



HAL
open science

Développement d'une centrale inertielle hybride à atomes froids

Jeanne Bernard

► **To cite this version:**

Jeanne Bernard. Développement d'une centrale inertielle hybride à atomes froids. Autre [cond-mat.other]. HESAM Université, 2022. Français. NNT : 2022HESAC012 . tel-03917924

HAL Id: tel-03917924

<https://theses.hal.science/tel-03917924v1>

Submitted on 2 Jan 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE DOCTORALE SMI
Laboratoire Commun de Métrologie

THÈSE

présentée par : Jeanne BERNARD

soutenue le : 1er décembre 2022

pour obtenir le grade de : Docteur d'HESAM Université

préparée à : Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales

Discipline : Milieux dilués et optique

Spécialité : Sciences pour l'ingénieur spécialité Métrologie

Développement d'une centrale inertielle hybride
à atomes froids

THÈSE dirigée par :

M. Malo CADORET Maître de conférences, CNAM
et co-encadrée par :

M. Yannick BIDEL Directeur de recherche, ONERA

Jury

Mme Hélène PERRIN

M. Baptiste BATTELIER

Mme Mathilde HUGBART

M. Pierre DESBIOLLES

M. Marc HIMBERT

M. Franck PEREIRA DOS
SANTOS

Directrice de recherche, LPL

Ingénieur de recherche, Institut d'optique d'Aquitaine

Directrice de recherche, Institut de physique de Nice

Inspecteur général de l'éducation, du sport et de la
recherche

Professeur des universités, CNAM

Directeur de recherche, SYRTE

Présidente

Rapporteur

Rapporteuse

Examinateur

Examinateur

Examinateur

Affidavit

Je soussignée, Jeanne BERNARD, déclare par la présente que le travail présenté dans ce manuscrit est mon propre travail, réalisé sous la direction scientifique de Malo CADORET (directeur) et de Yannick BIDEL (co-encadrant), dans le respect des principes d'honnêteté, d'intégrité et de responsabilité inhérents à la mission de recherche. Les travaux de recherche et la rédaction de ce manuscrit ont été réalisés dans le respect de la charte nationale de déontologie des métiers de la recherche. Ce travail n'a pas été précédemment soumis en France ou à l'étranger dans une version identique ou similaire à un organisme examinateur.

Fait à Antony, le 10/10/2022



Affidavit

I, undersigned, Jeanne BERNARD, hereby declare that the work presented in this manuscript is my own work, carried out under the scientific direction of Malo CADORET (thesis director) and of Yannick BIDEL (co-thesis director), in accordance with the principles of honesty, integrity and responsibility inherent to the research mission. The research work and the writing of this manuscript have been carried out in compliance with the French charter for Research Integrity. This work has not been submitted previously either in France or abroad in the same or in a similar version to any other examination body.

Place Antony, date 10/10/2022



REMERCIEMENTS

J'ai effectué mes travaux de thèse au sein du Département Physique, instrumentation, environnement, espace (DPHY) de l'ONERA, dans l'unité Sources Laser et Métrologie (SLM). Je souhaite donc remercier Olivier Le Traon, Alexandre Bresson et Myriam Raybaut de m'avoir accueillie dans le département et au sein de l'unité.

Je tiens sincèrement à remercier tous les membres du jury d'avoir accepté la charge d'évaluer ce travail. Un grand merci pour votre bienveillance pendant ma soutenance de thèse. Je remercie en particulier mes deux rapporteurs, Mathilde Hugbart et Baptiste Battelier, pour leur lecture attentive de ce manuscrit, et pour leurs remarques pertinentes qui m'ont permis de préparer ma soutenance. Un grand merci également à Hélène Perrin, pour avoir accepté le rôle de présidente du jury. Je remercie aussi Franck Pereira Dos Santos d'avoir été examinateur, mais surtout de m'avoir fait découvrir le monde passionnant de l'interférométrie atomique lors de mon tout premier stage de recherche en 2016. Merci à Marc Himbert d'avoir apporté son œil d'expert en métrologie en tant qu'examineur. Et enfin merci à Pierre Desbiolles d'avoir accepté la charge d'examineur malgré un emploi du temps sûrement très chargé d'inspecteur général.

Le travail de thèse présenté dans ce manuscrit n'aurait pas été possible sans mes formidables directeurs Malo Cadoret et Yannick Bidel. Je ne saurais vous remercier assez pour les trois années et demie passées à vos côtés. Vous êtes très complémentaires dans votre encadrement, et j'ai tellement appris grâce à vous, à la fois en physique théorique et en physique expérimentale. Dès notre toute première semaine passée ensemble au printemps 2019, pour préparer la campagne gravi à Toulouse, je me suis sentie à l'aise avec vous et j'ai compris que j'avais fait le bon choix de thèse. J'espère que vous aurez beaucoup d'autres campagnes comme celle-ci : alors n'oubliez pas de faire travailler le stagiaire pendant que vous faites la sieste sur les matelas !

Malo j'ai été ta première doctorante officielle après ton HDR : j'espère que ces trois années t'ont donné envie de prendre d'autres étudiants sous ton aile. Un très grand merci pour ta présence et ta disponibilité à toute heure du jour et de la nuit pour discuter de physique atomique, de voile, d'enseignement et d'autres choses. On a passé de sacrés bons moments, et je ne suis pas prête d'oublier le jour où on a tracé des « franges dignes du SYRTE! », ou bien notre running gag sur « Yannick Bidel de l'ONERA » (et j'en passe).

Yannick je te remercie du fond du cœur de m'avoir pris en stage de fin de M2 au printemps 2019. Tu m'as très vite laissée en autonomie sur CHAMO, mais tu as toujours été là lorsque j'avais besoin d'aide. Tes idées pour faire avancer le projet m'ont impressionné dès le début, et j'espère que le secret du brevet sera levé pour que vous puissiez le mettre en œuvre expérimentalement. J'ai hâte de voir le résultat !

À mon arrivée à l'ONERA, j'ai été accueillie au sein de l'équipe « Capteurs Inertiels à Atomes Froids » qui a plus que doublé d'effectif pendant ma thèse. Je souhaite remercier toutes les personnes appartenant à CIAF, en commençant par Alexandre Bresson. Ton aide à la fois sur CHAMO et LabView, mais aussi sur des questions administratives (le fameux complément de salaire), a été salutaire. Cédric Blanchard ensuite, notre technicien, et l'une des personnes les plus organisées que je connaisse : merci pour toutes les fois où tu m'as aidé pour faire avancer ma manip (et j'espère que tu me pardonneras pour cette fameuse partie de babyfoot). Un grand

REMERCIEMENTS

merci à Isadora Perrin, la doctorante précédente sur CHAMO, qui commençait sa rédaction à mon arrivée en stage. Tu m'as laissé une manip formidable. Je remercie aussi Nassim Zahzam, pour la cohabitation dans la salle de manip qui s'est très bien passée, et pour nos discussions et débats pour lesquelles tu aimais te faire l'avocat du diable avec Alex. Malheureusement je n'ai jamais vu tes tractions sur la pointe des doigts dans l'encadrement de ta porte de bureau...Je n'oublie pas les nouveaux permanents arrivés pendant ma thèse : Alexis Bonnin et Sylvain Schwartz, qui ont commencé l'activité Rydberg. J'ai été contente de te retrouver Alexis, quelques années après mon passage au SYRTE où tu étais en post-doc. J'aime beaucoup ta façon d'arriver à intuitiver et expliquer simplement des phénomènes physiques complexes. Merci beaucoup Sylvain pour ton point de vue un peu plus extérieur, qui nous a souvent permis de prendre du recul sur notre recherche. Et enfin, notre équipe ne serait pas ce qu'elle est sans les doctorants : Clément Salducci, Noémie Marquet et Romain Duverger, le trio de Supoptique arrivé au printemps 2021. Votre arrivée m'a fait le plus grand bien, car j'étais parfois un peu seule en salle de manip. J'ai eu la chance de pouvoir t'encadrer pendant ton stage Clément. J'espère avoir été à la hauteur, malgré nos problèmes expérimentaux (surtout l'asservissement du laser). Je te souhaite une excellente continuation en thèse : je sais que CHAMOIS est entre de bonnes mains ! Je remercie aussi Noémie et Romain, avec qui j'ai partagé un bureau, et dont les remarques et conseils sur mes présentations orales m'ont bien aidé à prendre du recul sur mes recherches. Je vous souhaite une excellente fin de thèse.

J'en arrive ensuite à mes compagnons d'infortune de SLM qui ont commencé leur thèse en même temps que moi : Elodie Lin et Jonas Hamperl. J'ai toujours pris plaisir à venir discuter dans votre bureau, pour prendre des nouvelles et partager les derniers gossips. Je vous souhaite plein de réussite pour la suite. En 2020 nous avons été rejoints par Eve-Line Bancel, la bonne humeur incarnée : j'espère que tout va bien pour toi à Lille.

Finalement c'est toute l'unité SLM que je souhaiterais remercier, et en particulier Rosa Santagata, avec qui j'ai beaucoup partagé. Un grand merci aussi à Marie-Line Pacou et Hélène Lelièvre, qui ont toujours été disponibles pour m'aider sur des tâches administratives. Enfin je n'oublie pas Pier-Henri Chevalier, avec qui j'ai partagé mon bureau au début de ma thèse. J'espère que tu te plais en Belgique.

Je pense aussi à Isabelle Ribet et François Nez, qui ont constitué mon comité de suivi de thèse pendant ces trois années. Merci beaucoup pour votre aide et vos précieux conseils.

Je ne pourrais oublier dans ces remerciements l'Institut d'Optique Graduate School, qui m'a accueilli pendant ma thèse en tant que monitrice, et qui est à présent ma nouvelle maison. Un grand merci à l'équipe du LEnsE avec qui j'ai travaillé : Thierry Avignon, Cédric Lejeune et Fabienne Bernard. Je ne pourrais pas imaginer de meilleurs collègues aujourd'hui. Et puis bien sûr il y a Lionel Jacubowicz, qui a pris sa retraite pile à la fin de ma thèse et qui m'a permis d'avoir cette opportunité extraordinaire de commencer ma carrière de professeure agrégée directement dans le supérieur. Merci pour tout, et merci par avance pour tout le savoir expérimental que tu vas me transmettre cette année.

Parenthèse plus terre-à-terre : merci à l'ENS de Lyon de m'avoir attribué un CDSN (Contrat Doctoral Spécifique Normalien) pour financer ma thèse. Mais surtout merci à tous mes professeurs : j'ai passé trois années si riches à Lyon, qui m'ont permises d'aborder sereinement mon M2 à Ulm puis ma thèse à l'ONERA.

Je souhaite remercier tous mes amis (de lycée, prépa et ENS) qui ont toujours porté de l'intérêt à mes recherches, mêmes les non-physiciens. J'ai bien sûr une pensée particulièrement

affectueuse pour Thomas, que je connais depuis si longtemps. Un très très grand merci pour ton soutien sans faille, ta bonne humeur légendaire et ton amour pour les churros. Je pense aussi bien sûr à Anne, ma binôme d'agreg et compagne d'infortune : soyons fières de tout le chemin parcouru à présent que nous sommes docteurs toutes les deux. Et puis surtout, dans JeAnne il y a Anne et ça, on n'est pas prêtes de l'oublier. Big up aussi à notre bande de physiciens : Yannick, Ougo et Louison. J'espère qu'on ne se lâchera pas de vue, et que dans dix ans on se retrouvera autour des meilleures pâtes qu'on n'ait jamais mangé, attablés au restaurant d'Ugo. Parmi mes amis de Lyon, je ne saurais oublier Robin, ses pas de danse et ses cannelés. On a vécu de sacrés moments ensemble, et je suis certaine que cela va durer encore longtemps.

Je ne serais pas arrivé là sans ma famille, que je tiens à remercier tout particulièrement : Maman, Papa, Louise et Paul. Vous m'avez toujours soutenue dans mes projets et mes études, et aujourd'hui ce doctorat repose aussi sur vos épaules. Ma famille c'est aussi les Lulus : Sophie, Michel, Martin, Tanguy, Flore (mon petit verre à dent) et Titou. Merci pour toutes nos vacances merveilleuses, et pour votre présence indéfectible (tous les jours, et en particulier le jour de ma soutenance).

Je termine ces pages pour remercier Antoine, mon supporter numéro 1 depuis plus de six ans. Tu as toujours cru en moi, même lorsque j'avais perdu courage. Tu es mon soutien de tous les instants, et ma plus grande joie. Tu as écouté patiemment toutes mes répétitions pour mes conférences et séminaires, mes auditions de PRAG, et enfin ma soutenance. Tu es certainement le non-physicien le plus calé en atomes froids et en interférométrie atomique que je connaisse : cette thèse, c'est aussi la tienne.

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements	i
Acronymes et notations	ix
Introduction	1
0.1 Introduction à la navigation inertielle	1
0.1.1 Accéléromètres et gyromètres pour la navigation	2
0.1.2 Performances et limites des centrales inertielles actuelles	3
0.2 Les capteurs inertiels à atomes froids	5
0.2.1 L'intérêt des capteurs inertiels à interférométrie atomique pour la navigation	5
0.2.2 Revue historique de l'interférométrie atomique	7
0.2.3 Applications des capteurs inertiels à atomes froids	9
0.3 État de l'art des capteurs inertiels atomiques	13
0.3.1 Gravimètres/gradiomètres	13
0.3.2 Accéléromètres horizontaux/tiltmètres	15
0.3.3 Gyromètres	16
0.3.4 Capteurs multi-axes	16
0.3.5 Les défis à relever pour concevoir une centrale inertielle à atomes froids embarquée	17
0.4 Organisation des travaux de thèse	18
0.5 Plan du manuscrit	19
I Les capteurs inertiels à atomes froids en théorie	21
I.1 Transitions Raman stimulées pour l'interférométrie atomique	21
I.1.1 Transition Raman stimulée à deux photons	22
I.1.2 Dynamique du système	24
I.1.3 Séparatrices et miroirs atomiques pour l'interférométrie	26
I.1.4 Sélectivité en vitesse de la transition Raman	27
I.2 Interférométrie atomique de type Mach-Zehnder	28
I.2.1 Description de l'interféromètre	28
I.2.2 Probabilité de détection en sortie	29
I.2.3 Une autre méthode pour calculer le déphasage	31
I.2.4 Approche perturbative	33
I.2.5 Étude du contraste des franges d'interférences	33
I.3 Hybridation entre capteurs inertiels classiques et quantiques	36
I.3.1 Indétermination de franges	36
I.3.2 Temps morts et bande passante limitée	36
I.3.3 Structure de l'algorithme d'hybridation	37
I.4 Conclusion	37
II Les capteurs inertiels à atomes froids en pratique : méthodes et dispositifs expérimentaux	39
II.1 Architecture globale de CHAMOIS	39
II.2 Génération des fréquences optiques	40
II.2.1 Système laser fibré et micro-onde	41

II.2.2	Système laser en espace libre	45
II.3	Source d'atomes froids	53
II.3.1	Piège magnéto-optique	53
II.3.2	Mélasse optique	55
II.4	Préparation et détection des atomes	57
II.4.1	Préparation de l'état quantique d'entrée dans l'interféromètre	57
II.4.2	Détection en sortie d'interféromètre	59
II.5	Conclusion	61
III	Accéléromètre atomique horizontal utilisant des faisceaux Raman balayés en fréquence	63
III.1	L'interférométrie atomique en régime de faible vitesse et de faible accélération	63
III.1.1	Rappels sur la configuration verticale d'interféromètre	63
III.1.2	Dégénérescence des paires Raman dans un régime de faible vitesse et de faible accélération	65
III.2	Levée de dégénérescence des transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ grâce à des faisceaux Raman balayés en fréquence	66
III.2.1	Principe de la méthode	66
III.2.2	Mise en place expérimentale de la rampe de fréquence β	67
III.2.3	Démonstration expérimentale de la levée de dégénérescence par spectroscopie Raman	70
III.3	Interféromètre horizontal	72
III.3.1	Interféromètre Mach-Zehnder horizontal	72
III.3.2	Franges de corrélation	74
III.3.3	Optimisation du contraste	75
III.4	Hybridation avec un accéléromètre classique	76
III.5	Étude théorique et expérimentale des biais	78
III.5.1	Expression du déphasage de l'interféromètre en fonction de la rampe de fréquence β	78
III.5.2	Facteurs induisant des biais	83
III.5.3	Facteurs n'induisant aucun biais	85
III.6	Conclusion	88
IV	Accéléromètre atomique horizontal utilisant des faisceaux Raman polarisés circulairement	89
IV.1	Principe de la méthode	89
IV.1.1	États quantiques sensibles au champ magnétique et faisceaux Raman polarisés circulairement	89
IV.1.2	Avantages de la méthode	91
IV.2	Implémentation expérimentale	91
IV.2.1	Préparation de l'état quantique d'entrée de l'interféromètre	91
IV.2.2	Transitions Raman entre les états $ F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ et $ F = 2, m_F = \pm 1\rangle$	94
IV.2.3	Alignement du champ magnétique avec le vecteur d'onde effectif des faisceaux Raman	97
IV.3	Interféromètre horizontal en configuration $\sigma^+ - \sigma^-$	97
IV.3.1	Interféromètre Mach-Zehnder horizontal	97
IV.3.2	Franges de corrélation	98
IV.3.3	Déphasage en fonction des accélérations inertielle et magnétique	99
IV.3.4	Détermination expérimentale de l'accélération magnétique	100
IV.4	Hybridation avec un accéléromètre classique	102
IV.4.1	Algorithme d'hybridation	102
IV.4.2	Sensibilité et stabilité du capteur hybridé	103

IV.5 Particularités de la méthode	104
IV.5.1 Émission spontanée en fonction du désaccord à un photon	104
IV.5.2 Sensibilité au champ magnétique	109
IV.5.3 Déplacements lumineux	115
IV.6 Conclusion	119
Conclusions et perspectives	121
VI.1 Conclusion	121
VI.2 Perspectives	122
VI.2.1 Accéléromètre trois axes	122
VI.2.2 Gyromètre atomique	123
VI.2.3 Centrale inertielle atomique hybride	124
A Grandeurs physiques utiles de l'atome de ^{87}Rb	127
B Modèle théorique simple de l'évolution du contraste de l'interféromètre atomique horizontal en fonction de la rampe de fréquence appliquée sur les lasers Raman	131
C Communications Scientifiques	137
Bibliographie	180

ACRONYMES ET NOTATIONS

Acronymes utilisés dans le manuscrit

AION	Atom Interferometer Observatory and Network
AO	Modulateur Acousto-Optique
ASE	Amplified Spontaneous Emission
BIPM	Bureau International des Poids et Mesures
BS	Cube séparateur de faisceau
C	Coupleur
CHAMO	Centrale Hybride AtoMique de l'ONERA
CHAMOIS	Centrale Hybride AtoMique de l'ONERA à Inertie Strapdown
CHAMP	CHAllanging Minisatellite Payload
DFB	Diode laser à rétroaction répartie
DPHY	Département Physique, Instrumentation, Environnement, Espace
EDFA	Amplificateur à Fibre Dopé Erbium
FE	Facteur d'Échelle
FL	Laser à Fibre dopée Erbium
FP	Fabry-Perot
FWHM	Largeur Totale à Mi-Hauteur
GBF	Générateur de Basses Fréquences
GIRAFE	Gravimètre Interférométrique de Recherche à Atomes Froids Embarquable
GNSS	Global Navigation Satellite System
GOCE	Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer
GPS	Global Positioning System
GRACE	Gravity Recovery And Climate Experiment
IAC	International Avogadro Coordination
ICE	Interférométrie Cohérente pour l'Espace
L	Lentille
LNE	Laboratoire national de métrologie et d'essais
LP2N	Laboratoire Photonique, Numérique et Nanosciences
M	Miroir
MAGIS-100	Matter-wave Atomic Gradiometer Interferometric Sensor
MC	Miroir Concave
ME	Miroir elliptique
MEMS	Microsystème électromécanique
MICROSCOPE	MICRO-Satellite pour l'Observation du Principe d'Équivalence
MIGA	Matter wave laser Interferometry Gravitation Antenna
MP	Miroir Plan
MS	Miroir sphérique
MZ	Interféromètre de Mach-Zehnder
OI	Isolateur Optique
ONERA	Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales

ACRONYMES ET NOTATIONS

P	Polariseur
PBS	Cube séparateur polariseur
PD	Photodiode
PM	Modulateur de Phase
PMO	Piège Magnéto-Optique
PPLN	Niobate de Lithium Périodiquement Orienté
PPLN-WG	Niobate de Lithium Périodiquement Orienté en Guide d'Onde
RMS	Ecart-type
Rb	Rubidium
SLM	Unité Sources Laser et Métrologie
SYRTE	SYstème de Référence Temps-Espace
VCO	Oscillateur Contrôlé en tension
VLBAI	Hannover Very Long Base Line Atom Interferometry

Principales notations utilisées dans le manuscrit

\vec{g}	champ de pesanteur terrestre
\vec{k}_{eff}	vecteur d'onde effectif d'une transition Raman
t_0	instant de la première impulsion Raman
T	temps d'interrogation, temps entre deux impulsions Raman successives
τ	durée d'une impulsion Raman $\pi/2$
T_S	période de Schuler
t_d	décalage de réflexion de la lumière entre les atomes et le miroir Raman horizontal
γ	rampe de fréquence Raman
β	rampe de fréquence pour lever la dégénérescence des Raman horizontaux
$\Delta\Phi$	déphasage en sortie d'interféromètre
$\Delta\Phi_{\text{biais}}$	biais dû au champ magnétique
Δ	désaccord Raman
δ	désaccord laser par rapport à la transition Raman à deux photons
a_B	accélération des atomes dite « magnétique »
ω_S	période de Schuler
ω_D	désaccord Doppler
ω_G	pulsation de la structure hyperfine
ω_R	pulsation de recul
T_R	température de recul
T_{at}	température du nuage atomique
Γ	largeur naturelle de raie
Ω_{eff}	pulsation de Rabi effective de la transition Raman
Ω_R	pulsation de Rabi généralisée de la transition Raman
φ	phase laser Raman
δ^{LS1}	déplacement lumineux différentiel à un photon
δ^{LS2}	déplacement lumineux différentiel à deux photons
δ^Z	déplacement différentiel par effet Zeeman
m	masse de l'atome considéré
P	probabilité de présence dans l'état b en sortie d'interféromètre
P_0	offset des franges d'interférences
C	contraste des franges d'interférences
\mathcal{S}	facteur d'échelle
S	action
\mathcal{L}	lagrangien
Ω	vitesse de rotation
N_{tot}	nombre total d'atomes participants à l'interféromètre
$N_{a,b}$	nombre d'atomes détectés dans l'état a,b
v_0	vitesse initiale des atomes à l'instant de la première impulsion Raman
v_R	vitesse de recul
v_{fictive}	vitesse fictive des atomes avec la technique des faisceaux Raman balayés en fréquence
\vec{r}	position des atomes
I_{sat}	intensité de saturation
R_T	rayon de la Terre
λ_{dB}	longueur d'onde de de Broglie
l_c	longueur de cohérence
L	distance entre les atomes et le miroir Raman horizontal
i	interfrange
w_0	waist du faisceau gaussien
z_R	longueur de Rayleigh

INTRODUCTION

LES travaux présentés dans ce manuscrit de thèse ont été réalisés au sein de l'unité Sources Laser et Métrologie (SLM) du Département Physique, Instrumentation, Environnement, Espace (DPHY) de l'Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales (ONERA). L'équipe *Capteurs Inertiels à Atomes Froids* développe différents types de capteurs inertiels reposant sur l'interférométrie atomique, et destinés à être embarqués à bord de véhicules (avions, bateaux, satellites...). Elle a fortement participé au développement de ces technologies, avec notamment les premières mesures de gravité marines [1] et aéroportées [2] avec un gravimètre à atomes froids. À présent, l'ONERA développe un prototype de centrale inertielle à atomes froids, c'est-à-dire un instrument capable de mesurer l'accélération et la rotation dans les trois directions de l'espace, en exploitant des technologies compatibles avec un capteur embarquable. Ce type de capteur est encore dans une phase de recherche amont, avec une unique démonstration expérimentale dans le monde [3], qui n'a fonctionné qu'en laboratoire, en conditions statiques, et qui était trop volumineuse pour être embarquable. Les centrales inertielles à atomes froids présentent cependant un intérêt fort dans le domaine de la navigation inertielle, où le but est de déterminer la trajectoire d'un véhicule.

La navigation inertielle permet ainsi de se positionner dans l'espace sans avoir recours au GNSS (Global Navigation Satellite Systems), le système de positionnement par satellites : elle est donc autonome. Les instruments de navigation autonome (appelés centrales inertielles) sont indispensables pour des applications critiques aéronautiques et aérospatiales, mais aussi lorsque le GNSS n'est pas accessible. C'est le cas des sous-marins en plongée, des tunneliers en forage, ou bien des missions spatiales loin de la Terre. Aujourd'hui, les seules centrales inertielles embarquables fonctionnent sur les principes de la physique classique. Leur inconvénient majeur est qu'elles dérivent au cours du temps : plus précisément, les capteurs qui les composent fournissent des mesures entachées d'un biais qui dérive au cours du temps. Si ces capteurs ne sont pas régulièrement recalés, la position donnée du véhicule est fautive. La technologie des atomes froids et de l'interférométrie atomique permet de s'affranchir de cette dérive de biais, et donc de construire des capteurs absolus (c'est-à-dire des capteurs qui ne nécessitent aucun étalonnage), qui améliorent le positionnement, et qui allient une bonne sensibilité et une très bonne stabilité long terme. Cependant, le fonctionnement en dynamique ainsi que la miniaturisation de ces capteurs quantiques restent aujourd'hui encore un défi.

Dans cette introduction, nous commençons par présenter les performances et les limites des centrales inertielles embarquées actuelles. L'intérêt des capteurs inertiels à interférométrie atomique pour la navigation en découle directement. Après une revue historique de l'interférométrie atomique, nous présentons l'ensemble des applications des capteurs inertiels à atomes froids. Enfin, un état de l'art permettra au lecteur d'avoir en tête les performances atteintes aujourd'hui par les différents capteurs inertiels atomiques.

0.1 Introduction à la navigation inertielle

Il existe aujourd'hui principalement deux façons de se repérer dans l'espace : le GNSS et les systèmes de navigation autonome. Ce sont les États-Unis qui sont les premiers à développer le GNSS pour leur armée à partir des années 1970. En 1995, le GPS (Global Positioning System) est opérationnel pour des applications civiles et fixe les principes de fonctionnement repris par les systèmes de navigation par satellites développés par d'autres pays. Grâce à une constellation d'une trentaine de satellites, un utilisateur du GPS situé n'importe où sur le globe, a toujours au

moins quatre satellites à portée. Le récepteur de l'utilisateur calcule alors sa position grâce au signal émis par chacun de ces satellites. À la suite des États-Unis, c'est au tour de la Russie, de l'Union Européenne et de la Chine de développer leurs propres GNSS, appelés respectivement GLONASS, Galileo et Beidou (ou COMPASS).

Le GNSS a bel et bien révolutionné notre façon de naviguer, mais il ne permet la navigation uniquement tant que la communication entre le récepteur et les satellites est possible. Il devient obsolète à partir du moment où l'on ne capte plus les signaux envoyés par les satellites : c'est le cas des sous-marins en profondeur, ou bien des missions spatiales très éloignées de la Terre par exemple. Les signaux du GNSS peuvent également être compromis, brouillés ou faussés intentionnellement. Dans tous ces cas critiques, les outils de navigation autonome sont indispensables : les avions civils et militaires, les hélicoptères, les navires militaires, les sous-marins, et les missiles à guidage inertiel ont ainsi tous à bord des centrales inertielles.

0.1.1 Accéléromètres et gyromètres pour la navigation

Une centrale inertielle est composée de six capteurs : trois accéléromètres et trois gyromètres qui mesurent respectivement l'accélération et la vitesse de rotation du véhicule selon les trois directions orthogonales de l'espace. Ces capteurs classiques qui composent les centrales inertielles actuelles ne fournissent généralement pas de mesures absolues. Leurs facteurs d'échelle et leurs biais doivent être régulièrement étalonnés par rapport à une référence. Les centrales inertielles d'entrée de gamme possèdent également trois magnétomètres pour déterminer le cap du véhicule grâce à la mesure des trois composantes du champ magnétique terrestre. En complément, une centrale inertielle intègre aussi un calculateur utilisant des algorithmes d'hybridation, comme le filtre de Kalman par exemple [4] qui permet de fusionner en temps réel les données inertielles avec des capteurs d'aide (GNSS, odomètre¹, baromètre, etc). De telles hybridations permettent d'utiliser des capteurs inertiels moins performants donc moins coûteux, mais elles sacrifient l'indépendance inhérente aux centrales inertielles. Dans tous les cas, l'estimation de la position dépend du point de départ ou bien du dernier point de recalage.

Accéléromètres

Le fonctionnement d'un accéléromètre repose sur la mesure du déplacement d'une masse d'épreuve soumise à une accélération. La technique utilisée pour mesurer ce déplacement peut être par exemple électrostatique, capacitive, piézoélectrique ou inductive². La position de la masse d'épreuve est asservie ou non. Dans un accéléromètre électrostatique, la masse d'épreuve est placée entre deux électrodes : son déplacement induit une variation de capacité. C'est le principe de fonctionnement des accéléromètres développés à l'ONERA et embarqués dans le satellite MICROSCOPE (MICROsatellite à traînée Compensée pour l'Observation du Principe d'Equivalence) qui a permis de tester le principe d'équivalence avec une exactitude relative de 10^{-15} [5]. Dans un accéléromètre piézoélectrique, la masse d'épreuve contraint un élément piézoélectrique. La vibration de la masse d'épreuve déforme l'élément piézoélectrique : les faces de ce dernier se polarisent avec des charges opposées, générant alors une tension électrique mesurable. Dans un accéléromètre inductif, la masse d'épreuve est un aimant qui lévite grâce à des champs électro-magnétiques créés par des bobines. Son déplacement induit une variation du flux de champ magnétique qui peut être mesurée. Une boucle d'asservissement renvoie l'information aux bobines pour compenser le déplacement.

1. Un odomètre, ou compteur kilométrique, est un instrument de mesure électronique ou mécanique permettant de connaître la distance parcourue par un véhicule.

2. Cette liste n'est pas exhaustive.

Gyromètres

Trois types de gyromètres peuvent être utilisés pour des applications de navigation : le gyro-laser et le gyromètre à fibre optique (qui sont tous les deux des gyromètres optiques), et le gyromètre vibrant (qui est un gyromètre mécanique). Les gyromètres optiques utilisent l'effet Sagnac dans un interféromètre optique pour détecter une vitesse de rotation. Le gyro-laser est basé sur une cavité laser en anneau dans laquelle deux modes contra-propageants lasent simultanément. Le très grand facteur de qualité de la cavité (~ 5000) augmente sensiblement le nombre de tours effectifs parcourus par les deux ondes sujettes au déphasage Sagnac, améliorant ainsi la sensibilité du capteur. Dans un gyromètre à fibre optique, les deux faisceaux laser qui interfèrent sont transportés dans une fibre optique (monomode à la longueur d'onde d'utilisation et à maintien de polarisation) enroulée par milliers de tours sur des bobines de petite taille. Cette géométrie permet de créer une aire Sagnac importante (et donc une grande sensibilité) tout en préservant la compacité du dispositif. Quant aux gyromètres vibrants, ils reposent sur l'effet Coriolis (plus précisément l'accélération de Coriolis d'une structure vibrante) et peuvent être intégrés sur des capteurs MEMS (systèmes microélectromécaniques). Notre liste de types de gyromètres n'est ici pas exhaustive : en particulier, il existe aussi des gyromètres mécaniques, semblables à des toupies, qui reposent sur le principe de la conservation du moment cinétique.

0.1.2 Performances et limites des centrales inertielles actuelles

Les erreurs sur l'estimation de l'orientation, de la position et de la vitesse du véhicule sont liées non seulement à la stabilité de biais³ des capteurs de la centrale inertielle, mais aussi aux erreurs sur l'orientation, la position et la vitesse initiales qui se propagent dans l'algorithme de navigation.

Propagation des erreurs aux temps courts

Aux temps courts, c'est-à-dire quelques minutes (une durée petite devant la période $T_S \sim 85$ min associée à la pulsation de Schuler, expliquée au paragraphe suivant), les effets de courbure et de rotation de la Terre, ainsi que les variations de gravité peuvent être négligés. Sous l'hypothèse d'une trajectoire rectiligne à altitude constante, les erreurs δr sur la position dues aux biais δa et $\delta \Omega$ de l'accéléromètre et du gyromètre respectivement, se déduisent facilement des équations du mouvement intégrées [6] :

$$\begin{cases} \delta r = \frac{1}{2}t^2\delta a \\ \delta r = \frac{1}{6}t^3g\delta\Omega \end{cases} \quad (1)$$

Typiquement, un biais de l'accéléromètre de l'ordre de $\delta a = 0.01 \text{ m.s}^{-2}$ ($\sim 1 \text{ mg}$) induit une erreur de 450 m après 300 s. Un biais du gyromètre de l'ordre de $\delta \Omega = 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$ induit quant à lui une erreur sur la position de l'ordre de 439 m après 300 s [6].

Propagation des erreurs aux temps longs

À cause de la force de pesanteur et de la forme sphérique de la Terre, les erreurs sur la position fournie par une centrale inertielle dépendent de la pulsation de Schuler $\omega_S = \sqrt{g/R_T}$, avec R_T le rayon de la Terre. Le processus d'oscillations de Schuler, à la période $T_S = 2\pi/\omega_S \sim 85$ minutes (application numérique à l'équateur et à la surface de la Terre), est l'analogue des oscillations d'un pendule imaginaire dont le point d'accroche serait au centre de la Terre, et dont le longueur du fil serait égale au rayon de la Terre R_T . Ce phénomène est dû à la composante gravitationnelle orthogonale au mouvement du véhicule. Prenons l'exemple d'un véhicule se

3. Dans ce manuscrit, on utilise les termes « stabilité », « stabilité de biais », ou « résolution » pour décrire le minimum atteint par l'écart-type d'Allan de la grandeur inertielle mesurée, toujours associé à un temps d'intégration donné.

déplaçant le long de l'équateur, au ras du sol (voir figure 1a)). Un biais δa sur la mesure d'accélération horizontale peut faire croire à un mouvement selon un plan tangent à la surface sphérique de la Terre. Aux temps longs, ce mouvement sur un plan tangent est nettement différent de la trajectoire au ras du sol du véhicule. En présence de ce biais δa , l'horizontalité de l'axe de l'accéléromètre (définie comme l'orthogonale à la direction de la gravité, pointant vers le centre de la Terre) n'est plus maintenue sur le plan tangent. L'algorithme de calcul génère alors une composante gravitationnelle g_x opposée au mouvement (voir figure 1a)). Au fur et à mesure que le temps s'écoule, cette composante gravitationnelle horizontale g_x finit par stopper et inverser le mouvement, induisant des oscillations à la pulsation $\sqrt{g/R_T}$, tel un pendule.

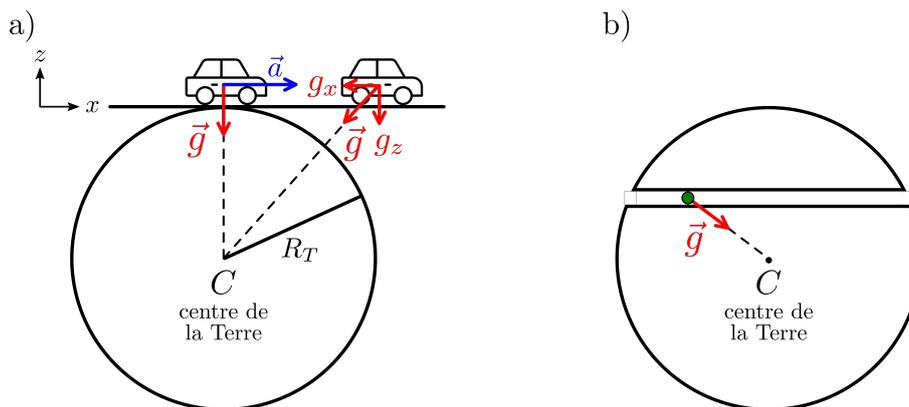


FIGURE 1 – Mise en évidence du phénomène d'oscillations de Schuler. a) Un biais sur l'accélération peut faire croire à un mouvement selon un plan tangent à la surface terrestre. La composante gravitationnelle g_x générée par l'algorithme de calcul va stopper et inverser le mouvement, tel un pendule. b) Analogie avec une bille lâchée sans vitesse initiale et oscillant dans un tunnel imaginaire de part et d'autre de la Terre.

Une analogie simple pour expliquer ce phénomène d'oscillations de Schuler est le mouvement oscillant d'une bille lâchée sans vitesse initiale dans un puits imaginaire rectiligne traversant la Terre de part et d'autre. Cette configuration, mise en évidence sur la figure 1b), est justement caractérisée par des oscillations à la pulsation $\omega_S = \sqrt{g/R_T}$.

Comme la distance au centre de la Terre et l'amplitude du champ de pesanteur dépendent de la position du véhicule, la période de Schuler n'est pas constante. À l'équateur et à la surface de la Terre, l'application numérique donne $T_S = 84.6$ minutes. Par conséquent, pour des durées de navigation de l'ordre de l'heure ou plus, les erreurs sur la position dues à une erreur sur la vitesse (ou l'orientation) initiale, ou sur les biais des accéléromètres, sont bornées. La situation est donc bien différente par rapport aux temps courts (voir équation (1)). Quant aux erreurs sur la position causées par les biais des gyromètres, elles n'augmentent plus de façon cubique avec le temps (comme aux temps courts, voir équation (1)), mais linéairement.

Le tableau 1 rassemble les expressions des erreurs de propagation en fonction de la pulsation de Schuler. Typiquement, une erreur sur la vitesse initiale $\delta v = 0.1 \text{ m.s}^{-1}$ borne l'erreur sur la position à ± 80 m environ [6]. Un biais sur l'accélération de $\delta a = 0.01 \text{ m.s}^{-2}$ fait osciller l'erreur sur la position entre 0 et 13 km. Un biais sur la rotation de $\delta \Omega = 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$ induit une erreur sur la position de 300 km après 4000 s (1.1 heure). Retenons ici que l'erreur sur la position due aux biais des gyromètres n'est pas bornée comme le sont les autres sources d'erreur. C'est à cause de ce résultat que plus d'efforts sont déployés pour améliorer les performances des gyromètres, par rapport aux accéléromètres.

Source d'erreur	Erreur sur la position
Erreur δv sur la vitesse initiale	$\frac{\sin(\omega_S t)}{\omega_S} \delta v$
Biais δa de l'accéléromètre	$\frac{1 - \cos(\omega_S t)}{\omega_S^2} \delta a$
Biais $\delta \Omega$ du gyromètre	$R_T \left(t - \frac{\sin(\omega_S t)}{\omega_S} \right) \delta \Omega$

TABLE 1 – Erreur sur la position en fonction des biais des capteurs d'une centrale inertielle. R_T désigne le rayon de Terre et $\omega_S = \sqrt{g/R_T}$ est la pulsation de Schuler. D'après [6, 7].

Performances et applications des centrales inertielles

Le tableau 2 propose une classification générale des capteurs inertiels en terme de stabilité de biais [8]. Même les meilleurs capteurs ne peuvent pas fournir des mesures de position plus précises que la centaine de mètres après seulement 1 h de navigation : c'est largement plus que la résolution de l'ordre de la dizaine de mètres des appareils de navigation utilisant le GNSS. Comme expliqué précédemment, c'est la raison pour laquelle les systèmes de navigation autonome sont souvent améliorés en y associant des mesures de capteurs externes, « non inertiels », comme des odomètres, des baromètres, ou le GNSS. L'hybridation des données est assurée par des algorithmes de traitement du signal : le filtre de Kalman [4] compte parmi les méthodes les plus utilisées.

Application de la cent. in.	Stabilité de biais de l'acc. (g)	Exactitude sur la position (km)	Stabilité de biais du gyro. (rad/s)	Exactitude sur la position (km)
Grand public	$> 5 \times 10^{-2}$	> 320	$> 5 \times 10^{-4}$	$> 10^4$
Industriel	10^{-2}	64	$5 \times 10^{-5} - 5 \times 10^{-4}$	$10^3 - 10^4$
Tactique	10^{-3}	6.4	$5 \times 10^{-6} - 5 \times 10^{-5}$	$10^2 - 10^3$
Intermédiaire	10^{-4}	0.64	$5 \times 10^{-8} - 5 \times 10^{-6}$	1 – 100
Navigation	5×10^{-5}	0.32	$< 5 \times 10^{-8}$	< 1
Stratégique	5×10^{-6}	0.032	$< 5 \times 10^{-9}$	< 0.1

TABLE 2 – Classification des performances des accéléromètres et gyromètres utilisés dans les centrales inertielles embarquées aujourd'hui. Les stabilités de biais sont données après 1 heure d'intégration. L'exactitude sur la position associée au biais des accéléromètres est estimée à partir de l'amplitude des oscillations de Schuler associées (voir tableau 1). Pour les gyromètres, l'exactitude sur la position est calculée par la formule $R_T t \delta \Omega$ (voir tableau 1) pour une période de $t = 1$ h (R_T est le rayon de la Terre, et $\delta \Omega$ est le biais du gyromètre). D'après [8, 7].

0.2 Les capteurs inertiels à atomes froids

0.2.1 L'intérêt des capteurs inertiels à interférométrie atomique pour la navigation

Par rapport aux autres technologies de capteurs inertiels, les capteurs inertiels à atomes froids se caractérisent par l'exactitude de leur mesure, leur bonne sensibilité, et leur grande

stabilité long terme. Ces capteurs reposent sur l'interférométrie atomique, et permettent de s'affranchir de la dérive de biais qui limite aujourd'hui l'exactitude des capteurs classiques des centrales inertielles (voir tableau 2). Les capteurs atomiques fournissent ainsi une mesure absolue et ne nécessitent pas d'étalonnage. Ils sont donc en première ligne pour des applications de navigation autonome. Nous présentons brièvement au paragraphe suivant le principe de fonctionnement de ces capteurs quantiques. Le chapitre I de ce manuscrit détaille la théorie associée à l'interférométrie atomique.

Les capteurs inertiels à atomes froids exploitent la nature ondulatoire de la matière. La source d'onde de matière est un gaz d'atomes refroidis à une température inférieure ou égale au μK grâce au refroidissement laser. Ce gaz d'atomes constitue la masse d'épreuve du capteur. Les capteurs atomiques sont constitués de chambres ou de cellules à vide dans lesquelles les atomes sont isolés et non perturbés. Les atomes sont refroidis pour deux raisons : tout d'abord plus les atomes sont froids, plus leur dispersion en vitesse est faible et plus leur longueur d'onde associée, appelée longueur d'onde de de Broglie (voir équation (2)) est grande. Les effets ondulatoires sont ainsi exacerbés. D'autre part, une vitesse plus faible permet d'allonger le temps de mesure, et donc d'améliorer la sensibilité du capteur. Une fois refroidis, les atomes sont lâchés, et pendant leur chute on réalise un interféromètre grâce à des impulsions laser qui séparent le paquet d'onde initial en deux états quantiques, et qui jouent ainsi le rôle de séparatrices et de miroirs, comme illustré sur la figure 2b). Cette configuration est appelée interféromètre atomique de Mach-Zehnder, car c'est l'analogue de l'interféromètre optique de Mach-Zehnder, rappelé sur la figure 2a). Dans cet instrument optique, le faisceau laser est séparé en deux bras grâce à une lame séparatrice. Des miroirs redirigent les deux chemins l'un vers l'autre, puis une dernière lame séparatrice recombine les deux voies. En sortie, on observe des interférences lumineuses si le déphasage entre les deux bras varie : ce déphasage dépend de la différence de chemin optique. Dans un interféromètre atomique, les rôles de la lumière et de la matière sont échangés. La source n'est pas de la lumière, mais un gaz d'atomes froids. Les séparatrices et miroirs sont réalisées grâce à des impulsions laser. Une première impulsion, analogue d'une lame séparatrice, sépare le paquet d'onde initial en deux états quantiques, notés f et e . Après une durée de l'ordre de la dizaine de ms typiquement, la séparation spatiale Δl entre les deux chemins est de l'ordre de la centaine de μm (voir figure 2b)). La deuxième impulsion laser (un miroir) défléchit alors ces paquets d'onde et la dernière les recombine, comme une lame séparatrice. Au cours de l'expérience, chaque atome interfère avec lui-même : en tant qu'onde, il passe par chacun des deux chemins possibles de l'interféromètre. En sortie d'interféromètre, le déphasage entre les deux bras dépend de l'accélération et de la rotation subies par les atomes pendant leur chute. La mesure de ce déphasage permet donc de fabriquer un accéléromètre et/ou un gyromètre.

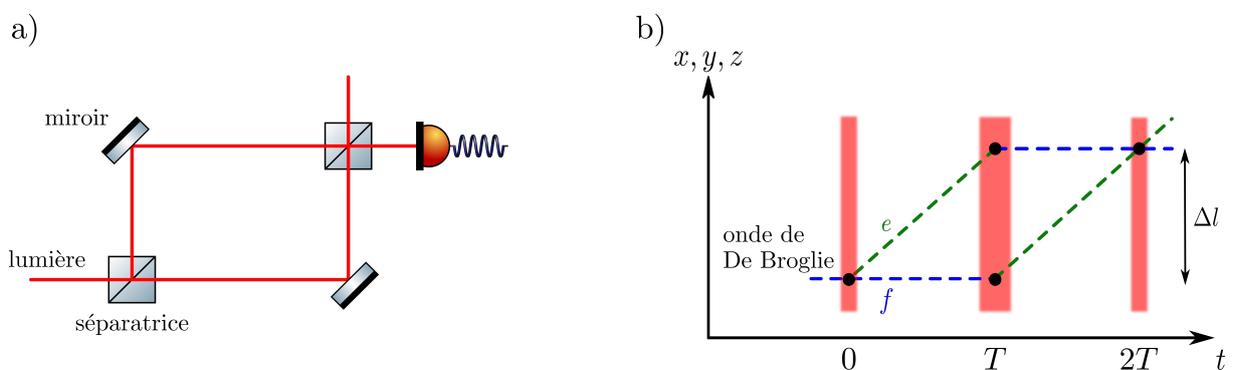


FIGURE 2 – a) Interféromètre optique de Mach-Zehnder. b) Interféromètre atomique de Mach-Zehnder. Les rôles de la lumière et de la matière sont inversés par rapport à la figure de gauche.

0.2.2 Revue historique de l'interférométrie atomique

Jusqu'au début du XX^e siècle, deux conceptions de la lumière radicalement différentes se sont opposées. D'une part une vision ondulatoire, proposée par Huygens, et confirmée par l'expérience de diffraction de Young ; et d'autre part une vision corpusculaire, défendue par Newton, et mise en évidence par la démonstration de l'effet photoélectrique. Après le postulat de Max Planck en 1900 de la quantification de l'énergie [9], Albert Einstein propose en 1905 une interprétation de l'effet photoélectrique en terme de quanta de lumière, des particules qui seront appelées plus tard « photons » [10]. Einstein introduit ainsi la notion de dualité onde-corpuscule pour la lumière, réconciliant les deux théories ondulatoire et corpusculaire.

Guidé par l'idée d'une relation générale entre les notions de fréquence et d'énergie⁴, Louis de Broglie propose une vingtaine d'années plus tard, en 1923, « l'existence d'un phénomène périodique d'une nature encore à préciser qui serait lié à tout morceau isolé d'énergie et qui dépendrait de sa masse propre par l'équation de Planck-Einstein » [11, 12]. De Broglie affirme bel et bien que la dualité onde-corpuscule s'applique aussi à la matière. On peut ainsi associer à toute particule de masse m une onde, dont la longueur d'onde λ_{dB} dépend de la quantité de mouvement p de la particule considérée, par la relation :

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (2)$$

où h est la constante de Planck, et v est la vitesse de la particule (ici non relativiste). Ce postulat est rapidement conforté par des expériences nombreuses et variées. En 1927, les Américains Davisson et Germer observent des figures de diffraction créées par des interférences à ondes multiples entre électrons dans un cristal de nickel [13]. Trois années plus tard, ce sont les physiciens allemands Stern et Estermann qui réalisent des expériences similaires et observent la diffraction d'ondes de matière (H et H_2) par un cristal de fluorure de lithium LiF [14]. En 1933, Kapitza et Dirac montrent théoriquement la possibilité de réfléchir des électrons par des ondes lumineuses stationnaires [15].

Les propriétés ondulatoires de la matière ont permis de transposer aux particules des expériences jusque-là réservées à l'optique ondulatoire. L'interférométrie fait partie des méthodes phares qui ont été révisées avec des ondes de matière. Par rapport à l'interférométrie optique, l'interférométrie atomique présente plusieurs avantages pour ce qui est de la réalisation de capteurs inertiels [16]. Alors que les photons ont une masse nulle, les particules sont des objets massiques : leur couplage avec des champs inertiels est donc intrinsèquement plus fort. Par ailleurs, grâce aux progrès faits dans le refroidissement d'atomes, on peut allonger le temps d'interrogation et donc améliorer la sensibilité de l'instrument, puisque les vitesses de déplacement typiques des atomes sont beaucoup plus faibles que celle des photons. Enfin, alors que les photons ne présentent que deux états de polarisation différents, les atomes possèdent de nombreux états internes : divers systèmes de détection peuvent donc être envisagés. En revanche, concevoir des interféromètres avec des ondes de matière présentent les faiblesses suivantes : d'une part les atomes sont plus fragiles que les photons vis-à-vis des phénomènes de décohérence (émission spontanée, collisions...), et d'autre part le flux de particules est bien plus faible (au moins un million de fois) que le flux de photons obtenu dans un faisceau laser.

En 1965, ce sont tout d'abord des expériences utilisant des paires de Cooper d'électrons dans un circuit supraconducteur, et sensibles à la rotation de l'expérience dans le référentiel du laboratoire, qui ont ouvert la voie à la mesure d'effets inertiels grâce à la nature ondulatoire de la matière [17]. Quelques années plus tard, des interféromètres à neutrons mettent en évidence

4. C'est la formule de Planck-Einstein $E = h \cdot \nu$, avec h la constante de Planck, E l'énergie du photon et ν la fréquence de l'onde électromagnétique associée.

des interférences quantiques induites par la rotation de la Terre par effet Sagnac [18], et par la gravité [19]. Ces démonstrations de capteurs inertiels à ondes de matière ont ensuite été transposées aux atomes neutres à partir des années 1990. Comparés aux neutrons, les atomes sont des particules de masse supérieure, et plus lentes.

L'interférométrie atomique s'est beaucoup développée à partir des années 80 grâce aux progrès réalisés sur le refroidissement et la manipulation des atomes par laser. Le prix Nobel de physique de 1997 récompense ainsi Cohen-Tannoudji, Phillips et Chu pour leur travaux sur le refroidissement laser [20, 21, 22]. Utiliser des atomes froids⁵ pour des expériences d'interférométrie présente plusieurs avantages : leur longueur d'onde (voir équation (2)) est largement supérieure à celle des atomes thermiques, et ils fournissent des sources moins dispersives en vitesse et plus ponctuelles. Un nuage d'atomes froids est donc plutôt « compact » et son mouvement peut être observé pendant une durée plus longue : la sensibilité du capteur inertielle associé est donc augmentée. Par ailleurs, grâce à la faible dispersion en vitesse d'un nuage froids, les atomes vont tous interagir de façon similaire (au vu de l'effet Doppler) avec les faisceaux lasers jouant le rôle de séparatrices et miroirs. Cette propriété assure une cohérence sur l'ensemble des atomes du nuage, semblable à la notion de monochromatisme d'une source lumineuse face à des phénomènes dispersifs en optique [23].

Une fois les atomes refroidis, il existe plusieurs manières de les manipuler pour l'interférométrie, c'est-à-dire de séparer, défléchir et recombiner les fonctions d'ondes atomiques de façon cohérente.

Structures matérielles

Au début des années 1990, les premières expériences d'interférométrie atomique utilisent la diffraction d'Young, d'abord avec un jet d'hélium par une double fente [24], puis avec des atomes de néon refroidis par un piège magnéto-optique [25]. Des réseaux de diffraction sont également utilisés : avec trois réseaux successifs, [26] démontre le premier interféromètre atomique de ce type. Cette technique de diffraction avec des réseaux matériels est indépendante de la structure interne de la particule, et a donc été généralisée pour des particules plus complexes que des atomes, comme par exemple des molécules de sodium [27], ou des molécules de C_{60} [28].

Réseaux optiques

Une méthode alternative aux réseaux matériels est l'utilisation de réseaux lumineux. C'est en 1983 que la diffraction d'atomes par une onde stationnaire a été mise en évidence expérimentalement pour la première fois [29]. Une dizaine d'années plus tard, [30, 31] réalisent les premiers interféromètres atomiques avec ces réseaux lumineux, appelés « réseaux de Bragg » par analogie avec la diffraction d'ondes dans un cristal.

Transitions Raman stimulées

Une dernière possibilité pour réaliser des séparatrices et des miroirs cohérents d'ondes atomiques est l'utilisation de transitions Raman stimulées à deux photons [32]. C'est cette dernière technique qui a permis à Kasevich et Chu de réaliser des expériences pionnières en interférométrie atomique, sensibles à l'accélération de pesanteur, avec des atomes de sodium en 1991 [32, 33].

Dans ce contexte, l'utilisation d'atomes appartenant à la famille des alcalins s'est révélée particulièrement pertinente. Le rubidium entre autres, est caractérisé par des transitions optiques (à 780 nm) qui peuvent être facilement adressées par doublage des longueurs d'onde correspondant à la bande C en optique fibrée des télécommunications (à 1560 nm). La structure fine et hyperfine du rubidium est par ailleurs bien adaptée à un refroidissement sub-Doppler efficace, permettant d'obtenir des températures de nuage atomique de l'ordre du μK . Enfin, les alcalins possèdent des niveaux d'énergie fondamentaux à longue durée de vie, indispensable aux

5. On dit qu'un nuage d'atomes est froid lorsque la température cinétique associée à la distribution en vitesse des atomes est inférieure ou de l'ordre du mK.

expériences d'interférométrie dont la durée varie entre la milliseconde et la seconde.

0.2.3 Applications des capteurs inertiels à atomes froids

Trente ans après les premiers interféromètres atomiques, la technologie des capteurs inertiels à atomes froids s'est énormément développée et étendue vers de nombreux domaines d'application, de la physique fondamentale aux applications industrielles de terrain.

Navigation

Les avantages des capteurs quantiques par rapport aux capteurs classiques pour la navigation ont déjà été présentés dans cette introduction. Nous ajouterons ici l'intérêt d'utiliser un gradiomètre en complément d'une centrale inertielle pour assurer une navigation furtive. Pour la navigation sous-marine notamment, les mesures d'un gradiomètre permettent de détecter le relief marin et la présence d'obstacles sans utiliser de sonar, donc sans être détectable [34, 35].

Par ailleurs, un gravimètre peut également être utilisé pour de la navigation par corrélation de terrain [36, 37]. En ayant à disposition une carte du champ de pesanteur, un porteur qui embarque à son bord un gravimètre, peut déterminer sa position en corrélant l'évolution des mesures de pesanteur, le long de la trajectoire, avec les valeurs données par la carte. Cette méthode nécessite la réalisation de cartes de gravité assez précises, ainsi que des gravimètres embarquables avec une faible dérive de biais qui fournissent des mesures absolues. La résolution spatiale de ces cartes de gravité détermine l'exactitude de la position du véhicule. Il est alors indispensable d'avoir à disposition des « gravimètres de terrain » performants. Aujourd'hui, le seul gravimètre absolu et embarquable, dont l'efficacité a été démontrée lors de plusieurs campagnes de mesures en avion et en bateau [1, 2, 38], est le gravimètre à atomes froids GIRAFE2 (Gravimètre Interférométrique de Recherche à Atomes Froids Embarquable) développé à l'ONERA. Un exemple de carte du champ de pesanteur obtenu avec cet instrument est donné sur la figure 3 [1]. Plusieurs autres gravimètres quantiques de ce type sont actuellement en cours de conception à l'ONERA, en collaboration avec la société Muquans (rachetée par iXblue en 2021), suite à une commande de plus de 10 millions d'euros de la Direction Générale de l'Armement à la fin de l'année 2020.

Géodésie

La géodésie est la science qui mesure et représente la surface terrestre : c'est l'étude de la forme et des dimensions de la Terre. Grâce à la mesure des variations spatiales de l'accélération de pesanteur, on peut définir la surface équipotentielle du champ de pesanteur la plus proche du niveau des mers, appelée géoïde. Le géoïde sert de référence d'altitude : sa connaissance précise est donc essentielle pour réaliser des mesures topographiques.

Des satellites d'observation de la Terre, citons CHAMP (CHALLENGING Minisatellite Payload) [40], GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment) et GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer) [41], rendent possible la construction de cartes d'anomalie de pesanteur (définie par rapport au modèle mathématique théorique du géoïde terrestre de référence de forme ellipsoïdale [42]). La mission GOCE par exemple, a fourni les cartographies présentées sur la figure 4. On a mis en évidence à gauche l'écart entre l'altitude effective et l'altitude du modèle théorique du géoïde : la surface topographique de la Terre présente des variations de l'ordre de ± 100 m par rapport à l'ellipsoïde théorique. La figure de droite montre quant à elle l'anomalie de gravité.

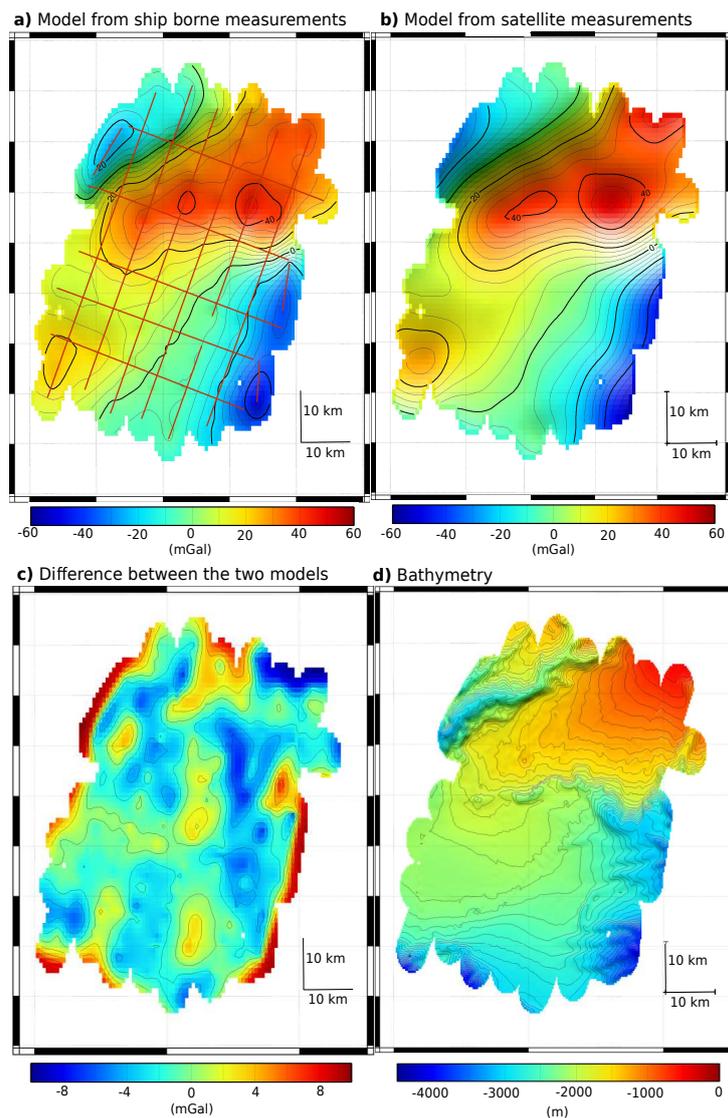


FIGURE 3 – Anomalie de gravité de Meriadzec (au large de Douarnenez). a) Modèle obtenu à partir des mesures fournies par GIRAFE2, un gravimètre atomique embarqué sur un bateau. Les lignes rouges représentent la trajectoire du bateau le long de laquelle les mesures ont été effectuées. b) Modèle obtenu à partir de mesures satellites [39]. c) Différence entre la mesure bateau et la mesure satellite. Les différences importantes observées sur les bordures de la carte viennent de la procédure d'extrapolation des mesures atomiques faites sur le bateau. d) Bathymétrie (mesure de la profondeur et du relief des fonds marins) pour comparer avec l'anomalie de gravité. $1\text{mGal} = 10^{-5} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Figure tirée de [1].

Géophysique

La géophysique utilise les méthodes de la physique pour étudier la Terre et son environnement. La géophysique interne concerne la structure du sous-sol et des grandes profondeurs terrestres, ainsi que les mouvements de matière qui s'y produisent. Une autre grande composante de la géophysique concerne les enveloppes fluides de la Terre, c'est-à-dire la partie inférieure de l'atmosphère, les océans et les grandes masses glaciaires. Les échanges entre les océans et l'atmosphère jouent un grand rôle en météorologie et en climatologie⁶. Comme les variations du champ de pesanteur dépendent des distributions de masse sur Terre, la gravimétrie fait partie

6. d'après <https://www.universalis.fr/encyclopedie/geophysique/>.

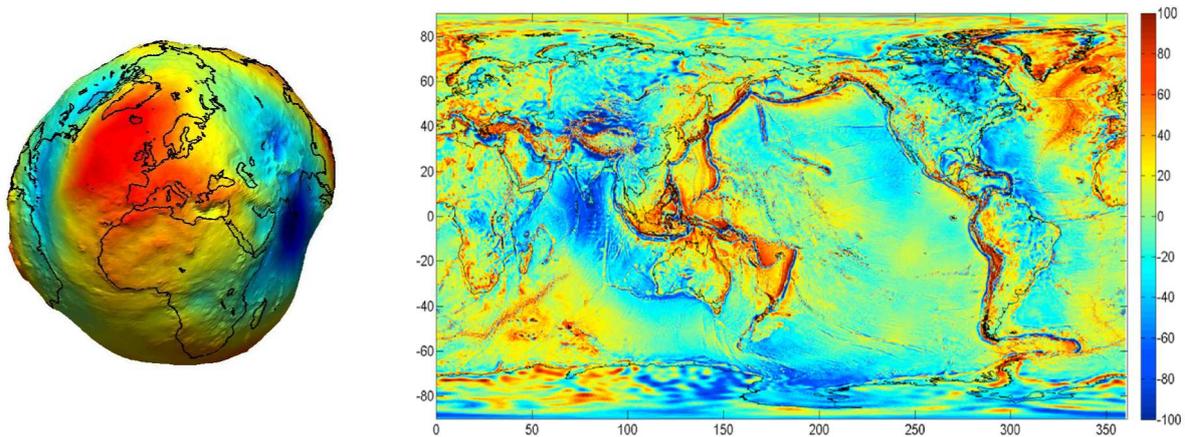


FIGURE 4 – Géoiïde et anomalies de gravité. À gauche : représentation de l’altitude du géoiïde mesurée par le satellite GOCE. À droite : anomalies de gravité (écart en mGal entre la mesure de gravité au niveau du géoiïde par rapport à la valeur théorique correspondant à l’ellipsoïde de référence). Figure tirée de [41].

des sous-disciplines de la géophysique. Des gravimètres permettent ainsi de cartographier la structure tectonique [39] et d’étudier les volcans [43] et les tremblements de terre [44, 45]. Par ailleurs, on peut étudier les phénomènes de transport de l’eau sur Terre en exploitant les données de gravimètres. On peut ainsi effectuer le suivi des sécheresses [46], des inondations [47], de la fonte des glaces [48] et des nappes phréatiques [49]. La gravimétrie est également utilisée en prospection pétrolière, gazière ou minière [50].

Métrologie

Lors de la 26^e Conférence Générale des Poids et Mesures à Versailles en novembre 2018, quatre unités du système international ont été redéfinies : l’ampère, la mole, le kelvin et le kilogramme. Les nouvelles définitions de ces unités attribuent maintenant des valeurs numériques fixées à quatre constantes de la physique : l’ampère est défini à partir de la charge élémentaire e , la mole à partir de la constante d’Avogadro N_A , le kelvin à partir de la constante de Boltzmann k_B , et le kilogramme à partir de la constante de Planck h . Cette dernière unité était, jusqu’en 2019, la seule unité du système international encore basée sur un artefact matériel. La masse du prototype du kilogramme, conservé depuis 1889 au pavillon de Breteuil du BIPM (Bureau International des Poids et Mesures) à Sèvres, était par définition toujours égale à 1 kg exactement, même si la quantité de matière contenu dans l’objet évoluait. Les vérifications périodiques entre le prototype et ses six copies officielles conservées dans les mêmes conditions ont ainsi révélé une dispersion de l’ordre de $50 \mu\text{g}$ en 100 ans, c’est-à-dire une dérive relative moyenne de 5×10^{-8} . Pour des raisons d’universalité du kilogramme, de pérennité, mais aussi de disponibilité, il était donc indispensable d’en changer la définition.

En pratique, la valeur de la constante de Planck h a été déterminée à partir de deux types de mesures : celles fournies par différentes balances de Kibble (anciennement appelées balances du Watt) dans le monde pour les masses macroscopiques, et pour les masses microscopiques celle déduite de l’étude d’une sphère de silicium par la collaboration IAC (International Avogadro Coordination), en s’appuyant sur les mesures de l’effet de recul sur des atomes froids [51]. Le principe du dispositif expérimental proposé par Brian Kibble en 1976 [52] consiste en une comparaison d’une puissance mécanique, en l’occurrence le poids subit par la masse, à une puissance électrique, qui est celle de la force de Laplace sur une bobine. La balance de Kibble repose sur deux phases distinctes, une statique et une dynamique : leur combinaison permet de

s'affranchir des incertitudes liées aux mesures du champ magnétique et de la circonférence de la bobine. Au cours de la phase statique, une puissance mécanique est obtenue à partir de la pesée d'une masse, nécessitant une détermination absolue de l'accélération de la pesanteur au centre de gravité de cette masse avec une exactitude meilleure que 10^{-8} . Il est donc nécessaire de disposer d'un gravimètre absolu : le gravimètre à atomes froids du LNE-SYRTE a ainsi participé à la redéfinition du kilogramme [53].

Physique fondamentale

Le Modèle Standard de la physique des particules a été particulièrement efficace pour prédire et décrire un grand nombre de phénomènes physiques, et a été testé par des expériences issues de la plupart des domaines de la physique. Malgré son succès, le Modèle Standard présente des limites majeures : il est incompatible avec l'existence même de l'univers. En effet, le Modèle Standard n'explique pas l'asymétrie observée entre matière et antimatière [54]. Par ailleurs, toutes les tentatives pour combiner la gravitation avec les interactions fondamentales décrites par le Modèle Standard sont jusqu'à aujourd'hui infructueuses. D'autre part, les mystères de l'énergie noire et de la matière noire restent entiers : selon les résultats de la mission de 2015 du télescope spatial Planck, qui étudie le fond diffus cosmologique, l'univers d'aujourd'hui est composé à 69% d'énergie noire, 26% de matière noire et 5% de matière ordinaire prévue par le Modèle Standard [55].

La situation actuelle est donc la suivante : nous avons trouvé toutes les particules du Modèle Standard, mais nous ignorons encore ce qui constitue 95% de notre univers. Dans ce contexte, énormément d'efforts sont déployés pour trouver de nouvelles particules (et/ou les champs qui leur sont associés) au-delà du Modèle Standard. Les expériences d'interférométrie atomique font partie de ces recherches. La revue [56] expose le panorama complet de ces expériences. Citons ici quelques-unes des expériences utilisant des capteurs inertiels à atomes froids :

- la détermination expérimentale de la constante de structure fine α , qui caractérise la force d'interaction électromagnétique. Elle peut être déduite de la mesure par interférométrie atomique de h/m , qui intervient dans la vitesse de recul de l'atome [57, 58].
- la mesure de la constante universelle de gravitation G [59]. L'incertitude relative sur G , de l'ordre de 5×10^{-5} , est de loin l'incertitude la plus importante de toutes les constantes fondamentales. Des mesures de G par interférométrie atomique peuvent a priori aider à identifier les sources d'erreur qui sont à l'origine de la discordance des différentes mesures expérimentales de la constante. En effet, mise à part l'exactitude de la mesure de la distance entre la masse d'épreuve et les masses responsables de l'attraction gravitationnelle, les effets systématiques associés aux expériences d'interférométrie atomique sont complètement différents de ceux des expériences classiques (balances de torsion, pendules).
- la relativité générale peut également être testée avec des interféromètres à atomes froids [60]. Il est notamment possible de tester les trois aspects du principe d'équivalence d'Einstein : l'invariance de Lorentz locale [61], l'invariance de position locale [62], et l'universalité de la chute libre [63]. Nous pouvons également citer divers projets qui s'intéressent à la détection des ondes gravitationnelles [64, 65].

0.3 État de l'art des capteurs inertiels atomiques

0.3.1 Gravimètres/gradiomètres

Instruments de laboratoire

Aujourd'hui, les gravimètres atomiques de laboratoire les plus performants en terme de sensibilité, résolution et exactitude sont des gravimètres utilisant des atomes en chute libre. Le tableau 3 présente quelques-uns de ces instruments. Ce type de gravimètre a été proposé pour la première fois en 1991 par Kasevich et Chu [32, 33]. Les performances de ces instruments atomiques ont à présent dépassé celles de leurs homologues classiques (gravimètres à coin de cube), en particulier en terme de sensibilité, grâce à des cadences de mesure plus élevées [66]. Pour la plupart des gravimètres atomiques, cette sensibilité reste limitée par le bruit de vibration du miroir de rétro-réflexion des faisceaux Raman. Des systèmes de réjection de ces vibrations, passifs et actifs, sont ainsi mis en place pour minimiser ces effets [67].

Laboratoire [Réf.]	Configuration	Sensibilité ($g/\sqrt{\text{Hz}}$) (bruits limites)	Stabilité (g)	Exactitude (g) (limites)
Stanford [68, 61] - 2008	Fontaine ($2T = 800$ ms) MZ - Raman	8×10^{-9} (phase rf, détection, vibrations)	1×10^{-9} (2000 s)	3.4×10^{-9} (phase rf, Coriolis)
SYRTE [66, 69] - 2018	Lâcher ($2T = 160$ ms) MZ - Raman	5.7×10^{-9} (vibrations)	2×10^{-10} (1000 s)	1.3×10^{-9} (aberrations front d'onde)
Wuhan [67] - 2013	Fontaine ($2T = 600$ ms) MZ - Raman	4.2×10^{-9} (détection)	3×10^{-10} (300 s)	-
Berlin [70] - 2016	Fontaine ($2T = 520$ ms) MZ - Raman	9.6×10^{-9} (vibrations)	5×10^{-11} (100 000 s)	3.9×10^{-9} (aberrations front d'onde)

TABLE 3 – Comparaison des performances des meilleurs gravimètres à atomes froids de laboratoire. MZ signifie interféromètre de type Mach-Zehnder. Adapté de [23].

Depuis une quinzaine d'années, d'autres types d'expériences ont été développés, que l'on peut classer en deux catégories aux antipodes l'une de l'autre. Il y a d'une part la construction d'instruments dans lesquels la distance de chute des atomes est de plus en plus importante. En effet, la sensibilité d'un gravimètre/gradiomètre atomique étant proportionnelle au carré du temps d'interrogation, augmenter la distance de chute des atomes pourrait améliorer les mesures de gravité. Parmi les programmes en cours, nous pouvons citer les projets VLBAI (Very Long Baseline Atom Interferometry) à Hanovre [71] (tour de 10 m), MAGIS-100 (Matter-wave Atomic Gradiometer Interferometric Sensor) au Fermilab [72] (tours de 10 m puis 100 m), AION (Atom Interferometer Observatory and Network) en Grande-Bretagne [73] (tour de 10 m), et MIGA (Matter wave-laser based Interferometer Gravitation Antenna) en France [74] (tunnel horizontal de 150 m). Ces projets de grande envergure sont destinés à l'étude de plusieurs phénomènes, parmi lesquelles la détection d'ondes gravitationnelles, et la recherche de matière noire par exemple.

À l’opposé de ces projets à grande échelle, il y a le développement de capteurs atomiques miniaturisés sur puce. La puce peut avoir deux utilités : elle peut soit servir à la préparation des atomes froids (qui sont ensuite lâchés en chute libre pour l’interférométrie), ou bien être exploitée pour la séquence d’interférométrie atomique avec des atomes piégés. On peut citer ici le gravimètre sur puce et en géométrie de fontaine d’Hanovre [75] qui exploite sa puce pour la préparation et la manipulation des atomes froids (en l’occurrence un condensat de Bose-Einstein), et dans lequel les atomes sont lancés grâce à des oscillations de Bloch et de la double diffraction de Bragg (sensibilité de $3.7 \times 10^{-6}g$ [75]).

Une liste plus exhaustive des gravimètres à atomes dans le monde est donnée dans [76].

Instruments de terrain

Le caractère extrêmement stable et absolu des mesures fournies par des gravimètres quantiques a motivé le développement de capteurs quantiques de terrain. On doit ici distinguer les capteurs transportables (qui fonctionnent dans des conditions statiques, mais qui peuvent être transportés d’un point A à un point B : tableau 4) des capteurs mobiles ou embarquables (qui fonctionnent à bord de véhicules en mouvement : tableau 5).

Les gravimètres transportables sont développés à la fois par des laboratoires (Berkeley et Berlin entre autres) et par des entreprises (iXblue, AOSense). Ces instruments peuvent être installés sur site en quelques heures, et leurs performances nominales sont atteintes en environnement calme. L’instrument construit à Berkeley [77] a par exemple été transporté en camion sur le campus et a mesuré à l’arrêt la gravité en différents points. Les gravimètres transportables participent à des campagnes de comparaison entre différents capteurs absolus et relatifs.

Laboratoire / entreprise [Réf.]	Caractéristiques	Sensibilité ($g/\sqrt{\text{Hz}}$)	Stabilité (g)	Exactitude (g)
Berlin [70] - 2016	-	9.6×10^{-9}	5×10^{-11} (100 000 s)	3.9×10^{-9}
Wuhan [78] - 2022	-	24×10^{-9}	5×10^{-10} (2000 s)	3×10^{-9}
SYRTE [66, 69] - 2018	-	5.7×10^{-9}	2×10^{-10} (1000 s)	1.3×10^{-9}
Berkeley [77] - 2019	mesures dans un camion	37×10^{-9}	2×10^{-9} (2000 s)	4×10^{-8}
GIRAFE1 ONERA [79] - 2013	mesures dans un ascenseur	42×10^{-9}	2×10^{-9} (1000 s)	2.5×10^{-8}
iXblue [80] - 2018	premier gravimètre atomique commercialisé	50×10^{-9}	1×10^{-9} (2400 s)	1×10^{-8}

TABLE 4 – Gravimètres à atomes froids transportables (liste non exhaustive).

Le gravimètre atomique mobile le plus mature aujourd’hui est le gravimètre embarquable GIRAFE2 de l’ONERA. C’est à ce jour l’unique instrument de ce type à participer à des campagnes de mesure de gravité en bateau [1] et en avion [2]. La tête du capteur est montée sur une plateforme gyrostabilisée pour maintenir l’axe de mesure aligné avec l’axe de la gravité. L’autre expérience d’interférométrie atomique la plus mature en terme d’embarquabilité est l’expérience double espèce ICE du LP2N, qui a servi à tester le principe d’équivalence faible grâce à un interféromètre double espèce en microgravité à bord d’un avion 0-g [81]. Le dispositif ICE n’apparaît pas dans le tableau 5 car il n’a pas fourni de mesure de gravité.

Laboratoire [Réf.]	Caractéristiques	Exactitude (g)
GIRAFE2 ONERA [1, 2] - 2020	gyrostabilisé, testé en bateau et avion	$\lesssim 1 \times 10^{-6}$
Wuhan [82] - 2022	testé en camion vitesse 2 m/s	-

TABLE 5 – Gravimètres à atomes froids mobiles ou embarquables (liste non exhaustive).

0.3.2 Accéléromètres horizontaux/tiltmètres

Mis à part le gravimètre (qui est un accéléromètre vertical), les autres capteurs inertiels à atomes froids constituant une centrale inertielle (accéléromètres horizontaux et gyromètres) ont un degré de maturité plus faible. La mesure d'accélération horizontale par interférométrie atomique présente plus de difficultés que celle de l'accélération verticale. Ces difficultés sont expliquées en détail au chapitre III de ce manuscrit, mais nous pouvons mentionner ici l'écueil principal rencontré lors de la mesure d'une accélération horizontale : la direction de mesure est orthogonale à la direction de chute libre des atomes. Ceci signifie que les atomes ont une vitesse négligeable dans la direction des faisceaux laser jouant le rôle de séparatrices et miroirs atomiques. Dans ce cas, deux transitions atomiques dégénérées peuvent être adressées, et la configuration de mesure par interférométrie atomique est plus complexe. Plusieurs méthodes existent pour lever cette dégénérescence, ou bien au contraire pour l'exploiter.

Labo. [Réf.]	Configuration	Sensibilité ($\text{m.s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$)	Stabilité (m.s^{-2})	Taille zone d'inter.	Levée de dégénérescence
Wuhan [83] - 2022	Fontaine ($2T = 300$ ms) MZ - Raman	4.0×10^{-7}	1.8×10^{-8} (640 s)	1 m	Faisceaux Raman inclinés
SYRTE [3] - 2006	Double fontaine ($2T = 60$ ms) MZ - Raman	4.7×10^{-6}	6.4×10^{-7} (600 s)	3 cm	Atomes lancés avec vitesse horizontale
ONERA [84] - 2019	Lâcher ($2T = 32$ ms) MZ - Raman	3.2×10^{-5}	2×10^{-6} (500 s)	0.55 cm	Rampe de fréquence sur lasers Raman
Berkeley [85] - 2017	Lâcher ($2T = 40$ ms) MZ - Raman	2.5×10^{-5}	-	1.7 cm	Faisceaux Raman inclinés
iXAtom [86] - 2022	Lâcher ($2T = 20$ ms) MZ - Raman	1.4×10^{-4}	8×10^{-6} (1500 s)	2.5 cm	Faisceaux Raman inclinés
Hanovre [87] - 2016	Lâcher ($2T = 6.4$ ms) MZ - Bragg	7.8×10^{-3}	-	0.5 cm	Double diffraction de Bragg
ICE LP2N [81] - 2011	Lâcher ($2T = 20$ ms) MZ - Raman	2.0×10^{-4}	-	0.9 cm	Double simple diffraction

TABLE 6 – Comparaison des performances des meilleurs accéléromètres atomiques horizontaux (ou accéléromètres en régime de faible vitesse)/tiltmètres. MZ signifie interféromètre de type Mach-Zehnder.

Le tableau 6 présente les performances des meilleurs accéléromètres atomiques horizontaux (ou tiltmètres s'ils ne fonctionnent qu'en condition statique) d'aujourd'hui, ainsi que la méthode utilisée par chacun d'entre eux pour pallier la dégénérescence des transitions atomiques en régime de faible vitesse. Parmi les méthodes existantes, on peut citer le lancement des atomes avec une composante de vitesse horizontale avant la séquence d'interférométrie [3, 88], ou bien l'inclinaison des faisceaux Raman par rapport à l'horizontale [85, 7, 83] pour mesurer la projection de la gravité sur l'axe de mesure. Au cours de ma thèse, j'ai développé deux nouvelles techniques de mesure de l'accélération horizontale compatibles avec un instrument embarquable [84, 89], présentées dans les chapitres III et IV de ce manuscrit.

Au lieu de lever la dégénérescence des transitions atomiques pour n'en sélectionner qu'une, certains instruments exploitent au contraire la géométrie de double diffraction offerte par un régime de faible vitesse obtenu en configuration horizontale. C'est le cas de l'interféromètre développé à Hanovre [87] qui repose sur la double diffraction de Bragg, ou bien de l'expérience ICE [81], déjà présentée au paragraphe précédent, qui exploite la double simple diffraction Raman. ICE est à ce jour l'unique démonstration de mesure par interférométrie atomique d'une accélération horizontale dans un véhicule en mouvement. Nous pouvons citer également l'interféromètre de Mach-Zehnder développé au SYRTE [90], utilisant la double diffraction Raman pour augmenter l'aire spatio-temporelle de l'instrument, et donc sa sensibilité aux effets inertiels.

0.3.3 Gyromètres

La dernière classe de capteurs inertiels qui compose une centrale inertielle est le gyromètre, qui mesure les vitesses de rotation par effet Sagnac. Le premier gyromètre atomique, développé à Stanford, date de 1997 et avait atteint à l'époque une sensibilité de $2 \times 10^{-8} \text{ rad.s}^{-1}/\sqrt{\text{Hz}}$ [91]. En comparaison, la Terre, qui effectue une rotation de 2π radians en 24 heures, a une vitesse de rotation de $7 \times 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$. Le tableau 7 présente les performances des meilleurs gyromètres à atomes froids aujourd'hui. La sensibilité de ces gyromètres à effet Sagnac est proportionnelle à l'aire physique de l'interféromètre. Les sensibilités obtenues avec des capteurs atomiques (voir tableau 7) sont particulièrement intéressantes au vu de l'aire physique réduite englobée par un interféromètre atomique, et sont comparables aux sensibilités obtenues avec des gyromètres optiques de plus grande aire.

Comme nous l'avons expliqué au paragraphe 0.1.2 de cette introduction, l'erreur sur la position engendrée par les biais des gyromètres d'une centrale inertielle n'est pas bornée (voir tableau 1). Il est donc primordial de limiter la dérive de biais des gyromètres et d'atteindre les meilleures stabilités de biais possibles. Actuellement deux expériences d'interférométrie atomique ont ainsi obtenu des mesures de rotation aux performances prometteuses [92, 93].

0.3.4 Capteurs multi-axes

Il n'existe à ce jour qu'une seule démonstration expérimentale d'un instrument capable de mesurer par interférométrie atomique les trois accélérations et les trois rotations dans l'espace [3]. Cependant, cet instrument est une expérience de laboratoire et ne peut fonctionner qu'en statique. Une centrale inertielle atomique embarquable ne peut pas être calquée directement sur cet instrument à cause de son encombrement, de sa complexité, et de sa plage de fonctionnement très faible en accélération et en rotation. Par ailleurs, l'expérience du SYRTE ne mesure que deux composantes inertielles à chaque cycle.

Plusieurs groupes de recherche dans le monde travaillent sur le développement d'un capteur atomique multi-axe [98, 99, 85, 100, 101, 7], mais pour le moment il ne s'agit que de dispositifs de laboratoire fonctionnant dans des conditions statiques, ne mesurant que quelques composantes inertielles, et dont les performances des gyromètres sont assez loin de l'état de l'art.

Labo. [Réf.]	Configuration	Sensibilité (rad.s ⁻¹ /√Hz)	Stabilité de biais (rad.s ⁻¹)	Taille zone d'interaction
Stanford [91] - 1997	Jet (2T = 6.6 ms) MZ - Raman	2 × 10 ⁻⁸	-	2 m
Yale [94] - 2000	Jet (2T = 6.6 ms) MZ - Raman	6 × 10 ⁻¹⁰	-	2 m
Stanford [95] - 2011	Fontaine (4T = 206 ms) DB - Raman	8.5 × 10 ⁻⁸	-	8.6 cm
Hannover [96] - 2015	Jet (2T = 50 ms) SCI	1.2 × 10 ⁻⁷	2.6 × 10 ⁻⁸ (100 s)	14 cm
Wuhan [97] - 2021	Jet (2T = 100 ms) MZ - Raman	1.5 × 10 ⁻⁷	9.5 × 10 ⁻¹⁰ (23 000 s)	40 cm
Stanford [92] - 2006	Jet (2T = 8.8 ms) MZ - Raman	9 × 10 ⁻¹⁰	3.4 × 10 ⁻¹⁰ (2000 s)	2 m
SYRTE [93] - 2018	Fontaine (4T = 800 ms) DB - Raman	3 × 10 ⁻⁸	3 × 10 ⁻¹⁰ (10 000 s)	60 cm

TABLE 7 – Comparaison des performances des meilleurs gyromètres atomiques. MZ signifie interféromètre de type Mach-Zehnder ; DB signifie interféromètre double-boucle. SCI signifie « symmetrized composite-pulse interferometer ».

0.3.5 Les défis à relever pour concevoir une centrale inertielle à atomes froids embarquée

Il n'existe pas encore à ce jour de centrale inertielle embarquée composée de capteurs atomiques. Quels sont les points bloquants qui empêchent aujourd'hui de construire une telle centrale inertielle atomique ?

Le premier point bloquant est la mesure d'accélération horizontale, c'est-à-dire la mesure d'accélération dans un régime de faible vitesse. Actuellement, seule la mesure d'accélération verticale est mature en environnement embarqué. Nous présentons au chapitre III de ce manuscrit les raisons pour lesquelles la mesure d'accélération dans une direction orthogonale à la chute des atomes présente des difficultés supplémentaires par rapport à une mesure verticale.

Le deuxième point bloquant est la plage de fonctionnement extrêmement faible en accélération et en rotation des capteurs atomiques. La plage de fonctionnement en accélération peut être étendue grâce à l'hybridation avec un capteur classique. La plage de fonctionnement en rotation en revanche ne peut pas être étendue par hybridation. Une solution consiste à gyro-stabiliser l'instrument. Pour réduire l'encombrement et le coût de la centrale inertielle, on cherche à utiliser les capteurs inertiels atomiques en configuration « strapdown », c'est-à-dire sans plateforme gyro-stabilisée. Beaucoup d'interféromètres statiques utilisent ainsi la technique tip-tilt pour s'affranchir de la rotation terrestre [102] : il s'agit de fixer le miroir qui rétro-réfléchit les faisceaux Raman sur une cale piézo-électrique, et de le faire tourner pour compenser exactement la rotation de l'expérience pendant la mesure interférométrique. Cette méthode n'a pas été démontrée pour un fonctionnement en dynamique.

Le troisième point bloquant est la mesure de rotations à l'état de l'art dans un instrument compact. Les deux uniques expériences qui ont obtenu des mesures de rotation aux performances prometteuses [92, 93] (voir tableau 7) sont des expériences de laboratoire avec des dimensions de l'ordre de quelques mètres. Le grand défi est ici d'atteindre des performances similaires dans un capteur compact et embarquable.

Le quatrième et dernier point bloquant est la mesure alternative des six grandeurs inertielles dans un capteur compact et l'hybridation des capteurs quantiques avec leurs homologues classiques.

0.4 Organisation des travaux de thèse

Je suis arrivée à l'ONERA au début du mois d'avril 2019 pour effectuer mon stage de fin d'études. J'ai commencé par participer à une campagne de mesure aéroportée du gravimètre GIRAFE2 au départ de Toulouse. De retour à l'ONERA, j'ai travaillé au développement d'une nouvelle technique de mesure d'accélération horizontale par interférométrie atomique sur le dispositif CHAMOIS (Centrale Hybride AtoMique de l'ONERA à Inertie Strapdown). Ce projet de recherche vise à construire une centrale inertielle à atomes froids hybride basée sur la calibration périodique d'une centrale inertielle classique par un capteur à interférométrie multi-axe. Cet instrument est conçu pour des applications de navigation autonome, et des applications de gravimétrie embarquée strapdown.

Mon arrivée à l'ONERA a coïncidé avec la fin de thèse de la doctorante précédente sur l'expérience CHAMOIS, Isadora Perrin [103]. Au cours de sa thèse, elle avait développé plusieurs capteurs à interférométrie atomique : un gravimètre, un gradiomètre, et le début d'un accéléromètre horizontal. Mon stage et le début de ma thèse (en septembre 2019) ont porté sur l'amélioration et la caractérisation de ce nouvel accéléromètre horizontal [84]. En particulier, mes mesures expérimentales en désaccord avec nos prédictions initiales d'effets systématiques m'ont amené à revoir les calculs théoriques des biais engendrés par la méthode de balayage en fréquence.

En décembre 2019, nous avons remplacé l'amplificateur laser EDFA de l'expérience arrivé en fin de vie. L'amplificateur que nous avons en réserve n'ayant pas le même collimateur de sortie que le précédent, j'ai dû adapter le montage optique du banc en espace libre, et réaligner l'ensemble du banc optique. Cette phase s'est révélée assez longue, et a été interrompue mi-mars 2020 par le confinement lié à l'épidémie de Covid-19.

Travaillant sur une thèse de nature très expérimentale, j'ai mis à profit mon télé-travail pendant le confinement pour approfondir la bibliographie en lien avec mes premiers résultats, et pour rédiger un article théorique associé à un brevet que nous venions de déposer. Cet article est prêt à être publié dès que le brevet associé ne sera plus tenu au secret par la Direction Générale de l'Armement.

La suite de mes travaux de thèse s'est concentrée sur le développement d'une deuxième technique originale de mesure d'accélération horizontale par interférométrie atomique [89], caractérisée théoriquement et expérimentalement. La fin de mes travaux expérimentaux a porté sur la mise en place d'un nouveau système d'asservissement laser (suite au remplacement de notre laser maître) et sur le début de l'installation d'un interféromètre atomique vertical destiné à des mesures de rotation. Pendant ces derniers mois, j'ai travaillé avec Clément Salducci, le doctorant qui continue à travailler sur CHAMOIS (et dont la thèse a débuté en octobre 2021).

Aujourd'hui, le dispositif CHAMOIS est encore un instrument de laboratoire, trop volumineux et fragile pour être mobile. Il s'agit de l'expérience sur laquelle sont testées de nouvelles méthodes de mesure inertielle. Lorsque l'ensemble de ces méthodes seront validées, elles seront utilisées pour construire le premier prototype embarquable de la centrale inertielle.

0.5 Plan du manuscrit

L'objectif de ma thèse a été d'étudier les points bloquants annoncés au paragraphe 0.3.5. Le plan de ce manuscrit en découle directement.

Le premier chapitre présente les aspects théoriques nécessaires à la compréhension d'un capteur inertielle à ondes de matière. Après avoir expliqué le principe des transitions Raman stimulées, véritables briques élémentaires d'un interféromètre atomique, nous présentons plusieurs façons de calculer le déphasage en sortie d'un interféromètre de type Mach-Zehnder, qui permet la mesure d'accélération et de rotations. L'intérêt de l'hybridation des capteurs inertiels atomiques avec leurs homologues classiques est mis en avant.

Le chapitre suivant détaille le dispositif expérimental utilisé pour la réalisation des expériences, en se concentrant sur les modifications apportées au montage optique et au banc laser.

Au chapitre III, nous adresses le premier point bloquant qui empêche aujourd'hui d'avoir une centrale inertielle à atomes froids : la mesure d'accélération horizontale, autrement dit la mesure d'accélération dans un régime de faible vitesse. Nous expliquons pourquoi la configuration d'interférométrie selon un axe horizontal pose plus de difficultés que la configuration verticale. Nous présentons ensuite théoriquement et expérimentalement une nouvelle méthode de mesure reposant sur l'utilisation de faisceaux Raman balayés en fréquence. Ce balayage mime un effet Doppler, et permet de lever la dégénérescence des deux transitions atomiques problématique en régime de faible vitesse. Nous implémentons cette nouvelle technique pour mesurer l'accélération horizontale sur notre dispositif expérimental, pour ensuite hybrider la mesure quantique avec la mesure fournie par un accéléromètre classique fixé sur le miroir Raman. Nous concluons ce chapitre en démontrant que les biais induits spécifiquement par notre nouvelle méthode sont contrôlés et limités.

Le chapitre IV est consacré à la deuxième méthode originale que nous avons développée au cours de ma thèse pour mesurer des accélérations en régime de faible vitesse. Il s'agit à présent d'utiliser des sous-niveaux atomiques $m_F \neq 0$, plus précisément les états $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ et $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ du ^{87}Rb , pour se placer facilement en géométrie de simple diffraction. En utilisant des faisceaux Raman polarisés $\sigma^+ - \sigma^-$, les règles de transition n'autorisent alors qu'une seule transition contra-propageante, malgré l'absence d'effet Doppler dans la direction de mesure. Le principe théorique de cette méthode est présenté, puis nous expliquons son implémentation expérimentale. Nous utilisons cette technique pour mesurer l'accélération horizontale grâce à un interféromètre atomique de Mach-Zehnder hybridé avec un capteur classique. Enfin, nous étudions théoriquement et expérimentalement les caractéristiques propres à cette configuration d'interférométrie atomique : l'émission spontanée, la sensibilité au champ magnétique, et les déplacements lumineux.

Au chapitre V, nous adresses le deuxième point bloquant évoqué au paragraphe 0.3.5 : la plage de fonctionnement très faible en dynamique des interféromètres atomiques. Ce chapitre est constitué de l'article théorique (rédigé pendant le confinement de 2020) associé à notre demande de brevet. Il présente une nouvelle méthode interférométrique de compensation de l'effet Coriolis, permettant d'étendre la plage de fonctionnement en rotation des capteurs inertiels atomiques. Le contenu de ce chapitre est tenu au secret jusqu'à autorisation de divulgation de la Direction Générale de l'Armement.

Après une conclusion sur les travaux de recherche menés pendant cette thèse, nous donnons les perspectives futures de l'expérience CHAMOIS. Le doctorant suivant travaillera à l'implémentation des mesures de rotation sur le dispositif, en relevant le défi d'atteindre des performances à l'état de l'art dans un capteur compact.

