines tournantes produisent des vibrations qui sont fonction de la dynamique de la machine, comme l'alignement et l'équilibre des pièces en rotation. La mesure de l'amplitude des vibrations à certaines fréquences peut fournir de précieuses informations sur la précision de l'alignement et l'équilibre de l'arbre, l'état des roulements ou des engrenages, et l'effet sur la machine dû à la résonance des boîtiers, de la tuyauterie et d'autres structures. La mesure des vibrations est une méthode efficace et non intrusive pour surveiller l'état de la machine pendant les démarrages, les arrêts et le fonctionnement normal. L'analyse des vibrations est utilisée principalement sur les équipements rotatifs tels que les turbines à vapeur et à gaz, les pompes, les moteurs, compresseurs, machines à papier, laminoirs, machines-outils et boîtes de vitesses.
- **Émission acoustique** : cette technique peut être utilisée pour détecter, localiser et surveiller en permanence les fissures dans les structures et les pipelines. Le mécanisme donnant lieu à l'émission d'ondes élastiques transitoires est une libération soudaine d'énergie élastique en cas de déformation plastique, de propagation de fissures, d'érosion, de corrosion et d'impact. En cas de fuite, les ondes élastiques transitoires sont générées par le frottement du milieu en écoulement. Lorsque ces ondes atteignent la surface du matériau, elles peuvent être détectées et mesurées par des capteurs d'émission acoustique (généralement des dispositifs piézoélectriques). Les signaux d'émission acoustique n'ont généralement qu'une amplitude de quelques micro-volts à millivolts lorsqu'ils sont mesurés au niveau de l'élément de détection et vont de plusieurs kHz à quelques MHz. À ces fréquences, les signaux sont fortement atténués dans l'air, de sorte qu'un coupleur approprié est nécessaire entre le capteur et le matériau pour assurer la transmission du signal.

En raison de la variabilité et de la richesse des signaux collectés, il est presque impossible de reconnaître directement les schémas de défaillance, c'est pourquoi un système commun de diagnostic de défaillance se compose souvent de deux étapes clés : le traitement des données (extraction des caractéristiques), la reconnaissance des défaillances et l'analyse des données. En pratique, la méthode de diagnostic la plus fréquemment utilisée consiste à surveiller le niveau (ou la tendance) d'un signal particulier, et transmettre une alarme dès qu'un seuil est atteint. Néanmoins, le premier inconvénient est la possibilité de fausses alarmes en cas de bruit, de variations d'entrée et de changement de point de fonctionnement.

### 1.1.2 L'exploitation de la vitesse angulaire instantanée pour la surveillance des machines tournantes

Des études considérables ont été menées sur le diagnostic des défauts dans les machines tournantes. La plupart d'entre elles se concentrent sur l'analyse vibratoire conventionnelle. Cependant, outre la complexité de la dynamique du système étudié, le diagnostic vibratoire est perturbé par la fonction de transfert qui sépare l'accéléromètre du composant surveillé. D'autre part, le signal des vibrations de torsion a une structure spectrale plus simple que le signal des vibrations transversales [ZHO 15], et présente l'avantage d'un court trajet de transmission. Dans ce contexte, un capteur angulaire permet de mesurer les vibrations de torsion à partir desquelles des informations sur l'état de la machine peuvent être tirées. Récemment, la vitesse angulaire instantanée a révélé une grande sensibilité aux changements dans les systèmes mécaniques car les défauts dans les machines tournantes ont un impact direct sur la vitesse de rotation de l'arbre [RÉM 14].

Les premières investigations sur les capacités potentielles de la VAI dans le diagnostic des machines tournantes remontent aux années 1980. La VAI a été utilisée pour diagnostiquer les moteurs à combustion interne à travers l'estimation du couple à partir d'une mesure de la VAI en élaborant un modèle liant ces deux quantités [MOG 86]. Dans le même contexte, *Rizzoni et al.* ont formulé un sous-modèle robuste pour la dynamique du moteur à combustion interne, dans lequel le moteur est considéré comme un système dont l'entrée est donnée par la pression des cylindres et les sorties correspondant à l'accélération angulaire du vilebrequin et au couple du vilebrequin. Les résultats ont montré qu'une mesure de l'accélération du vilebrequin fournit des informations précises sur le couple moyen dans le temps et le couple instantané [RIZ 89]. *Citron et al.* ont proposé un modèle élastique du système moteur-groupe motopropulseur. Les données mesurées de fluctuation de la vitesse du vilebrequin sont développées et des calculs sont effectués à partir du modèle pour déterminer la forme d'onde de fluctuation du couple total du moteur et du couple de pression du moteur. En utilisant la forme d'onde de fluctuation du couple de pression du moteur, le niveau moyen du couple moteur développé est obtenu, fournissant ainsi la forme d'onde complète du couple de pression du moteur. Enfin, la forme d'onde du couple de pression du moteur est utilisée pour obtenir la forme d'onde de la pression du cylindre qui lui a donné naissance. La connaissance de ces couples et de la pression du cylindre constitue la base des stratégies de contrôle du moteur en boucle ouverte et adaptative [CIT 89]. *Charbonnier et al.* ont utilisé la VAI du vilebrequin pour le diagnostic des dysfonctionnements dans un moteur diesel [CHA 90]. *Yang et al.* [YAN 01] ont montré que la VAI d'un moteur diesel contient de nombreuses informations sur la pression des gaz dans les cylindres, qui peuvent être utilisées pour diagnostiquer les défauts liés à la combustion et d'autres défauts affectant la pression du gaz, tels que les fuites de carburant dans le système de carburant, les fuites de soupapes...etc. Dans cette étude, les paramètres caractéristiques de détection des défauts relatifs à la pression de gaz dans le cylindre ont été obtenus avec succès. Dans le même contexte, *Lin et al.* [LIN 15] ont

démonstré que l'analyse de la VAI peut fournir des informations utiles sur la variation de la vitesse du moteur causée par le changement du temps du piston et de l'accélération du vilebrequin. Une analyse d'ordre de la VAI peut également être utilisée pour l'estimation de la puissance du moteur dans diverses conditions de fonctionnement (normales ou défectueuses). Des travaux exploitant la VAI ont également été destinés au diagnostic des défauts de moteur à induction, moto-réducteur, défauts d'engrenages et de roulement.

#### 1.1.2.1 Défaut de moteurs à induction

*Sasi et al.* [SAS 01, YOU 04] ont exploité la VAI pour la détection de déséquilibre de phases d'un moteur à induction triphasé. Le spectre de la VAI permet de détecter les modulations induites par un tel phénomène, et les résultats ont montré une grande sensibilité du signal VAI comparé au signal vibratoire. Ces investigations ont montré qu'il est donc prometteur de développer et d'appliquer la technique de diagnostic en utilisant le signal de VAI pour détecter les défauts. Dans les mêmes travaux, un défaut de barre rotorique est détecté via l'analyse du spectre de puissance des signaux de VAI [YOU 04, SAS 06]. Les caractéristiques clés dans ce cas sont l'apparition de bandes latérales liées à la vitesse de passage du pôle autour des composantes de la vitesse du rotor. Ces bandes latérales peuvent être visibles à des charges élevées, comme dans les cas de la signature des vibrations et du courant électrique. *Gu et al.* [GU 06] a proposé une technique de mesure de la VAI en présence de bruit électrique afin de détecter les défauts de barre rotorique et de désalignement. Ces travaux ont montré que l'analyse spectrale de la VAI surpasse l'analyse du signal de vibration dans le diagnostic des défauts de barre de rotor de moteur et désalignement d'arbre.

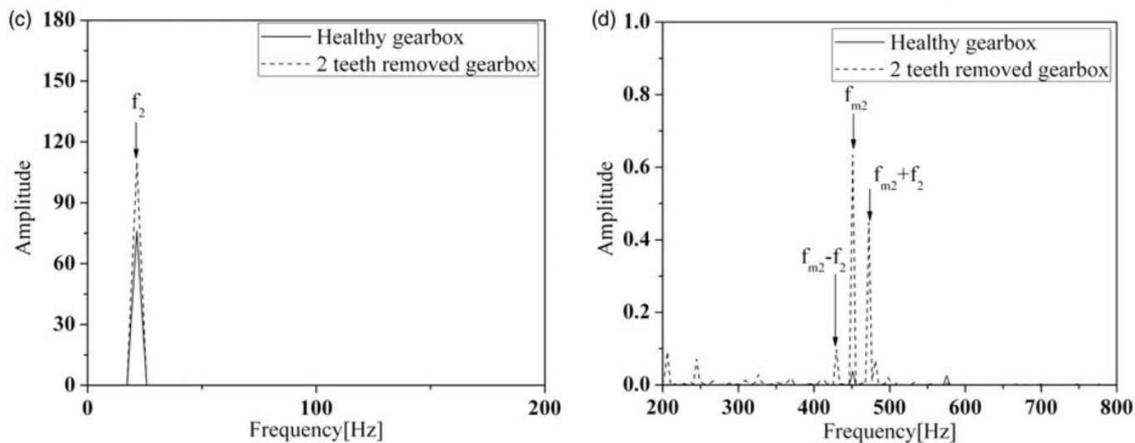
#### 1.1.2.2 Défaut d'engrenages

En raison de leur prévalence dans les machines tournantes, la surveillance de l'état des engrenages est importante pour minimiser les défaillances potentiellement dangereuses et coûteuses. Traditionnellement, la surveillance de l'état des engrenages est effectuée à l'aide de mesures obtenues à partir de transducteurs de vibrations montés sur le carter, tels que des accéléromètres. Une technique bien établie pour l'analyse de ces signaux est la moyenne synchrone, dans laquelle les signaux de vibration sont synchronisés angulairement puis moyennés sur un cycle. Dans les systèmes de transmission de puissance à engrenages, la source des vibrations des engrenages est la déviation du mouvement relatif de l'engrenage en présence d'engrenages non idéaux. Cette déviation, connue sous le nom d'erreur de transmission, peut être mesurée indirectement pour donner une indication de l'état de fonctionnement des engrenages. L'aptitude au service peut être déterminée soit par une mesure absolue, soit dans le cas de la maintenance conditionnelle, par comparaison avec des mesures similaires obtenues à différents moments. Le transducteur habituel pour mesurer les vibrations de torsion est le codeur incrémental.

La capacité de la VAI à détecter des défauts d'engrenages a été étudiée dans plusieurs travaux. *Heyns et al.* [STA 05] ont proposé un modèle mathématique simplifié pour

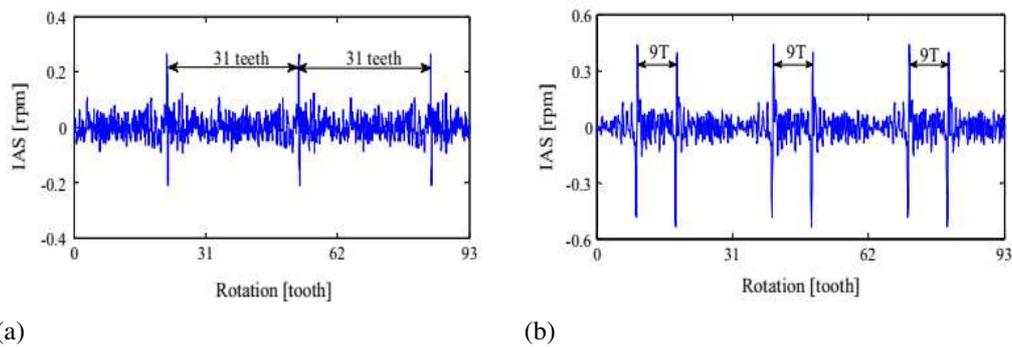
simuler la réponse structurelle et la VAI d'un système d'engrenages sous une fluctuation de charge stationnaire cyclique et non cyclique. Les auteurs ont montré que la VAI change lorsque les dents de l'engrenage entrent en prise, en raison de la fluctuation de la rigidité de l'engrènement. Il est démontré que le moyennage dans le domaine angulaire ne supprime que les modulations causées par des variations de charge dont la période est distincte du cycle de moyennage. Une étude expérimentale sur un banc d'essai d'engrenages a indiqué que la VAI d'un arbre de transmission peut être surveillée à l'aide d'un codeur conventionnel pour indiquer une détérioration de l'état de l'engrenage. *André et al.* [AND 11] ont réalisé une étude sur la capacité du signal IAS à surveiller une turbine éolienne de 2MW en utilisant un processus de paramétrisation basé sur la fréquence fondamentale des engrenages d'un réducteur planétaire. Le processus de paramétrisation est basé sur une simple observation spectrale du signal IAS afin de construire une indication sur la présence ou non d'un défaut. Outre l'interprétation des résultats s'appuyant sur la variabilité des différentes perturbations impactant le signal VAI, cette étude montre le potentiel de l'utilisation des signaux VAI pour surveiller de tels équipements. *Roy et al.* [ROY 16, ROY 15] ont exploité la VAI pour détecter des défauts dans un réducteur à plusieurs étages (cf Figure 1.1). L'étude a été réalisée en utilisant trois types de défauts (sain, une dent et deux dents cassées) sous différentes conditions de vitesse et de charge. La moyenne synchrone a été appliquée au signal VAI pour améliorer la détection de la fréquence d'engrènement et ses bandes latérales, de sorte que les défauts puissent être facilement détectés. Ensuite, Les spectres d'amplitude des signaux VAI de l'état sain et de l'état défectueux sont comparés. D'une part, il est montré que les amplitudes de la fréquence d'engrènement et de ses bandes latérales augmentent lors de la présence d'un défaut comme illustré dans la figure 1.1 (courbe à droite). D'autre part, lorsque la gravité du défaut et la vitesse de fonctionnement augmente, l'amplitude moyenne de la fréquence d'engrènement et de ses bandes latérales augmentent. Cette étude révèle que la détection des défauts d'engrenages est plus difficile si tôt que la transmission n'est plus chargée. S'il était prévisible que le signal VAI soit modulé en amplitude sous l'application d'une charge, il apparaît que l'application d'une charge trop élevée produit un effet d'amortissement et réduit l'amplitude des fréquences caractéristiques [ROY 16, ROY 15].

Dans le même contexte, *Li et al.* [LI 17] ont appliqué la décomposition en modes empiriques, connue sous le nom d'EMD (Empirical Mode Decomposition), sur le signal VAI pour la détection des défauts d'un réducteur à engrenages à plusieurs étages. Cette méthode empirique, destinée à l'analyse de signaux non stationnaires, consiste à décomposer un signal en une série de signaux mono-composantes orthogonaux appelés fonctions de modes intrinsèques. L'efficacité et la robustesse cette approche ont été validées expérimentalement sur la base de deux bancs d'essai d'engrenages avec des engrenages dans différentes conditions de travail. Les résultats du diagnostic montrent que l'approche proposée est capable de traiter efficacement le diagnostic des défauts d'engrenages. Ce travail montre que les méthodes classiques, comme l'EMD et l'analyse cepstrale, dédiées au traitement des signaux de vibration pour la détection des défauts d'engrenages, peuvent être adaptées aux signaux de VAI. Cela montre que tout comme via les traditionnels signaux



**FIGURE 1.1:** Incidence d'un défaut d'engrenages sur l'observation spectrale de la VAI [ROY 16]

de vibration transverse, la VAI contient une quantité importante d'informations pour le diagnostic des engrenages. D'autre part, la VAI présente l'avantage d'être moins contaminée par le bruit et les interférences souvent présents dans le signal de vibration [LI 17]. Zhao et al. [ZHA 18b] ont étudié la faisabilité de l'utilisation du signal VAI à partir d'un codeur Sin/Cos pour le diagnostic d'un réducteur planétaire illustré dans la Figure 1.2. Une interpolation polynomiale, dont le filtre est modelé en fonction du kurtosis du signal VAI, est utilisée pour réduire le bruit et faire apparaître la signature du défaut. Dans cette étude, plusieurs types de défauts ont été étudiés : une dent arrachée dans l'engrenage planétaire, des anomalies introduites artificiellement sur la couronne ainsi que sur le solaire en fixant une feuille d'acier amovible sur le flanc d'une dent. Dans une première étape, les composantes opérationnelles, comme la fréquence de rotation et les fréquences d'engrènement, liées aux fonctionnements du réducteur sont éliminées. Ces composantes existent dans l'état sain et l'état défectueux et portent peu d'information sur les éventuels défauts. Puis, la moyenne synchrone temporelle est appliquée sur le signal résiduel pour isoler chaque composant du réducteur (solaire, planétaire, ...etc). Les résultats des données simulées et des données expérimentales montrent que la méthode proposée peut identifier différents types de défauts d'engrenages à partir du signal VAI, ce qui constitue un outil prometteur pour la surveillance de l'état de santé et le diagnostic des réducteurs planétaires. Les Figures 1.2(a) et 1.2(b) montrent respectivement l'incidence d'un défaut de cassure d'une dent et deux dents séparées de 9 dents sur la vitesse instantanée de l'arbre. Les variations brutales liées au contact d'une dent défectueuse avec une dent saine sont clairement visibles sur le signal VAI, et peuvent être facilement distingués du reste du signal.



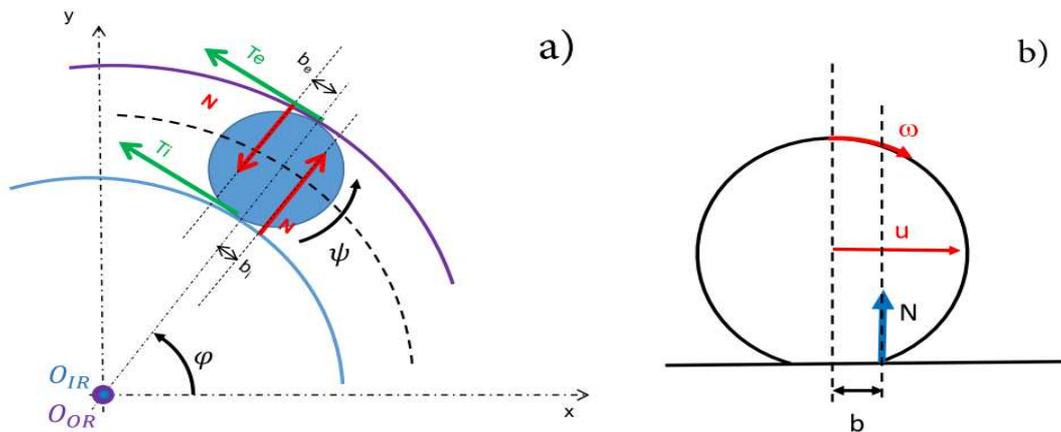
**FIGURE 1.2:** Incidence d'un défaut de cassure de dent de la roue planétaire d'un réducteur planétaire sur l'observation temporelle de la VAI : une dent cassée (a), deux dents cassées (b). Plus de détails dans la référence [ZHA 18b]

### 1.1.2.3 Défauts de roulement

Un nombre important de travaux exploitant la VAI est dédié au diagnostic de roulement. Les premières investigations se concentrent principalement sur des observations expérimentales en comparant les spectres de la VAI d'un état défectueux à un spectre de référence qui représente l'état sain. Plus récemment, des travaux de modélisation ont permis de justifier l'intérêt d'utiliser le signal de la VAI pour surveiller les roulements. Dans ce contexte, *Goméz et al.* [GOM 16, GOM 19] ont proposé une approche originale pour introduire des perturbations sur la VAI sur la base des phénomènes de résistance au roulement illustré dans la courbe à droite de la Figure 1.3. Le modèle présenté permet d'expliquer comment un défaut de roulement modifie le couple de frottement qui conduit à des perturbations sur la VAI. Ce modèle inspiré d'une éolienne de 2 MW, a été construit en tenant compte du même nombre de phases de montée en vitesse que l'éolienne réelle. Les données expérimentales de la vitesse du vent et de la production d'énergie active ont été utilisées pour construire des simulations sous des conditions non stationnaires servant à tester les indicateurs spectraux. Les résultats numériques issus de ce modèle ont montré l'incidence d'un défaut de roulement sur la VAI de l'arbre lent. Par exemple, le cas d'un défaut de cage externe est illustré dans la Figure 1.4.

Plusieurs harmoniques de la fréquence du défaut de bague externe ont été surveillées. Une procédure de normalisation des indicateurs a ensuite été utilisée pour effectuer l'analyse des indicateurs dans le domaine angulaire sous des conditions non stationnaires. À partir des résultats du modèle ainsi que pour les indicateurs expérimentaux, les harmoniques les plus élevées se sont révélées plus sensibles à la présence d'un défaut de roulement.

L'analyse spectrale est particulièrement utilisée pour détecter les variations de vitesse induites par les composantes à leurs fréquences caractéristiques particulières. La Figure 1.5 montre le spectre du signal VAI d'une boîte de vitesses automobile acquis par un codeur optique de 2048 impulsions par tour, (voir ref.[REN 10] pour plus de détails).



**FIGURE 1.3:** Modèle dynamique d'un roulement : a) les efforts agissants sur l'élément roulant, b) Phénomène de résistance au roulement. Plus de détails peuvent être trouvés dans la référence [GOM 19]

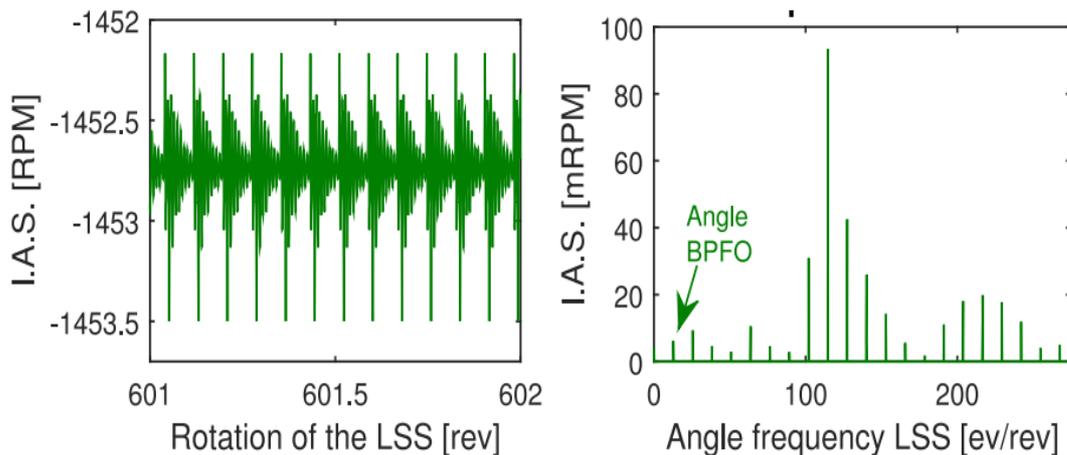
Les signaux ont été acquis par la méthode d'acquisition ET et les résultats montrent que le signal VAI contient de nombreuses informations sur la cinématique du système (Figure.1.5(a)). Deux degrés de gravité du défaut de la bague externe du roulement ont été testés (Figure.1.5(b)). Une analyse de l'évolution de l'amplitude correspondant à la fréquence caractéristique du défaut de la bague externe (7,2521 ev/rev) montre que le signal VAI peut être utilisé efficacement pour diagnostiquer de tels défauts.

Cette section, dévolue à présenter les travaux utilisant la vitesse instantanée pour détecter des défauts de tout genre sur un système électro-mécanique, peut être synthétisée par le constat suivant : la vitesse instantanée découvre à la fin du XX<sup>e</sup> siècle les champs que labourent la surveillance vibratoire des machines tournantes depuis les années 50. Ceci étant dit, le lecteur attentif aura peut être remarqué qu'il existe plusieurs méthodes pour mesurer la VAI. Il est désormais nécessaire de présenter cet éventail de méthodes, tant que le choix de la méthode peut impacter la précision du résultat obtenu.

Bien que la vitesse de rotation d'un arbre peut être mesurée par plusieurs dispositifs tels que les tachymètres, résolveurs...etc, ces dispositifs sont souvent employés dans le cadre de l'asservissement et le contrôle d'une machine tournante. La détection de très petites et rapides variations de vitesse induites par des éventuels défauts nécessite une mesure de très grande précision. Ainsi, la section suivante synthétise les principales méthodes de mesure de la VAI dans le cadre de la surveillance de machines tournantes.

## 1.2 Estimation de la vitesse angulaire instantanée

Il existe d'autant plus de techniques pour mesurer la vitesse angulaire instantanée que sa définition est floue. Pour beaucoup, la vitesse instantanée est celle lue par le top

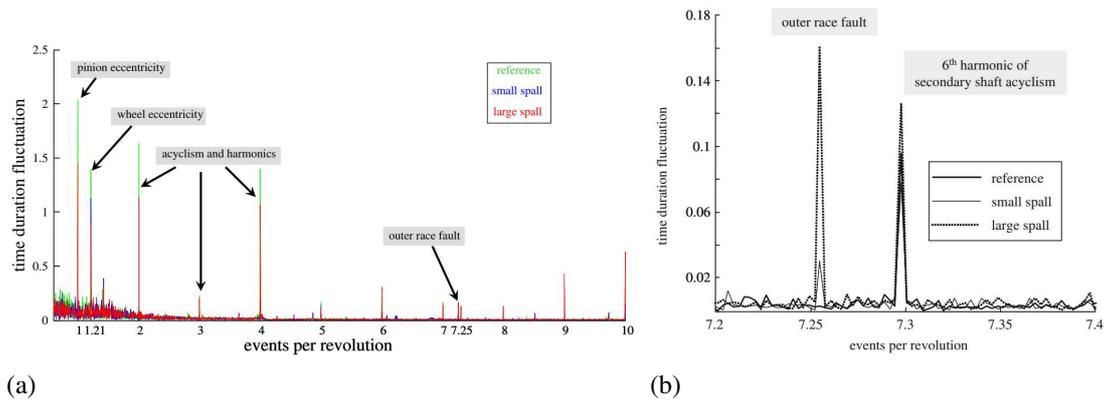


**FIGURE 1.4:** Résultats de modélisation de l'influence d'un défaut de bague externe d'un roulement sur la VAI de l'arbre lent d'une éolienne : signal VAI à gauche, et son spectre d'ordre à droite [GOM 19]

tour du villebrequin d'une auto. Même pour des spécialistes de surveillance vibratoire, il est courant d'appeler vitesse instantanée l'estimation qui est faite de la vitesse à partir de l'analyse d'un signal vibratoire. On est pourtant bien loin d'atteindre les résolution/précision que l'on peut espérer avec les deux techniques les plus avancées : Écart Temporel d'un codeur et démodulation d'un codeur. Pour faire échos à ce flou adopté par la communauté scientifique, cette section présente tout d'abord les méthodes indirectes d'estimation de la vitesse instantanée. ces méthodes reposent sur l'utilisation d'un capteur vibratoire quelconque. Ensuite, il est présenté les méthodes directes, reposant sur l'utilisation d'un codeur optique.

### 1.2.1 Méthodes indirectes : exploitation du signal vibratoire

Le signal vibratoire est majoritairement exploité pour effectuer le diagnostic et la surveillance des machines tournantes. On ne compte plus les méthodes permettant d'évaluer la signature vibratoire d'un système à partir d'un capteur vibratoire. Quand le système surveillé fonctionne en régime stabilisé, une simple analyse spectrale permet de distinguer l'évolution de chaque source vibratoire en fonction de leur fréquences caractéristiques respectives. l'estimation de la vitesse (constante) ne pose alors aucune difficulté. Néanmoins, à l'image d'une éolienne soumis à un vent qui ne cesse de varier, de nombreuses machines tournantes fonctionnent sous des régimes de vitesse et de charge variables. Si la non stationnarité ne concerne que la vitesse du mécanisme, une autre manière de distinguer les sources vibratoires est de profiter du caractère cyclique de leur signature. En effet, une projection dans le domaine angulaire permet de manipuler un signal périodique, et d'utiliser tout les outils optimisés pour l'approche spectrale. Le signal vibratoire peut



**FIGURE 1.5:** Détection d'un défaut de la bague externe par l'analyse spectrale du signal VAI acquis par la méthode ET [REN 10]

être projeté dans le domaine angulaire en ré-échantillonnant le signal à partir de la phase instantanée d'un arbre de manière à le discrétiser selon des incréments angulaires égaux. La connaissance de la vitesse instantanée du mécanisme est une information évidemment indispensable à la projection du signal vibratoire dans le domaine angulaire.

Dans la plupart des cas, la phase instantanée est obtenue à partir de la technique de zéro-crossing appliquée sur le signal tachymètre acquis en parallèle du capteur de vibration [BON 05]. Si les tops tours fournissent le plus souvent une information suffisamment résolue de la phase instantanée, il n'est pas rare d'utiliser un codeur angulaire haute résolution pour estimer la phase instantanée du système.

Que ce soit un top tour ou un codeur, l'installation, l'acquisition, le stockage, le traitement d'instruments et d'équipements supplémentaires ont un impact direct sur le coût du système de surveillance. Par conséquent, plusieurs approches d'estimation de la phase instantanée sans capteur angulaire ont récemment été proposées pour lever les difficultés liées à l'utilisation d'un autre capteur. Ces approches utilisent le même signal qu'il est prévu de projeter dans le domaine angulaire pour obtenir l'information de phase instantanée.

Peters et al. [PEE 19] ont réalisé une synthèse comparative des méthodes dédiées à l'estimation de la VAI à partir du signal vibratoire, que nous synthétisons et complétons dans cette section.

### 1.2.1.1 démodulation d'une composante jugée représentative

Quand il s'agit d'estimer la vitesse angulaire instantanée à partir du même signal vibratoire, l'approche sans doute la plus intuitive repose sur la démodulation de phase d'une harmonique liée à la vitesse de l'arbre. L'harmonique sera choisie selon qu'elle présente un rapport signal/bruit élevé. Une mise en oeuvre simple de cette approche est d'appliquer un filtre passe-bande (idéal) autour de la fréquence d'engrènement d'une transmission de manière à isoler l'harmonique de la composante oscillante d'intérêt. Ensuite, plusieurs méthodes permettent de déterminer le signal analytique associé, dont la phase instantanée,

qui correspond à celle du signal initial, est plus facilement extraite. Nous détaillerons par la suite ces trois méthodes :

- La méthode arc-tangente, qui utilise deux signaux en quadrature.
- Extraction de la phase du signal analytique,
- Approche énergétique de Teager-Kaiser.

Les deux premières techniques étant déjà utilisées sur des signaux codeurs, les spécificités de leur mise en oeuvre seront détaillées dans la section 1.2.2.4. La troisième sera quant à elle expérimentée pour la première fois sur un signal codeur dans le chapitre suivant, et est donc détaillée en section 2.2.2.

De manière générale, la démodulation peut fournir des estimations très précises de la VAI dans les cas où une seule harmonique, constamment présente et dominante, existe. Néanmoins, dans les systèmes rotatifs complexes, les composantes déterministes ne sont pas liées de manière harmonique, ce qui provoque des croisements d'ordres et une distorsion de la phase instantanée extraite. De plus, de tels systèmes fonctionnent souvent dans des conditions fortement variables qui peuvent faire disparaître les harmoniques dans le bruit. Une autre limitation concerne l'éventuelle fluctuation de vitesse. Plus l'ordre de l'harmonique retenue est élevé, plus la taille de la bande passante est limitée par le risque de chevauchement avec les harmoniques voisines. Par conséquent, une solution possible étudiée dans [QIN 08, COA 12], consiste à utiliser d'abord une harmonique d'ordre faible. De cette façon, on obtient une estimation initiale de la vitesse qui peut ensuite être utilisée pour le ré-échantillonnage angulaire du signal. Après le ré-échantillonnage angulaire, la fluctuation de vitesse encore présente dans le signal est due à l'erreur d'estimation de la vitesse initiale, mais elle devrait avoir fortement diminuée. Ainsi, une autre étape de démodulation de phase peut être effectuée en utilisant une harmonique d'ordre supérieur maintenant avec un filtre passe-bande dont la largeur de bande est réduite grâce à la diminution de la fluctuation de la vitesse.

On s'attend à de bons résultats si l'approche est appliquée sur des cas où la composante visée domine largement le signal, qui peut alors être considéré mono-composante. Mais ces conditions sont rares ! Dans les systèmes rotatifs complexes, les composantes déterministes ne sont pas nécessairement toutes proportionnelles, ce qui provoque des croisements d'ordres et une distorsion de la phase instantanée extraite. Ensuite, la variation des conditions de fonctionnement, que ce soit en charge ou en vitesse, entraîne une variation du ratio signal à bruit. Pour palier à ces deux problèmes, on peut être amené à choisir une harmonique relativement haute fréquence. Cependant, plus l'ordre de l'harmonique est élevée, plus la bande passante (exprimée en ordre) se trouve réduite pour éviter le chevauchement des harmoniques alentours. Un compromis simple et relativement efficace consiste à procéder en plusieurs étapes [QIN 08, COA 12] : une démodulation itérative. Utiliser d'abord une harmonique d'ordre inférieur pour obtenir une estimation peu précise de la vitesse et ré-échantillonner grossièrement le signal dans le domaine angulaire. Ensuite, la fluctuation de vitesse encore présente dans le signal due à l'erreur d'estimation de la vitesse initiale peut de nouveau être estimée. Ainsi,

une nouvelle démodulation de phase peut être effectuée en utilisant une harmonique d'ordre supérieur, maintenant que la bande passante de la composante a été réduite par les démodulations précédentes.

### 1.2.1.2 Méthodes de suivi d'ordre (Order tracking)

Les méthodes de suivi d'ordre permettent également d'extraire une composante que l'on juge représentative de la fréquence instantanée. Contrairement aux méthodes de démodulation, elles présentent l'avantage de rester fonctionnelle quand la vitesse de rotation varie largement. Basé sur une approche court terme, le suivi d'ordre peut être réalisé en suivant les maxima locaux d'un spectrogramme [IAT 13][URB 13], ce qui induit une limitation non négligeable de la résolution du procédé. La manière dont cette recherche est mise en oeuvre varie considérablement dans la littérature selon le cas étudié. Cette technique est aujourd'hui considérée comme une étape de pré-traitement à l'approche de démodulation, exposée précédemment.

Dans le chapitre 2 du présent document, le filtre de Vold-Kalman (VKF) sera utilisé comme un filtre passe-bande variant dans le temps permettant d'extraire la composante d'intérêt. Les coefficients du filtre seront ciblés par les maxima sur le spectrogramme, dont on espère que la faible résolution soit tolérée par le VKF.

*Zhao et al.* [ZHA 13] ont utilisé la transformée Chirplet pour extraire une composante de fréquence instantanée, puis le VKF est appliqué au signal pour obtenir un signal mono-composante. [URB 13] et [ZHA 13] utilisent enfin la transformée de Hilbert sur le signal mono-composante pour extraire la phase instantanée du signal dans le temps.

Une approche combinée est proposée dans [SCH 18] et réutilisée dans [PEE 19] consiste en trois étapes consécutives : Une estimation initiale de la vitesse instantanée avec la technique de suivi des maxima, cette estimation initiale de la vitesse sert d'entrée pour le VKF, qui est considéré comme un filtre passe-bande variant dans le temps, et finalement le signal filtré résultant devrait alors être un signal à une seule composante et donc adapté à l'estimation de la phase par le biais de son signal analytique.

### 1.2.1.3 Méthodes par approche probabiliste

*Leclere et al.* [LEC 16] ont proposé une approche multi-ordres pour l'estimation de la vitesse angulaire instantanée. Le spectrogramme est appliqué au signal de vibration, après qu'une procédure de blanchiment ait été appliquée pour atténuer les résonances structurelles. La fonction de densité de probabilité, dans un intervalle de fréquences de fonctionnement attendu, est estimée à chaque étape temporelle en utilisant des informations sur les ordres. Ensuite, la densité de probabilité est lissée pour calculer la VAI. Cette technique présente l'avantage notable d'être robuste vis à vis des croisement d'ordres.

### 1.2.1.4 Limites de l'approche indirecte

Dans le domaine de la surveillance des machines tournantes, les techniques exposées précédemment ont servi à mettre en oeuvre les approches cyclostationnaires en permettant le ré-échantillonnage angulaire des signaux vibratoires. Au delà du coût de calcul ou des difficultés potentielles se cachant derrière le paramétrage de tels outils, la qualité du résultat obtenu est largement insuffisante pour espérer diagnostiquer le système à partir du signal de vitesse uniquement bien que ce postulat reste ouvert à la discussion par l'appui de travaux futurs. La résolution des signaux de la vitesse estimée de la sorte est au mieux de l'ordre de quelques tours. Dans le cas des méthodes court terme (MOPA, order tracking), ce point est lié au principe d'incertitude, dans le cas des méthodes globales (démodulation), ce point est lié à la largeur de bande nécessairement limitée par les harmoniques voisines (de l'ordre de l'ordre!). Si le terme vitesse instantanée est également employé pour les méthodes indirectes (c'est d'ailleurs la raison de cette section), il paraît essentiel de le distinguer des méthodes directes, objet du paragraphe suivant. Car si l'objectif est de diagnostiquer à partir du signal de vitesse des composantes dont les fréquences caractéristiques dépassent l'ordre, l'utilisation d'un capteur angulaire devient indispensable. Ceci étant dit, une fois qu'elles seront appliquées sur un capteur angulaire, nous verrons dans le chapitre deux que ces méthodes redeviennent compétitives.

### 1.2.2 Méthodes directes : exploitation du signal issu d'un capteur angulaire

En général, l'estimation directe de la VAI peut être réalisée à l'aide de deux grands groupes de méthodes de mesure [LI 05] : les méthodes basées sur le temporisateur/compteur, qui consistent à compter le temps écoulé entre deux fronts consécutifs du signal TTL. L'autre groupe de méthodes est celui des méthodes basées sur la démodulation de fréquence, qui consistent à estimer la Fréquence Instantanée (FI) du signal échantillonné dans le temps (au moyen d'un convertisseur analogique-numérique classique). Les deux groupes méthodes prennent le signal issu du capteur comme un signal d'entrée pour effectuer l'estimation de la VAI. Avant d'entamer le principe de mesure de chaque groupe de méthodes, une présentation du capteur angulaire est fournie dans la partie suivante.

#### 1.2.2.1 Présentation d'un capteur angulaire

L'objectif de cette partie est de présenter le principe d'un capteur angulaire amenant au développement des outils nécessaires pour l'estimation de la VAI, dans le contexte de la surveillance et le diagnostic des machines tournantes. Les capteurs angulaires ont été conçus en premier lieu pour réaliser l'asservissement en position et en vitesse des machines tournantes. Les progrès réalisés durant les dernières décennies en matière de conception et de fabrication ont permis d'améliorer considérablement les performances et la fiabilité des capteurs angulaires, tout en réduisant les dimensions et les coûts.

Tout comme n'importe quel autre dispositif de mesure du mouvement, on retrouve les codeurs rotatifs dans toutes sortes d'application : médicale, industrielle, militaire (...). Ils ont supplanté d'autres technologies, telles que les résolveurs, dans de nombreuses applications pour des raisons de précision et de temps de réponse. Le fonctionnement général d'un codeur est facilement illustré par celui du cas particulier du codeur optique, qui détecte le mouvement d'un disque gravé lorsqu'il interrompt le chemin entre une source lumineuse et un détecteur (cf Figure 1.6). De tels dispositifs optiques peuvent atteindre des précisions de l'ordre de l'arc-seconde et des résolutions de l'ordre de millions de points par tour en intégrant un disque de précision avec un nombre élevé d'ouvertures ou de grilles espacées avec précision, et en interpolant le signal lumineux détecté lorsqu'il traverse chaque ouverture. Le signal issu du transducteur est directement traité dans le codeur pour épurer le signal de sortie, qui prend une forme sinusoïdale (on parle alors de codeur Sin/Cos) ou créneaux (on parle alors de codeur TTL). Le signal issu un transducteur magnéto-résistif associé à un mire multipolaire produira un signal similaire, bien que souvent moins précis et moins résolu.

La Figure 1.6 illustre le principe de fonctionnement d'un codeur optique incrémental à sortie TTL. Le capteur comporte 3 pistes A, B et Z. Les deux pistes extérieures A et B présentent deux signaux périodiques déphasés de  $90^\circ$  et dont le signe du déphasage permet de trouver le sens de rotation. Le nombre de périodes par tour de codeur définit la résolution  $R$  du codeur. La piste intérieure Z comporte une seule fenêtre transparente et délivre une seule impulsion par tour, et permet de déterminer une position de référence pour la ré-initialisation à chaque tour.

L'exploitation des signaux traités permet de déterminer l'angle parcouru par l'arbre. La vitesse angulaire instantanée (VAI)  $\omega(t)$  est trivialement définie comme la dérivée temporelle de l'angle  $\theta(t)$  parcourue par l'arbre pendant une durée infinitésimale  $dt$  :

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (1.1)$$

Aussi simple soit cette expression théorique, la réalité nous impose de travailler avec des signaux discrétisés, raison pour laquelle nous nous limitons à l'estimation de la vitesse. À ce titre, il existe deux manières d'estimer la VAI : En fixant le pas d'angle et en calculant la période instantanée, ce type de mesure est appelé la méthode de mesure Écart Temporel (ET). L'autre manière est réalisée en fixant le pas de temps et en calculant la phase instantanée, le signal de vitesse est en outre déduit par une simple différenciation temporelle de la phase instantanée. Bien que les codeurs puissent offrir une résolution élevée pour mesurer la position angulaire, la précision de la mesure est, en revanche, lourdement impactée par plusieurs biais constituant l'erreur géométrique.

Que les dipôles constitutifs de la mire soit des dents ou des trous (codeur constitué d'un transducteur inductif), des pôles magnétiques (codeur constitué d'un transducteur magnéto-résistif), ou des bandes opaques (optique), l'angle défini par chaque dipôle n'est jamais parfaitement le même tout autour de la circonférence. On peut en outre intégrer les défauts de montage (excentricité), de fabrication (faux rond) ou d'assemblage (battement

## 1. Synthèse des méthodes d'estimation de la vitesse angulaire instantanée

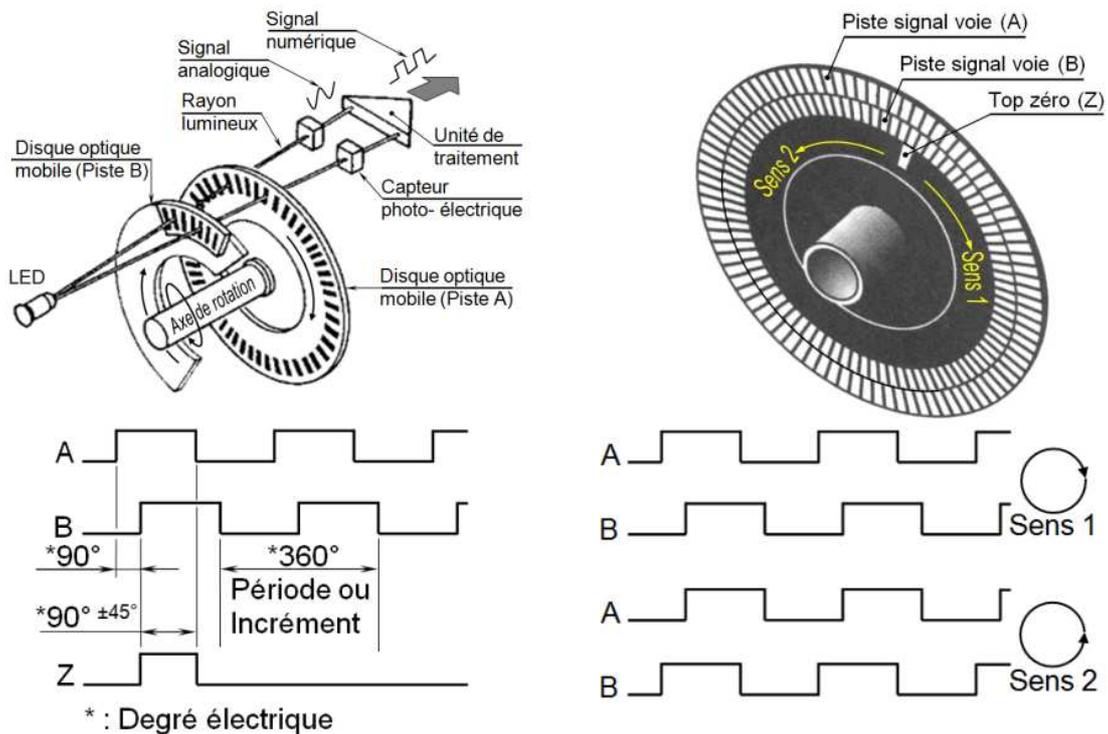


FIGURE 1.6: Principe de fonctionnement d'un codeur optique TTL

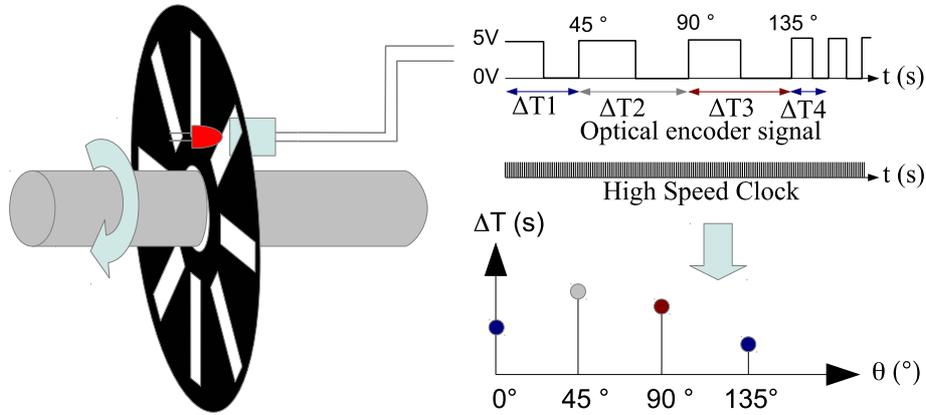
entre la mire et le transducteur) dans l'erreur géométrique, tant ces biais pourront être interprétés comme des angles imparfaits.

### 1.2.2.2 Méthodes basées sur temporisateur/compteur

Les méthodes basées sur les temporisateurs et les compteurs (Timer/Counter based methods) ont dominé le développement récent de la surveillance basée sur la VAI. Ces méthodes reposent respectivement sur la mesure du temps écoulé entre les impulsions successives, ou sur le comptage des périodes codeur pendant une durée prescrite. Elles furent employées dès les années 80 dans le travail de Bonert [BON 83], qui a proposé une mesure digitale de la vitesse, à partir d'un codeur, au lieu d'un tachymètre à courant continu pour effectuer l'asservissement en vitesse. Ce dernier étant limité en performance dynamique, il doit être associé à un filtre pour éliminer les harmoniques causées par le collecteur et le nombre fini de fentes de l'induit. Bien que le processus d'estimation soit très rapide, il est possible d'utiliser cette méthode dans un circuit électronique basé sur un microprocesseur et d'autres puces programmables hautement intégrées. Six ans plus tard, Le même auteur a montré que cette technique pouvait être intégrée dans un seul micro-contrôleur mono-puce à faible coût en conservant les mêmes performances dynamiques [BON 89]. Depuis, la précision de cette technique de mesure s'est notablement améliorée avec l'utilisation de cartes de comptage haute fréquences (>100 MHz). Cette

section présente une revue des principales méthodes représentatives de cette catégorie :

— **Méthode Écart Temporel (ET)**



**FIGURE 1.7:** Illustration du principe de mesure de la méthode ET

La méthode ET repose sur la mesure de la durée  $\Delta T_i = N_i / F_h$  entre deux impulsions consécutives séparées par le pas d'angle  $\Delta\theta = \frac{2\pi}{R}$ , en utilisant une horloge avec une fréquence  $F_h$ , et  $N_i$  le nombre d'impulsions de l'horloge haute fréquence.  $R$  désigne la résolution du codeur exprimant le nombre d'impulsions du codeur délivrées pendant un tour de l'arbre. Ainsi, le signal VAI en fonction de l'angle de l'arbre  $\theta$  est estimé par l'expression suivante :

$$\omega_i(\theta) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta\theta}{\Delta T_i} = \frac{1}{R} \frac{1}{\Delta T_i} = \frac{F_h}{RN_i} \text{ (Hz)} \quad (1.2)$$

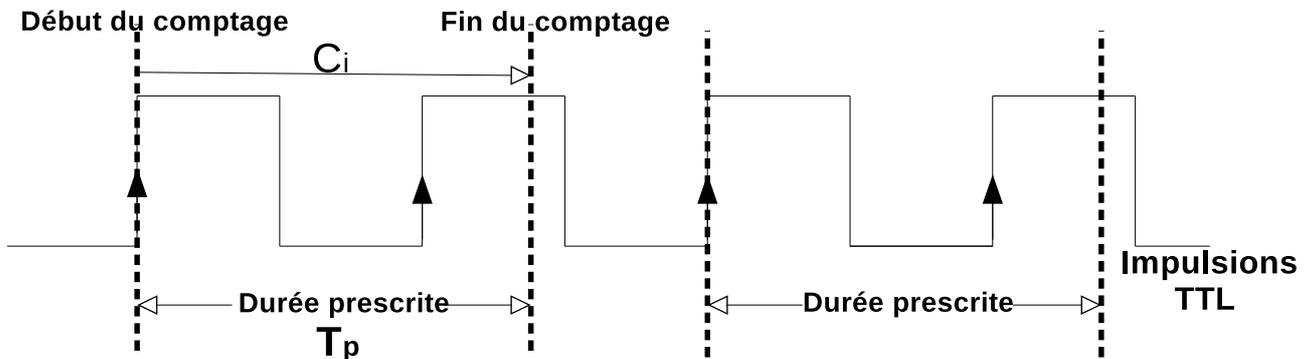
La Figure 1.7 présente un codeur avec une résolution  $R = 8$ . Il produit donc un front montant chaque fois que l'arbre tourne de  $360/R = 45^\circ$ . La mesure de l'écart temporel  $\Delta T_i$  entre chaque front nous permet d'obtenir la période de rotation de l'arbre. Cette période de rotation donne une image moyennée de la vitesse sur le pas d'angle de  $45^\circ$ . Lorsque  $R$  augmente, cette vitesse moyenne tend vers la vitesse instantanée.

Il est à noter que puisque une mesure est effectuée chaque  $360/R = 45^\circ$ , le signal est ici échantillonné angulairement. La mesure des temps écoulés  $\Delta T_i$  est réalisée à l'aide d'un compteur à cadence rapide (par exemple,  $F_h = 80\text{MHz}$  pour une carte NI 9401). Une fréquence d'horloge élevée est importante car l'information nécessaire pour effectuer le diagnostic est contenue dans les faibles variations de vitesse. En pratique, les codeurs optiques ont une résolution plus élevée ( $R = 512$ ,  $R = 4096$ , . . .). Les avantages et les inconvénients de cette méthode temporelle seront illustrés dans la partie 1.2.2.5.

— **Comptage des impulsions pendant une durée prescrite**

Le principe de mesure de base de la méthode de comptage des impulsions pendant une durée prescrite  $T_p$  est illustré à la Figure 1.8 . La durée d'un cycle de mesure est fixée et définie a priori. Le compteur d'impulsions et la minuterie sont tous deux démarrés au front montant de l'impulsion de vitesse. Le compteur d'impulsions est arrêté lorsque la

minuterie atteint la fin de la durée prescrite. La vitesse angulaire est alors dérivée à partir du contenu du compteur d'impulsions et de la durée prescrite. Ainsi, la VAI est obtenue comme suit :



**FIGURE 1.8:** Principe de mesure de la méthode du comptage des impulsions (CP)

$$\omega_i(\theta) = \frac{1}{R} \frac{C_i}{T_c} (\text{Hz}) \quad (1.3)$$

avec  $C_i$  le nombre d'impulsions correspondant à la  $i$ -ème durée prescrite. L'opération de troncage entraîne une perte d'information qui nuit à la précision de l'estimation (surtout à basse vitesse). Cette technique n'a, à la connaissance de l'auteur, jamais été utilisée pour le diagnostic. Il est probable que la résolution des capteurs angulaires ne soit pas suffisante pour fournir une information échantillonnée selon les standard de fréquence permis par les autres méthodes.

#### — Méthode combinée (CET)

Cette méthode combine les deux méthodes décrites auparavant pour mesurer la VAI. Nous venons de montrer que la méthode CP est limitée dans le cas des faibles vitesses, tandis qu'à l'inverse, l'écart temporel mesuré par la méthode (ET) devient très faible quand la vitesse augmente, ce qui augmente le bruit de quantification [AND 14]. Ainsi, dans le cas où la vitesse de rotation varie largement de la basse à la haute vitesse, il est nécessaire de combiner les deux méthodes pour garder une précision acceptable.

La méthode CET est basée sur le comptage des impulsions et la mesure de l'écart temporel. Comme la méthode CP, la méthode CET a une durée prescrite  $T_p$ . La différence est que  $T_p$  sert uniquement de temps d'alarme. La figure 1.9 montre le processus de comptage de base de la méthode CET. Le compteur d'impulsions et le compteur de temps sont tous deux lancés au front montant de l'impulsion de vitesse. Les compteurs ne s'arrêtent pas à la fin de  $T_p$ , ils sont arrêtés par le premier front montant de l'impulsion de vitesse

survenant après l'intervalle  $T_p$  : Le contenu du compteur d'impulsions est le nombre d'impulsions de vitesse mesurées et le contenu du compteur de temps est le nombre de top d'horloges mesuré. À partir de ces deux nombres, la vitesse angulaire moyenne pendant ce cycle de mesure est calculée :

$$\omega_i(\theta) = \frac{1}{R} C_i \frac{1}{T_i} (\text{Hz}) \quad (1.4)$$

Le temps de mesure réel pour un cycle de mesure varie avec la vitesse angulaire. Par conséquent, la méthode CET combine les points forts des méthodes ET et CP. Ainsi, elle peut fournir des mesures précises pour les vitesses angulaires élevées et faibles. Pour autant, cette méthode ne semble pas non plus avoir déjà été utilisée à des fins de diagnostic.

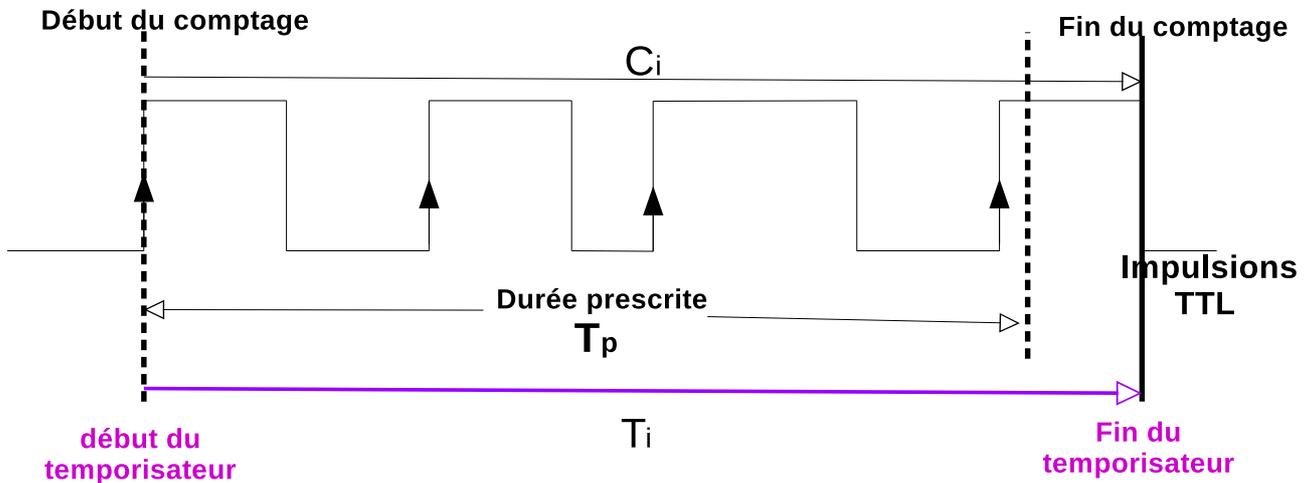


FIGURE 1.9: Principe de mesure de la méthode CET

### 1.2.2.3 Méthode par interpolation arc-tangente

Contrairement à la méthode ET dans laquelle on fixe le pas angulaire et on calcule la période instantanée entre deux pas consécutifs à l'aide d'une horloge externe. La VAI peut également être estimée en fixant le pas de temps et en calculant la phase/angle instantanée du signal. Que la sortie du capteur angulaire soit un signal sinusoïdal ou TTL, elle est ensuite collectée par une carte d'acquisition classique à usage général. Les méthodes de démodulation de fréquence sont de bons candidats pour l'estimation de la VAI. Dans ce contexte, on fait appel aux notions de la fréquence instantanée apparue et du signal analytique lorsqu'un seul signal codeur est collecté à partir d'une seule voie. Dans le cas où les deux voies, idéalement déphasées de  $90^\circ$ , sont acquises, l'application d'une simple arc-tangente permet d'obtenir la phase instantanée sans recourir au signal analytique.

