Simulations avancées et analyse physique de turbulence pariétale hors équilibre à grand nombre de Reynolds

Jaime Vaquero

▶ **To cite this version:**

Jaime Vaquero. Simulations avancées et analyse physique de turbulence pariétale hors équilibre à grand nombre de Reynolds. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Sorbonne Université, 2022. Français. ⟨NNT : 2022SORUS240⟩. ⟨tel-03899649⟩

HAL Id: tel-03899649

https://theses.hal.science/tel-03899649v1

Submitted on 15 Dec 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

HAL Authorization

École doctorale 391 - Sciences mécaniques, acoustique, électronique et robotique de Paris

THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

Sorbonne Université

Spécialité "Mécanique des Fluides"

présentée et soutenue publiquement par

Jaime Vaquero

le 14/06/2022

Simulations avancées et analyse physique de turbulence pariétale hors équilibre à grand nombre de Reynolds

Devant le jury composé de :

Jean-Camille Chassaing,	Sorbonne Université	Président
Sébastien Deck,	Directeur de recherche, ONERA	Directeur de thèse
Jean-Marc Foucaut,	École Centrale de Lille	Rapporteur
Franck Hervy,	Direction Générale de l'Armement	Correspondant DGA
Éric Lamballais,	Université de Poitiers	Rapporteur
Nicolas Renard,	Ingénieur de recherche, ONERA	Encadrant ONERA

À ma famille.

« *Es la duda la que mantiene joven a la gente. La certeza es como un virus maligno. Te contagia de vejez.* »

- Arturo Pérez-Reverte - *El tango de la Guardia Vieja*

Remerciements

Les années pendant lesquelles j'ai réalisé les travaux présentés dans ce manuscrit ont été fortement marquées par des contributions, pas nécessairement scientifiques, de nombreuses personnes sans lesquelles probablement ces travaux n'auraient pas abouti.

Tout d'abord j'aimerais exprimer ma gratitude envers Jean-Camille Chassaing pour avoir présidé le jury de cette thèse, ainsi qu'envers Jean-Marc Foucaut et Éric Lamballais qui ont accepté d'être rapporteurs de ces travaux. Je remercie de même Franck Hervy, également présent dans le jury, Yann Doutreleau et la DGA, ainsi que Joël Reneaux, directeur du Département Aérodynamique, Aéroélasticité, Acoustique de l'ONERA, qui ont soutenu cette thèse pour qu'elle ait lieu.

Je voudrais aussi remercier le Laboratoire de Mécanique des Fluides de Lille et en particulier Christophe Cuvier et Jean-Marc Foucaut pour leur aide et les échanges que nous avons eus au cours de cette thèse.

Je suis extrêmement reconnaissant envers Sébastien Deck, qui a dirigé cette thèse, et Nicolas Renard, qui l'a encadrée. Vous avez su me motiver et m'encourager toujours à aller plus loin dans ces travaux de recherche. Vous avez pris le temps nécessaire de partager vos connaissances avec moi et de réfléchir ensemble dans la gestion de situations parfois peu évidentes. Mais également, vous m'avez soutenu à tout moment et vous avez montré une grande confiance envers moi ce qui a fait que pour moi travailler avec vous a été un plaisir énorme. Merci pour tout ce que vous m'avez transmis autant du point de vue professionnel que personnel. En plus de tout cela, je tiens à ajouter que je suis très fier des nombreuses occasions que j'ai eues de faire des pompes avec Sébastien et d'avoir été le premier doctorant de Nicolas, ce qui donne une touche d'exclusivité à cette expérience de thèse.

J'ai réalisé ces travaux dans l'unité MSAT qui m'a accueilli depuis mon tout premier jour de stage très chaleureusement. J'ai adoré travailler dans cette unité qui se caractérise par une importante exigence technique et scientifique, et aussi par un côté humain très marqué comme font preuve les activités réalisées en dehors de l'ONERA telles que l'escape game, le laser tag ou le karting parmi d'autres. Une telle ambiance fait que travailler dans cette unité est extrêmement agréable. Je remercie donc Sébastien, Nicolas, Pierre-Élie, Michel Costes, Vincent, Fabien, Marc et Lucas, ainsi que d'autres personnes appartenant à des unités différentes, en particulier Philippe Duveau, Philippe Guillen, Pascal Denis, Pierre Grenson, Ilias, Luis, Antoine Dumont, Julien Marty, Guillaume Arnoult...

Au cours de ces années j'ai aussi rencontré des personnes avec qui j'ai développé des relations d'amitié très solides et envers qui je suis profondément reconnaissant. Mes sincères remerciements à

Lucas Manueco, mon collègue de bureau, qui m'a beaucoup aidé dans mon travail et qui a apporté une ambiance très détendue que j'apprécie grandement. Il a beaucoup contribué à enrichir ma culture française, et si je devais retenir une seule des choses découvertes ce serait certainement les chaussons aux pommes. Je remercie de même Camille Fournis qui a fait l'effort de m'intégrer dans la vie parisienne et avec qui je partage de moments très précieux en dehors de l'ONERA, souvent pour décompresser avec des gens autour d'un verre (de Carmélite×3). Ton soutien a été essentiel dans tous les sens. Je remercie aussi Jolan Reynaud, avec qui j'ai vécu simultanément l'expérience de la thèse et qui m'a beaucoup aidé. Je te remercie également pour nos discussions tous les midis sur nos passions partagées : le Real, la NBA (ma gratitude au mamba noir) et The Office, dont le protagoniste mérite une mention. Je remercie énormément Marie et Julien B.G. qui m'ont soutenu à tout moment. Comme quelqu'un a dit une fois : "ils sont le genre de personne" avec qui c'est toujours un énorme plaisir de passer du temps. Grâce à eux j'ai aussi rencontré Markus qui a su me conseiller pendant sa période à Paris, durant laquelle il m'a de très nombreuses fois invité à nous voir en dehors de l'ONERA. Merci d'avoir persévéré malgré les nombreuses propositions refusées au début. J'adresse ma reconnaissance également à Ilyès Berhouni, qui s'est toujours montré ravi de passer du temps avec moi, surtout en présence d'un verre d'éléphants roses et rouges, et d'une soupe à base de bouillon de viande et de nouilles de riz. Je te remercie aussi pour notre rivalité au ping-pong, qui nous a fait ressortir le meilleur, ou le pire, de nous deux. Autour de cette table de ping-pong nous avons passé de très bons moments avec Simon XVI et son fameux service marteau. Merci également pour les moments passés autour d'une table avec des lutins sur les verres et d'avoir été mon conseiller en restaurants. Je remercie Julien H. et ses coupés au ping-pong, et Hugo, qui ont contribué à améliorer mon niveau, même si cela ne m'a pas empêché de finir sur son tableau de chasse.

Pendant ces années, j'ai pu rencontrer d'autres personnes très agréables et envers qui je suis aussi très reconnaissant pour tous les moments passés ensemble : Pierre N. et Julian qui, avec Mathieu S., se trouvaient dans un bureau où je ne pouvais pas éviter passer discuter à chaque fois que j'allais à l'imprimante, et également Xavier, Jérémy, Guillaume D., Michel B., Miguel T., Barth, Vincent L., Shon...

Je tiens ensuite à remercier mes amis les plus anciens et qui ne sont pas à Paris. Je dois commencer par Parra, prêt à tout moment pour m'écouter et me soutenir et pour passer de vrais moments de déconnexion que ce soit à Madrid, Paris ou dans d'autres villes lors de nos voyages. J'ai beaucoup apprécié que tu sois venu de très nombreuses fois à Paris principalement pour faire du tourisme et toujours en compagnie d'une (ou nombreuses) pizza et de ton esprit FF. Je suis aussi très reconnaissant envers Miguel, qui m'a supporté fortement à chaque fois que je rentrais à Madrid et ne s'est jamais lassé de moi ni de mon humour, et envers David qui m'a beaucoup aidé durant les périodes de confinement malgré la distance. Votre soutien a été crucial pendant ces années. J'ai aussi eu la chance de compter sur Oli, Marta et Pati, sans surprise, constamment prêtes à me revoir à chaque fois que je rentre à Madrid et qui ont également été indispensables pour cette réussite. Je tiens aussi à remercier ceux qui m'ont accompagné au début de cette nouvelle étape en France lors de notre départ à Toulouse, et dont leurs contributions n'ont clairement pas été négligeables : Oscar, Aleix, Antonio, Ignacio L., Andrea et Olga.

Je voudrais également dédier quelques mots de reconnaissance au bar, que je n'ai pas besoin de nommer, qui nous a servi d'endroit de décompression de très nombreuses fois ainsi qu'au serveur, qui nous a toujours très bien accueilli.

Le passage à l'heure d'hiver mérite aussi une mention car il m'a certainement permis, au cours de cette thèse, de gagner trois heures de sommeil, mais a également été responsable d'un imprévu qui a pris beaucoup plus que trois heures pour être réglé.

Finalement, j'adresse mes derniers mots à ma famille et je me permets de le faire dans ma langue maternelle pour des raisons de compréhension. En primer lugar querría mencionar a aquellos que no

pudieron llegar a ver este proyecto concluido, en concreto a la abuela Pilica y a Sam. Esta tesis no habría tenido lugar de no ser por el respaldo de mi familia. Le doy las gracias a mi madrina Elena por su apoyo desde la distancia. Estaré eternamente agradecido a mis padres, que me han transmitido desde pequeño una cultura de esfuerzo, trabajo y perseverancia sin la cual no habría podido realizar este proyecto. Además de haberme enseñado todo eso, me habéis seguido aportando elementos fundamentales, desde vuestro apoyo incondicional y vuestras generosas recomendaciones hasta los momentos de celebración de los éxitos, que por suerte no han sido escasos. Expreso mi máxima gratitud también a mi hermano Ignacio. Gracias por toda la sabiduría y madurez con la que has sabido orientarme en los momentos de incertidumbre, tus consejos han sido esenciales y sé que seguirán siéndolo en el futuro. Espero ser capaz algún día de devolverte una mínima parte de lo que me has aportado. Querría también mostrar mi agradecimiento a Eli, la hermana que nunca tuve, y ahora la madre de mi ahijado Javier, de lo cual estoy sumamente orgulloso. Para vosotros cuatro, sólo tengo palabras de agradecimiento, aunque no llegan a reflejar plenamente lo que siento. Por ello, lo mejor que puedo hacer para mostraros mi completa gratitud es dedicaros este trabajo. Una vez más (y porque en algún momento debo terminar) : Gracias.

Publications liées à la thèse

Publications dans des revues à comité de lecture

J. Vaquero, N. Renard et S. Deck, Advanced simulations of turbulent boundary layers under pressure-gradient conditions. *Physics of Fluids*, 31(11) :115111, 2019.

J. Vaquero, N. Renard et S. Deck, Effects of upstream perturbations on the solution of the laminar and fully turbulent boundary layer equations with pressure gradients. *Physics of Fluids*, 31(12) :125103, 2019.

J. Vaquero, N. Renard et S. Deck, Outer layer turbulence dynamics in a high-Reynolds-number boundary layer up to $Re_\theta \approx 24{,}000$ recovering from mild separation. *Journal of Fluid Mechanics*, 942 :A42, 2022.

J. Vaquero, N. Renard et S. Deck, ZDES simulation of high-Reynolds-number non-canonical wall-turbulence and spectral analysis. Soumis à *Flow, Turbulence and Combustion*, 2022.

Participations à des congrès internationaux avec actes

J. Vaquero, N. Renard et S. Deck, Assessment of ZDES for WMLES of turbulent boundary layers with pressure gradient and mild flow separation. *In AIAA SciTech 2021 Forum*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2021.

J. Vaquero, N. Renard et S. Deck, Assessment of ZDES for WMLES of turbulent boundary layers with pressure gradient and mild flow separation. *In AIAA Aviation 2021 Forum*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2021.

J. Vaquero, N. Renard et S. Deck, Advanced RANS and hybrid RANS/LES simulations of a turbulent boundary layer under pressure gradients. *In 13th International ERCOFTAC symposium on engineering, turbulence, modelling and measurements*. Rhodes, Greece, 2021.

Table des matières

Table des figures xi

Notations xix

Introduction 1

1 Éléments généraux sur la turbulence pariétale 5
- 1.1 Description de l'écoulement de couche limite de plaque plane . . . 7
- 1.2 Équations globales des écoulements fluides . . . 8
  - 1.2.1 Équations de Navier-Stokes compressibles . . . 8
  - 1.2.2 Équations de Navier-Stokes incompressibles . . . 9
  - 1.2.3 Équations du champ moyen (RANS) . . . 10
- 1.3 Équations appliquées à un écoulement de couche limite . . . 11
  - 1.3.1 Hypothèses de couche limite : équations de couche limite pour le champ moyen 11
  - 1.3.2 Cas particulier d'une couche limite à gradient de pression nul . . . 12
  - 1.3.3 Grandeurs de couche limite . . . 13
  - 1.3.4 Profil de vitesse moyenne longitudinale . . . 14
  - 1.3.5 Équations de transport des tensions de Reynolds . . . 18
- 1.4 Structures cohérentes peuplant la couche limite turbulente . . . 22
  - 1.4.1 Zone interne . . . 23
  - 1.4.2 Zone externe . . . 26
- 1.5 Effets à grand nombre de Reynolds . . . 28
  - 1.5.1 Superstructures . . . 29
  - 1.5.2 Impact des superstructures . . . 30
- 1.6 Interaction entre la zone interne et la zone externe . . . 34
- 1.7 Points clés . . . 36

2 Couche limite en gradient de pression et décollement mince 37
- 2.1 Couche limite laminaire : équation de Falkner-Skan . . . 38
- 2.2 Couche limite turbulente en conditions de quasi-équilibre . . . 41
- 2.3 Effets du gradient de pression sur les couches limites turbulentes . . . 43
  - 2.3.1 Grandeurs de couche limite . . . 43
  - 2.3.2 Bilan de quantité de mouvement . . . 44
  - 2.3.3 Profil de vitesse moyenne longitudinale . . . 46
  - 2.3.4 Tensions de Reynolds . . . 50

2.3.5 Structures cohérentes . . . 54
2.4 Différences entre les effets de gradient de pression adverse et de nombre de Reynolds élevé 59
2.5 Décollement mince . . . 62
2.5.1 Structure de la zone décollée . . . 62
2.5.2 Profil de vitesse moyenne au décollement . . . 64
2.5.3 Modes associés au décollement . . . 65
2.5.4 Tensions de Reynolds . . . 68
2.5.5 Bilan d'énergie cinétique turbulente . . . 68
2.5.6 Recollement et relaxation de la couche limite . . . 71
2.6 Points clés . . . 74

3 Étude des effets de sensibilité aux conditions aux limites amont des couches limites 75
3.1 Article : Effects of upstream perturbations on the solution of the laminar and fully turbulent boundary layer equations with pressure gradients . . . 76
3.2 Points clés . . . 94

4 Méthodes de modélisation et simulation des écoulements turbulents 95
4.1 Modélisation de la turbulence . . . 96
4.1.1 Approche moyennée : *Reynolds-Averaged Navier-Stokes* (RANS) . . . 96
4.1.2 Approches instationnaires : *Direct Numerical Simulation* (DNS) et *Large Eddy Simulation* (LES) . . . 99
4.1.3 Coût de calcul des simulations numériques turbulentes . . . 101
4.1.4 Approches WMLES . . . 105
4.1.5 Approche ZDES . . . 109
4.2 Conditions d'entrée turbulentes . . . 114
4.2.1 *Synthetic Eddy Method* (SEM) . . . 114
4.2.2 Forçage dynamique . . . 115
4.3 Présentation des codes de calcul utilisés : FLU3M et *elsA* . . . 116
4.3.1 Discrétisation spatiale . . . 117
4.3.2 Discrétisation temporelle . . . 117
4.4 Points clés . . . 118

5 Étude d'une couche limite turbulente soumise à des gradients de pression 119
5.1 Article : Advanced simulations of turbulent boundary layers under pressure-gradient conditions . . . 120
5.2 Résultats complémentaires . . . 138
5.2.1 Compléments de résultats pour le modèle DRSM SSG-LRR-ω . . . 138
5.2.2 Analyse spectrale . . . 140
5.3 Points clés . . . 144

6 Étude d'un décollement mince de couche limite turbulente et de la relaxation en aval du recollement 145
6.1 Article : Outer layer turbulence dynamics in a high-Reynolds-number boundary layer up to $Re_\theta \approx 24000$ recovering from mild separation . . . 146
6.2 Complément de l'article sur l'effet du positionnement du pic externe de la tension croisée de Reynolds sur la vitesse moyenne longitudinale . . . 179
6.3 Points clés . . . 180

Conclusions et perspectives 181

A Quelques rappels sur le traitement du signal 189
A.1 Estimation des densités spectrales de puissance . . . 189
A.2 Spectres de vitesse longitudinale . . . 191
A.3 Vitesse de convection pour des écoulements inhomogènes dans la direction de l'écoulement 192

B Résultats complémentaires du cas test de couche limite turbulente en gradients de pression **197**

C Développements dans le code de posttraitement de couche limite MOY3D **203**
C.1 Calcul du gradient sur des maillages curvilignes 203
C.2 Redressement du maillage de posttraitement 204
C.3 Calcul de la frontière et des grandeurs de la couche limite 206

Bibliographie **209**

Table des figures

1.1 Nombres de Reynolds typiquement observés dans les couches limites d'application industrielle. Re_L : nombre de Reynolds basé sur l'échelle de longueur caractéristique longitudinale (1.1) ; Re_θ : nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement θ (1.26) ; Re_τ : nombre de Reynolds de frottement (1.26). ASL : couche de surface atmosphérique ; PBL : couche limite planétaire. Tiré de [73]. 6

1.2 Schéma représentant le développement d'une couche limite sur une plaque plane. . . . 7

1.3 Profils de la composante visqueuse et turbulente du cisaillement total, exprimées en unité de paroi, pour une couche limite turbulente à $Re_\theta = 6500$. Profils reconstruits à partir des données du calcul DNS de Sillero *et al.* [266]. 15

1.4 Profil de vitesse moyenne longitudinale en échelles interne (à gauche) et externe (à droite). Adapté de De Graaff et Eaton [63], pour Re_θ allant de 1430 à 31000. 15

1.5 Schéma des différentes zones du profil de vitesse moyenne pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul. Figure adaptée de [66]. 17

1.6 Profils des tensions de Reynolds $\langle u_i' u_j' \rangle^+$ et d'énergie cinétique turbulente, k^+, en échelle interne pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul à $Re_\theta = 6500$. Profils reconstruits à partir des données du calcul DNS de Sillero *et al.* [266]. 18

1.7 Contribution des termes de production de k et $\langle u'v' \rangle$, P et P_{uv} tels que sur les équations (1.35) et (1.38), pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul et en gradient de pression adverse. 19

1.8 Bilan d'énergie cinétique turbulente pour une couche limite à gradient de pression nul et $Re_\theta = 6500$. Des valeurs positives correspondent à des sources et des valeurs négatives à des puits. Termes en (a) : — : Production $\left(-\langle u'v' \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}\right)$; — : Advection $\left(-\left[\langle u \rangle \frac{\partial k}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial k}{\partial y}\right]\right)$; — : Diffusion turbulente $\left(\frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{1}{2}\langle u_i' u_i' v' \rangle\right)\right)$; — : Diffusion liée aux fluctuations de pression $\left(\frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{1}{\rho}\langle p'v' \rangle\right)\right)$; — : Diffusion visqueuse $\left(\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu \frac{\partial k}{\partial y}\right)\right)$; — : Pseudo-dissipation turbulente $\left(\nu \left\langle \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \right\rangle\right)$. (b) Termes comme dans (a) prémultipliés par la distance à la paroi. Tous les termes sont exprimés en échelle de paroi. Figure reconstruite à partir des données du calcul DNS de Sillero *et al.* [266]. 22

1.9 Visualisation à l'aide d'un colorant des Streaks de basse vitesse pour un écoulement de couche limite de plaque plane à $Re_\theta = 725$. Tiré de [90]. 23

1.10 Représentation des quadrants dans le plan (u', v'). Tiré de [213]. 24

1.11 Formation de Streaks à partir de l'analyse d'une simulation numérique directe [213]. (*a*) Plan transverse à l'écoulement. Les contours colorés correspondent aux niveaux de vitesse longitudinale. Les isolignes continues et discontinues représentent des contours de vorticité longitudinale positive et négative respectivement. (*b*) Profil instantanés de vitesse longitudinale aux stations A et B de la figure (*a*) comparés au profil moyen. Adapté de [213]. 25
1.12 Modèle conceptuel d'un ensemble de tourbillons quasi-longitudinaux et de leur arrangement spatial : (a) vue de dessus ; (b) vue de côté. Tiré de [136]. 25
1.13 Schéma des mécanismes de production de turbulence dans la zone interne. Tiré de [137]. 26
1.14 Schéma de formation des TQL secondaires selon le mécanisme W. Tiré de [256]. 26
1.15 (a) Schéma d'un hairpin attaché à la paroi et de l'écoulement induit. (b) Signature du hairpin dans le plan perpendiculaire à la direction transverse. Tiré de [4]. 27
1.16 Schéma conceptuel de l'organisation spatiale des paquets de hairpins. Tiré de [4]. . . . 28
1.17 Modèle conceptuel de la formation de superstructures résultant de l'alignement longitudinal de plusieurs paquets de hairpins. Tiré de [146]. 30
1.18 Profil du terme de production d'énergie cinétique turbulente prémultiplié ($y^+P^+ = -y^+\langle u'v'\rangle^+\partial\langle u\rangle^+/\partial y^+ = -y/\delta\langle u'v'\rangle^+\partial\langle u\rangle^+/\partial\,(y/\delta)$) à différents nombres de Reynolds. (a) Représentation en échelle interne. (b) Représentation en échelle externe. Symboles : résultats DNS de Sillero *et al.* [266] à (■) $Re_\theta = 1100$ et (•) $Re_\theta = 6500$. Lignes : résultats RANS à $Re_\tau = 2000$, $Re_\tau = 10^5$ et $Re_\tau = 10^6$ utilisant le modèle de Michel *et al.* [194]. Adapté de [233]. 31
1.19 Effet du nombre de Reynolds sur les tensions de Reynolds pour $Re_\theta = 1300$, 2400, 3600, 5600 et 7500. (a) Profils de $\langle u'^2\rangle^+$. (b) Profils de $\langle v'^2\rangle^+$, $\langle w'^2\rangle^+$ et $\langle u'v'\rangle^+$. Lignes en pointillés : DNS de Schlatter et Örlü [252]. Symboles : données expérimentales de Örlü [211]. Lignes continues : WRLES. Tiré de [89]. 31
1.20 Profils expérimentaux de $\langle u'^2\rangle^+$ à différents nombres de Reynolds. Ici, la coordonnée z correspond à la direction normale. Tiré de [181]. 32
1.21 DSP de $\langle u'^2\rangle$ exprimée en unités de paroi, $k_x^+ G^+_{uu;k_x}(k_x^+)$. Ici λ^+ correspond à la longueur d'onde dans la direction de l'écoulement, exprimée en unites de paroi. (a) $Re_\tau = 3820$, (b) $Re_\tau = 6430$, (c) $Re_\tau = 10770$, (d) $Re_\tau = 19670$. La ligne verticale correspond à $y^+ = 2.6\sqrt{Re_\tau}$. La ligne horizontale correspond à $\lambda_x/\delta = 5$. Résultats expérimentaux. Tiré de [316]. 33
1.22 Décomposition du profil de $\langle u'^2\rangle^+$ en contributions d'échelles $\lambda_x < \delta$ et $\lambda_x > \delta$, pour $Re_\tau = 3900$, 7300 et 19000. Résultats expérimentaux. Tiré de [181]. 34
1.23 Évolution du coefficient de corrélation comme défini dans (1.48) par rapport à la distance à la paroi, ici notée z, pour une couche limite turbulente à $Re_\tau = 7300$. Résultats expérimentaux. Tiré de [187]. 35
1.24 Évolution temporelle du signal brut de vitesse longitudinale u (a), et des signaux filtrés par $\lambda_x/\delta > 1$ (b) et $\lambda_x/\delta < 1$ (c), pour une couche limite turbulente à $Re_\tau = 7300$. Tiré de [187]. 35

2.1 Exemple de décollement d'une couche limite provoqué par un gradient de pression adverse ($\frac{\partial p}{\partial s} > 0$, ici s est la coordonnée curviligne selon la paroi) sur des profils d'aile d'avion. (a) Expérience en soufflerie (image tirée de [309]). (b) Calcul numérique. Les lignes noires correspondent aux lignes de courant. 38
2.2 Profils de vitesse obtenus par la résolution de l'équation de Falkner-Skan (2.2) pour différentes intensités du gradient de pression. $f'(\eta)$ et η sont données par les changements de variable (2.1). 39
2.3 Écoulement sur un plan incliné. Au voisinage du bord d'attaque, l'écoulement extérieur suit une distribution du type $U_e \propto x^m$. Adapté de [254]. 40
2.4 Décollement généralisé d'un écoulement au bord d'attaque d'une plaque plane inclinée de 18°. Tiré de [107]. 40

2.5 Évolution longitudinale des paramètres de Clauser β et G pour une couche limite turbulente en gradient de pression adverse. Tiré de [274]. 42

2.6 *Diagnostic plot* pour différentes couches limites à gradient de pression nul, avec un comportement *well-behaved*. Adapté de [246]. 43

2.7 Bilan adimensionné de quantité de mouvement longitudinale pour (a) une couche limite à gradient de pression nul et (b) une couche limite en gradient de pression adverse intense ($\beta = 39$). (+) $\langle u\rangle\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial x}$, (×) $\langle v\rangle\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y}$, (∗) $\frac{1}{\rho}\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial x}$, (□) $\frac{\partial\langle u'^2\rangle}{\partial x}$, (◯) $\frac{\partial\langle u'v'\rangle}{\partial y}$, (△) $-\nu\frac{\partial^2\langle u\rangle}{\partial x^2}$, (▽) $-\nu\frac{\partial^2\langle u\rangle}{\partial y^2}$. Ligne grise : résidu (somme de tous les termes présentés). (Calcul DNS). Adapté de [147]. 44

2.8 Profil expérimental de (a) vitesse moyenne longitudinale et (b) fonction diagnostic en gradient de pression favorable (○), nul (□) et adverse (◇). Ici, z correspond à la coordonnée selon la direction normale à la paroi. Adapté de [113]. 45

2.9 Profil de vitesse moyenne d'un calcul DNS de couche limite turbulente au point de décollement provoqué par un gradient de pression adverse. Ici $U^- = \langle u\rangle/u_p$ et $y^- = yu_p/\nu$, où $u_p = u_\tau\left(\Delta p^+_\infty\right)^{1/3}$ et Δp^+_∞ est donné par (2.12). La ligne en pointillé correspond à la loi proposée par Stratford [298], rappelée par (2.15). Adapté de [54]. 47

2.10 Profil de vitesse moyenne d'un calcul DNS de couche limite turbulente. - - - : gradient de pression nul ($\beta = 0$) ; - - - : gradient de pression adverse léger ($\beta = 1$) et —— : gradient de pression adverse intense ($\beta = 39$). Adapté de [147]. 48

2.11 Profil de la contrainte de cisaillement total (ici notée $\tau = \mu\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y} - \rho\langle u'v'\rangle$) pour des couches limites turbulentes en conditions de quasi-équilibre. L'évolution de la vitesse extérieure est ici donnée par $U_1 \propto x^a$. Tiré de [26]. 49

2.12 Profils du cisaillement ($\partial\langle u\rangle/\partial y$) issus de calculs DNS pour des couches limites turbulentes à gradient de pression nul et adverse. (a) - - - : $\beta = 0$; - - - : $\beta = 1$ et —— : $\beta = 39$. Adapté de [147]. (b) —— : $\beta = 0$; —— : $\beta = 0.73$; —— : $\beta = 2.2$ et —— : $\beta = 9$. Adapté de [163]. 50

2.13 Profils des tensions de Reynolds issus d'un calcul DNS d'une couche limite turbulente en gradient de pression adverse en conditions de quasi-équilibre. (a) tensions normales de Reynolds. (b) tension croisée de Reynolds. Tiré de [164]. 51

2.14 Bilan d'énergie cinétique turbulente issu d'un calcul DNS pour une couche limite turbulente en présence d'un gradient de pression adverse et des conditions de quasi-équilibre ($\beta = 39$). Les valeurs positives correspondent à des sources, et celles négatives à des puits. (◯) $-\langle u_j\rangle\frac{\partial k}{\partial x_j}$, (∗) $-\frac{\partial\langle p'u'_i\rangle}{\partial x_i}$, (□) $-\frac{1}{2}\frac{\partial\langle u'_iu'_iu'_j\rangle}{\partial x_j}$, (+) $-\langle u'_iu'_j\rangle\frac{\partial\langle u_i\rangle}{\partial x_j}$, (×) $-\nu\langle\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}\rangle$, (△) $\nu\frac{\partial^2 k}{\partial x_j\partial x_j}$. Les termes du bilan sont adimensionnés en utilisant U_e et δ_1 comme échelles de vitesse et de longueur. Adapté de [147]. 52

2.15 Profil du flux turbulent (à un facteur 1/2 près) pour une couche limite turbulente en gradient de pression adverse. (a) Résultats DNS pour des gradients de pression adverses modérés. Données expérimentales de [119]. Tiré de [164]. (b) Résultats expérimentaux en gradient de pression adverse intense ($\beta \approx 20$). Adapté de [274]. 53

2.16 Profils de production d'énergie cinétique turbulente liée uniquement à $-\langle u'v'\rangle$ et complète, issus d'un calcul DNS pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul (courbes bleues) et en présence d'un gradient de pression adverse et des conditions de quasi-équilibre ($\beta = 39$, courbes rouges). (a) Production prémultipliée, (b) contribution de production uniquement liée à $-\langle u'v'\rangle$ (terme $-\langle u'v'\rangle\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y}$: (——) et (——)) comparée à la production totale (ici $\mathcal{P} = -\langle u'_iu'_j\rangle\frac{\partial\langle u_i\rangle}{\partial x_j}$) : (- - -) et (- - -)).Les termes sont adimensionnés en utilisant U_e et δ_1 comme échelles de vitesse et de longueur. Tiré de [9]. 53

2.17 Profils expérimentaux de $\langle u'^2\rangle^+$ décomposés par les contributions des échelles $\lambda_x < \delta$ (traits discontinus bleus) et $\lambda_x > \delta$ (traits continus oranges) à $Re_\tau \approx 1900$. La ligne la plus fine correspond à une couche limite à gradient de pression nul. L'épaisseur des lignes augmente avec l'intensité du gradient de pression adverse. Ici z correspond à la coordonnée dans la direction normale à la paroi. Tiré de [198]. 55

2.18 Profils issus d'un calcul DNS de la tension croisée de Reynolds décomposée par les contributions des structures telles que $\lambda_z < 0.5\delta$ (traits discontinus) et $\lambda_z > 0.5\delta$ (traits continus) pour des couches limites turbulentes en conditions de quasi-équilibre. — : $\beta = 0$; — : $\beta = 0.73$; — : $\beta = 2.2$ et — : $\beta = 9$. Adapté de [163]. 55

2.19 Variations de la taille caractéristique longitudinale (a) et en envergure (b) basée sur la corrélation spatiale en deux points, pour différents gradients de pression adverse. y_r correspond à la position normale du point de référence pour l'évaluation de la corrélation spatiale. L'intensité du gradient de pression est donnée par m tel que $U_e(x) = U_0\,(1 - x/x_0)^m$. Résultats issus d'un calcul DNS. Tiré de [163]. 56

2.20 ($a-e$) DSP prémultipliée de la fluctuation de vitesse longitudinale $\left(\frac{k_x G_{uu;k_x}}{u_\tau^2}\right)$ et ($f-i$) différence avec la DSP à gradient de pression nul $\left(\frac{k_x G_{uu;k_x}}{u_\tau^2} - \frac{k_x G_{uu;k_x}}{u_\tau^2}\Big|_{\text{ZPG}}\right)$, issues d'une étude expérimentale pour une couche limite turbulente en gradient de pression adverse à $Re_\tau \approx 1900$. (a) $\beta = 0$, (b) $\beta = 0.9$, (c) $\beta = 1.67$, (d) $\beta = 2.81$, (e) $\beta = 4.54$. Les symboles '×' correspondent au pic interne $z^+ \approx 15$, $\lambda_x^+ \approx 1000$ et '○' correspondent à $z = 0.4\delta$, $\lambda_x = 2\delta$. Ici z correspond à la coordonnée dans la direction normale à la paroi. Adapté de [112]. 58

2.21 Modulation d'amplitude des petites échelles par les grandes échelles évaluée comme dans (1.48). Résultats expérimentaux de couche limites turbulentes en gradient de pression favorable (○), nul (□) et adverse (◇), à $Re_\tau \approx 3000$. Ici z correspond à la coordonnée dans la direction normale à la paroi. Adapté de [113]. 59

2.22 DSP prémultipliée de $\langle u'^2\rangle$, $\frac{k_x G_{uu;k_x}}{u_\tau^2}$, pour une couche limite turbulente en gradient de pression adverse ($\beta \approx 1.1$) et à $Re_\tau \approx 4400$. Symboles : (+) $(y^+ = 15, \lambda_x^+ = 1000)$; (◯) $(y^+ = 3.9Re_\tau^{1/2}, \lambda_x = 6\delta)$; (□) $(y^+ = y^+_{\text{max,outer}}, \lambda_x = 3\delta)$. $y^+_{\text{max,outer}}$ correspond à la position du pic externe du profil de $\langle u'^2\rangle$. Ligne discontinue : $\lambda_x = \delta$. Adapté de [248]. 60

2.23 Terme dominant du coefficient d'asymétrie $3\frac{\langle u_L^+ u_S^{2+}\rangle}{\langle u'^2\rangle^{3/2}}$ pour un signal $u'(t)$. u_L^+ et u_S^+ correspondent au signal (en échelle visqueuse) filtré pour les grandes et les petites structures respectivement, avec une longueur d'onde de coupure $\lambda_x = \delta$. Résultats expérimentaux pour des couches limites en gradient de pression adverse à $Re_\tau \approx 4400$. — : $\beta \approx 0$; — : $\beta \approx 0.75$; — : $\beta \approx 1.1$; et — : $\beta \approx 2.2$. Adapté de [248]. 61

2.24 (a) Profil expérimental de $\langle u'^2\rangle^+$ pour une couche limite turbulente à gradient de pression adverse ($\beta \approx 1.1$) et à $Re_\tau \approx 4400$. — : $\langle u'^2\rangle^+$, — : $\langle u'^2\rangle^+\big|_{u_L^+>0}$ (signal u' conditionné par des fluctuations de vitesse positives des grandes structures) et — : $\langle u'^2\rangle^+\big|_{u_L^+<0}$ (signal u' conditionné par des fluctuations de vitesse négatives des grandes structures). (b) - - - : Différence entre le signal conditionné par des fluctuations de vitesse positives des grandes structures et celui conditionné par des fluctuations de vitesse négatives des grandes structures $\langle u'^2\rangle^+\big|_{u_L^+>0} - \langle u'^2\rangle^+\big|_{u_L^+<0}$; — : terme dominant du coefficient d'asymétrie $3\frac{\langle u_L^+ u_S^{2+}\rangle}{\langle u'^2\rangle^{3/2}}$. ····· : position où $\langle u'^2\rangle^+\big|_{u_L^+>0} - \langle u'^2\rangle^+\big|_{u_L^+<0} = 0$; -·-· : position où $3\frac{\langle u_L^+ u_S^{2+}\rangle}{\langle u'^2\rangle^{3/2}} = 0$. Tiré de [248]. 61

2.25 (a) Schéma traditionnel d'un décollement turbulent, avec un écoulement de retour depuis loin en aval. Le trait discontinu représente l'iso-ligne $\langle u\rangle = 0$. (b) Modèle conceptuel où les grandes structures entraînent des écoulements de retour localisés. ID : *incipient detachment*, ITD : *intermittent transitory detachment*, D : *detachment*. Tiré de [270]. . 63

2.26 Fluctuations de vitesse longitudinale d'un calcul DNS de couche limite turbulente avec décollement (S) et recollement (R), vers $y^+ = 10$. Plan à hauteur constante, où l'écoulement se déplace de gauche à droite. Adapté de [275]. 63
2.27 Champ instantané du coefficient de frottement d'un calcul DNS. Traits continus : $C_f > 0$; traits discontinus : $C_f < 0$; gros traits : iso-ligne $C_f = 0$. L'écoulement se déplace de gauche à droite. Tiré de [202]. 64
2.28 Isosurface de la partie réelle du mode basse fréquence de la DMD $f\theta_o/U_o = 1.03 \times 10^{-3}$, $St = fL_R/U_\infty = 0.45$. Le sous-indice $(\bullet)_o$ désigne les grandeurs utilisées pour adimensionner, à une station donnée en aval de la zone à gradient de pression adverse. L_R correspond à la longueur de la zone de recirculation. (a) $u_{dmd}/U_o = \pm 0.02$; (b, c) $v_{dmd}/U_o = \pm 0.01$. La ligne continue dans (b) correspond à $\langle u \rangle = 0$. Tiré de [331]. . . . 65
2.29 Représentation schématique de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz dans une couche de mélange. Adapté de [120]. 66
2.30 Fréquences adimensionnées des pics spectraux en fonction de la distance au point de décollement. Les symboles représentent différents nombres de Reynolds mesurés en amont de la bosse. Tiré de [91]. 67
2.31 Champ des tensions de Reynolds dans une bulle de recirculation turbulente issu d'un calcul DNS. (a) $\langle u'^2 \rangle / U_\infty^2$; (b) $\langle v'^2 \rangle / U_\infty^2$; (c) $\langle w'^2 \rangle / U_\infty^2$; (d) $-\langle u'v' \rangle / U_\infty^2$. Ici Y correspond à la hauteur du domaine de calcul. Les lignes verticales blanches représentent la position des points de décollement et de recollement. Figures réalisées à partir des données du calcul DNS de [54]. 69
2.32 Bilan d'énergie cinétique turbulente pour un décollement et recollement de couche limite issu d'un calcul DNS à $Re_\theta = 3121$. (a) Énergie cinétique turbulente, $k = \frac{1}{2}\langle u_i' u_i' \rangle$; (b) (moins) advection, $\langle u \rangle \frac{\partial k}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial k}{\partial y}$; (c) production, $P = -\langle u_i' u_j' \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j}$; (d) (moins) pseudo-dissipation, $-\epsilon' = -\nu \left\langle \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right\rangle$; (e) diffusion turbulente, $\frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\langle \frac{1}{2} u_i' u_i' u_j' \rangle \right)$; (f) diffusion liée aux fluctuations de pression, $\frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\frac{1}{\rho} \langle u_j' p' \rangle \right)$. Lignes continues : lignes de courant du champ moyen. Lignes verticales blanches : position des points de décollement et de recollement. Symboles blancs : frontière de la couche limite (consulter [54] pour les détails). Ligne blanche discontinue en (a) : ligne de courant de vitesse moyenne nulle. Lignes discontinues en (c) : contours de $P/\epsilon' = 1,\ 1.5$ et 2. Zones grises en (c) : $P < 0$ (valeur minimale -7×10^{-5}). L'énergie cinétique turbulente est adimensionnée par U_∞^2 et les autres termes par U_∞^3 / Y ; où Y correspond à la hauteur du domaine de calcul. Tiré de [54]. 70
2.33 Enregistrements instantanés de la direction de l'écoulement près de la paroi en deux points de la zone de recollement. Tiré de [82]. 71
2.34 Profils de vitesse moyenne d'un calcul DNS après recollement d'une couche limite turbulente sur une plaque plane. Tiré de [202]. 72
2.35 Bilan d'énergie cinétique turbulente pour un calcul DNS d'un décollement et recollement de couche limite sur une plaque plane. (a) : zone de recollement ($x/\delta^*_{in} = 270$). (b) : zone de redéveloppement en aval du recollement ($x/\delta^*_{in} = 320$). Suivant la flèche dans (a) les termes correspondants sont : production, diffusion turbulente, diffusion visqueuse, diffusion liée aux fluctuations de pression, dissipation et advection. Adapté de [202]. . 73

4.1 Décomposition du spectre d'énergie cinétique turbulente en fonction du nombre d'onde $\tilde{\kappa}$ dans le cas de turbulence homogène isotrope. Le nombre d'onde $\tilde{\kappa}_c$ correspond à la séparation entre les échelles résolues ($\tilde{\kappa} < \tilde{\kappa}_c$) et les échelles filtrées ($\tilde{\kappa} > \tilde{\kappa}_c$). Pour une variable f donnée, $\overline{f}$ correspond à la partie résolue et f' à la partie non résolue. $\tilde{\kappa}_\Lambda \propto 1/\Lambda$ et $\tilde{\kappa}_\eta \propto 1/\eta$. Adapté de [242]. 100
4.2 Simulation DNS d'un écoulement autour d'un cylindre à base carrée à $Re_L = 22000$, où L représente la longueur du côté du cylindre. Tiré de [304]. 102

4.3 Classification des différentes approches de modélisation des écoulements turbulents en fonction de leur niveau de modélisation. Tiré de [242]. 102
4.4 Comparaison du nombre de points du maillage N_{xyz} pour des simulations de couche limite turbulente avec $Re_\theta = 1000$ en entrée pour différentes approches de modélisation de la turbulence. (—) : WMLES (zone externe) (4.14) ; (—) : WRLES (zone interne) (4.13) ; (- - -) : WRLES (zones interne et externe) ; (—) : DNS (4.12). (○), (●) : DNS et WRLES respectivement d'après la revue bibliographique dans [73]. (○) : valeurs WMLES de [133, 134]. Adapté de [72]. 104
4.5 Schéma de principe de l'approche WMLES. Tiré de [158]. 105
4.6 Schéma de principe de l'approche WMLES utilisé par Park et Moin [216]. Le maillage pour le système d'équations du modèle de paroi est superposé au maillage LES. Adapté de [25]. Tiré de [216]. 106
4.7 Schéma représentant le principe de la simulation ZDES mode 3 d'une couche limite en développement spatial. Tiré de [229]. 107
4.8 Profils de vitesse moyenne dans un écoulement de canal. (*a*) $Re_\tau = 2300$, (*b*) $Re_\tau = 5000$ et (*c*) $Re_\tau = 8000$. - - - : DES97 (en WMLES) ; — : DES97 (en WMLES) avec forçage stochastique ; ○ RANS (modèle de Spalart-Allmaras). Résultats de [142]. Tiré de [221]. 108
4.9 Isosurface de critère Q [124] colorée par le signe de vorticité (jaune : vorticité positive ; bleu : vorticité négative) pour deux configurations d'arrière-corps de lanceurs spatiaux. Simulations réalisées à l'aide de la ZDES mode 1. Le mode 0 correspond à un traitement complètement RANS. Adapté de [325]. 110
4.10 Simulation de l'interaction onde de choc/couche limite sur un profil d'aile en régime transsonique à l'aide de la ZDES mode 2 (2020). Gauche : visualisation de l'onde de choc et isosurface de critère Q [124]. Droite : champ instantané du nombre de Mach et de la viscosité turbulente. Adapté de [71]. 111
4.11 Évolution du coefficient de frottement pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul. Simulations réalisées à l'aide de la ZDES mode 3. — : avec la fonction de lissage f_δ ; — : sans la fonction de lissage f_δ ; - - - : corrélation de Coles-Fernholz calibrée par Nagib *et al.* [206]. La zone grisée représente 5% d'écart par rapport à la corrélation de Coles-Fernholz. Adapté de [230]. 112
4.12 Décomposition de la tension croisée de Reynolds en accord avec l'équation (4.19) pour une simulation ZDES mode 3 de couche limite turbulente à gradient de pression nul et $Re_\theta = 13000$. (· · ■ · ·) : tension totale ; (· · ▼ · ·) : tension résolue ; (· · ▲ · ·) : tension modélisée ; (· · ♦ · ·) : terme croisé. Adapté de [72]. 113
4.13 Profil de la fraction résolue de la tension croisée de Reynolds (4.19) pour une couche limite turbulente simulée en ZDES mode 3 à $Re_\theta = 13000$. - - - : position de l'interface RANS/LES. 113
4.14 Exemple de champ instantané de la composante de vitesse transversale (gauche) et de la viscosité turbulente (droite). Champ d'une condition d'entrée turbulente à l'aide la méthode SEM [214] généré au cours de la thèse dans un cadre ZDES mode 3. 115
4.15 Évolution du coefficient de frottement pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul simulée à l'aide de la ZDES mode 3. La méthode SEM est utilisée comme condition d'entrée turbulente avec différentes options de forçage dynamique. L'option "originale" fait référence à la version donnée par Spille-Kohoff et Kaltenbach [294] et la version "nouvelle" à celle proposée par Laraufie *et al.* [154]. Adapté de [154]. 116

5.1 Évolution de la vitesse de frottement sur le plancher. • : données expérimentales [59] ; — : Spalart-Allmaras ; — : $k-\omega$ Menter SST ; — : ZDES mode 3 ; — : SSG-LRR-ω (paramètre de correction entropique du schéma de Roe à 10^{-6}) ; - - - : SSG-LRR-ω (paramètre de correction entropique du schéma de Roe à 10^{-2}). 138
5.2 (a) Profil de vitesse moyenne et (b) de tension croisée de Reynolds à la station $x/L = 10.73$. - - - : position de l'interface RANS/LES. 139

5.3 (a) Profil de vitesse moyenne et (b) de tension croisée de Reynolds à la station $x/L = 12.95$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES. . . . 139
5.4 (a) Profil de vitesse moyenne et (b) de tension croisée de Reynolds à la station $x/L = 16.27$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES. . . . 139
5.5 Profil de u_{rms} (a) et de v_{rms} (b) à la station $x/L = 10.73$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES. . . . 140
5.6 Profil de u_{rms} (a) et de v_{rms} (b) à la station $x/L = 16.27$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES. . . . 140
5.7 (a) PSD de la fluctuation de vitesse longitudinale $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ et (b) interspectre de la tension croisée de Reynolds $k_x G_{uv;k_x}/u_\tau^2$ pour $x/L = 10.73$, **—** : $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$. On utilise $U_c = U_{corr}$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES. . . . 141
5.8 (a) PSD du terme de production d'énergie cinétique turbulente prémultipliée par la distance à la paroi $-d_w k_x G_{uv;k_x}/u_\tau^3(\partial\langle u\rangle/\partial y)$ et (b) PSD du terme de production de $-\langle u'v'\rangle$ prémultipliée par la distance à la paroi $d_w k_x G_{vv;k_x}/u_\tau^3(\partial\langle u\rangle/\partial y)$, pour $x/L = 10.73$. On utilise $U_c = U_{corr}$. Les lignes continues noires représentent dans (a) $d_w k_x G_{uu;k_x}/(u_\tau^2\delta)$, et dans (b) $-d_w k_x G_{uv;k_x}/(u_\tau^2\delta)$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES. . . . 141
5.9 Vitesse de convection comparée à la vitesse moyenne locale $U_c(f)/\langle u\rangle$ à $x/L = 10.73$. **—** : $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ (figure 5.7a). **- - -** : position de l'interface RANS/LES. **—** : isoligne $U_c = \langle u\rangle$. . . . 142

6.1 Dérivée de la tension croisée de Reynolds dans la direction normale à la paroi à $x' = 4$, $\left(\frac{\delta}{U_e^2}\frac{\partial}{\partial y}\left[-\langle u'v'\rangle\right]\right)$. Zone remplie en bleu : la ZDES contribue plus que le DRSM à la décélération de l'écoulement moyen dans la direction longitudinale. Zone remplie en vert : le DRSM contribue plus que la ZDES à la décélération de l'écoulement moyen dans la direction longitudinale. . . . 179

A.1 DSP unilatérale pour la fluctuation de vitesse longitudinale, adimensionnée en échelles visqueuses ($k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$), pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul simulée à l'aide de la ZDES mode 3 en approche WRLES, et à $Re_\theta = 13000$ ($Re_\tau = 3600$). Les lignes correspondent à des valeurs expérimentales : **—**, $Re_\tau = 2800$ de Mathis *et al.* [187] ; **- - -**, $Re_\tau = 3900$ de Marusic *et al.* [181]. Adapté de [73]. . . . 191
A.2 Détermination de la vitesse de convection U_{corr} pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul et $Re_\theta = 13000$. Simulation réalisée à l'aide la ZDES mode 3. Adapté de [152]. . . . 192
A.3 Vitesse de convection U_c/U_∞ (a), et coefficient de corrélation γ_{cu} (b) pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul à $Re_\theta = 13000$. Lignes noires : $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ en utilisant $U_c = U_{corr}$. Tiré de [232]. . . . 194
A.4 Vitesse de convection (a) comparée à la vitesse moyenne $U_c/\langle u\rangle$ et (b) à la vitesse basée sur la corrélation en deux points et deux temps U_c/U_{corr} pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul à $Re_\theta = 13000$. Lignes noires : $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ en utilisant $U_c = U_{corr}$. Lignes blanches : $U_c = \langle u\rangle$. Tiré de [232]. . . . 194
A.5 Facteur de dilatation (A.29) pour une couche limite turbulente à $Re_\theta = 13000$ et gradient de pression nul. Lignes noires : $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ en utilisant $U_c = U_{corr}$. Tiré de [232]. . . . 196

B.1 (a) Profil de vitesse moyenne et (b) de tension croisée de Reynolds à la station $x/L = 15.66$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES. . . . 197
B.2 (a) PSD de la fluctuation de vitesse longitudinale $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ pour $x/L = 10.73$, FPG, et (b) pour $x/L = 15.66$, APG. On utilise $U_c = U_{corr}$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES. . . . 198
B.3 (a) PSD en envergure de la fluctuation de vitesse longitudinale $k_z G_{uu;k_z}/u_\tau^2$ pour $x/L = 10.73$, FPG, et (b) pour $x/L = 15.66$, APG. **- - -** : position de l'interface RANS/LES. . 198

B.4 (a) Interspectre de la tension croisée de Reynolds $k_x G_{uv;k_x}/u_\tau^2$ pour $x/L = 10.73$, FPG, et (b) pour $x/L = 15.66$, APG. On utilise $U_c = U_{corr}$. — : niveaux de $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ (figure B.2). - - - : position de l'interface RANS/LES. 199
B.5 (a) PSD de la fluctuation de vitesse normale $k_x G_{vv;k_x}/u_\tau^2$ pour $x/L = 10.73$, FPG, et (b) pour $x/L = 15.66$, APG. On utilise $U_c = U_{corr}$. - - - : position de l'interface RANS/LES. 199
B.6 (a) PSD de la fluctuation de vitesse transversale $k_x G_{ww;k_x}/u_\tau^2$ pour $x/L = 10.73$, FPG, et (b) pour $x/L = 15.66$, APG. On utilise $U_c = U_{corr}$. - - - : position de l'interface RANS/LES. 200
B.7 (a) PSD du terme de production d'énergie cinétique turbulente prémultipliée par la distance à la paroi $-d_w k_x G_{uv;k_x}/u_\tau^3(\partial\langle u\rangle/\partial y)$ pour $x/L = 10.73$, FPG, et (b) pour $x/L = 15.66$, APG. On utilise $U_c = U_{corr}$. — : $d_w k_x G_{uu;k_x}/(u_\tau^2\delta)$. - - - : position de l'interface RANS/LES. 200
B.8 (a) PSD du terme de production de la tension croisée de Reynolds prémultipliée par la distance à la paroi $d_w k_x G_{vv;k_x}/u_\tau^3(\partial\langle u\rangle/\partial y)$ pour $x/L = 10.73$, FPG, et (b) pour $x/L = 15.66$, APG. On utilise $U_c = U_{corr}$. — : $-d_w k_x G_{uv;k_x}/(u_\tau^2\delta)$. - - - : position de l'interface RANS/LES. 201
B.9 (a) Vitesse de convection comparée à la vitesse moyenne locale $U_c(f)/\langle u\rangle$ à $x/L = 10.73$, FPG et (b) à $x/L = 15.66$, APG. — : $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ (figure B.2). - - - : position de l'interface RANS/LES. — : isoligne $U_c = \langle u\rangle$. 201
B.10 (a) Coefficient de corrélation γ_{cu} à $x/L = 10.73$, FPG et (b) à $x/L = 15.66$, APG. — : $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ (figure B.2). - - - : position de l'interface RANS/LES. — : isoligne $U_c = \langle u\rangle$. 202

C.1 Différents repères utilisés pour la procédure de redressement du maillage. 205
C.2 Maillage d'origine (en haut) et maillage de posttraitement interpolé (en bas). 205
C.3 Champ du coefficient de pression sur le maillage d'origine (en haut) et interpolé sur le maillage de posttraitement (en bas). 206
C.4 Champ de vitesse moyenne normale d'origine (en haut) et interpolée et projetée sur le maillage de posttraitement (en bas). Une ligne de courant de la vitesse moyenne est présentée sur la figure du haut. 207

Notations

Constantes

Symbole	Signification	Valeur	Unité
$\mathcal{B}$	Constante de la loi logarithmique	*e.g.* 5.2	[-]
C_{DES}	Constante de la méthode DES [289]	0.65	[-]
C_S	Constante de Smagorinski	*e.g.* 0.18	[-]
r	Constante des gaz parfaits pour l'air	287	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
S	Constante de la loi de Sutherland	110.4	K
T_0	Température de référence (loi de Sutherland)	273.16	K
γ	Rapport des chaleurs spécifiques de l'air	1.4	[-]
κ	Constante de von Kármán	*e.g.* 0.41	[-]
μ_0	Viscosité dynamique de référence (loi de Sutherland)	1.711×10^{-5}	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$

Nombres sans dimension

Kn	Nombre de Knudsen
M	Nombre de Mach
Pr	Nombre de Prandtl
Re	Nombre de Reynolds
St	Nombre de Strouhal

Indices

i, j, k	Indices de directions
ref	Grandeur de référence
rms	*Root Mean Square*
w	Grandeur à la paroi
∞	Grandeur libre de l'écoulement

Grandeurs variables

Symbole	Signification	Unité
a	Vitesse du son	$m \cdot s^{-1}$
C_f	Coefficient de frottement	[-]
C_p	Coefficient de pression	[-]
d_w	Distance à la paroi	m
$\tilde{d}$	Échelle de longueur modifiée	m
E	Énergie totale spécifique	$J \cdot kg^{-1}$
e	Énergie interne spécifique	$J \cdot kg^{-1}$
f	Fréquence	s^{-1}
f_{v1}, f_{v2}, f_w	Fonctions du modèle de Spalart et Allmaras [284]	[-]
G	Facteur de forme déficitaire	[-]
$G_{uu;f}$	DSP unilatérale en fonction de f	$m^2 \cdot s^{-1}$
$G_{uu;k_x}$	DSP unilatérale en fonction de k_x	$m^3 \cdot s^{-2} \cdot rad^{-1}$
$G_{uv;f}$	Partie réelle de la DSP croisée unilatérale (interspectre) en fonction de f	$m^2 \cdot s^{-1}$
$G_{uv;k_x}$	Partie réelle de la DSP croisée unilatérale (interspectre) en fonction de k_x	$m^3 \cdot s^{-2} \cdot rad^{-1}$
H	Facteur de forme	[-]
k	Énergie cinétique turbulente	$J \cdot kg^{-1}$
k_x, k_z	Nombre d'onde dans la direction x et z	$rad \cdot m^{-1}$
L_R	Longueur de recirculation	m
P	Production d'énergie cinétique turbulente	$J \cdot kg^{-1} \cdot s^{-1}$
p	Pression	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
R_{uu}	Fonction d'autocorrélation de la vitesse longitudinale	$m^2 \cdot s^{-2}$
$S_{C_f'}$	Coefficient d'asymétrie du coefficient de frottement instationnaire	[-]
S_{ij}	Tenseur taux de déformation	s^{-1}
$S_{uu;f}$	DSP bilatérale en fonction de f	$m^2 \cdot s^{-1}$
$S_{uu;k_x}$	DSP bilatérale en fonction de k_x	$m^3 \cdot s^{-2} \cdot rad^{-1}$
$S_{uv;f}$	DSP croisée bilatérale en fonction de f	$m^2 \cdot s^{-1}$
$S_{uv;k_x}$	DSP croisée bilatérale en fonction de k_x	$m^3 \cdot s^{-2} \cdot rad^{-1}$
s	Entropie	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
T	Température	K
t	Temps	s
U_c	Vitesse de convection	$m \cdot s^{-1}$
u, v, w	Vitesse dans la direction x, y, z respectivement	$m \cdot s^{-1}$
u_τ	Vitesse de frottement	$m \cdot s^{-1}$
x, y, z	Coordonnées spatiales	m
β	Paramètre de Clauser du gradient de pression [52]	[-]
γ_{cu}	Coefficient de corrélation pour la vitesse de convection	[-]
γ_u	Fraction de temps moyen d'écoulement orienté vers l'aval	[-]
Δt	Pas temporel	s
$\Delta x, \Delta y, \Delta z$	Taille de maille dans la direction x, y, z respectivement	m
δ	Épaisseur de couche limite	m
δ_1	Épaisseur de déplacement	m
δ_{ij}	Symbole de Kronecker	[-]
δ_ω	Épaisseur de vorticité	m
ϵ	Dissipation d'énergie cinétique turbulente	$m^2 \cdot s^{-3}$
ϵ'	Pseudo-dissipation d'énergie cinétique turbulente	$m^2 \cdot s^{-3}$
θ	Épaisseur de quantité de mouvement	m
λ	Coefficient de conductivité thermique	$J \cdot K^{-1} \cdot s^{-1} \cdot m^{-1}$

λ_x, λ_z	Longueur d'onde dans la direction x et z respectivement	m
μ	Viscosité dynamique	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
μ_t	Viscosité turbulente dynamique	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$
ν	Viscosité cinématique	$m^2 \cdot s^{-1}$
ν_t	Viscosité turbulente cinématique	$m^2 \cdot s^{-1}$
$\tilde{\nu}$	Pseudo-viscosité turbulente	$m^2 \cdot s^{-1}$
ρ	Masse volumique	$kg \cdot m^{-3}$
τ_{ij}	Tenseur des contraintes visqueuses	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
τ_w	Frottement pariétal	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
χ	Rapport entre la pseudo-viscosité turbulente et la viscosité cinématique	[-]
ω	Taux de dissipation spécifique d'énergie cinétique turbulente	s^{-1}
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	Vorticité dans la direction x, y, z respectivement	s^{-1}

Acronymes

APG	*Adverse pressure gradient* (gradient de pression adverse)
CFD	*Computational Fluid Dynamics*
CFL	Nombre de *Courant-Friedrichs-Lewy*
CPU	*Central Processing Unit* (processeur)
DDES	*Delayed Detached-Eddy Simulation*
DES	*Detached-Eddy Simulation*
DMD	*Dynamic mode decomposition*
DNS	*Direct Numerical Simulation* (simulation numérique directe)
DRSM	*Differential Reynolds Stress Model*
DSP ou PSD	*Power spectral density* (densité spectrale de puissance)
FPG	*Favourable pressure gradient* (gradient de pression favorable)
LES	*Large Eddy Simulation* (simulation aux grandes échelles)
LLM	*Log-Layer Mismatch*
LSM	*Large Scale Motion* (structure cohérente de grande taille)
PIV	*Particle Image Velocimetry*
POD	*Proper Orthogonal Decomposition*
QCR	*Quadratic Constitutive Relation*
RANS	*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*
RSM	*Reynolds Stress Model*
SEM	*Synthetic Eddy Method*
SST	*Shear Stress Transport*
TKE	*Turbulent kinetic energy* (énergie cinétique turbulente)
TQL	Tourbillon Quasi-Longitudinal
URANS	*Unsteady* RANS (RANS instationnaire)
VLSM	*Very Large Scale Motion* (structure cohérente de très grande taille)
WMLES	*Wall-Modelled Large Eddy Simulation* (LES avec modèle de paroi)
WRLES	*Wall-Resolved Large Eddy Simulation* (LES résolue à la paroi)
ZDES	*Zonal Detached Eddy Simulation*
ZPG	*Zero pressure gradient* (gradient de pression nul)

Introduction

Contexte

Les écoulements observés dans de nombreuses applications industrielles ont lieu dans des conditions telles que le nombre de Reynolds est très élevé. Ce nombre adimensionnel représente le rapport entre les forces inertielles et les forces visqueuses dans un écoulement donné et caractérise le caractère laminaire ou turbulent de l'écoulement. Pour des nombres de Reynolds élevés, l'écoulement est turbulent et présente ainsi un comportement instationnaire et chaotique, contrairement aux écoulements laminaires. De ce fait, l'étude des écoulements turbulents est bien plus complexe que celle des écoulements laminaires et représente un sujet d'intérêt majeur pour la communauté scientifique. Par ailleurs, depuis plusieurs décennies, avec l'augmentation de la puissance de calcul informatique, la simulation numérique (CFD pour *Computational Fluid Dynamics*) est devenue un outil essentiel pour l'industrie et la recherche en mécanique des fluides. Toutefois, à ce jour, l'utilisation de la simulation numérique présente certaines limitations, notamment pour les écoulements turbulents à des nombres de Reynolds élevés. Parmi les nombreux types d'écoulements turbulents, dans ces travaux on s'intéresse aux écoulements pariétaux et plus précisément aux écoulements de couche limite turbulente.

La simulation numérique directe (DNS pour *Direct Numerical Simulation*) des écoulements turbulents consiste à résoudre les équations de Navier-Stokes de sorte à obtenir les grandeurs caractéristiques du fluide en fonction du temps et de l'espace. Cette approche permet d'avoir le plus haut degré de fidélité par rapport à l'écoulement étudié. Cependant, les écoulements turbulents se caractérisent par des structures cohérentes présentant une large gamme d'échelles spatiales et temporelles. Il est possible de quantifier le rapport entre les échelles spatiales les plus grandes observées, dont la taille est de l'ordre de l'épaisseur de couche limite, et les plus petites, dont la taille est de l'ordre de l'échelle de Kolmogorov [225]. Ce rapport d'échelles est directement lié au nombre de Reynolds et augmente avec celui-ci, ce qui se traduit par une séparation d'échelles dans l'écoulement d'autant plus importante que le nombre de Reynolds est élevé. La simulation numérique directe doit résoudre correctement toutes les échelles spatiales et temporelles de l'écoulement, ce qui rend cette approche prohibitive pour la simulation des écoulements à grand nombre de Reynolds à cause du coût de calcul requis.

Une alternative à la DNS est la WRLES (*Wall-Resolved Large Eddy Simulation*), qui vise à résoudre uniquement les grandes échelles de l'écoulement turbulent, responsables de la production d'énergie cinétique turbulente, et à modéliser les plus petites sous certaines hypothèses, au moyen d'un filtre spatial et d'un modèle sous-maille. Bien que quelques aspects soient toujours perfectibles et représentent des sujets de recherche actifs (par exemple l'amélioration des modèles sous-maille), cette approche permet l'obtention de solutions très fidèles souvent utilisées comme références dans les études de turbulence pariétale [139]. Toutefois, l'approche WRLES ne permet pas une réduction significative du coût de calcul des simulations de la turbulence pariétale par rapport à l'approche DNS, si bien que certains

travaux parlent de QDNS (*Quasi*-DNS) pour faire référence à la WRLES [286, 289].

L'approche RANS (*Reynolds-Averaged Navier Stokes*), au contraire, permet de réduire considérablement le coût de calcul et de réaliser des simulations numériques à grand nombre de Reynolds. En effet, en utilisant cette technique, le champ moyenné est résolu numériquement et l'effet du champ turbulent fluctuant sur le champ moyen est complètement modélisé. L'approche RANS a été l'option majoritairement employée pour les études des applications industrielles. Néanmoins, la modélisation complète de la turbulence dans cette approche ne donne pas toujours des prévisions satisfaisantes de l'écoulement moyen, notamment pour des écoulements complexes. Par ailleurs, cette méthode présente des limitations inhérentes à sa nature, qui font qu'elle n'est pas adaptée dans plusieurs configurations comme par exemple dans certaines études aéroacoustiques ou de charges instationnaires liées à la turbulence.

Un bon compromis peut être obtenu en utilisant les approches WMLES (*Wall-Modeled LES*). Ces approches permettent une réduction considérable du coût de calcul par rapport à la DNS ou la WRLES, tout en gardant une grande partie de la turbulence résolue dans la simulation. En particulier, les approches WMLES modélisent la turbulence dans la zone proche de la paroi, qui est la région la plus contraignante dans les écoulements turbulents pariétaux d'un point de vue numérique [72, 221]. Parmi les différentes possibilités de WMLES, dans cette thèse on emploie une méthode hybride RANS/LES, et en particulier la ZDES (*Zonal Detached Eddy Simulation*) [68], qui présente un mode d'utilisation en fonctionnement WMLES : la ZDES mode 3.

L'intérêt des écoulements turbulents pariétaux à grand nombre de Reynolds repose aussi sur la physique. En effet, la dynamique de la turbulence présente des spécificités à des nombres de Reynolds élevés qui ne se manifestent pas de façon évidente à des nombres de Reynolds modérés ou faibles. Plus précisément, pour les écoulements pariétaux canoniques (couche limite de plaque plane, canal et conduite de section circulaire), des grandes structures cohérentes dans la zone logarithmique et dans la zone externe apparaissent dont le rôle dans la dynamique de la turbulence devient essentiel (contribution à la production d'énergie cinétique turbulente, contribution au frottement, interaction avec les petites échelles dans la zone interne...) [13, 127, 187, 280]. Une meilleure compréhension de la dynamique de la turbulence pariétale à grand nombre de Reynolds permettrait des éventuelles améliorations des applications industrielles. À titre d'exemple, des techniques de contrôle appliquées sur les grandes structures cohérentes permettent une réduction du frottement pariétal [179]. Ainsi, la ZDES mode 3, utilisée dans cette thèse, présente un intérêt important puisqu'elle permet d'atteindre des nombres de Reynolds plus élevés que les approches DNS et WRLES, et résout la turbulence dans la zone externe de la couche limite [72, 74]. En particulier, cette méthode a été utilisée pour des études de couche limite à gradient de pression nul jusqu'à des nombres de Reynolds de $Re_\theta = 13000$ [72], où θ correspond à l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite, et des nombres de Reynolds encore plus élevés sont considérés dans cette thèse, qui sont difficilement abordables en DNS ou WRLES. Toutefois, l'évaluation de la méthode pour la simulation d'écoulements de couche limite en présence d'un gradient de pression adverse et d'un décollement mince n'a pas été abordée en détail, ce qui définit le but de la présente thèse.

En effet, dans les applications industrielles, les couches limites turbulentes se trouvent dans des conditions différentes de celles retrouvées dans les écoulements canoniques. Il a été évoqué dans la littérature la vaste quantité de travaux s'intéressant à ce dernier type d'écoulements et l'intérêt d'aborder des études sur des écoulements plus représentatifs des applications industrielles [279]. Dans cette optique, cette thèse s'intéresse en particulier à des couches limites en présence de gradients de pression et au décollement mince de la couche limite provoqué par un gradient de pression adverse, et ceci pour des nombres de Reynolds élevés à l'aide de la ZDES mode 3.

Démarche et structure de l'étude

Le contexte bibliographique de la dynamique de la turbulence pariétale est abordé dans un premier temps dans cette thèse, en séparant les caractéristiques de la turbulence pariétale canonique, de celles dans le cas de la présence d'un gradient de pression (principalement pour un gradient de pression

adverse) et d'un décollement mince de couche limite turbulente. Le chapitre 1 est consacré à rappeler les éléments principaux de la turbulence pour les écoulements pariétaux canoniques (canal, couche limite de plaque plane à gradient de pression nul et conduite de section circulaire) en mettant l'accent sur la couche limite turbulente. En particulier, les effets observés à des grands nombres de Reynolds sont rappelés, d'une part puisque cette thèse s'intéresse aux écoulements à des nombres de Reynolds élevés, et d'autre part en raison de la similitude évoquée dans la littérature de certains de ces effets à ceux provoqués par un gradient de pression adverse.

Dans le chapitre 2 on réalise une revue bibliographique des effets de gradients de pression (et en particulier du gradient de pression adverse) sur la couche limite turbulente, et du décollement mince. Plusieurs aspects sont abordés, notamment la définition de conditions de quasi-équilibre, les modifications constatées sur le profil de vitesse moyenne, sur le bilan d'énergie cinétique turbulente et sur les structures cohérentes pour le cas d'une couche limite attachée en présence de gradients de pression. Les similitudes et différences entre les effets provoqués par un gradient de pression adverse et ceux résultant d'un nombre de Reynolds élevé sont également détaillées. Finalement, des rappels sont aussi réalisés concernant le décollement turbulent d'une couche limite et la dynamique de celui-ci.

Le chapitre 3 est consacré à une étude des effets de sensibilité aux conditions amont des couches limites laminaires et pleinement turbulentes, en présence de gradients de pression favorables et adverses. La littérature ne fournissait pas en effet une représentation parfaitement claire et cohérente concernant l'évolution d'une couche limite perturbée en gradient de pression adverse. Plus précisément, l'origine de cette étude provient de l'utilisation de conditions d'entrée turbulentes pour les calculs ZDES réalisés dans cette thèse, qui viennent introduire des fluctuations à l'entrée du domaine de calcul et qui présentent quelques imperfections. Dans le cas où ces perturbations involontaires ne disparaîtraient pas lors du développement de la couche limite vers l'aval, la solution obtenue par la simulation serait entachée par ces imperfections, ce qui remettrait en cause les conclusions tirées.

Les différentes techniques de modélisation et de simulation des écoulements turbulents sont ensuite abordées dans le chapitre 4. L'accent est mis sur les approches de type WMLES, dont l'intérêt repose sur la réduction considérable du coût de calcul par rapport aux approches DNS et WRLES en gardant une grande partie de la turbulence résolue, et en particulier sur la ZDES mode 3. Les conditions d'entrée turbulentes, ainsi qu'une technique de forçage dynamique (utilisée pour accélérer la disparition des imperfections des fluctuations injectées par la condition d'entrée) sont brièvement rappelées. Finalement, les codes de calcul et les méthodes numériques employés dans cette thèse sont présentés.

L'étude d'une couche limite turbulente à grand nombre de Reynolds et en présence de gradients de pression est abordée dans le chapitre 5. Le cas test est basé sur une expérience à grand nombre de Reynolds publiée par le LMFL (Laboratoire de Mécanique des Fluides de Lille) [59] avec une base de données PIV (*Particle Image Velocimetry*) très bien résolue en temps et en espace. Une adaptation de la géométrie du domaine de calcul par rapport à l'expérience de référence est détaillée. Cette modification est réalisée dans le but de prendre en compte les effets de confinement des couches limites latérales sur le gradient de pression moyen observés dans l'expérience, sans résoudre ces couches limites dans les simulations numériques, ce qui permet une réduction du coût de calcul significative pour la simulation en ZDES mode 3. L'approche RANS avec différents types de modèle de turbulence est également utilisée afin de comparer les solutions du champ moyen avec celles du calcul ZDES mode 3. De plus, des analyses spectrales de la turbulence résolue dans la simulation ZDES sont menées.

Après l'étude d'une couche limite attachée en présence de gradients de pression, le chapitre 6 présente l'étude réalisée pour un décollement turbulent mince de couche limite caractérisé expérimentalement par Song et Eaton [281]. De même que pour le chapitre 5, une adaptation de la géométrie du plafond pour la prise en compte des effets de confinement est réalisée en suivant la procédure détaillée dans le chapitre précédent. Par ailleurs, différents modèles RANS sont également considérés pour les comparaisons du champ moyen. L'accent est mis sur la zone de redéveloppement en aval du recollement, où la couche limite est en déséquilibre à cause de la production de turbulence ayant lieu au niveau de la couche de mélange associée au décollement, et où le nombre de Reynolds est considérablement élevé. La dynamique de la turbulence et du frottement est analysée en détail à l'aide de la simulation ZDES mode 3.

L'annexe A fournit quelques rappels sur le traitement de signal auquel on fait référence dans les chapitres 1 et 2, et qui est employé dans les analyses des chapitres 5 et 6. Par ailleurs, afin de compléter l'étude du chapitre 5, des résultats complémentaires sur l'analyse spectrale sont présentés dans l'annexe B. Finalement, l'annexe C détaille les modifications réalisées au cours de cette thèse dans une code de posttraitement de couches limites turbulentes, afin de pouvoir réaliser les posttraitements des calculs des chapitres 5 et 6.

Chapitre 1

Éléments généraux sur la turbulence pariétale

1.1 Description de l'écoulement de couche limite de plaque plane . . . 7
1.2 Équations globales des écoulements fluides . . . 8
1.2.1 Équations de Navier-Stokes compressibles . . . 8
1.2.2 Équations de Navier-Stokes incompressibles . . . 9
1.2.3 Équations du champ moyen (RANS) . . . 10
1.3 Équations appliquées à un écoulement de couche limite . . . 11
1.3.1 Hypothèses de couche limite : équations de couche limite pour le champ moyen 11
1.3.2 Cas particulier d'une couche limite à gradient de pression nul . . . 12
1.3.3 Grandeurs de couche limite . . . 13
1.3.4 Profil de vitesse moyenne longitudinale . . . 14
1.3.5 Équations de transport des tensions de Reynolds . . . 18
1.4 Structures cohérentes peuplant la couche limite turbulente . . . 22
1.4.1 Zone interne . . . 23
1.4.1.1 Streaks . . . 23
1.4.1.2 Bursting process . . . 23
1.4.1.3 Tourbillons quasi-longitudinaux (TQL) . . . 24
1.4.1.4 Processus auto-entretenu . . . 25
1.4.2 Zone externe . . . 26
1.4.2.1 Le hairpin . . . 26
1.5 Effets à grand nombre de Reynolds . . . 28
1.5.1 Superstructures . . . 29
1.5.2 Impact des superstructures . . . 30
1.6 Interaction entre la zone interne et la zone externe . . . 34
1.7 Points clés . . . 36

L'écoulement fluide au voisinage d'une paroi solide se caractérise par l'apparition d'une région proche de la paroi où la dynamique du fluide présente des phénomènes absents dans le reste de l'écoulement. Pour une longueur caractéristique longitudinale L, une vitesse caractéristique de l'écoulement libre U_∞ et une viscosité cinématique du fluide ν, on peut définir un nombre de Reynolds Re_L comme :

$$Re_L = \frac{U_\infty L}{\nu} \tag{1.1}$$

qui représente le rapport entre les forces inertielles et celles d'origine visqueuse. La longueur caractéristique L peut être associée à la taille caractéristique d'un objet immergé dans l'écoulement. La présence d'une paroi solide impose une condition d'adhérence (le fluide en contact avec la paroi se déplace avec celle-ci). Cependant, le fluide loin de la paroi se déplace à une vitesse de l'ordre de U_∞, si bien que la condition d'adhérence provoque l'apparition de vorticité dans le fluide. Des forts gradients (de vitesse et de température) sont localisés dans cette zone proche de la paroi appelée couche limite, et dont l'épaisseur par rapport à la longueur caractéristique L diminue avec le nombre de Reynolds Re_L. La figure 1.1 illustre les ordres de grandeur adoptés par le nombre de Reynolds dans de nombreuses applications quotidiennes, avec différentes définitions de celui-ci qui seront rappelées par la suite dans ce chapitre. Il est observé que dans la plupart des applications le nombre de Reynolds est très élevé ($Re_L \gg 1$) et donc, l'épaisseur caractéristique de la couche limite sera nettement inférieure à la longueur caractéristique longitudinale. Il sera présenté dans ce chapitre les enjeux associés à un nombre de Reynolds élevé, d'une part en raison de son impact sur la physique de l'écoulement (§1.5) et d'autre part à cause des implications du point de vue de la simulation numérique des écoulements turbulents, qui seront détaillées dans le chapitre 4.

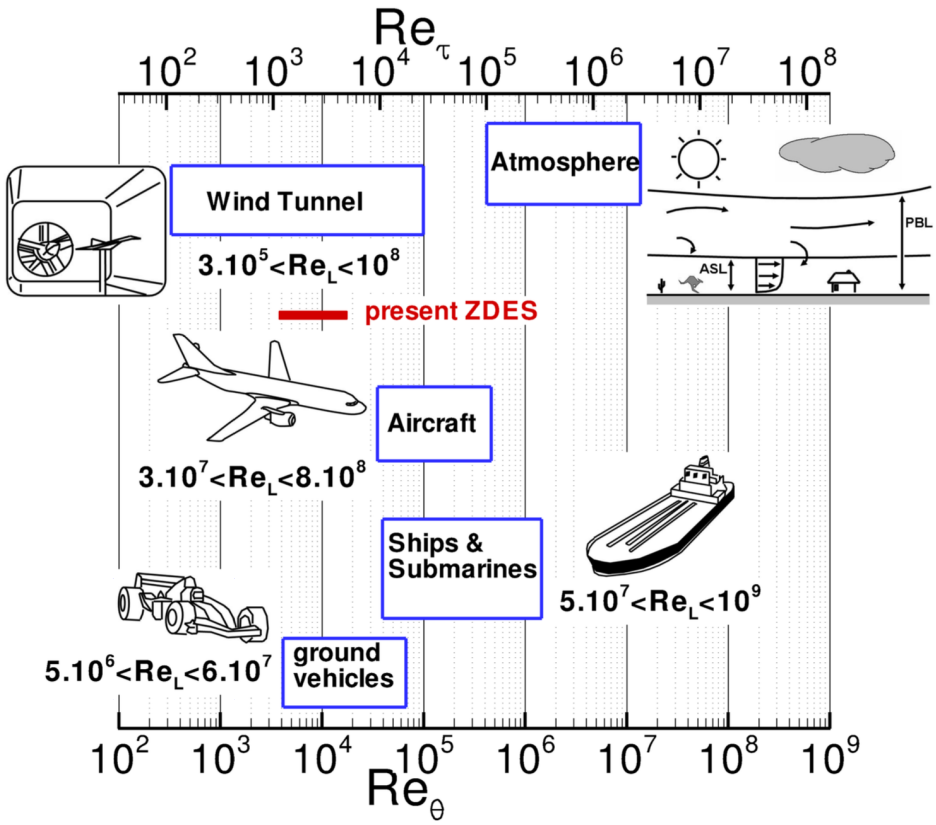


FIGURE 1.1 – Nombres de Reynolds typiquement observés dans les couches limites d'application industrielle. Re_L : nombre de Reynolds basé sur l'échelle de longueur caractéristique longitudinale (1.1) ; Re_θ : nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement θ (1.26) ; Re_τ : nombre de Reynolds de frottement (1.26). ASL : couche de surface atmosphérique ; PBL : couche limite planétaire. Tiré de [73].

Ce chapitre cherche à présenter les écoulements de couche limite turbulente dans le cas d'un gradient de pression nul, bien que dans la plupart des applications industrielles des gradients de pression non nuls existent, afin de présenter la dynamique de la turbulence pariétale dans le cas le plus canonique, et dont une grande partie est retrouvée dans les écoulements en présence d'un gradient de pression. La description des écoulements fluides d'une façon générique est premièrement abordée, en détaillant les difficultés qui apparaissent lors du traitement statistique des écoulements turbulents, ainsi que les hypothèses employées pour aboutir aux équations de couche limite. La physique de la couche limite est ensuite présentée à l'aide du profil de vitesse moyenne et des bilans des tensions de Reynolds, qui témoignent de l'importance des phénomènes ayant lieu dans certaines zones spécifiques de la couche

limite. Une revue de la littérature concernant les structures cohérentes est aussi réalisée, afin de présenter et de mieux comprendre les phénomènes ayant lieu au sein de la couche limite. Finalement, les effets provoqués par un nombre de Reynolds élevé sont également abordés à cause de leur impact sur la dynamique turbulente et de leur intérêt applicatif.

1.1 Description de l'écoulement de couche limite de plaque plane

Les écoulements pariétaux sont les écoulements qui ont lieu en contact avec une paroi où la condition d'adhérence s'applique. Parmi les différents écoulements pariétaux canoniques, dans cette thèse on s'intéressera à l'écoulement de couche limite en développement spatial. Cependant, il en existe d'autres, tels l'écoulement de canal ou l'écoulement de conduite circulaire. L'exemple canonique de couche limite est celui où la couche limite se développe sur une plaque plane, comme sur le schéma 1.2. On considère un écoulement uniforme de vitesse U_∞ arrivant sur une plaque plane orientée dans la direction de l'écoulement x. La direction normale à la paroi est notée y, et la direction selon l'envergure z, de sorte à former un trièdre direct. Les composantes de vitesse selon les directions x, y et z sont notées u, v et w respectivement. Au niveau de la paroi, la condition d'adhérence s'applique et les composantes du vecteur vitesse deviennent nulles, $u = v = w = 0$, si bien que l'écoulement est cisaillé à cause du gradient normal de vitesse longitudinale. À la paroi, cela se traduit par une contrainte qui correspond à l'effort de frottement par unité de surface, et que l'on note $\tau_w(x) = \mu \frac{\partial u}{\partial y}|_w$ où le sous-indice w désigne la paroi (*wall* en anglais) et μ correspond à la viscosité dynamique du fluide. Il apparaît alors une zone proche de la paroi où le gradient de vitesse longitudinale, et donc les contraintes visqueuses $\mu \frac{\partial u}{\partial y}$ deviennent importants par rapport à l'écoulement éloigné de la paroi. Cette séparation de l'écoulement entre une zone non-visqueuse et une zone visqueuse proche de la paroi (où les effets de diffusion visqueuse sont importants) est historiquement attribuée à Ludwig Prandtl en 1904 [8].

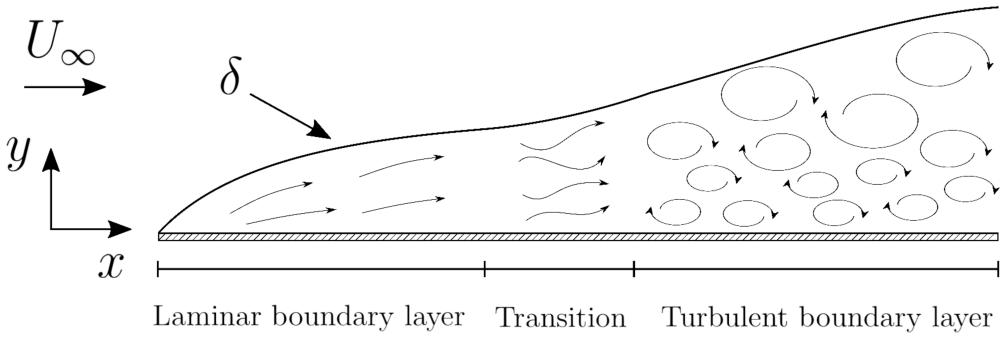


Figure 1.2 – Schéma représentant le développement d'une couche limite sur une plaque plane.

On définit l'épaisseur de couche limite δ comme la distance à la paroi où la vitesse longitudinale atteint 99% de la vitesse extérieure, c'est-à-dire $u|_{y=\delta} = 0.99U_\infty$. Il est important de préciser que cette définition est très fréquemment retrouvée dans la littérature mais qu'elle n'est pas universelle, et d'autres définitions de δ peuvent être utilisées dans d'autres études (par exemple dans [290]). C'est pourquoi on retrouve souvent la notation δ_{99} pour l'épaisseur de couche limite définie comme indiqué ici. La condition d'adhérence sur la plaque provoque une décélération de l'écoulement, et la conservation de la masse induit une vitesse verticale positive au sein de la couche limite. On introduit ainsi l'épaisseur de déplacement δ_1

$$\delta_1 = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) \mathrm{d}y \tag{1.2}$$

qui est directement liée à la perte en débit. En effet, à une position x donnée, le débit à travers la couche limite correspond au débit de l'écoulement potentiel (sans effets visqueux) à travers une surface (par unité d'envergure) $\delta - \delta_1$. L'épaisseur de déplacement a été très utilisée dans des méthodes de

calculs d'écoulements visqueux. L'idée repose sur la séparation entre la résolution de l'écoulement non-visqueux loin des parois et de l'écoulement visqueux au voisinage des parois. Le premier est d'abord résolu sur la géométrie en question (par exemple un profil d'aile), puis la solution obtenue pour le champ de vitesse à la paroi (qui n'est pas nul puisque la condition d'adhérence ne s'applique pas) est utilisée pour résoudre de manière approchée l'écoulement visqueux près des parois, en exploitant le fait que les gradients dans la direction normale à la paroi sont très supérieurs aux gradients dans les autres directions, et ainsi obtenir la solution de la couche limite. Celle-ci fournit l'épaisseur de déplacement qu'on utilise alors pour déplacer la paroi sur un nouveau calcul non-visqueux [1], de sorte à prendre en compte la contribution visqueuse sur ce nouveau calcul [58]. Ce processus se fait de façon itérative. Il est intéressant de remarquer que, alternativement au déplacement de la paroi par l'épaisseur de déplacement, d'autres méthodes de calcul utilisent une vitesse normale à la paroi calculée à l'aide de δ_1.

Dans le cas d'une couche limite se développant sur une plaque plane comme illustré sur la figure 1.2, on peut définir un nombre de Reynolds basé sur la distance longitudinale au bord d'attaque de la plaque, $Re_x = U_\infty x/\nu$, où $\nu = \mu/\rho$ correspond à la viscosité cinématique et ρ à la masse volumique. Le nombre de Reynolds donne le rapport entre les forces d'inertie et celles résultant des contraintes visqueuses. Jusqu'à un nombre de Reynolds donné, Re_{cr}, l'écoulement dans la couche limite est stationnaire (et bidimensionnel) et les équations de couche limite laminaire peuvent être résolues pour obtenir la solution de Blasius [254]. On verra dans le chapitre 2, que la solution de Blasius représente un cas particulier de la famille de solutions des équations de Falkner-Skan. Pour des valeurs de Re_x supérieures, l'écoulement devient instable et une transition vers un écoulement turbulent (instationnaire et tridimensionnel) a lieu.

1.2 Équations globales des écoulements fluides

1.2.1 Équations de Navier-Stokes compressibles

La dynamique des écoulements gazeux peut être étudiée à l'aide des équations de Navier-Stokes sous l'hypothèse de milieu continu. Cette hypothèse est applicable tant que le libre parcours moyen l des molécules d'air est négligeable en comparaison avec la taille caractéristique L de l'écoulement étudié. Ainsi, le traitement des écoulements gazeux comme un milieu continu est possible tant que le nombre de Knudsen $Kn = l/L \ll 1$. Quelques hypothèses en plus sont également retenues : l'air est considéré comme un gaz caloriquement parfait, l'air se comporte comme un fluide newtonien et la loi de Fourier est applicable pour les flux de chaleur, et les effets des forces gravitationnelles sont négligeables. Avec ces hypothèses, la dynamique d'une particule fluide, de taille très supérieure à celle du libre parcours moyen et en même temps très inférieure à L, peut être décrite en utilisant les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, comme décrit par les équations de Navier-Stokes :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \dfrac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \dfrac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \dfrac{\partial \rho u_i u_j}{\partial x_j} = -\dfrac{\partial p}{\partial x_i} + \dfrac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \\ \dfrac{\partial \rho E}{\partial t} + \dfrac{\partial \rho E u_j}{\partial x_j} = -\dfrac{\partial p u_i}{\partial x_i} + \dfrac{\partial \tau_{ij} u_j}{\partial x_i} - \dfrac{\partial q_i}{\partial x_i} \end{cases} \tag{1.3}$$

où t correspond au temps, ρ à la masse volumique du fluide, u_i à la composante du vecteur vitesse dans la direction spatiale x_i, p à la pression, τ_{ij} au tenseur des contraintes visqueuses, E à l'énergie totale par unité de masse et q_i au vecteur flux de chaleur. Ces trois derniers termes sont donnés par

1. En effet, les développements asymptotiques raccordés, qui permettent d'obtenir les équations de couche limite d'une façon mathématique rigoureuse [58], montrent que l'effet dominant de la couche limite sur l'écoulement extérieur est équivalent à épaissir la paroi de δ_1.

les relations suivantes :

$$E = e + \frac{1}{2}u_i u_i, \quad \tau_{ij} = 2\mu\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) - \frac{1}{3}\frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij}\right] \quad \text{et} \quad q_i = -\lambda\frac{\partial T}{\partial x_i} \tag{1.4}$$

et les équations d'état thermodynamique s'écrivent :

$$p = \rho r T \quad \text{et} \quad e = \frac{r}{\gamma - 1}T. \tag{1.5}$$

Dans les équations (1.4) et (1.5), e représente l'énergie interne par unité de masse, μ la viscosité moléculaire dynamique, δ_{ij} le symbole de Kronecker, λ le coefficient de conductivité thermique, T la température, $r = 287\ J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ le rapport entre la constante de gaz parfait et la masse molaire, et $\gamma = 1.4$ pour l'air. La viscosité moléculaire dépend de la température, et cette relation est donnée par la loi de Sutherland qui s'écrit $\mu = \mu_0\left(\frac{T}{T_0}\right)^{1.5}\frac{T_0+S}{T+S}$, où $T_0 = 273.16\ K$, $S = 110.4\ K$ et $\mu_0 = 1.711 \cdot 10^{-5}\ kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$. Le nombre de Prandtl, qui donne le rapport entre les effets de diffusion de quantité de mouvement et de diffusion thermique, est défini comme $Pr = \frac{\mu}{\lambda}\frac{\gamma r}{\gamma - 1}$, et dans le cas de l'air vaut $Pr = 0.72$, d'où on peut obtenir λ.

Dans le cadre de cette thèse, les études menées sont réalisées pour des écoulements pariétaux à bas nombre de Mach ($M = U_e/a$, où $a^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}\Big|_s$ étant a la vitesse du son, U_e la vitesse de l'écoulement externe qui en général dépend de x, s l'entropie par unité de masse, et pour un gaz parfait on a $a = \sqrt{\gamma r T}$) et en particulier des écoulements de couche limite. De plus, dans les couches limites turbulentes, les effets de compressibilité se font noter d'abord sur les grandeurs moyennes, et dans un deuxième temps sur les fluctuations turbulentes, du fait que les fluctuations de vitesse sont sensiblement inférieures à la vitesse moyenne. En prenant en compte les variations de masse volumique moyenne, le champ turbulent peut être ramené à un comportement incompressible jusqu'à des nombres de Mach assez élevés. En particulier, d'après l'hypothèse de Morkovin [201], la dynamique de la turbulence présente un caractère significativement différent du cas de couche limite incompressible à partir de $M_\infty = 5$. Cette valeur élevée montre l'intérêt de l'étude de la turbulence pariétale en régime incompressible.

1.2.2 Équations de Navier-Stokes incompressibles

Les conditions pour appliquer l'hypothèse d'incompressibilité sont rappelées par la suite, en s'appuyant sur Huerre [122]. La dérivée particulière d'une quantité f est définie par :

$$\frac{\mathrm{D}f}{\mathrm{D}t} = \frac{\partial f}{\partial t} + u_i\frac{\partial f}{\partial x_i} \tag{1.6}$$

et représente la variation de la quantité f en suivant le mouvement d'une particule fluide donnée. On peut ainsi réécrire l'équation de continuité comme :

$$\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{D}\rho}{\mathrm{D}t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0. \tag{1.7}$$

Dans l'hypothèse d'incompressibilité, les variations unitaires de masse volumique doivent être négligeables. Selon [122], on peut lier les variations de masse volumique aux variations de température et de pression par :

$$\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{D}\rho}{\mathrm{D}t} = -\alpha\frac{\mathrm{D}T}{\mathrm{D}t} + \kappa_T\frac{\mathrm{D}p}{\mathrm{D}t} \tag{1.8}$$

où α correspond au coefficient de dilatation thermique et κ_T au coefficient de compressibilité isotherme, que l'on peut écrire :

$$\kappa_T = \frac{\gamma}{\rho a^2}, \tag{1.9}$$

et donc :

$$\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{D}\rho}{\mathrm{D}t} = -\alpha\frac{\mathrm{D}T}{\mathrm{D}t} + \frac{\gamma}{\rho a^2}\frac{\mathrm{D}p}{\mathrm{D}t}. \tag{1.10}$$

On introduit ensuite les variables adimensionnelles suivantes :

$$\hat{\rho} = \frac{\rho}{\rho_\infty}, \quad \hat{t} = \frac{U_\infty t}{L}, \quad \hat{T} = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad \hat{p} = \frac{p - p_\infty}{\rho_\infty U_\infty^2}, \quad \hat{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha_\infty} \quad \text{et} \quad \hat{a} = \frac{a}{a_\infty} \tag{1.11}$$

où T_w correspond à la température à la paroi, ce qui permet finalement d'écrire :

$$\frac{1}{\hat{\rho}} \frac{\mathrm{D}\hat{\rho}}{\mathrm{D}\hat{t}} = -\alpha_\infty \left(T_w - T_\infty\right) \hat{\alpha} \frac{\mathrm{D}\hat{T}}{\mathrm{D}\hat{t}} + \gamma M^2 \frac{1}{\hat{\rho}\hat{a}^2} \frac{\mathrm{D}\hat{p}}{\mathrm{D}\hat{t}}. \tag{1.12}$$

D'après l'équation (1.12), on observe que les variations unitaires de masse volumique seront faibles tant que la différence entre la température à la paroi et celle de l'écoulement extérieur et que le nombre de Mach restent faibles :

$$|T_w - T_\infty| \ll 1 \quad \text{et} \quad M^2 \ll 1. \tag{1.13}$$

Par ailleurs, pour les écoulements instationnaires, bien que les conditions (1.13) soient vérifiées, des fluctuations présentes dans l'écoulement pourraient rendre invalide l'hypothèse d'incompressibilité. En effet, si on a des fluctuations de fréquence caractéristique $f = U_\infty/L$, on pourrait avoir des propagations d'ondes acoustiques de longueur d'onde $\lambda_\infty = a_\infty/f = L/M \gg L$. Ainsi, à partir de distances de l'ordre de λ_∞ l'hypothèse d'incompressibilité n'est plus valable. Par ailleurs, Landau et Lifshitz [151] soulignent que, pour pouvoir appliquer l'hypothèse d'incompressibilité pour un écoulement instationnaire, à part les conditions (1.13), il faut que les ondes acoustiques parcourent une distance égale à l'échelle de longueur caractéristique des variations de vitesse en un temps significativement inférieur au temps caractéristique des variations de vitesse.

Dans l'hypothèse d'écoulement incompressible, les variations de densité sont complètement négligées, et celle-ci n'est plus considérée une inconnue du système (1.3), qui peut donc s'écrire :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \dfrac{\partial u_i}{\partial t} + \dfrac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\dfrac{\partial \left(p/\rho\right)}{\partial x_i} + \dfrac{\partial \left(\tau_{ij}/\rho\right)}{\partial x_j} \end{cases} \tag{1.14}$$

avec :

$$\tau_{ij}/\rho = 2\nu S_{ij} \quad \text{et} \quad S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{1.15}$$

où S_{ij} représente le tenseur taux de déformation. Il est important de noter que l'équation de conservation de l'énergie ainsi que les équations d'état ne sont plus considérées. En effet, dans le cas d'un écoulement incompressible, la pression n'est plus liée à des variables thermodynamiques indépendantes, et son rôle devient d'assurer le comportement solénoïdal du champ de vitesse [225].

1.2.3 Équations du champ moyen (RANS)

Le caractère fluctuant des écoulements turbulents nécessite un traitement statistique pour en faciliter l'analyse et la modélisation. Typiquement, la moyenne de Reynolds $\langle \bullet \rangle$ est utilisée pour décomposer l'écoulement en grandeurs moyennées et grandeurs fluctuantes (par rapport à la moyenne). La moyenne de Reynolds est définie par les axiomes suivants :

- $\langle af \rangle = a\langle f \rangle$ pour toute constante a,
- $\langle f + g \rangle = \langle f \rangle + \langle g \rangle$,
- $\partial\langle f \rangle/\partial t = \langle \partial f/\partial t \rangle$ et $\partial\langle f \rangle/\partial x_i = \langle \partial f/\partial x_i \rangle$, $i = 1,\ 2$ ou 3
- $\langle \langle f \rangle g \rangle = \langle f \rangle \langle g \rangle$.

Ainsi, une variable f est décomposée en sa partie moyenne $\langle f \rangle$ et sa partie fluctuante $f' = f - \langle f \rangle$, et les axiomes présentés mènent aux propriétés suivantes :

- $\langle \langle f \rangle \rangle = \langle f \rangle$ pour toute fonction f,
- $\langle f' \rangle = 0$ pour toute fonction f,

— $\langle fg \rangle = \langle f \rangle \langle g \rangle + \langle f'g' \rangle$ pour toutes fonctions f et g.

D'un point de vue pratique, la moyenne de Reynolds peut avoir différentes interprétations. Si l'on considère un écoulement où l'une des directions est statistiquement homogène, les axiomes de la moyenne de Reynolds sont satisfaits par la moyenne dans cette direction homogène et donc une moyenne spatiale selon cette direction correspond à une moyenne de Reynolds. Ceci est par exemple le cas pour l'écoulement de couche limite de plaque plane comme illustré sur le schéma 1.2, où la direction selon l'envergure est homogène puisque l'écoulement est statistiquement bidimensionnel. De même, la moyenne temporelle correspond également à une moyenne de Reynolds sous réserve que l'écoulement moyen soit stationnaire. Cependant, il existe des écoulements statistiquement instationnaires pour lesquels aucune direction n'est homogène. Dans ce cas, la moyenne de Reynolds correspond à une moyenne d'ensemble, que l'on peut écrire $\lim_{N\to\infty} \left(\frac{1}{N} \Sigma_{n=1}^{N} f_n \right)$, avec f_n la $n^{\text{ième}}$ réalisation indépendante de la variable f.

L'application de la moyenne de Reynolds au système (1.14) permet d'obtenir les équations RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*) :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \\ \dfrac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_j} \left(\langle u_i \rangle \langle u_j \rangle \right) = -\dfrac{\partial}{\partial x_i} \left(\langle p \rangle / \rho \right) + \dfrac{\partial}{\partial x_j} \left(\langle \tau_{ij} \rangle / \rho \right) - \dfrac{\partial}{\partial x_j} \left(\langle u_i' u_j' \rangle \right) \end{cases} \tag{1.16}$$

avec :

$$\langle \tau_{ij} \rangle / \rho = 2\nu \langle S_{ij} \rangle, \quad \langle S_{ij} \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right). \tag{1.17}$$

La comparaison des systèmes (1.14) et (1.16) relève l'apparition d'un terme dans l'équation de quantité de mouvement des équations RANS. Ce terme provient du caractère non linéaire du terme d'advection des équations de Navier-Stokes lorsque la moyenne de Reynolds est utilisée. Il s'agit d'un terme de diffusion de quantité de mouvement, qui contient les gradients du tenseur de Reynolds $\langle u_i' u_j' \rangle$. Les composantes de ce tenseur sont appelées tensions de Reynolds. On verra dans la section §1.3.2 comment les tensions de Reynolds influent sur la quantité de mouvement dans le cas particulier d'une couche limite turbulente. De plus, la résolution numérique des équations RANS ne permet pas d'obtenir directement le tenseur de Reynolds, si bien qu'une relation entre celui-ci et le champ moyen s'avère nécessaire pour la fermeture du système (1.16). Le tenseur de Reynolds est à l'origine du besoin de la modélisation de la turbulence. On montrera dans la section §4.1 les différentes approches employées pour la fermeture du système ainsi que les enjeux existants.

1.3 Équations appliquées à un écoulement de couche limite

1.3.1 Hypothèses de couche limite : équations de couche limite pour le champ moyen

On considère à nouveau la configuration de couche limite déjà présentée (historiquement introduite par Ludwig Prandtl), pour laquelle u', v' et w' correspondent aux fluctuations de vitesse par rapport aux valeurs moyennes $\langle u \rangle$, $\langle v \rangle$ et $\langle w \rangle$. Dans le cas d'écoulements turbulents statistiquement bidimensionnels cisaillés selon y et où $\langle u \rangle$ est dominant par rapport à $\langle v \rangle$, Pope [225] propose le système d'équations (1.18). Sous les conditions de ce type d'écoulement, les dérivées du champ moyen selon l'envergure sont nulles, et $\langle w \rangle = 0$, $\langle u'w' \rangle = 0$ et $\langle v'w' \rangle = 0$ par symétrie. Ce système correspond à une simplification du système (1.16), en considérant que la vitesse longitudinale est significativement importante par rapport à la vitesse normale, et les gradients longitudinaux sont négligeables par rapport aux gradients dans la direction normale. Les termes entre accolades peuvent être négligés lorsqu'on applique les hypothèses

de couche limite [58, 225].

$$\left\{\begin{array}{r} \dfrac{\partial\langle u\rangle}{\partial x}+\dfrac{\partial\langle v\rangle}{\partial y}=0 \\ \dfrac{\partial\langle u\rangle}{\partial t}+\langle u\rangle\dfrac{\partial\langle u\rangle}{\partial x}+\langle v\rangle\dfrac{\partial\langle u\rangle}{\partial y}=-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial\langle p\rangle}{\partial x}+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\nu\dfrac{\partial\langle u\rangle}{\partial y}-\langle u'v'\rangle\right) \\ -\dfrac{\partial\langle u'^2\rangle}{\partial x}+\left\{\nu\dfrac{\partial^2\langle u\rangle}{\partial x^2}\right\} \\ \left\{\dfrac{\partial\langle v\rangle}{\partial t}\right\}+\left\{\langle u\rangle\dfrac{\partial\langle v\rangle}{\partial x}\right\}+\left\{\langle v\rangle\dfrac{\partial\langle v\rangle}{\partial y}\right\}=-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial\langle p\rangle}{\partial y}+\left\{\dfrac{\partial}{\partial x}\left(\nu\dfrac{\partial\langle v\rangle}{\partial x}-\langle u'v'\rangle\right)\right\} \\ -\dfrac{\partial\langle v'^2\rangle}{\partial y}+\left\{\nu\dfrac{\partial^2\langle v\rangle}{\partial y^2}\right\} \end{array}\right. \tag{1.18}$$

Ce système s'applique également dans le cas d'écoulements laminaires, où les tensions de Reynolds sont nulles.

1.3.2 Cas particulier d'une couche limite à gradient de pression nul

Le système (1.18) peut être simplifié davantage en considérant les hypothèses de couche limite, déjà utilisées pour négliger les termes entre accolades du système (1.18) et que l'on rappelle par la suite [58] :

- L'épaisseur de couche limite δ est très inférieure à la distance caractéristique dans la direction de l'écoulement (que l'on note x même pour une plaque plane où le bord d'attaque n'est pas considéré).
- Les dérivées d'une quantité f selon la direction de l'écoulement sont de l'ordre de $\Delta f/x$.
- Les dérivées d'une quantité f selon la direction normale à la paroi sont de l'ordre de $\Delta f/\delta$, et donc, pour une même grandeur, en général dominantes par rapport aux dérivées selon la direction de l'écoulement.
- La vitesse longitudinale moyenne $\langle u\rangle$ est de l'ordre de la vitesse extérieure U_∞.
- Les grandes structures cohérentes turbulentes sont commensurables à δ et induisent des vitesses de l'ordre de u_0 (sauf au voisinage immédiat de la paroi).
- L'échelle de temps du mouvement moyen est de l'ordre de celle de la turbulence. On a donc $\partial\langle u\rangle/\partial y \sim u_0/\delta$, puisque $\partial\langle u\rangle/\partial y$ joue un rôle fondamental dans la production de la turbulence (voir §1.3.5).
- Le temps caractéristique de la convection longitudinale x/U_∞ est de l'ordre du temps caractéristique de la diffusion turbulente δ/u_0 dans le cas turbulent, et de l'ordre du temps caractéristique de la diffusion visqueuse δ^2/ν dans le cas laminaire.

En utilisant ces hypothèses on retrouve les équations de couche limite. Cependant, les équations de couche limite à grand nombre de Reynolds peuvent également être obtenues d'une façon mathématique rigoureuse à partir de la méthode des développements asymptotiques raccordés comme détaillé dans Cousteix [58]. Lorsqu'on applique les hypothèses de couche limite (à gradient de pression $\partial\langle p\rangle/\partial x$ léger ou nul), l'équation de quantité de mouvement dans la direction normale à la paroi mène à la relation suivante :

$$\langle p\rangle/\rho+\langle v'^2\rangle=p_\infty/\rho. \tag{1.19}$$

On rappelle que $\langle p\rangle\to p_\infty$ et $\langle v'^2\rangle\to 0$ lorsque $y\to\infty$.

$$\left\{\begin{array}{r} \dfrac{\partial\langle u\rangle}{\partial x}+\dfrac{\partial\langle v\rangle}{\partial y}=0 \\ \dfrac{\partial\langle u\rangle}{\partial t}+\langle u\rangle\dfrac{\partial\langle u\rangle}{\partial x}+\langle v\rangle\dfrac{\partial\langle u\rangle}{\partial y}=-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p_\infty}{\partial x}+\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\nu\dfrac{\partial\langle u\rangle}{\partial y}-\langle u'v'\rangle\right) \\ 0=-\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial\langle p\rangle}{\partial y}-\dfrac{\partial\langle v'^2\rangle}{\partial y} \end{array}\right. \tag{1.20}$$

L'équation (1.19) est obtenue à partir de l'équation de quantité de mouvement selon la direction normale à la paroi telle que présentée dans le système (1.20). Ce système correspond aux équations de couche limite dans le cas d'un gradient de pression faible, où le gradient longitudinal de la tension normale de Reynolds a été négligé. On retrouve les équations de couche limite à gradient de pression nul en supprimant le terme du gradient de pression longitudinal.

L'équation de quantité de mouvement dans la direction normale à la paroi du système (1.20) montre que la pression n'est pas uniforme à travers le profil de couche limite turbulente, contrairement au cas de couche limite laminaire, où les tensions de Reynolds sont nulles. Cependant, pour une couche limite turbulente, la tension normale de Reynolds s'annule à la paroi et à l'extérieur de la couche limite, et donc on retrouve à ces endroits $\langle p \rangle = p_\infty$. Par ailleurs, la pression utilisée dans le gradient de pression longitudinal du système (1.20) est p_∞ puisque pour un gradient de pression faible on peut négliger le terme $\partial \left(\langle u'^2 \rangle - \langle v'^2 \rangle \right) / \partial x$. En effet, d'après les résultats de Skåre et Krogstad [274], la contribution de ce terme dans l'équation de quantité de mouvement reste négligeable, bien que le gradient de pression dans leur cas soit intense ($\beta = \frac{\delta_1}{\tau_w} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x} \sim 20$). De façon similaire, dans Kitsios *et al.* [147] la contribution du terme $\partial \langle u'^2 \rangle / \partial x$ reste très faible même pour un gradient de pression encore plus intense ($\beta = 39$), en accord également avec les résultats de Spalart et Watmuff [290].

Il est également intéressant de noter que la contribution globale de la tension croisée de Reynolds est nulle puisque

$$\int_0^\delta \frac{\partial}{\partial y} \left(-\langle u'v' \rangle \right) \mathrm{d}y = 0 \tag{1.21}$$

du fait que la tension croisée s'annule à la paroi (à cause de la condition d'adhérence) et à l'extérieur de la couche limite. D'après le profil de tension croisée de Reynolds (présenté sur la figure 1.6), la tension croisée de Reynolds provoque une uniformisation du profil de vitesse moyenne. En effet, près de la paroi on a $\partial \left(-\langle u'v' \rangle \right) / \partial y > 0$, et plus loin dans la couche limite on a $\partial \left(-\langle u'v' \rangle \right) / \partial y < 0$. Autrement dit, la tension croisée de Reynolds provoque un ralentissement de l'écoulement dans la zone externe, et une accélération dans la zone interne, tendant à uniformiser le profil de vitesse moyenne par un transfert de quantité de mouvement au sein du profil de couche limite.

1.3.3 Grandeurs de couche limite

La caractérisation de la couche limite peut se faire à l'aide de plusieurs grandeurs dont les définitions sont ici rappelées. On considère une couche limite se développant sur une plaque plane telle que représentée sur le schéma de la figure 1.2. L'écoulement extérieur (en dehors de la couche limite) se déplace à une vitesse $U_e(x)$ [2] dans la direction x, et on prend l'origine des axes au bord d'attaque de la plaque. Le développement de la couche limite sur la plaque induit un déficit en débit et en quantité de mouvement par rapport à l'écoulement uniforme arrivant sur la plaque. Ces déficits sont quantifiés à l'aide de l'épaisseur de déplacement δ_1, définie par (1.2), et de l'épaisseur de quantité de mouvement θ donnée par :

$$\theta = \int_0^\delta \frac{\langle u \rangle}{U_\infty} \left(1 - \frac{\langle u \rangle}{U_\infty} \right) \mathrm{d}y. \tag{1.22}$$

Le rapport entre ces deux épaisseurs permet de définir le facteur de forme

$$H = \frac{\delta_1}{\theta} \tag{1.23}$$

qui caractérise la forme du profil de vitesse. On définit aussi la vitesse de frottement u_τ à partir du frottement lui même de sorte que $\tau_w = \rho u_\tau^2$, et le coefficient de frottement s'écrit :

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \tag{1.24}$$

ce qui, dans le cas d'écoulement incompressible, peut s'écrire $C_f = 2 \left(u_\tau / U_\infty \right)^2$. Pour les écoulements où un gradient de pression non nul est présent, il est intéressant d'utiliser le paramètre de Clauser [52]

2. On peut trouver dans ce manuscrit la notation U_∞ pour la vitesse extérieure, tant que celle-ci est uniforme.

défini par :

$$\beta = \frac{\delta_1}{\tau_w}\frac{\partial p_\infty}{\partial x}. \tag{1.25}$$

D'après [51], des conditions de quasi-équilibre peuvent être obtenues pour des couches limites turbulentes lorsque l'évolution du rapport entre les forces dues au gradient de pression et celles d'origine visqueuse reste constante. Ce rapport est représenté par le paramètre β (1.25).

Avec les grandeurs ici présentées on définit également deux nombres de Reynolds :

$$Re_\theta = \frac{U_\infty \theta}{\nu} \quad et \quad Re_\tau = \frac{u_\tau \delta}{\nu}. \tag{1.26}$$

Ces deux nombres de Reynolds sont très fréquemment utilisées dans l'étude de la turbulence pariétale. Re_θ permet de caractériser la couche limite, sans qu'il s'agisse nécessairement d'une couche limite se développant à partir d'un point d'arrêt, contrairement à Re_x. Re_τ permet également la caractérisation de la couche limite (en effet, la relation entre Re_θ et Re_τ est presque linéaire pour une couche limite en gradient de pression nul [73, 252]), et représente directement la séparation des plus grandes échelles turbulentes, de l'ordre de δ, par rapport aux plus petites qui sont de l'ordre de l'échelle visqueuse ν/u_τ.

1.3.4 Profil de vitesse moyenne longitudinale

Les différents phénomènes ayant lieu au sein de la couche limite turbulente permettent d'identifier différentes zones où le comportement du profil moyen de vitesse longitudinale peut être caractérisé par des phénomènes dominants assez différents. Très près de la paroi, la condition d'adhérence (et imperméabilité) provoque une diminution importante de la contribution de certains des termes de l'équation de quantité de mouvement longitudinale (1.20) (pour le cas d'une couche limite à gradient de pression nul). En particulier, les termes d'advection sont négligeables ainsi que les tensions de Reynolds, si bien que l'équation devient :

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu\frac{\partial \langle u\rangle}{\partial y}\right) = 0 \tag{1.27}$$

et que l'on peut réécrire à partir de la définition de la vitesse de frottement comme :

$$\nu\frac{\partial \langle u\rangle}{\partial y} = u_\tau^2. \tag{1.28}$$

Ceci donne un profil de vitesse moyenne qui évolue de façon linéaire selon :

$$\langle u\rangle^+ = y^+ \tag{1.29}$$

où u_τ et ν/u_τ représentent les échelles internes de vitesse et de longueur, cette dernière étant appelée unité de paroi. Les variables adimensionnées en unités de paroi sont notées avec un exposant '+'. La loi présentée en (1.29) n'est valable que pour une zone très réduite près de la paroi, appelée sous-couche visqueuse et que l'on peut délimiter par $y^+ \lesssim 3-5$, comme le montrent par exemple les résultats de la base de données de Sillero *et al.* [266]. Au dessus de la sous-couche visqueuse, la tension croisée de Reynolds $-\langle u'v'\rangle$ devient importante alors que le terme d'advection reste négligeable. On obtient ainsi que la contrainte de cisaillement total (pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul), donnée par $\nu\partial\langle u\rangle/\partial y - \langle u'v'\rangle$, reste constante, comme illustré sur la figure 1.3, malgré la grande diminution du cisaillement d'origine visqueuse dans cette zone que l'on appelle zone tampon. Dans le cas d'un gradient de pression non nul, le comportement du cisaillement près de la paroi est altéré par celui-ci, puisqu'il intervient dans l'équation de quantité de mouvement simplifiée proche de la paroi. Ceci sera détaillé dans la section §2.3.3. La zone tampon raccorde la sous-couche visqueuse avec la zone logarithmique, qui est également présentée dans cette section.

On observe ainsi que les effets de la viscosité sur le profil moyen de vitesse restent dominants dans une zone proche de la paroi où les effets d'advection sont négligeables. On peut donc supposer l'existence d'une zone interne qui serait indépendante de l'écoulement externe et qui aurait un comportement

universel, en utilisant les échelles internes ($\langle u \rangle^+$ comme fonction de y^+). De même on peut supposer l'existence d'une zone externe où les effets dus à la viscosité sont négligeables par rapport aux effets inertiels turbulents et du champ moyen. La turbulence devient essentielle à la dynamique de la zone externe, et les échelles considérées sont l'épaisseur de couche limite δ et la vitesse de frottement u_τ. L'utilisation de cette échelle de vitesse se justifie par l'existence de la zone où le cisaillement total (visqueux et turbulent) reste constant, malgré la diminution du cisaillement visqueux (figure 1.3). De plus, à la frontière de la couche limite la vitesse moyenne doit coïncider avec la vitesse de l'écoulement externe, ce qui suggère l'existence d'une loi de vitesse déficitaire dans la zone externe du type $\frac{U_\infty - \langle u \rangle}{u_\tau}$ comme fonction de y/δ, indépendante du nombre de Reynolds. L'universalité des lois dans la zone interne et externe est illustrée sur la figure 1.4, où plusieurs profils de vitesse moyenne sont présentés à différentes valeurs du nombre de Reynolds.

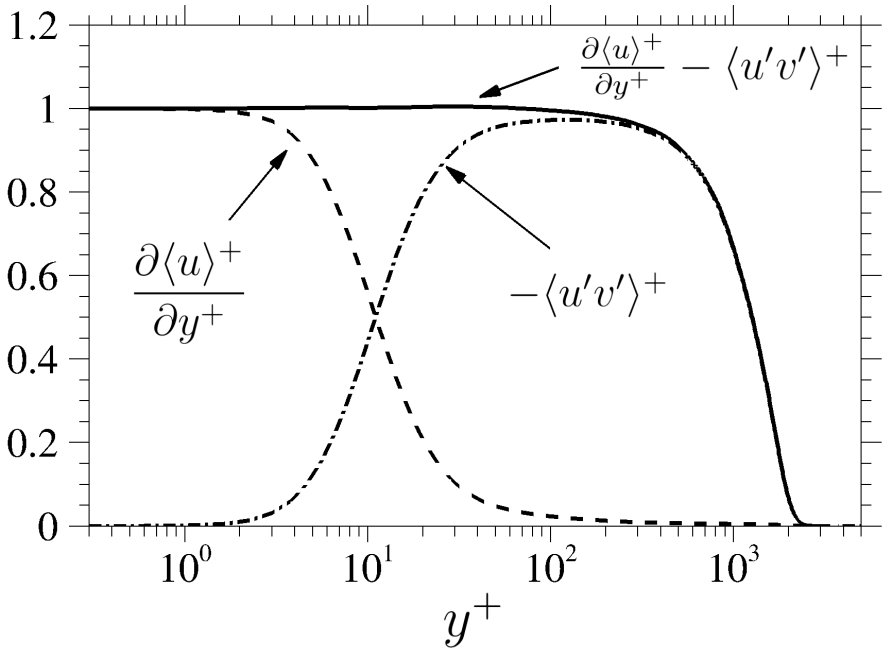


Figure 1.3 – Profils de la composante visqueuse et turbulente du cisaillement total, exprimées en unité de paroi, pour une couche limite turbulente à $Re_\theta = 6500$. Profils reconstruits à partir des données du calcul DNS de Sillero *et al.* [266].

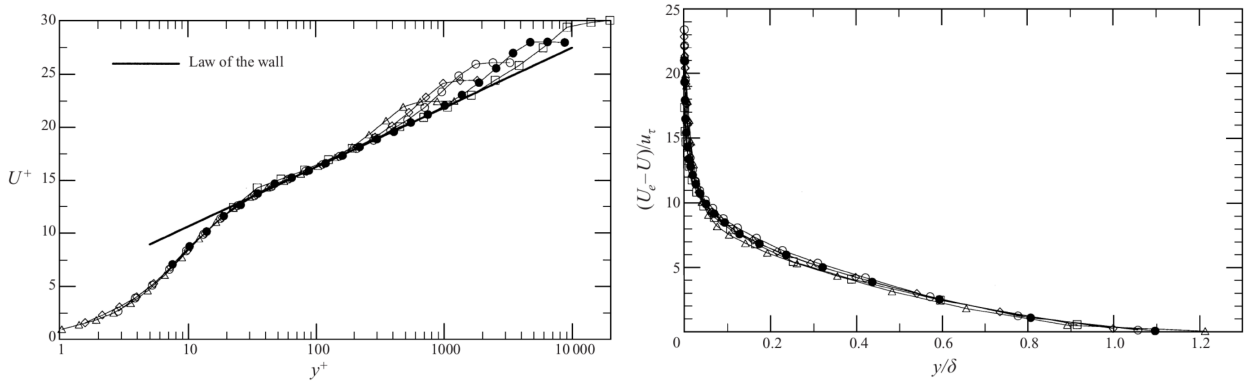


Figure 1.4 – Profil de vitesse moyenne longitudinale en échelles interne (à gauche) et externe (à droite). Adapté de De Graaff et Eaton [63], pour Re_θ allant de 1430 à 31000.

Dans la caractérisation du profil de vitesse moyenne, Pope [225] propose d'utiliser le cisaillement moyen $\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}$ pour son importance dynamique. En effet, le gradient normal de vitesse longitudinale est d'une part responsable de la contrainte visqueuse, et d'autre part à l'origine de la turbulence, comme le

montrent les bilans des tensions de Reynolds présentés dans la section §1.3.5. Ainsi, de façon universelle le cisaillement moyen peut s'écrire, à partir d'une analyse dimensionnelle, sous la forme :

$$\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} = \frac{u_\tau}{y} \Phi \left(\frac{y}{\nu/u_\tau}, \frac{y}{\delta} \right) \tag{1.30}$$

où Φ est une fonction universelle sans dimensions, et qui dépend de la position dans la couche limite, autant en échelle interne qu'externe. On rappelle que le rapport des échelles de longueur de la zone externe et interne correspond à $Re_\tau = \delta u_\tau / \nu$, si bien que la taille caractéristique des structures turbulentes dans la zone externe par rapport à celle des structures dans la zone interne devient d'autant plus importante que le nombre de Reynolds est important. Si le nombre de Reynolds est suffisamment élevé, on peut supposer une zone de recouvrement entre celles-ci, où $y^+ \gg 1$ et $y/\delta \ll 1$, autrement dit $\nu/u_\tau \ll y \ll \delta$. Avec ces conditions, on peut considérer la fonction Φ comme constante dans la zone de recouvrement. On obtient donc que le profil de vitesse moyenne dans la zone de recouvrement présente une loi sous la forme :

$$\langle u \rangle^+ = \frac{1}{\kappa} \ln \left(y^+ \right) + \mathcal{B}. \tag{1.31}$$

Cette loi correspond à la loi logarithmique du profil de vitesse moyenne, où κ représente la constante de von Kármán et $\mathcal{B}$ une constante d'intégration. L'universalité de ces constantes ainsi que l'extension de la zone logarithmique a été un sujet de débat assez récurrent dans la littérature. En particulier, Marusic *et al.* [183] étudient la loi logarithmique pour différents types d'écoulements pariétaux (couche limite, canal et conduite circulaire) et trouvent une dépendance au type d'écoulement et au nombre de Reynolds. En particulier, contrairement aux valeurs classiquement utilisées $\kappa = 0.41$ et $\mathcal{B} = 5.2$ [225], pour le cas d'une conduite circulaire à grand nombre de Reynolds, les constantes semblent être $\kappa = 0.42$ et $\mathcal{B} = 5.6$, alors que pour la couche limite, des valeurs de $\kappa = 0.38 - 0.39$ sont identifiées. Ce dernier résultat est en accord avec les valeurs proposées par Nagib *et al.* [206] pour la couche limite à gradient de pression nul, qui suggèrent $\kappa = 0.384$ et $\mathcal{B} = 4.173$. Toutefois, certains travaux suggèrent qu'il existe une universalité de la loi logarithmique à grand nombre de Reynolds vis-à-vis du type d'écoulement (couche limite, conduite circulaire et canal). Marusic *et al.* [184] analysent des résultats expérimentaux pour différents écoulements canoniques, pour lesquels ils obtiennent $\kappa \approx 0.39$. Cette valeur est assez différente de celles mentionnées précédemment pour une conduite circulaire. À titre d'exemple, McKeon *et al.* [188] trouvent une valeur de $\kappa = 0.421$ à grand nombre de Reynolds. Marusic *et al.* [184] soulignent que les différentes techniques de mesures employées pourraient être une source d'écart par rapport à d'autres résultats dans la littérature. Par ailleurs, les résultats plus récents de Furuichi *et al.* [98] et ceux de Pirozzoli *et al.* [224] pour un écoulement de conduite circulaire donnent des valeurs de $\kappa \approx 0.387$, ce qui se rapproche des valeurs observées pour la couche limite turbulente et le canal, en accord avec les conclusions de Marusic *et al.* [184].

En ce qui concerne l'extension de la zone logarithmique, classiquement on considère les effets de viscosité négligeables à partir de $y^+ = 30 - 50$ [225, 280], ce qui semble en accord avec la figure 1.3. Cependant, des valeurs plus élevées ont été retrouvées dans les expériences de Zagarola et Smits [334] pour une conduite circulaire, ou de Nagib *et al.* [206] pour une couche limite à gradient de pression nul. En particulier, les premiers trouvent que le début de la zone logarithmique se produit entre $60 < y^+ < 500$ et pour les deuxièmes $y^+ > 200$. Smits *et al.* [280] soulignent l'importance d'avoir une nombre de Reynolds suffisamment élevé afin de pouvoir obtenir un comportement logarithmique dans le profil de vitesse moyenne, mais aucun critère quantitatif n'a pu être déterminé [183]. Marusic *et al.* [184] prennent dans leur étude $3Re_\tau^{1/2} < y^+ < 0.15Re_\tau$ comme intervalle pour la zone logarithmique. De plus, autant les constantes que l'extension de la zone logarithmique sont également modifiées en présence d'un gradient de pression externe. L'impact de celui-ci sera détaillé dans la section §2.3.3.

La validité de la loi logarithmique donnée par (1.31) ne s'étend pas à toute la zone externe de la couche limite, et typiquement la loi logarithmique s'écarte du profil de vitesse moyenne pour $y > 0.1\delta$. On définit ainsi une zone dans la couche limite au dessus de la zone logarithmique appelée zone de sillage. D'après Coles [55], le profil de vitesse moyenne est correctement représenté à l'aide de la somme de deux fonctions. La première fonction correspond à la loi logarithmique, et la deuxième fonction est

appelée loi de sillage, qui permet d'exprimer le profil de vitesse moyenne dans la zone externe (zone logarithmique et zone de sillage) comme :

$$\langle u \rangle^+ = \frac{1}{\kappa} \ln\left(y^+\right) + \mathcal{B} + \frac{\Pi}{\kappa} W\left(\frac{y}{\delta}, \Pi\right) \tag{1.32}$$

avec $W\left(1, \Pi\right) = 2$ et $W\left(0, \Pi\right) = 0$. Le paramètre Π est appelé facteur de sillage, et dépend de l'écoulement (et en particulier du gradient de pression). En suivant les résultats de Nagib *et al.* [206], pour une couche limite à gradient de pression nul, Π tend vers 0.55 lorsque le nombre de Reynolds tend vers l'infini. Il est important de préciser que la valeur de δ dans la fonction de sillage ne correspond pas à δ_{99} comme utilisé dans cette étude, mais elle est définie telle que $\langle u \rangle \left(y = \delta\right) = U_\infty$. Selon Pope [225], si on ne considère pas la dépendance de la loi de sillage avec le facteur de sillage Π (ce qui est justifié dans le cas d'une couche limite en équilibre à gradient de pression nul), on peut représenter de façon satisfaisante la fonction de sillage par :

$$W\left(\frac{y}{\delta}\right) = 2\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right) = 1 - \cos\left(\pi\frac{y}{\delta}\right). \tag{1.33}$$

De plus, la loi obtenue correspond à une loi déficitaire si on considère constant le facteur de sillage, puisqu'on peut écrire :

$$\frac{U_\infty - \langle u \rangle}{u_\tau} = -\frac{1}{\kappa}\ln\left(\frac{y}{\delta}\right) + \frac{\Pi}{\kappa}\left(2 - W\left(\frac{y}{\delta}\right)\right). \tag{1.34}$$

Les différentes zones observables dans une couche limite canonique à gradient de pression nul sont représentées sur le schéma de la figure 1.5.

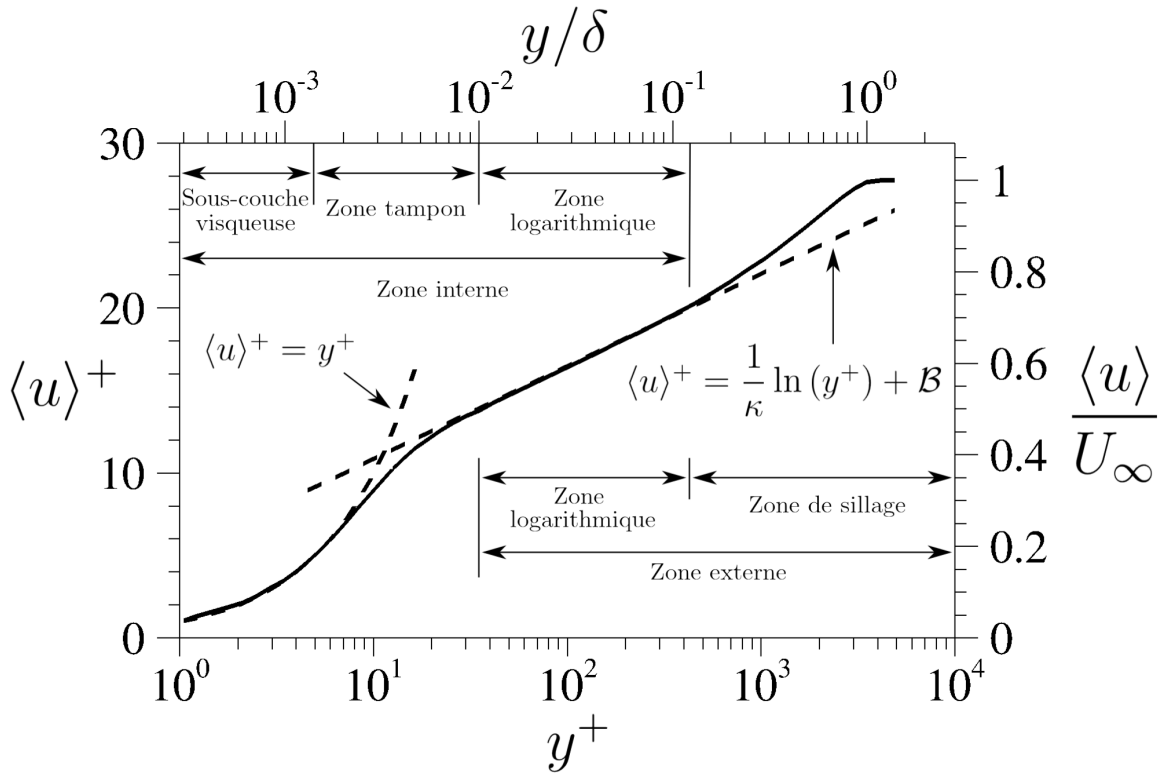


Figure 1.5 – Schéma des différentes zones du profil de vitesse moyenne pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul. Figure adaptée de [66].

Toutefois, la définition des différentes zones qui apparaissent dans le profil de vitesse moyenne (figure 1.5) n'est pas universellement acceptée dans la littérature. Notamment le débat se centre sur la zone de recouvrement, où des lois en puissance ont été proposées en se basant sur des hypothèses moins strictes. En effet, pour obtenir la loi logarithmique on suppose qu'il existe une universalité dans cette zone, et donc une indépendance au nombre de Reynolds. Or, les profils de tensions de Reynolds

se montrent dépendants du nombre de Reynolds dans cette zone de recouvrement, ce qui suggère que les phénomènes ayant lieu (et à l'origine du profil de vitesse moyenne) y sont dépendants également [225]. La loi en puissance est exprimée par $\langle u \rangle^+ = C \cdot (y^+)^\alpha$, où C et α dépendent du nombre de Reynolds. Un résumé des différents idées concernant ce débat est présenté par McKeon et Sreenivasan [189], mais il n'y a pas une conclusion claire. Pope [225] semble favorable à la loi logarithmique en justifiant l'avantage pratique d'avoir une loi universelle. Néanmoins, aux nombres de Reynolds usuels, la loi en puissance et la loi logarithmique donnent des résultats très proches.