CHAPITRE I

LES CAPTEURS INERTIELS À ATOMES FROIDS EN THÉORIE

LA dualité onde-corpuscule, au cœur de la mécanique quantique, décrit chaque atome par une fonction d'onde atomique, qui contient toutes les informations sur la particule, et qui peut s'interpréter comme une amplitude de probabilité de présence [104]. Pour réaliser un interféromètre atomique, il est nécessaire de créer une superposition cohérente de deux états quantiques d'un même atome, suivie d'une recombinaison des paquets d'ondes. En tant que dispositif interférométrique à division d'amplitude, l'instrument sépare l'amplitude de l'onde initiale en deux bras, avant de les recombinaison en sortie. Comme dans tout phénomène d'interférence, la cohérence des deux ondes obtenues doit être conservée pour observer une figure d'interférence. Une façon de garantir cette cohérence est d'utiliser une transition électromagnétique pour séparer le paquet d'onde initial en deux états quantiques, cette transition s'accompagnant d'un transfert de la quantité de mouvement du photon à l'un des deux états quantiques. Ces derniers ont alors des degrés de liberté externes différents et l'interféromètre sera sensible aux forces d'inertie [16].

Les deux états quantiques, qui constituent les deux bras de l'interféromètre, doivent avoir une durée de vie assez grande devant la durée de l'interféromètre : pour des atomes alcalins, on exploite des sous-niveaux hyperfins de l'état fondamental. La sensibilité de l'interféromètre dépend non seulement du temps d'évolution libre, mais aussi de la quantité de mouvement transférée par l'onde électromagnétique qui sépare l'atome en deux paquets d'ondes. Pour transférer une grande quantité de mouvement, il est possible d'utiliser des transitions Raman stimulées [32], qui mettent en jeu deux photons contra-propageants plutôt qu'un unique photon micro-onde entre les deux sous-niveaux hyperfins de l'état fondamental. Un autre avantage est que les deux voies de sortie de l'interféromètre correspondent aux deux niveaux d'énergie atomiques, qui peuvent alors être détectés de façon sélective par fluorescence.

Dans ce chapitre sont présentés les aspects théoriques nécessaires à la compréhension d'un capteur inertielle à atomes froids. Dans un premier temps, nous expliquons le principe des transitions Raman stimulées, véritables briques élémentaires de notre interféromètre atomique. Celui-ci est l'analogue d'un interféromètre optique de Mach-Zehnder, et permet la mesure de l'accélération et de la rotation, comme nous le verrons grâce au calcul du déphasage en sortie d'interféromètre. Pour terminer, nous présentons l'intérêt d'hybrider chaque capteur atomique de la centrale inertielle avec son homologue classique.

I.1 Transitions Raman stimulées pour l'interférométrie atomique

Une transition Raman stimulée est un processus d'interaction à deux photons qui résulte du couplage entre un champ électromagnétique et les niveaux d'énergie d'un atome. Ce couplage change non seulement l'état interne de l'atome, mais aussi son état externe, puisqu'il s'accompagne d'un transfert d'impulsion des photons vers l'atome. Il permet ainsi de placer l'atome dans une superposition cohérente de deux états d'impulsion différente. Les états interne et externe étant directement liés, l'atome voit son état externe « étiqueté » par son état interne [105], ce

qui facilite grandement la détection des atomes en sortie d'interféromètre. En effet, il n'est pas nécessaire de séparer spatialement les atomes d'état interne différent, la détection se faisant par simple lecture de la répartition de la population dans chaque état interne. Le processus à deux photons permet de transmettre aux atomes deux impulsions de recul, ce qui augmente l'aire spatio-temporelle de l'interféromètre, et donc sa sensibilité aux effets inertiels (par rapport à la transition micro-onde utilisée dans les horloges).

I.1.1 Transition Raman stimulée à deux photons

Atome à trois niveaux

Considérons un atome de masse m à trois niveaux, deux niveaux fondamentaux $|f\rangle$ et $|e\rangle$, et un niveau excité $|i\rangle$. Le système, décrit par une fonction d'onde plane, interagit avec deux champs électromagnétiques \hat{E}_α ($\alpha = 1, 2$) :

$$\hat{E}_\alpha(\hat{R}, t) = \hat{e}_\alpha E_\alpha e^{-i(\omega_\alpha t - \vec{k}_\alpha \cdot \hat{R} + \phi_\alpha(t))} + c.c. \quad (\text{I.1})$$

Dans cette expression, \hat{e}_α et ω_α désignent respectivement la polarisation et la pulsation du laser L_α . L'opérateur position de l'atome est noté \hat{R} , et \vec{k}_α est le vecteur d'onde du laser L_α . La phase des deux faisceaux laser est notée $\phi_\alpha(t)$.

Les deux niveaux atomiques stables $|f\rangle$ (d'énergie $\hbar\omega_f$) et $|e\rangle$ (d'énergie $\hbar\omega_e$) sont couplés au niveau excité $|i\rangle$ (d'énergie $\hbar\omega_i$) de largeur naturelle Γ . L'hamiltonien du système est la somme de deux termes : l'hamiltonien atomique \hat{H}_A de l'atome à trois niveaux, et l'hamiltonien d'interaction \hat{H}_{int} entre l'atome et le champ électrique :

$$\begin{cases} \hat{H}_A = \frac{\hat{P}^2}{2m} + \hbar\omega_f |f\rangle \langle f| + \hbar\omega_e |e\rangle \langle e| + \hbar\omega_i |i\rangle \langle i| \\ \hat{H}_{\text{int}} = - \left(\hat{d}_{fi} + \hat{d}_{ei} \right) \cdot \left(\hat{E}_1(\hat{R}, t) + \hat{E}_2(\hat{R}, t) \right) \end{cases} \quad (\text{I.2})$$

où \hat{d}_{ji} est l'opérateur de moment dipolaire atomique réduit de la transition optique $j \rightarrow i$ avec $j = f, e$. Les états propres de l'opérateur d'énergie cinétique $\hat{P}^2/2m$ sont des ondes planes et sont notés $|\vec{p}\rangle$. Les états propres du hamiltonien atomique \hat{H}_A s'écrivent alors comme le produit tensoriel des états interne et externe : $|a, \vec{p}\rangle = |a\rangle \otimes |\vec{p}\rangle$, avec $a = f, e, i$.

Processus physique

Le principe de la transition Raman stimulée repose sur le couplage des deux états $|f\rangle$ et $|e\rangle$ par l'intermédiaire de l'état excité $|i\rangle$ grâce à une transition à deux photons rendue possible lorsque la différence de fréquence $\omega_1 - \omega_2$ des lasers est proche de la différence d'énergie $E_{fe} = \hbar(\omega_e - \omega_f)$ entre les deux niveaux couplés (voir figure I.1). Considérons un atome initialement dans l'état $|f, \vec{p}\rangle$, avec \vec{p} sa quantité de mouvement initiale, et soumis au champ électrique $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$. La transition Raman consiste en l'absorption d'un photon (ω_1, \vec{k}_1), et l'émission stimulée d'un photon (ω_2, \vec{k}_2). L'atome se retrouve donc dans l'état $|e, \vec{p} + \hbar(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)\rangle$, et le transfert d'impulsion est maximal lorsque les deux lasers se propagent en sens opposé. On note \vec{k}_{eff} le vecteur d'onde effectif associée à cette transition à deux photons, et dans le cas où les faisceaux laser sont parfaitement contra-propageants, on peut écrire :

$$\begin{cases} \vec{k}_{\text{eff}} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 \\ \|\vec{k}_{\text{eff}}\| = \|\vec{k}_1\| + \|\vec{k}_2\| \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

La transition Raman stimulée couple donc les états $|f, \vec{p}\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ et permet « l'étiqutage » de l'état externe de l'atome par son état interne [105], puisque le transfert d'impulsion est relié de manière bijective au changement d'état interne de l'atome.

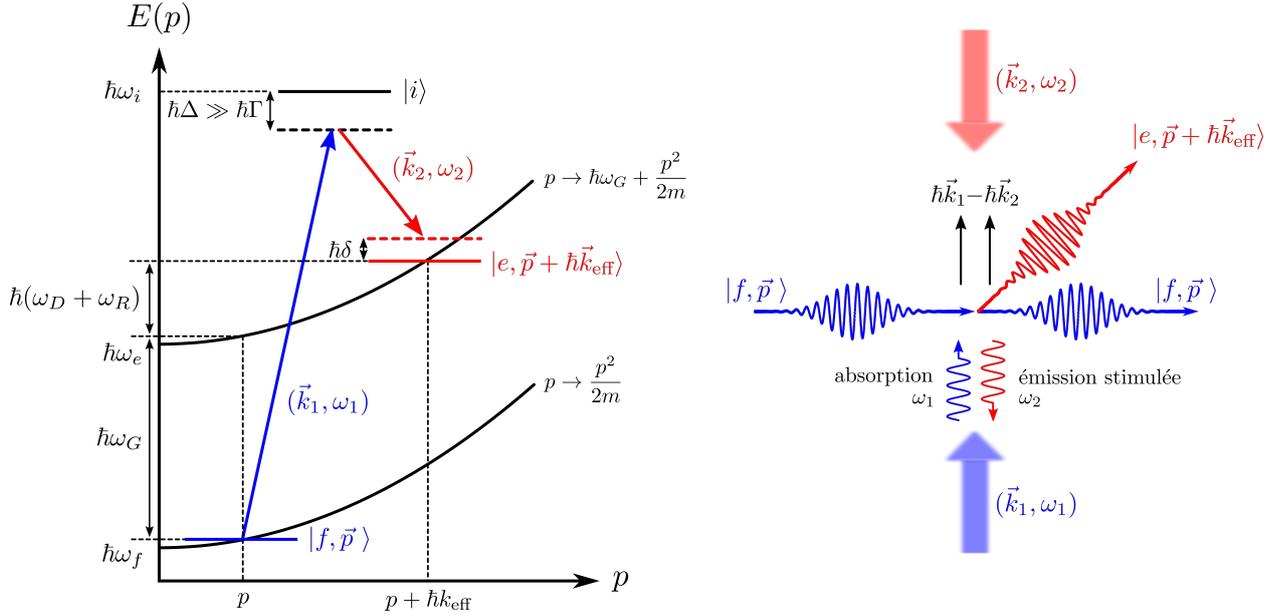


FIGURE I.1 – Transition Raman stimulée à deux photons. À gauche : diagramme des niveaux d'énergie en jeu. La transition Raman couple les niveaux $|f, \vec{p}\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$. À droite : la transition Raman s'accompagne d'un transfert d'impulsion $\hbar\vec{k}_{\text{eff}}$ des photons vers l'atome : les deux paquets d'onde se séparent spatialement.

La transition Raman faisant intervenir l'état intermédiaire $|i\rangle$, de durée de vie $1/\Gamma$, on risque de perdre la cohérence entre les états $|f\rangle$ et $|e\rangle$ par émission spontanée. Pour limiter cet effet, la fréquence des lasers $L_{1,2}$ par rapport au niveau $|i\rangle$ est désaccordée d'une valeur Δ très grande devant la largeur naturelle Γ : $\Delta \gg \Gamma$. Δ est appelé désaccord Raman à un photon et s'exprime :

$$\Delta = \omega_1 - (\omega_i - \omega_f) \quad (\text{I.4})$$

Le taux d'émission spontanée diminue comme $1/\Delta^2$, alors que la fréquence de Rabi de la transition Raman, qui caractérise la force du couplage entre les niveaux $|f\rangle$ et $|e\rangle$ comme nous le verrons dans la suite, est proportionnelle à $1/\Delta$. Il sera donc possible de limiter la décohérence en réduisant le taux d'émission spontanée d'un facteur $(\Delta/\Gamma)^2$, au prix d'une plus forte puissance laser.

Condition de résonance

On néglige ici les déplacements lumineux engendrés par les deux faisceaux laser sur les niveaux atomiques, ainsi que l'effet Zeeman. La conservation de l'énergie et de l'impulsion lors de la transition $|f, \vec{p}\rangle \rightarrow |e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ s'exprime :

$$\hbar\omega_f + \hbar\omega_1 + \frac{\vec{p}^2}{2m} = \hbar\omega_e + \hbar\omega_2 + \frac{(\vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}})^2}{2m} \quad (\text{I.5})$$

La condition de résonance du processus s'exprime alors :

$$\omega_1 - \omega_2 = \underbrace{\omega_e - \omega_f}_{\omega_G} + \underbrace{\frac{\vec{p} \cdot \vec{k}_{\text{eff}}}{m}}_{\omega_D} + \underbrace{\frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{2m}}_{\omega_R} \quad (\text{I.6})$$

où ω_G est la fréquence de structure hyperfine (ou fréquence horloge), ω_D est le désaccord Doppler, et ω_R est la fréquence de recul.

On note finalement δ le désaccord laser à deux photons (voir figure I.1), qui est défini comme :

$$\delta = (\omega_1 - \omega_2) - (\omega_G + \omega_D + \omega_R) \quad (\text{I.7})$$

La condition de résonance est vérifiée lorsque $\delta = 0$. Physiquement, ceci correspond au cas où la différence de fréquence $\omega_1 - \omega_2$ entre les deux faisceaux lasers est accordée proche de la transition d'horloge, pour compenser l'effet Doppler et le recul.

I.1.2 Dynamique du système

L'hamiltonien du système (équation (I.2)) permet de déterminer l'évolution temporelle du vecteur d'état $|\Psi(t)\rangle$ en résolvant l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = (\hat{H}_A + \hat{H}_{\text{int}}) |\Psi(t)\rangle \quad (\text{I.8})$$

On définit les pulsations de Rabi $\Omega_{j,\alpha}$ qui décrivent le couplage entre les niveaux $|j = f, e\rangle$ et $|i\rangle$ par l'intermédiaire du laser L_α :

$$\Omega_{j,\alpha} = -\frac{2E_\alpha}{\hbar} \langle i | \hat{d} \cdot \hat{\epsilon}_\alpha | j \rangle \quad (\text{I.9})$$

Lorsque le désaccord est tel que $|\Delta| \gg |\Omega_{f,1}|, |\Omega_{e,2}|$, c'est-à-dire très grand devant les pulsations de Rabi correspondant aux transitions $|f\rangle \rightarrow |i\rangle$ et $|e\rangle \rightarrow |i\rangle$, l'état intermédiaire $|i\rangle$ peut être éliminé adiabatiquement, ce qui permet de se ramener à un système à deux niveaux $\{|f, \vec{p}\rangle, |e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle\}$ couplés par la transition Raman [16]. La pulsation de Rabi effective s'exprime alors :

$$\Omega_{\text{eff}} = \frac{\Omega_{f,1}\Omega_{e,2}^*}{2\Delta} \quad (\text{I.10})$$

La fonction d'onde atomique peut donc se décomposer sur la base des deux états : $|\Psi(t)\rangle = C_f(t) |f, \vec{p}\rangle + C_e(t) |e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$, où $C_f(t)$ et $C_e(t)$ représentent les amplitudes de probabilité de présence dans chaque état. La résolution de l'équation (I.8) pour ce vecteur d'état est bien connue et peut être trouvée dans [16]. L'évolution du système à partir de l'état initial $|\Psi(t_0)\rangle$ peut ainsi s'écrire :

$$|\Psi(t_0 + \tau)\rangle = M(t_0, \tau, \varphi) |\Psi(t_0)\rangle \quad (\text{I.11})$$

où M est la matrice d'évolution donnée par :

$$M(t_0, \tau, \varphi) = \begin{pmatrix} \left[\cos\left(\frac{\Omega_{RT}}{2}\right) - i \cos\theta \sin\left(\frac{\Omega_{RT}}{2}\right) \right] e^{-i\bar{\omega}_f\tau} & -ie^{i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \varphi)} \sin\theta \sin\left(\frac{\Omega_{RT}}{2}\right) e^{-i\bar{\omega}_f\tau} \\ -ie^{-i((\omega_1 - \omega_2)t_0 + \varphi)} \sin\theta \sin\left(\frac{\Omega_{RT}}{2}\right) e^{-i\bar{\omega}_e\tau} & \left[\cos\left(\frac{\Omega_{RT}}{2}\right) + i \cos\theta \sin\left(\frac{\Omega_{RT}}{2}\right) \right] e^{-i\bar{\omega}_e\tau} \end{pmatrix} \quad (\text{I.12})$$

Les notations utilisées ici sont les suivantes. Tout d'abord la matrice d'évolution fait intervenir les déplacements lumineux à un photon $\delta\omega_f$ et $\delta\omega_e$ induits par les deux champs électriques sur les niveaux d'énergie hyperfins :

$$\begin{aligned} \delta\omega_f &= \frac{|\Omega_{f,1}|^2}{4\Delta} + \frac{|\Omega_{f,2}|^2}{4(\Delta - \omega_G)} \\ \delta\omega_e &= \frac{|\Omega_{e,1}|^2}{4(\Delta + \omega_G)} + \frac{|\Omega_{e,2}|^2}{4\Delta} \end{aligned} \quad (\text{I.13})$$

On peut alors définir les déplacements lumineux différentiel δ^{LS1} et moyen μ^{LS1} (LS1 pour « light shift à 1 photon »), ainsi que la fréquence de Rabi généralisée comme :

$$\begin{aligned}\delta^{\text{LS1}} &= \delta\omega_e - \delta\omega_f \\ \mu^{\text{LS1}} &= \delta\omega_e + \delta\omega_f \\ \Omega_R &= \sqrt{\Omega_{\text{eff}}^2 + (\delta - \delta^{\text{LS1}})^2}\end{aligned}\tag{I.14}$$

Enfin, pour alléger l'expression de la matrice d'évolution (I.12), on utilise également les notations suivantes :

$$\begin{cases} \cos \theta = (\delta - \delta^{\text{LS1}}) / \Omega_R \\ \sin \theta = |\Omega_{\text{eff}}| / \Omega_R \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{\omega}_f = \omega_f + \frac{\vec{p}^2}{2m\hbar} + (\mu^{\text{LS1}} - \delta) / 2 \\ \bar{\omega}_e = \omega_e + \frac{(\vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}})^2}{2m\hbar} + (\mu^{\text{LS1}} + \delta) / 2 \end{cases}\tag{I.15}$$

On suppose que les phases lasers $\phi_\alpha(t)$ sont constantes pendant l'interaction de durée τ , et on introduit la phase Raman φ , qui intervient dans les termes non diagonaux de la matrice d'évolution (I.12), et qui est définie comme la différence de phase entre les deux lasers :

$$\varphi = \phi_1 - \phi_2\tag{I.16}$$

En considérant le cas où le système est préparé initialement dans l'état $|f, \vec{p}\rangle$, la matrice d'évolution (I.12) donne accès aux probabilités de présence $P_f(\tau)$ et $P_e(\tau)$ dans chacun des deux niveaux :

$$\begin{cases} P_f(\tau) = |C_f(\tau)|^2 = 1 - \frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{\Omega_R^2} \sin^2\left(\frac{\Omega_R \tau}{2}\right) \\ P_e(\tau) = |C_e(\tau)|^2 = \frac{\Omega_{\text{eff}}^2}{\Omega_R^2} \sin^2\left(\frac{\Omega_R \tau}{2}\right) \end{cases}\tag{I.17}$$

La probabilité de transition de $|f, \vec{p}\rangle$ vers $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ oscille donc à la pulsation de Rabi Ω_R avec une amplitude maximale de $\Omega_{\text{eff}}^2 / \Omega_R^2$. Lorsque la condition de résonance dite « généralisée » $\delta = \delta^{\text{LS1}}$ est vérifiée, on a $\Omega_{\text{eff}} = \Omega_R$ et l'efficacité maximale de transition est en théorie de 100%. Il suffit alors de bien choisir la durée d'interaction τ de l'impulsion Raman pour créer une superposition cohérente quelconque des deux états $|f, \vec{p}\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$, et donc de construire les briques élémentaires de l'interféromètre atomique : les séparatrices et les miroirs.

Condition de résonance généralisée et déplacement des niveaux d'énergie

Dans le calcul précédent, seul le déplacement lumineux à un photon a été pris en compte. Il existe en réalité d'autres phénomènes susceptibles de déplacer les niveaux d'énergie : le déplacement lumineux à deux photons (δ^{LS2}) [106] et l'effet Zeeman (δ^Z). La condition de résonance présentée précédemment (équation (I.7)) doit être corrigée en introduisant le déplacement différentiel en énergie global δ^{diff} entre les niveaux $|f, \vec{p}\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$:

$$\delta^{\text{diff}} = \delta^{\text{LS1}} + \delta^{\text{LS2}} + \delta^Z\tag{I.18}$$

La condition de résonance généralisée s'exprime alors :

$$\delta = \delta^{\text{diff}} = (\omega_1 - \omega_2) - (\omega_G + \omega_D + \omega_R)\tag{I.19}$$

Sous l'action d'un champ magnétique, les niveaux d'énergie des atomes sont déplacés par effet Zeeman. Pour limiter l'effet du déplacement δ^Z dû à l'effet Zeeman, les deux états $|f\rangle$ et $|e\rangle$ sont généralement des sous-niveaux hyperfins $m_F = 0$, insensibles au champ magnétique au premier ordre. Si ce n'est pas la cas, il faut prendre en compte la contribution de l'effet Zeeman, comme nous le verrons au chapitre IV.

Quant aux déplacements lumineux à un et deux photons, le premier peut être annulé expérimentalement dans les configurations les plus répandues (nous verrons une exception au chapitre IV), tandis que le deuxième est très souvent négligeable. Pour un traitement plus complet du déplacement lumineux, le lecteur est invité à se référer à [107] pour celui à un photon, et à [106, 108] pour celui à deux photons.

I.1.3 Séparatrices et miroirs atomiques pour l'interférométrie

Considérons le cas où l'atome est préparé initialement dans l'état $|f, \vec{p}\rangle$, et supposons que la condition de résonance $\delta = \delta^{\text{diff}}$ est vérifiée (donc $\Omega_{\text{eff}} = \Omega_R$). La probabilité de transfert $|f, \vec{p}\rangle \rightarrow |e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ s'écrit comme une oscillation de Rabi à la pulsation Ω_R (voir équation (I.17)) et est représentée sur la figure I.2. :

$$P_e(\tau) = \sin^2\left(\frac{\Omega_{\text{eff}}\tau}{2}\right) \quad (\text{I.20})$$

Pour construire une séparatrice atomique, il suffit de choisir la durée de l'impulsion Raman de sorte que $\Omega_{\text{eff}} \times \tau = \pi/2$: le système est alors dans une superposition cohérente équiprobable des états $|f, \vec{p}\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ (voir figure I.2).

Si l'impulsion Raman est deux fois plus longue, c'est-à-dire $\Omega_{\text{eff}} \times \tau = \pi$, la probabilité de transfert $P_e(\tau)$ est de 100% : l'interaction joue le rôle d'un miroir atomique (voir figure I.2).

Chacune de ces impulsions (séparatrice et miroir) s'accompagnent d'une déviation spatiale du paquet d'onde qui change d'état interne, puisque l'atome absorbe la quantité de mouvement des photons $\hbar\vec{k}_{\text{eff}}$ au cours de l'interaction Raman. La figure I.2 illustre le phénomène, et met en évidence comment des impulsions $\pi/2$ sont utilisées à la fois pour séparer le paquet d'onde initial suivant les deux bras de l'interféromètre, et pour le recombiner en sortie. De même, une impulsion π permet de dévier chaque bras de l'interféromètre.

Les matrices d'évolution décrivant les impulsions $\pi/2$ et π sont respectivement :

$$M_{\pi/2}(t_0, \varphi) = e^{-i\bar{\omega}_f\tau_{\pi/2}} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -ie^{i((\omega_1-\omega_2)t_0+\varphi)} \\ -ie^{-i((\omega_1-\omega_2)t_0+\varphi)}e^{-i(\bar{\omega}_e-\bar{\omega}_f)\tau_{\pi/2}} & e^{-i(\bar{\omega}_e-\bar{\omega}_f)\tau_{\pi/2}} \end{pmatrix} \quad (\text{I.21})$$

$$M_{\pi}(t_0, \varphi) = e^{-i\bar{\omega}_f\tau_{\pi}} \begin{pmatrix} 0 & -ie^{i((\omega_1-\omega_2)t_0+\varphi)} \\ -ie^{-i((\omega_1-\omega_2)t_0+\varphi)}e^{-i(\bar{\omega}_e-\bar{\omega}_f)\tau_{\pi}} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{I.22})$$

Ainsi, à chaque impulsion Raman, la phase Raman est gravée sur la fonction d'onde atomique. L'onde de matière emporte ainsi une information sur la phase locale des lasers Raman : nous verrons que ce phénomène est en réalité à la base de la mesure inertielle par interférométrie atomique.

Le tableau (I.1) regroupe les termes de phase imprimés sur la fonction d'onde atomique pour les différentes transitions. Il ne fait apparaître ni les termes de phase en $-\pi/2$ (qui correspondent aux facteurs $-i$ dans les termes antidiagonaux des matrices (I.21) et (I.22)), ni ceux en $-(\bar{\omega}_e - \bar{\omega}_f)\tau$. Nous verrons en effet que ces termes n'interviennent pas dans le déphasage final de l'interféromètre étudié (symétrique temporellement), lorsque l'on se place dans l'approximation des impulsions Raman infiniment courtes.

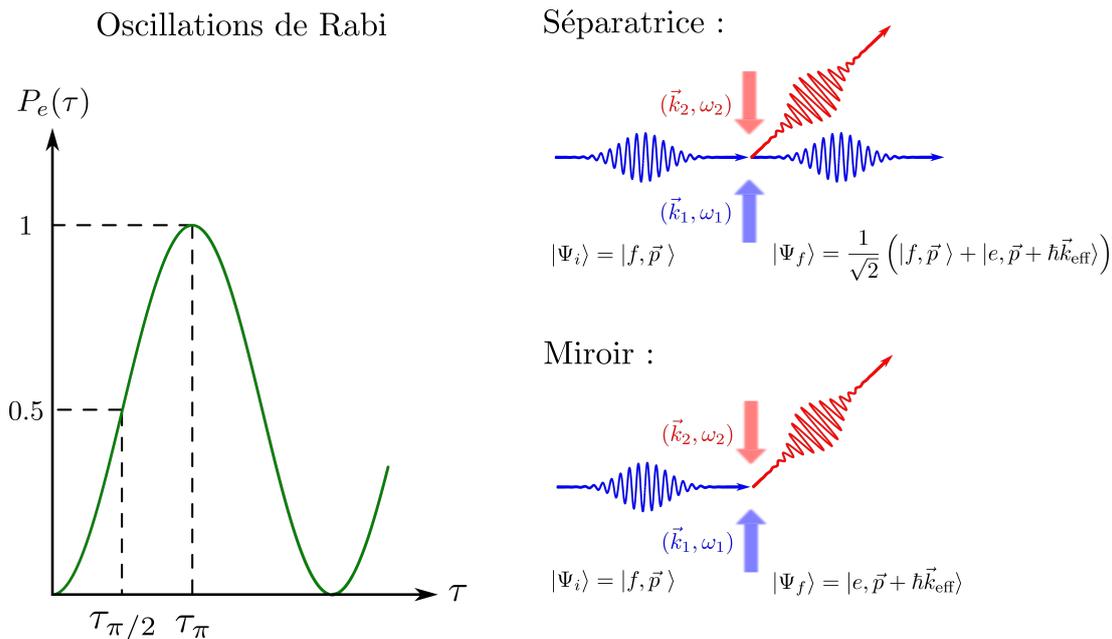


FIGURE I.2 – À gauche : oscillations de Rabi de la probabilité de présence dans l'état excité $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$. À droite : des transitions Raman de durée bien choisie permettent de construire des séparatrices atomiques (impulsion $\pi/2$) et des miroirs (impulsion π). Les fonctions d'onde avant et après l'impulsion sont notées $|\Psi_i\rangle$ et $|\Psi_f\rangle$.

Quantité de mouvement	Phase
$\vec{p} \rightarrow \vec{p}$	0
$\vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}} \rightarrow \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}$	0
$\vec{p} \rightarrow \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}$	$-\varphi$
$\vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}} \rightarrow \vec{p}$	$+\varphi$

TABLE I.1 – Quantité de mouvement et phase acquise par les paquets d'ondes atomiques lors des impulsions Raman.

I.1.4 Sélectivité en vitesse de la transition Raman

Nous avons considéré jusqu'ici les ondes de matière comme des ondes planes associées à des particules d'impulsion $\vec{p} = m\vec{v}$. En pratique, le nuage d'atomes froids est à une température T_{at} , les vitesses atomiques étant distribuées suivant la loi gaussienne suivante :

$$f_v(v) = \frac{1}{\sigma_v \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(v - v_0)^2}{2\sigma_v^2}\right) \quad (\text{I.23})$$

où $\sigma_v = \sqrt{k_B T_{\text{at}}/m}$ et v_0 sont respectivement la largeur de la distribution en vitesse et la vitesse de groupe des atomes.

L'évolution des probabilités de présence dans chaque état (équations (I.17)) étant directement liée à la pulsation de Rabi généralisée Ω_R , ces probabilités dépendent de la vitesse de l'atome considéré. En effet, Ω_R dépend du désaccord Raman δ qui lui-même est lié à la vitesse de l'atome par l'intermédiaire de l'effet Doppler. Cette dépendance est à l'origine de la sélectivité en vitesse des transitions Raman stimulées à deux photons [32].

Le taux de transfert de $|f, \vec{p}\rangle$ vers $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ pour un ensemble d'atomes décrit par la

distribution de vitesse f_v (équation (I.23)) se calcule alors en intégrant la probabilité de présence élémentaire sur l'ensemble de la distribution en vitesse :

$$P(\tau) = \int f_v(v) P_e(\tau, v) dv \quad (\text{I.24})$$

Pour étudier plus précisément l'effet de la sélectivité en vitesse des transitions Raman, considérons le cas d'une impulsion π ($\Omega_R \times \tau = \pi$) pour laquelle les déplacements lumineux sont négligeables. On suppose que la condition de résonance est vérifiée pour les atomes à la vitesse de groupe : $\delta(v_0) = 0$. On peut alors réécrire l'équation (I.24) en faisant apparaître la fonction $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$:

$$P(\tau) = \int f_v(v) \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{\tau\pi}{\pi} k_{\text{eff}}(v - v_0)\right)^2} \right) dv \quad (\text{I.25})$$

Nous mettons ici en évidence que la transition Raman sélectionne une classe de vitesse centrée autour de la vitesse de groupe v_0 , avec une largeur typique proportionnelle à $1/\tau\pi$. Les atomes ayant des vitesses supérieures ne sont pas adressés, car leur désaccord Doppler est trop important. Il en découle que pour maximiser le taux de transfert Raman, il est nécessaire d'utiliser une impulsion courte, puisque la sélection en vitesse sera d'autant plus large. La condition $\Omega_R \times \tau\pi = \pi$ devant être satisfaite, une impulsion courte se fait au prix d'une puissance laser plus importante. Plus les atomes sont froids, plus leur dispersion en vitesse est faible, et plus l'efficacité de diffraction par une transition Raman est grande. On arrive ainsi à obtenir un bon contraste en sortie d'interféromètre, en utilisant des puissances laser raisonnables.

En terme d'ordres de grandeur, la largeur typique de la distribution en vitesse d'un gaz froid de rubidium à la température $T_{\text{at}} = 2 \mu\text{K}$ est $\sigma_v \sim 1.5 \text{ cm.s}^{-1}$, alors que la largeur à mi-hauteur de la sélection en vitesse est de $2\pi/\tau\pi k_{\text{eff}} \sim 4 \text{ cm.s}^{-1}$ pour des paramètres expérimentaux typiques $\tau\pi = 10 \mu\text{s}$ et $k_{\text{eff}} = 4\pi/780 \text{ nm}^{-1}$ [23]. La majorité des atomes du nuage participent donc à la transition Raman.

I.2 Interférométrie atomique de type Mach-Zehnder

I.2.1 Description de l'interféromètre

Dans un interféromètre optique de Mach-Zehnder, un faisceau de lumière cohérente est séparé en deux par une lame séparatrice, puis défléchi par deux miroirs, et enfin recombinaé par une deuxième lame séparatrice. En combinant trois impulsions Raman, il est possible de créer l'équivalent de cet interféromètre en faisant interférer des ondes de matière : les rôles de la lumière et de la matière sont alors inversés par rapport au dispositif optique. L'état d'entrée de l'interféromètre n'est pas de la lumière, mais un nuage d'atomes froids. Les atomes étant préparés initialement dans l'état $|f, \vec{p}\rangle$, une première impulsion Raman $\pi/2$ (équivalente à une séparatrice) à l'instant t_0 crée une superposition cohérente des deux états $|f, \vec{p}\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$. Après un temps d'évolution libre noté T , une impulsion π (équivalente à un miroir) défléchit les deux ondes, qui convergent l'une vers l'autre et se retrouvent après une nouvelle phase d'évolution libre T . Une dernière impulsion $\pi/2$ recombine les deux bras, et permet aux deux ondes d'interférer. En sortie d'interféromètre, la proportion d'atomes dans chacun des deux états $|f, \vec{p}\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ est détectée par fluorescence : si le déphasage entre les deux chemins varie, des franges d'interférences apparaissent. Dans ce dispositif, chaque atome passe par les deux bras, et interfère avec lui-même : les franges observées sont la preuve de la dualité onde-corpuscule.

La figure I.3 présente un exemple d'interféromètre atomique de Mach-Zehnder utilisé comme accéléromètre. La direction de mesure de l'accélération est donnée par la direction des faisceaux Raman, comme nous le verrons plus tard. Ici, les faisceaux Raman sont verticaux : le capteur

est donc un gravimètre. Les atomes sont en chute libre sous l'effet du champ de pesanteur \vec{g} , et les faisceaux Raman verticaux sont rétro-réfléchis par un miroir qui joue le rôle de référence inertielle. La figure I.3 est un diagramme temps-espace représenté dans le référentiel en chute libre : les trajectoires des atomes sont donc rectilignes, alors qu'elles seraient paraboliques dans le référentiel du laboratoire. On note τ la durée des impulsions Raman $\pi/2$, et 2τ celle de l'impulsion Raman π centrale. La première impulsion a lieu à l'instant t_0 , et T est défini comme la durée d'évolution libre entre deux impulsions successives. La durée totale de l'interféromètre est donc $2T + 4\tau$.

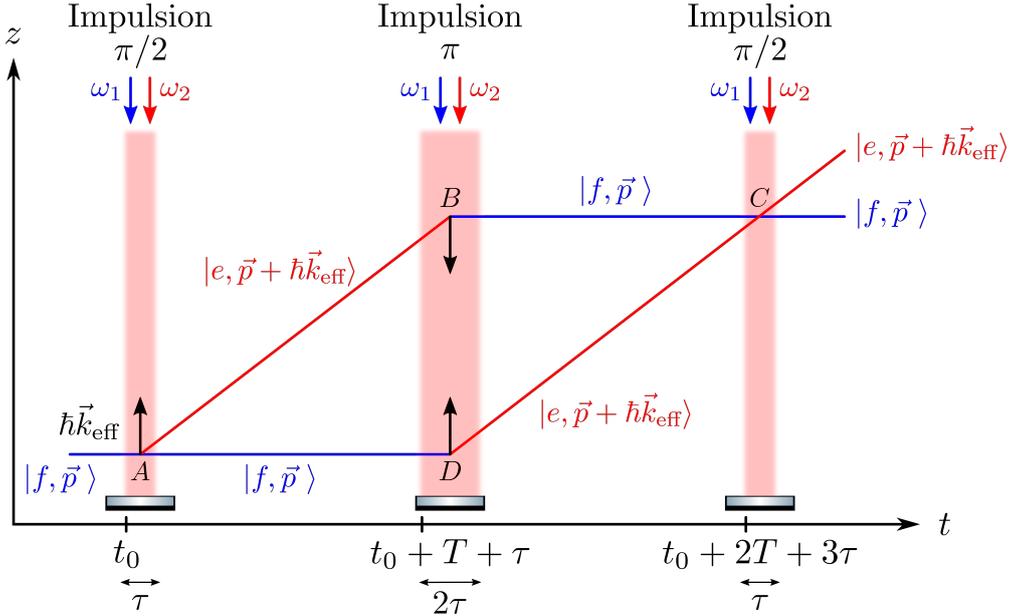


FIGURE I.3 – Diagramme temps-espace d'un interféromètre atomique de Mach-Zehnder représenté dans le référentiel en chute libre. Sur cette figure, les faisceaux Raman sont dans la direction z (celle de la gravité) : il s'agit d'un accéléromètre utilisé comme gravimètre.

I.2.2 Probabilité de détection en sortie

Le formalisme des matrices d'évolution présenté dans la partie I.1.3 est bien adapté pour calculer facilement la probabilité de détection des atomes en sortie d'interféromètre, et mettre en évidence le phénomène d'interférences. En complément des matrices d'évolution (I.21) et (I.22) associées aux impulsions $\pi/2$ et π , il faut aussi prendre en compte la propagation libre des paquets d'ondes atomiques pendant la durée T . La matrice d'évolution associée est la suivante :

$$M_{\text{libre}}(T) = \begin{pmatrix} e^{-i\omega_f T} & 0 \\ 0 & e^{-i\omega_e T} \end{pmatrix} \quad (\text{I.26})$$

Pour décrire l'interféromètre $\pi/2 - \pi - \pi/2$, il suffit alors de faire le produit des matrices élémentaires qui constituent chaque brique élémentaire de la séquence :

$$M_{\text{interfero}} = M_{\pi/2}(t_0 + 2T + 3\tau, \varphi_3) \times M_{\text{libre}}(T) \times M_{\pi}(t_0 + T + \tau, \varphi_2) \times M_{\text{libre}}(T) \times M_{\pi/2}(t_0, \varphi_1) \quad (\text{I.27})$$

où φ_j la phase Raman à l'instant de l'impulsion j . On fait l'hypothèse que cette phase est constante sur la durée de chaque impulsion. L'état d'entrée dans l'interféromètre étant $|f, \vec{p}\rangle$, la probabilité de détecter l'atome dans $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ en sortie d'interféromètre est donnée par :

$$\begin{aligned}
 P &= |\langle e, \vec{p} + \hbar \vec{k}_{\text{eff}} | M_{\text{interfero}} | f, \vec{p} \rangle|^2 \\
 &= \frac{1 - \cos(\varphi_1 - 2\varphi_2 + \varphi_3)}{2}
 \end{aligned}
 \tag{I.28}$$

Ce calcul est fait dans l'approximation des impulsions Raman infiniment courtes ($\tau \ll T$), et correspond à la différence entre la phase gravée par les interactions Raman sur la fonction d'onde atomique le long du bras supérieur et du bras inférieur de l'interféromètre. En effet, en exploitant le tableau (I.1), on montre que la phase accumulée le long du bras supérieur est $\varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_3$, tandis que celle accumulée le long du bras inférieur s'écrit φ_2 : la différence de phase est donc $\Delta\Phi_{\text{laser}} = \varphi_1 - 2\varphi_2 + \varphi_3$. Comme mentionné dans la partie I.1.3, les termes de phase provenant de la différence entre les fréquences laser s'annulent, et ce, grâce à la symétrie temporelle de l'interféromètre de Mach-Zehnder. Cette symétrie rend l'interféromètre insensible aux phases constantes ou linéaires dans le temps : seuls les termes quadratiques (ou de puissance supérieure) induisent un déphasage.

L'équation (I.28) a été déterminée dans le cas idéal où les atomes sont à température nulle et les impulsions Raman sont parfaitement résonantes. Ce n'est pas le cas expérimentalement, et le signal de sortie de l'interféromètre s'écrit alors plutôt :

$$P = P_0 - \frac{C}{2} \cos(\Delta\Phi)
 \tag{I.29}$$

où P_0 est la valeur moyenne des franges ($P_0 = 1/2$ dans le cas idéal) et C est le contraste ($C = 1$ dans le cas idéal). Le déphasage total est noté $\Delta\Phi$: lorsqu'il varie, les franges d'interférences apparaissent.

Cas particulier d'un déphasage dû à une accélération constante

Dans ce paragraphe, nous expliquons l'origine du déphasage induit par une accélération constante, en prenant l'exemple de la gravité. Des méthodes de calcul plus complètes seront présentées à la partie suivante.

Jusqu'ici nous n'avons pas pris en compte l'action extérieure des effets inertiels. Considérons à présent que l'atome est en chute libre sous l'effet du champ de pesanteur \vec{g} (supposé uniforme), et plaçons nous dans le référentiel en chute libre lié au centre de masse de l'atome. Dans ce référentiel, la quantité de mouvement de l'atome reste constante et la dynamique du système soumis aux lasers Raman est toujours gouvernée par l'hamiltonien (I.2) donné précédemment. Comme le montre la figure I.3, les faisceaux Raman sont rétro-réfléchis sur un miroir (fixe dans le référentiel du laboratoire) qui joue le rôle de référence inertielle. La phase laser gravée sur la fonction d'onde atomique va dépendre de la distance entre ce miroir et l'atome à l'instant de l'impulsion Raman. Plus généralement, les vecteurs position, vitesse et accélération des atomes sont définis par rapport à ce miroir. Pour calculer le déphasage en sortie d'interféromètre, il est finalement nécessaire d'effectuer un changement de la variable d'espace \hat{R} dans les expressions des champs électriques (données dans l'équation (I.1)) :

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{Y} \\ \hat{Z} \end{pmatrix} \rightarrow \hat{R}_{\vec{g}} = \begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{Y} \\ \hat{Z} + \frac{1}{2}gt^2 \end{pmatrix}
 \tag{I.30}$$

Dans le référentiel en chute libre lié au centre de masse de l'atome, on doit donc ajouter dans l'expression des champs électriques des termes supplémentaires issus du changement de référentiel. Finalement, la phase Raman gravée sur la fonction d'onde atomique par une impulsion Raman à l'instant t_i peut s'écrire :

$$\varphi(t_i) = -\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \frac{1}{2} \vec{g} t_i^2 + [\phi_1(t_i) - \phi_2(t_i)] \quad (\text{I.31})$$

En reprenant le résultat de l'équation (I.28), on peut écrire le déphasage total comme la différence de phase accumulée le long des bras supérieur et inférieur :

$$\Delta\Phi = \varphi_1 - 2\varphi_2 + \varphi_3 \quad (\text{I.32})$$

avec les notations $\varphi_i = \varphi(t_i)$. Grâce à la symétrie temporelle de l'interféromètre, et en négligeant les variations de phase pendant les impulsions Raman, le déphasage se réduit à :

$$\Delta\Phi_{\text{laser}} = -\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{g} T^2 \quad (\text{I.33})$$

Cette formule très simple est valable dans l'approximation d'impulsions Raman infiniment courtes ($\tau \ll T$). Plus généralement, le déphasage de tout interféromètre de Mach-Zehnder soumis à une accélération constante \vec{a} s'exprime : $\Delta\Phi_{\text{laser}} = -\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a} T^2$. Lorsque le système est soumis à une rotation $\vec{\Omega}$, l'accélération \vec{a} peut être décomposée pour faire apparaître l'accélération de Coriolis (\vec{v}_0 désigne la vitesse des atomes à l'instant de la première impulsion Raman) :

$$\vec{a} = \vec{a}_{\text{non Coriolis}} - 2\vec{\Omega} \times \vec{v}_0 \quad (\text{I.34})$$

Le déphasage total s'exprime alors :

$$\Delta\Phi_{\text{laser}} = -\vec{k}_{\text{eff}} \cdot (\vec{a}_{\text{non Coriolis}} - 2\vec{\Omega} \times \vec{v}_0) T^2 \quad (\text{I.35})$$

Ce résultat montre qu'un tel interféromètre permet de mesurer des accélérations le long de l'axe des faisceaux Raman (à cause du produit scalaire $\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a}$), et des rotations orthogonales au plan formé par les faisceaux Raman et la vitesse initial des atomes (à cause du produit vectoriel $\vec{k}_{\text{eff}} \cdot [2\vec{\Omega} \times \vec{v}_0]$). Comme expliqué précédemment, les accélérations et rotations sont définies par rapport au miroir Raman, qui constitue la référence inertielle. De l'équation (I.33), nous en déduisons également le facteur d'échelle du capteur inertielle $\mathcal{S} = k_{\text{eff}} T^2$, qui représente la sensibilité du capteur : plus \mathcal{S} est grand, plus le capteur est sensible. On aura donc tendance à fabriquer des interféromètres atomiques avec des longs temps d'interrogation (donc une grande distance de chute), et des séparatrices atomiques les plus grandes possibles.

Pour conclure cette partie, revenons sur une remarque faite au paragraphe I.1.3 concernant la phase des lasers Raman gravée sur la fonction d'onde atomique à chaque impulsion $\pi/2$ et π . Au cours de sa chute libre, chaque atome participant à l'interféromètre enregistre une information sur \vec{a} à chaque impulsion Raman, et la quantité d'information augmente avec le temps d'interaction. L'observateur est alors capable d'accéder à cette information en sortie d'interféromètre, via la probabilité de transition $P \propto \cos \Delta\Phi$.

I.2.3 Une autre méthode pour calculer le déphasage

Pour atteindre des niveaux d'exactitude supérieurs, ou pour prendre en compte des effets inertiels autres que la gravité (par exemple les effets de gradient de gravité), il est nécessaire de calculer plus finement le déphasage interférométrique. Pour cela, différents formalismes ont été développés [109]. Nous présentons ici l'un de ces formalismes, qui repose sur les intégrales de chemin.

Dans un interféromètre optique, le déphasage est calculé en déterminant d'une part la différence de phase acquise lors de la propagation des ondes, et d'autre part la phase acquise par

chaque onde lorsqu'elle traverse un élément optique [110]. Le déphasage total en sortie d'interféromètre est obtenu en sommant ces différentes contributions.

Par analogie, le déphasage d'un interféromètre atomique peut se décomposer en une somme d'un terme associé à la propagation des ondes de matière, et d'un terme $\Delta\Phi_{\text{laser}}$ associé à l'interaction avec les séparatrices et miroirs Raman [32]. Pour un interféromètre à trois impulsions $\pi/2 - \pi - \pi/2$, nous avons déjà calculé $\Delta\Phi_{\text{laser}}$ (équation (I.28)). Quant au terme de propagation, il peut être décomposé en deux contributions : une première contribution $\Delta\Phi_{\text{prop}}$ associée à la propagation des ondes dans l'interféromètre entre le point d'entrée $A(\vec{r}_A, t_A)$ et le point de sortie $C(\vec{r}_C, t_C)$, et une autre contribution $\Delta\Phi_{\text{sep}}$ liée à une éventuelle séparation spatiale des paquets d'ondes avant leur entrée dans l'interféromètre, ou à l'instant de la dernière impulsion, comme représenté sur la figure I.4. Finalement, le déphasage total de l'interféromètre s'écrit :

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_{\text{laser}} + \Delta\Phi_{\text{prop}} + \Delta\Phi_{\text{sep}} \quad (\text{I.36})$$

Déphasage associé à la séparation des paquets d'ondes

Le terme de phase dû à la séparation des paquets d'ondes s'exprime :

$$\Delta\Phi_{\text{sep}} = \frac{\bar{\mathbf{p}} \cdot \Delta\vec{r}}{\hbar} \quad (\text{I.37})$$

où $\bar{\mathbf{p}} = (\vec{p}(C_1) + \vec{p}(C_2))/2$ représente l'impulsion moyenne de l'atome dans le bras de sortie considéré, et $\Delta\vec{r} = \vec{C}_1\vec{C}_2$ désigne la séparation spatiale entre les deux paquets d'ondes à l'instant de la dernière impulsion Raman. La figure I.4 met en évidence un interféromètre non symétrique temporellement ($T > T'$). Dans ce cas, les deux paquets d'onde sont séparés spatialement à l'instant de la dernière impulsion : $\Delta\vec{r} \neq 0$ et $\Delta\Phi_{\text{sep}} \neq 0$.

L'interféromètre de Mach-Zehnder que nous considérons correspond à une situation où $\Delta\vec{r} = 0$. En effet, l'interféromètre est symétrique temporellement ($T = T'$), le vecteur d'onde effectif \vec{k}_{eff} est le même pour les trois impulsions, et les atomes sont uniformément accélérés. Dans ce cas, l'interféromètre est fermé en position, et $\Delta\Phi_{\text{sep}} = 0$.

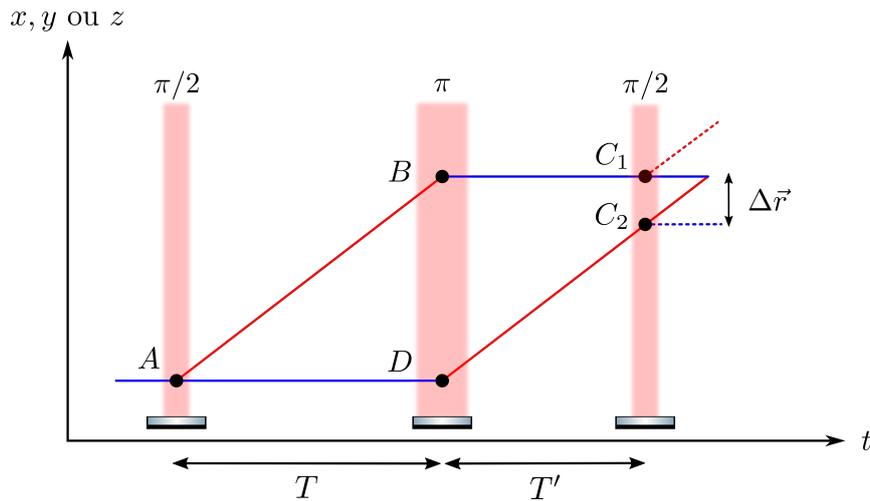


FIGURE I.4 – Diagramme temps-espace (représenté dans le référentiel uniformément accéléré des atomes) d'un interféromètre atomique de Mach-Zehnder ouvert en position.

Déphasage associé à la propagation dans l'interféromètre

Le déphasage associé à la propagation peut être calculé en utilisant l'interprétation de Feynman de la mécanique quantique en terme d'intégrale de chemin [111]. Ce formalisme s'appuie sur le calcul de l'intégrale de l'action S le long des trajectoires classiques suivies par les deux composantes de la fonction d'onde dans les deux bras de l'interféromètre. Dans le cas où le lagrangien

du système $\mathcal{L}(\vec{r}, \dot{\vec{r}})$ est au plus quadratique en position et en impulsion, il a été démontré que l'action à considérer se réduit à l'action classique S_{cl} évaluée le long du chemin considéré [112]. Pour l'interféromètre à deux chemins que nous utilisons (voir figure I.3), le terme de déphasage associé à la propagation peut donc s'écrire :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{\text{prop}} &= \frac{1}{\hbar} (S_{\text{cl}}(\text{chemin du haut}) - S_{\text{cl}}(\text{chemin du bas})) \\ &= \frac{1}{\hbar} \left(\int_{\text{ABC}} \mathcal{L}(\vec{r}, \dot{\vec{r}}) dt - \int_{\text{ADC}} \mathcal{L}(\vec{r}, \dot{\vec{r}}) dt \right) \end{aligned} \quad (\text{I.38})$$

Comme l'interféromètre de Mach-Zehnder étudié est fermé en position et symétrique temporellement, les atomes passent le même temps dans les états $|g\rangle$ et $|e\rangle$, et le terme $\Delta\Phi_{\text{prop}}$ est nul.

Déphasage associé à l'interaction laser

Pour un interféromètre de Mach-Zehnder dans un champ gravitationnel homogène, les termes liés à la propagation et à la séparation des ondes sont nuls, car l'interféromètre est symétrique, fermé en position, et décrit par un Lagrangien au plus quadratique. Le déphasage total donné à l'équation (I.36) se réduit donc finalement au terme d'interaction laser : $\Delta\Phi = \Delta\Phi_{\text{laser}}$. Ce résultat est en accord avec le calcul matriciel dans le référentiel en chute libre que nous avons présenté au paragraphe I.2.2.

I.2.4 Approche perturbative

Lorsque le Lagrangien du système est plus compliqué (rotation, gradient de gravité) ou que la résolution des équations du mouvement n'est pas possible, le déphasage peut être calculé de manière perturbative. On détermine d'abord les trajectoires classiques non perturbées associées à un Lagrangien simplifié, puis on obtient le déphasage $\Delta\Phi_{\text{pert}}$ grâce à l'équation (I.38) en intégrant le lagrangien perturbé le long de ces trajectoires non perturbées [112]. Nous utiliserons cette méthode perturbative au chapitre IV pour déterminer le déphasage induit par un gradient de champ magnétique dans le cas d'un interféromètre utilisant des sous-niveaux $m_F \neq 0$.

I.2.5 Étude du contraste des franges d'interférences

Nous avons démontré au paragraphe I.2.2 que le contraste des franges d'interférences est égal à 1 dans le cas idéal où les atomes sont à température nulle et où les impulsions Raman sont parfaitement résonantes. En réalité, les atomes possèdent une certaine distribution en vitesse (voir équation (I.23)) et les impulsions Raman ne sont pas parfaitement résonantes pour tous les atomes à cause du profil gaussien des faisceaux laser. Dans l'expression des probabilités de présence $P_f(\tau)$ et $P_e(\tau)$ dans chacun des deux états de l'interféromètre (voir équation (I.17)), c'est le terme $\Omega_R = \sqrt{\Omega_{\text{eff}}(I)^2 + \delta(v)^2}$ qui contient ces dépendances en intensité I et en vitesse v . D'autres facteurs sont susceptibles de diminuer le contraste, comme l'émission spontanée, ou un champ magnétique inhomogène. Cependant, dans une configuration classique comme celle présentée au chapitre III, l'émission spontanée est négligeable car le désaccord Raman à un photon Δ est très grand devant la largeur naturelle de la raie Γ . Quant à la sensibilité au champ magnétique, elle est très faible puisque les états hyperfins choisis sont dans un niveau d'énergie $m_F = 0$, donc insensibles au gradient de champ magnétique au premier ordre. Nous présentons au chapitre IV un interféromètre atomique qui fait intervenir des états hyperfins $m_F = \pm 1$ sensibles au gradient de champ magnétique : nous verrons dans ce cas comment le contraste est affecté.

Pour étudier le contraste en fonction des paramètres I et v , on définit les coefficients de réflexion et transmission r et t de la fonction d'onde atomique à partir des expressions (I.17) en fonction de $x = \delta/\Omega_{\text{eff}}$. Par analogie avec les coefficients de réflexion et transmission des ondes électromagnétiques à l'interface entre deux milieux, nous avons ici $r^2 + t^2 = 1$. Les résultats sont présentés dans le tableau I.2.

Impulsion $\pi/2$	Impulsion π
$r_{\pi/2} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \sin\left(\frac{\pi}{4}\sqrt{1+x^2}\right)$ $t_{\pi/2} = \sqrt{1-r_{\pi/2}^2}$	$r_{\pi} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \sin\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{1+x^2}\right)$ $t_{\pi} = \sqrt{1-r_{\pi}^2}$

TABLE I.2 – Coefficients de réflexion et de transmission pour des impulsions Raman $\pi/2$ et π en fonction de $x = \delta/\Omega_{\text{eff}}$.

La figure I.5 met en évidence les chemins parasites (en pointillés) qui apparaissent dès lors que les impulsions Raman ne sont pas parfaites. Seuls les chemins ABC et ADC interfèrent. Les chemins ABE et ADF n'interfèrent pas avec les chemins ABC et ADC , car la longueur de cohérence l_c est trop petite devant la distance $CE = CF \equiv d$. En effet, la longueur de cohérence est comparable à la longueur d'onde thermique de de Broglie, et s'exprime donc :

$$l_c \sim \lambda_{\text{dB th}} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T_{\text{at}}}} \quad (\text{I.39})$$

Pour une température de $T_{\text{at}} \sim 2 \mu\text{K}$, la longueur de cohérence vaut $l_c \sim 10^{-7}$ m. Quant à la distance d , elle s'exprime en fonction de T , l'intervalle de temps entre chaque impulsion laser, et l'impulsion $\hbar k_{\text{eff}}$ transférée aux atomes au cours d'un processus Raman :

$$d = T \cdot \frac{\hbar k_{\text{eff}}}{m} \quad (\text{I.40})$$

Pour $T = 15$ ms, on a $d \sim 10^{-4}$ m : la relation $l_c \ll d$ est bien vérifiée.

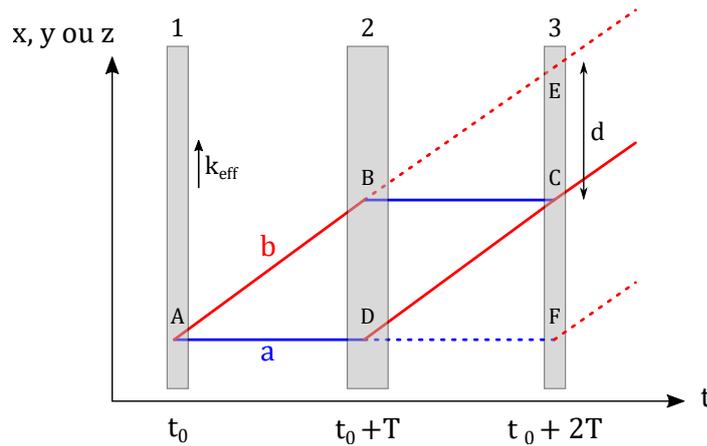


FIGURE I.5 – Diagramme temps-espace d'un interféromètre de Mach-Zehnder dans le référentiel en chute libre. Les impulsions Raman 1 et 3 sont des impulsions $\pi/2$ et l'impulsion 2 est une impulsion π . L'état $|f, \vec{p}\rangle$ est représenté en bleu par a , et l'état $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ est représenté en rouge par b .

Grâce aux coefficients de réflexion et de transmission de la fonction d'onde atomique, on peut exprimer la probabilité que l'atome soit dans l'état $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ en sortie d'interféromètre (l'état d'entrée est toujours $|f, \vec{p}\rangle$) :

$$P = |r_{\pi/2}(t_0)t_{\pi}(t_0 + T)t_{\pi/2}(t_0 + 2T)|^2 + |t_{\pi/2}(t_0)t_{\pi}(T)r_{\pi/2}(t_0 + 2T)|^2 + |r_{\pi/2}(t_0)r_{\pi}(t_0 + T)r_{\pi/2}(t_0 + 2T) + t_{\pi/2}(t_0)r_{\pi}(t_0 + T)t_{\pi/2}(t_0 + 2T)e^{i\Delta\Phi}|^2 \quad (\text{I.41})$$

Dans cette expression, $\Delta\Phi$ désigne le déphasage entre les deux bras de l'interféromètre principal (comme dans l'équation (I.29)). Les deux premiers termes décrivent les chemins ABE et ADF respectivement : ces chemins n'interfèrent pas. En développant le troisième terme, on fait apparaître la formule des interférences et le contraste suivant :

$$\mathcal{C}(x) = \frac{4}{(1+x^2)^2} \sin^2\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{1+x^2}\right) \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\sqrt{1+x^2}\right) \left[1 - \frac{1}{(1+x^2)} \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\sqrt{1+x^2}\right)\right] \quad (\text{I.42})$$

La fonction $\mathcal{C}(x)$ de l'équation (I.42) ci-dessus est représentée sur la figure I.6, qui a été tracée avec les paramètres typiques de notre interféromètre permettant de mesurer l'accélération horizontale (voir chapitre III). En particulier, comme les atomes chutent à travers un faisceau Raman horizontal de profil gaussien, les durées des impulsions $\pi/2$ et π sont égales, car l'intensité du faisceau est deux fois plus grande à l'instant de l'impulsion centrale (voir chapitre III). Sur la figure I.6, le contraste est perdu pour $|x| \gtrsim 3$. À intensité I constante, cela correspond à des vitesses $|v| \gtrsim 2.5 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$.

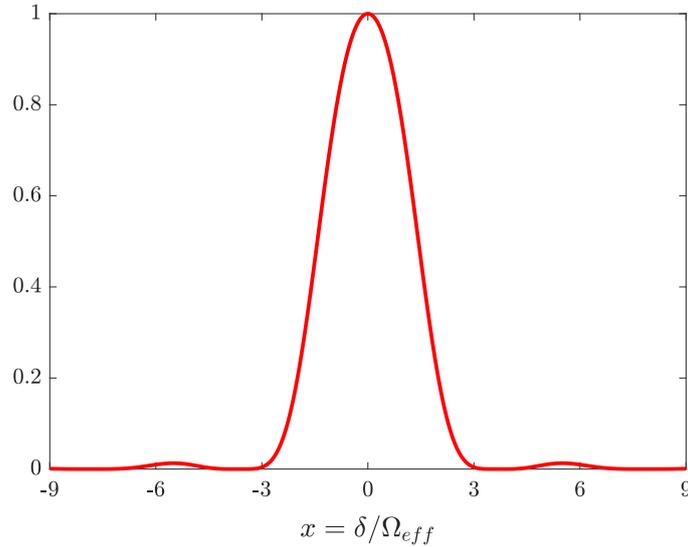


FIGURE I.6 – Contraste en fonction de $x = \delta/\Omega_{\text{eff}} = k_{\text{eff}} \cdot v/\Omega_{\text{eff}}$ d'après l'équation (I.42). Paramètres : $k_{\text{eff}} = 4\pi/780 \text{ nm}^{-1}$; $\tau_{\pi/2} = \tau_{\pi} = 10 \mu\text{s}$. Pour une impulsion $\pi/2$, la pulsation de Rabi effective vaut $\pi/2\tau$, et pour une impulsion π , elle vaut π/τ .

Le calcul du contraste présenté sur la figure I.6 a été effectué pour une seule classe de vitesse v . Le nuage d'atomes ayant une distribution en vitesse f_v (voir paragraphe I.1.4 et l'équation (I.23)), on peut intégrer le contraste présenté dans l'équation (I.42) sur cette distribution pour estimer la chute de contraste due à la vitesse non nulle des atomes. Ce calcul s'effectue sous l'hypothèse que le déphasage $\Delta\Phi$ de l'interféromètre ne dépend pas (ou très peu) de la vitesse des atomes. Dans ce cas, intégrer la probabilité P de l'équation (I.29) revient bien à intégrer uniquement le contraste. La chute de contraste est donc estimée par l'intégrale suivante :

$$\mathcal{C}_{\text{int}} = \int f_v(v)\mathcal{C}(v)dv \quad (\text{I.43})$$

où f_v est la distribution gaussienne (I.23). Pour un gaz d'atomes de ^{87}Rb refroidi à $2 \mu\text{K}$, et pour les paramètres typiques de notre interféromètre horizontal présenté au chapitre III, ce calcul donne un contraste de 77 %. Nous verrons que le contraste obtenu expérimentalement est plus faible (autour de 40 %) : cette différence est principalement due au profil gaussien des faisceaux Raman.

I.3 Hybridation entre capteurs inertiels classiques et quantiques

L'hybridation entre deux systèmes A et B consiste à exploiter les avantages spécifiques à A pour s'affranchir des limites caractéristiques de B , et inversement. Dans le domaine des capteurs inertiels, l'hybridation entre capteurs classiques et quantiques permet de construire des instruments combinant une large bande passante, une stabilité de biais et une mesure continue exacte [113]. Les limites des capteurs inertiels classiques ont été présentées en introduction de ce manuscrit. Nous mettons ici en évidence celles des capteurs quantiques, et expliquons comment l'hybridation permet de s'en affranchir.

I.3.1 Indétermination de franges

Le signal de sortie d'un interféromètre atomique utilisé comme accéléromètre ou gyromètre dépend de façon sinusoïdale de la grandeur inertielle à mesurer (voir équation (I.29)). La figure I.7 met ainsi en évidence qu'une valeur de probabilité de transition P correspond à une infinité de valeurs a_n de l'accélération. Mathématiquement, cela se traduit par l'équation suivante, dans laquelle n est un entier :

$$P = P_0 - \frac{C}{2} \cos(k_{\text{eff}}aT^2) \Rightarrow a = a_n^\pm = \pm \frac{1}{k_{\text{eff}}T^2} \arccos \left[\frac{2}{C}(P_0 - P) \right] + \frac{2\pi n}{k_{\text{eff}}T^2} \quad (\text{I.44})$$

L'hybridation permet de lever cette indétermination de franges, puisque l'accéléromètre classique fournit une mesure approximative de l'accélération qui est utilisée pour déterminer le signe et l'entier n de l'accélération a_n^\pm dans l'équation (I.44).

I.3.2 Temps morts et bande passante limitée

La mesure fournie par un capteur inertiel à atomes froids n'est pas continue, mais discrète, à cause des temps morts dus à la préparation du gaz d'atomes froids et à la détection en sortie d'interféromètre. Ces temps morts dégradent la sensibilité du capteur à cause du phénomène d'aliasing (ou repliement de spectre), qui transpose les variations d'accélération proches de la fréquence de répétition et de ses multiples à la fréquence nulle. L'hybridation permet de s'affranchir de ce problème, en utilisant la mesure inertielle fournie par le capteur classique pendant les temps morts de mesure du capteur atomique. Notons également que la centrale inertielle finale reposera sur la mesure alternative des six grandeurs inertielles : l'utilisation des mesures d'accélération et de rotation fournies par les capteurs classiques associés est d'autant plus indispensable, puisque les temps morts seront alors allongés. La figure I.8 récapitule les avantages de l'hybridation entre capteurs inertiels classiques et quantiques.

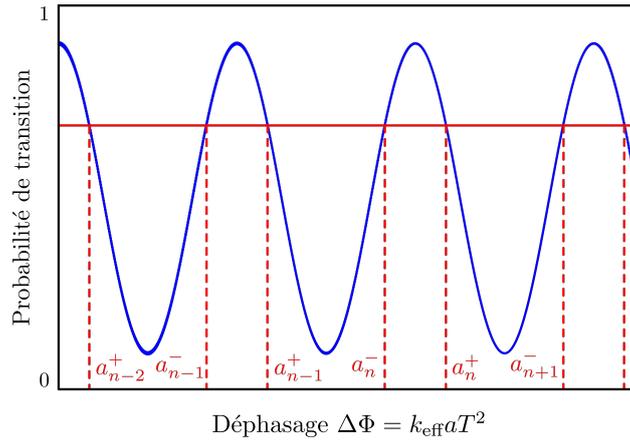


FIGURE I.7 – Mise en évidence de l'indétermination de franges. La dépendance sinusoïdale de la probabilité de transition P en sortie d'interféromètre en fonction du déphasage $\Delta\Phi$ a pour conséquence qu'une infinité de valeurs de l'accélération peuvent correspondre à une unique valeur de P .

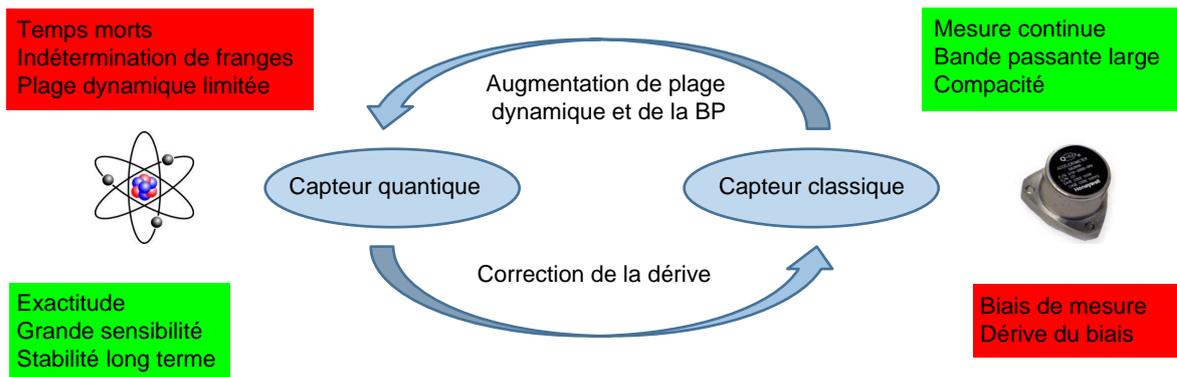


FIGURE I.8 – L'hybridation permet de combiner les avantages des capteurs classiques (à droite) et quantiques (à gauche).

I.3.3 Structure de l'algorithme d'hybridation

La structure typique de l'hybridation est présentée sur la figure I.9. Pour déterminer l'accélération (ou la rotation) à partir du signal atomique, on utilise la valeur approximative fournie par l'accéléromètre (ou le gyromètre) classique. La mesure inertielle obtenue permet d'estimer le biais et le facteur d'échelle du capteur classique. On utilise la mesure du capteur classique corrigée de son biais pendant les temps morts de mesure du capteur atomique.

I.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les notions théoriques indispensables à la compréhension des capteurs inertiels à atomes froids par interférométrie atomique. Les transitions Raman à deux photons, véritables briques élémentaires nécessaires à la réalisation d'un interféromètre, permettent de manipuler de façon cohérente les paquets d'ondes atomique, qui peuvent ainsi interférer. C'est la mesure du déphasage des franges d'interférences qui porte alors l'information sur les grandeurs inertielles d'intérêt. L'expression du déphasage dans le cas d'un interféromètre de Mach-Zehnder a été démontrée. Nous avons également présenté un calcul simple qui met en évidence l'un des phénomènes responsables d'une chute de contraste des franges interféro-

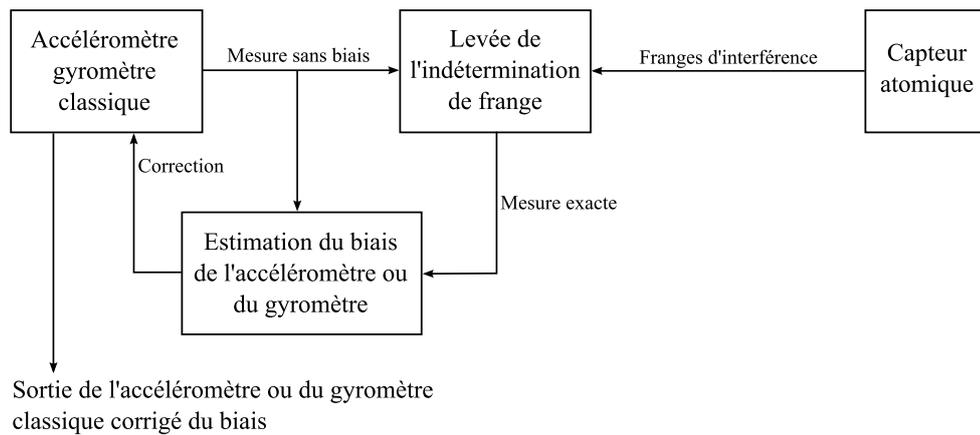


FIGURE I.9 – Structure simplifiée de l’algorithme d’hybridation d’une mesure inertielle atomique avec une mesure fournie par un capteur classique d’après [103].

métriques. Enfin, l’intérêt et la structure de l’hybridation entre capteurs inertiels classiques et quantiques a permis de montrer comment tirer parti des avantages des deux technologies. On arrive ainsi à s’affranchir des deux inconvénients majeurs des capteurs atomiques : l’indétermination de franges et les temps morts de mesure.

Dans le chapitre suivant, nous décrivons notre dispositif expérimental qui permet de mettre en pratique les enseignements théoriques de ce premier chapitre.

CHAPITRE II

LES CAPTEURS INERTIELS À ATOMES FROIDS EN PRATIQUE : MÉTHODES ET DISPOSITIFS EXPÉRIMENTAUX

Les résultats présentés dans ce manuscrit ont été obtenus grâce au dispositif expérimental conçu par les précédents doctorants Fabien Théron [114] et Isadora Perrin [103]. À mon arrivée à l'ONERA en avril 2019, l'expérience CHAMO ("Centrale Hybride AtoMique de l'ONERA" - devenue en 2020 CHAMOIS : "Centrale Hybride AtoMique de l'ONERA à Inertie Strapdown") permettait déjà de mesurer l'accélération de pesanteur et le gradient d'accélération de pesanteur [103]. Une nouvelle voie laser venait d'être installée pour la mesure de l'accélération horizontale. Dans ce chapitre, nous présentons le dispositif expérimental ainsi que les modifications apportées depuis 2019. Nous terminons en décrivant la source d'atomes froids et la façon dont les atomes sont préparés pour l'interférométrie et détectés en sortie d'interféromètre.

II.1 Architecture globale de CHAMOIS

Le dispositif expérimental est schématisé sur la figure II.1. Les différents blocs qui le constituent sont les suivants :

Un système laser fibré à 1560 nm qui permet de générer toutes les fréquences laser nécessaires pour refroidir les atomes, préparer l'état quantique d'entrée dans l'interféromètre (c'est-à-dire sélectionner un certain sous-niveau hyperfin $|F = 1, m_F\rangle$), interroger les atomes pendant la séquence d'interférométrie, et les détecter en sortie de l'interféromètre.

Un banc optique en espace libre assure le doublage en fréquence du laser à fibre, et fournit ainsi des faisceaux laser à 780 nm, la longueur d'onde de transition du ^{87}Rb . Les différentes voies laser sont acheminées vers la tête du capteur par des fibres optiques à maintien de polarisation.

La tête du capteur est constituée d'une enceinte à vide avec des accès optiques, des dispensers qui produisent la vapeur de ^{87}Rb , et un système de pompage pour maintenir une pression de l'ordre de 10^{-9} mbar. Plusieurs bobines génèrent les champs magnétiques nécessaires au piégeage des atomes, à la préparation des atomes et à la compensation des champs magnétiques parasites. Pour acheminer les faisceaux laser jusqu'à l'intérieur de l'enceinte avec les paramètres requis (diamètre, polarisation, puissance), deux tables optiques en forme de disque entourent l'enceinte à vide. Un système de détection (deux photodiodes, chacune associée à deux doublets) mesure par fluorescence la proportion d'atomes dans chacun des deux états quantiques $|f, \vec{p}\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ en sortie d'interféromètre. Un accéléromètre classique est fixé sur le miroir Raman horizontal pour corrélérer les signaux d'accélération horizontale classique et atomique. Enfin, un blindage en μ métal en forme de cylindre entoure tout ce montage pour isoler l'enceinte à vide des champs magnétiques extérieurs.

Une plateforme d'isolation passive des vibrations , placée sous la tête capteur, porte le miroir Raman vertical et l'isole des vibrations. Un accéléromètre classique, situé entre la plateforme et le miroir Raman, est utilisé pour corrélérer les signaux gravimétriques classique et atomique.

Un séquenceur PXI connecté à un ordinateur pilote l'expérience. Cette interface permet la programmation de la séquence interférométrique, le contrôle des paramètres expérimentaux, et le traitement des signaux de détection en sortie d'interféromètre. L'utilisateur voit l'évolution des données en temps réel sur l'ordinateur.

La figure II.2 est une photographie du dispositif expérimental. Le blindage magnétique a été enlevé pour montrer les tables optiques circulaires qui entourent l'enceinte à vide.

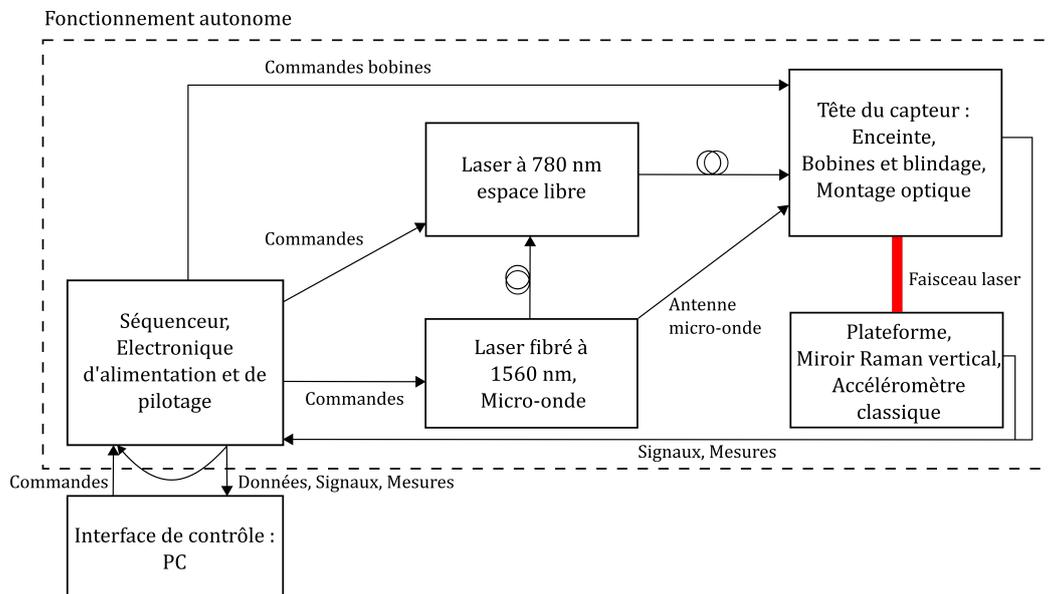


FIGURE II.1 – Architecture globale de CHAMOIS, d'après [103]. Les faisceaux laser Raman horizontaux pour les mesures d'accélération horizontale ne sont pas représentés, ils font partie du montage optique situé dans la tête du capteur.

II.2 Génération des fréquences optiques

Toutes les fréquences optiques nécessaires à la mesure de composantes inertielles par interférométrie atomique sont présentées sur la figure II.3 [103]. Elles sont toutes générées par un laser à fibre à 1560 nm ajustable en fréquence, sauf la fréquence Raman pour la mesure de l'accélération horizontale, qui est générée par une diode laser DFB. Comme illustré sur la figure II.3, le désaccord à un photon est différent pour les mesures d'accélération verticale et horizontale. Cette différence est expliquée au chapitre III, et est due à la technique particulière (appelée « chirp ») que nous avons développée, dans laquelle les lasers Raman sont balayés en fréquence. Le désaccord à un photon est encore différent pour la seconde technique de mesure de l'accélération (appelée « $\sigma^+ - \sigma^-$ ») présentée dans ce manuscrit au chapitre IV.

Un banc laser en espace libre assure le doublage en fréquence (on passe de 1560 nm à 780 nm), la séparation des différents faisceaux (refroidissement, interrogation, détection), et l'injection dans plusieurs fibres acheminant la lumière vers l'enceinte à vide.

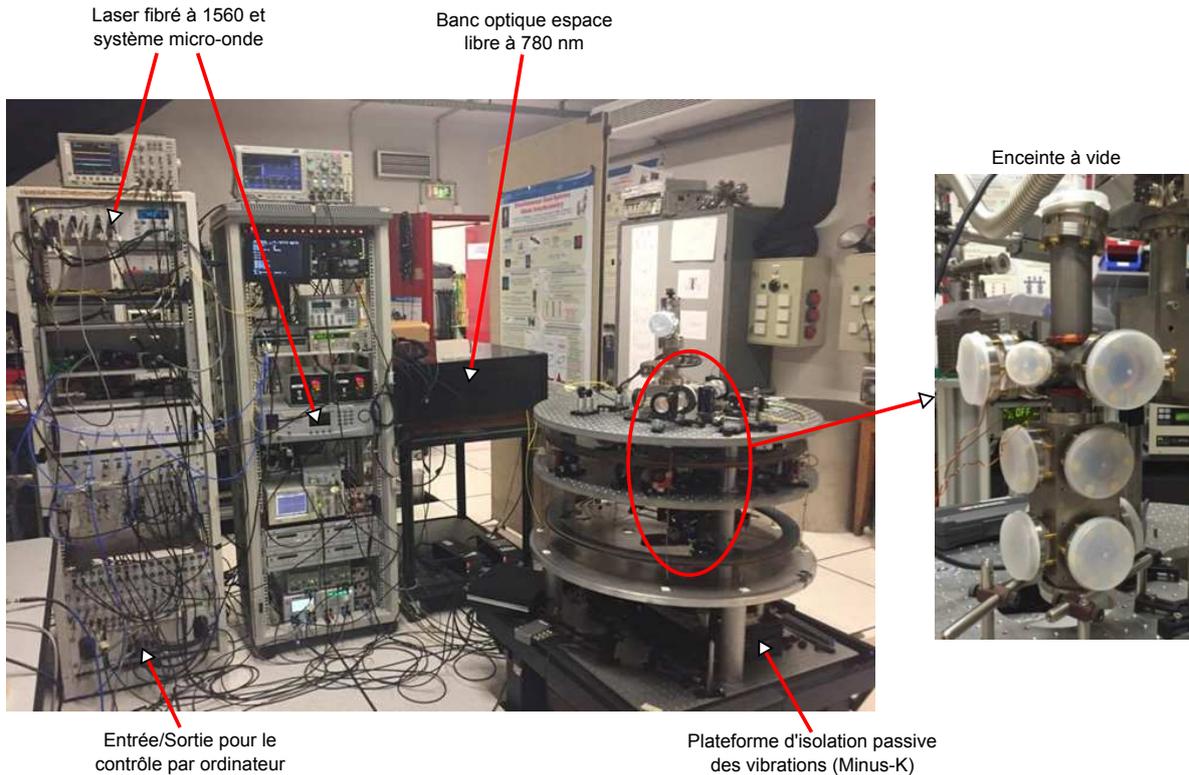


FIGURE II.2 – Photographie du dispositif expérimental CHAMOIS, d'après [103].

II.2.1 Système laser fibré et micro-onde

La description complète du système laser fibré peut être trouvée dans la thèse d'Isadora Perrin [103]. Nous nous contenterons ici de décrire rapidement ses principales caractéristiques et de donner les modifications apportées au cours de ma première année de thèse.

Caractéristiques principales

Le schéma global du système laser fibré apparaît sur la figure II.4. On peut distinguer 4 branches :

branche 1 : laser à fibre

branche 2 : asservissement en fréquence du laser à fibre, obtenu en verrouillant la bande latérale du laser à fibre sur la transition cross-over $|F = 3\rangle \rightarrow \text{co. } |F' = 3, 4\rangle$ du ^{85}Rb . Le modulateur de phase 1 (PM1 sur la figure II.4) permet de modifier la fréquence du laser tout en maintenant l'asservissement de la bande latérale sur la transition du ^{85}Rb . J'ai refait ce montage d'asservissement en début de thèse, en ajoutant notamment la lame d'onde $\lambda/4$ entre la cellule de Rb et le miroir.

branche 3 : diode laser DFB utilisée comme source laser pour le laser Raman horizontal, contrôlée par battement avec le laser à fibre.

branche 4 : le laser à fibre et la diode laser sont combinés grâce à un commutateur qui joue le rôle d'interrupteur entre les deux voies. Le modulateur de phase 2 (PM2 sur la figure II.4) permet de générer par modulation de phase les fréquences du repompeur et de la deuxième raie Raman. En fin de chaîne fibrée, un amplificateur fibré EDFA 5 W (remplacé au début de ma thèse) amplifie la lumière et l'envoie vers le banc optique en espace libre pour être doublée en fréquence.

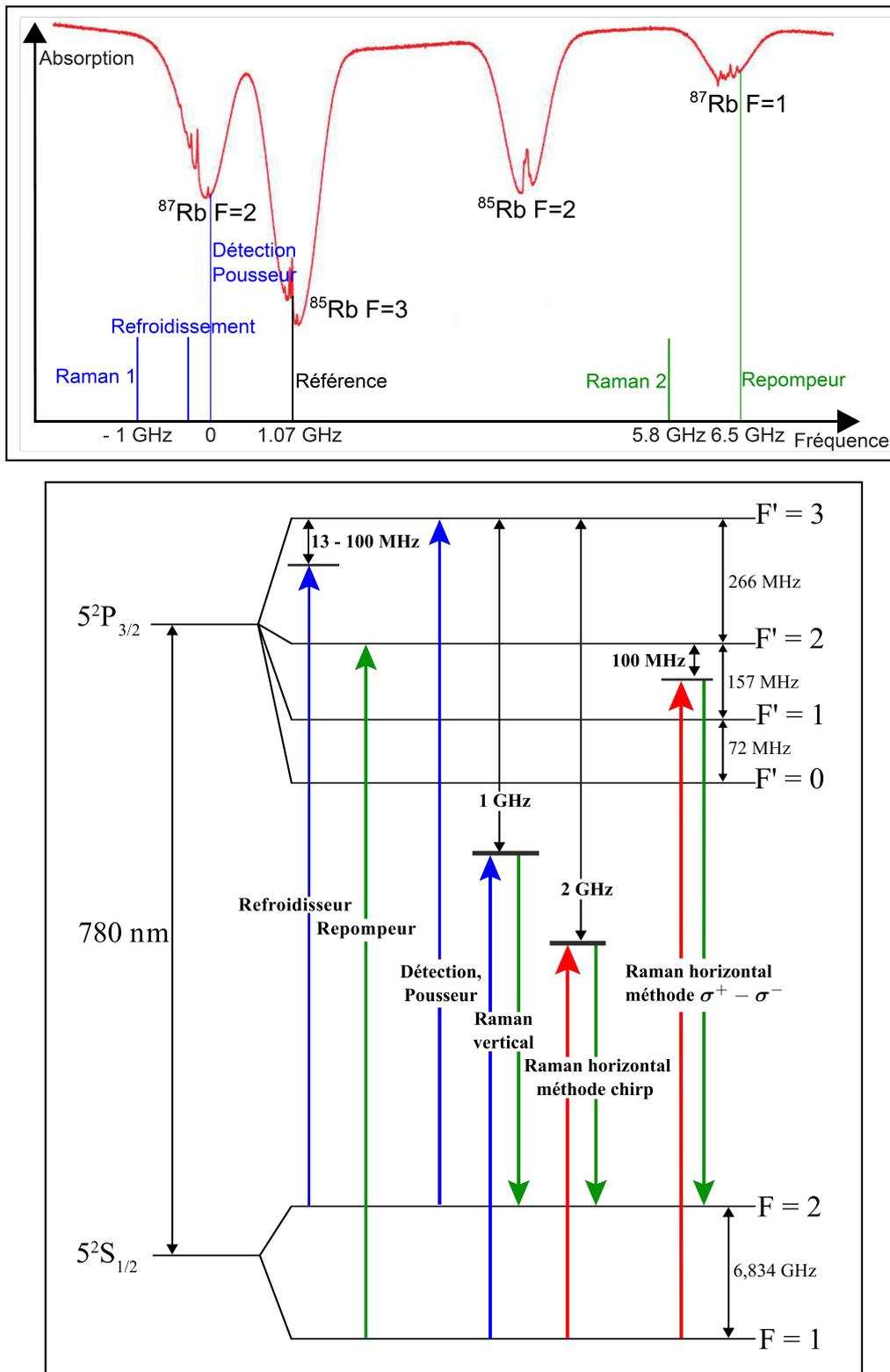


FIGURE II.3 – Raies laser utilisées pour l'expérience, d'après [103]. En haut : spectre d'absorption saturée de la raie D_2 du rubidium. En bas : structure hyperfine de la transition D_2 du ^{87}Rb . En bleu : fréquences laser générées directement par le laser à fibre ajustable en fréquence. En rouge : fréquence laser générée par la diode laser DFB. En vert : fréquences lasers obtenues par modulation de phase.

Les modulateurs de phase PM1 et PM2 nécessitent des fréquences micro-ondes, dont la synthèse est décrite dans [114, 103]. La sélection Zeeman, étape indispensable à la préparation de l'état quantique d'entrée dans l'interféromètre (décrite au paragraphe II.4 de ce chapitre) nécessite aussi une impulsion micro-onde. Celle-ci est à la fréquence 6.834 GHz, ce qui correspond à l'écart entre les niveaux d'énergie $|F = 1\rangle$ et $|F = 2\rangle$ du ^{87}Rb . Son implémentation est décrite dans [114].

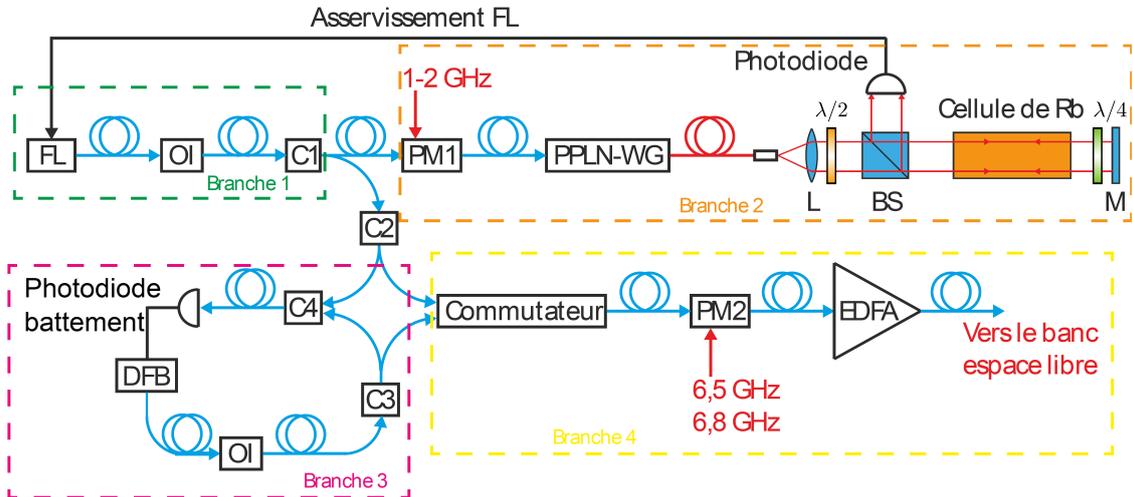


FIGURE II.4 – Schéma du système laser fibré à 1560 nm, d'après [103]. FL : Laser à Fibre, OI : Isolateur Optique, C : Coupleur, PM : Modulateur de Phase, PPLN-WG : Cristal de Niobate de Lithium Périodiquement orienté en guide d'onde, L : Lentille de collimation, BS : Cube séparateur, M : Miroir, DFB : Diode Laser, EDFA : Amplificateur à Fibres Dopées Erbium.

Modifications apportées

Les premiers mois de ma thèse ont été consacrés à la réparation des différents racks contenant les systèmes hyperfréquences pour la génération des fréquences laser par modulation de phase, et au réaligement du banc en espace libre (décrit au paragraphe suivant).

Mis à part des soudures refaites et des composants remplacés dans d'autres racks, c'est surtout le rack contenant les systèmes hyperfréquences pour la sélection Zeeman (dont la structure est présentée sur la figure II.5) et pour la génération de la raie laser repompeur qui a été modifié. J'ai refait la carte électronique (composée de régulateurs, de radiateurs et de condensateurs) qui alimente les différents composants de ces deux systèmes hyperfréquences.

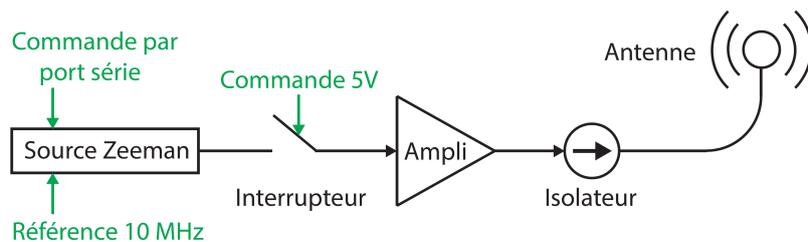


FIGURE II.5 – Structure de la chaîne hyperfréquence pour la sélection Zeeman, d'après [114].

Par rapport aux résultats présentés dans la thèse de Fabien Théron [114], la puissance micro-onde disponible pour la sélection Zeeman est à présent plus faible : les mesures comparatives sont mises en évidence dans le tableau II.1. Le synthétiseur micro-onde (BSVC14 de Bonn Hungary Electronics, référencé sur une horloge à 10 MHz) s'est peut-être endommagé au cours du temps à cause de possibles retours : j'ai donc ajouté un isolateur après l'amplificateur, comme indiqué sur la figure II.5. Après amplification, l'impulsion micro-onde est envoyée dans un câble coaxial qui joue le rôle d'antenne. L'extrémité de ce câble a été dénudée et installée à côté d'un hublot du piège magnéto-optique, sur la table optique circulaire supérieure, à l'extérieur de l'enceinte à vide. Il est ainsi installé au plus près des atomes dans notre configuration, notre système n'ayant pas été prévu pour accueillir l'antenne micro-onde à l'intérieur de l'enceinte à vide.

	sortie du synthétiseur	sortie de l'ampli
2015 [114]	12 dBm	23 dBm
2019	7 dBm	17 dBm

TABLE II.1 – Puissance micro-onde générée par le synthétiseur et amplifiée dans la chaîne hyperfréquence.

La puissance disponible dans la micro-onde utilisée pour moduler le laser à fibre et générer la fréquence de la raie repompeur a également diminué par rapport à la calibration faite par Fabien Théron [114]. La phase de piège magnéto-optique nécessite de pouvoir contrôler la puissance entre les raies refroidisseur et repompeur : cela s'effectue en modifiant la puissance injectée dans le modulateur de phase 2 (voir figure II.4) grâce à un atténuateur variable intégré dans la chaîne hyperfréquence réalisant la fréquence du repompeur. Pour caractériser l'évolution de l'atténuation en fonction de la consigne du séquenceur, on mesure à l'analyseur de spectre hyperfréquence la puissance du pic micro-onde en fonction de la tension appliquée par le PXI (entrée « séquenceur + »). La calibration est présentée sur la figure II.6 : la puissance pour générer la raie repompeur est comprise entre -8 et 18 dBm. La puissance disponible est donc plus faible de quelques dBm par rapport à celle mesurée par Fabien Théron [114].