Si cette méthode est souvent associée à l'augmentation de résolution qu'elle permet d'atteindre sur les signaux codeur au travers d'une simple interpolation de la fonction angle temps, elle doit avant tout être vue comme la mise en pratique de la démodulation d'un signal modulé en fréquence. Cette méthode shunte le calcul du signal analytique (qui nécessite un filtrage) mais nécessite deux signaux sinusoïdaux en quadrature  $S_A$  et  $S_B$ . De tels signaux présentent dans l'idéal la même amplitude, sont centrés et mono-composante. On pourrait donc les écrire sous la forme suivante :  $S_A(t) = A \sin \phi(t)$  et  $S_B(t) = A \cos \phi(t)$  avec  $A$  l'amplitude et  $\phi$  la phase instantanée. La démodulation est simplement opérée par l'arc tangente :

$$\hat{\phi}(t) = \arctan \left[ \frac{S_A(t)}{S_B(t)} \right] \quad (1.5)$$

En réalité, il existe un certain nombre d'effets optiques, mécaniques et électroniques qui empêchent d'obtenir deux signaux parfaitement sinusoïdaux et décalés de  $90^\circ$ . Considérons que les deux signaux bruités, notés  $x_\phi$  et  $y_\phi$ , peuvent être décrits par :

$$\begin{aligned} x_\phi &= X \cos(\phi + \delta) + p \\ y_\phi &= Y \sin(\phi) + q \end{aligned} \quad (1.6)$$

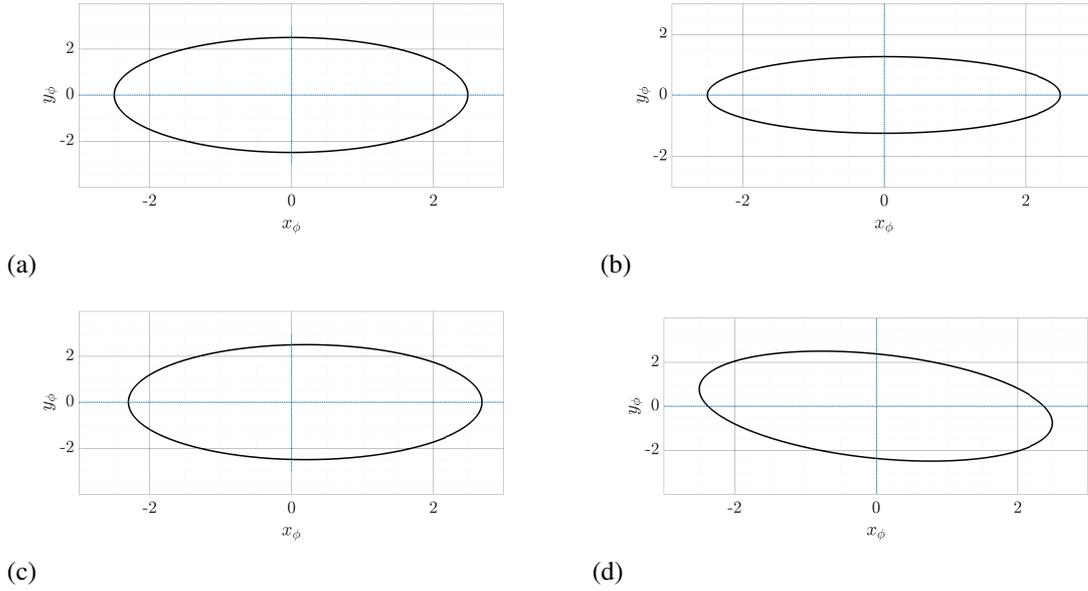
Avec  $p$  et  $q$  des offsets perturbants les signaux,  $X \neq Y$  les amplitudes des signaux, et  $\delta$  l'erreur de phase entre les deux composantes supposées en quadrature. En supposant que les signaux observent le même arbre, leur fréquence est identique. Sous cette condition, la courbe de Lissajous (courbe paramétrique dont les coordonnées correspondent aux signaux A et B) est une ellipse. Pour le cas idéal, les paramètres de l'équation 1.6 sont les suivants :

- Les amplitudes sont constantes et égales :  $X = Y = \text{constante}$
- Les offsets sont nuls :  $p = q = 0$
- Le déphasage entre les signaux est de  $90^\circ$  :  $\delta = 0$

Ce cas idéal, illustré par la figure 1.10(a) avec une amplitude des composantes de 2.5, présente une courbe de Lissajous sous forme d'un cercle d'origine  $(0,0)$  et d'un rayon qui est égale à l'amplitude des composantes. Par conséquent, la phase du signal peut être estimée correctement à l'aide de l'équation 1.5. Une différence d'amplitude introduit une erreur d'estimation de la phase instantanée formalisée par Sanchez et al en 2008 [SAN 08]. Ce phénomène peut apparaître lorsque le codeur présente deux sources lumineuses qui ne sont pas appariées correctement (cf figure 1.10(b)). Ensuite, l'offset est une source d'erreur courante qui se produit lorsque le niveau de fond de l'un des signaux varie. Cet effet induit un décentrage de la figure de Lissajous et peut être produit lorsque des particules de poussière sont déposées sur le réseau. L'effet de cette erreur est illustré dans la figure 1.10(c). Enfin, le déphasage entre les signaux ovalise et désaxe la forme de Lissajous (Figure 1.10(d)). Cette erreur peut être produite, par exemple, lorsque la tête de balayage tourne par rapport à la règle de mesure.

Quoiqu'il en soit, les signaux A et B délivrés par les codeurs, aussi imparfait soient-ils, décrivent une ellipse dont l'expression analytique est définie par l'ensemble :

$$\epsilon_{a,b,c,d,e,f} \{ (x,y) \in \mathbb{R} \quad | \quad ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \} \quad (1.7)$$



**FIGURE 1.10:** Figures Lissajous de signaux présentant des imperfections : signaux parfaits (a), un décalage d'amplitude (b), un décalage d'offset (c), un décalage de phase (d)

Ainsi, une ellipse est caractérisée par 6 paramètres et une contrainte que l'on sait estimer au sens des moindres carrés [HAL 98]. Il devient alors possible de corriger les imperfections sus-mentionnées en explicitant les valeurs de  $p$ ,  $q$ ,  $X$ ,  $Y$  et  $\delta$  en fonction des paramètres de l'ellipse. Bien que régulièrement employé par les fabricants de codeur, ce lien permettant de relier ces paramètres entre eux n'est pas directement accessible dans la littérature, aussi est-il décrit formellement ci-après et démontré en annexe A.2. Une fois les paramètres de l'ellipse sont déterminés, le déphasage est estimé tel que :

$$\delta = \pm \arcsin \sqrt{\frac{b^2}{4ac}} \quad (1.8)$$

les amplitudes sont déterminées comme suit :

$$X = \sqrt{z/a} \quad Y = \sqrt{z/c} \quad (1.9)$$

Avec  $z = -\frac{ap^2+bpq+cq^2+dp+eq+f}{1-b^2/(4ac)}$ . Ainsi, la phase du signal est extraite en appliquant une fonction arc-tangente sur les signaux corrigés  $\tilde{x}_{phi}$  et  $\tilde{y}_{phi}$  :

$$phi(t) = \arctan \left[ \frac{\tilde{y}_{phi}}{\tilde{x}_{phi}} \right] \quad (1.10)$$

Ensuite les opérations communes aux méthodes de démodulation : le dépliement de phase, la différentiation et la division par la résolution sont effectués sur la phase estimée.

### 1.2.2.4 Méthodes de démodulation de type Hilbert

Si la méthode d'interpolation arc-tangente nécessite deux signaux en quadrature, la méthode présentée dans cette section ne repose que sur l'utilisation d'un seul signal. Celui en quadrature sera estimé par un procédé (dérivant de la transformée de Hilbert) et combiné au premier pour former le signal analytique.

#### Concept du signal analytique et la notion de la Fréquence Instantanée (FI)

Le concept de vitesse instantanée est finalement très proche de celui de fréquence instantanée. L'intérêt pour la fréquence instantanée est apparu avec l'avènement de la modulation de fréquence pour la transmission radio dans les années 1920, et fut par la suite partagé à d'autres domaines tel que la surveillance vibratoire pour décrire la fréquence d'un phénomène non stationnaire. La fréquence instantanée est définie comme la dérivée temporelle de la phase d'un signal analytique mono-composante. Le signal analytique est bien connu en physique quand il est nécessaire de manipuler la version complexe d'un signal réel. Que ce soit pour résoudre des équations différentielles, pour surveiller un engrenement, ou pour déterminer la fréquence instantanée d'un signal tachymétrique, on préfère travailler avec le signal analytique défini tel que :

$$z(t) = x(t) + jy(t) = E(t)e^{j\phi(t)} \quad (1.11)$$

où  $z(t)$  est l'extension complexe (ie. le signal analytique) du signal réel  $x(t)$ ,  $E(t)$  est son Amplitude Instantanée (AI) ou enveloppe, et  $\phi(t)$  est sa phase instantanée. Ainsi, le problème d'extension complexe devient celui de déterminer  $z(t)$  à partir de l'observation  $x(t)$ , c'est-à-dire construire la quadrature  $y(t) = \mathcal{L}[x(t)]$ . Une fois que nous avons déterminé une règle pour construire  $\hat{y}(t)$  l'estimée de  $y(t)$ , les estimations instantanées sont données comme suit :

$$\hat{E}(t) = \sqrt{x(t)^2 + \hat{y}(t)^2} \quad (1.12)$$

et

$$\hat{\phi}(t) = \arctan\left(\frac{\hat{y}(t)}{x(t)}\right) \quad (1.13)$$

L'extension complexe est un problème qui a fait coulé beaucoup d'encre. En 1937, Carson et Fry, par analogie à la fréquence variable des circuits électriques, ont défini de manière formelle la FI comme étant la dérivée de la phase (!) d'un signal complexe modulé en fréquence [CAR 37], permettant une description mathématique des signaux FM. Pour rappel, les signaux FM présentaient alors une sérieuse alternative aux signaux AM (modulé en amplitude) pour transmettre des informations basses fréquences. En poursuivant l'analogie, ils ont appliqué ce concept à un signal FM défini tel que :  $x(t) = e^{j(\omega_0 t + \lambda \int_0^t m(\tau) d\tau)}$ , où  $\omega_0 = 2\pi f_0$  une pulsation porteuse constante,  $\lambda$  un paramètre réel appelé "indice de modulation", et  $m(t)$  représente un signal basse fréquence à transmettre. La fréquence instantanée est ainsi définie :

$$f_i(t) = f_0 + \frac{\lambda}{2\pi} m(t) \quad (1.14)$$

En 1946, Gabor a introduit une méthode pratique pour construire l'extension complexe d'un signal réel [GAB 46]. À partir de la Transformée de Fourier (TF) du signal réel, en annulant les amplitudes correspondant aux fréquences négatives et en multipliant les amplitudes des fréquences positives par deux. Il a également montré que cette procédure est équivalente à la Transformée de Hilbert (TH) dans le domaine temporel.

Jusque là, les travaux de Gabor permettent de construire l'extension analytique d'un signal observé à l'aide de la TH. Pourtant, l'ambiguïté sur cette définition de la FI d'un signal réel à partir du signal analytique était toujours au cœur du débat de la communauté scientifique concernée (télécommunications). Le problème reposait sur l'unicité de couple  $(E(t), \phi(t))$  représentatif des paramètres instantanés du signal réel, et donc l'interprétation physique de ces deux quantités. Cette unicité fut remise en cause par Shekel en 1953 [SHE 53]. Shekel a repris les travaux de Ville sur le spectre instantané [VIL 48], une notion dérivée du signal analytique, en montrant qu'il existe un ensemble infini de couple  $(E(t), \phi(t))$  pouvant décrire  $x(t)$ . Dit autrement, il existe un ensemble infini de paramétrisations AI/FI pour décrire un signal  $x(t)$  : tout signal AM, écrit sous forme complexe, peut être exprimé soit par  $a(t)e^{j\omega_0 t}$ , soit par  $a_0 e^{j\phi(t)}$ . Des travaux plus récents ont ainsi traité cette ambiguïté [BOA 92, PIC 97].

Afin de contraindre le problème de l'ambiguïté de sorte qu'une extension complexe unique puisse être justifiée pour un signal réel, Vakman a défini trois conditions devant être respectées par les paramètres instantanés [VAK 72, VAK 79] :

- La continuité de l'amplitude : exige que l'AI  $E(t)$  est une fonction continue. Cela implique que  $\hat{y}(t)$  doit être continue.
- L'indépendance de la phase de la mise à l'échelle et de l'homogénéité : soit  $x(t)$  ayant une extension complexe complexe,  $z(t) = E(t)e^{j\phi(t)}$ . Alors pour une constante réelle  $c > 0$ ,  $cx(t)$  a un prolongement complexe associé  $z_1(t) = cE(t)e^{j\phi(t)}$ , c'est-à-dire que seule l'AI de la représentation complexe est affectée et que  $\phi(t)$  n'est pas affectée et reste inchangée. Cela implique que la règle pour effectuer l'extension complexe soit évolutive.
- La correspondance harmonique : soit  $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi_0)$ . La correspondance harmonique force l'extension complexe à :  $z(t) = Ae^{j(\omega_0 t + \phi_0)}$ , et donc :  $\mathcal{L}[x(t)] = \mathcal{L}[A \cos(\omega_0 t + \phi_0)] = A \sin(\omega_0 t + \phi_0)$

Comme l'a montré Vakman, la TH est le seul opérateur qui satisfasse aux conditions ci-dessus. Par conséquent, la TH (ou l'implémentation pratique de Gabor) est considérée comme le moyen correct d'étendre un signal dans le domaine complexe. Avec son travail, Vakman a pu réfuter la plupart des objections quant à la justification physique de l'utilisation de la TH. En plus des trois conditions mentionnées, la condition de la continuité de la phase  $\phi(t)$  est exigée pour que la FI soit définie et ait une interprétation physique.

Au delà de l'unicité des paramètres, les conditions justifiant l'existence d'une solution furent présentées par les théorèmes de Bedrosian [BED 63] et de Nuttall [NUT 66]. Bedrosian a tout d'abord établi une première condition nécessaire à l'obtention d'un SA capable de calculer la FI, qui consiste à limiter le support de la modulante de manière à ce qu'il ne recouvre pas la porteuse. Cette nouvelle condition restreint d'avantage le champ d'application de la méthode : en plus d'être mono-composante, les signaux doivent aussi

être à bande étroite. Cette condition garantit la correspondance harmonique donnée par Vakman. Bedrosian a prouvé que sous cette condition, on obtient :

$$\mathcal{H}[A(t) \cos \phi(t)] = A(t) \mathcal{H}[\cos \phi(t)] \quad (1.15)$$

3 ans plus tard, Nuttall stipule que La transformée de Hilbert de  $\cos \theta(t)$  peut ne pas être  $\sin \theta(t)$  pour une fonction arbitraire  $\theta(t)$  : La composante en quadrature n'est pas nécessairement identique à la transformée de Hilbert. Le théorème de Nuttall souligne ainsi la différence entre la fonction analytique et la quadrature. Pour illustrer ce point, considérons le signal modulé suivant :

$$x(t) = E(t) \cos [2\pi f_0 t + \phi(t)] \quad (1.16)$$

où aucune hypothèse de bande étroite n'est faite sur le signal modulant. La transformée de Hilbert de  $x(t)$  est notée par  $x_H(t)$ , et la version en quadrature par :  $\hat{x}(t) = E(t) \sin [2\pi f_0 t + \phi(t)]$ . La mesure quantitative qui nous intéresse ici est l'énergie de la fonction de la différence des deux :

$$\begin{aligned} E &= \int_{-\infty}^{+\infty} [x_H(t) - \hat{x}(t)]^2 dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} [X_H(f) - \hat{X}(f)]^2 df \end{aligned} \quad (1.17)$$

avec  $X_H(f) = -i \operatorname{sgn}(f) X(f)$  le spectre de  $x_H(t)$  où  $X(f)$  est le spectre de  $x(t)$ . D'autre part,  $\hat{X}(f)$  le spectre  $\hat{x}(t)$  est défini tel que :

$$\begin{aligned} \hat{X}(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i2\pi ft} E(t) \sin [2\pi f_0 t + \phi(t)] dt \\ &= \frac{1}{2} [F(f - f_0) + F^*(-f - f_0)] \end{aligned} \quad (1.18)$$

$F(f)$  est reconnu comme le spectre des modulations lorsqu'elles sont exprimées sous forme complexe, autrement dit le spectre de l'enveloppe complexe  $E(t)e^{i\phi(t)}$ . Il s'ensuit également que :

$$X_H(f) = \frac{1}{2i} [F(f - f_0) + F^*(-f - f_0)] \quad (1.19)$$

En substituant ces deux expressions dans l'équation 1.17, nous avons [NUT 66] :

$$E = \int_{-\infty}^{-f_0} [F(f)]^2 df \quad (1.20)$$

Ainsi, l'énergie de la différence est donnée par deux fois l'énergie dans  $F(f)$  en dessous de  $-f_0$ . Ainsi, Pour que  $\hat{x}(t)$  soit l'image de  $x(t)$  par la transformée de Hilbert, il est nécessaire et suffisant que le spectre  $F(f)$  soit nul pour  $f < -f_0$ . Il n'est pas non plus nécessaire que  $x(t)$  soit à bande étroite, mais plutôt que  $F(f)$  soit unilatéral. De plus, le

rapport entre  $E$  et l'énergie  $\int x^2(t)dt$  donne indication relative de l'erreur différenciant  $x_H(t)$  et  $\hat{x}(t)$ . Bedrosian lui-même souligne (dans le papier de Nutall [NUT 66]) que la condition nécessaire et suffisante pour que la TH d'un signal représente la composante quadrature est l'unilatéralité du spectre de l'enveloppe complexe. Il en découle que les signaux à bande étroite ne sont qu'un cas particulier de cette classe de signaux.

Le SA de Gabor est aujourd'hui repris dans des domaines très variés : ingénierie des télécommunications [VAK 77, BOA 92], sismologie de réflexion [BAR 92], analyse des signaux biomédicaux [NUN 05, BEN 01, SOO 16], et démodulation des signaux de vibration [FEL 06, WAN 16, FEN 16, CHE 10, YAN 01, CHE 08, PEN 05, LI 09]. Les applications sur l'utilisation du signal analytique combinée avec la méthode de décomposition empirique (EMD) pour l'analyse des signaux non stationnaires peuvent être trouvées dans [SHI 09].

Ainsi, le signal analytique garantit que l'estimation de la FI d'un signal issu d'un capteur angulaire par la méthode démodulation de fréquence, représente la VAI réelle de la machine sous réserve que le spectre des variations de vitesse n'empiètent pas sur la porteuse (liée à la résolution du codeur).

### **Application de la méthode de démodulation basée sur le signal analytique à l'estimation de la VAI**

Par opposition à la technique "Ecart Temporel" présentant un signal discrétisé angulairement, le signal est collecté par une carte d'acquisition à usage général et se retrouve échantillonné à pas de temps constant. Parmi les différentes méthodes existantes dans la littérature et mises en évidence dans [CEX 05], Vakman et al. [VAK 96, VAK 00] ont montré que la démodulation de fréquence basée sur le signal analytique de Gabor fournit une plus grande précision que les méthodes locales pour extraire la FI d'un signal, en raison de sa nature globale. Elle a été utilisée dans de nombreux travaux traitant le signal VAI [SAS 01, YOU 04, GU 06, ROY 15, LI 17]. Dans la surveillance des machines sous des conditions stationnaires, la VAI est composée de deux éléments :

$$\omega(t) = \omega_0 + \delta\omega(t) \quad (1.21)$$

où  $\omega_0$  représente la vitesse moyenne, et  $\delta\omega(t)$  représente les fluctuations de vitesse dans le temps qui dépendent de la dynamique du système mécanique. Ainsi, le signal FM issu du capteur angulaire est exprimée par :

$$s(t) = A \cos \left[ R(\omega_0 t + \int_0^t \delta\omega(\tau) d\tau) \right] \quad (1.22)$$

avec  $R$  la résolution du capteur et  $A$  l'amplitude de la porteuse. Dans le cas des signaux multi-composantes (on pense en particulier au codeur TTL présentant des signaux carrés, rassemblant les harmoniques impaires de la fréquence fondamentale, mais c'est aussi le cas quand on extrait la vitesse instantanée d'un signal vibratoire), la FI n'a pas de signification physique [FEL 11]. Il est donc nécessaire de filtrer le signal pour n'isoler

qu'une seule composante. Ensuite, la démodulation de fréquence basée sur le SA est appliquée dans le domaine temporel par un filtre à réponse impulsionnelle finie [FEL 11, TUR 09], ou dans le domaine fréquentiel par l'approche de Gabor. Finalement, La VAI est estimée en divisant la FI estimée par la résolution du capteur :

$$\hat{\omega}(t) = \frac{1}{2\pi R} \frac{d\hat{\phi}(t)}{dt} = \frac{1}{2\pi R} \frac{d}{dt} \left[ \arctan \left( \frac{\mathcal{H}[s(t)]}{s(t)} \right) \right] \quad (1.23)$$

Pour palier au problème de dépliement de la phase en cas d'un bruit important, une autre façon de calculer la FI est proposée. Elle consiste à estimer la FI directement à partir du signal analytique et de sa dérivée :

$$\hat{\omega}(t) = \frac{1}{2\pi R} \frac{\hat{x}'(t)\hat{x}(t)}{|\hat{x}^2(t)|} \quad (1.24)$$

Le schéma général de la méthode de démodulation de fréquence pour l'estimation de la VAI est illustré dans la Figure 1.11.

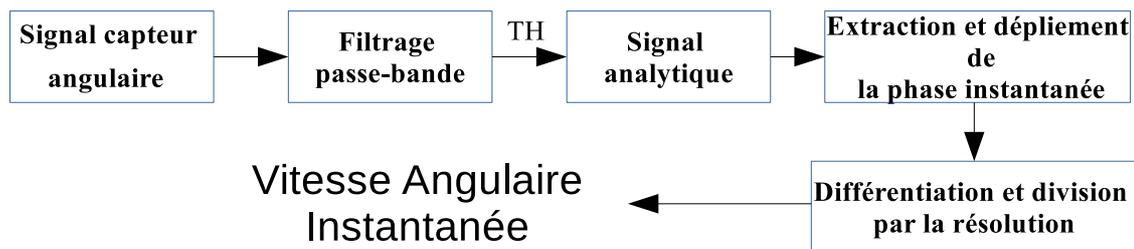


FIGURE 1.11: Organigramme de la démodulation de fréquence basée sur le signal analytique pour l'estimation de la VAI

### 1.2.2.5 Synthèse comparative des méthodes directes

La méthode Ecart Temporel (ET) a été utilisée dans la plupart des travaux exploitants la VAI pour des fins de diagnostic des machines tournantes ou de ré-échantillonnage angulaire des signaux vibratoires. Ses principaux avantages sont :

- Signal échantillonné en angle. Cet avantage permet de travailler directement dans le domaine angulaire.
- Estimation de la VAI sous des conditions non stationnaires.
- utilisation de carte de comptage bénéficiant d'horloge haute fréquence.

En revanche, cette méthode doit faire face à deux problèmes principaux : le repliement spatial et la quantification. Ces sujets sont détaillés dans les travaux de André [AND 14, ELB 14] et synthétisés ci-après.

- **Repliement spectral**

La méthode ET ne donne pas accès à une mesure de la vitesse instantanée : cette dernière est moyennée entre deux pas angulaires :  $\bar{\omega}(\theta) = \int_{\theta-\Delta\theta/2}^{\theta+\Delta\theta/2} \omega(\theta) d\theta$ , sur un intervalle correspondant à la résolution du codeur  $\Delta\theta = 2\pi/R$ . Vu qu'il n'existe à ce jour pas de solution analogique pour filtrer les variations de vitesse, la VAI résultante contient du repliement spectral, dont la forme est détaillée dans [AND 14]. Cet effet de moyennage local est exprimé dans le domaine spectrale par :

$$\bar{\omega}(f_\theta) = \omega(f_\theta)(\pi f_\theta \Delta\theta) \quad (1.25)$$

Cette opération génère un repliement spectral si le spectre de la VAI n'est pas nul au-dessus de  $1/(2\Delta\theta)$ . Pour atténuer ce phénomène de repliement, il faut utiliser un capteur angulaire de résolution élevée.

#### — Erreur de quantification

La méthode ET utilise une horloge haute fréquence délivrant des impulsions à une fréquence élevée. Un dispositif électronique est utilisé pour compter le nombre d'impulsions de l'horloge haute fréquence entre deux front-montants. Bien entendu, ce nombre d'impulsions est un nombre entier, ce qui génère une erreur d'arrondi sur l'écart temporel estimé entre deux front-montants consécutifs. Soit  $\Delta N_i$  l'erreur de comptage, l'erreur absolue sur la VAI estimée à partir de l'équation 1.2 est :

$$\Delta\omega = \frac{\omega \Delta N_i}{\Delta N_i + \frac{F_h}{R\omega}} \quad (1.26)$$

et l'erreur relative est :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta N_i}{\Delta N_i + \frac{F_h}{R\omega}} \quad (1.27)$$

Dans le cas où  $\Delta N_i \ll F_h/(R\omega)$  :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \approx \Delta N_i \frac{R}{F_h} \omega \quad (1.28)$$

L'erreur de quantification augmente avec la résolution du capteur et la vitesse de rotation, et diminue avec la fréquence d'horloge. L'influence de cette erreur sur l'observation spectrale de la VAI est étudiée dans [AND 14]. Les résultats montrent que son influence est plus prononcée pour les hautes fréquences que les basses fréquences.

#### — Limitation de la fréquence d'échantillonnage

D'autre part, l'inconvénient majeur des méthodes temporelles est la nécessité d'avoir une fréquence d'échantillonnage pour collecter le signal. Comme il a été montré dans ce chapitre, la fréquence du signal codeur est proportionnelle à la résolution du capteur et à la vitesse de rotation. Il est donc nécessaire de limiter ces deux paramètres. Cela restreint le champ d'application de ces méthodes.

#### — Conditions non stationnaires

Contrairement aux méthodes angulaires qui sont capables d'estimer la VAI sous des conditions largement non stationnaires, l'estimation de la FI d'un signal non stationnaire en fait toujours un problème délicat du traitement du signal. Le signal issu du capteur contient toujours des harmoniques de la fondamentale. Ainsi, lorsque la vitesse de rotation varie largement, ces harmoniques se chevauchent et la solution du filtrage n'arrive plus à isoler une seule composante pour ensuite la démoduler. Sous ces conditions, il est nécessaire de développer des outils adaptés à ce genre de situation.

### 1.3 Conclusion

Ce chapitre a traité l'utilisation de la vitesse instantanée dans le cadre de la maintenance conditionnelle prédictive des machines tournantes. Après une introduction des notions de base de ce domaine, une synthèse des travaux exploitants la vitesse instantanée pour le diagnostic de défauts mécaniques est présentée. Diverses méthodes d'estimation indirecte de la VAI à partir des signaux vibratoires sont abordées. Ces méthodes exploitent les propriétés cyclostationnaires du signal vibratoire et leurs résolutions varient en fonction des caractéristiques de ce signal et de la méthode employée. Elles sont qualifiées comme des outils de pré-traitement du signal vibratoire et conduisent souvent à un ré-échantillonnage angulaires des signaux. Dans le cadre du diagnostic précoce via la VAI, une meilleure précision de la vitesse est souhaitable. Ainsi, nous avons montré les principales méthodes utilisées pour estimer la VAI à partir d'un capteur angulaire monté sur la machine. Une synthèse des avantages et des limitations de chaque méthode est effectuée. Celle-ci montre l'intérêt de développer des outils exploitants le signal échantillonné en temps. Cet intérêt est justifié par la réduction du coût du système d'acquisition de la vitesse instantanée, vu que n'importe quel système d'acquisition d'usage général peut être utilisé pour acquérir le signal, contrairement aux méthodes angulaires qui nécessitent un système d'acquisition adapté. Néanmoins, le système d'acquisition temporel doit avoir une fréquence d'échantillonnage adaptée à la résolution du capteur et à la vitesse de rotation.

## **Démodulation de signaux codeur optique pour l'estimation de la vitesse angulaire instantanée**

---

La VAI est apparue comme une nouvelle source d'information sur l'état d'une machine tournante et permet de surveiller différents types de défauts. La section précédente a fait état des nombreuses méthodes permettant d'estimer la VAI. Dans ce chapitre, nous examinons la précision des méthodes basées sur la démodulation de fréquence en comparant plusieurs techniques, et nous observons que la qualité de l'estimation spectrale de la VAI dépend de plusieurs paramètres. L'influence de la résolution du capteur, et le rapport signal-bruit (SNR) est étudiée. Enfin, une synthèse comparative des méthodes évaluées est présentée.

---

## **2.1 Introduction**

Parmi les méthodes présentées dans le chapitre précédent, il apparaît que les techniques reposant sur la manipulation du signal analytique dominant dès lors que le signal est discrétisé en temps [GU 06, SAS 01, STA 05, CHA 13, ROY 15, LI 17], et les résultats obtenus tendent à favoriser ce choix. Contrairement aux méthodes de comptage qui nécessitent un système d'acquisition adapté, ces méthodes présentent l'avantage d'exploiter des signaux discrétisés par n'importe quel système d'acquisition à usage général. Il existe pourtant d'autres manières de démoduler un signal échantillonné temporellement, que nous proposons de comparer à cette première dans le cadre de cette section. Les méthodes alternatives reposent respectivement sur l'opérateur énergétique de Teager-Kaiser (TKEO) et le filtre de Vold-Kalman (VKF). Le TKEO est largement utilisé pour la démodulation de signaux AM-FM dans différents domaines, tandis que le VKF est utilisé pour le suivi d'ordre et la décomposition de signaux, en particulier dans l'analyse vibratoire. À la connaissance de l'auteur, ces méthodes n'ont pas encore été testées pour la démodulation des signaux de vitesse à partir d'un capteur angulaire.

Dans ce chapitre, nous présentons une étude introductive à l'estimation de la VAI par les trois méthodes mentionnées. Une analyse comparative dans le domaine spectral permettra d'évaluer la robustesse de chaque méthode.

## **2.2 Présentation de méthodes d'estimation**

En statistiques, un processus stochastique est caractérisé par un certain nombre de propriétés : les moments. Similairement, en diagnostic, le signal mesuré peut être décrit par des propriétés qui changent au cours du temps. Toute procédure d'estimation de ces propriétés nécessite que le signal soit observé pendant un temps donné et à ce sujet, deux approches s'opposent : l'approche locale mesure les attributs à chaque instant (court terme) sans connaître la fonction complète du processus, et l'approche globale qui observe la forme complète du signal pendant un long temps de mesure (dans l'idéal infini). Un exemple d'approche locale est l'estimation de la valeur extrême d'une fonction. Un autre exemple d'approche locale est l'estimation de la fréquence en mesurant le temps séparant deux front montant. Le signal analytique obtenu par la TH qui fait l'objet de notre examen, est l'un des exemples typiques d'approche globale. Les estimations globales et locales fournissent des précisions et des résolutions différentes en fonction de nombreuses conditions, principalement les distorsions du bruit et une modulation de phase aléatoire du signal [VAK 00, GIR 02].

### **2.2.1 Démodulation de fréquence basée sur le signal analytique**

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'estimation de la vitesse instantanée à partir du signal d'un capteur angulaire (codeur optique en particulier) en utilisant la méthode

de démodulation de fréquence basée sur le signal analytique, qui consiste à calculer la FI en considérant le signal issu du codeur comme un signal modulé en fréquence (FM). On considère le signal mono-composante issu du capteur angulaire sous des conditions stationnaires comme suit :

$$s(t) = A \cos \left( 2\pi R(f_0 t + \int_0^t \delta f(\tau) d\tau) \right) \quad (2.1)$$

La FI de ce signal est composé d'une fréquence porteuse constante :  $f_c = R \cdot f_0$  où  $f_0$  est la vitesse de rotation moyenne, et une partie variante dans le temps  $R\delta f(\tau)$  contenant les caractéristiques dynamiques du système, avec  $R$  la résolution du capteur angulaire. Ce signal FM est ensuite conditionné par un comparateur pour générer le signal du codeur TTL. Le spectre d'un signal FM carré est composé uniquement d'harmoniques impaires respectivement entourées symétriquement du même contenu fréquentiel modulé. Un filtrage passe bande est appliqué pour isoler la fondamentale avant d'appliquer la démodulation de fréquence, dont la largeur de bande est déterminée par la formule de Carson [CAR 22] :

$$B = 2(\Delta f + f_{max}) \quad (2.2)$$

Où  $f_{max}$  est la fréquence maximale du signal modulant, et  $\Delta f = R \cdot \max(|\delta f(t)|)$  est la déviation de fréquence. Cette exigence de largeur de bande permet d'extraire au moins 98% de la puissance du signal avec un nombre limité de bandes latérales dans le cas de modulation harmonique. Cela fait référence à la décomposition en série de Bessel des signaux modulés (Voir Annexe A.3.2). Dans cette étude, une fenêtre rectangulaire est utilisée pour conserver les amplitudes réelles du signal modulant. Dans le cas de la VAI, sous des conditions de fonctionnement stationnaires, la plus grande amplitude des variations de vitesse peut souvent être négligée devant la plus grande fréquence des variations de vitesse, et donc la bande passante peut être choisie selon la fréquence des phénomènes surveillés uniquement, et elle est simplifiée à  $B \approx 2f_{max}$ .

Le processus d'estimation de la VAI, détaillé en annexe A.1.2, est mis en œuvre en utilisant une approche fréquentielle comme suit :

- Appliquer la transformée de Fourier au signal du codeur TTL de moyenne nulle.
- Récupérer la fréquence qui correspond au maximum du module de la transformée de Fourier pour estimer la fréquence porteuse.
- Appliquer une fenêtre rectangulaire pour le filtrage passe-bande en utilisant la bande passante selon l'équation 2.2.
- Mettre les amplitudes des fréquences négatives à zéro.
- Multiplier les amplitudes des fréquences positives par 2.
- Appliquer la transformée de Fourier inverse.
- Extraire l'angle du signal analytique avec la fonction arctan (ex. fonction *angle()* sur MATLAB).
- Déplier la phase du signal analytique pour avoir une fonction continue. (ex. fonction *unwrap()* sur MATLAB)
- Différentiation et division par la résolution.

Cette implémentation basée sur la transformée de Fourier offre l'avantage d'une grande précision et réduit considérablement le temps de calcul par rapport à l'implémentation par filtre FIR de l'opérateur TH dans domaine temporel. Par contre, son utilisation est limitée aux conditions de vitesse relativement stationnaires. Dans le cas de conditions de vitesse largement non stationnaires, le filtrage passe-bande ne peut plus isoler une composante et, par conséquent, la démodulation de fréquence ne parvient pas à estimer correctement le signal VAI.

## 2.2.2 Démodulation de fréquence par le TKEO (Opérateur d'Énergie de Teager-Kaiser)

L'opérateur d'énergie Teager Kaiser (TKEO) est un opérateur non linéaire qui a été proposé pour la première fois par H.M. Teager et S.M. Teager comme moyen de suivre l'énergie dans les signaux de parole, en proposant un modèle phénoménologique pour montrer l'insuffisance du modèle linéaire de la parole [TEA 83]. Ils ont montré que les variations des caractéristiques de la parole peuvent être modélisées comme une combinaison linéaire de signaux AM-FM. Plus tard, Kaiser [KAI 90b] a repris les travaux "des Teager" pour proposer une méthode de calcul de l'énergie nécessaire pour générer le signal de la parole. Kaiser établit une analogie avec l'énergie dans un système de masse/ressort vibrant, où l'énergie cinétique est proportionnelle au carré de la vitesse de la masse, et l'énergie potentielle est proportionnelle au carré de l'extension du ressort, c'est-à-dire au déplacement de la masse si le ressort est encastré. Dans ce contexte, il a proposé un algorithme simple et rapide pour calculer l'énergie appelé opérateur d'énergie de Teager-Kaiser (TKEO) qu'il a attribué à Teager, à condition que le signal soit à bande étroite [KAI 90a].

### 2.2.2.1 Fondements théoriques

En partant de l'équation de mouvement d'un système masse-ressort :

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \frac{k}{m}x(t) = 0 \quad (2.3)$$

Où  $m$  et  $k$  sont respectivement la masse du corps physique, et la raideur du ressort. La solution de cette équation est un mouvement périodique :  $x(t) = A \cos(\Omega_0 t + \phi_0)$  avec  $\Omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  est la pulsation propre du mouvement,  $A$  est l'amplitude et  $\phi_0$  la phase initiale à  $t = 0$ .

L'énergie totale de ce système est :

$$E_x = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}mv^2 \quad (2.4)$$

En remplaçant la vitesse par  $v = dx/dt$  et la position par  $x(t) = A \cos(\Omega_0 t + \phi_0)$ , l'expression de l'énergie totale devient :

$$E_x = \frac{1}{2}m\Omega_0^2 A^2 \propto \Omega_0^2 A^2 \quad (2.5)$$

Cette expression montre que l'énergie nécessaire pour générer signal périodique  $x(t)$  est proportionnelle au carré des caractéristiques du signal à savoir sa fréquence et son amplitude.

### 2.2.2.2 Formulation discrétisée d'un indicateur énergétique

L'algorithme de Kaiser propose d'utiliser trois échantillons du signal pour estimer les caractéristiques du signal  $(A, \Omega, \phi_0)$ , avec  $T^{-1}$  la fréquence d'échantillonnage.

$$\begin{aligned}x_{n-1} &= A \cos(\Omega(n-1)T + \phi_0) \\x_n &= A \cos(\Omega nT + \phi_0) \\x_{n+1} &= A \cos(\Omega(n+1)T + \phi_0)\end{aligned}\tag{2.6}$$

Le développement de cette expression donnera [CEX 05] :  $A^2 \sin^2(\Omega T) = T^2(x_n^2 - x_{n+1}x_{n-1})$ . Pour  $\Omega T < \pi/4$ , c'est à dire si la fréquence du signal est 4 fois inférieure à la fréquence d'échantillonnage, l'erreur maximale commise sur l'approximation  $\sin(\Omega T) \approx \Omega T$  est de 11%. Ainsi, avec cette approximation, on obtient :

$$A^2 \Omega^2 \approx x_n^2 - x_{n+1}x_{n-1}.\tag{2.7}$$

Cette équation permet d'estimer la quantité  $A^2 \Omega^2$  qui caractérise un signal mono composante à partir de 3 échantillons. Ainsi, la version discrète de l'énergie est exprimée comme :

$$E_x(n) \approx A^2 \Omega^2 \approx x_n^2 - x_{n+1}x_{n-1}\tag{2.8}$$

Ce premier indicateur a été utilisé pour représenter l'énergie contenue dans le signal de la parole et la reconnaissance des interlocuteurs [TEA 90, MAR 91, JAB 98, JAB 99, DIM 03], dans le domaine plus général du signal 1D [MAR 93b, BOU 04, DIM 01, KAI 90b, KAI 93], ainsi que des extensions dans le domaine du traitement d'image [MAR 95, SAL 03, SAL 07, MIT 91, BOU 05].

### 2.2.2.3 Formulation continue : TKEO + CESA

Dans le domaine du diagnostic, une utilisation de cette approche énergétique est la démodulation de signaux AM-FM pour l'estimation de la FI et l'AI. Margagos et al. ont proposé un algorithme de séparation d'énergie pour estimer l'AI et la FI d'un signal AM-FM [MAR 92, MAR 93a]. Cet algorithme est connu dans la littérature sous le nom de ESA (Energy Separation Algorithm). En général, lorsqu'un outil mathématique est proposé, il est formulé dans le domaine continu avant d'être discrétisé. Il est surprenant de constater que dans le cas du TKEO, une formulation discrète a précédé la formulation continue...

L'opérateur TKEO est alors défini pour un signal  $x(t)$  à valeurs réelles [MAR 93b, MAR 93a] par analogie à l'opérateur d'énergie discret 2.8 :

$$\Psi[x(t)] = \left(\frac{dx(t)}{dt}\right)^2 - x(t)\frac{d^2x(t)}{dt^2}. \quad (2.9)$$

Pour comprendre l'algorithme de démodulation basé sur cet opérateur, définissons  $x(t)$  un signal AM-FM à bande étroite :

$$x(t) = E(t) \cos \phi(t) = E(t) \cos \left( \int_0^t \omega(\tau) d\tau \right) \quad (2.10)$$

avec  $\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt}$  la FI et  $E(t) > 0$  l'AI du signal. L'équation 2.9 devient alors :

$$\Psi[x(t)] = \left(\frac{dx(t)}{dt}\right)^2 - x(t)\frac{d^2x(t)}{dt^2} \approx [E(t)\omega(t)]^2 \quad (2.11)$$

On montre dans [MAR 93a] que cette approximation est liée au développement limité de  $\sin(\omega T)$  à l'ordre 1, exposée précédemment. On peut craindre que cette approximation ne soit plus tenable lorsque la fréquence de la porteuse s'approche de la fréquence d'échantillonnage, et que les modulations rapide de fréquence ou d'amplitude soient mésestimées.

D'autre part, en l'appliquant le même opérateur à la dérivée du signal, on obtient :

$$\Psi\left[\frac{dx(t)}{dt}\right] = \Psi[E(t)\omega(t) \sin \phi(t)] \approx E^2(t)\omega^4(t) \quad (2.12)$$

En combinant 2.11 et 2.12, on obtient l'AI du signal :

$$E(t) = \frac{\Psi[x(t)]}{\sqrt{\Psi\left[\frac{dx(t)}{dt}\right]}} \quad (2.13)$$

et la FI du signal :

$$\omega(t) = \sqrt{\frac{\Psi\left[\frac{dx(t)}{dt}\right]}{\Psi[x(t)]}} \quad (2.14)$$

il s'agit de l'algorithme de séparation d'énergie continue (CESA). À chaque instant, il estime la FI et l'AI en utilisant uniquement les deux valeurs de sortie instantanées de l'opérateur TKEO appliqué au signal et à sa dérivée. Le signal doit être à bande étroite pour que les sorties du TKEO soit positives.

#### 2.2.2.4 Implémentation numérique : DESA

##### — DESA-2

La discrétisation du CESA, appelée DESA (Discrete Energy Separation Algorithm), est effectuée en approximant la dérivée du signal par une différence finie. Soit le signal discret  $x(n) = a(n) \cos \phi(n)$  avec  $\phi_n = \sum_0^n \omega_i(\tau) \cdot T$ . L'opérateur TKEO discretisé est approximé de la même manière que précédemment [MAR 92] :

$$\Psi[x(n)] = \Psi\left[E(n) \cos(\phi_n)\right] \approx [E(n)\omega(n)]^2 \quad (2.15)$$

Soit la différence finie symétrique du signal discret  $x(n)$  :  $y(n) = [x(n+1) - x(n-1)]/2$ . Ce signal peut être exprimé par :  $y(n) = -E(n) \sin[\omega(n)] \cos \phi(n)$ . En appliquant le TKEO discret sur le signal  $y(n)$ , on obtient :

$$\Psi[y(n)] = \Psi\left[-E(n) \sin \omega(n) \cos \phi(n)\right] \approx E^2(n) \sin^4[\omega(n)] \quad (2.16)$$

À partir des équations 2.15 et 2.16, nous obtenons les formules pour l'AI et la FI :

$$\begin{aligned} E(n) &\approx \frac{2\Psi[x(n)]}{\sqrt{\Psi[y(n)]}} \\ \omega(n) &\approx \arcsin\left(\frac{\Psi[y(n)]}{4\Psi[x(n)]}\right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Ces deux formules montrent qu'il est possible d'estimer l'AI et la FI d'un signal mono-composante à partir du TKEO du signal et de sa différence finie symétrique. Cet algorithme est appelé DESA-2, où "2" implique l'approximation des dérivées du premier ordre par la différence entre deux échantillons dont l'indice temporel diffère de 2 échantillons. On note que si  $x(n) = A \cos(\omega_c n + \phi_0)$ , le cas d'une sinusoïde pure, la formule du DESA-2 renvoie exactement l'amplitude et la fréquence du signal.

#### — DESA-1

Un autre algorithme alternatif au DESA-2 est obtenu si l'on remplace les dérivées du signal par des différences finies arrière et avant. On pose :  $y(n) = x(n) - x(n-1)$  et  $z(n) = x(n+1) - x(n) = y(n+1)$ . Maragos et al.[MAR 92, MAR 93a] ont montré qu'en appliquant le TKEO discret sur  $y(n)$  et  $z(n)$  et en moyennant les deux résultats, on obtient :

$$\frac{\Psi[y(n)] + \Psi[z(n)]}{2} \approx 4E^2(n) \sin^2[\omega(n)/2] \sin^2[\omega(n)] \quad (2.18)$$

D'autre part, en calculant la quantité :

$$G(n) = 1 - \frac{\Psi[y(n)] + \Psi[y(n+1)]}{4\Psi[x(n)]} \quad (2.19)$$

On obtient l'estimation de la FI et l'AI tel que :

$$\begin{aligned} E(n) &\approx \sqrt{\frac{2\Psi[x(n)]}{1 - G^2(n)}} \\ \omega(n) &\approx \arccos(G(n)) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Cet algorithme est appelé DESA-1, où '1' implique l'approximation des dérivées avec l'écart d'un seul échantillon. Maragos et al. ont montré que pour des modulations AM-FM ne dépassant pas 50% de la fréquence porteuse, les deux algorithmes donnent les mêmes résultats avec une erreur relative ne dépassant pas 1% [MAR 93a]. Bien que le DESA-2 est relativement plus rapide que le DESA-1, ce dernier donne de meilleurs résultats pour des modulations large bande.

L'association du TKEO et du DESA a été largement utilisée dans la démodulation de signaux AM-FM [MAR 92, MAR 93a, PIN 13, MUH 20], notamment dans l'analyse des signaux de vibration pour détecter les défauts de roulement [LI 08, QIN 13, ROD 13, ZHA 19b, HAN 19], et pour l'estimation de la VAI par démodulation du signal vibratoire [RAN 18].

Finalement, l'algorithme utilisé dans ce travail pour l'estimation de la VAI à partir du signal codeur est basé sur le TKEO et le DESA-1, et repose sur les étapes suivantes :

- Appliquer la transformée de Fourier au signal codeur TTL de moyenne nulle.
- Récupérer la fréquence qui correspond au maximum du module de la transformée de Fourier pour estimer la fréquence porteuse.
- Appliquer un filtrage passe bande autour de la fréquence porteuse en utilisant la bande passante selon l'équation 2.2
- Appliquer le TKEO discret sur la différence finie avant et arrière
- Calculer la quantité  $G(n)$  à partir de l'équation 2.19
- Calculer la fréquence angulaire instantanée à partir de l'équation 2.20
- Diviser par la résolution.

### 2.2.3 Démodulation de fréquence par le filtre de Vold-Kalman

Le filtre de Vold-Kalman (VKF) est un filtre temporel utile pour extraire les signaux basés sur l'ordre, qui se produisent dans les machines tournantes.

Une méthode de suivi des ordres qui surmonte bon nombre des limites de la résolution des ordres est le suivi des ordres basé sur le filtre de Kalman. Les méthodes du filtre de Kalman permettent l'extraction de l'historique temporel de l'ordre ainsi que l'estimation de l'amplitude et de la phase d'un ordre. Le filtre de Kalman a été adapté pour la première fois au suivi d'ordre par Vold et Leuridan [VOL 93, LEU 95]. Depuis cette première application, Vold a continué à développer des filtres plus avancés avec des capacités supplémentaires [VOL 97c, VOL 97b, VOL 97a]. Ces nouveaux filtres ont été développés pour résoudre les problèmes associés aux ordres proches et croisés.

Il existe plusieurs formulations mathématiques des filtres qui ont été implémentés par différents éditeurs de logiciels. Les principales formulations mathématiques ont été développée dans plusieurs travaux [VOL 97c, BLO 07, TM 13, PAN 06, PAN 07]. Le VKF est largement utilisé dans le suivi d'ordre à partir des signaux de vibration en raison de sa meilleure résolution que les méthodes basées sur la représentation temps-fréquence [LI 08, WAN 09, WAN 15, ZHA 19a]. Il utilise un schéma d'estimation global, de sorte qu'il n'y a pas d'artefacts lié à des tailles de blocs et/ou de fenêtres arbitraires. Les ordres

extraits sont estimés sans biais de phase car la formulation est symétrique dans le temps. Le suivi d'ordre est l'une des techniques d'analyse vibratoire les plus importantes pour le diagnostic des défauts des machines tournantes. Le principal avantage de cette technique est sa capacité à analyser les données de bruit et de vibrations non stationnaires des machines tournantes, qui sont difficiles à traiter par l'analyse fréquentielle conventionnelle. Ainsi, le VKF permet l'extraction d'une composante AM-FM en ayant l'information a priori de sa fréquence porteuse [ZHA 18a], ce qui représente en réalité une opération de démodulation. Il a été notamment utilisé pour l'estimation de la FI d'un signal AM-FM [CAR 11].

Sous des conditions stationnaires, la vitesse de rotation est considérée constante ainsi la fréquence porteuse est estimée en détectant le canal fréquentiel correspondant au maximum de son spectre tel que :  $\hat{f}_c = \underset{f}{\operatorname{arg}}[\max |Y(f)|]$ , avec  $Y(f)$  la transformée de Fourier du signal issu du capteur angulaire  $y(t)$ . Cette fréquence est utilisée pour alimenter le VKF pour l'extraction de la composante fondamentale puisqu'elle présente le meilleur rapport signal/bruit. Nous utiliserons le VKF de 2-ème génération d'ordre 2 qui permet d'avoir un bon compromis entre l'atténuation des hautes fréquences et des basses fréquences. Tuma [TUM 05] a étudié la relation entre la bande passante et le facteur de pondération  $r$  (introduit en annexe) à travers l'analyse de la fonction de transfert du filtre. Pour le VKF de 2-ème génération d'ordre 2, et pour une bande passante normalisée  $B$ , le facteur de pondération peut être approximé par :

$$r \approx \frac{0.0652}{B^2} \quad (2.21)$$

On note que cette formule est valable que sous des conditions stationnaires et dans le cas où la bande passante vérifie l'approximation  $\cos(\pi B) \approx 1 - (\pi B)^2/2$ . Plus de détails théoriques sur la formulation du facteur de pondération se trouve dans la même référence [TUM 05].

Finalement, l'algorithme employé dans ce travail pour l'estimation de la VAI, est récapitulé comme suit :

- Appliquer la transformée de Fourier au signal du codeur TTL de moyenne nulle.
- Récupérer la fréquence qui correspond au maximum du module de la transformée de Fourier pour estimer la fréquence porteuse.
- Calculer le facteur de pondération suivant l'équation 2.21 en fonction de la bande passante du filtre.
- Appliquer le VKF avec les paramètres estimés à savoir  $r$  et  $F_c$ .
- Reconstruire la composante suivie (fonction à valeurs complexes) à partir de l'équation A.20.
- Extraire la phase à partir du signal complexe.
- Déplier la phase du signal analytique pour avoir une fonction continue.
- Différentiation et division par la résolution.

Dans le domaine spectral, le VKF est équivalent à une translation en bande de base puis un filtrage passe-bas tandis que pour les méthodes de démodulation TKEO et SA, le signal

est filtré passe bande puis une translation en bande de base.

### 2.2.4 L'indicateur de comparaison

L'étude de la robustesse numérique des méthodes étudiées est effectuée dans le domaine spectral, pour faire échos aux méthodes de diagnostic basée sur la mesure de VIA employée dans littérature (cf Chapitre 1). Les composantes spectrales de chaque méthode d'estimation sont comparées au spectre de la VAI "réelle" via la somme des carrés des résidus (SCR), qui est une distance de second ordre définie comme suit :

$$SCR = \ln\left(\sum_{k=i}^N (W_i - \bar{W}_i)^2\right) \quad (2.22)$$

où  $W$  est le module de la transformée de Fourier de la VAI réelle, et  $\bar{W}$  est celui de la VAI estimée. Les deux spectres ne sont comparés que sur la bande fréquentielle utile de la VAI estimée, c'est à dire sur l'intervalle  $[0, B/2]$  avec  $B$  la bande passante du filtre passe bande.

## 2.3 Comparaison des méthodes

Le but de cette partie est d'évaluer, d'une part, la précision numérique des méthodes proposées. D'autre part, l'influence sur l'estimation spectrale de la VAI est étudié des paramètres liés au système d'acquisition et au fonctionnement de la machine à savoir : la résolution du capteur, la fréquence d'échantillonnage, la vitesse de rotation, est étudiée. Pour cela, une première partie est dédiée aux simulations de signaux de vitesse et permettra de comparer les signaux VAI estimés par les trois approches à un signal VAI de référence généré par la simulation. La deuxième partie traitera la mise en oeuvre des méthodes étudiées dans le cas d'un signal de vitesse réel d'une pompe hydraulique.

### 2.3.1 Simulation d'un signal VAI : cas d'un défaut impulsionnel cyclique

Un ensemble de signaux de vitesse est simulé afin d'évaluer les méthodes d'estimation proposées dans ce travail. Cette simulation produit un signal de vitesse contenant un train cyclique d'impulsions. Le train cyclique peut être vu comme la répétition d'un défaut dû au mouvement angulaire d'un arbre, tandis que l'impulsion correspond à la vibration naturelle de la structure lorsqu'elle est excitée. L'impulsion est définie par un système linéaire à un seul degré de liberté représenté par sa fonction de transfert comme suit :

$$\theta(t) = Ae^{-\xi\omega_0 t} \sin(\omega_d t), \quad t \geq 0 \text{ et } 0 \text{ sinon} \quad (2.23)$$

où :

—  $\xi$  : Taux d'amortissement

- $\omega_0 = 2\pi\nu_0$  : Pulsation propre ( $\nu_0$  : fréquence propre)
- $\omega_d = \omega_0\sqrt{1 - \xi^2}$  : Pseudo-pulsation propre
- $A$  : Constante réelle

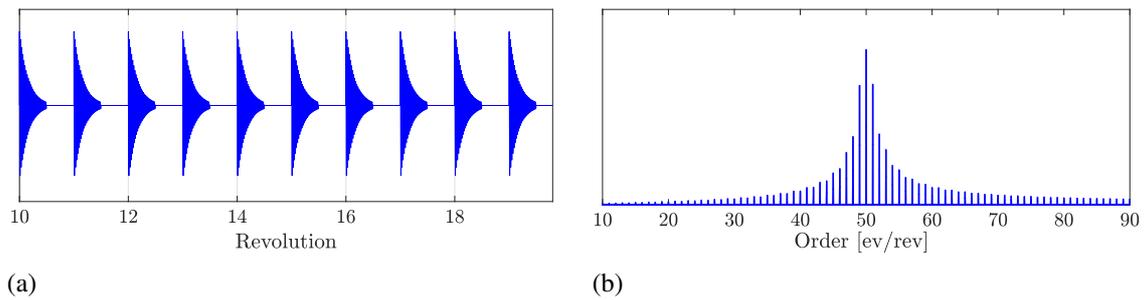
Après avoir défini les conditions initiales de la vitesse de rotation, la fonction angle/temps est construite en intégrant le signal de vitesse. A chaque tour parcouru par l'arbre, une impulsion est ajoutée au signal d'angle. Pour une vitesse moyenne de rotation  $f_0$  et une durée du signal  $D_s$  correspondante à  $N_r$  tours d'arbre. La fonction angle/temps peut être exprimée par :

$$ang(t) = 2\pi f_0 t + \sum_{k=1}^{N_r} \theta(t - kt_0)H(t - kt_0), \quad 0 \leq t \leq D_s \quad (2.24)$$

Avec  $t_0 = 1/f_0$  la période de rotation, et  $H$  la fonction de Heaviside défini par :

$$H(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.25)$$

Le signal VAI résultant est obtenu en dérivant la fonction angle/temps après avoir ajouté les impulsions (Figure 2.3.1(a)). La variation de vitesse maximale est  $A\omega_d$ . Son spectre, illustré dans la Figure 2.3.1(b), est composé d'un train d'impulsions avec une fréquence cyclique correspondant à  $1ev/tr$  dans le domaine d'ordre. Vu que la robustesse des méthodes proposées est évaluée dans le domaine spectral, ce signal possède une bande fréquentielle infinie qui permettra de mieux évaluer la précision spectrale de chaque méthode d'estimation. En intégrant le signal VAI résultant, le signal du codeur est généré à partir de la fonction angle/temps à la résolution désirée du codeur. Un filtre anti-repliement analogique est implémenté, et sa fréquence de coupure est fixée en fonction du nombre d'harmoniques autorisés dans le signal. Les paramètres de simulation de l'impulsion angulaire sont listés dans le tableau 2.1.



**FIGURE 2.1:** Signal simulé : VAI (a), spectre d'amplitude de la VAI (a)

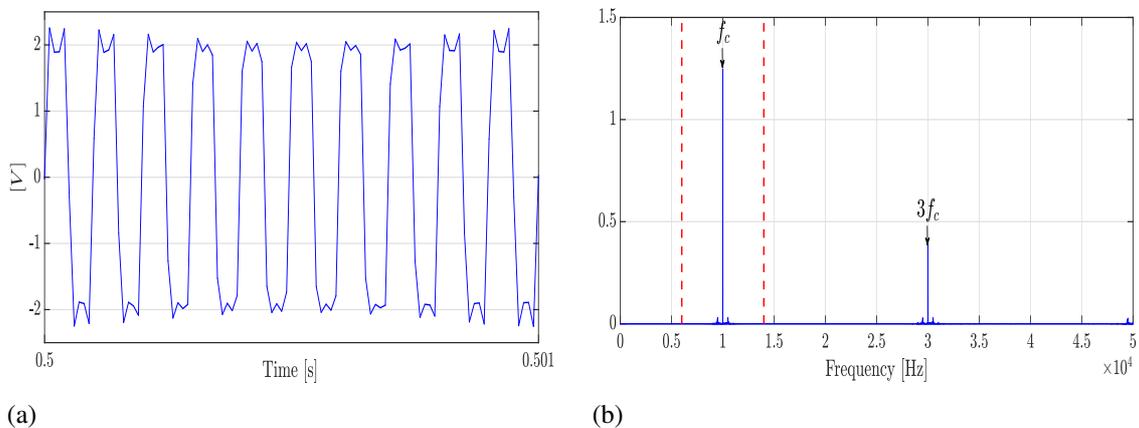
Une première simulation est présentée pour observer l'erreur d'approximation en absence de toute perturbation externe. Cela permettra d'analyser les erreurs numériques de chaque méthode d'estimation. En outre, un signal VAI est généré à une vitesse de rotation

Fréquence naturelle $\nu_0$ (Hz)	500
Facteur d'amortissement $\xi$	0.02
A	$5 \cdot 10^{-5}$

**TABLE 2.1:** Paramètres de simulation de l'impulsion angulaire

moyenne  $f_0 = 10\text{Hz}$  sur une durée de 5 secondes, avec une résolution du codeur  $R = 1000$ , et une fréquence d'échantillonnage  $F_s = 100\text{kHz}$ .

La Figure 2.2(a) montre le signal codeur généré. Théoriquement, un signal TTL est constitué uniquement d'une composante fondamentale  $f_c = R \cdot f_0$  et ses harmoniques impaires. Les distorsions observées sur le signal temporel sont le résultat de l'application d'un filtre anti-repliement qui enlève, idéalement, les composantes fréquentielles supérieures à la fréquence de Nyquist  $F_s/2$ . Le spectre de ce signal est illustré dans la Figure 2.2(b) et montre que le signal codeur ne contient plus que la fondamentale et sa troisième harmonique. Les contenus fréquentiels symétriques autour de chaque harmonique représentent les modulations de fréquence dues aux variations de vitesse. Les lignes pointillées en rouge délimitent la bande passante du filtre passe bande utilisée pour isoler la fondamentale. Celle-ci sera démodulée par la suite pour obtenir la VAI. Cette bande passante est fixée à  $B = 8\text{kHz}$ , ce qui permet d'avoir une bande fréquentielle de la VAI estimée, équivalente à 8 fois la fréquence propre du système. Cela permet d'évaluer l'indicateur de comparaison sur 400 pics représentatifs de la dynamique du système dans le spectre de la VAI estimée.



