



**HAL**  
open science

# Dynamique des systèmes d'entraînement par courroie synchrone intégrant des poulies à profils innovants

Sébastien Passos

► **To cite this version:**

Sébastien Passos. Dynamique des systèmes d'entraînement par courroie synchrone intégrant des poulies à profils innovants. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Lyon, 2020. Français. NNT : 2020LYSEI049 . tel-03920278

**HAL Id: tel-03920278**

**<https://theses.hal.science/tel-03920278v1>**

Submitted on 3 Jan 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N°d'ordre NNT : 2020LYSEI049

**THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON**  
opérée au sein de  
**l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon**

**Ecole Doctorale 162**  
**Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique**

**Spécialité de doctorat :**  
**Génie Mécanique**

Soutenue publiquement le 10/07/2020, par :  
**Sébastien PASSOS**

---

**Dynamique des systèmes d'entraînement  
par courroie synchrone intégrant des  
poulies à profils innovants**

---

Devant le jury composé de :

MICHON, Guilhem	Professeur ISAE	ISAE - Supaéro	Président
DAIDIE, Alain	Professeur des Universités	INSA Toulouse	Rapporteur
SERRA, Roger	Maître de Conférences, HDR	INSA CVL	Rapporteur
BOURDON, Adeline	Maître de Conférences	INSA Lyon	Examinatrice
REMOND, Didier	Professeur des Universités	INSA Lyon	Directeur de thèse
MANIN, Lionel	Maître de Conférence	INSA Lyon	Co-directeur de thèse
SAUVAGE, Olivier	Docteur	Groupe PSA	Invité
ROTA, Laurent	Docteur	Groupe PSA	Invité



**Département FEDORA – INSA Lyon - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2016-2020**

<b>SIGLE</b>	<b>ECOLE DOCTORALE</b>	<b>NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE</b>
<b>CHIMIE</b>	<b>CHIMIE DE LYON</b> <a href="http://www.edchimie-lyon.fr">http://www.edchimie-lyon.fr</a> Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage <a href="mailto:secretariat@edchimie-lyon.fr">secretariat@edchimie-lyon.fr</a> INSA : R. GOURDON	<b>M. Stéphane DANIELE</b> Institut de recherches sur la catalyse et l'environnement de Lyon IRCELYON-UMR 5256 Équipe CDFA 2 Avenue Albert EINSTEIN 69 626 Villeurbanne CEDEX <a href="mailto:directeur@edchimie-lyon.fr">directeur@edchimie-lyon.fr</a>
<b>E.E.A.</b>	<b>ÉLECTRONIQUE, ÉLECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b> <a href="http://edeea.ec-lyon.fr">http://edeea.ec-lyon.fr</a> Sec. : M.C. HAVGOUDOUKIAN <a href="mailto:ecole-doctorale.eea@ec-lyon.fr">ecole-doctorale.eea@ec-lyon.fr</a>	<b>M. Gérard SCORLETTI</b> École Centrale de Lyon 36 Avenue Guy DE COLLONGUE 69 134 Écully Tél : 04.72.18.60.97 Fax 04.78.43.37.17 <a href="mailto:gerard.scorletti@ec-lyon.fr">gerard.scorletti@ec-lyon.fr</a>
<b>E2M2</b>	<b>ÉVOLUTION, ÉCOSYSTÈME, MICROBIOLOGIE, MODÉLISATION</b> <a href="http://e2m2.universite-lyon.fr">http://e2m2.universite-lyon.fr</a> Sec. : Sylvie ROBERJOT Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 INSA : H. CHARLES <a href="mailto:secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr">secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr</a>	<b>M. Philippe NORMAND</b> UMR 5557 Lab. d'Ecologie Microbienne Université Claude Bernard Lyon 1 Bâtiment Mendel 43, boulevard du 11 Novembre 1918 69 622 Villeurbanne CEDEX <a href="mailto:philippe.normand@univ-lyon1.fr">philippe.normand@univ-lyon1.fr</a>
<b>EDISS</b>	<b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTÉ</b> <a href="http://www.ediss-lyon.fr">http://www.ediss-lyon.fr</a> Sec. : Sylvie ROBERJOT Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 INSA : M. LAGARDE <a href="mailto:secretariat.ediss@univ-lyon1.fr">secretariat.ediss@univ-lyon1.fr</a>	<b>Mme Emmanuelle CANET-SOULAS</b> INSERM U1060, CarMeN lab, Univ. Lyon 1 Bâtiment IMBL 11 Avenue Jean CAPELLE INSA de Lyon 69 621 Villeurbanne Tél : 04.72.68.49.09 Fax : 04.72.68.49.16 <a href="mailto:emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr">emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr</a>
<b>INFOMATHS</b>	<b>INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES</b> <a href="http://edinfomaths.universite-lyon.fr">http://edinfomaths.universite-lyon.fr</a> Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage Tél : 04.72.43.80.46 Fax : 04.72.43.16.87 <a href="mailto:infomaths@univ-lyon1.fr">infomaths@univ-lyon1.fr</a>	<b>M. Luca ZAMBONI</b> Bât. Braconnier 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69 622 Villeurbanne CEDEX Tél : 04.26.23.45.52 <a href="mailto:zamboni@maths.univ-lyon1.fr">zamboni@maths.univ-lyon1.fr</a>
<b>Matériaux</b>	<b>MATÉRIAUX DE LYON</b> <a href="http://ed34.universite-lyon.fr">http://ed34.universite-lyon.fr</a> Sec. : Marion COMBE Tél : 04.72.43.71.70 Fax : 04.72.43.87.12 Bât. Direction <a href="mailto:ed.materiaux@insa-lyon.fr">ed.materiaux@insa-lyon.fr</a>	<b>M. Jean-Yves BUFFIÈRE</b> INSA de Lyon MATEIS - Bât. Saint-Exupéry 7 Avenue Jean CAPELLE 69 621 Villeurbanne CEDEX Tél : 04.72.43.71.70 Fax : 04.72.43.85.28 <a href="mailto:jean-yves.buffiere@insa-lyon.fr">jean-yves.buffiere@insa-lyon.fr</a>
<b>MEGA</b>	<b>MÉCANIQUE, ÉNERGÉTIQUE, GÉNIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b> <a href="http://edmega.universite-lyon.fr">http://edmega.universite-lyon.fr</a> Sec. : Marion COMBE Tél : 04.72.43.71.70 Fax : 04.72.43.87.12 Bât. Direction <a href="mailto:mega@insa-lyon.fr">mega@insa-lyon.fr</a>	<b>M. Jocelyn BONJOUR</b> INSA de Lyon Laboratoire CETHIL Bâtiment Sadi-Carnot 9, rue de la Physique 69 621 Villeurbanne CEDEX <a href="mailto:jocelyn.bonjour@insa-lyon.fr">jocelyn.bonjour@insa-lyon.fr</a>
<b>ScSo</b>	<b>ScSo*</b> <a href="http://ed483.univ-lyon2.fr">http://ed483.univ-lyon2.fr</a> Sec. : Viviane POLSINELLI Brigitte DUBOIS INSA : J.Y. TOUSSAINT Tél : 04.78.69.72.76 <a href="mailto:viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr">viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr</a>	<b>M. Christian MONTES</b> Université Lyon 2 86 Rue Pasteur 69 365 Lyon CEDEX 07 <a href="mailto:christian.montes@univ-lyon2.fr">christian.montes@univ-lyon2.fr</a>



# Remerciements



# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>11</b>
<b>1 Transmissions par courroie intégrant des poulies non circulaires</b>	<b>13</b>
<i>Contexte, généralités et état de l'art</i>	<b>13</b>
1.1 Façades de distribution et courroies synchrones . . . . .	14
1.1.1 Composants principaux . . . . .	15
1.1.2 Architecture globale d'une façade de distribution . . . . .	19
1.1.3 Comportement en dynamique angulaire . . . . .	20
1.1.4 Performances . . . . .	23
1.2 Poulies non circulaires et contrôle passif en dynamique angulaire . . . . .	28
1.2.1 Analyse phénoménologique d'après un brevet Litens Automotive . . . . .	28
1.2.2 Étude expérimentale par Parker : mesure du couple correctif généré par une poulie vilebrequin ovale . . . . .	37
1.2.3 Synthèse . . . . .	43
1.3 Modèles de dynamique angulaire en approche 0D/1D . . . . .	45
1.3.1 Intérêt de l'emploi de modèles en approche 0D/1D . . . . .	45
1.3.2 Modèles usuels (poulies circulaires) . . . . .	47
1.3.3 Modèle de Zhu et al. : optimisation d'une façade de distribution équipée d'une poulie de vilebrequin ovale . . . . .	57
1.3.4 Outil de modélisation interne au groupe PSA : modèle de poulie lobée en approche Eulérienne (LMS AMESIM) . . . . .	64
1.3.5 Synthèse . . . . .	70
<b>2 Modélisation d'une transmission intégrant des poulies Non Circulaires</b>	<b>71</b>
<i>Formulation Lagrangienne-Eulérienne en approche 0D/1D</i>	<b>71</b>
2.1 Formulation . . . . .	72
2.1.1 Hypothèses de départ . . . . .	72
2.1.2 Modélisation des configurations d'observation de la courroie . . . . .	73
2.1.3 Propriétés homogénéisées de la courroie . . . . .	77
2.1.4 Représentation des brins de courroie . . . . .	78
2.1.5 Équations de mouvement . . . . .	84
2.2 Méthodes numériques . . . . .	88
2.2.1 Stratégie de résolution numérique . . . . .	89
2.2.2 Procédure de suivi des points de tangence . . . . .	93
2.3 Résultats numériques obtenus sur un cas d'étude simple . . . . .	97
2.3.1 Caractéristiques des variantes de la transmission et cas de charge . . . . .	97
2.3.2 Cas de référence pour une poulie motrice circulaire (variante $V_{ref}$ ) . . . . .	99
2.3.3 Cas d'une poulie motrice elliptique (variante $V_{el}$ ) . . . . .	102
2.3.4 Bilan . . . . .	111
2.4 Discussions . . . . .	112
2.4.1 Formulation L-E : quelles hypothèses pour quelle représentativité? . . . . .	112
2.4.2 Temps de calcul . . . . .	115
2.4.3 Perspectives d'enrichissement du modèle . . . . .	116



<b>3</b>	<b>Analyse expérimentale</b>	
	<i>Mise en évidence de l'impact dynamique d'une poulie bilobée</i>	<b>117</b>
3.1	Dispositif expérimental . . . . .	118
3.1.1	Architecture globale du banc d'essais . . . . .	118
3.1.2	Transmissions étudiées . . . . .	119
3.1.3	Instrumentation . . . . .	126
3.2	Méthodes expérimentales . . . . .	131
3.2.1	Protocole . . . . .	131
3.2.2	Plan d'expérience . . . . .	134
3.3	Résultats . . . . .	135
3.3.1	Analyse vibratoire préliminaire . . . . .	135
3.3.2	Cas académique sans tendeur dynamique . . . . .	138
3.3.3	Cas académique avec tendeur dynamique . . . . .	151
3.3.4	Cas d'application industriel : façade de distribution PSA (DW10F) . . . . .	152
3.4	Bilan . . . . .	162
<b>4</b>	<b>Comparaisons calculs/essais</b>	
	<i>Validation du modèle sur le cas d'une poulie bilobée</i>	<b>165</b>
4.1	Méthode de comparaison calculs/essais . . . . .	166
4.2	Recalage et validation dans le cas usuel (poules circulaires) . . . . .	167
4.2.1	Recalage . . . . .	167
4.2.2	Validation du modèle recalé . . . . .	169
4.3	Validation en présence d'une poulie bilobée . . . . .	175
4.3.1	Effet propre à la poulie bilobée . . . . .	175
4.3.2	Effet correctif de la poulie bilobée . . . . .	181
4.4	Bilan . . . . .	185
	<b>Conclusion générale</b>	<b>187</b>
	<b>Liste des figures</b>	<b>189</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>199</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>201</b>
	<b>Annexes</b>	<b>209</b>
	Annexe A - Modes de défaillance des courroies . . . . .	211
	Annexe B - Modèle découplé de Hwang et al. . . . .	213
	Annexe C - Modèle couplé de Parker . . . . .	221
	Annexe D - Modèle de Zhu et al. : données caractéristiques de la façade d'étude . . . . .	233
	Annexe E - Outil de modélisation interne au groupe PSA (LMS AMESIM) . . . . .	235
	Annexe F - Nomenclature associé à la formulation et à l'implémentation du modèle L-E en approche 0D/1D . . . . .	249
	Annexe G - Fichier de mise en données du modèle 0D/1D en approche Lagrangienne- Eulérienne . . . . .	255
	Annexe H - Calcul numérique des conditions de charge instantanées d'une transmis- sion (procédure d'interpolation des vecteurs de charge échantillonnés) . . . . .	257

Annexe I - Formulation des hypothèses de suivi simplifié du mouvement des points de tangence . . . . .	259
Annexe J - Observation des résonances transverses sur les cas d'étude expérimentaux	263
Annexe K - Gain de représentativité du modèle 0D/1D L-E par rapport aux outils de modélisation préexistants au sein groupe PSA (LMS AMESIM) . . . . .	267



# Introduction générale

L'automobile est un secteur industriel ultra-concurrentiel où l'image de marque se façonne à travers les retours d'expérience des utilisateurs. Les exigences en termes de qualité et de confort des véhicules sont donc essentielles et conduisent les constructeurs à développer des produits de plus en plus fiables et confortables. C'est en particulier le cas pour toutes les nuisances liées aux vibrations et aux bruits. Une part importante de cet effort d'innovation est consacré au groupe motopropulseur qui constitue l'une des principales sources de nuisances acoustiques et vibratoires au sein du véhicule et pour lequel un très haut niveau de fiabilité est par ailleurs exigé.

Les sollicitations imposées par l'environnement vibratoire d'un moteur thermique automobile mettent à rude épreuve les transmissions par courroie synchrone employées sur les façades de distribution. L'acyclisme affectant la vitesse du vilebrequin ainsi que les fluctuations de couple de charge susceptibles d'apparaître sur les axes entraînés génèrent des phénomènes vibratoires pouvant fortement altérer la dynamique angulaire des façades. Deux phénomènes sont à surveiller en particulier : les vibrations angulaires sur les axes de la transmission et la fluctuation des efforts de tension dans les brins de courroie. Mal contrôlés, ces phénomènes peuvent notamment engendrer une fatigue prématurée des composants de la transmission, être source de bruit ou encore provoquer des désynchronisations momentanées de la distribution entraînant ainsi un risque de casse moteur (choc piston-soupape).

En réponse à cette problématique, l'utilisation de poulies à profils non conventionnels (i.e. non circulaires) est aujourd'hui devenue une solution de plus en plus courante pour la conception des façades de distribution par courroie. Le recours à ces poulies innovantes permet aux concepteurs de réduire l'impact vibratoire des sources d'excitation affectant la façade. Une poulie non circulaire génère une excitation angulaire au sein de la transmission dont la nature dépend de la forme de son profil primitif et de son calage angulaire initial. Pour des paramètres de conception choisis afin d'atteindre un effet correctif souhaité, l'excitation générée par la poulie non circulaire permet d'endiguer les effets vibratoires indésirables. Les profils non circulaires présentent généralement une forme multilobée, le nombre de lobes étant fonction de l'architecture du moteur (nombre de cylindres).

La conception des transmissions par courroie synchrones à poulies circulaires est de nos jours bien maîtrisée et les outils de modélisation de la dynamique de ces systèmes sont prédictifs et fiables. En revanche, le dimensionnement des façades équipées de poulies non circulaires reste délicat. L'utilisation de ces poulies non conventionnelles remet en cause un certain nombre d'hypothèses de modélisation et nécessite le développement d'un modèle adapté. Dans cette optique, le Groupe PSA a souhaité renforcer sa connaissance dans ce domaine. C'est pourquoi il a choisi de financer la présente thèse dans le cadre d'un partenariat CIFRE avec le laboratoire LaMCoS. Ce dernier développe des actions de recherche depuis une vingtaine d'années sur les transmissions par courroies en général (dynamique, vibrations, pertes de puissance) et dispose ainsi d'une expertise et de moyens expérimentaux dédiés.

Les travaux menés dans le cadre de cette thèse ont pour objectif l'apport de connaissances, la construction de modèles de comportement et le développement d'outils de simulation pouvant contribuer à une meilleure maîtrise de la conception des façades équipées de poulies non conventionnelles. Il s'agit en particulier de poser les bases théoriques d'une modélisation pertinente à partir de laquelle sera développé un modèle numérique. Ce travail de modélisation sera complété par la réalisation de campagnes expérimentales qui nous permettront de bien identifier

les phénomènes à modéliser et de valider les outils numériques développés.

Le premier chapitre de ce mémoire présente le contexte et l'état de l'art antérieur aux présents travaux. Les généralités relatives au fonctionnement des transmissions par courroie synchrone sont rappelées. On dresse une description détaillée des rares contributions scientifiques traitant spécifiquement la question des poulies non circulaires et de leur capacité à générer un effet correctif sur la dynamique angulaire des façades. Une revue de la littérature relative à la modélisation de la dynamique des transmissions est également proposée.

Le second chapitre est dédié aux travaux de modélisation ayant donné lieu à la formulation et au développement d'un modèle 0D/1D générique permettant de simuler la dynamique angulaire de transmissions équipées de poulies non circulaires. Ce modèle est construit à partir d'une approche Lagrangienne-Eulérienne novatrice permettant un suivi rigoureux du mouvement des points de tangence induits par la non-circularité des poulies. Une étude numérique menée sur une transmission simple permet de mettre en évidence les phénomènes prédictibles par le modèle en présence d'une poulie non circulaire dans la transmission.

Le troisième chapitre est consacré à l'analyse expérimentale de l'impact d'une poulie motrice bilobée sur la dynamique angulaire d'une façade soumise à une excitation cyclique d'ordre 2 (couple de charge fluctuant). Les essais ont été menés sur un dispositif expérimental spécifiquement développé durant la thèse. L'étude a porté, d'une part, sur une transmission académique simple (avec et sans tendeur dynamique) permettant une analyse aisée et didactique et d'autre part sur un cas d'application industriel plus complexe (façade de distribution d'un moteur thermique à quatre cylindres PSA). Les résultats obtenus sur la base d'un large plan d'expériences permettent d'établir certains principes fondamentaux de la phénoménologie associée à l'emploi de la poulie bilobée. Les données montrent en particulier l'influence du calage initial d'une poulie non circulaire sur sa capacité à générer un effet correctif sur les vibrations angulaires et les fluctuations des efforts de tension dans les brins de courroie.

Une comparaison entre les résultats numériques issus du modèle et les mesures sur banc d'essais est enfin présentée au quatrième et dernier chapitre de ce mémoire. Les résultats montrent qu'après un unique recalage des paramètres matériaux de la courroie, le modèle s'avère prédictif et permet de retrouver les phénomènes mis en évidence expérimentalement.

# Chapitre 1

## Transmissions par courroie intégrant des poulies non circulaires

*Contexte, généralités et état de l'art*

### Résumé

Ce chapitre pose le contexte scientifique et technique des travaux menés dans le cadre de cette thèse. Une présentation du fonctionnement général des transmissions par courroie synchrone est d'abord proposée en section 1.1. Un état de l'art concernant l'emploi des poulies Non Circulaires (NC) sur les façades de distribution est ensuite établi en section 1.2. La section 1.3 est consacrée à une revue de la littérature concernant les modèles de dynamique angulaire dédiés à l'étude des transmissions par courroie.

### Sommaire

<b>1.1</b>	<b>Façades de distribution et courroies synchrones</b>	<b>14</b>
1.1.1	Composants principaux	15
1.1.2	Architecture globale d'une façade de distribution	19
1.1.3	Comportement en dynamique angulaire	20
1.1.4	Performances	23
<b>1.2</b>	<b>Poulies non circulaires et contrôle passif en dynamique angulaire</b>	<b>28</b>
1.2.1	Analyse phénoménologique d'après un brevet Litens Automotive	28
1.2.2	Étude expérimentale par Parker : mesure du couple correctif généré par une poulie vilebrequin ovale	37
1.2.3	Synthèse	43
<b>1.3</b>	<b>Modèles de dynamique angulaire en approche 0D/1D</b>	<b>45</b>
1.3.1	Intérêt de l'emploi de modèles en approche 0D/1D	45
1.3.2	Modèles usuels (poulies circulaires)	47
1.3.3	Modèle de Zhu et al. : optimisation d'une façade de distribution équipée d'une poulie de vilebrequin ovale	57
1.3.4	Outil de modélisation interne au groupe PSA : modèle de poulie lobée en approche Eulérienne (LMS AMESIM)	64
1.3.5	Synthèse	70

## 1.1 Façades de distribution et courroies synchrones

Les moteurs à combustion interne à quatre temps communément utilisés en automobile requièrent la mise en œuvre de dispositifs assurant la synchronisation du mouvement des pistons et des opérations d'admission et d'échappement des gaz frais et brûlés. Cette synchronisation conditionne le respect du cycle thermodynamique du moteur assurant ainsi le bon fonctionnement du système (figure 1.1).

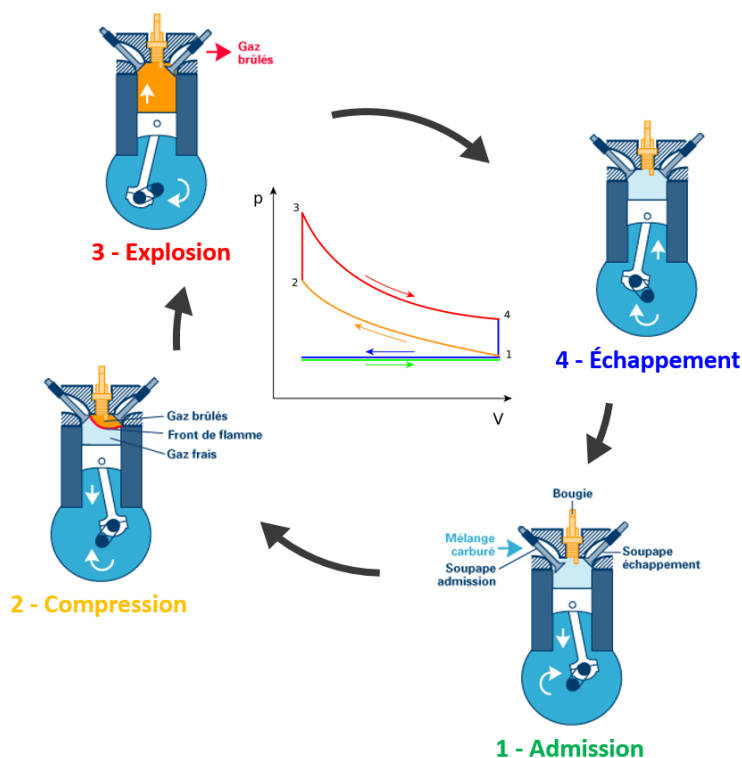


FIGURE 1.1 – Cycle thermodynamique idéalisé d'un moteur quatre temps à allumage commandé (Cycle d'Otto)

L'ensemble des composants du dispositif de synchronisation constitue la distribution du moteur (figure 1.2). La distribution comporte généralement un ou plusieurs arbres-à-cames (AAC). La rotation des AAC commande l'ouverture/fermeture des différentes soupapes séparant les tubulures d'admission et d'échappement des chambres de combustion de chaque cylindre du moteur. En pratique, les soupapes maintenues fermées par des ressorts de rappel s'abaissent et se relèvent alternativement sous l'effet des cames glissant sur des renvois mécaniques (linguet ou culbuteur) en prise avec les queues de soupapes.

La rotation du vilebrequin (VBQ) conditionnant le mouvement des pistons est transmise à l'AAC à l'aide d'une transmission mécanique synchrone par courroie crantée, chaîne ou cascade de pignons. Du fait du coût de conception et de fabrication induit par la complexité des transmissions par engrenages, l'usage d'une distribution par cascade de pignons est plutôt réservé aux véhicules légers de faible série (compétition, luxe) et poids lourds. Les véhicules légers de grande série sont donc généralement équipés de courroie ou de chaînes de distribution. On parle alors de façade de distribution.

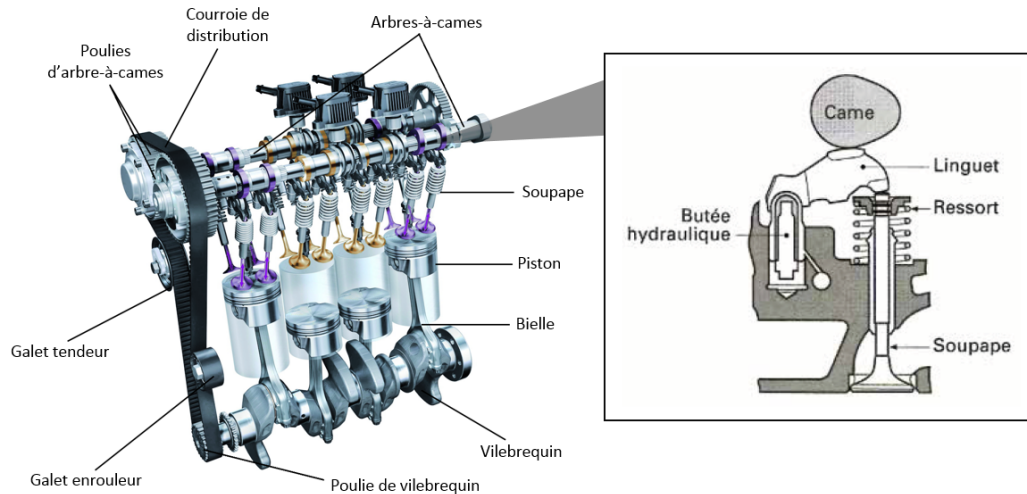


FIGURE 1.2 – Exemple de distribution assurée par une courroie synchrone (actionnement des soupapes par l’intermédiaire de linguets)

Du point de vue de l'utilisateur du véhicule, les moteurs à chaîne sont souvent préférés aux moteurs à courroie considérés moins fiables et plus onéreux à l'entretien. Les courroies de distribution nécessitent d'être remplacées périodiquement. L'intervention en atelier est lourde et dure plusieurs heures induisant un coût de réparation élevé. Néanmoins, l'emploi de façade de distribution par courroie a tendance à augmenter chez les constructeurs automobiles. Compte-tenu du contexte ultra-concurrentiel du monde automobile où l'image d'une marque est un facteur déterminant, ce choix peut paraître paradoxal. Cependant il est à noter que les fabricants de courroies ont su améliorer leur offre en proposant aujourd'hui des transmissions bien plus robustes qu'auparavant, affichant des périodicités de remplacement pouvant atteindre 12 ans ou 200 000 km sur certains produits (moteur PSA EB2FB « PureTech »). De plus, l'emploi d'une distribution par courroie implique une réduction des coûts de développement et de fabrication des moteurs à l'avantage des constructeurs. Cela s'explique notamment par le fait que la transmission soit un peu plus simple à concevoir. Du fait de son caractère souple, la courroie supporte mieux les défauts d'alignement et les imperfections géométriques de la transmission induisant une structure de transmission moins complexe et un dimensionnement moins contraignant. Les matériaux entrant dans la composition des courroies présentent également un coût de fabrication très avantageux. Ces matériaux relativement légers permettent en sus une meilleure maîtrise de la masse véhicule, critère de conception devenu incontournable dans le contexte environnemental actuel (seuils réglementaires des émissions de carbone régulièrement abaissés).

### 1.1.1 Composants principaux

#### 1.1.1.1 Courroie synchrone

La structure type d'une courroie de distribution est représentée en figure 1.3. Il s'agit d'un composite résultant de l'assemblage d'éléments câblés noyés dans un corps principal de type élastomère (e.g. caoutchouc, néoprène). La face extérieure du corps principal correspond au dos de la courroie et reste lisse. La denture est moulée sur la face intérieure de l'élastomère. Un tissu protecteur (e.g. nylon) recouvre les dents. Il est constitué de fibres de renfort (e.g. fibres de verre) en profondeur et de fibres améliorant les conditions de frottement en surface (e.g. Nylon). Les éléments câblés constituent l'âme de la courroie, chargée d'apporter à l'ensemble une rigidité



longitudinale permettant la transmission des efforts. Les câblés sont généralement tressés à partir de fibres de verre, polyester, kevlar ou acier. Les sens de tressage sont successivement opposés d'un câble à l'autre. D'un point de vue cinématique, l'âme coïncide avec la fibre neutre de la courroie définissant la ligne primitive (ou cinématique) de la transmission. Cette référence cinématique est très utilisée dans l'étude des transmissions par courroie.

