



HAL
open science

Indivisibles, correspondances et controverses : Cavalieri, Galilée, Toricelli, Guldin

Héctor Manuel Delgado

► **To cite this version:**

Héctor Manuel Delgado. Indivisibles, correspondances et controverses : Cavalieri, Galilée, Toricelli, Guldin. Philosophie. Université Grenoble Alpes, 2017. Français. NNT : 2017GREAP002 . tel-03884394

HAL Id: tel-03884394

<https://theses.hal.science/tel-03884394>

Submitted on 5 Dec 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE LA COMMUNAUTE UNIVERSITE GRENOBLE ALPES

Spécialité : **Philosophie**

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

Hector Manuel Delgado

Thèse dirigée par **Sophie Roux**
et codirigée par **Catherine Goldstein**

préparée au sein du **laboratoire Philosophie, pratiques & langages
(EA 3699)**
dans l'École doctorale **Philosophie : histoire, représentation, création
(ED 487)**

Indivisibles, correspondances et controverses : Cavalieri, Galilée, Torricelli et Guldin

Thèse soutenue publiquement le 21 juin 2017
devant le jury composé de :

M. Frédéric de Buzon

Professeur à l'université de Strasbourg, Président

M^{me} Carla Rita Palmerino

Professeure à l'université Radboud, Nimègue (Pays-Bas), Rapporteur

M^{me} Irène Passeron

Chargée de recherche au CNRS, Institut de mathématiques de Jussieu-Paris Rive Gauche, Paris

M. Antoni Malet

Professeur à l'université Pompeu Fabra, Barcelone (Espagne), Rapporteur

M^{me} Catherine Goldstein

Directrice de recherche au CNRS, Institut de mathématiques de Jussieu-Paris Rive Gauche, Paris, co-Directrice de thèse

M^{me} Sophie Roux

Professeure à l'École normale supérieure, Paris, Directrice de thèse



INTRODUCTION

Parmi les textes mathématiques importants publiés pendant la première moitié du XVII^e siècle, il faut faire une place éminente à la *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota* de Bonaventura Cavalieri, parue en 1635. Il s'agit, comme le titre l'indique, d'une géométrie des continus basée sur l'idée d'indivisible. Conçue et formulée de la sorte, il serait facile de supposer que la nouvelle méthode (*nova ratio*) élaborée par Cavalieri est fondamentalement axée sur la notion d'indivisible. Plus généralement, il est admis que Cavalieri a introduit une procédure (ou des procédures) reposant sur les indivisibles et les historiens usent explicitement de l'expression « méthode des indivisibles » – ne serait-ce que pour rappeler que Cavalieri lui-même a choisi de lier une nouvelle méthode et un objet dans le titre de son ouvrage de 1635. Or, qu'est-ce qu'un indivisible *pour Cavalieri* ? Alexandre Koyré déjà soulignait avec justesse que même si les indivisibles occupent une place privilégiée dans le projet géométrique de Cavalieri, celui-ci ne définit pas le terme « indivisible¹ ». Et cette absence de définition n'est pas sans conséquences car la signification du terme « indivisible » dans la première moitié du XVII^e siècle est redevable d'une longue tradition de pensée, aussi bien philosophique que mathématique. On trouve déjà une trace des débats sur la nature du continu et les indivisibles dans la philosophie grecque, notamment avec les fameux paradoxes de Zénon. Aristote et une longue tradition scolastique à sa suite ont mis en évidence les difficultés logiques et mathématiques touchant la composition du continu au moyen des indivisibles². Personne, parmi les mathématiciens au

¹KOYRÉ, A. « Bonaventura Cavalieri et la géométrie des continus », *Études de la pensée scientifique*, Paris, P.U.F., 1996, p. 303.

²Il ressort d'un certain nombre d'écrits que les critiques contre les indivisibles provenant de la période scolastique et de la Renaissance étaient largement répandues au XVII^e siècle. Le renouvellement de la question au

XVII^e siècle, n'était censé défendre l'idée d'un continu composé d'indivisibles. Pourquoi, donc, dans ce contexte hostile, Cavalieri a-t-il choisi de mettre en circulation une méthode des indivisibles ? On pourrait imputer à Cavalieri une simple maladresse, à l'égard du choix d'un terme avec une charge historique et sémantique si forte : pourtant, on apprend de la bouche de Cavalieri que ce n'est pas à cause d'une négligence qu'il a choisi le terme indivisible, car dans la préface au septième livre de la *Geometria Indivisibilibus* il se félicite d'avoir *correctement* intitulé sa méthode « méthode des indivisibles » (*quam indivisibilibus methodum non incongrue appellamus*).

Cavalieri défend-il donc une certaine vision du continu composé au moyen des indivisibles ? La réponse est d'autant plus difficile que Cavalieri s'obstine à affirmer qu'il n'a jamais voulu s'attaquer à ce genre de questionnement. Pour lui un indivisible est tout simplement un artifice mathématique qui lui permet d'articuler les rapports de proportionnalité entre deux figures géométriques.

Loin de se plonger dans une réflexion concernant la nature du continu ou de s'intéresser au problème des indivisibles, Cavalieri met sa méthode au service d'une démarche purement mathématique où la notion d'agrégat d'indivisibles (*congeriem indivisibilium*) n'a qu'une valeur opératoire, et est justifiée par la fécondité des résultats qu'elle permet. Le programme géométrique de Cavalieri ne laisse « initialement » que peu de place à une réflexion sur les indivisibles et la nature du continu. Nous mettons « initialement » entre guillemets car certaines remarques de Galilée, puis surtout des objections de Paul Guldin vont, comme nous allons justement le montrer dans ce travail, obliger Cavalieri à entrer dans les débats du continu et du rôle des indivisibles dans la

Moyen Âge et à la période scolastique a agi sur le concept et a enrichi ses significations ; voir à ce propos, BIARD J. et CELEYRETTE, J. *De la théologie aux mathématiques*, Paris, Les Belles Lettres, 2005, et CELEYRETTE, J., « From Aristotle to the Classical Age, the Debates around Indivisibilism », dans JULLIEN, V. (Ed), *Seventeenth-Century Indivisibles Revisited*, Birkhäuser, Springer, 2015, pp. 19-30. On peut aussi trouver une allusion à la subsistance de cette tradition dans CLERO, J.P. et LE REST, E. *La naissance du calcul infinitésimal au XVII^{ème} siècle*, Paris, Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences, 1980, p. 22.

résolution de cette question. Le positionnement initial de Cavalieri suscite néanmoins une autre question : si l'indivisible est d'abord tout simplement un artifice opératoire à valeur neutre, pourquoi Cavalieri a-t-il choisi le terme « indivisible » pour désigner ces artifices purement mathématiques ? En choisissant d'inclure le terme « indivisible » dans le titre même de son ouvrage *Geometria indivisibilibus continuorum*, Cavalieri semble presque lui imposer un cadre conceptuel où il devient difficile de se représenter sa méthode comme une simple procédure géométrique sans aucun rapport avec la question de la *compositio continuorum*. Si l'on tient compte de ce que certaines des accusations portées contre sa méthode viennent justement de ce qu'elle reposerait sur un continu mathématique composé au moyen d'indivisibles, le problème acquiert une certaine importance. Cavalieri sera, par exemple, obligé de composer ses *Exercitationes Geometricae Sex* (publiés en 1647) pour répondre aux critiques de Paul Guldin. Qu'est-ce qui a donc amené Cavalieri à nommer sa procédure « méthode des indivisibles » en 1635 ? Quelles motivations ont présidé à l'emploi du terme « indivisible » et de l'expression « voie des indivisibles », pourquoi Cavalieri a-t-il choisi de lier l'avenir de sa méthode à celui des indivisibles, quitte à s'attirer les critiques d'autres mathématiciens et philosophes ?

L'historiographie abondante sur Cavalieri et sa méthode³ s'est surtout consacrée à comprendre en détail les aspects mathématiques de ces travaux, leur impact et leurs liens

³ Voir en particulier ANDERSEN, K. « Cavalieri's Method of Indivisibles », *Archive for History of Exact Sciences*, 31, 1985, pp. 292-367, DE GANDT, F. « L'évolution de la théorie des indivisibles » dans BUCCIANTINI, M. et TORRINI, M. (dir.) *Geometria e Atomismo nella Scuola Galileiana, Scuola Galileiana*, Florence, Nuncius, 1992, FESTA, E. « Quelques aspects de la controverse sur les indivisibles » dans *Geometria e Atomismo nella Scuola Galileiana*, pp. 193-207, GIUSTI, E. *Bonaventura Cavalieri and the Theory of Indivisibles*, Bologne, Cremonese, 1980, pp. 32-41, JULLIEN, V. (dir.) *Seventeenth Century Indivisibles Revisited*, Birkhäuser, Springer, 2015, MALET, A. *From Indivisibles to Infinitesimals. Studies on Seventeenth-Century Mathematizations of Infinitely Small Quantities*, Barcelone, Universitat Autònoma de Barcelona, 1996 et PALMIERI P. « Superposition : on Cavalieri's Practice of Mathematics », *Archive for History of Exact Sciences*, 63, 2009, pp. 471-493.

discutés au développement du calcul différentiel et intégral, ou, au contraire, les enjeux philosophiques des débats sur le continu et les indivisibles et le rôle de Cavalieri dans ces débats. Nous souhaitons ici mieux comprendre comment et pourquoi une connexion (qui n'allait donc pas de soi) s'est faite entre les deux aspects, de quelles pratiques des mathématiques elle relève.

Nous avons décidé de consacrer le chapitre I de cette thèse à mener une enquête pour déterminer la date de l'apparition du terme indivisible dans l'œuvre de Cavalieri. Quand le terme « indivisible » et l'expression « voie des indivisibles » ont-ils été employés pour la première fois (selon nos sources) par Cavalieri ? Dans quelle situation et avec quels objectifs ? Nous avons choisi pour répondre à ces questions d'analyser la correspondance de manière systématique car elle nous donne un accès privilégié à l'apparition et à l'usage du mot « indivisible ». L'examen chronologique des écrits conservés de Cavalieri – notamment, donc, de sa correspondance – nous révèle en fait que l'expression « voie des indivisibles », qui donne un rôle central aux indivisibles, n'y apparaît pas avant 1632. Quant au terme « indivisible », il n'est pas utilisé avant la mise en circulation des deux manuscrits exposant sa nouvelle démarche mathématique, le manuscrit de la *Nova planorum ac solidorum speculatio in sex libros distributa* et celui du *Planorum et solidorum libri sex*, achevés tous deux en 1627⁴. Dans les lettres antérieures à 1627, Cavalieri se borne à souligner qu'il est en train de mettre par écrit une nouvelle méthode géométrique, sans mentionner les indivisibles. Avant d'être liée aux indivisibles, il semblerait que sa méthode ait été seulement pour Cavalieri une procédure permettant de traiter certains problèmes géométriques de manière plus rapide, plus

⁴Il s'agit de deux exemplaires manuscrits dont l'un fut envoyé à M. Ciampoli, l'autre à B. Castelli. Le *Nova planorum ac solidorum speculatio in sex libros distributa* se trouve à la Bibliothèque Nationale de Florence et appartient au Fondo Convenenti Soppressi, C. 3. 308, tandis que le *Planorum et solidorum libri sex* se trouve à la bibliothèque communale de Cortona. Même si les exemplaires portent un titre différent, il n'y a pas de divergence quant à leur contenu, voir sur ce point le mémoire de master de SESTINI, G. *L'infinito arginato ovvero tutti gli indivisibili del continuo : evoluzione del programma di ricerca matematico di Bonaventura Cavalieri*, Perugia, Università degli studi di Perugia, 1995-96. Sur l'exemplaire de la bibliothèque de Cortona, voir ARRIGHI, G. « La Geometria indivisibilibus continuorum di Bonaventura Cavalieri nelle ritrovata stesura del 1627 », *Physis*, 15, 1973, pp. 133-147.

simple et plus directe — autant d'adjectifs qui méritent d'ailleurs d'être examinés, car ils indiquent les valeurs importantes à l'œuvre en mathématiques pour Cavalieri.

Ce premier chapitre témoigne de l'intérêt d'articuler correspondances et publications dans la recherche historique sur les sciences, en accord avec les réflexions méthodologique de ces dernières décennies. D'extensives explorations des correspondances entre savants y ont en effet été entreprises, dont les résultats ouvrent une perspective entièrement nouvelle sur la démarche et sur l'évolution des diverses pratiques scientifiques, et ce à plusieurs niveaux. Evoquant ces tendances récentes qui se sont développées dans le domaine de l'histoire des sciences et de son historiographie, Jeanne Peiffer rappelle l'importance croissante des lettres et des réseaux des correspondances dans l'élaboration de la connaissance mathématique au XVII^e et au XVIII^e siècles; elle souligne certes que leur étude peut rendre justice à la complexité de l'activité scientifique, mais surtout elle montre que la forme même de la lettre comme base de l'échange scientifique (en particulier avant le temps des articles dans des journaux) peut avoir un effet sur ce qui est discuté, et donc donner accès à d'autres aspects de la pratique mathématique⁵.

C'est aussi ce que l'intérêt des correspondances en tant qu'outil de travail pour donner une peinture plus complexe de la création scientifique que désigne René Taton :

L'importance de ses documents épistolaires est renforcée par le fait qu'ils apportent très souvent sur la genèse, les motivations et les aléas de la découverte scientifique, des renseignements beaucoup plus directs, précis et spontanés que les ouvrages imprimés où les circonstances de la création se trouvent en général sinon dissimulées, du moins mal précisées⁶.

⁵ PEIFFER, J. « Faire des mathématiques par lettres », *Revue d'histoire des mathématiques*, 4, 1998, pp. 143-157.

⁶ TATON, R. « Le rôle et l'importance des correspondances scientifiques aux XVII^e et XVIII^e siècle », *Études d'histoire des sciences*, pp. 57-68. Ici, p. 58.

L'invitation à réfléchir sur la correspondance globalement, en tant qu'objet d'étude à part entière, a attiré l'attention de certains spécialistes qui se sont intéressés aux processus de création des réseaux de correspondances pendant le XVII^e siècle. Cette approche s'est révélée féconde car, d'après K. Pomian, elle a permis de clarifier le rôle crucial joué par les lettres et plus largement par les réseaux de correspondances dans le processus de fabrication et d'institutionnalisation du savoir à cette époque. En ce sens, il serait faux de réduire le rôle de la correspondance à la seule transmission des informations car :

En même temps que les informations, et en quelque sorte par leur intermédiaire, les lettres diffusaient des valeurs, des normes, des modèles de comportement dont l'acceptation par des hommes différents, dispersés dans presque toute l'Europe transformait ceux-ci, d'un groupe d'individus distincts, réunis par les liens purement extérieurs en une communauté animée d'un même esprit et s'orientant, en dépit de toutes les divergences intérieures, dans la même direction⁷.

Un autre aspect des correspondances au XVII^e siècle est leur rôle socialisateur. Le progrès dans le domaine du savoir passait inévitablement par apprivoiser les esprits et fixer les règles sociales de la connaissance. Recoupant la fonction accomplie par les académies, les réseaux de correspondances visaient à mobiliser certaines normes de convenance, afin de rendre possible la création d'une communauté des valeurs capables de finir avec les nombreuses querelles entre les savants. Cet aspect socialisant de la correspondance fut déjà remarqué au XVII^e siècle même, par exemple par Pierre Gassendi, lorsque, en analysant l'activité épistolaire de Nicolas-Claude Fabri de Peiresc, il souligne qu'elle visait à établir parmi les savants certaines normes de relation mutuelles en les appelant à éviter les querelles et à vivre dans la concorde. Un exemple classique pour illustrer ce point se trouve déjà

⁷POMIAN, K. « De la lettre au périodique : la circulation des informations dans les milieux des historiens au XVII^e siècle », *Organon*, 10, 1974, pp. 25-43. Ici pp. 27-28.

ébauché dans la correspondance entre Peiresc et Marin Mersenne⁸. Après avoir reçu le manuscrit de l'*Harmonie universelle* de Mersenne, Peiresc, dans une lettre du 18 juin 1634 y relèvera soigneusement tous les passages qui pourraient provoquer l'irritation de certaines personnes, en demandant à l'auteur de les supprimer pour « n'induire personne, écrit-il, à chercher de vous mordre en vengeance »⁹. Deux mois plus tard, le 13 août 1634, il écrit à nouveau à Mersenne :

[...] Et ne ferai pas de difficulté de vous dire librement mes sentiments et tout ce que me demanderiez, vous réitérant surtout la prière très humble que je vous ai si devant faite, de vous abstenir de toute sorte d'aigreur et de paroles piquantes, rudes et sujettes à sinistre interprétation. Et si vous pouviez encore retrancher la plus grande partie des contredits et réfutations de propositions et opinions que vous n'approuvés pas comme les vôtres, votre ouvrage en voudrait au centuple, et d'un lecteur vous en attireriez à milliers des plus honnêtes gens, qui n'ont pas de loisir pour lire de si gros volumes et qui se ne soucient pas de savoir les moyens de réfuter les opinions insoutenables ou mutilées¹⁰.

Ainsi, pareille élimination d'éventuelles sources de polémique contribua pour beaucoup à consolider ces milieux intellectuels et ultérieurement les académies, à leur faire adopter de nouveaux principes de comportement dans leurs rapports internes et, en conséquence, à promouvoir la science comme conversation amène entre savants, avec une étiquette et une politesse irréprochable. L'essor de la nouvelle philosophie naturelle implique, pour de nombreux participants, l'acceptation d'un protocole basé sur une étiquette tant intellectuelle que sociale afin d'éviter les tensions entre savants, tensions qui pourraient entraver la démarche et le progrès de la connaissance¹¹.

⁸Voir à ce propos SARASOHN, L., « Nicolas-Claude Fabri de Peiresc and the Patronage of the New Science in the 17th Century », *Isis*, 84, 1993, pp. 70-90.

⁹MERSENNE, M. *Correspondance*, éd. Marie de Tannery, René Pintard, Cornelis de Waard, Bernard Rochot, 17 vol., Paris, PUF et CNRS, 1932-1988, ici vol. IV, p. 181.

¹⁰*Ibidem*, p. 287.

¹¹Sur ce point, maintenant bien connu dans l'historiographie, on renvoie naturellement à SHAPIN, S. et SCHAFFER, S. *Leviathan and the Pump-Air*, Princeton, Princeton University Press, 1985 (trad. fr. *Léviathan et la pompe à air. Hobbes et Boyle entre science et politique*, Paris, La Découverte, 1993).

Il est aussi important de souligner le caractère universaliste de la correspondance des savants au XVII^e siècle, puisque celle-ci dépasse les frontières des divers états et prête de moins en moins d'attention aux barrières confessionnelles. C'est une période où les informations parcourent la presque totalité de l'Europe et certaines capitales – notamment Londres et Paris – commencent à acquérir de la célébrité en raison directe du nombre de savants et des informations qu'y affluent¹². On peut à cet égard mentionner le rôle majeur de Mersenne dans la première moitié du XVII^e siècle. Le Minime est en effet une figure de premier ordre dans ce processus de circulation du savoir et grâce à lui, les savants italiens seront mis en contact avec leurs homologues français. Mersenne manifeste d'ailleurs un intérêt tout particulier à fonder une académie des mathématiques par lettres et dévoile son projet de promouvoir la paix entre les savants au moyen de la correspondance¹³. Il rêve d'instaurer un vaste réseau de correspondance capable d'en finir avec les controverses :

Je voudrais que nous eussions une telle paix que l'on put dresser une Académie, non dans une seule ville comme on fait ici et ailleurs, mais sinon de toute l'Europe, du moins de toute la France, laquelle entretiendrait ses communications par lettres, qui seraient souvent plus profitables que les entretiens, que l'on propose, ce qui en détourne plusieurs¹⁴.

Il est bien connu néanmoins que la circulation des lettres n'éteint pas les querelles, et parfois les alimente : de vives polémiques se déclenchent par exemple entre mathématiciens français et italiens à propos de la priorité dans le calcul de l'aire de la cycloïde¹⁵, nous en retrouverons les traces dans ce qui suit. Plus crucial dans notre cas fut le réseau de

¹² ROMANO, A. et VAN DAMME, S. « Paris et Rome aux XVII^e et XVIII^e siècles » dans JACOB, Ch. *Lieux du savoir*, Paris, Albin Michel, 2007, pp. 1165-1184.

¹³ GOLDSTEIN, C. « Routine Controversies : Mathematical Challenges in Mersenne's Correspondence », *Revue d'histoire des sciences*, Tome 66-2, 2013, pp. 249-273. Pour une analyse en détail des membres qui figurent dans la correspondance de Mersenne, voir FLECHTER, C. « Mersenne : sa correspondance et l'academia parisiensis » dans GOLDSTEIN, C. GRAY, J. et RITTER, J. *L'Europe mathématique*, Paris, Éditions MSH, 1996. pp. 143-155.

¹⁴ MERSENNE, M. *op. cit.*, vol. V, pp. 301-302.

¹⁵ Sur le lien entre la forme des échanges épistolaires en mathématiques et les controverses, voir GOLDSTEIN, C. « Routine Controversies », *op. cit.*

correspondance organisé autour de Galilée et l'axe de communication formé par Rome et Florence dans la diffusion de la philosophie naturelle en Italie. Nous intéresserons notamment à la correspondance de Cavalieri avec Torricelli, Ricci et Galilée.

Nous partageons avec Taton le propos d'examiner les correspondances en tant qu'elles nous permettent de suivre pas à pas l'élaboration des idées scientifiques, en l'occurrence l'idée d'indivisible et sa mise en forme dans la méthode de Cavalieri. Mais il ne s'agit pas pour nous de trouver simplement dans les lettres quelques précisions de date ou des commentaires personnels sur les difficultés rencontrées, par exemple. Notre étude a été systématique, pour la période qui va de 1621 à 1635, avec un double objectif : d'abord établir une chronologie, qui ne soit pas entendue comme une simple successions de dates ordonnées, mais bien comme un contexte propre¹⁶ pour une nouvelle vision de l'évolution du projet mathématique de Cavalieri, en particulier comprendre si ce qui s'y élabore est une méthode des indivisibles ; ensuite, prendre acte que le projet final est en partie un effet de l'échange entre Cavalieri et Galilée, que son lieu d'élaboration déborde du livre imprimé et même de ses ébauches manuscrites ou de ses versions préliminaires, et qu'il est nécessaire d'y intégrer une partie de la correspondance avec Galilée (et bien sûr d'autres textes, comme on le verra). Dans le cas particulier de la correspondance de Cavalieri, aucun document ne révèle avec une telle clarté le positionnement initial du jésuite face aux indivisibles. Aucun autre ne présente non plus avec une telle clarté les réserves de Galilée qui, quelques années plus tard, fait publier ses hésitations dans la première journée des *Discorsi*. Si dans une échelle longue – la longue durée- la défense par Cavalieri d'une méthode des indivisibles peut sembler quelque chose d'évident, l'analyse de la correspondance et sa confrontation avec la chronologie de la pensée cavalierienne nous offre un résultat tout à fait révélateur pour l'historiographie de

¹⁶ Sur les chronologies comme contexte, voir GOLDSTEIN, C. *Un Théorème de Fermat et ses lecteurs*, Saint-Denis, PUV, 1995, en particulier pp. 115-122 et 179-180.

Cavalieri : loin d'être évident, l'idée d'une « méthode des indivisibles » n'est pas sortie de la tête de Cavalieri de toutes pièces à la manière d'une Athénée de la tête de Zeus. Elle est, telle qu'on la connaît aujourd'hui est le résultat d'un dialogue, d'un échange des idées entre Cavalieri et Galilée ; et ceci dans la mesure où les remarques de Galilée ont enfin poussé Cavalieri à faire un passage, très courageux, de son idée originelle – une simple méthode de démonstration – vers une méthode des « indivisibles », avec toutes les conséquences qu'entraîne un tel passage. Que l'idée d'un continu composé d'indivisibles était loin de faire l'unanimité des mathématiciens est évident à partir de la critique acharnée de Guldin.

Le dépouillement minutieux de la correspondance a permis de retrouver les traces de ce cheminement de la méthode des indivisibles entre Galilée et Cavalieri. Ce cheminement, en modifiant notre vision de ce chapitre de l'histoire, nous a ramené au problème du mouvement et à son rapport avec les indivisibles. Dans le lent processus de gestation d'une « méthode des indivisibles », Galilée a joué un rôle important et c'est pourquoi nous avons décidé de consacrer le chapitre II à une analyse de la notion d'indivisible chez Galilée et le rapport de cette notion avec le triple problème de l'atomisme physique, la composition du continu et la mathématisation du mouvement. Le but est de montrer la manière dont le problème du mouvement a pu inciter Cavalieri à vaincre ses propres hésitations pour lier finalement la sorte de sa méthode à celle des indivisibles. Le rôle pivot que pouvait jouer *une* méthode des indivisibles dans le projet galiléen touchant l'analyse mathématique du mouvement était une raison suffisamment puissante pour pousser Cavalieri à mettre sa procédure géométrique au service d'une démarche nécessitant un outil mathématique capable de décomposer la vitesse et le temps en ses éléments derniers. C'est en effet dans le domaine du mouvement qu'on discerne les aspects les plus novateurs du projet galiléen et il est alors moins étonnant de constater que la première mention officielle de la méthode des indivisibles se fait pour Cavalieri dans le *Specchio Ustorio* (1632) et dans le cadre de la déduction de la

loi de la chute des corps. Dans ce sens, on peut imaginer la satisfaction pour Cavalieri de contribuer à ce sujet à la mise en circulation d'un outil si bien adapté, d'après Galilée, pour l'analyse du mouvement que celui des indivisibles.

L'analyse du problème du mouvement et son rapport avec les indivisibles nous permet revisiter une question cruciale pour l'historiographie cavalérienne. Il s'agit de la question, toujours épineuse, concernant la notion d'agrégat d'indivisible (*congeriem*). Egidio Festa, Michel Blay, Giovanna Baroncelli et Philippe Boulier ont abordé cette question pour arriver à des conclusions différentes. Pour Egidio Festa et Michel Blay¹⁷, d'une part, et Giovanna Baroncelli¹⁸ de l'autre, Cavalieri pensait à la possibilité d'une sommation des indivisibles pour composer les figures géométriques. Même si Cavalieri met toujours l'accent sur le caractère purement opératoire de ses indivisibles, l'examen de la problématique du mouvement dans le *Specchio Ustorio* et l'idée d'indivisible qu'on y trouve semblent dégager une vision du continu nécessairement composé des indivisibles. Les trois auteurs ont mis en valeur la contradiction apparente qui subsiste chez Cavalieri : d'un côté, Cavalieri le répète à plusieurs reprises, il a créé un artifice purement opératoire pour la résolution de certains problèmes géométriques et de l'autre, lorsque il applique sa méthode au problème du mouvement, notamment à la déduction de la loi de la chute des corps, il paraît mettre en circulation une autre vision des indivisibles, capable d'intégrer le continu et d'établir des figures – des continus – par sommation des éléments. Philippe Boulier¹⁹ s'est opposé à cette idée et, pour lui, il n'y a pas de contradiction : jamais, chez Cavalieri, il n'y a de place pour traiter ses indivisibles à la manière des éléments derniers du continu capables de composer les figures par sommation. Nous sommes plus proche de l'interprétation de Boulier et nous

¹⁷ BLAY, M. et FESTA, E. « Mouvement, continu et composition de vitesses au XVII^e siècle », *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 48, 1998, pp. 65-118.

¹⁸ BARONCELLI, G. *Bonaventura Cavalieri. Carteggio* Florence, Leo S. Olschki, 1987.

¹⁹ BOULIER, P. « Le problème du continu pour la mathématisation galiléenne et la géométrie cavalérienne », *Early Science and Medicine*, 15, 2010, pp. 371-409.

reviendrons sur ce débat en étudiant dans notre dernier chapitre la controverse qui oppose Cavalieri à Guldin, car pour se défendre des accusations du mathématicien jésuite, Cavalieri passera en revue les points essentiels de sa méthode, parmi lesquels la notion d'agrégats d'indivisible, faisant alors appel à ce que nous avons nommé l'argument de la spatialité afin d'éclairer cette notion.

Le chapitre III examine le rapport entre la méthode des indivisibles et Evangelista Torricelli, en mettant l'accent sur les apports de ce dernier à la procédure de Cavalieri. Premièrement, là encore, nous avons analysé les échanges épistolaires entre Cavalieri et Torricelli (héritier de Galilée à la cour de Florence) afin d'offrir une vision chronologique de l'assimilation des indivisibles par ce dernier, assimilation d'ailleurs extrêmement rapide. Les résultats assez surprenants de Torricelli – on pense notamment au solide hyperbolique de longueur infinie – ont été pour Cavalieri d'une importance majeure, dans la mesure où ils ont servi à tester, mais aussi à accréditer la potentialité de sa nouvelle méthode, face aux mathématiciens les plus sceptiques ou les plus scrupuleux. Deuxièmement, nous avons prêté une attention spéciale à la résolution de certains paradoxes auxquels semble aboutir la méthode des indivisibles et dont certains ont été introduits lors de la discussion du chapitre II. Face à ces paradoxes, Cavalieri saisit l'occasion de rappeler les principes de sa méthode pour procéder ensuite à un ajustement de ses principes, dont le but est de donner une explication plausible de la raison pour laquelle on arrive à de tels paradoxes. Pourtant, dans son effort pour mieux élucider les principes de sa méthode et contourner les paradoxes, Cavalieri tombe parfois dans une contradiction par rapport à la notion opératoire de ses indivisibles. Ceci se produit par exemple quand il établit un parallèle entre sa vision des indivisibles et les fils d'une toile : l'équivalence qu'il semble alors établir entre la manière dont les fils composent la toile et celle dont les indivisibles composent les figures va à l'encontre des principes de sa méthode. La malheureuse comparaison qu'esquisse Cavalieri est-elle le fruit d'une simple

étourderie ? Il est en tout cas presque inévitable de relever une ambiguïté dans le parallèle établi par Cavalieri, car il confère aux indivisibles une fonction absolument nouvelle, une fonction qui contraste avec le concept d'indivisible élaboré dans la *Geometria indivisibilibus* et c'est pourquoi le décryptage de ce paradoxe se pose à nous dans toute son acuité.

Par ailleurs, si l'on examine le travail qui a été fait sur la pensée de Cavalieri pendant les dernières années, on remarque que l'historiographie est fondamentalement allée dans le sens d'un approfondissement dans l'explication de l'outillage conceptuel qui est à la base de la méthode des indivisibles, sans mettre assez l'accent sur le rôle, à première vue secondaire, des paradoxes dans l'évolution et la concrétisation de la méthode. A notre connaissance, seuls François de Gandt²⁰ et Evelyne Barbin²¹ se sont interrogés sur le rôle joué par ces paradoxes dans la constitution de la méthode des indivisibles, et leurs analyses nous ont servi de points de repère dans l'examen de cette problématique. La compréhension de ces paradoxes nous semble d'autant plus cruciale que c'est en s'appuyant sur la solution qu'en donne Cavalieri que Torricelli accomplit à son tour une re-traduction de la notion d'indivisible qui aura des conséquences énormes pour le devenir de la méthode dans la deuxième moitié du XVII^e siècle. On pourrait dire que chez Torricelli l'armature théorique de la méthode demeure pratiquement inchangée, mais que la notion d'indivisible est, quant à elle, complétée d'une façon significative : il donne de l'« épaisseur » aux indivisibles afin de composer les figures. C'est là que pour la première fois on tente d'exprimer un fait central de ce qui sera la doctrine du calcul infinitésimal, au moyen d'une réinterprétation de la notion d'indivisible : la possibilité de composer des figures à partir des ultimes éléments qui les forment. La modification introduite par Torricelli est très importante car elle fait mieux comprendre une orientation typique donnée alors à la méthode des indivisibles pendant la deuxième moitié du

²⁰DE GANDT, F. *L'œuvre de Torricelli : science galiléenne et nouvelle géométrie*, Nice, Les Belles Lettres, 1987.

²¹BARBIN, E. *La révolution mathématique du XVII^e siècle*, Paris, Ellipses, 2006.

XVII^e siècle, orientation qui va la mettre dans la route du calcul infinitésimal. A partir du moment précis où se diffuse l'œuvre de Torricelli, la méthode de Cavalieri est éclairée d'une nouvelle lumière. On pourrait même affirmer qu'une nouvelle méthode apparaît. C'est donc l'assimilation de cette version bâtarde des indivisibles, si on nous permet l'expression, via Torricelli, qui donnera aux mathématiciens l'idée que la méthode primitive de Cavalieri était à l'origine du calcul infinitésimal. Cela a eu aussi son incidence sur l'historiographie concernant la méthode des indivisibles, la tergiversation et la confusion autour de la notion d'indivisible tendant à s'instituer comme un fait accompli, au moins jusqu'à la deuxième moitié du XX^e siècle. Nous en parlons plus amplement au chapitre IV.

Le chapitre V est centré sur la controverse touchant la méthode des indivisibles qui oppose Cavalieri et Guldin. Cette controverse porte à première vue sur des aspects strictement mathématiques et jusqu'à présent l'historiographie concernant cette dispute²² a surtout souligné que le point de divergence entre les deux mathématiciens était essentiellement le refus de la part de Guldin d'accorder aux indivisibles le statut de « méthode mathématique de démonstration ». Ceci est bien sûr vrai, mais il nous semble que comprendre ce statut et le point de vue de Cavalieri réclame la mise en relief de certains aspects qui ne sont pas tout à fait mathématiques, afin de bien saisir la véritable ampleur de la controverse. Ici, comme auparavant, nous avons accordé beaucoup d'importance à l'analyse d'échanges épistolaires, cette fois entre Torricelli, Cavalieri et Ricci. Cette approche nous a permis de faire ressortir les motivations majeures qui ont présidé à la réponse de Cavalieri – dont le résultat final et raffiné est le troisième livre des *Exercitationes geometricae* – et plus encore, elle nous a permis de réinterpréter la controverse à la lumière d'autres éléments tels que le rôle social de Torricelli dans la Florence des Médicis et l'idée de ce qui constitue alors, pour les différents

²² Une présentation récente de cet enjeu se trouve dans RADELET-DE-GRAVE, P. « Kepler, Cavalieri, Guldin. Polémiques with the Departed », dans JULLIEN, V. (dir.) *Seventeenth-Century Indivisibles Revisited, op. cit.*, pp. 57-86.

protagonistes, une méthode de démonstration. Ainsi, par exemple, grâce au dépouillement des échanges entre Cavalieri et Torricelli et leur confrontation avec la réponse du jésuite à Guldin, nous avons pu montrer la manière dont Cavalieri, lui, veut justifier sa méthode des indivisibles en invoquant les résultats obtenus par Torricelli. L’invocation de Torricelli lui permet d’ailleurs aussi de capitaliser ce flux de reconnaissance sociale qu’acquiert Torricelli au moment même où il accède au poste de Mathématicien du Duc de Toscane. En suivant les objections adressés aux indivisibles de Cavalieri nous avons essayé de mieux faire ressortir les diverses raisons sous-jacentes à la controverse afin de bien comprendre et les réponses de Cavalieri et ces enjeux situés à l’arrière-plan. Les échanges avec Torricelli et Ricci témoignent de ce que le nœud de la dispute ne pouvait se réduire aux éléments mathématiques de la procédure mise en jeu par Cavalieri. Au fil de l’examen de la correspondance transparait une nouvelle attitude face à la critique de Guldin, nouvelle attitude que nous avons pu isoler grâce à la mise en relief procurée par la correspondance. Nous avons procédé là encore systématiquement, en abordant successivement les diverses objections lancées par Guldin et reprises par Cavalieri pour ensuite les resituer et les retraduire à la lumière des données dégagées de la correspondance.

Voici résumés les cinq chapitres de cette thèse dont le sujet principal est le processus d’élaboration de la notion d’indivisible. L’approche initialement envisagée, une analyse de controverses, en particulier celle entre Guldin et Cavalieri, s’est transformée en un examen de la manière dont la notion d’indivisible s’est *collectivement* forgée dans l’Italie de la première moitié du XVII^{ème} siècle. Bien que ces dernières années l’historiographie concernant ce qu’on envisage souvent comme « l’école galiléenne » se soit renouvelée en aiguisant notre connaissance de Cavalieri, Torricelli, Ciampoli ou Benedetto Castelli entre autres, et bien sûr de Galilée lui-même, il a paru pertinent d’approfondir l’étude des indivisibles à cette période. D’abord il nous semblait qu’il restait encore à faire une étude touchant la manière dont la

notion d'indivisible, qui renaît sous la plume de Cavalieri, a été assimilée et façonnée par les différents acteurs que forment la colonne vertébrale de cette histoire, Cavalieri, Galilée, et Torricelli, non pas en considérant indépendamment leurs différents ouvrages, mais en prenant en compte le lieu d'élaboration commun que constituent leurs correspondances. Dans ce sens, nous avons des éléments pour articuler la pensée de ces trois acteurs autour de l'idée d'indivisible et accomplir à petite échelle une « histoire de la notion d'indivisible » en Italie pendant la première moitié du XVII^e siècle afin de contribuer modestement à l'histoire du façonnage et de la transmission de la méthode des indivisibles en général réclamée par François de Gandt²³. Nous n'en abordons pas les aspects mathématiques, d'autres historiens ont accompli cette tâche à notre place²⁴. Notre histoire est locale, axée sur la circulation de la méthode de Cavalieri liée à l'idée d'indivisible dans le domaine restreint du cercle galiléen. Il nous semblait que cette sorte d'analyse pouvait donner une vision plus précise de la réflexion sur les indivisibles dans leurs rapports avec le milieu intellectuel et social qui l'héberge. Si l'approche par les controverses a pu faire ressurgir des lieux de conflit, donc de débat à l'intérieur des sciences, nous pensons qu'observer l'activité normale des mathématiques, en particulier au fil des lettres, est aussi une manière efficace pour mieux dégager ce qui relève de simples compromis, même conceptuels, des caractères essentiels et partagés par les protagonistes. Certains aspects para-mathématiques, comme le problème du continu, la question de la certitude des mathématiques ou celle de la méthode, qui structurent l'activité mathématique, parfois tacitement, sont des clés pour une meilleure compréhension historique

²³DE GANDT, F. « L'évolution de la théorie des indivisibles » dans BUCCIANTINI, M. et TORRINI, M.(dir.) *Geometria e Atomismo nella Scuola Galileiana, Scuola Galileiana, op. cit.*, p. 108. Dans ce sens une première étude sur l'évolution de la méthode ou les méthodes des indivisibles au XVII^e siècle a été menée par MALET, A. *From Indivisibles to Infinitesimals. Studies on Seventeenth-Century Mathematizations of Infinitely Small Quantities, op. cit.* et plus récemment, dans l'ouvrage collectif JULLIEN, V. (dir.) *Seventeenth Century Indivisibles Revisited, op. cit.*, qui offre un panorama des diverses méthodes des indivisibles au XVII^e siècle – chez Tacquet, Descartes, Mengoli, Pascal, James Gregory, Barrow, Gregory de St. Vincent, Wallis, Roberval.

²⁴Si les articles fondamentaux de K. Andersen et E. Giusti cités note 3 restent à la base de la plupart de travaux traitant la méthode des indivisibles chez Cavalieri, des éléments documentaires originaux ou des interprétations nouvelles rendaient indispensable de nouvelles études d'ensemble. C'est d'ailleurs l'objectif de l'important ouvrage récent coordonné en 2015 par V. Jullien, *Seventeenth Century Indivisibles Revisited, op. cit.*

de cette période charnière de la pensée scientifique et de l'évolution de la philosophie naturelle et les mathématiques dans l'Italie de la première moitié du XVII^e siècle.

Il reste toutefois à ajouter une considération de méthode. Il faut prendre conscience de ce qu'implique le fait de travailler sur des correspondances incomplètes. La disproportion étonnante entre le nombre de lettres adressées par Galilée et celles adressées par Cavalieri nous met en face d'un problème méthodologique insoluble²⁵ : il nous manque les lettres de Galilée et cela nous oblige à reconstruire les objections de Galilée à partir de ce qui se laisse entrevoir dans lettres de Cavalieri. Nous sommes conscients des difficultés que cela peut entraîner, car le risque est grand de nous retrouver parfois à notre insu, en train de « reconstruire » une objection de manière tout-à-fait artificielle. Il est bien évident que la part de conjectures invérifiables est plus grande lorsqu'on se réfère au contenu des lettres perdues de Galilée. Sous les auspices de cet avertissement méthodologique nous en sommes réduits à un seul son de cloche et de ce fait notre analyse chronologique de la constitution et l'évolution du terme « indivisible », sinon dans ces grandes lignes, au moins dans son détail, est sujette à condition. Bien qu'en comparant le contenu des diverses lettres nous puissions, en les complétant les unes par les autres, combler certaines lacunes et établir un tableau chronologique touchant l'évolution du terme indivisible chez Cavalieri, on arrive à des limites infranchissables. C'est pourquoi, en tant qu'historiens des sciences, nous nous voyons obligés à agir avec prudence, afin de réduire au minimum le risque de déformer la pensée de Cavalieri.

²⁵Voir Annexe A.

CHAPITRE I

UNE APPROCHE CHRONOLOGIQUE

DES INDIVISIBLES DE BONAVENTURA CAVALIERI

Bonaventura [Francesco] Cavalieri²⁶, né, au moins selon son disciple et premier biographe Urbano d'Aviso, à Milan en 1598, y entra dans l'ordre des jésuites en 1615, avant d'être transféré l'année suivante à San Girolamo à Pise. C'est là qu'il étudia les mathématiques, avec Benedetto Castelli et fut mis en contact avec Galileo Galilei. Après différentes positions à San Girolamo, Milan, Lodi et Parme, il obtint en 1629 la chaire de mathématiques de l'université de Bologne, avec l'appui de Galilée, tout en étant prieur du couvent jésuite de la ville. Il conserva ces postes jusqu'à sa mort en 1647.

Ce premier chapitre a pour objectif de fixer une chronologie plus précise de l'évolution des conceptions de Cavalieri sur les indivisibles jusqu'à la parution de la *Geometria indivisibilibus continuorum* de 1635 et de montrer comment l'interaction avec Galilée a été importante pour cette évolution. Nous nous intéresserons à la manière dont Cavalieri présente son projet mathématique dans les préfaces de ses différents ouvrages : la *Nova planorum ac solidorum speculatio in sex libros distributa* (1627), le *Specchio Ustorio* (1632) et enfin la *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota* (1635). Mais il convient pour notre projet de ne pas nous limiter aux publications : c'est en effet grâce à la correspondance de Cavalieri que nous allons montrer comment se modifie progressivement le rôle des indivisibles dans sa pensée mathématique. Nous avons décidé de

²⁶Les indications biographiques de ce paragraphe se trouvent par exemple dans l'article de Ettore Carruccio consacré à Cavalieri dans le *Dictionary of Scientific Biography* (New York 1970-1990), voir en ligne <http://www.encyclopedia.com/doc/1G2-2830900824.html>.

découper cette étude en trois parties (ponctuées par les publications mentionnées)²⁷ : dans la première partie, de 1621 à 1626, on voit apparaître chez Cavalieri les ébauches d'une nouvelle procédure géométrique avec laquelle Cavalieri se propose de calculer les aires et les volumes de figures géométriques, d'une manière différente de celle d'Archimède. Cette procédure, on le verra à travers la correspondance, ne semble pas constituer une méthode des indivisibles. C'est seulement au début de la deuxième période que nous considérons, 1627-1632, que Cavalieri commence à employer le mot « indivisible » dans sa correspondance, avant de faire enfin connaître sa méthode publiquement dans le *Specchio Ustorio*, où il utilise sa nouvelle procédure afin de calculer la loi de la chute des corps. La troisième période est celle qui sépare cet ouvrage de la *Geometria indivisibilibus continuorum*. Nous n'analyserons pas ici les démonstrations mathématiques que propose Cavalieri²⁸ : notre objectif est seulement de comprendre la manière dont il s'est représenté sa méthode et pour cela l'analyse de ses échanges avec Galilée est particulièrement éclairante.

I.1 A la recherche des indivisibles : la correspondance entre Galilée et Cavalieri (1621–1626)

La lettre du 15 décembre 1621 est la première dont nous disposons où Cavalieri présente sa nouvelle procédure pour calculer des aires et des volumes. Ayant réussi à

²⁷ Une liste des lettres conservées de Cavalieri à Galilée figure dans l'annexe B. Rappelons que nous ne disposons pas des réponses de Galilée, sauf deux lettres, celles du 24 mai 1631 et 24 février 1640. Des résumés des lettres les plus importantes mentionnées dans cette thèse se trouvent dans l'annexe A.

²⁸ Pour une présentation d'ensemble de la méthode des indivisibles, voir GIUSTI, E. *Bonaventura Cavalieri and the Theory of Indivisibles*, Bologne, Cremonese, 1980, ANDERSEN K. « Cavalieri's Method of Indivisibles », *Archive for History of Exact Sciences*, 31, 1985, pp. 292-367, MASSA-ESTEVE, M.R. « El mètode dels indivisibles de Bonaventura Cavalieri », *Bulleti de la Societat Catalana de Matemàtiques*, 9, 1994, pp. 68-100 et ANDERSEN, K., GIUSTI E. et JULLIEN, V. « Cavalieri's Indivisibles » dans JULLIEN, V. (dir.) *Seventeenth Century indivisibles Revisited*, Birkhäuser, Springer, 2015, pp 31-56. Pour la notion d'indivisible, voir CELLINI, G. « Gli indivisibili nel pensiero matematico e filosofico di Bonaventura Cavalieri », *Periodico di Matematica*, 44, 1966, pp. 1-21, TERREGINO, G. « Sul principio di Cavalieri », *Archimede*, 32, 1980, pp. 59-65 et DE GANDT, F. « Cavalieri's indivisibles and Euclid's canons », dans BARKER, P. et ARIEW, R. (dir.), *Revolution and Continuity. Essays in the History and Philosophy of Early Modern Science*, Washington, Catholic University Press, 1991, pp. 157-182. Pour l'étude des techniques sur les aires, voir AGOSTINI, A. « I baricentri di gravi non omogenei e la formola generale per il loro calcolo determinati da Bonaventura Cavalieri », *Bolletino Matematica Italiana*, 2, 1940, pp. 147-171.

démontrer certaines propositions autrement, écrit Cavalieri, que ne le faisait Archimède (*vado dimostrando alcune propositioni d'Archimede diversamente da lui*)²⁹, Cavalieri discute néanmoins de doutes possibles concernant la légitimité qu'il y a à établir un rapport entre deux grandeurs infinies. Cavalieri évoque en effet « toutes les lignes » et « tous les plans » d'une figure, comme s'ils relevaient de la définition euclidienne des grandeurs³⁰. Mais comme « toutes les lignes » et « tous les plans » sont formés par un nombre infini d'éléments (*pare che tutte le linee d'una data figura sieno infinite*)³¹, il ne va pas de soi de leur appliquer la définition euclidienne des grandeurs proportionnelles (*e però fuor della deffinitione delle grandezze che hano proportione*)³². Faire un rapport entre deux grandeurs infinies semble en effet impossible dans le cadre de la théorie euclidienne des proportions, exposée au livre V des *Éléments*, comme on le comprend à lire la définition 4 du livre V d'Euclide :

Deux grandeurs sont dites avoir un rapport l'une relativement à l'autre quand elles sont capables, étant multipliées, de se dépasser l'une l'autre³³.

Cavalieri suggère cependant dans cette lettre qu'il ne doit pas être impossible d'établir un rapport de proportionnalité entre « toutes les lignes » et « tous les plans » (*pare che non sieno fuori di quella deffinitione*)³⁴: en agrandissant les figures, on constate que les lignes augmentent dans le même rapport que celui des figures (*ma perchè poi, se si aggrandise la*

²⁹OG, XIII, p. 81.

³⁰« Se in una figura piana s'intenderà tirata una linea retta come si voglia, et in quella poi tirateli parallele tutte le linee possibili a tirarsi, chiamo queste linee così tirate tutte le linee di quella figura; e se in una figura solida s'intenderano tirati tutt'i piani possibili a tirarsi paralleli ad un certo piano, questi piani gli chiamo tutt'i piani di quel solido », (OG,XIII, p. 81).

³¹*Ibidem*, p. 81

³²*Ibidem*, p. 81.

³³ EUCLIDE, *Les Éléments*, trad. B. VITRAC, Paris, P.U.F, 1994, vol. II, p. 38. Il y a deux théories des proportions dans les *Éléments*, l'une au livre V pour les grandeurs géométriques continues et l'autre au livre VII pour les nombres entiers. Pour une analyse de cette distinction entre les livres V et VII voir les commentaires de B. Vitrac, dans le deuxième volume des *Éléments*, p. 507. Une autre question est de savoir quelle édition des *Éléments* a utilisée Cavalieri, la théorie des proportions étant redevable au XVII^e siècle des modifications introduites par Clavius (1^{re} édition en 1574 et 2^e édition en 1589). A ce sujet voir ROMMEVAUX, S. *Clavius une clé pour Euclide au XVI^{ème} siècle*, Paris, Vrin, 2005, p. 9, 51 et 58. Un bref panorama de cette problématique se trouve également dans ROMMEVAUX, S. « De la proportion au rapport » dans ROMMEVAUX, S. et VENDRIX P. (dir.) *Proportions : science, musique, peinture et architecture*, Bruxelles, Turnhout Brepols, 2011, pp. 17-27.

³⁴OG, XIII, p. 82.

figura, anco le linee si fanno maggiori, essendovi quella della prima et anco quelle di più che sono nell'eccesso della figura fatta maggiore sopra la data)³⁵. C'est pourquoi on peut imaginer qu'il existe un nombre n qui, appliqué à la quantité la plus petite, permette de dépasser la plus grande. Autrement dit, selon Cavalieri, dans le domaine de l'infini se vérifieraient les mêmes genres de rapports que dans celui du fini³⁶.

La lettre suivante, expédiée à Galilée le 19 février 1622, manifeste encore les doutes de Cavalieri. Celui-ci écrit :

Peut-être jugerez-vous cette pensée de moi bien vaine, car elle est éloignée de tout ce que qu'on peut trouver dans les écrits des autres. Elle peut sembler une chose extravagante à ceux qui ne la considèrent pas attentivement³⁷.

Les adjectifs utilisés – éloigné (*lontano*) et extravagant (*stravagante*) – nous donnent une idée des difficultés que Cavalieri dit ici rencontrer. Il est possible qu'il ait pris conscience entre la première et la deuxième lettre de ces difficultés. Il se pourrait aussi que, dans la lettre du 19 février 1622, Cavalieri ait fait preuve de modestie : il solliciterait l'avis de Galilée, en attendant que ce dernier lui dise que sa méthode n'est pas du tout extravagante. En tout cas, dans la lettre suivante à Galilée, datée du 22 mars 1622, Cavalieri n'hésite pas à affirmer que le fondement de sa procédure, à savoir la possibilité d'établir un rapport entre « toutes les lignes » ou « tous les plans » d'une figure et « toutes les lignes » ou « tous les plans » d'une autre, lui semble facile à démontrer (*il che parmi facile da dimostrare*)³⁸. En un mot, il est

³⁵ *Ibidem*, p. 83.

³⁶ Dans l'introduction à l'édition italienne de la *Geometria indivisibilibus*, Lombardo-Radice estime qu'il s'agit fondamentalement d'une notion philosophiquement naïve de l'infini. Voir également : « Bonaventura Cavalieri fu portato, di necessità, ad approfondire l'aspetto filosofico del suo metodo *dopo* averne già costruito la sostanza geometrica, forse in uno stato di relativa *ingenuità filosofica* », CAVALIERI, B. *Geometria degli indivisibili* a cura di LOMBARDO-RADICE, L., Torino, U.T.E.T., 1966, note 8, pp. 205-206.

³⁷ « Forsi questo mio pensiero li riuscirà una vanità, essendo elli lontano da tutto quello ch'i'ho potuto trovare esser scritto da altri, e per riuscire molto stravagante a chi no lo consideri con qualche attenzione... ». (OG, XIII, p. 84).

³⁸ OG, XIII, p. 86.

légitime, selon Cavalieri, de transférer les propriétés des grandeurs euclidiennes aux propriétés de ces nouvelles grandeurs :

Car, en multipliant l'une des figures, on multiplie également toutes les lignes de la figure plane et tous les plans du solide ; ainsi, ayant été augmentées, toutes les lignes d'un plan ou tous les plans d'un solide peuvent dépasser toutes les lignes ou tous les plans de l'autre, et elles font donc partie des grandeurs qui ont un rapport de proportionnalité³⁹.

Ainsi, le transfert des critères propres à la théorie euclidienne des proportions, basée sur les rapports entre deux grandeurs finies, à des grandeurs en apparence infinies, semble ne pas poser de problème insurmontable à Cavalieri. Il est manifeste en tout cas qu'il cherche à inscrire son procédé dans le cadre conceptuel de la géométrie euclidienne⁴⁰.

Quelques mois plus tard, le 17 août 1622, Cavalieri s'inquiète du silence de Galilée touchant un petit dialogue qu'il lui a envoyé il y a un certain temps⁴¹. Il craint que le dialogue ne soit pas du goût de Galilée, car il a eu la hardiesse de procéder autrement que les mathématiciens grecs en s'écartant du chemin ordinaire de la géométrie (*per uscir de la via ordinaria*)⁴². Cavalieri fait également allusion à une autre raison possible qui expliquerait le silence de Galilée. Il s'agit du désordre dans lequel il lui a envoyé le manuscrit (*forse per non esser con acuratezza e diligenza da me fatto e ordinato*)⁴³. Quelque soit la raison du silence de Galilée, la suite de la lettre laisse entrevoir qu'en attendant sa réponse, Cavalieri éprouve quelques doutes par rapport à sa façon de procéder, au point d'interpréter le silence de Galilée comme une réponse tacite (*m'hano ben fatto spesso venir in sospetto che'l suo non*

³⁹ « Perchè, multiplicando l'una delle dette figure, si multiplicano anco tutte le linee nelle piane e tutte le superficie nelle solide, sì che tutte le linee d'una figura, ovvero superficie, possono, cresciute, avanzare tutte le linee, o superficie, dell'altre, e così saranno ancor esse fra le grandezze ch'hanno proportione ». *Ibidem*, p.86.

⁴⁰ ANDERSEN, K. « Cavalieri's Method of Indivisibles », *op. cit.*, p. 304, note ainsi que Cavalieri avait les grandeurs grecques à l'esprit lorsqu'il envisagea et développa sa théorie. Cf. GIUSTI, E. « *Bonaventura Cavalieri and the Theory of Indivisibles*, *op. cit.*, pp. 32-41.

⁴¹ Il semble qu'il s'agisse du traité sur les spirales que Cavalieri avait déjà mentionné dans la lettre du 16 février 1622 : « *per la presente occasione m'è bisognato farne un compendio presto presto, non havendoli potuto aggiugere alcune cose delle spirali le quali con commodità manderò anco a V.S. quando sappi come li rieschi gusesto poco* », (OG, XIII, p. 84).

⁴² OG, XIII, p. 96.

⁴³ *Ibidem*, p. 96.

rispondermi fosse una riposta tacita)⁴⁴. Les lettres suivantes confirment que Galilée avait trouvé des difficultés dans la façon de procéder de Cavalieri. Le 9 avril 1623, Cavalieri lui annonce l'envoi d'un nouveau traité, face auquel il pourrait éprouver ces mêmes difficultés (*però potrebbe farsi patire l'istesse difficoltà ch'ella ritrova nel altro ch'io le mandai molto tempo fa*), d'autant que Cavalieri se sert toujours des mêmes notions (*il quale suppone la cognitione in parte dell'altro sudetto, massime supponendo io in questo di servirmi dell'istessi nomi deffiniti in quello*)⁴⁵. Le 16 août 1623, Cavalieri affirme avoir répondu à ses objections touchant le fondement de son traité⁴⁶. Malheureusement, ces lettres à sens unique ne nous éclairent pas sur le genre de difficultés qu'a pu éprouver Galilée : on peut toutefois supposer compte tenu des réponses de Cavalieri que Galilée attire son attention sur le fait que l'introduction de nouvelles grandeurs géométriques ne s'opère pas à la légère, et en tout cas, qu'une simple transposition de leur fonctionnement à partir de celui des grandeurs habituelles ne va pas de soi. Mais ce qui nous importe le plus, ici, est que dans ces échanges, et ces premières explications sur la manière nouvelle de calculer des aires ou des volumes, nous n'avons repéré aucune allusion explicite à des indivisibles : Cavalieri se borne à parler de sa nouvelle approche comme d'une procédure pour comparer des rapports.

I.2 L'exposé dans la *Nova Planorum ac solidorum speculatio* (1627–1632)

Dans la correspondance dont nous disposons, le terme « indivisible » apparaît pour la première fois le 29 février 1626, mais ce n'est pas à propos d'une méthode de Cavalieri : Cavalieri se réfère à une future publication de Galilée concernant les indivisibles (*si ricordi*

⁴⁴ *Ibidem*, p. 96.

⁴⁵ *Ibidem*, p. 114.

⁴⁶ « Scritti già un pezzo fa a V.S in risposta di quello chi ai fondamenti di quel mio trattato opponea ». *Ibidem*, p. 123.

*dell'opera sua degli indivisibili che già determinò di comporre*⁴⁷). Cavalieri, nous le savons⁴⁸, a fait un séjour à Florence au début de février 1626 : il semble que les deux savants se soient entretenus lors de ce séjour, entre autres choses, de la question du continu et que Galilée ait promis à Cavalieri de composer un traité sur la question des indivisibles. Cavalieri lui écrit en effet :

En ce qui touche l'ouvrage sur les indivisibles, je serais très honoré si vous pouviez vous y appliquer le plus tôt possible, pour que je puisse à mon tour exécuter le mien⁴⁹.

Cavalieri affirme profiter de ce délai pour améliorer son propre ouvrage, afin de lui donner l'exactitude qu'il mérite (*quale fra tanto anderò limando, acciò sia di quella essattezza che conviene che sia*⁵⁰). Le traité que Cavalieri a en vue est un ouvrage sur les solides (*attendo di mettere in registro il moi trattato de' solidi*)⁵¹ et, à la lumière d'une lettre datée le 9 mai 1626, il devient évident que le traité auquel il s'applique n'est autre que le *Nova planorum ac solidorum speculatio in sex libris distribuit* (1627), qui préfigure les six premiers livres de la future *Geometria indivisibilibus continuorum*. Cavalieri écrit qu'il continue à mettre en ordre son traité (*continuando di mettere in sesto il mio trattato*), dont il dit qu'il parle de la parabole, des cylindres, du cercle ; ceci coïncide avec les sujets traités dans la *Nova planorum ac solidorum speculatio*. Cependant, il n'y a pas encore de références à une méthode des indivisibles ou au rapport entre les indivisibles et l'approche de Cavalieri.

⁴⁷ *Ibidem*, p. 309. Comme en témoignent la lettre envoyée le 7 mai 1610 à Belisario Vinta, secrétaire du Grand-Duc de Toscane, Galilée s'intéressait aux problèmes du continu depuis longtemps et il avait le projet d'écrire un traité sur le continu *De compositione continui*. (OG, X, p. 352).

⁴⁸ GIUSTI, E. « Galileo e le leggi del moto » dans *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attinenti alla meccanica ed i movimenti locali*, Turin, Einaudi, 1990, p. 49.

⁴⁹ « Quanto all'opera delli indivisibili, harei molto che ci si applicasse V.S quanto prima, acciò potessi are ispeditione alla mia » (OG, XIII, p. 312). Il est vraisemblable qu'ils ont aussi discuté du problème du mouvement car, dans la suite de la lettre, Cavalieri écrit qu'il a commencé à réfléchir sur le mouvement (*ho cominciato a pensare il moto*). Une autre référence au problème du mouvement se trouve dans la lettre du 21 mars 1626 où Cavalieri dit avoir écrit quelque chose sur le mouvement (*sono intrato ha comporre qualche cosetta sopra il moto*) mais être incapable de démontrer la proposition selon laquelle le mobile qui passe du repos au mouvement doit forcément passer par tous les degrés de vitesse intermédiaires (OG, XIII, p. 309).

⁵⁰ *Ibidem*, p. 312.

⁵¹ *Ibidem*, p. 318.

La situation reste la même dans une lettre à Galilée du 30 avril 1627, où Cavalieri détaille la liste des six livres qui feront partie de sa *Nova planorum ac solidorum speculatio* :

J'ai déjà fini un livre sur le cercle et l'ellipse ; un autre sur la parabole et un autre sur l'hyperbole ; et j'ai presque fini un autre sur les hyperboles et les solides que l'on en tire. Il me reste encore à rédiger les livres avec les lemmes qui sont en désordre, pour ensuite finir l'ouvrage⁵².

La *Nova planorum ac solidorum speculatio* sera définitivement achevée en novembre 1627. Dans une lettre à Galilée du 17 décembre 1627, Cavalieri ajoute n'avoir pas modifié son fondement (« toutes les lignes » et « tous les plans ») qu'il estime « très bien établi par des raisons évidentes et solides⁵³ ». Dans une lettre envoyée à la même date à son protecteur le cardinal archevêque de Milan, Federico Borromeo, Cavalieri écrit qu'il a amélioré un ouvrage de géométrie (*ho perfettionato un'opera di Geometria*) de la manière suivante :

La chose est nouvelle [la matière de l'ouvrage], non seulement en ce qui concerne les choses qu'on y trouve, mais encore en ce qui concerne la méthode employée pour les trouver que nul, que je sache, n'a employée auparavant⁵⁴.

Deux ans plus tard, dans une lettre du 12 janvier 1629, Cavalieri, afin de présenter sa candidature au poste de lecteur public en mathématiques à Bologne, transmet à Cesare Marsili l'inventaire des sujets qu'il a déjà abordés dans le *Nova planorum ac solidorum speculatio* et il déclare encore une fois proposer une nouvelle voie dans le domaine de la géométrie (*strada nuova in geometria*⁵⁵).

D'après la correspondance de la période 1621-1629, c'est donc seulement en 1626, après avoir discuté avec Galilée à Florence, que Cavalieri évoque un livre de ce dernier sur les

⁵² « Ho già fatto un libro del circolo et ellissi, un altro della parabola, e quasi finitone un altro dell'hyperbole e dei solidi che da queste ne vengono : resta ch'io registri i libri delle propositioni lemmatiche, che già stano in confuso, che poi sarà l'opera finite ». *Ibidem*, p. 352.

⁵³ « Non havendo mutato quel mio fondamento di quelle che chiamo tutte le linee di una figura piana o tutti i piani d'una solida, poichè a me pare che sia con evidenti e salde ragioni stabilito a bastanza ». *Ibidem*, p. 381.

⁵⁴ « Et è cosa nuova, non solo quanto alle cose trovate, ma anco quanto al metodo di trovarle, da niuno adoperato insin'adesso, ch'io sappi » dans *Bonaventura Cavalieri. Carteggio* a cura di BARONCELLI, G. Florence, Leo S. Olschki, 1987, p. 48.

⁵⁵ *Ibidem*, p. 52-54.

indivisibles en lien avec sa propre *Nova planorum ac solidorum speculatio*⁵⁶. Nous allons maintenant nous tourner vers cet ouvrage, plus précisément sur sa préface. Comme souligné plus haut, il préfigure plus ou moins les six premiers livres de la *Geometria Indivisibilibus*. Les préfaces des deux ouvrages s'ouvrent d'ailleurs de la même façon, par un aveu de Cavalieri : le point de départ de sa réflexion sur la nouvelle procédure vient de son étonnement devant un phénomène géométrique digne d'admiration (*cuisdam in Geometria rei admiranda casu in me orta speculationis occasione*)⁵⁷. Ce fait admirable (*rei admiranda*) tient à la comparaison des rapports entre deux figures planes et les solides correspondants engendrés par la révolution de ces mêmes figures autour d'un axe. Comme Cavalieri lui-même nous le dit, quand on prend deux figures planes dans un rapport déterminé, et qu'on les fait tourner autour d'un axe perpendiculaire à la base, en utilisant des plans sécants pour déterminer leurs rapports, on constate que les rapports entre les solides engendrés par la révolution ne sont pas ceux qu'avaient les figures planes correspondantes⁵⁸. Ainsi, alors que le rapport du parallélogramme au triangle ayant en commun la même base est deux, celui du cylindre généré par la rotation du parallélogramme au cône généré par la rotation du triangle est trois⁵⁹. En outre on constate la même chose lorsqu'on s'intéresse à leurs centres de gravité :

⁵⁶ Dans la lettre du 21 mars 1626 adressée à Galilée, Cavalieri écrit : « Quanto all'opera delli indivisibili, havrei molto grato che si applicasse V.S quanto prima, acciò potessi dare ispeditione alla mia, quale fra tanto anderò limando, acciò che sia di quella essatezza che conviene che sia ». (OG, XIII, p. 312)

⁵⁷ CAVALIERI, B. *Geometria indivisibilibus continuorum*, Bologne, C. Ferroni, 1635, p. IX. Nous citerons la *Nova planorum ac solidorum speculatio* à partir de la *Geometria indivisibilibus continuorum* car c'est plus commode pour nous. Pour l'équivalence de deux textes nous renvoyons le lecteur à la note 4 de l'Introduction. La seule différence parmi les deux textes se trouve dans la Préface générale à la *Geometria indivisibilibus*, différence sur laquelle nous reviendrons à la fin de ce chapitre.

⁵⁸ « Cum ergo solidorum, qua ex revolutione circa axim oriuntur, genesim aliquando meditare, rationem ; gignetium planarum figurarum cum geniti solidis compararem, maximè sanè admirabar quod à propriorum parietum conditione adeò nota figure degenerarent, ut alia ominò ab eisdem rationem sequi viderentur ». *Ibidem*, p. IX.

⁵⁹ « Cylindrus enim exempli gratia, in eadem basi, circa eundem axim, cum cono constitutus, est eiusdem triplus, cum tamen ex parallelogrammo trianguli dictum conum generantis duplo per revolutionem oriatur ». *Ibidem*, p. IX. D'une manière générale, on peut trouver le phénomène auquel se réfère Cavalieri dans les figures planes engendrées par la rotation de segments rectilignes autour d'un point, comme c'est le cas des cercles.

Lorsqu'après avoir fait ces observations, j'ai pris en considération les centres de gravité des figures planes et solides, je suis tombé sur une pareille diversité et ma stupéfaction s'est encore accrue⁶⁰.

En dépit de ces différences, Cavalieri se demande s'il n'est pas possible de calculer les rapports des solides à partir de ceux de figures planes en découpant les solides en leurs éléments premiers, c'est-à-dire en l'occurrence les figures planes à partir desquelles ils sont engendrés. Ainsi, le cylindre est, dit-il, constitué par un nombre indéfini de parallélogrammes (*ex indefinitis numero parallelogrammis*) et le cône est constitué par un nombre indéfini de triangles (*ex indefinitis numero triangulis*⁶¹). Comme le cylindre et le cône inscrits ont la même base commune et se trouvent sur le même axe, Cavalieri, prenant des plans sécants à l'axe, se demande si, une fois calculé le rapport entre figures planes, on n'obtient pas le rapport entre solides :

Ayant donc porté mon attention plusieurs fois sur une pareille diversité, également présente dans d'autres figures, je m'imaginai que le cylindre, par exemple, était constitué par l'union d'un nombre indéfini des parallélogrammes et que le cône ayant la même base [était constitué] par un nombre indéfini de triangles passant par le même axe ; alors je pensais qu'une fois obtenu le rapport mutuel de ces figures planes, devrait ressortir tout de suite le rapport des solides engendrés à partir de figures planes. Pourtant, étant donné que le rapport des figures planes ne coïncidait pas avec celui des solides engendrés, il me semblait qu'entreprendre de trouver la mesure des figures selon ce rapport, c'était perdre son temps et sa peine et battre le blé quand il ne reste que de la paille⁶².

L'échec de cette première approche constaté, Cavalieri ajoute aussitôt :

⁶⁰ « Gravitatum centra respicerem, similemque varietatem nactus essem, adhuc augerebatur admiratio ». *Ibidem*, p. X.

⁶¹ *Ibidem*, p. X.

⁶² « Cum ergo talem varietatem in plurimis aliis figuris saepius, ac saepè fuisse meditatatus, ubi primi exemplum cylindrum ex indefinitis numero parallelogrammis, conum verò in eadem basi, et circa eunde axim cum cylindro constitutum, es indefinitis numero triangulis per axem transeuntibus veluti compactum effingens, habita dictorum planorum mutua ratione, illico et ipsorum solidorum ab ipsis genitorum emergere rationem existimabam, cum iam planè constaret planorum rationi genitorum a iisdem solidorum rationem minimè concordare, figurarum mensuram tali ratione inquirentem oleum, et operam perdere, ac ex inanibus paleis trituram facturum esse, mihi iure censendum videbatur ». *Ibidem*, p. X.

Après avoir considéré l'affaire (*rem*) un peu plus en profondeur, je suis finalement arrivé à cette opinion : pour cette chose, il ne fallait pas prendre des plans sécants entre eux, mais des plans parallèles⁶³.

Le passage des plans sécants aux plans parallèles permet à Cavalieri de calculer le rapports des solides à partir du rapport des figures. Ayant pris un plan parallèle à la base, il découvre que le cylindre et le cône ont un rapport qui peut s'obtenir en employant ses nouvelles grandeurs – « toutes les lignes » et « tous les plans » – définies au livre II *** (définitions I et II) :

Ayant donc considéré le cylindre et le cône, dont on a déjà parlé, envisagés non plus par l'axe, mais parallèlement à la base, j'ai trouvé que les grandeurs que j'appelle au livre II « tous les plans » du cylindre et « toutes les plans » du cône, ont le même rapport que celui du cylindre au cône⁶⁴.

C'est ainsi que, pour calculer les rapports de la figure elle-même, Cavalieri procède progressivement :

Une méthode excellente pour rechercher la mesure des figures était de commencer par établir les rapports des lignes à la place de ceux des plans ; et les rapports des plans à la place de ceux de solides, pour enfin me procurer tout de suite le rapport de la figure elle-même⁶⁵.

Une fois sa méthode brossée ainsi à grands traits, Cavalieri se consacre à sa justification. Il propose pour cela un parallèle entre l'algèbre, qui recourt à des artifices mathématiques pour résoudre les questions proposées, et sa nouvelle méthode⁶⁶. De même que les algébristes utilisent des racines de nombres imaginaires pour faire leurs calculs, de même il se servirait d'« agrégats des indivisibles » (*indivisibilium congerie*). Bien que Cavalieri ne définisse pas ses « agrégats » à partir du nombre de leurs éléments, il lui suffit de

⁶³ « Verum paulò profundius rem contemplatus in hanc tandem deveni sententiam, nempe ad rem nostras lineas et plana, non ad invicem coincidentia, sed aequidistantia assumenda esse ». *Ibidem*, p. X.

⁶⁴ « Cylindrum igitur et conum, iam dictos, non amplius per axem sed aequadistanter basi seu sectos contemplatus, eandem sanè rationem habere illa comperii quae lib. 2 voco omnia plana cylindri ad omnia plana conì, regula commune basi ei, quam habet cylindrus ad conum ». *Ibidem*, p. X.

⁶⁵ : « Optimam ergo methodum figurarum scrutanda mensurae indicavi prius linearum pro planis et planorum pro solidis rationes indagare, ut illicò ipsarum figurarum mensuram mihi compararem ». *Ibidem*, p. X-XI.

⁶⁶ « Artificio autem tali usus sum, quale ad propositas questiones absoluendas Algebraici adhibere solent ». *Ibidem*, p. XI.

constater visuellement qu'ils ont des limites bien définies, en tant qu'il s'agit d'objets géométriques :

Ainsi donc, je me suis également servi des agrégats des indivisibles – soit les lignes, soit les plans, pris comme il est expliqué au livre II – pour rechercher la mesure des continus ; bien qu'il ne soit pas possible de prendre [ces agrégats] à partir de leur nombre, lequel est innombrable, absurde et inconnu, il est possible de constater qu'en ce qui concerne leur grandeur, ils sont toutefois renfermés dans des limites bien visibles⁶⁷.

Cette première référence aux indivisibles en fait donc des artifices purement opératoires. On le voit également au niveau du lexique employé : sans faire allusion au problème touchant la composition du continu, Cavalieri désigne simplement la relation de l'ensemble des indivisibles à la figure par le terme latin « *effigiens* » que l'on peut rendre en français par « représenter » ou « préfigurer » : les indivisibles ne permettent pas de calculer les rapports des figures, ils se bornent à les préfigurer ou les représenter.

Cavalieri ne se contente pas d'établir un parallèle entre les indivisibles et la démarche des algébristes pour justifier sa méthode. Il fait aussi appel à la généralité de ses résultats, car, nous dit-il, ce que d'autres méthodes ne sont capables d'accomplir que pour un nombre réduit de figures géométriques, sa méthode le fait pour un nombre infini :

Je ne veux pas passer en revue ici les choses qui sont nouvelles et que personne n'a entrepris jusqu'à présent, puisqu'elles seront facilement repérables au cours de l'ouvrage ; pourtant, entre autres choses, je ne peux pas passer sous silence l'admirable généralité de cette procédure de démonstration, car ce que les autres démontrent pour quelques solides, nous, pourvus de cette procédure, nous le faisons pour un nombre infini [de solides]⁶⁸.

⁶⁷ « Non aliter ipse ergo indivisibilium sine linearum, sine planorum congerie (iisdem ut in lib. 2 explicatur assumptis) licet quoad eorundem numerum innominabili, surda, ac ignota, quoad magnitudinem tamen conspicuis limitibus clausa, ad continuorum investigandam mensuram usus sum, ut legenti in processu operis apparebit ». *Ibidem*, p. XI.

⁶⁸ CAVALIERI, B. *Nova Planorum ac solidorum speculatio* : « Mitto quae hic nova sunt et a nemine hucusque tentata, quae hic recensere nolo, cum in operis progressu cuicumque facile pateant; praeceteris tamen reticere nequeo admirandam huius demonstrandi rationis universalitatem, quo denim alij de quibusdam tantummodo, nos de infinitis solidis tali ratione demonstramus », cité dans ARRIGHI, G. *La Geometria indivisibilibus continuorum di Bonaventura Cavalieri nella ritrovata stesura del 1627, op. cit.*, p. 145.

La réception de la *Nova Planorum ac solidorum speculatio* ne fut peut-être pas à la hauteur des espérances de Cavalieri et la deuxième portion de la correspondance nous permet de suivre la progression de son travail. Comme l'indique en effet sa lettre à Galilée du 27 mars 1629, Cesare Marsili (1592-1633) trouva la *Nova speculatio* très difficile à suivre :

L'autre jour, j'ai envoyé à Monsieur Cesare [Marsili] mon ouvrage de géométrie divisé en 6 livres. Mais il m'a répondu qu'il s'agissait d'un ouvrage trop difficile et qu'il préférerait pour ces principes un ouvrage clair⁶⁹.

Il faut dire, que, dans la préface de la *Nova planorum ac solidorum speculatio*, Cavalieri déclarait attendre de son lecteur de grandes compétences mathématiques⁷⁰ :

Que personne n'aborde les choses [exposées dans cet ouvrage] sans avoir vu au moins les six [premiers] livres des *Éléments* d'Euclide ainsi que le onzième. [Il faut] également au moins connaître les définitions d'Apollonius sur les coniques et d'Archimède sur les spirales⁷¹.

Il est possible également que la démarche cavalierienne ait posé des problèmes particuliers à Cesare Marsili. En tout cas, Cavalieri indique à Galilée dans la même lettre du 27 mars 1629 qu'il vient justement de finir un discours sur les sections coniques qu'il pense envoyer à Cesare Marsili :

Cette semaine j'ai composé un bref discours sur les sections coniques et leur utilité particulière dans le cas des miroirs⁷².

L'ouvrage en question n'est autre que *LoSpecchio Ustorio* (publié finalement en 1632) où Cavalieri se sert de la procédure géométrique qu'il a établie dans sa *Nova planorum ac*

⁶⁹ « Mandai alli giorni passati il mio volume di geometria, diviso in 6 libri al Sr. Cesare, ma egli mi rispose ch'era troppo difficile, e che per questi principii desiderava qualche operetta chiara ». (OG, XIV, p. 28).

⁷⁰ Cavalieri avait pensé à cette difficulté, voir la lettre du 20 février 1629 (OG, XIV, p. 20).

⁷¹ « Nemo tamen ad haec se conferat, quin prius saltem viderit sex elementorum libros cum undecimo Euclidis similique saltem definitiones Apolonij circa conica et Archimedis circa spirales » cité dans ARRIGHI G. *La Geometria indivisibilibus continuorum di Bonaventura Cavalieri nella ritrovata stesura del 1627, op. cit.*, p. 146.

⁷² « Là onde ho questa settimana composto un breve discorso delle settoni coniche e loro utilità in materia in particolar delli specchi » (OG, XIV, p. 27). Une autre allusion à la composition du *Specchio Ustorio* de la lettre du 15 décembre 1629 adressée également à Galilée : « Tengo poi già fatta un'operetta sopra li specchi, ellittici, parabolici et iperbolicci, e loro proprietà ». *Ibidem*, p. 59.

solidorum speculatio pour établir la loi de la chute des corps. Marsili était un personnage important de la vie scientifique et culturelle de Bologne et le besoin de lui présenter un ouvrage plus accessible peut être mis en relation avec le désir de Cavalieri de postuler au poste de lecteur public en mathématiques à Bologne. Non seulement Cavalieri rédige alors le *Specchio Ustorio*, qu'il disait avoir déjà fini vers la fin de 1629, mais il met aussi en chantier ce qui constituera le livre VII de la *Geometria indivisibilibus*. Il écrit en effet :

Finalmente j'ai mon livre de Géométrie dont je crois, pour l'imprimer, qu'il me faudrait l'élargir dans le peu d'espace que j'aurai. Et je crois qu'il me faudra faire comme dans ce pays où l'on marie la belle fille pour recevoir la dot, dont on se sert ensuite pour marier aussi les laides⁷³.

La métaphore est claire : Cavalieri envisage d'élargir son ouvrage, c'est-à-dire d'ajouter un autre livre où il exposera une approche plus accessible, la deuxième méthode des indivisibles – la belle fille – afin d'obtenir ainsi le consensus des mathématiciens – recevoir la dot – dont il se servira pour montrer la légitimité de sa première méthode – la fille laide – puisque, grâce à cette dernière, on arrive aux mêmes résultats que grâce à la première⁷⁴. Cette comparaison révèle que Cavalieri est conscient de certains des problèmes de la démarche qu'il présente dans la *Nova planorum ac solidorum speculatio*. Pour l'instant, nous allons nous tourner vers *Lo Specchio Ustorio*.

I.3 *Lo Specchio Ustorio* et la question du mouvement (1632-1635)

La correspondance postérieure à 1630 révèle que les activités liées au poste de Bologne ne laissaient à Cavalieri que peu de temps pour s'occuper de son ouvrage de

⁷³ « Finalmente ho quel libro sì fatto di geometria, quale, per stamparlo, credo mi bisognerà aggiongervi, peril puoco spaccio che haverà: e, credo mi bisognerà far come in quel paese, dove s'usan maritar le belle fanciulle ricevendone la dote, con la qual maritan poi le brutte anchora ». *Ibidem*, p. 59.

⁷⁴ Que la méthode de Cavalieri soit double est bien connu, voir par exemple ANDERSEN K. « Cavalieri's Method of Indivisibles », *op. cit.*, pp. 292-367.

géométrie⁷⁵. Le 3 décembre 1630, Cavalieri écrit à Galilée que malheureusement « son ouvrage de géométrie dort » (*l'opera mia di geometria dorme*)⁷⁶. Entre autres obligations, il devait publier un travail à caractère pratique. Ainsi, il entreprit la rédaction d'un ouvrage rassemblant une série des tables trigonométriques (*la stampa della mia Trigonometria*)⁷⁷. Pourtant, en dépit du temps qu'il devait réserver au calcul et à l'élaboration des tables trigonométriques, sa correspondance des années trente laisse également entrevoir un intérêt croissant pour les questions cosmologiques et pour les problèmes liés au mouvement⁷⁸. Ainsi, dans cette même lettre du 3 décembre 1630, Cavalieri écrit :

Je me réjouis énormément du fait que vous ayez repris les réflexions sur le mouvement. Une matière vraiment digne de vous et qui me semble extraordinaire, puisqu'on voit de quelle manière avec une pareille science, couplée aux mathématiques, on peut, en effet, s'adonner aux spéculations touchant les choses naturelles en étant très sûr d'atteindre la connaissance souhaitée⁷⁹.

Cet intérêt accru de Cavalieri pour la question du mouvement se confirme avec la publication de *Lo Specchio Ustorio* en 1632. Comme l'on a vu plus haut, sa correspondance permet de penser qu'il avait déjà entrepris la rédaction de *Lo Specchio Ustorio* pendant l'année 1629, mais il faut cependant attendre le 31 août 1632 pour qu'il annonce à Galilée l'envoi de son livre :

⁷⁵Voir les lettres adressées à Galilée du 23 février 1630 (OG, XIV, pp. 82-83) et du 2 avril 1630 (OG, XIV, pp. 88-89). Cavalieri était obligé de demander tous les deux ans le renouvellement de son poste et pour cela il devait présenter ses travaux au "Regimento" de Bologne sous la forme d'un ouvrage publié. La lettre du 28 octobre 1631 représente un bon exemple de cette procédure. Cavalieri écrit : « Quest'anno finisce la mia condotta, e bisognerà ch'io chieda la conferma, e la dimanderò presentando i Logarithmi, quali dedico all'Ilmo. Regimento » (OG, XIV, p. 304). Il s'agit du *Directorium generale uranometricum* (1632).