**FIGURE 2.2:** Signal VAI simulé : signal TTL (a), et son spectre d'amplitude (b)

La Figure 2.3 illustre l'observation temporelle de la VAI estimée par les trois méthodes en absence du bruit. Les résultats montrent que les méthodes étudiées arrivent à estimer le signal VAI correctement. D'autre part, l'analyse spectrale des signaux estimés nous donnera plus de détails sur la précision spectrale de chaque méthode. La Figure 2.4 montre les spectres de la VAI estimée par les trois méthodes, superposés à celui de la VAI réelle ainsi que les valeurs de l'indicateur de comparaison pour chaque méthode. Les résultats montrent que l'erreur d'estimation spectrale est comparable pour les trois

méthodes :  $-18.13$ ,  $-17.95$ , et  $-17.81$  pour le TKEO, la démodulation de fréquence via le SA, et le VKF respectivement, ce qui correspond à une erreur quadratique absolue de  $1.33 \cdot 10^{-8}$ ,  $1.6 \cdot 10^{-8}$  et  $1.84 \cdot 10^{-8} \text{ Hz}^2$  respectivement. En effet, l'indicateur de comparaison calcule l'énergie du spectre résiduel sur une bande fréquentielle qui correspond à la demi-largeur du filtre passe bande. En divisant l'indicateur par l'énergie moyenne du signal VAI réelle calculée à partir du spectre d'amplitude :  $\sum_{k=i}^N (W_i^2)$  où  $W$  est le spectre d'amplitude de la VAI réelle, l'erreur relative est de  $1.82 \cdot 10^{-3}$ ,  $2.18 \cdot 10^{-3}$  et  $2.5 \cdot 10^{-3} \%$  pour le TKEO, SA, et le VKF respectivement. Ces valeurs étant très faibles montrent une excellente précision numérique des méthodes étudiées. D'autre part, en observant de près le spectre de la VAI illustré dans la figure 2.4, on peut voir que les trois méthodes sont relativement équivalentes sauf pour le VKF qui présente une légère atténuation des composantes spectrales de la VAI lorsqu'on s'approche de la fréquence de coupure du filtre. Ceci est dû à la forme spectrale du filtre passe-bas qui présente une légère atténuation, par rapport à un filtre rectangulaire, lorsqu'on se rapproche de la fréquence de coupure [TUM 05].

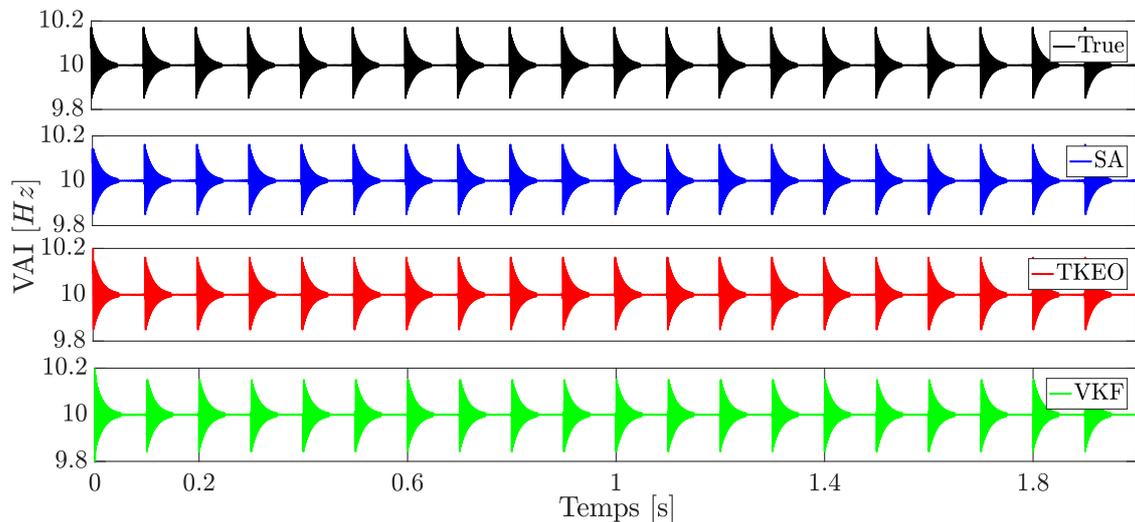
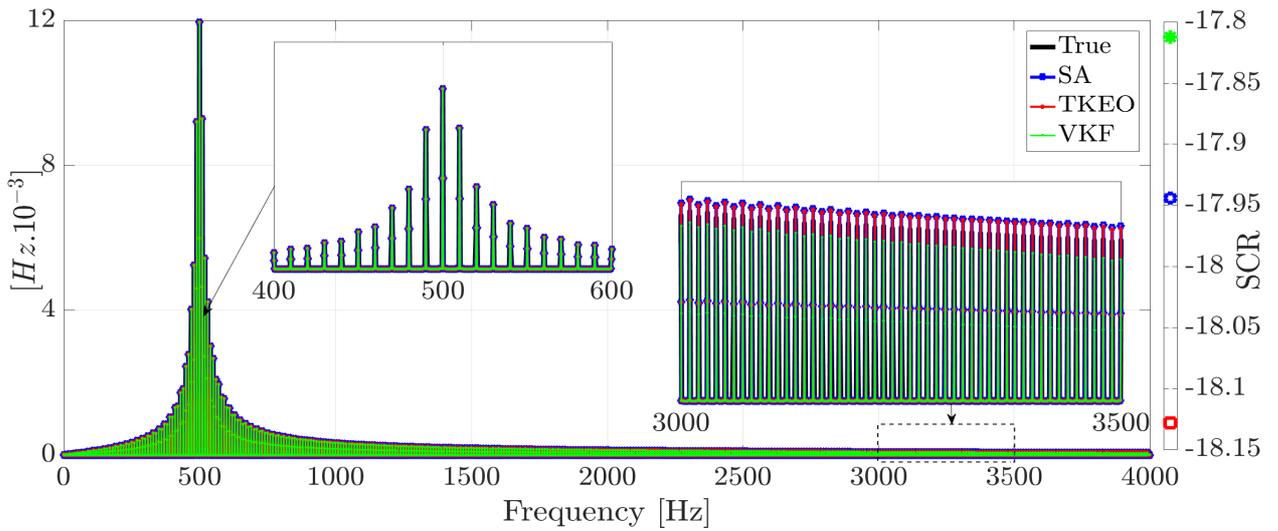


FIGURE 2.3: la VAI estimée via la démodulation de fréquence par le SA, le TKEO, et le VKF. La VAI réelle est représentée par la courbe en noir.

## 2.3.2 Influence des paramètres sur l'estimation de la VAI

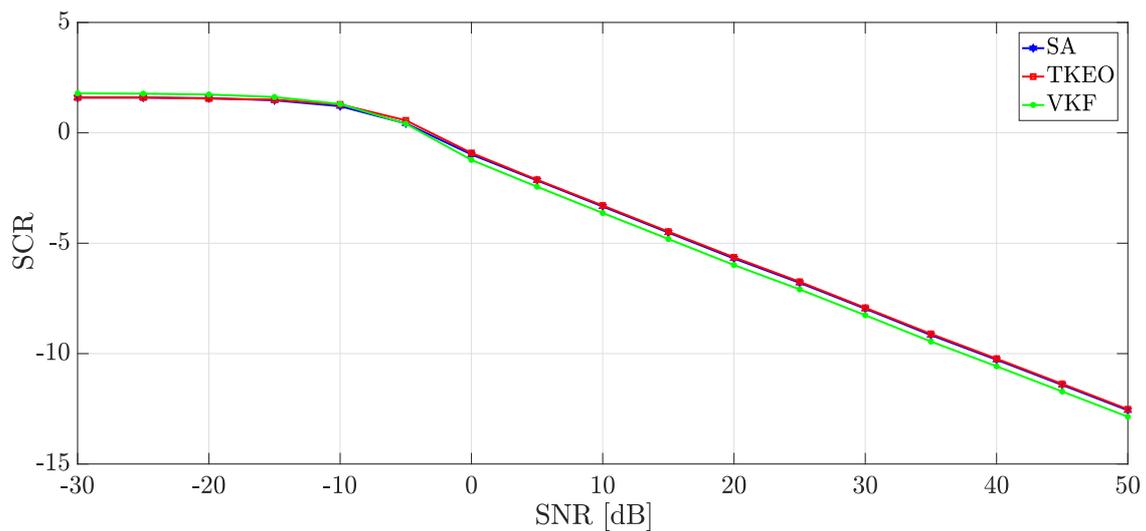
### 2.3.2.1 Influence du rapport signal/bruit

Afin d'étudier l'influence du bruit sur l'estimation de la VAI, nous simulons un signal de vitesse avec différents niveaux de SNR allant de  $-30 \text{ dB}$  à  $50 \text{ dB}$ . Le SNR étudié est celui du signal codeur et est défini comme :  $\text{SNR} = A^2 / (2\sigma^2)$  avec  $A$  l'amplitude de la porteuse et  $\sigma^2$  la variance du bruit (blanc Gaussien). La Figure 2.5 montre l'évolution de l'erreur de l'estimation en fonction de la puissance du signal codeur. Sous des conditions



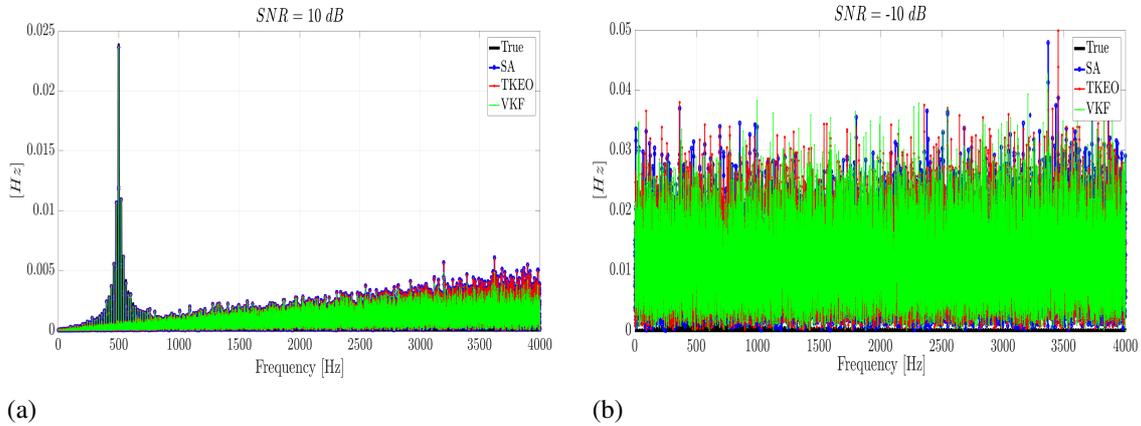
**FIGURE 2.4:** Spectres de la VAI estimée par la démodulation de fréquence basée sur le SA, le TKEO, et le VKF.

équivalentes (amplitude de porteuse, fréquence d'échantillonnage, et bande passante du filtre), les 3 méthodes étudiées présentent des performances comparables. Pour de faibles rapports signal à bruit (de -30 dB à 10 dB), l'indicateur SCR n'évolue plus : il correspond à celui observé avec un bruit pur. Le seuil de SNR à partir duquel le SCR n'est plus constant a été étudié par Lathi dans le cadre de la transmission des signaux FM dans le domaine des télécommunications [LAT 98].



**FIGURE 2.5:** Influence du SNR du signal d'entrée sur l'estimation spectrale de la VAI

Ce point est illustré par l'observation du spectre de la VAI pour un SNR = -10 dB illustré dans la Figure 2.6(b). Le contenu déterministe de la VAI est entièrement noyé dans le bruit et aucune information utile sur le système ne peut être tirée.



**FIGURE 2.6:** Illustration de l'effet du bruit sur le spectre de la VAI estimée par le SA, le TKEO et le VKF. Spectre pour SNR = 10 dB (a), Spectre pour SNR = -10 dB

Ensuite, ce phénomène de seuil est suivi d'une région de transition de -10 dB à 0 dB dans laquelle le SCR a légèrement diminué ( Une amélioration de 10 dB entraîne une diminution de 9.77% de l'erreur) puis une évolution linéaire de l'erreur pour des valeurs de SNR supérieures à 0 dB. Ces observations montrent que le comportement du processus de démodulation d'un signal FM dépend du SNR du signal codeur. Pour des valeurs de SNR élevées, le bruit SNR du signal démodulé varie linéairement en fonction du SNR du signal codeur. Lorsque le SNR diminue, un phénomène de saturation est observé comme si le signal VAI n'était composé que du bruit. Ainsi, il doit y avoir une valeur du SNR à partir de laquelle la démodulation de fréquence n'est plus capable d'estimer la VAI correctement. D'autre part, l'observation du spectre du signal VAI indique une distribution différente du bruit en fonction de la fréquence ( Figure 2.6(b)). Le bruit spectral de la VAI semble impacter les hautes fréquences plus que les basses fréquences. Ainsi, un travail de modélisation paraît nécessaire afin de caractériser le bruit spectral de la VAI. Ce point sera détaillé davantage dans le chapitre 3.

### 2.3.2.2 Influence de la résolution du capteur

La résolution du capteur angulaire est suspectée d'affecter directement la précision de l'estimation de la VAI. Pour étudier son influence sur la précision spectrale de la VAI, le signal codeur est généré avec un SNR = 10 dB et une résolution allant de 500 à 5000 lignes par tour. Afin de respecter la condition de Nyquist pour l'échantillonnage du signal, la fréquence d'échantillonnage est simulée à 250 kHz, et la vitesse de rotation à 20 Hz. La demi-largeur de la bande passante est fixée à 3 kHz ce qui correspond à 150 pics représentatifs de la dynamique du système.

La figure 2.7 illustre l'évolution de l'erreur d'estimation en fonction de la résolution du

capteur. La tendance de la courbe est la même pour les trois méthodes : l'estimation de la VAI s'améliore lorsque la résolution du capteur augmente. Ce constat fut déjà observé dans [GU 06] en utilisant la démodulation de fréquence via le signal analytique sans qu'une preuve formelle ne soit donnée. En effet, l'erreur est divisée par 4 lorsqu'on double la résolution en passant de 1000 ppr à 2000 ppr, la variance du bruit de la VAI est également divisée par 4 vu que l'indicateur de comparaison mesure une distance d'ordre 2. Pour expliquer ce point d'une façon synthétique, on considère le signal bruité après filtrage passe bande qui est modélisé de la façon suivante :

$$\begin{aligned} s(t) &= A \cos \left[ 2\pi R \cdot (f_0 t + \int_0^t \delta f(\tau) d\tau) \right] + n(t) \\ &= E(t) \cos (R \cdot \phi_\omega(t) + \phi_n(t)) \end{aligned} \quad (2.26)$$

où  $n(t)$  est le bruit filtré qu'on suppose indépendant du signal FM,  $\phi_\omega(t)$  représente la modulation de phase introduite par les variations de la vitesse rotation de l'arbre et qui sont indépendantes des autres paramètres,  $\phi_n(t)$  est la déviation de phase instantanée introduite par le bruit additif de variance  $\sigma_n^2$ , et  $E(t)$  représente l'amplitude instantanée du signal également influencée par le bruit. Ainsi, la VAI estimée à partir du signal bruité est exprimé comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{\omega}(t) &= \frac{1}{2\pi R} \frac{d}{dt} [R \cdot \phi_\omega(t) + \phi_n(t)] \\ &= f_0 + \delta f(t) + \frac{1}{2\pi R} \frac{d\phi_n(t)}{dt} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Cette expression montre que le bruit de la VAI est inversement proportionnelle à la résolution  $R$  du capteur angulaire. En notant  $\sigma_1^2$  la variance du bruit de la VAI à partir d'un signal acquis avec une résolution  $R_1$ ,  $\sigma_2^2$  la variance de celui acquis avec une résolution  $R_2$ , et noté  $f_n(t) = 1/(2\pi) \cdot d\phi_n(t)/dt$  le bruit de la FI du signal codeur. On peut noter que le bruit de la VAI n'est que le bruit de la FI divisé par la résolution du codeur. Ainsi, le rapport entre les deux variances est exprimée par :

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = \frac{\frac{\mathbb{V}[f_n]}{R_1^2}}{\frac{\mathbb{V}[f_n]}{R_2^2}} = \frac{R_2^2}{R_1^2} \quad (2.28)$$

où  $\mathbb{V}[f_n]$  la variance de  $f_n$ . Cette expression explique le rapport de réduction de 4 au niveau de l'erreur d'estimation retrouvé dans la simulation. Bien que ces résultats expliquent comment la résolution du capteur affecte l'estimation spectrale de la VAI, ils n'indiquent pas comment la puissance du bruit est distribuée en fréquence. Ce point fera l'objet d'une étude approfondie dans le chapitre 3.

## 2.3.3 Application sur des signaux expérimentaux

### 2.3.3.1 Dispositif expérimental

Les signaux ont été collectés sur un banc d'essais de pompe hydraulique illustré dans la Figure 2.9. Ce banc d'essai est composé d'une pompe hydraulique HYDAC à 9 pis-

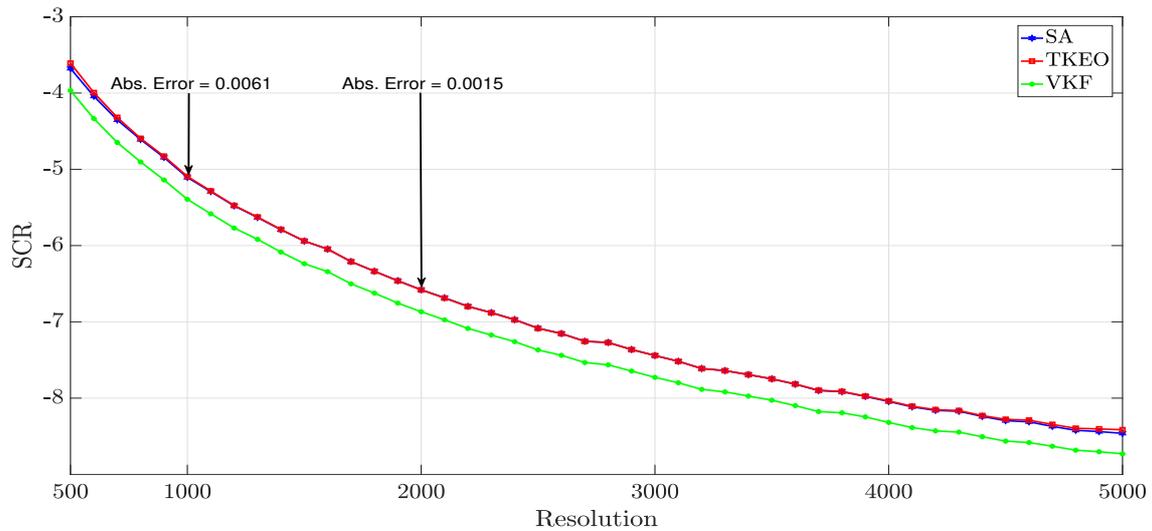


FIGURE 2.7: Influence de la résolution du capteur sur l'estimation spectrale de la VAI par le SA, le TKEO et le VKF

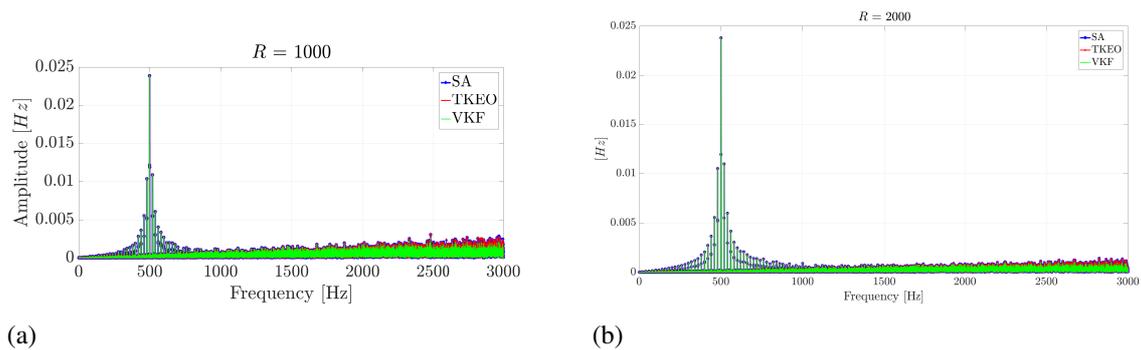


FIGURE 2.8: Illustration de l'effet de la résolution du capteur sur le spectre de la VAI estimée par le SA, le TKEO et le VKF

tons axiaux entraînée par un moteur asynchrone, par l'intermédiaire d'un accouplement flexible. Le bloc moteur-pompe est installé au-dessus d'un réservoir de 100L. Le banc dispose aussi d'un coffret électrique installé à côté du réservoir. Ce coffret comprend un panneau de contrôle ainsi qu'un variateur de vitesse électrique à l'intérieur. Ce banc est équipé d'un codeur optique Heidenhain délivrant un signal TTL de résolution 2048 ppr. Le système d'acquisition de données est composé d'une carte d'acquisition NI9234 permettant l'échantillonnage temporel du signal à 51,2 kHz au travers d'un convertisseur analogique numérique 24 Bits. Afin de pouvoir acquérir les signaux à des vitesses de rotation convenables, un diviseur à entrée trigger de Schmidt est utilisé pour réduire la fréquence du signal codeur.

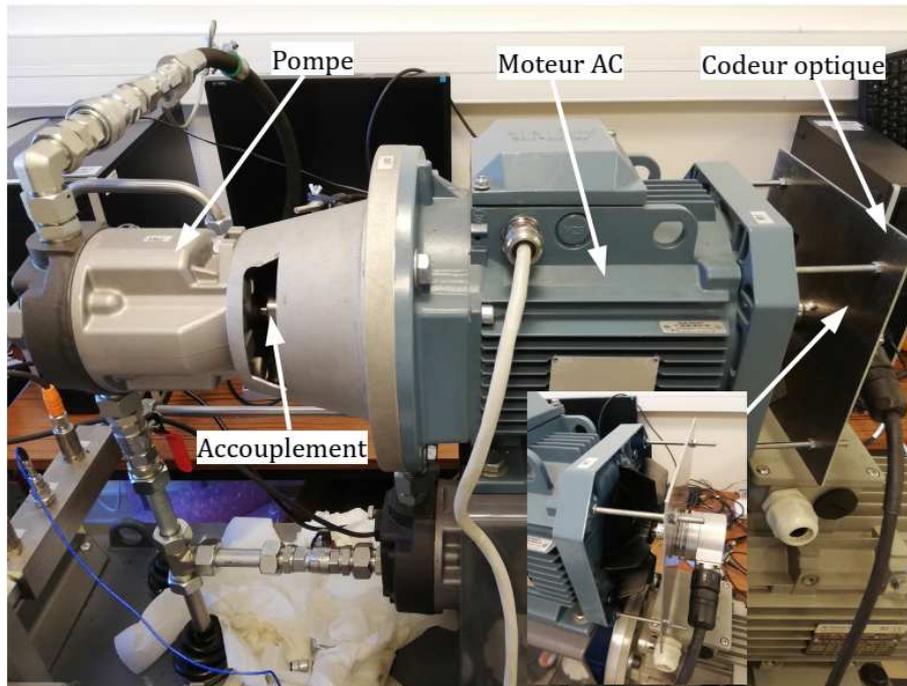


FIGURE 2.9: Banc d'essai de pompe hydraulique

### 2.3.4 Comparaison des méthodes proposées

Les méthodes étudiées dans ce chapitre sont évaluées au travers d'une série de signaux codeur, acquis sous différentes vitesses de rotation. Pour respecter la limite de Shannon-Nyquist, la résolution du codeur est fixée à 512 ppr. Un filtrage passe bande est appliqué sur les signaux collectés avec une demi-largeur de bande passante égale à 3 kHz. Pour une vitesse de 1200 tr/mn, cette bande passante est équivalente à  $3000/20 = 150$  ordres de la fréquence de rotation. Les Figures 2.10(a), 2.10(b) et 2.10(c) montrent respectivement la VAI estimée sous des vitesses de 800, 1000, et 1200 tr/mn. Une composante déterministe cyclique à la période de rotation peut être identifiée sur l'observation temporelle de la VAI estimée par les trois méthodes.

Ce phénomène cyclique impulsionnel résulte d'un défaut de montage de l'accouplement causant une fluctuation de vitesse d'environ 0.2 Hz (12 tr/mn) quelque soit la vitesse de rotation, ce qui correspond à une fluctuation relative de 1.5, 1.2, et 1% respectivement. D'ailleurs, des à coups au niveau de l'accouplement pouvaient être entendus à l'oreille confirmant l'observation temporelle de la VAI. En regardant les spectres associés respectivement illustrés par les Figures 2.11(a), 2.11(b), et 2.11(c), un peigne de raies multiple de la fréquence de rotation moyenne est identifié. Cette observation est confirmée par une mesure accélérométrique, où le capteur vibratoire est positionné sur l'accouplement, dont la densité spectrale de puissance est illustrée par la Figure 2.12. Ces peignes de raies sont identifiés par des traits verticaux pointillés sur les spectres de VAI ou accélérométrique. Bien que l'objectif ici n'est pas le diagnostic de défauts mécaniques, les résultats obtenus

montrent l'efficacité des méthodes étudiées pour détecter cette anomalie, confirmant ainsi la sensibilité de la VAI à des changements de l'état du système.

L'observation en échelle logarithmique du spectre de la VAI à 800 tr/mn (Figure 2.11) présente des spectres TKEO et SA équivalents, et un spectre VKF atténué dans les hautes fréquences. Ce phénomène, déjà observé dans les simulations (cf Figure 2.4), est lié à l'utilisation du filtre gaussien (passe bas) dans le procédé du Vold-Kalman.

D'autre part, pour confirmer expérimentalement l'erreur d'approximation du TKEO exposée dans la section 2.2.2.2, que l'on craint critique lorsque la fréquence de la porteuse est supérieure à  $F_s/4$ , une acquisition supplémentaire d'un signal de vitesse à 1200 tr/mn avec une résolution de 1024 ppr est effectuée<sup>1</sup>. Ceci correspond à une fréquence porteuse de 20480 Hz.

La Figure 2.13 illustre le spectre de la VAI obtenue par le TKEO superposé à celui de la VAI obtenue par le SA. Un filtre médian de 200 points est appliqué sur les deux méthodes afin de montrer les écarts entre les deux spectres. Nous observons que les spectres sont comparables jusqu'à la fréquence  $f = 800$  Hz. Au-delà de cette fréquence, le spectre de la VAI obtenue par le TKEO présente un bruit supplémentaire léger par rapport à celui de la VAI obtenue par le SA. Ainsi, même si la fréquence de porteuse est élevée, l'approximation réalisée par l'opérateur TKEO ( $\sin\omega T = \omega T$ ) apparaît au final sans grande incidence sur le spectre de VAI, notamment pour les basses fréquences. Ce résultat est d'autant plus étonnant que dans cette expérience, chaque période du signal étant décrite par  $51200/20480 = 2,5$  échantillons, l'approximation linéaire de la porteuse paraissait critique. Celle-ci ne présente au final qu'un léger inconvénient des méthodes locales par rapport aux méthodes globales qui utilisent l'intégralité de la mesure pour estimer les propriétés du signal. Le dernier point étudié dans cette section concerne la complexité numérique des trois méthodes employées dans le présent chapitre. Ainsi, une simulation de 200 observations d'un signal de vitesse est effectuée. Le temps de calcul évalué comprend l'intégralité des étapes de traitement (Estimation de la fréquence porteuse + filtrage + démodulation). La figure 2.14 illustre l'évolution du temps de calcul en fonction de la taille du signal codeur sur une série de 200 simulations. La méthode du SA semble être la plus rapide des trois méthodes, suivie par la méthode du TKEO qui présente une performance relativement comparable à celle du SA. Par contre, le VKF prend un temps de calcul plus important que les autres méthodes. Ce temps de calcul est justifié par le nombre de matrices dynamiques employées pour effectuer le filtrage, tandis que la méthode du SA tire profit de la rapidité de la FFT pour calculer le SA, et d'autre part, le TKEO emploie que des opérations élémentaires (différentiation, division,...) qui ne sont pas coûteuses en temps de calcul.

---

1. Un malheureux concours de circonstance nous a empêché d'utiliser le même banc d'essais que précédemment. Si nous jugeons cette différence sans conséquence sur la portée des observations présentées ci-après, nous précisons que le banc d'essais utilisé est le banc d'engrenages présenté dans le chapitre 3

## 2.4 Conclusion

Ce chapitre a traité l'estimation de la vitesse instantanée à partir d'un signal échantillonné en temps. Trois méthodes d'estimation de la VAI ont été étudiées : La démodulation de fréquence via le signal analytique, le TKEO, et le filtre de Vold-Kalman. Une première partie a concerné la présentation des méthodes employées ainsi que les principes théoriques sur lesquelles ces méthodes sont basées. Bien que la méthode basée sur le signal analytique ait déjà été employée pour estimer la VAI, nous avons montré que des méthodes alternatives, comme le TKEO et le VKF, peuvent être utilisées. Ainsi, nous avons évalué ces méthodes sur des signaux simulés dans lesquelles les paramètres d'acquisition et d'environnement sont mieux maîtrisés, et ensuite sur des signaux expérimentaux pour valider les résultats obtenus en simulation.

La simulation a permis de comparer les résultats obtenus à partir de chaque méthode à un signal de référence dans le domaine fréquentiel. Tant que le bruit reste modéré, nous avons observé de bons résultats pour les trois méthodes. A la différence des méthodes du SA et du TKEO dans lesquelles l'allure du filtre peut être choisie indépendamment de la procédure d'estimation (Un filtre rectangulaire est très souvent utilisé), le VKF emploie toujours un filtre de forme différente et introduit de ce fait une légère atténuation des amplitudes proche de la fréquence de coupure. Ce point peut néanmoins être corrigé par l'application d'une pondération spectrale adaptée aux paramètres du filtre.

Ensuite, l'influence des paramètres (Résolution du capteur, SNR) est étudiée. Nous avons constaté que les trois méthodes présentaient une tendance similaire vis à vis de ces paramètres. Les résultats montrent que l'augmentation de la résolution du capteur est définitivement bénéfique à l'estimation spectrale de la VAI. Pour le SNR, un changement de comportement est observé lorsque le SNR tombe au dessous d'une valeur limite. Dans ce cas, un phénomène de seuil est observé indiquant une limite de la capacité des trois méthodes à estimer correctement le contenu spectral de la VAI. Ce résultat n'est pas surprenant au vu des constatations déjà faites dans la démodulation de signaux FM dans le domaine des télécommunications, et sera justifié dans le chapitre suivant. D'autre part, lorsque la puissance du signal est importante devant celle du bruit (de l'ordre de 10 fois plus), l'erreur d'estimation évolue linéairement avec le SNR. Évidemment, un SNR plus élevé est tout à fait souhaitable pour une bonne estimation. Finalement, l'application de ces méthodes sur des signaux expérimentaux issus d'un capteur angulaire a permis de valider les résultats obtenus dans la partie de simulation bien que tous les paramètres ne puissent être maîtrisés. L'analyse d'un signal issu d'un codeur et dont la fréquence porteuse est supérieure au quart de la fréquence a permis de mettre en évidence l'impact très faible de l'approximation inhérente à la méthode du TKEO. Ce résultat montre que cette limitation des méthodes locales, lorsque le signal n'est assez échantillonné, n'est pas aussi impactante sur l'observation spectrale de la VAI. Enfin, une analyse de la complexité numérique des trois méthodes est effectuée, et les résultats montrent une performance comparable du TKEO et du SA. D'autre part, le VKF a montré un temps de calcul plus conséquent. Pour conclure, la méthode basée sur le signal analytique semble être la plus adaptée à l'estima-

tion de la VAI à partir d'un capteur angulaire. Elle présente à la fois une rapidité de calcul, une insensibilité au rapport entre la fréquence porteuse et la fréquence d'échantillonnage, et une flexibilité au niveau du choix du filtre passe bande. D'autre part, l'observation du bruit spectral de la VAI estimée par les trois méthodes présentait une tendance commune intéressante : les hautes fréquences sont plus impactées que les basses fréquences. Ainsi, ces résultats nous incitent à développer un modèle qui nous permettrait de caractériser l'allure spectrale du bruit de la VAI. Ce point est au coeur de l'étude menée dans le chapitre suivant.

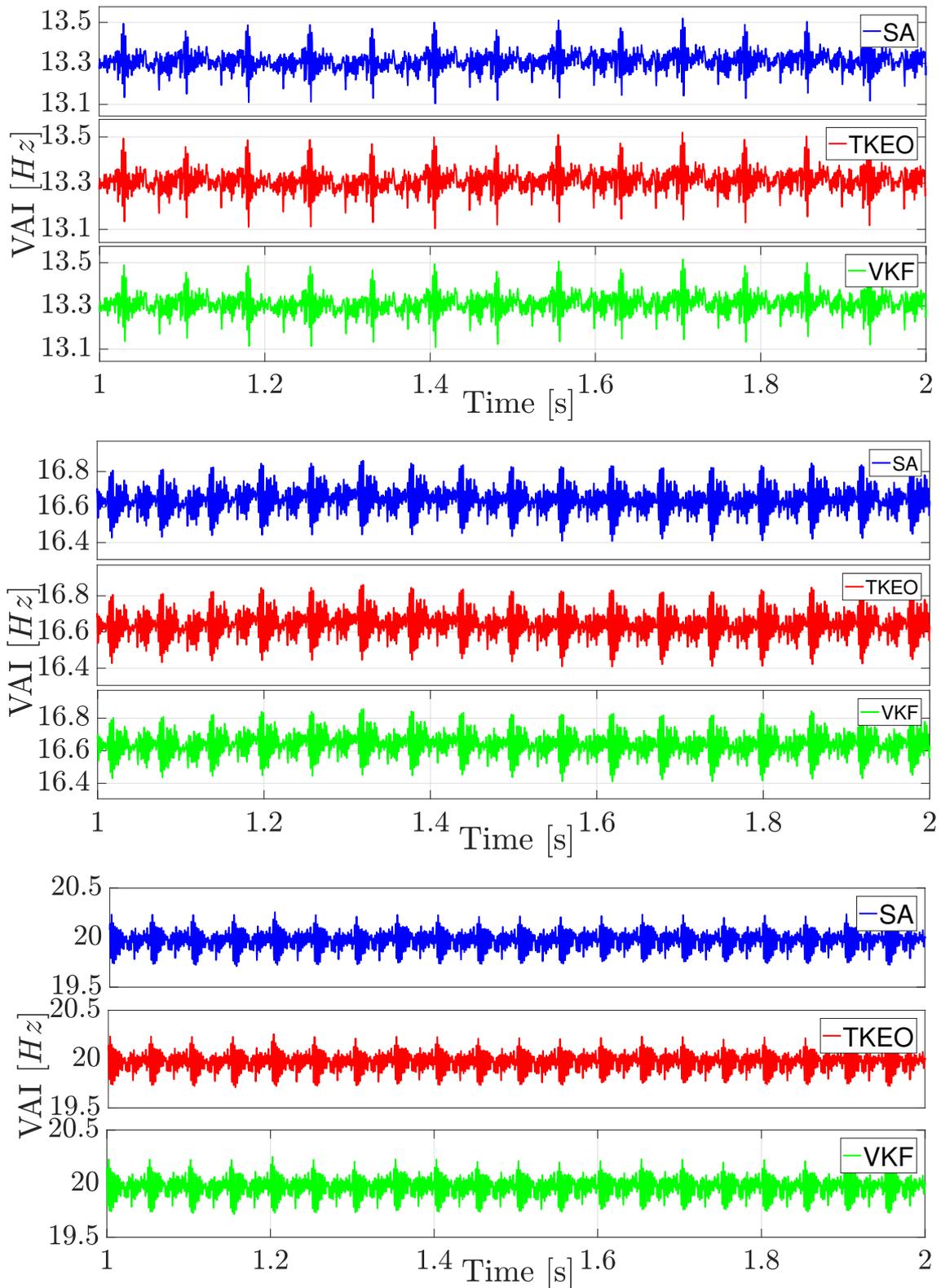
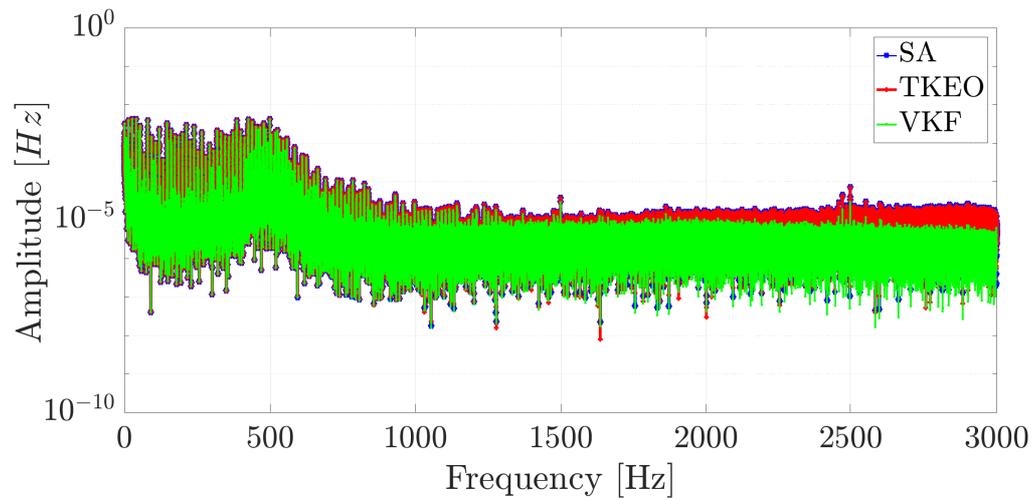
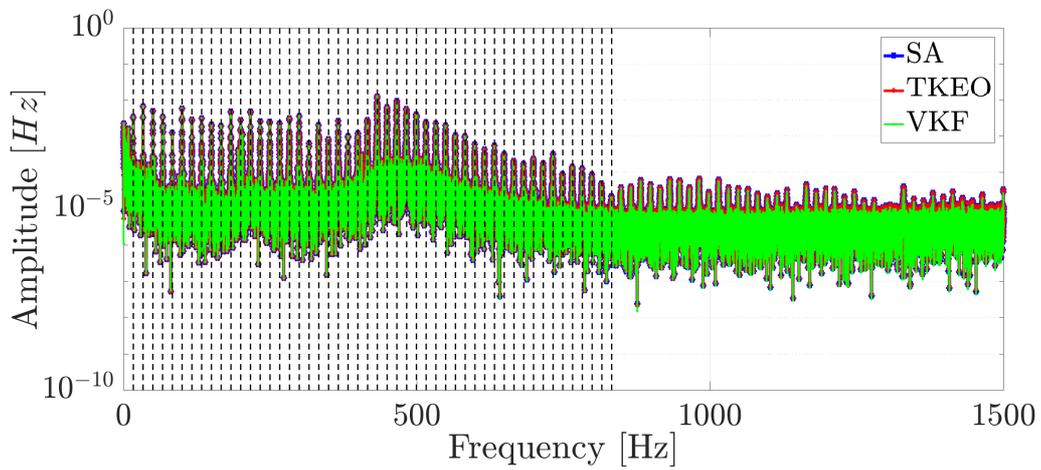


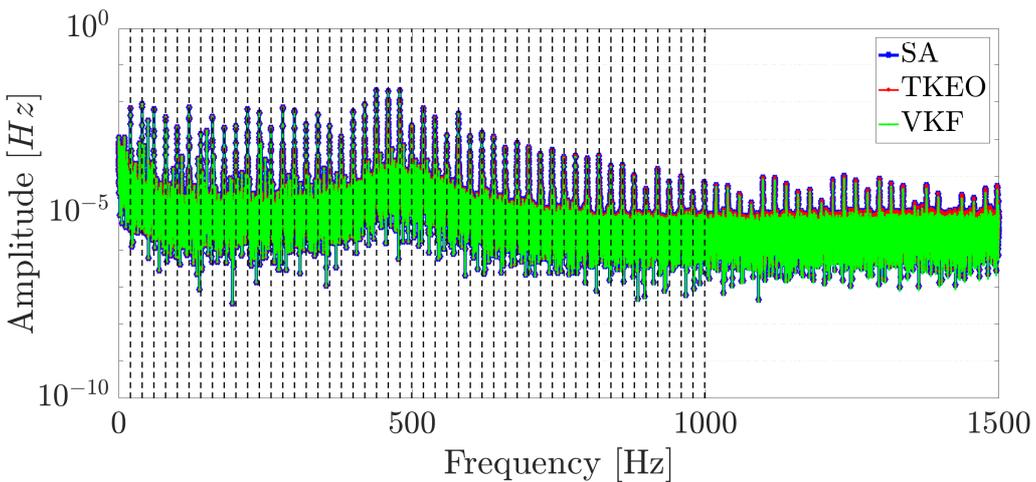
FIGURE 2.10: La VAI estimée par les trois méthodes (SA, TKEO et VKF) sous une vitesse de rotation de : 800 tr/mn (a), 1000 tr/mn (b), 1200 tr/mn (c)



(a)



(b)



(c)

**FIGURE 2.11:** Spectre de VAI estimée sous différentes conditions de vitesse : 800 tr/mn (a), 1000 tr/mn (b), et 1200 tr/mn (c)

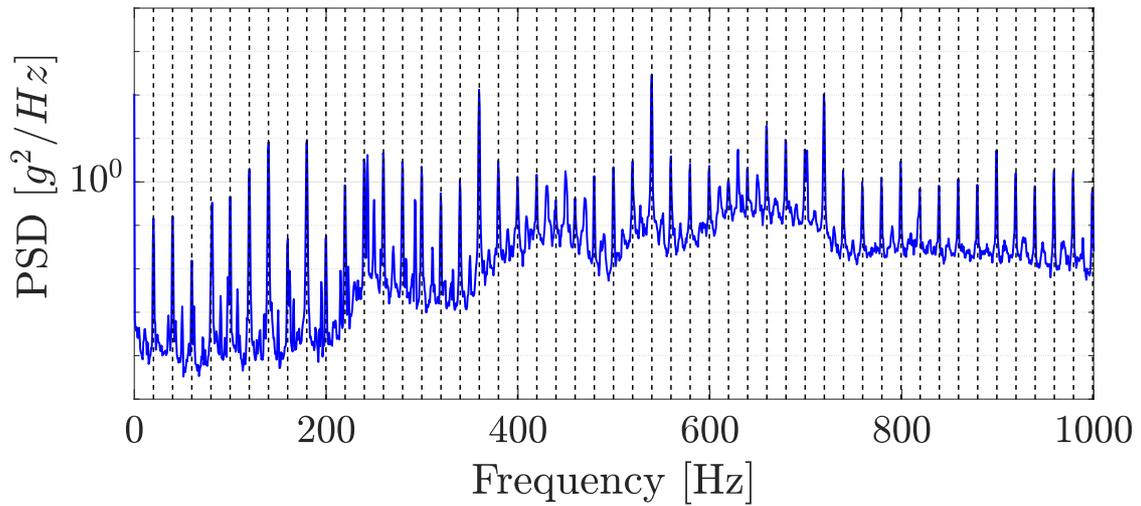


FIGURE 2.12: La densité spectrale de puissance du signal de vibration acquis sous une vitesse de 1200 rpm

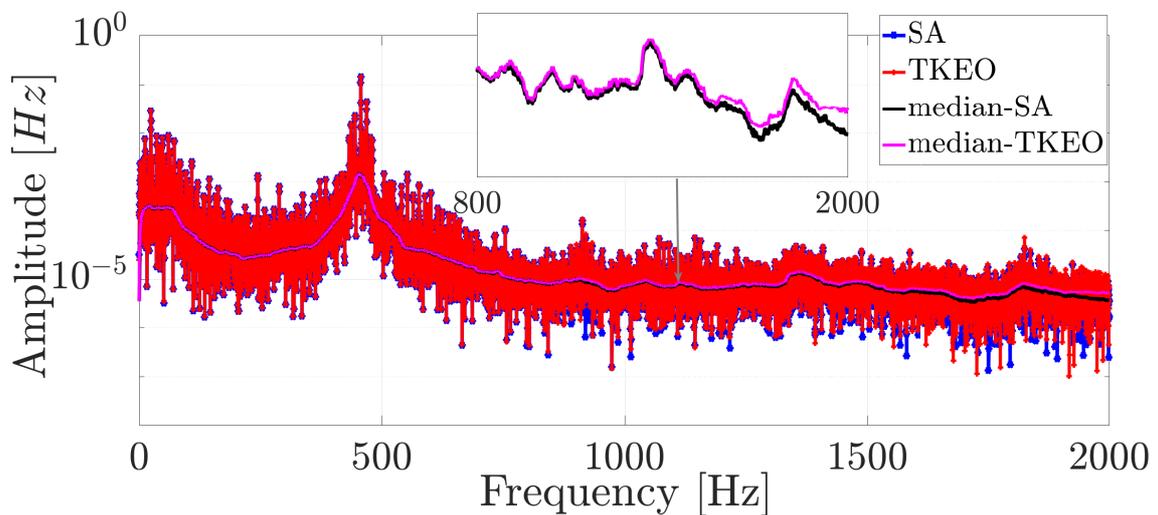


FIGURE 2.13: Comparaison des spectres de la VAI obtenue par la démodulation via le SA et le TKEO sous une vitesse de 1200 tr/mn avec une résolution de 1024 ppr

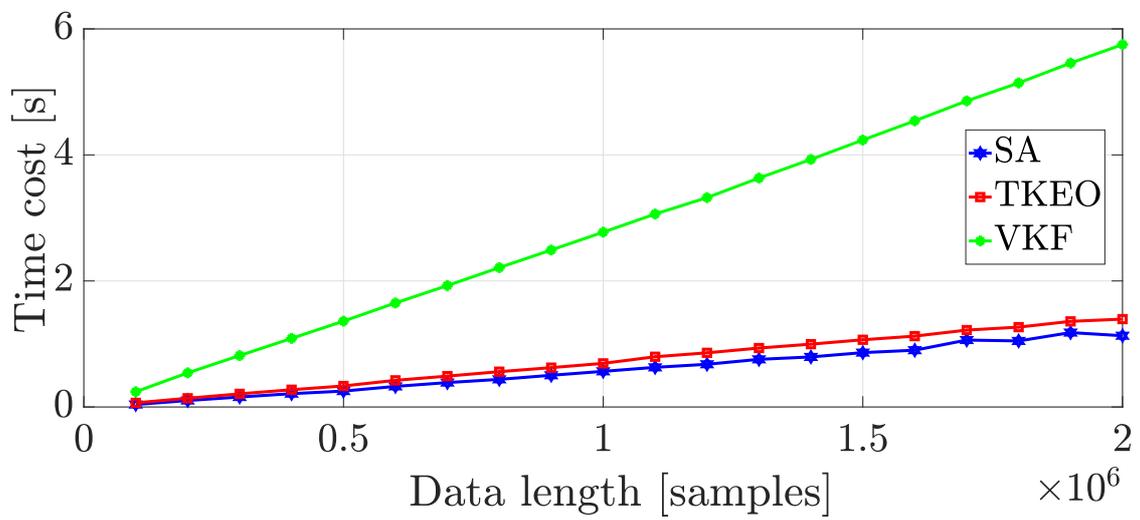


FIGURE 2.14: Complexité numérique des méthodes proposées sur une simulation de 200 observations



## Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

---

Ce chapitre présente une analyse de la précision spectrale de la VAI obtenue par démodulation de fréquence, basée sur le signal analytique de Gabor, d'un signal de codeur angulaire dans des conditions de vitesse stationnaire. La décomposition en quadrature combinée à la représentation géométrique complexe sont utilisées pour approcher la modélisation spectrale de l'influence du bruit additif sur l'observation spectrale de VAI en utilisant le périodogramme moyenné. Une méthode est proposée pour l'estimation spectrale du bruit VAI à partir de l'enveloppe du signal. Nous montrons l'impact de l'amplitude de la porteuse et de la résolution du codeur à l'aide de signaux réels. Une approche statistique est proposée afin de fixer des seuils sur l'observation spectrale de la VAI permettant une bonne séparation entre perturbations aléatoires additives et l'information réelle sous une certaine probabilité. Les outils proposés sont appliqués à la fois sur des signaux synthétiques et expérimentaux et se révèlent être efficaces pour estimer le niveau de bruit de la VAI à partir des propriétés du signal d'entrée.

---

### 3.0.1 Origine physique du bruit additif

La mesure d'une grandeur physique se résume, en réalité, en une interprétation d'une grandeur électrique souvent une tension qu'on appelle signal mesuré. Lorsqu'on s'intéresse au chemin traversé par ce signal depuis son départ jusqu'à son arrivé au poste de traitement, certaines composantes viennent s'ajouter à ce signal lors de son passage par une résistance, un transistor, un amplificateur, ... et dernièrement par le convertisseur A/N. Ce sont des phénomènes électriques naturels liés à la composition des matériaux qui composent ces dispositifs électroniques nécessaire pour faire une mesure. Ainsi, afin de mieux traiter ce signal, l'influence de ces perturbations doit être pris en considération dans l'interprétation des résultats. Dans ce qui suit, nous présentons brièvement quelques notions sur les sources de ces perturbations ainsi que leurs caractéristiques fréquentielles.

#### 3.0.1.1 Bruit thermique ou dit de Johnson-Nyquist

L'origine du bruit thermique vient de l'agitation thermique d'un conducteur même s'il n'est pas traversé par aucune charge électrique. Par exemple, une résistance à température non nulle devient le siège d'un courant électrique. Ce phénomène a été découvert en premier lieu par J.B. JOHNSON en 1927 à travers une étude expérimentale sur les fluctuations de tension dans un conducteur [JOH 28], et appuyé par la suite par H. NYQUIST avec, cette fois-ci, une analyse thermodynamique de ces fluctuations [NYQ 28]. La tension de ces fluctuations est modélisée comme un signal ergodique et stationnaire de moyenne nulle. Nyquist a établi une règle sur la variance de ce signal :

$$\overline{v_{th}^2} = 4k_B TR \Delta f \quad (3.1)$$

avec  $k_B$  la constante de Boltzmann,  $R$  la résistance du conducteur,  $T$  la température, et  $\Delta f$  une bande de fréquence. La densité spectrale de ce bruit se déduit tout simplement à partir de l'équation 3.1 :

$$\mathcal{D}_{v_{th}v_{th}}(f) = 4k_B TR \quad (3.2)$$

cette densité de puissance ne dépend que de la résistance et la température. En réalité, pour les métaux à température ambiante, le spectre de puissance décroît mais pour des fréquences élevées (de l'ordre de GHz à THz). C'est pour cette raison que l'hypothèse de bruit Blanc (densité spectrale constante) est souvent vérifiée statistiquement.

#### 3.0.1.2 Bruit de grenaille (Shot Noise)

Le bruit de grenaille est toujours associé à un flux de courant. Il se produit lorsque des charges traversent une barrière de potentiel, comme une jonction PN. Le franchissement de la barrière de potentiel est un événement purement aléatoire. Ainsi, le courant instantané,  $i$ , est composé d'un grand nombre d'impulsions de courant indépendantes et aléatoires dont la valeur moyenne est  $i_D$ . Le bruit de grenaille est généralement spécifié en termes de variation quadratique moyenne autour de la valeur moyenne [BLA 00] où :

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

---

$$\overline{i_n^2} = \overline{(i - i_D)^2} = \int 2qi_D df \quad (3.3)$$

où  $q$  est la charge de l'électron ( $1,62 \times 10^{-19}$  C) et  $df$  est la fréquence différentielle. Son spectre est plat et a une densité de puissance uniforme, ce qui signifie que lorsqu'il est représenté en fonction de la fréquence, il a une valeur constante qui dépend de la température et du terme  $qi_D$  qui est une densité de puissance de courant ayant pour unité  $A^2/Hz$ .

#### 3.0.1.3 Bruit de scintillation (Filcker Noise)

Ce bruit a pour origine la dérive liée à des piègeages de charges ou des défauts de surface et d'interface. C'est un phénomène identifié initialement dans l'émission cathodique des tubes à vide [VOS 79, IZP 09] et qui se manifeste également dans tous les circuits électroniques [Van 79]. Le bruit de scintillement se retrouve également dans les résistances à composition de carbone où il est souvent appelé bruit excédentaire car il apparaît en plus du bruit thermique. D'autres types de résistances présentent également un bruit de scintillement à des degrés divers. Étant donné que le bruit de scintillement est proportionnel au courant continu dans le dispositif, si le courant est maintenu à un niveau constant, le bruit de scintillement peut se produire. Si le courant est suffisamment faible, le bruit thermique prédominera et le type de résistance utilisé ne changera pas le bruit dans le circuit. Sa densité de puissance a été étudiée en détails dans [LOW 90, Van 79]. Le nom de "bruit de scintillement" fait référence à des phénomènes de bruit dont la densité spectrale est de la forme  $AI^\beta/f^\alpha$ , où  $A$  est une constante,  $I$  est le courant,  $f$  est la fréquence, et  $\beta$  et  $\alpha$  sont des constantes réelles positives. Dans sa forme la plus restreinte, on exige que  $\alpha = 1$  et on parle de vrai bruit  $1/f$  ou bruit rose, mais cette exigence est souvent relâchée. Par exemple, le bruit de scintillement dans les diodes à vide saturées avec un filament de tungstène est à  $\alpha \approx 2$  [Van 79]. Le paramètre  $\beta$  a souvent une valeur d'environ 2, bien que les déviations ne soient pas rares. Par exemple, le bruit de scintillement dans les diodes à vide saturées avec un tungstène a un  $\alpha \approx 2$ , ce qui contraste avec le bruit de grenaille dans ces diodes, dont les spectres montrent une dépendance linéaire du courant [Van 79]. Ce bruit aura pour conséquence de limiter la capacité de mesure de signaux faibles ou longuement variables.

#### 3.0.1.4 Bruit de quantification

Ce bruit vient dans le dernier stade lorsqu'on veut numériser le signal mesuré. Ceci se fait en quantifiant les valeurs réelles du signal sur des niveaux dits niveaux de quantification. Dans le cadre de la quantification uniforme, ces niveaux sont uniformément répartis entre la valeur minimale et la valeur maximale du convertisseur. Le bruit de quantification correspond ainsi à l'écart entre la valeur réelle du signal et la valeur quantifiée. Le quantificateur uniforme est depuis longtemps un outil de travail pratique pour la conversion analogique-numérique (CAN) et fait l'objet d'une étude théorique approfondie. D'une simplicité trompeuse dans sa description et sa construction, le quantificateur uniforme

s'est révélé étonnamment difficile à analyser, précisément en raison de sa non-linéarité inhérente. La difficulté posée par la non-linéarité a généralement été évitée par des approximations simplifiées (linéarisation) ou par des simulations. L'approximation du bruit du quantificateur dans l'analyse des systèmes par un bruit blanc uniformément distribué est extrêmement populaire, mais elle peut conduire à des prédictions inexactes du comportement du système. Ces problèmes sont connus depuis les premiers travaux théoriques sur les spécifications du bruit de quantification, mais la littérature moderne néglige souvent les premiers résultats donnant les conditions dans lesquelles les approximations peuvent être utilisées. En raison de la difficulté d'analyser le comportement des systèmes non linéaires, une variété d'approximations ont été développées dans la littérature de contrôle et de communication afin de rendre l'analyse traçable. Il est rare que la validité de ces approximations puisse être testée analytiquement en raison de la rareté des systèmes se prêtant à une solution exacte, mais l'expérience et la simulation ont montré que de nombreuses techniques de ce type donnent de bons résultats dans certains cas et de mauvais résultats dans d'autres. On pense généralement que plus l'ordre du système est élevé (plus il y a de boucles ou d'étages de rétroaction ou plus l'ordre des filtres linéaires est élevé), plus les approximations sont précises [GRA 90]. L'hypothèse de loin la plus courante dans la littérature sur les communications consiste à remplacer le bruit de quantification par une source de bruit additif (blanc) indépendante du signal, uniformément distribuée et non corrélée. Cette approximation linéarise le système et facilite le calcul des performances globales et des rapports signal/bruit de quantification (SQNR) à l'aide de techniques de systèmes linéaires ordinaires. Une partie du modèle est évidemment erronée puisque le bruit de quantification est en fait une fonction déterministe du signal d'entrée (et ne peut donc pas être indépendant du signal), mais dans de nombreuses applications, l'hypothèse d'un bruit de quantification blanc uniforme donne des résultats raisonnables. Sous certaines conditions, l'hypothèse de bruit de quantification blanc uniforme fournit une bonne approximation de la réalité. En particulier, si [GRA 90, WID 08] :

- le quantificateur ne surcharge pas
- le quantificateur a un grand nombre de niveaux (résolution élevée)
- la distance entre les niveaux est faible
- la distribution de probabilité des paires d'échantillons d'entrée est donnée par une fonction de densité de probabilité lisse

alors l'approximation du bruit blanc donne de bons résultats dans un sens précis.

#### **3.0.1.5 Addition des sources de bruit**

Les sources de bruit ayant des amplitudes qui varient aléatoirement dans le temps, elles ne peuvent être spécifiées que par une fonction de densité de probabilité. Le bruit thermique et le bruit de grenaille ont souvent une fonctions de densité de probabilité gaussiennes. Celles des autres formes de bruit notées peuvent avoir des déviations par rapport à une gaussienne. Lorsque plusieurs sources de bruit sont présentes dans un circuit, les signaux doivent être combinés correctement pour obtenir le signal de bruit global. Sous l'hypothèse que ces sources sont indépendantes, les puissances des différentes sources

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

---

s'ajoutent :

$$\mathcal{D}_{v_{tot}}v_{tot} = \sum_{i=1}^n \mathcal{D}_{v_i}v_i \quad (3.4)$$

Si dans un circuit, un nombre important de câbles est utilisé pour faire une mesure, le bruit thermique aura tendance à dominer le spectre du bruit total. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle, la distribution gaussienne est souvent utilisée pour modéliser cette perturbation. Du moment que les sources du bruit ont des variances finies, cette mesure peut être considérée comme une réalisation d'un processus stochastique. Dans cette étude, ce processus stochastique est considéré comme centré et Stationnaire au Sens Large (SSL) dont les propriétés seront abordées dans la section 3.1.1.

#### 3.0.2 Problématique et Motivation

Quelle que soit la méthode d'acquisition utilisée pour collecter le signal de vitesse, l'analyse spectrale est souvent appliquée au signal de VAI pour détecter et diagnostiquer des défauts de machines tournantes. Cette approche est parfaitement adaptée à l'extraction des phénomènes cycliques (caractéristiques des défauts surveillés) parmi des composantes stochastiques large bande qui interfèrent avec le signal d'intérêt. Par conséquent, la détection des défauts mécaniques (ex : roulements, engrenages...) à des stades précoces nécessite un réglage très précis des seuils permettant de distinguer les composantes réelles liées aux défauts des composantes induites par le bruit au niveau des représentations spectrales. Ainsi, il est nécessaire de comprendre l'influence des différents paramètres d'acquisition sur l'estimation spectrale. Pour un signal acquis par la méthode ET, André et al [AND 14] ont étudié l'impact du bruit de quantification sur l'estimation spectrale de la VAI, et les résultats montrent que le bruit VAI affecte particulièrement les hautes fréquences. Bien que ce travail concentré uniquement sur l'impact du bruit de quantification, négligeant l'impact du bruit de phase induit par l'électronique du capteur, l'instabilité de la fréquence d'horloge et les imperfections géométriques du capteur, il montre qu'une augmentation de la fréquence de comptage est bénéfique à l'estimation spectrale de la VAI, tandis qu'une augmentation de la résolution du codeur provoque l'effet inverse. De plus, une méthodologie de fixation de seuil est proposée, apportant quelques éléments clés sur la précision spectrale de la VAI dans le contexte de l'analyse angulaire.