1.3.5 Équations de transport des tensions de Reynolds

On rappelle ici les équations de transport pour les tensions de Reynolds $\langle u_i' u_j' \rangle$, qui permettent de mieux comprendre comment se produisent les transferts énergétiques au sein de la couche limite. On considère à nouveau les hypothèses de couche limite déjà évoquées dans la section §1.3.2. Ainsi, suivant [58], l'écoulement est statistiquement bidimensionnel dans le plan (x, y) (l'envergure z est une direction statistiquement homogène) et donc on obtient $\langle u'w' \rangle = \langle v'w' \rangle = 0$. Cependant, $\langle w'^2 \rangle$ reste non-nul à cause du caractère tridimensionnel de la turbulence. Les profils des tensions de Reynolds ainsi que de l'énergie cinétique turbulente $k = 1/2 \left(\langle u'^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle + \langle w'^2 \rangle \right)$ (TKE) sont donnés sur la figure 1.6 pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul et un nombre de Reynolds $Re_\theta = 6500$. La condition d'adhérence et d'imperméabilité entraîne l'annulation des tensions de Reynolds et de l'énergie cinétique turbulente à la paroi. En particulier, $\langle v'^2 \rangle$ est la plus faible des trois tensions normales à cause de la présence de la paroi, alors que $\langle u'^2 \rangle$ est la tension la plus importante, notamment vers $y^+ = 15$. En effet, on montrera que la production d'énergie cinétique turbulente au sein de la couche limite affecte directement la seule tension $\langle u'^2 \rangle$, et qu'un pic interne de production existe aux alentours de $y^+ = 12$, pour une couche limite turbulente canonique à gradient de pression nul. Les différents niveaux atteints par les différentes tensions normales sur la figure 1.6 mettent en évidence l'importante anisotropie de la turbulence pariétale. Il est également intéressant de remarquer que les tensions de Reynolds (et l'énergie cinétique turbulente) ne s'annulent pas strictement en $y = \delta_{99}$, en accord avec Cousteix [58].

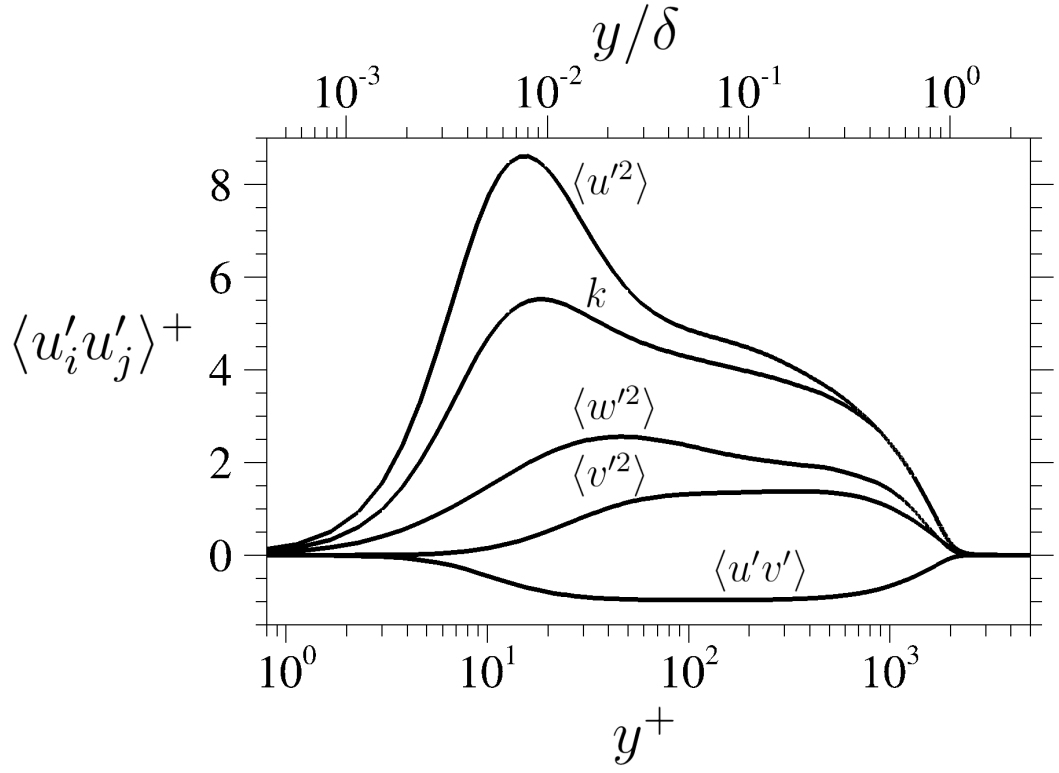
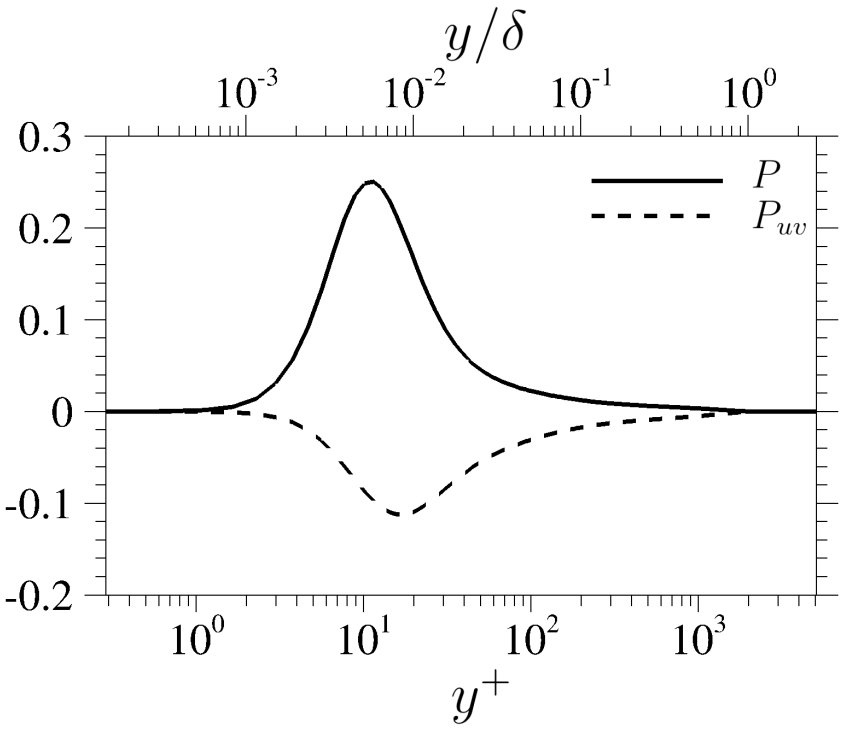
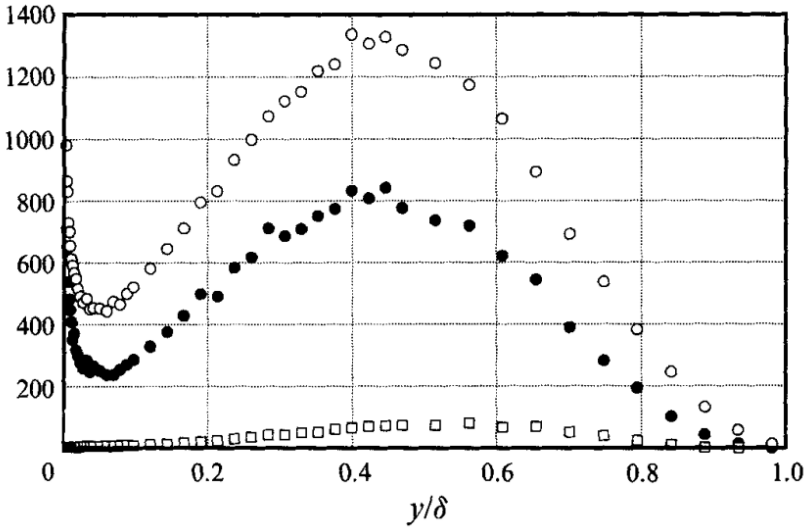


FIGURE 1.6 – Profils des tensions de Reynolds $\langle u_i' u_j' \rangle^+$ et d'énergie cinétique turbulente, k^+, en échelle interne pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul à $Re_\theta = 6500$. Profils reconstruits à partir des données du calcul DNS de Sillero *et al.* [266].



(a) Couche limite à gradient de pression nul à $Re_\theta = 6500$. Profils reconstruits à partir des données du calcul DNS de Sillero *et al.* [266].



(b) Couche limite en gradient de pression adverse intense ($\beta \approx 20$) et $Re_\theta = 44420$. ○, $-P_{uv}\frac{\delta}{u_\tau^3}$ (1.38) ; ●, $P\frac{\delta}{u_\tau^3}$ (1.35) ; □, $\left(\langle v'^2\rangle - \langle u'^2\rangle\right)\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial x}\frac{\delta}{u_\tau^3}$. Tiré de [274].

Figure 1.7 – Contribution des termes de production de k et $\langle u'v'\rangle$, P et P_{uv} tels que sur les équations (1.35) et (1.38), pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul et en gradient de pression adverse.

En considérant négligeables les dérivées longitudinales comparées aux dérivées dans la direction normale lorsqu'on les applique à des quantités du même ordre de grandeur, l'équation de transport de la tension normale de Reynolds dans la direction longitudinale, $\langle u'^2\rangle$, s'écrit [58] :

$$\frac{\partial\langle u'^2\rangle}{\partial t} + \langle u\rangle\frac{\partial\langle u'^2\rangle}{\partial x} + \langle v\rangle\frac{\partial\langle u'^2\rangle}{\partial y} = 2P + A_u + D_{iu} + C_u - D_{eu} \tag{1.35}$$

où :

$$P = -\langle u'v'\rangle \frac{\partial \langle u\rangle}{\partial y}, \quad A_u = -2\langle u'^2\rangle \frac{\partial \langle u\rangle}{\partial x}$$
$$D_{iu} = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\left\langle \frac{1}{2}u_i' u_i' u'\right\rangle\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\langle u'^2 v'\rangle + \nu \frac{\partial}{\partial y}\langle u'^2\rangle\right)$$
$$C_u = \frac{2}{\rho}\left\langle p' \frac{\partial u'}{\partial x}\right\rangle, \quad D_{eu} = 2\nu \left\langle \frac{\partial u'}{\partial x_k}\frac{\partial u'}{\partial x_k}\right\rangle.$$

Pour la tension normale dans la direction normale à la paroi, l'équation de transport est donnée par :

$$\frac{\partial \langle v'^2\rangle}{\partial t} + \langle u\rangle \frac{\partial \langle v'^2\rangle}{\partial x} + \langle v\rangle \frac{\partial \langle v'^2\rangle}{\partial y} = A_v + D_{iv} + C_v - D_{ev} \tag{1.36}$$

avec :

$$A_v = -2\langle u'v'\rangle \frac{\partial \langle v\rangle}{\partial x} - 2\langle v'^2\rangle \frac{\partial \langle v\rangle}{\partial y}$$
$$D_{iv} = \frac{\partial}{\partial y}\left(-\langle v'^3\rangle - \frac{2}{\rho}\langle p'v'\rangle + \nu \frac{\partial}{\partial y}\langle v'^2\rangle\right)$$
$$C_v = \frac{2}{\rho}\left\langle p' \frac{\partial v'}{\partial y}\right\rangle, \quad D_{ev} = 2\nu \left\langle \frac{\partial v'}{\partial x_k}\frac{\partial v'}{\partial x_k}\right\rangle.$$

Pour la tension normale dans la direction selon l'envergure, l'équation de transport est donnée par :

$$\frac{\partial \langle w'^2\rangle}{\partial t} + \langle u\rangle \frac{\partial \langle w'^2\rangle}{\partial x} + \langle v\rangle \frac{\partial \langle w'^2\rangle}{\partial y} = D_{iw} + C_w - D_{ew} \tag{1.37}$$

où :

$$D_{iw} = \frac{\partial}{\partial y}\left(-\langle v'w'^2\rangle + \nu \frac{\partial}{\partial y}\langle w'^2\rangle\right)$$
$$C_w = \frac{2}{\rho}\left\langle p' \frac{\partial w'}{\partial z}\right\rangle, \quad D_{ew} = 2\nu \left\langle \frac{\partial w'}{\partial x_k}\frac{\partial w'}{\partial x_k}\right\rangle.$$

Finalement, l'équation de transport pour la tension croisée de Reynolds est :

$$\frac{\partial \langle u'v'\rangle}{\partial t} + \langle u\rangle \frac{\partial \langle u'v'\rangle}{\partial x} + \langle v\rangle \frac{\partial \langle u'v'\rangle}{\partial y} = P_{uv} + A_{uv} + D_{iuv} + C_{uv} - D_{euv} \tag{1.38}$$

avec :

$$P_{uv} = -\langle v'^2\rangle \frac{\partial \langle u\rangle}{\partial y}, \quad A_{uv} = -\langle u'^2\rangle \frac{\partial \langle v\rangle}{\partial x}$$
$$D_{iuv} = \frac{\partial}{\partial y}\left(-\langle u'v'^2\rangle - \frac{1}{\rho}\langle p'u'\rangle + \nu \frac{\partial}{\partial y}\langle u'v'\rangle\right)$$
$$C_{uv} = \frac{1}{\rho}\left\langle p'\left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x}\right)\right\rangle, \quad D_{euv} = 2\nu \left\langle \frac{\partial u'}{\partial x_k}\frac{\partial v'}{\partial x_k}\right\rangle.$$

On peut retrouver l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente en combinant les équations (1.35), (1.36) et (1.37) en accord avec la définition de k :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \langle u\rangle \frac{\partial k}{\partial x} + \langle v\rangle \frac{\partial k}{\partial y} = P + A + D_i - \epsilon' \tag{1.39}$$

où :

$$P = -\langle u'v'\rangle \frac{\partial \langle u\rangle}{\partial y}$$
$$A = \left(\langle v'^2\rangle - \langle u'^2\rangle\right)\frac{\partial \langle u\rangle}{\partial x} - \langle u'v'\rangle \frac{\partial \langle v\rangle}{\partial x}$$
$$D_i = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\left\langle \frac{1}{2}u_i' u_i' u'\right\rangle\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\left\langle \frac{1}{2}u_i' u_i' v'\right\rangle - \frac{1}{\rho}\langle p'v'\rangle + \nu \frac{\partial k}{\partial y}\right)$$
$$\epsilon' = \nu \left\langle \frac{\partial u_i'}{\partial x_k}\frac{\partial u_i'}{\partial x_k}\right\rangle.$$

Le terme P qui intervient dans les équations (1.35) et (1.39) correspond au terme de production lié à l'interaction entre la tension croisée de Reynolds et le cisaillement de l'écoulement moyen. Ce terme est la seule source d'énergie cinétique turbulente pour une couche limite à gradient de pression nul, si bien que la production d'énergie cinétique turbulente se fait directement au moyen de la production de $\langle u'^2 \rangle$.
Le terme P_{uv} représente le terme de production de la tension croisée de Reynolds, et résulte de l'interaction entre la tension normale de Reynolds dans la direction normale et le cisaillement de l'écoulement moyen. Dans le cas d'une couche limite à gradient de pression nul, on retrouve souvent $P \approx -2.5 P_{uv}$, d'après les résultats de Lee et Sung [164], Spalart [285] ou de la base de données de la DNS de Sillero *et al.* [266], comme présenté sur la figure 1.7a. Cependant, en présence d'un gradient de pression adverse, ce rapport change et on peut obtenir $-P_{uv} > P$ uniquement dans des cas où l'intensité du gradient de pression adverse est suffisamment élevée [164, 274]. Ceci est illustré sur la figure 1.7b où l'on peut voir que la production de la tension croisée de Reynolds est plus élevée que celle de l'énergie cinétique turbulente. Il est également important de noter l'augmentation des niveaux de production dans la zone externe de la couche limite ainsi que l'apparition d'un pic externe de production vers $y \approx 0.5\delta$ autant pour k (et $\langle u'^2 \rangle$) que pour $\langle u'v' \rangle$, lorsqu'on compare à la production pour une couche limite à gradient de pression nul (figure 1.7a). Ceci sera détaillé dans la section §2.3.4.
Les termes A_u, A_v, A_{uv} et A correspondent également à des termes de production, bien que leur contribution soit négligeable pour des couches limites à gradient de pression nul. Cependant, ces termes peuvent contribuer de façon non négligeable à la production lorsqu'un gradient de pression adverse est présent [58, 274].
Les termes D_{iu}, D_{iv}, D_{iw}, D_{iuv} et D_i sont des termes de diffusion, qui contiennent les effets dus à la viscosité, à la turbulence et aux fluctuations de pression. Il est important de noter que les dérivées longitudinales dans D_{iu} et D_i ne sont pas prises en compte par Cousteix [58]. Toutefois, d'après Skåre et Krogstad [274], ces termes peuvent devenir non négligeables pour des couches limites en présence d'un gradient de pression adverse suffisamment intense.
Les termes C_u, C_v, C_w et C_{uv} correspondent à la corrélation pression-déformation. Si on considère l'hypothèse d'incompressibilité, la trace de ce tenseur s'annule, si bien que le terme de pression-déformation ne joue aucun rôle dans le bilan de l'énergie cinétique turbulente. Par ailleurs, ce terme représente un puits dans le bilan de $\langle u'^2 \rangle$, et la principale source dans la plupart de la couche limite pour $\langle v'^2 \rangle$ et $\langle w'^2 \rangle$ (pour une couche limite à gradient de pression nul). Par conséquent ce terme joue un rôle fondamental dans la distribution de l'énergie entre les différentes composantes de la fluctuation de vitesse [58, 225]. En effet, la production d'énergie cinétique turbulente se fait directement sur $\langle u'^2 \rangle$ au moyen de l'interaction entre la tension croisée de Reynolds et le cisaillement de l'écoulement moyen, puis l'énergie est redistribuée parmi les autres tensions normales à travers le terme de pression-déformation.
Les termes D_{eu}, D_{ev}, D_{ew} et D_{euv} représentent la destruction visqueuse et le dernier terme considéré, ϵ', que l'on retrouve dans l'équation (1.39) correspond à la pseudo-dissipation.

Le terme P est également présent dans l'équation de transport de l'énergie cinétique du champ moyen, en agissant comme un puits [58, 225]. Ainsi, pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul, de l'énergie est extraite du champ moyen, qui est d'abord transférée à $\langle u'^2 \rangle$.

On présente sur la figure 1.8 le bilan de l'énergie cinétique turbulente pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul. Le bilan est considéré en prenant le terme de convection du même côté que les autres termes dans l'équation (1.39) afin que la somme de tous les termes soit égale à zéro. On observe que la production de k présente un pic aux alentours de $y^+ = 12$ [225, 280], c'est-à-dire dans la zone tampon, dont les phénomènes responsables seront discutés dans la section §1.4. Les niveaux de production à cet endroit ne sont pas complètement compensés par la pseudo-dissipation. En effet, l'excès de production est diffusé en partie par la turbulence et par la viscosité. En particulier, on observe que la diffusion turbulente devient positive plus près de la paroi, mais également plus haut dans la couche limite, ce qui est plus visible sur le bilan prémultiplié par la distance à la paroi (figure 1.8b). Autrement dit, l'énergie cinétique turbulente produite dans la zone tampon est diffusée par la turbulence autant vers la paroi que vers l'extérieur de la couche limite. La diffusion liée aux fluctuations de pression reste faible, et ne présente de l'importance que près de la paroi. La diffusion

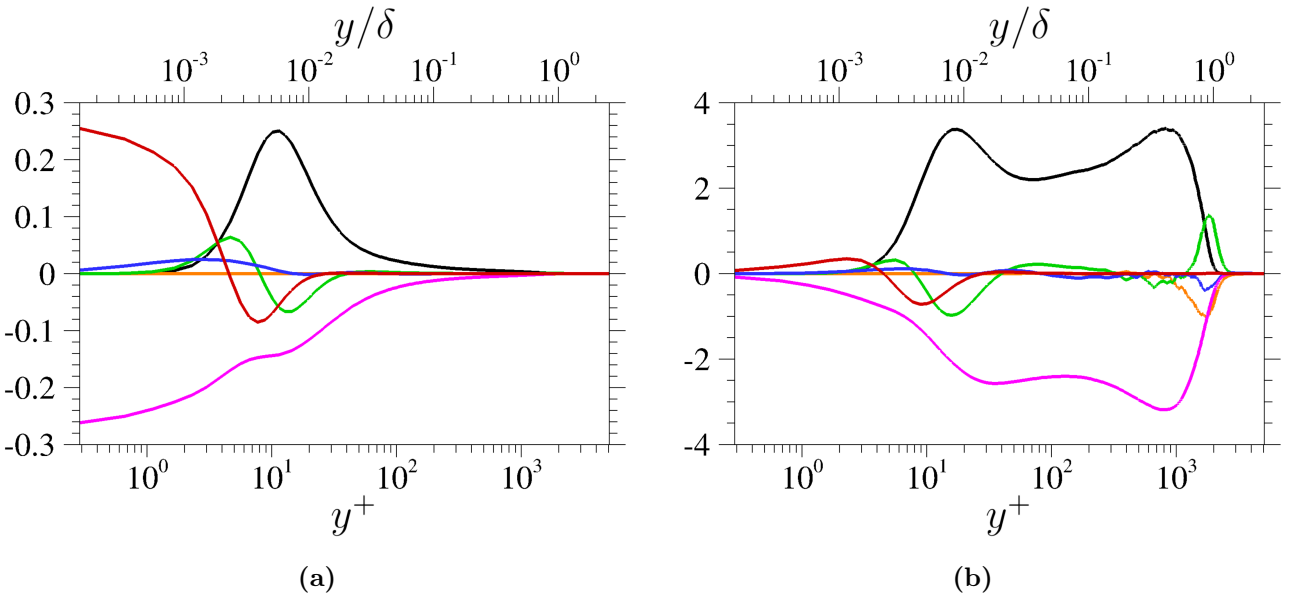


FIGURE 1.8 – Bilan d'énergie cinétique turbulente pour une couche limite à gradient de pression nul et $Re_\theta = 6500$. Des valeurs positives correspondent à des sources et des valeurs négatives à des puits. Termes en (a) : — : Production $\left(-\langle u'v'\rangle \frac{\partial \langle u\rangle}{\partial y}\right)$; — : Advection $\left(-\left[\langle u\rangle \frac{\partial k}{\partial x} + \langle v\rangle \frac{\partial k}{\partial y}\right]\right)$; — : Diffusion turbulente $\left(\frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{1}{2}\langle u_i' u_i' v'\rangle\right)\right)$; — : Diffusion liée aux fluctuations de pression $\left(\frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{1}{\rho}\langle p'v'\rangle\right)\right)$; — : Diffusion visqueuse $\left(\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu \frac{\partial k}{\partial y}\right)\right)$; — : Pseudo-dissipation turbulente $\left(\nu \left\langle \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \right\rangle\right)$. (b) Termes comme dans (a) prémultipliés par la distance à la paroi. Tous les termes sont exprimés en échelle de paroi. Figure reconstruite à partir des données du calcul DNS de Sillero *et al.* [266].

visqueuse ramène de l'énergie vers la paroi, au niveau de laquelle elle est compensée uniquement par la pseudo-dissipation, si bien que l'énergie cinétique turbulente est transformée en énergie interne. Dans la zone logarithmique on trouve un équilibre entre la production et la pseudo-dissipation, puisque la participation des autres termes est quasiment nulle dans cette zone, ce qui se traduit par une dissipation locale de l'énergie extraite à l'écoulement moyen. Le terme d'advection est très faible dans toute la couche limite. Toutefois il est négatif dans la zone externe ce qui s'explique par l'épaississement de la couche limite [58]. Pour un écoulement de canal, dans la zone externe on retrouve uniquement les contributions de la diffusion turbulente et de la dissipation [225]. Ceci représente une des différences avec d'autres écoulements pariétaux canoniques. On peut retrouver une description détaillée des bilans de chacune des tensions de Reynolds dans Pope [225]. On aborde dans la section suivante les différentes structures cohérentes participant à la dynamique de la turbulence de la couche limite et responsables des transferts décrits dans cette section.

1.4 Structures cohérentes peuplant la couche limite turbulente

Malgré le caractère instationnaire et tridimensionnel de la turbulence, l'organisation des écoulements turbulents ne se fait pas de manière aléatoire. En effet, des structures dites cohérentes sont observables au sein de la couche limite, et vont avoir un rôle majeur dans la dynamique de la turbulence et par conséquent de la couche limite elle même. Une définition de structure cohérente a été proposée par Robinson [237], d'après laquelle on peut définir une structure cohérente comme une région tridimensionnelle du champ fluide dans laquelle une des variables fondamentales (ρ,u,p,...) est corrélée avec elle même ou avec une autre des variables sur une distance significativement grande par rapport aux plus petites échelles dans l'écoulement. Plusieurs structures cohérentes et phénomènes ont été identifiés dans des régions différentes de la couche limite, que l'on peut simplement séparer entre zone interne et zone externe. De plus, des structures cohérentes caractéristiques des écoulements à grand nombre de Reynolds ont également été identifiées, et seront détaillées par la suite.

1.4.1 Zone interne

Le bilan d'énergie cinétique turbulente présenté dans la section §1.3.5 a mis en évidence l'importance de l'activité turbulente dans la zone tampon, où un pic de production d'énergie cinétique turbulente est observé vers $y^+ = 12$. L'intérêt de ce phénomène est très important autant du point de vue physique que pour le développement de modèles de turbulence. On présente par la suite les structures cohérentes et les phénomènes physiques participant à la production dans cette zone.

1.4.1.1 Streaks

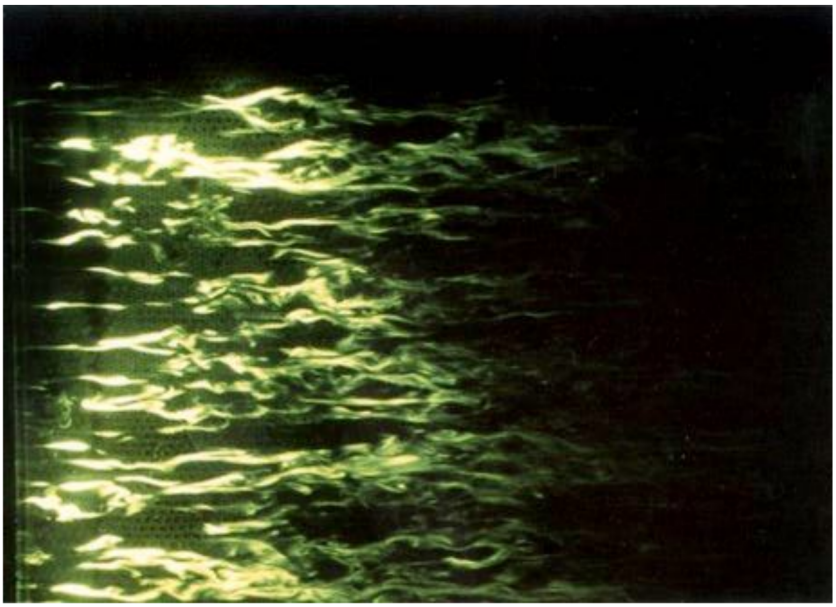


Figure 1.9 – Visualisation à l'aide d'un colorant des Streaks de basse vitesse pour un écoulement de couche limite de plaque plane à $Re_\theta = 725$. Tiré de [90].

La figure 1.9 montre un visualisation des structures appelées Streaks, qui représentent des zones proches de la paroi, dans la zone tampon, alternant basse et haute vitesse longitudinale. Il est important de préciser que les zones basse/haute vitesse sont des zones où la vitesse est localement inférieure/-supérieure à la vitesse moyenne. Ces structures ont été présentées par Corrsin [57], en se basant sur les expériences réalisées par Beatty, Ferrell et Ridchardson. Elles ont une forme très allongée dans la direction de l'écoulement, avec des dimensions d'après Kline *et al.* [148] de l'ordre de $1000\nu/u_\tau$ dans la direction de l'écoulement, $80\nu/u_\tau$ à $100\nu/u_\tau$ en largeur et espacées de l'ordre de $100\nu/u_\tau$ dans la direction transverse. De plus, elles ne sont plus observables à partir de $y^+ > 40 - 50$. Les Streaks se localisent à une distance de la paroi proche de $y^+ = 15$, et le champ de vitesse associé oscille dans la direction transversale (à cause de leur instabilité sinueuse) mais reste libre de vorticité longitudinale [215].

1.4.1.2 Bursting process

L'observation des structures cohérentes proches de la paroi au sein de la couche limite a permis d'identifier une oscillation des Streaks qui a été associée au processus de production de turbulence. En effet, Kline *et al.* [148] observent un soulèvement des Streaks dans la couche limite, suivi d'une oscillation de ceux-ci puis d'un éclatement accompagné d'une éjection de fluide vers l'extérieur de la couche limite. De plus, Corino et Brodkey [56] ont observé un entraînement de fluide plus éloigné de la paroi vers les zones où l'éjection s'est produite. Cette évènement est appelé balayage (*sweep* en anglais).

Afin d'étudier ces phénomènes, des analyses d'échantillonnage conditionnel ont été utilisées. En particulier, Lu et Willmarth [171] proposent d'utiliser des quadrants pour séparer les évènements selon

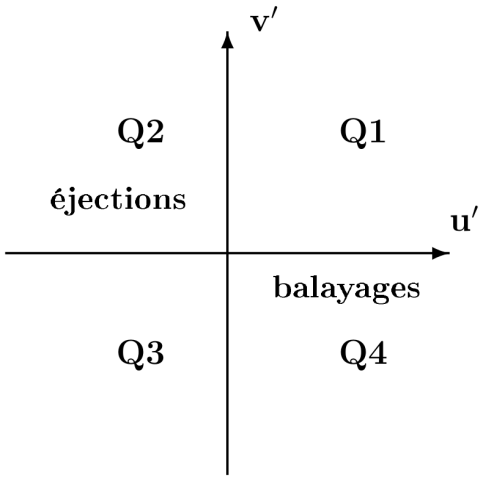


FIGURE 1.10 – Représentation des quadrants dans le plan (u', v'). Tiré de [213].

leur position dans un plan (u', v'), comme illustré sur la figure 1.10. Wallace *et al.* [323] analysent également des signaux des composantes de vitesse très près de la paroi pour séparer les évènements, sans utiliser les quadrants explicitement. Cette méthode basée sur les quadrants permet d'associer les évènements apparaissant et leur contribution à la production de turbulence. Les quadrants Q2 et Q4, qui correspondent à $(u' < 0, v' > 0)$ et $(u' > 0, v' < 0)$ respectivement, sont liés à des évènements contribuant à la production de turbulence. En effet, d'une part ces évènements ont tendance à augmenter localement le cisaillement de l'écoulement et d'autre part ils contribuent à $-\langle u'v' \rangle > 0$. Par ailleurs, Lu et Willmarth [171] observent que les quadrants Q2 et Q4 sont plus fréquents lorsque le *bursting process* a lieu, c'est pourquoi on a appelé ces quadrants éjection et balayage respectivement. Blackwelder et Kaplan [22] suggèrent une méthode basée sur une moyenne temporelle pendant un intervalle défini. Cette méthode appelée *variable-interval time-averaging* (VITA) est un critère de détection qui compare la variance moyenne du signal et la variance locale calculée sur un intervalle donné. Les quadrants Q2 et Q4 sont associés à des évènements à grande variance VITA. Cependant, ce critère de détection reste assez sensible à des paramètres de la méthode ce qui rend difficile la comparaison des résultats avec ceux provenant d'autres méthodes.

1.4.1.3 Tourbillons quasi-longitudinaux (TQL)

Des observations de l'écoulement très près de la paroi ont permis d'identifier la présence de tourbillons quasi-longitudinaux (TQL) au niveau des Streaks [21] orientés dans la direction de l'écoulement et contrarotatifs. Comme illustré sur la figure 1.11, dans la repère A, ces tourbillons contrarotatifs viennent soulever le fluide se situant entre eux et provoquent la formation des Streaks basse vitesse. De façon analogue, ces tourbillons remportent du fluide rapide vers la paroi, donnant lieu aux Streaks haute vitesse (repère B dans la figure 1.11). Le déficit et l'excès respectifs de vitesse longitudinale sont clairement visibles sur cette figure. Les TQL seraient ainsi directement responsables des évènements d'éjection et de balayage présentés dans la section précédente. L'utilisation de la simulation numérique directe (DNS, *Direct Numerical Simulation*) a permis une meilleure caractérisation des TQL. En particulier, Jeong *et al.* [136] emploient des résultats DNS pour quantifier la distribution spatiale des TQL. Ils s'étendent sur une distance de l'ordre de $200\nu/u_\tau$ dans la direction de l'écoulement avec une inclinaison de 9° par rapport à la paroi, et un diamètre allant de $10\nu/u_\tau$ jusqu'à $40\nu/u_\tau$. Les TQL présentent une légère déviation dans la direction transverse de l'ordre de ±4°. Par ailleurs, d'après Jeong *et al.* [136], les TQL sont organisés selon des chaînes dont la longueur dans la direction de l'écoulement s'étend de $600\nu/u_\tau$ jusqu'à $1000\nu/u_\tau$. La figure 1.12 présente un schéma qui illustre la distribution spatiale des TQL.

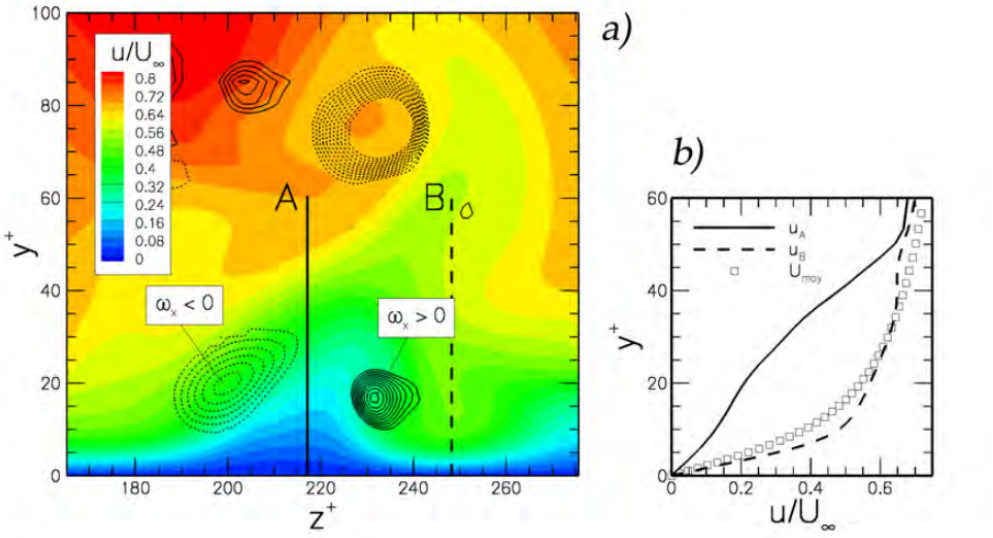


Figure 1.11 – Formation de Streaks à partir de l'analyse d'une simulation numérique directe [213]. (*a*) Plan transverse à l'écoulement. Les contours colorés correspondent aux niveaux de vitesse longitudinale. Les isolignes continues et discontinues représentent des contours de vorticité longitudinale positive et négative respectivement. (*b*) Profil instantanés de vitesse longitudinale aux stations A et B de la figure (*a*) comparés au profil moyen. Adapté de [213].

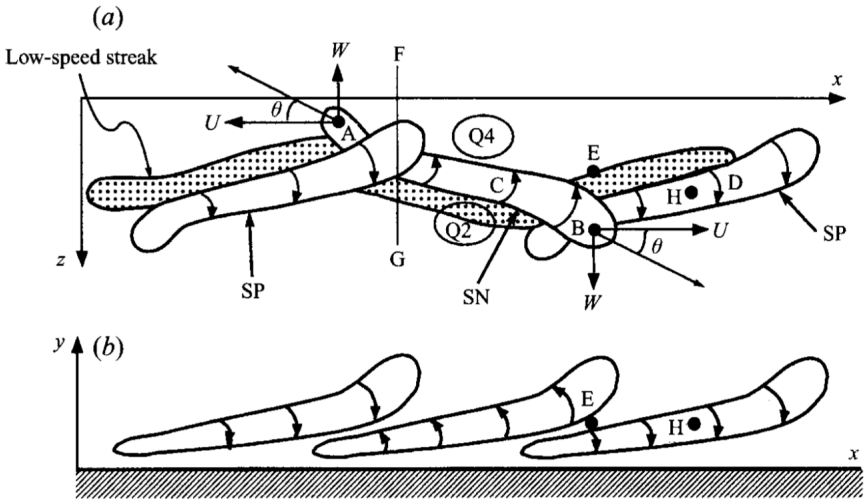


Figure 1.12 – Modèle conceptuel d'un ensemble de tourbillons quasi-longitudinaux et de leur arrangement spatial : (a) vue de dessus ; (b) vue de côté. Tiré de [136].

1.4.1.4 Processus auto-entretenu

Les Streaks présents dans la zone tampon de la couche limite sont induits par les TQL à partir des évènements des éjections et des balayages, qui sont des évènements qui contribuent à une tension croisée de Reynolds $-\langle u'v'\rangle > 0$. Ainsi, en accord avec les équations de transport de $\langle u'^2\rangle$ et de k (§1.3.5), ces évènements contribuent à la production d'énergie cinétique turbulente à travers l'extraction d'énergie du champ moyen.

Jiménez [137] réalise une expérience numérique pour étudier le comportement isolé dans la zone interne. En supprimant l'activité turbulente de la zone externe, il constate que celle-ci persiste dans la zone interne, ce qui suggère l'existence d'une certaine autonomie de l'activité turbulente dans la zone interne. De plus, la dynamique de la zone interne est pilotée par les TQL et les Streaks induits par ceux-ci. Il est ainsi important de comprendre comment les TQL sont formés. Pour cela, deux mécanismes ont été proposés, et sont illustrés sur la figure 1.13.

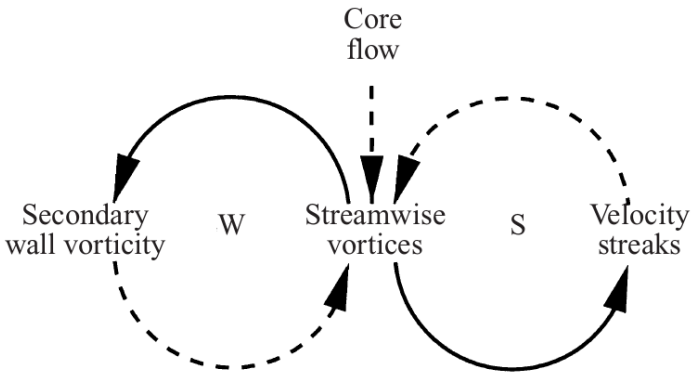


FIGURE 1.13 – Schéma des mécanismes de production de turbulence dans la zone interne. Tiré de [137].

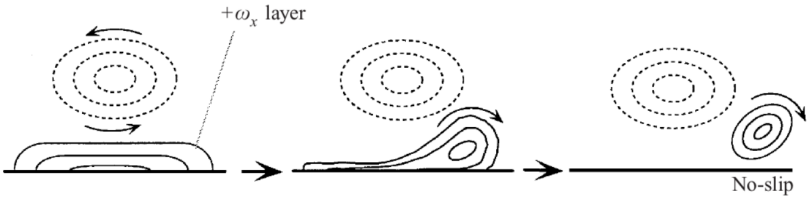


FIGURE 1.14 – Schéma de formation des TQL secondaires selon le mécanisme W. Tiré de [256].

Le premier mécanisme, noté W sur la figure 1.13, fait intervenir uniquement les TQL et la paroi. Selon ce mécanisme, la condition d'adhérence à la paroi provoque la formation d'une deuxième couche de vorticité de signe opposé. Le TQL d'origine va provoquer le détachement de cette nouvelle couche de vorticité, qui devient ensuite un nouveau TQL, comme schématisé sur la figure 1.14. Cependant, le processus de régénération de turbulence semble être insensible à la condition d'adhérence à la paroi, ce qui suggère que le mécanisme présenté ne serait pas le mécanisme à l'origine des TQL. En effet, dans le travail de Jiménez [137], la condition d'adhérence à la paroi est remplacée par une condition de contrainte nulle, alors que des nouveaux TQL continuent à se former.

Le deuxième mécanisme, noté S sur la figure 1.13, est lié à l'instabilité sinueuse des Streaks dans l'écoulement. Ce cycle se base sur l'hypothèse qu'une paire de TQL génère un Streak, et que l'instabilité des Streaks peut donner naissance à un TQL. Cette instabilité est liée au phénomène de *burst* décrit par Kline *et al.* [148]. Le processus du cycle autonome faisant intervenir les Streaks et les TQL est détaillé par Waleffe et Kim [322]. Par ailleurs, Jiménez [137] démontre que le cycle S est probablement prépondérant par rapport au cycle W, en accord avec les conclusions plus récentes de l'étude de Herpin *et al.* [118] ou de celle de Cassinelli *et al.* [35].

1.4.2 Zone externe

La zone externe de la couche limite joue un rôle essentiel dans la dynamique de la turbulence pariétale. Bien que le pic interne de production identifié dans le bilan d'énergie cinétique turbulente soit présent dans la zone tampon, la zone externe contribue significativement à l'énergie cinétique turbulente ainsi qu'à la tension croisée de Reynolds, et d'autant plus que le nombre de Reynolds est important [280].

1.4.2.1 Le hairpin

Dans la zone externe de la couche limite, des structures tourbillonnaires ont été mises en évidence [237], avec des tailles qui peuvent être commensurables à l'épaisseur de couche limite δ. Étant donné leur taille, l'expression de leurs caractéristiques en unités de paroi risque de ne pas être universelle, en opposition aux Streaks et aux TQL.

Theodorsen [300] a été le premier à étudier ces phénomènes, en utilisant les termes "hairpin" (épingle à cheveux), "horseshoe" (fer à cheval), "arch" (arche) ou Λ pour décrire les structures identifiées. Parmi celles-ci, le "hairpin" est la plus souvent observée dans la zone externe pour des écoulements à des nombres de Reynolds modérés. Ces phénomènes ont également été observés à l'aide d'expériences [116] ou de simulations numériques [145, 197]. La forme du hairpin, ainsi que l'écoulement induit par celui-ci sont illustrés sur la figure 1.15.

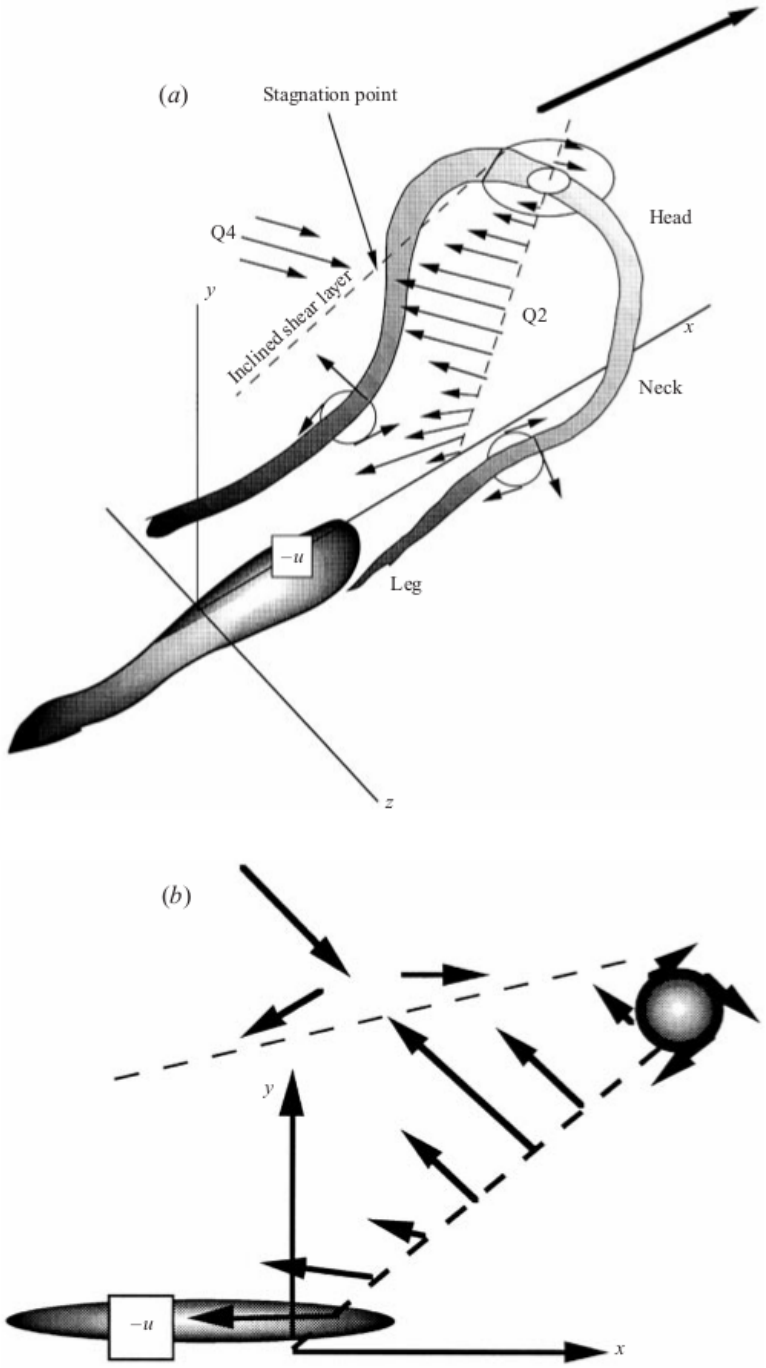


Figure 1.15 – (a) Schéma d'un hairpin attaché à la paroi et de l'écoulement induit. (b) Signature du hairpin dans le plan perpendiculaire à la direction transverse. Tiré de [4].

Le hairpin, tel que schématisé sur la figure 1.15, est composé de différentes parties tourbillonnaires. Les "jambes" correspondent à des tourbillons quasi-longitudinaux contrarotatifs, entre lesquels se situe un Streak de basse vitesse. Ces "jambes" se prolongent vers l'aval et vers l'extérieur de la couche limite formant un angle au sommet de 15° à 75°. La partie la plus élevée du hairpin correspond à la "tête", et

l'inclinaison à cet endroit varie selon sa position par rapport à la paroi. Près de la paroi, l'inclinaison peut varier entre 25° et 45°, alors que dans le cas où la tête se trouve dans la zone externe, l'inclinaison peut devenir presque verticale. La tête du hairpin est reliée aux jambes à travers le "cou", qui induit des fluctuations de vitesse dans le plan de symétrie du hairpin correspondant au cadrant Q2 ($u' < 0$ et $v' > 0$). La tête présente une vorticité du même signe que celle de l'écoulement moyen dans la couche limite, et contribue à une diminution de la vitesse entre les jambes du hairpin ($u' < 0$). Il est important de préciser que le schéma de hairpin présenté sur la figure 1.15 ne correspond pas complètement aux observations les plus fréquentes. En effet, la plupart des hairpins ne sont pas symétriques et sont formés d'une jambe significativement plus importante que l'autre, ou éventuellement d'une seule jambe [34, 295], notamment s'ils se situent plus loin de la paroi. Cependant, la taille de la tête du hairpin semble indépendante de la distance à la paroi, et reste de l'ordre de $30\nu/u_\tau$. La séparation des jambes des hairpins et de l'ordre de $50\nu/u_\tau$, et la taille caractéristique transversale est de l'ordre de $10\nu/u_\tau$ à $100\nu/u_\tau$, pour un grand intervalle de nombre de Reynolds [116].

L'étude de Adrian *et al.* [4] a permis une meilleure interprétation de l'organisation des hairpins dans la couche limite. Les auteurs proposent le paradigme du paquet de hairpins comme forme d'organisation des structures cohérentes. Il existe une tendance des hairpins à s'aligner les uns à la suite des autres, espacés d'une centaine d'unités de paroi, avec un certain décalage transversal qui se traduit par une sinuosité du paquet de hairpins. Ainsi, les vitesses négatives induites par les hairpins entre leur jambes sont à l'origine de zones de basse vitesse longitudinale quasi-uniformes, comme illustré sur la figure 1.16. Ces paquets sont inclinés par rapport à la paroi en moyenne d'un angle de 12°. Dans l'étude de Adrian *et al.* [4], à $Re_\theta = 7705$ la longueur la plus probable des paquets de hairpins est 1.3δ et la plus grande 2.3δ, c'est pourquoi le paquet de hairpins correspond aux grandes structures cohérentes, connues dans la littérature comme LSM (*large-scale motions*). Par ailleurs, l'organisation des hairpins par paquets explique la différence entre l'étendue longitudinale des Streaks (de l'ordre de $1000\nu/u_\tau$) et des TQL qui les forment (de l'ordre de $100\nu/u_\tau$). Ainsi, un Streak serait le résultat d'un passage d'un paquet de hairpins.

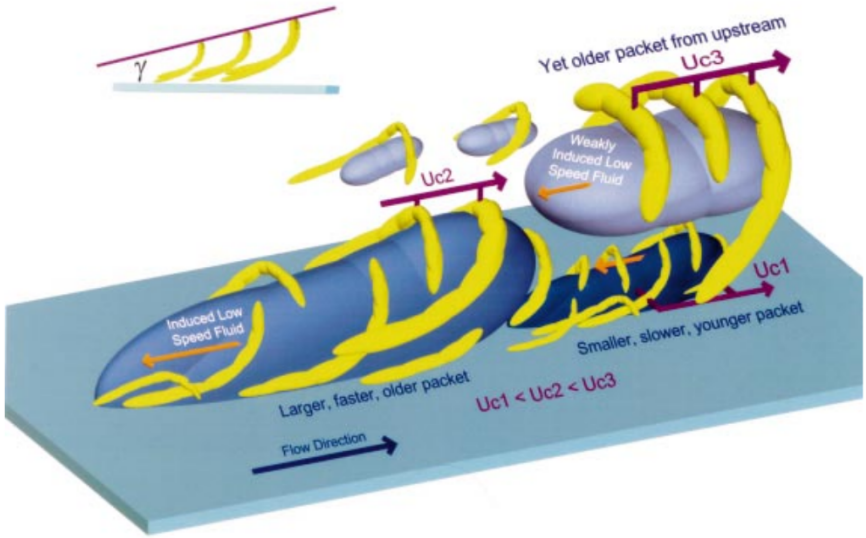


FIGURE 1.16 – Schéma conceptuel de l'organisation spatiale des paquets de hairpins. Tiré de [4].

1.5 Effets à grand nombre de Reynolds

Il a déjà été évoqué la séparation de la couche limite en différentes zones, où les phénomènes physiques et les structures cohérentes caractéristiques sont différents. Notamment, on retrouve des différences particulièrement notables entre la zone interne et la zone externe de la couche limite. De

plus, le nombre de Reynolds $Re_\tau = \delta u_\tau/\nu$ représente la séparation d'échelles entre les échelles caractéristiques de la zone interne (échelle de longueur visqueuse, ν/u_τ) et celles de la zone externe (épaisseur de couche limite, δ). Les écoulements pariétaux à grands nombres de Reynolds sont intéressants pour la communauté scientifique non seulement par leur existence dans de nombreuses applications industrielles, mais aussi par l'apparition de certaines spécificités qui ne sont pas présentes à des nombres de Reynolds modérés.

1.5.1 Superstructures

Les Streaks ont été identifiés comme des zones de basse vitesse longitudinale présentes dans la zone tampon de la couche limite. Cependant, des longues zones sinueuses de basse vitesse, encadrées par des zones de haute vitesse, ont également été observées dans la zone logarithmique et la zone de sillage [13, 105, 126, 146, 200, 301] . La sinuosité des structures rend compliquée la détermination précise de l'étendue longitudinale de ces structures. Toutefois, les expériences de Hutchins et Marusic [126] ont montré que ces structures peuvent atteindre jusqu'à 10-15 fois l'épaisseur de couche limite en longueur, même si leur taille la plus fréquemment observée est de l'ordre de $5-6\delta$. Ces structures sont typiquement appelées VLSM (*very large-scale motions*) dans le cas d'écoulements internes, et superstructures dans le cas de la couche limite [280]. Pour une couche limite, ces structures sont typiquement observées dans la zone logarithmique [199] et jouent un rôle fondamental dans la dynamique de la turbulence [13].

L'origine des superstructures reste une question ouverte. Kim et Adrian [146] suggèrent que ces superstructures résultent d'un alignement longitudinal entre plusieurs paquets de hairpins (LSM) comme illustré sur la figure 1.17. Bien que ceci ait pu être observé expérimentalement par Dennis et Nickels [78], les auteurs précisent que l'alignement des paquets de hairpins aurait pu être fortuit. D'autre part, Lee et Sung [166] étudient l'évolution temporelle d'une superstructure à l'aide d'un calcul DNS. D'après leur étude, les superstructures seraient formées par fusion de paquets de hairpins, provoquée par leur auto-induction et le cisaillement moyen. Selon Lee et Sung [166], il est possible que cette fusion ait lieu après un alignement longitudinal des paquets de hairpins, ou bien qu'un nouveau paquet de hairpins naisse à partir d'un paquet déjà existant.

Toutefois, des études plus récentes suggèrent une origine différente des superstructures. Sharma et McKeon [259] réalisent des analyses de résolvant pour étudier ces structures. Brièvement, l'idée consiste à identifier les modes qui, pour un forçage donné, produisent un gain maximal de la réponse dans les équations linéarisées. D'après leurs résultats, les superstructures ne seraient pas nécessairement le résultat d'un alignement ou fusion de paquets de hairpins comme suggéré précédemment. En effet, Sharma et McKeon [259] suggèrent l'existence d'un noyau de turbulence qui possèderait un processus auto-entretenu similaire à celui observé dans la zone interne (§1.4.1.4). Toutefois, les superstructures et les hairpins correspondraient à des modes différents qui seraient superposés de façon consistante avec l'idée d'interaction triadique, où il y aurait une disposition de préférence des hairpins le long des superstructures.

D'autre part, Hwang [128] réalise des expériences numériques en isolant des structures turbulentes dont la taille caractéristique en envergure λ_z varie de façon proportionnelle à la distance à la paroi. Les résultats confirment des observations déjà identifiées dans d'autres travaux, selon lesquelles les structures cohérentes dans la zone logarithmique et dans la zone de sillage possèdent un cycle autonome propre [130, 131]. En ce qui concerne les superstructures, les travaux de Hwang [128] suggèrent que celles-ci seraient le résultat de l'action du cisaillement moyen sur les structures associées aux LSMs. En accord avec ces observations, Hwang et Bengana [129] montrent que l'inhibition du soulèvement provoqué par les LSMs détruit le cycle autonome. D'après de Giovanetti *et al.* [62], les similitudes observées entre le cycle autonome proche paroi concernant les Streaks et les TQLs, et les résultats de Hwang [128], Hwang et Bengana [129], suggèrent que le mécanisme responsable des LSMs est lié à une instabilité des superstructures. Dans cette optique, de Giovanetti *et al.* [62] réalisent une expérience numérique dans laquelle l'effet d'une superstructure est introduit, donnant lieu à des structures cohérentes de taille $\lambda_x/\delta \approx 1-2$ et qui reproduisent les caractéristiques moyennes des LSMs de façon très fidèle. Les auteurs concluent que l'instabilité de type Streak dans la zone logarithmique détermine les tailles caractéristiques longitudinales des LSMs et des superstructures.

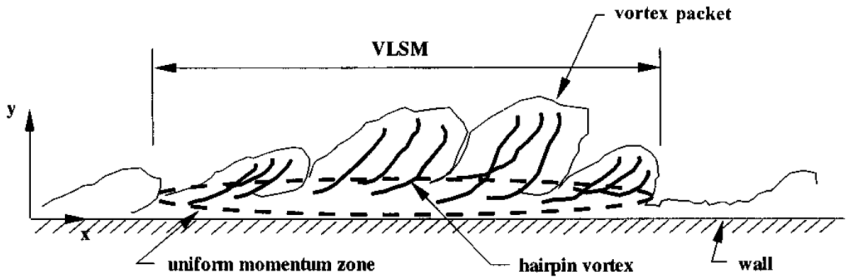


FIGURE 1.17 – Modèle conceptuel de la formation de superstructures résultant de l'alignement longitudinal de plusieurs paquets de hairpins. Tiré de [146].

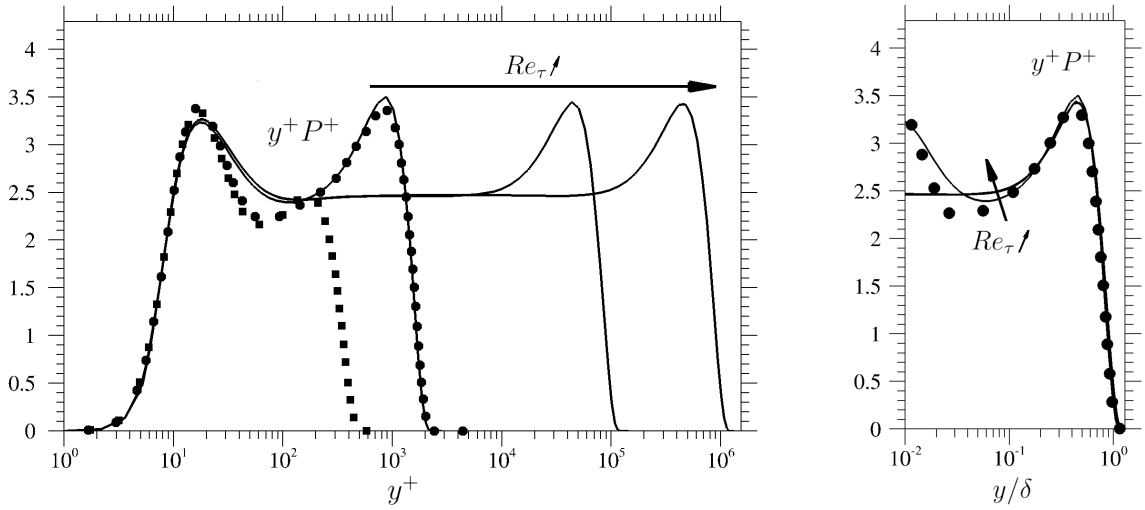
1.5.2 Impact des superstructures

Les superstructures observées principalement dans la zone logarithmique à un nombre de Reynolds élevé vont impacter la dynamique de la turbulence au sein de la couche limite. En effet, d'après Balakumar et Adrian [13], les structures dont la taille dans la direction de l'écoulement est supérieure à 3δ contribuent à plus de 45% de l'énergie cinétique turbulente et plus de 40% de la tension croisée de Reynolds, pour un nombre de Reynolds compris entre $Re_\tau = 1476-2395$. L'effet des grandes structures se manifeste aussi probablement sur le profil de production d'énergie cinétique turbulente, P (1.39), pour lequel la contribution de la zone logarithmique augmente avec le nombre de Reynolds comme on va le montrer par la suite, et c'est dans cette zone que se localisent les superstructures [199]. La figure 1.18 présente des profils de production prémultipliée à différents nombres de Reynolds. En effet, la contribution totale à la production peut s'écrire (en unités de paroi) :

$$P^+_{tot} = \int_0^{+\infty} P^+ \mathrm{d}y^+ = \int_{-\infty}^{+\infty} y^+ P^+ \mathrm{d}\left(\ln y^+\right). \tag{1.40}$$

De cette façon, lors la représentation semi-logarithmique de la production prémultipliée, l'aire sous la courbe est directement proportionnelle à la contribution à la production totale d'énergie cinétique turbulente. L'intérêt de la représentation prémultipliée est clairement mis en évidence sur la figure 1.18a. On observe comment le rôle de la zone logarithmique dans la production d'énergie cinétique turbulente devient d'autant plus important que le nombre de Reynolds est élevé. Un plateau se développe au niveau de la zone logarithmique pour des nombres de Reynolds suffisamment élevés, et on observe également l'apparition d'un pic externe localisé vers $y \approx 0.4\delta$. Ainsi, la production de turbulence dans les écoulements pariétaux à grand nombre de Reynolds ne se fait pas uniquement au niveau de la zone tampon, comme c'est quasiment le cas pour des écoulements à nombre de Reynolds modéré.

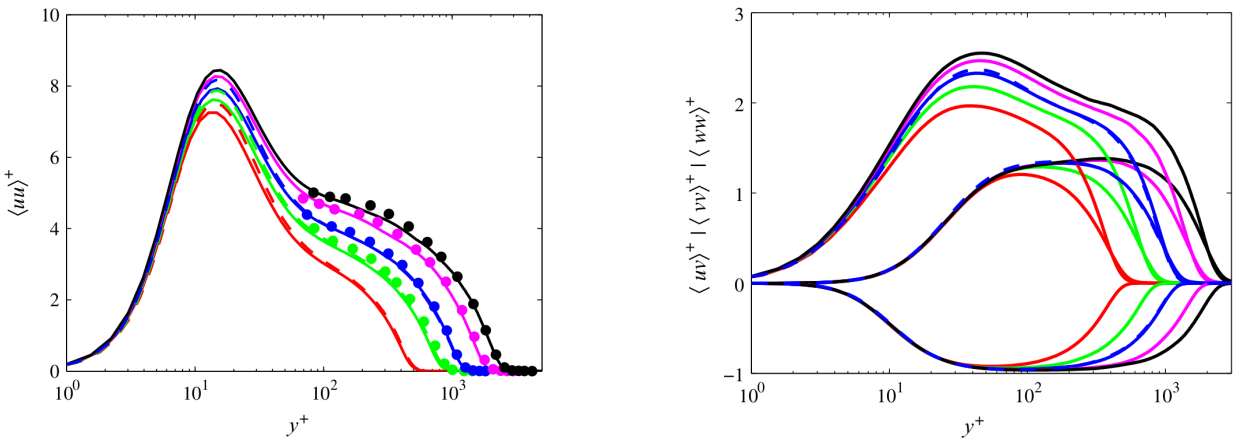
On a déjà indiqué dans la section §1.3.4 l'effet du nombre de Reynolds sur le profil de vitesse moyenne, pour lequel la zone logarithmique s'élargit. De plus, des effets sont également observés sur les profils des tensions de Reynolds. On observe sur la figure 1.19 qu'une augmentation du nombre de Reynolds se traduit par des niveaux plus importants des fluctuations dans la zone externe de la couche limite. Dans le cas de $\langle u'v' \rangle$ et $\langle v'^2 \rangle$, il semble exister une indépendance au nombre de Reynolds dans la zone interne, contrairement à $\langle u'^2 \rangle$ et $\langle w'^2 \rangle$, où le pic interne devient de plus en plus important, ce qui est également vérifié dans les travaux plus récents de Marusic *et al.* [178]. La figure 1.20 montre des profils de $\langle u'^2 \rangle$ pour une couche limite à des nombres de Reynolds encore plus élevés. L'augmentation des fluctuations dans la zone externe par rapport à une couche limite à nombre de Reynolds modéré est clairement mise en évidence, ainsi que l'augmentation de l'intensité du pic situé vers $y^+ = 15$. Au nombre de Reynolds le plus élevé on observe l'apparition d'un deuxième pic, qui sera discuté plus en détail par la suite, lors de l'analyse spectrale des fluctuations longitudinales de vitesse. Ce pic externe est encore plus visible dans les résultats de Vallikivi *et al.* [307] à plus grand nombre de Reynolds. Les auteurs trouvent une indépendance du pic interne avec le nombre de Reynolds, autant pour leurs résultats de couche limite turbulente que de conduite circulaire. Cependant, dans le cas de la couche limite, la mesure du pic interne n'est faite que sur trois stations longitudinales uniquement.



(a) **(b)**

FIGURE 1.18 – Profil du terme de production d'énergie cinétique turbulente prémultiplié ($y^+P^+ = -y^+\langle u'v'\rangle^+\partial\langle u\rangle^+/\partial y^+ = -y/\delta\langle u'v'\rangle^+\partial\langle u\rangle^+/\partial\,(y/\delta)$) à différents nombres de Reynolds. (a) Représentation en échelle interne. (b) Représentation en échelle externe. Symboles : résultats DNS de Sillero *et al.* [266] à (■) $Re_\theta = 1100$ et (•) $Re_\theta = 6500$. Lignes : résultats RANS à $Re_\tau = 2000$, $Re_\tau = 10^5$ et $Re_\tau = 10^6$ utilisant le modèle de Michel *et al.* [194]. Adapté de [233].

L'indépendance du pic interne au nombre de Reynolds dans le cas de conduite circulaire a déjà été observée par Hultmark *et al.* [123], et correspond à un des exemples de distinction substantielle entre les différents types d'écoulement pariétaux [280]. Toutefois, cette indépendance (dans le cas de conduite circulaire) n'est pas toujours observée, comme par exemple dans les résultats de Pirozzoli *et al.* [224]. Cette différence semble s'expliquer par l'effet du Reynolds. En effet, l'intensité du pic interne de $\langle u'^2\rangle^+$ semble augmenter avec le nombre de Reynolds, mais finirait par atteindre une valeur asymptotique pour des grands nombres de Reynolds [45, 224, 328].



(a) **(b)**

FIGURE 1.19 – Effet du nombre de Reynolds sur les tensions de Reynolds pour $Re_\theta = 1300$, 2400, 3600, 5600 et 7500. (a) Profils de $\langle u'^2\rangle^+$. (b) Profils de $\langle v'^2\rangle^+$, $\langle w'^2\rangle^+$ et $\langle u'v'\rangle^+$. Lignes en pointillés : DNS de Schlatter et Örlü [252]. Symboles : données expérimentales de Örlü [211]. Lignes continues : WRLES. Tiré de [89].

L'analyse spectrale des fluctuations longitudinales de vitesse permet de distinguer les différentes échelles y contribuant. Des rappels sur l'analyse spectrale de la turbulence sont détaillés dans l'annexe A, dont certains aspects sont également présentés par la suite pour des raisons pratiques. À partir d'un signal temporel de vitesse longitudinale, $u(t)$, on peut définir l'auto-corrélation comme $R_{uu}(\tau) =$

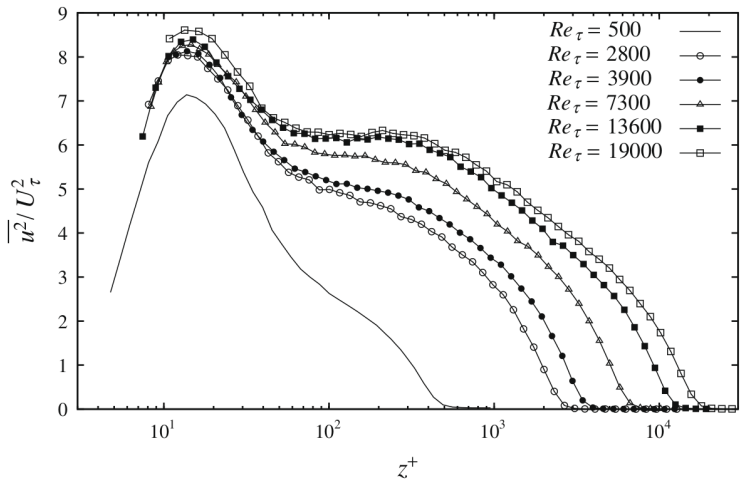


FIGURE 1.20 – Profils expérimentaux de $\langle u'^2 \rangle^+$ à différents nombres de Reynolds. Ici, la coordonnée z correspond à la direction normale. Tiré de [181].

$\langle u'(t)u'(t+\tau)\rangle$, et la densité spectrale de puissance (DSP ou, du terme anglais, PSD) bilatérale comme la transformée de Fourier de $R_{uu}(\tau)$:

$$S_{uu;f}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{uu}(\tau) \mathrm{e}^{-i2\pi f\tau} \mathrm{d}\tau \tag{1.41}$$

où f représente la fréquence. Ainsi, on peut écrire l'auto-corrélation comme la transformée inverse de Fourier de la DSP bilatérale :

$$R_{uu}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{uu;f}(f) \mathrm{e}^{i2\pi f\tau} \mathrm{d}f. \tag{1.42}$$

Dans le cas particulier où $\tau = 0$ on a :

$$R_{uu}(0) = \langle u'^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{uu;f}(f) \mathrm{d}f = \int_{0}^{+\infty} G_{uu;f}(f) \mathrm{d}f \tag{1.43}$$

où $G_{uu;f}(f)$ correspond à la DSP unilatérale. A cause du caractère non homogène des écoulements de couche limite dans la direction de l'écoulement, x, il s'avère nécessaire d'utiliser l'hypothèse de Taylor de turbulence gelée afin de faire le lien entre le signal mesuré dans le temps et la distribution spatiale. On considère avec cette hypothèse le temps caractéristique de la turbulence très supérieur au temps caractéristique de la convection. Ainsi, la longueur d'onde dans la direction de l'écoulement peut être exprimée comme :

$$\lambda_x = \frac{U_c}{f} \tag{1.44}$$

où $U_c(y/\delta)$ correspond à la vitesse de convection locale, et le nombre d'onde est donné par :

$$k_x = \frac{2\pi f}{U_c} = \frac{2\pi}{\lambda_x}. \tag{1.45}$$

L'équation (1.43) peut être complétée de la façon suivante :

$$\langle u'^2 \rangle = \int_0^{+\infty} G_{uu;f}(f) \mathrm{d}f = \int_0^{+\infty} \frac{U_c}{2\pi} G_{uu;f}\left(f = \frac{k_x U_c}{2\pi}\right) \mathrm{d}(k_x) = \int_0^{+\infty} G_{uu;k_x}(k_x) \mathrm{d}(k_x). \tag{1.46}$$

La représentation des spectres se fait typiquement en échelle semi-logarithmique pour la longueur d'onde (comme sur la figure 1.21). Suivant la même logique que pour la production d'énergie cinétique turbulente dans l'équation (1.40), il est fréquent de représenter la DSP prémultipliée :

$$\langle u'^2 \rangle = \int_0^{+\infty} G_{uu;k_x}(k_x) \mathrm{d}(k_x) = \int_{-\infty}^{+\infty} k_x G_{uu;k_x}(k_x) \mathrm{d}\left(\ln(k_x)\right). \tag{1.47}$$

L'égalité $G_{uu;k_x} = (U_c/2\pi)\, G_{uu;f}$ est valable tant que la vitesse de convection est indépendante de la fréquence. Plusieurs options ont été observées dans la littérature concernant le choix de la vitesse de convection. Deck *et al.* [72] (parmi d'autres) utilisent une vitesse de convection basée sur l'auto-corrélation en deux points deux temps de la vitesse longitudinale. D'autre part, Renard et Deck [232] évaluent une vitesse de convection dépendant de l'échelle des structures turbulentes pour une couche limite[3] en se basant sur les travaux pour un écoulement de canal de del Álamo et Jiménez [76]. Néanmoins, les auteurs montrent que la vitesse de convection basée sur l'auto-corrélation donne des résultats satisfaisants, comparée à la vitesse de convection dépendant de l'échelle des structures turbulentes. Par ailleurs, la vitesse locale moyenne est également utilisée par Deck *et al.* [72]. Des résultats très similaires sont observés par rapport à ceux obtenus lorsque la vitesse basée sur l'auto-corrélation est utilisée, dans la zone externe de la couche limite. Toutefois, la vitesse basée sur l'auto-corrélation reste assez élevée dans la zone proche de la paroi et les écarts deviennent plus importants dans cette zone lorsque la vitesse locale moyenne est utilisée. Pour cette raison, dans certaines études la vitesse moyenne est utilisée comme vitesse de convection dans la zone où $U_c^+ \geq 10$, et la vitesse de convection est fixée à $U_c^+ = 10$ environ en dessous de cette zone [76, 248].

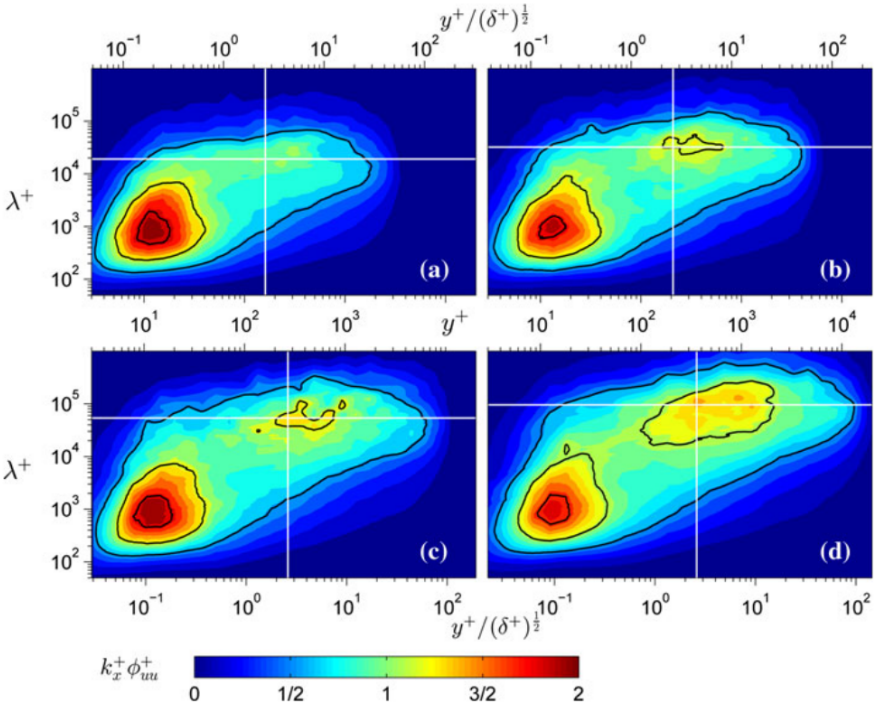


Figure 1.21 – DSP de $\langle u'^2 \rangle$ exprimée en unités de paroi, $k_x^+ G_{uu;k_x}^+(k_x^+)$. Ici λ^+ correspond à la longueur d'onde dans la direction de l'écoulement, exprimée en unites de paroi. (a) $Re_\tau = 3820$, (b) $Re_\tau = 6430$, (c) $Re_\tau = 10770$, (d) $Re_\tau = 19670$. La ligne verticale correspond à $y^+ = 2.6\sqrt{Re_\tau}$. La ligne horizontale correspond à $\lambda_x/\delta = 5$. Résultats expérimentaux. Tiré de [316].

L'effet du nombre de Reynolds sur la DSP de $\langle u'^2 \rangle$ est visible sur la figure 1.21. À des nombres de Reynolds modérés on observe une grande contribution du pic interne localisé vers $y^+ \approx 15$ et dont la taille caractéristique est $\lambda_x^+ \approx 1000$ [125]. Ce pic semble être indépendant du nombre de Reynolds et correspond aux Streaks présentés dans la section §1.4.1.1. Cependant, l'énergie dans la zone tampon associée à des plus grandes longueurs d'onde augmente avec le nombre de Reynolds, si bien que l'augmentation du pic interne dans le profil de $\langle u'^2 \rangle$ est associée aux grandes structures cohérentes, comme illustré sur la figure 1.22 [181]. En effet, cette énergie est la trace de grandes structures cohérentes situées dans la zone logarithmique de la couche limite. D'après Marusic *et al.* [181], le pic externe est localisé vers $y^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$ ce qui correspond selon les auteurs au centre géométrique

3. L'intérêt de la vitesse de convection proposée par Renard et Deck [232] est basé sur la prise en compte du développement spatial de la couche limite, qui est absent dans un écoulement de canal.

de la zone logarithmique (en échelle logarithmique), et il est associé à des grandes structures cohérentes, dont leur taille est de l'ordre de $\lambda_x \approx 6\delta$. La taille de ces structures est significativement supérieure à celle des LSM, qui est de l'ordre de $\lambda_x = 2 - 3\delta$ [280]. En effet, le pic externe observé à grand nombre de Reynolds est associé aux superstructures présentées dans la section §1.5.1.

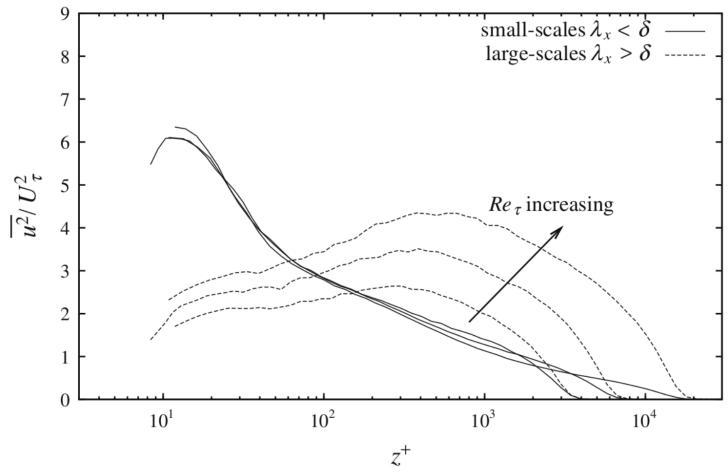


FIGURE 1.22 – Décomposition du profil de $\langle u'^2 \rangle^+$ en contributions d'échelles $\lambda_x < \delta$ et $\lambda_x > \delta$, pour $Re_\tau =$ 3900, 7300 et 19000. Résultats expérimentaux. Tiré de [181].

1.6 Interaction entre la zone interne et la zone externe

La zone tampon joue un rôle fondamental dans la production de turbulence des écoulements pariétaux. On rappelle l'existence d'un cycle autonome de génération de turbulence dans la zone tampon [137], où les TQL sont à l'origine des Streaks, et l'instabilité de ces derniers pourrait induire des nouveaux TQL (§1.4.1.4). Cependant, l'analyse spectrale de $\langle u'^2 \rangle$ présentée dans la section 1.5.2 et illustrée sur la figure 1.21, a montré l'apparition d'un pic externe à des nombres de Reynolds élevés, ainsi qu'une trace dans la zone interne des grandes structures peuplant la zone logarithmique. En effet, Mathis *et al.* [187] montrent l'existence d'une modulation de l'amplitude des fluctuations de vitesse longitudinale associées aux petites structures de la zone interne, provoquée par les grandes structures de la zone logarithmique. Ceci est illustré sur la figure 1.23. Mathis *et al.* [187] calculent le coefficient de corrélation entre deux signaux traités à partir du signal brut de u'. D'un côté, le signal filtré par $\lambda_x/\delta > 1$, noté u_L^+ (figure 1.24). Et d'un autre côté, à partir du signal filtré par $\lambda_x/\delta < 1$, u_S^+ (figure 1.24), ils obtiennent sont enveloppe, qui est à son tour filtrée par $\lambda_x/\delta > 1$, et ceci est noté $E_L(u_S^+)$. Finalement, le coefficient de corrélation est défini par :

$$R = \frac{\langle u_L^+ E_L\left(u_S^+\right)\rangle}{\sqrt{\langle u_L^{+2}\rangle}\sqrt{\langle E_L\left(u_S^+\right)^2\rangle}}. \tag{1.48}$$

Ce coefficient de corrélation met en évidence une importante modulation de l'amplitude des fluctuations de vitesse de petite longueur d'onde dans la zone interne de la couche limite, provoquée par les fluctuations de grande longueur d'onde. Tel qu'illustré sur la figure 1.24, lors d'un passage d'une grande structure dont $u_L^+ < 0$, l'amplitude des fluctuations du signal brut et du signal filtré aux petites échelles diminue. Le coefficient de corrélation diminue dans la zone interne au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la paroi et il s'annule vers $y^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$ [182] (figure 1.23). D'après Jiménez [138], la modulation de l'amplitude des fluctuations de vitesse des petites structures s'explique par la variation locale du cisaillement produite par les grandes structures. En effet, la présence d'une superstructure provoquant un excès de vitesse ($u' > 0$), induit une augmentation du cisaillement local en dessous d'elle même, ce qui conduit à une augmentation locale de la production de turbulence §1.3.5.

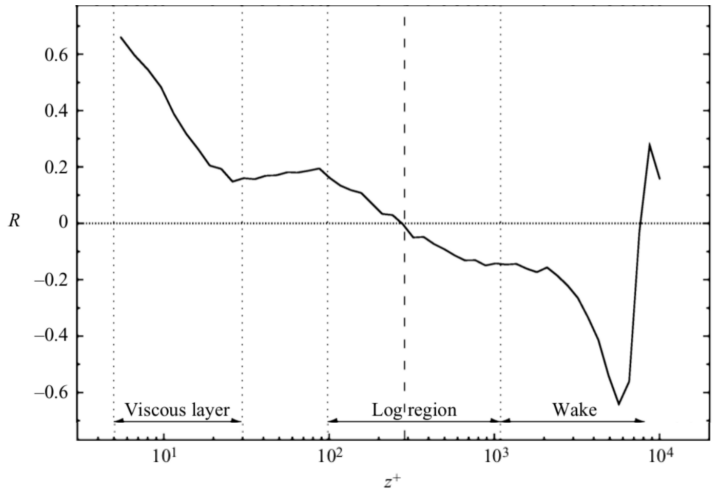


Figure 1.23 – Évolution du coefficient de corrélation comme défini dans (1.48) par rapport à la distance à la paroi, ici notée z, pour une couche limite turbulente à $Re_\tau = 7300$. Résultats expérimentaux. Tiré de [187].

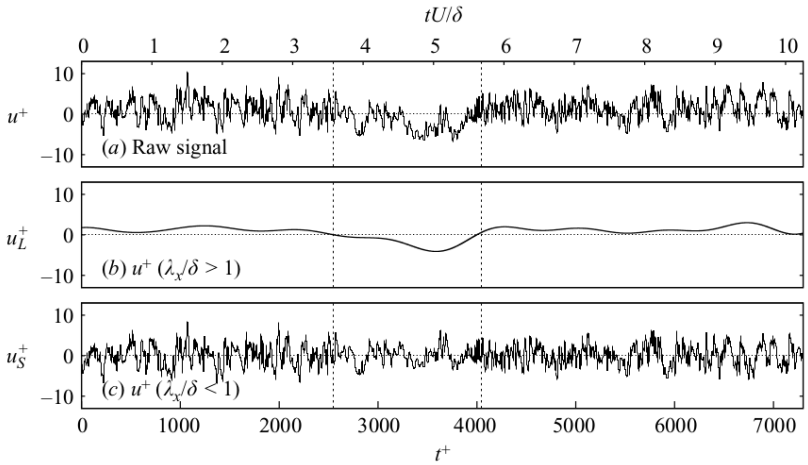


Figure 1.24 – Évolution temporelle du signal brut de vitesse longitudinale u (a), et des signaux filtrés par $\lambda_x/\delta > 1$ (b) et $\lambda_x/\delta < 1$ (c), pour une couche limite turbulente à $Re_\tau = 7300$. Tiré de [187].

Malgré une interaction évidente entre la zone interne et la zone externe, plusieurs études dans la littérature semblent montrer que la dynamique de la turbulence dans la zone externe serait autonome vis-à-vis de la zone interne. Flores et Jiménez [94] réalisent une expérience numérique dans laquelle la dynamique de la zone tampon est artificiellement supprimée. Cependant, l'activité turbulente plus loin dans la couche limite est toujours présente et ne semble pas être significativement impactée. Flores et Jiménez [95] montrent que la dynamique turbulente est auto-entretenue dans la zone logarithmique. Il est important de rappeler que l'énergie cinétique turbulente est extraite du champ moyen (§1.3.5). D'après leurs résultats, de même que pour l'activité au sein de la zone tampon, la turbulence proprement développée dans la zone de sillage associée aux grandes échelles n'est pas essentielle pour observer une activité turbulente dans la zone logarithmique. Les travaux de Hwang et Cossu [130] confirment les résultats précédents, puisqu'ils obtiennent des grandes structures turbulentes (LSM et VLSM) dans un écoulement de canal même lorsque les petites structures sont supprimées (en gardant uniquement la dissipation associée). Par ailleurs, Hwang et Cossu [131] poursuivent leurs recherches en isolant des structures turbulentes dans la zone logarithmique et ils concluent qu'un processus auto-entretenu existe également pour des échelles comprises entre la taille caractéristique de celles présentes dans la zone tampon ($\lambda_z \approx 100\nu/u_\tau$) et les grandes structures de la zone logarithmique ($\lambda_z \approx 1.5\delta$). Ceci a été également observé dans des études plus récentes, comme par exemple dans [62, 128, 129].

Points clés :

- Présentation de la **couche limite de plaque plane** à gradient de pression nul et en écoulement incompressible :
  - ⋆ Applications **industrielles** : caractéristiques communes avec le cas en gradient de pression modéré, faible influence des effets de compressibilité sur la nature de la turbulence pariétale.
  - ⋆ **Simplicité** des études, **bases de données** (expériences et simulations numériques directes).
- **Description de la turbulence pariétale** :
  - ⋆ **Approche statistique** : moyenne de Reynolds, bilan des tensions de Reynolds, bilan d'énergie cinétique turbulente.
  - ⋆ **Structures cohérentes** propres à la zone interne et externe, observables à nombres de Reynolds modérés. Rôle dans le bilan de TKE → production de turbulence.
- **Dynamique de la turbulence pariétale** à nombre de Reynolds modéré :
  - ⋆ **Processus auto-entretenu** dans la zone interne (Streaks et TQL).
  - ⋆ Hairpin et paquets de hairpins (LSM).
- Effets à nombre de **Reynolds élevé** :
  - ⋆ Contribution des structures de la **zone logarithmique** plus importante : production de TKE, tensions de Reynolds.
  - ⋆ **Pic externe** de $\langle u'^2 \rangle$ vers $y^+ = 3.9\sqrt{Re_\tau}$, lié à des **superstructures** ($\lambda_x \approx 5 - 6\delta$).
  - ⋆ **Modulation** de la dynamique dans la zone interne, par les **superstructures**.
- **Processus auto-entretenu** également présent dans la **zone logarithmique** et zone de sillage : pour des structures d'échelle comprise entre celle caractéristique de la zone tampon et celle des grandes structures (LSM et superstructures).
- Intérêt des effets de **gradient de pression adverse** et **décollement mince** :
  - ⋆ **Enjeux** physiques et applicatifs ? → Chapitre 2.
  - ⋆ Impact sur la **dynamique de la turbulence pariétale** ? → Chapitre 2.

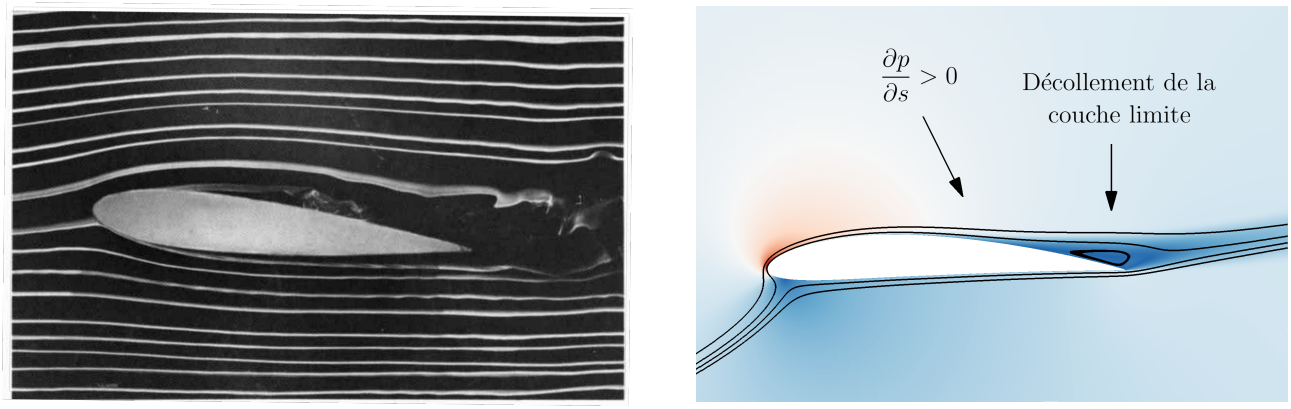
Chapitre 2

Couche limite en gradient de pression et décollement mince

2.1 Couche limite laminaire : équation de Falkner-Skan 38
2.2 Couche limite turbulente en conditions de quasi-équilibre 41
2.3 Effets du gradient de pression sur les couches limites turbulentes 43
2.3.1 Grandeurs de couche limite 43
2.3.2 Bilan de quantité de mouvement 44
2.3.3 Profil de vitesse moyenne longitudinale 46
2.3.4 Tensions de Reynolds 50
2.3.5 Structures cohérentes 54
2.4 Différences entre les effets de gradient de pression adverse et de nombre de Reynolds élevé 59
2.5 Décollement mince 62
2.5.1 Structure de la zone décollée 62
2.5.2 Profil de vitesse moyenne au décollement 64
2.5.3 Modes associés au décollement 65
2.5.4 Tensions de Reynolds 68
2.5.5 Bilan d'énergie cinétique turbulente 68
2.5.6 Recollement et relaxation de la couche limite 71
2.6 Points clés 74

La couche limite à gradient de pression nul introduite dans le chapitre 1 présente un intérêt majeur pour la communauté scientifique. Toutefois, dans de nombreuses applications industrielles, le développement des couches limites se réalise sous l'effet d'un gradient de pression adverse, et celui-ci peut éventuellement entraîner un décollement de la couche limite. Des exemples sont présentés sur la figure 2.1, où une couche limite se développe sur un profil d'aile d'avion et finit par décoller près du bord de fuite en conséquence du gradient de pression adverse ($\frac{\partial p}{\partial s} > 0$, ici s est la coordonnée curviligne selon la paroi). Le gradient de pression adverse provoque une diminution du frottement pariétal, et le décollement a lieu lorsque le frottement s'annule. Le décollement de la couche limite sur un profil d'aile entraîne une perte de portance et une augmentation de la traînée, et par conséquent une réduction de l'efficacité du profil [8]. Des études sur des profils d'aile ont été réalisées dans le but de

trouver la recompression optimale de l'écoulement permettant de maximiser le coefficient de portance tout en gardant un faible coefficient de traînée [297, 298]. Idéalement, ces profils provoqueraient une recompression maximale sans atteindre le décollement de la couche limite.



(a) **(b)**

FIGURE 2.1 – Exemple de décollement d'une couche limite provoqué par un gradient de pression adverse ($\frac{\partial p}{\partial s} > 0$, ici s est la coordonnée curviligne selon la paroi) sur des profils d'aile d'avion. (a) Expérience en soufflerie (image tirée de [309]). (b) Calcul numérique. Les lignes noires correspondent aux lignes de courant.

Les effets de gradient de pression et le décollement mince de la couche limite ont été étudiés depuis environ un siècle [92] et restent aujourd'hui un sujet d'intérêt pour la communauté scientifique autant d'un point de vue de compréhension physique que de modélisation de la turbulence [1]. En effet, les effets de gradient de pression représentent des difficultés de prévision pour la plupart des modèles de turbulence, de même que le décollement de couche limite n'est pas toujours correctement reproduit par ceux-ci. Une meilleure compréhension des phénomènes physiques associés au gradient de pression et au décollement de la couche limite provoqué par celui-ci pourrait contribuer à une amélioration des performances dans les applications industrielles ainsi que des modèles de turbulence.

Le but de ce chapitre est de réaliser un récapitulatif sur les effets du gradient de pression sur la couche limite, en particulier du gradient de pression adverse, et du décollement de celle-ci provoqué par un gradient de pression adverse. Pour cela, la couche limite laminaire est d'abord présentée afin d'introduire la notion d'auto-similitude. Cette notion n'est pas complètement retrouvée dans le cas de couches limites turbulentes, où on peut parler de quasi-équilibre, qui est un concept très important pour la compréhension des effets du gradient de pression sur la couche limite. Ensuite, l'impact du gradient de pression sur le champ moyen et les tensions de Reynolds, ainsi que sur les structures cohérentes sera détaillé. Il sera également mis en évidence les différences existant entre les effets du gradient de pression adverse et les effets de grand nombre de Reynolds, du fait que quelques similitudes ont été identifiées dans la littérature. Finalement, le décollement de couche limite sera présenté, en détaillant la structure de l'écoulement ainsi que dans la région de redéveloppement de la couche limite.

2.1 Couche limite laminaire : équation de Falkner-Skan

Les équations de couche limite en présence d'un gradient de pression dans le cas laminaire (système (1.20)) et d'une vitesse extérieur du type $U_e \propto x^m$ peuvent être réécrites sous la forme de l'équation de Falkner-Skan [92]. La solution de l'équation de Falkner-Skan est auto-semblable, avec une valeur minimale de $m \approx -0.0905$ qui correspond au frottement nul [111, 254]. Autrement dit, le profil de couche limite reste invariant dans la direction de l'écoulement pourvu que les bons paramètres soient utilisés dans l'adimensionnement du profil. Cependant, l'équation de Falkner-Skan n'admet pas de solution analytique. On pose $U_e(x) = u_1 x^m$, où u_1 est une vitesse constante de référence et on réalise

1. La modélisation de la turbulence sera abordée dans le chapitre 4.

les changements de variable suivants [254] :

$$\frac{u}{U_e} = f'(\eta) \quad \text{avec} \quad \eta = y\sqrt{\frac{m+1}{2}\frac{U_e}{\nu x}} = y\sqrt{\frac{m+1}{2}\frac{u_1}{\nu}}x^{\frac{m-1}{2}}. \tag{2.1}$$

On peut ainsi réécrire les équations de couche limite sous la forme d'une équation différentielle ordinaire pour $f(\eta)$ (voir par exemple [254]) :

$$f''' + ff'' + \beta^\star\left(1 - f'^2\right) = 0 \tag{2.2}$$

avec les conditions limites :

$$f(0) = f'(0) = 0; \quad f'(\infty) = 1. \tag{2.3}$$

Le paramètre $\beta^\star$ est lié à l'intensité du gradient de pression à travers l'exposant m, par la définition suivante :

$$\beta^\star = \frac{2m}{m+1}. \tag{2.4}$$

Cependant, bien que Clauser [52] se base sur les propriétés physiques des couches limites laminaires autosemblables pour définir β (1.25), $\beta^\star$ et β ne sont pas tout à fait identiques.

Le paramètre $\beta^\star$ permet une deuxième interprétation physique du problème. La figure 2.2 illustre les solutions de l'équation de Falkner-Skan pour différentes valeurs de m. Il est intéressant de noter que le gradient normal de vitesse diminue avec l'augmentation de l'intensité du gradient de pression adverse, jusqu'à devenir nul pour $m \approx -0.0905$ comme déjà indiqué (ce qui donne $\beta^\star \approx -0.1988$). Il faut préciser que pour des valeurs de $-0.1988 < \beta^\star < 0$, qui correspondent à des cas de gradient de pression adverse, il existe deux solutions de l'équation de Falkner-Skan [168, 296]. Par ailleurs, le cas particulier $m = 0$ donne une vitesse extérieure constante et par conséquent un gradient de pression nul. Dans ce cas, $\beta^\star = 0$ et l'équation (2.2) ne comprend plus le dernier terme du membre de gauche, ce qui correspond à l'équation de Blasius [107, 150, 254]. De plus, le profil de vitesse en gradient de pression adverse ($m < 0$) présente un point d'inflexion (le maximum de $\frac{\partial u}{\partial y}$), qui s'éloigne de la paroi lorsque l'intensité du gradient de pression augmente. Dans le cas limite où $m = 0$, le maximum de $\frac{\partial u}{\partial y}$ se trouve à la paroi.

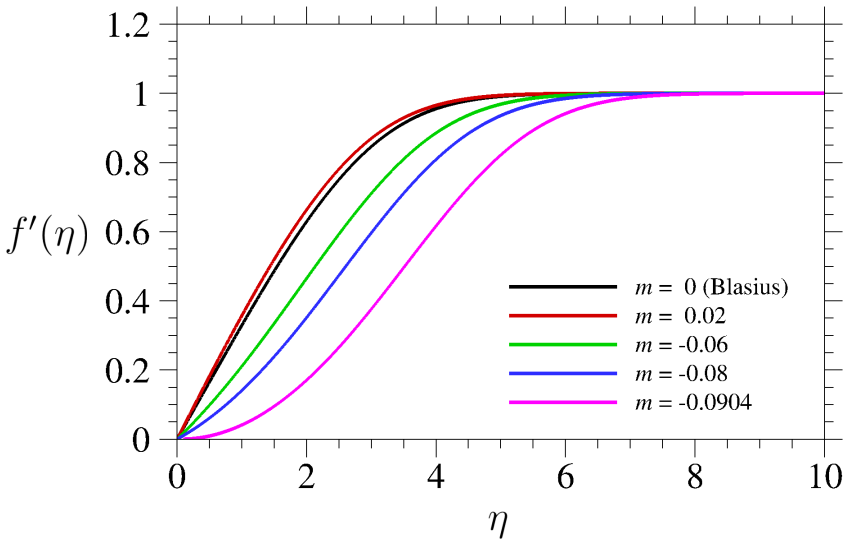


Figure 2.2 – Profils de vitesse obtenus par la résolution de l'équation de Falkner-Skan (2.2) pour différentes intensités du gradient de pression. $f'(\eta)$ et η sont données par les changements de variable (2.1).

D'un point de vue physique, l'équation de Falkner-Skan représente l'écoulement de couche limite laminaire autour de l'angle entre deux plans formant un dièdre, comme illustré sur la figure 2.3.

Le paramètre $\beta^\star$ correspond alors à l'angle formé entre les deux plans, donné par $\pi\beta^\star$. En prenant $m_c = -0.0905$ la valeur critique pour laquelle le gradient normal de vitesse s'annule à la paroi on trouve $\beta^\star/2 = -18°$. Ainsi, le décollement aura lieu lorsque l'angle entre l'écoulement amont et le plan incliné est de 18°. Un écoulement similaire est illustré sur la figure 2.4 où l'on observe le décollement de la couche limite sur une plaque plane inclinée de 18° [107], bien que des différences existent entre cet écoulement et celui schématisé sur la figure 2.3.

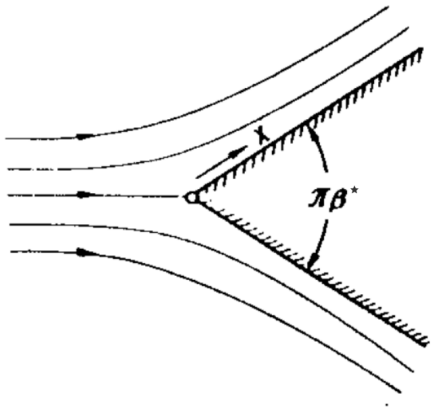


FIGURE 2.3 – Écoulement sur un plan incliné. Au voisinage du bord d'attaque, l'écoulement extérieur suit une distribution du type $U_e \propto x^m$. Adapté de [254].

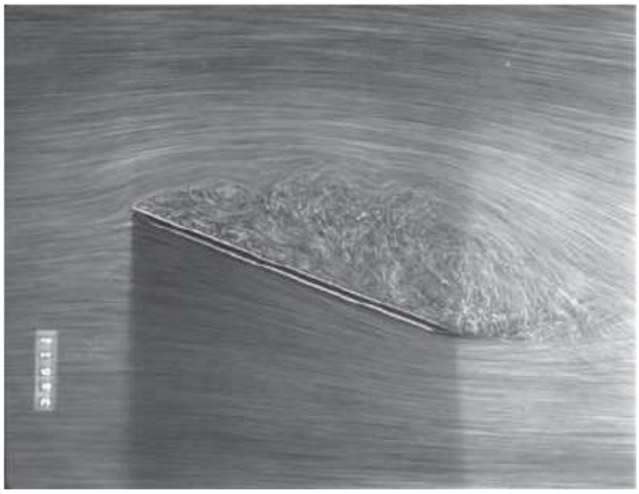


FIGURE 2.4 – Décollement généralisé d'un écoulement au bord d'attaque d'une plaque plane inclinée de 18°. Tiré de [107].

Les conditions d'auto-similitude sont assez particulières puisqu'elles permettent un profil de vitesse invariant le long de la couche limite. Toutefois, des perturbations des conditions aux limites amont de la couche limite peuvent provoquer un écart dans le profil de couche limite [2] qui, pour des couches limites à gradient de pression nul et favorable, semble disparaître vers l'aval après un développement suffisant de la couche limite, comme par exemple dans les travaux de Serrin [258] et Peletier [218]. Cependant, dans le cas d'une couche limite laminaire en gradient de pression adverse, la littérature semble être plus ambigüe concernant l'évolution de la perturbation dans la couche limite, et en particulier la possibilité de revenir vers la couche limite de référence (dans ce cas la perturbation tend à disparaître complètement). Chen et Libby [44] montrent à l'aide de la théorie linéaire que, en gradient de pression adverse, la couche limite laminaire est stable quand elle se développe à partir d'une faible perturbation

2. On parle dans ce cas d'écarts entre la couche limite perturbée et celle qui ne serait pas perturbée, sans considérer les cas où la perturbation entraînerait une transition laminaire-turbulent.

par rapport à une solution auto-semblable, sous réserve que la solution de l'équation de Falkner-Skan retenue soit celle donnant un coefficient de frottement positif [168]. En opposition à ce résultat, Kundu *et al.* [150] affirment que la perturbation serait amplifiée vers l'aval et que l'auto-similitude ne serait jamais atteinte. Notons que cette instabilité rendrait inobservale en pratique les solutions auto-semblables concernées. Ces disparités dans la littérature ont motivé une étude pendant cette thèse qui sera détaillée dans le chapitre 3, et qui est également présentée dans Vaquero *et al.* [311]. Cette étude a confirmé, en accord avec d'autres travaux dans la littérature, qu'une convergence vers la solution de référence est obtenue en présence d'un gradient de pression adverse.

2.2 Couche limite turbulente en conditions de quasi-équilibre

Dans le cas d'une couche limite turbulente, l'auto-similitude du profil de vitesse ne peux pas être obtenue (sauf pour l'écoulement de puits) du fait des différentes échelles caractéristiques observées entre la zone interne et la zone externe. En effet, comme présenté dans le chapitre 1, l'échelle de longueur caractéristique de la zone interne est l'échelle visqueuse ν/u_τ et celle de la zone externe est l'épaisseur de couche limite δ. Le rapport entre ces deux échelles de longueur est donné par le nombre de Reynolds $Re_\tau = \delta u_\tau/\nu$, en général variant lorsque la couche limite se développe. En effet, le facteur de forme, qui est directement lié au profil de vitesse, est invariant pour les couches limites laminaires en conditions d'auto-similitude. En particulier, pour le cas d'un gradient de pression nul, le facteur de forme vaut $H \approx 2.59$. Cependant, pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul et nombre de Reynolds modéré, le facteur de forme varie entre $H \approx 1.3 - 1.4$, et semble tendre vers 1 à nombre de Reynolds infini [206].

Toutefois, d'après Clauser [51], des conditions de quasi-équilibre peuvent être obtenues pourvu que l'effet des forces agissant sur la couche limite soit invariant selon la direction de l'écoulement et qu'une échelle de longueur appropriée soit employée. Les forces y participant étant celles d'origine visqueuse et les forces de pression, cela se traduit par une évolution constante du paramètre de Clauser β déjà présenté dans la section §1.3.3, qui représente le rapport entre les forces mentionnées. Les conditions de quasi-équilibre permettent d'obtenir l'auto-similitude du profil de vitesse moyenne pour la zone externe de la couche limite, dont l'étendue est plus grande que celle de la zone interne d'autant plus que le nombre de Reynolds est élevé. Par ailleurs, Clauser [51] suggère que le paramètre G, défini dans (2.5), doit également être constant le long de la couche limite en conditions de quasi-équilibre. On peut observer une évolution constante de β et G sur la figure 2.5 dans une partie du domaine, qui correspond à la zone sous conditions de quasi-équilibre.

$$G = \frac{\int_0^{+\infty} \left(\frac{U_e - \langle u \rangle}{u_\tau}\right)^2 \mathrm{d}y}{\int_0^{+\infty} \left(\frac{U_e - \langle u \rangle}{u_\tau}\right) \mathrm{d}y} = \frac{H-1}{H\left(\frac{C_f}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}. \tag{2.5}$$

La distribution de la vitesse extérieure nécessaire pour l'obtention de conditions de quasi-équilibre dans une couche limite turbulente est $U_e \propto (x - x_0)^m$ [190, 239, 302]. Ici, x_0 correspond à une origine virtuelle de la couche limite. Il est intéressant de remarquer que, pour le cas particulier où $m = -1$ et pour des valeurs de $x < x_0$ (une constante négative est alors nécessaire afin d'avoir des valeurs positives de $U_e(x)$), on retrouve l'auto-similitude dans tout le profil de la couche limite turbulente [239, 302]. Ce cas particulier correspond à un écoulement de puits. Par ailleurs, contrairement au cas laminaire, les conditions de quasi-équilibre des couches limites turbulentes ne sont pas atteintes pour toutes les valeurs de m donnant un écoulement attaché. En effet, les résultats de Schofield [255] ainsi que ceux de Head [115] suggèrent que le quasi-équilibre n'est plus atteignable pour $m < -0.3$, ce qui est en accord aussi avec d'autres travaux de la littérature, comme dans Townsend [302] et également avec ceux présentés dans le chapitre 3 [311].

Par ailleurs, en présence d'une perturbation et d'un gradient de pression, le retour de la couche limite turbulente vers une solution de référence va dépendre de plusieurs aspects. Ceci sera détaillé dans le chapitre 3, où on verra que pour certaines valeurs de $m < 0$ (gradient de pression adverse) le

retour vers l'écoulement de référence n'est pas observé [311]. Autrement dit, la perturbation demeure et s'amplifie dans la couche limite dans ces cas particuliers de gradient de pression adverse. Ces derniers cas ne correspondent toutefois pas à des situations où la solution non perturbée est en conditions de quasi-équilibre.

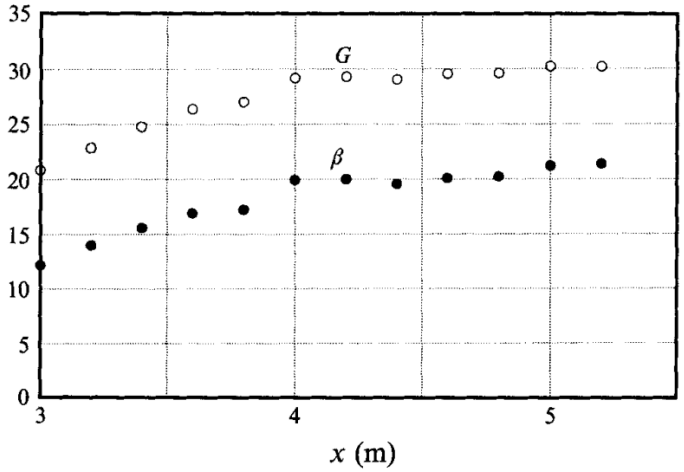


FIGURE 2.5 – Évolution longitudinale des paramètres de Clauser β et G pour une couche limite turbulente en gradient de pression adverse. Tiré de [274].

Les conditions d'auto-similitude pour les couches limites laminaires et de quasi-équilibre pour les couches limites turbulentes nécessitent une distribution de vitesse extérieure particulière. Toutefois, ces distributions ne sont pas retrouvées dans la plupart des applications industrielles, et restent souvent limitées à des études de recherche (autant expérimentales que numériques). Les effets du gradient de pression sur les couches limites ne se font pas sentir de la même façon selon que les conditions d'auto-similitude/quasi-équilibre sont respectées ou non, ce qui représente une difficulté ajoutée aux études de couche limite en gradient de pression. Certains travaux ont réalisé des études comparant des couches limites turbulentes au mêmes valeurs de β et de Re_τ, mais ayant suivi des évolutions différentes pour ces deux variables (différents effets d'histoire) [24, 299, 320]. Pour prendre en compte ces effets, Vinuesa *et al.* [320] proposent d'utiliser le paramètre $\overline{\beta}\,(Re_\theta)$ défini comme :

$$\overline{\beta}\,(Re_\theta) = \frac{1}{Re_\theta - Re_{\theta,0}} \int_{Re_{\theta,0}}^{Re_\theta} \beta\,(Re_\theta)\,\mathrm{d}Re_\theta \tag{2.6}$$

ce qui permet d'obtenir d'une façon assez précise l'évolution du coefficient de frottement de la couche limite en gradient de pression, à partir de l'évolution du coefficient de frottement et du facteur de forme en fonction de Re_θ pour une couche limite à gradient de pression nul sur la même plage de Re_θ, en utilisant la relation :

$$C_{f,\mathrm{APG}} = \frac{C_{f,\mathrm{ZPG}}}{H_{\mathrm{ZPG}}^{\overline{\beta}/2}}. \tag{2.7}$$

En accord avec Chauhan *et al.* [42], on peut définir un bon comportement de la couche limite (on trouve souvent dans la littérature le terme anglais *well-behaved*) comme celui où la couche limite est indépendante des effets d'histoire et des conditions de déclenchement de la transition laminaire-turbulent. Ces effets peuvent être présents même pour des couches limites à gradient de pression nul [252, 253]. Afin d'identifier le bon comportement de la couche limite, Sanmiguel Vila *et al.* [246] suggèrent l'utilisation du *diagnostic plot* [6] dans leur étude pour des couches limites à gradient de pression nul. Cette méthode consiste à représenter l'écart type de la fluctuation longitudinale de vitesse comme fonction de la vitesse moyenne sous la forme $\frac{\sqrt{\langle u'^2\rangle}}{\langle u\rangle} = f\left(\frac{\langle u\rangle}{U_e}\right)$. Cette relation ne demande que des mesures de la vitesse longitudinale sur quelques zones de la couche limite (notamment dans la zone externe), ce qui est un gros avantage en particulier pour les études expérimentales à cause de sa simplicité. Lorsqu'une couche limite présente un comportement canonique, cette relation donne une

évolution linéaire de $\frac{\sqrt{\langle u'^2\rangle}}{\langle u\rangle}$ dans la zone externe de la couche limite, tel qu'illustré sur la figure 2.6. En présence d'un gradient de pression, Dróżdż *et al.* [84] proposent de corriger le *diagnostic plot* en incluant le facteur de forme local (ce qui est également valable pour les couches limites à gradient de pression nul) sous la forme $\frac{\sqrt{\langle u'^2\rangle}}{\langle u\rangle\sqrt{H}} = f\left(\frac{\langle u\rangle}{U_e}\right)$. Cette version du *diagnostic plot* a été employée dans d'autres travaux donnant des résultats satisfaisants comme par exemple dans [319, 320].

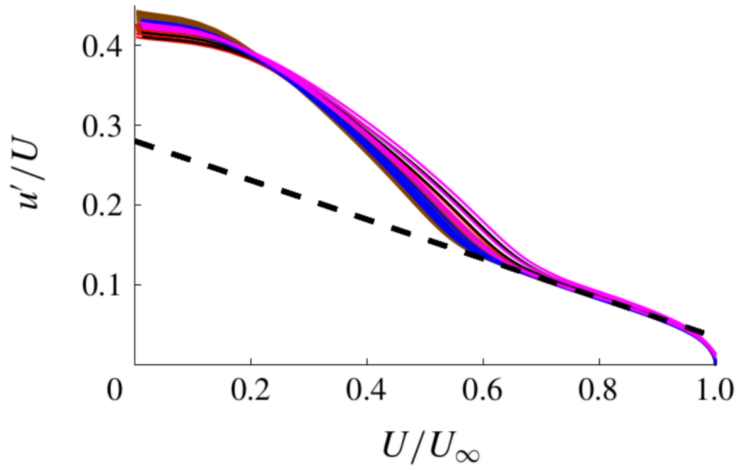


Figure 2.6 – *Diagnostic plot* pour différentes couches limites à gradient de pression nul, avec un comportement *well-behaved*. Adapté de [246].

2.3 Effets du gradient de pression sur les couches limites turbulentes

Le gradient de pression a des effets divers sur la couche limite qui sont rappelés dans cette section, en se concentrant notamment sur le gradient de pression adverse. L'impact peut varier selon que la condition de quasi-équilibre soit présente ou non, ce qui sera précisé autant que possible. On s'intéresse uniquement par la suite aux couches limites pleinement turbulentes.

2.3.1 Grandeurs de couche limite

L'équation de quantité de mouvement selon la direction longitudinale (1.20) peut être réécrite en intégrant chacun des termes sur tout le profil de la couche limite :

$$\frac{C_f}{2} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x} + \theta\frac{(2+H)}{U_e}\frac{\mathrm{d}U_e}{\mathrm{d}x}. \tag{2.8}$$

L'équation résultante est appelée équation intégrale de quantité de mouvement de couche limite ou équation de von Kármán, proposée par Theodore von Kármán en 1921. Le lecteur est invité à consulter des références, par exemple [150], pour le détail de l'obtention de cette équation. Il est intéressant de noter que Kundu *et al.* [150] développent l'équation de von Kármán à partir de l'équation de quantité de mouvement pour le cas laminaire. Cependant, comme indiqué dans la section §1.3.2, le rôle de la tension croisée de Reynolds est de redistribuer la quantité de mouvement longitudinale, en accélérant l'écoulement dans la zone interne et décélérant l'écoulement dans la zone externe. Ainsi la contribution intégrale de la tension croisée de Reynolds à la quantité de mouvement longitudinale est nulle (1.21).

Dans le cas particulier de couche limite à gradient de pression nul, l'équation donne une relation directe entre le frottement et la variation spatiale de l'épaisseur de quantité de mouvement. En particulier, la croissance longitudinale de θ est directement liée à la valeur du coefficient de frottement pariétal. D'un point de vue physique, cela représente le taux de perte de quantité de mouvement

provoquée par le frottement à la paroi [225]. En présence d'un gradient de pression, cette relation se complexifie légèrement.

Il est connu dans la communauté scientifique que la présence d'un gradient de pression vient modifier les évolutions des épaisseurs δ_1 et θ, ainsi que celle de H et par conséquent, en accord avec l'équation (2.8), l'évolution du coefficient de frottement également. En particulier, un gradient de pression adverse va provoquer un épaississement de la couche limite, ainsi qu'une augmentation des épaisseurs δ_1 et θ (voir par exemple [23, 147, 290]). Le facteur de forme va également subir une augmentation à cause du gradient de pression. À titre d'exemple, dans les travaux de Skåre et Krogstad [274] ont trouve un facteur de forme de $H = 2$ pour $\beta = 20$, et dans ceux de Kitsios *et al.* [147] le facteur de forme atteint $H = 2.4$ pour $\beta = 39$, alors que dans une couche limite à gradient de pression nul et nombre de Reynolds modéré le facteur de forme vaut $H = 1.3 - 1.4$. Il est important de préciser que les définitions des épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement utilisées par Kitsios *et al.* [147] sont différentes de celles classiquement utilisées (présentées dans le chapitre 1). En effet, Kitsios *et al.* [147] suivent la définition proposée par Spalart et Watmuff [290] qui fait intervenir la vorticité de l'écoulement moyen. En ce qui concerne le frottement, le gradient de pression adverse provoque une diminution de celui-ci, pouvant éventuellement induire un décollement de la couche limite si l'effet du gradient de pression adverse est suffisamment prolongé ou intense. En effet, juste au-dessus de la paroi, le gradient de pression adverse $\left(\frac{\mathrm{d}p_\infty}{\mathrm{d}x} > 0\right)$ contribue au ralentissement de l'écoulement, si bien que le gradient normal de vitesse longitudinale diminue, et par conséquent le frottement diminue aussi. Les grandeurs intégrales étant directement liées au profil de vitesse moyenne longitudinale, les effets présentés sont le résultat d'une modification de celui-ci qui sera détaillée dans la section §2.3.3, après avoir rappelé les effets du gradient de pression sur le bilan de quantité de mouvement moyenne dans la section suivante.

2.3.2 Bilan de quantité de mouvement

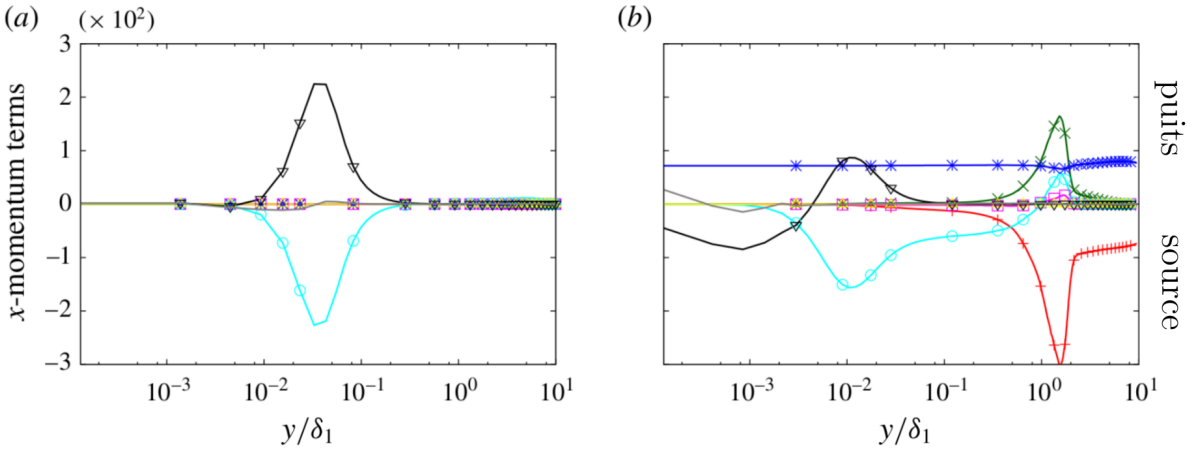


FIGURE 2.7 – Bilan adimensionné de quantité de mouvement longitudinale pour (a) une couche limite à gradient de pression nul et (b) une couche limite en gradient de pression adverse intense ($\beta = 39$). $(+)$ $\langle u\rangle\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial x}$, $(\times)$ $\langle v\rangle\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y}$, $(*)$ $\frac{1}{\rho}\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial x}$, $(\square)$ $\frac{\partial\langle u'^2\rangle}{\partial x}$, $(\bigcirc)$ $\frac{\partial\langle u'v'\rangle}{\partial y}$, $(\triangle)$ $-\nu\frac{\partial^2\langle u\rangle}{\partial x^2}$, $(\triangledown)$ $-\nu\frac{\partial^2\langle u\rangle}{\partial y^2}$. Ligne grise : résidu (somme de tous les termes présentés). (Calcul DNS). Adapté de [147].

On rappelle l'équation de quantité de mouvement pour une couche limite en présence d'un gradient de pression (voir le système (1.18), en supposant l'écoulement moyen stationnaire) :

$$\langle u\rangle\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial x} + \langle v\rangle\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\langle p\rangle}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\nu\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y} - \langle u'v'\rangle\right) - \frac{\partial\langle u'^2\rangle}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2\langle u\rangle}{\partial x^2} \tag{2.9}$$

dont la contribution des différents termes est présentée sur la figure 2.7 pour une couche limite à gradient de pression nul et à gradient de pression adverse. Tous les termes sont passés au membre de

gauche, ainsi les contributions positives correspondent à des puits et celles négatives à des sources. On observe que dans le cas à gradient de pression nul, l'activité dominante a lieu près de la paroi, où le gradient de la tension croisée de Reynolds vient compenser le terme visqueux. En effet, comme indiqué dans la section §1.3.2, la tension croisée de Reynolds accélère l'écoulement près de la paroi. Par ailleurs, même si les termes sont considérablement moins importants dans la zone externe, des transferts de quantité de mouvement ont également lieu. Plus précisément, la tension croisée de Reynolds ralentit l'écoulement, ce qui se manifeste dans le bilan par une compensation de ce terme au moyen du terme d'advection [58]. Ainsi, la paroi impose un déficit de quantité de mouvement à cause de la condition de non glissement qui s'étend à des zones de l'écoulement de plus en plus éloignées de la paroi. Ce déficit est diffusé sous l'action des contraintes visqueuses, notamment près de la paroi, et également de la turbulence qui participe sur la totalité du profil de la couche limite (sauf très près de la paroi).

Dans le cas d'un gradient de pression adverse, on observe que le terme lié au gradient de pression reste relativement constant. À la paroi ce terme est compensé par le gradient de la contrainte visqueuse dans la direction normale. Il est intéressant de noter que les efforts liés à la contrainte visqueuse contribuent à une accélération de l'écoulement très près de la paroi. Plus loin de la paroi, dans la zone interne, le gradient de la contrainte visqueuse change de signe, et la tension croisée de Reynolds entre en jeu pour compenser ce terme et le terme du gradient de pression. Par rapport au cas à gradient de pression nul, on observe à cet endroit une contribution de la tension croisée de Reynolds moins importante, mais également une contribution plus importante plus haut dans la couche limite (entre $0.2 < y/\delta_1 < 1$). Dans la zone externe, les termes visqueux deviennent négligeables, et la contribution de la tension croisée de Reynolds présente un pic changé de signe. Ceci suggère que le terme de tension croisée de Reynolds provoque un effet de ralentissement plus important que dans le cas à gradient de pression nul. À ce terme et au gradient de pression s'ajoutent également $\langle v \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}$ et dans une moindre mesure $\frac{\partial \langle u'^2 \rangle}{\partial x}$ (comme anticipé dans la section §1.3.2), qui sont compensés par $\langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x}$. Finalement, plus haut dans la couche limite le gradient de pression est uniquement compensé par le terme $\langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x}$.

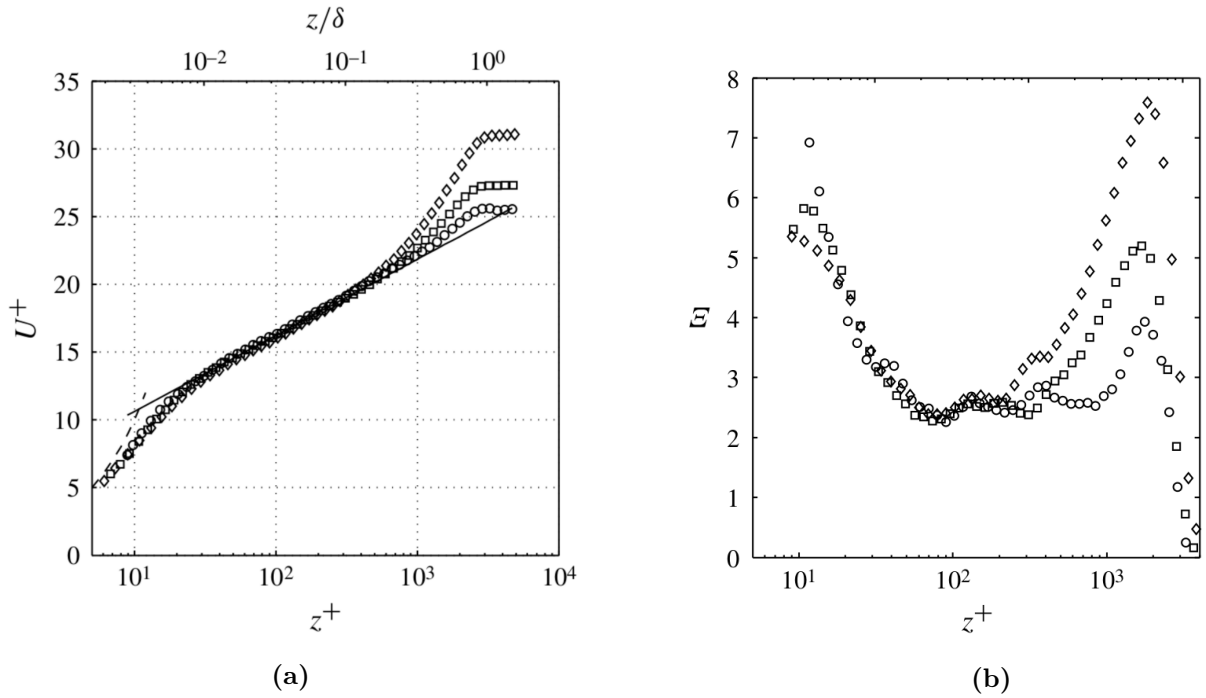


Figure 2.8 – Profil expérimental de (a) vitesse moyenne longitudinale et (b) fonction diagnostic en gradient de pression favorable (○), nul (□) et adverse (◊). Ici, z correspond à la coordonnée selon la direction normale à la paroi. Adapté de [113].

2.3.3 Profil de vitesse moyenne longitudinale

Les effets du gradient de pression sur le bilan de quantité de mouvement longitudinale vont se refléter sur le profil de vitesse moyenne longitudinale. Un exemple est illustré sur la figure 2.8a pour des gradients de pression favorable et adverse modérés. Dans une représentation en échelle de paroi, l'effet du gradient de pression se fait noter en particulier dans la zone de sillage. En effet, le gradient de pression adverse provoque une diminution du coefficient de frottement (voir §2.3.1) et par conséquent de la vitesse de frottement. Ainsi, à la frontière de la couche limite, la valeur de $\langle u \rangle^+$ augmente (pour un gradient de pression adverse) par rapport au cas de couche limite à gradient de pression nul, comme on peut l'observer sur la figure 2.8a. Des variations par rapport au cas de couche limite en gradient de pression nul sont également observées sur le facteur de sillage Π de la loi (1.32). Un gradient de pression adverse tend à augmenter les valeurs de Π [185, 198, 274], puisque celui-ci est lié à l'écart de la vitesse moyenne dans la zone de sillage par rapport à la loi logarithmique. Un gradient de pression favorable produits les effets contraires à ceux décrits pour un gradient de pression adverse [141].

L'augmentation de la zone de sillage sur le profil moyen se traduit par une diminution de l'étendue de la zone logarithmique. On définit la fonction diagnostic comme :

$$\Xi = y^+ \frac{\partial \langle u \rangle^+}{\partial y^+} \tag{2.10}$$

qui, pour la loi logarithmique (1.31) donne $\Xi = 1/\kappa$. Cette fonction est tracée sur la figure 2.8b pour des couches limites turbulentes à gradient de pression favorable, nul et adverse, en mettant en évidence la réduction et augmentation de la zone logarithmique en présence d'un gradient de pression adverse et favorable respectivement. La validité des constantes de la loi logarithmique (1.31) dans le cas de couches limites turbulentes en présence d'un gradient de pression a été un sujet très abordé par la communauté scientifique. En effet, bien qu'ayant été étudié depuis plusieurs décennies, comme par exemple dans les années 50 par Coles [55], le débat concernant l'impact du gradient de pression (notamment du gradient de pression adverse) sur la loi logarithmique reste toujours ouvert [149]. Certaines études ont conclu qu'il existe une indépendance des constantes de la loi logarithmique au gradient de pression, si bien que l'effet de celui-ci se limite à une réduction de l'étendue de la zone logarithmique [55, 219, 274]. En lien avec cette conclusion, Perry *et al.* [220] suggèrent l'apparition d'une zone au dessus de la zone logarithmique, lorsque le gradient de pression adverse est suffisamment intense, pour laquelle le profil de vitesse moyenne suit une loi en racine carrée. Dans le cas d'un écoulement proche du décollement, ce comportement s'étend quasiment jusqu'à la paroi, ce qui avait déjà été proposé par Stratford [298], et confirmé par les DNS récemment réalisées par [53, 54], comme illustré sur la figure 2.9. D'autre part, certaines études ont observé une dépendance des constantes de la loi logarithmique au gradient de pression, et en particulier une diminution de κ (augmentation de la pente de la loi logarithmique) ainsi que de $\mathcal{B}$ [24, 106, 163, 165, 204, 205]. De même, une dépendance de la constante de von Kármán au gradient de pression a également été observée dans des écoulements de canal et de conduite circulaire [208]. Des modifications de la loi logarithmique ont également été proposées afin de la rendre plus universelle, comme par exemple dans [5, 275], qui suggèrent la loi :

$$\langle u \rangle^+ = \frac{1}{\kappa_o} \left[\ln\left(y^+\right) - 2\ln \frac{\sqrt{1+\Delta p_\infty^+ y^+}+1}{2} + 2\left(\sqrt{1+\Delta p_\infty^+ y^+}-1\right)\right] + \mathcal{B}_o \tag{2.11}$$

où les constantes qui interviennent sont notées κ_o et $\mathcal{B}_o$ pour insister sur leur éventuelle variation par rapport au cas à gradient de pression nul. À titre d'exemple, des meilleurs résultats qu'avec la loi logarithmique classique (1.31) sont obtenus en utilisant (2.11) avec $\kappa_o = 0.41$ et $\mathcal{B}_o = 1.5$ pour une couche limite en gradient de pression adverse dans [275]. Le terme du gradient de pression est donné par :

$$\Delta p_\infty^+ = \frac{\nu}{\rho u_\tau^3} \frac{\mathrm{d}p_\infty}{\mathrm{d}x}. \tag{2.12}$$

On peut définir une échelle de vitesse à partir du gradient de pression donnée par :

$$u_p = \left(\frac{\nu}{\rho}\frac{\mathrm{d}p_\infty}{\mathrm{d}x}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{2.13}$$

que l'on peut aussi écrire $u_p = u_\tau \left(\Delta p_\infty^+\right)^{1/3}$, et avec laquelle l'équation (2.11) peut s'écrire :

$$\langle u \rangle^- = \frac{1}{\kappa_o}\left(2\sqrt{\left(\frac{u_\tau}{u_p}\right)^2 + y^-} + \frac{u_\tau}{u_p}\ln\left(y^-\right) - 2\frac{u_\tau}{u_p}\ln\left(\sqrt{\left(\frac{u_\tau}{u_p}\right)^2 + y^-} + \frac{u_\tau}{u_p}\right)\right) + \mathcal{C}_o \tag{2.14}$$

où $\langle u \rangle^- = \langle u \rangle / u_p$ et $y^- = y u_p / \nu$. Lorsqu'on s'approche du décollement, $u_\tau / u_p \to 0$ et l'équation (2.14) donne :

$$\langle u \rangle^- = \frac{1}{\kappa_o}\left(2\sqrt{y^-}\right) + \mathcal{C}_o \tag{2.15}$$

ce qui avait été proposé par Stratford [298].

Dans l'étude de Skote et Henningson [275], la loi (2.11) donne des prévisions du profil de vitesse plus proches de leur résultats DNS que la loi logarithmique classique (1.31), ce qui est aussi vérifié dernièrement par Balin et Jansen [15]. Plus récemment, Knopp *et al.* [149] ont essayé de rendre plus clair le débat sur l'impact du gradient de pression sur la loi logarithmique. Les conclusions de leur étude expérimentale à grand nombre de Reynolds ($Re_\theta = 57000$) et gradient de pression adverse intense confirment l'existence d'une loi logarithmique dont l'étendue est diminuée et la pente augmentée par le gradient de pression adverse, et par conséquent κ et $\mathcal{B}$ sont modifiées. Une loi en racine carrée est également identifiée, cependant les auteurs soulignent le besoin d'un nombre de Reynolds suffisamment élevé pour que ce comportement soit observable.