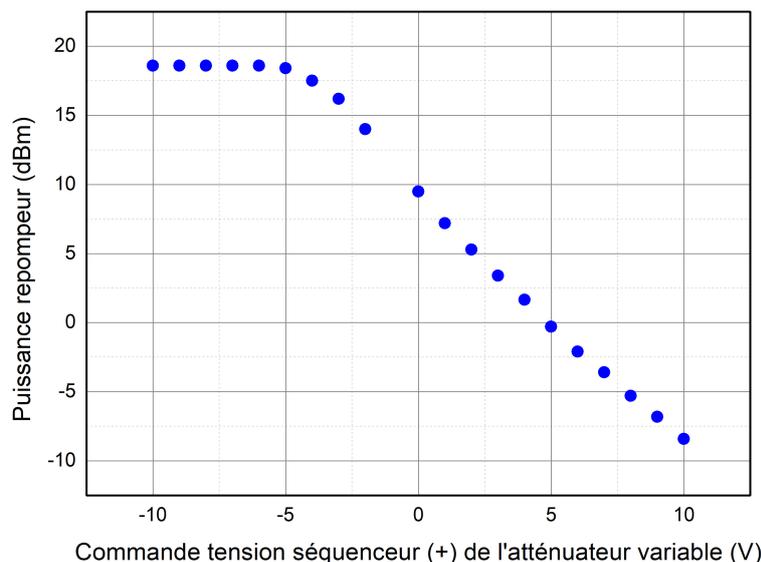


FIGURE II.6 – Caractérisation de l'atténuateur variable de la chaîne repompeur.

II.2.2 Système laser en espace libre

Un banc laser en espace libre permet de convertir les fréquences du laser à fibre à 1560 nm en 780 nm, séparer les différents faisceaux pour les répartir et les acheminer dans des fibres optiques vers l'enceinte à vide. Ces fibres parviennent sur les tables optiques circulaires entourant l'enceinte à vide et des systèmes optiques permettent alors de conduire les faisceaux à l'intérieur de l'enceinte par les hublots.

Banc optique en espace libre

Le schéma du banc laser en espace libre est présenté sur la figure II.7. En sortie de l'amplificateur EDFA 5 W, le laser est séparé en deux branches et doublé en fréquence dans chacune des branches par un cristal de PPLN (niobate de lithium périodiquement orienté). La première branche (en jaune) est destinée au faisceau Raman horizontal, tandis que la deuxième branche (en rouge) permet d'obtenir les faisceaux du piège magnéto-optique, du Raman vertical et de la détection.

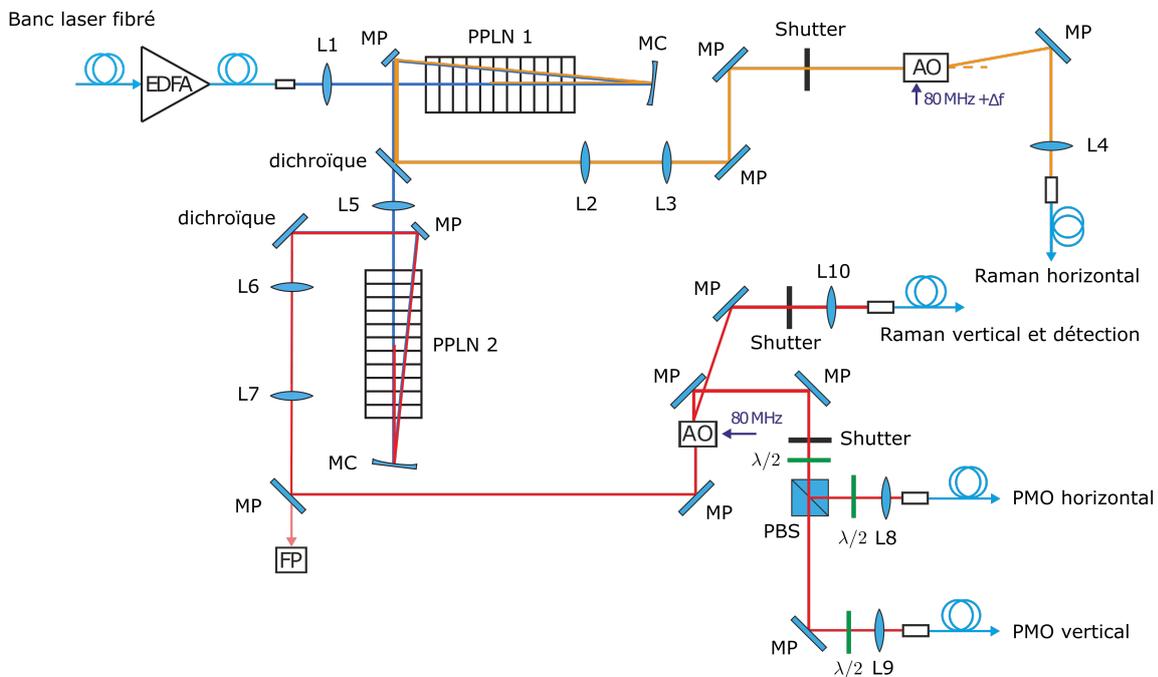


FIGURE II.7 – Montage optique espace libre à 780 nm. EDFA : Amplificateur à fibre, L : lentille, PPLN : cristal doubleur, MC : Miroir Concave, MP : Miroir Plan, FP : Fabry-Perot, AO : Acousto-Optique, PBS : Cube séparateur polarisé. D'après [103].

À la fin de l'année 2019, nous avons été contraint de remplacer notre amplificateur laser EDFA arrivé en fin de vie. L'amplificateur EDFA que nous avons en réserve n'ayant pas le même collimateur de sortie que le précédent, j'ai dû adapter le montage optique du banc espace libre, et réaligner tout le banc.

a) Remplacement de l'amplificateur EDFA

J'ai tout d'abord caractérisé le nouvel amplificateur EDFA (modèle IPG EAR - 5K - C - LP - SF PA 1008269) et ai ainsi déterminé :

1. la puissance laser fournie en sortie en fonction du courant d'entrée. La figure II.8 présente ainsi la calibration courant - puissance délivrée. Le courant maximal (indiqué par le constructeur) est de 5.15 A : la puissance maximale en sortie est donc de 5 W.

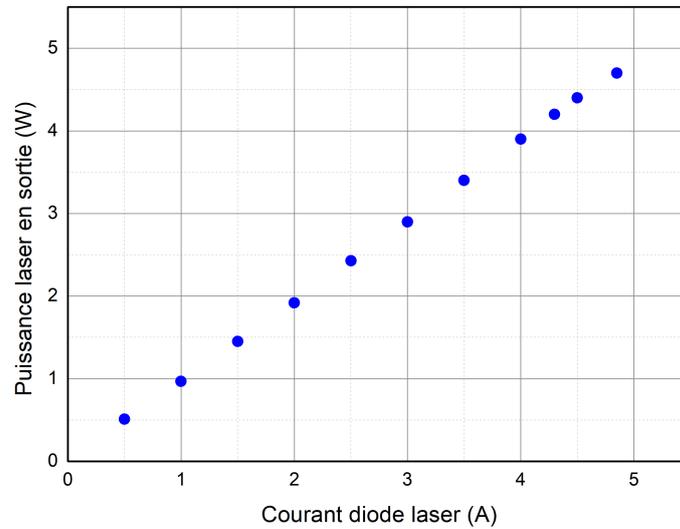


FIGURE II.8 – Calibration du nouvel amplificateur EDFA (modèle IPG EAR - 5K - C - LP - SF PA 1008269). Le courant maximal est de 5.15 A. Pour préserver la durée de vie de l'amplificateur, nous avons limité le courant à 4.9 A.

2. l'ASE (Amplified Spontaneous Emission). Pour ce faire, j'ai utilisé un analyseur de spectre et tracé le spectre présenté sur la figure II.9 pour différentes puissances de sortie. L'ASE se calcule grâce au rapport entre l'aire sous la courbe de la zone 1 (émission spontanée), et l'aire sous la courbe de la zone 2 (laser amplifié). On trouve un ASE de l'ordre de 0.06 – 0.08 % pour une puissance d'injection de l'ordre du mW (en accord avec la documentation qui donne un minimum à 50 dB) : cette contribution est faible et ne limite donc pas la puissance disponible à 1560 nm.

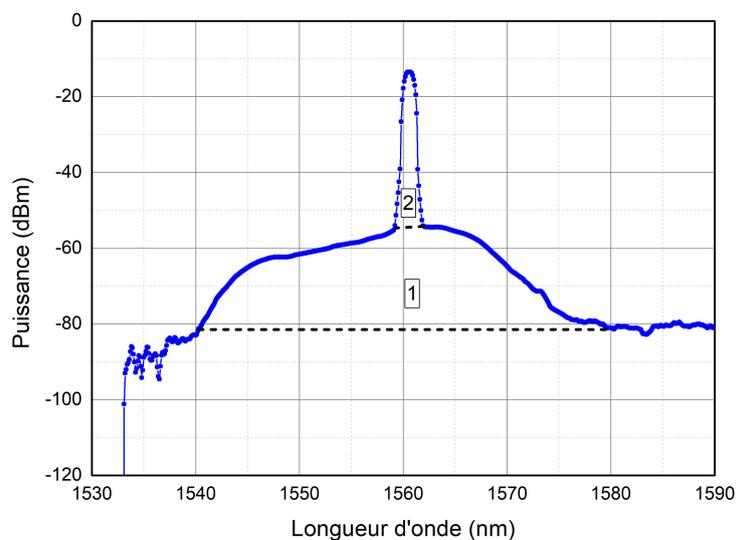


FIGURE II.9 – Analyse de l'ASE du nouvel amplificateur EDFA pour une puissance d'injection de 1 mW et une puissance de sortie de 4W. La largeur du pic est limitée par la résolution de l'analyseur de spectre au calibre choisi.

3. la taille du waist en sortie du collimateur. À faible puissance en sortie de l'amplificateur (courant $I = 0.5$ A et puissance 0.61 W), j'ai utilisé une lame de rasoir montée sur un support translatable muni d'un vernier pour occulter le faisceau parallèle en sortie du collimateur. Cette technique, mise en évidence sur la figure II.10, permet de mesurer le waist d'un faisceau gaussien par l'ajustement des données avec la formule théorique suivante (où erf est la fonction erreur) :

$$P(x) = P_0 + \frac{P_{\max}}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\sqrt{2}(x - x_0)}{w_0} \right) \right] \quad (\text{II.1})$$

où P_0 et P_{\max} sont respectivement les puissances minimale et maximale, x est la position latérale de la lame et x_0 la position pour laquelle $P = P_{\max}/2$, et w_0 est le waist du faisceau gaussien. L'analyse de la courbe II.10 donne un waist $w_0 = (2.50 \pm 0.01)$ mm pour le faisceau parallèle en sortie de collimateur.

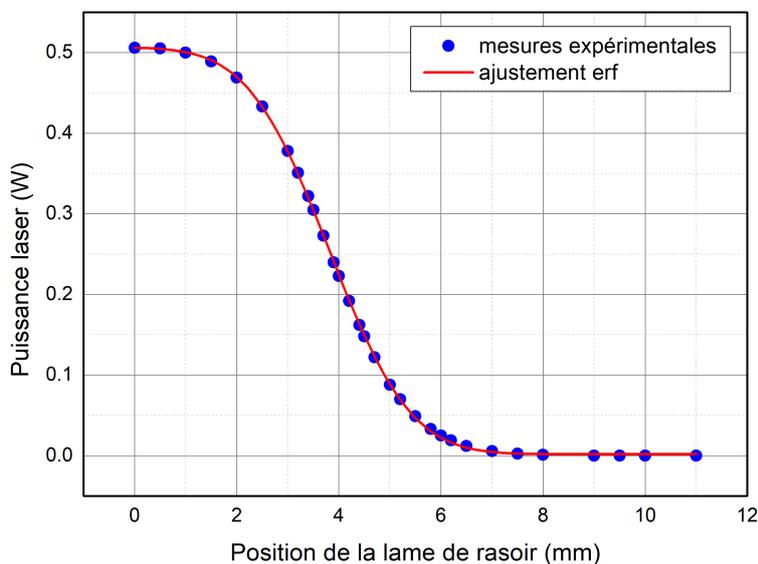


FIGURE II.10 – Mesure du waist du faisceau parallèle en sortie de collimateur du nouvel amplificateur EDFA. L'ajustement des points expérimentaux par la formule (II.1) donne un waist $w_0 = (2.50 \pm 0.01)$ mm.

b) Focalisation du faisceau en sortie de collimateur

Par rapport au collimateur de l'ancien amplificateur EDFA, la taille du faisceau en sortie a augmenté : le waist vaut à présent $w_0 = 2.5$ mm, alors qu'il valait avant $w_0 = 0.8$ mm [114]. J'ai donc changé la lentille $L1$ qui focalise le faisceau dans le premier cristal doubleur (voir figure II.7). Le paragraphe suivant présente le calcul qui permet de déterminer la meilleure distance focale de lentille qui optimise le doublage dans le premier cristal de PPLN.

En sortie de collimateur, le faisceau laser parallèle est focalisé dans le premier cristal doubleur par la lentille $L1$. La figure II.11 met en évidence la forme du faisceau avant et après cette lentille, en l'absence de cristal. Après la lentille, le waist w du faisceau gaussien évolue selon la loi :

$$w(z) = w_1 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R} \right)^2} \quad \text{avec} \quad z_R = \frac{\pi w_1^2}{\lambda} \quad (\text{II.2})$$

où z est la direction de propagation du faisceau, w_1 est le waist (c'est-à-dire le rayon) du faisceau au point focal, λ est la longueur d'onde du laser dans le milieu de propagation (ici l'air, qu'on assimile au vide d'indice $n = 1$), et z_R est la distance de Rayleigh, qui caractérise la distance sur laquelle le faisceau s'élargit d'un facteur $\sqrt{2}$. Les waists w_0 et w_1 , qui correspondent aux rayons du faisceau laser avant et après la lentille $L1$ (de distance focale f) respectivement, sont liés par la relation :

$$w_1 = \frac{\lambda f}{\pi w_0} \quad (\text{II.3})$$

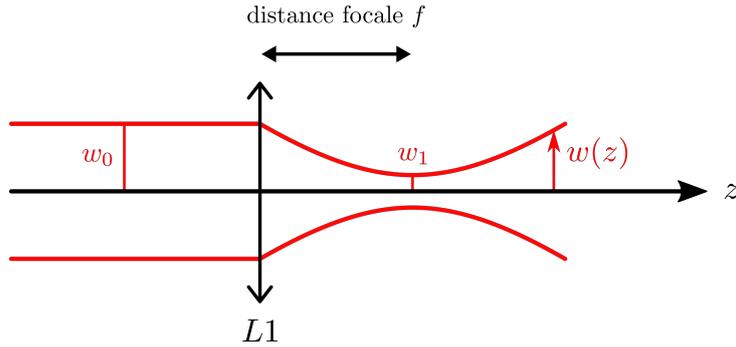


FIGURE II.11 – Le faisceau laser, parallèle en sortie de collimateur, est focalisé par la lentille $L1$ de distance focale f . La taille du faisceau après la lentille évolue selon la loi donnée par l'équation (II.2). La propagation se fait dans le vide sur ce schéma : le cristal doubleur n'est pas encore pris en compte.

L'équation (II.2) met en évidence qu'il est physiquement impossible d'obtenir un faisceau à la fois extrêmement fin et collimaté. Un compromis doit donc être trouvé entre un faisceau large faiblement divergent (qui maximise le volume d'interaction dans le cristal, mais minimise la densité de puissance), ou un faisceau présentant un petit waist mais très divergent (la densité de puissance est maximale, mais sur un volume d'interaction très réduit). Pour un cristal de longueur L , il existe un optimum correspondant à $L/2z_R = 2.84$ [115]. Les cristaux PPLN que nous utilisons ont une longueur $L = 3$ cm. L'efficacité de doublage maximale est donc atteinte avec une lentille $L1$ de focale :

$$f = \frac{\pi w_0 w_1}{\lambda} = \frac{\pi w_0}{\lambda} \times \sqrt{\frac{\lambda z_R}{\pi}} = \sqrt{\frac{\pi}{\lambda}} w_0 \sqrt{\frac{L}{5.68}} = 26 \text{ cm} \quad (\text{II.4})$$

La lentille de focale la plus proche que nous avons en réserve est une lentille de focale $f = 20$ cm traitée anti-reflet à $1,5 \mu\text{m}$: notre choix s'est porté sur ce modèle. Le tableau II.2 résume les changements effectués sur les caractéristiques du faisceau laser à cause du changement de collimateur en sortie d'amplificateur. Avec la lentille choisie, la taille relative du cristal est de $L/2z_R = 2.1$: les abaques de Boyd [115, 116] permettent d'en conclure que l'efficacité de doublage ne sera pas affectée par rapport à l'optimum correspondant à $L/2z_R = 2.84$.

Attention, lorsque l'on prend en compte dans les calculs la présence du cristal de PPLN, le waist reste le même, mais la distance de Rayleigh (qui caractérise la divergence du faisceau) augmente, ce qui peut s'expliquer par la réfraction de l'optique géométrique. L'ajout du cristal introduit une modification du milieu dans la direction de propagation z , d'où une modification de la distance de Rayleigh. Le milieu reste cependant invariant par translation selon l'axe transverse, d'où l'invariance de la taille du waist. La distance de Rayleigh dans le PPLN se calcule avec la formule (II.2) en ajoutant l'indice $n = 2.2$ du cristal : $z_R = \frac{\pi w_1^2}{\lambda} \times n$. Le résultat est indiqué dans le tableau II.2.

	Ancien collimateur [114]	Nouveau collimateur
waist mesuré en sortie du collimateur	$w_0 = 0.8 \text{ mm}$	$w_0 = 2.5 \text{ mm}$
distance focale de $L1$	$f = 75 \text{ mm}$	$f = 200 \text{ mm}$
waist théorique après $L1$	$w_1 = 47 \mu\text{m}$	$w_1 = 40 \mu\text{m}$
waist mesuré après $L1$	–	$w_1 = (47 \pm 4) \mu\text{m}$
distance de Rayleigh dans le cristal	$z_R = 9.8 \text{ mm}$	$z_R = 7.0 \text{ mm}$
taille relative du cristal	$L/2z_R = 1.5$	$L/2z_R = 2.1$

TABLE II.2 – Comparaison des caractéristiques du faisceau gaussien collimaté dans un cristal PPLN de longueur $L = 3 \text{ cm}$, avec l’ancien collimateur et le nouveau collimateur.

Par ailleurs, j’ai mesuré expérimentalement le waist w_1 avec la méthode de la lame de rasoir (voir équation (II.1)) en prenant plusieurs points le long de l’axe de propagation z et en ajustant les données avec la formule du faisceau gaussien donnée à l’équation (II.2). La mesure expérimentale donne $w_1 = (47 \pm 4) \mu\text{m}$, ce qui est cohérent avec la valeur théorique de $40 \mu\text{m}$.

c) Installation du nouveau collimateur sur le banc optique

Le tableau II.2 met en évidence le changement de lentille effectué à la suite du remplacement de l’amplificateur EDFA et donc du collimateur, qui achemine la lumière vers le banc optique en espace libre. La lentille $L1$ focalise le faisceau laser dans le premier cristal doubleur (voir figure II.7). Sa distance focale était auparavant de 7.5 cm, et vaut à présent 20 cm. J’ai donc dû augmenter la distance entre le cristal doubleur et la lentille $L1$ par rapport à l’ancienne configuration. Pour cela, j’ai ajouté une extension au breadboard, sur laquelle j’ai fixé le collimateur : le montage est mis en évidence sur la figure II.12. Ainsi, je n’ai pas été contraint de déplacer tous les composants optiques sur le banc.

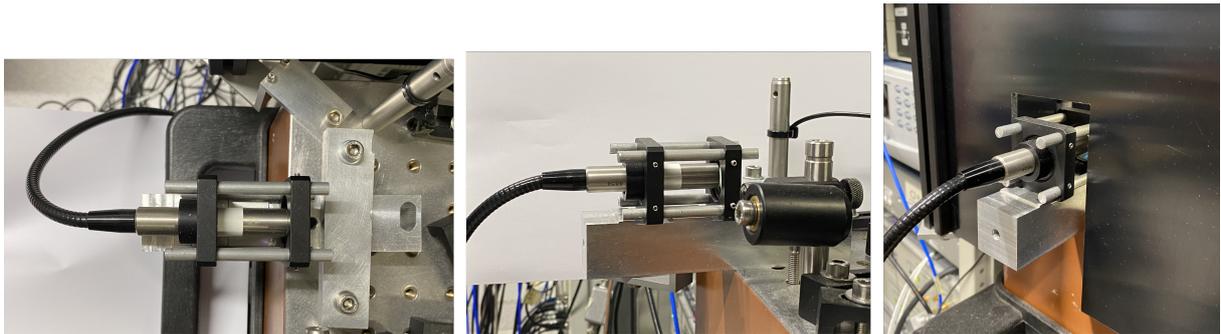


FIGURE II.12 – Montage ajouté au banc en espace libre : le collimateur du nouvel amplificateur est fixé sur une barre de métal qui dépasse du banc. De gauche à droite : vue de haut, vue de profil et vue de face. Lorsque l’amplificateur injecte le banc optique, une protection est ajoutée au niveau du collimateur pour ne pas qu’un faisceau laser se propage hors du banc.

L’extension ajoutée est une poutre en dural, susceptible de vibrer et donc de perturber l’injection dans les fibres optiques qui font le lien entre le banc espace libre et la tête du capteur. Le calcul suivant permet de s’assurer que les modes propres de vibration en flexion de la poutre ne sont pas à basses fréquences, et donc ne posent pas de problème d’alignement optique sur notre table optique. Les hypothèses nécessaires au calcul des résonances en vibration d’une poutre encastrée sont les suivantes :

- la poutre, modélisée par un parallélépipède de longueur libre L , de largeur b et de hauteur h , est « fine », c'est-à-dire $L \gg b, h$;
- les déformations sont faibles ;
- la poutre est encastree à une extrémité : au niveau de l'encastrement, il n'y a pas de déplacement, l'angle est nul, le moment fléchissant et l'effort tranchant sont nuls également ;
- on néglige la masse additionnelle apportée par le collimateur et sa monture.

Dans ce cas, les fréquences propres de vibration peuvent être déterminées de façon graphique et s'expriment :

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{EI}{\rho hb} \right)^{1/2} k_i^2 \quad (\text{II.5})$$

avec E le module d'Young du matériau, ρ sa densité, et $I = bh^3/12$ le moment d'inertie de la poutre de section rectangulaire bh . Les pulsations propres k_i sont déterminées de façon graphiques : le mode fondamental correspond à $k_0L = 1.875$, le 1er harmonique à $k_1L = 4.695$, et les harmoniques suivantes sont données par $k_iL \simeq (2i + 1)\pi/2$. Finalement, les premières fréquences propres s'expriment plus simplement :

$$\begin{cases} f_0 = \frac{1.875^2}{2\pi\sqrt{12}} \frac{h}{L^2} \left(\frac{E}{\rho} \right)^{1/2} \simeq 0.161 \frac{h}{L^2} \left(\frac{E}{\rho} \right)^{1/2} \\ f_1 \simeq 6.27 f_0 \\ f_2 \simeq 17.6 f_0 \\ \dots \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

Pour l'application numérique, les dimensions de la poutre sont $L = 12$ cm (longueur libre), et $b = h = 3$ cm. Le matériau en dural est caractérisé par une densité $\rho = 2500$ kg/m³ et un module d'Young $E = 75$ GPa. Le calcul des fréquences propres de vibration dont les expressions sont données par (II.6) donne les résultats suivants :

$$\begin{cases} f_0 \simeq 1.8 \text{ kHz} \\ f_1 \simeq 12 \text{ kHz} \\ f_2 \simeq 32 \text{ kHz} \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

L'extension ajoutée au banc optique ne devrait donc à priori pas induire de problème d'alignement optique, car ses fréquences propres de vibrations ne sont pas à basses fréquences. Les vibrations du sol (< 100 Hz) ne devraient donc pas exciter ces résonances.

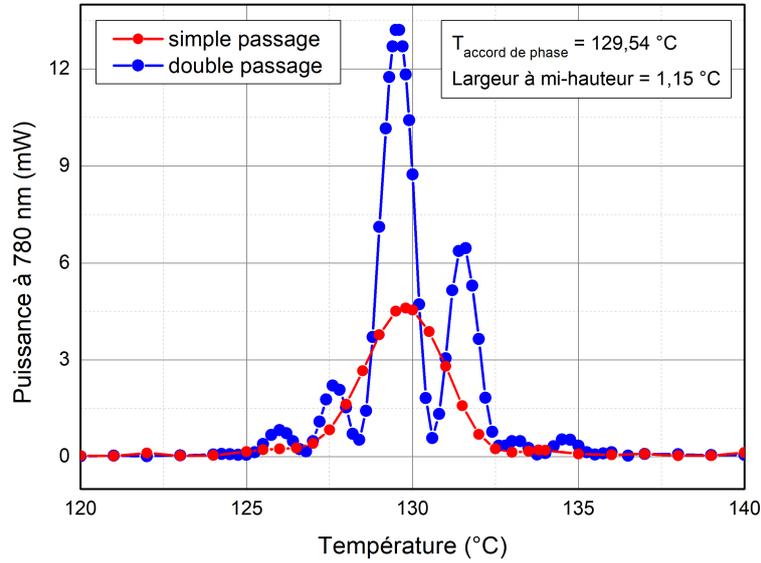
d) Alignement du banc espace libre

Après remplacement de l'amplificateur EDFA et l'installation du collimateur sur l'extension en dural, j'ai réaligné tout le banc optique présenté sur la figure II.7. Ce sont les alignements en simple et double passage dans les cristaux de PPLN qui ont posé le plus de difficulté. En effet, pour assurer une efficacité de doublage maximale, le waist du faisceau doit se trouver au centre du cristal sur le trajet aller et retour. Pour connaître la position du waist du faisceau en l'absence de cristal, j'ai mesuré expérimentalement l'évolution du profil d'amplitude du faisceau gaussien grâce à des mesures avec une lame de rasoir translatée transversalement au faisceau (voir équation (II.1)). À partir de la donnée de la position du waist dans l'air, j'ai calculé théoriquement la position du waist dans le cristal (0.73 cm plus loin que dans l'air), et ces résultats ont été confirmés par le logiciel OSLO. Enfin, le miroir concave qui réfléchit le faisceau aller après un simple passage dans le cristal de PPLN doit être conjugué avec la lentille devant le cristal pour placer le waist laser de retour au centre du cristal. Le réglage de la position longitudinale de ce miroir est critique : s'il n'est pas bien fait, des interférences destructives se produisent entre les

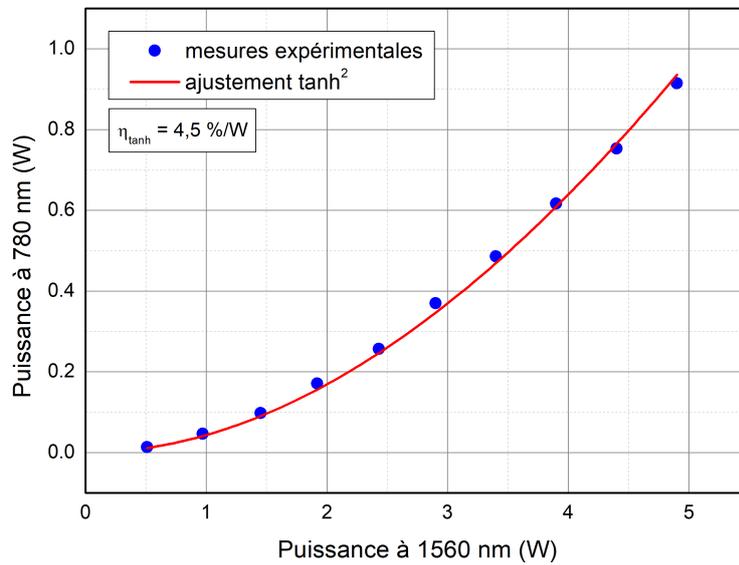
faisceaux laser aller et retour à 780 nm.

Le premier cristal doubleur de PPLN convertit une partie du faisceau à 1560 nm à 780 nm pour le faisceau Raman horizontal. Après réalignement, le rendement de conversion en simple passage est de 1.8%/W. La température d'accord de phase est de 129.76 °C, avec une largeur à mi-hauteur de 2.8 °C. La figure II.13a montre l'accord de phase en simple passage en fonction de la température du cristal (courbe rouge). Pour obtenir un rendement de conversion plus élevé, et donc plus de puissance à 780 nm, le doublage de fréquence est réalisé en double passage. Les résultats obtenus en double passage sont indiqués en bleu sur la figure II.13a. La courbe d'accord de phase en fonction de la température du cristal montre un maximum pour une température de 129.54 °C, et une largeur à mi-hauteur de 1.2 °C. La dissymétrie de la courbe est due à des interférences destructives entre l'aller et le retour de la lumière dans le cristal. Sur la figure II.13b, la courbe de la puissance laser doublée à 780 nm en fonction de la puissance laser incidente à 1560 nm permet de déterminer le rendement de conversion. Un ajustement en \tanh^2 (tenant compte de la déplétion de la pompe à 1560 nm) donne un rendement de conversion $\eta = 4.5$ %/W. Ce résultat est plus faible qu'avant (5.4 %/W [114]) : cette différence est peut-être due à un vieillissement du cristal. Après doublage, le faisceau à 780 nm est réfléchi sur une lame dichroïque puis collimaté par les lentilles $L2$ et $L3$. Un modulateur acousto-optique permet de modifier la fréquence et la puissance du faisceau laser Raman horizontal. L'alignement de ce modulateur acousto-optique permet une conversion de 80 % dans l'ordre de diffraction +1, qui est finalement injecté dans une fibre pour acheminer la lumière vers l'enceinte.

La deuxième branche du banc optique est constituée de la lumière qui n'est pas doublée dans le premier cristal de PPLN. Ce faisceau à 1560 nm est converti à 780 nm par un montage en double passage dans un deuxième cristal de PPLN. J'ai d'abord aligné le faisceau en simple passage : le rendement de conversion est de 1.8%/W. En simple passage, la température d'accord de phase est de 129.70 °C, avec une largeur à mi-hauteur de 2.7 °C. En double passage, la température d'accord de phase est de 130.72 °C. La figure II.14 met en évidence l'efficacité de conversion en configuration de double passage. Un ajustement en \tanh^2 (tenant compte de la déplétion) donne un rendement de conversion de 3.6 %/W, ce qui est plus faible qu'avant (4 %/W [114]). À nouveau, la différence est peut-être due à un vieillissement du cristal. Après doublage, le faisceau est réfléchi par une lame dichroïque, et les lentilles $L6$ et $L7$ permettent d'obtenir un waist identique à celui du faisceau Raman horizontal afin d'avoir un bon taux d'injection dans les fibres optiques. Un miroir plan réfléchissant à 98 % laisse passer une faible fuite de puissance laser, qui est envoyée vers un interféromètre de Fabry-Perot, dont la transmission permet de contrôler le spectre du laser et la génération des bandes latérales. Un modulateur acousto-optique est utilisé comme commutateur entre les faisceaux de refroidissement, de détection et de Raman vertical. L'ordre 0 génère les faisceaux de refroidissement (piège magnéto-optique), tandis que l'ordre -1 (décalé de 80 MHz dans le rouge) sert aux faisceaux du Raman vertical, du pousseur et de la détection.



(a) Courbes d'accord de phase du PPLN 1 en simple passage (rouge), et double passage (bleu). Pour ces mesures, le courant dans l'amplificateur EDFA est de 0.5 A.



(b) Puissance laser à 780 nm générée par le cristal PPLN 1 en fonction de la puissance de pompe à 1560 nm. La température du cristal est de 129.5 °C pour se placer à l'accord de phase.

FIGURE II.13 – Caractérisation de l'alignement et de l'efficacité de doublage du cristal de PPLN 1 (utilisé pour la voie du faisceau Raman horizontal).

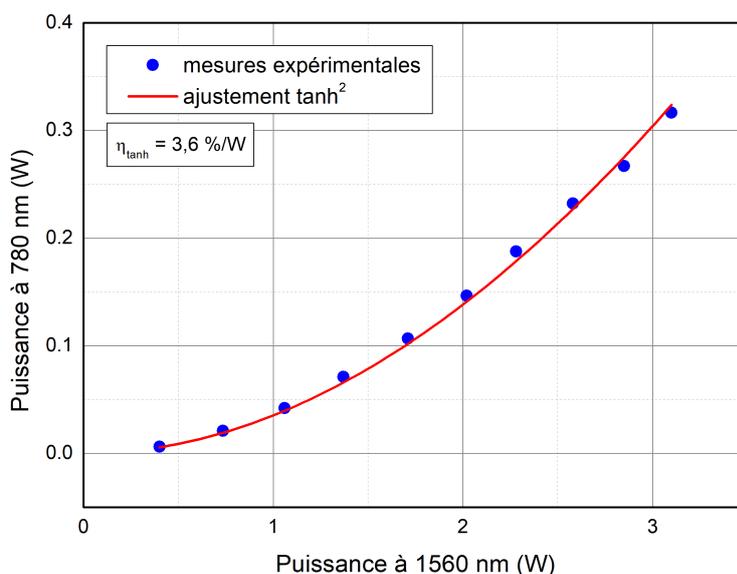


FIGURE II.14 – Puissance laser à 780 nm générée par le cristal de PPLN 2 en fonction de la puissance de pompe à 1560 nm. La température du cristal est de 130.72 °C pour se placer à l'accord de phase.

Montage optique de la tête du capteur

Trois tables optiques circulaires entourent l'enceinte à vide :

- la table optique inférieure supporte le blindage en μ métal qui écranter les champs magnétiques parasites.
- la table intermédiaire (voir figure II.15) accueille le montage optique qui permet d'acheminer les faisceaux laser horizontaux (pour le PMO et le Raman), ainsi que le miroir Raman horizontal sur lequel est fixé un accéléromètre classique pour l'hybridation.
- la table optique supérieure (voir figure II.16) accueille le montage optique des faisceaux laser verticaux (PMO, Raman et détection).

La description détaillée de ces montages optiques est présentée dans [103]. Le montage de la table optique intermédiaire a été légèrement modifié au cours de ma thèse, lors de la mise en place expérimentale de la technique de mesure d'accélération horizontale présentée au chapitre IV. Nous verrons en effet que cette méthode nécessite des faisceaux Raman horizontaux polarisés circulairement : le montage modifié sera explicité.

II.3 Source d'atomes froids

Dans l'enceinte à vide, le nuage froid d'atomes de ^{87}Rb est préparé par un piège magnéto-optique [117], qui piège et refroidit les atomes. Ensuite, une mélasse optique permet d'atteindre un régime de refroidissement sub-Doppler [118].

II.3.1 Piège magnéto-optique

Les atomes de ^{87}Rb sont chargés dans un piège magnéto-optique (PMO) à partir d'une vapeur dégazée par un filament (dispenser) contenant du rubidium solide. Le dispenser est parcouru par un courant continu ($\simeq 3$ A) qui provoque son échauffement et le dégazage de rubidium. La

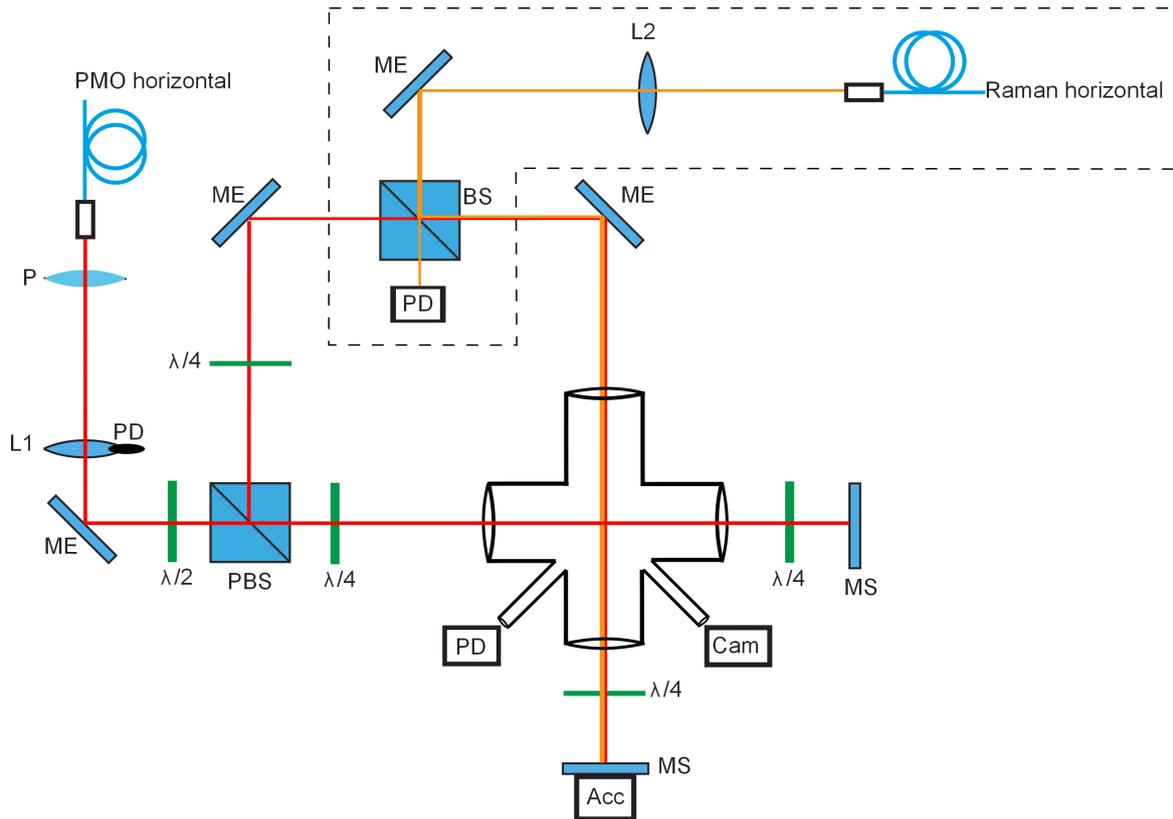


FIGURE II.15 – Montage optique des faisceaux lasers horizontaux du PMO (piège magnéto-optique) et des faisceaux Raman horizontaux. P : Polariseur, L : Lentille, ME : Miroir Elliptique, PBS : Cube séparateur polarisé, MS : Miroir sphérique, BS : cube séparateur non polarisé 50/50, PD : Photodiode, Cam : Caméra, Acc : accéléromètre classique. En pointillé : branche rajoutée pour la mesure de l'accélération horizontale. D'après [103].

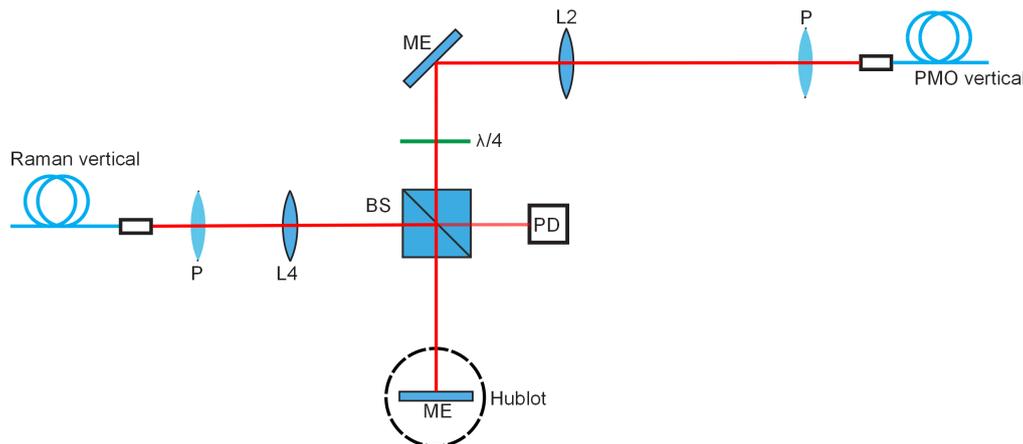


FIGURE II.16 – Montage optique des faisceaux lasers verticaux du PMO et du Raman. P : Polariseur, L : Lentille, ME : Miroir Elliptique, BS : cube séparateur non polarisé 50/50. D'après [103].

valeur de la pression dans l'enceinte résulte d'un compromis entre un nombre suffisant d'atomes capturés, et un taux de perte par collisions faible pendant la durée de l'interféromètre. La pression dans l'enceinte à vide, de l'ordre de 10^{-9} mbar, est assurée par un pompage ionique.

Le PMO est réalisé grâce à trois paires de faisceaux laser rétro-réfléchis selon les trois directions de l'espace, et un gradient de champ magnétique dans la direction verticale. Les faisceaux laser induisent des forces de friction qui ralentissent les atomes, tandis que le gradient de champ magnétique introduit une dépendance spatiale de la force de pression de radiation.

Les trois faisceaux laser rétro-réfléchis de puissance 30 mW sont en configuration de polarisation $\sigma^+ - \sigma^-$. L'intensité de chaque faisceau est de $I = 5.9 \text{ mW/cm}^2 \simeq 1.65 I_{\text{sat}}$, avec $I_{\text{sat}} = 3.58 \text{ mW/cm}^2$ l'intensité de saturation (voir Annexe A). La fréquence de ce laser de refroidissement est de $-17.4 \text{ MHz} \simeq -2.9 \Gamma$ (voir figure II.3), où $\Gamma = 2\pi \times 6.06 \text{ MHz}$ est la largeur naturelle de la transition utilisée.

Le gradient de champ magnétique est généré par deux bobines en configuration anti-Helmholtz. Elles sont traversées par un courant de 2.5 A, pour créer un gradient de champ magnétique de 11 G/cm. Le champ magnétique s'annule au centre du piège.

Le nuage d'atomes froids, chargé typiquement en 300 à 800 ms selon la cadence de mesure (2 ou 1 Hz respectivement), a une taille d'environ $1.2 \times 1.6 \text{ mm}^2$ [103]. Il contient 10^8 atomes de Rb [103] à une température d'environ 150 μK .

II.3.2 Mélasse optique

Les atomes capturés dans le PMO sont ensuite encore refroidis par une phase de mélasse optique. Durant cette phase, le gradient de champ magnétique est coupé, la puissance laser est progressivement diminuée, et le désaccord des faisceaux de refroidissement est augmenté jusqu'à -10Γ . On entre alors dans un régime de refroidissement sub-Doppler [119] dans lequel les polarisations des champs électriques contra-propageants sont circulaires (configuration $\sigma^+ - \sigma^-$). Dans ce cas, le mouvement des atomes (même à faible vitesse) induit un déséquilibre des populations dans les sous-niveaux de l'état fondamental. Par conséquent, les deux champs électriques contra-propageants sont absorbés avec des efficacités différentes : les pressions de radiation sont alors déséquilibrées et une force de friction apparaît [119]. Ce mécanisme de refroidissement permet d'atteindre des températures de l'ordre de quelques v_R . Pour des atomes de ^{87}Rb , la vitesse de recul vaut $v_R = \hbar k_{\text{eff}}/2m \sim 0.6 \text{ cm/s}$, ce qui correspond à une température $T_R \sim 360 \text{ nK}$.

La séquence expérimentale pour faire notre mélasse optique est présentée sur la figure II.17. L'origine des temps est choisi à l'instant de la coupure du gradient de champ magnétique du PMO, c'est-à-dire à la fin de la phase de PMO. Après 4 ms, la fréquence des faisceaux laser de refroidissement est désaccordée de -2.9Γ à -10Γ en 1 ms. L'intensité des faisceaux de refroidissement est ensuite progressivement diminuée jusqu'à l'extinction. Finalement, une impulsion de repompage prépare tous les atomes dans l'état hyperfin de plus haute énergie $5^2S_{1/2} |F = 2\rangle$.

Mesure de la température

Deux méthodes permettent de mesurer la température du nuage atomique à la fin de la mélasse optique. La première, présentée dans [103], est une mesure par temps de vol réalisée avec une nappe de lumière horizontale : la température mesurée est alors de 2.3 μK [103]. La deuxième méthode repose sur la sélectivité en vitesse des transitions Raman stimulées. Comme nous l'avons expliqué au chapitre précédent, la probabilité de transition lors d'une impulsion Raman stimulée dépend de la distribution en vitesse des atomes et de la durée de l'impulsion. Pour des impulsions suffisamment longues, la largeur de la transition sur un spectre Raman (qui représente la probabilité de transition entre les niveaux $|F = 1\rangle$ et $|F = 2\rangle$ en fonction de la différence de fréquences Raman $\omega_1 - \omega_2$) n'est limitée que par l'effet Doppler.

La figure II.18 montre le résultat obtenu pour une spectroscopie Raman réalisée avec une impulsion de durée 100 μs . L'ajustement gaussien donne une température de 2.8 μK .

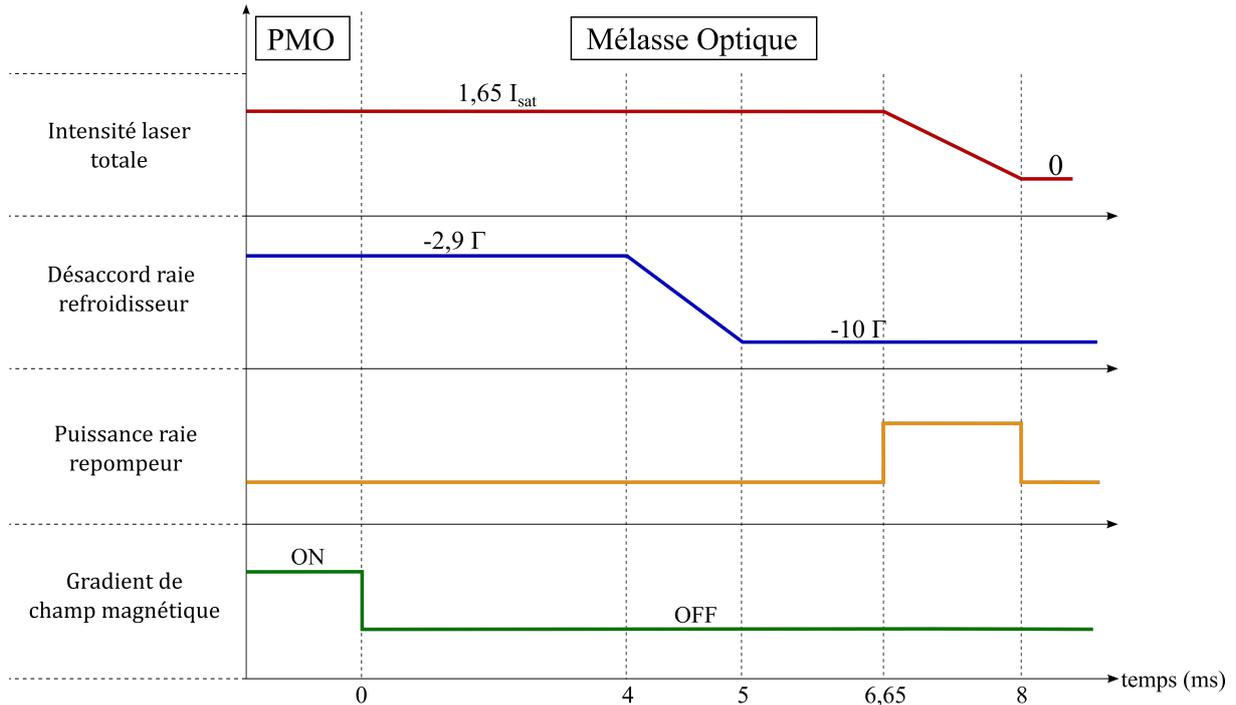


FIGURE II.17 – Séquence de mélasse optique. Le désaccord est donné par rapport à la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ du ^{87}Rb . D'après [103].

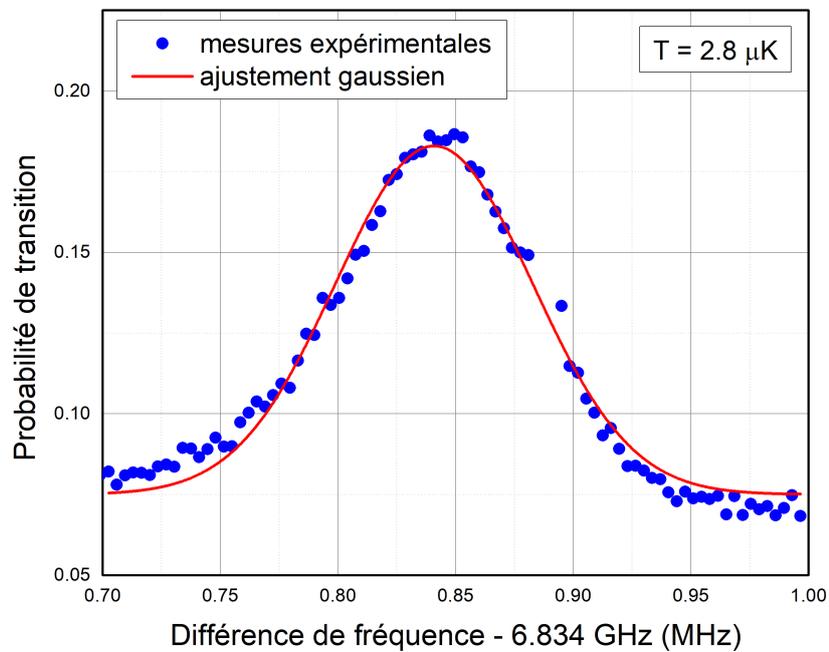


FIGURE II.18 – Mesure de température du nuage obtenue en appliquant une impulsion de $100 \mu\text{s}$ et en balayant la différence de fréquence entre les deux lasers Raman. Les points bleus sont les données expérimentales et la courbe rouge est un ajustement gaussien permettant de déterminer la température des atomes.

II.4 Préparation et détection des atomes

II.4.1 Préparation de l'état quantique d'entrée dans l'interféromètre

Après l'étape de mélasse optique et avant la séquence interférométrique, les atomes sont sélectionnés dans un état quantique précis $|f\rangle$. Généralement, les deux états quantiques $|f\rangle$ et $|e\rangle$ utilisés dans l'interféromètre sont les sous-niveaux Zeeman $\{|F = 1, m_F = 0\rangle, |F = 2, m_F = 0\rangle\}$ insensibles au champ magnétique au premier ordre. C'est le cas pour la méthode de mesure d'accélération horizontale présentée au chapitre suivant. Nous verrons cependant au chapitre IV une seconde méthode de mesure d'accélération horizontale qui exploite des sous-niveaux Zeeman $m_F \neq 0$.

La préparation des atomes dans un sous-niveau Zeeman précis est effectuée grâce à une transition micro-onde. Prenons l'exemple d'une préparation dans l'état hyperfin fondamental $|f\rangle \equiv 5^2S_{1/2} |F = 1, m_F = 0\rangle$, qui est le plus souvent utilisé en interférométrie atomique avec des atomes de ^{87}Rb , et qui est celui que nous avons utilisé comme état d'entrée d'interféromètre au chapitre suivant. En fin de mélasse, les atomes sont à priori répartis de manière équiprobable entre les cinq sous-niveaux Zeeman $m_F = \{-2, -1, 0, +1, +2\}$ du niveau hyperfin de plus haute énergie $5^2S_{1/2} |F = 2\rangle$. La préparation de l'état quantique d'entrée dans l'interféromètre se fait alors en trois étapes :

Le champ magnétique directeur est allumé. Généré par des bobines de quantification installées autour de l'enceinte à vide, ce champ magnétique est dans la direction des faisceaux laser Raman utilisés pour l'interférométrie atomique. Lors de la mesure de l'accélération horizontale par exemple, le champ magnétique directeur et les faisceaux Raman sont dans la même direction horizontale. Ce champ directeur sert à lever la dégénérescence des sous-niveaux Zeeman : cette levée de dégénérescence est mise en évidence sur la figure II.19.

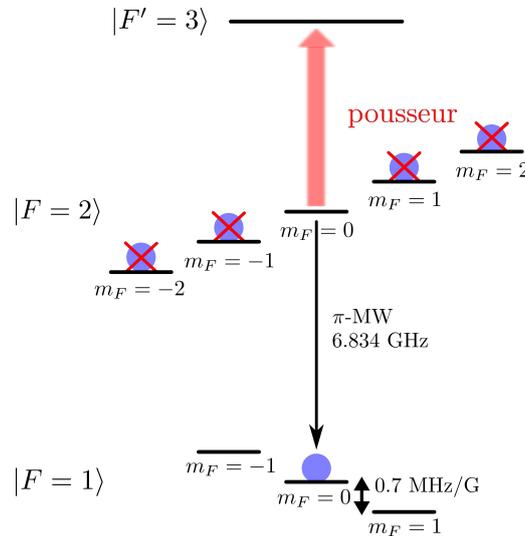


FIGURE II.19 – Levée de dégénérescence des sous-niveaux Zeeman induite par un champ magnétique uniforme. Une impulsion micro-onde transfère un cinquième des atomes vers $|F = 1, m_F = 0\rangle$. Les atomes restants dans $|F = 2\rangle$ sont éjectés de la zone de mesure par un faisceau pousseur à résonance avec la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$.

Avant d'allumer le champ magnétique directeur, il faut s'assurer que le champ magnétique résiduel pendant l'étape de refroidissement des atomes est bien nul pour que le refroidissement sub-Doppler soit efficace. Pour cela, on effectue une spectroscopie dite Zeeman

(c'est-à-dire que l'on trace la probabilité de transition de $|F = 2\rangle$ vers $|F = 1\rangle$ en fonction de la fréquence micro-onde) en l'absence de champ magnétique directeur, à la fin de la phase de mélasse optique. Comme l'effet Zeeman linéaire lève la dégénérescence des sous-niveaux m_F de 0.7 MHz/G [120], un spectre non dégénéré révèle la présence d'un champ magnétique résiduel. Celui-ci est annulé expérimentalement grâce à des bobines de compensation décrites dans [103] : le résultat est mis en évidence par la courbe rouge sur la figure II.20.

À la fin de la mélasse optique, le champ magnétique directeur horizontal est allumé. La courbe bleue sur la figure II.20 montre l'effet de ce champ, qui engendre un écart en fréquence de ± 70 kHz entre les niveaux m_F consécutifs de $|F = 1\rangle$ et $|F = 2\rangle$ respectivement. La norme du champ magnétique directeur est donc de 100 mG. On remarque ici que les transitions sur le spectre Zeeman ont des amplitudes et des formes variées. Ceci est dû non seulement à notre antenne micro-onde (un câble coaxial dénudé) qui émet un rayonnement dont la polarisation n'est pas maîtrisée, mais aussi au champ magnétique horizontal qui n'est pas bien homogène.

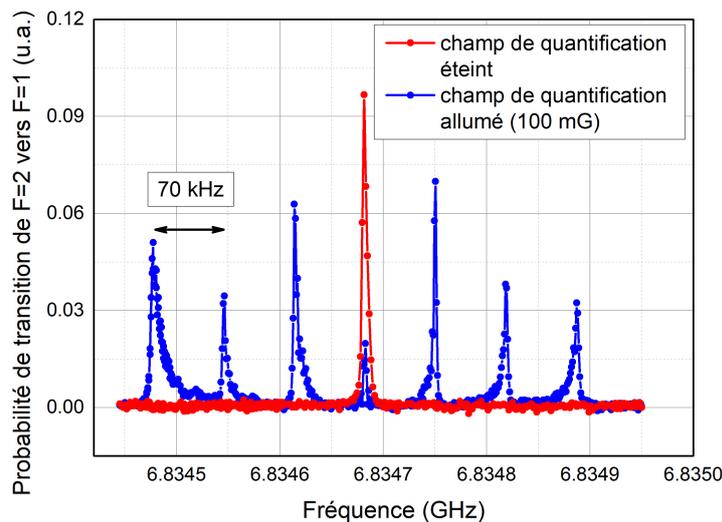


FIGURE II.20 – Spectroscopie Zeeman des transitions hyperfines avec et sans champ magnétique horizontal de quantification.

Une impulsion micro-onde π à résonance avec la transition $|F = 2, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 1, m_F = 0\rangle$ constitue la deuxième étape de la préparation. Sa fréquence est déterminée grâce à la spectroscopie Zeeman présentée ci-dessus (figure II.20). Générée par un synthétiseur micro-onde, l'impulsion est rayonnée par une antenne placée proche d'un hublot de l'enceinte à vide. La durée de l'impulsion π est déterminée en traçant des oscillations de Rabi micro-onde sur la transition d'intérêt (ici $|F = 2, m_F = 0\rangle \leftrightarrow |F = 1, m_F = 0\rangle$). La figure II.21 montre ces oscillations : la condition π est satisfaite pour une durée d'impulsion micro-onde de 400 μ s.

Le faisceau pousseur est finalement allumé, afin d'expulser hors de la zone d'expérience les atomes restants dans $|F = 2, m_F \neq 0\rangle$. Cette impulsion laser est résonante avec la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ (voir figure II.19). La durée et la puissance du faisceau pousseur sont réglées pour optimiser la qualité de la sélection, qui a pour but de chasser le plus d'atomes dans l'état $|F = 2, m_F \neq 0\rangle$, sans chasser ceux dans l'état $|F = 1, m_F = 0\rangle$.

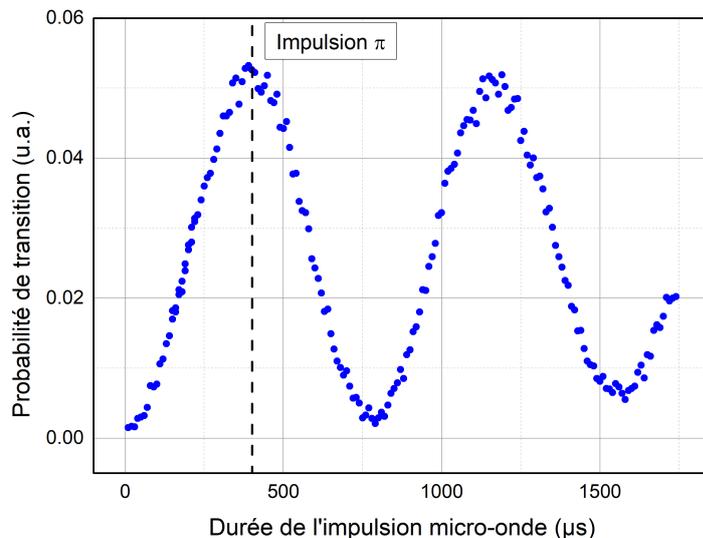


FIGURE II.21 – Probabilité de transition de $|F = 1, m_F = 0\rangle$ vers $|F = 2, m_F = 0\rangle$ en fonction de la durée de l’impulsion micro-onde pour la sélection Zeeman. La condition π est vérifiée pour une impulsion de $400 \mu\text{s}$. Le champ magnétique horizontal vaut 100 mG .

La phase complète de préparation de l’état quantique d’entrée dans l’interféromètre dure 2.7 ms et est présentée sur la figure II.22. Pendant cette étape, les atomes sont en chute libre. À la fin de la mélasse optique, le champ magnétique directeur est allumé (il ne sera éteint qu’au début de la phase de refroidissement du cycle de mesure suivant). Ensuite, une impulsion micro-onde, de durée $400 \mu\text{s}$ et à la fréquence $6.834\,682\,611 \text{ GHz}$, transfère un cinquième des atomes vers l’état quantique d’entrée dans l’interféromètre $|F = 1, m_F = 0\rangle$. Pendant ce temps, la fréquence laser est ramenée à résonance (à la fin de la mélasse optique, la fréquence laser est désaccordée de -10Γ). Finalement, le faisceau pousseur est allumé pendant 0.5 ms .

II.4.2 Détection en sortie d’interféromètre

La détection en sortie d’interféromètre permet de mesurer la répartition des atomes suivant les deux ports de sortie de l’interféromètre. On accède ainsi au déphasage qui contient l’information sur les grandeurs inertielles d’intérêt. Chaque port de sortie $|g, \vec{p}\rangle$ et $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ est étiqueté par un état interne différent : dans la plupart des interféromètres avec du ^{87}Rb , $|f\rangle \equiv |F = 1, m_F = 0\rangle$ et $|e\rangle \equiv |F = 2, m_F = 0\rangle$. Nous verrons au chapitre IV une technique d’interférométrie particulière exploitant des sous-niveaux Zeeman non nuls.

Les deux états internes sont détectés par fluorescence. Les atomes étant toujours en chute libre après la dernière impulsion Raman de l’interféromètre, un faisceau laser vertical, dont la fréquence est proche de résonance avec la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$, induit la fluorescence des atomes (voir figure II.3). Le signal de fluorescence, collecté par deux photodiodes, est proportionnel au nombre d’atomes dans l’état interne étudié. Le système complet de détection est présenté dans [103]. La séquence de détection, présentée sur la figure II.23, se décompose en quatre étapes et dure 7.8 ms .

1. Les atomes dans l’état $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle \equiv |F = 2, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ sont détectés par fluorescence. Pour cela, le nuage d’atomes est éclairé par un faisceau laser dont la fréquence est désaccordée dans le bleu par rapport à la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$. Décaler la fréquence de ce laser dans le bleu permet de chasser les atomes détectés hors de la zone de détection : le

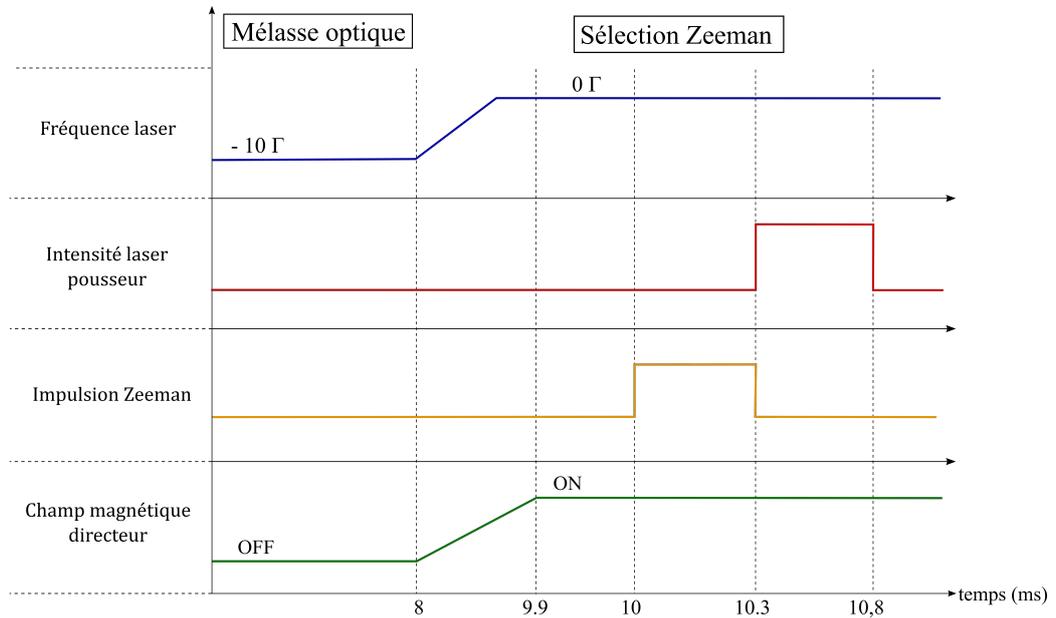


FIGURE II.22 – Séquence de sélection Zeeman. Le désaccord est donné par rapport à la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ du ^{87}Rb . La valeur du champ magnétique directeur en position "OFF" annule le champ magnétique à l'intérieur de l'enceinte pour la phase de refroidissement. La valeur en position "ON" est d'environ 100 mG. D'après [103].

deuxième signal de détection (qui correspond aux atomes dans l'état $|g, \vec{p}\rangle \equiv |F = 1, \vec{p}\rangle$) ne sera ainsi pas perturbé.

2. Les atomes restants sont soumis à une impulsion laser résonante avec la transition $|F = 1\rangle \rightarrow |F = 2\rangle$ qui pompe optiquement les atomes de l'état $|F = 1\rangle$ vers l'état $|F = 2\rangle$.
3. Une troisième impulsion laser, identique à la première, détecte les atomes initialement dans $|F = 1\rangle$. Ces derniers sont chassés hors de la zone de détection.
4. Finalement, une dernière impulsion laser, identique à la première, détecte le fond lumineux du signal de fluorescence généré par la vapeur d'atomes de Rb chauds présents dans l'enceinte (et par la lumière parasite). Cette dernière étape est indispensable pour normaliser les signaux de détection des étapes 1 et 3. Ces derniers sont alors indépendants des fluctuations du nombre d'atomes par cycle de mesure.

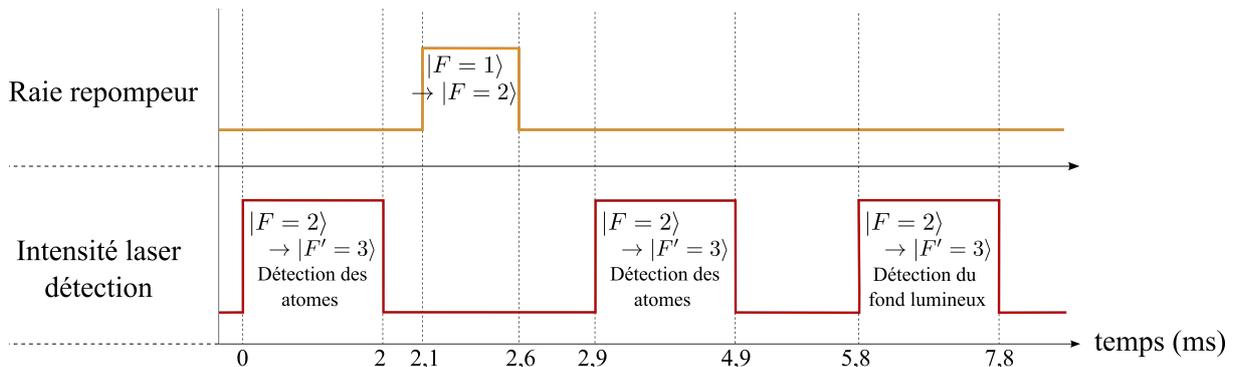


FIGURE II.23 – Séquence de détection. L'origine des temps est redéfinie à l'instant de la première impulsion laser. D'après [103].

Avec ce type de détection, la probabilité de présence dans l'état $|e\rangle \equiv |F=2\rangle$ en sortie d'interféromètre est donnée par :

$$P = \frac{S_{F=2} - S_{\text{fond}}}{S_{F=1} + S_{F=2} - 2S_{\text{fond}}} = \frac{N_{F=2}}{N_{F=1} + N_{F=2}} \quad (\text{II.8})$$

avec $S_{F=i}$ le signal de fluorescence des atomes dans l'état $|F=i\rangle$, S_{fond} le signal de fluorescence dû à la vapeur thermique de Rb dans l'enceinte et à la lumière parasite, et $N_{F=i}$ est le nombre d'atomes dans l'état $|F=i\rangle$.

La figure II.24 montre l'allure typique des courbes de détection enregistrées par les photodiodes de détection. PD 1 et PD 2 sont les deux photodiodes de détection installées face à face pour avoir une détection symétrique. Le décalage entre les deux courbes est dû aux filtres installés devant les photodiodes, qui permettent de ne pas détecter la lumière blanche parasite du laboratoire. Le filtre de la première photodiode est moins efficace que celui de la deuxième photodiode. Ceci est confirmé par des mesures dans le noir pour lesquelles les deux signaux se superposent.

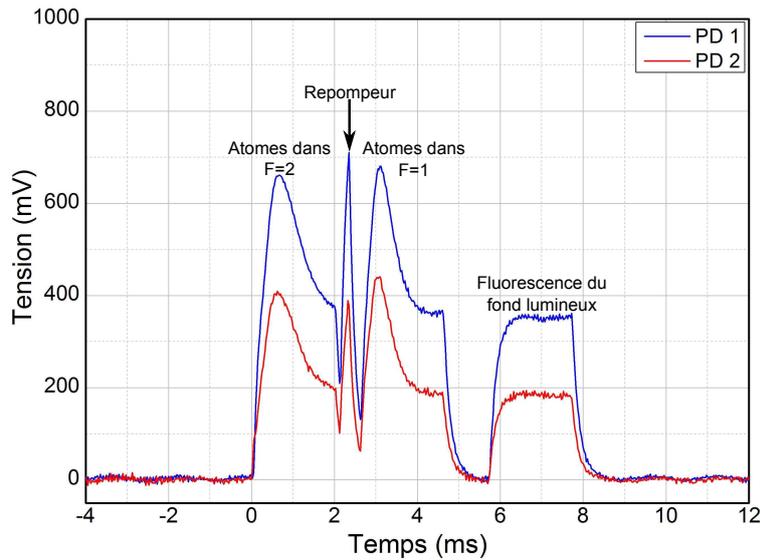


FIGURE II.24 – Courbes expérimentales de détection. PD 1 et PD 2 sont les deux photodiodes de détection installées l'une en face de l'autre pour avoir une détection symétrique. L'origine des temps est redéfinie au début de la séquence de détection. D'après [103].

II.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le dispositif expérimental qui a permis d'obtenir les résultats faisant l'objet des deux prochains chapitres. Après avoir décrit l'architecture globale de CHAMOIS, nous avons expliqué comment toutes les fréquences optiques nécessaires à l'interférométrie atomique sont générées. Les modifications apportées au système laser fibré et micro-onde, ainsi qu'au banc optique en espace libre, ont été décrites. C'est le remplacement de notre amplificateur EDFA au début de ma thèse qui a contraint un réalignement complet de ce banc optique. La deuxième partie de ce chapitre s'est concentrée sur la source d'atomes froids et sur les méthodes expérimentales pour non seulement préparer l'état quantique d'entrée dans l'interféromètre, mais aussi détecter les atomes en sortie d'interféromètre. La figure II.25 ci-dessous

résume la séquence expérimentale complète. Dans le prochain chapitre, nous présentons l'étape d'interrogation représentée en vert sur la figure II.25, dans le cas d'un accéléromètre horizontal en régime de faible vitesse.

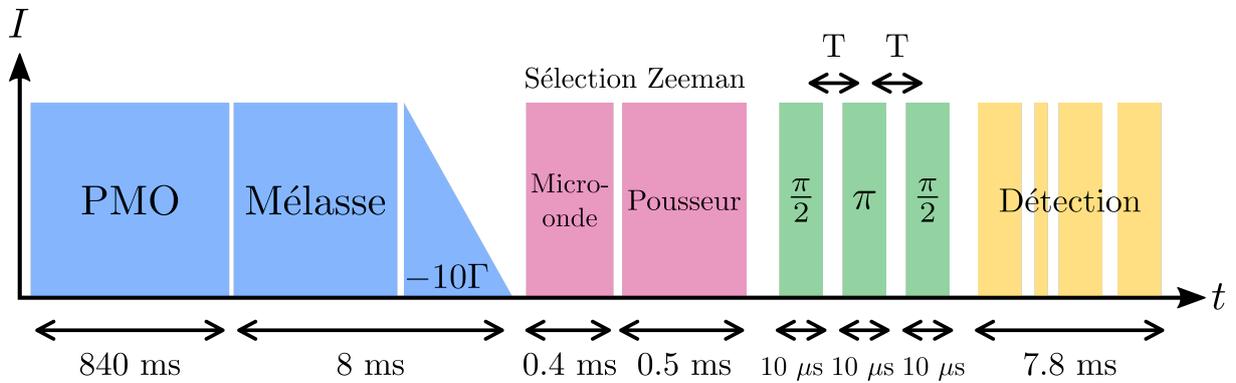


FIGURE II.25 – Séquence temporelle complète. Le cycle de mesure est divisé en quatre étapes : en bleu l'étape de refroidissement, en rose l'étape de préparation de l'état quantique d'entrée dans l'interféromètre, en vert l'étape d'interrogation et en jaune la détection. La durée T entre chaque impulsion Raman est limitée à 16.5 ms à cause de la chute libre des atomes à travers le faisceau Raman horizontal. La cadence de répétition est de 1 Hz. Lorsque la cadence est de 2 Hz, la phase de PMO (piège magnéto-optique) dure 340 ms.

CHAPITRE III

ACCÉLÉROMÈTRE ATOMIQUE HORIZONTAL UTILISANT DES FAISCEAUX RAMAN BALAYÉS EN FRÉQUENCE

LA mesure d'accélération horizontales - autrement dit d'accélération dans une direction orthogonale à la chute libre des atomes - par interférométrie atomique fait partie des points bloquants qui empêchent aujourd'hui d'avoir une centrale inertielle à atomes froids embarquée. Comme expliqué au chapitre I, c'est la direction des faisceaux Raman qui impose la direction de mesure. Dans un accéléromètre horizontal, les faisceaux Raman sont donc horizontaux. Par rapport à la configuration verticale utilisée pour sonder la gravité, l'interféromètre horizontal pose des difficultés supplémentaires. La première difficulté découle de la chute libre des atomes sous l'effet de la pesanteur, orthogonale au faisceau laser. La distance de chute est alors limitée par le diamètre du faisceau Raman. On pourrait construire un instrument avec plusieurs faisceaux Raman horizontaux répartis selon la direction verticale, mais le dispositif final serait plus volumineux et plus complexe. La deuxième difficulté est que les atomes sont interrogés avec une vitesse nulle selon la direction des faisceaux Raman. Dans ce cas, l'effet Doppler n'intervient pas dans la condition de résonance, et deux paires de faisceaux Raman sont résonantes simultanément. Dans ce chapitre, nous présentons une technique expérimentale originale qui permet de lever facilement cette dégénérescence grâce à une rampe de fréquence appliquée sur la fréquence des faisceaux Raman, pour simuler un effet Doppler. Les résultats expérimentaux présentés ici ont été publiés dans l'article [84].

Dans un premier temps, nous revenons plus précisément sur le problème soulevé par la configuration d'interférométrie selon un axe horizontal. Puis nous démontrons comment des faisceaux Raman balayés en fréquence permettent de lever la dégénérescence des transitions $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$. Nous implémentons cette technique pour mesurer l'accélération horizontale sur notre dispositif expérimental, avant d'hybrider la mesure quantique avec la mesure fournie par un accéléromètre classique fixé sur le miroir Raman. Pour conclure, nous montrons que notre étude théorique des biais induits spécifiquement par notre nouvelle méthode est confirmée par les mesures expérimentales.

III.1 L'interférométrie atomique en régime de faible vitesse et de faible accélération

III.1.1 Rappels sur la configuration verticale d'interféromètre

Au chapitre I nous avons présenté le principe des transitions Raman stimulées, qui sont les briques élémentaires d'un interféromètre atomique. Le processus d'interaction à deux photons est assuré par la condition de résonance :

$$\omega_1 - \omega_2 = \underbrace{\omega_e - \omega_f}_{\omega_G} + \underbrace{\vec{v} \cdot \vec{k}_{\text{eff}}}_{\omega_D} + \underbrace{\frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{2m}}_{\omega_R} \quad (\text{III.1})$$

où ω_G est la fréquence de structure hyperfine (ou fréquence horloge), ω_D est le désaccord Doppler, et ω_R est la fréquence de recul. Les lasers Raman, de fréquence ω_1 et ω_2 , sont contra-propageants : c'est cette configuration qui permet un transfert d'impulsion maximale au cours de la transition à deux photons. Sur notre dispositif expérimental, les deux faisceaux Raman sont acheminés vers l'enceinte à vide dans la même fibre optique, puis sont rétro-réfléchis sur un miroir (voir figure III.1). Cette géométrie a deux avantages majeurs par rapport à un montage avec deux lasers (l'un de fréquence ω_1 et l'autre de fréquence ω_2) asservis en phase. Le premier avantage est que le montage rétro-réfléchi permet de réduire les défauts de front d'onde qui affectent l'exactitude du capteur [69]. En effet, les défauts du front d'onde du faisceau incident sont annulés par le faisceau réfléchi, et seuls les éléments optiques derrière les atomes participent à la déformation du front d'onde (miroir, lame d'onde et hublot de l'enceinte à vide). Le deuxième avantage d'une configuration rétro-réfléchie est qu'elle permet très facilement d'inverser le signe de \vec{k}_{eff} dans l'interféromètre [68]. Alternier une mesure inertielle avec des transitions Raman $+\vec{k}_{\text{eff}}$ et $-\vec{k}_{\text{eff}}$ est un moyen efficace pour éliminer certains effets systématiques et pour réduire le bruit de phase par effet de mode commun. Cependant, en l'absence d'effet Doppler (terme ω_D dans l'équation (III.1)), deux couples de faisceaux Raman de vecteur d'onde effectif opposé $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ sont susceptibles de réaliser la transition Raman.

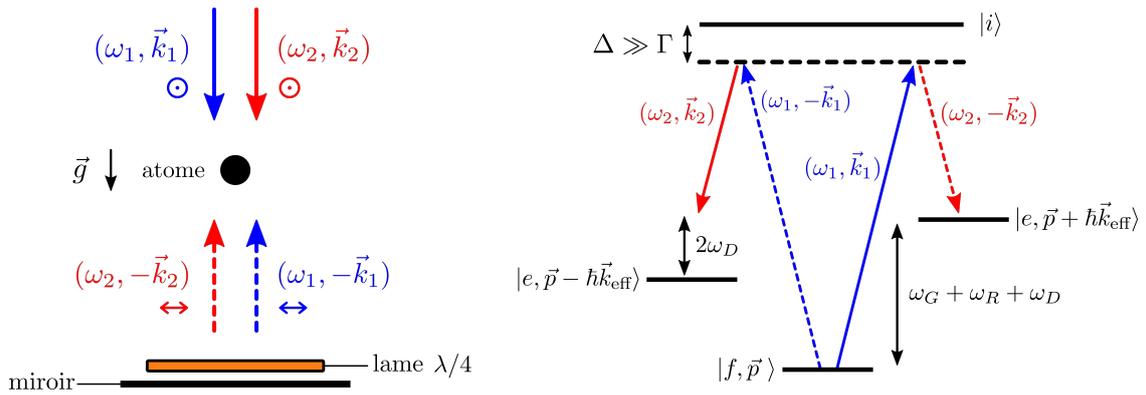


FIGURE III.1 – Configuration verticale d'interférométrie atomique utilisant des transitions Raman stimulées. Les faisceaux laser sont rétro-réfléchis sur un miroir qui joue le rôle de référence inertielle (faisceaux incidents en traits pleins et faisceaux réfléchis en traits pointillés). La chute libre des atomes dans la direction de mesure lève naturellement la dégénérescence des transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ par effet Doppler. Sur le diagramme d'énergie à droite, la transition $+\vec{k}_{\text{eff}}$ est à résonance, alors que la transition $-\vec{k}_{\text{eff}}$ est hors résonance d'un facteur $2\omega_D = 2\vec{p} \cdot \vec{k}_{\text{eff}}/m$.

Pour la mesure d'accélération verticale, les faisceaux Raman rétro-réfléchis sont verticaux, et les atomes, accélérés par la gravité, ont une vitesse \vec{v} non-nulle. Cette vitesse lève naturellement la dégénérescence des transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ par effet Doppler, et on peut alors ne sélectionner qu'une seule transition (voir figure III.1). Typiquement, pour notre température de nuage ($2 \mu\text{K}$), il suffit d'attendre une dizaine de ms après avoir lâché les atomes pour que leur vitesse soit suffisante. Cet ordre de grandeur se retrouve facilement par le calcul suivant, qui compare le désaccord Doppler $\omega_D = \vec{v} \cdot \vec{k}_{\text{eff}} = \vec{g}t \cdot \vec{k}_{\text{eff}}$ à la pulsation de Rabi. L'accélération de pesanteur modifie significativement la vitesse des atomes lorsque le temps de chute t_{chute} vérifie :

$$\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{g} t_{\text{chute}} \gtrsim 10 \Omega_{\text{eff}} \quad (\text{III.2})$$

Pour une impulsion Raman d'une durée $\tau = 10 \mu\text{s}$, l'application numérique donne $t_{\text{chute}} \sim 10$ ms, résultat confirmé en pratique.

Outre la levée naturelle de dégénérescence des transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$, l'accélération des atomes au cours de leur chute a une deuxième conséquence. Comme le désaccord Doppler augmente linéairement avec le temps de chute, il est nécessaire d'ajuster en conséquence la fréquence des faisceaux Raman pour maintenir la condition de résonance à chaque instant. Pour cela, une rampe de fréquence linéaire, notée γ , est appliquée sur la fréquence Raman. Le déphasage total en sortie d'un interféromètre de type Mach-Zehnder s'écrit alors :

$$\Delta\Phi = -(k_{\text{eff}}g - 2\pi\gamma) T^2 \quad (\text{III.3})$$

Expérimentalement, la mesure gravimétrique revient alors à compenser exactement le désaccord Doppler pendant la chute libre des atomes, ce qui est assuré pour une rampe γ_0 de l'ordre de 25 MHz/s.

III.1.2 Dégénérescence des paires Raman dans un régime de faible vitesse et de faible accélération

Dans un interféromètre horizontal (voir figure III.2), la vitesse des atomes dans la direction des faisceaux Raman est négligeable. Aucun effet Doppler n'intervient alors dans la condition de résonance, et les deux transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ sont possibles (voir figure III.2). À chaque impulsion Raman, un atome peut soit absorber un photon de fréquence ω_1 venant de la gauche et en émettre un de fréquence ω_2 de façon stimulée vers la droite (transition $+\vec{k}_{\text{eff}}$), ou bien absorber un photon de fréquence ω_1 venant de la droite et en émettre un de fréquence ω_2 de façon stimulée vers la gauche (transition $-\vec{k}_{\text{eff}}$).

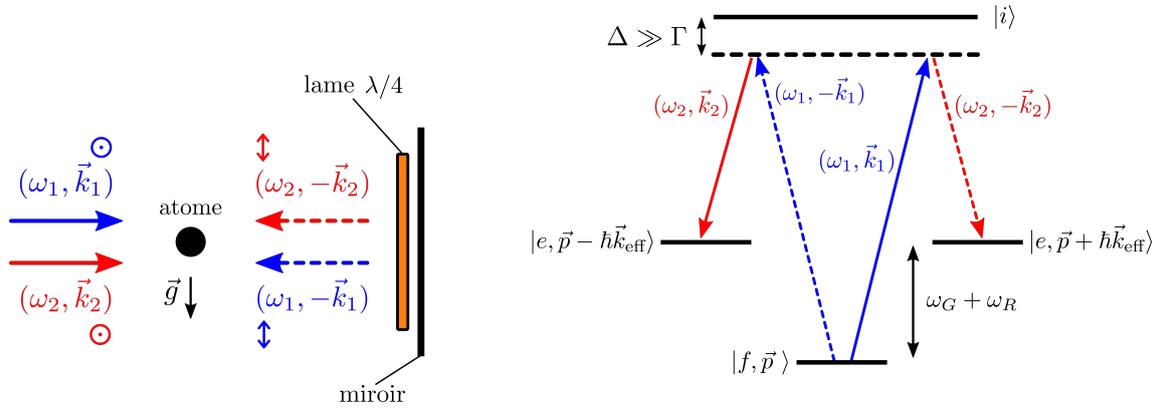


FIGURE III.2 – Configuration horizontale d'interférométrie atomique utilisant des transitions Raman stimulées. La chute libre des atomes est orthogonale à la direction de mesure : il n'y a pas d'effet Doppler. Sur le diagramme d'énergie à droite, les transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ sont dégénérées.

Dans ce régime de faible vitesse et de faible accélération, deux approches sont possibles : communiquer une vitesse aux atomes, ou au contraire tirer parti de leur vitesse nulle. Pour donner une vitesse aux atomes, on peut par exemple utiliser une mélasse mouvante [3, 88], mais cela conduit à des instruments plus complexes et plus volumineux¹. Sinon, on peut utiliser l'une des deux géométries d'interféromètre suivantes :

la double diffraction qui exploite la vitesse nulle des atomes, et qui permet de doubler la sensibilité de l'interféromètre, puisque la différence d'impulsion entre les deux bras n'est plus

1. Dans une mélasse mouvante, on refroidit une classe de vitesse non nulle du nuage atomique. Pour cela, deux fréquences différentes sont nécessaires : on a donc deux faisceaux laser indépendants, dont les fréquences sont contrôlées par deux AO. Sur la tête du capteur, ce ne sont plus 3 mais 6 voies optiques qu'il faut installer.

de $\hbar k_{\text{eff}}$, mais $2\hbar k_{\text{eff}}$ [90, 121]. Cependant cette géométrie d'interféromètre en double diffraction est bien plus exigeante qu'une simple diffraction, car elle nécessite des impulsions Raman $\sqrt{2}$ fois plus longues (donc plus sélectives en vitesse), une source atomique plus froide, ainsi que des faisceaux laser supplémentaires pour supprimer les interféromètres parasites dûs aux imperfections des séparatrices. Par ailleurs, la double diffraction n'est pas adaptée aux applications embarquées : à cause des variations d'accélération du porteur, les atomes n'ont jamais une vitesse parfaitement nulle dans la direction de mesure. Les deux transitions $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$ ne sont donc jamais parfaitement dégénérées et l'efficacité de double diffraction n'est pas optimale.

la double simple diffraction pour laquelle deux classes de vitesse symétriques par rapport à la vitesse nulle sont sélectionnées simultanément avant la séquence interférométrique, pour réaliser deux interféromètres en simple diffraction [81]. Cette géométrie fait aussi perdre une grande partie des atomes à cause de la sélection en vitesse. D'autre part, le signal de sortie du capteur est une somme de deux cosinus : le déphasage est donc plus difficile à extraire.

Aucune des techniques existantes n'étant satisfaisante pour un capteur embarqué, j'ai développé pendant ma thèse deux nouvelles méthodes de mesure d'accélération en absence d'effet Doppler. Nous présentons dans ce chapitre la première méthode qui repose sur l'utilisation de faisceaux Raman balayés en fréquence.

III.2 Levée de dégénérescence des transitions $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$ grâce à des faisceaux Raman balayés en fréquence

III.2.1 Principe de la méthode

En configuration verticale, la fréquence Raman dans le référentiel des atomes en chute libre est modifiée au cours du temps par effet Doppler. Pour simuler ici une vitesse horizontale, nous appliquons une rampe de fréquence β sur la fréquence des lasers Raman.

On note $\beta = \frac{d\nu}{dt}$ la rampe de fréquence appliquée sur les deux raies Raman. En configuration horizontale, le nuage d'atomes froids est situé à une distance L du miroir utilisé pour réfléchir les faisceaux laser Raman (voir figure III.3). On note $t_d = 2L/c$ le délai de rétro-réflexion de la lumière, où c est la vitesse de la lumière. Les deux paires Raman qui effectuent la transition ont donc les fréquences suivantes :

$$\begin{cases} \omega_1 + 2\pi\beta \cdot (t + t_d) \\ \omega_2 + 2\pi\beta \cdot t \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_2 + 2\pi\beta \cdot (t + t_d) \\ \omega_1 + 2\pi\beta \cdot t \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

Par changement d'origine du temps, nous pouvons simplifier les expressions précédentes :

$$\begin{cases} \omega_1 + 2\pi\beta \cdot t_d \\ \omega_2 \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_2 + 2\pi\beta \cdot t_d \\ \omega_1 \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

Grâce à la vitesse finie de la lumière (responsable du délai de rétro-réflexion), les deux couples de faisceaux Raman n'ont plus la même fréquence, et la dégénérescence est levée. La figure III.3 met en évidence cette levée de dégénérescence ($\delta\omega = 2\pi\beta \cdot t_d$ sur la figure). Chaque paire Raman a une condition de résonance différente. Pour la première paire Raman, la condition de résonance s'exprime (voir équation (III.5)) :

$$\begin{aligned} (\omega_1 + 2\pi\beta \cdot t_d) - \omega_2 &= \omega_G + \omega_R \\ \Leftrightarrow \omega_1 - \omega_2 &= \omega_G + \omega_R - 2\pi\beta \cdot t_d \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

Par identification avec la condition de résonance (III.1) lorsque les atomes ont une vitesse non nulle dans la direction de mesure, on simule ici un effet Doppler avec une vitesse fictive \vec{v}_{fictive} qui s'exprime :

$$\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v}_{\text{fictive}} = -2\pi\beta \cdot t_d \quad (\text{III.7})$$

Le même raisonnement pour la deuxième paire Raman conduit à un effet Doppler équivalent : $\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v}_{\text{fictive}} = +2\pi\beta \cdot t_d$.

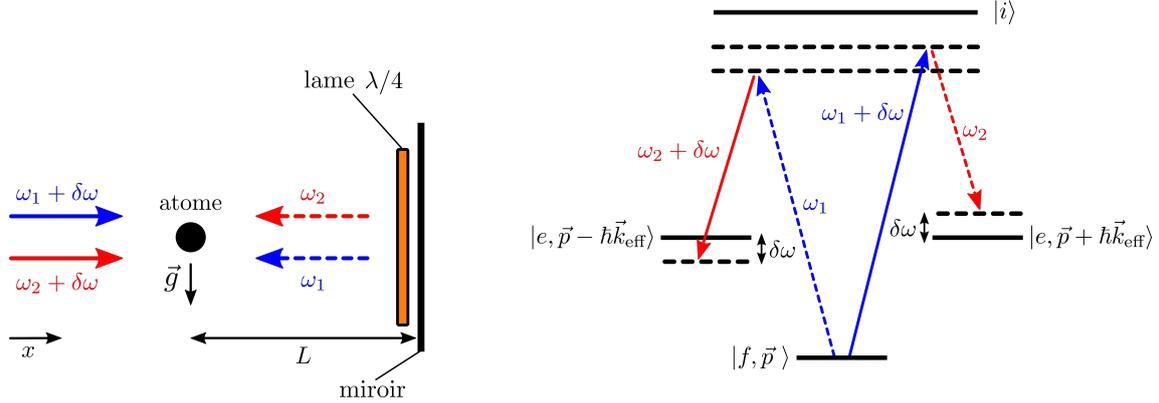


FIGURE III.3 – Une rampe de fréquence notée β est appliquée sur les lasers Raman. Grâce au délai de rétro-réflexion $t_d = 2L/c$ (avec L la distance atome-miroir), les fréquences des faisceaux incidents (représentés en traits pleins) sont décalées de $\delta\omega = 2\pi\beta \cdot t_d$ par rapport aux fréquences des faisceaux réfléchis (traits pointillés). Le diagramme d'énergie à droite met en évidence la levée de dégénérescence des transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ d'une quantité $2\delta\omega$.

Cette méthode originale permet ainsi de lever la dégénérescence des paires Raman : en appliquant une rampe de fréquence β sur la fréquence des lasers Raman, on simule une vitesse horizontale pour les atomes en chute libre. On retrouve une condition de résonance similaire à celle obtenue au chapitre I : les deux transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ ne sont plus dégénérées. Le paragraphe suivant présente l'implémentation expérimentale de cette rampe de fréquence.

III.2.2 Mise en place expérimentale de la rampe de fréquence β

Valeur de la rampe de fréquence β

De l'équation (III.7) découle directement l'expression de la rampe β :

$$|\beta| = \frac{|\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v}_{\text{fictive}}|}{2\pi t_d} \quad (\text{III.8})$$

avec $k_{\text{eff}} = 4\pi/\lambda = 4\pi/780 \text{ nm}$ et $t_d = 2L/c$. La distance atomes-miroir valant $L = 24 \text{ cm}$ (sa mesure précise sera présentée au paragraphe III.2.3), le délai de rétro-réflexion vaut $t_d = 1.6 \text{ ns}$. Pour déterminer β , il reste donc à connaître la vitesse v_{fictive} , qui correspond à la vitesse horizontale simulée grâce à la rampe de fréquence.

Pour le gravimètre atomique de CHAMOIS, les atomes ont typiquement une vitesse verticale de 0.14 m.s^{-1} à l'instant de la première impulsion Raman. En effet, leur temps de chute est de 14 ms , et on considère que leur vitesse initiale est négligeable. Cette vitesse à l'instant de la première impulsion Raman est suffisante pour lever naturellement la dégénérescence des deux

paires Raman $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$. Pour l'interféromètre horizontal, il nous suffit donc de simuler une vitesse $v_{\text{fictive}} \sim 0.1 \text{ m.s}^{-1}$. La rampe de fréquence à générer est alors égale à :

$$|\beta| = \left| \frac{d\nu}{dt} \right| = \frac{|\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v}_{\text{fictive}}|}{2\pi t_d} \sim 1.8 \cdot 10^{14} \text{ Hz.s}^{-1} \quad (\text{III.9})$$

La rampe de fréquence à appliquer sur les lasers Raman est donc de l'ordre de $(\pm)100 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1}$. Cet ordre de grandeur sera vérifié dans la suite par spectroscopie Raman.

Génération de la rampe de fréquence β

Les lasers Raman horizontaux sont générés par une diode laser commandée en température et en courant. Pour appliquer une rampe de fréquence β sur la fréquence des faisceaux Raman, il suffit de commander l'entrée de modulation de courant de cette diode laser par un signal triangulaire adapté. Un générateur de signaux basse fréquence (GBF), réglé en mode burst, est synchronisé sur les impulsions Raman et génère ce signal triangulaire : la rampe de fréquence est appliquée seulement pendant les impulsions Raman de la séquence interférométrique. L'amplitude du signal triangulaire impose la plage de fréquence balayée pendant l'impulsion Raman. La température de commande de la diode laser permet quant à elle de régler la fréquence délivrée par la diode laser lorsqu'aucune rampe de fréquence n'est appliquée.