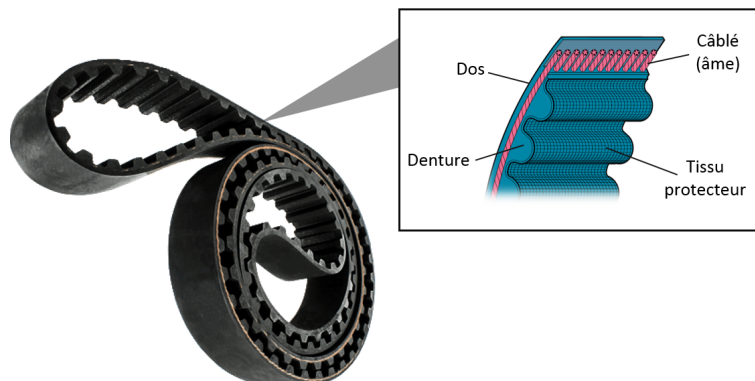


FIGURE 1.3 – Structure type d'une courroie de distribution

Depuis les origines de la courroie crantée, les profils de denture mis en œuvre sur les façades de distribution évoluent constamment. Cela a notamment permis aux constructeurs de considérablement accroître les capacités de puissance transmissible de leurs produits en optimisant par exemple les répartitions de charges sur la dent [Play 07]. Certaines innovations ont également permis d'améliorer les performances acoustiques des courroies en diminuant le bruit d'engrènement (section 1.1.4.3) propre à certains profils.

Des exemples de profils sont présentés en figure 1.4. La définition géométrique d'un profil est un métier à part entière nécessitant la définition de nombreux paramètres géométriques (figure 1.5). C'est pourquoi l'étude des transmissions est souvent restreinte à une représentation simplifiée de la courroie par sa ligne primitive (figure 1.10). Seuls les principaux paramètres de définition du profil de denture sont retenus. On note  $H$  la hauteur totale du profil et  $h_b$  la hauteur de dent. La position de la ligne primitive est repérée par la distance  $c$ . La longueur nominale de la courroie  $L^*$  (hors tension) est directement proportionnelle au pas de la courroie  $t_b$  et à son nombre de dents  $Z_b$  ( $L^* = Z_b t_b$ ). Pour les façades de distribution automobiles, la valeur de pas est généralement de 8 ou 9.525 mm (3/8 pouce).

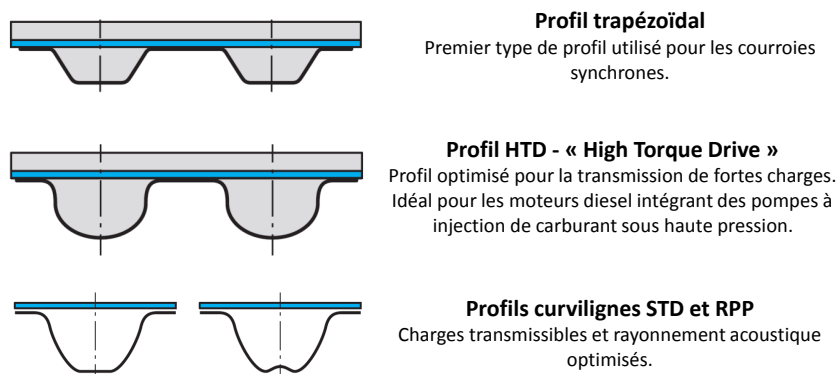


FIGURE 1.4 – Exemple de profils de denture utilisés pour les courroies de distribution [Play 06b]

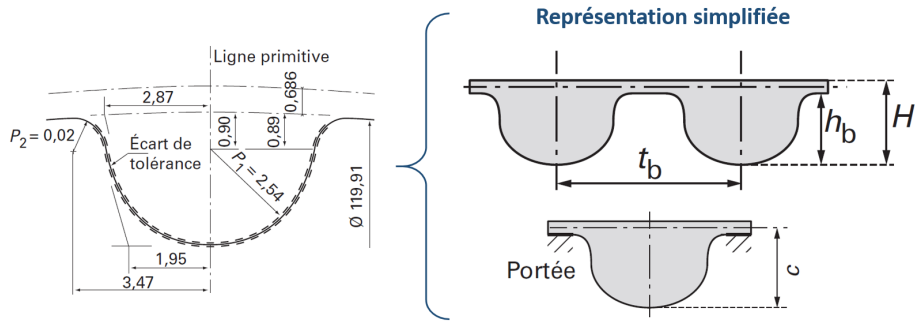


FIGURE 1.5 – Définition géométrique d'un profil de denture [Play 06b]

### 1.1.1.2 Poulies et galets

Les poulies dentées sont le plus souvent fabriquées à partir de fonte ou d'acier par usinage ou frittage (figure 1.9). Le recours à ces matériaux robustes permet d'obtenir des surfaces de contact adaptées aux contraintes tribologiques imposées par la transmission d'effort sur les dentures. Les façades peuvent également intégrer des galets (figure 1.9). Il s'agit de poulies libres (montées sur un roulement sans couple de charge) à surface lisse en contact avec le dos de la courroie. Les galets sont fixes ou mobiles, jouant respectivement le rôle d'enrouleur ou de tendeur dynamique. L'enrouleur a une fonction purement géométrique. Il permet d'adapter la forme du chemin de courroie afin de notamment :

- satisfaire des contraintes d'encombrement et permettre le passage des brins libres dans des zones d'intérêt ;
- augmenter la longueur des arcs d'enroulement sur les poulies afin d'accroître les capacités de charges transmissibles ;
- réduire la longueur des brins libres pour limiter de potentiels battements transverses (section 1.1.4.3).

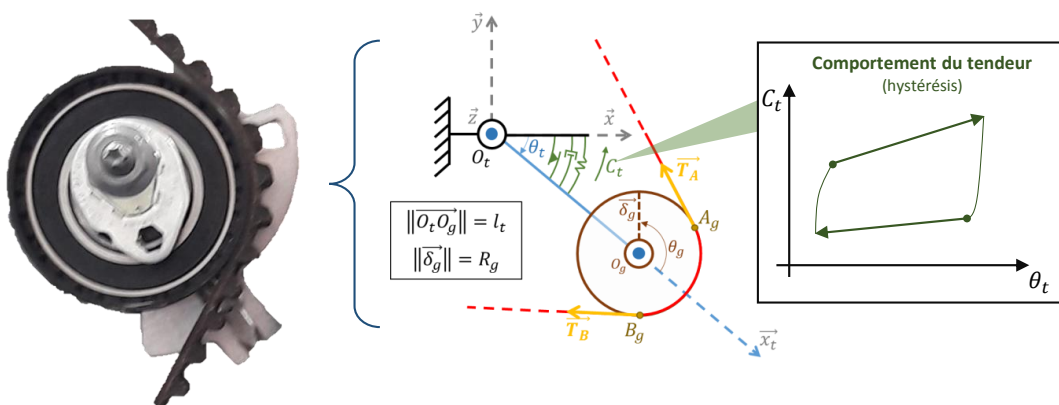


FIGURE 1.6 – Galet tendeur doté d'un dispositif de rappel représenté par une cellule de Kelvin-Voigt couplée à un frotteur suivant [Kraver 96]

Le tendeur dynamique est couramment positionné sur le brin mou des transmissions afin de limiter les variations de tension et battements de brins trop importants. Lors du montage de la transmission, la tension de pose (ou tension d'installation) de la courroie est ajustée par le réglage de la position initiale du galet tendeur. Le tendeur est constitué d'un galet dont l'axe de

rotation est solidaire d'un support mobile lié à un dispositif de rappel. Le support est généralement un bras pivotant couplé à un dispositif de rappel de type ressort de torsion. Le comportement du tendeur en rotation (mouvement de battement  $\theta_i$ ) présente un caractère hystérétique [Michon 05, Zhu 19] induit par la présence de phénomènes dissipatifs internes (frottements au point de pivot, stick-slip, etc). Le dispositif est la plupart du temps représenté par un modèle équivalent simplifié (e.g. cellule de Kelvin-Voigt en torsion seule [Hwang 94] ou associée à un frotteur suivant une loi de Coulomb [Kraver 96]). Un exemple de modélisation est donné en figure 1.6.

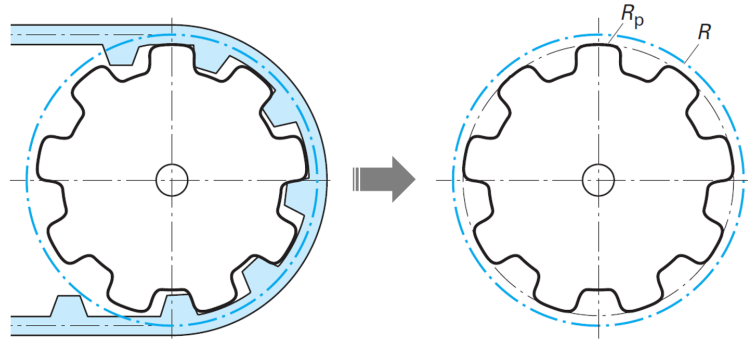


FIGURE 1.7 – Représentation cinématique simplifiée d'une poulie dentée [Play 06b]

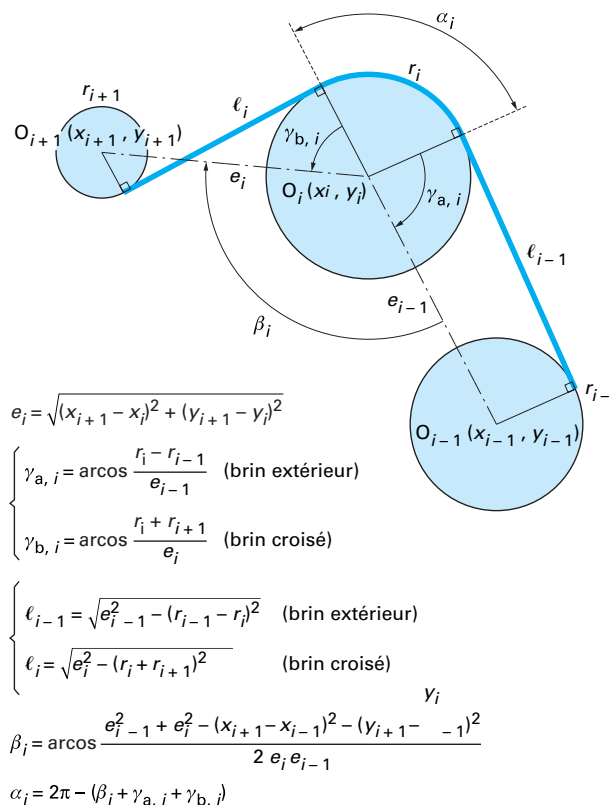


FIGURE 1.8 – Calcul de la géométrie d'une ligne primitive de courroie (cas usuel où les profils primitifs sont circulaires) [Manin 10]

Dans la représentation cinématique d'une transmission, les poulies et galets sont associés à leur rayon primitif  $R$ . Dans le cas d'une poulie dentée (figure 1.7), le rayon primitif est donné par la

relation suivante :

$$R = Z_p t_p = R_p + c - h_b \quad (1.1)$$

avec  $Z_p$  le nombre de dents de la poulie et  $R_p$  son rayon extérieur. Le rayon primitif d'un galet tendeur est obtenu en ajoutant au rayon extérieur du galet  $R_g$  la distance séparant le dos et l'âme (ligne primitive) de la courroie :

$$R = R_g + H - c \quad (1.2)$$

Dans le cas usuel où l'ensemble des profils primitifs des composants d'une transmission est circulaires, la ligne primitive complète de la courroie se définit aisément de façon analytique (figure 1.8).

### 1.1.2 Architecture globale d'une façade de distribution

En général, le vilebrequin et les arbres-à-cames ne sont pas les uniques composants entraînés par les façades de distribution (figure 1.9). Elle peut en complément assurer l'entraînement de composants auxiliaires notamment en lien avec la carburation et le refroidissement moteur, comme les pompes à eau et à carburant<sup>1</sup>.

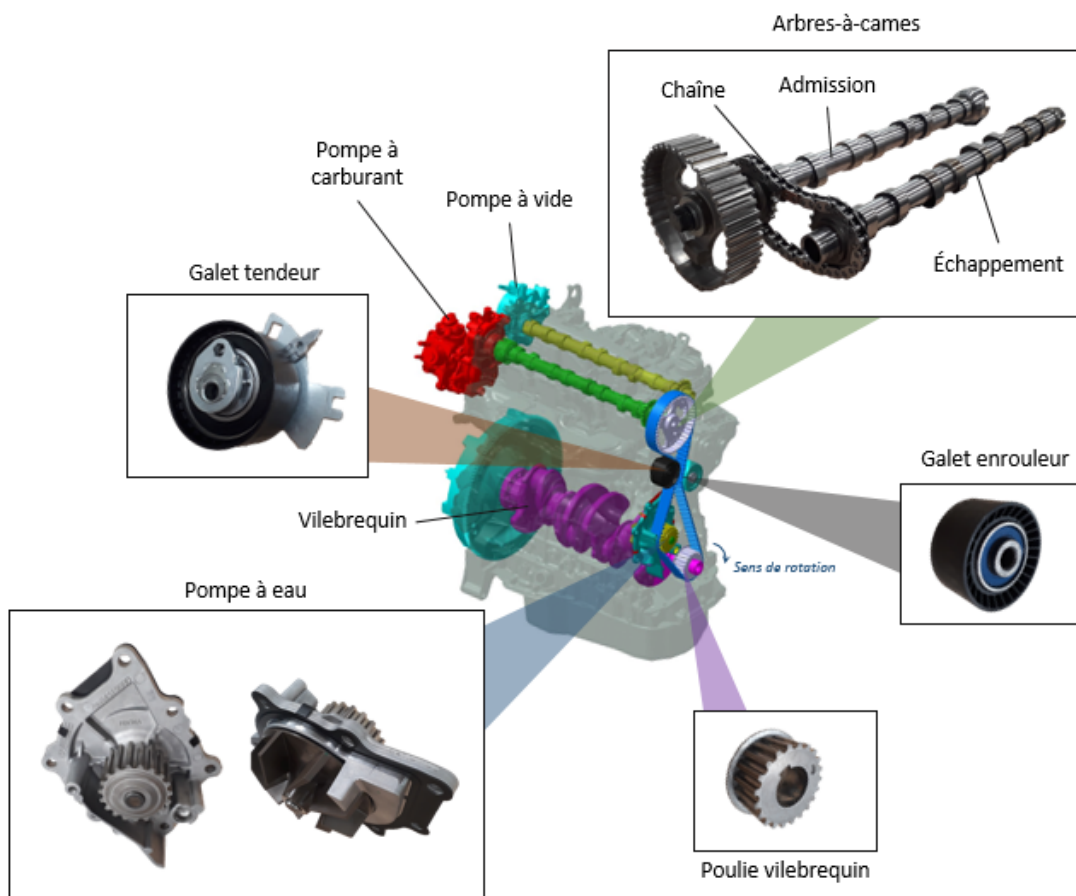


FIGURE 1.9 – Façade de distribution du moteur PSA DW10F (quatre cylindres - Diesel)

<sup>1</sup>L'entraînement de ces organes auxiliaires peut également se faire de manière indirecte en accouplant les organes aux AAC par exemple.

Les agencements des façades de distribution sont variables et dépendent principalement de l'architecture des moteurs qu'elles équipent. Un exemple de façade de distribution industrialisée est proposée en figure 1.9. Il s'agit du moteur diesel à quatre cylindres DW10F développé par le groupe PSA (« 2.0L BlueHDi » dans le réseau commercial). Le moteur comprend deux arbres-à-cames en-tête, l'un étant dédié aux soupapes d'échappement et l'autre aux soupapes d'admission. La façade ne comporte qu'une poulie AAC couplée à l'arbre-à-cames d'échappement. L'actionnement synchronisé de l'arbre-à-cames d'admission est assurée par une chaîne de distribution logée dans la culasse en prise sur l'arbre d'échappement. La façade assure aussi la mise en rotation de la pompe à eau directement intégrée à la transmission. La pompe haute pression en charge de la mise sous pression du carburant avant son injection est également entraînée indirectement par le biais de l'arbre-à-cames d'échappement. De la même manière la pompe du circuit de vide assurant, entre autre, l'assistance au freinage du véhicule est couplée à l'arbre-à-cames d'admission. La transmission comprend un galet enrouleur sur le brin tendu de la transmission situé entre les poulies VBQ et AAC. Un tendeur dynamique est logiquement positionné sur le brin mou de la transmission entre la poulie AAC et la poulie de pompe à eau. La rotation du vilebrequin s'effectue dans le sens horaire en vue de face de la transmission.

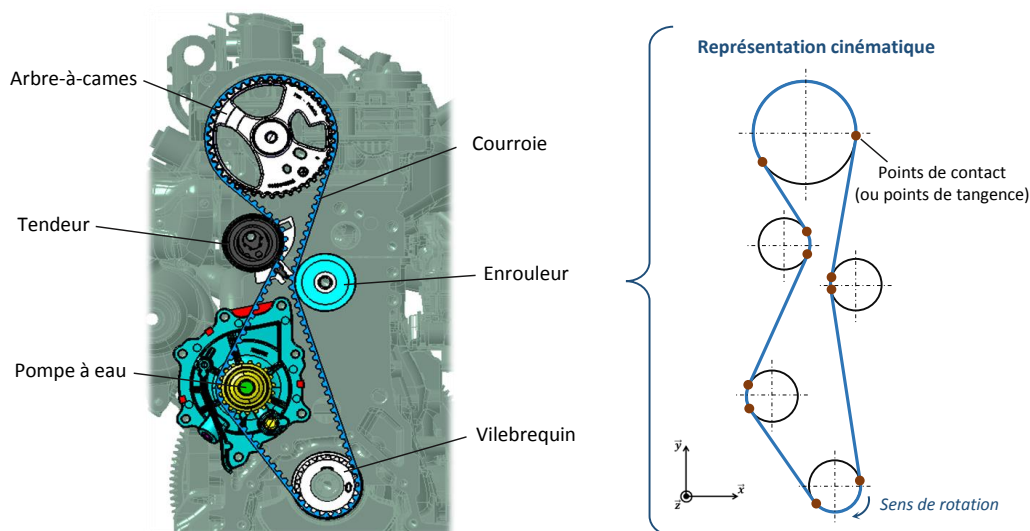


FIGURE 1.10 – Représentation cinématique simplifiée de la façade de distribution du moteur PSA DW10F

### 1.1.3 Comportement en dynamique angulaire

Les sollicitations imposées par l'environnement vibratoire d'un groupe motopropulseur thermique automobile mettent à rude épreuve les transmissions par courroie synchrone employées sur les façades de distribution. L'acyclisme (généralisé par le mouvement des attelages mobiles) affectant la vitesse du vilebrequin [Ligier 02] ainsi que les fluctuations de couple de charge susceptibles d'apparaître sur les axes entraînés génèrent des phénomènes vibratoires pouvant fortement altérer les performances des façades (section 1.1.4). Deux phénomènes sont à surveiller en particulier : les vibrations angulaires sur les axes de la transmission et la fluctuation des efforts de tension dans les brins de courroie.

De manière générale, les excitations dominantes imposées à la façade de distribution d'un moteur sont cycliques. L'ordre de périodicité angulaire d'une excitation est défini par le nombre de motifs périodiques qu'elle génère au cours d'un tour de vilebrequin. Cet ordre dépend de l'architecture du moteur considéré. Dans le cas classique d'un moteur à quatre cylindres, l'ordre 2

s'avère être prépondérant. Pour des moteurs à trois, six et huit cylindres, les ordres prépondérants sont respectivement 1.5, 3 et 4.

Il faut également souligner le fait que la sévérité des excitations évolue en fonction du régime moteur. En particulier, les niveaux d'amplitude et la forme (répartition spectrale) des motifs périodiques d'excitation sont susceptibles d'évoluer. C'est un point qui doit être impérativement pris en compte pour le dimensionnement des façades.

Dans le cas du moteur PSA à quatre cylindres (DW10F) considéré en section 1.1.2, les sollicitations dominantes sont :

- l'acyclisme correspondant à des fluctuations de vitesses de rotation du vilebrequin liées au caractère alternatif de la puissance motrice produite par combustion (2 temps moteurs par tour) ;
- le couple de charge fluctuant des arbres-à-cames généré par l'actionnement successif des soupapes ;
- le couple consommateur fluctuant résultant de l'actionnement de la pompe à carburant (pompe haute pression - PHP).

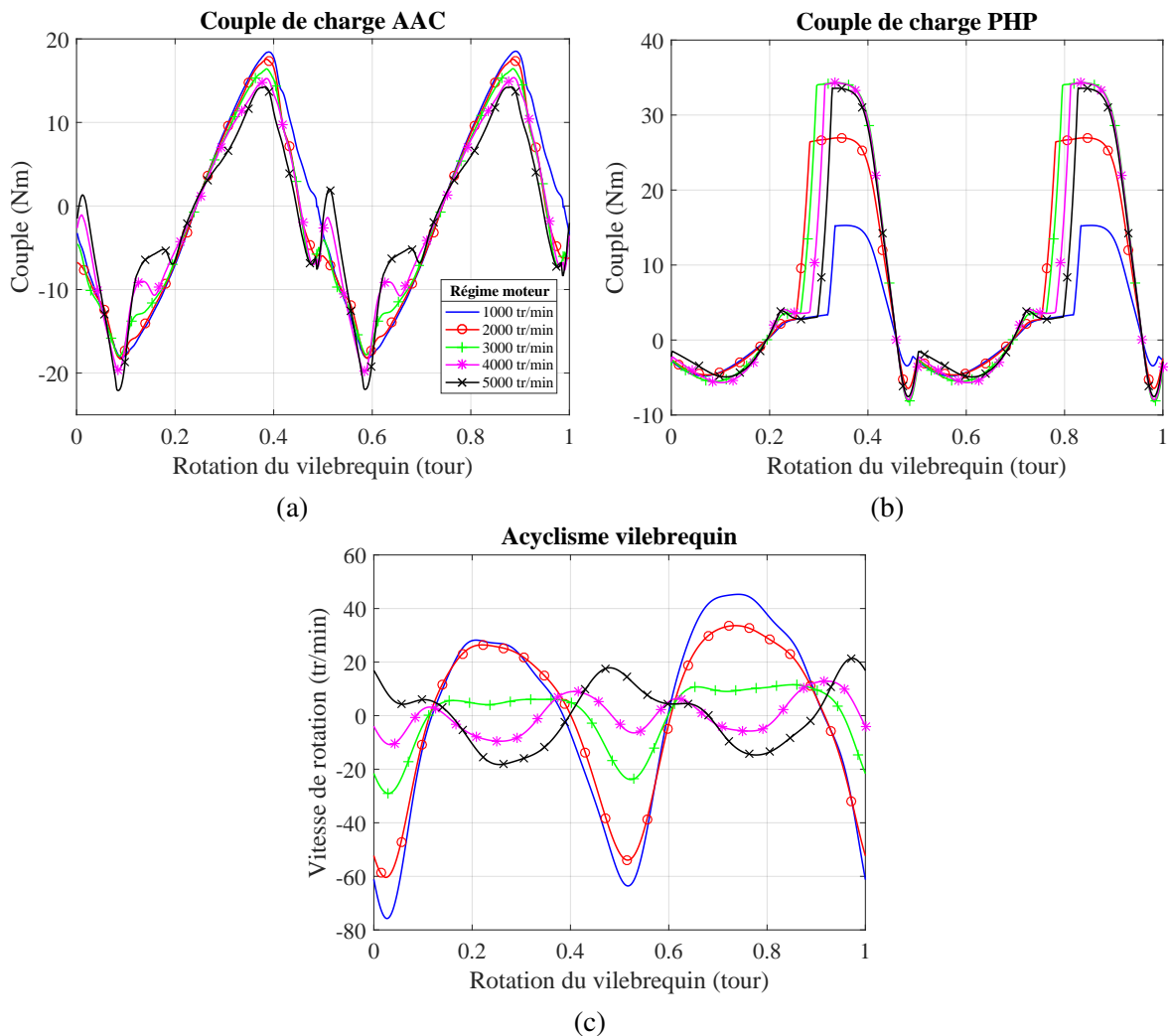


FIGURE 1.11 – Excitations angulaires<sup>2</sup> affectant la façade du moteur PSA DW10F : couples de charge fluctuant AAC (a) et PHP (b), acyclisme vilebrequin (c)

L'évolution angulaire, quasiment périodique en situation stabilisée, de ces excitations<sup>2</sup> en fonction de la rotation du vilebrequin est tracée en figure 1.11 pour différents régimes de fonctionnement. La périodicité d'ordre 2 ressort nettement. On note également que les niveaux d'excitation sont dépendants du régime moteur considéré. L'acyclisme est plus fortement marqué aux basses vitesses (phénomène d'extinction au voisinage de 2500 tr/min). L'amplitude du couple généré par la pompe à carburant augmente avec le régime. Le contenu spectral du couple AAC s'enrichit de hautes fréquences aux hauts régimes (comportement dynamique des soupapes). La réponse dynamique périodique de la transmission<sup>3</sup> sous le seul effet excitateur du couple arbre-à-cames (pompe à carburant désamorcée et absence d'acyclisme vilebrequin) est illustrée en figure 1.12. Les courbes sont tracées pour différents niveaux de vitesse motrice imposée. On remarque que les variations de vitesse relevées sur la poulie AAC, l'erreur de transmission ( $ET = \dot{\theta}_{AAC} - \rho\dot{\theta}_{VBQ}$ ) et les fluctuations des efforts de tension affectant le brin tendu de la transmission présentent logiquement un ordre 2 majoritaire. Globalement, les amplitudes augmentent et les motifs périodiques évoluent avec le régime moteur.

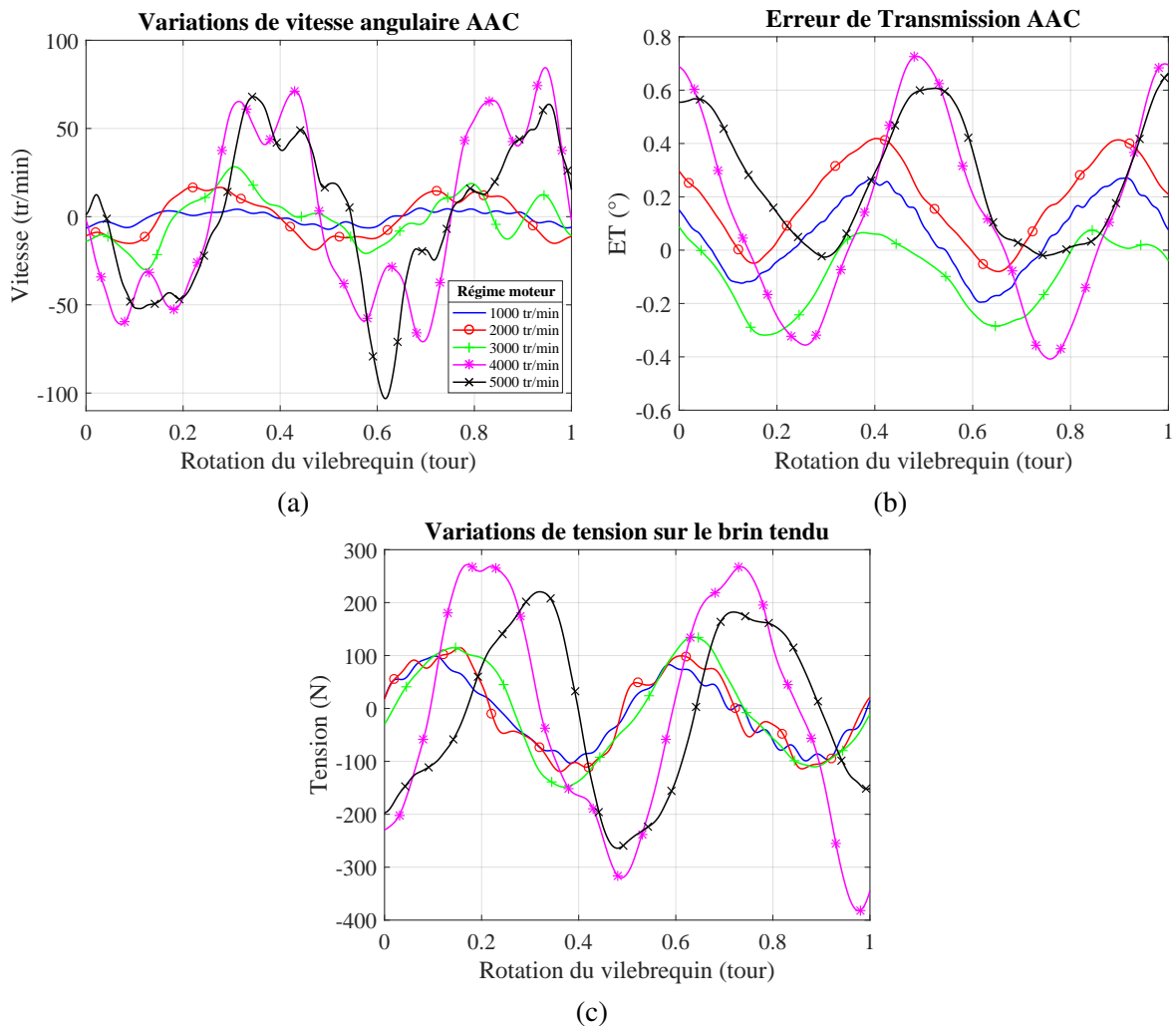


FIGURE 1.12 – Réponse angulaire<sup>3</sup> de la façade du moteur PSA DW10F sous l'effet excitateur du couple arbre-à-came : variations de la vitesse angulaire (a) et de l'erreur de transmission (b) de la poulie AAC, variations de l'effort de tension dans le brin tendu de la transmission (c)

<sup>2</sup>Données issues des spécifications techniques constructeur

<sup>3</sup>Grandeurs mesurées à partir des dispositifs expérimentaux développés dans le cadre de la présente thèse (voir chapitre 3).