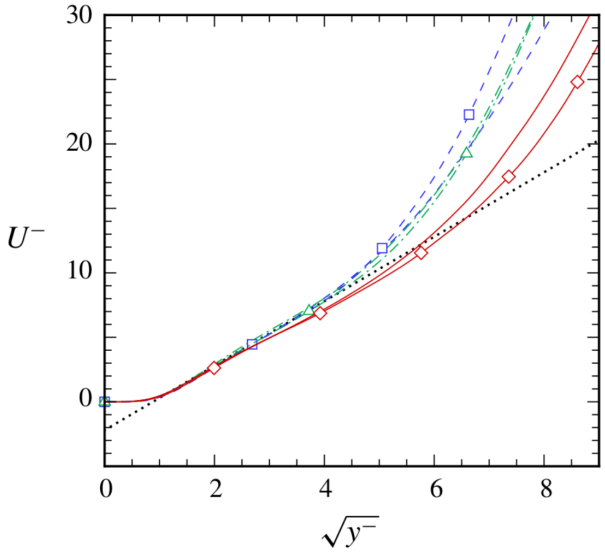


Figure 2.9 – Profil de vitesse moyenne d'un calcul DNS de couche limite turbulente au point de décollement provoqué par un gradient de pression adverse. Ici $U^- = \langle u \rangle / u_p$ et $y^- = y u_p / \nu$, où $u_p = u_\tau \left(\Delta p_\infty^+\right)^{1/3}$ et Δp_∞^+ est donné par (2.12). La ligne en pointillé correspond à la loi proposée par Stratford [298], rappelée par (2.15). Adapté de [54].

L'effet d'un gradient de pression adverse suffisamment intense se fait aussi noter près de la paroi. Notamment, l'étendue de la sous-couche visqueuse peut être également altérée. Si on reprend l'équation de quantité de mouvement longitudinale, très près de la paroi on a :

$$0 = -\frac{\mathrm{d}p_\infty}{\mathrm{d}x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}\right) \tag{2.16}$$

où l'on considère que les termes d'advection et les tensions de Reynolds sont négligeables, en intégrant deux fois on obtient :

$$\langle u \rangle = \frac{u_\tau^2}{\nu} y + \frac{1}{2\nu}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}p_\infty}{\mathrm{d}x}\right) y^2 \tag{2.17}$$

en utilisant comme conditions limites $\langle u \rangle(y=0) = 0$ et $\mu \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}(y=0) = \tau_w = \rho u_\tau^2$. À l'aide de l'équation (2.12) on peut écrire :

$$\langle u \rangle^+ = y^+ + \frac{1}{2} \Delta p_\infty^+ y^{+2}. \tag{2.18}$$

Cette équation montre que, dans la sous-couche visqueuse, le comportement du profil de vitesse n'est plus linéaire comme dans le cas d'une couche limite turbulente à gradient de pression nul (§1.3.4). Cependant, dans la limite où $y^+ \to 0$, on retrouve un comportement linéaire du profil de vitesse moyenne, dont l'étendue est réduite par rapport à un profil de couche limite turbulente à gradient de pression nul. En comparant les deux termes intervenant dans le membre de droite de l'équation (2.18), on obtient un comportement linéaire lorsque :

$$\frac{1}{2} \Delta p_\infty^+ y^+ \ll 1 \tag{2.19}$$

où l'on peut faire intervenir le paramètre de Clauser β comme dans [147], ce qui donne :

$$\frac{y}{\delta_1} \ll \frac{2}{\beta}. \tag{2.20}$$

Ainsi, pour un gradient de pression donné (β donné), lorsque la condition (2.20) est satisfaite, les effets visqueux sont dominants par rapport aux effets liés au gradient de pression et on retrouve un comportement linéaire. De plus, lorsque l'intensité du gradient de pression augmente, l'étendue de la zone de dominance des effets visqueux (et donc de la zone de comportement linéaire) diminue. Par conséquent, dans tous les cas de gradient de pression adverse, à l'exception du cas limite où le décollement est imminent ($\beta \to \infty$), on retrouvera une zone proche de la paroi où $\langle u \rangle$ évolue de façon linéaire avec la distance à la paroi [147]. La réduction de la zone de comportement linéaire avec le gradient de pression adverse est illustrée sur la figure 2.10.

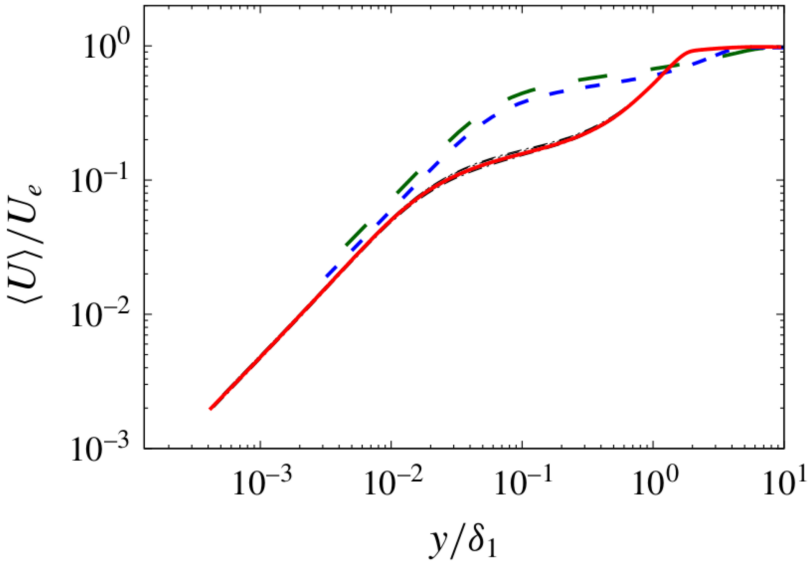


FIGURE 2.10 – Profil de vitesse moyenne d'un calcul DNS de couche limite turbulente. - - - : gradient de pression nul ($\beta = 0$) ; - - - : gradient de pression adverse léger ($\beta = 1$) et — : gradient de pression adverse intense ($\beta = 39$). Adapté de [147].

Pour une couche limite laminaire en gradient de pression adverse, le profil de vitesse longitudinale présente un point d'inflexion qui n'apparaît pas pour un gradient de pression nul ou favorable (§2.1). Le point d'inflexion dans ce cas correspond à un maximum de cisaillement. Cependant, pour des couches limites turbulentes, plusieurs points d'inflexion peuvent apparaître en présence d'un gradient de pression adverse. Le nombre de points d'inflexion observés dans une couche limite turbulente n'est pas complètement clair dans la littérature [106]. En présence d'un gradient de pression adverse, un point

d'inflexion apparaît proche de la paroi. En effet, si on considère l'équation de quantité de mouvement à la paroi on a :

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y}\right)\bigg|_w = \frac{\mathrm{d}p_\infty}{\mathrm{d}x} \tag{2.21}$$

et donc, pour un gradient de pression nul, le cisaillement au voisinage de la paroi reste quasi constant. Cependant, dans le cas d'un gradient de pression adverse $\left(\frac{\mathrm{d}p_\infty}{\mathrm{d}x} > 0\right)$, le cisaillement au voisinage de la paroi augmente avec la distance à la paroi [26, 27, 290, 302], tel qu'illustré sur la figure 2.11. Au niveau de la frontière de la couche limite le cisaillement devient nul, si bien que le profil de vitesse moyenne présentera au moins un point d'inflexion. Par ailleurs, le nombre de points d'inflexion observés semble dépendre de l'intensité du gradient de pression. Le cisaillement pour des couches limites turbulentes à différentes intensités de gradient de pression adverse est montré sur la figure 2.12. Le point d'inflexion interne, correspondant à un maximum local du cisaillement, est d'autant plus visible que le gradient de pression est important. Il est facilement observable pour le cas $\beta = 39$ sur la figure 2.12a et légèrement observable pour le cas $\beta = 9$ sur la figure 2.12b et se localise vers $y \approx 0.01\delta$, ce qui est en accord avec [106]. Cependant, on ne peut pas apprécier sur ces figures le point d'inflexion interne pour les cas à plus faible gradient de pression à cause de l'échelle utilisée. Par ailleurs, pour les cas $\beta = 1$ (figure 2.12a) et $\beta = 0.73$ (figure 2.12b) on n'observe pas d'autres points d'inflexion, contrairement au cas présentés à un gradient de pression plus important. En particulier, pour les cas $\beta = 9$ et $\beta = 39$ on observe trois points d'inflexion. En accord avec ces observations, Gungor *et al.* [106] réalisent une simulation DNS d'une couche limite turbulente soumise à un gradient de pression intense en dehors des conditions de quasi-équilibre et ils obtiennent pour toutes les stations analysées (différentes intensités du gradient de pression) des profils de vitesse moyenne présentant trois points d'inflexion. D'autre part, les expériences de Maciel *et al.* [172] et de Skåre et Krogstad [274] semblent donner des profils ne présentant que deux points d'inflexion. Toutefois, Gungor *et al.* [106] soulignent la difficulté de réaliser des mesures très près de la paroi dans les expériences de [172] et [274], où le premier point d'inflexion est censé être observé. D'après les résultats de Lee [163] (figure 2.12b) et de Gungor *et al.* [106], le deuxième point d'inflexion, correspondant à un minimum local du cisaillement, se situe vers $y \approx 0.1 - 0.2\delta$ et le troisième point d'inflexion vers $y \approx 0.4 - 0.6\delta$ selon l'intensité du gradient de pression et probablement de l'impact des effets d'histoire. On verra dans la section §2.3.4 que ce point d'inflexion est lié au pic externe de production d'énergie cinétique turbulente.

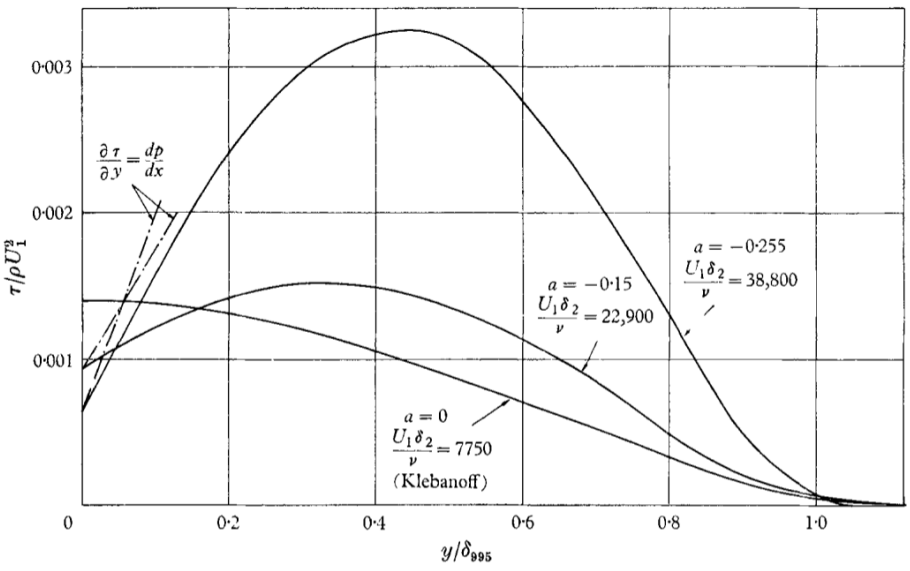


Figure 2.11 – Profil de la contrainte de cisaillement total (ici notée $\tau = \mu\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y} - \rho\langle u'v'\rangle$) pour des couches limites turbulentes en conditions de quasi-équilibre. L'évolution de la vitesse extérieure est ici donnée par $U_1 \propto x^a$. Tiré de [26].

Plusieurs travaux dans la littérature se sont intéressés à la définition d'échelles de vitesse adaptées

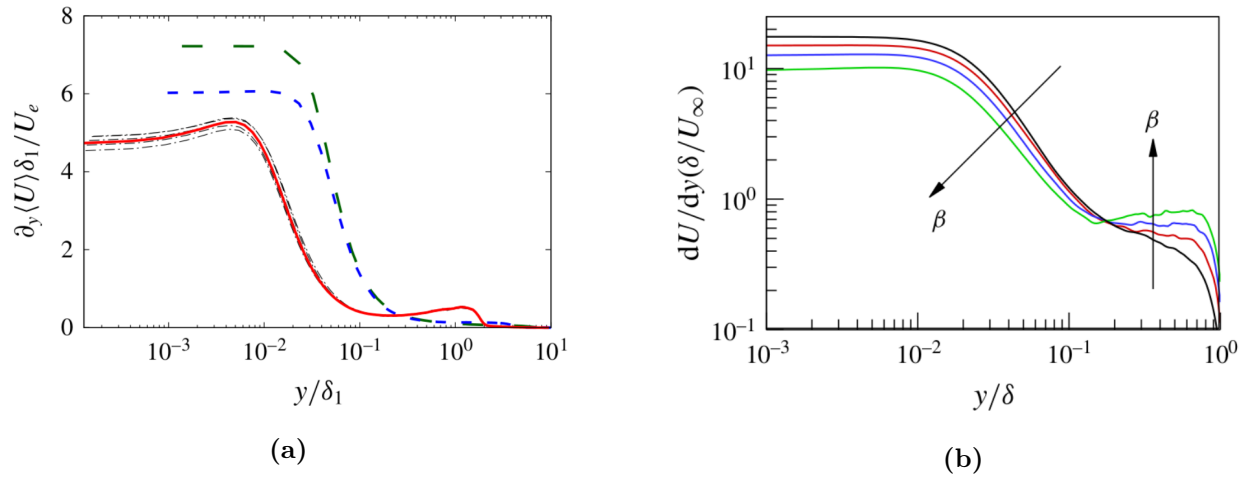


FIGURE 2.12 – Profils du cisaillement ($\partial\langle u\rangle/\partial y$) issus de calculs DNS pour des couches limites turbulentes à gradient de pression nul et adverse. (a) - - - : $\beta = 0$; - - - : $\beta = 1$ et — : $\beta = 39$. Adapté de [147]. (b) — : $\beta = 0$; — : $\beta = 0.73$; — : $\beta = 2.2$ et — : $\beta = 9$. Adapté de [163].

pour le correct adimensionnement du profil de vitesse moyenne et des tensions de Reynolds en présence d'un gradient de pression adverse. Zagarola et Smits [334] proposent l'utilisation de l'épaisseur de couche limite et de déplacement pour définir l'échelle de vitesse $U_{ZS} = U_e\delta_1/\delta$. Cette échelle de vitesse semble être adaptée pour le profil de vitesse moyenne déficitaire ainsi que pour les tensions de Reynolds dans la zone externe de la couche limite [174, 317]. Par ailleurs, Maciel *et al.* [174] étudient quatre échelles de vitesse pour la zone externe de la couche limite, pour différentes bases de données de couche limite en gradient de pression adverse : la vitesse de frottement, une vitesse basée sur le gradient de pression ($U_{po} = \sqrt{\frac{\delta_1}{\rho}\frac{\mathrm{d}p_e}{\mathrm{d}x}}$), la vitesse proposée par Zagarola et Smits [334] U_{ZS} et une vitesse de couche de mélange ($U_m = 2\,[U_e - \langle u\rangle(y = 0.5\delta)]$). Ils montrent que les deux dernières échelles de vitesse semblent reproduire les ordres de grandeurs de la vitesse moyenne déficitaire et des tensions de Reynolds dans la zone externe de la couche limite pour toutes les bases de données considérées (en accord avec les observations de [106]), contrairement aux deux premières échelles de vitesse. Schatzman et Thomas [250] proposent aussi un adimensionnement basé sur des paramètres de couche de mélange pour des couches limites en gradient de pression adverse, pourvu que celui-ci soit suffisamment important pour observer le point d'inflexion externe sur le profil de vitesse moyenne. Cet adimensionnement, évalué pour $\langle u\rangle$, $\langle u'^2\rangle$ et $-\langle u'v'\rangle$, donne des résultats satisfaisants dans la zone externe de la couche limite, où les similitudes entre la couche limite et une couche de mélange sont les plus importantes. Toutefois, à ce jour il ne semble pas exister un accord dans la littérature concernant l'échelle de vitesse appropriée en présence d'un gradient de pression [174] et l'échelle de vitesse utilisée dans les travaux de la littérature peut varier d'une étude à l'autre.

2.3.4 Tensions de Reynolds

On rappelle dans cette section les effets du gradient de pression adverse sur les tensions de Reynolds. On présente les effets d'un gradient de pression adverse à différentes intensités (différentes valeurs de β) pour une couche limite turbulente en quasi-équilibre sur la figure 2.13. Le pic interne observé à gradient de pression nul pour $\langle u'^2\rangle^+$ augmente en valeur avec le gradient de pression adverse, cependant sa localisation ne varie pas (figure 2.13a). Un pic externe se développe au fur et à mesure que β augmente [59, 164, 274, 290], et le niveau du pic interne est atteint par le pic externe dès un gradient de pression adverse modéré. En particulier, sur la figure 2.13a, les niveaux entre le pic interne et externe sont très similaires pour $\beta = 1.68$. Toutefois, la valeur de β obtenue par Sanmiguel Vila *et al.* [247] pour que le niveau du pic externe soit proche de celui du pic interne est plus élevée ($\beta \approx 2.2$), et encore plus pour Monty *et al.* [198] ($\beta = 4.7$). Par ailleurs, le pic interne peut éventuellement disparaître dans le cas où le gradient de pression est suffisamment intense, comme observé dans les résultats de [106, 147, 163].

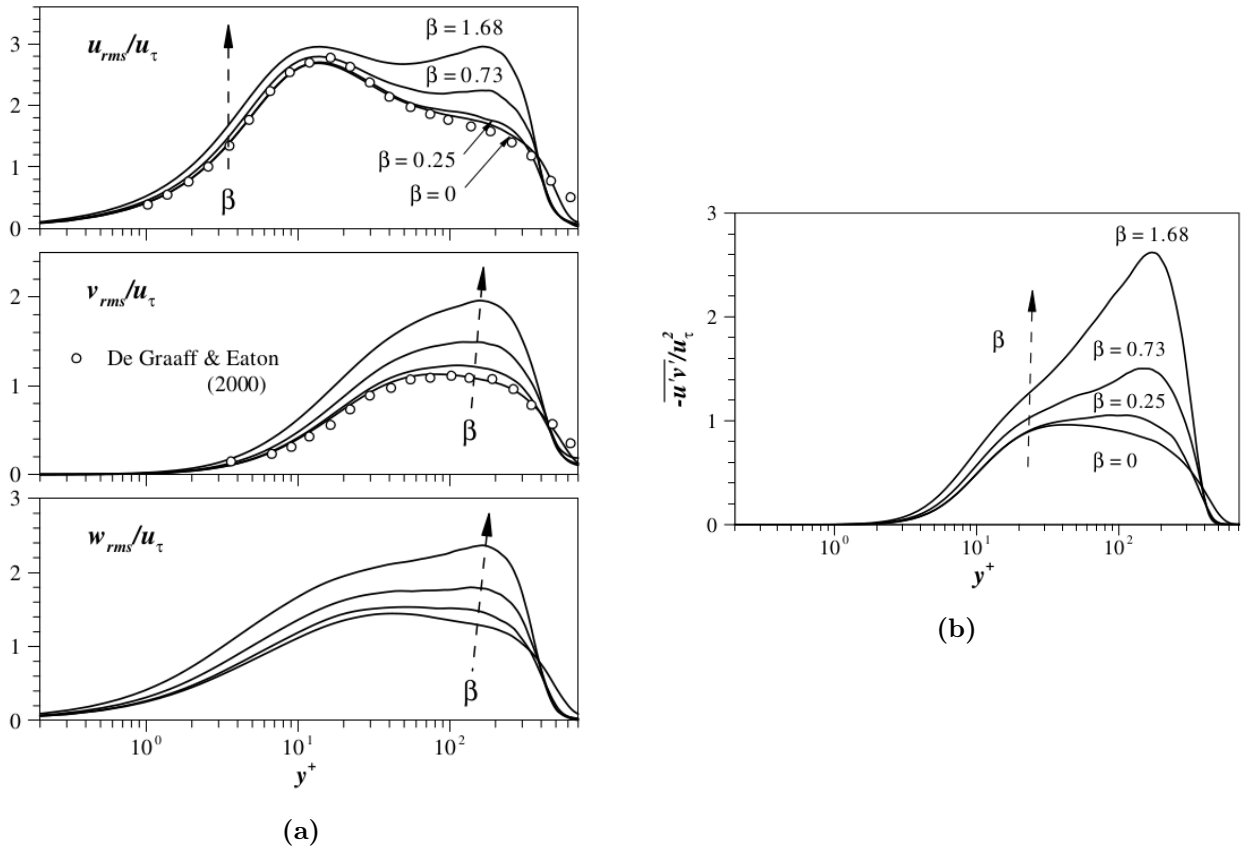


Figure 2.13 – Profils des tensions de Reynolds issus d'un calcul DNS d'une couche limite turbulente en gradient de pression adverse en conditions de quasi-équilibre. (a) tensions normales de Reynolds. (b) tension croisée de Reynolds. Tiré de [164].

Il est également intéressant de noter sur la figure 2.13 que la position du pic externe semble être bien adimensionnée en échelle interne pour $\langle u'^2\rangle^+$ et $-\langle u'v'\rangle^+$, en accord avec d'autres études [24, 163]. Toutefois, Sanmiguel Vila *et al.* [247] affirment que la position du pic externe dans le profil de $\langle u'^2\rangle^+$ dépend du nombre de Reynolds, augmentant avec celui-ci, ce qui est en accord avec les résultats de Monty *et al.* [198]. En effet, Sanmiguel Vila *et al.* [247] montrent qu'au même nombre de Reynolds, une valeur plus élevée de β donne un pic plus élevé, dont la position ne varie pas. Le pic externe semble se localiser vers $y \approx 1.2 - 1.4\delta_1$. Des résultats similaires sont obtenus par Kitsios *et al.* [147]. En ce qui concerne $\langle v'^2\rangle^+$, $\langle w'^2\rangle^+$, d'après Sanmiguel Vila *et al.* [245], la position du pic externe est indépendante de β et ne varie qu'avec le nombre de Reynolds.

Les modifications présentées sur les différentes tensions normales de Reynolds vont se faire noter sur l'énergie cinétique turbulente. En particulier on présente sur la figure 2.14 le bilan d'énergie cinétique turbulente pour une couche limite turbulente à gradient de pression adverse intense ($\beta = 39$) en conditions de quasi-équilibre. La production d'énergie cinétique turbulente présente toujours un pic interne (identifié pour le cas à gradient de pression nul dans la section §1.3.5), alors qu'un pic externe apparaît vers la moitié de la couche limite, comme déjà montré sur la figure 1.7b. La diffusion turbulente qui, à gradient de pression nul, dépose de l'énergie en dessous et au-dessus du pic interne de production, présente un comportement similaire au niveau du pic externe de production. Autrement dit, la diffusion turbulente est plus présente en gradient de pression adverse dans la zone externe que dans le cas à gradient de pression nul, et elle dépose de l'énergie de part et d'autre du pic externe. Dans le cas d'un fort gradient de pression adverse, comme celui présenté sur la figure 2.14, l'importance du pic externe de production, qui se traduit également par une activité plus remarquable de la diffusion turbulente, fait que le bilan de la diffusion turbulente au niveau du pic interne reste toujours positif. Au contraire, pour un gradient de pression modéré, au niveau du pic interne de production, le bilan de diffusion turbulente

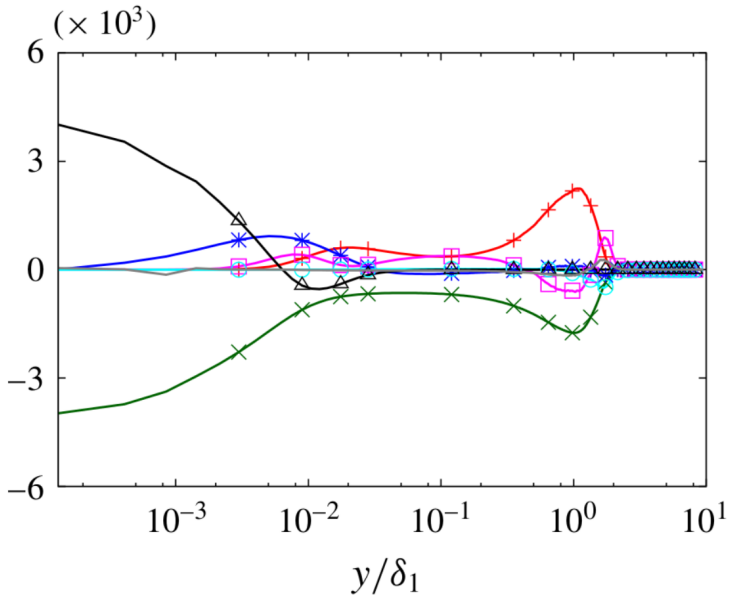


FIGURE 2.14 – Bilan d'énergie cinétique turbulente issu d'un calcul DNS pour une couche limite turbulente en présence d'un gradient de pression adverse et des conditions de quasi-équilibre ($\beta = 39$). Les valeurs positives correspondent à des sources, et celles négatives à des puits. (◯) $-\langle u_j\rangle \frac{\partial k}{\partial x_j}$, (∗) $-\frac{\partial \langle p' u_i'\rangle}{\partial x_i}$, (□) $-\frac{1}{2}\frac{\partial \langle u_i' u_i' u_j'\rangle}{\partial x_j}$, (+) $-\langle u_i' u_j'\rangle \frac{\partial \langle u_i\rangle}{\partial x_j}$, (×) $-\nu\langle \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}\rangle$, (△) $\nu \frac{\partial^2 k}{\partial x_j \partial x_j}$. Les termes du bilan sont adimensionnés en utilisant U_e et δ_1 comme échelles de vitesse et de longueur. Adapté de [147].

est négatif [164]. Le transfert d'énergie cinétique turbulente vers l'intérieur de la couche limite illustré sur la figure 2.14 a été aussi observé par Houra *et al.* [119], Lee et Sung [164], Nagano *et al.* [203], Skåre et Krogstad [274] parmi d'autres. En particulier, les figures 2.15a et 2.15b présentent le profil du flux turbulent (à un facteur 1/2 près puisqu'il est donné par $\frac{1}{2}\langle u'u'v'\rangle$) à gradient de pression modéré et intense respectivement. Les résultats DNS de Lee et Sung [164] (figure 2.15a) montrent que, à partir d'une certaine valeur de β, le flux turbulent devient négatif dans la zone logarithmique, si bien que la diffusion turbulente se fait vers la paroi à cet endroit. Pour un gradient de pression adverse intense, la production est beaucoup plus importante dans la zone externe que dans la zone interne et le flux de diffusion turbulente transporte l'énergie vers la paroi dans la totalité de la zone interne (figure 2.15b). Dans le bilan d'énergie cinétique turbulente (figure 2.14), on observe également un pic de dissipation au niveau du pic externe de production, si bien qu'une partie de l'énergie produite à cet endroit est directement dissipée en énergie interne. La diffusion due à la viscosité garde un comportement très similaire au cas à gradient de pression nul, intervenant surtout très près de la paroi et au niveau du pic interne de production [24, 147, 299, 318]. On peut observer les mêmes comportements dans les calculs de Vinuesa *et al.* [319], en utilisant une représentation logarithmique du bilan prémultiplié d'énergie cinétique turbulente issu de leurs résultats.

La variation du profil du terme de production en présence d'un gradient de pression adverse est détaillée sur la figure 2.16. Le terme de production liée uniquement à la tension croisée de Reynolds reste le contributeur majeur même en présence d'un gradient de pression intense, bien que des écarts par rapport à la production totale soient légèrement présents, contrairement au cas à gradient de pression nul. L'utilisation d'une échelle logarithmique pour la représentation des profils de production fait que les contributions de chacun des pics de production évoqués dans la section précédente sont mieux représentées lorsqu'elles sont prémultipliées par la distance à la paroi, comme illustré sur la figure 2.16. Dans une représentation prémultipliée, il est mis en évidence que le pic externe contribue majoritairement à la production d'énergie cinétique turbulente [9, 23, 113, 245] même pour des gradients de pression modérés (comme par exemple dans [113]), et que la contribution du pic interne peut éventuellement disparaître pour des gradients de pression adverse suffisamment intenses [106]. Harun *et al.* [113] affirment que l'augmentation de la contribution du pic externe résulte d'une part

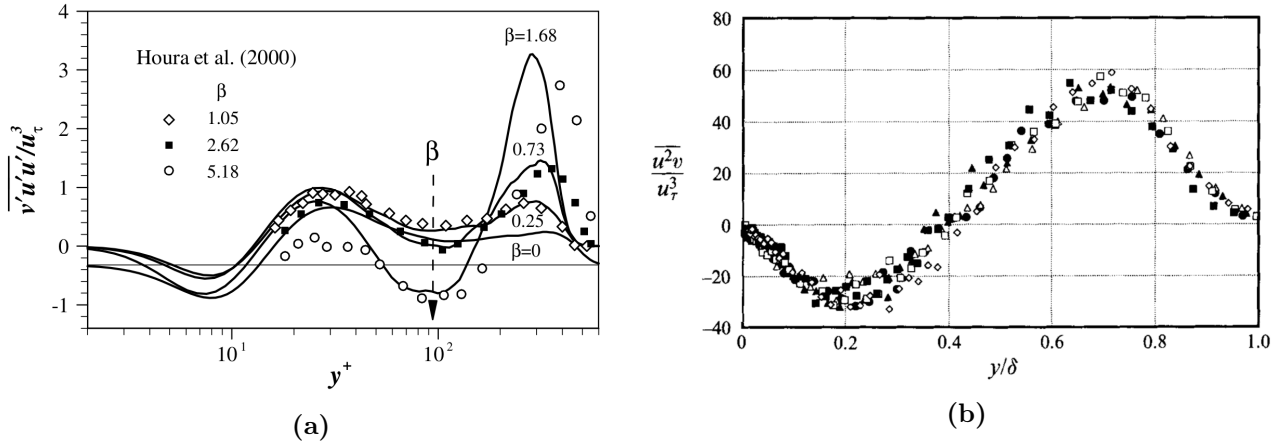


Figure 2.15 – Profil du flux turbulent (à un facteur 1/2 près) pour une couche limite turbulente en gradient de pression adverse. (a) Résultats DNS pour des gradients de pression adverses modérés. Données expérimentales de [119]. Tiré de [164]. (b) Résultats expérimentaux en gradient de pression adverse intense ($\beta \approx 20$). Adapté de [274].

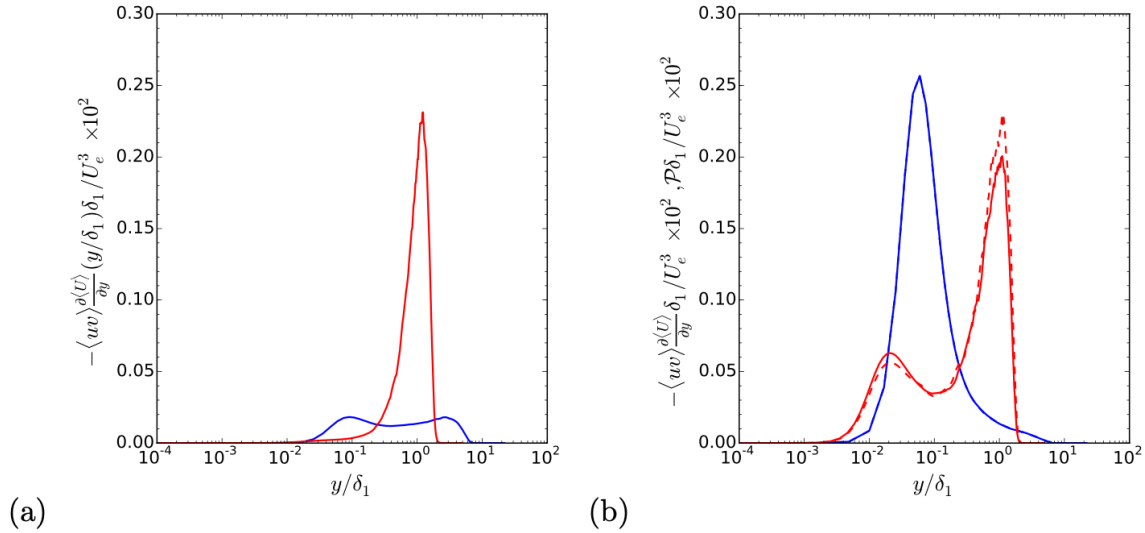


Figure 2.16 – Profils de production d'énergie cinétique turbulente liée uniquement à $-\langle u'v'\rangle$ et complète, issus d'un calcul DNS pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul (courbes bleues) et en présence d'un gradient de pression adverse et des conditions de quasi-équilibre ($\beta = 39$, courbes rouges). (a) Production prémultipliée, (b) contribution de production uniquement liée à $-\langle u'v'\rangle$ (terme $-\langle u'v'\rangle\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y}$: (——) et (——)) comparée à la production totale (ici $\mathcal{P} = -\langle u_i'u_j'\rangle\frac{\partial\langle u_i\rangle}{\partial x_j}$) : (- - -) et (- - -)).Les termes sont adimensionnés en utilisant U_e et δ_1 comme échelles de vitesse et de longueur. Tiré de [9].

de l'apparition du point d'inflexion externe, et d'autre part du pic externe se développant dans le profil de la tension croisée de Reynolds. En effet, le point d'inflexion externe observé sur le profil de vitesse moyenne est associé à un maximum local de cisaillement, et se situe vers le milieu de la couche limite comme indiqué dans la section §2.3.3, ce qui coïncide environ avec la position du pic externe de production [106, 147, 274].

Le lien entre l'augmentation du cisaillement près du point d'inflexion externe (lorsque celui est présent) et l'augmentation de la production se fait de manière locale. Autrement dit, la position du point d'inflexion externe et celle du pic externe de production sont très proches dans la couche limite. On rappelle que les résultats de Gungor *et al.* [106] suggèrent que le point d'inflexion externe se situe vers le milieu de la couche limite, $y \approx 0.4 - 0.6\delta$, ce qui semble être la position du pic externe de

production d'énergie cinétique turbulente. Des résultats similaires sont rapportés par Kitsios *et al.* [147] et Atkinson *et al.* [9], où le point d'inflexion et le pic de production d'énergie cinétique turbulente externes se situent vers $y \approx \delta_1$, ainsi que par Sanmiguel Vila *et al.* [245] et Skåre et Krogstad [274].

2.3.5 Structures cohérentes

La présence d'un gradient de pression vient modifier la distribution des structures cohérentes au sein de la couche limite. Plusieurs études dans la littérature se sont intéressées à ce sujet, dont les principaux résultats sont rappelés dans cette section.

Il a été montré dans la section §2.3.4 l'apparition d'un pic externe dans les tensions de Reynolds lorsqu'un gradient de pression adverse est appliqué. L'apparition de ce pic a été lié à une augmentation de l'activité des structures cohérentes dans la zone externe [164, 276]. Afin de mieux comprendre cet effet du gradient de pression, la distribution des structures cohérentes dans la couche limite est souvent étudiée. Il est possible de séparer la contribution des grandes et des petites échelles au tensions de Reynolds. Il faut préciser que la définition de grandes et petites échelles reste imprécise. À titre d'exemple, [113, 198, 248] utilisent $\lambda_x = \delta$ comme critère de séparation en se basant sur les spectres de $\langle u'^2 \rangle$, et Lee [163] propose $\lambda_z = 0.5\delta$. La première séparation d'échelles, représentée sur la figure 2.17, permet d'identifier que l'augmentation des niveaux de $\langle u'^2 \rangle$ dans la zone externe (avec un éventuel pic externe si le gradient de pression adverse est suffisamment intense) résulte d'une augmentation de l'activité des structures de grande échelle [113, 163, 198, 248]. Ceci a été également observé en utilisant d'autres techniques d'identification des grandes structures cohérentes, comme par exemple dans [260] à l'aide de la POD (*Proper Orthogonal Decomposition*). En ce qui concerne les petites échelles, leur activité augmente également avec un gradient de pression adverse, mais de façon plus discrète et principalement dans la zone externe, et en moindre mesure dans la zone interne [113, 198, 299]. Ainsi, l'augmentation des niveaux dans la zone interne est principalement due aux grandes structures cohérentes, bien qu'une augmentation de la contribution des petites échelles existe aussi. Lee [163] décompose aussi le profil de la tension croisée de Reynolds pour les contributions des petites et des grandes structures (figure 2.18), définies telles que $\lambda_z < 0.5\delta$ et $\lambda_z > 0.5\delta$ respectivement. À nouveau il est observé une contribution majoritaire des grandes structures à l'augmentation des niveaux de $-\langle u'v' \rangle$, même si les petites structures y contribuent également. Toutefois, contrairement au profil de $\langle u'^2 \rangle$, les petites structures sont significativement responsables de l'augmentation des niveaux de la tension croisée de Reynolds dans la zone interne.

Il apparaît clairement que le gradient de pression vient altérer l'énergie associée aux structures cohérentes dans toutes les gammes de taille, et plus particulièrement les grandes structures dans la zone externe de la couche limite. Afin de mieux comprendre comment la distribution énergétique des structures cohérentes est réorganisée il est intéressant de regarder les changements que le gradient de pression induit dans la DSP de $\langle u'^2 \rangle$ (définie dans §A.2 ou dans §1.5.2). Les résultats de Harun *et al.* [113] confirment l'augmentation de l'activité turbulente dans la zone externe lorsqu'un gradient de pression adverse est présent. De plus, l'effet contraire est remarqué dans le cas d'un gradient de pression favorable. Les auteurs observent en particulier, pour le gradient de pression adverse, du contenu énergétique plus important dans la zone externe de la couche limite près du pic externe ($\lambda_x \approx 6\delta$) déjà identifié à gradient de pression nul, et davantage net à gradient de pression adverse. Le contraire est remarqué pour le cas à gradient de pression favorable. Harun *et al.* [113] affirment ainsi que le gradient de pression adverse contribue à une augmentation de l'énergie de ces structures et/ou de la population de ce type de structures. Lee [163] analyse l'impact du gradient de pression adverse sur la taille longitudinale des structures cohérentes en utilisant des corrélations de vitesse. Les résultats sont repris sur la figure 2.19, où il est évident que la tendance avec le gradient de pression adverse peut varier. En effet, en accord avec les observations de Harun *et al.* [113], pour un gradient de pression adverse faible, Lee [163] observe aussi une augmentation de la taille longitudinale des structures cohérentes dans la zone externe (jusqu'à $y_r = 0.4\delta$). Cependant, lorsque l'intensité du gradient de pression adverse augmente, les structures deviennent plus courtes, et ceci semble être la tendance dominante pour des gradients de pression encore plus intenses. Des structures plus compactes avec le gradient de pression adverse sont également observées par [147, 173] parmi d'autres. D'autre part, Harun *et al.* [113] regardent

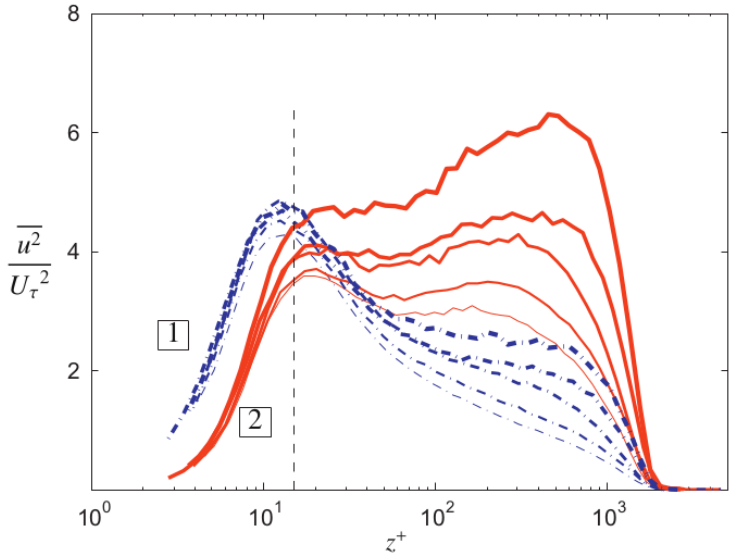


Figure 2.17 – Profils expérimentaux de $\langle u'^2 \rangle^+$ décomposés par les contributions des échelles $\lambda_x < \delta$ (traits discontinus bleus) et $\lambda_x > \delta$ (traits continus oranges) à $Re_\tau \approx 1900$. La ligne la plus fine correspond à une couche limite à gradient de pression nul. L'épaisseur des lignes augmente avec l'intensité du gradient de pression adverse. Ici z correspond à la coordonnée dans la direction normale à la paroi. Tiré de [198].

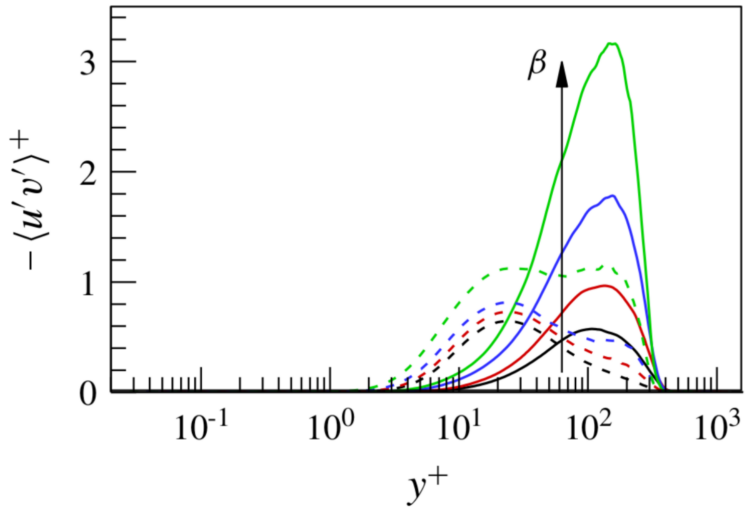


Figure 2.18 – Profils issus d'un calcul DNS de la tension croisée de Reynolds décomposée par les contributions des structures telles que $\lambda_z < 0.5\delta$ (traits discontinus) et $\lambda_z > 0.5\delta$ (traits continus) pour des couches limites turbulentes en conditions de quasi-équilibre. — : $\beta = 0$; — : $\beta = 0.73$; — : $\beta = 2.2$ et — : $\beta = 9$. Adapté de [163].

la différence entre les spectres en gradient de pression (favorable et adverse) par rapport au spectre d'une couche limite à gradient de pression nul et ils observent que, dans la zone externe, la principale différence se trouve pour des structures autour de $\lambda_x \approx 2 - 3\delta$. Ceci est illustré plus clairement sur la figure 2.20. Des valeurs similaires ont été identifiées dans d'autres études [83, 112, 247, 248], ce qui suggère que le pic externe résultant d'un gradient de pression adverse est constitué principalement de structures de longueur d'onde $\lambda_x \approx 2 - 3\delta$.

De plus, Lee [163] réalise des analyses spectrales sur $\langle u'^2 \rangle$ pour étudier sa DSP en envergure. Il observe ainsi l'apparition du pic externe comme conséquence du gradient de pression adverse pour lequel la longueur d'onde associée augmente avec β, avec $\lambda_z/\delta = 0.8 - 1$ pour $\beta = 0 - 9$, si bien que la taille caractéristique des structures en envergure augmente avec le gradient de pression adverse, ce

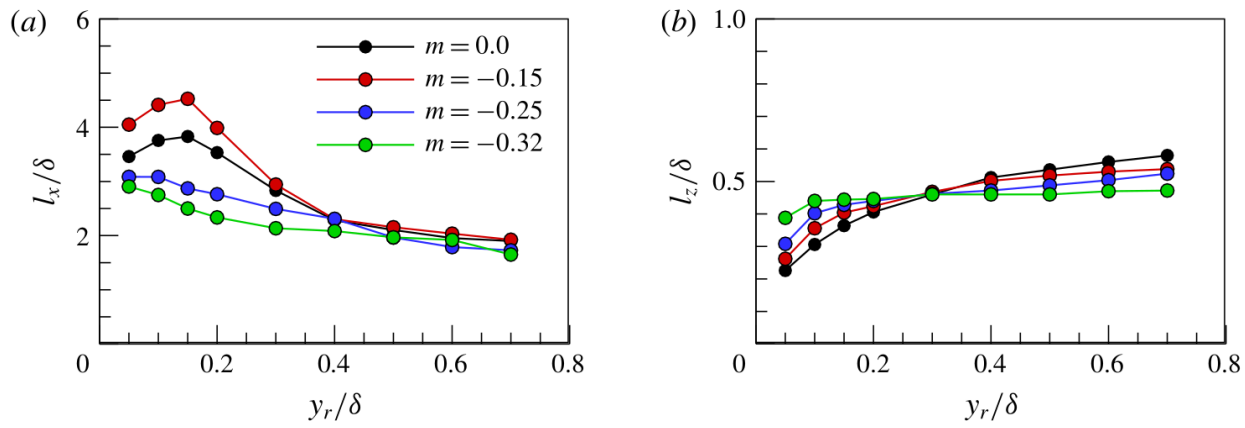


FIGURE 2.19 – Variations de la taille caractéristique longitudinale (a) et en envergure (b) basée sur la corrélation spatiale en deux points, pour différents gradients de pression adverse. y_r correspond à la position normale du point de référence pour l'évaluation de la corrélation spatiale. L'intensité du gradient de pression est donnée par m tel que $U_e(x) = U_0\,(1 - x/x_0)^m$. Résultats issus d'un calcul DNS. Tiré de [163].

qui semble être confirmé également par Tanarro *et al.* [299]. Des valeurs similaires sont obtenues par Pozuelo *et al.* [226] et les résultats de Yoon *et al.* [333] montrent aussi une contribution de longueurs d'ondes légèrement plus grandes au pic externe. Cependant, Vinuesa *et al.* [318] observent l'apparition du pic externe pour $\lambda_z = 0.65\delta$, mais ils soulignent que cette valeur inférieure à $\lambda_z = 0.8\delta$ (valeur observée à gradient de pression nul [20, 89]) est peut être due au faible nombre de Reynolds dans leur étude. Pour un gradient de pression plus intense, la valeur de λ_z/δ obtenue est plus élevée. Les résultats de Kitsios *et al.* [147] semblent donner au contraire des longueurs d'onde plus faibles en présence d'un gradient de pression adverse intense que pour une couche limite à gradient de pression nul. Par conséquent, l'influence du gradient sur la longueur d'onde en envergure du pic externe de la DSP de $\langle u'^2 \rangle$ ne semble pas être complètement claire. Cette difficulté peut s'expliquer également par le comportement non monotone de la taille caractéristique en envergure des structures cohérentes basée sur la corrélation de vitesse longitudinale observée dans Lee [163]. En effet, d'après ces résultats, un gradient de pression plus intense provoque une augmentation de la taille caractéristique en envergure pour $y < 0.3\delta$, et le contraire arrive plus loin dans la couche limite. Il faut noter que les résultats observés sur les DSP et sur les corrélations de vitesse mènent Lee [163] à conclure que l'augmentation de l'activité turbulente des grandes structures dans la zone externe de la couche limite pour un gradient de pression adverse est une conséquence d'une augmentation de l'énergie de ces structures et non pas d'une augmentation de la population des grandes structures cohérentes.

En ce qui concerne la position du pic externe de $\langle u'^2 \rangle$, les résultats de Lee [163], Harun *et al.* [113] et de Sanmiguel Vila *et al.* [247] montrent que celui-ci ne se situe pas au milieu de la zone logarithmique comme c'est le cas pour un gradient de pression nul (§1.5.2). Cependant, les résultats de Harun *et al.* [113] semblent montrer que la position du pic externe correspond à celle où la corrélation de modulation d'amplitude des petites échelles par les grandes échelles s'annule, comme c'est le cas à gradient de pression nul (§1.6). Maciel *et al.* [174] trouvent que la position du pic externe est invariante quand elle est exprimée par rapport à l'épaisseur de déplacement, vers $y \approx 1.1\delta_1$. L'étude récente de Pozuelo *et al.* [226] retrouve aussi une invariance lorsque la position du pic est exprimée par rapport à δ_1 avec $y \approx 1.4\delta_1$. Sanmiguel Vila *et al.* [248] retrouvent des valeurs similaires, en proposant une façon différente d'identifier la position du pic externe, qui se base sur la décomposition du profil de $\langle u'^2 \rangle$ à partir de moyennes de u'^2 conditionnées par des évènements associés aux fluctuations des grandes échelles.

Des différences dans le pic interne du spectre de $\langle u'^2 \rangle$ sont aussi observées en présence d'un gradient de pression adverse par rapport au cas à gradient de pression nul (présenté dans §1.5.2). Les résultats disponibles dans la littérature varient selon si la DSP de $\langle u'^2 \rangle$ est calculée pour la direction longitudinale ou en envergure. Dans le premier cas, les niveaux du pic interne semblent augmenter avec le gradient

de pression adverse [247, 248]. Dans le cas des spectres en envergure, l'effet du gradient de pression semble dépendre de l'intensité de celui-ci. Pour un gradient de pression faible, le niveau du pic interne diminue, comme par exemple dans [163] pour $\beta = 2.2$ et [333] où $\beta \approx 1.5$. Cependant, un gradient de pression plus intense provoque une augmentation des niveaux du pic interne qui dépassent les niveaux à gradient de pression nul [163, 318]. Par ailleurs, il existe des caractéristiques communes aux deux DSPs, notamment une contribution associée à des longueurs d'onde plus petites que les longueurs d'onde les plus faibles observées à gradient de pression nul [248, 299, 318], ainsi qu'une augmentation de la contribution dans la zone interne des grandes structures, comme observé sur la figure 2.20. De plus, dans le cas d'un gradient de pression adverse très intense, le pic interne peut ne plus être visible dans le profil de $\langle u'^2 \rangle$ à cause de la forte augmentation du pic externe, ce qui est également observé dans la DSP de $\langle u'^2 \rangle$ [83, 147].

Toutefois, il est important de remarquer que les nombres de Reynolds des DNS dans [163, 333] ne sont probablement pas suffisamment élevés pour une séparation propre entre le pic interne et le pic externe associé au gradient de pression, ce qui fait que les conclusions peuvent ne pas être évidentes entre les différentes études. En revanche, les références [198, 248] comprennent des études expérimentales à des nombres de Reynolds plus élevés, où la séparation entre les deux pics est plus évidente.

Les effets décrits sur la zone interne de la couche limite sont la conséquence d'une modification de la dynamique des structures cohérentes dans la zone interne et notamment des Streaks, introduits dans §1.4.1.1. De façon générale, un fort gradient de pression adverse vient diminuer l'activité des Streaks proches de la paroi [163, 165, 275]. Il a été identifié dans la littérature que l'effet du gradient de pression adverse se fait noter principalement sur l'espacement entre les Streaks. Lee [163] affirme observer cet effet sur les spectres de $\langle u'^2 \rangle$ en envergure, puisqu'il localise le pic interne vers $\lambda_z^+ \approx 120$. Cependant, Vinuesa *et al.* [318] retrouvent également $\lambda_z^+ \approx 120$, mais ne considèrent pas que cette valeur est altérée par le gradient de pression adverse, en comparant aux résultats à gradient de pression nul de Eitel-Amor *et al.* [89]. Il est important de noter que d'autres études à gradient de pression nul suggèrent des valeurs plus proches de $\lambda_z^+ = 100$ [20]. Notons que les résultats de Vinuesa *et al.* [318] sont issus d'un calcul DNS alors que ceux de Eitel-Amor *et al.* [89] proviennent d'une simulation WRLES, ce qui pourrait peut être expliquer que dans ce dernier cas $\lambda_z^+ = 120$ à gradient de pression nul. On trouve plus d'accord dans la littérature sur l'effet direct sur les Streaks. Le gradient de pression adverse provoque une augmentation de l'espacement entre les Streaks. Dans l'étude de Skote et Henningson [275] cet espacement augmente de $100\nu/u_\tau$ jusqu'à $130\nu/u_\tau$ approximativement. Un espacement encore plus important est observé par Lee et Sung [165], qui obtiennent des valeurs jusqu'à $400\nu/u_\tau$. Toutefois, les auteurs soulignent que la taille caractéristique des Streaks en envergure est peu sensible au gradient de pression et reste de l'ordre de $100\nu/u_\tau$. Certains travaux ont étudié l'instabilité des Streaks en présence d'un gradient adverse, comme par exemple ceux de Marquillie *et al.* [177] à bas nombre de Reynolds, selon lesquels le gradient de pression adverse modifie le cycle autonome proche paroi (§1.4.1.4) à travers les modifications de taille et d'intensité des Streaks.

L'effet du gradient de pression adverse sur les structures cohérentes est aussi visible sur l'inclinaison de celles-ci. De manière générale, le gradient de pression adverse provoque une augmentation de l'angle d'inclinaison par rapport à la paroi. En utilisant une estimation stochastique linéaire (LSE) [3], Lee et Sung [165] trouvent que, près de la paroi, les structures sont inclinées de l'ordre de 9° en présence d'un gradient de pression adverse modéré, par rapport à un angle de 7° observé à gradient de pression nul. Dans la zone externe de la couche limite, des inclinaison supérieures sont également observées en présence d'un gradient de pression adverse par rapport au cas à gradient de pression nul. En particulier, Lee [163] trouve des angles allant de 16° jusqu'à 44° en utilisant la méthode LSE pour le champ de vitesse conditionné par la vorticité selon l'envergure, par rapport aux 13° observés à gradient de pression nul. D'autres travaux dans la littérature ont retrouvé des résultats qualitativement similaires

3. La LSE est utilisée pour évaluer la moyenne conditionnée du champ de vitesse associé à un tourbillon, $\langle u'_j(\mathbf{x}')|\lambda_{ci}(\mathbf{x})\rangle \approx \dfrac{\langle \lambda_{ci}(\mathbf{x}) u'_j(\mathbf{x}')\rangle}{\langle \lambda_{ci}(\mathbf{x})\lambda_{ci}(\mathbf{x})\rangle}\lambda_{ci}(\mathbf{x})$, après une minimisation de l'erreur entre la moyenne conditionnée et l'estimation linéaire par moindres carrés. Ici, $\mathbf{x} = (x, y)$ et λ_{ci} est la partie imaginaire de la valeur propre complexe du tenseur de gradient de vitesse locale utilisée pour la détection des zones tourbillonnaires [50]. Le gradient de vitesse locale présente une valeur propre réelle et une paire de valeurs propres complexes conjuguées notée $\lambda_{cr} \pm \lambda_{ci} i$ [335].

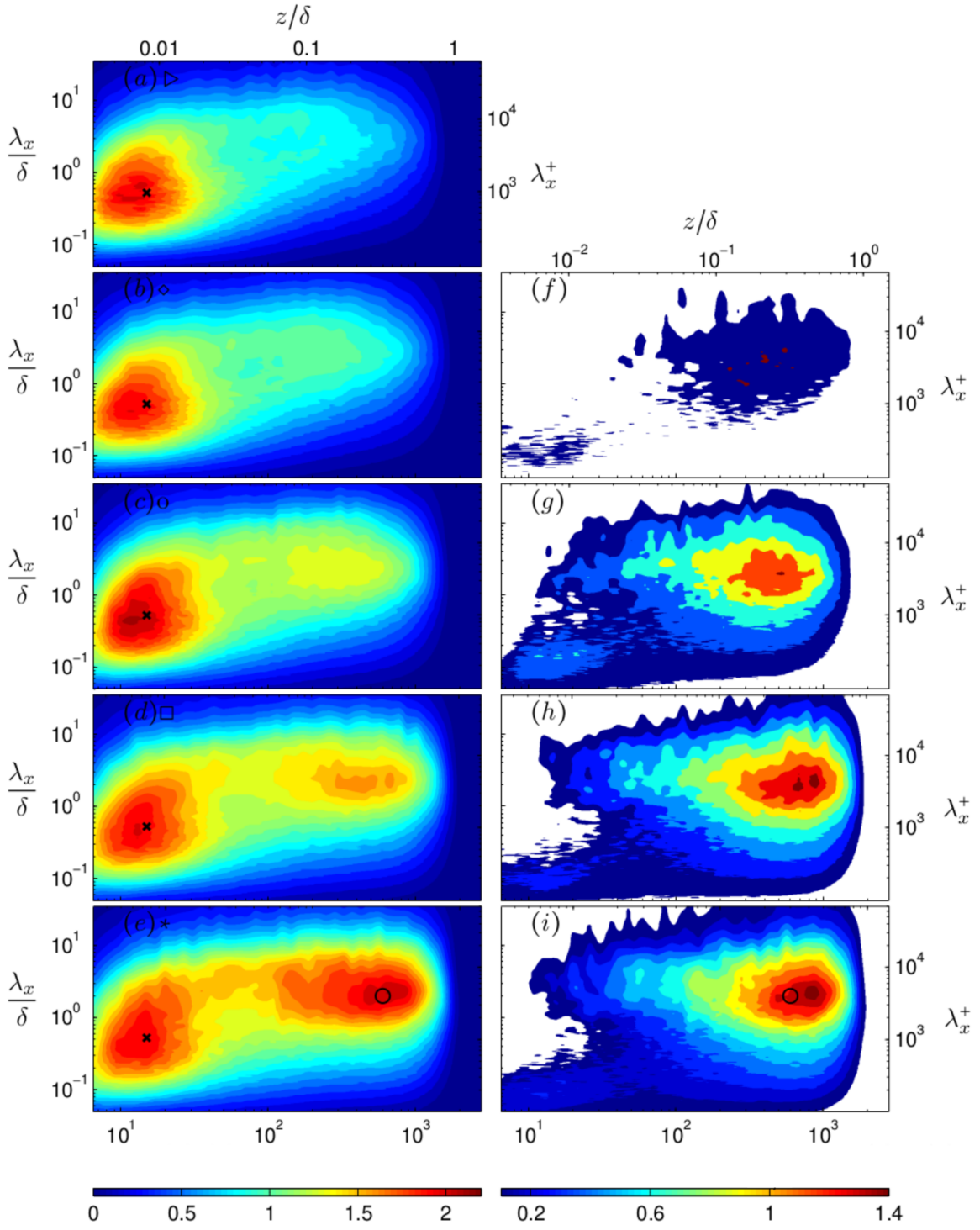


FIGURE 2.20 – $(a-e)$ DSP prémultipliée de la fluctuation de vitesse longitudinale $\left(\frac{k_x G_{uu;k_x}}{u_\tau^2}\right)$ et $(f-i)$ différence avec la DSP à gradient de pression nul $\left(\frac{k_x G_{uu;k_x}}{u_\tau^2} - \frac{k_x G_{uu;k_x}}{u_\tau^2}\Big|_{\text{ZPG}}\right)$, issues d'une étude expérimentale pour une couche limite turbulente en gradient de pression adverse à $Re_\tau \approx 1900$. (a) $\beta = 0$, (b) $\beta = 0.9$, (c) $\beta = 1.67$, (d) $\beta = 2.81$, (e) $\beta = 4.54$. Les symboles '$\times$' correspondent au pic interne $z^+ \approx 15$, $\lambda_x^+ \approx 1000$ et '$\circ$' correspondent à $z = 0.4\delta$, $\lambda_x = 2\delta$. Ici z correspond à la coordonnée dans la direction normale à la paroi. Adapté de [112].

[88, 147, 173]. En particulier, Kitsios *et al.* [147] utilisent la corrélation spatiale de vitesse en deux points, avec laquelle ils obtiennent des inclinaison de 7°, 14° et 27° respectivement pour leurs calculs à gradient de pression nul, adverse modéré et intense. Des résultats similaires sont aussi observés par

Eich et Kähler [88].

L'augmentation des contributions des grandes échelles dans la zone externe de la couche limite comme conséquence du gradient de pression adverse (figure 2.20) va impacter la modulation d'amplitude des petites structures par les grandes structures. Ceci est illustré sur la figure 2.21 où il est évident que la modulation d'amplitude augmente en présence d'un gradient de pression adverse. Il est également intéressant de noter que le point où la modulation d'amplitude s'annule, contrairement au cas à gradient de pression nul, ne se situe pas au centre géométrique de la zone logarithmique, si bien qu'il s'éloigne et s'approche de la paroi pour un gradient de pression adverse et favorable respectivement. Toutefois, ce point semble toujours coïncider avec la position du pic externe.

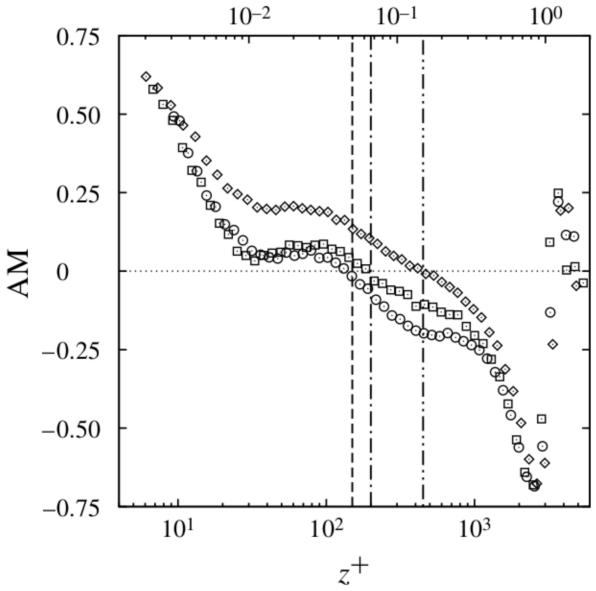


Figure 2.21 – Modulation d'amplitude des petites échelles par les grandes échelles évaluée comme dans (1.48). Résultats expérimentaux de couche limites turbulentes en gradient de pression favorable (○), nul (□) et adverse (◊), à $Re_\tau \approx 3000$. Ici z correspond à la coordonnée dans la direction normale à la paroi. Adapté de [113].

2.4 Différences entre les effets de gradient de pression adverse et de nombre de Reynolds élevé

Certains des effets mentionnés dans la section §2.3 pour un gradient de pression adverse ressemblent aux effets d'un grand nombre de Reynolds sur la couche limite turbulente à gradient de pression nul présentés dans la section §1.5. Cette section vise donc à rappeler les différences observées entre les effets d'un gradient de pression adverse et les effets provoqués par un nombre de Reynolds élevé.

Autant l'effet du nombre de Reynolds que celui d'un gradient de pression adverse provoquent une augmentation de la contribution de la zone externe à la production d'énergie cinétique turbulente. Cependant, la variation du profil du terme de production ne se fait pas de la même façon, comme on peut l'observer sur la figure 2.16 (voir figure 1.18 pour l'effet du nombre de Reynolds). Dans les deux cas, un pic externe dans le profil prémultiplié de production (y^+P^+) apparaît, cependant l'intensité de celui-ci devient largement supérieure dans le cas d'un gradient de pression adverse, que dans le cas d'un effet de nombre de Reynolds, même pour un gradient de pression modéré [113]. De plus, l'intensité du pic externe semble ne pas dépasser celle du pic interne lorsque le nombre de Reynolds augmente à gradient de pression nul, comme observé sur la figure 1.8, ce qui n'est pas le cas pour l'effet du gradient de pression adverse.

Les différences existant entre les effets du nombre de Reynolds et du gradient de pression adverse dans la production d'énergie cinétique turbulente se font également noter sur $\langle u'^2 \rangle$. Ceci ne semble

pas être surprenant du fait que la production d'énergie cinétique turbulente affecte principalement cette tension de Reynolds (§1.3.5). Les niveaux du pic interne semblent augmenter avec les deux effets. Toutefois, les contributions des grandes et petites structures (filtrées avec $\lambda_x = \delta$ comme longueur d'onde de coupure) montrent que, pour l'effet du gradient de pression adverse, les petites structures contribuent également à augmenter les niveaux du pic interne, ce qui n'est pas le cas pour l'effet du nombre de Reynolds, où uniquement les grandes structures participent à cette augmentation.

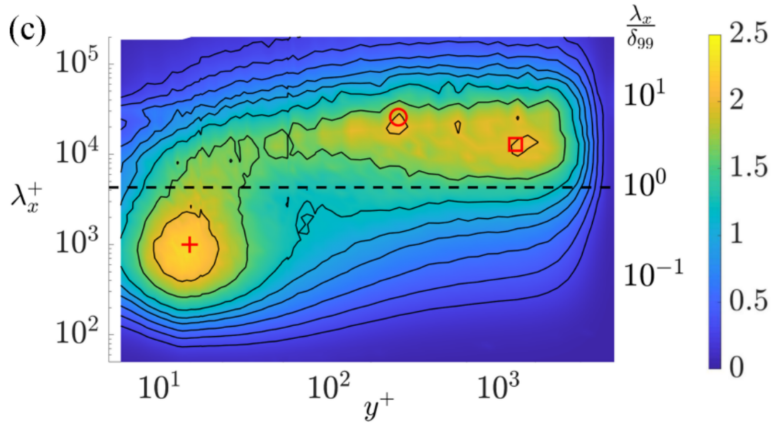


FIGURE 2.22 – DSP prémultipliée de $\langle u'^2 \rangle$, $\frac{k_x G_{uu;k_x}}{u_\tau^2}$, pour une couche limite turbulente en gradient de pression adverse ($\beta \approx 1.1$) et à $Re_\tau \approx 4400$. Symboles : (+) ($y^+ = 15, \lambda_x^+ = 1000$) ; (◯) ($y^+ = 3.9Re_\tau^{1/2}, \lambda_x = 6\delta$) ; (□) ($y^+ = y^+_{\text{max,outer}}, \lambda_x = 3\delta$). $y^+_{\text{max,outer}}$ correspond à la position du pic externe du profil de $\langle u'^2 \rangle$. Ligne discontinue : $\lambda_x = \delta$. Adapté de [248].

En ce qui concerne le pic externe, bien que les deux effets tendent à provoquer une augmentation des niveaux de $\langle u'^2 \rangle$ avec l'apparition d'un pic externe, l'intensité et la position de celui-ci n'est pas la même dans les deux cas. En effet, même aux plus grands nombres de Reynolds dans la littérature, le pic externe reste inférieur au pic interne à gradient de pression nul [307]. Au contraire, il n'est pas nécessaire d'avoir un gradient de pression adverse excessivement intense pour que les niveaux du pic externe atteignent ceux du pic interne, et le pic externe dépasse le pic interne pour des gradients de pression plus élevés [113, 164, 198]. Par ailleurs, le pic externe pour un gradient de pression nul se rapproche de la paroi (en échelle externe) lorsque le nombre de Reynolds augmente, puisqu'il est localisé vers $y^+ = 3.9Re_\tau^{1/2}$, alors que la position du pic externe provoqué par un gradient de pression adverse semble être indépendante du nombre de Reynolds et se trouver vers $y \approx 1.2 - 1.4\delta_1$ [174, 226, 248]. Cette indépendance de la position du pic externe de $\langle u'^2 \rangle$ est aussi observée par Schatzman et Thomas [250] en utilisant un adimensionnement basé sur des paramètres de couche de mélange, pour une plage de nombre de Reynolds similaire à celle dans [248]. De plus, la discussion de Schatzman et Thomas [250] pour des nombres de Reynolds plus élevés suggère la même conclusion.

En effet, les spectres de la DSP de $\langle u'^2 \rangle$ présentent un pic externe (pourvu que les effets du nombre de Reynolds et/ou du gradient de pression adverse soient suffisamment intenses) différent selon qu'il s'agit d'un effet de grand nombre de Reynolds ou d'un gradient de pression adverse. La figure 2.22 montre la DSP de $\langle u'^2 \rangle$ pour une couche limite en gradient de pression adverse modéré ($\beta \approx 1.1$), où il est possible d'identifier deux pics externes : celui associé à l'effet d'un grand nombre de Reynolds et celui associé au gradient de pression adverse. Il est mis en évidence que ces pics, bien qu'ils sont proches, ne sont pas localisés à la même hauteur dans la couche limite et ils ne sont pas associés aux mêmes longueurs d'onde. En effet, ces pics semblent être associés respectivement à ($y^+ \approx 3.9Re_\tau^{1/2}, \lambda_x \approx 6\delta$) et ($y \approx 1.2 - 1.4\delta_1, \lambda_x \approx 3\delta$). Par ailleurs, les spectres permettent d'identifier une augmentation de l'activité des petites échelles dans la zone externe à cause du gradient de pression adverse (figures 2.20 et 2.22), si bien que l'activité des petites échelles n'est pas universelle en présence d'un gradient de pression adverse [248].

La variation de la position du pic externe résultant d'un gradient de pression adverse est mise en évidence sur la figure 2.23. On observe que la position où les effets de modulation des petites structures

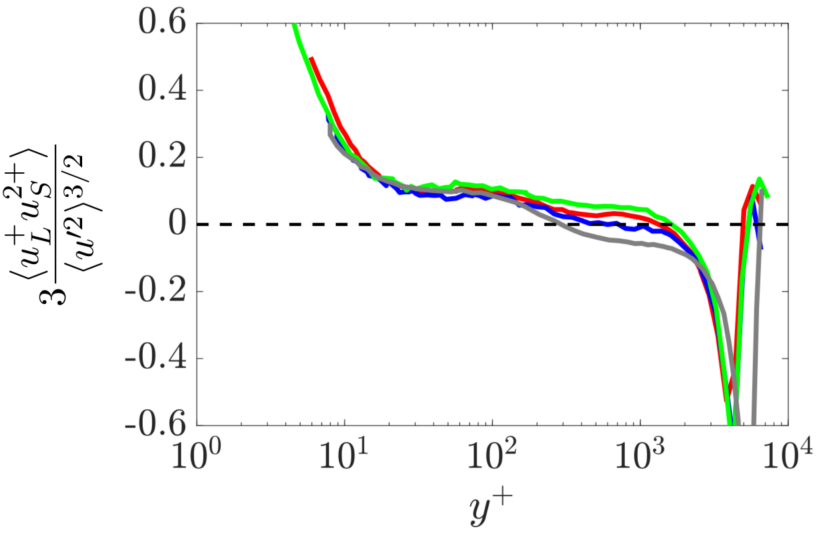


Figure 2.23 – Terme dominant du coefficient d'asymétrie $3\frac{\langle u_L^+ u_S^{2+}\rangle}{\langle u'^2\rangle^{3/2}}$ pour un signal $u'(t)$. u_L^+ et u_S^+ correspondent au signal (en échelle visqueuse) filtré pour les grandes et les petites structures respectivement, avec une longueur d'onde de coupure $\lambda_x = \delta$. Résultats expérimentaux pour des couches limites en gradient de pression adverse à $Re_\tau \approx 4400$. — : $\beta \approx 0$; — : $\beta \approx 0.75$; — : $\beta \approx 1.1$; et — : $\beta \approx 2.2$. Adapté de [248].

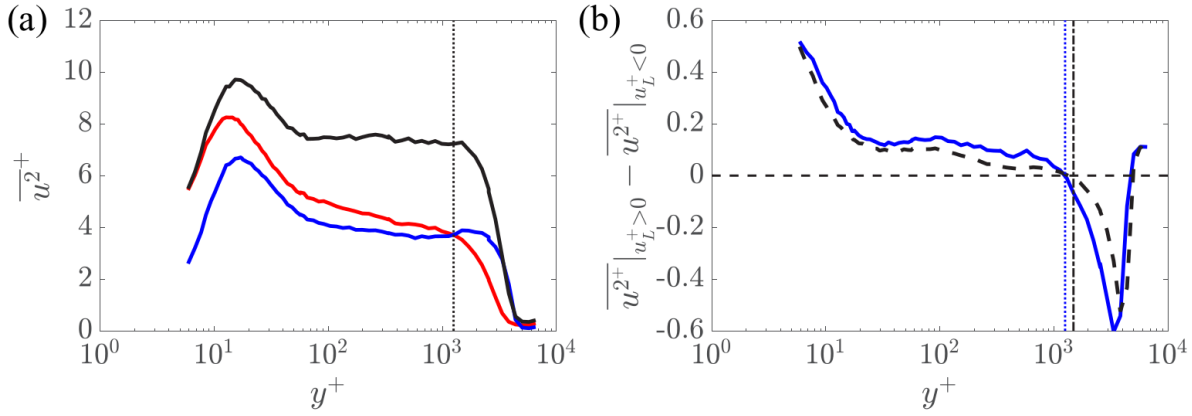


Figure 2.24 – (a) Profil expérimental de $\langle u'^2\rangle^+$ pour une couche limite turbulente à gradient de pression adverse ($\beta \approx 1.1$) et à $Re_\tau \approx 4400$. — : $\langle u'^2\rangle^+$, — : $\langle u'^2\rangle^+|_{u_L^+>0}$ (signal u' conditionné par des fluctuations de vitesse positives des grandes structures) et — : $\langle u'^2\rangle^+|_{u_L^+<0}$ (signal u' conditionné par des fluctuations de vitesse négatives des grandes structures). (b) - - - : Différence entre le signal conditionné par des fluctuations de vitesse positives des grandes structures et celui conditionné par des fluctuations de vitesse négatives des grandes structures $\langle u'^2\rangle^+|_{u_L^+>0} - \langle u'^2\rangle^+|_{u_L^+<0}$; — : terme dominant du coefficient d'asymétrie $3\frac{\langle u_L^+ u_S^{2+}\rangle}{\langle u'^2\rangle^{3/2}}$. ····· : position où $\langle u'^2\rangle^+|_{u_L^+>0} - \langle u'^2\rangle^+|_{u_L^+<0} = 0$; ·-·-· : position où $3\frac{\langle u_L^+ u_S^{2+}\rangle}{\langle u'^2\rangle^{3/2}} = 0$. Tiré de [248].

par les grandes structures s'annulent augmente avec le gradient de pression adverse lorsque celle-ci est exprimée en échelle de paroi (pour un nombre de Reynolds Re_τ donné). En effet, la littérature montre que cette position est invariante quand elle est exprimée par rapport à l'épaisseur de déplacement. Or, pour une couche limite en gradient de pression adverse, le rapport δ_1/δ augmente avec β [320]. Sanmiguel Vila *et al.* [248] proposent une façon d'identifier la position du pic externe en utilisant le profil de $\langle u'^2\rangle$ illustrée sur la figure 2.24. La différence entre la moyenne de u'^2 conditionnée [4] par $u_L^+ > 0$ et $u_L^+ < 0$ (où u_L^+ correspond au signal de u' filtré par $\lambda_x > \delta$) donne une évolution très similaire à

4. La moyenne conditionnée dans [248] est définie comme $\langle u'^2\rangle^+|_{u_L^+>0} = \frac{\sum u'^{2+}(u_L^+>0)}{N[u'^+(u_L^+>0)]}$, et de façon analogue pour les évènements $u_L^+ < 0$.

celle du terme dominant du coefficient d'asymétrie de la fluctuation de vitesse longitudinale.

En ce qui concerne les autres tensions de Reynolds, les deux effets provoquent une augmentation des niveaux de celles-ci dans la zone externe de la couche limite. Toutefois, l'effet du gradient de pression adverse se traduit par l'apparition d'un pic externe, ce qui ne se produit pas par un effet du nombre de Reynolds. Par ailleurs, on a vu dans la section §1.5.2 que l'augmentation du nombre de Reynolds à gradient de pression nul ne semble pas impacter les niveaux de $\langle v'^2 \rangle$ et de $-\langle u'v' \rangle$ dans la zone interne de la couche limite quand les tensions de Reynolds sont exprimées en échelle de paroi. En revanche, un gradient de pression adverse a tendance à augmenter les niveaux de toutes les tensions de Reynolds exprimées en échelle de paroi même dans la zone interne de la couche limite [24, 164].

2.5 Décollement mince

La présence d'un gradient de pression adverse vient ralentir l'écoulement en accord avec l'équation de quantité de mouvement longitudinale (1.20). Au voisinage de la paroi la vitesse de l'écoulement est considérablement plus faible par rapport aux zones plus éloignées dans la couche limite en raison de la condition d'adhérence à la paroi. Pour une couche limite à gradient de pression nul, des décollements instantanés ont lieu à cause des fluctuations de vitesse, mais l'écoulement moyen reste attaché [167, 212, 329]. Toutefois, la présence d'un gradient de pression adverse peut éventuellement provoquer un décollement de la couche limite, ce qui se traduit par un retournement de l'écoulement moyen proche de la paroi ($\langle u \rangle < 0$). Cette section cherche à détailler les propriétés des écoulements turbulents décollés provoqués par un gradient de pression adverse.

2.5.1 Structure de la zone décollée

Lors d'un décollement provoqué par un gradient de pression adverse ou par un changement graduel de la géométrie de la paroi, le point de décollement est défini tel que le gradient dans la direction normale à la paroi de la vitesse longitudinale s'annule et, par conséquent, le frottement s'annule aussi. En aval de ce point, un soulèvement de l'écoulement par rapport à la paroi a lieu et un épaississement abrupt de la zone rotationnelle se produit, accompagné de grandes valeurs de la vitesse normale à la paroi (par rapport à celles en amont du décollement) [270]. La couche limite arrivant au point de décollement devient une couche de mélange, en dessous de laquelle un écoulement de retour se développe, comme schématisé sur la figure 2.25.

D'après Simpson [270], un frottement pariétal nul ainsi que le fait d'avoir de l'écoulement retourné ne sont pas des critères appropriés pour identifier une zone décollée, puisqu'on les trouve uniquement dans des écoulement stationnaires bidimensionnels. À titre d'exemple, comme déjà indiqué, dans une couche limite turbulente à gradient de pression nul, des écoulements de retour instantanés sont observés alors que l'écoulement moyen reste attaché [167, 212, 329]. Simpson [268] propose d'utiliser la fraction de temps moyen où l'écoulement est orienté vers l'aval. [5] On définit ainsi ce paramètre comme $\gamma_u = \frac{t_{(u>0)}}{T}$ où T correspond au temps total d'observation. Différents états de l'écoulement proche de la paroi sont identifiés en fonction de ce paramètre : *incipient detachment* (ID) pour $\gamma_u = 0.99$, *intermittent transitory detachment* (ITD) pour $\gamma_u = 0.8$ et *transitory detachment* (TD) pour $\gamma_u = 0.5$, représentés sur la figure 2.25. Simpson [268] défini également le point de décollement (D) (*detachment* en anglais) tel que $\langle \tau_w \rangle = 0$. Il a été montré dans la littérature que les points TD et D coïncident de manière approchée, autant dans des études expérimentales que numériques [202, 270].

Lorsque l'écoulement se rapproche du décollement, l'intensité du gradient de pression augmente et vient modifier le comportement des Streaks proches de la paroi [270, 275, 291]. Comme indiqué dans la section §2.3.5, les Streaks sont moins intenses et leur espacement augmente avec le gradient de pression adverse. Près du décollement, les Streaks disparaissent, puis ils commencent à réapparaître en aval du recollement. Il est important de noter que Na et Moin [202] soulignent que les Streaks ne réapparaissent qu'après le recollement, alors que Skote et Henningson [275] affirment observer des Streaks dans la zone

5. En raison du caractère relatif des termes "amont" et "aval", on précise qu'on considère l'amont et l'aval toujours par rapport à la direction et sens de l'écoulement extérieur à la couche limite.

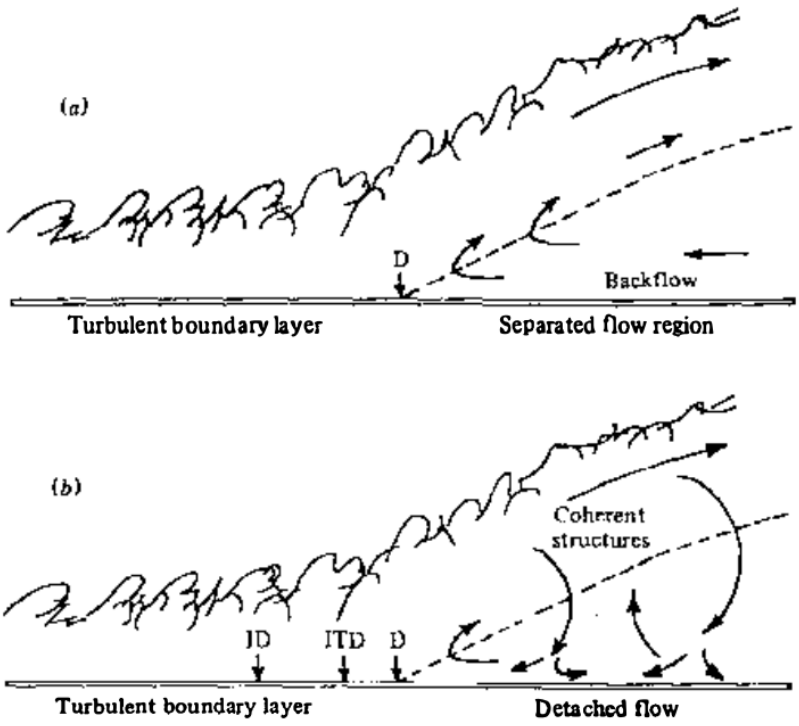


Figure 2.25 – (a) Schéma traditionnel d'un décollement turbulent, avec un écoulement de retour depuis loin en aval. Le trait discontinu représente l'iso-ligne $\langle u \rangle = 0$. (b) Modèle conceptuel où les grandes structures entraînent des écoulements de retour localisés. ID : *incipient detachment*, ITD : *intermittent transitory detachment*, D : *detachment*. Tiré de [270].

de recirculation si l'écoulement de retour est intense. Ceci s'explique probablement par le fait que dans la DNS de Skote et Henningson [275], la longueur de recirculation est plus importante. L'évolution des Streaks présentée est illustrée sur la figure 2.26, où l'on observe les Streaks en amont du décollement et dans la zone de recirculation. On remarque également que les Streaks se redéveloppent en aval du point de recollement. En particulier, pour la DNS de marche descendante de Le *et al.* [161], les Streaks ne sont toujours pas présents après une distance depuis la marche égale à 20 fois la hauteur de marche. Le retard observé sur le redéveloppement des Streaks en aval du recollement se fait noter sur la ligne de recollement instantanée qui diffère en forme de celle de décollement (figure 2.27). La ligne de décollement présente une forme significativement plus sinueuse à cause de la présence de Streaks en amont du décollement, absents dans la zone de recollement [3, 161, 202, 275].

Figure 2.26 – Fluctuations de vitesse longitudinale d'un calcul DNS de couche limite turbulente avec décollement (S) et recollement (R), vers $y^+ = 10$. Plan à hauteur constante, où l'écoulement se déplace de gauche à droite. Adapté de [275].

Wu *et al.* [331] étudient les structures cohérentes dans un décollement et recollement de couche limite sur une plaque plane à l'aide de la DMD (*dynamic mode decomposition*). Ses résultats montrent que les

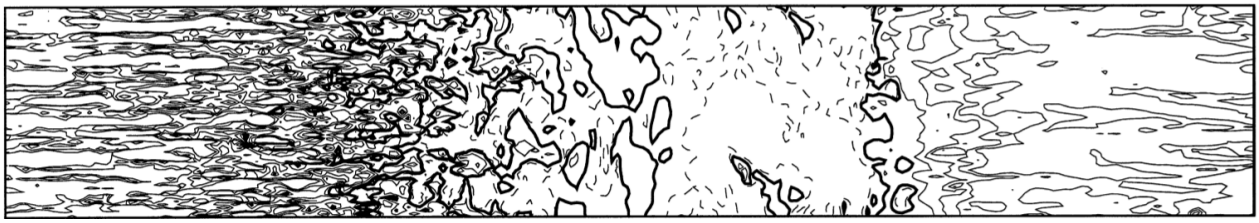


FIGURE 2.27 – Champ instantané du coefficient de frottement d'un calcul DNS. Traits continus : $C_f > 0$; traits discontinus : $C_f < 0$; gros traits : iso-ligne $C_f = 0$. L'écoulement se déplace de gauche à droite. Tiré de [202].

modes [6] à haute fréquence et fréquence intermédiaire sont associés à la formation et au détachement de tourbillons orientés selon l'envergure, comme détaillé dans §2.5.3. Par ailleurs, Wu *et al.* [331] retrouvent de grandes structures cohérentes longitudinales (illustrées sur la figure 2.28) allant depuis la zone de décollement jusqu'en aval de la zone de recollement. Le soulèvement de l'écoulement au niveau du décollement produit des effets de courbure qui peuvent déclencher une instabilité de Görtler [103], en accord avec d'autres résultats dans la littérature [227]. Wu *et al.* [331] soulignent ainsi que les grandes structures cohérentes (différentes des Streaks) observées au niveau du décollement pourraient correspondre à des tourbillons de Görtler. Toutefois, les auteurs précisent que le rôle de ces structures n'est pas complètement clair. En particulier, les effets de courbure dépendent du gradient de pression adverse. Si celui-ci est faible, les effets de courbure résultants pourraient ne pas être suffisants pour déclencher l'instabilité de Görtler.

2.5.2 Profil de vitesse moyenne au décollement

On a rappelé dans la section §2.3.3 l'impact du gradient de pression (notamment adverse) sur le profil de vitesse moyenne longitudinale. Logiquement, dans un écoulement où un décollement se produit, le profil de $\langle u \rangle$ est altéré et peut être en partie représenté par différentes lois. Simpson [269] propose la loi :

$$\frac{\langle u \rangle}{|U_N|} = A\left(\frac{y}{N} - \ln\left(\frac{y}{N}\right) - 1\right) - 1 \tag{2.22}$$

où $A = 0.3$ est une constante, $|U_N|$ la valeur la plus grande de l'écoulement de retour ($U_N < 0$) et N la distance à la paroi où $\langle u \rangle = U_N$. Cependant, A ne semble pas être une constante universelle [271], et en particulier Dianat et Castro [80] suggèrent une valeur de $A = 0.235$ et pour Coleman *et al.* [54] $A = 0.9$. D'autres valeurs sont également étudiées par Devenport et Sutton [79]. L'explication de cette variation de A selon les différentes études reste toujours incertaine [54]. Par ailleurs, Simpson [269] souligne que cette loi représente de façon satisfaisante le profil de vitesse moyenne dans l'intervalle $0.02 < y/N < 1.0$. Bien que cette loi donne des résultats proches des valeurs expérimentales dans les études de Simpson [269] et Dianat et Castro [80], des écarts importants sont observés dans les calculs DNS de Le *et al.* [161] et de Skote et Henningson [275].

Skote et Henningson [275] réalisent un raisonnement similaire à celui permettant d'obtenir la loi (2.11) mais cette fois ci pour l'écoulement décollé. Ils aboutissent à une loi en arc tangente donnée par :

$$\langle u \rangle^+ = \frac{1}{\kappa_o}\left[2\sqrt{\left(\frac{u_p}{u_\tau}\right)^3 y^+ - 1} - 2\arctan\left(\sqrt{\left(\frac{u_p}{u_\tau}\right)^3 y^+ - 1}\right)\right] + \mathcal{B}_o. \tag{2.23}$$

Ici $u_\tau = \sqrt{-\nu \left.\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}\right|_w}$, du fait que l'écoulement près de la paroi se déplace dans le sens contraire à l'écoulement externe. Comme dans (2.11), les constantes sont notées κ_o et $\mathcal{B}_o$ pour évoquer leur différence par rapport à celles de la loi logarithmique à gradient de pression nul. Cette loi donne des résultats assez satisfaisants dans la zone décollée, en prenant $\kappa_o = 0.41$ et $\mathcal{B}_o = -7$. Les résultats de

6. Les modes associés au décollement seront détaillés dans la section §2.5.3.

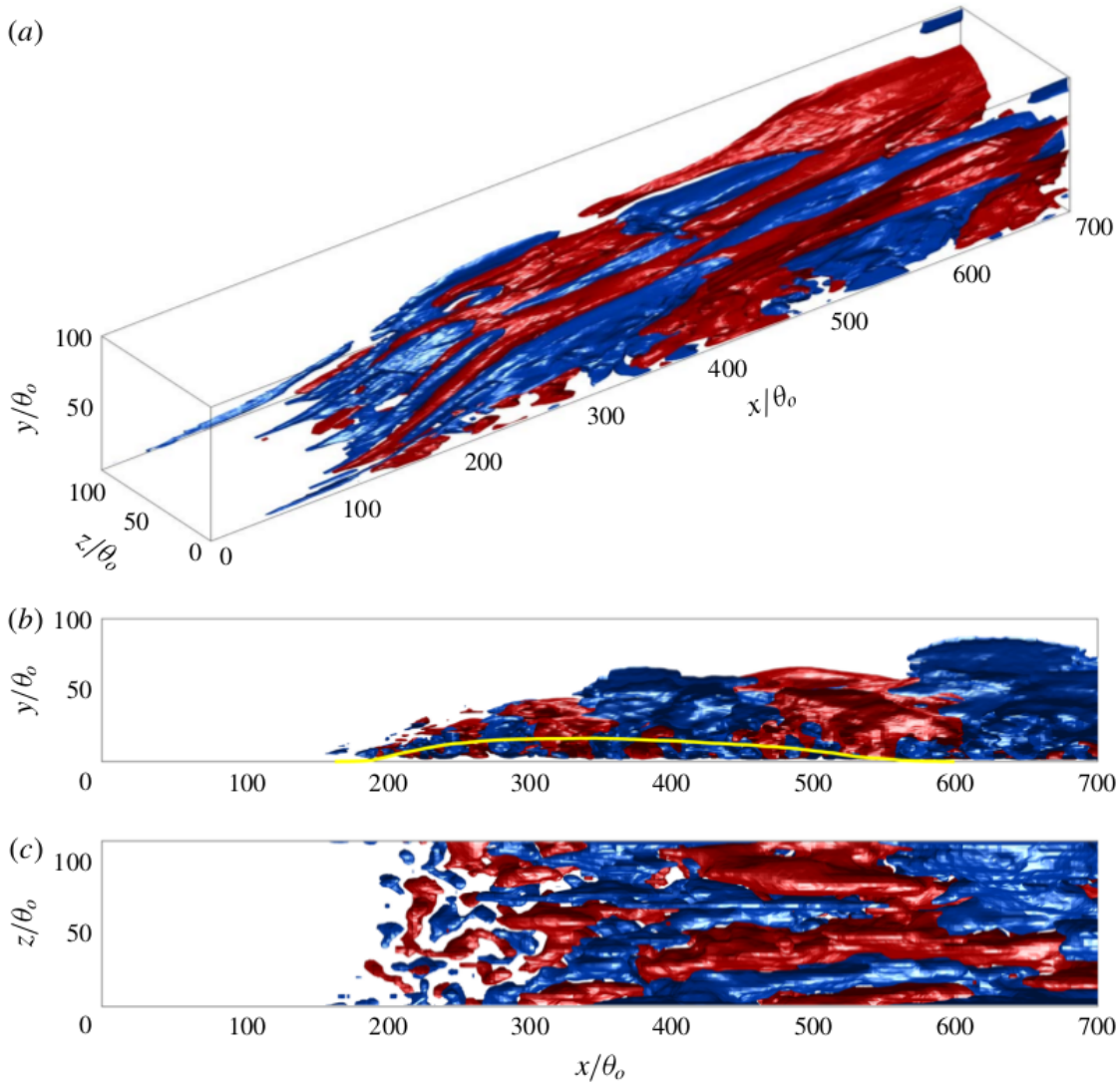


Figure 2.28 – Isosurface de la partie réelle du mode basse fréquence de la DMD $f\theta_o/U_o = 1.03 \times 10^{-3}$, $St = fL_R/U_\infty = 0.45$. Le sous-indice $(\bullet)_o$ désigne les grandeurs utilisées pour adimensionner, à une station donnée en aval de la zone à gradient de pression adverse. L_R correspond à la longueur de la zone de recirculation. (a) $u_{dmd}/U_o = \pm 0.02$; (b, c) $v_{dmd}/U_o = \pm 0.01$. La ligne continue dans (b) correspond à $\langle u \rangle = 0$. Tiré de [331].

calcul WMLES de Cheng *et al.* [46] donnent aussi un bon comportement de cette loi. Inversement, la loi proposée par les auteurs pour une couche limite attachée en gradient de pression adverse (2.11), donne des écarts importants dans cette région de l'écoulement.

Coleman *et al.* [54] étudient la validité de l'adimensionnement proposé par Stratford [298] et rappelé par la loi (2.15). Leurs résultats présentent un accord satisfaisant pour les profils proches du point de décollement et de recollement (voir figure 2.9). Toutefois, dans la zone de recirculation, la loi (2.15) ne prévoit pas correctement les profils moyen. En effet, cette loi est dérivée de la loi (2.14) [275] dans le cas limite où $u_\tau/u_p \to 0$, ce qui ne peut s'appliquer que près des points de décollement et de recollement.

2.5.3 Modes associés au décollement

Le décollement de la couche limite turbulente est un phénomène instationnaire, indépendamment de la non stationnarité intrinsèque de la turbulence. En aval du point de décollement, la couche limite devient une couche de mélange où le fort cisaillement va déclencher le développement d'une instabilité de l'écoulement. Ce phénomène a été d'abord étudié de façon théorique par von Helmholtz [321] en 1868 puis par Kelvin [143] en 1871, qui a posé et résolu la formulation mathématique du problème. Il a été donc assigné le nom d'instabilité de *Kelvin-Helmholtz* à ce phénomène, illustré sur la figure 2.29.

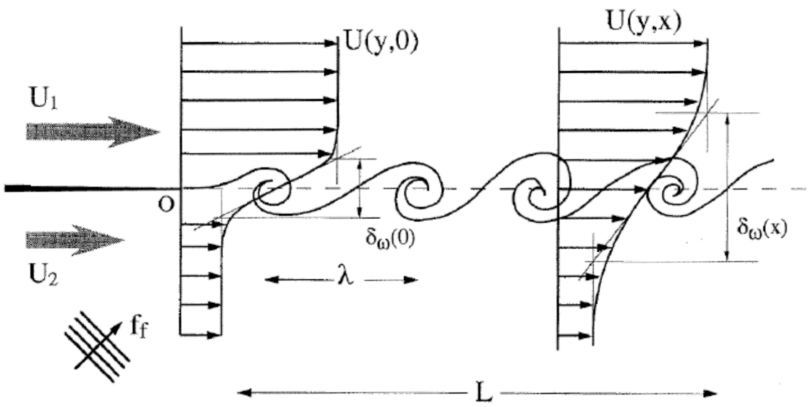


FIGURE 2.29 – Représentation schématique de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz dans une couche de mélange. Adapté de [120].

Dans un écoulement de couche de mélange en régime laminaire, l'instabilité de Kelvin-Helmholtz se développe comme conséquence du cisaillement produit par la différence de vitesses (figure 2.29). On défini le rapport de vitesse $R = (U_1 - U_2)/(U_1 + U_2)$. D'après les études de stabilité, dans le cas d'un profil en tangente hyperbolique $U(y, R) = \overline{U} + \frac{U_1 - U_2}{2} \tanh\left(\frac{2y}{\delta_\omega}\right)$, avec $\overline{U} = \frac{1}{2}(U_1 + U_2)$, la fréquence naturelle f_{KH} de la couche de mélange est donnée par $f_{KH}\delta_\omega(0)/\overline{U} \approx 0.135$ [121], où δ_ω correspond à l'épaisseur de vorticité définie par :

$$\delta_\omega(x) = \frac{U_1 - U_2}{\max_y\left(\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y}\right)}. \tag{2.24}$$

L'instabilité de Kelvin-Helmholtz fait partie des instabilités dites non-visqueuses [41]. La viscosité joue un rôle mineur, et se limite à atténuer la croissance des ondes de l'instabilité. En effet, pour des écoulements turbulents, cette instabilité est également observable accompagnée de plus petites structures cohérentes associées à la turbulence.

Dans le cas d'un décollement de couche limite avec un recollement un aval, on identifie principalement trois modes. Le premier mode est associé à l'instabilité de Kelvin-Helmholtz qui est une instabilité convective (voir par exemple Huerre et Rossi [121] pour la définition d'instabilité convective et absolue), où la couche cisaillée s'enroule et donne lieu à des structures bidimensionnelles qui sont convectées le long de la couche de mélange et dont la taille augmente progressivement. Ce mode est souvent appelé le mode de couche de mélange (*shear layer mode*) et sa fréquence caractéristique est donnée par $St_\theta = f\theta/U_\infty = 0.012$ [114], où θ correspond à l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite au point de décollement. D'après Hasan [114], la fréquence caractéristique de ce mode est bien adimensionnée en utilisant une échelle de longueur propre à la couche cisaillée, telle que l'épaisseur de quantité de mouvement ou l'épaisseur de vorticité, à la place d'échelles liées à la géométrie de la rampe/marche (si celle-ci existe) ou à la longueur de recirculation L_R. En effet, en utilisant l'épaisseur de vorticité et la valeur moyenne entre la vitesse maximale et minimale, on obtient $St_\omega \approx 0.135$.

Le deuxième mode semble, au contraire, bien adimensionné en utilisant la hauteur de la rampe/-marche ou bien la longueur de recirculation. Ce mode est appelé mode de détachement tourbillonnaire (*shedding mode*), et correspond à un ou plusieurs appariements de tourbillons. En utilisant la hauteur de la rampe/marche, sa fréquence caractéristique est donnée par $St_H = 0.2$ [91, 114, 157]. Lorsqu'on emploie la longueur de recirculation L_R, Dandois *et al.* [60] reprennent les résultats de plusieurs travaux dans la littérature pour montrer que la fréquence caractéristique est $St = fL_R/U_\infty = 0.6 - 0.8$. Toutefois, des valeurs différentes ont été observées dans d'autres travaux. En particulier, les résultats de Fadla *et al.* [91] montrent une dépendance de St avec le nombre de Reynolds, pouvant ainsi aller de 0.2 jusqu'à 0.9 (voir figure 2.30) et des valeurs entre $St = 0.3 - 0.4$ sont obtenues dans d'autres études [1, 195, 324, 331]. Les écarts entre les valeurs observées peuvent être dus aux différences dans les configurations de chacune des études, et donc dans le développement de la couche de mélange [195].

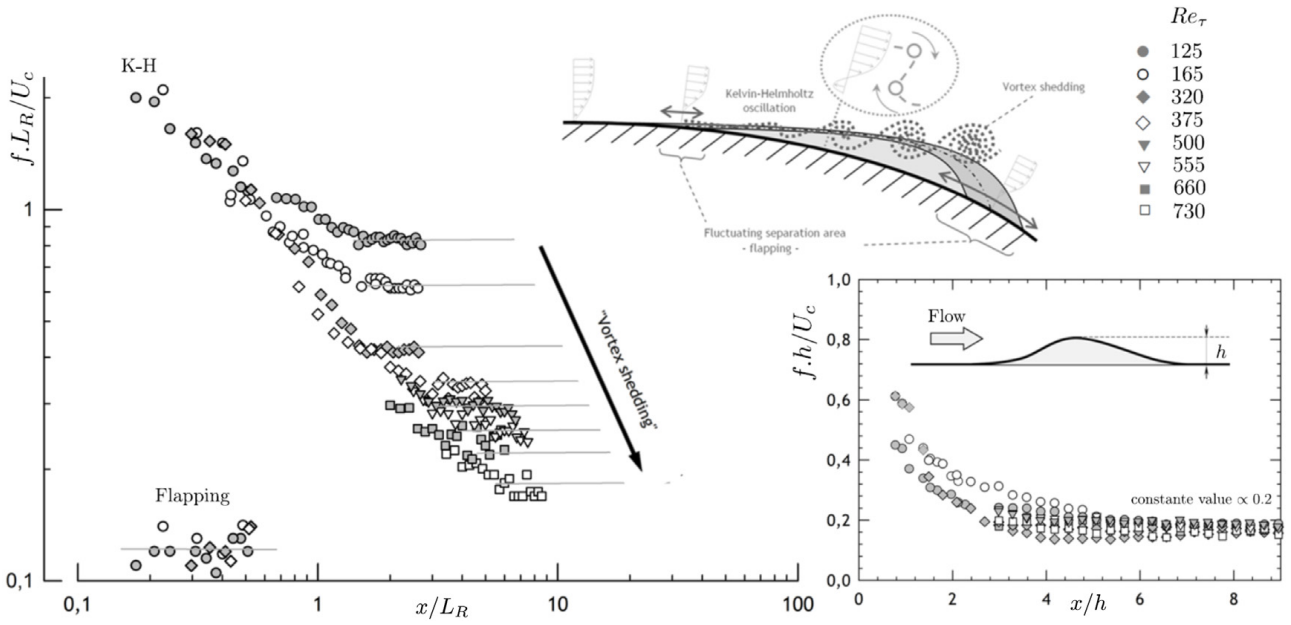


Figure 2.30 – Fréquences adimensionnées des pics spectraux en fonction de la distance au point de décollement. Les symboles représentent différents nombres de Reynolds mesurés en amont de la bosse. Tiré de [91].

Par ailleurs, Wu *et al.* [331] réalisent deux DNS de décollement et recollement de couche limite sur une plaque plane. Dans le premier calcul, une condition limite d'aspiration et soufflage est utilisée, alors que dans le deuxième, uniquement une condition d'aspiration est considérée. Les bulles de recirculation sont donc très différentes en taille entre les deux calculs. Toutefois, les fréquences absolues associées au mode de détachement tourbillonnaire sont similaires, alors que la taille de la bulle de recirculation est différente de plus d'un facteur 2 entre les deux simulations. Wu *et al.* [331] suggèrent donc que l'adimensionnement de la fréquence en utilisant L_R et U_∞ n'est pas adapté. Il est également intéressant de noter que, pour des couches de mélange turbulentes, la fréquence basée sur l'épaisseur de vorticité est donnée par $St_\omega = 0.2 - 0.3$ [1, 82, 195, 305, 330]. Il faut aussi préciser que dans ce cas, il est souvent pris $U_1 = U_\infty$ et $U_2 = 0$ [305, 324].

Le troisième mode identifié est une instabilité absolue, appelé battement, et se caractérise par une oscillation basse fréquence de la couche cisaillée et de la bulle de recirculation, souvent appelée *breathing* ou *flapping* en anglais. Eaton et Johnston [87] suggèrent que ces oscillations sont dues à un déséquilibre entre la quantité de mouvement entraînée par la couche de mélange dans la zone de recirculation et celle injectée près de la zone de recollement. D'autre part, Heenan et Morrison [117] étudient ce mode pour un écoulement de marche descendante et suggèrent que ce mode est associé à une rétroaction des fluctuations de pression dans la zone de recollement qui sont convectées en amont. Des explications alternatives pour les écoulements de marche descendante se basent sur l'apparition et éclatement d'une deuxième bulle de recirculation au niveau du coin inférieur de la marche (par exemple dans [108]). D'après Wu *et al.* [331], ces différentes explications mettent en évidence que le phénomène lié à ce mode n'est toujours pas compris. Ils soulignent aussi qu'on ne sait pas si un phénomène particulier observé serait la cause ou la conséquence de l'oscillation de la bulle de recirculation. Par ailleurs, Wu *et al.* [331] utilisent la DMD (*dynamic mode decomposition*) pour montrer que ce mode est associé à des grandes structures cohérentes allongées dans la direction de l'écoulement (§2.5.1). Les auteurs suggèrent que la rupture périodique de ces structures peut être liée au battement. En ce qui concerne la fréquence de ce troisième mode, l'échelle de longueur adaptée pour adimensionner la fréquence semble être la longueur de recirculation L_R. Toutefois, le nombre de Strouhal correspondant semble varier selon la configuration de l'étude. Pour des écoulements où le décollement est provoqué par la géométrie on obtient $St = 0.08 - 0.2$ [60, 91, 156], alors que d'autres travaux donnent des valeurs significativement plus faibles avec $St = 0.01$ pour une bulle de recirculation sur une plaque plane [162, 195, 324]. Des écarts sont aussi observés entre Mohammed-Taifour et Weiss [195] et Wu

et al. [331] pour le cas sans soufflage dans les travaux de ce dernier, où $St \approx 0.4$. La raison pour un tel écart reste à ce jour inconnue, mais d'après Mohammed-Taifour et Weiss [196] cela pourrait être dû en partie à un effet du nombre de Reynolds ou du gradient de pression dans la zone de recollement. Des valeurs similaires à celles Mohammed-Taifour et Weiss [195] sont également obtenues pour un écoulement incompressible, transsonique et supersonique dans les travaux de Larchevêque [155].

Une oscillation à basse fréquence de la bulle de recirculation est observée aussi pour des écoulements d'interaction onde de choc/couche limite, où un décollement mince peut également être mis en jeu. Dans ce cas, l'oscillation se produit par un mouvement de l'onde de choc qui peut avoir des conséquences négatives importantes dans les applications industrielles [81, 85]. Différentes explications ont été proposées dans la littérature et concernent des perturbations de la couche limite en amont, des mécanismes acoustiques dans la bulle de recirculation ou la "respiration" de la bulle parmi d'autres [99]. De plus, des analyses de stabilité ont été faites dans la littérature, par exemple par Sartor *et al.* [249], qui utilisent la technique du résolvant dans un écoulement transsonique. Une explication est proposée par Sandham [244] selon laquelle le comportement en basse fréquence est la réponse de l'écoulement décollé au bruit existant dans l'écoulement, où l'onde de choc joue le rôle d'un filtre passe-bas. Concernant le cas d'un décollement subsonique, des études de stabilité pour analyser les phénomènes de basse fréquence ont été réalisées dans des écoulements avec un décollement laminaire (par exemple dans [47, 217]), où il apparaît que le mode de battement pourrait être dû à une interaction non-linéaire de deux modes non-normaux. On trouve également des études de stabilité incluant la dynamique basse fréquence des décollements pleinement turbulents pour des configurations différentes, mais dont certaines caractéristiques restent similaires, comme par exemple la récente étude de décrochage d'un profil d'aile de Busquet *et al.* [31].

2.5.4 Tensions de Reynolds

On présente sur la figure 2.31 l'évolution des tensions de Reynolds pour une couche limite turbulente qui décolle et recolle sur une plaque plane. Le comportement varie selon les différentes tensions de Reynolds. Près du décollement, les niveaux de toutes les tensions normales augmentent significativement dans la zone externe, accompagnés d'une diminution importante dans la zone interne. Dans le cas de la tension croisée, une augmentation des niveaux a également lieu lorsqu'on s'approche du décollement, comme le montrent aussi les résultats de Na et Moin [202] et de Abe [1]. La différence principale concerne la position de la valeur maximale de chacune des tensions de Reynolds. En effet, pour $\langle u'^2 \rangle$ et $\langle w'^2 \rangle$ celle-ci se localise dans la zone de décollement, alors que pour $\langle v'^2 \rangle$ et $-\langle u'v' \rangle$ on l'observe vers la zone de recollement [1, 195, 202]. Le comportement des tensions de Reynolds dans la zone de recollement et dans la zone de redéveloppement sera détaillé dans la section §2.5.6.

2.5.5 Bilan d'énergie cinétique turbulente

On s'intéresse dans cette section à l'impact du décollement sur le bilan d'énergie cinétique turbulente. En raison de la présence du décollement, les hypothèses de couche limite ne sont plus valables dans la totalité de l'écoulement. C'est pourquoi on rappelle ensuite l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente complète (sans application des hypothèses de couche limite comme dans (1.39)) [58] :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \underbrace{\langle u_j \rangle \frac{\partial k}{\partial x_j}}_{-\text{Advection}} = \underbrace{-\langle u_i' u_j' \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j}}_{\text{Production}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\left(-\frac{1}{2}\langle u_i' u_i' u_j' \rangle\right)}_{\text{Diffusion turbulente}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}\left(-\frac{1}{\rho}\langle p' u_j' \rangle\right)}_{\text{Diffusion fluctuations pression}} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 k}{\partial x_i \partial x_i}}_{\text{Diffusion visqueuse}} - \underbrace{\nu \left\langle \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right\rangle}_{\text{Pseudo-dissipation}}. \tag{2.25}$$

Ce bilan est représenté sur la figure 2.32 pour une couche limite sur une plaque plane avec décollement et recollement. La production d'énergie cinétique turbulente augmente significativement dans la zone

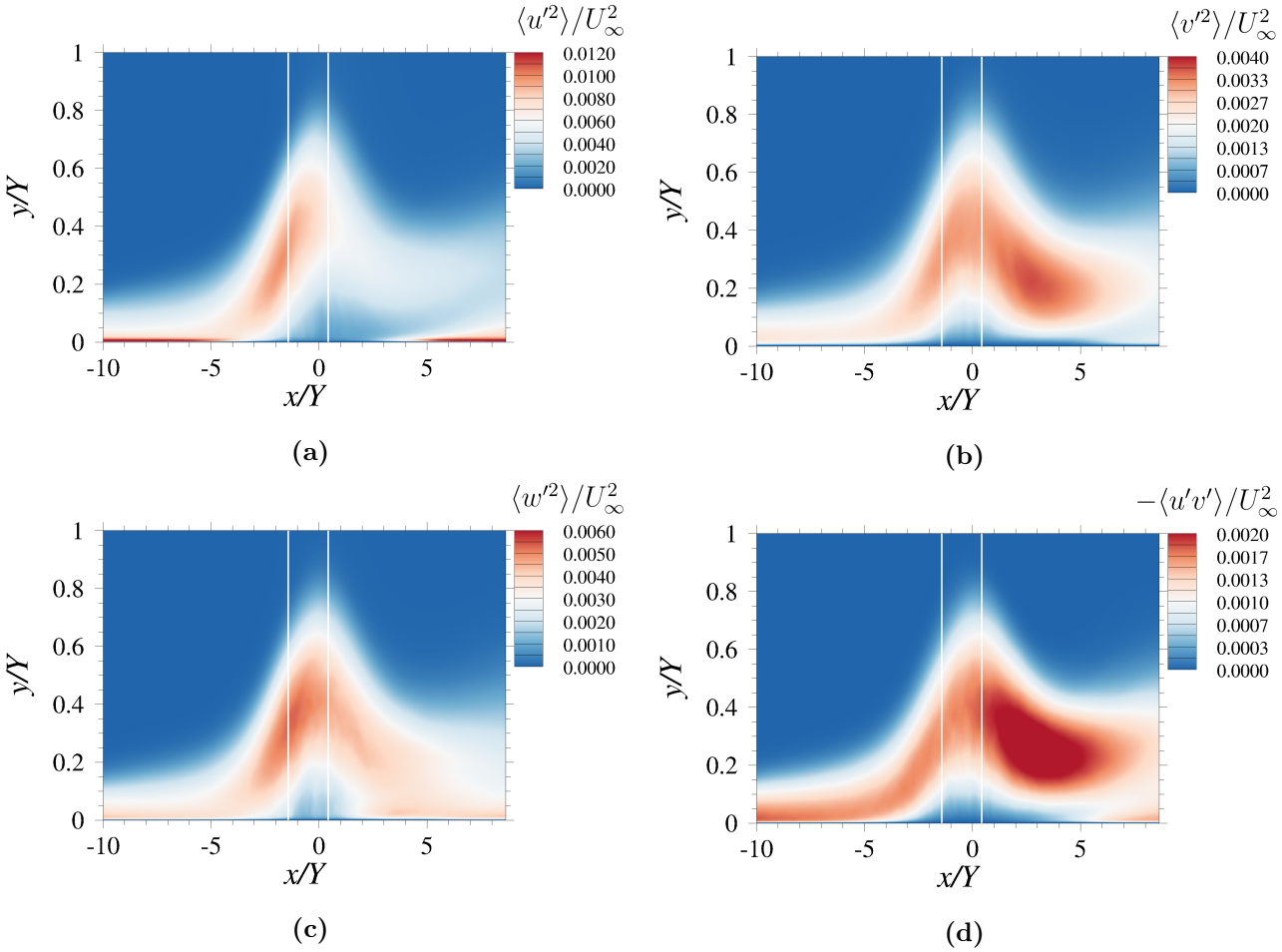


Figure 2.31 – Champ des tensions de Reynolds dans une bulle de recirculation turbulente issu d'un calcul DNS. (a) $\langle u'^2\rangle/U_\infty^2$; (b) $\langle v'^2\rangle/U_\infty^2$; (c) $\langle w'^2\rangle/U_\infty^2$; (d) $-\langle u'v'\rangle/U_\infty^2$. Ici Y correspond à la hauteur du domaine de calcul. Les lignes verticales blanches représentent la position des points de décollement et de recollement. Figures réalisées à partir des données du calcul DNS de [54].

externe de la couche limite en amont du décollement en raison du gradient de pression adverse (voir §2.3.4). Coleman *et al.* [54] affirment que l'évolution du champ d'énergie cinétique turbulente est principalement pilotée par le déséquilibre entre les termes de production, de dissipation et de diffusion turbulente, en accord avec les observations d'autres travaux [18, 202]. Le terme de diffusion liée aux fluctuations de pression agit uniquement très de la paroi, comme dans le cas d'une couche limite attachée en gradient de pression nul (§1.3.5) ou non nul (§2.3.4). De même, le terme de diffusion visqueuse se comporte de façon similaire au cas de couche limite à gradient de pression nul, n'agissant qu'au niveau du pic interne de production et très près de la paroi [202]. Le terme de diffusion turbulente transporte de l'énergie autant vers la paroi que vers la zone externe de la couche limite, à partir des zones de production. Ce terme est spécialement important dans la zone externe, où il devient le principal contributeur au variations d'énergie cinétique turbulente dans la zone à gradient de pression adverse, et surtout dans la zone de gradient de pression favorable, proche de la zone de recollement.

Il est également intéressant de noter l'importante augmentation de la production en amont du décollement et au niveau de celui-ci à cause du gradient de pression adverse présent, alors que dans la zone de recirculation la production est très faible et le transport turbulent est compensé par la dissipation [18, 202, 272]. De plus, dans la zone de recollement les niveaux de production sont plus faibles. En revanche, le déséquilibre entre production et dissipation est plus intense que dans la zone de décollement, à cause d'une importante diminution de la dissipation dans la zone de recollement. Ce comportement est également observé dans les résultats DNS de Na et Moin [202].

Très près de la paroi dans la zone de recirculation, le terme de diffusion liée aux fluctuations de

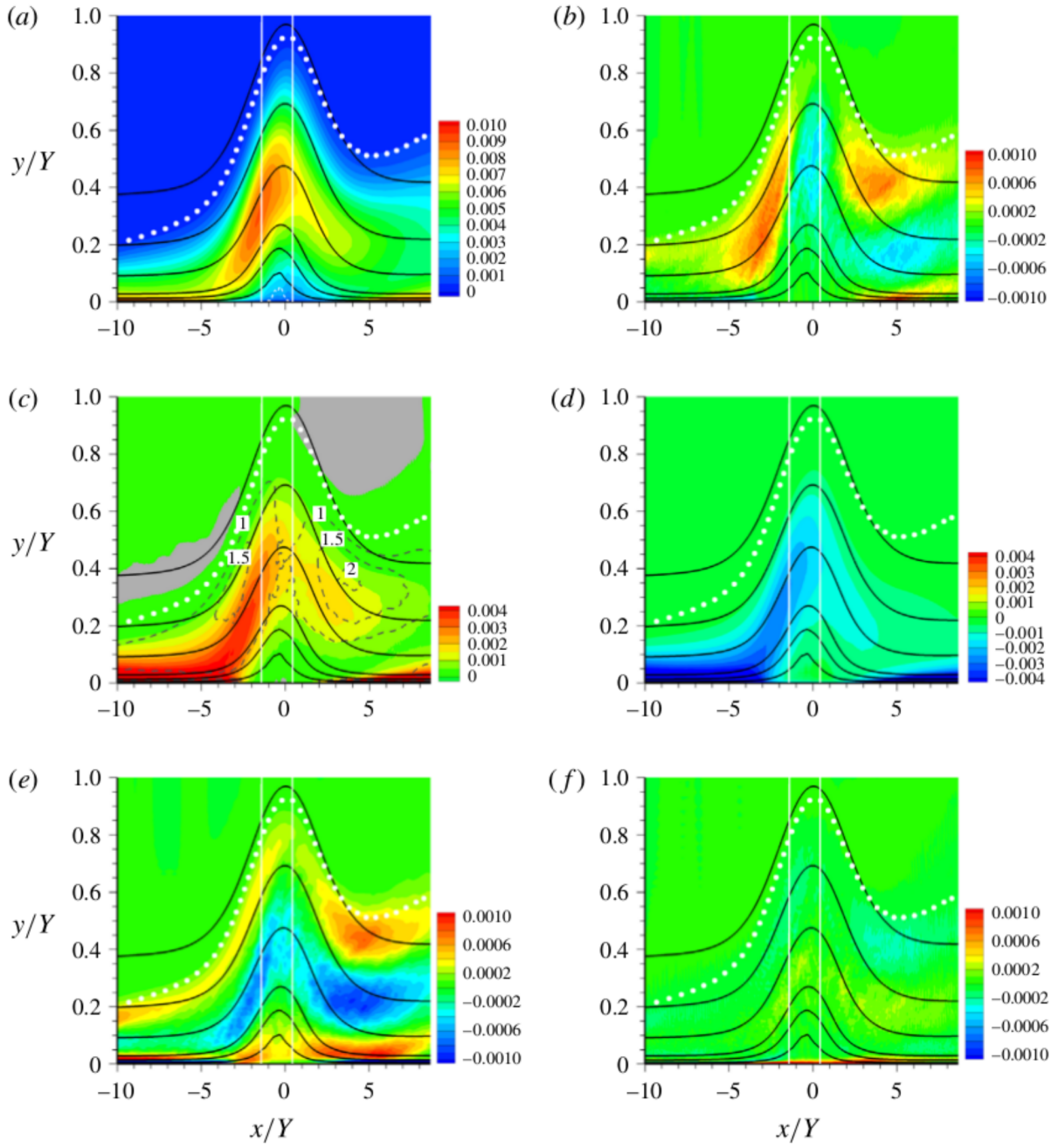


FIGURE 2.32 – Bilan d'énergie cinétique turbulente pour un décollement et recollement de couche limite issu d'un calcul DNS à $Re_\theta = 3121$. (*a*) Énergie cinétique turbulente, $k = \frac{1}{2}\langle u_i' u_i' \rangle$; (*b*) (moins) advection, $\langle u \rangle \frac{\partial k}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial k}{\partial y}$; (*c*) production, $P = -\langle u_i' u_j' \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j}$; (*d*) (moins) pseudo-dissipation, $-\epsilon' = -\nu \left\langle \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right\rangle$; (*e*) diffusion turbulente, $\frac{\partial}{\partial x_j}\left(-\langle \frac{1}{2} u_i' u_i' u_j' \rangle\right)$; (*f*) diffusion liée aux fluctuations de pression, $\frac{\partial}{\partial x_j}\left(-\frac{1}{\rho}\langle u_j' p' \rangle\right)$. Lignes continues : lignes de courant du champ moyen. Lignes verticales blanches : position des points de décollement et de recollement. Symboles blancs : frontière de la couche limite (consulter [54] pour les détails). Ligne blanche discontinue en (*a*) : ligne de courant de vitesse moyenne nulle. Lignes discontinues en (*c*) : contours de $P/\epsilon' = 1$, 1.5 et 2. Zones grises en (*c*) : $P < 0$ (valeur minimale -7×10^{-5}). L'énergie cinétique turbulente est adimensionnée par U_∞^2 et les autres termes par U_∞^3/Y ; où Y correspond à la hauteur du domaine de calcul. Tiré de [54].

pression devient plus important que dans les bilans de couche limite attachée. Ce terme s'ajoute à la diffusion visqueuse, et tous les deux sont compensés par la dissipation [18, 54, 161]. Il est important de noter que dans les bilans de Bentaleb *et al.* [18], ce terme ne semble pas s'annuler au niveau de la

paroi. Toutefois, pour un écoulement incompressible, ce terme peut être réécrit comme $-\left\langle \frac{u'_j}{\rho}\frac{\partial p'}{\partial x_j}\right\rangle$, et doit donc être nul à la paroi à cause de la condition d'adhérence. Cette inconsistance pourrait résulter de la technique employée pour l'évaluation de ce terme.

Le comportement du bilan d'énergie cinétique turbulente a été présenté pour le cas d'un décollement de couche limite (et recollement) sur une plaque plane. Toutefois, d'autres configurations ont été aussi étudiées dans la littérature, dans lesquelles quelques différences peuvent être observées. En particulier, Bentaleb *et al.* [18] s'intéressent au décollement et recollement d'une couche limite sur une marche descendante arrondie. Contrairement au cas de bulle de recirculation sur une plaque plane, le maximum d'énergie cinétique turbulente a lieu plus près de la zone de recollement que de la zone de décollement. Des différences sont également observées pour le ratio P/ϵ (ϵ représente la dissipation d'énergie cinétique turbulente), où le maximum se situe immédiatement en aval du décollement avec des valeurs supérieures à 3 et des valeurs plus faibles sont obtenues dans la zone de recollement.

2.5.6 Recollement et relaxation de la couche limite

La section précédente a mis en évidence l'important déséquilibre que le décollement provoque dans la turbulence. Un excès de production de turbulence a lieu au niveau de la couche de mélange et une importante diminution est observée dans l'écoulement de retour, si bien que la turbulence présente à cet endroit résulte d'un transport depuis la couche de mélange [161, 202, 270]. Les grandes structures cohérentes présentes dans la couche de mélange sont convectées en aval et sont responsables d'un déséquilibre de la turbulence dans la couche limite se redéveloppant en aval de la zone de recollement [7, 161, 202, 331].

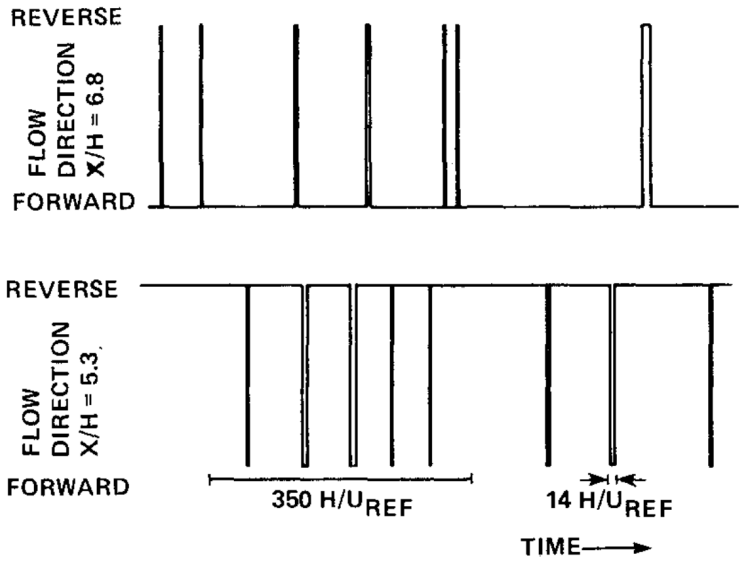


Figure 2.33 – Enregistrements instantanés de la direction de l'écoulement près de la paroi en deux points de la zone de recollement. Tiré de [82].

Il a été montré dans la section §2.5.1 que le comportement de la ligne de décollement et de recollement est assez différent (voir figure 2.27), où la deuxième présente une forme moins sinueuse. Depuis plusieurs décennies, il a été identifié que la ligne de recollement (ainsi que la ligne de décollement) n'est pas fixe, mais oscille au cours du temps à cause du mode de battement [82, 86] (§2.5.3). Ceci est illustré sur la figure 2.33 ; on peut ainsi avoir une zone de recollement pour le champ moyen où l'écoulement instantané peut être orienté dans la direction de l'écoulement ou bien dans la direction opposée (écoulement retourné). De plus, on rappelle qu'il a été observé dans la littérature un retard dans le redéveloppement des Streaks dans la zone interne de la couche limite et que ces structures jouent un rôle fondamental pour la dynamique de la turbulence pariétale (§1.4.1.4). Par conséquent, en aval du recollement, ce retard dans le redéveloppement des Streaks ainsi que l'excès de turbulence

associé aux grandes structures présentes dans la zone externe provenant de la couche de mélange sont probablement les causes du déséquilibre de la couche limite.

Dans les études de relaxation vers des conditions de quasi-équilibre[7] d'une couche limite turbulente perturbée, il a été montré que la zone interne récupère plus rapidement les caractéristiques des conditions de quasi-équilibre que la zone externe [52, 180, 246, 253, 302]. Ceci est en général également applicable pour le redéveloppement de la couche limite en aval du recollement, comme illustré sur la figure 2.34 et observé dans [161, 202, 273, 282] parmi d'autres. Il faut noter que Alving et Fernholz [7] et Castro et Epik [36] affirment que, au contraire, le retour vers les conditions de quasi-équilibre doit se faire plus rapidement pour la zone externe que pour la zone interne. Par ailleurs, dans la zone de redéveloppement on observe l'apparition d'une loi logarithmique dans le profil de vitesse moyenne mais dont les niveaux restent en dessous de ceux de la loi logarithmique classique pour des couches limites turbulentes à gradient de pression nul. Autrement dit, les valeurs des constantes de la loi logarithmique classique (1.31), κ et $\mathcal{B}$ ne sont pas encore récupérées. Ceci est la conséquence des grandes structures cohérentes présentes dans la zone externe de la couche limite [29, 40, 144].

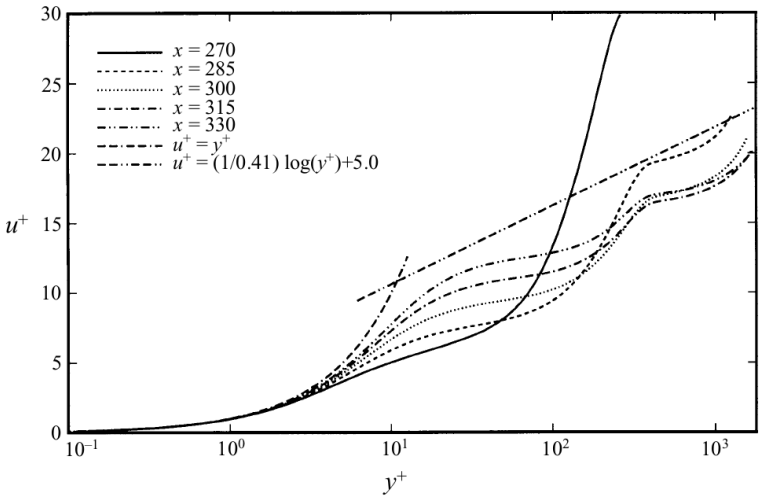
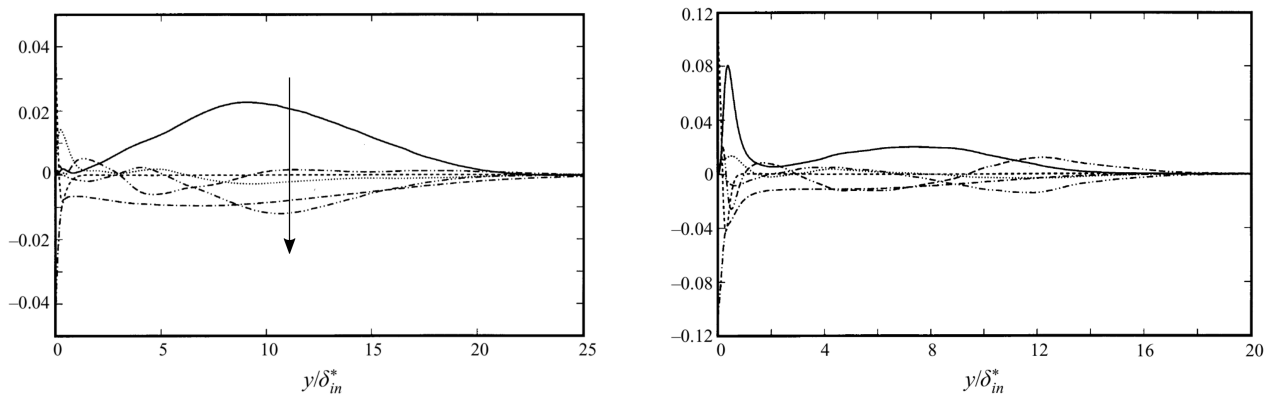


FIGURE 2.34 – Profils de vitesse moyenne d'un calcul DNS après recollement d'une couche limite turbulente sur une plaque plane. Tiré de [202].

Les grandes structures cohérentes observées dans la zone externe de la couche limite dans la région de redéveloppement restent présentes pendant un certain temps, mais ne vont pas augmenter en taille. En effet, la production et les transferts de turbulence tendent vers les profils observés dans des conditions de quasi-équilibre, ce qui fait que l'énergie fournie à ces structures ne leur permet pas de croître davantage. Le bilan d'énergie cinétique turbulente est représenté sur la figure 2.35a dans la zone de recollement et en aval de celle-ci sur la figure 2.35b. Au recollement, dans la zone externe la production est le terme dominant, compensé par l'advection et la dissipation, et dans la zone interne les termes les plus importants sont la diffusion visqueuse, la diffusion liée aux fluctuations de pression et la dissipation. Des résultats qualitativement similaires sont observés par Le *et al.* [161] pour un écoulement sur une marche descendante. Le bilan dans la zone de redéveloppement (figure 2.35b) met en évidence la relaxation de la couche limite, puisqu'on retrouve des caractéristiques du bilan pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul. Toutefois, dans la zone externe l'influence de la couche de mélange est toujours présente à la station montrée.

En ce qui concerne les tensions de Reynolds, leur comportement peut varier dans la zone de recollement selon le type d'écoulement étudié. La figure 2.31 montre le champ des tensions de Reynolds dans le cas d'un décollement et recollement d'une couche limite turbulente sur une plaque plane. D'après Na et Moin [202], pour le recollement, la valeur maximale pour chacune des tensions a lieu dans la zone de redéveloppement, en aval du point de recollement. Toutefois, dans la DNS de Coleman *et al.* [54] dont les résultats sont représentés sur la figure 2.31, ceci n'est pas observé pour $\langle u'^2 \rangle$. Une fois cette valeur

7. Le lecteur est invité à consulter le chapitre 3 pour plus de détails à ce sujet.



(a) **(b)**

FIGURE 2.35 – Bilan d'énergie cinétique turbulente pour un calcul DNS d'un décollement et recollement de couche limite sur une plaque plane. (a) : zone de recollement ($x/\delta^*_{in} = 270$). (b) : zone de redéveloppement en aval du recollement ($x/\delta^*_{in} = 320$). Suivant la flèche dans (a) les termes correspondants sont : production, diffusion turbulente, diffusion visqueuse, diffusion liée aux fluctuations de pression, dissipation et advection. Adapté de [202].

maximale atteinte (lorsqu'elle existe), les niveaux des tensions rediminuent dans la zone de relaxation. Ce comportement a été également observé dans des études plus récentes comme par exemple dans celle de Abe [2] pour la tension croisée de Reynolds. Il est intéressant de noter que la valeur maximale de $-\langle u'v'\rangle$ et $\langle v'^2\rangle$ observée dans la zone de redéveloppement correspond au maximum absolu atteint par ces tensions dans l'écoulement. Les tensions normales $\langle u'^2\rangle$ et $\langle w'^2\rangle$, au contraire, atteignent leur valeur maximale dans la zone de décollement. De plus, dans la zone de recollement, le pic interne de $\langle u'^2\rangle$, absent dans la zone de recirculation, apparaît à nouveau, ce qui est lié au redéveloppement des Streaks proches paroi. Dans le calcul de marche descendante de Le *et al.* [161], le comportement des tensions de Reynolds dans la zone de recollement et de redéveloppement n'est pas exactement le même. En effet, la tension croisée de Reynolds semble diminuer directement en aval de la zone de recollement. Par ailleurs, la relaxation des tensions de Reynolds ne se réalise pas au même rythme. En particulier, il a été observé dans la littérature que les profils de $\langle u'^2\rangle$ sont semblables à ceux en conditions de quasi-équilibre plus rapidement que dans le cas de $\langle v'^2\rangle$ et $\langle u'v'\rangle$ [7, 36, 281, 282, 306].