⁷⁶OG, XIV, p. 171.

⁷⁷*Ibidem*, p. 171.

⁷⁸Voir les lettres du 17 décembre 1630 (OG, XIV, pp. 192-193), du 16 février 1631 (OG, XIV, pp. 211-213) et du 18 mars 1631 (OG, XIV, pp. 226-232).

⁷⁹« Mi piace sommamente che habbi ripigliato le speculationi del moto, materia invero degna d'un par suo e che mi dà straordinariamente nell'humore, vedendo che con tale scienza e con le matematiche accoppiate insieme ci potiamo presentare alla speculatione delle cose naturali, e con gran confidenza sperarne la desiderata cognition ». (OG, XIV, p. 171).

Je n'oublierai pas de vous faire parvenir l'un de mes livres déjà imprimés. Je l'ai intitulé « Specchio Ustorio », et vous y verrez ma pensée concernant le miroir d'Archimède⁸⁰.

Cavalieri donne également à Galilée un aperçu détaillé des sujets traités dans son livre, lequel, écrit-il, est consacré au traitement universel des sections coniques et au problème des projectiles⁸¹. Mais Cavalieri n'oublie pas de souligner que tout ce qu'il a appris sur le mouvement, il le doit à Galilée. Toutefois, il entend apporter une autre explication (*ragione*) pour démontrer le principe touchant la loi de la chute des corps.

Je reconnais avoir appris de vous en grande partie ce qui touche à cette matière, mais j'ajoute moi aussi une explication à ce principe⁸².

Cette autre explication se trouve dans le chapitre intitulé « Sur les mouvements des graves », dans lequel Cavalieri déduit la loi de la chute des graves autrement que Galilée ne le fait dans ses *Dialogues*, en appliquant l'approche qu'il avait développée dans la *Nova planorum ac solidorum speculatio*⁸³. Pourtant, même si *Lo Specchio Ustorio* comporte la première démonstration utilisant cette approche, Cavalieri ne parle toujours pas d'indivisible. Comme il le dira dans sa lettre à Galilée du 31 août 1632, il s'agit simplement d'arriver autrement à la loi de la chute des corps :

Après avoir entendu cette même conclusion de la bouche de Galilée, je me suis efforcé d'y arriver par une autre voie⁸⁴.

⁸⁰ « Non mancherò di farli havere uno de' miei libretti hora stampati, quale ho intitolato Specchio Ustorio, nel quale vedrà un mio pensiero intorno lo specchio di Archimede ». *Ibidem*, p. 378.

⁸¹ « Tratto però universalmente delle settioni coniche, considerando alcuni effetti di natura, ne' quali hanno chef are. Ho toccato qualche cossetta del amoto de' proietti, mostrando che dovria essere per una parabola, escluso l'impedimento dell'ambiente, supposto il suo principio de' gravi ». *Ibidem*, p. 374. Pour une présentation générale de *Lo Specchio Ustorio*, voir BARONCELLI, G. « Lo Specchio Ustorio di Bonaventura Cavalieri », *Giornale Critico della filosofia italiana*, 3, 1983, pp. 153-172.

⁸² « Attestando però d'haver imparato in gran parte da lei ciò ch'io tocco in questa materia, adducendo insieme anch'io una ragione per quel principio ». *Ibidem*, p. 378.

⁸³ Pour le traitement de la loi du mouvement dans le *Specchio Ustorio*, voir PALMERINO, C. R. « The Geometrization of Motion : Galileo's Triangle of Speed and its Various Transformation », *Early Science and Medicine*, 15, 2010 pp. 410-447 et BOULIER, P. « Le problème du continu pour la mathématisation galiléenne et la géométrie cavalérienne », *Early Science and Medicine*, 15, 2010 p. 371-409.

⁸⁴ CAVALIERI, B. *Lo Specchio Ustorio*, Bologne, Clemente Ferroni, 1632, p. 158.

Cette voie dont parle Cavalieri consiste à faire correspondre des cercles aux diverses degrés de vitesse que le corps acquiert lors de son mouvement :

Je considère dans un cercle les degrés de la vitesse qui augmentent progressivement à commencer du repos jusqu'au maximum de ce même cercle. Le centre représente le degré nul de vitesse, c'est-à-dire le repos, et les circonférences qu'il est possible de décrire autour de ce même centre les degrés des différentes vitesses⁸⁵.

D'après Cavalieri, si l'on veut déterminer les degrés de vitesse, il suffit de prendre en considération « tous les cercles » décrits autour du centre⁸⁶. En ajoutant leurs circonférences respectives, on est en mesure de calculer tous les degrés de vitesse qui apparaissent progressivement entre le repos et la fin du mouvement. Du reste, il nous dit avoir déjà établi dans la *Nova planorum ac solidorum speculatio* le théorème selon lequel « toutes les circonférences » ont le même rapport que celui que les cercles ont entre eux :

Ayant déjà démontré dans ma Géométrie que toutes les circonférences suivent le même rapport que celui des cercles entre eux⁸⁷.

Une fois de plus, et alors même qu'il avait déjà entrepris la rédaction du livre VII de la future *Geometria indivisibilibus*, Cavalieri se limite à rapporter une procédure géométrique sans corrélation explicite avec la problématique des indivisibles. De ce point de vue, il est plausible d'imaginer qu'il s'est produit quelque chose entre 1632 et 1635 qui ait décidé Cavalieri à ajouter le terme « indivisible » au titre de son ouvrage. Pour répondre à la question il nous faut nous référer à sa correspondance de cette période.

⁸⁵ « Considerando in un cerchio i gradi delle velocità che dalla quiete incominciando, vanno crescendo sino al massimo nel medesimo cerchio, rappresentandomi il centro il nullo grado di velocità, o vogliamo dire la quiete, e le circonfereze, che si possono descrivere intorno al medesimo centro i gradi delle diverse velocità ». *Ibidem*, p. 159.

⁸⁶ BLAY, M. et FESTA, E. « Mouvement, continu et composition de vitesses au XVII^{ème} siècle », *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 48, 1998, pp. 65-118.

⁸⁷ « Havendo dimostrato io nella mia Geometria, che qual proportione hanno i cerchi fra loro, tale anco l'hanno tutte le circonfereze », CAVALIERI, B. *Specchio Ustorio*, op. cit., p. 159.

Lorsque l'on se penche sur sa correspondance à partir de l'année 1632, ce qui frappe au premier abord c'est le recours à l'expression « voie des indivisibles ». Ainsi, dans la lettre du 22 juin 1632, adressée à Muzzio Odio, Cavalieri écrit :

Ce livre de Géométrie, où je procède selon la voie des indivisibles, est encore enseveli⁸⁸.

C'est la première fois, à notre connaissance, que Cavalieri fait usage de cette expression dans sa correspondance. Cette première référence épistolaire est d'autant plus significative que Cavalieri multiplie les allusions à partir de cette date. Ainsi, à l'occasion de la future publication des *Discorsi et dimostrazione matematiche intorno a due nuove scienze*, Cavalieri profite de sa lettre à Galilée du 10 janvier 1634 pour faire la demande suivante:

Si cela vous convient, je vous prie d'ajouter aussi quelque chose de relatif à la doctrine des indivisibles en faveur de ma Géométrie, comme vous l'aviez déjà pensé il y a quelques années⁸⁹.

Cette lettre confirme que Cavalieri et Galilée avaient déjà échangé sur les indivisibles, ou plus précisément du lien entre les indivisibles et les ouvrages en cours de Cavalieri : comme on l'a vu, ceci a vraisemblablement eu lieu lors du court séjour de Cavalieri à Florence en 1626. Ce que Cavalieri attend ici, c'est que Galilée donne une démonstration recourant à l'approche de Cavalieri, en tant qu'elle suit une « voie des indivisibles », ce qui reviendrait à promouvoir la géométrie de Cavalieri. Il est donc bien clair qu'à partir de ce moment, pour Galilée comme surtout pour Cavalieri, la méthode de ce dernier est une méthode qui est liée aux indivisibles. C'est ce que confirme une lettre de Cavalieri adressée à Galilée le 11 avril 1634 :

J'aimerais que vous puissiez la voir [la Géométrie] avant la publication de votre doctrine du mouvement, afin que vous sachiez encore mieux ce qu'il serait convenable d'aborder à propos des indivisibles⁹⁰.

⁸⁸ « Quel mio libro poi di Geometria che procede per via delli indivisibili sta anchora sepolto » dans BARONCELLI, G. *Carteggio, op. cit.*, p. 73.

⁸⁹ « La vorrei ben pregare, se li venisse il taglio, che si compiacesse toccare qualche cosa ancora della dottrina degl'indivisibili, come già alcuni anni sono havea pensiero, in gratia della mia Geometria » (OG, XVI, p. 15).

On trouve la même remarque dans la lettre du 16 juin 1634 :

Mon désir serait que vous voyiez l'ouvrage avant la publication de votre doctrine du mouvement. Ainsi, si vous en avez l'occasion et que vous êtes d'accord, vous pourriez toucher quelque chose concernant les indivisibles⁹¹.

Ce qui intéresse Cavalieri est de faire parvenir son ouvrage géométrique à Galilée pour que ce dernier puisse le promouvoir en traitant des indivisibles. Pour bien saisir le changement qui se produit chez Cavalieri, rappelons-nous que, dans le *Specchio Ustorio*, Cavalieri a abordé le problème du mouvement sans faire appel à une méthode des indivisibles, du moins d'une manière explicite : il se limitait à y rapporter une procédure géométrique reposant sur les notions de « tous les cercles » et « toutes les circonférences ». Par contre dans la correspondance postérieure à 1632, année de la publication de *Lo Specchio Ustorio*, le problème du mouvement est lié aux indivisibles. Qu'est-il survenu pour conduire à ce changement d'avis concernant les indivisibles ? La correspondance laisse entendre que les indivisibles sont avant tout l'affaire de Galilée et que Cavalieri, en indiquant que son approche suit la voie des indivisibles, établit une jonction, un point de contact entre son propre travail et les recherches de Galilée. Au niveau technique, c'est la procédure géométrique employée par Cavalieri dans *Lo Specchio Ustorio* pour la doctrine du mouvement qui établit ce point de contact. En effet, Galilée se sert d'une procédure similaire dans ses *Discorsi* où la partie consacrée aux lois du mouvement repose sur une certaine conception de la composition du continu au moyen des indivisibles. A notre avis, même si cela reste une hypothèse, Galilée a pu d'ailleurs évoquer, dans l'une de lettres perdues de la période 1632-1634, l'importance de ces procédures pour la description du mouvement. A la

⁹⁰ « E mi saria caro ch'ella la potesse vedere inanzi la stamp adella sua dottrina del moto, perchè meglio intenderebbe ciò che fosse congruente toccare circa gli indivisibili etc. ». *Ibidem*, p. 78.

⁹¹: « Et il mio desiderio sarebbe ch'ella la vedesse inanzi alla stampa della sua dottrina del moto, acciò con opportunità, piacendoli, toccasse qualche cosa delli indivisibili ». *Ibidem*, p. 104.

représentation opératoire de la démarche cavalierienne vient alors se juxtaposer une nouvelle représentation, issue de Galilée, pour qui la « voie des indivisibles » constitue un outil d'une grande utilité pour la déduction des lois de la chute des graves. A la différence de Cavalieri, Galilée pense que le mouvement doit être analysé comme un continu composé d'indivisibles⁹². Ce qui prend corps chez Galilée, c'est le fait de pouvoir fonder physiquement au moyen des indivisibles la possibilité d'une expression géométrique du phénomène du mouvement. S'agit-il d'une pure coïncidence si Galilée, dans les *Discorsi*, rend hommage à *Lo Specchio Ustorio* et non pas à un ouvrage géométrique de Cavalieri ? A notre avis, cela indique que Galilée a vu pour la première fois la potentialité de la procédure cavalierienne dans le *Specchio Ustorio*. Si l'analyse de la correspondance a suggéré des réticences initiales de Galilée à l'égard de la technique proposée par Cavalieri, la démonstration de la loi de la chute dans *LoSpecchio Ustorio* semble avoir fait basculer son opinion à cet égard et du même coup celle de Cavalieri lui-même à propos d'une liaison possible entre sa procédure et les indivisibles.

I.4 La *nova scienza* du mouvement et la méthode de Cavalieri

Or, pour fonder l'étude mathématique du mouvement sur la procédure de Cavalieri, il ne suffisait pas de se borner à souligner le caractère opératoire des agrégats nommés « toutes les lignes » et « tous les plans ». En même temps, il fallait justifier – du point de vue de Galilée — leur emploi sur la base d'une conception du mouvement en accord avec une certaine vision du continu. En d'autres termes, il fallait donner une raison du pourquoi des indivisibles et du coup il fallait expliquer comment il était possible que la procédure employée par Cavalieri pour la première fois dans le *Specchio Ustorio* permette d'arriver à une déduction des lois du mouvement. C'est pourquoi, au caractère opératoire des indivisibles

⁹²CLAVELIN, M. *La philosophie naturelle de Galilée*, Paris, Albin Michel, 1996 (1968), p. 317.

se juxtapose chez Galilée, nous y reviendrons dans le chapitre suivant, la vision d'un certain atomisme mathématique dont le concept fondamental est celui d'indivisible.

Pour réussir dans son projet concernant la mathématisation du mouvement, Galilée devait impérativement s'assurer que la méthode de Cavalieri était un outil efficace et bien fondé. En ce sens, il est normal que Galilée, avant la publication de ses *Discorsi* fasse parvenir à Cavalieri le paradoxe du bol (*scodella*), pour lequel Cavalieri, dans sa lettre du 2 octobre 1634, dit avoir trouvé une explication⁹³ :

Pourtant, il me semble tout à fait possible de donner une réponse convenable aux objections que l'on puisse faire contre [les indivisibles]. Par exemple, l'on peut faire la [même] objection que vous faites, laquelle est vraiment belle et à laquelle il me semble pouvoir répondre⁹⁴.

Pour Cavalieri, le paradoxe tient fondamentalement au fait que Galilée a utilisé des indivisibles des divers genres dont la dimension est en conséquence différente :

Pour enlever des parts égales à des entiers égaux, il convient, si l'on doit croire égal ce qui reste (*i rimanenti*), que ce que l'on enlève (*le detratte*) et ce que l'on laisse soient du même genre, car les parties d'espèces différentes ne sont pas comparables entre elles, comme vous le savez bien⁹⁵.

Cavalieri avait très bien vu pourquoi l'argumentation de Galilée ne mettait pas en défaut sa propre approche. Pour que l'on puisse parler d'égalité, il faudrait que les parties subsistantes (*i rimanenti*) et les parties enlevées (*le detratte*) fussent de même espèce.

⁹³ Un examen détaillé du paradoxe se trouve au chapitre II. Le problème du bol a été amplement étudié dans PALMERINO C.R. « Una nuova scienza della materia per la Scienza Nova del moto. La discussione dei paradossi dell'infinito nella prima giornata dei Discorsi Galileiani », dans FESTA, E. et GATTO R. (dir.) *Atomismo e continuo nel XVII secolo*, Naples, 2000, pp. 275-319 et l'article classique de DRABKIN, I.E. « Aristotle's Wheel : Notes on the History of a Paradox », *Osiris*, 1950, pp. 162-198. Cf. SCHMITT, M.A. « Galileo's Theory of Indivisibles : Revolution or Compromise ? », *Journal of the History of Ideas*, 1976, 37, pp. 571-588.

⁹⁴ « Pare però tuttavia che alle obiettoni che si posson far contro, si possi dare convenevol risposta ; come, per essemplio, a quella che V.S.ecc fa, che è veramente bellissima, parmi che si potesse così rispondere » (OG, vol. XVI, p. 136).

⁹⁵ « Poichè detraendo parti eguali da interi eguali, è conveniente, s'habbiamo da intendere le rimanenti essere eguali, che le detratte et le lasciate siano del medesimo genere, non essendo comparabili quelle che sono di diverso genere, come ella sa benissimo ». *Ibidem*, p. 137.

Autrement dit, il suffit de tenir présent à l'esprit le principe selon lequel les quantités continues que l'on compare doivent être impérativement du même genre.

En définitive, il me semble que [dans le paradoxe du bol] les dernières extractions ne sont nullement du même genre de celles que l'on a soustraites⁹⁶.

De cette façon, on ne pourrait pas imputer à la procédure des indivisibles d'arriver à ce résultat paradoxal où le point est égal à une ligne, et la ligne à un plan :

Or, dans votre exemple, les indivisibles sont des plans et de ces plans restent toujours des parts égales lorsqu'on enlève des parts égales du cône et du bol. De manière que pour arriver à la dernière extraction [du cône et du bol], c'est-à-dire, à la suppression des plans, pour ainsi dire, il suffit de leur enlever une dimension. C'est à cette condition, que l'on peut dire raisonnablement que les dernières extractions sont égales, bien que d'une manière plutôt négative que positive⁹⁷.

Le but principal de Cavalieri est de pouvoir expliquer le paradoxe du bol et il reste ferme dans son propos de montrer que l'erreur possible perçue par Galilée tient fondamentalement au fait qu'il a mélangé deux types indivisibles dont les genres ne sont en fait pas les mêmes. Pourtant, une fois que Cavalieri a réussi à donner une explication plausible du paradoxe, un autre problème se lève sous ses yeux : il s'agit de la manière dont il faut balayer deux figures à partir d'une droite (*transitus*) qui varie par rapport à son inclination. Afin d'éviter ce genre de problème, Cavalieri soutient qu'il faut absolument distinguer entre : transit rectiligne et transit oblique.

En ce qui touche les cercles concentriques de la circonférence, je dis que pour me libérer des arguments que l'on peut faire à propos des lignes droites ou courbes – qui forment l'ensemble de toutes les lignes ou tous les plans

⁹⁶ « In somma parmi che le ultime esinazioni devano essere niente di quel genere che se diminuisse ». *Ibidem*, p. 137.

⁹⁷ « Hora, nel suo esempio, gli indivisibili sono piani, e di questi rimangono sempre parti eguali detratendone parti eguali dal cono e dalla scodella ; e perchè per arrivare all'ultima essinazione di questi, cioè all'annulare i piani (per così dire), basta levarli una dimensione, perciò parmi che con ragione si dica che queste ultime essinazioni siano eguali (se ben più tosto negativamente che positivamente) ». *Ibidem*, p. 137.

d'une figure- j'ai distingué les points de transit rectiligne de ceux de transit oblique, et il me semble qu'on ne peut pas prendre les uns pour les autres⁹⁸.

Pour Cavalieri, comme il le dira dans le livre II de sa *Geometria Indivisibilibus*, une fois que l'on établit les rapports entre deux agrégats rien ne nous interdit de supposer que le rapport entre deux figures est égal à celui qu'ont entre eux les agrégats pris par une même règle (*regula*) ou proportion fixe. L'objectif est d'établir un rapport entre deux figures grâce à une comparaison des lignes ou des plans découpés sur ces figures par un plan parallèle ou incliné qui reçoit le nom de règle. C'est déjà exactement le même point de vue que Cavalieri expose dans la lettre à Galilée du 2 octobre 1634 lorsqu'il écrit :

Pour mesurer le continu j'ai pris : pour les lignes les points de transit rectiligne, et pour les plans les lignes de transit rectiligne (ce que j'entends par le point et la ligne de transit rectiligne, se trouve dans la première définition du livre II et dans l'appendice qui le suit)⁹⁹.

Du coup Cavalieri insiste sur l'importance de maintenir cette distinction pour ne pas mélanger les deux types des transits lorsqu'on procède à comparer deux lignes :

Que la différence des transits soit importante est claire ; quand une ligne est coupée obliquement par rapport à sa parallèle il y aura beaucoup plus d'espace entre les parallèles et il sera maximum [l'espace] lorsqu'on la coupe perpendiculairement, c'est-à-dire, au moyen d'un transit droit¹⁰⁰.

Ici le besoin de bien distinguer entre les deux transits est fondamentalement rapporté aux cercles concentriques d'une circonférence (*quanto alle circonferenze de' cerchi*

⁹⁸ « Quanto alle circonferenze de' cerchi concentrici, dico che per liberarmi da questi argomenti che si ponno (*sic*) fare, massime intorno alle linee rette o curve, segate da tutte le linee o da tutti i piani di varie figure, io ho distinto i punti di retto transito da quelli di obliquo transito, sì come anco le linee di retto transito e di obliquo transito, non parendomi che si debbano cambiare quelli di retto transito con quelli di obliquo transito ». *Ibidem*, p. 137.

⁹⁹ « E per misura de' continui ho assunto, per le linee i punti di retto transito, e per i piani le linee di retto transito ; per i solidi poi non vi bisogna tal distintione (che cosa siano poi i punti o linee di retto transito overo di obliquo transito, vien dichiarato nel libro 2, alla def. prima e nell'appendice seguente) ». (OG, XVI, p. 137). Cavalieri fait allusion au livre II de la future *Geometria indivisibilibus continuorum* dont il a déjà rédigé les six premiers livres.

¹⁰⁰ « E che importi questa varietà di transito è manifesto, poichè quanto una linea sarà tagliata meno obliquamente dalle parallele, maggior spatio comprenderanno le estremme paralle fra loro, et il massimo sarà quando la segaranno perpendicolarmente, cioè con retto transito ». *Ibidem*, pp. 137-138.

concentrici) ce qui laisse supposer que Galilée, dans la lettre perdue à laquelle répond Cavalieri par celle du 2 octobre 1634, avait fait, en quelque sorte, allusion à la manière dont Cavalieri utilise sa procédure dans le *Specchio Ustorio*. Il ne s'agit pas d'une heureuse coïncidence : Galilée, dont le but était de trouver une technique (un artifice) mathématique suffisamment puissant pour calculer les lois du mouvement, soumet à Cavalieri les objections possibles que l'on pouvait faire à sa procédure. Et ainsi, afin de trouver une explication plausible aux paradoxes auxquels amènerait l'emploi incontrôlé de cette procédure, Cavalieri fait appel à la distinction entre transit rectiligne et transit oblique : sans cette distinction, on pourrait déduire que deux lignes inégales (le côté d'un triangle et sa diagonale, par exemple) sont pourtant égales :

Que pour cela on est en droit de dire qu'une ligne – quand la ligne est composée de points – est plus longue qu'une autre, j'affirme que c'est une conséquence de la différence des transits [que l'on emploie]¹⁰¹.

Si on ne fait pas appel à une telle distinction des transits on pourrait facilement conclure que les points d'une ligne soient plus « espacés » (*diradati*) que ceux d'une autre ligne :

On pourrait croire que ces points soient plus espacés dans la ligne oblique que dans la perpendiculaire¹⁰².

Après avoir donné sa réponse dans la lettre du 2 octobre 1634, Cavalieri adressera à Galilée une autre lettre le 19 décembre 1634, dans laquelle il souligne que pour donner une réponse encore plus satisfaisante au paradoxe du bol, il faudrait également envisager le début et la fin du mouvement dont fait usage Galilée pour déterminer l'égalité entre un point et un cercle. En effet, Galilée, s'appuyant sur un principe de Cavalieri, estime que si toutes les

¹⁰¹ « Che perciò dovesse dirsi tanto longa l'una come l'altra, mentre volessimo compor le linee di punti, dico che la differenza di questi transiti può cagionare questo ». *Ibidem*, p. 138.

¹⁰² « Potendosi credere che detti punti siano forse più diradati nell'obliqua che nella perpendicolare ». *Ibidem*, p. 138.

lignes de deux surfaces égales sont égales, et qu'on les diminue également – voici comment le mouvement intervient-, alors les restes finaux de ces surfaces devraient encore être égaux. Cavalieri, de son côté, note que dans le principe mobilisé par Galilée, on ne doit pas inclure les extrémités.

En ce qui touche les concepts de toutes les lignes et tous les plans, on ne peut pas, si l'on suit mes définitions, inclure les extrémités, bien qu'ils semblent du même genre¹⁰³.

Il est ainsi puisque, selon Cavalieri, le début et la fin du mouvement ne sont pas en eux-mêmes mouvement :

Or, étant donné que le début de la fin d'un mouvement n'est pas un mouvement, on ne doit pas tenir compte des tangents extrêmes [qui conforment la fin et le début de l'agrégat] de toutes les lignes¹⁰⁴.

Le recours à un nouvel argument pour expliquer le paradoxe du bol montre bien que Cavalieri n'était pas complètement satisfait avec la réponse ébauchée en octobre 1634, et que la discussion épistolaire avec Galilée l'oblige à affiner sa vision et sa présentation de ses techniques. Il revient sur le paradoxe du bol et quelques mois après sa première explication, il décide d'en ajouter une autre où il insiste sur le fait que le début et la fin du mouvement n'est pas un mouvement. En conséquence, le début et la fin d'un mouvement ne font pas partie en toute rigueur de la définition de toutes les lignes et tous les plans utilisée par Galilée dans sa démonstration, car dans la notion d'agrégats selon Cavalieri s'incluent uniquement le nombre d'éléments balayés par le transit – soit rectiligne, soit oblique – pendant son *mouvement*. Cependant, le début et la fin ne sont pas à proprement parler un mouvement *ergo* ils ne rentrent pas dans la définition d'agrégats. Au-delà du problème du bol, la correspondance révèle d'ailleurs un fait fondamental : si lors des premières mentions par Cavalieri de sa

¹⁰³ « Nel concetto di tutte le linee di una figura piana o di tutti i piani di un corpo non si devono, secondo le mie definitioni, intendere le estreme, benchè parino del medesimo genere ». *Ibidem*, p. 175.

¹⁰⁴ « Hora, perchè il principio e termine del moto non è moto, perciò non si devono computare le estreme tangenti fra tutte le linee ». *Ibidem*, p. 175.

procédure, dans le contexte des déterminations de surfaces ou de volumes, Galilée ne semblait pas trop s'intéresser à la procédure de Cavalieri, il lui porte une attention particulière à partir de la publication de *Lo Specchio Ustorio* et ses questions amènent Cavalieri à préciser plusieurs aspects de sa démarche.

I.5 La Préface de la *Geometria* et son livre VII (1635)

Il nous faut maintenant arriver à la *Geometria Indivisibilibus* que Cavalieri était en train d'élaborer à partir de la *Nova Planorum solidorum speculatio*. Comme nous l'avons vu, dans les années vingt, l'exposé des premiers résultats de Cavalieri avaient laissé Galilée et Marsili perplexes, pour des raisons d'ailleurs sans doute différentes. Le livre VII de la *Geometria* est comme nous l'avons vu une forme de la réaction de Cavalieri à cette perplexité~: encore une fois, la correspondance nous permet de mieux comprendre ce qui était en question.

La première référence à l'élaboration de ce livre de la *Geometria* apparaît, nous l'avons dit, dans une lettre à Galilée du 15 décembre 1629 où Cavalieri écrit qu'avant d'envisager la publication de sa géométrie il veut l'élargir, c'est-à-dire qu'il espère faire un ajout aux six premiers livres qui font partie du manuscrit intitulé *Nova Planorum solidorum speculatio*¹⁰⁵. C'est seulement vers le début de l'année 1634 que Cavalieri reprend la publication de son ouvrage géométrique et qu'il envisage l'ajout d'un septième livre. D'un côté, comme nous l'avons noté plus haut et pendant cinq ans à peu près (1629-1634), Cavalieri doit se consacrer aux charges propres à son poste de lecteur public des mathématiques à Bologne ; il occupe la plupart du temps à la préparation des cours, l'approfondissement des matières astronomiques et l'élaboration de travaux mathématiques à

¹⁰⁵OG, XIV, p. 55.

caractère pratique¹⁰⁶. De l'autre côté Cavalieri, ayant reçu une copie manuscrite du *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*¹⁰⁷, se consacre lui-même à l'étude du mouvement : en 1632 apparaît *Lo Specchio Ustorio*. Après ces années pleines d'occupations c'est seulement au début de 1634, dans une lettre adressée à Galilée le 22 juillet, que Cavalieri fait allusion au septième livre de sa *Geometria* qu'il a entrepris dans le but de chasser de ses démonstrations le concept de lignes et de plans infinis, c'est-à-dire la notion d'agrégats¹⁰⁸. Le fait que les agrégats qu'il désigne par « toutes les lignes » et « tous les plans » sont liés à la question de l'infini est, d'après Cavalieri, à l'origine des difficultés éprouvées envers sa première procédure. C'est pourquoi, comme il le précise dans la lettre du 2 octobre 1634, il estime qu'il est mieux d'élaborer une deuxième méthode où il se passera de cette infinité :

J'étais bien conscient du fait que ma nouvelle manière de faire (*nuovo modo*) pouvait déranger pas mal de gens. C'est pourquoi, ne me contentant pas d'arriver aux mêmes conclusions, dont la véracité a été déjà démontrée par d'autres, j'ai voulu ajouter le livre VII, dans lequel je démontre les mêmes choses par une autre voie (*per altra via*) et sans recourir à l'infini, comme vous pourrez le voir¹⁰⁹.

Pourtant, ajoute-il, il estime nécessaire de conserver la première manière dans le corpus de la *Geometria* afin de connaître l'avis des savants¹¹⁰. Il est possible que les

¹⁰⁶ Pour les études astronomiques de Cavalieri, voir BARONCELLI, G. « Bonaventura Cavalieri : tra matematica e fisica » dans BUCCIANTINI, M. et TORRINI, M. (dir.) *Geometria e Atomismo nella Scuola Galileiana*, Florence, Nuncius, 1992, pp. 67-101.

¹⁰⁷ Cavalieri décrit la lecture du manuscrit galiléen en ces termes : « Hora lo viddi, anzi lo devorai, per dir così, con gli occhi ; et invero sento in me, in più volte ch'ho ripreso la lettura di quello, l'effetto che mi ricordo havere sperimentato nel leggere il Furioso, che dovunque io dia principio a leggere, non posso ritrovarne la fine ». (OG, XIV, p. 336). L'allusion de Cavalieri à l'*Orlando furioso* de Ludovico Arioste est significative dans la mesure où Galilée partage le même goût pour l'écrivain italien, au détriment de Torquato Tasso pour lequel il a une aversion profonde. Pour l'attitude esthétique de Galilée, voir KOYRÉ, A. « Attitude esthétique et pensée scientifique » dans KOYRÉ, A. *Etudes d'histoire de la pensée scientifique*, Paris, P.U.F. 1966, pp. 275-288.

¹⁰⁸ « E perche dubito che a molti sia forsi per dar fastidio quel concetto delle infinite linee o piani, perciò ho poi volsuto (*sic*) fare il settimo libro, nel quale dimostro per altra via, differente anche da Archimede, le medesime cose ». (OG, XVI, p. 113).

¹⁰⁹ « Io veramente ho conosciuto che potria dar fastidio a molti questo mio nuovo modo ; e perciò, non contentandomi del rincontro delle conclusioni dimostrate per vere da altri ancora, ho voluto aggiungere il settimo libro, nel quale dimostro le medesime cose per altra via, esente da tale infinità, come ella vedrà poi ». *Ibidem*, p. 136.

¹¹⁰ « E quest'altro metodo l'ho lasciato per sentirne il parere de'studiosi ». *Ibidem*, p. 136.

réflexions de Galilée sur l'infini aient eu sur ce point une influence sur Cavalieri. D'après ce que Galilée écrira dans la première journée des *Discorsi*, Galilée montrera en effet qu'on tombe dans plusieurs paradoxes si l'on compare deux infinis en leur appliquant des attributs finis tels que « plus petit », « plus grand » ou « égal »¹¹¹. Il est donc possible que ce soit pour répondre aux objections de Galilée fondées sur le recours à l'infini que Cavalieri se soit efforcé de trouver une autre voie arrivant aux mêmes résultats.

La Préface de la *Geometria indivisibilibus* confirme que l'ajout du livre VII, présentant ce que les historiens appellent couramment la méthode distributive¹¹², avait pour objectif d'en finir avec les hésitations venues de l'usage de l'infini :

Enfin, dans le livre VII, on conduit au port notre bateau, lequel a parcouru l'océan infini des indivisibles, en instaurant une autre méthode, afin que toute incertitude qu'on pourrait craindre dans les écueils de cette infinité soit cependant supprimée¹¹³.

Cavalieri fait allusion aux discussions philosophiques sur la composition du continu et l'infini, et il indique clairement que ce genre de débats est un obstacle pour la compréhension des concepts de « toutes les lignes » et « tous les plans ».

Je n'ignore pas du tout qu'autour de la composition du continu et de l'infini beaucoup de choses ont été discutées par les philosophes. Ces discussions constituent peut-être pour la plupart d'entre eux des obstacles [à la compréhension] de mes principes. Ils hésitent car le concept de toutes les lignes ou tous les plans leur semble insaisissable et plus obscur que les ténèbres cimmériennes¹¹⁴.

¹¹¹ OG, VIII, p. 79. Cavalieri, à la différence de Galilée et plus tard de Torricelli, n'envisage pas de réélaborer la théorie euclidienne des proportions. Cette question touchant la réception de la théorie euclidienne des proportions au XVIIe siècle a été traitée par GIUSTI, E. *Euclides Reformatus : la teoria delle proporzioni nella scuola galileiana*, Turin, Bollati Boringhieri, 1993. Sur la position galiléenne à l'égard de la théorie euclidienne voir pp. 41-44, 78-83.

¹¹² ANDERSEN K. « Cavalieri's Method of Indivisibles », *op. cit.*, pp. 292-367.

¹¹³ CAVALIERI, B. *Geometria indivisibilibus*, *op. cit.*, p. XII : « In septimo Lib. nostrum infinitatis indivisibilium Oceanum emensam ratem, alia instituta methodo, in portu deducimus, ut in illius infinitatis scopulis periclitandi, omnis tamen tollatur ambiguitas ».

¹¹⁴ « Haud quidem me latet circa continui compositionem, necnon circa infinitum, plurima philosophis disputari, quae meis principis obesse non paucis fortasse videbentur, propterea nempè haesitantes quod omnium linearum, seu omnium planorum, conceptus cimieriis veluti obscurior tenebris inapprehensibilis videatur ». *Ibidem*, p. 482.

Même si Cavalieri insiste à plusieurs reprises dans la préface au livre VII qu'il n'a jamais eu l'intention de traiter ses agrégats (toutes les lignes et tous les plans) en vertu du nombre des éléments qui les composent, il se voit pourtant dans l'obligation d'enlever complètement ses agrégats qui apparaissent comme le nœud gordien de sa géométrie. C'est pourquoi il écrit :

On n'a donc pas traité les agrégats d'indivisibles, dont on a déjà parlé, comme si ceux-ci étaient marqués par une essence infinie (*infininitatis rationem*), liée au nombre infini de leurs lignes et de leurs plans, mais plutôt à partir de leur aspect fini, qui découle de leur condition et de leur nature, puisqu'il peuvent augmenter et diminuer, comme on l'a déjà montré¹¹⁵.

Outre l'ajout de considérations sur le livre VII, une autre modification dans la préface de 1635 par rapport à celle de la *Nova Planorum ac solidorum speculatio* est l'ajout d'un long extrait sur l'*Astronomia Nova* (1609) de Kepler¹¹⁶. Pourquoi Cavalieri se donne-t-il la peine d'inclure cet extrait sur Kepler dans la *Geometria indivisibilibus* ? On peut y voir une tentative de doter sa méthode d'une légitimation supplémentaire par rapport à celle que l'on trouve dans la préface de 1627, où Cavalieri faisait état seulement du caractère artificiel des indivisibles et de la généralité de sa procédure. La filiation que Cavalieri établit entre son approche et la démarche keplérienne lui permet de présenter sa méthode comme constituant le corollaire nécessaire d'une démarche entamée par Kepler.

Ayant découvert la méthode nouvelle pour mesurer les figures que j'ai déjà exposée, qui, si je peux me permettre, est très féconde, je me croyais très chanceux car j'ai été abondamment fourni de ces solides [de la *Stereometria doliorum*], auxquels il fallait ajouter ceux d'Archimède, sur lesquels il m'était possible de tester la force et l'énergie [de ma méthode] [...] Je me

¹¹⁵ « Tandem verò dicta indivisibilium aggregata non ita pertraetavimus ut infinitatis rationem, propter infinitas lineas, seu plana, subire videntur, sed quatenus finitatis quandam conditionem, naturam sortiuntur, ut propterea, augeri, diminui possint, ut ibidem ostensum fuit ». *Ibidem*, p. 483.

¹¹⁶ Il n'y a pas un lien précis entre le VII^e livre et Kepler. L'insertion de cet extrait répond plutôt à une prévention contre le mauvais usage des indivisibles. Cavalieri – comme l'a noté François de Gandt – « parle ici du chapitre 40 de l'*Astronomia Nova*, un exemple célèbre d'utilisation hardie (et erronée) des indivisibles ». DE GANDT, F. *L'œuvre de Torricelli*, op. cit., p. 173.

mis à étudier certains d'entre eux [des nouveaux solides] selon un raisonnement plus sûr, si je ne me trompe pas, [que celui de Kepler]¹¹⁷.

Après avoir passé en revue les résultats introduits par Kepler dans son *Astronomia Nova*, Cavalieri conclut que sa propre méthode a une plus grande portée que celle de Kepler :

À partir de cet unique exemple, le savant comprendra combien le champ de la géométrie a été rendu par là plus fertile et plus large ; c'est pourquoi nous poursuivrons sans interruption une telle universalité en ce qui concerne presque tous les solides analysés [dans l'ouvrage]¹¹⁸.

En revanche, le parallèle ébauché entre les indivisibles et les artifices des algébristes n'est pas conservé dans l'édition de 1635. De même, Cavalieri préfère désigner l'union des indivisibles dans une figure non pas comme une composition ou une somme, mais tout simplement comme une sorte d'« union » (*veluti compactum*). On notera également que Cavalieri préfère alors l'utilisation du terme « indéfini » à celui d'« infini », dont les implications philosophiques étaient nombreuses et qui, comme s'efforçait de montrer le livre VII, n'était pas nécessairement lié à la méthode des indivisibles¹¹⁹.

I.6 Conclusion

L'analyse de la correspondance de Cavalieri et des Préfaces de ses ouvrages pendant presque 15 ans (1621-1635) nous a livré des indices qui font ressurgir le long cheminement de sa pensée. Les historiens ont parfois pu, contre les données des textes, imputer à Cavalieri la création *ab initio* d'une « méthode des indivisibles », sans peut-être faire suffisamment attention à l'évolution de sa pensée. Il semble que la méthode des indivisibles ne fut pas le

¹¹⁷ CAVALIERI, B. *Geometria indivisibilibus*, p. XII: « Cum ergo iam expositam metiendarum figurarum novam, ac, si dicere fas sit, valde compendiosam methodum adinvenissem, faciliter raecum actum esse existimavi, tum haec solida, praeter illa Archimedeae, mihi supeditarentur, circa quae illius vim ac energiam, experiri liceret [...] fatis mihi fuit eorum aliqua certiori tamen, ni fallor, ratione, investigare, quae circiter numero ».

¹¹⁸ « Ex hoc autem unico exemplo [...] dignoscet studiosus, quanto Geometricus ager per haec fertilior, et amplior fiat, hanc universalitatem namq (*sic*); circa omnia penè solida à nobis hic considerata iugiter prosequemur ». *Ibidem*, p. XII.

¹¹⁹ Paul Guldin a souligné la préférence de Cavalieri pour le terme « indéfini » à la place d'« infini ». Ainsi, il écrit : « [...] in quo concipiuntur esse lineae indefinitae (abhorret enim a vocabulo infiniti) » dans GULDIN, P. *Centrobarica*, Vienne, Gelbhaar, 1635-1641, livre V, p. 342. Voir notre chapitre IV ci-après.

fruit d'une réflexion de Cavalieri sur la possibilité d'établir une procédure mathématique sur la base des indivisibles. L'analyse chronologique suggère au contraire que la méthode des indivisibles, en tant que méthode, n'a pas été inventée immédiatement. Il serait en effet imprudent de rechercher dans la période 1621-1627 une « méthode des indivisibles » et la *Nova Planorum ac solidorum speculatio* (1627) montre que la démarche de Cavalieri était initialement une simple procédure sans rapport explicite aux indivisibles. C'est à partir de 1632 que Cavalieri commence à faire référence à sa procédure en termes de « voie des indivisibles ». Deux aspects doivent être ici soulignés : d'abord, le passage d'une procédure à une méthode des indivisibles à part entière, d'autre part, le rôle de Galilée dans ce passage, à diverses échelles.

Il n'est pas besoin de revenir sur l'importance du mot « méthode » dans la structuration du savoir à l'époque moderne¹²⁰. L'insistance sur les techniques d'invention a, comme l'a montré Lisa Jardine¹²¹, fait passer ce mot du registre de l'enregistrement ordonné de connaissances déjà établies, voire scolaires, au registre de la découverte, de la manière de trouver de nouveaux résultats ou d'arriver de manière plus sûre et plus fiable à des résultats. Le *Discours de la Méthode* de René Descartes et ses traités d'application ne sont qu'une version particulièrement célèbre de cette nouvelle organisation. La méthode (ou *via et ordo*, la voie, dans une de ses variantes) rassemble des procédures, qui peuvent varier légèrement selon l'objet où elles s'appliquent, et a pour objectif de résoudre des problèmes d'un ou de plusieurs types bien définis. Son statut cognitif, mais aussi social et culturel, est plus élevé que celui des règles, des procédures, des exemples auxquels elle peut s'appliquer. Cavalieri au

¹²⁰ Pour une discussion sur la méthode à l'époque moderne, voir GILBERT N.W, *The Renaissance Concepts of Method*, New York, Cambridge University Press, 1960, DESAN P. *Naissance de la méthode*, Paris, A.G. Nizet, 1987, VERIN, H. et DUBOUG-GLATIGNY, P. (dir) *Réduire en art*, Paris, MSH, 2008. Pour un exemple de méthode et de ses variantes selon la nature des problèmes, voir CIFOLETTI, G. *La méthode de Fermat. Son statut. Sa diffusion*, Paris, SFHST, 1990 ; voir aussi pour le cas spécifique d'une méthode de preuve, GOLDSTEIN, C. « Descente infinie et analyse diophantienne », *Cahier du Séminaire d'histoire et de philosophie des mathématiques*, 2e série, 3, 1993, pp. 25-49.

¹²¹ JARDINE, L. *Francis Bacon and the Art of Discourse*, Cambridge, Cambridge University Press, 1974.

début des années 1620 dispose d'une technique qu'il présente comme nouvelle pour arriver à la solution de certains problèmes, analogues à ceux traités ordinairement par la procédure d'exhaustion. Mais peu à peu on le voit dans la correspondance, à partir de 1626 et surtout après 1632, parler de « voie » et de méthode. Dans le même temps, les questions qu'il aborde se diversifient puisqu'il devient capable de traiter celles concernant le mouvement, par exemple. On est alors bien dans le cadre d'une méthode, associée à des familles types de questions. Comme on l'a vu, cette méthode s'attache alors aux indivisibles.

Il est probable, comme le suggère l'étude de la correspondance, que ce changement doit quelque chose à Galilée, même si Cavalieri s'écarte néanmoins de la vision galiléenne touchant la possibilité de constituer le continu au moyen des indivisibles. Même quand il parlera d'indivisibles, Cavalieri continuera à voir ses « agrégats » de manière opératoire, comme des outils permettant des calculs efficaces. Quelle que soit la solution que reçoive le problème du continu, le sort de sa méthode ne risque pas d'être mis en cause. Mais l'influence de Galilée et la problématique du mouvement qu'il a contribué à rendre importante pour Cavalieri aussi expliqueraient qu'à la différence des six premiers livres de sa *Geometria indivisibilibus*, Cavalieri se félicite dans la préface du livre VII d'avoir correctement appelé sa méthode « méthode des indivisibles ». Renommer ainsi la procédure des six premiers livres prend sens parce qu'entre temps, entre la première version de son livre et la version finalement publiée, avec son septième livre, a eu lieu la réutilisation de la procédure dans la déduction des lois de mouvement et l'élargissement des ambitions de la résolution de quelques problèmes à une méthode susceptible d'un plus vaste champ d'exercice. Les échanges avec Galilée semblent donc jouer un double rôle, en agrandissant la gamme de questions, ce qui permet à la démarche de Cavalieri d'acquérir un vrai statut de méthode et en cristallisant sur des indivisibles le ressort de cette démarche, même si ces indivisibles n'ont pas forcément chez Cavalieri le même statut conceptuel que chez Galilée. Nous reviendrons

dans le troisième chapitre sur la question de la méthode, en particulier à travers son renforcement par Torricelli. Mais nous allons d'abord préciser les enjeux des indivisibles mêmes, en nous tournant, comme le suggèrent nos conclusions, vers Galilée lui-même, et ce qui a pu le faire changer d'avis sur la portée des techniques de Cavalieri.

CHAPITRE II

GALILÉE : ATOMISME ET INDIVISIBLES

Dans le chapitre I nous avons examiné la genèse de la procédure des indivisibles chez Cavalieri et nous avons remarqué le rôle qu'y joue Galilée. Il est donc temps d'aborder plus directement l'idée d'indivisible chez Galilée. Or, la vision de Galilée n'est pas immobile : elle subit une série de modifications qui font basculer Galilée d'un « atomisme physique » à un « atomisme mathématique ». Ce dernier type d'atomisme constitue le cadre théorique dans lequel Galilée déduit la loi de la chute des corps et met ainsi en place sa nouvelle science du mouvement. Étant donné l'importance de l'atomisme mathématique – qui marque le point d'aboutissement de plus de trente ans d'une réflexion sur la constitution de la matière –, il nous semble utile d'étudier le passage de l'atomisme physique à l'atomisme mathématique afin de bien saisir l'idée d'indivisible et l'impact qu'aurait pu avoir l'élaboration de la procédure cavalierienne sur la pensée de Galilée. Si les échanges entre Galilée et Cavalieri débutent en 1621 et qu'en 1623 paraît *Il Saggiatore*, où Galilée, pour la première fois, utilise le terme « indivisible », il est normal de se demander s'il existe un rapport entre ces deux événements ou s'il s'agit d'une évolution en quelque sorte intrinsèque de la pensée de Galilée. Pour répondre à cette question et d'autres liées aux indivisibles, nous avons estimé utile d'élaborer un tableau chronologique de l'atomisme chez Galilée pour bien marquer le passage à l'« atomisme mathématique ». Nous commençons pour situer la question dans le cadre des études galiléennes. Nous étudions ensuite l'atomisme par rapport à l'idée de la constitution de la matière dans trois ouvrages de Galilée : *Il discorso sulle cose che stanno in sull'acqua* (1612), *Il Saggiatore* (1623) et *I Discorsi* (1638). Contrairement au chapitre précédent où l'on

part de l'examen minutieux de la correspondance, on étudiera ici les ouvrages publiés de Galilée.

La question des indivisibles, qui avait été longuement traitée au XIV^e siècle, connaît une sorte de renaissance à l'époque de Galilée, renaissance que nous croyons liée à l'énorme intérêt pour la problématique du mouvement: une problématique située au centre de la réflexion de Galilée et à laquelle Cavalieri s'intéressera également, ce dont témoignent les pages qu'il consacre au phénomène du mouvement dans *Le Specchio Ustorio*. Même s'il agit d'un domaine très étudié où nous ne pensons apporter rien de nouveau, nous voulons insister sur cette question afin de bien saisir le contexte dans lequel s'élabore la méthode des indivisibles. Un aspect important de ce chapitre est en effet l'emploi que fait Galilée des indivisibles dans la formulation et la déduction des lois du mouvement des *Discorsi* (1638). Aborder cette question va nous amener à analyser l'élaboration de la notion d'un continu composé d'indivisibles, une notion nécessaire à l'instauration de la nouvelle science du mouvement de Galilée. Mais cette notion soulèvera des objections de Cavalieri, qui préférera donner à ses indivisibles un statut purement opérationnel, sans aucun rapport avec le continu. Nous nous demanderons, à partir la lecture attentive de lettres et de quelques textes de l'œuvre de Cavalieri ce qu'était sa vision du continu.

II.1 Le débat historiographique

L'intérêt de Galilée pour la nouvelle procédure de Cavalieri est intimement lié au problème du mouvement. C'est surtout en esquissant une théorie du continu composée d'indivisibles que Galilée va s'efforcer dans ses *Discorsi* de montrer pourquoi l'indivisible, loin de constituer une illusion, est un auxiliaire parfaitement fiable et efficace pour aborder le problème du mouvement. Les historiens établissent que pour l'instauration de cette nouvelle représentation du continu, Galilée s'inspire fondamentalement de deux sources : d'un côté l'atomisme des anciens (Démocrite, Leucippe et Epicure) et de l'autre la tradition médiévale

concernant l'atomisme mathématique, à laquelle Galilée a eu accès via le Collège Romain. Pourtant, même si les sources dont Galilée s'inspire pour redessiner son propre atomisme ont été acceptées de manière unanime par la plupart des experts de la pensée galiléenne, il en va tout autrement du problème lié à l'évolution de son atomisme. A notre connaissance c'est à William Shea que l'on doit d'avoir affirmé le premier qu'il existe une évolution de la pensée galiléenne concernant l'atomisme¹²². L'historien canadien esquisse les quatre étapes fondamentales du parcours atomiste galiléen :

- 1) Une période de formation dans laquelle Galilée exhibe une connaissance profonde de la conception aristotélicienne de la matière et une grande familiarité avec les théories de Démocrite. Cette première période correspondrait aux *Juvenilia* (OG, I, pp. 7-177).
- 2) Une deuxième période marquée par une adhésion explicite à l'atomisme démocritéen. Témoigne de cette période le *De motu antiquiora* où Galilée défend Démocrite face aux critiques que lui adresse Aristote dans le *De caelo*,
- 3) Une période qui s'étend de 1612 à 1632 pendant laquelle Galilée publia des ouvrages (*Discorso delle cose che stanno sul acqua* et *Il Saggiatore*) qui se fondent sur une vision corpusculaire de la matière. Galilée élabore une explication mécanique de la perception sensible alternative à celle de la tradition scolastique.
- 4) Enfin, la publication des *Discorsi* (1638), ouvrage dans lequel Galilée élabore une conception de la matière et de la constitution du continu qui semblerait s'éloigner de la conception mise en œuvre dans les trois périodes précédentes.

Pietro Redondi estime, dans la lignée de Shea, que l'usage systématique et progressif du terme « indivisible » à la place du terme « atome » – à partir de 1620 - est un signe

¹²²SHEA, W. « Galileo's Atomic Hypothesis », *Ambix*, 17, 1970, pp. 13-27.

manifeste du passage de la troisième à la quatrième période, à savoir de l'atomisme physique à l'atomisme mathématique¹²³. S'appuyant sur une analyse du vocabulaire employé par Galilée, Redondi vise à déterminer la manière dont se produit le passage de l'atomisme physique à l'atomisme mathématique. Il caractérise la période de l'atomisme physique chez Galilée par l'emploi des termes comme *minimo*, *corpicelli*, *ignicoli*, tandis que à l'époque de l'atomisme mathématique on assiste à un changement du lexique employé par Galilée et lorsque il aborde le problème de la composition de la matière il utilise d'autres termes comme *atomo* et *indivisible*. Même si nous partageons en grande partie l'analyse de Redondi sur le passage d'un type d'atomisme à l'autre, il nous semble pourtant difficile de suivre l'historien italien dans la conclusion avancée dans son *Galileo eretico*¹²⁴ où il affirme que l'atomisme mathématique de Galilée est une conséquence directe de la condamnation de 1633. Selon Redondi, la peur d'exposer ouvertement son adhésion à l'atomisme physique, difficile à concilier avec le dogme de la transsubstantiation, expliquerait le repli de Galilée vers un atomisme mathématique. Dans les mathématiques, soutient-il, Galilée aurait trouvé un terrain neutre, exempt des vicissitudes théologiques, pour exposer librement son atomisme sans attirer l'attention de l'Eglise. Tandis que l'atomisme physique avait des dangereuses résonances démocratéennes, une incursion dans le domaine de la géométrie ne comportait pas le même péril. Redondi réduit le passage d'un genre d'atomisme à l'autre à la réaction de Galilée face à la condamnation promulguée à Rome, niant ainsi la possibilité que l'atomisme mathématique soit le fruit de la réflexion galiléenne sur le problème du continu et les indivisibles.

Il est hors de doute qu'à l'époque de la publication des *Discorsi*, la condamnation de Galilée était encore récente et les temps peu propices à l'exposition ouverte de la pensée des

¹²³REDONDI, P. « Atomi, indivisibili e dogma », *Quaderni storici*, 59, 1985, p. 529-573.

¹²⁴REDONDI, P. *Galileo eretico*, Turin, Laterza, 1983. Trad. franç. : *Galilée hérétique*, Gallimard, Paris, 1985.

anciens atomistes, tels que Démocrite ou Epicure¹²⁵, qui faisaient partie du premier Index des livres interdits – celui de Paolo IV en 1559 et était étroitement surveillée par l’Eglise à cause de son inadéquation avec le dogme de l’Eucharistie. L’accusation d’hérésie était très grave à l’époque et on pouvait, comme écrit Eugenio Garin « se servir de cette accusation pour mettre fin à la carrière de ceux qui osaient mettre en doute les enseignements de l’Eglise. Il fallait donc être extrêmement prudent »¹²⁶. Audelà des opinions possibles de Galilée sur Démocrite, il est bien évident que la condamnation de 1633 avait muselé l’esprit de ceux qui traitaient de questions délicates et épineuses touchant le dogme de la transsubstantiation, qui avait trouvé sa forme définitive au Concile de Trente en 1563. Ce dogme constituait un des piliers fondamentaux de la doctrine catholique. Un pilier qui cadrerait très bien avec la théorie hylémorphique de la matière mise en place par Aristote et utilisée soigneusement par la théologie thomiste. Une telle adéquation entre le dogme et la théorie aristotélicienne de la matière ne se retrouvait cependant pas dans le cas de l’atomisme ancien et de la conception de la matière exposée par Galilée dans *Il Saggiatore*¹²⁷.

¹²⁵ Déjà en 1612, onze ans avant la publication de *Il Saggiatore*, Galilée avait été accusé de suivre dangereusement Démocrite. Dès 1612, le philosophe Cesare Lagalla lançait l’attaque dans son *De phaenomenis in orbe Lunae physica disputatio* où il affirmait qu’en soutenant la similitude de la terre, de la lune et des autres planètes dans ses *Lettres sur les taches solaires*, Galilée restaurait *de facto* l’opinion de Démocrite (OG, vol. III, pp. 317-399). C’est aussi le cas d’Orazio Grassi qui dans son *Libra Astronomica* accuse Galilée de soutenir l’opinion de Telesio et Cardan, deux auteurs « hautement suspects sous les yeux de l’orthodoxie doctrinaire à Rome » dans CAMEROTA, M. *Galileo Galilei e la cultura scientifica nell’età della Contrariforma*, Rome, Salerno Editrice, 2004, p. 379.

¹²⁶ GARIN, E. *Interpretazione del Rinascimento II 1950-1990*, Rome, Edizioni di Storia e Letteratura, 2009, pp. 193-194.

¹²⁷ Comme on le sait, à partir d’une dénonciation anonyme découverte dans les archives de la Congrégation pour la doctrine de la foi, Pietro Redondi suggère que le pape Urbain VIII aurait brusquement changé d’attitude à l’égard de Galilée parce qu’il avait compris que les convictions atomistes conduisaient à la négation du dogme de la transsubstantiation. Une copie du document original de la dénonciation, non datée, figure dans PAGANO, S. M., *I documenti del processo di Galileo presentati da S.M.Pagano*, Rome, Città del Vaticano, Pontificia Accademia Scientifica, 1984. La thèse du « faux procès » de Redondi a suscité beaucoup d’intérêt et pas moins de critiques. S’il y a sur la thèse de fond de Redondi de légitimes réserves quant à la solidité de l’appareil documentaire, on ne peut pas dénier le mérite d’une hypothèse qui a réussi à mettre en circulation quelques « thématiques fondamentales de la nouvelle science galiléenne, parmi lesquelles se détache fort nettement celle qui concerne la discussion sur l’atomisme et sur le vide », dans PONZIO, P. « À propos de l’atomisme de Galilée : questions cosmologiques et problèmes théologiques », *Revue d’histoire des sciences*, 55, 2002, pp. 199-214. Ici, p 201.

C'est à cause de cette atmosphère créée par la condamnation de Galilée qu'il fallait, selon Redondi, déployer un « art de la dissimulation »¹²⁸ pour éviter des ennuis avec l'Eglise. Un « art de la dissimulation » qui serait, d'après Redondi, la stratégie suivie par Galilée à l'égard de l'Eglise et qui servirait à expliquer son passage de l'atomisme physique à l'atomisme mathématique. Aujourd'hui, il est toutefois très difficile d'attribuer l'évolution de l'atomisme chez Galilée à la peur de la condamnation et au désir de dissimuler ses opinions. Il est plus vraisemblable affirmer qu'une telle variation n'a pas été « déterminée par des considérations de nature théologique, mais plutôt par des exigences théoriques »¹²⁹. Si l'on s'en tient au point de vue de Redondi, il est impossible de comprendre la portée théorique de la première journée des *Discorsi*. Audelà de la nécessaire prudence à laquelle on est contraint dans la première moitié du XVII^e siècle en Italie, nous pensons que l'exposition d'un atomisme à caractère mathématique vient moins d'une « dissimulation » que des exigences théoriques du programme galiléen de mathématisation de la nature. Plus particulièrement, comme nous le verrons par la suite, le passage à l'atomisme mathématique permet de donner une explication des deux grands phénomènes qui se trouvent au centre de son programme de recherche : la raréfaction et la condensation de matière et le problème du mouvement.

Dans notre cas particulier, il faut se poser deux questions avant d'aborder le dossier de l'atomisme mathématique chez Galilée. Premièrement il faut se demander dans quelle mesure le glissement vers le terrain des mathématiques pouvait servir à Galilée de bouclier pour ne pas attirer l'attention de l'Eglise Catholique à Rome. Deuxièmement, si le passage d'un atomisme à l'autre n'est pas une réaction de Galilée à la condamnation, il faut éclairer le rôle des indivisibles dans ce passage. Commençons par la première question. En ayant recours à l'argument selon lequel l'atomisme mathématique chez Galilée peut être interprété comme

¹²⁸REDONDI, P. *Galileo eretico, op. cit.*, p. 214.

¹²⁹PALMERINO, C. R. « Una nuova scienza della materia per la *Scienza Nova* del moto. La discussione dei paradossi dell'infinito nella prima giornata dei Discorsi Galileiani » dans FESTA, E. et GATTO R. (dir.) *Atomismo e continuo nel XVII secolo*, Naples, La scuola di Pitagora, 2000, pp. 275-319. Ici, p. 276.

une sorte de manœuvre dont le but était de détourner l'attention des autorités romaines, Redondi ne tient pas compte du fait qu'au XVII^e siècle l'atomisme mathématique fut souvent condamné au même titre que l'atomisme physique¹³⁰. En fait, les jésuites du *Collegio Romano*, la prestigieuse institution qui coordonnait l'enseignement dans les collèges de la Compagnie de Jésus, émirent des censures aussi bien contre les indivisibles physiques que contre les indivisibles mathématiques. Grâce aux travaux d'Egidio Festa nous connaissons aujourd'hui les censures du 10 août 1632, du 17 janvier 1641 et du 3 février 1649, et comme il l'écrit :

Il semblerait, en effet, que les jésuites du *Collegio Romano*, en particulier, aient été effrayés à l'idée qu'une science aussi parfaite que la géométrie puisse s'accommoder de principes ouvertement contraires à leurs convictions philosophiques et théologiques¹³¹.

Dans ces conditions, comment maintenir que les mathématiques étaient un terrain neutre capable de minimiser l'impact de l'atomisme exposé en filigrane dans les *Discorsi* ? Si depuis 1632 l'atomisme mathématique a prêté le flanc aux censures émises par les jésuites du *Collegio Romano*¹³², est-il envisageable de supposer que le glissement vers le terrain de la

¹³⁰FESTA, E. « Sur l'atomisme dans l'école galiléenne » dans SALEM, J *L'atomisme aux XVII^e et XVIII^e siècles*, Paris, 1999, Publications de la Sorbonne, pp. 101-117.

¹³¹ FESTA, E. « La querelle de l'atomisme : Galilée, Cavalieri et les jésuites », *La Recherche*, 21, 1990, pp. 1038-1047. Ici, p. 1046.

¹³²Le Collège Romain a été fondé en 1551 et devient rapidement un centre d'études privilégié, spécialement à partir de 1580 sous le pontificat de Grégoire XIII, quand l'établissement reçoit le statut d'université. Pour l'importance du Collège Romain dans la circulation du savoir en Italie au tournant du XVII^e siècle, voir ROMANO, A. et VAN DAMME, S. « Paris et Rome aux XVII^e et XVIII^e siècles » dans JACOB, C. *Lieux du savoir*, Paris, Albin Michel, 2007, pp. 1174-1175. L'influence du *Collegio Romano* sur la pensée de Galilée a été énorme, surtout en ce qui concerne sa vision du continu dont William Wallace a montré qu'elle correspond en grande partie aux idées développées dans de notes manuscrites que Galilée aurait copié des cours dispensés au *Collegio Romano*, voir WALLACE, W. A. *Galileo, the Jesuits and the Medieval Aristotle*, England, Variorum, 1991. Voir pp. 113-126 et 349-403. Wallace suggère que c'est Christoph Clavius (1537-1612) qui aurait fait parvenir les notes des lectures du Collège Romain. Voir WALLACE, W. *Galileo and his Sources : Heritage of the Collegio Romano in Galileo's Science*, Princeton, Princeton University Press, 1984, pp. 91-92. Du même, l'aristotélisme à caractère progressif professé dans le *Collegio Romano* se situe à la base de la réflexion galiléenne sur le continu et son apport le plus important est le rapport que les jésuites du *Collegio Romano* avaient établi entre le temps et le mouvement, voir CARUGO, A. et CROMBIE, A. « The Jesuits and Galileo's Ideas of Science of Nature », *Annali dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze*, 8, 1983, pp. 3-68. Dans le cadre de l'aristotélisme progressif, il faut noter le renouvellement et la diffusion des mathématiques qui se produit dans le Collège Romain grâce à l'élaboration de l'ambitieux programme des études de la *Ratio*

géométrie est la stratégie suivie par Galilée pour apaiser l'Eglise ? Si l'on s'en tient strictement aux documents exhumés par E. Festa dans les Archives romaines de la Congrégation, les mathématiques n'étaient pas un terrain neutre exempt des critiques de l'Eglise Romaine. Deuxièmement : contrairement à l'avis de Redondi, l'atomisme mathématique joue un rôle de tout premier ordre dans le projet galiléen. Il ne surgit pas d'un seul coup et comme une réaction à la condamnation. Tout au contraire : l'atomisme mathématique est au centre de la réflexion galiléenne depuis longtemps, même s'il s'y trouve présent de manière larvaire. Comme l'a indiqué Paolo Galluzzi :

La thèse du « faux procès » risque notamment de nous faire manquer le fait que les raisonnements infinitésimaux n'étaient pas censés cacher, mais plutôt mettre l'accent sur les implications physiques de la théorie galiléenne touchant la composition du continu¹³³.

D'après Galluzzi, une explication beaucoup plus pertinente du passage de l'atomisme physique à l'atomisme mathématique apparaît lorsqu'on se tourne vers le problème du mouvement. D'ailleurs, Galluzzi ne pense pas qu'il s'agisse d'un « passage » à proprement parler. Pour lui, les deux espèces d'atomisme ont coexisté depuis le début chez Galilée¹³⁴. La seule différence à noter, toujours selon Galluzzi, entre la première et la seconde époques de Galilée, serait que la théorie élaborée dans les *Discours* à propos de la résistance des

Studiorum. Voir, ROMANO, A. « Education catholique, éducations protestantes : quels projets pour les mathématiques ? » dans *Science et Religion de Copernic à Galilée*, Rome, École française de Rome, 1999, pp. 255-277.

¹³³GALLUZZI, P. *Tra atomi e indivisibili. La materia ambigua di Galileo*, Florence, Leo S. Olschki, 2011, p. 105.

¹³⁴En commentant la lettre de Galilée à Belisario Vinta (OG, X, pp. 348-353) Galluzzi écrit : « Si tratta di un segnale importante. Esso indica la volontà di affrontare in maniera sistematica il tema della struttura della materia, trasformando in una teoria organica gli spunti frammentari già presenti nel *De motu antiquiora* [...] Per garantire a quella nuova visione una solida fondazione e per legittimare la validità, anche sul piano fisico, di una scienza del movimento d'impianto rigorosamente matematico, occorre affrontare il problema del rapporto tra composizione del continuo geometrico e struttura della materia. Bisognava cioè fondare su basi solide le tesi, cara a Galileo ed essenziale per il suo progetto, della sostanziale equivalenza tra analisi condotte sulle grandezze geometriche e discorso sui corpi fisici [...] La dichiarazione del proposito di affrontare la questione della composizione del continuo indica che Galileo aveva perfettamente messo a fuoco questo delicato problema di fondazione già nel 1610, anche se potrà affrontarlo compiutamente solo quasi trent'anni più tardi, nella *Giornata Prima dei Discorsi* », *Ibidem*, pp. 24-25.

matériaux, signe l'acte de naissance officiel de l'atomisme mathématique qui à son tour est en rapport avec la vision d'un continu nécessaire à l'instauration d'une science mathématique du mouvement¹³⁵. L'analyse de Susana Gómez se situe dans la même lignée : en abordant la réflexion de Galilée touchant le phénomène de la lumière, elle soutient que les deux espèces d'atomisme ne sont pas opposés si fortement. Nous sommes de l'avis que, sans négliger les germes de l'atomisme chez Galilée depuis la publication du *Discours sur la flottabilité des corps*, l'irruption de la méthode des indivisibles force le passage à l'atomisme mathématique et pousse Galilée à avancer la thèse que le continu est composé d'indivisibles. Il perçoit la potentialité de cette thèse pour faire aboutir dans son programme de réforme touchant la question du mouvement et il postule à cet effet un atomisme mathématique.

Il est important de souligner la place qu'occupe le problème du mouvement chez Galilée, car c'est ici que se révèle la convergence du projet galiléen avec la procédure de Cavalieri. Le mouvement constitue ainsi comme le carrefour entre la réflexion de Galilée et l'outillage mathématique élaboré par Cavalieri. En effet, la déduction des lois du mouvement marque le point d'aboutissement du programme de recherche galiléen et pour réussir, Galilée comptera énormément sur le nouvel outil mathématique mis à sa disposition par Cavalieri. Mais, tout cela resterait bien théorique et contestable si nous n'étions pas en mesure de retracer les voies et le parcours de Galilée dans sa lente assimilation de l'atomisme mathématique.

II.2 Le débat sur la flottabilité des corps

La question du continu et sa contrepartie – celle de l'atomisme – connaîtront une renaissance spectaculaire aux XVI^e et XVII^e siècles, grâce notamment à la redécouverte en 1417 de l'ouvrage de Lucrèce *De rerum natura*. Les hommes de la Renaissance, grâce à cette

¹³⁵*Ibidem*, p. 97

lecture, purent se familiariser avec les atomes et on peut dire qu'au XVII^e siècle l'atomisme était une *koinè* européenne reposant sur une même idée :

Les diverses versions de l'atomisme qui rentraient en polémique avec la physique d'Aristote avaient toutes en commun l'idée d'une corporéité comme *primum* de la génération de tous les phénomènes naturels¹³⁶.

Comme on le sait aujourd'hui, les difficultés soulevées par la division du continu ne cesseront pas d'être évoquées au XVII^e siècle, et même si, comme le rappelle l'historien des sciences allemand Christoph Meinel, l'écart est parfois énorme entre les atomes des anciens matérialistes et les corpuscules qu'on rencontre chez les auteurs du XVII^e siècle¹³⁷, une chose semble cependant ne pas avoir changé pendant toute cette longue période : la répugnance que l'on éprouvait pour la composition du continu à partir des indivisibles. Malgré l'intérêt suscité par le débat sur le continu, les thèses aristotéliennes sont toujours présentes dans les esprits du XVII^e siècle et elle exerce encore un poids non moins négligeable lorsqu'on se confronte à la question de l'atomisme. Ainsi, au début du XVII^e siècle, les adeptes des atomes devaient triompher de multiples obstacles pour imposer leurs vues.

Même si les « atomes » ont acquis plus tard le statut d'objets scientifiques respectables, ils étaient encore des entités mythiques au début du XVII^e siècle. Croire en leur existence, c'était adopter une philosophie particulière selon laquelle tous les phénomènes pouvaient s'expliquer par les interactions mécaniques de petites particules invisibles¹³⁸.

En ce qui touche la tentative galiléenne d'instaurer un continu composé d'indivisibles, il est surprenant de constater à quel point il était difficile d'introduire une telle image dans le cadre de la pratique scientifique de son temps. Cette difficulté se ressent, par exemple, dans les objections adressées par Antonio Rocco au *Dialogue concernant les deux systèmes du*

¹³⁶REDONDI, P. « I problemi dell'atomismo » dans SOLÍS, C. et MONTESINOS, J (dir.), *Largo campo di filosofare*, Madrid, Fundación Canaria Orotavia, 2002, pp. 661-675. Ici p. 665.

¹³⁷MEINEL, CH. « Early seventeenth century atomism », *Isis*, 79, 1988, pp. 63-103.

¹³⁸THUILLER, P. « L'atomisme au XVII^e siècle : mythe ou science ? », *La Recherche*, 19, 1988, pp. 1510-1514. Ici, p. 1512.

monde (1632)¹³⁹. Dans ses *Esercitazioni filosofiche* Rocco chercha à défendre la position traditionnelle des aristotéliens touchant le continu en accusant Galilée de contradiction. La critique de Rocco porte fondamentalement sur l’assertion de Galilée selon laquelle une sphère touche un plan en un point¹⁴⁰. S’il était vrai que la sphère touche le plan en un point, une ligne pourrait être faite de points. Ce qui pour un aristotélien est absurde parce que les points ne sont pas des indivisibles et les lignes peuvent être toujours divisées¹⁴¹.

Rocco, on vient de le voir, critique la vision galiléenne du continu. Ce n’était pas la première fois que Galilée devait faire face à une remarque similaire à propos de la composition du continu au moyen des indivisibles. Avant même l’objection adressée par Rocco, les détracteurs de Galilée adressèrent toute une batterie d’objections à la vision du continu exposée dans le *Discorso sulle cose che stanno in sull’acqua* (1612)¹⁴². Dans cet ouvrage, Galilée, s’interrogeant sur les causes de la flottaison, suggérait nettement que la réponse d’Aristote était insatisfaisante¹⁴³. A la différence d’Aristote, l’explication de Galilée présuppose que l’eau n’offre aucune résistance à des corps de figures diverses :

¹³⁹Sur Antonio Rocco, voir FAVARO, A. « Gli oppositori di Galileo. I, Antonio Rocco », *Atti dell’I.R.Istituto veneto di scienze, lettere ed arti*, 50, 1891-92, pp. 615-36.

¹⁴⁰OG, VII, p. 229. Pour l’emploi de cette assertion qui devient un lieu commun dans la littérature du Moyen Age consacrée au problème du continu, voir ZUPKO, J. « Nominalism Meets Indivisibilism », *Medieval Philosophy and Theology*, 3, 1993, pp. 158-185.

¹⁴¹« Nelle vostre dimostrazioni geometriche che intorno a questa parte per digressione adducete, non voglio traslasciar di ricercar di un punto che sempre ho stimato difficile ed inintelligibile, per non dir falso : e questo è circa quel vostro communissimo detto, *Sphaera tangit planum in puncto*. Imperciocchè se questo fusse vero, seguirebbe che la linea potria esser composta di punti, e la sfera parimente ; anzi la sfera non sarebbe sfera, nè sferica, ma del tutto indivisibile. Conciosia che, posta la sfera sopra un piano perfettissimo, tirata a striscio, segnarebbe una linea, e pur sempre tocca in un punto ; ecco che le parti della linea sarebbero punti, di essi verrebbe ad esser composta : la qual cosa ed in filosofia ed in matematica è stimata falsissima, già che vogliono, ogni quantità continua costare di parti sempre divisibili » (OG, VII, p. 682).

¹⁴²Une excellente analyse de cette controverse se trouve dans DE CEGLIA, F.P « *De Natantibus* ». *Una disputa ai confini tra filosofia e matematica nella Toscana medicea (1610-1615)*, Bari, Laterza, 1999. Voir aussi, GUERRINI, L. *Galileo e gli aristotelici. Storia di una disputa*, Rome, Carocci, 2010, pp. 9-42.

¹⁴³Galilée écrit : « La dottrina che io séguito nel proposito di che si tratta è diversa da quella d’Aristotile e da’ suoi principii » (OG, IV, p. 65). La doctrine d’Aristote dont parle Galilée se trouve dans le dernier chapitre du livre IV du *De caelo*.

Ceux qui attribuaient la cause de la flottaison à la résistance que l'eau oppose à la division, comme un principe passif, et à la largeur de la figure comme principe actif, ceux-là étaient loin du vrai¹⁴⁴.

C'est en tirant les conséquences de ce refus d'admettre la résistance de l'eau que Galilée vit la possibilité de postuler l'existence d'atomes¹⁴⁵. Même si cette possibilité est évoquée d'une manière rudimentaire, Galilée veut récupérer la théorie de Démocrite pour expliquer le phénomène de la flottabilité. Or, ce recours aux atomes de Démocrite fut durement critiqué par les détracteurs de Galilée, qui l'accusèrent d'avoir introduit impunément les indivisibles dans la composition du continu. Ainsi, Vincenzo Di Grazia, accuse Galilée d'avoir avancé que le continu est composé des indivisibles sans pour autant donner une justification :

Je ne sais pas retrouver la manière dont le Seigneur Galilée explique la division des métaux en parties presque indivisibles par les aiguillons très minces du feu, et ce que seraient ces aiguillons ; or, il ne veut pas que les choses se composent d'atomes et de parties indivisibles, ou tout ou moins je ne puis le croire, dans la mesure où ce serait contraire aux mathématiques telles qu'il les professe, les mathématiques n'admettant pas que la ligne puisse être composée de points¹⁴⁶.

Face à une telle accusation, Galilée, il est vrai, détourne en quelque sorte la question et se limite à répondre qu'il n'a jamais parlé des indivisibles mais plutôt des aiguillons très minces de feu (*sottilissimi aculei del fuoco*) et il estime que la critique de Di Grazia touchant la composition du continu est ainsi hors de contexte :

Dans le traité du Seigneur Galilée, il n'a eu jamais eu l'occasion [de traiter des indivisibles] [...]. Voyez-vous, Seigneur Di Grazia, la nullité de votre

¹⁴⁴ « Lungi dal vero, adunque, hanno filosofato coloro che hanno attribuito la cagion del soprannotare alla resistenza dell'acqua in esser divisa come a principio passivo, e alla larghezza della figura di chi l'ha da dividere, come efficiente » (OG, IV, p. 117).

¹⁴⁵ SHEA, W. *La révolution galiléenne*, Paris, Seuil, 1992, p. 52.

¹⁴⁶ « Non so già ritrovare, in che maniera il Sig. Galileo voglia che i metalli si dividono quasi in parti indivisibili da i sottilissimi aculi del fuoco, e quali sien questi aculi che in esso si ritrovano ; se però egli non vuole che le cose si componghino di atomi e di parte indivisibili, il che non posso credere, come quel che repugna alle sue matematiche, le quali non concedano che la linea e si componga di punti » (OG, IV, pp. 416-417). Pour la traduction française, FESTA E. « Sur l'atomisme dans l'école galiléenne » dans SALEM, J. *L'atomisme aux XVII^e et XVIII^e siècles, op. cit.*, p. 107.

conséquence, laquelle est presque une contradiction ? [...] Les aiguillons, Seigneur Di Grazia, ce sont des corps avec grandeur ; et pour cela même, ils ne peuvent aucunement soulever la question de savoir si la ligne ou d'autres continus sont composés d'indivisibles ou pas¹⁴⁷.

On peut supposer que Galilée, à l'époque de cette polémique sur la flottabilité, refuse explicitement l'amalgame entre atome physique (les aiguillons) et indivisible géométrique¹⁴⁸. Pour lui, la différence est évidente : l'atome est une réalité physique, tandis que l'indivisible n'est qu'une abstraction mathématique qui n'a rien à faire dans le domaine des phénomènes naturels. La structure de la matière est telle que la comparaison avec la structure des corps géométriques est impossible : il ne faut pas mélanger les atomes et les indivisibles. Galilée ne nie pas seulement la filiation entre les « aiguillons du feu » et le problème du continu, mais il estime que ce sont deux domaines étanches. Comme l'a écrit Carla Rita Palmerino :

En 1612 Galilée refusa donc fermement la possibilité d'établir une correspondance entre le continu physique et la structure du continu géométrique¹⁴⁹.

À la différence de ce que Galilée écrira plus tard dans ses *Discorsi*, en 1612, il croit impossible de passer du continu mathématique au continu physique. Aussi paradoxale qu'elle

¹⁴⁷ « Nel trattato del Sig. Galileo non cade mai questa occasione [...]. Non vedete voi, Sig. Grazia, la nullità della vostra conseguenza, e una quasi vostra contradizione ? [...] Gli aghi, Sig. Grazia, son corpi quanti, e però son aghi ; ed essendo tali, non hanno che far niente nel suscitar questione se la composizione delle linee o di altri continui sia di indivisibili » (OG, IV, p. 733).

¹⁴⁸ D'autres commentateurs ont noté que pendant la période du débat sur les causes de la flottabilité des corps, Galilée semble déployer une vision touchant la constitution de la matière plus proche de la tradition des *minima naturalia*, voir ALTIERI, M.L. *Galileo e la terminologia tecnico scientifica*, Florence, L.S. Olschki, 1965, p. 71. Pour Giancarlo Nonnoi, par contre, la filiation de la conception corpusculaire de Galilée à la tradition des *minima naturalia* est beaucoup plus évidente lorsque, à l'occasion de la dispute avec le jésuite Orazio Grassi à propos de la comète de 1618, Galilée explique la distinction entre qualités primaires et qualités secondes dans son *Saggiatore*, voir NONNOI, G. « Galileo Galilei : quale atomismo ? » dans FESTA, E et GATTO, R. *Atomismo e continuo nel XVII secolo*, op. cit., pp. 109-149. Sur la tradition des *minima* chez Galilée voir notamment p. 126. L'influence de la tradition des *minima naturalia* en Italie est d'ailleurs bien attestée par l'enseignement d'Agostino Nifo et Zabarella, membres de l'École de Padoue, voir SMITH, A. M. « Galileo's Theory of Indivisibles : Revolution or Compromise ? », *Journal of the History of Ideas*, 37, 1976, pp. 571-588. Bien que l'intérêt de cette tradition se développe surtout dans le domaine de la chimie et de l'alchimie, il n'en reste pas moins que cet intérêt renouvelé par la théorie des *minima* a joué un rôle non négligeable dans la renaissance de l'atomisme dans le terrain de la philosophie naturelle, voir VAN MELSEN, A. *From Atomos to Atom*, Pittsburgh, Duquesne University Press, 1952, p. 60.

¹⁴⁹ PALMERINO, C. R. « Una nuova scienza della materia per la *Scienza Nova* del moto. La discussione dei paradossi dell'infinito nella prima giornata dei Discorsi Galileiani », op. cit., p. 294.

puisse être, la réponse à Vincenzo Di Grazia nous permet de déduire que, dans une certaine mesure, Galilée était persuadé du fait que composer une ligne à partir de ses éléments minimaux n'était pas quelque chose d'impossible. Pourtant, même s'il n'y a pas de correspondance possible entre le continu mathématique et le continu physique Galilée semble concéder qu'il est possible de composer le continu grâce aux indivisibles car, un peu plus loin, il écrit :

Mais où donc avez-vous vu que la composition des lignes par des points est contraire aux mathématiques ? Et chez quels mathématiciens avez-vous vu qu'une telle question a été discutée ? Vous ne l'avez vu nulle part, et [vous n'avez pas vu non plus] sans doute, que [la composition des lignes par des points] est contraire aux mathématiques¹⁵⁰.

Ainsi, les arguments avancés par Di Grazia sont d'un coup renversés par Galilée : les mathématiques n'interdisent pas de considérer les continus comme étant composés d'indivisibles ; sur un ton de défi, Galilée invite Di Grazia à lui montrer d'où il tient l'opinion selon laquelle il est impossible de composer une ligne par des points¹⁵¹. Il n'est pas impossible de composer une ligne avec des points, l'impossibilité réside plutôt dans le fait de vouloir arriver ainsi aux derniers constituants de la ligne.

D'un point de vue historique, la seule mention de la possibilité d'imaginer que le continu est composé d'indivisibles constitue une attaque frontale de l'un de piliers de l'aristotélisme. Pour Aristote, comme lui-même l'établit dans la *Physique*, il y a une solidarité inhérente entre les notions de continuité et de divisibilité à l'infini, ce qui nous interdit de composer le continu au moyen des indivisibles. Contre les thèses de l'école éléate, Aristote

¹⁵⁰ « Dove poi avete voi trovato che repugni alle matematiche il compor le linee di punti ? E appresso quali matematici avete voi veduta disputata simil questione ? Questa non avete voi sicuramente veduta, nè quello repugna alle matematiche ». (OG, IV, p. 733). Pour la traduction française, FESTA E. « Sur l'atomisme dans l'école galiléenne », *op. cit.*, p. 111.