En ce qui concerne les méthodes temporelles, *Gu et al.* [GU 06] ont d'abord étudié l'influence du bruit additif sur l'estimation de la VAI. Bien que cette étude ne fournisse pas une description complète de la façon dont le bruit est distribué dans le domaine spectral, elle montre que l'analyse de la VAI peut être pertinente dans la détection des défauts imminents dans les systèmes d'entraînement des moteurs, comparable voire meilleure que les méthodes conventionnelles basées sur le signal de vibration. Les auteurs mentionnent que l'augmentation de la résolution du codeur ou de la longueur des données améliore le rapport signal/bruit du signal de VAI. Cette dernière observation met en évidence le rôle contradictoire joué par la résolution du codeur en fonction de la méthode

d'acquisition employée, ce qui a tout d'abord justifié l'approfondissement théorique des questions abordées dans ce chapitre. Pour les signaux échantillonnés en temps, une autre difficulté réside dans les caractéristiques spectrales du bruit qui ne sont pas connues (a priori), ce qui rend très difficile la prédiction de ses effets sur l'observation spectrale de la VAI.

Ce chapitre traite par conséquent l'estimation de la VAI en utilisant la méthode de démodulation de fréquence, et se concentre particulièrement sur l'influence du bruit additif sur l'estimation spectrale de la VAI pour les méthodes temporelles. La section 2 présente la formulation du modèle utilisé, y compris les hypothèses générales, et l'approche statistique proposée, y compris les tests d'hypothèses et la fixation de seuils lors de l'estimation spectrale de la VAI. La validation numérique et expérimentale des outils proposés, ainsi qu'une discussion de certaines limitations sont présentées dans la section 3, l'influence du bruit de quantification est également étudiée. La dernière section regroupe les principales contributions de cette étude et présente quelques perspectives pour de futures investigations.

## 3.1 Modélisation du bruit de la vitesse angulaire instantanée

### 3.1.1 Formulation du modèle

Un signal acquis numériquement peut être représenté comme une image du vrai signal avec de légères perturbations sur son enveloppe et sa phase. Dans le domaine temporel, le signal acquis peut alors être exprimé comme suit :

$$s(t) = A[1 + a_m(t)] \cdot \cos[\phi_x(t) + \phi_d(t)] + b(t) \quad (3.5)$$

$a_m(t)$  correspond aux perturbations déterministes et aléatoires modulant l'amplitude du signal et qui peuvent être considérées comme un opérateur d'étirement dans la représentation complexe. Celles-ci résultent du bruit électronique de la chaîne de conditionnement et d'acquisition.  $\phi_d(t)$  correspond aux distorsions sur la phase du signal dues à la non linéarité des filtres et à l'instabilité de la fréquence d'échantillonnage. Pour un capteur angulaire, les imperfections géométriques sont également l'une des principales sources de ces distorsions. Cette perturbation est souvent appelée bruit de phase et peut être interprétée comme un opérateur de rotation dans la représentation complexe.  $\phi_x(t)$  est la phase du signal d'origine, et  $b(t)$  correspond au bruit additif provenant du système de mesure, de la voie de transmission et de la numérisation du signal. La forme spectrale de ce bruit n'est pas accessible en raison de l'utilisation de plusieurs appareils dans le processus d'acquisition et de l'environnement dans lequel ils sont branchés. Ainsi, il est nécessaire de pouvoir l'estimer pour prédire son effet sur l'observation spectrale de la VAI.

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

---

Cette étude est consacrée en particulier à l'analyse de l'impact du bruit additif aléatoire sur l'observation spectrale des signaux modulés en fréquence par l'approche de démodulation de fréquence. L'amplitude du signal est considérée constante et le bruit de phase est négligé. Ainsi, le signal considéré se réduit à :  $s(t) \simeq A \cdot \cos[\phi_x(t)] + b(t)$ . La première partie de cette section vise à déterminer comment le bruit additif  $b(t)$  affecte l'enveloppe  $E$  et la phase  $\phi$  du signal analytique et vise à déterminer les fonctions de densité de probabilité  $p(E)$  et  $p(\phi)$  en fonction de  $A$  et  $b(t)$ . Ainsi, un signal harmonique ajouté à un bruit stochastique Stationnaire au Sens Large (SSL), de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ , est étudié. On rappelle qu'un processus stochastique  $X(t)$  est dit SSL s'il vérifie les deux conditions suivantes :

- sa moyenne est indépendante du temps,  $m_X(t) = m_X, \forall t$
- sa fonction d'auto-corrélation ne dépend que de la différence entre les temps d'observation,  $R_{XX}(t_1, t_2) = R_{XX}(t_2 - t_1), \forall (t_1, t_2)$ .

La deuxième partie développe les expressions de la densité spectrale de puissance (DSP) du bruit FI/VAI. Ceci est important puisque la plupart des indicateurs de surveillance basés sur la VAI sont des indicateurs spectraux. Nous notons que la forme spectrale du bruit de mesure n'est pas accessible en raison de l'utilisation de multiples dispositifs dans le processus d'acquisition, et de l'environnement dans lequel ils sont branchés. Il est donc nécessaire de pouvoir l'estimer afin de prédire son effet sur l'estimation spectrale de la VAI. Ainsi, la troisième partie propose une méthode originale pour estimer les propriétés spectrales du bruit à partir d'une analyse indirecte du signal d'enveloppe. Cette approche est nécessaire puisque l'influence de l'environnement et le bruit intrinsèque des multiples dispositifs constituant le processus d'acquisition sont inconnus a priori. Enfin, la quatrième partie combine les étapes précédentes en proposant un test d'hypothèse statistique pour détecter les composantes spectrales induites par le bruit additif. Il est ainsi proposé une méthode pour la détermination des seuils sur le spectre de la VAI, de manière similaire à celle de [AND 14] pour séparer la contribution du bruit.

Avant d'aborder le développement des outils nécessaires à cette étude, il est nécessaire d'introduire quelques variables qui seront utiles tout au long de ce chapitre. Dans tous les cas considérés, les signaux sont filtrés à l'aide d'un filtre passe-bande rectangulaire centré autour de la fréquence porteuse  $f_c$  et de bande passante  $2B$ . Le bruit filtré est noté  $n(t)$  de variance  $\sigma_f^2 = 4B\sigma^2$  où  $\sigma^2$  est la variance du bruit stochastique SSL  $b(t)$  de moyenne nulle. En outre, la théorie des processus passe-bande permet d'obtenir les propriétés de  $n(t)$  à partir de celles de  $b(t)$  et du filtre employé à travers la décomposition en quadrature.

#### 3.1.1.1 Décomposition en quadrature des processus stochastiques passe-bande

Un processus passe-bande est un processus ayant une densité spectrale avec un domaine de fréquence fini, de telle sorte que la densité spectrale ne s'étend pas jusqu'à l'origine et devient nulle pour une fréquence suffisamment grande. Les processus purement stochastiques (aléatoires) et les fonctions déterministes font partie de cette classe de

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée Modélisation du bruit de la vitesse angulaire instantanée

processus. Dans la théorie des communications, les signaux et le bruit peuvent être modélisés comme des processus stochastiques passe-bande. Les signaux peuvent également être modélisés comme des fonctions déterministes à bande passante finie.

Les processus passe-bande sont souvent utilisés en ingénierie électrique, principalement en raison du filtrage passe-bande du bruit blanc. Plus particulièrement dans les télécommunications, on utilise des signaux modulés. Ces signaux porteurs d'informations doivent être filtrés dans des systèmes tels que les récepteurs afin de les séparer d'autres signaux non désirés, et ce, dans le but d'améliorer la qualité des signaux utiles et de les préparer à un traitement ultérieur, tel que la détection synchrone. En outre, les outils théoriques développés pour traiter des processus déterministes (signaux modulés en amplitude et en fréquence) sont étendus aux processus stochastiques [VAN 05].

De manière analogue aux signaux déterministes modulés, un processus stochastique passe bande  $N(t)$  peut être décrit au moyen de ses composantes en quadrature. Soit le processus stochastique passe bande :

$$N(t) = A(t) \cos(2\pi f_0 t + \phi(t)) \quad (3.6)$$

avec  $A(t)$  et  $\phi(t)$  des processus stochastiques passe bas dont les contenus fréquentiels ne dépassent pas la fréquence centrale  $f_0$  du filtre passe bande. La description en quadrature de ce processus se trouve facilement en ré-écrivant cette dernière équation et en appliquant une relation trigonométrique basique :

$$\begin{aligned} N(t) &= A(t) \cos \phi(t) \cos(2\pi f_0 t) - A(t) \sin \phi(t) \sin(2\pi f_0 t) \\ &= X(t) \cos(2\pi f_0 t) - Y(t) \sin(2\pi f_0 t) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Dans cette expression, les composantes en quadrature sont définies comme suit :

$$\begin{aligned} X(t) &= A(t) \cos \phi(t) \\ Y(t) &= A(t) \sin \phi(t) \end{aligned} \quad (3.8)$$

$X(t)$  et  $Y(t)$  sont des processus stochastiques passe-bas respectivement appelés composante en phase et composante en quadrature du processus stochastique  $N(t)$ . À partir de ces équations, on peut facilement récupérer les processus décrivant l'amplitude  $A(t)$  et la phase  $\phi(t)$  de  $N(t)$  tel que :

$$\begin{aligned} A(t) &= \sqrt{X(t)^2 + Y(t)^2} \\ \phi(t) &= \arctan \left[ \frac{Y(t)}{X(t)} \right] \end{aligned} \quad (3.9)$$

Nous supposons que le processus  $N(t)$  est SSL avec une valeur moyenne nulle. Quelques propriétés intéressantes peuvent être rappelées pour un tel processus passe-bande. Ces propriétés sont données ci-dessous (démonstration en Annexe A.4) :

- $X(t)$  et  $Y(t)$  sont conjointement SSL.
- $\mathbb{E}[X(t)] = \mathbb{E}[Y(t)] = 0$

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

Modélisation du bruit de la vitesse angulaire instantanée

- $\mathbb{E}[X(t)^2] = \mathbb{E}[Y(t)^2] = \mathbb{E}[N(t)^2]$
- $R_{XX} = R_{YY}$
- $R_{XY} = -R_{YX}$
- $R_{XY}(0) = R_{YX}(0) = 0$

Si l'on considère la situation où le signal mesuré  $s(t)$  ne contient que du bruit  $b(t)$  et passe à travers un filtre passe-bande centré sur  $f_c$ , comme si le signal était censé contenir un phaseur de fréquence  $f_c$ , sa phase instantanée est notée  $\omega_c \cdot t + \theta_n(t)$  où  $\omega_c = 2\pi f_c$ . On note  $\theta_n(t)$  la déviation de phase instantanée : cette modulation de phase est directement induite par le bruit. Son enveloppe correspond donc à celle du bruit filtré et est notée  $E_n(t)$ .

D'autre part, la décomposition en quadrature du signal à partir de l'équation A.4.1 est :

$$s(t) = n(t) = E_n(t) \cos(\omega_c t + \theta_n) = n_s(t) \cos(\omega_c t) - n_q(t) \sin(\omega_c t) \quad (3.10)$$

$n_s = E_n(t) \cos \theta_n(t)$  et  $n_q = E_n(t) \sin \theta_n(t)$  sont respectivement les composantes en phase et en quadrature du bruit filtré  $n(t)$ . En partant de l'hypothèse que le signal est un bruit stationnaire à variance finie,  $n_s$  et  $n_q$  sont des variables aléatoires non corrélées ayant les mêmes propriétés statistiques que  $n(t)$  (moyenne nulle et variance  $\sigma_f^2$ ). Ainsi, les DSPs de  $n_s$  et  $n_q$  sont identiques et peuvent être obtenues à partir de la DSP de  $n(t)$  par l'expression suivante [HAY 08, VAN 05] :

$$\mathcal{D}_{n_s n_s}(f) = \mathcal{D}_{n_q n_q}(f) = \begin{cases} \mathcal{D}_{nn}(f + f_c) + \mathcal{D}_{nn}(f - f_c) & \text{si } |f| < B \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.11)$$

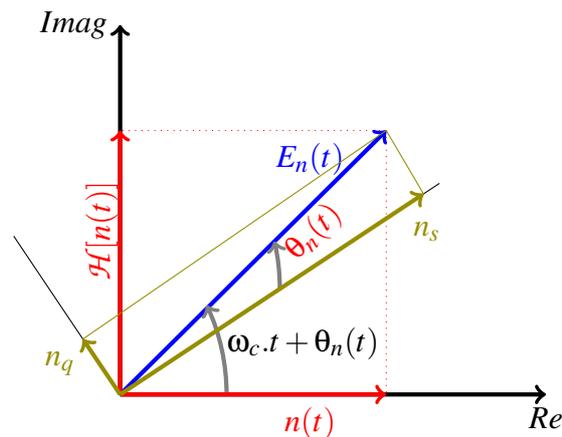
La Figure 3.1 montre la représentation complexe du signal d'entrée contenant que le bruit filtré et résume graphiquement les expressions triviales de la déviation de phase instantanée  $\theta_n(t) = \arctan(n_q/n_s)$ , et l'enveloppe  $E_n(t) = (n_s^2 + n_q^2)^{1/2}$  qui suivent donc respectivement une loi uniforme sur  $[-\pi, \pi]$  et une distribution de Rayleigh de paramètre  $\sigma_f$ . En effet, la somme  $(X^2 + Y^2)^{1/2}$  est distribuée selon une loi de Rayleigh( $\sigma_f$ ) si  $X$  et  $Y$  sont des variables aléatoires indépendantes normales d'écart type  $\sigma_f$ . Par conséquent,  $E_n(t)$  suit une distribution de Rayleigh avec sa fonction de densité de probabilité définie positive :

$$p[E_n(t) < x] = p_{E_n}(x) = \frac{x}{\sigma_f^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_f^2}}. \quad (3.12)$$

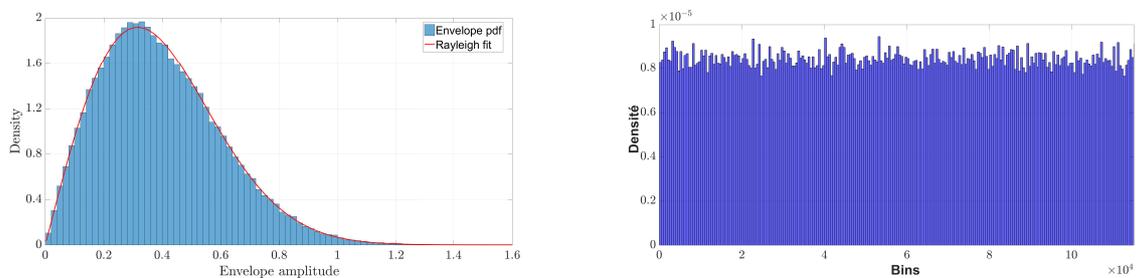
La Figure 3.2 illustre une validation numérique pour un bruit gaussien d'écart type  $\sigma_f = 0,05$ . Les histogrammes d'enveloppe et de phase sont calculés et les résultats montrent une bonne concordance entre les données simulées et les résultats théoriques. Ce cas très simple est intéressant si le signal d'entrée ne contient que du bruit, ou contient un bruit très fort par rapport à la puissance du signal (des valeurs seront données plus tard pour illustrer ce point). En effet, ce premier cas a permis d'introduire le formalisme et les variables qui seront utilisés dans les prochaines parties. Par souci de simplicité, le signal simulé est blanc.

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

**Modélisation du bruit de la vitesse angulaire instantanée**



**FIGURE 3.1:** Représentation complexe d'un processus stochastique passe bande



**FIGURE 3.2:** Distribution suivie par l'enveloppe d'un bruit gaussien passe bande (courbe à gauche) et l'histogramme de la déviation de phase induite par le bruit ( courbe à droite)

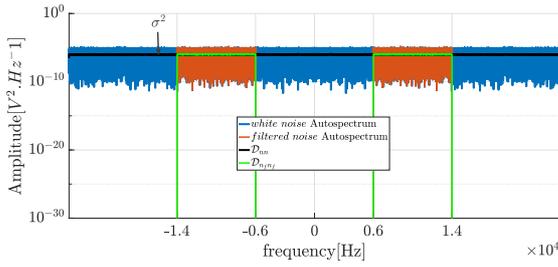
Les composantes en phase et en quadrature d'un processus stochastique passe-bande sont des processus passe-bas de bande passante  $B$ . Les figures 3.3 et 3.4 montrent respectivement le périodogramme d'un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et filtré autour de  $f_c = 10kHz$ , et le spectre de ses composantes en phase et en quadrature, la demi-bande passante a été fixée à  $B = 4kHz$ . Il est important de noter ici que la variance du bruit filtré et celles de ses composantes en phase et en quadrature sont identiques, mais leurs distributions dans le domaine spectral sont différentes. La puissance du bruit filtré est concentrée autour de sa fréquence porteuse ( $[-f_c - B, -f_c + B]$  et  $[f_c - B, f_c + B]$ ) avec une DSP égale à  $\sigma^2 = 10^{-6}$  pour les fréquences négatives et positives. De l'autre côté, la puissance de ses composantes en phase et en quadrature est concentrée dans la région des basses fréquences ( $[-B, +B]$ ) avec une DSP égale à  $2\sigma^2 = 2 \cdot 10^{-6}$ .

#### 3.1.1.2 Densité de probabilité de l'enveloppe et de la déviation de phase

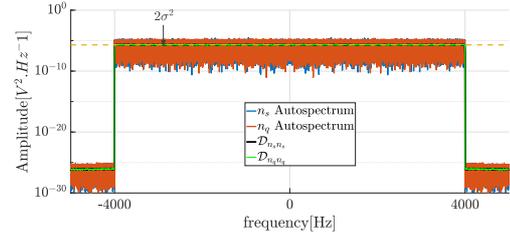
Nous considérons un signal sinusoïdal de fréquence porteuse  $f_c$  et d'amplitude  $A$ , mélangé avec  $n(t)$  un bruit filtré par un filtre passe-bande centré sur  $\omega_c = 2\pi f_c$ . Ainsi, la

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

Modélisation du bruit de la vitesse angulaire instantanée



**FIGURE 3.3:** Périodogramme d'un bruit blanc gaussien et sa version filtrée passe bande,  $\sigma^2 = 10^{-6}$



**FIGURE 3.4:** Périodogramme des composantes en phase et en quadrature

somme est définie comme suit :

$$s(t) = A \cos(\omega_c t) + n(t) \quad (3.13)$$

En s'appuyant sur la décomposition en quadrature du processus aléatoire  $n(t)$  dans l'équation 3.10, ce signal peut être exprimé par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} s(t) &= A \cos(\omega_c t) + n_s(t) \cos(\omega_c t) - n_q(t) \sin(\omega_c t) \\ &= [A + n_s(t)] \cos(\omega_c t) - n_q(t) \sin(\omega_c t) \\ &= E(t) \cos(\omega_c t + \phi_n(t)) \end{aligned} \quad (3.14)$$

où  $E(t) = \sqrt{(A + n_s(t))^2 + n_q(t)^2}$  est l'enveloppe, et  $\phi_n(t) = \arctan\left[\frac{n_q(t)}{A + n_s(t)}\right]$  correspond à la déviation de phase due au bruit  $n(t)$ . Le signal analytique associé à  $s(t)$  est calculé à l'aide de la TH :

$$\tilde{s}(t) = s(t) + i\mathcal{H}[s(t)] = E(t)e^{i(\omega_c t + \phi_n(t))} \quad (3.15)$$

La représentation dans le plan complexe permet une très bonne compréhension des changements de phase induits par le bruit. Dans le plan complexe, le signal harmonique est représenté par un cercle parfait de centre  $(0,0)$  et de rayon  $A$  (voir Figure 3.5). Lorsque le bruit est ajouté, la phase totale du signal est déviée de  $\phi_n(t)$  par rapport à la phase de la porteuse  $\omega_c t$ , et son enveloppe devient une fonction variable dans le temps  $E(t)$ .

D'un point de vue statistique, la densité de probabilité conjointe de  $E(t)$  et de  $\phi_n(t)$  est donnée par l'expression suivante [RIC 48, LAT 98, VAN 05] :

$$p[E(t) < x, \phi_n(t) < \alpha] = p_{E\phi_n}(x, \alpha) = \frac{x}{2\pi\sigma_f^2} e^{-\frac{x^2 - 2xA\cos(\alpha) + A^2}{2\sigma_f^2}}, \theta \in [-\pi, \pi], x \in [0, +\infty[ \quad (3.16)$$

A partir de l'équation (3.16), les densités de probabilité de l'enveloppe et de la déviation de phase sont calculées. En intégrant la densité de probabilité conjointe par rapport à  $\alpha$ , l'enveloppe  $E(t)$  suit une distribution de Rice de paramètres  $A$  et  $\sigma_f$  avec sa densité de

3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée **Modélisation du bruit de la vitesse angulaire instantanée**

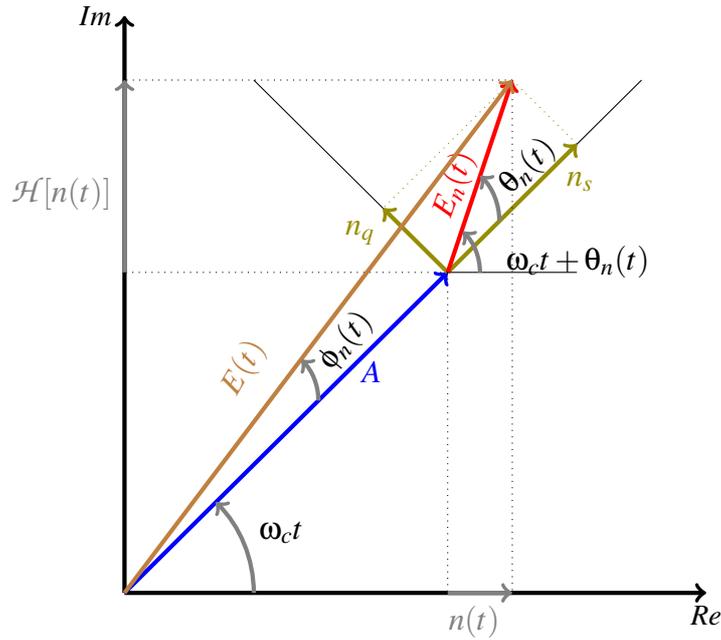


FIGURE 3.5: Représentation complexe d'un signal harmonique bruité

probabilité associée :

$$p_E(x) = \frac{x}{\sigma_f^2} e^{-\frac{x^2+A^2}{2\sigma_f^2}} I_0\left(\frac{Ax}{\sigma_f^2}\right), x \in [0, +\infty[ \quad (3.17)$$

Où  $I_0$  est la fonction de Bessel modifiée d'ordre zéro de première espèce. Deux conditions extrêmes, suivant le Rapport Porteuse/Bruit ( $\text{RPB} = \frac{A}{\sigma_f}$ ) permettent de simplifier cette expression :

- RPB élevé ( $\sigma_f \ll A$ ) : on a  $I_0\left(\frac{Ax}{\sigma_f^2}\right) \simeq \sqrt{\frac{\sigma_f^2}{2\pi Ax}}$ , donc  $p_E(x) \simeq \frac{1}{\sigma_f \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-A)^2}{2\sigma_f^2}}$ . Par conséquent,  $E(t)$  converge vers une distribution Normale  $\mathcal{N}(A, \sigma_f)$ .
- faible RPB ( $\sigma_f \gg A$ ) : on a  $\frac{A^2}{2\sigma_f^2} \simeq 0$  et  $I_0\left(\frac{Ax}{\sigma_f^2}\right) \simeq 1$ . Par conséquent,  $E(t)$  converge vers une distribution de Rayleigh de paramètre  $\sigma_f$  qui correspond au cas où le bruit est dominant par rapport au signal porteuse. Ce cas limite le choix d'une largeur de bande de filtre plus élevée.

De manière similaire, la densité de probabilité de  $\phi_n(t)$  est calculée en intégrant la densité de probabilité conjointe  $p_{E\phi_n}$  par rapport à  $x$  :

$$p_{\phi_n}(\alpha) = \frac{1}{2\pi} e^{\frac{-A^2}{2\sigma_f^2}} \left[ 1 + \frac{A}{\sigma_f} \sqrt{2\pi} \cos(\alpha) e^{\frac{A^2 \cos(\alpha)^2}{2\sigma_f^2}} \left[ 1 - Q\left(\frac{A \cos(\alpha)}{\sigma_f}\right) \right] \right], \alpha \in [-\pi, \pi] \quad (3.18)$$

où  $Q\left(\frac{A \cos(\alpha)}{\sigma_f}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{A \cos(\alpha)}{\sigma_f}}^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du$ . Une expression plus simple pour décrire la densité

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

Modélisation du bruit de la vitesse angulaire instantanée

de probabilité de la déviation de phase, en supposant qu'elle suit une distribution de Von Mises, a été proposée dans [JIA 11]. Cependant, la formulation exprimée dans l'équation (3.18) est ici préférée car elle contient  $\sigma_f$  et  $A$ , les paramètres du signal dont l'influence sur le bruit VAI est étudiée. Cette densité de probabilité complexe converge vers des distributions classiques sous les hypothèses suivantes :

- Faible RPB :  $Q(\frac{A \cos(\alpha)}{\sigma_f}) \simeq 1$ , donc  $p_{\phi_n}(\alpha) \simeq \frac{1}{2\pi}$ . Ainsi,  $\phi_n(t)$  converge vers une distribution uniforme  $\mathcal{U}([-\pi, \pi])$  ce qui correspond au cas du processus de Rayleigh.
- RPB élevé : sous cette hypothèse,  $|\phi_n(t)| \ll \frac{\pi}{2}$  pour presque tout  $t$ . En faisant l'approximation du premier ordre en mettant  $\sin(\alpha) = \alpha$ , et  $\cos(\alpha)^2 = 1 - \alpha^2$  sachant que pour  $\frac{A}{\sigma_f} \gg 1$ ,  $Q(\frac{A}{\sigma_f}) \simeq 0$ , et en substituant dans l'équation (3.18), la densité de probabilité de la déviation de phase devient :

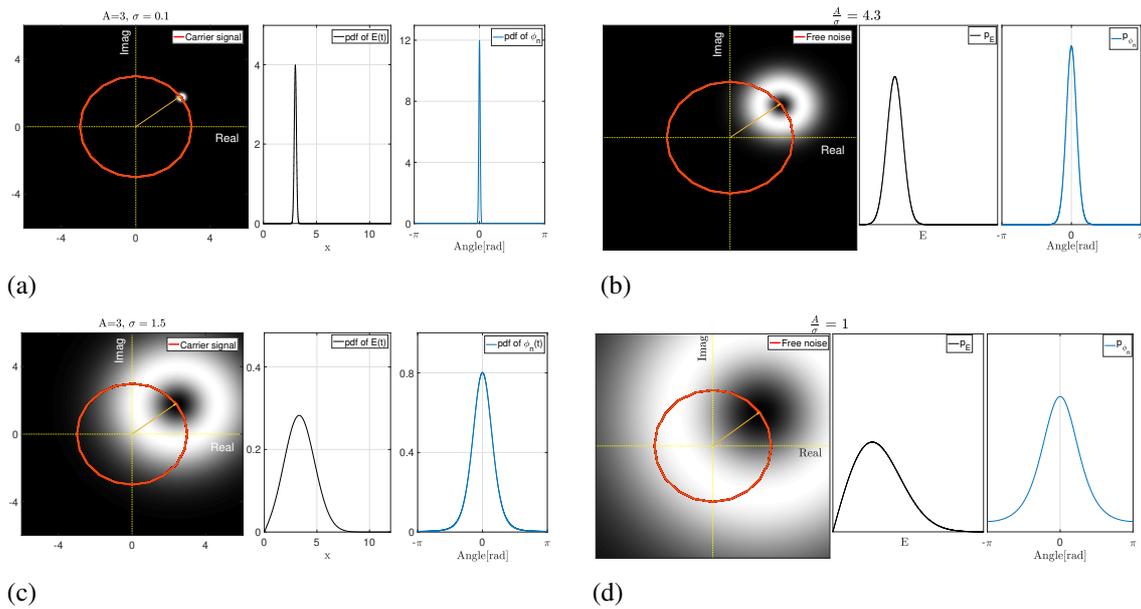
$$p_{\phi_n}(\alpha) \approx \frac{A}{\sigma_f \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{A^2 \alpha^2}{2\sigma_f^2}} \quad (3.19)$$

Ainsi,  $\phi_n(t)$  converge vers la distribution Normale circulaire  $\mathcal{N}(0, \frac{\sigma_f}{A})$ . Le mot "circulaire" est utilisé ici pour préciser que cette densité de probabilité est  $2\pi$ -périodique sur l'espace d'angle.

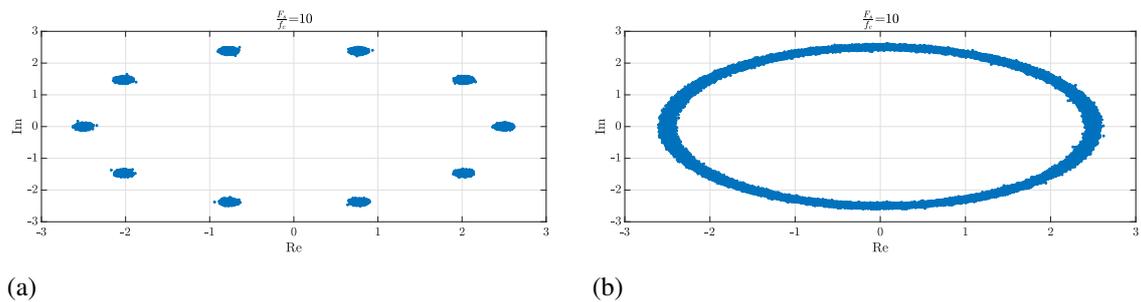
La Figure 3.6 résume les résultats présentés dans cette partie en illustrant l'influence du bruit sur les densités de probabilité d'enveloppe et de la déviation de phase selon que son RPB est élevé ( Figure 3.6.a) ou faible ( Figure 3.6.d). Un signal harmonique est représenté dans le plan complexe par un cercle parfait. Le nuage blanc représente les différentes valeurs possibles prises par l'enveloppe en présence de bruit. La Figure 3.7 montre le signal analytique d'un signal harmonique bruité pour une porteuse égale à 10% de la fréquence d'échantillonnage. En absence d'aucune modulation (Figure 3.7(a)), on peut représenter l'influence du bruit sous forme d'un disque plein. Ce nuage de point est tout simplement la représentation complexe d'un bruit gaussien dans son repère tournant porté par la fréquence de la fondamentale. Lorsqu'une modulation est présente dans le signal (Figure 3.7(b)), les instants d'échantillonnage ne sont plus synchronisés en raison de la modification de la phase du signal par la fonction modulante. Ainsi, le bruit est réparti sur le long du cercle porteur formant ainsi un anneau dont l'épaisseur dépend de la puissance du bruit. Pour le cas d'un CNR élevé, la déviation de phase et l'enveloppe peuvent être assimilés à des distributions normales. Pour un faible RPB, la probabilité  $p(|\phi_n(t)| > \pi/2)$  n'est plus négligeable, comme illustré dans le cas de  $\frac{A}{\sigma_f} = 1$ , et cela compliquera le processus de dépliement de la phase du signal analytique. Un tel effet appelé "phénomène de seuil" est étudié dans [ARN 72], mais pas dans le présent chapitre puisque l'attention est ici concentrée sur le cas d'un RPB élevé.

Le tableau 3.1 récapitule les densités de probabilité d'enveloppe et de la déviation de phase suivant le niveau du RPB. En outre, la connaissance de la densité de probabilité suivie par la déviation de phase nous permettront d'étudier la loi suivie par sa densité spectrale de puissance estimée au moyen du périodogramme. Ce point fera l'objet de la

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée



**FIGURE 3.6:** Influence du bruit sur les propriétés d'un signal harmonique pour différentes valeurs de  $\sigma$ . La représentation du signal de la porteuse dans le plan complexe est en rouge. Les densités de probabilités de l'enveloppe et de la déviation de phase sont respectivement en noir et en bleu.



**FIGURE 3.7:** Simulation de l'influence de bruit sur un signal : sans modulation de fréquence (a), et avec modulation de fréquence (b)

partie suivante.

#### 3.1.1.3 Densité spectrale de puissance du bruit VAI

Le but de cette partie est de déterminer la Densité Spectrale de Puissance (DSP) du bruit FI/VAI à partir de celle du bruit d'entrée qui est inconnue a priori. Soit  $s_M$  un signal FM mélangé à un bruit stochastique SSL de variance finie. Ainsi,  $s_M$  peut être exprimé comme suit :

$$s_M(t) = A \cos[\omega_c t + \phi_M(t)] + n(t) \quad (3.20)$$

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

Modélisation du bruit de la vitesse angulaire instantanée

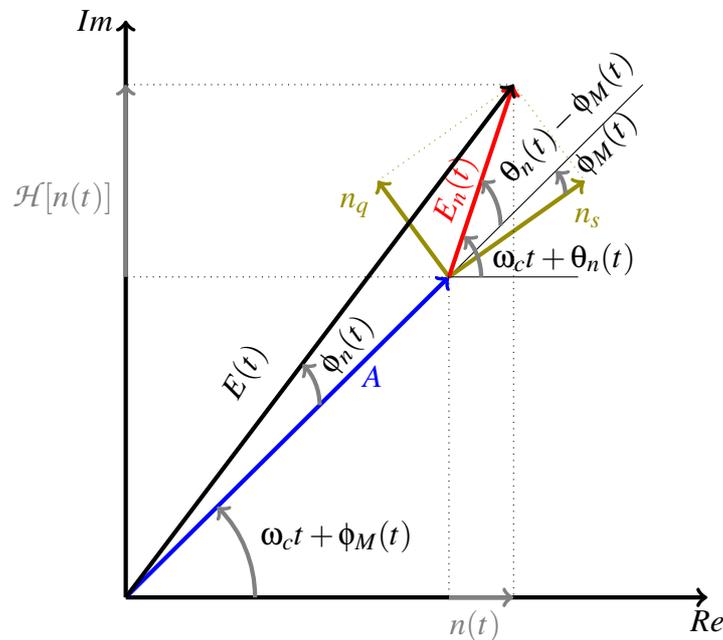
**TABLE 3.1:** Densités de probabilité d'enveloppe et de la déviation de phase suivant le niveau du RPB

	RPB élevé	RPB modéré	RPB faible
$E(t)$	$\mathcal{N}(A, \sigma_f)$	voir Eq.3.17	$Rayleigh(\sigma_f)$
$\phi_n(t)$	$\mathcal{N}(0, \frac{\sigma_f}{A})$	voir Eq.3.18	$\mathcal{U}([-\pi, \pi])$

où  $\phi_M(t)$  désigne la modulation de phase due à la modulation de fréquence. Nous ne considérons ici que les modulations déterministes qui correspondent à la répercussion des différentes contributions harmoniques du système sur la vitesse de rotation. Par conséquent, la contribution de phase du signal modulant dans la phase totale du signal est :  $\phi_M(t) = \int_0^t m(\tau) d\tau$  où  $m(\tau)$  est le signal de modulation de fréquence. Par ailleurs, le signal FM est filtré par un filtre passe-bande autour de la fréquence porteuse  $\omega_c$ . En supposant que le filtre est linéaire et en remplaçant le bruit filtré par sa formule exprimée dans l'équation (3.20), l'expression du signal FM filtré est réécrite sous la forme suivante :

$$s_M(t) = A \cos[\omega_c t + \phi_M(t)] + E_n(t) \cos[\omega_c t + \theta_n(t)] \quad (3.21)$$

où la phase du bruit  $\theta_n(t)$  est uniformément distribuée sur  $[-\pi, \pi]$ .



**FIGURE 3.8:** Représentation complexe d'un signal FM bruité

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée **Modélisation du bruit de la vitesse angulaire instantanée**

La représentation dans le plan complexe du signal FM bruité est illustrée sur la Figure 3.8. Elle montre que la phase de la porteuse  $\omega_c t$  est déviée à la fois par le signal modulant  $\phi_M(t)$  et par la déviation de phase  $\phi_n(t)$  induite par la présence du bruit. Ainsi, l'expression simplifiée de  $s_M$  est :

$$s_M(t) = E(t) \cos[\omega_c t + \phi_M(t) + \phi_n(t)] \quad (3.22)$$

Dans le cas d'une modulation à bande étroite ( $|\phi_M(t)| \ll \frac{\pi}{2}$ ), l'influence du bruit sur l'enveloppe du signal est portée essentiellement par la composante en phase  $n_s$  tandis que l'influence du bruit sur la phase du signal est portée essentiellement par la composante en quadrature  $n_q$ . En outre, sous l'hypothèse d'un RPB élevé ( $E_n(t) \ll A$ ), la déviation de phase  $\phi_n(t)$  est supposée être très faible ( $|\phi_n(t)| \ll \frac{\pi}{2}$ ). Ainsi, à partir de la représentation géométrique illustrée dans la Figure 3.8, et en utilisant l'approximation du premier ordre, la déviation de phase induite par le bruit peut être exprimée par :

$$\begin{aligned} \phi_n(t) &\simeq \sin \phi_n(t) \\ &\simeq \frac{E_n(t)}{A} \sin(\theta_n(t) - \phi_M(t)) \\ &= \frac{E_n(t)}{A} \left[ \sin(\theta_n(t)) \cos(\phi_M(t)) - \cos(\theta_n(t)) \sin(\phi_M(t)) \right] \end{aligned} \quad (3.23)$$

Ce résultat important montre la dépendance de la déviation de phase, liée à la présence de bruit, au signal modulant en raison de la non-linéarité du processus d'estimation de la phase. Pour les modulations harmoniques, et comme le bruit est un processus large bande,  $\theta_n(t)$  varie rapidement par rapport à la modulation harmonique  $\phi_M(t)$ , et donc  $\phi_M(t)$  peut être supposé constante devant la phase du bruit  $\theta_n(t)$ . D'autre part :  $n_s(t) = E_n(t) \cos(\theta_n(t))$ , et  $n_q(t) = E_n(t) \sin(\theta_n(t))$ . Ainsi, l'expression finale de  $\phi_n(t)$  est :

$$\phi_n(t) = \frac{n_q(t)}{A} \cos(\phi_M) - \frac{n_s(t)}{A} \sin(\phi_M) \quad (3.24)$$

Cette expression montre que sous des modulations à bande étroite, la déviation de phase est portée principalement par la composante en quadrature, ce qui rejoint le constat fait auparavant à partir de la représentation géométrique. Cette approximation est évaluée en performant des simulation numériques pour plusieurs valeurs du RPB pour un bruit gaussien, et en ignorant la modulation de fréquence ( $\phi_M(t) = 0$ ). La démodulation de fréquence est appliquée sur le signal FM bruité de fréquence porteuse  $f_c = 10kHz$ , la demi-bande passante du filtre est réglée à  $B = 5kHz$ . La déviation de phase due à la présence de bruit est estimée en retirant à la fois la tendance linéaire causée par la fréquence porteuse. Cette estimation de la déviation de phase notée  $\hat{\phi}_n$ , est comparée à la déviation de phase de l'équation 3.24 générée à partir des propriétés du bruit d'entrée. L'enveloppe et la phase du bruit filtré sont estimées à partir de son signal analytique :

$$\begin{aligned} E_n(t) &\triangleq \sqrt{n(t)^2 + \mathcal{H}[n(t)]^2} \\ \theta_n(t) &\triangleq \arctan \left[ \frac{\mathcal{H}[n(t)]}{n(t)} \right] - 2\pi f_c t \end{aligned}$$

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

Modélisation du bruit de la vitesse angulaire instantanée

Ainsi, les composantes en phase et en quadrature du bruit filtré sont estimées comme suit :

$$\begin{aligned} n_s(t) &\triangleq E_n(t) \cos \theta_n(t) \\ n_q(t) &\triangleq E_n(t) \sin \theta_n(t) \end{aligned}$$

Par ailleurs, l'erreur quadratique moyenne est calculée pour mesurer l'écart entre la déviation de phase estimée, et celle générée :  $MSE = \mathbb{E}[(\hat{\phi}_n - \phi_n)^2]$ .

La Figure 3.9(a) illustre la déviation de phase estimée superposée à celle générée à partir de l'équation 3.24, elle montre une excellente concordance pour RPB=125, l'erreur quadratique est quasiment nulle ( $MSE = 1.04 \times 10^{-9}$ ) sous cette condition, ce qui montre que l'approximation faite est valable. Par contre, lorsque la puissance du bruit devient comparable à la puissance de la porteuse (RPB = 1.25), l'expression de l'équation 3.24 n'est plus valable. Ceci est illustré dans la Figure 3.9(b), la déviation de phase estimée présente des sauts de phase qui dépassent  $\pi$ . Cela est expliqué par le fait que la probabilité que la déviation de phase prennent des valeurs supérieures à  $\pi/2$  n'est plus négligeable, ce qui affecte l'algorithme de dépliage de la phase. La Figure 3.9(b) montre l'évolution de l'erreur quadratique moyenne en fonction du RPB. Pour des valeurs élevées du RPB (conventionnellement supérieures à 10), l'erreur quadratique moyenne est très faible ce qui montre que l'équation permette de décrire la déviation de phase induite par le bruit. Par contre, pour de faibles valeurs du RPB, l'erreur quadratique moyenne dégénère ce qui prouve que les approximations faites auparavant ne sont plus valables. Cela indique le début du phénomène de seuil qui présente une limite de la démodulation de fréquence. Pour éviter ce phénomène, il est nécessaire de réduire la bande passante du filtre pour démoduler correctement le signal.

L'expression de l'équation 3.24 relie la déviation de phase aux composantes en phase et en quadrature du bruit passe-bande et conduit au calcul de sa DSP à partir de la DSP des composantes en phase et quadrature du bruit notées respectivement  $\mathcal{D}_{n_s n_s}$  et  $\mathcal{D}_{n_q n_q}$ . Puisque  $n_s$  et  $n_q$  sont des processus non corrélés ( $\mathcal{D}_{n_s n_q} = 0$ ), la DSP de  $\phi_n(t)$  notée  $\mathcal{D}_{\phi_n \phi_n}$  est :

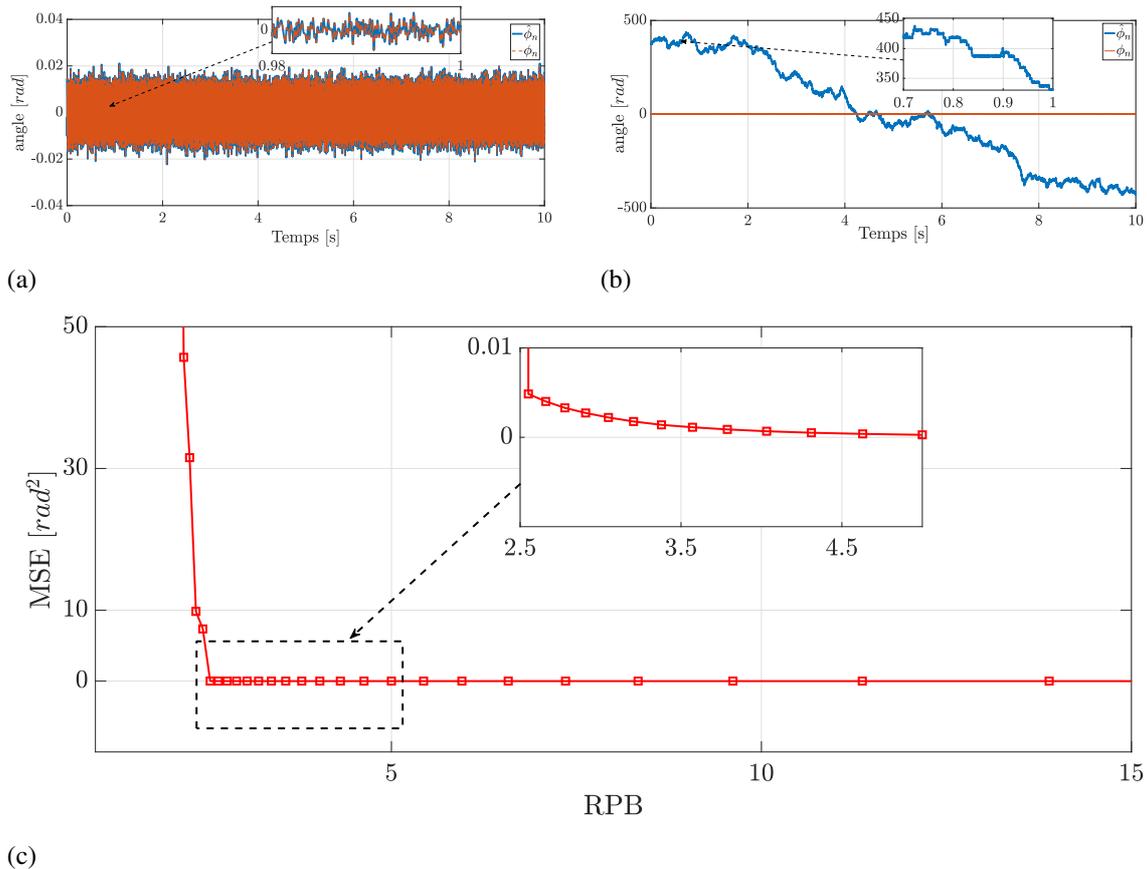
$$\mathcal{D}_{\phi_n \phi_n} = \frac{\mathcal{D}_{n_q n_q}}{A^2} \cos^2(\phi_M) + \frac{\mathcal{D}_{n_s n_s}}{A^2} \sin^2(\phi_M) \quad (3.25)$$

En partant de l'hypothèse que le bruit  $n(t)$ , dont la forme spectrale est inconnue a priori, est SSL et de moyenne nulle. Faisant appel à l'équation 3.4, les DSPs de  $n_s$  et  $n_q$  sont identiques  $\mathcal{D}_{n_s n_s} = \mathcal{D}_{n_q n_q}$ . Par conséquent, la DSP de  $\phi_n(t)$  est :

$$\mathcal{D}_{\phi_n \phi_n}(f) = \begin{cases} \frac{\mathcal{D}_{n_q n_q}(f)}{A^2}, & |f| < B \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.26)$$

Par ailleurs, la contribution du bruit dans la FI du signal, notée  $f_n(t)$ , est obtenue en dérivant la déviation de phase par rapport au temps :  $f_n(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_n(t)}{dt}$ . Dans le domaine spectral, la dérivée temporelle est équivalente à la multiplication par la fonction de transfert  $H(f) = jf$ . Par conséquent, la DSP de la déviation de fréquence causée par le bruit

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée



**FIGURE 3.9:** Comparaison entre de la déviation de phase estimée par la méthode de démodulation de fréquence et celle générée à partir l'équation 3.24 : RPB = 1.25 (a), RPB = 125 (b), et l'erreur quadratique moyenne pour différentes valeurs de RPB

notée  $\mathcal{D}_{f_n f_n}$  s'exprime comme suit :

$$\mathcal{D}_{f_n f_n}(f) = \begin{cases} \frac{\mathcal{D}_{nqng}(f)}{A^2} f^2, & |f| < B \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.27)$$

Ce résultat montre que sous la condition d'un RPB élevé, le bruit de la FI est principalement un bruit haute fréquence, dépendant de la fréquence suivant une variation parabolique. Par ailleurs, sa caractérisation dans le domaine fréquentiel nécessite la connaissance de la forme spectrale du bruit d'entrée. Cette dernière n'est pas accessible vu la multitude de dispositifs utilisés pour acquérir le signal. Il est important de noter ici que le choix d'une largeur de bande de filtre plus faible améliore certainement le rapport signal/bruit de la VAI mais n'a aucun effet (sauf la prévention du phénomène de seuil) sur le niveau de bruit de chaque canal fréquentiel dans le domaine spectral.

#### — Application au capteur de vitesse

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

Modélisation du bruit de la vitesse angulaire instantanée

Le capteur angulaire délivre  $R$  impulsions chaque tour indépendamment de la valeur de la vitesse de l'arbre. La fréquence porteuse est égale à  $R$  fois la vitesse de l'arbre notée  $\omega(t)$ . Ce signal est filtré ultérieurement par un filtre passe bande autour de sa fréquence fondamentale  $f_c = R\omega_0$ , où  $\omega_0$  est la vitesse de rotation moyenne. Ainsi, le signal filtré est exprimée comme suit :

$$s(t) = A \cos \left( R \cdot 2\pi \int_0^t \omega(\tau) d\tau \right) + n(t) \quad (3.28)$$

Par conséquent, les expressions développées précédemment seront modifiées par la résolution du capteur. Ainsi, la DSP du bruit VAI résultant, notée  $\mathcal{D}_{\omega_n \omega_n}$  est exprimée comme suit :

$$\mathcal{D}_{\omega_n \omega_n}(f) = \begin{cases} \frac{1}{R^2} \frac{\mathcal{D}_{n_{ng}}(f)}{A^2} f^2, & |f| < B \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.29)$$

Contrairement aux résultats trouvés dans [AND 14] sur l'influence de la résolution du codeur sur l'estimation spectrale pour la méthode d'acquisition ET, ce résultat montre que l'augmentation de la résolution du codeur est définitivement bénéfique à l'observation spectrale de la VAI, et réduit l'influence du bruit additif. Par exemple, doubler la résolution permet de réduire de 4 fois le niveau de bruit VAI pour chaque canal de fréquentiel. De la même manière, le bruit VAI est inversement proportionnel à l'amplitude de la porteuse. Cette dernière est limitée par la capacité de l'amplificateur et la plage de mesure de la carte d'acquisition. L'expression de l'équation 3.29 permet de décrire parfaitement l'influence du bruit additif sur l'observation spectrale de la VAI. Pourtant, la connaissance des propriétés spectrales du bruit d'entrée est indispensable pour prédire le niveau de bruit VAI. Ces propriétés ne sont pas accessibles pour les raisons citées auparavant, et donc il est nécessaire de pouvoir les estimer autrement.

#### 3.1.2 Estimation du bruit VAI à partir du signal d'enveloppe

A ce stade, la connaissance a priori de la forme spectrale du bruit est nécessaire pour caractériser son influence sur le spectre de la VAI, ce qui n'est pas le cas dans les applications réelles. Sur la base de la représentation géométrique illustrée dans la Figure 3.5, l'enveloppe du signal  $E(t)$  peut être exprimée en fonction de la composante en phase  $n_s(t)$ , de la déviation de phase  $\phi_n(t)$  et de l'amplitude de la porteuse  $A$  comme suit :

$$E(t) = \frac{A + n_s(t)}{\cos(\phi_n(t))} \quad (3.30)$$

Pour un RPB élevé, les variations de la déviation de phase sont très petites ( $|\phi_n(t)| \ll \frac{\pi}{2}$ ), et donc au premier ordre, l'enveloppe peut être approximée par :

$$E(t) \simeq A + n_s(t) \implies n_s(t) \simeq E(t) - A \quad (3.31)$$

Ce résultat montre que le bruit d'enveloppe, au premier ordre, n'est porté que par la composante en phase du bruit filtré. Sur la base de ce résultat, et en négligeant la singularité

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée Modélisation du bruit de la vitesse angulaire instantanée

inintéressante pour  $f = 0$ , les DSPs des composantes en phase et en quadrature peuvent être estimées à partir de l'enveloppe de moyenne nulle comme suit :

$$\mathcal{D}_{n_q n_q}(f) = \mathcal{D}_{n_s n_s}(f) = \mathcal{D}_{EE}(f) \quad (3.32)$$

En substituant dans l'équation (3.25), la DSP de la déviation de phase peut être exprimée en fonction de la DSP de l'enveloppe de moyenne nulle :

$$\mathcal{D}_{\phi_n \phi_n}(f) = \frac{\mathcal{D}_{EE}(f)}{A^2} \quad (3.33)$$

Par conséquent, la DSP du bruit VAI peut également être estimée à partir de l'enveloppe comme suit :

$$\mathcal{D}_{\omega_n \omega_n}(f) = \begin{cases} \frac{1}{R^2} \frac{\mathcal{D}_{EE}(f)}{A^2} f^2, & |f| < B, f \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.34)$$

Cette approximation permet d'estimer les propriétés spectrales du bruit d'entrée à partir du signal d'enveloppe, et donne ainsi la possibilité d'estimer le bruit VAI. Il est à noter que pour un bruit blanc de variance  $\sigma^2$ , on a  $\mathcal{D}_{n_s n_s}(f) = 2\sigma^2$ , l'expression se simplifie à :

$$\mathcal{D}_{\omega_n \omega_n}(f) = \begin{cases} \frac{1}{R^2} \frac{2\sigma^2}{A^2} f^2, & |f| < B \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.35)$$

Dans ce cas particulier, la variance du bruit peut être calculée directement à partir de la série temporelle de l'enveloppe qui suit une loi  $\mathcal{N}(A, \sigma_f)$  avec  $\sigma_f^2 = 4B\sigma^2$ .

#### 3.1.3 Méthode proposée pour la détermination de seuils sur le spectre de la VAI

L'objectif de cette approche est de développer une méthode pour le choix de seuils sur l'observation spectrale de la VAI. Cette opération permet d'extraire la contribution du bruit additif sous une certaine probabilité. Il est montré dans Eq.3.33 que pour un RPB élevé, le processus aléatoire  $\phi_n(t)$  suit la même distribution que  $E(t)$ . En supposant que  $\phi_n$  est un processus stochastique SSL de moyenne nulle avec une variance finie, ce processus peut être caractérisé dans le domaine spectral par sa DSP, qui peut être estimée à partir du périodogramme moyenné de la réalisation  $E_q$  tel que :

$$\mathcal{D}_{\phi_n \phi_n}(f) \triangleq \frac{N}{A^2 \cdot M} \sum_{q_i=q_1}^{q_M} (\mathcal{F}(E_{q_i}) \cdot \mathcal{F}^*(E_{q_i})) \quad (3.36)$$

où  $\mathcal{F}(E_q)$  sont les coefficients spectraux complexes d'une réalisation du processus  $E(t)$ ,  $N$  la longueur du signal et  $M$  le nombre de partitions. Soit  $a_q(f)$  et  $b_q(f)$  la partie réelle et la partie imaginaire de  $\mathcal{F}(E_q)$  respectivement. Puisque  $E_q$  est à variance finie, le théorème central limite stipule que la distribution de  $a_q(f)$  et  $b_q(f)$  converge vers une distribution Normale de moyenne nulle et de puissance moyenne  $\mathcal{D}_{EE}(f)$ , notée  $\sigma_E^2(f)$  par souci de

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

Modélisation du bruit de la vitesse angulaire instantanée

simplification. Par conséquent, en s'appuyant sur l'équation (3.34), la DSP du bruit VAI peut être estimée comme suit :

$$\mathcal{D}_{\omega_n, \omega_n}(f) \triangleq \frac{N\sigma_E^2(f) \cdot f^2}{2MA^2R^2} \cdot \sum_{q_i=q_1}^{q_M} \left[ \left( a_{q_i}(f) \cdot \frac{\sqrt{2N}}{\sigma_E(f)} \right)^2 + \left( b_{q_i}(f) \cdot \frac{\sqrt{2N}}{\sigma_E(f)} \right)^2 \right] \quad (3.37)$$

Pour définir les seuils, il est nécessaire de préalablement déterminer la distribution suivie par l'estimateur de la DSP. Une telle analyse à partir de la méthode de Welch a été étudiée dans [JOH 99]. Les auteurs ont montré que l'estimation spectrale, pour une séquence gaussienne SSL et de moyenne nulle, suit une loi Gamma  $\gamma_{(\zeta, \beta)}$  de densité de probabilité :  $p(t) = \beta^\zeta t^{\zeta-1} e^{-\beta t} / \Gamma(\zeta)$ , de deux paramètres  $(\zeta, \beta)$  dépendant de la quantité de recouvrement et de la fenêtre de pondération. Pour obtenir plus de détails, sur l'estimation des paramètres de la distribution en fonction du type de la fenêtre et de l'estimateur employé, il est possible de se référer à [JOH 99]. Dans ce travail, la procédure proposée couvre le cas du périodogramme moyenné sans recouvrement. D'autre part, les signaux étudiés sont pondérés en utilisant une fenêtre de Hanning. Dans le cas de  $M = 1$ , aucun partitionnement n'est appliqué aux données. Cet estimateur a été utilisé dans [AND 14] pour étudier l'impact du bruit de quantification sur l'estimation spectrale de la VAI par la méthode ET.

La quantité  $X(f) = \left[ \left( a_{\theta_i}(f) \cdot \frac{\sqrt{2N}}{\sigma_E(f)} \right)^2 + \left( b_{\theta_i}(f) \cdot \frac{\sqrt{2N}}{\sigma_E(f)} \right)^2 \right]$  suit la distribution  $\chi^2$  à deux degrés de liberté de densité de probabilité  $f_X(t) = 1/2 \cdot \exp(-t/2)$ . En fait, la distribution  $\chi^2$  est une distribution Gamma de paramètres  $(\zeta = 1, \beta = 1/2)$ .

Bien que les auteurs dans [JOH 99] aient fourni un cadre théorique pour justifier la distribution suivie par l'estimation de la DSP par la méthode de Welch, ils n'ont pas effectué de test d'hypothèse pour déterminer dans quelle mesure la distribution des données simulées correspond avec la distribution théorique. Ainsi, il est nécessaire de tester cette hypothèse en utilisant un test d'hypothèses statistique. Ce point sera traité dans la partie suivante.