Points clés :

- Difficultés pour **isoler les effets du gradient de pression** sur la couche limite turbulente :
  - ⋆ **Impossibilité** de définir les conditions d'**auto-similitude** pour la totalité du profil de couche limite **turbulente** → on définit des conditions de **quasi-équilibre**.
  - ⋆ Les conditions de quasi-équilibre sont **très spécifiques** → pas représentatives des toutes les applications industrielles.
  - ⋆ Évolution d'une couche limite **perturbée** en gradient de pression : **retour** vers solution de **référence** ? → Chapitre 3.
- Modification du profil de vitesse moyenne par le gradient de pression adverse (APG) :
  - ⋆ **Augmentation** de la zone de sillage, **diminution** de la zone logarithmique avec modification de κ et $\mathcal{B}$, comportement **quadratique** dans la sous-couche visqueuse, loi en **racine carrée** dans la zone externe.
  - ⋆ Apparition de **points d'inflexion** (jusqu'à 3).
- Effet sur les tensions de Reynolds :
  - ⋆ Apparition d'un **pic externe** → activité turbulente augmentée dans la zone externe.
  - ⋆ **Augmentation** légère des niveaux dans la **zone interne** pour un **APG modéré**.
  - ⋆ **Disparition** du pic interne pour un **APG intense**.
- Impact sur le bilan d'énergie cinétique turbulente en APG :
  - ⋆ Augmentation de la **production** dans la **zone externe** → **pic externe** vers le milieu de la couche limite **contributeur majeur** à la production.
  - ⋆ **Transport** d'énergie cinétique turbulente **vers la paroi** depuis le pic externe.
- Effet d'un APG sur les structures cohérentes :
  - ⋆ Augmentation de l'**espacement** transverse entre les Streaks pour un APG.
  - ⋆ **Pic externe** de $\langle u'^2 \rangle$ dû au APG vers $(y \approx 1.2 - 1.4\delta_1, \lambda_x \approx 2 - 3\delta)$ → ne se situe pas au centre de la zone logarithmique et ne correspond pas au pic des superstructures.
  - ⋆ Augmentation de la **modulation** des petites structures dans la zone interne par les grandes structures.
  - ⋆ Impact du APG sur les **tailles caractéristiques** des structures reste **peu clair**.
  - ⋆ Augmentation de l'**inclinaison** des structures avec le gradient de pression.
- Séparation des effets grand Reynolds et APG :
  - ⋆ **Différent** pic externe (en position et λ_x) : position **indépendante du Reynolds** (en y/δ_1) et $\lambda_x \approx 2 - 3\delta$ pour le pic dû au **APG**.
  - ⋆ En APG augmentation de la **contribution des petites échelles** à $\langle u'^2 \rangle$ et augmentation des niveaux dans la **zone interne** de $\langle v'^2 \rangle$ et $-\langle u'v' \rangle$.
- **Disparition** des Streaks dans un **décollement** et **réapparition** en aval → comportement différent des lignes de décollement et de recollement.
- Nature **instationnaire** du **décollement mince turbulent** :
  - ⋆ Mécanisme associé au mode de **battement** (basse fréquence) toujours **inconnu** → *e.g.* possibilité d'influence d'une instabilité de Görtler (étude récente [331]), explications proposées dans la littérature pour d'autres types d'écoulements décollés à l'aide des **analyses de stabilité**.
  - ⋆ Différences dans la littérature concernant l'**adimensionnement** des fréquences du mode de **détachement tourbillonnaire**.
- Différences selon la **configuration** pour l'évolution de $-\langle u'v' \rangle$, k et P/ϵ.
- Études numériques limitées à des **nombres de Reynolds modérés** → Chapitres 5 et 6.
- **Persistance** des **grandes structures** de la couche de mélange dans la **zone externe** → importance d'une bonne prévision de la zone externe dans les simulations numériques → Chapitres 4, 5 et 6.

Chapitre 3

Étude des effets de sensibilité aux conditions aux limites amont des couches limites

3.1 Article : Effects of upstream perturbations on the solution of the laminar and fully turbulent boundary layer equations with pressure gradients 76

3.2 Points clés 94

Ces travaux de thèse visent à étudier la turbulence pariétale à l'aide des simulations numériques. On présente dans le chapitre 4 les enjeux ainsi que différentes approches existant pour la simulation d'écoulements turbulents. Certaines approches vont résoudre (complètement ou partiellement) la turbulence et nécessitent des conditions d'entrée turbulentes. Toutefois, les fluctuations injectées ne représentent pas la turbulence à la perfection et les défauts résultants persistent sur une certaine distance en aval de l'injection. Dans cette thèse, l'accent est mis sur les effets de gradient de pression dans les couches limites turbulentes. Cependant, il est impératif de s'assurer du comportement des imperfections liées aux conditions d'entrée turbulentes en présence d'un gradient de pression, pour éviter une dépendance des résultats par rapport à ces imperfections non désirées. Une revue bibliographique a montré certaines incohérences par rapport à l'évolution des perturbations dans une couche limite en présence d'un gradient de pression adverse. Notamment, Kundu *et al.* [150] affirment que l'effet d'une perturbation ne disparaît pas, ce qui est en contradiction avec d'autres travaux, comme par exemple ceux de Chen et Libby [44].

Dans le but d'éclaircir ce point, une étude de couches limites laminaires et pleinement turbulentes en présence de gradients de pression est présentée par la suite. Le profil de vitesse moyenne de la couche limite est perturbé en entrée du domaine afin de voir l'évolution de cette perturbation. Les simulations sont réalisées à l'aide du code de calcul CLICET [10] qui résout les équations de couche limite compressibles en utilisant l'approche RANS et une discrétisation spatiale de type volumes finis. La simplification des équations RANS à l'aide des hypothèses de couche limite permet d'obtenir les solutions des calculs de façon quasi-instantanée pour un développement sur de très grandes plages de nombres de Reynolds. La modélisation de la turbulence se fait à l'aide de l'hypothèse de Boussinesq et de modèles à viscosité turbulente. Le code CLICET a été utilisé dans d'autres études, par exemple par Aupoix et Spalart [11] pour la modélisation des effets de rugosité et par Renard et Deck [233] dans leur étude de décomposition du frottement. La rapidité d'obtention des solutions permet de réaliser

des études avec de nombreuses intensités de perturbations et de nombreux gradients de pression. Par ailleurs, plusieurs modèles de turbulence sont considérés afin de réduire l'incertitude liée à la modélisation RANS. Un autre point important est la possibilité d'atteindre des nombres de Reynolds qui seraient prohibitifs même en approche WMLES (voir le chapitre 4), voire en RANS sans les simplifications issues des hypothèses de couche limite. Les résultats obtenus ont permis la publication d'un article de journal qui est présenté par la suite [311].

3.1 Article : Effects of upstream perturbations on the solution of the laminar and fully turbulent boundary layer equations with pressure gradients

Physics of Fluids ARTICLE scitation.org/journal/phf

Effects of upstream perturbations on the solution of the laminar and fully turbulent boundary layer equations with pressure gradients

Cite as: Phys. Fluids 31, 125103 (2019); doi: 10.1063/1.5125496
Submitted: 30 August 2019 • Accepted: 6 November 2019 •
Published Online: 4 December 2019

View Online Export Citation CrossMark

J. Vaquero, N. Renard,[a] and S. Deck

AFFILIATIONS

ONERA, The French Aerospace Lab, 8 Rue des Vertugadins, F-92190 Meudon, France

[a]Electronic mail: nicolas.renard@onera.fr.

ABSTRACT

The aim of this work is to contribute to the understanding of sensitivity of boundary layers to the upstream boundary condition and history effects for both laminar and fully turbulent states in equilibrium conditions as well as some nonequilibrium turbulent boundary layers. Solutions of the two-dimensional boundary layer equations are obtained numerically for this study together with the Reynolds-averaged Navier-Stokes approach for turbulence modeling. The external pressure gradient is imposed through an evolution of the external velocity of the form $U_e \propto (x - x_0)^m$, and boundary layers are initialized from a profile giving a perturbed shape factor. It is found that laminar boundary layers require very long distances for convergence toward the nondisturbed profiles in terms of the initial boundary layer thickness ($\sim 10^4 \delta_{in}$) and that this distance is dependent on m. In turbulent boundary layers, much shorter distances, although still large ($\sim 10^2 \delta_{in}$), are observed and they are also dependent on m. The maximum adverse pressure gradient for which convergence to a reference solution is possible is also studied finding that there is no limit for attached laminar boundary layers, whereas turbulent boundary layers do not converge once they are out of equilibrium. The convergence distances in turbulent boundary layers are also studied in terms of the turnover length (δU_e^+) because it has been shown to be more appropriate to refer the convergence distance to this length rather than the boundary layer thickness. The values for convergence using this criterion are extended to pressure gradient boundary layers. Moreover, an equivalent criterion is proposed and studied for laminar boundary layers based on the viscous characteristic time.

Published under license by AIP Publishing. https://doi.org/10.1063/1.5125496

I. INTRODUCTION

When a boundary layer experiences a deviation from its reference or canonical state, the consequent effects persist during the development of the boundary layer and may diminish until they disappear farther downstream. These perturbations may be introduced either intentionally or accidentally, but, in any case, significant effects on the development of the boundary layer are observed. Intentional introduction of perturbations is found in the triggering of laminar-to-turbulent transition, which is very often used, for instance, in experimental studies of turbulent boundary layers due to the limited physical space.[1] In numerical experiments of turbulent boundary layers, different methods to accelerate the appearance of the turbulent state are commonly considered to reduce the computational effort.[2] The impact of upstream perturbations on the downstream development of the boundary layer has been commonly referred to as history effects.[3–6] Such effects may substantially modify the development of the boundary layer, and therefore it becomes essential to study whether the perturbed boundary layer will evolve toward a canonical state and, if it is the case, the way in which such evolution takes place. The aim of the present work is to study how upstream perturbations of the boundary layer impact the solution of the boundary layer equations in laminar and fully turbulent conditions in the presence of pressure gradients unchanged by the perturbation. It is important to point out that perturbations in this work are considered to apply directly to the upstream boundary layer profile, but other types of perturbations may exist, for instance, in the external velocity distribution (and hence in the pressure gradient distribution).[7] Due to the parabolic nature of the steady-state boundary layer equations, the upstream boundary condition effects could be regarded as initial condition effects, whereas the external velocity distribution may be regarded as a boundary condition.

Published under license by AIP Publishing

A canonical boundary layer can be considered when self-similarity is reached. This means that there is no evolution of the boundary layer profile in the streamwise direction when scaled with the proper parameters. Falkner and Skan[8] showed that such a solution is possible in pressure-gradient laminar boundary layers as soon as the external velocity follows the law $U_e \propto x^m$, with a minimum value $m \approx -0.0904$ corresponding to the zero friction coefficient (boundary layer separation).[9,10] In the case of turbulent boundary layers, self-similarity in the whole profile is not possible (except in the case of the sink flow) because of the separation of scales between the inner and the outer layer. However, Clauser[3] suggested that boundary layers could be obtained in near-equilibrium conditions if the ratio between the pressure gradient and wall-shear forces is constant during the evolution of the boundary layer, provided that a proper length scale is considered for the pressure gradient forces. Near-equilibrium conditions allow for a collapse of the velocity defect profile in the outer layer, which is much bigger than the inner layer, all the more so as the Reynolds number is important. In his later work, Clauser[11] defined properly the previous ratio as $\beta = (\delta_1/\tau_w)\mathrm{d}P_e/\mathrm{d}x$. In this definition, $\tau_w = \mu(\partial\langle u\rangle/\partial y)_{y=0}$ is the mean wall-shear stress, P_e is the external static pressure, and δ_1 is the displacement thickness. The streamwise coordinate and velocity component are x and u, respectively, μ is the dynamic viscosity, y is the wall-normal coordinate defined such that it vanishes at the wall, v is its corresponding velocity component, $\langle\cdot\rangle$ refers to the Reynolds average, and the subscript "w" refers to the wall. Clauser[3] suggested that β as well as the parameter G should be invariant in the streamwise direction for near-equilibrium turbulent boundary layers. The latter variable is defined as

$$G = \frac{\int_0^\infty \left(\frac{U_e - \langle u\rangle}{u_\tau}\right)^2 \mathrm{d}y}{\int_0^\infty \left(\frac{U_e - \langle u\rangle}{u_\tau}\right) \mathrm{d}y} = \frac{H-1}{H\left(\frac{C_f}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}, \tag{1}$$

where C_f is the friction coefficient given by $C_f/2 = \tau_w/(\rho_w U_e^2)$, with ρ being the density, and u_τ is the friction velocity defined such that $\tau_w = \rho_w u_\tau^2$, and $H = \delta_1/\theta$ is the shape factor defined as the ratio between the displacement and the momentum thicknesses δ_1 and θ, respectively. The upper limits of the integrals in Eq. (1) are taken as infinity because the boundary layer hypothesis is considered to apply. These hypotheses imply that the streamwise length scale is much greater than the wall-normal length scale, and therefore $y \to \infty$ refers in fact to the edge of the boundary layer. This notation will be adopted from now on in the present work.

It is well-known that self-similarity is possible in laminar boundary layers in pressure gradient conditions when streamwise velocity profiles satisfy the Falkner-Skan equation[8] and that such profiles are obtained for outer streamwise velocity distributions given by $U_e \propto x^m$. Not much work is devoted to the study of history effects in laminar boundary layers, probably because of a larger importance of stability and laminar-to-turbulent transition studies. Gallo, Gnos, and Marvin[12] studied hypersonic laminar boundary layers in both favorable and adverse pressure gradient conditions and showed that history effects were relevant especially in the adverse pressure gradient case and nonsimilar terms were not found to be very important in boundary layers with weak pressure gradients, in accordance with the results of Marvin and Sinclair.[13] Serrin[14] and Peletier[15] studied the asymptotic evolution of a laminar boundary layer from an arbitrary initial profile in a favorable pressure gradient with an external velocity distribution $U_e(x)$ corresponding to that giving the solution of the Falkner-Skan equation. They showed that the boundary layer will always develop toward a solution of this equation. In adverse pressure gradient conditions, Chen and Libby[16] showed through linear theory that laminar boundary layers are spatially stable when developing from a slightly perturbed profile as long as the solution of the Falkner-Skan equation considered is that of the positive friction coefficient.[17]

Near-equilibrium conditions for turbulent boundary layers are possible for an external velocity distribution akin to that giving self-similar solutions in laminar boundary layers as demonstrated by Rotta,[18] Mellor and Gibson,[19] and Townsend[20] who obtained near-equilibrium conditions for $U_e \propto (x - x_0)^m$, where x_0 is a virtual origin. Rotta[18] and Townsend[20] also showed that self-preservation in turbulent boundary layers is only satisfied for the whole boundary layer profile in the case of the sink flow in a smooth wall which is obtained for $m = -1$ and $x < x_0$ [a negative constant must be included for $U_e(x)$]. In the present work, all the turbulent boundary layers are considered with $U_e \propto (x - x_0)^m$ and $x > x_0$ in a smooth wall and so the sink flow is not studied (which is a choice from the authors to limit the study to a coherent set of cases since sink flows and highly accelerated boundary layers are important research topics in themselves[21,22]). Contrary to self-similarity in laminar boundary layers, near-equilibrium is not possible for all the values of m leading to attached flow in turbulent boundary layers. Head[23] studied turbulent boundary layers in adverse pressure gradients with $U_e \propto (x - x_0)^m$ using a method based on integral quantities. He found that depending on the value of m, different initial conditions could either lead to a single equilibrium boundary layer, several states of equilibrium, or nonequilibrium. Schofield[24] revised the conclusions of Head studying turbulent boundary layers by means of the law of Perry and Schofield[25] for the velocity defect which is valid for moderate and intense adverse pressure gradients. He found that turbulent boundary layers in adverse pressure gradient conditions such that $m < -0.23$ can exist in two different states of equilibrium: one with a large velocity defect (high β and H) and another with a lower velocity defect (low β and H). The latter case is the one considered in the present work for adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers. This explains the lower values of the shape factor obtained by Clauser[3] and Lee[26] compared to the higher (close to separation) values of Stratford,[27] Mellor and Gibson,[19] or Kitsios *et al.*[28] for the same value of m. Besides, Schofield also found that near-equilibrium is not possible when $m < -0.3$ which is a threshold in accordance with the results of Head[23] and close to the value of $-1/3$ given by Townsend.[20] These two conclusions are also observable in the work of Clauser.[3]

Despite the numerous works studying zero-pressure-gradient turbulent boundary layers and the importance of the laminar-to-turbulent transition triggering either in experimental or numerical studies, not many works have detailed the evolution of the boundary layer from tripping conditions in order to ascertain the proper development of the boundary layer until recently.[29–31] Schlatter and Örlü[32] carried out a comparison of different direct numerical simulation (DNS) data of zero-pressure-gradient turbulent boundary layers, and they found important scatter in what should be canonical flows. In order to better understand the source of such disagreement,

Published under license by AIP Publishing

Schlatter and Örlü[30] performed the same numerical simulation as in the work of Schlatter and Örlü[32] but under different tripping conditions, and they compared them to the previous database. They showed that the collapse between different quantities of the flow requires some development length after transition takes place. An interesting finding in their work is that agreement between different simulations happens for $Re_\theta > 2000$ if tripping is made at $Re_\theta < 300$ ($Re_\theta = U_\infty \theta/\nu$, where U_∞ is the free-stream velocity, θ is the momentum thickness, and $\nu = \mu/\rho$ is the kinematic viscosity) showing that convergence requires a quite long range of Reynolds numbers which may be an issue for either experimental or numerical studies. In addition, their results suggest that the outer layer requires longer distances than the inner layer to achieve flow history independence, in accordance with the results of Clauser,[11] Marusic *et al.*,[31] and Sanmiguel Vila *et al.*,[33] for instance.

Marusic *et al.*[31] also studied the evolution of zero-pressure-gradient turbulent boundary layers with different tripping conditions but experimentally, thus reaching higher Reynolds numbers (up to $Re_\theta \sim 30\,000$) than direct numerical simulations.[30,34,35] Tripping rods with different geometries are used to trigger the transition to turbulence. For the different tripping conditions, convergence is always observed, although the distances to reach it, which are in the range of 130δ–200δ (δ is the boundary layer thickness), are dependent on the tripping device, a result observed by Sanmiguel Vila *et al.*[33] as well. The main discrepancies between their different experiments are found in the outer part of boundary layers, where more energetic structures develop when bigger rods are used, in accordance with the results of Sanmiguel Vila *et al.*[33]

Some recent works have been devoted to the identification of *well-behaved* turbulent boundary layers. This refers to boundary layers that reach a state free from history effects and tripping or inflow conditions. Chauhan, Monkewitz, and Nagib[36] studied zero-pressure-gradient turbulent boundary layers and showed that the use of the shape factor H, the wake factor Π, the ratio x/δ (where x is the distance from the virtual origin of the turbulent boundary layer in their work), and the time scale ratio Ω between the mean flow and the turbulence may be good criteria for the identification of canonical boundary layers. They also provided advises for well-documented experimental studies that are very useful for determining whether a given boundary layer reaches *well-behaved* conditions. Sanmiguel Vila *et al.*[33] applied the diagnostic-plot method[37] for zero-pressure-gradient turbulent boundary layers, which has the advantage of not relying on difficult measurements (for experimental studies) such as the friction velocity or other quantities related to the inner layer but only on measurements of the streamwise mean velocity and turbulence intensity in the outer layer at some arbitrary positions. Vinuesa *et al.*[6] suggested three different criteria to identify *well-behaved* turbulent boundary layers in adverse pressure gradient conditions depending on the history of the flow. The first one is suitable for constant-β flows and relies on empirical curves of C_f or H. The two other criteria are suggested for general evolutions of β as a function of Re_θ. From these two criteria, the first one is based on empirical C_f curves and the second one is based on the diagnostic plot modified with H. However, the latter criterion has the disadvantage of requiring profile measurements at some defined positions as well as the determination of the boundary layer thickness and the computation of the shape factor, contrary to that of Sanmiguel Vila *et al.*[33] for zero-pressure-gradient conditions.

Although global quantities such as the friction coefficient or the shape factor may be considered as good indicators for the state of the boundary layer,[36] more information about the impact of history effects may be obtained from other quantities. In particular, the mean streamwise velocity profiles and profiles of the streamwise turbulence intensity evidence a faster convergence of the inner layer with respect to the outer layer.[11,30,31,33] Some discrepancy has been observed regarding the profiles of the Reynolds shear stress and the wall-normal Reynolds normal stress as well as for higher order statistics. Castillo and Johansson[38] and Seo *et al.*[39] found a lower convergence speed for the wall-normal Reynolds normal stress and the Reynolds shear stress with respect to the mean streamwise velocity profile. However, this conclusion is not supported by the more recent work of Schlatter and Örlü.[30] Moreover, Marusic *et al.*[31] observed that the convergence speed is not dependent on the order of the statistics of the streamwise velocity, contrary to Smits and Wood,[7] and the results from Sanmiguel Vila *et al.*[33] do not seem to show a difference in the convergence speeds between the streamwise turbulence intensity and the streamwise mean velocity profiles either.

Despite the works focusing on the identification of *well-behaved* boundary layers, the definition of a proper convergence distance from upstream conditions in boundary layers is still an open question.[5,31] In the early works, some discrepancies have already been obtained. For instance, according to Herring and Norbury,[40] Jones and Launder,[41] or Inman and Bradshaw,[42] distances of about 30 boundary layer thicknesses are required to obtain equilibrium conditions in favorable-pressure-gradient turbulent boundary layers. However, Clauser[11] found that, for tripping zero-pressure-gradient boundary layers, longer distances are required to obtain a canonical boundary layer and that these distances, which are of about a 100 boundary layer thicknesses, are mainly due to the recovery of the outer layer, similar to the work of Schlatter and Örlü[30] or Marusic *et al.*[31] Bobke *et al.*[5] compared several turbulent boundary layers with different flow histories in adverse pressure gradients, showing the importance of such effects when comparing at matched nondimensional parameters (β and $Re_\tau = \delta u_\tau/\nu$). A boundary layer subjected to a sudden pressure gradient such that β increases from zero to a given value shows less impact of the pressure gradient on its mean velocity and streamwise turbulence intensity profiles than a boundary layer subjected to an approximately constant β at about the same value as that of the first boundary layer. In other words, this shows that history effects are essential in the impact of the pressure gradient on the boundary layer. Bobke *et al.* also found that a boundary layer developing with a smooth evolution of $\beta(x)$ collapses to a constant-β boundary layer of a similar value of β to that of the first boundary layer, $\beta(x)$, at a distance of about $7\overline{\delta}_{99}$, being $\overline{\delta}_{99}$ the mean boundary layer thickness defined such that $\langle u \rangle = 0.99U_e$. Simens *et al.*[43] rather suggested the use of the turnover length L_{TO} to characterize the convergence from history effects. It is defined as the distance traveled by a large eddy of size $O(\delta)$ during a turnover time (δ/u_τ) convected by a velocity of about U_e. Based on this idea, Sillero *et al.*[34] suggested the variable $\tilde{x}_T$

$$\tilde{x}_T = \int_{x^*}^{x} \frac{\mathrm{d}x}{L_{TO}} = \int_{x^*}^{x} \frac{\mathrm{d}x}{\delta U_e^+} \tag{2}$$

(where $U_e^+ = U_e/u_\tau$ and x^* denotes the beginning of the streamwise extent considered which may be the inflow position or a location

Published under license by AIP Publishing

related to transition to turbulence) also used by Sillero, Jiménez, and Moser[35] who found convergence distances of the order of $\tilde{x}_T \approx 1$ for variables related to the small-scale structures and $\tilde{x}_T \approx 4$ for those related to the large ones. They applied this criterion to different Reynolds-number computations obtaining similar results, thereby showing its low Reynolds-number dependence, contrary to convergence distances based on the boundary layer thickness.

Equilibrium laminar boundary layers are easy to compute thanks to their self-similar characteristics as well as the absence of need for a closure for the Reynolds shear stress. Different approaches can be found for near-equilibrium turbulent boundary layers, aside from experimental works and turbulence-resolving numerical simulations. For instance, in the work of Head,[23] solutions are obtained by means of a method based on global quantities and Schofield[24] used a law of the mean streamwise velocity given by Perry and Schofield,[25] which is valid for moderate to strong adverse pressure gradients. According to Smits and Wood,[7] the only analytical method to analyze perturbed turbulent boundary layers is the rapid-distortion theory, but they added that, even if the initial response can be described, it is not the case for the relaxation process. Recently, Perry, Marušić, and Li[44] proposed a turbulence closure based on log-layer and wake laws and mean continuity and momentum differential and integral equations for arbitrary pressure gradients. In addition, an extension of the attached eddy hypothesis[20] is included by Perry and Marusic.[45] This closure has been used by Marusic and Perry[46] and Perry, Marusic, and Jones[47] in nonequilibrium adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers, and by the latter in sink flows approaching equilibrium as well. Marusic *et al.*[31] also applied this closure to their zero-pressure-gradient boundary layers showing not only good agreement with experimental results but also convergence from all the different initial conditions of the boundary layers toward what should be a canonical boundary layer.

The tool used in the present work solves the steady boundary layer equations. This means that the only hypothesis is to assume that these apply for all points of the computational domain. The tool stops the simulation automatically whenever boundary layer separation is detected. Assuming Boussinesq's hypothesis for the closure of the Reynolds shear stress, several models are tested in order to reduce the uncertainty from turbulence modeling. Thanks to the computation of the two-dimensional boundary layer equations together with the RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes) approach, solutions of the simulations are obtained extremely fast compared to turbulence resolving approaches, which allows not only to perform several simulations as it is done in this work, but also to reach high Reynolds numbers, which is of special interest for turbulent boundary layers due to the high computational effort of other methods involving less or no turbulence modeling.

In the present work, the effects of upstream perturbations in laminar and high-Reynolds-number turbulent boundary layers are investigated for zero pressure gradient conditions as well as self-similar laminar boundary layers and near-equilibrium turbulent boundary layers both in favorable- and adverse-pressure-gradient conditions. Such conditions are obtained thanks to external velocity distributions given by $U_e \propto (x - x_0)^m$ in all cases, and the mean flow is considered steady, two-dimensional and incompressible. There are several questions to which we try to bring a clearer insight by means of the present study,

1. What is the extension of the region affected by upstream effects in the boundary layer?
2. Does this distance depend on the laminar or turbulent characteristics of the boundary layer?
3. How does the value of the external pressure gradient influence the convergence of the boundary layer?
4. Is there always a convergence for any value of the pressure gradient?

For that purpose, the perturbations are introduced in the same way for all the cases considered and therefore the study allows us to analyze different boundary layers under the same types of perturbations. The present analysis is complementary to other works which focus on boundary layers of one kind experiencing different types of perturbations as, for instance, in the work of Schlatter and Örlü[30] or Marusic *et al.*[31]

This paper is organized as follows. In Sec. II, the procedure used for the setup of the simulations and the generation of the perturbed and reference boundary layers is explained. In Sec. III, the convergence distances for laminar and turbulent boundary layers based on the boundary layer thickness are studied together with the maximum intensity of the adverse pressure gradient for convergence. In Sec. IV, the convergence length $\tilde{x}_T$ in pressure gradient conditions is studied and an equivalent convergence length based on the viscous characteristic time for laminar boundary layers is presented. Finally, Sec. V summarizes the main results of this work.

II. PROCEDURE FOR THE BOUNDARY LAYER ANALYSIS

A. Numerical tool presentation

Numerical simulations of both laminar and high-Reynolds-number turbulent boundary layers are performed using the ONERA boundary-layer code CLICET.[48] This code solves the steady two-dimensional compressible boundary layer equations thanks to a finite volume method and gives the possibility to choose between several turbulence models for the RANS approach in turbulent boundary layers. A brief description of the equations solved is given in the Appendix, and a numerical experiment has also been carried out to validate the use of boundary layer equations in strong adverse-pressure-gradient conditions compared to the full Navier-Stokes equations.

The solver has been used in studies such as that of Aupoix and Spalart[49] for the wall roughness modeling or by Renard and Deck[50] in their study of the mean skin friction coefficient decomposition in zero-pressure-gradient turbulent boundary layers at high Reynolds numbers. For the high-Reynolds-number turbulent boundary layers of this work, the computations start with a Reynolds number based on the momentum thickness, Re_θ, between 1.0×10^4 and 1.4×10^4 and reach values between 7.3×10^5 and 1.5×10^6, which are much greater than those reached by DNS and Wall-Resolved Large-Eddy Simulation (WRLES).[51] Although such values of Reynolds number may be reached by the Wall-Modeled Large-Eddy Simulation (WMLES) (see, for instance, the work of Inoue *et al.*[52] or Deck *et al.*[53]), the huge computational effort still required for this approach justifies the interest of the present tool. The solver uses an automatic mesh refinement in order to increase the number of points where needed. Besides, several criteria are also considered to

Published under license by AIP Publishing

validate the quality of the mesh, such as the position of the first point away from the wall within the inner layer (for turbulent boundary layers).

B. Generation of the reference and perturbed computations

In the present work, the evolution of the perturbed boundary layer from an initial profile is studied by means of the shape factor H, which is compared to that of a reference boundary layer developing under the same conditions as the perturbed boundary layer without introducing the perturbation. The latter is generated as detailed in the next paragraph at the inlet profile. Both boundary layers (the reference one and the perturbed one) are subjected to an external pressure gradient resulting from an external velocity law (boundary condition) of the type $U_e \propto (x - x_0)^m$ unchanged by the perturbation introduced. This law allows us to obtain self-similar conditions in laminar boundary layers (since such a distribution provides a solution of the Falkner-Skan equation[8]) and near-equilibrium conditions in turbulent boundary layers as long as $m > -0.3$.[24] All the computations in this work have been performed at a low external Mach number ($M_e \leq 0.2$) in order to avoid compressibility effects, which has been confirmed by looking at the relative variation of density and molecular viscosity across the boundary layer in the case of highest Mach number, showing variations well below 1%.

It is important to remind that the pressure gradient has an impact on H, and so does the Reynolds number in the case of turbulent boundary layers. For both laminar and turbulent boundary layers, an adverse pressure gradient will tend to increase the shape factor.[8,54–56] In the work of Monty, Harun, and Marusic,[56] the effects of the Reynolds number and the pressure gradient on the shape factor of turbulent boundary layers are assessed individually. According to them, for low and moderate adverse pressure gradients at constant β, the evolution of H is similar to that in zero-pressure-gradient conditions, i.e., it decreases with the Reynolds number. The values of H are, however, modified due to the pressure gradient (greater values for adverse pressure gradients). It is also possible to see such a trend in the work of Bobke *et al.*[5] In the case of strong adverse pressure gradients, a general trend is less evident. Indeed, according to the results of Skåre and Krogstad,[54] the shape factor at constant β decreases with the Reynolds number, whereas the DNS results of Kitsios *et al.*[28] show rather an increase in the shape factor. Other studies such as that of Nagib and Chauhan[57] have analyzed the impact of the pressure gradient on the coefficients of the log-law, which will modify the mean velocity profile and therefore the shape factor. In the Appendix, a validation of the shape factor evolution obtained from the present solver CLICET in adverse-pressure-gradient conditions is presented against experimental data.

The procedure followed for the generation of the reference and perturbed boundary layers is now detailed. The boundary layer is disturbed by a perturbation of the upstream boundary condition, i.e., of the initial boundary layer profile of mean streamwise velocity, as well as mean turbulent kinetic energy and mean turbulent-kinetic-energy dissipation if turbulence simulations are performed. We consider first boundary layer BL1 developing over a flat plate from a stagnation point and an external velocity distribution given by $U_e \propto (x - x_0)^m$ [Fig. 1(a)]. At the streamwise position x_{in}, boundary layer BL1 has a shape factor H_{ref} and a momentum thickness θ_{in}. Second boundary layer BL2 is computed again from a stagnation-point-like inlet condition (uniform flow) under the same kind of external velocity law but with a different exponent $m_{per} \neq m$ [Fig. 1(c)]). Due to the different external velocity laws, the second boundary layer (BL2) will reach the same momentum thickness θ_{in} as the first boundary layer (BL1) at a different streamwise position ($x_2 \neq x_{in}$) and it will also have a different shape factor ($H_{per} \neq H_{ref}$).

Two more computations, denoted as BL3 and BL4, respectively, are then performed as presented in Fig. 1. These are the computations used for the analysis in the present work (BL1 and BL2

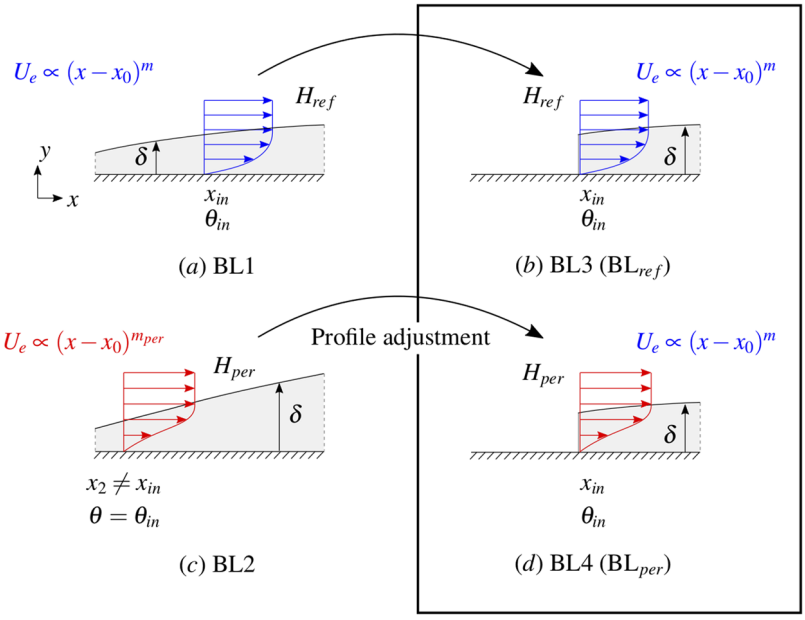


FIG. 1. Schematic of the perturbation introduction. Gray regions inside the boundary layer are used to show the different inlets of the computational domains. (a) Boundary-layer computation from stagnation-point-like inlet conditions with reference external flow conditions (BL1). (b) Boundary-layer computation with reference external flow conditions and inlet conditions from the BL1 profile at x_{in} (BL3). (c) Boundary-layer computation from stagnation-point-like inlet conditions with different external flow conditions than the reference, $m_{per} \neq m$ (BL2). (d) Boundary-layer computation with reference external flow conditions and inlet conditions from the BL2 profile at x_2 (BL4).

Published under license by AIP Publishing

are only precursor simulations to give the proper inlet conditions for BL3 and BL4), which is why they are also denoted as BL_{ref} and BL_{per}, respectively, in Fig. 1. Both computations start at x_{in} (and not from a stagnation point) with the same external velocity distribution as in BL1 $U_e \propto (x - x_0)^m$ and with a longer streamwise extent than BL1 and BL2. The first one of the two new computations (BL3) starts with the same profile as BL1 at x_{in}, so it has an initial shape factor H_{ref} and an initial momentum thickness θ_{in}. In the case of BL4, the initial profile is given by that of BL2 at the streamwise position giving θ_{in}, which is x_2 [Figs. 1(c) and 1(d)]. Before using this profile as the upstream boundary condition for BL4, some modifications are done so that the external velocity at x_{in} corresponds to that of the external velocity law at that position. This is done in order to satisfy the boundary condition at the edge of the boundary layer because the external velocity of the extracted profile of BL2 is different from that of BL1 since different external velocity laws are used.

In practice, an additional modification is also required in the described procedure. This modification is again applied to the inlet boundary layer profile of BL4 in order to have exactly the same momentum thickness (θ_{in}) than BL1 and BL3. Since the computational domain is discrete, the position x_2 for BL2 will not exactly give θ_{in} (in general). The actual point used for x_2 is the closest to that giving θ_{in} in order to minimize the differences between θ_{in} of BL1 and that obtained numerically for BL2 (so $\theta_2 \approx \theta_{in}$). Then, the profile of BL4 (extracted from BL2) is modified according to (3) and the computations of BL3 and BL4 are carried out, where BL3 is the reference boundary layer and BL4 the perturbed boundary layer. Moreover, since for both of them, the inlet external velocity and momentum thickness are the same, the inlet Re_θ is unchanged,

$$y_4 = y_2 \frac{\theta_{in}}{\theta_2}, \quad \langle u \rangle_4 = U_{e,in} \frac{\langle u \rangle_2}{U_{e,2}}. \tag{3}$$

In (3), y is the wall normal coordinate and this equation corresponds to the only adjustment performed for laminar boundary layer computations, where the mean streamwise velocity is the total streamwise velocity.

Regarding the turbulent boundary layer computations, additional adjustments are required for the profiles of the turbulent kinetic energy k and the turbulent-kinetic-energy dissipation ε. The friction velocity u_τ is considered as the velocity scale for the Reynolds shear stress $-\langle u'v' \rangle$, and the profile of k is modified taking $k \propto u_\tau^2$.[54,58,59] The friction velocities $u_{\tau,2}$ and $u_{\tau,4}$ for the extracted profile of BL2 and the inlet profile of BL4, respectively, are obtained from the mean velocity profiles once the adjustment from Eq. (3) is made. With these friction velocities, the inlet profile of turbulent kinetic energy for BL4 (k_4) may be obtained from Eq. (4) where the adjustment for ε is also given. This one requires an additional change, which implies the eddy viscosity ν_t. Since the profile of ε is only needed for the two-equation turbulence models, it is considered $\nu_t = C_\mu k^2/\varepsilon$, where C_μ is a constant used in the $k - \varepsilon$ turbulence model.[60,61] It is then possible to obtain the profile of ε_4 to be introduced from Eq. (4), where the eddy viscosity profile is recomputed from Boussinesq's hypothesis by means of the Reynolds shear stress and the mean streamwise velocity profiles,

$$\frac{k_4(y)}{k_2(y)} = \frac{u_{\tau,4}^2}{u_{\tau,2}^2}, \quad \frac{\varepsilon_4(y)}{\varepsilon_2(y)} = \frac{k_4(y)^2}{k_2(y)^2} \frac{\nu_{t,2}(y)}{\nu_{t,4}(y)}. \tag{4}$$

Although Schlatter and Örlü[30] indicated that the analysis of history effects by means of the shape factor or the mean skin-friction coefficient is not sufficient and that profiles of mean velocity and higher order statistics should also be exploited, the perturbed-case shape factor is studied in the present work with respect to its (small) initial perturbation magnitude which gives a more detailed insight into the shape factor evolution. Furthermore, the evolutions of u_{rms}, v_{rms}, and $-\langle u'v' \rangle$ (where the subscript "*rms*" refers to the root-mean square value and $u_i' = u_i - \langle u_i \rangle$ denotes the ith component of the fluctuating velocity) have not given any additional information on the main conclusions of the present study.

Marusic *et al.*[31] found the convergence for all the different tripping conditions studied in a zero-pressure-gradient turbulent boundary layer, but the distances required for convergence are dependent on the way tripping is done as in the experiments of Klebanoff and Diehl[63] and Sanmiguel Vila *et al.*[33] For that reason, in this work, the magnitude of the perturbation in the shape factor has been chosen sufficiently small so that the evolution of the perturbation downstream is not dependent on its initial amplitude $\Delta H_{in} = (H_{per} - H_{ref})_{in}$. In particular, ΔH_{in} is in general around 1% or below of the inlet reference shape factor. In addition, all the boundary layers are perturbed in the same way so that the analysis is made for boundary layers under the same kind of perturbation. Figure 2 shows an example of the difference between a reference profile and a perturbed profile at the inlet location x_{in} for a turbulent boundary layer computation. Instead of the mean velocity profile, its premultiplied wall-normal gradient is chosen so that small differences are highlighted. The superscript "+" means variables nondimensionalized by wall units (the length scale is ν/u_τ and the velocity scale u_τ). In Fig. 3, the streamwise evolution of $\Delta H/\Delta H_{in}$ (with $\Delta H = H_{per} - H_{ref}$) is presented for zero-pressure-gradient laminar and turbulent boundary layers. In this figure, δ_{in} is the boundary layer thickness at the inlet and the boundary layer thickness is defined as the wall normal position in which $\langle u \rangle = 0.995 U_e$ and the values of m are those used to generate the initial shape factor perturbation, as described previously. In the case of turbulent boundary layer simulations, turbulence models of different nature are used, thereby reducing the incertitude that turbulence modeling may incur in the conclusions drawn: the algebraic model of Michel, Quémard, and

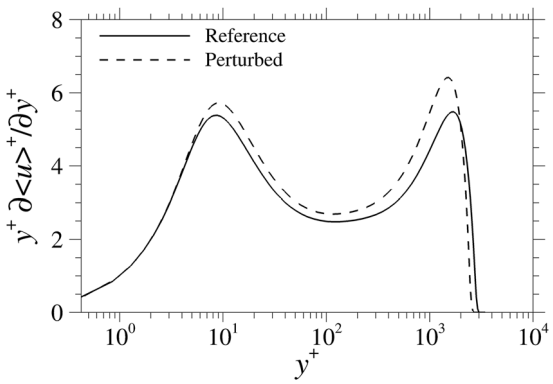


FIG. 2. Comparison of $y^+ \partial \langle u \rangle^+ / \partial y^+$ for a reference and a perturbed mean streamwise velocity profile at x_{in} for the zero-pressure-gradient turbulent boundary layer using the turbulence model of Michel, Quémard, and Durant.[62]

Published under license by AIP Publishing

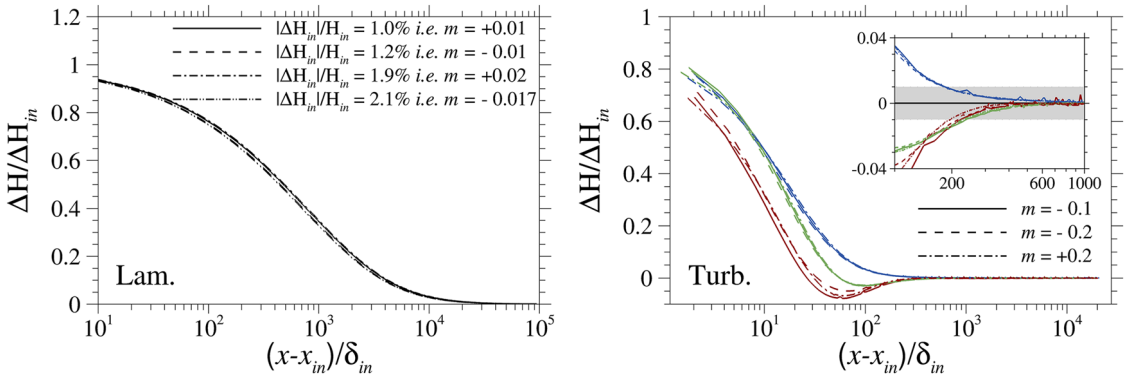


FIG. 3. Streamwise evolution of the shape factor difference in zero-pressure-gradient laminar (left hand side) and turbulent (right hand side) boundary layers for different initial shape-factor perturbations. Different turbulence models are used in right hand side: Michel, Quémard, and Durant[62] (blue), Spalart-Allmaras (green), and $k-\varepsilon$ from Jones and Launder[41] (red). The different line patterns correspond to different values of the initial shape-factor difference ΔH_{in}. The gray area in right hand side represents 1% difference. The values of m shown in figures correspond to those used to extract the boundary layer profile according to the procedure described in Sec. II B. The range of Reynolds number for the turbulent simulations (right hand side) is Re_θ from 8×10^3 to 10^6.

Durant,[62] the one-equation model of Spalart and Allmaras,[64] and the two-equation $k-\varepsilon$ model in its version of Jones and Launder.[41] Besides, for the turbulent computations, the version of the two-equation $k-\omega$ SST model of Menter[65] has also been tested showing very similar results to the Jones and Launder[41] model, but it is not presented for clarity in the results. The considered models are representative of the common best practice in turbulence modeling of industrial flows with pressure gradients. As observed in these figures, the use of small initial shape-factor differences allows us to find evolutions of the perturbed-case shape factor that are independent of this initial value. Quite high values of the initial perturbation for the laminar boundary layer still show the same behavior.

The use of small perturbations could recall the classical stability analysis of boundary layers. However, some differences exist between such studies and the present one. First, stability analysis is most often devoted to the study of laminar-to-turbulent transition, which is not the objective in this work since computations are made for either fully laminar or fully turbulent boundary layers. Second, one may believe that stability analysis could be interesting for the case of fully laminar boundary layers. Even if this is true, stability is usually related to the temporal evolution of perturbations, which is not the case in this study since steady boundary layer equations are considered and the upstream perturbation is evolving in space (in the streamwise direction) rather than in time, taking advantage of the parabolic nature of the steady boundary layer equations. The boundary layer belonging to the convective dynamics group of stability analysis, perturbations are convected downstream but a temporal evolution would still be required (for instance, by taking a convective derivative instead of the temporal one). However, this is not the usual procedure in stability analysis. Although it is still possible to perform stability analysis in these conditions that would require the development and validation of a proper tool, not necessarily useful for other studies than the one presented. Moreover, the present tool allows for fast reliable results since the whole boundary layer equations are accurately solved (to the precision of the numerical schemes used) and thus nonlinear effects are also considered. Conversely, linear stability analysis typically involves modifications of the RANS turbulence models in order to make them differentiable, which may be an important issue for some models.

C. Results validation

The use of an external velocity given by a power m of the streamwise coordinate gives self-similarity and near-equilibrium conditions in laminar and turbulent boundary layers, respectively. That these conditions are satisfied can be verified thanks to some nondimensional parameters presented by Clauser.[3,11] In particular, for laminar boundary layers, the pressure gradient parameter β and the shape factor H should be streamwise independent, whereas for turbulent boundary layers, the parameter G proposed by Clauser[3] [and given in Eq. (1)] replaces the shape factor as a near-equilibrium criterion. Indeed, Clauser defined this parameter similarly to the shape factor and based on the outer boundary layer self-similarity for the defect velocity scaled with the friction velocity [see Eq. (1)].

The pressure-gradient parameters β and G are represented in Figs. 4 and 5 for the adverse-pressure-gradient turbulent boundary layer computations. For laminar boundary layers (not shown), β and H are independent of x in most of the streamwise domain for all the simulations and the same happens for β and G in the favorable- and zero-pressure-gradient turbulent boundary layers for all models studied. One can observe that the above-mentioned near-equilibrium conditions are not satisfied for all the cases presented for turbulent boundary layers. In particular, near-equilibrium is obtained for $m = -0.15$, $m = -0.23$, and $m = -0.28$ but not for $m = -0.32$ and $m = -0.4$. This is in accordance with previous conclusions such as those from Clauser,[3] Head,[23] or Schofield[24] from which equilibrium is not possible for $m < -0.3$. Nevertheless, for the sake of generality in the present study, boundary layers out of equilibrium have also been considered, since there are many applications in which nonequilibrium boundary layers are found. It is also

Published under license by AIP Publishing

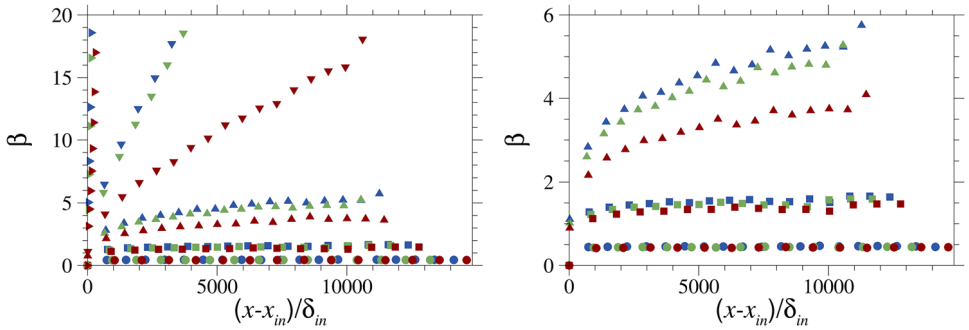


FIG. 4. Streamwise evolution of the Clauser pressure-gradient parameter β for the different adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers using different turbulence models: Michel, Quémard, and Durant[62] (blue), Spalart-Allmaras (green), and $k-\varepsilon$ from Jones and Launder[41] (red). ●, $m = -0.15$; ■, $m = -0.23$; ▲, $m = -0.28$; ▼, $m = -0.32$; and ▸, $m = -0.4$. The right figure is a zoomed-in view of the left figure.

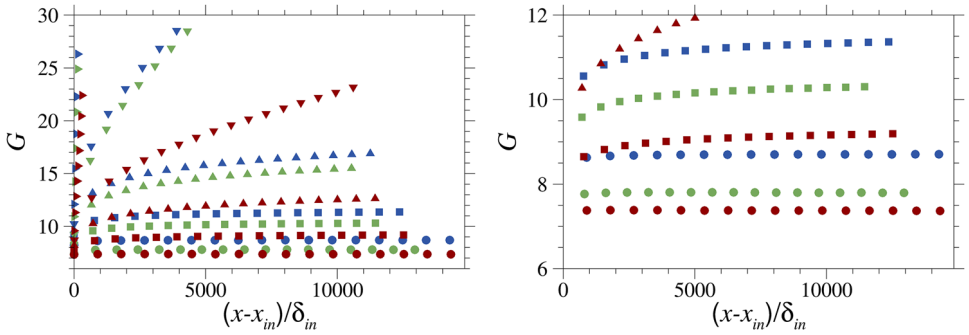


FIG. 5. Streamwise evolution of the Clauser pressure-gradient parameter G for the different adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers using different turbulence models. Symbols and colors as in Fig. 4. The right figure is a zoomed-in view of the left figure.

worth noting how the near-equilibrium is reached farther downstream for the case $m = -0.28$ than for $m = -0.15$ and $m = -0.23$, in accordance with Piquet[66] who indicated that the convergence to equilibrium conditions is slower as the intensity of the adverse pressure gradient increases. Besides, it is worth noting the low values of β for the near-equilibrium computations compared to those from other works using similar values of m as for instance that of Mellor and Gibson[19] or Kitsios *et al.*[28] As mentioned in the Introduction, this is due to the existence of two near-equilibrium states for $m < -0.23$.[24] The computations in the present work belong to the state more distant to separation (lower β and H) when $m < -0.23$.

Simens *et al.*[43] suggested the turnover length $L_{TO} = U_e^+\delta$ as a more appropriate scale to measure the relaxation distance for the inflow conditions in turbulent boundary layers than the boundary layer thickness. It represents the distance traveled by eddies convected at the free-stream velocity during a turnover time δ/u_τ. Physically, it seems a quite appropriate variable, since in turbulent boundary layers disturbances are forgotten more slowly in the outer layer.[11,20,30,31] The mean momentum equation very near the wall, which is (neglecting convective and Reynolds stress terms)

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y}\right) = \frac{\mathrm{d}P_e}{\mathrm{d}x}, \tag{5}$$

shows that the inner layer responds faster to pressure gradient effects.[7] These effects are studied in the present work, and therefore the use of the turnover length scale seems very appropriate.

Based on the turnover length, Sillero *et al.*[34] suggested a nondimensional turnover distance given by Eq. (2) and in a later work, Sillero, Jiménez, and Moser[35] obtained that inflow effects are forgotten in a zero-pressure-gradient turbulent boundary layer at $\tilde{x}_T \approx 1$ for parameters related to small scales and $\tilde{x}_T \approx 4$ for parameters dominated by the large scales. For the former, they compared the evolution of the maximum of the Reynolds shear stress in wall units. This maximum is located at $y^+ \approx 2\sqrt{Re_\tau}$ for zero-pressure-gradient turbulent boundary layers,[67–69] but at the same time, this position is very close to the location of the very-large-scale motions (VLSM) whose sizes can reach 15δ in turbulent boundary layers.[69–72] Nevertheless, the Reynolds numbers considered by Sillero, Jiménez, and Moser[35] are probably not high enough to observe these structures. The origin of integration in their work is taken at $Re_\theta \approx 500$ for most of the experiments and simulations studied. In addition, $\tilde{x}_T$ is also evaluated in a simulation with a higher initial Reynolds number obtaining similar values for convergence, thus showing the low Reynolds-number dependence of $\tilde{x}_T$ which is an advantage compared to convergence distances based on the boundary layer thickness.

In the present study, the parameter used for the analysis of the perturbation profile effects is the shape factor, which will consequently contain longer history effects than other parameters according to Sillero *et al.*[34] and Schlatter and Örlü[30] as well. Figure 6 shows the evolution of $\Delta H/\Delta H_{in}$ as a function of $\tilde{x}_T$ for the three turbulence models previously mentioned in the case of zero pressure gradient, where it has been chosen $x^* = x_{in}$ for Eq. (2). As observed, the distances required for convergence to the reference solution in terms of the turnover length are between 3 and 4 (when the shape factor difference reaches 1% in Fig. 6), in accordance with the results of Sillero *et al.*[34] and Sillero, Jiménez, and Moser.[35] Besides, they find that, for the large scales, the corresponding distance in terms of the

Published under license by AIP Publishing

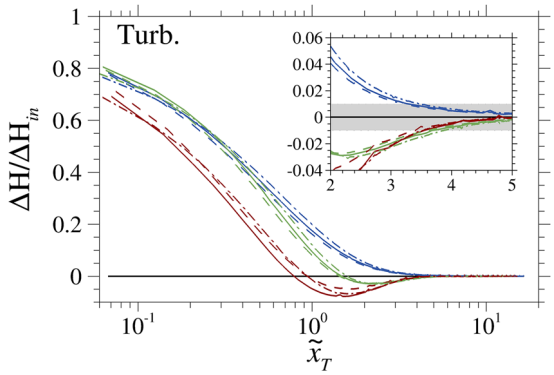


FIG. 6. Streamwise evolution of the shape factor difference $\Delta H/\Delta H_{in} = (H_{per} - H_{ref})/(H_{per} - H_{ref})_{in}$ as a function of $\tilde{x}_T$ in a zero-pressure-gradient turbulent boundary layer for different initial shape-factor perturbations and for different turbulence models. Line patterns and colors as in Fig. 3 (right hand side). The gray area represents 1% difference. The range of Reynolds number is Re_θ from 8×10^3 to 10^6.

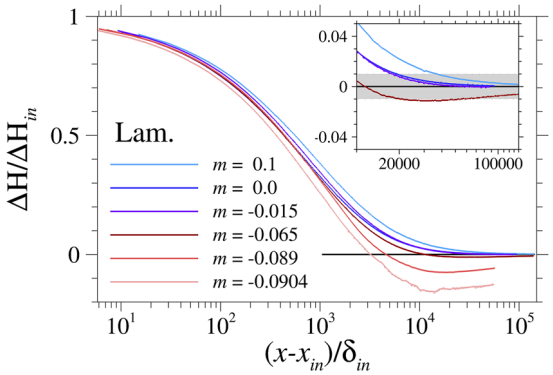


FIG. 7. Streamwise evolution of the shape factor difference in a laminar boundary layer for different external pressure gradients. The gray area represents 1% difference.

initial boundary layer thickness is about $200\delta_{in}$ for the shape factor, again in accordance with the results in the present study [see Fig. 3 (right hand side)].

III. IMPACT OF HISTORY EFFECTS

A. Convergence length based on the initial boundary layer thickness

One of the main aspects in analyzing the impact of an initial perturbation in the downstream development of the boundary layer is the distance required by the boundary layer to eliminate such effects, if it is possible. This distance can be characterized differently, and in the present work, it will be done in two different ways. The first one will be based on the initial boundary layer thickness. The use of the boundary layer thickness at a reference station is found in several works.[5,7,11,41] Besides, we believe that, for practical reasons, a distance given in terms of the initial boundary layer thickness may be of interest for researchers, since that parameter is always used to characterize the boundary layer. For instance, in an experimental study, the knowledge of the convergence distance in terms of the boundary layer thickness would definitely influence the experimental setup. Another example could be the turbulent inflow conditions in numerical simulations of turbulent wall-bounded flows in which bigger convergence distances would result in bigger computational domains and hence a greater computational cost.

The evolution of the shape factor difference between the perturbed and reference boundary layers is presented in Fig. 7 for laminar boundary layer computations. Only one curve is shown for favorable pressure gradient conditions because a lower dependence of $\Delta H/\Delta H_{in}$ with m has been obtained for $m > 0$ than for $m < 0$. In all cases shown, the value of the initial perturbation is $\Delta H_{in}/H_{ref,in} \approx 1\%$. One may believe that such a perturbation could be too important but, as presented earlier, results from Fig. 3 show that the response is essentially independent of the initial perturbation value. For all the pressure gradient intensities studied, the boundary layer seems to converge to the reference case although the convergence distance changes between the different cases. The fastest convergence is observed for the zero-pressure-gradient computation ($m = 0$) and the $m = -0.015$ case reaching the region of 1% difference at a distance of about $2 \times 10^4\ \delta_{in}$. The boundary layer profiles are very similar in these two cases with shape factors of 2.59 (corresponding to the value of the Blasius solution[10]) and 2.64, respectively. The favorable-pressure-gradient computation ($m = 0.1$) shows a longer convergence distance of about $4 \times 10^4\ \delta_{in}$, which is twice the distance for $m = 0$. It is interesting to note that the computations in adverse-pressure-gradient conditions with higher intensities than $m = -0.015$ reach the 1% difference area faster than the mentioned computations and it happens even faster as the intensity increases. An intersection takes place between the evolution of the perturbed-case shape factor and the reference one when $\Delta H/\Delta H_{in} = 0$, and then the difference in shape factor starts growing again in magnitude but with opposite sign and it leaves the 1% area before getting into it again much farther downstream for convergence. It could be seen as an overshoot of the perturbed-case shape factor. Besides, as for the 1% difference area, the intersection point ($\Delta H/\Delta H_{in} = 0$) is closer to the origin of the boundary layer as the intensity of the adverse pressure gradient is increased, but it does not mean that there is a faster convergence as a result of the mentioned overshoot. It seems therefore that the effect of increasing pressure gradient forces is to eliminate faster the shape factor difference. Indeed, a favorable pressure gradient (the case $m = 0.1$) shows longer convergence distances than the zero pressure gradient case ($m = 0$). However, when a positive pressure gradient is acting on the boundary layer, its effect on the shape factor difference would be too strong to just eliminate the perturbation, as in the favorable and zero pressure gradient computations, leading to the consequent overshoot of $\Delta H/\Delta H_{in}$ and an increase in the convergence length (but reaching faster the 1% area for the first time). Therefore, the pressure gradient influences the damping of the perturbation making it directly converge to zero for favorable- and zero-pressure-gradients; the shortest distance being obtained for the latter, and to overshoot before convergence in adverse pressure gradient cases. This overshoot increases with the intensity of the pressure gradient, thereby enlarging the convergence distance. It is important to point out that in the case $m = -0.015$ an

Published under license by AIP Publishing

overshoot also happens even though it is barely visible in Fig. 7. This value corresponds to the lowest adverse-pressure-gradient intensity chosen in the present study for laminar boundary layers. Such a low value might suggest that the overshoot behavior could be observed as soon as adverse pressure gradient forces act on the boundary layer.

The behavior described for laminar boundary layers is less evident in the results for turbulent boundary layers, reported in Fig. 8. It is observed that, in the favorable- and zero-pressure-gradient cases [Fig. 8 (top left)], there is again an intersection between the perturbed and reference shape factors evolution when the Spalart-Allmaras and the $k-\varepsilon$ turbulence models are considered as well as in the case of the $k-\omega$ SST (not shown). The algebraic model of Michel, Quémard, and Durant[62] does not show the same behavior as the other models for the case of favorable and zero pressure gradients. This difference may somewhat be explained by the fact that the algebraic model does not rely on transport equations, and therefore history effects are included to a lesser extent. When considering adverse pressure gradients [Fig. 8 (top right, bottom left, and bottom right)], all the models used in this study (including the $k-\omega$ SST) show an intersection behavior as well before potential convergence (some cases diverge). Moreover, it is observed that the convergence distance increases as the value of the m exponent decreases (or the intensity of the pressure gradient increases) in adverse pressure gradients, as it is the case for the laminar boundary layer. The behavior in favorable pressure gradients does not seem to follow the same trend for all the models. The convergence distances are quite close to those of $m = 0$, with slightly longer distances in the favorable pressure gradient for the model of Michel, Quémard, and Durant[62] and Jones and Launder,[41] which is the behavior observed in laminar boundary layers. In the first model, it may again be explained by the fact that history effects are less influencing since turbulent variables do not rely on transport equations.

The intersection behavior observed both in laminar and turbulent boundary layers is more important than it seems. Let us recall that the values of ΔH_{in} are small compared to the reference value of the shape factor at x_{in}. The observation of intersections in Figs. 7 and 8 has led to the definition of the gray area at 1% as a possible convergence criterion. Such a small criterion might seem excessive compared, for example, to that given by Chauhan, Monkewitz, and Nagib[36] and would be probably not observable in a classical plot of the shape factor evolution, leading to a belief of convergence. However, even within the 1% area the evolution is in general not converged yet (for those cases in which convergence is achieved) and a total convergence is obtained at larger distances (flat evolution around $\Delta H/\Delta H_{in} = 0$). Schlatter and Örlü[30] analyzed small deviations as well in a small part of their work on tripping effects. More particularly, they studied the small differences observed in the inner layer of the mean velocity profile for different tripping conditions. They justified studying such small deviations because results from the inner layer in the DNS are often used for scaling laws and constants related to this region of the boundary layer because of the difficulty of carrying out accurate measurements in it. Hence, although small deviations might seem to have a lower importance compared to bigger ones, it may have a significant impact on the interpretation of experimental and numerical results.

Getting into a quantitative analysis of the convergence distances obtained, the first thing observed is the increased damping of the perturbation produced by turbulence. Indeed, the convergence distances for the laminar boundary layer computations are of the order of $2 \times 10^4\ \delta_{in}$ for $m = 0$ and become even larger for both adverse and favorable pressure gradients reaching distances greater than $10^5 \delta_{in}$ for boundary layers near separation. The results for turbulent boundary layers show much shorter convergence distances which are of the order of a few hundreds of the inlet boundary layer thickness, similarly to Sillero, Jiménez, and Moser.[35] In their

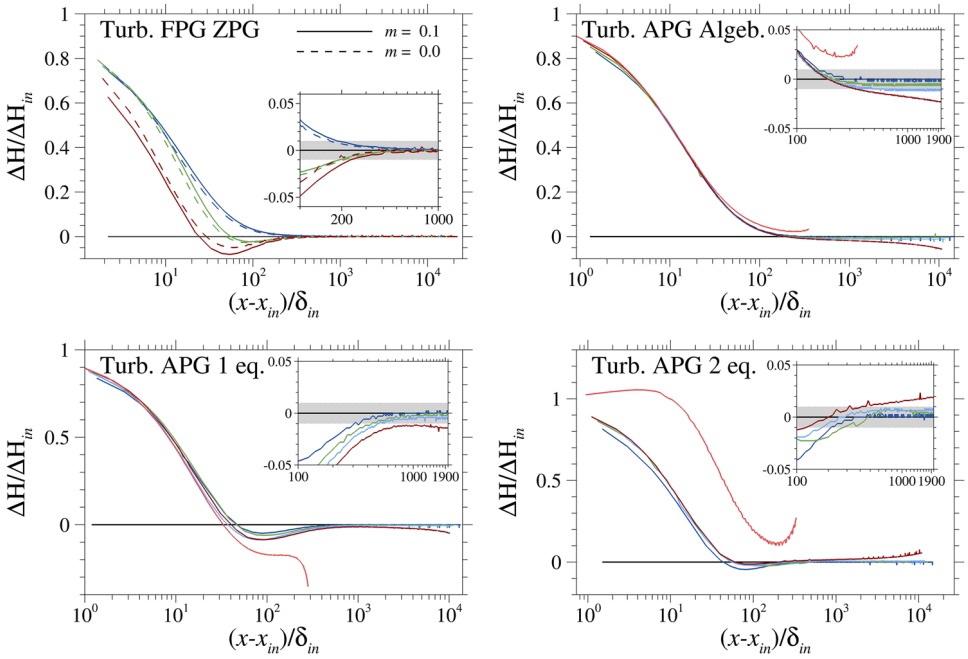


FIG. 8. Streamwise evolution of the shape factor difference in turbulent boundary layers for different external pressure gradients. (Top left) Favorable and zero pressure gradients, see Fig. 3 (right hand side) for line color and pattern description. Adverse pressure gradient: (top right) Michel, Quémard, and Durant;[62] (bottom left) Spalart-Allmaras; (bottom right) $k-\varepsilon$ from Jones and Launder.[41] (Dark blue) $m = -0.15$, (green) $m = -0.23$, (light blue) $m = -0.28$, (red) $m = -0.32$, and (orange) $m = -0.4$. The gray area represents 1% difference. The range of Reynolds number is Re_θ from 8×10^3 to 1×10^6 in top left and from 8×10^3 to 1.5×10^6 in top right, bottom left, and bottom right.

Published under license by AIP Publishing

experimental study, Marusic *et al.*[31] found convergence distances of the order of $130\delta_{in}$–$200\delta_{in}$, but differences in shape factor are still present at those distances of the order of 7% with respect to the initial difference. In adverse pressure gradient conditions, it is not easy to define very precisely the convergence distance obtained according to the results presented since the behavior of the different models is not the same close to convergence. However, all of them show a longer convergence distance for more intense adverse pressure gradients. For the model of Michel, Quémard, and Durant[62] and that of Jones and Launder,[41] the perturbed-case shape factor crosses the reference one very close to convergence which is not the case for the model of Spalart and Allmaras.[64] In the latter, the convergence (if achieved) is reached at distances between $300\delta_{in}$ and $500\delta_{in}$, depending on the value of m. Even if it is harder to give convergence distances for the two other models, it can be seen that there are no important differences compared to the results of the Spalart-Allmaras model.

At first glance, it could be surprising that laminar boundary layers require larger convergence distances than turbulent boundary layers, keeping in mind that the inner layer of the latter, where viscosity effects are important, converges significantly faster that the outer layer.[11,30] It is well-known that turbulence increases the mixing and in the case of a turbulent boundary layer, it seems intuitive that turbulent diffusion would help to eliminate the differences in the perturbed boundary layer profile and so the convergence of the outer layer would happen faster than convergence in a laminar boundary layer. Concerning the inner layer of the turbulent boundary layer, where viscosity effects are important, the mixing resulting from turbulence in the outer layer leads to larger mean velocity gradients in the inner layer than those observed very near the wall for the laminar boundary layer. As a result, viscosity forces are stronger which could also help to eliminate faster the disturbance in the turbulent boundary layer profile than in that of the laminar boundary layer.

B. Threshold for convergence

In Sec. III A, the difference has been evoked in the convergence lengths based on the initial boundary layer thickness for both laminar and high-Reynolds-number turbulent boundary layers. It has been shown that the pressure gradient has an impact on these distances. For laminar boundary layers, the fastest convergence is obtained close to $m = 0$. As m increases, the distance required to eliminate the history effects is increased and the same applies for negative values of m (adverse pressure gradient) when $|m|$ is increased, together with the intersection behavior of the perturbed-case shape factor evolution. Such an increase is observed in the adverse-pressure-gradient turbulent boundary layer as well.

However, convergence is not obtained for all the computations when $m < 0$, at least for the streamwise extent considered. This is somewhat coherent with the fact that the convergence length becomes greater when the intensity of the adverse pressure gradient is larger. There could be a threshold value of the exponent m_{th} below which convergence is not obtained. It is for that reason that the results are presented for more numerous values of m in adverse pressure gradient conditions for both laminar and turbulent boundary layers.

In the case of laminar boundary layers, the distribution of the external velocity as the streamwise coordinate to the power m corresponds to solutions of the Falkner-Skan equation which are self-similar.[8,9] The most intense adverse pressure gradient that laminar boundary layers in self-similarity conditions can resist before boundary layer separation is given by $m \approx -0.0904$.[3,9] As observed in Fig. 7, the impact of the adverse pressure gradient is clearly retarding the convergence but there does not seem to be a pressure gradient leading to nonconvergence for self-similar laminar boundary layers, and therefore, it cannot be defined a value of m_{th} for these. This is in accordance with the work of Chen and Libby[16] who show thanks to the linear theory that laminar boundary layers in adverse pressure gradient conditions are spatially stable for $m > m_{sep}$ (being m_{sep} the value for boundary layer separation) and for the solutions of the positive friction coefficient (let us recall that two solutions exist for the Falkner-Skan equation: one with the positive friction coefficient and another one with the negative friction coefficient[17]).

A different result is clear from Fig. 8 for turbulent boundary layers. It is first worth noting the lower values of m (higher absolute value) reached for these boundary layers compared to the laminar boundary layer, showing the well-known capability of the turbulent boundary layer to resist stronger pressure gradients. For all the models shown in Fig. 8, the same conclusions are observed. As already mentioned, increasing the intensity of the adverse pressure gradient increases the convergence distance, but in contrast to the laminar boundary layer, there is a value of the pressure gradient exponent, m_{th}, below which convergence is not possible. This value seems to be between −0.28 and −0.32 for all the models. It is interesting to point out that for all the values of m, the perturbed boundary layers start converging toward their respective references, but those where $m < m_{th}$ end up diverging. Due to the quite long distances required for convergence, this result is important since it shows that in shorter distances it would seem that history effects are almost forgotten, whereas it is not strictly the case. Moreover, results for $m = -0.4$ show no convergence and shorter extent because separation happened for all turbulence models.

The threshold value for convergence m_{th} is very close to the one obtained for the existence of near-equilibrium turbulent boundary layers.[3,23,24] One may conjecture that convergence and equilibrium should be related since near-equilibrium boundary layers give mean velocity and Reynolds stress profiles that are self-similar in the outer layer. Thus, because the external condition given to the boundary layer (U_e distribution) corresponds to a condition of near-equilibrium, the perturbation introduced in the boundary layer will progressively disappear and the parameters influencing the boundary layer profile will be independent of the streamwise location, thereby making the boundary layer profile converge to the reference profile. It seems thus that for the present results, there are not unstable near-equilibrium conditions.

Furthermore, the link between convergence and equilibrium is corroborated for the laminar boundary layer. In accordance with Chen and Libby,[16] there has not been found any value for m for which the boundary layer does not seem to converge and the boundary layer satisfies in all cases of the Falkner-Skan equation, i.e., in all cases, the boundary layer is in equilibrium. This result is of crucial importance because it shows that turbulent boundary layers in out-of-equilibrium external conditions of the type $U_e \propto (x - x_0)^m$ (i.e., $m < -0.3$) are very dependent on the history effects. It is important to recall that these results are obtained for velocity distributions given by $U_e \propto (x - x_0)^m$ and so the previous

Published under license by AIP Publishing

result does not mean that there cannot be any other external velocity distribution different from the present one for which convergence may happen.

C. Evolution of the perturbed-case shape factor

All the results presented up to this point are based on small perturbations in order to get the same behavior of the shape factor difference independently of the initial perturbation. Nevertheless, different initial perturbations, not necessarily small, have been tested as well. In particular, Fig. 9 shows the evolution of the difference between the perturbed-case and reference-case shape factors nondimensionalized by the local reference shape factor for $m = -0.074\,07$ (adverse pressure gradient) in a laminar boundary layer. The different initial values of the perturbed-case shape factor have been chosen to be $\Delta H_{in}/H_{ref} \approx \pm 2\%$ and $\Delta H_{in}/H_{ref} \approx \pm 5\%$. As in the case of small perturbations, boundary layers under adverse pressure gradients show an intersection of the perturbed-case shape factor with the reference one. However, what is surprising is the fact that for all the different initial values of the shape factor difference, the evolution of the perturbed-case shape factor crosses that of the reference boundary layer at roughly the same streamwise location, which is about $(x - x_{in})/\delta_{in} \approx 10^3$ for the chosen value of m. This behavior is not surprising in the case of small perturbations because the use of these allows us to have evolutions of the perturbation that are independent of the initial shape factor difference, as could be demonstrated from the linearized equations. The results reported in Fig. 9 suggest that laminar boundary layers show an evolution from the perturbed profile independent of the initial perturbation for non-negligible values of this one as well. Consequently, the results obtained in Secs. III A and III B regarding the convergence distances in laminar boundary layers also apply for laminar boundary layers experiencing non-negligible perturbations.

In turbulent boundary layers (not shown), this behavior is also observed in adverse-pressure-gradient conditions for the algebraic model of Michel, Quémard, and Durant.[62] The Spalart-Allmaras model shows a similar trend, but the streamwise locations of the intersections for different initial perturbations are more widespread. In the case of the Jones-Launder model, the position of the intersection is clearly dependent on the initial value of the perturbation.

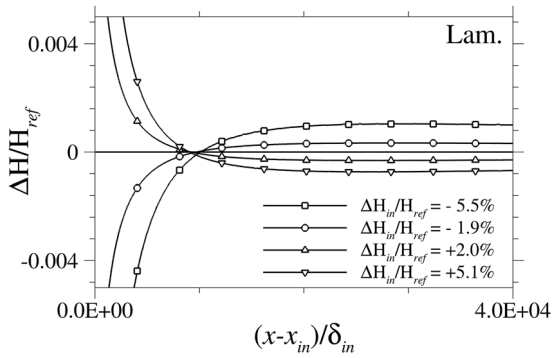


FIG. 9. Streamwise evolution of the shape factor difference in an adverse-pressure-gradient laminar boundary layer with $m = -0.074\,07$ for different non-small initial shape-factor perturbations.

The locations at which those intersections take place are model-dependent as already observed in Fig. 8, with values of about $200\delta_{in}$ and $50\delta_{in}$ for the algebraic and one-equation models, respectively. This result could be explained by the influence of nonlinearities which is more important in one- and two-equation turbulence models. Hence, the conclusions drawn for the laminar boundary layer in the previous paragraph may also be applied to the computations of turbulent boundary layers when using the turbulence model from Michel, Quémard, and Durant[62] and Spalart and Allmaras.[64]

IV. CONVERGENCE LENGTH BASED ON BOUNDARY LAYERS CHARACTERISTIC TIMES

A. Turbulent boundary layers in pressure-gradient conditions

The use of the turnover time in the present work to characterize the convergence length, as suggested by Simens *et al.*,[43] has shown similar results for zero-pressure-gradient turbulent boundary layers as other studies in the literature.[34,35] Besides, this criterion has shown to be very appropriate not only because of its physical meaning but also for its low Reynolds-number dependence. In the following, we extend its application to the favorable- and adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers.

Turbulent boundary layers under an adverse pressure gradient thicken faster than zero-pressure-gradient boundary layers. Moreover, very close to the wall, the mean streamwise momentum equation at leading order (5) shows that the second derivative of the mean streamwise velocity at the wall is positive in adverse pressure gradient boundary layers. Since in attached boundary layers $\partial\langle u\rangle/\partial y > 0$ at the wall, the maximum shear takes place at some point away from the wall, contrary to favorable- and zero-pressure-gradient boundary layers.[58,59] The wall-shear stress is therefore lower in adverse pressure gradients as has been observed experimentally and numerically.[3,54,58,59] Thus, the turnover length $L_{TO} = U_e^+ \delta$ tends to be greater for a given streamwise development in turbulent boundary layers subjected to adverse pressure gradients than in those with constant pressure [see Eqs. (2) and (6)]. Besides, results from Secs. III A and III B have shown that the convergence length in terms of the initial boundary layer thickness is greater in adverse pressure gradients for both laminar and turbulent boundary layers and that distance is increased with the intensity of the pressure gradient. Therefore, considering the expression of $\tilde{x}_T$ (2), which may be written as

$$\tilde{x}_T = \int_{x^*}^{x} \sqrt{\frac{C_f}{2}} \frac{\mathrm{d}x}{\delta}, \tag{6}$$

two opposing effects are found in adverse-pressure-gradient conditions with respect to the zero-pressure-gradient case. The first one is an increase in L_{TO} due to the lower mean friction coefficient and a faster thickening of in adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers which results in a decrease in the integrand in (6) and hence in a decreasing effect in $\tilde{x}_T$. The second one is related to the behavior of the convergence length based on the initial boundary layer thickness ($[x - x_{in}]/\delta_{in}$), which becomes larger with the intensity of the adverse pressure gradient. Thus, this second effect tends to increase $\tilde{x}_T$ because the domain of integration in (6) would be longer. It is *a priori* not possible to anticipate which of these two effects will have a greater influence.

Published under license by AIP Publishing

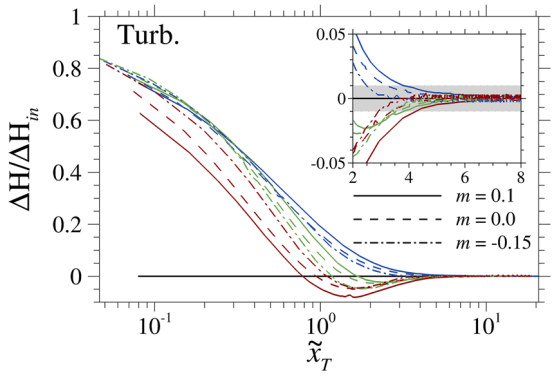


FIG. 10. Streamwise evolution of the shape factor difference as a function of $\tilde{x}_T$ for $m = 0.1$, $m = 0$, and $m = -0.15$ and different turbulence models (colors as in Fig. 3). The range of Reynolds number is Re_θ from 8×10^3 to 1.5×10^6.

Figure 10 shows the evolution of the shape factor difference as a function of $\tilde{x}_T$. It can be observed that the three turbulence models show values of $\tilde{x}_T$ greater and lower than those of zero-pressure-gradient computations for the favorable- and adverse-pressure-gradient solutions, respectively. For $m = 0.1$, this distance is slightly increased with respect to $m = 0$, and convergence can be considered for $\tilde{x}_T \approx 5$. Considering the adverse-pressure-gradient results, $\tilde{x}_T$ decreases when m decreases. Even if, at first, the dependence of $\tilde{x}_T$ for convergence with the intensity of the pressure gradient may not make it an appropriate criterion, the values obtained do not change significantly and it can be established that $\tilde{x}_T$ should be between 2 and 3 to achieve independent history effects in adverse-pressure-gradient conditions.

B. Laminar boundary layers

The convergence behavior of laminar boundary layers is now assessed in a similar way to that in Sec. IV A through the corresponding characteristic time. In turbulent boundary layers, the viscous diffusion is only important in the viscous sublayer. Besides, this region becomes smaller compared to the whole boundary layer thickness as the Reynolds number increases and therefore, for turbulent boundary layers, at moderate and high Reynolds numbers, diffusion is dominated by turbulence in most of the boundary layer.

In laminar boundary layers, viscosity is responsible for diffusion and therefore we now must consider the characteristic time based on its effects, which is given by δ^2/ν.[10,73] It is possible thereby to define a convergence length for laminar boundary layers equivalent to $\tilde{x}_T$ (2) as follows:

$$\tilde{x}_L = \int_{x^*}^{x} \frac{\mathrm{d}x}{U_e \delta^2/\nu}. \tag{7}$$

Expression (7) shows the distance of convergence based on the distance the flow travels at a velocity of the order of U_e during the characteristic time of viscous effects.

In order to have an estimate of the values that $\tilde{x}_L$ should get, let us consider a zero-pressure-gradient laminar boundary layer, for which the solution of Blasius' equations gives[10]

$$\frac{\delta}{x} \approx 4.92 Re_x^{-\frac{1}{2}}. \tag{8}$$

If we consider a boundary layer developing over a flat plate along a streamwise distance L with an external velocity U_∞, it is possible to write

$$\frac{1}{\delta(L)^2 U_\infty/\nu} \int_0^L \mathrm{d}x = \frac{1}{4.92^2} \approx 0.041, \tag{9}$$

which is independent of L and therefore for a zero-pressure-gradient laminar boundary layer, it must be $\tilde{x}_L \sim 10^{-2}$ because in Eq. (7), δ is the local boundary layer thickness and it increases with x. Besides, from the Falkner-Skan solution for $U_e \propto x^m$,

$$\frac{1}{\delta^2 U_e/\nu} = \frac{m+1}{2\eta_{99}^2(m)x} = \frac{m+1}{2\eta_{99}^2(m)x/\delta_{in}} \frac{1}{\delta_{in}}, \tag{10}$$

where η_{99} is the wall normal coordinate of the Falkner-Skan solution for which $u = 0.99U_e$ and it decreases with the exponent m.[9,10] As shown in Fig. 7, the distance for convergence in terms of δ_{in} increases for adverse-pressure-gradient boundary layers when the intensity of the pressure gradient is increased. Since $\eta_{99}(m)$ decreases with m for $m < 0$ (adverse pressure gradient) and it is positive, $\eta_{99}^2(m)$ also decreases with m. In addition, all the values of δ_{in} in the present computations have been chosen to be of the same order of magnitude; therefore, the term $(\delta^2 U_e/\nu)^{-1}$ in Eq. (10) should be lower for smaller values of m, i.e., for more intense adverse pressure gradients. In the case of favorable pressure gradients, it cannot be anticipated the evolution of $\tilde{x}_L$ with the intensity of the pressure gradient due to the increase in the convergence length based on δ_{in} when the favorable pressure gradient is stronger.

Results of the laminar boundary layer computations using $\tilde{x}_L$ are reported in Fig. 11 for favorable-, adverse-, and zero-pressure-gradient laminar boundary layers. Just as in the turbulent boundary layer simulations, it has been chosen $x^* = x_{in}$. For $m = 0$, convergence is reached when $\tilde{x}_L$ is about 0.08, which is of the order of 10^{-2} as expected. Regarding the solutions for $m < 0$, the distance for convergence decreases for $m = -0.015$ according to the previous reasoning,

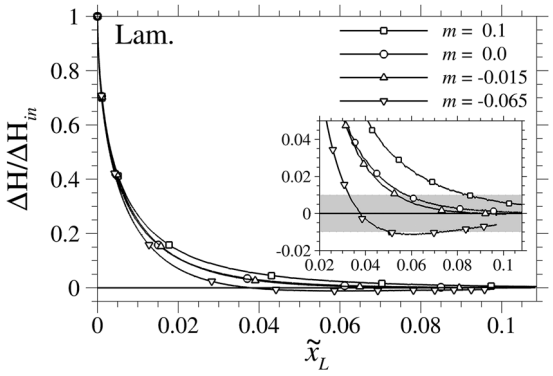


FIG. 11. Streamwise evolution of the shape factor difference in laminar boundary layers in favorable, adverse, and zero pressure gradients. The gray area represents 1% difference.

Published under license by AIP Publishing

but it is not the case for $m = -0.065$. This is due to the larger convergence distance $(x - x_{in})/\delta_{in}$ required for this computation (Fig. 7). In fact, $(x - x_{in})/\delta_{in}$ decreases the integrand as shown in Eq. (10), but at the same time, it increases the integration distance in (7). Nevertheless, the beginning of the curve follows the predictions of the previous reasoning (the curve tends to zero faster). In the case of the favorable pressure gradient, $\tilde{x}_L$ is also larger than for $m = 0$ with convergence distances $\tilde{x}_L \approx 0.1$, which should increase if m is increased, since it is the trend observed for convergence distances based on the initial boundary layer thickness.

Therefore, the convergence length based on the characteristic time of the laminar boundary layer shows values that are dependent on the pressure gradient, just like $\tilde{x}_T$ in turbulent boundary layers. Despite such dependency, a value can be given for zero-pressure-gradient laminar boundary layers ($\tilde{x}_L \sim 0.08$) and for favorable and adverse pressure gradients the values obtained are not far from that of the zero pressure gradient. This parameter can consequently be used to evaluate whether a laminar boundary layer is free from history effects in a similar way $\tilde{x}_T$ does for turbulent boundary layers.

V. CONCLUSIONS

The aim of the present work has been to contribute to the understanding of the history effects in boundary layers by means of perturbations of the upstream boundary condition. History effects are present in most of the engineering applications as well as in experimental studies and numerical simulations of boundary layers. Many research works give little or no information about the upstream development of the boundary layers before the region of interest, and it has been shown that history effects may lead to important differences in the analysis of the results.[30]

The shape factor has been the main parameter used for the present study. Different boundary layers have been analyzed with different pressure gradient evolutions, all of them seeking to reproduce equilibrium conditions in both laminar and turbulent conditions. The boundary layers have been simulated from an inlet boundary layer profile that has been perturbed, and it is the evolution of this perturbation that has been evaluated by means of the shape factor.

The present study has given a more quantitative idea about the convergence distances (i.e., the distance required to eliminate history effects) based on the initial boundary layer thickness, which is a quantity easily obtained. Convergence distances in the literature are mainly studied in zero-pressure-gradient conditions, whereas in the present work, they are compared between favorable-, zero-, and adverse-pressure-gradient conditions for both laminar and fully turbulent boundary layers. Besides, a second convergence distance is used, based on the main physical phenomenon in play, respectively, in laminar and turbulent boundary layers. In the case of turbulent boundary layers, this distance already existed in the literature (and it has been used for zero-pressure-gradient conditions), whereas it has been proposed in laminar boundary layers for the first time to the best of the authors' knowledge.

The effects of the history on the boundary layer (the presence of the perturbation introduced) have shown to be important in a quite large streamwise extent. In terms of the initial boundary layer thickness, it has been observed that laminar boundary layers do not eliminate these effects until very long distances, of the order of at least $2 \times 10^4 \delta_{in}$. This distance is dependent on the exponent m of the external velocity distribution, being minimum for $m \approx 0$ and increasing for any other value. Besides, it has also been observed that the pressure gradient for laminar boundary layers creates an overshoot in the evolution of the shape factor difference for the adverse-pressure-gradient conditions, which is more pronounced, as the intensity of the pressure gradient is raised.

In turbulent boundary layers, the convergence distance based on the initial boundary layer thickness is significantly shorter, although it still represents quite long distances. For zero-pressure-gradient conditions, distances of about $200\delta_{in}$ or $300\delta_{in}$ are required for the convergence of the shape factor difference. This distance evolves with the pressure gradient, increasing for adverse pressure gradients to distances that can reach up to $500\delta_{in}$. In the case of favorable pressure gradients, the evolution of the convergence distance with the pressure gradient intensity is not very clear because the different turbulence models do not behave exactly the same way. However, it seems that the distances do not change significantly and are of the same order as in zero-pressure-gradient conditions.

The intensity of the pressure gradient beyond which convergence is not possible has also been studied. In fact, in adverse-pressure-gradient conditions, the convergence distance increases as the intensity increases (or as m decreases) for both the laminar and turbulent computations. The first one does not show any threshold for m, whereas the second one does not show convergence when $m < -0.3$. This value is the same threshold for obtaining near-equilibrium conditions. The fact that laminar boundary layers seem to converge for all the adverse pressure gradient computations supports the idea that equilibrium and convergence are related aspects.

The convergence distance has also been addressed from a different definition given by Sillero *et al.*,[34] which, for turbulent boundary layers, relates the distance to the turnover time δ/u_τ. It has been obtained from the present results that this distance, here denoted as $\tilde{x}_T$, is of the order of 5 in the favorable pressure gradient computations, whereas it decreases to between 2 and 3 for the adverse pressure gradient simulations. In zero-pressure-gradient conditions, the value obtained is between 3 and 4. Although the values for convergence are dependent on the pressure gradient, they remain of the same order of magnitude, which makes $\tilde{x}_T$ a quite good indicator for convergence from upstream effects.

An equivalent convergence distance to $\tilde{x}_T$, denoted as $\tilde{x}_L$, has been proposed for laminar boundary layers based on its characteristic time, which is given by viscous diffusion (δ^2/ν). This criterion has shown to be of the order of 0.08 for zero-pressure-gradient boundary layers. Again, the pressure gradient modifies the values of this convergence distance: in the case of favorable pressure gradients, values of $\tilde{x}_L \sim 0.1$ are observed and also similar values to zero-pressure-gradient conditions are obtained for adverse-pressure-gradient laminar boundary layers.

It is important to bear in mind that the conclusions drawn in the present study are based on the case of small perturbations and for external velocity distributions given by a power law. Additional studies considering more generic conditions would be of huge interest. Besides, the present one focuses only on the boundary layer

Published under license by AIP Publishing

equations and more results of higher fidelity approaches such as DNS or experiments would be essential to complement the present conclusions. Nevertheless, such approaches remain for the moment more limited in Reynolds number because of the cost of the computation or of the experimental setup.

An interesting point concluded in the present work is that the convergence from history effects seems to be quite universal in terms of the pressure gradient. Except for the case of very strong adverse pressure gradients in turbulent boundary layers, the convergence has always been obtained in the present study. A pressure-gradient dependent behavior of convergence would lead to important issues in turbulence modeling. For instance, if a nonconvergence behavior, i.e., sensitivity to upstream conditions was obtained under adverse pressure gradients, then it would not be possible to observe a canonical flow because of its instability, which would make the task of universal wall-bounded turbulence modeling almost intractable. Despite these favorable results of convergence behavior, it has been observed that very large distances to achieve convergence are required based on the criteria presented making the observation of canonical flows not trivial and giving importance to the modeling of relaxation toward these flows.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors are greatly thankful to all the people involved in the evolution of the CLICET code. The thesis of J. Vaquero was partly funded by DGA (French defense procurement agency). Support from the framework of the ONERA research project FROTTEMENT is also acknowledged.

APPENDIX: DESCRIPTION OF THE NUMERICAL TOOL AND VALIDATION IN PRESSURE GRADIENT CONDITIONS

In the following, the equations employed in the solver CLICET are presented, as described by Aupoix.[48] x and y are the streamwise and wall-normal directions, respectively, and u and v their corresponding velocity components. Body forces are not considered in the present study. The Reynolds average of a given quantity f is written as $\langle f \rangle$, and so it is possible to decompose f as $f = \langle f \rangle + f'$, where f' is the fluctuating part. The mass-weighted mean value of a given quantity is considered to take into account compressibility effects (negligible in the present study). One may write

$$\tilde{f} = \frac{\langle \rho f \rangle}{\langle \rho \rangle}, \quad f = \tilde{f} + f''. \tag{A1}$$

Thus, the boundary layer equations are

$$\frac{\partial}{\partial x}(\langle \rho \rangle \tilde{u}) + \frac{\partial}{\partial y}(\langle \rho \rangle \tilde{v}) = 0, \tag{A2}$$

$$\langle \rho \rangle \tilde{u}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \langle \rho \rangle \tilde{v}\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = -\frac{\mathrm{d}\langle p \rangle}{\mathrm{d}x} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} - \langle \rho u'' v'' \rangle\right), \tag{A3}$$

$$0 = -\frac{\partial \langle p \rangle}{\partial y}, \tag{A4}$$

$$\langle \rho \rangle \tilde{u}\frac{\partial \tilde{h}_i}{\partial x} + \langle \rho \rangle \tilde{v}\frac{\partial \tilde{h}_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\tilde{u}\left(\mu\frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} - \langle \rho u'' v'' \rangle\right)\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial \tilde{T}}{\partial y} - \langle \rho v'' h'' \rangle\right), \tag{A5}$$

$$\langle p \rangle = \langle \rho \rangle R_g \tilde{T}, \tag{A6}$$

where h_i and h are the stagnation and static enthalpies, respectively, which, under the boundary layer hypothesis, are related to the mean streamwise velocity: $\tilde{h}_i = \tilde{h} + \tilde{u}^2/2$. Regarding boundary conditions, the no-slip adiabatic wall together with the link to the external flow conditions gives

$$\begin{aligned} &u = 0, v = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{on} \quad y = 0, \\ &u \to U_e(x) \quad \text{and} \quad T \to T_e \quad \text{as} \quad y \to \infty. \end{aligned} \tag{A7}$$

The pressure is known from the external pressure evolution $p_e(x)$ according to Eq. (A4). Thus, the density is obtained from the equation of state (A6) and, since $h = c_p T$ (c_p being the specific heat at constant pressure), only boundary conditions on velocity and temperature are required.

Although the solver CLICET has already been used for other studies,[49,50] an additional validation test has been performed specifically for this study for boundary layers experiencing adverse-pressure-gradient conditions. The experiment considered is that given in the work of Harun.[74] In this one, a boundary layer under an adverse pressure gradient of almost constant pressure coefficient gradient ($\mathrm{d}C_p/\mathrm{d}x$) is studied. The external velocity according to the given pressure coefficient evolution is given in Fig. 12. The boundary layer is in turbulent conditions; therefore, different models are considered for the computations: the algebraic model of Michel, Quémard, and Durant,[62] the one equation model of Spalart and Allmaras,[64] and the $k - \varepsilon$ two-equation model of Jones and Launder.[41] The results for the shape factor are presented in Fig. 13. A fairly good agreement between numerical results and experimental data is observed confirming the capability of the solver to reproduce boundary layers in adverse-pressure-gradient conditions. Besides, comparisons have been made between the solutions of the boundary layer equations and the full Navier-Stokes equations in the case of a boundary layer under an adverse pressure gradient leading to

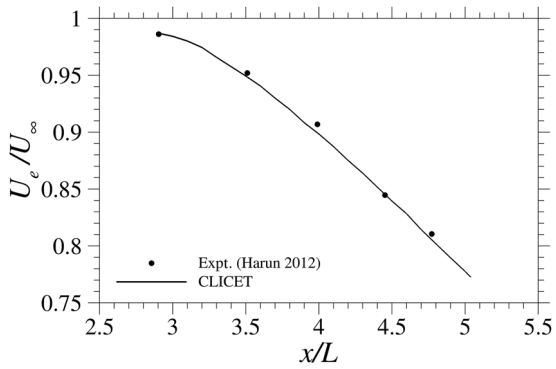


FIG. 12. External velocity evolution. Experimental data from Harun.[74]

Published under license by AIP Publishing

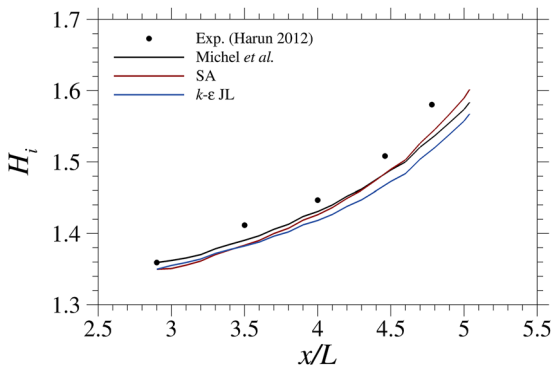


FIG. 13. Shape factor evolution for different turbulence models from Michel, Quémard, and Durant,[62] Spalart and Allmaras,[64] and Jones and Launder.[41] Experimental data from Harun.[74]

separation. These comparisons have been made until right before separation showing again a satisfactory agreement between both solutions.

REFERENCES

[1] I. Tani, "Boundary-layer transition," Annu. Rev. Fluid Mech. **1**, 169–196 (1969).
[2] P. Sagaut, S. Deck, and M. Terracol, *Multiscale and Multiresolution Approaches in Turbulence*, 2nd ed. (Imperial College Press, 2013).
[3] F. H. Clauser, "Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients," J. Aeronaut. Sci. **21**, 91–108 (1954).
[4] R. Vinuesa, P. H. Rozier, P. Schlatter, and H. M. Nagib, "Experiments and computations of localized pressure gradients with different history effects," AIAA J. **52**, 368–384 (2014).
[5] A. Bobke, R. Vinuesa, R. Örlü, and P. Schlatter, "History effects and near equilibrium in adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers," J. Fluid Mech. **820**, 667–692 (2017).
[6] R. Vinuesa, R. Örlü, C. Sanmiguel Vila, A. Ianiro, S. Discetti, and P. Schlatter, "Revisiting history effects in adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers," Flow, Turbul. Combust. **99**, 565–587 (2017).
[7] A. J. Smits and D. H. Wood, "The response of turbulent boundary layers to sudden perturbations," Annu. Rev. Fluid Mech. **17**, 321–358 (1985).
[8] V. Falkner and M. S. Skan, "LXXXV. Solutions of the boundary-layer equations," London, Edinburgh Dublin Philos. Mag. J. Sci. **12**, 865–896 (1931).
[9] D. R. Hartree, "On an equation occurring in Falkner and Skan's approximate treatment of the equations of the boundary layer," Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. **33**, 223 (1937).
[10] H. Schlichting, *Boundary-Layer Theory* (McGraw-Hill, 1968).
[11] F. H. Clauser, "The turbulent boundary layer," in *Advances in Applied Mechanics* (Elsevier, 1956), pp. 1–51.
[12] W. F. Gallo, A. V. Gnos, and J. G. Marvin, "Nonsimilar nature of the laminar boundary layer," AIAA J. **8**, 75–81 (1970).
[13] J. G. Marvin and A. R. Sinclair, "Convective heating in regions of large favorable pressure gradient," AIAA J. **5**, 1940–1948 (1967).
[14] J. Serrin, "Asymptotic behaviour of velocity profiles in the Prandtl boundary layer theory," Proc. R. Soc. A **299**, 491–507 (1967).
[15] L. A. Peletier, "On the asymptotic behaviour of velocity profiles in laminar boundary layers," Arch. Ration. Mech. Anal. **45**, 110–119 (1972).
[16] K. K. Chen and P. A. Libby, "Boundary layers with small departures from the Falkner-Skan profile," J. Fluid Mech. **33**, 273 (1968).
[17] P. A. Libby and T. M. Liu, "Further solutions of the Falkner-Skan equation," AIAA J. **5**, 1040–1042 (1967).
[18] J. Rotta, "Turbulent boundary layers in incompressible flow," Prog. Aerosp. Sci. **2**, 1–95 (1962).
[19] G. L. Mellor and D. M. Gibson, "Equilibrium turbulent boundary layers," J. Fluid Mech. **24**, 225 (1966).
[20] A. A. Townsend, *The Structure of Turbulent Shear Flow* (Cambridge University Press, Cambridge, England, New York, 1976).
[21] C. Bourassa and F. Thomas, "An experimental investigation of a highly accelerated turbulent boundary layer," J. Fluid Mech. **634**, 359 (2009).
[22] S. Dixit and O. Ramesh, "Large-scale structures in turbulent and reverse-transitional sink flow boundary layers," J. Fluid Mech. **649**, 233–273 (2010).
[23] M. R. Head, "Equilibrium and near-equilibrium turbulent boundary layers," J. Fluid Mech. **73**, 1 (1976).
[24] W. H. Schofield, "Equilibrium boundary layers in moderate to strong adverse pressure gradients," J. Fluid Mech. **113**, 91 (1981).
[25] A. E. Perry and W. H. Schofield, "Mean velocity and shear stress distributions in turbulent boundary layers," Phys. Fluids **16**, 2068 (1973).
[26] J. H. Lee, "Large-scale motions in turbulent boundary layers subjected to adverse pressure gradients," J. Fluid Mech. **810**, 323–361 (2017).
[27] B. S. Stratford, "An experimental flow with zero skin friction throughout its region of pressure rise," J. Fluid Mech. **5**, 17 (1959).
[28] V. Kitsios, A. Sekimoto, C. Atkinson, J. A. Sillero, G. Borrell, A. G. Gungor, J. Jiménez, and J. Soria, "Direct numerical simulation of a self-similar adverse pressure gradient turbulent boundary layer at the verge of separation," J. Fluid Mech. **829**, 392–419 (2017).
[29] L. P. Erm and P. N. Joubert, "Low-Reynolds-number turbulent boundary layers," J. Fluid Mech. **230**, 1 (1991).
[30] P. Schlatter and R. Örlü, "Turbulent boundary layers at moderate Reynolds numbers: Inflow length and tripping effects," J. Fluid Mech. **710**, 5–34 (2012).
[31] I. Marusic, K. A. Chauhan, V. Kulandaivelu, and N. Hutchins, "Evolution of zero-pressure-gradient boundary layers from different tripping conditions," J. Fluid Mech. **783**, 379–411 (2015).
[32] P. Schlatter and R. Örlü, "Assessment of direct numerical simulation data of turbulent boundary layers," J. Fluid Mech. **659**, 116–126 (2010).
[33] C. Sanmiguel Vila, R. Vinuesa, S. Discetti, A. Ianiro, P. Schlatter, and R. Örlü, "On the identification of well-behaved turbulent boundary layers," J. Fluid Mech. **822**, 109–138 (2017).
[34] J. Sillero, J. Jiménez, R. Moser, and N. P. Malaya, "Direct simulation of a zero-pressure-gradient turbulent boundary layer up to $Re_\theta = 6650$," J. Phys.: Conf. Ser. **318**, 022023 (2011).
[35] J. A. Sillero, J. Jiménez, and R. D. Moser, "One-point statistics for turbulent wall-bounded flows at Reynolds numbers up to $\delta^+ \approx 2000$," Phys. Fluids **25**, 105102 (2013).
[36] K. A. Chauhan, P. A. Monkewitz, and H. M. Nagib, "Criteria for assessing experiments in zero pressure gradient boundary layers," Fluid Dyn. Res. **41**, 021404 (2009).
[37] P. H. Alfredsson, A. Segalini, and R. Örlü, "A new scaling for the streamwise turbulence intensity in wall-bounded turbulent flows and what it tells us about the "outer" peak," Phys. Fluids **23**, 041702 (2011).
[38] L. Castillo and T. G. Johansson, "The effects of the upstream conditions on a low Reynolds number turbulent boundary layer with zero pressure gradient," J. Turbul. **3**, N31 (2002).
[39] J. Seo, L. Castillo, T. G. Johansson, and H. Hangan, "Reynolds stress in turbulent boundary layers at high Reynolds number," J. Turbul. **5**, N15 (2004).
[40] H. J. Herring and J. F. Norbury, "Some experiments on equilibrium turbulent boundary layers in favourable pressure gradients," J. Fluid Mech. **27**, 541 (1967).
[41] W. P. Jones and B. E. Launder, "Some properties of sink-flow turbulent boundary layers," J. Fluid Mech. **56**, 337 (1972).
[42] P. N. Inman and P. Bradshaw, "Mixing length in low Reynolds number turbulent boundary layers," AIAA J. **19**, 653–655 (1981).
[43] M. P. Simens, J. Jiménez, S. Hoyas, and Y. Mizuno, "A high-resolution code for turbulent boundary layers," J. Comput. Phys. **228**, 4218–4231 (2009).
[44] A. E. Perry, I. Marušić, and J. D. Li, "Wall turbulence closure based on classical similarity laws and the attached eddy hypothesis," Phys. Fluids **6**, 1024–1035 (1994).

Published under license by AIP Publishing

[45]A. E. Perry and I. Marusic, "A wall-wake model for the turbulence structure of boundary layers. Part 1. Extension of the attached eddy hypothesis," J. Fluid Mech. **298**, 361 (1995).
[46]I. Marusic and A. E. Perry, "A wall-wake model for the turbulence structure of boundary layers. Part 2. Further experimental support," J. Fluid Mech. **298**, 389 (1995).
[47]A. E. Perry, I. Marusic, and M. B. Jones, "On the streamwise evolution of turbulent boundary layers in arbitrary pressure gradients," J. Fluid Mech. **461**, 61 (2002).
[48]B. Aupoix, "Couches limites bidimensionnelles compressibles. Descriptif et mode d'emploi du code CLICET—Version 2005," Technical Report No. RT 17/05284, ONERA, 2005.
[49]B. Aupoix and P. Spalart, "Extensions of the Spalart–Allmaras turbulence model to account for wall roughness," Int. J. Heat Fluid Flow **24**, 454–462 (2003).
[50]N. Renard and S. Deck, "A theoretical decomposition of mean skin friction generation into physical phenomena across the boundary layer," J. Fluid Mech. **790**, 339–367 (2016).
[51]S. Deck, N. Renard, R. Laraufie, and P.-É. Weiss, "Large-scale contribution to mean wall shear stress in high-Reynolds-number flat-plate boundary layers up to $Re_\theta = 13650$," J. Fluid Mech. **743**, 202–248 (2014).
[52]M. Inoue, R. Mathis, I. Marusic, and D. I. Pullin, "Inner-layer intensities for the flat-plate turbulent boundary layer combining a predictive wall-model with large-eddy simulations," Phys. Fluids **24**, 075102 (2012).
[53]S. Deck, N. Renard, R. Laraufie, and P. Sagaut, "Zonal detached eddy simulation (ZDES) of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer over the Reynolds number range $3150 \leq Re_\theta \leq 14000$," Phys. Fluids **26**, 025116 (2014).
[54]P. E. Skåre and P.-A. Krogstad, "A turbulent equilibrium boundary layer near separation," J. Fluid Mech. **272**, 319 (1994).
[55]M. Skote, D. Henningson, and R. Henkes, "Direct numerical simulation of self-similar turbulent boundary layers in adverse pressure gradient conditions," Flow, Turbul. Combust. **60**, 47–85 (1998).
[56]J. Monty, Z. Harun, and I. Marusic, "A parametric study of adverse pressure gradient turbulent boundary layers," Int. J. Heat Fluid Flow **32**, 575–585 (2011).
[57]H. Nagib and K. Chauhan, "Variations of von Kármán coefficient in canonical flows," Phys. Fluids **20**, 101518 (2008).
[58]P. Bradshaw, "The turbulence structure of equilibrium boundary layers," J. Fluid Mech. **29**, 625 (1967).
[59]P. R. Spalart and J. H. Watmuff, "Experimental and numerical study of a turbulent boundary layer with pressure gradients," J. Fluid Mech. **249**, 337 (1993).
[60]S. B. Pope, *Turbulent Flows* (Cambridge University Press, 2000).
[61]D. Wilcox, *Turbulence Modeling for CFD* (DCW Industries, La Cañada, CA, 2006).
[62]R. Michel, C. Quémard, and R. Durant, "Application d'un schéma de longueur de mélange à l'étude des couches limites turbulentes d'équilibre," Technical Report No. 154, ONERA, 1969.
[63]P. S. Klebanoff and Z. W. Diehl, "Some features of artificially thickened fully developed turbulent boundary layers with zero pressure gradient," Technical Report No. NACA-TR-1110, National Advisory Committee for Aeronautics, 1952.
[64]P. Spalart and S. Allmaras, "A one-equation turbulence model for aerodynamic flows," La Recherche Aérospatiale, 1994.
[65]F. R. Menter, "Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications," AIAA J. **32**, 1598–1605 (1994).
[66]J. Piquet, *Turbulent Flows* (Springer Berlin Heidelberg, 1999).
[67]P. J. A. Priyadarshana and J. C. Klewicki, "Study of the motions contributing to the Reynolds stress in high and low Reynolds number turbulent boundary layers," Phys. Fluids **16**, 4586–4600 (2004).
[68]J. Klewicki, P. Fife, T. Wei, and P. McMurtry, "A physical model of the turbulent boundary layer consonant with mean momentum balance structure," Philos. Trans. R. Soc., A **365**, 823–840 (2007).
[69]A. J. Smits, B. J. McKeon, and I. Marusic, "High Reynolds number wall turbulence," Annu. Rev. Fluid Mech. **43**, 353–375 (2011).
[70]N. Hutchins and I. Marusic, "Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layers," J. Fluid Mech. **579**, 1 (2007).
[71]N. Hutchins and I. Marusic, "Large-scale influences in near-wall turbulence," Philos. Trans. R. Soc., A **365**, 647–664 (2007).
[72]I. Marusic, R. Mathis, and N. Hutchins, "High Reynolds number effects in wall turbulence," Int. J. Heat Fluid Flow **31**, 418–428 (2010).
[73]J. Cousteix, *Turbulence Et Couche Limite* (Cepadues-Éditions, Toulouse, 1989).
[74]Z. Harun, "The structure of adverse and favourable pressure gradient turbulent boundary layers," Ph.D. thesis, University of Melbourne, 2012.

Published under license by AIP Publishing

Points clés :

- Étude considérant des couches limites attachées **laminaires** et **turbulentes** à gradient de pression **nul** (ZPG), **favorable** (FPG) et **adverse** (APG) simulées en approche RANS avec les hypothèses de couche limite.
- Évolution de la **vitesse extérieure** imposée sous la forme $U_e \propto (x - x_0)^m$.
- Effets d'histoire présents sur des **longues distances** de convergence (basées sur un critère de convergence du facteur de forme) :
  - ⋆ Environ $\mathbf{2 \times 10^4 \delta_{in}}$ pour le **cas laminaire**. Certaine variation avec l'exposant m et valeur minimale pour $m \approx 0$.
  - ⋆ Distance significativement **plus courte** pour le cas **turbulent** : $\mathbf{\sim 200 - 300 \delta_{in}}$ en **ZPG** et **FPG**, jusqu'à $\mathbf{\sim 500 \delta_{in}}$ en **APG**.
- Distance de convergence **augmente** avec l'intensité du **APG** :
  - ⋆ Cas **laminaire** : convergence pour **toute valeur** de m (couche limite attachée).
  - ⋆ Cas **turbulent** : convergence pour $\boldsymbol{m \geq -0.3}$. La valeur $m = -0.3$ correspond à la limite observée dans la littérature pour des conditions de **quasi-équilibre**.
- Distance de convergence $\tilde{x}_T$ basée sur le **temps de retournement** δ/u_τ [265] (cas **turbulent**) :
  - ⋆ FPG : $\tilde{x}_T \approx 5$, ZPG : $\tilde{x}_T \approx 3 - 4$ et APG : $\tilde{x}_T \approx 2 - 3$.
- Distance basée sur le **temps de diffusion**, δ^2/ν proposée pour le cas **laminaire**, $\tilde{x}_L$:
  - ⋆ ZPG : $\tilde{x}_L \approx 0.08$, FPG et APG : $\tilde{x}_L \sim 0.1$.
- Pour tous les cas traités, sauf APG intense en turbulent (hors équilibre) : on obtient une **disparition** des perturbations → **Possibilité** d'utiliser des **conditions d'entrée turbulentes** pour les simulations WMLES (Chapitre 4).

Chapitre 4

Méthodes de modélisation et simulation des écoulements turbulents

4.1 Modélisation de la turbulence 96
4.1.1 Approche moyennée : *Reynolds-Averaged Navier-Stokes* (RANS) 96
4.1.1.1 Le modèle de Spalart-Allmaras 97
4.1.1.2 Autres modèles RANS 98
4.1.2 Approches instationnaires : *Direct Numerical Simulation* (DNS) et *Large Eddy Simulation* (LES) 99
4.1.3 Coût de calcul des simulations numériques turbulentes 101
4.1.4 Approches WMLES 105
4.1.5 Approche ZDES 109
4.1.5.1 Modes 1 et 2 : Approches type DES pour les décollements massifs . . 109
4.1.5.2 Mode 3 : Approche WMLES 110
4.2 Conditions d'entrée turbulentes 114
4.2.1 *Synthetic Eddy Method* (SEM) 114
4.2.2 Forçage dynamique 115
4.3 Présentation des codes de calcul utilisés : FLU3M et *elsA* 116
4.3.1 Discrétisation spatiale 117
4.3.2 Discrétisation temporelle 117
4.4 Points clés 118

La simulation numérique est devenue un outil indispensable pour l'étude des écoulements turbulents depuis quelques décennies. Elle permet d'avoir accès à des informations complémentaires à celles fournies par les études expérimentales. En particulier, dans les écoulements de couche limite, la simulation numérique a permis d'obtenir des bases de données très résolues. Par ailleurs, il est possible de réaliser des expériences numériques dont quelques exemples ont été cités dans la section §1.5.1 et qui ne sont pas envisageables dans les études expérimentales. Des observations essentielles sur la turbulence pariétale ont été possibles grâce à ces expériences numériques, comme c'est le cas du cycle autonome des structures cohérentes (par exemple dans [62, 132]).

Toutefois, la simulation des écoulements turbulents présente des limitations associées au coût de calcul. Ces limitations, ainsi que quelques stratégies existantes pour les contourner, sont présentées

dans ce chapitre. Les approches retenues pour les simulations numériques réalisées dans cette thèse sont détaillées, de même que quelques techniques nécessaires pour la mise en place de ces calculs. Ce chapitre conclut avec la présentation des codes de calcul et des méthodes numériques employés.

4.1 Modélisation de la turbulence

Cette section cherche à présenter différentes approches utilisées pour la modélisation de la turbulence ainsi que le coût de calcul associé à celles-ci. En effet, on rappelle que dans un écoulement turbulent la taille caractéristique des structures turbulentes varie significativement. En particulier, dans le cas d'une couche limite, les plus petites structures sont de l'ordre de l'échelle visqueuse ν/u_τ [64] alors que les plus grandes structures ont des tailles de l'ordre de l'épaisseur de couche limite δ. Le rapport entre les deux échelles de longueur est donné par $Re_\tau = \delta u_\tau/\nu$ et par conséquent la séparation entre les tailles caractéristiques des plus petites et plus grandes échelles augmente avec le nombre de Reynolds. La simulation complète de l'écoulement turbulent nécessite la résolution de toutes les échelles, ce qui devient de plus en plus coûteux lorsque le nombre de Reynolds augmente. Une alternative consiste à modéliser les effets du champ fluctuant, ce qui permet de relâcher cette contrainte. On rappelle par la suite les différentes approches employées dans la simulation et modélisation des écoulements turbulents.

4.1.1 Approche moyennée : *Reynolds-Averaged Navier-Stokes* (RANS)

L'approche RANS consiste à résoudre les équations de Navier-Stokes pour le champ moyen de l'écoulement. De cette façon le caractère fluctuant dû à la turbulence, et donc les structures cohérentes, sont absents du champ obtenu [1] mais leur effet est pris en compte à l'aide d'un modèle de turbulence, ce qui permet de réduire significativement les besoins du maillage et du pas de temps utilisés dans le calcul. Le système d'équations moyennées pour un écoulement incompressible (introduit dans la section §1.2.3) est :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \\ \dfrac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(\langle u_i \rangle \langle u_j \rangle\right) = -\dfrac{\partial}{\partial x_i}\left(\langle p \rangle/\rho\right) + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(\langle \tau_{ij} \rangle/\rho\right) - \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(\langle u_i' u_j' \rangle\right) \end{cases} \tag{4.1}$$

avec :

$$\langle \tau_{ij} \rangle/\rho = 2\nu \langle S_{ij} \rangle, \quad \langle S_{ij} \rangle = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i}\right). \tag{4.2}$$

L'équation de quantité de mouvement moyennée présente un terme additionnel par rapport à l'équation de quantité de mouvement complète qui correspond à la divergence du tenseur de Reynolds $\langle u_i' u_j' \rangle$. Ce terme représente l'effet du champ fluctuant sur le champ moyen. Toutefois, le système (4.1) ne peut pas être résolu tel que présenté, puisqu'il manque une loi de comportement pour le tenseur de Reynolds.

La fermeture du système (4.1) peut se faire de différentes façons et différents modèles de turbulence existent pour chacune des fermetures. Une fermeture très couramment utilisée se base sur l'hypothèse de Boussinesq, ce qui donne [225] :

$$-\rho \langle u_i' u_j' \rangle = 2\mu_t \langle S_{ij} \rangle - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \tag{4.3}$$

où μ_t représente la viscosité turbulente dynamique. De façon analogue à la viscosité moléculaire, on définit la viscosité turbulente cinématique comme $\nu_t = \mu_t/\rho$. Cette fermeture est souvent appelée

1. Il est important de préciser que les simulations RANS instationnaires permettent de résoudre les structures "turbulentes" à plus basse fréquence. À titre d'exemple on peut citer l'écoulement autour d'un cylindre, où le lâcher tourbillonnaire sera résolu avec cette approche [140, 261, 286].

fermeture linéaire, puisque le lien entre les tensions de Reynolds et le tenseur taux de déformation $\langle S_{ij} \rangle$ est linéaire (à travers μ_t). Le système (4.1) peut s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0 \\ \dfrac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_j} \left(\langle u_i \rangle \langle u_j \rangle \right) = -\dfrac{\partial}{\partial x_i} \left(\langle p \rangle / \rho + 2/3k \right) + \dfrac{\partial}{\partial x_j} \left(2 \left(\nu + \nu_t \right) \langle S_{ij} \rangle \right) \end{cases} \tag{4.4}$$

Des relations plus complexes (non-linéaires) pour la fermeture du système existent également [286]. Il est ensuite nécessaire de rajouter des lois qui donnent le comportement de la viscosité turbulente μ_t (ou ν_t) et de l'énergie cinétique turbulente k, ce qui est fourni par les modèles de turbulence. Les modèles de turbulence qui utilisent la viscosité turbulente pour établir une relation entre le tenseur de Reynolds et le champ moyen, telle que (4.3), sont dits modèles à viscosité turbulente. Parmi ces modèles, on trouve des modèles algébriques ou des modèles à équations de transport.

4.1.1.1 Le modèle de Spalart-Allmaras

Un des modèles à viscosité turbulente très fréquemment utilisé dans la littérature est le modèle de Spalart-Allmaras (SA) proposé par Spalart et Allmaras en 1992 [283]. Ce modèle est très utilisé dans cette thèse, d'une part pour la réalisation de certaines simulations RANS et d'autre part en raison de son importance dans l'approche ZDES présentée dans la section §4.1.5. Il s'agit d'un modèle à une équation de transport pour la pseudo-viscosité turbulente $\tilde{\nu}$, liée à la viscosité turbulente par $\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1}$. L'équation de transport de $\tilde{\nu}$ est donnée par :

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = \underbrace{c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu}}_{\text{Production}} + \underbrace{\frac{1}{\sigma} \left[\nabla \cdot \left(\left(\nu + \tilde{\nu} \right) \nabla \tilde{\nu} \right) + c_{b2} \left(\nabla \tilde{\nu} \right)^2 \right]}_{\text{Diffusion}} - \underbrace{c_{w1} f_w \left[\frac{\tilde{\nu}}{d_w} \right]^2}_{\text{Destruction}} \tag{4.5}$$

avec :

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1}, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}, \quad \chi \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \tag{4.6}$$

et d_w correspond à la distance à la paroi. Dans la zone logarithmique d'une couche limite turbulente canonique à gradient de pression nul, en utilisant les hypothèses de couche limite, on obtient $\nu_t = \kappa d_w u_\tau$, où on rappelle que u_τ correspond à la vitesse de frottement. Ce comportement linéaire avec la distance à la paroi n'est plus valable dans la zone tampon ni dans la sous-couche visqueuse. À l'aide de la fonction f_{v1}, la pseudo-viscosité turbulente dans la totalité de la zone interne de la couche limite se comporte de façon linéaire ($\tilde{\nu} = \kappa d_w u_\tau$). En effet, l'importante activité turbulente dans la zone logarithmique fait que χ atteint des valeurs très importantes et donc $f_{v1} = 1$ dans cette zone. Ce comportement linéaire de la pseudo-viscosité turbulente dans la totalité de la zone interne est cherché par Spalart et Allmaras [284] pour faciliter la résolution numérique. De plus, le terme de production fait intervenir la norme de la vorticité moyenne $\Omega = \sqrt{\langle \omega_i \rangle \langle \omega_i \rangle}$ à travers le terme $\tilde{S}$. Dans la zone logarithmique d'une couche limite turbulente à gradient de pression nul on a $\tilde{S} = \Omega = u_\tau / (\kappa d_w)$. Afin de garder ce comportement pour $\tilde{S}$ dans la totalité de la zone interne, on définit $\tilde{S}$ comme :

$$\tilde{S} \equiv \Omega + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d_w^2} f_{v2}, \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}. \tag{4.7}$$

Le terme de destruction dans (4.5) prend en compte la présence d'une paroi solide à l'aide de la distance à celle-ci donnée par d_w. La fonction f_w est utilisée pour améliorer le comportement du modèle, notamment en accélérant la diminution de la destruction de la viscosité turbulente dans la zone de sillage. Cette fonction est donnée par :

$$f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{1/6}, \quad g = r + c_{w2}(r^6 - r), \quad r \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} \kappa^2 d_w^2} \tag{4.8}$$

et les constantes présentes dans le modèle sont $c_{b1} = 0.1355$, $\sigma = 2/3$, $c_{b2} = 0.622$, $\kappa = 0.41$, $c_{w1} = c_{b1}/\kappa^2 + (1 + c_{b2})/\sigma$, $c_{w2} = 0.3$, $c_{w3} = 2$, $c_{v1} = 7.1$.

Il est intéressant de noter que, en appliquant les hypothèses de couche limite, le seul terme du tenseur de Reynolds intervenant dans l'équation de la quantité de mouvement longitudinale est la tension croisée de Reynolds. En accord avec l'hypothèse de Boussinesq, dans ce cas l'énergie cinétique turbulente n'intervient pas dans la fermeture des équations RANS, puisque le terme δ_{12} du symbole de Kronecker est nul, et l'hypothèse de Boussinesq s'écrit $-\langle u'v'\rangle = \nu_t \partial\langle u\rangle/\partial y$. Dans des écoulements plus généraux l'énergie cinétique turbulente intervient dans l'hypothèse de Boussinesq et donc dans l'équation de quantité de mouvement moyenne comme montré dans le système (4.4). Bien que l'effet de l'énergie cinétique turbulente soit négligé [2] lorsque le modèle de Spalart-Allamaras est utilisé, cela ne pose pas un problème majeur pourvu que l'hypothèse d'incompressibilité soit applicable. En effet, d'un point de vue mathématique, le terme $\langle p\rangle/\rho + 2/3k$ joue le rôle d'un multiplicateur de Lagrange pour satisfaire la condition de champ de vitesse solénoïdal résultant de l'hypothèse d'incompressibilité. Par ailleurs, négliger l'énergie cinétique turbulente ne modifie pas la valeur de la pression moyenne pariétale sous réserve que la condition d'adhérence soit appliquée (ce qui impose $k = 0$ à la paroi).

4.1.1.2 Autres modèles RANS

Il existe de nombreux modèles de turbulence de différents types, comme discuté par exemple par Wilcox [327]. En plus du modèle de Spalart-Allmaras, un deuxième modèle à viscosité turbulente est utilisé dans ces travaux de thèse. Il s'agit du modèle $k-\omega$ SST proposé par Menter [193], où ω correspond à la dissipation spécifique d'énergie cinétique turbulente ($\omega = \epsilon/k$). Ce modèle combine le bon comportement proche de la paroi du modèle $k-\omega$ de Wilcox [327] et l'indépendance à l'écoulement externe du modèle $k-\epsilon$. En effet, le modèle $k-\omega$ de Wilcox [327] est très sensible aux valeurs externes de ω [192, 193]. Ainsi, Menter [193] utilise une fonction de lissage qui permet d'utiliser le modèle $k-\omega$ près de la paroi et le modèle $k-\epsilon$ dans la zone de sillage. Par ailleurs, le modèle $k-\omega$ SST utilise une modification de la relation entre μ_t, k et ω pour un meilleur comportement en présence de gradients de pression adverses (*Shear Stress Transport*).

Bien que les modèles à viscosité turbulente utilisant l'hypothèse de Boussinesq (4.3) donnent des résultats acceptables dans de nombreuses configurations, la prévision de certains types d'écoulements n'est pas satisfaisante. En particulier, la prévision des écoulements de coin reste très perfectible lorsqu'on utilise l'hypothèse de Boussinesq [100, 175]. Une fermeture différente est proposée par Spalart [286] appelée QCR (*Quadratic Constitutive Relation*) qui donne une relation non-linéaire entre le tenseur de Reynolds et le tenseur taux de déformation moyen. À l'aide de cette fermeture, Spalart [286] utilise le modèle de Spalart-Allmaras pour la prévision d'un écoulement de coin, où les écoulements secondaires de deuxième espèce, correspondant aux tourbillons de coin, sont présents dans l'écoulement simulé. Cette fermeture permet de contourner un des problèmes de la fermeture linéaire, notamment le fait que l'anisotropie du tenseur de Reynolds et celle du tenseur taux de déformation est la même. En effet, pour le cas d'un cisaillement $\frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y}$, la fermeture QCR donne $\langle w'^2\rangle > \langle v'^2\rangle$ [286], contribuant au développement des écoulements secondaires de deuxième espèce. Des modifications pour cette fermeture ont plus récemment été proposées dans [175] (SA-QCR 2013) puis dans [240] (SA-QCR 2020). Une des modifications proposées concerne le terme lié à l'énergie cinétique turbulente ($2/3\rho k\delta_{ij}$) qui est négligé dans la version originale du modèle de Spalart-Allmaras. Toutefois, les fermetures QCR restent toujours perfectibles ; en particulier des écarts sont toujours observables dans la production de vorticité moyenne ce qui peut se manifester sur la position des tourbillons de coin [241]. Plus de détails sur d'autres fermetures non-linéaires peuvent être trouvés dans [327].

Un autre type de fermeture du système (4.1) très fréquemment retrouvé dans la littérature consiste à utiliser des équations de transport pour les tensions de Reynolds [225, 327]. Ces modèles sont appelés DRSM (*Differential Reynolds Stress Model*), et ne font pas partie des modèles dits à viscosité turbulente, puisque celle-ci n'intervient pas. Ainsi, sept équations sont ajoutées au système (4.1) : six pour les tensions de Reynolds et une autre pour une variable fournissant une échelle de turbulence, qui peut

2. On considère l'hypothèse $\langle p\rangle \gg \frac{2}{3}\rho k$.

être ϵ ou ω par exemple [225]. L'équation de transport du tenseur de Reynolds peut s'écrire :

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle u_i' u_j' \rangle + \langle u_l \rangle \frac{\partial}{\partial x_l}\langle u_i' u_j' \rangle = \mathcal{P}_{ij} + \mathcal{R}_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_l}\mathcal{T}_{lij} - \epsilon_{ij} \tag{4.9}$$

où les termes de droite dans l'équation correspondent respectivement au tenseur de production, au tenseur de pression-déformation, à la diffusion due à la turbulence, à la pression et à la viscosité et le dernier terme correspond au tenseur de dissipation. Avec ces équations et celle pour la variable turbulente en question, les variables connues dans le système d'équations sont les variables du champ moyen, les tensions de Reynolds et la variable turbulente. Par conséquent, le seul terme connu dans dans le membre de droite de (4.9) est $\mathcal{P}_{ij}$, et le reste des termes doit être modélisé [225, 327]. Dans cette thèse, des simulations seront réalisées en utilisant un modèle DRSM, en particulier le SSG-LRR-ω [39, 160, 293].

La modélisation complète de la turbulence dans l'approche RANS présente des limitations importantes. Les modèles RANS sont souvent calibrés dans certaines conditions d'écoulement qui ne sont pas naturellement présentes dans toutes les configurations, ce qui mène à une performance perfectible des modèles dans certains écoulements simulés. Par ailleurs, d'autres limitations existent de façon intrinsèque à l'approche RANS (indépendantes du modèle). Spalart [286] souligne en particulier les limitations des simulations instationnaires RANS (URANS, *unsteady* RANS) pour les écoulements de sillage. Le lâcher tourbillonnaire est présent dans ces simulations, avec des prévisions satisfaisantes de la fréquence de celui-ci. Toutefois, les effets de modulation dans le sillage de ces écoulements ne sont pas pris en compte, alors qu'ils peuvent se manifester significativement sur l'écoulement [207, 303]. Une deuxième limitation est soulignée par Spalart [286] concernant l'importance de l'envergure dans ce type d'écoulements. En effet, bien que les simulations URANS soient capables de séparer les échelles temporelles et, dans cet exemple particulier, développer le lâcher tourbillonnaire, la direction selon l'envergure est considérée homogène alors que cette direction peut avoir une influence importante sur les écoulements instationnaires de sillage. À ces limitations s'ajoute le besoin de résoudre le champ fluctuant dans certaines applications ; à titre d'exemple on peut citer les applications aéroacoustiques ou les études des charges instationnaires liées à la turbulence. On rappelle dans la section suivante l'approche instationnaire résolue pour les simulations d'écoulements turbulents.

4.1.2 Approches instationnaires : *Direct Numerical Simulation* (DNS) et *Large Eddy Simulation* (LES)

Cette section présente les approches instationnaires où la turbulence est complètement ou partiellement résolue. La présence de turbulence résolue dans la simulation permet d'une part de diminuer l'impact des limitations de la modélisation, et d'autre part d'avoir accès au champ fluctuant.

Dans l'approche DNS (*Direct Numerical Simulation*) les équations de Navier-Stokes sont directement résolues sans intervention d'aucun modèle de turbulence. Afin de correctement simuler l'écoulement, il est nécessaire de résoudre toutes les échelles spatiales et temporelles de celui-ci. On rappelle que les plus petites échelles (échelles dissipatives) dans un écoulement turbulent sont de l'ordre de l'échelle de Kolmogorov $\eta = \left(\nu^3/\epsilon\right)^{1/4}$, alors que les plus grandes échelles (échelles énergétiques) sont de l'ordre de l'échelle intégrale longitudinale Λ. Le rapport entre la taille des plus grandes échelles et celle des plus petites est proportionnel à $Re_\Lambda^{3/4}$ où $Re_\Lambda = (\Lambda k^{1/2})/\nu$, et donc le rapport des volumes est proportionnel à $Re_\Lambda^{9/4}$ pour un écoulement tridimensionnel [225]. Par ailleurs, dans la plupart des applications industrielles, les nombres de Reynolds Re_τ (qui pour une couche limite donne le rapport entre les tailles des plus grandes et des plus petites échelles) sont de l'ordre de $10^3 - 10^6$ (voir figure 1.1). Il est évident que la simulation directe des écoulements turbulents peut devenir rapidement prohibitive lorsque le nombre de Reynolds augmente et en particulier à des nombres de Reynolds industriels. On détaillera dans la section §4.1.3 le coût de calcul associé à l'approche DNS ainsi qu'à d'autres approches.

La figure 4.1 représente le spectre d'énergie cinétique turbulente dans le cas de turbulence homogène isotrope. Plusieurs régions sont identifiées dans ce spectre, associées à différents comportements des échelles turbulentes [225]. En particulier les échelles dissipatives présentent un comportement universel.