¹⁵¹ PALMERINO, C. R. « Una nuova scienza della materia per la *Scienza Nova* del moto. La discussione dei paradossi dell'infinito nella prima giornata dei Discorso Galileiani », *op. cit.*, pp. 275-319.

attribue au continu pour principale caractéristique de pouvoir être divisé à l'infini¹⁵². Pour Aristote, le continu est une sorte de grandeur finie qui contient l'infini, mais un infini qui n'est jamais à concevoir comme une totalité mais qui n'est qu'en puissance : il est possible d'aller toujours au-delà¹⁵³. Cette définition du continu est presque semblable à celle qui est ébauchée dans le livre X des *Éléments*¹⁵⁴, ce qui nous donne une idée du rapport entre la pratique mathématique et la vision du continu chez Aristote. Du point de vue de la pratique mathématique, ce qui est important pour nous, c'est de souligner que cette conception du continu remplit une double fonction : elle se trouve à la base de la méthode d'exhaustion et elle interdit la composition des figures avec des grandeurs hétérogènes¹⁵⁵. Il est important de retenir cet aspect de la conception aristotélicienne du continu car l'une des critiques adressées plus tard à la méthode de Cavalieri tient justement au fait que ce dernier propose une composition des figures géométriques avec des grandeurs hétérogènes, même s'il agit d'une objection tout à fait fautive. Dans la vision aristotélicienne du continu, une surface est une simple limite ou extrémité d'un volume, une ligne est conçue comme l'extrémité d'une surface plane et le point comme l'extrémité d'une ligne. En définitive, les indivisibles n'ont dans le continu qu'une existence potentielle, qui ne s'actualise qu'aux extrémités d'un segment. Les indivisibles sont les bornes et non pas les constituants du continu¹⁵⁶. Une telle observation contribue à expliquer les difficultés que l'on pouvait ressentir lorsque Galilée voulait proposer une autre conception du continu.

¹⁵²*Physique*, VI, 2, 232b- 24-25. Cette thèse de la divisibilité à l'infini du continu est constamment reprise, et l'on pourrait multiplier les citations. Voir également *Physique*, I, 2, 185b, 10 et III, 1, 200b 18-20

¹⁵³Dans le chapitre V on verra l'emploi que Cavalieri fait de cette notion de l'infini en puissance dans sa réponse aux critiques de Paul Guldin à sa méthode des indivisibles.

¹⁵⁴Il s'agit de la première proposition du livre X, attribué à Eudoxe de Cnide. Voir GARDIES, J.-L. *Pascal : entre Eudoxe et Cantor*, Paris, Vrin, 1984, p. 35. En tout cas, il n'est pas surprenant de trouver une pareille définition chez Euclide car il est probable qu'une proposition analogue à celle d'Eudoxe existait déjà chez les mathématiciens contemporains d'Aristote. Voir SZABO, A. *Les débuts des mathématiques grecques*, Paris, Vrin, 1977 (1969), pp. 152-175. A y regarder de plus près, en certains passages de la *Physique* l'allusion mathématique au principe d'Eudoxe est transparente. C'est notamment le cas du passage *Physique*, 6, 206b 5-12.

¹⁵⁵Lorsqu'Aristote se pose le problème concernant la relation entre le continu et ses parties (*Physique*, VI, 2, 233b 31) il tranche la question en disant que les éléments ne composent pas la figure.

¹⁵⁶GARDIES, J.-L. *Pascal : entre Eudoxe et Cantor*, op. cit., p. 24.

A ce propos, il est intéressant de citer ce que Galilée note aux marges du manuscrit *Errori di Giorgio Coresio* (1612) que lui-même avait commandé à son élève et collaborateur Benedetto Castelli. Dans la même lignée de sa réponse à Di Grazia, Galilée note de sa main que :

Les atomes ne sont pas appelés ainsi parce qu'ils sont sans grandeur (*non quanti*), mais parce que, étant les corpuscules les plus petits, il n'en est pas de plus petits qui puissent les diviser¹⁵⁷.

Ici, on a l'impression que l'effort de Galilée pour répondre à ses détracteurs l'amène à identifier l'indivisible physique à des corpuscules si petits qu'il n'existe pas « de plus petits qui puissent les diviser ».

II.3II Saggiatore et la nature de la lumière

Dans cette évolution vers l'atomisme mathématique, le *Saggiatore* (1623) occupe une place privilégiée. Il s'agit d'un moment charnière où l'on passe progressivement du langage de l'atomisme physique (*minimi, corpicelli...*) à celui de l'atomisme mathématique¹⁵⁸. C'est la première fois que Galilée emploie le terme « indivisible », et non les termes « atome » et « quanto » pour faire allusion à la nature de la lumière. Galilée estime que la lumière est la manifestation de la matière dans son état le plus subtil et que ses composants ultimes sont des atomes indivisibles. Pour Galilée, il y a une différence substantielle entre atomes indivisibles et particules matérielles (*minimi, corpicelli*).¹⁵⁹ Or, en dépit de cette différence substantielle, il y a néanmoins entre atomes et particules matérielles une relation dont la proportion est égale à

¹⁵⁷ « Nè sa che gli atomi son così detti, non perchè siano non quanti, ma perchè, sendo i minimi corpusculi, non se ne danno altri minori da i quali possino esser divisi » (OG, IV, p. 281).

¹⁵⁸ REDONDI, P. « Atomi, indivisibili e dogma » *op. cit.*, pp. 549-50.

¹⁵⁹ GÓMEZ, S. « From a Metaphysical to a Scientific Object : Mechanizing Light in Galilean Science ». *op. cit.*, voir notamment, pp. 203-210.

celle qui existe « entre le fini et l'infini, le temporel et l'instantané, ce qui a une quantité et l'indivisible, la lumière et les ténèbres »¹⁶⁰.

Pour Galilée, la lumière est issue de la transformation des particules minimales en atomes indivisibles et cette transformation se produit par effet du mouvement :

Peut-être lorsque l'aiguisement et le frottement en restent aux plus petites quantités (*minimi quanti*), leur mouvement est temporel et leur opération seulement génératrice de chaleur ; mais au stade de la résolution ultime en atomes réellement indivisibles, il y a production de lumière, dont le mouvement ou plutôt l'expansion est instantanée, capable de remplir les espaces immenses, je ne sais si je dois dire grâce à sa subtilité, sa rareté, son immatériabilité ou grâce à une autre propriété différente de celles-ci et dépourvu de nom¹⁶¹.

La résolution de la lumière en atomes indivisibles sans extension (*atomi non quanti*) amène Galilée à stipuler qu'elle se propage de manière instantanée. Néanmoins, il hésite à attribuer à la lumière le qualificatif d'« immatérielle » et il s'efforce d'en donner une explication en termes mécaniques. Mais faute de préciser la nature de la lumière, il n'apporte au mieux qu'une suggestion : la lumière remplit des espaces immenses soit grâce à sa subtilité, sa rareté, son extrême ductilité, soit grâce à une autre propriété différente et inconnue (*innominata*) et, à la différence des corps matériels, comme elle est composée d'atomes sans extension, elle se propage spontanément¹⁶². Cette vision relative à la lumière porte en soi beaucoup des difficultés et Galilée est lui-même conscient des difficultés qui

¹⁶⁰ « [...] Quella proporzione d'eccellenza qual è tra 'l finito e l'infinito, tra 'l temporaneo e l'istanteo, tra 'l quanto e l'indivisibile, tra la luce e le tenebre ». (OG, vol. VI, p. 350) Pour la traduction française, CHAUVIRÉ, C. *L'essayeur de Galilée*, Paris, Les Belles Lettres, 1980, p. 241.

¹⁶¹ « E forse mentre l'assottigliamento e attrizione resta e si contiene dentro a i minimi quanti, il moto loro è temporaneo, e la lor operazione calorifica solamente ; che poi arrivando all'ultima ed altissima risoluzione in atomi realmente indivisibili, si crea la luce, di moto o vogliamo dire espansione e diffusione instantanea, e potente per la sua, non so s'io debba dire sottilità, rarità, immaterialità, o pure altra condizion diversa da tutte queste ed innominata, potente, dico, ad ingombrare spazii immensi ». (OG, VI, p. 352). Pour la traduction française, pp. 242-243. Quelques années plus tard, cependant, Galilée, dans les *Discorsi*, abandonne complètement l'idée d'une propagation instantanée et suggère une expérience pour déterminer la vitesse de la lumière (OG, VIII, p. 87-89). A ce propos, voir RIGHINI BONELLI, M. L. « La velocità della luce nella scuola galileiana », *Physis*, 1969, pp. 493-550.

¹⁶² Galilée revient dans la Première Journée des *Discorsi* sur le problème relatif à la vitesse instantanée de la lumière et il croit qu'il s'agit d'un « problème en vérité sans proportion avec notre entendement » (OG, VIII, p. 89). Voir aussi GÓMEZ, S. « Galileo y la naturaleza de la luz », *op. cit.*, pp. 403-419.

dérivent de son explication de la lumière, car, après avoir fait allusion au caractère instantané de sa vitesse, il ajoute :

Je ne voudrais pas, Illustrissime Seigneur, m'embarquer à l'étourdi sur un océan sans pouvoir ensuite regagner le port ; je ne voudrais pas non plus, en m'efforçant de supprimer un doute, en faire naître une centaine, craignant déjà que cela ne soit partiellement arrivé, aussi peu que je me sois écarté de la rive ; je veux donc me réserver pour une occasion plus opportune¹⁶³.

Ce que Galilée propose en 1623, ce n'est pas seulement une opinion isolée à propos de la lumière, c'est un premier pas vers l'instauration d'un atomisme mathématique marqué par l'idée d'indivisible. En dépit des difficultés présentes à l'égard de la lumière, dont la nature peut nous éloigner de la terre ferme de la philosophie naturelle, il est à notre avis important d'insister sur le fait que Galilée a décidé d'employer le terme « indivisible » pour définir la lumière car cette manière de la définir marque le point de départ qui amène Galilée à l'atomisme des *Discorsi* (1638). Bien qu'à l'époque du *Saggiatore* Galilée n'ait pas encore étendu son atomisme mathématique au reste des objets matériels, il est hors de doute que les pages de *Il Saggiatore* ont jeté les bases d'une réflexion dont le point d'aboutissement est les *Discorsi*. Il s'agit en tout cas d'une nouvelle période où l'indivisible aura un poids de plus en plus important en détriment de la notion de *minima* ou *corpicelli*. C'est justement cette continuité qui s'établit à partir de la publication de *Il Saggiatore* qui rend difficile la thèse de Redondi à propos des implications de la condamnation de 1633 sur l'évolution de l'atomisme dans l'œuvre de Galilée. S'il est possible d'établir une continuité entre l'atomisme de *Il Saggiatore* et celui des *Discorsi*, les conséquences de la condamnation sur la vision de la matière chez Galilée semblent ne pas avoir eu pour effet immédiat de le faire basculer vers l'atomisme mathématique.

¹⁶³ « Io non vorrei, Illustrissimo Signore, inavvertentemente ingolfarmi in un oceano infinito, onde io non potessi poi ridurmi in porto ; nè vorrei, mentre procuro di rimuovere una dubitazione, dar causa al nascerne cento, sì come temo che anco in parte possa essere occorso per questo poco che mi sono scostato da riva : però voglio riserbarmi ad altra occasione più opportuna » (OG, VI, p. 352). Pour la traduction française, p. 243.

Pourtant la notion d'indivisible ou atome sans extension – telle qu'elle est définie dans *Il Saggiatore* en opposition à celle de *quanta* – n'est pas non plus exempte des difficultés d'ordre théorique, comme on le verra par la suite. Des difficultés que Galilée est obligé d'aborder dans les *Discorsi*.

II.4 La roue d'Aristote

La longue réflexion – 1618-1638 – qui amène Galilée à la formulation d'un atomisme mathématique, dont la conséquence immédiate est l'implantation d'une idée du continu opposée à celle de l'aristotélisme, est accomplie dans cette première journée des *Discorsi*. Comme l'a écrit Paolo Galluzzi :

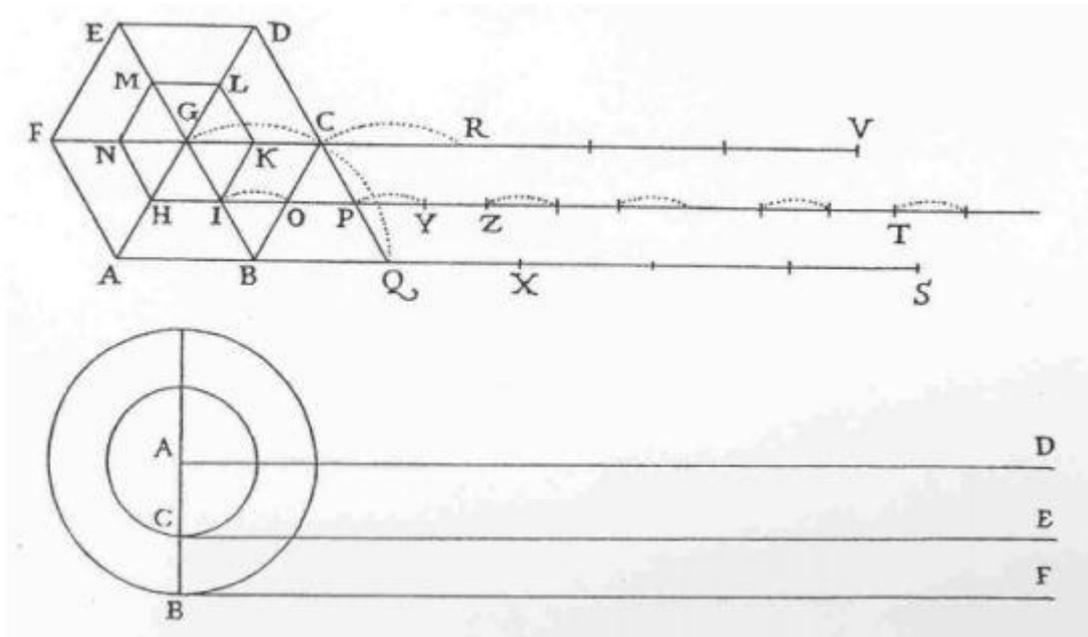
La longue digression de la *Giornata Prima* sur la structure de la matière des corps du monde physique, n'est pas occasionnelle [...]. Galilée confie la tâche de donner une fondation théorique solide non seulement à ses conceptions originelles du continu et de la structure de la matière, mais aussi au traitement du mouvement développé dans la *Giornata Terza*¹⁶⁴.

Tout d'abord l'idée d'une composition atomique de la matière telle qu'on la trouve exposée dans la Première Journée des *Discorsi* sert à Galilée à donner une explication des phénomènes physiques de la raréfaction et la condensation de la matière. Le paradoxe de la roue d'Aristote et le paradoxe du bol confronte ensuite les interlocuteurs avec la possibilité de trouver un infini dans une quantité finie. Le premier paradoxe est celui de la roue d'Aristote¹⁶⁵. Il s'agit, selon Galilée, d'un paradoxe qui fait partie des plus admirables d'Aristote (*del più ammirabil problema che sia da Aristotele*)¹⁶⁶.

¹⁶⁴GALLUZZI, P. *Tra atomi e indivisibili. La materia ambigua di Galileo, op. cit.*, p. 97.

¹⁶⁵Le problème est tiré du traité pseudo-aristotélicien des *Problèmes mécaniques*, 855a 28 et sq.

¹⁶⁶OG, VIII, p. 68.



Le problème est le suivant : autour d'un centre A on décrit deux cercles concentriques BA et CA. Des points B et C on tire les tangentes BF, CE. Lorsque le cercle BA complète une rotation il parcourt une distance BF égale à sa circonférence, tandis que le petit cercle CA, qui est mis en rotation par le mouvement du cercle BA, parcourt une ligne CE égale à la circonférence du grand cercle BA, c'est-à-dire il décrit une ligne plus grande que sa circonférence. Comment expliquer ce résultat apparemment paradoxal ? La solution de Galilée repose sur un passage à la limite : il compare d'abord le cercle avec un hexagone et ensuite étend ses conclusions à tous les polygones :

Or, ce que j'ai exposé et expliqué dans le cas de ces hexagones, est valable, comme j'aimerais que vous l'aperceviez, pour tous les autres polygones, quel que soit le nombre de leurs côtés, à condition seulement qu'ils soient semblables, concentriques et rigidement liés, et que la rotation du plus grand entraîne aussi celle de l'autre, si petit soit-il¹⁶⁷.

Dans le cas du polygone, lorsque le côté BC du plus grand tombe sur la tangente AS en Q, le côté IK du petit polygone s'applique sur la tangente HT en P. En regardant le dessin il saute immédiatement aux yeux que le côté IK du petit polygone a fait un saut égal à la

¹⁶⁷OG, VIII, p. 69-70. Pour la traduction française p. 23.

distance IO pour se rendre en P. Tandis que l'application successive des côtés du grand polygone sur la tangente AS se fait sans interruption, celle du petit polygone alterne avec des espaces vides. Pourtant, au fur et à mesure qu'on augmente le nombre de côtés, la grandeur des espaces vides diminue, de sorte que, dans le cas d'un cercle, dont les côtés sont infinis par rapport à un polygone¹⁶⁸, on peut dire, en passant à la limite, que l'application du petit cercle sur sa tangente alterne avec des espaces vides infiniment petits.

Comme on vient de le voir, l'idée directrice de la pensée de Galilée pour résoudre le paradoxe de la roue d'Aristote est l'introduction des petits vides sans dimension¹⁶⁹. Il semble évident qu'une telle idée pouvait soulever certaines objections. Simplicio remarque :

Nos considérations ont fait naître en moi beaucoup de difficultés dont je ne sais comment me libérer. Et d'abord celle-ci, la première, que si les circonférences des deux cercles sont égales aux deux droites CE et BF, celle-ci prise sans interruption, et celle-là avec une infinité de points vides intermédiaires, comment la ligne AD, décrite par le centre, c'est-à-dire par un point unique, pourra-t-elle être dite égale à ce point, alors qu'elle en contient une infinité ? D'autre part, composer les lignes à partir de points, le divisible à partir d'indivisibles, ce qui a une grandeur à l'aide de parties sans grandeur, voilà me semble-t-il autant d'écueils fort difficiles à doubler ; enfin la nécessité d'admettre le vide, réfuté par Aristote de manière si décisive, soulève encore les mêmes difficultés¹⁷⁰.

Pour Simplicio, en bon porte-parole des aristotéliens, la possibilité logique d'appliquer le modèle mathématique aux phénomènes de la nature ne suffit pas à établir une

¹⁶⁸Galilée avait déjà utilisé cette identification du cercle à un polygone infini. Il l'utilise dans sa réponse aux objections adressées par Antonio Rocco dans ses *Esercitazioni filosofiche* (1633) et dans une lettre à Giovan Camillo Gloriosi du 30 octobre 1635 (OG, XVI, pp. 331-332)

¹⁶⁹Si l'on traduit la conclusion de Galilée dans le langage de la philosophie naturelle, elle lui permet d'éviter la production des vides finis au sein d'un corps lorsqu'on veut donner une explication cohérente au problème de la raréfaction. Le transfert du paradoxe mathématique vers le domaine de la physique est une condition *sine qua non* pour aborder le phénomène de la raréfaction, en écartant tout d'un coup l'un de principaux obstacles : la formation des petits vides intercalaires à l'intérieur des corps. De ce point de vue, l'importance que Galilée concède à la résolution de ce paradoxe est évidente. Il remplit une double fonction. D'un côté, il donne une explication effective à un problème d'ordre mathématique et, de l'autre, il propose un modèle physique pour aborder le phénomène de la raréfaction. Là où l'expérience semble défaillir, la géométrie fournit un élément de réponse et Galilée trouve le moyen d'esquisser une solution en réduisant le phénomène de la raréfaction à un problème de géométrie. Parce que, dans la démarche des *novatores* quand les phénomènes ne sont pas accessibles à une inspection directe, on utilise des modèles mathématiques réels ou imaginaires pour ébaucher une explication. Pourtant la solution que Galilée suggère n'est pas exempte des difficultés.

¹⁷⁰OG, VIII, pp. 72-73. Pour la traduction française, p. 26.

explication pour le phénomène de la raréfaction-condensation¹⁷¹. N'est-il pas dangereux de vouloir interpréter la nature au prix d'une extrapolation qui conduit au-delà des limites apparentes ? Salviati reconnaît la validité des objections soulevées par l'aristotélicien Simplicio :

Ces difficultés sont réelles, et ne sont pas les seules ; mais rappelons-nous que nous traitons d'infinis et d'indivisibles, inaccessibles à notre entendement fini, les premiers à cause de leur immensité, les seconds à cause de leur petitesse¹⁷².

Loin d'avoir complètement épuisé les implications dérivées du paradoxe de la roue d'Aristote, Salviati, à la demande de Simplicio, doit encore faire face à un autre problème qui concerne la solution au paradoxe : si les circonférences de ces cercles sont égales aux deux droites CE et BF, comment la ligne AD, décrite par le centre des cercles, peut-elle être dite égale à ce centre qui est un point ? Pour donner une réponse satisfaisante à la difficulté rapportée par Simplicio, Salviati se sert du paradoxe du bol, que lui-même qualifie de fantastique (*alcuna mia fatasticheria*) et dont il avait déjà discuté avec Cavalieri quelques années auparavant, mais cette fois pour faire comprendre à ses interlocuteurs comment « un point unique peut être égal à une ligne »¹⁷³. C'est une illustration des difficultés incontournables auxquelles on est confronté lorsqu'on aborde les questions concernant l'infini et les indivisibles avec notre entendement fini. Même s'il agit d'une chose fantastique ou

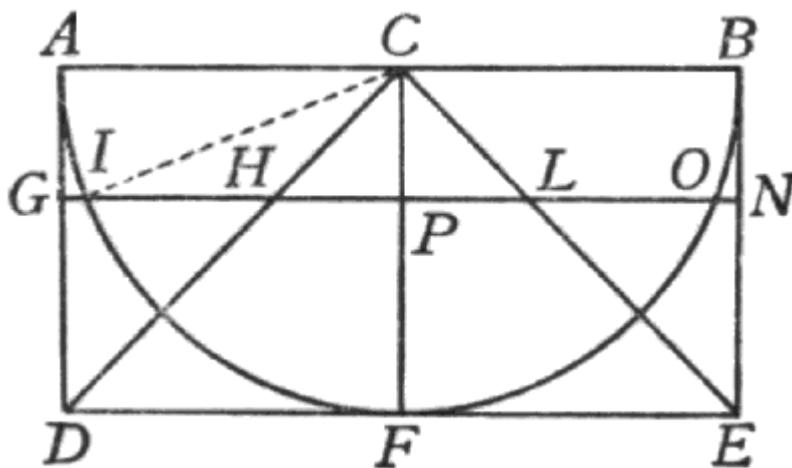
¹⁷¹Aux remarques faites par Simplicio s'ajoutent celles d'autres savants et correspondants de Galilée. L'un des premiers à adresser une critique à la solution de Galilée fut Marin Mersenne. Pour un examen en détail des critiques de Mersenne à la solution de Galilée, voir COSTABEL, P. « La roue d'Aristote et les critiques françaises à l'argument de Galilée », *Revue d'histoire des sciences*, 17, 1964, pp. 385-396. A la solution de Galilée, Mersenne oppose une explication mécanique par l'effet du glissement du cercle le plus petit, de telle sorte qu'il rejette une explication en terme de vides et indivisibles, voir DRABKIN, I.E. « Aristotle's Wheel : Notes on the History of a Paradox », *Osiris*, 1950, pp. 162-198. Cf. la critique de Descartes (AT II, p. 382) : « Et ce qu'il dit pour prouver ces petits vides, est un sophisme ; car l'hexagone qu'il propose ne laisse rien de vide dans l'espace par où il passe, mais chacune de ses parties se meut d'un mouvement continu, lequel descript des lignes courbes qui remplissent tout un espace, on ne doit pas les considérer, comme il fait en une seule ligne droite ». Pour les critiques de Descartes on peut consulter, SHEA, W, « Descartes as Critic of Galileo » dans BUTTS, R. et PITT, J. (dir.), *New Perspectives of Galileo*, Ontario, The University of Western Ontario, pp. 139-159.

¹⁷²OG, VIII, p. 73. Pour la traduction française, p. 26.

¹⁷³*Ibidem*. A ce sujet, Galilée échange quelques lettres avec Cavalieri en avril 1634. Voir chapitre I.

admirable – ajoute-t-il- le problème apportera, au moins par sa nouveauté, quelque étonnement (*di qualche maraviglia*) puisqu’il reviendra à montrer l’équivalence entre un point et une ligne.

Je prendrai deux surfaces égales, puis deux solides égaux eux aussi, avec ces diminuent en même temps de façon continue et égale, les parties restantes conservant de bout en bout leur égalité, finalement surfaces et solides achèvent leur précédente et constante relation d’égalité en se transformant, l’un des solides et l’une des surfaces en une très longue ligne, l’autre solide et l’autre surface en un seul point ; en d’autres termes, les seconds se résorbent en un point unique, et les premiers en une infinité de points¹⁷⁴.



Sur ce dessin, l’on mène un plan parallèle à la base DE, celui-ci coupera toujours les deux solides (le demi-cercle AFB et le cône DCE) et les deux surfaces (GI-ON et HL). Donc si on lève le plan continuellement vers AB, le bol et le cône diminuent de manière égale, de même que les surfaces de leurs bases, car les parties qu’il découpe dans les deux solides et surfaces resteront toujours égales. Ainsi, lorsque le plan sécant rejoint AB les termes ultimes de cette progressive diminution doivent être dits égaux, puisque les solides et leurs surfaces

¹⁷⁴ OG, VIII, p. 73. Pour la traduction française, p. 27.

sont égales et que leurs diminutions égales produisent des restes égaux. C'est pourquoi, d'après Salviati, la circonférence d'un cercle immense peut être dite égale à point :

Mais puisque l'égalité entre les deux solides se conserve intégralement tout au long de leur diminution, il paraît licite d'admettre que les termes ultimes de cette réduction seront encore égaux entre eux, et non que l'un est infiniment plus que l'autre ; et il semble par conséquent que la circonférence d'un cercle immense puisse être dite égale à un point unique¹⁷⁵.

Face à cette incroyable conclusion, Sagredo exige une preuve géométrique qui, effectivement, puisse démontrer que l'égalité entre les deux solides et les deux surfaces se maintient jusqu'au bout. Sagredo, à son tour, pour ne pas alourdir la trame du dialogue souligne que cette preuve se trouve dans la douzième proposition du deuxième livre de Luca Valerio *De Centro Gravitatis*. A la lecture des pages que Galilée dédit à l'exposition et l'explication du paradoxe une chose attire tout de suite notre attention : il n'y a aucune allusion aux remarques adressées par Cavalieri dans deux lettres de 1634¹⁷⁶. Si l'on se souvient de ce qu'on a dit au chapitre I à propos de l'élaboration de la méthode de Cavalieri, Galilée s'était déjà servi du problème du bol pour émettre une objection contre cette méthode. Or, cette fois-ci Galilée non seulement s'appuie sur un tel paradoxe pour répondre aux objections de Simplicio, mais il néglige aussi les remarques de Cavalieri. Il passe sciemment sur les objections de Cavalieri et il continue à tirer les conséquences du problème à partir d'un argument dont le jésuite avait très bien vu la faiblesse¹⁷⁷. Pourtant, même si l'exposition du problème du bol dans les *Discorsi* est, en gros, similaire à celle que l'on trouve dans sa lettre de 1634, ce qui change radicalement est le sens et la façon de présenter le problème. En 1634 Galilée emploie le problème du bol pour invalider la méthode de Cavalieri, alors que, quatre ans plus tard, en 1638, il revient sur le problème pour convaincre Simplicio de certaines

¹⁷⁵OG, VIII, p. 75. Pour la traduction française, p. 28.

¹⁷⁶Dans sa réponse de 1634 Cavalieri, cherchant à évaluer l'objection de Galilée, considérait qu'une telle comparaison – entre le cercle et le point- était impossible dans la mesure où le cercle et le point ne sont pas de la même espèce. On analysera ces deux lettres plus tard dans le chapitre III.

¹⁷⁷FRAJESE, A. *Galileo matematico*, Rome, Editrice Studium, 1964, p. 192.

choses admirables auxquelles on doit se confronter lorsqu'on pénètre dans les domaines de l'infini et des indivisibles. Le point de vue est pratiquement renversé. Désormais le problème du bol est envisagé à la manière d'une illustration dont le but est de montrer un résultat, à première vue, particulièrement paradoxal : l'égalité entre un point et un cercle. Il n'invalide nullement la procédure de Cavalieri et moins encore se pose-t-il en obstacle infranchissable pour l'application d'une telle procédure. Comme l'a observé C.R. Palmerino, cette re-contextualisation du problème du bol indiquerait que, malgré les apparences :

La réponse de Cavalieri a profondément influencé Galilée d'autant plus qu'elle l'induit à interpréter [le problème du bol] comme un paradoxe ou plutôt comme une contradiction apparente, alors que, dans un premier temps, il l'avait cru une contradiction réelle¹⁷⁸.

Ce passage d'une contradiction réelle à une contradiction apparente est très pertinent puisque Galilée avait besoin d'un outillage conceptuel pour instaurer la science du mouvement de la Troisième Journée des *Discorsi*.

II.5 Un continu composé d'indivisibles ?

A y regarder de plus près, le problème du bol, tel que Galilée le présente en 1634, était une critique au Théorème II de la *Geometria Indivisibilibus* selon lequel « toutes les lignes des figures égales sont égales et tous les plans des solides égaux sont égaux » car Galilée conteste que de l'égalité de deux surfaces on puisse conclure l'égalité de toutes les lignes qui composent les surfaces. Or dans la démarche de Galilée concernant la déduction des lois du mouvement, le théorème II a un rôle majeur car il lui permet de confronter deux surfaces à partir les éléments en nombre infini qu'elles contiennent. C'est pourquoi, conscient

¹⁷⁸PALMERINO, C.R « Una nuova scienza della materia per la Scienza Nuova del moto », *op. cit.*, p.307. A ce sujet, Lombardo Radice a écrit de son côté : « Va comunque precisato che, neanche nei *Discorsi* la tesi di Salviati ha pero scopo la difesa della *ratio* cavalieriana, bensì è uno degli elementi sui quali Galilei basa la sua teoria della identità tra l'uno e l'infinito », RADICE, L. *Geometria degli indivisibili* (1966), *op. cit.*, p. 755.

de l'importance capitale du théorème II, Galilée, dans les *Discorsi*, décide de présenter le problème du bol comme une simple curiosité, une chose fantastique. Il ne s'agit plus d'une objection à une procédure au moyen des indivisibles. Au contraire, il fait passer le problème pour une contradiction apparente. Comme l'a écrit Paolo Galluzzi :

S'il avait maintenu sa critique du Théorème II de Cavalieri, Galilée aurait été forcé de renoncer à confronter les agrégats du nombre infini de lignes qui constituent deux surfaces égales. En substance, il aurait laissé tomber tout son *De motu*¹⁷⁹.

Ayant fini pour admettre que le paradoxe du bol n'est qu'une chose admirable à laquelle on doit se confronter lorsqu'on pénètre le domaine de l'infini, Salviati se consacre par la suite à la résolution de la deuxième difficulté soulevée par Simplicio, à savoir, le fait de pouvoir composer le continu à partir des indivisibles ou une grandeur à l'aide de parties sans grandeur (*il quanto di non quanti*). Mais, comme il avait fait avec le paradoxe du bol, avant de se lancer, Salviati souligne que ce dont il parlera par la suite ne sont que des « caprices humaines » (*umani crapicci*). Il ne peut pas être autrement car,

L'infini, par sa nature seule, nous est incompréhensible, comme le sont les indivisibles ; imaginez alors ce qui se produira si nous les réunissons. Et pourtant si nous voulons composer la ligne à l'aide de points indivisibles, comme il en faudra une infinité, nous devons ainsi appréhender ensemble l'infini et l'indivisible¹⁸⁰.

A partir de là commence une nouvelle série de considérations sur le concept d'indivisible où Galilée manifeste une différence fondamentale avec Cavalieri dans la manière dont il établit des rapports dans le continu au moyen des agrégats d'indivisibles. Tout d'abord, Galilée commence cette série de considérations par approfondir un point crucial, à

¹⁷⁹GALLUZZI, P. *Momento. Studi galileiani*, Rome, Edizione dell'Ateneo, 1979, p. 356.

¹⁸⁰OG, VIII, p. 77. Pour la traduction française, p. 29.

savoir la possibilité de comparer deux infinis en appliquant des attributs finis tels que « plus petit », « plus grand » ou « égal » :

C'est bien là une des difficultés qui surgissent quand nous discutons, avec notre esprit fini, des choses infinies, et leur attribuons les épithètes que nous utilisons pour les choses finies et limitées ; ce qui, à mon avis, est incorrect, car j'estime que des épithètes comme « plus grand », « plus petit », « égal » ne conviennent pas aux grandeurs infinies, dont il est impossible de dire que l'une est plus grande, plus petite ou égale à une autre¹⁸¹.

La réponse est à l'opposé du fondement sur lequel Cavalieri assoit sa nouvelle méthode des indivisibles : la possibilité de comparer deux ensembles infinis en raison de l'augmentation et de la diminution de leurs composants. A ce sujet, Galilée, contrairement à l'affirmation de Cavalieri, manifeste des hésitations :

[...] il est certain en effet qu'une ligne étant donnée on peut en trouver une plus grande : ne faudra-t-il pas avouer alors, si toutes deux contiennent un nombre infini de points, qu'à l'intérieur du même genre on rencontrera quelque chose de plus grand que l'infini, puisque l'infinité des points constituant la grande ligne dépassera l'infinité des points constituant la plus petite ? Or, qu'il y ait un infini plus grand que l'infini me semble une idée totalement inintelligible¹⁸².

Pour illustrer son point de vue Galilée établit une comparaison avec le système des nombres naturels. Pas plus que l'ensemble de nombres entiers n'est ni plus grand ni plus petit que l'ensemble des nombres carrés, il n'existe pas un infini plus grand qu'un autre infini :

SAL. A mes yeux la seule issue possible est de dire que l'ensemble des nombres est infini, que le nombre des carrés est infini, et le nombre de leurs racines pareillement ; que le total des nombres carrés n'est pas inférieur à l'ensemble des nombres, ni celui-ci supérieur à celui-là, et, finalement, que les attributs « égal », « plus grand », et « plus petit » n'ont pas de sens pour les quantités infinies, mais seulement pour les quantités finies. Quand donc le seigneur Simplicio me présente des lignes de longueur inégale, et me demande comment il peut se faire que les plus grandes ne contiennent pas davantage de points que les plus petites, je lui réponds qu'il n'y en a ni plus

¹⁸¹OG, VIII, p. 78. Pour la traduction française, p. 30.

¹⁸²(OG. VIII, p. 77) Pour la traduction française p. 30.

ni moins ni même autant, mais en toutes un nombre infini ; et, en vérité, si je lui répondais que dans telle ligne le nombre des points est équivalent à celui des nombres carrés, dans une autre plus grande à la totalité des nombres, et dans une troisième plus petite aux nombres cubiques, ne lui aurais-je pas donné satisfaction en accordant plus de points à certaines lignes et moins d'autres, et cependant à toutes un nombre infini¹⁸³?

Contrairement à la première impression de Simplicio, lorsqu'il s'agit d'examiner l'infini, on doit forcément procéder avec un outillage conceptuel différent de celui que l'on emploie normalement quand on envisage les grandeurs finies :

De votre ingénieuse remarque on peut ainsi conclure que les attributs « plus grand », « plus petit » ou « égal », non seulement ne s'appliquent pas aux quantités infinies, mais *pas davantage aux comparaisons entre quantités infinies et quantités finies*¹⁸⁴.

Mais ce n'est pas tout et Salviati ajoute :

J'arrive maintenant à une autre considération. Si l'on admet que la ligne et tous les continus sont divisibles en parties toujours divisibles, je ne vois pas comment échapper à la conclusion qu'ils sont constitués par une infinité d'indivisibles [...] ainsi le continu nous apparaît-il composé par un nombre infini d'indivisibles¹⁸⁵.

De ce que l'on vient de lire, il résulte que Galilée, par la bouche de Salviati, critique la tentative cavalierienne d'établir un rapport entre deux quantités infinies. Non seulement il est impossible de trouver une mesure commune entre deux infinies, mais, de plus, il est interdit d'établir une comparaison entre quantités infinies et finies. Dans ce contexte hostile, d'incommensurabilité entre grandeurs infinies, comment maintenir le fondement de Cavalieri ? La seule solution pour Galilée est le recours aux grandeurs sans quantité :

Une division et une subdivision susceptibles de se poursuivre sans fin supposent, en effet, que les parties soient en nombre infini, faute de quoi la division terminerait ; et si les parties sont en nombre infini, on en tire

¹⁸³OG, VIII, p. 79. Pour la traduction française p. 31.

¹⁸⁴OG, VIII, p. 80. Pour la traduction française, p. 32.

¹⁸⁵OG, VIII, p. 80. Pour la traduction française, p. 32.

immédiatement qu'elles n'ont pas de grandeur (*esser non quante*), car un nombre infini de parties ayant une grandeur donne une grandeur infinie¹⁸⁶.

Voici l'argument déployé par Galilée afin de justifier la composition du continu au moyen des indivisibles. Cependant, du point de vue de Simplicio, les précautions de Salviati pour désamorcer les critiques des aristotéliens sont insuffisantes. C'est pourquoi, Simplicio, à une demande de Salviati, rétorque que le nombre des parties d'un continu douées de grandeur est à la fois infini et fini :

Je vous répondrai que leur nombre est à la fois infini et fini : infini en puissance et fini en acte ; infini en puissance c'est-à-dire avant la division ; mais fini en acte, c'est-à-dire après la division, car les parties d'un tout n'existent pas en acte avant d'avoir été divisées ou du moins marquées ; sinon on dit qu'elles existent en puissance¹⁸⁷.

Galilée a conscience que les aristotéliens, qui discutent le problème en termes d'acte et de puissance, affirment que le nombre de parties divisibles dans le continu est actuellement fini mais potentiellement infini. Or, il considère cette distinction comme dénuée de sens et il espère s'en servir pour battre ses adversaires sur leur propre terrain :

A la question de savoir si les parties douées de grandeur d'un continu limité sont en nombre fini ou infini, je répondrai exactement à l'opposé du seigneur Simplicio qu'elles ne sont en nombre ni fini ni infini¹⁸⁸.

Pour Salviati, le continu est divisible et composé d'indivisibles en nombre infini. Mais les parties douées de grandeur (*parti quante*), les parties discrètes dans lesquelles on peut réellement diviser un continu borné (*limitato*) ne sont en nombre fini ni en nombre infini. Si comme le tente ici Salviati on parvient à définir un troisième terme situé entre le fini et l'infini, il redevient possible d'écarter la question de l'acte ou la puissance car elle n'a pas de sens.

¹⁸⁶OG, VIII, p. 80. Pour la traduction française, p. 32.

¹⁸⁷OG, VIII, p. 80. Pour la traduction française, p. 32.

¹⁸⁸OG, VIII, p. 81. Pour la traduction française, p. 33.

Après un nouveau détour par le problème de la résistance et la cohésion des solides¹⁸⁹, Galilée revient sur la discussion du continu pour montrer à Simplicio comment la résolution d'une ligne en l'infinité de ses points n'est pas impossible¹⁹⁰. D'après Salviati, si les aristotéliens peuvent actualiser un nombre fini de parties, lui peut actualiser un nombre infini des points simplement en pliant une ligne de manière répétée, d'abord pour lui donner la forme d'un polygone à un grand nombre de côtés, et finalement la forme d'un cercle, polygone à une infinité de côtés :

Si donc lorsqu'on plie une ligne de façon à obtenir tantôt un carré, tantôt un octogone, tantôt un polygone de quarante, cent ou mille côtés, le changement provoqué est suffisant pour actualiser ces quatre, huit, quarante, cent ou mille parties qui se trouvaient auparavant dans la ligne en puissance, selon votre propre expression, ne puis-je pas soutenir de la même façon, si je la transforme en un polygone à une infinité de côtés, c'est-à-dire si je la plie de manière à obtenir un cercle, que j'ai fait passer à l'acte ce nombre infini de parties qu'elle contenait « en puissance », tant qu'elle demeurerait une ligne droite ?¹⁹¹.

De même – insiste Salviati – ce dernier aspect, la résolution d'un continu en un nombre infini d'indivisibles, est important non seulement pour mieux saisir la nature du continu en finissant avec la dichotomie acte-puissance, mais aussi pour aider à comprendre le phénomène de la condensation-raréfaction, évitant du même coup le vide et la pénétration des corps :

D'autant que c'est peut-être la voie la plus facile pour échapper à ces redoutables labyrinthes où nous engageant, outre la cohérence entre les parties des solides, déjà discutée, les phénomènes de la raréfaction et de la condensation, si nous ne voulons pas recourir à l'hypothèse gênante de petits vides intercalaires et du même coup affirmer la pénétrabilité des

¹⁸⁹Sur l'approche de Galilée concernant la résistance et la cohésion des solides dans la Première Journée des *Discorsi*, voir BENVENUTO, E. « L'istituzione di una nuova scienza : de resistentia solidorum » dans *Tribute to Galileo in Padua IV*, Trieste, Lint, 1995, pp. 225-272. Voir notamment pp. 225-250.

¹⁹⁰« Il est temps que nous revenions sur nos pas pour satisfaire au désir du seigneur Simplicio, et lui montrer comment la résolution d'une ligne en l'infinité de ses points non seulement n'est pas impossible, mais ne comporte pas plus de difficultés que sa division en parties ayant une grandeur » (OG, VIII, p. 91). Pour la traduction française, p. 42.

¹⁹¹OG, VIII, p. 92. Pour la traduction française, p. 42.

corps ; il me semble en effet que ces deux difficultés son évitées sans peine si l'on accepte de composer le continu à partir des indivisibles¹⁹².

Pour conclure, Salviati accompagne son exposé d'un exemple géométrique et, face à la perplexité de Simplicio, il parle en partisan convaincu de la nécessité de résoudre le continu en un nombre infini d'indivisibles. Il s'agit d'une conclusion explicite et dont il a besoin pour une raison : faire du temps et de la vitesse deux grandeurs continues composées d'indivisibles et susceptibles d'être intégrées ultérieurement dans le schéma déductif propre à la méthode cavalierienne. Ainsi, dans les *Discorsi*, Galilée prend soin de nous présenter toute une réflexion touchant le continu et l'infini dont le but n'est pas uniquement l'explication du phénomène de la cohésion des corps, mais aussi et surtout de fournir une base solide pour la nouvelle science du mouvement.

II.6 Les indivisibles et la nouvelle science du mouvement

Si la question des indivisibles et du continu telle que Galilée en a débattu est décisive, c'est, pourrait-on dire, parce que pour lui, la question ne vaut pas tant pour elle-même, dans un champ exclusivement mathématique, que pour ses retentissements dans la détermination des lois du mouvement. Si la méthode de Cavalieri est intéressante pour Galilée, c'est parce qu'on peut en investir les résultats dans le domaine de la physique. Galilée veut reprendre la méthode élaborée par Cavalieri pour l'appliquer à la résolution du problème touchant la chute des corps. Pourtant, la réappropriation de la méthode en physique passait d'abord, du point de vue de Galilée, par l'instauration d'une vision du continu composé au moyen des indivisibles, alors que, dans les milieux mathématiques et philosophiques à l'époque, un tel rapport entre continu et indivisibles était loin d'être évident. Sachant la difficulté de l'entreprise, Galilée se tourne d'abord vers l'explication de roue d'Aristote et ensuite vers le problème du bol. Il

¹⁹²OG, VIII, p. 93. Pour la traduction française, p. 43.

choisit d'illustrer la possibilité d'une constitution du continu au moyen des indivisibles en établissant un parallèle entre la solution au paradoxe de la roue d'Aristote et les choses admirables qui se dérivent de toute incursion dans le domaine de l'infini et les indivisibles car cette longue réflexion sur la constitution du continu de la Première Journée des *Discorsi* n'était que le premier échelon à gravir pour fonder la science du mouvement¹⁹³. Même si dans un premier temps la Première Journée semble une réponse au phénomène de la raréfaction et la condensation, elle accomplit aussi le rôle de fondement pour la nouvelle science du mouvement. La *Rota Aristotelis*, le problème du bol, les paradoxes de l'infini et le traitement de la nature du continu jettent les fondements théoriques-épistémologiques pour la solidification de la Troisième Journée. La déduction des lois du mouvement au moyen de la procédure élaborée par Cavalieri ne pouvait naître qu'une fois ce préalable théorique satisfait. En effet, en opérant la réduction du continu aux indivisibles, le temps, l'espace et le mouvement, en tant que grandeurs continues, peuvent être désormais mises au service de la procédure cavalierienne¹⁹⁴. Pourtant, l'utilisation qu'en fait Galilée n'est pas exempte d'une lourde conséquence : la modification de la conception originelle de la méthode cavalierienne car il utilise la méthode de Cavalieri pour établir les relations entre des entités – le temps,

¹⁹³En effet, ces dernières années la bibliographie galiléenne a révélé l'importance de cette Première Journée dans la constitution de la science du mouvement chez Galilée. Plus particulièrement, on a mis l'accent sur l'importance du problème touchant la roue d'Aristote et le problème du bol dans l'instauration de cette nouvelle science du mouvement. Le mérite d'avoir souligné pour la première fois l'interdépendance entre les discussions sur la composition du continu de la Première et la Troisième Journée revient à SETTLE, T. *Galilean Science : Essays in the Mechanics and Dynamics of the « Discorsi »* (diss.), Cornell University, 1966. On peut également consulter GALLUZZI, P. (1979), *Momento. Studi galileiani*, pp. 331-362. L'importance de la Roue d'Aristote dans l'instauration de la nouvelle science du mouvement a attiré l'attention de Carla Rita Palmerino, dont on peut consulter PALMERINO, C.R. « Una nuova scienza della materia per la Scienza Nuova del moto. La discussione dei paradossi dell'infinito nella prima gironata dei Discorsi Galileiani » dans FESTA, E. et GATTO, R. (2000), *Atomismo e continuo nel XVII secolo*, pp. 275-319 et PALMERINO, C.R. « Galileo's and Gassendi's solutions to the *Rota Aristotelis* Paradox : a Bridge between matter and motion theories » in LÜTHY, C., MURDOCH J. and NEWMAN, W. *Late Medieval and Early Modern Corpuscular Matter Theories*, Boston, Brill, 2001, pp. 381-422.

¹⁹⁴Par exemple, Galilée définit la vitesse comme une entité qui croît sans cesse par adjonctions successives d'un degré de vitesse à chaque instant du temps. C'est important de saisir l'ampleur et les conséquences de cette vision de la vitesse. En effet, mesurée d'instant en instant par un degré déterminé, la croissance de la vitesse se caractérise aussi par sa continuité. Et bien entendu, ainsi définie, rien n'interdit de diviser la vitesse en parties aussi petites que l'on veut –parties qu'on peut assimiler aux indivisibles- afin d'évaluer la grandeur atteinte à chaque instant par la vitesse en s'appuyant directement sur son processus de croissance et sur une procédure mathématique similaire à celle rapportée par Cavalieri dans la *Geometria indivisibilibus*.

l'espace et la vitesse- qu'il définit comme des continus composés des indivisibles. Loin d'y trouver un outil mathématique adapté aux besoins théoriques de sa démarche, Galilée est confronté à certains problèmes dont la résolution implique un changement dans la structure ou armature théorique de la méthode. Si l'on veut apprécier le changement introduit pour Galilée il vaut la peine de voir brièvement la manière dont il emploie la méthode de Cavalieri pour la déduction des quelques théorèmes qui forment l'armature théorique de sa nouvelle science du mouvement.

Dans la Troisième Journée des *Discorsi*, Salviati, s'étant confronté à certaines des difficultés posées par Sagredo et Salviati, inaugure la nouvelle science du mouvement avec la démonstration concernant la théorie du degré moyen. Il s'agit du Théorème I et de la Proposition I. Théorème et Proposition qui constituent à leur tour le résultat à partir duquel la loi de la proportionnalité entre les espaces et les carrés de temps pourra être formulée. En effet, sur la base de ce Théorème I et du Théorème IV du mouvement uniforme, Galilée peut démontrer sans difficulté la loi du carré des temps. Le Théorème I établit :

Le temps pendant lequel un espace donné est franchi par un mobile, partant du repos, avec un mouvement uniformément accéléré, est égal au temps pendant lequel le même espace serait franchi par le même mobile avec un mouvement uniforme, dont le degré de vitesse serait la moitié du plus grand et dernier degré de vitesse atteint au cours du précédent mouvement uniformément accéléré¹⁹⁵.

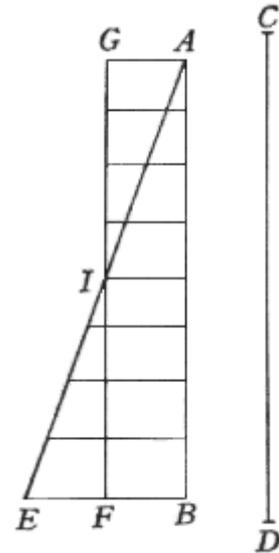
Comme dans le *Dialogue*, Galilée démontre le théorème en s'appuyant sur un diagramme :

Représentons par la ligne AB le temps pendant lequel un mobile, partant du repos en C, franchira d'un mouvement uniformément accéléré l'espace CD ; on représentera le plus grand et dernier des degrés de la vitesse accrue dans les instants de temps AB par la ligne EB, formant avec AB un angle quelconque ; menons AE : toutes les lignes parallèles à BE, tirées des différents points de la ligne AB, représentons les degrés de vitesse

¹⁹⁵OG, VIII, p. 208. Pour la traduction française, p. 139.

croissants après l'instant initial A. Divisons BE en son milieu par le point F, et menons FG et AG respectivement parallèles à AB et FB ; on aura construit le parallélogramme AGFB égal au triangle AEB, et dont le côté FG coupe AE en son milieu I¹⁹⁶.

Comme dans le *Dialogue*, il compare deux mouvements : un mouvement uniforme et un mouvement uniformément accéléré. Il emploie à nouveau le terme « degré de vitesse » dont la croissance en fonction du temps est représentée par le triangle AEB, c'est-à-dire par l'ensemble de toutes les droites équidistantes et parallèles à BE. A son tour la ligne AB représente le temps. La première différence qui saute aux yeux par rapport à la démonstration du *Dialogue* est la disposition



de l'espace dans le diagramme et son introduction dès le début de la démonstration. Galilée représente l'espace par la ligne CD, extérieure et indépendante à la figure. C'est un choix important : dans la mesure du possible il essaie d'éviter toute confusion entre le triangle ABE et la distance parcourue par le mobile¹⁹⁷. Il introduit également l'espace dès le début de la démonstration, tandis que dans le *Dialogue*, l'espace n'apparaît qu'à la fin, une fois que Galilée a comparé les deux mouvements. C'est exactement la même démarche qu'il suit dans la démonstration du Théorème II, Proposition II. Encore plus significatif est la manière dont Galilée établit l'égalité des espaces parcourus par le deux mobiles :

Si ensuite les parallèles du triangle AEB sont prolongées jusqu'à GI, nous aurons l'agrégat de toutes les parallèles contenues dans le quadrilatère égal à l'agrégat des parallèles comprises dans le triangle AEB : en effet celle qui se trouvent dans le triangle IEF correspondent à celles que contient le triangle GIA, et celles qui sont dans le trapèze AIFB sont communes. Comme d'autre part à tous les instants, pris un à un, de l'intervalle de temps AB correspondent tous les points, pris un à un, de la ligne AB, et comme les parallèles menées à partir de ces points et comprises dans le triangle AEB

¹⁹⁶OG, VIII, p. 209. Pour la traduction française, p. 140.

¹⁹⁷DAMEROW, P. FREUDENTHAL, G. MCLAUGHLIN, P. and RENN, J. *Exploring the Limits of Preclassical Mechanics*, New York, Springer, 1991, pp. 237-241.

représentent autant des degrés de la vitesse non croissante, mais égale, il est clair qu'autant de moments de vitesse seront consumés dans le mouvement accéléré d'après les parallèles croissantes du triangle AEB, que dans le mouvement uniforme d'après les parallèles du parallélogramme GB : en effet, ceux des moments qui font défaut dans la première moitié du mouvement accéléré (c'est-à-dire ceux qui sont représentés par les parallèles du triangle AGI) sont compensés par les moments que représentent les parallèles du triangle IEF. Il est donc manifeste que les distances égales seront parcourues en un même temps par deux mobiles dont l'un, partant du repos, se meut d'un mouvement uniformément accéléré, et l'autre d'un mouvement uniforme que caractérise un moment de vitesse égal à la moitié du plus grand moment de vitesse atteint par le premier¹⁹⁸.

Premièrement, on trouve une modification au niveau de la terminologie par rapport *Dialogo* (1632). Il n'y a pas de référence à l'infini¹⁹⁹ et, encore plus important, Galilée a opté pour unifier le vocabulaire : le terme *aggregatum* est largement préféré aux termes « masse » et « somme »²⁰⁰. A vrai dire, il n'y pas la trace de ces termes. Galilée les a supprimés. Cette unification terminologique, qui est une prise de position en faveur de la clarté conceptuelle, permet Galilée d'écarter, une fois encore, toute ambiguïté relative à l'interprétation de la surface du triangle AEB. Désormais il n'y a aucun doute : le triangle représente les degrés de vitesse. Pas question de penser à une somme dont l'ensemble représente l'espace parcouru par le mobile dont le mouvement est uniformément accéléré²⁰¹. Galilée n'hésite pas à ôter toute signification spatiale à la surface du triangle en unifiant le vocabulaire de la démonstration.

¹⁹⁸OG, VIII, p. 209. Pour la traduction française, p. 140.

¹⁹⁹OG, VIII, pp. 255-256.

²⁰⁰En général, dans le *Dialogo*, la démonstration de Galilée touchant la chute des corps reprend le vocabulaire propre à la méthode de Cavalieri. Pourtant il n'y applique pas la forme de l'appareil déductif de la procédure cavalierienne. Autrement dit, Galilée utilise un langage similaire à celle de la méthode de Cavalieri mais il n'y applique pas la procédure déductive : il se contente de calquer le langage. Pour démontrer que les espaces parcourus par les mobiles sont égaux, Galilée se borne à comparer la « masse ou somme » de deux mouvements et ensuite il établit l'égalité des espaces parcourus sans faire appel aux agrégats qui composent les figures.

²⁰¹D'après Paolo Galluzzi, en dépit de ces modifications terminologiques, Galilée conçoit toujours la surface du triangle en termes d'espace parcouru. Cf. GALLUZZI, P. *Momento*, op. cit., p. 369 : « Galileo, insomma, concepisce mentalmente la distanza come la somma di tutte le minime distanze sempre maggiori percorse da tutti i momenta velocitatis costantemente crescenti, ma sembra riluttante a indicare, nella figura, che le superfici generate dagli infiniti momenta velocitatis danno le proporzioni degli spazi percorsi in tempi eguali ». Si Galilée lui-même, comme l'écrit Paolo Galluzzi, semble réticente à l'idée d'accepter la correspondance entre la figure est l'espace, n'est-il pas possible de penser qu'il veut éviter cette même correspondance. Autrement, il aurait pu être plus clair dans sa conclusion et établir en effet qu'il conçoit la surface du triangle comme l'espace parcouru par le mobile pendant son mouvement.

Cette homogénéisation terminologique annonce le renoncement définitif à toute ambition de faire naître l'espace à partir des degrés de vitesse et il ne pouvait guère en aller autrement. Pour démontrer que l'espace parcouru par le mobile correspondait avec la surface du triangle, Galilée était censé savoir exprimer la vitesse à un instant donné sous la forme d'un coefficient différentiel : le quotient d'un espace aussi petit que l'on veut par un temps aussi petit que l'on veut ; et ensuite il devait procéder à l'intégration du temps et la vitesse. Pourtant il fallait démontrer que les deux mobiles traversent le même espace. Comment fait-il pour y parvenir ? Voici la deuxième divergence par rapport à la démonstration du *Dialogue*. Pour démontrer l'égalité des espaces parcourus, Galilée met en œuvre un raisonnement s'appuyant sur la procédure cavalierienne. En effet, il compare les deux agrégats de parallèles formés par le triangle AEB (l'agrégat de tous les degrés de vitesse du mouvement uniformément accéléré) et le parallélogramme AGFB (agrégat de tous les degrés de vitesse du mouvement uniforme), et il en déduit que les deux agrégats contiennent les mêmes degrés de vitesse et par conséquent ils parcourent le même espace. Même si Galilée ne le cite pas, cette systématisation du terme agrégat ainsi que la correspondance biunivoque entre les points et les instants de la ligne AB est un calque de la procédure cavalierienne.²⁰² Si Galilée s'inspire de Cavalieri, c'est en transportant à la déduction de la loi des graves un type d'explication que ce mathématicien avait déjà avancé dans le *Specchio Ustorio* et la *Geometria indivisibilibus*. Par-delà l'adoption d'une technique démonstrative similaire à celle de Cavalieri, ce qui manque cependant à cette démonstration, pour le dire avec Alexandre Koyré, est de « montrer l'affinité suprême du mouvement est le temps »²⁰³. Affinité que le Théorème II est chargé de formuler :

Si un mobile, partant du repos, tombe avec un mouvement uniformément accéléré, les espaces parcourus en des temps quelconques par ce même

²⁰²BLAY, M. *Les raisons de l'infini*, Paris, Gallimard, 1993, pp. 100-103

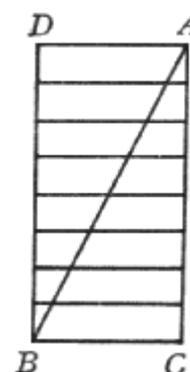
²⁰³KOYRÉ, A. *Études galiléennes*, op. cit., p. 151

mobile sont entre eux en raison double des temps, c'est-à-dire comme les carrés de ces même temps²⁰⁴.

Si Galilée paraît, en effet, avoir très vivement ressenti le besoin de clarifier le sens à attribuer à la surface du triangle, il y parvient par la voie d'une unification terminologique. Or, cette opinion est contredite par le scholie au Problème IX. Ainsi, même si, comme on le vient d'observer, Galilée met en œuvre une unification terminologique dont le but est, à notre avis, de barrer complètement le chemin à une identification erronée de la surface du triangle avec l'espace parcouru par le mobile, il ne reste pas moins qu'une certaine réticence demeure lorsqu'on aborde le scholie au Problème IX :

Nous parviendrons encore à la même conclusion par une autre voie, en reprenant un raisonnement semblable à celui que nous avons utilisé dans la démonstration de la première proposition. Reprenons en effet le triangle ABC : les parallèles à la base BC représentent les degrés d'une vitesse croissant proportionnellement au temps, et comme ces parallèles sont infinies, de même que les points de la ligne AC et les instants compris dans un intervalle de temps quelconque, elles engendreront la surface du triangle. Si nous supposons maintenant que le mouvement se continue non plus de façon accélérée, mais de façon uniforme, durant un intervalle de temps égal, et avec le plus grand degré de la vitesse acquise (celui qui représente la ligne BC), alors de la réunion de tous ces degrés sortira un agrégat semblable au parallélogramme ADBC, qui est le double du triangle ABC ; d'où suit que l'espace parcouru avec ces degrés tous semblables sera, pour un même intervalle de temps, le double de l'espace parcouru avec les degrés de vitesse représentés par le triangle ABC²⁰⁵.

A la lecture du scholie il ressort clairement que les degrés de vitesse « engendreront la surface du triangle » (*exurget superficies ipsa trianguli*). Dans ce passage, Galilée réalise l'identification entre la surface du triangle et l'espace parcouru²⁰⁶. Les degrés de vitesse ne sont plus de simples moments



²⁰⁴OG, VIII, p. 209. Pour la traduction française, p. 140.

²⁰⁵OG, VIII, p. 243. Pour la traduction française, p. 178.

²⁰⁶Un examen détaillé de ce scholie se trouve dans NARDI, A. « La quadratura della velocità », *Nuncius*, 3, 1988, pp. 27-64. Voir notamment, pp. 29-44.

de vitesse consommés dans le mouvement accéléré. Chacun des degrés de vitesse opère dans un instant, par conséquent il peut être considéré comme une certaine quantité de distance et leur accumulation tout au long du temps que dure le mouvement engendre une surface qui se corresponde à l'espace. C'est une affirmation importante, qui jouera un rôle crucial dans la réception ultérieure de la méthode de Cavalieri. Si les degrés de vitesse – que Galilée identifie avec les indivisibles- engendrent la surface du triangle, cela ne signifie-t-il pas qu'ils ont une certaine épaisseur et par conséquent qu'ils sont homogènes à la figure ? C'est précisément cette possibilité qui ouvrira une nouvelle voie à Torricelli. Mais revenons un instant au scholie. Le fait que l'apparition du scholie ait lieu presque à la fin de la Troisième Journée et une fois que Galilée a déduit entièrement la théorie du mouvement uniformément accéléré, a conduit Paolo Galluzzi à parler d'une occultation consciente (*occultamento consapevole*)²⁰⁷. Jusqu'à l'apparition du scholie, Galilée se garde bien de faire allusion à une possible identification entre la surface du triangle et l'espace parcouru par le mobile ; et c'est justement cette allusion inattendue qui amène Galluzzi à parler en termes d'occultation. Selon Galluzzi, Galilée a nettement senti le besoin d'une telle identification, mais, faute de l'instrument mathématique approprié, il lui était encore impossible d'en fournir une démonstration. De l'absence d'un outil mathématique adéquat dépend alors cette réintroduction en filigrane du scholie au Problème IX. Et les conséquences du scholie ne sont pas moins négligeables pour l'avenir de la méthode de Cavalieri. En y opérant explicitement la réduction des degrés de vitesse à la surface du triangle, cette assimilation marque l'espace, les degrés de vitesse et la surface du triangle du sceau de l'homogénéité. C'est ici où se fera la jonction d'où partira une de multiples voies menant au calcul infinitésimal. Et c'est surtout dans l'œuvre de Torricelli et l'essor ultérieur du calcul infinitésimal que ce processus aura ses effets les plus durables.

²⁰⁷GALLUZZI, P. *Momento*, op. cit., p. 370.

La question du statut du scholie au Problème IX chez Galilée est bien autre chose qu'un point de détail qui ne concernerait qu'un chapitre relativement mineur de l'ouvrage fondamental de Galilée. Le problème touchant l'interprétation du diagramme et surtout la surface du triangle était une question cruciale pour la nouvelle science du mouvement et en ce sens il est intéressant de revenir à la tentative de déduire la loi de la chute des graves réalisée par Cavalieri dans le *Specchio Ustorio* pour bien saisir quelles sont les différences dans la procédure d'application des indivisibles entre Galilée et Cavalieri lorsqu'il abordent le problème du mouvement. Il nous faut revenir un arrière et nous placer en 1632, année de la publication de le *Specchio Ustorio*.

II.7 La démonstration de la loi de la chute dans le *Specchio Ustorio*

Grâce à la correspondance, on sait que Cavalieri s'intéressait au problème du mouvement au moins dès 1626²⁰⁸, mais c'est surtout avec la publication en 1632 du *Specchio Ustorio* que l'on connaît la pensée de Cavalieri dans ce domaine. Il y affronte le problème de la démonstration de la loi de la chute :

Après avoir entendu cette même conclusion de la bouche de Galilée, je me suis efforcé d'y arriver par une autre voie (*altra via*)²⁰⁹.

Et ensuite il propose sa propre voie :

Je considère dans un cercle les degrés de la vitesse qui augmentent progressivement à commencer du repos jusqu'au maximum de ce même cercle. Le centre représente le degré nul de vitesse, c'est-à-dire le repos, et les circonférences qu'il est possible de décrire autour de ce même centre les degrés des différentes vitesses²¹⁰.

²⁰⁸OG, XIII, p. 311.

²⁰⁹CAVALIERI, B. *Lo Specchio Ustorio*, op. cit., p. 158. Voir également la lettre du 31 août 1632 (OG, XIV, p. 378).

²¹⁰« [...] Considerando in un cerchio i gradi delle velocità, che dalla quiete incominciando, vanno crescendo sino al massimo nel medesimo cerchio, rappresentandomi il centro il nullo grado di velocità, o vogliamo dire la quiete, e le circonferenze, che si possono descrivere intorno al medesimo centro i gradi delle diverse velocità ». CAVALIERI, B. *Lo Specchio Ustorio*, op. cit., p. 158.

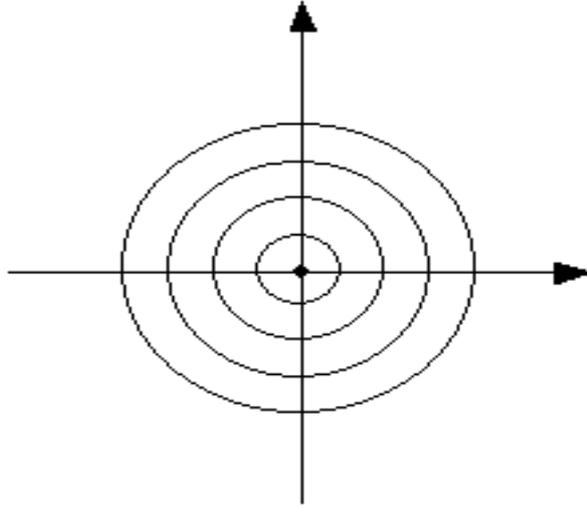
Par rapport à la démonstration du *Dialogue* on voit déjà la première grande différence : Cavalieri remplace le diagramme de Galilée par des circonférences concentriques. L'adoption d'un nouveau diagramme afin de mettre sur pied sa déduction de la loi du mouvement des graves a été interprétée par Carla Rita Palmerino comme un indice de la présence d'un désaccord entre Cavalieri et Galilée. Il semblerait que Cavalieri se soit rendu compte du grand problème touchant l'interprétation du diagramme de Galilée et pour pallier cette difficulté, il ait simplifié la représentation visuelle du mouvement :

Cavalieri might also have thought that the image of a circle expanding progressively from its center to the periphery was more suited to describe the passage of a body through infinite degrees of speed than that of a triangle which is first drawn and then divided, in thought, into an infinite number of parallel lines²¹¹.

En effet, Cavalieri, comme l'on vient de lire, propose tout simplement de représenter la vitesse du mobile avec des cercles concentriques dont le centre détermine l'état de repos et dont chacune des circonférences constituent les diverses degrés de vitesse qu'acquiert le mobile tout au long de sa descente. L'importance considérable de cette modification réside tout d'abord dans l'adoption d'une représentation avec laquelle Cavalieri se débarrasse de la ligne AC du diagramme galiléen. Ce faisant, il a certainement eu entière conscience de l'aspect mathématique de la problématique véhiculée par le diagramme du *Dialogue*. Même s'il n'accompagne pas ses réflexions d'un dessin²¹², il a en tête quelque chose comme celui-ci :

²¹¹ PALMERINO, C.R. « The Geometrization of Motion: Galileo's Triangle of Speed and its Various Transformation », *op. cit.*, pp. 428-429.

²¹² « Queste cose però siano da me dette, come per un passaggio, che perciò non mi sono spiegato con figura, né con quella chiarezza, che bisognerebbe, poichè rimetto il Lettore a quello, che la sottigliezza del Sig. Galileo c'insegnerà nell'Opera del moto, che ci promette ne' suoi Dialogui », CAVALIERI, B. *Lo Specchio Ustorio*, *op. cit.*, p. 161.



Comment déduire la loi de la chute des corps à partir des cercles concentriques ?

Lisons la suite :

Et si nous voulons tous les prendre, il nous faut imaginer dessinés tous les cercles qui peuvent être décrits à partir de ce centre, car en faisant la somme de leurs circonférences nous pourrions dire de connaître la véritable quantité de tous les degrés de vitesse qui se trouvent entre le repos et le degré le plus élevé dans ce cercle. Or, puisqu'il ne semble pas que ceci soit possible, qu'on ne puisse pas sommer, en fait, un nombre infini de circonférences, je me sers de l'aire de ce même cercle et j'en tire le rapport des vitesses qui s'y agrègent, en partant du centre, donc du repos, pour aller ensuite jusqu'à la circonférence extrême, c'est-à-dire jusqu'à son maximum²¹³.

²¹³ « [...] Quali se li vogliamo prender tutti, conviene, che noi intendiamo disegnati tutti i cerchi possibili a descriversi sopra quel centro, che facendo la somma delle loro circonferenze, potremo dire di sapere la vera quantità di tutti i gradi di velocità, che intermediano tra la quiete e il massimo grado in quel cerchio. Hora, poichè questo pare cosa impossibile, cioè il sommare infinite circonferenze, io mi prevaglio dell'area dell'istesso cerchio, e ne cavo le proportioni delle aggregate velocità, incominciando dal centro, o dalla quiete, e procedendo sino alla circonferenza estrema, cioè sino al massimo ». *Ibidem*, p.159.

Pour effectuer la mesure de toutes les circonférences concentriques, Cavalieri, s'appuie, nous dit-il, sur une propriété des cercles qu'il a déjà démontrée dans sa Géométrie : les circonférences sont entre elles comme les carrés des demi-diamètres.

J'ai démontré dans ma *Geometria* que deux cercles ont entre eux le même rapport qu'ont toutes les circonférences concentriques qu'il est possible de décrire dans l'un avec toutes les circonférences concentriques qu'il est possible de décrire dans l'autre. Donc, si dans notre cercle dans lequel je veux mesurer les vitesses qui s'y agrègent je décris par exemple, avec une distance d'un tiers du rayon d'un cercle dont la circonférence décrit un degré donné de vitesse, je sais que le rapport qu'a le grand cercle avec le petit cercle est le même qu'auront toutes les circonférences concentriques du grand cercle avec toutes les circonférences concentriques du petit cercle, c'est-à-dire le même rapport qu'ont tous les degrés de vitesse acquis en passant du repos au degré le plus grand, avec tous les degrés de vitesse acquis en passant de ce même repos au degré intermédiaire choisi. Mais les cercles sont entre eux comme les carrés des rayons, donc ces vitesses croissent également dans le rapport des carrés des rayons²¹⁴.

Il est intéressant de noter l'équivalence établie par Cavalieri entre le mouvement circulaire et le mouvement rectiligne, celui d'un grave en chute libre²¹⁵. Dans le *Specchio Ustorio* Cavalieri se sert d'une circonférence pour représenter visuellement la manière dont il se propose de déduire la loi de la chute des corps. A la différence de Galilée, qui utilise un triangle pour représenter l'accumulation des degrés de vitesse au cours de la chute des corps,

²¹⁴ « [...] Havendo dimostrato io nella mia Geometria, che qual proportione hanno i cerchi fra loro, tale anco l'hanno tutte le circonferenze, descrittibili sopra il centro dell'uno, a tutte le circonferenze, descrittibili sopra il centro dell'altro ; perciò se nel nostro cerchio, nel quale voglio misurare le aggregate velocità, con la distanza di un terzo del semidiametro, per essempro, descriverò un cerchio, la cui circonferenza mi rappresenti un tal grado di velocità ; saprò, che qual proportione ha il cerchio grande al piccolo, tale ancora l'haveranno tutte le circonferenze concentriche del cerchio grande a tutte le circonferenze concentriche del piccolo, cioè tutti i gradi di velocità acquistati nel trapassare dalla quiete al grado massimo, a tutti i gradi acquistati passando dall'istessa quiete al grado intermedio, che abbiamo preso ; ma i cerchi sono tra loro, come i quadrati de' semidiametri ». *Ibidem*, p. 159.

²¹⁵ Même si la trajectoire réelle des graves en chute libre est déjà une question très disputée à l'époque, il est évident que Cavalieri ne fait que simplifier la question afin d'établir l'analogie entre le mouvement circulaire et celui des corps tombant. Pour Galilée la trajectoire d'un corps en chute libre se correspond avec une spirale (OG, VII, p. 190). Voir KOYRÉ, A. « A Documentary History of the Problem of Fall from Kepler to Newton », *Transactions of the American Philosophical Society*, 45/4, 1955, pp. 329-395 (trad. franc.J. Tellec, *Chute des corps et mouvement de la Terre de Kepler à Newton*, Paris, Vrin, 1973) et BORGATO, M.T. « La traiettoria dei gravi nella polemica tra Borelli, Angeli e Riccioli » dans PEPE, L. (dir.) *Galileo e la scuola galileiana nelle Università del Seicento*, Bologna, CLUEP, 2011, pp. 263-291.

Cavalieri préfère une circonférence. Il faut bien noter que, pour l'instant, Cavalieri ne fait pas allusion au temps : celui-ci reste toutefois une donnée implicite de sa démonstration dans la mesure où Cavalieri – on le verra toute de suite – associe le temps au rayon de chacune des circonférences. Comme les circonférences sont dans le rapport des rayons, il s'ensuit que les degrés de vitesse sont proportionnelles au temps. Pourtant les circonférences choisies pour représenter les degrés de vitesse présentent une difficulté de principe. Elles ne peuvent pas être traitées comme le sont les grandeurs linéaires que Cavalieri désigne dans sa *Geometria Indivisibilibus* avec l'expression « toutes les lignes » et « tous les plans » d'une figure, car il n'étend pas sa méthode aux indivisibles courbes²¹⁶. Il faudrait passer par une transformation des cercles en triangles équivalents²¹⁷. Même s'il est obligé de faire un détour en passant par cette transformation cercle-triangle²¹⁸, le but de Cavalieri est fondamentalement d'appliquer la procédure qu'il présentera officiellement trois ans plus tard avec la publication de sa *Geometria Indivisibilibus* en 1635. C'est effectivement une manière de montrer la puissance de sa méthode dans la résolution d'un problème important comme celui du mouvement. Du reste, il tend la main à Galilée car, si l'on se souvient, la démonstration du *Dialogue*, contrairement à celle des *Discorsi*, est exempte de toute référence à la procédure cavalierienne. Une question vient immédiatement à l'esprit : *Lo Specchio Ustorio* a-t-il joué le rôle de catalyseur dans le passage de la démonstration du *Dialogue* à celle des *Discorsi* ? S'agit-il d'une pure coïncidence si Galilée, dans les *Discorsi*, rend hommage à *Lo Specchio Ustorio* et non pas à la *Geometria Indivisibilibus* ? A notre avis, il n'y a pas de coïncidence : il se peut que Galilée ait vu pour la première fois la puissance de la procédure cavalierienne dans le *Specchio Ustorio*. Si l'analyse de la correspondance a mise en relief les réticences

²¹⁶C'est Torricelli qui le fait.

²¹⁷BLAY, M. et FESTA, E. « Mouvement, continu et composition des vitesses au XVII^e siècle », *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 48, 1998, pp. 65-118. Ici, p. 77.

²¹⁸Cavalieri se sert du Théorème II, 6 du Livre VI de sa *Geometria Indivisibilibus*.

initiales de Galilée à l'égard de la méthode proposée par Cavalieri, la démonstration de la loi de la chute de l'*Specchio Ustorio* semble avoir fait basculer son opinion à cet égard²¹⁹.

Revenons à la démonstration du *Specchio Ustorio*. Une fois annoncée l'utilisation d'un théorème de sa *Geometria* pour ensuite réaliser la transformation cercle-triangle, il reste encore à déduire la loi de la chute. Cavalieri écrit :

Les cercles sont entre eux comme le carré des rayons, donc ces vitesses croissent également dans le rapport des carrés des rayons. Et dans le rapport suivant lequel croît la vitesse, croissent également les espaces parcourus par ce même mobile, comme il est raisonnable qu'il soit. Celui qui acquiert une vitesse égale à celle qu'il avait déjà, gagne aussi la force pour traverser un espace égal à l'espace qu'il parcourait déjà. Et il en est de même pour toute autre proportion. Donc, les espaces parcourus par le mobile, au sein duquel vont s'agréger les vitesses, sont comme les carrés des rayons des cercles dans lesquels on peut représenter ces vitesses. C'est-à-dire, comme les carrés des temps, pris sur le rayon du cercle correspondant²²⁰.

En dépit de la modification du diagramme, la démarche de Cavalieri présente une difficulté analogue à celle de Galilée : l'impossibilité de calculer directement l'espace. Pour le faire ressortir, Cavalieri se borne à dire que l'espace croît en raison directe de la croissance de la vitesse, sans fournir aucune explication à cet égard. Il affirme même que c'est juste comme ça « comme il est raisonnable » (*come è ragionevole*) sans pourtant y apporter la raison. Les cercles qui représentent les agrégats de « toutes les circonférences » permettent seulement d'établir le rapport de la vitesse au temps. Rien ne nous oblige à penser qu'ils doivent être identifiés avec l'espace parcouru par le mobile. Cavalieri ne peut pas déduire l'espace et il l'y insère en filigrane pour ensuite arriver à la formulation de la loi des graves :

²¹⁹Voir le Chapitre I.

²²⁰« I cerchi sono tra loro, come i quadrati de' semidiametri, adunque anco dette velocità cresceranno secondo l'incremento de' quadrati de' semidiametri, ma con qual proportione cresce la velocità nel mobile crescono anco gli spatii decorsi dall'istesso mobile, come è ragionevole, poichè chi acquista altrettanta velocità, quanta si ritrova havere, guadagna ancora forza di trapassare altrettanto spatio, quanto faceva, e così nell'altre proportioni ; adunque gli spatii decorsi dal mobile, nel quale si vanno aggregando le velocità, saranno, come i quadrati de' semidiametri di cerchi ne' quali si possono considerare dette velocità, cioè come i quadrati de' tempi, quali intenderemo nel semidiametro del dato cerchio » *Ibidem*, p. 160.

Si l'on suppose le rayon divisé en cinq parties égales, alors en posant égal à un le carré d'une de ces parties, le carré de deux serait quatre, de trois neuf, de quatre seize, de cinq vingt-cinq, et les cinq cercles décrits sur ces cinq rayons auraient entre eux ce même rapport. Ainsi, si nous soustrayons chaque antécédent de son conséquent, il resterait les nombres 1,3,5,7,9, qui montreraient la progression du cercle le plus petit et des cercles résiduels suivants, appelés également couronnes circulaires, qui représentent les degrés acquis par le mobile continuellement au cours de ces temps égaux²²¹.

En dépit des efforts de Cavalieri pour arriver à une déduction alternative de la loi de la chute des graves, il n'a pas réussi. Pour soutenir que les espaces traversés sont comme les vitesses, il fallait tenir compte des mouvements de plusieurs mobiles qui ont lieu dans un même temps. Ce n'est pas le cas de Cavalieri²²². Du reste, la manière dont il déduit la loi du carré des temps, a suscité les critiques d'Enrico Giusti : ce dernier y voit une pirouette logique qui permet à Cavalieri de démontrer la loi de la chute des graves²²³.

Voici esquissé l'examen de l'application des indivisibles à la question du mouvement. D'abord nous avons ébauché l'intérêt que porte la méthode des indivisibles pour la déduction des lois du mouvement chez Galilée et ensuite nous avons analysé l'application qu'en fait Cavalieri dans le *Specchio Ustorio* afin de constater quelques différences dans la procédure d'application entre Galilée et Cavalieri. Or, avant de boucler ce chapitre II, il convient de nous demander quelle est la conception du continu que défend Cavalieri.

²²¹« Se quello adunque si supponese diviso in cinque parti eguali, posto, che il quadrato d'una di queste parti fosse 1, il quadrato di due sarebbe 4, di tre 9, di quattro 16, di cinque 25, et al proportione havrebbero i cinque cerchi descritti sopra questi cinque semidiametri, e perciò, sottrahendo ciascuno antecedente dal suo conseguente, restarebbono questi numeri 1,3,5,7,9 che mostrarebbono la progressione del minimo cerchio, e delli seguenti residui, o armille, che ci rappresentano i gradi acquistati dal mobile continuamente ne' sudetti tempi eguali ». *Ibidem*, p. 160.

²²²BOULIER, P. « Le problème du continu pour la mathématisation galiléenne et la géométrie cavalierienne », *Early Science and Medicine*, 15, 2010, pp. 371-409. Ici, p.388

²²³GIUSTI, E. « Galilei e le leggi del moto », *op. cit.*, pp. LI-LII. Cf, BLAY, M. et FESTA, E. « Mouvement, continu et composition de vitesses au XVII^e siècle », *op. cit.*, p. 82, note 30.

II.8 Le problème du continu chez Cavalieri

Dans les pages précédentes nous avons souligné l'intérêt de Galilée à élaborer une vision du continu composé d'indivisibles pour l'instauration de sa nouvelle science du mouvement. En ce sens, la démarche de Galilée est tout à fait contraire à celle de Cavalieri.. Cavalieri ne se prononce jamais sur la nature du continu, tandis que Galilée élabore une théorie sur la composition du continu dans la première journée de ses *Discorsi*. Pourtant, ces dernières années quelques auteurs comme Michel Blay, Egidio Festa et Giovanna Baroncelli ont mis l'accent sur la possibilité d'identifier une idée du continu chez Cavalieri à partir la relecture de certains textes de son œuvre. Au contraire, Philippe Boulier estime que la question du continu chez Cavalieri ne trouve pas une solution définie²²⁴. Nous partageons le point de vue de Boulier.. Nous nous proposons d'exposer au chapitre IV les derniers mots de Cavalieri sur le continu, que l'on trouve dans la controverse avec Guldin. Ce que l'on peut dire à coup sûr dès maintenant, sans fausser les textes ou interpréter indument leur contenu, c'est que Cavalieri n'ignorait pas les débats et disputes qui s'étaient instaurés autour de la composition du continu mais qu'il choisit de se tenir à l'écart. Nous commencerons par l'exposé de cette la question chez Cavalieri et Galilée pour ensuite passer à l'interprétation historiographique.