#### 3.1.3.1 Approche statistique pour le test d'hypothèse

Le but de cette partie est de proposer une procédure de test d'hypothèse permettant de voir si l'estimation de la DSP de la déviation de phase par le périodogramme moyenné suit la loi Gamma. La déviation de phase PSD  $\mathcal{D}_{\phi_n}(f)$  exprimée dans l'équation (3.33) suit la même distribution que DSP du signal d'enveloppe de moyenne nulle  $\mathcal{D}_{EE}(f)$ . Puisque, pour un RPB élevé, l'enveloppe de moyenne nulle, noté  $\bar{E}(t)$ , suit une distribution Normale de moyenne nulle, l'estimation de la DSP normalisée de  $\bar{E}(t)$  notée  $X(f) = \sum_{q_i=q_1}^{q_M} \left[ \left( a_{q_i}(f) \cdot \frac{\sqrt{2N}}{\sigma_E(f)} \right)^2 + \left( b_{q_i}(f) \cdot \frac{\sqrt{2N}}{\sigma_E(f)} \right)^2 \right]$  suit une distribution Gamma de paramètres  $(\zeta = M, \beta = 1/M)$  [JOH 99]. Ainsi, le test d'hypothèse suivant vise à déterminer dans quelle mesure la distribution observée de  $X(f)$  correspond à la distribution Gamma théorique sous un certain niveau de signification  $\mu$ . Par conséquent, la première

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée Modélisation du bruit de la vitesse angulaire instantanée

étape consiste à énoncer les hypothèses nulle et alternative :

$$\begin{cases} H_0 : X(f) \sim \gamma_{(M,1/M)} & \text{hypothèse nulle} \\ H_1 : X(f) \approx \gamma_{(M,1/M)} & \text{hypothèse alternative} \end{cases} \quad (3.38)$$

La deuxième étape consiste à développer une méthodologie pour réaliser le test. Dans le cas présent, ce test correspond à l'ajustement d'une distribution observée à une distribution continue. Ainsi, le test de qualité d'ajustement  $\chi^2$  peut être utilisé pour juger si les écarts entre la distribution observée et la distribution théorique peuvent être imputés ou non au hasard. En outre, les  $L = N/M$  observations de la variable  $X(f)$  sont classées en  $r$  nombre de classes  $[c_i, c_{i+1}[$ ,  $i=0..r-1$ . Soit  $p_i$  la probabilité théorique définie, sous l'hypothèse  $H_0$ , comme suit :  $p_i = p(X(f) \in [c_i, c_{i+1}[ / X(f) \sim \gamma_{(M,1/M)})$ .  $n_i = \text{card}(X(f) \in [c_i, c_{i+1}[$ ) est défini comme la fréquence observée de la classe  $[c_i, c_{i+1}[$ , tandis que  $L \cdot p_i$  correspond à la fréquence attendue. Ainsi, l'indicateur qui mesure l'écart relatif entre les distributions observée et théorique est :  $\chi_{obs}^2 = \sum_{i=1}^r \frac{(n_i - L p_i)^2}{L p_i}$ . Pour  $L$  large et pour  $L \cdot p_i$  relativement grand (supérieur à 5), cet indicateur suit une distribution  $\chi_v^2$  où  $v$  est le nombre de degrés de liberté.  $v = r - 1$  si les paramètres de la loi théorique sont entièrement spécifiés. Sinon,  $v = r - l - 1$  où  $l$  est le nombre de paramètres estimés pour générer la distribution théorique. Enfin, la règle de décision, sous le niveau de signification  $\mu$ , est faite comme suit :

- $\chi_{obs}^2 < \chi_{v,1-\mu}^2$ , accepter  $H_0$  et rejeter  $H_1$ .
- $\chi_{obs}^2 \geq \chi_{v,1-\mu}^2$ , accepter  $H_1$  et rejeter  $H_0$ .

Si  $H_0$  est acceptée, il sera possible de définir les seuils sur l'observation spectrale de la VAI, en utilisant la loi Gamma à partir des paramètres de l'estimateur. Ceci fera l'objet de la partie suivante.

#### 3.1.3.2 Définition des seuils sur l'observation spectrale de la VAI

Cette partie aborde le calcul de l'expression du seuil à appliquer sur les composantes spectrales de la VAI sous l'hypothèse  $H_0$ . L'objectif est de distinguer, dans le domaine spectral, les composantes spectrales qui ne se comportent pas comme si elles étaient uniquement induites par du bruit sous la probabilité  $\alpha$ . En supposant que  $X(f)$  suive une distribution Gamma de paramètres ( $\zeta = M$ ,  $\beta = 1/M$ ), le seuil  $v_X$  peut être défini en intégrant la densité de probabilité de l'estimateur :  $p_X(t) = 1/M^M \cdot t^{M-1} e^{-t/M} / \Gamma(M)$ . Pour cela on peut utiliser la fonction Gamma incomplète définie comme :  $\gamma_{inc}(x, a) = 1/\Gamma(a) \cdot \int_0^x t^{a-1} e^{-t} dt$  où  $a$  est un paramètre de forme. Après changement de variable, l'estimation du seuil prend la forme suivante :

$$\left. \begin{aligned} p(X < v_X) &= 1 - \alpha \\ p(X < v_X) &= \int_0^{v_X} p_X(t) dt = \frac{1}{\Gamma(M)} \int_0^{M \cdot v_X} t^{M-1} e^{-t} dt = \gamma_{inc}(M \cdot v_X, M) \end{aligned} \right\} \implies v_X = \frac{\gamma_{inc}^{-1}(1 - \alpha, M)}{M} \quad (3.39)$$

### 3. Précision spectrale de la démodulation de fréquence : Application à l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

Modélisation du bruit de la vitesse angulaire instantanée

Où  $\gamma_{inc}^{-1}(1 - \alpha, M)$  est la fonction Gamma incomplète inverse de paramètre de forme  $M$ , évaluée au point  $1 - \alpha$ . A partir de l'équation (3.37), le seuil de bruit VAI sous la probabilité  $\alpha$  en utilisant le périodogramme moyenné peut être mis sous la forme suivante :

$$\eta_{\alpha}(f) = \frac{N\sigma_E^2(f)}{M^2A^2R^2} \cdot \gamma_{inc}^{-1}(1 - \alpha, M) \cdot f^2 \quad (3.40)$$

Le résultat de l'équation (3.40) montre qu'il est possible de définir des seuils sur les composantes spectrales de la VAI pour chaque canal fréquentiel à partir des propriétés spectrales du signal d'enveloppe, même lorsque la puissance du bruit dépend de la fréquence. Finalement, le schéma général de l'estimation du bruit VAI est résumé dans la Figure 3.10.

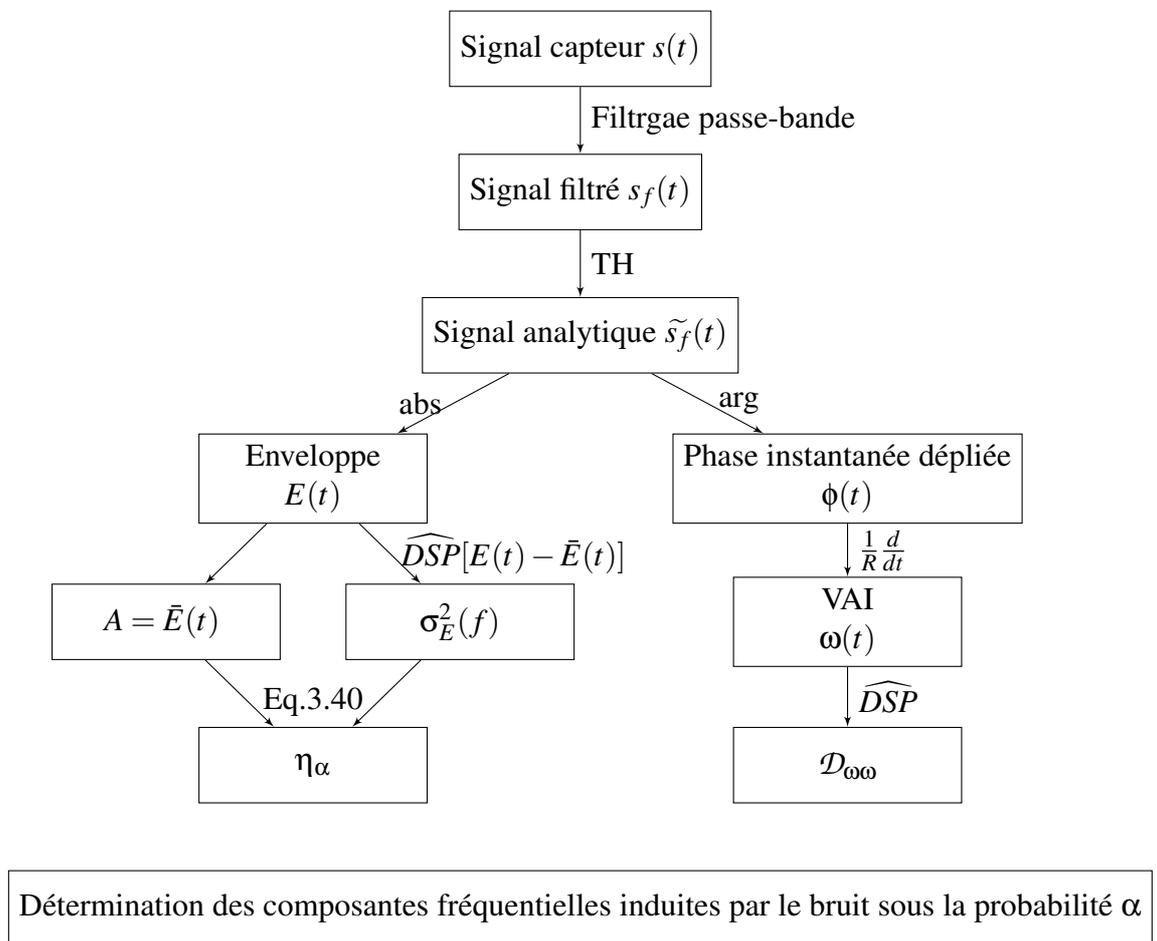


FIGURE 3.10: Organigramme de l'estimation de la VAI, de l'estimation de l'enveloppe et de l'estimation du bruit spectral de la VAI

## 3.2 Validation de l'approche proposée

### 3.2.1 Validation numérique

Afin de valider numériquement les résultats théoriques trouvés précédemment, un ensemble de signaux simulés est généré à travers la simulation de variations de vitesse d'un réducteur à engrenages à un seul étage.

#### 3.2.1.1 Présentation d'un modèle phénoménologique d'un réducteur à engrenages à un seul étage

Le signal VAI synthétique contient les modulations résultant des fluctuations de vitesse induites par le phénomène d'engrènement du réducteur à un étage. Trois harmoniques de la fréquence d'engrènement sont simulées avec leurs bandes latérales correspondantes liées à la modulation d'amplitude et de fréquence du pignon et de la roue respectivement. Le signal modulant contient également les composantes liées aux variations de vitesse induites par les arbres d'entrée et de sortie. Ainsi, le signal VAI généré est décrit par l'expression suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega(t) = \omega_0 + \omega_1(t) + \omega_2(t) + \omega_m(t) \\ \omega_1(t) = a_1 \sin(2\pi f_1 t) \\ \omega_2(t) = a_2 \sin(2\pi f_2 t) \\ \omega_m(t) = \sum_{h=1}^3 \left( \sum_{n=-3}^3 b_{h,n} \sin(2\pi(h \cdot f_m + n \cdot f_1)t) \right) \\ \quad + \sum_{n=-3, n \neq 0}^3 c_{h,n} \sin(2\pi(h \cdot f_m + n \cdot f_2)t) \end{array} \right. \quad (3.41)$$

où  $\omega_0$  est la vitesse de rotation moyenne.  $f_1 = \omega_0$ ,  $f_2 = f_1 \cdot N_p / N_g$ , et  $f_m = N_p f_1 = N_g f_2$  sont respectivement les fréquences caractéristiques de l'arbre d'entrée, de l'arbre de sortie et de l'engrènement.  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_{h,n}$ , et  $c_{h,n}$  sont des constantes pour réguler les fluctuations de vitesse. Par conséquent, le signal synthétique du codeur est généré à l'aide des paramètres listés dans le tableau 3.3 comme suit :

$$s(t) = A \cdot \cos \left( R \cdot 2\pi \int_0^t \omega(\tau) d\tau \right) + n(t) \quad (3.42)$$

avec  $n(t)$  un bruit stochastique SSL de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ .

Dans le premier cas, on examine le signal généré  $s(t)$  mélangé à un bruit Gaussien de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ . La somme est filtrée à travers un filtre passe-bande rectangulaire centré autour de la fréquence porteuse  $f_c$  de largeur de bande  $2B$ . Le deuxième cas concerne un bruit non Gaussien coloré. L'enveloppe et la VAI sont calculées selon le schéma décrit précédemment dans la Figure 3.10.

**TABLE 3.2:** Paramètres de simulation du signal codeur

Paramètre	Signification	Valeur
$A$	Amplitude de la porteuse	2.5
$F_s$	Fréquence d'échantillonnage	100 kHz
$\sigma^2$	Variance du bruit d'entrée	$10^{-6}$
$B$	Demi-bande passante du filtre	4 kHz
$\omega_0$	Vitesse moyenne de rotation	20 Hz
$N_p$	Nombre de dents du pignon	23
$N_g$	Nombre de dents de la roue	38
$R$	Résolution du capteur	500
$N$	Longueur des données	$2 \cdot 10^6$

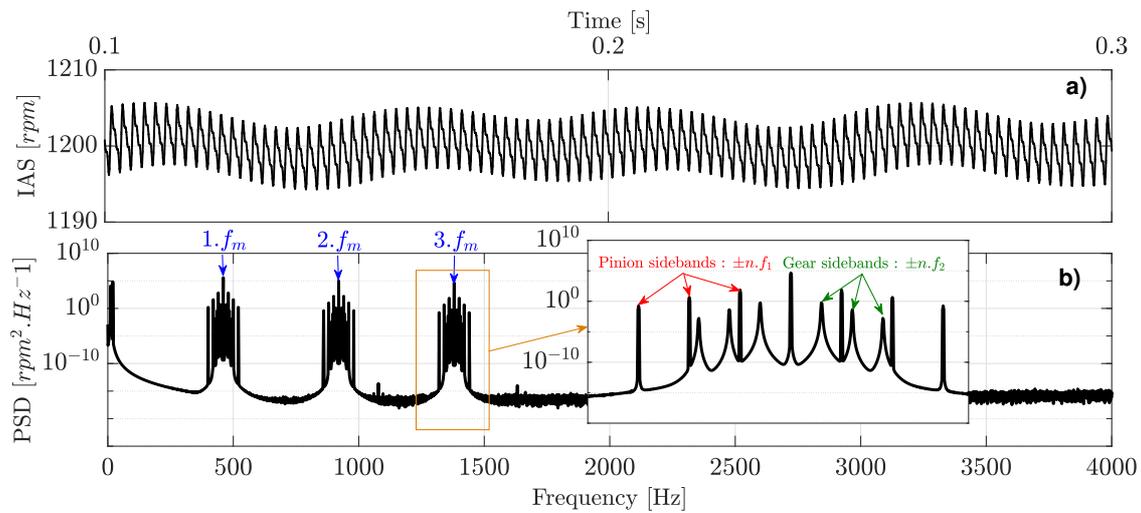
**TABLE 3.3:** Paramètres de simulation du signal VAI

Paramètre	$n = 0$	$n = \pm 1$	$n = \pm 2$	$n = \pm 3$
$a_n$	–	0.0188	0.0094	–
$b_{1,n}$	–0.0471	–0.0019	$-4.71 \times 10^{-4}$	$-9.42 \times 10^{-5}$
$b_{2,n}$	0.0236	$9.42 \times 10^{-4}$	$2.35 \times 10^{-4}$	$4.71 \times 10^{-5}$
$b_{3,n}$	–0.0157	$-6.28 \times 10^{-4}$	$-1.57 \times 10^{-4}$	$-3.14 \times 10^{-5}$
$c_{1,n}$	–	$b_{1,1}/10$	$b_{1,2}/10$	$b_{1,3}/10$
$c_{2,n}$	–	$b_{2,1}/10$	$b_{2,2}/10$	$b_{2,3}/10$
$c_{3,n}$	–	$b_{3,1}/10$	$b_{3,2}/10$	$b_{3,3}/10$

La Figure 3.11(a) montre le signal VAI généré à 1200 tr/min et avec une fluctuation maximale de 0,5% de la vitesse moyenne correspondante à une variation d'environ 6 tr/min. Sa DSP illustrée sur la Figure 3.11(b), est composée de : la composante de l'arbre d'entrée du pignon à  $f_1 = 20\text{Hz}$ , la composante de l'arbre de sortie à  $f_2 \simeq 12.1\text{Hz}$ , et de trois harmoniques de la fréquence d'engrènement à  $f_m = N_p \cdot f_1 = N_g \cdot f_2 = 460\text{Hz}$ , chacune étant entourée symétriquement de 3 pics latéraux correspondants aux modulations induites respectivement par le mouvement de la roue et du pignon à  $h \cdot f_m \pm n \cdot f_2$  et  $m \cdot f_m \pm n \cdot f_1$ , où  $n = \pm 1.2.3$  et  $h$  correspond au nombre d'harmoniques de la fréquence d'engrènement. En outre, le signal VAI généré est multiplié par la résolution du codeur et intégré pour construire la phase totale du signal porteur selon l'équation 3.42. L'amplitude de la porteuse est fixée à  $A = 2.5V$ , pour simuler le cas d'un signal TTL généré par un codeur optique.

### 3.2.1.2 Signal de vitesse rajouté à un bruit Gaussien

Le signal vitesse généré est mélangé avec un bruit Gaussien SSL de moyenne nulle, dont le spectre est respectivement blanc (voir Figure 3.3) et rose. Le bruit rose est généré en appliquant une rampe de  $1/f$  à la DSP d'un bruit Gaussien blanc, comme illustré sur la Figure 3.12. En outre, Le signal de vitesse simulé avec un bruit additif est traité selon le schéma décrit précédemment dans la Figure 3.10.



**FIGURE 3.11:** Signal de vitesse simulé (a), et son périodogramme (b)

La figure 3.13(a) montre le signal FM bruité après un filtrage passe-bande dans le cas d'un RPB élevé ( $A/\sigma_f = 15625$ ). Le rapport signal/bruit est très grand pour que le bruit soit visible sur l'observation temporelle filtrée.

Après le traitement de ce signal par la méthode de démodulation de fréquence, la Figure 3.13(b) illustre la déviation de phase due à la présence de bruit, qui est estimée en retirant à la fois la tendance linéaire causée par la fréquence porteuse et le signal modulant de la phase totale du signal. Dans ce cas d'un RPB élevé, les variations de la déviation de phase restent faibles ( $|\phi_n| < 6.10^{-4} \text{ rad}$ ), ce qui est conforme aux hypothèses faites précédemment. Dans ces conditions, la densité de probabilité de la déviation de phase correspond très bien à la distribution normale circulaire de moyenne nulle (Figure 3.13(c)), et la variance estimée est de  $2,57 \times 10^{-8} \text{ rad}$ , ce qui est en excellent accord avec la valeur prédite  $\sigma_{\phi_n}^2 = 4B/Fs \cdot \sigma^2/A^2 = 2,56 \cdot 10^{-8} \text{ rad}$ . Ces résultats valident l'hypothèse faite dans la partie théorique sur la distribution suivie par la déviation de phase induite par le bruit.

Le signal VAI est ensuite estimé par la dérivée temporelle de la phase totale du signal. La Figure 3.14(a) montre le signal VAI estimé  $\tilde{\omega}(A, R, \sigma, B_p)$  superposé au signal VAI réel  $\omega$ . On peut voir, à partir de cette observation temporelle, que l'effet du bruit est presque négligeable. En revanche, l'observation spectrale donne des informations supplémentaires sur son influence sur chaque composante fréquentielle (Figure 3.14(c)). Comme prévu, l'effet du bruit sur les composantes de basse fréquence telles que les composantes de l'arbre d'entrée et de l'arbre de sortie, respectivement à  $20 \text{ Hz}$  et  $12,1 \text{ Hz}$ , est très faible. La fréquence d'engrènement et ses harmoniques sont clairement visibles et ne sont pas contaminées par le bruit en raison de leur bon rapport signal/bruit. Cependant, les hautes fréquences sont fortement affectées puisque la puissance du bruit VAI est proportionnelle au carré de la fréquence.

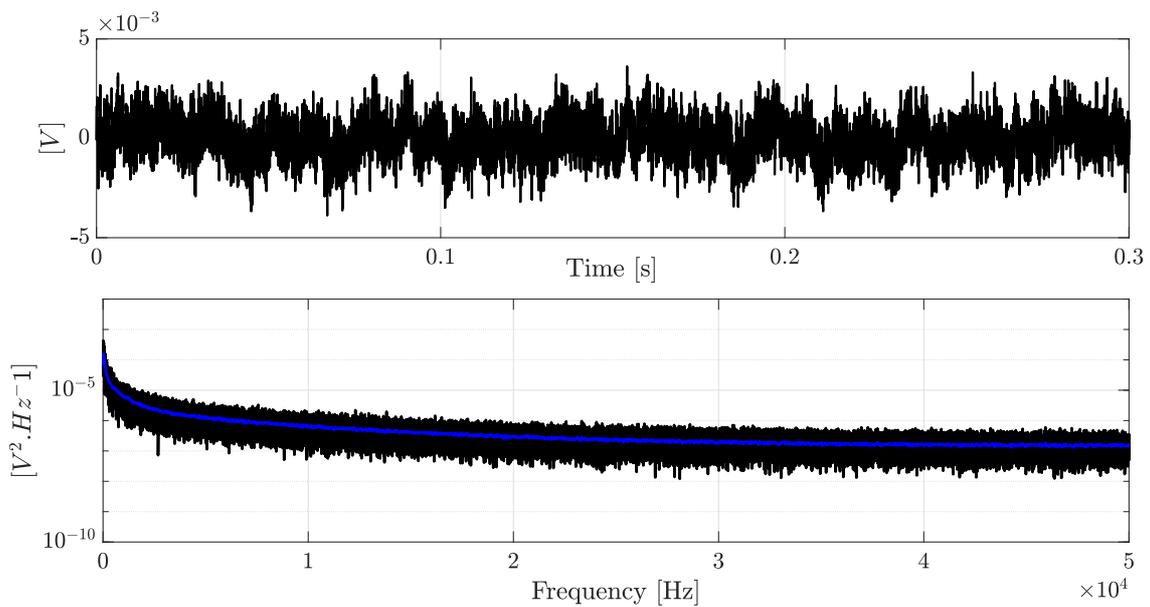
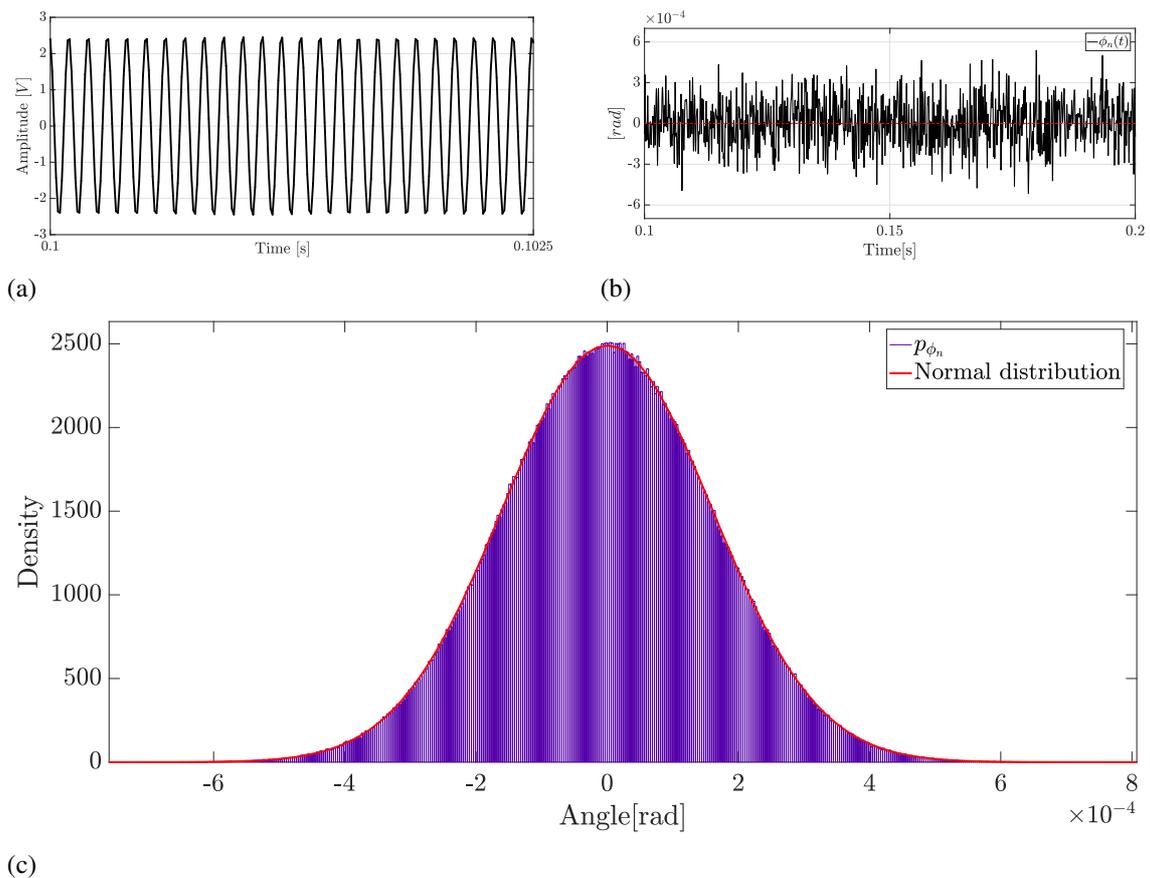


FIGURE 3.12: Bruit Gaussien rose (haut), et son périodogramme (bas)

Dans la surveillance des machines basée sur la VAI ainsi que pour les signaux de vibration, les informations sur les défauts des engrenages sont portées par les bandes latérales autour de la fréquence d'engrènement et de ses harmoniques. Il est important de s'assurer que ces bandes latérales ne sont pas cachées par le bruit afin de les détecter. Sur la figure 3.14(c), les deux premières harmoniques de la fréquence d'engrènement ainsi que les bandes latérales correspondantes peuvent être très bien détectées car le niveau de bruit dans cette région est encore faible comparé à la puissance des bandes latérales. Par contre, la portion "zoomée" autour de la troisième harmonique de la fréquence d'engrènement montre que la troisième bande latérale, correspondant à la modulation induite par la roue (ligne pointillée verte), ne peut pas être détectée puisque le niveau de bruit à ces fréquences est plus élevé que la puissance des bandes latérales. Ce résultat numérique montre que l'impact du bruit VAI est plus prononcé pour les hautes fréquences que pour les basses fréquences.

La Figure 3.14(d) montre la DSP de la VAI autour de la troisième harmonique de la fréquence d'engrènement. La composante stochastique du périodogramme de la VAI, représentative de la contribution des composantes aléatoires, est estimée en appliquant un filtre médian sur le périodogramme de la VAI. Par conséquent, le bruit VAI est estimé à partir du périodogramme de l'enveloppe du signal filtré présenté sur la Figure 3.14(b) sur la base de l'équation (3.37), sa puissance moyenne  $\sigma_E^2(f)$  est estimée en appliquant un filtre à moyenne glissante de 500 échantillons au périodogramme du signal d'enveloppe.

Avant de procéder au calcul des seuils sur le spectre de la VAI, le test d'hypothèse est appliqué au périodogramme normalisé du signal d'enveloppe afin de valider la distribution suivie par l'estimation de sa DSP. Le test est effectué pour différentes valeurs du



**FIGURE 3.13:** Résultats de la simulation numérique d'un signal vitesse mélangé à un bruit blanc Gaussien de variance  $\sigma^2 = 10^{-6}$  : Signal FM filtré (a). Déviation de phase due au bruit (b), et sa densité de probabilité (c).

paramètre  $M$  allant de 5 à 25. Le nombre de classes est fixé initialement à  $r = 200$ , les classes adjacentes sont regroupées si la condition  $L \cdot p_i > 5$  n'est pas respectée. Les Figures 3.15 et 3.16 montrent, respectivement, les résultats du test statistique d'hypothèses sur la distribution suivie par l'estimation de la DSP normalisée du signal d'enveloppe pour différents paramètres de  $M$ , avec un bruit blanc et un bruit rose de moyenne nulle et de variance égalent à  $10^{-6}$ . Le nombre de degrés de liberté de la décision  $\chi^2$  varie légèrement avec le nombre de moyennes  $M$  en raison du regroupement des classes adjacentes qui dépend du nombre d'observations. Pour tous les cas étudiés, l'hypothèse  $H_0$ , à un risque de premier espèce de  $\mu = 5\%$ , n'est pas rejetée ce qui valide l'hypothèse selon laquelle l'estimation de la DSP normalisée du signal d'enveloppe suit une loi Gamma de paramètres  $(M, 1/M)$ .

Les résultats de l'équation (3.34) relient le périodogramme du signal d'enveloppe à celui de la déviation de phase. Cette équation est valable que dans des conditions de RPB élevé. Dans le cas contraire, lorsque le RPB n'est pas suffisamment élevé, cette

approximation n'est plus valable. Ainsi, afin d'évaluer la limite du modèle proposé, le test d'hypothèses statistique est appliqué directement sur le périodogramme de la déviation de phase  $\mathcal{D}_{\phi_n\phi_n}$  qui est supposé suivre une distribution Gamma avec des paramètres inconnus. Par conséquent, les paramètres de la distribution Gamma sont estimés à partir de la distribution observée par la méthode des moments. On note que pour une loi Gamma de paramètres  $\gamma(\zeta, \beta)$ , la moyenne et la variance de la distribution sont respectivement  $m_\gamma = \zeta/\beta$  et  $\mathbb{V}_\gamma = \zeta/\beta^2$ . Ainsi, les paramètres de la distribution théorique sont estimés à partir de la moyenne et de la variance de la distribution observée  $X(f)$  telles que :  $\hat{\zeta} = m_X^2/\mathbb{V}_X$  et  $\hat{\beta} = m_X/\mathbb{V}_X$ . Dans ce cas,  $\nu = r - 3$  puisque deux paramètres sont estimés.

La Figure 3.17 montre les résultats du test d'hypothèses sous  $\mu = 5\%$  tout en diminuant le RPB. L'amplitude de la porteuse est maintenue constante ( $A=2,5V$ ) tandis que l'écart type du bruit d'entrée  $\sigma$  est augmenté de 0,1 à 2,5V avec un pas de 0,1V et la demi-bande passante du filtre est fixée à 4kHz. Les résultats montrent une valeur limite de RPB ( $A/\sigma_f = 10.375$ ) sous laquelle l'hypothèse  $H_0$  est rejetée. Cela signifie que dans ces conditions de faible RPB,  $\mathcal{D}_{\phi_n\phi_n}$  ne suit plus une distribution Gamma et donc l'approche de fixation de seuil n'est plus valide. Cette valeur limite du RPB (environ 10) a été observée empiriquement dans le domaine des télécommunications et aucune preuve formelle n'est donnée [LAT 98]. Elle fait référence au début du phénomène de seuil mentionné auparavant.

Ensuite, notre capacité à isoler les composantes déterministes en fixant un seuil sur le spectre de la VAI est validée empiriquement en vérifiant le taux de canaux fréquentiels dont les amplitudes dépassent le seuil  $\eta_\alpha$ . Si notre modèle est correct, ce taux doit correspondre à la valeur  $\alpha$  établit pour déterminer le seuil. Les propriétés statistiques de ce taux sont présentées dans le tableau 3.4, basées sur l'étude de 500 simulations sous le paramétrage présenté dans le tableau 3.3, confirment d'une part la justesse du modèle proposé, et d'autre part notre capacité à établir des seuils discriminant le bruit d'amplitude sous la probabilité  $\alpha$ . Les résultats numériques sont en excellent accord avec les valeurs théoriques. Par exemple, pour un seuil à 1%, les composantes spectrales dont les amplitudes sont supérieures au seuil ont un taux de probabilité de 1.06% ce qui valide l'approche statistique.

### 3.2.1.3 Signal de vitesse rajouté à un bruit non Gaussien

Des simulations numériques sont effectuées pour une séquence non gaussienne de moyenne nulle avec une variance de 0,01, une asymétrie de 0,5 et un kurtosis égal à 5. On rappelle que l'asymétrie évalue le défaut de symétrie d'une distribution. Pour une loi symétrique, ce coefficient est nul. Le kurtosis représente la dispersion des valeurs "extrêmes" par référence à la loi normale de kurtosis égale à 3.

La densité de probabilité du bruit d'entrée est représentée sur la Figure 3.18(a). La DSP du bruit est générée avec une fenêtre de hanning dans le domaine fréquentiel, comme le montre la Figure 3.18(b), afin de simuler un bruit coloré dans le domaine spectral.

**TABLE 3.4:** Résultats numériques pour l'estimation des seuils sur le spectre de la VAI à l'aide du périodogramme moyenné (M=5), pour une séquence gaussienne avec un bruit blanc et un bruit rose.

Seuil (%)	Bruit blanc		Bruit rose	
	Moyenne empirique	Variance empirique	Moyenne empirique	Variance empirique
0.1	0.13	$2.7 \times 10^{-3}$	0.13	$2.9 \times 10^{-3}$
1	1.06	$9.5 \times 10^{-3}$	1.08	$1.7 \times 10^{-2}$
5	5.08	$3.6 \times 10^{-2}$	5.11	$7.6 \times 10^{-2}$
25	25.04	$1.6 \times 10^{-1}$	25.07	0.37
75	74.92	$1.2 \times 10^{-1}$	74.91	0.31

Par conséquent, le test d'hypothèses statistiques est appliqué sur l'estimation de la DSP normalisée du signal d'enveloppe en suivant la même approche que dans 3.2.1.2.

**TABLE 3.5:** Estimation du seuil de bruit VAI pour une séquence colorée non gaussienne. L'estimation de la DSP est effectuée en utilisant le périodogramme moyenné avec M=5.

Seuil (%)	bruit non gaussien, asymétrie = 0.5 et kurtosis = 5	
	Moyenne empirique	Variance empirique
0.1	0.13	0.003
1	1.06	0.013
5	5.09	0.058
25	25.03	0.26
75	74.91	0.22

### 3.2.2 Validation expérimentale

L'approche proposée est maintenant appliquée sur des signaux analogiques réels.

Une étape préliminaire, qui repose cette fois sur une simulation analogique du signal codeur, permet de valider les résultats obtenus dans 3.2.1 avec un système d'acquisition réel en faisant varier les paramètres du signal d'entrée. L'effet du bruit de quantification lié à la résolution de la carte d'acquisition est également étudié. Ensuite, l'approche proposée est appliquée à un signal VAI réel acquis sur un banc d'essai d'engrenages dans des conditions de vitesse stationnaire. Des signaux de vitesse avec différentes résolutions sont collectés, et la méthode proposée pour l'estimation du bruit à partir de l'enveloppe est appliquée. L'influence de la résolution du codeur sur l'estimation spectrale de la VAI est également évaluée.

#### 3.2.2.1 Description du dispositif expérimental

Le dispositif expérimental utilisé dans ce chapitre est présenté. Le banc d'essai illustrée dans la figure 3.20 est composé de :

- un moto-réducteur SEW RX57 de 0,25 kW avec des engrenages 23/38.
- un variateur de vitesse qui permet de régler la vitesse de 0 à 1500 tr/min.
- un codeur optique Heidenhain ROD42627S12-03 qui délivre 3 signaux TTL (A, B, top tour).
- un moteur CC pour charger le système qui n'est pas utilisé ici.

Le système d'acquisition est composé de :

- un Trigger de Schmitt 74LS14
- 2 compteurs/diviseurs binaires CMOS 4040 qui peuvent être utilisés pour réduire la résolution originale du codeur optique (4096) par une puissance de 2.
- une carte d'acquisition de données NI 9234 de 24 bits et de 4 canaux simultanés avec une fréquence d'échantillonnage maximale de 51,2 kHz, utilisée pour enregistrer les signaux du codeur optique.

### 3.2.2.2 Application sur des signaux de vitesse synthétisés par un générateur de fonction

Cette partie valide la méthode permettant de "seuiller" le spectre du signal FI estimé à partir d'un signal harmonique dont l'amplitude est connue, mais les caractéristiques spectrales du bruit sont estimées empiriquement. L'approche proposée dans ce travail est tout d'abord évaluée sur des signaux FM générés par un générateur de fonctions synthétisées. De tels générateurs nous ont permis de tester plusieurs niveaux d'amplitude de la porteuse. En revanche, ces générateurs ne donnent pas accès au niveau de bruit polluant le signal, et nous nous basons à ce niveau sur l'estimation faite à partir de l'enveloppe du signal (voir Eq.3.32). Nous observons que la variance du bruit du signal généré augmente avec l'amplitude de la porteuse. Ceci est induit par l'amplificateur du générateur.

La Figure 3.21 montre le cas d'un signal harmonique d'amplitude  $1V_{cc}$  et de fréquence porteuse 10kHz avec une modulation harmonique à 800 Hz et ses harmoniques impaires. Sur le graphique de gauche, un filtre médian (en bleu) est appliqué pour estimer la partie non déterministe de la DSP de l'enveloppe puisque le signal contient des modulations d'amplitude déterministes dues à des perturbations électriques. Sur le graphique de droite, le périodogramme moyen de la FI (en bleu) est représenté avec la composante stochastique et le bruit discriminant de seuil sous la probabilité de 5 % (en vert) et le bruit FI estimé d'après l'équation 3.32 (en rouge).

L'amplitude crête à crête de la porteuse est augmentée de 1 à 2V par pas de 0,2V. D'après l'équation 3.34, la réduction du bruit doit être proportionnelle au rapport de puissance de la porteuse (CPR) des deux signaux par rapport au signal de  $1V_{pp}$ . Cependant, on observe que la variance du bruit mesurée augmente linéairement avec l'amplitude de la porteuse. Par conséquent, la réduction du bruit IF mesurée est proportionnelle au rapport d'amplitude de la porteuse et non au CPR (tableau 3.7).

Le réglage du seuil de bruit FI sous trois valeurs de probabilité ( $\alpha = 5, 10, \text{ et } 15\%$ ) est appliqué et les résultats sont répertoriés dans le tableau 3.6. Les résultats empiriques montrent un excellent accord avec les valeurs établies pour une valeur optimale de 5 moyennes pour l'estimation de la DSP. Les valeurs obtenues peuvent varier avec le nombre de moyennes en raison de la durée limitée des données, car la résolution en fréquence de l'estimation PSD change avec le nombre de moyennes. Le spectre FI montre que le bruit additif domine les autres sources, et que seuls les canaux de fréquence à haut SNR peuvent être détectés (à 800 Hz, ses 2ème et 3ème harmoniques). Ces résultats montrent que le bruit FI a été estimé avec succès à partir du signal d'enveloppe et qu'il est en excellent accord avec le bruit FI réel. Ainsi, l'approche proposée est validée expérimentalement.

**TABLE 3.6:** Estimation du seuil de bruit de la FI pour différentes valeurs de la puissance de la porteuse. L'estimation de la DSP est effectuée en utilisant le périodogramme moyenné

Amplitude de la porteuse ( $V_{cc}$ )	Seuil (%)		
	5	25	75
1	5.36	25.63	75.26
1.2	5.10	25.30	75.25
1.4	5.16	25.27	74.72
1.6	5.24	25.43	74.92
1.8	5.33	25.37	74.68
2	5.41	25.55	74.98

**TABLE 3.7:** Résultats expérimentaux sur l'influence de la puissance de la porteuse sur le niveau de bruit

Carrier power ratio	Noise reduction ratio	
	moyenne	variance
1.44	1.16	$4.6 \times 10^{-3}$
1.96	1.36	$8.3 \times 10^{-3}$
2.56	1.6	$1.3 \times 10^{-2}$
3.24	1.74	$1.7 \times 10^{-2}$
4	1.85	$2.2 \times 10^{-2}$

Ces résultats montrent la justesse du modèle proposé sur des signaux réels d'un générateur de fonctions. L'utilisation d'une carte d'acquisition avec une haute résolution de 24 Bits permet d'atténuer le bruit de quantification, et rendre le bruit de mesure prédominant. Pourtant, si un convertisseur de résolution faible est utilisé, le bruit de quantification peut prendre le dessus sur le bruit de mesure. Ce cas est intéressant puisque les propriétés spectrales du bruit de quantification peuvent être déterminées a priori, et permettront

donc de régler le seuil sur le spectre du signal FI à partir de ces propriétés. La partie suivante traitera l'influence du bruit de quantification sur l'observation spectrale du signal FI.

#### — Influence du bruit de quantification

Dans cette partie, nous nous concentrons sur l'impact du bruit de quantification sur l'estimation spectrale de la FI. Ce type de bruit est toujours présent dans les convertisseurs A/N (CAN) et ses propriétés sont largement étudiées dans de nombreux travaux. Au premier ordre, on suppose qu'il suit une loi uniforme de variance  $q^2/12$  où  $q$  est le pas de quantification. Cette perturbation résulte du processus de numérisation du signal analogique et désigne la différence entre la valeur analogique et la valeur numérique disponible la plus proche à chaque instant d'échantillonnage du CAN. L'idée ici est de déterminer à quelle résolution du CAN, le bruit de quantification devient prépondérant devant les autres sources de bruit. Dans ce cas, il sera possible de prédire les seuils FI à partir des paramètres d'acquisition avant de réaliser la collecte des données, ce qui donnera à l'utilisateur plus de flexibilité dans la conception du système d'acquisition en fonction de l'application visée.

Afin d'évaluer l'impact du bruit de quantification sur l'estimation spectrale de la FI. Le signal d'amplitude  $1V_{cc}$  à une fréquence porteuse de 10kHz, acquis avec une carte de 24 Bits et d'une gamme d'entrée de  $\pm 5V$ , est re-quantifié à des résolutions inférieures jusqu'à 12 Bits. La demi-bande passante du filtre passe-bande est fixée à 3kHz pour la démodulation.

La Figure 3.22(a) illustre l'évolution de la variance du bruit en fonction de la résolution du CAN. La valeur moyenne du niveau de bruit estimée à partir de la partie non déterministe du périodogramme de l'enveloppe est constante pour les résolutions de conversion supérieures à 16 Bits. On en déduit que dans ces conditions, l'influence du phénomène de quantification sur le spectre FI est négligeable. Cette valeur, qui représente le niveau de bruit sans phénomène de quantification (tiret noir) est la première asymptote de la puissance moyenne du bruit. Pour des valeurs de résolution plus faibles, la puissance du bruit estimée rejoint l'asymptote  $q^2/12$  (astérisque rouge). La prédominance du bruit de quantification rend obsolète la modélisation spectrale que nous proposons dans ce chapitre (par exemple 12 Bits). En effet, en plus de la composante aléatoire du bruit de quantification, on observe un fort comportement déterministe qui corrompt l'observation spectrale de la FI comme le montre la figure 3.22(b).

Ce phénomène est lié à l'aspect stationnaire de la mesure étudiée. Les vitesses qui sont codées sont stationnaires : l'erreur de quantification (aléatoire) est donc périodique. Un phénomène similaire a déjà été observé dans le cas de mesures VAI basées sur la méthode ET, et une preuve formelle est d'ailleurs développée [AND 14]. Dans ce cas de fréquence porteuse de 10 kHz, le train cyclique d'impulsions à 400 Hz observé dans le spectre sont les fréquences repliées correspondant au repliement de l'harmonique 41 de la fréquence porteuse. Ces fréquences repliées dépendent uniquement de la fréquence porteuse et de la fréquence d'échantillonnage. Il est donc important de bien choisir la résolution du CAN de la carte d'acquisition afin d'éviter ce phénomène surtout dans des conditions de vitesse

stationnaire.

### 3.2.2.3 Application sur des signaux codeurs d'un réducteur à engrenages

Les signaux de vitesses sont acquis à partir du banc d'essai d'un réducteur d'engrenages à un seul étage sous des conditions de vitesse stationnaire en utilisant différentes résolutions de codeur. La Figure 3.23 montre les DSPs des différents signaux VAI acquis à une vitesse de 800 tr/min. Les signaux avec des résolutions de 256, 512 et 1024 ont été collectés en utilisant le diviseur de fréquence. Le signal brut du codeur à sa résolution intrinsèque de 4096 est collecté à une vitesse de 250 tr/min sans utiliser le diviseur de fréquence. Le choix de cette vitesse de rotation est dû à la limitation de la fréquence d'échantillonnage du système d'acquisition. La Figure 3.23 montre que la DSP du signal VAI peut être séparée en deux régions :

- La région des basses fréquences  $[0, 1kHz]$  où le contenu spectral est porté par les phénomènes déterministes forts tels que les fréquences d'engrènement et une résonance proche de 450 Hz. Le bruit VAI dans cette région est principalement porté par le bruit de phase (bruit de loi  $1/f^m$ ), et la légère non stationnarité de la vitesse de rotation peut également induire quelques perturbations à basse fréquence. Ainsi, l'approche proposée ne devrait pas donner une bonne estimation du bruit VAI dans cette région puisqu'elle n'inclut pas l'effet de ces perturbations.
- La région des hautes fréquences qui est dominée par les composantes aléatoires. L'algorithme est censé donner une bonne estimation du bruit VAI, ce qui est le cas pour le signal brut du codeur à la résolution de 4096. Cependant, les signaux collectés à l'aide du diviseur de fréquence présentent quelques différences entre le bruit VAI réel représenté par la partie stochastique du périodogramme de la VAI (ligne noire) et le bruit estimé (ligne rouge) basé sur l'équation 3.34. Ces différences sont probablement dues à l'utilisation du diviseur de fréquence. Il semble qu'un bruit de phase large bande soit injecté par l'opération de division de fréquence puisque cette perturbation n'est pas observée dans le signal d'enveloppe. La variance du bruit de phase injecté semble être proportionnelle à la fréquence fondamentale du codeur lorsque la résolution du codeur augmente. Ce phénomène est rapporté par les fabricants de codeurs, et il est, en particulier, dû à l'hystérésis correspondant au retard de phase du comparateur utilisé pour produire les sorties binaires TTL [PIZ 15], et il est illustré davantage dans [SHE 10]. La forme spectrale de ce type de bruit n'est souvent pas donnée par les fabricants, ce qui rend sa caractérisation très compliquée. Cette observation empirique souligne l'impact de l'utilisation de ces dispositifs dans l'acquisition temporelle de la VAI puisque les signaux binaires TTL sont particulièrement adaptés aux méthodes de comptage (par exemple la méthode ET). Pour les méthodes de démodulation de fréquence, il est recommandé de travailler directement sur les signaux analogiques avec la résolution intrinsèque du codeur. Cette tâche est limitée par la fréquence d'échantillonnage des signaux VAI à haute résolution. Une solution alternative a été développée pour surmonter cette difficulté en utilisant une méthode superhétérodyne pour la démodulation

à haute fréquence en décalant les signaux codeurs analogiques vers la région de Nyquist [BON 21]. Cette technique sera étudiée dans le chapitre suivant.

Par conséquent, le seuil est fixé à  $\alpha = 1\%$  afin d'évaluer l'approche statistique sur des signaux réels. La Figure 3.24 montre l'estimation de la DSP du signal VAI, à partir du signal brut du codeur à la résolution 4096 ppr, en utilisant le périodogramme moyenné avec  $M=5$ . En raison de la perturbation électrique à 2500 Hz, le taux de canaux fréquentiels dont l'amplitude dépasse le seuil est calculé dans la plage de fréquences [2500, 4000 Hz]. Il en résulte que l'amplitude de 2,89% des canaux fréquentiels dépasse le seuil, ce qui signifie qu'environ 1,89% de ces canaux fréquentiels ne sont pas liés au bruit additif. Certaines composantes déterministes dont l'amplitude dépasse le seuil sont clairement visibles dans le spectre de la VAI. En pratique, cela signifie que le bruit additif affecte fortement les composantes de fréquence entre 2500 et 4000 Hz. Les outils proposés, appliqués sur des signaux VAI réels, mettent en évidence l'influence du bruit additif sur l'estimation spectrale des signaux VAI et valident expérimentalement l'approche statistique.

Les résultats expérimentaux montrent également l'influence de la résolution du codeur sur le niveau de bruit de la VAI. Cet effet peut être observé sur la figure 3.23, elle montre que l'augmentation de la résolution de 256 à 4096 ppr est définitivement bénéfique pour l'estimation spectrale de la VAI et réduit le bruit ce qui confirme les observations déjà énoncées dans [GU 06] et rejoint l'analyse faite dans le chapitre 2. À titre de comparaison, la figure 3.25 illustre le rôle contradictoire joué par la résolution du capteur angulaire entre un signal acquis par la méthode ET et un signal acquis temporellement. Pour le premier, l'augmentation de la résolution du codeur entraîne une augmentation du niveau de bruit de la VAI (effet du bruit de quantification) [AND 14], alors que pour le second, elle réduit le niveau de bruit. Il est important de noter ici que cette comparaison est à prendre avec précaution car les techniques de mesure sont différentes. Ainsi, la nature des bruits étudiés est aussi différente. Pour la méthode ET, il s'agit du bruit de quantification propre à ce type de mesure lié à l'utilisation d'une horloge pour quantifier la période instantanée du signal codeur. D'autre part, pour la méthode de démodulation, le bruit étudié est le bruit additif lié au système d'acquisition temporel qui comprend le bruit des câbles, le bruit thermique, le bruit de scintillation, ...etc. Ce dernier n'étant pas étudié pour la méthode ET.

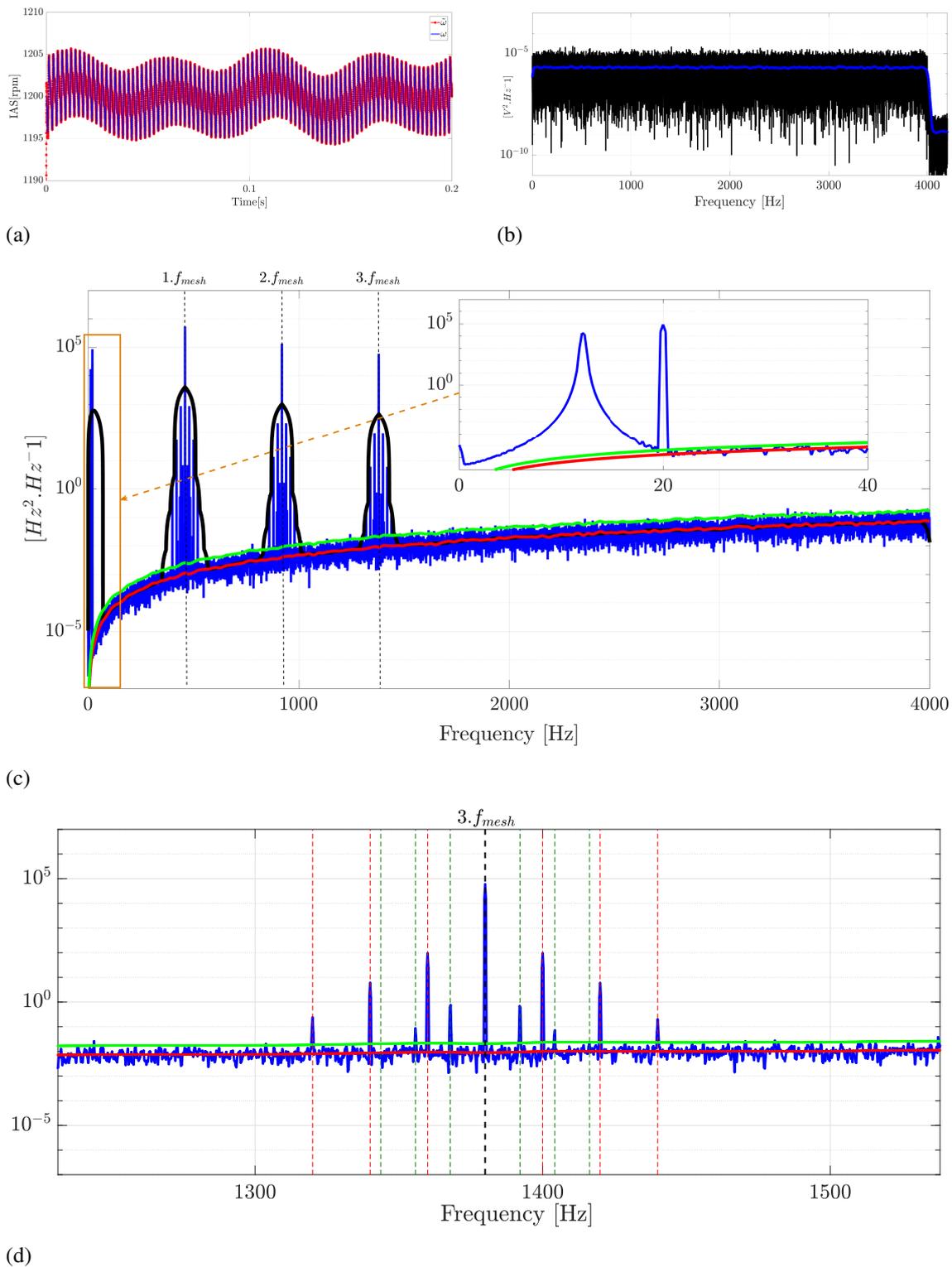
### 3.3 Conclusion

Ce chapitre a traité l'estimation spectrale de la vitesse instantanée pour les signaux échantillonnés dans le temps sous conditions de vitesse stationnaire. La méthode de démodulation de fréquence basée sur le concept de signal analytique est utilisée pour estimer le signal VAI. Contrairement aux signaux acquis par la méthode ET où le niveau de bruit peut être estimé à partir des paramètres du système d'acquisition, les caractéristiques spectrales du bruit ne sont pas accessibles pour les signaux acquis temporellement à cause de la variabilité des paramètres d'environnement dans lequel le système d'acquisition est dé-

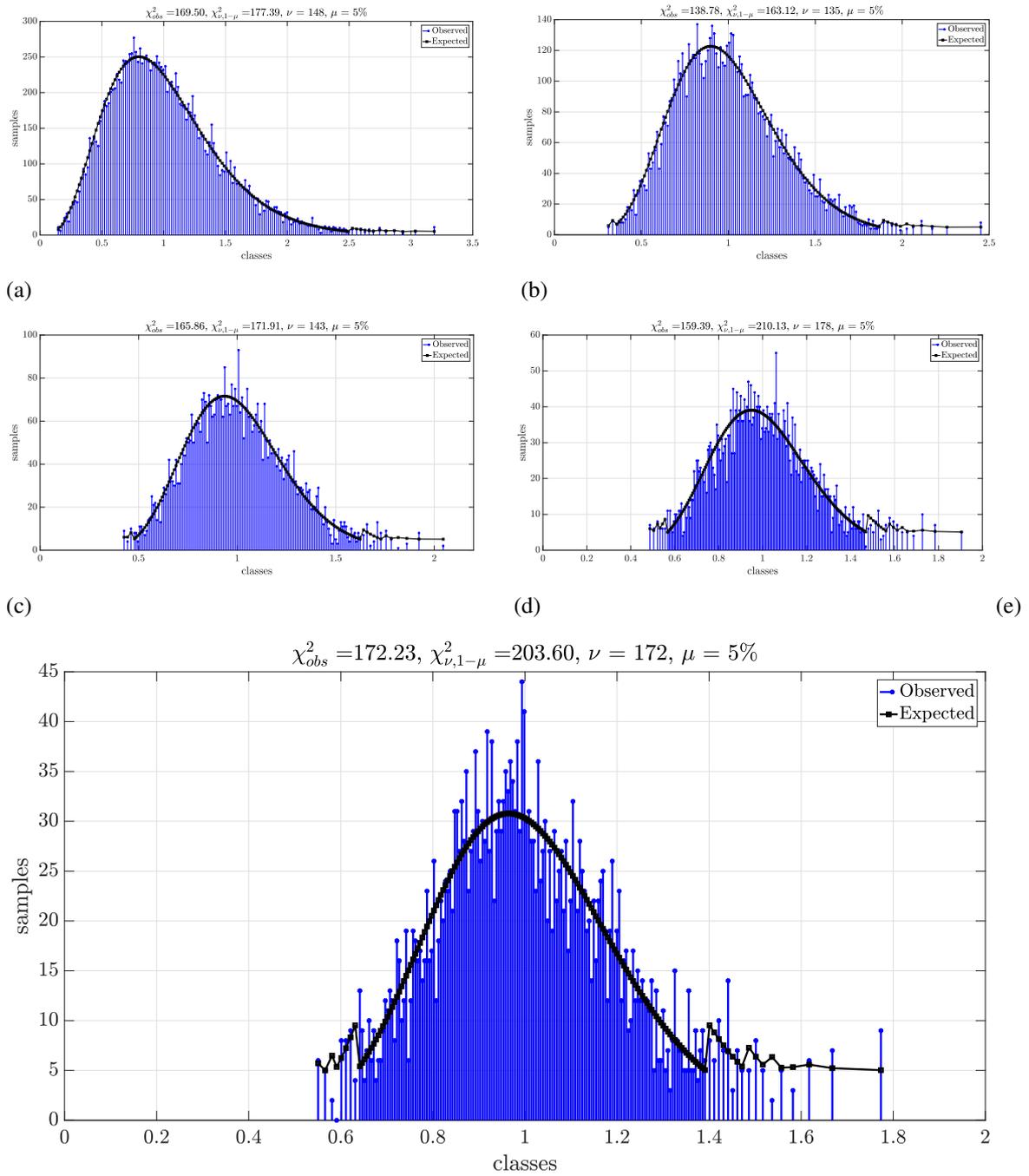
ployé. Nous avons donc proposé une méthode permettant l'estimation du bruit à partir de l'enveloppe du signal. L'effet de l'amplitude de la porteuse, de la résolution du convertisseur A/N et de la résolution du capteur angulaire sur l'estimation spectrale de la VAI été étudiés.

L'étude menée sur des signaux synthétiques et expérimentaux a montré que le bruit FI/VAI, dû au bruit stochastique additif SSL, est principalement un bruit haute fréquence et proportionnel au carré de la fréquence. Le modèle proposé (approximation du premier ordre) s'est avéré efficace pour estimer la forme spectrale du bruit de VAI d'entrée à partir de l'enveloppe du signal codeur. Ensuite, une approche statistique combinant le test d'hypothèse et la détermination de seuil sur le spectre de la VAI est proposée. Cette approche s'est avérée donner de bons résultats dans la définition de seuils sur la DSP de la VAI en utilisant le périodogramme moyenné.