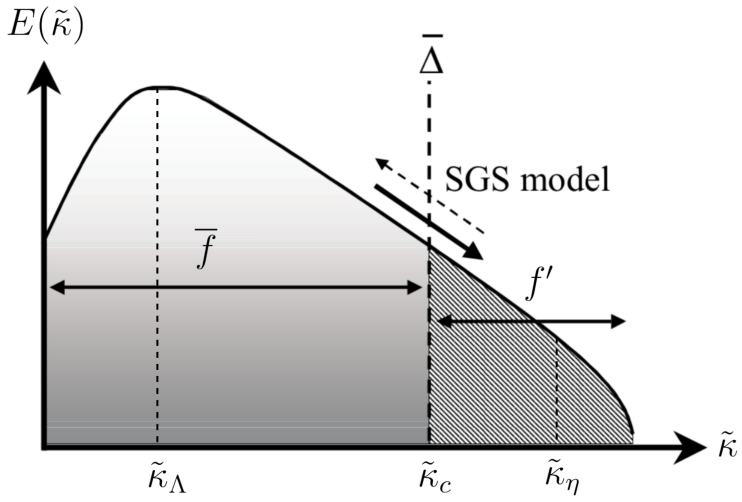


FIGURE 4.1 – Décomposition du spectre d'énergie cinétique turbulente en fonction du nombre d'onde $\tilde{\kappa}$ dans le cas de turbulence homogène isotrope. Le nombre d'onde $\tilde{\kappa}_c$ correspond à la séparation entre les échelles résolues ($\tilde{\kappa} < \tilde{\kappa}_c$) et les échelles filtrées ($\tilde{\kappa} > \tilde{\kappa}_c$). Pour une variable f donnée, $\overline{f}$ correspond à la partie résolue et f' à la partie non résolue. $\tilde{\kappa}_\Lambda \propto 1/\Lambda$ et $\tilde{\kappa}_\eta \propto 1/\eta$. Adapté de [242].

De ce point de vue, l'approche LES (*Large Eddy Simulation*) vise à résoudre les échelles énergétiques, qui en général sont plus dépendantes de l'écoulement en question, et à modéliser les petites échelles à l'aide d'un modèle sous-maille en appliquant un filtre spatial. Ce filtre est représenté sur la figure 4.1, où la séparation entre les échelles est donnée par le nombre d'onde $\tilde{\kappa}_c$ avec une longueur caractéristique du filtre $\overline{\Delta}$. Dans la pratique, les grandeurs de l'écoulement sont filtrées passe-haut en échelle en définissant un produit de convolution dans l'espace physique [243].

La modélisation des petites échelles permet une réduction du coût de calcul en comparaison à la DNS. Toutefois, cette réduction dans les écoulements pariétaux reste limitée, si bien que les simulations WRLES[3] (*Wall-Resolved* LES) restent limitées à des nombres de Reynolds modérés, à l'instar de la DNS (voir section §4.1.3). De ce fait, on retrouve dans la littérature des travaux où la WRLES est nommée QDNS (*Quasi*-DNS). D'après Spalart [286], les arguments pour cette nomenclature se basent sur la faible réduction du coût de calcul par rapport à une DNS, sur la résolution des Streaks dans la zone interne (ce qui ne laisse aucun type de structure non résolu) et les niveaux similaires entre les tensions dues au modèle sous-maille et les tensions d'origine visqueuse. Une façon couramment utilisée dans la littérature pour détourner ce problème consiste à utiliser des modèles de paroi (*Wall-Modeled* LES, WMLES) pour réduire les contraintes de maillage associées à la zone interne de la couche limite [221]. Ces approches seront détaillées dans la section §4.1.4. De cette façon, une partie de la turbulence est toujours résolue dans la zone externe de la couche limite qui représente environ 90% de son épaisseur, ce qui s'avère essentiel pour la correcte prévision de ces écoulements dans certaines situations. À titre d'exemple, les effets d'histoire sur la couche limite peuvent jouer un rôle important sur le développement de celle-ci.

Les équations filtrées pour la simulation en approche LES peuvent s'écrire de façon analogue au système (4.4), si on considère l'écoulement incompressible et l'hypothèse de Boussinesq pour relier le tenseur résultant du filtrage du terme d'advection et le tenseur taux de déformation filtré :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_i} = 0 \\ \dfrac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u}_i \overline{u}_j\right) = -\dfrac{\partial}{\partial x_i}\left(\overline{p}/\rho + 2/3 k_{sgs}\right) + \dfrac{\partial}{\partial x_j}\left(2\left(\nu + \nu_{sgs}\right)\overline{S}_{ij}\right) \end{cases} \tag{4.10}$$

où les variables filtrées sont notées $\overline{\bullet}$. Une notation différente a été employée par rapport au système

3. Pour les écoulements pariétaux, on désigne souvent l'approche LES classique comme WRLES par opposition à l'approche WMLES (*Wall-Modeled* LES), présentée dans la section §4.1.4.

(4.4) afin de garder dans ce manuscrit la notation $\langle \bullet \rangle$ pour la moyenne de Reynolds, même si celle-ci représente un cas particulier de filtrage des équations. Le sous indice "sgs" fait référence au modèle sous-maille (*Subgrid-Scale* en anglais). Le modèle de fermeture le plus simple, et qui représente les bases de nombreux modèles sous-maille [225], est le modèle de Smagorinksy [278] :

$$\nu_{sgs} = (C_S \Delta)^2 \left(2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij}\right)^{1/2} \tag{4.11}$$

où Δ correspond à la taille de maille et C_S est une constante, dont la valeur théorique dans le cas de turbulence homogène isotrope est $C_S = 0.18$ [243]. Cependant, la valeur de cette constante est souvent adaptée en fonction du type d'écoulement pour améliorer les résultats, avec des valeurs d'environ $C_S = 0.1 - 0.2$ [243].

Le modèle de Smagorinsky repose sur plusieurs hypothèses, notamment liées à des propriétés de la turbulence homogène isotrope. Pour cette raison, le modèle de Smagorinsky ne semble pas être parfaitement adapté pour des écoulements turbulents pariétaux, où la constante C_S est souvent réduite par rapport à des simulations de turbulence homogène isotrope [243]. Notamment, les tensions de Reynolds à la paroi doivent s'annuler à cause de la condition d'adhérence. Ceci n'est pas le cas pour les tensions sous-maille modélisées avec C_S constant du fait que le tenseur taux de déformation à la paroi n'est pas nul. De plus, le modèle de Smagorinksy repose sur l'hypothèse d'une cascade directe de transfert énergétique entre les structures turbulentes. Or, pour les écoulements pariétaux, il existe une cascade inverse d'énergie [137]. D'autres modèles ont été proposés dans la littérature pour améliorer le comportement près de la paroi des modèles sous-maille [243]. À titre d'exemple, on peut citer le modèle de Smagorinsky dynamique [102] ou le modèle WALE (*Wall-Adapting Local Eddy-viscosity*) [209]. Le modèle de Smagorinsky dynamique cherche à définir une valeur pour C_S qui varie selon l'état local de l'écoulement, en utilisant deux filtrages avec des longueurs caractéristiques différentes. Le modèle WALE définit la viscosité sous-maille de façon à adopter un comportement plus adapté en présence des parois. Par ailleurs, ce modèle peut être utilisé dans des géométries complexes, ce qui n'est pas toujours le cas pour le modèle de Smagorinksy dynamique, pour lequel des instabilités numériques peuvent apparaître [209].

L'emploi de la LES pour simuler des écoulements pariétaux permet une meilleure prévision que l'approche RANS, grâce à la résolution d'une grande partie de la turbulence. Toutefois, quelques limitations existent par rapport à cette méthode. La modélisation des échelles sous-maille reste toujours perfectible. Cela se manifeste par exemple sur le frottement, où les résultats WRLES sur une couche limite turbulente provoquent des écarts par rapport aux valeurs expérimentales ou DNS. En particulier, les résultats de [16, 251] présentent une tendance de l'approche WRLES à sur-estimer le frottement. Cette tendance n'est pas indépendante du modèle sous-maille, si bien que d'autres résultats dans la littérature donnent une sous-estimation du frottement [12, 75, 102]. Malgré ces écarts, le niveau de fidélité des simulations WRLES reste très élevé, au point de servir de référence pour des études d'écoulements turbulents [139]. Ainsi, la limitation la plus importante pour l'approche WRLES provient du coût de calcul qui restreint le domaine d'application de la méthode à des écoulements à des Reynolds modérés, à l'instar de la DNS. Comme déjà indiqué, cette contrainte peut être réduite en utilisant l'approche WMLES (voir §4.1.4) qui permet une réduction significative du coût de calcul tout en gardant une partie importante de turbulence résolue. Le coût de calcul associé aux différentes approches est détaillé dans la section suivante (§4.1.3).

4.1.3 Coût de calcul des simulations numériques turbulentes

On détaille dans cette section le coût de calcul associé à différentes approches de modélisation de la turbulence dans lesquelles la turbulence est partiellement ou complètement résolue, pour des écoulements turbulents pariétaux. Notamment, les approches considérées sont la DNS, la WRLES et la WMLES. La figure 4.2 illustre la séparation d'échelles dans un écoulement turbulent issu d'un calcul DNS. En particulier on observe des grandes structures associées à l'allée de von Kármán et de taille commensurable à la taille du cylindre. Des structures significativement plus petites sont également identifiées dont la taille sur la figure peut atteindre le centième de la taille caractéristique de l'objet.

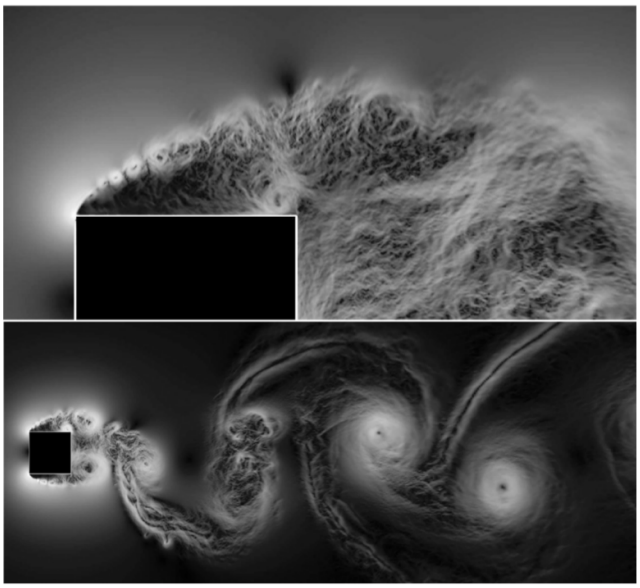


FIGURE 4.2 – Simulation DNS d'un écoulement autour d'un cylindre à base carrée à $Re_L = 22000$, où L représente la longueur du côté du cylindre. Tiré de [304].

Les structures les plus petites, associées à la dissipation de la turbulence, ne sont probablement pas observables sur la figure, puisque la taille des mailles autour du cylindre par rapport à la taille de celui-ci sont de l'ordre de 10^{-3} [304].

Sur la figure 4.3, les différentes approches de modélisation sont classées en fonction de leur niveau de modélisation. L'évolution du coût de calcul est inverse à celle du niveau de modélisation. Du côté du niveau le plus élevé de modélisation, et donc de coût de calcul le plus faible, se place l'approche RANS. À l'extrême opposé se place la DNS, où la modélisation est inexistante mais en revanche la DNS est la méthode la plus coûteuse, puisque toutes les échelles spatiales et temporelles sont résolues. Il est intéressant de noter que l'approche LES peut atteindre la DNS dans la limite où le maillage serait suffisamment fin (résolution égale à celle d'un calcul DNS) et le modèle sous-maille désactivé.

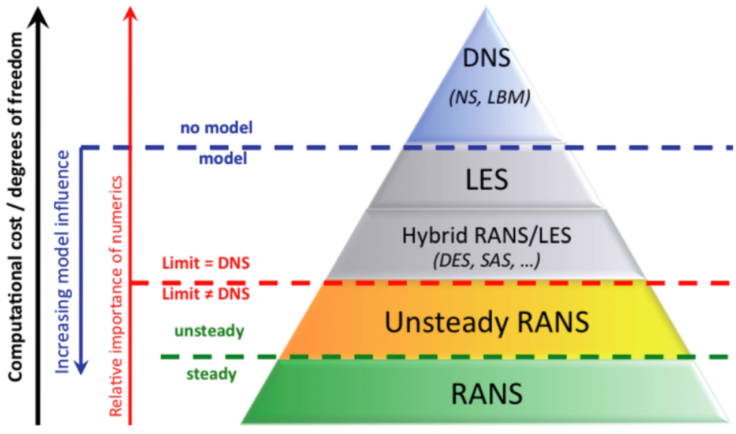


FIGURE 4.3 – Classification des différentes approches de modélisation des écoulements turbulents en fonction de leur niveau de modélisation. Tiré de [242].

Il a été mentionné précédemment la présence dans un écoulement turbulent de différentes échelles de structures turbulentes, dont la séparation entre les plus grandes et les plus petites devient plus importante lorsque le nombre de Reynolds augmente [225]. Pour un écoulement de couche limite, les structures le plus énergétiques dans la zone interne ont une taille caractéristique de l'ordre de ν/u_τ,

et celles localisées dans la zone externe ont une taille de l'ordre de l'épaisseur de couche limite δ (§1.4). Piomelli [221] présente une estimation du coût de calcul pour la simulation de couches limites turbulentes au moyen de l'approche WRLES en fonction du nombre de Reynolds (basé sur l'épaisseur de couche limite, Re_δ). D'après ses résultats, pour des nombres de Reynolds modérés ($Re_\delta \approx 10^4$), la résolution de la zone interne, qui correspond à environ 10% de la couche limite, nécessite 50% des ressources employées pour la simulation. Autrement dit, la moitié des ressources servent à résoudre uniquement 10% de l'écoulement. Pour des valeurs $Re_\delta > 5 \times 10^4$, quasiment la totalité des ressources sont employées pour la zone interne de la couche limite.

Une estimation plus précise des coûts de calcul pour différentes approches en fonction du nombre de Reynolds est présentée par exemple par Deck *et al.* [72]. Ces estimations sont réalisées pour des simulations de couche limite turbulente en prenant en compte non seulement les aspects physiques de la turbulence, mais également les pratiques couramment utilisées dans les simulations de ces écoulements. Deck *et al.* [72] supposent une couche limite se développant depuis la station $x = x_0$ où $Re_\theta = 1000$, jusqu'à une station $x = L_x$. D'après leur estimation, le nombre de points pour le maillage d'une simulation DNS est :

$$N_{\mathrm{DNS}} \sim Re_{L_x}^{115/56} \sim Re_{\theta(L_x)}^{2.40}. \tag{4.12}$$

Pour une simulation WRLES, l'estimation du nombre de points dans la zone interne est donnée par :

$$N_{\mathrm{WR}} \sim Re_{L_x}^{13/7} \sim Re_{\theta(L_x)}^{2.17} \tag{4.13}$$

et pour une simulation WMLES, l'estimation du nombre de points dans la zone externe est :

$$N_{\mathrm{WM}} \sim Re_{L_x} \sim Re_{\theta(L_x)}^{1.17}. \tag{4.14}$$

Le nombre de points total estimé pour l'approche WRLES est donné par la somme des estimations N_{WR} et N_{WM} correspondant aux zones interne et externe respectivement. Ces estimations sont représentées sur la figure 4.4 en fonction du nombre de Reynolds. On observe que le coût de calcul associé à la DNS et à la WRLES est très similaire et que la réduction de celui-ci à l'aide de la WRLES est très modeste. Il est donc sans surprise que dans la littérature on trouve parfois l'appellation QDNS pour faire référence à la WRLES comme évoqué précédemment (par exemple dans [286, 289]). Par ailleurs, la contribution de la zone externe au coût de calcul de l'approche WRLES et négligeable comparée à la contribution de la zone interne, en accord avec Piomelli [221]. À titre d'exemple, en utilisant les estimations de Deck *et al.* [72], le rapport de coût de calcul d'une simulation DNS et une simulation WRLES comparées à un calcul WMLES jusqu'à $Re_\theta = 10^4$ est respectivement $N_{\mathrm{DNS}}/N_{\mathrm{WM}} \approx 1.6 \times 10^4$ et $N_{\mathrm{WR}}/N_{\mathrm{WM}} \approx 2.5 \times 10^2$. Il faut rappeler que dans cet exemple on considère une couche limite se développant depuis une entrée à $Re_\theta = 1000$, ce qui explique en partie l'énorme réduction du nombre de points en WMLES.

Dans l'optique de réduire davantage le coût de calcul tout en gardant du contenu résolu de la turbulence, des approches dites hybrides RANS/LES ont été développées. L'idée consiste à employer les approches RANS et LES dans différentes zones du domaine de calcul simultanément. Typiquement, l'approche RANS sera employée dans les zones de l'écoulement où les prévisions données par celle-ci sont satisfaisantes. L'approche LES sera appliquée dans les zones où l'approche RANS ne prévoit pas correctement l'écoulement, ou bien dans les zones où l'on souhaite résoudre l'écoulement fluctuant, par exemple dans des zones détachées [242]. Un exemple d'application relativement canonique serait un écoulement de marche descendante où la couche limite en amont du décollement est traitée en RANS et la couche de mélange et la zone de recirculation en LES [289].

Un des premiers travaux qui ont servi à consolider l'approche hybride RANS/LES est celui de Spalart *et al.* [289], où la méthode DES (*Detached-Eddy Simulation*) est présentée. Cette méthode a servi comme précurseur pour le développement postérieur d'autres méthodes hybrides RANS/LES, c'est pourquoi la formulation donnée dans [289] est souvent notée DES97. L'idée repose sur la modification du terme de destruction du modèle de Spalart-Allmaras (4.5), où la distance à la paroi d_w est remplacée par $\tilde{d} = \min(d_w, C_{\mathrm{DES}}\Delta_{\max})$, avec $C_{\mathrm{DES}} = 0.65$ et $\Delta_{\max} = \max(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ (Δx_i correspond à la taille de maille dans la direction x_i). De cette façon, près des parois $\tilde{d} = d_w$ ce qui correspond à l'approche

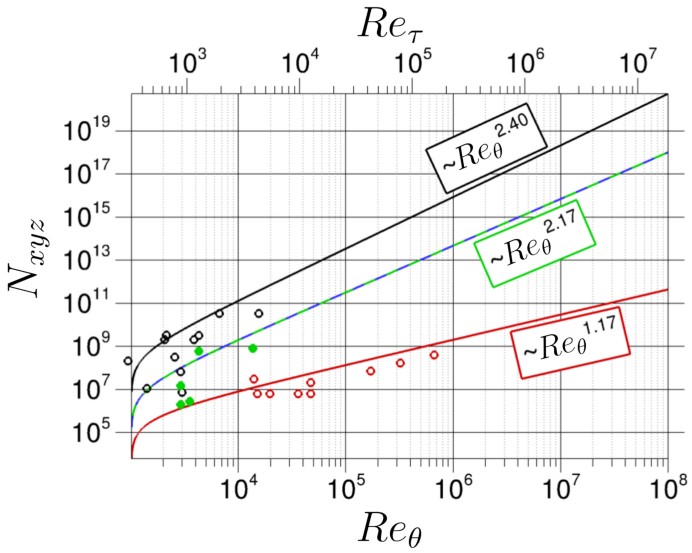


FIGURE 4.4 – Comparaison du nombre de points du maillage N_{xyz} pour des simulations de couche limite turbulente avec $Re_\theta = 1000$ en entrée pour différentes approches de modélisation de la turbulence. (—) : WMLES (zone externe) (4.14) ; (—) : WRLES (zone interne) (4.13) ; (- - -) : WRLES (zones interne et externe) ; (—) : DNS (4.12). (○), (●) : DNS et WRLES respectivement d'après la revue bibliographique dans [73]. (○) : valeurs WMLES de [133, 134]. Adapté de [72].

RANS, et loin des parois $\tilde{d} = C_{\text{DES}}\Delta_{\max}$. Dans ce dernier cas, la valeur de $\tilde{\nu}$ est adaptée à la taille de maille et lorsqu'on suppose un équilibre entre production et destruction on obtient $\tilde{\nu} \sim \Omega\Delta_{\max}^2$ ce qui correspond à un comportement comme celui donné par le modèle sous-maille de Smagorinsky (4.11) [289]. Il est important de noter que le comportement RANS ou LES se fait ainsi automatiquement dans la méthode DES97.

La méthode DES97 est sensible au raffinement du maillage utilisé dans le calcul, ce qui peut induire des comportements non désirés. Spalart *et al.* [288] suggèrent une modification de la méthode DES97 permettant un meilleur comportement des fonctions employées dans le modèle de Spalart-Allmaras dans la zone LES. En présence d'un maillage très fin, les niveaux de viscosité turbulente dans la zone LES seront très faibles et par conséquent $\tilde{\nu}/\nu$ sera très petit, ce qui peut être interprété par le modèle comme une proximité de la paroi. Pour éviter cela, une fonction $\Psi \geq 1$ peut être introduite dans la définition de la longueur caractéristique $\tilde{d} = \min(d_w, \Psi C_{\text{DES}}\Delta_{\max})$. Une alternative est utilisée dans la branche LES du mode 1 de la méthode ZDES (*Zonal Detached Eddy Simulation*, [67, 68, 71, 74]), où les fonctions proche paroi du modèle sont désactivées dans la branche LES ($f_{v1} = 1$, $f_{v2} = 0$ et $f_w = 1$) [30, 68]. La méthode ZDES sera détaillée dans la section §4.1.5.

Lors de simulations à l'aide de la méthode DES97, le comportement en mode RANS n'est pas toujours garanti pour les couches limites attachées. En effet, si le maillage utilisé est suffisamment fin, le passage en branche LES peut se faire de façon prématurée dans les couches limites attachées lorsque $d_w > \Psi C_{\text{DES}}\Delta_{\max}$. Cependant, si le maillage n'est pas suffisamment fin pour une correcte résolution des tensions de Reynolds qui ne sont plus modélisées par la branche RANS, un manque de tensions de Reynolds se produit dans l'écoulement (*Modelled-Stress Depletion*) ce qui peut provoquer un décollement prématuré de la couche limite (*Grid-Induced Separation*) [191, 287]. Spalart *et al.* [288] proposent une deuxième modification définissant ainsi la méthode *Delayed Detached-Eddy Simulation* (DDES). Une fonction de protection intervenant sur l'échelle de longueur caractéristique est introduite par Spalart *et al.* [288] pour éviter ce problème dans la DDES. La protection des couches limites peut toutefois provoquer un retard dans le développement des instabilités dans l'écoulement traité en mode LES [68]. La ZDES mode 2 (2012) permet également une protection des couches limites attachées tout en diminuant le retard de développement des instabilités [68]. De plus, des modifications récentes proposées par Shur *et al.* [263] permettent un meilleur développement des instabilités dans la méthode DDES. Par ailleurs, une amélioration de la protection de la ZDES mode 2 des couches limites attachées

(basée jusque là sur la même fonction de protection que la DDES) a été récemment proposée par Deck et Renard [71], ZDES mode 2 (2020), pour des maillages fins et/ou en présence des gradients de pression adverses dans des situations mettant en échec la DDES ou la ZDES mode 2 (2012).

Malgré l'intérêt de traiter les couches limites attachées en approche RANS, il existe des situations dans lesquelles une résolution de la turbulence dans la couche limite attachée est essentielle. Ceci est le cas par exemple pour une meilleur prise en compte des effets d'histoire dans les couches limites turbulentes, ou pour l'étude des décollements minces. Une solution de compromis entre le besoin de la résolution de la turbulence et le coût de calcul associé semble être les approches WMLES, qui seront en partie détaillées dans la section suivante.

4.1.4 Approches WMLES

Comme indiqué dans la section §4.1.3, l'utilisation des approches DNS ou WRLES pour les écoulements turbulents pariétaux est limitée à des nombres de Reynolds modérés. Le coût de calcul associé à la méthode WRLES est principalement dû à la zone interne de la couche limite, d'autant plus que le nombre de Reynolds est élevé. Une importante réduction du coût de calcul est possible grâce à l'approche WMLES. Les premiers travaux de simulation en approche WMLES datent des années 1970 [65, 257]. À ce jour, cette approche est reconnue comme étant très prometteuse pour le développement de la CFD (*Computational Fluid Dynamics*) [277]. On présente dans cette section différentes techniques couramment utilisées pour l'emploi de l'approche WMLES.

L'idée de l'approche WMLES consiste à réduire la résolution du maillage dans la zone interne de la couche limite de manière à ce que les structures turbulentes dans cette zone ne soient pas résolues. En revanche, le transfert de quantité de mouvement associé à ces structures doit être modélisé dans le calcul pour éviter une prévision incorrecte du profil de vitesse moyenne et une sous-estimation du frottement [221]. La prise en compte des effets de la zone interne peut se faire de plusieurs manières, que l'on peut classer en trois groupes :

- Modèle de paroi : un modèle est utilisé permettant de fournir à la zone externe l'information relative à la dynamique de la zone interne.
- Système d'équations dans un domaine à part : un système d'équations résolu dans un domaine réduit séparé est utilisé pour fournir cette information au calcul LES. Ce groupe présente l'avantage de se baser sur des hypothèses moins contraignantes que le premier groupe.
- Approche hybride RANS/LES : la zone interne de la couche limite est traitée en approche RANS et la zone externe en LES.

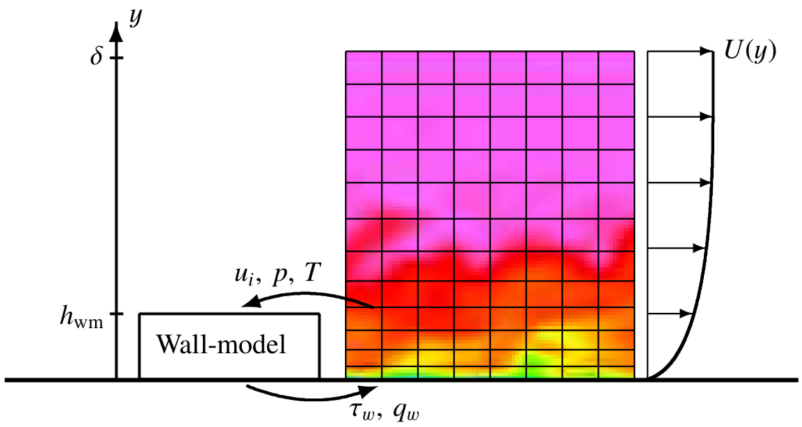


Figure 4.5 – Schéma de principe de l'approche WMLES. Tiré de [158].

Les modèles de paroi sont probablement la méthode la moins sophistiquée du point de vue numérique. Une revue bibliographique sur ces méthodes peut être trouvée dans [37, 158, 221, 222] par exemple. L'idée, schématisée sur la figure 4.5, repose sur la supposition d'un écoulement respectant

certains critères dans la zone interne, en particulier dans une zone jusqu'à une hauteur h_{wm}. Ces modèles vont ensuite fournir le frottement pariétal et le flux de chaleur pariétal (dans les écoulements compressibles) comme conditions limites pour la zone LES. Les valeurs de la vitesse et l'état thermodynamique sont utilisés par le modèle pour fournir les conditions pariétales à partir d'équations algébriques ou d'un système d'équations différentielles ordinaires [158, 221]. La première option (équations algébriques) suppose l'existence d'une loi pour le profil de vitesse longitudinale vers $y = h_{\text{wm}}$, qui peut être plus ou moins complexe, selon les différentes zones physiques de la couche limite considérées. Les lois les plus simples supposent l'existence de la zone linéaire dans la sous-couche visqueuse et l'existence de la zone logarithmique. Des lois qui considèrent également la zone tampon ont aussi été proposées [228, 292], ainsi que d'autres lois prenant en compte les effets de gradient de pression [5, 275]. La deuxième option utilise des équations simplifiées de couche limite appelées *Thin Boundary Layer Equations* (TBLE) qui correspondent à un système d'équations différentielles ordinaires dans la direction normale à la paroi (unidimensionnelles). L'utilisation des TBLE demande une résolution itérative des équations [158]. Cependant, cette option présente l'avantage de la prise en compte de certains effets physiques comme par exemple des effets de compressibilité importants. Des études qui utilisent cette méthode et donnant des résultats satisfaisants ont été faites par Bermejo-Moreno *et al.* [19] pour l'interaction onde de choc/couche limite ou par Fukushima et Kawai [97] pour un profil d'aile en conditions transsoniques. D'autres méthodes plus sophistiquées faisant partie de ce groupe ont été proposées par Yang *et al.* [332] ou Catchirayer *et al.* [38], permettant une meilleure prise en compte des effets physiques que les modèles analytiques, de façon moins coûteuse que les TBLE.

Une autre méthode pour les simulations WMLES, qui correspond au deuxième groupe mentionné, consiste à résoudre un système d'équations dans un maillage différent [158, 222]. Les équations résolues dans ce maillage sont éventuellement simplifiées (à l'aide des hypothèses de couche limite) et le maillage est relié au maillage LES (un exemple est schématisé sur la figure 4.6). Cette technique a été réalisée pour la première fois par Balaras *et al.* [14]. Cabot et Moin [32] l'appliquent à un écoulement de marche descendante et remarquent le besoin de réduire les niveaux de viscosité turbulente dans le modèle de paroi par rapport aux valeurs classiques observées en approche RANS pour éviter des écarts importants sur le frottement. Plus récemment, Park et Moin [216] utilisent cette même technique (figure 4.6) en superposant un maillage RANS structuré au maillage LES qui dans leur étude est non-structuré, ce qui vise à faciliter l'application de l'approche WMLES à des géométries complexes. Leur modèle prend en compte une estimation de la tension croisée de Reynolds résolue dans le calcul URANS pour surmonter les problèmes de sur-estimation du frottement en modifiant de façon dynamique les coefficients du modèle (notamment la constante de von Kármán et le nombre de Prandtl turbulent [4]).

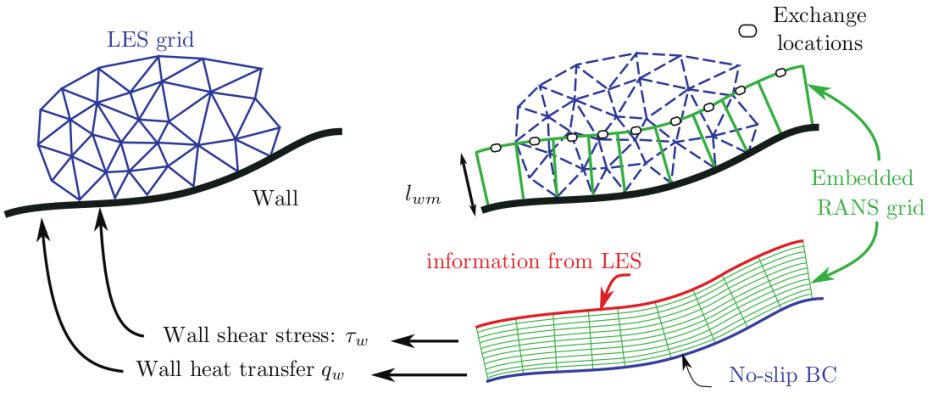


FIGURE 4.6 – Schéma de principe de l'approche WMLES utilisé par Park et Moin [216]. Le maillage pour le système d'équations du modèle de paroi est superposé au maillage LES. Adapté de [25]. Tiré de [216].

Le dernier groupe mentionné correspond à l'utilisation des approches hybrides RANS/LES pour

4. Le nombre de Prandtl turbulent est utilisé dans la modélisation des écoulements turbulents compressibles pour modéliser le flux de chaleur turbulent dans l'équation de conservation de l'énergie du champ moyen [58, 225].

la WMLES. Dans ce cas, la zone proche de la paroi est traitée en RANS et la zone externe en LES sur le même maillage (figure 4.7). La zone RANS peut être considérée comme un modèle de paroi et présente l'avantage d'une meilleure prise en compte des effets de gradient de pression ou d'écoulement hors équilibre par exemple, contrairement aux lois de paroi analytiques. De plus, les équations RANS complètes sont considérées sans aucune simplification liée à des hypothèses sur l'écoulement moyen. La première tentative d'utilisation de la méthode DES comme approche WMLES est réalisée par Nikitin *et al.* [210], avec la version DES97. Un des résultats les plus remarquables est l'apparition de comportements logarithmiques du profil de vitesse moyenne autant dans la zone RANS que dans la zone LES, mais qui ne sont pas correctement alignés entre eux, comme illustré sur la figure 4.8 pour le cas sans forçage. Ce défaut, connu comme *Log-Layer Mismatch* (LLM) est attribué à un manque de tension croisée de Reynolds au niveau de l'interface RANS/LES. En effet, la viscosité turbulente diminue significativement près de celle-ci, et par conséquent les tensions modélisées, mais la présence de la zone RANS empêche le correct développement des tensions résolues qui ne sont pas capables de compenser le manque de tensions modélisées. Par ailleurs, ce défaut se traduit par une sous-estimation du frottement d'environ 15% et des super-Streaks, plus allongés que les Streaks physiques, sont observés près de l'interface RANS/LES [223]. Un autre problème identifié, selon Larsson *et al.* [158], correspond à l'impossibilité de réaliser une convergence en maillage de la méthode puisque la position de l'interface RANS/LES est dépendante de la taille de maille locale. Pour Larsson *et al.* [158], cet aspect constitue un avantage des méthodes zonales, où l'interface est définie par l'utilisateur, comme c'est le cas de la ZDES mode 3 (§4.1.5.2).

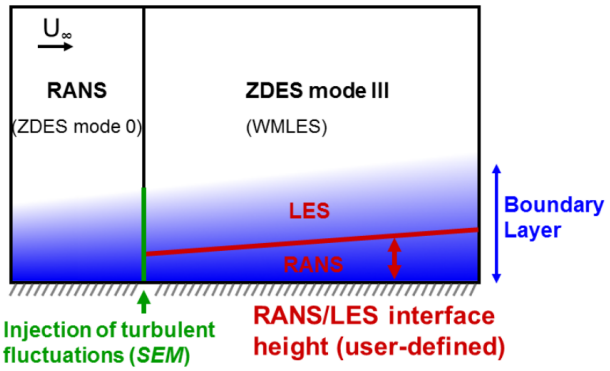


Figure 4.7 – Schéma représentant le principe de la simulation ZDES mode 3 d'une couche limite en développement spatial. Tiré de [229].

De nombreux travaux dans la littérature ont cherché à améliorer le défaut associé au *Log-Layer Mismatch*. Deux techniques ont principalement été employées. La première consiste en un traitement actif au niveau de l'interface RANS/LES. Un exemple de traitement actif est utilisé par Piomelli *et al.* [223] et plus tard par Keating et Piomelli [142], où un terme de forçage en tant que terme source est ajouté à l'équation de quantité de mouvement de sorte à augmenter les fluctuations au niveau de l'interface. Les résultats sont illustrés sur la figure 4.8. L'inconvénient de cette technique est la dépendance des résultats à l'intensité du forçage utilisé [159].

Récemment, Davidson [61] propose une méthode hybride RANS/LES à finalité WMLES où les approches RANS et LES sont utilisées séparément sur le même maillage. L'idée repose sur l'utilisation de l'approche RANS en conditions stationnaires, du fait que les modèles RANS sont généralement calibrés dans ces conditions. Des termes sources sont utilisés dans les équations pour connecter les champs obtenus en approche RANS et en approche LES. Toutefois, plusieurs points suggèrent que le potentiel de cette méthode reste limité : emploi de la formulation DES97 pour la zone LES, pas d'amélioration sur les résultats obtenus par rapport à d'autres méthodes hybrides RANS/LES, comme la ZDES mode 3 ou l'IDDES (*Improved Delayed Detached-Eddy Simulation*, [262]), perte de l'interprétation physique de certains termes à cause des termes sources non physiques introduits, approche pas adaptée pour la prévision de phénomènes physiques mettant en jeu un écoulement moyen (au sens de Reynolds)

instationnaire tel que le *buffet* transsonique.

En opposition aux traitements actifs, des traitements passifs de l'interface RANS/LES existent également pour aborder le défaut associé au *Log-Layer Mismatch*. Choi *et al.* [49] utilisent une fonction de transition progressive au niveau de l'interface pour fournir un mélange local entre les approches RANS et LES. Dans leur application à un écoulement de couche limite supersonique, les profils de vitesse moyenne ne semblent pas présenter de *Log-Layer Mismatch*. Cependant, il ne semble pas possible de placer l'interface RANS/LES en dessous de la frontière entre la zone logarithmique et la zone de sillage. Par conséquent la partie "modèle de paroi" dans cette approche WMLES reste relativement importante et la résolution des fluctuations dans la zone logarithmique limitée.

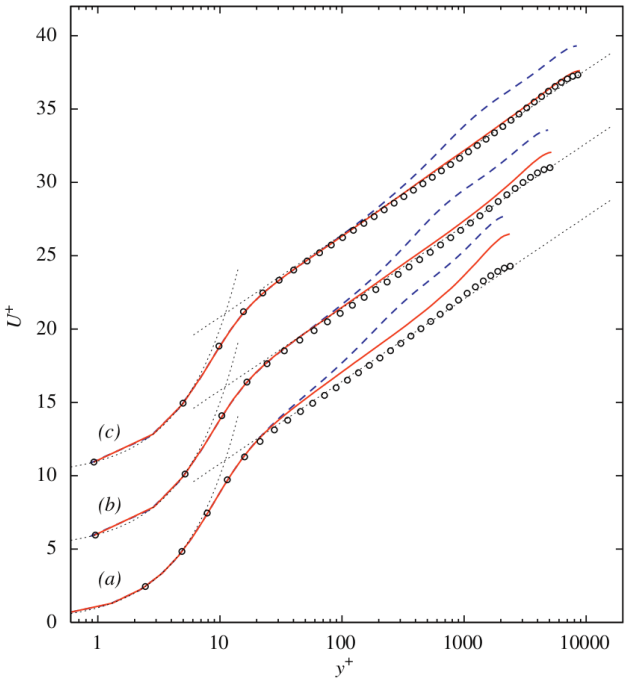


FIGURE 4.8 – Profils de vitesse moyenne dans un écoulement de canal. (*a*) $Re_\tau = 2300$, (*b*) $Re_\tau = 5000$ et (*c*) $Re_\tau = 8000$. - - - : DES97 (en WMLES) ; — : DES97 (en WMLES) avec forçage stochastique ; ∘ RANS (modèle de Spalart-Allmaras). Résultats de [142]. Tiré de [221].

En s'appuyant sur la formulation DDES déjà présentée (§4.1.3), Shur *et al.* [262] proposent la méthode *Improved Delayed Detached-Eddy Simulation* (IDDES) qui permet d'utiliser une approche WMLES pour les couches limites attachées pourvu que le maillage soit suffisamment fin et que des fluctuations existent dans l'écoulement (par exemple à l'aide de conditions d'entrées turbulentes, ou résultant de la dynamique de l'écoulement lui-même en amont), ou bien la méthode DDES en absence de ces conditions. Le passage d'une branche à l'autre se fait de manière automatique. De même, dans la branche WMLES, l'interface RANS/LES est définie automatiquement. Cependant, des améliorations par rapport à la DES97, visant notamment à réduire le défaut du *Log-Layer Mismatch*, sont introduites à l'aide d'une nouvelle définition de l'échelle de longueur caractéristique. Des applications de cette méthode montrent la réduction du *Log-Layer Mismatch*, mais le défaut n'est pas totalement éliminé [262, 264]. Une modification de l'IDDES a été proposée par Han *et al.* [109] pour diminuer le *Log-Layer Mismatch*. En effet, l'application à un écoulement de plaque plane semble indiquer que le défaut est réduit. Il semblerait que le principal effet de la modification consiste à éloigner la position de l'interface RANS/LES dans la couche limite, la rapprochant de la frontière entre la zone logarithmique et la zone de sillage. La reproductibilité de ces résultats est toutefois problématique comme l'ont révélé des travaux non publiés réalisés dans le contexte de la présente thèse.

Le caractère automatique du changement de branche DDES en WMLES et vice-versa pourrait éventuellement entraîner des changements de branche non désirés dans l'écoulement. De plus, dans de nombreuses applications WMLES, il est nécessaire d'introduire des fluctuations turbulentes (indépendamment de la méthode WMLES employée) dans le domaine traité en WMLES. Ceci suggère

Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES)

$$\tilde{d}_{\mathrm{ZDES}} = \begin{cases} d_w & (\mathrm{mode} = 0) \\ \tilde{d}^{\mathrm{I}} & (\mathrm{mode} = 1) \\ \tilde{d}^{\mathrm{II}} & (\mathrm{mode} = 2) \\ \tilde{d}^{\mathrm{III}} & (\mathrm{mode} = 3) \end{cases}$$

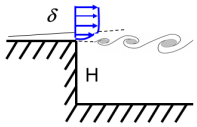
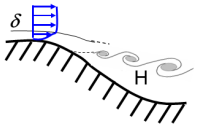
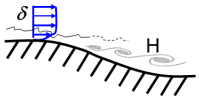
	Mode 1 (I)	**Mode 2** (II)	**Mode 3** (III)
	 $\frac{\delta}{H} << 1$	 $\frac{\delta}{H} << 1$	 $\frac{\delta}{H} = O(1)$ or $\frac{\delta}{H} > 1$
Type d'écoulement	Massivement décollé	Massivement décollé	Attaché ou décollement mince
Position du décollement	Connue a priori (géométrie)	Inconnue a priori (APG)	Inconnue
Traitement de la couche limite attachée	URANS	URANS	WMLES ou WRLES
Exemples d'applications	Écoulement d'arrière-corps [267, 325], jets [43, 69]	Décollement sur profil d'aile [69, 70] jets [101, 315]	Couches limites turbulentes (WRLES [73, 75, 232], WMLES [72, 74, 154, 230])
Charge utilisateur	haute	basse ("mode automatique")	haute

Tableau 4.1 – Classement des différents problèmes typiques d'écoulements et des modes ZDES associés. Mode 1 : décollement massif fixé par la géométrie, Mode 2 : décollement massif provoqué par un gradient de pression adverse sur une surface courbe, Mode 3 : décollement mince fortement impacté par la dynamique de la couche limite en amont. Adapté de [68].

l'intérêt d'une approche zonale pour les méthodes de type DES, où l'approche employée est explicitement choisie par l'utilisateur dans chacune des zones de l'écoulement. On détaille dans la section suivante une approche hybride RANS/LES, la ZDES [68], qui présente différents modes de fonctionnement de type DES et WMLES définis explicitement par l'utilisateur dans chacune des régions d'intérêt de l'écoulement.

4.1.5 Approche ZDES

On présente dans cette section la méthode ZDES, qui est une méthode hybride RANS/LES zonale développée par l'ONERA depuis le début des années 2000 et utilisant dans sa version la plus courante le modèle de Spalart-Allmaras [67, 68, 71]. Cette méthode présente trois modes de fonctionnement à définir explicitement par l'utilisateur dans les différentes régions de l'écoulement et qui sont schématisés dans le tableau 4.1.

4.1.5.1 Modes 1 et 2 : Approches type DES pour les décollements massifs

Ces deux modes cherchent à traiter les couches limites attachées en approche RANS et les zones décollées en LES. Le mode 1 de la ZDES constitue une amélioration de la méthode DES97 et la protection de la couche limite attachée est limitée. L'échelle de longueur caractéristique est :

$$\tilde{d}^{\mathrm{I}} = \min\left(d_w, C_{\mathrm{DES}}\Delta^{\mathrm{I}}\right). \tag{4.15}$$

Il existe quelques différences entre la ZDES mode 1 et la DES97. Tout d'abord, la taille de maille Δ^{I} est basée soit sur le volume de la maille, $\Delta^{\mathrm{I}} = \Delta_{\mathrm{vol}} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3}$, soit sur l'orientation de la vorticité, $\Delta^{\mathrm{I}} = \Delta_\omega = \sqrt{S_\omega}$, où S_ω correspond à la section moyenne de la maille dans la direction

normale au vecteur vorticité [43, 68]. De plus, dans les zones LES ($d_w > C_{\mathrm{DES}}\Delta^{\mathrm{I}}$), les fonctions proche paroi du modèle de Spalart-Allmaras sont désactivées ($f_{v1} = 1$, $f_{v2} = 0$ et $f_w = 1$) et dans les zones RANS elles sont calculées en accord avec le modèle de Spalart-Allmaras. De cette façon, la fonction Ψ proposée par Spalart *et al.* [288] n'est pas considérée. Le mode 1 de la ZDES est typiquement utilisé dans des écoulements où le décollement de la couche limite est provoqué par un changement abrupt de géométrie, comme par exemple dans des écoulements de marche descendante, d'arrière corps de lanceurs spatiaux ou de jets [43, 68, 325], où le traitement RANS des couches limites en amont du décollement est assuré en l'assignant manuellement aux domaines concernés (mode 0). La figure 4.9 illustre un exemple d'application de la ZDES mode 1.

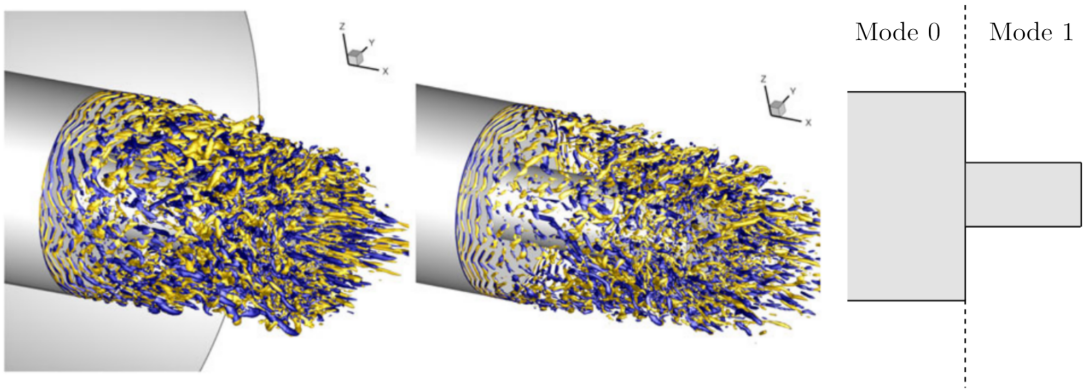


FIGURE 4.9 – Isosurface de critère Q [124] colorée par le signe de vorticité (jaune : vorticité positive ; bleu : vorticité négative) pour deux configurations d'arrière-corps de lanceurs spatiaux. Simulations réalisées à l'aide de la ZDES mode 1. Le mode 0 correspond à un traitement complètement RANS. Adapté de [325].

Le mode 2 de la ZDES défini dans sa version de 2012 [68] présente des idées similaires à la DDES [288]. Par exemple, l'échelle de longueur caractéristique s'écrit :

$$\tilde{d}^{\mathrm{II}} = d_w - f_P \max\left(0, d_w - C_{\mathrm{DES}}\Delta^{\mathrm{II}}\right) \tag{4.16}$$

où f_P est une fonction de protection, de façon analogue à celle introduite dans la DDES. La ZDES mode 2 permet un développement assez rapide des instabilités dans les régions décollées. Toutefois, la protection des couches limites attachées en mode 2 (2012), tout comme en DDES, est perfectible et la simulation peut présenter le défaut *Modelled-Stress Depletion*, notamment en présence de gradients de pression adverses et/ou sur un maillage fin. Deck et Renard [71] présentent des modifications de la version 2012 qui permettent une protection de la couche limite attachée indépendamment de la résolution du maillage et en présence de gradients de pression jusqu'au décollement, tout en gardant un rapide développement des instabilités. Cette nouvelle version, la ZDES mode 2 (2020), est appliquée par Deck et Renard [71] sur plusieurs écoulements de différente complexité donnant des résultats très satisfaisants. En particulier, un des cas considérés est un écoulement transsonique sur un profil d'aile où le phénomène de *buffet* a lieu (figure 4.10). La position de l'onde de choc varie au cours du temps et la méthode est capable de traiter à tout moment les couches limites attachées en approche RANS. Ceci est un résultat très prometteur puisque la couche limite est décollée (et donc traitée en LES) dans différentes parties du domaine à différents instants à cause du mouvement de l'onde de choc, puis elle recolle lorsque le choc se déplace en aval, reprenant un traitement RANS dans cette région.

4.1.5.2 Mode 3 : Approche WMLES

La méthode ZDES présente un troisième mode de fonctionnement qui correspond à une approche WMLES [68]. Contrairement à d'autres méthodes hybrides RANS/LES où, lors de son emploi en tant qu'approche WMLES, la position de l'interface RANS/LES est définie automatiquement [210, 262, 264], celle-ci est définie explicitement par l'utilisateur en ZDES mode 3 ce qui assure en particulier une bonne prévision du frottement. La ZDES mode 3 a servi à plusieurs études de couche limite turbulente à gradient de pression nul et dans des configurations applicatives [70, 72, 73, 75, 236]. On détaille par

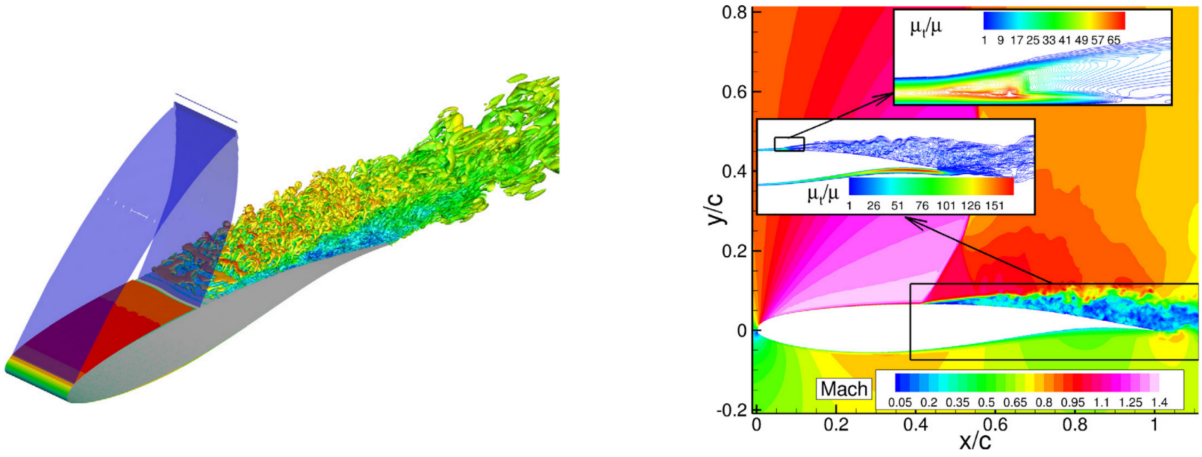


Figure 4.10 – Simulation de l'interaction onde de choc/couche limite sur un profil d'aile en régime transsonique à l'aide de la ZDES mode 2 (2020). Gauche : visualisation de l'onde de choc et isosurface de critère Q [124]. Droite : champ instantané du nombre de Mach et de la viscosité turbulente. Adapté de [71].

la suite la formulation de la ZDES mode 3. On considère une couche limite turbulente se développant dans la direction x. L'utilisateur définit l'interface RANS/LES, $d_w^{\text{int}}(x)$, de façon à ce que la longueur caractéristique de la ZDES mode 3 soit donnée par :

$$\tilde{d}^{\text{III}} = \begin{cases} d_w & \text{si} \quad d_w < d_w^{\text{int}}(x) \\ \min(d_w, C_{\text{DES}}\Delta_{\text{vol}}) & \text{si} \quad d_w \geq d_w^{\text{int}}(x). \end{cases}$$

Ainsi, le traitement RANS est assuré en dessous de l'interface de la couche limite et le traitement LES dans la zone au dessus. Il faut noter que dans la zone LES, la longueur caractéristique correspond à $\tilde{d}^{\text{I}}$ pour la ZDES mode 1 lorsque $\Delta^{\text{I}} = \Delta_{\text{vol}}$. Par ailleurs, la ZDES mode 3 peut également correspondre à une approche WRLES si l'interface est placée suffisamment proche de la paroi, comme dans l'étude de Deck *et al.* [73]. De même que pour la ZDES mode 1, la constante vaut $C_{\text{DES}} = 0.65$ et les fonctions du modèle de Spalart-Allmaras dans la zone LES sont désactivées pour les raisons mentionnées précédemment ($f_{v1} = 1$, $f_{v2} = 0$ et $f_w = 1$). Par ailleurs, une modification a été introduite par Renard et Deck [230] concernant le passage du traitement RANS au traitement LES au niveau de l'interface. Une fonction de lissage f_δ est utilisée pour éviter un changement abrupt de traitement qui peut se manifester par exemple sur le coefficient de frottement (figure 4.11). Cette fonction est donnée par :

$$f_\delta(\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad \alpha \leq -1 \\ \dfrac{1}{1 + \exp\left(\dfrac{-6\alpha}{1-\alpha^2}\right)} & \text{si} \quad -1 < \alpha < 1 \\ 1 & \text{si} \quad \alpha \geq 1 \end{cases}$$

où α est un paramètre défini pour chaque cellule j par :

$$\alpha(j) = \frac{d_w(j) - d_w^{\text{int}}(x)}{0.1 d_w^{\text{int}}(x)}. \tag{4.17}$$

Les évaluations de $d_w(j)$ et $d_w^{\text{int}}(x)$ se font aux centres des cellules. Un exemple de l'amélioration ajoutée par cette fonction est donné sur la figure 4.11. On observe clairement comment l'évolution du coefficient de frottement lors d'un changement binaire entre le traitement RANS et le traitement LES présente une forme échelonnée, qui est quasiment éliminée en appliquant la fonction f_δ.

Le positionnement de l'interface RANS/LES va impacter la dynamique de la turbulence dans les simulations, puisqu'elle définit la limite spatiale des différentes approches de modélisation dans le calcul. Deck *et al.* [75] montrent l'intérêt de positionner l'interface de façon indépendante de la

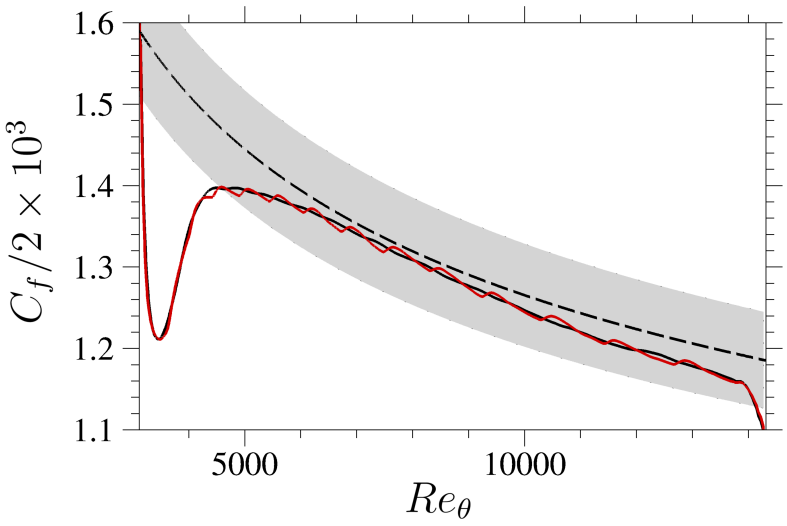


FIGURE 4.11 – Évolution du coefficient de frottement pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul. Simulations réalisées à l'aide de la ZDES mode 3. ——— : avec la fonction de lissage f_δ ; ——— : sans la fonction de lissage f_δ ; - - - : corrélation de Coles-Fernholz calibrée par Nagib *et al.* [206]. La zone grisée représente 5% d'écart par rapport à la corrélation de Coles-Fernholz. Adapté de [230].

résolution du maillage, comme suggéré également par la suite par Larsson *et al.* [158]. Les travaux de Deck *et al.* [75] montrent que l'utilisation d'une interface indépendante du maillage permet une réduction monotone de l'erreur de prévision du frottement pariétal moyen et de la tension croisée de Reynolds lorsque le maillage est raffiné. Par ailleurs, les travaux de Laraufie [152] et Deck *et al.* [72] suggèrent que des meilleurs résultats sont obtenus lorsque l'interface est définie comme une fraction constante de l'épaisseur locale de couche limite, $d_w^{\text{int}}(x) \propto \delta(x)$, par rapport à une interface positionnée de façon proportionnelle à l'unité de paroi locale, $\mathrm{d}_w^{\text{int}}(x) \propto \nu/u_\tau(x)$. En particulier, un positionnement souvent retenu pour les bons résultats fournis est donné par $d_w^{\text{int}}(x) \approx 0.1\delta(x)$ [72, 230, 231]. Une autre définition du positionnement de l'interface a été plus récemment proposée par Renard et Deck [230], telle que $d_w^{\text{int}+} = 3.9\sqrt{Re_\tau}$, qui place l'interface de plus en plus près de la paroi dans la couche limite lorsque le nombre de Reynolds augmente, contrairement à la définition $d_w^{\text{int}}(x) \approx 0.1\delta(x)$. D'un point de vue physique, le positionnement $d_w^{\text{int}+} = 3.9\sqrt{Re_\tau}$ correspond au centre géométrique de la zone logarithmique et permet de garder une fraction résolue du terme du coefficient de frottement associé à la turbulence dans la décomposition de Fukagata *et al.* [96] invariante avec le nombre de Reynolds [235].

La définition du positionnement de l'interface comme une fraction de l'épaisseur de couche limite locale présente deux problématiques qui, à ce jour, restent ouvertes. D'une part l'évaluation de l'épaisseur de couche limite doit être réalisée avant la simulation ZDES mode 3, typiquement à l'aide d'un calcul RANS préalable. D'autre part, l'évaluation de l'épaisseur de couche limite peut devenir compliquée dans des configurations relativement complexes (par exemple pour une géométrie tridimensionnelle ou dans le cas d'un décollement de couche limite). Des alternatives pour contourner ces difficultés pourraient consister à réaliser une évaluation de l'épaisseur de couche limite à la volée dans la simulation ZDES mode 3, ou bien à estimer cette grandeur à l'aide de fonctions de détection des couches limites attachées.

Il est important d'apporter une précision concernant la reconstruction des tensions de Reynolds dans les simulations en ZDES mode 3. Si on applique la moyenne de Reynolds à l'équation de quantité de mouvement du système (4.10) on obtient (en prenant $\nu_{sgs} = \nu_t$) :

$$\begin{aligned}\frac{\partial\langle\overline{u}_i\rangle}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\langle\overline{u}_i\rangle\langle\overline{u}_j\rangle\right) = &- \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\langle\overline{p}/\rho + 2/3k_{sgs}\rangle\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(2\langle\nu\overline{S}_{ij}\rangle\right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j}\left(2\langle\nu_t\rangle\langle\overline{S}_{ij}\rangle + 2\langle\nu_t'\overline{S}_{ij}{}'\rangle - \langle\overline{u}_i{}'\overline{u}_j{}'\rangle\right).\end{aligned} \tag{4.18}$$

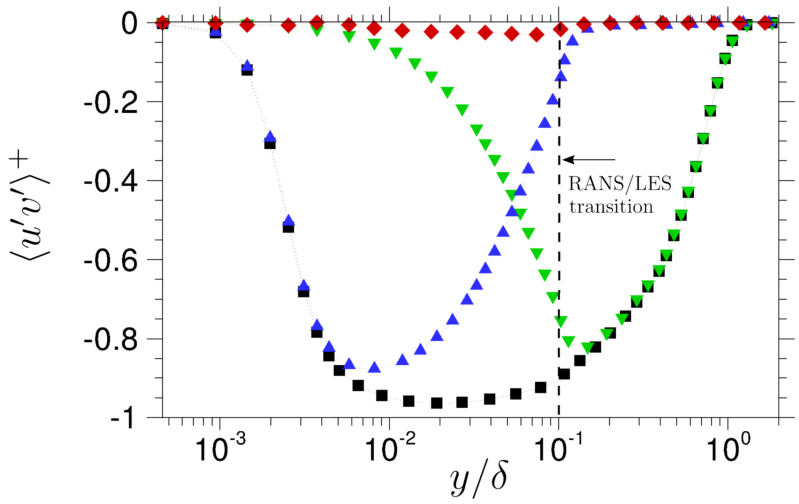


Figure 4.12 – Décomposition de la tension croisée de Reynolds en accord avec l'équation (4.19) pour une simulation ZDES mode 3 de couche limite turbulente à gradient de pression nul et $Re_\theta = 13000$. (· · ■ · ·) : tension totale ; (· · ▼ · ·) : tension résolue ; (· · ▲ · ·) : tension modélisée ; (· · ♦ · ·) : terme croisé. Adapté de [72].

On peut écrire ainsi le tenseur de Reynolds total comme :

$$-\langle u_i' u_j' \rangle_{\text{tot}} = \underbrace{-\langle \overline{u}_i' \overline{u}_j' \rangle}_{\text{partie résolue}} + \underbrace{2\langle \nu_t \rangle \langle \overline{S}_{ij} \rangle}_{\text{partie modélisée}} + \underbrace{2\langle \nu_t' \overline{S}_{ij}' \rangle}_{\text{terme croisé}} . \tag{4.19}$$

On illustre sur la figure 4.12 les différentes contributions à la tension croisée de Reynolds totale pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul. Il est intéressant de noter que dans la zone RANS et dans la zone LES, la tension croisée de Reynolds totale correspond majoritairement à la partie modélisée et à la partie résolue respectivement. La partie associée au terme croisé reste négligeable dans tout le profil de couche limite si bien que la reconstruction des tensions de Reynolds peut se limiter simplement à la somme des parties résolue et modélisée. Il est important de préciser que, de façon rigoureuse, la reconstruction des tensions de Reynolds d'un calcul LES devraient se faire de la même façon que dans l'équation (4.19), en remplaçant ν_t par ν_{sgs}. Toutefois les niveaux de la viscosité turbulente dans un calcul LES sont tellement faibles que la contribution de la partie modélisée et du terme croisé sont négligeables.

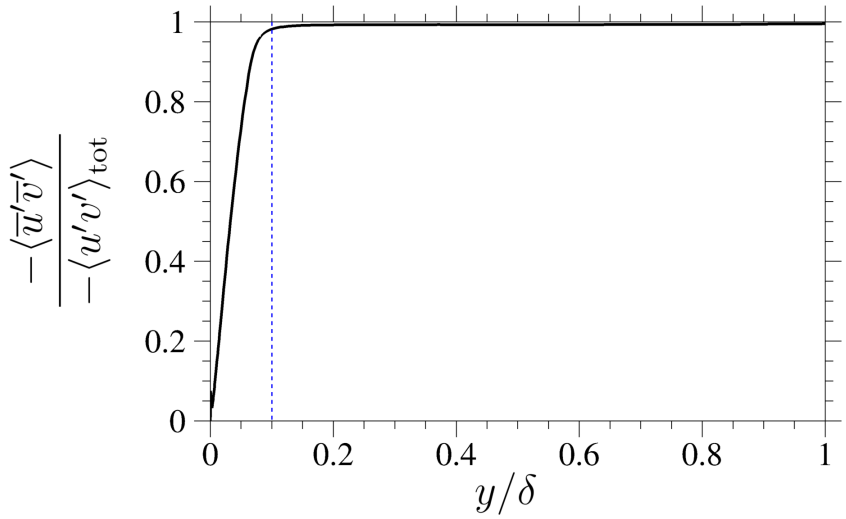


Figure 4.13 – Profil de la fraction résolue de la tension croisée de Reynolds (4.19) pour une couche limite turbulente simulée en ZDES mode 3 à $Re_\theta = 13000$. - - - : position de l'interface RANS/LES.

Lorsqu'on regarde le comportement de la fraction résolue de la tension croisée de Reynolds ($\langle \overline{u}' \ \overline{v}' \rangle / \langle u'v' \rangle_{\text{tot}}$) dans un calcul ZDES mode 3, pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul, on observe deux points importants illustrés sur la figure 4.13. D'une part, dans la zone LES la fraction résolue est très proche de l'unité, ce qui confirme les observations faites dans le paragraphe précédent. D'autre part, la fraction résolue diminue de façon environ linéaire dans la zone RANS en se rapprochant de la paroi, si bien que des fluctuations sont toujours présentes dans la zone RANS pendant la simulation.

La présence de turbulence résolue dans les simulations en ZDES mode 3 nécessite l'utilisation d'injection de turbulence, que ce soit en entrée du domaine de calcul [72, 153], ou en entrée du domaine traité en ZDES mode 3 [74], comme illustré sur la figure 4.7. Les techniques à cet effet pour ces travaux sont présentées dans la section suivante.

4.2 Conditions d'entrée turbulentes

La simulation numérique d'écoulements turbulents dont la turbulence est résolue (partiellement ou complètement) à l'aide des approches WMLES, WRLES ou DNS, comme la ZDES mode 3, présente en général une difficulté supplémentaire liée aux conditions d'entrée. Dans une couche limite se développant sur une plaque plane, une transition laminaire-turbulent a lieu lorsque le nombre de Reynolds est suffisamment élevé, pour donner lieu en aval à un écoulement pleinement turbulent. La dynamique de la turbulence en aval est a priori indépendante de l'histoire de la transition [5]. Cependant, la simulation d'une couche limite qui transitionne jusqu'à l'état pleinement turbulent nécessiterait un domaine de calcul excessivement long dans la direction de l'écoulement, ce qui augmenterait inutilement le coût de calcul de la simulation. De plus, la ZDES mode 3 est appliquée à des écoulements pleinement turbulents et ne vise pas à résoudre des écoulements présentant une transition laminaire-turbulent dont la discrétisation pourrait être extrêmement coûteuse en particulier dans une stratégie de maillage structuré. Par conséquent, une condition d'entrée dans le domaine de calcul (ou dans le domaine où la ZDES mode 3 est appliquée) permettant l'obtention de conditions pleinement turbulentes de la couche limite s'avère nécessaire.

Il existe plusieurs types de conditions d'entrée turbulentes pour les simulations numériques. Un rappel des différents types de conditions d'entrée turbulentes peut être trouvé dans [74]. Parmi les différentes méthodes, celle retenue dans ces travaux est la SEM (*Synthetic Eddy Method*) qui appartient au groupe de méthodes de turbulence synthétique. Ces méthodes s'appuient sur une hypothèse selon laquelle les fluctuations peuvent être représentées à partir d'une superposition de structures cohérentes et donc peuvent être spécifiées en utilisant des moments statistiques de premier et second ordre. Bien que difficiles à appliquer à une géométrie complexe et sources de bruit propagé par des ondes acoustiques dans le calcul, elles sont très efficaces pour l'obtention d'un champ de fluctuations de vitesse turbulentes réaliste dans des géométries simples.

4.2.1 *Synthetic Eddy Method* (SEM)

La SEM est une méthode d'injection de turbulence proposée par Jarrin *et al.* [135] et dont des améliorations ont été suggérées par Pamiès *et al.* [214], qui incluent une dépendance des tailles et vitesses caractéristiques des structures avec la distance à la paroi. De plus, cette méthode a été adaptée à la ZDES mode 3 par Deck *et al.* [75]. La vitesse injectée en entrée s'écrit, à l'aide d'une décomposition de Cholesky, sous la forme :

$$u_i(x,y,z,t) = \langle u_i \rangle(y) + \sum_j A_{ij} \tilde{u}_j(x,y,z,t), \quad i = 1,2,3 \tag{4.20}$$

5. Il faut préciser que dans des cas où la transition est déclenchée intentionnellement, des effets des perturbations peuvent persister dans la couche limite jusqu'à des distances significativement élevées en aval. Dans une couche limite à gradient de pression nul, les perturbations finissent par disparaître après une certaine distance de relaxation. Le chapitre 3 reprend en partie ce problème.

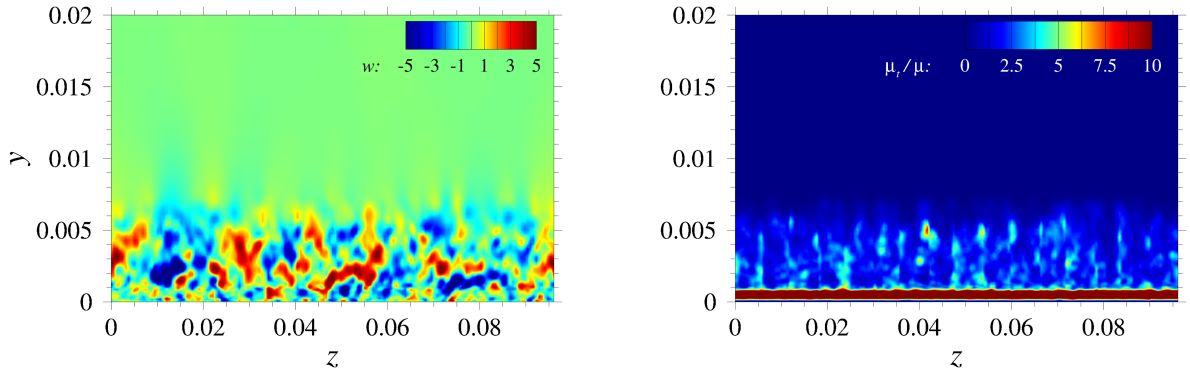


Figure 4.14 – Exemple de champ instantané de la composante de vitesse transversale (gauche) et de la viscosité turbulente (droite). Champ d'une condition d'entrée turbulente à l'aide la méthode SEM [214] généré au cours de la thèse dans un cadre ZDES mode 3.

où A_{ij} est la décomposition de Cholesky du tenseur de Reynolds $\langle u_i' u_j' \rangle$ donné (obtenu à partir d'un calcul RANS), telle que $\langle u_i' u_j' \rangle = \overline{\overline{A}}\ \overline{\overline{A}}^{\mathrm{T}}$, et $\tilde{u}_j$ est reconstruit à l'aide de différents modes comme détaillé dans [214]. On suppose dans l'équation (4.20) le cas particulier d'une entrée dans le plan (y, z) pour une couche limite. L'adaptation de Deck *et al.* [75] à la ZDES mode 3 permet de reconstruire la viscosité turbulente en prenant en compte la zone RANS près de la paroi comme illustré sur la figure 4.14. Ainsi, la viscosité turbulente est donnée par :

$$\nu_t(t) = \begin{cases} l^2 D^2 \langle S \rangle & \text{si} \quad d_w < d_w^{\mathrm{int}}(x) \\ (C_S \Delta_{\mathrm{vol}})^2 S(t) & \text{si} \quad d_w \geq d_w^{\mathrm{int}}(x) \end{cases}$$

où $C_S = 0.1$ est la constante de Smagorinsky, $S(t)$ la norme de la vorticité instantanée et $\langle S \rangle$ la norme de la vorticité moyenne. l et D correspondent respectivement à la longueur de mélange et à la fonction d'amortissement proposées par Michel *et al.* [194], la dernière étant une modification de la fonction d'amortissement de van Driest [308]. Par ailleurs, la reconstruction des tensions de Reynolds, nécessaires pour la matrice A_{ij} se fait en utilisant les approximations de Bradshaw [28] et les observations de Wilcox [327] pour les couches limites turbulentes à gradient de pression nul, où dans une grande partie de la zone externe on a :

$$\langle u'^2 \rangle = \frac{4}{9} \cdot 2k; \quad \langle v'^2 \rangle = \frac{2}{9} \cdot 2k; \quad \langle w'^2 \rangle = \frac{1}{3} \cdot 2k; \quad -\langle u'v' \rangle = 0.15 \cdot 2k. \tag{4.21}$$

En effet, le modèle de Spalart-Allmaras, employé dans la méthode ZDES (§4.1.5), ne permet de reconstruire de façon satisfaisante (pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul) que la tension croisée de Reynolds. Laraufie et Deck [153] montrent que l'approximation de Wilcox permet une bonne description des tensions de Reynolds dans la zone externe de la couche limite.

Toutefois, malgré les efforts pour reproduire les caractéristiques des structures cohérentes observées dans les couches limites turbulentes, les imperfections des structures injectées par la SEM sont convectées sur une certaine distance dans l'écoulement comme observé sur les figures 4.11 et 4.15 où le coefficient de frottement nécessite une certaine distance de relaxation pour atteindre des niveaux correctes. Cependant, la distance de relaxation observée pour le redéveloppement de la turbulence peut être significativement réduite en utilisant un forçage dynamique de la turbulence, présenté dans la section suivante.

4.2.2 Forçage dynamique

Dans le but de réduire la distance de relaxation des structures injectées par la condition d'entrée turbulente, Spille-Kohoff et Kaltenbach [294] proposent une méthode de forçage dynamique. Cette

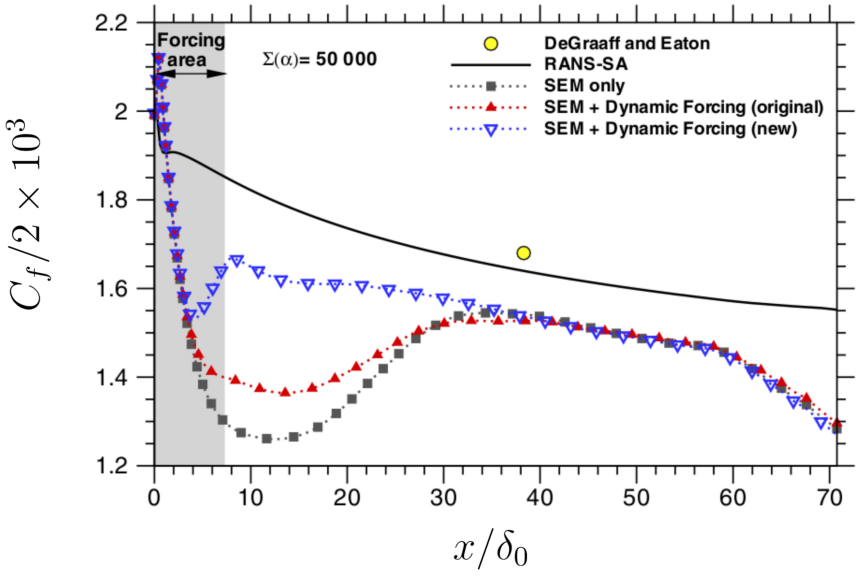


FIGURE 4.15 – Évolution du coefficient de frottement pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul simulée à l'aide de la ZDES mode 3. La méthode SEM est utilisée comme condition d'entrée turbulente avec différentes options de forçage dynamique. L'option "originale" fait référence à la version donnée par Spille-Kohoff et Kaltenbach [294] et la version "nouvelle" à celle proposée par Laraufie *et al.* [154]. Adapté de [154].

méthode vise à stimuler la production de la tension croisée de Reynolds en ajoutant un terme de forçage f_{DF} dans l'équation de quantité de mouvement selon la direction normale à la paroi. On rappelle que la production de $-\langle u'v'\rangle$, pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul, est donnée par $\langle v'^2\rangle \frac{\partial \langle u\rangle}{\partial y}$ (§1.3.5). L'équation de quantité de mouvement peut alors s'écrire (en approche LES) :

$$\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{u}_i\overline{u}_j\right) = -\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\overline{p}/\rho\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\tau}_{ij}/\rho\right) + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\tau_{ij}^R/\rho\right) + \delta_{i2} f_{\mathrm{DF}} \tag{4.22}$$

où $\tau_{ij}^R = \rho\overline{u}_i\overline{u}_j - \rho\overline{u_i u_j}$. Le terme de forçage est piloté par un contrôle en boucle fermée par rapport à l'état instantané de l'écoulement. De cette façon, le terme de forçage f_{DF} est défini proportionnel à la fluctuation de vitesse normale instantanée, définie par rapport à une moyenne temporelle glissante et en envergure. Le terme d'erreur dans le contrôleur est obtenu en comparant la valeur moyennée (dans l'intervalle temporel défini et en envergure) de la tension croisée de Reynolds entre la simulation et une valeur objectif, obtenue à partir d'une approche RANS. Toutefois, Laraufie *et al.* [154], suggèrent d'utiliser dans la fonction erreur la fluctuation de vitesse normale à la place de la tension croisée de Reynolds. Ils soulignent l'existence d'un retard entre le forçage, réalisé sur $\langle v'^2\rangle$, et l'effet sur $-\langle u'v'\rangle$ du fait que les deux variables sont reliées par une équation de transport. La valeur de référence (RANS) de $\langle v'^2\rangle$ est obtenue en utilisant les approximations de Bradshaw [28] et les observations de Wilcox [327] pour une couche limite à gradient de pression nul (4.21), pour les raisons évoquées dans la section §4.2.1. D'autres modifications sont proposées par Laraufie *et al.* [154] afin d'améliorer le comportement du contrôleur (par exemple concernant la partie intégrale de celui-ci). Dans les travaux de cette thèse, le forçage dynamique avec les modifications de Laraufie *et al.* [154] est retenu. Un exemple d'application de cette méthode est donné sur la figure 4.15, où l'on observe une réduction significative de la distance de relaxation sur les courbes d'évolution du coefficient de frottement.

4.3 Présentation des codes de calcul utilisés : FLU3M et *elsA*

Les simulations réalisées dans ces travaux utilisent différentes approches de modélisation, en particulier des approches RANS et hybride RANS/LES en fonctionnement WMLES, celle-ci à l'aide de la ZDES mode 3 §4.1.5.2. En ce qui concerne l'approche RANS, plusieurs modèles de turbulence sont

considérés comme indiqué dans la section §4.1.1. Les simulations réalisées en employant la ZDES mode 3 sont faites en utilisant le code de calcul FLU3M (voir [68]), de même que les simulations RANS avec le modèle de Spalart-Allmaras. En effet, la méthode ZDES mode 3 est développée dans ce code de calcul de recherche. Pour les simulations RANS avec d'autres modèles de turbulence, le code de calcul *elsA* [33] est employé, à cause de l'absence d'autres modèles de turbulence dans le code de calcul FLU3M. Malgré cette différence de codes de calcul, les schémas numériques utilisés dans les simulations sont très similaires. Par ailleurs, des comparaisons entre les solutions des différents codes de calcul avec le même modèle de turbulence ont montré un excellent accord, si bien que la différence de code de calcul peut être exclue comme source d'erreur dans les conclusions tirées. On présente ensuite les schémas numériques retenus pour les intégrations spatiale et temporelle dans les simulations en approche RANS et en approche ZDES mode 3.

4.3.1 Discrétisation spatiale

La discrétisation spatiale est faite à l'aide de la méthode des volumes finis. Pour les simulations RANS, le schéma de Roe [238] est employé avec une reconstruction des états (variables primitives) de type MUSCL (*Monotonic Upstream Scheme for Conservation Laws*) sur les faces des cellules. En ce qui concerne les simulations en ZDES mode 3, on utilise le schéma AUSM+(P) proposé par Liou [170] en considérant les modifications de Mary et Sagaut [186] pour réduire la dissipation numérique, ce qui, couplé avec la reconstruction MUSCL, conduit à une discrétisation d'ordre 2 peu dissipative.

Il est important de préciser que dans certains calculs en ZDES mode 3, des domaines traités entièrement en RANS sont présents. Dans ce cas, le schéma utilisé dans ces domaines est le schéma AUSM+(P) sans les modifications de Mary et Sagaut [186], à la place du schéma de Roe. Ce choix est fait pour garder une cohérence des schémas numériques au niveau des interfaces entre les domaines simulés en ZDES mode 3 et les domaines simulés en RANS et éviter ainsi le développement d'instabilités numériques au niveau de ces interfaces.

4.3.2 Discrétisation temporelle

Dans le cas des simulations RANS dans ces travaux, l'intégration temporelle se fait au moyen d'un schéma d'Euler implicite. Pour les simulations ZDES mode 3, le schéma utilisé est le schéma de Gear implicite du second ordre. Les calculs réalisés à l'aide de la ZDES mode 3 sont des calculs instationnaires. Le pas de temps Δt est choisi pour respecter deux critères : le premier consiste à ne pas dépasser une valeur de 13 pour le CFL (nombre de Courant-Friedrichs-Lewy) basé sur la vitesse acoustique maximale $(u+a)$ à aucun endroit du domaine de calcul à aucun instant, en utilisant 5 sous-itérations ce qui permet une réduction des résidus d'un ordre de grandeur à chaque itération temporelle ; le deuxième est donné par $\Delta t^+ < 0.4$ (avec $\Delta t^+ = \Delta t\ u_\tau^2/\nu$) en accord avec les observations de Choi et Moin [48] pour obtenir des résultats indépendants du pas de temps utilisé.

Points clés :

- Résolution des **fluctuations turbulentes** dans les simulations :
  - ⋆ Besoin intrinsèque à certaines études (charges instationnaires, aéroacoustique...) : approche **RANS** fournit le **champ moyen** uniquement.
  - ⋆ Meilleure prévision de l'écoulement : approche **RANS perfectible** pour des écoulements **non canoniques** (en particulier pour un gradient de pression adverse et pour un décollement).
- **Coût prohibitif** des approches **DNS** et **WRLES** à nombres de Reynolds élevés → Intérêt des approches **WMLES** :
  - ⋆ **Importante réduction** du coût de calcul → des **nombres de Reynolds plus élevés** sont atteints.
- Méthode **ZDES mode 3** :
  - ⋆ Approche hybride RANS/LES en fonctionnement WMLES : potentiel pour une meilleure **description de la zone interne** par rapport aux lois de parois (écoulements transverses, nombre de degrés de liberté plus élevé).
  - ⋆ Interface RANS/LES **indépendante** du raffinement du maillage.
  - ⋆ Capacités **WMLES** et **WRLES**.
  - ⋆ **Bonne prévision** des couches limites turbulentes à grand nombre de Reynolds et gradient de pression nul, avec quelques **imperfections** (LLM).
  - ⋆ Conditions d'entrée turbulentes et méthode de forçage dynamique **adaptées** à la ZDES mode 3.
- Évaluation de la ZDES mode 3 pour :
  - ⋆ Les couches limites en **gradient de pression** → Chapitre 5.
  - ⋆ Le **décollement mince** et la **relaxation** après le recollement → Chapitre 6.

Chapitre 5

Étude d'une couche limite turbulente soumise à des gradients de pression

5.1 Article : Advanced simulations of turbulent boundary layers under pressure-gradient conditions 120
5.2 Résultats complémentaires 138
5.2.1 Compléments de résultats pour le modèle DRSM SSG-LRR-ω 138
5.2.2 Analyse spectrale 140
5.3 Points clés 144

Ce chapitre présente l'étude d'une couche limite turbulente en présence de gradients de pression à l'aide de la ZDES mode 3 (§4.1.5.2). Des comparaisons à différents modèles RANS de différents types, plus précisément à viscosité turbulente et DRSM, sont également réalisées. La simulation correspond à une restitution de l'expérience publiée par Cuvier *et al.* [59], pour le cas à plus faible vitesse $U_\infty = 5\ m \cdot s^{-1}$. Dans leurs travaux, une couche limite turbulente à grand nombre de Reynolds subit un faible gradient de pression favorable, suivi d'un gradient de pression adverse modéré. Un des points clés de cette expérience correspond au nombre de Reynolds qui atteint des valeurs de $Re_\theta \approx 14000$. En effet, le maillage utilisé pour la simulation ZDES mode 3 est composé de 46×10^6 cellules, alors qu'en approche WRLES et DNS, on aurait un besoin estimé à 3×10^9 et 50×10^9 cellules respectivement, rendant ces approches quasiment prohibitives pour ce cas test. Par ailleurs, l'expérience de Cuvier *et al.* [59] a fourni une base de données très exhaustive à l'aide de la PIV (*Particle Image Velocimetry*). Un dernier point clé pour le choix de ce cas test concerne les tourbillons de coins. Ceux-ci ont été analysés par Cuvier *et al.* [59] pour montrer que leur impact sur le champ moyen dans le plan de symétrie de la soufflerie est négligeable. Ceci permet de considérer l'écoulement homogène dans la direction de l'envergure, et par conséquent de réduire significativement le coût de calcul en ZDES mode 3 en simulant une tranche périodique en envergure. Toutefois, quelques modifications de la géométrie de la soufflerie ont été adoptées pour les simulations numériques afin de prendre en compte les effets de confinement provoqués par les couches limites se développant sur les parois latérales de la soufflerie, sans avoir besoin de simuler ces couches limites. En particulier, ces effets sont pris en compte en modifiant la géométrie du plafond à l'aide d'une démarche rigoureuse assurant la conservation du champ de vitesse de l'écoulement potentiel [310]. Les résultats des calculs RANS avec la nouvelle géométrie sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux et avec des résultats tridimensionnels (sans modification

du plafond et avec les couches limites latérales) ce qui a permis de valider cette nouvelle géométrie du plafond pour la prise en compte des effets des couches limites latérales sur le gradient de pression moyen.

Les simulations dans cette étude sont réalisées au moyen de différentes approches de modélisation. Les modèles RANS considérés sont le modèle de Spalart-Allmaras [284] et le modèle $k-\omega$ SST de Menter [193], comme modèles à viscosité turbulente à une et deux équations de transport respectivement, et le modèle SSG-LRR-ω [39, 160, 293] comme modèle DRSM. La méthode ZDES mode 3 est utilisée comme approche hybride RANS/LES de type WMLES. Les comparaisons entre les différentes approches de modélisation ont mis en évidence les difficultés pour la prévision des effets de gradient de pression sur les couches limites turbulentes. Par ailleurs, des effets non-canoniques sur l'écoulement sont également présents à certains endroits du domaine, notamment au début de la zone à gradient de pression favorable, qui ne sont pas bien représentés par les modèles RANS considérés, mais dont les prévisions en ZDES mode 3 sont assez satisfaisantes. De plus, l'analyse spectrale à cette station a montré l'existence de deux sites énergétiques indépendants où des grandes structures turbulentes sont présentes, convectées à des vitesses assez différentes.

Les résultats de cette étude ont été publiés au cours de cette thèse dans un article de journal [310], présenté dans la section §5.1. Toutefois, d'autres résultats qui ne sont pas disponibles dans l'article sont également inclus dans ce chapitre, dont certains ont été présentés dans [312, 314]. Par ailleurs, un rappel sur le traitement du signal est fourni dans l'annexe A puisque des analyses spectrales sont présentées autant dans ce chapitre que dans le chapitre 6.

5.1 Article : Advanced simulations of turbulent boundary layers under pressure-gradient conditions

Physics of Fluids ARTICLE scitation.org/journal/phf

Advanced simulations of turbulent boundary layers under pressure-gradient conditions

Cite as: Phys. Fluids 31, 115111 (2019); doi: 10.1063/1.5126932
Submitted: 9 September 2019 • Accepted: 6 November 2019 •
Published Online: 25 November 2019

View Online Export Citation CrossMark

J. Vaquero, N. Renard,[a] and S. Deck

AFFILIATIONS

ONERA, The French Aerospace Lab, 8 Rue des Vertugadins, F-92190 Meudon, France

[a]Electronic mail: nicolas.renard@onera.fr

ABSTRACT

A high-Reynolds-number turbulent boundary layer experiencing pressure gradients is simulated with Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS) and hybrid RANS/LES (Large Eddy Simulation) advanced turbulence modeling approaches, namely, two eddy viscosity models, two Reynolds Stress models (RSMs), and Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) mode 3 which corresponds to a wall-modeled LES approach. Such a study is the first of its kind to the authors' best knowledge. The test-case considered is the experimental work of Cuvier *et al.* ["Extensive characterisation of a high Reynolds number decelerating boundary layer using advanced optical metrology," J. Turbul. **18**, 929–972 (2017)]. Some modifications of the top wall geometry have been proposed to take into account the blockage effect of the boundary layers developing over the wind tunnel side walls so that statistically two-dimensional simulations are possible. Comparisons have shown that there are some difficulties in properly predicting the mean skin friction and the Reynolds stresses in the adverse-pressure-gradient region for the ZDES and RSMs. The mean velocity profiles in this region are, however, poorly reproduced by all models. The atypical profiles experimentally observed at the beginning of the favorable-pressure-gradient region are well reproduced by RSMs, one eddy viscosity model, and ZDES for the mean velocity; however, only ZDES is able to satisfactorily predict the Reynolds stresses at this station. A spectral analysis of streamwise velocity fluctuations and Reynolds shear stress by means of ZDES has allowed us to identify external energetic turbulent structures at $y \approx 0.5\delta$ and of size $\lambda_x \approx 3\delta$ which are probably responsible for these atypical profiles. The present numerical test-case may constitute a development base for turbulence modeling under pressure gradient effects.

Published under license by AIP Publishing. https://doi.org/10.1063/1.5126932

I. INTRODUCTION

Many research works have been devoted to the turbulent boundary layer with a zero pressure gradient (ZPG). However, in most engineering applications, turbulent boundary layers are under pressure-gradient effects which may significantly modify the dynamics of turbulence as well as the dynamics of the entire flow (for instance, in the case of boundary layer separation induced by a pressure gradient). Therefore, the interest of the effects of pressure gradients on turbulent boundary layers may be considered twofold. From an application point of view, pressure gradients are directly linked to performance limits of engineering devices, and from a more fundamental point of view, the dynamics of turbulence is altered by the effects of a pressure gradient.

Numerous studies have analyzed pressure gradient effects on turbulent boundary layers experimentally. In Ref. 1, the boundary layer is subjected to a moderate pressure gradient at low Reynolds numbers which are kept low enough to perform a Direct Numerical Simulation (DNS) for comparison. Boundary layer parameters as well as boundary layer profiles and momentum balances are given, showing the effects of an adverse pressure gradient (APG). In APG conditions, the shape factor tends to increase since the wake region of the boundary layer profile is enlarged. The inner-scaled profiles of Reynolds stresses show greater values in the outer part compared to profiles of the ZPG turbulent boundary layer, which suggests higher turbulent energy in the outer part of the boundary layer. Similar results are presented in Ref. 2 for the boundary layer at high Reynolds numbers (Re_θ from 2.5×10^4 to 5.4×10^4) and stronger pressure gradient in near-equilibrium conditions (as defined by Clauser[3]). The production of $\langle u'^2 \rangle$ (notation $\langle \cdot \rangle$ refers to Reynolds-averaged quantities) shows an outer peak near the middle of the boundary layer associated with the higher mean velocity gradient in this region (the wake region is enlarged by the APG) and the higher levels of $\langle u'v' \rangle$ in the outer part compared to ZPG,

where u' and v' are the velocity fluctuations in the streamwise and wall-normal directions, respectively. Higher order statistics are also given with momentum statistics of order 3 for the mentioned study. Identification of the turbulent structures contributing to the mean streamwise fluctuating velocity is presented in Ref. 4 in a parametric study of turbulent boundary layers under moderate pressure gradients. Again high order statistics are presented, and the effects of the Reynolds number and the pressure gradient on the shape factor are separated, concluding that the first one tends to decrease the shape factor as in ZPG conditions and the second one tends to increase it for APG (for the range of Reynolds number and pressure gradient parameter values considered in the study). Boundary layer turbulent structures are also studied in Refs. 5 and 6 in which the impact of pressure gradients on these is evidenced in their size and spatial distribution.

One of the main difficulties in experimental studies is to ensure that the mean flow is two-dimensional in the symmetry plane which is important for both turbulence modeling and numerical simulation of the experimental problem. At the corners of wind tunnel walls, secondary flows of the second kind may develop[7] and impact the mean flow. Such an effect can lead to a mean flow that develops differently than expected.[2,8–10] In Ref. 11, those corner flows are analyzed and it is shown that they do not significantly impact the mean flow in the center plane of the wind tunnel, thanks in part to its long span, and therefore, the two-dimensionality of the mean flow is preserved in the symmetry plane. From a setting-up point of view, the experiment performed in Ref. 11 is of particular interest, and it has been chosen to be reproduced in the present study by means of numerical simulations. Moreover, the range of Reynolds numbers considered is very interesting as well since it is not as great as, for instance, in Ref. 2, but it is high enough to make it appealing for studies concerning numerical simulations by means of turbulence resolving methods (especially for Wall-Modeled Large Eddy Simulation, WMLES). In addition, the boundary layer develops over a long distance (of about 20 m), which, together with the APG, results in boundary layers whose thicknesses reach almost 30 cm, thus allowing for easier near wall measurements. Finally, another key point of Ref. 11 is the exhaustive database of the boundary layer available from the experiment.

On the numerical side, most of the works regarding pressure gradients in turbulent boundary layers have been carried out by means of DNS. Comparisons between an experiment and a DNS are made in Ref. 1 for boundary layer parameters and profiles as well as momentum balance. The same kind of analysis for near-equilibrium pressure-gradient turbulent boundary layers is made in Refs. 12 and 13, the latter giving also budgets of Reynolds stresses. Further analysis of turbulent structures in APG turbulent boundary layers in near-equilibrium conditions can be found in Refs. 14–19 by means of correlation techniques or turbulence spectral analysis. These studies focus on physics of turbulence in pressure gradient conditions at moderate Reynolds numbers because of the use of DNS. However, specificities of turbulence at high Reynolds numbers are expected as it is the case in more canonical wall-bounded flows.[20] Besides, in most engineering applications, the Reynolds number is considerably greater than that of the DNS mentioned ($Re_\theta \sim 1000$ for most of the mentioned references).

Solving all the turbulent structures of a turbulent flow by means of DNS is possible for flows whose characteristic Reynolds number is low or moderate, but it becomes unaffordable for high-Reynolds-number flows. The same problem applies for the Wall-Resolved Large Eddy Simulation (WRLES) approach. The cost of numerical simulations of turbulent flows increases with the Reynolds number. For wall-bounded turbulent flows, there are several estimations of the computational effort (in number of grid points) as a function of the Reynolds number based on the momentum thickness θ defined as $Re_\theta = \frac{U_\infty \theta}{\nu}$, where ν is the kinematic viscosity (ratio of dynamic viscosity μ and density ρ). As estimated in Ref. 21, the number of grid points N_{xyz} depends on Re_θ as $N_{xyz} \sim Re_\theta^{2.40}$ for DNS, $N_{xyz} \sim Re_\theta^{2.17}$ for WRLES, and $N_{xyz} \sim Re_\theta^{1.17}$ for WMLES. The trends for DNS and WRLES are quite close, whereas the increase in computational cost with the Reynolds number is significantly slower in the case of WMLES. In Ref. 22, the cost of numerical simulation of turbulent boundary layers is evaluated for a WRLES as a function of Re_δ (the Reynolds number based on the boundary layer thickness δ). It is stated that, for $Re_\delta \sim 10^4$, more than 50% of the computational effort is employed for the inner layer of the boundary layer (defined in Ref. 22 as $y < 0.1\delta$). That fraction increases up to 99% for $Re_\delta \sim 10^5$ to 10^6. Thus, the interest of the WMLES approach for turbulence resolving simulations at high Reynolds numbers is evidenced since the computational effort is significantly reduced when using this approach due to the reduction in the number of points in the inner part of the boundary layer.

For the test-case of the present paper, the mesh criteria are those corresponding to a WMLES[21,23] (Sec. II C 1). The mesh for the WMLES type simulation is made of almost 46×10^6 points. According to typical DNS criteria,[24] a DNS of the same case would require about 5×10^{10} points which is more than 1000 times greater. For a WRLES, the number of grid points would be around 3×10^9, which is just about 10 times lower than that of DNS in accordance with Ref. 25 in which WRLES is referred to as QDNS (*Quasi-Direct Numerical Simulation*). This is an example of the huge difference in computational effort between DNS and WRLES with respect to WMLES, confirming again the interest of WMLES for high-Reynolds-number computations. In addition, to the authors' best knowledge, the present study is the first of its kind since there have not been previous studies of attached boundary layers in pressure gradient conditions simulated by means of WMLES using hybrid RANS/LES methods (RANS stands for Reynolds-averaged Navier Stokes and LES for Large Eddy Simulation). Besides, these methods allow us to solve part of the boundary layer in RANS which is very appealing for the industry, and they are relatively simple compared to more complex methods as the one presented in Ref. 26. Hybrid RANS/LES methods have already been used as the WMLES approach in boundary layer separation studies.[22]

Solving the Reynolds-averaged Navier Stokes (RANS) equations numerically allows us to avoid solving turbulence structures, which results in much coarser meshes and therefore in a huge reduction in the computational effort even compared to WMLES. There are, however, some important shortcomings to be considered when using the RANS approach. The first one is the lack of information from the fluctuating field, which for some applications is essential, for instance, in aeroacoustics or for unsteady loading prediction. Also, in the work presented in Ref. 27 or Ref. 28, the dynamics of the shear layer in the separated region is strongly influenced by the structures of the upstream boundary layer. This kind of information is unavailable in RANS simulations, and this may

Published under license by AIP Publishing

be one of the reasons why RANS simulations struggle to properly predict boundary layer separation.[29,30] The second shortcoming is related to the Reynolds stress in RANS equations. This term appears when applying the Reynolds average to the Navier-Stokes equations, and it requires turbulence models[29,31] [either for eddy viscosity approaches or Reynolds Stress Model (RSM) approaches]. When simulating turbulent boundary layers in pressure gradient conditions, the mentioned turbulence models give less satisfactory results[29] (as it will be confirmed in the present work) than in the case of more canonical flows as, for instance, in a ZPG turbulent boundary layer. Indeed, according to Ref. 32, a good prediction of some kind of flows would require tuning the model especially for these, and it is not clear that there will be a generally applicable way of improving RANS models. Hence, although the RANS approach allows for a strong reduction in the computational effort, its lack of information on fluctuating quantities and the difficulty in improving its accuracy in the prediction of pressure gradient effects on turbulent boundary layers make turbulence resolving approaches of huge interest.

The present paper is structured as follows. The experimental facility of the chosen test-case together with the different turbulence modeling approaches considered and the numerical solvers and setup are described in Sec. II. The test-case requires some geometry modifications for a proper statistically two-dimensional simulation of the problem, which are presented in Sec. III. Results from the numerical simulations are discussed in Sec. IV including instantaneous fields, Reynolds-averaged data, and spectral analysis of turbulence. Finally, conclusions are given in Sec. V.

II. COMPUTATIONAL DESCRIPTION

A. The LMFL wind tunnel configuration

The experiment of Ref. 11 will be reproduced by means of numerical simulations. A turbulent boundary layer has been studied under both favorable and adverse pressure-gradient conditions in the wind tunnel of the Laboratoire de Mécanique de Fluides de Lille (LMFL), whose test section is 20.6 m long, $L = 1$ m high, and 2 m wide. The height of the test section will be called L, and it will be used in the present work as a reference length. An extensive characterization of the boundary layer is made in Ref. 11 in the pressure gradient regions by means of the PIV (Particle Image Velocimetry) technique for two flow configurations, one for $U_\infty = 5$ m/s and another for $U_\infty = 9$ m/s. Due to the length of the LMFL wind tunnel, high Reynolds numbers are reached and thick boundary layers develop, thus allowing for near-wall measurements in the viscous sublayer, which are in general complicated to perform. Two working configurations are possible for the facility: a closed loop configuration with temperature regulation or an open loop one with outside temperature. The first configuration has been used for the experimental study of Ref. 11, with an upstream temperature $T_\infty = 293$ K for both flow configurations.

Besides the extensive database and the high Reynolds numbers reached by this experiment, other aspects have also been considered by Ref. 11 in order to make their experimental work very suitable for its reproduction in numerical simulations. Indeed, one of the main difficulties is associated with streamwise corner vortices and the two-dimensional character of the flow. There are some experimental works for which it is not completely clear whether the flow can be considered two-dimensional in the symmetry plane due to the mentioned corner flows. Such vortices have been measured in Ref. 11, and their size compared to the span size of the LMFL wind tunnel allows for a two-dimensional flow in the center plane (and in most of the span of the wind tunnel), as shown in their work.

The pressure gradient results from a specific geometry of the bottom wall which includes two angled flat plates at 1.5° and −5.0° for the favorable pressure gradient (FPG) and adverse pressure gradient (APG) regions, respectively (see Fig. 1 for a sketch of the wind tunnel test section). In order to trigger turbulence in the boundary layer, a rod is placed at the entry of the test section.

Of the two configurations studied by Ref. 11, the one with $U_\infty = 5$ m/s is reproduced in the present work. Under this configuration, the flow reaches Reynolds numbers up to $Re_\theta \sim 1.2 \times 10^4$ and a boundary layer thickness close to $0.3L$ (it is recalled that L is the height of the test section at its entry which is $L = 1$ m).

B. Advanced turbulence modeling

In this work, different approaches for turbulence modeling are considered. They may be classified into two groups that are

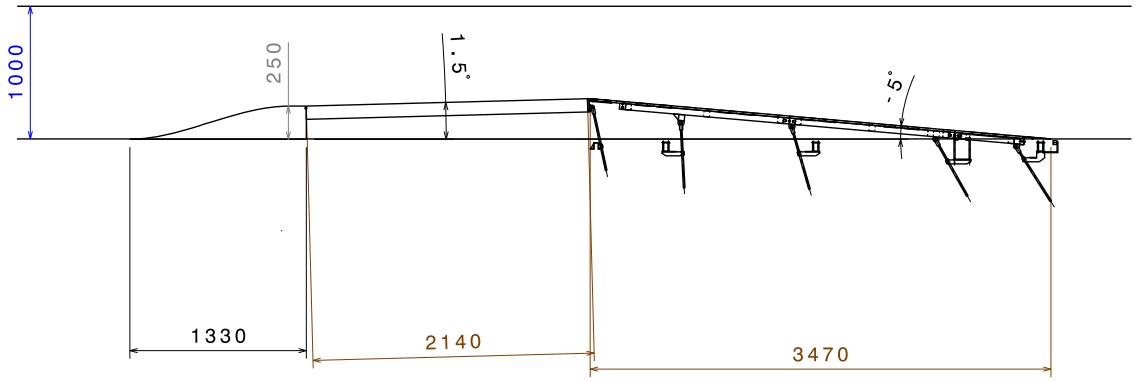


FIG. 1. Sketch of the LMFL test section. Flow from left to right. (Courtesy of Cuvier).

Published under license by AIP Publishing

briefly described in the following: the RANS approach and the Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) approach.

1. RANS approach

The RANS approach solves the Reynolds-averaged equations with a closure for the Reynolds stress $\langle u_i' u_j' \rangle$ for which different strategies exist. In the present paper, two eddy viscosity models and two RSMs are considered. The idea of the eddy viscosity models is to find a relation between the Reynolds stress and the mean field through turbulence variables.[29,31] Such a relation is frequently given by Boussinesq's hypothesis and the introduction of the eddy viscosity μ_t,

$$-\rho\langle u_i' u_j' \rangle = 2\mu_t \langle S_{ij} \rangle - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij}, \quad \langle S_{ij} \rangle = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right), \quad (1)$$

where k is the turbulent kinetic energy and δ_{ij} is the Kronecker delta (tensor). The closure in Eq. (1) is given in an incompressible form since in the present work, the flow may be considered incompressible. More precisely, in the present study, the eddy viscosity models considered are the Spalart-Allmaras model[33] and the k-ω SST from Ref. 34. The first one includes a transport equation for the eddy viscosity itself, whereas the second one uses two transport equations, one for the turbulent kinetic energy k and another for ω (which is the specific dissipation rate of k), and a relation between k, ω, and μ_t is also used.

In the case of RSMs, the closure for the Reynolds stresses consists in solving the transport equations for the Reynolds stresses. An additional transport equation is required for a turbulent quantity which can be the turbulent kinetic energy dissipation ε or the specific dissipation rate ω, for instance.[31] The transport equation for the Reynolds stresses is[31]

$$\frac{\partial}{\partial t}\langle u_i' u_j' \rangle + \langle u_l \rangle \frac{\partial}{\partial x_l}\langle u_i' u_j' \rangle = \mathscr{P}_{ij} + \mathscr{R}_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_l}\mathscr{T}_{lij} - \varepsilon_{ij}, \quad (2)$$

where $\mathscr{P}_{ij}$ is the production tensor, $\mathscr{R}_{ij}$ is the pressure-rate-of-strain tensor, $\mathscr{T}_{lij}$ is the Reynolds stress flux, and ε_{ij} is the dissipation tensor. Due to the symmetry of the Reynolds stress tensor, 7 additional transport equations are solved when using this closure (including the equation for the turbulent variable). The known variables are the mean flow variables as well as the Reynolds stresses and the chosen turbulent quantity for the seventh transport equation. Hence, the only term on the right-hand side of Eq. (2) in the closed form is $\mathscr{P}_{ij}$ and so modeling is required for the other terms. Regarding this closure, in the present work, two models have been considered: the SSG-LRR-ω[35–37] and the SSG-ω modified version by Ref. 38, which will be called SSG-ω Aup. in the following.

2. ZDES approach as WMLES

The other approach for turbulence modeling used in the present work is the Zonal Detached Eddy Simulation[39] (ZDES) which is a hybrid RANS/LES method that allows the user to choose between three different operating modes depending on the flow studied, as illustrated in Fig. 2. To briefly present the different modes, when using the first two modes, the whole attached boundary layer is treated in the RANS approach, whereas in mode 3, the inner part of the boundary layer is treated in RANS and the outer part in LES, and the separation between both parts is given by a RANS/LES interface defined by the user. This mode is the one used in the present work and corresponds to a WMLES approach.[21,39,40] The Spalart-Allmaras turbulence model is used both as a turbulence model for the RANS branch and as a subgrid scale model (SGS model) for the LES branch.[39,41,42] It is important to mention that ZDES also allows us to perform WRLES as done in Ref. 43.

ZDES mode 3 allows the user to define the positioning of the RANS/LES interface $d_w^{\text{interface}}$. The modified wall distance $\tilde{d}_{\text{ZDES}}^{\text{III}}$ used in the Spalart-Allmaras equation for this mode is given as follows:[39]

$$\tilde{d}_{\text{ZDES}}^{\text{III}} = \begin{cases} d_w & \text{if } d_w < d_w^{\text{interface}}, \\ \min(d_w, C_{\text{DES}}\Delta_{\text{vol}}) & \text{if } d_w \geq d_w^{\text{interface}}, \end{cases} \quad (3)$$

where $C_{\text{DES}} = 0.65$, d_w is the wall distance, $\Delta_{\text{vol}} = \mathscr{V}^{\frac{1}{3}}$, and $\mathscr{V}$ is the cell volume. Further modifications are made in the case where $d_w \geq d_w^{\text{interface}}$ for some of the functions used in the Spalart-Allmaras model,[33]

$$f_{v1} = 1, \quad f_{v2} = 0, \quad f_w = 1. \quad (4)$$

These allow for a better RANS to LES interfacing (see Ref. 39). A recent improvement of the method, proposed in Ref. 40, regularizes the binary switch from RANS to LES in (3) by means of a smooth function f_δ. The new expression for $\tilde{d}_{\text{ZDES}}^{\text{III}}$ is then

$$\tilde{d}_{\text{ZDES}}^{\text{III}} = (1 - f_\delta) \cdot d_w + f_\delta \cdot \min(d_w, C_{\text{DES}}\Delta_{\text{vol}}), \quad (5)$$

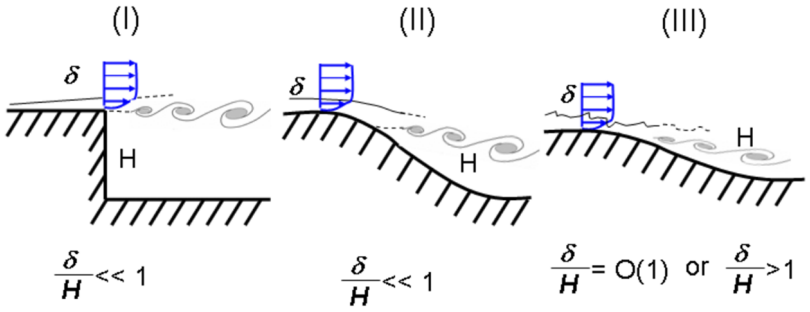


FIG. 2. Classification of typical flow types for the ZDES approach. I: separation fixed by the geometry, II: separation induced by a pressure gradient on a curved surface, and III: separation strongly influenced by the dynamics of the incoming boundary layer.

Published under license by AIP Publishing

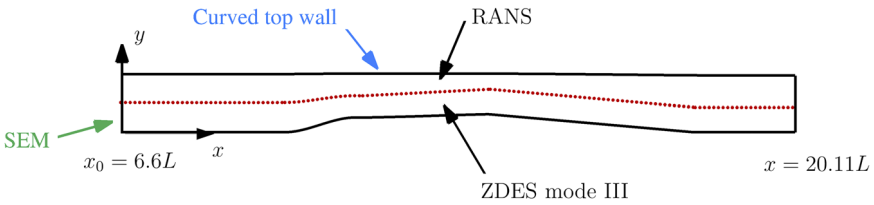


FIG. 3. Computational domain for ZDES mode 3.

and the functions modified in (4) are

$$\begin{aligned} f_{v1}^{\mathrm{III}} &= (1 - f_\delta) \cdot f_{v1} + f_\delta, \\ f_{v2}^{\mathrm{III}} &= (1 - f_\delta) \cdot f_{v2}, \\ f_w^{\mathrm{III}} &= (1 - f_\delta) \cdot f_w + f_\delta. \end{aligned} \tag{6}$$

The main advantages of ZDES mode 3 is its cost reduction in turbulence simulation compared to other turbulence resolving approaches as DNS or WRLES and the capability to simultaneously use the RANS approach in other regions of the flow where resolved turbulence is not needed (contrary to nonzonal WMLES approaches). This has allowed us to perform numerical computations at high Reynolds numbers (as in Ref. 21) that are usually not affordable with DNS or WRLES. Besides, ZDES mode 3 has been validated for ZPG turbulent boundary layers at high Reynolds numbers.[21]

C. Numerical methods

1. Numerical solvers and setup

The simulations that are presented have been obtained using two different solvers. In particular, the RANS simulations with the Spalart-Allmaras model [2D and 3D with Quadratic Constitutive Relation (QCR) for the closure as presented in Sec. III C] and the ZDES have been performed with the solver FLU3M developed at ONERA, which has been used in other studies concerning ZDES.[21,39,43–48] For the other computations (RANS simulations with the k-ω SST model and the two RSMs), the solver *elsA*[49] has been used. The numerics employed in both solvers are quite similar.

The finite volume method is used in all the simulations of the present work. The numerical schemes considered are the same for all RANS computations, and comparisons of solutions with the Spalart-Allmaras model between both solvers have shown an excellent agreement, thus eliminating any solver dependence in the results. Roe's scheme is used for spatial discretization together with a MUSCL (Monotonic Upstream Scheme for Conservation Laws) approach for flux reconstruction at the cell faces, and the pseudotemporal integration is done by means of an implicit Euler's scheme.

Regarding the ZDES computation, the definition of the numerical schemes used is more complex. In fact, the boundary layer of interest is the one located on the bottom wall since it is the one for which experimental measurements have been made in Ref. 11. In order to analyze the modeling effect on that boundary layer, for the ZDES, the upper boundary layer is completely solved by the RANS approach (with the Spalart-Allmaras turbulence model) and the lower boundary layer is solved by ZDES mode 3 (WMLES), as shown in Fig. 3. This explains why fluctuations in Fig. 13 are only observable in the lower boundary layer. For the ZDES mode 3 region, the spatial scheme is AUSM + (P) proposed in Ref. 50 and modified as in Ref. 51 to significantly reduce the numerical dissipation. For the upper boundary layer, the AUSM + (P) scheme (without the modification in Ref. 51) is used instead of Roe's scheme as in the pure RANS simulations in order to avoid numerical issues in the ZDES at the interface between the upper region (where the full RANS approach is used) and the lower region (where mode 3 of ZDES is used), shown in Fig. 3 by red dots.

It is important to mention that the top wall geometry is modified with respect to that of the experimental facility so that the effect of the side wall boundary layers is considered in a statistically two dimensional simulation. The reason as well as the procedure for such a modification and its validation are thoroughly presented in Sec. III.

In order to quantify the effect of the numerical scheme in RANS simulations, comparisons between full RANS simulations using either Roe's scheme or the AUSM + (P) scheme and the same turbulence model have been made, and they have shown an excellent agreement, so the use of the AUSM + (P) scheme in the upper boundary layer is not expected to be a source of error.

Regarding the temporal integration in the ZDES, a second order implicit Gear's scheme is applied. The time step Δt is 3.08×10^{-6} s which is chosen such that the acoustic CFL (Courant-Friedrichs-Lewy number) is not greater than 13 at any point of the domain at any time. Besides, the value of the time step is given as $\Delta t^+ < 0.4$ (where $\Delta t^+ = \frac{\Delta t\, u_\tau^2}{\nu}$), thus satisfying the requirements from Ref. 52 for a proper time step in turbulence resolving simulations.

The mesh used for the ZDES mode 3 computation is shown in Fig. 4 in the (x, y) plane. For all the computations (RANS 2D,

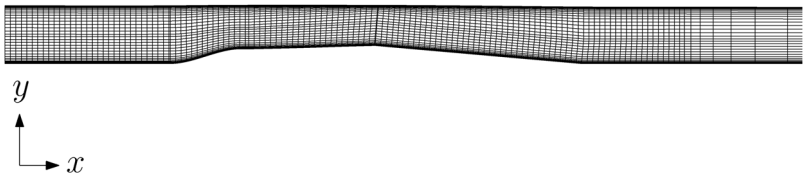


FIG. 4. Mesh of the ZDES mode 3 computation. One point over eight is shown in both x and y directions. The number of points in each direction is N_x = 1050, N_y = 273, and N_z = 160.

Published under license by AIP Publishing

RANS 3D, and ZDES), the mesh parameters in the (x, y) plane are the same: $\Delta x^+ = 200$ and $\Delta y^+|_w = 1$ (cell center). The superscript "+" denotes wall units, and the subscript "w" refers to the first cell at the walls. In the case of the three-dimensional RANS computation, the same criterion for the side wall is used, so $\Delta z^+|_w = 1$. The ZDES mode 3 computation is three-dimensional (although statistically two-dimensional) because part of the turbulence is directly resolved. For this one, $\Delta z^+ = 100$ and $L_z \approx 4\delta_{max}$ (and at the inlet, $L_z \approx 8\delta_0$, with $\delta_0 = 0.121L$) which are classical criteria for simulations using this method,[21] and in particular, in the present case, we have $L_z = 0.96L$ since $\delta_{max} = 0.231L$.[11] The mesh for the ZDES has 46×10^6 cells ($N_x = 1050$, $N_y = 273$, and $N_z = 160$), much less than the 3000×10^6 cells that a WRLES would require. This is an important point since it is already a significant mesh size and the span is not even half of the real span of the wind tunnel. Besides, if the lateral boundary layers were simulated, the spanwise distribution of mesh points would not be uniform, but it would concentrate points inside the boundary layers. This justifies all the effort made to avoid solving the lateral boundary layers by modifying the shape of the top wall.

The computational domain shown in Figs. 3 and 4 corresponds to that of the ZDES which starts at $x/L = 6.6$ and ends at $x/L = 20.11$. A longer computational domain is considered for the RANS simulations which starts at $x/L = -2.01$ from a stagnation point for all of them (the outlet location is maintained). The shorter domain is chosen in Figs. 3 and 4 for clarity. The reason why the ZDES computational domain is shorter in the streamwise direction is the need to set the inlet in a fully turbulent region at a sufficient Reynolds number, which also reduces computational effort. As mentioned, the simulation is three-dimensional since most of the turbulent scales in the outer layer are resolved. However, for the turbulent inflow condition required for this simulation (see Sec. II C 2), a boundary layer profile of a RANS solution is needed. This one is obtained from the RANS simulation with the Spalart-Allmaras turbulence model, since it is the underlying model in the ZDES approach, and therefore, RANS simulations require an inlet further upstream for the boundary layer development. In addition, experimental data of the boundary layer at two stations $x_A = 3.2L$ and $x_B = 6.8L$ are given in Ref. 11 and presented in Tables I and II. As shown in these tables, the Spalart-Allmaras model (in both the 2D and 3D cases) is very accurate. ZDES mode 3 uses this model (as RANS and SGS models), and therefore, such an agreement is very satisfactory in order to reproduce the boundary layer as accurately as possible upstream of the region of interest. Furthermore, the boundary layer profile used for the turbulent inlet conditions of ZDES mode 3 is extracted from the RANS simulation with the Spalart-Allmaras model.

TABLE I. Comparison of some boundary layer parameters at $x_A = 3.2L$ for the Spalart-Allmaras turbulence model. For the 3D case, the QCR closure is used. Errors in experimental measurements are given in brackets.

Case	Top wall	u_τ/U_∞	$(\nu/u_\tau)/L \times 10^6$
Expt.[11]	Flat wall	0.042 4 (0.00%)	71.7 (0.00%)
S-A 2D	Curved wall	0.041 18 (−2.87%)	71.96 (0.36%)
S-A 3D	Flat wall	0.041 15 (−2.95%)	72.01 (0.43%)

Another important point concerning the numerical setup is a modification of the flow conditions with respect to the experiment that has been made for numerical purposes. The experimental Mach number (for the $U_\infty = 5$ m/s case) is about 0.015 which is not appropriate for a compressible solver without preconditioner as it is the case of the solver FLU3M. The Mach number in the simulations has been increased keeping the same temperature, streamwise momentum ($\rho_\infty U_\infty$), and spatial dimensions as in the experiment so that the Reynolds number is unchanged. Besides, the maximum Mach number in the simulations has been kept below 0.2 in order to maintain the quasi-incompressible feature of the flow. Finally, the inflow uniform conditions for all the RANS simulations (for which the inlet is at $x_0/L = -2.01$) are $p_0 = 11\,716$ Pa, $T_0 = 293$ K, and $U_0 = 43.5$ m/s. For the ZDES, the inlet being at $x_0/L = 6.6$, the inflow conditions are slightly different due to the blockage effects from the boundary layer development. The inflow conditions are $p_0 = 11\,700$ Pa, $T_0 = 293$ K, and $U_0 = 45.9$ m/s with an inlet Reynolds number Re_θ of 4616.

For the ZDES, a transient phase is required after which the collection of statistics starts, and it is performed over a duration of about $362\delta_0/U_0$. The total simulation (including the transient phase) requires 1.5×10^5 CPU hours in 196 processors.

2. Turbulent inflow condition for ZDES

Since ZDES mode 3 corresponds to a WMLES approach, turbulent structures are resolved in the LES region (defined by the RANS/LES interface). Inflow turbulent conditions are thus necessary for this kind of simulation. Among the different techniques for dealing with inflow turbulent conditions,[47] the Synthetic Eddy Method (SEM) is used in the present work. The main idea is to introduce fluctuations superimposed to the mean field that are supposed to mimic the turbulent structures in a turbulent boundary layer. The characteristic time, length, and velocity of the structures are obtained from a precursor RANS boundary layer profile and are dependent on the wall distance. Besides, the anisotropy of the Reynolds stress is taken into account. It is

TABLE II. Comparison of some boundary layer parameters at $x_B = 6.8L$ for the Spalart-Allmaras turbulence model. For the 3D case, the QCR closure is used. Errors in experimental measurements are given in brackets.

Case	Top wall	u_τ/U_∞	$(\nu/u_\tau)/L \times 10^6$	$\delta_1/L \times 10^3$	$\theta/L \times 10^3$	Re_θ
Expt.[11]	Flat wall	0.040 6 (0.00%)	73.53 (0.00%)	18 (0.00%)	13.1 (0.00%)	4700 (0.00%)
S-A 2D	Curved wall	0.040 39 (−0.52%)	73.41 (−0.17%)	18.10 (0.56%)	13.4 (2.29%)	4736 (0.77%)
S-A 3D	Flat wall	0.040 37 (−0.56%)	73.43 (−0.14%)	18.17 (0.94%)	13.5 (3.05%)	4755 (1.17%)

Published under license by AIP Publishing

important that the profile given by the RANS simulation reproduces the desired boundary layer characteristics as accurately as possible so that the turbulent boundary layer in the ZDES develops with the proper flow conditions (mainly the proper Reynolds number). A thorough explanation of the method can be found in the works of Refs. 53–55.

3. RANS/LES interface for the ZDES mode 3 computation

In the WMLES approach of the ZDES (mode 3), the separation between the RANS and the LES regions is given by an interface whose law is specified by the user. Several works have dealt with the interface positioning and the effect of different interface laws.[21,40,46,48,56,57] Very satisfactory results have been obtained in the case of a high-Reynolds-number turbulent boundary layer at zero pressure gradient in quasi-incompressible conditions[21,40,56] for the interface law $d_{int} = 0.1\delta$. Therefore, in the present computation, the same law is used.

It is important to detail how the boundary layer thickness is computed. Indeed, in the present case, due to the curvature and pressure gradient effects, velocity profiles outside of the boundary layer are not always uniform. For this reason, following the suggestion of Ref. 1, the spanwise vorticity is used to define the edge of the boundary layer. However, contrary to Ref. 1, the whole spanwise vorticity is considered instead of using the boundary layer approximation $\langle\omega_z\rangle \approx -\partial\langle u\rangle/\partial y$ (where $\langle\omega_z\rangle$ denotes the mean spanwise vorticity). The idea is to define the edge of the boundary layer when the local mean spanwise vorticity (in the wall-normal direction) is below the given threshold (about 10^{-4}) of the mean spanwise vorticity at the wall. The velocity at that point is taken as the external velocity $U_e(x)$, and then the boundary layer thickness is obtained from its classical definition: $\langle u\rangle|_{y=\delta(x)}(x) = 0.99U_e(x)$.

III. DESIGN OF A TWO-DIMENSIONAL TEST-CASE

A. Lateral contraction

Although an important effort has been made in Ref. 11 to ensure the two-dimensional character of the mean flow in the symmetry plane, it is not possible to properly reproduce the experiment by performing a purely two-dimensional simulation using the wind tunnel geometry. Experimental measurements show that the boundary layer in the bottom wall is quite thick (reaching almost $0.3L$), and so it is expected that similar thicknesses are reached by the boundary layers developing over the side walls of the LMFL wind tunnel. The development of boundary layers over the walls results in a blockage effect that tends to accelerate the flow. This effect is better quantified by the displacement thickness δ_1 of the boundary layers, which in the experiment reaches $0.0587L$ in the bottom wall. If one assumes to have the same displacement thickness for the lateral boundary layers, these would represent more than 5% of the wind tunnel span, and therefore, the blockage effect will be nonnegligible. This has been verified in the evolution of the pressure coefficient C_p at both the top and bottom walls when performing a pure 2D simulation where a slower pressure drop in FPG regions was observed together with a faster pressure rise in APG regions compared to the experiment.

The simplest and most direct way to deal with this issue would be to perform three-dimensional simulations taking into account the full three-dimensional geometry of the LMFL wind tunnel. However, mode 3 ZDESs (Ref. 39) are carried out in the present study. Solving the three-dimensional problem with this method would result in a huge computational effort even if this method is known to significantly reduce it compared to other turbulence resolving methods such as WRLES and DNS.[21] Moreover, a statistically 2D test case is more relevant for the efficient analysis of the flow statistics. The alternative proposed consists in modifying the top wall geometry in order to take into account the blockage effect due to the boundary layers developing on the side walls of the wind tunnel without simulating these boundary layers. Only the top wall is modified since the measurements in Ref. 11 are made for the boundary layer on the bottom wall.

B. Top wall geometry modification

The objective is to modify the geometry of the top wall such that the potential flow seen by the bottom wall boundary layer in the symmetry plane (according to the boundary layer hypothesis[58]) remains close between the three-dimensional case and the two-dimensional

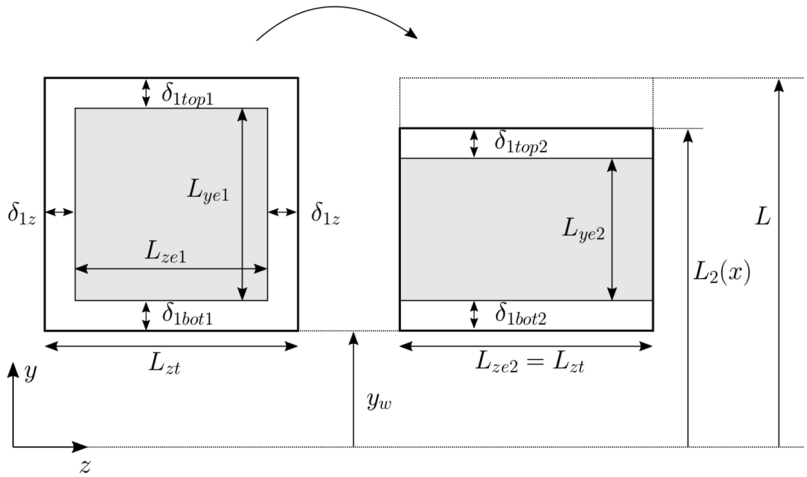


FIG. 5. Distances used to obtain the top wall law in the plane (y, z). The gray areas are equal.

Published under license by AIP Publishing

case with geometry modification. This idea is illustrated in Fig. 5 where the (transverse) area outside the displacement thicknesses is called the effective area and it is supposed to be crossed by a potential flow (under the boundary layer hypothesis). The (incompressible) displacement thickness, δ_1, of the boundary layer is defined as follows:

$$\delta_1 = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\langle u \rangle}{U_e}\right) \mathrm{d}y \tag{7}$$

where y is the wall-normal direction increasing away from the wall and U_e is the external velocity.

In addition, two extra hypotheses are considered. It is first assumed that the displacement thicknesses of the lateral boundary layers are similar to that of the top wall boundary layer (for the same streamwise position). The law sought for the top wall geometry should give the same effective area keeping the same span as in the case where the lateral boundary layers are considered and the top wall is flat. A scheme of the distances used is given in Figs. 5 and 6. By calling L_{ye} and L_{ze} the effective lengths of the potential flow region at a given position x in y and z directions, respectively, and according to the mentioned hypothesis, the following is obtained:

$$L_{ye2} \times L_{ze2} = L_{ye1} \times L_{ze1} \simeq L_{ye1} \times \underbrace{\left(L_{zt} - 2\delta_{1top1}\right)}_{\approx L_{ze1}}, \tag{8}$$

where the subscript "1" corresponds to the variables in the case of the flat top wall, the subscript "2" corresponds to variables in the case where the top wall is changed, and the subscript t corresponds to the total lengths. For the second hypothesis, it is considered that, at a given position x, the displacement thicknesses of the top and bottom wall boundary layers are not modified between the old and the new geometry of the top wall, so in the following development, $\delta_{1top2} = \delta_{1top1} = \delta_{1top}$ and $\delta_{1bot2} = \delta_{1bot1} = \delta_{1bot}$ are used. This hypothesis is strong; however, it is expected that variations are not very important, and thus, the law sought can be expressed only as a function of known parameters. It would, however, require some iteration in the law obtained as it will be shown later. Besides, it is demanded that $L_{ze2} = L_{zt}$ which gives from (8)

$$L_{ye2} = \left(1 - \frac{2\delta_{1top}}{L_{zt}}\right) L_{ye1}. \tag{9}$$

In addition, one may write

$$L_{yei} = L_i - y_w - \delta_{1top} - \delta_{1bot}, \tag{10}$$

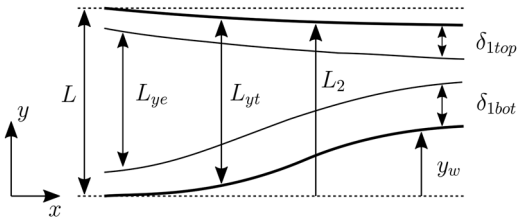


FIG. 6. Distances used to obtain the top wall law in the plane (x, y).

for $i = 1, 2$, so (with $L_{yt1} = L_{ye1} + \delta_{1top} + \delta_{1bot}$)

$$L_2 = y_w + L_{yt1} - \frac{2\delta_{1top}}{L_{zt}} L_{ye1}. \tag{11}$$

Knowing that

$$L_1 = y_w + L_{yt1} = L, \tag{12}$$

the top wall law, using Eq. (10) for $i = 1$ and (12), can be finally expressed as

$$L_2(x) = L\left[1 - \frac{2\delta_{1top}(x)}{L_{zt}}\right] + \left[\, y_w(x) + \delta_{1bot}(x) + \delta_{1top}(x)\right] \frac{2\delta_{1top}(x)}{L_{zt}}. \tag{13}$$

As already mentioned, the second hypothesis made is strong, and small differences are observed in the displacement thicknesses between computations with a flat top wall and a top wall modified by the given law. Although these differences are small, an iterative process should be done in which the results from numerical simulations are used in (13) in order to obtain a new geometry and then perform a new simulation for this new geometry whose results are again used in (13) for another simulation and so on until the differences observed between simulations are negligible. Such a procedure would require regenerating the mesh and performing new simulations several times. Therefore, instead of carrying out such a tedious procedure, another option has been chosen. This one consists in considering again that the variations of the displacement thickness are small between the computations so that the final evolutions of the displacement thicknesses can be obtained by linear interpolation. Let us consider two simulations (simulation details are given in Sec. II C). The first one (F) is made with a flat top wall, and it is used to obtain a top wall geometry according to (13), which is used in the second one (S). Then, at each streamwise position x, the interpolations of the top and bottom displacement thicknesses from the mentioned computations are

$$\begin{cases} \delta_{1top2} = \dfrac{\delta_{1topF} - \delta_{1topS}}{L_F - L_S}(L_2 - L_F) + \delta_{1topF}, \\ \delta_{1bot2} = \dfrac{\delta_{1botF} - \delta_{1botS}}{L_F - L_S}(L_2 - L_F) + \delta_{1botF}. \end{cases} \tag{14}$$

In the present study, the first simulation has been performed with a flat top, and so $L_F = L$. It is reminded that, from Eq. (13), $L_S = L_S(x, \delta_{1topF}, \delta_{1botF})$. The results from these two simulations F and S allow us to obtain interpolated values (denoted with the subscript "2") of the displacement thicknesses, thanks to Eq. (14). These interpolated thicknesses are then used in (13) to obtain a new geometry of the top wall $L_2 = L_2(x, \delta_{1top2}, \delta_{1bot2})$ which is then used for the final computation. It is important to point out that excellent agreement has been observed when comparing the interpolated displacement thicknesses with the final displacement thicknesses, as observed in Fig. 7, for the top wall boundary layer (even better agreement has been obtained for the bottom wall boundary layer). Such an agreement indicates that the interpolation strategy has given a converged geometry which is presented in Fig. 8 since δ_1 extracted from the final computation, which would be used for a further iteration, are almost identical to δ_1 used to define the top wall for the final computation. It should be clarified that the curve in Fig. 8 is not at scale

Published under license by AIP Publishing

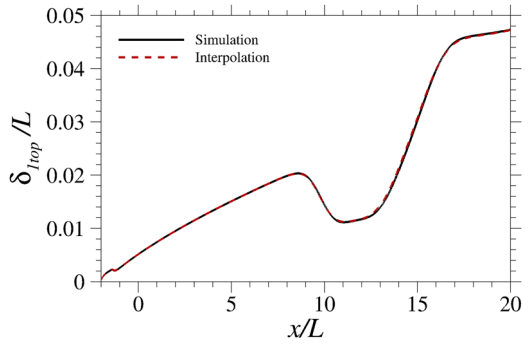


FIG. 7. Comparison of the top-wall boundary layer displacement thicknesses obtained from interpolation and from the simulation using the latest top-wall geometry.