La fréquence de la diode laser (non asservie) est contrôlée par battement : une photodiode mesure le battement $\nu_{\text{batt}} = \nu_{\text{diode laser}} - \nu_{\text{laser fibre}}$ entre la fréquence $\nu_{\text{diode laser}}$ de la diode laser générant les faisceaux Raman horizontaux, et la fréquence $\nu_{\text{laser fibre}}$ du laser à fibre asservi servant au piège magnéto-optique et aux faisceaux laser Raman verticaux de la centrale inertielle. Sans rampe de fréquence, la fréquence de la diode laser utilisée pour le laser Raman horizontal est décalée de 1 GHz dans le rouge par rapport au laser à fibre. Celui-ci est lui-même décalé de 500 MHz (avant doublage de fréquence) par rapport à la transition $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ (voir figure II.3). Pour assurer ce désaccord, on observe le signal de battement de la photodiode à l'oscilloscope, et on règle la température de commande de la diode laser pour avoir un désaccord de $\nu_{\text{batt}} = 500 \text{ MHz}$ à 1560 nm (avant doublage de fréquence). Une fois que la valeur du battement ν_{batt} est réglée, nous générons la rampe de fréquence β sur les lasers Raman horizontaux. L'amplitude du signal triangulaire envoyé par le GBF sur la diode laser détermine l'intervalle de fréquence balayé pendant chaque impulsion Raman.

Réponse de la diode laser à une rampe de tension

Pour caractériser la réponse de la diode laser dont l'entrée de modulation de courant est commandée par un signal triangulaire, il suffit d'étudier le battement $\nu_{\text{batt}} = \nu_{\text{diode laser}} - \nu_{\text{laser fibre}}$ mesuré par la photodiode entre la fréquence des lasers Raman horizontaux et la fréquence du laser à fibre. La durée totale du signal triangulaire généré par le GBF est fixée à $80 \mu\text{s}$: la rampe de fréquence imposée aux lasers Raman dure alors $40 \mu\text{s}$, tandis que chaque impulsion Raman dure $10 \mu\text{s}$. Notons ici que les impulsions séparatrice et miroir ont la même durée à cause de la distribution gaussienne d'intensité du faisceau laser à travers lequel chutent les atomes. Comme la puissance laser est plus importante au centre du faisceau (là où se fait l'impulsion Raman centrale), les conditions $\pi/2$ et π sont bien respectées pour une durée d'impulsion identique. Nous reviendrons plus précisément sur ce point au paragraphe III.3.

La figure III.4 met en évidence la réponse de la diode laser à un signal triangulaire commandant l'entrée de modulation de courant. Sur cette figure, le signal de commande généré par un GBF est représenté en bleu, et la réponse de la diode laser est représentée par les points de mesure noirs. Le créneau rouge montre l'instant de l'impulsion Raman (de durée $10 \mu\text{s}$) par rapport au déclenchement de la rampe de fréquence. La réponse de la diode laser est bien linéaire pendant l'impulsion Raman, comme le confirme l'ajustement affine représenté en pointillés sur

la figure III.4. On comprend ici l'importance de bien choisir l'instant de déclenchement du signal triangulaire par rapport à l'impulsion Raman pour assurer un balayage linéaire de fréquence. Sur notre exemple, la fréquence de la diode laser balaie 2210 MHz pendant la durée de l'impulsion Raman, grâce à un signal triangulaire d'amplitude crête à crête 6 V. La rampe de fréquence appliquée sur les lasers Raman vaut donc ici $\beta = -210 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1}$. Notons le choix d'une rampe de fréquence négative, assurant un désaccord à un photon qui s'éloigne de résonance au cours de l'impulsion Raman. On évite ainsi des pertes de cohérence par émission spontanée.

En pratique, on fixe la durée du signal généré par le GBF, et on choisit la valeur de la rampe de fréquence β en modifiant l'amplitude du signal triangulaire. Le délai entre le déclenchement du signal triangulaire et l'impulsion Raman est choisi tel que la réponse de la diode laser soit linéaire pendant l'impulsion Raman.

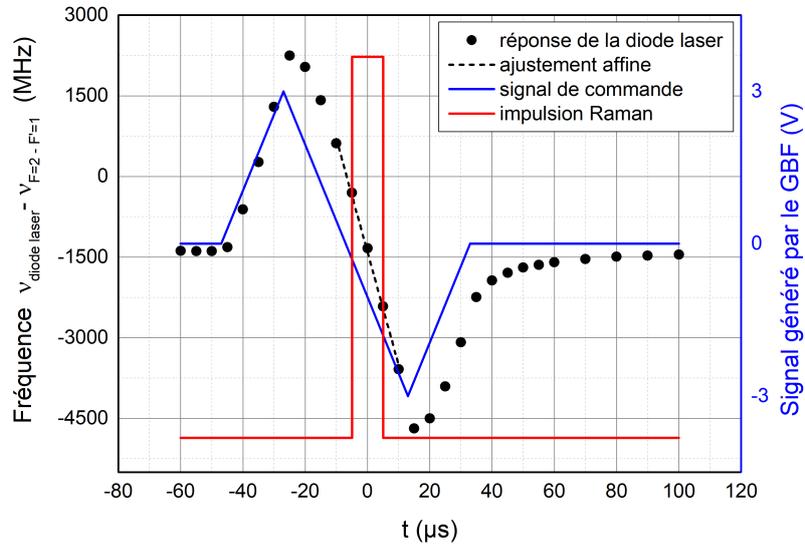


FIGURE III.4 – Réponse de la diode laser (points noirs) commandée en courant par un signal triangulaire (en bleu) généré par un GBF. L'instant de l'impulsion Raman est représenté par un créneau rouge. L'ajustement affine (trait noir pointillé) des points expérimentaux montre la caractère linéaire de la réponse de la diode laser pendant l'impulsion Raman. La pente de cet ajustement vaut $\beta = -210 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1}$.

Sur la figure III.4, nous n'avons pas représenté directement le battement mesuré par la photodiode, mais son écart avec la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 1\rangle$. Cette transition est la plus proche de la fréquence de la diode laser : c'est donc la plus susceptible d'induire de l'émission spontanée. L'instant de déclenchement de la rampe de fréquence est donc aussi choisi pour éviter la résonance avec cette transition : le début de l'impulsion Raman doit coïncider avec un désaccord assez grand pour éviter une perte de cohérence par émission spontanée.

Pour calculer $\nu_{\text{diode laser}} - \nu_{F=2 - F'=1}$ à partir de la mesure du battement $\nu_{\text{batt}} = \nu_{\text{diode laser}} - \nu_{\text{laser fibre}}$, il faut prendre en compte le modulateur acousto-optique présent sur le chemin du laser doublé en fréquence sur le banc espace libre (voir figure II.7). Après doublage de fréquence, nous avons :

$$2 \cdot \nu_{\text{batt}} = \nu_{\text{laser fibre}} - \nu_{\text{diode laser}} + \nu_{\text{AOM}} \quad (\text{III.10})$$

où $\nu_{\text{AOM}} = 80 \text{ MHz}$ est la contribution du modulateur acousto-optique utilisé sur le montage optique.

On a donc la relation suivante :

$$\nu_{\text{diode laser}} - \nu_{F=2 - F'=1} = -2 \cdot \nu_{\text{batt}} + \nu_{\text{laser fibre}} + \nu_{\text{AOM}} - \nu_{F=2 - F'=1} \quad (\text{III.11})$$

où $\nu_{\text{laser fibre}} - \nu_{F=2 - F'=1} = -413.8$ MHz. Finalement, l'application numérique donne :

$$\nu_{\text{diode laser}} - \nu_{F=2 - F'=1} = -2 \cdot \nu_{\text{batt}} - 333.8 \text{ MHz} \quad (\text{III.12})$$

III.2.3 Démonstration expérimentale de la levée de dégénérescence par spectroscopie Raman

Spectroscopie Raman

Grâce à une spectroscopie Raman, nous vérifions expérimentalement les prédictions théoriques présentées au paragraphe III.2.1. Pour cela, une impulsion Raman de $10 \mu\text{s}$ interroge les atomes juste après la phase de préparation. Avant cette impulsion, tous les atomes sont préparés dans l'état $|F = 1, m_F = 0\rangle$. Après l'impulsion Raman, on mesure la probabilité de transition de l'état $|F = 1\rangle$ vers l'état $|F = 2\rangle$ en fonction de la différence de fréquence Raman $(\omega_1 - \omega_2)/2\pi$. La figure III.5 présente le résultat de cette spectroscopie pour différentes valeurs de rampe de fréquence β . L'intensité du faisceau Raman est optimisée pour maximiser l'efficacité de transfert à résonance pour une impulsion de durée $10 \mu\text{s}$.

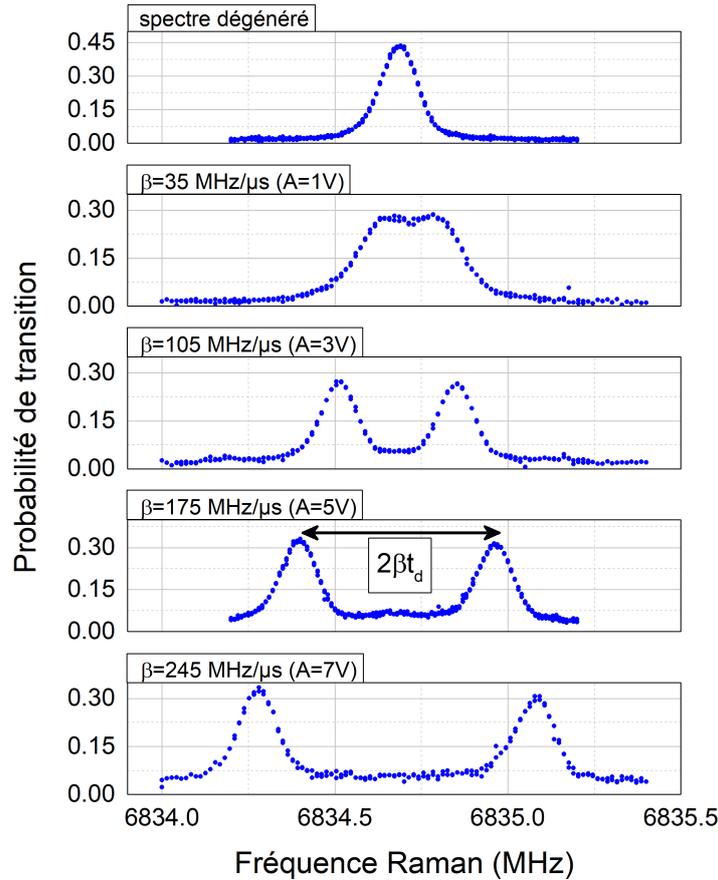


FIGURE III.5 – Spectres Raman obtenus en balayant la fréquence Raman $(\omega_1 - \omega_2)/2\pi$ pour différentes valeurs de rampe de fréquence β (l'amplitude crête à crête de la rampe de commande générée par le GBF est notée A). L'écart entre les deux résonances vaut $2\delta\omega/2\pi = 2\beta t_d$.

La figure III.5 met clairement en évidence la levée de dégénérescence des paires Raman grâce à la rampe de fréquence. Si aucune rampe n'est appliquée (premier spectre sur la figure III.5), on

n'observe qu'une seule résonance puisque les deux transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ sont dégénérées en l'absence d'effet Doppler. En augmentant la rampe β , on lève progressivement la dégénérescence entre les deux conditions de résonance. Pour $\beta = -35 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1}$, le balayage en fréquence n'est pas assez important pour lever la dégénérescence entre les deux transitions. Cependant, pour des valeurs plus élevées de β , deux résonances distinctes sont clairement observées, et leur écart en fréquence augmente linéairement avec l'amplitude de la rampe de commande.

Mesure expérimentale de la distance atomes-miroir L

La spectroscopie Raman permet de déterminer avec précision la valeur de la distance entre les atomes et le miroir, notée L au paragraphe III.2.1. Pour cela, on exploite à la fois les résultats de la calibration de la diode laser, ainsi que les spectres Raman.

La calibration de la diode laser tout d'abord (voir figure III.4) permet de calculer la valeur de la rampe de fréquence β en fonction de l'amplitude du signal triangulaire (généré par le GBF) qui commande la diode :

$$\beta = 35 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1} \text{ par V} \quad (\text{III.13})$$

D'autre part, nous exploitons les spectres Raman présentés à la figure III.5 et notons $2\delta\omega/2\pi$ l'écart en fréquence entre les deux pics. Nous avons alors :

$$\begin{cases} \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v}_{\text{fictive}} = 2\pi\beta \cdot t_d \\ 2 \cdot \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v}_{\text{fictive}} = 2\delta\omega \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

Comme le délai de rétro-réflexion s'exprime $t_d = 2L/c$ en fonction de la distance atomes-miroir L , nous avons finalement :

$$\delta\omega = 2\pi\beta \cdot t_d \Leftrightarrow \delta\omega \cdot \frac{c}{4\pi} = L \cdot \beta \quad (\text{III.15})$$

Il suffit alors de tracer $\delta\omega \cdot c/4\pi$ en fonction de β : la pente de la droite obtenue est directement L . Ce résultat est présenté sur la figure III.6 : on trouve $L = 24 \text{ cm}$, valeur compatible avec une mesure faite avec une règle [103].

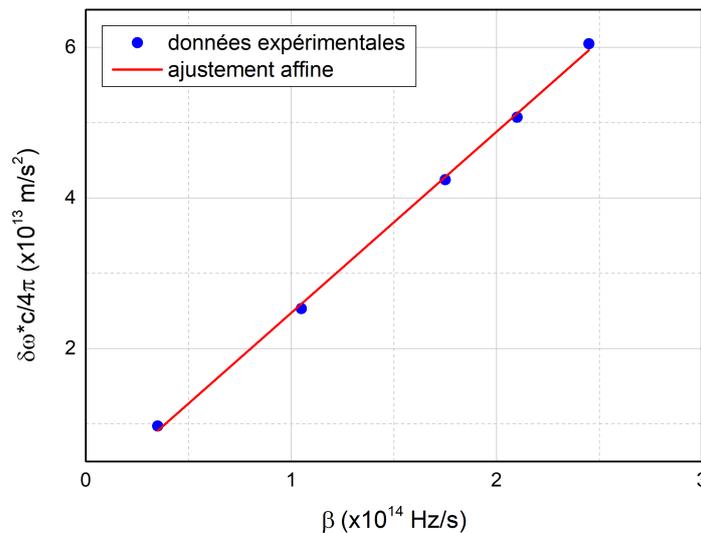


FIGURE III.6 – Tracé de $\delta\omega \cdot c/4\pi$ en fonction de β (points expérimentaux en bleu). La pente de la droite correspond à la distance atomes-miroir L : l'ajustement linéaire (en rouge) donne $L = (24.1 \pm 0.5) \text{ cm}$.

III.3 Interféromètre horizontal

À présent que nous avons démontré l'efficacité d'une rampe de fréquence appliquée sur les lasers Raman pour lever la dégénérescence des transitions Raman $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$ en l'absence d'effet Doppler, nous pouvons utiliser cette méthode pour réaliser un accéléromètre atomique horizontal.

III.3.1 Interféromètre Mach-Zehnder horizontal

Pour mesurer l'accélération horizontale par interférométrie atomique, nous réalisons un interféromètre de Mach-Zehnder horizontal. Comme expliqué au chapitre I, c'est la direction des faisceaux Raman qui impose la direction de mesure de l'accélération. Les faisceaux Raman sont donc ici horizontaux : le schéma interférométrique correspondant est présenté sur la figure III.7. L'interféromètre est composé de trois impulsions (séparatrice - miroir - séparatrice) réalisées par le faisceau Raman horizontal. La première impulsion est effectuée après un temps de chute $t_0 = 3$ ms. Une durée $T = 15.85$ ms sépare chaque impulsion. Pendant la séquence, les atomes sont en chute libre sous l'effet de la pesanteur : l'intensité du faisceau Raman varie au cours de leur chute. Les atomes sont à une distance $L = 24$ cm du miroir horizontal. Le centre du faisceau Raman horizontal coïncide avec l'impulsion miroir et avec le point de mesure de l'accéléromètre classique (modèle QA-750 de Honeywell) fixé contre le miroir Raman.

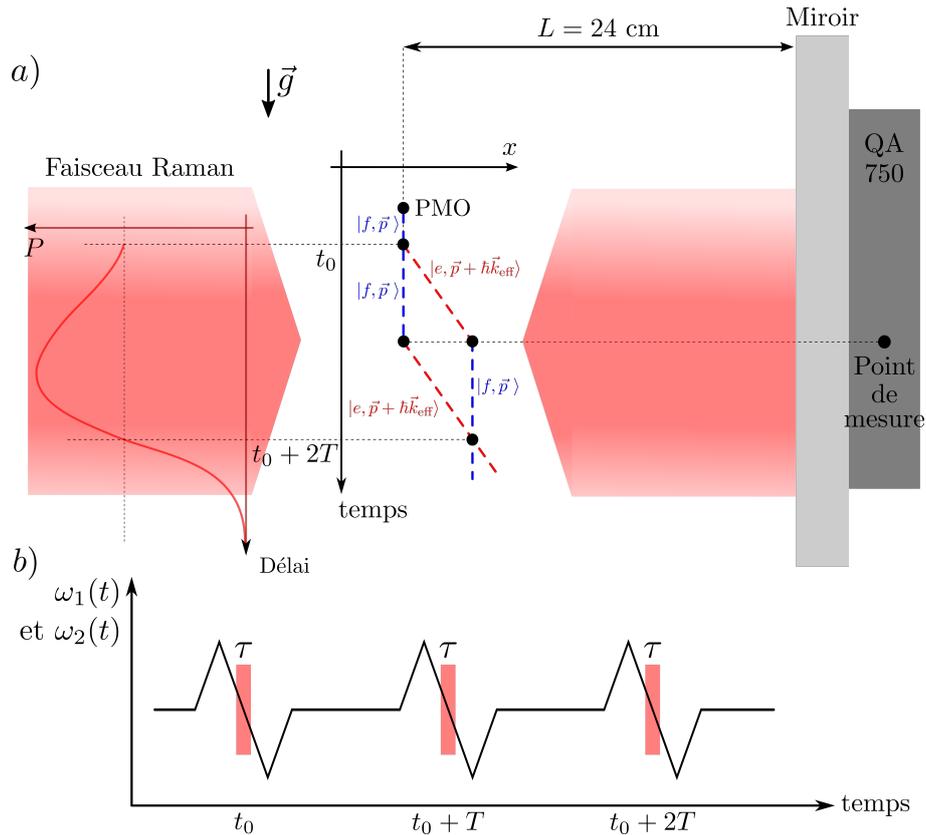


FIGURE III.7 – a) Schéma de l'interféromètre atomique horizontal. Les atomes en chute libre traversent le faisceau Raman horizontal. En mesurant la probabilité de transition P en fonction de la durée de chute libre (voir paragraphe suivant), on choisit les instants des trois impulsions Raman et la position verticale des faisceaux laser. Les trois impulsions ont une durée τ . Le point de mesure de l'accéléromètre classique coïncide avec la position des atomes au moment de l'impulsion centrale miroir. b) Motif sur la fréquence ω_1 pendant la séquence interférométrique. La même rampe est appliquée pour les trois impulsions Raman. La fréquence ω_2 suit le même motif, mais décalé de la fréquence de structure hyperfine ω_G . D'après [103].

Choix des paramètres temporels de l'interféromètre

Pour construire sur notre dispositif expérimental l'accéléromètre atomique le plus performant possible, nous avons optimisé les différents paramètres temporels de la séquence : la durée totale $2T$ de l'interféromètre, la durée τ de chaque impulsion Raman, et l'instant t_0 de la première impulsion.

a) **La durée totale $2T$ de l'interféromètre** est limitée par la taille du faisceau Raman horizontal au travers duquel chutent les atomes pendant l'interféromètre. Le waist du faisceau valant $w_0 = 5.5$ mm (largeur $1/e^2$) [103], un calcul rapide donne l'ordre de grandeur de la durée maximale d'interrogation des atomes :

$$w_0 \sim \frac{1}{2}g(2T)^2 \Rightarrow 2T \sim \sqrt{2w_0/g} \sim 33 \text{ ms} \quad (\text{III.16})$$

Pour déterminer plus précisément la durée maximale $2T$ de l'interféromètre, on peut effectuer une impulsion Raman après la phase de préparation de l'état quantique d'entrée, et mesurer la probabilité de transition en fonction de la durée de chute libre avant cette impulsion Raman. Le résultat est présenté sur la figure III.8. Cette dernière permet de conclure sur la durée maximale de l'interféromètre qui assure une probabilité de transition identique pour les deux impulsions $\pi/2$: $2T = 31.7$ ms, soit $T = 15.85$ ms. Nous choisirons donc cette valeur pour optimiser la sensibilité du capteur.

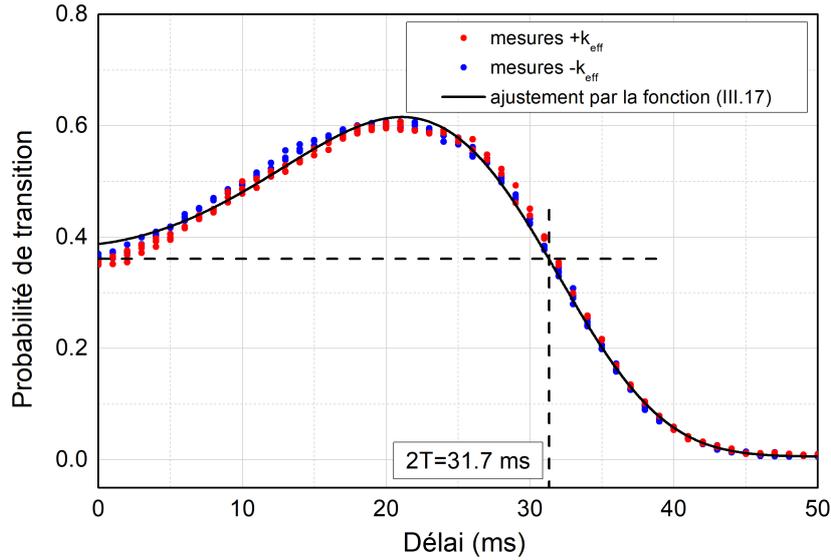


FIGURE III.8 – Probabilité de transition pour une impulsion Raman de $10 \mu\text{s}$ ($+\vec{k}_{\text{eff}}$ en rouge et $-\vec{k}_{\text{eff}}$ en bleu) en fonction de l'instant de l'impulsion Raman. L'origine correspond à l'instant t_0 de la première impulsion Raman. Pour assurer deux impulsions $\pi/2$ identiques, la durée totale de l'interféromètre est de $2T = 31.7$ ms. D'après [103].

b) **L'instant t_0 de la première impulsion Raman** se déduit aussi de la figure III.8. En effet, les données expérimentales peuvent être ajustées par la fonction suivante, qui traduit la chute libre des atomes à travers un faisceau de profil d'intensité gaussien :

$$P(t) = P_0 + A \exp\left(-2 \frac{(\frac{1}{2}g(t-t_0)^2 + z_0 - z_C)^2}{w_0^2}\right) \quad (\text{III.17})$$

où t_0 est l'instant de la première impulsion Raman, z_0 la position verticale des atomes à cet instant, et z_C est la position verticale du centre du faisceau Raman. Le waist du faisceau horizontal est noté w_0 et vaut 5.5 mm [103]. P_0 et A sont des paramètres ajustables.

L'ajustement des points expérimentaux par la fonction (III.17) est mis en évidence sur la figure III.8 et fournit les résultats suivants : $(t_0, z_0 - z_C) = (2.3 \text{ ms}, 2.7 \text{ mm})$. Le centre du faisceau Raman horizontal est donc situé 2.7 mm sous le centre du PMO, et le temps minimal de chute libre des atomes est de 2.3 ms. Ce temps de chute a été minimisé en réduisant la durée de préparation des atomes afin de maximiser la durée $2T$ de l'interféromètre, et donc la sensibilité du capteur.

c) **La durée τ de chaque impulsion Raman** est choisie de la façon suivante. Tout d'abord les trois impulsions Raman ont la même durée, pour éviter d'éventuels biais introduits par la rampe de fréquence β (une étude approfondie des biais sera présentée au paragraphe III.5). Ensuite, la durée τ des impulsions étant fixée à $10 \mu\text{s}$, on ajuste la puissance du faisceau Raman pour maximiser le contraste des franges en sortie d'interféromètre. Le choix d'une durée d'impulsion de $10 \mu\text{s}$ résulte d'un compromis entre des impulsions plus longues donc plus sélectives en vitesse (et donc moins de contraste en sortie d'interféromètre), et des impulsions courtes qui nécessitent non seulement plus de puissance laser, mais aussi une rampe de fréquence β plus forte (les pics de transition sur les spectres Raman étant plus larges, il faut une rampe de fréquence plus importante pour les séparer).

Accéléromètre classique horizontal

L'intérêt des mesures atomiques consiste entre autres à améliorer les performances des capteurs classiques. Un accéléromètre classique a donc été installé sur notre dispositif expérimental, pour mettre en place l'hybridation des mesures classiques et quantiques (expliquée au chapitre I). Cet accéléromètre classique nous permet de corrélérer les mesures atomiques et classiques, et de visualiser les franges d'interférences.

L'accéléromètre classique horizontal choisi est un QA-750 de la marque Honeywell. Sa documentation technique indique un bruit intrinsèque inférieur à $1500 \mu\text{g}$ pour une bande de fréquence RMS de 0 - 10 000 Hz, et une bande passante supérieure à 300 Hz. Son point de mesure coïncide avec la position des atomes à l'instant de la deuxième impulsion Raman, au centre de l'interféromètre (voir figure III.7). Cet accéléromètre a été installé par la doctorante précédente [103] contre le miroir Raman, en construisant une monture qui supporte à la fois le miroir Raman et l'accéléromètre classique.

III.3.2 Franges de corrélation

Le signal de sortie de notre interféromètre horizontal de Mach-Zehnder est la probabilité P de détecter les atomes dans l'état $|F = 2, m_F = 0\rangle$. La proportion d'atomes dans chaque état $|F = 1, m_F = 0\rangle$ et $|F = 2, m_F = 0\rangle$ est mesurée par fluorescence, et permet d'accéder à la probabilité P donnée par :

$$P = P_0 - \frac{C}{2} \cos(\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a} T^2) \quad (\text{III.18})$$

où P_0 représente la valeur moyenne des franges, et C désigne le contraste. Dans une configuration rétro-réfléchiée comme la nôtre, la phase de l'interféromètre est donc sensible à l'accélération \vec{a} des atomes par rapport au miroir Raman. Ainsi, en l'absence d'isolation des vibrations, les fluctuations de la position du miroir induisent des fluctuations sur la phase du capteur atomique : les franges sont brouillées. Pour retrouver les franges d'interférences, on utilise une technique de corrélation [122], qui combine les mesures simultanées du signal atomique P en sortie d'interféromètre et du signal fourni par l'accéléromètre classique fixé sur le miroir Raman. Cette méthode permet de retrouver les franges d'interférences (appelées dans ce cas franges de corrélation), qui sont alors balayées de façon aléatoire par les vibrations.

La figure III.9 montre de telles franges de corrélation obtenues en traçant la probabilité de transition P en sortie d'interféromètre en fonction de la mesure donnée par l'accéléromètre classique QA-750. Pour tracer ces franges d'interférences, les paramètres utilisés ont été les suivants : $T = 15.85$ ms, $\tau = 10$ μ s, et $\beta = -210$ MHz. μ s $^{-1}$. L'ajustement sinusoïdal (en rouge sur la figure III.9) donne $P = 0.58$ et $C = 40\%$. On remarque que la majorité des points expérimentaux sur ces franges de corrélation est regroupée au centre de la figure, qui correspond à une accélération horizontale nulle. La mesure donnée par l'accéléromètre classique est dans les faits non nulle à cause de son biais intrinsèque, et d'un possible décalage θ du miroir par rapport à la verticale : on mesure alors $g\theta$, la projection de la gravité sur l'axe normal au miroir. Pour balayer les franges au-delà de la frange centrale, on doit provoquer des vibrations du miroir Raman : pour cela rien de plus simple, il suffit de sauter autour de l'expérience !

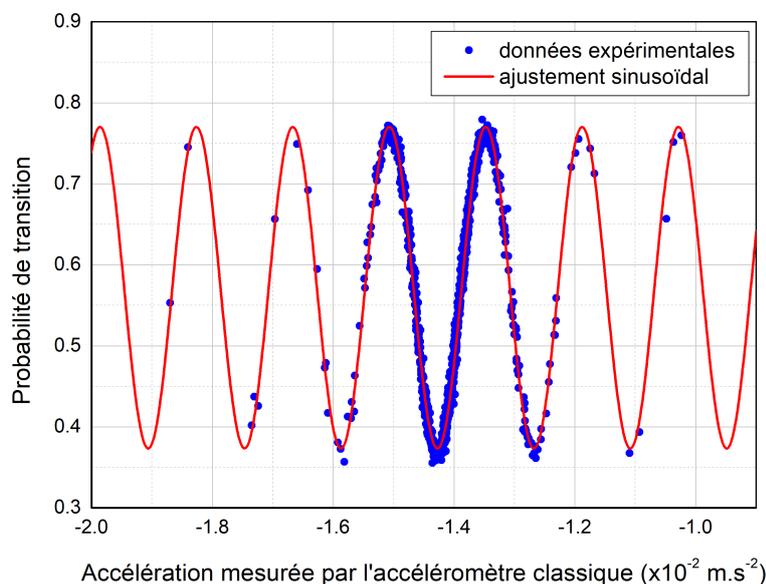


FIGURE III.9 – Franges de corrélation pour l'interféromètre horizontal. La rampe de fréquence appliquée sur les lasers Raman vaut $\beta = -210$ MHz. μ s $^{-1}$. La durée totale de l'interféromètre est $2T = 31.7$ ms, et chaque impulsion dure $\tau = 10$ μ s. L'ajustement (en rouge) des données expérimentales (points bleus) par la fonction (III.18) donne un contraste de 40%.

III.3.3 Optimisation du contraste

Les franges de corrélation présentées sur la figure III.9 ont un contraste de 40 % : il s'agit en réalité du plus fort contraste obtenu sur l'interféromètre horizontal avec la méthode du balayage en fréquence. Pour parvenir à un tel résultat, nous avons étudié expérimentalement l'évolution du contraste en fonction de la valeur de la rampe de fréquence β . Un modèle théorique simple présenté dans l'annexe B permet de retrouver l'allure générale d'évolution du contraste en fonction de la rampe de fréquence appliquée sur les lasers Raman.

Maximiser le contraste permet d'atteindre une meilleure sensibilité. La figure III.10 présente l'évolution du contraste (mesuré expérimentalement) en fonction de la rampe de fréquence β (comme $\beta < 0$ MHz. μ s $^{-1}$, l'axe des abscisses est en réalité $-\beta = |\beta|$). Pour chaque point de mesure (c'est-à-dire pour chaque valeur de β), nous avons optimisé le contraste des franges de corrélation en ajustant la puissance des impulsions Raman, ainsi que l'instant de déclenchement de la rampe de fréquence par rapport à l'instant de l'impulsion. Le contraste augmente avec la rampe de fréquence jusqu'à atteindre un palier autour de 35 – 40% lorsque $|\beta| \gtrsim 200$ MHz. μ s $^{-1}$.

Ces observations expérimentales peuvent s'expliquer simplement grâce aux spectres Raman de la figure III.5 qui montrent la levée de dégénérescence des transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ en fonction de la rampe de fréquence β . Pour des valeurs de rampe $|\beta|$ trop faibles par rapport à la largeur de la transition (voir figure III.5), les transitions $\pm k_{\text{eff}}$ sur les spectres Raman sont encore partiellement dégénérées. Dans ce cas, le contraste dépend fortement de la levée de dégénérescence, et donc de la valeur de la rampe appliquée. Lorsque $|\beta|$ a une valeur assez élevée, le contraste ne dépend plus de la levée de dégénérescence, et atteint un palier. Un modèle théorique simple présenté dans l'annexe B permet de retrouver l'allure de l'évolution du contraste en fonction de la rampe β .

En conclusion, il existe une valeur minimale de rampe de fréquence $|\beta| \sim 200 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1}$ à appliquer sur les lasers Raman horizontaux, pour obtenir des franges d'interférences avec un contraste maximal de 40% environ, indépendant de la valeur de β .

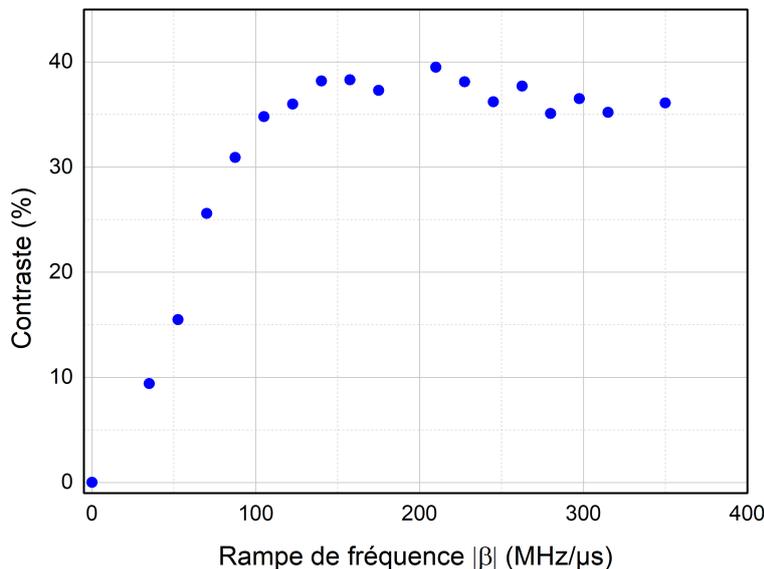


FIGURE III.10 – Contraste des franges d'interférences en fonction de la valeur de la rampe de fréquence appliquée sur les lasers Raman. Comme la rampe de fréquence est décroissante, on a représenté $|\beta|$ sur l'axe des abscisses.

III.4 Hybridation avec un accéléromètre classique

La corrélation des mesures atomiques avec les mesures fournies par l'accéléromètre classique permet certes de visualiser des franges d'interférences (figure III.9), mais pas de mesurer une accélération. Pour obtenir une mesure atomique, il est nécessaire d'hybrider le capteur quantique avec le capteur classique : nous utilisons l'algorithme d'hybridation développé à l'ONERA [1] et présenté au paragraphe I.3.3 de ce manuscrit. L'hybridation permet non seulement d'accéder à la mesure atomique, mais aussi d'estimer et de corriger le biais du capteur classique. Pendant les temps morts de mesure du capteur atomique, on utilise la mesure du capteur classique corrigé de son biais.

La sensibilité et la stabilité du capteur hybridé obtenu sont estimées par le tracé de l'écart-type d'Allan présenté sur la figure III.11. Les mesures ont été effectuées en continu, pendant une nuit. La valeur de la rampe de fréquence imposée aux lasers Raman est constante et vaut $\beta = -210 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1}$. À chaque cycle de mesure, la séquence change le signe du vecteur d'onde

effectif ($\pm\vec{k}_{\text{eff}}$) afin d'éliminer d'éventuels effets systématiques. Pour cela, on utilise la spectroscopie Raman à la valeur de rampe β choisie (voir figure III.5) pour déterminer les deux fréquences Raman correspondants aux deux résonances $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$. Il suffit ensuite de renseigner ces deux fréquences dans la séquence pour que cette dernière alterne entre les transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ à chaque cycle de mesure. La cadence de cycle est de 2 Hz.

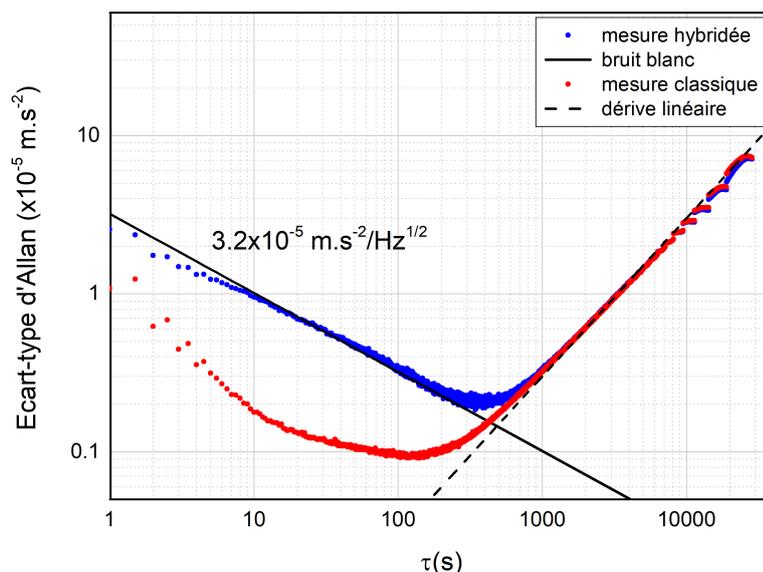


FIGURE III.11 – Écart-type d'Allan des mesures classique (en rouge) et hybridée (en bleu) d'accélération horizontale. Les paramètres de l'interféromètre atomique sont les suivants : $2T = 31.7$ ms, $\tau = 10$ μs , et $\beta = -210$ $\text{MHz}\cdot\mu\text{s}^{-1}$. La droite en trait plein illustre un bruit blanc (décroissance en $\tau^{-1/2}$). La droite en trait pointillé illustre une dérive linéaire aux temps longs de la mesure du capteur (pente proportionnelle à τ).

La sensibilité court terme de notre capteur hybridé est de 3.2×10^{-5} $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$. Ce résultat est moins bon que les derniers résultats de mesures atomiques d'accélération horizontale [83] (4.0×10^{-7} $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$), mais nos temps d'interrogation plus faibles (31.7 ms contre 300 ms dans [83]). Le capteur six axes développé au SYRTE en 2006 [3] avait une meilleure sensibilité (4.7×10^{-6} $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$), mais était plus volumineux que notre expérience ($2T = 60$ ms). L'écart-type d'Allan décroît en $\tau^{-1/2}$, la pente caractéristique d'un bruit blanc, pour atteindre la meilleure résolution de 0.2×10^{-5} $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ après 500 s d'intégration.

Pour notre configuration d'interféromètre, la sensibilité court terme de l'accéléromètre classique est meilleure que celle du capteur hybridé. Cependant, la sensibilité du capteur atomique peut encore être améliorée, en augmentant non seulement la durée $2T$ de l'interféromètre, mais aussi la cadence de cycle (ici à 2 Hz). Sur l'instrument GIRAFE (le gravimètre à atomes froids embarqué de l'ONERA) par exemple, la sensibilité est de 1×10^{-5} $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$, pour une durée d'interrogation des atomes de $2T = 40$ ms et une cadence de 10 Hz. Il est donc possible d'améliorer la sensibilité de notre accéléromètre horizontal sans pour autant rendre l'instrument trop volumineux.

Pour des temps d'intégration plus longs, la mesure d'accélération dérive, comme l'illustre l'ajustement linéaire de l'écart-type d'Allan sur la figure III.11. Cette dérive pourrait être causée par des fluctuations de l'angle du miroir Raman. Si ce miroir n'est pas parfaitement vertical,

l'interféromètre atomique mesure la projection de la gravité sur la normale au miroir. Une dérive angulaire de $10 \mu\text{rad}$ du miroir Raman (un ordre de grandeur qui semble raisonnable sur notre dispositif expérimental) pourrait expliquer la dérive observée sur la figure III.11. Nous ne pouvons donc pas conclure sur la stabilité long terme de notre capteur hybridé. Pour cela, il faudrait utiliser un tiltmètre (ou inclinomètre) pour enregistrer la position angulaire du miroir Raman au cours du temps. Contrairement à un accéléromètre classique comme notre QA-750, un tiltmètre est un instrument de mesure destiné à des applications de géophysique : il ne fonctionne qu'en condition statique, et dérive très peu.

III.5 Étude théorique et expérimentale des biais

Dans cette partie, nous présentons le calcul détaillé du déphasage de l'interféromètre horizontal utilisant des lasers Raman balayés en fréquence. De ce déphasage nous en déduisons les paramètres susceptibles d'induire ou non des biais sur la mesure d'accélération. Nos conclusions théoriques sont validées par des mesures expérimentales.

III.5.1 Expression du déphasage de l'interféromètre en fonction de la rampe de fréquence β

Nous avons présenté au chapitre I de ce manuscrit plusieurs méthodes pour calculer le déphasage d'un interféromètre atomique. Afin de prendre en compte dans la phase l'effet d'une rampe de fréquence appliquée sur les lasers Raman, nous utilisons le formalisme présenté au paragraphe I.2.2, pour lequel l'expression de la phase Raman gravée sur la fonction d'onde à chaque impulsion permet d'accéder au déphasage en sortie d'interféromètre. Nous supposons l'accélération constante pendant la durée de l'interféromètre.

Phases laser incidentes et réfléchies en fonction de la rampe de fréquence β

La configuration de mesure de l'accélération horizontale est rappelée sur la figure III.12. L'axe de mesure est noté (Ox) . Les phases laser incidentes sont notées $\varphi_{\alpha,i}$ (avec $\alpha = 1, 2$), et les phases laser réfléchies sont notées $\varphi_{\alpha,r}$.

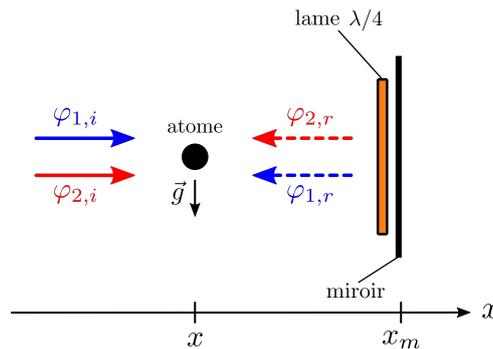


FIGURE III.12 – Configuration rétro-réfléchie pour l'interféromètre horizontal. Les phases laser sont indiquées. La position du miroir Raman est notée x_m : elle est choisie comme origine.

Comme le vecteur d'onde du laser L_α s'exprime $k_\alpha = \omega_\alpha/c$, la phase des faisceaux laser incidents peut s'écrire en absence de rampe de fréquence :

$$\begin{cases} \varphi_{1,i} = \omega_1 t - \vec{k}_1 \cdot \hat{\vec{R}} + \phi_1(t) = \omega_1 \left(t - \frac{\hat{X}}{c} \right) + \phi_1(t) \\ \varphi_{2,i} = \omega_2 t - \vec{k}_2 \cdot \hat{\vec{R}} + \phi_2(t) = \omega_2 \left(t - \frac{\hat{X}}{c} \right) + \phi_2(t) \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

Dans la suite, on omet les termes $\phi_\alpha(t)$, puisque l'on néglige les variations de phase $\phi_1(t) - \phi_2(t)$ pendant les impulsions Raman. Ce sont donc des termes qui n'apparaîtront plus dans l'expression finale du déphasage. Pour prendre en compte la rampe de fréquence dans l'expression des phases laser, nous gardons en tête que la pulsation est la dérivée temporelle de la phase. En présence de la rampe β , les phases des faisceaux laser incidents s'expriment donc :

$$\begin{cases} \varphi_{1,i} = \omega_1 \left(t - \frac{\hat{X}}{c} \right) + \frac{1}{2} 2\pi\beta \left(t - \frac{\hat{X}}{c} \right)^2 \\ \varphi_{2,i} = \omega_2 \left(t - \frac{\hat{X}}{c} \right) + \frac{1}{2} 2\pi\beta \left(t - \frac{\hat{X}}{c} \right)^2 \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

En dérivant ces expressions par rapport au temps, nous retrouvons bien une rampe de fréquence :

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_{1,i}}{\partial t} = \omega_1 + 2\pi\beta \left(t - \frac{\hat{X}}{c} \right) \\ \frac{\partial \varphi_{2,i}}{\partial t} = \omega_2 + 2\pi\beta \left(t - \frac{\hat{X}}{c} \right) \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

De même, en choisissant comme origine des x la position x_m du miroir Raman (voir figure III.12), on peut écrire les phases des lasers rétro-réfléchis de la façon suivante :

$$\begin{cases} \varphi_{1,r} = \omega_1 \left(t + \frac{\hat{X}}{c} \right) + \frac{1}{2} 2\pi\beta \left(t + \frac{\hat{X}}{c} \right)^2 \\ \varphi_{2,r} = \omega_2 \left(t + \frac{\hat{X}}{c} \right) + \frac{1}{2} 2\pi\beta \left(t + \frac{\hat{X}}{c} \right)^2 \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

Différence de phase laser

En configuration rétro-réfléchie, deux paires de faisceaux laser sont susceptibles d'induire une transition Raman stimulée. La différence de phase des champs électriques correspondants s'écrit pour chaque paire :

$$\begin{cases} \psi_+ = \varphi_{1,i} - \varphi_{2,r} \\ \psi_- = \varphi_{1,r} - \varphi_{2,i} \end{cases} \quad (\text{III.23})$$

L'équation (III.23) traduit le fait qu'un atome peut soit absorber un photon de fréquence ω_1 venant de la gauche et en émettre un de fréquence ω_2 de façon stimulée vers la droite, ou bien absorber un photon de fréquence ω_1 venant de la droite et en émettre un de fréquence ω_2 de façon stimulée vers la gauche. Plaçons-nous dans le cas où la première paire de faisceaux Raman est à résonance. En combinant les équations (III.20) et (III.22), on écrit l'expression complète de la différence de phase des champs électriques ψ_+ :

$$\begin{aligned} \psi_+ &= \left(\omega_1 - \omega_2 - \frac{4\pi\beta}{c} \hat{X} \right) t - \frac{\omega_1 + \omega_2}{c} \hat{X} \\ &= (\omega_1 - \omega_2) t - \frac{\omega_1 + \omega_2 + 4\pi\beta t}{c} \hat{X} \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

La rampe de fréquence est appliquée selon le motif présenté sur la figure III.13. En notant t_i l'instant où la rampe β repasse par sa valeur initiale, la différence de phase des champs électriques s'exprime :

$$\psi_+ = (\omega_1 - \omega_2) t - \frac{\omega_1 + \omega_2 + 4\pi\beta(t - t_i)}{c} \hat{X} \quad (\text{III.25})$$

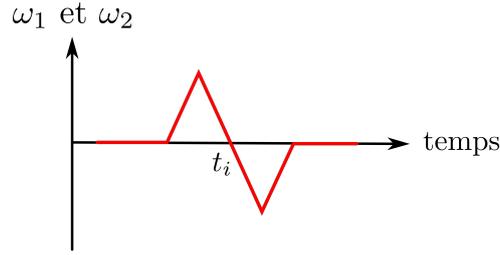


FIGURE III.13 – Commande triangulaire commandant l’entrée modulation de courant de la diode laser utilisée pour les lasers Raman de l’interféromètre horizontal. L’instant où la fréquence repasse par sa valeur initiale est noté t_i .

Avec les notations habituelles $\omega_R = \omega_1 - \omega_2$ et $k_{\text{eff}} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{c}$, on a finalement :

$$\psi_+ = \omega_R t - \left(k_{\text{eff}} + \frac{4\pi\beta(t - t_i)}{c} \right) \hat{X} \quad (\text{III.26})$$

où t_i est l’instant où la fréquence laser passe par sa valeur initiale (voir figure III.13), et k_{eff} est la valeur du vecteur d’onde effectif à cet instant.

À ce stade du calcul, nous pouvons nous placer dans l’approximation classique et traiter la position comme un scalaire et non un opérateur dans le terme $\frac{4\pi\beta(t - t_i)}{c} \hat{X}$. En effet, la longueur d’onde de la perturbation associée à la rampe de fréquence ($\lambda_{\text{pert}} = c/\beta(t - t_i) \sim 10^{-1}$ m) est très grande devant la longueur de cohérence du paquet d’onde atomique (comparable à la longueur d’onde thermique de de Broglie $\lambda_{\text{dB}} \sim 10^{-7}$ m à la température $2 \mu\text{K}$, voir chapitre I). Autrement dit, on considère que le terme k_{eff} change l’impulsion de l’atome, mais que le terme $\frac{4\pi\beta(t - t_i)}{c}$ ne la change pas. On peut donc réécrire la différence de phase (III.26) de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \psi_+ &= \omega_R t - \frac{4\pi\beta(t - t_i)}{c} x - k_{\text{eff}} \hat{X} \\ &= \left[\omega_R - \frac{4\pi\beta}{c} x \right] t - k_{\text{eff}} \hat{X} + \frac{4\pi\beta}{c} t_i x \\ &= \omega'_R t - k_{\text{eff}} \hat{X} + \phi \end{aligned} \quad (\text{III.27})$$

où nous avons introduit une nouvelle pulsation $\omega'_R = \omega_R - \frac{4\pi\beta}{c} x$ et un terme de phase $\phi = \frac{4\pi\beta}{c} t_i x$. Après ces changements de variable, on retrouve ici l’expression « connue » de la différence de phase des champs électriques $\psi = \omega_R t - k_{\text{eff}} \hat{X} + \phi$.

Changement de référentiel

Pour déterminer l’expression du déphasage en sortie d’interféromètre, plaçons-nous dans le référentiel accéléré des atomes. Comme au paragraphe I.2.2 du chapitre I, nous effectuons le changement de variable suivant dans les expressions des champs électriques :

$$\hat{X} \rightarrow \hat{X} + \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + L \quad (\text{III.28})$$

avec a l’accélération des atomes, v_0 leur vitesse initiale et L la distance atomes-miroir en absence de mouvement horizontal des atomes par rapport au miroir Raman.

Dans le référentiel lié au centre de masse de l'atome, nous devons donc ajouter dans l'expression des champs électriques des termes supplémentaires issus du changement de référentiel. Par ailleurs, comme la position est traitée de façon classique dans les termes en β , on peut écrire $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + L$ dans l'expression (III.27). Finalement, la différence de phase des champs électriques s'exprime :

$$\begin{aligned} \psi_+ = & \left[\omega_R - \frac{4\pi\beta}{c} \left(L + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \right) \right] t - k_{\text{eff}}\hat{X} \\ & - k_{\text{eff}} \left(L + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \right) + \frac{4\pi\beta}{c} t_i \left(L + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \right) \end{aligned} \quad (\text{III.29})$$

Différence de phase laser à chaque impulsion

Le motif sur la fréquence des lasers (voir figure III.13) est appliqué à chaque impulsion Raman. Notons $t_{i,n}$ l'instant où la rampe de fréquence repasse par zero (pour l'impulsion n), et t_n l'instant du début de l'impulsion n . À cet instant, le vecteur d'onde effectif s'exprime :

$$k_{\text{eff},n} = k_{\text{eff}} + \frac{4\pi\beta}{c} (t_n - t_{i,n}) \quad (\text{III.30})$$

En combinant les équations (III.29, III.30), on peut réécrire la différence de phase des champs électriques ψ_n pendant l'impulsion n en fonction du vecteur d'onde effectif $k_{\text{eff},n}$ au début de l'impulsion :

$$\begin{aligned} \psi_n = & \left(\omega_R - \frac{4\pi\beta L}{c} \right) t - \frac{4\pi\beta v_0 t^2}{c} - \frac{2\pi\beta a t^3}{c} - k_{\text{eff}}\hat{X} \\ & - \left(k_{\text{eff},n} - \frac{4\pi\beta t_n}{c} \right) \left(L + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \right) \end{aligned} \quad (\text{III.31})$$

On remarque ici que les termes de phase $-\frac{4\pi\beta v_0 t^2}{c}$ et $-\frac{2\pi\beta a t^3}{c}$ sont quasi-constants pendant la durée τ de chaque impulsion Raman, car les inégalités suivantes sont vérifiées :

$$\frac{8\pi\beta v_0 T \tau}{c} \ll 1 \quad ; \quad \frac{6\pi\beta a T^2 \tau}{c} \ll 1 \quad (\text{III.32})$$

On peut donc écrire dans l'expression (III.31) : $\frac{4\pi\beta v_0 t^2}{c} \simeq \frac{4\pi\beta v_0 t_n^2}{c}$ et $\frac{2\pi\beta a t^3}{c} \simeq \frac{2\pi\beta a t_n^3}{c}$. Finalement, la différence de phase des champs électriques pendant l'impulsion n s'écrit :

$$\psi_n = \left(\omega_R - \frac{4\pi\beta L}{c} \right) t - k_{\text{eff}}\hat{X} - k_{\text{eff},n} \left(L + v_0t_n + \frac{1}{2}at_n^2 \right) + \frac{4\pi\beta t_n}{c} L \quad (\text{III.33})$$

Phase Raman gravée sur la fonction d'onde à chaque impulsion

Au chapitre I, nous avons introduit la phase Raman φ , qui est la phase gravée sur la fonction d'onde atomique à chaque impulsion Raman. Ici, la phase Raman gravée sur la fonction d'onde atomique lors de l'impulsion n s'exprime (voir équation (III.33)) :

$$\varphi_n = -k_{\text{eff},n} \left(L + v_0t_n + \frac{1}{2}at_n^2 \right) + \frac{4\pi\beta t_n}{c} L \quad (\text{III.34})$$

Le dernier terme de cette expression peut s'écrire (voir équation (III.7)) : $\frac{4\pi\beta L}{c} \cdot t_n = 2\pi\beta t_d \cdot t_n = k_{\text{eff}} v_{\text{fictive}} \cdot t_n$ (avec $t_d = 2L/c$). On peut ainsi mettre en évidence la vitesse fictive induite par la rampe de fréquence dans l'expression (III.34) de la phase Raman :

$$\varphi_n = -k_{\text{eff},n} \left(L + (v_0 - v_{\text{fictive}})t_n + \frac{1}{2}at_n^2 \right) \quad (\text{III.35})$$

Déphasage en sortie d'interféromètre

Nous avons à présent tous les outils en main pour déterminer l'expression du déphasage d'un interféromètre de Mach-Zehnder horizontal dont les faisceaux Raman sont balayés en fréquence par une rampe β . Comme nous l'avons vu au chapitre I, le déphasage total en sortie de l'interféromètre est la différence de phase accumulée le long de chacun des deux bras :

$$\Delta\Phi = \varphi_1 - 2\varphi_2 + \varphi_3 \quad (\text{III.36})$$

Grâce aux expressions simplifiées (III.34) des phases Raman à chacune des impulsions 1 ($t = t_1$), 2 ($t = t_2$) et 3 ($t = t_3$), on obtient le déphasage suivant :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi = & - (k_{\text{eff},1} - 2k_{\text{eff},2} + k_{\text{eff},3}) L - (k_{\text{eff},1}t_1 - 2k_{\text{eff},2}t_2 + k_{\text{eff},3}t_3) v_0 \\ & - \left(k_{\text{eff},1}t_1^2 - 2k_{\text{eff},2}t_2^2 + k_{\text{eff},3}t_3^2 \right) \frac{1}{2}a + \frac{4\pi\beta L}{c} (t_1 - 2t_2 + t_3) \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

Comme nous souhaitons étudier (entre autres) l'effet d'une asymétrie temporelle sur le déphasage de l'interféromètre², nous ne supposons pas ici que $t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = T$. Nous utilisons les notations suivantes, explicitées sur la figure III.14 :

$$\begin{cases} 2T = t_3 - t_1 \\ \Delta t = t_1 - 2t_2 + t_3 \end{cases} \quad (\text{III.38})$$

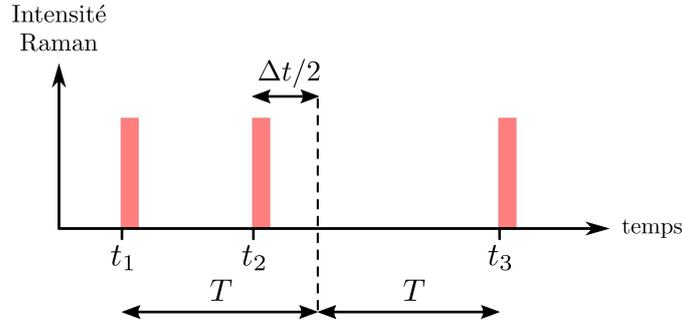


FIGURE III.14 – Les trois impulsions Raman d'un interféromètre de Mach-Zehnder asymétrique temporellement sont représentées en rouge. La durée entre la première et la dernière impulsion est notée $2T$. L'impulsion π est décalée du centre de l'interféromètre d'une quantité $\Delta t/2$. Pour un interféromètre symétrique temporellement, on a $\Delta t = 0$.

Par ailleurs, pour alléger l'expression du déphasage, on introduit les notations suivantes :

$$\begin{cases} L_1 = L + v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2 \\ v_1 = v_0 + a t_1 \\ v_2 = v_0 + a \left(t_1 + T - \frac{\Delta t}{4} \right) \end{cases} \quad (\text{III.39})$$

2. Si l'interféromètre n'est pas symétrique temporellement, la phase contient un terme supplémentaire, qui est un terme d'évolution libre. Comme on se place ici dans le référentiel des atomes, il s'agit d'un terme nul. On a quand même un terme de recul à ajouter au déphasage de l'interféromètre, mais il est négligeable.

où (L_1, v_1) représentent respectivement la distance atomes-miroir et la vitesse des atomes à l'instant de la première impulsion. Des équations (III.37, III.38, III.39), nous en déduisons finalement l'expression suivante pour le déphasage en sortie d'interféromètre :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi = & - (k_{\text{eff},1} - 2k_{\text{eff},2} + k_{\text{eff},3}) L_1 - (k_{\text{eff},3} - k_{\text{eff},2}) v_1 2T - (2k_{\text{eff},3} - k_{\text{eff},2}) aT^2 \\ & - k_{\text{eff},2} v_2 \Delta t + \frac{4\pi\beta L}{c} \Delta t \end{aligned} \quad (\text{III.40})$$

Interprétation du déphasage

Lorsque le vecteur d'onde effectif au début de chaque impulsion est le même (c'est-à-dire $k_{\text{eff},1} = k_{\text{eff},2} = k_{\text{eff},3} \equiv k_{\text{eff}}$), on peut interpréter les termes de phase proportionnels à Δt comme des termes Doppler. En effet, le déphasage s'exprime dans ce cas :

$$\Delta\Phi = -k_{\text{eff}} a T^2 - k_{\text{eff}} v_2 \Delta t + \frac{4\pi\beta L}{c} \Delta t \quad (\text{III.41})$$

Dans cette expression, on retrouve d'abord le déphasage $-k_{\text{eff}} a T^2$ d'un interféromètre de Mach-Zehnder symétrique temporellement établi au chapitre I. Puis le deuxième terme $-k_{\text{eff}} v_2 \Delta t$ (qui est un terme Doppler) traduit un effet d'horloge dû à l'asymétrie temporelle Δt de l'interféromètre. Enfin la dernière contribution $\frac{4\pi\beta L}{c} \Delta t$ est en réalité aussi un terme Doppler sur la vitesse simulée par la rampe de fréquence, puisque nous avons :

$$\frac{4\pi\beta L}{c} \cdot \Delta t = 2\pi\beta t_d \cdot \Delta t = k_{\text{eff}} v_{\text{fictive}} \cdot \Delta t \quad (\text{III.42})$$

où nous rappelons que $t_d = 2L/c$ représente le délai de rétro-réflexion de la lumière entre les atomes et le miroir Raman.

En prenant en compte dans l'expression du déphasage la rampe de fréquence γ (introduite au paragraphe III.1.1) qui permet de maintenir la condition de résonance malgré l'accélération des atomes, nous avons à partir de (III.41) :

$$\Delta\Phi = - (k_{\text{eff}} a - 2\pi\gamma) T^2 - (k_{\text{eff}} a - 2\pi\gamma) \left(t_1 + T - \frac{\Delta t}{4} \right) \Delta t + \frac{4\pi\beta L}{c} \Delta t \quad (\text{III.43})$$

La rampe de fréquence γ compense donc les deux premiers termes de phase, mais pas le dernier terme, proportionnel à β et Δt . Nous étudions donc les effets systématiques sur la phase liés à la rampe de fréquence β et à une éventuelle asymétrie temporelle Δt de l'interféromètre.

III.5.2 Facteurs induisant des biais

D'après l'expression du déphasage (III.40), une asymétrie temporelle $\Delta t \neq 0$ de l'interféromètre et une différence du vecteur d'onde effectif $k_{\text{eff},n}$ entre les impulsions Raman sont susceptibles d'induire des biais. Les paragraphes suivants présentent l'étude expérimentale de ces effets.

a) Asymétrie temporelle Δt

Nous nous plaçons ici dans le cas où le vecteur d'onde effectif $k_{\text{eff},n}$ au début de chaque impulsion Raman est identique pour les trois impulsions de l'interféromètre de Mach-Zehnder. Le déphasage est alors donné par l'équation (III.41). Sur notre dispositif expérimental, les accélérations a mesurées le long de l'axe horizontal sont dues aux vibrations du miroir Raman, et sont donc faibles : la vitesse v_2 est négligeable devant la vitesse fictive v_{fictive} communiquée aux atomes par la rampe de fréquence β . Nous pouvons donc affirmer que dans l'expression

(III.41) le terme $k_{\text{eff}}v_2\Delta t$ est négligeable devant $\frac{4\pi\beta L}{c}\Delta t$. Il en découle que lorsque Δt varie, le déphasage en sortie d'interféromètre varie comme $\frac{4\pi\beta L}{c}\Delta t = 2\pi\beta t_d\Delta t$.

Pour vérifier ce résultat expérimentalement, nous faisons varier Δt et nous mesurons l'accélération horizontale correspondante grâce au capteur hybridé. Les mesures sont mises en évidence sur la figure III.15 par les points bleus. La droite rouge est un ajustement affine des données expérimentales. En unité d'accélération, la pente théorique s'exprime $2\pi\beta t_d/k_{\text{eff}}T^2 = -350 \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}/\text{ms}$ (la pente est négative car β est négative). L'accord avec l'expérience est excellent puisque l'ajustement affine donne une pente de $-(348 \pm 5) \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}/\text{ms}$.

On remarque sur la figure III.15 que les valeurs d'accélération horizontales mesurées par le capteur hybridé sont de l'ordre de quelques mm/s, alors que le dispositif expérimental est immobile. Comme le miroir Raman n'est pas parfaitement vertical, l'accéléromètre horizontal mesure en réalité la projection $g\theta$ de l'accélération sur la normale au miroir. La déviation du miroir de sa position parfaite est de l'ordre de $\theta \sim 7 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$.

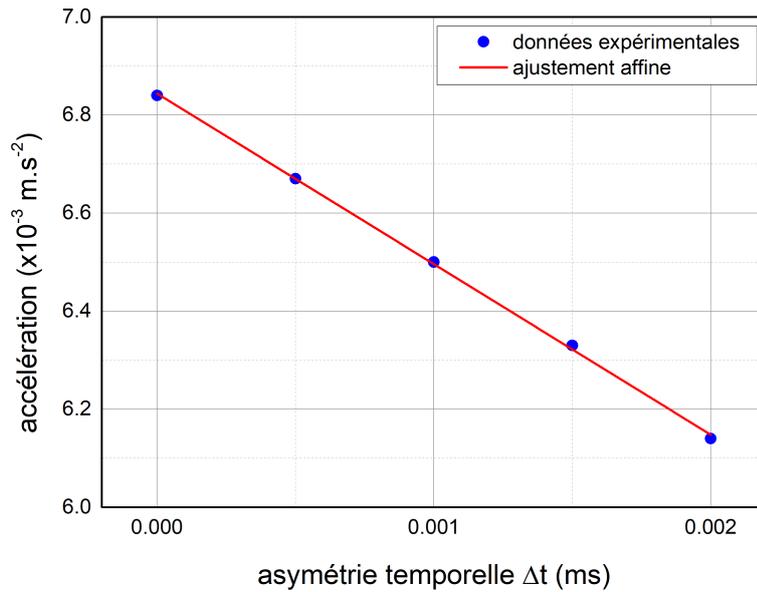


FIGURE III.15 – Accélération horizontale mesurée par notre capteur hybridé en fonction de l'asymétrie temporelle Δt de l'interféromètre atomique de Mach-Zehnder. Les paramètres de l'interféromètre sont les suivants : $2T = 31.7 \text{ ms}$, $\tau = 10 \mu\text{s}$, et $\beta = -210 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1}$. L'ajustement affine (en rouge) donne une pente de $-(348 \pm 5) \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}/\text{ms}$.

Une asymétrie temporelle dans l'interféromètre induit donc un biais sur la mesure d'accélération. Pour limiter ce biais à $1 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}$, il faut maîtriser la séquence temporelle à 30 ns environs, ce qui est réalisable sur notre dispositif expérimental.

b) Changement de $k_{\text{eff},n}$

Considérons à présent le cas d'un interféromètre de Mach-Zehnder symétrique temporellement ($\Delta t = 0$) dans lequel le vecteur d'onde effectif $k_{\text{eff},n}$ n'est pas le même au début de chaque impulsion Raman. Prenons l'exemple ($k_{\text{eff},1} \neq k_{\text{eff},2}$; $k_{\text{eff},2} = k_{\text{eff},3}$). Dans ce cas, le déphasage s'exprime :

$$\Delta\Phi = -k_{\text{eff},2}aT^2 - (k_{\text{eff},1} - k_{\text{eff},2})L_1 \quad (\text{III.44})$$

Pour faire varier $k_{\text{eff},1}$ expérimentalement, il suffit de changer l'instant $t_{i,1}$ de déclenchement de la rampe de fréquence pour la première impulsion (voir figure III.13). Le vecteur d'onde effectif au début de l'impulsion n est donné par l'équation (III.30). Donc lorsque l'instant de déclenchement $t_{i,1}$ varie de $\Delta t_{i,1}$, le vecteur d'onde effectif au début de la première impulsion varie de :

$$\Delta k_{\text{eff},1} = k_{\text{eff},1} - k_{\text{eff}} = -\frac{4\pi\beta}{c}\Delta t_{i,1} \quad (\text{III.45})$$

En combinant les équations (III.44, III.45), nous en déduisons qu'une modification de $k_{\text{eff},1}$ induit un biais $2\pi\beta t_d \Delta t_{i,1}$ sur la mesure d'accélération.

La figure III.16 présente les mesures expérimentales de l'accélération donnée par le capteur hybridé en fonction de l'instant de déclenchement de la rampe de fréquence à la première impulsion $\Delta t_{i,1}$. Les données expérimentales sont représentées par les points bleus et la droite rouge est un ajustement affine de pente $-(362 \pm 16) \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}/\text{ms}$. Il s'agit d'un bon accord avec nos calculs théoriques qui prédisent une pente de $2\pi\beta t_d / k_{\text{eff}} T^2 = -350 \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}/\text{ms}$ en unité d'accélération.

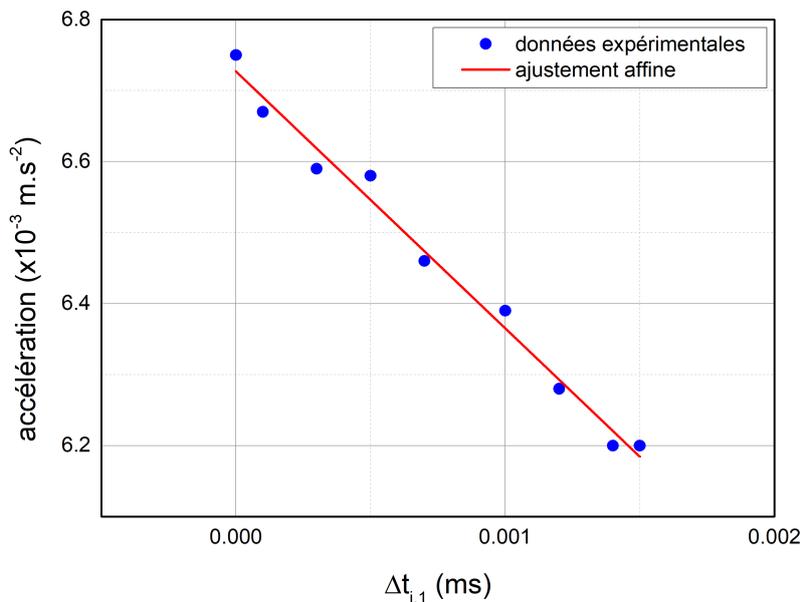


FIGURE III.16 – Accélération horizontale mesurée par notre capteur hybridé en fonction de l'instant de déclenchement de la rampe de fréquence à la première impulsion $\Delta t_{i,1}$. Les paramètres de l'interféromètre sont les suivants : $2T = 31.7 \text{ ms}$, $\tau = 10 \mu\text{s}$, et $\beta = -210 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1}$. L'ajustement affine (en rouge) donne une pente de $-(362 \pm 16) \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}/\text{ms}$.

Un changement du vecteur d'onde effectif dans l'interféromètre induit donc un biais sur la mesure d'accélération. Pour limiter ce biais à $1 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}$, il faut maîtriser le déclenchement de la rampe de fréquence β à 30 ns environs, ce qui est réalisable sur notre dispositif expérimental (séquenceur LabView associé à un système PXI).

III.5.3 Facteurs n'induisant aucun biais

a) Intensité Raman

Nous avons montré que les variations de phase pendant les impulsions Raman sont négligeables. Une variation de l'intensité Raman pendant l'une des impulsions ne devrait donc pas induire de biais sur la mesure d'accélération. Nous vérifions cette hypothèse expérimentalement,

en faisant varier l'intensité Raman pendant la première impulsion. Les résultats sont présentés sur la figure III.17. Ils nous permettent de confirmer qu'une variation de l'intensité Raman pour l'une des impulsions de l'interféromètre n'induit pas de biais sur la mesure d'accélération.

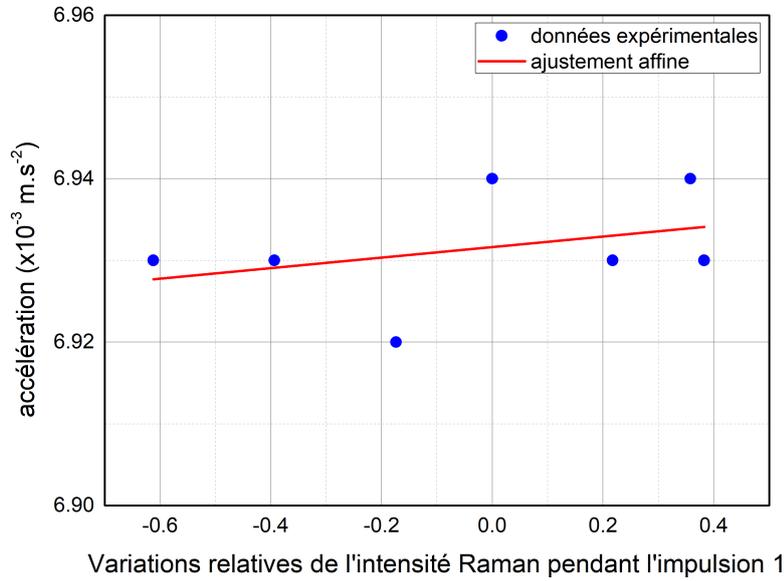


FIGURE III.17 – Accélération horizontale mesurée par notre capteur hybridé en fonction de la variation relative d'intensité Raman pendant la première impulsion de l'interféromètre. L'ajustement affine (en rouge) donne une pente de $(6 \pm 8) \times 10^{-6} \text{ m.s}^{-2}$. Les paramètres de l'interféromètre sont les suivants : $2T = 31.7 \text{ ms}$, $\tau = 10 \text{ }\mu\text{s}$, et $\beta = -210 \text{ MHz.}\mu\text{s}^{-1}$.

b) Durée τ des impulsions Raman

Pour tous nos calculs, nous avons négligé la durée des impulsions Raman. Une petite variation de la durée τ d'une impulsion ne devrait donc pas induire de biais. Cette hypothèse est vérifiée expérimentalement en faisant varier la durée de la première impulsion Raman. Le résultat est mis en évidence sur la figure III.18. Pour effectuer ces mesures, nous avons veillé à garder l'intervalle de temps entre le début de chaque impulsion fixe.

c) Valeur de la rampe de fréquence β

Pour un interféromètre symétrique temporellement ($\Delta t = 0$) avec $k_{\text{eff},n}$ constant, une modification de la valeur de la rampe de fréquence β ne devrait pas induire d'effet systématique. Nous vérifions cette hypothèse en étudiant l'accélération donnée par le capteur hybridé en fonction de la rampe de fréquence appliquée. Les résultats sont présentés sur la figure III.19. Nous en concluons qu'un changement de la valeur de la rampe β (dans un interféromètre symétrique) n'induit pas de biais sur la mesure d'accélération.

Pour conclure cette étude théorique et expérimentale des biais induits par notre méthode de rampe de fréquence, nous pouvons affirmer que les biais sur la mesure d'accélération sont limités à $1 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}$ à condition de maîtriser la séquence temporelle (déclenchements des rampes de fréquence et des impulsions Raman) à une trentaine de ns. D'autre part, comme les effets systématiques induisant ces biais sont indépendants du signe du vecteur d'onde effectif, ils sont facilement éliminés en inversant le signe de \vec{k}_{eff} à chaque cycle de mesure du capteur hybridé.

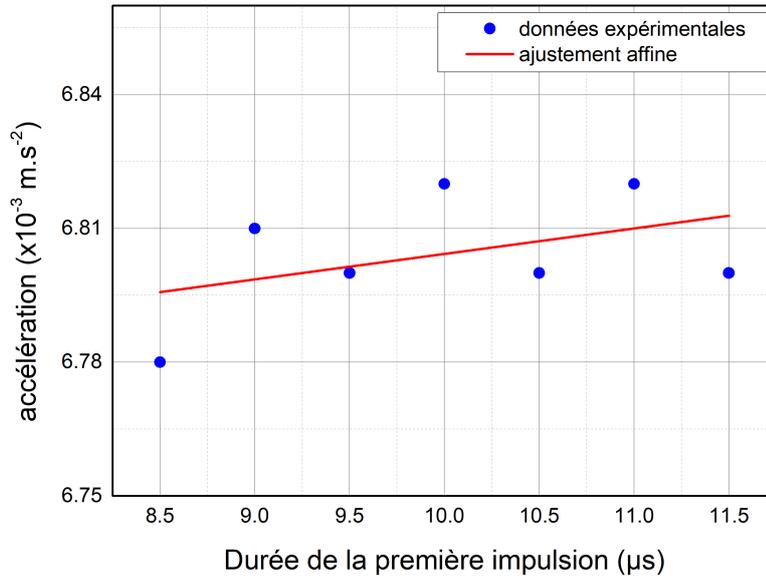


FIGURE III.18 – Accélération horizontale mesurée par notre capteur hybridé en fonction de la durée de la première impulsion Raman. L’ajustement affine (en rouge) donne une pente de $(6 \pm 5) \times 10^{-6} \text{ m.s}^{-2}/\mu\text{s}$. Les paramètres de l’interféromètre sont les suivants : $2T = 31.7 \text{ ms}$, $\tau(\text{impulsions 2 et 3}) = 10 \mu\text{s}$, et $\beta = -210 \text{ MHz}.\mu\text{s}^{-1}$.

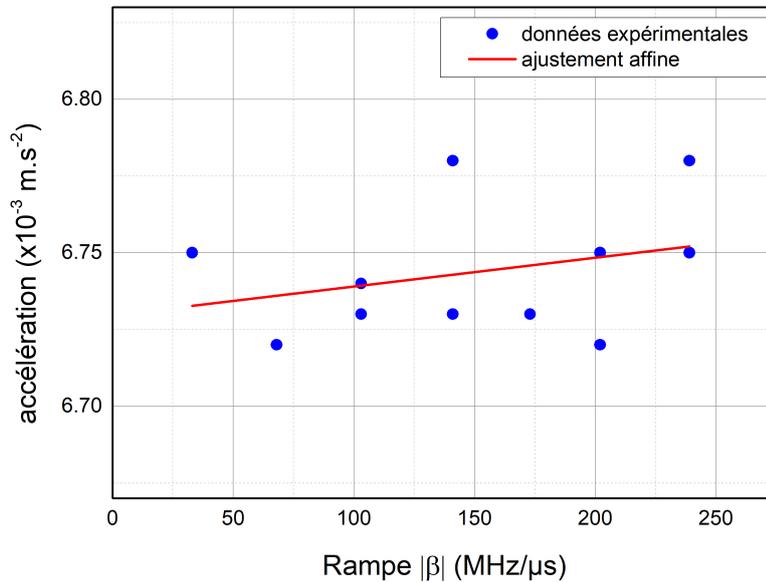


FIGURE III.19 – Accélération horizontale mesurée par notre capteur hybridé en fonction de la valeur de la rampe β . L’ajustement affine (en rouge) donne une pente de $(9 \pm 10) \times 10^{-8} \text{ m.s}^{-2}/(\text{MHz}.\mu\text{s}^{-1})$. Les paramètres de l’interféromètre sont les suivants : $2T = 31.7 \text{ ms}$ et $\tau = 10 \mu\text{s}$.

III.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une première méthode de mesure de l'accélération horizontale par interférométrie atomique en configuration rétro-réfléchie. Une rampe de fréquence appliquée sur les fréquences des lasers Raman permet d'exciter une seule transition, malgré l'absence d'effet Doppler en régime de faible vitesse et de faible accélération. Le capteur hybride réalisé grâce à cette technique présente une sensibilité court terme de $3.2 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$. Cette sensibilité pourrait être améliorée en augmentant la taille du faisceau Raman (et donc le temps d'interrogation), et avec une cadence de cycle plus rapide. Nous ne pouvons pas encore conclure sur la stabilité long terme du capteur à cause de la dérive angulaire du miroir Raman. L'étude théorique et expérimentale des biais induits spécifiquement par notre méthode montre que seuls les paramètres temporels {déclenchement des rampes de fréquence + déclenchement des impulsions Raman} peuvent engendrer des effets systématiques sur la phase de l'interféromètre. Nous avons démontré que ces biais sont limités à $1 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}$ si la séquence temporelle est contrôlée avec une exactitude de 30 ns environ, et qu'ils sont éliminés en inversant le signe du vecteur d'onde effectif à chaque cycle de mesure.

La méthode de mesure de l'accélération horizontale présentée dans ce chapitre est très élégante par sa simplicité de mise en application. Cependant, dans cette configuration, la puissance Raman nécessaire est plus importante que dans le cas d'un gravimètre, puisque l'on doit se placer plus loin de résonance. Par ailleurs, les faisceaux laser pour le piège magnéto-optique et pour la phase Raman n'ont pas les mêmes polarisations, ce qui limite la compacité finale envisageable pour le capteur. Dans le chapitre suivant, nous proposons une seconde technique originale permettant de mesurer des accélérations horizontales, avec des faisceaux laser de même polarisation pour la phase de refroidissement et d'interrogation des atomes. C'est l'utilisation d'états quantiques sensibles au champ magnétique qui rend possible cette méthode de mesure.

CHAPITRE IV

ACCÉLÉROMÈTRE ATOMIQUE HORIZONTAL UTILISANT DES FAISCEAUX RAMAN POLARISÉS CIRCULAIREMENT

LA plupart des interféromètres atomiques utilisent des états quantiques correspondants à des sous-niveaux hyperfins $m_F = 0$, insensibles à l'effet Zeeman au premier ordre. Cependant, en configuration horizontale, la vitesse nulle des atomes dans la direction de mesure engendre la résonance simultanée des transitions Raman $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$ entre les niveaux $|F = 1, m_F = 0\rangle$ et $|F = 2, m_F = 0\rangle$. Cette géométrie de double diffraction n'est pas compatible avec des applications embarquées. Nous avons présenté au chapitre précédent une technique originale permettant de lever la dégénérescence des deux transitions $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$ grâce à l'application d'une rampe de fréquence sur les lasers Raman. Dans ce chapitre, nous proposons une seconde technique de mesure de l'accélération horizontale en géométrie de simple diffraction, dont le montage laser est plus simple, car les faisceaux laser pour le refroidissement et pour l'interrogation des atomes ont à présent les mêmes polarisations. Pour cela, nous utilisons des transitions Raman entre les états hyperfins $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ du ^{87}Rb . Les faisceaux Raman sont en configuration de polarisation circulaire $\sigma^+ - \sigma^-$, et les règles de transition n'autorisent alors qu'une seule transition contra-propageante, malgré l'absence d'effet Doppler dans la direction de mesure. Les résultats de ce chapitre ont été publiés dans l'article [89].

Après avoir détaillé le principe de notre méthode, nous présentons son implémentation expérimentale, et en particulier le rôle du champ magnétique directeur. Nous utilisons cette technique pour mesurer l'accélération horizontale grâce à un interféromètre atomique de Mach-Zehnder hybridé avec un capteur classique. Finalement, nous étudions théoriquement et expérimentalement les caractéristiques propres à l'utilisation d'états quantiques $m_F \neq 0$: l'émission spontanée, la sensibilité au champ magnétique et les déplacements lumineux.

IV.1 Principe de la méthode

IV.1.1 États quantiques sensibles au champ magnétique et faisceaux Raman polarisés circulairement

L'interféromètre atomique présenté au chapitre précédent utilise des faisceaux Raman en configuration lin \perp lin. À présent, nous choisissons d'utiliser la même polarisation pour les lasers de refroidissement et pour l'interrogation des atomes : il s'agit d'une configuration de polarisation circulaire $\sigma^+ - \sigma^-$ (voir figure IV.1). D'autre part, pour tirer parti des règles de sélection en polarisation et se placer facilement en régime de simple diffraction, nous exploitons les niveaux atomiques $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ et $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ comme états quantiques dans l'interféromètre. Pour cela, nous appliquons un champ magnétique directeur \vec{B} (d'amplitude B) dans la direction horizontale des faisceaux Raman. La dégénérescence des sous-niveaux magnétiques de l'état fondamental est alors levée par effet Zeeman, et l'énergie d'un sous-niveau m_F

est déplacée (au premier ordre) de :

$$\Delta E = \mu_B g_F m_F B \quad (\text{IV.1})$$

où F est le moment angulaire total de l'atome, dont les projections sur l'axe de quantification s'expriment $m_F = 0, \pm 1, \dots, \pm F$. μ_B est la magnéton de Bohr, et g_F est le facteur de Landé, valant $-(+)$ 1/2 pour les états $F = 1(2)$ respectivement. La figure IV.1 met en évidence le diagramme d'énergie des niveaux atomiques mis en jeu dans l'interféromètre. L'écart entre deux niveaux m_F consécutifs est $\pm \mu_B g_F B$.

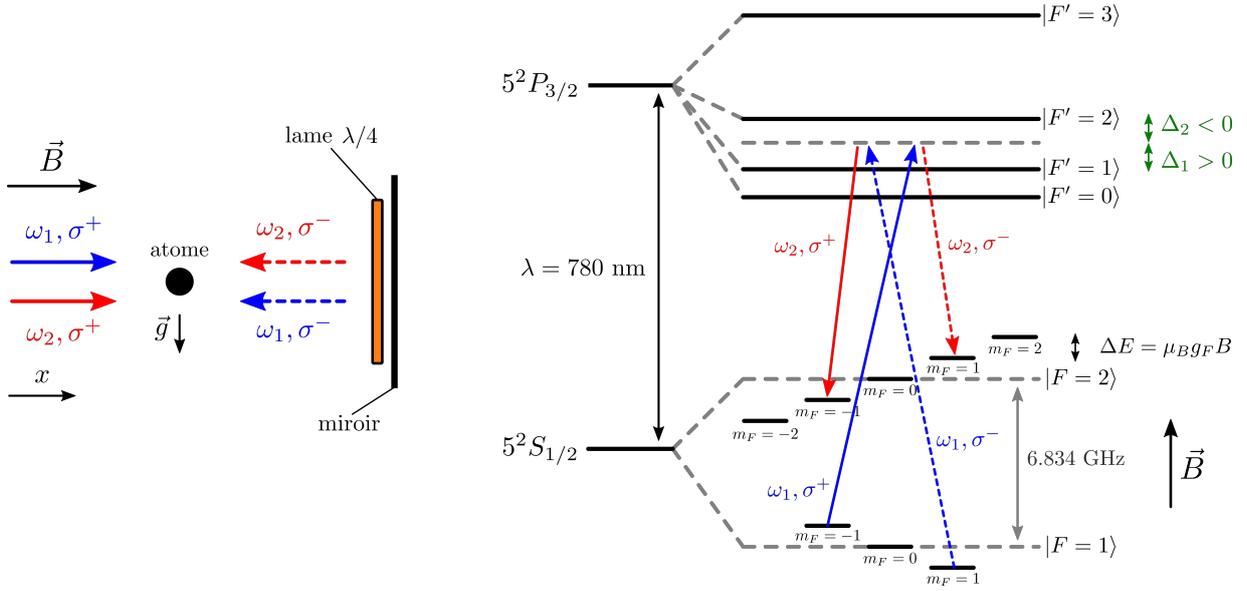


FIGURE IV.1 – Configuration horizontale d'interférométrie atomique utilisant des faisceaux Raman polarisés circulairement. Les faisceaux incidents σ^+ sont représentés en trait plein, et les faisceaux réfléchis σ^- sont représentés en trait pointillé. Un champ magnétique directeur horizontal \vec{B} lève la dégénérescence des sous-niveaux magnétiques m_F du ^{87}Rb par effet Zeeman. Les états $|F = 1, m_F = -1\rangle$ et $|F = 2, m_F = 1\rangle$ sont couplés par la transition Raman $+\vec{k}_{\text{eff}}$ en configuration $\sigma^+ - \sigma^-$. Les états $|F = 1, m_F = 1\rangle$ et $|F = 2, m_F = -1\rangle$ sont couplés par la transition Raman $-\vec{k}_{\text{eff}}$ en configuration $\sigma^- - \sigma^+$. Le signe du vecteur d'onde est donc défini par l'état initial.

Pour l'interférométrie, les atomes sont préparés dans un unique sous-niveau Zeeman $|F = 1, m_F\rangle$, avec $m_F = \mp 1$. Dans ce cas, d'après les règles de sélection, une seule transition contra-propageante est possible. En effet, la configuration de polarisation $\sigma^+ - \sigma^-$ des faisceaux Raman n'autorise que des transitions qui assurent $\Delta m_F = \pm 2$. Si les atomes sont préparés dans l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$, l'unique transition contra-propageante autorisée est $|F = 1, m_F = -1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$: il s'agit de la transition $+\vec{k}_{\text{eff}}$, mise en évidence sur la figure IV.1. Si les atomes sont préparés dans l'état $|F = 1, m_F = 1\rangle$, l'unique transition contra-propageante autorisée est $|F = 1, m_F = 1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = -1\rangle$: il s'agit de la transition $-\vec{k}_{\text{eff}}$ (voir figure IV.1). Sous l'hypothèse d'un effet Zeeman du premier ordre, ces deux transitions $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$ ont la même fréquence Raman.

La transition Raman à deux photons couple les états $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ avec une pulsation de Rabi effective qui s'exprime [120] :

$$\Omega_{\text{eff}} = \Gamma^2 \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{4I_{\text{sat}}} \frac{1}{4\sqrt{3}} \left(\frac{1}{\Delta_1} - \frac{1}{\Delta_2} \right) \quad (\text{IV.2})$$

où $\Gamma = 2\pi \times 6.07$ MHz est la largeur naturelle de la raie, $I_{\text{sat}} = c\pi h\Gamma/3\lambda^3 = 1.67$ mW.cm⁻² est l'intensité de saturation (c est la vitesse de la lumière, h la constante de Planck, et $\lambda = 780$ nm), $I_{1(2)}$ sont les intensités Raman, et $\Delta_{1(2)}$ sont les désaccords à un photon par rapport aux niveaux $5P_{3/2}|F' = 1(2)\rangle$ respectivement (voir figure IV.1).

La pulsation de Rabi (IV.2) contraint le désaccord à un photon entre les niveaux $|F' = 1\rangle$ et $|F' = 2\rangle$. On peut interpréter le signe « - » dans la parenthèse de l'expression (IV.2) comme les amplitudes de probabilité de transition pour chacun des deux niveaux excités relais $|F' = 1\rangle$ et $|F' = 2\rangle$ qui interfèrent de façon destructive. Pour contrer cet effet, il faut alors que le laser soit désaccordé de part et d'autre des niveaux $|F' = 1\rangle$ et $|F' = 2\rangle$. Nous étudierons au paragraphe IV.5.1 de ce chapitre les conséquences de ce désaccord proche de résonance.

IV.1.2 Avantages de la méthode

Contrairement aux interféromètres qui manipulent des atomes dans des états $m_F = 0$, notre géométrie présente l'avantage de n'avoir qu'une seule transition Raman contra-propageante autorisée malgré une configuration horizontale rétro-réfléchie. Par ailleurs, nous pouvons facilement inverser le signe de \vec{k}_{eff} pour éliminer des effets systématiques [68]. Pour cela, il suffit de préparer alternativement les atomes dans les états $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$. Enfin, les faisceaux Raman ont à présent la même polarisation que les faisceaux du piège magnéto-optique, ce qui rend possible un capteur plus simple et plus compact.

IV.2 Implémentation expérimentale

IV.2.1 Préparation de l'état quantique d'entrée de l'interféromètre

Nous avons présenté au chapitre II les trois étapes qui permettent de préparer les atomes dans un certain état quantique : un champ magnétique directeur permet de lever la dégénérescence des sous-niveaux m_F par effet Zeeman, puis les atomes sont transférés dans l'état quantique voulu grâce à une impulsion micro-onde, et enfin un faisceau pousseur chasse les atomes restés dans $|F = 2\rangle$. Comme nous travaillons à présent avec des états quantiques $m_F \neq 0$, la préparation des atomes est légèrement différente de celle présentée au chapitre II.

En fin de mélasse, les atomes sont à priori répartis de manière équiprobable entre les cinq sous-niveaux Zeeman $m_F = \{-2, -1, 0, +1, +2\}$ du niveau hyperfin de plus haute énergie $5^2S_{1/2}|F = 2\rangle$. La préparation de l'état quantique d'entrée dans l'interféromètre se fait suivant les trois étapes citées précédemment :

Le champ magnétique directeur \vec{B} est allumé. Sa direction horizontale est colinéaire au vecteur d'onde effectif des faisceaux Raman. L'alignement précis de \vec{B} avec \vec{k}_{eff} est présenté au paragraphe IV.2.3. La levée de dégénérescence des sous-niveaux Zeeman par le champ \vec{B} est mise en évidence sur la figure IV.2.

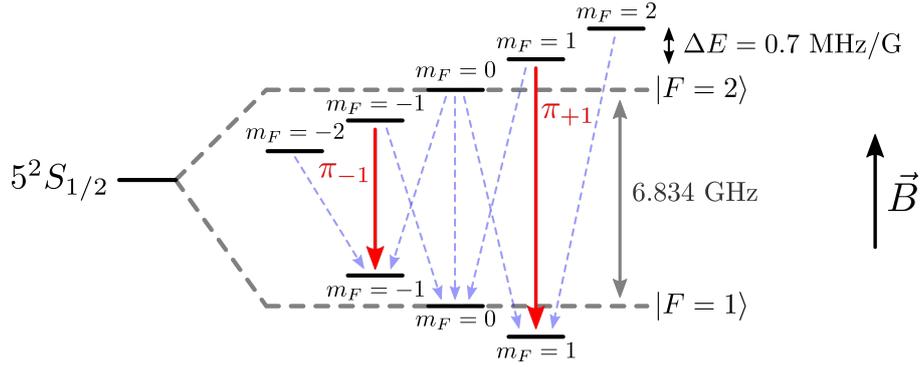


FIGURE IV.2 – Levée de dégénérescence des sous-niveaux Zeeman induite par un champ magnétique uniforme horizontal. Toutes les transitions possibles à partir du niveau $|F = 2\rangle$ sont indiquées en bleu et en rouge. Pour préparer les atomes dans $|F = 1, m_F = -1\rangle$ (pour l’interféromètre $+\vec{k}_{\text{eff}}$), on choisit la fréquence de l’impulsion micro-onde π_{-1} (indiquée en rouge). Pour préparer les atomes dans $|F = 1, m_F = 1\rangle$ (pour l’interféromètre $-\vec{k}_{\text{eff}}$), on choisit la fréquence de l’impulsion micro-onde π_{+1} (indiquée en rouge).

L’amplitude du champ magnétique de biais vaut $B = 411 \text{ mG}$ (elle était de 100 mG pour l’interféromètre du chapitre précédent). Elle est mesurée grâce à la spectroscopie Zeeman présentée sur la figure IV.3 (l’effet Zeeman linéaire lève la dégénérescence des niveaux m_F de 0.7 MHz/G [120]). Les différentes transitions sur la figure IV.3 ont des amplitudes et des largeurs variées : ceci est dû d’une part au champ micro-onde dont la polarisation n’est pas maîtrisée (l’antenne est un câble coaxial dénudé), et d’autre part au champ magnétique de biais possiblement inhomogène dans l’espace.