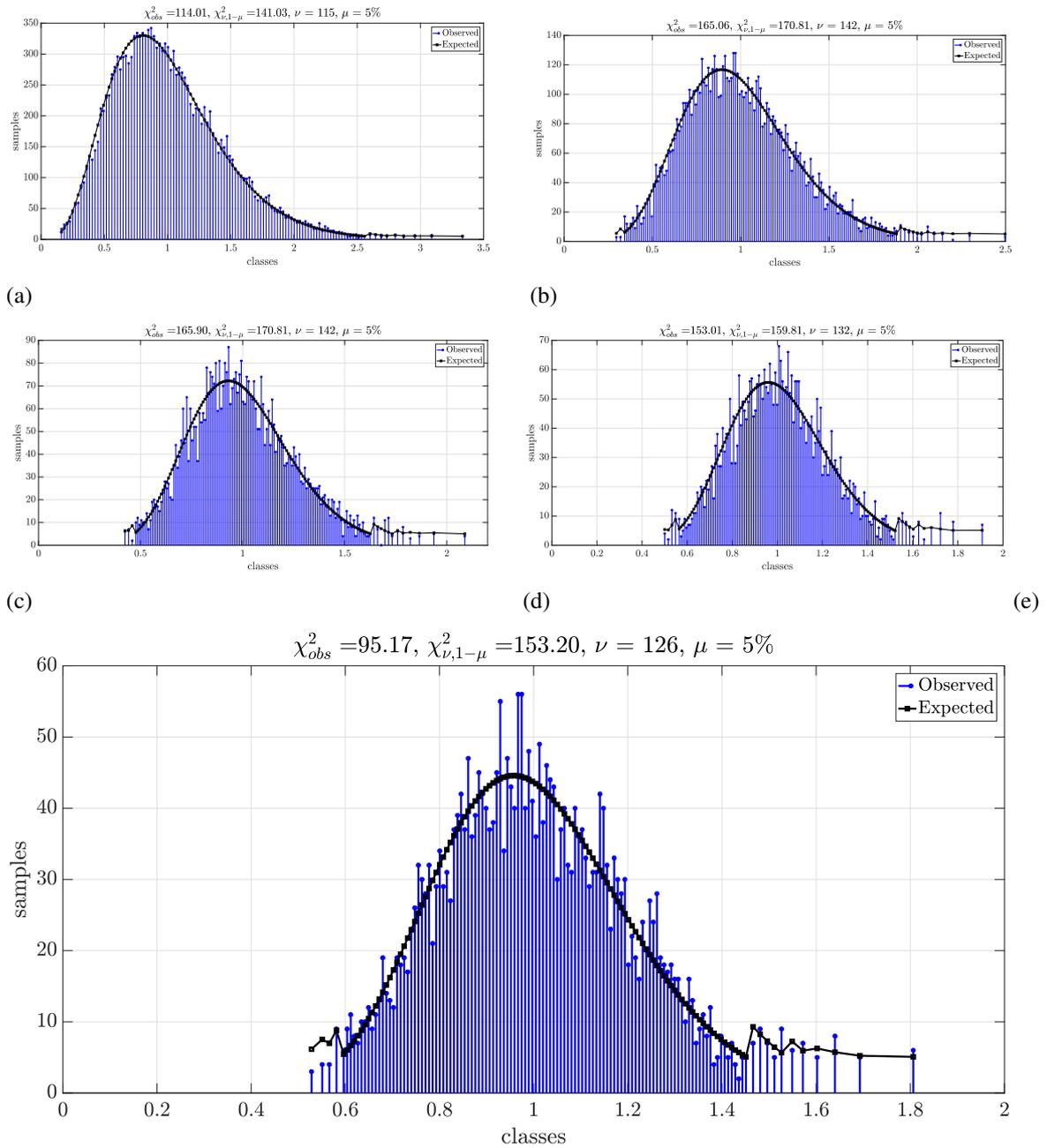
Pour une fréquence d'échantillonnage donnée, le bruit de la VAI peut être ajusté par les paramètres d'acquisition : l'amplitude de la porteuse, la résolution de du convertisseur A/N et la résolution du capteur. Premièrement, l'augmentation de l'amplitude de la porteuse est définitivement bénéfique. Même lorsque le bruit est amplifié, la réduction du bruit étant proportionnelle à l'amplitude de la porteuse. Deuxièmement, le choix d'une résolution élevée pour la conversion A/N améliore l'estimation spectrale de la VAI puisque la variance du bruit de quantification est inversement proportionnelle à la résolution du convertisseur. Cependant, il existe une certaine valeur limite à partir laquelle d'autres sources de bruit deviennent dominantes devant le bruit de quantification et, par conséquent, l'augmentation de la résolution n'aurait aucun effet pratique sur la réduction du bruit de la VAI. Enfin, l'utilisation d'une résolution de codeur plus élevée s'avère efficace pour réduire le niveau de bruit de la VAI, en particulier pour les composantes haute fréquence, et permet donc d'améliorer la détection des petites variations de vitesse induites à ces fréquences.



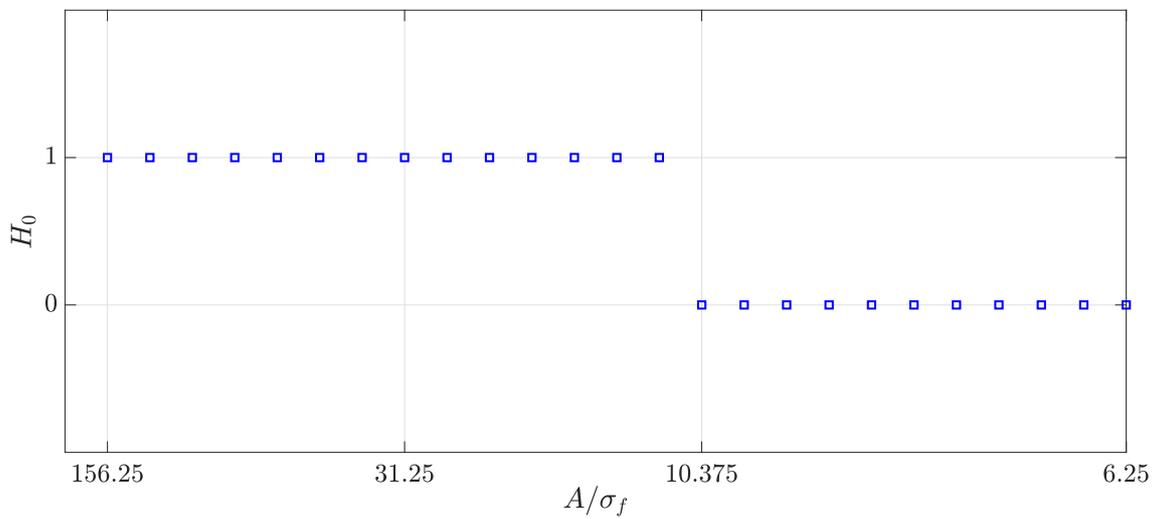
**FIGURE 3.14:** Estimation spectrale du bruit VAI à l'aide du périodogramme moyenné ( $M=5$ ) : VAI estimée superposée à la VAI réelle (a), périodogramme de l'enveloppe du signal filtré en noir avec sa moyenne glissante à 200 échantillons en bleu (b), périodogramme de la VAI (c) : la ligne bleue indique le périodogramme de la VAI, le périodogramme moyen à 200 échantillons en noir, la ligne rouge est le bruit VAI estimé, la ligne jaune est le seuil de bruit VAI avec  $\alpha = 1\%$



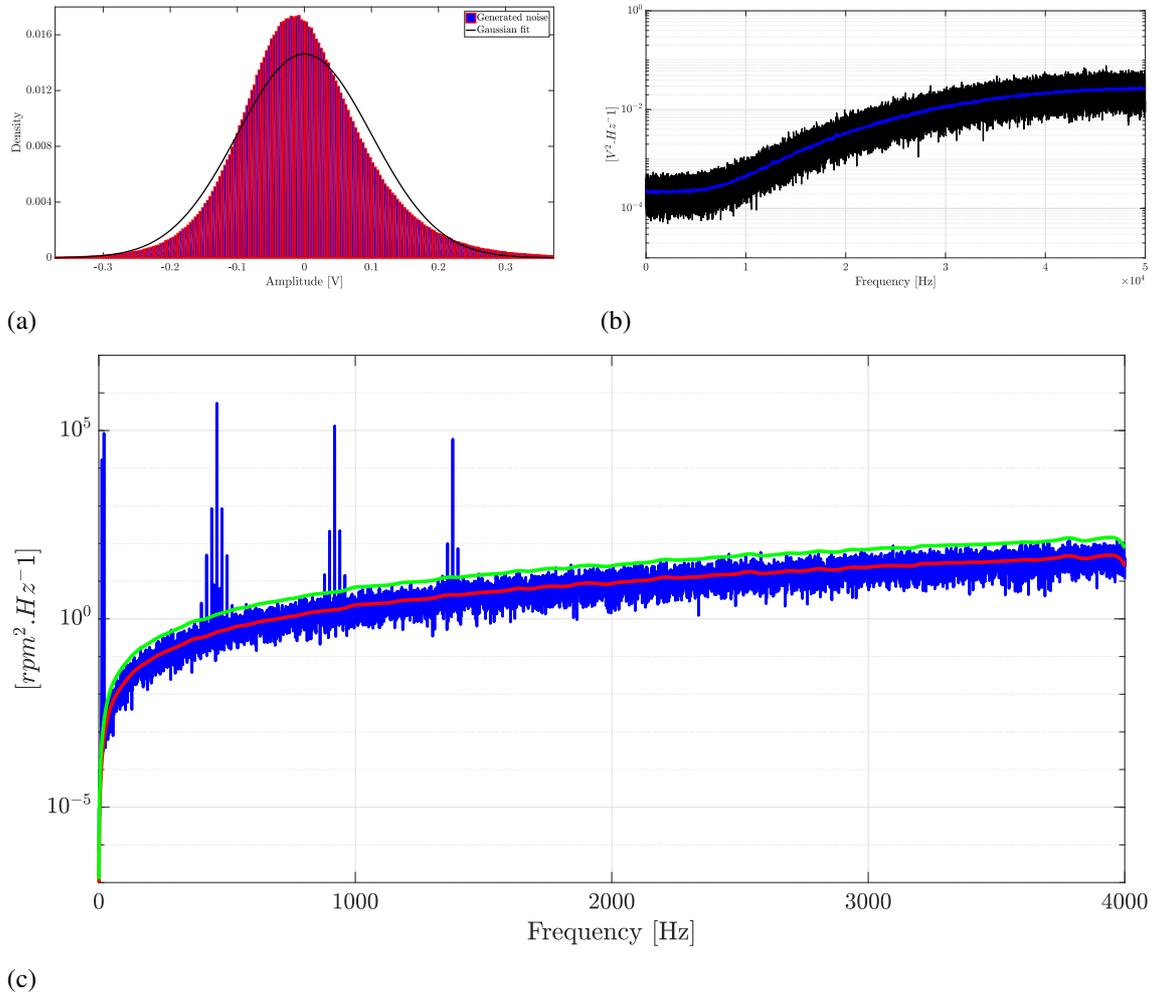
**FIGURE 3.15:** Test d'hypothèse pour différentes valeurs de M avec un bruit blanc en entrée : (a) M=5, (b) M=10, (c) M=15, (d) M=20, (e) M=25



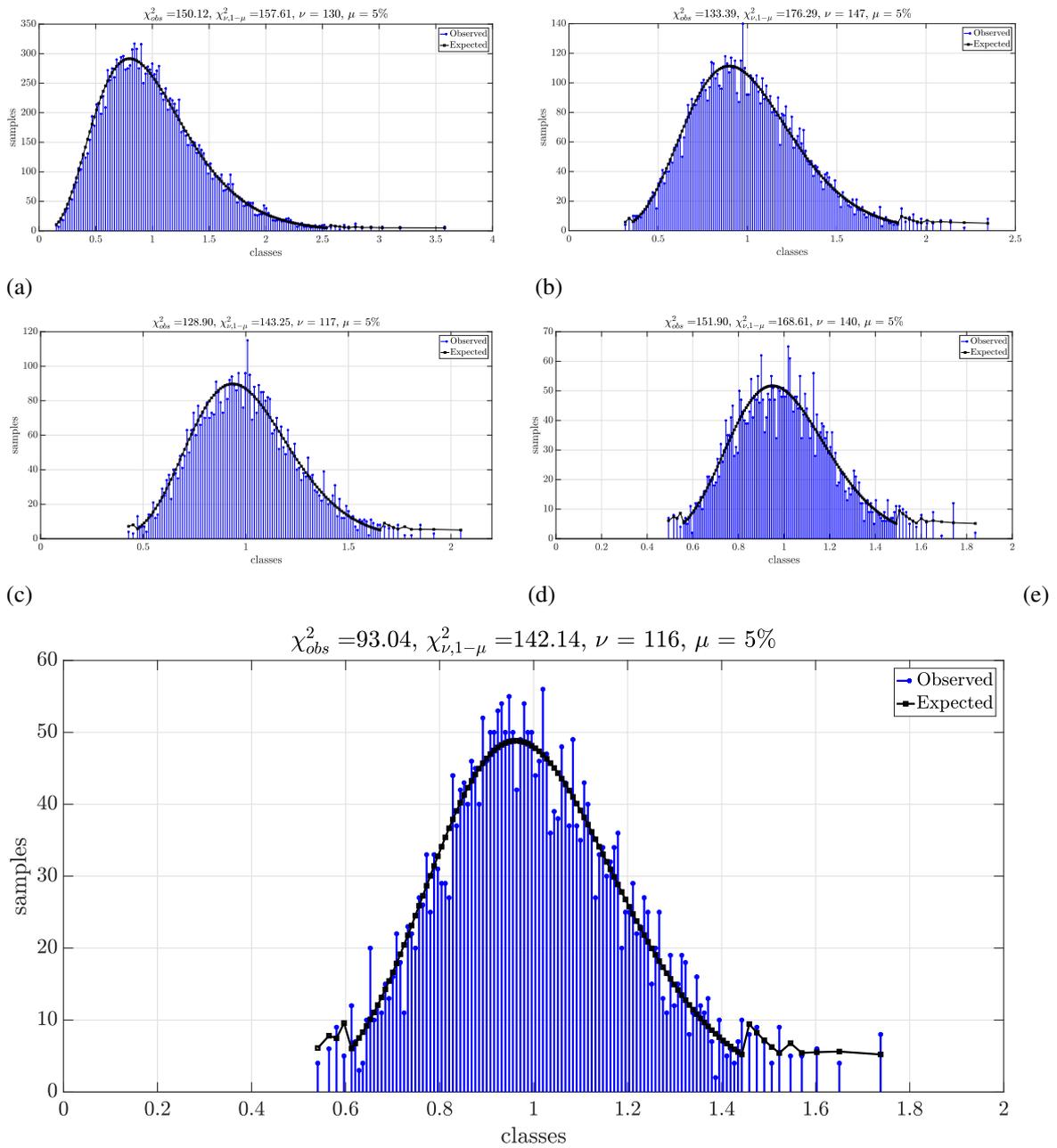
**FIGURE 3.16:** Test d'hypothèse pour différentes valeurs de M avec un bruit rose en entrée : (a) M=5, (b) M=10, (c) M=15, (d) M=20, (e) M=25



**FIGURE 3.17:** Test d'hypothèse de l'estimation de la distribution suivie par la DSP de la déviation de phase  $\mathcal{D}_{\phi_n\phi_n}$  pour différentes valeurs de RPB.  $A=2,5V$  et  $\sigma$  est augmenté de 0,1 à 2,5V avec un pas de 0,1V.



**FIGURE 3.18:** Estimation du bruit VAI pour une séquence non gaussienne avec variance = 0.01, asymétrie = 0.5 et kurtosis = 5 : pdf du bruit d'entrée (a), DSP du bruit d'entrée (b), périodogramme de la VAI (c) : la ligne bleue indique la PSD de la VAI, la ligne rouge est le bruit VAI estimé, la ligne verte indique le seuil du bruit VAI sous la probabilité  $\alpha = 1\%$ .



**FIGURE 3.19:**  $H_0$  Test d'hypothèses, avec un bruit d'entrée non gaussien, pour différentes valeurs de  $M$  : (a)  $M=5$ , (b)  $M=10$ , (c)  $M=15$ , (d)  $M=20$ , (e)  $M=25$

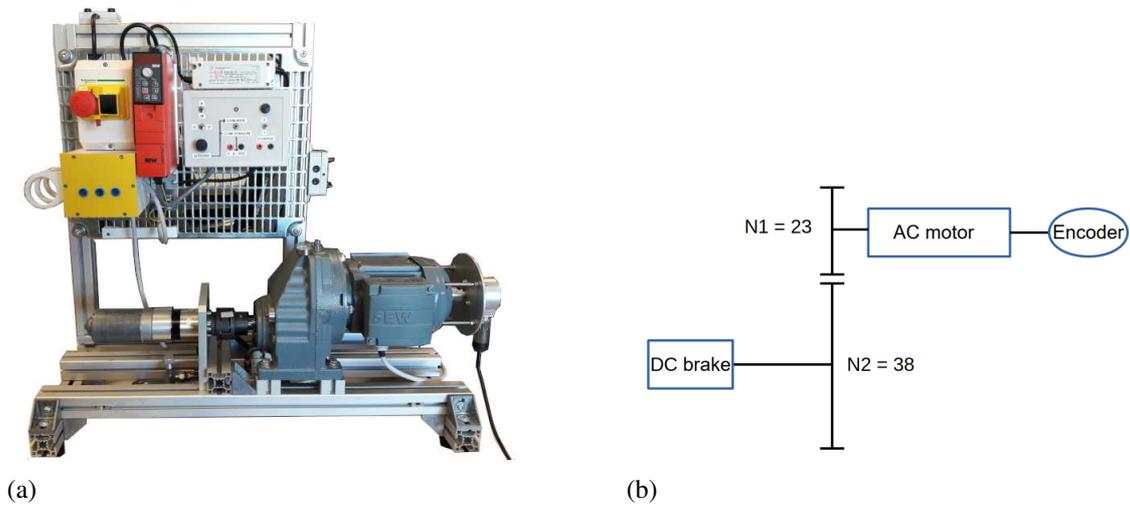


FIGURE 3.20: Banc d'essai d'engrenages à un seul étage

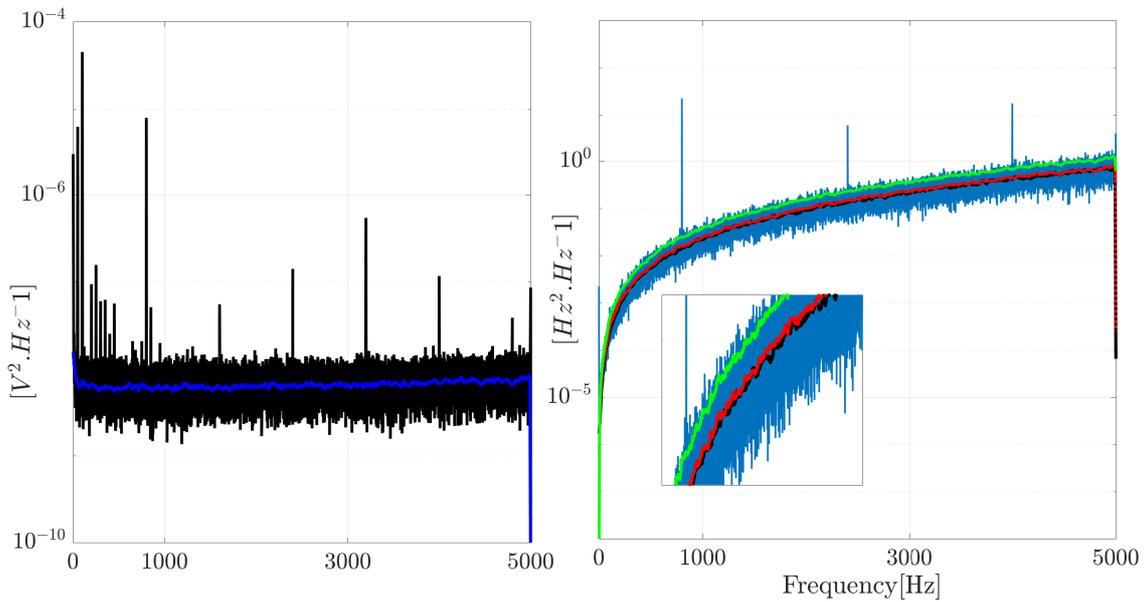
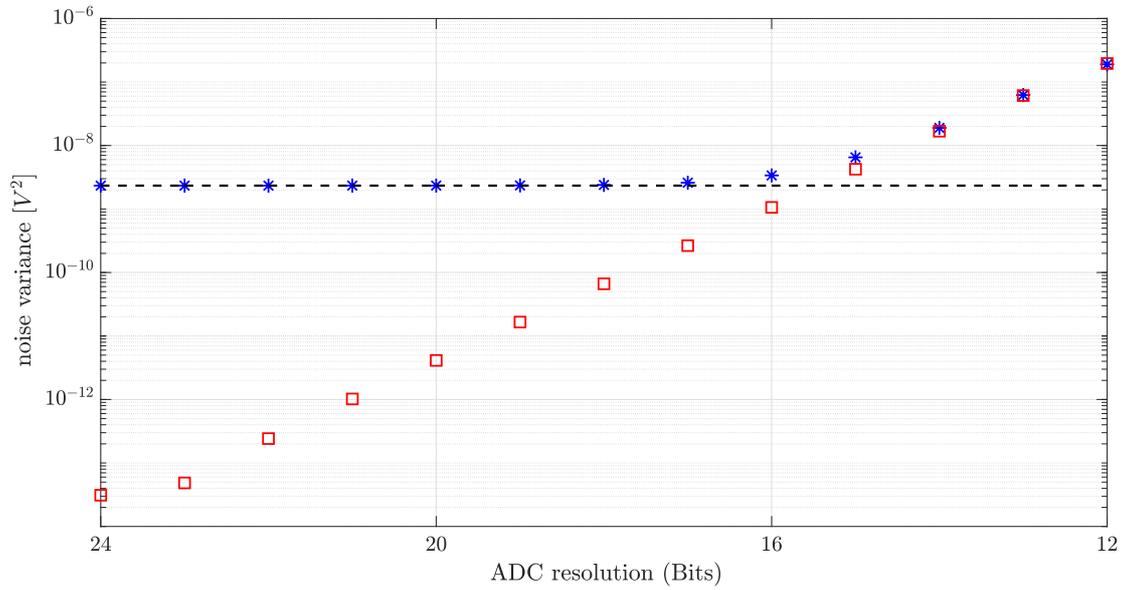
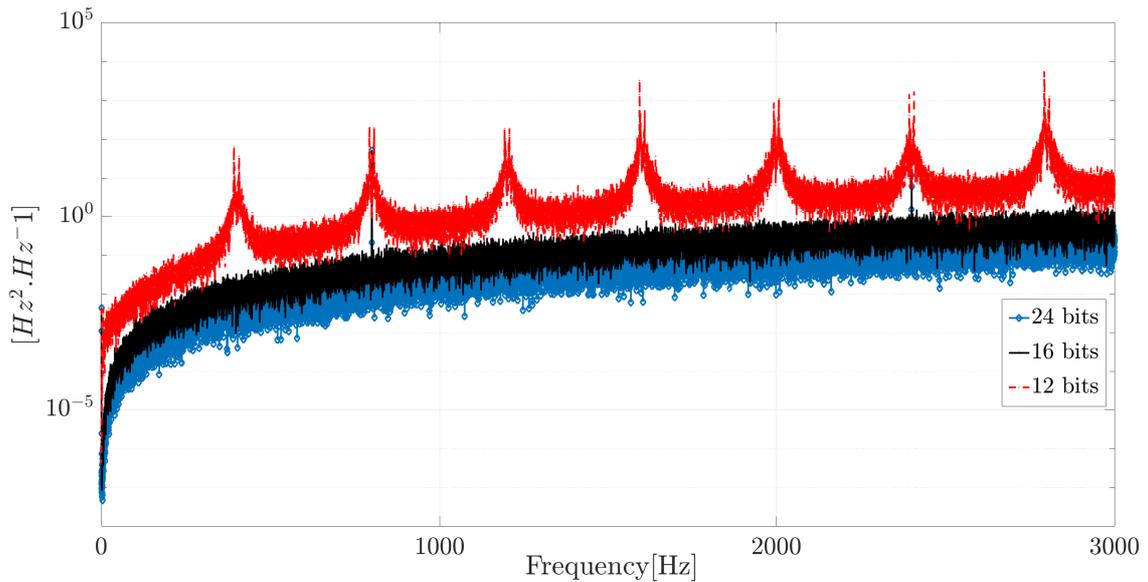


FIGURE 3.21: Estimation du bruit FI du signal  $1V_{cc}$ . Périodogramme de l'enveloppe du signal filtré (gauche) : Périodogramme en noir et sa partie non déterministe en bleu. Périodogramme FI (droite) : composante stochastique en noir, bruit FI estimé en rouge, et seuil de bruit FI ( $\alpha = 5\%$ ) en vert.

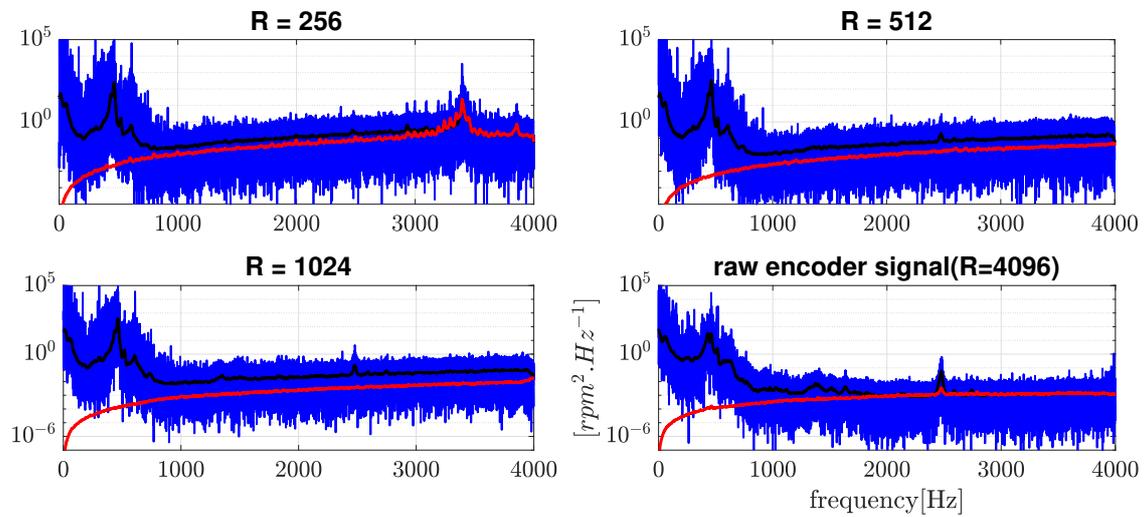


(a)

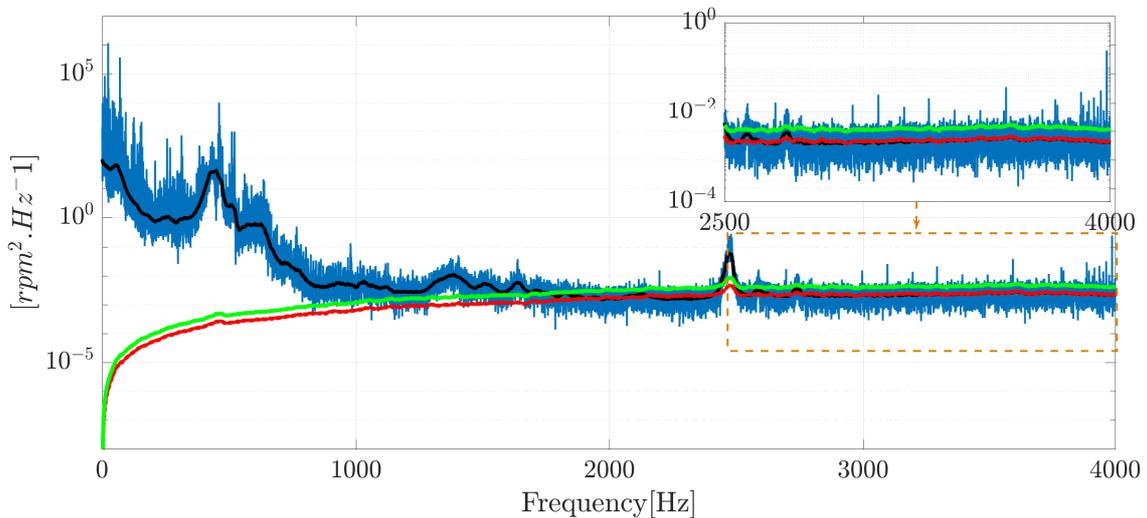


(b)

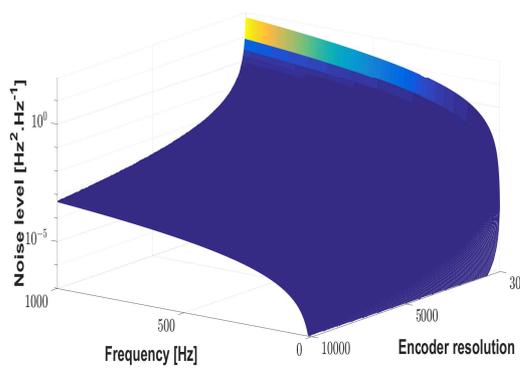
**FIGURE 3.22:** Effet du bruit de quantification sur l'observation spectrale de la FI utilisant le périodogramme moyen. (a) : Évolution de la variance du bruit avec la résolution du CAN, puissance moyenne du bruit du périodogramme moyen de l'enveloppe en astérisque bleu, la ligne noire pointillée correspond à la puissance du bruit estimée à partir du signal avec la résolution maximale du CAN, et puissance du bruit de quantification en carré rouge. (b) : Périodogramme du signal FI pour 12, 16 et 24 Bits.



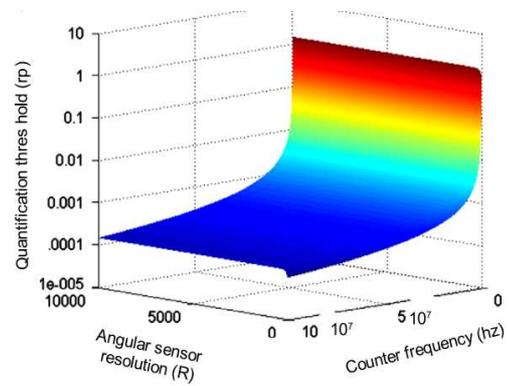
**FIGURE 3.23:** Estimation de la DSP des signaux VAI pour différentes résolutions du codeur à une vitesse constante de 800 tr/min. Pour le signal brut, la vitesse a été fixée à 250 tr/min en raison de la limitation de la fréquence d'échantillonnage : Périodogramme de la VAI en bleu, partie stochastique du périodogramme de la VAI en noir, et bruit VAI estimé en rouge.



**FIGURE 3.24:** DSP du signal VAI à 4096 ppr en bleu, avec seuil à 1% en vert



(a)



(b)

**FIGURE 3.25:** Effet de la résolution du capteur sur le niveau de bruit spectral de la VAI : Méthode de démodulation de fréquence (a), méthode d'acquisition ET de la réf.[AND 14] (b)

## Méthode de démodulation haute fréquence pour l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

---

Les chapitres précédents ont permis d'exposer les limitations que la fréquence d'échantillonnage et la résolution du capteur induisent sur la qualité de la démodulation. Nous avons en particulier observé que l'augmentation de la résolution du codeur améliore le rapport signal à bruit relatif à l'estimation de la vitesse instantanée. Il reste que ces paramètres ne peuvent être modifiés à souhait : la fréquence d'échantillonnage est limitée par le coût qu'elle induit sur le matériel d'acquisition et limite *de facto* la résolution du capteur (ie la fréquence de la porteuse). Ce chapitre propose une solution pour travailler avec un codeur haute résolution sans changer de carte d'acquisition en adaptant la méthode super-hétérodyne du domaine des télécommunications. La démodulation haute fréquence est ainsi effectuée dans le domaine analogique avant l'acquisition des données et permet d'utiliser toute la résolution du codeur. Cette technique permet d'inspecter une bande passante restreinte en haute fréquence avec un faible taux d'échantillonnage. L'étude de cette nouvelle technique explique comment choisir la fréquence intermédiaire pour la démodulation et certaines limitations dues à l'imperfection des composants électroniques. Un test sur un banc d'engrenages est réalisé pour comparer cette nouvelle méthode avec la méthode Écart Temporel.

---

## 4.1 Limites de la méthode de démodulation classique

### 4.1.1 Dispositif expérimental

Avant d'aborder le développement de la méthode proposée, le dispositif expérimental utilisé dans ce chapitre est tout d'abord présenté. Cela nous permettra d'illustrer expérimentalement les limites de la méthode de démodulation classique présentée dans les chapitres précédents. Le banc d'essai utilisé est décrit dans la section 3.2.2.1 du chapitre 3. En plus de l'acquisition temporelle, les signaux sont collectés avec la méthode ET. Ainsi, le système d'acquisition est composé de :

- 2 châssis NI 9171 USB cDAQ contenant :
  - une entrée/sortie numérique NI 9401 qui permet de mesurer la période d'un signal TTL avec une horloge de 80 MHz en utilisant la méthode ET
  - La carte d'acquisition de données NI 9234 est utilisée pour enregistrer les signaux du codeur optique, et le signal "superhétérodyne".

Un système superhétérodyne décrit dans la section 4.2, composé de :

- un générateur de fonctions synthétisées FI 5110, utilisé pour générer une onde sinusoïdale.
- un multiplicateur AD 633 utilisé pour la démodulation.
- un filtre passe-haut  $10\text{ kHz} - 100\text{ }\mu\text{F}$  pour éliminer la composante continue.

L'implémentation de cette instrumentation est décrite dans les sections suivantes.

### 4.1.2 Repliement spatial

#### 4.1.2.1 définition

Avant de présenter le repliement spatial, il semble pertinent de présenter le repliement temporel, mieux connue. Le repliement temporel est celui qui associe la discrétisation temporelle d'un signal à un filtre passe-bas pour imposer le respect des conditions de Shannon-Nyquist. Dans le cas d'un codeur observé par la méthode Ecart Temporel, il est inutile de filtrer le signal carré puisque seule la distance entre la montée et la descente est mesurée par le compteur (le signal binaire TTL n'est pas enregistré). Les fréquences de comptage sont si élevées que le risque lié au repliement lié à une vitesse trop élevée est négligeable : dit autrement, on est sûr que Shannon-Nyquist est respecté. Similairement, dans le cas d'un codeur traité par démodulation, le filtre anti-repliement permet de filtrer les harmoniques de la fondamentale et prévient des risques de repliement temporel.

En revanche, nous nommons repliement spatial celui lié à la discrétisation angulaire du signal et par là même à la résolution du codeur. Une variation de vitesse de fréquence supérieure à la résolution du capteur apparaîtra repliée, quelle que soit la fréquence de comptage d'un signal ET, ou quelle que soit la fréquence d'acquisition du signal temporel. Dit autrement, si la résolution du codeur optique est trop faible, des variations rapides de vitesse seront interprétées comme des variations lentes.

Ce phénomène de repliement spatial est détaillé dans [AND 14] dans le cadre des mesures Ecart Temporel. On y trouve d'ailleurs une manière d'estimer les variations de

vitesse réelles de tout phénomène replié dont la fréquence cyclique d'origine est connue. Dans le cadre des mesures temporelles (techniques de démodulation), ce problème fait référence au théorème Bedrosian qui a été discuté au chapitre 1.

##### 4.1.2.2 illustration sur le signal Ecart Temporel

Afin d'illustrer le repliement spatial, une acquisition est réalisée sur le banc d'essai avec un codeur de résolution  $R = 4096$  lignes par tour. L'arbre tourne à 1500 tr/min. La période instantanée est mesurée par un compteur de fréquence 80 MHz. Le signal associé à une résolution inférieure du codeur optique (32 lignes) est estimé en additionnant 128 mesures consécutives (c'est-à-dire en ignorant 127 fronts montants tous les 128 fronts montants).

La Figure 4.1 montre la période instantanée de l'arbre d'entrée et son spectre, respectivement, avec une résolution de  $R = 4096$  (en bleu) et de  $R = 32$  lignes par tour (en rouge). La période instantanée de l'arbre d'entrée  $T_r$  est déduite de la période mesurée du codeur optique  $T_c$  :

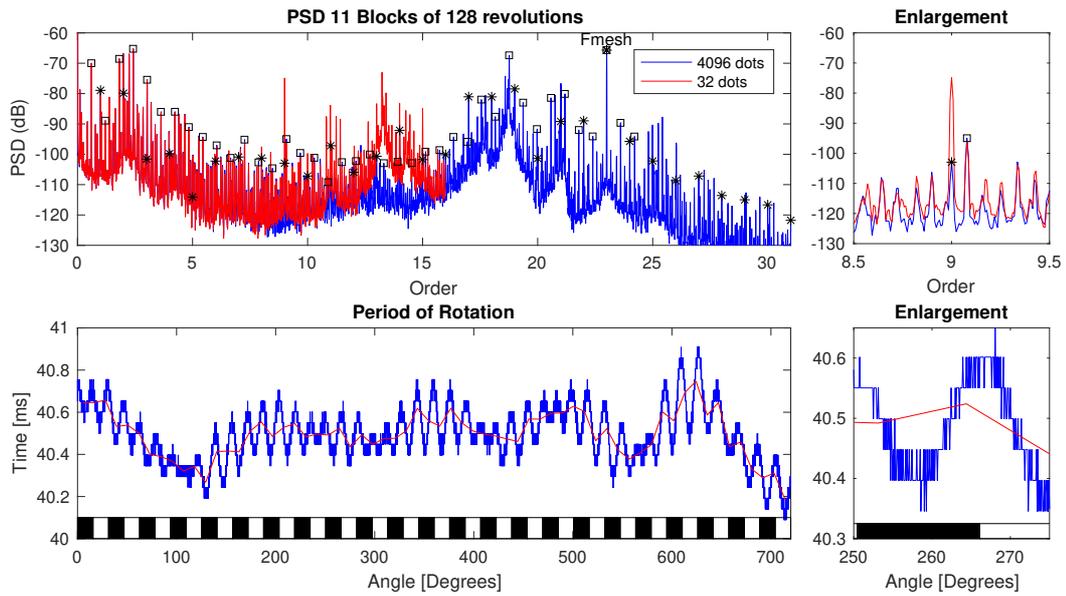
$$T_r = R \cdot T_c \quad (4.1)$$

Le spectre est tracé en ordres. Les étoiles indiquent la série de pics présents aux harmoniques de la vitesse de rotation. Les marqueurs carrés indiquent les harmoniques de l'arbre de sortie d'ordre  $23/38 = 0,6053$ . Les fréquences d'engrènement, à l'ordre 23, sont indiquées par le texte *Fmesh*. Une résonance apparaît autour des ordres 18 et 19. La résonance est replacée près des ordres 13 et 14 ( $32-18 = 14$ ). L'agrandissement montre que l'amplitude du pic à l'ordre 9 est différente en raison d'un repliement de la fréquence d'engrènement de l'ordre 23 à l'ordre 9 ( $32-23 = 9$ ).

La courbe en bas de la Figure 4.1 montre la période instantanée en fonction de l'angle. La période moyenne est d'environ 40,5 ms et correspond à 1481 rpm. Cette période moyenne est très élevée en comparaison avec la fluctuation de  $\pm 0.8$  ms (2%). L'effet de moyennage est visible sur le signal rouge. Malheureusement, ce moyennage n'est pas suffisant pour limiter le repliement.

##### 4.1.3 Analyse du signal d'un codeur TTL

La Figure 4.2 montre les sorties A et B du signal du codeur optique. En raison de la résolution élevée du codeur (4096 lignes) et de la haute fréquence du signal, ce signal est acquis à l'aide d'un oscilloscope Tektronix TDS 2002B à une fréquence d'échantillonnage de 100 MHz. La sortie B est la version décalée de  $90^\circ$  de A qui permet de trouver le sens de rotation et peut également être utilisée pour doubler la résolution en combinant les deux voies avec un OU exclusif. On peut voir que les signaux A et B ont une interférence mutuelle (diaphonie) lorsqu'un changement d'état se produit. Le bruit est également visible dans les deux signaux et la tension de sortie dépasse les niveaux classiques de 0-5 V pendant la transition.



**FIGURE 4.1:** Effet d'une résolution inférieure du codeur optique (spectre, période instantanée). Le spectre est composé d'une série de pics. Les étoiles indiquent les harmoniques de rotation d'entrée et les carrés indiquent les harmoniques de vitesse de sortie. Le zèbra indique la période d'engrènement

Ce signal est traité par deux triggers de Schmitt (74LS14) pour produire le signal illustré dans la Figure 4.3. Les lignes en pointillés correspondent aux seuils. Ensuite un diviseur de fréquence CMOS 4040 permet de réduire la résolution du signal du codeur par une puissance de deux afin d'obtenir un signal avec une fréquence compatible avec les dispositifs d'acquisition de données. Par exemple, une résolution de  $R=256$  peut être obtenue en divisant la fréquence par  $2^4$ .

La Figure 4.4 montre le signal du codeur optique à une résolution de  $R=256$  lignes par tour dans le domaine temporel et fréquentiel. Pour éviter la saturation causée par une tension en dehors de  $\pm 5V$ , ce signal est acquis avec le mode AC. Le signal est acquis à la fréquence d'échantillonnage maximale de  $f_s = 51,2$  kHz. L'analyse de cette figure permet de comprendre certaines limites de cette méthode.

Sur la DSP estimée en moyennant 64 partitions de 25 tours chacune, il est possible d'observer la fondamentale et les harmoniques du signal codeur optique modulé en fréquence. Compte tenu de la fréquence de rotation moyenne  $f_{rot}$ , la fréquence fondamentale  $f_{enc}$  est située à :  $f_{enc} = R \cdot f_{rot}$ . Dans un signal carré parfait, seuls les multiples impairs de la fréquence fondamentale devraient être présents. Ici, ils apparaissent 60 dB en dessous l'amplitude fondamentale (c'est-à-dire avec une amplitude 1000 fois plus faible). L'amplitude de la troisième harmonique qui devrait être de 9.5 dB en dessous de l'amplitude fondamentale pour une onde carrée est de 20 dB en dessous ce qui ressemble

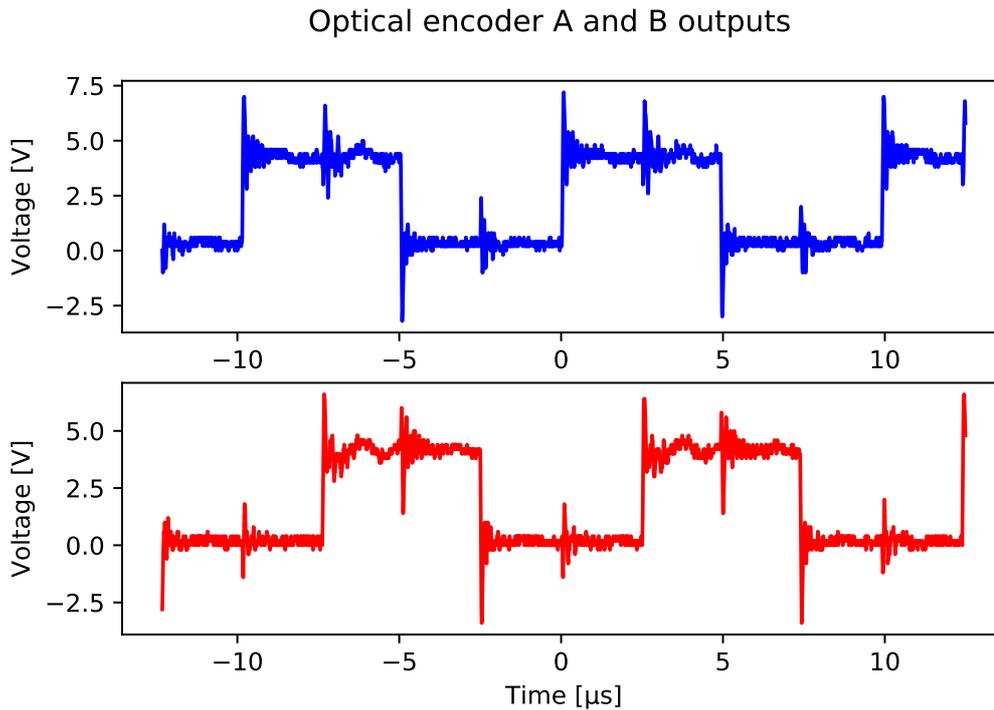


FIGURE 4.2: Voies A et B du signal codeur optique TTL, enregistrées avec une fréquence d'échantillonnage de 100 MHz à l'aide d'un oscilloscope.

plus à un signal triangulaire. La présence de cette deuxième harmonique limite le choix de la bande passante du filtre.

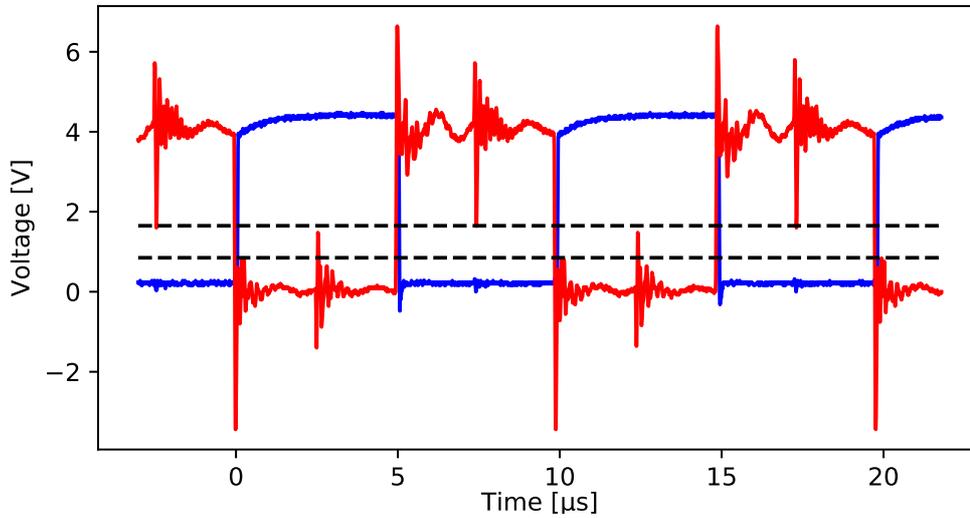
La forte atténuation du filtre anti-repliement ne parvient pas à masquer une quatrième harmonique apparaissant aux environs de  $f_s/2$ . Selon la documentation de la carte NI 9234, la bande passante est de  $0.45f_s = 23kHz$  (cette carte utilise un filtre stop-bande à  $0.55f_s$  avec une atténuation de 100 dB combiné à une bande passante à  $0.45f_s$ ). Par conséquent, le spectre ne doit pas être interprété après 23 kHz. La documentation mentionne une gamme dynamique de 102 dB qui correspond approximativement à la zone observée dans le spectre. Le codeur optique est modulé en fréquence par la vitesse instantanée du système mécanique. Par conséquent, certaines bandes latérales correspondant aux fréquences caractéristiques mécaniques apparaissent. Les lignes verticales pointillées en rouge indiquent la fréquence d'engrènement et ses harmoniques.

Selon la règle de Carson, 98% de l'énergie principale du signal est située dans une bande  $B$  autour de la fréquence fondamentale :  $B = 2(\Delta f + f_{max})$  avec :

- $\Delta f$  est la déviation de fréquence porteuse, ici négligeable.
- $f_{max}$  est la largeur de bande ou la fréquence maximale du signal modulant.

Sur le spectre du codeur optique de la Figure 4.5, on peut observer des bandes latérales autour des harmoniques de la fréquence fondamentale. Puisque la bande latérale

Optical encoder before and after Schmitt Trigger and inversion (74LS14)



**FIGURE 4.3:** Seuillage du signal codeur optique. Signal d'entrée brut en rouge et signal conditionné en bleu, enregistrés avec un oscilloscope.

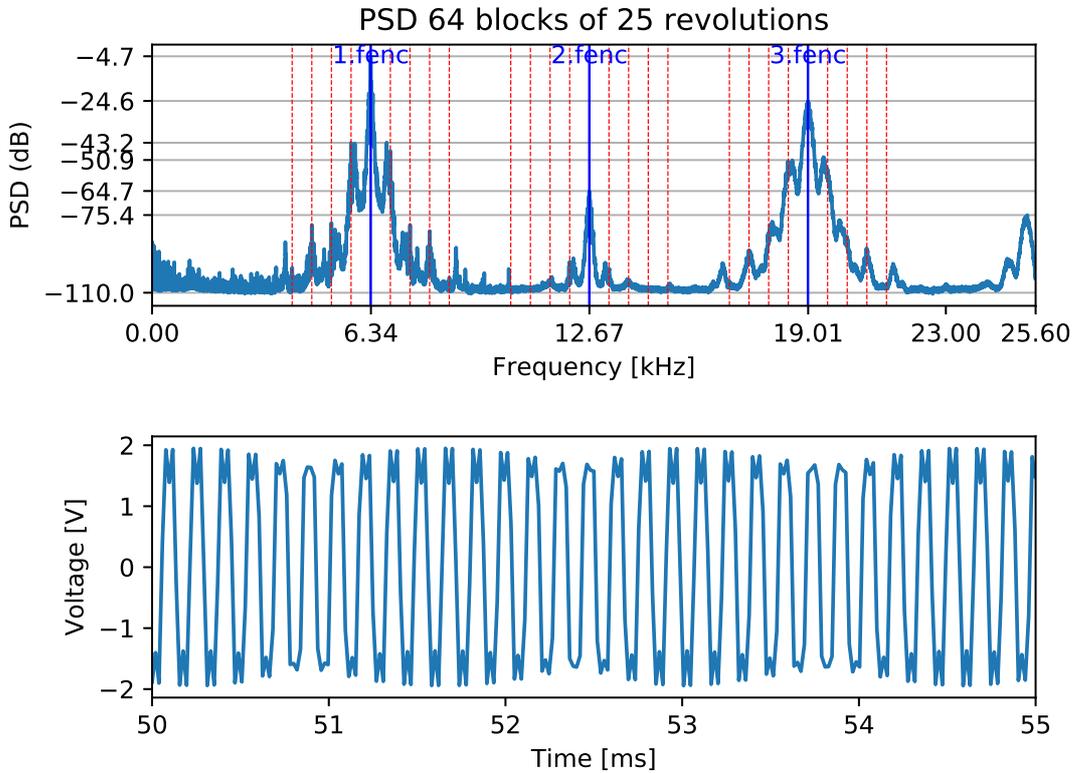
à  $f_{enc} + 2F_{mesh}$  est approximativement inférieure de  $20\text{ dB}$  à celle à  $f_{enc} + F_{mesh}$ , on peut considérer que l'énergie du signal est contenue dans une largeur de bande de  $2F_{mesh}$  autour de la porteuse  $f_{enc}$ . Selon cette analyse, les limites suivantes apparaissent : limite liée à la fréquence d'échantillonnage, et le repliement spatial.

#### 4.1.3.1 Limite liée à la fréquence d'échantillonnage

La présence d'une deuxième harmonique de la fréquence fondamentale restreint la bande passante du filtre. S'il est nécessaire d'augmenter la résolution du codeur pour pouvoir choisir une bande passante plus grande, cette solution est limitée par la fréquence d'échantillonnage puisque la fréquence fondamentale du codeur est proportionnelle à la résolution du codeur. Comme la fréquence d'échantillonnage maximale est de  $51.2\text{ kHz}$  (bande passante du filtre anti-repliement de  $23\text{ kHz}$ ), une résolution supérieure à  $512$  lignes à  $1\,500\text{ tr/min}$  ne peut pas être utilisée. Dans ce cas, la période moyenne du codeur optique est de  $f_s/f_{cod} = 4$  échantillons.

#### 4.1.3.2 Repliement spatial

Malgré l'existence d'un filtre anti-repliement sur le signal temporel, le problème de repliement spatial mentionné pour la méthode ET est toujours présent. Ce repliement spatial illustré par la Figure 4.5 apparaîtra également lors de l'utilisation d'un codeur optique de faible résolution, et semble découler du non respect du théorème de Bedrosian

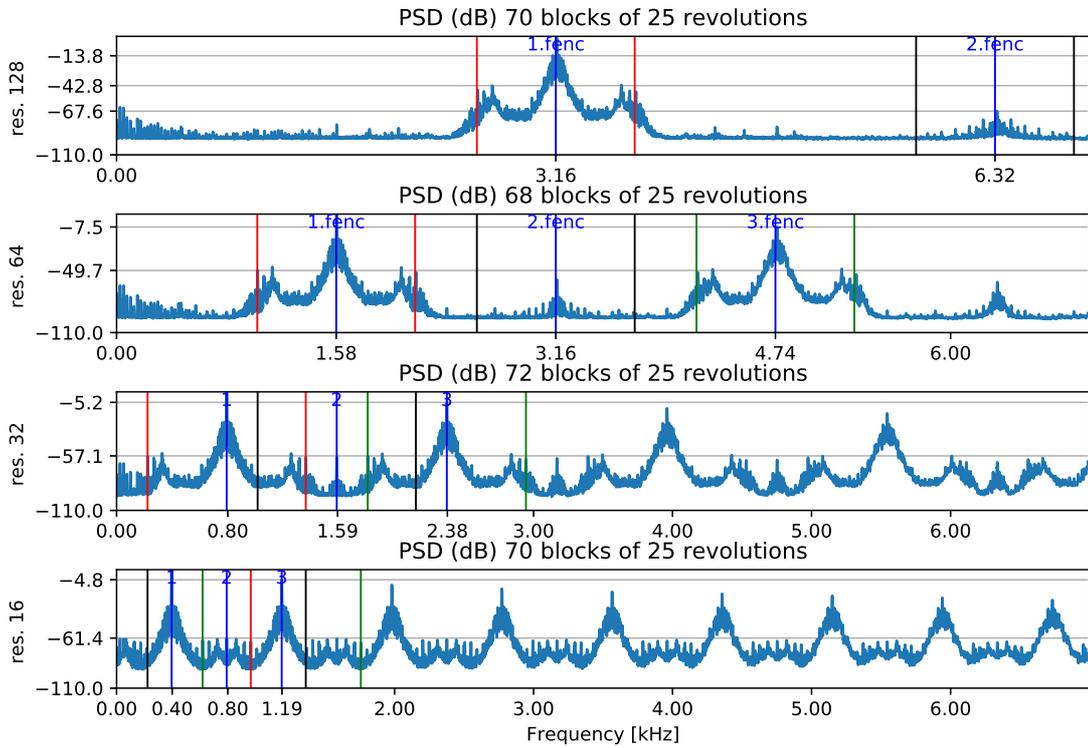


**FIGURE 4.4:** Signal du codeur optique en bas. Sur le spectre en haut, les lignes bleues indiquent les fréquences fondamentales et les harmoniques du signal du codeur optique, les lignes verticales pointillées en rouge indiquent les bandes latérales correspondant aux fréquences d'engrènement.

(voir A.3.2)

La Figure 4.5 montre le spectre du signal codeur optique pour 4 résolutions différentes (résolution réduite par un CMOS 4040 Binary Counter/Divider). Chaque résolution est associée à une acquisition différente. La même échelle est utilisée pour tous les spectres. Les  $n$  premiers multiples de la fréquence fondamentale du codeur optique sont indiqués ainsi que les bandes latérales correspondantes à  $n.f_{enc} \pm F_{mesh}$  (en rouge pour  $n=1$ , noir pour  $n=2$  et vert pour  $n=3$ ). Les pics espacés de 25 Hz dans la zone de basse fréquence sont probablement dus à une perturbation électrique. Avec une résolution de 128 et 64 lignes, les bandes latérales ne se chevauchent pas. Cela signifie qu'il est possible d'extraire avec un filtre passe-bande un ensemble de sinusoïdes modulées en fréquence associées à chaque harmonique : la fondamentale à  $f_{enc} \pm F_{mesh}$ , la seconde harmonique à  $2f_{cod} \pm F_{mesh}, \dots$  etc.

Pour une résolution de 32 lignes, la bande latérale noire associée à l'harmonique 2 de la



**FIGURE 4.5:** Spectre du signal du codeur optique pour différentes résolutions de 16 à 128 lignes. Les lignes bleues indiquent la fréquence fondamentale et ses harmoniques. Les lignes colorées montrent les bandes latérales associées à la fréquence d'engrènement, respectivement, en rouge pour la fréquence fondamentale, en noir pour la deuxième harmonique, et en vert pour la troisième harmonique.

porteuse  $2 \cdot f_{enc} - F_{mesh}$  se retrouve à l'intérieur de la zone  $f_{cod} \pm f_{mesh}$ . Cela signifie qu'il n'est pas possible d'extraire un signal sinusoïdal modulé en fréquence en utilisant un filtre passe-bande. Avec une résolution de 16 lignes, en plus du problème de chevauchement, la composante à  $f_{enc} - F_{mesh}$  est négative. Par conséquent, un autre pic à  $-f_{enc} + F_{mesh}$  apparaît. Ainsi, Pour éviter le problème de chevauchement, la résolution du codeur doit être choisie en fonction de la fréquence maximale du signal modulant, soit :

- $\beta$  la déviation de fréquence maximale en Hertz ( $F_{mesh}$  dans notre cas)
- $k = 3$  si on considère un signal carré parfait avec seulement des harmoniques impairs
- $k = 2$  si l'on considère qu'une harmonique paire à  $2f_{enc}$  peut être présente.

En résumé, deux contraintes apparaissent :

$$f_{enc} + \beta < k \cdot f_{enc} - \beta \quad \text{pas de chevauchement} \quad (4.2)$$

$$f_{enc} - \beta > 0 \quad \text{pas de bande latérale négative} \quad (4.3)$$

Puisque  $f_{enc} = R \cdot f_{rot}$ , la contrainte sur la résolution pour éviter le repliement spatial est :

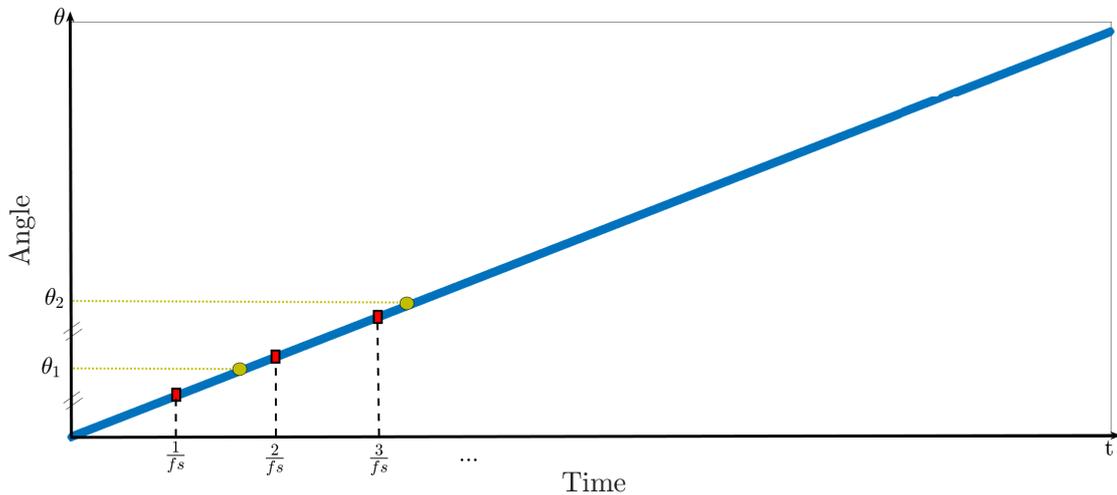
$$R > \frac{2}{k-1} \cdot \frac{\beta}{f_{rot}} \quad (4.4)$$

où  $\beta/f_{rot}$  est la déviation de fréquence maximale exprimée en ordres. Cela signifie qu'une fluctuation de vitesse plus élevée contraint la résolution minimale du codeur optique, ou qu'une résolution élevée du codeur optique permet d'explorer une largeur de bande plus importante. Cette dernière devrait être intéressante pour détecter des phénomènes transitoires rapides.

**4.1.3.3 Comparaison de la méthode de démodulation de fréquence avec la méthode ET**

Afin de comparer les deux méthodes, le codeur optique avec une résolution de 512 lignes par tour est enregistré avec les deux méthodes.