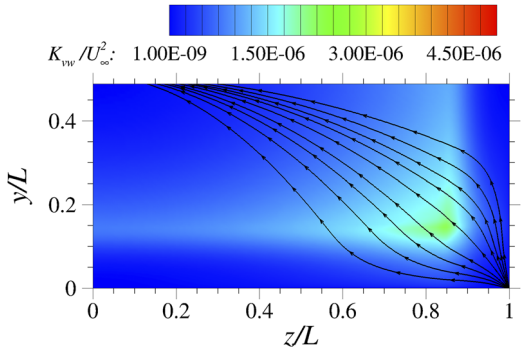


FIG. 9. Transverse mean kinetic energy field in the plane $x = 6.8L$. Turbulence closure: Boussinesq's hypothesis. Streamlines are obtained from $\langle v \rangle$ and $\langle w \rangle$.

and that variations of the top wall position are below 5% of L (which corresponds to less than 5 cm).

C. Validation of new geometry against a three-dimensional computation

In Sec. III B, a geometry for the top wall has been obtained in order to take into account the blockage effect from boundary layers developing on the LMFL wind tunnel side walls without simulating them. In order to validate the geometry, comparisons with a three-dimensional case should be made.

A three-dimensional RANS computation of the whole geometry with side walls is performed (with a flat top wall geometry). The mesh details and the computational domain are as described in Sec. II C. Due to the symmetry of the LMFL wind tunnel in the spanwise direction, a symmetric RANS field is expected. Therefore, the computational domain in the spanwise direction is taken as one half of the span of the wind tunnel (from $z = 0$ to $z = L$, the symmetry plane is located at $z = 0$), and only the side wall boundary layer at $z = L$ is solved.

Attention must be payed to the turbulence modeling. Due to the side wall at $z = L$, there will be secondary flows of the second kind at the corners between top/bottom walls and the side wall.[7,11] Using the classical linear closure for the Reynolds stresses in the RANS equations (Boussinesq's hypothesis), these secondary flows are not reproduced, and therefore, a different closure is chosen instead in order to properly reproduce the flow structure. Reference 25 suggests to link the Reynolds stress tensor to the mean strain-rate tensor $\langle S_{ij} \rangle$ through a nonlinear relation called Quadratic Constitutive Relation (QCR) so that the Reynolds stress is given by $R_{ij,QCR}$,

$$R_{ij,QCR} = R_{ij,B} - C_{cr1}\left[O_{ik}R_{jk,B} + O_{jk}R_{ik,B}\right], \tag{15}$$

with $C_{cr1} = 0.3$, and

$$\begin{aligned} O_{ik} &= 2\langle \Omega_{ik} \rangle / \sqrt{\frac{\partial \langle u_m \rangle}{\partial x_n}\frac{\partial \langle u_m \rangle}{\partial x_n}}, \\ \langle \Omega_{ij} \rangle &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} - \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i}\right), \end{aligned} \tag{16}$$

where $R_{ij,B}$ corresponds to the Reynolds stress given by Boussinesq's hypothesis and $\langle \Omega_{ij} \rangle$ is the mean rotation tensor. The turbulence model used in the simulation is the Spalart-Allmaras model.[33]

An example of the difference between the use of Boussinesq's hypothesis and the QCR is given in Figs. 9 and 10, in which the streamlines in the (y, z) plane are also shown. The nondimensional

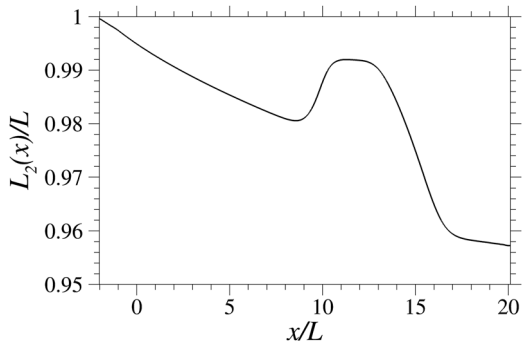


FIG. 8. Modified geometry of the top wall for the two-dimensional simulations.

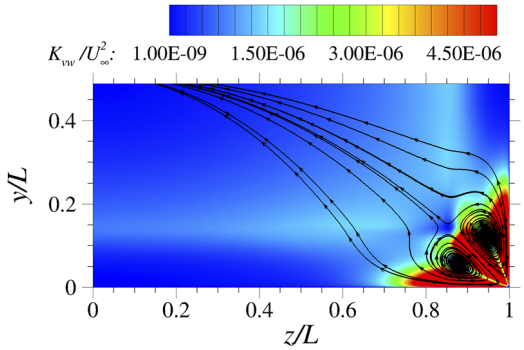


FIG. 10. Transverse mean kinetic energy field in the plane $x = 6.8L$. Turbulence closure: QCR. Streamlines are obtained from $\langle v \rangle$ and $\langle w \rangle$.

Published under license by AIP Publishing

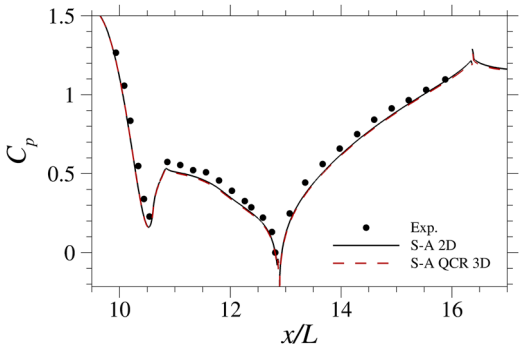


FIG. 11. Pressure coefficient on the bottom wall for the two-dimensional case with top wall geometry modification and the three-dimensional case with the flat top wall (experimental measurements from Ref. 11).

transverse mean kinetic energy is given by

$$\frac{K_{vw}}{U_\infty^2} = \frac{1}{2}\frac{\langle v\rangle^2 + \langle w\rangle^2}{U_\infty^2}. \tag{17}$$

It is evidenced that the Spalart-Allmaras model with Boussinesq's hypothesis is not able to reproduce the secondary flows of the second kind as already mentioned, and therefore, the mean kinetic energy is not well reproduced either. Since the secondary flows are confined in a relatively small region of the transverse domain, it should be expected that these do not influence significantly the flow in the center plane ($z = 0$) of the wind tunnel. The influence of the side wall boundary layers in the mean streamwise velocity is negligible beyond $0.2L$ from the side wall, which is in keeping with the experimental results from Ref. 11. Besides, corner vortices are observed in Ref. 11 which justifies the use of the QCR instead of Boussinesq's hypothesis as a closure for the Reynolds stress in the three-dimensional simulation.

A comparison of the pressure coefficient in both the top and bottom walls between the three-dimensional simulation (QCR closure) and the two-dimensional computation with the top wall modification is given in Figs. 11 and 12. In both cases, the Spalart-Allmaras turbulence model is used. It is important to notice that the

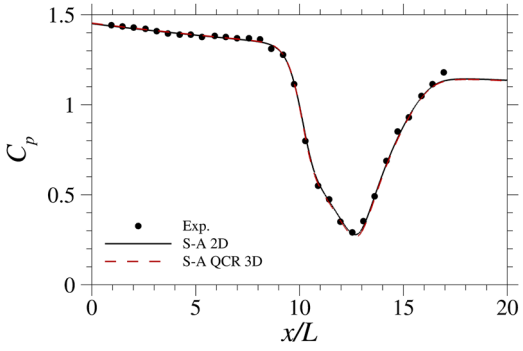


FIG. 12. Pressure coefficient on the top wall for the two-dimensional case with top wall geometry modification and the three-dimensional case with the flat top wall (experimental measurements from Ref. 11).

C_p is not close to 0 upstream of the region of interest because the reference pressure has been chosen as the lowest one in Ref. 11. A very good agreement between both computations is observed for the whole domain as well as between computations and experimental results, with a good reproduction of the pressure drop and rise in the FPG and APG regions, respectively. Therefore, the geometry modification proposed in the two-dimensional computation (Fig. 8) is able to reproduce the blockage effect from the side wall boundary layers in the mean field. This validates the two-dimensional geometry also used for other computations with different turbulence models or different turbulence modeling approaches in the present work. Hence, the geometry used in the present study is slightly modified from the reference one, including additional minor modifications which allow us to satisfactorily reproduce the pressure coefficient of the experiment.

Moreover, Tables I and II compare some of the bottom boundary layer characteristics at stations $x_A = 3.2L$ and $x_B = 6.8L$, respectively. These stations are upstream of the region of interest (upstream of the pressure gradient region) and allow us to verify whether the boundary layer develops properly before the region of interest. This is especially important for the ZDES computation. Indeed, as it is explained in Secs. II C 1 and II C 2, the inlet for the ZDES is located further downstream, and it requires turbulent inflow conditions for which a boundary layer profile at that location is required. It is therefore important to have a satisfactory development of the boundary layer at that position with the Spalart-Allmaras model, which is the case observed in Tables I and II, because it is the underlying RANS model used in ZDES mode 3 and it is the model from which the profile for inflow conditions is extracted. Besides, from Tables I and II, the results from the Spalart-Allmaras simulations in 2D and 3D are again very close to each other.

IV. RESULTS AND DISCUSSION

A. Instantaneous field

An overview of the instantaneous flow is presented for the bottom boundary layer, thanks to ZDES mode 3. A two-dimensional numerical schlieren and an isosurface of the Q-criterion are shown in Figs. 13 and 14, respectively. A slightly shorter domain is shown in Fig. 14 for clarity. These figures show that an important part of the turbulence in the boundary layer is resolved. Besides, it is interesting to see that turbulent structures are not observed in Fig. 13 in the upper wall because the corresponding boundary layer is solved in the full RANS approach (see Fig. 3). A smooth gradient is, nonetheless, visible resulting from temperature variation across the boundary layer as a consequence of friction losses. In the APG region, a fast growth of the boundary layer is observed, as expected from the effects of adverse pressure gradients on the boundary layer thickness. Some structures go beyond the boundary layer thickness which, for the region where the boundary layer is the thickest, is close to $0.3L$ (30 cm). In Fig. 13, close to the outlet, the turbulent structures are dissipated intentionally for numerical purposes by mesh stretching in the streamwise direction, but analyses are not made in that zone. Moreover, the hairpin type structure is observable in Fig. 14 which is a typical structure in the outer part of the turbulent boundary layer.[59]

Published under license by AIP Publishing

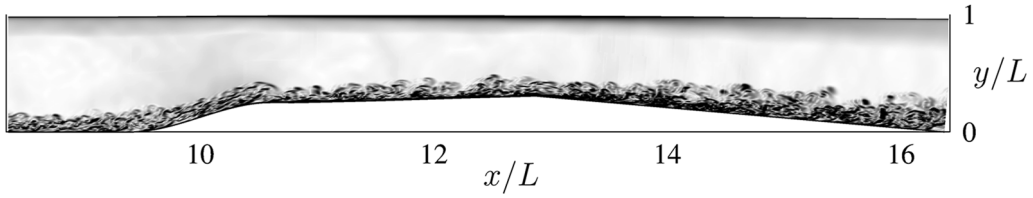


FIG. 13. Numerical schlieren $\left(\sqrt{\frac{\partial \rho}{\partial x_i}\frac{\partial \rho}{\partial x_i}}\right)$ in the symmetry plane of ZDES mode 3.

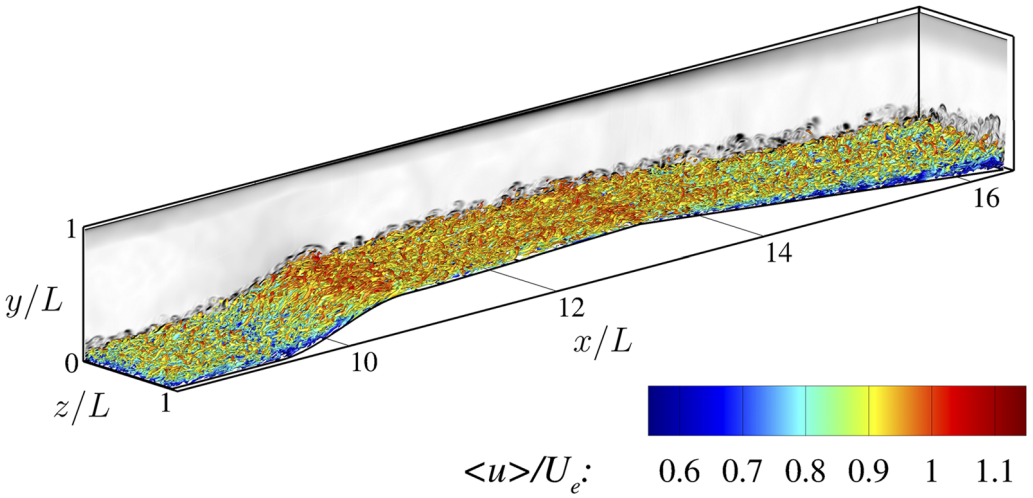


FIG. 14. Isosurface of the Q-criterion for $Q = 0.14\left(\frac{U_0}{\delta_0}\right)^2$ together with numerical schlieren contours.

B. Reynolds-averaged data

The pressure coefficient evolution in both the bottom and top walls is presented in Figs. 15 and 16, respectively, for all turbulence models studied compared to experimental measurements. It is recalled that all RANS simulations presented are two-dimensional and the ZDES is three-dimensional (since turbulence is partly resolved) but statistically two-dimensional in the spanwise direction. For all cases, the pressure coefficient is in good agreement with the experimental data, which suggest that the dynamics of the mean flow are well reproduced.

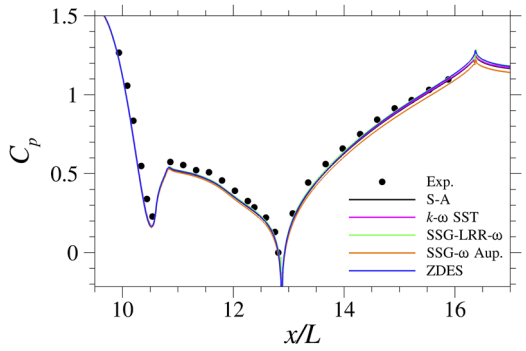


FIG. 15. Pressure coefficient on the bottom wall (experimental measurements from Ref. 11).

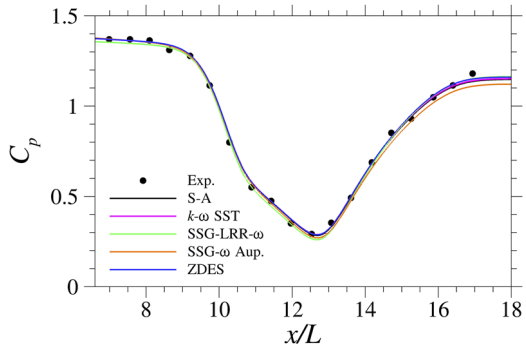


FIG. 16. Pressure coefficient on the top wall (experimental measurements from Ref. 11).

Published under license by AIP Publishing

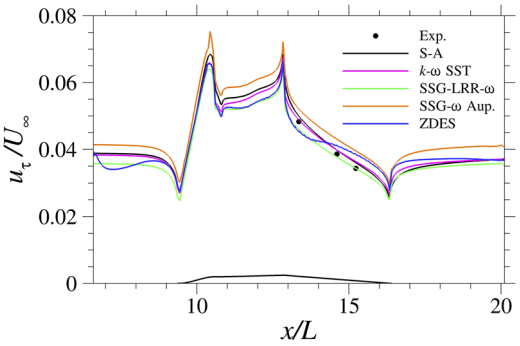


FIG. 17. Friction velocity evolution with different turbulence models (experimental measurements from Ref. 11).

The evolution of the friction velocity u_τ in the bottom wall is presented in Fig. 17. It is recalled that $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$, where $\tau_w = (\partial\langle u\rangle/\partial y)|_w$ is the wall friction. A greater discrepancy between different models is observed compared to the evolutions of C_p, and such differences are present in the whole domain. An interesting point is the initial evolution of the friction velocity for the ZDES computation which shows a decrease and then recovers values close to those at the inlet. This is not surprising since it has already been observed in previous works,[21,40,56] and this behavior is identified to be caused by the turbulent inflow condition (SEM). Indeed, some works are devoted to the improvement of the SEM in order to decrease the extent of this transitory region.[47,60] The turbulent structures introduced by the SEM are reconstructed from a boundary layer profile, and they require some time to completely adapt to the turbulent flow studied. The present results suggest that the resolved turbulence is adapted slightly before the end of the ZPG region, hence before the region of interest.

All the RANS models except for SSG-ω Aup. are in fairly good agreement with the experimental points in the APG region. For the ZDES however, a different trend than the RANS models is observable, initially underestimating and then overestimating the friction velocity in the APG region. This shows the potential of the present test case to contribute to the development of hybrid RANS/LES methods for the prediction of turbulent boundary layers in pressure-gradient conditions.

Profiles of the mean streamwise velocity and the Reynolds shear stress are given at three stations (Fig. 18): one at the beginning of the FPG flat plate region (x/L = 10.73), another one at the beginning of the APG flat plate (x/L = 12.95), and the last one close to the end of the APG flat plate (x/L = 16.27). The mean velocity and the Reynolds shear stress profiles at these stations are shown in Figs. 19–21, respectively. At the first station, the profiles of both $\langle u\rangle$ and $\langle u'v'\rangle$ are quite different from what is observed in ZPG turbulent boundary layers or even in pressure gradient turbulent boundary layers (see, for instance, Refs. 13, 17, and 61). Indeed, the experimental measurements show a local mean velocity excess near $y/\delta = 0.15$, and an outer peak is also observed for $\langle u'v'\rangle$.

The Spalart-Allmaras model is not able to properly capture the mean velocity excess, and important differences are observed, especially below $y/\delta = 0.1$. Results from the k-ω SST model are significantly more accurate which is also the case for the two RSMs and the ZDES. Concerning the profile of $\langle u'v'\rangle$, none of the eddy viscosity models are able to reproduce the outer peak. The SSG-LRR-ω model is quite accurate in the inner peak and reproduces the outer peak although with lower levels. The SSG-ω Aup. model instead is not able to reproduce the outer peak and overpredicts significantly the inner one. Lastly, the ZDES profile is the most satisfying since it shows quite accurate predictions of both the inner and

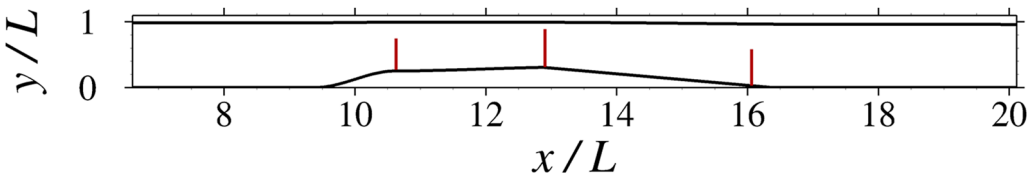


FIG. 18. Sketch of the three positions where boundary layer profiles are studied.

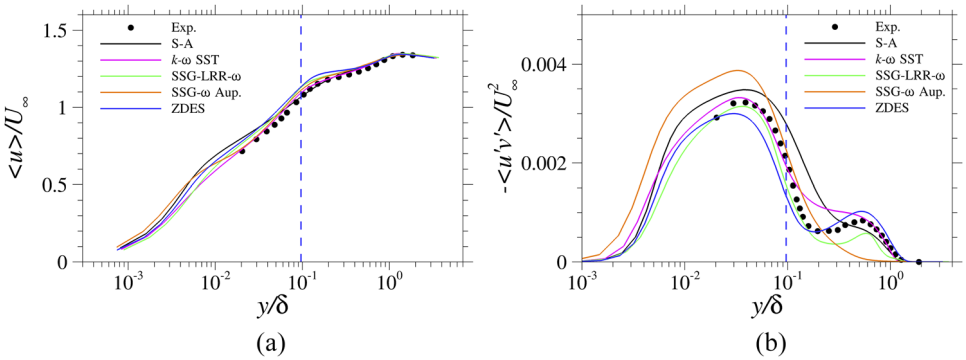


FIG. 19. Profiles of mean velocity (a) and Reynolds shear stress (b) at x/L = 10.73 (experimental measurements from Ref. 11). Blue dashed line: RANS/LES interface.

Published under license by AIP Publishing

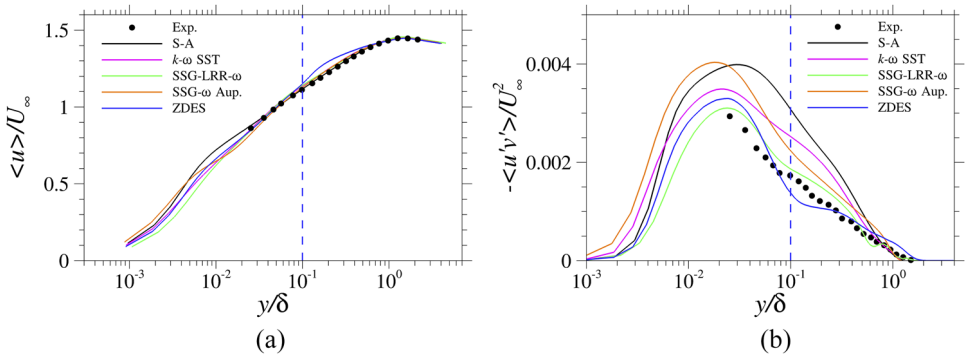


FIG. 20. Profiles of mean velocity (a) and Reynolds shear stress (b) at x/L = 12.95 (experimental measurements from Ref. 11). Blue dashed line: RANS/LES interface.

outer peaks, although they are slightly underestimated and overestimated, respectively. As it will be seen in Sec. IV C, the outer peak is well reproduced by ZDES mode 3 probably because it is located in the LES region and it may result from energetic turbulent structures resolved in the outer part of the boundary layer.

At the beginning of the adverse-pressure-gradient flat plate, the mean velocity profile [Fig. 20(a)] suggests that RANS models are able to properly reproduce the boundary layer. Indeed, the external region of the mean velocity profile is very well reproduced by all RANS models, with very small differences between them and very accurate agreement with experimental results. However, there is an important discrepancy in the inner layer with a significant scatter of the predictions of different RANS models. Such differences are also observed in the Reynolds shear stress profiles [Fig. 20(b)] where an important overestimation is obtained for all RANS models except for the SSG-LRR-ω RSM which is quite accurate. In the case of the ZDES mean velocity profile, less accurate results are obtained in the outer layer above the RANS/LES interface with some mean velocity overestimation, but it gives quite satisfactory results (among all the models studied) regarding the Reynolds shear stress profile.

Farther in the APG flat plate, at station x/L = 16.27, none of the models is able to accurately reproduce the mean velocity profile. Best results are obtained for the Spalart-Allmaras, the k-ω SST, and the SSG-LRR-ω models, but significant discrepancies are observable near $y/\delta \approx 0.2$. The RSM SSG-ω Aup. overestimates the mean velocity in the wake region of the boundary layer, and the ZDES overestimates the profile as well in a larger extent of the boundary layer. In the Reynolds shear stress profile, both eddy viscosity models show accurate profiles. The RSMs are less satisfactory with an overestimation and underestimation, respectively, for SSG-ω Aup. and SSG-LRR-ω in the inner part of the boundary layer. Contrary to the latter model, the SSG-ω Aup. model gives good levels of the Reynolds shear stress in the outer part of the boundary layer. In the case of the ZDES, the inner part is well reproduced, which is not surprising since a RANS approach is used in this region with the Spalart-Allmaras model, and this model in the full RANS approach shows satisfactory results. However, in the LES region, the Reynolds shear stress is underestimated, suggesting a lack of resolved turbulence.

Contrary to the Spalart-Allmaras and the k-ω SST models, the RSMs and the ZDES predict u_{rms} and v_{rms} profiles ("rms" refers to *Root Mean Square*) which are presented in Figs. 22 and 23 for the first station (x/L = 10.73) and in Figs. 24 and 25 for the last one (x/L = 16.27). It is important to mention that profiles of u_{rms} and v_{rms} for the ZDES computation in the RANS region (below the RANS/LES interface) are not representative since turbulence is essentially resolved in the LES region, and so only the LES region should be considered for ZDES profiles. This explains the strong underestimations of the resolved u_{rms} and v_{rms} below the RANS/LES interface.

At station x/L = 10.73 where the mean velocity excess and the outer peak in the Reynolds shear stress were observed, another outer peak is identified for both u_{rms} and v_{rms} and very satisfactory profiles are obtained for the ZDES (in the LES region). The SSG-LRR-ω model is able to reproduce both peaks, but levels are

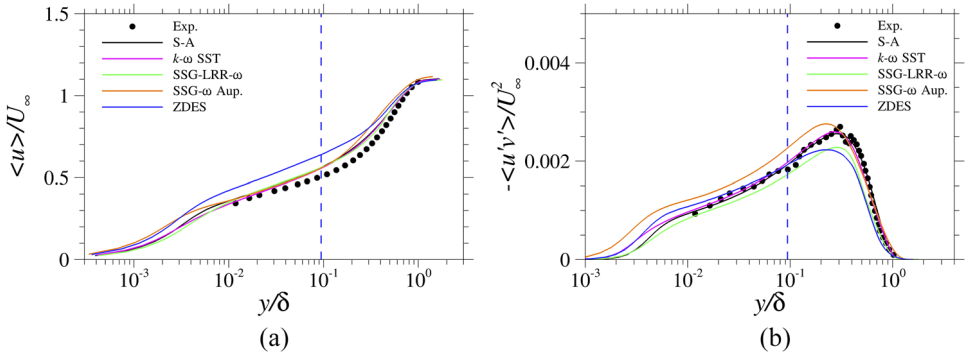


FIG. 21. Profiles of mean velocity (a) and Reynolds shear stress (b) at x/L = 16.27 (experimental measurements from Ref. 11). Blue dashed line: RANS/LES interface.

Published under license by AIP Publishing

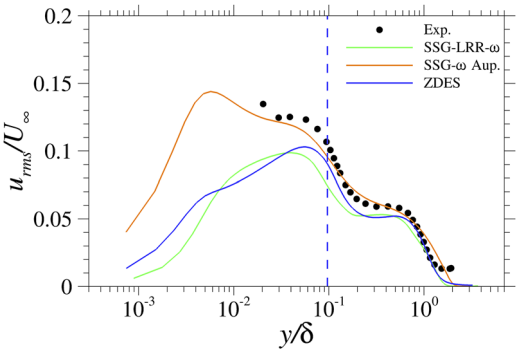


FIG. 22. Profile of u_{rms} at x/L = 10.73 (experimental measurements from Ref. 11). Blue dashed line: RANS/LES interface.

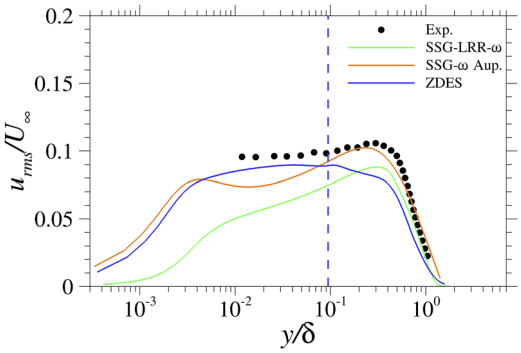


FIG. 24. Profile of u_{rms} at x/L = 16.27 (experimental measurements from Ref. 11). Blue dashed line: RANS/LES interface.

not well reproduced. Indeed, the u_{rms} profile is in general underestimated and the inner peak and outer peak of v_{rms} are over- and underestimated, respectively. More accurate results are obtained for the outer peak of both u_{rms} and v_{rms} in the case of the SSG-ω Aup. model, but the inner peak of the v_{rms} profile is overestimated.

In the x/L = 16.27 station, all of the models fail to properly predict profiles for both u_{rms} and v_{rms}. Both RSMs underestimate significantly the levels of u_{rms} in the inner region. Beyond y/δ = 0.1, quite satisfactory levels are obtained only for the SSG-ω Aup model. The levels of v_{rms} in the inner region are better reproduced than those of u_{rms} in the case of RSMs (especially for the SSG-LRR-ω model), but the outer part is underestimated. The ZDES method also underestimates v_{rms} in the outer region, but this is not a surprising result bearing in mind v_{rms} profiles for zero pressure gradient turbulent boundary layers in ZDES mode 3.[21] However, the underestimation of the u_{rms} profile in the LES region suggests again a lack of resolved turbulence in this region.

C. Spectral analysis of the Reynolds stresses

The main advantage of using ZDES mode 3 with respect to RANS models is to get direct information about turbulence through resolved fluctuating quantities. This allows us to perform spectral analysis of turbulence and thus to gain a better insight into the contribution of different turbulent spatial scales to the streamwise velocity, as it is presented in this section.

The streamwise spectrum of the streamwise velocity fluctuation and the streamwise cospectrum of $\langle u'v' \rangle$ are presented in Figs. 26 and 27, respectively. The spectra are obtained from time signals at a given location, which is x/L = 10.76, and then Taylor's frozen flow hypothesis is used to link the temporal fluctuations with spatial fluctuations, by means of a duality between the frequency f and the wave number k_x: $\lambda_x = 2\pi/k_x = U_c/f$, where λ_x is the streamwise wavelength and $U_c(y/\delta)$ the local advection velocity. This velocity is computed as described in Ref. 21 based on a space and time correlation of the fluctuating streamwise velocity. The power spectral density (PSD) for the streamwise velocity fluctuation $G_{uu}(k_x)$ is defined such that[62]

$$\langle u'^2 \rangle = \int_0^{+\infty} G_{uu}(k_x)\mathrm{d}k_x = \int_{-\infty}^{+\infty} k_x G_{uu}(k_x)\mathrm{d}(\ln(k_x)). \quad (18)$$

An equivalent notation has been taken for the cospectrum of the Reynolds shear stress which gives

$$\langle u'v' \rangle = \int_0^{+\infty} G_{uv}(k_x)\mathrm{d}k_x = \int_{-\infty}^{+\infty} k_x G_{uv}(k_x)\mathrm{d}(\ln(k_x)). \quad (19)$$

The premultiplied PSD for $\langle u'^2 \rangle$ ($k_x G_{uu}(k_x)$) and the premultiplied cospectrum for $\langle u'v' \rangle$ ($k_x G_{uv}(k_x)$) are presented in Figs. 26 and 27, respectively. Several similarities to spectral analysis of zero

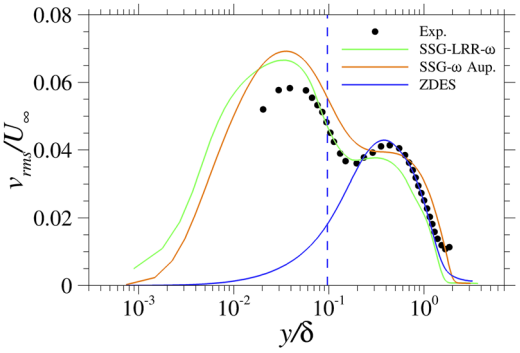


FIG. 23. Profile of v_{rms} at x/L = 10.73 (experimental measurements from Ref. 11). Blue dashed line: RANS/LES interface.

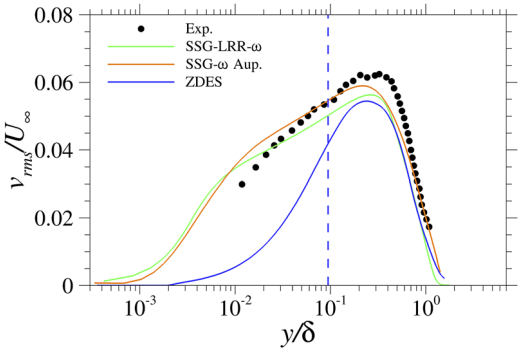


FIG. 25. Profile of v_{rms} at x/L = 16.27 (experimental measurements from Ref. 11). Blue dashed line: RANS/LES interface.

Published under license by AIP Publishing

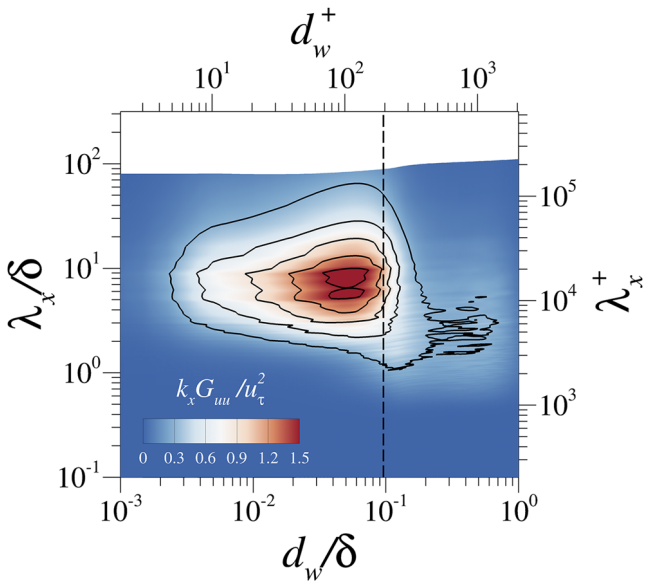


FIG. 26. Premultiplied power spectral density of the streamwise velocity fluctuations $k_x G_{uu}/u_\tau^2$ at x/L = 10.76 and Re_θ = 3583. Black dashed line: RANS/LES interface.

pressure gradient turbulent boundary layers simulated with ZDES mode 3 are identified.[21,57] The peak of the PSD for $\langle u'^2 \rangle$ is located below the RANS/LES interface near $d_w/\delta \approx 0.05$ for structures of size $\lambda_x \approx 8\delta$. In the LES region, smaller structures of size $\lambda_x \approx 2\delta$ with low energetic content are found, but they are not visible in the RANS region due to the dissipation of the RANS approach. If turbulence

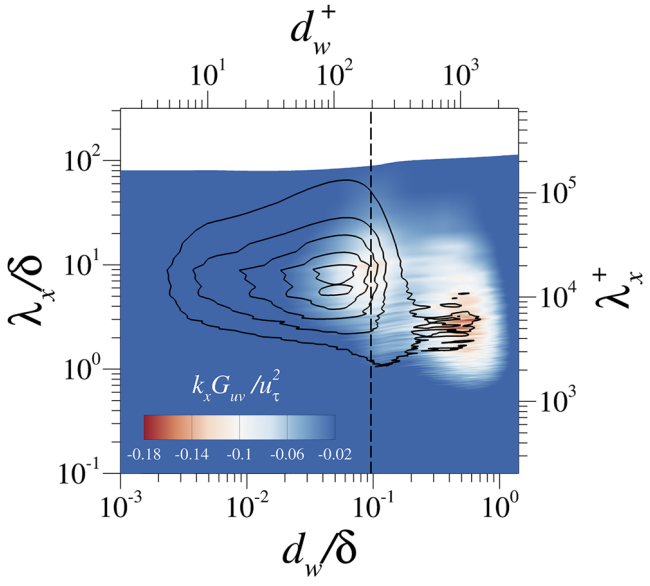


FIG. 27. Premultiplied cospectrum of the Reynolds shear stress $k_x G_{uv}/u_\tau^2$ at x/L = 10.76 and Re_θ = 3583. PSD of streamwise velocity fluctuations, $k_x G_{uu}/u_\tau^2$, with same levels as in Fig. 26. Black dashed line: RANS/LES interface.

was resolved down to the wall (WRLES or DNS), significant energy levels associated with the inner site (modeled in WMLES) and with the footprint of outer very large scale would also be observed near the wall for λ_x from about 0.2δ to almost 10δ,[43,63–65] although this does not mean that the longest structures are located that close to the wall.[63,64,66] In the present flow location, another energy site is observed at about the middle of the boundary layer with lower energetic content. These structures of size $\lambda_x \approx 3\delta$ are the main contribution to the outer peak observed in the profiles of u_{rms} (Fig. 22) at the same location. In the case of the cospectrum of the Reynolds shear stress, the very low energy content in the RANS region in Fig. 27 is due to the low levels of wall-normal velocity fluctuations in that region as shown in the v_{rms} profiles. The spectral site associated with the outer peak in the profiles of $\langle u'v' \rangle$ is clearly observed in Fig. 27. Its location and the size of the corresponding turbulent structures match those of the outer peak of the PSD of $\langle u'^2 \rangle$. Therefore, the outer peak observed at this station in the different profiles shown seems to be caused by energetic turbulent structures whose size in the streamwise direction reaches more than three times the local boundary layer thickness.

V. CONCLUSION

An experimental study of a pressure gradient turbulent boundary layer has been reproduced numerically with different approaches for turbulence modeling. A procedure has been presented to consider the problem as purely two-dimensional in terms of the mean flow dynamics which consists in modifying the top wall geometry in order to take into account the blockage effect resulting from the boundary layers developing in the experiment on the side walls of the wind tunnel without simulating them. The comparisons of RANS simulations with the modified geometry and three-dimensional simulation have shown an excellent agreement, meaning that the modified geometry allows us to take into account the mentioned blockage effect. Besides, a QCR closure of the Reynolds stress has been used for the three-dimensional simulation so that secondary flows of the second kind are obtained in the corners between the wind tunnel walls, whose structure has been shown to satisfactorily match that of the experiment in Ref. 11.

This modified geometry has then been used to compare the results from different turbulence models (first and second order models: Spalart-Allmaras, k-ω SST, SSG-LRR-ω, and SSG-ω Aup.) and from ZDES mode 3 (which corresponds to a WMLES approach). In general, very satisfactory results have been obtained for the pressure coefficient evolution over both bottom and top walls, but more discrepancies between the turbulence models have been observed when looking at the mean skin friction velocity as well as profiles of mean velocity and Reynolds shear stress. The mean velocity excess at the beginning of the FPG flat plate is satisfactorily reproduced by all turbulence models except for the Spalart-Allmaras model, and the outer peak observed in profiles of Reynolds stresses from curvature effects at the same station has not been well reproduced by any model except for the ZDES. However, this method lacked resolved turbulence in the LES region for the profiles shown near the end of the APG region. For that station, none of the models has properly reproduced the mean velocity profile, and the Reynolds shear stress is only well predicted by the Spalart-Allmaras and the k-ω SST models.

Published under license by AIP Publishing

The profiles of u_{rms} and v_{rms} are in general not very well reproduced by the two RSMs at any of the two stations. The outer peak at the first station is instead better reproduced by ZDES mode 3. In the APG region however, these profiles also show a lack of resolved turbulence in the LES region of the ZDES.

A spectral analysis of the streamwise velocity fluctuation and of the Reynolds shear stress has been made, thanks to ZDES mode 3. This analysis has allowed to identify the turbulent structures that are responsible for the mean velocity excess and the secondary peak on the Reynolds stresses near $x/L = 10.76$. These structures are located close to the middle of the boundary layer, with streamwise sizes that are about three times the local boundary layer thickness.

The present work has shown that pressure-gradient conditions in turbulent boundary layers are still a challenge from a turbulence modeling point of view since even advanced modeling techniques have presented some difficulties. Besides, the experimental study of Ref. 11 is very suitable for further developments in turbulence modeling in order to properly reproduce the effects of pressure gradients on turbulent boundary layers, thanks to the exhaustive measurement database and the two-dimensional structure of the mean flow near the symmetry plane. Further work on the present test case may consist of a deeper spectral analysis of the resolved scales by means of ZDES mode 3.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors are greatly thankful to researchers from LMFL for fruitful discussions, especially C. Cuvier and J.-M. Foucaut. All the people involved in the evolution of the FLU3M and *elsA* codes are warmly thanked. The thesis of J. Vaquero is partly funded by DGA (French defense procurement agency). Support from the framework of the ONERA research project FROTTEMENT is also acknowledged.

REFERENCES

[1] P. R. Spalart and J. H. Watmuff, "Experimental and numerical study of a turbulent boundary layer with pressure gradients," J. Fluid Mech. **249**, 337 (1993).
[2] P. E. Skåre and P.-A. Krogstad, "A turbulent equilibrium boundary layer near separation," J. Fluid Mech. **272**, 319 (1994).
[3] F. H. Clauser, "Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients," J. Aeronaut. Sci. **21**, 91–108 (1954).
[4] J. Monty, Z. Harun, and I. Marusic, "A parametric study of adverse pressure gradient turbulent boundary layers," Int. J. Heat Fluid Flow **32**, 575–585 (2011).
[5] S. Rahgozar and Y. Maciel, "Low- and high-speed structures in the outer region of an adverse-pressure-gradient turbulent boundary layer," Exp. Therm. Fluid Sci. **35**, 1575–1587 (2011).
[6] Z. Harun, J. P. Monty, R. Mathis, and I. Marusic, "Pressure gradient effects on the large-scale structure of turbulent boundary layers," J. Fluid Mech. **715**, 477–498 (2013).
[7] P. Bradshaw, *Turbulence* (Springer-Verlag, Berlin, New York, 1976).
[8] Y. Maciel, K.-S. Rossignol, and J. Lemay, "A study of a separated turbulent boundary layer in stalled-airfoil-type flow conditions," in *35th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit* (American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2005).
[9] S. Gorton, L. Jenkins, and S. Anders, "Flow control device evaluation for an internal flow with an adverse pressure gradient," in *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit* (American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2002).
[10] D. Simmons, F. Thomas, and T. Corke, "Smooth body flow separation experiments and their surface flow topology characterization," in *AIAA Aviation 2019 Forum* (American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2019).
[11] C. Cuvier, S. Srinath, M. Stanislas, J. M. Foucaut, J. P. Laval, C. J. Kähler, R. Hain, S. Scharnowski, A. Schröder, R. Geisler, J. Agocs, A. Röse, C. Willert, J. Klinner, O. Amili, C. Atkinson, and J. Soria, "Extensive characterisation of a high Reynolds number decelerating boundary layer using advanced optical metrology," J. Turbul. **18**, 929–972 (2017).
[12] M. Skote, D. Henningson, and R. Henkes, "Direct numerical simulation of self-similar turbulent boundary layers in adverse pressure gradient conditions," Flow, Turbul. Combust. **60**, 47–85 (1998).
[13] J.-H. Lee and H. J. Sung, "Effects of an adverse pressure gradient on a turbulent boundary layer," Int. J. Heat Fluid Flow **29**, 568–578 (2008).
[14] J.-H. Lee and H. J. Sung, "Structures in turbulent boundary layers subjected to adverse pressure gradients," J. Fluid Mech. **639**, 101 (2009).
[15] A. G. Gungor, Y. Maciel, M. P. Simens, and J. Soria, "Analysis of a turbulent boundary layer subjected to a strong adverse pressure gradient," J. Phys.: Conf. Ser. **506**, 012007 (2014).
[16] V. Kitsios, A. Sekimoto, C. Atkinson, J. A. Sillero, G. Borrell, A. G. Gungor, J. Jiménez, and J. Soria, "Direct numerical simulation of a self-similar adverse pressure gradient turbulent boundary layer at the verge of separation," J. Fluid Mech. **829**, 392–419 (2017).
[17] J. H. Lee, "Large-scale motions in turbulent boundary layers subjected to adverse pressure gradients," J. Fluid Mech. **810**, 323–361 (2017).
[18] Y. Maciel, M. P. Simens, and A. G. Gungor, "Coherent structures in a non-equilibrium large-velocity-defect turbulent boundary layer," Flow, Turbul. Combust. **98**, 1–20 (2017).
[19] C. Atkinson, A. Sekimoto, J. Jiménez, and J. Soria, "Reynolds stress structures in a self-similar adverse pressure gradient turbulent boundary layer at the verge of separation," J. Phys.: Conf. Ser. **1001**, 012001 (2018).
[20] A. J. Smits, B. J. McKeon, and I. Marusic, "High Reynolds number wall turbulence," Annu. Rev. Fluid Mech. **43**, 353–375 (2011).
[21] S. Deck, N. Renard, R. Laraufie, and P. Sagaut, "Zonal detached eddy simulation (ZDES) of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer over the Reynolds number range $3150 \leq Re_\theta \leq 14\,000$," Phys. Fluids **26**, 025116 (2014).
[22] U. Piomelli, "Wall-layer models for large-eddy simulations," Prog. Aerosp. Sci. **44**, 437–446 (2008).
[23] N. Renard and S. Deck, "Recent improvements in the formulation of mode III of ZDES (zonal detached eddy simulation) for WMLES use at $Re_\theta > 10^4$," in *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting* (American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2015).
[24] A. Bannier, É. Garnier, and P. Sagaut, "Riblet flow model based on an extended FIK identity," Flow, Turbul. Combust. **95**, 351–376 (2015).
[25] P. Spalart, "Strategies for turbulence modelling and simulations," Int. J. Heat Fluid Flow **21**, 252–263 (2000).
[26] G. I. Park and P. Moin, "An improved dynamic non-equilibrium wall-model for large eddy simulation," Phys. Fluids **26**, 015108 (2014).
[27] Y. Na and P. Moin, "Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer," J. Fluid Mech. **374**, 379–405 (1998).
[28] M. Chong, J. Soria, A. Perry, J. Chacin, B. CantwellL, and Y. Na, "Turbulence structures of wall-bounded shear flows found using DNS data," J. Fluid Mech. **357**, 225–247 (1998).
[29] D. Wilcox, *Turbulence Modeling for CFD* (DCW Industries, La Cañada, CA, 2006).
[30] S. Radhakrishnan, U. Piomelli, A. Keating, and A. S. Lopes, "Reynolds-averaged and large-eddy simulations of turbulent non-equilibrium flows," J. Turbul. **7**, N63 (2006).
[31] S. B. Pope, *Turbulent Flows* (Cambridge University Press, 2000).
[32] C. Rumsey and P. Spalart, "Initial efforts to improve Reynolds stress models for separated flows," in *NASA Symposium on Advances in Turbulence Modeling* (NASA, 2017).
[33] P. Spalart and S. Allmaras, "A one-equation turbulence model for aerodynamic flows," La Recherche Aérospatiale, 1994, pp. 5–21.
[34] F. R. Menter, "Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications," AIAA J. **32**, 1598–1605 (1994).
[35] B. Launder, G. Reece, and W. Rodi, "Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure," J. Fluid Mech. **68**, 537–566 (1975).

Published under license by AIP Publishing

[36]C. Speziale, S. Sarkar, and T. Gatski, "Modelling the pressure–strain correlation of turbulence: An invariant dynamical systems approach," J. Fluid Mech. **227**, 245–272 (1991).
[37]R. Cécora, R. Radespiel, B. Eisfeld, and A. Probst, "Differential Reynolds-stress modeling for aeronautics," AIAA J. **53**, 739–755 (2015).
[38]B. Aupoix, "Improving the coupling of the Speziale, Sarkar and Gatski differential Reynolds stress model with an ω-scale equation," Technical Report No. RT 1/13929, ONERA, 2012.
[39]S. Deck, "Recent improvements in the zonal detached eddy simulation (ZDES) formulation," Theor. Comput. Fluid Dyn. **26**, 523–550 (2012).
[40]N. Renard and S. Deck, "Improvements in zonal detached eddy simulation for wall modeled large eddy simulation," AIAA J. **53**, 3499–3504 (2015).
[41]P. R. Spalart, W.-H. Jou, M. Strelets, and S. R. Allmaras, "Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach," in *Proceedings of the First AFOSR International Conference on DNS/LES* (Greyden Press, 1997), pp. 137–147.
[42]P. Sagaut, S. Deck, and M. Terracol, *Multiscale and Multiresolution Approaches in Turbulence*, 2nd ed. (Imperial College Press, 2013).
[43]S. Deck, N. Renard, R. Laraufie, and P.-É. Weiss, "Large-scale contribution to mean wall shear stress in high-Reynolds-number flat-plate boundary layers up to $Re_\theta = 13650$," J. Fluid Mech. **743**, 202–248 (2014).
[44]S. Deck, "Numerical simulation of transonic buffet over a supercritical airfoil," AIAA J. **43**, 1556–1566 (2005).
[45]S. Deck, "Zonal-detached-eddy simulation of the flow around a high-lift configuration," AIAA J. **43**, 2372–2384 (2005).
[46]S. Deck, P.-É. Weiss, M. Pamiès, and E. Garnier, "Zonal detached eddy simulation of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer," Comput. Fluids **48**, 1–15 (2011).
[47]S. Deck, P.-E. Weiss, and N. Renard, "A rapid and low noise switch from RANS to WMLES on curvilinear grids with compressible flow solvers," J. Comput. Phys. **363**, 231–255 (2018).
[48]N. Renard, S. Deck, and P.-E. Weiss, "On the WMLES use of ZDES in compressible flows," in *AIAA Scitech 2019 Forum* (American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2019).
[49]L. Cambier, S. Heib, and S. Plot, "The Onera *elsA* CFD software: Input from research and feedback from industry," Mech. Ind. **14**, 159–174 (2013).
[50]M.-S. Liou, "A sequel to AUSM: $AUSM_+$," J. Comput. Phys. **129**, 364–382 (1996).
[51]I. Mary and P. Sagaut, "Large eddy simulation of flow around an airfoil near stall," AIAA J. **40**, 1139–1145 (2002).
[52]H. Choi and P. Moin, "Effects of the computational time step on numerical solutions of turbulent flow," J. Comput. Phys. **113**, 1–4 (1994).
[53]N. Jarrin, S. Benhamadouche, D. Laurence, and R. Prosser, "A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulations," Int. J. Heat Fluid Flow **27**, 585–593 (2006).
[54]M. Pamiès, P.-E. Weiss, E. Garnier, S. Deck, and P. Sagaut, "Generation of synthetic turbulent inflow data for large eddy simulation of spatially evolving wall-bounded flows," Phys. Fluids **21**, 045103 (2009).
[55]R. Laraufie and S. Deck, "Assessment of Reynolds stresses tensor reconstruction methods for synthetic turbulent inflow conditions. Application to hybrid RANS/LES methods," Int. J. Heat Fluid Flow **42**, 68–78 (2013).
[56]N. Renard and S. Deck, "On the interface positioning in a zonal detached eddy simulation (ZDES) of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer," in *Progress in Hybrid RANS-LES Modelling* (Springer International Publishing, 2015), pp. 203–213.
[57]N. Renard and S. Deck, "On the convection velocity of wall-bounded turbulence resolved by ZDES mode III at $Re_\theta = 13\,000$," in *Progress in Hybrid RANS-LES Modelling* (Springer International Publishing, 2018), pp. 325–336.
[58]J. Cousteix, *Turbulence et Couche Limite* (Cepadues-Éditions, Toulouse, 1989).
[59]M. R. Head and P. Bandyopadhyay, "New aspects of turbulent boundary-layer structure," J. Fluid Mech. **107**, 297 (1981).
[60]R. Laraufie, S. Deck, and P. Sagaut, "A dynamic forcing method for unsteady turbulent inflow conditions," J. Comput. Phys. **230**, 8647–8663 (2011).
[61]J. A. Sillero, J. Jiménez, and R. D. Moser, "One-point statistics for turbulent wall-bounded flows at Reynolds numbers up to $\delta^+ \approx 2000$," Phys. Fluids **25**, 105102 (2013).
[62]J. S. Bendat and A. G. Piersol, *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*, 4th ed. (Wiley, 2010).
[63]I. Marusic, R. Mathis, and N. Hutchins, "High Reynolds number effects in wall turbulence," Int. J. Heat Fluid Flow **31**, 418–428 (2010).
[64]R. Mathis, N. Hutchins, and I. Marusic, "Large-scale amplitude modulation of the small-scale structures in turbulent boundary layers," J. Fluid Mech. **628**, 311 (2009).
[65]N. Renard and S. Deck, "On the scale-dependent turbulent convection velocity in a spatially developing flat plate turbulent boundary layer at Reynolds number," J. Fluid Mech. **775**, 105–148 (2015).
[66]N. Hutchins and I. Marusic, "Large-scale influences in near-wall turbulence," Philos. Trans. R. Soc., A **365**, 647–664 (2007).

Published under license by AIP Publishing

5.2 Résultats complémentaires

On présente dans cette section des résultats qui n'ont pas été montrés dans la section précédente. D'une part, au cours de cette thèse, les règles de bonnes pratiques numériques du laboratoire pour la réalisation de simulations à l'aide de modèles DRSM ont été revues, ce qui a permis d'améliorer légèrement les résultats obtenus en utilisant ces modèles en comparaison avec ceux montrés dans l'article. Malheureusement, ces nouvelles pratiques ont été établies après la publication de cet article. D'autre part on présente des résultats complémentaires principalement liés à l'analyse spectrale de la turbulence, qui ont été présentés en congrès au cours de cette thèse dans [312, 314], pas inclus dans l'article Vaquero *et al.* [310] pour des limitations de longueur. On rappelle que les résultats expérimentaux correspondent à l'expérience de Cuvier *et al.* [59] pour le cas où $U_\infty = 5\ m \cdot s^{-1}$.

5.2.1 Compléments de résultats pour le modèle DRSM SSG-LRR-ω

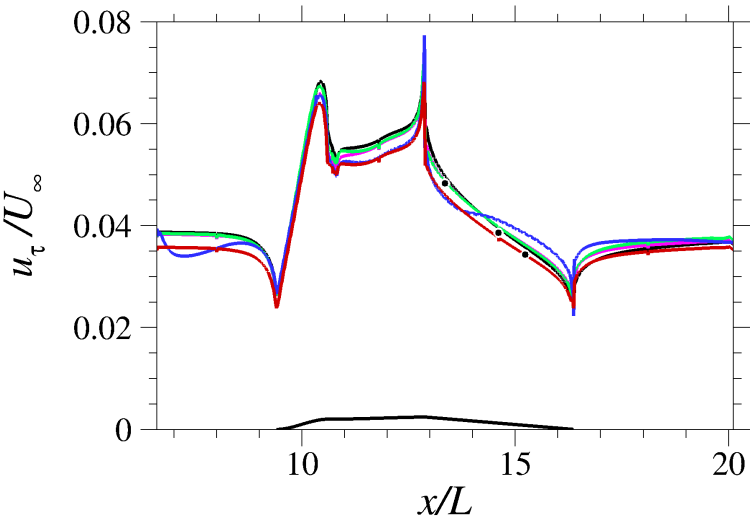


FIGURE 5.1 – Évolution de la vitesse de frottement sur le plancher. • : données expérimentales [59] ; — : Spalart-Allmaras ; — : $k-\omega$ Menter SST ; — : ZDES mode 3 ; — : SSG-LRR-ω (paramètre de correction entropique du schéma de Roe à 10^{-6}) ; - - - : SSG-LRR-ω (paramètre de correction entropique du schéma de Roe à 10^{-2}).

L'évolution des bonnes pratiques pour la réalisation de simulations numériques concerne celles menées au moyen du modèle DRSM SSG-LRR-ω. Pour la résolution numérique des équations de transport des variables turbulentes, notamment des six tensions de Reynolds et de ω, le schéma de Roe [238] est utilisé en considérant la correction entropique proposée par Harten [110]. Cette correction vise à modifier les valeurs propres de la matrice de Roe lorsque celles-ci se rapprochent de zéro et introduit ainsi de la dissipation numérique dans le schéma. La fonction de correction de Harten [110] dépend d'un paramètre qui permet de contrôler l'influence de la fonction de correction. La figure 5.1 montre l'évolution de la vitesse de frottement en utilisant différentes approches de modélisation dans le cas test étudié dans ce chapitre. Pour le modèle DRSM (courbe rouge discontinue) et pour les résultats présentés dans la section §5.1, le paramètre de correction entropique est fixé à 10^{-2}. Un deuxième calcul, réalisé postérieurement à la publication de l'article [310], utilise une valeur de 10^{-6} et il est aussi représenté sur la figure 5.1 (courbe verte). Il est observé un meilleur accord de la solution DRSM avec cette deuxième valeur du paramètre de correction entropique autant par rapport aux données expérimentales que par rapport aux autres simulations RANS.

Les figures concernant les profils de vitesse moyenne et de tensions de Reynolds présentées dans Vaquero *et al.* [310] ont été refaites en considérant la nouvelle valeur de la correction entropique pour la simulation DRSM SSG-LRR-ω et sont présentées sur les figures 5.2 à 5.6. Des faibles variations sont observées par rapport aux résultats présentés dans la section §5.1. Les profils de vitesse moyenne et de

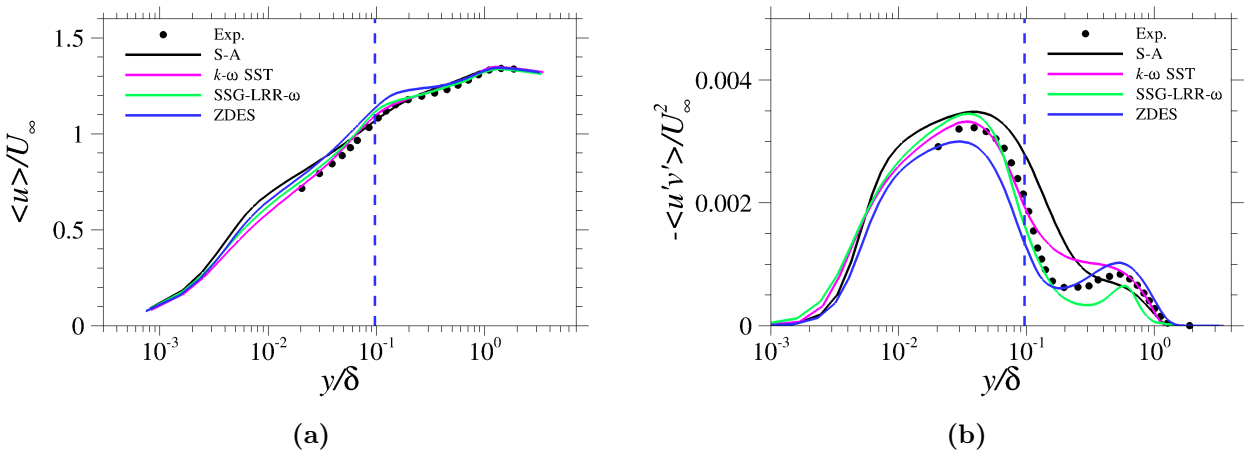


FIGURE 5.2 – (a) Profil de vitesse moyenne et (b) de tension croisée de Reynolds à la station $x/L = 10.73$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES.

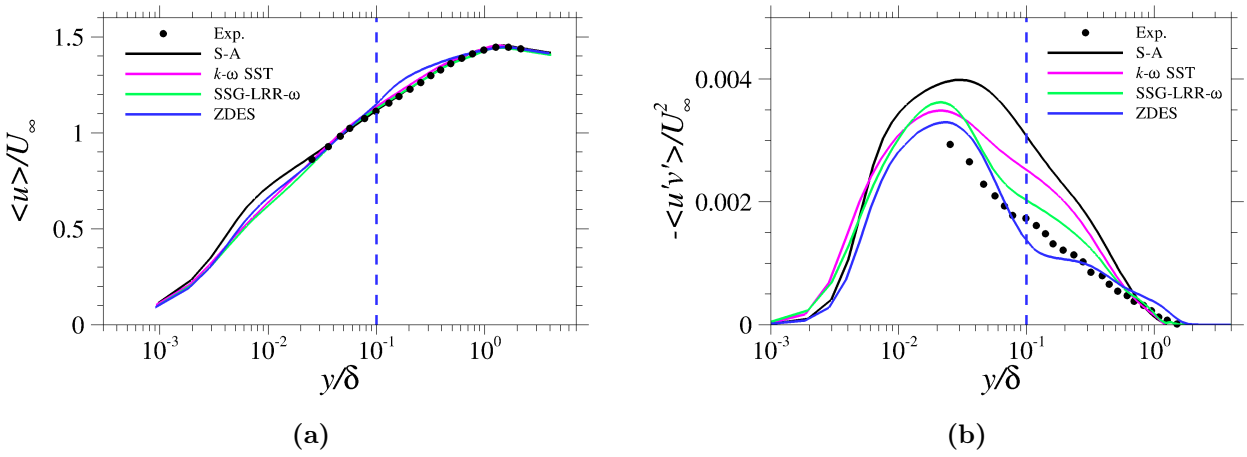


FIGURE 5.3 – (a) Profil de vitesse moyenne et (b) de tension croisée de Reynolds à la station $x/L = 12.95$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES.

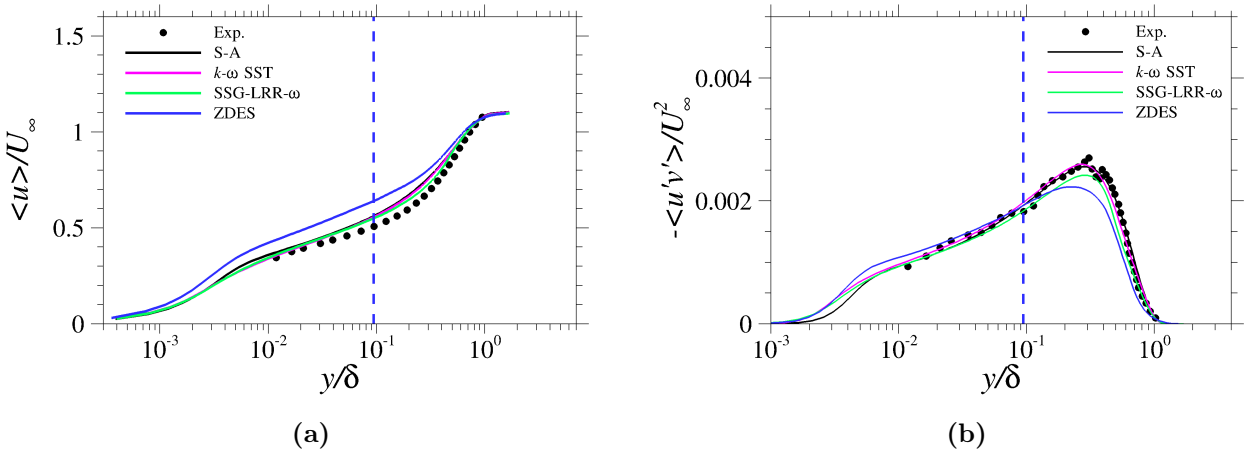


FIGURE 5.4 – (a) Profil de vitesse moyenne et (b) de tension croisée de Reynolds à la station $x/L = 16.27$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES.

tension croisée de Reynolds sont en accord légèrement meilleur avec les résultats expérimentaux. En ce qui concerne les tensions normales (on rappelle que $u_{rms} = \sqrt{\langle u'^2 \rangle}$ et $v_{rms} = \sqrt{\langle v'^2 \rangle}$), les niveaux de la tension $\langle v'^2 \rangle$ augmentent en général de façon très modeste sur la totalité du profil. En revanche,

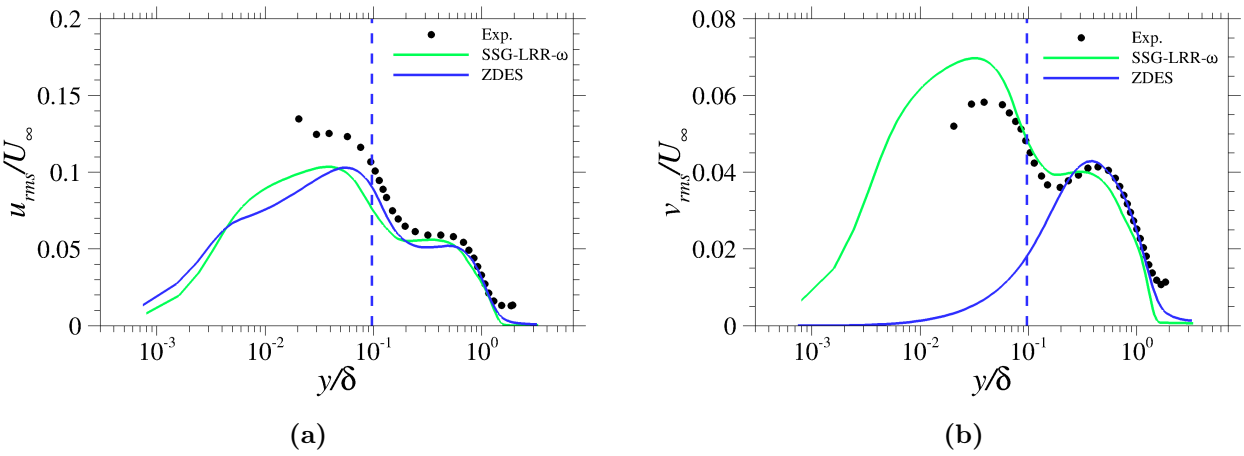


FIGURE 5.5 – Profil de u_{rms} (a) et de v_{rms} (b) à la station $x/L = 10.73$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES.

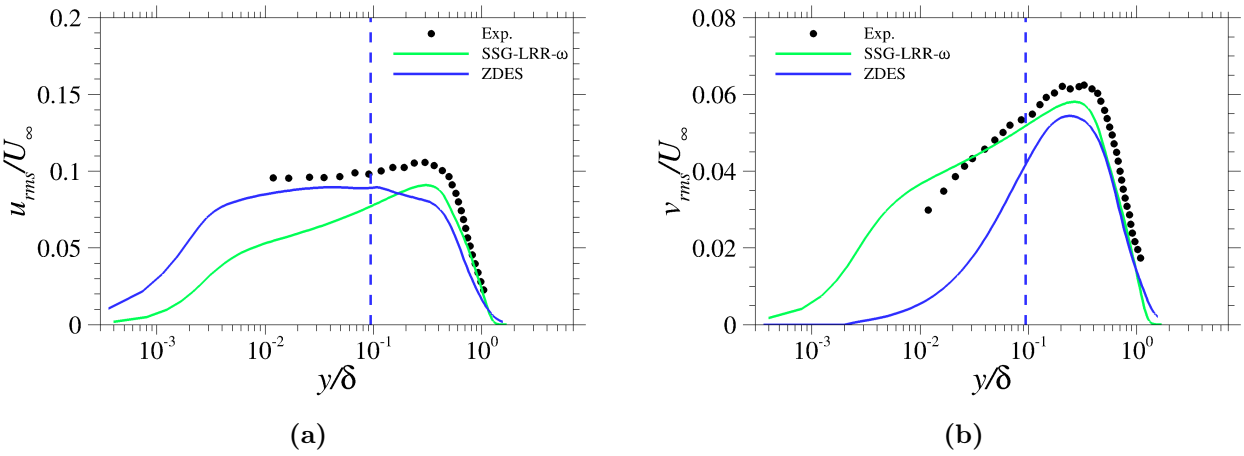


FIGURE 5.6 – Profil de u_{rms} (a) et de v_{rms} (b) à la station $x/L = 16.27$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES.

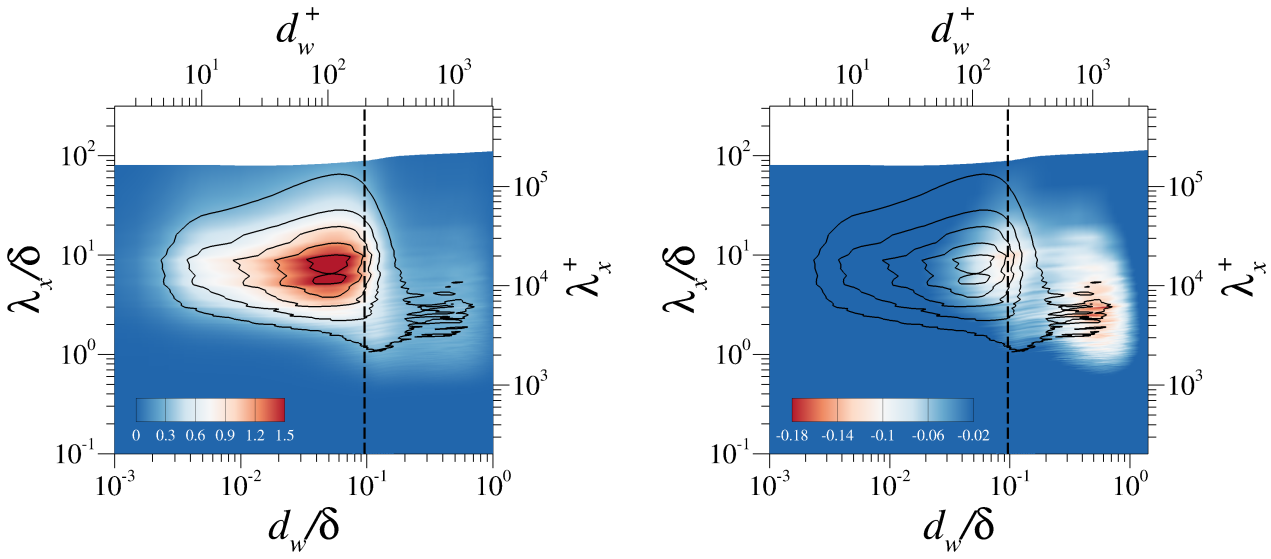
les profils de $\langle u'^2 \rangle$ restent quasiment inchangés dans la zone externe, et présentent des niveaux très légèrement supérieurs dans la zone interne.

Bien que l'utilisation d'une valeur différente de la correction entropique pour les simulations réalisées avec le modèle SSG-LRR-ω montre une amélioration des résultats, celle-ci reste très modeste pour les profils de vitesse moyenne et des tensions de Reynolds, si bien que les conclusions présentées dans la section §5.1 ne sont pas altérées.

5.2.2 Analyse spectrale

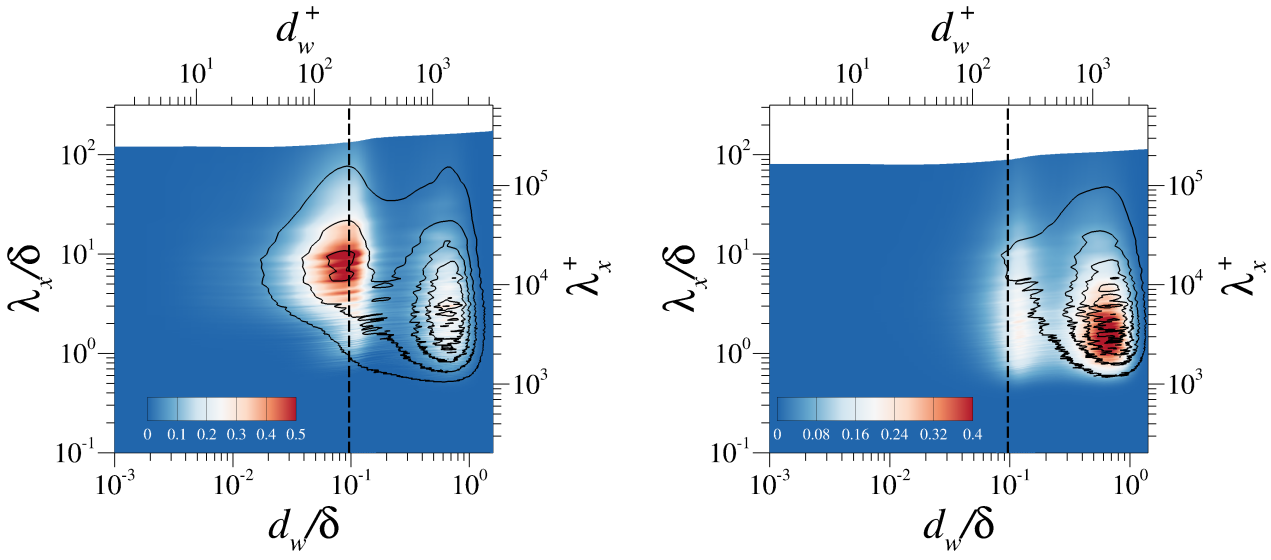
Des résultats complémentaires de l'analyse spectrale sont présentés dans cette section à la station $x/L = 10.73$, qui correspond au début de la zone à gradient de pression favorable. Ces résultats ont déjà été présentés en congrès dans [312, 314]. Il faut préciser que dans cette section, comme dans la section §5.1, l'hypothèse de Taylor de turbulence gelée est employée pour faire le lien entre la longueur d'onde et la fréquence (voir annexe A). La vitesse U_{corr}, qui correspond à une vitesse basée sur la corrélation en deux points et deux temps de u' (voir par exemple [72, 77]) est choisie comme vitesse de convection pour la représentation des spectres (§A.2).

Bien que les figures 5.7a et 5.7b soient déjà montrées dans la section §5.1, on les présente à nouveau pour des raisons de simplicité de lecture, puisque des comparaisons à ces figures sont faites. On rappelle que ces figures, qui correspondent à la densité spectrale de puissance de $\langle u'^2 \rangle$ et à l'interspectre de $\langle u'v' \rangle$ (A.11), mettent en évidence l'existence d'un site extérieur énergétique associé à des structures assez



(a) (b)

FIGURE 5.7 – (a) PSD de la fluctuation de vitesse longitudinale $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ et (b) interspectre de la tension croisée de Reynolds $k_x G_{uv;k_x}/u_\tau^2$ pour $x/L = 10.73$, **——** : $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$. On utilise $U_c = U_{corr}$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES.



(a) (b)

FIGURE 5.8 – (a) PSD du terme de production d'énergie cinétique turbulente prémultipliée par la distance à la paroi $-d_w k_x G_{uv;k_x}/u_\tau^3(\partial\langle u\rangle/\partial y)$ et (b) PSD du terme de production de $-\langle u'v'\rangle$ prémultipliée par la distance à la paroi $d_w k_x G_{vv;k_x}/u_\tau^3(\partial\langle u\rangle/\partial y)$, pour $x/L = 10.73$. On utilise $U_c = U_{corr}$. Les lignes continues noires représentent dans (a) $d_w k_x G_{uu;k_x}/(u_\tau^2\delta)$, et dans (b) $-d_w k_x G_{uv;k_x}/(u_\tau^2\delta)$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES.

grandes, centré vers des longueur d'ondes $\lambda_x = 3\delta$ et allant de $\lambda_x \approx \delta$ jusqu'à $\lambda_x \approx 10\delta$. Ces structures semblent être générées dans la zone concave en amont de la station en question, et semblent être responsables du pic externe observé sur le profil de la tension croisée de Reynolds ainsi que de l'excès de vitesse sur le profil de vitesse moyenne (figures 5.2a et 5.2b respectivement).

Afin d'analyser plus profondément le contenu spectral de la turbulence à cette station, qui présente une distribution énergétique assez particulière comme montré dans le paragraphe précédent, les termes de production de l'énergie cinétique turbulente et de production de la tension croisée de Reynolds sont illustrés sur les figures 5.8a et 5.8b respectivement. Ces termes ont été simplifiés selon les hypothèses

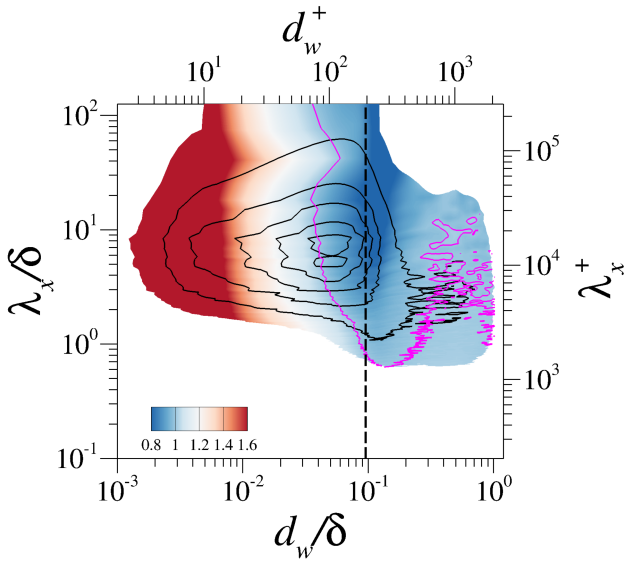


FIGURE 5.9 – Vitesse de convection comparée à la vitesse moyenne locale $U_c(f)/\langle u\rangle$ à $x/L = 10.73$. **——** : $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ (figure 5.7a). **- - -** : position de l'interface RANS/LES. **——** : isoligne $U_c = \langle u\rangle$.

de couche limite et sont donnés par (voir section §1.3.5) :

$$P = -\langle u'v'\rangle \frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y} \quad \text{et} \quad P_{-\langle u'v'\rangle} = \langle v'^2\rangle \frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y} \tag{5.1}$$

et leurs densités spectrales de puissance sont obtenues à partir de $G_{uv;k_x}(k_x)$ et $G_{vv;k_x}(k_x)$, puisqu'on peut écrire :

$$-\langle u'v'\rangle \frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y} = -\int_{-\infty}^{+\infty} k_x G_{uv;k_x}(k_x) \frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y} \,\mathrm{d}\left(\ln(k_x)\right) \tag{5.2}$$

et de façon analogue :

$$\langle v'^2\rangle \frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y} = \int_{-\infty}^{+\infty} k_x G_{vv;k_x}(k_x) \frac{\partial\langle u\rangle}{\partial y} \,\mathrm{d}\left(\ln(k_x)\right). \tag{5.3}$$

Les densités spectrales de puissance de $\langle u'^2\rangle$ [1] et de $-\langle u'v'\rangle$ sont superposées sur les figures 5.8a et 5.8b respectivement, prémultipliées par la distance à la paroi, en traits continus. Il est intéressant d'observer sur les deux figures les deux sites énergétiques clairement séparés et associés à des grandes structures cohérentes. Par ailleurs, le site interne observé sur la figure 5.8a se trouve vers $d_w = 0.1\delta$ et présente une intensité nettement supérieure à celle du site externe. Ceci s'explique par l'allure du profil de vitesse moyenne (figure 5.2a) qui présente localement un gradient assez fort vers $d_w = 0.1\delta$ aussi observé sur le profil expérimental. Un autre point important à noter est la correspondance entre la densité spectrale de puissance de production d'énergie cinétique turbulente (ou de $\langle u'^2\rangle$) et la densité spectrale de puissance de $\langle u'^2\rangle$ sur la figure 5.8a. Cette correspondance n'est pas complètement observée pour la production de la tension croisée de Reynolds (figure 5.8b). En effet, pour le site interne de production de $-\langle u'v'\rangle$, on n'observe pas de niveaux importants de tension croisée de Reynolds entre $\lambda_x = 0.7\delta$ et $\lambda_x = 5\delta$. En évaluant certains des termes participant au bilan de la tension croisée de Reynolds, on a pu identifier à cet endroit une compensation de la production en partie due au terme d'advection (jusqu'à 25%), et il semble probable que le terme de corrélation pression-déformation (C_{uv} dans (1.38)) participe significativement, comme c'est le cas pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul [225].

La vitesse de convection des structures cohérentes dépendant de la taille de celles-ci (et donc de la fréquence), $U_c(f)$, a été évaluée en suivant la méthode de Renard et Deck [232], rappelée dans la section §A.3. La figure 5.9 illustre la vitesse de convection comparée à la vitesse moyenne locale, $U_c(f)/\langle u\rangle$,

1. On rappelle que le terme de production de $\langle u'^2\rangle$ correspond au double de celui de l'énergie cinétique turbulente, sous les hypothèses de couche limite (§1.3.5).

à la station $x/L = 10.73$. Comme déjà indiqué dans la section §A.3, $U_c(f)$ est largement supérieure à $\langle u \rangle$ près de la paroi, et les deux vitesses sont très proches plus haut dans la couche limite. Il est intéressant d'observer qu'au niveau des deux sites énergétiques on retrouve $U_c(f) = \langle u \rangle$, indiqué par la ligne magenta sur la figure. Ainsi, les structures cohérentes associées à chacun des sites sont convectées à la vitesse moyenne locale, et par conséquent ces deux sites énergétiques semblent être indépendants. De plus, la vitesse de convection du site externe est de l'ordre de 1.5 fois supérieure à celle du site interne. Des résultats complémentaires de l'analyse spectrale sur ce cas test ne sont pas présentés dans ce chapitre pour des raisons de clarté et de concision, mais le lecteur est invité à les consulter dans l'annexe B.

Points clés :

- Étude de couche limite turbulente à **grand nombre de Reynolds** en présence de **gradients de pression** favorable et adverse.
  - ⋆ Simulation **extrêmement coûteuse** en DNS ou WRLES → **réduction** significative du coût de calcul en ZDES mode 3 (WMLES) : **facteur ∼ 1000** par rapport à la DNS.
  - ⋆ Effets de **confinement** des couches limites latérales pris en compte par une modification de la **géométrie** du plafond → écoulement moyen **bidimensionnel**, réduction du **coût de calcul** en ZDES mode 3.
  - ⋆ **Excellent accord** du C_p entre RANS 2D (plafond modifié), RANS 3D (plafond original plat et couches limites latérales) et expérience → **validation** de la géométrie du plafond.
- Très bonne **reproduction** du C_p par tous les modèles RANS considérés et ZDES mode 3.
- Prévision **satisfaisante** des profils de $\langle u \rangle$ et $-\langle u'v' \rangle$ au **début** de la zone **APG** en ZDES mode 3 et meilleure que les modèles RANS.
- **Écarts** observés pour $\langle u \rangle$ et pour les tensions de Reynolds en ZDES mode 3 vers la **fin** de la zone **APG**.
- **Intérêt** de la turbulence **résolue** dans le calcul **ZDES mode 3** :
  - ⋆ **Difficultés** de reproduction des effets observés au **début** de la zone **FPG** pour les modèles **RANS**. Résultats très **satisfaisants** en **ZDES mode 3**.
  - ⋆ Possibilité de réaliser des **analyses** de la turbulence **résolue** → analyse spectrale.
- **Analyse spectrale** de la turbulence :
  - ⋆ **Deux sites** observés dans les PSD de $\langle u'^2 \rangle$ et $\langle u'v' \rangle$, ainsi que des termes de production de TKE et de $-\langle u'v' \rangle$ vers $d_w = 0.05 - 0.1\delta$ et $d_w = 0.4\delta$ associés à des **grandes structures cohérentes**.
  - ⋆ **Faibles** niveaux de $-\langle u'v' \rangle$ au niveau du **site interne** malgré la présence de production → importance locale du terme d'**advection** et probablement du terme de **corrélation pression-déformation**.
  - ⋆ **Vitesse de convection** dépendant des **échelles** des structures cohérentes : $U_c(f) = \langle u \rangle$ pour les deux sites → **sites indépendants** l'un de l'autre avec des vitesses de convection très différentes.

Chapitre 6

Étude d'un décollement mince de couche limite turbulente et de la relaxation en aval du recollement

6.1 Article : Outer layer turbulence dynamics in a high-Reynolds-number boundary layer up to $Re_\theta \approx 24000$ recovering from mild separation 146

6.2 Complément de l'article sur l'effet du positionnement du pic externe de la tension croisée de Reynolds sur la vitesse moyenne longitudinale 179

6.3 Points clés 180

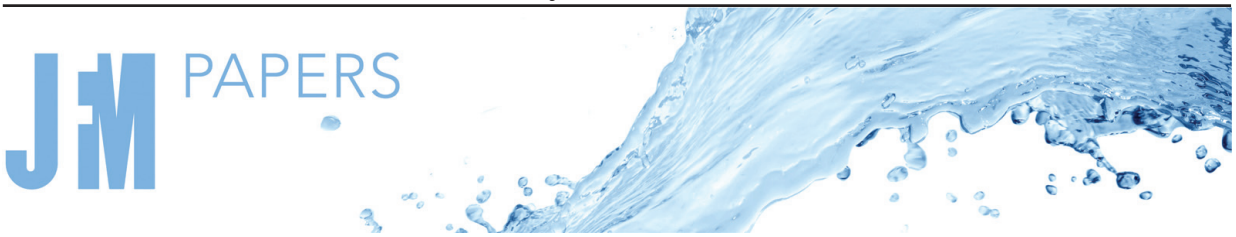
Ce chapitre s'intéresse à l'étude du décollement mince d'une couche limite turbulente au moyen de la ZDES mode 3. Contrairement aux décollements massifs, que l'on peut observer par exemple pour un écoulement de marche descendante de hauteur grande devant l'épaisseur de couche limite ou d'arrière corps, le décollement mince présente une taille verticale de l'ordre de l'épaisseur de couche limite ou inférieure (voir le schéma du tableau 4.1 pour le mode 3). L'étude consiste à reproduire numériquement l'expérience réalisée par Song et Eaton [281], où une couche limite turbulente décolle sur une marche arrondie, de taille commensurable à l'épaisseur de couche limite. Par ailleurs, le nombre de Reynolds considéré pour la présente étude est $Re_{\theta,ref} = 13200$ avec une valeur maximale de $Re_\theta \approx 24000$ ($Re_\tau \approx 6600$) ce qui demanderait un coût de calcul excessif en approches DNS ou WRLES. Après le décollement, la couche limite se redéveloppe en aval et se trouve hors équilibre du fait de l'excès de production de turbulence initié dans la couche de mélange. Cependant, les conditions de l'écoulement extérieur en aval du recollement sont des conditions d'équilibre et la couche limite subit une relaxation vers l'équilibre qui est étudiée en détail dans ce chapitre.

Comme déjà indiqué, une simulation en ZDES mode 3 (approche WMLES, §4.1.5.2) est utilisée pour cette étude. Des simulations complémentaires sont aussi réalisées, en utilisant différents modèles RANS typiquement employés dans la littérature. De même que dans le chapitre 5, les modèles considérés sont le modèle de Spalart-Allmaras [284] et le modèle $k-\omega$ SST de Menter [193], comme modèles à viscosité turbulente à une et deux équations de transport respectivement, et le modèle SSG-LRR-ω [39, 160, 293] comme modèle DRSM.

Les comparaisons du champ moyen entre les différentes approches de modélisation ont montré un accord très satisfaisant entre les résultats ZDES mode 3 et les mesures expérimentales, notamment dans la zone de redéveloppement de la couche limite. Les modèles RANS à viscosité turbulente étudiés restent perfectibles et des meilleures prévisions sont obtenues à l'aide du modèle DRSM. Toutefois, celui-ci montre des écarts par rapport à la ZDES mode 3 pour les profils de vitesse moyenne, de tensions de Reynolds et pour le champ de production d'énergie cinétique turbulente. Par ailleurs, la simulation en ZDES mode 3 a permis de réaliser des analyses du champ instationnaire. En particulier, l'analyse spectrale de la turbulence est réalisée à différentes positions de l'écoulement pour étudier la variation du contenu énergétique de la turbulence. De plus, le caractère instationnaire du frottement pariétal est analysé grâce à la simulation ZDES mode 3. Les résultats de cette étude ont donné lieu à une publication dans une revue à comité de lecture dans Vaquero *et al.* [313] et ils sont détaillés dans la section §6.1. Un commentaire complémentaire de l'article est détaillé brièvement dans la section §6.2.

6.1 Article : Outer layer turbulence dynamics in a high-Reynolds-number boundary layer up to $Re_\theta \approx 24000$ recovering from mild separation

J. Fluid Mech. (2022), *vol.* 942, A42, doi:10.1017/jfm.2022.389



Outer layer turbulence dynamics in a high-Reynolds-number boundary layer up to $Re_\theta \approx 24{,}000$ recovering from mild separation

Jaime Vaquero[1], **Nicolas Renard**[1,†] **and Sébastien Deck**[1]

[1]ONERA, The French Aerospace Lab, F-92190 Meudon, France

(Received 12 October 2021; revised 14 March 2022; accepted 21 April 2022)

The outer layer dynamics of a high-Reynolds-number boundary layer recovering from non-equilibrium is studied utilising the multi-resolution approach of zonal detached eddy simulation mode 3. The non-equilibrium conditions are obtained from a boundary layer separation over a rounded step enhancing the turbulent production, and recovery happens during redevelopment after reattachment at high Reynolds numbers ($Re_{\theta,max} \approx 24{,}000$). Most of the outer layer turbulence is resolved by the simulation, which reproduces accurately the experimental boundary layer relaxation. The spectral analysis of streamwise velocity fluctuations and turbulent kinetic energy (TKE) production evidences the different turbulent content distribution at separation and within the redevelopment region, at which very large-scale motions are identified with streamwise wavelengths up to $\lambda_x = 9\delta$, where δ is the boundary layer thickness. The redevelopment of the boundary layer is analysed in terms of the persistence of a secondary peak in the TKE production and the evolution of the wall-shear stress statistics. The skewness and probability density function of the skin friction show a slower relaxation than the downstream flow fraction. This confirms the long-lasting impact of perturbations of the outer layer in high-Reynolds-number wall-bounded flows. This persistent non-equilibrium state is suggested to be the reason for the reported lack of accuracy of the considered Reynolds-averaged Navier–Stokes models in the relaxation region.

Key words: boundary layer structure, turbulent boundary layers, turbulence simulation

1. Introduction

The study of wall-bounded turbulent flows is still nowadays very active despite being a research topic for several decades. In the effort to understand turbulence as deeply as possible, studies have focused mostly on canonical flows (channel flows, pipe flows and

† Email address for correspondence: nicolas.renard@onera.fr

© The Author(s), 2022. Published by Cambridge University Press

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

flat-plate boundary layers, for instance). According to Smits (2020), research should focus as well on less canonical flows, not only because of their practical relevance, but also to identify how much the knowledge acquired for canonical flows applies in these flows as well. Thus wall turbulence would be understood more profoundly, and the capability to predict more general flows would be increased.

Reynolds number effects have been identified to play an important role in wall-bounded flows. Studies have shown that there exist some Reynolds-number-dependent effects, which are recalled, for instance, in the work of Smits, McKeon & Marusic (2011). Turbulent structures of long spatial scales are observable at high Reynolds numbers, with sizes of about 2–3 δ for the large-scale motions, and 5–6 δ for the very large-scale motions in turbulent boundary layers (where δ corresponds to the boundary layer thickness), and they are located in the logarithmic region of the boundary layer. The effect of these structures will not go unnoticed in the profiles of mean quantities, and in particular, they are clearly observable when looking at the premultiplied turbulent-kinetic-energy production term and profiles of streamwise velocity standard deviation, u_{rms}. For the production of turbulent kinetic energy (TKE) in pre-multiplied form, a plateau develops within the boundary layer around the log region. Regarding the streamwise velocity fluctuation, the levels away from the near-wall peak increase mainly due to the large-scale turbulent structures (a secondary peak may be observable at very high Reynolds numbers; see, for instance, the work of Hultmark *et al.* 2012). This is evidenced clearly when splitting the contribution of small-scale (smaller than δ) and large-scale (greater than δ) structures to u_{rms}. Also, there is an amplitude modulation of small-scale structures by the outer large-scales in the inner region of the boundary layer as found by Mathis, Hutchins & Marusic (2009). A review of the organisation of turbulent structures within wall-bounded flows may be found in the work of Jiménez (2013).

Another topic that is very commonly present and studied in turbulent boundary layers research is the pressure gradient. Pressure gradient effects are also responsible for some differences in the development of turbulent boundary layers. In the case of an adverse pressure gradient (APG), some of the mentioned aspects have been found to be somewhat similar to high-Reynolds-number effects, such as the increased turbulent activity in the outer part of the boundary layer due to large-scale structures, observed in the u_{rms} profile and the streamwise energy spectrum (Harun *et al.* 2013; Kitsios *et al.* 2017; Lee 2017; Sanmiguel Vila *et al.* 2020). Sanmiguel Vila *et al.* (2020) studied different boundary layers data sets under moderate APG, intending to separate pressure gradient and Reynolds number effects. They were able to identify that small-scale activity is enhanced in the outer layer by the APG, which is not the case when increasing the Reynolds number in zero pressure gradient (ZPG) (Marusic, Mathis & Hutchins 2010). Therefore, contrary to ZPG turbulent boundary layers, small-scale activity is not universal, but it is dependent on the pressure gradient. Another important result concerns the outer peak of u_{rms} in high-Reynolds-number ZPG turbulent boundary layers. According to Marusic *et al.* (2010), the mentioned peak is located in the centre of the logarithmic region, given by $y^+ = 3.9Re_\tau^{1/2}$ and associated to turbulent structures of length scale $\lambda_x \approx 6\delta$. The symbol $+$ is used for variables normalised in wall units, and $Re_\tau = \delta u_\tau/\nu$ is the friction Reynolds number, where u_τ is the friction velocity, and ν is the kinematic viscosity. Sanmiguel Vila *et al.* (2020) found two external peaks (at sufficiently high Reynolds number): one for length scales $\lambda_x \approx 6\delta$ (which corresponds to the high-Reynolds-number ZPG outer peak) and another one for smaller length scales $\lambda_x \approx 3\delta$ resulting from the APG. The second peak has already been observed in APG turbulent boundary layers by Harun *et al.* (2013).

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

Also, Sanmiguel Vila *et al.* (2020) found that the position of the external peak due to the APG is dependent not on the Reynolds number when normalised in outer units (contrary to ZPG), but only on the APG intensity, in the range of Reynolds numbers considered in their study, which is $10^3 \lesssim Re_\theta \lesssim 2 \times 10^4$. The results of Schatzman & Thomas (2017) using embedded shear scaling parameters are in accordance with Sanmiguel Vila *et al.* (2020) for similar values of the Reynolds number, and their discussion of data at higher Reynolds numbers suggests the same conclusion.

The study of turbulence dynamics in wall-bounded canonical flows has also shown some differences in the behaviour of the inner layer and the outer layer. Jiménez (1999) performed a numerical experiment in a turbulent channel flow simulation in which turbulent structures were removed from the outer layer. Despite the absence of outer layer turbulence, the inner layer turbulent structures were still present, suggesting that the turbulence generation process in the inner layer is autonomous, although there is an interaction with the outer layer turbulence such as the amplitude modulation (Mathis *et al.* 2009). In the work of Flores & Jiménez (2006), the dynamics of the buffer layer is artificially removed, but the turbulence observed further away is barely changed. In line with this work, Flores & Jiménez (2010) showed that the turbulence dynamics is self-sustained in the logarithmic region. Indeed, the dynamics in this region survives in spite of the suppression of both the larger scales located further from the wall and the buffer layer dynamics. Similar results were also obtained by Hwang & Cossu (2010), who showed that large-scale and very-large-scale structures exist in turbulent channel flows even when smaller-scale structures are quenched (only the dissipation induced by the smaller-scale structures is considered). Also, Hwang & Cossu (2011) pursued their previous research by isolating structures in the logarithmic region, and they concluded that a self-sustained process also exists for scales that range from the buffer layer characteristic scale to the large scales.

All of the studies mentioned in the previous paragraph have been made for canonical flows, i.e. in near-equilibrium conditions. Regarding the behaviour of turbulent boundary layers in non-equilibrium conditions, most studies rely on the perturbation of the boundary layer either by wall disturbances (wall roughness or wall tripping devices) or by external flow conditions such as the streamwise pressure gradient. A change in wall roughness will mainly perturb in a direct manner the inner layer of the boundary layer. On the contrary, despite an indirect change of intensity, there is no direct change of the nature of the turbulence dynamics in the outer layer provided that the size of roughness elements is small enough not to disturb the logarithmic layer significantly (in practice, as long as the inverse blockage ratio is $\delta/k_R > 40$–80, where k_R is the roughness height) (Jiménez 2004). When greater perturbations are considered, the evolutions of the inner and outer layers are quite different: the inner layer reaches a new near-equilibrium state faster than the outer layer (Clauser 1956; Marusic *et al.* 2015; Sanmiguel Vila *et al.* 2017). Marusic *et al.* (2015) used rods to disturb the boundary layer with heights of the order of the boundary layer thickness. The effect was noticeable directly in the outer layer, where more energetic structures developed as a result, which was also observed by Sanmiguel Vila *et al.* (2017), and a faster recovery happened in the near-wall region. An external pressure gradient may also lead to non-equilibrium conditions in the boundary layer. However, this is not necessarily the case since near-equilibrium conditions may be obtained for a given family of streamwise pressure gradient distributions (Rotta 1962; Mellor & Gibson 1966; Townsend 1976; Bobke *et al.* 2017; Vaquero, Renard & Deck 2019*b*).

In the present work, the non-equilibrium conditions are introduced by a rounded backward-facing step with a height similar to the boundary layer thickness so that the

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

outer layer will be perturbed directly. The non-equilibrium state of the outer layer is thus obtained, employing a boundary layer separation over the rounded step. Near the separation region, pressure gradient effects become important and contribute to the boundary layer's perturbation. The study focuses on the redevelopment after reattachment, where the boundary layer will be in strong non-equilibrium conditions. Also, in the redevelopment region, the pressure gradient will remain close to zero for simplicity and because a null pressure gradient belongs to the family of pressure gradient distributions allowing for near-equilibrium conditions. Therefore, the strongly disturbed boundary layer downstream of the reattachment region will be developing under flow conditions compatible with near-equilibrium, which would eventually lead back to a canonical state.

When a turbulent boundary layer separates from the wall, the shear rate increases significantly in the outer region, resulting in an increase of turbulent production. An inflexion point appears in the mean velocity profile upstream of separation at the point of maximum shear rate, which moves further away from the wall as we get closer to the separation point. The structure of the detached region is sketched by Simpson (1989) with two clearly separate regions: one close to the wall where the mean flow is reversed, and another further away where a shear layer forms. In the back-flow region, turbulent fluctuations exist that are of the same order of magnitude as the mean back-flow velocity (Simpson 1989). However, these fluctuations result not from turbulence production, but rather from turbulent diffusion from the large-scale structures lying in the shear layer (Simpson, Chew & Shivaprasad 1981). In fact, in the back-flow region, the Reynolds shear stress is negligible compared to the normal Reynolds stresses (Song 2002). Thus the back-flow does not come from permanently reversed flow starting downstream; instead, it seems to result from intermittent reversed flow induced locally by large-scale structures located right above the mean back-flow region. In the shear layer, the Kelvin–Helmholtz instability develops, and coherent structures in the shape of roll-up vortices are created and grow by vortex pairing as they are convected downstream. Turbulent structures may complicate the identification of roll-up vortices due to turbulent diffusion. However, they have still been observed both numerically and experimentally as, for instance, in the works of Na & Moin (1998), Song & Eaton (2004) and Fadla *et al.* (2019).

In the study of turbulent separation bubbles, three modes have been identified to be relevant to their dynamics. The first mode is the shear layer mode associated with the Kelvin–Helmholtz instability resulting from the inflexion point in the mean velocity profile across the shear layer. As reported by Hasan (1992), this mode does not scale with the ramp geometry or the separation length. Instead, it scales with the properties of the shear layer or the boundary layer before separation. In particular, Hasan (1992) indicates that the Strouhal number corresponding to this mode is $St_\theta = 0.012$, where θ is the momentum thickness of the boundary layer at the point of separation. It is also found that, using the vorticity thickness δ_ω and the average between the maximum and minimum velocity, the Strouhal number is $St_\omega = 0.135$ (Huerre & Rossi 1998). The second mode is the shedding mode associated with the vortex pairing in the shear layer. According to Hasan (1992) and the recent numerical and experimental results of Fadla *et al.* (2019), its frequency seems to scale with the step/ramp height such that $St_H = 0.2$. The last mode is the flapping mode. It corresponds to a low-frequency mode that Eaton & Johnston (1981) associated with an instantaneous imbalance between the entrainment of fluid from the shear layer and the re-injection of fluid into the separation bubble in the proximity of the reattachment point. The size of the recirculation region seems to be the relevant length scale for the frequency normalisation. Indeed, Dandois, Garnier & Sagaut (2007) summarised several previous works in the literature and found the Strouhal number to be around $St = 0.12$–0.18 (with

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

$St = fL_R/U_\infty$, where f is the frequency, L_R is the mean recirculation length, and U_∞ is the free stream velocity upstream of separation), a result that is also confirmed for instance in the recent work of Fadla *et al.* (2019).

As already mentioned, in a turbulent separation bubble, turbulence production is enhanced in the shear layer and negligible in the back-flow region. Coleman, Rumsey & Spalart (2018) performed direct numerical simulation of a turbulent separation bubble with varying pressure gradient intensities and Reynolds numbers. They analysed the turbulent kinetic energy budget across a separation bubble on a flat plate, and they showed the strong non-equilibrium between the production term and the dissipation term both near separation and in the reattachment region. Similar results have also been observed in the case of turbulent boundary layer separation over a rounded step, for instance, in the work of Bentaleb, Lardeau & Leschziner (2012). However, in the latter, the peak of the ratio between production and dissipation is larger, and it is noticeable further downstream. Such an imbalance between production and dissipation suggests that after reattachment, the boundary layer is in strong non-equilibrium conditions.

In the present work, a high-Reynolds-number turbulent boundary layer is studied by means of a wall-modelled large-eddy simulation (WMLES) utilising the zonal detached-eddy simulation (ZDES) approach (Deck 2012), which has already been used in other high-fidelity simulation studies (Deck & Laraufie 2013; Deck *et al.* 2014*b*). The study focuses on the outer layer, which is driven by a self-sustained process (Flores & Jiménez 2010; Hwang & Cossu 2010, 2011). In particular, the flow considered is a turbulent boundary layer redeveloping from non-equilibrium conditions caused by a turbulent separation bubble. Similarly to the procedure of Hwang & Cossu (2010), the turbulent activity in the inner layer is quenched, but the dissipation is still present by using a Reynolds-averaged Navier–Stokes (RANS) model, and the turbulence is solved in the outer part of the boundary layer utilising the large-eddy simulation (LES) approach.

When simulating this kind of flow, the reliability of the RANS approach in the outer layer has been shown to be limited. For instance, Coleman *et al.* (2018) applied different RANS models to their turbulent separation bubble and compared them to a direct numerical simulation (DNS). Turbulence models of different families were considered. Most of them showed quite similar results regarding the separation point, which is explained by Coleman *et al.* (2018) by the fact that these models behave similarly near the wall. However, the eddy-viscosity fields were quite different, especially downstream of separation, and the behaviour of the models was still quite similar. All of them showed greater deviation from DNS results in the friction coefficient in the redevelopment region.

Higher reliability could be obtained by wall-resolved large-eddy simulation (WRLES) or DNS of the flow. However, there is an important limitation on the computational effort, limiting these approaches to low or moderate Reynolds number flows (Piomelli 2008; Deck *et al.* 2014*a*). For instance, in the recent DNS of Abe (2017), Coleman *et al.* (2018) and Wu, Meneveau & Mittal (2020), the Reynolds numbers based on the momentum thickness (Re_θ) were respectively 900, 3121 (they also performed simulations at lower Reynolds numbers in the same work) and 490. In the present work, due to the interest of high-Reynolds-number effects in the research community, the Reynolds number is significantly greater ($Re_\theta = 13{,}200$ in the reference station and reaching up to $Re_\theta = 24{,}000$). The increase of the computational effort with the Reynolds number of the flow makes such high-Reynolds-number flows not affordable to be reproduced by DNS or WRLES, which again justifies the use of ZDES.

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

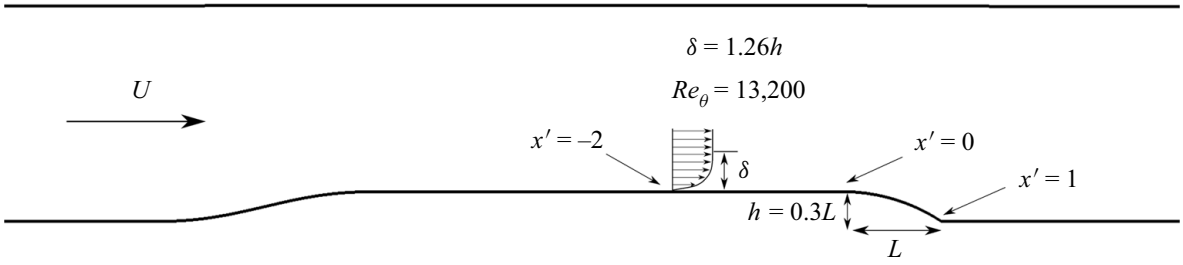


Figure 1. Schematic representation of the flow configuration.

Following the past extensive validation of ZDES at somewhat lower Reynolds numbers (Deck *et al.* 2014*a*,*b*; Renard & Deck 2015*a*; Deck, Weiss & Renard 2018), the present study contributes to better understanding and quantifying the applicability of scale-resolving approaches to predict the properties of out-of-equilibrium wall-bounded turbulence at Reynolds numbers that may not be reached easily by DNS.

The present work is structured as follows. The numerical simulation is described in § 2. In § 3, the instantaneous and mean flow fields are analysed, and spectral analysis of streamwise velocity fluctuations is performed as well. The turbulence dynamics of the outer layer in the recovery region is analysed in § 4, through the spectral analysis and the streamwise evolution of turbulent kinetic energy production, together with a statistical study of the friction coefficient evolution. The long-lasting non-equilibrium state in the separation and relaxation region is identified as the likely reason for the lack of accuracy of the RANS approaches in this region.

2. Numerical simulation description

2.1. *Flow configuration*

The experimental study from Song & Eaton (2004) is reproduced numerically for the Reynolds number $Re_{\theta,ref} = 13{,}200$. The boundary layer undergoes separation over a rounded step, then reattaches and develops downstream. A representation of the flow configuration is sketched in figure 1. Several works in the literature have simulated this kind of flow but at lower Reynolds numbers. For instance, in the works of Lardeau & Leschziner (2011) and Bentaleb *et al.* (2012), WRLES is performed for a similar geometry (although slightly modified) at almost $Re_\theta = 1200$. Radhakrishnan *et al.* (2006) simulated the same flow at higher Reynolds number, $Re_\theta = 13{,}200$, the same as in the present study, but with a much coarser grid than the one considered in ZDES, and employing the standard detached-eddy simulation (DES) as in Nikitin *et al.* (2000) as a WMLES approach. The length of the round step is L, the height is $h = 0.3L$, and the $'$ symbol is used in length-type variables when normalised by the step length (for instance, $x' = x/L$). The reference station is placed at $x' = -2$, where $Re_{\theta,ref} = 13{,}200$ as mentioned earlier. An illustration of the flow configuration is given in figure 4 below, and x, y and z are respectively the streamwise, vertical and spanwise directions. It is important to mention that the geometry of the top wall is slightly modified in the present study, as explained in § 2.2.

2.2. *Numerical set-up*

In the present work, the outer part of the boundary layer is resolved by means of an LES approach using ZDES mode 3 (Deck 2012; Renard & Deck 2015*a*). This method, which

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

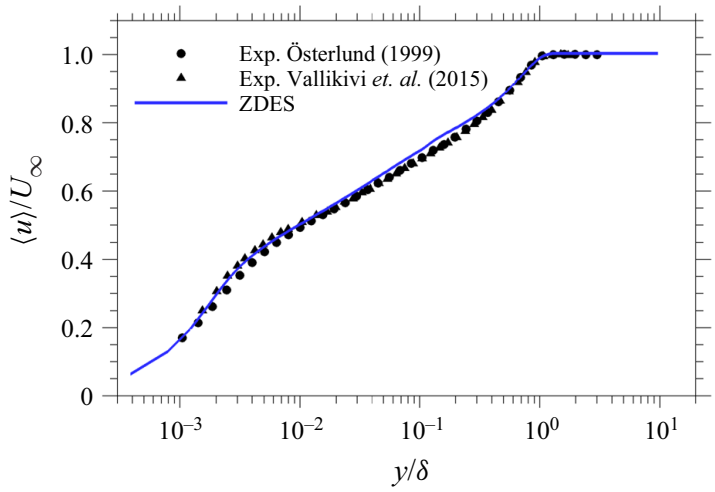


Figure 2. Mean velocity profile of a ZPG turbulent boundary at $Re_\theta = 15{,}500$ and $Re_\tau = 4900$, from a ZDES mode 3. Experimental results of Vallikivi, Hultmark & Smits (2015) ($Re_\tau = 4635$) and Österlund (1999) ($Re_\tau = 4758$) are also included.

is described in Appendix A, employs the Spalart–Allmaras (Spalart & Allmaras 1994) turbulence model as a subgrid-scale (SGS) model, in order to link the SGS stress tensor to the mean field variables. In addition, a thin near-wall RANS layer is acting as a wall model. This method has already been used in other high-fidelity simulation studies, such as in Deck *et al.* (2011, 2014*a*,*b*) and Deck & Laraufie (2013). Figure 2 illustrates the results obtained from a quasi-incompressible ZPG turbulent boundary layer at high Reynolds number employing ZDES mode 3, where very good agreement with experimental data is observed for the mean velocity profile.

This work focuses mainly on the outer layer turbulent structures in out-of-equilibrium conditions. Even though turbulence resolving methods are essential for this type of study, simulations based on the RANS approach have also been carried out in the present work for mean field comparisons. The two eddy-viscosity models considered for the RANS simulations are the Spalart–Allmaras (SA) model (Spalart & Allmaras 1994) and the k-ω shear stress transport (SST) from Menter (1994). Regarding the Reynolds stress model (RSM), the SSG-LRR-ω (Launder, Reece & Rodi 1975; Speziale, Sarkar & Gatski 1991; Cécora *et al.* 2015) model is employed in this study. The Reynolds average of a variable $\bullet$ is denoted in this work by $\langle \bullet \rangle$.

The geometry of the computational domain (top wall) has been modified slightly to take into account the side-wall effects present in the wind tunnel, without simulating the side-wall boundary layers. This allows us to reduce the computational effort in ZDES, while keeping the proper pressure coefficient evolution. The method detailed in Vaquero, Renard & Deck (2019*a*) has been employed, for which the results are presented in figure 3 for both the Spalart–Allmaras model and ZDES. Also, a comparison is made against a RANS simulation with a flat top and the side-wall boundary layers (SA 3-D), and very accurate results are obtained with ZDES, thus validating the geometry of the top wall for the statistically two-dimensional (2-D) simulations. Moreover, it is interesting to point out the good prediction of the pressure coefficient by ZDES, especially in the separation region.

Table 1 gathers the grid parameters for ZDES mode 3. Parameters for the other simulations are not included since these are two-dimensional and the grid in the (x, y) plane is identical, i.e. $\Delta x = 0.0108L$ and $\Delta y|_w = 0.000054L$. In the present case, we have

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

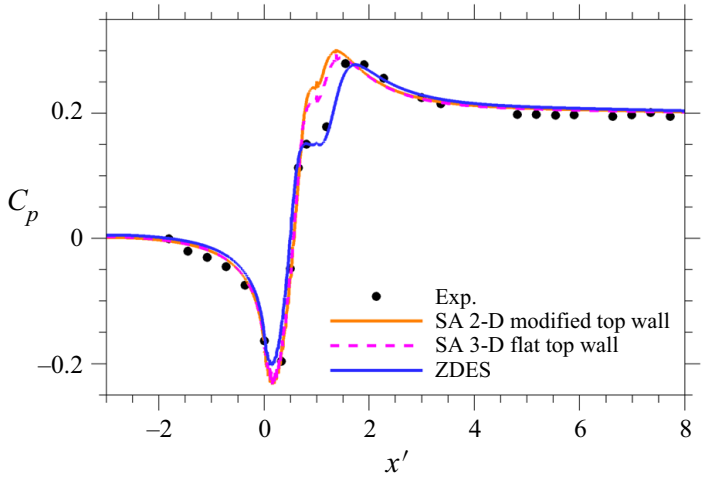


Figure 3. Pressure coefficient evolution over the bottom wall for different top wall geometries, including a full three-dimensional (3-D) computation with a flat top wall.

Δx	$\Delta y\|_w$	Δz	L_z	$N_x \times N_y \times N_z$
200^+	1^+	100^+	—	$2492 \times 288 \times 405$
$0.0108\,L$	$0.000054\,L$	$0.0054\,L$	$2.187\,L$	(i.e. 290×10^6 points)
$0.03350\,\delta_{in}$	$0.0001675\,\delta_{in}$	$0.01675\,\delta_{in}$	$6.78\,\delta_{in}$	
$0.03086\,\delta_{ref}$	$0.0001543\,\delta_{ref}$	$0.01543\,\delta_{ref}$	$6.25\,\delta_{ref}$	
$0.03562\,\delta_0$	$0.0001781\,\delta_0$	$0.01781\,\delta_0$	$7.22\,\delta_0$	
$0.0187\,\delta_{10}$	$0.000094\,\delta_{10}$	$0.0094\,\delta_{10}$	$3.80\,\delta_{10}$	

Table 1. Grid parameters and numerical domain specifications for ZDES. Here, $\Delta y|_w$ is the spacing in the y direction for the first cell away from the wall. The values given in wall units (superscript $+$) are taken at the most restrictive region of the domain. Quantities δ_{in}, δ_{ref}, δ_0 and δ_{10} correspond to the boundary layer thickness at the inlet, at $x' = -2$ (reference station), at $x' = 0$ and at $x' = 10$, respectively.

taken $L_z = 3.8\delta_{10}$ for the ZDES computation (leading to $N_{xyz} = 290 \times 10^6$, see table 1), which has been verified to be enough to avoid any spanwise correlation. As we remarked in the Introduction, such an investigation at high Reynolds number cannot be tractable with DNS or WRLES, for which it is estimated $N_{xyz} = 320 \times 10^9$ and $N_{xyz} = 16 \times 10^9$, respectively. Radhakrishnan *et al.* (2006) also simulated the experiment of Song & Eaton (2004) using standard DES at the same Reynolds number, but the span was less than half the span in the present work ($L_z = 3\delta_{ref}$), and the mesh was coarser as well ($N_{xyz} = 5.7 \times 10^6$).

In the ZDES computation, the position of the inlet of the domain is different than in RANS simulations. Instead, the inlet is placed at $x' = -15.7$, whereas in the RANS simulations, the inlet is located further upstream ($x' = -43$). The reason for the inlet being placed further downstream in the ZDES computation is to reduce computational effort since the simulation is three-dimensional. Also, turbulent inflow conditions are used due to the presence of resolved turbulence when using ZDES mode 3. In particular, the synthetic-eddy method (Pamiès *et al.* 2009; Deck *et al.* 2011; Laraufie & Deck 2013) is employed to generate turbulent structures, and it is coupled with a dynamic forcing method as presented by Laraufie, Deck & Sagaut (2011) that allows accelerating the transition of the injected turbulent structures to become proper turbulent structures of the actual

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

simulation. Regarding the outlet, even though the last station where experimental data of Song & Eaton (2004) are available is placed at $x' = 7$, in all the simulations it is located at $x' = 14$, thus allowing for a greater relaxation region.

Two different solvers have been used in the present work. The RANS simulation with the Spalart–Allmaras turbulence model and ZDES mode 3 have been carried out with the solver FLU3M developed at ONERA, which has already been used for high-fidelity simulations (see, for instance, the work of Deck & Laraufie 2013; Deck *et al.* 2014*b*, 2018). The simulations with the k-ω SST model and the RSM have been performed utilising the ONERA solver *elsA* (Cambier, Heib & Plot 2013). Even though different solvers are used in this study, the numerics employed in all the simulations are very similar. Moreover, a comparison between FLU3M and *elsA* simulations using the Spalart–Allmaras model has been made keeping the same numerics, and differences were not noticeable. This allows excluding the use of different solvers as a possible source of error.

The numerics employed in the RANS simulations are the same regardless of both the turbulence model and the solver. The spatial integration is performed through the finite volume method using Roe's scheme and the MUSCL (Monotonic Upstream Scheme for Conservation Laws) approach for flux reconstruction at the cell faces. RANS simulations are steady, and the pseudotemporal integration is computed through an implicit Euler's scheme.

For ZDES, the finite volume method is also used. In the numerical domain, only the lower-wall boundary layer is solved with ZDES mode 3, and the upper-wall boundary layer is treated in RANS (with the Spalart–Allmaras model) thanks to the zonal feature of ZDES. The numerical scheme applied is the AUSM + (P) suggested by Liou (1996) and modified according to Mary & Sagaut (2002). The temporal integration in the ZDES computation is made by means of a Gear's scheme with time step $\Delta t = 2.67 \times 10^{-7}$ s. In the present simulation, $\Delta t^+ = \Delta t u_\tau^2/\nu$ is below 0.2 in the whole domain, which is in accordance with the requirement $\Delta t^+ < 0.4$ proposed by Choi & Moin (1994). Also, the inner RANS region is located within 0.1δ from the wall in attached regions, which corresponds to the whole inner layer, as in previous studies (Deck *et al.* 2014*a*, 2018; Renard & Deck 2015*a*). Due to the presence of local mean pressure gradients in the flow, the boundary layer thickness is evaluated by employing a method inspired by that used in the work of Spalart & Watmuff (1993) or Kitsios *et al.* (2017). Within the recirculation bubble, the RANS region extends up to a distance from the wall of about $0.1\delta_{x'=0}$. The mean field comparison to the experimental measurements presented in both § 3.2 and Appendix B confirms the accurate flow prediction obtained using the mentioned definition of the RANS region location.

3. Turbulent flow field analysis

3.1. *Visualisation of the instantaneous flow field*

An insight into the flow is presented through the instantaneous field obtained from ZDES. Figure 4 shows the Q-criterion (Hunt, Wray & Moin 1988) of the flow, and figure 5 presents a numerical schlieren. From the Q-criterion, it is observed that turbulence is resolved finely in the outer layer, and the typical hairpin-like structures are recognisable. Also, the boundary layer is thicker than upstream of separation, and turbulent structures are more easily observable in the redevelopment region due to the high increase in Reynolds number ($Re_\theta \approx 13{,}200$ at $x' = -2$, and $Re_\theta \approx 24{,}000$ at $x' = 8$). In the numerical schlieren (figure 5), it is possible to identify the typical elongated turbulent structures

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

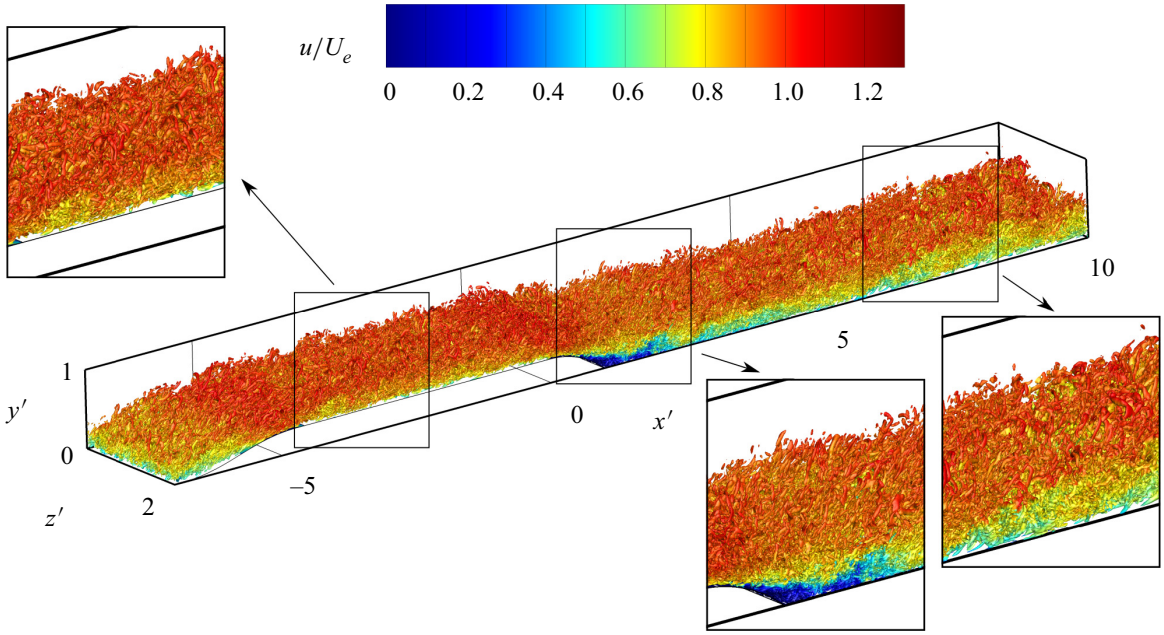


Figure 4. Isosurface of Q-criterion for $Q = 0.16(U_e/\delta)^2_{ref}$ coloured by the instantaneous streamwise velocity.

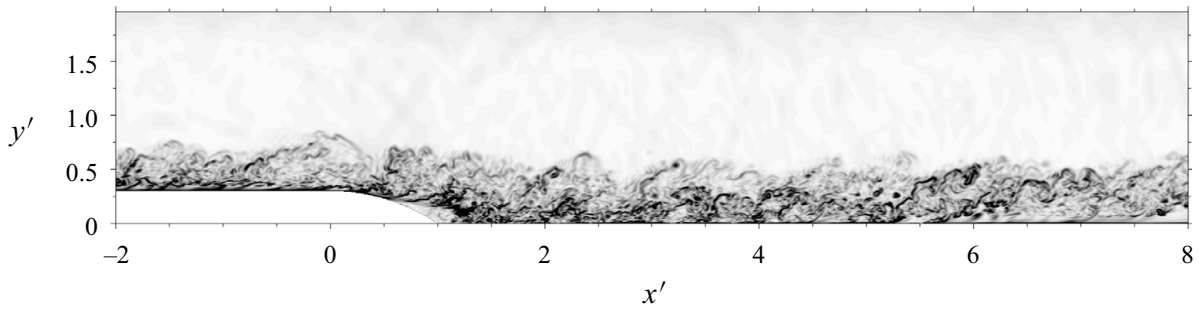


Figure 5. Numerical schlieren ($\sqrt{(\partial\rho/\partial x_i)(\partial\rho/\partial x_i)}$) in the (x', y') plane, where ρ is the fluid density.

inclined in the flow direction due to the streamwise velocity shear, which for ZPG turbulent boundary layers are inclined at angle 14° according to Marusic & Heuer (2007). Those structures correspond to the large-scale structures of high-Reynolds-number turbulent boundary layers since their sizes are commensurable to the boundary layer thickness. Indeed, as already mentioned, large-scale motions have streamwise lengths λ_x of approximately 2–3 δ.

3.2. *Comparison to experimental measurements*

Integral properties of the mean flow boundary layer as well as mean velocity and Reynolds stress profiles are presented in this section. Comparisons are made not only to the experimental data but also to popular RANS eddy-viscosity models and one RSM (see § 2.2). Regarding the mean quantities displayed in figure 6, ZDES gives excellent agreement with experimental results for the shape factor in the whole domain. Very good agreement is also obtained for the friction coefficient, especially after reattachment, in the redevelopment region, which is the main region of interest in the present study.

Concerning the results from the RANS models computations, there are some discrepancies in reproducing the friction coefficient in the redevelopment region. In particular, both the Spalart–Allmaras and k-ω SST models underestimate the friction

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

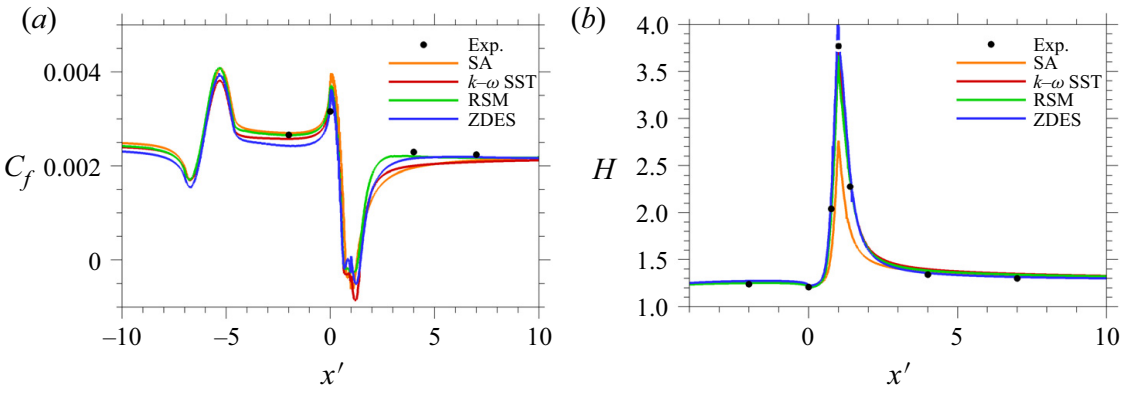


Figure 6. Friction coefficient (a) and shape factor (b) evolutions in the streamwise direction.

coefficient and give an increasing trend. This very likely results from the flow being out of equilibrium, whereas these models are calibrated in near-equilibrium conditions. Some differences are also present in the shape factor, where the Spalart–Allmaras model underestimates the shape factor in the recirculation bubble, whereas the other RANS models (and ZDES) are very accurate. This difference for the Spalart-Allmaras model results from a less satisfactory prediction of the displacement and momentum thicknesses (not shown) compared to the other models. Indeed, the friction coefficient is related to the momentum thickness and the shape factor through the Von Kármán equation.

Figures 7–10 present the mean velocity and Reynolds stress profiles for $x' = 4$ and $x' = 7$, which are located downstream of reattachment, in the relaxation region, which is the main focus of this study. Predictions of mean velocity profile and Reynolds shear stress (figure 7) by ZDES match the experimental measurements very accurately. The boundary layer is not in canonical conditions, as evidenced clearly by the external peak observed in the outer layer for the Reynolds shear stress, which results from the increased turbulent activity in the shear layer after separation. Further downstream, at $x' = 7$ (figure 9), ZDES results are again in strong agreement with experimental measurements. The boundary layer is recovering from non-equilibrium induced by excess turbulent activity resulting from the shear layer in the separated region, although canonical conditions have not been reached yet. This is observable in the profile of Reynolds shear stress, where the outer peak is still present (both in the experiment and in the ZDES computation), although it has decreased significantly compared to station $x' = 4$. Also, in the mean velocity profile at $x' = 7$, the log region is more clearly identifiable, and extends in a vast extension of the mean velocity profile due to the high Reynolds number at this station, which is about $Re_\theta = 23{,}400$.

RANS results in the reattachment region are less accurate. The mean velocity profile at $x' = 4$ presents a small underestimation in the inner layer for both eddy-viscosity models, and is better reproduced by the RSM. Regarding the Reynolds shear stress at this same station, all the models give an outer peak, but its level is clearly underestimated by the Spalart–Allmaras model. The peak from the k-ω SST model is closer to the experiment, but still underestimated, whereas the RSM predicts a slightly overestimated Reynolds shear stress for the peak. An important discrepancy between RANS computations and ZDES is observed regarding the position of the mentioned outer peak. In fact, ZDES adequately predicts the peak to be around $y \approx 0.32\delta$, which is very similar to the experiment, but RANS computations provide a lower location of the peak, being at about $y \approx 0.24\delta$ for the three RANS models considered. This misprediction of the peak location is very likely responsible for the departure from experimental data in the RSM mean velocity profile,

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

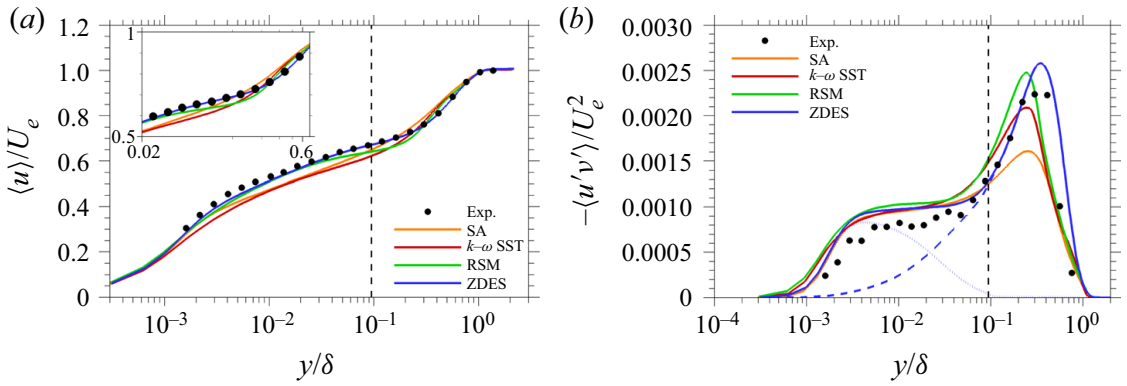


Figure 7. Mean velocity (*a*) and Reynolds shear stress (*b*) profiles at $x' = 4$. The dashed vertical line indicates the position of the RANS/LES interface. For ZDES, the Reynolds shear stress profile is split into modelled (dotted) and resolved (dashed) contributions.

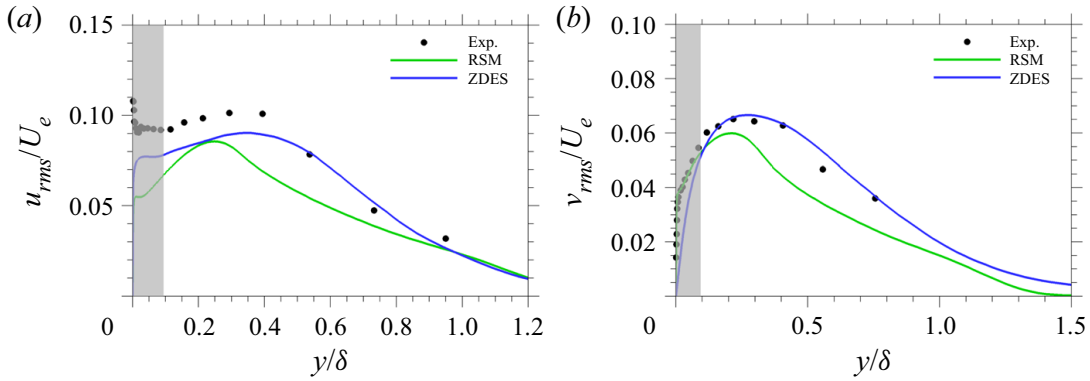


Figure 8. Streamwise (*a*) and wall-normal (*b*) velocity fluctuations profiles at $x' = 4$. The inner RANS region for ZDES is shaded in grey.

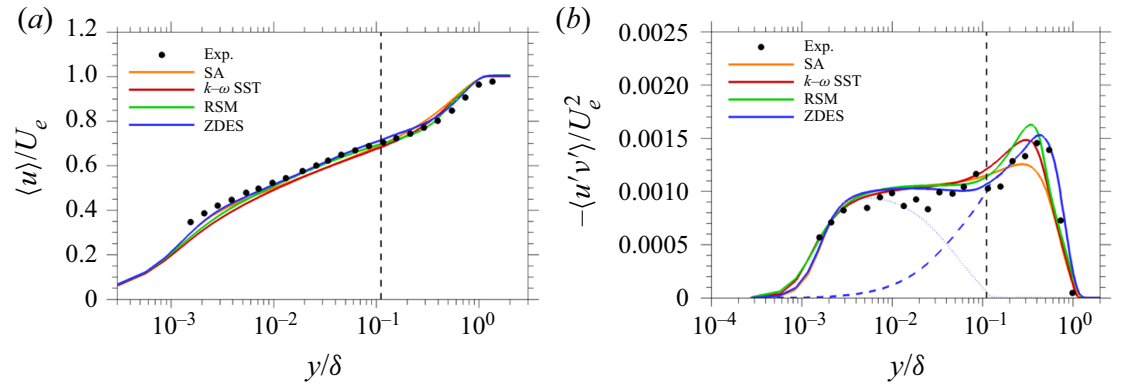


Figure 9. Mean velocity (*a*) and Reynolds shear stress (*b*) profiles at $x' = 7$. The dashed vertical line indicates the position of the RANS/LES interface. For ZDES, the Reynolds shear stress profile is split into modelled (dotted) and resolved (dashed) contributions.

with an underestimation around $y \approx 0.1\delta$ followed by a minor overestimation around $y \approx 0.5\delta$.