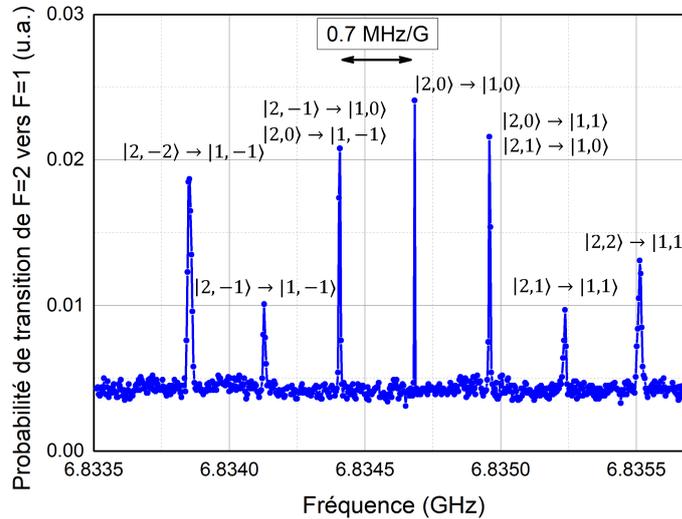


FIGURE IV.3 – Spectroscopie Zeeman des transitions hyperfines. L’écart entre deux pics vaut 0.7 MHz/G : on en déduit que le champ magnétique horizontal vaut 411 mG .

Lorsque l’on allume le champ magnétique, il faut prendre garde au régime transitoire du courant électrique dans le circuit RL constitué par les bobines. En effet, si la variation de courant dans les bobines est trop rapide au moment de l’établissement du champ magnétique, on observe des oscillations amorties du courant. Pour éviter ce phénomène, nous avons non seulement ajouté une résistance $R = 0.5 \Omega$ en série dans le circuit alimentant

les bobines, mais aussi choisi d'allumer le champ magnétique via une rampe (de durée 1.9 ms, voir figure IV.5) et non un saut de courant. Enfin, pour s'assurer du régime permanent au moment de l'impulsion micro-onde pour la sélection des atomes, nous avons allongé la durée entre l'allumage du champ magnétique et l'instant de l'impulsion micro-onde.

Une impulsion micro-onde à résonance avec la transition $|F = 2, m_F = -1\rangle \rightarrow |F = 1, m_F = -1\rangle$ ou $|F = 2, m_F = 1\rangle \rightarrow |F = 1, m_F = 1\rangle$ constitue la deuxième étape de la préparation. Sa fréquence est déterminée grâce à la spectroscopie Zeeman présentée ci-dessus (figure IV.3). Nous avons choisi ces transitions micro-ondes de polarisation π (et non les transitions de polarisation circulaire $|F = 2, m_F = -2\rangle \rightarrow |F = 1, m_F = -1\rangle$ et $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F = 1, m_F = 1\rangle$), car nous avons remarqué expérimentalement que les pics de transitions de polarisation circulaire sur le spectre Zeeman (voir figure IV.3) avaient des amplitudes différentes. Une hypothèse pour expliquer ces différences d'amplitude est que la puissance micro-onde disponible est plus faible pour la polarisation σ^- que pour la polarisation σ^+ . Pour pouvoir travailler avec des interféromètres $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$ mettant en jeu le même nombre d'atomes, notre choix s'est porté sur une préparation micro-onde similaire pour $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$, au détriment d'un plus grand nombre d'atomes.

Pour effectuer ensuite des transitions Raman $+(-)\vec{k}_{\text{eff}}$, on prépare les atomes dans l'état $|F = 1, m_F = -(+)1\rangle$ respectivement. La durée de l'impulsion $\pi_{-(+)1}$ est déterminée en traçant des oscillations de Rabi micro-onde sur la transition d'intérêt. La figure IV.4 montre ces oscillations : le maximum de transfert est atteint pour une impulsion micro-onde de 300 μs . Ici on n'observe pas d'oscillation complète de Rabi, car le faisceau pousseur est allumé 300 μs après le début de l'impulsion micro-onde.

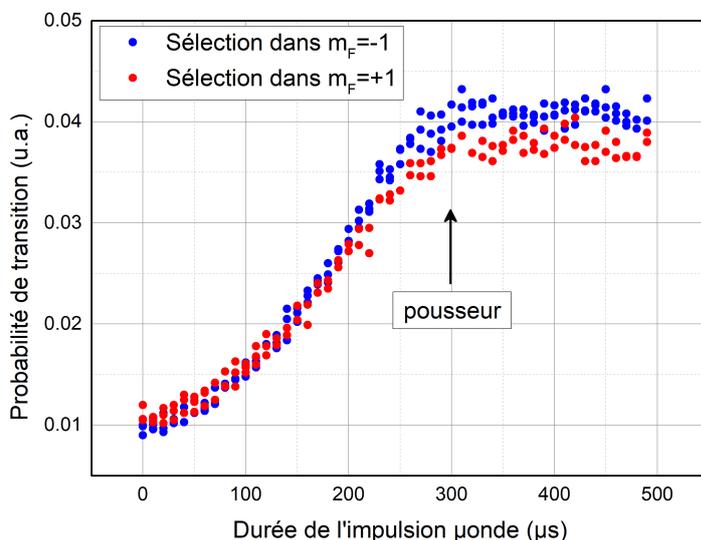


FIGURE IV.4 – Probabilité de transition de $|F = 1, m_F = -(+)1\rangle$ vers $|F = 2, m_F = -(+)1\rangle$ en fonction de la durée de l'impulsion micro-onde pour la sélection Zeeman. Le champ magnétique horizontal vaut 411 mG.

Le faisceau pousseur est finalement allumé, afin d'expulser hors de la zone d'expérience les atomes restants dans $|F = 2\rangle$. Cette impulsion laser est résonante avec la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$.

La phase complète de préparation de l'état quantique d'entrée dans l'interféromètre dure 2.8

ms et est présentée sur la figure IV.5. Pendant cette étape, les atomes sont en chute libre. À la fin de la mélasse optique, le champ magnétique directeur $B = 411$ mG est allumé, et il ne sera éteint qu'au début de la phase de refroidissement du cycle de mesure suivant. Ensuite, une impulsion micro-onde, de durée $300 \mu\text{s}$, transfère un cinquième des atomes vers l'état quantique d'entrée dans l'interféromètre $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$. Finalement, le faisceau pousseur est allumé pendant 0.5 ms.

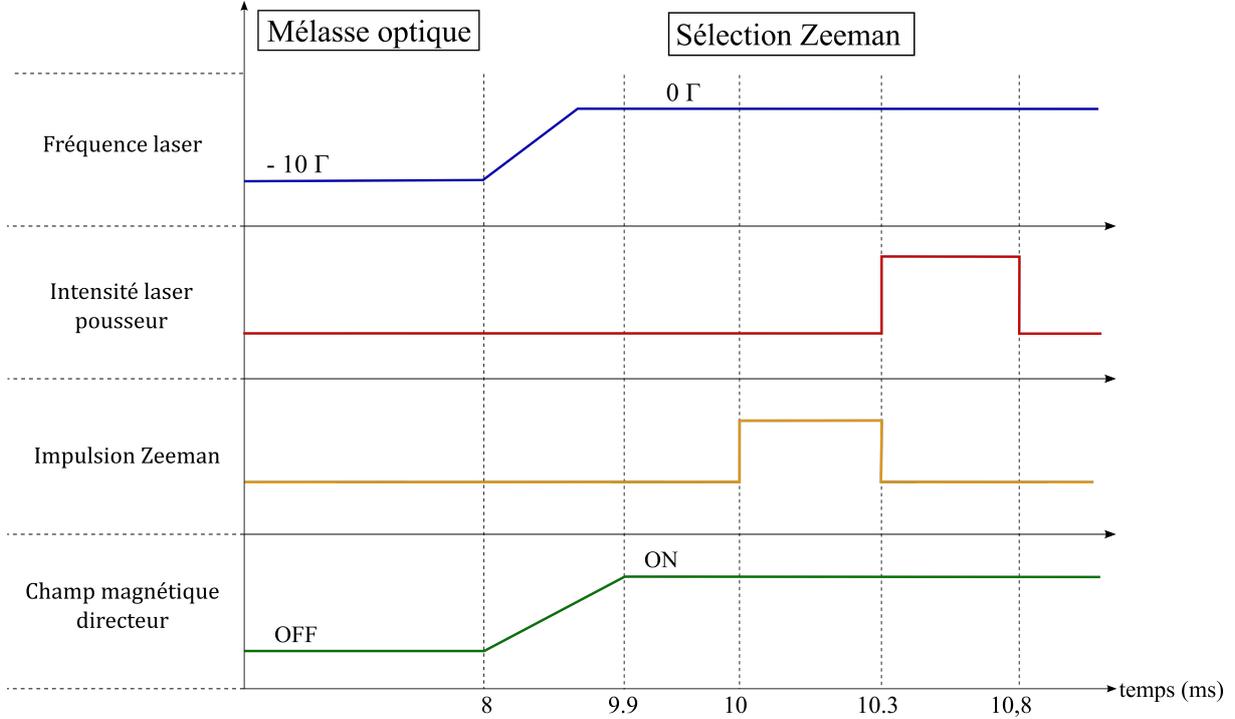


FIGURE IV.5 – Séquence temporelle de sélection Zeeman. Le désaccord est donné par rapport à la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ du ^{87}Rb . La valeur du champ magnétique directeur en position "OFF" annule le champ magnétique à l'intérieur de l'enceinte pour la phase de refroidissement. La valeur en position "ON" est d'environ 400 mG.

IV.2.2 Transitions Raman entre les états $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ et $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$

Modification du montage optique

Les faisceaux Raman pour l'interféromètre horizontal présenté au chapitre précédent sont en configuration de polarisation $\text{lin} \perp \text{lin}$, alors que nous travaillons à présent avec des polarisations circulaires $\sigma^+ - \sigma^-$. J'ai donc modifié le montage optique présenté précédemment sur la figure II.15. Ce montage optique est porté par la table circulaire intermédiaire, et permet d'acheminer les faisceaux laser horizontaux, à la fois pour le PMO et pour l'interrogation Raman, vers l'enceinte à vide.

La figure IV.6 montre le montage modifié pour utiliser les lasers Raman horizontaux en configuration $\sigma^+ - \sigma^-$. La lame quart d'onde pour l'un des deux faisceaux du PMO horizontal a été déplacée pour servir à la fois au faisceau Raman et au faisceau du PMO. J'ai également ajouté un polariseur en sortie de fibre du laser Raman horizontal.

Notons ici que les faisceaux PMO et Raman sont différents sur notre montage optique, mais que notre technique d'interférométrie rend possible l'utilisation d'un unique faisceau {PMO + Raman}, ce qui simplifie le montage. Pendant ma thèse nous avons préféré ne pas modifier le système laser, notre but étant de tester une nouvelle méthode et d'en caractériser les performances.

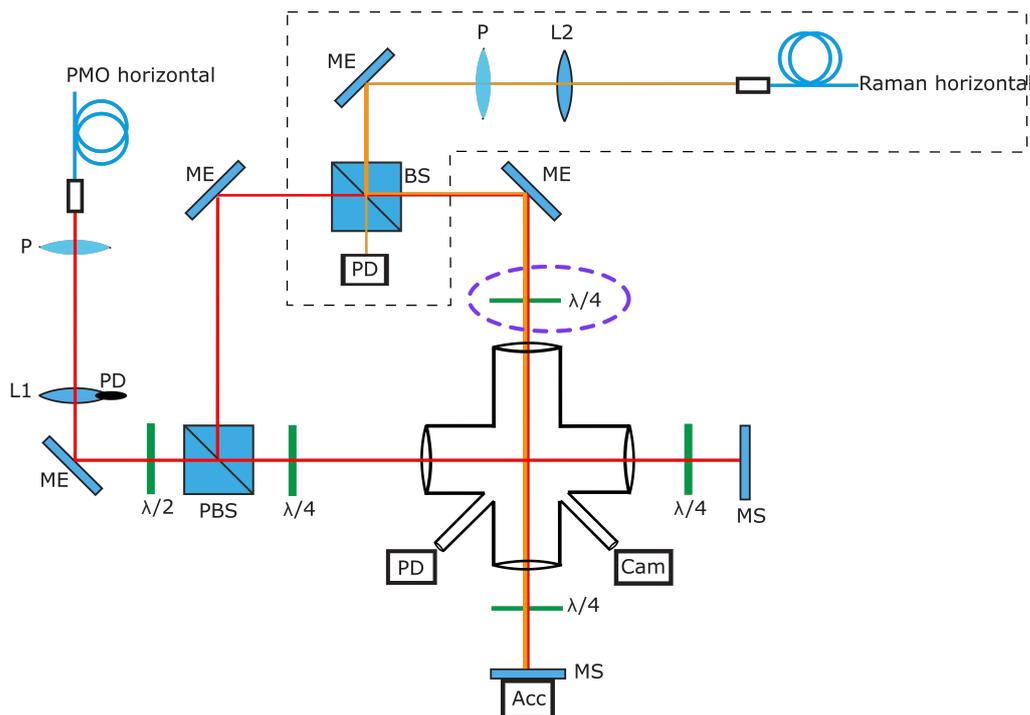


FIGURE IV.6 – Montage optique modifié (voir figure II.15) pour acheminer les faisceaux lasers horizontaux du PMO et les faisceaux Raman horizontaux. La lame quart d’onde qui a été déplacée est mise en évidence. P : Polariseur, L : Lentille, ME : Miroir Elliptique, PBS : Cube séparateur polarisé, MS : Miroir sphérique, BS : Cube séparateur non polarisé 50/50, PD : Photodiode, Cam : Caméra, Acc : Accéléromètre classique.

Spectroscopie Raman

Grâce à l’étude de spectres Raman, nous vérifions les prévisions théoriques présentées au paragraphe IV.1. Pour cela, une impulsion Raman de durée $10 \mu\text{s}$ interroge les atomes après leur préparation dans l’état $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$. Le désaccord à un photon est choisi de telle sorte à minimiser les pertes par émission spontanée : il est égal à $\Delta_2 = -100 \text{ MHz}$ (avec Δ_2 le désaccord par rapport au niveau $|F' = 2\rangle$), comme illustré sur la figure IV.1), c’est-à-dire entre les niveaux $|F' = 1\rangle$ et $|F' = 2\rangle$. Nous présenterons au paragraphe IV.5.1 la détermination théorique et expérimentale de cet optimum de désaccord. Après l’impulsion Raman, on mesure la probabilité de transition de l’état $|F = 1\rangle$ vers l’état $|F = 2\rangle$ en fonction de la fréquence Raman $(\omega_1 - \omega_2)/2\pi$.

La figure IV.7a) montre le spectre Raman obtenu lorsque les atomes sont préparés dans l’état $|F = 1, m_F = -1\rangle$. Dans ce cas, les règles de sélection n’autorisent que deux transitions dans la configuration de polarisation $\sigma^+ - \sigma^-$: une transition co-propageante $|F = 1, m_F = -1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = -1\rangle$ (indiquée en bleu à droite), et une transition contra-propageante $|F = 1, m_F = -1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$ (c’est notre transition « $+\vec{k}_{\text{eff}}$ », indiquée en rouge à droite). La transition co-propageante est peu sensible à l’effet Doppler, donc moins large que la transition contra-propageante. Un troisième pic est visible sur la figure IV.7a) : une partie des atomes est transférée par émission spontanée de $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ vers les sous-niveaux $m_F = 0$ et 1 de $|F = 1\rangle$. Depuis ces niveaux, les atomes sont susceptibles de participer à l’une des deux transitions Raman dégénérées $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 2\rangle$ et $|F = 1, m_F = 1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$ (indiquées en vert à droite).

Lorsque les atomes sont préparés dans l’état $|F = 1, m_F = 1\rangle$, le spectre Raman correspondant est celui de la figure IV.7b). À nouveau, on observe une transition co-propageante

($|F = 1, m_F = 1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$), indiquée en bleu à droite), une transition contra-propageante (c'est notre transition « $-\vec{k}_{\text{eff}}$ » : $|F = 1, m_F = 1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = -1\rangle$, indiquée en rouge à droite), et un troisième pic qui correspond à deux transitions parasites (indiquée en vert à droite) dues à l'émission spontanée peuplant les niveaux $|F = 1, m_F = -1, 0\rangle$. On remarque que les fréquences des transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ sont identiques (au premier ordre de l'effet Zeeman), ce qui est très utile lorsque l'on inverse le signe de \vec{k}_{eff} .

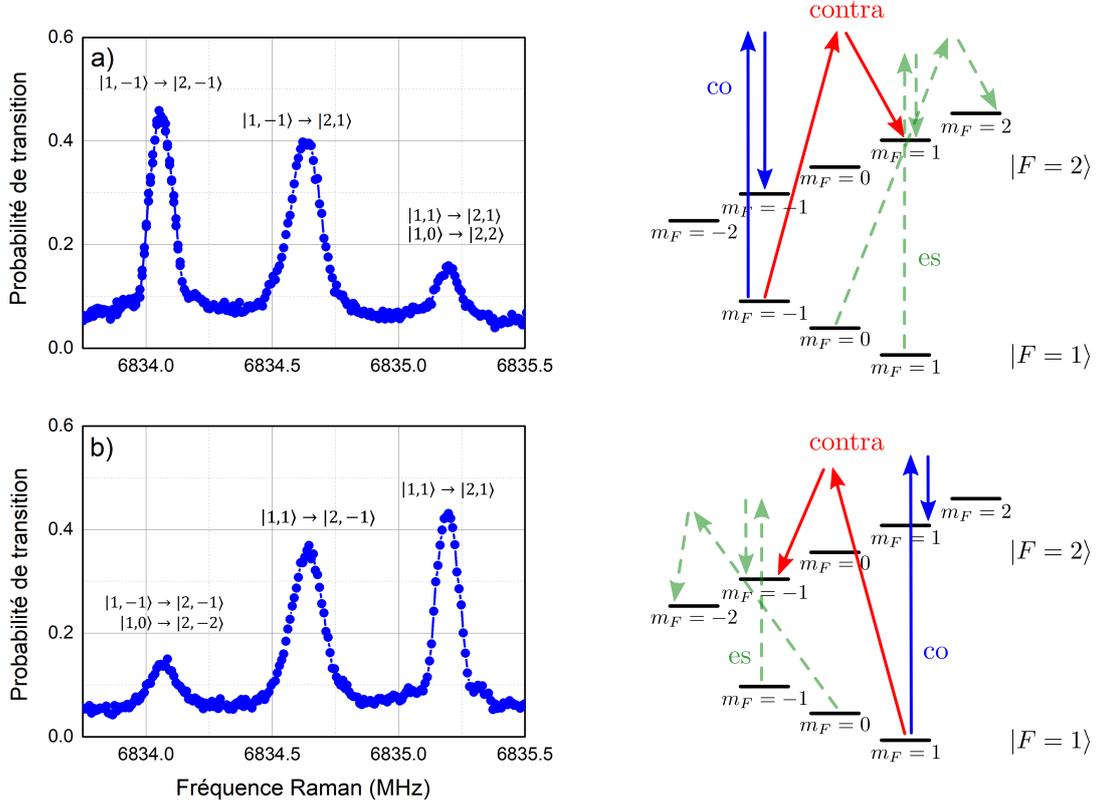


FIGURE IV.7 – Spectres Raman obtenus en balayant la fréquence Raman $(\omega_1 - \omega_2)/2\pi$. La durée de l'impulsion Raman est $10 \mu\text{s}$. L'amplitude du champ magnétique horizontal est $B = 411 \text{ mG}$. a) Spectre Raman obtenu lorsque les atomes sont préparés dans l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$. b) Spectre Raman obtenu lorsque les atomes sont préparés dans l'état $|F = 1, m_F = 1\rangle$.

En conclusion, une fois que la fréquence Raman est bien choisie, c'est la préparation des atomes dans $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ qui définit quelle transition $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ sera adressée pendant la séquence interférométrique. La situation est donc bien différente de celle des interféromètres qui exploitent la transition $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$, pour lesquels on doit changer le sens de balayage de la fréquence Raman pour inverser le signe de \vec{k}_{eff} .

Spectroscopie Raman en fonction de l'amplitude du champ magnétique

L'amplitude du champ magnétique de quantification $B \sim 400 \text{ mG}$ a été choisie grâce à la mesure de spectres Raman. La figure IV.8 (tracée dans le cas où les atomes sont préparés dans l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$) met en évidence l'influence de l'amplitude du champ magnétique sur l'écart entre les transitions Raman co- et contra-propageantes. Un champ magnétique de biais dont l'amplitude est au moins égale à 400 mG permet de travailler avec des transitions co- et contra-propageantes clairement séparées, pour une durée d'impulsion Raman de $10 \mu\text{s}$. La figure IV.8 montre également que la fréquence de la transition contra-propageante est indépendante de l'amplitude du champ magnétique de quantification, ce qui est confirmé par la théorie si l'on se place au premier ordre de l'effet Zeeman.

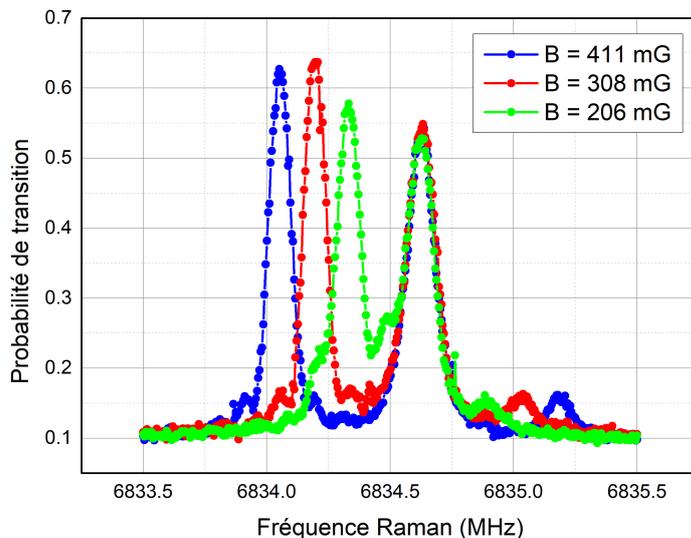


FIGURE IV.8 – Spectres Raman obtenus en balayant la fréquence Raman $(\omega_1 - \omega_2)/2\pi$ pour différentes valeurs de l'amplitude du champ magnétique horizontal. La durée de l'impulsion Raman est $10 \mu\text{s}$. La transition Raman contra-propageante $|F = 1, m_F = -1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$ est insensible (au premier ordre) aux variations de l'amplitude du champ magnétique.

IV.2.3 Alignement du champ magnétique avec le vecteur d'onde effectif des faisceaux Raman

Les spectres Raman présentés sur la figure IV.7 ont été obtenus après avoir correctement aligné la direction du champ magnétique de biais avec la direction des faisceaux Raman horizontaux pour l'interférométrie. La courbe bleue sur la figure IV.9 montre l'allure du spectre Raman obtenu avant ce réglage : des transitions supplémentaires sont présentes, à cause d'une polarisation π résiduelle des faisceaux Raman. En effet, lorsque le vecteur d'onde effectif n'est pas colinéaire à la direction du champ magnétique de quantification, la polarisation des faisceaux Raman est partiellement linéaire. Les atomes étant préparés dans $|F = 1, m_F = -1\rangle$, deux transitions supplémentaires sont alors possibles : $|F = 1, m_F = -1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = -2\rangle$ (premier pic parasite sur la figure IV.9 et indiqué en vert à droite) et $|F = 1, m_F = -1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$ (deuxième pic parasite sur la figure IV.9 et indiqué en vert à droite). Pour aligner la direction du champ magnétique avec celle des faisceaux Raman horizontaux, il suffit d'ajuster le courant alimentant les bobines qui génèrent le champ magnétique vertical. Le résultat de ce réglage est mis en évidence par la courbe rouge sur la figure IV.9.

IV.3 Interféromètre horizontal en configuration $\sigma^+ - \sigma^-$

IV.3.1 Interféromètre Mach-Zehnder horizontal

L'interféromètre atomique utilisé pour tester l'efficacité de notre nouvelle méthode est un interféromètre de type Mach-Zehnder. Le schéma correspondant est le même que celui présenté au chapitre précédent, et est rappelé sur la figure IV.10. Les trois impulsions $\pi/2 - \pi - \pi/2$ sont réalisées par le faisceau Raman horizontal. La durée totale de l'interféromètre est $2T = 33 \text{ ms}$ (soit $T = 16.5 \text{ ms}$) : elle est légèrement plus longue qu'au chapitre III (où nous avons $2T = 31.7 \text{ ms}$), car j'ai aussi réaligné le faisceau Raman lorsque j'ai modifié sa polarisation.

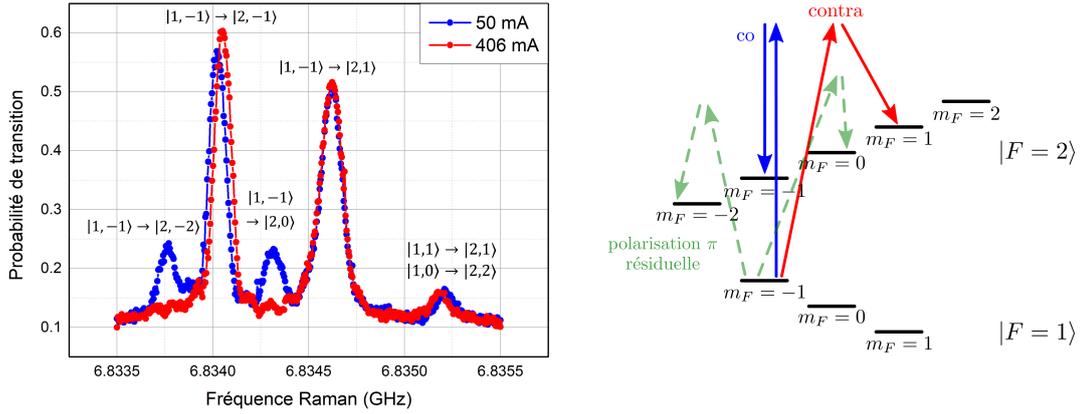


FIGURE IV.9 – Spectres Raman obtenus avant (courbe bleue) et après (courbe rouge) alignement du champ magnétique avec le vecteur d’onde effectif. Les atomes sont préparés initialement dans $|F = 1, m_F = -1\rangle$. La durée de l’impulsion Raman est $10 \mu\text{s}$. La légende des spectres Raman indique la valeur du courant électrique alimentant les bobines de champ magnétique vertical.

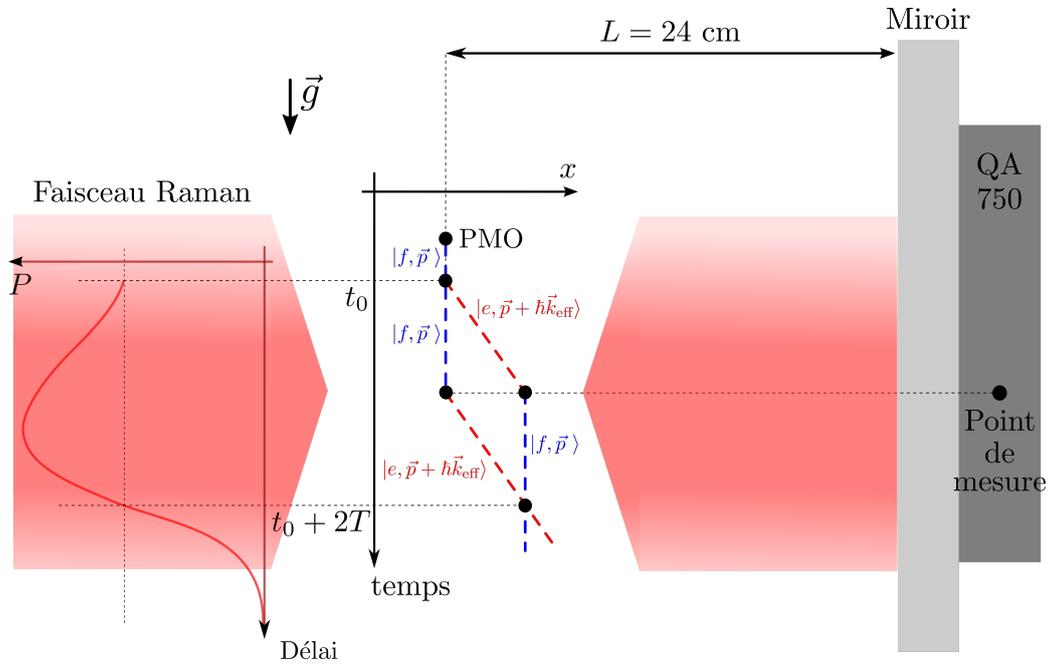


FIGURE IV.10 – Schéma de l’interféromètre atomique horizontal. Les atomes en chute libre traversent le faisceau Raman horizontal. Les trois impulsions ont une durée τ . Le point de mesure de l’accéléromètre classique coïncide avec la position des atomes au moment de l’impulsion π .

IV.3.2 Franges de corrélation

Le signal de sortie de l’interféromètre atomique de Mach-Zehnder est la probabilité P de détecter les atomes dans $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$. Cette probabilité P est mesurée par fluorescence en détectant les atomes dans chacun des deux états $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ et $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$. Elle s’exprime (voir chapitre I) :

$$P = P_0 - \frac{C}{2} \cos \Delta\Phi \tag{IV.3}$$

avec P_0 la valeur moyenne des franges, C leur contraste, et $\Delta\Phi$ le déphasage entre les deux bras de l’interféromètre. Le calcul détaillé du déphasage sera présenté aux paragraphes IV.3.3 et IV.5.2.

En corrélant le signal de sortie de l'interféromètre atomique (c'est-à-dire la probabilité de transition P) avec la mesure fournie par l'accéléromètre classique fixé sur le miroir Raman, nous traçons les franges de corrélation présentées sur la figure IV.11. L'ajustement sinusoïdal (en rouge sur la figure IV.11) donne un contraste $C = 13\%$: il s'agit du meilleur contraste obtenu en ajustant la puissance Raman, les impulsions Raman ayant une durée de $\tau = 10 \mu\text{s}$. Avec la méthode de balayage en fréquence des faisceaux Raman présentée au chapitre précédent, nous avons un contraste maximal de 40% : la baisse de contraste observée ici sera expliquée au paragraphe IV.5 de ce chapitre.

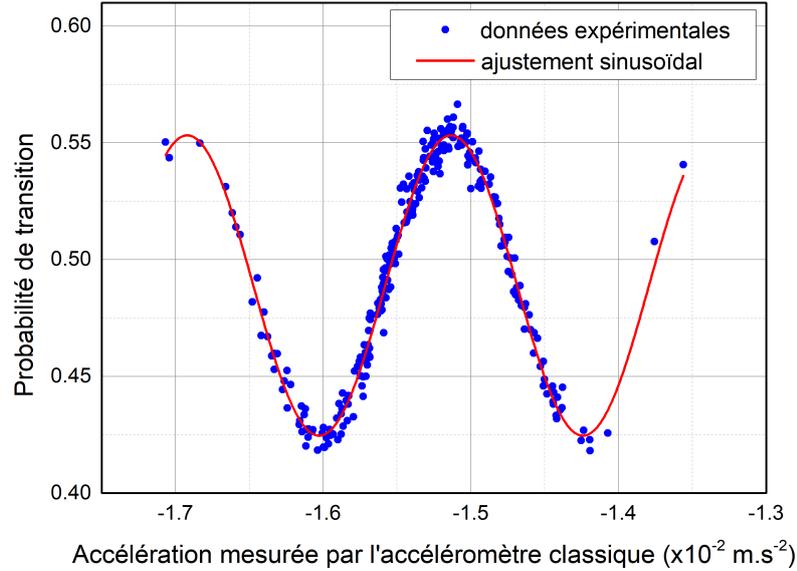


FIGURE IV.11 – Franges de corrélation pour l'interféromètre horizontal avec des faisceaux Raman polarisés circulairement. La durée totale de l'interféromètre est $2T = 33 \text{ ms}$, et chaque impulsion dure $\tau = 10 \mu\text{s}$. Le champ magnétique horizontal vaut $B = 411 \text{ mG}$. L'ajustement (en rouge) des données expérimentales (points bleus) par la fonction (IV.3) donne un contraste de 13%.

IV.3.3 Déphasage en fonction des accélérations inertielle et magnétique

Nous utilisons ici le formalisme présenté au paragraphe I.2.4 pour calculer le déphasage $\Delta\Phi$ en sortie de l'interféromètre par une approche perturbative. Le terme de phase lié à la perturbation est obtenu en intégrant le lagrangien le long des trajectoires non perturbées [112]. On peut alors écrire :

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_{\text{IA np}} + \Delta\Phi_B \quad (\text{IV.4})$$

avec $\Delta\Phi_{\text{IA np}}$ le déphasage de l'interféromètre atomique non perturbé par le champ magnétique, et $\Delta\Phi_B$ le terme de phase dû à la perturbation par le champ magnétique.

Le premier terme de phase $\Delta\Phi_{\text{IA np}}$ a déjà été calculé au chapitre I. Dans la limite d'impulsions Raman infiniment courtes, il s'exprime :

$$\Delta\Phi_{\text{IA np}} = -\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a}_{\text{inertielle}} T^2 \quad (\text{IV.5})$$

où $\vec{a}_{\text{inertielle}}$ est l'accélération des atomes due aux effets gravito-inertiels. Nous rappelons que les accélérations, les vitesses et les positions sont définies par rapport au miroir Raman, qui représente la référence inertielle du capteur.

Le calcul complet du terme $\Delta\Phi_B$ est détaillé au paragraphe IV.5.2, et montre que (voir équation (IV.31)) :

$$\Delta\Phi_B = -\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a}_B T^2 + \text{termes plus petits} \quad (\text{IV.6})$$

où \vec{a}_B représente l'accélération due à la force magnétique à laquelle sont soumis les atomes en présence d'un champ magnétique inhomogène. Cette accélération dite « magnétique » dépend du signe du vecteur d'onde effectif et s'exprime :

$$\vec{a}_B = -\frac{\mu_B}{m} g_F m_F \vec{\nabla} B = -\frac{\hbar}{m} \alpha_m \vec{\nabla} B \quad (\text{IV.7})$$

avec m la masse d'un atome de ^{87}Rb , \hbar la constante de Planck réduite, et $\vec{\nabla} B$ le gradient de l'amplitude B du champ magnétique horizontal. On introduit ici la notation $\alpha_m = \pm 2\pi \times 0.7$ MHz/G, qui représente le décalage Zeeman des niveaux $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ respectivement [120].

Cette géométrie d'interféromètre est donc caractérisée par un déphasage en sortie sensible à l'accélération des atomes due non seulement aux effets gravito-inertiels, mais aussi à la force qui découle d'un gradient de champ magnétique dans la direction de mesure :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= -\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a} T^2 \\ &= -\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \left(\vec{a}_{\text{inertielle}} - \frac{\hbar}{m} \alpha_m \vec{\nabla} B \right) T^2 \end{aligned} \quad (\text{IV.8})$$

IV.3.4 Détermination expérimentale de l'accélération magnétique

L'accéléromètre classique n'étant sensible qu'au terme d'accélération inertielle (qui correspond aux vibrations du miroir Raman), il est nécessaire de connaître la valeur de l'accélération magnétique subie par les atomes pour lever l'indétermination de franges. Pour mesurer l'accélération magnétique, nous avons exploité des mesures dites de « teinte plate ».

Nous faisons les hypothèses suivantes :

1. l'accélération magnétique varie très peu devant une interfrange au cours de la chute libre des atomes (en particulier lorsque le temps d'interrogation varie entre $2 \text{ ms} \leq T \leq 17 \text{ ms}$) ;
2. l'accélération magnétique est la même pour les interféromètres $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$ malgré le recul opposé encaissé par les atomes, et donc des trajectoires différentes (cette hypothèse sera discutée au paragraphe IV.5.2) ;
3. l'accélération magnétique ne change pas coup à coup.

Comme dans un gravimètre, une rampe radio-fréquence γ (Hz/s) est appliquée sur la fréquence Raman pour balayer les franges d'interférences. La dépendance sinusoïdale de la probabilité de transition P (voir équation (IV.3)) empêche la mesure directe de l'accélération à partir de la donnée du déphasage. Pour lever l'indétermination de franges, on trace les franges d'interférences pour plusieurs valeurs du temps d'interrogation T . Par ailleurs, en inversant le signe de \vec{k}_{eff} (autrement dit en préparant les atomes dans $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ alternativement), l'accélération magnétique change aussi de signe et le déphasage s'exprime respectivement :

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{\pm} &= - \left[\pm \vec{k}_{\text{eff}} \cdot (\vec{a}_{\text{inertielle}} + \vec{a}_{B\pm}) - 2\pi\gamma \right] T^2 \\ &= - \left[\pm \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a}_{\text{inertielle}} + \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a}_{B\pm} - 2\pi\gamma \right] T^2 \end{aligned} \quad (\text{IV.9})$$

où nous utilisons les notations :

$$\begin{cases} \vec{a}_{B\pm} = \vec{a}_B (F = 1, m_F = \mp 1) = \vec{a}_B (F = 2, m_F = \pm 1) \\ \vec{a}_{B+} \simeq -\vec{a}_{B-} \end{cases} \quad (\text{IV.10})$$

Dans la suite, pour simplifier les notations, on prendra $\vec{a}_{B+} \equiv \vec{a}_B$. Ainsi, quelque soit le temps d'interrogation T , le déphasage est nul lorsque la rampe radio-fréquence vaut :

$$\gamma_{0\pm} = \frac{k_{\text{eff}}}{2\pi} (\pm a_{\text{inertielle}} + a_B) \quad (\text{IV.11})$$

Par analogie avec l'optique, le déphasage nul caractérisé par l'équation (IV.11) est appelé teinte plate. Sa mesure expérimentale est présentée sur la figure IV.12 à gauche pour l'interféromètre $+\vec{k}_{\text{eff}}$ (atomes préparés initialement dans $|F=1, m_F=-1\rangle$), et sur la figure IV.12 à droite pour l'interféromètre $-\vec{k}_{\text{eff}}$ (atomes préparés dans $|F=1, m_F=1\rangle$). Le temps d'interrogation T varie de 2 à 6 ms. Lorsque $T > 6$ ms, les vibrations du miroir Raman brouillent les franges d'interférences. Pour l'interféromètre $+\vec{k}_{\text{eff}}$, la teinte plate est atteinte pour $\gamma_{0+} = 36.9$ kHz/s. Pour l'interféromètre $-\vec{k}_{\text{eff}}$, la teinte plate est atteinte pour $\gamma_{0-} = -76.7$ kHz/s. En comparaison, la rampe radio-fréquence qui compense l'accélération de pesanteur \vec{g} vaut 25 MHz/s. L'accélération magnétique se calcule alors à partir de la demi-somme des déphasages (voir équation (IV.11)) et vaut :

$$\begin{aligned} a_B &= \frac{2\pi}{2k_{\text{eff}}} (\gamma_{0+} + \gamma_{0-}) \\ &= -7.79 \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-2} \end{aligned} \quad (\text{IV.12})$$

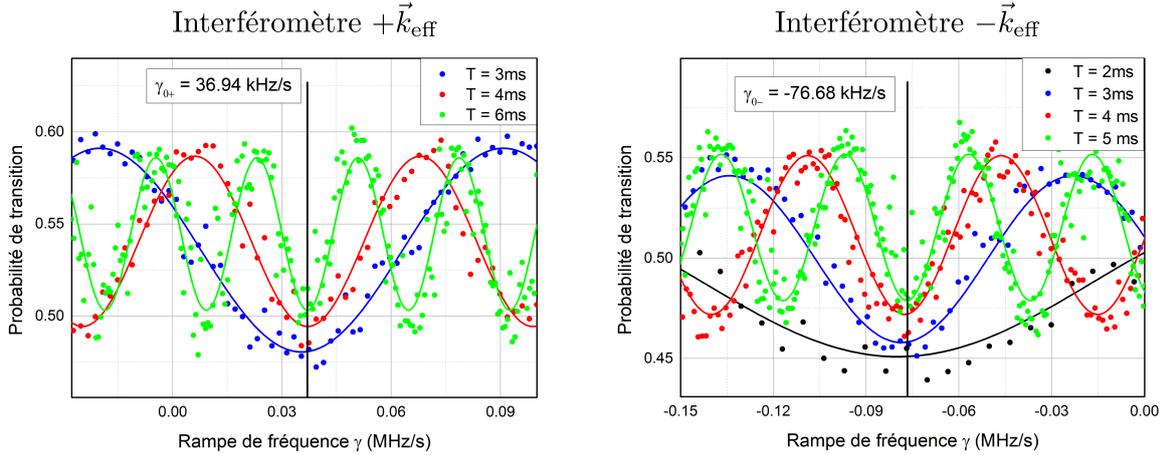


FIGURE IV.12 – Franges d'interférences pour plusieurs valeurs d'interrogation T . Les impulsions Raman durent $6 \mu\text{s}$. Le champ magnétique horizontal vaut $B = 411$ mG. À gauche, la mesure de teinte plate pour l'interféromètre en configuration $+\vec{k}_{\text{eff}}$ donne $\gamma_{0+} = 36.94$ kHz/s. À droite, la mesure de teinte plate pour l'interféromètre en configuration $-\vec{k}_{\text{eff}}$ donne $\gamma_{0-} = -76.68$ kHz/s.

L'accélération magnétique correspond donc à plusieurs interfranges $i = \lambda/2T^2 = 1.43 \times 10^{-3}$ m.s $^{-2}$ en configuration nominale ($T = 16.5$ ms). Le gradient de champ magnétique correspondant est (voir équation (IV.7)) :

$$\begin{aligned} \nabla B &= \partial_x B = -a_B \times \frac{m}{\hbar\alpha_m} \\ &= 24.2 \text{ mG.cm}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{IV.13})$$

Le gradient de champ magnétique n'est donc clairement pas négligeable sur notre dispositif expérimental. Ce dernier n'avait en effet pas été initialement conçu pour générer un champ magnétique horizontal uniforme (les bobines pour le champ de quantification horizontal ont été ajoutées a posteriori). L'inversion du signe de \vec{k}_{eff} à chaque cycle de mesure est ici indispensable pour éliminer ce biais de mesure.

IV.4 Hybridation avec un accéléromètre classique

Pour analyser la sensibilité et la stabilité de l'accéléromètre atomique horizontal, nous hybridons le capteur atomique avec l'accéléromètre classique fixé sur le miroir Raman horizontal. Au chapitre III, nous avons utilisé un algorithme d'hybridation déjà implémenté dans LabView (voir paragraphe III.4), car il était adapté à la méthode du balayage en fréquence des lasers Raman. Pour hybrider les mesures atomiques et classiques dans le cas de l'accéléromètre atomique utilisant des faisceaux polarisés circulairement, nous n'avons pas pu utiliser directement l'algorithme codé sur LabView. Nous avons donc choisi de traiter les données à posteriori sur Matlab.

IV.4.1 Algorithme d'hybridation

La structure globale de l'algorithme d'hybridation a été présentée au chapitre I, sur la figure I.9. Nous en rappelons ici les principales composantes, qui constituent les étapes de notre code d'hybridation (sur Matlab) conçu spécifiquement pour traiter les données de notre accéléromètre atomique utilisant des faisceaux Raman polarisés circulairement.

1. Estimation de la valeur moyenne P_0 et du contraste C des franges d'interférences.

Pour cela, deux méthodes sont possibles : ajuster les données expérimentales de l'accéléromètre atomique par une fonction sinusoïdale, ou bien calculer directement la moyenne ($= P_0$) et l'écart-type des données du capteur atomique ($C = \sqrt{8} \times \text{écart-type}$). Les deux méthodes donnent des résultats très proches.

2. Levée de l'indétermination de franges pour déterminer la valeur de l'accélération mesurée par le capteur atomique. Pour cela, on exploite la formule suivante, qui donne la probabilité de transition P_{\pm} en sortie de l'interféromètre atomique en configuration $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$ (voir équation (IV.9)) :

$$P_{\pm} = P_0 - \frac{C}{2} \cos \left[(\pm k_{\text{eff}}(a_{\text{inertielle}} \pm a_B) - 2\pi\gamma) T^2 \right] \quad (\text{IV.14})$$

On en déduit l'expression de l'accélération inertielle, qui est la grandeur que l'on cherche à mesurer :

$$a_{\text{inertielle}} = \mp a_B \pm \frac{2\pi\gamma}{k_{\text{eff}}} \pm \frac{1}{k_{\text{eff}} T^2} \left[-2\pi n + \epsilon \arccos \left(\frac{2}{C} (P_0 - P_{\pm}) \right) \right] \quad (\text{IV.15})$$

avec n un entier représentant la frange à sélectionner pour extraire la mesure absolue fournie par le capteur atomique, et $\epsilon = \pm 1$ un signe à déterminer. La valeur approximative fournie par l'accéléromètre classique fixé sur la miroir Raman est utilisée pour déterminer cette frange, ainsi que le signe de ϵ . Concrètement, on minimise l'écart entre la valeur de l'accélération $a_{\text{classique}}$ fournie par l'accéléromètre classique, et la valeur de l'accélération $a_{\text{inertielle}}$ du capteur atomique. Cette minimisation aboutit au calcul suivant :

$$\begin{cases} n = -\text{round} \left[\frac{1}{2\pi} (\pm k_{\text{eff}}(\pm a_B + a_{\text{classique}}) - 2\pi\gamma) T^2 \right] \\ \epsilon = \text{sign} \left[(\pm k_{\text{eff}}(\pm a_B + a_{\text{classique}}) - 2\pi\gamma) T^2 + 2\pi n \right] \end{cases} \quad (\text{IV.16})$$

où les fonctions ($\text{round}(x)$; $\text{sign}(y)$) sont des fonctions Matlab qui calculent respectivement le nombre entier le plus proche de x , et le signe de y . Nous prenons comme valeur de l'accélération magnétique celle déterminée au paragraphe IV.3.4, et nous vérifions à posteriori que l'accélération magnétique varie très peu (devant l'interfrange $i = \lambda/2T^2 = 1.43 \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}$) sur la durée de mesure.

Une fois l'indétermination de franges levée grâce au calcul (IV.16) ci-dessus, il reste à éliminer le biais de mesure dû au gradient de champ magnétique (c'est-à-dire le terme d'accélération magnétique a_B). On exploite alors les résultats obtenus en inversant le signe du vecteur d'onde effectif, et on calcule la demi-somme des accélérations atomiques mesurées en configuration $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$. Le résultat est noté a_{atomique} : il s'agit de la mesure absolue de l'accélération inertielle fournie par le capteur atomique pendant ses temps de mesure (débarrassée du biais dû à l'accélération magnétique).

3. Correction du biais de mesure de l'accéléromètre classique. On corrige la mesure continue fournie par l'accéléromètre classique grâce à la mesure absolue a_{atomique} du capteur quantique. La mesure finale de l'accélération est bien absolue et continue.

Notons ici qu'il est nécessaire, pour lever l'indétermination de franges de la première mesure atomique, de connaître la mesure de l'accéléromètre classique corrigée de son erreur. Cette erreur est due non seulement au biais intrinsèque du capteur, mais aussi au possible défaut d'alignement entre les axes de mesure des capteurs classique et quantique. Pour déterminer cette erreur à la première itération de l'algorithme, on exploite les mesures de teinte plate présentées au paragraphe IV.3.4. L'erreur sur la mesure de l'accéléromètre classique correspond à l'écart entre la mesure de l'accéléromètre atomique corrigée de l'accélération magnétique (déterminée grâce à la teinte plate) et la mesure de l'accéléromètre classique enregistrée simultanément. Le calcul donne une erreur de $691 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}$ (soit un angle de $700 \mu\text{rad}$ environ si la source d'erreur prédominante est le mauvais alignement entre les axes de mesure des capteurs classique et quantique).

Pour lever l'indétermination de franges des mesures atomiques suivantes, deux situations sont possibles :

- le biais du capteur classique varie beaucoup (c'est-à-dire que l'écart-type d'Allan du capteur classique varie plus d'une interfrange $i = \lambda/2T^2 = 1.43 \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}$). Dans ce cas, l'algorithme d'hybridation doit reposer sur une boucle récursive qui permet de corriger le biais du capteur classique à chaque cycle de mesure du capteur atomique.
- le biais du capteur classique varie très peu (c'est-à-dire que la variation de l'écart-type d'Allan du capteur classique est négligeable devant une interfrange $i = \lambda/2T^2 = 1.43 \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}$). On peut alors considérer le biais constant et la boucle récursive n'est pas nécessaire. C'est le cas pour nos mesures effectuées sur quelques heures : l'écart-type d'Allan de l'accéléromètre classique QA-750 présenté sur la figure IV.13 varie d'environ 10^{-5} m.s^{-2} , ce qui est négligeable devant l'interfrange $i = 1.43 \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}$.

IV.4.2 Sensibilité et stabilité du capteur hybridé

La sensibilité et la stabilité du capteur hybridé sont estimées grâce au tracé de l'écart-type d'Allan présenté sur la figure IV.13. Les mesures ont été effectuées pendant une journée. Le champ magnétique de biais vaut $B = 411 \text{ mG}$. À chaque cycle de mesure, la séquence change le signe du vecteur d'onde effectif (c'est-à-dire que les atomes sont préparés alternativement dans $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$) pour éliminer le biais dû au gradient de champ magnétique. La cadence de cycle est de 1 Hz .

Le capteur hybridé a une sensibilité court-terme de $22 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$, environ 7 fois moins bonne que la sensibilité obtenue pour le capteur hybridé présenté au chapitre précédent. Cette différence s'explique en partie par la cadence de mesure plus faible, ici de 1 Hz , alors qu'elle était de 2 Hz au chapitre précédent (il y a donc un facteur $\sqrt{2}$ entre les sensibilités). Par ailleurs, cette moins bonne sensibilité peut s'expliquer par la chute de contraste sur les franges d'interférences d'un facteur 5 environ entre les deux méthodes ($C \sim 40\%$ pour les faisceaux Raman balayés en fréquence, et $C \sim 8\%$ pour les faisceaux Raman polarisés circulairement). Nous présentons au paragraphe suivant l'origine de cette baisse de contraste.

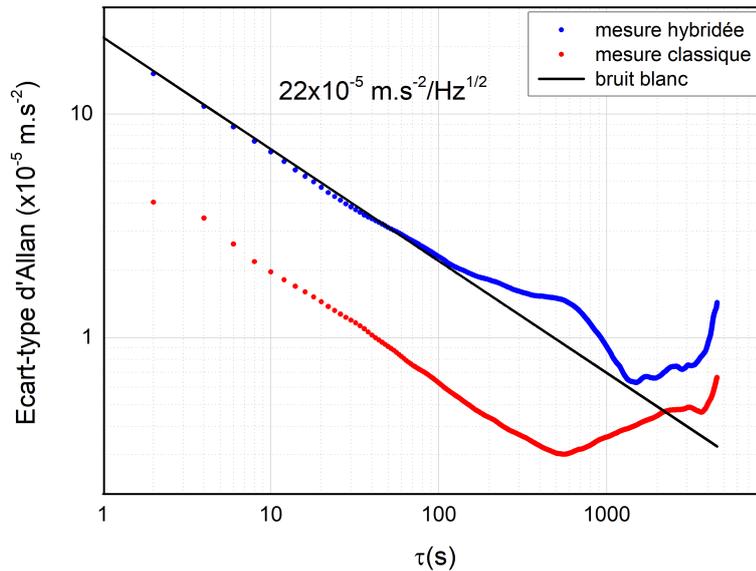


FIGURE IV.13 – Écart-types d'Allan des mesures hybridée (en bleu) et classique (en rouge) d'accélération horizontale. Les paramètres de l'interféromètre atomique sont les suivants : $2T = 33$ ms, $\tau = 10$ μ s, et $B = 411$ mG. La droite en trait plein illustre un bruit blanc (décroissance en $\tau^{-1/2}$).

L'écart-type d'Allan du capteur hybridé présenté sur la figure IV.13 décroît en $1/\tau$ (pente caractéristique d'un bruit blanc), pour atteindre la meilleure résolution de 0.6×10^{-5} m.s $^{-2}$ après 1500 s d'intégration. Nous n'avons pas pu enregistrer des données sur une durée plus longue qu'une heure et demie à cause d'un problème expérimental sur l'asservissement du laser à fibre.

À ce stade, les performances du capteur hybridé sont moins bonnes que celle de l'accéléromètre classique QA-750. Cependant, ceci n'est pas due à une limite fondamentale de la technique des faisceaux Raman polarisés circulairement. Comme nous le détaillerons dans la partie suivante, le contraste de l'interféromètre atomique est limité par l'émission spontanée (fortement réduite si l'on se place sur la transition D_1) et par les inhomogénéités du gradient de champ magnétique horizontal sur notre dispositif expérimental. Par ailleurs, la cadence de cycle (ici à 1 Hz) peut être augmentée, ainsi que la durée $2T$ d'interrogation des atomes (sans pour autant avoir un capteur trop volumineux pour des applications embarquées).

IV.5 Particularités de la méthode

Choisir des niveaux d'énergies $m_F \neq 0$ et des faisceaux Raman polarisés circulairement permet de se placer facilement dans une géométrie de simple diffraction, malgré une mesure d'interférométrie en configuration rétro-réfléchiée et en absence d'effet Doppler. Malheureusement, cette méthode a un certain prix, puisqu'en contrepartie le désaccord à un photon est contraint proche de résonance, les états quantiques dans l'interféromètre sont sensibles au champ magnétique, et le déplacement lumineux à un photon ne peut pas être annulé.

IV.5.1 Émission spontanée en fonction du désaccord à un photon

L'expression (IV.2) de la pulsation de Rabi couplant les états $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ et $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ met en évidence que les amplitudes de probabilité de transition dans chacun des deux niveaux excités relais $|F' = 1\rangle$ et $|F' = 2\rangle$ interfèrent destructivement. Le désaccord à un photon doit alors se trouver entre ces deux niveaux pour que l'on puisse exciter la transition

voulue. Ce désaccord à un photon proche de résonance induit un fort taux d'émission spontanée et donc une perte de cohérence. Sous l'hypothèse que les atomes perdus par émission spontanée n'interfèrent plus, le contraste en sortie d'interféromètre diminue, ainsi que la sensibilité du capteur.

Résultats expérimentaux

Nous avons étudié théoriquement et expérimentalement l'évolution du taux d'émission spontanée en fonction du désaccord à un photon. Ce dernier est réglé en ajustant la fréquence de la diode laser (qui génère les lasers Raman horizontaux) contrôlée par battement avec le laser à fibre (utilisé pour le refroidissement et la détection des atomes). Nous estimons la probabilité de transfert par émission spontanée vers l'état $|F = 2\rangle$ en mesurant la probabilité de transfert hors résonance pendant une impulsion Raman. La figure IV.14 montre un exemple typique de spectre Raman utilisé pour estimer le taux de transfert de $|F = 1\rangle$ vers $|F = 2\rangle$ par émission spontanée. Au cours de l'impulsion Raman, de durée $10 \mu\text{s}$, la probabilité de transfert hors résonance est estimée par un ajustement gaussien des pics de transfert. Cet ajustement est mis en évidence par la courbe rouge sur la figure IV.14. Sur cet exemple, qui correspond à un désaccord à un photon $\Delta_2 = -188 \text{ MHz}$ par rapport à $|F' = 2\rangle$, la probabilité de transfert vers l'état $|F = 2\rangle$ par émission spontanée vaut donc 0.18. Notons ici que le troisième pic (qui correspond aux transitions « parasites » $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 2\rangle$ et $|F = 1, m_F = 1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$ rendues possibles parce que les niveaux $|F = 1, m_F = 0\rangle$ et $|F = 1, m_F = 1\rangle$ sont peuplés par émission spontanée) sur le spectre Raman IV.14 a une amplitude plus importante que sur la figure IV.7. Cette différence est due à la valeur du désaccord Δ_2 : dans le cas de la figure IV.14 ci-dessous, le désaccord à un photon ne correspond pas au minimum d'émission spontanée, donc plus d'atomes sont transférés vers $|F = 1, m_F = 0\rangle$ et $|F = 1, m_F = 1\rangle$ par émission spontanée, et le pic parasite est plus important.

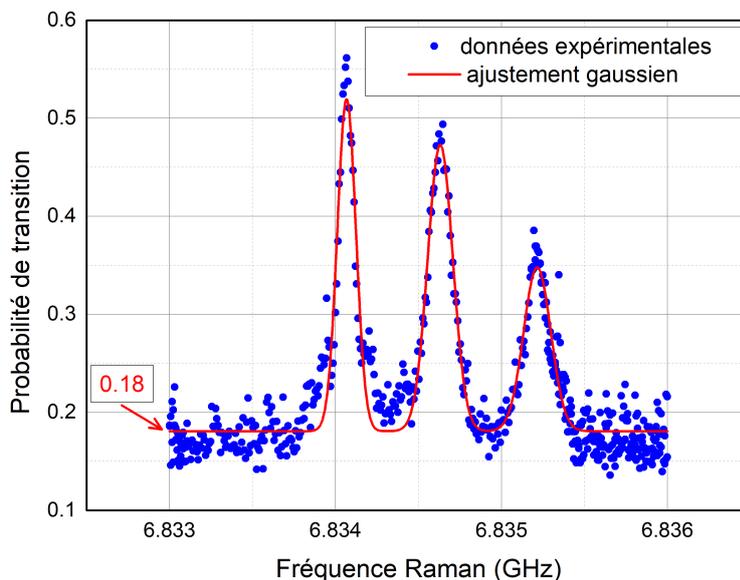


FIGURE IV.14 – Spectre Raman tracé pour un désaccord $\Delta_2 = -188 \text{ MHz}$ par rapport à $|F' = 2\rangle$. La durée de l'impulsion Raman est $10 \mu\text{s}$. L'amplitude du champ magnétique horizontal est $B = 411 \text{ mG}$. Les données expérimentales (points bleus) sont ajustées par trois fonctions gaussiennes (courbe rouge). Hors résonance, la probabilité de transition vaut 0.18.

À partir de spectres Raman tracés pour différents désaccords à un photon, nous obtenons les points rouges sur la figure IV.15, qui met en évidence la dépendance du taux d'émission spontanée en fonction de Δ_2 . Pour obtenir ces résultats, nous avons fait varier le désaccord à un photon, tout en gardant la pulsation de Rabi effective constante (la puissance laser a donc été ajustée en fonction de Δ_2). À partir de ces données expérimentales qui représentent la probabilité de transfert vers $|F = 2\rangle$ par émission spontanée pendant une impulsion Raman (points rouges sur la figure IV.15), on peut calculer une estimation de la probabilité totale d'émission spontanée vers $|F = 1\rangle$ et $|F = 2\rangle$ pendant toute la durée de l'interféromètre : le résultat est représenté par les carrés bleus sur la figure IV.15.

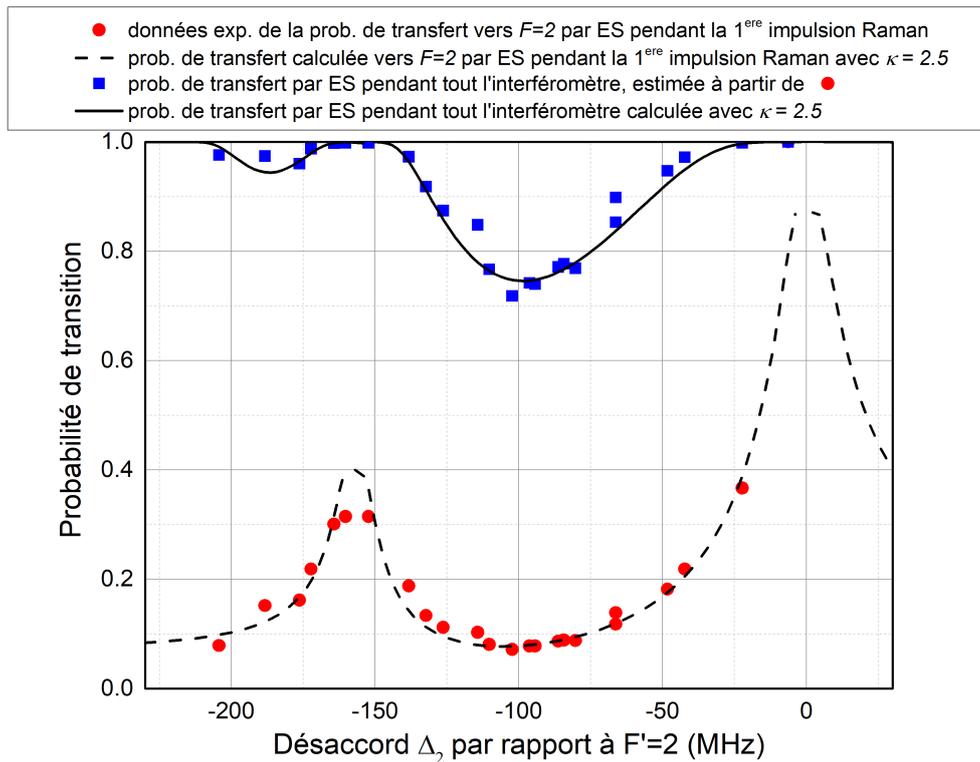


FIGURE IV.15 – Probabilité de transfert par émission spontanée (ES) en fonction du désaccord à un photon Δ_2 par rapport à $|F' = 2\rangle$. Les points rouges représentent les données expérimentales du transfert par ES vers $|F = 2\rangle$, mesurées sur des spectres Raman (tracés pour différents désaccords à un photon, tout en gardant la pulsation de Rabi effective constante) à l'instant de la première impulsion Raman de durée $10 \mu\text{s}$ (un exemple est mis en évidence sur la figure IV.14). La courbe en pointillé représente le calcul théorique de la probabilité de transfert vers $|F = 2\rangle$ par ES pendant une impulsion Raman de durée $10 \mu\text{s}$, ajusté avec un paramètre empirique $\kappa = 2.5$. Les carrés bleus représentent la probabilité totale de transfert par ES vers les niveaux $|F = 1\rangle$ et $|F = 2\rangle$ pendant toute la durée de l'interféromètre. Cette probabilité totale de transfert par ES a été déduite des données expérimentales en rouge. La courbe noire montre la prédiction théorique de la probabilité totale de transfert par ES pendant tout l'interféromètre, corrigée d'un facteur $\kappa = 2.5$.

Modélisation théorique

Pour modéliser théoriquement la probabilité de transfert de $|F = 1\rangle$ vers $|F = 2\rangle$ par émission spontanée, nous commençons par calculer la pulsation de Rabi effective Ω_{eff} qui décrit le couplage entre les états hyperfins $|F = 1, m_F = -1\rangle$ et $|F = 2, m_F = 1\rangle$ de l'interféromètre. Ensuite, nous déterminons le taux d'émission spontanée R_{sc}^F des atomes initialement dans l'état $|F = 1\rangle$ ou $|F = 2\rangle$. Finalement, nous en déduisons la probabilité de transfert par émission spontanée pendant toute la durée de l'interféromètre.

L'intensité I_n de chaque bande latérale n générée par le modulateur électro-optique (EOM) peut s'exprimer $I_n = I \cdot \mathcal{J}_n(\beta)^2$, où I est l'intensité laser totale, \mathcal{J}_n est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre n , et β est l'indice de modulation de l'EOM. Nous ne prenons en compte ici que la porteuse et une seule bande latérale ($n = 0$ et $n = 1$, désaccordée de $\omega_G = 6.834$ GHz de $n = 0$), les autres bandes étant assez désaccordées pour être négligées. On note $I_{\text{sat}} = c\pi h\Gamma/3\lambda^3$ l'intensité de saturation (avec c la vitesse de la lumière, h la constante de Planck, et $\lambda = 780$ nm), et Γ la largeur naturelle de la raie. Le calcul complet de la pulsation de Rabi effective est le suivant :

$$\Omega_{\text{eff}} = \frac{\Gamma^2}{2} \frac{I}{I_{\text{sat}}} \mathcal{J}_0(\beta) \mathcal{J}_1(\beta) \sum_{F'} \frac{M_{1,-1}^{F',+} \cdot M_{2,1}^{F',-}}{\Delta_{F'}} \quad (\text{IV.17})$$

avec $M_{F,m_F}^{F',\pm} = \frac{\langle F, m_F | er | F', m_F \pm 1 \rangle}{\langle J = 1/2 || er || J' = 3/2 \rangle}$ les éléments de matrice dipolaires de la raie D_2 du ^{87}Rb pour les transitions σ^\pm , exprimés comme des multiples de $\langle J = 1/2 || er || J' = 3/2 \rangle$ (voir [120]). $\Delta_{F'} = \omega_L - \omega_2^{F'}$ est le désaccord de la porteuse (à la fréquence ω_L) par rapport à la transition $F = 2 \rightarrow F'$ (d'énergie $\hbar\omega_2^{F'}$).

En considérant une impulsion Raman $\pi/2$ de durée τ , caractérisée par une pulsation de Rabi effective vérifiant la relation $\Omega_{\text{eff}} \cdot \tau = \pi/2$, on peut inverser la relation (IV.17) pour obtenir l'intensité laser $I(\Delta_{F'})$ en fonction du désaccord $\Delta_{F'}$.

Le taux d'émission spontanée pour des atomes initialement dans l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$ ou $|F = 2, m_F = 1\rangle$ est alors :

$$R_{\text{sc}}^F = \Gamma \frac{I}{I_{\text{sat}}} \sum_{n=\{0,1\}, F', \sigma=\pm} \frac{\left(M_{F,m_F}^{F',\sigma}\right)^2}{1 + 4 \frac{\left(\Delta_{F,F'}^n\right)^2}{\Gamma^2} + \frac{I}{I_{\text{sat}}}} \mathcal{J}_n(\beta)^2 \quad (\text{IV.18})$$

où $\Delta_{F,F'}^n = \omega_L + n\omega_G - \omega_F^{F'}$ est le désaccord de la raie n (de fréquence $\omega_L + n\omega_G$) par rapport à la transition $F \rightarrow F'$ (d'énergie $\hbar\omega_F^{F'}$). On rappelle ici que la fréquence de structure hyperfine ω_G est aussi la fréquence de commande de l'EOM.

La probabilité d'émission spontanée pendant l'interféromètre se calcule à partir des expressions (IV.17) et (IV.18) de la façon suivante :

$$P_{\text{ES}} = 1 - \exp\left(-R_{\text{sc}}^1 \cdot 2\tau - R_{\text{sc}}^2 \cdot 2\tau\right) \quad (\text{IV.19})$$

Ici, nous supposons que les atomes passent autant de temps (2τ) dans l'état $|F = 1\rangle$ que dans l'état $|F = 2\rangle$, la durée totale d'interaction Raman étant égale à 4τ pendant l'interféromètre.

Expérimentalement, nous pouvons mesurer le nombre d'atomes transférés hors résonance de $|F = 1\rangle$ vers $|F = 2\rangle$ par émission spontanée. Pour comparer ces mesures avec notre modèle

théorique, nous calculons le taux d'émission spontanée $R_{\text{sc}}^{1 \rightarrow 2}$ des atomes initialement dans l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$, subissant une transition à un photon vers un état excité $|F', m_{F'}\rangle$, et transférés vers $|F = 2\rangle$ par émission spontanée. Ceci correspond au taux d'émission spontanée R_{sc}^1 de l'équation (IV.18), mais en prenant en compte les taux d'émission spontanée $\Gamma_{F' \rightarrow 2}$ de chaque désexcitation $|F', m_{F'}\rangle \rightarrow |F = 2, m_F\rangle$. En pratique le calcul est le suivant :

$$R_{\text{sc}}^{1 \rightarrow 2} = \frac{I}{I_{\text{sat}}} \sum_{n=\{0,1\}, F', \sigma=\pm} \Gamma_{F' \rightarrow 2} \times \frac{(M_{1,-1}^{F', \sigma})^2}{1 + 4 \frac{(\Delta_{1, F'}^n)^2}{\Gamma^2} + \frac{I}{I_{\text{sat}}}} \mathcal{J}_n(\beta)^2 \quad (\text{IV.20})$$

Chaque terme $\Gamma_{F' \rightarrow 2}$ s'exprime :

$$\begin{cases} \Gamma_{0 \rightarrow 2} = 0 \\ \Gamma_{1 \rightarrow 2} = \frac{\Gamma}{6} \\ \Gamma_{2 \rightarrow 2} = \frac{\Gamma}{2} \\ \Gamma_{3 \rightarrow 2} = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.21})$$

Nous introduisons un facteur empirique κ dans les formules théoriques pour ajuster théorie et expérience. On exprime donc la perte totale d'atomes par émission spontanée pendant tout l'interféromètre comme :

$$P_{\text{ES}} = 1 - \exp\left(-\kappa \left[R_{\text{sc}}^1 \cdot 2\tau + R_{\text{sc}}^2 \cdot 2\tau \right]\right) \quad (\text{IV.22})$$

De même, on calcule la probabilité de transfert par émission spontanée vers l'état $|F = 2\rangle$ pendant une impulsion Raman de durée τ de la façon suivante :

$$P_{\text{ES } F=2} = 1 - \exp\left(-\kappa R_{\text{sc}}^{1 \rightarrow 2} \cdot \tau\right) \quad (\text{IV.23})$$

La figure IV.15 met en évidence le choix du facteur $\kappa = 2.5$ pour faire correspondre la modélisation théorique aux mesures expérimentales. Ce facteur κ pourrait être dû à des imperfections expérimentales (comme des impulsions Raman non idéales) et à notre traitement théorique de l'émission spontanée peut-être trop simple (un modèle plus élaboré reposant sur les équations de Bloch optiques pourrait être développé [123]).

Minimum d'émission spontanée et désaccord optimal

Le désaccord optimal se déduit de la figure IV.15 au minimum d'émission spontanée : $\Delta_2 = -100$ MHz (les résultats expérimentaux et théoriques concordent). De la figure IV.15 nous en déduisons que pour $\Delta_2 = -100$ MHz, environ 75 % des atomes sont perdus par émission spontanée pendant la durée de l'interféromètre. Une telle perte d'atomes réduit le contraste d'un facteur 4, et pourrait expliquer la chute de contraste observée entre la méthode du balayage en fréquence présentée au chapitre précédent ($C \sim 40\%$) et la méthode des faisceaux Raman polarisés circulairement présentée ici ($C \sim 10\%$).

Un désaccord à un photon proche de résonance présente tout de même un avantage : la transition nécessite une intensité Raman plus faible ($\sim I_{\text{sat}}$) comparée à la transition Raman « classique » ($\sim 10 I_{\text{sat}}$) entre des sous-niveaux Zeeman $m_F = 0$ et pour laquelle le désaccord est loin de résonance ($\Delta_3 \sim -1$ GHz). Cependant, les pertes par émission spontanée peuvent être fortement réduites si la transition Raman est faite sur la raie D_1 et non la raie D_2 du ^{87}Rb , puisque les niveaux hyperfins correspondants sont plus éloignés les uns des autres (voir Annexe A). Le calcul théorique du taux d'émission spontanée sur la raie D_1 (sans prendre en compte le

facteur κ) montre que seulement 10 % des atomes sont perdus par émission spontanée pendant la séquence interférométrique, ce qui est du même ordre de grandeur que pour les interféromètres atomiques reposant sur la transition $|F = 1, m_F = 0\rangle - |F = 2, m_F = 0\rangle$ et dont le désaccord à un photon est réglé à -1 GHz par rapport à $|F' = 3\rangle$.

IV.5.2 Sensibilité au champ magnétique

L'interféromètre atomique présenté dans ce chapitre est sensible à la fois à l'accélération inertielle, et à l'accélération qui découle d'un gradient de champ magnétique (voir équation (IV.8)). Inverser le signe du vecteur d'onde \vec{k}_{eff} permet d'extraire chaque contribution en calculant la demi-somme ou la demi-différence des déphasages. Ceci est uniquement valable sous l'hypothèse d'un gradient de champ magnétique identique pour les chemins $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$, et constant coup à coup. Nous présentons dans ce paragraphe le calcul détaillé du déphasage dû au champ magnétique en prenant en compte des possibles inhomogénéités spatiales du champ magnétique jusqu'à l'ordre 2. Pour cela, nous utilisons le formalisme des intégrales de chemin présenté au paragraphe I.2.3 du chapitre I. Nous en déduisons le biais et la perte de contraste induits par le champ magnétique.

Formule de Breit-Rabi

Nous avons considéré jusqu'ici un champ magnétique faible et une relation proportionnelle entre le déplacement des sous-niveaux d'énergie Zeeman et l'amplitude du champ magnétique (voir équation (IV.1)). En particulier, les niveaux $|F = 1, m_F = -(+)1\rangle$ et $|F = 2, m_F = +(-)1\rangle$ subissent les mêmes déplacements d'énergie en présence d'un champ magnétique. C'est la formule de Breit-Rabi [124] qui donne le calcul exact des niveaux d'énergie de l'état fondamental. Dans le cas du ^{87}Rb , les énergies des niveaux $|F = 1, m_F = -1\rangle \equiv |1, -1\rangle$ et $|F = 2, m_F = 1\rangle \equiv |2, 1\rangle$ (qui interviennent dans l'interféromètre $+\vec{k}_{\text{eff}}$) s'expriment :

$$\begin{cases} E_{|1,-1\rangle} = \hbar(\alpha_m - \Delta\alpha) \times B \equiv \hbar\omega_a \\ E_{|2,+1\rangle} = \hbar(\alpha_m + \Delta\alpha) \times B \equiv \hbar\omega_b \end{cases} \quad (\text{IV.24})$$

avec $\alpha_m = \frac{g_J - g_I}{4\hbar} \mu_B$ et $\Delta\alpha = \frac{g_I}{\hbar} \mu_B$. Nous avons omis dans l'équation (IV.24) ci-dessus le terme de structure hyperfine ω_G , puisque c'est un terme constant qui s'annule dans l'expression du déphasage pour un interféromètre symétrique. (a, b) désignent les deux états hyperfins ($|1, -1\rangle, |2, +1\rangle$) dans l'interféromètre. g_I est le facteur g nucléaire, g_J est le facteur de Landé, et μ_B est le magnéton de Bohr. B représente l'amplitude du champ magnétique, et on suppose que les spins suivent le champ magnétique de façon adiabatique pendant la chute libre. On introduit les notations $(\alpha_m, \Delta\alpha)$ qui désignent respectivement le décalage moyen en énergie $\alpha_m = 2\pi \times 0.70$ MHz/G, et le décalage différentiel en énergie $\Delta\alpha = 2\pi \times -1.4$ kHz/G (qui provient de la formule de Breit-Rabi).

De même, en appliquant la formule de Breit-Rabi aux niveaux d'énergie $|1, +1\rangle$ and $|2, -1\rangle$ (qui interviennent dans l'interféromètre $-\vec{k}_{\text{eff}}$), on exprime les niveaux d'énergie $(E_{|1,1\rangle}, E_{|2,-1\rangle})$ par l'équation (IV.24), mais en remplaçant $(\alpha_m, \Delta\alpha)$ par $(-\alpha_m, -\Delta\alpha)$.

Approche perturbative et intégrales de chemin

Pour calculer le déphasage magnétique entre les deux bras (u, d) de l'interféromètre, nous utilisons l'approche de Feynman en terme d'intégrales de chemin. Nous traitons l'effet du champ magnétique de façon perturbative [112]. La phase $\varphi^{(i)}$ accumulée le long de chaque bras $i = u, d$ de l'interféromètre se déduit de l'action classique S_{cl} le long des trajectoires classiques non perturbées par le champ magnétique :

$$\varphi^{(i)} = S_{\text{cl}}^{(i)} / \hbar = \int_0^{2T} \mathcal{L}[\vec{r}(t)] / \hbar dt \quad (\text{IV.25})$$

Le déphasage en sortie d'interféromètre s'exprime alors :

$$\begin{aligned}
 \Delta\phi_{\text{prop}} &= \varphi^{(u)} - \varphi^{(d)} \\
 &= (S_{\text{cl}}^{(u)} - S_{\text{cl}}^{(d)})/\hbar \\
 &= 1/\hbar \left(\int_0^{2T} \mathcal{L}[\vec{r}^{(u)}(t)] dt - \int_0^{2T} \mathcal{L}[\vec{r}^{(d)}(t)] dt \right) \\
 &= \int_0^T [\omega_b(\vec{r}^{(u)}(t)) - \omega_a(\vec{r}^{(d)}(t))] dt + \int_T^{2T} [\omega_a(\vec{r}^{(u)}(t)) - \omega_b(\vec{r}^{(d)}(t))] dt
 \end{aligned} \tag{IV.26}$$

En prenant en compte la correction de Breit-Rabi (voir équation (IV.24)), la différence de phase $\Delta\phi_{\text{prop}}$ en sortie d'interféromètre peut se diviser en deux termes :

$$\begin{aligned}
 \Delta\phi_{\text{prop}} &= \alpha_m \int_0^{2T} [B(\vec{r}^{(u)}(t)) - B(\vec{r}^{(d)}(t))] dt \\
 &+ \Delta\alpha \left(\int_0^T [B(\vec{r}^{(u)}(t)) + B(\vec{r}^{(d)}(t))] - \int_T^{2T} [B(\vec{r}^{(u)}(t)) + B(\vec{r}^{(d)}(t))] dt \right)
 \end{aligned} \tag{IV.27}$$

Le premier terme, proportionnel à α_m , résulte des variations du champ magnétique entre les deux bras de l'interféromètre. Le deuxième terme, proportionnel à $\Delta\alpha$, est dû aux variations du champ magnétique moyen entre les instants $[0 - T]$ et $[T - 2T]$.

Dans le cadre de l'approche perturbative, le calcul du déphasage s'effectue sur les trajectoires classiques non perturbées $(\vec{r}^{(u)}(t), \vec{r}^{(d)}(t))$ dont les expressions sont les suivantes :

$$\begin{cases} \vec{r}^{(u)}(t) = \vec{r}_0 + (\vec{v}_0 + \vec{v}_{\text{eff}})t - \vec{v}_{\text{eff}}(t - T)\mathcal{H}(t - T) + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 \\ \vec{r}^{(d)}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0t + \vec{v}_{\text{eff}}(t - T)\mathcal{H}(t - T) + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 \end{cases} \tag{IV.28}$$

où $\vec{v}_{\text{eff}} = \hbar\vec{k}_{\text{eff}}/m$, (\vec{r}_0, \vec{v}_0) sont les vecteurs position et vitesse à l'instant de la première impulsion Raman, et $\mathcal{H}(t)$ est la fonction de Heaviside.

On suppose que l'amplitude du champ magnétique B est indépendante du temps. Elle peut alors s'écrire selon un développement de Taylor dans l'espace :

$$\begin{aligned}
 B(\vec{r}) &= B_0 + \vec{B}_1 \cdot \vec{r} + \frac{1}{2}\vec{r} \cdot \vec{\bar{B}}_2 \cdot \vec{r} \\
 &= B_0 + x\partial_x B + y\partial_y B + z\partial_z B + \frac{1}{2}(x^2\partial_x^2 B + y^2\partial_y^2 B \\
 &+ z^2\partial_z^2 B + 2xy\partial_x\partial_y B + 2xz\partial_x\partial_z B + 2yz\partial_y\partial_z B)
 \end{aligned} \tag{IV.29}$$

En utilisant les expressions (IV.28) et (IV.29), on calcule le déphasage $\Delta\phi_{\text{prop}}$ dans l'équation (IV.27). On note $(\Delta\phi_1, \Delta\phi_2)$ les termes de déphasage proportionnels à $(\alpha_m, \Delta\alpha)$ respectivement :

$$\Delta\phi_{\text{prop}} = \Delta\phi_1 + \Delta\phi_2 \tag{IV.30}$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\phi_1 = \alpha_m T^2 \left[v_{\text{eff}} \partial_x B + v_{\text{eff}} \partial_x^2 B (x_0 + (v_{0x} + v_{\text{eff}}/2)T) + v_{\text{eff}} \partial_x \partial_y B [y_0 + v_{0y}T] \right. \\ \quad \left. + v_{\text{eff}} \partial_x \partial_z B (z_0 + v_{0z}T + 7/12gT^2) \right] \\ \Delta\phi_2 = -\Delta\alpha T^2 \left[2(v_{0x} + v_{\text{eff}}/2) \partial_x B + 2v_{0y} \partial_y B + 2(v_{0z} + gT) \partial_z B \right] \end{array} \right. \quad (\text{IV.31})$$

Le premier terme de $\Delta\phi_1$ est l'accélération magnétique a_B de l'équation (IV.8), puisque l'on a $\alpha_m \partial_x B v_{\text{eff}} T^2 = \alpha_m \partial_x B \frac{\hbar}{m} k_{\text{eff}} T^2 = -k_{\text{eff}} a_B T^2$ (voir équation (IV.7)). Les autres termes de $\Delta\phi_1$ sont dus aux courbures du champ magnétique. Quant aux termes de $\Delta\phi_2$, ils découlent du décalage différentiel $\Delta\alpha$ et du gradient de champ magnétique. Nous allons utiliser le résultat de l'équation (IV.31) pour estimer le biais et la perte de contraste induits par le champ magnétique.

Biais dû au champ magnétique

En inversant le signe du vecteur d'onde effectif à chaque cycle de mesure, on est capable d'éliminer les effets systématiques dont le signe est indépendant du signe de \vec{k}_{eff} . Le biais résiduel est alors constitué des termes de phase restants. Dans notre cas, comme $(\alpha_m, \Delta\alpha)$ changent de signe lorsque l'on inverse le signe de \vec{k}_{eff} , le biais induit par les effets magnétiques est :

$$\Delta\phi_{\text{biais}} = \frac{1}{2} \alpha_m \partial_x^2 B v_{\text{eff}}^2 T^3 - 2\Delta\alpha \partial_z B g T^3 \quad (\text{IV.32})$$

Dans l'expression de $\Delta\phi_{\text{biais}}$ ci-dessus, on néglige les autres termes de $\Delta\phi_2$, car $v_{0x}, v_{0y}, v_{0z} \ll gT$.

Le premier terme de $\Delta\phi_{\text{biais}}$ (voir équation (IV.32)) est un terme inertiel dû au recul et à la courbure du champ magnétique : il apparaît dès lors que le gradient de champ magnétique est différent pour les deux bras de l'interféromètre. Nous l'avons estimé théoriquement en modélisant le champ magnétique produit par les bobines installées sur le dispositif expérimental. Le résultat de cette modélisation est présenté sur la figure IV.16, qui représente la courbure $\partial_x^2 B$ du champ magnétique créé par les deux bobines en fonction de la position sur l'axe horizontal. Les deux bobines sont constituées chacune de six spires carrées de côté 67.5 cm, alimentées par un courant $I = 1.6$ A. La position des deux bobines selon l'axe horizontal est indiquée sur la figure IV.16. La position des atomes correspond à l'origine de l'axe des abscisses sur la figure IV.16 : la modélisation donne une courbure de champ magnétique au niveau de l'enceinte à vide $\partial_x^2 B \sim 3$ G.m⁻², ce qui engendre un biais de l'ordre de 1×10^{-6} m.s⁻² en unité d'accélération (on rappelle que $T = 16.5$ ms).

Le deuxième terme de $\Delta\phi_{\text{biais}}$ (voir équation (IV.32)) est dû aux variations temporelles du décalage Zeeman différentiel induit par le gradient de champ magnétique $\partial_z B$ vu par les atomes pendant leur chute libre. Pour estimer ce terme, nous avons mesuré le gradient vertical du champ magnétique par spectroscopie Zeeman. Le résultat de ces mesures est mis en évidence sur la figure IV.17 et montre que $\partial_z B = 1.2$ G.m⁻¹. Le biais résultant vaut 2×10^{-4} m.s⁻² en unité d'accélération. Ce biais n'est pas inhérent à notre méthode d'interférométrie reposant sur des faisceaux Raman polarisés circulairement, puisqu'il pourrait être fortement réduit grâce à des bobines plus adaptées et un blindage magnétique plus complexe. Par exemple, Wodey et al [125] ont développé un blindage magnétique très performant destiné à des applications d'interférométrie atomique sur des temps longs. Les inhomogénéités de champ magnétique dans ce blindage sont inférieures à 3×10^{-7} G.cm⁻¹ : le biais associé serait alors de 3×10^{-9} m.s⁻².

Par ailleurs, l'équation (IV.31) montre que l'on pourrait éliminer le biais proportionnel à $\Delta\alpha$ grâce à une géométrie de fontaine atomique. En effet, en lançant les atomes avec une vitesse initiale de $v_{0z} = -gT$, le dernier terme de $\Delta\phi_2$ dans l'expression (IV.31) s'annule. Pour éliminer ce biais, il serait aussi envisageable de se placer à la valeur magique du champ magnétique [126], qui

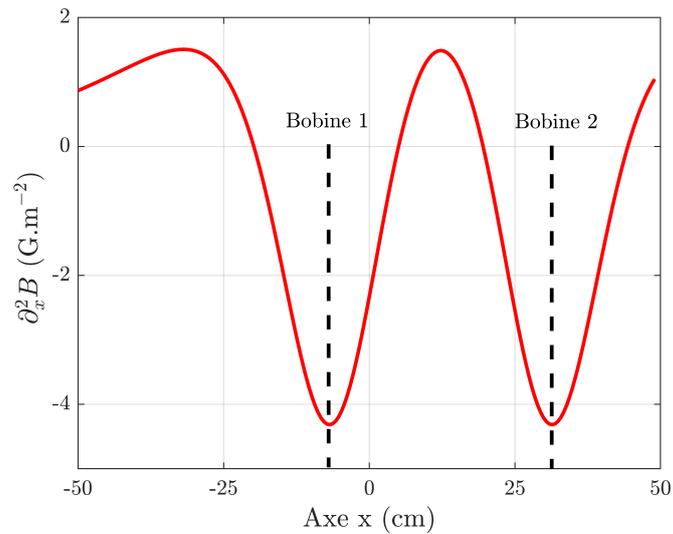


FIGURE IV.16 – Modélisation théorique de la courbure $\partial_x^2 B$ du champ magnétique horizontal en fonction de la position sur l'axe horizontal. Le champ magnétique est généré par deux bobines constituées de six spires carrées de côté 67.5 cm, alimentées par un courant $I = 1.6$ A. L'origine de l'axe des abscisses correspond à la position des atomes.

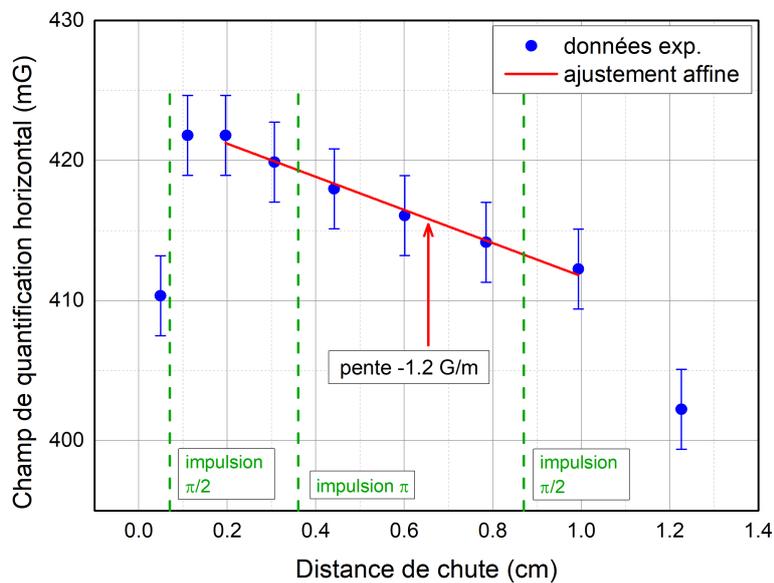


FIGURE IV.17 – Mesure par spectroscopie Zeeman du champ magnétique horizontal en fonction de la position verticale des atomes au cours de leur chute libre. L'ajustement affine en rouge donne une pente de -1.2 G.m^{-1} sur la distance parcourue par les atomes pendant l'interféromètre.

correspond au champ magnétique pour lequel la dérivée de la différence d'énergie $\hbar(\omega_b - \omega_a)$ est nulle (et donc $\Delta\alpha = 0$). Cependant, cette configuration n'élimine pas parfaitement le biais, parce qu'elle nécessite d'inverser le sens du champ magnétique horizontal lorsque l'on change le signe de \vec{k}_{eff} . En effet, les champs magiques pour les transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ sont respectivement $\pm 3.2 \text{ G}$ [126].

Chute de contraste due au champ magnétique

La chute de contraste induite par les effets magnétiques est liée aux termes de phase dépendant de la position et de la vitesse dans l'équation (IV.31). En effet, lorsque le déphasage est sensible à la position (ou la vitesse) des atomes, chaque atome (ou chaque classe de vitesse) crée son propre système de franges. Comme le protocole de détection des atomes moyenne tous ces systèmes de franges, le contraste est réduit.

Dans notre cas, le temps d'interrogation $T = 16.5$ ms des atomes est assez court pour pouvoir négliger la chute de contraste qui découle des termes de phase dépendant de la vitesse dans l'expression (IV.31). La figure IV.18a), qui représente la perte de contraste engendrée par le terme de phase $\alpha_m \partial_x^2 B v_{\text{eff}} v_{0x} T^3$ en fonction de la courbure du champ magnétique $\partial_x^2 B$, confirme ce résultat.

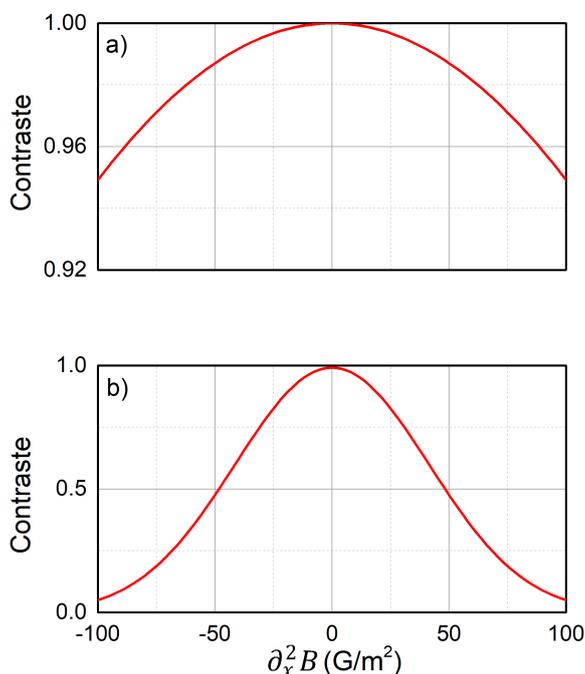


FIGURE IV.18 – Contraste calculé théoriquement en fonction de la courbure du champ magnétique horizontal. Les paramètres sont les suivants : temps d'interrogation $T = 16.5$ ms, température du nuage $T_{\text{at}} = 2 \mu\text{K}$, taille typique du nuage d'atomes $\sigma_x = 1$ mm, vitesse $\sigma_v = \sqrt{k_B T_{\text{at}}/m} = 1.4$ cm.s⁻¹. a) Chute de contraste due au terme de phase dépendant de la vitesse $\alpha_m \partial_x^2 B v_{\text{eff}} v_{0x} T^3$. b) Chute de contraste due au terme de phase dépendant de la position $\alpha_m \partial_x^2 B v_{\text{eff}} x_0 T^2$.

La chute de contraste due aux termes de phase dépendants de la position et moyennés sur l'ensemble du nuage est quant à elle beaucoup plus forte. Par exemple, le terme $\alpha_m \partial_x^2 B v_{\text{eff}} x_0 T^2$ réduit le contraste d'un facteur $e^{-\frac{1}{2}(\alpha_m \partial_x^2 B v_{\text{eff}} T^2 \sigma_x)^2}$ [127], avec $\sigma_x = 1$ mm la taille typique du nuage atomique. La figure IV.18b) met en évidence cette perte de contraste en fonction de la courbure du champ magnétique $\partial_x^2 B$. Typiquement, le contraste est réduit de moitié en présence de $\partial_x^2 B \sim 50$ G.m⁻².

Nous ne pouvons pas mesurer expérimentalement les variations de champ magnétique selon la direction horizontale, donc nous avons estimé théoriquement la courbure générée par les bobines. La modélisation numérique donne une courbure de $\partial_x^2 B_{\text{th}} \sim 3$ G.m⁻² (voir figure IV.16). Nous pouvons donc a priori déduire de ce calcul et de la figure IV.18 que le champ magnétique

créé par les bobines n'affecte pas le contraste des franges d'interférences. Cependant, la présence d'une autre source de champ magnétique responsable d'une courbure non négligeable du champ est envisageable.

Interprétation en terme d'interféromètre ouvert en impulsion et en position

La chute de contraste peut également s'interpréter comme le font Roura et al. dans [127] : les termes de phase dépendants de la position et de la vitesse dans l'expression (IV.31) induisent l'ouverture de l'interféromètre en impulsion et en position respectivement. Par analogie avec [127], on introduit la notation $\Gamma = 2\frac{\hbar}{m}\alpha_m\partial_x^2B$, puisque la courbure du champ magnétique agit ici exactement comme un gradient de gravité dans un interféromètre vertical. Les forces associées à Γ ont tendance à « ouvrir » les trajectoires des atomes : l'interféromètre est alors ouvert, et les écarts relatifs en position et en impulsion entre les trajectoires des deux paquets d'onde qui interfèrent sont non nuls (voir figure IV.19). Comme démontré dans [127], un déphasage dépendant de la position induit une différence d'impulsion δP entre les trajectoires des deux paquets d'onde qui interfèrent en sortie de l'interféromètre (ces deux paquets d'onde sont notés I ou II sur la figure IV.19). Un déphasage dépendant de la vitesse induit quant à lui un écart relatif en position δX entre les trajectoires des deux paquets d'onde qui interfèrent en sortie de l'interféromètre.