En général, l'analyse du continu de Galilée fut rejetée par ses contemporains, qu'ils fussent ouvertement aristotéliens –tel qu'Antonio Rocco- ou pas – tels que Mersenne ou Aproino. Si grande était la résistance à accepter la solution galiléenne d'un continu composé par un nombre infini des indivisibles que Mersenne, par exemple, revient sur la question en 1639 et qu'il écrit dans ses *Nouvelles Pensées de Galilée* :

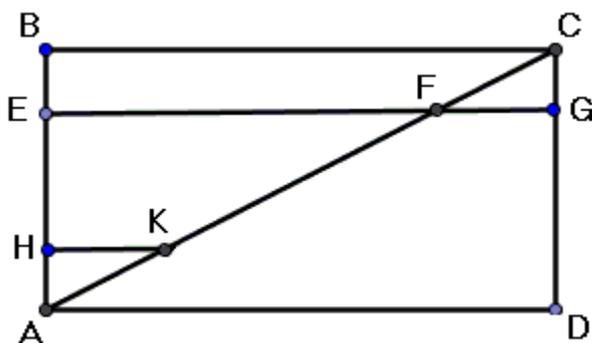
Tous sont contraints d'avouer que l'indivisible et l'infini engloutissent tellement l'esprit humain qu'il ne sait quasi plus à quoi se résoudre lorsqu'il

²²⁴BLAY, M et FESTA, E. « Mouvement, continu et composition de vitesses au XVII^e siècle », *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 48, 1998, pp. 65-118. BARONCELLI, G. *Bonaventura Cavalieri*. Carteggio Florence, Leo S. Olschki, 1987 et BOULIER, P. « Le problème du continu pour la mathématisation galiléenne et la géométrie cavalierienne », *Early Science and Medicine*, 15, 2010, pp. 371-409.

les contemple ; car il s'ensuit de la spéculation de Galilée que la ligne est composée d'indivisibles ce qui le contraint de dire que nul nombre fini de points ne peut faire aucune ligne quantitative, mais qu'il en faut un nombre infini ; d'où il s'ensuit que toutes les lignes sont égales, ou plutôt qu'en les considérant toutes composées d'une infinité de points, il n'y a ni égal, ni plus ou moins grand dans l'infini²²⁵.

Dans son effort pour établir une vision du continu composée par un nombre infini d'indivisibles, Galilée, selon Mersenne, se heurte à une objection incontournable : si les lignes sont composées d'un nombre infini d'indivisibles, il s'en suit que toutes les lignes sont égales. Comment rendre compte d'une différence entre elles ? Comme nous l'avons souligné plus haut, pour donner une réponse à cette question Galilée se limite à dire que lorsqu'on aborde le domaine de l'infini, les dénominations habituelles, telles que « plus grand » ou « égal » ou « plus petit » ne sont plus valides. Pourtant, le problème souligné par Mersenne est loin d'être trivial. Il fut déjà souligné par P. Aprozino dans sa lettre du 3 mars 1635.

Prenons ce dessin :



Au dire d'Aprozino, il s'agit d'un paradoxe qui découle directement du fait de soutenir que le continu est composé des indivisibles. Ainsi, souligne-t-il, si l'on maintient que le continu est composé des indivisibles, il s'en déduit que le côté AB du rectangle ABCD est égal à sa diagonale AC²²⁶. Evidemment, comme l'écrit Aprozino :

²²⁵MERSENNE, *Nouvelles pensées*, pp. 22-23.

²²⁶ Il s'agit d'un problème auquel Cavalieri lui-même doit faire face quelques années plus tard. Ainsi, dans une lettre du 5 avril 1644 adressée à Torricelli, Cavalieri tient à souligner qu'il a décidé d'aborder la solution du

Il s'agit d'un paralogisme avec lequel on pourrait démontrer que chaque ligne est égale à une autre, fut-elle irrégulière, plus grande ou plus petite²²⁷.

Et le fait de pouvoir établir l'équivalence entre le côté et la diagonale du carré, c'est-à-dire le fait de conclure contre toute logique et toute évidence que la diagonale du carré est égale à son côté – ce qui est absolument faux – est un obstacle permanent pour l'instauration d'une vision du continu composé d'indivisibles.

Ce n'est pas la seule objection à laquelle Galilée doit répondre pour défendre sa vision du continu composé des indivisibles. Prenant plus particulièrement en considération la solution de Galilée au problème du continu, Cavalieri laisse entendre qu'il n'a jamais soutenu que les indivisibles composent le continu. A l'aide du concept d'indivisible, dit-il, il voulait seulement instituer la possibilité d'un rapport entre deux continus et déjà dans le scholie à la proposition I du deuxième livre de la *Geometria indivisibilibus*, il expose nettement la manière dont il envisage l'emploi des indivisibles : toujours dans le cadre d'une démarche visant exclusivement l'établissement des rapports entre les indivisibles de deux grandeurs continues²²⁸. Soit que le continu ne soit rien d'autre que les indivisibles eux-mêmes, soit qu'il soit quelque chose d'autre (*aliquid aliud praeter ipsa indivisibilia*), ce qui est important pour Cavalieri c'est le fait de pouvoir constater qu'il existe un rapport de proportionnalité entre les

paradoxe parce que : « Même si la difficulté n'est qu'apparente, elle pourrait se révéler compliquée à ceux qui n'ont pas assez de familiarité avec la méthode des indivisibles ». TORRICELLI, *Opere*, III, p. 171

²²⁷ « Che è paralogismo, col quale si potrebe similimente demostrare, ogni linea essere eguale ad ogni altra anche irregulare, maggiore o minore che sii di lei ». (OG, XVI, p. 220).

²²⁸ « Vele nim continuum nihil aliud est praeter ipsa indivisibilia, vel aliquid aliud ; si nihil est praeter indivisibilia, profecto si eorum congeries nequit comparari, neque spatium, sive continuum, erit comparabile cum illud nihil aliud esse ponatur, quam ipsa indivisibilia. Si vero continuum est aliquid aliud praeter ipsa indivisibilia, fateri aequum est hoc aliquid aliud interiacere ipsa indivisibilia, habemus ergo continuum dissepabile in quaedam quae continuum componunt, numero adhuc indefinita ; inter quaelibet enim duo indivisibilia aequum est interiacere aliquid illius, quod dictum est esse aliquid aliud in ipso continuo praeter indivisibilia, qua enim ratione tolletur a medio duarum, a medijs quoque caeterarum tolletur. Hoc cum ita sit comparare nequibimus ipsa continua, sive spatia adinvicem, cum ea quae colliguntur, et simul collecta comparantur, scilicet, quae continuum componunt sint numero indefinita ; absurdum autem est dicere continua terminis comprehensa non esse ad invicem comparabilia, ergo absurdum est dicere congeriem omnium linearum sive planorum duarum quarumlibet figurarum non esse ad invicem comparabilem, non obstante quod quae colliguntur et illam congeriem componunt sint numero indefinita, veluti hoc non obstat in continuo. Sive ergo continuum ex indivisibilibus componatur, sive non, indivisibilium congeries sunt adinvicem comparabiles, et proportionem habent ». CAVALIERI, B. (1635), *Geometria indivisibilibus*, p. 111.

grandeurs qu'il a décidé de nommer indivisibles. Peu importe le nombre des éléments qui composent les agrégats, le plus important pour Cavalieri est de pouvoir établir des rapports entre deux continus. La définition d'agrégat d'indivisibles repose en dernière analyse sur le fait que tous les éléments qui s'agglomèrent dans l'espace balayé par la règle (*regula*), ne sont rien d'autre que des simples repères qui ne possèdent, en dehors de sa fonction opératoire, aucun contenu propre ou autonome. Ils ne peuvent pas constituer une « somme », tout simplement car il n'y a pas d'éléments pour la réaliser. La réalité des indivisibles est intégralement contenue dans les rapports qu'ils établissent. L'exposé le plus net de la position de Cavalieri par rapport à la fonction des indivisibles se trouve dans la préface au septième livre de la *Geometria indivisibilibus* où il affirme vouloir éviter la question touchant la nature du continu :

En ce qui touche la composition du continu, il s'en suit des mêmes choses déjà exposées ici [dans les six premiers livres de la *Geometria*] qu'on n'a jamais pensé à le composer au moyen des indivisibles. Nous nous sommes uniquement proposé de démontrer que le continu suit le rapport (*proportionem*) des indivisibles²²⁹.

Etant donné que les agrégats de Cavalieri sont simplement devenus l'expression d'une relation, il ne peut être question d'une quelconque sommation, car ils sont vides de toute épaisseur. Dans la pensée de Cavalieri les indivisibles ne désignent en aucun cas des éléments dont la somme permettrait d'obtenir les différentes grandeurs continues. L'auteur de la *Geometria* s'était toujours gardé d'avaliser un tel point de vue. Ce sont de simples artifices géométriques. C'est une définition purement opérationnelle qui confère aux agrégats de Cavalieri une fonction très déterminée, conduisant ainsi à négliger sinon à ignorer la question du nombre des indivisibles et celle de la composition du continu. Tout se passe comme si le continu suivait effectivement les rapports établis entre leurs agrégats. C'est pourquoi la notion

²²⁹*Ibidem*, p. 483

cavalierienne d'agrégats désigne simplement la relation de l'ensemble des indivisibles à la figure sans faire allusion au problème touchant la composition du continu. Comme Cavalieri le précisera dans une lettre à Galilée du 28 juin 1639:

Je n'ai jamais osé dire que le continu était composé de ceux-ci [indivisibles], mais j'ai plutôt montré qu'entre deux continus il n'y avait pas d'autre proportion que celle qui est entre les agrégats d'indivisibles²³⁰.

Dans les *Discorsi*, l'originalité de Galilée au regard de l'aristotélisme est de faire à l'indivisible une place essentielle dans la constitution du continu. Loin de partager l'avis de Galilée, Cavalieri, comme l'on vient d'observer, proteste. Il n'adhérait pas aussi nettement à une conceptualisation du continu à partir des indivisibles, ou du moins il n'a jamais souhaité exposer systématiquement ses idées sur ce sujet. Néanmoins, la suite de la lettre laisse entrevoir que Cavalieri était, d'une certaine manière, persuadé du fait que le continu est composé des indivisibles. A un moment donné, il semble en effet concéder à Galilée la possibilité de composer le continu au moyen des indivisibles. Une idée, écrit-il, qui pourrait être vraie²³¹. Bien qu'il n'explicite pas ce qu'il pense de la nature du continu, il envisage cependant la possibilité (*potesse esser vero*) de le composer avec les indivisibles et, ainsi que l'a fait remarquer Egidio Festa :

Au vu de cette lettre on peut se demander si Cavalieri rejetait vraiment l'idée d'un continu composé à partir d'indivisibles, ou s'il refusait tout simplement d'exprimer ses convictions sur ce problème précis par crainte de heurter les opinions des traditionalistes de l'Eglise Catholique²³².

²³⁰ « Io non ardi dire che il continuo fosse composto di quelli, ma mostrai bene che fra continui non vi era altra proportion che della congerie de gl'indivisibili » (OG, XVIII, p. 67). Encore plus claire est le refus de Cavalieri d'entrer dans la question du continu, si l'on se rapporte à lettre du 2 octobre 1634 où il écrit : « Tuttavia, comunque ciò sia, non mi pare di essere astretto a rispondere a questo, poichè assolutamente io non mi dichiaro di componere il continuo d'indivisibili, ma solo mostro che i continui hanno la proportion degli aggregati di questi indivisibili » (OG, XVI, p. 138).

²³¹ « Il che me metteva veramente in sospetto, che quello che ha finalmente pronunciato, potesse esser vero ». (OG, XVIII, p. 68).

²³²FESTA, E. (1988) « Aspects de la controverse sur les indivisibles », *op. cit.*, pp. 195-196.

Il s'agit d'une remarque très pertinente. Si l'on parcourt la suite de la lettre, Cavalieri avoue également à Galilée qu'il aurait préféré traiter cette question de manière plus approfondie car, nous dit-il :

Si j'avais osé, je l'aurais prié de ne pas mépriser (*tralasciarne*) cette affirmation [à propos du continu], sinon pour la vérité de la conclusion, au moins pour le fait que d'autres auraient réfléchi plus attentivement sur cette nouvelle manière de mesurer les continus²³³.

Comment peut-on interpréter ces mots de Cavalieri ? Bien que les extraits de cette lettre fassent état de la possibilité de constituer le continu au moyen des indivisibles, il nous semble que Cavalieri parle en termes purement hypothétiques (*potesse essere vero*). On voit donc la portée limitée qu'il faut attribuer à cette phrase. À notre avis, en ce qui concerne sa méthode, Cavalieri cherche à faire des adeptes et ne s'en tient pas du tout à un souci de discussion sur la nature du continu. L'assertion de Cavalieri révèle une certaine indifférence par rapport à l'hypothèse d'un continu composé d'indivisibles (*se non per la verità di essa conchlussione*). Il semble que Cavalieri, face à l'incompréhension suscitée par sa méthode, n'aurait pas vu d'un mauvais œil une incursion dans le débat concernant la nature du continu, pourvu que cette incursion fût capable de relancer l'intérêt pour sa méthode. Quoi qu'il en soit, la question lancée par Festa semble difficile à trancher à partir d'une seule lettre et sans l'appui d'autres textes capables de nous livrer des indices et des clés bien plus clairs et évidents. Aussi certains spécialistes se sont-ils mis à chercher des preuves supplémentaires dans les écrits de Cavalieri. C'est notamment le cas de Giovanna Baroncelli. D'après l'historienne italienne, la notion cavalierienne d'*omnes lineae* dénote en elle-même une somme d'éléments qui composent le continu et de là on peut déduire que, peut-être, de manière implicite Cavalieri affirmerait que le continu est composé des indivisibles. À l'appui

²³³ « S'io havessi havuto tanto ardire, l'havrei pregata a non tralasciarne questa confermatione, se non per la verità di essa conchlussione, almeno acciò altri più attentamente havessero fatto riflessione a questa mia nuova maniera di misurare i continui » (OG, XVIII, p. 68).

de sa déclaration Giovanna Baroncelli soutient que l'emploi du terme « agrégat » dans l'ouvrage de Cavalieri *Opusculum de geometria pratica* est synonyme de somme et non pas d'ensemble²³⁴. L'historienne italienne fait également appel à la manière dont Cavalieri déduit la loi de la chute des corps dans son *Specchio Ustorio*. En effet, dans cet ouvrage, Cavalieri, parle d'une sommation des circonférences en nombre infini (*il sommare infinite circonferenze*)²³⁵ et il reconnaît que la vitesse est une grandeur composée d'une somme infinie des degrés de vitesse accumulés depuis le premier moment du mouvement d'un corps. Comme nous l'avons déjà noté, il est significatif que Cavalieri rende publique sa méthode pour s'attaquer à la déduction des lois du mouvement, car le transfert de sa procédure au domaine de la physique naturelle du domaine de la géométrie où les agrégats des indivisibles, « toutes les lignes » et « tous les plans », constituent une simple grandeur à caractère opératoire, pouvait entraîner certains problèmes d'ordre épistémologique. Dans le contexte de la physique et notamment dans celui relatif au problème du mouvement, était-il possible de maintenir que les agrégats des indivisibles n'étaient qu'une simple procédure opératoire sans corrélat avec le problème du continu ? Ce n'était pas, en tout cas, l'avis de Galilée pour qui l'analyse du mouvement devait conduire à « un examen systématique des indivisibles et des apories auxquelles aboutit tout essai pour résoudre le continu en composantes élémentaires infiniment petites »²³⁶. Dans le cas de Galilée, on l'a vu, l'indivisible est une notion charnière grâce à laquelle cet objet physique qu'est d'abord le mouvement peut devenir un objet accordé à la raison mathématique

Un autre argument en faveur de l'interprétation de Giovanna Baroncelli se trouve dans la correspondance avec Galilée où Cavalieri, afin de montrer l'accumulation infinie des

²³⁴BARONCELLI, Giovanna. *Bonaventura Cavalieri. Carteggio*, op. cit., p. 23

²³⁵ « Hora, poiché questo pare cosa impossibile, cioè il sommare infinite circonferenze, io mi prevaglio dell'area dell'istesso cerchio, e ne cavo le proportioni delle aggregate velocità, incominciando dal centro, o dalla quiete, e procedendo sino alla circonferenza estrema, cioè sino al massimo », *Lo Specchio Ustorio*, op. cit., p. 159

²³⁶CLAVELIN, M. « Les problèmes du continu et les paradoxes de l'infini chez Galilée », *Thalès*, 1959, 10, pp. 1-26. Ici, p. 7.

degrés de vitesse dans le mobile, se demande s'il ne serait pas possible de le faire *via* une réalisation mécanique. La notion de vitesse globale, telle qu'elle apparaît dans le *Specchio Ustorio*, le conduit à interpréter la vitesse dont est animé un mobile, comme une succession de degrés de vitesse venant s'accumuler dans le corps au cours du temps (*dal mobile, nel quale si vanno aggregando le velocità*)²³⁷. Afin de vérifier cette assertion, Cavalieri dans une lettre du 6 février 1635, conçoit un dispositif expérimental qui lui permettrait de faire accroître indéfiniment la vitesse d'une roue en lui fournissant le même degré de vitesse à chaque intervalle de temps :

La question que je pose est la suivante : étant donné une roue qui tourne autour de son propre axe, de telle manière que, si une vitesse constante de la roue qui engendre le mouvement persiste, la roue qui est entraînée devrait avoir une vitesse croissante²³⁸.

La réponse de Galilée à la lettre de Cavalieri ne nous est pas parvenue. Mais il semble bien que Galilée ait remarqué l'impossibilité d'élaborer un tel dispositif²³⁹. Même si Cavalieri reçoit une réponse négative de la part de Galilée, le constat d'un tel projet est une preuve supplémentaire pour ceux qui veulent faire correspondre la notion d'agrégat et celle de somme. C'est notamment le cas de Michel Blay et Egidio Festa qui dans un article conjoint de 1998 se déclarent partisans d'une telle interprétation. A leur avis, l'application mécanique proposée par Cavalieri montrerait clairement que la notion de « vitesse globale » employée dans le *Specchio Ustorio* était conçue comme la « somme » des degrés de vitesse accumulés tout au cours du mouvement d'un grave :

Tout se passait comme si « Cavalieri-physicien » acceptait ce que « Cavalieri-géomètre » n'avait jamais osé admettre, c'est-à-dire la

²³⁷CAVALIERI, B. *Lo Specchio Ustorio*, *op. cit.*, p. 160

²³⁸« Il quesito era questo : data una rota volubile intorno al suo asse, trovar modo di moverla con un'altra rota, pur volubile intorno al proprio asse, in tal maniera che perseverando la medesima velocità della rota movente, la rota mossa vadia sempre crescendo di velocità » (OG, XVI, pp. 204-205). Pour la traduction BLAY, Michel et FESTA, Egidio. « Mouvement, continu et composition de vitesses au XVII^e siècle », *op. cit.*, p. 83.

²³⁹C'est ce que l'on peut au moins déduire de la lettre suivante de Cavalieri à Galilée, datée le 12 mars 1635, (OG, XVI, pp. 230-231).

composition du continu à partir de ses seuls indivisibles. Ainsi les doutes jetés sur la possibilité d'effectuer la somme d'un nombre infini de degrés de vitesse, tombaient lorsqu'il s'agissait de degrés attachés de manière visible, si l'on peut dire, à un corps en mouvement²⁴⁰.

Tout se passe comme s'il subsistait chez Cavalieri une dualité entre le phénomène physique de la chute, fondé sur la « sommation » de degrés de vitesse, et la procédure géométrique, censée pouvoir expliquer ce même phénomène. Une procédure, on s'en souvient, qui fait appel à une conception purement opératoire du terme *aggregatum*. Il semblerait, effectivement, que le point de vue adopté par Cavalieri dans le *Specchio Ustorio* et la lettre citée tout à l'heure, implique une sorte de suspension, de flottement du terme *aggregatum*. L'accumulation de degrés de vitesse dont parle Cavalieri est loin de se conformer de la vision générale du terme « agrégat des indivisibles » présente dans sa *Geometria indivisibilibus* où l'idée de « somme » est absent. Dans sa géométrie Cavalieri ne prend pas en considération la somme des éléments qui forment les agrégats des indivisibles, mais plutôt leurs rapports. Il suffit d'établir une proportionnalité entre deux agrégats pour ensuite extrapoler les résultats aux figures qui leur contiennent²⁴¹.

Un autre point de vue est celui de Philippe Boulier. D'après Boulier, pour sortir de cette impasse interprétative, il est essentiel de replacer les déclarations de Cavalieri dans son contexte – celui de la déduction de la loi de la chute – afin de se garder de lui attribuer une généralité et un sens que Cavalieri n'avait jamais voulu donner au terme *aggregatum*.

Dans l'accélération naturelle Cavalieri reconnaît la composition infinie de la vitesse. Mais il n'affirme jamais à propos du continu spatial qu'il est composé de manière infinitésimale. Autrement dit, il ne prend jamais position concernant la nature du continu. Il y a donc une différence entre le

²⁴⁰BLAY M. et FESTA, E. « Mouvement, continu et composition de vitesses au XVII^e siècle », *op. cit.*, pp. 84-85.

²⁴¹DE GANDT, F. « Cavalieri's Indivisibles and Euclid's Canons » in BARKER P. and ARIEW R. (dir.) *Revolution and Continuity. Essays in the History and Philosophy of Early Modern Science*, Washington, Catholic University of America Press, 1991, pp. 157-182.

phénomène physique représenté (la composition infinie de la vitesse) et la conception du continu de Cavalieri²⁴².

C'est une remarque très pertinente car elle pourrait bien constituer un point de repère utilisable pour rendre aussi compte de la nature « ambiguë » des indivisibles chez Cavalieri. Certes, on n'ignore pas que la lecture attentive des extraits cités tout à l'heure atteste d'une certaine incohérence : d'un côté la notion opératoire d' « agrégat d'indivisibles » telle qu'elle est définie dans la *Geometria Indivisibilibus continuorum*. Pourtant cette ambiguïté relève d'une problématique caractéristique de la pratique intellectuelle à l'intérieur de laquelle s'insère la pensée de Cavalieri : l'adéquation entre mathématiques et phénomènes physiques. Le passage de la géométrie au monde physique ne peut être réalisé qu'au prix d'une concession. Concession qui, dans le cas de Cavalieri, réside fondamentalement dans le fait d'avoir faussé l'idée directrice d'*aggregatum* pour la mettre au service de la physique naturelle et de la déduction de la loi de la chute des corps. De ce point de vue, on a l'impression que le concept d'indivisible chez Cavalieri se trouve dans le point de jonction entre l'ordre purement mathématique et l'ordre physique : d'un côté on a une grandeur à caractère neutre capable d'établir des rapports de proportionnalité entre deux continus et de l'autre un composant physique qui permet de formuler la loi de la chute des corps. Toutefois, loin de penser que l'utilisation du terme « somme » pour désigner l'addition de degrés infinis de vitesse pourrait nous dévoiler une certaine idée latente de la pensée de Cavalieri touchant la composition du continu, il s'agit tout simplement d'une indication qui vise une meilleure compréhension du processus naturel de la chute des corps. Si dans la vision de Galilée, le mobile passe pour tous les degrés de vitesse avant d'acquérir une vitesse déterminée, comment peut-on définir géométriquement ces processus dont l'acquisition des diverses degrés se fait sans solution de continuité ? Dans ce contexte, il semble naturel de penser à une

²⁴²BOULIER, P. « Le problème du continu pour la mathématisation galiléenne et la géométrie cavaliérienne », *op. cit.*, p. 392.

sommation d'éléments. Ainsi, en utilisant sa méthode dans ce contexte, Cavalieri songeait non pas tellement à une application *strictu sensu* de sa procédure, mais bien plutôt à une manière de formuler géométriquement la loi de la chute des corps. En plus, limitant l'emploi au seul cas où l'on déduit les lois de la chute des corps, on est en face d'un usage très restreint de la la notion d'agrégat d'indivisibles.

En outre, il faut avoir présent à l'esprit que Cavalieri, lors de sa dispute avec Paul Guldin, reviendra, sept ans plus tard, sur la notion d'agrégat et, loin de la définir comme une sommation d'éléments, il insistera sur son caractère purement opérationnel. La controverse avec Guldin, qui fera l'objet du chapitre IV de ce travail, constitue, à notre avis, une pièce complémentaire pour minimiser l'interprétation du terme *aggregatum* comme sommation et donc pour éviter d'attribuer à Cavalieri une vision du continu composé des indivisibles. Étant donné que dans *Exercitationes geometricae*, où Cavalieri répond aux critiques de Guldin, il met à plusieurs reprises l'accent sur la notion opérationnelle d'agrégat, il est plus pertinent de s'en tenir à ce dernier document écrit du vivant de Cavalieri. Ni Michel Blay ni Egidio Festa ni Giovana Baroncelli ne font allusion à cette controverse. Ils se limitent à souligner l'emploi, certainement ambigu, du terme agrégat que fait Cavalieri dans la déduction de la loi de la chute des corps dans les deux lettres citées plus haut. Cette ambiguïté disparaît lorsqu'on pense à ce que Cavalieri répond à Guldin quand celui-ci lui rapproche le manque de rigueur mathématique du terme *aggregatum*.

II.9 Conclusion

En accord avec la nouvelle vision de Galilée touchant la composition de la matière, avec comme toile de fond ses idées sur l'atomisme, nous avons abordé le passage chez Galilée d'une conception de la matière dictée par l'atomisme physique vers une autre conception guidée par l'atomisme mathématique. Nous avons entrepris cette tâche afin

d'établir jusqu'à quel point la réflexion sur les indivisibles à l'époque de l'élaboration de la méthode de Cavalieri était une question brûlante pour Galilée et, en conséquence, elle pouvait avoir un impact sur la transformation de la démarche cavalierienne, c'est-à-dire le passage d'une procédure purement mathématique vers une méthode des indivisibles, telle que nous l'avons analysé dans le chapitre I.

Etant donné les avantages – du point de vue de la procédure mathématique – de la méthode des indivisibles pour la déduction des lois du mouvement nous avons ensuite abordé la problématique du mouvement chez Galilée et chez Cavalieri. Il a sans doute été providentiel, pour l'avenir des indivisibles que Galilée, tout en étant particulièrement sensible au problème du mouvement et tout en ayant compris avec lucidité les possibilités nouvelles de la méthode cavalierienne, ait examiné dans ses *Discorsi* (1638) la *vexata quaestio* du mouvement pour déduire la loi de la chute des corps en se prévalant d'un appareil mathématique similaire à celui de Cavalieri. Malgré les réticences initiales contenues dans les échanges avec Cavalieri, dont on a parlé au chapitre I, il se produit chez Galilée un changement d'avis radical : il voit les possibilités conceptuelles et théoriques de la méthode de Cavalieri pour mettre en place une nouvelle science du mouvement rigoureuse et mathématique. Pourtant, avant d'intégrer les indivisibles dans son projet de recherche, Galilée, à la différence de Cavalieri, emploie la Première Journée des *Discorsi* pour exposer sa conception du continu et confronter aux lecteurs avec les difficultés conceptuelles qui dérivent directement du traitement de l'infini car, comme Galilée le sait, les « agrégats » d'indivisibles sont au centre de la nouvelle procédure mathématique de Cavalieri. Ainsi, comme nous l'avons noté, afin d'avoir les garanties théoriques suffisantes pour l'aboutissement de son projet de mathématisation du mouvement, Galilée, avant employer les indivisibles, élabore sa vision de l'« atomisme mathématique » pour ensuite aborder les deux questions du continu et de les indivisibles. Cavalieri et Galilée ont deux manières différentes

d'aborder cette notion : Galilée fait de la notion d'indivisible l'un des piliers de sa philosophie naturelle, dont l'existence est indispensable pour réélaborer mathématiquement la science du mouvement, tandis que pour Cavalieri il s'agit tout simplement d'un concept mathématique, sans réalité propre et tout à fait dépendant de la fonction qu'il accomplit dans l'outillage conceptuel de sa géométrie. Or, cette réappropriation ou réinterprétation des indivisibles de la part de Galilée n'est pas sans conséquences pour la compréhension et la réception de la méthode des indivisibles pendant la seconde moitié du XVII^e siècle. Loin d'être insignifiante, cette modification introduite par Galilée a joué un rôle décisif dans la conception même de la méthode des indivisibles chez Evangelista Torricelli duquel on va parler dans le chapitre suivant.

CHAPITRE III

TORRICELLI ET LA MÉTHODE DES INDIVISIBLES²⁴³

Compte tenu des résultats auxquels nous sommes parvenus dans les chapitres précédents, il convient maintenant d'aborder un point très important dans cette histoire des indivisibles : le rôle joué par Torricelli dans la diffusion et l'amélioration de la méthode de Cavalieri. Nous allons examiner de près la correspondance afin d'identifier les étapes concernant l'assimilation des indivisibles par Torricelli. Nous espérons montrer les modifications introduites par Torricelli dans la procédure cavalierienne car, comme on le verra, il s'agit de modifications très importantes pour l'avenir de la méthode. Ces modifications sont d'autant plus importantes que la plupart de mathématiciens du XVII^e siècle intéressés par les indivisibles ont eu accès à cette méthode à partir de l'œuvre d'Evangelista Torricelli. Or de quoi s'agit-il lorsqu'on parle de modifications ? Quelles sont les changements introduits par Torricelli ? Y-a-t-il une différence de fond et de forme entre la méthode cavalierienne et la version de Torricelli ? Ce sont les questions auxquelles nous nous confrontons dans ce chapitre. Pour répondre à toutes ces questions, nous allons d'abord distinguer les étapes qui marquent la progressive assimilation de la méthode des indivisibles par Torricelli et les motivations qui ont présidé à ses choix pour ensuite la manière dont

²⁴³ Les aspects mathématiques de l'œuvre de Torricelli ont été traités dans BORTOLOTTI, E. « I progressi del metodo infinitesimale nell'opera geometrica di Evangelista Torricelli », *Periodico di matematiche*, 8, 1928, pp. 19-59. ITARD, J. « La lettre de Torricelli à Roberval d'octobre 1643 », *Revue d'histoire des sciences*, 28, 1975, pp. 113-124. DE GANDT, F. *L'œuvre de Torricelli : science galiléenne et nouvelle géométrie*, Nice, Les Belles Lettres, 1987 et DE GANDT, F. « L'évolution de la théorie des indivisibles » dans BUCCIANINI, M. et TORRINI, M. (dir.) *Atomismo nella Scuola Galileiana*, Florence, Nuncius, 1992, pp. 103-118. MANCOSU, P. et VALLATI, E. « Torricelli's Infinitely Long Solid and its Philosophical Reception in the Seventeenth Century », *Isis*, 82, 1991, pp. 50-70. MALET, A. *From Indivisibles to Infinitesimals. Studies on Seventeenth-Century Mathematizations of Infinitely Small Quantities*, Barcelone, Universitat Autònoma de Barcelona, 1996. TOSCANO, F. *Vita breve e mirabile di Evangelista Torricelli*, Milan, Alpha Test, 2008.

Torricelli est arrivé à établir un rapport entre une aire infinie et une aire finie au moyen des indivisibles courbes. Il s'agit, bien évidemment, du célèbre solide hyperbolique infiniment long dont le résultat provoquera l'admiration de la communauté scientifique. Au-delà du résultat obtenu par Torricelli ce qui nous intéresse ici est de saisir les réticences de Cavalieri par rapport à l'invention des indivisibles courbes. Contrairement à Torricelli pour Cavalieri, avant d'introduire une nouvelle espèce des indivisibles il faut absolument donner un fondement et codifier les indivisibles courbes dans un théorème général. Ce n'est pas seulement une différence de forme mais une différence de fond qui laisse entendre la manière dont les deux mathématiciens conçoivent la pratique mathématique. Ensuite nous analyserons l'emploi que fait Torricelli des indivisibles pour le calcul des centres de gravité ou barycentres ce qui, en dernière instance, justifiera l'adhérence de Torricelli à la défense des indivisibles contre les attaques de Guldin. En même temps et en s'appuyant sur les résultats du chapitre II il faudra déterminer si les objections adressées par Galilée à la procédure de Cavalieri ont eu une influence sur Torricelli et sur sa volonté de modifier la version primitive des indivisibles ou bien Torricelli agit *motu proprio* compte tenu des paradoxes que lui-même fait parvenir à Cavalieri.

III.1 Les premiers pas dans l'assimilation de la méthode des indivisibles

La *Geometria Indivisibilibus* semble avoir rencontré très peu d'écho dans les années qui ont suivi sa parution. Dans ses lettres, Cavalieri se plaint parfois amèrement de l'infortune de sa réflexion sur la nouvelle procédure, que la plupart de mathématiciens considéraient comme trop obscure et extrêmement difficile à saisir²⁴⁴. Que la nouvelle méthode – dans ses deux versions – entraîne aucune révolution dans le paysage mathématique du temps, l'accueil plutôt réservé des contemporains est là pour le prouver. Même si Cavalieri dans une lettre

²⁴⁴Voir les témoignages des lettres adressées à Galilée le 27 mars 1629 (OG, XIV, p. 28), le 6 février 1635 (OG, XVI, p. 204) et le 18 septembre 1635 (OG, XIV, p. 314).

adressée à Galilée le 24 décembre 1635, annonce avec satisfaction la visite d'un gentilhomme français, Jean de Beaugrand²⁴⁵, avec lequel il a pu traiter quelques questions relatives à la méthode des indivisibles, il n'en reste pas moins vrai que, hormis ce gentilhomme français et quelques mathématiciens proches du cercle de Galilée, les idées de Cavalieri n'avaient pas réussi à rencontrer un public apte à accueillir et à cultiver sa méthode. Le temps passait et la *Geometria indivisibilibus continuorum* (1635) restait toujours incompréhensible pour les mathématiciens peu versés dans cette nouvelle procédure ? Bonaventura Cavalieri aura cependant l'occasion de voir la fécondité de ses nouvelles idées dans le travail du jeune mathématicien Evangelista Torricelli (1608-1647)²⁴⁶, formé à Rome sous la direction de Benedetto Castelli. La lettre que Torricelli adresse à Galilée le 11 septembre 1632 fournit des indications très intéressantes sur sa formation :

Je suis de profession mathématicien, bien qu'encore jeune, élève du père [Castelli] depuis six ans. Pendant deux ans j'ai fait aussi des études tout seul, sous la direction des pères Jésuites. J'ai été le premier chez l'abbé [Castelli] et dans Rome même, à avoir étudié votre livre [*Dialogues*] très minutieusement et de manière assidue, jusqu'à ce jour. Je l'ai fait avec le plaisir que vous pouvez imaginer chez quelqu'un qui, ayant déjà une assez bonne pratique de toute la géométrie, d'Apollonius, d'Archimède, de Théodose et ayant étudié Ptolémée et vu presque tout de Tycho, de Kepler

²⁴⁵ « Intesi della molta sodisfattione che ricevè dal Sig. Giovanni de Beaugrand e tanto è successo al P.D. Benedetto, com'havrà forse da lui inteso [...] Ho havuto molto caro un'occasione tale per havere la communicatione con quei Sgri matematici della Francia, stante la penuria che vi è qua in Italia » (OG, XVI, p. 366). Il avait rencontré pour la première fois Beaugrand, de passage à Bologne, en octobre 1635 : « Questa mattina ho discorso per spatio di un' hora e meza con un gentilhuomo Francese, che mi pare molto intelligente delle matematiche e mi sembra un altro Vieta, quale mi ha detto di voler venire a visitare V.S » (OG, XVI, p. 328). Une autre allusion à la figure de Beaugrand se trouve dans la lettre, adressée à Giannantonio Rocca, le 11 novembre 1635 : « L'altro giorno passò con l'Imbasciatore straordinario di Francia un gentiluomo Franzese intelligentissimo delle matematiche col quale discorsi circa un' ora e mezza ; e se ne portò i miei libri, e mi disse di farmi conoscere quei matematici della Francia, che sono in qualche numero rispetto agl'Italiani : laonde ne spero una comunicazione molto virtuosa » (OG, XVI, p. 345).

²⁴⁶ L'admiration de Cavalieri pour Torricelli était si grande que, dans une lettre adressée à Giannantonio Rocca le 28 décembre 1642, il écrit : « In materia finalmente dei chi sia successo in luogo dei qu. Sig. Galileo, credo di haverli scritto altre volte di un Signor Evangelista Torricelli Romano, ed allivero del P.D. Benedetto [...] È veramente un soggetto di singolar valore, e dottrina, praticissimo in Euclide, Apollonio, Archimede etc... e nelle opere del Sig. Galileo havendo egli aggiunti due libri alla dottrina del moto, del detto Sig. Galileo, quali si dovranno pure vedere in luce quanto prima, e mi ha in diverse volte mandate diverse sue speculazioni, ed invenzioni tanto sottili, che lo stimo l'Archimede dell'età nostra. Potrei dirgliene molte, che sono da lui inventate, e per la via ordinaria, e per la mia degl'indivisibili, de' quali egli è più pratico di me ». TORRICELLI, E. *Opera*, III, p. 88. Désormais nous citerons l'*Opera* de Torricelli avec l'abréviation OT suivie du volume et du numéro de page.

et de Longomontanus, adhéraît finalement à Copernic et professait son attachement à l'école galiléenne²⁴⁷.

En ce qui concerne la nouvelle méthode de Cavalieri, Torricelli y fait allusion pour la première fois dans une lettre envoyée à Raffaello Magiotti (1597-1656), le 5 janvier 1641, dans laquelle le jeune mathématicien de Faenza confesse franchement à son ami son incapacité à traiter certaines questions géométriques posées par Cavalieri :

Il [Cavalieri] se trompe s'il pense que je veuille me prendre la tête avec une chose de ce genre. Dans la profession [de mathématicien], je ne peux pas encore lui faire de l'ombre, ni à lui ni à celui qui mesure la surface du cône scalène et la ligne cycloïde. Ce sont des choses qui se trouvent par hasard, et Bonaventura, il me semble, les résoudra avec ses principes touchant l'infini [les indivisibles] ; des principes qui ne sont pas approuvés par tous²⁴⁸.

Torricelli ne mâche pas ses mots : il parle ouvertement à Magiotti de réticences générales eu égard aux principes sur lesquels Cavalieri a bâti sa démarche (*cose non approvate da tutti*). Toutefois, malgré les réticences initiales, la contribution ultérieure d'Evangelista Torricelli au progrès de la nouvelle méthode sera aussi remarquable que rapide. Torricelli a dû se cramponner et consacrer une grande partie de son temps à l'étude détaillée de cette méthode, pour la comprendre d'abord et s'entraîner ensuite à l'appliquer, car en juillet de cette même année, Bonaventura Cavalieri lui écrit pour le féliciter de ses progrès. Il fait notamment allusion à la description de Torricelli concernant les sections coniques (*la descrizione delle sezioni coniche*) et il dit avoir particulièrement apprécié la démonstration du

²⁴⁷ « Sono di professione matematico, ben che giovane, scolaro del Padre R. di 6 anni, e duoi altri havevo prima studiato da me solo sotto la disciplina delli Padri Gesuiti. Son stato il primo che in casa del Padre Abbate, et anco in Roma, ho studiato minutissimamente e continuamente sino al presente giorno il libro di V.S., con quel gusto che ella si puo imaginare che habbia havuto uno che, già havendo assai bene praticata tutta la geometria Apollonio, Archimede, Teodosio, et che havendo studiato Tolomeo et visto quasi ogni cosa del Ticone, del Keplero e del Longomontano, finalmente adheriva, sforzato dalle molte congruenze, al Copernico, et era di professione e di setta galileista » (OG, XIV, p. 387).

²⁴⁸ « Ma s'inganna, se pensa che io voglia picarmi e rompermi il cervello in queste robbe, mentre nelle professione non sarei atto a nettar le scarpe nè a lui, nè a quello che misura la superficie del cono scaleno e la linea cycloïde. Queste sono cose, che per lo più si trovano incidentemente, e Bonaventura credo che li scioglierà con i suoi principii de gl'infiniti ; cose non aprovate da tutti ». *Ibidem*, p. 44.

fuseau parabolique à cause surtout de sa facilité, sa brièveté et sa nouveauté (*facile, breve e nuova*). Cavalieri invite également Torricelli à publier ses démonstrations « surtout – écrit-il – lorsqu'on sait qu'après Galilée, vous avez trouvé de très belles choses concernant la question du mouvement »²⁴⁹. Encore plus significative des avancées réalisées par Torricelli sur la voie de la nouvelle méthode, est la lettre que Cavalieri lui adresse le 17 décembre 1641 :

Votre lettre m'est arrivée pendant que j'étais au lit, convalescent, attaqué de la goutte et avec une fièvre qui ne m'a pas laissé jouir de vos belles réflexions. Même si je ne suis pas encore tout à fait rétabli, j'ai pu, en dépit de la maladie, jouir de votre génie et m'éblouir de ce solide hyperbolique infiniment long et pourtant égal à un corps fini ; en ayant parlé à quelques-uns de mes élèves, ils m'ont dit que cela était une chose vraiment merveilleuse et extravagante²⁵⁰.

L'étonnement de ses élèves et de Cavalieri lui-même est absolument compréhensible : c'est la première fois dans l'histoire de la pratique mathématique que l'on est capable d'établir un rapport de proportionnalité entre une quantité infinie et une quantité infinie, en mesurant une figure infinie au moyen d'une figure finie²⁵¹. Torricelli lui-même était conscient de cette réussite et dans le *Proemium ad lectorem* de son *De solido acuto hyperbolico* il écrit :

Cet ouvrage aborde un problème qui semblera non seulement difficile aux adeptes de la Géométrie, mais aussi impossible. Jusqu'à aujourd'hui, en effet, dans les Ecoles Mathématiques, les dimensions des figures répertoriées, sont toujours limitées partout [*ab omni parte finem habentiu*] [c'est-à-dire : elles sont finies]. Parmi tous les solides auxquels les auteurs anciens et modernes, avec des efforts multiples, ont limité leur recherche,

²⁴⁹ « E massime, che intendo aver ella trovato bellissime cose circa il moto doppo il Sig. Galileo ». *Ibidem*, p. 57.

²⁵⁰ « Mi giunse la lettera di V.S. in tempo, che io stano nel letto con la febbre, e gotta, che mi levorno il poter godere allora le sue bellissime specolazioni, e sebbene non sono anco ben riavuto, ho però goduto al dispetto del male de' sapprotissimi frutti del suo ingegno, essendomi riuscito infinitamente ammirabile quel solido iperbolico infinitamente lungo, ed uguale ad un corpo quanto a tutte tre le dimensioni finito, ed avendo io comunicato ad alcuni miei scolari filosofi, hanno confessato pareregli veramente meraviglioso e stravagante ». *Ibidem*, p. 65.

²⁵¹ BELLONI, L. *Opere scelte di Evangelista Torricelli*, Torino, UTET, 1975, p. 14. Pourtant d'après l'avis de Fabio Toscano il ne s'agit pas d'une nouveauté absolue car on trouve déjà chez Oresme l'établissement d'une telle proportionnalité entre volumes d'une largeur infinie : « Un simile esito – écrit-il – non costituiva all'epoca una novità assoluta: già nel XIV secolo, infatti, il matematico e filosofo francese Nicole Oresme aveva offerto esempi di solidi dotati di volume finito ma illimitati in lunghezza o estensione, riuscendo per giunta a spiegare la loro singolare natura in termini di "bilanciamento" tra l'infinito incremento di una dimensione e l'infinito decremento di un'altra ». TOSCANO F. *L'erede di Galileo. Vita breve e mirabile di Evangelista Torricelli*, Milan, Sironi, 2008, pp. 65-66.

aucun, que je sache, n'a une dimension infinie en extension. Et si l'on essaie donc de considérer un solide ou figure plane dont l'extension s'avance sur une dimension infinie, chacun d'entre nous croit qu'une figure de ce genre doit être d'une grandeur infinie. Toutefois, il existe un solide d'une longueur infinie, mais doué d'une subtilité telle que si on le prolonge à l'infini, il ne dépasse pas la masse d'un cylindre. C'est le solide engendré par l'hyperbole, auquel va être dédié l'écrit suivant²⁵².

Pour Cavalieri, l'importance de la trouvaille a une valeur double : d'un côté, elle lui permet de tester les pouvoirs de sa nouvelle méthode ; de l'autre, elle lui donne la possibilité de montrer que, malgré l'opinion de Galilée, on peut établir des rapports de proportionnalité entre le fini et l'infini. Contrairement à ce que soutient Galilée dans les *Discorsi*, la démonstration de Torricelli constitue à bien des égards une preuve supplémentaire en faveur de la procédure cavalierienne. Désormais, aucune différence insurmontable ne sépare le type d'intelligibilité mathématique qu'il faut appliquer pour percer les mystères de l'infini et y naviguer sans aller à la dérive, de celui qu'on rencontre dans les définitions de la géométrie euclidienne. Une géométrie qui s'accommode encore de l'outillage de la procédure cavalierienne, comme nous l'avons établi en effet, au chapitre II, lors de l'analyse de l'élaboration complexe et sophistiquée de la nouvelle méthode. Procédé fondé sur une réappropriation de la théorie euclidienne des proportions, mise au service d'une nouvelle grandeur que Cavalieri nomme « indivisible ». La démonstration de Torricelli témoigne de ce que les difficultés, voir les impossibilités, soulignées par Galilée concernant l'infini n'étaient qu'apparentes. D'autre part Cavalieri réalise qu'une telle démonstration étend amplement les applications de sa nouvelle méthode et, en même temps, la dote d'une légitimité

²⁵²« Aggredior iam opus quod ipsis Geometricae candidatis non solum difficile videatur verum etiam impossibile. Hactenus enim in Mathematicis Scholis repertae sunt dimensiones figurarum ab omni parte finem habentium : quandoquidem inter omnia solida, quae ab antiquis, et modernis Auctoribus multiplici conatu ad mensuram redacta sunt, nullum adhuc, quod ergo sciam, ullam dimensionem habuit extensionis infinitam. Imo statim atque proponatur sive solidum aliquod, sive figura plana cuius aliqua extensio in infinitam distantiam procedat, unusquisque cogitabit huiusmodi figuram infinitae magnitudinis esse debere. Attamen solidum habet Geometria, longitudine quidem infinitum, sed tanta praeditum subtilitate, ut licet in infinitum producat, exigi tamen cylindri molem non excedat. Tale erit solidum illud ab hyperbola genitum, quod huius libelli contemplatione prosequemur. » (OT, I, 1, p. 172).

supplémentaire²⁵³. Ce faisant, la notion d'infini, à laquelle Galilée a dédié une partie de la Première Journée des *Discorsi* en raison des difficultés logiques qu'elle incarne, trouve une place dans la pratique mathématique du XVII^e siècle²⁵⁴. En effet, pour ce qui touche la pratique mathématique, la démonstration de Torricelli constitue un pas en avant dans la configuration d'une géométrie qui parvient à se libérer du corset imposé par la géométrie grecque et la théorie euclidienne des proportions. Encore plus important : les nouvelles voies ouvertes par Torricelli permettront aux indivisibles de se constituer, en tant que méthode, autour d'une idée essentielle : l'*ars inveniendi*, c'est-à-dire la capacité inventive. C'est un aspect très important, qui détermine les conditions de possibilité de toute nouvelle méthode au XVII^e siècle, car à cette époque, il commence à se répandre l'idée que la méthode « devrait, contrairement à la logique aristotélicienne, manifester son utilité, respecter la nature des choses et les exigences de notre esprit, se révéler féconde pour l'invention »²⁵⁵. C'est pourquoi la fécondité des indivisibles chez Torricelli peut être interprétée comme une marque de son aspect novateur et de son caractère inventif par rapport à la stérilité de la méthode des Anciens, dont le but n'est pas d'inventer mais de démontrer rigoureusement selon les règles de la logique aristotélicienne et de la procédure de la double réduction à l'absurde. C'est grâce à l'accent mis sur l'*arsinveniendi* – lequel commence à gagner du terrain aux dépens d'autres aspects de la méthode (*ordo, dispositio...*) – que la stérilité de la logique en vient à être opposée à la fertilité de la méthode. Une idée qui ne fait pas qu'illustrer l'esprit d'une époque qui prend lentement conscience de la nécessité de s'écarter de la tradition méthodologique

²⁵³Une année plus tard, dans une lettre du 7 juin 1642, Cavalieri insiste à nouveau sur l'étonnement que lui a procuré la démonstration de Torricelli à propos du *solido acuto hyperbolico*. Il écrit : « Così la ringrazio della dimostrazione del solido acuto iperbolico veramente divina ; e non so come abbi pescato nell'infinita profondità di quel solido così facilmente la sua dimensione, poichè veramente a me pare infinitamente lungo, parendomi infinitamente lungo lo spazio piano che lo genera, et ogni parte di esso generando parte di solido ». (OT,III, p. 66)

²⁵⁴Sur cet aspect de la démonstration de Torricelli voir, MANCOSU, P. et VALLATI, E. « Torricelli's Infinitely Long Solid and its Philosophical Reception in the Seventeenth Century » *Isis*, 82, 1991, pp. 50-70.

²⁵⁵ROUX, S. *L'essai de Logique de Mariotte*, Paris, Classiques Garnier, 2011, p. 36.

aristotélicienne pour frayer une nouvelle voie de la connaissance, dont le modèle serait celui des mathématiques .

III.2 L'invention des indivisibles courbes

Dans le chapitre précédent, on a observé que pour la démonstration de la loi des graves du *Specchio Ustorio*, Cavalieri était obligé de réaliser une transformation des cercles en triangles, car sa méthode ne s'étendait pas aux indivisibles courbes. Ainsi, lorsque Torricelli dans ses *Opera Geometrica* (1644) se consacre à la démonstration du solide hyperbolique de hauteur infinie, il insiste sur le fait qu'il a utilisé une apparente nouveauté par rapport à la procédure cavalierienne : les indivisibles courbes²⁵⁶. Torricelli écrit :

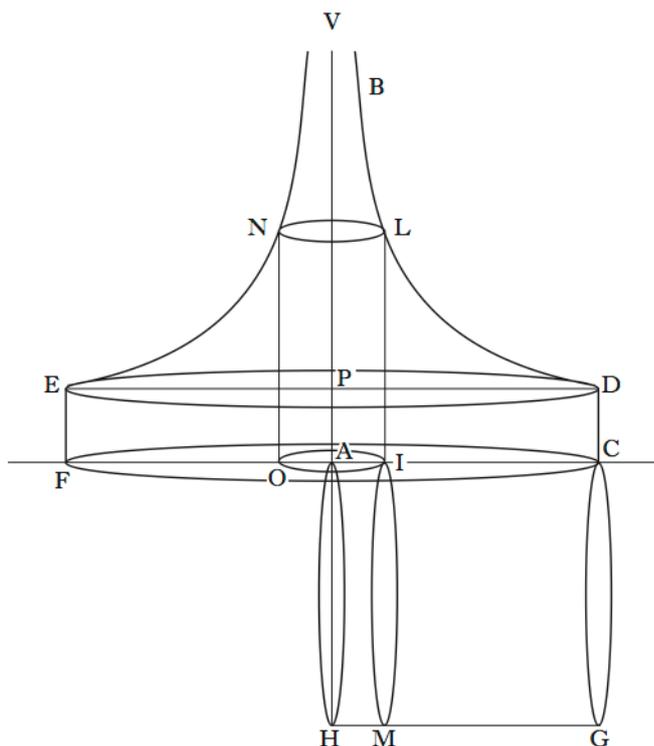
Notre méthode, que l'on va justement mettre en application dans le théorème mentionné à l'instant, procède par des indivisibles courbes, ce dont personne n'a encore donné d'exemple. Comme Cavalieri lui-même n'a fourni aucun élément à ce sujet dans sa *Geometria*, nous avons estimé que notre manière d'argumenter doit être, d'abord, corroborée par quelques exemples²⁵⁷.

²⁵⁶ Nonobstant l'analyse détaillée des conditions de possibilité et d'élaboration de la connaissance scientifique, on ne trouve pas chez Aristote, une définition très claire et homogène de la méthode. Comme l'a déjà souligné Gilbert, il n'est pas possible de dégager une notion cohérente de la méthode parce que « la méthode d'Aristote varie selon le sujet de la recherche », GILBERT, N.W *The Renaissance Concepts of Method*, New York, Cambridge University Press, 1960, p. 8. Cette absence d'une définition claire de la méthode n'a pas facilité la tâche de ses émules, et c'est principalement par l'intermédiaire de Galien que la méthode aristotélicienne connut son véritable essor. C'est donc grâce à la diffusion de l'*Ars Parva* de Galien que l'idée d'une méthode scientifique commence à prendre une dimension de plus en plus importante dans la pensée philosophique. Le point de départ pour d'ultérieures considérations sur la méthode, notamment pendant l'humanisme de la Renaissance, sera toujours Galien. On assiste ainsi à une reconstruction de la méthode d'Aristote, fertilisée par les discussions méthodologiques provenant de la tradition médicale. Voir RANDALL, J.H. « The Development of Scientific Method in the School of Padua », *Journal of the History of Ideas*, 1, 1940, p. 184. DESAN, P. *Naissance de la méthode*, Paris, A.G. Nizet, 1987, pp. 89-96 et GILBERT, N.W *The Renaissance Concepts of Methods* p. 163.

²⁵⁶ Sur les indivisibles courbes de Torricelli, on peut consulter, DE GANDT, F. « Les indivisibles de Torricelli », dans DE GANDT, F. *L'œuvre de Torricelli : science galiléenne et nouvelle géométrie*, Nice, Les Belles Lettres, 1987, pp. 147-206. Ici notamment, pp. 159-161.

²⁵⁷ « Methodus nostra, quam usurpaturi sumus in praefato Theoremata, procedet per indivisibilia curva, sine aliorum exemplo, non tamen sine praemissa Geometriae approbatione [...]. Cuius rei cum nullum Cavalerius ipse tradiderit in sua Geometria elementum, existimavimus nostrum arguendi rationem exemplis aliquot esse corroborandam » (OT,I,1 p. 174)

Toricelli est explicite : personne avant lui a employé cette sorte d'indivisibles courbes. Comme le précise Torricelli, dans la résolution de l'hyperbole infiniment longue, il a utilisé un type d'indivisible différent de celui employé par Cavalieri. Torricelli démontre l'égalité entre le solide engendré par une hyperbole, et un cylindre fini (voir figure) :



Pour établir cette égalité il procède selon la méthode de Cavalieri et conclut à la égalité de « toutes » les surfaces emboîtés dans le solide hyperbolique et « tous » les disques inclus dans le cylindre fini : la surface passant par les points OLN est donc égale au disque passant par I et M. Dans cet extrait Torricelli revendique l'invention d'un nouveau type d'indivisible : l'indivisible courbe. La revendication de Torricelli peut sembler étrange car une partie du livre VI de la *Geometria indivisibilibus* est consacrée à des indivisibles

courbes²⁵⁸. Mais l'étrangeté disparaît lorsqu'on pense que Torricelli étend l'application des indivisibles courbes aux solides tandis que Cavalieri limite son application aux figures planes²⁵⁹. De son côté Cavalieri n'hésite pas à en réclamer la paternité et la nécessité de les doter d'un théorème général, analogue au théorème du livre II de sa *Geometria*. Comme il l'écrit à Torricelli dans une lettre du 7 janvier 1642 :

Ayant donné un coup d'œil rapide [à votre démonstration], ce me semble des choses très justes, et je ne suis pas en mesure de les mettre en doute, puisque elles concordent avec Archimède et, en outre, la manière [de les démontrer] me semble exceptionnelle. Pourtant si je me souviens bien – car je n'ai pas le livre sous la main – moi aussi, j'ai employé les indivisibles courbes, sans toutefois les avoir étendus au-delà les cercles et afin de comparer les paraboles. Il me semble que quelqu'un pourrait souhaiter une proposition générale pour démontrer l'égalité de deux figures planes et solides, lorsque leurs indivisibles courbes sont égaux. Peut-être, si je ne me trompe pas, [cette proposition] serait-elle similaire à celle que j'ai ajoutée dans le deuxième livre de la Géométrie²⁶⁰.

Un élément d'incertitude vient se glisser dans la réponse de Cavalieri. Avant de se lancer dans l'élaboration d'une nouvelle grandeur – les indivisibles courbes – il faut l'asseoir sur un fondement plus solide. Aux yeux de Cavalieri, il est absolument nécessaire de définir au préalable les indivisibles courbes au moyen d'un théorème général. Pour le dire autrement, il faut donner une définition très rigoureuse de la nouvelle grandeur afin d'assurer la validité de la démonstration. Ainsi, jouant vis-à-vis des indivisibles courbes un rôle analogue à celui que tient le Théorème II dans le deuxième livre de la *Geometria*, le théorème général

²⁵⁸Dans le cas de la déduction des lois du mouvement *Lo Specchio Ustorio* – voir chapitre II – Cavalieri n'utilise pas des indivisibles courbes et il préfère procéder au moyen d'une transformation cercle-triangle.

²⁵⁹TOSCANO, F. *L'erede di Galileo. Vita breve e mirabile di Evangelista Torricelli*, op. cit., p. 83. Cf. DE GANDT, F. « Les indivisibles de Torricelli », op. cit., pp. 160-161.

²⁶⁰« Però avendole ora scorse alla sfuggita le dico, che mi son pare cose regolatissime, e degne del suo ingegno, nè io ci metto, quanto alla verità punto in dubbio, sì perchè concordano con Archimede quelle del foglietto, sì anco perchè il modo mi pare buonissimo, anzi mi pare, se male non mi ricordo (poichè non ho il libro alle mani) che anch'io mi sia servito di questi indivisibili curvi però non estendendomi oltre i cerchi comparati alle parabole ; solo parmi, che alcuno potesse desiderare una proposizione generale, che dimostrasse l'egualità di due figure piane, e solide, quando i loro indivisibili curvi, e diversi sono eguali ; e forse se io non m'inganno saria simile a quella, che metto io nel secondo Libro della Geometria sul principio. » (OT, III, p. 66).

demandé par Cavalieri viendrait circonscrire les indivisibles courbes, leur imposer la précision d'un sens explicite. Tel est l'idéal mathématique de Cavalieri. Pour parler des indivisibles courbes, il faut les définir, c'est-à-dire en tracer les limites. Faute d'un contour qui le cerne, l'indivisible courbe risque de s'égarer et se diluer. Bref, il faut toujours agir avec précaution et circonscrire chaque nouvel élément au moyen d'un théorème ou d'une définition de portée générale. C'est le seul moyen de promouvoir la rigueur et la certitude de la méthode. Le procédé de Cavalieri ne saurait se rapporter à ce qui fait la rigueur et la certitude des mathématiques, que sous la condition de s'être d'abord plié au besoin d'en préciser les concepts. Cavalieri vise à établir un ordre, une stabilité : une fois cette tâche accomplie et l'indivisible courbe codifié dans un théorème général, il n'aura plus à redouter aucune confusion.

Ce n'est pas le cas de Torricelli, qui ne fut jamais gêné par le problème de la justification des indivisibles courbes : il se limite à contrôler les résultats obtenus grâce aux indivisibles courbes en en donnant par ailleurs une démonstration non contestable par la méthode d'exhaustion. En effet, Torricelli donne également la démonstration « à la manière des Anciens », en précisant « que la preuve a été découverte grâce à la méthode des indivisibles ». Comme l'a écrit Lanfranco Belloni, Torricelli « n'est pas intéressé par les principes, mais par l'exploitation des possibilités de cette puissante méthode. Pour la justification des résultats, il lui suffit de les démontrer à nouveau par les méthodes traditionnelles, c'est-à-dire par exhaustion »²⁶¹. C'est une façon de procéder qu'il utilise systématiquement et dont l'introduction des indivisibles courbes est un bon exemple. Après avoir donné la démonstration du solide hyperbolique au moyen des indivisibles courbes, il donne une vingtaine de démonstrations par exhaustion. Ainsi, chez Torricelli, l'un des arguments les plus récurrents pour justifier l'emploi de la méthode des indivisibles, est de

²⁶¹BELLONI, L. « Torricelli et son époque. Le triumvirat des élèves de Castelli : Magiotti, Nardi et Torricelli », dans DE GANDT, F. *L'œuvre de Torricelli*, op. cit., p. 35.

démontrer parallèlement les résultats obtenus au moyen de la voie géométrique des Anciens. En d'autres termes, la promotion de la *nova ratio* passe notamment par le fait de montrer que les résultats obtenus grâce aux indivisibles, s'accordent avec ceux que l'on obtient si on suit la voie des Anciens.

Pourtant un doute subsiste à l'égard de la lettre du 7 janvier 1642 : si comme Cavalieri écrit à Torricelli, il avait développé la notion d'indivisible courbe dans le livre VI de la *Geometria*, pourquoi ne les applique-t-il pas dans le *Specchio Ustorio* lorsqu'il déduit la loi du mouvement ? C'est peut-être l'absence d'un théorème général qui pourrait l'expliquer. Faute d'un principe de portée générale, il se pourrait bien que Cavalieri ait préféré passer par la transformation cercle-triangle afin d'opérer la déduction de la loi du mouvement sur une base plus solide et rigoureuse. Autrement il risquait d'utiliser une notion qui, pour n'avoir pas un fondement solide, pouvait entraîner également une perte de valeur démonstrative.

Torricelli a, pour sa part, continué à travailler avec la méthode des indivisibles, sans se soucier de fournir un théorème général pour justifier l'emploi des indivisibles courbes. Qu'il fasse des progrès très rapidement, en témoigne la lettre du 14 juillet 1642. Cavalieri écrit :

J'ai vu avec grand étonnement les deux joyaux géométriques que vous m'avez envoyés et, franchement, je vous confesse n'avoir jamais envisagé un pareil passage de la doctrine des indivisibles vers le domaine des nombres²⁶².

Entre les mains de Torricelli, la doctrine des indivisibles acquiert une ampleur inouïe, et il se propose de l'appliquer aux nombres. Même s'il subsiste entre la géométrie et l'arithmétique une évidente dualité d'origine – celle-ci étant science du discret, celle-là de l'étendue continue – Torricelli semble vouloir les réunir avec les indivisibles. Chose vraiment incroyable pour Cavalieri, qui ne cache pas son étonnement. A la fin de cette lettre, Cavalieri

²⁶²« Ho visto con meraviglia le due gioie, che mi manda di Geometria, e veramente confesso di non aver mai fatto tal passaggio nella dottrina degl'indivisible, applicandole ai numeri » (OT, III,p. 72).

félicite également Torricelli pour son élection à l'*Accademia della Crusca* et, en passant, il en profite pour exposer une intéressante réflexion sur la tâche que s'est assignée cette académie. Selon Cavalieri la plupart des savants qui y siègent ont plus d'estime pour les choses physiques que pour les mathématiques pures²⁶³. Pour eux, les mathématiques ne valent pas tant par elles-mêmes qu'à cause de leurs applications pratiques :

Il convient de s'adapter à leur mentalité, et même à la mentalité des gens en général, dans la mesure où les mathématiques ne sont point appréciées si leur application aux problèmes pratiques n'apparaît pas. C'est cela qui fait le grand malheur de cette science très noble et qui est à l'origine, probablement, du fait que le nombre de ceux qui la cultivent soit si restreint²⁶⁴.

Loin d'être une science ancillaire de la physique, les mathématiques (*nobilissime scienze*) ont pour Cavalieri une valeur *per se*. Se consacrer aux mathématiques, ce n'est pas un simple amusement de l'esprit et le mérite de cette discipline ne tient pas non plus à son rapport avec la pratique. La vision de Cavalieri est chargée d'une bonne dose d'idéalisme platonicien et, au vue de cette lettre, il n'est pas étrange du tout de retrouver les mêmes idées dans les *Lezione Accademiche* de Torricelli publiées posthumément en 1715 par Tommaso Bonaventura²⁶⁵. Il s'agit d'un recueil de textes assez hybride où l'on aborde diverses matières, dont la force de la percussion, la légèreté ou un éloge du Siècle d'Or²⁶⁶. Malgré la disparité des sujets abordés, le texte est un témoignage révélateur de la vision de Torricelli concernant

²⁶³ « Sento che vogliono cose piuttosto fisiche, che mattematiche », *Ibidem*, p. 74.

²⁶⁴ « Conviene accomodarsi al loro genio, anzi al genio universale che non istima punto le mattematiche, se non ne vede qualche appliazione alla materia, nos picciola infelicità veramente di queste nobilissime scienze, e forse non picciola causa del poco numero de' loro seguaci, come in tutti i tempi ho sentito deplorare da' più eccellenti mattematici nelle opere loro ». *Ibidem*, p. 74.

²⁶⁵ MACCAGNI, C. « Riscontri platonici relativi alla matematica in Galileo e Torricelli », *Convegno di studi torricelliani*, Faenza, Fratelli Lega, 1959, pp. 65-75.

²⁶⁶ Parmi les treize leçons qui composent les *Lezione Accademiche*, on sait que le texte concernant la *Lode della matematica* fut prononcé à l'occasion de l'inauguration du *Studio Fiorentino* et que les deux discours *Della Architectura* correspondent à deux sessions maintenues à l'*Accademia del Disegno*. Également, la louange du *Secolo d'oro* a été lue pendant une réunion informelle chez le poète satyrique Salvatore Rosa et les trois leçons relatives à la *Percossa* ont été dictées à l'*Accademia della Crusca*. Voir RAGAZZINI, M.B « Evangelista Torricelli Letterato », *Studi Romagnoli*, 1957, VIII, 199-267. Cf. BONAVENTURA T. « Prefazione e Vita dell'autore » en Evangelista Torricelli (1715), *Lezioni Accademiche*, Milan, 1873, pp. 60-61.

les mathématiques et du rapport de celles-ci avec le monde physique, ce qui n'est pas sans importance si l'on tient compte de la polémique qui opposera Torricelli à l'artilleur Renieri à propos des tirs de canons et la trajectoire des projectiles. Pour Torricelli les définitions mathématiques ont une différence fondamentale avec les définitions de la physique :

Les définitions physiques sont différentes des définitions mathématiques en ce qu'elles sont obligées de s'adapter et de s'ajuster à la chose définie. Par contre, les [définitions] mathématiques sont libres et elles ne peuvent que se former selon le bon plaisir des géomètres. La raison en est évidente : les choses définies en physique ne naissent pas en même temps que la définition, mais elles ont déjà leur propre existence et on les trouve déjà dans la nature²⁶⁷.

De ce point de vue, les mathématiques constituent un domaine *per se* ; un compartiment étanche où le mathématicien, à la manière d'un Dieu-géomètre tout puissant, érige un système fermé à l'intérieur duquel les définitions ont la particularité de pouvoir se former librement selon sa volonté (*a beneplacito del geometra definitore*). Cette image, des mathématiques rencontre une pierre d'achoppement très importante là où le mathématicien essaie de transplanter les mathématiques vers le terrain de la physique. Devant la question du rapport entre mathématiques et phénomènes physiques, Torricelli, dans un premier temps, semble pencher pour la primauté incontestable des résultats mathématiques sur les données provenant de l'expérience. Si divergence il y a entre la théorie et la pratique, il faut l'attribuer aux défauts de la matière d'autant plus qu'il vaut mieux être en possession d'une explication générale que de ne rien pouvoir comprendre à propos d'un phénomène concret.²⁶⁸ C'est pourquoi, écrit Torricelli :

²⁶⁷ « Le definizione della fisica differiscono in questo da quelle della matematica, perché quelle sono obbligate di adattarsi ad aggiustarsi col loro definito; ma queste, cioè, le matematiche, sono libere, e possono formarsi a beneplacito del geometra definitore. La ragione è assai chiara; perché le cose definite nella fisica non nascono insieme colla definizione, ma hanno di già la sua esistenza da sé stesse, e si ritrovano anteriormente nella natura » .TORRICELLI, E. *Lezione Accademiche, op. cit.*, pp. 123-124.

²⁶⁸ C'est justement l'un des arguments que utilise Torricelli pour montrer que malgré la nécessité théorique de postuler une force la percussion infinie dans la pratique les effets d'une telle force sont toujours limités, c'est-à-

Il me semble que l'on peut déclarer supérieure l'opinion qui, sans avoir une démonstration nécessaire, est pourtant capable de sauver la plupart des expériences pratiquées et s'adapte plus qu'une autre aux autres effets de la matière étudiée. Qu'ensuite le philosophe, une fois qu'il a donné son sentiment, se croit obligé de trouver la raison de tous les différents accidents qui peuvent se produire et que, ne l'ayant pas trouvée, il déduise la fausseté de son hypothèse, cela ne me semble pas nécessaire²⁶⁹.

Il est à noter l'emploi de l'expression « démonstration nécessaire » (*necessaria dimostrazione*) et le verbe « sauver » (*salva la maggior parte dell'esperienze*). Pour l'acception et ampleur du verbe « sauver » on renvoie le lecteur à l'étude déjà classique de Pierre Duhem²⁷⁰, tandis qu'il faudra nous arrêter un instant sur l'expression « démonstration nécessaire ». En l'employant, Torricelli est absolument conscient du fait que quoi qu'il fasse pour essayer de rendre compte mathématiquement des phénomènes du monde, il y aura bel et bien de l'incertitude puisque aucune démonstration ne peut être déclarée « nécessaire » au sens absolu du terme. C'est pourquoi, devant cette impossibilité, Torricelli souscrit à une attitude que l'on pourrait qualifier de probabiliste et qui le conduit à accepter une opinion ou hypothèse si celle-ci est capable de sauver la plupart des phénomènes, sans qu'elle impose pour autant une nécessité de type mathématique. Cette conception présuppose quelque irréductibilité des phénomènes au pouvoir explicatif des mathématiques, ce qui d'ailleurs semble aller contre l'idée d'une primauté de la théorie sur la pratique chez Torricelli. En effet, observons seulement que la prétention de mathématiser la nature n'est rendue possible que si l'on admet les limites indépassables auxquels se heurte le projet galiléen. Ainsi, même si on n'arrive pas à saisir la totalité des phénomènes à l'aide d'une hypothèse cela ne nous amène pas tout de suite à stipuler sa fausseté ou, pour le dire comme Torricelli, ce n'est pas du tout

dire, finis. A ce propos Torricelli allègue que, dans la nature on ne trouve pas une matière infiniment dure. Voir TORRICELLI, E. *Lezione Accademiche, op. cit.*, p. 84 et 118.

²⁶⁹ « Però mi pare che quella opinione possa ammettersi per comportabile, la quale non avendo necessaria dimostrazione in contrario, salva la maggior parte dell'esperienze praticate, e s'accomoda più d'ogni altra con gli effetti della materia proposta. Che poi il filosofo dopo detto un suo sentimento, sia obbligato a render la ragione di tutte le diversità d'accidenti che possono accadere, e non facendolo, seguiti per conseguenza che la sua ipotesi fosse falsa, ciò non mi par necessario ». *Ibidem*, p. 104.

²⁷⁰ DUHEM, P. *Sozein ta phaenomema : sauver les apparences*, Paris, Vrin, 2008.

nécessaire. Certes, nous ne prétendons évidemment pas que Torricelli ait élaboré une vision de la physique sans recours à l'expérience, mais il est vrai qu'à plusieurs reprises il semble privilégier la formulation de lois mathématiques au détriment de l'expérience. Ce même Torricelli que dans une lettre à Renieri confesse que ce qu'il a rédigé dans son *Demotu proiettorum*, il l'a écrit pour les « philosophes et non pas pour les bombardiers » montrera à plusieurs reprises une sorte de méfiance envers tout ce qui provient de l'expérience. Toutefois la conception des mathématiques chez Torricelli est loin d'être simple. Parfois on a l'impression qu'il hésite même à assigner aux mathématiques un privilège sur l'expérience ; dans la querelle qui l'opposera aux techniciens favorables à l'assèchement de la vallée de la Chiana, il écrira :

Quand il s'agit de la nature, les choses se passent autrement. Si, dans l'affaire de la Chiana, tous les mathématiciens et ingénieurs du monde s'étaient mis d'accord sur la possibilité de mener au bout le projet [le drainage de la Chiana] et, puis que, finalement il s'était révélé impossible, je crois qu'il ne réussira jamais. Il ne suffit pas d'avoir l'accord des experts, mais il faut aussi le consentement de la nature. Si on ne l'a pas, même le consensus de tous les experts de la terre, bien que persuadés et convaincus, ne sert à rien²⁷¹.

Et dans ce cas-là, lorsque la nature ne se laisse pas saisir facilement et elle se montre contraire aux prévisions des experts et mathématiciens, poursuit Torricelli :

Étant donné les difficultés liées à cette affaire où l'envisage les effets d'une nature fugace et industrielle, lesquelles arrivent souvent et auxquelles on s'est déjà confronté, on doit toujours tenir en très haute estime celui que ne croit pas commettre une faute s'il change d'avis lorsque, dans cette bataille avec la nature, il reconnaît avoir pris la défense du faux²⁷².

²⁷¹ « Nelle cose poi della natura il negozio cammina diversamente. Se ne' ragionamenti fatti sopra l'impresa della Chiana si fosse concluso concordemente da tutti i matematici ed ingegneri del mondo che l'opra sia possibile, e poi in effetto e realmente ella non fusse possibile, io credo che non riuscirà mai. Non basta avere la confessione, l'accordo de' periti, ma si vuole il consenso della natura istessa. Quando questo manchi, il consenso di tutti i periti della Terra, ancorché persuasi e convinti, sarà sempre nullo » (OT, II, p. 279).

²⁷² « Però le difficoltà che non sono sovvenute una volta in questi negozi dove si tratta con la natura tanto fugace ed industriosa, si posson produr sempre, e deve stimarsi a gloria quello che non imputerà mancamento a sé il mutarsi d'opinione, quando nelle contese naturali si conosca d'aver presa la difesa della falsità » (OT, II, p. 279).

Il semblerait que Torricelli fasse ainsi des concessions à l'expérience²⁷³. Si l'expérience échappe aux mathématiques, il vaut mieux savoir reconnaître notre erreur que de soutenir une fausseté. Pourtant, malgré ces concessions, presque à la fin de sa vie, Torricelli, dans une lettre adressée à Michelangelo Ricci le 10 février 1646, réaffirme son mépris vers toute incursion de l'expérience dans le domaine des mathématiques :

Que les principes de la doctrine *du motu* soient vrais ou faux, je ne m'en soucie guère. S'ils ne sont pas vrais, faisons semblant qu'ils sont vraiment conformes à ce qu'on a supposé, et ensuite prenons toutes les autres spéculations dérivées de ces mêmes principes comme des choses non pas mixtes, mais géométriques. Je suppose qu'un corps ou un point se meut verticalement avec la même proportion et horizontalement avec le même mouvement. S'il en est ainsi, j'affirme qu'il s'en suivra tout ce que Galilée et moi-même nous avons dit. Si ensuite, la balle de plomb, de fer ou de pierre ne suit pas la proportion que l'on attend, tant pis pour elles, car nous dirons qu'on ne parle pas d'elles²⁷⁴.

Et si les prévisions de la théorie ne se correspondent pas avec les résultats de l'expérience, c'est à cause des empêchements du milieu, comme le soulignera Torricelli dans ses polémiques avec les mathématiciens français à propos des principes de la nouvelle *scientia de motu* et avec les artilleurs qui critiquaient les tables des tirs compilées par Galilée. Il fallait tenir à la théorie : si les boulets de fer ou de pierre ne parcouraient pas une parabole, c'était tant pis pour eux (*suo danno*). A la rigueur, on dira qu'on ne parle pas des boulets de fer ou de pierre.

²⁷³Déjà Lanfranco Belloni dans son *Introduzione* à l'édition abrégée des œuvres de Torricelli a établi l'existence d'une double conception des mathématiques chez Torricelli : d'un côté une conception platonicienne et de l'autre une conception opérative. Voir *Opere Scelte di Evangelista Torricelli, op. cit.*, pp. 35-35. Pour une critique de la vision exposée par Belloni, consulter GALLUZZI, P. « Evangelista Torricelli : concezione della matematica e segreto degli occhiali », *Annali dell'Istituto e Museo di storia della scienza di Firenze*, 1, 1976, pp. 71-95.

²⁷⁴ « Che i principii della dottrina *de motu* siano veri o falsi a me importa pochissimo. Poiché se non son veri, fingasi che sian veri conforme habbiamo supposto, e poi prendansi tutte le altre specolazioni derivate da essi principii, non come cose miste, ma pure Geometriche. Io fingo o suppongo che qualche corpo o punto si muova all'ingiu et all'insù con la nota proporzione et horizontalmente con moto equabile. Quando questo sia io dico che seguirà tutto quello che ha detto il Galileo, et io ancora. Se poi le palle di piombo, di ferro, di pietra non osservano quella supposta proporzione, suo danno, noi diremo che non parliamo di esse » (OT, III, p. 357).

III.3 La voie des indivisibles

Parmi les applications géométriques de la méthode de Cavalieri réalisées par Torricelli, il y a une qui nous intéresse tout particulièrement : le calcul des centres de gravité. Il s'agit d'une extension de la méthode très importante. D'abord parce que le calcul des barycentres est au centre de la controverse qui opposera Cavalieri à Guldin et ensuite parce qu'il véhicule une modification cruciale de la méthode de Cavalieri. Dans une lettre du 29 octobre 1642, Cavalieri estime que la manière dont Torricelli a trouvé le centre de gravité de la parabole est indépassable :

J'ai vu la manière dont vous avez trouvé le centre de la parabole. Elle m'a beaucoup plu et je ne crois pas qu'on la puisse améliorer²⁷⁵.

Toutefois, bien que la démonstration lui semble indépassable, il ne laisse pas échapper l'occasion et confie à Torricelli certaines spéculations qui lui traversent l'esprit pour calculer les centres de gravité :

Après avoir lu votre lettre, je vous dirai pourtant ce que m'est passé par l'esprit concernant la manière de trouver le centre de gravité de certaines figures au moyen des indivisibles²⁷⁶.

En gros, il lui semble que la doctrine des indivisibles est un moyen exceptionnel pour calculer facilement les centres de gravité et il estime que cette extension de sa méthode est une preuve de sa fécondité. Cependant l'emploi des indivisibles dans ce nouveau domaine ne concerne pas uniquement Torricelli et Cavalieri. Un autre personnage entre sur la scène : Antonio Rocca (1607-1656). Dans une lettre du 23 décembre 1642 Cavalieri communique à Torricelli que :

À ce propos [le calcul des centres de gravité], je tiens à vous souligner que, monsieur Antonio Rocca, gentilhomme de Reggia [...] m'a fait parvenir

²⁷⁵ « Ho poi visto la sua maniera di trovare il Centro della Parabola, la quale mi è piaciuta assaissimo, e credo non si possi migliorare » (OT, III, p. 82).

²⁷⁶ « Gli conferirò nondimeno ciò, che mi è passato per la fantasia dopo che io ebbi la lettera in materia di trovare il centro di gravità di alcune figure per gl'indivisibili ». *Ibidem*, p. 82.

l'autre jour une manière assez facile de retrouver les centres de gravité par les indivisibles²⁷⁷.

Mieux que quiconque, Cavalieri s'aperçoit de l'importance capitale d'attirer le jeune mathématicien Antonio Rocca vers la doctrine des indivisibles. D'ailleurs, c'est la constatation que sa méthode commence à pénétrer dans les cercles des mathématiciens italiens issus de la nouvelle génération et proches de Galilée. Même s'il s'agit d'une pénétration lente, les résultats obtenus par Antonio Rocca sont un argument en faveur de la nouvelle méthode de Cavalieri. Ainsi, dans une lettre du 28 décembre 1642, Cavalieri s'empresse de signaler à Rocca qu'en matière d'indivisibles Torricelli a également obtenu des résultats absolument remarquables :

Pour parler enfin du successeur de Galilée, je crois vous avoir déjà écrit à propos d'un Monsieur Evangelista Torricelli, élève du Père Benedetto [...]. C'est vraiment un sujet d'une valeur et d'une doctrine singulières. Il connaît très bien Euclide, Apollonio, Archimède etc. et les travaux de Galilée, ayant déjà ajouté deux livres à la doctrine galiléenne du mouvement [...]. Il m'a souvent envoyé des spéculations et inventions si subtiles que je le crois bien l'Archimède de notre temps. Je pourrais vous montrer beaucoup de ces choses qu'il a inventées – autant par la voie ordinaire que par la voie des indivisibles – [...] mais pour l'instant, il vous suffit de voir ce qu'il m'a écrit dernièrement concernant ses inventions par la voie des indivisibles²⁷⁸.

Cavalieri s'empresse de lui recommander de faire rapidement la connaissance avec Torricelli :

²⁷⁷ « Intorno al quale non mancherò di dire, come il Sig. Antonio Rocca Gentiluomo Reggiano [...] mi mandò un altro modo assai facile di ritrovare i Centri di gravità per gl'indivisibili ». *Ibidem*, p. 85.

²⁷⁸ « In materia finalmente di chi sia successo in luogo di qu. Sig. Galileo, credo di haverli scritto altre volte di un Signor Evangelista Torricelli Romano, ed allievo del P.D. Benedetto [...] È veramente un soggetto di singular valore, e dottrina, praticissimo in Euclide, Apollonio, Archimede etc.e nelle opere del Sig. Galileo havendo egli aggiunti due libri alla dottrina del moto, del detto Sig. Galileo [...]. Mi ha in diverse volte mandate diverse sue speculazioni, ed invenzioni tanto sottili, che lo stimo l'Archimede dell'età nostra. Potrei dirgliene molte, che sono da lui inventate, e per la mia degl'indivisibili [...] ma li basterà per ora, e per un saggio questo, che mi ha scritto ultimamente di haver ritrovato per via pure degl'indivisibili. *Ibidem*, p. 88.

En somme, il s'agit d'un homme digne de votre amitié. C'est pourquoi je vous exhorte à trouver l'occasion de communiquer avec lui²⁷⁹.