### 1.1.4 Performances

Le dimensionnement d'une transmission par courroie synchrone s'appuie sur trois axes principaux de performances : **efficience, fiabilité, bruit rayonné**.

L'étude de ces différentes problématiques repose principalement sur l'observation de deux phénomènes directement liés à la dynamique angulaire des transmissions que sont les vibrations angulaires des axes et les niveaux des efforts de tension des brins de courroie. De nombreuses études ont été et sont encore menées sur ces sujets.

#### 1.1.4.1 Efficience

L'efficience d'une façade de distribution est évaluée à partir de sa capacité à maintenir un synchronisme de qualité et un rendement optimal.

#### Synchronisme d'une transmission

Le phénomène critique à éviter pour une transmission synchrone est le saut de dent [Atouf 92, Ayax 03, Koyama 03, Play 06a]. Ce phénomène illustré en figure 1.13, intervient lorsque le couple à transmettre devient trop important au regard de la tension initiale de la courroie (tension de pose). Les dents se déforiment très fortement jusqu'à la perte de l'engrènement. La courroie glisse alors d'une dent sur la poulie dentée entraînant alors une perte irréversible du synchronisme voire même une rupture de la courroie (fortes variations des contraintes mécaniques imposées à l'âme de la courroie).

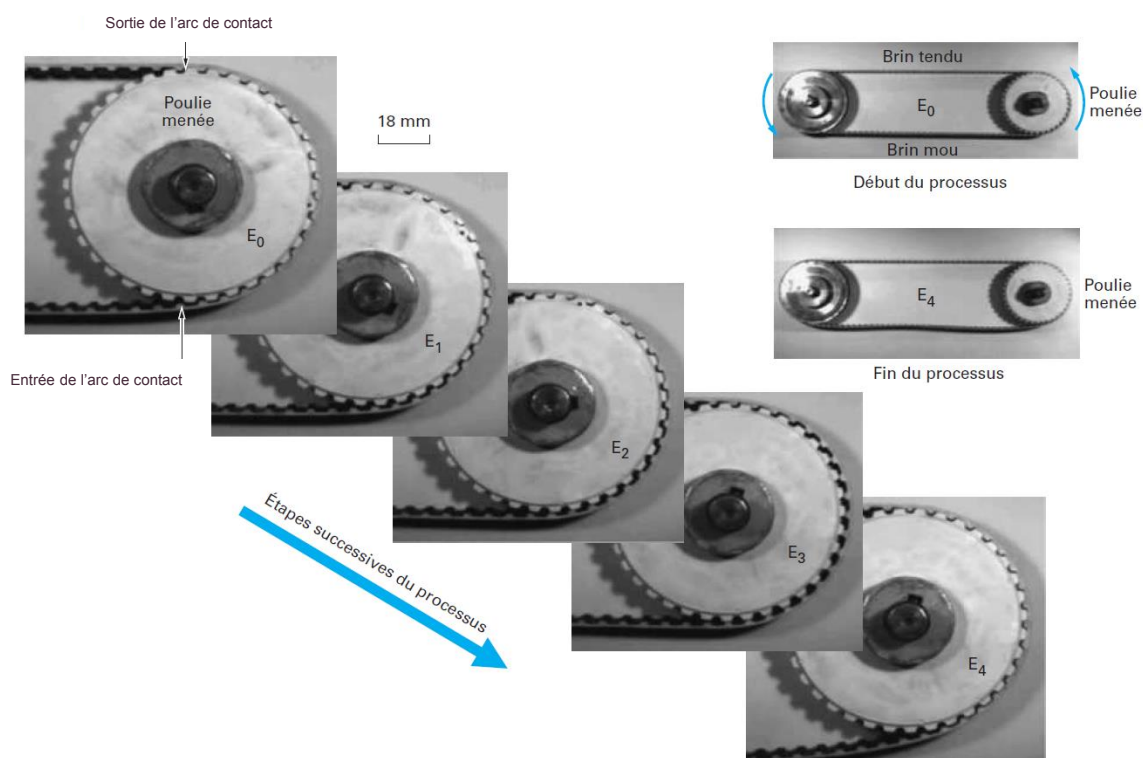


FIGURE 1.13 – Phénomène de saut de dent [Play 06a]



En fonctionnement normal, le synchronisme instantané d'une transmission par courroie est toujours perturbé par une erreur de transmission directement dépendante du comportement en dynamique angulaire de la transmission. Cette erreur de transmission doit rester faible afin d'assurer la qualité du synchronisme instantané de la transmission. Pour une façade automobile, les valeurs d'erreur tolérées peuvent atteindre 1 à 2° au maximum. Au-delà, le bon fonctionnement du moteur peut être compromis.

Au sein d'une transmission, l'erreur de transmission  $ET$  affectant une poulie consommatrice est définie par la différence entre son angle de rotation instantané  $\theta_d$  et son angle de rotation cinématique théorique  $\theta_c$  :

$$ET = \theta_d - \theta_c \quad (1.3)$$

L'angle de rotation cinématique théorique correspond au produit de l'angle de rotation de la poulie motrice  $\theta_m$  par le rapport cinématique  $\rho$  :

$$\theta_c = \rho\theta_m \quad (1.4)$$

Le rapport cinématique est déduit du rapport du diamètre primitif de la poulie motrice  $D_m$  par celui de la poulie considérée  $D$  :

$$\rho = D_m/D \quad (1.5)$$

Les sources d'erreur de transmission sont multiples.

- **Erreur de transmission quasi-statique ou cinématique**

Les conditions géométriques d'engrènement sont responsables de variations de la longueur et de l'orientation des brins libres modifiant ainsi cycliquement la ligne primitive de la transmission (variation du rayon d'enroulement au cours des différentes phases d'engrènement). La cinématique globale de la transmission est impactée. Ce phénomène appelé effet polygonal (figure 1.14) est directement lié aux caractéristiques du profil de denture et dépend de la qualité de fabrication des composants dentés. Les jeux de fonctionnement sur les dentures, les défauts d'alignement et de géométrie des composants ainsi que la variabilité des propriétés mécaniques et géométriques des courroies dans leur sens longitudinal sont des sources d'erreur de transmission bien connues [Play 06a].

- **Erreur de transmission dynamique**

Les phénomènes vibratoires affectant la transmission peuvent induire une erreur de transmission de type dynamique. Les excitations cycliques (section 1.1.3) imposées aux axes de la transmission couplées au caractère élastique de la courroie engendrent des oscillations angulaires sur les poulies [Passos 19]. Ces vibrations angulaires peuvent être particulièrement fortes lorsqu'un mode propre de vibration de la façade est excité ou lorsque les vibrations transverses des brins deviennent importantes (section 1.1.4.3). Des phénomènes dynamiques apparaissant sur les dentures peuvent également affecter la dynamique angulaire de la façade. En effet, les conditions de charge et de décharge cycliques des dents de courroie impliquent une forte sollicitation dynamique du corps en élastomère de la courroie ayant un comportement viscoélastique. La réponse dynamique des dents ainsi sollicitées est susceptible d'interagir avec la dynamique angulaire globale de la façade,

en particulier pour des vitesses de fonctionnement élevées et de fortes charges transmises [Remond 99, Manin 00, Play 01].

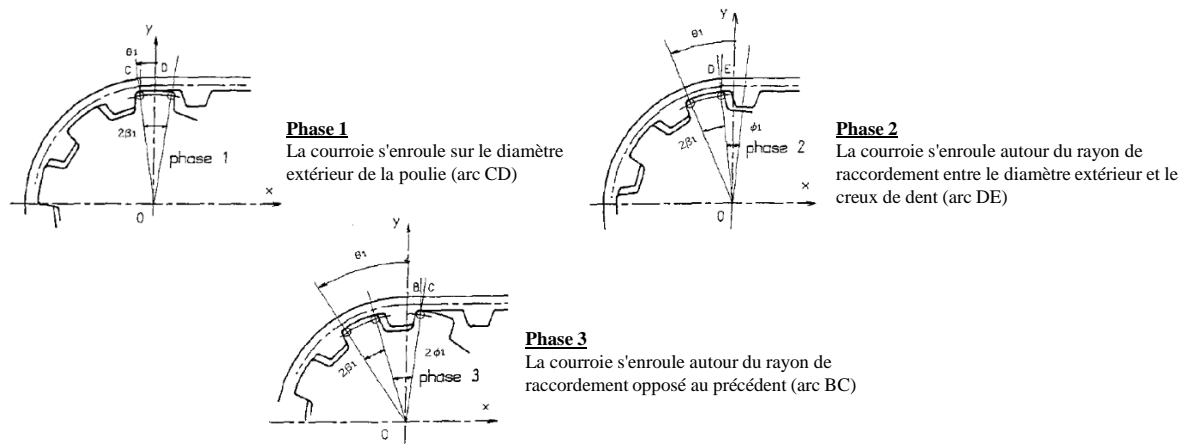


FIGURE 1.14 – Étapes d'engrènement responsables de l'effet polygonal [Dance 92]

## Rendement

L'efficacité énergétique d'une transmission est quantifiée par son rendement  $\eta$  correspondant au rapport de la puissance motrice apportée à la transmission  $P_m$  par la somme des puissances effectivement transmises aux différents organes consommateurs  $P_c$ .

Les pertes de puissance sont essentiellement induites par les frottements localisés sur les paliers supportant la rotation des axes de la transmission. Il existe également des phénomènes dissipatifs associés au micro-glissements induits par le contact entre les dentures de la courroie et des poulies [Atouf 92]. À cela s'ajoutent des frottements internes au corps de la courroie. Au sein du composite, les frottements peuvent avoir lieu entre les fibres des câblés et à l'interface câblés-élastomère. L'élastomère, constituant principal de la courroie, présente un caractère dissipatif lié à son comportement naturellement viscoélastique. Les contraintes mécaniques appliquées alternativement à la courroie au cours de ses passages successifs dans les différentes zones de chargement de la transmission induisent des pertes d'énergie. Ces pertes se manifestent généralement par une montée en température des composants de la transmission [Play 01].

Du fait de la complexité des phénomènes dissipatifs mis en jeu, l'estimation du rendement d'une transmission synchrone est difficile. Les rares travaux sur le sujet [Harrington 88] sont souvent restreints à une approche globale. Il existe néanmoins quelques études proposant des approches plus locales pour les courroies striées (poly-V) dont le principe de fonctionnement repose sur une transmission des efforts par frottement [Manin 10]. Hormis le glissement relatif poulie-courroie propre aux courroies striées, les phénomènes dissipatifs y sont très similaires [Silva 17, Silva 19].

### 1.1.4.2 Fiabilité

Les défaillances (endommagements) affectant les transmissions apparaissent généralement sur la courroie. Des tensions élevées et fortement fluctuantes favorisent et amplifient les phénomènes d'usure et de fatigue responsables d'une dégradation progressive de la courroie. À long terme, cette dégradation progressive inhérente au fonctionnement de la transmission conduit

irréremédiablement à la rupture de la courroie imposant un changement périodique de cette dernière. Les modes de défaillance susceptibles d'apparaître sur les courroies synchrones (figure 1.15) sont décrits en détails à l'annexe A.

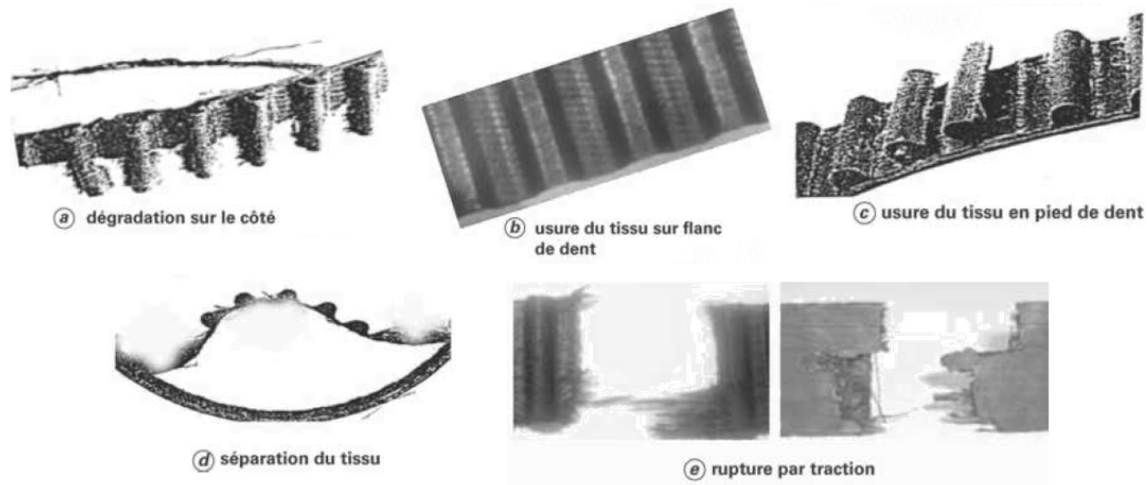


FIGURE 1.15 – Modes de défaillance des courroies de distribution [Play 06a]

### 1.1.4.3 Bruit rayonné

L'engrènement et le battement des brins libres sont les deux principales sources de bruit contribuant au rayonnement acoustique des façades de distribution. Le bruit d'engrènement conduisant à un bruit de sirènement, est provoqué par les impacts répétés entre dents de courroie et dents de poulie en entrée et sortie des arcs d'enroulement [Kubo 71, Kagotani 81, Koyama 90, Tokoro 98]. Le rayonnement généré correspond à la fréquence d'engrènement de la transmission et ses harmoniques. L'intensité du bruit d'engrènement a tendance à augmenter avec la vitesse d'entraînement de la transmission. Le bruit lié au battement d'un brin libre devient significatif en cas de résonance en vibrations transverses [Fawcett 80, Moon 97, Watanabe 90, Abrate 86, Tokoro 97, Tokoro 98, Zhu 18a]. Le brin est excité par les déplacements transverses alternés imposés à ses extrémités. Ces déplacements transverses sont causés par les défauts géométriques des composants en rotation, par l'effet polygonal (figure 1.14) lié aux conditions géométriques d'engrènement sur les poulies dentées ou encore par le mouvement du galet tendeur lorsque le brin lui est adjacent. Les fluctuations des efforts de tension des brins constituent également une source d'excitation paramétrique à ne pas négliger. Il y a résonance lorsque les fréquences d'excitation correspondant aux sources pré-citées avoisinent les fréquences propres du brin. Ces fréquences propres peuvent être assez bien estimées à partir d'un modèle de corde vibrante (figure 1.16). Les résonances transverses sont amplifiées lorsqu'elles coïncident avec un mode de vibration angulaire (résonance en rotation) de la façade.

Il existe d'autres sources de bruit dont les contributions restent limitées parmi lesquelles on compte le bruit aérodynamique (ventilation) généré par les divers composants de la transmission en mouvements (poulies en rotation, mouvement d'avance de la courroie,...) ou encore le rayonnement acoustique du refoulement d'air provoqué par éjection/aspiration en entrée/sortie des arcs d'engrènement analogue à un phénomène de tuyau sonore [Play 06a, Tokoro 98].

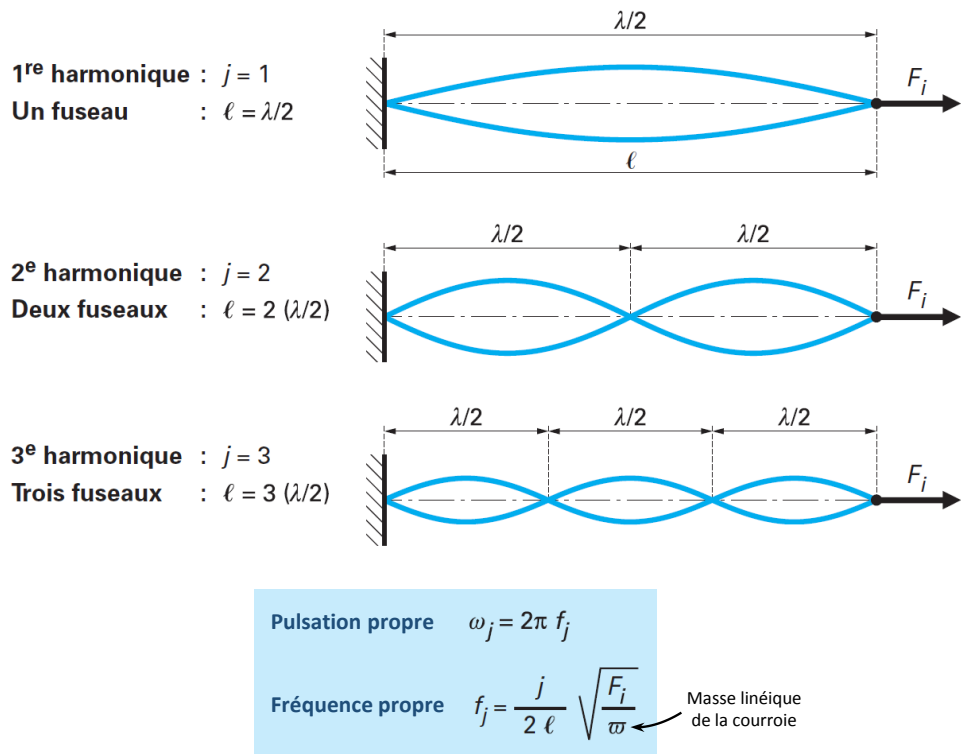


FIGURE 1.16 – Modes de corde vibrante [Play 08]

## 1.2 Poulies non circulaires et contrôle passif en dynamique angulaire

La littérature scientifique traitant des phénomènes physiques propres à l'utilisation de poulies non circulaires au sein des transmissions par courroie synchrone est assez limitée en nombre. Les contributions les plus notables connues à ce jour proviennent d'activités en lien avec l'équipementier canadien Litens Automotive. Ces dernières proposent une interprétation selon laquelle les poulies non circulaires génèrent un couple correctif susceptible d'atténuer les effets vibratoires néfastes engendrés par les couples de charge fluctuants s'appliquant sur les composants des transmissions.

Deux contributions liées aux travaux de Litens Automotive sont présentés dans cette partie. On dressera dans un premier temps, une synthèse d'un brevet de l'équipementier [Gajewski 06] publié en 2006 et intitulé *Dispositif de commande synchrone doté d'éléments de commande non circulaires*. Ce brevet postule la notion de couple correctif et revendique des règles de conception pour une application aux transmissions par courroie synchrone et aux façades de distribution automobiles en particulier. Seront ensuite décrits les travaux expérimentaux de Parker [Parker 14] qui viennent appuyer les revendications du brevet Litens et proposent une mise en évidence expérimentale du couple correctif généré par une poulie non circulaire.

### 1.2.1 Analyse phénoménologique d'après un brevet Litens Automotive

Par son brevet [Gajewski 06], Litens revendique l'utilisation de poulies non circulaires dans le cadre de la réduction des vibrations angulaires impactant les transmissions synchrones par liens souples et en particulier les façades de distribution par courroie crantée équipant les moteurs thermiques automobiles. Malgré des revendications très nombreuses et parfois difficiles à interpréter, le brevet postule tout de même une interprétation cohérente de la phénoménologie associée à l'utilisation de poulies non circulaires.

#### 1.2.1.1 Notion de couple correctif

Au sein d'une transmission par courroie, une poulie couplée à un organe consommateur peut être simplement représenté par une inertie en rotation  $I$  soumise à l'effet d'un moment mécanique résultant  $C$ . L'équation de mouvement de ce système simple est donnée par le premier principe de Newton en rotation :

$$\ddot{\theta} = \frac{C}{I} \quad (1.6)$$

L'accélération angulaire de la poulie  $\ddot{\theta}$  est le résultat de la somme des moments mécaniques  $C$  appliqués sur la poulie (couple de charge et moment généré par les efforts de tension des brins adjacents) divisée par l'inertie en rotation  $I$  de l'ensemble entraîné. En présence d'un couple de charge fluctuant, on aura donc apparition de vibrations angulaires sur la poulie entraînant les phénomènes nuisibles que l'on connaît (bruit, fatigue, usure, etc.).

Selon le brevet, l'utilisation d'une poulie non circulaire permet de limiter les vibrations angulaires générées par un couple de charge fluctuant. Une telle poulie engendre des fluctuations périodiques sur les longueurs des brins qui lui sont adjacents. Ces fluctuations de longueur génèrent une variation périodique des efforts de tension des brins et donc un couple correctif

additionnel fluctuant s'appliquant sur la poulie consommatrice. Si ce couple correctif présente les bonnes caractéristiques (amplitude, périodicité, phase, motif, etc.), il est possible de contrer les effets du couple de charge. Par superposition (comportement de la transmission supposé linéaire), si les fluctuations des deux couples ont la même amplitude et sont en opposition de phase, la somme des couples appliqués à la poulie est nulle, ce qui entraîne une disparition des vibrations angulaires.

L'auteur du brevet considère que les caractéristiques du couple correctif dépendent de deux facteurs :

- la forme du profil de la poulie non circulaire et son calage par rapport au couple de charge que l'on souhaite corriger ;
- le comportement matériau de la courroie (constante de raideur longitudinale).

### 1.2.1.2 Définition du profil non circulaire

L'auteur du brevet propose une définition générique de la notion de poulie non circulaire. Il s'agit d'une poulie présentant  $N$  portions saillantes alternant avec  $N$  portions en retrait réparties régulièrement autour d'un profil circulaire moyen ( $N \geq 2$ ). Les caractéristiques principales de la poulie sont l'ordre de son profil et son niveau d'excentricité. Le nombre  $N$  de portions constitue l'ordre de la poulie<sup>4</sup>. Le niveau d'excentricité est quantifié par l'écart (distance) entre le profil réel de la poulie et son profil circulaire moyen.

L'orientation de la poulie est repérée par la position angulaire de son rayon de référence. Ce rayon de référence est arbitrairement choisi parmi les rayons principaux de la poulie reliant son centre aux points milieux de chacune de ses sections saillantes. La position angulaire de la poulie correspond au secteur angulaire reliant le rayon de référence à un axe extérieur fixe propre à la poulie (direction de référence). Cette direction de référence correspond à la direction de la résultante des forces appliquées par la courroie sur la poulie lorsque la transmission est dans son état d'équilibre statique initial.

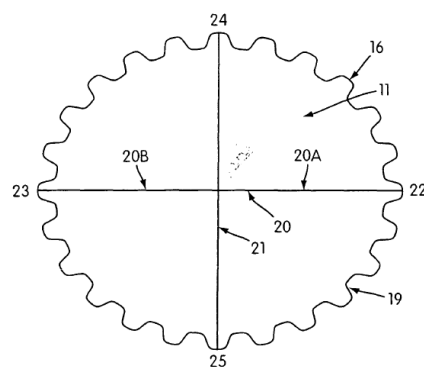


FIGURE 1.17 – Poulie de vilebrequin ovale, géométrie d'ordre  $N = 2$  [Gajewski 06]

Si on considère le cas d'une poulie ovale, on obtient une géométrie du même type que celle du profil présenté en figure 1.17. Pour cette poulie d'ordre  $N = 2$ , on retrouve un profil constitué de deux portions saillantes 22 et 23 agencées alternativement avec deux portions en retrait 24 et 25 autour d'un cercle moyen ayant pour diamètre la moyenne des longueurs du grand axe

<sup>4</sup>Par exemple, on a une poulie dite bilobée (ou ovale) pour  $N = 2$  et *trilobée* pour  $N = 3$ .

20 et du petit axe 21 de l'ovale. Les deux rayons principaux 20A et 20B sont situés le long du grand axe 20 de l'ovale. Pour ce type de profil, le niveau d'excentricité de la poulie est défini comme étant la différence entre la longueur du grand axe 20 de l'ovale et celle du diamètre de son profil circulaire moyen. Cette poulie est utilisée sur l'axe vilebrequin 11 des deux façades de distribution moteur illustrées en figures 1.20 et 1.25. Sur ces configurations, l'orientation de la poulie est repérée par la position angulaire du rayon 20A choisi comme rayon de référence. Cette position angulaire est définie relativement à la direction de référence 27.

Les caractéristiques du profil d'une poulie non circulaire impactent directement la nature du couple correctif généré. Un profil de poulie d'ordre  $N$  génère un couple correctif présentant une périodicité d'ordre  $N$  relativement à l'angle de rotation de la poulie. Aussi, l'amplitude du couple fluctuant générée est proportionnelle au niveau d'excentricité du profil. Plus le niveau d'excentricité est fort, plus l'amplitude du couple correctif généré est élevée.

Le calage de la poulie non circulaire joue également un rôle prépondérant sur son efficacité. Ce dernier conditionne la phase relative entre le couple correctif et le couple fluctuant à contrer. On définit alors l'angle de calage comme étant l'angle d'orientation du profil au moment où le couple fluctuant qu'on cherche à contrer est à sa valeur maximale.

Dans certains cas, il peut être utile de générer un couple correctif à partir d'une combinaison d'harmoniques d'ordres différents. Un exemple de ce concept est visible en figure 1.18 et 1.19. Le couple fluctuant correspondant à la courbe 112 tracée en figure 1.18 est constitué de deux harmoniques d'ordre 2 et 4 respectivement représentées par les courbes 110 et 111. Il peut être généré à partir du profil 19C de la figure 1.19 obtenu par superposition des profil 19A et 19B respectivement d'ordre 2 et 4.

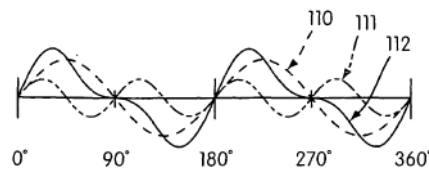


FIGURE 1.18 – Couple fluctuant composé de deux harmoniques d'ordre 2 et 4 [Gajewski 06]

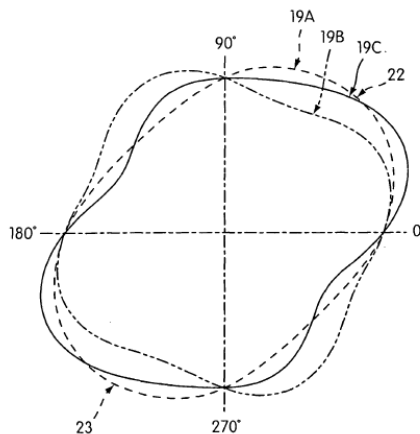


FIGURE 1.19 – Superposition de profils d'ordre 2 et 4 [Gajewski 06]

**Remarque.** Le brevet propose ici une définition très généraliste des profils de poulies qui pourra être complétée par la littérature sur le sujet. On pourra notamment trouver des formes de profils particulières décrites par les brevets [Gajewski 09] et [Lacy 10].

### 1.2.1.3 Méthode de dimensionnement selon les préconisations Litens

Au sein d'une transmission, l'intégration d'un profil non circulaire utilisé pour contrer un couple de charge fluctuant doit se faire sur le brin menant de la poulie soumise à ce couple. Ce brin menant correspond à la portion de courroie reliant cette poulie à la poulie motrice de la transmission du côté de son brin tendu. On pourra donc intégrer le profil non circulaire sur la poulie motrice, la poulie consommatrice soumise au couple fluctuant ou n'importe quel autre élément entraîné par le brin menant. Le brevet propose une méthode de dimensionnement d'un profil en trois étapes décrites ici.