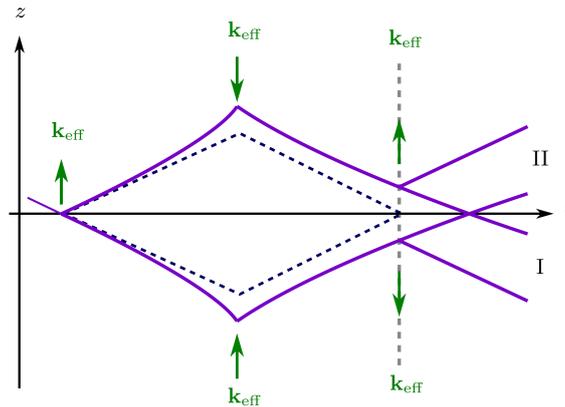


FIGURE IV.19 – Mise en évidence de l'effet d'un gradient de gravité Γ qui « ouvre » les trajectoires des paquets d'onde (en violet) dans un interféromètre de Mach-Zehnder vertical. Le référentiel est celui de la chute libre des atomes. En comparaison, les traits en pointillés montrent les trajectoires des paquets d'onde en absence du gradient de gravité Γ . Le transfert d'impulsion des faisceaux Raman est indiqué en vert. En présence d'un gradient de gravité, les deux trajectoires à chaque port de sortie diffèrent en position et en impulsion (pentes différentes sur le schéma). Figure tirée de [128].

Ces écarts en position et en impulsion sont donnés par les expressions suivantes au premier ordre en ΓT^2 [127] :

$$\delta X = \left(\Gamma T^2\right) \frac{\hbar k_{\text{eff}}}{m} T \quad (\text{IV.33})$$

$$\delta P = \left(\Gamma T^2\right) \hbar k_{\text{eff}} \quad (\text{IV.34})$$

Dans notre cas, l'écart en position associé à l'équation (IV.33) est très petit devant la longueur de cohérence, qui peut être estimée par la longueur d'onde thermique de de Broglie : $\delta X \sim 10^{-8}$ m $\ll l_c = \lambda_{\text{dB th}} = h/\sqrt{2\pi m k_B T_{\text{at}}} \sim 10^{-7}$ m pour des atomes de ^{87}Rb à la température $T_{\text{at}} \sim 2 \mu\text{K}$.

Par contre, la différence d'impulsion donnée par l'expression (IV.34) n'est pas aussi négligeable que la différence de position. [128] propose un protocole expérimental pour compenser la chute de contraste liée au gradient de gravité Γ en ajustant la longueur d'onde des lasers Raman à l'instant de la deuxième impulsion et ainsi refermer l'interféromètre en position et en impulsion malgré le gradient de gravité. La figure IV.20 illustre cette technique de compensation. Pour refermer en impulsion et en position un interféromètre soumis à un gradient de gravité Γ , la variation d'impulsion communiquée aux atomes à l'instant de la deuxième impulsion Raman doit être la suivante [128] :

$$\frac{\Delta k_{\text{eff}}}{k_{\text{eff}}} = \frac{\Gamma T^2}{2} \quad (\text{IV.35})$$

Appliquée à notre situation, cette formule s'écrit :

$$\frac{\Delta k_{\text{eff}}}{k_{\text{eff}}} = \frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = \frac{\hbar}{m} \alpha_m \partial_x^2 B T^2 \quad (\text{IV.36})$$

avec $\omega_0 = 2\pi \times 384$ THz la fréquence de la transition optique de la raie D_2 du ^{87}Rb . L'application numérique du calcul (IV.36) donne $\Delta\omega_0 \sim 6$ GHz, en prenant comme courbure de champ magnétique le résultat de notre modélisation numérique, c'est-à-dire $\partial_x^2 B_{\text{th}} \sim 3 \text{ G.m}^{-2}$ (voir figure IV.16), et comme temps d'interrogation $T = 16.5$ ms. Cette méthode n'est donc pas adaptée à notre configuration d'interférométrie. En effet, notre technique de faisceaux Raman polarisés circulairement nécessite que le désaccord à un photon reste entre les niveaux $|F' = 1\rangle$ and $|F' = 2\rangle$ pour minimiser l'émission spontanée : la méthode envisagée par [128] réduirait drastiquement le contraste des franges d'interférences. Par ailleurs, la puissance Raman nécessaire à la deuxième impulsion de l'interféromètre serait beaucoup plus importante qu'actuellement, car la transition est loin de résonance.

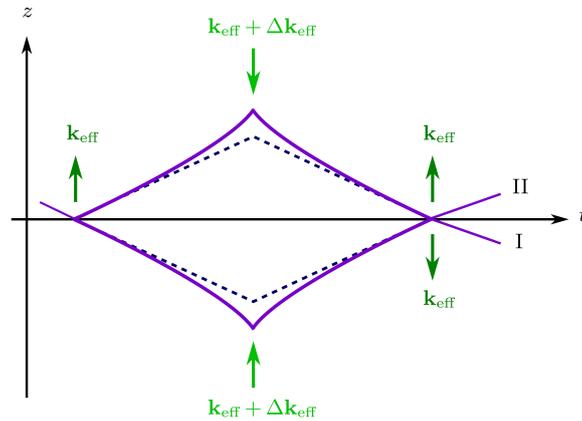


FIGURE IV.20 – Trajectoires des paquets d'onde dans la même situation que la figure IV.19, mais avec un ajustement adéquat du transfert d'impulsion à l'instant de la deuxième impulsion Raman. On retrouve ainsi un interféromètre fermé en position et en impulsion. Figure tirée de [128].

IV.5.3 Déplacements lumineux

Les énergies des sous-niveaux hyperfins m_F peuvent être perturbées par des transitions proches de résonance. Le déplacement lumineux différentiel est alors défini comme la différence des déplacements lumineux des deux niveaux couplés par la transition Raman. Il dépend en particulier de l'intensité relative des deux raies Raman, ainsi que des coefficients de Clebsch–Gordan

qui caractérisent le couplage Raman. Les déplacements lumineux à un et à deux photons peuvent induire des biais sur la mesure d'accélération.

Déplacement lumineux à un photon

Le couplage du champ électrique avec le dipôle électrique de l'atome induit un déplacement de l'énergie interne des deux états couplés. Dans les interféromètres utilisant une transition Raman stimulée entre les sous-niveaux $|F = 1, m_F = 0\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$, le déplacement lumineux différentiel à un photon entre les deux niveaux couplés peut être annulé, soit en réglant l'intensité relative des deux raies Raman pour un désaccord Raman donné, ou bien en choisissant le désaccord, pour un rapport de raie donné. Ceci est mis en évidence par la courbe bleue sur la figure IV.21 : le désaccord différentiel à un photon s'annule bien pour $\Delta_3 \sim -900$ MHz. Cette figure a été tracée en prenant comme rapport de raies $I_1/I_2 = 0.29$, qui est la valeur qui minimise le taux d'émission spontanée dans l'interféromètre utilisant des faisceaux Raman polarisés circulairement.

Pour notre configuration d'interférométrie $\sigma^+ - \sigma^-$ entre les niveaux $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = \pm 1\rangle$, il n'existe aucun rapport d'intensité entre les deux raies Raman capable d'annuler le déplacement lumineux différentiel à un photon. La courbe rouge sur la figure IV.21 met en évidence ce résultat. Pour tracer cette courbe, nous avons calculé théoriquement les déplacements lumineux à un photon $\delta_{\text{LS1}}^{F, m_F}$ de chacun des niveaux $|F = 1, m_F = -1\rangle$ et $|F = 2, m_F = 1\rangle$. L'expression de $\delta_{\text{LS1}}^{F, m_F}$ est la suivante :

$$\delta_{\text{LS1}}^{F, m_F} = \frac{\Gamma^2}{4} \frac{I}{I_{\text{sat}}} \sum_{n=\{0,1\}, F', \sigma=\pm} \frac{(M_{F, m_F}^{F', \sigma})^2}{\Delta_{F, F'}^n} \mathcal{J}_n(\beta)^2 \quad (\text{IV.37})$$

Le déplacement lumineux différentiel à un photon s'exprime alors :

$$\delta_{\text{LS1}}^{\text{diff}} = \delta_{\text{LS1}}^{2,1} - \delta_{\text{LS1}}^{1,-1} \quad (\text{IV.38})$$

En traçant $\delta_{\text{LS1}}^{\text{diff}}$ en fonction du désaccord à un photon (voir figure IV.21), on constate que pour le désaccord qui minimise l'émission spontanée ($\Delta_3 = -367$ MHz, qui correspond à $\Delta_2 = -100$ MHz), on a $\delta_{\text{LS1}}^{\text{diff}} \sim 40$ kHz. Ce déplacement lumineux différentiel non compensé entraîne un terme supplémentaire dans la phase de l'interféromètre [129] :

$$\Delta\phi_{\text{LS1}} = -\arctan \left[\tan \left(\Omega_{\text{eff},1} \frac{\tau}{2} \right) \frac{\delta_{\text{LS1},1}^{\text{diff}}}{\Omega_{\text{eff},1}} \right] + \arctan \left[\tan \left(\Omega_{\text{eff},3} \frac{\tau}{2} \right) \frac{\delta_{\text{LS1},3}^{\text{diff}}}{\Omega_{\text{eff},3}} \right] \quad (\text{IV.39})$$

où les pulsations de Rabi effectives et les déplacements lumineux différentiels à chaque impulsion i sont donnés par $\Omega_{\text{eff},i}$ et $\delta_{\text{LS},i}^{\text{diff}}$ respectivement. τ est la durée de la première et de la troisième impulsion Raman. L'expression (IV.39) signifie qu'une variation d'intensité Raman entre la première et la troisième impulsion de l'interféromètre conduit à un biais sur le déphasage. Ce biais est tracé sur la figure IV.22 en fonction de la variation relative d'intensité Raman entre la première et la dernière impulsion. Cette variation d'intensité est due à la position des atomes en chute libre et traversant un faisceau laser horizontal avec un profil d'intensité gaussien. Pour une variation d'intensité Raman de 10 % par exemple, le biais correspondant causé par les déplacements lumineux à un photon est de l'ordre de $-1.5 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}$ en unité d'accélération. Ce biais est négligeable devant une interfrange $i = \lambda/2T^2 = 1.43 \times 10^{-3} \text{ m.s}^{-2}$ en configuration nominale ($T = 16.5 \text{ ms}$). Dans tous les cas, sous l'hypothèse que les variations d'intensité Raman sont identiques pour les interféromètres $+\vec{k}_{\text{eff}}$ et $-\vec{k}_{\text{eff}}$, ce biais sur la phase est rejeté lorsque l'on inverse le signe de \vec{k}_{eff} (car $\delta_{\text{LS1}}^{\text{diff}}(+\vec{k}_{\text{eff}}) \simeq \delta_{\text{LS1}}^{\text{diff}}(-\vec{k}_{\text{eff}})$). Pour conclure, notons que le déplacement lumineux à un photon ne représente pas une limite inhérente à notre méthode d'interférométrie

$\sigma^+ - \sigma^-$, puisque l'on peut trouver un rapport de raies qui l'annule si l'on se place sur la transition D_1 du ^{87}Rb .

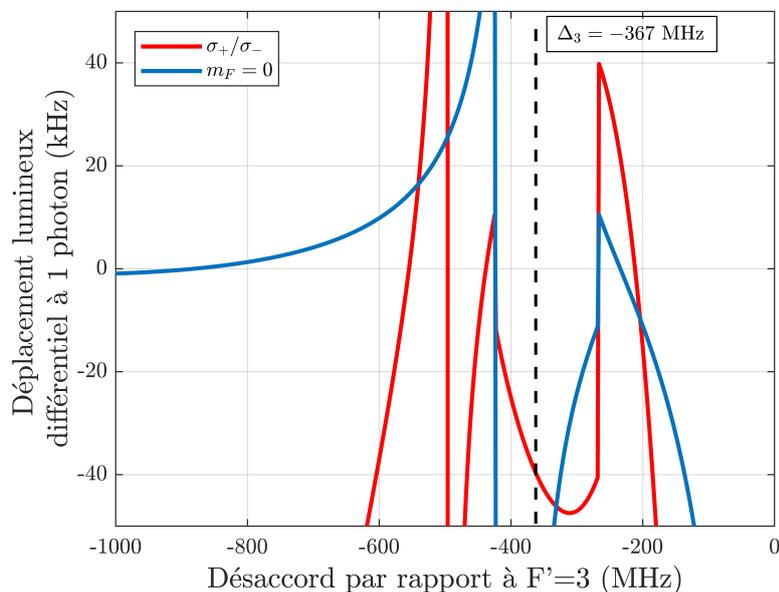


FIGURE IV.21 – Déplacement lumineux différentiel calculé théoriquement en fonction du désaccord à un photon par rapport au niveau $|F' = 3\rangle$ pour la transition Raman $|F = 1, m_F = 0\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$ (courbe bleue) et pour la transition Raman $|F = 1, m_F = -1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$ (courbe rouge). Le rapport de raie vaut $I_1/I_2 = 0.29$: c'est la valeur qui minimise le taux d'émission spontanée pour l'interféromètre utilisant des faisceaux Raman polarisés circulairement.

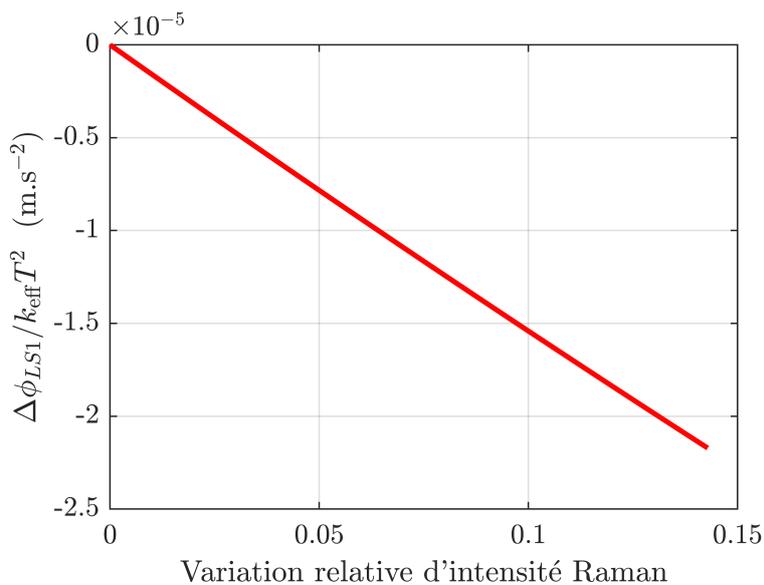


FIGURE IV.22 – Biais $\Delta\phi_{LS1}$ (voir équation (IV.39)) en unité d'accélération et tracé en fonction de la variation relative d'intensité Raman entre les première et la troisième impulsion de l'interféromètre. Le rapport de raie vaut 0.29.

Déplacement lumineux à deux photons

Dans les interféromètres atomiques verticaux en configuration rétro-réfléchie, la dégénérescence des transitions Raman $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$ est naturellement levée par effet Doppler, car les atomes accélèrent sous l'effet du champ de pesanteur. On sélectionne l'une des deux transitions en réglant la fréquence Raman. Le déplacement lumineux à deux photons de la fréquence de transition est alors causé par l'autre paire Raman contra-propageante dans la direction opposée [106]. Comme il dépend de l'effet Doppler $\omega_D = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v}$, le déplacement lumineux à deux photons ne peut pas être annulé en inversant le signe du vecteur d'onde effectif. Par ailleurs, il est différent pour la première et la troisième impulsion Raman, à cause de l'accélération des atomes en chute libre.

Dans le cas de notre interféromètre atomique horizontal, le déplacement lumineux à deux photons est causé par les transitions Raman co-propageantes hors résonance $|F = 1, m_F = -1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = -1\rangle$ et $|F = 1, m_F = 1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$. Ces transitions sont désaccordées de $\pm \Delta_B = \pm 2 \times \frac{\mu_{B,gF}}{h} B$ respectivement par rapport à la transition Raman principale : le déplacement lumineux à deux photons est donc d'autant plus faible que le champ magnétique horizontal est fort. Contrairement aux interféromètres verticaux, le déplacement lumineux différentiel à deux photons peut ici être rejeté en alternant le signe du vecteur d'onde effectif, et il ne varie pas entre la première et la dernière impulsion Raman (sous l'hypothèse d'un champ magnétique horizontal homogène sur la distance de chute).

Le niveau d'énergie $|F = 1, m_F = -1\rangle$ est perturbé par le couplage $\Omega_{\text{eff,co}}^{-1}$ de la transition co-propageante $|F = 1, m_F = -1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = -1\rangle$. De la même façon, le niveau $|F = 2, m_F = 1\rangle$ est perturbé par le couplage $\Omega_{\text{eff,co}}^{+1}$ de la transition co-propageante $|F = 1, m_F = 1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$. Les déplacements lumineux correspondants s'expriment :

$$\begin{cases} \delta_{\text{LS2}}^{1,-1} = \frac{(\Omega_{\text{eff,co}}^{-1})^2}{4\Delta_B} \\ \delta_{\text{LS2}}^{2,1} = \frac{(\Omega_{\text{eff,co}}^{+1})^2}{-4\Delta_B} \end{cases} \quad (\text{IV.40})$$

où $\Delta_B = 2 \times \frac{\mu_{B,gF}}{h} B$ est le décalage Zeeman au premier ordre entre les sous-niveaux magnétiques $m_F = 0$ and $m_F = 2$. Les transitions de Rabi effectives des transitions co-propageantes s'écrivent de la manière suivante :

$$\begin{cases} \Omega_{\text{eff,co}}^{-1} = \frac{\Gamma^2}{2} \frac{I}{I_{\text{sat}}} \mathcal{J}_0(\beta) \mathcal{J}_1(\beta) \sum_{F', \sigma = \pm} \frac{M_{1,-1}^{F',\sigma} \cdot M_{2,-1}^{F',\sigma}}{\Delta_{F'}} \\ \Omega_{\text{eff,co}}^{+1} = \frac{\Gamma^2}{2} \frac{I}{I_{\text{sat}}} \mathcal{J}_0(\beta) \mathcal{J}_1(\beta) \sum_{F', \sigma = \pm} \frac{M_{1,1}^{F',\sigma} \cdot M_{2,1}^{F',\sigma}}{\Delta_{F'}} \end{cases} \quad (\text{IV.41})$$

Finalement, le déplacement lumineux différentiel à deux photons s'exprime :

$$\delta_{\text{LS2}}^{\text{diff}} = \delta_{\text{LS2}}^{2,1} - \delta_{\text{LS2}}^{1,-1} \quad (\text{IV.42})$$

La courbe bleue sur la figure IV.23 met en évidence le résultat du calcul (IV.42) et montre que pour le désaccord qui minimise l'émission spontanée, le déplacement lumineux à deux photons est très faible devant le déplacement lumineux à un photon (pour notre champ magnétique $B \sim 400$ mG). Par ailleurs, comme pour le déplacement lumineux à un photon, on peut annuler $\delta_{\text{LS2}}^{\text{diff}}$ en inversant le signe du vecteur d'onde effectif.

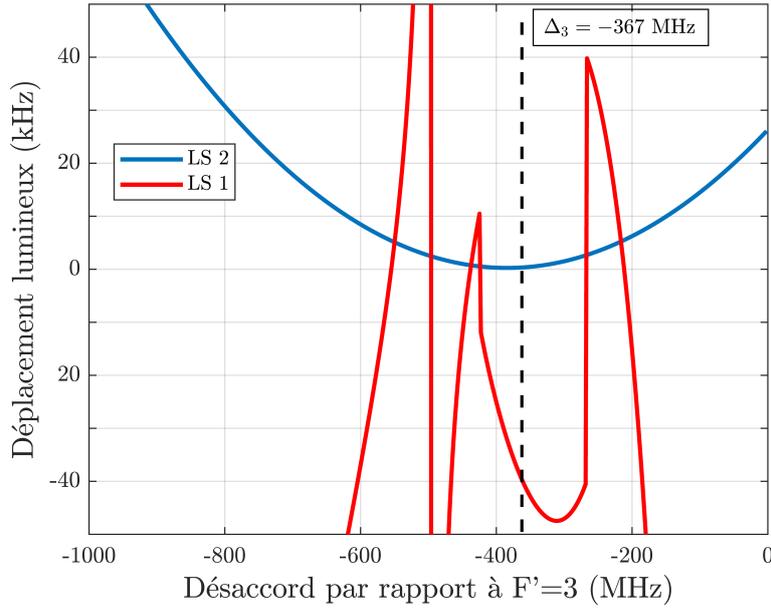


FIGURE IV.23 – Déplacement lumineux à un photon (en rouge) et deux photons (en bleu) pour la transition Raman $|F = 1, m_F = -1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$. Le rapport de raie vaut 0.29.

IV.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une deuxième méthode de mesure de l'accélération horizontale par interférométrie atomique en configuration rétro-réfléchie. En utilisant la même configuration de polarisation $\sigma^+ - \sigma^-$ pour les faisceaux du piège magnéto-optique et pour les faisceaux Raman, nous couplons les états $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ et $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ du ^{87}Rb dans l'interféromètre, et nous montrons que cette technique rend possible une configuration de simple diffraction malgré un régime de faible vitesse. Le tableau (IV.1) rappelle les avantages et les inconvénients de cette méthode par rapport à la transition $|F = 1, m_F = 0\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$ utilisée habituellement pour l'interférométrie atomique.

Avantages	Inconvénients
Même polarisation pour les faisceaux du PMO et les faisceaux Raman	Émission spontanée (fortement réduite sur la raie D_1 du ^{87}Rb)
Une unique transition contra-propageante en configuration rétro-réfléchie malgré l'absence d'effet Doppler	Transition co-propageante restante
Degré de liberté interne supplémentaire en adressant des sous-niveaux Zeeman $m_F \neq 0$	Nécessite le contrôle précis et la cartographie du champ magnétique

TABLE IV.1 – Avantages et inconvénients d'un interféromètre atomique de Mach-Zehnder horizontal utilisant des faisceaux Raman polarisés circulairement et couplant les états $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ et $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ du ^{87}Rb .

Le capteur hybridé réalisé grâce à cette méthode présente une sensibilité court terme de $22 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$. La sensibilité est ici limitée par l'émission spontanée, qui engendre une baisse de contraste en sortie d'interféromètre. Elle pourrait donc être améliorée en exploitant la raie D_1 du ^{87}Rb . L'exactitude de l'accéléromètre atomique est limitée principalement par le biais dû au gradient de champ magnétique, à environ $2 \times 10^{-4} \text{ m.s}^{-2}$. Ce biais de mesure pourrait être fortement réduit grâce à des bobines de champ et un blindage magnétique plus performants. Par ailleurs nous avons montré que ce biais sur l'accélération peut être annulé grâce à une géométrie d'interféromètre en fontaine.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

LES travaux présentés dans ce manuscrit s’inscrivent dans le contexte actuel des instruments mettant à profit l’interférométrie atomique pour mesurer des grandeurs inertielles en dehors du laboratoire. Ils ont mené à la réalisation d’un capteur inertiel à atomes froids hybride capable de mesurer l’accélération horizontale de deux façons différentes, compatibles avec un futur capteur embarquable. Par ailleurs, avant ma thèse, l’instrument avait déjà démontré sa capacité à mesurer l’accélération de pesanteur et la composante verticale du gradient de gravité par interférométrie atomique [103].

Les résultats présentés ici adressent plusieurs des points bloquants qui empêchent aujourd’hui de construire une centrale inertielle atomique embarquée : la mesure d’accélération en régime de faible vitesse, et la plage de fonctionnement faible en rotation des capteurs atomiques. Ils représentent donc une avancée vers l’obtention de la première centrale inertielle à atomes froids embarquable.

VI.1 Conclusion

Le premier point bloquant qui empêche aujourd’hui d’avoir une centrale inertielle à atomes froids est la mesure d’accélération horizontale, autrement dit la mesure d’accélération en régime de faible vitesse. Cette configuration présente plus de difficultés que la configuration verticale, car les atomes en chute libre ont une vitesse négligeable selon l’axe de mesure. Dans ce cas, l’effet Doppler n’intervient pas dans la condition de résonance de la transition à deux photons, et cette géométrie de double diffraction empêche la mesure directe de l’accélération.

La première méthode que nous avons développée repose sur le balayage en fréquence des faisceaux Raman, analogue à un effet Doppler dans la direction de mesure. Une seule transition peut ainsi être adressée, malgré le régime de faible vitesse. Grâce à cette technique, nous avons construit un capteur hybridé dont la sensibilité court terme vaut $3.2 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$. Cette sensibilité n’est pas limitée par la méthode de balayage en fréquence, et elle pourrait être améliorée en augmentant d’une part la taille du faisceau Raman (et donc la durée d’interrogation des atomes), et d’autre part la cadence de mesure. Pour caractériser notre technique d’interférométrie atomique, nous avons étudié théoriquement et expérimentalement les biais induits spécifiquement par le balayage en fréquence. Seuls les paramètres temporels du déclenchement des rampes de fréquence et du déclenchement des impulsions Raman sont susceptibles d’engendrer des effets systématiques sur la phase de l’interféromètre. Nous avons démontré que ces biais sont non seulement limités à $1 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}$ lorsque la séquence temporelle est contrôlée avec une exactitude de 30 ns, mais aussi qu’ils sont éliminés en inversant le signe du vecteur d’onde effectif à chaque cycle de mesure.

La seconde méthode que nous avons mise en place pour mesurer des accélérations horizontales repose sur une transition Raman entre les états hyperfins $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ et $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ du ^{87}Rb . Les faisceaux Raman ont alors la même polarisation $\sigma^+ - \sigma^-$ que les faisceaux du piège magnéto-optique servant à préparer les atomes froids avant la séquence interférométrique. Grâce aux règles de sélection en polarisation, cette configuration n’autorise qu’une seule transition contra-propageante, malgré l’absence d’effet Doppler. En implémentant cette méthode, nous avons construit un capteur hybridé ayant une sensibilité court terme de $22 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$. Par rapport à la transition $|F = 1, m_F = 0\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$ habituellement utilisée en interférométrie atomique, cette configuration engendre un taux de perte d’atomes par émission spontanée environ 7 fois supérieur. La conséquence directe de cette forte émission spontanée

est la baisse de contraste, et donc de sensibilité, en sortie d'interféromètre. Cependant, on peut retrouver la même proportion d'émission spontanée qu'avec les états $m_F = 0$ en se plaçant sur la raie D_1 du ^{87}Rb . Quant à l'exactitude de la mesure fournie par l'accéléromètre atomique, elle est principalement limitée par le biais dû au gradient de champ magnétique, soit environ $2 \times 10^{-4} \text{ m.s}^{-2}$ sur notre dispositif expérimental. Ce biais serait fortement réduit grâce à des bobines de champ et un blindage magnétique plus performants. Dans tous les cas, le biais peut être annulé avec une géométrie d'interféromètre en fontaine.

Que ce soit pour la première ou la seconde technique d'interféromètre en configuration horizontale, nous n'avons pas pu conclure sur la stabilité long terme des capteurs hybridés développés, à cause de la dérive angulaire du miroir Raman. Pour y remédier, il est envisageable d'utiliser un tiltmètre afin de suivre les variations d'angles du miroir. Les tiltmètres conçus pour des applications de géodésie sont de bons candidats.

Le deuxième point bloquant est la plage de fonctionnement extrêmement faible en accélération et en rotation des capteurs inertiels atomiques. Seule la plage de fonctionnement en accélération peut être étendue en hybridant le capteur atomique avec son homologue classique. Pour s'affranchir de la limitation induite par la plage de fonctionnement faible en rotation, le capteur peut être gyrostabilisé. C'est par exemple le cas du gravimètre embarquable GIRAFE2 de l'ONERA. Cependant, pour réduire l'encombrement et le coût de la future centrale inertielle, les capteurs atomiques seront à priori utilisés en configuration « strapdown ». La méthode de tip-tilt, c'est-à-dire la rotation du miroir Raman pour compenser exactement la rotation terrestre, pourrait être une possibilité pour un fonctionnement en dynamique. Nous avons participé à l'élaboration théorique d'une nouvelle méthode interférométrique servant à compenser l'effet Coriolis, qui permet ainsi d'étendre la plage de fonctionnement en rotation des capteurs inertiels atomiques. Le brevet et la publication associés à cette technique sont jusqu'à ce jour tenus au secret par la Direction Générale de l'Armement.

VI.2 Perspectives

La suite du projet CHAMOIS va s'atteler à résoudre les deux derniers points bloquants, qui sont la mesure de rotations à l'état de l'art dans un instrument compact, et la mesure alternative des six grandeurs inertielles (trois accélérations + trois rotations) dans un capteur compact ainsi que l'hybridation des capteurs quantiques avec leurs homologues classiques. Par ailleurs, nous avons toutes les cartes en main pour construire un accéléromètre trois axes strapdown.

VI.2.1 Accéléromètre trois axes

Les travaux présentés dans ce manuscrit ouvrent la voie au développement d'un accéléromètre atomique hybride trois axes strapdown, adapté pour des applications statiques ou dynamiques. Associé à une centrale inertielle classique, le capteur atomique multi-axe pourrait être utilisé pour corriger le biais et le facteur d'échelle des accéléromètres classiques.

Utilisé en statique comme gravimètre ou tiltmètre, l'instrument permettrait d'estimer simultanément les variations de gravité et d'inclinaison du terrain [130]. Il présenterait ainsi un grand intérêt pour des applications de géophysique.

Pour des applications en dynamique, un accéléromètre atomique trois axes diminuerait les erreurs de navigation liées au biais des accéléromètres classiques d'une centrale inertielle. Par ailleurs, un tel capteur permettrait aussi des mesures absolues de gravité, indispensables à la navigation par corrélation de terrain [36, 37].

Pour concevoir un tel accéléromètre multi-axe, le choix d'une méthode de mesure de l'accélération en régime de faible vitesse devra être fait. Au cours de ma thèse, la méthode ayant démontré les meilleurs résultats en terme de sensibilité court terme est celle utilisant des fais-

ceaux Raman balayés en fréquence. Cependant, pour pouvoir faire un choix éclairé, il serait pertinent d'étudier les points suivants :

1. La méthode de mesure d'accélération horizontale avec des faisceaux Raman polarisés circulairement pourrait être testée sur la raie D_1 du ^{87}Rb . Comme les niveaux relais $|F' = 1\rangle$ et $|F' = 2\rangle$ sur cette raie sont plus éloignés l'un de l'autre (par rapport aux niveaux relais sur la raie D_2), le taux d'émission spontanée devrait être réduit d'un facteur 7 environ. Le contraste, et donc la sensibilité, du capteur ainsi créé seraient améliorés.
2. Comme expliqué précédemment, la stabilité long terme des accéléromètres atomiques hybridés devra être évaluée grâce à l'ajout d'un tiltmètre sur le montage expérimental.

Finalement, en ayant ainsi une connaissance plus complète des performances des deux capteurs atomiques, un choix devra être fait entre les deux techniques pour la construction du premier prototype de centrale inertielle à atomes froids embarquable. La méthode du balayage en fréquence est intrinsèquement plus simple à mettre en œuvre, tandis que la méthode des faisceaux Raman polarisé circulairement requiert un blindage magnétique plus performant et donc plus cher, et une préparation plus exigeante des atomes pour l'interférométrie. La possibilité de compenser activement les variations de champ magnétique existe aussi [131], et permet l'utilisation d'un blindage moins performant.

VI.2.2 Gyromètre atomique

La prochaine étape vers la centrale inertielle est la construction des gyromètres atomiques. Ceux-ci devront répondre à un cahier des charges particulièrement exigeant en terme de stabilité de biais, puisque c'est cette dernière qui donne l'erreur de navigation d'une centrale inertielle. Il est donc crucial de parvenir à développer des gyromètres à atomes froids, à la fois compacts et embarquables, et dont les performances sont au niveau de l'état de l'art.

Cet axe de recherche est particulièrement ambitieux, puisque seuls deux groupes dans le monde sont parvenus à construire des gyromètres atomiques avec des performances prometteuses par rapport aux gyromètres classiques (stabilité de biais de 3×10^{-10} rad.s $^{-1}$) [92, 93]. Toujours est-il que ces instruments très volumineux (~ 2 m) n'ont pu fonctionner qu'en environnement statique. Le projet de recherche CHAMOIS vise à développer un gyromètre aux performances comparables, mais dont la taille serait réduite d'un facteur 10 environ (~ 0.2 m), afin d'être utilisé pour des applications embarquées. Il est impossible d'atteindre les mêmes stabilités de biais à la fois en réduisant la taille du capteur, et en conservant le même schéma interférométrique, car le facteur d'échelle dépend directement de la taille du capteur. La solution serait d'utiliser des grandes séparatrices atomiques, qui permettent d'augmenter le facteur d'échelle du capteur, sans pour autant augmenter la distance de chute.

Les grandes séparatrices sont des transitions multi-photoniques basées sur une succession d'impulsions lasers. Celles-ci induisent des transitions Raman [90, 132, 133], des transitions de Bragg multi-photoniques [134, 135], ou bien des transitions optiques [136]. L'efficacité de ces séparatrices est améliorée par des techniques de passages adiabatiques [137, 138, 139]. Une autre façon de réaliser des grandes séparatrices est d'exploiter des oscillations de Bloch dans un réseau optique [140, 141, 142]. Les oscillations de Bloch (qui sont des passages adiabatiques entre des transitions de Bragg) peuvent par ailleurs être utilisées pour lancer les atomes avant la séquence interférométrique. Aujourd'hui, la plus grande séparatrice démontrée expérimentalement a transmis 400 impulsions de recul (soit $400 \hbar k$) grâce à de la double diffraction de Bragg associée à des oscillations de Bloch [142], mais sans aucune mesure de grandeur inertielle. Les trois conclusions qui émergent de ces études sont les suivantes [143] : tout d'abord l'utilisation de grandes séparatrices est accompagnée d'une baisse de contraste d'autant plus importante que la séparatrice est grande. Puis les meilleurs résultats sont obtenus avec des atomes plus froids que le μK . Et enfin certains schémas de grandes séparatrices induisent des phases non contrôlées.

Dans le cadre du projet CHAMOIS, deux configurations d'interférométrie sont envisageables

pour réaliser un gyromètre à atomes froids : un interféromètre type Mach-Zehnder ou un interféromètre en double boucle. Le choix retenu pour notre dispositif est un interféromètre atomique de Mach-Zehnder. Par rapport à un interféromètre en double boucle (à quatre impulsions), un interféromètre de Mach-Zehnder (à trois impulsions) a un contraste plus élevé. Par ailleurs, les effets systématiques, comme les déplacements lumineux par exemple, s'éliminent mieux dans cette configuration d'interférométrie. Celle-ci présente tout de même l'inconvénient d'avoir un facteur d'échelle dépendant de la vitesse v des atomes ($2k_{\text{eff}}vT^2$), alors que celui d'un interféromètre en double boucle dépend de g ($2k_{\text{eff}}gT^3$). La suite du projet CHAMOIS consiste à utiliser un interféromètre atomique de Mach-Zehnder vertical pour mesurer une vitesse de rotation selon un axe horizontal. Cette vitesse sera imposée par la mise en rotation de la plateforme d'isolation passive des vibrations sous le dispositif expérimental. Le miroir Raman sera gyro-stabilisé par une technique de tip tilt, assurée par un composant piézo-électrique qui mettra en rotation le miroir, pour compenser exactement la rotation à mesurer. Avant la séquence interférométrique, on communiquera une vitesse v aux atomes grâce à des oscillations de Bloch dans un réseau. Ces dernières pourront également être exploitées pour fabriquer des grandes séparatrices atomiques.

VI.2.3 Centrale inertielle atomique hybride

Après avoir conçu un gyromètre atomique compact performant, le dernier axe de recherche du projet CHAMOIS est le développement d'une centrale inertielle atomique hybride complète. Le capteur atomique mesurera alternativement les six grandeurs inertielles (trois accélérations + trois rotations) pour calibrer périodiquement le biais et le facteur d'échelle des six capteurs classiques. Le principe général de la centrale inertielle est mis en évidence sur la figure IV.24. À chaque cycle de mesure, la séquence expérimentale du capteur atomique sera modifiée pour mesurer la grandeur inertielle souhaitée, et l'indétermination de franges sera levée grâce au capteur classique correspondant. L'instrument de démonstration de principe accueillera une unique zone d'interrogation de taille centimétrique dans laquelle les atomes seront interrogés de différentes façons en fonction de la grandeur inertielle à mesurer. La configuration de CHAMOIS devra être compatible avec un capteur compact et embarquable.

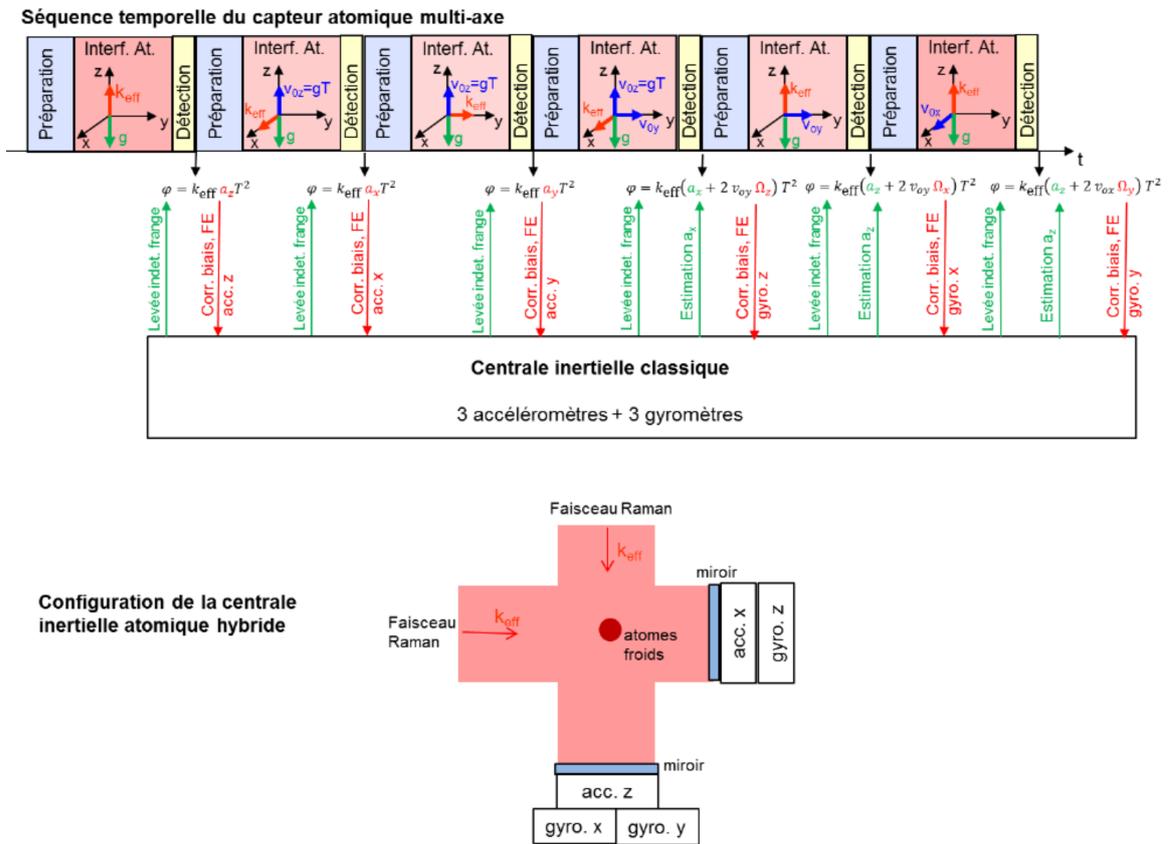


FIGURE IV.24 – Implémentation possible de la centrale inertielle atomique hybride. FE signifie facteur d'échelle. Figure tirée de [143].

ANNEXE A

GRANDEURS PHYSIQUES UTILES DE L'ATOME
DE ^{87}Rb TABLE A.0 – Grandeurs physiques relatives à l'atome de ^{87}Rb [120].

Paramètre	Valeur
Numéro atomique (Z)	37
Nucléons ($Z+N$)	87
Abondance naturelle relative	27.83(2) %
Masse atomique (m)	86.909 180 520(15)u $1.443\ 160\ 648(72) \times 10^{-25}$ kg
Propriétés de la raie D_2 :	
Fréquence (ω_0)	$2\pi \cdot 384.230\ 484\ 468\ 5(62)$ THz
Longueur d'onde dans le vide (λ)	780.241 209 686(13) nm
Temps de vie	26.234 8(77) ns
Largeur naturelle à mi-hauteur (Γ)	$2\pi \cdot 6.066\ 6(18)$ MHz
Écart hyperfin $ 5^2S_{1/2}\rangle$ (ω_G)	6.834 682 610 904 29(9) GHz
Vitesse de recul (v_{rec})	5.8845 mm.s $^{-1}$
Désaccord Doppler ($v_{atome} = v_r$)	$2\pi \cdot 7.541\ 9$ KHz
Température Doppler	145.57 μK
Intensités de saturation :	
Transition cyclante $ F = 2, m_F = \pm 2\rangle \rightarrow F' = 3, m_F = \pm 3\rangle$	
Polarisation σ^\pm ($I_{\text{sat}(m_F=\pm 2 \rightarrow m_F=\pm 3)}$)	1.669 33(35) mW.cm $^{-2}$
Transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$	
Polarisation isotrope ($I_{\text{sat}(\text{iso,eff})}$)	3.577 13(74) mW.cm $^{-2}$
Effet Zeeman :	
Linéaire $ 5^2S_{1/2}, F = 2\rangle$	0.70 MHz.G $^{-1}$
Linéaire $ 5^2S_{1/2}, F = 1\rangle$	-0.70 MHz.G $^{-1}$
Quadratique	575.15 Hz.G $^{-2}$

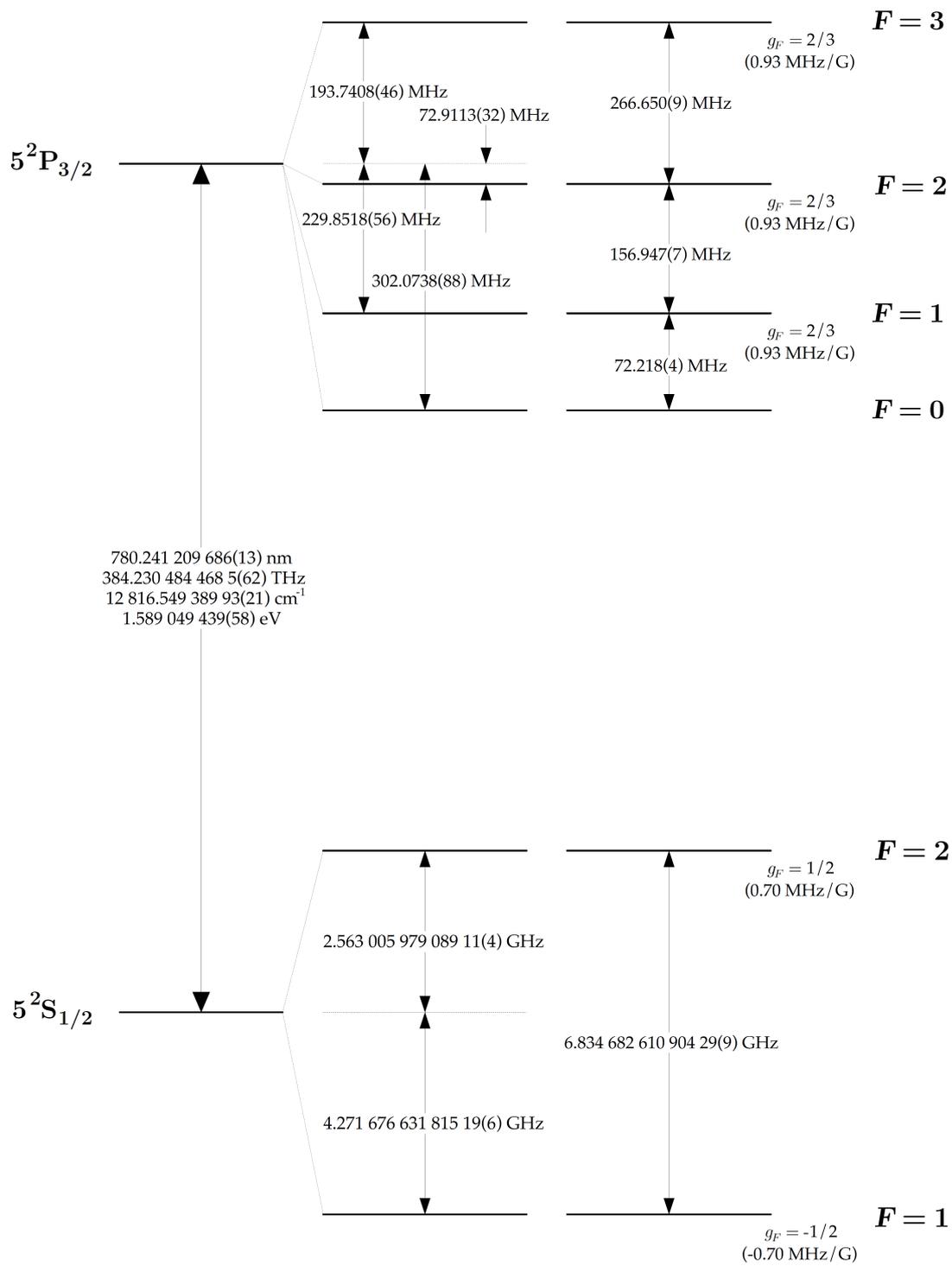


FIGURE A.1 – Structure hyperfine de la transition D_2 du ^{87}Rb [120].

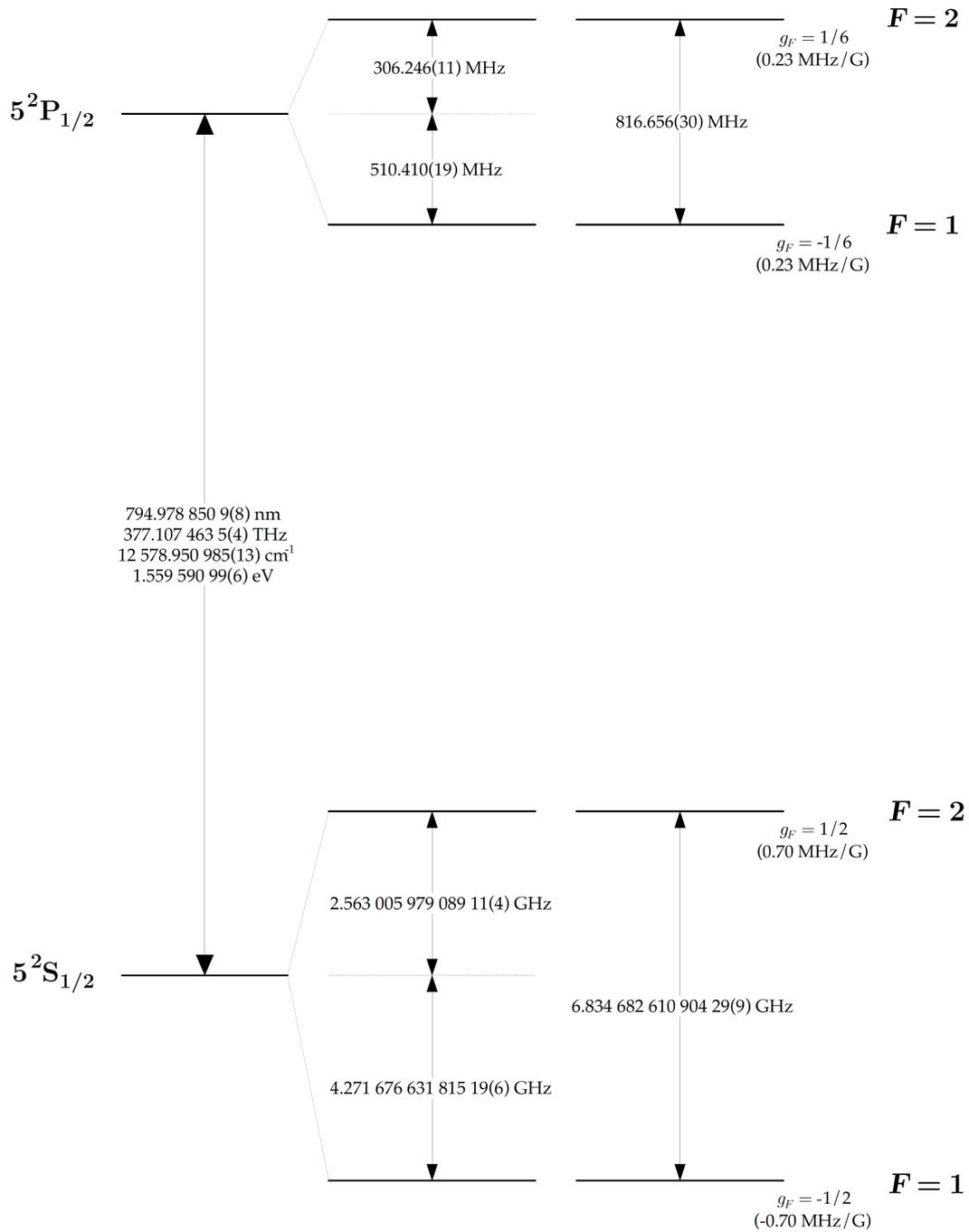


FIGURE A.2 – Structure hyperfine de la transition D_1 du ^{87}Rb [120].

ANNEXE B

MODÈLE THÉORIQUE SIMPLE DE L'ÉVOLUTION DU CONTRASTE DE L'INTERFÉROMÈTRE ATOMIQUE HORIZONTAL EN FONCTION DE LA RAMPE DE FRÉQUENCE APPLIQUÉE SUR LES LASERS RAMAN

Dans cette annexe, nous présentons une modélisation théorique simple qui permet de retrouver l'allure de l'évolution du contraste (voir figure III.10) en sortie de l'interféromètre horizontal présenté au chapitre III, en fonction de la rampe de fréquence β appliquée sur les lasers Raman pour lever la dégénérescence des transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$.

Au chapitre I, nous avons présenté la résolution de l'équation de Schrödinger dans le cas d'un système à trois niveaux $\{|f\rangle, |e\rangle, |i\rangle\}$. Lorsque le désaccord à un photon Δ est très grand devant les pulsations de Rabi $|\Omega_{j,\alpha}|$ qui décrivent le couplage entre les niveaux $|j = f, e\rangle$ et $|i\rangle$ par l'intermédiaire du laser L_α , l'état intermédiaire $|i\rangle$ peut être éliminé adiabatiquement. On peut alors se ramener à un système à deux niveaux $\{|f, \vec{p}\rangle, |e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle\}$ couplés par transition Raman [144].

En configuration d'interférométrie horizontale, la dégénérescence des transitions $\pm\hbar\vec{k}_{\text{eff}}$ est progressivement levée en imposant une rampe de fréquence aux lasers Raman. On doit alors considérer un système à cinq niveaux : trois niveaux fondamentaux $\{|f\rangle, |e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle, |e, \vec{p} - \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle\}$ (d'énergie respective $\hbar\omega_f$ et $\hbar\omega_e$) et deux niveaux intermédiaires $\{|i, \vec{p} + \hbar\vec{k}_1\rangle, |i, \vec{p} - \hbar\vec{k}_1\rangle\}$ (d'énergie $\hbar\omega_i$), couplés par un champ électrique qui résulte de deux faisceaux laser contra-propageants de vecteur d'onde et de pulsation respectives (\vec{k}_1, ω_1) et (\vec{k}_2, ω_2) . Pour résoudre la dynamique du système, on étudie l'évolution temporelle de la fonction d'onde atomique suivante :

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle = & C_f(t) |f, \vec{p}\rangle + C_{e+}(t) |e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle + C_{e-}(t) |e, \vec{p} - \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle \\ & + C_{i+}(t) |i, \vec{p} + \hbar\vec{k}_1\rangle + C_{i-}(t) |i, \vec{p} - \hbar\vec{k}_1\rangle \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

L'hamiltonien du système est la somme de deux termes : l'hamiltonien d'interaction \hat{H}_{int} entre l'atome et le champ électrique, et l'hamiltonien atomique \hat{H}_A de l'atome à cinq niveaux. L'hamiltonien d'interaction est le même que celui d'un système à trois niveaux présenté au chapitre I (voir équation (I.2)). Pour le système à cinq niveaux, l'hamiltonien atomique s'exprime :

$$\begin{aligned} \hat{H}_A = & \frac{\hat{P}^2}{2m} + \hbar\omega_f |f, \vec{p}\rangle \langle f, \vec{p}| \\ & + \hbar\omega_e |e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle \langle e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}| + \hbar\omega_e |e, \vec{p} - \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle \langle e, \vec{p} - \hbar\vec{k}_{\text{eff}}| \\ & + \hbar\omega_i |i, \vec{p} + \hbar\vec{k}_1\rangle \langle i, \vec{p} + \hbar\vec{k}_1| + \hbar\omega_i |i, \vec{p} - \hbar\vec{k}_1\rangle \langle i, \vec{p} - \hbar\vec{k}_1| \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

En suivant les mêmes étapes de calcul que celles effectuées dans [144] pour un système à trois niveaux, nous montrons que sous l'hypothèse $\Delta \gg |\Omega_{f,1}|, |\Omega_{e,2}|$, les états intermédiaires $|i, \vec{p} + \hbar\vec{k}_1\rangle$ et $|i, \vec{p} - \hbar\vec{k}_1\rangle$ peuvent être éliminés de façon adiabatique. On se ramène donc à un système à trois niveaux (représenté sur la figure B.1) dont la dynamique est gouvernée par le système suivant :

$$\frac{dV}{dt} = H_{\text{eff}}V \quad (\text{B.3})$$

où le vecteur V porte les composantes des amplitudes de probabilité de présence dans chaque état $\{|f, \vec{p}\rangle, |e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle, |e, \vec{p} - \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle\}$:

$$V = \begin{pmatrix} V_f \\ V_{e+} \\ V_{e-} \end{pmatrix} \quad (\text{B.4})$$

et l'hamiltonien effectif H_{eff} (qui est le même que celui de la double diffraction présentée précédemment [90]) s'écrit de la façon suivante en fonction de la pulsation de Rabi effective $\Omega_{\text{eff}} = \frac{\Omega_{f,1}\Omega_{e,2}^*}{2\Delta}$ et du désaccord à deux photons $\delta_{\pm} = (\omega_1 - \omega_2) - \left(\omega_e - \omega_f \pm \frac{\vec{p} \cdot \vec{k}_{\text{eff}}}{m} + \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{2m}\right)$:

$$H_{\text{eff}} = i \begin{pmatrix} \frac{|\Omega_{f,1}|^2}{\Delta} & \frac{\Omega_{\text{eff}}}{2} & \frac{\Omega_{\text{eff}}}{2} \\ \frac{\Omega_{\text{eff}}^*}{2} & \frac{|\Omega_{e,2}|^2}{\Delta} + \delta_+ & 0 \\ \frac{\Omega_{\text{eff}}^*}{2} & 0 & \frac{|\Omega_{e,2}|^2}{\Delta} + \delta_- \end{pmatrix} \quad (\text{B.5})$$

Le système (B.3) n'admettant pas de solution analytique, nous le résolvons numériquement. Nous choisissons le cas où le niveau excité $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ est à résonance. L'hamiltonien effectif H_{eff} à considérer est alors le suivant :

$$H_{\text{eff}} = i \begin{pmatrix} 0 & \frac{\Omega_{\text{eff}}}{2} & \frac{\Omega_{\text{eff}}}{2} \\ \frac{\Omega_{\text{eff}}^*}{2} & 0 & 0 \\ \frac{\Omega_{\text{eff}}^*}{2} & 0 & 2\delta\omega \end{pmatrix} \quad (\text{B.6})$$

où l'on a introduit la notation $2\delta\omega = \delta_- - \delta_+$. Il s'agit de la même quantité $2\delta\omega$ que celle dans l'équation (III.15) : elle représente l'écart (en unité de pulsation) entre les deux transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ sur un spectre Raman.

La détermination de l'expression du contraste en sortie d'interféromètre pour un système à trois niveaux est complexe. Nous ferons donc plusieurs hypothèses pour simplifier le calcul. Tout

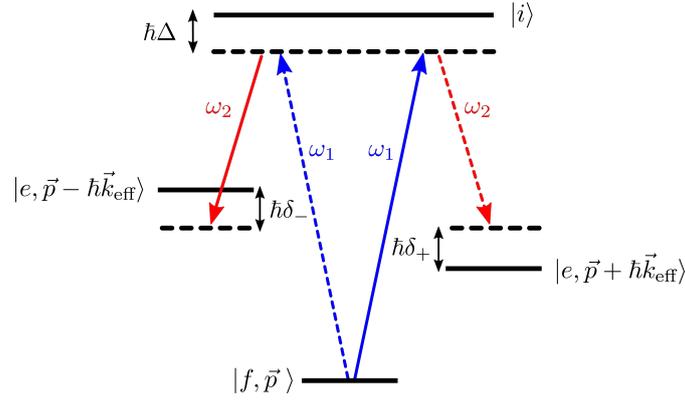


FIGURE B.1 – Diagramme d’énergie où les fréquences des faisceaux incidents (réfléchis) sont représentées en traits pleins (pointillés) respectivement.

d’abord nous négligeons les interféromètres parasites (indiqués en traits pointillés sur la figure B.2) qui résultent d’impulsions Raman imparfaites. Le diagramme temps-espace correspondant est représenté sur la figure B.2.

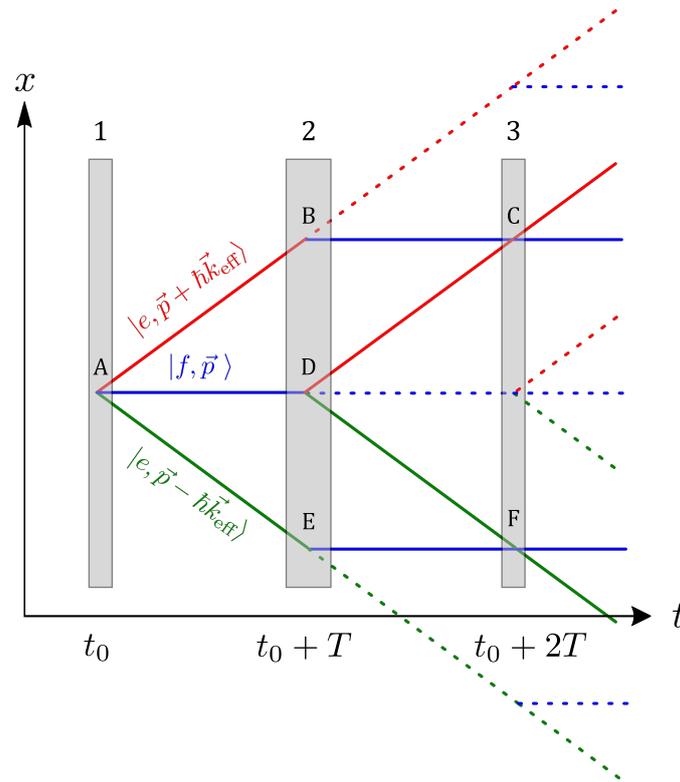


FIGURE B.2 – Diagramme temps-espace de l’interféromètre à considérer pour un système à trois niveaux. Les impulsions 1 et 3 sont des séparatrices et l’impulsion 2 est miroir. Les chemins parasites sont indiqués en traits pointillés.

En reprenant les notations introduites au chapitre I de ce manuscrit au paragraphe I.2.4, on utilise les coefficients de réflexion et transmission de la fonction d’onde atomique (l’exposant \pm indiquant l’interféromètre du haut ou du bas sur la figure B.2) pour exprimer la probabilité que l’atome se trouve dans l’état $|f, \vec{p}\rangle$ en sortie d’interféromètre :

$$P = A + |r_{\pi/2}^+(t_0)r_{\pi}^+(t_0 + T)t_{\pi/2}^+(t_0 + 2T) + t_{\pi/2}^+(t_0)r_{\pi}^+(t_0 + T)r_{\pi/2}^+(t_0 + 2T)e^{i\Delta\Phi_+}|^2 + |r_{\pi/2}^-(t_0)r_{\pi}^-(t_0 + T)t_{\pi/2}^-(t_0 + 2T) + t_{\pi/2}^-(t_0)r_{\pi}^-(t_0 + T)r_{\pi/2}^-(t_0 + 2T)e^{i\Delta\Phi_-}|^2 \quad (\text{B.7})$$

où le terme A comporte tous les termes qui n'interfèrent pas, et $\Delta\Phi_{\pm}$ sont les déphasages accumulés sur chacun des deux interféromètres. Ces déphasages s'expriment de la façon suivante :

$$\begin{cases} \Delta\Phi_+ = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a} T^2 + \varphi_{\text{syst}} \\ \Delta\Phi_- = -\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a} T^2 + \varphi_{\text{syst}} \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

avec φ_{syst} un terme de phase systématique responsable d'un décalage entre les deux systèmes de franges.

La deuxième hypothèse que nous faisons consiste à négliger ce terme de phase systématique φ_{syst} , ce qui permet d'écrire le contraste simplement :

$$C = 4 \cdot \left[\left(r_{\pi/2}^+ \right)^2 \left(r_{\pi}^+ \right)^2 \left(t_{\pi/2}^+ \right)^2 + \left(r_{\pi/2}^- \right)^2 \left(r_{\pi}^- \right)^2 \left(t_{\pi/2}^- \right)^2 \right] \quad (\text{B.9})$$

Pour comparer la simulation théorique aux résultats expérimentaux présentés sur la figure III.10, qui met en évidence l'évolution du contraste avec la rampe de fréquence β , il suffit d'étudier le contraste (B.9) en fonction de l'écart $2\delta\omega$ entre les deux niveaux excités $|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ et $|e, \vec{p} - \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$. En effet, nous avons avec nos notations : $2\delta\omega = 2\pi \times 2\beta \cdot t_d$ (voir équation (III.15)). Concrètement, pour chaque valeur de $2\delta\omega$, nous calculons numériquement les coefficients de transmission et réflexion à partir des racines carrées des probabilités de transition à chaque impulsion. Le résultat est présenté sur la figure B.3, et confronte les données expérimentales à notre simulation numérique.

Plusieurs remarques peuvent être faites ici. Tout d'abord, notre modèle simple permet de retrouver l'allure générale de l'évolution du contraste observée expérimentalement en fonction de la rampe β . Cependant, le contraste théorique est supérieur aux observations expérimentales. Plusieurs hypothèses peuvent être avancées pour expliquer cette différence entre les mesures expérimentales et le modèle théorique : d'une part les chemins parasites (indiqués en pointillés sur la figure B.2) ne sont peut-être pas négligeables, et d'autre part la distribution en vitesse du nuage atomique est peut-être responsable d'une baisse de contraste. On remarque également que le contraste tend vers 1 sur notre modélisation théorique, ce qui n'est pas le cas en pratique (contraste maximal d'environ 40%). Expérimentalement, le contraste est surtout limité par la distribution gaussienne en intensité des faisceaux lasers Raman.

La simulation numérique présentée ici ne se veut pas exhaustive et permet uniquement de retrouver le comportement général du contraste en sortie d'interféromètre en fonction de la levée de dégénérescence des transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ rendue possible par la rampe de fréquence β . Les hypothèses faites pour le calcul théorique sont fortes. La situation réelle est plus complexe, puisqu'il ne s'agit ni d'une configuration de double diffraction (dans laquelle les atomes restants dans l'état $|f, \vec{p}\rangle$ après la première impulsion Raman sont éliminés), ni d'une configuration de double simple diffraction (qui nécessite la sélection de deux classes de vitesse symétriques avant l'interféromètre).

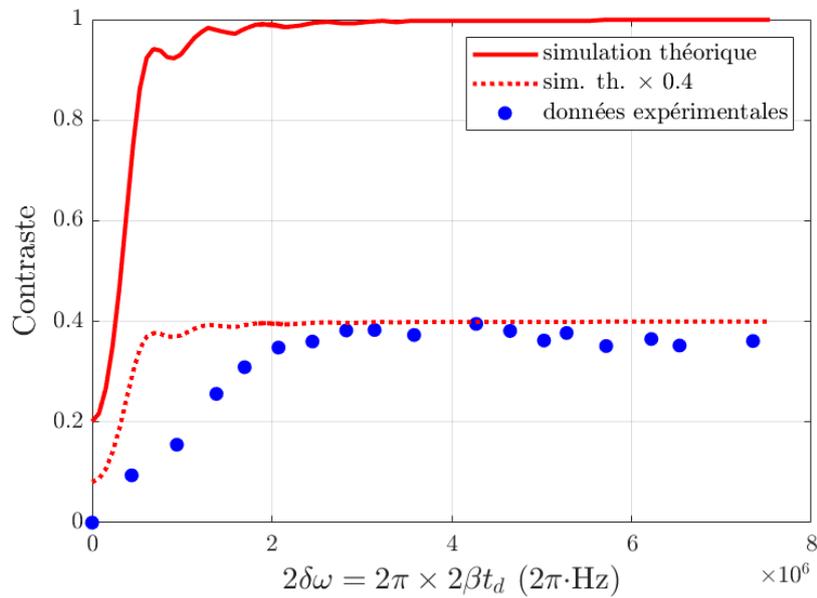


FIGURE B.3 – Évolution du contraste de l'interféromètre horizontal utilisant des faisceaux Raman balayés en fréquence en fonction de l'écart entre les deux résonances $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$. Les données expérimentales sont représentées en bleu (ce sont les mêmes que sur la figure III.10), et le résultat de la simulation théorique est représenté en trait rouge plein. Pour aider à comparer les résultats théoriques et expérimentaux, nous avons ajouté la courbe rouge en pointillés, qui correspond aux données théoriques multipliées par un facteur 0.4.

ANNEXE C

COMMUNICATIONS SCIENTIFIQUES

Publications dans des revues scientifiques :

Y. Bidel, N. Zahzam, A. Bresson, C. Blanchard, A. Bonnin, **J. Bernard**, M. Cadoret, T.E. Jensen, R. Forsberg, C. Salaun, S. Lucas, M.F. Lalancette, D. Rouxel, G. Gabalda, L. Seoane, D.T. Toan & S. Bonvalot

"Airborne absolute gravimetry with a quantum sensor, comparison with classical technologies and marine, land and altimetry derived gravity data"

à soumettre à *JGR : Solid Earth*

J. Bernard, Y. Bidel, M. Cadoret, C. Salducci, N. Zahzam, S. Schwartz, A. Bonnin, C. Blanchard & A. Bresson

"Atom interferometry using $\sigma^+ - \sigma^-$ Raman transitions between $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ and $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ "

Physical Review A, vol. 105, p. 033318, 2022

J. Bernard, M. Cadoret, Y. Bidel, C. Salducci, N. Zahzam, S. Schwartz, A. Bonnin, C. Blanchard & A. Bresson

"Progress towards the development of a cold-atom inertial measurement unit for onboard applications"

2022 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL), 2022

Best Student Paper Award

A. Bonnin, Y. Bidel, **J. Bernard**, C. Blanchard, M. Cadoret, N. Zahzam, S. Schwartz & A. Bresson

"Marine and Airborne Gravimetry with an Absolute Cold Atom Sensor"

2022 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL), 2022

M. Cadoret & **J. Bernard**

"Quand les technologies quantiques prennent le large"

The Conversation

<https://theconversation.com/quand-les-technologies-quantiques-prennent-le-large-152834>

I. Perrin, **J. Bernard**, Y. Bidel, N. Zahzam, C. Blanchard, A. Besson & M. Cadoret

"Zero-velocity atom interferometry using a retroreflected frequency chirped laser"

Physical Review A, vol. 100, p. 053618, 2019

Conférences internationales :

Université de Rutgers, Séminaire

Newark, USA - Octobre 2022

"Cold atom interferometry for onboard inertial sensing applications"

Séminaire

IEEE Inertial 2022, Congrès

Avignon, France - Mai 2022

"Progress towards the development of a cold atom inertial measurement unit for onboard applications"

Présentation orale et article de conférence - Best Student Paper Award

FOMO 2021 (Frontiers Of Matter wave Optics)

En ligne, Juillet 2021

"Progress towards the development of a cold-atom inertial measurement unit for onboard applications"

Présentation orale

DAMOP 2021 (Division of Atomic, Molecular and Optical Physics)

En ligne, Mai - Juin 2021

"Progress towards the development of a cold-atom inertial measurement unit for onboard applications"

Présentation orale

Les Houches, doctoral school

Chamonix, Octobre 2019

"Development of a cold-atom inertial measurement unit"

Poster

Conférences nationales :

JDD 2022 (Journée des Doctorants de l'ONERA)

Palaiseau, France - Janvier 2022

"Développement d'une centrale inertielle hybride à atomes froids"

Présentation orale - Prix des doctorants du domaine Physique de l'ONERA

JDD 2021 (Journée des Doctorants de l'ONERA)

Palaiseau, France - Janvier 2021

"Développement d'une centrale inertielle hybride à atomes froids"

Présentation orale

CoOLMe 2020 (Cold-atom On-Line Meeting du GdR Atomes Froids)

En ligne, Novembre 2020

"Development of a cold-atom inertial measurement unit"

Poster

JDD 2020 (Journée des Doctorants de l'ONERA)

Palaiseau, France - Janvier 2020

"Développement d'une centrale inertielle hybride à atomes froids"

Poster

Atom interferometry using $\sigma^+ \text{-} \sigma^-$ Raman transitions between $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ and $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$

J. Bernard,^{1,2,*} Y. Bidel,¹ M. Cadoret,² C. Salducci,¹ N. Zahzam,¹ S. Schwartz,¹ A. Bonnin,¹ C. Blanchard,¹ and A. Bresson¹

¹*DPHY, ONERA, Université Paris Saclay, F-91123 Palaiseau, France*

²*LCM-CNAM, 61 Rue du Landy, 93210, La Plaine Saint-Denis, France*



(Received 15 November 2021; revised 1 February 2022; accepted 3 March 2022; published 24 March 2022)

We report on the experimental demonstration of a horizontal accelerometer based on atom interferometry using counterpropagative Raman transitions between the states $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ and $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ of ^{87}Rb . Compared to the $|F = 1, m_F = 0\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$ transition usually used in atom interferometry, our scheme presents the advantages of having only a single counterpropagating transition allowed in a retroreflected geometry, using the same polarization configuration as the magneto-optical trap, and allowing the control of the atom trajectory with magnetic forces. We demonstrate horizontal acceleration measurement in a close-to-zero velocity regime using a single-diffraction Raman process with a short-term sensitivity of $25 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ and resolution down to $3.8 \times 10^{-6} \text{ m s}^{-2}$ at an integration time of 3300 s. We discuss specific features of the technique such as spontaneous emission, light shifts, and effects of magnetic field inhomogeneities. We finally give possible applications of this technique in metrology or for cold-atom inertial sensors dedicated to onboard applications.

DOI: [10.1103/PhysRevA.105.033318](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.105.033318)

I. INTRODUCTION

During the past two decades, light-pulse atom interferometers (LPAIs) [1], which exploit the wavelike interference of atoms, have become unique instruments for precision measurements of inertial forces, with applications in both applied and fundamental science. For example, atom interferometric techniques have been employed in measurements of gravitational [2,3] and fine-structure constants [4,5], tests of the equivalence principle [6], and searches for dark sector particles [7–9], and they have even been proposed for use in gravitational wave detection [10,11]. They have also enabled the realization of high-performance accelerometers [12–15], gyroscopes [16–23], and gravimeters [24–28], demonstrating great promise for fielded inertial sensors based on atom interferometry [29–31]. In addition, they can also be utilized for probing the field gradient of external fields, such as gravity [32–34] or magnetic fields [35,36].

In a LPAI, sequences of laser pulses are used to split, deflect, and recombine matter waves to create atom interference. In inertial sensors, these sequences of light pulses commonly use counterpropagating two-photon Raman transitions with large one-photon detuning [1] between hyperfine ground states of alkali-metal atoms (e.g., $|F = 1\rangle$ and $|F = 2\rangle$ for ^{87}Rb). They form the basic atom-optics elements by finely controlling the external degrees of freedom of the atoms through the generation of coherent superposition of momentum states. In a counterpropagating configuration, the transfer between the two internal ground states is always accompanied

with a change of $\pm \hbar k_{\text{eff}}$ of the momentum state, where k_{eff} is the effective wave vector.

In order to achieve high-precision measurements, the two counterpropagating Raman lasers are usually obtained thanks to a retroreflected geometry where a single laser beam with two laser frequencies is retroreflected off a mirror. This geometry allows one to mitigate parasitic effects induced by wave-front distortions which are critical to achieve good accuracy and long-term stability [28,37]. It also reduces interferometer phase noise as most vibration effects are common to the two laser fields. In addition, in order to avoid systematic errors induced by the first-order Zeeman effect, the atoms are commonly manipulated in the magnetically insensitive $m_F = 0$ sublevels in the interferometer.

In this work, we report on the experimental realization of a Raman transition-based LPAI between magnetically sensitive internal states in a Mach-Zehnder type geometry. Using the supplementary internal degree of freedom of atoms manipulated in sensitive magnetic sublevels, we realize a sensor which simultaneously measures inertial and magnetic accelerations. Our work focuses on the specific case of ^{87}Rb . Using a $\sigma^+ \text{-} \sigma^-$ polarized light arrangement, we manipulate the atoms in the interferometer between the two magnetically sensitive ground states $5S_{1/2} |F = 1, m_F = \mp 1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = \pm 1\rangle$, also used as atomic clock transition for magnetically trapped ^{87}Rb [38], taking benefit of their similar first-order Zeeman shift. Using this technique we perform the measurement of the horizontal component of acceleration, in a close-to-zero velocity regime, using a single-diffraction Raman scheme [15], without need for alternative techniques to lift the degeneracy of the double-diffraction process [39]. We demonstrate a short-term sensitivity of $25 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ for the absolute acceleration measurement. We then

*jeanne.bernard@onera.fr

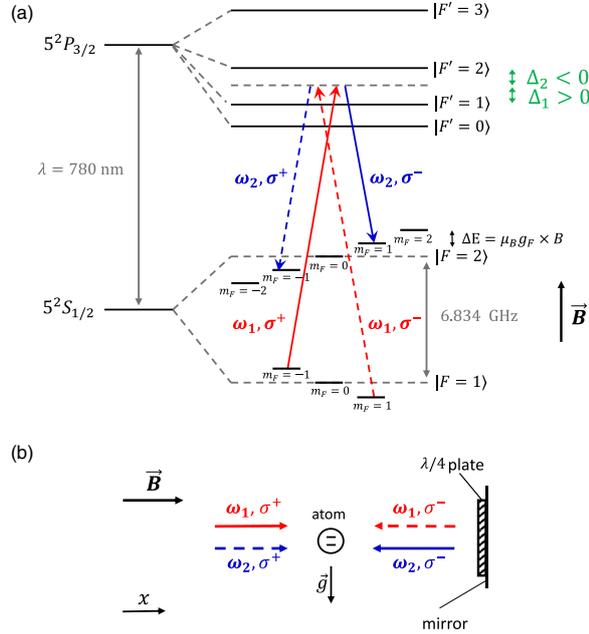


FIG. 1. (a) Scheme of the $\sigma^+-\sigma^-$ Raman transitions between Zeeman sublevels of the two hyperfine ground states of ^{87}Rb in the presence of a magnetic field. Solid lines represent the $\sigma^+-\sigma^-$ polarized beams performing the $|F=1, m_F=-1\rangle \leftrightarrow |F=2, m_F=1\rangle$ transition. Dashed lines represent the $\sigma^--\sigma^+$ polarized beams performing the $|F=1, m_F=1\rangle \leftrightarrow |F=2, m_F=-1\rangle$ transition. (b) Schematic setup of two-photon Raman transitions in the commonly used retroreflected geometry. A two-level atom is interacting with two pairs of counterpropagating light fields with $\sigma^+-\sigma^-$ polarizations. This polarization arrangement allows for only one pair of counterpropagating light fields to drive the Raman coupling, leading to a single-diffraction Raman process despite zero Doppler shift.

discuss some specifics of our technique in comparison with the usual magnetically insensitive Raman-based atom interferometers, such as the spontaneous emission rate, additional sensitivity to magnetic field inhomogeneity, and light shifts. Finally, in light of the advantages of this technique, we propose atom interferometer designs which could be of interest in metrology, as well as for improving the performances of cold-atom inertial sensors in operational field conditions [13,29–31].

II. METHOD

A. Principle and advantages of the method

We implement our method using a horizontal Mach-Zehnder type LPAI based on counterpropagative stimulated two-photon Raman transitions between the $|F=1, m_F=\mp 1\rangle$ and $|F=2, m_F=\pm 1\rangle$ hyperfine levels of the $5S_{1/2}$ ground state of ^{87}Rb . These two states are coupled via an intermediate state, using lasers of frequencies $\omega_{1(2)}$ detuned from the $|5P_{3/2}, F'=1(2)\rangle$ state by the one-photon detuning $\Delta_{1(2)}$ [see Fig. 1(a)]. A static bias magnetic field of magnitude B aligned with the Raman lasers is applied to

define a quantization axis for the atoms. This field shifts the $|F, m_F\rangle$ ground-state magnetic sublevels by $\Delta E = \mu_B g_F m_F B$ as a first approximation, where F is the atomic total angular momentum, $m_F = 0, \pm 1, \dots, \pm F$ are its projections on the quantization axis, μ_B is the Bohr magneton, and g_F is the Landé factor, equal to $-(+1)/2$ for the $F=1(2)$ states, respectively. The two counterpropagating Raman beams are generated using a retroreflective setup. Contrary to many LPAI experiments using a lin \perp lin polarization configuration and a large one-photon detuning allowing one to exclusively drive counterpropagative Raman transitions between the magnetic-insensitive $m_F=0$ sublevels, we implement here a $\sigma^+-\sigma^-$ configuration [see Fig. 1(b)]: the Raman beams have a σ^+ polarization in one direction, and a σ^- polarization in the retroreflected direction. The quantum state at the input of the interferometer is prepared to be in one single Zeeman sublevel $|F=1, m_F\rangle$ ($m_F = +1$ or $m_F = -1$). Thus, according to the electric dipole transition selection rules, only one counterpropagating transition is possible. Indeed the $\sigma^+-\sigma^-$ Raman laser configuration only allows $\Delta m_F = \pm 2$ transitions. Consequently, the two-photon Raman transition couples the magnetically sensitive hyperfine states $|F=1, m_F = \pm 1\rangle \leftrightarrow |F=2, m_F = \mp 1\rangle$ with an effective Rabi frequency [40]:

$$\Omega_{\text{eff}} = \Gamma^2 \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{4I_{\text{sat}}} \frac{1}{4\sqrt{3}} \left(\frac{1}{\Delta_1} - \frac{1}{\Delta_2} \right), \quad (1)$$

where $\Gamma = 2\pi \times 6.07$ MHz is the natural line width, $I_{\text{sat}} = c\pi h\Gamma/3\lambda^3 = 1.67$ mW cm $^{-2}$ is the saturation intensity (with c being the speed of light, h being the Planck's constant, and $\lambda = 780$ nm), $I_{1(2)}$ are the Raman laser intensities, and $\Delta_{1(2)}$ are the one-photon detunings with respect to the hyperfine levels $|5P_{3/2}, F'=1(2)\rangle$ [see Fig. 1(a)]. The Rabi frequency of the two-photon Raman transition constrains us to tune the one-photon transition in between $|F'=1\rangle$ and $|F'=2\rangle$ in order to avoid destructive interferences between the transition probability amplitudes for each excited state $|F'=1\rangle$ and $|F'=2\rangle$. The consequences of such a close-to-resonance detuning are discussed in Sec. IV A.

LPAIs usually manipulate atoms in the magnetically insensitive $m_F=0$ sublevels. For zero-velocity atoms the use of retroreflected Raman beams leads naturally to a double-diffraction scheme: two stimulated Raman transitions with opposite momentum transfer $\pm \hbar \vec{k}_{\text{eff}}$ are simultaneously resonant [39]. Our scheme has the advantage of having only one counterpropagating Raman transition allowed despite the retroreflection. In addition, we can very easily implement the k_{eff} -reversal technique [24] to eliminate some systematics by alternatively preparing the atoms in the $|F=1, m_F = \mp 1\rangle$ states. Moreover the Raman beams have the same polarization as the magneto-optical trap beams, enabling a more compact and simple sensor.

B. Experimental apparatus and lasers

The experiment was carried out in the LPAI setup described in Refs. [15,41]. The usual steps of atom interferometry (preparation, interferometry, and population detection) were performed with the laser system described in Ref. [42]. On the one hand an erbium distributed feedback fiber laser

(DFB-FL) at $1.5 \mu\text{m}$, locked to a rubidium transition through a saturated absorption setup [43], is used to cool and detect the atoms. On the other hand a DFB laser diode at $1.5 \mu\text{m}$, frequency controlled by a beat note with the fiber laser, provides the LPAI laser source. The two Raman frequencies are generated using a fibered phase modulator [44]. Both lasers are finally combined at $1.5 \mu\text{m}$ through an electro-optical modulator acting like a continuous optical switch between each laser, before seeding a 5-W erbium-doped fiber amplifier (EDFA). The output of the EDFA is sent to a second harmonic generation bench. The complete laser setup and optical bench description can be found in Ref. [15].

C. State preparation and Raman spectroscopy

We investigate our method by selecting the atomic input state and implementing Raman spectroscopy. A cold ^{87}Rb atom sample is produced in a three-dimensional magneto-optical trap (MOT) loaded from a background vapor in 840 ms. An optical molasses cools the atoms down to $2 \mu\text{K}$ in 8 ms. After turning off the cooling beams, the atoms are in free fall. Then a horizontal bias magnetic field $B \sim 400 \text{ mG}$ is switched on and a microwave π pulse is applied, followed by a blow-away beam, allowing us to select the atoms in the $|F = 1, m_F = -(+)1\rangle$ state. Raman spectroscopy is performed using a Raman pulse of duration $\tau = 10 \mu\text{s}$. Finally an internal state-selective vertical light-induced fluorescence detection is used to measure the proportion of atoms in each hyperfine state $|F = 1\rangle$ and $|F = 2\rangle$. The cycling time of the experiment is $T_{\text{cycle}} = 1 \text{ s}$.

Figure 2(a) displays the measured transition probability as a function of the Raman frequency difference $(\omega_1 - \omega_2)/2\pi$. For the atoms being prepared in the $|F = 1, m_F = -1\rangle$ state, the electric dipole transition selection rules state that only two transitions are possible with our Raman beam polarization configuration: a copropagating transition $|F = 1, m_F = -1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = -1\rangle$ (almost insensitive to Doppler effect and therefore narrower) and a counterpropagating transition $|F = 1, m_F = -1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$ [see Fig. 1(a)]. A third transition can be observed in Fig. 2(a) due to spontaneous emission: a fraction of the atoms is transferred by spontaneous emission to the $m_F = 0$ and 1 magnetic sublevels of $F = 1$ and undergoes one of the two degenerate transitions $|F = 1, m_F = 1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$ or $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 2\rangle$. Spontaneous emission is further discussed in Sec. IV A.

One can notice not only that the $\sigma^+ \text{-} \sigma^-$ transition frequency is independent of the magnetic field magnitude B at first order [see Fig. 2(c)] but also that the $\pm k_{\text{eff}}$ transition frequencies (corresponding to $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = \pm 1\rangle$) are the same [see Fig. 2(b)], which is very useful when implementing the k_{eff} -reversal technique (see Sec. III A).

In conclusion, once the Raman frequency is properly tuned, it is only the state preparation in the magnetic sublevel $m_F = \mp 1$ that defines which transition $\pm k_{\text{eff}}$ will be addressed during the interferometer sequence. This means that reversing the effective wave vector is different from LPAIs using the $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$ transition, where the Raman frequency needs to be changed in order to reverse k_{eff} .

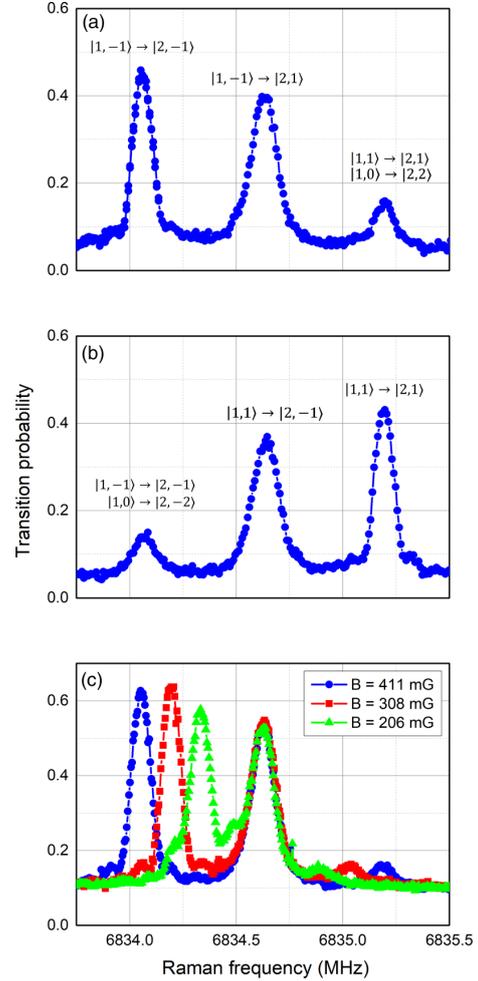


FIG. 2. Raman resonance spectra obtained by scanning the Raman frequency $(\omega_1 - \omega_2)/2\pi$ across the resonances. (a) Raman spectrum with the atoms prepared in the $|F = 1, m_F = -1\rangle$ sublevel. The magnetic field amplitude is $B = 411 \text{ mG}$. Three resonance peaks are observed and correspond to four transitions: $|F = 1, m_F = -1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = -1\rangle$, $|F = 1, m_F = -1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$, and two degenerate transitions, $|F = 1, m_F = 1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$ and $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 2\rangle$. (b) Raman spectrum with the atoms prepared in the $|F = 1, m_F = +1\rangle$ sublevel. The magnetic field amplitude is $B = 411 \text{ mG}$. (c) The atoms are prepared in the $|F = 1, m_F = -1\rangle$ sublevel, and the magnetic field amplitude is tuned from 200 to 400 mG. The transition $|F = 1, m_F = -1\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$ is insensitive at first order to a magnetic field amplitude variation.

III. ATOM INTERFEROMETRY WITH $\sigma^+ \text{-} \sigma^-$ TRANSITIONS

Our Mach-Zehnder type LPAI in a horizontal configuration consists of a $\pi/2 \text{-} \pi \text{-} \pi/2$ Raman pulse sequence, with each pulse separated by a time T . Due to free fall of atoms across the laser beams of waist 5.5 mm ($1/e^2$ radius), the interrogation time is limited to $2T = 33 \text{ ms}$. At the output

of the interferometer the phase shift is the sum of two terms: $\Delta\phi = \Delta\phi_{\text{propagation}} + \Delta\phi_{\text{laser}}$, where $\Delta\phi_{\text{propagation}}$ is the difference in the action computed along the classical trajectory of each interferometer arm and $\Delta\phi_{\text{laser}}$ is the phase difference imprinted on the atoms by the Raman lasers at different locations [45]. The complete calculation of $\Delta\phi_{\text{propagation}}$ is done in Sec. IV B and shows that $\Delta\phi_{\text{propagation}} = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a}_B T^2 +$ smaller terms [see Eq. (12)], with \vec{a}_B being an acceleration due to a magnetic force. This magnetic acceleration depends on the transition $\pm k_{\text{eff}}$ and is expressed as $\vec{a}_B = -\frac{\mu_B}{m} g_F m_F \vec{\nabla} B = -\frac{\hbar}{m} \alpha_m \vec{\nabla} B$, where m is the ^{87}Rb atomic mass; \hbar is the reduced Planck constant; $\alpha_m = \pm 2\pi \times 0.70 \text{ MHz/G}$ is the Zeeman shift of $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$, respectively [40]; and $\vec{\nabla} B$ is the gradient of the magnetic field magnitude B . In the infinitely short, resonant-pulse limit, the second phase term of $\Delta\phi$ is given by $\Delta\phi_{\text{laser}} = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a}_{\text{inertial}} T^2$, where $\vec{a}_{\text{inertial}}$ is the acceleration of the atoms due to gravito-inertial effects. This interferometer geometry thus exhibits at its output an atomic phase shift sensitive to the combined acceleration of the atoms due to gravito-inertial effects and a force due to a magnetic field gradient:

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a} T^2 \\ &= \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \left(\vec{a}_{\text{inertial}} - \frac{\hbar}{m} \alpha_m \vec{\nabla} B \right) T^2. \end{aligned} \quad (2)$$

At the end of the interferometric sequence we measure the proportion of atoms in each output port of the interferometer, $|F = 1\rangle$ and $|F = 2\rangle$, by fluorescence. The normalized population in the state $|F = 2\rangle$ at the LPAI exit is a sinusoidal function of the interferometer phase shift:

$$P = P_m - \frac{C}{2} \cos \Delta\phi = P_m - \frac{C}{2} \cos(\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a} T^2), \quad (3)$$

where P_m is the fringe offset and C is the fringe contrast. In the following we neglect the smaller terms from $\Delta\phi_{\text{propagation}}$ [see Eq. (12)]; they are studied in Sec. IV B.

The force responsible for the magnetic acceleration depends on the magnetic field inhomogeneities. To evaluate this force in our setup, we proceed as follows: just as in a LPAI gravimeter, we apply a radio-frequency chirp β (Hz/s) to the effective Raman frequency to scan the interference fringes. The sinusoidal dependence of the probability [see Eq. (3)] leads to an ambiguity in the acceleration measurement. We solve this issue by measuring interference fringes for different interrogation times T . Reversing the sign of the effective wave vector (i.e., preparing the atoms in $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ alternatively), the magnetic acceleration changes sign and the phase shifts are respectively

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{\pm} &= [\pm \vec{k}_{\text{eff}} \cdot (\vec{a}_{\text{inertial}} + \vec{a}_{B\pm}) - 2\pi\beta] T^2 \\ &= [\pm \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a}_{\text{inertial}} + \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a}_{B\pm} - 2\pi\beta] T^2, \end{aligned} \quad (4)$$

where

$$\begin{aligned} \vec{a}_{B\pm} &= \vec{a}_B(F = 1, m_F = \mp 1) = \vec{a}_B(F = 2, m_F = \pm 1), \\ \vec{a}_{B+} &= -\vec{a}_{B-}. \end{aligned}$$

This means that whatever the pulse separation T , the phase shift is zero when the chirp reaches $\beta_{0\pm} = \frac{k_{\text{eff}}}{2\pi} (\pm \vec{a}_{\text{inertial}} +$

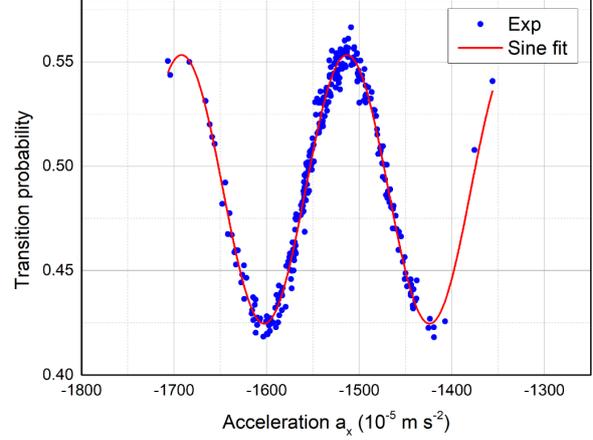


FIG. 3. Horizontal atom interferometer fringe pattern. The total interferometer time is $2T = 33 \text{ ms}$ and the Raman pulse duration is $\tau = 10 \mu\text{s}$. The solid line is a sinusoidal least-squares fit using Eq. (3) and considering error-free independent variables. The estimated fringe contrast is $C \sim 13\%$. The fringes are shifted from zero because of the magnetic acceleration and the bias of the classical accelerometer.

a_{B+}). From this we easily extract the magnetic acceleration $a_{B+} = \frac{2\pi}{2k_{\text{eff}}} (\beta_{0+} + \beta_{0-})$. Its numerical value is $-7.79 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$, i.e., several interfringes $i = \lambda/2T^2 = 1.43 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$ ($T = 16.5 \text{ ms}$). The corresponding magnetic field gradient is $\partial_x B = -24.2 \text{ mG cm}^{-1}$ and is therefore responsible for a non-negligible bias on the inertial acceleration measurement. The k_{eff} -reversal technique (i.e., preparing the atoms in the $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ states alternatively) is essential to eliminate such a bias.

A. Correlation fringes

When scanning the interference fringes by varying the frequency chirp β , the fringes are washed out because of vibration noise (typically as soon as $T \geq 6 \text{ ms}$). To recover the interference fringes, we perform a correlation-based technique [46] which combines measurements of both the LPAI output signal P and the classical accelerometer fixed to the Raman mirror. Figure 3 shows the typical fringe pattern obtained by plotting the transition probability P at the LPAI output versus the acceleration measured by the classical accelerometer. The fringe contrast obtained from a sinusoidal least-squares fit of the data is $C = 13\%$, which is the best contrast that we obtained when adjusting the Raman laser intensity at a fixed Raman pulse duration of $\tau = 10 \mu\text{s}$. We demonstrated in Ref. [15] a horizontal hybrid accelerometer with a contrast of 40% on the same experimental setup. In Sec. IV we investigate the loss of contrast associated with the $\sigma^+ \sigma^-$ technique.