Certes, il ne s'agit pas d'une recommandation désintéressée : Cavalieri est conscient de la nécessité de créer un réseau des mathématiciens habiles dans l'emploi des indivisibles. S'ils arrivent à travailler ensemble et à communiquer leurs résultats, cela peut donner une impulsion très importante pour la diffusion de sa méthode. Un tel réseau, centré sur la méthode des indivisibles, parviendrait à créer un premier noyau à partir duquel les indivisibles pourraient ensuite se diffuser partout en Italie et ailleurs. Il ne s'agira plus désormais de limiter la méthode à l'emploi isolé qu'en font, chacun de son côté, Torricelli et Roca. D'abord, il faudrait faire communiquer les deux mathématiciens, resserrer leurs liens. C'est la condition nécessaire de la réussite. C'est dans la perspective de cette entreprise de collaboration qu'il conviendrait d'interpréter la recommandation de Cavalieri à Rocca. La seule façon de développer la méthode est d'entamer la création d'un réseau de collaboration.

La plasticité de la méthode chez Torricelli se traduit par une pléthore de multiples et incroyables résultats qui ont fait craquer les cadres imposés par Cavalieri. D'ailleurs, Cavalieri a été agréablement surpris par l'application qu'en a faite par Torricelli à la résolution des centres de gravité. C'est précisément des avancées réalisées par Torricelli dans le calcul du barycentre dont il parle à Rocca par la suite. En faisant allusion à la manière dont Torricelli a réussi à calculer le centre de gravité du conoïde parabolique, Cavalieri n'hésite pas à exprimer sa satisfaction : « On peut y trouver condensée toute ma géométrie » (*nel cheella puo vedere tutta la mia geometria compendiata*)²⁸⁰. En outre, l'importance de la découverte de Torricelli réside fondamentalement dans le fait qu'il parvient à établir une

²⁷⁹ « In somma è soggetto degnissimo dell'amicizia sua, e per ciò l'esortarei a prender qualche occasione di comunicare con un tal sogetto ». *Ibidem*, p. 89.

²⁸⁰ *Ibidem*, p. 88.

formule générale qui permet de trouver les centres de gravité de toutes les figures planes et solides usuelles de la géométrie²⁸¹ avec une méthode très facile :

Il m'a écrit [Torricelli] pouvoir trouver tous les centres de gravité des figures planes et solides usuelles de la géométrie avec une méthode très facile au moyen des indivisibles²⁸².

Torricelli arrive ainsi à prouver, en utilisant le triangle inscrit, que le centre de gravité du conoïde parabolique coupe l'axe dans le rapport de 2 à 1²⁸³. Non seulement Torricelli a réussi à formuler une proposition générale pour le calcul des centres de gravité, mais il a encore élaboré une méthode « très facile ». A cette allusion touchant la « facilité » de la méthode – par rapport aux difficultés de la méthode des Anciens – vient s'ajouter une autre constatation non moins significative et importante : l'universalité de la procédure inventée par Torricelli pour déterminer « tous » les centres de gravité de figures planes et solides. Pourtant l'universalité revendiquée par Torricelli enferme une différence fondamentale avec la méthode de Cavalieri. Torricelli élabore une procédure universelle basée sur les indivisibles au prix de fausser l'un des principes de base de la méthode cavalierienne. Commençons pour délimiter le problème des centres de gravité.

La détermination du centre de gravité du conoïde parabolique est un problème important pour les mathématiciens de la fin du XVI^e siècle dont la source est le traité *Des équilibres* d'Archimède. Commandino en publia la traduction en 1558 et dans sa préface il souligne l'importance de la détermination du barycentre. Galilée s'était aussi intéressé aux problèmes des barycentres et en 1585 envoya à Clavius une copie de son *Theoremata circa centrum gravitatis solidorum*. Mais celui qui développa ce calcul jusqu'à décourager Galilée

²⁸¹Pour les avances introduites par Torricelli dans le calcul de barycentres, voir BORTOLOTTI, E. « L'œuvre géométrique d'Evangelista Torricelli » dans DE GANDT, F. pp. 115-146. Voir notamment, pp. 138-140.

²⁸²« L'istesso pure mi scrive, che trova i centri di gravità di tutte le figure piane, e solide consuete della Geometria con un modo facilissimo per via degl'indivisible » (OT, III, p. 88).

²⁸³Cette formule correspond à la proposition qu'il introduit dans *De centro gravitatis* : « Il centro del conoide parabolico provasi per via del triangolo, che sega l'asse nella proporzione di 2 a 1 » (OTI, 2, p. 200).

de le poursuivre fut Luca Valerio. Le problème est considéré à l'époque extrêmement difficile et le plus grand avantage de la procédure revendiquée par Torricelli est de réussir à trouver le centre de gravité en ne supposant pas les quadratures²⁸⁴. Torricelli, comme il l'écrit à Cavalieri, simplifie la méthode en introduisant une démonstration plus facile du théorème d'Archimède sur le centre de gravité de la parabole²⁸⁵. Torricelli parvient à une nouvelle détermination du centre de gravité de la parabole sans quadrature grâce à la notion des « omnes parabolae », une notion semblable mais non identique à celle de Cavalieri. Partant de la détermination de centre de gravité de la parabole, Torricelli effectue le passage vers le cône. C'est là justement qu'il fausse la vision de Cavalieri. Pour Torricelli toutes les paraboles forment le cône lui-même. Il déclare sans ambages que le cône est identique à l'ensemble de « toutes les paraboles » (*omnem autem parabolae atque ipse conus idem sunt*), alors que Cavalieri s'opposait frontalement à l'égalisation de « toutes les lignes » ou « tous les plans » avec la figure qui les contient. Du moins c'est cela qu'il affirme dans le Scholie de la proposition I du livre II de sa *Geometria* :

Quand je considère toutes les lignes d'une certaine figure, je n'égalise pas le nombre de ces lignes, que nous ne connaissons pas, avec la figure, mais seulement la grandeur, qui est à adéquat (*adaequatur*) à l'espace occupé par ces lignes²⁸⁶.

Cavalieri refuse d'égaliser l'ensemble des droites parallèles d'une figure à sa surface. Il se contente de les considérer comme adéquates. L'emploi du terme *adaequari* est assez rare

²⁸⁴Déjà en 1636 Fermat était arrivé à établir le centre de gravité des paraboles sans passer par les quadratures. Il écrit à Roberval le 16 décembre 1636 : « Je lui ai écrit [à Beaugrand] l'invention du centre de gravité de toutes ces nouvelles figures par une méthode particulière qui ne suppose point la connaissance de la quadrature, ce qui vous semblera merveilleux jusqu'à ce que vous l'aurez vu [...]. J'ai trouvé le centre de gravité de la parabole sans supposer la quadrature, comme a fait Archimède, et ainsi on en peut tirer la quadrature par un simple corollaire » *Œuvres de Fermat*, éd. TANNERY, P. et HENRY CH. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1896, vol. II, p. 94. Désormais nous citerons les *Œuvres de Fermat* avec l'abréviation OF suivie du volume et du numéro de page.

²⁸⁵On peut trouver la démonstration du théorème dans OG, I, 1 pp. 155-157.

²⁸⁶« Considero omnes lineas vel omnia plana alicuius figurae me non numerum ipsarum comparare quem ignoramus, sed tantum magnitudinem, quae adaequatur spatio ab eisdem lineis occupato ». BONAVENTURA C. *Geometria indivisibilibus*, op. cit., p. 111.

au XVII^e siècle. A ce propos, Jean Itard a signalé qu'il s'agit d'un « mot si rare dans la littérature mathématique qu'on ne le trouve, me semble-t-il, que chez les traducteurs latins de Diophante, et auquel Fermat a donné des significations diverses »²⁸⁷. Chez Cavalieri le terme *adequari* apparaît deux fois. La première dans le scholie de la *Geometria indivisibilibus* que l'on vient de citer et la deuxième fois dans les *Exercitationes* lorsque Cavalieri répond aux critiques de Guldin. Dans les deux cas, il s'agit pour Cavalieri de justifier l'usage d'*omnes lineae* à la place de l'aire correspondante. Pour Cavalieri l'identification de l'aire et les *omnes lineae* est hors question : il n'y a pas d'identification possible. Il se limite à établir des rapports de proportionnalité au moyen de ces grandeurs sans se prononcer sur la surface des figures. L'attitude de Torricelli est tout-à-fait différente : il passe de l'adéquation à l'identité. Pour lui il existe une identification totale entre les surfaces et les *omnes lineae*²⁸⁸. Et cette identification n'est pas sans conséquences. Elle sera très significative pour la réception de la méthode des indivisibles. Comme l'a écrit G. Cifoletti :

Il ne s'agit pas d'un problème démonstratif, qui serait relatif à la forme de la démonstration, mais plutôt d'une question de fondement théorique de la construction qui légitime une description nouvelle de l'objet géométrique²⁸⁹.

La description de ce nouvel objet géométrique correspond dans notre cas avec les grandeurs – toutes les lignes et tous les plans – qui forment la colonne vertébrale de la méthode cavalierienne. Or, en établissant l'identité de l'aire des figures avec ces grandeurs, Torricelli contribue à modifier profondément leur fondement théorique. Il ne s'agit plus des grandeurs hétérogènes, mais des grandeurs homogènes et en conséquence capables d'intégrer les figures en tant que constituants ultimes de celles-ci. C'est une modification non

²⁸⁷ITARD, J. « La lettre de Torricelli à Roberval d'octobre 1643 » dans *Revue d'histoire des sciences*, XXVIII, 1975, pp. 113-124. Ici p. 117. Pour l'emploi du terme *adequari* chez Fermat, voir MAHONEY, M.S. *The Mathematical Career of Pierre de Fermat 1601-1665*, Princeton, Princeton University Press, 1973, pp. 162-165 et 250-254.

²⁸⁸On retrouve plusieurs fois cette conception chez Torricelli. Par exemple dans (OT, I, 1, p. 145) il écrit : « Omnes lineae trilinei, sive ipsum trilineum ».

²⁸⁹CIFOLETTI, G. *La méthode de Fermat : son statut et sa diffusion*, Paris, Cahiers d'histoire et philosophie des sciences, 33, 1990, p. 87.

négligeable et dont les répercussions se font sentir dans l'interprétation faite de la méthode de Cavalieri pendant la seconde moitié du XVII^e siècle. Dans le cas de Fermat, il ne s'agit pas tant d'un problème de création de nouveaux objets géométriques que de la justification de la procédure employée par sa méthode²⁹⁰.

III.4 Le statut de la preuve par réduction à l'absurde au XVII^e siècle

Dans le dernier paragraphe nous avons vu l'importance du calcul des centres de gravité dans l'assimilation très rapide que Torricelli a fait de la procédure des indivisibles. Or la puissance des indivisibles pour la résolution des problèmes liés au calcul des centres de gravité n'est pas le seul aspect qui a poussé Torricelli à l'emploi de cette méthode. Un autre aspect aussi important qui détermine le choix de Torricelli est celui du statut de la réduction à l'absurde pendant la première moitié du XVII^e siècle. En effet, le sentiment qu'il fallait remplacer la méthode d'exhaustion, appuyée sur la démarche pénible et embarrassante de la réduction à l'absurde, a conduit à la recherche des nouvelles procédures géométriques plus rapides et directes, parmi lesquelles se trouve la méthode des indivisibles. Dans ce contexte d'effervescence, l'idée d'élaborer une méthode de résolution et de démonstration plus puissante que celle des Anciens commence à prendre une place de plus en plus importante dans le domaine de la pratique mathématique. A cet égard, il est important de saisir le sentiment de Torricelli par rapport à la méthode des indivisibles. Comme on vient de le voir, Torricelli élargit considérablement le champ d'application de la méthode. L'emploi des indivisibles lui rapporte certains avantages. Par rapport à la façon de démontrer des Anciens –

²⁹⁰Descartes, très critique de la méthode des maxima et des minima de Fermat, souligne la nécessité de donner une définition beaucoup plus précise du terme *adaequari*. Il écrit à Mersenne le 3 mai 1638 : « Et vous demanderez, s'il vous plaît, à ceux qui la soutiennent [la méthode de Fermat], si ce n'est pas ainsi qu'ils l'entendent, avant que de les avertir de ce qui doit y être ajouté : à savoir, au lieu de dire simplement *adequentur*, il fallait dire : *adequentur tali modo, ut quantitas per istam aequationem invenienda sit quidem una, cum ad maximam aut minimam refertur, sed una emergens ex duabus quae per eandem aequationem possent inveniri essentque inaequales, si ad minorem maxima vel ad majorem minima referrentur* » (OF, II, p. 142).

réduction à l'absurde et méthode d'exhaustion – la procédure de Cavalieri est plus directe et universelle. Ce sont exactement les raisons que lui-même présente à Cavalieri pour préférer sa démonstration du centre de gravité des figures sphériques par indivisibles à celle de Luca Valerio :

Elle me semble [la démonstration] plus directe et universelle que celle de Luca Valerio²⁹¹.

Les deux critères auxquels fait allusion Torricelli ont été largement discutés pendant la première moitié du XVII^e siècle. L'avis général des mathématiciens était que la démonstration par réduction à l'absurde est inférieure à la démonstration directe et certains mathématiciens et philosophes estimaient que la preuve par l'absurde était une procédure qu'il fallait absolument dépasser pour donner une impulsion aux mathématiques²⁹². C'est pourquoi, dès le début du XVII^e siècle, le statut de la preuve par l'absurde est mis en question. Un bon exemple pour comprendre l'insatisfaction des mathématiciens face aux démonstrations par réduction à l'absurde se trouve dans les remarques que fait Descartes dans sa lettre à Mersenne du 18 juin 1638 contre la méthode des maxima et des minima de Fermat :

La sienne [la règle] est telle que, sans industrie et par hasard, on peut aisément tomber dans le chemin qu'il faut tenir pour la rencontrer, lequel n'est autre chose qu'une fausse position fondée sur la façon de démontrer qui réduit à l'impossible et qui est la moins estimée et la moins ingénieuse de toutes celles dont on se sert en mathématiques²⁹³.

Et parlant de Roberval dans des termes peu élogieux, Descartes dans une autre lettre adressée à Mersenne le 27 juillet 1638 écrit :

Je ne trouve rien de raisonnable en tout ce qu'il dit, comme lorsqu'il estime la façon de conclure *ad absurdum* plus subtile que l'autre. C'est chose

²⁹¹ « Mi pare più spedita, che quella di Luca Valerio, et è universale ». (OT, III, p. 108).

²⁹² MANCOSU, P. *Philosophy of Mathematics and mathematical Practice in the Seventeenth Century*, New York, Oxford University Press, 1996, p. 26.

²⁹³ *Œuvres de Descartes*, éd. TANNERY P. et ADAM, CH. Paris, Léopold Cerf, 1897-1913, vol. I, p. 490. Désormais nous citerons les *Œuvres de Descartes* avec l'abréviation OD suivie du volume et du numéro de page.

absurde, car elle n'a été pratiquée par Apollonius et Archimède, que lorsqu'ils n'en ont pu donner de meilleure²⁹⁴.

Ce thème de la supériorité de la démonstration directe sur la preuve par réduction à l'absurde se retrouvera quelques années plus tard chez Arnauld et surtout chez les auteurs de la *Logique de Port Royal*. Ainsi, au chapitre IX de la quatrième partie de cet ouvrage on peut lire :

Ces sortes de démonstrations qui montrent qu'une chose est telle non par ses principes, mais par quelque absurdité qui s'ensuivrait si elle était autrement, sont très ordinaires dans Euclide. Cependant il est visible qu'elles peuvent convaincre l'esprit, mais qu'elles ne l'éclairent point, ce qui doit être le principal fruit de la science : car notre esprit n'est point satisfait, s'il ne sait non seulement que la chose est, mais pourquoi elle est ; ce qui n'apprend point par une démonstration qui réduit à l'impossible²⁹⁵.

Les auteurs de *Port Royal* justifient la nécessité de développer des outils mathématiques plus puissants d'un point de vue exclusivement épistémologique : une preuve mathématique ne doit pas seulement convaincre ; elle doit aussi « éclairer ». Cette conviction formulée en termes encore aristotéliens²⁹⁶, n'est pourtant pas la seule à pousser les mathématiciens à la recherche d'une technique qui puisse remplacer la réduction *ad absurdum*²⁹⁷. Il y a aussi une considération historique à propos des techniques de démonstration des Anciens. En effet, plusieurs voix critiques considèrent que les Anciens, plus concernés par l'aspect formel des mathématiques, avaient enlevé de ses démonstrations le contexte de la découverte, en faisant uniquement parvenir la justification de leurs résultats

²⁹⁴OD, II, pp. 274-275.

²⁹⁵*Ibidem*, p. 339.

²⁹⁶L'expression « la chose est » revient au « que » (*oti*) d'Aristote, tandis que le « pourquoi elle est » équivaut au « pourquoi » (*dioti*).

²⁹⁷Pour Paolo Mancosu l'opposition entre les méthodes de démonstration et les méthodes de découverte a joué aussi un rôle très important dans cette croisade contre la preuve par réduction à l'absurde : « We can conclude that the attempt to overcome the opposition between *methods of proof* and *methods of discovery* was probably one of the main factors that led many mathematicians to think seriously about the status of *reduction ad absurdum* », MANCOSU, P. « On the Status of Proofs by Contradiction in the Seventeenth Century », *Synthese*, 88, 1991, pp. 15-41, Ici, p. 24.

et non pas le cheminement pour y arriver. C'est cette croyance de plus en plus répandue qui explique, en quelque sorte, la véhémence avec laquelle l'idée d'élaborer – ou plutôt de retrouver – la vraie méthode de découverte des Anciens fait irruption dans les milieux mathématiques de l'époque. Les témoignages de ceux qui plaideront pour l'invention de méthodes plus directes, émulant celles que les Anciens avaient sciemment supprimées de leurs traités sont nombreux. Antonio Nardi (?-1656), par exemple, qui était très proche de Torricelli, partage cette idée et, en faisant des observations critiques – dans son traité *Le Scene* – sur les fondements de la géométrie ancienne et moderne, il écrit²⁹⁸ :

Une étrange démonstration de Pappus, où, à l'aide des solides et en se ramenant secrètement aux indivisibles, il démontre le rapport du cercle à l'espace de la spirale [...] parmi les démonstrations antiques ce fut la première qui répandit dans les esprits les semences de la manière correcte de démontrer le rapport du courbe et du droit, et de la doctrine que j'ai vu ensuite magnifiquement cultivée par les modernes, et en particulier par le très ingénieux P. Cavalieri²⁹⁹.

Nardi, dans un autre passage de *Le Scene*, fait une allusion encore plus explicite au rapport entre la méthode des indivisibles et les démonstrations ostensives :

Il apparaîtra clair, à partir de ce qui a été posé, que les preuves obliques, avec doubles fausses positions et constructions, peuvent se réduire à la manière simple et directe ; mais cela, parce qu'on l'a mal connu ou mal pratiqué, a beaucoup empêché le progrès dans l'égalisation du droit ou courbe ; et même beaucoup ont estimé qu'avec la manière de penser euclidienne commune, une telle entreprise pouvait difficilement s'accomplir. Mais nos principes, qui sont pourtant tirés des entrailles d'Euclide, non seulement seront suffisants pour faire cela, mais aussi

²⁹⁸Concernant l'influence de Nardi sur Torricelli, et le manuscrit *Le Scene* voir BELLONI, L. « Torricelli et son époque. Le Triumvirat des élèves de Castelli : Magiotti, Nardi et Torricelli », dans DE GANDT, F. *L'œuvre de Torricelli*, pp. 29-38.

²⁹⁹« Una pellegrina dimostrazione di Pappo, ove egli con l'aito de i solidi, e col ridursi occultamente agli indivisibili prova la ragione del cerchio allo spazio elico [...] quella fra le antiche fu la prima, che sparsemi nella mente i semi della retta maniera di dimostrare la ragione del curvo, e del retto, e della dottrina degli indivisibili, quale poi da moderni et in particolare dall'ingegnosissimo P. Cavaglieri ho veduto coltivata lautamente » cité dans BELLONI, L. *op. cit.*, p. 33.

serviront à établir les principes les plus ingénieux des indivisibles, qui de nos jours commencent à jaillir avec un succès merveilleux³⁰⁰.

Derrière la méthode des indivisibles, Nardi voit donc en filigrane des procédures de découverte supprimées par les Anciens de leurs démonstrations. En outre, Nardi souligne que la méthode de Cavalieri s'insère dans le canon de la géométrie euclidienne. Même si la méthode de Cavalieri ouvre de nouveaux horizons dans le domaine de la pratique mathématique, elle reste toujours à l'intérieur de la théorie euclidienne des proportions. Comme on l'a fait observer au chapitre I, que Cavalieri se permette d'élargir les considérations sur la définition de proportionnalité est une évidence ; qu'il transgresse ce faisant les limites de la rationalité euclidienne est plus discutable et nous voyons que pour Nardi il n'y a pas de transgression, puisque la notion d'agrégat de Cavalieri visait justement à éviter les difficultés associées à l'infini et à permettre de raisonner encore à l'intérieur de la théorie euclidienne des proportions. La remarque de Nardi est non moins révélatrice de la perception des limites de la pratique mathématique à une époque où l'on commence à ressentir le besoin de doter la géométrie d'un outil plus puissant que la théorie euclidienne des proportions. Cette théorie, si féconde pendant des siècles sur le plan de la géométrie, ne s'adapte pas aux nécessités conceptuelles provenant notamment de la philosophie naturelle. La prise de conscience que des nouvelles structures physiques sont incompatibles avec le schème euclidien de la géométrie conduisit à l'élaboration des méthodes mathématiques originales. Dans ce même ordre d'idées, on se souvient de la tentative de Galilée pour réformer la théorie des proportions. En effet, à l'automne 1641, deux mois avant sa mort,

³⁰⁰ « Da quanto poi si é posto apparirà chiaro, che l'oblique prove con doppie false posizioni, e costruzioni possonsi alla semplice, e diretta maniera ridurre, il che per essere stato fin'ora, o mal noto, o mal praticato ha molto impedito il progresso nell'agguagliarli retto al curvo ; anzi molti hanno stimato, che con la comune euclidiana maniera tal negozio difficilmente trattarsi possa. Ma i principii nostri, che pure dalle viscere di Euclide sono tratti non solo a cio fare saranno bastevoli, ma anco stabiliranno i principii ingegnosissimi de gli indivisibili ch'a giorni nostri incominciano a sorgere con meravigliosa felicità ». *Ibidem*, p. 34.

Galilée dicte à Torricelli ce qui devait être une cinquième Journée des *Discorsi*, mais qui sera publiée, à titre posthume, par Viviani en 1674.

Le plus important pour nous, c'est de souligner la filiation que Nardi établit entre les indivisibles et les procédures de découverte employées par les Anciens, car Torricelli partage la même vision. Il ne voit pas dans la méthode des invisibles une innovation par rapport aux Anciens. Au contraire, il est persuadé que la méthode des invisibles – ou une méthode très similaire – était déjà connue par les Anciens. Il ne pense pas que la méthode de Cavalieri implique une rupture avec les Anciens, mais plutôt une redécouverte de procédures supprimées de leurs traités. Torricelli écrit ainsi dans son *De dimensione parabolae* :

Que cette géométrie des indivisibles soit une découverte entièrement nouvelle, je n'oserais l'affirmer. Je croirais plus volontiers que les Anciens Géomètres se sont servis de cette méthode dans la découverte des théorèmes les plus difficiles, bien qu'ils aient préféré une autre voie dans les démonstrations, soit pour cacher les secrets de l'art, soit pour ôter des détracteurs jaloux l'occasion de les contredire. Quoiqu'il en soit, il est certain que cette géométrie est un merveilleux abrégé pour la découverte, et qu'elle permet d'établir d'innombrables théorèmes presque impénétrables par des démonstrations brèves, directes et positives, ce qui ne peut se faire par la théorie des Anciens. C'est là en effet la voie Royale dans les broussailles mathématiques, et le premier qui l'ouvrit et l'aplanit pour le profit de tous, c'est l'artisan des découvertes admirables : Cavalieri³⁰¹.

En conséquence, cette idée de la tromperie des Anciens sert de ressort pour élaborer de nouvelles méthodes dont le but principal est la manufacture de démonstrations plus directes et destinées à résoudre d'une manière pour eux plus intuitive les différentes questions en vogue dans le pratique mathématique de l'époque : détermination des centres de gravité ou

³⁰¹« Quod autem haec indivisibilium Geometria novum penitus inventum sit, equidem non ausim affirmare. Crediderim potius veteres Geometras hoc metodo usos in inventione Theorematum difficillimorum, quamquam in demonstrationibus aliam viam magis probaverint, sive ad occultandum artis arcanum, sive ne ulla invidis detractoribus proferetur occasio contradicendi. Quicquid est, certum est hanc Geometriam mirum esse pro inventione compendium, et innumera quasi imperscrutabilia Theoremata, brevibus, directis, affirmativisque demonstrationibus confirmare ; quod per doctrinam antiquorum fieri minimè potest. Haec enim est in Mathematicis spinetis via verè Regia, quam primus omnium aperuit, et ad publicum bonum complanavit mirabilium inventorum machinator Cavalerius ». (OT, I, 1, pp. 139-140). Pour la traduction, DE GANDT, F. *L'œuvre de Torricelli, op. cit.*, p. 155.

barycentres, résolution des quadratures et du calcul des tangentes. Dans cette perspective historique, c'est justement la démarche de Cavalieri qui est assimilée aux démonstrations directes cachées par les Anciens qui avaient eu une méthode occulte (*via occulta*). Ainsi, les avantages de la méthode des indivisibles, notamment sa rapidité et sa simplicité, sont l'indice de son caractère direct pour les contemporains de Cavalieri et pour Cavalieri lui-même, qui dans une lettre adressée à Galilée le 30 avril 1627 écrit :

J'ai aussi trouvé la démonstration ostensive selon laquelle le cylindre est le triple du cône, et laquelle j'avais seulement trouvé *ad impossibile*³⁰².

Le souci de remplacer la *reductio ad absurdum* par des démonstrations plus directes et au moyen de sa nouvelle procédure est une constante dans l'œuvre de Cavalieri. Dans sa *Geometria Indivisibilibus*, il est surprenant de constater que Cavalieri recourt une seule fois à la démonstration par l'absurde. En outre, quelques années plus tard, dans ses *Exercitationes Geometricae* (1647) il redonnera la preuve de cette même proposition dont il n'avait pas trouvé une démonstration directe :

Vu que seulement la proposition 22 [...] de toute la *Geometria Indivisibilibus* a été montrée par la première méthode et par une démonstration à l'absurde, j'ajoute – pour rendre évident au lecteur qu'au moyen de la première méthode tout peut être démontré directement – la démonstration de la proposition 22 et aussi celle de la proposition 24, qui dépend de la première, et toutes les autres propositions dérivées que sont prouvées grâce à une démonstration directe³⁰³.

L'effort déployé par Cavalieri pour ériger sa géométrie sur des démonstrations directes le rapproche du programme mathématique mis au point quarante ans plus tard par Arnauld dans ses *Nouveaux éléments de géométrie* (1687) dont l'un des intérêts majeurs sera

³⁰² « Et ho anco trovato la demonstrazione ostensiva che il cilindro sia triplo del cono, che non havevo trovata se non *ad impossibile* » (OG, XIII, p. 353).

³⁰³ « Quoniam sola Propositio 22 [...] in tota Geometria Indivisibilibus, et iuxta priorem methodum ostenditur per demonstrationem ducentem ad impossibilile ; ut Lectori palam fiat omnia per dictam priorem methodum posse directe demonstrari, ideo haec volui praefatis Propositionibus superaddere, quibus tam dicta Prop. 22 quam Prop. 24 ab eadem dependens, et omnes aliae hinc derivatae directe probantur », BONAVENTURA, C. *Exercitationes geometricae six*, Bologne, Jacobi Montij, 1647, p.XXVII.

précisément de ramener le contenu de la géométrie euclidienne à une présentation essentiellement ostensive. Le souci de Cavalieri de se débarrasser complètement des preuves *ad absurdum* dénote le sentiment qu'il avait de la supériorité et convenance des démonstrations directes. Comme dans sa *Geometria Indivisibilibus*, proposition 22, les démonstrations par l'absurde ne sont recevables que quand on n'en peut donner d'autres et ce serait une faute de s'en servir pour prouver ce qui peut se prouver directement. Cette préférence pour les démonstrations directes est d'autant plus importante que Guldin, très critique avec la méthode des indivisibles, rejoint Cavalieri sur ce point. Dans les *Centrobarrycae* (1634-1641) Guldin consacre tout un chapitre à défendre la supériorité des démonstrations directes contre l'avis de Rivaltus. Ainsi la préférence accordée par Guldin aux preuves directes est assez significative des lignes de force de la pratique mathématique à l'époque.

En accord avec le discours généralisé à l'époque sur la nécessité de remplacer les preuves *ad absurdum*, Torricelli croit que la méthode des indivisibles remplit la tâche cruciale de nous permettre de procéder directement, sans passer par la réduction à l'absurde. Comme il écrit dans le *Dimensione Parabolae*:

En ce qui touche la façon de démontrer, on va démontrer un seul et principal Théorème d'une double manière, c'est-à-dire au moyen des Indivisibles et à la manière des Anciens. Bien que, pour dire la vérité, le théorème ait été découvert avec la Géométrie des indivisibles, laquelle est une vraie méthode scientifique de démontrer, directe et, pour ainsi dire, naturelle³⁰⁴.

Deux choses à mettre en évidence. La première tient au renvoi à la manière classique de démontrer (*more Veterum*). Il s'agit chez Torricelli de l'un des arguments les plus récurrents pour justifier l'utilisation de la méthode des indivisibles qui consiste

³⁰⁴ « Quo ad methodum demonstrandi, unicum quidem, et praecipuum Theorema duplici conatu ostendemus, et per indivisibilia, et more Veterum. Quamquam (ut vera fateamur) primò inventum sit per Indivisibilium Geometriam ; qui sanè verus est demonstrandi modus scientificus, semper directus, et ipsi naturae germanus » (OT, I, 1, p. 173).

fondamentalement dans le fait de démontrer parallèlement les résultats obtenus au moyen de la voie géométrique des Anciens. En d'autres termes, la promotion de la *nova ratio* en passe par le fait de montrer que les résultats obtenus grâce aux indivisibles s'accordent avec ceux que l'on obtient si on suit la voie des Anciens. La seconde des choses à mettre en évidence tient aux adjectifs employés par Torricelli pour définir la méthode des indivisibles : il s'agit d'une « vraie méthode », « directe » et « naturelle ». C'est surtout l'emploi du dernier adjectif « naturelle » qui attire notre attention. C'est comme si la méthode des indivisibles elle seule était conforme à la démarche naturelle de l'esprit, démarche qui, d'ailleurs, se trouve inversée dans le raisonnement par l'absurde dont la façon de procéder serait artificielle en ce que la contradiction comporterait toujours un plus grand effort de concentration. Le sentiment d'artifice de ce type de preuves *ad absurdum* se laisse également entrevoir dans la disposition du traité *De dimensione parabolae* de Torricelli. Comme lui-même souligne dans le paragraphe cité plus haut, il va procéder doublement dans sa démonstration : d'abord il procède par réduction à l'absurde et ensuite il le fait au moyen des indivisibles. Et il n'y a rien de fortuit dans cette manière de procéder. En choisissant de placer les démonstrations par indivisibles en deuxième place on est invité à constater combien les démonstrations *ad absurdum* sont pénibles et peu naturelles. Rien à voir avec ce qui se passe lorsqu'on utilise les indivisibles dont les démonstrations sont « brèves, directes et affirmatives »³⁰⁵. De cette manière, l'introduction d'une double démonstration ne répond seulement à la nécessité de contrôler les résultats : il s'agit aussi de montrer la façon de procéder très « naturelle » de la méthode des indivisibles.

Par ailleurs cette opposition entre le naturel et l'artificiel semble rejoindre aussi un autre aspect de la pratique intellectuelle de l'école galiléenne. Il s'agit de la dénonciation de l'artifice dont est souvent bourré le discours des aristotéliens ou, selon les propres termes de

³⁰⁵OT, I, 1, p. 139.

Galilée, de « ces philosophes désireux d'accorder les opérations de la nature à leurs opinions invétérées »³⁰⁶. Au discours méfiant à l'égard des aristotéliens, les tenants de la nouvelle philosophie opposent un discours naturel, dépouillé des artifices trompeurs et plus proche du vrai. C'est en ce sens que Benedetto Castelli se moque dans sa *Mattonata* de ce philosophe aristotélien qui, croyant qu'une brique de couleur blanche se réchauffe beaucoup plus qu'une autre de couleur noire, s'égare dans un labyrinthe d'explications³⁰⁷. L'explication du philosophe aristotélien, bourrée d'une éloquence maniérée et factice, est une preuve de son inadéquation à la manière la plus spontanée, c'est-à-dire, naturelle de raisonner. Les *novatores* ont effectivement un autre rapport à la vérité, au discours, que celui qui s'est façonné si continûment pendant des siècles d'un discours dominant d'ordre aristotélien où la vérité est comme un enfantement difficile et ambigu. Cette ambiguïté devenant de moins en moins tolérable, la nouvelle philosophie naturelle naquit pour tirer au clair ce mélange du vrai et du faux en mettant l'accent sur la nécessité d'élaborer un savoir plus naturel. Cette idée de la « naturalisation » d'un savoir propre à la nouvelle pratique scientifique se présente elle-même comme une manière d'en finir avec la vieille dialectique *utramque partem* des péripatéticiens dont Galilée parlait avec une grande ironie³⁰⁸. Ce n'est pas seulement l'avis de

³⁰⁶OG, XI, p. 141.

³⁰⁷ « A un giovane, che viene spesso da me, di spirito ed intelletto assai lucido, trattando meco del freddo e del caldo, dopo avere egli ed io celebrata la dottrina di V.S intorno alle nominate qualità spiegata meravigliosamente nel *Saggiatore*, mi venne detto che se fosse preso un mattone e tinto dalla medesima faccia mezzo nero coll'inchiostro e mezzo bianco con le calce, ed esposto colla faccia tinta a questi soli ardenti e lasciatevelo stare per una mezz'ora, o poco più o poco meno, si sarebbe riscaldato sensibilmente più nella nera che nella bianca: ed essendo il giovane scolare di un celeberrimo ed insigne filosofo prontissimo in risolvere qualsivoglia problema per difficile che sia, mi venne in pensiero d'indurre il giovane a dimandare la ragione di questo accidente al suo maestro, ma con proporgli la conclusione a rovescio, cioè con dimandarli ragione perché si riscaldava più la parte bianca che la nera: e lo assicurai che la profonda filosofia del suo maestro avrebbe subito assegnata la vera cagione adeguata e chiarissima di tale stravaganza. Ora il giovane propose il quesito come aveva concertato, e subito gli fu risposto: "Oh non sapete voi la ragione? Ella è facilissima: ve la dirò io"; e cominciò a entrare in un laberinto del bianco e del nero, e di certe bollicelle che si trovano nel bianco, e di mille cose sottili che non le saprei spiegare. Basta, che in sostanza si venne a rendere la ragione perché il bianco si riscalda più del nero ». (*Alcuni opuscoli filosofici di Benedetto Castelli*, Bologna, 1669, pp. 48-49).

³⁰⁸ « Usato a studiare sul libro della natura, dove le cose sono scritte in un modo solo non saprebbe disputare problema alcuno *ad utramque partem*, né sostener conclusione non creduta e conosciuta prima per vera » (OG, IV, p. 248) et aussi « Se questo di che si disputa fosse qualche punto di legge, o di altri studi umani, nei quali non è né verità né falsità, si potrebbe confidare assai nella sottigliezza dell'ingegno, nella prontezza del dire, e

Galilée. Dans ses *Exercitationes geometrica sex*, Cavalieri dénonce aussi cette rhétorique vide qui s'étale dans un discours artificiel et surtout très loin de la vérité. On y discerne une préoccupation chez Cavalieri qui se plaignait de la bêtise de certains philosophes-sophistes³⁰⁹. Sophistes d'un autre genre, faisant gloire de leurs phrases creuses et artificielles (*pigmenta artificitiose*) que ne font qu'ensevelir la vérité avec les subterfuges de la rhétorique. Quant à eux, les *novatores*, ils se voulaient éloquents, mais au service d'une recherche de la sagesse qu'ils souhaitaient partager avec leurs interlocuteurs et leurs lecteurs, et qui fera dire à Benedetto Castelli dans une lettre à Galilée « la familiarité du dire, facilite et domestique la sévérité et la majesté des démonstrations géométriques »³¹⁰.

C'est aussi l'avis de Ciampoli que, dans un extrait de *Della filosofia naturale*, estime qu'il faut absolument renoncer aux « inspections métaphysiques » afin d'interroger directement la nature sans utiliser les masques et les artifices des « fantômes philosophiques ». Pour cela il faut développer un sens critique et s'opposer au bavardage des savants aristotéliens. C'est la seule manière de se libérer des « labyrinthes inexplicables des discours embrouillés » et des « chimères » des philosophes plus déterminés à embellir leurs discours qu'à rechercher la vérité nue et sans artifice³¹¹.

Avant de boucler ce paragraphe on aimerait évoquer l'hypothèse lancée par Paolo Mancosu au sujet du statut de la preuve chez Descartes, Cavalieri et Guldin. Étant donné que tous les trois se montrent favorables à supprimer les preuves *ad absurdum* en faveur des

nella sottigliezza dell'ingegno, nella prontezza del dire, e nella Maggiore pratica degli scrittori ecc. Ma nelle scienze naturali, le conclusioni delle quali son vere e necessarie, non ha che far nulla l'arbitrio umano, e mille Demosteni, mille Aristoteli, se si opponessero al falso, resterebbero a piede contra ogni commune ingegno che abbia avuto ventura di apprendersi al vero » (OG, VII, p. 629).

³⁰⁹ « Rethorica ne dicam sophisitica pigmenta artificitiose nimis usurpata veritati faciem ita perlinire possunt et immutare, ut anile propositiones speciem virginum ementiantur, et tamquam solida scientificarum conclusionum fundamenta a mediocribus ingeniis accipi et haberi possint ; erit quidem novum et simul utilissimum inventum veritatis faciem nudare, personam illi detrahere et velamenta argumentorum apparentium revelare, quibus coloribus insussistentibus cognitis acque perspectis intellectum lumina illustrabuntur. », CAVALIERI, B. *Exercitationes geometricae*, op. cit., introduction al « lettore benevolo ».

³¹⁰ OG, XI, p. 604.

³¹¹ Voir RAIMONDI, E. *Letteratura Barocca. Studi sul seicento italiano*, Florence, Olschki, 1982, pp. 335-336.

démonstrations directes, Paolo Mancosu soutient que, malgré la différence, des chemins ou méthodes développées pour chacun des trois mathématiciens cités,

The emphasis on direct proofs was not just for purely mathematical reasons, but was connected with, and ultimately relied on, more global epistemological positions emerging from a Renaissance debate on the nature of mathematical demonstrations which goes under the name of “*Quaestio de certitudine mathematicarum*” and which had important ramifications in the seventeenth century³¹².

L’hypothèse de Mancosu est tentante mais difficile à soutenir par des textes. Si l’on s’en tient strictement aux textes, on ne peut pas dire avec certitude que la question de la *certitudo mathematicarum* est un facteur décisif dans la préférence pour les démonstrations directes, du moins dans les ouvrages de Cavalieri et Torricelli. A ma connaissance, à aucun moment Cavalieri ou Torricelli ne font allusion à un rapport entre la question de la *certitudo mathematicarum* et le fait de privilégier les démonstrations directes par rapport à celles *ad absurdum*. Cela ne signifie pas qu’ils n’étaient pas au courant de la question de la certitude. Mais la place de cette question dans les ouvrages de Cavalieri et Torricelli se laisse saisir beaucoup mieux lorsqu’on aborde le problème des fondements de la nouvelle méthode des indivisibles, notamment lors de la polémique avec Guldin qui fera le sujet du prochain chapitre. L’un des enjeux cruciaux de cette polémique est la mise en place d’une « vraie » méthode géométrique dont on est sûr que les résultants sont certains.

A mon avis il semble très problématique d’établir une filiation entre la question de la certitude et celle des démonstrations directes, car il s’agit de deux problèmes d’ordre conceptuel différent. D’un côté, la nature de la démonstration où l’on est concerné avec la manière de prouver un théorème ou une proposition mathématique. De l’autre, la question de la certitude où l’enjeu est d’établir formellement ce qui rend un objet plus certain qu’un autre

³¹² MANCOSU, P. « Descartes’s *Géométrie* and Revolutions in Mathematics » dans GILLIES, D. (dir.) *Revolutions in Mathematics*, New York, Oxford University Press, 1992, pp. 83-116. Ici, p. 103.

ou, de manière plus générale, ce qui confère la certitude aux mathématiques. Est-il plus certain de dire que $2 + 2 = 4$ ou que $3 + 1 = 4$? Il s'agit d'une question insoluble. Comme dans cet exemple de la sommation il se passe la même chose lorsqu'on se pose la question pour les méthodes de démonstration : est-il plus certain de procéder *ad absurdum* ou au moyen des indivisibles ? Étant donné qu'on arrive aux mêmes résultats, la seule différence réside dans la manière d'y arriver et la certitude découle du fait d'avoir suivi correctement la chaîne des démonstrations. Or que se passe-t-il si l'une des méthodes de démonstration n'est pas fondée sur des piliers sûrs et solides ? Il est clair que, même si on arrive aux mêmes résultats, de la non-fondation de ses principes, en découle un degré de certitude moins grand. C'est le cas de la méthode des indivisibles dans le contexte de la dispute avec Guldin et c'est pourquoi, on le répète, il nous semble erroné de rattacher le problème de la preuve indirecte à la question de la certitude. Le débat qui se déroule pendant la Renaissance à propos de la *certitudo mathematicarum* ne paraît pas avoir influencé, ou moins pas directement, la préférence pour les démonstrations directes chez Cavalieri et Torricelli. A la différence de Cavalieri, Torricelli se contente uniquement d'ajouter que la façon de procéder des indivisibles est plus naturelle ; et c'est seulement si l'on pouvait confondre cette acception de la « naturalité » de la méthode des indivisibles avec la certitude des mathématiques, qu'on pourrait établir un rapport entre l'engouement pour les preuves directes et la question de la *certitudo mathematicarum*. Que tous les trois – Descartes, Cavalieri et Torricelli – exhibent cette préférence pour les preuves directes, nous semble plutôt une coïncidence prévisible : tous les trois, habiles mathématiciens, ne faisaient que suivre la direction vers laquelle les amenait le propre essor de la pratique mathématique pendant la première moitié du XVII^e siècle. De même que dans le domaine de la philosophie naturelle la propre inertie de la discipline allait vers l'implantation d'une mathématisation de la nature en détriment d'un discours trop proche du savoir aristotélicien, dans le domaine des mathématiques on assiste au

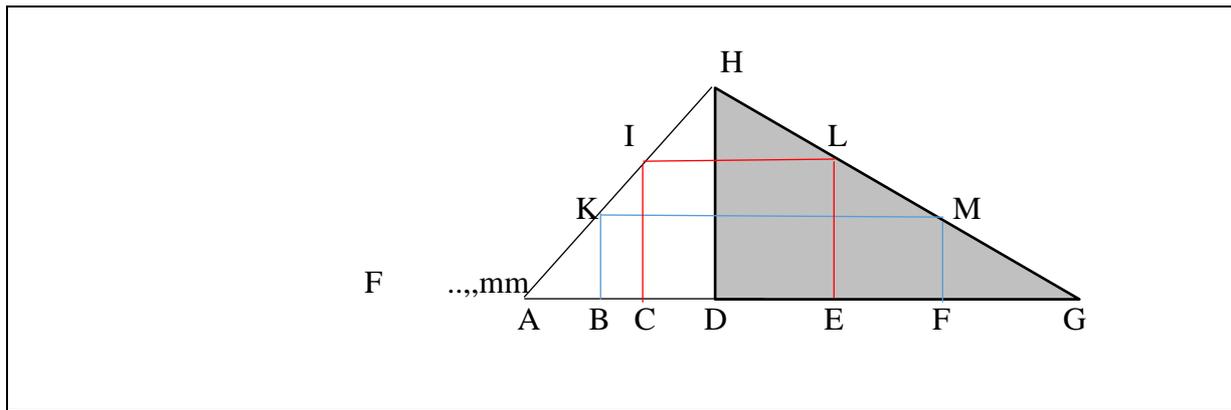
développement de cette idée selon laquelle il était nécessaire de remplacer les démonstrations *ad absurdum* afin de doter les mathématiques d'un appareil démonstratif plus puissant ou, comme l'écrit Torricelli, beaucoup plus naturel. Et Descartes, comme Cavalieri et Torricelli, ne s'intéresse aux démonstrations directes que parce que leur exécution manifeste une tendance générale dans la démarche de la pratique mathématique de l'époque. Si la question de la *certitudo mathematicarum* demeure si vague dans les œuvres de Cavalieri et Torricelli, on doutera à bon droit de l'existence d'une liaison entre cette question et leur préférence pour les démonstrations directes.

III.5 Vers une nouvelle méthode ?

L'acceptation intégrale de la méthode des indivisibles ne fut pas du tout facile et même si, pour Cavalieri et Torricelli, elle constitue une vraie méthode de démonstration directe, on lui opposa plusieurs objections. Dans les chapitre I et II on a vu les critiques de Galilée : maintenant le moment est arrivé d'examiner la solution consacrée par Cavalieri à un paradoxe qui lui est parvenu anonymement et auquel menait l'application de la méthode des indivisibles. Dans une lettre du 5 avril 1644 adressée à Torricelli, Cavalieri tient à souligner qu'il a décidé d'aborder la solution du paradoxe parce que, même si la difficulté n'est qu'apparente (*mi pare chi abbi molta apparenza*)³¹³, elle pourrait se révéler compliquée pour ceux qui n'ont pas assez de familiarité avec la méthode des indivisibles (*che danno fastidio a quelli, a'quali giunge nuova la dottrina degl'indivisibili*)³¹⁴. D'après Cavalieri, le problème vient de ce qu'une utilisation sans restriction de la méthode conduit à un résultat faux : on pourrait établir l'égalité entre les deux triangles ADH et DHG visiblement inégaux.

³¹³OT, III, p. 171.

³¹⁴*Ibidem*, p. 172.



Et comme Cavalieri lui-même l'écrit, le paradoxe vient du fait que : « Soit HD perpendiculaire à AG et AD est plus petit et DG plus grand que DH. On joint HG à HA, et HD sert de règle. Et parmi toutes les lignes du triangle HDA, on en prend autant que l'on veut comme KB et IC, et par K et I on tire KM et IL parallèles à AG, puis on trace LE et MF parallèles à HD. Il est donc manifeste que KB est égal à MF, et IC à LE ; et par conséquent, aux lignes aussi nombreuses que l'on voudra prendre de cette manière dans le triangle HAD, ou encore à toutes les lignes du triangle HAD, nous trouverons que sont égales toutes les lignes du triangle HAG ; aussi ces triangles sont-ils égaux : et pourtant ils sont inégaux »³¹⁵.

Et afin de résoudre l'objection anonyme, il ajoute :

Maintenant sur cette difficulté, je dirai qu'en supposant prises dans le triangle HAD toutes les lignes de transit droit (il y en a autant qu'il y a de points de transit droit sur la droite AD) et qu'en prenant un même nombre de points, mais de transit oblique, sur HA, et un même nombre de parallèles à AG, et en conséquence un même nombre de droites dans le triangle HDG parallèles à HD, lesquelles en conséquence ne sont pas aussi nombreuses que les points de transit droit sur la ligne DG plus grande que la ligne DA, c'est-à-dire aussi nombreuses que sont toutes les lignes du triangle HDG c'est-à-dire qu'il n'y a pas une aussi grande infinité de lignes ici et là, et par conséquent, en ne prenant pas de cette manière dans les deux triangles

³¹⁵*Ibidem*, pp. 170-171.

toutes les lignes de transit droit, on ne conclut pas correctement à l'égalité des deux triangles³¹⁶.

Cavalieri soutient que la solution au problème consiste à supposer que les lignes du triangle ADH n'étant pas aussi nombreuses que celle du triangle DHG, il ne peut être conclu à l'égalité des triangles. Pour montrer cette affirmation, Cavalieri fait donc appel aux notions de « transit oblique » et de « transit rectiligne » qu'il a introduite dans la définition 1 du livre II de sa *Geometria Indivisibilibus*, et en outre il estime que l'on pourrait faire comprendre l'idée directrice de son explication par une certaine analogie avec un tissu³¹⁷.

Dans le préambule des *Exercitationes Geometricae Sex*, Cavalieri revient sur le paradoxe. Il insiste sur le fait que, pour éviter cette sorte de paradoxe, les lignes de la figure doivent être prises selon le même transit car « elles doivent avoir entre elles une distance égale à celle qu'ont entre elles les deux lignes qui leur correspondent dans l'autre figure à laquelle on compare la première »³¹⁸. Il conçoit également les indivisibles des figures planes comme tissées de fils parallèles, à l'instar d'une toile, et les solides à l'instar de livres dont la grandeur est la sommation de feuilles parallèles et douées d'une certaine épaisseur³¹⁹. Et afin de mettre en relief l'importance de procéder à la comparaison de deux figures balayées toujours selon la même inclinaison, c'est-à-dire selon le même transit, il établit une analogie entre la figure et un tissu dont HD serait la trame (voire figure1). D'après Cavalieri, le nombre de fils est divers dans les deux triangles, car les fils du triangle AHD sont plus serrés que ceux

³¹⁶ « Ora a questo dubbio direi, che intendendo noi preso nel triangolo HAD tutte le di lui linee di retto transitio (che sono tante, quanti sono i punti di retto transitio della AD) altrettanti punti, ma di obliquo transitio prendendo nella AH, et altrettante parallele ad AG, ed in conseguenza altrettante nel triangolo HDG parallele ad HD, le quali in conseguenza non sono tante, quanti sono i punti di retto transitio della maggiore di DA, DG; cioè quante sono tutte le linee del triangolo HDG, cioè non sono tante infinità di Linee queste, come quelle; e però non si prendendo in ambedue questi triangoli per questa vita tutte le loro linee di retto transitio, non si conclude bene l'egualità di detti triangoli » *Ibidem*, p. 171. Pour la traduction DE GANDT F. *L'œuvre de Torricelli*, op. cit., p. 175.

³¹⁷ « Parmi, che ciò per una certa analogia si possi dare ad intendere con la tela ». *Ibidem*, p. 171.

³¹⁸ CAVALIERI, B. *Exercitationes Geometricae Six*, op. cit., p. 317.

³¹⁹ « Huic manifestum est figuras planas nobis ad instar telae parallelis contextae concipiendae esse solida vero ad instar librorum qui parallelis foliis coacervatur ». *Ibidem*, p. 4.

du triangle DHG. Cavalieri discute le problème en détail dans le livre III des *Exercitationes* et il écrit :

Pour la solution de cette difficulté [...] Il comprendra /le lecteur/ ainsi que j'emploie toujours les lignes des figures planes sous le même transit, c'est-à-dire sous un transit toujours droit ou toujours oblique [...]. On a aussi montré au n. XV que s'il n'en est pas ainsi, c'est-à-dire si nous ne supposons pas les lignes sous le même transit, deux lignes quelconques de l'un des transits ne seront pas également distantes aux deux autres lignes qui leur correspondent dans l'autre transit ; mais que celles qui appartiennent à un même transit renfermeront toujours entre elles une distance égale, dès lors qu'elles se correspondent par leur situation³²⁰.

En faisant allusion à l'idée d'une même distance entre les lignes des deux triangles, Cavalieri prépare le terrain pour introduire la conception d'un diverse « espacement » des indivisibles :

Par conséquent, puisque les lignes KB et IC n'ont pas entre elles une distance égale à celle qui sépare les deux lignes MF et LE qui leur correspondent, il s'ensuit que toutes les lignes des triangles HDA et HDG, prises selon ce moyen [*hac ratione*], seront comme si elles étaient engendrées selon des transits différents, et pour cette raison sont exclues de la définition que j'ai donné de toutes les lignes des figures planes³²¹.

Bien que Cavalieri n'applique pas les adjectifs « épais » (*spissitudinus*) et « degré de rareté » (*gradus raritatis*) aux lignes elles-mêmes, mais à leur accumulation sur la surface³²², il n'en reste pas moins vrai que l'examen attentif de la comparaison entre les fils du tissu et l'ordre varié des lignes dans les deux triangles modifie en quelque sorte la vision cavaliérienne des indivisibles³²³. Si l'on doit tenir l'image pour le corollaire de la méthode, c'est, il faut le répéter, au prix de déformer la version primitive des indivisibles en rendant ces

³²⁰*Ibidem*, p. 239.

³²¹*Ibidem*, p. 239.

³²²DE GANDT, F. *L'œuvre de Torricelli, op. cit.*, p. 179.

³²³Il semblerait que Cavalieri, à en juger par ce qu'il écrit à la fin de la lettre, est conscient du caractère contradictoire de sa réponse au paradoxe : « So che no mancheranno però a questo nuoe istanze, e cavillazioni ; ma a chi pratica di questo metodo, come lei, credo, che ciò non darà fastidio. Intenderò però volentieri il suo senso e circa di questo, e se ne resta di questo soddisfatta, e se gli sovviene cosa, che possi render più chiara la risoluzione di questa difficoltà ». (OT, III, p. 171).

derniers « épais ». Bien entendu, le statut de la comparaison est pédagogique. Elle est chargée de faire mieux comprendre les suppositions théoriques de la solution du paradoxe. En s'appuyant sur des images, la comparaison doit être éclairante et la supposition féconde. Dans la mesure où les indivisibles sont intégrés à l'image du tissu et du livre par le biais de l'analogie visuelle, ils font aussi, d'une certaine manière et sous certaines conditions, partie du continu car, à la limite, les indivisibles peuvent « composer » les figures et Cavalieri ne peut finalement pas, dans ce cas, écarter l'hypothèse que les indivisibles ont un statut réel, et non pas simplement opératoire. Les indivisibles acquièrent une certaine « épaisseur » qui leur confère la possibilité de se présenter comme des éléments capables de composer le continu³²⁴. A défaut de pouvoir faire comprendre le fondement de sa méthode, Cavalieri essaie de l'illustrer au moyen d'une image qui sert de support à la solution du paradoxe et, en même temps, devient l'illustration pédagogique de l'explication concernant le paradoxe. Toutefois, bien que la comparaison revête un caractère purement pédagogique, qui tient fondamentalement au fait de « faire voir » la variation de l'espacement et de l'épaisseur des indivisibles d'une figure, elle peut également servir pour véhiculer des contenus non-verbalisés, à savoir des contenus théoriques tacites³²⁵. La résolution du paradoxe est ici significative dans la mesure où elle s'accompagne d'une sorte de réélaboration tacite de la notion d'indivisible. L'espacement s'appuie sur l'idée d'équidistance, laquelle conduit à un nouveau précepte de la méthode ; tandis que l'épaisseur revêt à son tour un caractère contradictoire, notamment lorsqu'on le confronte avec les fondements théoriques établis dans la *Geometria indivisibilibus*, puisque selon Cavalieri, et il le répète à nombreuses reprises, les indivisibles sont des éléments sans épaisseur et, en outre, ils ont une dimension plus petite que

³²⁴ LE REST, E. « Heuristique et démonstration en mathématiques : la méthode des indivisibles au XVII^e siècle », *Fragments d'histoire de mathématiques II*, Paris, 65, 1987 pp. 125-159. Ici p. 136.

³²⁵ DESCOTES, D. « Sur les figures dans quelques traités scientifiques du XVII^e siècle » dans COUTON, M. FERNANDES, I. JÉRÉMIE C. et VÉNAUT, M. *Pouvoir de l'image aux XV^e, XVI^e et XVII^e siècles*, Clermont-Ferrand, Presses Universitaires Blaise Pascal, 2009, p. 542.

celle de la figure dont ils font partie, c'est-à-dire, qu'ils lui sont hétérogènes. Pourtant, lorsque Cavalieri s'attaque au paradoxe exposé dans la lettre à Torricelli, il estime que les indivisibles ont une certaine épaisseur et, biaisée qu'elle était du fait du statut explicatif assigné à la comparaison, la réponse ne pouvait être obtenue que par une modification appropriée de la notion primitive d'indivisible, qui contribue au brouillage de la doctrine des indivisibles. Tout en conduisant à la prépondérance de l'analogie sur l'explicitation des principes de la méthode, on pourrait conclure que la résolution du paradoxe, déplace la théorie en faveur d'une vision étrangère à la version primitive véhiculée par l'idée d'épaisseur et dont le contenu sera repris et développé par Torricelli.

Au fond la solution de Cavalieri au paradoxe, c'est exactement la même solution que Torricelli a notée dans ses commentaires au petit traité *Contro gl'infiniti*³²⁶. En outre, l'image du tissu établie par Cavalieri servira à Torricelli pour l'élaboration de sa propre conception des indivisibles, car la notion d'indivisible acquière ainsi une certaine « épaisseur » qui lui confère la possibilité de se présenter comme un élément capable d'être mesuré en fonction de sa largeur. Nul exemple ne saurait mieux caractériser l'attitude de Torricelli à l'égard de cette nouvelle conception des indivisibles que le texte *Delle tangenti delle parabole infinite per lineas supplementares*. Torricelli admet que l'opinion selon laquelle les indivisibles sont tous égaux entre eux (*che gli indivisibili tutti sieno eguali fra di loro*)³²⁷ est non seulement difficile à prouver, mais même fausse (*è opinione a giudizio moi non solo difficile da*

³²⁶ OT, I, 2 pp. 45-48. Il est intéressant de citer ce que les éditeurs réfèrent dans l'*avvertimento* qui accompagne le traité : « Esso consta di alcune argomentazione fallaci, provenienti di un'errata applicazione dei concetti che stanno a fondamento della *Geometria degli indivisibili* ; le raccolse il Torricelli nell'intento di formare una collezione di paradossi curiosi, oppure per mettere sull'avvisato i propri discepoli sui pericoli che minacciano colui che applica il concetto di infinito senza sufficienti prudenza ed oculatezza ? Altri decida » C'est donc à nous de décider ! En outre, Torricelli considère que la méthode des indivisibles impose une série des préceptes dont le plus important tient au fait que le plan mobile qui découpe les figures doit toujours rester parallèle à une droite fixe (*regula*). Il écrit : « Nota che la linea sopra la quale convengono le parallele (overo ne i solidi i piani paralleli) si chiama la linea delli transiti. Et i transiti devono sempre essere della medesima inclinazione, acciò i termini di quà et di là siano eguali di numero. Quando questo non sarà vero, allora l'argomento fallirà ». (OT, I, 2, pp. 47-48).

³²⁷ *Ibidem*, p. 320.

provarsi, ma anco falsa)³²⁸ et il donne par la suite toute une série d'exemples touchant cette nouvelle conception. Ainsi, cette nouvelle notion des indivisibles apparaît comme l'aboutissement de la réflexion torricellienne à propos de la solution au paradoxe et est destinée à remplir les potentialités laissées ouvertes par la propre indétermination de cette solution.

III.6 Conclusion

On a passé en revue les étapes les plus importantes dans l'assimilation de la méthode des indivisibles par Torricelli. Au bout de quatre ans écoulés après le premier contact de Torricelli avec la méthode en juin 1641, on assiste un changement d'attitude radical : alors qu'il ne comprenait pas à quoi cette méthode pouvait servir en mathématiques, il en devient le plus grand défenseur. La nouvelle procédure se révèle si utile et puissante dans le domaine de centres de gravité, que Torricelli n'hésite pas à la désigner comme la vraie méthode de découverte des Anciens. Jusqu'alors restreints au cercle des collaborateurs de Cavalieri, les indivisibles vont petit à petit, aux mains de Torricelli, attirer l'attention d'autres mathématiciens et, comme on le verra au chapitre suivant, attirer les objections de Paul Guldin. L'importance de Torricelli ne se réduit pas à avoir diffusé la nouvelle méthode. Il a également introduit des modifications dans la doctrine même des indivisibles. La plus significative est sans doute d'attribuer aux indivisibles une certaine épaisseur, ce qui marque, en quelque sorte, le virage des indivisibles vers une conception plus proche du calcul infinitésimal même si, toutes proportions gardées, il reste encore un long chemin à parcourir pour arriver à la procédure mathématique élaborée simultanément par Leibniz et Newton, notamment en ce qui concerne la notion de passage à la limite.

³²⁸*Ibidem*, p. 320.

CHAPITRE IV

CHRONOLOGIE D'UNE CONTROVERSE : GULDIN *VERSUS* CAVALIERI³²⁹

La diffusion de l'œuvre de Torricelli donne un nouvel éclairage à la méthode des indivisibles. On pourrait même affirmer qu'une nouvelle méthode apparaît, dans la mesure où celle-ci s'insère dans la lignée du calcul infinitésimal. Mais, avant que ne soient publiées intégralement les *Operageometricade* Torricelli, la méthode cavalierienne des indivisibles reçoit un correctif de la part d'un de ses détracteurs, le père jésuite Paolo Guldin : en 1641 le troisième volume de son oeuvre *Centrobaryca* contient en effet une critique de la méthode des indivisibles. Paolo Mancosu³³⁰ a identifié trois grandes objections dans la critique de Guldin, qui opèrent sur trois plans différents : d'abord Guldin accuse Cavalieri d'avoir copié en cachette les méthodes de Kepler et de Bartolomé Souvey, en en modifiant uniquement la façade; ensuite, il ne croit pas possible d'admettre en mathématique les preuves par superposition dont se sert Cavalieri pour démontrer les théorèmes généraux de la méthode développée dans le livre VII de sa *Geometria Indivisibilibus*; enfin, Guldin s'attaque (une fois de plus, avons-nous envie de dire) au fondement de la méthode des indivisibles : la notion de « toutes les lignes » ou « tous les plans » d'une figure, notion qu'il considère comme inadmissible et mettant en jeu la certitude des mathématiques. Face aux objections de Guldin, Cavalieri commence à rédiger sa réponse que, finalement, il insère en 1647 au troisième livre

³²⁹ Les aspects mathématiques de la controverse ont été traités dans MANCOSU, P. *Philosophy of Mathematics and mathematical Practice in the Seventeenth Century*, New York, Oxford University Press, 1996. Pour l'application de la procédure par supersposition chez Cavalieri, voir PALMIERI, P. « Superposition : on Cavalieri's practice of Mathematics », *Archive for History of Exact Sciences*, 63, 2009, pp. Pour les aspects kepleriens de la controverse, voir RADELET, P. « Kepler, Cavalieri, Guldin. Polemics with the Departed » dans JULLIEN, V. (dir.) *Seventeenth Century Indivisibles Revisited*, Birkhäuser, Springer, 2015, pp. 57-87.

³³⁰ MANCOSU, P. *Philosophy of Mathematics and mathematical Practice in the Seventeenth Century*, op. cit., p. 50-64.

de ses *Exercitationes Geometricae Sex*. Dans ce chapitre nous nous proposons d'analyser les divers aspects de la réponse de Cavalieri à Guldin, ce qui aura pour effet d'éclairer l'idée que Cavalieri se fait de sa propre méthode près de vingt ans après sa conception, dans la mesure où pour répondre, Cavalieri est amené à revenir sur des points précis de sa procédure. En même temps que Cavalieri réfléchit sur sa propre pratique, il critique certains aspects de la méthode pour le calcul de centres de gravité élaborée par Guldin. Un aspect clé est ainsi la preuve même de la Règle générale de Guldin, sur laquelle nous reviendrons : Cavalieri n'accepte pas de croire à la vérité du théorème de Guldin à partir des éléments de preuve fournis par Guldin et que Cavalieri juge insuffisants. Appuyé en cela par Torricelli, Cavalieri se décide d'ailleurs d'en donner une preuve au moyen de ses indivisibles mêmes.

Si nous avons choisi de parler maintenant de cette controverse avec Guldin, démarrée avant la *publication* des travaux de Torricelli, c'est que, une fois encore, l'utilisation de la correspondance dans l'analyse de cette controverse nous permettra d'éclairer d'une lumière différente le rôle que jouent Torricelli et Antonio Rocca dans l'élaboration de la réponse à Guldin et de mettre de relief l'aspect collaboratif de leur activité mathématique. L'examen touchant l'implication de Torricelli et Rocca dans la réponse de Cavalieri se révèle d'autant plus intéressant que cet aspect n'a été jamais abordé dans la littérature consacrée à l'étude de la controverse Cavalieri-Guldin.

IV.1 Le premier contact avec Guldin

C'est dans une lettre adressée à Giannantonio Rocca le 28 décembre 1642 que Cavalieri fait allusion, pour la première fois à notre connaissance, aux critiques du père jésuite Guldin visant la méthode des indivisibles. Que le père jésuite ait critiqué la méthode des indivisibles n'est pas sans importance, car Guldin est un savant reconnu à son époque. Il a enseigné les mathématiques au Collège Romain, puis au collège jésuite de Graz et enfin à

l'université de Vienne. Il s'intéressait aussi aux problèmes d'astronomie et pendant dix ans (1618-1628) il a eu des échanges sur ce sujet avec Kepler. De cet échange on ne conserve que les lettres adressées par Kepler mais, comme l'a noté Georg Shuppenner, il est possible d'en déduire l'importance de Guldin à l'époque car Kepler lui-même essaie de tirer profit de l'influence de Guldin à la cour de l'empereur Ferdinand II :

An example of Kepler's trust in Guldin's help and the appreciation of his advice is shown in Kepler's letter from August the 30th 1624. He had sent Guldin a petition to be forwarded to emperor Ferdinand II (1578-1637) to promote the publication of the Rudolphinian Tables. Kepler asked him now what to bring with him to Vienna to help the progress of his affair. This fact also illustrates that Guldin was a very influential person at the imperial court in Vienna [...] Kepler's last two letters to Guldin express his uneasiness concerning Guldin's expectation of Kepler's possible conversion to the Catholic Church³³¹.

De fait, loin de s'inquiéter des objections de Guldin, Cavalieri, non sans une touche d'ironie, estime qu'une telle critique pourrait au contraire l'aider à faire la publicité de sa méthode parmi la communauté mathématique :

Je ne regrette pas que ce Père [Guldin] ait décidé de contester ma méthode, puisque si je me suis trompé, je serai donc détrompé. Mais si c'est lui qui se trompe, il aura du moins rendu ce service à ma Géométrie que ceux qui ne l'avaient jamais vue, vont y réfléchir³³².

Cavalieri n'a alors pas encore eu l'ouvrage de Guldin *Centrobaryca* entre les mains³³³, mais il espère, dit-il, le feuilleter le plus tôt possible, notamment le livre 2, où l'on trouve la

³³¹SHUPPENNER, G. « Kepler's relation to the Jesuits. A study of his correspondence with Paul Guldin » dans *NTM Zeitschrift für Geschichte der Wissenschaften, Technik und Medizin*, 5, 1997, pp. 236-244.

³³²« Né mi è discaro, che questo Padre habbi preso ad impugnare questo mio metodo degli indivisibili, poiché, se io sono in errore, verrò a restare disingannato; ma si egli è quello, che s'inganna, avrà almeno fatto questo servizio alla mia Geometria che alcuni, che non l'havrebbero mai vista, vi faranno qualche riflessione ». (OT, III, p. 88).

³³³La *Centrobaryca* de Guldin apparaît en quatre volumes de 1635-1641 et à l'époque de la lettre à Giannattonio Rocca, Cavalieri n'a pas pu se procurer les trois derniers volumes de l'ouvrage de Guldin, ceux de 1640 et 1641. Le premier volume (1635) est un exposé général sur le centre de gravité de la terre. Le deuxième et troisième (1640) contiennent la célèbre Règle Générale de Guldin pour le calcul des centres de gravité et le quatrième (1641) contient la critique à la méthode des indivisibles. C'est seulement vers la fin de 1643 que Cavalieri peut

critique des indivisibles. Ce n'est bien sûr pas la première fois que la méthode des indivisibles a été mis en doute par d'autres mathématiciens. Quelques jours auparavant, le 23 décembre 1642, Cavalieri, en racontant à Torricelli la visite de Giovanni Borelli, souligne même que celui-ci lui avait transmis certaines hésitations touchant sa méthode des indivisibles³³⁴. Pourtant, pas plus que dans le cas de Guldin (et contrairement à ce que nous avons vu dans l'échange avec Galilée), Cavalieri ne semble pas prendre au sérieux les doutes de Borelli et il attribue les hésitations à une mauvaise assimilation des principes de sa méthode, en notant que :

Il n'est pas vrai, à ce qu'il paraît, qu'il s'agit d'une faute des indivisibles ; et ceci, c'est une chose, qui ne doit pas être difficile à comprendre³³⁵.

Cavalieri montre donc à ce moment-là une confiance très grande dans sa méthode. S'il y a des hésitations il s'agit tout simplement d'une mauvaise interprétation de la procédure des indivisibles de la part des mathématiciens et non pas d'une faiblesse inhérente à la méthode. Il semble par ailleurs entrevoir dès ce moment le pourquoi des réactions dubitatives face à sa méthode : il s'agirait une fois encore du manque d'un fondement solide sur lequel bâtir sa procédure. Comment peut-on ériger une procédure mathématique sur la notion d'indivisible dont on connaît les difficultés conceptuelles dans son rapport à l'idée de continu ? C'est effectivement l'une des objections de Guldin et c'est pourquoi, avant même d'avoir pu lire la critique du père jésuite, Cavalieri, dans une lettre du 29 décembre 1642, informe Torricelli sur un ton un peu moqueur que :

Si l'on ne peut pas recueillir quelques fruits [des indivisibles], il conviendra dorénavant de changer d'avis et mettre de côté mes indivisibles [car] ils sont une chose inutile et sans fondement. D'après ce qu'on m'a écrit, c'est cela

examiner les trois derniers volumes. Pour une présentation *Centrobaryca*, voir MANCOSU, P. *Philosophy of Mathematics and mathematical Practice in the Seventeenth Century*, *op. cit.*, pp. 56-59.

³³⁴ « Intesi dal Sig. Borelli come alcuni matematici costì avean qualche dubbio sopra il modo degl'indivisibili »(OT, III, p. 80).

³³⁵ « Il che poi non è vero, onde pare, che in questo manchino gl'indivisibili la qual cosa non credo dovrà far difficoltà a nissuno ». *Ibidem*, p. 81.

même que démontre le père jésuite Guldin, lequel publia quelques années auparavant la *Centrobaryca* et lequel, dans un autre volume imprimé, à nouveau s'oppose à ma Géométrie³³⁶.

Comme nous l'avons noté plus haut Cavalieri n'a pas encore examiné l'ouvrage de Guldin et c'est surtout grâce à Rocca, qui a pu lire la *Centrobaryca*, que Cavalieri sait à peu près vers où se dirigent les critiques du père jésuite : la méthode des indivisibles serait une chose inutile (*cosa inutile*) et sans fondement (*senza fondamento*). Néanmoins Cavalieri est persuadé du fait que la critique de Guldin ne nuira pas ni à la méthode ni aux inventions de Torricelli :

Il est tout à fait vrai que cela ne nuira point à vos subtiles inventions, lesquelles dépendent des indivisibles puisque vous ne manquez pas de moyens de les libérer de ces fallacieux fondements³³⁷.

Non sans ironie, Cavalieri invite donc dès ce moment Torricelli à contribuer à la consolidation de la méthode des indivisibles pour la libérer des fallacieux fondements dont parle Guldin. Grâce à l'aide de Torricelli, il espère éliminer les équivoques, les ambiguïtés et les paradoxes que favoriserait le mauvais usage de la méthode, et empêcherait la pleine acceptation des indivisibles. La méthode des indivisibles, telle que la conçoivent Cavalieri et Torricelli, doit progresser à l'intérieur d'une communauté de spécialistes, dont le travail obéit à des règles et respecte des limites bien précises et dont le mauvais usage conduit à des paradoxes dont on a vu des exemples dans le chapitre III.

Quelques jours après cette première lettre, Cavalieri a eu finalement accès au livre de Guldin³³⁸. Pour Guldin les résultats auxquels on arrive au moyen des indivisibles ne sont pas

³³⁶ « Se non possi ritrarre qualche frutto, di qui innanzi converrà mutar sentenza, e lasciar da banda gl'indivisibili, come cosa inutile, e senza fondamento, siccome mi è stato scritto, che ha dimostrato nuovamente il P. Paolo Guldini Gesuita che stampò alcuni anni sono la *Centrobaryca*, il quale in un altro tomo stampato di nuovo contradice in più luoghi alla detta mia *Geometria* ». *Ibidem*, p. 90.

³³⁷ « È ben vero, che ciò non pregiudicherà alle invenzioni sottilissime di V.S chi dipendono dagli indivisibili poichè a lei non mancheranno modi di liberarle da questi fallaci fondamenti ». *Ibidem*, p. 90.

prouvés démonstrativement, mais mécaniquement³³⁹. En fait aux yeux de Guldin les indivisibles de Cavalieri ne constituent pas une vraie méthode de démonstration et sa démarche reste une simple procédure mécanique (*opponere esse modo mechanico*). L'usage du terme mécanique peut porter à équivoque car on pourrait penser que Guldin rattache la méthode de Cavalieri à la tradition mécanique d'Archimède³⁴⁰. En fait, Guldin emploie le terme mécanique afin de dissocier la méthode de Cavalieri d'une vraie méthode mathématique, c'est-à-dire d'une méthode procédant démonstrativement. Guldin veut ainsi disqualifier, voir annuler, la procédure de Cavalieri et supprimer son statut de méthode mathématique en la désignant péjorativement de « mécanique ».

Accusation grave qui si elle était acceptée rejèterait la démarche de Cavalieri loin de l'orbite mathématique. Guldin tient Cavalieri pour maître d'une démarche non-démonstrative et à cet égard, Guldin critique précisément le fait que Cavalieri prétende établir une « méthode des indivisibles ». Indivisibles et méthode sont deux termes qui pour Guldin s'excluent réciproquement et cette remarque du jésuite ne fait que mettre de relief les implications dérivées du choix du terme « indivisible » pour définir la nouvelle méthode de Cavalieri. A proprement parler, comme on l'a vu au premier chapitre l'expression « méthode des indivisibles » ne faisait pas partie du projet initial de Cavalieri. Le mariage entre la méthode et les indivisibles répond à une étape ultérieure de la pensée de Cavalieri pour la mise au point de laquelle le problème du mouvement et les remarques de Galilée ont été cruciales, et ont joué un rôle de catalyseurs. Ainsi, par le choix du terme « indivisible », dès le titre de

³³⁸Dans sa lettre du 13 janvier 1643 Cavalieri écrit à Torricelli : « Ho di già visto il suo secondo Tomo della Centrobarica, nel quale, benchè sia assai grosso, non consuma però più che nove, ovver dieci carte per la contradizione alla mia Goemetria, della quale dice non aver visto, se non queste poche cose, che egli prende ad impugnare, riserbandosi a miglior tempo il confutare il resto ». *Ibidem*, p. 93.

³³⁹« Ma infatti il P. Guldini battezza tutte queste cose trovate per gl'indivisibili come provate solo per modo meccanico, e non veramente dimostrativo ». *Ibidem*, p. 93.

³⁴⁰Sur le statut de la « mécanique » chez Archimède voir ROUX, S. « Le premier livre des *Équilibres Plans* : réflexions sur la mécanique archimédienne » dans GUILLAUMIN, Y.S. (dir.) *Mathématiques dans l'Antiquité*, Saint-Étienne, Presses de l'Université de Saint-Étienne, 1992, pp. 95-160, voir notamment 98-105. On peut aussi consulter, GARDIES, J.L « La méthode mécanique et le platonisme d'Archimède », *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, 170, 1980, pp. 39-43.

l'ouvrage, Cavalieri a fait savoir à son lecteur, comme nous l'avons vu, le principe qui doit régir sa lecture de l'ouvrage : une procédure mathématique au moyen des indivisibles ; et cette procédure ne peut être élevée au rang de méthode qu'à condition d'être justement entendue non pas comme une simple procédure mécanique, un artifice technique, mais comme une véritable méthode de démonstration. Or d'après la lettre de Cavalieri du 13 janvier 1643, Guldin, ayant passé en revue le livre II de la *Geometria indivisibilibus*, conclut que ses première et troisième proposition sont absolument fausses³⁴¹ :

Et tout ça parce que les indivisibles infinis [en nombre] n'apparaissent pas *in actu* dans le continu mais seulement *in potentia*³⁴².

Guldin s'appuie ici, encore, sur la vision aristotélicienne du continu, selon laquelle l'infini est une notion qu'on ne retrouve jamais en acte mais toujours en puissance et cette allusion obligera Cavalieri à aborder – dans ses *Exercitationes geometricae* – le problème du continu, dont il était toujours réticent à parler. Pourtant ce n'est pas la seule conséquence qu'il y a à admettre une infinité d'indivisibles. Le fait de procéder au moyen des indivisibles soulève, d'après Guldin, un autre problème non moins important : les indivisibles sont en nombre infini et par conséquent incomparables entre eux³⁴³. Ici Guldin rejoint Galilée dans les objections que celui-ci avait fait parvenir à Cavalieri au début de leurs échanges épistolaires quand Cavalieri s'était limité à dire que sa définition des indivisibles rentrait, malgré les apparences, dans le cadre de la définition euclidienne des grandeurs.

Après avoir critiqué la notion d'infini, Guldin examine le livre VII de la *Geometria Indivisibilibus*. Autrement dit, il critique la deuxième méthode des indivisibles. Aux yeux de Guldin le plus gros défaut de cette deuxième méthode est l'emploi indiscriminé de la superposition dans les démonstrations :

³⁴¹ « Passa poi, senza veder altro del primo al secondo libro, et ivi a bocca aperta biasima le differenti petizioni, e la prima, e terza proposizione pronunziandole per false assolutamente » (OT, III, p. 94).

³⁴² « Il tutto perchè gl'infiniti indivisibili non si danno actu, ma solo potentia nel continuo ». *Ibidem*, p. 94.

³⁴³ « E poi perchè sono infiniti, e però incomparabili ». *Ibidem*, p. 94.

Il s'oppose à la superposition des figures analogues, [car il la tient] comme chose mécanique et qui ne finirait jamais³⁴⁴.

Pour Guldin il est évident que l'emploi de la superposition ne permettrait pas de boucler les démonstrations car le processus devrait se continuer *ad infinitum*. En ce qui concerne l'accusation que le processus se continue à l'infini il faut penser à l'activité elle-même de la superposition. Autrement dit, si l'on se tient rigoureusement à ce qu'implique une démonstration mathématique, il n'y a pas moyen de décider mathématiquement *quand* on peut mettre terme à la démonstration par superposition et la seule manière de le faire est au moyen d'un dessin ou diagramme. Cela explique en partie pourquoi Guldin qualifie de « mécanique » la méthode de Cavalieri et pourquoi il accuse Cavalieri à plusieurs reprises d'avilir les mathématiques car pour vérifier ses démonstrations il faudrait passer par l'œil et la main, comme on le verra plus tard. Ainsi, même si Cavalieri a pris la peine d'introduire une démonstration supplémentaire à la manière d'Archimède, c'est-à-dire par exhaustion, afin de tempérer les critiques, Guldin se montre ferme dans son avis général et il conclut que la *Geometria* de Cavalieri n'a aucune « subsistance » réelle par elle-même³⁴⁵.

Ce sont donc deux des objections lancées par Guldin à la méthode des indivisibles : d'abord l'impossibilité de concilier une vision du continu mathématique avec les indivisibles et ensuite le problème attaché à la procédure dont l'emploi de la superposition est l'exemple. (Nous reviendrons plus tard sur l'accusation de plagiat de Kepler.) Si la première est loin d'être nouvelle, il est intéressant qu'elles contribuent toutes deux à renforcer, sous plusieurs aspects, le qualificatif péjoratif de « mécanique » : mécanique parce que sans fondement acceptable, mécanique parce que supposant, dans la superposition, des déplacements. Il est important de souligner ici que les deux objections sont légèrement décalées par rapport à

³⁴⁴ « Apponendo a quella superposizione delle figure egualmente analoghe, come a cosa meccanica, e che non finirebbe mai ». *Ibidem*, p. 94.

³⁴⁵ « Onde conclude la mia Geometria non aver sussistenza alcuna ». *Ibidem*, p. 94.

celles que nous avons rencontrées et seraient cohérentes avec une critique d'Euclide lui-même, non pour adopter une présentation synthétique et cacher la voie de l'invention, comme nous l'avons évoquée, mais pour n'avoir pas toujours suivi une ferme présentation syllogistique³⁴⁶.

IV.2 Le rôle de Torricelli dans la réponse à Guldin.

Avant de passer à l'analyse en détail de la réponse élaborée par Cavalieri aux objections de Guldin, il est intéressant d'examiner la manière dont, au premier abord, Cavalieri se propose d'utiliser la figure de Torricelli pour défendre sa méthode face aux critiques de Guldin. A la fin de la lettre que l'on vient d'analyser dans le dernier paragraphe (celle du 13 janvier 1643) Cavalieri demande un service à Torricelli :

Il me serait très précieux de pouvoir indiquer ou montrer les merveilleuses trouvailles auxquelles vous êtes arrivé grâce à la subtilité de votre esprit³⁴⁷.

C'est surtout – continue Cavalieri- parce que cela faisant il pourrait d'un côté montrer à Guldin les fruits que l'on recueille grâce aux indivisibles et de l'autre faire connaître les découvertes de Torricelli qui, à l'époque n'avait pas encore publié ses *Opera geometrica* et dont les manuscrits circulaient uniquement dans le cercle de ses plus étroits collaborateurs et amis, Cavalieri y compris. En outre, ajoute Cavalieri, cela montrerait que les indivisibles, malgré l'opposition de Guldin, sont acceptés par des géomètres d'une grande valeur, comme c'est notamment le cas de Torricelli³⁴⁸. Il est évident que pour Cavalieri les résultats et le statut social de Torricelli – mathématicien reconnu et successeur de Galilée à la cour du

³⁴⁶ Voir pour des critiques analogues sur d'autres thèmes, DEAR, P. *Discipline and Experience: The Mathematical Way in the Scientific Revolution*, Chicago, University of Chicago Press, 1995.