#### 1<sup>re</sup> étape - identification du couple correctif à générer

Les paramètres de définition du profil de poulie (ordre et niveau d'excentricité) dépendent directement des propriétés du couple correctif que l'on souhaite générer (périodicité et amplitude). La première étape pour le choix d'un profil consiste donc à définir un couple correctif adapté au couple de charge fluctuant que l'on cherche à contrer. Les couples fluctuants appliqués sur les poulies consommatrices des transmissions sont susceptibles de varier selon les conditions de fonctionnement imposées au système. Le cas échéant, il est judicieux de dimensionner la poulie non circulaire pour les valeurs de couple fluctuant correspondant aux conditions de fonctionnement les plus sévères<sup>5</sup> pour la façade (résonance naturelle, niveau de couple fluctuant accru,...).

#### 2<sup>e</sup> étape - choix d'un profil

Le profil de la poulie non circulaire est ensuite choisi à partir des propriétés du couple correctif précédemment établies. La périodicité et l'amplitude du couple correctif définissent respectivement la forme globale (ordre) du profil non circulaire et son niveau d'excentricité.

Afin de choisir le niveau d'excentricité du profil, il est nécessaire de calculer l'amplitude d'élongation  $L$  du brin menant permettant de générer le couple correctif recherché. Cette amplitude peut être obtenue par la relation suivante :

$$L = \frac{T}{rk} \quad (1.7)$$

Avec  $r$  rayon primitif nominal de la poulie soumise au couple de charge fluctuant d'amplitude  $T$  et  $k$  constante de raideur longitudinale de la courroie qui sera définie à la section 2.1.3.

#### 3<sup>e</sup> étape - définition du niveau d'excentricité et du calage de la poulie non circulaire

La poulie circulaire présente une efficacité maximale pour un niveau d'excentricité et un calage générant un couple correctif présentant des fluctuations « parfaitement » opposées à celles du couple de charge choisi pour le dimensionnement. Les fluctuations des deux couples doivent

---

<sup>5</sup>À titre d'exemple, dans le cas d'un moteur Diesel équipé d'une pompe d'injection de carburant sous haute-pression entraînée par la façade de distribution, l'amplitude du couple de charge fluctuant généré par la pompe varie fortement en fonction du régime moteur. Assez souvent, il existe un régime moteur pour lequel l'amplitude de ce couple de charge atteint un maximum critique pour la façade (vibrations angulaires maximales). Pour ce genre de moteur, le concepteur aura donc intérêt à prioriser un dimensionnement de la poulie non circulaire adapté au couple de charge correspondant à ce régime critique.



donc être en opposition de phase et avoir la même amplitude. Ces caractéristiques optimales sont obtenues pour des paramètres de calage et de niveau d'excentricité de profil bien particuliers.

Le brevet revendique toutefois que la poulie conserve une efficacité notable pour une large plage de paramètres autour de ces valeurs optimales. Les profils peuvent présenter des niveaux d'excentricité correspondant à des amplitudes de couple correctif allant de 70 % à 110 % de l'amplitude du couple de charge à contrer. Le calage de la poulie peut se faire dans un intervalle de  $\pm 15^\circ$  autour de la position angulaire du profil pour laquelle l'élongation du brin menant est maximale et coïncide avec un pic du couple de charge fluctuant. Il reste tout de même préférable toujours d'après le brevet, de rester sur un intervalle d'amplitude de couple correctif allant de 90 % à 100 % de la valeur d'amplitude du couple de charge et sur un intervalle de calage de  $\pm 5^\circ$  autour de l'angle de calage optimal.

#### 1.2.1.4 Étude de cas : application à la façade de distribution d'un moteur Diesel à quatre cylindres

Afin d'illustrer au mieux son propos, l'auteur du brevet propose une description du principe de mise en œuvre d'une poulie non circulaire dans le cas d'un moteur automobile Diesel à quatre cylindres doté d'un simple arbre-à-cames en tête. La façade de distribution de ce moteur est illustrée en figure 1.20. Cette dernière comporte une poulie dentée motrice 11 couplée au vilebrequin et une poulie dentée menée 12 couplée à l'arbre-à-cames constituant l'élément consommateur principal de la transmission. Cette façade comprend également trois éléments secondaires : une poulie dentée 14 chargée d'entraîner la pompe à eau, un galet tendeur 13, un galet enrouleur fixe 17.

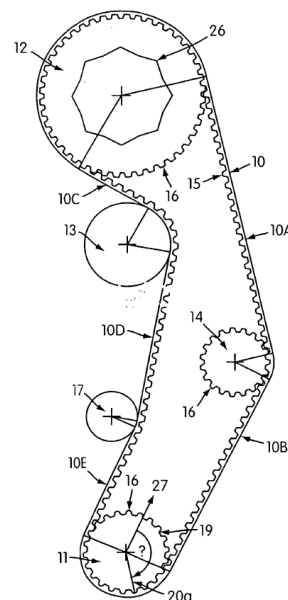


FIGURE 1.20 – Façade de distribution d'un moteur quatre cylindres à simple arbre-à-cames en tête [Gajewski 06]

Le sens de rotation de la poulie motrice correspond au sens horaire. Les portions de courroie 10A et 10B sont donc situées du côté du brin tendu de la poulie motrice 11 et constituent ainsi le brin menant de la transmission. Les portions 10C, 10D et 10E constituent le brin mou de la transmission.

Sur ce type de moteur, la poulie consommatrice principale est sujette à un couple de charge fluctuant périodique généré par l’action d’ouverture/fermeture des soupapes assurée par l’arbre-à-cames. Un profil type de couple d’arbre-à-cames est tracé en figure 1.21 (courbe 103) pour un tour de vilebrequin. Ce couple est d’ordre 2 (2 motifs par tour de vilebrequin) et présente une amplitude d’environ 10 Nm.

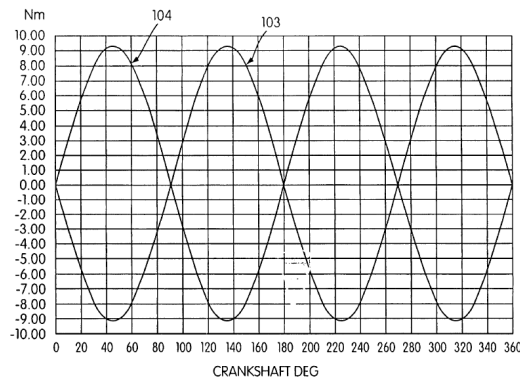


FIGURE 1.21 – Couples mécaniques appliqués sur l’arbre-à-came, couple de charge 103, couple correctif généré par une poulie ovale 104 [Gajewski 06]

Lorsque la façade est équipée de poulies uniquement circulaires, un tel couple de charge fluctuant excite la transmission entraînant ainsi l’apparition de vibrations en rotation sur les poulies. Le graphe de la figure 1.22 est obtenu à partir de relevés effectués sur un moteur connu de l’auteur du brevet. Ce dernier montre l’évolution spectrale des vibrations en rotation de la poulie d’arbre-à-cames en fonction du régime moteur. L’ordre des harmoniques est exprimé en nombre d’événements par tour de vilebrequin. On retrouve sur ce graphe un résultat classique pour un moteur à quatre cylindres. Les vibrations se répartissent essentiellement sur les harmoniques d’ordre pair avec une harmonique dominante d’ordre 2 principalement liée au couple de charge d’arbre-à-cames.

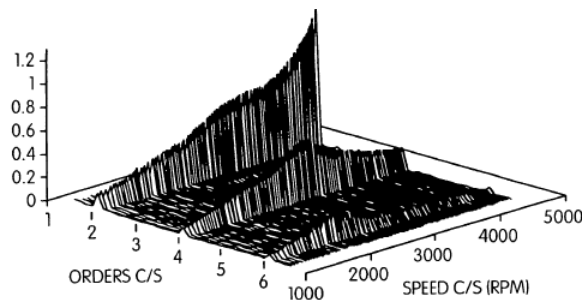


FIGURE 1.22 – Spectre fréquentiel des vibrations angulaires de la poulie d’arbre-à-cames dans le cas d’une poulie vilebrequin circulaire [Gajewski 06]

Niveau d'excentricité de la poulie ovale (mm)	Amplitude d'élongation du brin menant (mm)
0.5	0.25
1.0	0.49
1.5	0.74

TABEAU 1.1 – Amplitude d’elongation de brin pour différents niveaux d’excentricité de poulie ovale [Gajewski 06]

Afin de réduire significativement les vibrations en rotation générées par le couple fluctuant de la poulie d'arbre-à-cames, le brevet recommande l'introduction d'une poulie ovale d'ordre 2 sur le vilebrequin. Cette poulie est similaire à celle présentée en figure 1.17. Idéalement, avec un calage et un niveau d'excentricité bien choisis (voir préconisations de la section 1.2.1.3), cette dernière permettrait d'appliquer un couple correctif exactement opposé au couple de charge d'arbre-à-cames. Pour un couple de charge semblable au couple 103 tracé en figure 1.21, un tel couple correctif aurait le même profil que le couple 104 tracé sur la même figure. D'après l'équation (1.7), dans le cas d'une poulie de vilebrequin de rayon moyen 50 mm et d'une courroie présentant une raideur de 400 N/mm (valeur standard pour ce type de courroie), l'amplitude d'élongation périodique du brin menant requise pour l'application d'un couple correctif adapté est d'environ 0,5 mm. Le tableau 1.1 nous montre l'amplitude d'élongation du brin menant 10A pour différents niveaux d'excentricité de la poulie ovale (valeurs générées par simulation numérique). Au vu de ces valeurs, un niveau d'excentricité de 1 mm paraît adapté. Dans ce cas précis, le calage optimal de la poulie (couple correctif exactement opposé au couple de charge) est obtenu pour un angle de 135°. Conformément aux préconisations du brevet rappelées au paragraphe 1.2.1.3, on conservera une efficacité notable pour des calages allant de 130° à 140° ( $\pm 5^\circ$  autour de la position optimale).

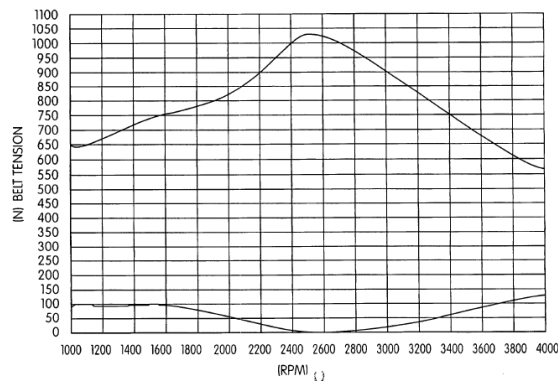


FIGURE 1.23 – Niveaux haut et bas des fluctuations de tension de brins dans le cas d'une poulie vilebrequin circulaire [Gajewski 06]

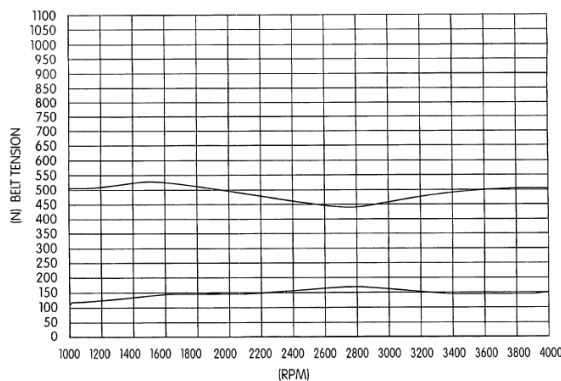


FIGURE 1.24 – Niveaux haut et bas des fluctuations de tension de brins dans le cas d'une poulie vilebrequin ovale [Gajewski 06]

L'auteur évoque également l'impact d'une poulie non circulaire sur les fluctuations de tension des brins de courroies en présentant les niveaux d'amplitudes de tensions de brins adjacents à des poulies de vilebrequin circulaire et ovale. Ces relevés respectivement présentés en figure 1.23 et 1.24 montrent l'évolution des amplitudes de tension de brins en fonction du régime moteur. On peut constater que sur toute la plage de régime, l'amplitude des tensions est moins élevée en présence d'une poulie bilobée. On note en particulier que la résonance apparaissant autour de 2500 tr/min dans le cas d'un moteur équipé de poulies circulaires uniquement, disparaît en présence de la poulie vilebrequin ovale. On remarque toutefois que même si l'amplitude de ces fluctuations peut être diminuée, elles ne sont en aucun cas supprimées. Ces fluctuations de tension sont d'ailleurs nécessaires à la génération du couple correctif chargé de contrer les vibrations en rotation.

### 1.2.1.5 Principe d'application pour d'autres architectures de moteur

Les principes évoqués précédemment peuvent être étendus à d'autres architectures de moteur. L'auteur propose notamment l'utilisation d'une poulie ovale du même type que la précédente pour la réduction des vibrations impactant la distribution d'un bloc moteur de quatre cylindres à l'architecture similaire mais doté d'un dispositif de double arbre-à-cames (figure 1.25). Dans ce cas, la poulie ovale génère un couple correctif global 104 tracé sur un tour de vilebrequin en figure 1.26. Ce couple est l'opposé exact de la somme des deux couples de charge fluctuants 101 et 102 appliqués sur les arbres-à-cames d'admission et d'échappement représentés par l'ensemble 12 de la figure 1.26.

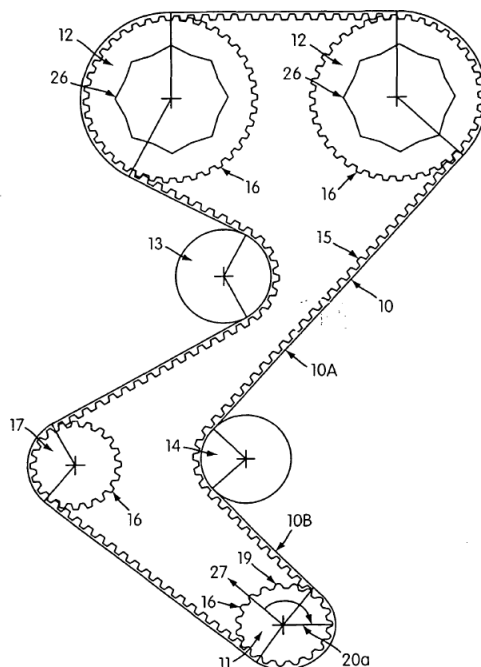


FIGURE 1.25 – Façade de distribution d'un moteur quatre cylindres à double arbres-à-cames en tête [Gajewski 06]

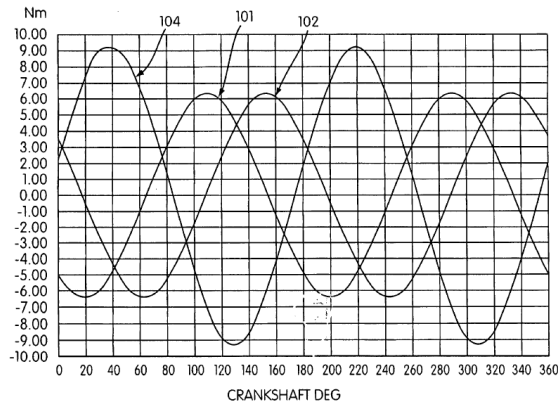


FIGURE 1.26 – Couples mécaniques appliqués sur les arbres-à-cames d'un moteur à double arbres-à-cames en tête, couples de charge 101 et 102, couple correctif total généré par une poulie ovale 104 [Gajewski 06]

Plus largement, les figures 1.27 et 1.28 dressent un bilan proposant différentes combinaisons possibles de profils de poulies de vilebrequin et d'arbre-à-cames pour les grandes familles de moteurs. On trouvera en figure 1.27, les combinaisons correspondant au moteur à quatre cylindres en ligne (5a, 5b et 5c) pour lequel le couple fluctuant d'arbre-à-cames présente une harmonique dominante d'ordre 2. Le croquis (5d) de cette même figure propose une combinaison adaptée au cas d'un moteur à trois cylindres en ligne pour lequel le couple d'arbre-à-cames présente une harmonique dominante d'ordre 1.5. La figure 1.28 s'intéresse aux cas de moteurs à six cylindres en ligne (6a), six cylindres en V (6b), huit cylindres en V (6c) et bi-cylindres (6d) pour lesquels les couples d'arbre-à-cames présentent respectivement des harmoniques dominantes d'ordre 3, 1.5, 2 et 1.

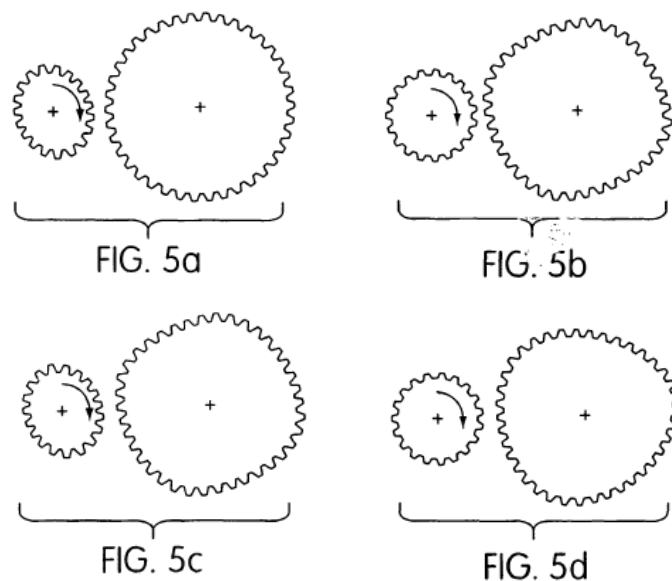


FIGURE 1.27 – Combinaisons de profils de poulies de vilebrequin et d'arbre-à-came pour des moteurs à quatre (5a et 5b) et trois cylindres (5c et 5d) [Gajewski 06]

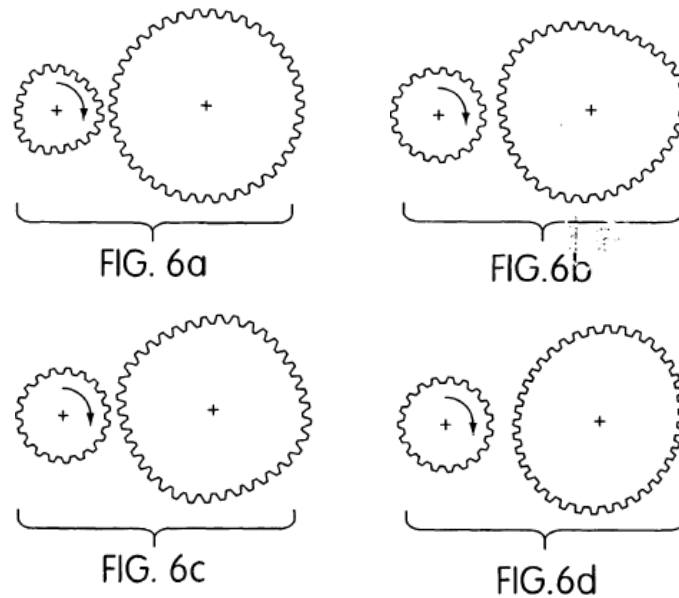


FIGURE 1.28 – Combinaisons de profils de poulies de vilebrequin et d’arbre-à-came pour des moteurs à six cylindres (6a et 6b), huit (6c) et deux (6d) cylindres [Gajewski 06]

## 1.2.2 Étude expérimentale par Parker : mesure du couple correctif généré par une poulie vilebrequin ovale

Un rapport de Parker référencé en [Parker 14], formalise les résultats d’une étude expérimentale complémentaire au brevet [Gajewski 06] discuté en section 1.2.1. L’objectif principal de cette étude est de proposer et d’exploiter une méthode expérimentale pour la mesure du couple correctif généré par une poulie non circulaire tel que défini dans le brevet.

### 1.2.2.1 Principe de mesure du couple correctif

La transmission étudiée est une façade de distribution d’un moteur essence à quatre cylindres intégrant une poulie de vilebrequin non circulaire. Parker mène son étude expérimentale sur la base de l’approche phénoménologique proposée par Litens [Gajewski 06]. Le couple correctif généré par la poulie non circulaire est mesuré par l’étude du comportement dynamique de la transmission caractérisé par les vibrations angulaires des poulies d’arbre-à-cames.

La configuration d’étude de la transmission permettant la mesure du couple correctif est schématisée par le diagramme en figure 1.29. Le comportement de la transmission est considéré linéaire (superposition des réponses liées à chaque source d’excitation). Les vibrations angulaires impactant la transmission (flèche en sortie sur le diagramme) constituent la réponse vibratoire du système soumis à deux sources d’excitation (flèches en entrée) :

- le couple correctif généré par la poulie non circulaire défini par les paramètres matériaux de la courroie ainsi que les caractéristiques de forme du profil de la poulie ;
- la composante fluctuante du couple de charge appliqué sur les poulies d’arbres-à-cames.

D’après Parker, l’étude du système sous cette configuration est suffisante pour l’analyse des effets de la poulie non circulaire. En effet, selon lui, il n’existerait pas d’autres sources d’excitation susceptibles d’interagir notablement avec le couple correctif de la poulie non circulaire.

À titre d'exemple, le tendeur dynamique, l'acyclisme vilebrequin ou encore les autres poulies ne subissant pas de fluctuation de couple de charge marquée n'auraient pas d'impact majeur sur les effets vibratoires du couple correctif.

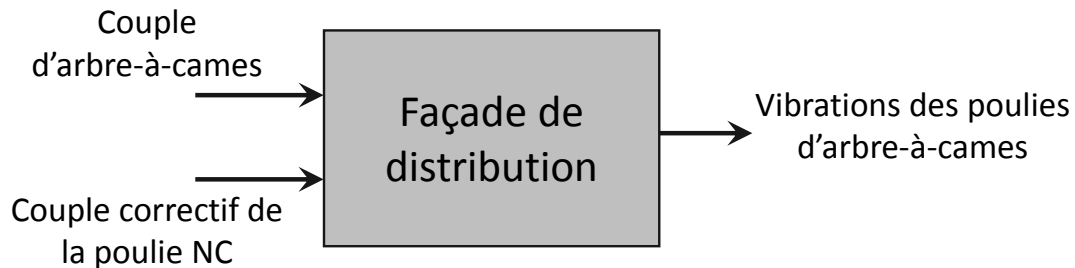


FIGURE 1.29 – Diagramme illustrant le concept de la dynamique d'une façade de distribution d'après l'interprétation de Parker [Parker 14]

### 1.2.2.2 Architecture du banc d'essais

Le banc d'essais utilisé pour cette étude, intègre une reconstitution de la façade de distribution illustrée en figure 1.30. La façade est composée de sept éléments.

- Une poulie vilebrequin motrice (VBQ) qui est entraînée par un moteur électrique capable de lui imposer une vitesse de rotation constante. Les caractéristiques du profil primitif de cette poulie non circulaire ne sont pas précisées. Étant donné le type de moteur étudié (4 cylindres) et le contenu du brevet Litens [Gajewski 06], on peut toutefois supposer que ce profil présente une forme bilobée assez proche d'une ellipse.
- Une poulie de pompe à eau non chargée (pas de couple de charge).
- Deux poulies d'arbres à cames d'admission et d'échappement (AAC) reliées à deux servomoteurs électriques brushless à faible inertie et haute précision. Ces moteurs sont couplés à un système de contrôle permettant de générer des couples fluctuants sur les poulies d'arbres-à-cames présentant une amplitude, une fréquence et une phase bien maîtrisées.
- deux galets enrouleurs.

L'instrumentation prévoit :

- la mesure de vitesse de rotation des poulies d'arbres-à-cames (détection du passage des dents par capteur de proximité électromagnétique) et de vilebrequin (codeur optique) ;
- la mesure de l'orientation initiale de la poulie motrice non circulaire (phasage de la poulie avec les couples d'arbres-à-cames) ;
- la mesure du couple moteur appliqué sur la poulie vilebrequin.

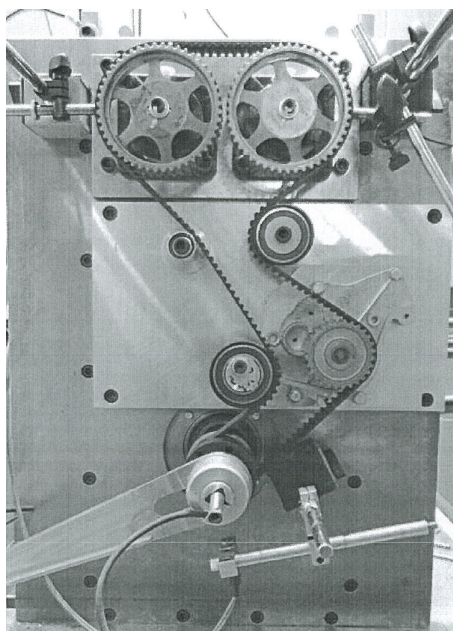


FIGURE 1.30 – Vue de face du banc d’essais [Parker 14]

### 1.2.2.3 Expériences

Les expériences sont toutes menées pour une vitesse de rotation de la poulie vilebrequin stabilisée à 3400 tr/min. Il s’agit d’un point de fonctionnement de la façade particulièrement intéressant puisqu’il correspond à un régime critique pour lequel la façade entre en résonance (maximum d’amplitude des fluctuations de vitesses générées par le couple AAC).

#### Mise en évidence et mesure du couple correctif

Le couple correctif est mis en évidence et mesuré par une série de trois expériences (Expériences 1, 2 et 3 du rapport [Parker 14]). L’expérience 1 est menée sans couple de charge sur les poulies AAC. Cela permet d’observer les vibrations en rotation des poulies AAC générées par le couple correctif de la poulie motrice non circulaire (figure 1.31).

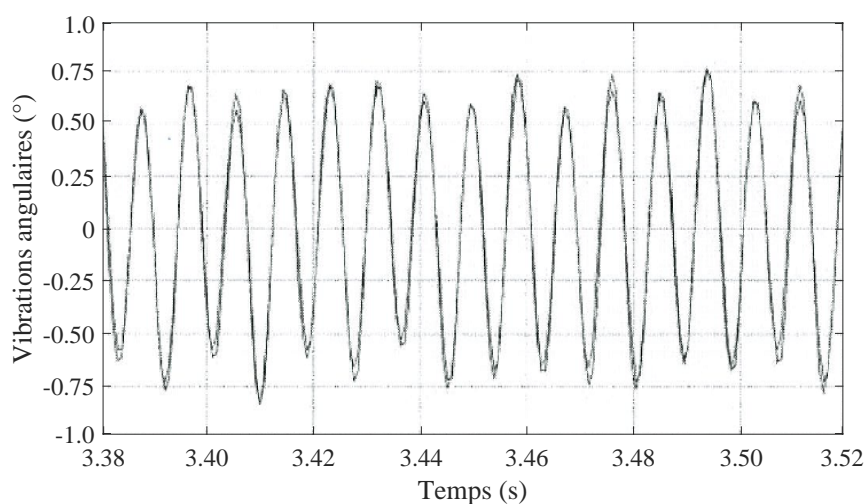


FIGURE 1.31 – Expérience 1 : vibrations angulaires des poulies AAC dans le cas la poulie VBQ non circulaire sans application de couple sur les poulies AAC [Parker 14]



On voit que pour les deux arbres-à-cames, les signaux sont en phase et présentent la même amplitude ( $0,75^\circ$ ). D'après Parker, cela signifie qu'on peut considérer les deux poulies AAC comme un seul ensemble « rigide » soumis à un couple correctif global.

À partir des vibrations mesurées précédemment, une seconde expérience (expérience 2) permet de retrouver les caractéristiques du couple correctif. La poulie VBQ est remplacée par une poulie circulaire équivalente ayant un rayon correspondant au rayon moyen de la poulie VBQ initialement non circulaire. Il n'y a donc pas de couple correctif agissant sur la transmission. Seul un couple fluctuant est appliqué sur les poulies AAC (couple identique sur les deux poulies constituant un ensemble « rigide »). Une recherche empirique est menée afin d'identifier les caractéristiques de ce couple menant à des vibrations identiques à celles observées sur l'expérience 1. Le couple ainsi obtenu correspond à celui généré par la poulie non circulaire lors de l'expérience 1. On définit alors le couple correctif comme étant deux fois la valeur du couple appliqué sur chacune des deux poulies AAC. Cela constitue une mesure indirecte du couple correctif généré par la poulie non circulaire. Ce dernier est tracé en figure 1.32. On constate en figure 1.33 que les vibrations angulaires générées par ce couple appliqué sur les poulies AAC sont bien identiques à celles mesurées lors de la première expérience.