B. Accelerometer sensitivity

We analyze the sensitivity and stability of the horizontal atom accelerometer by hybridizing the classical and the atomic sensors [29,46]. The sign of the effective Raman wave

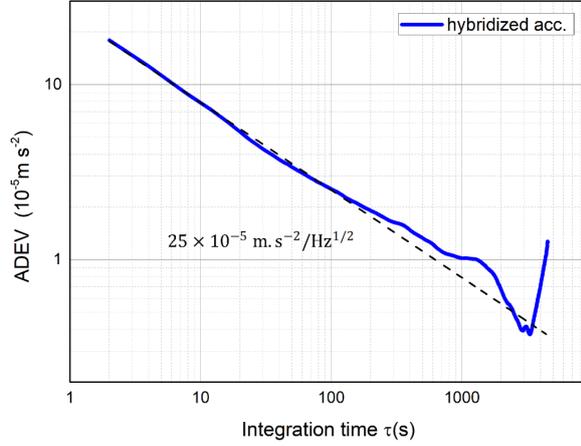


FIG. 4. Allan standard deviation (ADEV) of the hybridized horizontal atom accelerometer (blue line). The dashed line illustrates the $\tau^{-1/2}$ scaling.

vector \vec{k}_{eff} is reversed every measurement cycle; i.e., the atoms are alternatively prepared in the $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ states. We calculate the inertial acceleration by computing the half sum of the phase shifts measured on each correlation fringe pattern $\pm k_{\text{eff}}$. The fringe ambiguity is removed by assuming that the magnetic acceleration has the same value as calculated for smaller interrogation times, i.e., $a_B = -7.79 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$. Figure 4 displays the Allan standard deviation (ADEV) of the hybridized atom interferometer signal. We achieve a short-term sensitivity of $25 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$, which is not as good as the state of the art for horizontal configurations [14,15]. In Sec. IV we discuss several arguments to explain this sensitivity. The ADEV of the atomic sensor scales as $\tau^{-1/2}$ and reaches $3.8 \times 10^{-6} \text{ m s}^{-2}$ after 3300 s of integration time. No conclusion can be drawn regarding the long-term stability of the atom accelerometer because of angular drifts of the Raman mirror. An auxiliary tilt sensor could be used to monitor the angle between the Raman beam and the horizontal direction during the measurements.

IV. SPECIFICS OF THE METHOD

A. Spontaneous emission

As shown in Eq. (1) the transition probability amplitudes for each excited state $|F' = 1\rangle$ and $|F' = 2\rangle$ interfere destructively. In order to address the counterpropagating transition, the laser detuning is set between the $|F' = 1\rangle$ and $|F' = 2\rangle$ levels and therefore induces spontaneous emission and coherence loss. Assuming that atoms which undergo spontaneous emission do not interfere anymore, the contrast at the atom interferometer output is reduced and so is the sensor sensitivity. We experimentally tuned the Raman laser frequency to minimize the spontaneous emission rate. The detuning Δ_2 from the excited state $|F' = 2\rangle$ is adjusted via a beat note between the fiber laser and the Raman laser diode. The probability of transfer by spontaneous emission in $|F = 2\rangle$ is estimated by measuring the transfer probability during a

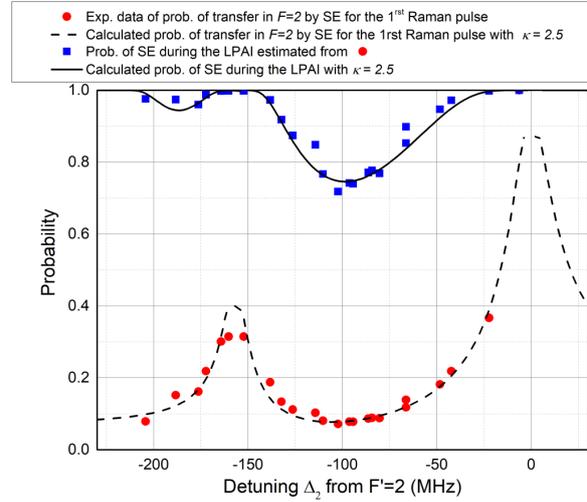


FIG. 5. Probability of spontaneous emission (SE) as a function of the detuning Δ_2 from the excited state $|F' = 2\rangle$. Red dots represent the experimental data of probability of transfer by spontaneous emission in the $|F = 2\rangle$ level during the first Raman pulse of duration $10 \mu\text{s}$. The data were obtained from the detected background on Raman spectra plotted for different detunings Δ_2 at constant effective Rabi frequency. The dashed line represents the theoretical probability of transfer by spontaneous emission (adjusted with a parameter $\kappa = 2.5$) in the $|F = 2\rangle$ level during a Raman pulse of $10 \mu\text{s}$. Blue squares represent the total probability of spontaneous emission in the $|F = 1\rangle$ and $|F = 2\rangle$ levels during the whole interferometer sequence. It was derived from the experimental data in red dots. The black line is the theoretical total probability of spontaneous emission during the whole interferometer measurement (corrected by a factor $\kappa = 2.5$).

$10\text{-}\mu\text{s}$ out-of-resonance Raman pulse. Figure 5 shows the experimental result (red dots) as a function of the detuning Δ_2 , along with the theoretical prediction of the probability of transfer by spontaneous emission in the $|F = 2\rangle$ level during a $10\text{-}\mu\text{s}$ pulse. In order to match the experimental result with the theoretical prediction, we introduce an empirical multiplicative factor $\kappa = 2.5$ for the laser intensity (see Appendix A for detailed calculations). Considering the dipole matrix elements, we can derive an estimation of the total spontaneous emission probability during the whole interferometer from both data and theory (blue dots and black line in Fig. 5). Here again we assume $\kappa = 2.5$ in the theoretical calculations. The need of this empirical factor κ is not understood. It could come from experimental imperfections (nonperfect $\pi/2$ Raman pulses) and from our theoretical treatment of spontaneous emission that is too simple (the resolution of Bloch optics equations could be used in a more elaborated model [47]).

The optimal detuning is given by the curve minimum: $\Delta_2 = -100 \text{ MHz}$ both theoretically and experimentally. We can conclude from Fig. 5 that for $\Delta_2 = -100 \text{ MHz}$, 75% of the atoms undergo spontaneous emission during the interferometer duration. Such a loss of atoms reduces the contrast by a factor of 4 and could explain our relatively low contrast value of 13% (see Fig. 3). As a matter of fact, we demonstrated in Ref. [15] a horizontal hybrid accelerometer on the same

experimental setup with a contrast of 40%. Since $40\% \times 1/4 = 10\%$, the visibility loss is probably due to spontaneous emission. Nevertheless, we investigate in the next subsection the phase shift sensitivity to the magnetic field and show how it also affects the LPAI contrast and bias.

Setting the detuning close to resonance still has an advantage: the transition requires low Raman intensity ($\sim I_{\text{sat}}$) compared to the magnetically insensitive Raman transition ($\sim 10 I_{\text{sat}}$) for which the detuning is set far from resonance. However, spontaneous emission can be drastically reduced if the Raman transition is performed on the D_1 line instead of the D_2 line of ^{87}Rb , since the hyperfine levels are further apart. Theoretical calculations of spontaneous emission on the D_1 line (without taking into account the factor κ) show that only 10% of the atoms undergo spontaneous emission during the interferometer sequence, which is comparable to LPAIs using the $|F = 1, m_F = 0\rangle - |F = 2, m_F = 0\rangle$ transition with a commonly used one-photon detuning from $|F' = 3\rangle$ of ~ -1 GHz.

B. Sensitivity to magnetic field

As shown in Eq. (2) the LPAI is sensitive to both inertial acceleration and magnetic forces from field inhomogeneities. Using the k_{eff} -reversal technique one can extract each contribution by computing either the half sum or the half difference of the phase shifts (see Sec. III). This is only valid under the assumption of a constant magnetic field gradient from shot-to-shot. We perform in this section the detailed calculation of the phase shift due to the magnetic field by taking into account spatial inhomogeneities of the magnetic field up to order 2. From this study we estimate the bias and the loss of contrast induced by the magnetic field.

We have considered so far a weak magnetic field and a linear relationship between magnetic energy levels and the magnetic field, with the same shift for $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ and $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$. For the ground-state manifold of the D transition, the exact calculation of the energy levels is given by the Breit-Rabi formula [48]. In the case of ^{87}Rb in the $|F = 1, m_F = -1\rangle \equiv |1, -1\rangle$ and $|F = 2, m_F = 1\rangle \equiv |2, 1\rangle$ levels, the energies are given by

$$\begin{aligned} E_{|1,-1\rangle} &= \hbar(\alpha_m - \Delta\alpha) \times B \equiv \hbar\omega_a, \\ E_{|2,+1\rangle} &= \hbar(\alpha_m + \Delta\alpha) \times B \equiv \hbar\omega_b, \end{aligned} \quad (5)$$

with $\alpha_m = \frac{g_L - g_I}{4\hbar} \mu_B$ and $\Delta\alpha = \frac{g_I}{\hbar} \mu_B$. Here we do not take into account the hyperfine splitting, as it is a constant which cancels out in the phase shift calculation. a and b stand for the two hyperfine states $|1, -1\rangle$ and $|2, +1\rangle$ of the LPAI. g_I is the nuclear g factor, g_J is the Landé factor, and μ_B is the Bohr magneton. Under the assumption of spins following the magnetic field adiabatically during free fall, B represents the magnitude of the magnetic field. We define the average energy shift $\alpha_m = 2\pi \times 0.70$ MHz/G [see Eq. (2)] and the differential energy shift $\Delta\alpha = 2\pi \times -1.4$ kHz/G coming from the Breit-Rabi formula. Similarly, for the $-k_{\text{eff}}$ transition between $|1, +1\rangle$ and $|2, -1\rangle$, the energy levels are described by Eq. (5), only $(\alpha_m, \Delta\alpha)$ are replaced with $(-\alpha_m, -\Delta\alpha)$.

We use the Feynman path integral approach to compute the magnetic phase shift between the two arms (u, d) of the

interferometer. Using a perturbative calculation for the effect of the magnetic field [45], the phase $\varphi^{(i)}$ accumulated along each arm $i = u$ and d of the LPAI is given by the classical action S_{cl} along the unperturbed classical path divided by \hbar :

$$\varphi^{(i)} = S_{\text{cl}}^{(i)}/\hbar = \int_0^{2T} \mathcal{L}[\vec{r}(t)]/\hbar dt. \quad (6)$$

The phase difference at the output of the LPAI is then

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{\text{path}} &= \varphi^{(u)} - \varphi^{(d)} \\ &= (S_{\text{cl}}^{(u)} - S_{\text{cl}}^{(d)})/\hbar \\ &= 1/\hbar \left(\int_0^{2T} \mathcal{L}[\vec{r}^{(u)}(t)] dt - \int_0^{2T} \mathcal{L}[\vec{r}^{(d)}(t)] dt \right) \\ &= \int_0^T \{ \omega_b[\vec{r}^{(u)}(t)] - \omega_a[\vec{r}^{(d)}(t)] \} dt \\ &\quad + \int_T^{2T} \{ \omega_a[\vec{r}^{(u)}(t)] - \omega_b[\vec{r}^{(d)}(t)] \} dt. \end{aligned} \quad (7)$$

Taking into account the Breit-Rabi correction [see Eq. (5)], the phase difference at the output of the interferometer can be split into two terms:

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{\text{path}} &= \alpha_m \int_0^{2T} \{ B[\vec{r}^{(u)}(t)] - B[\vec{r}^{(d)}(t)] \} dt \\ &\quad + \Delta\alpha \left(\int_0^T \{ B[\vec{r}^{(u)}(t)] + B[\vec{r}^{(d)}(t)] \} \right. \\ &\quad \left. - \int_T^{2T} \{ B[\vec{r}^{(u)}(t)] + B[\vec{r}^{(d)}(t)] \} dt \right). \end{aligned} \quad (8)$$

The first term (proportional to α_m) arises from the magnetic field variation between the upper and the lower arms of the interferometer, whereas the second term (proportional to $\Delta\alpha$) is accounting for the variation of the mean field B between $[0 - T]$ and $[T - 2T]$.

The phase shift calculation is performed on the unperturbed trajectories $\vec{r}^{(u)}(t)$ and $\vec{r}^{(d)}(t)$, whose expressions are

$$\begin{aligned} \vec{r}^{(u)}(t) &= \vec{r}_0 + (\vec{v}_0 + \vec{v}_{\text{eff}})t - \vec{v}_{\text{eff}}(t - T)\mathcal{H}(t - T) + \frac{1}{2}\vec{g}t^2, \\ \vec{r}^{(d)}(t) &= \vec{r}_0 + \vec{v}_0t + \vec{v}_{\text{eff}}(t - T)\mathcal{H}(t - T) + \frac{1}{2}\vec{g}t^2, \end{aligned} \quad (9)$$

where $\vec{v}_{\text{eff}} = \hbar\vec{k}_{\text{eff}}/m$, \vec{r}_0 and \vec{v}_0 are the position and velocity vectors at the first Raman pulse, and $\mathcal{H}(t)$ is the Heaviside function.

The magnetic field magnitude B is supposed to be time independent and can, therefore, be expressed through its Taylor expansion in space:

$$\begin{aligned} B(\vec{r}) &= B_0 + \vec{B}_1 \cdot \vec{r} + \frac{1}{2}\vec{r} \cdot \vec{B}_2 \vec{r} \\ &= B_0 + \partial_x Bx + \partial_y By + \partial_z Bz + \frac{1}{2}(\partial_x^2 Bx^2 + \partial_y^2 By^2 \\ &\quad + \partial_z^2 Bz^2 + 2\partial_x \partial_y Bxy + 2\partial_x \partial_z Bxz + 2\partial_y \partial_z Byz). \end{aligned} \quad (10)$$

Using Eqs. (9) and (10) the phase shift calculation of Eq. (8) leads to two terms proportional to α_m and $\Delta\alpha$, respectively:

$$\Delta\phi_{\text{path}} = \Delta\phi_1 + \Delta\phi_2, \quad (11)$$

where

$$\begin{aligned} \Delta\phi_1 &= \alpha_m T^2 (\partial_x B v_{\text{eff}} \\ &\quad + \partial_x^2 B v_{\text{eff}} [x_0 + (v_{0x} + v_{\text{eff}}/2)T] \\ &\quad + \partial_x \partial_y B v_{\text{eff}} [y_0 + v_{0y}T] \\ &\quad + \partial_x \partial_z B v_{\text{eff}} [z_0 + v_{0z}T + 7/12gT^2]), \\ \Delta\phi_2 &= -\Delta\alpha T^2 (2\partial_x B (v_{0x} + v_{\text{eff}}/2) + 2\partial_y B v_{0y} \\ &\quad + 2\partial_z B (v_{0z} + gT)). \end{aligned} \quad (12)$$

The first term of $\Delta\phi_1$ is the magnetic acceleration of Eq. (2) since $\alpha_m \partial_x B v_{\text{eff}} T^2 = \alpha_m \partial_x B \frac{\hbar}{m} k_{\text{eff}} T^2 = k_{\text{eff}} a_B T^2$. The other terms of $\Delta\phi_1$ are due to magnetic field curvatures, whereas the terms of $\Delta\phi_2$ come from the differential shift $\Delta\alpha$ and the magnetic field gradient. From Eq. (12) one can deduce the bias and loss of contrast induced by the $\sigma^+ \text{-} \sigma^-$ method.

The k_{eff} -reversal technique enables one to eliminate any systematic effect whose sign does not change when reversing \vec{k}_{eff} . The bias is then due to the remaining phase terms. In our case, since α_m and $\Delta\alpha$ change sign when reversing \vec{k}_{eff} , we deduce from Eq. (12) that the bias induced by magnetic effects is

$$\frac{1}{2} \alpha_m \partial_x^2 B v_{\text{eff}}^2 T^3 - 2\Delta\alpha \partial_z B g T^3. \quad (13)$$

The first term is an inertial phase due to the atom recoil and the magnetic field curvature: it arises as soon as the magnetic field gradient is different for the upper and lower arms of the interferometer. It was estimated theoretically by computing the magnetic field produced by the horizontal field coils ($\partial_x^2 B \sim 5 \text{ G m}^{-2}$) and leads to a bias of $2 \times 10^{-6} \text{ m s}^{-2}$ (we recall $T = 16.5 \text{ ms}$). The second term is an energy-dependent phase term which comes from time variation of the differential Zeeman energy shift induced by the magnetic field gradient $\partial_z B$ seen by the atoms during free fall. In order to estimate it we measured the magnetic field vertical gradient by Zeeman spectroscopy and found $\partial_z B = 1.2 \text{ G m}^{-1}$. The resulting bias is $2 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-2}$. In comparison, Ref. [49] demonstrates a high-performance magnetic shield for long baseline atom interferometry with inhomogeneities below $3 \times 10^{-7} \text{ G/cm}$: the associated bias would be $3 \times 10^{-9} \text{ m s}^{-2}$, at the cost of a more complex magnetic field shield. From Eq. (12) one can easily notice that this bias can be eliminated through an atomic fountain design with a properly set vertical velocity at the first Raman pulse $v_{0z} = -gT$. One can also set the quantization field to its magic value [38] corresponding to the magnetic field at which the derivative of the energy difference $\hbar(\omega_b - \omega_a)$ is null. But this configuration does not cancel out the bias perfectly because it requires one to change the magnetic field sign when changing the sign of \vec{k}_{eff} , since the magic field for the $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$ transitions are respectively $\pm 3.2 \text{ G}$ [38].

Regarding the contrast reduction induced by magnetic effects, it is due to the position- and velocity-dependent terms in Eq. (12). Indeed, any phase shift sensitivity to position (or velocity) results in each atom (or velocity class) providing its own fringe pattern. Since the atom detection protocol averages over these patterns, the fringe contrast is reduced. In our case the interrogation time $T = 16.5 \text{ ms}$ is short enough to

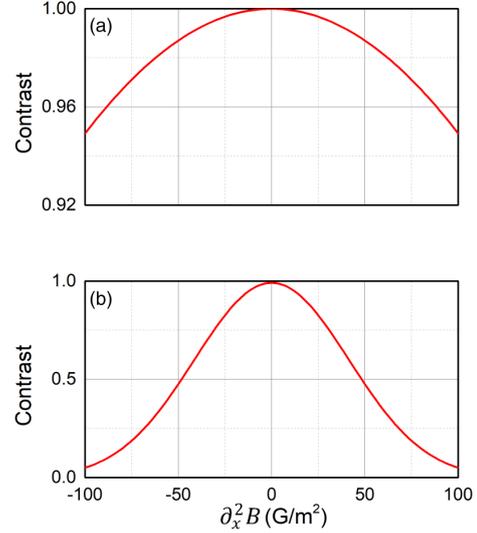


FIG. 6. Theoretical contrast calculated as a function of the magnetic field curvature. Parameters: interrogation time $T = 16.5 \text{ ms}$, gas temperature $\theta = 2 \text{ } \mu\text{K}$, typical atomic cloud size $\sigma_x = 1 \text{ mm}$, and velocity $\sigma_v = \sqrt{k_B \theta / m} = 1.4 \text{ cm s}^{-1}$. (a) Contrast loss due to the velocity-dependent phase shift $\alpha_m \partial_x^2 B v_{\text{eff}} v_{0x} T^3$. (b) Contrast loss due to the position-dependent phase shift $\alpha_m \partial_x^2 B v_{\text{eff}} x_0 T^2$.

neglect the loss of contrast arising from velocity-dependent phase shifts in Eq. (12) [see Fig. 6(a)]. The contrast reduction due to averaging over position on the other hand is much more significant. As an example we analyze the phase shift $\alpha_m \partial_x^2 B v_{\text{eff}} x_0 T^2$: it reduces contrast by a factor of $e^{-\frac{1}{2} (\alpha_m \partial_x^2 B v_{\text{eff}} T^2 \sigma_x)^2}$ [50], where $\sigma_x = 1 \text{ mm}$ is the typical size of the atomic cloud. Figure 6(b) illustrates this loss of contrast as a function of the magnetic field curvature $\partial_x^2 B$: the contrast is typically reduced by 50% in the presence of $\partial_x^2 B \sim 50 \text{ G m}^{-2}$. As a comparison, Fig. 6(a) shows how the velocity-dependent phase shift $\alpha_m \partial_x^2 B v_{\text{eff}} v_{0x} T^3$ does not affect contrast. Since the magnetic field along the Raman beams cannot be measured precisely enough on our experimental setup, we estimated theoretically the curvature due to our magnetic field coils and found $\partial_x^2 B_{\text{th}} \sim 5 \text{ G m}^{-2}$. From this we can state that inhomogeneities of the magnetic field created by the coils do not affect the fringe contrast. However, the presence of another magnetic field source creating a non-negligible field curvature responsible for a contrast reduction must be considered.

Loss of contrast can also be interpreted as in Ref. [50]: position- and velocity-dependent phase terms in Eq. (12) are responsible for the opening of the interferometer in momentum and position, respectively. We introduce the notation $\Gamma = 2 \frac{\hbar}{m} \alpha_m \partial_x^2 B$ since the magnetic field curvature is the exact analog of a gravity gradient in a vertical LPAI. The forces associated with Γ tend to open up the trajectories of the atoms and lead to an open interferometer with nonvanishing relative position and momentum displacements at the output of the LPAI. As demonstrated in Ref. [50] a position-dependent phase shift results in a momentum displacement δP at the output of the LPAI, and a velocity-dependent phase shift

results in a position displacement δX . Both displacements are given by the following expressions to first order in ΓT^2 [50]:

$$\delta X = (\Gamma T^2) \frac{\hbar k_{\text{eff}}}{m} T, \quad (14)$$

$$\delta P = (\Gamma T^2) \hbar k_{\text{eff}}. \quad (15)$$

In our case the change of position associated with Eq. (14) is very small compared to the coherence length which is estimated by the thermal De Broglie wavelength: $\delta X \sim 10^{-8}$ m $\ll l_c = \lambda_{\text{DB}} = h/\sqrt{2\pi m k_B \theta} \sim 10^{-7}$ m for ^{87}Rb atoms at $\theta = 2$ μK . On the other hand the momentum displacement given by Eq. (15) is not as negligible as the position displacement. Even though Ref. [51] suggests a protocol to mitigate the loss of contrast due to gravity gradients Γ through a suitable adjustment of the laser wavelength at the second Raman pulse, this technique cannot be applied here. Indeed the $\sigma^+ \text{-} \sigma^-$ method requires the detuning Δ to stay between the $|F' = 1\rangle$ and $|F' = 2\rangle$ sublevels to avoid spontaneous emission (see Sec. IV A), which means that the mitigation technique proposed by Ref. [50] would inevitably reduce the fringe contrast.

C. Light shifts

In most cases one can eliminate the differential one-photon light shift by adjusting the intensity ratio between the two Raman lasers. In our $\sigma^+ \text{-} \sigma^-$ Raman transition scheme, there is no intensity ratio that cancels out the differential one-photon light shift (see Appendix B for complete calculation of light shifts), which means that an intensity variation between the first and the last pulses of the LPAI leads to a residual parasitic phase shift. For an intensity variation of 10% between the first and the last pulses (due to the position of the atoms in the horizontal Raman beam with Gaussian intensity profile), the corresponding bias due to the one-photon light shift is -1.5×10^{-5} m s $^{-2}$. However, assuming the same intensity variation for the $+k_{\text{eff}}$ and the $-k_{\text{eff}}$ interferometers, this light shift is nearly rejected through the k_{eff} -reversal technique, since $\delta_{\text{LSI}}^{\text{diff}}(+k_{\text{eff}}) \simeq \delta_{\text{LSI}}^{\text{diff}}(-k_{\text{eff}})$. More generally it is essential to note that the one-photon light shift does not represent a limit to our $\sigma^+ \text{-} \sigma^-$ technique, since one can find an intensity ratio canceling it out on the D_1 line of ^{87}Rb .

In our setup, the two-photon light shift arises from the off-resonant copropagating Raman transitions detuned by $\pm \frac{2\mu_B g F}{\hbar} B$ from the considered $\pm k_{\text{eff}}$ counterpropagating transition. Its effect decreases with the magnetic field. When $B = 400$ mG, it is calculated to be negligible compared to the one-photon light shift and it cancels out as well when the k_{eff} -reversal technique is applied.

V. APPLICATIONS

In this section we propose some possible applications of our technique both in metrology and for development of new designs of atom interferometers dedicated to field applications.

A. h/m_X measurement

Atom interferometers allow one to determine the fine-structure constant α based on measuring the recoil velocity

$v_r = \hbar k/m_X$ of an atom X of mass m_X absorbing a photon of momentum $\hbar k$, where $\hbar = h/2\pi$, and k is the photon wave number. With an accurate measurement of k , h/m_X can be measured and α can be determined, allowing one to test the standard model and beyond [4,5].

Here, using our interferometric design we propose to measure h/m_X by combining the interferometric measurement of the magnetic acceleration a_B and an independent measurement of the magnetic field gradient $\partial_x B$ thanks to microwave spectroscopy. In Eq. (2), using the k_{eff} -reversal technique, one can isolate the magnetic acceleration, leading to

$$\frac{h}{m_X} = 2\pi \frac{a_B}{\alpha_m \partial_x B}. \quad (16)$$

Considering state-of-the-art atom accelerometers at their best level of accuracy ($\sim 10^{-8}$ m s $^{-2}$) [28], combined with a microwave Ramsey interferometer with a free-evolution time $T = 10$ ms and a signal-to-noise ratio $\text{SNR} = 10^3$, one could measure magnetic fields at the level of ~ 100 nG. Thus, under an acceleration of $a_B = 1$ m s $^{-2}$ one could obtain a relative uncertainty at the level of 10^{-8} on h/m_X measurement. Although this performance is less than the already achieved accuracy [4,5], this independent technique, which is not based on the atom-recoil measurement, could be interesting for metrology.

B. Force-balanced atom accelerometer

The supplementary internal degree of freedom provided by the magnetically sensitive states used in the interferometer allows one to exploit the sensitivity of the atoms to magnetic field gradients and transfer a magnetic acceleration onto them. The magnetic acceleration of a Rb atom in a $m_F = \pm 1$ sublevel due to a magnetic field gradient $\partial_z B$ is $a_B \sim 32.1 \times \partial_z B$ m s $^{-2}$. For example, applying a magnetic field gradient of magnitude $\partial_z B \sim 30$ G cm $^{-1}$ could compensate for gravity acceleration on Earth. Thus, we propose to use our interferometric scheme to create a force-balanced atom accelerometer where the inertial acceleration undergone by the atoms, and measured by an auxiliary classical accelerometer, could be compensated by applying a magnetic acceleration. The basic principle of the technique is depicted in Fig. (7).

The atom accelerometer is hybridized with a conventional classical accelerometer in order to track the bias of the classical accelerometer such as in Ref. [30]. Our coil configuration consists of two vertical coils above and below the atoms. A pair of Helmholtz coils generates a bias field \vec{B}_q along the z axis and defines the quantization axis. This quantization axis is aligned with the direction of the Raman lasers in order to enhance the Raman transition between the magnetically sensitive states $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ and $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$. A second pair of coils with counterpropagating currents (anti-Helmholtz configuration) in the same housing is set to create the magnetic field gradient along the same direction. The current output of the classical accelerometer, proportional to the inertial acceleration, is then used as an input signal to counterbalance the inertial force undergone by the atoms. In practice, depending on the electric current fed into the anti-Helmholtz coils, one can adjust the magnetic acceleration to $a_B = \gamma i$, where i is the electric current and γ is a scale factor which can be precisely determined through calibration

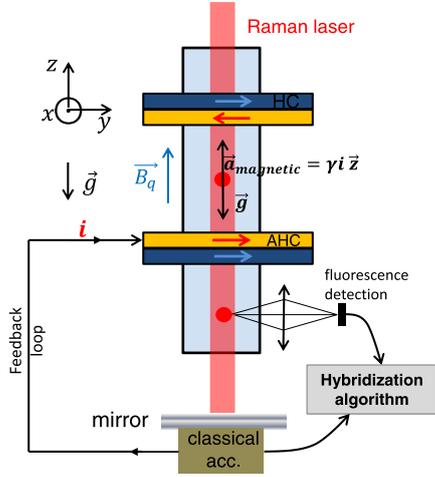


FIG. 7. Scheme of the force-balanced accelerometer. AHC, anti-Helmholtz coil; HC, Helmholtz coil.

of the magnetic acceleration in a laboratory-based environment. Thus, it is, for example, possible to levitate the atoms against gravitational acceleration and therefore extend the evolution time in earthbound laboratories. Additionally, using three pairs of Helmholtz coils in three orthogonal directions, this scheme could be further extended to compensate for any inertial acceleration in the three dimensions, where three classical accelerometers are fixed to three atom accelerometers to form a three-axis hybrid accelerometer. With this scheme, one could simultaneously apply a magnetic force on the atoms in the three dimensions. This could benefit onboard atom accelerometers submitted to spurious accelerations which limit the dynamic range because the atoms drop out from the laser beams and the detection zone.

VI. CONCLUSION

We reported on the experimental demonstration of a horizontal cold-atom interferometer using counterpropagating Raman transitions between $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ and $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ of ^{87}Rb . Using the same $\sigma^+ \sigma^-$ polarized light arrangement as the MOT, we generated Raman coupling between the two states of the interferometer and showed that this technique allows one to perform single-diffraction Raman process in a close-to-zero velocity regime without the need for alternative techniques [15]. We demonstrated that this technique presents both advantages and disadvantages compared to the $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$ transition usually used in atom interferometry (see Table I).

Absolute horizontal acceleration measurement with a short-term sensitivity of $25 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-2} \text{ Hz}^{-1/2}$ was achieved. In our setup, limitations of the sensitivity arise from spontaneous emission, leading to a reduction of the interferometer contrast. The accuracy of the atom accelerometer is mainly limited by the bias caused by the magnetic field gradient at the level of $\sim 2 \times 10^{-4} \text{ m s}^{-2}$.

Although the short-term sensitivity is bigger by almost 1 order of magnitude in comparison with state-of-the-art hor-

TABLE I. Summarized advantages and disadvantages of a Mach-Zehnder cold-atom interferometer using counterpropagating Raman transitions between the states $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ and $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ of ^{87}Rb .

Advantages	Disadvantages
Same polarization arrangement	Spontaneous emission (reduced on the D_1 line of ^{87}Rb)
Single counterpropagating transition in retroreflective geometry despite zero Doppler shift	Remaining copropagating Raman transition
Supplementary internal degree of freedom provided by addressing $m_F \neq 0$ Zeeman sublevels (force-balanced accelerometer)	Require precise control and mapping of the magnetic field

izontal atom accelerometers [14,15], it could be improved by changing the Raman excitation scheme to the D_1 line, thus reducing spontaneous emission. Additionally, one could reduce this acceleration bias at the level of $\sim 3 \times 10^{-9} \text{ m s}^{-2}$ (with $T = 16.5 \text{ ms}$) considering a high-performance magnetic shielding leading to a magnetic-field inhomogeneity of $3 \times 10^{-7} \text{ G cm}^{-1}$ [49]. Moreover, we showed that acceleration bias could be suppressed by performing the atom interferometer using a fountain geometry. Finally, we believe that using the supplementary internal degree of freedom provided by atoms manipulated in magnetically sensitive levels provides interesting features such as levitation schemes for inertial applications requiring compact setups.

ACKNOWLEDGMENTS

M.C. acknowledges funding from ONERA through the research project CHAMOIS (Centrale Hybride Atomique de l'Onera et Inertie Strapdown).

APPENDIX A: PROBABILITY OF TRANSFER BY SPONTANEOUS EMISSION

We start by calculating the effective two-photon Rabi frequency Ω_{eff} describing the Raman coupling between the hyperfine states $|F = 1, m_F = -1\rangle$ and $|F = 2, m_F = 1\rangle$ of the interferometer. We compute the single-photon scattering rate R_{sc}^F from atoms starting in $|F = 1\rangle$ or $|F = 2\rangle$. From these the probability of transfer by spontaneous emission for an entire interferometer can be calculated.

We describe the intensity I_n of each electro-optic modulator (EOM) sideband n at the output of the phase modulator as $I_n = I \cdot \mathcal{J}_n(\beta)^2$, where I is the total laser intensity, \mathcal{J}_n is the Bessel function of the first kind of order n , and β is the modulation index of the EOM. Here we only take into account two sidebands ($n = 0$ and $n = 1$), the others being detuned enough to be neglected. I_{sat} stands for the saturation intensity and Γ is the natural line width. We calculate the effective

two-photon Rabi frequency:

$$\Omega_{\text{eff}} = \frac{\Gamma^2}{2} \frac{I}{I_{\text{sat}}} \mathcal{J}_0(\beta) \mathcal{J}_1(\beta) \sum_{F'} \frac{M_{1,-1}^{F',+} M_{2,1}^{F',-}}{\Delta_{F'}}, \quad (\text{A1})$$

where $M_{F,m_F}^{F',\pm} = \frac{\langle F, m_F | er | F', m_F \pm 1 \rangle}{\langle J = 1/2 || er || J' = 3/2 \rangle}$ are the rubidium D_2 dipole matrix elements for σ^\pm transitions, expressed as multiples of ($J = 1/2 || er || J' = 3/2$), as given in Ref. [40]. $\Delta_{F'} = \omega_L - \omega_{F'}^{\pm}$ is the detuning of the carrier (of frequency ω_L) relative to the transition $F = 2 \rightarrow F'$ (of energy $\hbar\omega_{F'}^{\pm}$).

Assuming a $\pi/2$ Raman pulse of duration τ with Rabi frequency $\Omega_{\text{eff}}\tau = \pi/2$, we can deduce from Eq. (A1) the laser intensity $I(\Delta_{F'})$ as a function of the detuning $\Delta_{F'}$.

The rate of spontaneous emission for atoms starting in $|F = 1, m_F = -1\rangle$ or $|F = 2, m_F = 1\rangle$ is

$$R_{\text{sc}}^{F'} = \Gamma \frac{I}{I_{\text{sat}}} \sum_{n=(0,1), F', \sigma=\pm} \frac{(M_{F,m_F}^{F',\sigma})^2}{1 + 4 \frac{(\Delta_{F',F'}^n)^2}{\Gamma^2} + \frac{I}{I_{\text{sat}}}} \mathcal{J}_n(\beta)^2, \quad (\text{A2})$$

where $\Delta_{F',F'}^n = \omega_L + n\omega_{\text{hfs}} - \omega_{F'}^{\pm}$ is the detuning of the sideband n (of frequency $\omega_L + n\omega_{\text{hfs}}$) relative to the transition $F \rightarrow F'$ (of energy $\hbar\omega_{F'}^{\pm}$). The ground-state hyperfine splitting ω_{hfs} is also the EOM driving frequency.

From these, the probability of spontaneous emission for an entire interferometer can be calculated as

$$P_{\text{SE}} = 1 - \exp(-R_{\text{sc}}^1 2\tau - R_{\text{sc}}^2 2\tau), \quad (\text{A3})$$

where we consider that the atoms spend as much time (2τ) in state $|F = 1\rangle$ and in state $|F = 2\rangle$, the total Raman interaction duration being 4τ .

We measure experimentally the number of atoms that are transferred from $|F = 1\rangle$ to $|F = 2\rangle$ when the Raman detuning is off the two-photon resonance. In order to compare these measurements with our theoretical model, we calculate the scattering rate $R_{\text{sc}}^{1 \rightarrow 2}$ for atoms initially in the state $|F = 1, m_F = -1\rangle$, undergoing a single-photon transition to an excited state $|F', m_{F'}\rangle$, and transferred to $|F = 2\rangle$ by spontaneous emission. This corresponds to the scattering rate R_{sc}^1 presented in Eq. (A2) with the difference that one needs to take into account the spontaneous emission rates $\Gamma_{F' \rightarrow 2}$ of each deexcitation $|F', m_{F'}\rangle \rightarrow |F = 2, m_F\rangle$. Therefore, we have

$$R_{\text{sc}}^{1 \rightarrow 2} = \frac{I}{I_{\text{sat}}} \sum_{n=(0,1), F', \sigma=\pm} \Gamma_{F' \rightarrow 2} \times \frac{(M_{1,-1}^{F',\sigma})^2}{1 + 4 \frac{(\Delta_{1,F'}^n)^2}{\Gamma^2} + \frac{I}{I_{\text{sat}}}} \mathcal{J}_n(\beta)^2, \quad (\text{A4})$$

where the spontaneous emission rates $\Gamma_{F' \rightarrow 2}$ are the following:

$$\begin{aligned} \Gamma_{0 \rightarrow 2} &= 0, \\ \Gamma_{1 \rightarrow 2} &= \frac{\Gamma}{6}, \\ \Gamma_{2 \rightarrow 2} &= \frac{\Gamma}{2}, \\ \Gamma_{3 \rightarrow 2} &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

As presented in the associated article (see Fig. 5), we introduce an empirical parameter κ in the theoretical formulas to account for the difference between the effective Raman intensity and the theoretical prediction. Thus we write the total loss of atoms (i.e., in the $|F = 1\rangle$ and $|F = 2\rangle$ levels) by spontaneous emission during the whole interferometer as

$$P_{\text{SE}} = 1 - \exp(-\kappa [R_{\text{sc}}^1 2\tau + R_{\text{sc}}^2 2\tau]). \quad (\text{A6})$$

Likewise, we calculate the probability of transfer by spontaneous emission in $|F = 2\rangle$ during a pulse of duration τ as follows:

$$P_{\text{SE } F=2} = 1 - \exp(-\kappa R_{\text{sc}}^{1 \rightarrow 2} \tau). \quad (\text{A7})$$

APPENDIX B: ONE-PHOTON AND TWO-PHOTON LIGHT SHIFTS

In a Mach-Zehnder-type atom interferometer, uncompensated differential light shifts $\delta_{\text{LS}}^{\text{diff}}$ from the Raman lasers result in an additional phase contribution given by [52]

$$\begin{aligned} \Delta\phi_{\text{LS}} &= -\arctan \left[\tan \left(\Omega_{\text{eff},1} \frac{\tau}{2} \right) \frac{\delta_{\text{LS},1}^{\text{diff}}}{\Omega_{\text{eff},1}} \right] \\ &+ \arctan \left[\tan \left(\Omega_{\text{eff},3} \frac{\tau}{2} \right) \frac{\delta_{\text{LS},3}^{\text{diff}}}{\Omega_{\text{eff},3}} \right], \end{aligned} \quad (\text{B1})$$

where the effective Rabi frequencies and the differential light shifts for each pulse i are given by $\Omega_{\text{eff},i}$ and $\delta_{\text{LS},i}^{\text{diff}}$, respectively. τ is the duration of the first and last pulses.

The one-photon Raman light shift is imprinted onto both hyperfine states $|F = 1, m_F = -1\rangle$ and $|F = 2, m_F = 1\rangle$ by out-of-resonance Raman lasers. Each light shift $\delta_{\text{LS}1}^{F,m_F}$ has the following expression:

$$\delta_{\text{LS}1}^{F,m_F} = \frac{\Gamma^2}{4} \frac{I}{I_{\text{sat}}} \sum_{n=(0,1), F', \sigma=\pm} \frac{(M_{F,m_F}^{F',\sigma})^2}{\Delta_{F',F'}^n} \mathcal{J}_n(\beta)^2. \quad (\text{B2})$$

The differential one-photon light shift is then

$$\delta_{\text{LS}1}^{\text{diff}} = \delta_{\text{LS}1}^{2,1} - \delta_{\text{LS}1}^{1,-1}. \quad (\text{B3})$$

There is no intensity ratio that cancels out the differential light shift, contrary to LPAIs using the $|F = 1, m_F = 0\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$ transition. This means that a difference of intensity between the first and the third pulses leads to an additional phase shift [52]. However this light shift is nearly rejected through the k -reversal technique, since $\delta_{\text{LS}1}^{\text{diff}}(+k_{\text{eff}}) \simeq \delta_{\text{LS}1}^{\text{diff}}(-k_{\text{eff}})$. We recall that reversing the sign of k_{eff} means preparing the atoms alternatively in the $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ states.

In our setup, the two-photon light shift arises from the off-resonant copropagating Raman transitions detuned by $\pm\Delta_B = \pm 2 \times \frac{\mu_B g_F}{\hbar} B$ from the considered $\pm k_{\text{eff}}$ counterpropagating transition. The level $|F = 1, m_F = -1\rangle$ is perturbed by the coupling $\Omega_{\text{eff,co}}^{-1}$ of the copropagating transition $|F = 1, m_F = -1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = -1\rangle$. Likewise, the level $|F = 2, m_F = 1\rangle$ is perturbed by the coupling $\Omega_{\text{eff,co}}^{+1}$ of the copropagating transition $|F = 1, m_F = 1\rangle \leftrightarrow$

$|F = 2, m_F = 1\rangle$. The corresponding light shifts are

$$\begin{aligned}\delta_{\text{LS2}}^{1,-1} &= \frac{(\Omega_{\text{eff.co}}^{-1})^2}{4\Delta_B}, \\ \delta_{\text{LS2}}^{2,1} &= \frac{(\Omega_{\text{eff.co}}^{+1})^2}{-4\Delta_B},\end{aligned}\quad (\text{B4})$$

where $\Delta_B = 2 \times \frac{\mu_B g_F}{h} B$ is the first-order Zeeman splitting between the magnetic sublevels $m_F = 0$ and $m_F = 2$. The effective Rabi frequencies of the copropagating transitions are

$$\Omega_{\text{eff.co}}^{-1} = \frac{\Gamma^2}{2} \frac{I}{I_{\text{sat}}} \mathcal{J}_0(\beta) \mathcal{J}_1(\beta) \sum_{F', \sigma = \pm} \frac{M_{1,-1}^{F', \sigma} M_{2,-1}^{F', \sigma}}{\Delta_{F'}},$$

$$\Omega_{\text{eff.co}}^{+1} = \frac{\Gamma^2}{2} \frac{I}{I_{\text{sat}}} \mathcal{J}_0(\beta) \mathcal{J}_1(\beta) \sum_{F', \sigma = \pm} \frac{M_{1,1}^{F', \sigma} M_{2,1}^{F', \sigma}}{\Delta_{F'}}. \quad (\text{B5})$$

Finally, the differential two-photon light shift is

$$\delta_{\text{LS2}}^{\text{diff}} = \delta_{\text{LS2}}^{2,1} - \delta_{\text{LS2}}^{1,-1}. \quad (\text{B6})$$

Just as for the one-photon light shift, the differential two-photon light shift is almost completely rejected through the k -reversal technique, because $\delta_{\text{LS2}}^{\text{diff}}(+k_{\text{eff}}) \simeq \delta_{\text{LS2}}^{\text{diff}}(-k_{\text{eff}})$.

- [1] M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 181 (1991).
- [2] J. B. Fixler, G. T. Foster, J. M. McGuirk, and M. A. Kasevich, *Science* **315**, 74 (2007).
- [3] G. Rosi, F. Sorrentino, L. Cacciapuoti, M. Prevedelli, and G. M. Tino, *Nature (London)* **510**, 518 (2014).
- [4] R. H. Parker, C. Yu, W. Zhong, B. Estey, and H. Müller, *Science* **360**, 191 (2018).
- [5] L. Morel, Z. Yao, P. Cladé, and S. Guellati-Khélifa, *Nature (London)* **588**, 61 (2020).
- [6] P. Asenbaum, C. Overstreet, M. Kim, J. Curti, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. Lett.* **125**, 191101 (2020).
- [7] P. Hamilton, M. Jaffe, P. Haslinger, Q. Simmons, H. Müller, and J. Khoury, *Science* **349**, 849 (2015).
- [8] B. Elder, J. Khoury, P. Haslinger, M. Jaffe, H. Müller, and P. Hamilton, *Phys. Rev. D* **94**, 044051 (2016).
- [9] M. Jaffe, V. Xu, P. Haslinger, H. Müller, and P. Hamilton, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 040402 (2018).
- [10] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan, M. A. Kasevich, and S. Rajendran, *Phys. Rev. D* **78**, 122002 (2008).
- [11] B. Canuel, A. Bertoldi, L. Amand, E. Pozzo di Borgo, T. Chantrait, C. Danquigny, M. Dovale Álvarez, B. Fang, A. Freise, R. Geiger, J. Gillot, S. Henry, J. Hinderer, D. Holleville, J. Junca, G. Lefèvre, M. Merzougui, N. Mielec, T. Monfret, S. Pelisson, M. Prevedelli, S. Reynaud, I. Riou, Y. Rogister, S. Rosat, E. Cormier, A. Landragin, W. Chaibi, S. Gaffet, and P. Bouyer, *Sci. Rep.* **8**, 14064 (2018).
- [12] B. Canuel, F. Leduc, D. Holleville, A. Gauguier, J. Fils, A. Virdis, A. Clairon, N. Dimarcq, C. J. Bordé, A. Landragin, and P. Bouyer, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 010402 (2006).
- [13] R. Geiger, V. Ménot, G. Stern, N. Zahzam, P. Cheinet, B. Battelier, A. Villing, F. Moron, M. Lours, Y. Bidel, A. Bresson, A. Landragin, and P. Bouyer, *Nat. Commun.* **2**, 474 (2011).
- [14] W.-J. Xu, M.-K. Zhou, M.-M. Zhao, K. Zhang, and Z.-K. Hu, *Phys. Rev. A* **96**, 063606 (2017).
- [15] I. Perrin, J. Bernard, Y. Bidel, A. Bonnin, N. Zahzam, C. Blanchard, A. Bresson, and M. Cadoret, *Phys. Rev. A* **100**, 053618 (2019).
- [16] T. L. Gustavson, P. Bouyer, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2046 (1997).
- [17] D. S. Durfee, Y. K. Shaham, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 240801 (2006).
- [18] A. Gauguier, B. Canuel, T. Lévêque, W. Chaibi, and A. Landragin, *Phys. Rev. A* **80**, 063604 (2009).
- [19] J. K. Stockton, K. Takase, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 133001 (2011).
- [20] G. Tackmann, P. Berg, C. Schubert, S. Abend, M. Gilowski, W. Ertmer, and E. M. Rasel, *New J. Phys.* **14**, 015002 (2012).
- [21] P. Berg, S. Abend, G. Tackmann, C. Schubert, E. Giese, W. P. Schleich, F. A. Narducci, W. Ertmer, and E. M. Rasel, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 063002 (2015).
- [22] I. Dutta, D. Savoie, B. Fang, B. Venon, C. L. Garrido Alzar, R. Geiger, and A. Landragin, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 183003 (2016).
- [23] D. Savoie, M. Altorio, B. Fang, L. A. Sidorenkov, R. Geiger, and A. Landragin, *Sci. Adv.* **4**, 7948 (2018).
- [24] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu, *Metrologia* **38**, 25 (2001).
- [25] P. Gillot, O. Francis, A. Landragin, F. Pereira Dos Santos, and S. Merlet, *Metrologia* **51**, L15 (2014).
- [26] Z. K. Hu, B. L. Sun, X. C. Duan, M. K. Zhou, L. L. Chen, S. Zhan, Q. Z. Zhang, and J. Luo, *Phys. Rev. A* **88**, 043610 (2013).
- [27] M. Hauth, C. Freier, V. Schkolnik, A. Senger, M. Schmidt, and A. Peters, *Appl. Phys. B* **113**, 49 (2013).
- [28] R. Karcher, A. Imanaliev, S. Merlet, and F. Pereira Dos Santos, *New J. Phys.* **20**, 113041 (2018).
- [29] Y. Bidel, N. Zahzam, C. Blanchard, A. Bonnin, M. Cadoret, A. Bresson, D. Rouxel, and M.-F. Lequentrec-Lalancette, *Nat. Commun.* **9**, 627 (2018).
- [30] Y. Bidel, N. Zahzam, A. Bresson, C. Blanchard, M. Cadoret, A. V. Olesen, and R. Forsberg, *J. Geod.* **94**, 20 (2020).
- [31] X. Wu, Z. Pagel, B. S. Malek, T. H. Nguyen, D. S. Scheirer, and H. Müller, *Sci. Adv.* **5**, eaax0800 (2019).
- [32] J. M. McGuirk, G. T. Foster, J. B. Fixler, M. J. Snadden, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. A* **65**, 033608 (2002).
- [33] F. Sorrentino, Q. Bodart, L. Cacciapuoti, Y.-H. Lien, M. Prevedelli, G. Rosi, L. Salvi, and G. M. Tino, *Phys. Rev. A* **89**, 023607 (2014).
- [34] X.-C. Duan, M.-K. Zhou, D.-K. Mao, H.-B. Yao, X.-B. Deng, J. Luo, and Z.-K. Hu, *Phys. Rev. A* **90**, 023617 (2014).
- [35] Z.-K. Hu, X.-C. Duan, M.-K. Zhou, B.-L. Sun, J.-B. Zhao, M.-M. Huang, and J. Luo, *Phys. Rev. A* **84**, 013620 (2011).
- [36] K. S. Hardman, P. J. Everitt, G. D. McDonald, P. Manju, P. B. Wigley, M. A. Sooriyabandara, C. C. N. Kuhn, J. E. Debs, J. D. Close, and N. P. Robins, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 138501 (2016).
- [37] V. Schkolnik, B. Leykauf, M. Hauth, C. Freier, and A. Peters, *Appl. Phys. B* **120**, 311 (2015).
- [38] D. M. Harber, H. J. Lewandowski, J. M. McGuirk, and E. A. Cornell, *Phys. Rev. A* **66**, 053616 (2002).

- [39] T. Lévêque, A. Gauguet, F. Michaud, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 080405 (2009).
- [40] D. A. Steck, Rubidium 87 D Line Data, available online at <http://steck.us/alkalidata> (revision 2.2.2, 9 July 2021).
- [41] I. Perrin, Y. Bidel, N. Zahzam, C. Blanchard, A. Bresson, and M. Cadoret, *Phys. Rev. A* **99**, 013601 (2019).
- [42] F. Theron, Y. Bidel, E. Dieu, N. Zahzam, M. Cadoret, and A. Bresson, *Opt. Commun.* **393**, 152 (2017).
- [43] F. Theron, O. Carraz, G. Renon, N. Zahzam, Y. Bidel, M. Cadoret, and A. Bresson, *Appl. Phys. B* **118**, 1 (2015).
- [44] O. Carraz, R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, Y. Bidel, and A. Bresson, *Phys. Rev. A* **86**, 033605 (2012).
- [45] P. Storey and C. Cohen-Tannoudji, *J. Phys. II Fr.* **4**, 1999 (1994).
- [46] J. Lautier, L. Volodimer, T. Hardin, S. Merlet, M. Lours, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin, *Appl. Phys. Lett.* **105**, 144102 (2014).
- [47] B. Cheng, P. Gillot, S. Merlet, and F. Pereira Dos Santos, *Phys. Rev. A* **93**, 063621 (2016).
- [48] G. Breit and I. I. Rabi, *Phys. Rev.* **38**, 2082 (1931).
- [49] E. Wodey, D. Tell, E. M. Rasel, D. Schlippert, R. Baur, U. Kissling, B. Kölliker, M. Lorenz, M. Marrer, U. Schläpfer, M. Widmer, C. Ufrecht, S. Stuiber, and P. Fierlinger, *Rev. Sci. Instrum.* **91**, 035117 (2020).
- [50] A. Roura, W. Zeller, and W. P. Schleich, *New J. Phys.* **16**, 123012 (2014).
- [51] A. Roura, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 160401 (2017).
- [52] P. Gillot, B. Cheng, S. Merlet, and F. Pereira Dos Santos, *Phys. Rev. A* **93**, 013609 (2016).

Zero-velocity atom interferometry using a retroreflected frequency-chirped laserI. Perrin, J. Bernard, Y. Bidel, A. Bonnin, N. Zahzam, C. Blanchard, and A. Bresson
*DPHY, ONERA, Université Paris Saclay, F-91123 Palaiseau, France*M. Cadoret*
LCM-CNAM, 61 rue du Landy, 93210, La Plaine Saint-Denis, France (Received 8 July 2019; published 21 November 2019)

Atom interferometry using stimulated Raman transitions in a retroreflected configuration is the first choice in high-precision measurements because it provides low phase noise, a high-quality Raman wave front, and a simple experimental setup. However, it cannot be used for atoms at zero velocity because two pairs of Raman lasers are simultaneously resonant. Here we report a method which allows this degeneracy to be lifted by using a frequency chirp on the Raman lasers. Using this technique, we realize a Mach-Zehnder atom interferometer hybridized with a force balanced accelerometer which provides horizontal acceleration measurements with a short-term sensitivity of $3.2 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$. This technique could be used for multi-axis inertial sensors, tiltmeters, or atom interferometry in a microgravity environment.

DOI: [10.1103/PhysRevA.100.053618](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.100.053618)**I. INTRODUCTION**

Since their inception, light-pulse atom interferometers (AIs) have proven to be extremely sensitive gravito-inertial sensors measuring gravity [1–5], gravity gradients [6–8], and rotations [9–12], appearing as promising candidates to compete with traditional sensors used for geodesy, geophysics, exploration, or inertial navigation [13]. Moreover, they have proved to be an invaluable tool in fundamental physics, where they are used for measuring physical constants [14–17], testing the Einstein equivalence principle [18–22], searching for dark sector particles [23], and have even been proposed for gravitational-wave detection [24,25] or for measuring free fall of antimatter [26]. The principle of a light-pulse AI relies on the use of recoils from photon-atom interactions to coherently split, deflect, and interfere matter waves. Most light-pulse AIs use a stimulated two-photon process (Raman or Bragg transitions) to realize the beamsplitters and mirrors required for the interferometer sequence [27]. In this process, the atom coherently absorbs and then emits a photon from a pair of counterpropagating laser beams with different frequencies, resulting in a net momentum transfer of $\hbar k_{\text{eff}}$ at each interaction, where k_{eff} is the effective wave vector. To perform Bragg-based or Raman-based AIs at their best level of performance, it is beneficial to address the two-photon transitions in a retroreflected geometry where a single laser beam with two laser frequencies is retroreflected off a mirror. First, this allows a reduction of the effect of wave-front distortions which affect the sensor's accuracy [28]. This is because the wave-front distortion of the incoming beam cancels out in a retroreflected configuration and only optical elements behind the atoms have to be considered for

wave-front distortions (mirror, wave plate, vacuum window). Second, it is an efficient way to implement the k_{eff} reversal technique [29] to eliminate some systematics, as well as to reduce interferometer phase noise, as most vibration effects on the laser phases are common to the two lasers and cancel out in the two-photon process, apart from vibrations of the mirror. However, the use of retroreflection for zero-velocity atoms along the Raman beam naturally leads to a double diffraction scheme where two stimulated Raman transitions with opposite momentum transfer $\pm \hbar k_{\text{eff}}$ are simultaneously resonant. This double diffraction scheme has been first implemented using Raman transitions to realize an AI for which the separation between the two arms is $2\hbar k_{\text{eff}}$, both in the case of atoms at rest [30], as well as for nonvanishing initial velocities in the case of a gravimeter [31]. For the latter, three laser frequencies were mandatory to account for the changing Doppler shift induced by gravity acceleration, hence leading to a more complex setup. However, for onboard applications, where shot-to-shot acceleration variations leads to uncontrolled velocity variations of the atomic sample, even though close to zero velocity, it becomes challenging to address this double diffraction scheme with high efficiency, as the two transitions become partly degenerated. Moreover, the experimental realization of a double-diffraction AI geometry is much more demanding than that of a single diffraction, as it requires a longer Raman pulse duration, colder atomic source, and additional blow-away beams to get rid of parasitic interferometers. In addition, the gain in scale factor obtained by increasing the arm separation in a double diffraction scheme is not of interest when the sensitivity of the interferometer is limited by vibrations unless used in a differential mode accelerometer for applications in gradiometry [32] or for testing the weak equivalence principle [22]. Therefore, in certain situations, single diffraction may be preferable to double diffraction. In this work, we experimentally demonstrate a technique enabling

*malo.cadoret@lecnam.net

the use of single-diffraction two-photon Raman transitions despite a zero Doppler shift in the commonly used retroreflected geometry. By employing a laser frequency chirp, we lift the degeneracy between the two simultaneous resonance transitions. We then apply our technique to the measurement of the horizontal component of acceleration using a Mach-Zehnder-style atom interferometer. We achieve a sensitivity of $3.2 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$ and show that no bias is induced by this method.

II. METHOD

We present here a general method which can be applied to any two-photon process such as Raman transition or Bragg diffraction. For example, we demonstrate our technique by performing stimulated two-photon Raman transitions between the two hyperfine ground states of ^{87}Rb (labeled $|g\rangle$ and $|e\rangle$) via an intermediate state (labeled $|i\rangle$) using two lasers of frequencies ω_1 and ω_2 detuned to the red of the D_2 line by Δ_i . The Raman beams are brought to the vacuum chamber via a polarization-maintaining optical fiber. After passing through the chamber, the laser beams are retroreflected through a quarter-wave plate to rotate the initial polarization into its orthogonal polarization, creating two pairs of counterpropagating beams in the horizontal x direction in a lin \perp lin configuration [see Fig. 1(a)]. Consequently, two pairs of beams can drive the two-photon transition between $|F = 1, m_F = 0\rangle \equiv |g\rangle \rightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle \equiv |e\rangle$. With this polarization configuration, the copropagating Raman transitions are forbidden. The detuning δ from the two-photon resonance is given by

$$\delta = \omega_1 - \omega_2 - (\omega_0 + \omega_D + \omega_R), \quad (1)$$

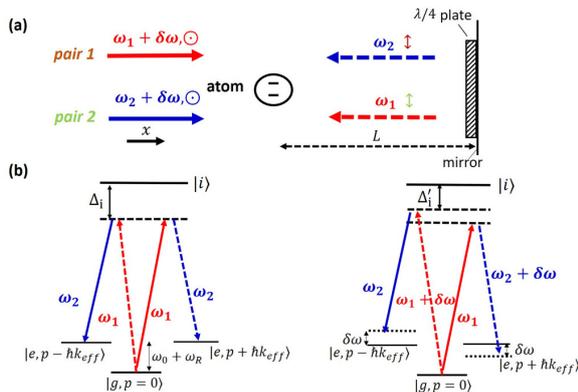


FIG. 1. (a) Schematic setup of two-photon Raman transitions in the commonly used retroreflecting geometry. A two-level atom is interacting with two pairs of counterpropagating light fields (pair 1 and pair 2) in lin \perp lin configuration. Applying a frequency chirp β on the lasers changes the incident laser frequency by $\delta\omega = 2\pi\beta t_d$. Δ_i is the one-photon detuning. (b) Left: Scheme of the Raman transition between the two hyperfine ground states of an alkaline atom in the absence of Doppler shift ($\omega_D = 0$) and without frequency chirp ($\beta = 0$). Both pairs are simultaneously resonant. Right: Applying a frequency chirp β on the Raman laser frequencies lifts the degeneracy between the two resonant conditions by an amount $2\delta\omega$. After the chirp, the one-photon detuning is Δ'_i .

where ω_0 is the frequency of the hyperfine transition, $\omega_D = \pm \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{v}$ is the Doppler shift due to the atomic velocity \vec{v} in the reference frame of the apparatus, and $\omega_R = \frac{\hbar k_{\text{eff}}^2}{2m}$ the recoil frequency shift. Thus, in the absence of Doppler shift, both pairs are simultaneously resonant and couple $|g, \vec{p}\rangle \rightarrow |e, \vec{p} \pm \hbar \vec{k}_{\text{eff}}\rangle$. In order to circumvent this problem and lift the degeneracy between the two resonance conditions, we apply a frequency chirp $\beta = \frac{1}{2\pi} \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\omega_2}{dt}$ on the Raman lasers. As the reflected beams are delayed with respect to the incoming ones by $t_d = \frac{2L}{c}$ (where L is the atom-mirror distance), the incoming laser frequencies will be shifted by $\delta\omega = 2\pi\beta t_d$ at the position of the atoms, allowing one transition to be detuned with respect to the other by $2\delta\omega$. This allows one to selectively address Raman pair 1 or pair 2. This effect can be understood as mimicking an effective atomic velocity in the reference frame of the lasers, leading to an equivalent Doppler shift $\omega_D = 2\pi\beta t_d$.

A. Experimental setup and lasers

The experiment was carried out in the atom interferometer setup described in [33]. Atom interferometers usually consist of three steps: preparation, interferometry, and population detection. To perform these functions we use the laser system described in detail in [34] based on a frequency-doubled fiber bench using two independent lasers sharing the same 5 W erbium-doped fiber amplifier (EDFA). The laser used to cool and detect the atoms is an erbium distributed feedback (DFB) fiber laser at $1.5 \mu\text{m}$ (output power 20 mW, linewidth 2 kHz) locked relative to the rubidium transitions using a saturated absorption lock [35]. The AI laser source is a DFB laser diode at $1.5 \mu\text{m}$ (output power 10 mW, linewidth 1 MHz). The detuning Δ of the AI laser from the one-photon resonance is controlled using a beat note between the two lasers at $1.5 \mu\text{m}$. Finally the two lasers are combined at $1.5 \mu\text{m}$ by an electro-optical modulator which acts like a continuous optical switch between each laser before seeding the EDFA. The output of the EDFA is sent to the dual-wavelength second harmonic generation bench. In our experiment, the two Raman beam frequencies are generated thanks to a fiber phase modulator [36]. The chirp β is obtained by directly modulating the input current of the laser diode using a low-frequency arbitrary waveform generator (AWG). We display in Fig. 2 the laser setup and the optical bench of the experiment.

B. Raman spectroscopy experiment

To investigate our method, we first started by implementing Raman spectroscopy. A cold ^{87}Rb atom sample is produced in a three-dimensional magneto-optical trap (MOT) loaded from a background vapor pressure in 340 ms. Atoms are further cooled to $2 \mu\text{K}$ by means of a polarization gradient in 8 ms. The cooling beams are then turned off, and as the atoms freely fall, a microwave π pulse followed by a blow-away beam allows one to select the atoms in the insensitive ground state $|F = 1, m_F = 0\rangle$ with a horizontal bias magnetic field of 100 mG. Then, a horizontal Raman laser pulse of duration $\tau = 10 \mu\text{s}$ is applied to the atoms 18 ms after their release from the trap. The proportion of atoms in each hyperfine state $F = 1$ and $F = 2$ is then measured using a state-selective

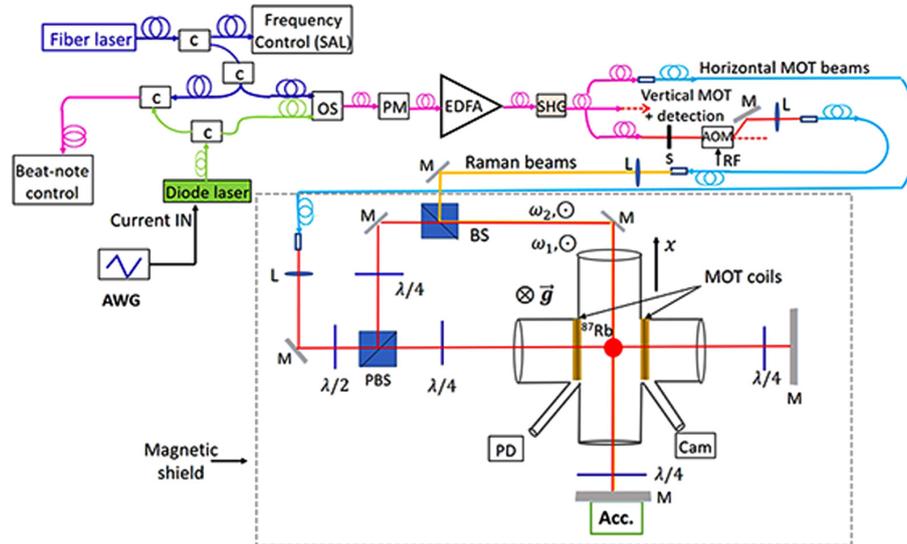


FIG. 2. Scheme of the laser system and the experimental setup (top view) allowing Raman transitions to be performed in the horizontal scheme: SAL, saturated absorption lock; L, lens; M, mirror; PM, phase modulator; AOM, acousto-optic modulator; S, shutter; PBS, polarizing beam-splitter; OS, optical switch; BS, beam splitter; AWG, arbitrary wave-form generator; SHG, second harmonic generation; Acc, accelerometer; c, coupler; PD, photodetector; Cam, camera.

vertical light-induced fluorescence detection. The cycling time of the experiment is $T_{\text{cycle}} = 500$ ms. In practice, the AWG generates a triangle-wave modulation signal in burst mode, directly applied to the modulation input of the laser diode current controller. The voltage command signal is triggered to the Raman pulse, and the chirp duration is fixed to $40 \mu\text{s}$. Consequently, the single-photon frequency excursion is controlled by adjusting the peak-to-peak voltage amplitude denoted A . We experimentally measure the frequency response of the laser diode as a function of the voltage amplitude by monitoring the beat-note signal between the laser diode and the fiber laser using the fast Fourier transform (FFT) math function of an oscilloscope. Figure 3 displays the frequency response of the laser diode when applying $A = 6$ V peak-to-peak amplitude command. For clarity sake, the frequency response is plotted as the frequency difference between the Raman laser frequency $\nu_{\text{Raman}} = \omega_1/2\pi$ and the $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 1$ transition. In this case, one finds a chirp $\beta = -210 \text{ MHz } \mu\text{s}^{-1}$. The delay between the command and the Raman laser pulse is adjusted to ensure a linear frequency response of the laser diode during the Raman pulse.

Figure 4 displays the measured transition probability as a function of the Raman frequency difference $(\omega_1 - \omega_2)/2\pi$ for different chirp values β applied to the laser diode. The Raman laser intensity is adjusted to maximize the transfer efficiency at resonance for a pulse duration of $\tau = 10 \mu\text{s}$. When no chirp is applied ($\beta = 0$), only a single peak is observed due to the simultaneous resonant condition. Increasing β slightly starts lifting the degeneracy between the two resonant conditions. For $\beta = -35 \text{ MHz } \mu\text{s}^{-1}$, the chirp is not important enough to lift the degeneracy between the two transitions. However, for greater values of the chirp, two resonance spectra are clearly observed with a frequency separation which increases linearly with the amplitude of the voltage command. Measuring

the frequency separation between the two resonance spectra ($2\delta\omega/2\pi$) allows one to estimate the atom-mirror distance $L = c\delta\omega/4\pi\beta \simeq 24$ cm, in agreement with the expected distance from the trap center to the mirror of the setup.

III. ATOM INTERFEROMETER

To further investigate our technique we performed a Mach-Zehnder-style AI in a horizontal configuration using a $\pi/2 - \pi - \pi/2$ chirped Raman pulse sequence, with each pulse separated by an interrogation time T . With this geometry,

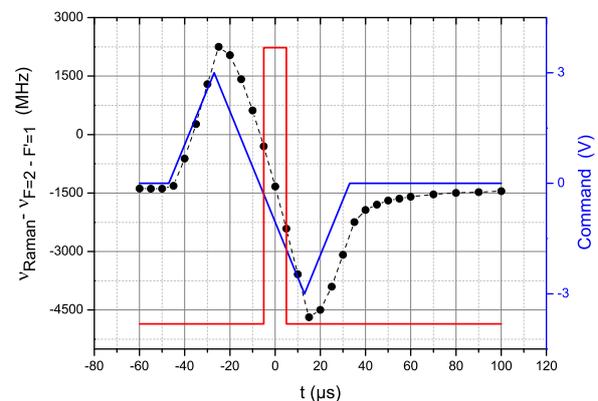


FIG. 3. Frequency response of the Raman laser $\nu_{\text{Raman}} = \frac{\omega_1}{2\pi}$ to the voltage command applied to the current modulation input. Voltage command (blue line). Measurement of the laser diode frequency response (black dots and line). Raman laser pulse (red line). The measured chirp is $\beta = -210 \text{ MHz } \mu\text{s}^{-1}$, leading to a frequency excursion of 2100 MHz during the Raman pulse.

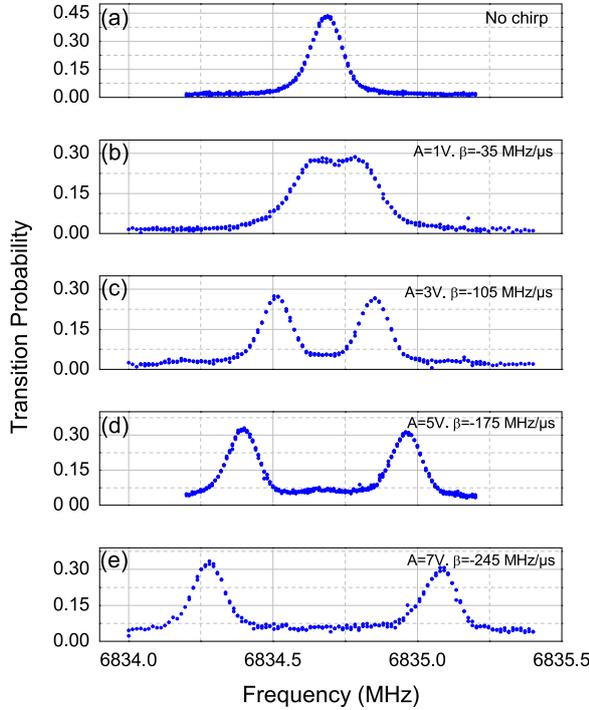


FIG. 4. Raman resonance spectra obtained by scanning the Raman frequency difference $(\omega_1 - \omega_2)/2\pi$ across the resonance for five different frequency chirps applied on the laser diode. A is the peak-to-peak amplitude voltage of the signal command. (a) For $\beta = 0$ a single peak is observed due to the simultaneous resonant conditions. (b)–(e) When applying a frequency chirp two peaks are observed allowing the degeneracy between the two Raman transitions to be lifted. The two Raman resonances are separated by $2\delta\omega/2\pi$.

the atomic phase shift at the output of the interferometer is sensitive to the horizontal acceleration \vec{a} of the atoms relative to the reference mirror. In the limit of short, resonant pulses, the phase shift is then given by $\Delta\phi = \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3 = \vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a} T^2$, where ϕ_i is the phase difference between the two counterpropagating Raman lasers at the position of the atoms at the i th Raman pulse. The delay between the release of the atoms from the trap and the first Raman pulse is $t_0 = 3$ ms. The Raman beams have a waist of 5.5 mm ($1/e^2$ radius). Thus, due to the free fall of the atoms across the laser beam, our interrogation time is limited and the intensity seen by the atoms for the three laser pulses will be different. Consequently, we adjust the timing of our experiment and the position of the laser beam in order to have the same intensity seen by the atoms for the first and the last Raman pulses. This leads to an interrogation time $2T = 31.7$ ms. This configuration enables light-shift effects to be minimized. As the intensity is higher for the middle pulse (π), this configuration also allows the same pulse duration ($\tau = 10 \mu\text{s}$) to be applied for the three Raman laser pulses without losing too much contrast.

Consequently, we ensure the frequency chirp to be the same for each Raman pulse, $\beta = -210 \text{ MHz } \mu\text{s}^{-1}$ in our experiment. Figure 5 is a sketch of the interferometer setup.

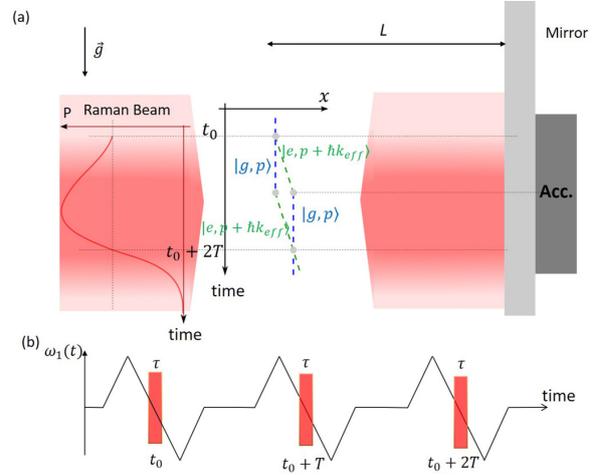


FIG. 5. (a) Sketch of the horizontal atomic accelerometer. The atoms fall under gravity in the retroreflected Raman beam. By measuring the transition probability P as a function of free-fall time of the atoms, we adjust the timing of our experiment and the position of the Raman laser beam. The pulse duration is equal for the three Raman light pulses. The center of the classical accelerometer (Acc.) matches the position of the cold atom cloud at the π pulse. $L = 24$ cm: atom-mirror distance. (b) Raman frequency $\omega_1(t)$ during the interferometer sequence. The same linear chirp is applied for the three Raman pulses.

After the interferometer sequence we measure the proportion of atoms in each output port of the AI by fluorescence. The normalized proportion of atoms in the hyperfine state $|F = 2, m_F = 0\rangle$ after the final $\pi/2$ pulse is a sinusoidal function of the acceleration:

$$P = P_m - \frac{C}{2} \cos(\vec{k}_{\text{eff}} \cdot \vec{a} T^2), \quad (2)$$

where P_m is the fringe offset and C the fringe contrast. In a retroreflected geometry, the phase is sensitive to the acceleration of the atom compared to the mirror. Thus, in absence of vibration isolation, fluctuations of the mirror position can induce fluctuations of the interferometer phase, which wash out the fringe visibility, even in the laboratory environment. To observe interference fringes, we perform a correlation-based technique [37] combining the simultaneous measurements of the output signal P of our interferometer with that from a classical accelerometer rigidly fixed to the Raman mirror. This allows the interference fringes to be recovered, although the fringes are randomly scanned by vibrations. Figure 6 displays retrieval of the fringe pattern obtained by plotting the probability transition of the AI output versus the acceleration measured by the classical accelerometer. The fringe contrast obtained from the sinusoidal least-squares fit of the data is $C = 40\%$.

In order to work at the best sensitivity, we studied the contrast of the interferometer as a function of the frequency chirp β applied on the Raman lasers. Results are displayed in Fig. 7. The contrast is an increasing function of the frequency chirp β until it reaches an optimum of $C = 40\%$ for

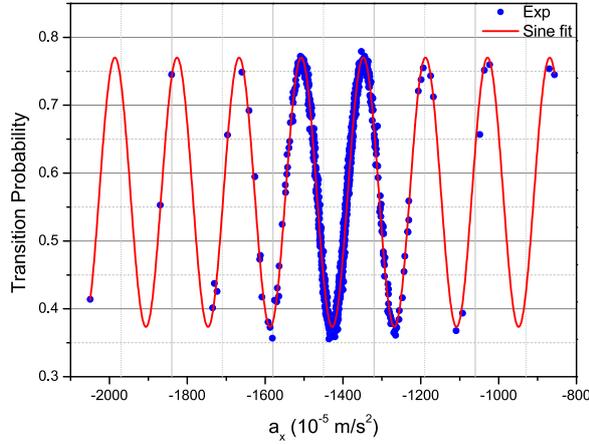


FIG. 6. Horizontal atom interferometer fringe pattern. The total interferometer time is $2T = 31.7$ ms, and the frequency chirp applied during each Raman pulse is set to $\beta = -210$ MHz μs^{-1} . The solid line is a sinusoidal least-squares fit using Eq. (2). The estimated fringe contrast is $C \sim 40\%$.

$\beta = -200$ MHz μs^{-1} . Increasing further the chirp value does not improve the interferometer's contrast.

A. Atom accelerometer sensitivity

To analyze the sensitivity and the stability of the horizontal atom accelerometer, we performed a hybridization of the classical accelerometer with the atom interferometer. We use the hybridization procedure described in [4]. We operated the atomic sensor continuously during one night. Figure 8 displays the Allan standard deviation (ADEV) of the hybridized atomic accelerometer signal. The sign of the effective Raman wave vector \vec{k}_{eff} is reversed every measurement cycle. We achieve a short-term sensitivity of 3.2×10^{-5} m $\text{s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$, which is comparable to state of the art for horizontal configurations [38] (1×10^{-5} m $\text{s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$), despite the use of a shorter interrogation time (31.7 versus 226 ms). The ADEV of

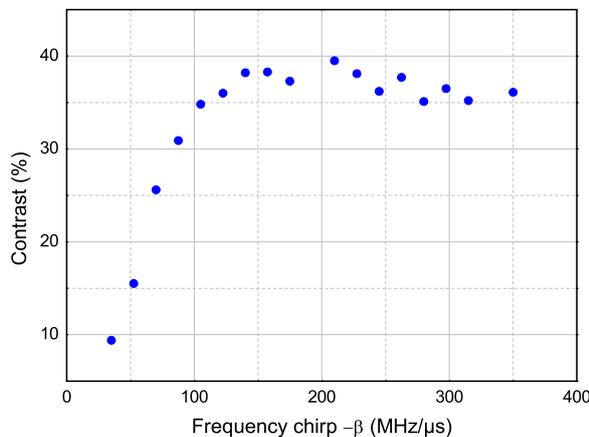


FIG. 7. Contrast as a function of the frequency chirp.

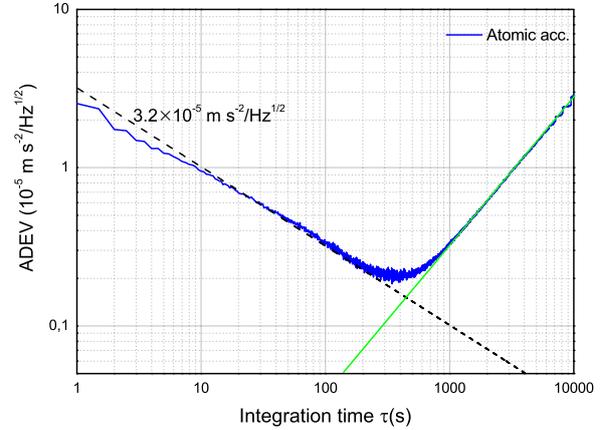


FIG. 8. Allan standard deviation (ADEV) of the atomic accelerometer (blue line). The dash line illustrates the $\tau^{-1/2}$ scaling. The green line illustrates the τ scaling.

the horizontal acceleration measurement scales as $\tau^{-1/2}$ and reaches 0.2×10^{-5} m s^{-2} at 500 s integration time. For longer integration times, the acceleration measurement drifts as illustrated by the typical linear dependence in the averaging time τ . The observed drift could be caused by an angular variation of the Raman mirror. The atom interferometer is measuring the projection of the gravity along the normal of the mirror. An angular drift of the mirror of $10 \mu\text{rad}$, which seems reasonable in our experimental setup, could explain the observed drift. Thus, one cannot draw conclusions regarding the long-term stability of the atom accelerometer unless using an auxiliary tilt sensor to monitor the angle between the Raman beam and the horizontal plane during the measurement.

B. Bias arising from the frequency chirp

To conclude our study, we investigated a possible bias induced by the frequency chirp β on the acceleration

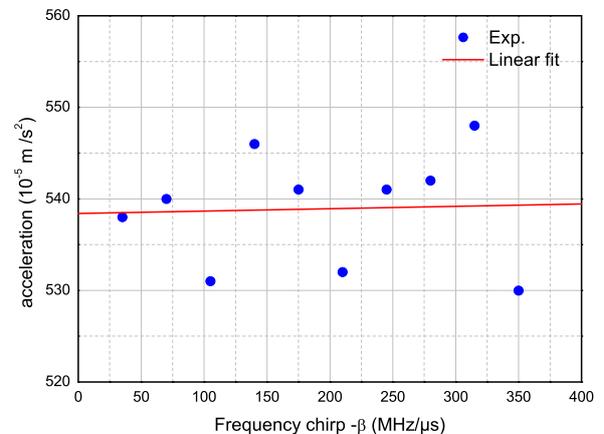


FIG. 9. Acceleration as a function of the chirp β applied on the Raman lasers. The line (in red) is a linear fit to the data points. The slope is $0.3 \pm 2 \times 10^{-7}$ m $\text{s}^{-2}/\text{MHz} \mu\text{s}^{-1}$.

measurement. The phase added by the frequency ramps adds a noninertial contribution to the atomic phase shift (see Appendix A). Assuming that the frequency ramps applied to the Raman lasers are perfectly equal for the three Raman light pulses and that the laser intensities are the same for the first and last laser pulse, its contribution vanishes in the interferometer phase. However, technical imperfections lead to a bias phase proportional to β . We thus measured the acceleration as a function of the frequency chirp β . Figure 9 displays the acceleration signal measured by the hybridized atom accelerometer as a function of the chirp β . Each data point is obtained after an averaging time $\tau = 500$ s. The data are linear fitted, and no significant slope is obtained. From the fit uncertainty on the slope, one can estimate a maximum bias of $4.6 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-2}$ for a frequency chirp $\beta = -210 \text{ MHz } \mu\text{s}^{-1}$.

IV. CONCLUSION

We have presented here an experimental demonstration of a method to address a single counterpropagating Raman transition in a retroreflected configuration despite zero Doppler shift. Using this method we have achieved a horizontal acceleration sensitivity of $3.2 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$ with a falling distance of 5.9 mm, which is competitive with state of the art [38]. Improving the atom accelerometer sensitivity could be simply achieved by using a larger laser beam radius combined with higher optical power, and a faster cycling rate. We have shown that the acceleration bias introduced by this method was constrained at the level $4 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-2}$, even though modulating the laser diode current for frequency chirp is not the optimal way to achieve the best level of reproducibility. Thus, further work would be required to assess both long-term stability of the atomic sensor and absence of bias introduced by the frequency ramp. This method can easily be extended to other AI configurations involving four or more pulses [39,40], such as, for example, in a double-loop geometry with pulse sequence $(\pi/2 - \pi - \pi - \pi/2)$ for rotation measurements independent of acceleration [12]. Finally, this method appears suited for multiaxis inertial sensing using cold atoms without a need for tilted laser beams [41–43], as well as for compact tiltmeters or for experiments in microgravity environments using atom interferometers based on a single-diffraction process [44,45].

ACKNOWLEDGMENTS

We thank F. Nez from Laboratoire Kastler Brossel (LKB) for helpful discussions. M.C. acknowledges funding from ONERA through research project CHAMO (Central Hybride Atomique de l’Onera).

APPENDIX A: FREQUENCY-CHIRP-INDUCED BIAS

1. Origin of the bias phase

In this Appendix we investigate the effect of chirping the Raman laser during the light pulses of the Mach-Zehnder atom interferometer. To calculate this effect, we express the interferometer phase shift as

$$\Delta\Phi = \phi_1 - 2\phi_2 + \phi_3, \quad (\text{A1})$$

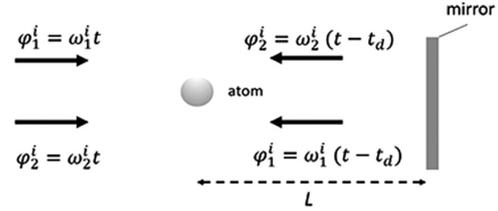


FIG. 10. Scheme of the cold atom interferometer. The resonant counterpropagating beams are obtained by retroreflecting the lasers on the mirror. Due to the retroreflection delay, if the Raman frequency is not perfectly the same at each Raman pulse, a bias phase arises.

where $\phi_i = \phi_1^i - \phi_2^i$ is the phase difference imprinted onto the atoms by the two counterpropagating Raman beams of frequencies ω_1 and ω_2 at the i th Raman pulse. Figure 10 is a schematic describing the interaction between atoms and Raman pulses. Considering the retroreflection delay $t_d = 2L/c$, where L is the distance from the atoms to the mirror, one finds the laser phase difference imprinted onto the atoms at the i th pulse is (see Fig. 10)

$$\phi_i(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t - t_d) \quad (\text{A2})$$

$$= \omega_1^{(i)}t - \omega_2^{(i)}(t - t_d), \quad (\text{A3})$$

where $\omega_{1,2}^{(i)}$ is the Raman frequency at the i th laser pulse. Therefore, it turns out that if the Raman laser frequency is not perfectly the same for the three Raman laser pulses, it leads to a bias phase [4]:

$$\Delta\phi_{\text{bias}} = (\omega_1^{(1)} + \omega_1^{(3)} - 2\omega_1^{(2)}) \times t_d. \quad (\text{A4})$$

Thus, in our experiment the reproducibility of the Raman laser frequency chirp within the interferometer interrogation time is crucial.

2. Calculations

To compute the bias phase induced by the frequency chirp on the Raman laser, we use the response function formalism. Thus, one can write the bias phase for the Mach-Zehnder type AI of Sec. III as

$$\Delta\phi_{\text{bias}} = \int_{-T-\frac{3\tau}{2}}^{T+\frac{3\tau}{2}} \phi_i(t) f^{(i)}(t) dt, \quad (\text{A5})$$

where $f^{(i)}(t)$ is the response function of the atom interferometer at the i th pulse given by

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\Omega_1 \cos[\Omega_1(t+T+\frac{3\tau}{2})]}{\sin(\Omega_1\tau)} & t \in [-T-\frac{3\tau}{2}, -T-\frac{\tau}{2}] \\ -\frac{\Omega_2 \cos(\Omega_2 t)}{\sin(\Omega_2\tau/2)} & t \in [-\frac{\tau}{2}, \frac{\tau}{2}] \\ \frac{\Omega_3 \cos[\Omega_3(t-T-\frac{3\tau}{2})]}{\sin(\Omega_3\tau)} & t \in [T+\frac{\tau}{2}, T+\frac{3\tau}{2}] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (\text{A6})$$

where Ω_i is the Rabi frequency of the i th laser pulse. The response function is displayed in Fig. 11 considering ($\Omega_1 = \Omega_3$ and $\Omega_2 = 2\Omega_1$). For the calculations, we consider the possibility of both a frequency offset change $\delta\omega_1$ of the

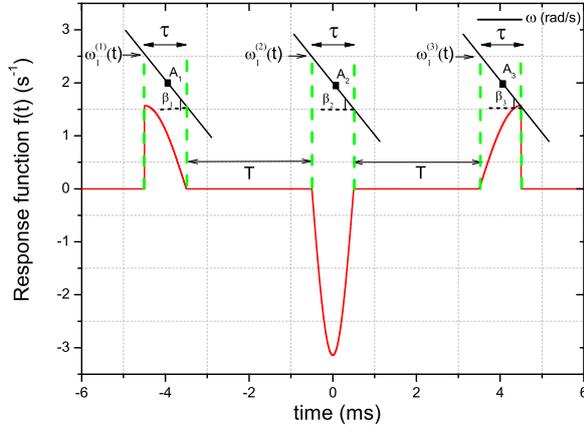


FIG. 11. Response function (in red) of the Mach-Zehnder AI for equal pulses of duration τ and considering that the π pulse occurs at $t = 0$. Here $T = 3$ ms and $\tau = 1$ ms for the sake of clarity. The intensity of the laser is the same for the first and last laser pulse (e.g., $\Omega_1 = \Omega_3$, $\Omega_2 = 2\Omega_{1,3}$). The green dashed line symbolizes the Raman pulse, and the black line represents the Raman frequency ramp characterized with parameters $\omega_1^{(i)}$, A_i , β_i .

Raman laser and a change in slope β of the frequency ramp from pulse to pulse. These effects are illustrated in Fig. 11. After some algebra, the laser phase at the i th Raman pulse can be written

$$\phi_i = A_i + 2\pi\beta_i t_d(t - t_i), \quad (\text{A7})$$

where β_i is the frequency chirp slope at the i th Raman pulse, t_i , the time at the middle of the Raman pulse, and with

$$A_i = (\omega_1 + \delta\omega_1^{(i)})t_d, \quad (\text{A8})$$

where $\delta\omega_1^{(i)}$ is the laser frequency offset at the i th Raman pulse. The bias phase is obtained by analytically computing

Eq. (A5), which leads to

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{\text{bias}} = & A_1 - 2A_2 + A_3 + 2\pi t_d \frac{\tau}{2} (\beta_3 - \beta_1) \\ & + 2\pi t_d \left(\beta_3 \frac{\cos(\Omega_3\tau) - 1}{\Omega_1 \sin(\Omega_3\tau)} - \beta_1 \frac{\cos(\Omega_1\tau) - 1}{\Omega_1 \sin(\Omega_1\tau)} \right). \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

The bias phase comprises three contributions. The first one corresponds to a change in the frequency offset of the ramp, the second one arises from a change of the chirp slope, and finally, the last contribution is a combination of the chirp slope variation and intensity change between the first and the last Raman laser pulse. This result confirms that for perfectly reproducible frequency ramps and assuming equal laser intensities ($\Omega_1 = \Omega_3$), the bias phase vanishes. However, experimental imperfections lead to a measurement bias. In order to derive realistic constraints on our experimental parameters, one can approximate Eq. (A9) to the first order in $\Delta\Omega/\Omega_1$ and $\Delta\beta/\beta$ (e.g., $\Omega\tau \sim \pi/2$). The following equation results:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{\text{bias}} \simeq & A_1 - 2A_2 + A_3 + 2\pi\Delta\beta t_d \tau \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \right) \\ & + 2\pi\beta t_d \tau \left(\frac{2}{\pi} - 1 \right) \frac{\Delta\Omega}{\Omega_1}, \end{aligned} \quad (\text{A10})$$

where $\Delta\beta = \beta_3 - \beta_1$ and $\Delta\Omega = \Omega_3 - \Omega_1$. In our experimental scheme, one can assume that A_i and $\Delta\beta$ are proportional to β , leading to an overall bias phase proportional to β . Thus, measuring the acceleration as a function of the frequency chirp allows us to confine our experimental parameters. A measured acceleration bias at the level of $4 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-2}$ requires a control of the experimental parameters at the level of $\delta\omega_1 \approx 2\pi \times 10 \text{ MHz}$, $\frac{\Delta\beta}{\beta} \approx 10^{-2}$, and $\frac{\Delta\Omega}{\Omega_1} \approx 2 \times 10^{-2}$, respectively. Finally, increasing the sensitivity would require the reproducibility of the frequency ramp to be checked with a much higher precision, which was out of the scope of this work.

[1] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu, *Metrologia* **38**, 25 (2001).
 [2] P. Gillot, O. Francis, A. Landragin, F. Pereira Dos Santos, and S. Merlet, *Metrologia* **51**, 15 (2014).
 [3] Z. K. Hu, B. L. Sun, X. C. Duan, M. K. Zhou, L. L. Chen, S. Zhan, Q. Z. Zhang, and J. Luo, *Phys. Rev. A* **88**, 043610 (2013).
 [4] Y. Bidel, N. Zahzam, C. Blanchard, A. Bonnin, M. Cadoret, A. Bresson, D. Rouxel, and M.-F. Lequentrec-Lalancette, *Nat. Commun.* **9**, 627 (2018).
 [5] M. Hauth, C. Freier, V. Schkolnik, A. Senger, M. Schmidt, and A. Peters, *Appl. Phys. B* **113**, 49 (2013).
 [6] J. M. McGuirk, G. T. Foster, J. B. Fixler, M. J. Snadden, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. A* **65**, 033608 (2002).
 [7] F. Sorrentino, Q. Bodart, L. Cacciapuoti, Y.-H. Lien, M. Prevedelli, G. Rosi, L. Salvi, and G. M. Tino, *Phys. Rev. A* **89**, 023607 (2014).
 [8] X.-C. Duan, M.-K. Zhou, D.-K. Mao, H.-B. Yao, X.-B. Deng, J. Luo, and Z.-K. Hu, *Phys. Rev. A* **90**, 023617 (2014).
 [9] T. L. Gustavson, P. Bouyer, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2046 (1997).

[10] A. Gauguet, B. Canuel, T. Lévêque, W. Chaibi, and A. Landragin, *Phys. Rev. A* **80**, 063604 (2009).
 [11] G. Tackmann, P. Berg, C. Schubert, S. Abend, M. Gilowski, W. Ertmer, and E. M. Rasel, *New J. Phys.* **14**, 015002 (2012).
 [12] I. Dutta, D. Savoie, B. Fang, B. Venon, C. L. Garrido Alzar, R. Geiger, and A. Landragin, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 183003 (2016).
 [13] C. Jekeli, *Navigation* **52**, 1 (2005).
 [14] R. H. Parker, C. Yu, W. Zhong, B. Estey, and H. Müller, *Science* **360**, 191 (2018).
 [15] J. B. Fixler, G. T. Foster, J. M. McGuirk, and M. A. Kasevich, *Science* **315**, 74 (2007).
 [16] R. Bouchendira, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez, and F. Biraben, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 080801 (2011).
 [17] G. Rosi, F. Sorrentino, L. Cacciapuoti, M. Prevedelli, and G. M. Tino, *Nature (London)* **510**, 518 (2014).
 [18] S. Fray, C. A. Diez, T. W. Hänsch, and M. Weitz, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 240404 (2004).
 [19] A. Bonnin, N. Zahzam, Y. Bidel, and A. Bresson, *Phys. Rev. A* **88**, 043615 (2013).