³⁴⁷ « Mi saria molto caro, se io potessi accennare, o mostrare quei trovati maravigliosi, a' quali è arrivata lei con l'aggiunta della sottigliezza del suo ingegno ». (OT, III, p. 94).

³⁴⁸ « E che gl'indivisibili sono accetti a'Geometri d'incomparabil valore, benchi egli [Guldin] dica non essere approvati da'Geometri ». *Ibidem*, p. 95.

Grand-Duc de Toscane – sont des arguments privilégiés et particulièrement nets pour lever les scrupules de ceux qui sont assez troublés par l’emploi des indivisibles. Cavalieri ajoute :

Ce que je dis, je le jugerais comme non dit, si vous pensiez autrement. Mais si vous acceptez de me rendre ce service, il me semble que vous pouvez le faire de deux façons : au cas où vous seriez sur le point d’imprimer vos spéculations, vous pouvez y insérer les choses trouvées par les indivisibles ; sinon vous pouvez vous décharger [de cette tâche] et me les envoyer en forme de lettre et si cela vous convient, je me charge de les insérer dans ma réponse tels que vous me les auriez envoyées, et comme des choses à vous, sous votre nom et pas autrement³⁴⁹.

Cette demande de Cavalieri révèle donc un changement fondamental par rapport à sa vision de la méthode ou, pour être plus précis, de ce qui légitime l’emploi des invisibles et lui donne un fondement. Si l’on se souvient, lorsque Torricelli introduit les indivisibles courbes dans sa démonstration du solide hyperbolique de longueur infinie, Cavalieri préconisait l’inclusion d’un principe général qui puisse démontrer la validité de ce type d’indivisibles, tandis que Torricelli se montrait un peu insouciant par rapport à la recherche d’un tel principe général et se limitait à souligner que les résultats auxquels on arrive avec les indivisibles courbes étaient vrais³⁵⁰. Contrairement à Torricelli, Cavalieri estimait qu’un principe général était ce qui scellerait l’union des indivisibles courbes avec l’échafaudage théorique de la méthode des indivisibles qu’il avait exposé dans sa *Geometria*. Pourtant, la critique de Guldin pousse Cavalieri à accorder moins d’importance à l’élaboration d’un théorème général. A cet égard, la lettre du 3 mars 1643 de Cavalieri à Torricelli se révèle spécialement intéressante. Cavalieri y affirme avoir lu avec beaucoup de plaisir quelques démonstrations récemment envoyées par Torricelli et ajoute :

³⁴⁹ « Questo però che io dico intendo sia per non detto, quando a Lei paresse altrimenti. Ma votendosi compiacere di farne questo favore, parmi, che in due modi ciò potesse farsi ; cioè, o essendo Lei per istampare le sue specolazioni in breve, che ella v’inserisse ancora le cose trovate per gl’indivisibili in grazia mia. Ovvero che elle le distendesse, inviasse a me in forma di lettera, e che si contentasse, che io le inserissi alle mie risposte, precisamente come me le mandasse, e come cose sue, o sotto il sue nome, e non in altro modo ». *Ibidem*, p. 95

³⁵⁰Voir le Chapitre III.

N'ayant aucune remarque relative [à la démonstration] de la vis [j'estime que] l'affaire concernant toutes les surfaces cylindriques est un nouveau rejeton de cette doctrine [des indivisibles]³⁵¹.

Nouveau rejeton, nouvelle trouvaille, nouvelle avance que Cavalieri interprète comme un autre indice de la puissance d'une méthode des indivisibles dont Torricelli recueille les plus beaux fruits (*più preziosi frutti*). Face aux objections de Guldin, il s'agit de rappeler la fécondité de son approche, en lui annexant ce que Torricelli a découvert sans faire cette fois preuve de scrupules sur la nécessité de bâtir solidement un fondement commun et général ni aux indivisibles courbes – dont Torricelli se sert souvent dans ses démonstrations- ni à ce que Torricelli appelle « toutes les surfaces cylindriques ». Cavalieri estime tout simplement que la nouvelle grandeur n'est pas moins vraie que celle qu'il appelle « toutes les lignes » et « tous les plans »³⁵². En plus, Cavalieri trace un itinéraire à suivre : soit publier rapidement ses spéculations (*specolazioni*) et y insérer les résultats trouvés au moyen des indivisibles, soit se désintéresser de la publication et tout simplement lui envoyer ses « spéculations » pour que Cavalieri puisse les insérer dans sa propre réponse en utilisant, bien sûr, le nom de Torricelli (*sotto il suo nome*). Il semble donc surtout important pour Cavalieri de faire apparaître dans la réponse le nom de Torricelli, d'une façon ou d'une autre. Face à un opposant, les scrupules relatifs au principe général pour les indivisibles courbes passe au second plan, les résultats de Torricelli témoignent aussi de la fertilité et de la puissance des indivisibles. Nous avons vu que la capacité d'obtenir de nouveaux résultats avait été dans les années 1620 un argument clé pour Cavalieri, avant de conceptualiser l'approche explicitement par le recours à des indivisibles : on retrouve ici le même positionnement, la preuve de la validité étant dans les oeuvres obtenues plus encore que dans le bon établissement de fondements. Une tel le

³⁵¹ « Non vi avendo alcuno scrupolo, quantunque in quella della vite l'assunto di tutte le superficie cilindriche sia nuovo rampollo di questa ». (OT, III, p.111).

³⁵² « Poichè non lo reputo men vero di quello delle linee, e de' piani ». *Ibidem*, p. 95.

déclaration de Cavalieri pourrait s'expliquer partiellement si l'on pense à ce que signifie la nomination de Torricelli au poste de mathématicien du Grand Duc. A partir du moment où Torricelli succède à Galilée, il acquiert un statut qui confère à sa production scientifique une valeur surajoutée provenant de son nouveau rôle social, ou pour le dire avec Mario Biagioli : « Given the nexus between social status and credibility, high social status was the password to cognitive legitimation, patronage was the institution through which social status and credibility could be gained, and the court was the space in which the most powerful patronage relationships could be established »³⁵³. En effet, il semblerait que Cavalieri profite de la récente nomination de Torricelli – et l'acquisition d'un nouveau capital symbolique lié au poste de Mathématicien de la cour- pour combattre les critiques de Guldin. Le nouveau statut de Torricelli est un instrument de plus au service de la légitimation de la méthode (ou d'une méthode) des indivisibles :

Bien qu'il [Guldin] dise qu'elle n'est pas approuvée par les mathématiciens (*geometri*)³⁵⁴.

Ayant très probablement reçu en réponse l'expression deréticences, au moins, de la part de Torricelli à l'égard de la possible inclusion de certains de ses résultats obtenus grâce à l'application des indivisibles, Cavalieri, dans sa lettre du 3 février 1643, se soumet à sa volonté :

Si vous êtes sur le point de publier vos découvertes [*le sue cose*] je m'abstiendrai d'indiquer même les conclusions dans ma réponse, afin qu'en comparaisant dans le Théâtre du monde toutes nouvelles elles sembleront beaucoup plus merveilleuses³⁵⁵.

³⁵³BIAGIOLI, M. *Galileo Courtier*, Chicago, University of Chicago Press, 1993, p. 18, *passim*.

³⁵⁴« Benchè egli dica non essere approvati da' Geometri » (OT, III, p. 94).

³⁵⁵« Anzi se ella è per istampare in breve le sue cose, mi astenerò anco di accenare le conclusioni nella mia risposta, acciò comparendo nel Teatro del mondo così intatte rieschino più meravigliose ». *Ibidem*, p. 97.

La réponse à laquelle fait allusion Cavalieri c'est évidemment l'explication qu'il commence à préparer pour répondre à Guldin :

Enfin, je ferai en conformité à ce que vous commandiez, mon but n'étant que de faire voir à ce bon père Guldin que les indivisibles ne sont absolument pas à mépriser, puisque par une voie assez brève ils peuvent conduire à de merveilleuses conclusions³⁵⁶.

Les merveilleuses conclusions dont parle Cavalieri sont celles de Torricelli (*da lei ritrovate*), et Torricelli lui-même emploie à plusieurs reprises le même adjectif pour désigner les résultats auxquels on arrive grâce aux indivisibles³⁵⁷. En outre Cavalieri fait allusion à la brièveté³⁵⁸ des démonstrations élaborées par les indivisibles (*strada assai breve*) en mettant l'accent sur le caractère plus direct de ces démonstrations par rapport à la manière à la procédure *ad absurdum* : en effet il s'agit d'un critère assez important dans l'évaluation ou plutôt la légitimation de la méthode des indivisibles. Sur ce point, Torricelli est du même avis que Cavalieri et, déclare que Guldin n'est pas quelqu'un de digne :

Ainsi je crois pouvoir dire de quelqu'un qui blâme la doctrine des indivisibles qui est la veine et la mine intarissable de belles spéculations et de démonstrations a priori³⁵⁹.

Etant donné ce qu'on a dit au chapitre III sur le rôle joué par les démonstrations directes dans la pratique mathématique au XVII^e siècle et même, plus particulièrement, dans la *Centrobaryca* de Guldin il peut sembler un peu paradoxal que Torricelli critique Guldin pour ne pas savoir apprécier le caractère ostensif de la méthode des indivisibles. Pourtant il

³⁵⁶ « In somma, in questo farò conforme che comanderà, non essendo il mio intento altro, che fare apparire a quel bon Padre, che gl'indivisibili non sono affatto da disprezzare, ma per strada assai breve ci posson condurre a conclusioni maravigliose ». *Ibidem*, p. 102.

³⁵⁷ Voir la lettre adressée à Cavalieri le 28 février 1643 où Torricelli écrit : « A me pare che per la via degl'indivisibili si trovino (oltre innumerabili, e maravigliose di V.P) anche tuttavia delle conclusioni da non isprezzarsi ». *Ibidem*, p. 108.

³⁵⁸ Que la brièveté soit un facteur important pour déterminer la valeur des démonstrations au moyen des indivisibles, Torricelli en est d'accord : « Quest'ultima /propositon/ è del P. delle Faille dimonstrata da lui con un solo libro di roba, e io la dimostro con meno d'un foglio, in due modi diversi per l'indivisibile e senza ». *Ibidem*, p. 105.

³⁵⁹ « Così mi pare di poter dire d'uno, che biasimi la dottrina degl'indivisibili, che è la vena, e la miniera inesauta delle specolazioni belle, e delle dimostrazioni a priori ». *Ibidem*, p. 105.

n'y a rien de paradoxal là-dedans. Il est vrai que les démonstrations directes sont associées par Guldin à la présentation de sa méthode pour calculer les centres de gravité et que Cavalieri pense la même chose de sa méthode des indivisibles : l'ostensivité des démonstrations est un critère favorable à l'évaluation de la procédure (*dottrina*). Mais il subsiste une différence radicale entre les deux, même si tous les deux partagent le même engouement par les démonstrations directes, il. Le contraste – on le verra plus tard – apparaît dès que délaissant leurs arguments techniques on examinera comment l'un et l'autre mathématiciens s'attachent à légitimer la pertinence de leurs méthodes. Pour le moment il faut juste garder présent à l'esprit que cette différence existe afin de relativiser les mots de Torricelli.

En ce qui touche la demande de Cavalieri, par ailleurs, c'est-à-dire l'utilisation de ses résultats obtenus grâce aux indivisibles, Torricelli semble rester ferme dans sa décision de ne pas les publier immédiatement ni de donner la permission à Cavalieri de les intégrer dans sa réponse à Guldin. On le voit par contraste dans les efforts déployés par Cavalieri qui renouvelle plusieurs fois sa demande. Ainsi, ayant enfin reçu les *Opera* de Torricelli, Cavalieri écrit dans sa lettre du 7 mai 1644 :

J'attendais d'y voir une œuvre complète, laquelle engloberait toutes les choses que vous avez trouvés jusqu'au présent ; mais vous avez opté pour ne donner qu'une première ébauche de la qualité suprême du matériel que vous avez dans l'atelier de votre esprit sublime³⁶⁰.

La déception de Cavalieri vise évidemment l'absence de démonstrations réalisées au moyen des indivisibles. Torricelli non seulement n'autorise pas Cavalieri à se servir de ses résultats pour combattre Guldin, mais, en plus, il ne les publie pas tous. A vrai dire, l'attitude de Torricelli semble un peu étonnante : pourquoi ne pas former un front commun avec Cavalieri pour défendre la méthode des indivisibles contre l'attaque de Guldin ? On a vu la

³⁶⁰ « Io mi stimavo però di vedere un'opera intiera, che comprendesse tutte le cose da lei trovate sin qui ; ma lei ha voluto dar solo un primo saggio della qualità esquisita della roba, che tiene nell'officina del suo sublime ingegno ». *Ibidem*, p. 109.

manière dont Torricelli se plaint de ce que Guldin n'estime pas les indivisibles et pourtant il hésite à s'associer avec Cavalieri. Il se pourrait que Torricelli ait décidé de ne pas aider Cavalieri afin de préserver le caractère inédit de ses démonstrations et ne pas risquer de tomber dans une querelle de priorités. En effet, dès 1644, presque à l'époque de la critique de Guldin, Torricelli était déjà plongé dans la querelle avec les mathématiciens français touchant la priorité dans la découverte du calcul de l'aire de la cycloïde. Cela pourrait expliquer en partie son refus de participer avec Cavalieri à la défense d'une méthode des indivisibles qui lui était pourtant si chère et dont il avait une opinion absolument favorable. Comme on le verra tout de suite, d'ailleurs, malgré ce refus, Torricelli travaillera dans l'ombre avec Cavalieri pour élaborer une réponse solide à l'attaque de Guldin. Son silence dans les publications pourrait être un indice de sa prudence et de sa réticence à s'exposer publiquement dans une autre querelle. En revanche, ce qui caractérise la démarche de Cavalieri dans cette affaire, du moins au début, c'est la volonté d'associer à tout prix le nom de Torricelli à la méthode des indivisibles, pour la double raison que nous avons indiquée : la valeur qu'aux yeux de Cavalieri et de la communauté mathématique en général pouvait avoir le poste de Mathématicien au service du Grand Duc de Toscane, surtout si celui qui y accédait était l'héritier de Galilée, et la fécondité mathématique de la méthode appuyée par la réputation de Torricelli.

De son côté, Cavalieri avait commencé à élaborer sa réponse à Guldin par la confection d'un dialogue dont il parle à la fin de la lettre du 7 mai 1644. Il s'excuse d'ailleurs de:

Vous avoir cité comme témoin et défenseur des indivisibles, peut-être de façon assez audacieuse et sans considération de ma part car je ne sais pas si vous en êtes vraiment d'accord [...] Il est vrai que de ce que vous me disiez

en privé je n'aurais pas dû en déduire un témoignage public [de votre adhésion]³⁶¹.

Cet extrait laisse entrevoir que Cavalieri était bien conscient des limites existantes entre le caractère purement privé des déclarations de Torricelli sur les indivisibles et le fait de le mobiliser publiquement dans une défense de la méthode des indivisibles de Cavalieri. Ceci souligne d'ailleurs la complexité du rôle des controverses dans la science du 17^e siècle : si elles stimulent l'élucidation de certains enjeux, elles peuvent aussi en dissimuler d'autres, en retardant, voire en bloquant des publications³⁶². Que Cavalieri ait pourtant mis beaucoup d'espoir dans la publication des travaux de Torricelli la lettre du 15 juin 1644 en est aussi témoin :

Je voulais seulement qu'ayant autant de pratique dans cette nouvelle manière [de démontrer] dont vous vous êtes en servi d'une excellente façon, vous fassiez témoignage au monde de l'utilité que l'on peut tirer de cette méthode ainsi que de sa grande fécondité³⁶³.

La justification purement théorique de la méthode passe donc au second plan. Cavalieri considère ici qu'il est plus important pour l'avenir des indivisibles de montrer la fertilité inhérente à la méthode lorsque elle est mise en œuvre par un mathématicien aussi notable que Torricelli. Bien que la réaction de Torricelli ait été de refuser que ses résultats

³⁶¹ « Per averla io citata per testimonio come approvatore delg'indivisibili, forse troppo audace, et inconsideratamente per non sapere io se questo a lei veramente fosse per piacere [...] Ben è vero, che non dovevo io dall'approvarmi lei privatamente gl'indivisibili, promettermi liberamente d'averne un pubblico testimonio ». *Ibidem*, p. 110.

³⁶² Le rôle des controverses comme révélateurs de positions épistémiques et sociales est souligné dans SHAPIN, S. et SCHAFFER, S. *Leviathan and the Pump-Air*, Princeton, Princeton University Press, 1985 (trad. fr. *Léviathan et la pompe à air. Hobbes et Boyle entre science et politique*, Paris, La Découverte, 1993). De nombreuses études ont depuis contribué à rouvrir ce chantier, voir en particulier JESSEPH, Douglas M. *Squaring the Circle. The War between Hobbes and Wallis*, Chicago, University Chicago Press, 1999 et MOREAU, D. *Deux cartésiens. La polémique Arnauld-Malebranche*, Paris, Vrin, 1999. Pour une vision générale des nouvelles voies ouvertes par la sociologie des controverses, voir FABIANI, J.-L. « Controverses scientifiques, controverses philosophiques », *Enquête*, 5, 1997, pp. 11-37 et RAYNAUD, D. *Sociologie des controverses scientifiques*, Paris, P.U.F. 2003.

³⁶³ « Io però non desideravo altro se non che avendo ella tanta pratica di questa nuova maniera, elle, che se n'è servita in grado così eccellente, testificasse al mondo l'utilità, che si può cavare da questo metodo, e la sua molta fecondità ». *Ibidem*, p. 191.

soient employés pour promouvoir une réponse aux critiques des Guldin, Cavalieri ne cesse d'insister et seule la mort inattendue de Guldin mettra fin à ses continuelles requêtes.

Cette insistance de Cavalieri me semble significative et éclairante sur les enjeux épistémiques de la méthode des indivisibles. Car si dans ses échanges avec Torricelli, a priori un allié pour l'adoption et l'usage des indivisibles, Cavalieri questionnait la possibilité d'un principe assurant un fondement valide unifié, dans une éventuelle controverse avec Guldin, au contraire, c'est l'usage, la fécondité, les surprenants résultats obtenus par Torricelli grâce aux indivisibles qui est mis en avant. C'est en ce point précis qu'à mon avis, une partie de la correspondance de Cavalieri prend tout son sens, engageant du même coup sur une voie nouvelle la justification de sa méthode. Car ce que Cavalieri défend dès sa première réaction à Guldin n'est pas une validité théorique de la méthode des indivisibles qui serait établie sur une vision des mathématiques partagée avec Guldin, mais quelque chose de plus pratique : il espère justifier l'emploi de son approche en présentant les résultats de Torricelli comme preuve effective de la légitimité des indivisibles dans le domaine mathématique³⁶⁴. Il y a donc une structure de la pratique mathématique qui opère et est dévoilée par les différents niveaux de coopération et d'argumentation.

³⁶⁴Même dans les *Exercitationes* il fera appel à la fécondité de sa méthode sous les mains d'autres « éminents » mathématiciens pour repousser les critiques de Guldin. Cavalieri ne dit d'ailleurs pas un seul mot du refus de Torricelli concernant la publication de ses résultats, mais tout simplement qu'il préfère les passer sous silence car écrit-il : « Plures haud quidem gregarios Mathematicos horum indivisibilium cultores, ac fautores, in medium afferre possem, hos nunc silentio preterundos esse duxi, ut sponte patesactis eorundem Republice literariae per haec Indivisibilia inventis, illustriora appareant ipsorum testimonia ». CAVALIERI, B. *Exercitationes Geometricae Six*, Bologne, Jacobi Montij, 1647,p. 188.

IV.3 Le calcul des centres de gravité et la Règle Générale

Dans une lettre adressée à Giannantonio Rocca le 29 décembre 1637, Cavalieri rapporte ses impressions, d'ailleurs assez positives, concernant la lecture du premier volume de la *Centrobaryca* de Guldin publié en 1635³⁶⁵ :

J'ai vu un ouvrage du père jésuite Guldin, imprimé à Prague, dans lequel il aborde le centre de gravité des corps, des parties, des lignes, et des surfaces des corps [...] Essayez de le voir, car peut-être vous l'aimerez³⁶⁶.

Le seul reproche de Cavalieri à l'œuvre de Guldin est que :

Si ce père avait vu ma nouvelle Géométrie, dans laquelle j'aborde beaucoup des corps que personne, à ma connaissance, n'a traités avant moi, il aurait étendu encore plus ce domaine, en essayant de trouver les centres de gravité de ces nouveaux corps. Mais ma Géométrie a été publiée après cet ouvrage³⁶⁷.

Ce qui attire l'attention est le jugement très positif que Cavalieri porte sur l'ouvrage de Guldin et plus particulièrement sur la procédure basée sur le calcul des centres de gravité, domaine où Guldin a réussi à laisser son empreinte grâce à la formulation de la Règle Générale, maintenant un théorème qui porte son nom³⁶⁸. Un autre témoignage significatif de l'importance de la Règle formulée par Guldin est celui de Torricelli dans une lettre datée du 3 février 1642 au destinataire inconnu, évoque « un théorème d'une si grande généralité – et le théorème est vrai ». Mais il y évoque aussi un autre point décisif :

³⁶⁵Pour la chronologie touchant la publication de la *Centrobaryca* voir la note 3 de ce chapitre.

³⁶⁶« Ho visto un'opera del P. Guldini Giesuita, stampata in Praga, nella quale tratta del centro della gravità de' punti, delle linee, delle superficie e de' corpi [...] cerchi vederla, che forse n'havrà gusto » (OT, III, p. 77).

³⁶⁷« Se questo Padre havesse visto la mia Geometria nuova, nella quale tratto di molti corpi niuno considerati, per quanto io sappi, havria allargato più questo campo, restandovi di trovare il centro di questi nuovi corpi. Ma la mia Geometria è stampata dopo questa opera ». *Ibidem*, p. 79.

³⁶⁸Le théorème dit de Guldin-Pappus permet de calculer la surface ou le volume engendré par la rotation d'une ligne ou d'une surface plane autour d'un axe fixe, situé dans le même plan et n'intersectant pas la ligne ou la surface, lorsqu'on connaît la distance de son centre de gravité à cet axe. Par exemple, la surface engendrée par rotation d'une ligne est le produit de la longueur de la ligne par celle de la circonférence décrite par le centre de gravité, soit 2π sa distance à l'axe ; de même pour le volume.

Un théorème d'une si grande généralité – et le théorème est vrai- le bon père ne le sait pas démontrer et il montre seulement que le théorème concorde avec la doctrine d'Archimède et avec le XII^e livre d'Euclide. Pourtant Bonaventure Cavalieri le démontre de manière très facile au moyen des indivisibles³⁶⁹.

La remarque de Torricelli sur le théorème laissé sans démonstration par Guldin est très importante et Cavalieri y reviendra dans ses *Exercitationes geometricae* pour montrer la supériorité de sa méthode sur celle de Guldin :

J'ai une grande estime pour la Règle qu'il a trouvée [Guldin], mais j'aurais encore plus d'estime si Guldin l'avait établie en se prévalant d'une meilleure argumentation³⁷⁰.

Car, continue Cavalieri :

Étant donné qu'il s'agit du fondement le plus général [de sa méthode], il n'est pas pertinent de le prouver uniquement avec des arguments probables, ce qui est le propre des rhéteurs, mais qui ne convient pas aux géomètres. Il est nécessaire de l'établir [la Règle Générale] au moyen de démonstrations³⁷¹.

C'est justement autour de cette Règle Générale que Cavalieri livre donc la première bataille contre Guldin. Avant de mettre sa réponse par écrit, il va se tourner vers G. Rocca :

J'espère que monsieur Giannantonio Rocca me rendra un grand service avec deux ou trois propositions trouvées par lui-même grâce aux indivisibles. Les propositions sont assez singulières et vont bien à propos pour répondre au père [Guldin]³⁷².

³⁶⁹ « Un Teorema poi così grande (che è verissimo) il buon P.^{re} no lo sà dimostrare ; solo va provando che concorda con le dottrine d'Archimède, e del XII^{mo} d'Euclide ; ma fra Bonaventura ne ha la dimostrazione facilissima per via degli indivisibili ». *Ibidem*, p. 68.

³⁷⁰ « Cui quidem elogio libentius et ipse subscriberem, veluti inventam ab eo Regulam plurimi facio, si eam aliqua meliori ratione confirmasset » CAVALIERI, B. *Exercitationes Geometricae, op. cit.*, p. 187.

³⁷¹ « Cum enim hoc sit maximum sui fundamentum non congruebat ipsum probabilis tatum argumentis firmare, quod ut rethoribus proprium, ita Geometris insuetum est, sed demonstrativis rationibus stabilendum erat » *Ibidem*, p. 187 et plus tard dans le chapitre V Cavalieri ajoute : « Pertingere possint, unde egregium Guldini hoc inventum, quod ad eas pariter inquit se extendere permagni quidem facio, at et pluris facerem, si aliquid pro suae Regule generalis demonstratione circa rotundas superficies supplementum attulisset, quo omni circa illius veritatem in ipsis rotundis superficiebus universis ambiguitate Lectori mens expoliari posset », *Ibidem*, p. 195. Il est clair que Cavalieri voit dans la Règle Générale une source d'ambiguïté et de faiblesse de la méthode de Guldin.

³⁷² « Il Sig. Antonio Rocca mi farà grazie di due o tre proposizioni ritrovate pur da lui per gl'indivisibili, e che sono veramente singolari, e molto a proposito per rispondere al detto Padre ». (OT, III, p. 94).

Cavalieri se met au travail et il espère trouver une démonstration de cette Règle au moyen des indivisibles, ce qui serait un coup mortel pour la méthode de Guldin³⁷³. En effet, pour Cavalieri, le fait de n'avoir pas réussi à démontrer la Règle Générale est le point faible de la méthode de Guldin et le point à partir duquel commencer son apologie des indivisibles :

Ce grand principe n'a pas été démontré par le père [Guldin]. Il dit seulement vouloir le prouver *ab inductione*, c'est-à-dire que les conclusions qu'il en tire sont vraies puisque elles concordent avec celles d'Euclide, Archimède etc³⁷⁴.

Le point soulevé ici est instructif. Dans un écrit mathématique standard, sous forme euclidienne par exemple, il y a des axiomes ou des postulats et des théorèmes ou des constructions de problèmes qui en sont ensuite déduits. La nature des axiomes a été abondamment discutée et pour un aristotélicien traditionnel, ils doivent être évidents, fondés sur le sens commun, garantis par l'expérience commune³⁷⁵. La position de Guldin n'est donc pas étonnante, même si la question de l'évidence de cette règle peut être soulevée : d'après lui, il ne vaut pas la peine de fournir une démonstration de la Règle Générale car (ou si) elle est claire et évidente par soi-même (et donc joue bien le rôle d'un axiome ou d'un principe) et c'est pourquoi il se limite à tirer la conclusion concernant l'application générale – universelle- de sa Règle à partir des quelques cas particuliers. Autrement dit : il procède par induction – *ab inductione*- et non pas démonstrativement car il estime que c'est un fait d'expérience. Une preuve supplémentaire de la vérité de sa Règle se trouve d'ailleurs dans la

³⁷³ « Imperocchè deve sapere, che il detto Padre, ha ritrovato una bellissima cosa, poichè è universale per tutte le figure solide, che nascono per revoluzione intorno all'asse, e per le superficie curve descritte pure dalle linee, o rette o curve, che s'intendono pure generarsi per rivoluzione intorno l'asse, alle quali non sono ancora arrivati gl'indivisibili ». *Ibidem*, p. 94.

³⁷⁴ « Questo gran principio è lasciato dal Padre senza alcuna dimostrazione, e dice di volerlo solo provare ab inductione, cioè che le conclusioni cavate da esso sono vere concorrendo con quelle d'Euclide, Archimede etc ». *Ibidem*, p. 94.

³⁷⁵ Cette question est discutée en détail dans DEAR. P. *Discipline and Experience*, op. cit., passim.

concordance de ses résultats avec ceux provenant des travaux d'éminents mathématiciens de l'Antiquité tels qu'Euclide et Archimède. Mais cédon la parole à Guldin:

On n'a pas besoin de démonstration. Il suffira de faire voir par induction le fait lui-même, soit dans les figures singulières, qu'on a décrites et formées, soit dans le reste. Ainsi on peut montrer, avec certitude (*aut certe*) que ce qu'on a trouvé [grâce à la Règle Générale] est conforme aux choses trouvées par d'autres [mathématiciens qui les ont] démontrées autrement³⁷⁶.

Or Cavalieri est tout à fait opposé au fait de statuer sur la validité d'un énoncé comme celui de la Règle Générale de cette manière :

Il [Guldin] s'est efforcé de valider cette règle avec beaucoup d'arguments, lesquels sont cependant probables parce que la plupart se basent sur la concordance avec les découvertes d'autres auteurs³⁷⁷.

Cavalieri ne mâche pas ses mots et le dit très clairement : même s'il y a concordance, sans démonstration la Règle Générale de Guldin reste toujours dans le limbe du probable. Autrement dit : le fondement était dépourvu de toute certitude, malgré ce qu'affirme Guldin. En plus, de l'application de la Règle Générale découlent des résultats qui ne se trouvent pas ailleurs, c'est-à-dire des nouveaux lemmes et corolaires concernant les centres de gravité inconnus à l'époque. Si c'était le cas, comment Guldin pouvait-il continuer à s'appuyer seulement sur l'argument de la concordance ? C'est Cavalieri qui fait la remarque :

Là où manque cette dernière [la concordance] la démonstration est insuffisante et imparfaite, et on ne peut pas l'étendre à tous les cas³⁷⁸.

³⁷⁶ « Neque alia demonstratione res haec indiget, sed sufficet per inductionem hoc ipsum si non in singulis in plerisque, tamen quas describemus ac componemus. Potestatibus ostendere, aut certè, quod nostra inventa cum alijs aliorum aliter demonstratis praecise conveniant invere ». GULDIN, P. *Centrobaryca*, Vienne, Gelbhaar, 1635-1641, p. 146.

³⁷⁷ « Hanc quidem regulam pluribus rationibus, iis tamen non nisi probabilis, quae in concordantia cum aliorum inventis plerumque fundatur, confirmare conatus est ». CAVALIERI B. *Exercitationes geometricae six*, op. cit., p. 235.

³⁷⁸ « Haec vero ubi deficit, remanet manca et imperfecta demonstratio cum ad omnia nequat se extendere ». *Ibidem*, p. 235.

En outre, comme Cavalieri le voit très bien dans les *Exercitationes*, si l'on suit le raisonnement de Guldin pour qui la concordance des résultats auxquels il arrive grâce à sa Règle Générale avec les résultats d'autres mathématiciens, est un critère pour déterminer la validité de sa méthode, qu'est-ce qu'on peut dire des indivisibles dont les résultats coïncident aussi avec des résultats tirés d'Euclide, Archimède et Apollodore ? Si on applique le critère de Guldin, il faut conclure que la méthode des indivisibles est aussi vraie que le calcul des centres de gravité³⁷⁹ :

Il me semble qu'au cas où je n'aurais aucun autre argument pour me défendre, cela me fournit une réponse adéquate pour Guldin, puisque si mes propositions concordent [avec les résultats d'autres mathématiciens] il devrait estimer que mes principes sont aussi vrais³⁸⁰.

Mais, en laissant de côté l'argument relatif à la concordance des résultats, le plus important pour Cavalieri est de trouver une démonstration de la Règle Générale au moyen des indivisibles³⁸¹. Conscient de la faiblesse de vouloir ériger une procédure mathématique sur un principe général qui n'a pas été démontré au préalable et au contraire a été contesté, Cavalieri, pour mener à bien sa réplique, va s'appuyer sur les résultats obtenus par Antonio Rocca :

Puisque Monsieur Antonio Rocca est arrivé deux ans auparavant à une chose pareille [...] Et la démonstration de monsieur Rocca faite au moyen des indivisibles s'étend aussi aux figures planes, il est donc manifeste que monsieur Rocca a virtuellement démontré que ces corps solides (comme les

³⁷⁹C'est l'argument présenté par Cavalieri lorsqu'il écrit : « At benigne Lector, si ratio a concordantia petita cum aliorum Auctorum conclusionibus aliter ostensis, sufficit ad principii stabilitatem, ac veritatem indicandam, iuxta Guldinum : cur eadem concordantia, que cernitur in Geometria Indivisibilium iuxta eudem sufficienter non aguet huic Methodi veritatem ? ». *Ibidem*, p. 187.

³⁸⁰« Il che parmi, quando io non avessi altra cosa in mia difesa, che mi somministri la risposta adeguata per il detto Padre ; poichè ancor le mie proposizioni concordano e però dovransi per lui stimarsi veri anco i miei principii ». (OT, III, p. 94).

³⁸¹Il insiste sur le besoin de trouver une démonstration à la Règle Générale au début du chapitre XIV, intitulé *In quo manifestatur insignis quadam utilitas, qua ab indivisibilibus in ipsius Guldini Centrobarycam, ni illa respisset poterat derivari*. Cavalieri y écrit : « Cum nostri Auctoris regula generalis saepis commemorata [...] tante esset momenti, quanti in ipsa apparet, tota enim in ea fundatur, unde nequaquam decerete illam demonstrative non probatam relinquere, mihi monendus eram idem Auctor, dum viveret, quod nisi renuisset, insigne hoc beneficium ab ipsis Indivisibilibus obtineret poterat, saltem quoad figuras planas, earumque Potestates ». CAVALIERI B. *Exercitationes geometricae six, op. cit.*, p. 229. Le but de Cavalieri est évident : en absence d'une démonstration, ramener le principe de Guldin à un théorème établi au moyen des indivisibles.

appelle Guldin lui-même) ont une proportion composée du rapport des figures génératrices et des circonférences décrites à partir du centre [...] Et cela le père Guldin ne le démontre pas. C'est pourquoi cela tombe très bien que les indivisibles lui rendent ce service [...] Ainsi vous comprenez que ce principe est beau et comment il convient de le prouver avec les inventions faites par Rocca au moyen des indivisibles³⁸².

La stratégie de Cavalieri est claire : il espère trouver le moyen de porter un coup mortel à la critique de Guldin en proposant à son tour une démonstration du fondement – la Règle Générale- au moyen des indivisibles. Pour ce faire, Cavalieri prépare sa réponse soigneusement et vers la fin de ses *Exercitationes geometricae six*, il rédige tout un chapitre – chapitre XIV- dont le but est justement d'illustrer la manière dont il emploie les indivisibles pour donner une démonstration au fondement de Guldin³⁸³ :

J'ai fait cela d'autant plus volontiers qu'il ne s'agit pas [du fruit] de mon travail et de mon ingéniosité, mais de l'ingéniosité d'un autre, fortement engagé dans la culture des indivisibles et qui a démontré que l'on pouvait avoir des soutiens à cette règle. C'est G.Rocca, doué d'un esprit perçant, géomètre célèbre qui a démontré ce lemme deux ans avant la publication de la *Centrobarryca*³⁸⁴.

³⁸² « E perchè anco al Sign. Rocca sovvenne due anni sono una simil cosa [...] e la dimostrazione del Sig. Rocca fatta per gl'indivisibili si adatta ad ogni altra figura piana, perciò è manifesto, che il Sig. Rocca viene virtualmente ad aver dimostrato, che questi corpi redondi (come generalmente anch'esso Padre li chiama) hanno la proporzion composta della proporzione delle figure genitrici e delle circonferenze descritte da' Centri [...] Cosa che il padre lascia senza dimostrare, e perciò calzerà bene, che gl'indivisibili li faccino questo servizio [...] Sicchè ella intende quanto sia bello questo principio, e quanto a me torni a proposito il provarcelo con l'invenzione del Sig. Rocca per gl'indivisibili ». (OT, III, pp. 94-95).

³⁸³ Cavalieri affirme, non sans ironie, qu'il va donner la démonstration de la Règle Générale pour rendre évident l'utilité des centres de gravité, car une fois son fondement démontré la méthode de Guldin peut être considérée une vraie méthode mathématique. Cavalieri écrit : « Ut ergo amplius eorum utilitas appareat studiosis hac occasione eisdem indicatur qua ratione hunc ab Indivisibilibus fructum ad gloriam Centri gravitatis augendam sibi ipse comparare potuisset, placuit in huius explicationem praesens caput adiungere ». CAVALIERI, B. *Exercitationes geometricae sex, op. cit.*, p. 230.

³⁸⁴ « Id verò eo libentius feci, quod non mei sed alterius opera et industria in huius modi Indivisibilibus cultura strenue laborantis eiuem regule suppetias afferri posse demonstraret. Is autem fuit acro ingenio praeditus et insignis geometra Ioannes Antonius Roccha, qui duobus annis antequam hic appareret dicta Gulдини Centrobarryca praesens Lemma ostenderat ». *Ibidem*, p. 230.

L'idée directrice du lemme³⁸⁵ de Rocca est essentiellement la même que celle au centre de la Règle Générale de Guldin : il s'agit d'établir une liaison entre les figures planes et les solides ou surfaces qu'ils engendrent en tournant autour d'un axe. Mais à la différence de Guldin, le lemme de Rocca limite sa portée aux figures planes, alors que la Règle Générale traite aussi des volumes. C'est pourquoi Cavalieri s'appuie également sur les résultats esquissés par Torricelli dans son traitement de la parabole :

Ayant démontré cette chose [le lemme], il reste encore à mettre en lumière la manière dont on peut dériver de celui-ci [le lemme] la règle de Guldin pour ce qui touche les figures planes et leurs puissances³⁸⁶.

Les « puissances » (*potestates*) des figures planes représentent les solides engendrés par rotation. Ainsi, pour accomplir la dérivation de la Règle Générale de Guldin, Cavalieri nous offre par la suite une démonstration du lemme de Rocca au moyen des indivisibles en nous montrant la manière dont on peut s'en servir pour l'appliquer aux solides engendrés des figures planes³⁸⁷. Mais ce n'est pas tout. Que Cavalieri ait réussi à donner une démonstration de la Règle Générale n'était pas seulement une manière de montrer l'utilité des indivisibles et d'affirmer sa supériorité là où Guldin, malgré ses nombreuses tentatives avec sa méthode des centres de gravité³⁸⁸, a échoué. Le fait d'avoir trouvé cette démonstration par indivisibles est aussi une manière d'insérer la méthode de Cavalieri dans le cadre général du programme mathématique de Guldin et, en outre, de le surpasser sur son propre terrain. En effet, Guldin se sert de sa méthode de calculs de gravité pour reconstruire une bonne partie des

³⁸⁵Le lemme est le suivant: « Se figura plana super aliqua sucrecta linea figuram ipsam secante libretur, erunt momenta segmentorum figurae, ut sunt solida rotunda ab ipsis segmentis, circa secantem lineam revolutis descriptam ». *Ibidem*, p. 230.

³⁸⁶ « His demonstratis remanet ostendum quomodo ex his inferatur regula Guldini quoad figuras planas, earumque Potestates, quod nunc patessiet ». *Ibidem*, p. 232.

³⁸⁷En ce qui touche la démonstration du lemme de Rocca, Cavalieri, dans une lettre du 13 septembre 1644 avait déjà communiqué à Torricelli son intention de l'employer dans sa réponse à Guldin : « Et è quella dimonstrazione, che io accenno nel primo Dialogo di voler ristampare come cosa degna compiendo sì mirabil Teorema, e camminando per gl'indivisibili ». (OT, III, p. 117).

³⁸⁸C'est Guldin lui-même qui nous le confie : « Dare cum nostrum propositum hac ratione assequi posse desperaremus ». » GULDIN, P. *Centrobaryca*, op. cit., p. 349.

mathématiques sans avoir recours aux preuves par réduction à l'absurde³⁸⁹ et de ce point de vue, la tentative de libérer la géométrie des preuves *ab absurdum* constitue le terrain commun où vont se confronter la méthode des indivisibles et la méthode de Guldin. Toutes les deux ont été conçues selon un même idéal : doter les mathématiques d'une méthode simple, efficace et capable de procéder par des preuves directes sans pour autant perdre de la rigueur. La seule différence se trouve dans le fondement sur lequel chacune a été érigée et dans la manière de procéder. Cavalieri sait très bien que le fait d'offrir une démonstration directe du fondement de Guldin au moyen des indivisibles remplit une double fonction : d'abord elle est une façon de confronter les deux méthodes sur un terrain commun et ensuite elle sert à légitimer l'emploi des indivisibles en tant que vraie méthode de démonstration. Cavalieri est tout à fait conscient des implications dérivées de sa stratégie de réponse et une fois ébauchée la démonstration par indivisibles de la Règle Générale, il écrit :

C'est en effet en vain qu'il a restauré dans le livre IV les propositions d'Euclide et d'Archimède, démontrées par absurde, afin de les doter de la susdite noblesse des démonstrations directes, sans avoir prouvé au préalable la règle générale avec une démonstration directe : autrement toutes les démonstrations qui en découlent [de la Règle Générale] souffrent d'un défaut d'origine³⁹⁰.

Pour Cavalieri le fait d'être capable de trouver la démonstration de ce théorème de portée générale est un indice ferme et définitif de la puissance démonstrative des indivisibles³⁹¹ alors que Guldin avait attaqué les indivisibles sur ce point précis : pour le mathématicien jésuite on pouvait certes mettre en valeur la puissance inventive (*inveniendi*)

³⁸⁹ « Quod si ipse illas Archimedis propositiones demonstrare potuisset per nostra principia, ostensive quod nos praestamus, calculum certe reduxisset, censoria illa sua se severitatis nota Geometriam exemisset ». *Ibidem*, p. 288.

³⁹⁰ « Frustra enim tunc Euclides et Archimedis propositiones per absurdum ostentas ut praefata ostensivae demonstrationis nobilitate patirentur Libro Quarto restaurasset, nisi et dicta regula generalis ostensive probata fuisset, secus enim omnes as ea pululantes demonstrationes vitio radicis laborassent ». CAVALIERI, B. *Exercitationes geometricae sex, op. cit.*, p. 235.

³⁹¹ « È necessario che io gli mostri, che se questa maniera avanza gl'indivisibili in qualche cosa, ancor questi avanzano quelli in qualche altra » (OT, III, p. 95).

des indivisibles, mais c'était au détriment de la puissance démonstrative qu'il dénie explicitement aux indivisibles dans le livre IV de sa *Centrobarryca*³⁹². Cavalieri réplique à Guldin à la fin de sa réponse :

Guldin lui-même a reconnu la grande utilité [des indivisibles] pour découvrir des choses ; juge toi [lecteur] dorénavant si [les indivisibles] peuvent être aussi acceptés pour démontrer³⁹³.

IV.4 La simplicité des indivisibles et l'erreur de Guldin

De surcroît un autre argument implicite³⁹⁴ qui montre l'intérêt des invisibles par rapport au calcul des centres de gravité de Guldin est celui de la facilité des démonstrations (*demonstrazione facilissima*) que l'on peut élaborer grâce aux indivisibles. Ainsi, comme Torricelli lui-même le dit dans la lettre du 3 février 1642, il a trouvé la proportion entre un solide et le cône inscrit en se servant d'une seule démonstration :

Si l'on cherche la proportion du solide au cône inscrit. On sait déjà que les livres d'Archimède et de Bonaventura en sont pleins, mais désormais avec une seule démonstration on prouve que le solide mentionné est au cône inscrit comme les carrés EF et EG sont au double carré EG³⁹⁵.

La facilité et l'efficacité semblent donc des critères cruciaux pour évaluer la pertinence d'une approche. C'est dans cet ordre d'idées que dans une lettre du 29 octobre 1642 Cavalieri confie à Torricelli que la manière dont Torricelli a établi le centre de la parabole ne peut être dépassée par personne d'autre et, lui-même ayant déjà abordé la question, estime que la démonstration de Torricelli est supérieure à la sienne, car :

³⁹² « Cavalieri methodum iudico ad inventiones Geometricarum theorematum et Problematum plurimum valere, ita ad demonstrationes eam adhibendam esse, si alia suppetant Geometris iam probate media, nequaquam suadeo ». GULDIN, P. *Centrobarryca, op. cit.*, p. 331.

³⁹³ « Haec ad inveniendum plurimum valere vel ipse Guldinus fassus ; perpende num et ad demonstrandum recipi possunt ». CAVALIERI, B. *Exercitationes geometricae sex, op. cit.*, p. 241.

³⁹⁴ J'écris implicite car, même si Cavalieri ne le présente pas dans ses *Exercitationes*, c'est un argument que l'on peut trouver explicitement dans la correspondance avec Torricelli et Rocca lorsqu'il était en train de rédiger sa réponse à Guldin.

³⁹⁵ « Si cerca la proporzione del solido al cono inscritto. Già si sà che i libri d'Archimede e di fr. Bonaventura ne sono pieni, ma hora con una sola dimostrazione si prova che il solido predetto, al cono inscritto ha la medesima proporzione che il quadrato EF con quadrato EG al doppio del quadrato EG ». (OT, III, p. 68).

On ne peut pas comparer la facilité de la vôtre à la mienne³⁹⁶.

On rencontre à nouveau le critère de la facilité à la fin de cette même lettre, lorsqu'en parlant du calcul des centres de gravité, Cavalieri, dans une sorte de rappel, souligne que la méthode des indivisibles est un moyen assez simple et efficace pour ce genre de calcul³⁹⁷ et il n'oublie pas de souligner que :

Antonio Rocco, gentilhomme de Reggia, d'un esprit vivace et très versé dans les mathématiques [...] m'a envoyé une autre manière très facile de trouver les centres de gravité avec les indivisibles³⁹⁸.

Le fait que la démonstration d'Antonio Rocca soit plus facile est déjà pour Cavalieri un indice suffisant pour la considérer digne de mention et préférable à celle de Torricelli, dont Cavalieri parlera à Rocca quelques jours plus tard, dans une lettre du 28 décembre 1642 pour lui faire part des avancées du nouvel héritier de Galilée dans le domaine des centres de gravité :

En outre, Torricelli m'a écrit qu'il est capable de trouver les centres de gravité de toutes les figures planes et solides [que l'on trouve] habituellement dans la géométrie d'une façon très facile, en employant les indivisibles ; et tout cela en réponse à l'envoi de ma manière à moi pour trouver les centres de gravité de quelques figures³⁹⁹.

Avec l'argument de la facilité de procéder au moyen des indivisibles et surtout avec la démonstration de la Règle Générale, Cavalieri n'a pas encore dit son dernier mot avant de

³⁹⁶ « Da non compararsi però nella facilità alla sua ». *Ibidem*, p. 82.

³⁹⁷ Cavalieri a-t-il lancé ce rappel pour encourager Torricelli à persévérer dans le calcul des centres de gravité en se servant des indivisibles ? Il est difficile de trancher la question par l'affirmative à partir du contenu de cette lettre. Ce qui est certain c'est que Torricelli à peine deux mois plus tard a fait déjà ses premières grandes trouvailles dans ce domaine. Des trouvailles que Cavalieri qualifie de « très subtiles » (*sottissime trovati*) et qu'il estime un résumé de sa propre géométrie des indivisibles (*compendium de la mia geometria*).

³⁹⁸ « Antonio Rocca Gentiluomo Reggiano, ingegno vivacissimo, e versatissimo nelle matematiche [...] mi mandò un altro modo assai facile di ritrovare i Centri di gravità per gl'indivisibili ». *Ibidem*, p. 85.

³⁹⁹ « L'istesso pure mi scrive, che trova i centri di gravità di tutte le figure piane, e solide consuete della Geometria con un modo facilissimo per via degli indivisibili, e questo con occasione, che li mandai un modo moi di trovare il centro di gravità di alcune figure ». *Ibidem*, p. 88.

boucler le chapitre XIV. Il y dénonce aussi une erreur de Guldin⁴⁰⁰. Or, cette erreur ne fut pas découverte par Cavalieri, mais par Torricelli. Même si à l'époque Torricelli n'a pas encore accès à l'ouvrage de Guldin, il avait déjà commencé à travailler sur les centres de gravité et petit à petit à raffiner ses idées pour faire des indivisibles une méthode capable de faire concurrence à celle de Guldin. Ainsi, dans une lettre du 21 février 1643, ayant exposé à Cavalieri sept conclusions relatives au calcul des centres de gravité, Torricelli affirme :

J'ai peur que l'auteur de la *Centrobaryca* ait aussi trouvé certaines de ces vérités ; et cela je le prendrais très mal, non pas parce que cela m'en priverait [de sa découverte] mais parce qu'en serait le maître quelqu'un qui n'en est pas digne⁴⁰¹.

Le souci de Torricelli est de vérifier que le « bon père » n'est pas arrivé aussi aux mêmes résultats que lui-même. Sa peur est d'ailleurs bien fondée car, comme l'écrit Cavalieri dans sa lettre du 3 mars 1643 :

A propos des conclusions que vous m'avez envoyées je dois vous informer que Guldin les a aussi démontrées, à la seule exception qu'il ne fait pas tourner ni le centre de gravité du solide – qui constitue une section de la sphère- ni les zones de ce dernier. Il dit seulement estimer très probable que le centre de ces surfaces est le même que celui des figures génératrices [...] en le prouvant *a simili*⁴⁰².

C'est justement la preuve *a simili* qui dérange Torricelli et qui attise ses hésitations à l'égard d'une démonstration que Guldin lui-même qualifie de « probable ». Torricelli est bien trop prévenu pour ne pas porter les doutes les plus profonds à l'égard de la probabilité d'une telle preuve *a simili* et c'est pourquoi il réplique dans sa lettre du 7 mars 1643 :

⁴⁰⁰Comme l'écrit Cavalieri, l'erreur se trouve à la page 127 du premier livre de la *Centrobaryca* : « Praefatae rationem non maiorem videtur habere probabilitatem, quam illae, quam assert Libro Primo eiusdem Centrobarycae pag. 127 ». CAVALIERI, B. *Exercitationes geometricae sex, op. cit.*, p. 235-36

⁴⁰¹ « Temo che quell'autore della Centrobaryca, si sia incontrato in alcuna di queste verità, il che mi dispiacerebbe, non tanto perchè ne resterei privo io quanto perchè ne resterebbe padrone uno, che non n'è degno ». (OT, III, p. 105).

⁴⁰² « Circa poi le conclusioni mandatemi, devo dirle che il detto Guldini le dimostra anch'esso, eccettuato, che non torna il centro di gravità nè del solido settore della sfera, nè delle zone di essa, o superficie delle porzioni. Solo dice di stimar probabilmente, che il centro di esse superficie sia l'istesso, che il centro di gravità delle figure genitrici [...] provandolo a simili. ». *Ibidem*, p. 111.

Je ne veux pas croire que celui-ci [Guldin] soit un grand homme lorsque dans des choses très spécifiques il se laisse guider par des arguments a simili⁴⁰³.

Alors que l'argument de la fécondité a joué un rôle important auparavant, il est clair qu'il atteint ici ses limites. Pour Torricelli une démonstration valable en mathématiques est celle qui suit rigoureusement les préceptes de la géométrie euclidienne⁴⁰⁴ et l'emploi d'une procédure démonstrative dont les résultats ne sont que probables est une faiblesse de la part de Guldin. Dans son effort pour y remédier Torricelli dévoile à Cavalieri une erreur du mathématicien jésuite dans le calcul du centre de gravité d'une portion de surface sphérique. Pendant les mois qui suivent, on assiste à un échange où Torricelli montre à Cavalieri où réside l'erreur de Guldin et comment y répondre. Dans la lettre du 24 mars 1643, Cavalieri, ayant fait le point de sa réponse⁴⁰⁵, ajoute qu'il va :

Souligner, suivant son conseil [le conseil de Toricelli] qu'il y a beaucoup des fausses propositions [chez Guldin] sans dire de quelles propositions il s'agit⁴⁰⁶.

Pour agir de cette sorte Cavalieri ne veut pas faire de faux pas et il cherche à se rassurer. C'est pourquoi il insiste auprès de Torricelli sur la validité de ses résultats :

Et je le fais, pour m'assurer que vous n'avez aucun doute non plus à propos de la démonstration où vous prouvez que le centre de gravité de la surface de la portion ou fruste sphérique est le milieu de la vite⁴⁰⁷.

⁴⁰³ « Io non posso creder, che quello sia grand'Uomo, mentre in cose tanto gelose si lascia trasportare ad argomentare a simili ». *Ibidem*, p. 113.

⁴⁰⁴ « Quando si operi conforme alli precetti dell'arte et alle cose dimostrate negli Elementi ». *Ibidem*, p. 113

⁴⁰⁵ « Parmi bene dare un avviso della risposta, che io son per dare doppo alle opposizioni del Guldino ». *Ibidem*, p. 116.

⁴⁰⁶ « Accenare, conforme al suo consiglio, come in esso non mancano proposizione false, senza dire quali siano » *Ibidem*, p. 116.

⁴⁰⁷ « E ciò faccio assicurandomi, che ella non abbi verun dubbio nella sua dimostrazione, nella quale prova che il centro di gravità della superficie della porzione, o frusto sferico sia nel mezzo della saetta ». *Ibidem*, p. 116.

Toricelli ne tarde pas sur ce point à réagir à la demande de Cavalieri⁴⁰⁸ et il lui fait parvenir la démonstration où il prouve qu'en effet, le centre de gravité d'une portion de surface sphérique se trouve au milieu de l'axe. Pourtant Torricelli envoie une démonstration :

Sans indivisibles, puisque vous avez à combattre avec des gens que ne les acceptent pas⁴⁰⁹.

On voit qu'ici il s'agit de discréditer Guldin sur son propre terrain, c'est-à-dire avec des preuves traditionnelles (mais exactes), sans nécessaire recours aux indivisibles. Dans sa lettre du 31 mars 1643, Cavalieri se déclare d'ailleurs très satisfait de la démonstration expédiée par Torricelli⁴¹⁰ et il se dit prêt à suivre son conseil :

Suivant votre conseil je vais dénoncer comme fausse cette proposition de Guldin⁴¹¹.

Mais Cavalieri a toujours besoin de se rassurer pour être certain qu'il est vraiment sur la bonne voie :

Et si vous avez aussi la démonstration selon laquelle le centre de la surface du conoïde parabolique n'est pas le même que le centre de la parabole qui passe par l'axe, je l'ajouterai aussi⁴¹².

A nouveau, Torricelli répond rapidement à la demande de Cavalieri. Malheureusement, même s'il se dit sûr et certain de la non coïncidence entre le centre du conoïde parabolique et celui de la parabole, il écrit dans sa lettre du 4 avril 1643 :

Que le centre de la surface du conoïde parabolique ne soit pas le même que le centre de la parabole génératrice, j'en suis moi-même persuadé, mais je n'ai pas la démonstration géométrique⁴¹³.

⁴⁰⁸ « Le scrissi che il centro delle superficie sferiche stava nel mezzo dell'asse corrispondente; gli ne darò un cenno per timore d'essermi ingannato ». *Ibidem*, p. 117.

⁴⁰⁹ « Senza indivisibili, mentre s'abbia a contendere con genti, che non gli accettano ». *Ibidem*, p. 117.

⁴¹⁰ « Ho ricevuto la sua bellissima dimostrazione del centro di gravità ». *Ibidem*, p. 119.

⁴¹¹ « Io dunque conforme al suo consiglio gli pronunzierò per falsa quella sua proposizione ». *Ibidem*, p. 119.

⁴¹² « E se ella avesse pur la dimostrazione, che il centro della superficie del conoide parabolico non è l'istesso che il centro della parabola, che passa per l'asse, aggiungerei questa ancora ». *Ibidem*, p. 119.

Toricelli présente à Cavalieri, dans la suite de cette lettre, deux propositions sur lesquelles il s'appuie pour garantir son opinion. En réponse, Cavalieri, le 23 avril 1643 estime que, malgré le fait que Torricelli ne soit pas encore arrivé à la démonstration, il est nonobstant très proche de son but :

Je vois avec quelle modestie vous affirmez de ne pas avoir une démonstration géométrique de ce que le centre de gravité de la parabole ne soit pas le centre de gravité de la surface du conoïde généré ; je crois pourtant que vous y êtes presque arrivé, du moins si on se laisse guider par la certitude de deux propositions que vous m'avez souligné⁴¹⁴.

La démonstration concernant la divergence ou non-coïncidence de ces deux centres de gravité est importante dans la mesure où Guldin est arrivé à une conclusion tout à fait différente : pour lui il y a, en effet, coïncidence. Affirmer le contraire équivaut à montrer la fausseté d'un des théorèmes de Guldin et fournir ainsi une preuve supplémentaire de la faillibilité de son approche. Etant donné l'importance de cette preuve il est normal de constater que Cavalieri veut s'assurer que la démonstration de Torricelli est tout à fait correcte, sans failles :

Or, cette démonstration [de Guldin] me semblait si bien, que cela m'a fait hésiter jusqu'à ce que je voie votre démonstration⁴¹⁵.

IV.5 Une réponse en forme de dialogue

Cavalieri veut absolument marcher sur un terrain ferme pour ne pas commettre des erreurs dans sa réponse à Guldin. A ce propos, il dit de procéder très lentement et dans sa

⁴¹³ « Che il centro della superficie del conoide parabolico non sia l'istesso, che il centro della parabola genitrice, io ne ho certezza per me stesso, ma non già dimostrazione geometrica ». *Ibidem*, p. 120.

⁴¹⁴ « Vedo poi nell'istessa, con quanta modestia ella proponga di non avere dimostrazione geometrica che il centro di gravità della parabola genitrice non sia anco centro di gravità della superficie del conoide generato, poichè a me pare che l'abbi molto vicina, mentre ha certezza delle due proposizioni che mi accenna ». *Ibidem*, p. 122.

⁴¹⁵ « Ora questa ragione mi quadrava tanto, che mi fece restare alquanto titubante, innanzi che io vedessi la di lei dimostrazione ». *Ibidem*, p. 122.

lettre du 22 septembre 1643 il confie à Torricelli qu'il a décidé de rédiger sa réponse en forme de dialogue :

En imitant Galilée, je me suis décidé à rédiger un Dialogue, en introduisant comme interlocuteurs un père Benedetto [Castelli], un certain monsieur Cesare Marsili, gentilhomme de Bologne, mort il y a déjà quelques années, qui était mon ami et qui aimait beaucoup les mathématiques, et un Usulpa Genuldus, anagramme de Paolo Guldino⁴¹⁶.

Que Cavalieri ait opté afin de rédiger sa réponse pour une forme de Dialogue est à la fois une façon de rendre hommage à Galilée et une insertion dans l'engouement généralisé pour la forme dialectique, au détriment des expositions des manuels scolastiques bourrées d'explications souvent décrites à cette époque comme difficiles et arides. Selon le plan établi par Cavalieri, il veut diviser son Dialogue en trois parties : la première partie contiendra une défense des indivisibles, tandis que dans la deuxième partie il passera à l'attaque et il y examinera le fondement de la méthode de Guldin⁴¹⁷ lequel, on se souvient, celui-ci n'a pas réussi à démontrer. En gros, le but de cette deuxième partie est :

La démonstration de ce [théorème] au moyen des indivisibles et sans les indivisibles [à la manière classique], ainsi que d'autres choses qui montrent les fruits que l'on peut tirer des indivisibles⁴¹⁸.

Enfin la troisième partie comporte :

Un peu de ces choses que je suis arrivé à trouver dans de diverses matières sans l'emploi des indivisibles et pour qu'elles ne finissent pas par disparaître⁴¹⁹.

⁴¹⁶ « Poichè mi son risoluto ad imitazione del Galileo di rispondere in Dialogo, avendolo onorato con introdurvi per interlocutore il P. Benedetto, un Sig. Cesare Marsili Gentiluomo Bolognese morto un pezzo fa, che fu amico mio e si diletta delle matematiche, et un Usulpa Ginuldus anagramma di Paulus Guldinus ». *Ibidem*, p. 137.

⁴¹⁷ « In questo però si contiene la parte defensiva, siccome in un altro sarà, non dirò l'offensiva ma l'esame del fondamento del Guldini da lui non provato ». *Ibidem*, p. 146.

⁴¹⁸ « La dimostrazione di quello per gl'indivisibili, e senza, et altre cose, che mostreranno il frutto che si cava degl'indivisibili ». *Ibidem*, p. 145.

⁴¹⁹ « Quelle poche cose, che mi è accaduto trovare in diverse materie etiam senza gl'indivisibili, acciò non perischino ». *Ibidem*, p. 145.

Voici ébauché le schéma général de sa réponse à Guldin. Les indivisibles y jouent un rôle, certes, mais plus encore, il semble, la défense de Cavalieri comme savant plus compétent que Guldin. Dans le cadre de sa défense il est intéressant de noter la manière dont Cavalieri réclame systématiquement l'aide de Torricelli dans l'élaboration de sa réponse à Guldin. Vers la fin de la lettre envoyée à Torricelli le 22 septembre 1643, Cavalieri espère que l'héritier de Galilée aura la gentillesse de jeter un coup d'œil à son Dialogue, car,

N'ayant pas dans mon ordre religieux de réviseurs tels qu'on les trouve chez les jésuites, il me faut aller les trouver à l'extérieur⁴²⁰.

Cette remarque de Cavalieri, dans un seul trait de pinceau, nous donne une image du climat intellectuel de l'époque où l'on reconnaît le poids de jésuites dans la propagation et circulation du savoir, notamment de l'astronomie et les mathématiques. Les mots de Cavalieri, dont on ressent l'amertume, laissent entrevoir l'énorme pouvoir des jésuites qui comptaient avec des réviseurs bien instruits et formés en mathématiques, grâce au réseau des collèges et institutions de la Compagnie. Dans ce sens, il n'est pas étrange de constater que les détracteurs de la méthode des indivisibles – Guldin, Tacquet, Sovert – appartient tous à la Compagnie⁴²¹ et c'est pourquoi il est légitime de se poser la question : y a-t-il un rapport entre l'opposition des jésuites aux indivisibles et l'attaque de Guldin contre Cavalieri ? Si la réponse dépend uniquement des textes que forment le corpus de la littérature primaire que nous sommes en train d'analyser, il faudrait, sans hésiter, répondre par la négative : à ma connaissance à aucun moment ni Cavalieri ni Torricelli ni Guldin ni Castelli ni Ricci ne font allusion à une possible croisade des jésuites contre les indivisibles. Pourtant, même si les textes gardent le silence sur cette question, j'aimerais attirer l'attention sur un constat d'Egidio Festa. Celui-ci indique que le 10 août 1632, en réponse à une question posée par un

⁴²⁰ « Perche non avendo io nella mia Religione tali revisori, quali hanno i PP. Gesuiti, mi conviene cercarli di fuori ». *Ibidem*, p. 151.

⁴²¹ Sur Tacquet, voir DESCOTES, D. « Two Jesuits Against Indivisibles », dans JULLIEN, V. *Seventeenth Century Indivisibles Revisited*, Springer, Birkhäuser, 2015, pp. 249-273.

enseignant jésuite, une censure générale touchant l'atomisme fut émise par les pères réviseurs de la Compagnie. Le texte de la censure rappelait l'interdiction d'utiliser la notion d'atome indivisible aussi bien physique que mathématique dans les écoles et les institutions de l'Ordre. C'est surtout l'interdiction visée à l'indivisible mathématique qu'il faut retenir et qui fait dire à Festa :

Ce fait n'est pas isolé. Je me suis rendu compte qu'une censure émise par les réviseurs quelques années plus tard visait en fait un des arguments développés par Cavalieri en faveur de la nouvelle méthode⁴²².

Or, la possible conspiration des jésuites revêt la critique de Guldin d'un poids encore plus important pour la compréhension de cette controverse : il se peut que Guldin ne serait pas seulement opposé à la méthode des indivisibles dans la mesure où il ne la tenait pas pour une méthode valable d'un point de vue strictement mathématique ; il se peut aussi qu'il suivait en quelque sorte les directrices internes de la Compagnie qui avait ordonné de chasser absolument de l'enseignement tout recours à la notion d'indivisible. Dans ce sens, la critique de Guldin, loin de se limiter au domaine des mathématiques a pu être aussi motivée par la propre discipline de l'ordre religieux. Il existait, peut-être, une opposition en bloc à l'intérieur de la Compagnie à une méthode qui plaidait pour l'analyse du continu au moyen des indivisibles, comme l'indiquait, du moins, le titre de l'ouvrage de Cavalieri. On n'insiste pas assez sur l'importance du choix du titre pour l'ouvrage : même si Cavalieri s'efforce par tous les moyens de dissocier sa méthode du problème du continu, le titre de son ouvrage – où le terme indivisible apparaît à l'ablatif – transmet l'idée qu'il existe effectivement une liaison entre les deux et cela expliquerait pourquoi Guldin, poussé aussi par la discipline de la

⁴²² FESTA, E. « La querelle de l'atomisme : Galilée, Cavalieri et les jésuites », *La Recherche*, 21, 1990, pp. 1038-1047. Ici, p. 1041. Voir aussi, HELLYER, M. « Because the Authority of My Superiors Commands : Censorship, Physics and the German Jesuits », *Early Science and Medicine*, 2, 1996, pp. 319-354.

Compagnie, n'hésite pas à toucher le sujet du continu dans sa critique, lorsqu'il observe que le continu mathématique ne peut jamais se composer d'indivisibles.

Quoi qu'il en soit, Cavalieri continue à élaborer sa réponse à Guldin et trois mois après avoir exposé à Torricelli son plan de travail il lui envoie la première des trois parties de son Dialogue pour que l'héritier de Galilée puisse y jeter un coup d'œil. Cavalieri tient présent à l'esprit le fait hautement probable que la publication du Dialogue peut déclencher une vive controverse car comme il confie à Torricelli :

Je vous envoie le premier dialogue qui contient notamment de la matière à controverse dont vous êtes très bien informé pour ne pas dire plus que moi-même⁴²³.

Cavalieri semble avoir une confiance aveugle en Torricelli lequel, après avoir jeté un coup d'œil à la première partie du Dialogue, répond positivement. Sur le contenu de cette première partie – qui ne nous est pas parvenue – Cavalieri lui-même porte ses propres remarques. D'abord il estime qu'il aurait pu présenter plus clairement et de manière différente quelques démonstrations et lemmes qu'il y emploie. Puis il ajoute :

Etant donné que [la première partie] doit être vue surtout par ceux qui ont compris ma Géométrie et auxquels je m'adresse, j'espère qu'ils surmonteront facilement les difficultés que l'on y trouve⁴²⁴.

Or, quelles sont les difficultés auxquelles fait allusion Cavalieri ? A ce qui paraît il s'agit de la question du continu :

On ne sera pas d'accord avec beaucoup de choses, comme par exemple, celles touchant la composition du continu au moyen des indivisibles⁴²⁵.

⁴²³ « Gl'invio questo primo Dialogo per contenersi in esso materia principalmente di controversia in cosa, della quale ella è benissimo per non dire più di me informata ». *Ibidem*, p. 88. Cavalieri s'exprime dans les mêmes termes dans une lettre antérieure, datée 22 décembre 1643 : « E perchè conosco, che ella è più pratica di me in questa dottrina degl'indivisibili desidererei che volesse spendere due, o tre ore di tempo dando un'occhiata a questo primo dialogo, che io gli manderò, quando non gli sia d'incomodo, acciò me ne dicesse il suo senso, e mi dicesse qualche avvertimento intorno a quello, avendo più caro di essere avvisato de' miei errori dagli amici, che censurato dalli nemici » (OT, III, p. 68).

⁴²⁴ « Tuttavia dovendo esser vista da quelli principalmente chi hanno inteso la mia Geometria, a' quali io la indirizzo, spero, che supereranno facilmente le difficoltà che incontreranno ». *Ibidem*, p. 77.

Les mots de Cavalieri mettent en évidence que le problème du continu était pour lui une composante importante de l'opposition de Guldin et que ses objections, comme l'a noté Brunschvicg, obligent Cavalieri à aborder la question du continu « malgré lui-même »⁴²⁶. Devenu porte-parole et défenseur de sa propre méthode Cavalieri est donc contraint à aborder le sujet du continu et il le fait en prenant une certaine liberté philosophique⁴²⁷. La défense de sa méthode sur le terrain toujours flou et dangereux des spéculations philosophiques sur la composition du continu est un terrain que Galilée avait qualifié de labyrinthe et que Cavalieri qualifie lui même de « tocade » (*ghiribizzo*)⁴²⁸, mais auquel il est obligé de rentrer. Cavalieri savait déjà que la question du continu pouvait soulever pas mal d'hésitations parmi les membres de la communauté mathématique, mais comme lui-même le note dans la préface au livre VII de sa *Geometria* :

En ce qui concerne la composition du continu, il s'en suit des mêmes choses déjà exposées ici (*ex praeostensis ad ipsum*), qu'on n'a jamais pensé à le composer au moyen des indivisibles. Nous nous sommes uniquement proposé de démontrer que le continu suit le rapport (*proportionem*) des indivisibles⁴²⁹.

Et comme nous l'avons vu, il n'a jamais osé dire (ou voulu dire) que le continu était composé des indivisibles. Loin de là, il voulait seulement noter qu'entre les indivisibles il n'y a d'autre proportion que celle de l'agrégat des indivisibles⁴³⁰. De même, pour donner le coup de grâce et renforcer sa position, Cavalieri, dans le scholie à la proposition I du deuxième

⁴²⁵ « Anzi so, che a molte cose daranno del naso, come alla composizione del continuo d'indivisibili ». *Ibidem*, p. 87.

⁴²⁶ BRUNSCHVICG, L. *Les étapes de la philosophie mathématique*, Paris, Blanchard, 1972 (1912), p. 164.

⁴²⁷ Voir lettre adressée à Torricelli le 8 janvier 1644.

⁴²⁸ Dans la lettre adressée à Torricelli le 8 janvier 1644, Cavalieri écrit : « Anzi so, che a molte cose daranno del naso, come alla composizione del continuo d'indivisibili, alle immagini, e semi, che si riduchino a un punto, il che da me è stato messo per un certo ghiribizzo, come cosa ammirabile, o che si riduchino, o no ad un punto, e degna di considerazione » (OT, III, p. 113)

⁴²⁹ CAVALIERI, B. *Geometria indivisibilibus*. Bologne, Jacobi Montij, 1635, p. 483.

⁴³⁰ «Io non ardi di dire che il continuo fosse composto di quelli, ma mostrai bene che fra continui non vi era altra proportione che della congerie de gl'indivisibili » (OG, XIII, p. 337).

livre de la *Geometria indivisibilibus*, a exposé très nettement la manière dont on est censé employer les indivisibles dans le cadre d'une démarche visant l'établissement des rapports entretenus entre deux grandeurs continues, sans pour cela supposer quoi que ce soit sur la composition du continu⁴³¹. Malheureusement pour Cavalieri, pourrait-on dire, les réticences de Guldin l'ont conduit à reprendre cette question. Or, que dans les *Exercitationes* Cavalieri aborde brièvement le problème du continu – une tocade digne des philosophes, à son avis – contrairement au traitement beaucoup plus détaillé d'autres questions, telles que l'infini et la procédure de superposition, dénote que, même s'il est obligé par les circonstances d'effleurer le problème, il s'engage toujours aussi peu que possible sur un terrain qu'il tient pour secondaire. Mais revenons à nouveau sur l'élaboration de sa réponse à Guldin.

Cavalieri est de fait obligé d'interrompre son projet de Dialogue en raison de la mort inattendue de Guldin qu'il communique lui-même à Torricelli dans sa lettre du 7 mai 1644⁴³². Il en parle aussi dans l'introduction à la troisième des *Exercitationes* pour faire un bref récit de la manière dont la disparition de Guldin modifia son projet initial⁴³³. Toutefois, à la différence de ce qu'il écrit au début de la troisième *Exercitatio* l'arrêt de l'élaboration de son Dialogue ne se fit pas tout de suite, car quelques mois après la mort de Guldin, il semble

⁴³¹ « Vele nim continuum nihil aliud est praeter ipsa indivisibilia, vel aliquid aliud; si nihil est praeter indivisibilia, profecto si eorum congeries nequit comparari, neque spatium, sive continuum, erit comparabile, cum illud nihil aliud esse ponatur, quam ipsa indivisibilia. Si vero continuum est aliquid aliud praeter ipsa indivisibilia, fateri aequum est hoc aliquid aliud interiacere ipsa indivisibilia, habemus ergo continuum dissepabile in quaedam quae continuum componunt, numero adhuc indefinita; inter quaelibet enim duo indivisibilia aequum est interiacere aliquid illius, quod dictum est esse aliquid aliud in ipso continuo praeter indivisibilia, qua enim ratione tolleretur a medio duarum, a medijs quoque caeterarum tolleretur. Hoc cum ita sit comparare nequibimus ipsa continua, sive spatia adinvicem, cum ea quae colliguntur, et simul collecta comparantur, scilicet, quae continuum componunt, sint numero indefinita; absurdum autem est dicere continua terminis comprehensa non esse ad invicem comparabilia, ergo absurdum est dicere congeriem omnium linearum, sive planorum duarum quarumlibet figurarum non esse ad invicem comparabilem, non obstante quod quae colliguntur et illam congeriem componunt sint numero indefinita, veluti hoc non obstat in continuo. Sive ergo continuum ex indivisibilibus componatur, sive non, indivisibilium congeries sunt adinvicem comparabiles, et proportionem habent ». CAVALIERI, B. *Geometria indivisibilibus*, op. cit., pp. 17-18.

⁴³² « Li do poi nuova come è morto il Padre Gesuita Guldini, e sono quanto alla mia stampa verso il fine del primo dialogo da Lei visto » (OT, III, p. 117).

⁴³³ « Dum eas omnes hucusque declaratam indivisibilium doctrinam difficultatis evulgarat Guldinus, mente obnulebam, ac plenaris ratiotinum volumine, quae responsionis loco afferes posse [...] Mors [Guldin] enim ipsa ingrato me silentio damnans multa vetuit prodere, quae disserendi campus opportunior si vixisset aperverat ». CAVALIERI, B. *Exercitationes geometricae sex*, op. cit., p. 177.

encore avoir très présent à l'esprit la composition de ce Dialogue. C'est au moins ce qui découle d'une lettre à Torricelli du 13 septembre 1644⁴³⁴. Si l'on suit aussi la correspondance on est en mesure d'affirmer que Cavalieri n'abandonne finalement l'idée de rédiger sa réponse en forme de dialogue que vers la fin de 1646 seulement, car alors, dans une lettre adressée à son élève Giannantonio Rocca le 17 octobre 1646, il écrit vouloir :

Republier la réponse à Guldin de manière plus concise et en conformité à votre avis⁴³⁵.

Cavalieri ne ferait donc que suivre le conseil de Rocca et comme l'a noté Lombardo Radice, il semblerait que « Rocca ait conseillé au Maître d'abandonner la forme de Dialogue et de publier la réponse à Guldin dans la forme traditionnelle »⁴³⁶. Ici la forme traditionnelle n'est autre que celle qui constituera finalement le corpus des *Exercitationes*. Cavalieri, en suivant le paradigme du *Saggiatore* de Galilée, élabore une réponse écrite où il choisit et introduit divers extraits de la *Centrobaryca* de Guldin pour ensuite les commenter :

J'aimerais bien, lecteur bienveillant, que tu sois enfin prévenu du fait que pour éviter que tu te fatigues trop dans la recherche des objections de la *Centrobaryca*, je me suis décidé à transcrire fidèlement tout ce que, dans cet ouvrage, il [Guldin] a produit contre les indivisibles⁴³⁷.

S'il s'agit officiellement d'une manière de faciliter la tâche aux lecteurs ou Cavalieri s'engage à reproduire fidèlement les extraits pris de Guldin, il s'agit aussi d'une manière de contrôler les résultats de la controverse en triant ce texte afin de choisir les extraits et les éléments de la critique auxquels il veut répondre.

⁴³⁴Il écrit à Torricelli : « Affito dalla mia infirmità me ne sto ozioso dormendo per me la stampa, anzi la penna, che dovrà ormai aver composto il rimanente de' Dialogi » (OT, III, p. 121).

⁴³⁵« Ristampare la risposta al Guldini in forma più concisa, e più adeguata al suo consiglio ». *Ibidem*, p. 122.

⁴³⁶CAVALIERI, B. *Geometria degli indivisibili* a cura di Lombardo-Radice, L. Turin, U.T.E.T., 1966. p. 776.

⁴³⁷« Sed te postremun velim, Lector benevole, in hoc praeoloquio monitum ne operos ageres in exquirendis eius Centrobarycae obiectonibus, huc fidelis calamo me ex eadem traducenda curasse quae cum ipse protulit contra huius modi indivisibilia » CAVALIERI, B. *Exercitationes geometricae sex, op. cit.*, pp. 178-179.

IV.6 Les objections de Guldin et le traitement de l'infini.

Dans son introduction à la troisième *Exercitation* Cavalieri ne se dit pas surpris des objections de Guldin car ce sont des remarques que :

Je me suis déjà fait moi-même dans la préface du livre VII de la *Geometria indivisibilibus*, [remarques] que j'ai déjà résolues avec des arguments qui me semblent pouvoir convaincre tous ceux qui jugent avec équanimité⁴³⁸.

Si Cavalieri était déjà au courant des possibles critiques que pouvait recevoir sa méthode et si, comme il affirme, il les a déjà abordées d'une manière satisfaisante dans la préface du livre VII de sa *Geometria* le principe de la solution cavalierienne qui est d'essayer d'évincer simplement l'idée de l'infini de la représentation de ses nouvelles grandeurs au profit d'une lecture purement opératoire n'avait cependant satisfait l'auteur de la *Centrobaryca*. Tout d'abord Guldin critique la première définition du livre II de la *Geometria*. Pour Guldin il est hors de question de pouvoir imaginer une ligne composée des indivisibles ou une surface composée des plans, ce qui serait d'ailleurs en quelque sorte blasphématoire :

Que donc cette surface, en employant le langage géométrique, on puisse la nommer « toutes les lignes d'une figure » cela me semble une chose qui jamais ne sera approuvée par aucun mathématicien. On ne peut pas appeler « surface » ni une pluralité des lignes ni « toutes les lignes », puisque un nombre de lignes, aussi grand soit-il, ne peut pas composer une surface⁴³⁹.

Dans la critique de Guldin il y a deux problèmes conceptuels : le premier touche à la composition du continu et le deuxième à la formation d'une entité mathématique à partir d'une autre entité d'un degré moindre ou hétérogène – la ligne à partir du point, le plan à

⁴³⁸ « Quod ipse mihi met prius obiecerim in Prefatione Libri Septimi Geometrie Indivisibilibum, solverim ratione quam equanimeter iudicanti satisfacere posse ». CAVALIERI, B. *Exercitationes geometricae sex, op. cit.*, p. 178.

⁴³⁹ « Quam superficiem, ut ergo superficies illa sit geometricè loquendo vocari possit, omnes lineae totis figuræ hoc meo iudicio a nullo obtinebit Geometria, numquam enim superficies vocari potest plures, vel omnes lineæ ; cum linearum multitudo quantumvis maxima, nec minimam quidem componere superficiem ». *Ibidem*, p. 198.

partir de la ligne etc. –, comme c'est le cas d'un corps à partir d'une sommation des plans.

C'est une idée que Guldin refuse catégoriquement :

La géométrie s'explique d'un mot et dit que le point, la ligne, le plan se trouvent toujours, dans leur mouvement, en un lieu plus qu'eux, ce qu'admettent également les philosophes pour tous les corps en mouvement, de telle sorte que derrière lui le point ne laisse pas un point mais une ligne ; de même la ligne laisse derrière elle une surface, la surface un volume. Et aucune méthode, qu'elle soit de divisibles ou d'indivisibles, ne m'éloignera de ce qui représente pour les géomètres un fondement vrai et solide⁴⁴⁰.

Guldin souligne ce qui lui semble inadmissible dans la manière de procéder de Cavalieri: un géomètre n'a pas le droit d'isoler les indivisibles d'une figure, autrement dit un géomètre n'a pas le droit de composer le continu avec des indivisibles. Pourtant, comme nous l'avons dit à plusieurs reprises dans les chapitres précédents, il nous faut absolument nuancer cette interprétation de la position de Cavalieri car il n'est pas du tout évident de lui attribuer une telle vision ; Cavalieri ne parle pas explicitement de la composition des entités mathématiques à partir des éléments qui la forment. Au contraire : il s'agit d'une idée qu'il refuse à plusieurs reprises. C'est plutôt Guldin qui lui attribue cette idée qui, dans l'acception la plus stricte du terme est un contresens, car elle va à l'encontre des intentions de Cavalieri⁴⁴¹. Après la mort de Guldin et malgré les efforts de Cavalieri, la confusion s'accroîtra d'ailleurs et pendant la deuxième moitié du XVII^e siècle ce seront aussi des interprétations erronées de la méthode des indivisibles de Cavalieri qui vont contribuer à situer sa pensée dans la lignée des procédés infinitésimaux, dont l'une des idées principales

⁴⁴⁰ «Verbo fise expedit Geometra, dicit punctum, lineam, planum, in motu semper esse in maiore loco quod etiam Philosophi concedunt de omnibus mobilibus et sic punctum posse non relinquit punctum, sed lineam ; linea superficies, superficies solidum. Ab hoc vero ut solido Geometrum fundamento nulla me unquam dimovebit Methodus neque divisibilium, neque indivisibilium ». *Ibidem*, p. 200.