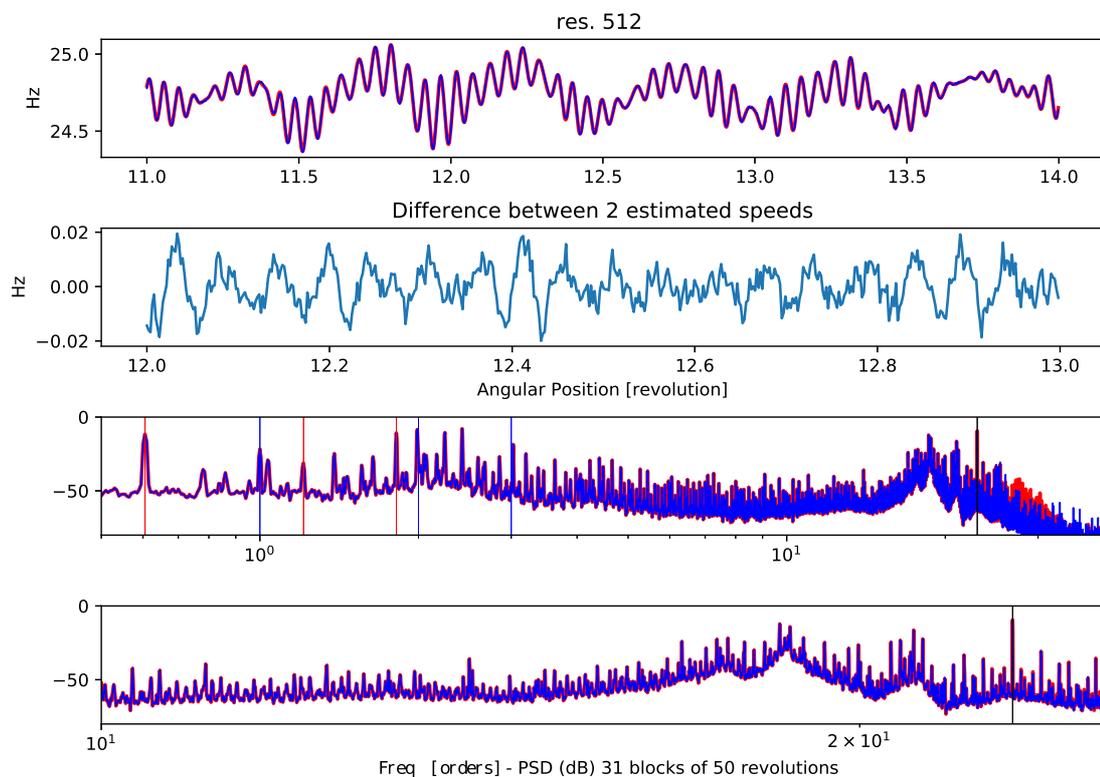
La fréquence instantanée obtenue avec la technique de démodulation de fréquence est ensuite ré-échantillonnée dans le domaine angulaire pour effectuer une comparaison avec la méthode ET. L'acquisition n'étant pas lancée exactement au même moment, le délai entre les deux estimations est compensé manuellement. Le processus de ré-échantillonnage angulaire adopté dans le cadre de ce travail est décrit dans [AND 10]. En intégrant le signal VAI résultant, la fonction angle/temps renvoie les instants correspondant à chaque position angulaire où le signal VAI est échantillonné 4.6. Ces instants sont utilisés pour ré-échantillonner le signal VAI à l'aide d'une interpolation par spline cubique [ELB 02].



**FIGURE 4.6:** Fonction angle/temps

La fréquence instantanée estimée est présentée en haut de la Figure 4.7. Une bande passante de  $B = 2 \times 1.2 \times f_{mesh}$  est utilisée. Un agrandissement de la différence juste en

dessous montre que les résultats sont proches ( $0,04 \text{ Hz}$  pour une fluctuation de vitesse de  $0,73 \text{ Hz}$  (moins de 6%). Ce résultat est à relativiser car le retard n'est valable que localement (environ pendant 500 tours) et la variation peut augmenter dans certaines zones. Le bas de la Figure 4.7 montre les spectres superposés des deux fréquences instantanées estimées et un agrandissement. Les spectres calculés sur l'ensemble du signal sont très proches.



**FIGURE 4.7:** Comparaison entre la méthode ET (bleu) et la technique de démodulation (rouge). La courbe du haut montre la vitesse instantanée de l'arbre estimée par les deux méthodes. La différence est tracée en dessous. Les courbes du bas montrent les spectres correspondants. Les lignes verticales correspondent aux fréquences d'entrée (en bleu) et de sortie (en rouge) de l'arbre et à leurs harmoniques respectives.

## 4.2 La méthode superhétérodyne pour la démodulation haute fréquence

La méthode hétérodyne est l'un des éléments clés du traitement du signal moderne. Cette technique permet de mélanger deux signaux de fréquences différentes  $f_1$  et  $f_2$  pour deux signaux de deux composantes à  $f_1 - f_2$  et  $f_1 + f_2$ . Ce principe est mis en œuvre dans de nombreuses applications, par exemple, les communications radio et optiques [KIK 15], mesures de fréquence [VER 15], et dans la détection optique de haute précision [YAN 16]. L'hétérodyne est couramment réalisée à l'aide d'éléments électroniques fonctionnant dans un régime non linéaire [LIE 15]. Le principe de cette méthode est basée sur une relation trigonométrique simple. Soit  $x_1(t) = \sin(2\pi f_1 t)$  un signal sinusoïdal de fréquence  $f_1$  et  $x_2(t) = \sin(2\pi f_2 t)$  un signal sinusoïdal de fréquence  $f_2$ . Le produit de ces deux signaux résulte en un signal  $x(t)$  tel que :

$$\begin{aligned} x(t) &= x_1(t) \cdot x_2(t) \\ &= \sin(2\pi f_1 t) \sin(2\pi f_2 t) \\ &= \frac{1}{2} \left[ \cos(2\pi(f_1 + f_2)t) - \cos(2\pi(f_1 - f_2)t) \right] \end{aligned} \quad (4.5)$$

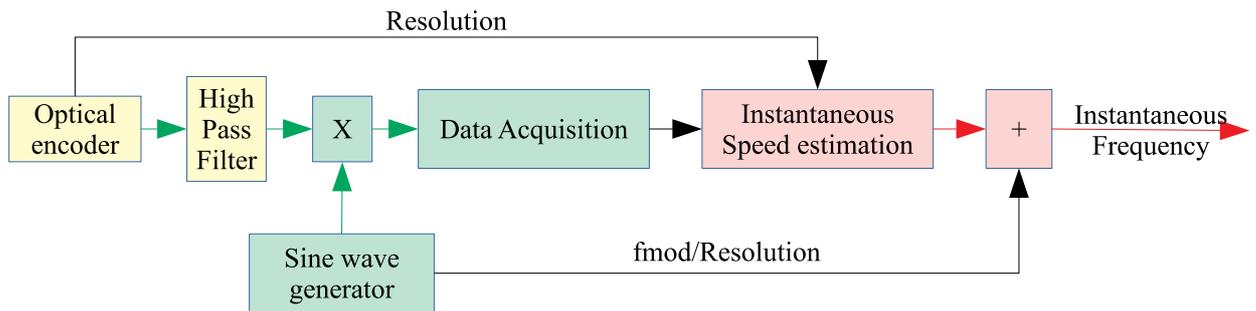
Si  $x_2$  ne peut pas être acquis par le système d'acquisition, un choix adéquat de la fréquence  $f_1$  du signal  $x_1$  permet de déplacer la bande fréquentielle de  $x_2$  dans la région de Nyquist. Ce principe simple est appliqué au signaux du codeur dont les fréquences fondamentales dépassent les limites du système d'acquisition.

### 4.2.1 Principe de mesure

Dans la technique de démodulation de fréquence, le signal est enregistré à une fréquence d'échantillonnage élevée afin d'explorer uniquement le contenu spectral de la bande fréquentielle  $[f_{enc} - B/2, f_{enc} + B/2]$ .

L'idée de la technique superhétérodyne illustrée par la Figure 4.8, qui provient du domaine des télécommunications, est de déplacer analogiquement le signal du codeur optique de la bande  $[f_{enc} - B/2, f_{enc} + B/2]$  à la bande  $[\varepsilon; \varepsilon + B_s]$  en utilisant un multiplicateur analogique ( $\varepsilon$  est une petite marge). Un filtre passe-haut est nécessaire pour éliminer la composante continue du signal du codeur optique. Sans l'utilisation de ce filtre, le décalage de cette composante continue, par multiplication avec le signal généré par le générateur de fonctions, crée une composante supplémentaire indésirable dans le spectre. Ensuite, le signal est multiplié analogiquement par un signal sinusoïdale de fréquence  $f_{mod}$ , synthétisé à l'aide d'un générateur de fonctions. Le signal sortant du multiplicateur est composé de deux composantes de bandes passantes de  $[f_{enc} - f_{mod} - B/2, f_{enc} - f_{mod} + B/2]$  et  $[f_{enc} + f_{mod} - B/2, f_{enc} + f_{mod} + B/2]$ . La fréquence  $f_{mod}$  est choisie pour que la composante de bande passante  $[f_{enc} - f_{mod} - B/2, f_{enc} - f_{mod} + B/2]$  soit comprise dans l'intervalle  $[\varepsilon; \varepsilon + B_s]$ . Cette composante pourrait ensuite être enregistrée avec une fréquence

#### 4. Méthode de démodulation haute fréquence pour l'estimation de la vitesse angulaire instantanée **La méthode superhétérodyne pour la démodulation haute fréquence**



**FIGURE 4.8:** Principe de la technique de démodulation haute fréquence.

d'échantillonnage supérieure à  $2B_s$ . Il devient alors possible d'utiliser la haute résolution du codeur (4096 lignes par tour) avec un dispositif d'acquisition de données classique. L'effet de démodulation est simplement compensé après le calcul de la vitesse instantanée par l'ajout d'un facteur de correction constant  $f_{mod}/R$ .

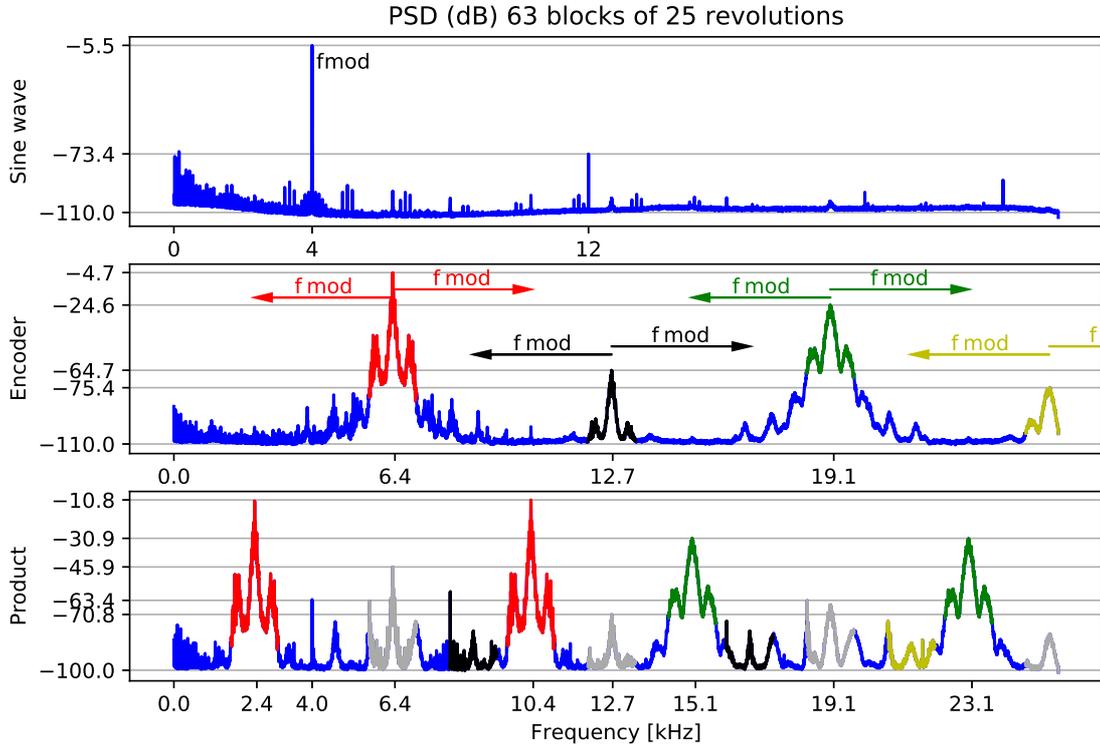
Afin d'illustrer la partie analogique du déplacement de la fréquence du codeur optique. Les signaux issus du générateur d'ondes sinusoïdales, du codeur et du multiplicateur sont acquis par le dispositif d'acquisition décrit dans la partie 4.1.1. En raison de la limitation du dispositif d'acquisition de données, une résolution du codeur optique de 256 lignes a été utilisée pour pouvoir acquérir le signal du codeur avant la multiplication. Cela nous permettra de comparer la VAI estimée à partir des deux signaux avant et après multiplication. La fréquence du générateur d'ondes sinusoïdales a été fixée à  $f_{mod} = 4kHz$ . Le spectre de chaque signal est présenté dans la Figure 4.9.

La courbe du haut montre le spectre du signal issu du générateur d'ondes sinusoïdales. En plus du pic à 4 kHz, une troisième harmonique plus basse de 68 dB (c'est-à-dire une amplitude de 2400) donne une indication sur la qualité du générateur de fonctions. Cela soulève également la question de l'influence d'une troisième harmonique sur les générateurs à bas prix. Le faible bruit dans le spectre est produit par le variateur de vitesse du moteur ainsi que par le générateur de fonctions.

Ensuite, le spectre du signal du codeur avant multiplication est tracé dans le graphe central. Les régions colorées délimitent une zone autour de la fréquence fondamentale du codeur et de ses harmoniques. Les flèches montrent le déplacement de chaque harmonique dû au produit analogique avec le signal sinusoïdal. L'effet de la multiplication du signal du codeur par une onde sinusoïdale entraîne un déplacement de chaque composante du spectre du codeur de  $f_{mod}$  à gauche et à droite comme indiqué par la flèche. Chaque composante est identifiée par une couleur pour faciliter l'analyse après démodulation. Les régions grises correspondent à la fréquence fondamentale du codeur et de ses harmoniques induite par la composante continue synthétisée par le générateur de fonction. Chaque composante du codeur optique a été décalée de  $4kHz$  dans les deux directions, gauche et droite. Le rapport d'amplitude de 20 dB entre les harmoniques 1 et 3 du codeur

#### 4. Méthode de démodulation haute fréquence pour l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

La méthode superhétérodyne pour la démodulation haute fréquence



**FIGURE 4.9:** Illustration de la technique de démodulation haute fréquence.

optique a été conservée après démodulation. Malheureusement, les composantes à  $f_{enc}$ ,  $2 \cdot f_{enc}$  et  $2 \cdot f_{enc}$  (marquées en gris) et à  $f_{mod}$  sont présentes après démodulation. Cela signifie que le signal produit  $p(t)$  est :

$$\begin{aligned}
 p(t) &= [s(t) + \epsilon_e] \cdot [\sin(2\pi f_{mod}t) + \epsilon_s] \\
 &= s(t) \cdot \sin(2\pi f_{mod}t) + \epsilon_e \cdot \sin(2\pi f_{mod}t) + \epsilon_s \cdot s(t) + \epsilon_e \cdot \epsilon_s
 \end{aligned} \quad (4.6)$$

où :

- $s(t)$  est une version à moyenne nulle du signal du codeur optique obtenue en appliquant un filtre passe-haut avant l'acquisition des données.
- $\epsilon_e$  est une composante continue introduite par l'électronique du système de conditionnement.
- $\epsilon_s$  est une composante continue introduite par l'électronique malgré le réglage fin du générateur d'ondes sinusoïdales.

L'atténuation entre le signal gris à  $f_{enc}$  et le signal rouge original est de 41 dB. cela signifie que  $\epsilon_s = 0.009$ . En regardant l'onde sinusoïdale, la valeur  $\epsilon_e = 0.001$  pourrait être identifiée. Les valeurs  $\epsilon_s$  et  $\epsilon_e$  sont en effet faibles, et leur réduction nécessite un réglage plus précis de l'offset. En pratique, le dernier spectre correspond au seul signal acquis. La

seule partie intéressante du signal est le motif rouge gauche correspondant à la partie démodulée. Cette partie pourrait être acquise par une carte d'acquisition avec une fréquence d'échantillonnage de 8 kHz. Après l'acquisition, un schéma classique d'estimation de la fréquence instantanée est appliqué (filtrage passe-bande, extraction analytique du signal, différenciation). Une simple addition de  $f_{mod}/R$  est nécessaire pour compenser le décalage de fréquence de  $f_{mod}$ . Il faut noter que dans une application réelle, la fréquence  $f_{cod}$  du codeur optique pourrait être plus élevée (par exemple 102.4 kHz à 1500 rpm avec une résolution de 4096).

#### 4.2.2 Limite de la méthode proposée : chevauchement fréquentiel

Soit  $\beta$  la déviation maximale de fréquence en Hz (comme dans la section précédente). En regardant le spectre en bas de la figure 4.9, il est possible d'identifier le contenu suivant :

- $[f_{cod} - f_{mod} - \beta, f_{cod} - f_{mod} + \beta]$  : fréquence fondamentale du codeur décalée à gauche, qui est utilisée pour l'estimation de la VAI.
- $[k \cdot f_{cod} \pm f_{mod} - \beta, k \cdot f_{cod} \pm f_{mod} + \beta]$  : toutes les fréquences du codeur décalées à gauche et à droite,
- $f_{mod}$  : fréquence de l'onde sinusoïdale (ne devrait pas être ici si  $\varepsilon_e = 0$ ).
- $[k \cdot f_{cod} - \beta, k \cdot f_{cod} + \beta]$  : fréquences du codeur (ne devraient pas être ici si  $\varepsilon_s = 0$ ).

Afin d'obtenir une estimation correcte de la VAI, la fréquence du codeur décalée vers la gauche ne doit pas chevaucher avec les autres fréquences. Sinon, le signal analytique ne correspondra plus à celui d'une onde sinusoïdale et sa phase aura une signification différente. Le motif rouge décalé en fréquence doit être maintenu dans la région des fréquences positives. Cela conduit à :

$$f_{cod} - f_{mod} - \beta > 0 \quad (4.7)$$

$$f_{mod} < f_{cod} - \beta \quad (4.8)$$

Pour extraire la première harmonique du signal codeur, la fréquence de démodulation  $f_{mod}$  doit être inférieure à  $f_{cod}$ . Si  $\varepsilon_e \neq 0$ , l'absence de chevauchement entre le motif rouge décalé en fréquence à gauche et  $f_{mod}$  implique que :

$$f_{cod} - f_{mod} + \beta < f_{mod} \quad (4.9)$$

$$f_{mod} > \frac{f_{cod} + \beta}{2} \quad (4.10)$$

Si  $\varepsilon_s \neq 0$ , l'absence de chevauchement entre la fréquence en rouge de gauche et celle d'origine implique que :

$$f_{cod} - f_{mod} + \beta < f_{cod} - \beta \quad (4.11)$$

$$f_{mod} > 2\beta \quad (4.12)$$

#### 4. Méthode de démodulation haute fréquence pour l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

La méthode superhétérodyne pour la démodulation haute fréquence

Si  $\varepsilon_s = 0$  et  $\varepsilon_e = 0$ , l'absence de chevauchement entre la fréquence en rouge à gauche et la version décalée à droite implique que :

$$f_{cod} - f_{mod} + \beta < f_{cod} + f_{mod} - \beta \quad (4.13)$$

$$f_{mod} > \beta \quad (4.14)$$

En conclusion, la fréquence de démodulation  $f_{mod}$  doit être inférieure à  $f_{cod} - \beta$  et selon que l'on prend en compte  $\varepsilon_e$  et  $\varepsilon_s$  ou non,  $f_{mod}$  doit être respectivement supérieure à  $\frac{f_{cod} + \beta}{2}$ ,  $2\beta$  ou  $\beta$ .

Une autre façon de régler ce problème serait de trouver la fréquence de démodulation optimale  $f_{modop}$  qui maximise la plus grande bande passante observable  $\beta_{max}$ . Cela conduit à l'expression suivante :

$$f_{modop} = \frac{2}{3} \cdot f_{cod} \quad \text{et} \quad \beta_{max} = \frac{1}{3} \cdot f_{cod} \quad \text{considérant } \varepsilon_e \text{ et } \varepsilon_s, \quad (4.15)$$

$$f_{modop} = \frac{f_{cod}}{2} \quad \text{et} \quad \beta_{max} = \frac{f_{cod}}{2} \quad \text{si } \varepsilon_e = \varepsilon_s = 0. \quad (4.16)$$

Si les deux composantes continues ne sont pas compensées, elles limitent la bande passante maximale  $\beta_{max}$  à l'ordre  $R/3$  au lieu de  $R/2$ . Le tableau 4.1 montre des exemples de configuration de la fréquence de démodulation.

Vitesse de rotation (rpm)	1500				3000	6000
Résolution du codeur $R$	256	512	1024	4096	4096	1024
Fréquence fondamentale du codeur $f_{cod}$ (kHz)	6.4	12.8	25.6	102.4	204.8	102.4
$f_{modop}$ (kHz)	4.3	8.5	17.0	68.3	136.5	68.3
Bande passante maximale en ordre $\beta_{max}$	85	170	341	1365	1365	341

**TABLE 4.1:** Exemple de la configuration de la fréquence de démodulation

La composante décalée doit respecter la condition de Nyquist pour pouvoir l'acquérir. Ainsi, il faut ajouter la contrainte  $f_{modop} > f_{cod} + \beta - f_s/2$ . Cette contrainte conduit à :

$$f_{modop} = \max\left(\frac{2}{3}f_{cod}, f_{cod} - \frac{f_s}{4}\right) \quad , \quad \beta_{max} = \min\left(\frac{f_{cod}}{3}, \frac{f_s}{4}\right) \quad (4.17)$$

En divisant  $\beta$  par  $f_{rot}$ , L'ordre maximal observé  $o_{max}$  est :

$$o_{max} = \min\left(\frac{R}{3}, \frac{f_s}{4 \cdot f_{rot}}\right). \quad (4.18)$$

Cela signifie que la fréquence de démodulation  $f_{mod}$  doit être augmentée afin de décaler davantage vers la gauche, le motif rouge de la Figure 4.9. Dans ce cas, la fréquence d'échantillonnage nécessaire devient  $f_s$ . Ces ajustements montrent que la fréquence d'échantillonnage limite la bande passante en ordre. Il faut garder à l'esprit, à titre de comparaison, que l'ordre théorique correspond à la moitié de la résolution équivalente d'un codeur optique.

Vitesse de rotation (rpm)	1500				3000	6000
Résolution du codeur $R$	256	512	1024	4096	4096	1024
Fréquence fondamentale du codeur $f_{cod}$ (kHz)	6.4	12.8	25.6	102.4	204.8	102.4
$f_{modop}$ (kHz)	4.3	8.5	17.0	89.6	192	89.6
Ordre maximum théorique	85	170	341	512	256	128

**TABLE 4.2:** Exemple de configuration d'un démodulateur pour ne pas utiliser plus de  $f_s = 51.2$  kHz.

### 4.2.3 Résultats et comparaison avec la méthode Écart Temporel

Afin de comparer les résultats obtenus avec la méthode proposée avec ceux obtenus à l'aide de la méthode ET, les signaux codeur optique avec différentes résolutions sont enregistrés à l'aide du système d'acquisition décrit dans la partie 4.1.1. La fréquence  $f_{mod}$  est fixée selon le tableau 4.2.

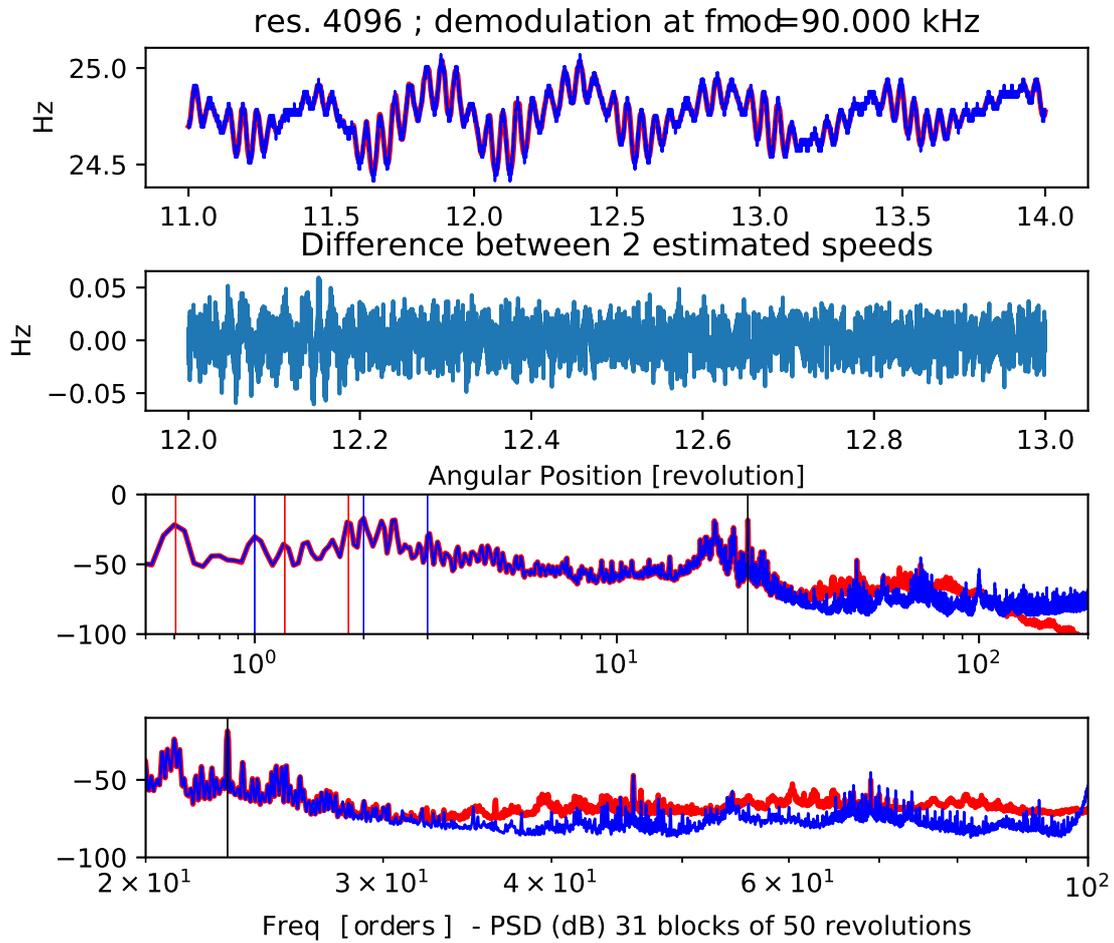
La Figure 4.10 compare deux résultats pour les deux approches pour une résolution  $R = 4096$ , et une fréquence de démodulation  $f_{mod} = 90$  kHz. La vitesse instantanée obtenue par la technique de démodulation haute fréquence a été ré-échantillonnée dans le domaine angulaire et décalée manuellement afin d'être comparée à la vitesse instantanée obtenue. La largeur de bande  $\beta$  est choisie pour inclure jusqu'à la troisième harmonique de la fréquence d'engrènement  $3.f_{mesh}$ . La comparaison n'est valable que localement pour le premier graphique. La courbe bleue correspond à la VAI estimée par la méthode ET, et la courbe rouge correspond à celle estimée par la démodulation haute fréquence.

Les deux courbes de la vitesse instantanée sont superposées. La méthode de démodulation haute fréquence est plus lisse que celle du temps écoulé en raison du bruit de quantification. La variation de la différence de 0,06 Hz n'est pas aussi importante que le pas de quantification de 0,03 Hz de la méthode ET.

Les spectres sont également proches jusqu'à l'ordre 30. Au delà, il semble qu'un bruit additif soit présent dans le signal démodulé à haute fréquence : les pics élevés sont toujours présents. L'effet de filtrage dû à la largeur de bande de  $3.f_{mesh}$  (ordre 69) devient facilement visible vers l'ordre 100. La Figure 4.2.3 montre également les spectres de la VAI avec des résolutions allant de 1024 à 8192 ppr sous une vitesse de 1500 tr/mn et dont les fréquences de démodulation sont 8 kHz, 16 kHz et 100 kHz. En regardant le spectre la résonance autour de l'ordre 200. Nous observons une réduction importante du bruit lorsqu'on augmente la résolution. le spectre correspondant à  $R = 8192$  indique des résultats comparable entre la méthode VAI et la méthode superhétérodyne. Nous estimons que si on continue à augmenter la résolution du capteur, on peut réduire d'avantage le bruit arrivant à des résultats similaires que ceux obtenus par la méthode ET.

#### 4. Méthode de démodulation haute fréquence pour l'estimation de la vitesse angulaire instantanée

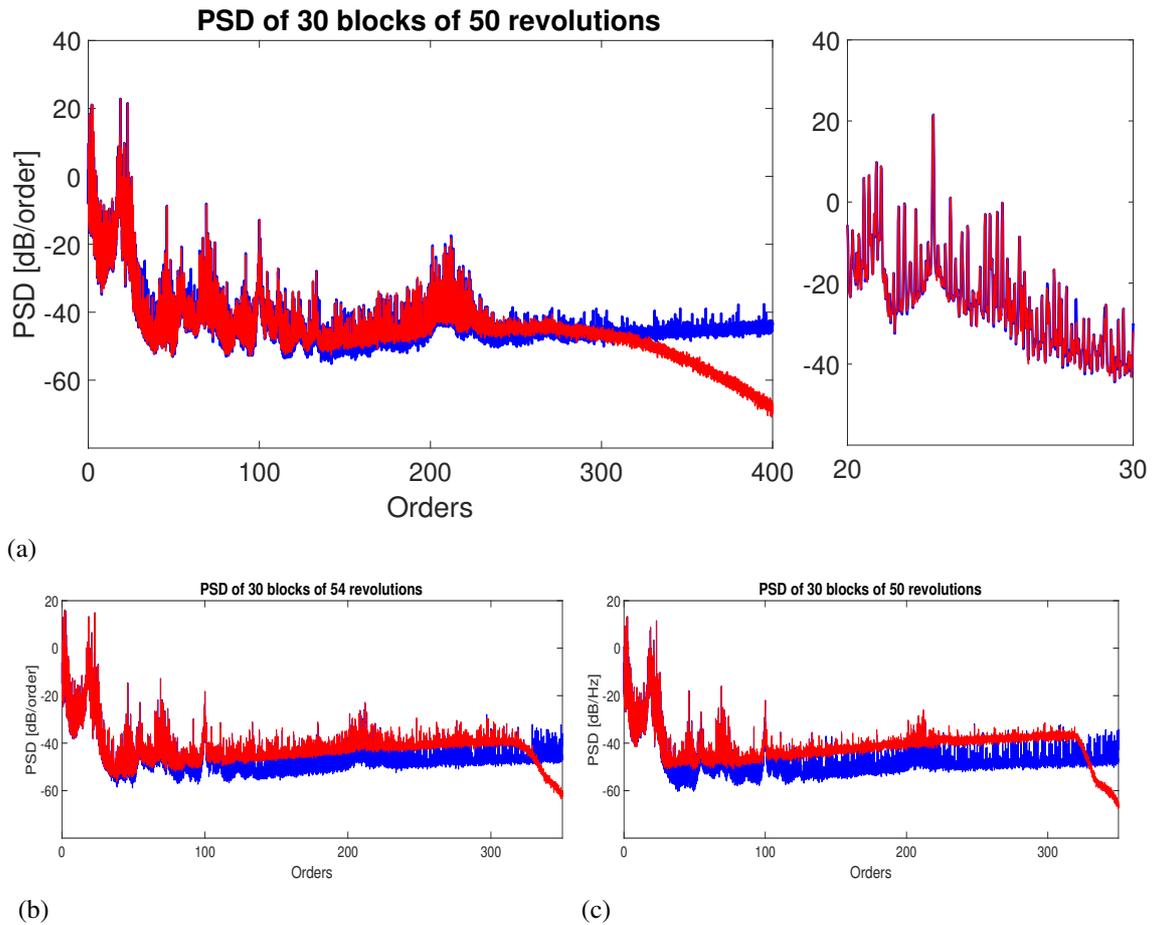
La méthode superhétérodyne pour la démodulation haute fréquence



**FIGURE 4.10:** Comparaison entre la méthode ET (bleu) et la technique de démodulation haute fréquence (rouge). La courbe du haut montre la vitesse instantanée de l'arbre estimée par les deux méthodes. La différence est tracée en dessous. Les courbes du bas montrent les spectres correspondants. Les lignes verticales correspondent aux fréquences d'entrée (en bleu) et de sortie (en rouge) de l'arbre et à leurs harmoniques respectives.

#### 4.2.4 Améliorations potentielles de la démodulation haute fréquence

Sur la base de l'analyse faite précédemment sur les limites de la technique proposée, certaines améliorations pourraient être apportées à cette technique.



**FIGURE 4.11:** Spectres de la VAI pour les résolutions :  $R = 8192$  (a),  $R=2048$  (b), et  $R=1024$  (c). Le spectre de la VAI obtenue par la méthode ET est en bleu et celui de la VAI avec la méthode proposée est en rouge.

#### 4.2.4.1 Démodulation en quadrature

Il peut être intéressant de réaliser une démodulation en quadrature qui nécessite d'enregistrer le signal du codeur optique  $s(t)$  multiplié par une onde cosinusoidale et du codeur optique multiplié par une onde sinusoidale à la fréquence  $f_{mod}$ . Ceci permettra de calculer la quantité :

$$s(t) \cdot \cos(2\pi f_{mod}t) - j \cdot x(t) \cdot \sin(2\pi f_{mod}t) = s(t) \cdot e^{-2\pi j f_{mod}t} \quad (4.19)$$

Cela signifie que le contenu fréquentiel du signal codeur sera décalée uniquement dans la direction gauche pour les fréquences positives et négatives. Ensuite, il devient possible de placer le signal décalé entre  $-fs/2$  et  $fs/2$  au lieu d'utiliser uniquement la zone de  $[0, fs/2]$ . Malheureusement, un tel démodulateur n'est pas parfait et l'onde sinusoidale peut être légèrement déphasée par rapport à l'onde cosinusoidale.

### 4.2.4.2 Conditions non stationnaires

Cette approche est conçue pour une vitesse relativement stationnaire. Si la vitesse moyenne varie fortement, il devient nécessaire d'ajuster la fréquence de démodulation pour l'adapter en fonction de la tendance de la vitesse moyenne.

## 4.3 Conclusion

Ce chapitre a rappelé deux méthodes classiques d'estimation de la vitesse angulaire instantanée à partir d'un signal de codeur optique : l'utilisation de la méthode ET et la technique de démodulation fréquence. Les inconvénients ont été montrés notamment pour la technique de démodulation de fréquence qui est limitée par la fréquence d'échantillonnage de la carte d'acquisition. Ce problème conduit à réduire la résolution du codeur optique pour limiter la fréquence du signal résultant.

Afin de résoudre les limitations de la carte d'acquisition, nous avons proposé une technique de démodulation haute fréquence qui effectue une démodulation analogique avant l'acquisition des données et permet d'utiliser toute la résolution du codeur optique. Cette technique connue en télécommunication sous le nom de super-hétérodyne permet d'inspecter une bande passante restreinte en haute fréquence avec un faible taux d'échantillonnage. L'étude de cette nouvelle technique explique comment choisir la fréquence intermédiaire pour la démodulation et certaines limitations dues à l'imperfection des composants électroniques ont été illustrées.

Les résultats du chapitre précédent montrent que le signal VAI acquis à haute résolution devrait être moins sensible au bruit additif que celui à basse résolution. Cela incite donc à augmenter la résolution du codeur. Un test sur un banc d'essai a permis de comparer cette nouvelle méthode avec la méthode ET et les résultats montrent que les spectres des deux méthodes sont similaires en basses fréquences et qu'un bruit additif est présent dans les hautes fréquences pour la méthode de démodulation haute fréquence. Ceci est induit par le bruit associé à l'utilisation d'un générateur de fonctions utilisé pour synthétiser le signal démodulant. Cette méthode semble donc intéressante lorsqu'aucun système d'acquisition ET n'est présent, ou qu'il est nécessaire de faire un échantillonnage temporel simultané d'autres signaux (accélération, ...), ou encore, s'il est nécessaire d'enregistrer un signal de codeur optique à très haute fréquence.



# Conclusion Générale et Perspectives

**Synthèse du travail effectué** Les travaux effectués lors de cette thèse concernent l'étude des méthodes temporelles d'estimation de la vitesse angulaire instantanée dans le cadre de surveillance de machines tournantes. Cette étude vient combler le manque de modélisation concernant l'utilisation de ces méthodes dans le cas particulier de l'estimation de la vitesse angulaire instantanée.

Le chapitre 1 concernait l'état de l'art sur l'exploitation de la vitesse instantanée dans le cadre de la maintenance prédictive conditionnelle des machines tournantes. Nous avons tout d'abord introduit le lecteur à des notions de base concernant le diagnostic de défauts mécaniques tel les roulements, engrenages, défaut de moteur diesel...etc. Ensuite, une synthèse des méthodes traitant le signal de vibration pour estimer la VAI est effectuée. Cette synthèse permet d'identifier plusieurs méthodes capables d'estimer la vitesse de rotation du système avec des précisions différentes. Ces méthodes ont été destinées à la base pour mener des analyses cyclostationnaires sur le signal vibratoire. D'autre part, nous avons présenté les principales méthodes d'estimation de la VAI à partir d'un capteur angulaire.

Ainsi, le chapitre 2 se consacrait à la démodulation de signaux codeur, sous des conditions stationnaires, à l'aide de trois méthodes : l'opérateur énergétique de Teager Kaiser (TKEO), le filtre de Vold-Kalman (VKF), et la démodulation du signal analytique (SA). Si ces méthodes paraissent très différentes en apparence, les résultats de cette étude préliminaire ont montré qu'elles présentent des résultats relativement équivalents. En particulier, l'influence du niveau de bruit et des paramètres d'acquisition tels que l'amplitude de la porteuse, la résolution du capteur ou la fréquence d'échantillonnage sur le spectre de VAI est globalement équivalente pour ces trois méthodes. En particulier, on observe pour ces trois méthodes une préférence pour l'utilisation de capteurs angulaire haute résolution. Et ce point révèle une différence radicale avec la méthode Ecart Temporel. En effet, des travaux antérieurs ont montré que l'augmentation de la résolution est préjudiciable à l'observation spectrale de la VAI obtenue par ET (tant elle amplifiait le bruit de quantification [AND 14]). Ce chapitre confirme en définitive la classification des méthodes d'acquisition en deux familles distinctes :

- Les méthodes angulaires : dont la plus utilisée est l'Ecart Temporel. Ces méthodes fournissent un signal discrétisé angulairement, sont sensibles à l'erreur de quanti-

fication, et favorisent l'utilisation de capteur basse résolution.

- Les méthodes temporelles : dont la plus utilisée est la démodulation du signal analytique. Ces méthodes fournissent un signal discrétisé temporellement, et s'améliorent avec des capteurs haute résolution.

Dans le chapitre 3, nous avons approfondi notre connaissance des méthodes temporelles en expliquant formellement les observations réalisées dans le chapitre précédent. Nous avons ainsi traité l'influence d'une perturbation stochastique additive sur l'observation spectrale de la fréquence instantanée d'un signal modulé en fréquence. Bien que l'approche proposée couvre le cas général des signaux FM indépendamment du champ d'application, une attention particulière a été donnée à l'exploitation de ces outils pour l'estimation de la vitesse instantanée dans le cadre de la surveillance des machines tournantes. L'objectif était de développer un modèle capable d'estimer le niveau du bruit pour chaque canal fréquentiel du spectre de la vitesse instantanée. Nous avons montré que le bruit de la VAI est proportionnel au carré de la fréquence et sa puissance dépend de plusieurs paramètres à savoir :

- La résolution du codeur : nous avons démontré, à l'appui d'un modèle analytique simple, que son augmentation réduit le bruit spectral de la VAI.
- La résolution du convertisseur A/N : ce point concerne le bruit de quantification introduit lors de la conversion A/N du signal acquis. Nous avons montré que lorsque le bruit de mesure est prévalent, l'utilisation d'une résolution plus élevée du convertisseur n'a aucun effet significatif sur l'estimation spectrale. Par contre, sous des conditions de vitesse stationnaires, réduire la résolution introduit un phénomène déterministe qui vient contaminer le spectre de la VAI. Les fréquences impactées par ce phénomène lié à l'aspect stationnaire de la mesure dépendent de la fréquence porteuse et de la fréquence d'échantillonnage.
- L'amplitude de la porteuse : un paramètre difficilement maîtrisé. Il est lié à l'étape du conditionnement du signal avant d'être collecté par le système d'acquisition. Nous avons montré que le bruit spectral de la VAI est inversement proportionnel au carré de l'amplitude de la porteuse. Ainsi, un signal avec une grande amplitude de la porteuse est souhaitable pour réduire l'impact du bruit sur les composantes spectrales de la VAI.

Pour palier à la non connaissance a priori des caractéristiques spectrales du bruit de mesure, nous avons proposé d'estimer ces caractéristiques à partir du signal d'enveloppe. On a montré que ce dernier est lié à la composante en phase du bruit filtré passe bande. Ensuite, l'étude des densités de probabilité des perturbations introduites par le bruit sur l'enveloppe et la phase du signal nous a permis de développer une approche statistique incluant un test d'hypothèses et visant à définir des seuils sur les composantes spectrales de la VAI. Ces seuils permettront d'isoler la contribution du bruit du reste du spectre sous un taux de probabilité de donné. Enfin, les résultats obtenus à partir de la simulation et de signaux réels nous ont permis de valider l'approche proposée, du moins, tant que le bruit de phase est négligeable... Les développements menés dans ce chapitre fournissent en définitive les outils que nous espérons capable de nous aider à mieux exploiter les spectres de VAI obtenu par une méthode temporelle dans le cadre du diagnostic des

machines tournantes.

Si les résultats obtenus dans le chapitre 2 et 3 incitent à utiliser une résolution élevée afin de réduire le bruit spectral de la VAI. Cette opération permet aussi d'éviter de réduire l'impact du repliement spatial lorsque le contenu spectral de la VAI en ordre est suffisamment large. En revanche, l'augmentation de la résolution nécessite une augmentation de la fréquence d'échantillonnage pour respecter la limite de Shannon Nyquist. Ainsi, afin de collecter le signal de vitesse avec une fréquence d'échantillonnage faible, nous avons proposé dans chapitre 4, une nouvelle méthode de démodulation haute fréquence qui utilise la technique super-hétérodyne. Cette méthode repose sur une translation analogique du contenu fréquentiel du signal codeur en le multipliant par une sinusoïde de fréquence adaptée, ici synthétisée à l'aide d'un simple générateur de fonctions. Un filtre passe-haut est implémenté avant d'effectuer la multiplication afin d'éliminer la composante continue du signal codeur qui risque de corrompre le spectre du signal après la multiplication. Enfin, pour vérifier la précision de la méthode proposée, nous avons collecté une série de signaux de vitesse à partir d'un banc d'engrenages à l'aide des deux méthodes : Ecart Temporel (référence) et la démodulation haute fréquence. Les résultats ont montré une très bonne concordance entre les spectres de la VAI par la méthode proposée et de celui par la méthode ET, si l'on néglige le léger écart observé sur les hautes fréquences. La cause de ce phénomène est attribué au bruit de l'onde sinusoïdale utilisée pour démoduler le signal. Le générateur de fonction utilisé pour générer l'onde était suffisant pour valider le principe, mais pas pour dépasser la méthode ET. Nous estimons que l'utilisation d'un dispositif plus élaboré permettrait d'améliorer largement les résultats obtenus. Notons néanmoins qu'à l'image des autres développements réalisés dans cette thèse, l'adaptation de cette approche au cas de vitesse variable reste à faire. Elle nécessiterait un ajustement dynamique de la fréquence de l'onde sinusoïdale.

**Perspectives** Les résultats de ces travaux de thèse permettent d'identifier plusieurs points qui nécessitent encore une étude approfondie. Nous résumons ces points dans les perspectives suivantes :

- **Le bruit de phase** : l'étude menée dans le chapitre 3 ne prenait pas en compte les effets du bruit de phase. Cette perturbation résulte principalement de l'instabilité de la fréquence d'échantillonnage et des imperfections géométriques du capteur angulaire, qui viennent perturber directement la phase du signal. Certains signaux de codeur TTL étudiés dans le chapitre 3 présentaient des écarts entre le bruit estimée à partir de l'enveloppe et le bruit (réel) estimé à partir du spectre de la VAI. Ces écarts ont été particulièrement observés sur des signaux acquis en utilisant un diviseur de fréquence pour réduire la fréquence du signal, une opération nécessaire afin de collecter le signal lorsqu'on ne dispose pas d'un système d'acquisition avec une fréquence d'échantillonnage suffisamment grande. Vu que ce bruit n'avait pas d'incidence sur l'enveloppe du signal, nous suspectons que l'utilisation d'un tel dispositif (même s'il est indispensable) introduit un bruit de phase supplémentaire surtout qu'une observation du signal brut (sans l'utilisation du di-

viseur) ne présentait pas les écarts mentionnés. Ce bruit de phase, en général de nature basse fréquence, est aussi observé même sans utilisation d'un diviseur de fréquence. Ainsi, il est recommandé d'exploiter directement le signal analogique plutôt que le signal binaire TTL. D'autre part, en complément du travail effectué au chapitre 3 sur le bruit additif et afin d'avoir une description complète du bruit spectral de la VAI, il serait nécessaire de caractériser la forme spectrale du bruit de phase. Malheureusement, les fabricants de systèmes d'acquisition ne fournissent pas assez d'informations qui permettent d'obtenir la forme spectrale de cette perturbation. Ainsi, des méthodes alternative devraient être envisagées pour arriver à cette fin.

- **Conditions non stationnaires** : Les outils développés dans ce mémoire concernaient uniquement des conditions de vitesses stationnaires. Pourtant, de nombreuses machines tournantes fonctionnent sous des vitesses largement variables comme le cas d'une éolienne par exemple. Si la vitesse de rotation varie significativement, le signal issu du capteur angulaire devient non stationnaire et donc la solution d'un filtrage statique n'apporterait pas la solution souhaitable. Ceci présente un inconvénient majeur des méthodes temporelles d'estimation de la VAI à partir d'un signal échantillonné en temps. Nous avons commencé de travailler sur cette problématique et nous avons obtenu des résultats préliminaires encourageants. Ces résultats seront complétés et valorisés. Ainsi, le développement d'une nouvelle méthode d'estimation de la vitesse instantanée sous des conditions largement non stationnaires permettra de compléter les outils développés dans ce manuscrit de thèse.

**Publications** Ces travaux de thèse ont aboutis à des publications dans revues internationales ainsi que la participation dans des conférences internationales.

— **Revue internationale :**

- Lizoul, K. ; André, H. Guillet, F. Spectral precision of frequency demodulation method : Influence of additive noise on instantaneous angular speed spectral estimation, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 164, 108178
- Bonnardot, F. ; Lizoul, K. ; Errafik, S. ; André, H. Guillet, F. High frequency demodulation technique for instantaneous angular speed estimation *Mechanical Systems and Signal Processing*, Elsevier, 2021, 159, 107745

— **Conférence Internationales avec comité de lecture :**

- Bonnardot, F. ; Lizoul, K. ; Errafik, S. ; André, H. Guillet, F. High Frequency Demodulation Technique for Instantaneous Angular Speed Estimation *SURveillance Vibrations SHocks NOise : Book of Proceedings : SURVISHNO* (Lyon, France, July 08-10), INSA Lyon, 2019, 452-45
- Lizoul, K., André, H., and Guillet, F., 'Improvement of instantaneous angular

speed estimation based on frequency demodulation method under non stationary conditions', Proceedings of ISMA2018 and USD2018, pages 1971–1984, 2018



# Outils du traitement du signal

## A.1 Notions de traitement du signal

### A.1.1 Filtre de Vold Kalman pour l'extraction de la fréquence instantanée

L'application du VKF pour le suivi d'une composante harmonique est réalisée en trois étapes :

1. détermination du régime ou de la fréquence porteuse,
2. suivi de la forme d'onde.
3. détermination de l'amplitude et de la phase

De même que pour le filtre de Kalman, le VKF se base sur les équations de structure (qui caractérisent l'ordre suivi) et les équations de mesure (qui distinguent l'ordre à suivre du bruit dans les mesures). On suppose que pour le filtre de Kalman, ces entrées du système sont stochastiques avec une covariance connue, tandis que pour le VKF, l'utilisateur définit uniquement la relation entre ces entrées. Le signal issu du capteur angulaire qu'il soit sinusoïdal ou TTL comporte des harmoniques de la fréquence porteuse, Ainsi le signal comportant  $K$  harmoniques peut être exprimé sous la forme :

$$x(t) = \sum_{k=1}^K A_k \cos \left[ (\omega_k t + \phi_k(t)) \right] = \sum_{k=1}^K x_k(t) \quad (\text{A.1})$$

Où  $\omega_k$  est la fréquence angulaire porteuse,  $\phi_k(t)$  le signal modulant et  $A_k$  l'amplitude de la porteuse. Par conséquent, le VKF peut être utilisé pour séparer ces composantes. L'équation de structure est une équation qui décrit les caractéristiques mathématiques de la composante à extraire. Pour une sinusoïde pure, c'est à dire  $\phi_k(t) = cste$ , chaque composante satisfait une équation différentielle de deuxième ordre en version discrète du signal :

$$x_k(n+1) - 2 \cos[\omega_k(n)T_s]x_k(n) + x_k(n-1) = 0 \quad (\text{A.2})$$

$\omega_k(n)$  est la VAI de la composante  $x_k$  avec  $T_s$  la période d'échantillonnage. L'équation A.2 décrit une composante sinusoïdale dont la fréquence et l'amplitude sont constantes sur trois points de temps consécutifs. Dans le cas d'une modulation FM, la fréquence d'une composantes est censée varier dans le temps. L'équation de structure est alors réécrite pour en tenir compte :

$$x_k(n+1) - 2\cos(\omega_k(n)T_s)x_k(n) + x_k(n-1) = \varepsilon_k(n) \quad (\text{A.3})$$

Où  $\varepsilon_k(n)$  un terme de non-homogénéité . Le terme de non-homogénéité est utilisé pour décrire les variations d'amplitude et de fréquence d'une onde sinusoïdale parfaite. Mathématiquement, si une onde sinusoïdale est modulée en fréquence, il doit y avoir d'autres composantes de fréquence présentes dans le signal. Ces fréquences supplémentaires sont des bandes latérales dont le nombre et l'amplitude sont décrites à partir des fonctions de Bessel dans le cas particulier d'une modulation harmonique (Voir annexe). Ces bandes latérales permettent à la fréquence de la composante sinusoïdale de changer avec le temps. Si la fréquence doit changer rapidement, alors plus d'informations de fréquence doivent être autorisées à passer à travers le filtre et le terme de non-homogénéité doit être plus grand. Cette première formulation représente *l'équation de structure*. Si le terme de nuisance est important, cela indique qu'une partie importante du signal mesuré,  $y(n)$ , est attribuable aux composantes non suivies et au bruit aléatoire. En notant  $d_k(n) = 2\cos(\omega_k(n)T_s)$ , l'expression pour  $N$  échantillons devient :

$$\begin{bmatrix} 1 & -d_k(2) & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -d_k(3) & 1 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 & -d_k(N-1) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_k(1) \\ x_k(2) \\ x_k(3) \\ \vdots \\ x_k(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_k(1) \\ \varepsilon_k(2) \\ \varepsilon_k(3) \\ \vdots \\ \varepsilon_k(N-1) \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

De manière réduite :

$$D_k x_k = \varepsilon_k \quad (\text{A.5})$$

Cette équation pour  $K$  composantes devient :

$$\begin{bmatrix} D_1 & 0_{NN} & \cdots & 0_{NN} \\ 0_{NN} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0_{NN} & \ddots & \ddots & D_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_K \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

La seconde équation sur laquelle se base le VKF est *l'équation de mesure* qui décrit la relation entre le signal à extraire,  $x(n)$ , et les données mesurées,  $y(n)$ . Les données mesurées contiennent non seulement le signal qui nous intéresse, mais aussi toutes les composantes générées par la machine et d'autres bruits aléatoires présents dans les données. Ainsi, cette équation s'écrit :

$$y(n) = x(n) + b(n) = \sum_{k=1}^K x_k(t) + b(n) \quad (\text{A.7})$$

où :  $b(n)$  est un signal non désiré qui est la partie du signal contenant les composantes non suivies et les composantes aléatoires. L'équation de mesure peut s'écrire d'une façon matricielle comme :

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{NN} & \cdots & \cdots & I_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b(1) \\ b(2) \\ \vdots \\ b(N) \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Avec  $I_{NN}$  la matrice identité de taille  $N \times N$ . Les équations de structure A.2 et de mesure A.8 sont combinées en un ensemble d'équations linéaires pour estimer les caractéristiques de la composante suivie. Un coefficient de pondération est ajouté à la formulation finale pour régler la bande passante du filtre (voir [BLO 07, ASS 18]). Cette formulation est appelé filtre de Vold-Kalman de 1-ère génération.

Pour réduire la taille des matrices dynamiques de l'équation de structure et éviter les termes croisés liés à la présence des fréquence négatives, Vold a à la fois simplifié et étendu le filtre original de Kalman en un filtre de suivi d'ordre Vold-Kalman [VOL 97c] appelé filtre de Vold-Kalman de 2-ème génération. Vold s'est rendu compte que la formulation du second ordre pour l'équation de structure pouvait être écrite sous une forme complexe équivalente de premier ordre. Le signal décrit dans l'équation A.1 est exprimé dans le domaine complexe par :

$$\tilde{x}(t) = \sum_{k=1}^K A_k e^{j(\omega_k t + \phi_k(t))} = \sum_{k=1}^K A_k(t) \Theta_k(t) \quad (\text{A.9})$$

Où  $\Theta_k(t) = e^{j\omega_k t}$  est le signal porteur et  $A_k(t) = A_k e^{j\phi_k(t)}$  l'enveloppe complexe. Vold et al. [VOL 97b] suppose que l'enveloppe complexe varie lentement par rapport au signal porteur. Dans le cas d'un signal codeur, la porteuse est la fréquence de rotation multiplié par la résolution, et le signal modulant est les variations de la VAI contenant les informations sur le système. Cela signifie que l'enveloppe complexe est un signal basse fréquence, ce qui rejoint la condition faite auparavant sur la démodulation de fréquence via le signal analytique et sur le TKEO-DESA. Ainsi, l'enveloppe complexe peut être approximée par un polynôme d'ordre inférieur. Pour les signaux discrets, une telle condition de lissage nécessite une petite différence répétée :

$$\Delta^s A_k(n) = \varepsilon_k(n) \quad (\text{A.10})$$

où  $\Delta$  désigne l'opérateur différentiel d'ordre  $s$ . Compte tenu du caractère passe bas du signal modulant, on considère dans notre cas  $s = 2$ . L'équation A.10 sous forme discrète devient [PAN 06] :

$$A_k(n-1) - 2A_k(n) + A_k(n+1) = \varepsilon_k(n) \quad (\text{A.11})$$

Pour des signaux réels, on assume  $A_k(0) = A_k(N+1) = 0$ . Sous cette hypothèse, l'équa-

tion A.11 pour  $N$  échantillons devient :

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & -2 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_k(1) \\ A_k(2) \\ A_k(3) \\ \vdots \\ A_k(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_k(1) \\ \varepsilon_k(2) \\ \varepsilon_k(2) \\ \vdots \\ \varepsilon_k(N) \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

De manière réduite :

$$MA = \varepsilon \quad (\text{A.13})$$

Où  $M$  est une matrice  $N \times N$ . L'équation de mesure pour  $K$  composantes est alors :

$$y - CA = b \quad (\text{A.14})$$

Avec  $C = [C_1 \ C_2 \ \cdots \ C_k]$  et  $A = [A_1 \ A_2 \ \cdots \ A_K]^T$ . Les matrices  $C_k$  sont des matrices diagonales qui contiennent les phaseurs  $\Theta_k$  tel que :

$$C_k = \begin{bmatrix} \Theta_k(1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Theta_k(2) & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Theta_k(N) \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Étant donné la fréquence porteuse estimée de chaque composante, le signal porteur associé  $\Theta_k$  et la matrice  $C_k$  peuvent être dérivés selon l'équation A.15.

L'introduction d'un facteur de pondération  $r$  pour régler la bande passante du filtre. La combinaison des équations A.13 et A.14 conduit à l'expression suivante :

$$Y - TA = E \quad (\text{A.16})$$

Avec :

$$\begin{aligned} Y &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ y \end{bmatrix} \\ T &= \begin{bmatrix} rM & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & rM & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_1 & C_2 & \cdots & C_k \end{bmatrix} \\ E &= \begin{bmatrix} r\varepsilon_1 \\ r\varepsilon_2 \\ \vdots \\ b \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

L'enveloppe complexe  $A_k$  peut être dérivée en minimisant la somme quadratique du terme de non-homogénéité  $\varepsilon$  dans et du terme de bruit ou d'erreur  $b$  dans le sens des moindres carrés [PAN 06, FEN 19, TUM 05] :

$$\frac{\partial E^H E}{\partial A} = 0 \quad (\text{A.18})$$

Où l'indice  $H$  représente la transposition conjuguée. Par conséquent, la matrice des enveloppes complexes  $A$  peut être estimée à partir de l'équation A.18 :

$$T^H T A = T^H Y \quad (\text{A.19})$$

Une fois l'enveloppe complexe  $A_k$  est estimée, l'extension complexe associée à chaque composante peut être reconstruite à partir de la matrice qui contient les phaseurs  $\Theta_k(t)$  :

$$x_k(t) = A_k(t) \Theta_k(t) \quad (\text{A.20})$$

$r$  est un facteur de pondération qui détermine le rapport de résolution du filtre VKF. Une grande valeur  $r$  conduit à un filtrage hautement sélectif dans le domaine de la fréquence, mais prend un long moment pour converger en amplitude. En revanche, une convergence rapide avec une faible résolution en fréquence est obtenue en choisissant une petite valeur de  $r$ .

### A.1.2 La transformée de Hilbert

On considère une signal  $s(t)$  mono-hamronique (s'il ne l'est pas initialement, un filtrage passe-bande doit faire l'affaire !).

Ainsi, son signal analytique associé est calculé à l'aide de la TH comme suit :

$$\tilde{s}(t) = s(t) + i\mathcal{H}[s(t)] \quad (\text{A.21})$$

Où  $\mathcal{H}[s(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s(\tau)}{t-\tau} d\tau$  est la TH du signal  $s(t)$ .