- [20] D. Schlippert, J. Hartwig, H. Albers, L. L. Richardson, C. Schubert, A. Roura, W. P. Schleich, W. Ertmer, and E. M. Rasel, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 203002 (2014).
- [21] M. G. Tarallo, T. Mazzoni, N. Poli, D. V. Sutyryn, X. Zhang, and G. M. Tino, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 023005 (2014).
- [22] L. Zhou, S. Long, B. Tang, X. Chen, F. Gao, W. Peng, W. Duan, J. Zhong, Z. Xiong, J. Wang, Y. Zhang, and M. Zhan, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 013004 (2015).
- [23] P. Hamilton, M. Jaffe, P. Haslinger, Q. Simmons, H. Müller, and J. Khoury, *Science* **349**, 849 (2015).
- [24] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan, M. A. Kasevich, and S. Rajendran, *Phys. Rev. D* **78**, 122002 (2008).
- [25] W. Chaibi, R. Geiger, B. Canuel, A. Bertoldi, A. Landragin, and P. Bouyer, *Phys. Rev. D* **93**, 021101(R) (2016).
- [26] P. Hamilton, A. Zhmoginov, F. Robicheaux, J. Fajans, J. S. Wurtele, and H. Müller, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 121102 (2014).
- [27] M. Kasevich and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 181 (1991).
- [28] V. Schkolnik, B. Leykauf, M. Hauth, C. Freier, and A. Peters, *Appl. Phys. B* **120**, 311 (2015).
- [29] D. S. Durfee, Y. K. Shaham, and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 240801 (2006).
- [30] T. Lévêque, A. Gauguet, F. Michaud, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 080405 (2009).
- [31] N. Malossi, Q. Bodart, S. Merlet, T. Lévêque, A. Landragin, and F. Pereira Dos Santos, *Phys. Rev. A* **81**, 013617 (2010).
- [32] O. Carraz, C. Siemes, L. Massotti, R. Haagmans, and P. Silvestrin, *Microgravity Sci. Technol.* **26**, 139 (2014).
- [33] I. Perrin, Y. Bidel, N. Zahzam, C. Blanchard, A. Bresson, and M. Cadoret, *Phys. Rev. A* **99**, 013601 (2019).
- [34] F. Théron, Y. Bidel, E. Dieu, N. Zahzam, M. Cadoret, and A. Bresson, *Opt. Commun.* **393**, 152 (2017).
- [35] F. Théron, O. Carraz, G. Renon, N. Zahzam, Y. Bidel, M. Cadoret, and A. Bresson, *Appl. Phys. B* **118**, 1 (2015).
- [36] O. Carraz, R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, Y. Bidel, and A. Bresson, *Phys. Rev. A* **86**, 033605 (2012).
- [37] J. Lautier, L. Volodimer, T. Hardin, S. Merlet, M. Lours, F. P. D. Santos, and A. Landragin, *Appl. Phys. Lett.* **105**, 144102 (2014).
- [38] W.-J. Xu, M.-K. Zhou, M.-M. Zhao, K. Zhang, and Z.-K. Hu, *Phys. Rev. A* **96**, 063606 (2017).
- [39] B. Dubetsky and M. A. Kasevich, *Phys. Rev. A* **74**, 023615 (2006).
- [40] M. Cadoret, N. Zahzam, Y. Bidel, C. Diboune, A. Bonnin, F. Théron, and A. Bresson, *J. Opt. Soc. Am. B* **33**, 1777 (2016).
- [41] B. Canuel, F. Leduc, D. Holleville, A. Gauguet, J. Fils, A. Virdis, A. Clairon, N. Dimarcq, C. J. Bordé, A. Landragin, and P. Bouyer, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 010402 (2006).
- [42] Y.-J. Chen, A. Hansen, G. W. Hoth, E. Ivanov, B. Pelle, J. Kitching, and E. A. Donley, *Phys. Rev. Appl.* **12**, 014019 (2019).
- [43] X. Wu, F. Zi, J. Dudley, R. J. Bilotta, P. Canoza, and H. Müller, *Optica* **4**, 1545 (2017).
- [44] R. Geiger, V. Ménolet, G. Stern, N. Zahzam, P. Cheinet, B. Battelier, A. Villing, F. Moron, M. Lours, Y. Bidel, A. Bresson, A. Landragin, and P. Bouyer, *Nat. Commun.* **2**, 474 (2011).
- [45] B. Barrett, L. Antoni-Micollier, L. Chichet, B. Battelier, T. Lévêque, A. Landragin, and P. Bouyer, *Nat. Commun.* **7**, 13786 (2016).

Progress towards the development of a cold-atom inertial measurement unit for onboard applications

Jeanne Bernard
DPHY, ONERA
Université Paris-Saclay
F-91123 Palaiseau, France
LCM-CNAM
61, rue du Landy
93120, La Plaine Saint-Denis, France
jeanne.bernard@onera.fr

Malo Cadoret
DPHY, ONERA
Université Paris-Saclay
F-91123 Palaiseau, France
LCM-CNAM
61, rue du Landy
93120, La Plaine Saint-Denis, France
malo.cadoret@lecnam.net

Yannick Bidel
DPHY, ONERA
Université Paris-Saclay
F-91123 Palaiseau, France
yannick.bidel@onera.fr

Clément Salducci
DPHY, ONERA
Université Paris-Saclay
F-91123 Palaiseau, France
clement.salducci@onera.fr

Nassim Zahzam
DPHY, ONERA
Université Paris-Saclay
F-91123 Palaiseau, France
nassim.zahzam@onera.fr

Sylvain Schwartz
DPHY, ONERA
Université Paris-Saclay
F-91123 Palaiseau, France
sylvain.schwartz@onera.fr

Alexis Bonnin
DPHY, ONERA
Université Paris-Saclay
F-91123 Palaiseau, France
alexis.bonnin@onera.fr

Cédric Blanchard
DPHY, ONERA
Université Paris-Saclay
F-91123 Palaiseau, France
cedric.blanchard@onera.fr

Alexandre Bresson
DPHY, ONERA
Université Paris-Saclay
F-91123 Palaiseau, France
alexandre.bresson@onera.fr

Abstract—In this paper we present our progress towards the development of a complete cold-atom Inertial Measurement Unit (IMU). Our goal is to have a single atomic sensor that will alternatively measure each inertial component (3 accelerations and 3 rotations). Every atomic measurement will be hybridized with a set of classical inertial sensors. Hybridization enables to combine the advantages of both technologies and to provide accurate continuous measurements with high dynamic range, in the scope of onboard inertial navigation compatibility.

Index Terms—inertial sensor, atom interferometry, cold atoms, hybridization

I. INTRODUCTION

Atom interferometer sensor is a promising technology for inertial measurement. It has the main advantage compared to classical technology to provide absolute measurements (no calibration needed) and high long term stability (no drift). An Inertial Measurement Unit (IMU) i.e 3 accelerometers and 3 gyroscopes using this technology could thus provide a breakthrough in navigation application in which the biases of the sensors lead to position errors. Vertical accelerometers i.e gravimeters based on atom interferometry have already demonstrated better performances than classical sensors for static [1] [2] and onboard measurements [3] and start to be commercialized [4]. Concerning other inertial sensors (horizontal accelerometer, gyroscope, gradiometer), the level of maturity is much lower with only few laboratory instruments

with performances at the level of the best classical inertial sensors [6]–[9]. There was only one demonstration of a complete atom interferometer IMU [10]. But it was a laboratory experiment which can work only in static condition and with rotation measurements not at the state of art level. There are still several blocking points to address in order to develop a compact atom IMU working in onboard environment.

Here, we will give our progress toward a cold atom inertial measurement unit. First, we will present the hybridization strategy that we choose for the IMU. Then, we will present our work on the development of an onboard horizontal accelerometer. Finally, we will conclude and present the remaining developments.

II. PRINCIPLE OF THE HYBRIDIZED ATOM INTERFEROMETER INERTIAL MEASUREMENT UNIT

The hybridized cold-atom inertial measurement unit relies on the periodic calibration of 3 classical accelerometers and 3 classical gyroscopes by a multi-axis atom interferometer sensor (see Fig. 1). This is an extension of the method developed for atom accelerometer [3], [11]. At each measurement cycle, the atom interferometer is configured to measure one of the six inertial components. This absolute measurement is then used to estimate the bias and the scale factor of the corresponding classical inertial sensor. On the other hand, the measurements

of the classical sensors are necessary to process the atom interferometer measurements in onboard environments.

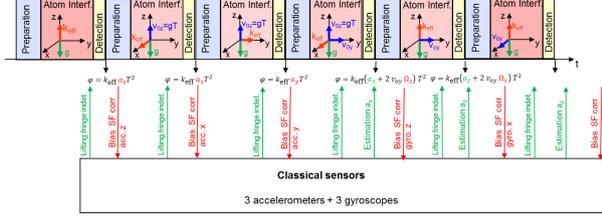


Fig. 1. Possible implementation of the hybridized cold atom IMU (SF: Scale Factor).

The output signal of a Mach Zehnder type atom interferometer consisting of three laser pulses is given by the following simplified expression:

$$P = P_m - \frac{C}{2} \cos \left(\vec{k}_{\text{eff}} \cdot (\vec{a} + 2\vec{v} \times \vec{\Omega}) T^2 \right) \quad (1)$$

where P_m and C are the offset and the contrast of the fringe, \vec{a} is the acceleration, \vec{v} is the atom velocity, $\vec{\Omega}$ is the rotation vector, \vec{k}_{eff} is the effective wave vector of the laser interrogating the atom and T is the time interval between the laser pulses.

The measured inertial component is selected with the direction of laser k_{eff} and the atom velocity. By imposing a zero velocity for the atom, we measure only the acceleration in the direction of the laser k_{eff} . By imposing a non-zero velocity, we measure a combination of a and Ω . To retrieve only the rotation, the acceleration is estimated by the calibrated classical accelerometer. Due to the periodic aspect of the signal of the atom interferometer, many values of the inertial quantities are possible for a given value of the atom signal. This ambiguity is lifted by using an estimated value of the atom phase provided by the classical inertial sensor. Finally by using this strategy, the six classical inertial sensors are regularly calibrated providing thus an absolute and continuous measurement of 3 accelerations and 3 rotations. A multi-axes atom interferometer sensor has thus to be developed. The vertical acceleration measurement is mature with the demonstration of airborne [12] and shipborne measurement [3]. The next steps of development are the horizontal accelerometer and the gyroscopes.

III. HORIZONTAL ACCELERATION MEASUREMENTS

A. Zero-velocity atom interferometry

In a light-pulse atom interferometer, laser pulses are used to coherently split, deflect, and recombine matter waves in order to create atom interference. Inertial sensors usually use stimulated two-photon (Raman or Bragg) transitions to create the beamsplitters and mirrors required for the interferometer. Stimulated two-photon transitions consist of an atom coherently absorbing and then emitting a photon

from a pair of counterpropagating laser beams with different frequencies. This process results in a transfer between two internal ground states of the atom, accompanied with a momentum change of $\pm \hbar k_{\text{eff}}$, where k_{eff} is the effective wave vector. For high precision measurements, the two counterpropagating Raman lasers are usually implemented in a retroreflected geometry, where a single laser beam with two laser frequencies is retroreflected off a mirror.

In an atom interferometer, the direction of the acceleration measurement is given by the Raman (or Bragg) lasers direction. Therefore, in order to measure horizontal accelerations, the Raman lasers must be horizontal. This configuration is more challenging than a vertical accelerometer where the Raman beams are vertical. First, the atoms fall under gravity perpendicular to the laser beam, therefore limiting the falling distance to the beam diameter for an instrument using a single laser beam. The use of several laser beams is possible, but complicates the setup. Second, the atoms are interrogated with zero velocity in the Raman beam direction. In a retroreflected configuration, two pairs of Raman beams with opposite effective wave vector $\pm k_{\text{eff}}$ can perform the two-photon transitions (see Fig. 2). When the atoms have a non zero velocity in the Raman beam direction, the Doppler effect naturally lifts the degeneracy between the two transitions $\pm \hbar k_{\text{eff}}$, and one can easily address a single transition. This is not the case in a horizontal accelerometer : lifting the degeneracy requires to give a velocity to the atoms thanks to a moving molasses technique for instance. The best horizontal accelerometers [6], [10] based on atom interferometry both use this technique. However, it leads to more complex and larger instruments. Another solution is to exploit the double diffraction scheme, but this only works if the two Raman transitions are perfectly degenerated. For onboard applications, where the atoms acquire an uncontrolled velocity under the effect of the vehicle accelerations, it is impossible to address the double diffraction scheme with high efficiency. This method is thus not appropriate to build an embedded horizontal accelerometer. Finally, a last method consists in selecting atoms with non-zero velocity within the atomic velocity distribution [13]. This technique leads to an important loss of atoms which is not satisfying. In this paper we present two new techniques using single-diffraction two-photon Raman transitions despite a zero Doppler shift in a retroreflected geometry.

B. Retroreflected frequency-chirped laser

The first technique demonstrated in 2019 [14] consists in applying a frequency chirp $\beta = \frac{1}{2\pi} \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{d\omega_2}{dt}$ to the Raman laser frequencies ω_1 and ω_2 (see Fig. 3). Since the reflected beams are delayed with respect to the incoming ones by a time duration $t_d = \frac{2L}{c}$ (with L the distance between the atoms and the mirror), the incoming laser frequencies are shifted by $\delta\omega = 2\pi\beta t_d$ at the position of the atoms. Therefore, one transition is detuned from the other by $2\delta\omega$: such a frequency-chirped laser method lifts the degeneracy between the two transitions $\pm \hbar k_{\text{eff}}$, allowing one to selectively address

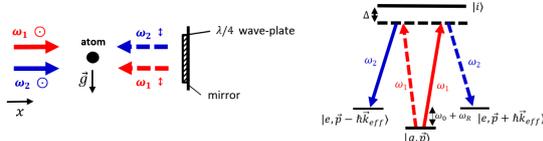


Fig. 2. Left : Schematic setup of two-photon Raman transitions in the commonly used retroreflecting geometry. Right: Scheme of the Raman transition between the two hyperfine ground states of an alkaline atom in the absence of Doppler shift. Both pairs $\pm\hbar\vec{k}_{\text{eff}}$ are simultaneously resonant.

one transition or the other. This effect can be interpreted as mimicking an effective atomic velocity in the reference frame of the lasers, resulting in an equivalent Doppler shift $\omega_D = 2\pi\beta t_d$.

Using this method, we demonstrated a Mach-Zehnder type atom interferometer hybridized with a force balanced accelerometer providing horizontal acceleration measurements with a short-term sensitivity of $3.2 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$ (see Fig. 4). This is comparable to state of the art for horizontal configurations [5], despite shorter interrogation times (32 versus 226 ms). We cannot draw conclusions regarding the long-term stability of the hybridized accelerometer because of the fluctuations of the Raman mirror angle. Future improvements of the experimental setup could include the implementation of an auxiliary tilt sensor monitoring the angle between the Raman beam and the horizontal plane during the measurement.

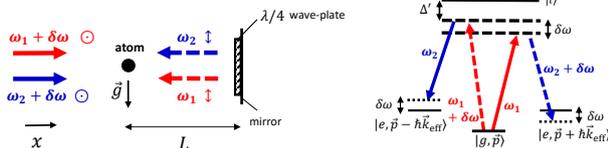


Fig. 3. Left : The frequency chirp β applied to the Raman lasers frequency shifts the incident laser frequency by $\delta\omega = 2\pi\beta t_d$ where $t_d = 2L/c$. Right : Energy diagram showing that the frequency chirp β allows to lift the degeneracy between the two resonant transitions by an amount $2\delta\omega$.

C. $\sigma^+ - \sigma^-$ Raman transitions between magnetically sensitive states

For the second technique, we implemented a horizontal accelerometer based on atom interferometry using counterpropagative Raman transitions between the hyperfine states $|F=1, m_F = \mp 1\rangle$ and $|F=2, m_F = \pm 1\rangle$ (see Fig. 5) [15]. Atom interferometry usually exploits the $|F=1, m_F = 0\rangle \leftrightarrow |F=2, m_F = 0\rangle$ transition, but our scheme presents several advantages. First, due to selection rules, only a single counterpropagating transition is allowed even if the Raman laser beams are retroreflected (see Fig. 5). Secondly, it uses Raman beams with the same polarization configuration as the magneto-optical trap. Finally, it allows

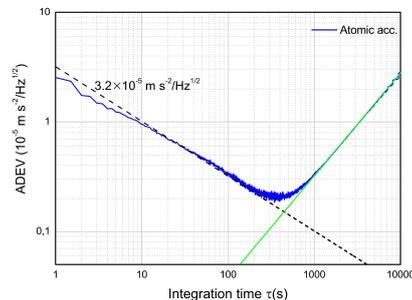


Fig. 4. The blue line represents the Allan standard deviation (ADEV) of the hybridized atomic accelerometer. $\tau^{-1/2}$ scaling is represented by the dashed line, whereas the τ scaling appears in the green line.

the control of the atom trajectory with magnetic forces.

With this method, we performed the measurement of the horizontal component of acceleration with a hybridized accelerometer and reached a short-term sensitivity of $25 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$ (see Fig. 6). Specific features of our technique, in comparison with usual magnetically-insensitive Raman-based atom interferometers, are the following : higher spontaneous emission rate (as the Raman lasers require to be tuned closer to atomic transitions), additional sensitivity to magnetic field inhomogeneity and light shifts (the differential light shift can not be cancelled out by tuning the intensity ratio between the Raman pair). The bias due to the magnetic field gradient is the main limitation to this hybridized atom accelerometer accuracy ($2 \times 10^{-4} \text{ m.s}^{-2}$).

Using the D_1 line (instead of the D_2 line) for the Raman excitation scheme could enhance the short-term sensitivity of this sensor, because it would drastically reduce spontaneous emission. In addition, the bias could be reduced by using a high-performance magnetic shielding. Moreover, that acceleration bias could be canceled out by implementing a fountain geometry.

IV. CONCLUSION AND PERSPECTIVES

We have demonstrated two new methods for measuring horizontal accelerations in a close-to-zero velocity regime. Both methods can be implemented in an embedded IMU. Next step of development are the gyroscopes. Here the challenge is to perform interferometric measurements of rotations in a compact device but with state-of-the-art performance. Large momentum transfer beamsplitters will be necessary since the sensitivity of the interferometric sensor is proportional to its enclosed space-time area.

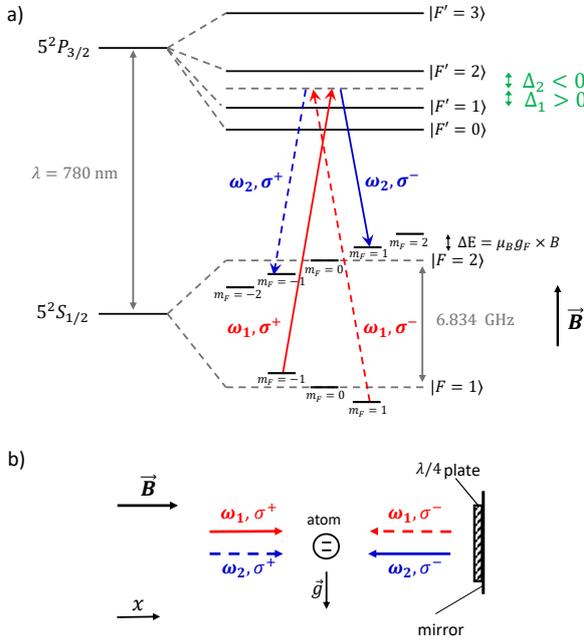


Fig. 5. (a) Energy diagram of the two hyperfine ground states of ^{87}Rb when a magnetic field is applied. The degeneracy between the Zeeman sublevels is lifted and one can perform $\sigma^+ - \sigma^-$ Raman transitions. The circularly polarized beams which perform the $|F=1, m_F=-1\rangle \leftrightarrow |F=2, m_F=1\rangle$ transition appear in solid lines, whereas the beams performing the $|F=1, m_F=1\rangle \leftrightarrow |F=2, m_F=-1\rangle$ transition are represented in dashed lines. (b) Usual implementation of two-photon Raman transitions in a retroreflected configuration. The atom is a two-level system which interacts with two pairs of counterpropagating light fields with $\sigma^+ - \sigma^-$ polarizations. Such a polarization scheme allows only one pair of counterpropagating light beams to drive the Raman coupling. This results in a single diffraction process even if there is no Doppler shift.

REFERENCES

- [1] R. Karcher, A. Imanaliev, S. Merlet, and F. P. D. Santos, "Improving the accuracy of atom interferometers with ultracold sources", *New J. Phys.*, vol. 20, no. 11, p. 113041, 2018.
- [2] Z.-K. Hu et al., "Demonstration of an ultrahigh-sensitivity atom-interferometry absolute gravimeter", *Phys. Rev. A*, vol. 88, p. 043610, 2013.
- [3] Y. Bidet et al., "Absolute marine gravimetry with matter-wave interferometry", *Nature Communications*, vol. 9, p. 627, 2018.
- [4] V. M noret et al., "Gravity measurements below 10^{-9} g with a transportable absolute quantum gravimeter", *Scientific reports*, vol. 8, no. 1, p. 12300, 2018.
- [5] W. Xu, M. Zhou, M. Zhao, K. Zhang, et Z. Hu, "Quantum tiltmeter with atom interferometry", *Phys. Rev. A*, vol. 96, p. 063606, 2017.
- [6] J. Liu, W.-J. Xu, C. Zhang, Q. Luo, Z.-K. Hu and M.-K. Zhou, "Sensitive quantum tiltmeter with nanoradian resolution", *Phys. Rev. A*, vol. 105, p. 013316, 2022.
- [7] D. S. Durfee, Y. K. Shaham, and M. A. Kasevich, "Long-Term Stability of an Area-Reversible Atom-Interferometer Sagnac Gyroscope", *Physical Review Letters*, vol. 97, p. 240801, 2006.
- [8] D. Savoie, M. Altorio, B. Fang, L. A. Sidorenkov, R. Geiger, and A. Landragin, "Interleaved atom interferometry for high-sensitivity inertial measurements", *Science Advances*, vol. 4, 2018.
- [9] J. M. McGuirk, G. T. Foster, J. B. Fixler, M. J. Snadden, et M. A. Kasevich, "Sensitive absolute-gravity gradiometry using atom interferometry", *Phys. Rev. A*, vol. 65, p. 033608, 2002.
- [10] B. Canuel et al., "Six-Axis Inertial Sensor Using Cold-Atom Interferometry", *Phys. Rev. Lett.*, vol. 97, p. 010402, 2006.
- [11] J. Lautier et al., "Hybridizing matter-wave and classical accelerometers", *Appl. Phys. Lett.*, vol. 105, no. 14, p. 144102, 2014.
- [12] Y. Bidet et al., "Absolute airborne gravimetry with a cold atom sensor", *Journal of Geodesy*, vol. 94, no. 2, p. 20, 2020.
- [13] R. Geiger, V. M noret, G. Stern, N. Zahzam, P. Cheinet, B. Battelier, A. Villing, F. Moron, M. Lours, Y. Bidel, A. Bresson, A. Landragin, and P. Bouyer, "Detecting inertial effects with airborne matter-wave interferometry," *Nat. Commun.*, vol. 2, p. 474, 2011.
- [14] I. Perrin, J. Bernard, Y. Bidel, A. Bonnin, N. Zahzam, C. Blanchard, A. Bresson, and M. Cadoret, "Zero-velocity atom interferometry using a retroreflected frequency-chirped laser," *Phys. Rev. A* 100, 053618, 2019.
- [15] J. Bernard, Y. Bidel, M. Cadoret, C. Salducci, N. Zahzam, S. Schwartz, A. Bonnin, C. Blanchard and A. Bresson, "Atom interferometry using $\sigma^+ - \sigma^-$ Raman transitions between $|F=1, m_F = \mp 1\rangle$ and $|F=2, m_F = \pm 1\rangle$ ", arXiv:2111.05642, 2021.

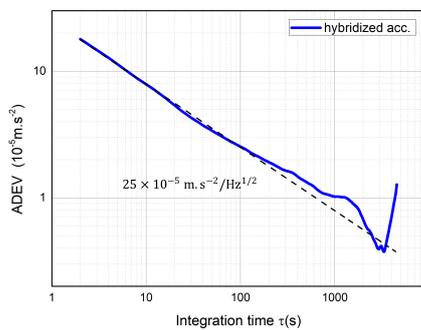


Fig. 6. The blue line represents the Allan standard deviation (ADEV) of the hybridized horizontal atom accelerometer. $\tau^{-1/2}$ scaling is represented by the dashed line.

TABLE DES FIGURES

1	Mise en évidence du phénomène d'oscillations de Schuler. a) Un biais sur l'accélération peut faire croire à un mouvement selon un plan tangent à la surface terrestre. La composante gravitationnelle g_x générée par l'algorithme de calcul va stopper et inverser le mouvement, tel un pendule. b) Analogie avec une bille lâchée sans vitesse initiale et oscillant dans un tunnel imaginaire de part et d'autre de la Terre.	4
2	a) Interféromètre optique de Mach-Zehnder. b) Interféromètre atomique de Mach-Zehnder. Les rôles de la lumière et de la matière sont inversés par rapport à la figure de gauche.	6
3	Anomalie de gravité de Meriadzec (au large de Douarnenez). a) Modèle obtenu à partir des mesures fournies par GIRAFE2, un gravimètre atomique embarqué sur un bateau. Les lignes rouges représentent la trajectoire du bateau le long de laquelle les mesures ont été effectuées. b) Modèle obtenu à partir de mesures satellites [39]. c) Différence entre la mesure bateau et la mesure satellite. Les différences importantes observées sur les bordures de la carte viennent de la procédure d'extrapolation des mesures atomiques faites sur le bateau. d) Bathymétrie (mesure de la profondeur et du relief des fonds marins) pour comparer avec l'anomalie de gravité. $1\text{mGal} = 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}$. Figure tirée de [1].	10
4	Géoïde et anomalies de gravité. À gauche : représentation de l'altitude du géoïde mesurée par le satellite GOCE. À droite : anomalies de gravité (écart en mGal entre la mesure de gravité au niveau du géoïde par rapport à la valeur théorique correspondant à l'ellipsoïde de référence). Figure tirée de [41].	11
I.1	Transition Raman stimulée à deux photons. À gauche : diagramme des niveaux d'énergie en jeu. La transition Raman couple les niveaux $ f, \vec{p}\rangle$ et $ e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$. À droite : la transition Raman s'accompagne d'un transfert d'impulsion $\hbar\vec{k}_{\text{eff}}$ des photons vers l'atome : les deux paquets d'onde se séparent spatialement.	23
I.2	À gauche : oscillations de Rabi de la probabilité de présence dans l'état excité $ e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$. À droite : des transitions Raman de durée bien choisie permettent de construire des séparatrices atomiques (impulsion $\pi/2$) et des miroirs (impulsion π). Les fonctions d'onde avant et après l'impulsion sont notées $ \Psi_i\rangle$ et $ \Psi_f\rangle$	27
I.3	Diagramme temps-espace d'un interféromètre atomique de Mach-Zehnder représenté dans le référentiel en chute libre. Sur cette figure, les faisceaux Raman sont dans la direction z (celle de la gravité) : il s'agit d'un accéléromètre utilisé comme gravimètre.	29
I.4	Diagramme temps-espace (représenté dans le référentiel uniformément accéléré des atomes) d'un interféromètre atomique de Mach-Zehnder ouvert en position.	32
I.5	Diagramme temps-espace d'un interféromètre de Mach-Zehnder dans le référentiel en chute libre. Les impulsions Raman 1 et 3 sont des impulsions $\pi/2$ et l'impulsion 2 est une impulsion π . L'état $ f, \vec{p}\rangle$ est représenté en bleu par a , et l'état $ e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{\text{eff}}\rangle$ est représenté en rouge par b	34
I.6	Contraste en fonction de $x = \delta/\Omega_{\text{eff}} = k_{\text{eff}} \cdot v/\Omega_{\text{eff}}$ d'après l'équation (I.42). Paramètres : $k_{\text{eff}} = 4\pi/780 \text{ nm}^{-1}$; $\tau_{\pi/2} = \tau_{\pi} = 10 \text{ }\mu\text{s}$. Pour une impulsion $\pi/2$, la pulsation de Rabi effective vaut $\pi/2\tau$, et pour une impulsion π , elle vaut π/τ	35

I.7	Mise en évidence de l'indétermination de franges. La dépendance sinusoïdale de la probabilité de transition P en sortie d'interféromètre en fonction du déphasage $\Delta\Phi$ a pour conséquence qu'une infinité de valeurs de l'accélération peuvent correspondre à une unique valeur de P	37
I.8	L'hybridation permet de combiner les avantages des capteurs classiques (à droite) et quantiques (à gauche).	37
I.9	Structure simplifiée de l'algorithme d'hybridation d'une mesure inertielle atomique avec une mesure fournie par un capteur classique d'après [103].	38
II.1	Architecture globale de CHAMOIS, d'après [103]. Les faisceaux laser Raman horizontaux pour les mesures d'accélération horizontale ne sont pas représentés, ils font partie du montage optique situé dans la tête du capteur.	40
II.2	Photographie du dispositif expérimental CHAMOIS, d'après [103].	41
II.3	Raies laser utilisées pour l'expérience, d'après [103]. En haut : spectre d'absorption saturée de la raie D_2 du rubidium. En bas : structure hyperfine de la transition D_2 du ^{87}Rb . En bleu : fréquences laser générées directement par le laser à fibre ajustable en fréquence. En rouge : fréquence laser générée par la diode laser DFB. En vert : fréquences lasers obtenues par modulation de phase.	42
II.4	Schéma du système laser fibré à 1560 nm, d'après [103]. FL : Laser à Fibre, OI : Isolateur Optique, C : Coupleur, PM : Modulateur de Phase, PPLN-WG : Cristal de Niobate de Lithium Périodiquement orienté en guide d'onde, L : Lentille de collimation, BS : Cube séparateur, M : Miroir, DFB : Diode Laser, EDFA : Amplificateur à Fibres Dopées Erbium.	43
II.5	Structure de la chaîne hyperfréquence pour la sélection Zeeman, d'après [114].	43
II.6	Caractérisation de l'atténuateur variable de la chaîne repompeur.	44
II.7	Montage optique espace libre à 780 nm. EDFA : Amplificateur à fibre, L : lentille, PPLN : cristal doubleur, MC : Miroir Concave, MP : Miroir Plan, FP : Fabry-Perot, AO : Acousto-Optique, PBS : Cube séparateur polarisé. D'après [103].	45
II.8	Calibration du nouvel amplificateur EDFA (modèle IPG EAR - 5K - C - LP - SF PA 1008269). Le courant maximal est de 5.15 A. Pour préserver la durée de vie de l'amplificateur, nous avons limité le courant à 4.9 A.	46
II.9	Analyse de l'ASE du nouvel amplificateur EDFA pour une puissance d'injection de 1 mW et une puissance de sortie de 4W. La largeur du pic est limitée par la résolution de l'analyseur de spectre au calibre choisi.	46
II.10	Mesure du waist du faisceau parallèle en sortie de collimateur du nouvel amplificateur EDFA. L'ajustement des points expérimentaux par la formule (II.1) donne un waist $w_0 = (2.50 \pm 0.01)$ mm.	47
II.11	Le faisceau laser, parallèle en sortie de collimateur, est focalisé par la lentille $L1$ de distance focale f . La taille du faisceau après la lentille évolue selon la loi donnée par l'équation (II.2). La propagation se fait dans le vide sur ce schéma : le cristal doubleur n'est pas encore pris en compte.	48
II.12	Montage ajouté au banc en espace libre : le collimateur du nouvel amplificateur est fixé sur une barre de métal qui dépasse du banc. De gauche à droite : vue de haut, vue de profil et vue de face. Lorsque l'amplificateur injecte le banc optique, une protection est ajoutée au niveau du collimateur pour ne pas qu'un faisceau laser se propage hors du banc.	49
II.13	Caractérisation de l'alignement et de l'efficacité de doublage du cristal de PPLN 1 (utilisé pour la voie du faisceau Raman horizontal).	52
II.14	Puissance laser à 780 nm générée par le cristal de PPLN 2 en fonction de la puissance de pompe à 1560 nm. La température du cristal est de 130.72 °C pour se placer à l'accord de phase.	53

II.15	Montage optique des faisceaux lasers horizontaux du PMO (piège magnéto-optique) et des faisceaux Raman horizontaux. P : Polariseur, L : Lentille, ME : Miroir Elliptique, PBS : Cube séparateur polarisé, MS : Miroir sphérique, BS : cube séparateur non polarisé 50/50, PD : Photodiode, Cam : Caméra, Acc : accéléromètre classique. En pointillé : branche rajoutée pour la mesure de l'accélération horizontale. D'après [103].	54
II.16	Montage optique des faisceaux lasers verticaux du PMO et du Raman. P : Polariseur, L : Lentille, ME : Miroir Elliptique, BS : cube séparateur non polarisé 50/50. D'après [103].	54
II.17	Séquence de mélasse optique. Le désaccord est donné par rapport à la transition $ F = 2\rangle \rightarrow F' = 3\rangle$ du ^{87}Rb . D'après [103].	56
II.18	Mesure de température du nuage obtenue en appliquant une impulsion de 100 μs et en balayant la différence de fréquence entre les deux lasers Raman. Les points bleus sont les données expérimentales et la courbe rouge est un ajustement gaussien permettant de déterminer la température des atomes.	56
II.19	Levée de dégénérescence des sous-niveaux Zeeman induite par un champ magnétique uniforme. Une impulsion micro-onde transfère un cinquième des atomes vers $ F = 1, m_F = 0\rangle$. Les atomes restants dans $ F = 2\rangle$ sont éjectés de la zone de mesure par un faisceau pousseur à résonance avec la transition $ F = 2\rangle \rightarrow F' = 3\rangle$	57
II.20	Spectroscopie Zeeman des transitions hyperfines avec et sans champ magnétique horizontal de quantification.	58
II.21	Probabilité de transition de $ F = 1, m_F = 0\rangle$ vers $ F = 2, m_F = 0\rangle$ en fonction de la durée de l'impulsion micro-onde pour la sélection Zeeman. La condition π est vérifiée pour une impulsion de 400 μs . Le champ magnétique horizontal vaut 100 mG.	59
II.22	Séquence de sélection Zeeman. Le désaccord est donné par rapport à la transition $ F = 2\rangle \rightarrow F' = 3\rangle$ du ^{87}Rb . La valeur du champ magnétique directeur en position "OFF" annule le champ magnétique à l'intérieur de l'enceinte pour la phase de refroidissement. La valeur en position "ON" est d'environ 100 mG. D'après [103].	60
II.23	Séquence de détection. L'origine des temps est redéfinie à l'instant de la première impulsion laser. D'après [103].	60
II.24	Courbes expérimentales de détection. PD 1 et PD 2 sont les deux photodiodes de détection installées l'une en face de l'autre pour avoir une détection symétrique. L'origine des temps est redéfinie au début de la séquence de détection. D'après [103].	61
II.25	Séquence temporelle complète. Le cycle de mesure est divisé en quatre étapes : en bleu l'étape de refroidissement, en rose l'étape de préparation de l'état quantique d'entrée dans l'interféromètre, en vert l'étape d'interrogation et en jaune la détection. La durée T entre chaque impulsion Raman est limitée à 16.5 ms à cause de la chute libre des atomes à travers le faisceau Raman horizontal. La cadence de répétition est de 1 Hz. Lorsque la cadence est de 2 Hz, la phase de PMO (piège magnéto-optique) dure 340 ms.	62
III.1	Configuration verticale d'interférométrie atomique utilisant des transitions Raman stimulées. Les faisceaux laser sont rétro-réfléchis sur un miroir qui joue le rôle de référence inertielle (faisceaux incidents en traits pleins et faisceaux réfléchis en traits pointillés). La chute libre des atomes dans la direction de mesure lève naturellement la dégénérescence des transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ par effet Doppler. Sur le diagramme d'énergie à droite, la transition $+\vec{k}_{\text{eff}}$ est à résonance, alors que la transition $-\vec{k}_{\text{eff}}$ est hors résonance d'un facteur $2\omega_D = 2\vec{p} \cdot \vec{k}_{\text{eff}}/m$	64
III.2	Configuration horizontale d'interférométrie atomique utilisant des transitions Raman stimulées. La chute libre des atomes est orthogonale à la direction de mesure : il n'y a pas d'effet Doppler. Sur le diagramme d'énergie à droite, les transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ sont dégénérées.	65

III.3	Une rampe de fréquence notée β est appliquée sur les lasers Raman. Grâce au délai de rétro-réflexion $t_d = 2L/c$ (avec L la distance atome-miroir), les fréquences des faisceaux incidents (représentés en traits pleins) sont décalées de $\delta\omega = 2\pi\beta \cdot t_d$ par rapport aux fréquences des faisceaux réfléchis (traits pointillés). Le diagramme d'énergie à droite met en évidence la levée de dégénérescence des transitions $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$ d'une quantité $2\delta\omega$	67
III.4	Réponse de la diode laser (points noirs) commandée en courant par un signal triangulaire (en bleu) généré par un GBF. L'instant de l'impulsion Raman est représenté par un créneau rouge. L'ajustement affine (trait noir pointillé) des points expérimentaux montre la caractère linéaire de la réponse de la diode laser pendant l'impulsion Raman. La pente de cet ajustement vaut $\beta = -210 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1}$	69
III.5	Spectres Raman obtenus en balayant la fréquence Raman $(\omega_1 - \omega_2)/2\pi$ pour différentes valeurs de rampe de fréquence β (l'amplitude crête à crête de la rampe de commande générée par le GBF est notée A). L'écart entre les deux résonances vaut $2\delta\omega/2\pi = 2\beta t_d$	70
III.6	Tracé de $\delta\omega \cdot c/4\pi$ en fonction de β (points expérimentaux en bleu). La pente de la droite correspond à la distance atomes-miroir L : l'ajustement linéaire (en rouge) donne $L = (24.1 \pm 0.5) \text{ cm}$	71
III.7	a) Schéma de l'interféromètre atomique horizontal. Les atomes en chute libre traversent le faisceau Raman horizontal. En mesurant la probabilité de transition P en fonction de la durée de chute libre (voir paragraphe suivant), on choisit les instants des trois impulsions Raman et la position verticale des faisceaux laser. Les trois impulsions ont une durée τ . Le point de mesure de l'accéléromètre classique coïncide avec la position des atomes au moment de l'impulsion centrale miroir. b) Motif sur la fréquence ω_1 pendant la séquence interférométrique. La même rampe est appliquée pour les trois impulsions Raman. La fréquence ω_2 suit le même motif, mais décalé de la fréquence de structure hyperfine ω_G . D'après [103].	72
III.8	Probabilité de transition pour une impulsion Raman de $10 \mu\text{s}$ ($+\vec{k}_{\text{eff}}$ en rouge et $-\vec{k}_{\text{eff}}$ en bleu) en fonction de l'instant de l'impulsion Raman. L'origine correspond à l'instant t_0 de la première impulsion Raman. Pour assurer deux impulsions $\pi/2$ identiques, la durée totale de l'interféromètre est de $2T = 31.7 \text{ ms}$. D'après [103].	73
III.9	Franges de corrélation pour l'interféromètre horizontal. La rampe de fréquence appliquée sur les lasers Raman vaut $\beta = -210 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1}$. La durée totale de l'interféromètre est $2T = 31.7 \text{ ms}$, et chaque impulsion dure $\tau = 10 \mu\text{s}$. L'ajustement (en rouge) des données expérimentales (points bleus) par la fonction (III.18) donne un contraste de 40%.	75
III.10	Contraste des franges d'interférences en fonction de la valeur de la rampe de fréquence appliquée sur les lasers Raman. Comme la rampe de fréquence est décroissante, on a représenté $ \beta $ sur l'axe des abscisses.	76
III.11	Écart-type d'Allan des mesures classique (en rouge) et hybridée (en bleu) d'accélération horizontale. Les paramètres de l'interféromètre atomique sont les suivants : $2T = 31.7 \text{ ms}$, $\tau = 10 \mu\text{s}$, et $\beta = -210 \text{ MHz} \cdot \mu\text{s}^{-1}$. La droite en trait plein illustre un bruit blanc (décroissance en $\tau^{-1/2}$). La droite en trait pointillé illustre une dérive linéaire aux temps longs de la mesure du capteur (pente proportionnelle à τ).	77
III.12	Configuration rétro-réfléchie pour l'interféromètre horizontal. Les phases laser sont indiquées. La position du miroir Raman est notée x_m : elle est choisie comme origine.	78
III.13	Commande triangulaire commandant l'entrée modulation de courant de la diode laser utilisée pour les lasers Raman de l'interféromètre horizontal. L'instant où la fréquence repasse par sa valeur initiale est noté t_i	80

III.14	Les trois impulsions Raman d'un interféromètre de Mach-Zehnder asymétrique temporellement sont représentées en rouge. La durée entre la première et la dernière impulsion est notée $2T$. L'impulsion π est décalée du centre de l'interféromètre d'une quantité $\Delta t/2$. Pour un interféromètre symétrique temporellement, on a $\Delta t = 0$. . .	82
III.15	Accélération horizontale mesurée par notre capteur hybridé en fonction de l'asymétrie temporelle Δt de l'interféromètre atomique de Mach-Zehnder. Les paramètres de l'interféromètre sont les suivants : $2T = 31.7$ ms, $\tau = 10$ μ s, et $\beta = -210$ MHz. μ s $^{-1}$. L'ajustement affine (en rouge) donne une pente de $-(348 \pm 5) \times 10^{-3}$ m.s $^{-2}$ /ms.	84
III.16	Accélération horizontale mesurée par notre capteur hybridé en fonction de l'instant de déclenchement de la rampe de fréquence à la première impulsion $\Delta t_{i,1}$. Les paramètres de l'interféromètre sont les suivants : $2T = 31.7$ ms, $\tau = 10$ μ s, et $\beta = -210$ MHz. μ s $^{-1}$. L'ajustement affine (en rouge) donne une pente de $-(362 \pm 16) \times 10^{-3}$ m.s $^{-2}$ /ms.	85
III.17	Accélération horizontale mesurée par notre capteur hybridé en fonction de la variation relative d'intensité Raman pendant la première impulsion de l'interféromètre. L'ajustement affine (en rouge) donne une pente de $(6 \pm 8) \times 10^{-6}$ m.s $^{-2}$. Les paramètres de l'interféromètre sont les suivants : $2T = 31.7$ ms, $\tau = 10$ μ s, et $\beta = -210$ MHz. μ s $^{-1}$	86
III.18	Accélération horizontale mesurée par notre capteur hybridé en fonction de la durée de la première impulsion Raman. L'ajustement affine (en rouge) donne une pente de $(6 \pm 5) \times 10^{-6}$ m.s $^{-2}$ / μ s. Les paramètres de l'interféromètre sont les suivants : $2T = 31.7$ ms, τ (impulsions 2 et 3) = 10 μ s, et $\beta = -210$ MHz. μ s $^{-1}$	87
III.19	Accélération horizontale mesurée par notre capteur hybridé en fonction de la valeur de la rampe β . L'ajustement affine (en rouge) donne une pente de $(9 \pm 10) \times 10^{-8}$ m.s $^{-2}$ /(MHz. μ s $^{-1}$). Les paramètres de l'interféromètre sont les suivants : $2T = 31.7$ ms et $\tau = 10$ μ s.	87
IV.1	Configuration horizontale d'interférométrie atomique utilisant des faisceaux Raman polarisés circulairement. Les faisceaux incidents σ^+ sont représentés en trait plein, et les faisceaux réfléchis σ^- sont représentés en trait pointillé. Un champ magnétique directeur horizontal \vec{B} lève la dégénérescence des sous-niveaux magnétiques m_F du ^{87}Rb par effet Zeeman. Les états $ F = 1, m_F = -1\rangle$ et $ F = 2, m_F = 1\rangle$ sont couplés par la transition Raman $+\vec{k}_{\text{eff}}$ en configuration $\sigma^+ - \sigma^-$. Les états $ F = 1, m_F = 1\rangle$ et $ F = 2, m_F = -1\rangle$ sont couplés par la transition Raman $-\vec{k}_{\text{eff}}$ en configuration $\sigma^- - \sigma^+$. Le signe du vecteur d'onde est donc défini par l'état initial.	90
IV.2	Levée de dégénérescence des sous-niveaux Zeeman induite par un champ magnétique uniforme horizontal. Toutes les transitions possibles à partir du niveau $ F = 2\rangle$ sont indiquées en bleu et en rouge. Pour préparer les atomes dans $ F = 1, m_F = -1\rangle$ (pour l'interféromètre $+\vec{k}_{\text{eff}}$), on choisit la fréquence de l'impulsion micro-onde π_{-1} (indiquée en rouge). Pour préparer les atomes dans $ F = 1, m_F = 1\rangle$ (pour l'interféromètre $-\vec{k}_{\text{eff}}$), on choisit la fréquence de l'impulsion micro-onde π_{+1} (indiquée en rouge).	92
IV.3	Spectroscopie Zeeman des transitions hyperfines. L'écart entre deux pics vaut 0.7 MHz/G : on en déduit que le champ magnétique horizontal vaut 411 mG.	92
IV.4	Probabilité de transition de $ F = 1, m_F = -(+)1\rangle$ vers $ F = 2, m_F = -(+)1\rangle$ en fonction de la durée de l'impulsion micro-onde pour la sélection Zeeman. Le champ magnétique horizontal vaut 411 mG.	93
IV.5	Séquence temporelle de sélection Zeeman. Le désaccord est donné par rapport à la transition $ F = 2\rangle \rightarrow F' = 3\rangle$ du ^{87}Rb . La valeur du champ magnétique directeur en position "OFF" annule le champ magnétique à l'intérieur de l'enceinte pour la phase de refroidissement. La valeur en position "ON" est d'environ 400 mG.	94

IV.6	Montage optique modifié (voir figure II.15) pour acheminer les faisceaux lasers horizontaux du PMO et les faisceaux Raman horizontaux. La lame quart d'onde qui a été déplacée est mise en évidence. P : Polariseur, L : Lentille, ME : Miroir Elliptique, PBS : Cube séparateur polarisé, MS : Miroir sphérique, BS : Cube séparateur non polarisé 50/50, PD : Photodiode, Cam : Caméra, Acc : Accéléromètre classique. . .	95
IV.7	Spectres Raman obtenus en balayant la fréquence Raman $(\omega_1 - \omega_2)/2\pi$. La durée de l'impulsion Raman est $10 \mu\text{s}$. L'amplitude du champ magnétique horizontal est $B = 411 \text{ mG}$. a) Spectre Raman obtenu lorsque les atomes sont préparés dans l'état $ F = 1, m_F = -1\rangle$. b) Spectre Raman obtenu lorsque les atomes sont préparés dans l'état $ F = 1, m_F = 1\rangle$	96
IV.8	Spectres Raman obtenus en balayant la fréquence Raman $(\omega_1 - \omega_2)/2\pi$ pour différentes valeurs de l'amplitude du champ magnétique horizontal. La durée de l'impulsion Raman est $10 \mu\text{s}$. La transition Raman contra-propageante $ F = 1, m_F = -1\rangle \rightarrow F = 2, m_F = 1\rangle$ est insensible (au premier ordre) aux variations de l'amplitude du champ magnétique.	97
IV.9	Spectres Raman obtenus avant (courbe bleue) et après (courbe rouge) alignement du champ magnétique avec le vecteur d'onde effectif. Les atomes sont préparés initialement dans $ F = 1, m_F = -1\rangle$. La durée de l'impulsion Raman est $10 \mu\text{s}$. La légende des spectres Raman indique la valeur du courant électrique alimentant les bobines de champ magnétique vertical.	98
IV.10	Schéma de l'interféromètre atomique horizontal. Les atomes en chute libre traversent le faisceau Raman horizontal. Les trois impulsions ont une durée τ . Le point de mesure de l'accéléromètre classique coïncide avec la position des atomes au moment de l'impulsion π	98
IV.11	Franges de corrélation pour l'interféromètre horizontal avec des faisceaux Raman polarisés circulairement. La durée totale de l'interféromètre est $2T = 33 \text{ ms}$, et chaque impulsion dure $\tau = 10 \mu\text{s}$. Le champ magnétique horizontal vaut $B = 411 \text{ mG}$. L'ajustement (en rouge) des données expérimentales (points bleus) par la fonction (IV.3) donne un contraste de 13%.	99
IV.12	Franges d'interférences pour plusieurs valeurs d'interrogation T . Les impulsions Raman durent $6 \mu\text{s}$. Le champ magnétique horizontal vaut $B = 411 \text{ mG}$. À gauche, la mesure de teinte plate pour l'interféromètre en configuration $+\vec{k}_{\text{eff}}$ donne $\gamma_{0+} = 36.94 \text{ kHz/s}$. À droite, la mesure de teinte plate pour l'interféromètre en configuration $-\vec{k}_{\text{eff}}$ donne $\gamma_{0-} = -76.68 \text{ kHz/s}$	101
IV.13	Écart-types d'Allan des mesures hybridée (en bleu) et classique (en rouge) d'accélération horizontale. Les paramètres de l'interféromètre atomique sont les suivants : $2T = 33 \text{ ms}$, $\tau = 10 \mu\text{s}$, et $B = 411 \text{ mG}$. La droite en trait plein illustre un bruit blanc (décroissance en $\tau^{-1/2}$).	104
IV.14	Spectre Raman tracé pour un désaccord $\Delta_2 = -188 \text{ MHz}$ par rapport à $ F' = 2\rangle$. La durée de l'impulsion Raman est $10 \mu\text{s}$. L'amplitude du champ magnétique horizontal est $B = 411 \text{ mG}$. Les données expérimentales (points bleus) sont ajustées par trois fonctions gaussiennes (courbe rouge). Hors résonance, la probabilité de transition vaut 0.18.	105

IV.15 Probabilité de transfert par émission spontanée (ES) en fonction du désaccord à un photon Δ_2 par rapport à $|F' = 2\rangle$. Les points rouges représentent les données expérimentales du transfert par ES vers $|F = 2\rangle$, mesurées sur des spectres Raman (tracés pour différents désaccords à un photon, tout en gardant la pulsation de Rabi effective constante) à l'instant de la première impulsion Raman de durée $10 \mu s$ (un exemple est mis en évidence sur la figure IV.14). La courbe en pointillé représente le calcul théorique de la probabilité de transfert vers $|F = 2\rangle$ par ES pendant une impulsion Raman de durée $10 \mu s$, ajusté avec un paramètre empirique $\kappa = 2.5$. Les carrés bleus représentent la probabilité totale de transfert par ES vers les niveaux $|F = 1\rangle$ et $|F = 2\rangle$ pendant toute la durée de l'interféromètre. Cette probabilité totale de transfert par ES a été déduite des données expérimentales en rouge. La courbe noire montre la prédiction théorique de la probabilité totale de transfert par ES pendant tout l'interféromètre, corrigée d'un facteur $\kappa = 2.5$ 106

IV.16 Modélisation théorique de la courbure $\partial_x^2 B$ du champ magnétique horizontal en fonction de la position sur l'axe horizontal. Le champ magnétique est généré par deux bobines constituées de six spires carrées de côté 67.5 cm , alimentées par un courant $I = 1.6 \text{ A}$. L'origine de l'axe des abscisses correspond à la position des atomes. 112

IV.17 Mesure par spectroscopie Zeeman du champ magnétique horizontal en fonction de la position verticale des atomes au cours de leur chute libre. L'ajustement affine en rouge donne une pente de -1.2 G.m^{-1} sur la distance parcourue par les atomes pendant l'interféromètre. 112

IV.18 Contraste calculé théoriquement en fonction de la courbure du champ magnétique horizontal. Les paramètres sont les suivants : temps d'interrogation $T = 16.5 \text{ ms}$, température du nuage $T_{\text{at}} = 2 \mu\text{K}$, taille typique du nuage d'atomes $\sigma_x = 1 \text{ mm}$, vitesse $\sigma_v = \sqrt{k_B T_{\text{at}}/m} = 1.4 \text{ cm.s}^{-1}$. a) Chute de contraste due au terme de phase dépendant de la vitesse $\alpha_m \partial_x^2 B v_{\text{eff}} v_{0x} T^3$. b) Chute de contraste due au terme de phase dépendant de la position $\alpha_m \partial_x^2 B v_{\text{eff}} x_0 T^2$ 113

IV.19 Mise en évidence de l'effet d'un gradient de gravité Γ qui « ouvre » les trajectoires des paquets d'onde (en violet) dans un interféromètre de Mach-Zehnder vertical. Le référentiel est celui de la chute libre des atomes. En comparaison, les traits en pointillés montrent les trajectoires des paquets d'onde en absence du gradient de gravité Γ . Le transfert d'impulsion des faisceaux Raman est indiqué en vert. En présence d'un gradient de gravité, les deux trajectoires à chaque port de sortie diffèrent en position et en impulsion (pentes différentes sur le schéma). Figure tirée de [128]. 114

IV.20 Trajectoires des paquets d'onde dans la même situation que la figure IV.19, mais avec un ajustement adéquat du transfert d'impulsion à l'instant de la deuxième impulsion Raman. On retrouve ainsi un interféromètre fermé en position et en impulsion. Figure tirée de [128]. 115

IV.21 Déplacement lumineux différentiel calculé théoriquement en fonction du désaccord à un photon par rapport au niveau $|F' = 3\rangle$ pour la transition Raman $|F = 1, m_F = 0\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 0\rangle$ (courbe bleue) et pour la transition Raman $|F = 1, m_F = -1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$ (courbe rouge). Le rapport de raie vaut $I_1/I_2 = 0.29$: c'est la valeur qui minimise le taux d'émission spontanée pour l'interféromètre utilisant des faisceaux Raman polarisés circulairement. 117

IV.22 Biais $\Delta\phi_{\text{LS1}}$ (voir équation (IV.39)) en unité d'accélération et tracé en fonction de la variation relative d'intensité Raman entre les première et la troisième impulsion de l'interféromètre. Le rapport de raie vaut 0.29 117

IV.23 Déplacement lumineux à un photon (en rouge) et deux photons (en bleu) pour la transition Raman $|F = 1, m_F = -1\rangle \leftrightarrow |F = 2, m_F = 1\rangle$. Le rapport de raie vaut 0.29 119

TABLE DES FIGURES

IV.24	Implémentation possible de la centrale inertielle atomique hybride. FE signifie facteur d'échelle. Figure tirée de [143].	125
A.1	Structure hyperfine de la transition D ₂ du ⁸⁷ Rb	129
A.2	Structure hyperfine de la transition D ₁ du ⁸⁷ Rb	130
B.1	Diagramme d'énergie où les fréquences des faisceaux incidents (réfléchis) sont représentées en traits pleins (pointillés) respectivement.	133
B.2	Diagramme temps-espace de l'interféromètre à considérer pour un système à trois niveaux. Les impulsions 1 et 3 sont des séparatrices et l'impulsion 2 est miroir. Les chemins parasites sont indiqués en traits pointillés.	133
B.3	Évolution du contraste de l'interféromètre horizontal utilisant des faisceaux Raman balayés en fréquence en fonction de l'écart entre les deux résonances $\pm\vec{k}_{\text{eff}}$. Les données expérimentales sont représentées en bleu (ce sont les mêmes que sur la figure III.10), et le résultat de la simulation théorique est représenté en trait rouge plein. Pour aider à comparer les résultats théoriques et expérimentaux, nous avons ajouté la courbe rouge en pointillés, qui correspond aux données théoriques multipliées par un facteur 0.4.	135

LISTE DES TABLEAUX

1	Erreur sur la position en fonction des biais des capteurs d'une centrale inertielle. R_T désigne le rayon de Terre et $\omega_S = \sqrt{g/R_T}$ est la pulsation de Schuler. D'après [6, 7].	5
2	Classification des performances des accéléromètres et gyromètres utilisés dans les centrales inertielles embarquées aujourd'hui. Les stabilités de biais sont données après 1 heure d'intégration. L'exactitude sur la position associée au biais des accéléromètres est estimée à partir de l'amplitude des oscillations de Schuler associées (voir tableau 1). Pour les gyromètres, l'exactitude sur la position est calculée par la formule $R_T t \delta\Omega$ (voir tableau 1) pour une période de $t = 1$ h (R_T est le rayon de la Terre, et $\delta\Omega$ est le biais du gyromètre). D'après [8, 7].	5
3	Comparaison des performances des meilleurs gravimètres à atomes froids de laboratoire. MZ signifie interféromètre de type Mach-Zehnder. Adapté de [23].	13
4	Gravimètres à atomes froids transportables (liste non exhaustive).	14
5	Gravimètres à atomes froids mobiles ou embarquables (liste non exhaustive).	15
6	Comparaison des performances des meilleurs accéléromètres atomiques horizontaux (ou accéléromètres en régime de faible vitesse)/tiltmètres. MZ signifie interféromètre de type Mach-Zehnder.	15
7	Comparaison des performances des meilleurs gyromètres atomiques. MZ signifie interféromètre de type Mach-Zehnder; DB signifie interféromètre double-boucle. SCI signifie « symmetrized composite-pulse interferometer ».	17
I.1	Quantité de mouvement et phase acquise par les paquets d'ondes atomiques lors des impulsions Raman.	27
I.2	Coefficients de réflexion et de transmission pour des impulsions Raman $\pi/2$ et π en fonction de $x = \delta/\Omega_{\text{eff}}$	34
II.1	Puissance micro-onde générée par le synthétiseur et amplifiée dans la chaîne hyperfréquence.	44
II.2	Comparaison des caractéristiques du faisceau gaussien collimaté dans un cristal PPLN de longueur $L = 3$ cm, avec l'ancien collimateur et le nouveau collimateur.	49
IV.1	Avantages et inconvénients d'un interféromètre atomique de Mach-Zehnder horizontal utilisant des faisceaux Raman polarisés circulairement et couplant les états $ F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ et $ F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ du ^{87}Rb	119
A.0	Grandeurs physiques relatives à l'atome de ^{87}Rb	128

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Y. Bidel, N. Zahzam, C. Blanchard, A. Bonnin, M. Cadoret, A. Bresson, D. Rouxel, and M.-F. Lequentrec-Lalancette, “Absolute marine gravimetry with matter-wave interferometry,” *Nature Communications*, vol. 9, p. 627, 2018.
- [2] Y. Bidel, N. Zahzam, and A. Bresson *et al.*, “Absolute airborne gravimetry with a cold atom sensor,” *Journal of Geodesy*, vol. 94, p. 20, 2020.
- [3] B. Canuel, F. Leduc, D. Holleville, A. Gauguet, J. Fils, A. Viridis, A. Clairon, N. Dimarcq, C. J. Bordé, A. Landragin, and P. Bouyer, “Six-axis inertial sensor using cold-atom interferometry,” *Physical Review Letters*, vol. 97, p. 010402, 2006.
- [4] R. E. Kalman, “A new approach to linear filtering and prediction problems,” *Journal of Basic Engineering*, vol. 82, no. 35, 1960.
- [5] P. Touboul *et al.*, “MICROSCOPE mission : Final results of the test of the equivalence principle,” *Physical Review Letters*, vol. 129, no. 12, p. 121102, 2022.
- [6] P. Groves, *Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems, Second Edition*. 2013.
- [7] S. Templier, *Three-axis Hybridized Quantum Accelerometer for Inertial Navigation*. PhD thesis, Université de Bordeaux, 2021.
- [8] B. Battelier, B. Barrett, L. Fouché, L. Chichet, L. Antoni-Micollier, H. Porte, F. Napolitano, J. Lautier, A. Landragin, and P. Bouyer, “Development of compact cold-atom sensors for inertial navigation,” in *Quantum Optics* (J. Stuhler and A. J. Shields, eds.), vol. 9900, pp. 21 – 37, International Society for Optics and Photonics, SPIE, 2016.
- [9] M. Planck, “Über das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum,” *Annalen der Physik*, vol. 4, p. 553, 1901.
- [10] A. Einstein, “Zur elektrodynamik bewegter Körper,” *Annalen der Physik*, vol. 17, p. 891, 1905.
- [11] L. de Broglie, “Waves and quanta,” *Nature*, vol. 112, p. 540, 1923.
- [12] L. de Broglie, *Recherches sur la théorie des Quanta*. PhD thesis, Paris, 1924.
- [13] C. J. Davisson and L. H. Germer, “The scattering of electrons by a single crystal of nickel,” *Nature*, vol. 119, p. 558, 1927.
- [14] I. Estermann and A. Stern, “Diffraction of molecular rays,” *Zeitschrift für Physik*, vol. 61, pp. 95–125, 1930.
- [15] P. L. Kapitza and P. A. M. Dirac, “The reflection of electrons from standing light waves,” *Cambridge Phil. Soc., Proceedings*, vol. 29, p. 297, 1933.
- [16] C. Cohen-Tannoudji, *Cours de physique atomique et moléculaire : Interférométrie atomique, année scolaire 1992-1993*. Collège de France, 1993.
- [17] J. E. Zimmerman and J. E. Mercereau, “Compton wavelength of superconducting electrons,” *Physical Review Letters*, vol. 14, pp. 887–888, 1965.
- [18] H. Rauch, W. Treimer, and U. Bonse, “Test of a single crystal neutron interferometer,” *Physical Letters A*, vol. 47, p. 369, 1974.
- [19] R. Colella, A. W. Overhauser, and S. A. Werner, “Observation of gravitationally induced quantum interference,” *Physical Review Letters*, vol. 34, p. 1472, 1975.

- [20] C. Cohen-Tannoudji, “Nobel lecture : Manipulating atoms with photons,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 70, p. 707, 1998.
- [21] S. Chu, “Nobel lecture : The manipulation of neutral particles,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 70, p. 685, 1998.
- [22] W. D. Phillips, “Nobel lecture : Laser cooling and trapping of neutral atoms,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 70, p. 721, 1998.
- [23] A. Bonnin, *Interférométrie simultanée avec deux espèces atomiques $87\text{Rb}/85\text{Rb}$ et applications aux mesures inertielles*. PhD thesis, Université Paris-Saclay, 2015.
- [24] O. Carnal and J. Mlynek, “Young’s double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer,” *Physical Review Letters*, vol. 66, p. 2689, 1991.
- [25] F. Shimizu, K. Shimizu, and T. Takuma, “Double-slit interference with ultracold metastable neon atoms,” *Physical Review A*, vol. 55, no. R17, 1992.
- [26] D. W. Keith, C. R. Ekstrom, A. Turchette, and D. E. Pritchard, “An interferometer for atoms,” *Physical Review Letters*, vol. 66, p. 2693, 1991.
- [27] W. Schöllkopf, R. Grisenti, and J. Toennies, “Time-of-flight resolved transmission-grating diffraction of molecular beams,” *European Physical Journal D*, vol. 28, no. 125, 2004.
- [28] M. Arndt, O. Nairz, J. Petschinka, and A. Zeilinger, “High contrast interference with c-60 and c-70,” *Compt. Rend. Acad. Sci. Serie IV*, vol. 2, 2001.
- [29] P. E. Moskowitz, P. L. Gould, S. R. Atlas, and D. E. Pritchard, “Diffraction of an atomic beam by standing-wave radiation,” *Physical Review Letters*, vol. 51, pp. 370–373, 1983.
- [30] E. M. Rasel, M. K. Oberthaler, H. Batelaan, J. Schiedmayer, and A. Zeilinger, “Atom wave interferometry with diffraction gratings of light,” *Physical Review Letters*, vol. 75, p. 2633, 1995.
- [31] D. M. Giltner, R. W. McGowan, and S. A. Lee, “Atom interferometer based on bragg scattering from standing light waves,” *Physical Review Letters*, vol. 75, p. 2638, 1995.
- [32] M. Kasevich and S. Chu, “Atomic interferometry using stimulated Raman transitions,” *Physical Review Letters*, vol. 67, p. 181, 1991.
- [33] M. Kasevich and S. Chu, “Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer,” *Applied Physics B*, vol. 54, p. 321, 1992.
- [34] L. Wu and J. Tian, “Automated gravity gradient tensor inversion for underwater object detection,” *Journal of Geophysics and Engineering*, vol. 7, pp. 410–416, 2010.
- [35] J. Dong-Fang, B. Shao-Feng, J. Bing, and T. Yu-De, “Application of gravity gradiometry to underwater safe navigation,” *Journal of Naval University of Engineering*, vol. 25, p. 7, 2013.
- [36] C. Musso, A. Bresson, Y. Bidel, N. Zahzam, K. Dahia, J.-M. Allard, and B. Sacleux, “Absolute gravimeter for terrain-aided navigation,” in *2017 20th International Conference on Information Fusion (Fusion)*, pp. 1–7, 2017.
- [37] C. Musso, B. Sacleux, A. Bresson, J. Allard, K. Dahia, Y. Bidel, N. Zahzam, and C. Palmier, “Terrain-aided navigation with an atomic gravimeter,” in *2019 22th International Conference on Information Fusion (FUSION)*, pp. 1–8, 2019.
- [38] A. Bonnin, Y. Bidel, J. Bernard, C. Blanchard, M. Cadoret, N. Zahzam, S. Schwartz, and A. Bresson, “Marine and airborne gravimetry with an absolute cold atom sensor,” in *2022 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL)*, pp. 1–4, 2022.
- [39] D. T. Sandwell, R. Dietmar Müller, W. H. F. Smith, E. Garcia, and R. Francis, “New global marine gravity model from CryoSat-2 and Jason-1 reveals buried tectonic structure,” *Science*, vol. 346, p. 65, 2014.

- [40] C. Reigber, P. Schwintzer, K.-H. Neumayer, F. Barthelmes, R. König, C. Förste, G. Balmino, R. Biancale, J.-M. Lemoine, S. Loyer, S. Bruinsma, F. Perosanz, and T. Fayard, “The CHAMP only earth gravity field model eigen-2,” *Advance in Space Research*, vol. 31, pp. 1883–1888, 2003.
- [41] ESA ibook, “Earth’s gravity from space.” *http : //www.learn – eo.org/downloads/ibook/goce.pdf*.
- [42] M. Diament, “Mesure du champ de pesanteur terrestre,” *Techniques de l’Ingénieur*, vol. r1814, 2005.
- [43] D. Carbone, L. Zuccarello, A. Messina, S. Scollo, , and H. Rymer, “Balancing bulk gas accumulation and gas output before and during lava fountaining episodes at mt. Etna,” *Scientific reports*, vol. 5, p. 18049, 2015.
- [44] J.-P. Montagner, K. Juhel, M. Barsuglia, J. P. Ampuero, E. Chassande-Mottin, J. Harms, B. Whiting, P. Bernard, E. Clévéde, and P. Lognonné, “Prompt gravity signal induced by the 2011 Tohoku-Oki earthquake,” *Nature Communications*, vol. 7, p. 13349, 2016.
- [45] I. Panet, S. Bonvalot, C. Narteau, D. Remy, and J.-M. Lemoine, “Migrating pattern of deformation prior to the Tohoku-Oki earthquake revealed by GRACE data,” *Nature Geoscience*, vol. 11, no. 5, p. 367, 2018.
- [46] R. Houborg, M. Rodell, B. Li, R. Reichle, and B. F. Zaitchik, “Drought indicators based on model-assimilated gravity recovery and climate experiment (GRACE) terrestrial water storage observations,” *Water Resources Research*, vol. 48, no. 7, 2012.
- [47] J. Reager, B. Thomas, and J. Famiglietti, “River basin flood potential inferred using GRACE gravity observations at several months lead time,” *Nature Geoscience*, vol. 7, no. 8, p. 588, 2014.
- [48] I. Velicogna and J. Wahr, “Measurements of time-variable gravity show mass loss in Antarctica,” *Science*, vol. 311, no. 5768, p. 1754–1756, 2006.
- [49] F. Frappart and G. Ramillien, “Monitoring groundwater storage changes using the gravity recovery and climate experiment (GRACE) satellite mission : A review,” *Remote Sensing*, vol. 10, no. 6, p. 829, 2018.
- [50] M. N. Nabighian, M. Ander, V. Grauch, R. Hansen, T. LaFehr, Y. Li, W. Pearson, J. Peirce, J. Phillips, and M. Ruder, “Historical development of the gravity method in exploration,” *Geophysics*, vol. 70, no. 6, p. 63ND–89ND, 2005.
- [51] L. Julien, F. Nez, M. Thomas, P. Espel, D. Ziane, P. Pinot, F. Piquemal, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, S. Djordjevic, W. Poirier, F. Schopfer, O. Thévenot, L. Pitre, and M. Sadli, “Le nouveau système international d’unités : Le kilogramme, l’ampère, la mole et le kelvin redéfinis,” *Reflets de la physique*, no. 62, p. 11, 2019.
- [52] B. P. Kibble, *A Measurement of the Gyromagnetic Ratio of the Proton by the Strong Field Method*, pp. 545–551. Boston, MA : Springer US, 1976.
- [53] S. Merlet, P. Gillot, T. Farah, Q. Bodart, J. L. Gouët, P. Cheinet, C. Guerlin, A. Louchet-Chauvet, N. Malossi, A. Kopaev, O. Francis, G. d’Agostino, M. Diamen, G. Genevès, A. Clairon, A. Landragin, and F. P. D. Santos, “Détermination de l’accélération de pesanteur pour la balance du watt du LNE,” *Revue Francaise de Métrologie*, vol. 36, p. 11–27, 2014.
- [54] M. Dine and A. Kusenko, “Origin of the matter-antimatter asymmetry,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 76, pp. 1–30, Dec 2003.
- [55] Planck Collaboration, R. Adam, and P. A. R. Ade *et al.*, “Planck 2015 results - I. Overview of products and scientific results,” *Astronomy and Astrophysics*, vol. 594, p. A1, 2016.
- [56] M. Safronova, D. Budker, D. DeMille, D. F. J. Kimball, A. Derevianko, and C. W. Clark, “Search for new physics with atoms and molecules,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 90, no. 2, p. 025008, 2018.

- [57] L. Morel, Z. Yao, P. Cladé, and S. Guellati-Khélifa, “Determination of the fine-structure constant with an accuracy of 81 parts per trillion,” *Nature*, vol. 588, no. 7836, pp. 61–65, 2020.
- [58] P. Cladé, F. Nez, F. Biraben, and S. Guellati-Khelifa, “State of the art in the determination of the fine-structure constant and the ratio h/m ,” *Comptes Rendus Physique*, vol. 20, no. 1-2, pp. 77–91, 2019.
- [59] G. Lamporesi, A. Bertoldi, L. Cacciapuoti, M. Prevedelli, and G. M. Tino, “Determination of the newtonian gravitational constant using atom interferometry,” *Physical Review Letters*, vol. 100, no. 5, p. 050801, 2008.
- [60] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan, and M. A. Kasevich, “Testing general relativity with atom interferometry,” *Physical Review Letters*, vol. 98, p. 111102, 2007.
- [61] H. Müller, S. W. Chiow, S. Herrmann, and S. Chu, “Atom-interferometry tests of the isotropy of post-newtonian gravity,” *Physical Review Letters*, vol. 100, p. 031102, 2008.
- [62] L. Cacciapuoti and C. Salomon, “Space clocks and fundamental tests : The ACES experiment,” *The European Physical Journal, Special Topics*, vol. 172, p. 57–68, 2009.
- [63] P. Asenbaum, C. Overstreet, M. Kim, J. Curti, and M. A. Kasevich, “Atom-interferometric test of the equivalence principle at the 10^{-12} level,” *Physical Review Letters*, vol. 125, p. 191101, 2020.
- [64] J. M. Hogan and M. A. Kasevich, “Atom interferometric gravitational-wave detection using heterodyne laser links,” *Physical Review A*, vol. 94, p. 033632, 2016.
- [65] S. Kolkowitz, I. Pikovski, N. Langellier, M. D. Lukin, R. L. Walsworth, and J. Ye, “Gravitational wave detection with optical lattice atomic clocks,” *Physical Review D*, vol. 94, p. 124043, 2016.
- [66] P. Gillot, O. Francis, A. Landragin, F. Pereira Dos Santos, and S. Merlet, “Stability comparison of two absolute gravimeters : optical versus atomic interferometers,” *Metrologia*, vol. 51, no. 5, pp. L15–L17, 2014.
- [67] Z.-K. Hu, B.-L. Sun, X.-C. Duan, M.-K. Zhou, L.-L. Chen, S. Zhan, Q.-Z. Zhang, and J. Luo, “Demonstration of an ultrahigh-sensitivity atom-interferometry absolute gravimeter,” *Physical Review A*, vol. 88, p. 043610, 2013.
- [68] A. Peters, K. Y. Chung, and S. Chu, “High-precision gravity measurements using atom interferometry,” *Metrologia*, vol. 38, pp. 25–61, 2001.
- [69] R. Karcher, A. Imanaliev, S. Merlet, and F. Pereira dos Santos, “Improving the accuracy of atom interferometers with ultracold sources,” *New Journal of Physics*, vol. 20, 2018.
- [70] C. Freier, M. Hauth, V. Schkolnik, B. Leykauf, M. Schilling, H. Wziontek, H.-G. Scherneck, J. Müller, and A. Peters, “Mobile quantum gravity sensor with unprecedented stability,” in *Journal of Physics : Conference Series*, vol. 723, p. 012050, IOP Publishing, 2016.
- [71] D. Schlippert, H. Albers, V. Gupta, A. Lezeik, C. Meiners, A. Purohit, C. Schubert, D. Tell, K. Zipfel, and E. Rasel, “The Hannover Very Long Baseline Atom Interferometer,” *Bulletin of the American Physical Society*, 2022.
- [72] M. Abe, P. Adamson, M. Borcean, D. Bortoletto, K. Bridges, S. P. Carman, S. Chattopadhyay, J. Coleman, N. M. Curfman, K. DeRose, *et al.*, “Matter-wave atomic gradiometer interferometric sensor (MAGIS-100),” *Quantum Science and Technology*, vol. 6, no. 4, p. 044003, 2021.
- [73] L. Badurino, M. Bauer, E. Bentine, D. Blas, K. Bongs, T. Bowcock, W. Bowden, O. Buchmueller, C. Burrage, J. Coleman, *et al.*, “AION : an Atom Interferometry Project for Fundamental Physics,” 2019.

- [74] B. Canuel, A. Bertoldi, L. Amand, E. Pozzo di Borgo, T. Chantrait, C. Danquigny, M. Dovele Álvarez, B. Fang, A. Freise, R. Geiger, *et al.*, “Exploring gravity with the MIGA large scale atom interferometer,” *Scientific Reports*, vol. 8, no. 1, pp. 1–23, 2018.
- [75] S. Abend, M. Gebbe, M. Gersemann, H. Ahlers, H. Müntinga, E. Giese, N. Gaaloul, C. Schubert, C. Lämmerzahl, W. Ertmer, *et al.*, “Atom-chip fountain gravimeter,” *Physical Review Letters*, vol. 117, no. 20, p. 203003, 2016.
- [76] J. Lautier, *Développement d’un accéléromètre atomique compact pour la gravimétrie de terrain et la navigation inertielle*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2014.
- [77] X. Wu, Z. Pagel, B. S. Malek, T. H. Nguyen, F. Zi, D. S. Scheirer, and H. Müller, “Gravity surveys using a mobile atom interferometer,” *Science advances*, vol. 5, no. 9, p. eaax0800, 2019.
- [78] Y. Xu, J. Cui, K. Qi, L.-L. Chen, X. Deng, Q. Luo, H. Zhang, Y.-J. Tan, C.-G. Shao, M. Zhou, *et al.*, “Evaluation of the transportable atom gravimeter HUST-QG,” *Metrologia*, 2022.
- [79] Y. Bidel, O. Carraz, R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, and A. Bresson, “Compact cold atom gravimeter for field applications,” *Applied Physics Letters*, vol. 102, p. 144107, 2013.
- [80] “<https://www.ixblue.com/wp-content/uploads/2021/12/brochure-4volets-quantumgravimeter-v3-web.pdf>.”
- [81] R. Geiger, V. Ménoret, G. Stern, N. Zahzam, P. Cheinet, B. Battelier, A. Villing, F. Moron, M. Lours, Y. Bidel, A. Bresson, A. Landragin, and P. Bouyer, “Detecting inertial effects with airborne matter-wave interferometry,” *Nature Communications*, vol. 2, p. 474, 2011.
- [82] J. Guo, S. Ma, C. Zhou, J. Liu, B. Wang, D. Pan, and H. Mao, “Vibration compensation for a vehicle-mounted atom gravimeter,” *IEEE Sensors Journal*, 2022.
- [83] J. Liu, W.-J. Xu, C. Zhang, Q. Luo, Z.-K. Hu, and M.-K. Zhou, “Sensitive quantum tiltmeter with nanoradian resolution,” *Physical Review A*, vol. 105, no. 1, p. 013316, 2022.
- [84] I. Perrin, J. Bernard, Y. Bidel, A. Bonnin, N. Zahzam, C. Blanchard, A. Bresson, and M. Cadoret, “Zero-velocity atom interferometry using a retroreflected frequency-chirped laser,” *Physical Review A*, vol. 100, no. 5, p. 053618, 2019.
- [85] X. Wu, F. Zi, J. Dudley, R. Bilotta, P. Canoza, and H. Müller, “Multiaxis atom interferometry with a single-diode laser and a pyramidal magneto-optical trap,” *Optica*, vol. 4, p. 1545, 2017.
- [86] S. Templier, P. Cheiney, Q. d’Armagnac de Castanet, B. Gouraud, H. Porte, F. Napolitano, P. Bouyer, B. Battelier, and B. Barrett, “Tracking the vector acceleration with a hybrid quantum accelerometer triad,” *Science Advances*, vol. 8, no. 45, 2022.
- [87] H. Ahlers, H. Müntinga, A. Wenzlawski, M. Krutzik, S. Abend, N. Gaaloul, E. Giese, A. Roura, R. Kuhl, A. Lämmerzahl, C. Peters, P. Windpassinger, K. Sengstock, W. Schleich, W. Ertmer, and E. M. Rasel, “Double Bragg interferometry,” *Physical Review Letters*, vol. 116, p. 173601, 2016.
- [88] W. Xu, M. Zhou, M. Zhao, K. Zhang, and Z. Hu, “Quantum tiltmeter with atom interferometry,” *Physical Review A*, vol. 96, p. 063606, 2017.
- [89] J. Bernard, Y. Bidel, M. Cadoret, C. Salducci, N. Zahzam, S. Schwartz, A. Bonnin, C. Blanchard, and A. Bresson, “Atom interferometry using $\sigma^+ - \sigma^-$ Raman transitions between $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ and $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$,” *Physical Review A*, vol. 105, p. 033318, 2022.
- [90] T. Lévêque, A. Gauguier, F. Michaud, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin, “Enhancing the area of a Raman atom interferometer using a versatile double-diffraction technique,” *Physical Review Letters*, vol. 103, p. 080405, 2009.

- [91] T. L. Gustavson, P. Bouyer, and M. A. Kasevich, "Precision rotation measurements with an atom interferometer gyroscope," *Physical Review Letters*, vol. 78, p. 2046, 1997.
- [92] D. S. Durfee, Y. K. Shaham, and M. A. Kasevich, "Long-term stability of an area-reversible atom-interferometer Sagnac gyroscope," *Physical Review Letters*, vol. 97, p. 240801, 2006.
- [93] D. Savoie, M. Altorio, B. Fang, L. A. Sidorenkov, R. Geiger, and A. Landragin, "Interleaved atom interferometry for high-sensitivity inertial measurements," *Science Advances*, vol. 4, 2018.
- [94] T. L. Gustavson, A. Landragin, and M. A. Kasevich, "Rotation sensing with a dual atom-interferometer Sagnac gyroscope," *Classical and Quantum Gravity*, vol. 17, no. 12, pp. 2385–2398, 2000.
- [95] J. K. Stockton, K. Takase, and M. A. Kasevich, "Absolute geodetic rotation measurement using atom interferometry," *Physical Review Letters*, vol. 107, p. 133001, 2011.
- [96] P. Berg, S. Abend, G. Tackmann, C. Schubert, E. Giese, W. P. Schleich, F. A. Narducci, W. Ertmer, and E. M. Rasel, "Composite-light-pulse technique for high-precision atom interferometry," *Physical Review Letters*, vol. 114, p. 063002, 2015.
- [97] Z.-W. Yao, H.-H. Chen, S.-B. Lu, R.-B. Li, Z.-X. Lu, X.-L. Chen, G.-H. Yu, M. Jiang, C. Sun, W.-T. Ni, J. Wang, and M.-S. Zhan, "Self-alignment of a large-area dual-atom-interferometer gyroscope using parameter-decoupled phase-seeking calibrations," *Physical Review A*, vol. 103, p. 023319, 2021.
- [98] S. M. Dickerson, J. M. Hogan, A. Sugarbaker, D. M. Johnson, and M. A. Kasevich, "Multi-axis inertial sensing with long-time point source atom interferometry," *Physical Review Letters*, vol. 111, no. 8, p. 083001, 2013.
- [99] A. V. Rakholia, H. J. McGuinness, and G. W. Biedermann, "Dual-axis high-data-rate atom interferometer via cold ensemble exchange," *Physical Review Applied*, vol. 2, no. 5, p. 054012, 2014.
- [100] Y.-J. Chen, A. Hansen, G. W. Hoth, E. Ivanov, B. Pelle, J. Kitching, and E. A. Donley, "Single-source multi-axis cold-atom interferometer in a centimeter-scale cell," *Physical Review Applied*, vol. 12, no. 1, p. 014019, 2019.
- [101] B. Barrett, P. Cheiney, B. Battelier, F. Napolitano, and P. Bouyer, "Multidimensional atom optics and interferometry," *Physical Review Letters*, vol. 122, p. 043604, 2019.
- [102] S.-Y. Lan, P.-C. Kuan, B. Estey, P. Haslinger, and H. Müller, "Influence of the Coriolis force in atom interferometry," *Physical Review Letters*, vol. 108, p. 090402, 2012.
- [103] I. Perrin, *Développement expérimental d'un capteur inertielle multi-axe à atomes froids hybride embarquable*. PhD thesis, Sorbonne Université, 2019.
- [104] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë, *Mécanique Quantique I*. Hermann, 1973; 1997.
- [105] C. Bordé, "Atomic interferometry with internal state labelling," *Physics Letters A*, vol. 140, p. 10, 1989.
- [106] A. Gauguet, T. E. Mehlstäubler, T. Lévêque, J. Le Gouët, W. Chaibi, B. Canuel, A. Clairon, F. Pereira Dos Santos, and A. Landragin, "Off-resonant Raman transition impact in an atom interferometer," *Physical Review A*, vol. 78, p. 043615, 2008.
- [107] P. Cheinet, *Conception et Réalisation d'un Gravimètre à Atomes Froids*. PhD thesis, Université Paris VI, 2006.
- [108] A. Gauguet, *Gyromètre à atomes froids : Etude de la stabilité, limite et des effets systématiques liés aux séparatrices lasers*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2008.
- [109] J. M. Hogan, D. M. S. Johnson, and M. A. Kasevich, "Light-pulse atom interferometry," in *Atom Optics and Space Physics : Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course CLXVIII* (E. Arimondo, W. Ertmer, E. M. Rasel, and W. Schleich, eds.), IOS Press, 2008.

-
- [110] R. Geiger, *Senseur inertielle à onde de matière aéroporté*. PhD thesis, Université Paris-Sud - Paris XI, 2012.
- [111] R. P. Feynman, “Space-time approach to non-relativistic quantum mechanics,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 20, no. 2, p. 367–387, 1948.
- [112] P. Storey and C. Cohen-Tannoudji, “The Feynman path integral approach to atomic interferometry, a tutorial,” *Journal de Physique II*, vol. 4, pp. 1999–2027, 1994.
- [113] J. Lautier, L. Volodimer, T. Hardin, S. Merlet, M. Lours, F. P. D. Santos, and A. Landragin, “Hybridizing matter-wave and classical accelerometers,” *Applied Physics Letters*, vol. 105, p. 144102, 2014.
- [114] F. Théron, *Développement d’un gravimètre à atomes froids et d’un système laser télécom doublé pour applications embarquées*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2015.
- [115] G. D. Boyd and D. A. Kleinman, “Parametric interaction of focused gaussian light beams,” *Journal of Applied Physics*, vol. 39, no. 8, pp. 3597–3639, 1968.
- [116] F. Lienhart, *Etude d’un gravimètre à atomes froids embarquable*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2007.
- [117] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, “Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure,” *Physical Review Letters*, vol. 59, p. 2631, 1987.
- [118] P. D. Lett, R. N. Watts, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, P. L. Gould, and H. J. Metcalf, “Observation of atoms laser cooled below the doppler limit,” *Physical Review Letters*, vol. 61, no. 2, pp. 169–172, 1988.
- [119] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, “Laser cooling below the doppler limit by polarisation gradients : simple theoretical models,” *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 6, p. 2023, 1989.
- [120] D. A. Steck, “Rubidium 85 D line data / Rubidium 87 D line data,” 2010.
- [121] N. Malossi, Q. Bodart, S. Merlet, T. Lévèque, A. Landragin, and F. P. D. Santos, “Double diffraction in an atomic gravimeter,” *Physical Review A*, vol. 81, p. 013617, 2010.
- [122] S. Merlet, J. L. Gouët, Q. Bodart, A. Clairon, A. Landragin, F. P. D. Santos, and P. Rouchon, “Operating an atom interferometer beyond its linear range,” *Metrologia*, vol. 46, pp. 87–94, 2009.
- [123] B. Cheng, P. Gillot, S. Merlet, and F. Pereira Dos Santos, “Coherent population trapping in a Raman atom interferometer,” *Physical Review A*, vol. 93, p. 063621, 2016.
- [124] G. Breit and I. I. Rabi, “Measurement of nuclear spin,” *Physical Review*, vol. 38, p. 2082, 1931.
- [125] E. Wodey *et al.*, “A scalable high-performance magnetic shield for very long baseline atom interferometry,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 91, p. 035117, 2020.
- [126] D. M. Harber, H. J. Lewandowski, J. M. McGuirk, and E. A. Cornell, “Effect of cold collisions on spin coherence and resonance shifts in a magnetically trapped ultracold gas,” *Physical Review A*, vol. 66, p. 053616, 2002.
- [127] A. Roura, W. Zeller, and W. P. Schleich, “Overcoming loss of contrast in atom interferometry due to gravity gradients,” *New Journal of Physics*, vol. 16, no. 12, p. 123012, 2014.
- [128] A. Roura, “Circumventing Heisenberg’s uncertainty principle in atom interferometry tests of the equivalence principle,” *Physical Review Letters*, vol. 118, p. 160401, 2017.
- [129] P. Gillot, B. Cheng, S. Merlet, and F. Pereira Dos Santos, “Limits to the symmetry of a Mach-Zehnder-type atom interferometer,” *Physical Review A*, vol. 93, p. 013609, 2016.

- [130] M. P. Poland and D. Carbone, “Continuous gravity and tilt reveal anomalous pressure and density changes associated with gas pistoning within the summit lava lake of Kīlauea volcano, Hawaii,” *Geophysical Research Letters*, vol. 45, no. 5, pp. 2319–2327, 2018.
- [131] Y.-H. Ji, L. Zhou, S.-T. Yan, C. He, C. Zhou, S. Barthwal, F. Yang, W.-T. Duan, W.-D. Zhang, R.-D. Xu, *et al.*, “An actively compensated 8 nT-level magnetic shielding system for 10-m atom interferometer,” *Review of Scientific Instruments*, vol. 92, no. 8, p. 083201, 2021.
- [132] J. McGuirk, M. Snadden, and M. Kasevich, “Large area light-pulse atom interferometry,” *Physical Review Letters*, vol. 85, pp. 4498–501, 12 2000.
- [133] P. Berg, S. Abend, G. Tackmann, C. Schubert, E. Giese, W. P. Schleich, F. A. Narducci, W. Ertmer, and E. M. Rasel, “Composite-light-pulse technique for high-precision atom interferometry,” *Physical Review Letters*, vol. 114, p. 063002, 2015.
- [134] S. Chiow, T. Kovachy, H. Chien, and M. Kasevich, “ $102\hbar k$ large area atom interferometers,” *Physical Review Letters*, vol. 107, 2011.
- [135] H. Müller, S.-w. Chiow, Q. Long, S. Herrmann, and S. Chu, “Atom interferometry with up to 24-photon-momentum-transfer beam splitters,” *Physical Review Letters*, vol. 100, p. 180405, 2008.
- [136] J. Rudolph, T. Wilkason, M. Nantel, H. Swan, C. M. Holland, Y. Jiang, B. E. Garber, S. P. Carman, and J. M. Hogan, “Large momentum transfer clock atom interferometry on the 689 nm intercombination line of strontium,” *Physical Review Letters*, vol. 124, p. 083604, 2020.
- [137] T. Kovachy, S.-W. Chiow, and M. A. Kasevich, “Adiabatic-rapid-passage multiphoton Bragg atom optics,” *Physical Review A*, vol. 86, p. 011606, 2012.
- [138] K. Kotru, D. L. Butts, J. M. Kinast, and R. E. Stoner, “Large-area atom interferometry with frequency-swept Raman adiabatic passage,” *Physical Review Letters*, vol. 115, p. 103001, 2015.
- [139] M. Jaffe, P. Hamilton, V. Xu, P. Hasslinger, and H. Müller, “Efficient adiabatic spin-dependent kicks in an atom interferometer,” *Physical Review Letters*, vol. 121, p. 040402, 2018.
- [140] P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez, and F. Biraben, “Large momentum beam splitter using Bloch oscillations,” *Physical Review Letters*, vol. 102, 2009.
- [141] Z. Pagel, W. Zhong, R. Parker, C. Olund, N. Yao, and H. Müller, “Bloch beamsplitters and dual-lattice methods for atom interferometry,” *arXiv preprint arXiv :1907.05994*, 2019.
- [142] M. Gebbe, J.-N. Siemß, M. Gersemann, H. Müntinga, S. Herrmann, C. Lämmerzahl, H. Ahlers, N. Gaaloul, C. Schubert, K. Hammerer, *et al.*, “Twin-lattice atom interferometry,” *Nature communications*, vol. 12, no. 1, pp. 1–7, 2021.
- [143] Y. Bidel, *Gravimètre à atomes froids embarquable*. Habilitation à diriger des recherches, Université Paris-Saclay, 2020.
- [144] K. Moler, D. S. Weiss, M. Kasevich, and S. Chu, “Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions,” *Physical Review A*, vol. 45, 1992.

Résumé : Le travail de thèse présenté dans ce manuscrit porte sur le développement expérimental d'une centrale inertielle hybride à atomes froids. Un tel instrument permettrait d'améliorer les performances des centrales inertielles embarquées aujourd'hui, composées de capteurs inertiels classiques souffrant d'une dérive de biais induisant une erreur de positionnement après quelques heures de navigation. Les objectifs de cette thèse sont d'étudier deux points bloquants qui empêchent aujourd'hui de construire une centrale inertielle atomique embarquable : la mesure d'accélération horizontale par interférométrie atomique, et la plage de fonctionnement faible en rotation des capteurs atomiques. Pour cela, nous utilisons un dispositif expérimental de laboratoire qui génère un nuage d'atomes froids de ^{87}Rb , afin d'effectuer des séquences d'interférométrie atomique avec des transitions Raman stimulées. Les faisceaux Raman sont rétro-réfléchis par un miroir sur lequel est fixé un accéléromètre classique destiné à être hybridé avec le capteur atomique. Pour s'affranchir du problème de dégénérescence des transitions Raman $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$ en régime de faible vitesse, nous avons développé deux méthodes de mesure de l'accélération horizontale par interférométrie atomique.

Mots clés : Interférométrie atomique - Capteur inertielle - Navigation inertielle - Atomes Froids - Ondes de matière - Transitions Raman stimulées - Accéléromètre horizontal - Hybridation

Abstract : The thesis work presented in this manuscript is about the experimental development of a hybrid cold atom inertial measurement unit (IMU). Such an instrument would improve the performances of embeddable IMUs, composed of classical inertial sensors suffering from a bias drift leading to positioning errors after a few hours of navigation. The goals of this thesis are to address two blocking points that prevent today the construction of an embedded atom IMU : the horizontal acceleration measurement by atom interferometry, and the limited dynamic range of atomic sensors in terms of rotations. To do so, we work on a laboratory experiment that generates a cloud of cold ^{87}Rb atoms, in order to perform atom interferometry sequences with stimulated Raman transitions. The Raman beams are retroreflected off a mirror on which a classical accelerometer is fixed, in order to be hybridized with the atomic sensor. To solve the degeneracy issue of $\pm \vec{k}_{\text{eff}}$ Raman transitions in the low velocity regime, we have developed two methods to measure the horizontal acceleration with an atom interferometer. The first method consists

in applying a fast frequency chirp on the horizontal Raman lasers to simulate an equivalent Doppler shift in the horizontal measurement direction. With this method we have built a Mach-Zehnder type atomic sensor, hybridized with a classical accelerometer, with a short term sensitivity of $3.2 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$. The second technique is based on Raman transitions between the hyperfine states $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ and $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ with $\sigma^+ - \sigma^-$ polarized Raman beams. Thanks to the polarization selection rules, this configuration allows only one counter-propagating transition, despite the absence of a Doppler effect. By implementing this method, we have built a hybridized sensor with a short term sensitivity of $22 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$. The systematic effects associated with each one of the methods have been studied theoretically and experimentally. The last chapter presents a new interferometric method to extend the dynamic range of operation of atomic inertial sensors in the presence of rotations. It is until now kept secret by the Direction Générale de l'Armement.

in applying a fast frequency chirp on the horizontal Raman lasers to simulate an equivalent Doppler shift in the horizontal measurement direction. With this method we have built a Mach-Zehnder type atomic sensor, hybridized with a classical accelerometer, with a short term sensitivity of $3.2 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$. The second technique is based on Raman transitions between the hyperfine states $|F = 1, m_F = \mp 1\rangle$ and $|F = 2, m_F = \pm 1\rangle$ with $\sigma^+ - \sigma^-$ polarized Raman beams. Thanks to the polarization selection rules, this configuration allows only one counter-propagating transition, despite the absence of a Doppler effect. By implementing this method, we have built a hybridized sensor with a short term sensitivity of $22 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$. The systematic effects associated with each one of the methods have been studied theoretically and experimentally. The last chapter presents a new interferometric method to extend the dynamic range of operation of atomic inertial sensors in the presence of rotations. It is until now kept secret by the Direction Générale de l'Armement.

Keywords : Atom interferometry - Inertial sensor - Inertial navigation - Cold atoms - Matter-waves - Stimulated Raman transitions - Horizontal accelerometer - Hybridization