⁴⁴¹ Alexandre Koyré écrit : « La terminologie de Cavalieri ne doit pas nous induire en erreur. Lorsque Cavalieri nous parle de « toutes les lignes » (*omnes lineae*) et de « tous les plans » (*omnia plana*) d'une figure géométrique et les déclare équivalente à celle-ci, il ne veut aucunement former les « sommes » de ces lignes ou de ces plans ». KOYRÉ, A. « Bonaventura Cavalieri et la géométrie des continus » dans *Études de la pensée scientifique*, Paris, P.U.F, 1996, p. 341.

tient à la composition des figures⁴⁴². C'est surtout par l'intermédiaire de Torricelli, Roberval, Arnauld, Pascal, Wallis et Leibniz qu'on prête à Cavalieri une thèse qui n'est pas la sienne : la thèse selon laquelle l'aire d'une surface se compose de la somme de toutes les lignes et le volume d'un solide est le résultat de la somme de tous ses plans. C'est à partir de Torricelli, en modifiant l'idée primitive de Cavalieri, qu'on tenta d'exprimer un fait central de la doctrine du calcul infinitésimal – la composition des objets géométriques par des infiniment petits actuels – en employant le terme indivisible et la méthode de Cavalieri. Du reste, l'idée directrice de Torricelli, dont on a parlé au chapitre III, est de doter d'épaisseur les indivisibles cavalieriens ce qui, en quelque sorte, les met sur un pied d'égalité avec la conception des infinitésimaux. Contrairement à Torricelli, Cavalieri se limite à noter la possibilité de postuler une proportionnalité entre une figure et les éléments (toutes les lignes ou tous les plans) qui la composent : éléments sans épaisseur et incapables donc de réaliser l'intégration par sommation. Mais, par une série d'infléchissements successifs, la figure est devenue chez les mathématiciens de la seconde moitié du XVII^e siècle égale à l'ensemble de ses lignes, laquelle s'est transformée en leur « somme » au sens infinitésimal du terme. C'est, par exemple, le cas de Pascal que, dans sa *Lettre de M. Dettonville à M. de Carcavi* écrit :

Je ne ferai aucune difficulté d'user de cette expression, la somme d'ordonnées, qui semble n'être pas géométrique à ceux qui n'entendent pas la doctrine des indivisibles, et qui s'imaginent que c'est pécher contre la géométrie que d'exprimer un plan par un nombre indéfini de lignes ; ce qui ne vient que de leur manque d'intelligence, puisqu'on n'entend autre chose par là sinon la somme d'un nombre indéfini de rectangles faits de chaque ordonnée avec chacune des petites portions égales du diamètre, dont la somme est certainement un plan, qui ne diffère de l'espace du demi-cercle que d'une quantité moindre qu'aucune donnée »⁴⁴³.

⁴⁴²Ceci rappelle le sort très proche de la méthode de Fermat pour les tangentes, telle qu'elle est décrite par Giovanna Cifoletti, *La méthode de Fermat, La méthode de Fermat : son statut et sa diffusion*, Paris, Cahiers d'histoire et philosophie des sciences, 33, 1990.

⁴⁴³PASCAL, B. *Œuvres complètes*, présentation et notes de Louis Lafuma, Paris, Seuil, 1963, p. 135.

Il s'agit déjà chez Pascal d'une idée diamétralement opposée à celle de Cavalieri mais que les mathématiciens vont mettre en rapport avec l'idée de méthode des indivisibles. Quant à l'expression « somme d'ordonnées » (*ordinatim applicatae*), que l'on trouve chez Pascal, Kirsti Andersen a mis en relief que celle-ci apparaissait à la suite des techniques d'intégration employées et vulgarisées par Torricelli, Roberval et Pascal⁴⁴⁴. Ici le mot « *applicatae* » signifie que pour calculer la « somme de tous les ordonnées » on fera le produit d'un tel segment par une petite portion d'axe, ce qui est loin de la procédure cavalierienne des indivisibles. Et ce détournement de l'idée principale de la méthode des indivisibles continue jusqu'à Leibniz, comme l'a noté Marc Parmentier :

Les premières notations adoptées par Leibniz pour représenter le résultat d'une intégration (*omnia* ou *omn*) témoignent d'ailleurs de ce glissement et expliquent qu'il puisse ici mésinterpréter la méthode des indivisibles au point de ranger sous ce vocable son propre calcul. Mais il n'est nullement responsable de son contresens, dans la mesure où il ne la connaît qu'à travers des auteurs qui l'avaient commis avant lui en avait fait une sorte de vulgate coiffant leur mésinterprétation⁴⁴⁵.

L'interprétation de Guldin a été aussi acceptée par l'historiographie du XIX^e siècle et la première moitié du XX^e siècle. Par exemple, Montucla, dans son *Histoire des mathématiques*, écrit :

Cavalieri imagine le continu comme composé d'un nombre infini de parties qui sont les derniers éléments, ou les derniers termes de la décomposition que l'on peut en faire [...] A en juger par cette manière de s'énoncer, on dirait qu'il conçoit le corps comme composé d'une multitude infinie de surfaces amoncelées les unes sur les autres, les surfaces comme formées d'une infinité de lignes semblablement accumulées etc⁴⁴⁶.

Dans cette lignée le témoignage de M. Marie est aussi significatif :

⁴⁴⁴ ANDERSEN, K. « The method of Indivisibles : Changing Understandings », *Studia Leibnitiana*, Sonderheft, 14, 1986, p. 14

⁴⁴⁵ LEIBNIZ, G.W. *Naissance du calcul différentiel. 26 articles des « Acta eruditorum »*, traduction et notes de PARMENTIER, M. Paris, Vrin, 1995, note 12, p. 214-15.

⁴⁴⁶ MONTUCLA, J.F. *Histoire des mathématiques*, Paris, Agasse, 1799-1802, II, p. 38.

Cavalieri considère les volumes comme formés de surfaces empilées, les surfaces comme composées de lignes juxtaposées, enfin les lignes comme composées de points placés les uns à côté des autres ; et c'est en tenant compte à la fois du nombre des éléments qui composent l'objet à mesurer et de leur étendue, qu'il arrive à la mesure de cet objet⁴⁴⁷.

La source de cette image détournée de la pensée de Cavalieri ne procède pas uniquement de la mauvaise interprétation de Guldin. Elle est, paradoxalement, aussi la faute de Cavalieri. A un certain moment il a employé une image – l'image de la toile⁴⁴⁸ – pour illustrer sa vision des indivisibles, qui donne l'impression d'aller explicitement dans le sens d'une idée purement opératoire des indivisibles⁴⁴⁹. Cavalieri semble suggérer que l'on peut se représenter une surface comme la somme de ses éléments indivisibles. Le cas de cette image est exemplaire et elle a attiré l'attention d'Yvon Belaval qui parle d'une « image malencontreuse »⁴⁵⁰, puisque Cavalieri donne une idée qui pourrait facilement aboutir à une contradiction dans la vision cavaliérienne des indivisibles.

Cavalieri toutefois, nous l'avons dit, ne compose aucunement la ligne avec des points ou le plan avec les lignes ni ne tient jamais compte du nombre des éléments qui composent les figures mathématiques. Abstraction faite du nombre des éléments qui composent les figures on pourrait dire que la définition d'agrégat chez Cavalieri rejoint le vieux dicton scolastique selon lequel « un rassemblement d'hommes, abstraction faite des individus rassemblés, c'est une vue de l'esprit » (*multitudo sine multis non est, nisi in ratione*). Les agrégats de Cavalieri ne sont donc dénombrables et analysables qu'en faisant abstraction du nombre d'éléments qui les composent. C'est précisément ce mécanisme qu'il nous faut isoler pour comprendre l'idée

⁴⁴⁷MARIE, M. *Histoire des sciences mathématiques et physiques*, Paris, Gauthier-Villars, 1883-88, IV, p. 70.

⁴⁴⁸On a traité cette image dans le chapitre III.

⁴⁴⁹Joseph E. Hofmann a mis également l'accent sur cette sorte d'ambiguïté du terme indivisible et il fait appel au caractère contradictoire qui revêt, à son avis, la notion d'indivisible chez Cavalieri. Toutefois il ne fait pas allusion au rôle que les paradoxes peuvent avoir joué dans cette déformation de la notion opératoire d'indivisible et il se limite à souligner que Cavalieri n'a pas été capable de bien conceptualiser la notion d'indivisible pour la distinguer de la notion archimédienne d'infinitésimal. HOFMANN J. *Leibniz in Paris 1672-1676*, New York, Cambridge University Press, 1974, p. 7.

⁴⁵⁰BELAVAL, Y. *Leibniz critique de Descartes*, Paris, Gallimard, 1960, p. 314.

d'agrégat. Ce qui légitime et justifie les grandeurs introduites par Cavalieri ne se trouve pas dans l'idée positive d'une sommation d'éléments. Le mathématicien met au contraire l'accent sur la surface – toujours finie – occupée par les figures géométriques et non sur le nombre – toujours infini – de leurs éléments.

Mais retournons d'abord à la critique de Guldin qui, après avoir déclaré que la composition des objets géométriques est une idée inacceptable, critique l'idée selon laquelle on peut établir des rapports de proportionnalité avec les nouvelles grandeurs de Cavalieri. L'objection n'est pas nouvelle et déjà Galilée – voir chapitre I – au début de son échange avec Cavalieri, avait noté les difficultés conceptuelles à vouloir établir des rapports de proportionnalité avec ces nouvelles grandeurs. Cet aspect de la discussion avec Galilée, que Galilée lui-même reprend et illustre diversement dans ses *Discorsi* n'échappe pas à Guldin et, c'est en citant les *Discorsi* et en invoquant l'autorité de Galilée qu'il soutient que :

Galilée, en discutant dans son Dialogue touchant le mouvement local, sur l'infini et les propriétés du fini, estime, contrairement à Cavalieri [*contra ipsum*], qu'il n'est pas légitime de les appliquer [les propriétés du fini] aux infinis⁴⁵¹.

Or Cavalieri n'est pas du même avis que Guldin et il juge tout autrement la réflexion de Galilée concernant la composition du continu et son rapport avec des agrégats infinis :

Galilée admet par ailleurs qu'un agrégat d'infinites [*infinitorum congeriem*] peut être plus grand qu'un autre, ce qui n'est pas contraire à ma position mais la favorise bien au contraire⁴⁵².

Ce sont certes les conclusions de Galilée : si l'on admet la composition du continu à partir des indivisibles, il en découle l'existence des infinis de divers taille, et on aura donc des infinis plus grands ou plus petits que d'autres. Or, c'est précisément cette conséquence

⁴⁵¹ « Galileo profecto in eodem Dialogo de motu locali disputans de infinito, de proprietatibus finitorum, quas infinitis applicare minime liceat contra ipsum concludit ». GULDIN, P. *Centrobaryca*, op. cit., p. 180.

⁴⁵² « (Galileus) concedit ergo aliquam infinitorum congeriem alteram majorem esse posse, quod non adversatur, sed favit positionae meae ». CAVALIERI, B. *Exercitationes geometricae sex*, op. cit., p. 181.

logique – à laquelle on arrive si l'on suppose la composition du continu par les indivisibles – qui conduit Galilée à admettre la difficulté d'une question qu'il situe au-delà des capacités de notre intellect fini. Galilée, à la différence de ce qu'affirme Cavalieri, ne dit pas, du moins explicitement, que l'on peut établir des rapports de proportionnalité entre deux infinis. Ce que fait Galilée c'est tout simplement d'épuiser les possibilités logiques d'une affirmation – la possibilité de composer le continu au moyen des indivisibles – pour parvenir aux conclusions assez paradoxales que Galilée interprète comme une preuve *de facto* de l'impossibilité de transférer les caractéristiques des entités finies aux entités infinies. Autrement dit : il situe toute réflexion sur l'infini dans une autre sphère logique où ne règnent pas les règles qui se vérifient dans le domaine du fini, mais il ne se prononce pas sur la possibilité ou non d'établir des rapports entre deux infinis. Cavalieri est néanmoins conscient de la difficulté de concilier la position de Galilée avec ce qu'il écrit dans sa défense contre Guldin et il essaie de maquiller un peu les mots de Galilée pour les tourner en sa faveur :

Lorsque Galilée affirme que les propriétés des finis ne sont pas applicables aux infinis, il parle de l'infini dans un autre sens et l'on peut admettre qu'il s'agit de l'infini au sens strict (*infinito simpliciter*), ou, comme disent les philosophes, de l'infini auquel on ne peut rien ajouter, alors que sur les points d'une ligne on peut sans cesse effectuer des additions, bien que ces points soient en nombre infini. C'est tout à fait évident, et cela est possible parce que ces points ne sont pas infinis au sens strict⁴⁵³.

Même si Galilée dans ses Discours fait allusion à la double nature de l'infini (en acte et en puissance), il ne le fait pas pour sauver les possibles objections adressées aux nouvelles grandeurs de Cavalieri. Galilée voulait tout simplement mettre en garde sur les difficultés logiques dérivées du maniement du concept d'infini, surtout dans un domaine comme les mathématiques où une certaine vision de ce qu'est la rigueur des démonstrations est la clé de

⁴⁵³ « In eo loco, in quo ait proprietates finitorum non esse infinitis applicabiles, in alio sensu de infinito locutum fuisse, ut pote haec de infinito simpliciter, vero in ratione totius, ut dicunt philosophi, subintellexisse, cum ei nihil addi possi ;ubi infinitis his linearum punctis, quamvis infinitis (cum non sint infinita simpliciter) potest tamen iugiter fieri additio, ut per se patet ». *Ibidem*, p. 181.

voute et le fondement de tout l'édifice. Or, il est naturel que Cavalieri, poussé par la nécessité de donner une réponse satisfaisante à Guldin, ait réinterprété les mots de Galilée en faveur de sa méthode des indivisibles et l'on peut caractériser la position de Cavalieri sur ce point en disant qu'en dépit des difficultés et de tout ce qui a pu être dit contre elle, y compris par Galilée lui-même, il ne voit pas de raison de renoncer à l'idée que ces grandeurs rentrent absolument dans la définition euclidienne de grandeur et qu'elles soient donc appropriées pour les mathématiques.

Par ailleurs, l'emploi du terme *infinito simpliciter* me semble très significatif dans la mesure où Cavalieri pouvait illustrer la réflexion de Galilée touchant l'infini en faisant tout simplement allusion à la célèbre dichotomie : infini en acte et infini en puissance. Cavalieri pouvait écrire que lorsque Galilée parle de l'infini, il le fait toujours selon le point de vue de sa puissance et non pas de son actualité. Pourtant Cavalieri préfère l'expression *infinito simpliciter* à la place d'*infinito in actu* et le choix même de la première expression marque la filiation de Cavalieri avec la pensée scolastique, notamment avec Thomas d'Aquin. Le concept *infinito simpliciter* a été introduit dans la tradition scolastique par Thomas d'Aquin qu'à son tour, l'emploie pour aborder la problématique concernant l'infinité de Dieu. En effet dans la *Somme théologique*, Thomas d'Aquin, après avoir donné une batterie d'exemples géométriques et arithmétiques où apparaît la notion d'infini, conclut que seul Dieu est infini dans le monde et pour désigner son infinité il emploie le terme « *infinito simpliciter* »⁴⁵⁴. L'emploi du terme « *infinito simpliciter* » est d'autant plus significatif que Cavalieri, en

⁴⁵⁴Thomas d'Aquin écrit dans sa *Somme Théologique* (III, 10. 3) : « [...] Sic igitur dicendum quod infinito simpliciter quod omnia, nihil est maius ; infinitum autem secundum aliquid determinatum non est aliquid maius in illo ordine, potest tamen accipi aliquid maius extra illum ordinem. Per hunc igitur modum infinita sunt in potentia creaturae et tamen plura sunt in potentia Dei quam creaturae » cité dans GIRAU, J. « *Homo quodammodo omnia* » según Santo Tomás de Aquino », Toledo, Estudio Teológico de San Ildefonso, 1995, p. 241. On peut aussi consulter, SACCHI, M.E. « La prueba de la infinidad de Dios a través de un argumento de Santo Tomás de Aquino », *Revista de la facultad de Teología de la Pontificia Universidad Católica Argentina*, 58, 1991, pp. 201-222.

parlant dans sa correspondance avec Torricelli sur le problème de l'infini et les objections de Guldin aux théorèmes du livre II de la *Geometria*, écrit :

Et tout ça parce que l'infinité des indivisibles n'apparaissent pas en acte dans le continu, mais seulement en puissance ; et ensuite parce qu'ils sont infinis [les agrégats] et donc incomparables⁴⁵⁵.

De tout premier abord, Cavalieri envisage le problème à la manière traditionnelle, c'est-à-dire, en proposant la distinction classique entre l'infini en acte et l'infini en puissance. Lorsqu'il parle de l'infini il le fait selon le point de vue de sa puissance et non pas de son actualité, et c'est pourquoi ses grandeurs n'invalideraient pas selon lui les préceptes de la géométrie. Pourtant, dans la version finale de ses *Exercitationes*, il choisit de déterminer l'infini en se prévalant d'une expression clairement thomiste au détriment de la terminologie aristotélicienne. Peut-être cherchait-il à résoudre le problème de l'infini dans le terrain de la philosophie thomiste ou tout simplement l'emploi du terme dénote-t-il que Cavalieri, pendant l'élaboration de sa réponse à Guldin, a puisé dans les sources de la philosophie thomiste.

IV.7 L'argument de la spatialité

Guldin a plus que des réticences à l'égard de l'usage que Cavalieri fait de ce qu'il appelle « toutes les lignes » d'un plan et « tous les plans » d'une figure. S'il y a une chose dont il faut, selon Guldin, se méfier particulièrement, c'est bien le concept imprécis et ambigu des nouvelles grandeurs introduites par Cavalieri. Utiliser ces grandeurs comme norme par rapport à laquelle on est autorisé à établir des rapports de proportionnalité est donc, aux yeux de Guldin, une affirmation très contestable :

Toutes les lignes et tous les plans sont en nombre infini, mais de l'infini à l'infini il n'y a aucun rapport, aucune proportion possible. Donc il n'y a pas

⁴⁵⁵ « Il tutto perchè gl'infiniti indivisibili non si danno actu, ma solo potentia nel continuo e poi perchè sono infiniti, e però incomparabili » (OT, III, 137).

besoin de beaucoup de mots: la proportion établie dans la conclusion de Cavalieri est fausse⁴⁵⁶.

L'appréciation qui est formulée sur les indivisibles est tout aussi négative et Cavalieri, incapable de se soustraire aux objections, accorde à nouveau une importance spéciale à la manière dont on parle de l'infini :

Pour énoncer cette difficulté j'accorde qu'il n'y a pas de rapport de l'infini à l'infini, si l'on parle toujours de l'infini absolu [*simpliciter*] et partout illimité [*undequaeque*]. Pourtant en ce qui concerne les infinis que ne sont pas illimités partout [*undequaeque*], mais qui sont infinis par rapport à une autre chose [*secundum quid*], ils peuvent être traités rationnellement. Je dis qu'ils peuvent être traités rationnellement dans la mesure où ils sont finis en quelque sorte ; et [ayant cet aspect fini] on peut leur appliquer l'addition et le reste, ce qui n'arrive pas pour l'infini pris dans un sens absolu [*simpliciter*]⁴⁵⁷.

Cette fois-ci, Cavalieri ne s'adonne pas à une réflexion sur l'infini pour tourner en sa faveur la position de Galilée. Il rentre dans la problématique de l'infini pour donner plutôt un vernis de légitimité à ses nouvelles grandeurs – qui au regard des critères classiques de la géométrie euclidienne en manqueraient – en nous expliquant comment il est possible d'établir des rapports de proportionnalité entre eux. Tout d'abord, Cavalieri fait rentrer ces grandeurs dans la catégorie du fini (*secundum quid finitatis subeunt rationem*) pour ensuite les confronter les unes aux autres en leur appliquant toutes les opérations propres aux grandeurs euclidiennes : sommation, reste, multiplication, division etc. On voit bien la stratégie de Cavalieri : tout en sachant que le principal écueil à sa méthode reste ici l'ombre de l'infini qui semble entourer ses nouvelles grandeurs, il choisit l'option de les intégrer directement dans le

⁴⁵⁶ « Omnes lineae, omnes plana unius alterius figura sunt infinitae et infinita ; sed infinti ad infinitum nulla est proportio, sive ratio [...] Ergo conclusio cavalerianae propositionis falsa est ». GULDIN, P. *Centrobaryca*, op. cit., p. 201.

⁴⁵⁷ « Ad hanc autem difficultatem enondandam concedo infiniti ad infinitum nullam esse proportionem, si loquamur de infinito simpliciter ; undequaeque at de illis infinitis, quae non sunt undequaeque infinita, sed secundum quid finitatis subeunt rationem ; dico posse comparari ea ratione, qua finitatem sortiuntur, cum ex ea parte illis possit fieri additio, subtractio quod non contingit in infinito simpliciter ». CAVALIERI, B. *Exercitationes geometricae*, op. cit., p. 202.

moule finitiste. Or, la réponse de Cavalieri n'est pas nouvelle. Au début de son échange épistolaire avec Galilée – que nous avons analysé en détail dans le chapitre I – le jésuite défendait la même idée face aux hésitations de Galilée. Il y soutenait contre l'avis de Galilée que, loin de toute apparence, le fait de pouvoir opérer arithmétiquement avec ces nouvelles grandeurs, était une preuve suffisante de leur finitude. Cette fois-ci, Cavalieri ajoute un nouvel argument en faveur du caractère fini de ses grandeurs et il parlait de l'espace occupé par celles-ci :

Bien qu'ils soient infinis quant au nombre, ils ne le sont pas par rapport à leur grandeur [...] puisque tous les agrégats sont limités partout, ce que l'intellect reconnaît clairement⁴⁵⁸.

Si les nouvelles grandeurs peuvent, comme Cavalieri est disposé à l'admettre, s'intégrer elles aussi dans le cadre du fini, il ajoute ici un nouvel argument relatif à l'espace pour montrer leur finitude et chasser une fois pour toutes l'ombre toujours menaçante de l'infini qui survole sa méthode :

Etant donné que ces agrégats de lignes et plans infinis [en nombre] ne se trouvent pas dans un espace infini, mais dans un [espace] fini, puisque ils sont limités partout, cela fait que l'esprit distingue sans hésitation le tout et la partie de ces agrégats⁴⁵⁹.

Tandis que le nombre infini des éléments est une notion abstraite, Cavalieri met l'accent sur la disposition de ces mêmes éléments dans l'espace. L'argument de la spatialité, que Cavalieri emploie aussi au deuxième livre de sa *Geometria indivisibilibus*⁴⁶⁰, ne rassure pas du tout Guldin qui critique encore le jésuite pour vouloir égaler l'espace d'une surface à l'*aggregatum* de ses lignes car, soutient Guldin, une ligne, d'après sa définition géométrique,

⁴⁵⁸ « Si enim quoad numerum sint infinita, quoad magnitudinem tamen [...] omnium aggregata undequaque limitibus circumspicenda, qua propter clare intellectus agnoscat ». *Ibidem*, p. 202.

⁴⁵⁹ « Esse enim haec infinitorum linearum, vel planorum aggregata, non in spatio infinito, sed finito, cum illud undequaque limitibus claudatur efficit ut mens sine haesitatione in infinitum [agrégats] partem distinguat ». *Ibidem*, p. 202.

⁴⁶⁰ Voir note 432.

est dépourvue de largeur et cela signifie qu'elle ne peut pas « former » ou « produire » un espace. Cavalieri se défend, puisque ni le recours à l'argument spatial des agrégats ni la possibilité, qui s'en suit, de pouvoir opérer arithmétiquement avec les nouvelles grandeurs, ne satisfaisaient Guldin. Sur ce point Guldin restait absolument intransigeant en arguant qu'il est impossible d'établir de rapports de proportionnalité avec les grandeurs introduites par Cavalieri :

Ne se donnant pas, ni ne pouvant se donner, les agrégats de « toutes les lignes » et « tous les plans », il s'en suit qu'ils ne peuvent pas avoir de rapport entre eux : ni les lignes avec les lignes, ni les parties avec les parties, puisque les choses qui n'existent pas et ne peuvent pas exister, n'admettent pas de confrontation entre elles. On ne dira pas plus sur une question absolument claire pour les mathématiciens⁴⁶¹.

Dans une conception qui privilégie, au point où le fait celle de Cavalieri, la notion de l'espace par rapport au nombre d'éléments qui forment les nouvelles grandeurs, il n'y a évidemment pas beaucoup de place pour l'idée d'infini :

On a déjà dit que [l'idée] de toutes les lignes ne peut pas se donner, et ne peut pas non plus être prise par l'imagination ; c'est pourquoi [cette idée] n'admet pas d'égalité ou encore mieux, cette égalité ne peut pas s'établir⁴⁶².

Le refus de Guldin d'accorder aux grandeurs de Cavalieri un statut géométrique est d'autant plus importante qu'elle touche le cœur même de la méthode des indivisibles dans la mesure où le refus permet à Guldin d'annuler complètement le fondement sur lequel s'érige la procédure de Cavalieri :

⁴⁶¹ « Quare cum non detur, nec dari possit congeries omnium linearum, aut omnium partium possibilium, ergo nec proportionem inter se habere possunt, neque linea cum lineis neque partes cum partibus quae enim non sunt, nec illo modo esse possunt, comparationem non admittunt. Plura in re apud omnes Geometras clarissima non addimus ». GULDIN, P. *Centrobaryca*, op. cit., p. 204.

⁴⁶² « Iam diximus omnes lineas dari non posse, sed neque per imaginationem assumit per quare repuunt ipsae aequalitatem vel rectius illas aequalitas afficere non potest ». *Ibidem*, p. 205.

En vérité, ce fondement n'existe pas. On ne peut pas donner [l'idée] de toutes les lignes ou tous les plans d'une figure ; et au moyen des choses qui n'existent pas, on ne peut rien prouver⁴⁶³.

Guldin ajoute :

Puisque ne subsiste pas, à mon avis, le principal fondement de cette nouvelle géométrie, on ne veut pas continuer à progresser [dans l'intelligence] de cette méthode, même si l'auteur proclame dans le septième livre que les fondements de celle-ci sont tellement sûrs et inébranlables que, comme le diamant, on n'observe pas la plus petite oscillation quand ils sont frappés par les coups –des coups du bélier – de plus grands esprits, car ils sont protégés par la dignité des mathématiques⁴⁶⁴.

Puisque les grandeurs de Cavalieri n'existent pas, elles ne peuvent effectivement pas être employées pour établir des rapports de proportionnalité d'aucune sorte et la méthode, selon Guldin, devient automatiquement invalide.

IV.8 Le livre VII de la *Geometria indivisibilibus* et la question de la superposition géométrique

Après avoir passé en revue les objections de Guldin et les réponses de Cavalieri au problème concernant l'infinité de ses indivisibles, il est évident que la réflexion du jésuite sur les fondements de sa nouvelle méthode a été marquée en profondeur et motivée par les remarques de Guldin. Pourtant, comme on l'a noté plus haut, la critique de Guldin n'est pas absolument nouvelle, puisque Cavalieri lui-même, dans un exercice d'autocritique, s'était même posé de pareilles questions dans la préface au VIIème livre de sa *Geometria Indivisibilibus*. On pourrait dire que la question que se pose Guldin était déjà une question de

⁴⁶³ « Vero hoc fundamentum nullum est, nullum enim figurae dari aut assignari possunt lineae, aut omnia plana ; quare per ea, quae nullo modo est, aut esse possunt nihil probare possumus ». *Ibidem*, p. 207.

⁴⁶⁴ « Cum fundamentum praecipuum huius novae Geometriae meo iudicio non subsistat in hac Methodo ulterius pro hac vice progredi nolumus : ipse vero Auctor licet sua fundamenta adeo firma, atque inconcussa in Praefactione Libri Septimi depraedicet, ut velut adamantina summorum ingeniorum tamquam arietus ictibus pulsata, ne minimum quidem nutantia agnoscantur, et subdit hoc deberi Mathematicarum dignitati ». *Ibidem*, p. 207.

Cavalieri, puisqu'avant d'avoir eu connaissance de la *Centrobaryca*, il avait écrit dans la préface au livre VII de sa *Geometria* vouloir remplacer ces nouvelles grandeurs pour en finir avec les doutes concernant leur caractère infini⁴⁶⁵. Si les nouvelles grandeurs posent autant des problèmes, comme Cavalieri lui-même est disposé à admettre, la seule solution efficace est d'élaborer une autre méthode libre de l'idée de l'infini. Cette deuxième méthode des indivisibles ou méthode distributive est la nouvelle méthode élaborée par Cavalieri afin de vaincre les scrupules de certains mathématiciens que les principes de la première méthode faisaient hésiter. En gros, Cavalieri, conscient de se heurter à une difficulté majeure qui lui imposait de se débarrasser au plus vite de tout rapport avec l'infini, avait en quelque sorte déjà répondu aux objections de Guldin en concevant une deuxième méthode libre du concept d'infini, avec laquelle il espérait arriver aux mêmes résultats et accentuer un peu plus encore le caractère purement opératoire d'une procédure qui n'aurait plus aucun rapport avec le problème de la *compositio continuum*. Mais si la deuxième méthode n'implique pas de référence à l'infini, elle emploie une procédure de superposition. Il s'agit d'une procédure démonstrative que l'on trouve déjà chez Euclide, mais qui n'était pas acceptée par Guldin :

Il [Cavalieri] s'efforce de démontrer [ses théorèmes] par superposition autant pour les plans que pour les solides, mais si l'on veut parler géométriquement il ne démontre rien⁴⁶⁶.

Pour Guldin, comme pour le mathématicien français Jacques Peletier (1517-1582), cité par Cavalieri dans sa réplique, la superposition, qui se base sur le principe de congruence,

⁴⁶⁵ « Interim qualiscumque mea fuerit illius tentata dissolutio ipsum tamen in praesenti Libro, novis alij denuò stratis fundamentis, quibus ea omnia quae indivisibilium methodo in antecedentis Libris tam ostenta sunt, alia ratione ab infinitatis exempta conceptu comprobantur, omnio e medio tollendum esse censui ». CAVALLIERI, B. *Geometria indivisibilium*, *op. cit.*, p. 483.

⁴⁶⁶ « Conatur [Cavalieri] hoc demonstrare per suprapositionem tam in planis, quam in solidis verum si praese, ac geometrice loqui velimus, nihil demonstrat ». GULDIN, P. *Centrobaryca*, *op. cit.*, p. 209.

est simplement une procédure mécanique et non pas démonstrative⁴⁶⁷. Guldin demande non sans ironie :

Qui sera donc le juge : la main, l'œil ou l'intellect ? On y répondra que le juge sera l'intellect (on exclut le toucher et la vue)⁴⁶⁸.

A la question de Guldin, Cavalieri répond par l'affirmative : pour lui comme pour Guldin le seul juge possible de la procédure de superposition est l'intellect⁴⁶⁹. Il est clair que le seul juge valable dans le tribunal des mathématiques est l'intellect, tandis que le recours à la main et à l'œil est purement un artifice mécanique et d'après Guldin il est aussi la condition nécessaire pour décider de la congruence de deux lignes ou deux figures. Or, on connaît l'égalité de deux lignes par hypothèse, ce qui ne pose pas de problème à l'intellect. Le cas des surfaces enfermées entre deux lignes parallèles est une autre chose, dont l'intellect ne peut pas en déduire son égalité à moins de recourir à un diagramme, c'est-à-dire de s'aider de l'œil pour déterminer l'égalité. C'est pourquoi Guldin critique la première proposition du livre VII qui est à la base de la méthode distributive. Le principal problème de la preuve par superposition est que le processus de réduction ne trouve pas un point final et semble se continuer infiniment, sans pause. Guldin le dit explicitement :

La division d'une surface pourrait se faire sans fin [*in aeternum*]⁴⁷⁰.

⁴⁶⁷ C'est ceci justement que Cavalieri écrit à Torricelli dans sa lettre du 13 janvier 1643 à propos de la critique de Guldin « Opponendo a quella superposizione delle figure egualmente analoghe, come a cosa meccanica, e che non finirebbe mai ». (OT, III, p. 93). Les difficultés conceptuelles liées à la procédure de superposition, notées bien avant la controverse entre Cavalieri et Guldin, sont discutées par Bernard Vitrac dans sa note au Livre I des *Éléments*, Paris, PUF, 1994, pp. 293-299.

⁴⁶⁸ « Quis erit iudex manu aut oculus aut intellectus ? Respondebitur intellectum sare iudicem (non tactus et visus, hinc excluditur) ». GULDIN, P. *Centrobarryca, op. cit.*, p. 209.

⁴⁶⁹ « Cum verò petit quis superpositionis futurus fit iudex. Respondeo intellectum, cui ex hypothesi constat fieri aliquam superpositionem quomodocumque illa fiat, dumodo ex iuxta prescriptam legem effecta sit ». *Ibidem*, p. 210 et encore écrit Cavalieri : « Quaecumque pars illa fit, fatis enim est intellectui supponere fieri aliquam superpositionem ». *Ibidem*, p. 210.

⁴⁷⁰ « Divisio superficiei in aeternum fieri poterit in partes ». *Ibidem*, p. 210.

Afin de contourner les fâcheuses implications dérivées de la superposition, Cavalieri fournit une preuve par double réduction à l'absurde avec laquelle il établit que les figures analogues sont égales entre elles, mais comme l'a noté Paolo Palmerini :

The double reductio proof confirms a truth about a mathematical object – i.e., equally analogous figures are equal – but tells us nothing about the *activity* of superposing equally analogous figures⁴⁷¹.

En effet, Cavalieri ne réussit pas à montrer que la procédure de la superposition puisse trouver un *terminus ad quem* de son activité. Il est conscient lui-même du problème qu'implique l'usage de la superposition dans sa méthode car, presque une décennie après la publication de la *Geometria indivisibilibus*, il avoue à Torricelli dans une lettre du 10 mars 1643 que dans sa réponse à Guldin il va essayer de se centrer sur deux points :

En gros, [les points] se réduisent aux deux réponses que je peux faire concernant la difficulté de l'infini et celle de la superposition, dont je me sers dans la deuxième proposition du livre II de ma *Geometria* et dans la première du livre VII⁴⁷².

Et il va notamment se pencher sur la superposition car :

On peut douter qu'elle ne finisse jamais [...] C'est pourquoi elle peut engendrer des hésitations⁴⁷³.

Cavalieri avoue à ce propos à Torricelli qu'il aurait dû ajouter une preuve *ad absurdum* de la première proposition du livre VII pour les solides afin de :

Éliminer définitivement les doutes, au moins en ce qui concerne les figures planes, bien qu'il soit aussi nécessaire d'ajouter une preuve similaire pour les solides [...] Mais je n'ai rien fait [et je me suis limité à] indiquer que je

⁴⁷¹PALMIERI, P. « Superposition : on Cavalieri's practice of Mathematics », *Archive for History of Exact Sciences*, 63, 2009, pp. 471-493. Ici, p. 482.

⁴⁷² « In sostanza si restringono alle risposte, che io posso dare circa le difficoltà dell'infinito e di quella sopraposizione, della quale mi servo nella proposizione 2 del libro II della mia *Geometria* e nella prima del Libro VII ». (OT, III, p. 114).

⁴⁷³ « La quale potendosi dubitare che non fosse mai per finire [...] perciò possi generare qualche dubbio ». *Ibidem*, p. 114.

la croyais [la preuve des planes] valable aussi pour les solides, nonobstant le doute touchant l'activité infinie de la superposition⁴⁷⁴.

Cavalieri s'est en effet limité à admettre le transfert de la preuve par absurde des plans aux solides, ce qui n'a pas suffi pour convaincre Guldin⁴⁷⁵. Cavalieri demande l'avis de Torricelli, mais ce dernier ne semble pas avoir apporté à Cavalieri des arguments favorables à la légitimation de la procédure par superposition, car dans les mois suivants, l'héritier de Galilée préfère investir ses énergies dans l'élaboration de la preuve par indivisibles du fondement que Guldin a laissé sans démonstration et dont on a parlé plus haut. Pour Cavalieri, la superposition devient fondamentale car c'est le principe grâce auquel il a démontré les principaux théorèmes de sa deuxième méthode. En plus, Cavalieri croit fermement que la superposition est une procédure tout à fait légitime et s'en passer serait comme refuser l'une des plus importantes techniques de démonstration employées par Archimède, celle qui consiste dans la circonscription et l'inscription des figures. D'après Cavalieri, la superposition trouve sa contrepartie dans la méthode d'exhaustion d'Archimède⁴⁷⁶. A cette façon de voir Guldin objecte notamment, pour sa part, qu'il serait désastreux de mettre sur un pied d'égalité la méthode d'exhaustion et la superposition⁴⁷⁷, car il s'agit de deux procédures tout à fait différentes autant du point de vue de la manière de procéder que des conclusions auxquelles elles arrivent :

En fait, dans pas mal d'endroits, soit Archimède soit d'autres gens appliqués à la Géométrie pure, démontrent qu'il est possible d'inscrire et circonscrire

⁴⁷⁴ « Per levare ogni scrupolo ne' piani et avria veramente bisognato portarne una simile per i solidi [...] ma tralasciasi l'impresa lasciando che quella de' piani facesse fede esser vera anco tra solidi non ostante il dubbio degl'infiniti atti della sopraposizione ». *Ibidem*, p. 114.

⁴⁷⁵ Comme l'écrit Cavalieri lui-même : « E sebbene per levare ogni ombra a chi avesse dubbio per questo non finir mai, soggiungo un'altra dimostrazione dell'istesso quanto alle figure piane, conforme allo stile d'Archimede, finalmente [Guldin] cavila pure anco contro di questa ». *Ibidem*, p. 93.

⁴⁷⁶ En parlant de la deuxième méthode des indivisibles Cavalieri écrit : « Cum antecessens Propositio maximis fit momenti ut in sequentibus apparebit, aliusque modus priorem, pattem demonstrandi, stylo Archimedeo haud ab similis mentis succurrerit ». CAVALIERI, B. *Exercitationes geometrica, op. cit.*, p. 214.

⁴⁷⁷ Guldin n'ignore pas l'emploi qui fait Archimède de la superposition, mais il estime qu'il s'agit d'un emploi tout à fait divers de celui de Cavalieri. Il écrit : « « Usus quidem est Archimedes hac superpositione Prop. 20 de Conoidibus et Spheroidibus, sed longe aliter quam noster Auctor ». *Ibidem*, p. 213.

d'autres figures à une figure donnée, de sorte que la figure circonscrite surpasse la figure inscrite [...]. Tirent-ils la conclusion que la figure circonscrite est égale à l'inscrite ? Absolument pas ! [...] De ce qu'on vient de dire il en découle que la proposition sur les figures planes n'a pas été démontrée de façon valide⁴⁷⁸.

Le problème qui subsiste pour Guldin réside, bien entendu, dans l'établissement de l'égalité de deux figures et il ne voit pas comment Cavalieri veut l'établir au moyen de la superposition ou, en dernière instance, comment il veut montrer l'égalité en mettant simplement l'accent sur la ressemblance existante entre la superposition et la méthode d'exhaustion. Comme le note Guldin de la méthode d'exhaustion on ne conclut pas à l'égalité des figures que par un passage à la limite, ce qui pour lui n'est pas valide dans le domaine de la pratique mathématique⁴⁷⁹. Il n'y a pas de place dans les cadres de la mathématique de Guldin pour ce qui constituerait un passage à la limite. Cavalieri se défend et défend à son tour la superposition. Il estime que l'objection de Guldin touchant la non-validité de sa démonstration de la procédure de superposition n'est pas du tout pertinente⁴⁸⁰. En revanche, il est possible de lui adresser une critique beaucoup plus sérieuse :

Pourtant, je n'ignore pas que l'on peut critiquer cette démonstration [en disant] que la superposition, laquelle il faut faire toujours par des petites portions, peut-être ne finirait jamais pour certaines figures⁴⁸¹.

On peut voir là une tactique de dispute – concéder une faiblesse qui n'est pas celle que l'adversaire a soulignée, ce qui évite d'y répondre –, mais il semble aussi vrai que l'impossibilité d'établir un *terminus ad quem* de la superposition hante Cavalieri: celui-ci

⁴⁷⁸ « Pluribus enim in locis, Archimedes et plures alij puriori Geometriae addicti, demonstrant propositae figura inscribi posse, circumscribi alias figuras, ita ut circumscripta figura exceda inscriptam magnitudine [...] Ergo concludent circumscriptam aequalem esse inscriptae ? Neutiquam [...] Concludimus ergo ex his quae attulimus Propositionem hanc de planis figuris nequaquam legitime demonstratam esse ». *Ibidem*, p. 211.

⁴⁷⁹ RADELET, P. « Kepler, Cavalieri, Guldin. Polemics with the Departed », *op. cit.*, p. 24.

⁴⁸⁰ Cavalieri le dit explicitement : « Hic ergo denuò conatur Auctor noster Lectori persuadere dictam Propositionem primam non fuisse a me legitime demonstrata, sed (quod illius pace dictum sit) ex discursu parum, vel nihil ad rem nostram pertinente, ut is facile intelliget qui a me allatam demonstrationem rectè perpenderit ». CAVALIERI, B. *Exercitationes geometricae*, *op. cit.*, p. 211.

⁴⁸¹ « Non ignoro tamen praefatae demonstrationi objici posse, quod dicta superpositio, quae per frustra continuo faciendae est, in aliquibus figuris nunquam forte absolveretur ». *Ibidem*, p. 212.

n'arrête pas de faire son autocritique sur ce point et il est même le premier à reconnaître qu'il n'est pas du tout certain que l'on puisse envisager sérieusement de réussir à vaincre cette difficulté :

On peut adresser la même objection à la première proposition du Livre II [...] si cette superposition doit se faire d'une manière continue peut-être, pour certaines figures, elle ne finirait jamais⁴⁸².

Or, étrangement, Guldin, nous dit Cavalieri, ne fait pas allusion à cet aspect problématique de la démonstration⁴⁸³. D'ailleurs Cavalieri trouve une solution facile à ce problème de la répétition infinie du moment qu'on y applique une définition négative. Si l'on veut saisir le processus de la superposition avec l'intellect – et non pas avec l'œil ou la main – il faut concentrer l'attention non pas sur le nombre des répétitions mais plutôt sur le concept négatif que l'on peut employer pour définir l'égalité qui découle de la superposition⁴⁸⁴ et dont il avait déjà parlé dans la préface au livre VII de sa *Geometria*. Comme on pouvait l'imaginer Guldin réplique que, loin de ce qu'affirme Cavalieri :

La congruence de cette démonstration n'est pas du tout évidente à l'intellect⁴⁸⁵.

Et si c'est particulièrement le cas des lignes qui forment les figures c'est encore pire lorsqu'on veut appliquer la superposition aux solides :

Mais qu'est-ce qu'on peut dire de la superposition des corps, laquelle fuit l'intellect encore plus loin [...] Ce que l'on peut constater c'est seulement la congruence des plans parallèles ; en ce qui touche le reste de la surface et

⁴⁸² « Eademqua instantia fieri poterat circa Prop. primam libri secundi [...] haec superpositio, quae si per continuos actus fieri debeat forsan in aliquibus figuris, numquam finiretur ». *Ibidem*, p. 212.

⁴⁸³ « Verum hanc difficultate non animadversit nec in oppositur attulit Guldinus, quae magis ad rem fecisset, quam superius ab eo allata ». *Ibidem*, p. 212.

⁴⁸⁴ « Huic tamen ut satisfaciam, dico non necesse esse actu efficere hanc infinitorum residuorum, quae abvenire, possunt superpositionem (sicut de omnibus lineis in discussione prioris Methodi Ind. dicebatur non opus esse singulas actu describere) sed sufficere quod intellectus ex una ad libitum assumpta reliquas intelligat, quamvis infinitas, saltem conceptu negativo cum site ode ratio de omnibus ». *Ibidem*, p. 212.

⁴⁸⁵ « Qua congruentia in hac demonstratione intellectui non patet ». *Ibidem*, p. 213.

ses contours on ne trouve rien sur quoi s'appuyer [pour déterminer la congruence]⁴⁸⁶.

Comme c'était le cas de la critique dirigée aux nouvelles grandeurs introduites par Cavalieri dans sa première méthode, l'attaque de Guldin est donc aussi dirigée vers le fondement sur lequel s'érige la deuxième méthode ou méthode distributive :

On affirme donc que Cavalieri n'est pas réussi à démontrer de façon valide cette proposition, laquelle semble être le fondement de ce livre autant pour les plans que pour les solides⁴⁸⁷.

Étant un des points de désaccord fondamentaux entre Cavalieri et Guldin, la superposition requiert une réplique de Cavalieri et c'est pourquoi celui-ci base finalement sa défense sur l'élaboration d'une théorie assez originale de la superposition, avec laquelle il se propose de montrer la convertibilité de l'axiome d'égalité en l'axiome de congruence⁴⁸⁸. Pour soutenir son affirmation, Cavalieri réinterprète la proposition IV du premier livre des *Éléments* d'Euclide⁴⁸⁹ qui lui permet de trouver une base géométrique pour ensuite réfléchir sur la superposition. Or le problème est que le type de superposition employée par Euclide répond à un type de superposition statique, alors que Cavalieri, comme le lui reproche Guldin, introduit le mouvement dans les preuves par superposition qu'il propose. C'est pourquoi Cavalieri choisit de mener jusqu'au bout une explication de cette superposition « mobile » et il se permet une certaine liberté philosophique pour le faire, car l'acceptation de la superposition touche aussi un problème de fond de la pratique mathématique à l'époque : le problème de la certitude des mathématiques dont on a parlé brièvement à la fin du chapitre

⁴⁸⁶ « Sed quid dicemus de superpositione corporum, quae adhuc magis intellectum fugit ? [...] Constat enim solum de congruentia parallelorum planorum, de reliqua superficie et terminis alijs prorsus nihil invenit intellectus, in quo conquiescat ». *Ibidem*, p. 213.

⁴⁸⁷ « Pronunciamus ergo secundum Cavalierium hanc Propositionem, quae tamen huius libris fundamentum quoddam esse videtur, tam de planis, quam de solidis figuris legitime non demonstrasse ». *Ibidem*, p. 214.

⁴⁸⁸ PALMIERI, P. « Superposition : on Cavalieri's practice of Mathematics », *op. cit.*, p. 489.

⁴⁸⁹ « Nunquam enim ille [Géomètre] assentitur duas magnitudines invicem congruere, nisi ex presupposita quorundam aequalitate, ac mutua, superpositione, et subinde ipsorum necessaria congruentia, iuxta aliud hoc principium nempe. Quae sunt aequalia sibi congruunt, si apte superponantur, ut apertissime patet in Prop. 4 Primis Elem. ». CAVALIERI, B. *Exercitationes geometricae*, *op. cit.*, p. 216.

III. Comme Cavalieri le précise en peu plus loin la position de Guldin se réduit à une simple disjonction :

Ou il retient que les démonstrations par superposition sont certaines et infaillibles ou pas du tout⁴⁹⁰.

Pour trancher la disjonctive et défendre l'emploi de la superposition Cavalieri écrit que même les détracteurs de la superposition – Rivalte et Commandino – n'ont pour autant nié la vérité ni la certitude des propositions que l'on obtient grâce à elle et Cavalieri invoque ici la certitude des propositions tirées de la superposition pour donner un dernier élément de réponse à Guldin.

IV.9 Kepler et la méthode des indivisibles

Ayant analysé au chapitre I le processus de gestation de la méthode des indivisibles, on a eu l'occasion de noter la filiation conceptuelle que Cavalieri lui-même établit avec la démarche képlérienne. Dans la préface générale à la *Geometria indivisibilibus* Cavalieri dit avoir trouvé une source d'inspiration pour sa méthode en réfléchissant aux erreurs commises par Kepler lorsque celui-ci aborde le calcul de l'aire de l'ellipse et Cavalieri le répète presque dans les mêmes termes dans les *Exercitationes* lorsque Guldin l'accuse d'avoir tout simplement imité la méthode de Kepler

Ici [dans Kepler] Bonventura Cavalieri s'enracine et profite de l'occasion pour en faire sortir sa méthode des Indivisibles (avec laquelle il se propose de faire progresser la géométrie), comme lui-même souligne dans la préface du volume dont on a parlé plus amplement dans la préface du deuxième livre des Barycentres⁴⁹¹.

⁴⁹⁰ « Vel enim demonstrationes, quae superpositione utuntur, putat esse certas et infallibiles, vel non ». *Ibidem*, p. 214.

⁴⁹¹ « Hic enim ansam arripuit, et occasionem Bonaventura Cavalerius suam Methodum Indivisibilium, qua Geometriam promotam esse iudicat, producendi, ut ipsemet innuit in Praefatione illius libri, de quo nos fusius in Praefatione ad librum secundum Centrobarycarum nostrorum ». *Ibidem*, p. 192.

Pour Guldin, la filiation va au-delà de la simple inspiration soulignée par Cavalieri dans la préface de la *Geometria*. Il trouve une ressemblance assez douteuse entre la méthode de Cavalieri et celle de Kepler. Pourtant, Cavalieri réplique :

Seul le sentiment de surprise à partir duquel les philosophes commencent à philosopher, et non la doctrine de Kepler ou de Souvey, m'a donné l'occasion de trouver la méthode des indivisibles, tel que je l'ai souligné dans la préface [de la Géométrie]⁴⁹².

C'est donc uniquement l'étonnement face à un fait géométrique qui serait à l'origine de sa méthode. Au-delà de l'allusion à Souvey – Guldin accuse Cavalieri d'avoir plagié aussi Barthélemy Souvey (1576-1629) – Cavalieri maintient que de Kepler il n'a eu que l'inspiration. Or, d'après Guldin, il ne s'agit pas d'une simple question d'inspiration mais d'une imitation en toute règle, car il ne trouve pas de différence visible entre les deux méthodes :

J'ai trouvé donc que dans les livres de cette Géométrie, l'auteur qui avait pris comme point de départ une idée de Kepler, n'avait pas découvert une méthode, mais que plutôt il [s'est limité à] tirer à la lumière une [méthode qui était] dans l'ombre⁴⁹³.

Il est à peine besoin de préciser que, pour Cavalieri, sa méthode, contrairement à ce qu'affirme Guldin n'a rien à voir avec la démarche képlérienne :

Il me semble évident que l'auteur [Guldin] n'a pas lu attentivement les livres de la Géométrie [...] S'il les avait examinées avec la diligence qu'il fallait, il aurait pu se rendre compte que les fondements des deux méthodes sont tellement différents⁴⁹⁴.

⁴⁹² «Sola enim admiratio, qua solet incipere philosophi philosophari et non Kepleriana vel Soveriana doctrina, occasione Methodi Indivisibilium inveniende, ea ratione, qua in eiusdem Prefatione aperitur mihi suppeditavit ». *Ibidem*, p. 182.

⁴⁹³ « Reperi autem in his libris Geometria promote Auctorem ansam arripuisse ex Keplero, ut suam non tam inveniret, quam ab umbris in lucis publicam vindicaret methodum indivisibilium ». *Ibidem*, p. 180.

⁴⁹⁴ « Hic Auctor amplius declarare se Libros dicte Geometrie accurate legere non potuisse [...] Si enim eos qua congruebat diligentia examinasset, tunc quoque potuisset animadvertere qua diversa sint methodi fundamenta ». *Ibidem*, p. 180.

Du point de vue théorique, elles sont tout à fait diverses, car Cavalieri pense en termes de rapport et non pas de composition. Quelque sens qu'on attache au terme « indivisibles », Cavalieri indique toujours qu'il a élaboré une méthode où ce qui compte c'est l'établissement des rapports de proportionnalité et c'est pourquoi il insiste sur la nécessité de distinguer sa démarche de celle de Kepler :

Kepler, en fait, compose les corps plus grands, avec de petits corpuscules [...] tandis que moi, je dis seulement que les plans sont [dans le même rapport que] les agrégats de toutes les lignes parallèles et que les corps sont [dans le même rapport que] les agrégats de tous les plans parallèles⁴⁹⁵.

Une fois encore, dans l'esprit de Cavalieri qui se borne à postuler une proportionnalité entre une figure et les éléments qui la composent (toutes les lignes ou tous les plans), la figure n'est nullement égale à ceux-ci, bien loin qu'il songe à en faire la somme ou en composer la figure. En outre, Cavalieri non seulement proclame l'indépendance de sa méthode par rapport à la méthode de Kepler et de Souvey, mais il laisse aussi entendre que c'est plutôt Guldin qui a pu imiter la démarche képlérienne dans l'élaboration de sa propre méthode :

Ceci serait plus largement confirmé par le fait que non seulement la Règle Générale de Guldin, mais aussi l'argumentation qui y conduit, indépendamment de sa valeur, est très semblable à celle de Kepler⁴⁹⁶.

Or, derrière les accusations de plagiat que se lancent l'un et l'autre se cache un aspect de la controverse encore plus important à mon avis : le besoin de proclamer la supériorité de la propre méthode dans le terrain commun du calcul des aires. Les trois méthodes – celles de Kepler, de Cavalieri et de Guldin – rivalisent sur le même terrain. Pourtant, des trois méthodes, celle de Kepler était presque exclue, car on y avait détecté des erreurs ; le fait d'accuser son adversaire d'avoir imité la méthode de Kepler entraînait donc aussi, dans une

⁴⁹⁵ « Keplerus enim ex minutissimis corporibus quodammodo maiora componit [...] ubi ipse tantum dico plana esse ut aggregata omnium linearum equidistantium et corpora ut aggregata omnium planorum pariter equidistantium ». *Ibidem*, p. 180.

⁴⁹⁶ « Hoc verò amplius confirmaretur ex eo nedum regula sed ratio, qua affert eiusde regule, qualiscumque sit simillissima est keplerianae ». *Ibidem*, p. 184.

certaine mesure, la proclamation instantanée de sa fausseté. Si la méthode de Kepler est erronée et Cavalieri l'imité, il s'en déduit directement que la méthode des indivisibles reproduit les mêmes erreurs et, en l'employant, on arrivera à de faux résultats. Dans cette perspective, il est facile de comprendre les mots que Torricelli adresse à Cavalieri dans sa lettre du 7 mars 1643 :

Quant à moi, je croirais que les méthodes du Père [Guldin] sont optimales, et que celle des indivisibles de Bonaventura Cavalieri est mauvaise. Or, je tiens pour certain que des méthodes optimales on déduit des choses fausses et que de la mauvaise méthode on tire de vraies conclusions⁴⁹⁷.

Ce qui intéresse vraiment Guldin n'est pas tant de dénoncer la similitude de la méthode de Cavalieri avec celle de Kepler, que de montrer la supériorité de son calcul des centres de gravité. A plusieurs reprises Guldin intercale dans sa critique des extraits où il se vante de sa propre méthode :

[La méthode du] centre de gravité [...] promeut la Géométrie beaucoup plus heureusement de ce que fait l'inhabituelle transformation des figures de Kepler (qui a besoin elle-même d'une transformation) ou les indivisibles de Cavalieri qui, jusqu'à maintenant ne sont pas acceptés par les mathématiciens⁴⁹⁸.

Ou encore un peu plus loin:

Le centre de gravité – et de cela pas un seul mathématicien n'en doutera – non seulement ne diminue en rien la pureté de la Géométrie, mais encore il l'augmente et l'ennoblit, alors que les indivisibles sont refusés par la plupart des philosophes et par tous les mathématiciens⁴⁹⁹.

⁴⁹⁷ « In quanto a me crederò, che i metodi del Padre siano ottimi, e che quello degli indivisibili di F. Bonaventura sia cattivo ; so bene per cosa certa, che quegli ottimi deducono delle cose false e che da quel cattivo non si cava se non conclusioni vere » (OT, III, p. 97).

⁴⁹⁸ « Centrum gravitatis [...] Geometriam promovet quam vel Kepleri figurarum inconsueta et quae ipsa demonstratione magno indiget Transformatio, vel Cavalierij Indivisibilia à Geometris nondum recepta ». CAVALIERI, B. *Exercitationes geometricae, op. cit.*, p. 186.

⁴⁹⁹ « Centrum gravitatis, id, quod ut nemo Geometrarum inficiabitur puritati Geometriae non solum nihil derogat, sed auget illam, illustrat, sic Indivisibilia illa ea ratione sumpta et plurisque Philosophis et Mathematicis omnibus adversantur ». *Ibidem*, p. 186.

Cavalieri entrevoit très bien vers où se dirige la critique de Guldin et il note que, même s'il peut y avoir une certaine ressemblance entre les deux méthodes, ceci ne vaut rien :

Mais si, enfin, je concède ceci à Guldin – qui insiste à plusieurs reprises – et j'affirme de m'être prévalu des lumières de Kepler et Sovey pour ensuite procéder à l'élaboration des indivisibles (ce que je dénie catégoriquement) est-ce que ça serait, peut-être, la clé de voute de toute la construction de cette méthode ? Pas du tout ! Cette méthode serait restée stérile et, dans un certain sens, inféconde, si je n'y avais apporté une merveilleuse fécondité avec certaines propositions d'une grande valeur qui jettent de la lumière sur l'emploi de cette méthode⁵⁰⁰.

Il y a, certes, de la nouveauté dans sa méthode et Cavalieri se charge de le proclamer. Mettre l'accent sur la nouveauté des résultats est une manière de marquer la différence par rapport à Kepler. Mais l'attaque de Guldin est coriace et sur l'habituel double front : comme pour finir avec les deux méthodes d'un seul coup, il écrit :

Pour dire mon avis en quelques mots : de la même manière que je suis persuadé que les méthodes de Kepler et Cavalieri valent beaucoup pour la découverte des théorèmes et des problèmes géométriques [...] de même je crois qu'elles sont inadaptées pour les démonstrations et [on ne doit pas les employer] si on a d'autres moyens déjà prouvés par les mathématiciens⁵⁰¹.

IV.10 Conclusion

Dans le vaste secteur de la géométrie, l'effort essentiel des mathématiciens au XVII^e siècle se situe dans le développement progressif d'un outillage méthodologique plus puissant que celui hérité de la mathématique grecque pour aborder certains problèmes géométriques : problèmes concernant les quadratures, les cubatures et le calcul des centres de gravité. Ces

⁵⁰⁰ « At si denique concederem Guldino, quod toties inculcat nempe mihi aliquid lumini, ex Operibus Kepleri et Soveri ad procedendum per haec Indivisibilia parallea suppeditatum fuisse (quod tamen omino negatur) est ne haec summa totius artificij, huiusce Methodi ? Nequaquam. Ea enim sterelis, et infecunda quodammodo remanisset, nisi miram eidem fertilitatem attulissent admirandae quaedam Propositiones eiusdem peculiarem usum declarantes ». *Ibidem*, pp. 193-94.

⁵⁰¹ « Sed ut dicam paucis quod sentiam ut istam Keplerianam et Cavalierij Methodum iudico ad inventiones Geometricorum Theorematum et Problematum plurimum valere [...] Ità ad demonstrationes eandem adhibendam esse, si alia suppetant Geometris iam probata media, nequaquam suadeo ». *Ibidem*, p. 195.

problèmes ont mis à l'ordre du jour la nécessité d'une nouvelle méthode de démonstration, à laquelle les indivisibles apporteront une puissante contribution. Les travaux de Luca Valerio sur les centres de gravité, certains développements de Kepler et de Galilée et les travaux de Roberval, Fermat, Pascal ou Descartes sont les signes avant-coureurs de ce renouvellement dans le domaine de la pratique mathématique. C'est justement sur le terrain du calcul des centres de gravité que se déroule la controverse entre Cavalieri et Guldin et comme on a pu constater le mathématicien jésuite ne critique seulement le fondement sur lequel s'érige la méthode des indivisibles. Il met aussi en doute le statut de la méthode. Il veut la discréditer aux yeux de la communauté mathématique car il est conscient de la puissance des indivisibles dans le domaine du calcul des centres de gravité. Malgré les efforts de Cavalieri quidès 1635, dans la préface au livre VII de sa *Geometria Indivisibilibus* essaie de pallier aux difficultés de ses contemporaines que « les principes de la méthode font hésiter » en élaborant une deuxième méthode, cette nouvelle méthode, dite distributive, ne suffit pas pour apaiser la critique de Guldin. Entre autres choses Guldin reproche à Cavalieri d'avoir « renversé » les principes de la géométrie et il s'attaque à la méthode, aux méthodes des indivisibles. Il critique les nouvelles grandeurs introduites par Cavalieri – toutes les lignes et tous les plans – en invoquant la notion fondamentale de l'homogénéité, qui ne permet pas de composer la moindre surface ou figure avec une multitude de lignes ou de plans et qui en même temps, interdit l'emploi de l'infini en mathématiques. Pour renforcer son argumentation Guldin fait appel au paradoxe du bol traité par Galilée dans les *Discorsi* et Cavalieri se défend en abordant pour la première fois dans son ouvrage la notion d'infini afin de convaincre les détracteurs des indivisibles que malgré les apparences la résistance de Galilée à tenter une approche de la notion d'infini ne fait que renfoncer le fondement de sa propre méthode. De même, dans son effort de vaincre les objections de Guldin, Cavalieri, ayant reconnu à

Torricelli les insuffisances de sa démonstration par superposition, se lance dans une justification historique et théorique de la superposition.

L'étude de la controverse entre Guldin et Cavalieri nous a permis de multiplier les angles d'approche à la méthode des indivisibles et d'analyser la complémentarité de certaines motivations extra-mathématiques à l'œuvre dans cette controverse. En outre, il nous semble que l'examen minutieux de la controverse a un triple intérêt. Premièrement il a pu contribuer à une meilleure compréhension historique de certains éléments qui intègrent cette période charnière de la pensée scientifique, surtout des aspects liés à l'évolution de la pratique mathématique dans l'Italie de la première moitié du XVII^e siècle. Deuxièmement, il nous a permis d'apprécier à leur juste valeur les motifs et les mobiles multiples qui guidaient et poussaient Cavalieri et Guldin dans cette controverse, et de nous faire mieux comprendre la puissance des obstacles qui se dressaient sur la route difficile et tortueuse de la méthode des indivisibles. En troisième lieu il a mis en relief le rôle de Torricelli et de Rocca dans l'élaboration même de la réponse de Cavalieri.

CONCLUSION

La *Geometria indivisibilibus continuorum* (1635) a parfois été lue par les mathématiciens du dix-septième siècle comment ouvrant la voie au calcul infinitésimal. Cette lecture établit une continuité a posteriori entre la méthode de Cavalieri et le calcul des infinitésimaux et tend à réduire la procédure de Cavalieri à une sorte d'archétype archaïque des infinitésimaux. Nous espérons que cette thèse contribue à écarter une telle confusion. Premièrement, même si les modifications introduites par Torricelli marquent un certain virage des indivisibles vers le calcul infinitésimal il faut toujours garder présent à l'esprit que ce n'est pas Cavalieri qui introduit ce changement : lui-même s'est toujours opposé à une interprétation de ses agrégats d'indivisibles en termes d'une composition des éléments homogènes à la figure. Deuxièmement, au niveau conceptuel, Antoni Malet a mis l'accent sur le fait que la création des infinitésimaux est précédée par le refus de la méthode des indivisibles car, malgré les efforts de Cavalieri, cette dernière n'offre pas pour des mathématiciens comme Wallis, Pascal et Barrow les garanties de la rigueur et de la certitude nécessaires pour en faire une méthode de calcul :

That it was precisely because mathematicians cared a lot about questions of rigor and foundations that they set out to modify Cavalieri's theory [...] When they came eventually to embrace infinitesimals and reject indivisibles, they did so because they thought that the former offered much more solid foundations than the latter. By substituting infinitesimals for indivisibles mathematicians provided a new status to the method of indivisibles, which thereby became a legitimate method of proof⁵⁰².

⁵⁰² MALET, A. *From Indivisibles to Infinitesimals. Studies on Seventeenth-Century Mathematizations of Infinitely Small Quantities*, Barcelone, Universitat Autònoma de Barcelona, 1996, p. 24.

Nous avons vu que les critiques fondationnelles de la génération précédente ne portent pas exactement sur les mêmes éléments et que Cavalieri n'avait pas cherché à répondre aux critiques par une conceptualisation plus ferme de la notion d'indivisibles, mais plus par un recours à la fécondité de son approche et la justification de son enchaînement.

Troisièmement ni Cavalieri ni Torricelli ne font allusion à un élément crucial pour le calcul infinitésimal : la notion de limite. Ces trois points : non-homogénéité des indivisibles, manque de rigueur conceptuelle et aucune allusion à la notion de limite nous semblent suffisamment révélateurs de la distance qui sépare la procédure des indivisibles du cadre théorique où s'insère le calcul infinitésimal. La méthode de Cavalieri est une manière alternative d'aborder certains problèmes géométriques, notamment le calcul des aires et des centres de gravité. Il s'agit d'une méthode mathématique qui est intermédiaire entre la rigueur finitiste de la géométrie grecque et le flottement conceptuel des techniques infinitésimales, au moins jusqu'à la codification définitive des réglés du calcul. C'est pourquoi la signification de la méthode des indivisibles ne se peut vraiment comprendre qu'à condition de ne point prétendre y retrouver l'équivalent, même rudimentaire, du calcul infinitésimal.

Or, tout au long de la deuxième moitié du XVII^e siècle le schéma sous lequel on se représentait le plus communément la méthode des indivisibles consistait à envisager la méthode de Cavalieri comme une sorte d'étape préliminaire vers le calcul infinitésimal. Cette vision déformée est un symptôme de ce que l'accès à la méthode des indivisibles se fit à travers la lecture de Torricelli qui, malgré sa mort prématurée, exerça une profonde influence sur de nombreux mathématiciens, alors que sa controverse avec Roberval et sa démonstration du solide hyperbolique infini l'avaient rendu célèbre à l'époque. Déjà au XVII^e siècle, Hobbes, à qui revient le mérite d'avoir compris la vraie portée de la procédure de Cavalieri, insiste sur l'erreur où tombe Wallis dans la présentation de la méthode des indivisibles de

Cavalieri⁵⁰³. Hobbes avait raison : Wallis ne faisait que reprendre la version torricellienne de la méthode des indivisibles, dont on a analysé les modifications dans le chapitre III.

C'est précisément cette équivoque, déjà soulignée par Hobbes, qu'il faudrait éviter dorénavant et que nous espérons avoir aidé à dissiper. Pour cela, nous avons abordé la genèse de l'expression « voie des indivisibles » chez Cavalieri, en nous appuyant sur l'analyse des correspondances, notamment entre Cavalieri, Galilée et Torricelli. Aucun autre document que la correspondance ne révèle avec une telle clarté le positionnement initial de Cavalieri face à sa méthode. Aucun autre document ne présente non plus avec une telle netteté les raisons profondes des réserves de Galilée qui, quelques années plus tard, mettra par écrit ses hésitations en rédigeant ses *Discorsi* (1638) pour donner finalement une réponse positive touchant la possibilité, certainement risquée à l'époque, de composer le continu au moyen des indivisibles. Lorsqu'il élabore sa procédure, Cavalieri n'établit pas un rapport entre les indivisibles et sa méthode. Le mariage, pour ainsi dire, entre la méthode et les indivisibles est le résultat tardif d'une réflexion sur le mouvement à laquelle Galilée a contribué lors d'un passage rapide de Cavalieri à Florence en 1626. Les idées de Galilée concernant le mouvement ont stimulé Cavalieri qui, en 1632, publie le *Specchio Ustorio* où l'on trouve, pour la première fois, une référence explicite à la « voie des indivisibles ». Précédant de quelques mois Galilée, Cavalieri établit sa démonstration de la loi de la chute des graves au moyen des indivisibles. Est-ce le fruit du hasard que l'apparition officielle de la méthode des indivisibles se fasse dans le contexte d'un problème touchant le mouvement ? Nous avons répondu à cette question par la négative, et il y a de bonnes raisons de croire à l'influence de Galilée dans la genèse de l'idée d'une « méthode des indivisibles ». Il y a plus : après une parenthèse de cinq ans (1629-1634) où Cavalieri, en mettant de côté ses travaux géométriques, se consacra presque exclusivement aux tâches imposées par son poste de

⁵⁰³JESSEPH, M.D. *Squaring the Circle. The War between Hobbes and Wallis*, University of Chicago Press, 1999, pp. 1-47.

lecteur en mathématiques dans le *studiolo* de Bologne, il reprit la rédaction de sa *Geometria indivisibilibus* et il envoya plusieurs lettres à Galilée pour lui demander de bien vouloir publier ses travaux sur les indivisibles car, disait-il, Galilée lui en aurait parlé pendant son petit séjour à Florence. Cela établit le rapport très étroit entre Cavalieri et Galilée, un rapport qui nous a mené à suggérer que les indivisibles sont une création quasi commune de Cavalieri et Galilée. Comment sans cela expliquer l'insistance de Cavalieri auprès de Galilée et le fait qu'il lui demande à plusieurs reprises de publier ses travaux sur les indivisibles, de manière à ce que, de son côté, il puisse publier sa *Geometria indivisibilibus* ? Étant conscient des dangers inhérents d'une géométrie liée à la notion d'indivisible, Cavalieri souhaitait que Galilée donne un fondement ou, si l'on préfère un cadre théorique, à cette nouvelle procédure dans le contexte d'une pratique mathématique en plein essor, caractérisée par l'achèvement de la géométrie grecque et en même temps par les tentatives pour la dépasser en lui étant fidèle. S'il est vrai qu'à l'époque de Cavalieri l'invention de l'algèbre et le traitement mathématique de l'infini s'accompagnent tous deux d'une série de profondes modifications, la possibilité de concevoir le continu comme un ensemble composé des indivisibles est loin encore d'être évident pour la plupart de mathématiciens à l'époque. C'est pourtant dans ce contexte qu'il faut saisir l'idée que nous défendons ici de la création commune de la méthode des indivisibles car il s'agissait autant pour Cavalieri que pour Galilée de la normalisation d'une nouvelle procédure mathématique dans un contexte hostile à l'émergence d'une géométrie des indivisibles. C'est surtout grâce à la correspondance qu'on a pu élaborer une histoire de ce processus de normalisation de la voie des indivisibles qui commence en 1621 et se clôt en 1635 avec la publication de la *Geometria indivisibilibus*.

Les résultats touchant l'apparition de l'expression « voie des indivisibles » auxquels nous sommes arrivés sont le résultat direct de l'application systématique de la chronologie entendue en tant qu'outil méthodologique. Il ne s'agit pas simplement de rassembler les dates

mais de souligner que la chronologie est un outil capable de nous fournir des informations supplémentaires sur un processus historique qui, dans notre cas, est celui des motivations qui ont poussé Cavalieri à l'élaboration de sa méthode. En l'occurrence, le choix de la chronologie s'est révélé très satisfaisant car elle nous a livré divers renseignements concernant la date d'apparition tardive de l'expression « voie des indivisibles ». La promptitude avec laquelle Cavalieri livre dans ses premières lettres à Galilée (1621-1626) des considérations concernant les fondements de sa nouvelle procédure indique bien les points de résistance de ce qu'il propose et de ce qu'il fixera plus tard sous le titre de « méthode des indivisibles ». En suivant la chronologie, on a vu comment, dans un premier temps, Cavalieri estime qu'il est possible d'employer la théorie euclidienne des proportions pour établir des rapports entre les nouvelles grandeurs qu'il a lui-même définies dans sa *Geometria indivisibilibus*, « toutes les lignes » et « tous les plans ». D'une certaine manière Cavalieri espérait justifier le fondement de sa méthode en ayant recours aux principes de la théorie euclidienne des proportions.

Malgré les résistances de Galilée et les difficultés théoriques initiales, les lettres de Cavalieri laissent entrevoir comment de la vision première de sa méthode – une simple procédure mathématique sans rapport avec les indivisibles – on passe progressivement à une vision où la notion d'indivisible prend une place de plus en plus importante jusqu'à ce qu'on assiste à la naissance de la « voie des indivisibles ». Cette apparition tardive de l'expression « voie des indivisibles », par laquelle s'établit d'une fois pour toutes la liaison entre la procédure mathématique et les indivisibles, répond, à notre avis, à ce que Cavalieri est devenu conscient de tout ce que sa méthode pouvait apporter à la détermination mathématique du phénomène du mouvement. Le fait de voir dans la « méthode des indivisibles » une procédure capable d'aborder le phénomène du mouvement implique déjà un rapport entre la notion d'indivisible et le mouvement. Le rapport avait déjà été établi par Galilée et se manifeste dans

le passage qui se produit dans son œuvre d'un atomisme physique – où prévalait la notion de corpuscule – à un atomisme mathématique caractérisé par l'idée d'indivisible permettant de réduire le temps, l'espace et la vitesse à leurs éléments minimales : indivisible de temps, d'espace et de vitesse. Nous avons analysé le passage chez Galilée d'un type d'atomisme à l'autre dans le chapitre II. Notre objectif était de donner une ébauche de ce passage ainsi que de comprendre l'intérêt que Cavalieri portait à l'élaboration d'une méthode des indivisibles pour l'étude du mouvement. D'un côté nous avons analysé la réflexion de Galilée sur la possibilité d'instaurer un continu composé des indivisibles et les critiques que cette réflexion appliquée à la méthode des indivisibles soulève chez Cavalieri qui insistera dans sa correspondance sur le fait qu'il n'a jamais pensé à utiliser ses indivisibles pour justifier la composition du continu. Nous avons utilisé ce témoignage ainsi que les quelques mots que Cavalieri rédige dans ses *Exercitationes geometricae six* pour trancher par la négative la question relative au positionnement de Cavalieri face à la question du continu : il n'a pas d'idée précise à propos du continu car, même si l'historiographie de ces dernières années a voulu voir dans quelques endroits de l'œuvre de Cavalieri des indices en filigrane de sa conception du continu, ce qui est sûr, si l'on se tient strictement aux documents est que Cavalieri essaie par tous les moyens d'éviter cette question du continu. D'un autre côté nous avons mis en relief l'importance d'une procédure comme celle des indivisibles pour le projet galiléen du mouvement. Du même, on constate dans la correspondance l'intérêt de plus en plus grand de Cavalieri pour le mouvement et, dans ce contexte, il n'est pas étrange de constater que la première apparition par écrit de sa méthode des indivisibles se fasse, comme on l'a écrit plus haut, avec la publication de *Lo Specchio Ustorio*. Nous avons souligné l'importance de cette publication pour l'essor de la méthode des indivisibles. Cavalieri n'y introduit pas seulement sa propre formulation de la loi de la chute des corps mais encore il montre à Galilée les potentialités de cette nouvelle méthode pour la détermination

mathématique du mouvement. Ce qui, selon Galilée, manquerait à la méthode de Cavalieri pour en assurer sa réussite c'est le soubassement conceptuel relatif à la possibilité de composer le continu au moyen des indivisibles et lui-même se chargera de donner un tel soubassement dans la première journée des *Discorsi*.

Dans cette histoire, par ailleurs complexe, de la notion d'indivisible et de sa corrélation avec la méthode de Cavalieri, force est de reconnaître le rôle absolument crucial que joue Evangelista Torricelli. Grâce à lui, la procédure des indivisibles sort du cercle restreint des plus proches collaborateurs de Cavalieri – Cavalieri lui-même se plaint à plusieurs reprises du peu d'intérêt que suscite sa méthode – pour trouver la célébrité. Une célébrité néanmoins qui, quelques ans plus tard, lui vaudra la visite de Beaugrand et la dispute avec Roberval sur la priorité dans le calcul de l'aire de la cycloïde. On pourrait parler en l'occurrence d'une propagande en faveur des indivisibles orchestrée par Torricelli. Activité qui finalement n'est pas exempte de problèmes, puisque la méthode des indivisibles sera vue tout au long du XVII^e siècle à travers le prisme de Torricelli, comme on l'a écrit plus haut. Mis à part le problème historique de la transmission de la méthode, nous avons mis en relief les modifications que Torricelli introduisit dans la nouvelle procédure cavalierienne et les raisons pour lesquelles il les introduit. D'un côté Torricelli s'arroge l'invention d'un nouvel type d'indivisible : l'indivisible courbe et de l'autre côté interprète les indivisibles comme des éléments homogènes et non plus hétérogènes comme le fait Cavalieri, ce qui ouvre la possibilité de concevoir les figures géométriques à la manière d'un ensemble composé par ces mêmes indivisibles. En laissant de côté les modifications conceptuelles introduites par Torricelli ce qu'en général nous avons constaté, c'est une amélioration de la méthode. Torricelli donne à la procédure de Cavalieri une plus grande ampleur en appliquant de manière plus souple mes principes établis par Cavalieri dans sa *Géométrie*. Dans le cas des indivisibles courbes, dont Torricelli s'arroge l'invention, nous avons noté le souci qu'avait eu

Cavalieri de s'en tenir aux préceptes de sa méthode afin de ne pas tomber dans des incohérences.

Un autre aspect non moins négligeable du rapport de Torricelli avec les indivisibles est celui du statut de Torricelli en tant que nouvel héritier de Galilée au poste de mathématicien officiel dans la cour du Duc de Toscane. A la valeur indéniable des résultats mathématiques auxquels arrive Torricelli en manipulant les indivisibles vient ainsi s'intégrer une valeur symbolique qui confère à ses résultats une importance supplémentaire. Avant sa nomination au poste de mathématicien du Duc de la Toscane, Torricelli était pratiquement un inconnu dans les milieux mathématiques de l'époque. Or, l'accès à la Cour va lui rendre rapidement célèbre. Le succès est imminent et Cavalieri, voulant profiter de l'occasion, cherche à convaincre Torricelli de publier les résultats qu'il a obtenu grâce aux indivisibles. Ce changement d'attitude chez Cavalieri, nous l'avons vu dans sa correspondance, où pendant presque une année il insiste auprès Torricelli pour le pousser à la publication de ses résultats. Même si ce dernier se montre toujours réticent, Cavalieri essaie de lui faire voir les bénéfices importants que la doctrine des indivisibles pourrait tirer de cette publication. Cela sera un argument susceptible – répète Cavalieri à plusieurs reprises – de répondre à ceux que critiquent sa méthode.

La mise sur scène de la nouvelle procédure de Cavalieri n'a pas été facile. A partir de 1640, Cavalieri doit faire face à des nouvelles critiques. La première de ces critiques est un paradoxe que Torricelli fait parvenir à Cavalieri auquel Cavalieri donna ce que nous avons appelé une « réponse malencontreuse », dans la mesure où il se sert d'une image telle qu'il paraît accepter la possibilité de composer les figures mathématiques et le continu avec les indivisibles. Ce qui n'est pas du tout le cas, puisque Cavalieri n'essaie en aucune façon de faire apparaître les figures mathématiques comme étant composées des indivisibles. L'image de la toile donne l'impression d'aller explicitement dans ce sens, mais elle est, nous croyons,

trompeuse : Cavalieri pense toujours les figures mathématiques en termes de rapport et non pas en termes de composition.

Un autre point aussi important dans cette histoire des indivisibles est sans doute la critique de Guldin et la réponse de Cavalieri. Poussé par les objections de Guldin, Cavalieri, comme il l'avait fait avec Galilée pour justifier sa méthode, ne se contente pas de constater que l'on peut établir des rapports de proportionnalité avec ses nouvelles grandeurs. Il lui arrive également de se donner une certaine liberté philosophique et de réfléchir aux fondements de sa méthode pour répondre à Guldin. C'est par exemple le cas lorsqu'il réfléchit à la possibilité de composer le continu au moyen des indivisibles, ou lorsque il introduit la distinction entre les différents types d'infini. Souvenons-nous combien Cavalieri avait tendance à isoler la question du continu et à la marginaliser. Pourtant les objections de Guldin le font changer d'avis et se détacher de ses scrupules pour se livrer à une réflexion sur le continu. Or ce n'est pas le seul aspect important que l'on tire de l'analyse de cette controverse. Aux arguments concernant la réflexion sur le continu, l'idée de superposition mathématique et la réponse aux accusations de plagiat, vient s'ajouter un autre point non moins important : l'aspect collaboratif de la réponse de Cavalieri. Comme on le sait, Cavalieri intègre les objections de Guldin dans le texte de sa réponse elle-même, au livre III des *Exercitationes geometricae Sex*. Pourtant, ayant pour but de donner une vision plus ample de la problématique inhérente à cette controverse, nous nous sommes aussi tournés vers la correspondance et son examen s'est à nouveau révélé très riche en informations sur le processus d'élaboration de la réponse de Cavalieri. Les échanges entre Cavalieri, Torricelli et Rocca nous ont permis de suivre le développement échelonné de la réponse de Cavalieri et d'apprécier, à leur juste mesure, leurs contributions de tous les trois. Ainsi sommes-nous arrivés à une décomposition de cette controverse en plans étagés qui nous a permis de mettre en valeur le rôle des divers acteurs et de souligner également son caractère collaboratif.

L'étude de la controverse entre Guldin et Cavalieri nous a permis de multiplier les manières d'approcher la méthode des indivisibles et d'analyser la complémentarité de certaines motivations extra-mathématiques à l'œuvre dans cette controverse. En premier lieu, son examen a pu contribuer à une meilleure compréhension historique de certains éléments liés à l'évolution de la pratique mathématique dans l'Italie de la première moitié du XVII^e siècle comme par exemple l'idée de méthode mathématique, l'importance des notions telles que rigueur et certitude, la nécessité de développer des techniques de démonstrations plus puissantes, directes et faciles et finalement la place du calcul des barycentres dans l'amélioration des techniques mathématiques. Deuxièmement, il nous a permis d'apprécier à leur juste valeur les motifs et les mobiles qui guidaient et poussaient Cavalieri et Guldin dans cette controverse, ainsi que de nous faire mieux comprendre la puissance des obstacles qui se dressaient sur la route difficile et tortueuse de la méthode des indivisibles : la nécessité de vaincre les scrupules des mathématiciens qui, comme Guldin et André Tacquet (1612-1660), ne vont pas cesser de critiquer les indivisibles, a obligé Cavalieri à réagir en rédigeant le troisième livre de ses *Exercitationes geometricae*. Nous avons analysé en détail la réponse de Cavalieri afin de dégager les enjeux principaux qui constituent la trame des objections lancées par Guldin.