L'opérateur TH est une intégrale de convolution de  $s(t)$  avec la réponse impulsionnelle  $h(t) = 1/(\pi t)$  avec sa transformée de Fourier  $H(f) = -j \cdot \text{sgn}(f)$  où  $\text{sgn}$  est la fonction signe. Physiquement, cet opérateur est un processus de filtrage linéaire dans lequel les amplitudes des composantes spectrales restent inchangées mais leurs phases sont décalées de  $-\frac{\pi}{2}$  pour les fréquences positives et de  $\frac{\pi}{2}$  pour les fréquences négatives. Les principales propriétés de la TH sont :

- Linéarité : pour un réel  $c > 0$ , et  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$  deux fonctions à valeurs réelles, on a :  $\mathcal{H}[s_1(t) + cs_2(t)] = \mathcal{H}[s_1(t)] + c\mathcal{H}[s_2(t)]$ .
- Orthogonalité : La TH d'un signal  $s(t)$  est orthogonale au signal lui même :  $\int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \mathcal{H}[s(t)] dt = 0$
- La TH d'une TH est le négatif de la fonction originale :  $\mathcal{H}[\mathcal{H}[s(t)]] = -s(t)$
- La TH de la dérivée d'une fonction est équivalente à la dérivée de la TH d'une fonction :  $\mathcal{H}\left[\frac{ds(t)}{dt}\right] = \frac{d\mathcal{H}[s(t)]}{dt}$

- Conservation de l'énergie : Le signal et sa TH ont une énergie identique car un déphasage ne change pas l'énergie du signal.
- $\mathcal{H}[\cos(\omega t)] = \sin(\omega t)$

Le spectre du signal est ensuite déduit à partir des propriétés de la TH :

$$\tilde{S}(f) = \begin{cases} 2S(f) & f > 0 \\ S(f) & f = 0 \\ 0 & f < 0 \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

Cette propriété spectrale du signal analytique facilite son implémentation numérique grâce à la transformée de Fourier rapide (FFT). La procédure générale d'implémentation est donnée dans de nombreux travaux [FEL 11, GU 06], et présente l'avantage d'une grande efficacité et d'un faible coût de calcul. L'algorithme de calcul du signal analytique peut être établi comme suit :

- Calculer la transformée de Fourier du signal réel.
- Mettre les amplitudes des fréquences négatives à zéro.
- Multiplier les amplitudes des fréquences positives par 2.
- Calculer la transformée de Fourier inverse.

Une fois le signal analytique est calculé, il peut être exprimé sous forme polaire comme suit :

$$\tilde{s}(t) = E(t)e^{i\phi(t)} \quad (\text{A.23})$$

Où  $E(t) = \sqrt{x(t)^2 + \mathcal{H}[s(t)]^2}$  est l'amplitude instantanée (ou enveloppe), et  $\phi(t) = \arctan(\frac{\mathcal{H}[x(t)]}{x(t)})$  représente la phase instantanée dépliée du signal  $s(t)$ . Ainsi, La FI est définie comme la dérivée temporelle de la phase instantanée :

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (\text{A.24})$$

La VAI  $\omega(t)$  est ensuite estimée en divisant la FI estimée par la résolution du capteur angulaire :

$$\omega(t) = \frac{f_i(t)}{R} \quad (\text{A.25})$$

## A.2 Procédure d'ajustement des courbes de Lissajous

Comme point de départ, nous utilisons ici le fait que pour tout  $\phi \in \mathbb{R}$ , on ait :

$$P(\phi)ax_\phi^2 + bx_\phi y_\phi + cy_\phi^2 + dx_\phi + ey_\phi + f = 0 \quad (\text{A.26})$$

Nous commençons par différencier par  $\phi$  pour obtenir une équation plus simple, dont on peut extraire les offsets et la phase :

$$\begin{aligned} \forall \phi \in \mathbb{R}: 0 &= \frac{d}{d\phi} P(\phi) \\ &= 2ax_\phi ax'_\phi + b(x'_\phi y_\phi + x_\phi y'_\phi) + cy'_\phi y_\phi + dx'_\phi + ey'_\phi \\ &= x'_\phi [2ax_\phi + by_\phi + d] + y'_\phi [bx_\phi + 2cy_\phi + e] \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

D'autre part on a :

$$\begin{aligned}x'_\phi &= \frac{d}{d\phi}x_\phi = -X \sin(\phi + \delta) \\y'_\phi &= \frac{d}{d\phi}y_\phi = Y \cos(\phi)\end{aligned}\quad (\text{A.28})$$

En insérant des valeurs appropriées de  $\phi$  et en ajoutant ou soustrayant les équations résultantes, on peut arriver au système d'équations suivant :

$$\begin{aligned}2Xa \sin \delta &= Yb & 2ap + bq + d &= 0 \\2Yc \sin \delta &= Xb & 2cq + bp + e &= 0\end{aligned}\quad (\text{A.29})$$

*Démonstration :*

On met  $\phi = -\delta$  et  $\phi = \pi - \delta$ . Il s'ensuit que :

$$\begin{aligned}x_\phi &= \pm X + p & x'_\phi &= 0 \\y_\phi &= \mp Y \sin \delta + q & y'_\phi &= \pm Y \cos \delta\end{aligned}\quad (\text{A.30})$$

Le signe supérieur correspond à  $\phi = \delta$  et le signe inférieur à  $\phi = -\delta$ , le résultat est :

$$0 = \pm Y \cos \delta \cdot [b(\pm X + p) + 2c(\mp Y \sin \delta + q) + e]\quad (\text{A.31})$$

Comme  $Y > 0$  et  $\cos \delta > 0$ , le premier facteur ne peut pas devenir nul, il s'ensuit que :

$$0 = b(\pm X + p) + 2c(\mp Y \sin \delta + q) + e\quad (\text{A.32})$$

Si nous prenons les valeurs moyennes des deux équations, les termes avec  $\pm$  et  $\mp$  sont omis et on obtient l'équation inférieure droite. En revanche, si on soustrait les équations l'une de l'autre (et diviser par 2), seuls les termes avec  $\pm$  et  $\mp$  restent et on obtient l'équation en bas à gauche :

$$\begin{aligned}x_\phi &= \mp X \sin \delta + p & x'_\phi &= \mp X \cos \delta \\y_\phi &= \pm Y \cos \delta + q & y'_\phi &= 0\end{aligned}\quad (\text{A.33})$$

En substituant puis suit analogiquement à ce qui précède :

$$0 = \mp X \cos \delta \cdot [b(\pm X + p) + 2c(\pm Y \cos \delta + q) + e]\quad (\text{A.34})$$

Si l'on forme la somme et la différence des deux équations, on obtient les deux équations supérieures. Les deux équations de droite peuvent être réécrites pour former un système d'équations à matrices 2x2 pour les offsets :

$$\begin{bmatrix} 2a & b \\ b & 2c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d \\ e \end{bmatrix} = 0\quad (\text{A.35})$$

de sorte que les offsets  $p$  et  $q$  se traduisent par :

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 2a & b \\ b & 2c \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} d \\ e \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{A.36})$$

D'autre part, en multipliant les deux équations de gauche, on obtient :

$$\begin{aligned} 4acXY \sin^2 \delta &= XYb^2 \\ \Rightarrow \sin^2 \delta &= \frac{b^2}{4ac} \\ \Rightarrow \delta &= \pm \arcsin \sqrt{\frac{b^2}{4ac}} \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

Notons que selon l'hypothèse  $0 < b^2 < 4ac$  tient, donc  $0 < b^2/4ac < 1$ , ce qui est bien défini sauf pour le signe. Le signe manquant peut être déterminé à partir de l'une des deux équations de gauche (note  $X; Y > 0$ ). Après avoir déterminé les offsets et le déphasage, il nous reste à déterminer les amplitudes  $X$  et  $Y$ . Mais d'abord, le rapport des deux amplitudes s'obtient en divisant les deux équations de gauche :

$$\frac{aX}{cY} = \frac{Y}{X} \Rightarrow aX^2 = cY^2 \Rightarrow \frac{Y}{X} = \sqrt{\frac{a}{c}} \quad (\text{A.38})$$

Par conséquent, il suffit de déterminer l'une d'entre elles. Pour cela, nous substituons  $\phi = 0$  et  $\phi = \pi$  dans l'équation originale et prenons la moyenne de ces deux équations. Il vient que :

$$\begin{aligned} x_\phi &= \pm X \cos \delta + p & x_\phi^2 &= X^2 \cos^2 \delta \pm 2pX \cos \delta + p^2 \\ y_\phi &= q & y_\phi^2 &= q^2 \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

c'est-à-dire, dans la valeur moyenne où les termes avec +/- et -/+ sont omis :

$$0 = a(X^2 \cos^2 \delta + p^2) + bpq + cq^2 + dp + eq + f \quad (\text{A.40})$$

Avec  $\cos^2 \delta = 1 - \sin^2 \delta = 1 - b^2/(4ac)$ , il s'ensuit que :

$$aX^2 = cY^2 = - \frac{ap^2 + bpq + cq^2 + dp + eq + f}{1 - b^2/(4ac)} \quad (\text{A.41})$$

Finalement, les amplitudes sont déterminées comme suit :

$$X = \sqrt{z/a} \quad Y = \sqrt{z/c} \quad (\text{A.42})$$

Avec  $z = - \frac{ap^2 + bpq + cq^2 + dp + eq + f}{1 - b^2/(4ac)}$ . Cette approche d'ajustement permet de corriger les deux composantes et réduit l'influence des erreurs métrologiques sur l'estimation de la phase par la méthode arc-tangente. Néanmoins, cette approche suppose que ces erreurs métrologiques ne dépendent pas des conditions de fonctionnement et donc les coefficients de correction sont calculés une fois pour toute.

## A.3 Notions liées à la théorie de modulation

### A.3.1 La modulation de fréquence

Un grand nombre de phénomènes naturels génèrent des signaux modulés en fréquence et/ou en amplitude. Ces signaux ont des caractéristiques particulières qui permettent de les analyser par des outils mathématiques adaptés. Ici, nous nous intéressons au type particulier d'un signal purement modulé en fréquence. Ce signal est exprimé comme suit :

$$x(t) = A \cos(2\pi f_c t + \phi_m(t)) \quad (\text{A.43})$$

Avec  $\phi_m(t) = \int_0^t m(t) dt$  où  $m(t)$  est le message modulant la fréquence du signal,  $A$  l'amplitude de la porteuse, et  $f_c$  la fréquence de la porteuse. Le cas simple de cette fonction de modulation est une sinusoïde :  $m(t) = \Delta f \cos(2\pi f_m t)$  où  $f_m$  est la fréquence de modulation et  $\Delta f$  la déviation de fréquence par rapport à la porteuse. A partir de ces définitions, un paramètre important qui caractérise ces signaux est l'indice de modulation défini comme suit :

$$\beta = \frac{\Delta f}{2\pi f_m} \quad (\text{A.44})$$

Si  $\beta > 1$  la modulation est dite large bande, et si  $\beta \ll 1$  la modulation est dite à bande étroite. La fréquence instantanée du signal est :

$$f_i(t) = f_c + \frac{d\phi_m(t)}{2\pi dt} = f_c + \Delta f \cos(2\pi f_m t) \quad (\text{A.45})$$

### A.3.2 Détermination et analyse des bandes latérales à l'aide des fonctions de Bessel

Considérons le signal modulé en fréquence avec une modulation sinusoïdale présentée dans la partie A.3.1. Avant de commencer cette démonstration, nous présentons tout d'abord les identités de Bessel :

$$\begin{aligned} \cos(z \sin \theta) &= J_0(z) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(z) \cos(2k\theta) \\ \sin(z \sin \theta) &= 2 \sum_{k=0}^{\infty} J_{2k+1}(z) \sin((2k+1)\theta) \\ J_{-n}(z) &= (-1)^n J_n(z) \end{aligned} \quad (\text{A.46})$$

En appliquant l'identité de la somme des cosinus sur le signal  $x(t)$  pour obtenir :

$$x(t) = \cos(2\pi f_c t) \cos(\beta \sin(2\pi f_m t)) - \sin(2\pi f_c t) \sin(\beta \sin(2\pi f_m t)) \quad (\text{A.47})$$

Prenons maintenant le premier terme :

$$\cos(2\pi f_c t) \cos(\beta \sin(2\pi f_m t)) \quad (\text{A.48})$$

et appliquons l'une de nos identités de Bessel pour la développer en :

$$J_0(\beta) \cos(2\pi f_c t) + \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(\beta) \{ \cos(2\pi(f_c - 2kf_m)t) + \cos(2\pi(f_c + 2kf_m)t) \} \quad (\text{A.49})$$

qui peut être simplifié en :

$$\sum_{n \text{ paire}} J_n(\beta) \cos(2\pi(f_c + nf_m)t)$$

où la somme s'étend sur tous les entiers pairs, positifs et négatifs. Maintenant, nous faisons la même chose avec la seconde moitié de la somme des cosinus. Nous développons :

$$\sin(2\pi f_c t) \sin(\beta \sin(2\pi f_m t))$$

. pour obtenir :

$$\sum_{k=1}^{\infty} J_{2k+1}(\beta) \{ \cos(2\pi(f_c - (2k+1)f_m)t) - \cos(2\pi(f_c + (2k+1)f_m)t) \}$$

qui se simplifie en :

$$\cos(2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(\beta) \cos(2\pi(f_c + kf_m)t) \quad (\text{A.50})$$

Pour de petites valeurs de  $\beta$ , les fonctions de Bessel décroissent rapidement, ce qui signifie que la première composante en cosinus sera dominante. Pour des valeurs plus grandes de  $\beta$ , les valeurs de la fonction de Bessel augmentent jusqu'à un maximum puis décroissent.. Pour un  $\beta$  fixe et un grand  $n$ , nous avons :

$$J_n(\beta) \approx \frac{\beta^n}{2^n n!}$$

### A.3.3 Conséquence du non respect du théorème de Bedrosian

Prenons la décomposition du signal en série de Bessel, le signal analytique associé est :

$$\tilde{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{J_n(\beta)}{2} \exp(j2\pi|f_c + nf_m|t) \quad (\text{A.51})$$

Selon la formule du signal analytique, des composantes fantômes apparaissent lorsque  $f_c + nf_m < 0$  et  $J_n(\beta)$  n'est plus négligeable. L'apparition des composantes fantômes dépend de  $f_c$  et  $\beta$ . Autrement dit, le nombre de bandes latérales  $N$  qui ne créent pas de composantes fantômes dépend de  $f_c$  et  $f_m$ . On peut établir une condition pour les respect du théorème du Bedrosian :

$$N < \frac{f_c}{f_m} - 1$$

Ce nombre est calculé à partir de la formule de Bessel :

$$J_n(\beta) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p}{p!(n+p)!} \left(\frac{\beta}{2}\right)^{2p+n} \quad (\text{A.52})$$

Nous cherchons un  $N$  défini de telle sorte que pour tout  $n > N$ ,  $J_n(\beta) < \varepsilon$  avec  $\varepsilon$  une petite marge. Si le théorème de Bedrosian est respecté, on suppose que :  $f_m < \frac{f_c}{N+1} = \frac{f_c}{N_1}$ . Si pour  $n \in [-N, N]$ ,  $|J_n(\beta)| > \varepsilon$ , le signal analytique devient :

$$\tilde{x}(t) \approx \sum_{n=-N_1}^{N_1} \frac{J_n(\beta)}{2} \exp(j2\pi|f_c + nf_m|t) = \sum_{n=-N_1}^{N_1} \frac{J_n(\beta)}{2} \exp(j2\pi(f_c + nf_m)t) \quad (\text{A.53})$$

La phase du signal analytique est alors :

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \arg(\tilde{x}(t)) = 2\pi f_c t + \arg\left(\sum_{n=-N_1}^{N_1} \frac{J_n(\beta)}{2} \exp(j2\pi n f_m t)\right) \\ &\simeq 2\pi f_c t + \arg\left(\frac{1}{2} \exp(j\beta \sin(2\pi f_m t))\right). \end{aligned} \quad (\text{A.54})$$

Si le théorème de Bedrosian n'est pas respectée, on suppose que :  $\frac{f_c}{N+1} = \frac{f_c}{N_2} < f_m < \frac{f_c}{N_1}$  avec  $N_1 < N_2$ . Ainsi, le signal analytique devient :

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &\approx \sum_{n=-N_2}^{N_2} \frac{J_n(\beta)}{2} \exp(j2\pi|f_c + nf_m|t) \\ &= \sum_{n=-N_1}^{N_2} \frac{J_n(\beta)}{2} \exp(j2\pi(f_c + nf_m)t) + \sum_{n=-N_2}^{-N_1-1} \frac{J_n(\beta)}{2} \exp(-j2\pi(f_c + nf_m)t) \end{aligned} \quad (\text{A.55})$$

La phase du signal analytique est :

$$\begin{aligned} \phi(t) &= 2\pi f_c t + \arg\left(\sum_{n=-N_1}^{N_1} \frac{J_n(\beta)}{2} \exp(j2\pi n f_m t) + \sum_{n=-N_2}^{-N_1-1} \frac{J_n(\beta)}{2} \exp(-j2\pi(2f_c + nf_m)t)\right) \\ &\quad + \sum_{n=N_1+1}^{N_2} \frac{J_n(\beta)}{2} \exp(j2\pi n f_m t) \end{aligned}$$

*feldman2011hil*

Dans le second terme, la décomposition de Bessel est altérée avec la présence de fréquences repliées et donc la présence de fantômes dans le spectre de la vitesse estimée.

## A.4 Les processus stochastiques passe-bande

### A.4.1 Démonstration des propriétés principales

Nous allons ici prouver brièvement les propriétés, d'un processus stochastique passe bande, énumérées dans le chapitre 3. Quelques-unes d'entre elles seront immédiatement

claires. En invoquant la définition de la fonction d'auto-corrélation, il s'ensuit après quelques manipulations de l'équation que :

$$R_{NN}(t, t + \tau) = \frac{1}{2} \{ [R_{XX}(t, t + \tau) + R_{YY}(t, t + \tau)] \cos \omega_0 \tau - [R_{XY}(t, t + \tau) - R_{YX}(t, t + \tau)] \sin \omega_0 \tau + [R_{XX}(t, t + \tau) - R_{YY}(t, t + \tau)] \cos \omega_0 (2t + \tau) - [R_{XY}(t, t + \tau) + R_{YX}(t, t + \tau)] \sin \omega_0 (2t + \tau) \} \quad (\text{A.56})$$

Puisque nous avons supposé que  $N(t)$  est un processus stationnaire au sens large, l'équation A.57 doit être indépendante de  $t$ . Puis, à partir du dernier terme de l'équation A.57, nous concluons que :

$$R_{XY}(t, t + \tau) = -R_{YX}(t, t + \tau) \quad (\text{A.58})$$

et à partir de l'avant-dernier terme de l'équation A.57 :

$$R_{XX}(t, t + \tau) = R_{YY}(t, t + \tau) \quad (\text{A.59})$$

En utilisant ces résultats, il découle des deux premiers termes de l'équation A.57 que :

$$R_{XX}(t, t + \tau) = R_{XX}(\tau) = R_{YY}(\tau) \quad (\text{A.60})$$

et

$$R_{XY}(t, t + \tau) = R_{XY}(\tau) = -R_{YX}(\tau) \quad (\text{A.61})$$

L'équation A.57 peut maintenant être réécrite comme suit :

$$R_{NN}(\tau) = R_{XX}(\tau) \cos \omega_0 \tau - R_{XY}(\tau) \sin \omega_0 \tau \quad (\text{A.62})$$

Si nous substituons  $\tau = 0$  à cette expression et utilisons  $R_{XX}(\tau) = R_{YY}(\tau)$ , L'espérance mathématique de  $n(t)$  est :

$$E[N(t)] = E[X(t)] \cos \omega_0 t - E[Y(t)] \sin \omega_0 t = 0 \quad (\text{A.63})$$

Cette équation est satisfaite si et seulement si :

$$E[X(t)] = E[Y(t)] = 0 \quad (\text{A.64})$$

#### A.4.2 La densité de probabilité de la déviation de phase et de l'enveloppe d'un processus stochastique passe bande

Nous montrons ici la densité de probabilité suivie la déviation de phase et de l'enveloppe d'un processus stochastique passe bande qui contient une composante harmonique plus bruit SSL de moyenne nulle et de variance finie. Dans la pratique, nous rencontrons souvent une situation qui peut être modélisée par un bruit gaussien. Le filtrage linéaire

d'un bruit stochastique SSL de variance finie produit un bruit gaussien à la sortie du filtre, un résultat qui découle directement du théorème centrale limite. En partant de l'équation 3.14, les processus  $A + n_s(t)$  et  $n_q(t)$  décrivent le processus en coordonnées rectangulaires, alors qu'il nous faut une description sur la base de coordonnées polaires. Lorsque les processus d'enveloppe et de phase sont désignés respectivement par  $E(t)$  et  $\Phi(t)$ . La conversion des coordonnées rectangulaires en coordonnées polaires est illustrée par la figure A.1. La probabilité que le résultat d'une réalisation  $(\xi, y)$  des variables aléatoires  $A + n_s(t), n_q(t)$  se trouve dans la région  $(a, a + da, \phi, \phi + d\phi)$  est trouvée par la transformation des coordonnées tel que  $\xi = a \cos \phi, y = a \sin \phi$  et  $d\xi dy = adad\phi$  est exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} f_{XY}(x, y) dx dy &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left[ -\frac{(\xi - A)^2 + y^2}{2\sigma^2} \right] dx dy \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left[ -\frac{(a \cos \phi - A)^2 + a^2 \sin^2 \phi}{2\sigma^2} \right] a da d\phi \end{aligned} \quad (\text{A.65})$$

A partir de cette densité de probabilité conjointe et en appliquant la transformation des coordonnées, la densité de probabilité conjointe de  $E$  et  $\Phi$  est :

$$p_{E\Phi}(a, \phi) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} a \exp \left[ -\frac{(a \cos \phi - A)^2 + a^2 \sin^2 \phi}{2\sigma^2} \right] \quad (\text{A.66})$$

La fonction de densité de probabilité marginale de  $E(t)$  est trouvée par intégration de cette fonction avec par rapport à  $\phi$  :

$$\begin{aligned} p_E(a) &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_0^{2\pi} \exp \left[ -\frac{(a \cos \phi - A)^2 + a^2 \sin^2 \phi}{2\sigma^2} \right] a da d\phi \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} a \exp \left( -\frac{a^2 + A^2}{2\sigma^2} \right) \int_0^{2\pi} \exp \left( \frac{Aa \cos \phi}{\sigma^2} \right) d\phi, \quad a \geq 0 \end{aligned} \quad (\text{A.67})$$

Dans cette équation, l'intégrale ne peut pas être exprimée sous une forme fermée mais elle est étroitement liée à la fonction de Bessel modifiée de première espèce et d'ordre zéro. Cette fonction de Bessel peut être définie par :

$$I_0(x) \triangleq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(x \cos \phi) d\phi \quad (\text{A.68})$$

En utilisant cette définition, la fonction de densité de probabilité de  $E(t)$  s'écrit comme suit :

$$f_A(a) = \frac{a}{\sigma^2} \exp \left( -\frac{a^2 + A^2}{2\sigma^2} \right) I_0 \left( \frac{Aa}{\sigma^2} \right), \quad a \geq 0 \quad (\text{A.69})$$

Cette expression présente la fonction de densité de probabilité pour le cas général d'un bruit blanc gaussien filtré passe bande ajouté à un signal harmonique  $A \cos \omega_0 t$  qui se trouve dans la bande passante. Cette distribution est appelée distribution de Rice. Un cas particulier peut être distingué, à savoir lorsque  $A = 0$ , où le signal n'est constitué que de

bruit passe-bande car l'amplitude du signal harmonique est fixée à zéro. La fonction de densité de probabilité est alors :

$$f_A(a) = \frac{a}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{a^2}{2\sigma^2}\right), \quad a \geq 0 \quad (\text{A.70})$$

Cette dernière fonction de densité de probabilité correspond à la distribution dite de Rayleigh.

Ensuite, nous allons calculer la fonction de densité de probabilité de la phase. Pour cela, nous intégrons la fonction de densité de probabilité conjointe de l'équation A.66 par rapport à  $E$ . La fonction de densité de probabilité marginale de  $\Phi(t)$  est trouvée :

$$\begin{aligned} p_\Phi(\phi) &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_{a=0}^{\infty} a \exp\left(-\frac{a^2 - 2Aa \cos \phi + A^2 \cos^2 \phi + A^2 \sin^2 \phi}{2\sigma^2}\right) da \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_{a=0}^{\infty} a \exp\left[-\frac{(a - A \cos \phi)^2 + A^2 \sin^2 \phi}{2\sigma^2}\right] da \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left[-\frac{A^2 \sin^2 \phi}{2\sigma^2}\right] \int_{a=0}^{\infty} a \exp\left[-\frac{(a - A \cos \phi)^2}{2\sigma^2}\right] da \end{aligned} \quad (\text{A.71})$$

au moyen d'un changement de variable :  $u \triangleq \frac{a - A \cos \phi}{\sigma}$ . Nous obtenons :

$$\begin{aligned} p_\Phi(\phi) &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2 \sin^2 \phi}{2\sigma^2}\right) \int_{-\frac{A \cos \phi}{\sigma}}^{\infty} (u\sigma + A \cos \phi) \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) \sigma du \\ &= \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{A^2 \sin^2 \phi}{2\sigma^2}\right) \left[ \int_{-\frac{A \cos \phi}{\sigma}}^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) d\frac{u^2}{2} + \frac{A \cos \phi}{\sigma} \int_{-\frac{A \cos \phi}{\sigma}}^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du \right] \\ &= \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{A^2 \sin^2 \phi}{2\sigma^2}\right) + \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} A \cos \phi \exp\left(-\frac{A^2 \sin^2 \phi}{2\sigma^2}\right) \left[1 - Q\left(\frac{A \cos \phi}{\sigma}\right)\right], \quad |\phi| < \pi \end{aligned} \quad (\text{A.72})$$

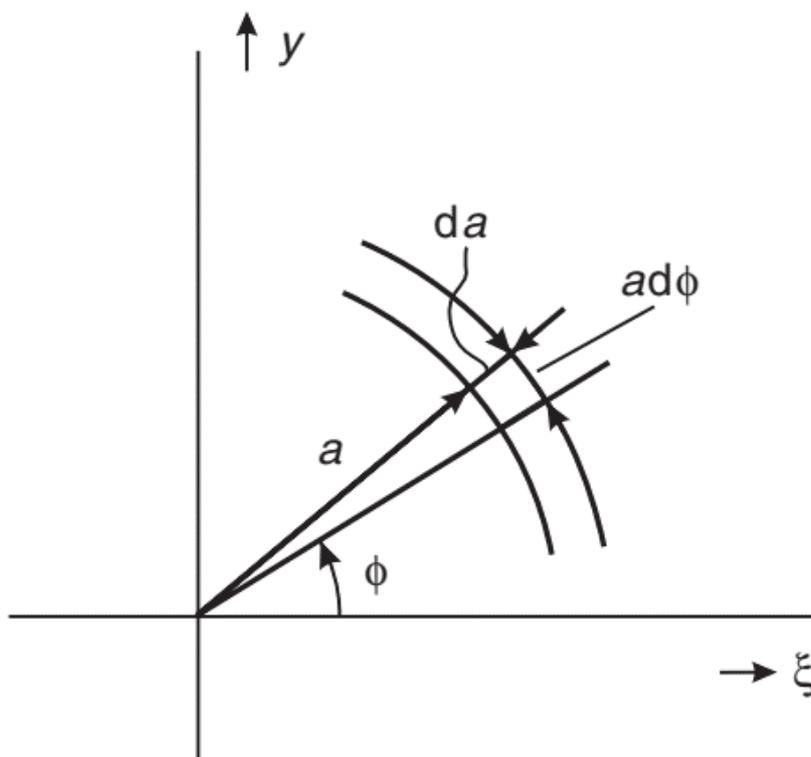
où la  $Q$  est la fonction intégrale gaussienne bien connue définie tel que :

$$Q(x) \triangleq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy \quad (\text{A.73})$$

Cette phase peu attrayante se réduit drastiquement lorsque  $A = 0$  :

$$p_\Phi(\phi) = \frac{1}{2\pi}, \quad |\phi| < \pi \quad (\text{A.74})$$

On peut donc conclure que dans le cas de la distribution de Rayleigh, la phase a une fonction de densité de probabilité uniforme.



**FIGURE A.1:** Conversion des coordonnées rectangulaires en coordonnées polaires  
[VAN 05]



# Bibliographie

- [AND 10] ANDRÉ H., DAHER Z., ANTONI J., RÉMOND D.  
Comparison between angular sampling and angular resampling methods applied on the vibration monitoring of a gear meshing in non stationary conditions. *Proceedings of ISMA2010 including USD2010*, , 2010, p. 2727–2736.
- [AND 11] ANDRÉ H., RÉMOND D., BOURDON A.  
On the use of the instantaneous angular speed measurement in non stationary mechanism monitoring. *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, vol. 54785, 2011, p. 15–24.
- [AND 14] ANDRÉ H., GIRARDIN F., BOURDON A., ANTONI J., RÉMOND D.  
Precision of the IAS monitoring system based on the elapsed time method in the spectral domain. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 44, n° 1-2, 2014, p. 14–30, Elsevier.
- [ARN 72] ARNDT G., LOCH F.  
A study of FM threshold extension techniques. , 1972.
- [ASS 18] ASSOUMANE A.  
Diagnostic des engrenages et des roulements par une analyse vibratoire en régime variable. Thèse de doctorat, Orléans, 2018.
- [BAR 92] BARNES A. E.  
The calculation of instantaneous frequency and instantaneous bandwidth. *Geophysics*, vol. 57, n° 11, 1992, p. 1520–1524, Society of Exploration Geophysicists.
- [BED 63] BEDROSIAN E.  
A product theorem for Hilbert transforms. *Proceedings of the IEEE*, vol. 51, n° 5, 1963, p. 868–869, IEEE.
- [BEN 01] BENITEZ D., GAYDECKI P., ZAIDI A., FITZPATRICK A.  
The use of the Hilbert transform in ECG signal analysis. *Computers in biology and medicine*, vol. 31, n° 5, 2001, p. 399–406, Elsevier.
- [BLA 00] BLANTER Y., BÜTTIKER M.  
Shot noise in mesoscopic conductors. *Physics Reports*, vol. 336, n° 1, 2000, p. 1-166.

- [BLO 07] BLOUGH J. R.  
Understanding the kalman/vold-kalman order tracking filters' formulation and behavior. rapport, 2007, SAE Technical Paper.
- [BOA 92] BOASHASH B.  
Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. II. Algorithms and applications. *Proceedings of the IEEE*, vol. 80, n° 4, 1992, p. 540–568, IEEE.
- [BON 83] BONERT R.  
Digital tachometer with fast dynamic response implemented by a microprocessor. *IEEE transactions on industry applications*, , n° 6, 1983, p. 1052–1056, IEEE.
- [BON 89] BONERT R.  
Design of a high performance digital tachometer with a microcontroller. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 38, n° 6, 1989, p. 1104–1108, IEEE.
- [BON 05] BONNARDOT F., EL BADAOUI M., RANDALL R., DANIERE J., GUILLET F.  
Use of the acceleration signal of a gearbox in order to perform angular resampling (with limited speed fluctuation). *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 19, n° 4, 2005, p. 766–785, Elsevier.
- [BON 21] BONNARDOT F., LIZOUL K., ERRAFIK S., ANDRÉ H., GUILLET F.  
High frequency demodulation technique for instantaneous angular speed estimation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 159, 2021, page 107745, Elsevier.
- [BOU 04] BOUDRAA A.-O., CEXUS J.-C., SALZENSTEIN F., GUILLON L.  
IF estimation using empirical mode decomposition and nonlinear Teager energy operator. *First International Symposium on Control, Communications and Signal Processing, 2004*. IEEE, 2004, p. 45–48.
- [BOU 05] BOUDRAA A.-O., SALZENSTEIN F., CEXUS J.-C.  
Two-dimensional continuous higher-order energy operators. *Optical Engineering*, vol. 44, n° 11, 2005, page 117001, International Society for Optics and Photonics.
- [CAR 22] CARSON J. R.  
Notes on the theory of modulation. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, vol. 10, n° 1, 1922, p. 57–64, IEEE.
- [CAR 37] CARSON J. R., FRY T. C.  
Variable frequency electric circuit theory with application to the theory of frequency-modulation. *Bell System Technical Journal*, vol. 16, n° 4, 1937, p. 513–540, Wiley Online Library.
- [CAR 11] CARDONA-MORALES O., AVENDANO-VALENCIA L., CASTELLANOS-DOMÍNGUEZ G.  
Instantaneous frequency estimation and order tracking based on Kalman filters. *IO-MAC2011 International Operational Modal Analysis Conference*, 2011.
- [CEX 05] CEXUS J.  
Analyse des signaux non-stationnaires par transformation de Huang. *Opérateur de Teager-Kaiser, et Transformation de Huang-Teager (THT)*, , 2005.

- [CHA 90] CHARBONNIER M.-A.  
Diagnostic des dysfonctionnements du moteur diesel par analyse de la vitesse de rotation du vilebrequin. Thèse de doctorat, Lyon, INSA, 1990.
- [CHA 13] CHARCHALIS A., DERESZEWSKI M.  
Processing of instantaneous angular speed signal for detection of a diesel engine failure. *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2013, 2013, Hindawi.
- [CHE 08] CHENG J., YU D., TANG J., YANG Y.  
Application of frequency family separation method based upon EMD and local Hilbert energy spectrum method to gear fault diagnosis. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 43, n° 6, 2008, p. 712–723, Elsevier.
- [CHE 10] CHENG J., YANG Y., YU D.  
The envelope order spectrum based on generalized demodulation time–frequency analysis and its application to gear fault diagnosis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 24, n° 2, 2010, p. 508–521, Elsevier.
- [CHE 12] CHEN J., PATTON R. J.  
*Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems*, vol. 3. Springer Science & Business Media, 2012.
- [CIT 89] CITRON S. J., O’HIGGINS J. E., CHEN L. Y.  
Cylinder by cylinder engine pressure and pressure torque waveform determination utilizing speed fluctuations. *SAE Transactions*, , 1989, p. 933–947, JSTOR.
- [COA 12] COATS M. D., RANDALL R.  
Order-Tracking with and without a tacho signal for gear fault diagnostics. *Proceedings of Acoustics*, 2012, p. 1–6.
- [DIM 01] DIMITRIADIS D., MARAGOS P.  
An improved energy demodulation algorithm using splines. *2001 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Proceedings (Cat. No. 01CH37221)*, vol. 6 IEEE, 2001, p. 3481–3484.
- [DIM 03] DIMITRIADIS D., MARAGOS P.  
Robust energy demodulation based on continuous models with application to speech recognition. *Eighth European Conference on Speech Communication and Technology*, 2003.
- [ELB 02] EL BADAOUI M., ANTONI J., GUILLET F., DANIERE J.  
Ré-échantillonnage angulaire par interpolation spline cubique des signaux d’engrenages. *6ème Congrès Français d’Acoustique CFA*, 2002, page 0.
- [ELB 14] EL BADAOUI M., BONNARDOT F.  
Impact of the non-uniform angular sampling on mechanical signals. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 44, n° 1-2, 2014, p. 199–210, Elsevier.
- [FEL 06] FELDMAN M.  
Time-varying vibration decomposition and analysis based on the Hilbert transform. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 295, n° 3-5, 2006, p. 518–530, Elsevier.

- [FEL 11] FELDMAN M.  
Hilbert transform in vibration analysis. *Mechanical systems and signal processing*, vol. 25, n° 3, 2011, p. 735–802, Elsevier.
- [FEN 16] FENG Z., MA H., ZUO M. J.  
Amplitude and frequency demodulation analysis for fault diagnosis of planet bearings. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 382, 2016, p. 395–412, Elsevier.
- [FEN 19] FENG Z., ZHU W., ZHANG D.  
Time-Frequency demodulation analysis via Vold-Kalman filter for wind turbine planetary gearbox fault diagnosis under nonstationary speeds. *Mechanical systems and signal processing*, vol. 128, 2019, p. 93–109, Elsevier.
- [GAB 46] GABOR D.  
Theory of communication. Part 1 : The analysis of information. *Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part III : Radio and Communication Engineering*, vol. 93, n° 26, 1946, p. 429–441, IET.
- [GIR 02] GIROLAMI G., VAKMAN D.  
Instantaneous frequency estimation and measurement : a quasi-local method. *Measurement Science and Technology*, vol. 13, n° 6, 2002, page 909, IOP Publishing.
- [GOM 16] GOMEZ J. L., BOURDON A., ANDRÉ H., RÉMOND D.  
Modelling deep groove ball bearing localized defects inducing instantaneous angular speed variations. *Tribology International*, vol. 98, 2016, p. 270–281, Elsevier.
- [GOM 19] GOMEZ J. L., KHELFI I., BOURDON A., ANDRÉ H., RÉMOND D.  
Angular modeling of a rotating machine in non-stationary conditions : Application to monitoring bearing defects of wind turbines with instantaneous angular speed. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 136, 2019, p. 27–51, Elsevier.
- [GRA 90] GRAY R.  
Quantization noise spectra. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 36, n° 6, 1990, p. 1220-1244.
- [GU 06] GU F., YESILYURT I., LI Y., HARRIS G., BALL A.  
An investigation of the effects of measurement noise in the use of instantaneous angular speed for machine diagnosis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 20, n° 6, 2006, p. 1444–1460, Elsevier.
- [HAL 98] HALIR R., FLUSSER J.  
Numerically stable direct least squares fitting of ellipses. *Proc. 6th International Conference in Central Europe on Computer Graphics and Visualization. WSCG*, vol. 98 Citeseer, 1998, p. 125–132.
- [HAN 19] HAN T., LIU Q., ZHANG L., TAN A. C.  
Fault feature extraction of low speed roller bearing based on Teager energy operator and CEEMD. *Measurement*, vol. 138, 2019, p. 400–408, Elsevier.
- [HAY 08] HAYKIN S.  
*Communication systems*. John Wiley & Sons, 2008.

- [IAT 13] IATSENKO D., MCCLINTOCK P. V., STEFANOVSKA A.  
On the extraction of instantaneous frequencies from ridges in time-frequency representations of signals. *arXiv preprint arXiv :1310.7276*, , 2013.
- [ISE 84] ISERMANN R.  
Process fault detection based on modeling and estimation methods—A survey. *automatica*, vol. 20, n° 4, 1984, p. 387–404, Elsevier.
- [IZP 09] IZPURA J. I.  
On the Electrical Origin of Flicker Noise in Vacuum Devices. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 58, n° 10, 2009, p. 3592–3601.
- [JAB 98] JABLOUN F.  
Large vocabulary speech recognition in noisy environments. Thèse de doctorat, Bilkent University, 1998.
- [JAB 99] JABLOUN F., CETIN A. E., ERZIN E.  
Teager energy based feature parameters for speech recognition in car noise. *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 6, n° 10, 1999, p. 259–261, IEEE.
- [JIA 11] JIANG P., SI W., LU M.  
The probability density distribution analysis of carrier signal instantaneous frequency. *2011 International Conference on Information Management, Innovation Management and Industrial Engineering*, vol. 3 IEEE, 2011, p. 103–106.
- [JOH 28] JOHNSON J. B.  
Thermal Agitation of Electricity in Conductors. *Phys. Rev.*, vol. 32, 1928, p. 97–109, American Physical Society.
- [JOH 99] JOHNSON P. E., LONG D. G.  
The probability density of spectral estimates based on modified periodogram averages. *IEEE transactions on signal processing*, vol. 47, n° 5, 1999, p. 1255–1261, IEEE.
- [JOV 03] JOVANE F., KOREN Y., BOER C.  
Present and future of flexible automation : towards new paradigms. *CIRP Annals*, vol. 52, n° 2, 2003, p. 543–560, Elsevier.
- [KAI 90a] KAISER J. F.  
On a simple algorithm to calculate the 'energy' of a signal. *International conference on acoustics, speech, and signal processing* IEEE, 1990, p. 381–384.
- [KAI 90b] KAISER J. F.  
On Teager's energy algorithm and its generalization to continuous signals. *Proc. 4th IEEE digital signal processing workshop* Mohonk, 1990.
- [KAI 93] KAISER J. F.  
Some useful properties of Teager's energy operators. *1993 IEEE international conference on acoustics, speech, and signal processing*, vol. 3 IEEE, 1993, p. 149–152.
- [KIK 15] KIKUCHI K.  
Fundamentals of coherent optical fiber communications. *Journal of Lightwave Technology*, vol. 34, n° 1, 2015, p. 157–179, IEEE.

- [KOT 06] KOTHAMASU R., HUANG S. H., VERDUIN W. H.  
System health monitoring and prognostics—a review of current paradigms and practices. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 28, n° 9-10, 2006, p. 1012–1024, Springer.
- [LAT 98] LATHI B. P.  
*Modern Digital and Analog Communication Systems 3e Osece*. Oxford University Press, Inc., 1998.
- [LEC 16] LECLÈRE Q., ANDRÉ H., ANTONI J.  
A multi-order probabilistic approach for Instantaneous Angular Speed tracking debriefing of the CMMNO 14 diagnosis contest. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 81, 2016, p. 375–386, Elsevier.
- [LEU 95] LEURIDAN J., KOPP G. E., MOSHREFI N., VOLD H.  
High resolution order tracking using kalman tracking filters-theory and applications. *SAE transactions*, , 1995, p. 2390–2396, JSTOR.
- [LI 05] LI Y., GU F., HARRIS G., BALL A., BENNETT N., TRAVIS K.  
The measurement of instantaneous angular speed. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 19, n° 4, 2005, p. 786–805, Elsevier.
- [LI 08] LI H., ZHENG H.  
Bearing fault detection using envelope spectrum based on EMD and TKEO. *2008 Fifth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*, vol. 3 IEEE, 2008, p. 142–146.
- [LI 09] LI H., ZHANG Y., ZHENG H.  
Hilbert-Huang transform and marginal spectrum for detection and diagnosis of localized defects in roller bearings. *Journal of mechanical science and technology*, vol. 23, n° 2, 2009, p. 291–301, Springer.
- [LI 17] LI B., ZHANG X.  
A new strategy of instantaneous angular speed extraction and its application to multistage gearbox fault diagnosis. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 396, 2017, p. 340–355, Elsevier.
- [LIE 15] LIEBOWITZ B.  
The theory of heterodyne receivers. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, vol. 3, n° 2, 1915, p. 185–194, IEEE.
- [LIN 15] LIN T. R., TAN A. C., MA L., MATHEW J.  
Condition monitoring and fault diagnosis of diesel engines using instantaneous angular speed analysis. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 229, n° 2, 2015, p. 304–315, SAGE Publications Sage UK : London, England.
- [LOW 90] LOWEN S., TEICH M.  
Power-law shot noise. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 36, n° 6, 1990, p. 1302-1318.

- [MAR 91] MARAGOS P., QUATIERI T. F., KAISER J. F.  
Speech nonlinearities, modulations, and energy operators. *Proc. ICASSP*, vol. 91, 1991, p. 421–424.
- [MAR 92] MARAGOS P., KAISER J. F., QUATIERI T. F. et al.  
On separating amplitude from frequency modulations using energy operators. *Proc. ICASSP*, vol. 2, 1992, p. 1–4.
- [MAR 93a] MARAGOS P., KAISER J. F., QUATIERI T. F.  
Energy separation in signal modulations with application to speech analysis. *IEEE transactions on signal processing*, vol. 41, n° 10, 1993, p. 3024–3051, IEEE.
- [MAR 93b] MARAGOS P., KAISER J. F., QUATIERI T. F.  
On amplitude and frequency demodulation using energy operators. *IEEE Transactions on signal processing*, vol. 41, n° 4, 1993, p. 1532–1550, IEEE.
- [MAR 95] MARAGOS P., BOVIK A. C.  
Image demodulation using multidimensional energy separation. *JOSA A*, vol. 12, n° 9, 1995, p. 1867–1876, Optical Society of America.
- [MCM 08] MCMILLAN D., AULT G.  
Condition monitoring benefit for onshore wind turbines : sensitivity to operational parameters. *IET Renewable Power Generation*, vol. 2, n° 1, 2008, p. 60–72, IET.
- [MIT 91] MITRA S. K., LI H., LIN I.-S., YU T.-H.  
A new class of nonlinear filters for image enhancement. *Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on* IEEE Computer Society, 1991, p. 2525–2526.
- [MOG 86] MOGHADAS S.  
Diagnostic des moteurs à combustion interne par l'analyse de la vitesse instantanée de rotation. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers, 1986.
- [MUH 20] MUHIRE D., TOUNSI Y., KUMAR M., SIARI A., MENDOZA-SANTOYO F., MATOBA O., NASSIM A.  
Wavelets Teager–Kaiser Hilbert approach for AM–FM signal demodulation : application in the field of speckle metrology. *Optical Engineering*, vol. 59, n° 10, 2020, page 102407, International Society for Optics and Photonics.
- [NUN 05] NUNES J.-C., NAIT-ALI A.  
Hilbert transform-based ECG modeling. *Biomedical Engineering*, vol. 39, n° 3, 2005, p. 133–137, Springer.
- [NUT 66] NUTTALL A., BEDROSIAN E.  
On the quadrature approximation to the Hilbert transform of modulated signals. *Proceedings of the IEEE*, vol. 54, n° 10, 1966, p. 1458–1459, IEEE.
- [NYQ 28] NYQUIST H.  
Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors. *Phys. Rev.*, vol. 32, 1928, p. 110–113, American Physical Society.

- [PAN 06] PAN M.-C., LIN Y.-F.  
Further exploration of Vold–Kalman-filtering order tracking with shaft-speed information—I : Theoretical part, numerical implementation and parameter investigations. *Mechanical systems and signal processing*, vol. 20, n° 5, 2006, p. 1134–1154, Elsevier.
- [PAN 07] PAN M.-C., WU C.-X.  
Adaptive Vold–Kalman filtering order tracking. *Mechanical systems and signal processing*, vol. 21, n° 8, 2007, p. 2957–2969, Elsevier.
- [PEE 19] PEETERS C., LECLERE Q., ANTONI J., LINDAHL P., DONNAL J., LEEB S., HELSEN J.  
Review and comparison of tachless instantaneous speed estimation methods on experimental vibration data. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 129, 2019, p. 407–436, Elsevier.
- [PEN 05] PENG Z., PETER W. T., CHU F.  
An improved Hilbert–Huang transform and its application in vibration signal analysis. *Journal of sound and vibration*, vol. 286, n° 1-2, 2005, p. 187–205, Elsevier.
- [PIC 97] PICINBONO B.  
On instantaneous amplitude and phase of signals. *IEEE Transactions on signal processing*, vol. 45, n° 3, 1997, p. 552–560, IEEE.
- [PIN 13] PINEDA-SANCHEZ M., PUCHE-PANADERO R., RIERA-GUASP M., PEREZ-CRUZ J., ROGER-FOLCH J., PONS-LLINARES J., CLIMENTE-ALARCON V., ANTONINO-DAVIU J. A.  
Application of the Teager–Kaiser energy operator to the fault diagnosis of induction motors. *IEEE Transactions on energy conversion*, vol. 28, n° 4, 2013, p. 1036–1044, IEEE.
- [PIZ 15] PIZZOLANTE V., STAEBLER M., STAUDER K.  
Interface to Sin/Cos Encoders With High-Resolution Position Interpolation. rapport, 2015, Texas Instruments.
- [QIN 08] QIN Y., QIN S., MAO Y.  
Research on iterated Hilbert transform and its application in mechanical fault diagnosis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 22, n° 8, 2008, p. 1967–1980, Elsevier.
- [QIN 13] QIN Y.  
Multicomponent AM–FM demodulation based on energy separation and adaptive filtering. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 38, n° 2, 2013, p. 440–459, Elsevier.
- [RAN 18] RANDALL R. B., SMITH W. A.  
Accuracy of speed determination of a machine from frequency demodulation of response vibration signals. *Proceedings of the 15th International Conference on Condition Monitoring and Machinery Failure Prevention Technologies*, 2018.
- [RÉM 14] RÉMOND D., ANTONI J., RANDALL R.  
Editorial for the special issue on Instantaneous Angular Speed (IAS) processing and angular applications. , 2014.

- [REN 10] RENAUDIN L., BONNARDOT F., MUSY O., DORAY J., RÉMOND D.  
Natural roller bearing fault detection by angular measurement of true instantaneous angular speed. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 24, n° 7, 2010, p. 1998–2011, Elsevier.
- [RIC 48] RICE S. O.  
Statistical properties of a sine wave plus random noise. *The Bell System Technical Journal*, vol. 27, n° 1, 1948, p. 109–157, Nokia Bell Labs.
- [RIZ 89] RIZZONI G.  
Estimate of indicated torque from crankshaft speed fluctuations : A model for the dynamics of the IC engine. *IEEE transactions on vehicular technology*, vol. 38, n° 3, 1989, p. 168–179, IEEE.
- [ROD 13] RODRIGUEZ P. H., ALONSO J. B., FERRER M. A., TRAVIESO C. M.  
Application of the Teager–Kaiser energy operator in bearing fault diagnosis. *ISA transactions*, vol. 52, n° 2, 2013, p. 278–284, Elsevier.
- [ROY 15] ROY S. K., MOHANTY A., KUMAR C.  
Amplitude demodulation of instantaneous angular speed for fault detection in multistage gearbox. *Vibration Engineering and Technology of Machinery*, p. 951–961 Springer, 2015.
- [ROY 16] ROY S. K., MOHANTY A. R., KUMAR C. S.  
Fault detection in a multistage gearbox by time synchronous averaging of the instantaneous angular speed. *Journal of Vibration and Control*, vol. 22, n° 2, 2016, p. 468–480, SAGE Publications Sage UK : London, England.
- [SAL 03] SALZENSTEIN F., MONTGOMERY P., BENATMANE A., BOUDRAA A.  
2D discrete high order energy operators for surface profiling using white light interferometry. *Seventh International Symposium on Signal Processing and Its Applications, 2003. Proceedings.*, vol. 1 IEEE, 2003, p. 601–604.
- [SAL 07] SALZENSTEIN F., BOUDRAA A.-O., CEXUS J.-C.  
Generalized higher-order nonlinear energy operators. *JOSA A*, vol. 24, n° 12, 2007, p. 3717–3727, Optical Society of America.
- [SAN 08] SANCHEZ-BREA L. M., MORLANES T.  
Metrological errors in optical encoders. *Measurement Science and Technology*, vol. 19, n° 11, 2008, page 115104, IOP Publishing.
- [SAS 01] SASI A. B., PAYNE B., GU F., BALL A.  
The exploitation of instantaneous angular speed for condition monitoring of electric motors. *Proceedings of the 14th International Congress on Condition Monitoring and Diagnostic Engineering Management (COMADEM 2001), Manchester, UK MMU Cheshire*, 2001, p. 311–318.
- [SAS 06] SASI A. Y. B., GU F., LI Y., BALL A. D.  
A validated model for the prediction of rotor bar failure in squirrel-cage motors using instantaneous angular speed. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 20, n° 7, 2006, p. 1572–1589, Elsevier.

- [SCH 18] SCHMIDT S., HEYNS P. S., DE VILLIERS J. P.  
A tachless order tracking methodology based on a probabilistic approach to incorporate angular acceleration information into the maxima tracking process. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 100, 2018, p. 630–646, Elsevier.
- [SHE 53] SHEKEL J.  
Instantaneous frequency. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, vol. 41, n° 4, 1953, p. 548–548.
- [SHE 10] SHEN L.  
DSP-solution for high-resolution position with sin/cos-encoders. *2010 International Conference on System Science, Engineering Design and Manufacturing Informatization*, vol. 2 IEEE, 2010, p. 285–288.
- [SHI 09] SHI Z., LAW S., XU X.  
Identification of linear time-varying mdof dynamic systems from forced excitation using Hilbert transform and EMD method. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 321, n° 3-5, 2009, p. 572–589, Elsevier.
- [SOO 16] SOOD S., KUMAR M., PACHORI R. B., ACHARYA U. R.  
Application of empirical mode decomposition–based features for analysis of normal and cad heart rate signals. *Journal of mechanics in medicine and biology*, vol. 16, n° 01, 2016, page 1640002, World Scientific.
- [STA 05] STANDER C., HEYNS P.  
Instantaneous angular speed monitoring of gearboxes under non-cyclic stationary load conditions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 19, n° 4, 2005, p. 817–835, Elsevier.
- [TEA 83] TEAGER H. M., TEAGER S. M.  
A phenomenological model for vowel production in the vocal tract. *Speech Science : Recent Advances*, , 1983, p. 73–109, College-Hill.
- [TEA 90] TEAGER H., TEAGER S.  
Evidence for nonlinear sound production mechanisms in the vocal tract. *Speech production and speech modelling*, p. 241–261 Springer, 1990.
- [TM 13] TMA J.  
Algorithms for the Vold-Kalman multiorder tracking filter. *Proceedings of the 14th International Carpathian Control Conference (ICCC) IEEE*, 2013, p. 388–394.
- [TUM 05] TUMA J.  
Setting the passband width in the Vold-Kalman order tracking filter. *12th International Congress on Sound and Vibration,(ICSV12), Lisabon, 2005*.
- [TUR 09] TURNER C. S.  
An efficient analytic signal generator [DSP Tips & Tricks]. *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 26, n° 4, 2009, p. 91–94, IEEE.
- [URB 13] URBANEK J., BARSZCZ T., ANTONI J.  
A two-step procedure for estimation of instantaneous rotational speed with large fluctu-

- tuations. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 38, n° 1, 2013, p. 96–102, Elsevier.
- [VAK 72] VAKMAN D.  
On the definition of concepts of amplitude, phase and instantaneous frequency of a signal. *Radio Eng. Electron. Phys*, vol. 17, n° 5, 1972, p. 754–759.
- [VAK 77] VAKMAN D. E., VAÏNSHTEÏN L. A.  
Amplitude, phase, frequency—fundamental concepts of oscillation theory. *Soviet Physics Uspekhi*, vol. 20, n° 12, 1977, p. 1002–1016, IOP Publishing.
- [VAK 79] VAKMAN D.  
Measuring the frequency of an analytical signal. *Radiotekhnika i Elektronika*, vol. 24, 1979, p. 982–989.
- [VAK 96] VAKMAN D.  
On the analytic signal, the Teager-Kaiser energy algorithm, and other methods for defining amplitude and frequency. *IEEE Transactions on signal processing*, vol. 44, n° 4, 1996, p. 791–797, IEEE.
- [VAK 00] VAKMAN D.  
New high precision frequency measurement. *Measurement Science and Technology*, vol. 11, n° 10, 2000, page 1493, IOP Publishing.
- [Van 79] VAN DER ZIEL A.  
Flicker Noise in Electronic Devices. vol. 49 de *Advances in Electronics and Electron Physics*, p. 225-297 Academic Press, 1979.
- [VAN 05] VAN ETTEN W.  
*Introduction to Random signals and Noise*. Wiley Online Library, 2005.
- [VER 15] VERBIEST G., ROST M.  
Beating beats mixing in heterodyne detection schemes. *Nature communications*, vol. 6, n° 1, 2015, p. 1–5, Nature Publishing Group.
- [VIL 48] VILLE J.  
Theorie et application de la notion de signal analytique. *Câbles et transmissions*, vol. 2, n° 1, 1948, p. 61–74.
- [VOL 93] VOLD H., LEURIDAN J.  
High resolution order tracking at extreme slew rates, using Kalman tracking filters. rapport, 1993, SAE Technical Paper.
- [VOL 97a] VOLD H., DEEL J.  
Vold-Kalman Order Tracking : New Methods for Vehicle Sound Quality and Drive-Train NVH Applications. *SAE transactions*, , 1997, p. 3144–3150, JSTOR.
- [VOL 97b] VOLD H., HERLUFSEN H., MAINS M., CORWIN-RENNER D.  
Multi axle order tracking with the Vold-Kalman tracking filter. *Sound and Vibration*, vol. 31, n° 5, 1997, p. 30–35, [Bay Village, Ohio, Acoustical Publications, inc.].
- [VOL 97c] VOLD H., MAINS M., BLOUGH J.  
Theoretical foundations for high performance order tracking with the Vold-Kalman tracking filter. *SAE transactions*, , 1997, p. 3046–3050, JSTOR.

- [VOS 79] VOSS R.  
1/f (Flicker) Noise : A Brief Review. *33rd Annual Symposium on Frequency Control*, 1979, p. 40-46.
- [WAN 09] WANG K., HEYNS P.  
Vold-Kalman filter order tracking in vibration monitoring of electrical machines. *Journal of Vibration and Control*, vol. 15, n° 9, 2009, p. 1325–1347, SAGE Publications Sage UK : London, England.
- [WAN 15] WANG Y., XU G., ZHANG Q., LIU D., JIANG K.  
Rotating speed isolation and its application to rolling element bearing fault diagnosis under large speed variation conditions. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 348, 2015, p. 381–396, Elsevier.
- [WAN 16] WANG J., PENG Y., QIAO W.  
Current-aided order tracking of vibration signals for bearing fault diagnosis of direct-drive wind turbines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 63, n° 10, 2016, p. 6336–6346, IEEE.
- [WID 08] WIDROW B., KOLLÁR I.  
Quantization noise. *Cambridge University Press*, vol. 2, n° 5, 2008, page 228.
- [YAN 01] YANG J., PU L., WANG Z., ZHOU Y., YAN X.  
Fault detection in a diesel engine by analysing the instantaneous angular speed. *Mechanical systems and signal processing*, vol. 15, n° 3, 2001, p. 549–564, Elsevier.
- [YAN 16] YANG F., TASHCHILINA A., MOISEEV E. S., SIMON C., LVOVSKY A. I.  
Far-field linear optical superresolution via heterodyne detection in a higher-order local oscillator mode. *Optica*, vol. 3, n° 10, 2016, p. 1148–1152, Optical Society of America.
- [YOU 04] YOUSEF BEN SASI A., GU F., PAYNE B., BALL A.  
Instantaneous angular speed monitoring of electric motors. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, vol. 10, n° 2, 2004, p. 123–135, Emerald Group Publishing Limited.
- [ZHA 13] ZHAO M., LIN J., WANG X., LEI Y., CAO J.  
A tachometer-less order tracking technique for large speed variations. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 40, n° 1, 2013, p. 76–90, Elsevier.
- [ZHA 18a] ZHAO D., LI J., CHENG W., WANG P., GAO R. X., YAN R.  
Vold-Kalman generalized demodulation for multi-faults detection of gear and bearing under variable speeds. *Procedia Manufacturing*, vol. 26, 2018, p. 1213–1220, Elsevier.
- [ZHA 18b] ZHAO M., JIA X., LIN J., LEI Y., LEE J.  
Instantaneous speed jitter detection via encoder signal and its application for the diagnosis of planetary gearbox. *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 98, 2018, p. 16–31, Elsevier.

- [ZHA 19a] ZHAO D., CHENG W., GAO R. X., YAN R., WANG P.  
Generalized Vold–Kalman filtering for nonstationary compound faults feature extraction of bearing and gear. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 69, n° 2, 2019, p. 401–410, IEEE.
- [ZHA 19b] ZHAO L., ZHANG Y., ZHU D.  
Rolling element bearing fault diagnosis based on adaptive local iterative filtering decomposition and Teager–Kaiser energy operator. *Journal of Failure Analysis and Prevention*, vol. 19, n° 4, 2019, p. 1018–1022, Springer.
- [ZHO 15] ZHOU S., REN Z., SONG G., WEN B.  
Dynamic characteristics analysis of the coupled lateral-torsional vibration with spur gear system. *International Journal of Rotating Machinery*, vol. 2015, 2015, Hindawi.