At $x' = 7$, predictions from RANS models are closer to the experiment because the boundary layer is relaxing from non-equilibrium conditions. However, the same discrepancy as the one just described for $x' = 4$ is still observed for RANS computations compared with ZDES and the experiment, although to a lesser extent. Predictions of Reynolds shear stress levels from RANS models are in better agreement at this station,

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

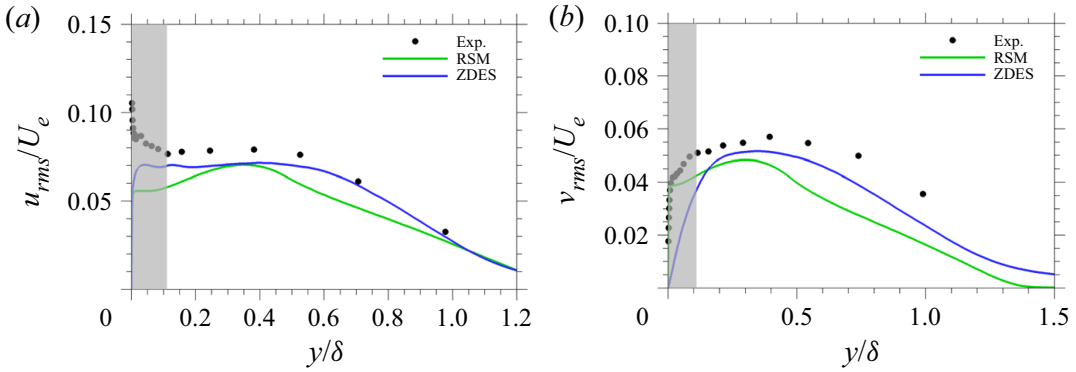


Figure 10. Streamwise (*a*) and wall-normal (*b*) velocity fluctuations profiles at $x' = 7$. The inner RANS region for ZDES is shaded in grey.

but the position of the peak remains moderately shifted closer to the wall. Concerning the mean velocity profile, a better agreement is also observed at this station from RANS simulations, and discrepancies are limited to a small underestimation of the mean velocity in the log region by the k-ω SST model, and a slight overestimation in the wake region by the Spalart–Allmaras model.

The profiles of u_{rms} and v_{rms} at $x' = 4$ and $x' = 7$ are displayed in figures 8 and 10, respectively. The wall-normal velocity fluctuations at $x' = 4$ are reproduced accurately by ZDES, and fluctuations in the streamwise direction are slightly underestimated below $y \approx 0.5\delta$. Further downstream, at $x' = 7$, the velocity fluctuations in both the streamwise and wall-normal directions are fairly well reproduced, although there is a moderate underestimation compared to the experimental results. The RSM, conversely, does not properly predict velocity fluctuations at these stations, regarding both the levels and the trend. At both stations, u_{rms} and v_{rms} are below the experimental values in the whole profile, and a faster decay away from the wall is predicted by this model.

Profiles of mean velocity and Reynolds shear stress at two stations upstream of separation and at the recirculation region are discussed further in Appendix B, for the sake of conciseness. Results from the ZDES computation are again in fairly good agreement with the experimental measurements, and some non-canonical features of the flow are well reproduced in this simulation, which is not the case for all the RANS simulations considered. Also, in the recirculation bubble, the inflexion point is well reproduced by ZDES in terms of both velocity magnitude and position from the wall, whereas less accurate results are provided by the RANS computations. Another interesting aspect to point out is the prediction of negative Reynolds shear stress ($-\langle u'v' \rangle < 0$) very near the wall, which is observed in neither the ZDES profile nor the experiment (see figure 23).

3.3. *Spectral analysis of streamwise velocity fluctuations*

The spectral content of velocity fluctuations in the streamwise direction is studied in this subsection at different domain stations. In the study of turbulent boundary layers, it is common to focus on the spatial length scales of coherent structures. However, the evolution of the boundary layer in the streamwise direction makes this a non-homogeneous direction, therefore the analysis of streamwise coherent structures is performed by utilising time signals of the streamwise velocity at a given spatial position and a link between frequency and streamwise wavenumber, which is given assuming Taylor's hypothesis; see, for instance, the work of Renard & Deck (2015*b*).

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

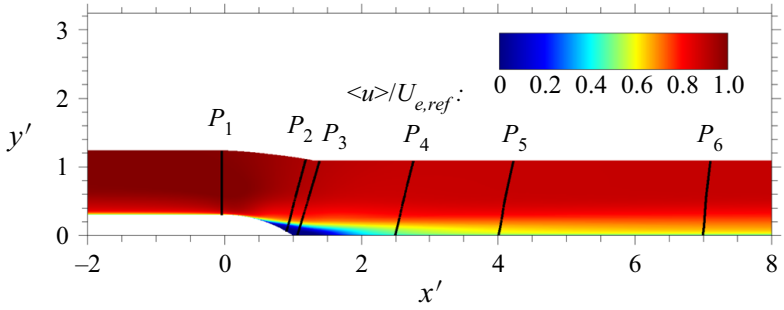


Figure 11. Positions of data extraction for spectral analysis.

The one-sided power spectral density (PSD) for $\langle u'^2 \rangle = (u_{rms})^2$ is given by $G_{uu;f}(f)$, expressed such that

$$\langle u'^2 \rangle = \int_0^{+\infty} G_{uu;f}(f)\,\mathrm{d}f. \tag{3.1}$$

It is very common to present the PSD in logarithmic scale for the frequency. It is then usually chosen to plot the pre-multiplied PSD, $f\,G_{uu;f}(f)$, because the area under the curve of $f\,G_{uu;f}(f)$ in a semi-logarithmic scale at a given position d_w/δ is proportional to the contribution to $\langle u'^2 \rangle$ at the considered d_w/δ.

In the present study, the signal of streamwise velocity has been collected from ZDES for a total time $T \approx 430(\delta/U_e)_{ref}$. That recording time is long enough to capture the low-frequency dynamics of the flow since it corresponds to around 30 periods of time for the flapping mode. Figures 12 and 13 display the distribution of the pre-multiplied PSD, estimated using Welch's method (Welch 1967), at positions P_1, P_3 and P_6, located at $x' = 0$, $x' = 1$ and $x' = 7$ (and following the mesh lines, see figure 11). The boundary layer quantities δ, U_e and ν/u_τ employed for normalisation at station P_3 (figure 13) are taken from station P_1 since station P_3 is located within the recirculation bubble. In fact, in the recirculation bubble, the boundary layer is completely separated, and δ and ν/u_τ, though calculable, do not play the same role in the normalisation from a physical point of view. Hence in order to make proper comparisons, the values at P_1 have been employed at P_3, but P_6 is located downstream of reattachment, therefore at P_6, values of δ, U_e and ν/u_τ are computed locally.

The convection velocity could be evaluated by using the local mean velocity, or even more sophisticated convection velocities such as the one proposed by Deck *et al.* (2014*a*) based on the two-point two-time correlation coefficient, or the one suggested by Renard & Deck (2015*b*), which is dependent on turbulent structures length scale. Even though we have mentioned the use of Taylor's hypothesis for linking frequency content and spatial length scales, such a hypothesis cannot be applied in the backward flow region since turbulent velocity fluctuations and the mean back-flow velocity are of the same order of magnitude (Simpson 1989). For this reason, plots in figures 12 and 13 are given in frequency content (even for P_1 and P_6), with $f^+ = f\nu/u_\tau^2$. However, since $\lambda_x/\delta = U_c/(f\delta)$, it has been chosen to plot the PSD as a function of the inverse of the frequency because $U_e/(f\delta)$ is representative of λ_x/δ when Taylor's hypothesis may be applied (as with P_1 and P_6). Even though it is not strictly the same because using $U_c(d_w/\delta) = U_e$ as the convection velocity would not be very suited, U_c remains a fraction of U_e even in the near-wall region (Deck *et al.* 2014*a*; Renard & Deck 2015*b*).

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

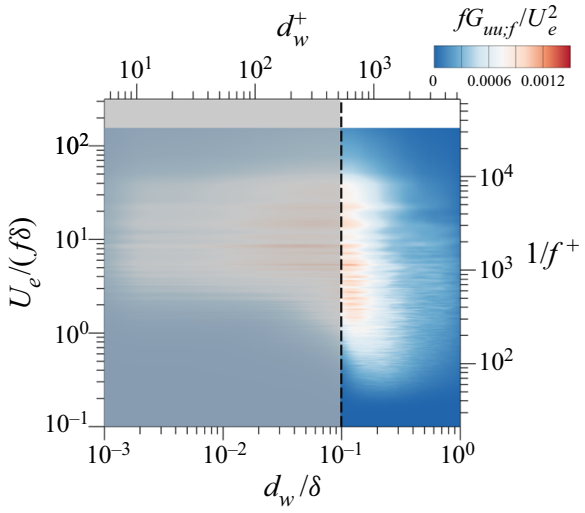


Figure 12. Pre-multiplied spectrum of streamwise velocity fluctuations at P_1 (see figure 11). The shaded area indicates the RANS region.

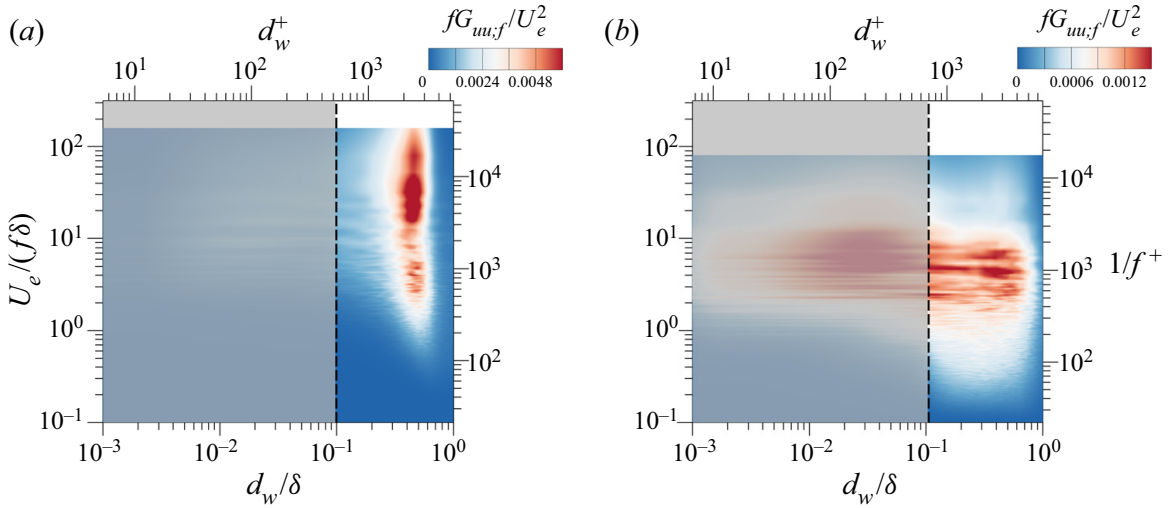


Figure 13. Pre-multiplied spectrum of streamwise velocity fluctuations at P_3 (*a*) and P_6 (*b*) (see figure 11). The shaded area indicates the RANS region. The values of δ, U_e and ν/u_τ at P_3 are taken as those from P_1 since the P_3 station is located within the recirculation bubble.

At stations P_1 and P_6, analysis of the pre-multiplied PSD as a function of the wavenumber ($k_x\, G_{uu;k_x}(k_x)$) has been performed using the two-point two-time correlation coefficient for the convection velocity as described by Deck *et al.* (2014*a*). However, it is not shown since changes to the figures presented are limited to a slight shift of the energy content to lower wavelengths. Nevertheless, values of λ_x/δ from the plot of $k_x\, G_{uu;k_x}(k_x)$ will be indicated in the discussion.

The turbulent content before separation, presented in figure 12, shows a quite homogeneous distribution in a wide range of scales at $d_w \approx 0.2\delta$, with length scales from $\lambda_x = 0.4\delta$ to $\lambda_x = 40\delta$. It is interesting to notice that turbulent fluctuations at large scales are still present within the RANS region, but small structures present in the LES region are dissipated in the RANS region. This is not surprising because, as recalled by Renard & Deck (2015*c*), the fraction of resolved Reynolds shear stress decreases gradually within the RANS region. As already mentioned, $U_e \geq U_c$ across the boundary layer profile, so $U_e/(f\delta) \geq \lambda_x/\delta$, which causes the PSD in figure 12 to be shifted slightly towards greater

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

values in the vertical axis, when plotted against $U_e/(f\delta)$ instead of λ_x/δ. For instance, the length scale associated with $U_e/(f\delta) \approx 10$ is $\lambda_x/\delta \approx 8$–$9$ instead. It is also important to notice that values of λ_x/δ with important energy content are significantly higher than those for very large-scale motions (VLSM) in ZPG turbulent boundary layers (for which λ_x is 5–6 δ).

The spectral content is very different within the recirculation bubble, as illustrated in figure 13. Again, energy is distributed in a broad range of scales. It is important to mention that for this station, $U_e/(f\delta)$ may not be as accurate as at P_1 for estimating λ_x/δ because the values of δ, U_e and ν/u_τ used are those from P_1. It is recalled that this choice is made for the sake of comparison because the boundary-layer-like thickness and the friction velocity at P_3 do not represent an adequate scaling within the recirculation bubble. Energy levels at P_3 are much more important than at P_1 (the range of values in the colourbar is not the same), and we can observe three localised energy sites for $U_e/(f\delta) = 10$ and above that likely correspond to the shear layer mode and the shedding mode, as will be described later, in § 4.2. Regarding the flapping mode, the present flow configuration does not discern clearly this mode from the others. Indeed, the flapping mode is characterised by $St = fL_R/U_\infty = 0.12$–$0.18$, and the shear layer mode by $St_\theta = f\theta_{sep}/U_\infty = 0.012$. In the flow field studied, $U_\infty = U_{ref}$ and $\theta_{sep}/L_R \sim 0.1$, hence although the shear layer mode and the flapping mode have certainly distinct Strouhal numbers, in the present case, their absolute characteristic frequencies are very close to each other.

In the relaxation region (figure 13), the PSD changes significantly with respect to the separated region, and some similarities to the P_1 station are recovered. In particular, energy in the RANS region is observable again, and energy levels are lowered with respect to those in the separated region, and they are closer to, yet greater than, those upstream of separation. In the outer layer, energy is more concentrated for structures whose length scales range from $\lambda_x = 1.5\delta$ to $\lambda_x = 9\delta$. However, the peak location related to VLSM falls within the RANS region and is not observed, evidently, as was the case at P_1. The energy in the outer layer at P_6 is significantly greater and more broadly distributed across the boundary layer. There is still some important turbulent activity even at $d_w = 0.5\delta$. This is probably the result of the high Reynolds number at this station, which is $Re_\theta = 23{,}400$ and $Re_\tau = 6285$, but some trace of the high outer layer activity from the shear layer at separation probably influences the turbulent content at this station. Indeed, the mean velocity profile is close to canonical ZPG conditions, but the Reynolds shear stress profile still shows an external peak as a consequence of the excess of turbulence created by boundary layer separation (see figure 9).

4. Analysis of boundary layer relaxation

The relaxation process of the boundary layer downstream of reattachment is assessed in this section through in-depth analysis of the turbulent kinetic energy (TKE) production and friction coefficient evolutions. As already stated, the boundary layer after reattachment is perturbed strongly due to the separation process. The evolution downstream of reattachment occurs at almost ZPG conditions on a plane wall, which should lead the boundary layer back to equilibrium.

4.1. *Spatial evolution of turbulence production*

The shear layer in the separated region creates an excess of turbulence that is convected in the outer part of the boundary layer once reattachment takes place. In order to analyse

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

better the extent of the shear layer trace, the mean field of the whole TKE production term as in equation (4.1) is here presented. The production term for the turbulent kinetic energy k in a statistically two-dimensional flow is given by

$$\mathcal{P}_k = -\langle u'v' \rangle \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} + \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial x} \right) + (\langle v'^2 \rangle - \langle u'^2 \rangle) \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x}. \tag{4.1}$$

Results from RANS simulations are included as well, for comparison purposes. In the case of the two eddy-viscosity models (Spalart–Allmaras and k-ω SST), for which Boussinesq's hypothesis (A1) is considered, the TKE production may be written as

$$\mathcal{P}_k = \nu_t \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} + \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial x} \right)^2 + 2\nu_t \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} - \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} \right) \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x}, \tag{4.2}$$

where $\nu_t = \mu_t/\rho$, with μ_t the eddy viscosity and ρ the fluid density. It is important to mention that the production of TKE considered in (4.1) corresponds to the true production, and in (4.2) to its evaluation with Boussinesq's hypothesis, which may differ from the production term considered for the transport equation of TKE, k, in the k-ω SST model.

The field of $\mathcal{P}_k$, as in (4.1) and (4.2), is displayed in figure 14 for all the RANS simulations and ZDES. For the latter, the total production is considered, i.e. the sum of the resolved production, as in (4.1), and the modelled one, as in (4.2). The results obtained are significantly different depending on the RANS model considered. In all cases, there is a clear excess of $\mathcal{P}_k$ away from the wall resulting from the turbulence enhancement happening in the shear layer. Such an excess results in a second peak in the outer part of wall-normal profiles of TKE production. However, this excess of $\mathcal{P}_k$ disappears in shorter distances for the two eddy-viscosity models, which seem to be too diffusive, especially in the Spalart–Allmaras computation. Indeed, the last position of the outer peak of $\mathcal{P}_k$ detected for ZDES is located at $x' \approx 11$, whereas for the k-ω SST and Spalart–Allmaras models, the secondary peak disappears beyond $x' \approx 6$ and $x' \approx 3.5$, respectively, and for the RSM the outer peak is still present at the end of the computational domain. The discrepancies observed in the friction coefficient after reattachment, where RSM and ZDES are significantly more accurate than the two eddy-viscosity models (see figure 6), are very likely related to the higher dissipation of $\mathcal{P}_k$ for the eddy-viscosity models. In fact, TKE production plays a key role in the friction coefficient, which has been evidenced explicitly, for instance, in the mean skin friction decomposition suggested by Renard & Deck (2016).

Quite similar results are obtained between the RSM computation and ZDES, despite some discrepancies being present. Even though for both simulations the excess of $\mathcal{P}_k$ disappears very far downstream, the RSM appears to be not diffusive enough since the field is narrower around the secondary peak. This is consistent with the profiles of normal Reynolds stresses in the redevelopment region (figures 8 and 10), which are also narrower for RSM than for ZDES and the experiment. Also, the furthest position for the outer peak detected in ZDES is at $x' \approx 11$, whereas the outer peak seems to be still present at the end of the computational domain for the RSM simulation. Moreover, in the RSM computation, the outer peak is positioned further away from the wall (in outer scale) in the boundary layer until $x' \approx 7$, and then it seems to be placed at $y/\delta \approx 0.5$. Thus the distance between the wall and the outer peak is monotonically increasing with x', whereas in ZDES, the wall-normal distance of the peak does not change significantly beyond $x' = 6$. This means that the further downstream of $x' = 6$, the lower the outer peak is located within the boundary layer in outer scale since the boundary layer thickness keeps increasing.

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

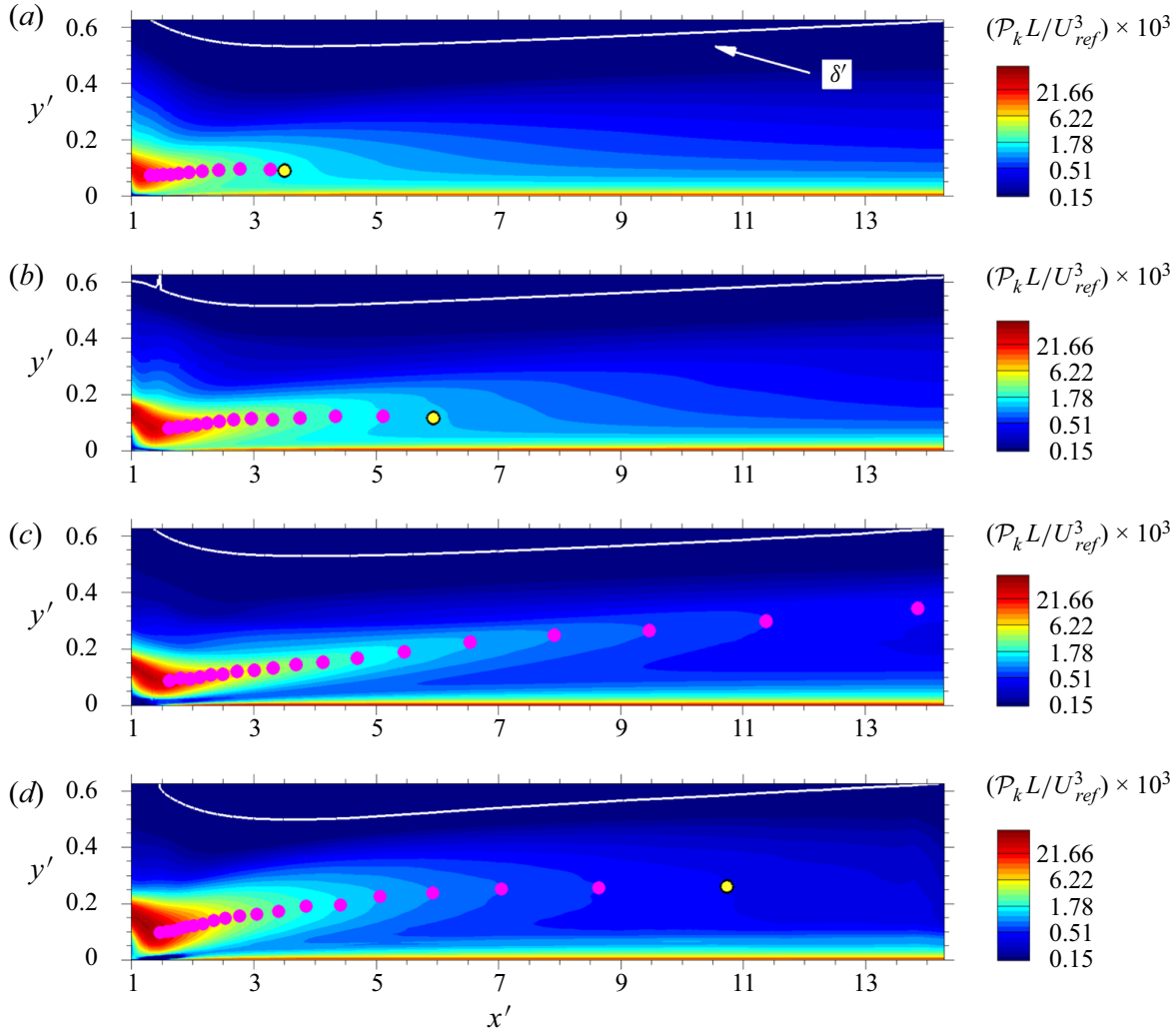


Figure 14. Mean field of TKE production $\mathcal{P}_k$ with all terms considered as in (4.1). From (*a*)–(*d*): Spalart–Allmaras model, *k*-ω SST model, RSM and ZDES. Pink dots indicate the position of the outer peak. Yellow-filled dots indicate the position of the furthest-downstream outer peak. The white line corresponds to the boundary layer thickness ($y' = \delta'$, with $\delta' = \delta/L$ the normalised local boundary layer thickness). The vertical axis is magnified for visualisation purposes.

The production term of turbulent kinetic energy presented in figure 14 has been integrated in the y direction in order to analyse the streamwise evolution of the bulk production of TKE, $\mathbb{P}_k$. As illustrated in figure 15, different evolutions of the bulk TKE production are provided by the different models. More precisely, it is interesting to notice the underestimation obtained from the Spalart–Allmaras model, which could have been inferred from the previous analysis of figure 14. On the contrary, a more surprising result is obtained from the *k*-ω SST model. This model predicts an evolution of the bulk TKE production that is not only in better agreement with ZDES, but also very close to the evolution obtained from the RSM model, despite the important differences between the two models regarding the spatial distribution of the TKE production (figure 14), mainly concerning the outer peak. One may suppose that the fact of having the same transport equation for the specific TKE dissipation rate in both models is partly responsible for the close behaviour between them. It is also observed that even though both models provide an accurate prediction of the bulk TKE production levels with respect to ZDES, there is a

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

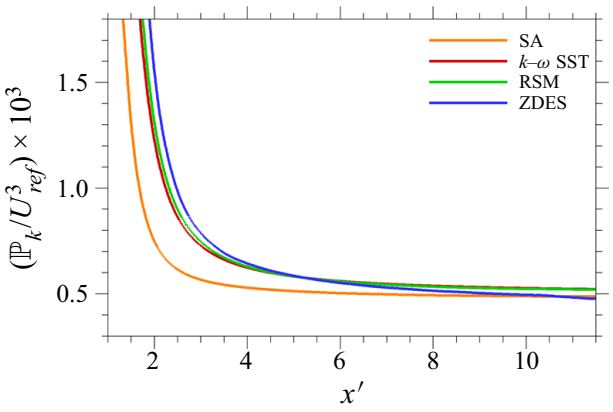


Figure 15. Streamwise evolution of the bulk production of TKE, $(\mathbb{P}_k/U^3_{ref}) \times 10^3$, where $\mathbb{P}_k(x') = \int_0^{+\infty} \mathcal{P}_k(x', y)\,\mathrm{d}y$.

slight discrepancy in the trend, which results in minor underestimation and overestimation at the beginning and the end of the redevelopment region, respectively.

4.2. *Spectral analysis of turbulence production*

In the previous subsection, it was observed that there is a trace in production of turbulent kinetic energy from the shear layer in the separated region that is still visible far downstream, until $x' \approx 11$. In this subsection, the production term of TKE is studied by means of a spectral analysis of turbulence at some stations in the flow. For ZPG turbulent boundary layers, some of the terms may be neglected in (4.1), and the production can be expressed as (considering y the wall-normal direction)

$$\mathcal{P}_k = -\langle u'v' \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}, \tag{4.3}$$

which is the expression that will be employed in the spectral analysis presented here. Indeed, for the flow studied in this work, the term considered in (4.3) remains the most dominant term in the whole domain.

The spectral analysis of $\mathcal{P}_k$ is performed through the Reynolds shear stress according to (4.3). Signals of $u(t)$ and $v(t)$ are recorded for the same duration $T \approx 430(\delta/U_e)_{ref}$ as in subsection 3.3. According to Deck *et al.* (2014*b*), one can write

$$\langle u'v' \rangle = \int_0^{+\infty} 2\,\mathrm{Re}(S_{uv;f}(f))\,\mathrm{d}f = \int_0^{+\infty} G_{uv;f}(f)\,\mathrm{d}f, \tag{4.4}$$

where $\mathrm{Re}(\bullet)$ denotes the real part, and $G_{uv;f} = 2\,\mathrm{Re}(S_{uv;f})$ is the real part of the cross-PSD. Finally, according to (4.3) and (4.4), the production may be expressed as

$$\mathcal{P}_k = -\int_0^{+\infty} \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} G_{uv;f}(f)\,\mathrm{d}f. \tag{4.5}$$

The co-spectrum of $\mathcal{P}_k$ is presented at stations P_1, P_3 and P_6 in figures 16, 17(*a*) and 17(*b*), respectively. In these figures, the cross-PSD is pre-multiplied by the frequency as explained previously in § 3.3 for $G_{uu;k_x}$, and by the wall distance as well. Indeed, the total production of TKE across the whole boundary layer profile (per boundary layer thickness)

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

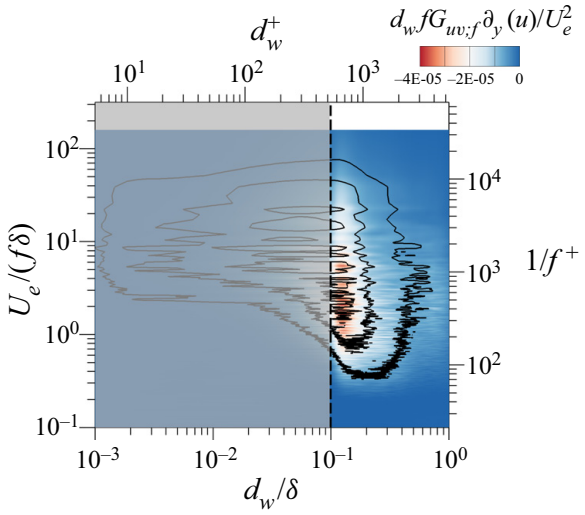


Figure 16. Pre-multiplied co-spectrum of $\mathcal{P}_k$ at P_1 (see figure 11). The shaded area indicates the RANS region. The solid lines show the pre-multiplied PSD of $\langle u'^2 \rangle$ as in figure 12.

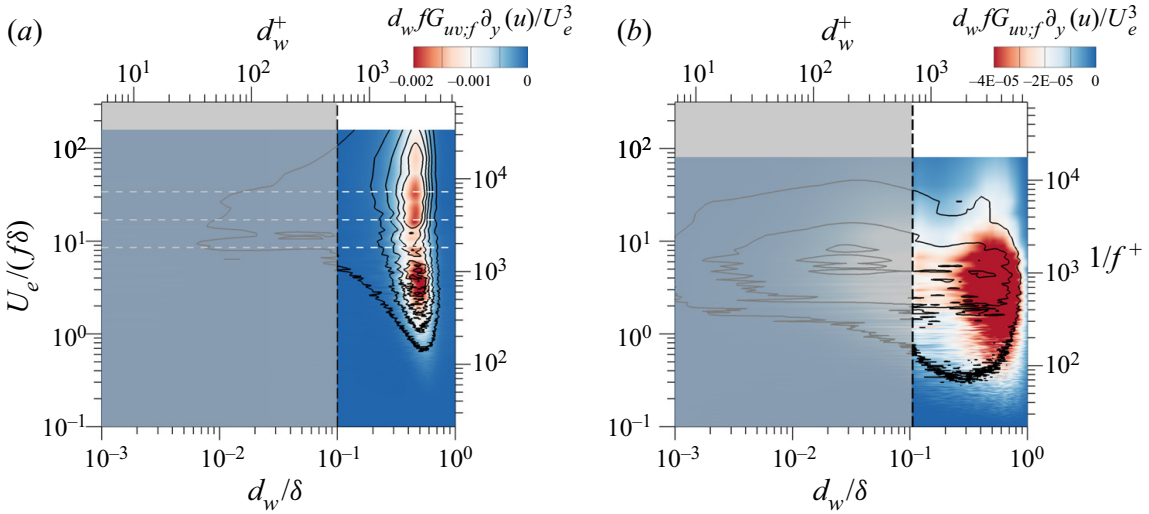


Figure 17. Pre-multiplied co-spectrum of $\mathcal{P}_k$ at P_3 (a) and P_6 (b) (see figure 11). The shaded area indicates the RANS region. The solid lines show the pre-multiplied PSD of $\langle u'^2 \rangle$ as in figures 13(a) and 13(b). The white dashed lines indicate $U_e/(f\delta) = 8.5$, 17 and 34. The values of δ, U_e and ν/u_τ at P_3 are taken as those from P_1 since the P_3 station is located within the recirculation bubble.

is

$$\mathcal{P}_{tot} = \int_0^{+\infty} \mathcal{P}_k \, \mathrm{d}\left(\frac{d_w}{\delta}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d_w}{\delta} \, \mathcal{P}_k \, \mathrm{d}\left(\ln\left(\frac{d_w}{\delta}\right)\right), \tag{4.6}$$

thus the area under the curve of $(d_w/\delta)\,\mathcal{P}_k(d_w/\delta)$ in logarithmic scale is directly proportional to the contribution to the whole TKE production across the boundary layer profile.

As in the case of the spectral analysis of streamwise velocity fluctuations (§ 3.3), analysis of the cross-PSD as a function of the wavelength has also been performed at stations P_1 and P_6, and the relevant results are recalled in the present discussions even if figures are not shown. In particular, even though the order of magnitude of $U_e/(f\delta)$ is representative of λ_x/δ at stations P_1 and P_6, true values of the wavelength will be given. At P_3, the values of U_e, δ and ν/u_τ employed are those of station P_1 for the same reasons exposed in § 3.3.

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

The spectral content of $\mathcal{P}_k$ upstream of separation, displayed in figure 16, evidences an important activity of turbulent structures of sizes ranging from $\lambda_x \approx 0.7\delta$ to $\lambda_x \approx 5\delta$ located around $d_w = 0.13\delta$. The contributions of VLSM, which were identified clearly in the PSD of $\langle u'^2 \rangle$, are also observed, with wavelengths reaching $\lambda_x = 20\delta$, although levels are slightly lower. There is also some weak activity in $\mathcal{P}_k$ at higher locations in the boundary layer, mainly between $d_w = 0.3\delta$ and $d_w = 0.8\delta$.

When looking at the spectral content of $\mathcal{P}_k$ within the recirculation bubble, the distribution changes completely. Figure 17(*a*) displays the cross-PSD of $\mathcal{P}_k$ at station P_3. Similarly to the case of $G_{uu;f}$ discussed in § 3.3, turbulent activity is concentrated in the outer part, where the shear layer resulting from separation is located. It is important to point out that levels in the legend are much greater than in figures 16 and 17(*b*). A broad range of frequencies (scales) participates in the production of TKE. As observed, frequencies from $U_e/(f\delta) = 1$ to $U_e/(f\delta) = 7$ contribute the most in terms of cross-PSD levels, but important values are observed even beyond $U_e/(f\delta) = 100$. According to the frequency of the shear layer, three peaks on the cross-PSD are highlighted. Based on the Strouhal number $St_\omega = f\delta_\omega/\bar{U}$ (where $\bar{U} = 0.5(\langle u \rangle_{min} + \langle u \rangle_{max})$ denotes the shear velocity), the corresponding frequency is represented in figure 17(*a*), for which $U_e/(f\delta) = 8.5$, and also $U_e/(f\delta) = 17$ and $U_e/(f\delta) = 34$ are indicated. Thus the two lower-frequency peaks (higher values of $U_e/(f\delta)$) likely correspond to the subharmonics due to vortex pairing since the frequency is respectively twice and four times that of the shear layer mode ($St_\omega = 0.135$).

Downstream of reattachment (figure 17*b*), the cross-PSD of $\mathcal{P}_k$ recovers some of the mentioned features for the station P_1. A contribution to production around $d_w = 0.13\delta$, which is negligible in figure 17(*a*), is again present, for which large structures are responsible; structures in this region have sizes from $\lambda_x \approx \delta$ up to $\lambda_x \approx 10\delta$. The largest structures correspond to VLSM, already identified in § 3.3, and a small peak appears for slightly smaller structures, for which $\lambda_x = 3\delta$. Even if the present station is located far enough away to recover the mentioned features, the main contribution to $\mathcal{P}_k$ remains the high turbulent activity in the outer part, which is the trace of the shear layer at separation. The levels of the cross-PSD are much higher than at $d_w = 0.13\delta$, and the contribution is quite broadly distributed in a wide range of wavelengths. The longest structures have $\lambda_x/\delta > 10$, and smaller structures, of λ_x/δ down to 0.2, are observable. Small structures of $\lambda_x = 0.4\delta$ are also observed upstream of separation (figure 16), but in the recovery region, they are located further away from the wall.

4.3. *Friction coefficient*

Even though the friction coefficient is a wall quantity, several studies have focused on the interaction between the outer layer and the inner layer, as well as on the contribution to the friction coefficient of large turbulent motions located in the outer layer. According to Balakumar & Adrian (2007), at high Reynolds numbers, about 40–50 % of the contribution to the Reynolds shear stress at $y > 0.1\delta$ comes from turbulent structures with wavelength $\lambda_x > 3\delta$, and in the present study, the LES region corresponds approximatively to $y > 0.1\delta$. Also, studies on the friction coefficient decomposition (see, for instance, Fukagata, Iwamoto & Kasagi 2002; Renard & Deck 2016) have highlighted the relevance of the Reynolds shear stress contribution. As an example, Deck *et al.* (2014*b*) employed the decomposition from Fukagata *et al.* (2002) to identify that turbulent structures for which $\lambda_x > \delta$ contribute to more than 60 % of the second term of the friction coefficient

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

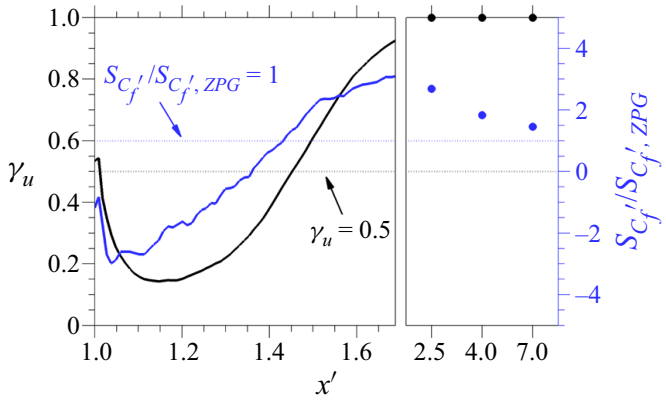


Figure 18. Evolution of the fraction of time for which the flow moves downstream (γ_u) at the first cell away from the wall, and friction coefficient skewness near the reattachment region and further downstream. Here, $S_{C_f',ZPG}$ is taken from a ZPG turbulent boundary layer at $Re_\theta = 13{,}000$.

decomposition from Fukagata *et al.* (2002), which is the most relevant term in the friction coefficient, since it represents more than 80 % of the total friction coefficient.

Before studying the friction coefficient, the reverse flow is analysed by the fraction of time for which the flow moves downstream, $\gamma_u = t(u > 0)/T$, and it is displayed in figure 18, for the first cell away from the wall, because of the no-slip condition at the wall. According to Simpson (1981), there are several states of boundary layer separation that may be identified: incipient detachment (ID) for $\gamma_u = 0.99$, intermittent transitory detachment (ITD) for $\gamma_u = 0.80$, and transitory detachment (TD) for $\gamma_u = 0.50$. Simpson (1981) defined another state as detachment (D), based on the mean wall shear stress $\langle \tau_w \rangle$, instead of the fraction of time for which the flow moves downstream. Thus detachment appears when $\langle \tau_w \rangle = 0$, and several studies have shown that TD and D take place at the same location (see, for instance, the work of Simpson 1989; Na & Moin 1998). The parameter γ_u is a classical quantity very often analysed in turbulent boundary layer separation studies (Simpson 1989; Na & Moin 1998; Driver, Seegmiller & Marvin 1987; Mohammed-Taifour & Weiss 2016, 2021; Elyasi & Ghaemi 2019), and according to Simpson (1989), it is a feature that should be documented in this kind of work. It may also be a quantity of practical interest for the experimental detection of separation onset and reattachment (see, for instance, Mohammed-Taifour *et al.* 2015; Weiss, Mohammed-Taifour & Schwaab 2015).

The skewness of the friction coefficient is also presented in figure 18, normalised by the value obtained for a ZPG turbulent boundary layer at $Re_\theta = 13{,}000$ also using ZDES mode 3. Since the focus is set on the redevelopment and relaxation of the boundary layer towards ZPG canonical flow, the authors have chosen to use the mentioned normalisation. The analysis of this quantity gives relevant information about the near-wall fluctuations, and it is an essential quantity to study the influence of outer layer large scales on inner layer small scales in high-Reynolds-number wall-bounded turbulent flows (Mathis *et al.* 2011).

As observed in figure 18, γ_u is significantly low within the recirculation bubble, reaching values of about 0.17 for the small plateau at $1.1 < x' < 1.3$. Downstream, γ_u increases monotonically, even after reattachment (where $\gamma_u = 0.5$), and reaches $\gamma_u = 1$ at some point between $x' = 1.7$ and $x' = 2.5$, downstream of which almost no reverse flow is observed. It is interesting to notice that in the recirculation bubble, there is still some downstream flow ($\gamma_u > 0$), something that is also observed, for instance, in the DNS of Na

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

& Moin (1998), because the velocity fluctuations and the mean velocity are of the same order of magnitude in the recirculation bubble (Simpson 1989). Another aspect worth mentioning is the high values of γ_u upstream of $x' = 1.1$, that reach $\gamma_u > 0.5$. It is the consequence of a very tiny recirculation bubble located in the corner of the rounded step resulting from this sharp geometry change, and it is similar to the secondary recirculation identified in backward-facing step studies (such as in Le, Moin & Kim 1997).

An increase of the skewness of the friction coefficient ($S_{C_f'}$) within the recirculation bubble in the streamwise direction is observable as well. As already specified, the skewness is normalised by the value in a ZPG turbulent boundary layer flow, simulated with the same approach. In figure 18, the skewness varies significantly: within the recirculation bubble, it takes mainly negative values and increases from $S_{C_f'} \approx -3S_{C_f',ZPG}$ until reaching $S_{C_f'} \approx S_{C_f',ZPG}$ at the reattachment point. Contrary to γ_u, downstream of $x' = 1.05$, the skewness seems to increase monotonically inside the recirculation bubble, even surpassing the ZPG value downstream of reattachment, up to a maximum of about $3S_{C_f',ZPG}$, and then it decreases, almost reaching the ZPG level, although it is not yet attained at $x' = 7$. It is interesting to notice that it is around $x' = 7$ where the outer peak in $\mathcal{P}_k$ changes its trend in the way described in § 4.1. This shows that non-equilibrium conditions are significant upstream of $x' \approx 7$, and downstream the boundary layer is close to near-equilibrium. Such a result is evidenced in the evolution of both the outer peak of $\mathcal{P}_k$ and $S_{C_f'}$, contrary to that of γ_u. Near $x' = 1$, the skewness is significantly greater than it is around $x' = 1.1$, and it decreases right downstream, which is in contrast with the behaviour described earlier, but this is likely due to the presence of the small secondary recirculation bubble mentioned before.

The probability density function (PDF) of the friction coefficient is presented in figure 19 around the reattachment region and at three different locations downstream (stations P_4, P_5 and P_6), and in figure 20 as normalised profiles at different streamwise positions. The PDF is very narrow near $x' = 1$ and then broadens ($C_{f,rms}$ increases) in the recirculation bubble until $x' = 1.3$, downstream of which it seems to maintain a similar width that changes very slowly. Very far downstream, at $x' = 7$, the PDF has clearly narrowed ($C_{f,rms}$ has decreased) and resembles the most what is observed in a ZPG turbulent boundary layer from ZDES. For $1.1 < x' < 1.3$, the flow is reversed and the friction coefficient increases in magnitude (it decreases in figure 19), which suggests that a stronger reversed flow develops. However, the PDF is broader and $C_{f,rms}$ increases as well in this region, which indicates that some downstream flow is still present, as already mentioned. The increase in $C_{f,rms}$ is enough to compensate the stronger reversed flow such that a plateau is observed for γ_u.

From figure 20, it is possible to observe the change in the position of the peak of the PDF. At $x' = 1.2$, the peak is located the most to positive values of $\tau_w' = \tau_w - \langle\tau_w\rangle$ when normalised with $\tau_{w,rms}$, and it shifts to negative values upstream of $x' = 1.63$. Then from $x' = 2.5$ to $x' = 7$, the peak is shifted again back to higher values of $\tau_w'/\tau_{w,rms}$, although it remains at negative levels of $\tau_w'/\tau_{w,rms}$. This behaviour corresponds to what has already been described for the skewness in figure 18. Indeed, for this kind of PDF distribution, a negative skewness will result in a shift of the peak position to positive values of $\tau_w'/\tau_{w,rms}$, and vice versa. At the furthest position presented, the PDF resembles very accurately that of the ZPG boundary layer. Moreover, the high values of skewness identified in figure 18, which overcome by far the ZPG value, are also evidenced clearly in the shape of the PDF at P_4 in figures 19 and 20. In particular, in figure 20, the relaxation towards near-equilibrium conditions is clearly evidenced. It is also interesting to notice that at the position of

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

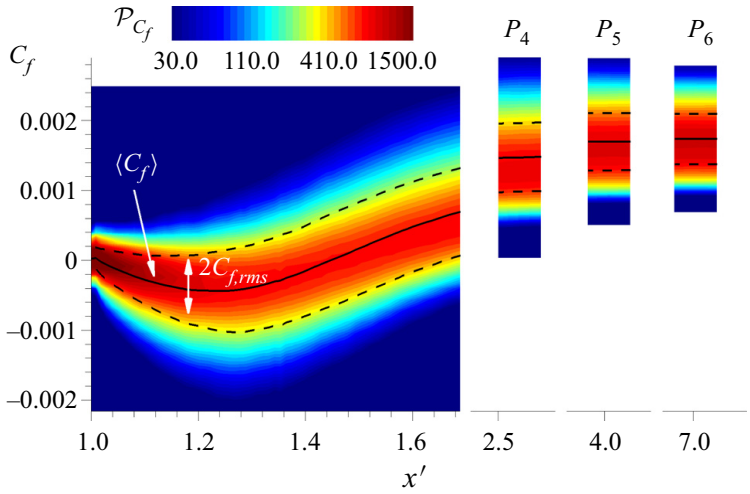


Figure 19. Probability density function of the mean friction coefficient near the reattachment region and further downstream. The continuous line indicates streamwise evolution of the mean friction coefficient. The dashed lines indicate streamwise evolution of the friction coefficient root-mean-square. Stations P_4, P_5 and P_6 are located respectively at $x' = 2.5$, $x' = 4$ and $x' = 7$.

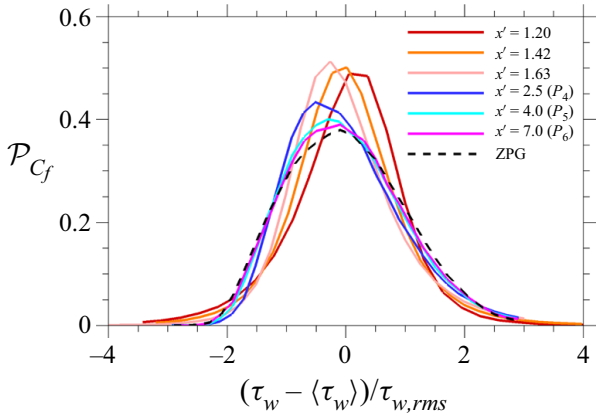


Figure 20. Probability density function of the friction coefficient at different streamwise positions. The black dashed line corresponds to a ZPG turbulent boundary layer at $Re_\theta = 13{,}000$.

minimum friction coefficient, which is $x' = 1.3$, the skewness is $S_{C_f'} \approx -S_{C_f',ZPG}$, which means that the skewness is the same as in ZPG conditions, but with the opposite sign due to the contrary flow direction.

5. Conclusions

The non-equilibrium dynamics of a high-Reynolds-number turbulent boundary layer recovering from a strong disturbance caused by separation at a rounded step is studied utilising ZDES mode 3. The simulation resolves finely the outer layer turbulence and its relaxation towards near-equilibrium at high Reynolds numbers ranging from $Re_\theta = 22{,}800$ to $24{,}300$, and $Re_\tau = 5900$ to 6600, along the redevelopment region, which are probably non-affordable for DNS or WRLES. After reattachment, the boundary layer redevelops under almost ZPG conditions, but the outer layer contains an excess of turbulent activity generated in the shear layer above the recirculation bubble. The simulation shows very good agreement with experimental profiles, and in particular, it has been observed that the outer peak in the Reynolds shear stress in the relaxation region, following the

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

excess of turbulent activity above the separated region, is very well predicted in terms of both levels and position within the boundary layer.

The spectral analysis of the streamwise turbulent fluctuations has evidenced the substantial modification of energy distribution between scales due to the separation of the boundary layer. Upstream of separation, large turbulent structures have been identified to carry most of the contribution to u_{rms}, and the Reynolds number seems great enough so that activity from very large structures, longer than the typical VLSM of ZPG turbulent boundary layers, is observable. At the recirculation bubble, the energy levels are increased sharply due to the turbulence generated in the shear layer, and three spots (one corresponding to the shear layer mode and two to the shedding mode) are observed. Far downstream of reattachment, the PSD recovers lower levels, close to those obtained upstream of separation, but turbulent fluctuations are spread broadly between structures ranging from $\lambda_x = 1.5\delta$ to $\lambda_x = 9\delta$. Also, turbulent activity is more important than upstream of separation due to both the effect of the high Reynolds number ($Re_\theta = 23{,}400$) and the imprint of the shear layer from the recirculation bubble.

The spectral analysis of turbulent kinetic energy production has manifested a wide range of turbulent scales involved in the excess of production in the shear layer. Dominating this broadband content, the shear layer and the shedding modes are again identified. For station P_6, despite its location being far downstream of reattachment, the excess of TKE production from the shear layer is still clearly visible in the outer part of the boundary layer, mainly between $y = 0.25\delta$ and $y = 0.8\delta$, which is significantly higher in the boundary layer profile than what is observed in canonical conditions. The wavelengths of the structures participating in this excess of $\mathcal{P}_k$ range from $\lambda_x = 0.2\delta$ to $\lambda_x > 10\delta$, with the large scales ($\lambda_x > \delta$) comprising the main contribution. This results in a non-canonical secondary peak in $\mathcal{P}_k$ moving away from the wall until $x' = 6$, beyond which its wall distance does not change significantly up to $x' \approx 11$, where the peak disappears.

The fraction of downstream flow at the first cell away from the wall, γ_u, and the friction coefficient skewness $S_{C_f'}$, have shown interesting behaviours within the recirculation bubble and in the recovery region. A plateau for γ_u is obtained inside the recirculation bubble, but γ_u remains positive, which means that there is still some downstream flow happening right above the wall. The skewness near the reattachment point is very close to values in ZPG canonical conditions, and downstream it continues to grow until a maximum around $3S_{C_f',ZPG}$. Beyond this, $S_{C_f'}$ decreases, and it is very close to ZPG values around $x' = 7$ (although still slightly larger than $S_{C_f',ZPG}$), which is more or less the same location where the behaviour of the outer peak location of $\mathcal{P}_k$ changes. Therefore, upstream of $x' = 7$, the boundary layer is in strong non-equilibrium conditions, but the relaxation is evidenced, even if at $x' = 7$, near-equilibrium is not yet reached completely. The PDF of the friction coefficient has been analysed further, showing an important change throughout the recirculation bubble and downstream of it. Indeed, the normalised PDF tends to the distribution obtained in ZPG canonical conditions, which is almost reached at $x' = 7$.

The capacity of three RANS models of increasing complexity to reproduce the mean flow has also been assessed, namely two classical RANS eddy-viscosity models (the Spalart–Allmaras and the k-ω SST) and a Reynolds stress model (RSM). Upstream of separation, results from all the RANS models are quite satisfactory. However, in the recovery region, results from both eddy-viscosity models are perfectible, and the trend of the friction coefficient is well captured only by the RSM. Nevertheless, the levels of the Reynolds normal stresses after reattachment, not provided by the eddy-viscosity models, are underestimated significantly by the RSM. In the relaxation region, all RANS models

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

predict a secondary peak of the Reynolds shear stress at position $y \approx 0.24\delta$, which is lower than $y \approx 0.32\delta$ obtained in both the ZDES computation and the experiment.

The field of production of TKE has also been assessed through the different RANS models. Both eddy-viscosity models, particularly the Spalart–Allmaras model, are too dissipative, and the secondary peak disappears at shorter distances downstream than in the case of ZDES. The RSM model, in turn, is less dissipative than the Spalart–Allmaras and k-ω SST models; however, it happens to be too little dissipative compared to ZDES. Also, the streamwise evolution of the outer peak location is only partially well reproduced by the RSM.

For the first time, the recovery of a separated turbulent boundary layer at high Reynolds number has been studied numerically in detail with experimental validation, thanks to the ZDES mode 3 approach. The Reynolds number is too high for DNS or WRLES, and quite high even for lower-resolution methods. This is a major step forward in terms of understanding and quantifying the applicability of scale-resolving approaches to predict the properties of out-of-equilibrium wall-bounded turbulence at Reynolds numbers that may not be reached easily by DNS. More precisely, the present investigation confirms the long-lasting impact of perturbations of the outer layer in high-Reynolds-number wall-bounded flows. It is shown that the relaxation distance depends on the observed quantity. In particular, the wall quantities seem to converge faster towards near-equilibrium values than outer layer quantities such as the secondary peak of the production of turbulent kinetic energy. Also, the significant region where the turbulence is out of equilibrium induces difficulties for RANS modelling. This adds to the ever-broadening range of results suggesting that the study of non-canonical flows will be a pacing item in turbulence research in the coming years, as advocated by Smits (2020).

Acknowledgements. The authors are thankful to all the people involved in the evolution of the FLU3M and *elsA* solvers. The thesis of J. Vaquero is partly funded by DGA (French defence procurement agency). Support from the framework of the ONERA research project FROTTEMENT is also acknowledged. The authors would also like to thank the reviewers of the present paper for their suggestions.

Declaration of interests. The authors report no conflict of interest.

Author ORCIDs.
Jaime Vaquero https://orcid.org/0000-0001-7404-7635;
Nicolas Renard https://orcid.org/0000-0003-3900-3797;
Sébastien Deck https://orcid.org/0000-0003-1020-0965.

Appendix A. ZDES mode 3: a WMLES approach

The outer layer turbulence is resolved using an LES approach by means of ZDES mode 3 (Deck 2012). The Spalart–Allmaras turbulence model (Spalart & Allmaras 1994) plays the role of the SGS model, linking the filtered component of the Reynolds stress tensor to the mean field according to Boussinesq's hypothesis:

$$-\rho\langle u_i' u_j'\rangle = 2\mu_t\langle S_{ij}\rangle - \frac{2}{3}\rho k\delta_{ij}, \quad \langle S_{ij}\rangle = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\langle u_i\rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial\langle u_j\rangle}{\partial x_i}\right), \tag{A1}$$

where ρ is the density, μ_t is the eddy viscosity, k is the turbulent kinetic energy, and δ_{ij} is the Kronecker delta (tensor). Equation (A1) gives Boussinesq's hypothesis for incompressible flows, which may be applied to the flow studied in the present work, and the operator for the LES filter is denoted by $\langle\bullet\rangle$. The Reynolds average is a particular case of operator. It is important to note that the Spalart–Allmaras model does not provide

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

the turbulent kinetic energy field, and therefore the second term on the right-hand side of (A1) is not included in ZDES, but this is not problematic for quasi-incompressible flows. For LES, the Spalart–Allmaras model shows behaviour similar to the Smagorinsky SGS model in equilibrium conditions. Indeed, when the length scale of the model d_w is substituted with $C_{DES}\Delta$ (where C_{DES} is a constant, and Δ is the filter length scale) and it is assumed that there is equilibrium between production and destruction of ν_t, it is obtained that $\nu_t \sim S\Delta^2$, where S is the local deformation rate (Spalart *et al.* 1997; Deck 2012; Sagaut, Deck & Terracol 2013). According to Deck (2012), a better LES behaviour is obtained when modifying some of the functions included in the model of Spalart & Allmaras (1994): $f_{v1} = 1$, $f_{v2} = 0$, $f_w = 1$. Moreover, ZDES has already been used by Deck *et al.* (2014*b*) for a wall-resolved LES of a high-Reynolds-number turbulent boundary layer.

In this study, the inner layer turbulent structures are less resolved the closer to the wall they are located. As presented by Renard & Deck (2015*a*), the resolved fraction of the Reynolds shear stress gradually decreases within the RANS region. Nevertheless, a RANS approach is considered, again using the Spalart–Allmaras turbulence model, in the inner layer region of the boundary layer, to take the effect of the inner layer structures on resolved structures and mean field into account. Thus ZDES mode 3 may be seen as a WMLES, and it has already been employed in this form in several studies (Deck *et al.* 2011, 2014*a*; Renard & Deck 2015*a*). The separation between the RANS region (near the wall) and the LES region (in the remainder of the domain) is defined explicitly by an interface $d_w^{interface}$ specified by the user (typically a fraction of the boundary layer thickness, as defined in § 2.2). The modified length scale $\tilde{d}_{ZDES}^{III}$ considered in the Spalart–Allmaras equation for ZDES mode 3 can be expressed as (Deck 2012)

$$\tilde{d}_{ZDES}^{III} = \begin{cases} d_w & \text{if } d_w < d_w^{interface}, \\ \min(d_w, C_{DES}\Delta_{vol}) & \text{if } d_w \geq d_w^{interface}, \end{cases} \tag{A2}$$

where d_w is the wall distance, $C_{DES} = 0.65$, $\Delta_{vol} = \mathcal{V}^{1/3}$ and $\mathcal{V}$ is the cell volume. A recent improvement of ZDES mode 3 has been proposed by Renard & Deck (2015*c*), aiming to regularise the binary switch from RANS to LES in (A2) through a smooth function f_δ. Finally, $\tilde{d}_{ZDES}^{III}$ is written as

$$\tilde{d}_{ZDES}^{III} = (1 - f_\delta) \times d_w + f_\delta \times \min(d_w, C_{DES}\Delta_{vol}), \tag{A3}$$

and the modified functions become

$$\left.\begin{aligned} f_{v1}^{III} &= (1 - f_\delta) \times f_{v1} + f_\delta, \\ f_{v2}^{III} &= (1 - f_\delta) \times f_{v2}, \\ f_w^{III} &= (1 - f_\delta) \times f_w + f_\delta. \end{aligned}\right\} \tag{A4}$$

Appendix B. Further comparisons of mean flow quantities

For the sake of clarity in the paper, comparisons of the mean field to the experimental measurements at different stations upstream of the region of interest of this study are not shown in § 3.2, but are recalled here. Figures 21 and 22 display the mean velocity and Reynolds shear stress profiles at two different stations upstream of separation, more precisely at $x' = -2$ and $x' = 0$. For both stations, the wake region and the log layer are

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

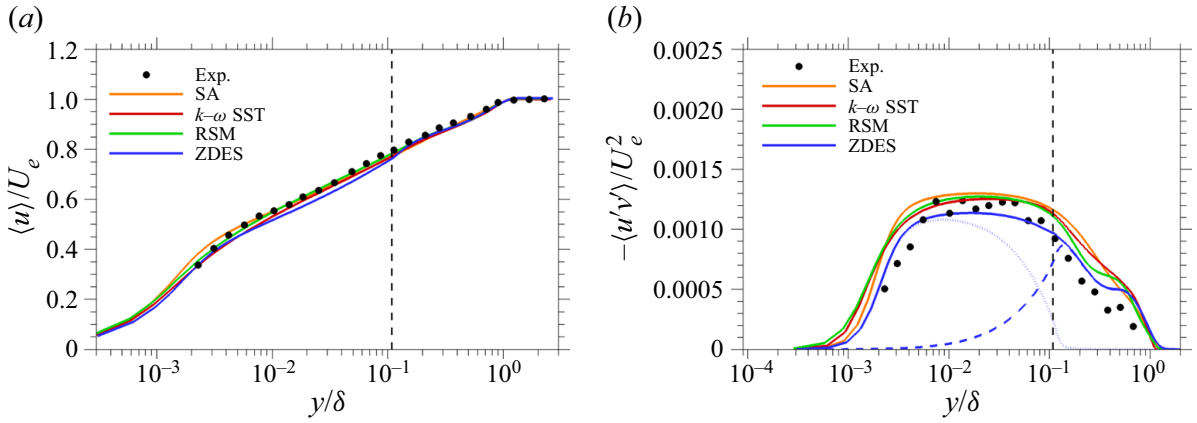


Figure 21. Mean velocity (*a*) and Reynolds shear stress (*b*) profiles at $x' = -2$. The dashed vertical line indicates the position of the RANS/LES interface. For ZDES, the Reynolds shear stress profile is split into modelled (dotted) and resolved (dashed) contributions.

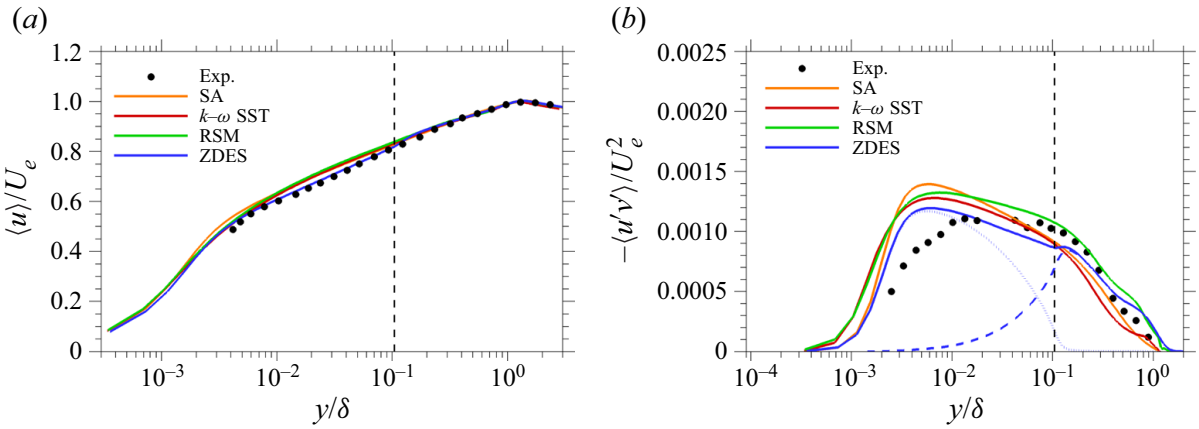


Figure 22. Mean velocity (*a*) and Reynolds shear stress (*b*) profiles at $x' = 0$. The dashed vertical line indicates the position of the RANS/LES interface. For ZDES, the Reynolds shear stress profile is split into modelled (dotted) and resolved (dashed) contributions.

barely distinguished in the mean velocity profiles, and a small excess in the Reynolds shear stress appears in the outer layer due to the curvature effects experienced upstream. ZDES slightly underestimates the experimental results in the log region of the mean velocity at $x' = -2$. However, this difference is small, and the prediction of the Reynolds shear stress is very satisfying for ZDES, especially considering the outer peak that is not well reproduced by RANS models (it is even absent for the two eddy-viscosity models). At station $x' = 0$, ZDES is in excellent accordance with the experiment, and there is still a minor disagreement in the log region between RANS models and ZDES, where RANS models overestimate the mean velocity. Again, the Reynolds shear stress is fairly well reproduced by ZDES. It is possible to observe that ZDES reproduces the slight excess of Reynolds shear stress in the outer layer, almost at the edge of the boundary layer.

Profiles of mean velocity and Reynolds shear stress are given in figure 23 at $x' = 1$, which corresponds to the end of the round step. These profiles are placed within the recirculation bubble, and they are normalised by the inflexion velocity U_{infl}, which is the mean velocity at the inflexion point of the shear layer, and the distance from the inflexion point to the wall, y_{infl}. The values of y_{infl} and U_{infl} are given in table 2, and they are reproduced satisfactorily by ZDES, whereas RANS models are less accurate. In particular, the Spalart–Allmaras model predicts the inflexion point too close to the wall.

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

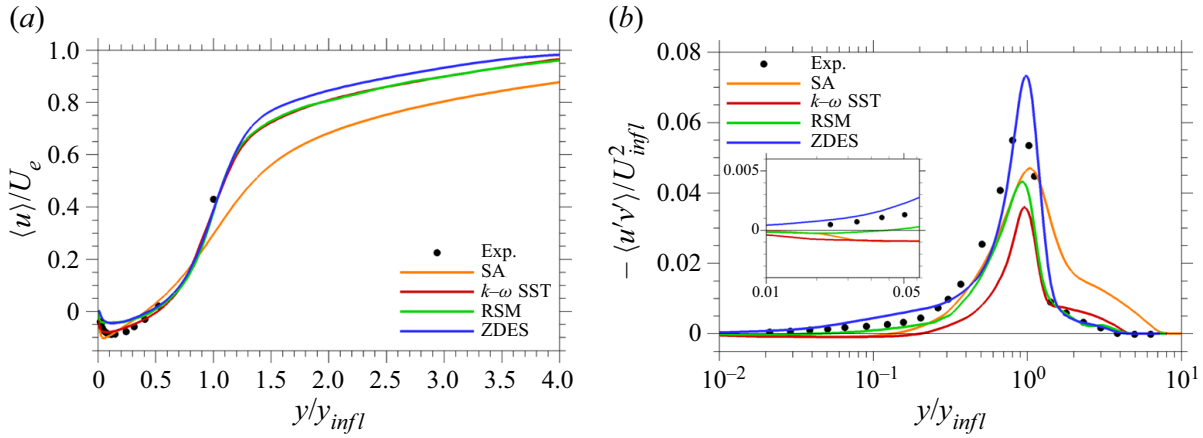


Figure 23. Mean velocity (*a*) and Reynolds shear stress (*b*) profiles at $x' = 1$.

	Experiment	ZDES	SA	*k*-ω SST	RSM
y_{infl}/L	0.153	0.158	0.099	0.141	0.144
$U_{infl}/U_{e,ref}$	0.404	0.366	0.277	0.366	0.359

Table 2. Inflexion point position and streamwise mean velocity at $x' = 1$. Here, $U_{e,ref}$ corresponds to the external velocity at the reference station $x' = -2$.

ZDES reproduces the mean velocity profile satisfactorily (figure 23), and the minimum value appears to be well positioned despite the mean velocity underestimation (in absolute value). In the experiment, the minimum value is located at $y \approx 0.1y_{infl}$, and ZDES gives $y \approx 0.13y_{infl}$. Regarding the Reynolds shear stress profile, the prediction of ZDES is very accurate compared to experimental measurements, although there is a moderate underestimation for $y \approx 0.6y_{infl}$.

When looking at RANS results in the mean velocity profile, the *k*-ω SST model and RSM give very close results above $0.5y_{infl}$, but they do not reach the levels of ZDES above $1.2y_{infl}$. Greater discrepancies are found for the Spalart–Allmaras model, which underestimates strongly the mean velocity profile away from the wall. In the near-wall region, the RSM shows the same underestimation as observed for ZDES. However, the trend obtained from the three RANS models is quite different from the experiment, and the minimum value of the mean velocity is located closer to the wall, around $y = 0.05y_{infl}$ compared to $y \approx 0.1y_{infl}$ in the experiment. Much more discrepancies with the experiment are evidenced in the profiles of Reynolds shear stress for the RANS models. The observed peak and values below it are underestimated significantly, and in the near-wall region, all RANS models predict negative levels of the Reynolds shear stress $-\langle u'v' \rangle$, contrary to ZDES and the experiment. This is probably a modelling issue for both RSM and the eddy-viscosity models. Indeed, for the eddy-viscosity models, it is common practice to ensure that the eddy viscosity is always positive, and at this location, the term $\langle S_{12} \rangle$ of the stain-rate tensor takes negative values. Above the peak, RSM results are quite satisfactory, but both eddy-viscosity models overestimate the Reynolds shear stress, especially the Spalart–Allmaras model. It is important to mention that the position of the peak in the Reynolds shear stress is reasonably well reproduced by all the computations, but this is not surprising due to the normalisation by the inflexion point position of the mean velocity

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

profile. Indeed, the inflexion point corresponds to the position of maximum mean shear, hence turbulent production is large at this location.

References

Abe, H. 2017 Reynolds-number dependence of wall-pressure fluctuations in a pressure-induced turbulent separation bubble. *J. Fluid Mech.* **833**, 563–598.

Balakumar, B.J. & Adrian, R.J. 2007 Large- and very-large-scale motions in channel and boundary-layer flows. *Phil. Trans. R. Soc.* A **365**, 665–681.

Bentaleb, Y., Lardeau, S. & Leschziner, M.A. 2012 Large-eddy simulation of turbulent boundary layer separation from a rounded step. *J. Turbul.* **13**, N4.

Bobke, A., Vinuesa, R., Örlü, R. & Schlatter, P. 2017 History effects and near equilibrium in adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* **820**, 667–692.

Cambier, L., Heib, Sébastien, Plot, S. 2013 The Onera elsA CFD software: input from research and feedback from industry. *Mech. Indust.* **14**, 159–174.

Cécora, R.D., Radespiel, R., Eisfeld, B. & Probst, A. 2015 Differential Reynolds-stress modeling for aeronautics. *AIAA J.* **53** (3), 739–755.

Choi, H. & Moin, P. 1994 Effects of the computational time step on numerical solutions of turbulent flow. *J. Comput. Phys.* **113**, 1–4.

Clauser, F.H. 1956 The turbulent boundary layer. In *Advances in Applied Mechanics*, pp. 1–51. Elsevier.

Coleman, G.N., Rumsey, C.L. & Spalart, P.R. 2018 Numerical study of turbulent separation bubbles with varying pressure gradient and Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **847**, 28–70.

Dandois, J., Garnier, E. & Sagaut, P. 2007 Numerical simulation of active separation control by a synthetic jet. *J. Fluid Mech.* **574**, 25–58.

Deck, S. 2012 Recent improvements in the zonal detached eddy simulation (ZDES) formulation. *Theor. Comput. Fluid Dyn.* **26**, 523–550.

Deck, S. & Laraufie, R. 2013 Numerical investigation of the flow dynamics past a three-element aerofoil. *J. Fluid Mech.* **732**, 401–444.

Deck, S., Renard, N., Laraufie, R. & Sagaut, P. 2014*a* Zonal detached eddy simulation (ZDES) of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer over the Reynolds number range $3150 \leq Re_\theta \leq 14{,}000$. *Phys. Fluids* **26**, 025116.

Deck, S., Renard, N., Laraufie, R. & Weiss, P.-É 2014*b* Large-scale contribution to mean wall shear stress in high-Reynolds-number flat-plate boundary layers up to $Re_\theta = 13650$. *J. Fluid Mech.* **743**, 202–248.

Deck, Sébastien, Weiss, P.-É., Pamiès, M. & Garnier, E. 2011 Zonal detached eddy simulation of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer. *Comput. Fluids* **48**, 1–15.

Deck, S., Weiss, P.-E. & Renard, N. 2018 A rapid and low noise switch from RANS to WMLES on curvilinear grids with compressible flow solvers. *J. Comput. Phys.* **363**, 231–255.

Driver, D.M., Seegmiller, H.L. & Marvin, J.G. 1987 Time-dependent behavior of a reattaching shear layer. *AIAA J.* **25** (7), 914–919.

Eaton, J.K. & Johnston, J.P. 1981 A review of research on subsonic turbulent flow reattachment. *AIAA J.* **19** (9), 1093–1100.

Elyasi, M. & Ghaemi, S. 2019 Experimental investigation of coherent structures of a three-dimensional separated turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **859**, 1–32.

Fadla, F., Alizard, F., Keirsbulck, L., Robinet, J.-C., Laval, J.-P., Foucaut, J.-M., Chovet, C. & Lippert, M. 2019 Investigation of the dynamics in separated turbulent flow. *Eur. J. Mech. (B/Fluids)* **76**, 190–204.

Flores, O. & Jiménez, J. 2006 Effect of wall-boundary disturbances on turbulent channel flows. *J. Fluid Mech.* **566**, 357.

Flores, O. & Jiménez, J. 2010 Hierarchy of minimal flow units in the logarithmic layer. *Phys. Fluids* **22** (7), 071704.

Fukagata, K., Iwamoto, K. & Kasagi, N. 2002 Contribution of Reynolds stress distribution to the skin friction in wall-bounded flows. *Phys. Fluids* **14** (11), L73–L76.

Harun, Z., Monty, J.P., Mathis, R. & Marusic, I. 2013 Pressure gradient effects on the large-scale structure of turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* **715**, 477–498.

Hasan, M.A.Z. 1992 The flow over a backward-facing step under controlled perturbation: laminar separation. *J. Fluid Mech.* **238**, 73–96.

Huerre, P. & Rossi, M. 1998 Hydrodynamic instabilities in open flows. In *Hydrodynamics and Nonlinear Instabilities*, pp. 81–294. Cambridge University Press.

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

HULTMARK, M., VALLIKIVI, M., BAILEY, S.C.C. & SMITS, A.J. 2012 Turbulent pipe flow at extreme Reynolds numbers. *Phys. Rev. Lett.* **108** (9), 094501.

HUNT, J.C.R., WRAY, A.A. & MOIN, P. 1988 Eddies, streams, and convergence zones in turbulent flows. In *Proceedings of the Summer Program 1988*. Center for Turbulence Research.

HWANG, Y. & COSSU, C. 2010 Self-sustained process at large scales in turbulent channel flow. *Phys. Rev. Lett.* **105** (4), 044505.

HWANG, Y. & COSSU, C. 2011 Self-sustained processes in the logarithmic layer of turbulent channel flows. *Phys. Fluids* **23** (6), 061702.

JIMÉNEZ, J. 1999 The physics of wall turbulence. *Physica* A **263**, 252–262.

JIMÉNEZ, J. 2004 Turbulent flows over rough walls. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **36** (1), 173–196.

JIMÉNEZ, J. 2013 Near-wall turbulence. *Phys. Fluids* **25**, 101302.

KITSIOS, V., SEKIMOTO, A., ATKINSON, C., SILLERO, J.A., BORRELL, G., GUNGOR, A.G., JIMÉNEZ, J. & SORIA, J. 2017 Direct numerical simulation of a self-similar adverse pressure gradient turbulent boundary layer at the verge of separation. *J. Fluid Mech.* **829**, 392–419.

LARAUFIE, R. & DECK, S. 2013 Assessment of Reynolds stresses tensor reconstruction methods for synthetic turbulent inflow conditions. Application to hybrid RANS/LES methods. *Intl J. Heat Fluid Flow* **42**, 68–78.

LARAUFIE, R., DECK, S. & SAGAUT, P. 2011 A dynamic forcing method for unsteady turbulent inflow conditions. *J. Comput. Phys.* **230**, 8647–8663.

LARDEAU, S. & LESCHZINER, M.A. 2011 The interaction of round synthetic jets with a turbulent boundary layer separating from a rounded ramp. *J. Fluid Mech.* **683**, 172–211.

LAUNDER, B.E., REECE, G.J. & RODI, W. 1975 Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure. *J. Fluid Mech.* **68** (3), 537–566.

LE, H., MOIN, P. & KIM, J. 1997 Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step. *J. Fluid Mech.* **330**, 349–374.

LEE, J.H. 2017 Large-scale motions in turbulent boundary layers subjected to adverse pressure gradients. *J. Fluid Mech.* **810**, 323–361.

LIOU, M.-S. 1996 A sequel to AUSM: AUSM+. *J. Comput. Phys.* **129**, 364–382.

MARUSIC, I., CHAUHAN, K.A., KULANDAIVELU, V. & HUTCHINS, N. 2015 Evolution of zero-pressure-gradient boundary layers from different tripping conditions. *J. Fluid Mech.* **783**, 379–411.

MARUSIC, I. & HEUER, W.D.C. 2007 Reynolds number invariance of the structure inclination angle in wall turbulence. *Phys. Rev. Lett.* **99** (11), 114504.

MARUSIC, I., MATHIS, R. & HUTCHINS, N. 2010 High Reynolds number effects in wall turbulence. *Intl J. Heat Fluid Flow* **31**, 418–428.

MARY, I. & SAGAUT, P. 2002 Large eddy simulation of flow around an airfoil near stall. *AIAA J.* **40**, 1139–1145.

MATHIS, R., HUTCHINS, N. & MARUSIC, I. 2009 Large-scale amplitude modulation of the small-scale structures in turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* **628**, 311.

MATHIS, R., MARUSIC, I., HUTCHINS, N. & SREENIVASAN, K.R. 2011 The relationship between the velocity skewness and the amplitude modulation of the small scale by the large scale in turbulent boundary layers. *Phys. Fluids* **23** (12), 121702.

MELLOR, G.L. & GIBSON, D.M. 1966 Equilibrium turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* **24**, 225.

MENTER, F.R. 1994 Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA J.* **32**, 1598–1605.

MOHAMMED-TAIFOUR, A., SCHWAAB, Q., PIOTON, J. & WEISS, J. 2015 A new wind tunnel for the study of pressure-induced separating and reattaching flows. *Aeronaut. J.* **119** (1211), 91–108.

MOHAMMED-TAIFOUR, A. & WEISS, J. 2016 Unsteadiness in a large turbulent separation bubble. *J. Fluid Mech.* **799**, 383–412.

MOHAMMED-TAIFOUR, A. & WEISS, J. 2021 Periodic forcing of a large turbulent separation bubble. *J. Fluid Mech.* **915**, A24.

NA, Y. & MOIN, P. 1998 Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.* **374**, 379–405.

NIKITIN, N.V., NICOUD, F., WASISTHO, B., SQUIRES, K.D. & SPALART, P.R. 2000 An approach to wall modeling in large-eddy simulations. *Phys. Fluids* **12** (7), 1629–1632.

ÖSTERLUND, J.M. 1999 Experimental studies of zero pressure-gradient turbulent boundary layer flow. PhD thesis, Department of Mechanics, Royal Institute of Technology, Stockholm.

PAMIÈS, M., WEISS, P.-E., GARNIER, E., DECK, S. & SAGAUT, P. 2009 Generation of synthetic turbulent inflow data for large eddy simulation of spatially evolving wall-bounded flows. *Phys. Fluids* **21**, 045103.

PIOMELLI, U. 2008 Wall-layer models for large-eddy simulations. *Prog. Aerosp. Sci.* **44**, 437–446.

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

RADHAKRISHNAN, S., PIOMELLI, U., KEATING, A. & LOPES, A.S. 2006 Reynolds-averaged and large-eddy simulations of turbulent non-equilibrium flows. *J. Turbul.* **7**, N63.

RENARD, N. & DECK, S. 2015*a* Improvements in zonal detached eddy simulation for wall modeled large eddy simulation. *AIAA J.* **53**, 3499–3504.

RENARD, N. & DECK, S. 2015*b* On the scale-dependent turbulent convection velocity in a spatially developing flat plate turbulent boundary layer at Reynolds number $Re_\theta = 13000$. *J. Fluid Mech.* **775**, 105–148.

RENARD, N. & DECK, S. 2015*c* Recent improvements in the formulation of mode III of ZDES (zonal detached eddy simulation) for WMLES use at $Re_\theta > 10^4$. In *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting*. American Institute of Aeronautics and Astronautics.

RENARD, N. & DECK, S. 2016 A theoretical decomposition of mean skin friction generation into physical phenomena across the boundary layer. *J. Fluid Mech.* **790**, 339–367.

ROTTA, J.C. 1962 Turbulent boundary layers in incompressible flow. *Prog. Aerosp. Sci.* **2**, 1–95.

SAGAUT, P., DECK, S. & TERRACOL, M. 2013 *Multiscale and Multiresolution Approaches in Turbulence*, 2nd edn. Imperial College Press.

SANMIGUEL VILA, C., VINUESA, R., DISCETTI, S., IANIRO, A., SCHLATTER, P. & ÖRLÜ, R. 2017 On the identification of well-behaved turbulent boundary layers. *J. Fluid Mech.* **822**, 109–138.

SANMIGUEL VILA, C., VINUESA, R., DISCETTI, S., IANIRO, A., SCHLATTER, P. & ÖRLÜ, R. 2020 Separating adverse-pressure-gradient and Reynolds-number effects in turbulent boundary layers. *Phys. Rev. Fluids* **5** (6), 064609.

SCHATZMAN, D.M. & THOMAS, F.O. 2017 An experimental investigation of an unsteady adverse pressure gradient turbulent boundary layer: embedded shear layer scaling. *J. Fluid Mech.* **815**, 592–642.

SIMPSON, R.L. 1981 A review of some phenomena in turbulent flow separation. *J. Fluids Eng.* **103** (4), 520–533.

SIMPSON, R.L. 1989 Turbulent boundary-layer separation. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **21**, 205–232.

SIMPSON, R.L., CHEW, Y. -T. & SHIVAPRASAD, B.G. 1981 The structure of a separating turbulent boundary layer. Part 2. Higher-order turbulence results. *J. Fluid Mech.* **113**, 53–73.

SMITS, A.J. 2020 Some observations on Reynolds number scaling in wall-bounded flows. *Phys. Rev. Fluids* **5** (11), 110514.

SMITS, A.J., MCKEON, B.J. & MARUSIC, I. 2011 High Reynolds number wall turbulence. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **43**, 353–375. doi:10.1146/annurev-fluid-122109-160753

SONG, S. 2002 Reynolds number effects on a turbulent boundary layer with separation, reattachment and recovery. PhD thesis, Stanford University.

SONG, S. & EATON, J.K. 2004 Reynolds number effects on a turbulent boundary layer with separation, reattachment, and recovery. *Exp. Fluids* **36**, 246–258.

SPALART, P. & ALLMARAS, S. 1994 A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *La Rech. Aérosp.* (1), 5–21.

SPALART, P.R., JOU, W-H., STRELETS, M. & ALLMARAS, S.R. 1997 Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. In *Proceedings of the First AFOSR International Conference on DNS/LES*, pp. 137–147. Greyden Press.

SPALART, P.R. & WATMUFF, J.H. 1993 Experimental and numerical study of a turbulent boundary layer with pressure gradients. *J. Fluid Mech.* **249**, 337.

SPEZIALE, C.G., SARKAR, S. & GATSKI, T.B. 1991 Modelling the pressure–strain correlation of turbulence: an invariant dynamical systems approach. *J. Fluid Mech.* **227**, 245–272.

TOWNSEND, A.A. 1976 *The Structure of Turbulent Shear Flow*. Cambridge University Press.

VALLIKIVI, M., HULTMARK, M. & SMITS, A.J. 2015 Turbulent boundary layer statistics at very high Reynolds number. *J. Fluid Mech.* **779**, 371–389.

VAQUERO, J., RENARD, N. & DECK, S. 2019*a* Advanced simulations of turbulent boundary layers under pressure-gradient conditions. *Phys. Fluids* **31** (11), 115111.

VAQUERO, J., RENARD, N. & DECK, S. 2019*b* Effects of upstream perturbations on the solution of the laminar and fully turbulent boundary layer equations with pressure gradients. *Phys. Fluids* **31** (12), 125103.

WEISS, J., MOHAMMED-TAIFOUR, A. & SCHWAAB, Q. 2015 Unsteady behavior of a pressure-induced turbulent separation bubble. *AIAA J.* **53** (9), 2634–2645.

WELCH, P. 1967 The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Trans. Audio Electroacoust.* **15**, 70–73.

WU, W., MENEVEAU, C. & MITTAL, R. 2020 Spatio-temporal dynamics of turbulent separation bubbles. *J. Fluid Mech.* **883**, A45.

https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389 Published online by Cambridge University Press

6.2 Complément de l'article sur l'effet du positionnement du pic externe de la tension croisée de Reynolds sur la vitesse moyenne longitudinale

Dans l'article présenté dans la section précédente, il a été évoqué l'impact du pic externe de la tension croisée de Reynolds sur le profil de vitesse moyenne longitudinale (figure 7 de l'article), où la sous-estimation du positionnement de ce pic est responsable d'une moins bonne prévision du profil de vitesse moyenne pour tous les modèles RANS, alors que la ZDES donne un accord très satisfaisant avec les résultats expérimentaux. L'effet de ce pic a été étudié en détail et on présente dans cette section une figure complémentaire qui n'est pas disponible dans l'article.

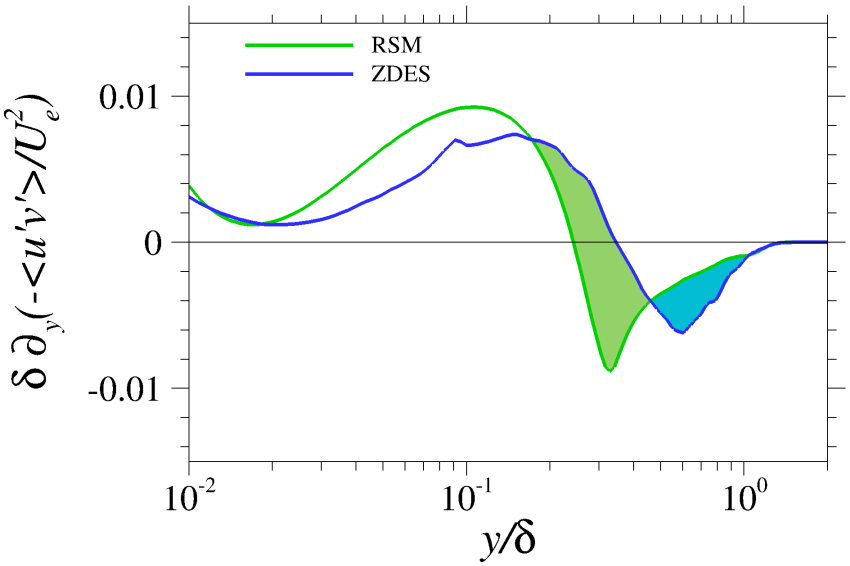


Figure 6.1 – Dérivée de la tension croisée de Reynolds dans la direction normale à la paroi à $x' = 4$, $\left(\frac{\delta}{U_e^2}\frac{\partial}{\partial y}\left[-\langle u'v'\rangle\right]\right)$. Zone remplie en bleu : la ZDES contribue plus que le DRSM à la décélération de l'écoulement moyen dans la direction longitudinale. Zone remplie en vert : le DRSM contribue plus que la ZDES à la décélération de l'écoulement moyen dans la direction longitudinale.

La figure 6.1 illustre le terme du bilan de quantité de mouvement longitudinale dû à la tension croisée de Reynolds $\left(\frac{\partial}{\partial y}\left(-\langle u'v'\rangle\right)\right)$. Sur cette figure, uniquement le modèle DRSM est présenté pour l'approche RANS pour des raisons de clarté. Le terme représenté a tendance à augmenter la vitesse moyenne en dessous du pic de $-\langle u'v'\rangle$ (accélération), et l'effet opposé apparaît au dessus du pic (décélération). Il est évident sur la figure que le pic de la tension croisée de Reynolds (situé à l'endroit où $\frac{\partial}{\partial y}\left(-\langle u'v'\rangle\right)$ s'annule) est prévu trop près de la paroi par le modèle DRSM comparé à la ZDES. Lorsque la dérivée de la tension croisée de Reynolds dans la direction normale est négative (au dessus du pic sur la figure 7 de l'article), ce terme contribue à diminuer la quantité de mouvement longitudinale de la couche limite. Sur la figure 6.1, les régions où la contribution de la ZDES à cette décélération est supérieure à celle du DRSM et vice versa ont été colorées en bleu et en vert respectivement. Il est observé qu'une décélération supérieure a lieu plus haut dans la couche limite pour la ZDES que pour le DRSM, ce qui explique les niveaux plus élevés de vitesse moyenne longitudinale sur la figure 7 de l'article pour le DRSM comparé à la ZDES (et à l'expérience) dans la zone de sillage, et les niveaux plus élevés observés pour la ZDES (et pour l'expérience) vers la fin de la zone logarithmique.

Points clés :

- Étude du **décollement mince** et couche limite **hors-équilibre** à **grand nombre de Reynolds** : $Re_\theta = 22800 - 24300$ ($Re_\tau = 5900 - 6600$) → **difficilement abordable** en DNS ou WRLES.
- **Prévision** des grandeurs intégrales :
  - ⋆ **Excellente** prévision en **ZDES mode 3**.
  - ⋆ **Écarts** dans les prévisions RANS à **viscosité turbulente**, surtout pour le C_f. **Meilleure** prévision en **DRSM**.
- **Profils** de couche limite :
  - ⋆ Résultats **très satisfaisants** en ZDES mode 3.
  - ⋆ Résultats RANS satisfaisants en amont du décollement, mais **perfectibles** dans la zone de **relaxation**.
  - ⋆ Prévision du **pic externe** de $-\langle u'v' \rangle$ dans la zone de **relaxation** trop proche de la paroi en RANS ($y \approx 0.24\delta$ par rapport à $y \approx 0.32\delta$ en ZDES et expérience) → **écarts** vers la frontière entre la zone **logarithmique** et la zone de **sillage**.
- **Analyse spectrale** de $\langle u'^2 \rangle$ et de $\mathcal{P}_k$ dans la **zone externe** de la couche limite :
  - ⋆ **Grandes structures** énergétiques en amont du décollement et en aval du recollement, de taille **supérieure** aux superstructures typiquement observées en ZPG.
  - ⋆ Importante **augmentation** de l'énergie dans la zone externe associée à la **couche de mélange** → identification des **modes** de couche de mélange et de détachement tourbillonnaire.
  - ⋆ Gamme assez **large** de structures énergétiques dans la zone de **relaxation** : $\lambda_x = 1.5 - 9\delta$ pour $\langle u'^2 \rangle$, et $\lambda_x = 0.2 - 10\delta$ pour $\mathcal{P}_k$. **Traces** de la **couche de mélange** observées.
- Évolution du champ de $\boldsymbol{\mathcal{P}_k}$:
  - ⋆ **Pic externe** observé jusqu'à $x' \approx 11$ en ZDES mode 3.
  - ⋆ Modèles **Spalart-Allmaras** et $\boldsymbol{k-\omega}$ **Menter SST** trop **dissipatifs**.
  - ⋆ Modèle **DRSM peu dissipatif**, comportement observé aussi sur les profils de $\langle u'^2 \rangle$ et $\langle v'^2 \rangle$.
  - ⋆ **Pic externe** en DRSM localisé vers $y \approx 0.5\delta$. En ZDES mode 3, le pic s'approche de la paroi (par rapport à δ) à partir de $x' = 7$.
- Analyse des **quantités pariétales instationnaires** :
  - ⋆ $\gamma_u > 0$ dans la zone de **recirculation** → décollement mince avec une quantité significative d'écoulement **non retourné**.
  - ⋆ Comportement quasi-monotone de $S_{C_f'}$ → **dépasse** largement les valeurs d'équilibre, puis rediminue et atteint **valeurs canoniques** vers $x' = 7$, de façon similaire à $\mathcal{P}_k$.
  - ⋆ $C_{f,rms}$ **augmente** dans la zone de **recirculation**.
  - ⋆ **Lente variation** de la PDF du frottement dans la zone de **relaxation**.
- **Traces** de la couche limite **hors équilibre** pendant une **longue** distance → performance **perfectible** de la **modélisation** RANS.
- **Grand** nombre de **Reynolds** → **dynamique** de la couche limite majoritairement dominée par la **zone externe** → faible impact de la **zone interne** pour le retour en **équilibre** à **grand Reynolds**

Conclusions et perspectives

Conclusions

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de la modélisation et de l'analyse physique de la turbulence pour les écoulements de couches limites turbulentes en gradient de pression et pour le décollement mince de celle-ci. Les conclusions de ces travaux peuvent être groupées en trois grands axes qui sont détaillés par la suite.

Effets des conditions amont sur les couches limites laminaires et turbulentes en présence de gradients de pression

Une étude de sensibilité aux conditions amont, présentée dans le chapitre 3, a été réalisée à l'aide d'un code de calcul des équations de couche limite. Cette étude, qui considère des couches limites laminaires et pleinement turbulentes, a permis d'évaluer l'évolution des couches limites perturbées sous un gradient de pression imposé par une vitesse externe du type $U_e \propto x^m$, donnant des conditions d'équilibre et de quasi-équilibre (dans un intervalle donné de l'exposant m), pour les cas laminaire et turbulent respectivement. Cette étude a permis de constater l'évolution de la couche limite laminaire perturbée vers la solution de référence dans tous les cas de gradient de pression considérés, et dans le cas turbulent uniquement pour des valeurs de m donnant des conditions de quasi-équilibre. Toutefois, les distances de convergence observées, quantifiées par rapport à l'épaisseur de couche limite initiale, sont considérablement élevées, de l'ordre de $10^4\delta_{in}$ et $10^2\delta_{in}$ pour les cas laminaire et turbulent respectivement. Les distances de convergence ont aussi été évaluées en fonction des temps caractéristiques des cas laminaire et turbulent en complétant les valeurs observées dans la littérature pour le cas turbulent avec les résultats obtenus en gradients de pression. La distance de convergence basée sur le temps caractéristique dans le cas laminaire a été proposée pour la première fois dans cette étude. Par ailleurs, le fait d'avoir une convergence vers la solution de référence dans la plupart des cas turbulents a justifié l'utilisation de conditions d'entrée turbulentes pour les simulations en ZDES mode 3 réalisées dans les chapitres 5 et 6, tel que déjà employées dans des études de couche limite à gradient de pression nul en ZDES mode 3, dans la mesure où l'effet d'histoire associé aux éventuelles imperfections de la condition d'entrée affecte seulement une distance finie vers l'aval.

Étude d'une couche limite turbulente à grand nombre de Reynolds en présence de gradients de pression

Cette étude a été réalisée en restituant numériquement l'expérience de Cuvier *et al.* [59], où la couche limite atteint des nombres de Reynolds élevés pour lesquels la simulation au moyen de la

WMLES est plus attractive et abordable que les simulations à l'aide de la DNS ou de la WRLES, du fait de l'importante réduction du coût de calcul comme indiqué dans le chapitre 4. La mise en place de la simulation a nécessité une adaptation de la géométrie du domaine de calcul afin de pouvoir prendre en compte les effets de confinement provoqués par le développement des couches limites latérales dans l'expérience de Cuvier *et al.* [59], sans avoir à résoudre celles-ci numériquement. Une méthode basée sur la conservation de l'écoulement potentiel à l'aide de la modification de la géométrie du plafond a été employée et validée par rapport à des simulations RANS tridimensionnelles, où les couches limites latérales ont été cette fois-ci résolues. L'utilisation de la nouvelle géométrie a de plus permis une réduction significative supplémentaire du coût de calcul dans la simulation ZDES mode 3.

Les comparaisons du champ moyen entre les simulations RANS réalisées avec différents modèles de turbulence et la simulation ZDES mode 3 ont mis en évidence des difficultés de prévision à certains endroits de l'écoulement. En particulier, ces difficultés sont associées à des effets de courbure en amont de la zone à gradient de pression favorable et les effets de gradient de pression adverse. La ZDES mode 3 a montré des capacités de prévision très satisfaisantes dans le premier cas, où les difficultés rencontrées sont limitées aux calculs en approche RANS. Cependant, la ZDES mode 3 a donné des résultats moins satisfaisants pour la prévision de la couche limite dans la zone à gradient de pression adverse.

Au début de la zone à gradient de pression favorable, où la couche limite présente des traces des effets de courbure du convergent situé en amont, la ZDES mode 3 a reproduit de façon très satisfaisante ces effets, qui se traduisent par un excès de vitesse sur le profil de vitesse moyenne et par un deuxième pic dans la zone externe pour le profil de tension croisée de Reynolds. Dans le but d'avoir une compréhension plus approfondie de la dynamique de la turbulence à cet endroit particulier, des analyses spectrales ont été réalisées grâce à la résolution de la turbulence par la ZDES mode 3. Ces analyses ont mis en évidence l'existence d'un pic externe énergétique associé au pic externe observé pour la tension croisée de Reynolds, et pour lequel des structures cohérentes de grandes longueurs d'onde ont été identifiées. Ce pic est clairement visible sur les PSD de $\langle u'^2 \rangle$, $\langle u'v' \rangle$ ainsi que sur les PSD des termes de production d'énergie cinétique turbulente et de tension croisée de Reynolds. Sur cette dernière, un manque de tension croisée par rapport à la PSD de production a été identifié, et il a été supposé que l'excès de production est compensé en partie par l'advection locale et par le terme de corrélation pression-déformation. Par ailleurs, grâce à l'évaluation de la vitesse de convection dépendant de la fréquence (et donc de la taille) des structures cohérentes il a été remarqué que les deux sites énergétiques sont convectés à des vitesses considérablement différentes, très proches de la vitesse moyenne locale, ce qui a suggéré que ces sites sont indépendants du point de vue de la dynamique des structures turbulentes locales.

Étude du décollement mince turbulent et de la relaxation de la couche limite en aval du recollement

L'étude du décollement mince a été réalisée à partir d'une restitution numérique de l'expérience de Song et Eaton [281], pour laquelle les conditions d'écoulement ne sont probablement pas abordables avec les approches DNS et WRLES du fait du coût de calcul excessivement élevé. En effet, dans ce cas particulier, le nombre de Reynolds atteint des valeurs très importantes allant jusqu'à $Re_\theta = 24300$ et $Re_\tau = 6600$. Une fois de plus, la géométrie du plafond a été modifiée afin de permettre une prise en compte des effets de confinement des couches limites latérales sans avoir à le résoudre dans la simulation, ce qui permet une réduction supplémentaire du nombre de cellules dans la simulations ZDES mode 3. De même que pour l'étude du chapitre 5, cette nouvelle géométrie a été validée à l'aide d'un calcul tridimensionnel en utilisant l'approche RANS.

L'excellente prévision du champ moyen obtenu par la simulation ZDES mode 3 a permis de valider l'utilisation de cette méthode pour les analyses réalisées ainsi que de prendre la ZDES mode 3 comme référence pour les comparaisons à des solutions RANS du champ moyen obtenues à partir de différents modèles de turbulence. Ces comparaisons ont mis en évidence les difficultés existant pour une bonne prévision de ce type d'écoulements à l'aide de l'approche RANS. En particulier, les modèles à viscosité turbulente ont montré des écarts pour la prévision du coefficient de frottement, qui ont été réduits

dans le cas du modèle DRSM employé. Des écarts significatifs pour tous les modèles RANS ont aussi été observés pour les profils de vitesse moyenne et de la tension croisée de Reynolds dans la zone de redéveloppement de la couche limite. De même que pour le frottement, le modèle DRSM a fourni des meilleures prévisions que les modèles à viscosité turbulente. Toutefois certains aspects restent perfectibles. En particulier, la position du pic externe observé sur le profil de la tension croisée de Reynolds et résultant de la turbulence générée au niveau de la couche de mélange dans le décollement, est prévue trop près de la paroi par l'approche RANS, y compris dans la simulation avec le modèle DRSM. Des différences ont aussi été identifiées dans les champs de production d'énergie cinétique turbulente, où les modèles à viscosité turbulente sont plus diffusifs que la ZDES mode 3. Au contraire, le modèle DRSM a donné un champ pas suffisamment diffusif, où le pic externe de production d'énergie cinétique turbulente est observé sur des plus longues distances en aval du recollement et présente une forme plus étroite. Cette dernière différence a été remarquée également sur les profils de $\langle u'^2 \rangle$ et $\langle v'^2 \rangle$, qui sont aussi plus resserrés que ceux issus de la simulation en ZDES mode 3 et des résultats expérimentaux. De plus, la position du pic externe de production prévue par le modèle DRSM présente aussi des écarts par rapport à celle de la simulation ZDES mode 3.

Grâce à la résolution de la turbulence par la simulation ZDES mode 3, des analyses plus approfondies de la dynamique turbulente ont été menées ; en particulier des analyses spectrales du champ de vitesse, et des analyses du frottement instationnaire. L'analyse spectrale des fluctuations de vitesse longitudinale et du terme de production d'énergie cinétique turbulente a permis d'identifier des structures cohérentes énergétiques de très grande taille allant jusqu'à $\lambda_x \approx 9 - 10\delta$, supérieure aux superstructures présentes dans les couches limites turbulentes à gradient de pression nul et grand nombre de Reynolds. Sur la couche de mélange se développant au niveau du décollement, des modes associés à la dynamique de la bulle de recirculation ont été observés. Des traces de la couche de mélange ainsi que des structures cohérentes de très grande taille au niveau du décollement persistent dans la zone de redéveloppement. En ce qui concerne la dynamique du frottement, la fraction γ_u de temps moyen où l'écoulement est orienté vers l'aval a montré que dans la zone de recirculation l'écoulement n'est pas retourné en permanence. Par ailleurs, une convergence plus rapide de ce paramètre vers la valeur de référence d'une couche limite attachée a été observée dans la zone de relaxation par rapport au cas du coefficient d'asymétrie de la densité de probabilité associée au coefficient de frottement. Pour ce coefficient, des distances de relaxation similaires aux distances sur lesquelles le pic externe de production d'énergie cinétique turbulente persiste ont été remarquées.

Perspectives

La présente thèse a permis de mettre en avant certaines voies d'investigation futures qui pourraient aboutir à des contributions autant du point de vue de la physique que de la modélisation des écoulements turbulents pariétaux, et en particulier en présence de gradients de pression. On propose par la suite ces différentes perspectives, regroupées dans les deux catégories mentionnées.

Physique de la turbulence pariétale

Les études bibliographiques présentées dans les chapitres 1 et 2 ont mis en évidence l'intérêt des travaux sur les couches limites turbulentes à grand nombre de Reynolds et en présence de gradients de pression adverses. Malgré des études récentes, la séparation des effets du nombre de Reynolds et du gradient de pression adverse sur les couches limites turbulentes reste de nos jours un sujet de débat. Cela suggère un besoin de nouvelles bases de données haute fidélité autant numériques (DNS) qu'expérimentales, ces dernières étant d'autant plus pertinentes que l'on cherche des nombres de Reynolds élevés. À ce sujet, des expériences peuvent être réalisées par exemple au Laboratoire de Mécanique des Fluides de Lille, dans la grande soufflerie de couche limite, sur une configuration très proche de celle de l'étude de Cuvier *et al.* [59] et présentée dans le chapitre 5, avec un gradient de pression adverse plus intense mais toujours en absence d'un décollement de la couche limite. Les bonnes pratiques mises en œuvre dans la réalisation et l'exploitation de l'expérience présentée dans [59] permettent d'envisager un important potentiel de contribution au sujet des couches limites turbulentes

en gradient de pression à grand nombre de Reynolds de la part de nouvelles expériences. Dans cette optique, des travaux numériques ont été récemment publiés par exemple par Pozuelo *et al.* [226], où la nouveauté réside dans la combinaison entre les conditions de gradient de pression et le nombre de Reynolds. En effet, leur simulation de couche limite turbulente est, d'après les auteurs, la première simulation de haute fidélité réalisée pour un gradient de pression adverse modéré en conditions de quasi-équilibre aux nombres de Reynolds traités. Ceci ne représente qu'un exemple de l'activité de la communauté scientifique pour poursuivre les études et approfondir les recherches sur les couches limites turbulentes en gradient de pression à grand nombre de Reynolds.

Des perspectives sont également envisageables par rapport aux analyses physiques de ces écoulements. Parmi les nombreux types d'analyses de la turbulence pariétale, une possibilité viserait à appliquer une décomposition du frottement sur les simulations réalisées dans la présente thèse. Ce type d'études s'inscrit dans une dynamique récurrente de publication (voir par exemple les travaux récents de Fan *et al.* [93]) et permet de donner une vision plus approfondie sur les mécanismes à l'origine du frottement dans les couches limites turbulentes [96, 233].

Modélisation de la turbulence

En ce qui concerne la modélisation de la turbulence, une première perspective consisterait à analyser le comportement de la ZDES mode 3 sur des configurations plus représentatives des applications industrielles, du fait que la méthode permet des simulations à des nombres de Reynolds plus proches des applications que les approches DNS ou WRLES, comme évoqué dans le chapitre 4. Des exemples de configurations envisageables pourraient inclure des tuyères de lanceurs spatiaux, le décollement mince sur les imperfections de la voilure d'un aéronef ou une géométrie tridimensionnelle comme par exemple une aile en flèche. On peut s'attendre à ce que l'utilisation de la ZDES mode 3 fournisse une meilleure représentation de la physique de l'écoulement par rapport à l'approche RANS grâce à la turbulence résolue et par conséquent des simulations plus fidèles que celles obtenues par cette approche.

Toutefois, la réalisation de simulations numériques de configurations représentatives des applications industrielles demande certaines améliorations concernant la mise en place des calculs ZDES mode 3, qui sont à l'origine d'autres perspectives. Dans un premier temps, il existe une certaine difficulté liée à la définition du positionnement de l'interface RANS/LES dans une zone où un décollement a lieu, comme c'est le cas dans l'étude du chapitre 6. En effet, les études réalisées jusqu'à présent à l'aide de la ZDES mode 3 ont donné des résultats satisfaisants avec un positionnement tel que la distance de l'interface RANS/LES à la paroi est proche de 0.1δ. Cependant, dans une zone décollée la définition de l'épaisseur de couche limite n'est pas possible puisque celle-ci n'est plus déterminée. Ce problème de définition d'interface s'avère davantage important dans une configuration tridimensionnelle, comme par exemple pour une simulation d'un écoulement au niveau de la jonction aile/fuselage. Il serait ainsi intéressant de retrouver une définition du positionnement de l'interface RANS/LES basée sur des grandeurs différentes de l'épaisseur de couche limite, notamment sur des grandeurs locales de l'écoulement moyen, permettant de retrouver un positionnement de l'interface similaire à celui dans les cas où une définition basée sur l'épaisseur de couche limite locale donne des bons résultats.

Une autre voie d'exploration peut être proposée au sujet des conditions d'entrée turbulentes. Pour les travaux réalisés dans la présente thèse, une condition d'entrée d'injection de fluctuations turbulentes, plus précisément de type SEM (§4.2.1), a été employée. Bien que cette méthode soit performante pour le développement de fluctuations turbulentes en aval de l'entrée, elle présente l'inconvénient d'introduire pour un code de calcul compressible des fluctuations de pression qui peuvent générer des ondes acoustiques parasites. Certains travaux ont mis en évidence l'intérêt d'employer d'autres méthodes qui ne présentent pas cet inconvénient et qui, couplées à des méthodes de forçage dynamique (§4.2.2), se montrent aussi performantes pour le développement de la turbulence en aval de l'entrée [74] en utilisant des obstacles introduits dans le domaine fluide à l'aide d'une méthode de frontières immergées.

Une dernière perspective présentée concerne les lois de paroi pour les simulations instationnaires. Comme introduit dans le chapitre 4, la ZDES mode 3 correspond à une approche WMLES dans laquelle la zone RANS près de la paroi joue le rôle de modèle de paroi. Grâce à cela, cette approche permet

une notable réduction du coût de calcul par rapport aux approches WRLES et DNS. Toutefois, le coût de calcul pourrait être encore diminué en employant un modèle de paroi ce qui permettrait une relaxation du maillage dans la direction normale à la paroi même pour des simulations en ZDES mode 3. Cette augmentation de la taille de maille dans la direction normale se traduirait non seulement par une réduction du nombre de points du maillage mais également par une augmentation du pas de temps pour une même valeur du nombre CFL. Ainsi, ces méthodes permettraient également une réduction significative du nombre total d'itérations de la simulation.

Pour clore ce travail sur une note plus générale, on peut souligner que la compréhension et la simulation avancée de la turbulence pariétale restent un enjeu majeur aussi bien du point de vue applicatif que de la recherche académique. À ce titre, les avancées concernant les modélisations numériques devront être accompagnées par des essais fondamentaux associés corrélativement aux métrologies les plus avancées, si bien que la turbulence pariétale à grand nombre de Reynolds restera encore longtemps dans tous les domaines concernés une thématique de recherche à très fort potentiel.

Annexes

Annexe **A**

Quelques rappels sur le traitement du signal

A.1 Estimation des densités spectrales de puissance 189
A.2 Spectres de vitesse longitudinale 191
A.3 Vitesse de convection pour des écoulements inhomogènes dans la direction de l'écoulement 192

Les signaux instationnaires issus des écoulements turbulents ne possèdent pas en général de description temporelle analytique. Pour cette raison, l'analyse statistique est un outil très puissant permettant de caractériser ces signaux. Quelques rappels du traitement statistique des signaux utilisés dans cette thèse sont présentés par la suite. Un rappel exhaustif sur le traitement du signal peut être retrouvé par exemple dans Bendat et Piersol [17].

A.1 Estimation des densités spectrales de puissance

Pour un signal instationnaire $x(t)$, où t est le temps et pour lequel on considère les hypothèses de stationnarité et d'ergodicité [17], la densité spectrale de puissance (DSP ou PSD, pour *Power Spectral Density*) bilatérale $S_{xx;f}(f)$ est reliée à la DSP unilatérale $G_{xx;f}(f)$ par :

$$S_{xx;f}(f) = \begin{cases} \frac{1}{2}G_{xx;f}(f) & \text{si } f > 0 \\ G_{xx;f}(f) & \text{si } f = 0 \\ S_{xx;f}(-f) & \text{si } f < 0 \end{cases} \tag{A.1}$$

où on observe que $S_{xx;f}(f)$ est une fonction paire, et f désigne la fréquence. Une autre définition donne $S_{xx;f}(f)$ comme la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation $R_{xx}(\tau)$ avec :

$$R_{xx}(\tau) = \langle x(t)x(t+\tau)\rangle = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x(t)x(t+\tau)\,\mathrm{d}t \tag{A.2}$$

en considérant les hypothèses de stationnarité et d'ergodicité et la moyenne de Reynolds $\langle\bullet\rangle$ (introduite dans §1.2.3), et donc :

$$S_{xx;f}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\tau)e^{-i2\pi f\tau}\,\mathrm{d}\tau \tag{A.3}$$

et on peut démontrer avec cette définition que $S_{xx;f}(f)$ est une fonction paire [17]. Il est également possible d'obtenir la fonction d'autocorrélation à partir de la transformée de Fourier inverse de la DSP (unilatérale et bilatérale) :

$$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx;f}(f) e^{i2\pi f\tau}\,\mathrm{d}f = \int_{0}^{+\infty} G_{xx;f}(f) e^{i2\pi f\tau}\,\mathrm{d}f. \tag{A.4}$$

Il est intéressant de noter que dans le cas $\tau = 0$, en prenant comme signal la fluctuation de vitesse longitudinale u', (A.4) donne :

$$\langle u'^2 \rangle = R_{uu}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{uu;f}(f)\,\mathrm{d}f = \int_{0}^{+\infty} G_{uu;f}(f)\,\mathrm{d}f. \tag{A.5}$$

D'autre part, la densité spectrale de puissance croisée pour deux signaux différents $x(t)$ et $y(t)$ est :

$$S_{xy;f}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i2\pi f\tau}\,\mathrm{d}\tau \tag{A.6}$$

où, avec les hypothèses de stationnarité et d'ergodicité :

$$R_{xy}(\tau) = \langle x(t)y(t+\tau)\rangle = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{0}^{T} x(t)y(t+\tau)\,\mathrm{d}t. \tag{A.7}$$

De façon analogue à (A.4) on peut écrire :

$$R_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xy;f}(f) e^{i2\pi f\tau}\,\mathrm{d}f \tag{A.8}$$

et encore, dans le cas où on considère les fluctuations de vitesse longitudinale et normale, $u'(t)$ et $v'(t)$:

$$\langle u'v' \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{uv;f}(f)\,\mathrm{d}f. \tag{A.9}$$

Par ailleurs, $S_{uv;f}(f)$ et $S_{uv;f}(-f)$ sont complexes conjugués puisque $R_{uv}(\tau)$ est réelle. On peut ainsi écrire :

$$\begin{aligned} \langle u'v' \rangle &= \int_{0}^{+\infty} \left(S_{uv;f}(f) + S_{uv;f}(-f)\right)\,\mathrm{d}f \\ &= \int_{0}^{+\infty} \left(S_{uv;f}(f) + S^{*}_{uv;f}(f)\right)\,\mathrm{d}f \\ &= \int_{0}^{+\infty} 2\Re(S_{uv;f}(f))\,\mathrm{d}f \end{aligned} \tag{A.10}$$

où $\bullet^*$ représente le complexe conjugué et $\Re(\bullet)$ la partie réelle. À partir de l'équation (A.10), l'interspectre de $\langle u'v' \rangle$, $G_{uv;f}(f)$, est tel que :

$$\langle u'v' \rangle = \int_{0}^{+\infty} 2\Re(S_{uv;f}(f))\,\mathrm{d}f = \int_{0}^{+\infty} G_{uv;f}(f)\,\mathrm{d}f. \tag{A.11}$$

Les relations (A.5) et (A.11) sont utilisées pour représenter le contenu fréquentiel des fluctuations longitudinales de vitesse et de la tension croisée de Reynolds respectivement à l'aide des DSP correspondantes.

A.2 Spectres de vitesse longitudinale

Dans le cas de la vitesse longitudinale, l'estimateur de Welch [326] permet d'obtenir une estimation de la DSP bilatérale $S_{uu;f}(f)$ et donc de $G_{uu;f}(f)$ à l'aide de (A.1). Dans cette thèse on fait le choix d'utiliser un recouvrement de 50%, comme suggéré par Welch [326]. On utilise ensuite l'équation (A.5) et la relation :

$$\lambda_x = \frac{2\pi}{k_x} = \frac{U_c}{f} \tag{A.12}$$

qui considère l'hypothèse de turbulence gelée de Taylor, selon laquelle on admet que le temps caractéristique de convection est petit devant le temps caractéristique de variation des fluctuations, pour écrire :

$$\langle u'^2 \rangle = \int_0^{+\infty} G_{uu;f}(f)\,\mathrm{d}f = \int_0^{+\infty} \frac{U_c}{2\pi} G_{uu;f}\left(f = \frac{k_x U_c}{2\pi}\right)\,\mathrm{d}(k_x) = \int_0^{+\infty} G_{uu;k_x}(k_x)\,\mathrm{d}k_x. \tag{A.13}$$

λ_x et k_x correspondent à la longueur d'onde et au nombre d'onde respectivement dans la direction x. Bien que l'hypothèse de Taylor soit correctement applicable pour le cas de turbulence homogène isotrope, elle présente quelques limitations dans le cas des écoulements cisaillés [76, 77, 225]. Il faut noter que la vitesse de convection est supposée indépendante de la fréquence dans l'équation (A.13). Le cas d'une vitesse de convection dépendante de la fréquence, et donc de la taille des structures cohérentes, sera traité dans la section §A.3. On peut réécrire (A.13) différemment pour faciliter l'interprétation des résultats :

$$\langle u'^2 \rangle = \int_0^{+\infty} G_{uu;k_x}(k_x)\,\mathrm{d}k_x = \int_{-\infty}^{+\infty} k_x G_{uu;k_x}(k_x)\,\mathrm{d}(\ln(k_x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} k_x G_{uu;k_x}(k_x)\,\mathrm{d}(\ln(\lambda_x)). \tag{A.14}$$

En effet, en échelle logarithmique, l'aire sous la courbe $k_x G_{uu;k_x}(k_x)$ pour un intervalle de λ_x est proportionnelle à la contribution à $\langle u'^2 \rangle$ des structures dont la longueur d'onde est contenue dans cet intervalle. Un exemple de ce type de représentations est donné par la figure A.1. D'autres exemples ont également été montrés dans les chapitres 1 et 2 (par exemple pour la figure 1.21 ou 2.20).

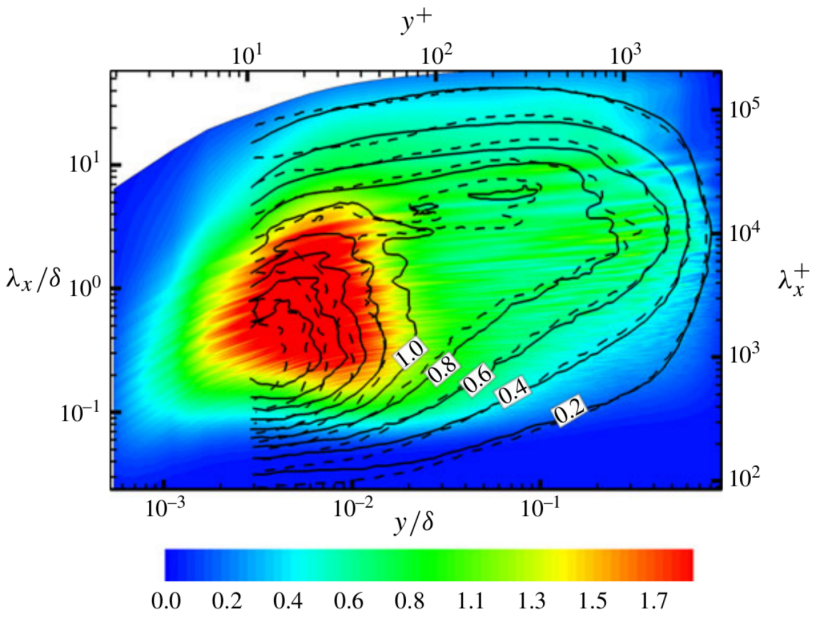


Figure A.1 – DSP unilatérale pour la fluctuation de vitesse longitudinale, adimensionnée en échelles visqueuses ($k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$), pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul simulée à l'aide de la ZDES mode 3 en approche WRLES, et à $Re_\theta = 13000$ ($Re_\tau = 3600$). Les lignes correspondent à des valeurs expérimentales : ——, $Re_\tau = 2800$ de Mathis *et al.* [187] ; - - -, $Re_\tau = 3900$ de Marusic *et al.* [181]. Adapté de [73].

En ce qui concerne la vitesse de convection indépendante de la fréquence, une vitesse de convection U_{corr} basée sur une corrélation de u' en deux points et deux temps est utilisée dans cette étude (voir par exemple [72, 77]). Pour la corrélation en deux points, deux plans de maillage en amont et en aval du plan considéré ont été utilisés. Pour la corrélation spatiale on choisi $\tau \in [-\tau_0, \tau_0]$ avec $\tau_0 \sim 0.01T$, où T est le temps total du signal. Pour chacune des positions en x (chacun des plans) et y on calcule $\tau_{max,ij}$ qui correspond à la valeur de τ maximisant la corrélation et on définit la vitesse de convection comme le rapport $x_i/\tau_{max,ij}$ à l'aide d'une régression linéaire. Cette vitesse de corrélation est représentée sur la figure A.2. On observe que U_{corr} est très proche de la vitesse moyenne vers la fin de la zone logarithmique et dans la zone de sillage, mais s'écarte significativement dans la zone interne, où elle reste proche de $0.6U_\infty$.

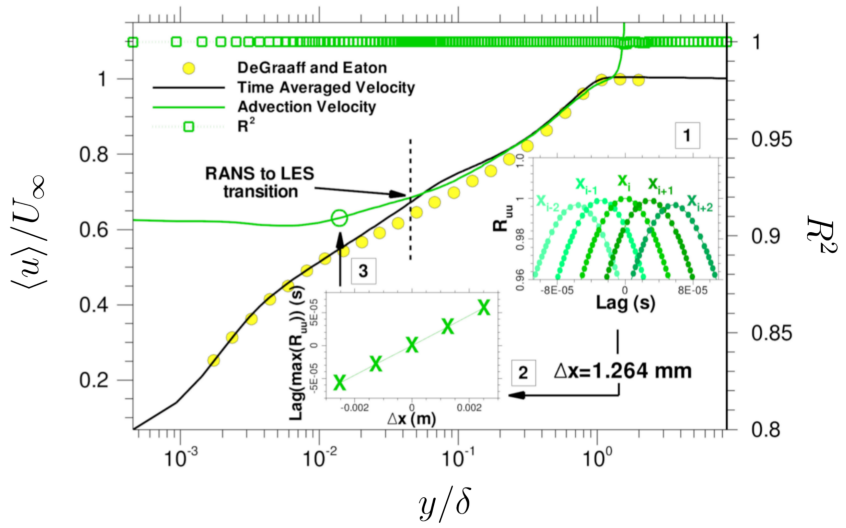


FIGURE A.2 – Détermination de la vitesse de convection U_{corr} pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul et $Re_\theta = 13000$. Simulation réalisée à l'aide la ZDES mode 3. Adapté de [152].

A.3 Vitesse de convection pour des écoulements inhomogènes dans la direction de l'écoulement

On introduit dans cette section la vitesse de convection des structures turbulentes $U_c(f)$ dans la direction longitudinale dépendant de la taille de celles-ci, et donc de la fréquence, contrairement à celle introduite dans la section précédente. On reprend la démarche présentée dans Renard et Deck [232]. La vitesse de convection en fonction des tailles des structures est présentée et étudiée dans leur travail pour un écoulement qui n'est pas homogène en x, comme c'est le cas pour les couches limites. Leur travail est basé sur celui de del Álamo et Jiménez [76] pour un écoulement de canal (homogène en x). L'idée consiste à chercher la vitesse de convection qui minimise le résidu de l'équation de convection :

$$\frac{1}{\mathcal{C}}\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\partial u'}{\partial x} = 0. \tag{A.15}$$

Ainsi, la vitesse de convection globale, qui prend en compte toutes les échelles (ou fréquences), $\mathcal{C}_u$ correspond à celle qui donne le minimum de la quantité $\mathcal{D}(\mathcal{C})$:

$$\mathcal{D}(\mathcal{C}) = \frac{E\left[\left(\frac{1}{\mathcal{C}}\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2\right]}{E\left[\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2\right]}. \tag{A.16}$$

Puisque le dénominateur de $\mathcal{D}(\mathcal{C})$ est indépendant de $\mathcal{C}$, minimiser $\mathcal{D}(\mathcal{C})$ ou $E\left[\left(\frac{1}{\mathcal{C}}\frac{\partial u'}{\partial t}+\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2\right]$ revient à la même condition, donnée par :

$$\frac{\partial \mathcal{D}(\mathcal{C}_u)}{\partial \mathcal{C}} = 0 \Rightarrow \mathcal{C}_u = -\frac{E\left[\left(\frac{\partial u'}{\partial t}\right)^2\right]}{E\left[\frac{\partial u'}{\partial t}\frac{\partial u'}{\partial x}\right]}. \tag{A.17}$$

De plus, pour la valeur $\mathcal{C}_u$ on peut réécrire (A.16) pour obtenir :

$$1-\gamma_{cu}^2 = \mathcal{D}(\mathcal{C}_u), \quad \gamma_{cu}\geq 0, \quad \Rightarrow \gamma_{cu} = \frac{\left|E\left[\frac{\partial u'}{\partial t}\frac{\partial u'}{\partial x}\right]\right|}{\sqrt{E\left[\left(\frac{\partial u'}{\partial t}\right)^2\right]E\left[\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2\right]}} \tag{A.18}$$

où γ_{cu} est un coefficient de corrélation compris entre 0 et 1 et correspond à un indicateur de la validité de l'hypothèse de Taylor de turbulence gelée ($\gamma_{cu}=1$ pour le cas de convection parfaite).

En prenant en compte les estimations de PSD décrites dans les sections précédentes ainsi que des propriétés des fonctions de corrélation [232] on peut exprimer $\mathcal{C}_u$ en fonction des PSD bilatérales croisées comme :

$$\mathcal{C}_u = \frac{-\int_{-\infty}^{+\infty} S_{\partial_t u \partial_t u;f}(f)\,\mathrm{d}f}{\int_{-\infty}^{+\infty} S_{\partial_t u \partial_x u;f}(f)\,\mathrm{d}f} = \frac{-\int_{-\infty}^{+\infty} (2\pi f)^2 S_{uu;f}(f)\,\mathrm{d}f}{\int_{-\infty}^{+\infty} -2i\pi f S_{u\partial_x u;f}(f)\,\mathrm{d}f} \tag{A.19}$$

où l'on a écrit $S_{\partial_t u \partial_t u;f}(f)$ la PSD bilatérale pour les dérivées temporelles de u'. On peut montrer que $S_{uu;f}(f)$ est réelle [17]. De plus, l'hypothèse de stationnarité montre aussi que $S_{uu;f}(f)$ est symétrique et donc $S_{uu;f}(-f)=S_{uu;f}(f)$ et on peut aussi écrire $S_{u\partial_x u;f}(-f)=S^*_{u\partial_x u;f}(f)$ et donc :

$$\mathcal{C}_u = -\frac{\int_0^{+\infty} (2\pi f)^2 S_{uu;f}(f)\,\mathrm{d}f}{\int_0^{+\infty} 2\pi f\ \mathrm{Im}(S_{u\partial_x u;f}(f))\,\mathrm{d}f} \tag{A.20}$$

où $\mathrm{Im}(\bullet)$ désigne la partie imaginaire. L'expression pour γ_{cu} peut également être développée :

$$\gamma_{cu} = \frac{\left|\int_0^{+\infty} 2\pi f\ \mathrm{Im}(S_{u\partial_x u;f}(f))\,\mathrm{d}f\right|}{\sqrt{\int_0^{+\infty} (2\pi f)^2 S_{uu;f}(f)\,\mathrm{d}f}\sqrt{\int_0^{+\infty} S_{\partial_x u \partial_x u;f}(f)\,\mathrm{d}f}}. \tag{A.21}$$

On obtient les expressions finales de la vitesse de convection et du coefficient de corrélation en fonction de la fréquence (échelle) $U_c(f)$ et $\gamma_{cu}(f)$ à partir des expressions (A.20) et (A.21) respectivement en intégrant dans un intervalle infiniment petit autour d'une fréquence f donnée [232] :

$$U_c(f) = -\frac{2\pi f S_{uu;f}(f)}{\mathrm{Im}(S_{u\partial_x u;f}(f))}, \quad \gamma_{cu}(f) = \frac{|\mathrm{Im}(S_{u\partial_x u;f}(f))|}{\sqrt{S_{uu;f}(f)}\sqrt{S_{\partial_x u\partial_x u;f}(f)}}. \tag{A.22}$$

Dans toutes les équations la dépendance avec la distance à la paroi a été omise, mais il faut rappeler que ces équations sont exprimées à une distance donnée y de la paroi. Ainsi, avec les signaux enregistrés pour chaque y et sur un volume de 5 plans en x centré sur la position x d'intérêt on peut réaliser des estimations de la dérivée spatiale locale de u' à l'ordre 4 pour un espacement longitudinal Δx constant :

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x} = \frac{u_{i-2}-8u_{i-1}+8u_{i+1}-u_{i+2}}{12\Delta x} + \mathcal{O}(\Delta x^4). \tag{A.23}$$

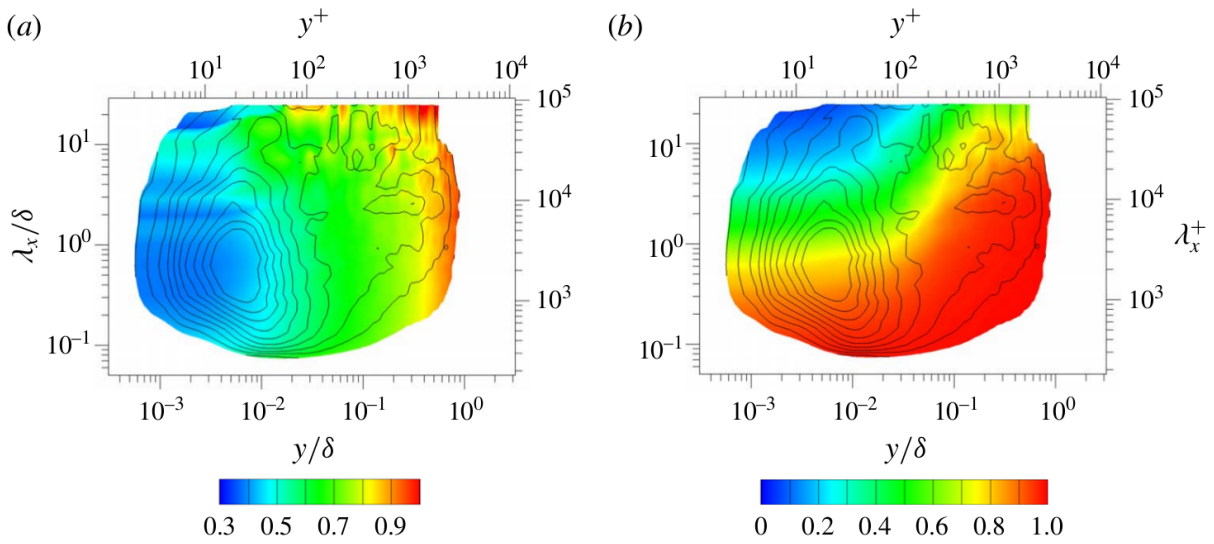


FIGURE A.3 – Vitesse de convection U_c/U_∞ (a), et coefficient de corrélation γ_{cu} (b) pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul à $Re_\theta = 13000$. Lignes noires : $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ en utilisant $U_c = U_{corr}$. Tiré de [232].

La vitesse de convection et le coefficient de corrélation sont illustrés sur la figure A.3 pour une couche limite turbulente à $Re_\theta = 13000$. La vitesse de convection est comparée à la vitesse longitudinale moyenne et à la vitesse basée sur la corrélation en deux points et deux temps, U_{corr} sur la figure A.4. Il est intéressant de noter que le coefficient de corrélation est très proche de l'unité pour les petites échelles, et diminue pour des échelles de plus grande taille, en particulier lorsqu'on s'approche de la paroi. Par conséquent, l'hypothèse de Taylor de turbulence gelée s'applique bien aux petites structures, mais sa validité diminue pour les grandes structures. Un autre point intéressant résulte des valeurs très proches de la vitesse de convection $U_c(f)$ par rapport à U_{corr} ce qui suggère U_{corr} comme étant une bonne alternative pour le choix de la vitesse de convection, du fait de son évaluation plus simple. En effet, U_{corr} peut être vue comme une moyenne harmonique pondérée de $U_c(f)$ [232].

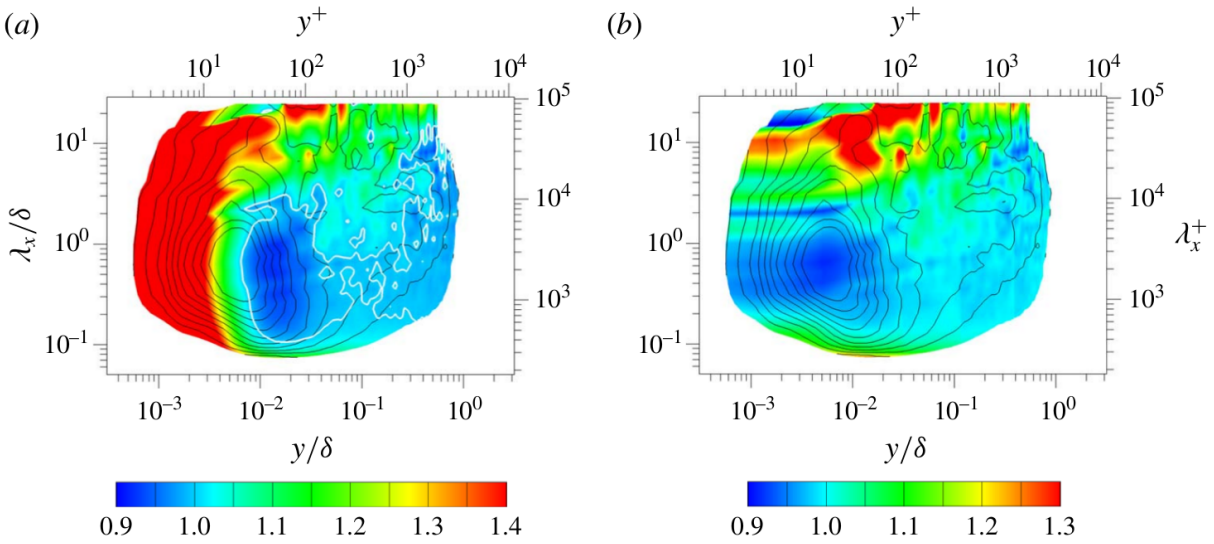


FIGURE A.4 – Vitesse de convection (a) comparée à la vitesse moyenne $U_c/\langle u \rangle$ et (b) à la vitesse basée sur la corrélation en deux points et deux temps U_c/U_{corr} pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul à $Re_\theta = 13000$. Lignes noires : $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ en utilisant $U_c = U_{corr}$. Lignes blanches : $U_c = \langle u \rangle$. Tiré de [232].