Il fallait parcourir cette route dans ses détours et ses dédales, s'engager dans ses impasses pour composer le kaléidoscope de l'histoire. C'est sur cette image que nous comptons pour restituer l'histoire passionnante des indivisibles et la méthode de Cavalieri au XVII^e siècle. Une histoire, certes, kaléidoscopique dont les images réfractées sont les processus de fabrication du savoir, les diverses stratégies de légitimation des énoncés, le statut de la preuve et le caractère éminemment conflictuel, voir agonistique, de l'activité scientifique à cette époque. La méthode ébauchée par Cavalieri, même si elle n'a pas réussi à transformer le panorama mathématique d'une façon concrète, eut une nouvelle fonction dans

un contexte historique en pleine ébullition. Elle proposait une nouvelle manière d'aborder le problème des centres de gravité et d'établir des rapports de proportionnalité et dans ce sens elle témoigne d'une nouvelle appréciation d'une pratique mathématique qui s'éloigne de plus en plus de l'armature théorique des mathématiques grecques.

ANNEXE A

Nous donnons ici un résumé de lettres échangées entre Cavalieri et Galilée d'un côté et Cavalieri et Torricelli de l'autre. Pour l'échange entre Cavalieri et Galilée, les lettres que nous prenons en compte sont 42 lettres échangées entre 1621 et 1639, et pour l'échange entre Cavalieri-Torricelli, 38 lettres échangées entre 1641 et 1646.

Toutes ces lettres sont contenues dans *Opere di Galileo Galilei* (OG), Edizione Nazionale, éditées par Antonio Favaro, Firenze, Barberà, (1890-1909), le volume III des *Opere di Evangelista Torricelli*, éditées par Loria G. e Vassura G. Faenza, Montanari-Lega, 1919-1944 et le livre de Giovanna Baroncelli, *Bonaventura Cavalieri. Carteggio*, Firenze, Leo S. Olschki, 1987. Pour chacune de ces lettres, nous indiquons la date, le lieu d'expédition, les références personnelles, c'est-à-dire la mention dans les lettres d'autres personnes (mathématiciens, philosophes etc.), les mots clés qui représentent ou désignent un thème de recherche ou un domaine de réflexion bien balisé à l'époque (infini, continu, centre de gravité etc.), un bref résumé de la lettre, et la présence ou non des indivisibles dans cette lettre. Précisons ce dernier point : lorsque on parle de la présence ou non des indivisibles, il se pourrait que dans la lettre n'apparait pas explicitement le terme « indivisible », mais que nous ayons marqué « oui », car la lecture révèle que sans le nommer le sujet de la méthode des indivisibles ou la problématique des indivisibles sont évoqués. Nous mettons des mots clés à chaque fois que le mot choisi fait allusion à un argument traité dans la lettre. Par exemple, si dans la liste des mots clés apparaît « Centrobaryca » cela vaut dire que la lettre évoque la *Centrobaryca* (œuvre de Paul Guldin) et que l'on commente quelque chose à propos de la *Centrobaryca*. Nous utilisons le même critère de sélection pour l'inclusion ou non de noms dans la liste des mots clés, tandis que dans la rubrique « *Références* » mentionnée plus

haut, nous donnons une liste exhaustive de toutes les personnes auxquelles il est fait allusion dans la lettre. Nous avons décidé de nous arrêter en 1639 en ce qui concerne les lettres de et à Galilée dans cette annexe détaillée sur les correspondances, alors que dans la liste simple avec les dates et les pages (annexe B) il y a des lettres postérieures échangées entre lui et Cavalieri : soit en effet à cause de la maladie de Galilée soit à cause d'autres raisons, les échanges après 1639 ne touchent ni le sujet des indivisibles ni même de sujets strictement scientifiques. Dans l'annexe B, où nous indiquons la source des lettres, on trouvera une liste *exhaustive* des lettres échangées entre Cavalieri, Galilée et Torricelli. Nous avons décidé d'inclure cette annexe supplémentaire car, d'un côté il nous semble important d'avoir une vision globale des échanges entre les trois acteurs impliqués dans cette recherche et de l'autre elle est un outil de recherche très pratique pour que le lecteur puisse repérer rapidement l'endroit et la page où se trouve chaque lettre.

FICHES DE CORRESPONDANCE CAVALIERI-GALILÉE

Cavalieri à Galilée, 15 décembre 1621

- DATE ET LIEU: 15 décembre 1621, Milan
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Archimède
- CONTROVERSE: Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :
 - Proportionnalité
 - Infini
 - Grandeurs

- RESUME : Cavalieri indique à Galilée un doute concernant la possibilité d'établir un rapport de proportionnalité avec ses nouvelles grandeurs : toutes les lignes et tous les plans d'une figure.

Cavalieri à Galilée, 16 février 1622

- DATE ET LIEU: 16 février 1622, Milan
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Castelli
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Géométrie
- Grandeurs

- RESUME :Étant donné que Galilée n'a pas encore répondu au doute exposé dans la lettre antérieure, Cavalieri demande à nouveau l'avis de Galilée.

Cavalieri à Galilée, 22 mars 1622

- DATE ET LIEU: 22 mars 1622, Milan
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Castelli
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Fondement
- Beau principe
- Grandeurs

- RESUME : Cavalieri insiste à nouveau, en exposant cette fois-ci le fondement de sa nouvelle procédure, c'est-à-dire le principe selon lequel il y a un rapport de proportionnalité

entre « toutes les lignes » ou « tous les plans » de deux figures. Cavalieri estime qu'il s'agit d'un principe facile à démontrer.

Cavalieri à Galilée, 17 août 1622

- DATE ET LIEU: 17 août 1622, Milan
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Castelli, Euclide
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :
 - Grandeurs
 - Euclide
 - Quantité discontinue et continue

- RESUME : Galilée n'a pas encore donné son avis touchant le fondement de la nouvelle procédure de Cavalieri et celui-ci croit apercevoir dans le silence de Galilée une réponse tacite. A la fin de la lettre, Cavalieri réfléchit sur l'idée de grandeur – continue et discontinue – chez Euclide.

Cavalieri à Galilée, 21 décembre 1622.

- DATE ET LIEU: 21 décembre 1622, Milan
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Castelli
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :
 - Fondement

- RESUME : Par l'intermédiaire de Castelli, Cavalieri apprend que Galilée a éprouvé des difficultés concernant le fondement de sa nouvelle procédure.

Cavalieri à Galilée, 9 avril 1623

- DATE ET LIEU: 9 avril 1623, Milan
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Castelli, Père Angelo Mario
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Spirales

- RESUME : Cavalieri décide envoyer à Galilée un traité qui touche aux propriétés des spirales au moyen de sa nouvelle procédure. Pourtant Cavalieri estime que Galilée trouvera les mêmes difficultés dont il avait parlé à Castelli.

Cavalieri à Galilée, 16 août 1623

- DATE ET LIEU: 16 août 1623, Lodi
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Castelli
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Non.
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Fondement

- RESUME : Galilée semble avoir déjà répondu à Cavalieri (dans une lettre qui ne nous est pas parvenue) pour lui exposer les difficultés qu'il trouve dans l'acceptation du fondement de sa nouvelle procédure.

Cavalieri à Galilée, 28 mai 1625

- DATE ET LIEU: 28 mai 1625, Parme
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri

- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Castelli, Archimède, Ptolémée, Marsili
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :
 - Archimède
 - Astronomie
 - Almageste

- RESUME : Cavalieri informe Galilée qu'il va présenter sa candidature au poste de mathématicien dans le *studiolo* de Bologne et que pour y prétendre il a besoin de s'instruire en astronomie et de lire l'Almageste de Ptolémée.

Cavalieri à Galilée, 29 février 1626

- DATE ET LIEU: 29 février 1626, Rome
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Castelli, Ciampoli, Niccolo Agiunti
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS
 - Mouvement
 - Logarithmes

- RESUME : Lors d'un voyage à Rome, Cavalieri rencontre Ciampoli grâce auquel il apprend qu'une place s'est libérée dans le *studiolo* de Pise. Cavalieri demande Galilée de lui rendre un service : donner un avis favorable au conseil de Pise pour sa candidature.

Cavalieri à Galilée, 21 mars 1626

- DATE ET LIEU: 21 mars 1626, Rome
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Ciampoli, Castelli, M. Giudici, Barberini

- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Indivisibles
- Mouvement

- RESUME : Cavalieri a commencé à écrire quelque chose concernant le mouvement pour satisfaire à Ciampoli. On trouve une référence au travail de Galilée concernant les indivisibles. Galilée paraît réfléchir à la possibilité d'écrire un ouvrage sur les indivisibles.

Cavalieri à Galilée, 4 avril 1626

- DATE ET LIEU: 4 avril 1626, Rome
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Ciampoli, Castelli
- CONTROVERSE: Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Indivisibles

- RESUME : Nouvelle allusion au travail sur les indivisibles de Galilée. Cavalieri lui suggère de l'écrire en langue vulgaire.

Cavalieri à Galilée, 9 mai 1626

- DATE ET LIEU: 9 mai 1626, Rome
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Aldobrandini, F. Cesarini, Castelli
- CONTROVERSES : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Indivisible
- Parabole
- Hyperbole

- RESUME : Cavalieri écrit à Galilée pour annoncer qu'il avance dans l'élaboration de son traité (*Geometria indivisibilibus*): il en est déjà au livre VI où il traitera les propriétés de la parabole et de l'hyperbole. Il demande aussi des nouvelles touchant le travail de Galilée sur les indivisibles.

Cavalieri à Galilée, 7 août 1626.

- DATE ET LIEU: 7 août 1626, Parme
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Aldobrandini, Giovanni Battista Fachetti
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Jésuites

- RESUME : Cavalieri écrit à Galilée à propos de ses progrès mathématiques. Il espère lui envoyer bientôt de nouvelles démonstrations. On retrouve une allusion aux difficultés qu'il rencontre pour progresser dans ses études, car à la différence des membres de l'ordre des jésuites il se trouve isolé.

Cavalieri à Galilée, 16 décembre 1626

- DATE ET LIEU: 16 décembre 1626, Milan
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Castelli
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Ellipse

- RESUME : Cavalieri avance dans ses études. Il a trouvé beaucoup des choses nouvelles.

Cavalieri à Galilée, 30 avril 1627

- DATE ET LIEU: 30 avril 1627, Parme
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Borromeo, Euclide
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Ellipse
- Parabole
- Conoïde hyperbolique
- Démonstration directe
- *ad impossibile*

- RESUME : Cavalieri fait un bref résumé des sujets qui se trouveront dans son traité (ellipse, parabole, conoïde hyperbolique, etc.) et annonce à Galilée avoir trouvé quelques démonstrations directes grâce à l'application de sa nouvelle procédure.

Cavalieri à Galilée, 17 décembre 1627

- DATE ET LIEU: 17 décembre 1627, Parme
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Castelli, Ciampoli, Apollonius
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :

- Fondement
- Parabole

- RESUME : Cavalieri a envoyé son manuscrit (les six premiers livres de la *Geometria indivisibilibus*) à Ciampoli afin de connaître son avis. Il met l'accent sur le fait qu'il n'a pas modifié le fondement de sa procédure, car celui-ci lui semble clair et évident.

Cavalieri à Galilée, 14 janvier 1628

- DATE ET LIEU: 14 janvier 1628, Parme
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Castelli
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Parabole

- RESUME : Dans la lettre précédente du 17 décembre, Cavalieri a dit à Galilée qu'il avait découvert une propriété de la parabole, et il profite de sa nouvelle lettre pour lui envoyer la démonstration.

Cavalieri à Galilée, 12 janvier 1629.

- DATE ET LIEU: 12 janvier 1629, Parme
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Marsili, Euclide, Grand-Duc
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Almageste

- RESUME : Cavalieri fait le point sur les matières qu'on lui propose d'enseigner à Bologne. Il met l'accent sur la doctrine astronomique de Ptolémée.

Cavalieri à Galilée, 20 février 1629

- DATE ET LIEU: 20 février 1629, Parme
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Marsili, Grand-Duc, Ptolémée
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Géométrie

- RESUME : Cavalieri a envoyé son manuscrit — version primitive de la *Geometria Indivisibilibus* — à Cesare Marsili.

Cavalieri à Galilée, 27 mars 1629

- DATE ET LIEU: 27 mars 1629, Parme
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Cesare Marsili, Grand-Duc
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Sections coniques

- Six livres de géométrie

- RESUME : Après avoir reçu le manuscrit, Marsili a répondu en disant que c'est trop difficile et qu'il préfère un ouvrage plus clair. C'est pourquoi Cavalieri décide de rédiger un ouvrage touchant les sections coniques et leur utilité pour l'élaboration des miroirs.

Cavalieri à Galilée, 20 octobre 1629

- DATE ET LIEU: 20 octobre 1629, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri

- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Marsili, Copernic, Ciampoli, Euclide
- CONTROVERSESES : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :
 - Matières astronomiques
 - Epitomé de l’astronomie copernicienne
- RESUME : Cavalieri fait le point sur ses progrès en matière d’astronomie.

Cavalieri à Galilée, 15 décembre 1629

- DATE ET LIEU: 15 décembre 1629, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Marsili, Euclide, Neper, Briggs
- CONTROVERSESES : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :
 - Logarithmes
 - Paraboles
 - Ellipses
 - Dialogue

- RESUME : Cavalieri dit avoir plusieurs projets en tête : élaboration d’une table de logarithmes différemment de celle de Neper et approfondissement de ses études de géométrie. En plus, il espère ajouter un livre supplémentaire à son travail (livre 7 de la future *Geometria Indivisibilibus*). Il fait une allusion au Dialogue de Galilée.

Cavalieri à Galilée, 3 décembre 1630

- DATE ET LIEU: 3 décembre 1630, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Briggs, Marsili

- CONTROVERSESES : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Dialogue
- Mouvement

- RESUME : Cavalieri encourage Galilée à publier son Dialogue car il serait heureux de connaître les spéculations de Galilée sur le mouvement. Il écrit qu'à cause de sa maladie lui-même avance très lentement dans la composition de sa table de logarithmes.

Cavalieri à Galilée, 17 décembre 1630

- DATE ET LIEU: 17 décembre 1630, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Père Lutio, Copernic
- CONTROVERSESES : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Copernic
- Mouvement de la terre
- Génération des vents
- Dialogue

- RESUME : Cavalieri encourage à nouveau Galilée à publier son Dialogue et il en profite pour lui poser quelques questions concernant Copernic, le mouvement de la terre et la génération des vents.

Cavalieri à Galilée, 11 avril 1634

- DATE ET LIEU: 11 avril 1634, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Antonio Rocca, père Lutio
- CONTROVERSESES : Non
- INDIVISIBLES : Oui

- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :
 - Mouvement
 - Ellipse
 - Indivisibles
- RESUME : Cavalieri vient de finir la rédaction de sa *Geometrie* et envoie le manuscrit à Galilée. Il espère que Galilée jettera un coup d'œil à son manuscrit avant de publier ses réflexions sur le mouvement contenues dans le Dialogue.

Cavalieri à Galilée, 22 juillet 1634

- DATE ET LIEU: 22 juillet 1634, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Archimède
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :
 - Fondement des indivisibles
 - Septième livre.
 - Infini
- RESUME: Cavalieri explique à Galilée pourquoi il veut ajouter un septième livre à sa *Geometria*: il espère démontrer les mêmes choses que l'on trouve dans les six premiers livres sans utiliser la notion d'infini.

Cavalieri à Galilée, 2 octobre 1634

- DATE ET LIEU: 2 octobre 1634, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Panetio
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :

- Méthode
- Infini
- Scodella
- Septième livre

- RESUME :Galilée semble avoir rencontré des difficultés concernant la méthode de Cavalieri et celui-ci écrit qu'il a ajouté un septième livre à sa Géométrie où il démontre les mêmes choses que dans les six premiers livres sans pourtant avoir recours à l'idée d'infini. A la fin de la lettre, Cavalieri donne une solution pour le problème de la « scodella ».

Cavalieri à Galilée, 6 février 1635

- DATE ET LIEU: 6 février 1635, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Père Lutio, Landino, Euclide
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :

- Dialogue
- Question mécanique
- Specchio Ustorio
- Livre V d'Euclide
- Indivisibles
- Mouvement
- Septième livre

- RESUME : Cavalieri achève de rédiger le Specchio Ustorio et après avoir fait une petite réflexion sur le problème du mouvement, il revient sur l'élaboration du septième livre de la *Geometrie* où il se passe de l'idée d'infini.

Cavalieri à Galilée, 23 octobre 1635

- DATE ET LIEU: 23 octobre 1635, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : P. Falla, Jean Beaugrand, A. Arrighetti, Viète

- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Beaugrand
- *Geometrie*

- RESUME : Cavalieri se plaint du fait que Galilée ait trouvé autant de difficultés par rapport à sa *Geometrie* et il en profite pour lui rapporter la visite de Beaugrand.

Cavalieri à Galilée, 29 décembre 1637

- DATE ET LIEU: 29 décembre 1637, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Liceti, Guldin
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :

- Paul Guldin

- RESUME : Cavalieri a jeté un coup d'œil à l'ouvrage *De centro gravitatis* de Paul Guldin et il estime qu'il s'agit d'un ouvrage de qualité. Finalement il parle à Galilée de l'élaboration d'un nouvel ouvrage *Centuria di problemi*.

Cavalieri à Galilée, 25 juin 1639

- DATE ET LIEU: 25 juin 1639, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Galilée
- RÉFÉRENCES : Baliani, Liceti, Chiaramonti
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :

- Mouvement
- Vide
- Infini
- Indivisibles
- Dialogue
- Continu

- RESUME : Cavalieri rapporte les impressions qu'il a produites la lecture du Dialogue de Galilée et il rappelle à ce dernier qu'il n'a jamais osé affirmer que le continu est composé des indivisibles.

FICHES DE CORRESPONDANCE CAVALIERI-TORRICELLI

Cavalieri à Torricelli, 10 juillet 1641

- DATE ET LIEU : 10 juillet 1641, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Giannantonio Rocca, Galilée, le père Nicéron
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOT CLÉS :
 - Sections coniques
 - Fuseau parabolique
 - Le mouvement

- RESUME : Cavalieri se dit très satisfait de l'emploi que fait Torricelli des indivisibles. Il a particulièrement apprécié la démonstration du fuseau parabolique à cause de sa facilité, sa brièveté et sa nouveauté.

Cavalieri à Torricelli, 17 décembre 1641

- DATE ET LIEU : 17 décembre 1641, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Benedetto Castelli, Euclide, Galilée

- CONTROVERSE : Non
- EMPLOI DES INDIVISBLES Non
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Solide hyperbolique infiniment long
- République des Lettres

- RESUME : Cavalieri qualifie de merveilleuse la démonstration concernant le solide hyperbolique infiniment long.

Cavalieri à Torricelli, 7 janvier 1642

- DATE et LIEU : 7 janvier 1642, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Archimède, Benedetto Castelli, Galilée
- INDIVISIBLES : Oui
- CONTROVERSE : Une différence dans l'emploi des indivisibles courbes
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Indivisibles courbes
- Solide hyperbolique infiniment long
- Archimède

- RESUME : Cavalieri indique à Torricelli qu'il a déjà employé les indivisibles courbes, dont Torricelli s'attribue l'invention. De même, il conseille à Torricelli d'accompagner ses indivisibles courbes d'une proposition générale similaire à celle qui se trouve dans le livre II de la *Geometria indivisibilibus*.

Torricelli à [...], 3 février 1642

- DATE et LIEU : 3 février 1642, Bologne
- EXPÉDITEUR : Evangelista Torricelli
- DESTINATAIRE : Inconnu
- RÉFÉRENCES : Cavalieri, Luca Valerio, Guldin, Archimède, Euclide
- CONTROVERSE : Non

- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Oui (deux figures)
- MOTS CLÉS :
 - Père Guldin
 - Voie des indivisibles
 - Archimède
 - Démonstration directe

RESUME : Torricelli commente le travail du père Guldin, en mettant l'accent sur un théorème dont il a particulièrement apprécié la conclusion. Il ajoute que Guldin n'a pas démontré le théorème alors que Cavalieri en a une démonstration par indivisibles.

Cavalieri à Torricelli, 14 juillet 1642

- DATE et LIEU : 14 juillet 1642, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Galilée, Vincenzo Viviani
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :
 - Doctrine des indivisibles
 - Mathématicien du Grand Duc
 - Académie de la Crusca

RESUME : Cavalieri félicite doublement Torricelli : d'abord pour sa nomination au poste de Mathématicien du Grand Duc de la Toscane et ensuite pour son entrée à l'Académie de la Crusca. Cavalieri en profite pour faire une réflexion sur le genre de connaissances préféré dans l'Académie de la Crusca.

Cavalieri à Torricelli, 21 octobre 1642

- DATE et LIEU : 21 octobre 1642, Bologne.
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Vincenzo Viviani, Benedetto Castelli, Galilée
- CONTROVERSE : Non

- INDIVISIBLES : Non

- FIGURES INCLUES : Non

- MOTS CLÉS :

- Mouvement

- RESUME : Cavalieri attend avec impatience la publication de l'œuvre de Torricelli touchant l'analyse du mouvement.

Torricelli à Cavalieri, 25 octobre 1642

- DATE et LIEU : 25 octobre 1642, Florence

- EXPÉDITEUR : Evangelista Torricelli

- DESTINATAIRE : Bonaventura Cavalieri

- RÉFÉRENCES : Galilée, Giovanni Borelli, Abate Castelli

- CONTROVERSE : Non

- INDIVISIBLES : Oui

- FIGURES INCLUES : Oui (deux figures)

- MOTS CLÉS :

- Verres pour les lunettes

- Impetus

RESUME : Cavalieri applique les indivisibles dans la résolution d'un problème physique concret : la détermination du mouvement des eaux. Pour cela il a recours à la notion d'« impetus ».

Cavalieri à Torricelli, 29 octobre 1642

- DATE et LIEU : 29 octobre 1642, Bologne

- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri

- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli

- RÉFÉRENCES : Benedetto Castelli, Giovanni Borelli

- CONTROVERSE : Non

- INDIVISIBLES : Oui

- FIGURES INCLUES : Oui

- MOTS CLÉS :

- Parabole

- Centre de gravité

- Indivisibles.

- Moments

- RESUME : Cavalieri se dit très satisfait de la manière dont Torricelli a trouvé le centre de la parabole et il en profite pour confier à Torricelli certaines réflexions sur la manière dont on peut utiliser les indivisibles pour calculer les centres de gravité.

Cavalieri à Torricelli, 23 décembre 1642

- DATE et LIEU : 23 décembre 1642, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Antonio Rocca, Giovanni Borelli, Viviani, Archimède
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :

- Centre de gravité
- Voie des indivisibles

- RESUME : Cavalieri communique à Torricelli les résultats concernant les centres de gravité trouvés par Giannantonio Rocca en utilisant les indivisibles. Il parle aussi de la visite de Giovanni Borelli et des hésitations que celui-ci lui fait parvenir à propos de la méthode des indivisibles.

Cavalieri à Giannantonio Rocca, 28 décembre 1642

- DATE et LIEU : 28 décembre 1642, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Giannantonio Rocca
- RÉFÉRENCES : Guldin, Sover, Hérigone, Galilée, Torricelli, Stevin, Borelli, Claude Mydorge, Euclide, Archimède, Apollonius, Liceti, P. Riccioli
- CONTROVERSES : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :

- Méthode des indivisibles
- Preuve mécanique
- Specchio Ustorio
- Trigonométrie

- Doctrine du mouvement
- Archimède
- Centre de gravité
- Galilée
- Euclide

- Guldin

- RESUME : Cavalieri fait allusion à la critique de Guldin dont, pour le moment, il a seulement entendu parler. Il fait quelques observations à propos de Torricelli qu'il appelle l'« Archimède de notre temps ».

Cavalieri à Torricelli, 29 décembre 1642

- DATE et LIEU : 29 décembre 1642, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Guldin
- CONTROVERSES : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS

- Centrobarica
- Fondements

- RESUME : Cavalieri parle à Torricelli de la critique du père Guldin.

Cavalieri à Torricelli, 13 janvier 1643

- DATE et LIEU : 13 juin 1643, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Guldin, Archimède, Antonio Nardi, Rocca, Euclide
- CONTROVERSES : Non : allusion à la critique de Guldin
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Preuve mécanique
- Infini
- Continu
- Superposition des figures

- ab inductione
- Centre de gravité

RESUME : Cavalieri parle en détail à Torricelli de la critique de Guldin et lui demande un service : publier les résultats auxquels Torricelli est arrivé en employant les indivisibles pour répondre aux critiques de Guldin en lui montrant la fécondité de la méthode des indivisibles.

Cavalieri à Torricelli, 3 février 1643

- DATE et LIEU : 3 février 1643, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- REFERENCES : Rocca, Guldin
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Centre de gravité
- Indivisibles

- RESUME : Ayant probablement reçu une réponse négative de la part de Torricelli à propos de la publication de ses résultats, Cavalieri insiste sur le fait que le seul but de cette publication serait de faire voir à Guldin la fécondité des indivisibles.

Torricelli à Cavalieri, 21 février 1643

- DATE ET LIEU : 21 février 1643, Florence
- EXPÉDITEUR : Evangelista Torricelli
- DESTINATAIRE : Bonaventura Cavalieri
- RÉFÉRENCES : Guldin, Raffaello Magiotti, Benedetto Castelli
- CONTROVERSE : Non.
- INDIVISIBLES : Oui.
- FIGURES INCLUES : Non.
- MOTS CLÉS :

- Centrobaryca
- Doctrine des indivisibles
- Démonstration a priori

- RESUME : Torricelli n'a pas encore lu le livre de Guldin, *Centrobaryca*, et il profite de cette lettre pour se renseigner sur le contenu du livre. Il veut savoir si certaines conclusions se trouvent déjà dans le livre de Guldin.

Torricelli à Cavalieri, 28 février 1643

- DATE et LIEU : 28 février 1643, Florence
- EXPÉDITEUR : Evangelista Torricelli
- DESTINATAIRE : Bonaventura Cavalieri
- RÉFÉRENCES : Guldin, Luca Valerio, Padre Francesco
- CONTROVERSES : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :

- Centre de gravité
- Voie des indivisibles
- Luca Valerio

- RESUME : Torricelli envoie à Cavalieri une démonstration touchant le calcul du centre de gravité d'une calotte sphérique et il ajoute une réflexion sur l'utilité des indivisibles.

Cavalieri à Torricelli, 3 mars 1643

- DATE et LIEU : 3 mars 1643, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Guldin
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Indivisibles
- Centre de gravité

- RESUME : Cavalieri remercie Torricelli pour les dernières démonstrations qu'il lui a envoyées et écrit que certaines des conclusions auxquelles Torricelli faisait allusion dans sa lettre du 21 février 1641 se trouvent déjà chez Guldin, mais sans que ce dernier parvienne à les démontrer.

Torricelli à Cavalieri, 7 mars 1643

- DATE et LIEU : 7 mars 1643, Florence
- EXPÉDITEUR : Evangelista Torricelli
- DESTINATAIRE : Bonaventura Cavalieri
- RÉFÉRENCES : Guldin, Antonio Nardi
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Guldin
- Indivisibles

- RESUME : Torricelli accuse Guldin d'avoir commis des erreurs dans ses calculs des centres de gravité. Il souligne aussi que certaines conclusions qui se trouvent dans le livre de Guldin sont erronées et lui suggère de les évoquer dans sa future réponse à Guldin.

Cavalieri à Torricelli, 10 mars 1643

- DATE et LIEU : 10 mars 1643, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Guldin, Archimède
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Infini
- Guldin
- Indivisibles
- Superposition

- RESUME: Cavalieri explique à Torricelli les points de sa réponse à Guldin : le traitement des difficultés concernant l'infini et l'éclaircissement de la procédure mathématique de la superposition.

Cavalieri à Torricelli, 24 mars 1643

- DATE ET LIEU : 24 mars 1643, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri

- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Guldin
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Table des logarithmes
- Règles de trigonométrie
- Guldin
- Centres de gravité.

- RESUME : Cavalieri parle toujours de sa réponse à Guldin et dit aussi être sur le point de finir un ouvrage sur les logarithmes et un autre sur les règles de la trigonométrie.

Torricelli à Cavalieri, 28 mars 1643

- DATE et LIEU : 28 mars 1643, Florence
- EXPÉDITEUR : Evangelista Torricelli
- DESTINATAIRE : Bonaventura Cavalieri
- RÉFÉRENCES : Antonio Nardi
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :

- Indivisibles
- Preuve mécanique

- RESUME : Torricelli parle de la future publication du livre d'Antonio Nardi et envoie la démonstration du centre de gravité des surfaces sphériques.

Cavalieri à Torricelli, 31 mars 1643

- DATE et LIEU : 31 mars 1643, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Antonio Nardi
- CONTROVERSES : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Non

- MOTS CLÉS :

- Centre de gravité
- Conoïde parabolique
- Parabole

- RESUME : Cavalieri se dit décidé à suivre les indications de Torricelli dans l'élaboration de sa réponse à Guldin et il lui demande quelques démonstrations supplémentaires sur l'impossibilité de soutenir que le centre de gravité de la surface parabolique est le même que le centre de la parabole génératrice.

Torricelli à Cavalieri, 4 avril 1643

- DATES et LIEU : 4 avril 1643, Florence
- EXPÉDITEUR : Evangelista Torricelli
- DESTINATAIRE : Bonaventura Cavalieri
- RÉFÉRENCES : Galilée, Benedetto Castelli, Principe D. Lorenzo
- CONTROVERSES : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Centre de gravité
- Parabole

- RESUME : A propos des démonstrations demandées par Cavalieri dans sa lettre précédente, Torricelli répond qu'il est sûr et certain de sa conclusion mais qu'il n'a pas encore trouvé la démonstration.

Cavalieri à Torricelli, 23 avril 1643

- DATE et LIEU : 23 avril 1643, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Galilée, Vincenzo Viviani, Guldin
- CONTROVERSES : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :

- Trigonométrie
- Centre de gravité
- Certitude

- Guldin

- Cycloïde

- RESUME : Cavalieri attend la démonstration de Torricelli avant de déclarer fausse la conclusion de Guldin. On trouve également dans cette lettre une référence au calcul de l'aire de la cycloïde entrepris par Torricelli.

Cavalieri à Torricelli, 12 mai 1643

- DATE et LIEU : 12 mai 1643, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Jacques de Billy, Benedetto Castelli
- CONTROVERSES : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Paris

- RESUME : Cavalieri transmet à Torricelli un problème provenant de Paris et lui parle de la publication d'un nouveau livre *Nova Geometriae Clavis Algebra* écrit par Jacques de Billy.

Cavalieri à Torricelli, 22 septembre 1643

- DATE et LIEU : 22 septembre 1643, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Roberval, Beaugrand, Galilée, Mersenne, Rocca, Viète, Guldin, P. Nicéron, Alfonso Borelli
- CONTROVERSES : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :

- Cycloïde
- Mathématiciens de Paris
- Guldin
- Fondements
- Roberval
- Mersenne

- RESUME: Cavalieri fait allusion à la controverse de priorité entre Roberval et Torricelli concernant la découverte de l'aire de la cycloïde. Il parle ensuite de sa réponse à Guldin, en cours de préparation: il pense, imitant Galilée, rédiger sa réponse sous forme de dialogue. Il espère rédiger trois dialogues et il détaille leurs contenus à Torricelli.

Cavalieri à Torricelli, 22 décembre 1643

- DATE et LIEU : 22 décembre 1643, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Guldin
- CONTROVERSES : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Guldin
- Doctrine des indivisibles
- Centrobaryca

- RESUME : Cavalieri parle à nouveau de son projet de rédiger trois dialogues pour répondre systématiquement aux objections de Guldin et demande à Torricelli de jeter un coup d'œil au premier dialogue qu'il vient de finir.

Cavalieri à Torricelli, 8 janvier 1644

- DATE et LIEU : 8 janvier 1644, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Claude Mydorge
- CONTROVERSES : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Continu

- RESUME : Cavalieri dit avoir pris une certaine liberté philosophique pour le traitement de la question du continu, question qu'il aborde dans son premier dialogue.

Cavalieri à Torricelli, 5 avril 1644

- DATE et LIEU : 5 avril 1644, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Non
- CONTROVERSES : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :

- Cycloïde
- Doctrine des indivisibles

- RESUME : Cavalieri aborde la solution de certaines conclusions paradoxales auxquelles on peut arriver avec les indivisibles. Par exemple : on pourrait conclure à l'égalité de deux triangles nécessairement différents.

Cavalieri à Torricelli, 7 mai 1644

- DATE et LIEU : 7 mai 1644, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Guldin, Archimède
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Archimède
- Guldin
- Voie des indivisibles

- RESUME : Cavalieri se dit un peu déçu du fait que Torricelli ne considère pas la possibilité d'insérer dans la future publication de ses *Opera* les résultats auxquels il est arrivé au moyen des indivisibles. Il l'informe aussi de la mort de Guldin.

Cavalieri à Torricelli, 15 juin 1644

- DATE et LIEU : 15 juin 1644, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri

- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Non
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Méthode des indivisibles
- Cycloïde
- Anciens
- Fondements

- RESUME : Cavalieri revient sur la décision de Torricelli qui refuse de publier les résultats qu'il a trouvés grâce aux indivisibles : il attendait leur publication pour montrer aux gens l'utilité de sa méthode. Allusion au problème de la cycloïde.

Cavalieri à Torricelli, 13 septembre 1644

- DATE et LIEU : 13 septembre 1644, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Archimède, Rocca, Roberval, Beaugrand, Viète
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :

- Tangentes
- Indivisibles
- Algèbre de Viète
- Archimède

- RESUME : Cavalieri fait allusion aux réflexions de Torricelli concernant la tangente et souligne que Rocca a avancé dans la doctrine des indivisibles.

Cavalieri à Torricelli, 25 octobre 1644

- DATE et LIEU : 25 octobre 1644, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Rocca, Galilée, Castelli, Beaugrand, Roberval
- CONTROVERSE : Non

- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Non
- MOTS CLÉS :
 - Doctrine du mouvement
 - Infini
 - Roberval

- RESUME : Cavalieri a reçu les copies manuscrites de l'ouvrage de Torricelli concernant le mouvement. Il se déclare très satisfait et heureux de constater que Torricelli a été capable d'étendre la doctrine galiléenne du mouvement.

Cavalieri à Torricelli, 1^{er} août 1645

- DATE et LIEU : 1 août 1645, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Castelli, Mersenne, Roberval
- CONTROVERSES : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :
 - Parabole
 - Mersenne
 - Roberval

- RESUME : Cavalieri informe Torricelli du passage de Mersenne à Bologne et lui raconte que Mersenne a fait l'éloge de Roberval sans pourtant faire allusion à la controverse de la cycloïde.

Cavalieri à Torricelli, 8 août 1645

- DATE et LIEU : 8 août 1645, Bologne
- EXPÉDITEUR : Bonaventura Cavalieri
- DESTINATAIRE : Evangelista Torricelli
- RÉFÉRENCES : Roberval, Beaugrand
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :

- Parabole
- Indivisibles
- Centres de gravité

- RESUME : Cavalieri a reçu les démonstrations de Torricelli relatives aux paraboles et il estime que Torricelli a été capable d'unir définitivement la doctrine des indivisibles à celle du calcul des centres de gravité.

Torricelli à Cavalieri, 23 mars 1646

- DATE et LIEU : 23 mars 1646, Florence
- EXPÉDITEUR : Evangelista Torricelli
- DESTINATAIRE : Bonaventura Cavalieri
- RÉFÉRENCES : Guldin, Roberval
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBILES : Non
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÈS :

- Solide infiniment long
- Spirale géométrique
- Roberval

- RESUME : Torricelli informe Cavalieri qu'il vient de recevoir une lettre de Roberval où le mathématicien français lui propose un problème similaire à celui de son solide infiniment long.

Torricelli à Cavalieri, 7 avril 1646

- DATE et LIEU : 7 avril 1646, Florence
- EXPÉDITEUR : Evangelista Torricelli
- DESTINATAIRE : Bonaventura Cavalieri
- RÉFÉRENCES : Guldin, Roberval
- CONTROVERSES : Non
- INDIVISIBLES : Oui
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉS :

- Centre de gravité
- More veterum

- RESUME : Torricelli rapporte à Cavalieri un théorème sur l'emplacement du centre de gravité d'une figure.

Torricelli à Cavalieri, 21 et 28 avril 1646

- DATE et LIEU : 21 et 28 avril 1646, Florence
- EXPÉDITEUR : Evangelista Torricelli
- DESTINATAIRE : Bonaventura Cavalieri
- RÉFÉRENCES : Guldin
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÉ :

- Guldin
- Grandeurs infinies

- RESUME : Torricelli a reçu enfin le livre de Guldin et il écrit l'avoir feuilleté presque entièrement. Il note également que Guldin utilise les mêmes moyens que lui-même pour calculer les centres de gravité, mais que le père jésuite le fait d'une manière très confuse.

Torricelli à Cavalieri, 5 mai 1646

- DATE et LIEU : 5 mai 1646, Florence
- EXPÉDITEUR : Evangelista Torricelli
- DESTINATAIRE : Bonaventura Cavalieri
- RÉFÉRENCES : Guldin
- CONTROVERSE : Non
- INDIVISIBLES : Non
- FIGURES INCLUES : Oui
- MOTS CLÈS :

- Voie géométrique pure
- Algèbre

- RESUME : Torricelli dit avoir trouvé un lemme de portée universelle concernant les rapports entre les lignes d'un parallélogramme et d'un triangle associés, puis entre leurs carrés, leurs cubes, etc. Il a réussi à le faire par voie géométrique, et non algébrique.

ANNEXE B

CHRONOLOGIE CAVALIERI-GALILÉE

Il s'agit d'une chronologie des échanges entre Cavalieri et Galilée. Les pages et le volume sont ceux de l' *Edizione Nazionale* d'Antonio Favaro. Entre parenthèses on a ajouté aussi le numéro de la lettre, tel qu'il apparaît dans l' *Edizione Nazionale*.

Volume XIII

1. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1515)
Milan, 15 décembre, 1621, p. 81-82
2. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1519)
Milan, 16 février, 1622, p. 84-85
3. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1521)
Milan, 22 mars, 1622, p. 86-87
4. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1532)
Milan, 17 août, 1622 p. 96-97
5. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1541)
Milan, 21 décembre, 1622, p. 102
6. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1555)
Milan, 9 avril, 1623, p. 114
7. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1566)
Lodi, 16 août, 1623, p. 123
8. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1727)
Lodi, 28 mai, 1625, p. 273-274
9. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1765)
Rome, 29 février, 1626, p. 309

10. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1768)
Rome, 21 mars, 1626, p. 311-312
11. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1774)
Rome, 4 avril, 1626, p. 318.
12. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1779)
Rome, 9 mai, 1626, p. 322-324.
13. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1792)
Parme, 7 août, 1626, p. 336.
14. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1800)
Milan, 16 décembre, 1626 p. 343.
15. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1803)
Milan, 30 décembre, 1626, p. 346.
16. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1813)
Parme, 30 avril, 1627, p. 352-353.
17. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1842)
Parme, 17 décembre, 1627, p. 381-382.
18. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1847)
Parme, 14 janvier, 1628, p. 385
19. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1853)
Parme, 8 février, 1628, 391-392.
20. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1910)
Parme, 24 novembre, 1628, 455-456
21. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1918)
Parme, 19 décembre, 1628, p. 463.

Volume XIV

22. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1923)

- Parme, 2 janvier, 1629, p. 12-13.
23. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1928)
Parme, 12 janvier, 1629, p. 17-18.
 24. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1932)
Parme, 20 février, 1629, p. 20-21.
 25. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1941)
Parme, 27 mars, 1629, p. 28-29.
 26. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1961)
Bologne, 20 octobre, 1629, p. 48-49.
 27. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1970)
Bologne, 15 décembre, 1629 p. 58-59.
 28. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1989)
Bologne, 23 février, 1630, p. 82-83.
 29. Bonaventura Cavalieri à Galilée (1994)
Bologne, 2 avril, 1630 p. 88-89.
 30. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2087)
Bologne, 3 décembre, 1630, p. 170-171.
 31. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2097)
Bologne, 17 décembre 1630, p. 192-193.
 32. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2112)
Bologne, 16 février 1631, p. 211-213.
 33. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2126)
Bologne, 18 mars, 1631, p. 226-232.
 34. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2139)
Bologne, 8 avril 1631, p. 242-243.
 35. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2167)
Bologne, 21 mai, 1631, p. 263-264.
 36. Galilée à Bonaventura Cavalieri (2170)

- Bellosguardo, 24 mai, 1631, p. 265-266.
37. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2181)
Bologne, 10 juin, 1631, p. 274-275.
38. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2187)
Bologne, 1 juillet, 1631, p. 279-280.
39. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2205)
Bologne, 9 septembre, 1631, p. 293-294.
40. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2214)
Bologne, 28 octobre, 1631, p. 303-304.
41. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2219)
Bologne, 18 novembre, 1631, p. 307-309.
42. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2239)
Bologne, 27 janvier, 1632, p. 327-328.
43. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2251)
Bologne, 22 mars, 1632, p. 336-337.
44. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2271)
Bologne, 18 mai, 1632, p. 353-354.
45. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2273)
Bologne, 25 mai, 1632, p. 355-356.
46. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2295)
Bologne, 31 août, 1632, p. 377-378.
47. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2307)
Bologne, 21 septembre, 1632, p. 394-395.
48. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2363)
Bologne, 7 décembre, 1632, p. 437-438.
49. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2371)
Bologne, 21 décembre, 1632, p. 441-442.

Volume XV

50. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2820)
Bologne, 17 décembre, 1633, p. 356.

Volume XVI

51. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2843)
Bologne, 10 janvier, 1634, p. 15-16.
52. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2879)
Bologne, 14 février, 1634, p. 42-43.
53. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2920)
Bologne, 11 avril, 1634, p. 78-80.
54. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2955)
Bologne, 16 juin, 1634, p. 103-104.
55. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2968)
Bologne, 22 juillet, 1634, p. 113.
56. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2988)
Bologne, 12 septembre, 1634, p. 132.
57. Bonaventura Cavalieri à Galilée (2992)
Bologne, 2 octobre, 1634, p. 136-138.
58. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3032)
Bologne, 19 décembre, 1634, p.175-176.
59. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3071)
Bologne, 6 février, 1635, p. 204-205.
60. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3089)
Bologne, 12 mars, 1635, p. 230-231.
61. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3142)
Bologne, 19 juin, 1635, p. 281-282.

62. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3144)
Bologne, 24 juin 1635, p. 283-284.
63. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3183).
Bologne, 18 septembre, 1635, p. 314-315.
64. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3200)
Bologne, 23 octobre, 1635, p. 327-328.
65. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3229)
Bologne, 24 décembre, 1635, p. 365-366.
66. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3263)
Bologne, 12 février, 1636, p. 395-396.
67. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3270)
Bologne, 11 mars, 1636, p. 401-404.
68. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3281)
Bologne, 8 avril, 1636, p. 412-413.
69. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3297)
Bologne, 6 mai, 1636, p. 427-428.
70. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3303)
Bologne, 27 mai, 1636, p. 433-434.
71. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3344)
Bologne, 19 août, 1636, p. 476-478.
72. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3346)
Bologne, 26 août, 1636, p. 479.
73. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3380)
Bologne, 21 octobre, 1636, p. 508.

Volume XVII

74. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3498)
Bologne, 9 juin, 1637, p. 106-107.

75. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3532)
Bologne, 28 juillet, 1637, p. 144-145.
76. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3545)
Bologne, 18 août, 1637, p. 172-173.
77. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3581)
Bologne, 20 octobre, 1637, p. 202.
78. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3631)
Bologne, 29 décembre, 1637 p. 243-244.
79. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3665)
Bologne, 2 février, 1638, p. 273-274.
80. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3737)
Bologne, 1 juin, 1638, p. 338.
81. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3742)
Bologne, 8 juin, 1638, p. 341-343.
82. Bonaventura Cavalieri à Castelli (3792)
Bologne, 2 octobre, 1638, p. 383-384.
83. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3814)
Bologne, 23 octobre, 1638, p. 405-406.
84. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3826)
Bologne, 28 décembre, 1638, p. 415.

Volume XVIII

85. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3839)
Bologne, 25 janvier, 1639, p. 21-22.
86. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3846)
Bologne, 15 février, 1639, p. 27-28.
87. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3853)
Bologne, 22 mars 1639, p. 32-33

88. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3877)
Bologne, 24 mai 1639, p. 50-51.
89. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3885)
Bologne, 7 juin, 1639, p. 59-60.
90. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3889)
Bologne, 26 juin, 1639, p. 67-68.
91. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3903)
Bologne, 16 août, 1639, p. 83-85.
92. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3925)
Bologne, 27 septembre, 1639, p. 108-109.
93. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3955)
Bologne, 3 janvier, 1640, p. 134-135.
94. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3967)
Bologne, 14 février 1640, p. 146-147.
95. Galilée à Bonaventura Cavalieri (3972)
Arcetri, 24 février, 1640, p. 153-154.
96. Bonaventura Cavalieri à Galilée (3976)
Bologne, 3 mars, 1640, p. 160-161.
97. Bonaventura Cavalieri à Galilée (4001)
Bologne, 1 mai, 1640, p. 186.
98. Bonaventura Cavalieri à Galilée (4017)
Bologne, 5 juin, 1640, p. 200-201.
99. Bonaventura Cavalieri à Galilée (4026)
Bologne, 29 juin, 1640, p. 209-210.
100. Bonaventura Cavalieri à Galilée (4028)
Bologne, 3 juillet, 1640, p. 211.
101. Bonaventura Cavalieri à Galilée (4031)

- Bologne, 10 juillet, 1640, p. 216.
102. Bonaventura Cavalieri à Galilée (4033)
Bologne, 17 juillet, 1640, p. 218.
103. Bonaventura Cavalieri à Galilée (4047)
Bologne, 28 août, 1640, p. 240-241.
104. Bonaventura Cavalieri à Galilée (4065)
Bologne, 9 octobre, 1640, p. 258.
105. Bonaventura Cavalieri à Galilée (4070)
Bologne, 23 octobre, 1640, p. 262.
106. Bonaventura Cavalieri à Galilée (4094)
Bologne, 18 décembre, 1640, p. 281-282.
107. Bonaventura Cavalieri à Galilée (4112)
Bologne, 12 février 1641, p. 300-301.
108. Bonaventura Cavalieri à Galilée (4140)
Bologne, 14 mai, 1641, p. 328
109. Bonaventura Cavalieri à Galilée (4159)
Bologne, 20 août, 1641, p. 346-348.
110. Bonaventura Cavalieri à Galilée (4170)
Bologne, 1 octobre, 1641, p. 361-362.

CHRONOLOGIE CAVALIERI-TORRICELLI

Il s'agit d'une chronologie des échanges entre Cavalieri et Evangelista Torricelli élaborée à partir du volume III des œuvres complètes d'Evangelista Torricelli.

1. Bonaventura Cavalieri à Torricelli
Bologne, 14 mars 1641, p. 47.
2. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 15 juin 1641, p. 53-54.

3. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 10 juillet 1641, p. 56-57.
4. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 30 octobre 1641, p. 62-63.
5. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 17 décembre 1641 p. (65-66)
6. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 7 janvier 1642, p. 66-67.
7. Torricelli à
- Florence, 3 janvier, 1642, p. 67-69.
8. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 25 mars 1642, p. 71.
9. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 1 juillet 1642, p. 72.
10. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 14 juillet 1642, p. 72-74.
11. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 21 octobre 1642, p. 78-79.
12. Torricelli à Bonaventura Cavalieri.
Florence, 25 octobre 1642, p. 78-81.
13. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 29 octobre 1642, p. 82-85.
14. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 23 décembre 1642, p. 85-86.
15. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 28 décembre 1642, p. 87-89.
16. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.

- Bologne, 29 décembre 1642, p. 90.
17. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 13 janvier 1643, p. 93-96
 18. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 3 février 1643, p. 101.
 19. Torricelli à Bonaventura Cavalieri.
Florence, 21 février 1643, p. 104-105.
 20. Torricelli à Bonaventura Cavalieri.
Florence, 28 février 1643, p. 107-108.
 21. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 3 mars 1643, p. 111-112.
 22. Torricelli à Bonaventura Cavalieri.
Florence, 7 mars 1643, p. 112-114.
 23. Bonaventura Cavalieri à Torricelli
Bologne, 10 mars 1643, p 114-115.
 24. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 24 mars 1643, p. 116.
 25. Torricelli à Bonaventura Cavalieri.
Florence, 28 mars 1643, p. 117-118.
 26. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 31 mars 1643, p. 119.
 27. Torricelli à Bonaventura Cavalieri.
Florence, 4 avril 1643, p. 120-121.
 28. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 23 avril 1643, p. 121-123.
 29. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 12 mai 1643,
 30. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.

- Bologne, 22 septembre 1643, p. 143-145.
31. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 22 décembre 1643, p.157.
 32. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 8 juin 1644, p. 159-160.
 33. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 16 février 1644, p. 167-169.
 34. Bonaventura Cavalieri à Torricelli
Bologne, 15 mars 1644, p. 169-170.
 35. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 5 avril 1644, p. 170-171.
 36. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 7 mai 1644, p. 179-180.
 37. Bonaventura Cavalieri à Torricelli
Bologne, 15 juin 1644, p. 191-192
 38. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 13 septembre 1644, p. 226-227.
 39. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 18 octobre 1644, p. 231.
 40. Bonaventura Cavalieri à Torricelli
Bologne, 25 octobre 1644, p. 233-235
 41. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 1 août 1645, p. 330-332.
 42. Bonaventura Cavalieri à Torricelli.
Bologne, 8 août 1645, p. 332-333.
 43. Torricelli à Bonaventura Cavalieri.
Florence, 23 mars 1646, p. 363-365.
 44. Torricelli à Bonaventura Cavalieri.

- Florence, 7 avril 1646, p.
45. Torricelli à Bonaventura Cavalieri.
Florence, 21 et 28 avril 1646, p. 370-373.
46. Torricelli à Bonaventura Cavalieri.
Florence, 5 mai 1646, p. 373-374.
47. Torricelli à Bonaventura Cavalieri.
Florence, 14 juillet 1646 p. 408-409.
48. Torricelli à Bonaventura Cavalieri.
Florence, 15 août 1647, p. 466-471.
49. Torricelli à Bonaventura Cavalieri.
Florence, 31 août 1647, p. 475-477.
50. Torricelli à Bonaventura Cavalieri.
Florence, 21 septembre 1647, p. 483-484.
51. Torricelli à Bonaventura Cavalieri.
Florence, 5 octobre 1647, p. 485-486.

BIBLIOGRAPHIE

Littérature Primaire

- CAVALIERI, Bonaventura. *Nova Planorum ac solidorum speculatio*, 1627. Le manuscrit se trouve à la Bibliothèque Nationale de Florence et appartient au Fondo Convenenti Soppressi, C. 3. 308.
- CAVALIERI, Bonaventura. *Lo Specchio Ustorio*, Bologne, Clemente Ferroni, 1632.
- CAVALIERI, Bonaventura. *Geometria indivisibilibus continuorum*, Bologne, Clemente Ferroni, 1635.
- CAVALIERI, Bonaventura. *Geometria degli indivisibili* a cura di Lombardo-Radice, L. Turin, U.T.E.T, 1966.
- CAVALIERI, Bonaventura. *Exercitationes Geometricae Six*, Bologne, Jacobi Monti, 1647.
- EUCLIDE, *Les Éléments*, traduction de Vitrac, B.Paris, P.U.F, 1994.
- GALILEO, Galilei. *Opere di Galileo Galilei* (OG), Edizione Nazionale a cura di Favaro, A. Florence, Barberà, 1890-1909.
- GULDIN, Paul. *Centrobaryca*, Vienne, Gelbhaar, 1635-1641.
- LEIBNIZ, Gottfried Wilhem. *Naissance du calcul différentiel. 26 articles des « Acta eruditorum »*, traduction et notes de Parmentier, M. Paris, Vrin, 1995.
- MERSENNE, Marin. *Correspondance*, éd. par Tannery, M., Pintard, R., de Waard, C., et Rochot, B. Paris, P.U.F et CNRS, 17 vol., 1932-1988.
- MERSENNE, Marin. *Les Mécaniques de Galilée* (1634), éd. critique par Rochot, B. Paris, P.U.F, 1966.
- MERSENNE, Marin. *Les nouvelles pensées de Galilée*, éd. critique avec intr. et notes par Costabel P. et Lerner, M.P. Paris, Vrin, 1973.
- PASCAL, Blaise. *Œuvres complètes*, intr. et notes par Louis Lafuma, Paris, Seuil, 1963, p. 135.
- ROCCO, Antonio. *Esercitione filosofiche*, Venise, Francesco Baba, 1633.
- TORRICELLI, Evangelista. *Opere di Evangelista Torricelli*, a cura di Loria G. et Vassura G., Faenza, Montanari-Lega, 1919-1944.

Littérature Secondaire

- ALTIERI, Maria Luisa. *Galileo e la terminologia tecnico scientifica*, Florence, L.S. Olschki, 1965.
- ANDERSEN, Kirsti. « Cavalieri's Method of Indivisibles », *Archive for History of Exact Sciences*, 31, 1985, pp. 292-367.
- ANDERSEN, Kirsti. « The method of Indivisibles : Changing Understandings », *Studia Leibnitiana*, Sonderheft, 14, 1986, pp. 14-25.
- ARRIGHI, Gino. « La Geometria indivisibilibus continuorum di Bonaventura Cavalieri nelle ritrovata stesura del 1627 », *Physis*, 15, 1973, pp. 133-147.
- BARBIN, Evelyne. *La révolution mathématique du XVIIème siècle*, Paris, Ellipses, 2006.
- BARONCELLI, Giovanna. « Lo Specchio Ustorio di Bonaventura Cavalieri », *Giornale Critico della filosofia italiana*, 3, 1983, pp. 153-172.
- BARONCELLI, Giovanna. *Bonaventura Cavalieri. Carteggio*, Florence, Leo S. Olschki, 1987.
- BARONCELLI, Giovanna. « Bonaventura Cavalieri : tra matematica e fisica » dans BUCCIANTINI, M. et TORRINI, M. (dir.) *Geometria e Atomismo nella Scuola Galileiana*, Florence, Nuncius, 1992, pp. 67-101.
- BELLONI, Luigi. *Opere scelte di Evangelista Torricelli*, Turin, UTET, 1975.
- BELLONI, Luigi. « Torricelli et son époque. Le triumvirat des élèves de Castelli : Magiotti, Nardi et Torricelli », dans DE GANDT, F. *L'œuvre de Torricelli : science galiléenne et nouvelle géométrie*, Nice, Les Belles Lettres, 1987, pp. 29-38.
- BONAVENTURA Tommaso. « Prefazione e Vita dell'autore » in Evangelista Torricelli (1715), *Lezioni Accademiche*, Milan, Giovanni Silvestri, 1873, pp. 5-50.
- BORTOLOTTI, Ettore. « I progressi del metodo infinitesimale nell'opera geometrica di Evangelista Torricelli », *Periodico di matematiche*, 8, 1928, pp. 19-59.
- BLAY, Michel. *Les raisons de l'infini*, Paris, Gallimard, 1993.
- BLAY, Michel et FESTA, Egidio. « Mouvement, continu et composition de vitesses au XVII^e siècle », *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 48, 1998, pp. 65-118.
- BELAVAL, Yvonne. *Leibniz critique de Descartes*, Paris, Gallimard, 1960.
- BENVENUTO, Enrico. « L'istituzione di una nuova scienza : de resistentia solidorum » dans *Tribute to Galileo in Padua IV*, Trieste, Lint, 1995, pp. 225-272.
- BIAGIOLI, Mario. *Galileo Courtier*, Chicago, University of Chicago Press, 1993.
- BIAGIOLI, Mario. « Etiquette, Interdependence and Sociability in Seventeenth-Century Science », *Social Inquiry*, 22, 1996, pp. 193-238.
- BIARD Joël et CELEYRETTE, Jean. *De la théologie aux mathématiques*, Paris, Les Belles Lettres, 2005.

- BORGATO, Maria Teresa. « La traiection dei gravi nella polemica tra Borelli, Angeli e Riccioli » dans PEPE, L. (dir.) *Galileo e la scuola galileiana nelle Università del Seicento*, Bologne, CLUEP, 2011, pp. 263-291.
- BOULIER, Pierre. « Le problème du continu pour la mathématisation galiléenne et la géométrie cavalierienne », *Early Science and Medicine*, 15, 2010 pp. 371-409.
- BRUNSCHVICG, Léon (1912). *Les étapes de la philosophie mathématique*, Paris, Blanchard, 1972.
- BUCCIANTINI, Massimo et TORRINI, Maurizio (dir.). *Geometria e Atomismo nella Scuola Galileiana*, Florence, Nuncius, 1992.
- CAMEROTA, Michel. *Galileo Galilei e la cultura scientifica nell'età della Contrariforma*, Rome, Salerno Editrice, 2004.
- CARUGO, Adriano et CROMBIE, Alistair. « The Jesuits and Galileo's Ideas of Science of Nature », *Annali dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze*, 8, 1983, pp. 3-68.
- CELLINI, G. « Gli indivisibili nel pensiero matematico e filosofico di Bonaventura Cavalieri », *Periodico di matematiche*, 44, 1966, pp. 1-21.
- CELLINI, G. « Le dimostrazioni di Cavalieri del suo principio », *Periodico di matematiche*, 44, 1966, pp. 85-105.
- CIFOLETTI, Giovanna. *La méthode de Fermat : son statut et sa diffusion*, Paris, Cahiers d'histoire et philosophie des sciences, 33, 1990.
- CLAVELIN, Maurice. « Les problèmes du continu et les paradoxes de l'infini chez Galilée », *Thalès*, 10, 1959, pp. 1-26.
- CLAVELIN, Maurice (1968). *La philosophie naturelle de Galilée*, Paris, Albin Michel, 1996.
- CLERO, Jean Pierre et LE REST, Evelyne. *La naissance du calcul infinitésimal au XVII^e siècle*, Paris, Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences, 1980.
- DAMEROW, Peter, FREUDENTHAL, Gideon, MCLAUGHLIN, Peter and RENN, Jürgen. *Exploring the Limits of Preclassical Mechanics*, New York, Springer, 1991.
- DEAR, Peter. *Mersenne and the Learning of the Schools*, Ithaca, Cornell University Press, 1988.
- DE CEGLIA, Francesco Paolo. « *De Natantibus* ». *Una disputa ai confini tra filosofia e matematica nella Toscana medicea (1610-1615)*, Bari, Laterza, 1999.
- DE GANDT, François. *L'œuvre de Torricelli : science galiléenne et nouvelle géométrie*, Nice, Les Belles Lettres, 1987.
- DE GANDT, François. « L'évolution de la théorie des indivisibles » dans BUCCIANTINI, M. et TORRINI, M. (dir.) *Atomismo nella Scuola Galileiana*, Florence, Nuncius, 1992, pp. 103-118.
- DEAR, Peter. *Discipline and Experience : The Mathematical Way in the Scientific Revolution*, Chicago, University of Chicago Press, 1995.
- DESAN, Philippe. *Naissance de la méthode*, Paris, A.G. Nizet, 1987.
- DESCOTES, Dominique. « Sur les figures dans quelques traités scientifiques du XVII^e siècle » dans COUTON, M. FERNANDES, I. JÉRÉMIE C. et VÉNAUT, M. *Pouvoir de*

l'image aux XV^e, XVI^e et XVII^e siècles, Clermont-Ferrand, Presses Universitaires Blaise Pascal, 2009, pp. 511-575.

- DESCOTES, Dominique. « Two Jesuits Against Indivisibles », dans JULLIEN, V. (Éd.) *Seventeenth Century Indivisibles Revisited*, Springer, Birkhäuser, 2015, pp. 249-273.

- DRABKIN, Israel E. « Aristotle's Wheel : Notes on the History of a Paradox », *Osiris*, 1950, pp. 162-198.

- DRAKE, Stillman. « Galileo's 1604 Fragment on Falling Bodies (Galileo Gleannings XVIII) », *The British Journal for the History of Science*, 4, 1969, pp. 340-358.

- DRAKE, Stillman. « Galileo's Work of Free Fall in 1604 », *Physis*, 16, 1974, pp. 309-322.

- DUHEM, Pierre. *Sozein ta phaenomema : sauver les apparences*, Paris, Vrin, 2008.

- FABIANI, Jean-Louis. « Controverses scientifiques, controverses philosophiques », *Enquête*, 5, 1997, pp. 11-37

- FAVARO, Antonio. « Gli oppositori di Galileo. I, Antonio Rocco », *Atti dell'I.R.Istituto veneto di scienze, lettere ed arti*, 50, 1891-92, pp. 615-36.

- FESTA, Egidio. (1988) « Quelques aspects de la controverse sur les indivisibles » dans BUCCIANTINI, M. et TORRINI, M. (dir.) *Geometria e Atomismo nella Scuola Galileiana*, pp. 193-207

- FESTA, Egidio. « La querelle de l'atomisme : Galilée, Cavalieri et les jésuites », *La Recherche*, 21, 1990, pp. 1038-1047.

- FESTA, Egidio. « Sur l'atomisme dans l'école galiléenne » dans SALEM, J. (Éd.) *L'atomisme aux XVII^e et XVIII^e siècles*, Paris, Publications de la Sorbonne, 1999, pp. 101-117.

-FLECHTER, Colin. « Mersenne : sa correspondance et l'academia parisiensis » dans GOLDSTEIN, C. GRAY, J. et RITTER, J. (dir.) *L'Europe mathématique*, Paris, Éditions MSH, 1996. pp. 143-155.

- FRAJESE, Attilio. *Galileo matematico*, Rome, Editrice Studium, 1964.

- FREDETTE, Raymond. « Galileo's *De Motu Antiquiora* », *Physis*, 14, 1972, pp. 321-348.

- GALLUZZI, Paolo et TORRINI, Maurizio. *Opere dei discepoli di Galileo. Carteggio*. Florence, Giunti-Barberà, 1975.

- GALLUZZI, Paolo. « Evangelista Torricelli : concezione della matematica e segreto degli occhiali », *Annali dell'Istituto e Museo di storia della scienza di Firenze*, 1, 1976, pp. 71-95.

- GALLUZZI, Paolo. *Momento. Studi galileiani*, Rome, Edizione dell'Ateneo, 1979.

- GALLUZZI, Paolo. *Tra atomi e indivisibili. La materia ambigua di Galileo*, Florence, Leo S. Olschki, 2011.

- GARDIES, Jean-Louis. « La méthode mécanique et le platonisme d'Archimède », *Revue Philosophique de la France et de l'Étranger*, 170, 1980, pp. 39-43.

- GARDIES, Jean-Louis. *Pascal : entre Eudoxe et Cantor*, Paris, Vrin, 1984.

- GARIN, Eugenio. *Interpretazione del Rinascimento II 1950-1990*, Rome, Edizioni di Storia e Letteratura, 2009.
- GATTO, Romano. *Le Meccaniche*, edizione critica, Florence, Olschki, 2002.
- GILBERT, Neal Ward *The Renaissance Concepts of Method*, New York, Cambridge University Press, 1960.
- GIRAU, Jean. « *Homo quodammodo omnia* » según Santo Tomás de Aquino », Toledo, Estudio Teológico de San Ildefonso, 1995.
- GIUSTI, Enrico. *Bonaventura Cavalieri and the Theory of Indivisibles*, Bologne, Cremonese, 1980, pp. 32-41.
- GIUSTI, Enrico. « Galilei e le leggi del motto » dans *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attinenti alla meccanica ed i movimenti locali*, Turin, Einaudi, 1990.
- GIUSTI, Enrico. *Euclides Reformatus : la teoria delle proporzioni nella scuola galileiana*, Turin, Bollati Boringhieri, 1993.
- GIUSTI, Enrico. « Elements for the Relative Chronology of Galilei's *De Motu Antiquiora* », *Nuncius*, 13, 1998, pp. 427-460.
- GOLDSTEIN, Catherine. « Descente infinie et analyse diophantienne », *Cahier du Séminaire d'histoire et de philosophie des mathématiques*, 2e série, 3, 1993, pp. 25-49.
- GOLDSTEIN, Catherine. *Un Théorème de Fermat et ses lecteurs*, Saint-Denis, PUV, 1995.
- GOLDSTEIN, Catherine. « Routine Controversies : Mathematical Challenges in Mersenne's Correspondence », *Revue d'histoire des sciences*, 66, 2013, pp. 249-273.
- GÓMEZ, Susana. « Galileo y la naturaleza de la luz » dans SOLÍS, C. et MONTESINOS, J. (dir.), *Largo Campo di filosofare*, 2001, pp. 403-419.
- GÓMEZ, Susana. « From a Metaphysical to a Scientific Object : Mechanizing Light in Galilean Science » dans ROUX, S. et GARBER, D. (dir.) *The Mechanization of Natural Philosophy*, Londres, Springer, 2013, pp.191-215
- GUERRINI, Luigi. *Galileo e gli aristotelici. Storia di una disputa*, Rome, Carocci, 2010
- GRANT, Edward. « The Principle of Impenetrability of Bodies in the History of Concepts of Separate Space from the Middle Ages to the Seventeenth Century », *Isis*, 69, 1978, pp. 551-571.
- GRANT, Edward. *Much Ado about Nothing*, New York, Cambridge University Press, 1981.
- HELLYER, Marcus. « Because the Authority of My Superiors Commands : Censorship, Physics and the German Jesuits », *Early Science and Medicine*, 2, 1996, pp. 319-354.
- HOFMANN, Joseph. *Leibniz in Paris 1672-1676*, New York, Cambridge University Press, 1974.
- ITARD, Jean. « La lettre de Torricelli à Roberval d'octobre 1643 », *Revue d'histoire des sciences*, 28, 1975, pp. 113-124.

- JARDINE, Lisa. *Francis Bacon and the Art of Discourse*, Cambridge, Cambridge University Press, 1974.
- JESSEPH, Douglas M. « Philosophical Theory and Mathematical Practice in the Seventeenth Century », *Studies in History and Philosophy of Science*, 20, 1989, pp. 215-244.
- JESSEPH, Douglas M. « Of Analytics and Indivisibles : Hobbes on the Methods of Modern Mathematics », *Revue d'histoire des sciences*, 46, 1993, pp. 153-193.
- JESSEPH, Douglas M. *Squaring the Circle. The War between Hobbes and Wallis*, Chicago, University Chicago Press, 1999.
- JULLIEN, Vincent. (dir.) *Seventeenth Century Indivisibles Revisited*, Birkhäuser, Springer, 2015.
- KOYRÉ, Alexandre. « A Documentary History of the Problem of Fall from Kepler to Newton », *Transactions of the American Philosophical Society*, 45/4, 1955, pp. 329-395 (trad. franc. J. Tellec, *Chute des corps et mouvement de la Terre de Kepler à Newton*, Paris, Vrin, 1973).
- KOYRÉ, Alexandre (1962). *Études galiléennes*, Paris, Hermann, 2001.
- KOYRÉ, Alexandre (1978). « Bonaventura Cavalieri et la géométrie des continus » dans *Études d'histoire de la pensée scientifique*, Paris, P.U.F, 1996, pp. 297-324.
- LE REST, Evelyne. « Heuristique et démonstration en mathématiques : la méthode des indivisibles au XVII^e siècle », *Fragments d'histoire de mathématiques II*, Paris, 65, 1987, pp. 125-159.
- LLOYD, Geoffrey E.R. *Aristotle : the Growth and Structure of his Thought*, Cambridge, Cambridge University Press, 1968.
- MACCAGNI, Claudio. « Riscontri platonici relativi alla matematica in Galileo e Torricelli » *Convegno di studi torricelliani*, Faenza, Fratelli Lega, 1959, pp. 65-75.
- MAHONEY, Michael S. *The Mathematical Career of Pierre de Fermat 1601-1665*, Princeton, Princeton University Press, 1973, pp. 162-165 et 250-254.
- MALET, Antoni. *From Indivisibles to Infinitesimals. Studies on Seventeenth-Century Mathematizations of Infinitely Small Quantities*, Barcelone, Universitat Autònoma de Barcelona, 1996.
- MANCOSU, Paolo et VALLATI, Enzo. « Torricelli's Infinitely Long Solid and its Philosophical Reception in the Seventeenth Century », *Isis*, 82, 1991, pp. 50-70.
- MANCOSU, Paolo. « Descartes's *Géométrie* and revolutions in mathematics » dans GILLIES, D. (dir.) *Revolutions in Mathematics*, New York, Oxford University Press, 1992, pp. 83-116.
- MANCOSU, Paolo. *Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century*, New York, Oxford University Press, 1996.
- MANZOCHI, M. et SOUFFRIN, Pierre. « La lettre de Galilée à Sarpi », *Cahiers du Séminaire d'épistémologie et d'histoire des sciences*, 23, 1992, pp. 117-132.

- MARIE, Maximilien. *Histoire des sciences mathématiques et physiques*, Paris, Gauthier-Villars, 12 vols, 1883-88.
- MEINEL, Christoph. « Early seventeenth century atomism », *Isis*, 79, 1988, pp. 63-103.
- MICHEL, Paul-Henri. « Les notions de continu et de discontinu dans les systèmes physiques de Bruno et de Galilée » dans *Mélanges Alexandre Koyré. L'aventure de l'esprit II*, Hermann, Paris, 1964, pp. 346-359.
- MONTUCLA, Jean Etienne. *Histoire des mathématiques*, Paris, Agasse, 1799-1802.
- MOREAU, Denis. *Deux cartésiens. La polémique Arnauld-Malebranche*, Paris, Vrin, 1999.
- MOSCOVICI, Serge. « Remarques sur le dialogue de Galilée : *De la force de la percussion* », *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, 16, 1963, pp. 97-119.
- MURDOCH, John. E. *Rationes mathematicae : un aspect du rapport des mathématiques et de la philosophie au Moyen Age*, Paris, Palais de la Découverte, 1962.
- NARDI, Antonio. « La quadratura della velocità », *Nuncius*, 3, 1988, pp. 27-64.
- NONNOI, Giancarlo. « Galileo Galilei : quale atomismo ? » dans FESTA, E et GATTO, R. *Atomismo e continuo nel XVII secolo* (2000), pp. 109-149.
- PAGANO, Sergio M. *I documenti del processo di Galileo presentati da S.M.Pagano*, Rome, Città del Vaticano, Pontificia Accademia Scientifica, 1984.
- PALMERINO, Carla Rita. « Infinite degrees of speed. Marin Mersenne and the debate over Galileo's Law of Free Fall », *Early Science and Medicine*, 4, 1999, pp. 269-328
- PALMERINO, Carla Rita « Galileo's and Gassendi's solutions to the *Rota Aristotelis* Paradox : a Bridge between matter and motion theories » in LÜTHY, C., MURDOCH J. and NEWMAN, W. *Late Medieval and Early Modern Corpuscular Matter Theories*, Boston, Brill, 2001, pp. 381-422.
- PALMERINO Carla Rita. « Una nuova scienza della materia per la Scienza Nova del moto. La discussione dei paradossi dell'infinito nella prima giornata dei Discorso Galileiani », dans FESTA, E. et GATTO R. (dir.) *Atomismo e continuo nel XVII secolo*, Naples, 2000, pp. 275-319.
- PALMERINO, Carla Rita. « The Geometrization of Motion : Galileo's Triangle of Speed and its Various Transformation », *Early Science and Medicine*, 15, 2010, pp. 410-447.
- PALMIERI, Paolo. « Superposition : on Cavalieri's practice of Mathematics », *Archive for History of Exact Sciences*, 63, 2009, pp. 471-493.
- PEIFFER, Jeanne. « Faire des mathématiques par lettres », *Revue d'histoire des mathématiques*, 4, 1998, pp. 143-157.
- POMIAN, Krzysztof. « De la lettre au périodique : la circulation des informations dans les milieux des historiens au XVIIIe siècle », *Organon*, 10, 1974, pp. 25-43.
- PONZIO, Paolo. « À propos de l'atomisme de Galilée : questions cosmologiques et problèmes théologiques », *Revue d'histoire des sciences*, 55, 2002, pp. 199-214.

- RADELET, Patricia. « Kepler, Cavalieri, Guldin. Polemics with the Departed » dans JULLIEN, Vincent. (dir.) *Seventeenth Century Indivisibles Revisited*, Birkhäuser, Springer, 2015, pp. 57-87.
- RAGAZZINI, Marina Berardi. « Evangelista Torricelli Letterato », *Studi Romagnoli*, 8, 1957, pp. 199-267.
- RAIMONDI, Enzo. *Letteratura Barocca. Studi sul seicento italiano*, Florence, Olschki, 1982.
- RANDALL, John H. « The Development of Scientific Method in the School of Padua » *Journal of the History of Ideas*, 1, 1940, pp. 177-206.
- RAYNAUD, Dominique. *Sociologie des controverses scientifiques*, Paris, P.U.F., 2003.
- REDONDI, Pietro. « Atomi, indivisibili e dogma », *Quaderni storici*, 59, 1985, pp. 529-573.
- REDONDI, Pietro. *Galileo eretico*, Einaudi, Turin, 1983. Trad. franç. : *Galilée hérétique*, Gallimard, Paris, 1985.
- REDONDI, Pietro. « I problemi dell'atomismo » dans SOLÍS, C. et MONTESINOS, J (dir.), *Largo campo di filosofare*, 2001, pp. 661-675.
- RIBAS, Albert. *Biografía del vacío : su historia filosófica y científica desde la Antigüedad a la Edad Moderna*, Barcelona, Sunya, 2008.
- RIGHINI BONELLI, Maria Luisa. « La velocità della luce nella scuola galileiana », *Physis*, 11, 1969, pp. 493-550.
- ROBERT, Aurélien. « Atomisme et géométrie à Oxford au XIV^e siècle » dans ROMMEVAUX, S. *Mathématiques et connaissance du monde réel avant Galilée*, Montreuil, Omniscience, 2010, pp. 17-86.
- ROMANO, Antonella. « Education catholique, éducations protestantes : quels projets pour les mathématiques ? » dans *Science et Religion de Copernic à Galilée*, Rome, École française de Rome, 1999, pp. 255-277.
- ROMANO, Antonella et VAN DAMME, Stéphane. « Paris et Rome aux XVII^e et XVIII^e siècles » dans JACOB, C. (dir.) *Lieux du savoir*, Paris, Albin Michel, 2007, pp. 1165-1184.
- ROMMEVAUX, Sabine. *Clavius une clé pour Euclide au XVI^e siècle*, Paris, Vrin, 2005.
- ROMMEVAUX, Sabine et VENDRIX Philippe. (Éd.) *Proportions : science, musique, peinture et architecture*, Bruxelles, Turnhout Brepols, 2011.
- ROUX, Sophie. « Le premier livre des *Équilibres Plans* : réflexions sur la mécanique archimédienne » dans GUILLAUMIN, Y.S. (Éd.) *Mathématiques dans l'Antiquité*, Saint-Étienne, Presses de l'Université de Saint-Étienne, 1992, pp. 95-160.
- ROUX, Sophie. « Quelles mathématiques pour la force de percussion ? » dans ROMMEVAUX, S. (dir.) *Mathématiques et connaissance du monde réel avant Galilée*, Montreuil, Omniscience, 2010, pp. 243-285.
- ROUX, Sophie. *L'essai de Logique de Mariotte*, Paris, Classiques Garnier, 2011.

- SACCHI, Mario Enrique. « La prueba de la infinidad de Dios a través de un argumento de Santo Tomás de Aquino », *Revista de la facultad de Teología de la Pontificia Universidad Católica Argentina*, 58, 1991, pp. 201-222.
- SARASOHN, Lisa. « Nicolas-Claude Fabri de Peiresc and the Patronage of the New Science in the 17th Century », *Isis*, 84, 1993, pp. 70-90.
- SHAPIN, Steven et SCHAFFER, Simon. *Leviathan and the Pump-Air*, Princeton, Princeton University Press, 1985 (trad. fr. *Léviathan et la pompe à air. Hobbes et Boyle entre science et politique*, Paris, La Découverte, 1993).
- SCHMITT, Charles. « Evidence for and against a Void: the Sixteenth-Century Arguments », *Isis*, 58, 1967, pp. 352-366.
- SCHMIT, Mark E. « Galileo's Theory of Indivisibles: Revolution or Compromise? », *Journal of the History of Ideas*, 37, 1976, pp. 571-588.
- SESTINI, Gabriele. *L'infinito arginato ovvero tutti gli indivisibili del continuo: evoluzione del programma di ricerca matematico di Bonaventura Cavalieri*, Perugia, Università degli studi di Perugia, 1995-96.
- SETTLE, Thomas. *Galilean Science: Essays in the Mechanics and Dynamics of the « Discorsi »* (diss.), Cornell University, 1966.
- SHEA, William. « Galileo's Atomic Hypothesis », *Ambix*, 17, 1970, pp. 13-27.
- SHEA, William. *La révolution galiléenne*, Seuil, Paris, 1992.
- SHEA, William. « Descartes as Critic of Galileo » dans BUTTS, R. et PITT, J. (dir.), *New Perspectives of Galileo*, Ontario, The University of Western Ontario, pp. 139-159.
- SHUPPENNER, Georg. « Kepler's Relation to the Jesuits. A Study of his Correspondence with Paul Guldin », *NTM Zeitschrift für Geschichte der Wissenschaften, Technik und Medizin*, 5, 1997, pp. 236-244.
- SOLÍS, Carlos. « El atomismo inane de Galileo », *Theoria*, 59, 2007, pp. 213-231.
- SZABO, Arpád (1969). *Les débuts des mathématiques grecques*, Paris, Vrin, 1977.
- TATON, René. « Le rôle et l'importance des correspondances scientifiques aux XVII^e et XVIII^e siècles », *Études d'histoire des sciences*, Bruxelles, Brepols, 2000, pp. 57-68.
- THUILLER, Philippe. « L'atomisme au XVII^e siècle: mythe ou science? », *La Recherche*, 19, 1988, pp. 1510-1514.
- TOSCANO, Fabio. *Vita breve e mirabile di Evangelista Torricelli*, Milan, Alpha Test, 2008.
- VAN MELSEN, Andrew. *From Atomos to Atom*, Pittsburgh, Duquesne University Press, 1952.
- VÉRIN, Hélène. « Galilée et Antoine de Ville: un courrier sur l'idée de la matière » dans SOLÍS, C. et MONTESINOS, J (dir.), *Largo campo di filosofare*, 2001, pp. 307-321.
- VERIN, Hélène et DUBOUG-GLATIGNY, Pascal. (dir.) *Réduire en art*, Paris, Maison des sciences de l'homme, 2008.

- WALLACE, William. *Galileo and his Sources : Heritage of the Collegio Romano in Galileo's Science*, Princeton, Princeton University Press, 1984.
- WALLACE, William. *Galileo, the Jesuits and the Medieval Aristotle*, Londres, Variorum, 1991.
- ZUPKO, Jack. « Nominalism Meets Indivisibilism », *Medieval Philosophy and Theology*, 3, 1993, pp. 158-185.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION	3
I. UNE APPROCHE CHRONOLOGIQUE DES INDIVISIBLES DE BONAVENTURA CAVALIERI	21
I.1 A la recherche des indivisibles : la correspondance entre Galilée et Cavalieri (1621-1626)	22
I.2 L'exposé dans la <i>Nova planorum ac solidorum speculatio</i> (1627-1632)	26
I.3 Le <i>Specchio Ustorio</i> et la question du mouvement (1632-1635)	34
I.4 La <i>nova scienza</i> du mouvement et la méthode de Cavalieri	40
I.5 La préface de la <i>Geometria</i> et son livre VII (1635)	46
I.6 Conclusion	50
II. GALILÉE : ATOMISME ET INDIVISIBLES	55
II.1 Le débat historiographique	56
II.2 Le débat sur la flottabilité des corps	63
II.3 Il <i>Saggiatore</i> et la nature de la lumière	70
II.4 La roue d'Aristote	73
II.5 Un continu composé des indivisibles ?	80
II.6 Les indivisibles et la nouvelle science du mouvement	85
II.7 La démonstration de la loi de la chute dans <i>Lo Specchio Ustorio</i>	93
II.8 Le problème du continu chez Cavalieri	99
II.9 Conclusion	110
III. TORRICELLI ET LA MÉTHODE DES INDIVISIBLES	113
III.1 Les premiers pas dans l'assimilation de la méthode des indivisibles	114
III.2 L'invention des indivisibles courbes	120

III.3 La voie des indivisibles	130
III.4 Le statut de la preuve par réduction à l'absurde au XVII ^e siècle	132
III.5 Vers une nouvelle méthode ?	150
III.6 Conclusion	156
IV. CHRONOLOGIE D'UNE CONTROVERSE : GULDIN <i>VERSUS</i> CAVALIERI	157
IV.1 Le premier contact avec Guldin	158
IV.2 Le rôle de Torricelli dans la réponse à Guldin	165
IV.3 Le calcul des centres de gravité et la Règle Générale	174
IV.4 La simplicité des indivisibles et l'erreur de Guldin	182
IV.5 Une réponse en forme de dialogue	187
IV.6 Les objections de Guldin et le traitement de l'infini	195
IV.7 L'argument de la spatialité	203
IV.8 Le livre VII de la <i>Geometria indivisibilibus</i> et la question de la superposition géométrique	207
IV.9 Kepler et la méthode des indivisibles	215
IV.10 Conclusion	219
CONCLUSION	223
ANNEXE A	235
ANNEXE B	269
BIBLIOGRAPHIE	283