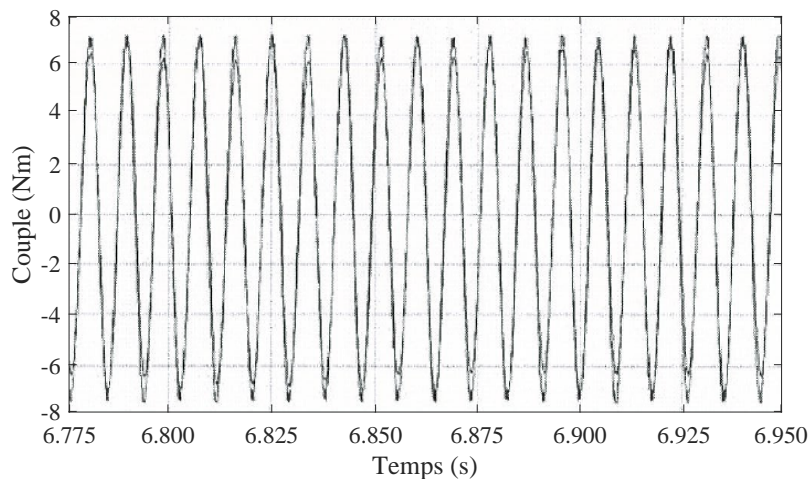


FIGURE 1.32 – Expérience 2 : couple correctif mesuré correspondant aux couples appliqués sur les poulies AAC afin d'obtenir des vibrations identiques à celle de l'expérience 1 [Parker 14]

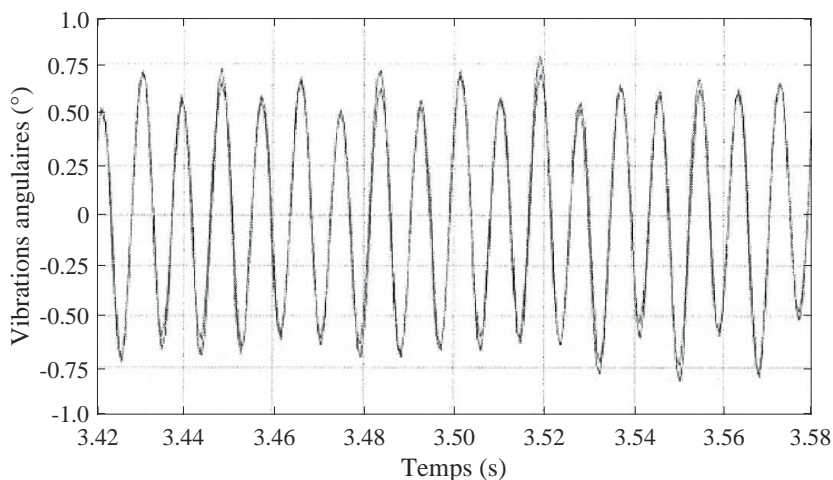


FIGURE 1.33 – Expérience 2 : vibrations angulaires des poulies AAC dans le cas d'une poulie VBQ équivalente circulaire avec application du couple correctif mesuré sur les poulies AAC [Parker 14]

La mesure du couple correctif peut être validée à partir de l'expérience 3 pour laquelle la poulie non circulaire est à nouveau présente. On applique sur les poulies AAC un couple correctif égal en amplitude et en fréquence mais en opposition de phase par rapport au couple mesuré précédemment. Si la mesure précédemment réalisée est correcte, le couple correctif généré par la poulie non circulaire est supposé annuler l'effet du couple appliqué sur les poulies AAC et conduire à une absence de vibrations angulaires sur les poulies AAC.

Les vibrations des poulies AAC obtenues sur cette expérience sont tracées en figure 1.34. On remarque qu'elles sont extrêmement faibles (amplitude de  $0.08^\circ$ ). Cela confirme la pertinence de la mesure réalisée par les deux premières expériences 1 et 2.

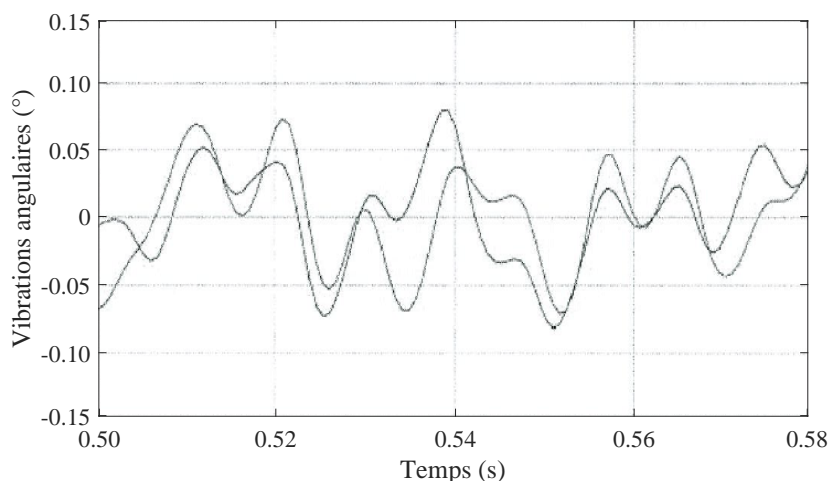


FIGURE 1.34 – Expérience 3 : vibrations angulaires des poulies AAC en présence de la poulie non circulaire avec application du couple correctif mesuré sur les poulies AAC [Parker 14]

### **Impact du couple correctif sur la dynamique d'une façade de distribution**

Trois autres expériences permettent de mettre en évidence l'impact du couple correctif généré par la poulie non circulaire en condition d'usage au sein d'une façade de distribution moteur. Pour ces trois expériences, les poulies AAC sont soumises aux couples fluctuants « réels » qui s'appliquent sur les arbres-à-cames du moteur.

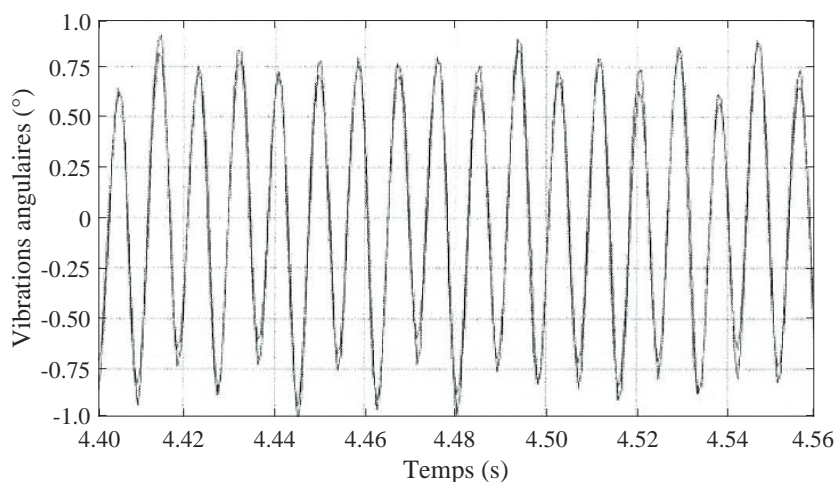


FIGURE 1.35 – Expérience 4 : vibrations angulaires des poulies AAC en présence de la poulie circulaire équivalente avec application des couples d'arbres-à-cames « réels » [Parker 14]

La première expérience (expérience 4) est menée en présence de la poulie VBQ circulaire équivalente déjà utilisée pour l'expérience 2. L'objectif de cette expérience est de caractériser les vibrations angulaires générées par les couples d'arbres-à-cames « réels ». Ces vibrations tracées en figure 1.35 présentent une amplitude de  $0,9^\circ$ .

La seconde expérience (expérience 5a) est conduite en présence de la poulie VBQ non circulaire. Cette dernière est phasée selon le réglage d'usine prévue pour le moteur : le grand axe de la poulie est orienté selon un angle de  $113^\circ$  par rapport à la bissectrice de l'angle d'enroulement de la poulie VBQ. Cet angle est inclus dans les plages de phasage revendiquées par le brevet Litens [Gajewski 06].

Avec une amplitude de  $0,46^\circ$ , les vibrations mesurées sur poulies AAC ont une amplitude environ deux fois inférieure à celle des vibrations observées lors de l'expérience 4 (figure 1.36). Les vibrations sont donc partiellement réduites par l'introduction de la poulie non circulaire.

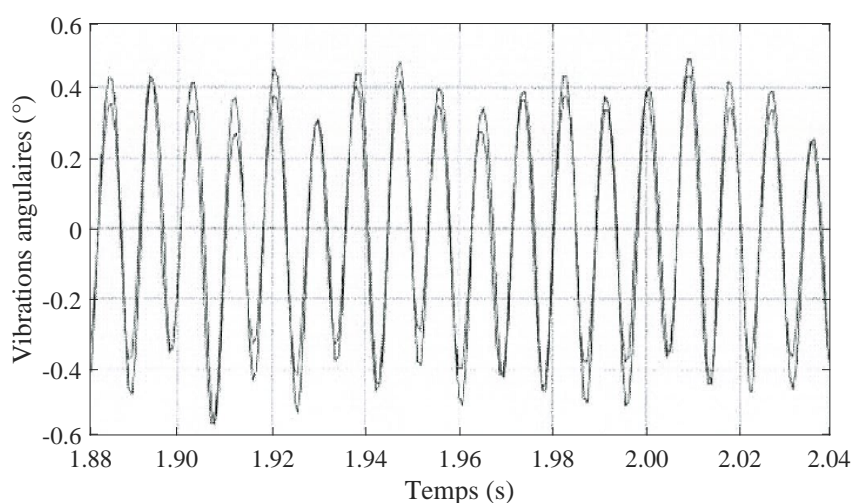


FIGURE 1.36 – Expérience 5a - Vibrations angulaires des poulies AAC en présence de la poulie non circulaire équivalente avec application des couples d'arbres-à-cames « réels » pour un phasage initial à  $113^\circ$  [Parker 14]

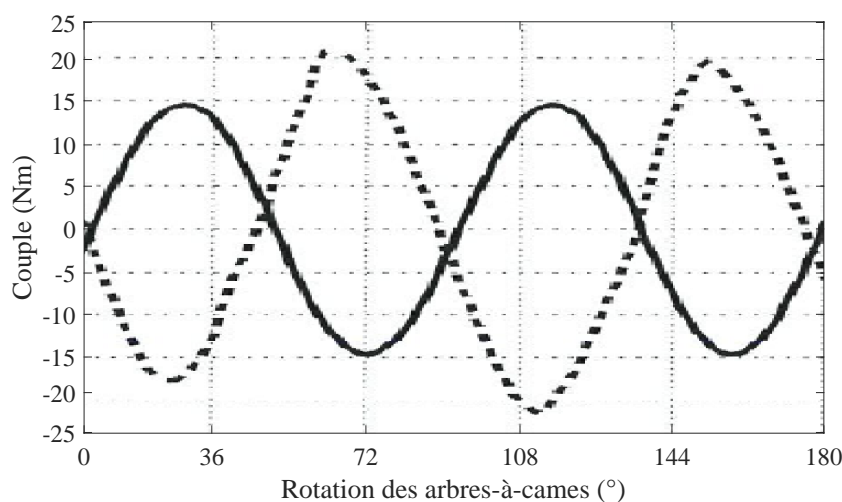


FIGURE 1.37 – Expérience 5a : comparaison entre le couple correctif de la poulie non circulaire (ligne continue) et le couple appliqué sur les AAC du moteur (ligne en pointillé) [Parker 14]

En comparant entre le couple correctif induit par la poulie non circulaire et le couple appliqué aux arbres-à-cames (figure 1.37), on remarque qu'ils sont en opposition de phase et que leurs amplitudes sont différentes. Le couple correctif de la poulie ne peut donc que partiellement contrer le couple appliqué sur les arbres-à-cames d'où une atténuation partielle des vibrations angulaires. La troisième expérience (expérience 5b) est réalisée pour un phasage initial de la poulie non circulaire suivant un angle d'orientation de  $45^\circ$ . Ce phasage se situe en-dehors des plages de réglage revendiquées par Litens. On observe une dégradation du comportement de la façade. Les vibrations angulaires présentent une plus forte amplitude que dans le cas de la poulie VBQ circulaire. Ces vibrations sont tracées en figure 1.38 et ont une amplitude de  $1,25^\circ$ .

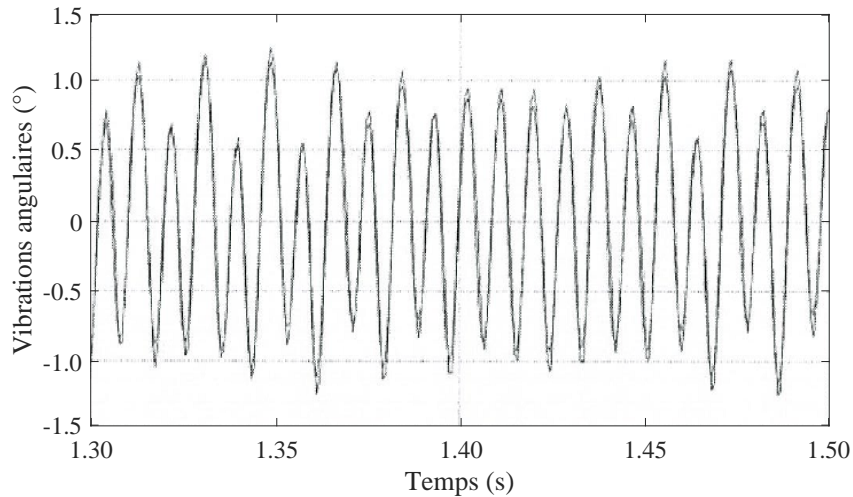


FIGURE 1.38 – Expérience 5b : vibrations angulaires des poulies AAC en présence de la poulie non circulaire équivalente avec application des couples d'arbres-à-cames « réels » pour un phasage initial à  $45^\circ$  [Parker 14]

### 1.2.3 Synthèse

L'analyse des éléments bibliographiques présentés précédemment montrent deux choses marquantes.

- La notion de couple correctif définie par les revendications du brevet Litens, semble pertinente. Ce couple est généré par les fluctuations de tensions de brin de courroie causées par la non circularité de la poulie (élongation périodique de ses brins adjacents). Les vibrations angulaires induites par le couple correctif se superposent à celles générées par le couple de charge fluctuant à corriger (comportement linéaire de la transmission).
- Les principaux facteurs impactant la définition du couple correctif et ses effets vibratoires sont identifiés. Les paramètres majeurs sont la constante de raideur longitudinale de la courroie, la forme du profil et le phasage initial de la poulie non circulaire. Bien choisis, ces paramètres permettent de réduire considérablement les vibrations angulaires affectant la transmission. A contrario si les paramètres sont mal choisis, la poulie peut tout aussi bien dégrader le comportement vibratoire d'une façade. En particulier, on a pu voir dans le cas du moteur étudié par Parker que si le phasage de la poulie non circulaire est mal choisi, le comportement dynamique de la transmission peut sérieusement être affecté (voir rubrique « Impact du couple correctif sur la dynamique de la façade de distribution » de la section 1.2.2.3).

On note toutefois l'absence d'investigations poussées concernant les fluctuations de tension des brins générées par la non-circularité de la poulie. Il aurait en effet été intéressant de caractériser ces fluctuations de tension au même titre que l'impact vibratoire du couple correctif afin d'avoir une vue globale de la phénoménologie liée à l'utilisation des poulies non circulaires.

## 1.3 Modèles de dynamique angulaire en approche 0D/1D

Les modèles de dynamique angulaire en approche 0D/1D employés au sein du groupe PSA ont été développés sur plusieurs années dans l’environnement de développement du logiciel LMS AMESIM (bibliothèque *LibBelt*). Les éléments de modélisation dédiés au traitement des façades de distribution intégrant des poulies non circulaires présentent actuellement certaines lacunes (voir section 1.3.4.3). La proposition de solutions pour l’amélioration de ce modèle 0D/1D constituent l’un des objectifs principaux des développements numériques menés dans le cadre de cette thèse.

En dehors de l’outil interne au groupe PSA, les modèles de dynamique angulaire intégrant la présence de poulies non circulaires recensés dans la littérature sont rares. L’essentiel des travaux publiés concerne plutôt des modèles de type quasi-statiques ou purement cinématiques [Innocenti 08, Zheng 12, Kim 14]. Un seul modèle de dynamique en approche 0D/1D adapté à la problématique des poulies non circulaires est identifié (à la connaissance de l’auteur). Il s’agit du modèle issu des travaux de Zhu et al. [Zhu 18b] dont la capacité prédictive n’a pas encore été évaluée à ce jour.

L’intérêt de l’emploi de modèles en approche 0D/1D est discuté en section 1.3.1. On propose ensuite un aperçu de quelques solutions de modélisation 0D/1D développées antérieurement aux travaux menés dans le cadre de la présente thèse. Des modèles usuels de dynamique angulaire de transmissions classiques intégrant uniquement des poulies circulaires sont présentés en section 1.3.2. Le modèle proposé par Zhu et al. [Zhu 18b] ainsi que l’outil de modélisation interne au groupe PSA (LMS AMESIM) intégrant tous deux la présence de poulies non circulaires sont respectivement présentés aux sections 1.3.3 et 1.3.4.

Compte-tenu des similitudes de fonctionnement entre les différents types de transmissions par courroie, les discussions qui suivent évoquent parallèlement les modèles de dynamique angulaire dédiés aux courroies d’entraînement par adhérence (courroies bandes, trapézoïdales ou striées) et courroies synchrones. Les phénomènes impactant la dynamique globale de ces deux types de transmissions sont fondamentalement les mêmes. Les différences concernent essentiellement la modélisation des phénomènes localisés afférant aux conditions de contact poulie-courroie.

**Remarque.** Les notations mathématiques utilisées dans cette partie sont propres à la formulation de chaque modèle décrit. Elles sont par défaut strictement identiques à celles initialement proposées par les auteurs. Toutefois, il se peut que dans certains cas elles aient été légèrement modifiées pour des raisons de commodité d’écriture.

### 1.3.1 Intérêt de l’emploi de modèles en approche 0D/1D

Le développement par simulation numérique d’une façade de distribution comprend usuellement deux étapes successives [Veneziani 15b]. Les premières simulations dynamiques sont en principe réalisées à partir de modèles de pré-dimensionnement simplifiés (0D/1D). Les modèles 0D/1D sont assez facilement intégrables dans des modèles plus globaux dédiés à l’étude des GMP dans leur ensemble (modèles dits de « synthèse »). Leur « légèreté » autorise également la réalisation d’un grand nombre de calculs en très peu de temps (quelques minutes pour un diagnostic dynamique complet). Cela permet de rapidement mettre au point la dynamique globale de la façade notamment par la recherche du calage optimal des organes excitateurs entraînés (e.g. pompe à carburant haute-pression), la recherche de résonances ou encore la quantification des

débattements de tendeur. Des modèles plus complexes (2D/3D) présentant un pouvoir prédictif supérieur mais des temps de calcul bien plus longs (plusieurs heures de calculs pour quelques secondes simulées) ne sont utilisés que dans un second temps afin de valider et d'affiner les premières optimisations globales de la façade obtenues à partir des modèles 0D/1D simplifiés.

**Les modèles dits 2D/3D** généralement basés sur des approches multi-corps et/ou éléments finis, reposent sur une discrétisation de la courroie permettant un suivi lagrangien de son comportement. Cela a l'avantage de rendre possible une modélisation assez fine des transmissions avec notamment : la représentation de la structure et de la géométrie réelles des courroies (structure composite de l'âme de courroie, profil de denture, ...), la prise en compte des vibrations transverses des brins (phénomènes de couplage des vibrations angulaires et transverses) ou encore le traitement avancé des conditions de contact sur les brins enroulés. À titre d'exemple, A. Pechstein et al. [Pechstein 13] et G. Cepon et al. [Čepon 09a, Čepon 09b, Čepon 11] proposent respectivement deux modèles plans dédiés à l'étude des transmissions par courroie striée (figure 1.39). Leurs travaux sont basés sur une approche multi-corps flexibles couplée à une méthode éléments finis en formulation ANCF (Absolute Nodal Coordinate Formulation [Shabana 97]). Ce type de formulation assurant une modélisation aisée des structures flexibles soumises à de grands déplacements et déformations est particulièrement adapté à la représentation des courroies. Chez les deux auteurs, la courroie est discrétisée à l'aide d'éléments poutres d'Euler-Bernoulli en prise sur des solides indéformables représentant les poulies. Les interactions poulie-courroie sont modélisées par un contact frottant régi par une classique loi de Coulomb autorisant le glissement. La littérature concernant les modèles 2D/3D de transmissions par courroie synchrone est moins fournie. Cela s'explique probablement par le fait que la majorité des modèles existants soient sous la propriété d'éditeurs de logiciels commerciaux. C'est le cas du module de modélisation multi-corps dédié à l'étude des transmissions par courroie crantée intégré au logiciel EXCITE Timing Drive utilisé au sein du groupe PSA et développé par l'éditeur AVL.

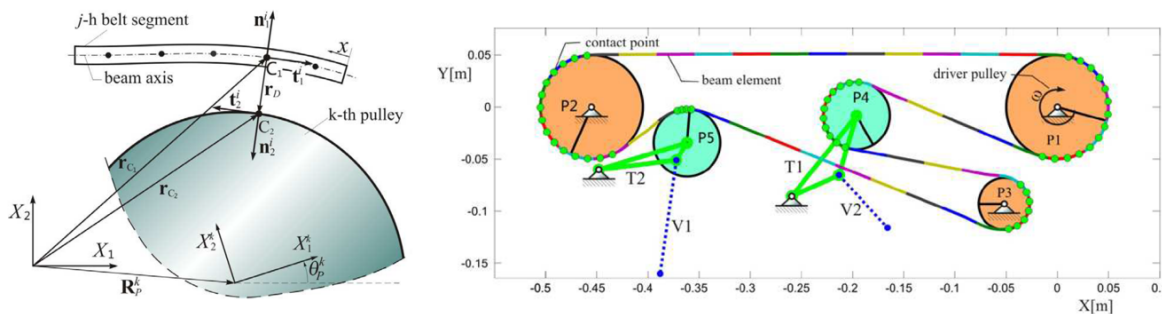


FIGURE 1.39 – Modèle multi-corps d'une transmission par courroie striée [Čepon 11]

**Les modèles dits 0D/1D** reposent sur une représentation simplifiée des éléments de transmission. La courroie est associée à un solide déformable unidimensionnel suivant la ligne cinématique de la transmission. Ce solide est en prise sur les éléments tournants de la transmission représentés par des solides rotatifs non déformables dont l'enveloppe externe correspond à leur profil primitif. Ces modèles sont moins propices à une modélisation fine du comportement de la courroie mais présentent un pouvoir prédictif adapté à des études de pré-dimensionnement global des systèmes d'entraînement par courroie. En effet, les phénomènes localisés (contact, vibrations transverses,...) ne sont pas toujours bien décrits mais le comportement vibratoire des éléments rotatif (rotations des poulies, débattement tendeur, erreur de transmission,...) peut être estimé assez précisément en des temps de calcul relativement réduits.

### 1.3.2 Modèles usuels (poulies circulaires)

Dans le cas usuel des poulies circulaires, la modélisation en approche 0D/1D des transmissions équipées de courroies d'entraînement par adhérence ou synchrones repose sur des fondements très similaires.

Les modèles de transmission par adhérence sont les plus nombreux dans la littérature. Les divers modèles existants présentent différents degrés de complexité suivant que tout ou partie des phénomènes intervenant dans la dynamique des transmissions soient pris en compte ou non : couplage entre la dynamique angulaire de la façade et le comportement transverse des brins, courbure des brins libres sous l'effet de la rigidité en flexion des courroies, forces centrifuges agissant sur les brins enroulés, etc. Deux exemples de modèles faisant référence dans la littérature sont décrits en section 1.3.2.1.

En principe, les modèles de transmission par adhérence qui n'intègrent pas de spécificités liées au contact poulie-courroie (conditions d'adhérence, frottement, micro-glissement, etc.) peuvent être employés pour l'étude des transmissions par courroie synchrone. Toutefois, si on souhaite prendre en compte les phénomènes relatifs aux interactions de dentures le long des brins enroulés, la formulation des modèles peut s'avérer délicate. Le caractère déformable des dents ainsi que leur complexité géométrique rendent la modélisation du comportement des brins enroulés assez ardue. Cela explique probablement le fait que les travaux recensés dans la littérature soient moins répandus concernant ce type de transmissions. Quelques généralités sur le sujet sont abordées en section 1.3.2.2.

#### 1.3.2.1 Modèles de transmissions par adhérence (courroie bande, trapézoïdale ou striée)

Dans la littérature, on distingue usuellement deux types de modèles suivant que le couplage mécanique entre le comportement longitudinal et le comportement transverse des brins de courroie libres soient considéré ou non. On parle de modèles **couplés** et **découplés**. À l'exception des hypothèses relatives au comportement transverse de la courroie, les deux types de modèles sont globalement très similaires. On propose dans ce qui suit une description de deux modèles faisant référence : le modèle découplé de Hwang et al. [Hwang 94] et le modèle couplé de Parker [Parker 04]. La description de ces travaux se veut synthétique. Seuls les éléments les plus pertinents sont évoqués. Si besoin est, le lecteur tient à sa disposition les annexes B et C offrant une présentation détaillée des deux modèles (formulation et résultats).

#### Modèle découplé de Hwang et al. [Hwang 94]

Hwang et al. [Hwang 94] proposent un modèle complet de transmission serpentine par courroie striée dédié à l'entraînement des accessoires d'un véhicule automobile. La transmission étudiée est représentée en figure 1.40. La poulie de vilebrequin motrice (1) assure l'entraînement des poulies respectivement couplées au compresseur du dispositif d'air conditionné (2), à la pompe de direction assistée (3), à l'alternateur (5) et à la pompe du circuit de refroidissement moteur (6). Un galet enrouleur (4) et un galet tendeur (7) sont respectivement montés entre les poulies 3 et 5 et entre les poulies 6 et 1 de la transmission.

Le modèle proposé s'appuie sur les principes de modélisation initialement établis par Fawcett et al. [Fawcett 89] et largement repris dans la littérature notamment par Barker et al. [Barker 89, Barker 91].



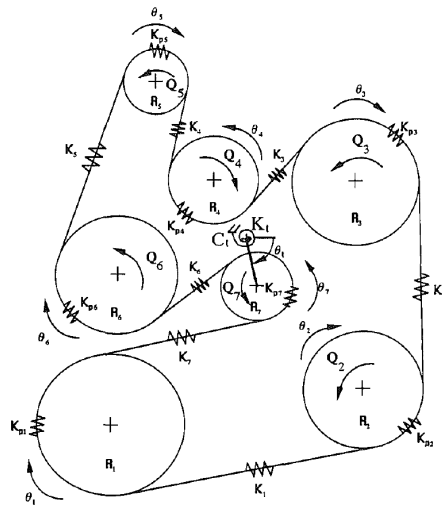


FIGURE 1.40 – Représentation schématique de la transmission serpentine étudiée [Hwang 94]

Les hypothèses de modélisation sont les suivantes :

- le glissement potentiel de la courroie sur les poulies n'est pas autorisé ;
- la géométrie de la courroie est supposée idéale (courroie conforme à la définition nominale de sa géométrie) ;
- la courroie est assimilée à un solide unidimensionnel élastique en petites déformations, aux propriétés mécaniques homogènes et dont la section transverse et le module de Young longitudinal équivalents sont notés  $A$  et  $E$  ;
- la rigidité en flexion de la courroie est supposée négligeable et le couplage entre la dynamique angulaire de la transmission et les vibrations transverses des brins n'est pas considéré ;
- le dispositif de rappel lié au tendeur présente un comportement viscoélastique modélisé par une cellule de Kelvin-Voigt ;
- les brins libres de la courroie restent droits et sont constamment en état de traction homogène ;
- les rotations des axes de la transmission ainsi que le comportement de la courroie n'engendrent pas de dissipation d'énergie ;
- les battements du tendeur restent réduits autour de sa position d'équilibre dynamique (petits mouvements) ;
- l'effet de la force centrifuge sur les brins enroulés n'est pas pris en compte.

La vitesse angulaire de la poulie motrice  $\dot{\theta}_1$  ainsi que les différents couples de charge  $Q_i$  appliqués sur chaque poulie consommatrice sont imposés. Les degrés de liberté de ce modèle discret sont les angles de rotation  $\theta_i$  des poulies entraînées et l'angle de battement du tendeur  $\theta_t$ .