Il est important de rappeler que dans le cas où la vitesse de convection dépend de la fréquence, la relation donnée par (A.13) n'est plus vérifiée. En effet, considérons la transformée de Fourier en temps

et en espace de la vitesse :

$$\hat{u}'\left(\frac{k_x}{2\pi}, f\right) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} u'(x,t)e^{-i(2\pi ft+k_x x)}\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}x \tag{A.24}$$

et la transformée inverse :

$$u'(x,t) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} \hat{u}'\left(\frac{k_x}{2\pi}, f\right) e^{i(2\pi ft+k_x x)}\,\mathrm{d}f\,\mathrm{d}\left(\frac{k_x}{2\pi}\right). \tag{A.25}$$

Un mode de Fourier $\left(\frac{k_x}{2\pi}, f\right)$ parfaitement convecté doit être de la forme $k_x x + 2\pi ft = F(x - U_c t)$ pour satisfaire l'équation d'advection, ce qui conduit à :

$$k_x x + 2\pi f = k_x\left(x + \frac{2\pi ft}{k_x}\right) = k_x\left(x - U_c t\right) \tag{A.26}$$

et on obtient ainsi la relation de dispersion :

$$2\pi ft = -U_c k_x. \tag{A.27}$$

Il faut remarquer le signe négatif, qui permet d'assurer une convection vers $x > 0$ quand la vitesse de convection est positive. Ce signe est issu de la définition de la transformée de Fourier adoptée dans (A.24).

La définition de la PSD donnée dans les sections précédentes montre que l'intégrale de la PSD dans l'espace des fréquences correspond à l'énergie du signal $\langle u'^2\rangle$. On a donc :

$$\langle u'^2\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{uu;f}(f)\,\mathrm{d}f = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{uu;k_x}(k_x)\,\mathrm{d}k_x \tag{A.28}$$

ce qui permet de relier les deux PSD en utilisant le facteur de dilatation (détaillé dans [232]) :

$$k_x S_{uu;k_x}\left(k_x = -\frac{2\pi f}{U_c(f)}\right) = f S_{uu;f}(f)\cdot \underbrace{\frac{1}{\left|1 - \dfrac{f}{U_c(f)}\dfrac{\mathrm{d}U_c(f)}{\mathrm{d}f}\right|}}_{\text{facteur de dilatation}}. \tag{A.29}$$

Dans le cas où la vitesse de convection est indépendante de la fréquence, le facteur de dilatation est unitaire et on retrouve les résultats des sections précédentes. La figure A.5 montre le facteur de dilatation dans le cas des travaux de Renard et Deck [232] pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul. On observe une diminution de ce facteur pour les grandes échelles proches du site interne. Ceci s'explique par le fait que cette zone correspond à la trace de grandes échelles situées plus haut dans la couche limite et convectées à plus grande vitesse que les petites structures qui se trouvent dans cette zone de la couche limite. En effet, à un nombre d'onde donné, un vitesse de convection plus élevée se traduit en une plus grande fréquence comme le montre la relation de dispersion (A.27). L'équation (A.29) montre que le facteur de dilatation doit compenser l'augmentation de la fréquence afin de préserver l'énergie.

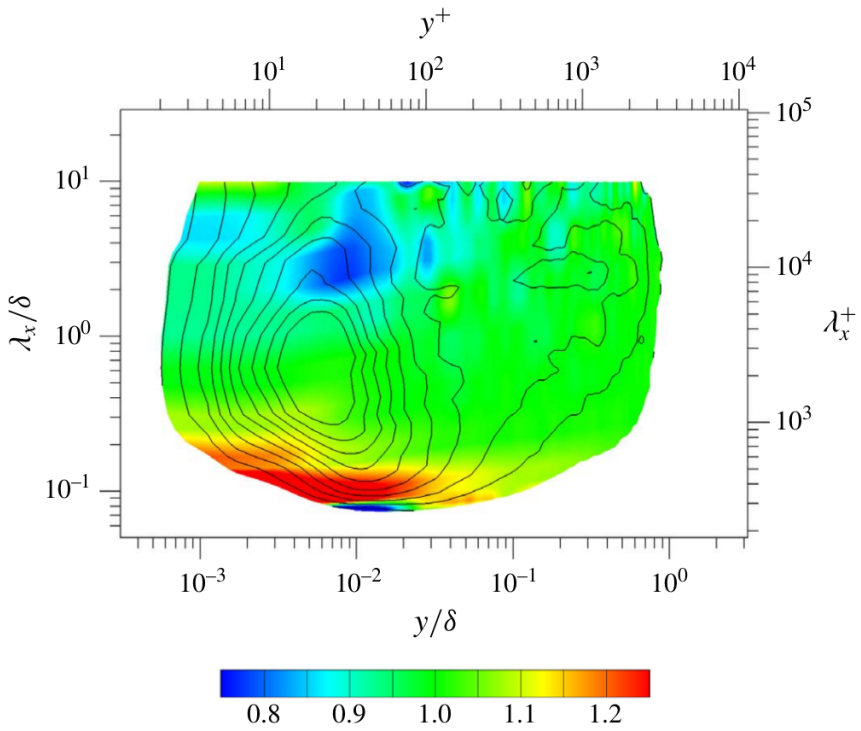


FIGURE A.5 – Facteur de dilatation (A.29) pour une couche limite turbulente à $Re_\theta = 13000$ et gradient de pression nul. Lignes noires : $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ en utilisant $U_c = U_{corr}$. Tiré de [232].

Annexe B

Résultats complémentaires du cas test de couche limite turbulente en gradients de pression

On présente dans cet annexe des résultats qui, pour des raisons de clarté, n'ont pas été montrés directement dans le chapitre 5. Ces résultats font partie de l'analyse spectrale réalisée, ce qui inclut aussi l'évaluation de la vitesse de convection dépendant de la taille (et donc de la fréquence) des structures cohérentes [232], comme rappelé dans la section §A.3.

Des résultats de l'analyse spectrale sont présentés à deux stations différentes. La première correspond à $x/L = 10.73$, au début de la zone à gradient de pression favorable, et la deuxième correspond à $x/L = 15.66$, vers la fin de la zone à gradient de pression adverse. Les profils de vitesse moyenne et de tension croisée de Reynolds pour cette dernière station ont été ajoutés dans cette section (figure B.1), afin de pouvoir les comparer aux résultats de l'analyse spectrale. Certaines figures ont déjà été montrées dans le chapitre 5, mais on a décidé de les garder aussi dans cet annexe pour faciliter la lecture et les comparaisons.

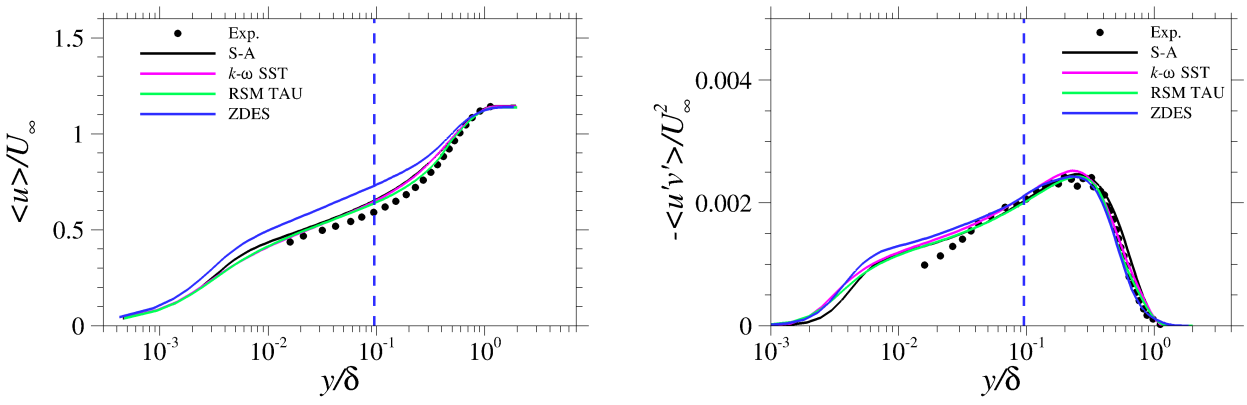


Figure B.1 – (a) Profil de vitesse moyenne et (b) de tension croisée de Reynolds à la station $x/L = 15.66$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES.

La comparaison entre les différentes stations montre une augmentation des niveaux des PSD dans la zone externe à la station en gradient de pression adverse pour $\langle u'^2 \rangle$ (PSD longitudinale et en envergure) et pour $\langle u'v' \rangle$, sur les figures B.2, B.3 et B.4. Ces niveaux sont associés à des longueurs

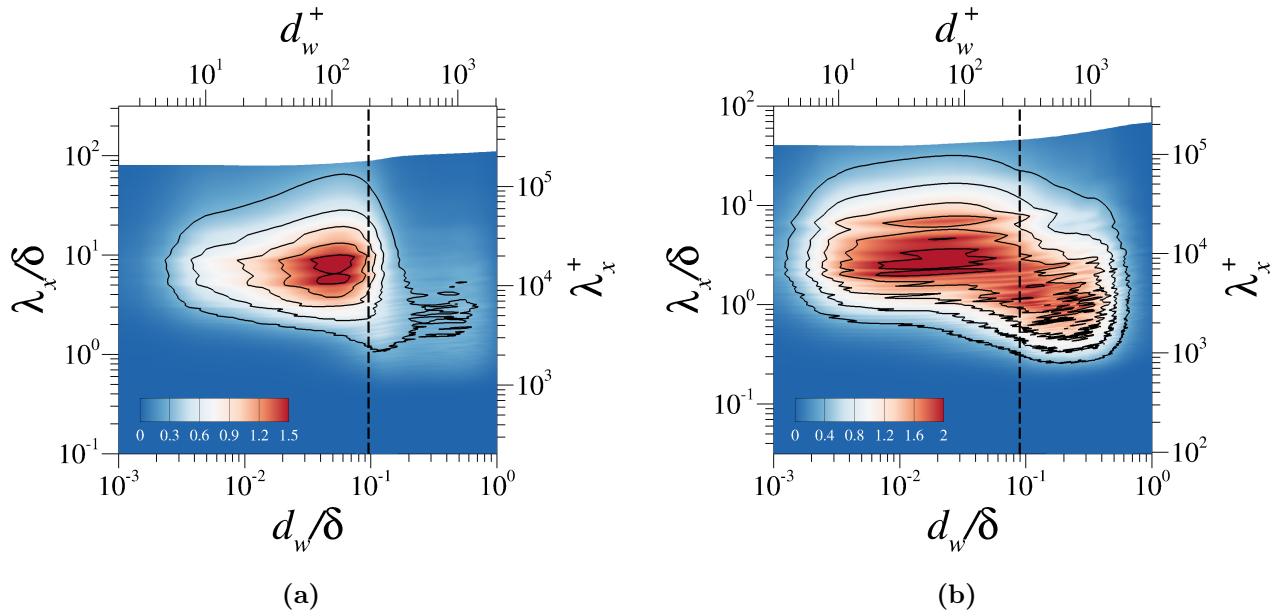


FIGURE B.2 – (a) PSD de la fluctuation de vitesse longitudinale $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ pour $x/L = 10.73$, FPG, et (b) pour $x/L = 15.66$, APG. On utilise $U_c = U_{corr}$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES.

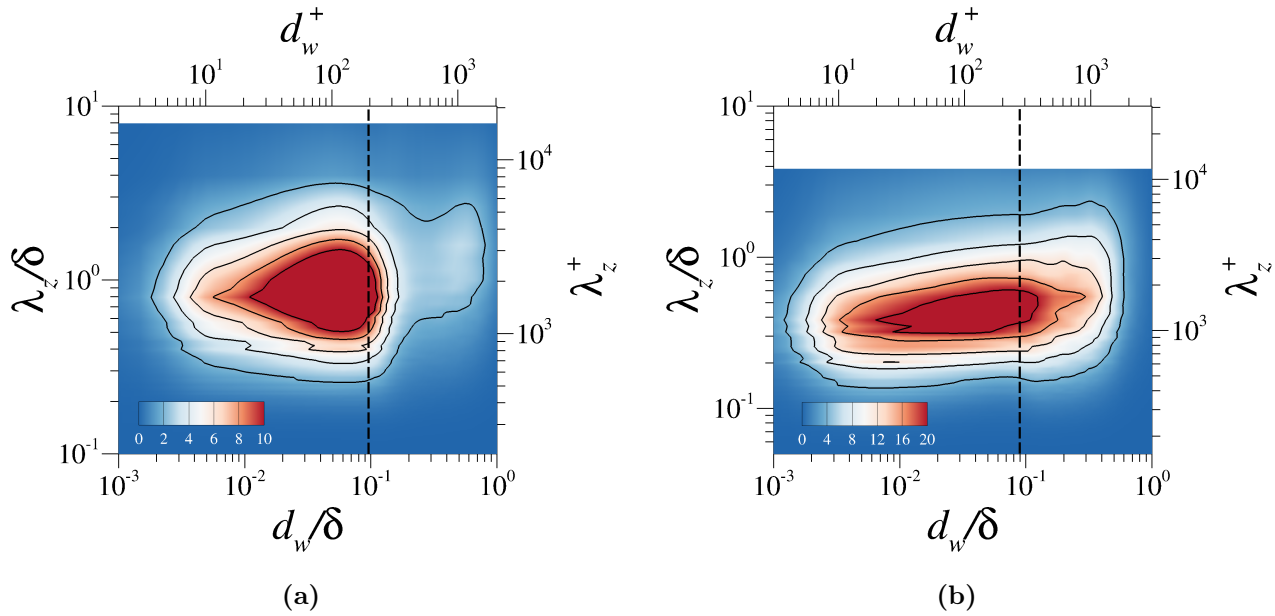
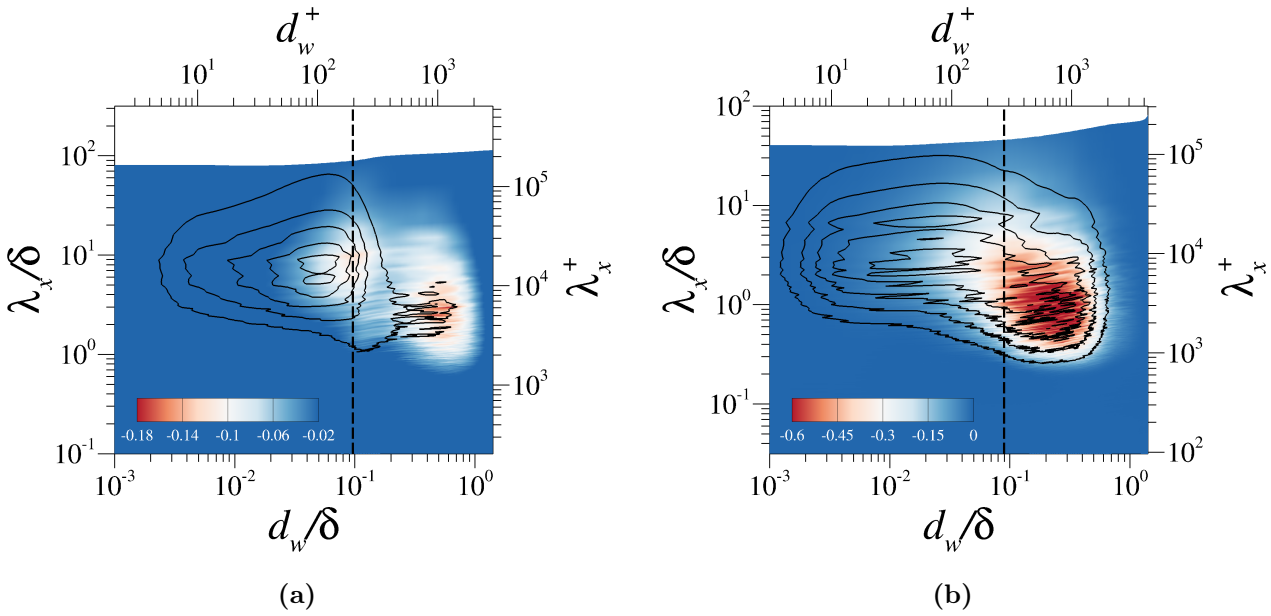


FIGURE B.3 – (a) PSD en envergure de la fluctuation de vitesse longitudinale $k_z G_{uu;k_z}/u_\tau^2$ pour $x/L = 10.73$, FPG, et (b) pour $x/L = 15.66$, APG. **- - -** : position de l'interface RANS/LES.

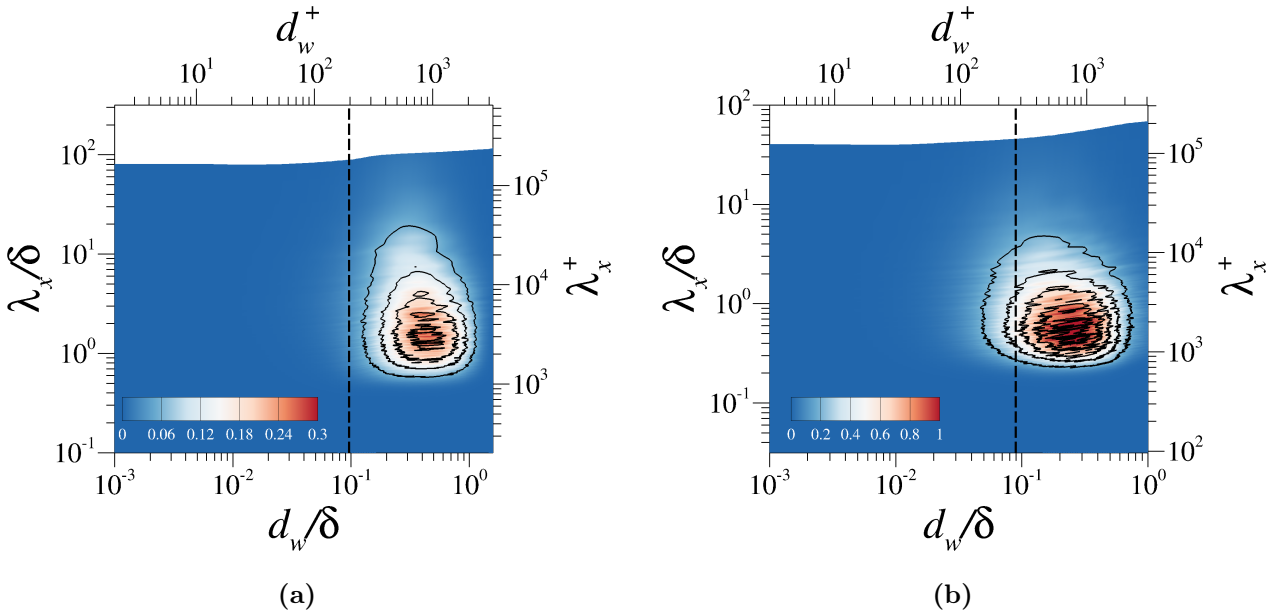
d'onde longitudinales $\lambda_x/\delta \approx 0.7 - 4$ environ, et centrés autour de $\lambda_x = 2\delta$, ce qui est cohérent avec le pic externe énergétique provoqué par un gradient de pression adverse observé dans la littérature (chapitre 2). La PSD en envergure est obtenue en utilisant un seul bloc rectangulaire à cause de la périodicité en envergure de la simulation, et elle est présentée sur la figure B.3. Dans la zone à gradient de pression adverse on observe un pic net dans la zone interne avec $\lambda_z = 0.4 - 0.5\delta$, et du contenu énergétique qui apparaît dans la zone externe autour de $\lambda_z = 0.6\delta$ et allant d'environ $\lambda_z = 0.2\delta$ jusqu'à $\lambda_z = 1.2\delta$, ce qui correspond à des valeurs proches de celles observées dans la littérature. Par ailleurs, le site externe d'énergie détaillé dans le chapitre 5 est aussi visible sur la PSD en envergure (figure B.3a).

Les PSD de $\langle v'^2 \rangle$ présentées sur la figure B.5 montrent du contenu énergétique isolé dans la zone externe de la couche limite. Ceci s'explique par une atténuation des fluctuations de vitesse plus impor-



(a) (b)

Figure B.4 – (a) Interspectre de la tension croisée de Reynolds $k_x G_{uv;k_x}/u_\tau^2$ pour $x/L = 10.73$, FPG, et (b) pour $x/L = 15.66$, APG. On utilise $U_c = U_{corr}$. ——— : niveaux de $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ (figure B.2). - - - : position de l'interface RANS/LES.



(a) (b)

Figure B.5 – (a) PSD de la fluctuation de vitesse normale $k_x G_{vv;k_x}/u_\tau^2$ pour $x/L = 10.73$, FPG, et (b) pour $x/L = 15.66$, APG. On utilise $U_c = U_{corr}$. - - - : position de l'interface RANS/LES.

tante dans la direction normale provoqué par la zone RANS et déjà observée sur les profils de $\langle v'^2 \rangle$. Pour la station au début de la zone à gradient de pression favorable (figure B.5a) le contenu énergétique est uniquement concentré dans la zone LES, comparé à la station en gradient de pression adverse (figure B.5b) dont la distribution énergétique est plus proche de celle observée à gradient de pression nul (pas montré). Cette concentration plus marquée du contenu énergétique pour la première figure est probablement le résultat de l'activité turbulente associée au deuxième site énergétique observé à la station $x/L = 10.73$ (voir le chapitre 2). Par ailleurs, les plus grandes longueurs d'onde associées sont plus élevées à la station $x/L = 10.73$ qu'à la station $x/L = 15.66$, ce qui est également remarqué pour les PSD de $\langle w'^2 \rangle$ (figure B.6).

En ce qui concerne les termes de production d'énergie cinétique turbulente et de tension croisée de Reynolds (figures B.7 et B.8), pour la station à gradient de pression adverse, uniquement un pic de

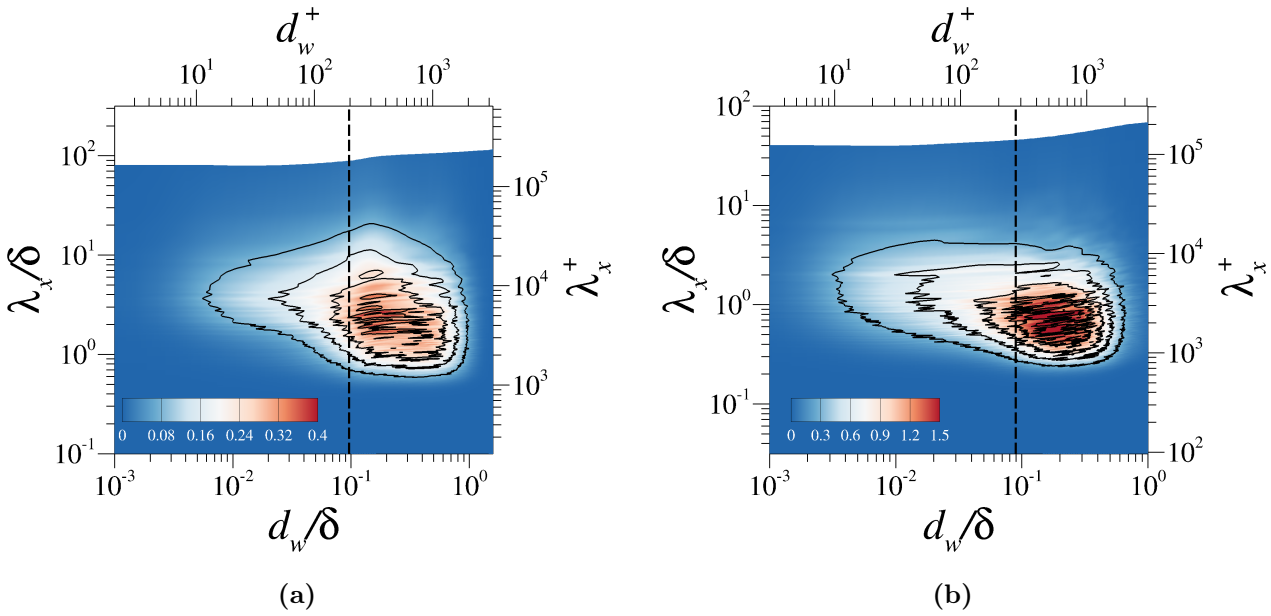


FIGURE B.6 – (a) PSD de la fluctuation de vitesse transversale $k_x G_{ww;k_x}/u_\tau^2$ pour $x/L = 10.73$, FPG, et (b) pour $x/L = 15.66$, APG. On utilise $U_c = U_{corr}$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES.

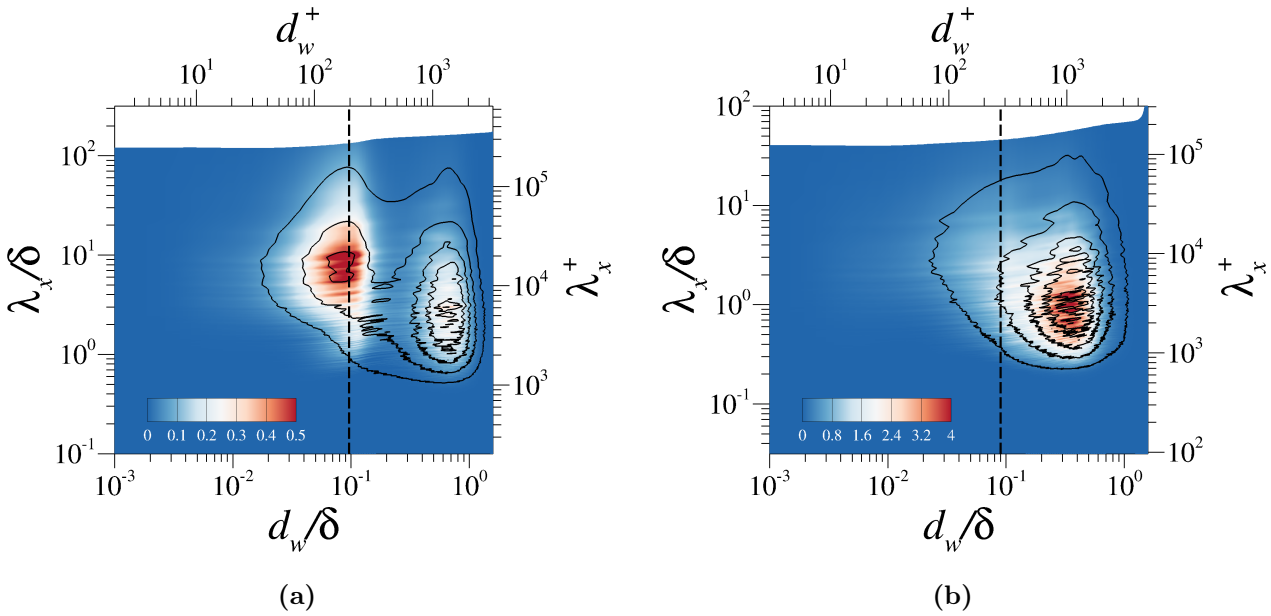


FIGURE B.7 – (a) PSD du terme de production d'énergie cinétique turbulente prémultipliée par la distance à la paroi $-d_w k_x G_{uv;k_x}/u_\tau^3(\partial\langle u\rangle/\partial y)$ pour $x/L = 10.73$, FPG, et (b) pour $x/L = 15.66$, APG. On utilise $U_c = U_{corr}$. **——** : $d_w k_x G_{uu;k_x}/(u_\tau^2\delta)$. **- - -** : position de l'interface RANS/LES.

production apparaît ainsi que pour les contours des PSD (prémultipliées par la distance à la paroi). Le manque de tension croisée de Reynolds, par rapport au terme de production, qui avait été décrit dans la section §5.2.2 pour la station $x/L = 10.73$ ne semble pas être présent à la station $x/L = 15.66$.

Finalement, les figures B.9 et B.10 montrent la vitesse de convection $U_c(f)$ dépendant de la fréquence (et donc de la taille) des structures cohérentes et le coefficient de corrélation γ_{cu} (§A.3) respectivement aux deux stations considérées. Pour le cas de la vitesse de convection, il existe des similarités entre les deux stations lorsqu'on compare la vitesse de convection à la vitesse moyenne locale. Il est intéressant de noter que, de même que pour la station $x/L = 10.73$, la ligne correspondant à $U_c(f) = \langle u\rangle$ à $x/L = 15.66$ est proche du pic interne d'énergie de la PSD de $\langle u'^2\rangle$ (figure B.2b) et se localise aussi dans la zone énergétique externe. Ceci est en accord avec les résultats de Renard et Deck [232] pour une couche limite turbulente à gradient de pression nul. Par ailleurs, le coefficient de corrélation (fi-

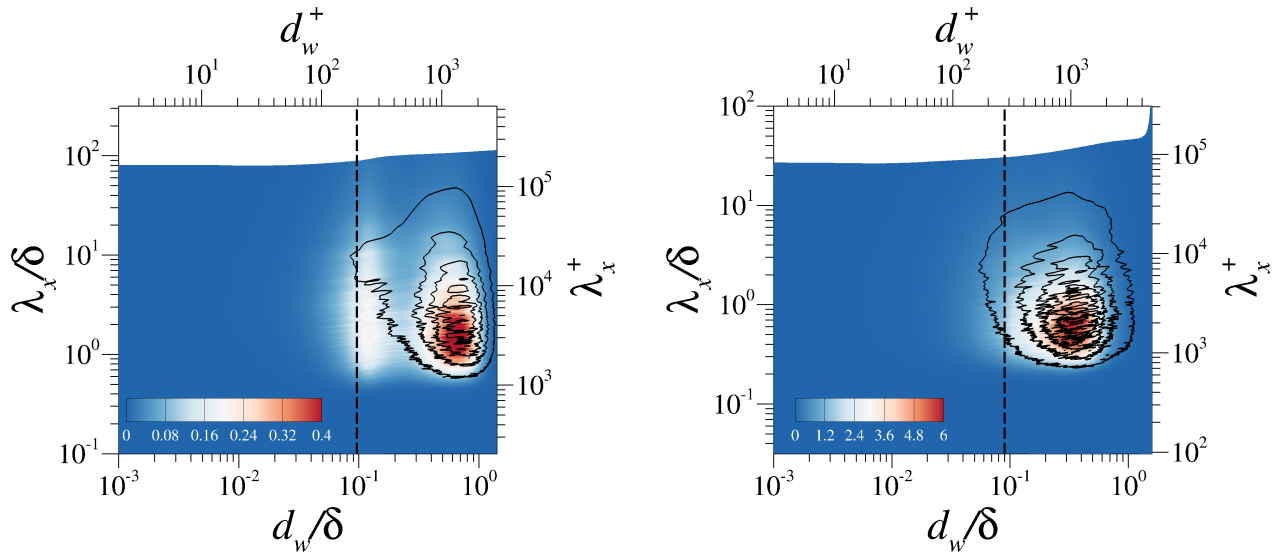


FIGURE B.8 – (a) PSD du terme de production de la tension croisée de Reynolds prémultipliée par la distance à la paroi $d_w k_x G_{vv;k_x}/u_\tau^3(\partial\langle u\rangle/\partial y)$ pour $x/L = 10.73$, FPG, et (b) pour $x/L = 15.66$, APG. On utilise $U_c = U_{corr}$. — : $-d_w k_x G_{uv;k_x}/(u_\tau^2\delta)$. - - - : position de l'interface RANS/LES.

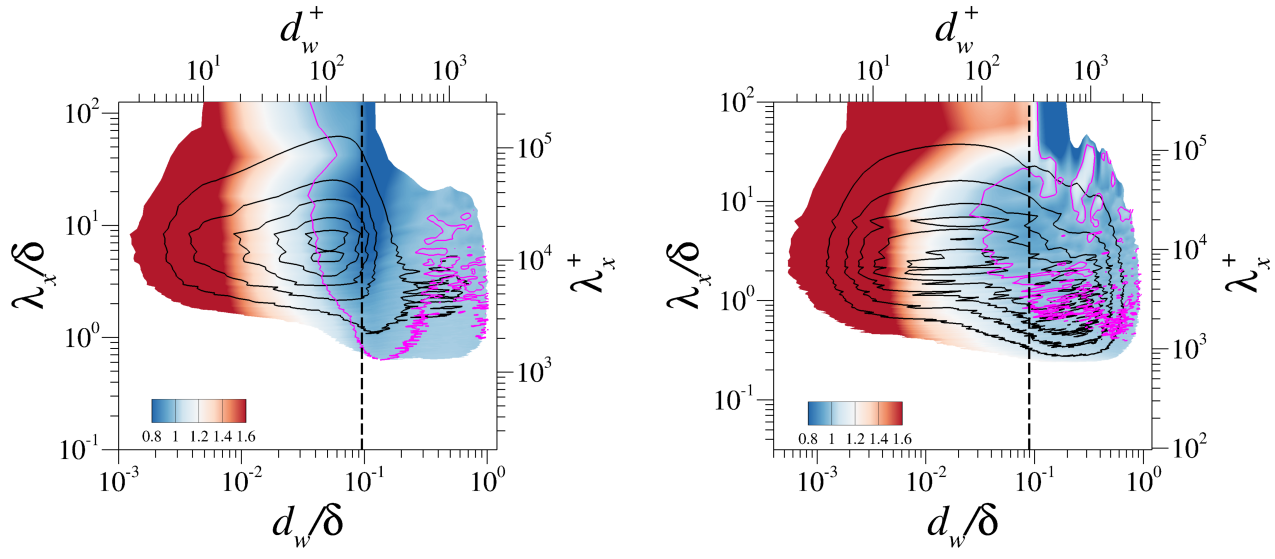


FIGURE B.9 – (a) Vitesse de convection comparée à la vitesse moyenne locale $U_c(f)/\langle u\rangle$ à $x/L = 10.73$, FPG et (b) à $x/L = 15.66$, APG. — : $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ (figure B.2). - - - : position de l'interface RANS/LES. — : isoligne $U_c = \langle u\rangle$.

gure B.10) reste proche de l'unité à toutes les hauteurs dans la couche limite, à l'exception des très grandes structures (environ $\lambda_x > 20\delta$ et $\lambda_x > 8\delta$ pour $x/L = 10.73$ et $x/L = 15.66$ respectivement). La diminution de γ_{cu}, et par conséquent de la validité de l'hypothèse de Taylor, avec l'augmentation de la taille des structures est aussi observée par Renard et Deck [232] et est en accord avec les résultats analytiques de Lin [169]. En effet, pour une vitesse de convection donnée, le temps nécessaire pour parcourir la distance correspondant à la taille longitudinale d'une structure cohérente augmente avec la taille de celle-ci et par conséquent les temps caractéristiques de convection sont de moins en moins petits devant l'échelle de temps d'évolution des grandes structures turbulentes.

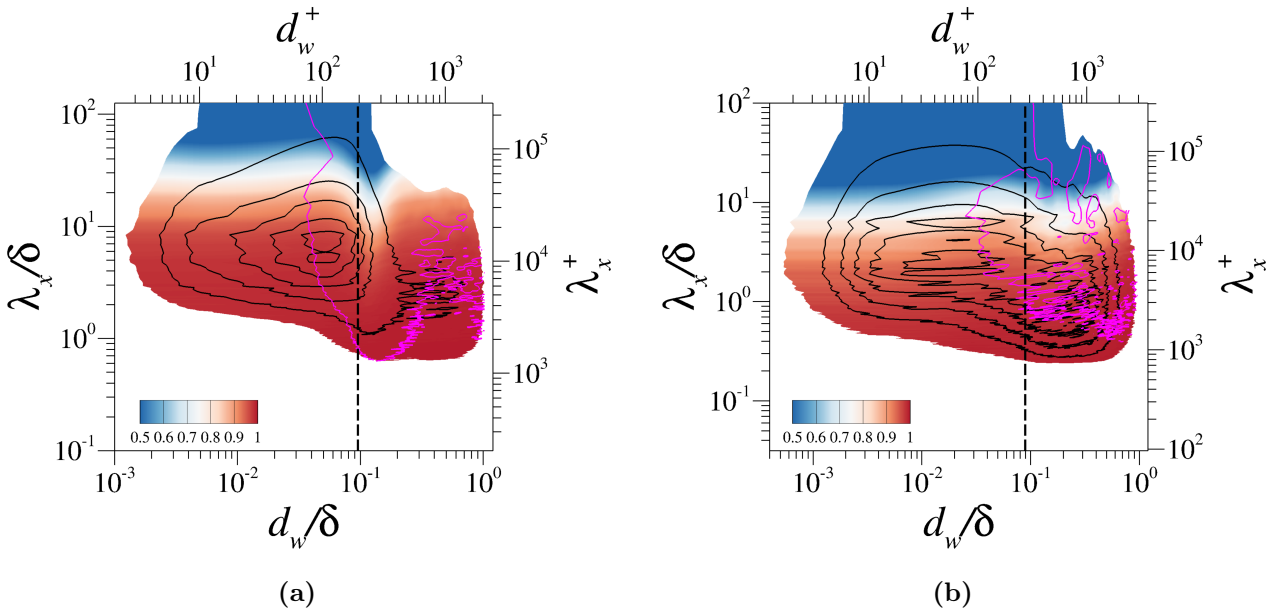


FIGURE B.10 – (a) Coefficient de corrélation γ_{cu} à $x/L = 10.73$, FPG et (b) à $x/L = 15.66$, APG. **—** : $k_x G_{uu;k_x}/u_\tau^2$ (figure B.2). **- - -** : position de l'interface RANS/LES. **—** : isoligne $U_c = \langle u \rangle$.

Annexe C

Développements dans le code de posttraitement de couche limite MOY3D

C.1 Calcul du gradient sur des maillages curvilignes 203
C.2 Redressement du maillage de posttraitement 204
C.3 Calcul de la frontière et des grandeurs de la couche limite 206

On détaille les modifications réalisées dans le code MOY3D utilisé pour le posttraitement de couches limites turbulentes. Ce code a déjà été employé dans plusieurs travaux pour le posttraitement de calculs de couche limite sur une plaque plane [72, 153, 154, 176, 230, 234–236, 310]. Les modifications présentées permettent de considérer des couches limites sur des géométries plus complexes et pas nécessairement planes. L'idée consiste à reconstruire un maillage localement orthogonal à la paroi et son champ associé à partir du maillage et du champ d'origine (issus de la simulation). Étant donné que le maillage d'origine n'est pas nécessairement orthogonal à la paroi, le calcul des dérivées est fait grâce à un espace de calcul (ξ, η) orthonormal ($[0,1]\times[0,1]$). On explique dans la section §C.1 la procédure choisie pour le calcul des gradients sur des maillages curvilignes. Dans la pratique, le calcul du gradient est réalisé sur le maillage de la simulation (dans l'espace de calcul). Ensuite, un maillage localement orthogonal est reconstruit, comme décrit dans la section §C.2, sur lequel les variables du champ d'origine sont interpolées et les vecteurs sont projetés. Par ailleurs, la méthode d'identification de la frontière de couche limite a été adaptée pour des écoulements sur des géométries curvilignes tel que présenté dans la section §C.3. Il est important de préciser que le champ utilisé pour le posttraitement correspond à un champ moyen considéré homogène dans la direction de l'envergure et donc bidimensionnel.

C.1 Calcul du gradient sur des maillages curvilignes

On considère un domaine de calcul d'origine bidimensionnel (x, y). Le but est de calculer le gradient des différentes variables à l'aide d'un espace de calcul (ξ, η) orthonormal unitaire ($[0,1]\times[0,1]$). L'utilisation de cet espace de calcul permet le calcul des dérivées d'une façon relativement simple. On utilise dans ce cas des différences finies d'ordre 2 et on peut écrire $\Delta\xi = \frac{1}{n_i-1}$ et $\Delta\eta = \frac{1}{n_j-1}$, où n_i et n_j désignent le nombre de points selon les lignes de maillage i et j respectivement. L'idée consiste à exprimer le gradient d'une variable $f(x, y)$ en fonction de son gradient dans l'espace (ξ, η) et de

la matrice Jacobienne. Cependant, il est plus intéressant de considérer la matrice Jacobienne $\overline{\overline{J}}$ de la transformation suivante à cause des simplicités introduites par les particularités de l'espace de calcul (ξ, η) :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial \xi} \\ \frac{\partial f}{\partial \eta} \end{pmatrix} = \overline{\overline{J}} \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{pmatrix}. \tag{C.1}$$

On peut exprimer le gradient de la variable f comme :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{pmatrix} = \overline{\overline{J}}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial \xi} \\ \frac{\partial f}{\partial \eta} \end{pmatrix} = \frac{1}{\frac{\partial x}{\partial \xi}\frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta}\frac{\partial y}{\partial \xi}} \begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & -\frac{\partial y}{\partial \xi} \\ -\frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial \xi} \\ \frac{\partial f}{\partial \eta} \end{pmatrix}. \tag{C.2}$$

Ainsi l'expression des termes des dérivées partielles par rapport à ξ et η est très simple en différences finies d'ordre 2, que l'on écrit :

$$\frac{\partial g}{\partial \xi} \approx \frac{g_{i+1} - g_{i-1}}{2\Delta\xi} \quad \text{et} \quad \frac{\partial g}{\partial \eta} \approx \frac{g_{j+1} - g_{j-1}}{2\Delta\eta} \tag{C.3}$$

où la variable g peut correspondre à f, x ou y. Pour $i = 1$ et pour $j = 1$ on a :

$$\frac{\partial g}{\partial \xi} \approx \frac{-1.5g_i + 2g_{i+1} - 0.5g_{i+2}}{\Delta\xi} \quad \text{et} \quad \frac{\partial g}{\partial \eta} \approx \frac{-1.5g_j + 2g_{j+1} - 0.5g_{j+2}}{\Delta\eta} \tag{C.4}$$

et pour $i = n_i$ et pour $j = n_j$ les dérivées s'écrivent :

$$\frac{\partial g}{\partial \xi} \approx \frac{1.5g_i - 2g_{i-1} + 0.5g_{i-2}}{\Delta\xi} \quad \text{et} \quad \frac{\partial g}{\partial \eta} \approx \frac{1.5g_j - 2g_{j-1} + 0.5g_{j-2}}{\Delta\eta}. \tag{C.5}$$

Après avoir calculé les dérivées dans l'espace de calcul (ξ, η), il suffit d'utiliser l'expression (C.2) pour calculer le gradient dans le domaine d'origine. Il est important de noter que ce calcul du gradient des variables est réalisé sur le maillage d'origine et il est ensuite interpolé et projeté dans le repère local (voir section §C.2).

C.2 Redressement du maillage de posttraitement

On choisit de définir un maillage localement orthogonal à la paroi afin de pouvoir évaluer les posttraitements dans la direction normale à la paroi. Pour cela, on considère deux étapes à chaque point de la paroi, schématisées sur la figure C.1. Dans la première étape on réalise un changement de repère pour passer du repère d'origine (x_0, y_0) à un repère (x_1, y_1) dont l'origine est le point de la paroi en question, à l'aide d'une translation. On définit ensuite un repère (x_2, y_2) qui possède le même point d'origine et tourné d'un angle φ, correspondant à la pente locale de la paroi. Pour chaque j (en s'éloignant de la paroi) on cherche les points selon i les plus proches de l'axe y_2 (celui tel que $x_2 < 0$ et le suivant tel que $x_2 > 0$) qui correspondent aux points en jaune sur la figure C.1. On interpole ensuite toutes les variables sur le point d'intersection entre le segment défini par ces deux points et l'axe y_2 (point violet) à partir des deux points du maillage d'origine. On réalise cette procédure pour tous les i et j et on obtient ainsi un nouveau maillage où toutes les variables du champ sont interpolées. La figure C.2 illustre un exemple de redressement du maillage à l'aide de la procédure décrite.

Les grandeurs vectorielles sont ensuite projetées dans la direction des axes locaux du repère (x_2, y_2). On utilise pour cela la pente de la paroi $\varphi(x)$. Ainsi, le vecteur vitesse est formé par les composantes tangentielle et normale locales, à la place des composantes dans le repère absolu. Les figures C.3 et C.4 montrent les champs du coefficient de pression et de vitesse moyenne verticale sur le maillage d'origine et sur le maillage redressé après interpolation et projection (dans le cas de la vitesse, qui correspond donc à la vitesse dans la direction normale locale). On observe que le champ du coefficient de pression

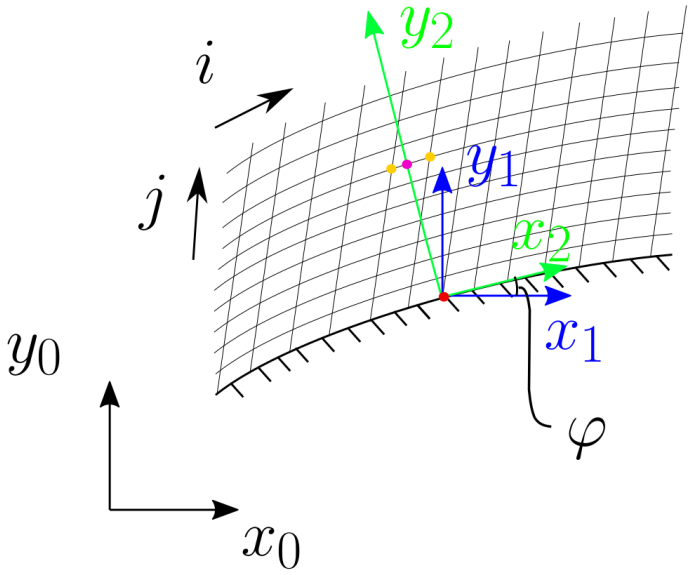


Figure C.1 – Différents repères utilisés pour la procédure de redressement du maillage.

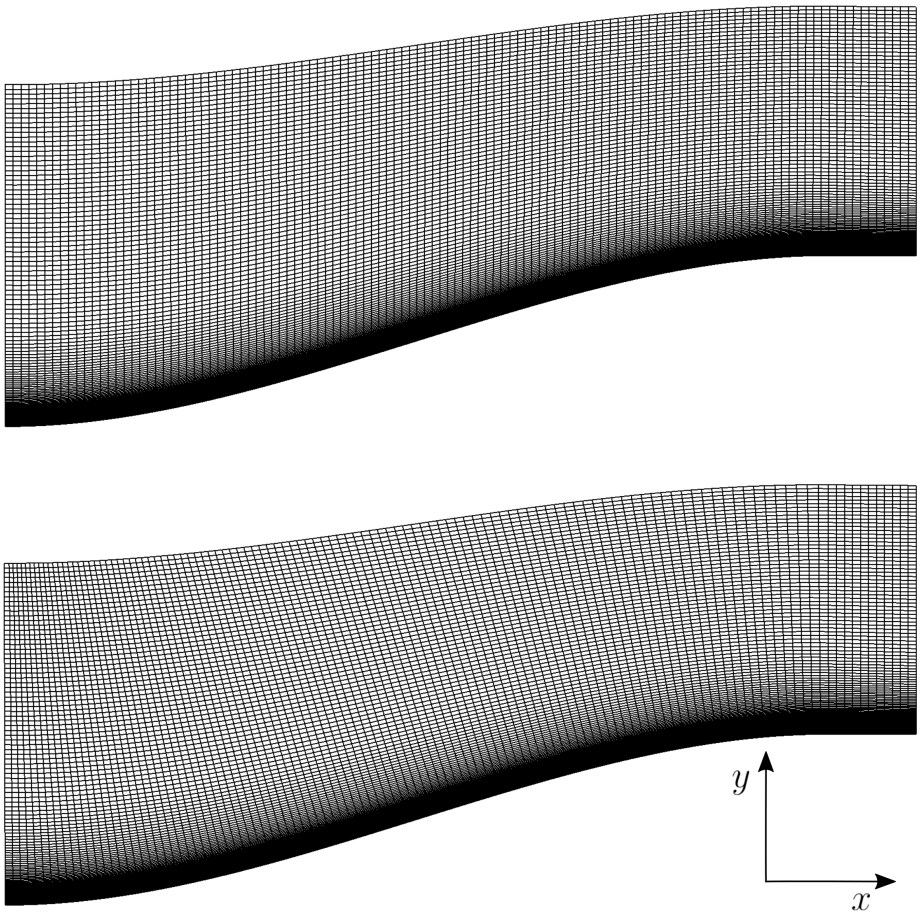


Figure C.2 – Maillage d'origine (en haut) et maillage de posttraitement interpolé (en bas).

semble identique pour les deux maillages, ce qui confirme que la procédure d'interpolation a été réalisée correctement. Toutefois, le champ de $\langle v \rangle$ est complètement différent entre les deux maillages. En effet, le champ présenté sur le maillage redressé correspond au champ de vitesse projeté sur le maillage locale, et donc au champ de vitesse moyenne normale locale. Ceci permet d'avoir pour chaque point

de la paroi un profil dans la direction normale à la paroi, sur laquelle les grandeurs vectorielles ont été projetées.

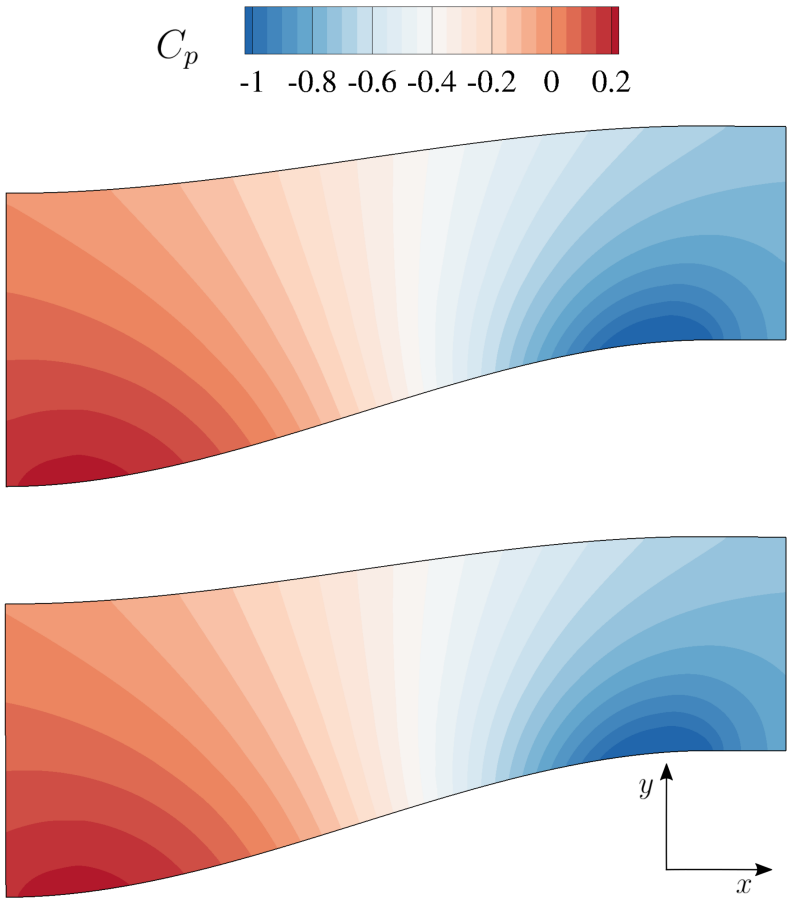


FIGURE C.3 – Champ du coefficient de pression sur le maillage d'origine (en haut) et interpolé sur le maillage de posttraitement (en bas).

La projection des vecteurs se fait de la façon suivante. Pour un vecteur donné $\mathbf{u} = u_1\mathbf{e_1} + u_2\mathbf{e_2}$, sa projection dans un repère tourné d'un angle φ ($\varphi > 0$ dans le sens anti-horaire) indiqué par le sous-indice 'B' est donnée par :

$$\begin{aligned} u_{1B} &= u_1 \cos\varphi + u_2 \sin\varphi \\ u_{2B} &= -u_1 \sin\varphi + u_2 \cos\varphi. \end{aligned} \tag{C.6}$$

De plus, si on pose $u' = u_1$ et $v' = u_2$, à l'aide des équations précédentes et de la moyenne de Reynolds on peut écrire les projections des tensions de Reynolds $\langle u'^2\rangle$, $\langle v'^2\rangle$ et $\langle u'v'\rangle$:

$$\begin{aligned} \langle u'^2\rangle_B &= \langle u'^2\rangle \cos^2\varphi + \langle v'^2\rangle \sin^2\varphi + 2\langle u'v'\rangle \cos\varphi \sin\varphi \\ \langle v'^2\rangle_B &= \langle u'^2\rangle \sin^2\varphi + \langle v'^2\rangle \cos^2\varphi - 2\langle u'v'\rangle \cos\varphi \sin\varphi \\ \langle u'v'\rangle_B &= \left(\langle v'^2\rangle - \langle u'^2\rangle\right) \cos\varphi \sin\varphi + \langle u'v'\rangle \left(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi\right). \end{aligned} \tag{C.7}$$

C.3 Calcul de la frontière et des grandeurs de la couche limite

Des modifications ont aussi été réalisées pour la détection de la frontière de couche limite. Dans le cas d'une couche limite sur une plaque plane à gradient de pression nul, le champ de vitesse à l'extérieur de la couche limite est quasiment uniforme. On peut donc considérer que la vitesse longitudinale ne varie pas avec la distance à la paroi à l'extérieur de la couche limite. Ainsi, d'un point de vue pratique, on peut obtenir la vitesse extérieure comme $U_\infty = \max_y [\langle u\rangle(y)]$. Ensuite, on peut calculer l'épaisseur

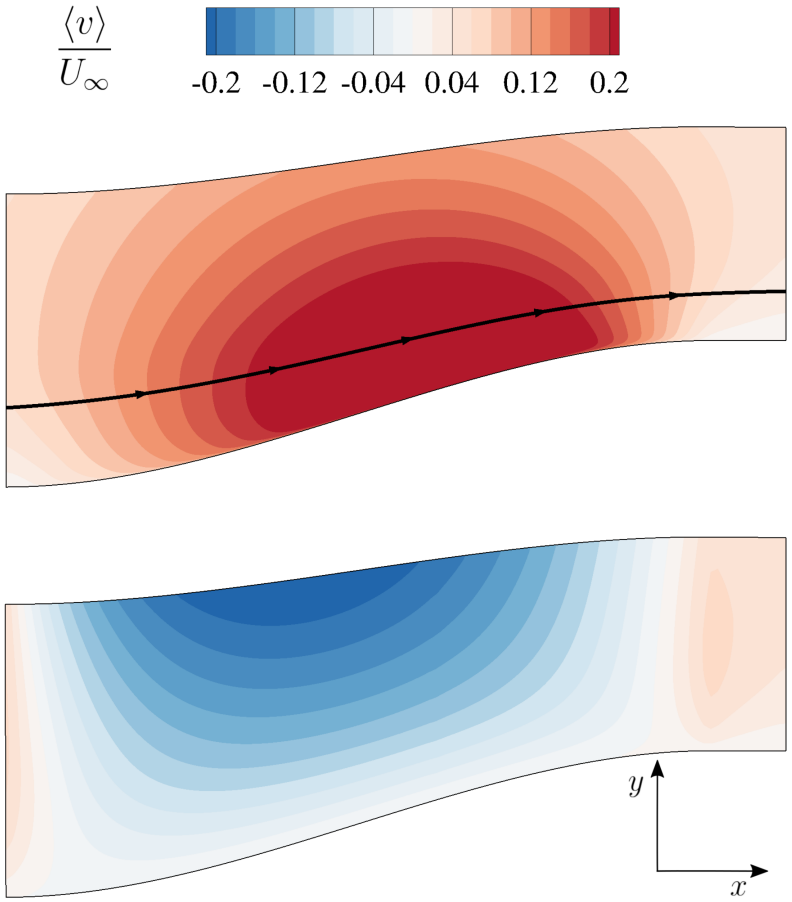


Figure C.4 – Champ de vitesse moyenne normale d'origine (en haut) et interpolée et projetée sur le maillage de posttraitement (en bas). Une ligne de courant de la vitesse moyenne est présentée sur la figure du haut.

de couche limite δ_{99} et les autres grandeurs intégrales. Dans le cas d'une couche limite se développant sur une géométrie plus générale, le champ de vitesse à l'extérieur de la couche limite peut ne pas être uniforme et la technique d'obtention précédente de U_∞ n'est plus adaptée. Afin de contourner ce problème il a été décidé d'utiliser la composante de vorticité moyenne dans la direction de l'envergure $\langle \omega_z \rangle = \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial x} - \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}$ pour détecter la frontière de la couche limite en se basant sur les travaux de Spalart et Watmuff [290]. Les auteurs proposent d'utiliser les relations suivantes :

$$U_e(x) = U_\Omega(x, y_\Omega) \tag{C.8}$$

où :

$$U_\Omega(x, y) = -\int_0^y \langle \omega_z \rangle(x, \eta) \mathrm{d}\eta, \tag{C.9}$$

y_Ω est une hauteur telle que $\langle \omega_z \rangle(x, y_\Omega) = K_\omega \langle \omega_z \rangle(x, 0)$ et K_ω correspond à un seuil de vorticité donné. Il faut préciser que Spalart et Watmuff [290] supposent $\langle \omega_z \rangle \approx -\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y}$, alors que dans les modifications réalisées dans MOY3D il a été décidé de garder la définition originale de la vorticité moyenne transverse. Kitsios *et al.* [147] utilisent également ce critère et suggèrent $K_\omega = 0.002$. Toutefois, des valeurs inférieures, de l'ordre de 2×10^{-4}, ont été utilisées dans les posttraitements réalisés dans cette thèse, puisqu'elles permettent d'obtenir des résultats très satisfaisants par rapport à ceux fournis par l'ancienne procédure sur des écoulements de plaque plane. L'absence de sensibilité autour de cette valeur a été vérifiée. Cette modification permet d'identifier $U_e(x)$, puis la définition de δ_{99}, donnée par $\langle u \rangle(d_w = \delta_{99}) = 0.99 U_e$, est utilisée pour le calcul de l'épaisseur de couche limite. Le reste des grandeurs de la couche limite sont calculées à l'aide des définitions données dans la section §1.3.3. Il est intéressant de noter qu'il existe d'autres méthodes pour l'identification de la frontière de couche limite dans la littérature, dont certaines ont récemment été analysées par Griffin *et al.* [104].

Bibliographie

[1] H. Abe : Reynolds-number dependence of wall-pressure fluctuations in a pressure-induced turbulent separation bubble. *Journal of Fluid Mechanics*, 833:563–598, 2017. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2017.694. 66, 67, 68

[2] H. Abe : Direct numerical simulation of a turbulent boundary layer with separation and reattachment over a range of Reynolds numbers. *Fluid Dynamics Research*, 51(1):011409, 2019. URL https://doi.org/10.1088/1873-7005/aac5fc. 73

[3] H. Abe, Y. Mizobuchi, Y. Matsuo et P. R. Spalart : DNS and modeling of a turbulent boundary layer with separation and reattachment over a range of Reynolds numbers. *CTR Annual Research Briefs*, p. 311–322, 2012. 63

[4] R. J. Adrian, C. D. Meinhart et C. D. Tomkins : Vortex organization in the outer region of the turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 422:1–54, 2000. xii, 27, 28

[5] N. Afzal : *Wake Layer in a Turbulent Boundary Layer with Pressure Gradient : A New Approach*, p. 95–118. 01 1996. ISBN 978-94-010-7274-8. 46, 106

[6] P. H. Alfredsson, A. Segalini et R. Örlü : A new scaling for the streamwise turbulence intensity in wall-bounded turbulent flows and what it tells us about the 'outer' peak. *Physics of Fluids*, 23:041702, 2011. 42

[7] A. E. Alving et H. H. Fernholz : Turbulence measurements around a mild separation bubble and downstream of reattachment. *Journal of Fluid Mechanics*, 322:297–328, 1996. URL https://doi.org/10.1017/s0022112096002807. 71, 72, 73

[8] J. D. Anderson : *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill Education, 2010. ISBN 0073398101. 7, 37

[9] C. Atkinson, A. Sekimoto, J. Jiménez et J. Soria : Reynolds stress structures in a self-similar adverse pressure gradient turbulent boundary layer at the verge of separation. *Journal of Physics : Conference Series*, 1001:012001, 2018. xiii, 52, 53, 54

[10] B. Aupoix : Couches Limites Bidimensionnelles Compressibles. Descriptif et Mode d'emploi du code CLICET - Version 2005. Rap. tech., RT 17/05284, ONERA, 2005. 75

[11] B. Aupoix et P. R. Spalart : Extensions of the Spalart–Allmaras turbulence model to account for wall roughness. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24:454–462, 2003. 75

[12] H. J. Bae : *Investigation of dynamic subgrid-scale and wall models for turbulent boundary layers*. PhD thesis, Stanford University, 2018. 101

[13] B. Balakumar et R. Adrian : Large- and very-large-scale motions in channel and boundary-layer flows. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 365:665–681, 2007. 2, 29, 30

[14] E. Balaras, C. Benocci et U. Piomelli : Two-layer approximate boundary conditions for large-eddy simulations. *AIAA Journal*, 34(6):1111–1119, 1996. URL https://doi.org/10.2514/3.13200. 106

[15] R. Balin et K. Jansen : Direct numerical simulation of a turbulent boundary layer over a bump with strong pressure gradients. *Journal of Fluid Mechanics*, 918, 2021. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2021.312. 47

[16] O. Ben-Nasr, A. Hadjadj, A. Chaudhuri et M. Shadloo : Assessment of subgrid-scale modeling for large-eddy simulation of a spatially-evolving compressible turbulent boundary layer. *Computers & Fluids*, 151:144–158, juin 2017. URL https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2016.07.004. 101

[17] J. S. Bendat et A. G. Piersol : *Random Data : Analysis and Measurement Procedures*. Wiley, fourth édn, 2010. ISBN 0470248777. 189, 190, 193

[18] Y. Bentaleb, S. Lardeau et M. A. Leschziner : Large-eddy simulation of turbulent boundary layer separation from a rounded step. *Journal of Turbulence*, 13:N4, 2012. 69, 70, 71

[19] I. Bermejo-Moreno, L. Campo, J. Larsson, J. Bodart, D. Helmer et J. K. Eaton : Confinement effects in shock wave/turbulent boundary layer interactions through wall-modelled large-eddy simulations. *Journal of Fluid Mechanics*, 758:5–62, 2014. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2014.505. 106

[20] M. Bernardini et S. Pirozzoli : Inner/outer layer interactions in turbulent boundary layers : A refined measure for the large-scale amplitude modulation mechanism. *Physics of Fluids*, 23:061701, 2011. 56, 57

[21] R. F. Blackwelder et H. Eckelmann : Streamwise vortices associated with the bursting phenomenon. *Journal of Fluid Mechanics*, 94(3):577–594, 1979. URL https://doi.org/10.1017/s0022112079001191. 24

[22] R. F. Blackwelder et R. E. Kaplan : On the wall structure of the turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 76(1):89–112, 1976. URL https://doi.org/10.1017/s0022112076003145. 24

[23] A. Bobke, R. Vinuesa, R. Örlü et P. Schlatter : Large-eddy simulations of adverse pressure gradient turbulent boundary layers. *Journal of Physics : Conference Series*, 708:012012, 2016. 44, 52

[24] A. Bobke, R. Vinuesa, R. Örlü et P. Schlatter : History effects and near equilibrium in adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 820:667–692, 2017. 42, 46, 51, 52, 62

[25] J. Bodart et J. Larsson : Wall-modeled large eddy simulation in complex geometries with application to high-lift devices. *In Center for Turbulence Research Annual Research Briefs*, 2011. xvi, 106

[26] P. Bradshaw : The turbulence structure of equilibrium boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 29(04):625, sep 1967. URL https://doi.org/10.1017/s0022112067001089. xiii, 49

[27] P. Bradshaw : *Turbulence*. Springer-Verlag, Berlin New York, 1976. ISBN 978-3-662-22570-7. 49

[28] P. Bradshaw, D. H. Ferriss et N. P. Atwell : Calculation of boundary-layer development using the turbulent energy equation. *Journal of Fluid Mechanics*, 28(03):593, 1967. URL https://doi.org/10.1017/s0022112067002319. 115, 116

[29] P. Bradshaw et F. Y. F. Wong : The reattachment and relaxation of a turbulent shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 52(1):113–135, 1972. URL https://doi.org/10.1017/s002211207200299x. 72

[30] M. Breuer, N. Jovičić et K. Mazaev : Comparison of DES, RANS and LES for the separated flow around a flat plate at high incidence. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 41(4):357–388, 2003. URL https://doi.org/10.1002/fld.445. 104

[31] D. Busquet, O. Marquet, F. Richez, M. Juniper et D. Sipp : Bifurcation scenario for a two-dimensional static airfoil exhibiting trailing edge stall. *Journal of Fluid Mechanics*, 928, 2021. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2021.767. 68

[32] W. Cabot et P. Moin : Approximate wall boundary conditions in the large-eddy simulation of high Reynolds number flow. *Flow, Turbulence and Combustion*, 63:269–291, 2000. 106

[33] L. Cambier, S. Heib et S. Plot : The Onera elsA CFD software : input from research and feedback from industry. *Mechanics & Industry*, 14:159–174, 2013. 117

[34] J. Carlier et M. Stanislas : Experimental study of eddy structures in a turbulent boundary layer using particle image velocimetry. *Journal of Fluid Mechanics*, 535:143–188, 2005. URL https://doi.org/10.1017/s0022112005004751. 28

[35] A. Cassinelli, M. de Giovanetti et Y. Hwang : Streak instability in near-wall turbulence revisited. *Journal of Turbulence*, 18(5):443–464, 2017. URL https://doi.org/10.1080/14685248.2017.1294757. 26

[36] I. P. Castro et E. Epik : Boundary layer development after a separated region. *Journal of Fluid Mechanics*, 374:91–116, 1998. URL https://doi.org/10.1017/s0022112098002420. 72, 73

[37] M. Catchirayer : *Modélisation de paroi en simulation des grandes échelles dans une turbomachine*. PhD thesis, Aix-Marseille Université, 2019. 105

[38] M. Catchirayer, J.-F. Boussuge, P. Sagaut, M. Montagnac, D. Papadogiannis et X. Garnaud : Extended integral wall-model for large-eddy simulations of compressible wall-bounded turbulent flows. *Physics of Fluids*, 30(6):065106, jun 2018. URL https://doi.org/10.1063/1.5030859. 106

[39] R. Cécora, R. Radespiel, B. Eisfeld et A. Probst : Differential Reynolds-Stress Modeling for Aeronautics. *AIAA Journal*, 53(3):739–755, 2015. URL https://doi.org/10.2514/1.j053250. 99, 120, 145

[40] C. Chandrsuda et P. Bradshaw : Turbulence structure of a reattaching mixing layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 110:171–194, 1981. URL https://doi.org/10.1017/s0022112081000670. 72

[41] F. Charru : *Hydrodynamic instabilities*. Cambridge University Press, Cambridge New York, 2011. ISBN 978-0-521-14351-6. 66

[42] K. A. Chauhan, P. A. Monkewitz et H. M. Nagib : Criteria for assessing experiments in zero pressure gradient boundary layers. *Fluid Dynamics Research*, 41:021404, 2009. 42

[43] N. Chauvet, S. Deck et L. Jacquin : Zonal Detached Eddy Simulation of a controlled propulsive jet. *AIAA Journal*, 45(10):2458–2473, 2007. URL https://doi.org/10.2514/1.28562. 109, 110

[44] K. K. Chen et P. A. Libby : Boundary layers with small departures from the Falkner-Skan profile. *Journal of Fluid Mechanics*, 33:273, 1968. 40, 75

[45] X. Chen et K. R. Sreenivasan : Reynolds number scaling of the peak turbulence intensity in wall flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 908, 2021. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2020.991. 31

[46] W. Cheng, D. I. Pullin et R. Samtaney : Large-eddy simulation of separation and reattachment of a flat plate turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 785:78–108, 2015. 65

[47] S. Cherubini, J.-C. Robinet et P. D. Palma : The effects of non-normality and nonlinearity of the Navier-Stokes operator on the dynamics of a large laminar separation bubble. *Physics of Fluids*, 22 (1):014102, 2010. URL https://doi.org/10.1063/1.3276903. 68

[48] H. Choi et P. Moin : Effects of the computational time step on numerical solutions of turbulent flow. *Journal of Computational Physics*, 113:1–4, 1994. 117

[49] J.-I. Choi, J. R. Edwards et R. A. Baurle : Compressible boundary-layer predictions at high Reynolds number using hybrid LES/RANS methods. *AIAA Journal*, 47(9):2179–2193, 2009. URL https://doi.org/10.2514/1.41598. 108

[50] K. T. Christensen et R. J. Adrian : Statistical evidence of hairpin vortex packets in wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 431:433–443, 2001. 57

[51] F. H. Clauser : Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 21:91–108, 1954. 14, 41

[52] F. H. Clauser : The turbulent boundary layer. *In Advances in Applied Mechanics*, p. 1–51. Elsevier, 1956. xx, 13, 39, 72

[53] G. N. Coleman, S. Pirozzoli, M. Quadrio et P. R. Spalart : Direct numerical simulation and theory of a wall-bounded flow with zero skin friction. *Flow, Turbulence and Combustion*, 99(3-4):553–564, 2017. URL https://doi.org/10.1007/s10494-017-9834-x. 46

[54] G. N. Coleman, C. L. Rumsey et P. R. Spalart : Numerical study of turbulent separation bubbles with varying pressure gradient and Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 847:28–70, 2018. xiii, xv, 46, 47, 64, 65, 69, 70, 72

[55] D. Coles : The law of the wake in the turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 1:191, 1956. 16, 46

[56] E. R. Corino et R. S. Brodkey : A visual investigation of the wall region in turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 37(1):1–30, 1969. URL https://doi.org/10.1017/s0022112069000395. 23

[57] S. Corrsin : Some current problems in turbulent shear flows. *In* F. Sherman, éd. : *Symposium (1st) on Naval Hydrodynamics, National Research Council publication*, vol. 515, 1955. 23

[58] J. Cousteix : *Turbulence et couche limite*. Cepadues-éditions, Toulouse, 1989. ISBN 2854282108. 8, 12, 18, 19, 21, 22, 45, 68, 106

[59] C. Cuvier, S. Srinath, M. Stanislas, J. M. Foucaut, J. P. Laval, C. J. Kähler, R. Hain, S. Scharnowski, A. Schröder, R. Geisler, J. Agocs, A. Röse, C. Willert, J. Klinner, O. Amili, C. Atkinson et J. Soria : Extensive characterisation of a high Reynolds number decelerating boundary layer using advanced optical metrology. *Journal of Turbulence*, 18:929–972, 2017. xvi, 3, 50, 119, 138, 181, 182, 183

[60] J. Dandois, E. Garnier et P. Sagaut : Numerical simulation of active separation control by a synthetic jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 574:25–58, fév. 2007. URL https://doi.org/10.1017/s0022112006003995. 66, 67

[61] L. Davidson : Non-zonal detached eddy simulation coupled with a steady RANS solver in the wall region. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 92:108880, 2021. URL https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2021.108880. 107

[62] M. de Giovanetti, H. J. Sung et Y. Hwang : Streak instability in turbulent channel flow : the seeding mechanism of large-scale motions. *Journal of Fluid Mechanics*, 832:483–513, 2017. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2017.697. 29, 35, 95

[63] D. B. De Graaff et J. K. Eaton : Reynolds-number scaling of the flat-plate turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 422:319–346, 2000. xi, 15

[64] C. M. de Silva, E. P. Gnanamanickam, C. Atkinson, N. A. Buchmann, N. Hutchins, J. Soria et I. Marusic : High spatial range velocity measurements in a high Reynolds number turbulent boundary layer. *Physics of Fluids*, 26(2):025117, 2014. URL https://doi.org/10.1063/1.4866458. 96

[65] J. W. Deardorff : A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 41(2):453–480, 1970. URL https://doi.org/10.1017/s0022112070000691. 105

[66] S. Deck : *Simulation numérique des charges latérales instationnaires sur des configurations de lanceur*. PhD thesis, Université d'Orleans, 2002. xi, 17

[67] S. Deck : Zonal-detached-eddy simulation of the flow around a high-lift configuration. *AIAA Journal*, 43:2372–2384, 2005. 104, 109

[68] S. Deck : Recent improvements in the Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) formulation. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 26:523–550, 2012. 2, 104, 109, 110, 117

[69] S. Deck, F. Gand, V. Brunet et S. B. Khelil : High-fidelity simulations of unsteady civil aircraft aerodynamics : stakes and perspectives. Application of zonal detached eddy imulation. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 372(2022):20130325, août 2014. URL https://doi.org/10.1098/rsta.2013.0325. 109

[70] S. Deck et R. Laraufie : Numerical investigation of the flow dynamics past a three-element aerofoil. *Journal of Fluid Mechanics*, 732:401–444, 2013. 109, 110

[71] S. Deck et N. Renard : Towards an enhanced protection of attached boundary layers in hybrid RANS/LES methods. *Journal of Computational Physics*, 400:108970, 2020. URL https://doi.org/10.1016/j.jcp.2019.108970. xvi, 104, 105, 109, 110, 111

[72] S. Deck, N. Renard, R. Laraufie et P. Sagaut : Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer over the Reynolds number range $3150 \leq Re_\theta \leq 14000$. *Physics of Fluids*, 26:025116, 2014. xvi, 2, 33, 103, 104, 109, 110, 112, 113, 114, 140, 192, 203

[73] S. Deck, N. Renard, R. Laraufie et P.-É. Weiss : Large-scale contribution to mean wall shear stress in high-Reynolds-number flat-plate boundary layers up to $Re_\theta = 13650$. *Journal of Fluid Mechanics*, 743:202–248, 2014. xi, xvi, xvii, 6, 14, 104, 109, 110, 111, 191

[74] S. Deck, P.-E. Weiss et N. Renard : A rapid and low noise switch from RANS to WMLES on curvilinear grids with compressible flow solvers. *Journal of Computational Physics*, 363:231–255, 2018. 2, 104, 109, 114, 184

[75] S. Deck, P.-É. Weiss, M. Pamiès et E. Garnier : Zonal Detached Eddy Simulation of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer. *Computers & Fluids*, 48:1–15, 2011. 101, 109, 110, 111, 112, 114, 115

[76] J. C. del Álamo et J. Jiménez : Estimation of turbulent convection velocities and corrections to Taylor's approximation. *Journal of Fluid Mechanics*, 640:5–26, 2009. URL https://doi.org/10.1017/s0022112009991029. 33, 191, 192

[77] D. J. C. Dennis et T. B. Nickels : On the limitations of Taylor'shypothesis in constructing long structures in a turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 614:197–206, 2008. URL https://doi.org/10.1017/s0022112008003352. 140, 191, 192

[78] D. J. C. Dennis et T. B. Nickels : Experimental measurement of large-scale three-dimensional structures in a turbulent boundary layer. Part 2. Long structures. *Journal of Fluid Mechanics*, 673:218–244, 2011. URL https://doi.org/10.1017/s0022112010006336. 29

[79] W. J. Devenport et E. P. Sutton : Near-wall behavior of separated and reattaching flows. *AIAA Journal*, 29(1):25–31, 1991. URL https://doi.org/10.2514/3.10541. 64

[80] M. Dianat et I. P. Castro : Measurements in separating boundary layers. *AIAA Journal*, 27(6):719–724, 1989. URL https://doi.org/10.2514/3.10171. 64

[81] D. S. Dolling : Fifty years of shock-wave/boundary-layer interaction research : What next ? *AIAA Journal*, 39(8):1517–1531, 2001. URL https://doi.org/10.2514/2.1476. 68

[82] D. M. Driver, H. L. Seegmiller et J. G. Marvin : Time-dependent behavior of a reattaching shear layer. *AIAA Journal*, 25(7):914–919, 1987. URL https://doi.org/10.2514/3.9722. xv, 67, 71

[83] A. Dróżdż et W. Elsner : An experimental study of turbulent boundary layers approaching separation. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 68:337–347, 2017. URL https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2017.10.003. 55, 57

[84] A. Dróżdż, W. Elsner et S. Drobniak : Scaling of streamwise Reynolds stress for turbulent boundary layers with pressure gradient. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 49:137–145, jan 2015. URL https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2014.08.002. 43

[85] J.-P. Dussauge, P. Dupont et J.-F. Debiève : Unsteadiness in shock wave boundary layer interactions with separation. *Aerospace Science and Technology*, 10(2):85–91, 2006. URL https://doi.org/10.1016/j.ast.2005.09.006. 68

[86] J. K. Eaton et J. P. Johnston : A review of research on subsonic turbulent flow reattachment. *AIAA Journal*, 19(9):1093–1100, 1981. URL https://doi.org/10.2514/3.60048. 71

[87] J. K. Eaton et J. P. Johnston : Low-frequency unsteadiness of a reattaching turbulent shear layer. *In Turbulent Shear Flows 3*, p. 162–170, jan. 1982. 67

[88] F. Eich et C. Kähler : Large-scale structures in turbulent boundary layers under an adverse pressure gradient up to flow separation. *In 11th International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena (TSFP11)*, 2019. 58, 59

[89] G. Eitel-Amor, R. Örlü et P. Schlatter : Simulation and validation of a spatially evolving turbulent boundary layer up to $Re_\theta = 8300$. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 47:57–69, juin 2014. URL https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2014.02.006. xii, 31, 56, 57

[90] M. G. el Hak : *Flow Control : Passive, Active and Reactive Flow Management*. Cambridge University Press, août 2000. URL https://doi.org/10.1017/cbo9780511529535. xi, 23

[91] F. Fadla, F. Alizard, L. Keirsbulck, J.-C. Robinet, J.-P. Laval, J.-M. Foucaut, C. Chovet et M. Lippert : Investigation of the dynamics in separated turbulent flow. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 76:190–204, feb 2019. URL https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2019.01.006. xv, 66, 67

[92] V. Falkner et M. S. Skan : LXXXV. Solutions of the boundary-layer equations. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 12:865–896, 1931. 38

[93] Y. Fan, M. Atzori, R. Vinuesa, D. Gatti, P. Schlatter et W. Li : Decomposition of the mean friction drag on an NACA4412 airfoil under uniform blowing/suction. *Journal of Fluid Mechanics*, 932:A31, 2021. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2021.1015. 184

[94] O. Flores et J. Jiménez : Effect of wall-boundary disturbances on turbulent channel flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 566:357–376, 2006. URL https://doi.org/10.1017/s0022112006001534. 35

[95] O. Flores et J. Jiménez : Hierarchy of minimal flow units in the logarithmic layer. *Physics of Fluids*, 22(7):071704, 2010. URL https://doi.org/10.1063/1.3464157. 35

[96] K. Fukagata, K. Iwamoto et N. Kasagi : Contribution of Reynolds stress distribution to the skin friction in wall-bounded flows. *Physics of Fluids*, 14(11):L73–L76, 2002. URL https://doi.org/10.1063/1.1516779. 112, 184

[97] Y. Fukushima et S. Kawai : Wall-Modeled Large-Eddy simulation of transonic airfoil buffet at high Reynolds number. *AIAA Journal*, 56(6):2372–2388, 2018. URL https://doi.org/10.2514/1.j056537. 106

[98] N. Furuichi, Y. Terao, Y. Wada et Y. Tsuji : Further experiments for mean velocity profile of pipe flow at high Reynolds number. *Physics of Fluids*, 30(5):055101, 2018. URL https://doi.org/10.1063/1.5017261. 16

[99] D. V. Gaitonde : Progress in shock wave/boundary layer interactions. *Progress in Aerospace Sciences*, 72:80–99, 2015. URL https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2014.09.002. 68

[100] F. Gand : *Dynamique des écoulements de jonction en régime turbulent*. PhD thesis, Université Paris VI, Pierre-et-Marie-Curie, 2011. 98

[101] F. Gand : Investigation of turbulence development in incompressible jets with zonal detached eddy simulation (ZDES) and synthetic turbulent inflow. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 61:425–437, 2016. URL https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2016.06.003. 109

[102] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin et W. H. Cabot : A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids*, 3(7):1760–1765, 1991. URL https://doi.org/10.1063/1.857955. 101

[103] H. Görtler : Instabilität laminarer Grenzschichten an konkaven Wänden gegenüber gewissen dreidimensionalen Störungen. *A*, 21:451, 1941. 64

[104] K. P. Griffin, L. Fu et P. Moin : General method for determining the boundary layer thickness in nonequilibrium flows. *Physical Review Fluids*, 6(2), 2021. URL https://doi.org/10.1103/physrevfluids.6.024608. 207

[105] M. Guala, S. E. Hommema et R. J. Adrian : Large-scale and very-large-scale motions in turbulent pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 554(-1):521, 2006. URL https://doi.org/10.1017/s0022112006008871. 29

[106] A. Gungor, Y. Maciel, M. Simens et J. Soria : Scaling and statistics of large-defect adverse pressure gradient turbulent boundary layers. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 59:109–124, 2016. 46, 48, 49, 50, 52, 53

[107] É. Guyon, J. Hulin et L. Petit : *Hydrodynamique physique 3e édition (2012)*. SAVOIRS ACTUELS. EDP Sciences, 2012. ISBN 9782759808939. xii, 39, 40

[108] S. D. Hall, M. Behnia, C. A. J. Fletcher et G. L. Morrison : Investigation of the secondary corner vortex in a benchmark turbulent backward-facing step using cross-correlation particle imaging velocimetry. *Experiments in Fluids*, 35(2):139–151, 2003. URL https://doi.org/10.1007/s00348-003-0626-9. 67

[109] Y. Han, Y. He et J. Le : Modification to improved delayed detached-eddy simulation regarding the log-layer mismatch. *AIAA Journal*, p. 1–10, 2019. URL https://doi.org/10.2514/1.j058535. 108

[110] A. Harten : High resolution schemes for hyperbolic conservation laws. *Journal of Computational Physics*, 49(3):357–393, 1983. URL https://doi.org/10.1016/0021-9991(83)90136-5. 138

[111] D. R. Hartree : On an equation occurring in Falkner and Skan's approximate treatment of the equations of the boundary layer. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 33:223, 1937. 38

[112] Z. Harun : *The structure of adverse and favourable pressure gradient turbulent boundary layers*. PhD thesis, University of Melbourne, 2012. xiv, 55, 58

[113] Z. Harun, J. P. Monty, R. Mathis et I. Marusic : Pressure gradient effects on the large-scale structure of turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 715:477–498, 2013. xiii, xiv, 45, 52, 54, 56, 59, 60

[114] M. A. Z. Hasan : The flow over a backward-facing step under controlled perturbation : laminar separation. *Journal of Fluid Mechanics*, 238:73–96, 1992. 66

[115] M. R. Head : Equilibrium and near-equilibrium turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 73:1, 1976. 41

[116] M. R. Head et P. Bandyopadhyay : New aspects of turbulent boundary-layer structure. *Journal of Fluid Mechanics*, 107:297, 1981. 27, 28

[117] A. F. Heenan et J. F. Morrison : Passive control of pressure fluctuations generated by separated flow. *AIAA Journal*, 36(6):1014–1022, 1998. URL https://doi.org/10.2514/2.474. 67

[118] S. Herpin, M. Stanislas, J. M. Foucaut et S. Coudert : Influence of the Reynolds number on the vortical structures in the logarithmic region of turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 716:5–50, 2013. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2012.491. 26

[119] T. Houra, T. Tsuji et Y. Nagano : Effects of adverse pressure gradient on quasi-coherent structures in turbulent boundary layer. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21:304–311, 2000. xiii, 52, 53

[120] P. Huerre : *Perspectives in Fluid Dynamics. A collective introduction to current research. Open shear flow instabilities*. Cambridge University Press, 2000. xv, 66

[121] P. Huerre et M. Rossi : Hydrodynamic instabilities in open flows. *In Hydrodynamics and Nonlinear Instabilities*, p. 81–294. Cambridge University Press, avr. 1998. URL https://doi.org/10.1017/cbo9780511524608.004. 66

[122] P. Huerre : *Mécanique des fluides : 1ère année, Voies A-B*. École Polytechnique, Palaiseau, 1996. ISBN 9782730203869. 9

[123] M. Hultmark, S. C. C. Bailey et A. J. Smits : Scaling of near-wall turbulence in pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 649:103–113, 2010. URL https://doi.org/10.1017/s0022112009994071. 31

[124] J. Hunt, A. Wray et P. Moin : Eddies, streams, and convergence zones in turbulent flows. *In Proceedings of the Summer Program 1988*. Center for Turbulence Research, 1988. xvi, 110, 111

[125] N. Hutchins et I. Marusic : Evidence of very long meandering features in the logarithmic region of turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 579:1, 2007. 33

[126] N. Hutchins et I. Marusic : Large-scale influences in near-wall turbulence. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 365:647–664, 2007. 29

[127] N. Hutchins, T. B. Nickels, I. Marusic et M. S. Chong : Hot-wire spatial resolution issues in wall-bounded turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 635:103, sep 2009. URL https://doi.org/10.1017/s0022112009007721. 2

[128] Y. Hwang : Statistical structure of self-sustaining attached eddies in turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 767:254–289, 2015. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2015.24. 29, 35

[129] Y. Hwang et Y. Bengana : Self-sustaining process of minimal attached eddies in turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 795:708–738, 2016. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2016.226. 29, 35

[130] Y. Hwang et C. Cossu : Self-sustained process at large scales in turbulent channel flow. *Physical Review Letters*, 105(4):044505, 2010. URL https://doi.org/10.1103/physrevlett.105.044505. 29, 35

[131] Y. Hwang et C. Cossu : Self-sustained processes in the logarithmic layer of turbulent channel flows. *Physics of Fluids*, 23(6):061702, 2011. URL https://doi.org/10.1063/1.3599157. 29, 35

[132] Y. Hwang, A. P. Willis et C. Cossu : Invariant solutions of minimal large-scale structures in turbulent channel flow for Re_τ up to 1000. *Journal of Fluid Mechanics*, 802, 2016. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2016.470. 95

[133] M. Inoue, R. Mathis, I. Marusic et D. I. Pullin : Inner-layer intensities for the flat-plate turbulent boundary layer combining a predictive wall-model with large-eddy simulations. *Physics of Fluids*, 24 (7):075102, jul 2012. URL https://doi.org/10.1063/1.4731299. xvi, 104

[134] M. Inoue, D. Pullin, Z. Harun et I. Marusic : LES of the adverse-pressure gradient turbulent boundary layer. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 44:293–300, 2013. URL https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2013.06.011. xvi, 104

[135] N. Jarrin, S. Benhamadouche, D. Laurence et R. Prosser : A synthetic-eddy-method for generating inflow conditions for large-eddy simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27:585–593, 2006. 114

[136] J. Jeong, F. Hussain, W. Schoppa et J. Kim : Coherent structures near the wall in a turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 332:185–214, 1997. URL https://doi.org/10.1017/s0022112096003965. xii, 24, 25

[137] J. Jiménez : The physics of wall turbulence. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 263:252–262, 1999. xii, 25, 26, 34, 101

[138] J. Jiménez : Cascades in wall-bounded turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 44:27–45, 2012. 34

[139] J. Jiménez : Computing high-Reynolds-number turbulence : will simulations ever replace experiments ? *Journal of Turbulence*, 4:N22, 2003. 1, 101

[140] S. H. Johansson, L. Davidson et E. Olsson : Numerical simulation of vortex shedding past triangular cylinders at high Reynolds number using a $k-\varepsilon$ turbulence model. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 16(10):859–878, 1993. URL https://doi.org/10.1002/fld.1650161002. 96

[141] M. B. Jones, I. Marusic et A. E. Perry : Evolution and structure of sink-flow turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 428:1–27, 2001. 46

[142] A. Keating et U. Piomelli : A dynamic stochastic forcing method as a wall-layer model for large-eddy simulation. *Journal of Turbulence*, 7:N12, 2006. URL https://doi.org/10.1080/14685240612331392460. xvi, 107, 108

[143] W. T. Kelvin : Hydrokinetic solutions and observations. *Philadelphia Magazine*, 10:155–168, 1871. 65

[144] J. Kim, S. J. Kline et J. P. Johnston : Investigation of a reattaching turbulent shear layer : Flow over a backward-facing step. *Journal of Fluids Engineering*, 102(3):302–308, 1980. URL https://doi.org/10.1115/1.3240686. 72

[145] J. Kim et P. Moin : The structure of the vorticity field in turbulent channel flow. Part 2. Study of ensemble-averaged fields. *Journal of Fluid Mechanics*, 162(-1):339, 1986. URL https://doi.org/10.1017/s0022112086002070. 27

[146] K. C. Kim et R. J. Adrian : Very large-scale motion in the outer layer. *Physics of Fluids*, 11(2):417–422, 1999. URL https://doi.org/10.1063/1.869889. xii, 29, 30

[147] V. Kitsios, A. Sekimoto, C. Atkinson, J. A. Sillero, G. Borrell, A. G. Gungor, J. Jiménez et J. Soria : Direct numerical simulation of a self-similar adverse pressure gradient turbulent boundary layer at the verge of separation. *Journal of Fluid Mechanics*, 829:392–419, 2017. xiii, 13, 44, 48, 50, 51, 52, 53, 54, 56, 57, 58, 207

[148] S. J. Kline, W. C. Reynolds, F. A. Schraub et P. W. Runstadler : The structure of turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 30(4):741–773, 1967. URL https://doi.org/10.1017/s0022112067001740. 23, 26

[149] T. Knopp, N. Reuther, M. Novara, D. Schanz, E. Schülein, A. Schröder et C. Kähler : Experimental analysis of the log law at adverse pressure gradient. *Journal of Fluid Mechanics*, 918, 2021. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2021.331. 46, 47

[150] P. Kundu, I. Cohen et D. Dowling : *Fluid mechanics*. Academic Press, Waltham, MA, 2012. ISBN 978-0-12-382100-3. 39, 41, 43, 75

[151] L. D. Landau et E. M. Lifshitz : *Fluid Mechanics*. Pergamon Press, 1987. ISBN 978-0750627672. 10

[152] R. Laraufie : *Simulations avancées de turbulence pariétale à haut nombre de Reynolds sur des géométries curvilignes par une approche hybride RANS/LES*. PhD thesis, Université Paris VI, Pierre-et-Marie-Curie, 2012. xvii, 112, 192

[153] R. Laraufie et S. Deck : Assessment of Reynolds stresses tensor reconstruction methods for synthetic turbulent inflow conditions. Application to hybrid RANS/LES methods. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 42:68–78, 2013. 114, 115, 203

[154] R. Laraufie, S. Deck et P. Sagaut : A dynamic forcing method for unsteady turbulent inflow conditions. *Journal of Computational Physics*, 230:8647–8663, 2011. xvi, 109, 116, 203

[155] L. Larchevêque : Normalizing low–frequency unsteadiness in compressible separated flow. *In AIAA Scitech 2020 Forum*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2020. URL https://doi.org/10.2514/6.2020-0561. 68

[156] L. Larchevêque : Low-frequency unsteadiness in compressible flow separations induced by external flow deviations. *In AIAA Scitech 2019 Forum*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2019. URL https://doi.org/10.2514/6.2019-1393. 67

[157] S. Lardeau et M. A. Leschziner : The interaction of round synthetic jets with a turbulent boundary layer separating from a rounded ramp. *Journal of Fluid Mechanics*, 683:172–211, 2011. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2011.258. 66

[158] J. Larsson, S. Kawai, J. Bodart et I. Bermejo-Moreno : Large eddy simulation with modeled wall-stress : recent progress and future directions. *Mechanical Engineering Reviews*, 3(1):15–00418–15–00418, 2016. URL https://doi.org/10.1299/mer.15-00418. xvi, 105, 106, 107, 112

[159] J. Larsson, F. S. Lien et E. Yee : Feedback-controlled forcing in hybrid LES/RANS. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 20(10):687–699, 2006. URL https://doi.org/10.1080/10618560701214724. 107

[160] B. Launder, G. Reece et W. Rodi : Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure. *Journal of Fluid Mechanics*, 68(3):537–566, 1975. URL https://doi.org/10.1017/s0022112075001814. 99, 120, 145

[161] H. Le, P. Moin et J. Kim : Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step. *Journal of Fluid Mechanics*, 330:349–374, 1997. URL https://doi.org/10.1017/s0022112096003941. 63, 64, 70, 71, 72, 73

[162] A. Le Floc'h, J. Weiss, A. Mohammed-Taifour et L. Dufresne : Measurements of pressure and velocity fluctuations in a family of turbulent separation bubbles. *Journal of Fluid Mechanics*, 902, 2020. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2020.530. 67

[163] J. H. Lee : Large-scale motions in turbulent boundary layers subjected to adverse pressure gradients. *Journal of Fluid Mechanics*, 810:323–361, 2017. xiii, xiv, 46, 49, 50, 51, 54, 55, 56, 57

[164] J.-H. Lee et H. J. Sung : Effects of an adverse pressure gradient on a turbulent boundary layer. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29:568–578, 2008. xiii, 21, 50, 51, 52, 53, 54, 60, 62

[165] J.-H. Lee et H. J. Sung : Structures in turbulent boundary layers subjected to adverse pressure gradients. *Journal of Fluid Mechanics*, 639:101, 2009. 46, 57

[166] J. H. Lee et H. J. Sung : Very-large-scale motions in a turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 673:80–120, 2011. URL https://doi.org/10.1017/s002211201000621x. 29

[167] P. Lenaers, Q. Li, G. Brethouwer, P. Schlatter et R. Örlü : Rare backflow and extreme wall-normal velocity fluctuations in near-wall turbulence. *Physics of Fluids*, 24(3):035110, 2012. URL https://doi.org/10.1063/1.3696304. 62

[168] P. A. Libby et T. M. Liu : Further solutions of the Falkner-Skan equation. *AIAA Journal*, 5:1040–1042, 1967. 39, 41

[169] C. Lin : On Taylor's hypothesis and the acceleration terms in the Navier-Stokes equations. *Quarterly of Applied Mathematics*, 10(4):295–306, 1953. URL http://www.jstor.org/stable/43633979. 201

[170] M.-S. Liou : A sequel to AUSM : AUSM+. *Journal of Computational Physics*, 129:364–382, 1996. 117

[171] S. S. Lu et W. W. Willmarth : Measurements of the structure of the reynolds stress in a turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 60(03):481, 1973. URL https://doi.org/10.1017/s0022112073000315. 23, 24

[172] Y. Maciel, K.-S. Rossignol et J. Lemay : A study of a turbulent boundary layer in stalled-airfoil-type flow conditions. *Experiments in Fluids*, 41(4):573–590, 2006. URL https://doi.org/10.1007/s00348-006-0182-1. 49

[173] Y. Maciel, M. P. Simens et A. G. Gungor : Coherent structures in a non-equilibrium large-velocity-defect turbulent boundary layer. *Flow, Turbulence and Combustion*, 98:1–20, 2017. 54, 58

[174] Y. Maciel, T. Wei, A. G. Gungor et M. P. Simens : Outer scales and parameters of adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 844:5–35, 2018. 50, 56, 60

[175] M. Mani, D. Babcock, C. Winkler et P. Spalart : Predictions of a supersonic turbulent flow in a square duct. *In 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2013. URL https://doi.org/10.2514/6.2013-860. 98

[176] L. Manueco, P.-É. Weiss et S. Deck : On the coupling of wall-model immersed boundary conditions and curvilinear body-fitted grids for the simulation of complex geometries. *Computers & Fluids*, 226:104996, 2021. URL https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2021.104996. 203

[177] M. Marquillie, U. Ehrenstein et J.-P. Laval : Instability of streaks in wall turbulence with adverse pressure gradient. *Journal of Fluid Mechanics*, 681:205–240, 2011. 57

[178] I. Marusic, W. J. Baars et N. Hutchins : Scaling of the streamwise turbulence intensity in the context of inner-outer interactions in wall turbulence. *Physical Review Fluids*, 2(10), 2017. URL https://doi.org/10.1103/physrevfluids.2.100502. 30

[179] I. Marusic, D. Chandran, A. Rouhi, M. K. Fu, D. Wine, B. Holloway, D. Chung et A. J. Smits : An energy-efficient pathway to turbulent drag reduction. *Nature Communications*, 12(1), 2021. URL https://doi.org/10.1038/s41467-021-26128-8. 2

[180] I. Marusic, K. A. Chauhan, V. Kulandaivelu et N. Hutchins : Evolution of zero-pressure-gradient boundary layers from different tripping conditions. *Journal of Fluid Mechanics*, 783:379–411, 2015. 72

[181] I. Marusic, R. Mathis et N. Hutchins : High Reynolds number effects in wall turbulence. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 31:418–428, 2010. xii, xvii, 32, 33, 34, 191

[182] I. Marusic, R. Mathis et N. Hutchins : Predictive model for wall-bounded turbulent flow. *Science*, 329(5988):193–196, 2010. URL https://doi.org/10.1126/science.1188765. 34

[183] I. Marusic, B. J. McKeon, P. A. Monkewitz, H. M. Nagib, A. J. Smits et K. R. Sreenivasan : Wall-bounded turbulent flows at high Reynolds numbers : Recent advances and key issues. *Physics of Fluids*, 22:065103, 2010. 16

[184] I. Marusic, J. P. Monty, M. Hultmark et A. J. Smits : On the logarithmic region in wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 716, 2013. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2012.511. 16

[185] I. Marusic et A. E. Perry : A wall-wake model for the turbulence structure of boundary layers. Part 2. Further experimental support. *Journal of Fluid Mechanics*, 298:389, 1995. 46

[186] I. Mary et P. Sagaut : Large eddy simulation of flow around an airfoil near stall. *AIAA Journal*, 40:1139–1145, 2002. 117

[187] R. Mathis, N. Hutchins et I. Marusic : Large-scale amplitude modulation of the small-scale structures in turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 628:311–337, 2009. xii, xvii, 2, 34, 35, 191

[188] B. J. McKeon, J. Li, W. Jiang, J. F. Morrison et A. J. Smits : Further observations on the mean velocity distribution in fully developed pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 501:135–147, 2004. URL https://doi.org/10.1017/s0022112003007304. 16

[189] B. McKeon et K. Sreenivasan : Introduction : scaling and structure in high Reynolds number wall-bounded flows. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 365(1852):635–646, 2007. URL https://doi.org/10.1098/rsta.2006.1952. 18

[190] G. L. Mellor et D. M. Gibson : Equilibrium turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 24:225, 1966. 41

[191] F. Menter, M. Kuntz et R. Bender : A scale-adaptive simulation model for turbulent flow predictions. *In 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, jan. 2003. URL https://doi.org/10.2514/6.2003-767. 104

[192] F. R. Menter : Influence of freestream values on $k-\omega$ turbulence model predictions. *AIAA Journal*, 30 (6):1657–1659, 1992. URL https://doi.org/10.2514/3.11115. 98

[193] F. R. Menter : Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32:1598–1605, 1994. 98, 120, 145

[194] R. Michel, C. Quémard et R. Durant : Application d'un schéma de longueur de mélange à l'étude des couches limites turbulentes d'équilibre. Rap. tech., ONERA, 1969. xii, 31, 115

[195] A. Mohammed-Taifour et J. Weiss : Unsteadiness in a large turbulent separation bubble. *Journal of Fluid Mechanics*, 799:383–412, 2016. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2016.377. 66, 67, 68

[196] A. Mohammed-Taifour et J. Weiss : Periodic forcing of a large turbulent separation bubble. *Journal of Fluid Mechanics*, 915:A24, 2021. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2021.77. 68

[197] P. Moin et J. Kim : The structure of the vorticity field in turbulent channel flow. Part 1. Analysis of instantaneous fields and statistical correlations. *Journal of Fluid Mechanics*, 155:441, 1985. URL https://doi.org/10.1017/s0022112085001896. 27

[198] J. P. Monty, Z. Harun et I. Marusic : A parametric study of adverse pressure gradient turbulent boundary layers. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 32:575–585, 2011. xiv, 46, 50, 51, 54, 55, 57, 60

[199] J. P. Monty, N. Hutchins, H. C. H. NG, I. Marusic et M. S. Chong : A comparison of turbulent pipe, channel and boundary layer flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 632:431–442, 2009. URL https://doi.org/10.1017/s0022112009007423. 29, 30

[200] J. P. Monty, J. A. Stewart, R. C. Williams et M. S. Chong : Large-scale features in turbulent pipe and channel flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 589, 2007. 29

[201] M. Morkovin : Effects of compressibility on turbulent flows. *In Mécanique de la Turbulence*, p. 367–380. 1961. 9

[202] Y. Na et P. Moin : Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 374:379–405, 1998. xv, 62, 63, 64, 68, 69, 71, 72, 73

[203] Y. Nagano, M. Tagawa et T. Tsuji : Effects of adverse pressure gradients on mean flows and turbulence statistics in a boundary layer. *In Turbulent Shear Flows 8*, p. 7–21. Springer Berlin Heidelberg, 1993. 52

[204] Y. Nagano, T. Tsuji et T. Houra : Structure of turbulent boundary layer subjected to adverse pressure gradient. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 19:563–572, 1998. 46

[205] H. Nagib et K. Chauhan : Variations of von Kármán coefficient in canonical flows. *Physics of Fluids*, 20(10):101518, 2008. URL https://doi.org/10.1063/1.3006423. 46

[206] H. M. Nagib, K. A. Chauhan et P. A. Monkewitz : Approach to an asymptotic state for zero pressure gradient turbulent boundary layers. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 365:755–770, 2007. xvi, 16, 17, 41, 112

[207] F. M. Najjar et S. Balachandar : Low-frequency unsteadiness in the wake of a normal flat plate. *Journal of Fluid Mechanics*, 370:101–147, 1998. URL https://doi.org/10.1017/s0022112098002110. 99

[208] T. B. Nickels : Inner scaling for wall-bounded flows subject to large pressure gradients. *Journal of Fluid Mechanics*, 521:217–239, 2004. URL https://doi.org/10.1017/s0022112004001788. 46

[209] F. Nicoud et F. Ducros : Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor. *Flow, Turbulence and Combustion*, 62(3):183–200, 1999. URL https://doi.org/10.1023/a:1009995426001. 101

[210] N. V. Nikitin, F. Nicoud, B. Wasistho, K. D. Squires et P. R. Spalart : An approach to wall modeling in large-eddy simulations. *Physics of Fluids*, 12(7):1629–1632, 2000. URL https://doi.org/10.1063/1.870414. 107, 110

[211] R. Örlü : *Experimental studies in jet flows and zero pressure-gradient turbulent boundary layers*. PhD thesis, Department of Mechanics, KTH Stockholm, Sweden, 2009. xii, 31

[212] R. Örlü et P. Schlatter : On the fluctuating wall-shear stress in zero pressure-gradient turbulent boundary layer flows. *Physics of Fluids*, 23(2):021704, 2011. URL https://doi.org/10.1063/1.3555191. 62

[213] M. Pamiès : *Contrôle d'une couche limite turbulente au moyen d'un micro-système distribué*. PhD thesis, Université de Lille I, 2008. xi, xii, 24, 25

[214] M. Pamiès, P.-E. Weiss, E. Garnier, S. Deck et P. Sagaut : Generation of synthetic turbulent inflow data for large eddy simulation of spatially evolving wall-bounded flows. *Physics of Fluids*, 21:045103, 2009. xvi, 114, 115

[215] R. L. Panton : Overview of the self-sustaining mechanisms of wall turbulence. *Progress in Aerospace Sciences*, 37:341–383, 2001. 23

[216] G. I. Park et P. Moin : An improved dynamic non-equilibrium wall-model for large eddy simulation. *Physics of Fluids*, 26:015108, 2014. xvi, 106

[217] P.-Y. Passaggia, T. Leweke et U. Ehrenstein : Transverse instability and low-frequency flapping in incompressible separated boundary layer flows : an experimental study. *Journal of Fluid Mechanics*, 703:363–373, 2012. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2012.225. 68

[218] L. A. Peletier : On the asymptotic behaviour of velocity profiles in laminar boundary layers. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 45:110–119, 1972. 40

[219] A. E. Perry : Turbulent boundary layers in decreasing adverse pressure gradients. *Journal of Fluid Mechanics*, 26(3):481–506, 1966. URL https://doi.org/10.1017/s0022112066001344. 46

[220] A. E. Perry, J. B. Bell et P. N. Joubert : Velocity and temperature profiles in adverse pressure gradient turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 25(2):299–320, 1966. URL https://doi.org/10.1017/s0022112066001666. 46

[221] U. Piomelli : Wall-layer models for Large-Eddy Simulations. *Progress in Aerospace Sciences*, 44:437–446, 2008. xvi, 2, 100, 103, 105, 106, 108

[222] U. Piomelli et E. Balaras : Wall-layer models for Large-Eddy simulations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 34(1):349–374, 2002. URL https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.34.082901.144919. 105, 106

[223] U. Piomelli, E. Balaras, H. Pasinato, K. D. Squires et P. R. Spalart : The inner-outer layer interface in large-eddy simulations with wall-layer models. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24(4):538–550, 2003. URL https://doi.org/10.1016/s0142-727x(03)00048-1. 107

[224] S. Pirozzoli, J. Romero, M. Fatica, R. Verzicco et P. Orlandi : One-point statistics for turbulent pipe flow up to $Re_\tau \approx 6000$. *Journal of Fluid Mechanics*, 926, 2021. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2021.727. 16, 31

[225] S. B. Pope : *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000. 1, 10, 11, 12, 15, 16, 17, 18, 21, 22, 44, 96, 98, 99, 101, 102, 106, 142, 191

[226] R. Pozuelo, Q. Li, P. Schlatter et R. Vinuesa : An adverse-pressure-gradient turbulent boundary layer with nearly constant $\beta \simeq 1.4$ up to $Re_\theta \simeq 8700$. *Journal of Fluid Mechanics*, 939:A34, 2022. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2022.221. 56, 60, 184

[227] S. Priebe, J. H. Tu, C. W. Rowley et M. P. Martín : Low-frequency dynamics in a shock-induced separated flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 807:441–477, 2016. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2016.557. 64

[228] H. Reichardt : Vollständige Darstellung der turbulenten Geschwindigkeitsverteilung in glatten Leitungen. *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 31(7):208–219, 1951. URL https://doi.org/10.1002/zamm.19510310704. 106

[229] N. Renard : *Simulations numériques avancées et analyses physiques de couches limites turbulentes à grand nombre de Reynolds*. PhD thesis, Université Paris VI, Pierre-et-Marie-Curie, 2016. xvi, 107

[230] N. Renard et S. Deck : Improvements in Zonal Detached Eddy Simulation for Wall Modeled Large Eddy Simulation. *AIAA Journal*, 53:3499–3504, 2015. xvi, 109, 111, 112, 203

[231] N. Renard et S. Deck : On the interface positioning in a Zonal Detached Eddy Simulation (ZDES) of a spatially developing flat plate turbulent boundary layer. *In Progress in Hybrid RANS-LES Modelling*, p. 203–213. Springer International Publishing, 2015. 112

[232] N. Renard et S. Deck : On the scale-dependent turbulent convection velocity in a spatially developing flat plate turbulent boundary layer at Reynolds number $Re_\theta = 13000$. *Journal of Fluid Mechanics*, 775:105–148, 2015. xvii, 33, 109, 142, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 200, 201

[233] N. Renard et S. Deck : A theoretical decomposition of mean skin friction generation into physical phenomena across the boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 790:339–367, 2016. xii, 31, 75, 184

[234] N. Renard et S. Deck : On the convection velocity of wall-bounded turbulence resolved by ZDES mode III at $Re_\theta = 13000$. *In Progress in Hybrid RANS-LES Modelling*, p. 325–336. Springer International Publishing, 2018. URL https://doi.org/10.1007/978-3-319-70031-1_27. 203

[235] N. Renard et S. Deck : On the resolution of mean skin friction by hybrid RANS/LES simulations at high Reynolds numbers. *In Direct and Large-Eddy Simulation XI*, p. 367–372. Springer International Publishing, 2019. URL https://doi.org/10.1007/978-3-030-04915-7_48. 112

[236] N. Renard, S. Deck et P.-E. Weiss : On the WMLES use of ZDES in compressible flows. *In AIAA Scitech 2019 Forum*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2019. URL https://doi.org/10.2514/6.2019-0086. 110, 203

[237] S. K. Robinson : Coherent motions in the turbulent boundary layer. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 23(1):601–639, jan 1991. URL https://doi.org/10.1146/annurev.fl.23.010191.003125. 22, 26

[238] P. Roe : Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes. *Journal of Computational Physics*, 43(2):357–372, 1981. URL https://doi.org/10.1016/0021-9991(81)90128-5. 117, 138

[239] J. Rotta : Turbulent boundary layers in incompressible flow. *Progress in Aerospace Sciences*, 2:1–95, 1962. 41

[240] C. L. Rumsey, J.-R. Carlson, T. H. Pulliam et P. R. Spalart : Improvements to the Quadratic Constitutive Relation based on NASA juncture flow data. *AIAA Journal*, 58(10):4374–4384, 2020. URL https://doi.org/10.2514/1.j059683. 98

[241] K. Sabnis, P. R. Spalart, D. Galbraith, H. Babinsky et J. Benek : Capabilities and limitations of the Quadratic Constitutive Relation in corner flow prediction. *In AIAA AVIATION 2021 FORUM*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2021. URL https://doi.org/10.2514/6.2021-2883. 98

[242] P. Sagaut, S. Deck et M. Terracol : *Multiscale and Multiresolution Approaches in Turbulence*. Imperial College Press, second édn, 2013. xv, xvi, 100, 102, 103

[243] P. Sagaut : *Large Eddy Simulation for Incompressible Flows*. Springer Berlin Heidelberg, 2002. URL https://doi.org/10.1007/978-3-662-04695-1. 100, 101

[244] N. D. Sandham : Effects of compressibility and shock-wave interactions on turbulent shear flows. *Flow, Turbulence and Combustion*, 97(1):1–25, 2016. URL https://doi.org/10.1007/s10494-016-9733-6. 68

[245] C. Sanmiguel Vila, R. Örlü, R. Vinuesa, P. Schlatter, A. Ianiro et S. Discetti : Adverse-pressure-gradient effects on turbulent boundary layers : Statistics and flow-field organization. *Flow, Turbulence and Combustion*, 99:589–612, 2017. 51, 52, 54

[246] C. Sanmiguel Vila, R. Vinuesa, S. Discetti, A. Ianiro, P. Schlatter et R. Örlü : On the identification of well-behaved turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 822:109–138, 2017. xiii, 42, 43, 72

[247] C. Sanmiguel Vila, R. Vinuesa, S. Discetti, A. Ianiro, P. Schlatter et R. Örlü : Experimental realisation of near-equilibrium adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 112:109975, 2020. URL https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2019.109975. 50, 51, 55, 56, 57

[248] C. Sanmiguel Vila, R. Vinuesa, S. Discetti, A. Ianiro, P. Schlatter et R. Örlü : Separating adverse-pressure-gradient and Reynolds-number effects in turbulent boundary layers. *Physical Review Fluids*, 5(6):064609, 2020. URL https://doi.org/10.1103/physrevfluids.5.064609. xiv, 33, 54, 55, 56, 57, 60, 61

[249] F. Sartor, C. Mettot, R. Bur et D. Sipp : Unsteadiness in transonic shock-wave/boundary-layer interactions : experimental investigation and global stability analysis. *Journal of Fluid Mechanics*, 781: 550–577, 2015. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2015.510. 68

[250] D. M. Schatzman et F. O. Thomas : An experimental investigation of an unsteady adverse pressure gradient turbulent boundary layer : embedded shear layer scaling. *Journal of Fluid Mechanics*, 815:592–642, 2017. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2017.65. 50, 60

[251] P. Schlatter, Q. Li, G. Brethouwer, A. V. Johansson et D. S. Henningson : Simulations of spatially evolving turbulent boundary layers up to $Re_\theta = 4300$. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 31(3):251–261, June 2010. URL https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2009.12.011. 101

[252] P. Schlatter et R. Örlü : Assessment of direct numerical simulation data of turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 659:116–126, 2010. xii, 14, 31, 42

[253] P. Schlatter et R. Örlü : Turbulent boundary layers at moderate Reynolds numbers : inflow length and tripping effects. *Journal of Fluid Mechanics*, 710:5–34, 2012. 42, 72

[254] H. Schlichting : *Boundary-Layer Theory*. 1968. xii, 8, 38, 39, 40

[255] W. H. Schofield : Equilibrium boundary layers in moderate to strong adverse pressure gradients. *Journal of Fluid Mechanics*, 113:91, 1981. 41

[256] W. Schoppa et F. Hussain : Coherent structure generation in near-wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 453:57–108, fév. 2002. URL https://doi.org/10.1017/s002211200100667x. xii, 26

[257] U. Schumann : Subgrid scale model for finite difference simulations of turbulent flows in plane channels and annuli. *Journal of Computational Physics*, 18(4):376–404, 1975. URL https://doi.org/10.1016/0021-9991(75)90093-5. 105

[258] J. Serrin : Asymptotic behaviour of velocity profiles in the Prandtl boundary layer theory. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 299:491–507, 1967. 40

[259] A. S. Sharma et B. J. McKeon : On coherent structure in wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 728:196–238, 2013. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2013.286. 29

[260] M. Shehzad, B. Sun, D. Jovic, Y. Ostovan, C. Cuvier, J.-M. Foucaut, C. Willert, C. Atkinson et J. Soria : Investigation of large scale motions in zero and adverse pressure gradient turbulent boundary layers using high-spatial-resolution particle image velocimetry. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 129:110469, 2021. URL https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2021.110469. 54

[261] M. L. Shur, P. R. Spalart, M. K. Strelets et A. Travin : Navier-Stokes simulation of shedding turbulent flow past a circular cylinder and a cylinder with backward splitter plate. *In Third European CFD Conference*, 1996. 96

[262] M. L. Shur, P. R. Spalart, M. K. Strelets et A. K. Travin : A hybrid RANS-LES approach with delayed-DES and wall-modelled LES capabilities. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 29:1638–1649, 2008. 107, 108, 110

[263] M. L. Shur, P. R. Spalart, M. K. Strelets et A. K. Travin : An enhanced version of DES with rapid transition from RANS to LES in separated flows. *Flow, Turbulence and Combustion*, 95(4):709–737, 2015. URL https://doi.org/10.1007/s10494-015-9618-0. 104

[264] M. Shur, P. R. Spalart, M. Strelets et A. Travin : A rapid and accurate switch from RANS to LES in boundary layers using an overlap region. *Flow, Turbulence and Combustion*, 86(2):179–206, 2011. URL https://doi.org/10.1007/s10494-010-9309-9. 108, 110

[265] J. Sillero, J. Jiménez, R. Moser et N. Malaya : Direct simulation of a zero-pressure-gradient turbulent boundary layer up to $Re_\theta = 6650$. *Journal of Physics : Conference Series*, 318:022023, 2011. 94

[266] J. A. Sillero, J. Jiménez et R. D. Moser : One-point statistics for turbulent wall-bounded flows at Reynolds numbers up to $\delta^+ \approx 2000$. *Physics of Fluids*, 25:105102, 2013. xi, xii, 14, 15, 18, 19, 21, 22, 31

[267] F. Simon, S. Deck, P. Guillen, P. Sagaut et A. Merlen : Numerical simulation of the compressible mixing layer past an axisymmetric trailing edge. *Journal of Fluid Mechanics*, 591, 2007. 109

[268] R. L. Simpson : A review of some phenomena in turbulent flow separation. *Journal of Fluids Engineering*, 103(4):520–533, 1981. URL https://doi.org/10.1115/1.3241761. 62

[269] R. L. Simpson : A model for the backflow mean velocity profile. *AIAA Journal*, 21(1):142–143, 1983. URL https://doi.org/10.2514/3.8040. 64

[270] R. L. Simpson : Turbulent boundary-layer separation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 21:205–232, 1989. xiv, 62, 63, 71

[271] R. L. Simpson : Aspects of turbulent boundary-layer separation. *Progress in Aerospace Sciences*, 32 (5):457–521, 1996. URL https://doi.org/10.1016/0376-0421(95)00012-7. 64

[272] R. Simpson, Y.-T. Chew et B. G. Shivaprasad : The structure of a separating turbulent boundary layer. Part 2. Higher-order turbulence results. *Journal of Fluid Mechanics*, 113:53–73, 1981. 69

[273] R. L. Simpson, Y.-T. Chew et B. G. Shivaprasad : The structure of a separating turbulent boundary layer. Part 1. Mean flow and Reynolds stresses. *Journal of Fluid Mechanics*, 113:23, 1981. 72

[274] P. E. Skåre et P.-A. Krogstad : A turbulent equilibrium boundary layer near separation. *Journal of Fluid Mechanics*, 272:319, 1994. xiii, 13, 19, 21, 42, 44, 46, 49, 50, 52, 53, 54

[275] M. Skote et D. Henningson : Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 471, 2002. xv, 46, 47, 57, 62, 63, 64, 65, 106

[276] M. Skote, D. Henningson et R. Henkes : Direct numerical simulation of self-similar turbulent boundary layers in adverse pressure gradient conditions. *Flow, Turbulence and Combustion*, 60:47–85, 1998. 54

[277] J. Slotnick, A. Khodadoust, J. Alonso, D. Darmofal, W. Gropp, E. Lurie et D. Mavriplis : CFD vision 2030 study : A path to revolutionary computational aerosciences. Rap. tech., NASA, 2014. 105

[278] J. Smagorinsky : General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly weather review*, 91(3):99–164, 1963. URL https://doi.org/10.1175/1520-0493(1963)091<0099:gcewtp>2.3.co;2. 101

[279] A. J. Smits : Some observations on Reynolds number scaling in wall-bounded flows. *Physical Review Fluids*, 5(11):110514, 2020. URL https://doi.org/10.1103/physrevfluids.5.110514. 2

[280] A. J. Smits, B. J. McKeon et I. Marusic : High Reynolds number wall turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 43:353–375, 2011. 2, 16, 21, 26, 29, 31, 34

[281] S. Song et J. K. Eaton : Reynolds number effects on a turbulent boundary layer with separation, reattachment, and recovery. *Experiments in Fluids*, 36:246–258, 2004. 3, 73, 145, 182

[282] S. Song, D. B. DeGraaff et J. K. Eaton : Experimental study of a separating, reattaching, and redeveloping flow over a smoothly contoured ramp. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21 (5):512–519, oct. 2000. URL https://doi.org/10.1016/s0142-727x(00)00039-4. 72, 73

[283] P. Spalart et S. Allmaras : A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *In 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992. 97

[284] P. Spalart et S. Allmaras : A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. *La Recherche Aérospatiale*, (1):5–21, 1994. xx, 97, 120, 145

[285] P. R. Spalart : Direct simulation of a turbulent boundary layer up to $Re_\theta = 1410$. *Journal of Fluid Mechanics*, 187:61, 1988. 21

[286] P. R. Spalart : Strategies for turbulence modelling and simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21:252–263, 2000. 2, 96, 97, 98, 99, 100, 103

[287] P. R. Spalart : Detached-Eddy Simulation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 41(1):181–202, 2009. URL https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.010908.165130. 104

[288] P. R. Spalart, S. Deck, M. L. Shur, K. D. Squires, M. K. Strelets et A. Travin : A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 20:181–195, 2006. 104, 110

[289] P. R. Spalart, W.-H. Jou, M. Strelets et S. R. Allmaras : Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. *In Proceedings of the First AFOSR International Conference on DNS/LES*, p. 137–147. Greyden Press, 1997. xix, 2, 103, 104

[290] P. R. Spalart et J. H. Watmuff : Experimental and numerical study of a turbulent boundary layer with pressure gradients. *Journal of Fluid Mechanics*, 249:337–371, 1993. 7, 13, 44, 49, 50, 207

[291] P. Spalart et G. Coleman : Numerical study of a separation bubble with heat transfer. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 16(2):169–189, 1997. URL https://eprints.soton.ac.uk/71967/. 62

[292] D. B. Spalding : A single formula for the Law of the Wall. *Journal of Applied Mechanics*, 28(3):455–458, 1961. 106

[293] C. Speziale, S. Sarkar et T. Gatski : Modelling the pressure–strain correlation of turbulence : an invariant dynamical systems approach. *Journal of Fluid Mechanics*, 227:245–272, 1991. URL https://doi.org/10.1017/s0022112091000101. 99, 120, 145

[294] A. Spille-Kohoff et H.-J. Kaltenbach : Generation of turbulent inflow data with a prescribed shear-stress profile. *In DNS/LES Progress and Challenges*, p. 8, 2001. xvi, 115, 116

[295] M. Stanislas, L. Perret et J.-M. Foucaut : Vortical structures in the turbulent boundary layer : a possible route to a universal representation. *Journal of Fluid Mechanics*, 602, 2008. 28

[296] K. Stewartson : Further solutions of the Falkner-Skan equation. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 50(3):454–465, 1954. URL https://doi.org/10.1017/s030500410002956x. 39

[297] B. S. Stratford : An experimental flow with zero skin friction throughout its region of pressure rise. *Journal of Fluid Mechanics*, 5:17, 1959. 38

[298] B. S. Stratford : The prediction of separation of the turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 5(01):1, 1959. URL https://doi.org/10.1017/s0022112059000015. xiii, 38, 46, 47, 65

[299] Á. Tanarro, R. Vinuesa et P. Schlatter : Effect of adverse pressure gradients on turbulent wing boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 883, 2020. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2019.838. 42, 52, 54, 56, 57

[300] T. Theodorsen : Mechanism of turbulence. *In Proceedings of the Second Midwestern Conference on Fluid Mechanics*, p. 1–18. Ohio State University, 1952. 27

[301] C. D. Tomkins et R. J. Adrian : Energetic spanwise modes in the logarithmic layer of a turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 545(-1):141, 2005. URL https://doi.org/10.1017/s0022112005006397. 29

[302] A. A. Townsend : *The structure of turbulent shear flow*. Cambridge University Press, Cambridge England New York, 1976. 41, 49, 72

[303] A. Travin, M. Shur, M. Strelets et P. Spalart : Detached-Eddy simulations past a circular cylinder. *Flow, Turbulence and Combustion*, 63(1/4):293–313, 2000. URL https://doi.org/10.1023/a:1009901401183. 99

[304] F. Trias, A. Gorobets et A. Oliva : Turbulent flow around a square cylinder at Reynolds number 22,000 : A DNS study. *Computers & Fluids*, 123:87–98, 2015. URL https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2015.09.013. xv, 102

[305] T. R. Troutt, B. Scheelke et T. R. Norman : Organized structures in a reattaching separated flow field. *Journal of Fluid Mechanics*, 143:413–427, 1984. URL https://doi.org/10.1017/s0022112084001415. 67

[306] A. Uzun et M. R. Malik : Simulation of a turbulent flow subjected to favorable and adverse pressure gradients. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 35(3):293–329, 2021. URL https://doi.org/10.1007/s00162-020-00558-4. 73

[307] M. Vallikivi, M. Hultmark et A. J. Smits : Turbulent boundary layer statistics at very high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 779:371–389, 2015. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2015.273. 30, 60

[308] E. R. van Driest : On turbulent flow near a wall. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 23(11):1007–1011, 1956. URL https://doi.org/10.2514/8.3713. 115

[309] M. Van Dyke : *An album of fluid motion*. Parabolic Press, Stanford, Calif, 1982. ISBN 0-915760-02-9. xii, 38

[310] J. Vaquero, N. Renard et S. Deck : Advanced simulations of turbulent boundary layers under pressure-gradient conditions. *Physics of Fluids*, 31(11):115111, 2019. URL https://doi.org/10.1063/1.5126932. 119, 120, 138, 203

[311] J. Vaquero, N. Renard et S. Deck : Effects of upstream perturbations on the solution of the laminar and fully turbulent boundary layer equations with pressure gradients. *Physics of Fluids*, 31(12):125103, 2019. URL https://doi.org/10.1063/1.5125496. 41, 42, 76

[312] J. Vaquero, N. Renard et S. Deck : Advanced RANS and hybrid RANS/LES simulations of a turbulent boundary layer under pressure gradients. *In 13th International ERCOFTAC symposium on engineering, turbulence, modelling and measurements*, Rhodes, Greece, 2021. URL https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03368482. 120, 138, 140

[313] J. Vaquero, N. Renard et S. Deck : Outer layer turbulence dynamics in a high-Reynolds-number boundary layer up to $Re_\theta \approx 24{,}000$ recovering from mild separation. *Journal of Fluid Mechanics*, 942:A42, 2022. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2022.389. 146

[314] J. Vaquero, N. Renard et S. Deck : Assessment of ZDES for WMLES of turbulent boundary layers with pressure gradient and mild flow separation. *In AIAA Aviation 2021 Forum*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, juil. 2021. URL https://doi.org/10.2514/6.2021-2811. 120, 138, 140

[315] J. Verrière, F. Gand et S. Deck : Zonal Detached-Eddy Simulations of a dual-stream jet. *AIAA Journal*, 54(10):3176–3190, 2016. URL https://doi.org/10.2514/1.j054896. 109

[316] P. Vincenti, J. Klewicki, C. Morrill-Winter, C. M. White et M. Wosnik : Streamwise velocity statistics in turbulent boundary layers that spatially develop to high Reynolds number. *Experiments in Fluids*, 54(12), 2013. URL https://doi.org/10.1007/s00348-013-1629-9. xii, 33

[317] R. Vinuesa, A. Bobke, R. Örlü et P. Schlatter : On determining characteristic length scales in pressure-gradient turbulent boundary layers. *Physics of Fluids*, 28(5):055101, 2016. URL https://doi.org/10.1063/1.4947532. 50

[318] R. Vinuesa, S. M. Hosseini, A. Hanifi, D. S. Henningson et P. Schlatter : Pressure-gradient turbulent boundary layers developing around a wing section. *Flow, Turbulence and Combustion*, 99(3-4):613–641, 2017. URL https://doi.org/10.1007/s10494-017-9840-z. 52, 56, 57

[319] R. Vinuesa, P. S. Negi, M. Atzori, A. Hanifi, D. S. Henningson et P. Schlatter : Turbulent boundary layers around wing sections up to Re_c=1, 000, 000. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 72:86–99, 2018. 43, 52

[320] R. Vinuesa, R. Örlü, C. Sanmiguel Vila, A. Ianiro, S. Discetti et P. Schlatter : Revisiting history effects in adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers. *Flow, Turbulence and Combustion*, 99:565–587, 2017. 42, 43, 61

[321] H. von Helmholtz : Xliii. on discontinuous movements of fluids. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 36(244):337–346, 1868. URL https://doi.org/10.1080/14786446808640073. 65

[322] F. Waleffe et J. Kim : How streamwise rolls and streaks self-sustain in a shear flow : Part II. *In 29th AIAA, Fluid Dynamics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1998. URL https://doi.org/10.2514/6.1998-2997. 26

[323] J. M. Wallace, H. Eckelmann et R. S. Brodkey : The wall region in turbulent shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 54(1):39–48, 1972. URL https://doi.org/10.1017/s0022112072000515. 24

[324] J. Weiss, A. Mohammed-Taifour et Q. Schwaab : Unsteady behavior of a pressure-induced turbulent separation bubble. *AIAA Journal*, 53(9):2634–2645, 2015. URL https://doi.org/10.2514/1.j053778. 66, 67

[325] P. E. Weiss et S. Deck : Numerical investigation of the robustness of an axisymmetric separating/reattaching flow to an external perturbation using ZDES. *Flow, Turbulence and Combustion*, 91(3):697–715, 2013. URL https://doi.org/10.1007/s10494-013-9484-6. xvi, 109, 110

[326] P. Welch : The use of fast fourier transform for the estimation of power spectra : A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, 15:70–73, 1967. 191

[327] D. Wilcox : *Turbulence modeling for CFD*. DCW Industries, La Cañada, Calif, 2006. ISBN 978-1-928729-08-2. 98, 99, 115, 116

[328] C. E. Willert, J. Soria, M. Stanislas, J. Klinner, O. Amili, M. Eisfelder, C. Cuvier, G. Bellani, T. Fiorini et A. Talamelli : Near-wall statistics of a turbulent pipe flow at shear Reynolds numbers up to 40 000. *Journal of Fluid Mechanics*, 826, 2017. URL https://doi.org/10.1017/jfm.2017.498. 31

[329] C. Willert, C. Cuvier, J. Foucaut, J. Klinner, M. Stanislas, J. Laval, S. Srinath, J. Soria, O. Amili, C. Atkinson, C. Kähler, S. Scharnowski, R. Hain, A. Schröder, R. Geisler, J. Agocs et A. Röse : Experimental evidence of near-wall reverse flow events in a zero pressure gradient turbulent boundary layer. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 91:320–328, 2018. URL https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2017.10.033. 62

[330] C. D. Winant et F. K. Browand : Vortex pairing : the mechanism of turbulent mixing-layer growth at moderate Reynolds number. *Journal of Fluid Mechancis*, 63(02):237, 1974. URL https://doi.org/10.1017/s0022112074001121. 67

[331] W. Wu, C. Meneveau et R. Mittal : Spatio-temporal dynamics of turbulent separation bubbles. *Journal of Fluid Mechanics*, 883:A45, 2020. xv, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 71, 74

[332] X. I. A. Yang, J. Sadique, R. Mittal et C. Meneveau : Integral wall model for large eddy simulations of wall-bounded turbulent flows. *Physics of Fluids*, 27(2):025112, 2015. URL https://doi.org/10.1063/1.4908072. 106

[333] M. Yoon, J. Hwang et H. J. Sung : Contribution of large-scale motions to the skin friction in a moderate adverse pressure gradient turbulent boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 848:288–311, 2018. 56, 57

[334] M. Zagarola et A. Smits : Mean-flow scaling of turbulent pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 373:33–79, 1998. URL https://doi.org/10.1017/s0022112098002419. 16, 50

[335] J. Zhou, R. J. Adrian, S. Balachandar et T. M. Kendall : Mechanisms for generating coherent packets of hairpin vortices in channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 387:353–396, 1999. 57