Les équations de mouvement des poulies sont obtenues par l'écriture de l'équilibre des moments dynamiques en leur centre :

$$I_i \ddot{\theta}_i = R_i (T_{i-1} - T_i) - Q_i \quad 2 \leq i \leq 6 \quad (1.8)$$

$$I_7 (\ddot{\theta}_7 - \ddot{\theta}_t) = R_7 (T_7 - T_6) - Q_7 \quad (1.9)$$

$I_i$  est le moment d'inertie de la poulie  $i$  et de l'ensemble rotatif qu'elle entraîne.  $R_i$  et  $Q_i$  sont respectivement le rayon primitif et le couple de charge de la poulie  $i$ .  $T_i$  est la tension du brin  $i$ .

L'équation de mouvement du bras du tendeur est obtenue par l'écriture de la forme intégrale de l'équilibre en moment dynamique appliqué à un volume de contrôle [Fox 94] défini par les frontières du système mécanique constitué par le bras du tendeur, le galet tendeur et le brin de courroie enroulé sur le galet :

$$\begin{aligned} (I_t + I_{7t}) \ddot{\theta}_t - I_7 \ddot{\theta}_7 + C_t \dot{\theta}_t + K_t (\theta_t - \theta_{t0}) = \\ R_7 (T_7 - T_6) - Q_t + m_{eff} L_{eff} g \cos(\theta_t) - \\ L_t \sin(\psi_6 + \theta_t) \left[ T_6 - \rho_b A (R_7 \dot{\theta}_7)^2 \right] + L_t \sin(\psi_7 + \theta_t) \left[ T_7 - \rho_b A (R_7 \dot{\theta}_7)^2 \right] \end{aligned} \quad (1.10)$$

avec  $K_t$  la raideur et  $C_t$  le coefficient d'amortissement visqueux de la cellule de Kelvin-Voigt représentant le dispositif de rappel agissant sur le bras du tendeur. Il est à noter que Hwang fait ici le choix de ne négliger ni l'effet du poids du tendeur ni le couplage mécanique entre les mouvement de rotation du bras et du galet tendeur, ce qui est assez rare dans la littérature. L'intensité de la force de gravité terrestre est notée  $g$ .  $I_t$  et  $I_{7t}$  sont respectivement les moments d'inertie du bras du tendeur et du galet au point de pivot.  $Q_t$  est le couple de précharge du bras tendeur lorsque celui occupe sa position de repos  $\theta_{t0}$ . La masse de l'ensemble constitué par le galet et le bras du tendeur est notée  $m_{eff}$ . Le centre d'inertie de l'ensemble est situé sur le bras du tendeur à une distance  $L_{eff}$  du point de pivot.  $\rho_b$  est la masse linéique de la courroie. L'orientation des brins 6 et 7 adjacents au galet tendeur est repérée par les angles  $\psi_6$  et  $\psi_7$ .

Un brin libre reliant deux poulies est représenté par un élément de raideur  $K_i$  ancré aux points de tangence aval et amont des deux poulies. L'effort de tension  $T_i$  résultant de l'élongation du brin est donc donné par la relation suivante :

$$T_i = T_0 + K_i \Delta_i \quad 1 \leq i \leq 7 \quad (1.11)$$

L'élongation du brin est calculée à partir d'un bilan de matière entrante/sortante aux points de tangence (« feed-in/out »). Les hypothèses de petites déformations et de glissement poulie-courroie non autorisé permettent d'écrire le bilan de matière sous une forme équivalente à bilan de longueur de courroie entrante/sortante du brin :

$$\Delta_i = R_i \theta_i - R_j \theta_j - \delta_j \quad avec \quad \begin{cases} j = i + 1 & \text{si } 1 \leq i \leq 6 \\ j = 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.12)$$

La quantité  $\delta_j$  correspond à l'élongation du brin enroulé sur la poulie  $j$  en aval du brin libre  $i$ . Le brin enroulé est associé à une raideur  $K_{pj}$ . Sa tension est supposée égale à la moyenne des tensions des brins libres amont et aval à la poulie  $i$ . On en déduit l'élongation d'un brin enroulé  $j$  :

$$\delta_j = \frac{T_i + T_j - 2T_0}{2K_{pj}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} i = j - 1 & \text{si } 2 \leq j \leq 7 \\ i = 7 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.13)$$

Hwang et al. proposent une validation expérimentale du modèle par comparaison des valeurs simulées et mesurées pour les vitesses de rotation de différentes poulies de la transmission. La comparaison est réalisée pour un cas d'étude représentatif de conditions de fonctionnement réalistes : une excitation angulaire cyclique est imposée sur la poulie de vilebrequin (acyclisme) pour un régime moteur stabilisé et des couples consommateurs constants. Les vitesses simulées sont obtenues par résolution en régime périodique des équations de mouvement linéarisées autour de l'état d'équilibre de la transmission (tension de pose). La mesure des vitesses est réalisée à partir de codeurs optiques montés sur les axes de rotation des poulies de la transmission reconstituée sur banc d'essais. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux montre une assez bonne corrélation. Le modèle semble donc présenter une capacité prédictive satisfaisante pour l'estimation des variations de vitesse angulaire affectant une transmission. La question de la qualité des niveaux de tension prédits par le modèle n'est toutefois pas abordée.

En complément, une analyse modale permettant d'estimer les modes critiques pour la transmission est proposée. Ces modes rotationnels touchent aussi bien le mouvement de rotation des poulies et galets que le battement angulaire du bras tendeur. Un résultat notable est à retenir : selon les auteurs les fréquences propres de la transmission ne sont pas dépendantes du régime moteur considéré.

### **Modèle couplé de Parker et al. [Parker 04]**

Beikmann [Beikmann 92] a proposé l'un des premiers modèles de la littérature prenant en considération le couplage mécanique entre la dynamique angulaire d'une transmission et le comportement transverse des brins de courroie. Le modèle obtenu est qualifié de modèle hybride discret-continu dans le sens où :

- la dynamique angulaire est représentée par les degrés de liberté associés à la rotation de chaque poulie de la transmission ;
- le comportement transverse des brins est décrit par les équations de la mécanique des milieux continus obtenues à partir d'un modèle de corde animée d'un mouvement axial.

Sur la base des travaux de Beikmann, Parker [Parker 04] établit le modèle couplé de la transmission serpentine (façade accessoires d'un GMP automobile) représentée en figure 1.41. La transmission comprend  $n = 7$  poulies. La poulie vilebrequin entraîne les poulies de compresseur d'air conditionné (2), d'alternateur (3), de pompe de direction assistée (5) et de pompe de refroidissement (6). Un galet enrouleur (4) est installé entre les poulies d'alternateur et de pompe de direction. Un galet tendeur (7) supporté par un bras pivotant soumis à l'effort de rappel d'un ressort de torsion de raideur  $K_t$  est monté entre les poulies de pompe de refroidissement et de vilebrequin. L'angle de rotation d'une poulie  $j$  et l'angle de battement du bras tendeur sont respectivement notés  $\theta_j$  et  $\theta_t$ .

Les hypothèses de modélisation sont très semblables à celles du modèle découplé de Hwang et al. [Hwang 94] (exception faite de la prise en considération du mouvement transverse des brins libres). La vitesse d'avance de la courroie  $\hat{\gamma}$  est supposée uniforme en tout point de la transmission et sa rigidité en flexion est négligée. Le système ne présente aucun amortissement. La déformation longitudinale des brins enroulés n'est pas considérée tout comme l'effet de la force centrifuge dans les arcs d'enroulement. Le contact poulie-courroie se fait sans glissement. Les équations de mouvement non linéaires [Beikmann 97] pour la rotation des poulies et le mouvement transverse des brins sont linéarisées en considérant de faibles déplacements transverses sur les brins autour d'un équilibre dynamique de la transmission.

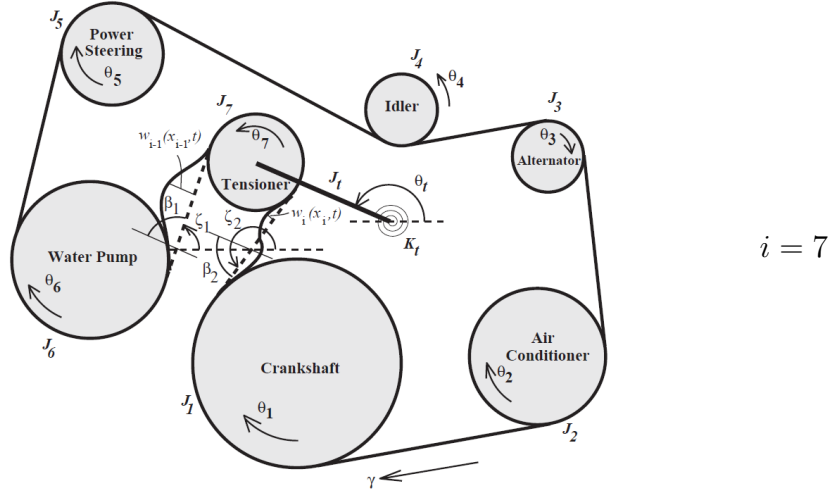


FIGURE 1.41 – Représentation schématique de la transmission serpentine par courroie striée étudiée [Parker 04]

Cet équilibre est déterminé par résolution des équations de mouvement non linéaires du système pour une vitesse de vilebrequin et des couples de charge constants. Avec ces hypothèses, seul le mouvement transverse des brins adjacents au tendeur (6 et 7) est considéré (déplacement des points de tangence induit par le battement non négligeable du tendeur). Les autres brins restent droits. Le déplacement transverse d'un brin noté  $j$  est défini par la fonction  $W_j(X_j, T)$  avec  $X_j$  désignant la position le long du brin  $j$  et  $T$  le temps.

Le modèle hybride discret-continu de la transmission compte sept équations classiques pour la rotation des poulies/galets (1.18 - 1.20) et du bras tendeur (1.21) ainsi que deux équations pour la dynamique transverse des brins adjacents au galet tendeur (1.14).

$$\hat{\rho} \frac{\partial^2 W_j}{\partial T^2} - 2\hat{\rho}\hat{\gamma} \frac{\partial^2 W_j}{\partial X_j \partial T} - (\hat{P} - \hat{\rho}\hat{\gamma}^2) \frac{\partial^2 W_j}{\partial X_j^2} = 0 \quad j = 6, 7 \quad (1.14)$$

$\hat{\rho}$  est la masse linéique de la courroie et  $\hat{P}_j$  la tension résidant dans le brin  $j$  lorsque la transmission est à l'équilibre dynamique.

Les conditions aux limites aux points de tangence ancrés sur les poulies 6 et 8 sont les suivantes :

$$W_6|_0 = 0, \quad W_7|_{\hat{l}_7} = 0 \quad (1.15)$$

Le battement du bras tendeur impose le mouvement des points de tangence portés par le galet tendeur :

$$W_6|_{\hat{l}_6} = \hat{l}_t \theta_t \cos(\beta_1), \quad W_7|_0 = \hat{l}_t \theta_t \cos(\beta_2) \quad (1.16)$$

$\hat{l}_t$  est la longueur du bras du tendeur.  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont les angles d'orientation des brins 6 et 7 par rapport au bras du tendeur à l'équilibre. Ils sont définis en fonction de l'angle de battement du tendeur  $\theta_t$  et des angles d'inclinaison des brins par rapport à l'horizontale  $\varsigma_1$  et  $\varsigma_2$  :

$$\beta_{1,2} = (\theta_t - \varsigma_{1,2}) \quad (1.17)$$

Les équations de mouvement liées à la rotation des poulies/galets ainsi qu'au battement du tendeur s'expriment ainsi :

$$\begin{aligned} \hat{J}_j \ddot{\theta}_j + \hat{k}_j \hat{R}_j (\hat{R}_j \theta_j - \hat{R}_{j+1} \theta_{j+1}) - \hat{k}_{j-1} \hat{R}_j (\hat{R}_{j-1} \theta_{j-1} - \hat{R}_j \theta_j) = \hat{M}_j \\ j = 2, 3, 4, 5 \end{aligned} \quad (1.18)$$

$$\begin{aligned} \hat{J}_6 \ddot{\theta}_6 + \hat{k}_6 \hat{R}_6 (\hat{R}_6 \theta_6 - \hat{R}_7 \theta_7 - \hat{l}_t \theta_t \sin(\beta_1)) \\ - \hat{k}_5 \hat{R}_6 (\hat{R}_5 \theta_5 - \hat{R}_6 \theta_6) = \hat{M}_6 \end{aligned} \quad (1.19)$$

$$\begin{aligned} \hat{J}_7 \ddot{\theta}_7 + \hat{k}_7 \hat{R}_7 (\hat{R}_7 \theta_7 - \hat{R}_1 \theta_1 + \hat{l}_t \theta_t \sin(\beta_2)) \\ - \hat{k}_6 \hat{R}_7 (\hat{R}_6 \theta_6 - \hat{R}_7 \theta_7 - \hat{l}_t \theta_t \sin(\beta_1)) = \hat{M}_7 \end{aligned} \quad (1.20)$$

$$\begin{aligned} \hat{J}_t \ddot{\theta}_t + [\hat{k}_t \hat{l}_t + \hat{k}_6 \hat{l}_t \sin^2(\beta_1) + \hat{k}_7 \hat{l}_t \sin^2(\beta_2)] \hat{l}_t \theta_t - \hat{k}_6 \hat{l}_t (\hat{R}_6 \theta_6 - \hat{R}_7 \theta_7) \sin(\beta_1) \\ + \hat{k}_7 \hat{l}_t (\hat{R}_7 \theta_7 - \hat{R}_1 \theta_1) \sin(\beta_2) + \hat{\rho} \hat{\gamma} \hat{l}_t \left( \frac{\partial W_6}{\partial T} \Big|_{\hat{l}_6} \cos(\beta_1) - \frac{\partial W_7}{\partial T} \Big|_0 \cos(\beta_2) \right) \\ + (\hat{P}_6 - \hat{\rho} \hat{\gamma}^2) \hat{l}_t \frac{\partial W_6}{\partial X_6} \Big|_{\hat{l}_6} \cos(\beta_1) - (\hat{P}_7 - \hat{\rho} \hat{\gamma}^2) \hat{l}_t \frac{\partial W_7}{\partial X_7} \Big|_0 \cos(\beta_2) = 0 \end{aligned} \quad (1.21)$$

Le moment d'inertie de l'ensemble tendeur (galet + bras) au point de pivot est noté  $\hat{J}_t$  tel que :

$$\hat{J}_t = \hat{J}_{arm} + \hat{m}_7 \hat{l}_t^2 \quad (1.22)$$

avec  $\hat{m}_7$  la masse du tendeur et  $\hat{J}_{arm}$  moment d'inertie du bras du tendeur au point de pivot. La raideur d'un brin  $j$  dépend de la longueur géométrique du brin  $\hat{l}_j$  en état d'équilibre et des

paramètres matériaux de la courroie (module de Young longitudinal  $E$  et section transverse  $A$ ) :

$$\hat{k}_j = \frac{EA}{\hat{l}_j} \quad (1.23)$$

La masse linéique de la courroie est notée  $\hat{\rho}$ .  $\hat{P}_j$  est la tension à l'équilibre du brin  $j$ .  $\hat{J}_j$  et  $\hat{M}_j$  sont respectivement l'inertie en rotation et le couple de charge de la poulie  $j$ .

Le caractère hybride du modèle discret-continu rend difficile la résolution numérique des équations de mouvement de la transmission. Face à cette problématique Parker propose une méthode de résolution particulièrement efficace (méthode robuste et temps de calcul très courts) basée sur une discrétisation de Galerkin appliquée aux fonctions  $W_j(X_j, T)$  décrivant les déplacements transverses le long des brins libres adjacents au galet tendeur.

D'après Parker, pour un cas d'étude similaire à celui considéré par Hwang et al. [Hwang 94] pour la validation de leur modèle découplé (excitation par acyclique au vilebrequin pour un régime moteur stabilisé), le modèle couplé permet de retrouver une réponse dynamique proche de résultats expérimentaux. Cela validerait à priori la capacité prédictive du modèle couplé.

Parker présente également une analyse modale appliquée à la transmission sur la base de son modèle couplé. En sus des modes rotationnels déjà identifiés par Hwang et al. [Hwang 94], Parker caractérise un nouveau type de modes pour lesquels le mouvement transverse des brins est dominant et les mouvements angulaires restent limités. Ces modes de courroie sont tout aussi critiques pour la transmission que les modes rotationnels (augmentation du rayonnement acoustique entre autre).

L'étude modale est complétée par une analyse de sensibilité des valeurs propres aux paramètres de définition de la transmission. L'analyse permet de quantifier les niveaux d'influence des principaux paramètres de la transmission : constante de raideur longitudinale de la courroie ( $EA$ ), raideur du tendeur, régime moteur, tension de pose, inertie en rotation des poulies et du tendeur.

Il est montré que les différents paramètres peuvent impacter simultanément ou séparément les deux types de modes de la transmission. Les modes angulaires présentent une sensibilité particulière à la constante de raideur longitudinale de la courroie, à l'inertie des poulies et à l'inertie du bras tendeur. À l'inverse, les modes de courroie sont plutôt sensibles à la tension de pose, au régime moteur ainsi qu'à la masse linéique de la courroie. Les deux types de modes sont conjointement sensibles à la raideur du tendeur.

L'un des résultats obtenus à partir du modèle découplé de Hwang et al. [Hwang 94] semble être en contradiction avec les observations de Parker. En effet, Hwang et al. affirment que les valeurs propres de la transmission ne dépendent pas du régime moteur. Il est à noter que le modèle découplé de Hwang ne permet pas de prédire que des modes angulaires pour des hypothèses n'intégrant pas le couplage mécanique des vibrations angulaires et transverses d'une transmission. C'est ce qui explique vraisemblablement cette différence de point de vue entre les auteurs. Tout cela laisse à supposer que le modèle couplé de Parker présente une capacité prédictive supérieure au modèle découplé en particulier pour des conditions de fonctionnement favorables aux résonances transverses (battement de brins). L'intérêt d'un recours à un modèle couplé apparaît ici très clairement.

### 1.3.2.2 Modèles de transmissions par courroie synchrone

En principe, les modèles développés pour des courroies d'entraînement par adhérence peuvent être transposés aux transmissions synchrones sans difficultés particulières. C'est pourquoi ce type de modèles est évoqué en section 1.3.2.1. Toutefois, il est à noter que sur les façades de distribution le niveau des fluctuations des couples de charge peuvent être élevés. Cela a pour conséquence de générer des vibrations angulaires potentiellement importantes. Ce comportement peut être incompatible avec les hypothèses de petits mouvements habituellement adoptées dans le cas des transmissions par adhérence. De plus, le comportement des brins enroulés est fortement influencé par les conditions d'engrènement imposées à la denture de la courroie. Des adaptations des modèles sont donc nécessaires.

Certains auteurs [Wang 17, Zhu 18b] choisissent de ne pas considérer le caractère déformable des dents de courroie. Ils négligent ainsi les déformations longitudinales des brins enroulés engendrées par la mise sous charge des dentures. D'autres choisissent toutefois de ne pas adopter ces hypothèses de simplification. Gerbert [Gerbert 78] est l'un des premiers à proposer des modèles de répartition de charge au sein des brins enroulés. Nous présentons ici une brève description de son modèle de charge intégrant le frottement entre l'âme de la courroie et les dents de poulie.

On considère un brin enroulé sur une poulie entraînée. Le brin est constitué de  $n + 1$  dents, numérotées de 0 à  $n$  dans le sens opposé à l'avance de la courroie. Le couple transmis induit une différence de tension entre les deux brins adjacents à la poulie. La tension du brin tendu est notée  $T$  et la tension du brin mou  $t$ . Le système est considéré à l'équilibre (poulie fixe et couple transmis constant). Les équilibres des dents de courroie et des portions d'âme reliant deux dents successives sont écrits séparément :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{équilibre de la dent } i : \\ \text{équilibre de l'âme entre les dents } i \text{ et } i + 1 : \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} P_i = S_{i-1,b} - S_{i,a} \\ S_{i,a} = S_{i,b} e^{f\theta} \end{array} \quad (1.24)$$

avec  $\theta$  le secteur angulaire couvert par l'âme de la courroie. Le brin enroulé est représenté par un assemblage de raideurs élémentaires (figure 1.43).

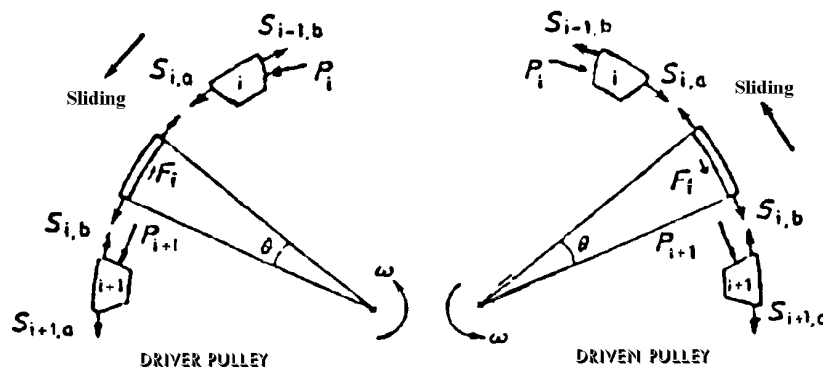


FIGURE 1.42 – Modèle de répartition de charge avec frottement d'après Gerbert [Gerbert 78]

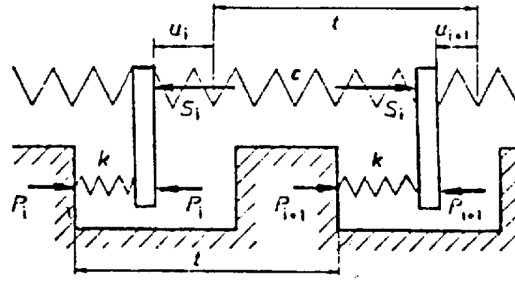


FIGURE 1.43 – Système élémentaire représentant une portion de brin enroulé sur une poulie [Gerbert 78]

La raideur de la portion d'âme de courroie séparant deux dents est notée  $k$  et la raideur d'une dent  $K$ . La force de contact  $P_i$  appliquée à une dent  $i$  s'écrit simplement en fonction de sa raideur et de son déplacement  $u_i$  :

$$P_i = K u_i \quad (1.25)$$

Le déplacement d'une dent  $i + 1$  s'exprime en fonction du déplacement de la dent  $i$  qui la précède et du niveau de tension moyen dans la portion d'âme de courroie séparant les deux dents  $S_{i,moy}$  :

$$S_{i,moy} = k (u_{i+1} - u_i) \quad (1.26)$$

La combinaison des équations (1.26) et (1.25) appliquées à deux dents successives  $i$  et  $i + 1$  permet de déduire la relation suivante :

$$k_0^2 S_{i,moy} = P_i - P_{i+1} \quad (1.27)$$

Le paramètre adimensionné  $k_0$  est défini à partir des raideurs des dents et de l'âme de courroie :

$$k_0 = \sqrt{\frac{K}{k}} \quad (1.28)$$

En considérant les efforts de frottement entre l'âme et la dent de poulie (voir théorie d'Euler [Monternot 98, annexe IV]),  $S_{i,moy}$  s'écrit :

$$S_{i,moy} = \frac{1}{\theta} \int_0^\theta S_{i,b} e^{f\beta} d\beta = \frac{S_{i,b}}{f\theta} (e^{f\theta} - 1) \quad (1.29)$$

La combinaison des relations (1.24 - 1.29) développées à l'ordre 2 permet d'obtenir une équation reliant les niveaux de tension de trois portions d'âme successives :

$$S_{i+1,b} + \alpha S_{i,b} + e^{-f\theta} S_{i-1,b} = 0 \quad (1.30)$$



avec

$$\alpha = 1 + e^{-f\theta} + k_0 \left( 1 - \frac{f\theta}{2} \right) \quad (1.31)$$

En tenant compte des conditions aux limites ( $S_{0,b} = T$  et  $S_{n,a} = t$ ), la résolution du système d'équations généré par la relation (1.30) appliquée sur la globalité du brin enroulé permet d'exprimer la tension  $S_{i,b}$  en tout point du brin :

$$\frac{S_{i,b}}{T} = \frac{1}{r_1^n - r_2^n} \left[ r_1^n r_2^i - r_2^n r_1^i + \frac{t}{T} (r_1^i - r_2^i) \right] \quad (1.32)$$

où

$$\begin{cases} 2r_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 4e^{-f\theta}} \\ 2r_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - 4e^{-f\theta}} \end{cases} \quad (1.33)$$

La répartition des charges  $P_i$  sur les dents et leurs déplacements  $u_i$  peuvent être obtenus à partir des relations (1.24) et (1.25). Dans le cas d'une poulie motrice, les équations sont les mêmes. La numérotation des dents se fait cependant dans le sens d'avance de la courroie et le coefficient de frottement  $f$  devient  $-f$ .

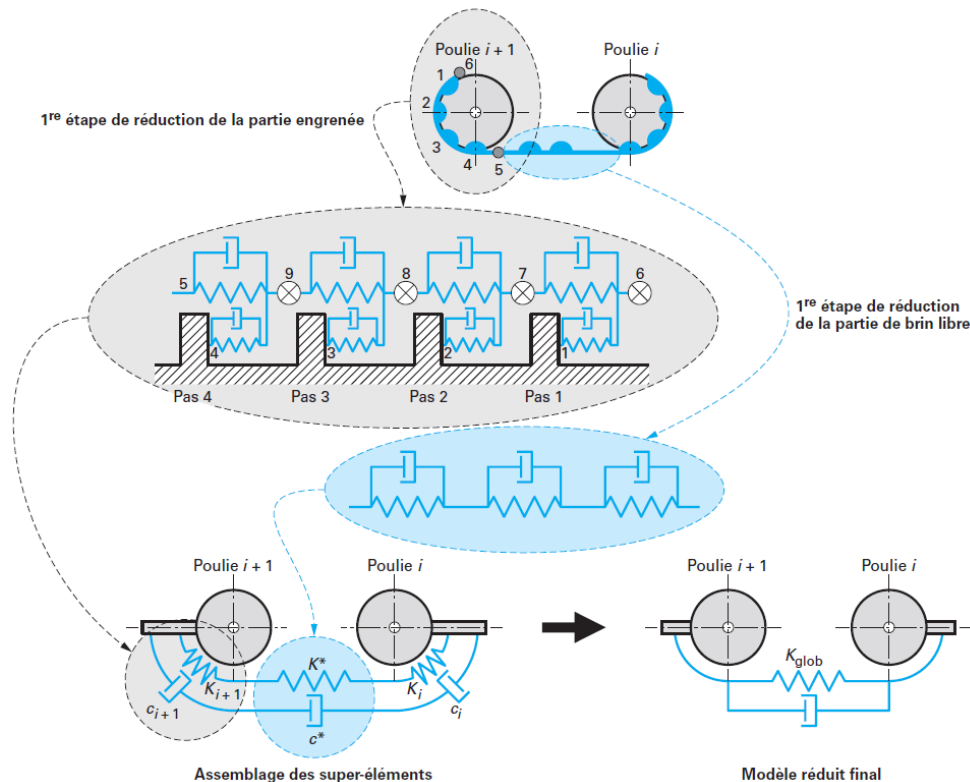


FIGURE 1.44 – Principe de construction du modèle global de transmission proposé par Monnerot [Play 08]

Les travaux de Gerbert ont largement été repris par la suite. Koyama [Koyama 79] a notamment proposé un modèle intégrant la différence entre le pas nominal de la courroie et le pas « réel » d'engrènement ainsi que le comportement non linéaire de la raideur des dents de courroie. Childs et al. [Childs 91b] ont travaillé sur une meilleure prise en compte du frottement entre l'âme de la courroie et les dents de poulies (sens de glissement différent entre poulie motrice et consommatrice). Sur la base des travaux de ces deux derniers auteurs, Dancé [Dance 92] propose un modèle de synthèse intégrant l'ensemble des phénomènes précités. Ce modèle sera ensuite adapté par Monternot et Play [Monternot 98, Play 07, Play 08] afin d'être intégré à un modèle global adapté à l'étude généralisée des transmissions par courroie synchrone. Dans ce modèle, les brins sont représentés par des cellules de Kelvin-Voigt équivalentes reliant les poulies de la transmission entre elles (principe illustré en figure 1.44). Les raideurs et amortissements équivalents sont construits par concaténation de cellules de Kelvin-Voigt élémentaires représentant les pas de courroie enroulés et libres.

### 1.3.3 Modèle de Zhu et al. : optimisation d'une façade de distribution équipée d'une poulie de vilebrequin ovale

Dans leurs travaux [Zhu 18b], Zhu et al. proposent un modèle 0D/1D dédié à l'étude de la dynamique en régime stabilisé périodique d'une façade de type distribution automobile montée sur un moteur thermique quatre cylindres à double arbres-à-cames en tête. Cette façade comporte une poulie vilebrequin (C/S) ayant un profil primitif ovale (elliptique) menant les deux arbres-à-cames (CAM1 et CAM2) et une pompe à huile (O/P). Un galet enrouleur (IDL) est placé sur le brin tendu de la transmission entre la pompe à huile et les arbres-à-cames. Un galet tendeur (TEN) est placé sur le brin mou de la façade entre les arbres-à-cames et le vilebrequin. L'architecture de la façade est représentée en figure 1.45. Les composants et les brins libres de la transmission sont numérotés (indice  $j$ ) dans le sens trigonométrique en prenant pour référence la poulie vilebrequin ( $j = 1$ ).

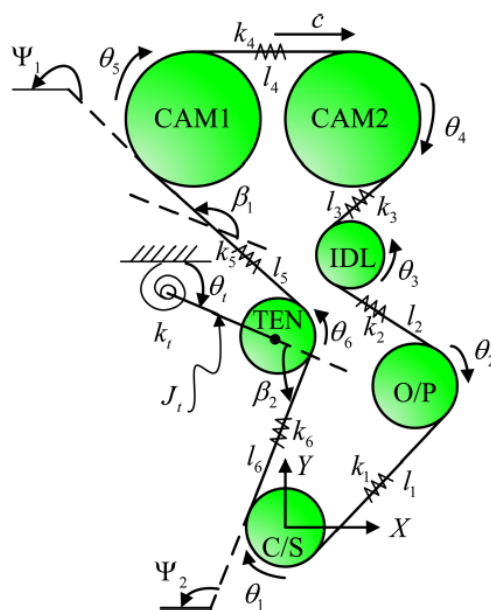


FIGURE 1.45 – Représentation schématique de la façade de distribution étudiée [Zhu 18b]

### 1.3.3.1 Hypothèses de modélisation

Zhu et al. adoptent une approche de modélisation directement inspirée des modèles découplés usuels décrits en section 1.3.2.1. La courroie est dépourvue de raideur en flexion et ne présente pas d'amortissement. Le tendeur dynamique est assimilé à un galet supporté par un bras en rotation lié à un élément de Kelvin-Voigt.

Une hypothèse forte est à considérer avec attention : les auteurs supposent que l'impact géométrique de la poulie non circulaire est négligeable. D'un point de vue géométrique, la poulie non circulaire est donc associée à une poulie circulaire équivalente (diamètre moyen  $d_1$ ). Cela implique que la longueur géométrique des brins adjacents à la poulie ovale reste constante. Aussi, les points de tangence où s'appliquent les tensions de brin conservent une position fixe.

Les efforts de tension sont classiquement obtenus à partir d'un bilan « feed-in/out » aux points limites de contact. L'originalité du modèle réside dans le fait que le bilan opéré sur les brins adjacents à la poulie non circulaire est formulé en prenant en compte la variation de diamètre primitif au point de tangence.

### 1.3.3.2 Mise en équation

Les équations de mouvement des poulies et galets ( $\theta_j$ ,  $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ) sont données par les relations (1.34) à (1.35).

$$J_j \ddot{\theta}_j + c_j \dot{\theta}_j + D_j (T_j - T_{j-1}) / 2 = -M_j \quad j = 2, 3, 4, 5 \quad (1.34)$$

$$J_6 (\ddot{\theta}_6 - \ddot{\theta}_t) + c_6 \dot{\theta}_6 + R_6 (T_6 - T_5) = -M_6 \quad (1.35)$$

L'équation de mouvement du bras du galet tendeur ( $\theta_t$ ) s'écrit :

$$\begin{aligned} & (J_{arm} + m_1 l_t^2) \ddot{\theta}_t - J_6 \ddot{\theta}_6 + R_6 (T_5 - T_6) + c_t \dot{\theta}_t \\ & + k_t (\theta_t - \theta_{t0}) - m_e l_e g \cos \theta_t + Q_t \\ & + (T_5 - \rho c^2) l_t \sin \beta_1 - (T_6 - \rho c^2) l_t \sin \beta_2 = 0 \end{aligned} \quad (1.36)$$

Les paramètres  $J_j$ ,  $R_j$  et  $D_j$  correspondent à l'inertie en rotation, au rayon primitif et au diamètre primitif des poulies et galets. Les couples consommateurs appliqués sur les poulies et galets sont notés  $M_j$ . Le paramètre  $J_{arm}$  est l'inertie en rotation du bras tendeur et sa position angulaire est donnée par l'angle  $\theta_t$  qui prend pour valeur  $\theta_{t0}$  en état initial. Les coefficients  $c_j$  et  $c_t$  sont les coefficients d'amortissement visqueux en rotation des poulies et du bras tendeur. L'orientation des brins adjacents au galet tendeur par rapport la direction X du repère de référence est donnée par les angles  $\psi_1$  et  $\psi_2$ . Les angles  $\beta_1 = \psi_1 - \theta_t - \pi$  et  $\beta_2 = \pi - \psi_2 + \theta_t$  correspondent à l'orientation de ces brins par rapport au bras du tendeur. La masse du galet tendeur seul est notée  $m_1$ . La masse totale de l'ensemble tendeur (galet+bras) est notée  $m_e$ ,  $l_t$  est la longueur du bras tendeur et  $l_e$  correspond à la longueur séparant le point de pivot du bras tendeur et le centre de masse de l'ensemble tendeur ;  $k_t$  et  $Q_t$  sont respectivement la raideur et

le couple de pré-charge du ressort de torsion lié au bras tendeur. Le paramètre  $\rho$  correspond à la masse linéique de la courroie ayant une vitesse d'avance notée  $c$ .

Les tensions des différents brins libres  $T_j$  sont définies aux équations (1.37) à (1.40). Les termes  $T_{j0}$  correspondent aux pré-tensions respectives des différents brins (tension à l'équilibre).

$$T_j = -k_j (D_{j+1}\theta_{j+1} - D_j\theta_j) / 2 + T_{j0}, \quad j = 2, 3, 4 \quad (1.37)$$

$$T_1 = -k_1 \left( D_2\theta_2 - \int_0^t D_1\dot{\theta}_1 d\sigma \right) / 2 + T_{10} \quad (1.38)$$

$$T_5 = -k_5 (D_6\theta_6 - D_5\theta_5) / 2 + k_5 l_t (\theta_t - \theta_{t0}) \sin \beta_1 + T_{50} \quad (1.39)$$

$$T_6 = -k_6 \left( \int_0^t D_1\dot{\theta}_1 d\sigma - D_6\theta_6 \right) / 2 - k_6 l_t (\theta_t - \theta_{t0}) \sin \beta_2 + T_{60} \quad (1.40)$$

L'utilisation d'une poulie non circulaire nécessite l'emploi d'une formulation originale des tensions de brins utilisée pour la première fois dans la littérature. Ainsi, pour le calcul des tensions de brins libres adjacents à la poulie ovale  $T_1$  et  $T_6$ , le bilan de longueur de courroie entrant ou sortant des brins adjacents fait intervenir le terme d'intégration  $\int_0^t D_1\dot{\theta}_1 d\sigma$  fonction de la vitesse de rotation  $\dot{\theta}_1$  de la poulie ovale et de son diamètre effectif  $D_1$ . Ce diamètre effectif correspond à deux fois la distance entre le centre de la poulie et le point de tangence définissant l'entrée du brin (figure 1.46).

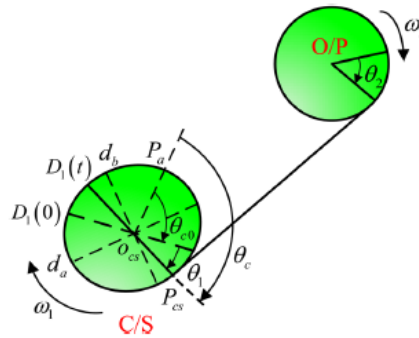


FIGURE 1.46 – Repérage de la position angulaire de la poulie ovale [Zhu 18b]

Dans le cas d'une poulie ovale dotée d'un profil primitif elliptique, le diamètre  $D_1$  est donné par l'expression suivante :

$$D_1(t) = \sqrt{d_a^2 \cos^2 \theta_c + d_b^2 \sin^2 \theta_c} \quad (1.41)$$

où  $d_a$  et  $d_b$  sont les longueurs du grand axe et du petit axe de l'ellipse définissant le profil de la poulie. Le paramètre  $\theta_c$  correspond à l'écart angulaire entre la droite  $(O_{cs}P_a)$  coïncidant avec

le grand axe de la poulie et la droite  $(O_{cs}P_{cs})$  reliant le centre de la poulie au point de tangence  $P_{cs}$ . Il s'exprime en fonction de sa valeur initiale  $\theta_{c0}$  (phasage initiale de la poulie) et de l'angle de rotation  $\theta_1$  de la poulie. L'excentricité  $\epsilon = (d_a - d_b)/d_1$  et le phasage initial  $\theta_{c0}$  constituent les deux paramètres de conception de la poulie ovale.

$$\theta_c = \theta_1 + \theta_{c0} \quad (1.42)$$

La résolution des équations de mouvement en régime périodique est réalisée à partir d'une méthode incrémentale de balance harmonique (HBM). La mise en œuvre de cette méthode de résolution numérique, très bien décrite dans les travaux de Zhu et al. , n'est pas détaillée ici.

### 1.3.3.3 Analyse de résultats en régime périodique : mise en évidence de l'impact dynamique d'une poulie ovale

Dans le cas d'un moteur thermique, il existe deux sources principales d'excitations critiques pour la façade de distribution : fluctuations périodiques de vitesse angulaire imposées au vilebrequin et couples consommateurs fluctuants générés sur les arbres-à-cames.

Le mouvement acyclique imposé au vilebrequin est exprimé sous la forme d'une somme d'excitations harmoniques :

$$\theta_1 = \bar{\omega}_1 t + \sum_{\nu=1}^{N_\nu} A_\nu \sin(\omega_\nu t + \alpha_\nu) \quad (1.43)$$

$\bar{\omega}_1$  est la vitesse angulaire moyenne du vilebrequin.  $\omega_\nu = \nu\bar{\omega}_1$ ,  $\alpha_\nu$ , et  $A_\nu$  sont respectivement la pulsation temporelle, l'angle de phase et l'amplitude de la  $\nu$ -ième harmonique d'excitation. Les couples consommateurs fluctuants appliqués sur les arbres-à-cames d'un moteur quatre cylindres présentent une périodicité angulaire d'ordre 4 relativement à la rotation des arbres-à-cames (équivalent à une périodicité d'ordre 2 relativement à la rotation du vilebrequin). Ils s'écrivent usuellement sous la forme suivante :

$$M_4 = M_{40} + M_{41} \sin(4\theta_4 + \frac{\pi}{2}) \quad (1.44)$$

$$M_5 = M_{50} + M_{51} \sin(4\theta_5) \quad (1.45)$$

Les valeurs moyennes des couples  $M_4$  et  $M_5$  sont notées  $M_{40}$  et  $M_{50}$ . Les grandeurs  $M_{41}$  et  $M_{51}$  définissent les amplitudes de fluctuation de ces couples. Les paramètres de définition de la transmission utilisés pour cette étude sont répertoriés à l'annexe D.

Dans le cas d'une poulie vilebrequin circulaire ( $\epsilon = 0$ ), les sources d'excitation identifiées précédemment entraînent l'apparition de vibrations angulaires notables sur les composants de la transmission. Les vibrations des poulies d'arbres-à-cames pour une vitesse vilebrequin stabilisée à 2000 tr/min sont illustrées en figure 1.47.

Les résultats présentés montrent que l'introduction d'une poulie ovale au sein de la transmission impacte directement son comportement vibratoire. Les effets de l'excentricité et du phasage

initial de la poulie sont mis en évidence par les figures 1.48 et 1.49 représentant l'amplitude des vibrations angulaires impactant le deuxième arbre-à-came (CAM 2) pour différents régimes stabilisés. En augmentant, l'excentricité entraîne une réduction monotone de l'amplitude des vibrations jusqu'à une quasi annulation pour une excentricité de 0,13 au-delà de laquelle les vibrations s'amplifient de nouveau. Le phasage initial de la poulie ovale a un effet périodique de période  $180^\circ$  sur l'amplitude des vibrations angulaires. Les vibrations sont périodiquement réduites puis amplifiées lorsque le phasage varie. Une réduction notable d'amplitude semble être obtenue pour un phasage initial de  $-46^\circ$  environ (ou  $136^\circ$  par périodicité).

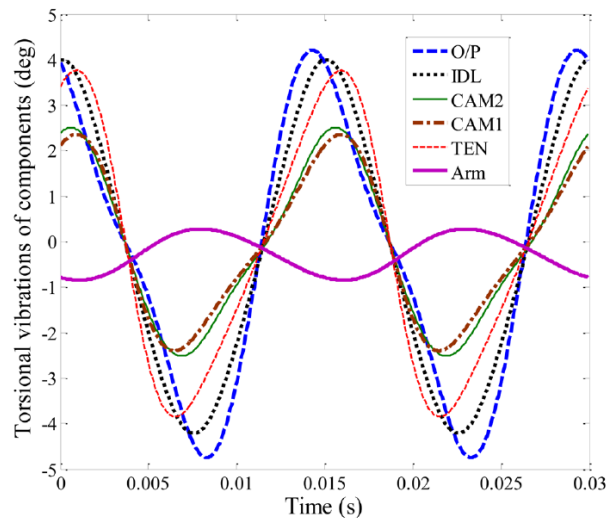


FIGURE 1.47 – Vibrations angulaires des composants de la transmission équipée d'une poulie vilebrequin circulaire pour un régime moteur stabilisé à 2000 tr/min [Zhu 18b]

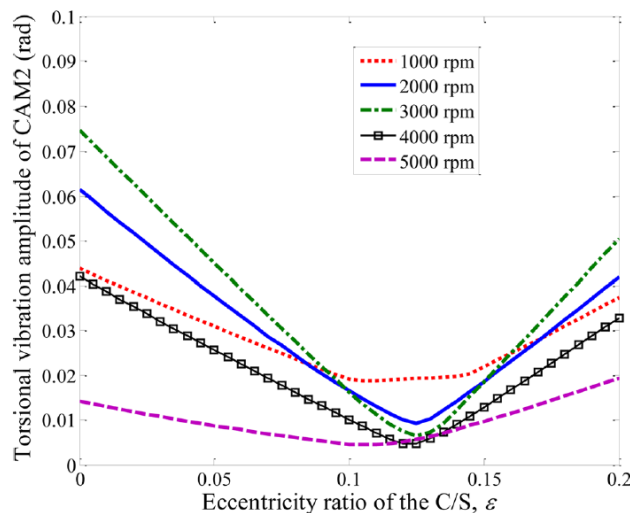


FIGURE 1.48 – Évolution des amplitudes de vibrations angulaires de la poulie du deuxième arbre-à-cames en fonction de l'excentricité  $\epsilon$  de la poulie ovale phasée à  $\theta_{c0} = -45^\circ$  pour différents régimes moteur [Zhu 18b]

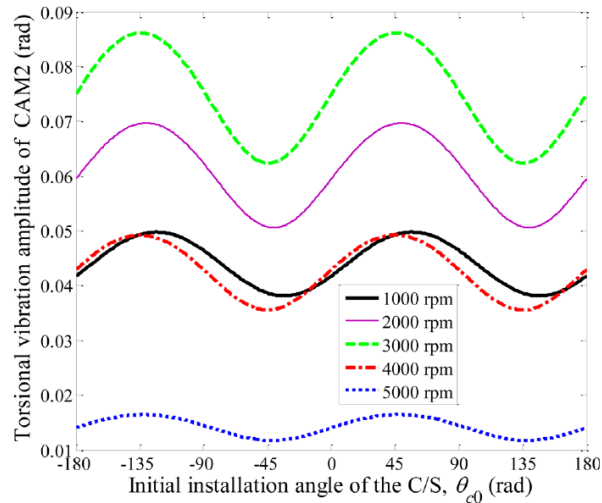


FIGURE 1.49 – Évolution des amplitudes de vibrations angulaires de la poulie du deuxième arbre-à-cames en fonction du phasage  $\theta_{c0}$  de la poulie ovale d'excentricité  $\epsilon = 0,02$  pour différents régimes moteur [Zhu 18b]

### 1.3.3.4 Optimisation de la transmission

Une recherche automatisée des paramètres optimaux d'excentricité et de phasage est menée par la mise en œuvre d'un algorithme d'optimisation de type SQP (Sequential Quadratic Programming). Les critères d'optimisation choisis sont définis de manière à imposer une vibration angulaire minimale pour la globalité des composants de la transmission sur une plage de régimes couvrant les points de fonctionnement courants d'un moteur thermique (1000, 2000, 3000, 4000 tr/min). Le détail de la méthode n'est pas présenté dans ce mémoire.

Les paramètres optimaux identifiés par l'algorithme sont une excentricité  $\epsilon$  de 0,13 et un phasage initial  $\theta_{c0}$  de  $136,83^\circ$ . Ces résultats corroborent les valeurs pressenties à partir de l'analyse des régimes périodiques présentée en section 1.3.3.3.

Le tableau statistique 1.2 liste les valeurs d'amplitude de vibrations angulaires de chacun des composants de la transmission pour les différents régimes étudiés. On remarque que les niveaux d'amplitude sont globalement réduits de 27% à 97% suivant les composants et les régimes étudiés. En particulier, après optimisation, la valeur maximale d'amplitude relevée sur la transmission passe de  $16,23^\circ$  sur la pompe à huile pour un régime de 4000 tr/min à  $2,86^\circ$  sur le galet enrouleur pour un régime de 1000 tr/min. L'effet correcteur de la poulie ovale est mis en évi-

	1000 tr/min						2000 tr/min					
	O/P	IDL	CAM1	CAM2	TEN	Arm	O/P	IDL	CAM1	CAM2	TEN	Arm
Avant opti.	5.90	5.92	3.51	3.33	5.57	2.80	8.95	8.22	5.02	4.76	7.61	1.11
Après opti.	2.05	2.86	2.06	1.82	2.58	2.24	1.94	0.57	0.98	1.23	1.81	0.23
	3000 tr/min						4000 tr/min					
	O/P	IDL	CAM1	CAM2	TEN	Arm	O/P	IDL	CAM1	CAM2	TEN	Arm
Avant opti.	8.39	13.00	9.68	8.50	11.70	0.93	16.23	1.65	7.30	9.40	13.05	0.61
Après opti.	0.65	0.47	0.28	0.27	0.49	0.08	2.21	0.75	0.69	1.09	1.60	0.11

TABLEAU 1.2 – Amplitudes des vibrations angulaires (tr/min) avant/après optimisation [Zhu 18b]

dence par la comparaison des graphes des figures 1.47 et 1.50 représentant respectivement les vibrations angulaires de chacun des composants de la transmission avant et après optimisation. Ces courbes sont obtenues pour un régime moteur stabilisé à 2000 tr/min.

D'après l'auteur, les paramètres de définition optimisés correspondent à une configuration particulière du système pour laquelle le couple généré par la courroie sur les poulies d'arbres-à-cames (STCS) a pour effet de contrer les couples consommateurs (STCAM) appliqués sur ces derniers. On voit sur le graphe en figure 1.51, que lorsque l'un des deux couples est minimum, l'autre est maximum et vice et versa. Ces éléments confirment la pertinence de la théorie du couple correctif associé à une poulie non circulaire (voir section 1.2).

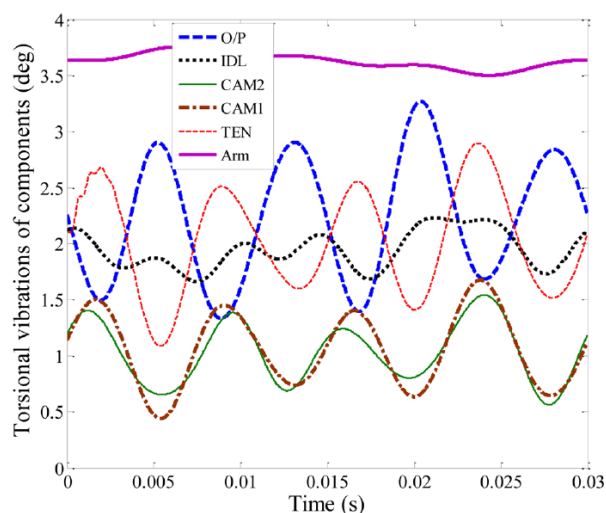


FIGURE 1.50 – Vibrations angulaires des composants de la transmission équipée d'une poulie vilebrequin ovale optimisée pour un régime moteur stabilisé à 2000 tr/min [Zhu 18b]

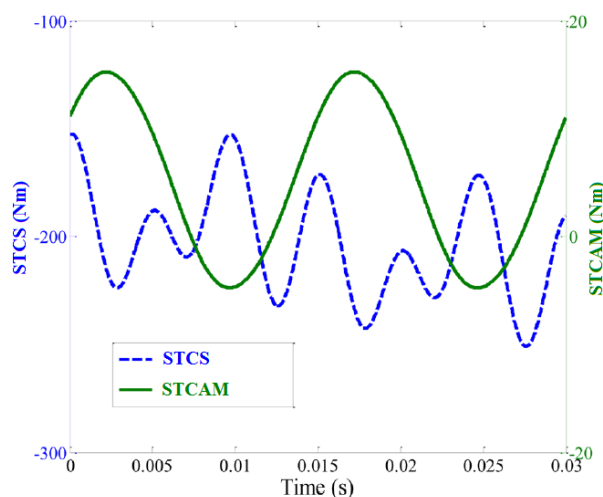


FIGURE 1.51 – Comparaison des couples mécaniques appliqués sur les poulies d'arbres-à-cames pour un régime moteur stabilisé à 2000 tr/min [Zhu 18b]

### 1.3.3.5 Discussions

Les travaux de Zhu couvrent un champ très large. En effet, modèle dynamique, résolution numérique et méthode de conception par emploi d'un algorithme d'optimisation sont présentés. Les résultats obtenus sont intéressants et montrent clairement l'impact vibratoire d'une poulie lobée sur une façade de distribution soumise aux sources d'excitation qu'on trouve usuellement au sein d'un moteur thermique.



Cependant, l'étude se concentre principalement sur l'observation de quantités purement cinématiques. Il aurait été intéressant d'analyser l'évolution des tensions de brins jouant un rôle clé dans les phénomènes d'usure et de fatigue des courroies. De plus, l'ensemble des résultats numériques présentés ne semble pas avoir été validés. Une comparaison à une étude expérimentale ou à des calculs issus d'un modèle robuste de type 2D/3D aurait été appréciable.

### 1.3.4 Outil de modélisation interne au groupe PSA : modèle de poulie lobée en approche Eulérienne (LMS AMESIM)

Les éléments de modélisation 0D/1D implémentés par les filières métiers numériques du groupe PSA pour l'étude des transmissions par courroie sont regroupés au sein de la bibliothèque utilisateur *LibBelt*. Pour des raisons de confidentialité, on ne propose ici qu'une description partielle du contenu de cette bibliothèque. Une présentation plus détaillée est disponible à l'annexe E.

#### 1.3.4.1 Hypothèses

Les poulies sont indéformables. La courroie est associée à un fil élastique ne présentant pas de rigidité en flexion (corde). On ne considère donc que des mouvements (déplacement/déformation) longitudinaux suivant la tangente à la ligne primitive de la courroie. Une approche en représentation Eulérienne est adoptée avec un volume d'observation fixe dans lequel la matière est libre de se déplacer. Ici, le volume d'observation est un domaine unidimensionnel (courbe) qui coïncide avec le chemin primitif de la courroie.

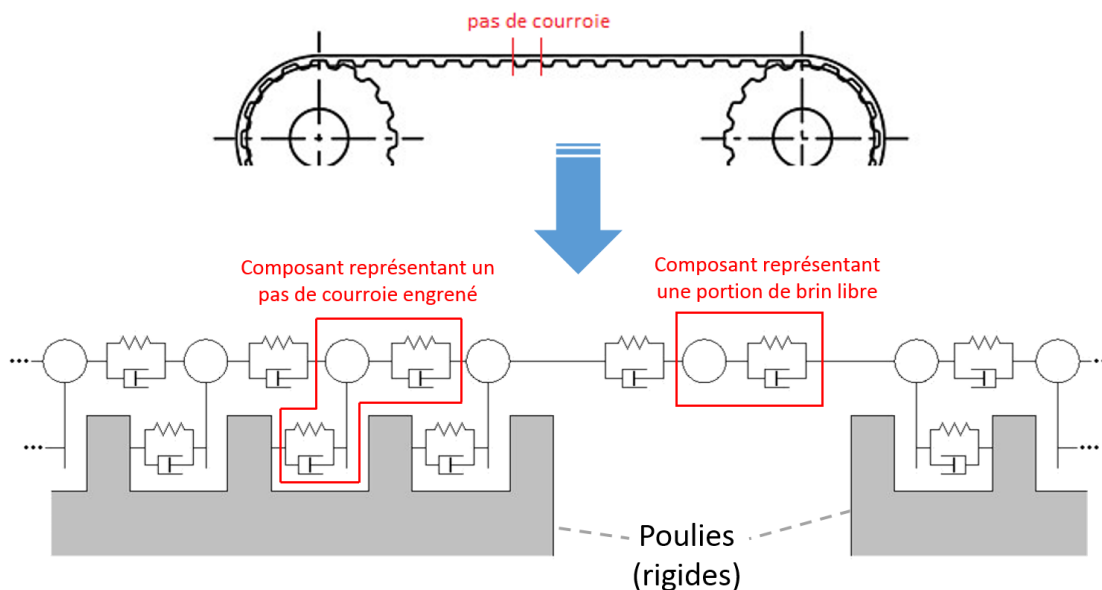


FIGURE 1.52 – Principe de modélisation des courroies synchrones en environnement AMESIM

Ce domaine 1D est discrétisé en systèmes élémentaires (composants) tangents à la ligne cinématique de la transmission (figure 1.52). Les frontières (ports) de chaque composant donnent les points d'observation du système où sont évaluées les grandeurs physiques caractéristiques du comportement dynamique de la transmission : déplacements de la courroie, efforts, etc. Suivant qu'un brin est libre ou enroulé, les composants utilisés pour sa discrétisation sont différents.

- Une portion de brin libre est représentée par une cellule de Kelvin-Voigt relié à une masse ponctuelle. Un brin libre peut être discrétisé en un ou plusieurs composants.

- Une portion de brin enroulé a une longueur correspondant à un pas de courroie (dent+creux). Elle est constituée d'une masse ponctuelle reliant deux cellules de Kelvin-Voigt en parallèle. L'une représente l'âme de la courroie (identique à la précédente) et l'autre la dent de courroie déformable en contact sur la dent de poulie rigide. Un brin enroulé complet est constitué d'un nombre d'éléments entier correspondant au nombre moyen de dents engrenées sur la poulie (arrondi à l'entier supérieur).

Le niveau d'excentricité des poulies lobées est considéré suffisamment faible pour que les variations de la longueur qu'elles induisent sur leur brins adjacents demeurent négligeables. Toutes les poulies sont donc assimilées à des poulies circulaires, les poulies lobées prenant un rayon primitif égal au rayon nominal de leur profil initial. L'effet de l'excentricité est pris en compte uniquement sur les vitesses d'avance des dents de poulies en prise avec les portions de brins enroulés.

### 1.3.4.2 Mise en équation

La mise en équation du comportement dynamique des brins de courroie discrétisés est obtenue par l'application du principe fondamentale de la dynamique aux masses ponctuelles de chaque élément de discrétisation (composant) suivant la direction tangente à la ligne cinématique de la transmission. Les équations sont formulées en approche Eulérienne.

#### Portion de brin libre

L'équation de mouvement lié à un composant représentant une portion de brin libre discrétisé de longueur  $l$  (figure 1.53) s'exprime sous la forme :

$$\frac{Dv_2}{Dt} = \frac{-F_2 + F_1}{m} \quad (1.46)$$

où  $\frac{Dv_2}{Dt}$  est la dérivée particulière de la vitesse particulière  $v_2$  de la masse ponctuelle  $m$  localisée au point d'observation situé en sortie du composant (port 2).  $F_1$  et  $F_2$  sont les efforts de tension appliqués aux frontières du composant.  $F_2$  correspond à l'effort d'interaction avec l'élément de discrétisation suivant.  $F_1$  est l'effort généré par élongation de la cellule de Kelvin-Voigt (raideur  $K$  et coefficient d'amortissement visqueux  $R_{vis}$ ) et s'exprime sous la forme suivante :

$$F_1 = -K (\widetilde{x}_2 - \widetilde{x}_1) - R_{vis} (v_2 - v_1) \quad (1.47)$$

$\widetilde{w}_1$  et  $\widetilde{x}_2$  sont les déplacements particuliers au port 1 et 2 du composant. La dérivée particulière de la vitesse  $v_2$  est reliée à sa dérivée eulérienne par la relation suivante (approche Eulérienne) :

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} = \frac{Dv_2}{Dt} - v_2 \frac{\partial v}{\partial x} \quad (1.48)$$

Cette écriture permet d'obtenir l'équation de la dynamique (1.46) sous une forme eulérienne adaptée à la résolution sous AMESIM :

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} = \frac{-F_2 + F_1}{m} - v_2 \frac{\partial v}{\partial x} \quad (1.49)$$

La quantité  $\frac{\partial v}{\partial x}$  correspond au gradient de la vitesse sur le domaine 1D couvert par le composant. Par différentiation on obtient :

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{v_2 - v_1}{l} \quad (1.50)$$

avec  $v_1$  vitesse particulière au port 1 du composant. La valeur du déplacement particulière  $\tilde{x}_2$  au port 2 de l'élément peut être déduite par intégration de la vitesse particulière en ce port :

$$\frac{\partial \tilde{x}_2}{\partial t} = v_2 + v_2 \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} \quad (1.51)$$

avec  $\frac{\partial \tilde{x}}{\partial x}$  le gradient de déplacement particulière le long de l'âme de la courroie tel que :

$$\frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} = \frac{\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1}{l} \quad (1.52)$$

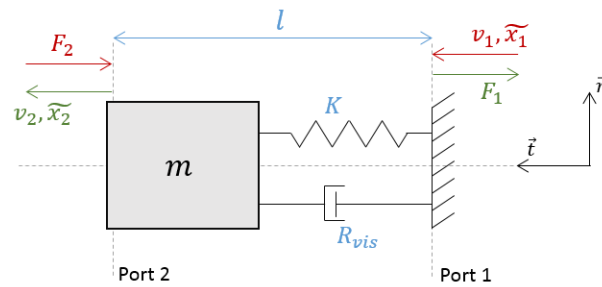


FIGURE 1.53 – Composant AMESIM dédié à la représentation d'une portion de brin libre

### Portion de brin enroulé

Dans le cas d'un composant représentant un pas de courroie engrené de longueur  $l$  (figure 1.54), l'équation de mouvement associée à la masse ponctuelle  $m$  est obtenue par une démarche similaire à celle décrite précédemment pour un composant dédié à la représentation d'un brin libre :

$$\frac{\partial v_3}{\partial t} = \frac{-F_3 + F_d + F_2}{m} - v_3 \frac{\partial v}{\partial x} \quad (1.53)$$

$F_2$  et  $F_3$  sont les efforts de tension appliqués aux frontières du composant.  $F_3$  correspond à l'effort d'interaction avec l'élément de discrétisation suivant.  $F_2$  est l'effort généré par élongation de la cellule de Kelvin-Voigt (raideur  $K$  et coefficient d'amortissement visqueux  $R_{vis}$ ) représentant l'âme de la courroie :

$$F_2 = -K (\tilde{x}_3 - \tilde{x}_2) - R_{vis} (v_3 - v_2) \quad (1.54)$$

L'effort  $F_3$  résulte de la compression de la dent (raideur  $K_c$  et coefficient d'amortissement visqueux  $R_{visc}$ ) inuite par l'interaction entre dent de courroie et dent de poulie :

$$F_d = \frac{2F_1}{d_s} = K_c (\tilde{x}_d - \tilde{x}_3) - R_{visc} (v_d - v_3) \quad (1.55)$$

$\tilde{x}_d$  et  $v_d$  déplacement et vitesse tangentielle de la dent de poulie.  $F_1$  est le moment mécanique induit par l'effort d'interaction poulie-courroie  $F_d$  au centre de rotation de la poulie.  $d_s$  est le diamètre primitif nominal de la poulie. La quantité  $\frac{\partial v}{\partial t}$  correspond au gradient de la vitesse le long de l'âme de la courroie. Il peut s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{v_3 - v_2}{l} \quad (1.56)$$

La dérivée temporel du déplacement particulière au port 3 s'écrit :

$$\frac{\partial \tilde{x}_3}{\partial t} = v_3 + v_3 \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} \quad (1.57)$$

avec  $\frac{\partial \tilde{x}}{\partial x}$  le gradient de déplacement particulière le long de l'âme tel que :

$$\frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} = \frac{\tilde{x}_3 - \tilde{x}_2}{l} \quad (1.58)$$

Dans le cas où la poulie sur laquelle le brin est enroulé présente un profil primitif circulaire, la vitesse d'avance des dents  $v_d$  est uniforme sur le brin enroulé (identique pour tous les composants de discrétisation du brin) :

$$v_d = \frac{d_s v_1}{2} \quad (1.59)$$

avec  $v_1$  vitesse de rotation de la poulie et  $d_s$  diamètre nominal du profil primitif de la poulie.

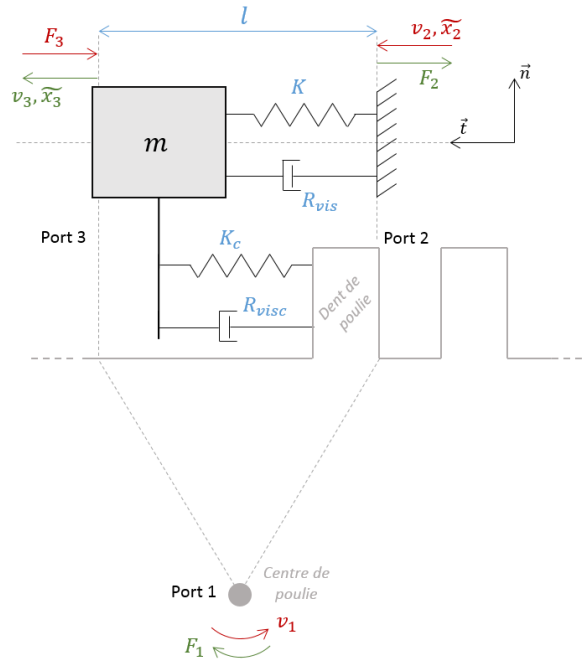


FIGURE 1.54 – Composant AMESIM dédié à la représentation d’une portion de brin enroulé

Lorsque la poulie n’est plus circulaire, le calcul de la vitesse des dents de poulie diffère. En effet, même si géométriquement, la poulie est considérée comme circulaire, les effets de l’excentricité de son profil réel sont tout de même pris en compte pour le calcul des vitesses de dents non uniformes le long de l’arc d’enroulement (figure 1.55). Le niveau d’excentricité  $p$  d’une poulie bilobée ( $N = 2$  lobes) quantifie la différence de longueur entre le demi grand axe et le demi petit axe de la poulie bilobée<sup>6</sup> :

$$p = \|\vec{\Delta}\| - \|\vec{\delta}\| \quad (1.60)$$

Le paramètre de mouvement d’une poulie bilobée en rotation est défini par l’angle d’orientation  $\theta$  de son grand axe  $\vec{\Delta}$ . La vitesse d’une dent située à une distance  $R$  de la poulie est orthoradiale et de norme :

$$V = R\dot{\theta} \quad (1.61)$$

Le rayon  $R$  varie d’une dent à l’autre en fonction de sa position angulaire sur la poulie (repérage par rapport au grand axe  $\vec{\Delta}$  de la poulie) :

$$R(\alpha) = \frac{d_s}{2} + P \cos(N\alpha) \quad (1.62)$$

avec  $N = 2$  pour une poulie bilobée. Cela entraîne une variation de vitesse le long de l’arc d’enroulement. Dans une logique de simplification, une vitesse constante est imposée sur l’arc d’enroulement. Cette vitesse est choisie comme la moyenne de la norme des vitesses instantanées aux points de tangence.

<sup>6</sup>Dans le cas d’un profil lobé quelconque à  $N$  lobes, l’excentricité quantifie la différence entre les valeurs des rayons maximal et minimal du profil.

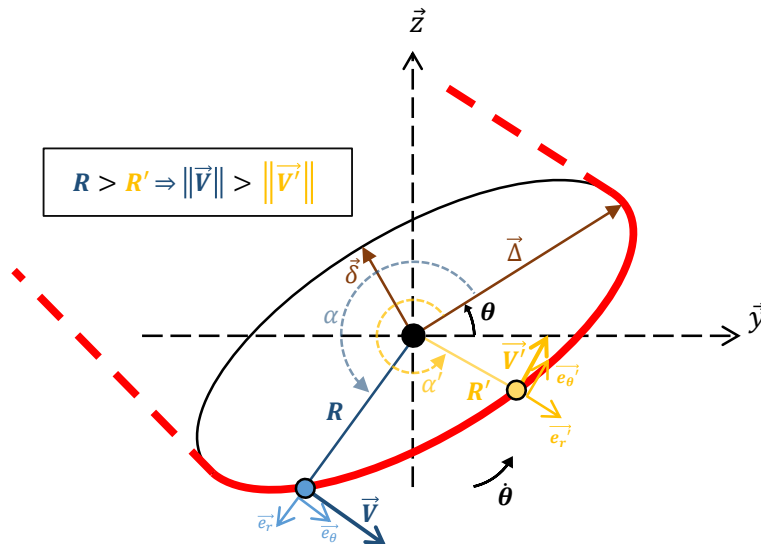


FIGURE 1.55 – Répartition de vitesse le long d'un brin enroulé sur une poulie bilobée

### Poulies

Classiquement, la vitesse angulaire de la poulie motrice est imposée. Les poulies menées et l'ensemble des organes qu'elles entraînent sont représentés par un solide indéformable (inertie) en rotation soumis à un couple de charge. L'équation de mouvement (équilibre des moments selon l'axe de rotation) pour une poulie entraînée prend la forme suivante :

$$J\ddot{\theta} = \sum_{i=1}^n F_{1_i} - F \quad (1.63)$$

$J$  est l'inertie en rotation de l'ensemble entraîné et  $F$  le couple de charge associé. Les moments mécaniques  $F_{1_i}$  sont générés par les efforts d'interaction entre la poulie et les composants de discrétisation du brin enroulé (interaction entre dent de courroie et dent de poulie).

#### 1.3.4.3 Limitations

Plusieurs analyses comparatives entre les résultats de simulation obtenus à partir des modèles 0D/1D AMESIM et multi-corps EXCITE<sup>7</sup> ont été réalisées par les équipes en charge du développement des outils numériques du groupe PSA [Veneziani 11a]. Ces investigations ont mis en évidence des différences notables entre les résultats prédits par les deux modèles. Ces observations laissent à penser que la capacité prédictive des éléments de modélisation AMESIM reste limitée.

Les comparaisons ont montré que le modèle 0D/1D AMESIM présente une tendance à sous-estimer les niveaux des fluctuations de tension et de vitesse angulaire affectant les transmissions. Les phases relatives des harmoniques entrant dans la composition spectrale des fluctuations ne sont également pas toujours bien prédites et les hautes-fréquences semblent « filtrées » par le modèles 0D/1D.

Il n'est pas surprenant d'observer un effet filtrant sur les modèles 0D/1D AMESIM. Les hautes fréquences affectant les transmissions sont généralement liées aux phénomènes d'engrènement

<sup>7</sup>Le modèle EXCITE palliant le manque de données expérimentales pour faire référence.

des dents de courroie sur les poulies. L'absence de ces fréquences sur les résultats obtenus à partir du modèle 0D/1D AMESIM est inhérente au choix d'une approche eulérienne 0D/1D ne représentant pas le mouvement réel des dents de courroie (raisonnement en nombre moyen de dents engrenées).

Les autres divergences constatées entre les résultats de simulation 0D/1D et multi-corps trouvent probablement leur source dans certaines des hypothèses adoptées pour la mise en équations des éléments de modélisation AMESIM. L'assimilation géométrique des poulies lobées à des poulies circulaires (rayon nominal moyen du profil lobée), le calcul des vitesses approximées et moyennées sur l'arc d'engrènement des poulies lobées ou encore la fixité des points de tangence en frontière des brins adjacents aux poulies non circulaires pourraient également constituer des sources d'erreur importantes.

### 1.3.5 Synthèse

Les différents modèles 0D/1D de transmissions classiques (poulies circulaires) évoqués précédemment offrent la possibilité de prendre en compte divers phénomènes plus ou moins complexes : couplage de la dynamique en rotation avec le comportement transverses des brins, répartition de charge sur les arcs d'enroulement pour une courroie synchrone, conditions de contact frottant dans le cas d'un entraînement par adhérence, prise en compte de la rigidité de courroie en flexion,... Indépendamment des régimes d'hypothèses considérés, tous les modèles semblent présenter une capacité prédictive globalement satisfaisante. Cela laisse à penser que les phénomènes sus-mentionnés ont un impact d'ordre secondaire sur la dynamique angulaire d'une transmission. En particulier, le couplage entre la dynamique angulaire et transverse d'une transmission ne devient significatif que lorsqu'un mode de battement de brin est excité.

Si l'on s'intéresse à l'étude de transmissions intégrant des poulies non circulaires, on remarque que les lots d'hypothèses adoptées pour le développement des modèles présentent un point commun. Pour chacun des modèles, l'effet géométrique du mouvement instantané des points de tangence situés aux limites des brins adjacents aux poulies non circulaires est supposé négligeable. Cela implique que la longueur géométrique et l'orientation des brins concernés sont considérées constantes.

Une problématique similaire apparaît pourtant lorsque des galets tendeurs sont intégrés aux transmissions. En effet, lorsqu'une poulie est mobile, les points de tangence délimitant ses brins adjacents bougent. Les amplitudes des mouvements respectivement induits par le battement d'un tendeur et par la rotation d'une poulie non circulaire sont du même ordre de grandeur (~ mm). Or, l'impact du mouvement de ces points sur la géométrie des transmissions est très généralement rigoureusement pris en compte dans les modèles de la littérature, à l'image des modèles évoqués plus tôt [Hwang 94, Parker 04].

Ce constat marquant remet en cause le bien-fondé des hypothèses simplificatrices adoptées dans le cas des poulies non circulaires. L'étude du degré d'influence de ces hypothèses est une question centrale à traiter pour l'élaboration d'un modèle 0D/1D pertinent. C'est pourquoi l'investigation de cette problématique constitue l'un des objectifs principaux des développements numériques engagés dans le cadre de cette thèse.

# Chapitre 2

## Modélisation d'une transmission intégrant des poulies Non Circulaires

### *Formulation Lagrangienne-Eulérienne en approche 0D/1D*

#### Résumé

Ce chapitre est dédié à la description du modèle numérique développé dans le cadre des présents travaux. Ce modèle original est construit à partir d'une formulation Lagrangienne-Eulérienne (L-E) en approche 0D/1D.

Les sections 2.1 et 2.2 présentent respectivement la formulation L-E mise en œuvre et les méthodes numériques implémentées (environnement Matlab). L'étude numérique d'un cas simple (transmission à deux poulies) est proposée en section 2.3. Les résultats obtenus permettent de mettre en évidence les phénomènes prédictibles par le modèle en présence d'une poulie motrice elliptique (bilobée). On se concentre en particulier sur l'effet correctif de la poulie lorsque la transmission est soumise à une excitation angulaire d'ordre 2 (couple de charge fluctuant). Des éléments de discussion concernant la pertinence de la formulation mise en œuvre ainsi que les futures pistes d'amélioration et d'enrichissement du modèle sont abordés en section 2.4.

La nomenclature des notations mises en œuvre pour la description de la formulation et de l'implémentation du modèle est disponible à l'annexe F.

#### Sommaire

<b>2.1</b>	<b>Formulation</b>	<b>72</b>
2.1.1	Hypothèses de départ	72
2.1.2	Modélisation des configurations d'observation de la courroie	73
2.1.3	Propriétés homogénéisées de la courroie	77
2.1.4	Représentation des brins de courroie	78
2.1.5	Équations de mouvement	84
<b>2.2</b>	<b>Méthodes numériques</b>	<b>88</b>
2.2.1	Stratégie de résolution numérique	89
2.2.2	Procédure de suivi des points de tangence	93
<b>2.3</b>	<b>Résultats numériques obtenus sur un cas d'étude simple</b>	<b>97</b>
2.3.1	Caractéristiques des variantes de la transmission et cas de charge	97
2.3.2	Cas de référence pour une poulie motrice circulaire (variante $V_{ref}$ )	99
2.3.3	Cas d'une poulie motrice elliptique (variante $V_{el}$ )	102
2.3.4	Bilan	111
<b>2.4</b>	<b>Discussions</b>	<b>112</b>
2.4.1	Formulation L-E : quelles hypothèses pour quelle représentativité?	112
2.4.2	Temps de calcul	115
2.4.3	Perspectives d'enrichissement du modèle	116



## 2.1 Formulation

La formulation s'appuie sur une approche dite « discrète » qui s'inspire des modèles 0D/1D usuels [Hwang 94, Parker 04, Zhu 18b]. Cette approche semble à priori bien adaptée à une intégration du modèle développé dans la chaîne de calcul du groupe PSA (AMESIM LMS).

Dans les modèles 0D/1D usuels, les poulies sont considérées comme des solides indéformables représentées par des inerties en rotation. La courroie est associée à un solide unidimensionnel linéairement élastique dans son sens longitudinal et dépourvu de raideur en flexion. Ce solide est généralement représenté par des cellules de Kelvin-Voigt qui relient les poulies entre elles suivant la direction longitudinale des brins. Les efforts de liaison générés par l'élongation de ces éléments correspondent aux tensions des brins de courroie.

Ces élongations sont en principe calculées à partir d'un bilan de matière réalisé sur les brins de courroie. Ce bilan est déduit des angles de rotation des différentes poulies de la transmission. Une formulation analytique directe de l'élongation des brins libres est possible dans le cas où les fluctuations de longueurs géométriques des brins de courroie sont négligeables. Si cette condition fondamentale est parfaitement vérifiée dans le cas d'une transmission classique [Hwang 94], il est évident qu'elle doit être remise en cause en présence de poulies Non Circulaires (NC).

Une poulie NC induit notamment un mouvement des points de tangence délimitant les brins libres qui lui sont adjacents, impliquant ainsi une variation à priori significative dans ses effets mécanique de leur longueur géométrique. L'hypothèse des longueurs de brins constantes n'est alors plus valable lorsqu'une transmission intègre des poulies NC et nécessite une nouvelle formulation. C'est ce cadre nouveau et généralisé que nous allons développer.

### 2.1.1 Hypothèses de départ

On assimile la transmission à un système géométrique appartenant au plan défini par les directions  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  du repère  $\Gamma$  ayant pour origine le point  $O$  (figure 2.3). La courroie est représentée par un fil linéairement élastique coïncidant avec sa ligne primitive (ou ligne cinématique). Ce fil, dépourvu de rigidité en flexion, est en prise sur l'enveloppe extérieure de solides plans indéformables représentant le profil primitif des poulies. Dans le cadre de nos travaux, les profils primitifs des poulies sont considérés convexes et suffisamment réguliers (pas de discontinuité de tangence notamment). Aussi, les transmissions étudiées ne comportent que des poulies en rotation autour d'un centre fixe (pas de tendeur dynamique, pas de jeu ou défaut d'alignement sur les poulies, etc.)<sup>1</sup>.

La transmission ne comporte qu'une seule poulie motrice dont la cinématique est imposée. Le sens de rotation de la poulie motrice reste le même au cours du temps. Les angles de rotations des poulies entraînées constituent les degrés de liberté (ddl) du système. Ces dernières présentent une inertie en rotation et sont soumises à des couples de charge représentatifs du comportement des organes entraînés. Leur mouvement de rotation est piloté par l'effet des tensions de brins libres de la courroie s'appliquant aux points limites de contact situés aux frontières entre les arcs d'enroulements et les brins libres.

<sup>1</sup>La prise en compte de ces phénomènes n'a pas d'implication directe dans la capacité d'un modèle à être représentatif de la physique régissant l'impact des poulies NC sur la dynamique angulaire des transmissions, objectif premier de nos travaux de modélisation.

Les brins libres restent droits (pas de vibrations en flexion ou torsion) et ne travaillent qu'en traction. Ces brins, qui représentent le comportement d'une portion de courroie sont considérés comme homogènes : densité linéique de masse constante et déformations uniformes. Sur les arcs d'enroulement on représente également la courroie par un brin homogène équivalent, qui se trouve dans un état physique simplifié (de référence) correspondant à une déformation longitudinale nulle (tension nulle).

Le modèle de courroie, purement élastique, ne présente pas d'amortissement, mais un effet dissipatif de type amortissement visqueux est introduit sur la rotation des poulies entraînées afin de représenter les pertes de puissance globales du système avec un niveau pris suffisant pour faciliter la convergence lors de la résolution numérique.

L'état de déformation des brins libres permettant le calcul des tensions (section 2.1.3) sera explicité par une approche de type Lagrangienne-Eulerienne qui nécessite la définition de deux configurations d'observation pour la courroie :

- La **configuration de référence**  $\mathcal{C}^*$  correspond à la courroie libre de contraintes, hors-tension (avant montage). Dans cette configuration, la courroie présente une longueur primitive  $L^*$  que nous appellerons longueur de référence.
- La **configuration courante**  $\mathcal{C}^t$  définie pour un instant  $t$ , correspond à l'état de la courroie montée sur la transmission en fonctionnement et observée à cet instant.

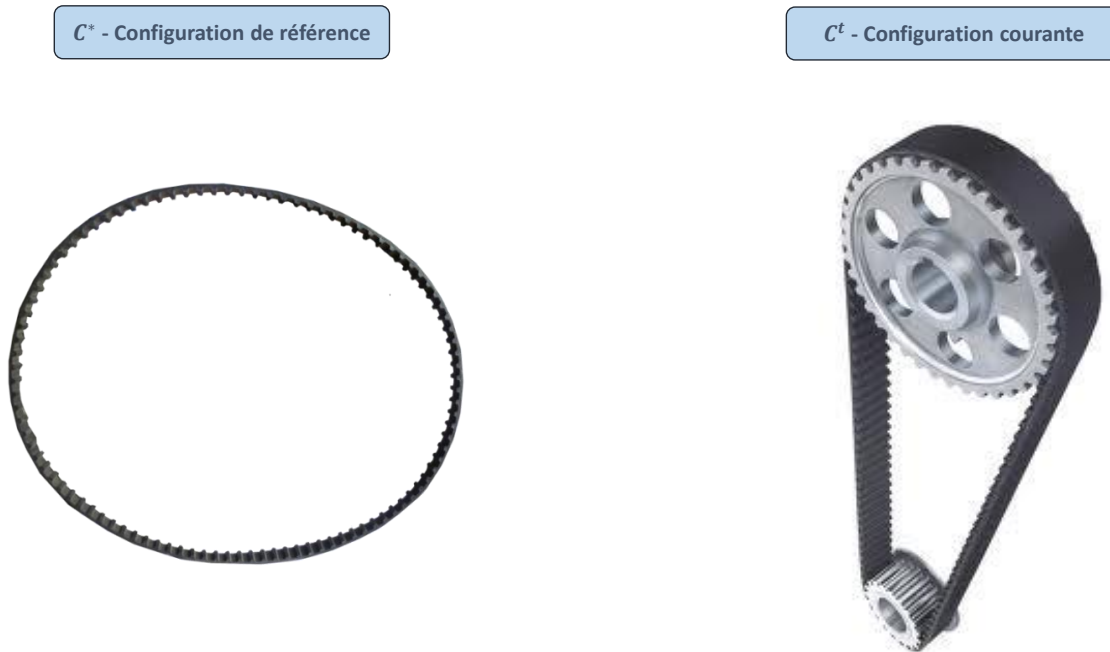


FIGURE 2.1 – Configurations d'observation de la courroie

## 2.1.2 Modélisation des configurations d'observation de la courroie

La modélisation des configurations d'observation de la courroie est illustrée en figure 2.3. Dans le cas général, la transmission comporte  $N$  poulies identifiées par un indice  $i$ . Les angles de rotation des poulies  $\theta_i$  (ddl du système) sont orientés dans le sens trigonométrique et repérés

par un rayon de référence  $\vec{\delta}_i$ . La numérotation des poulies prend pour origine la poulie motrice et suit un ordre croissant dans le sens de parcours de la transmission, défini par le sens d'avancée de la courroie pour un angle de rotation de la poulie motrice positif. Le couple de charge d'une poulie  $i$  est noté  $C_{ri}$ , son inertie en rotation  $I_i$  et son profil primitif  $P_i$ .

Les points géométriques  $A_i(t)$  et  $B_i(t)$  sont appelés points de tangence (ou plus précisément, points limite de contact) et définissent les frontières géométriques des brins en configuration courante. À la différence des transmissions classiques n'intégrant que des poulies à profils circulaires, la position de ces points géométriques est susceptible d'évoluer au cours du temps. À chaque instant  $t$ , les points limite de contact coïncident respectivement avec les points matériels de la courroie  $A_i^*(t)$  et  $B_i^*(t)$  et les points matériels appartenant aux profils primitifs des poulies notés  $a_i(t)$  et  $b_i(t)$ .

La numérotation des brins suit le sens de numérotation des poulies. L'indice de numérotation d'un brin libre correspond à l'indice de la poulie qui le précède. L'indice d'un brin enroulé correspond à l'indice de la poulie sur lequel il se situe. À un instant  $t$ , un brin libre  $i$  reliant une poulie amont  $i$  et une poulie avale  $j$  est délimité par les points géométriques  $B_i(t)$  et  $A_j(t)$ . Il a une longueur géométrique  $l_i(t)$  et est constitué de la portion de courroie définie par les points matériels  $B_i^*(t)$  et  $A_j^*(t)$ . La longueur de cette portion de courroie en configuration de référence constitue la longueur de référence du brin  $l_i^*(t)$ .

$$\begin{cases} l_i(t) = \left\| \overrightarrow{B_i(t) A_{j=i+1}(t)} \right\| \\ l_i^*(t) = \overline{B_i^*(t) A_{j=i+1}^*(t)} \end{cases} \quad 1 \leq i < N - 1$$

$$\begin{cases} l_{i=N}(t) = \left\| \overrightarrow{B_{i=N}(t) A_{j=1}(t)} \right\| \\ l_{i=N}^*(t) = \overline{B_{i=N}^*(t) A_{j=1}^*(t)} \end{cases} \quad (2.1)$$

De même, un brin enroulé  $i$  délimité par les points  $A_i(t)$  et  $B_i(t)$ , de longueur géométrique  $l_{pi}(t)$ , est constitué de la portion de courroie définie par les points matériels  $A_i^*(t)$  et  $B_i^*(t)$ . La longueur de cette portion de courroie en configuration de référence  $C^*$  constitue la longueur de référence  $l_{pi}^*(t)$  du brin.

$$\begin{cases} l_{pi}(t) = \overline{A_i(t) B_i(t)} \\ l_{pi}^*(t) = \overline{A_i^*(t) B_i^*(t)} \end{cases} \quad 1 \leq i \leq N \quad (2.2)$$

Les brins enroulés étant considérés en état de déformation nulle, on a :

$$l_{pi}(t) = l_{pi}^*(t) \quad 1 \leq i \leq N \quad (2.3)$$

L'orientation des brins libres adjacents à une poulie  $i$  joue un rôle important pour l'établissement des équations de mouvement de la transmission (section 2.1.5). Elle est mesurée par les angles orientés  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  illustrés en figure 2.2 et définis tels que :

$$\begin{cases} \alpha_i(t) = \left( \overrightarrow{A_i(t) B_{i-1}(t)}, \overrightarrow{A_i(t) O_i} \right) & 1 < i \leq N \\ \alpha_{i=1}(t) = \left( \overrightarrow{A_1(t) B_N(t)}, \overrightarrow{A_1(t) O_1} \right) \\ \beta_i(t) = \left( \overrightarrow{B_i(t) A_{i+1}(t)}, \overrightarrow{B_i(t) O_i} \right) & 1 \leq i < N \\ \beta_{i=N}(t) = \left( \overrightarrow{B_N(t) A_1(t)}, \overrightarrow{B_N(t) O_N} \right) \end{cases} \quad (2.4)$$

Dans le cas particulier d'une poulie présentant un profil circulaire, les brins adjacents sont perpendiculaires aux rayons du profil passant par les points limites de contact délimitant le brin :

$$|\alpha_i(t)| = |\beta_i(t)| = \frac{\pi}{2} \quad (2.5)$$

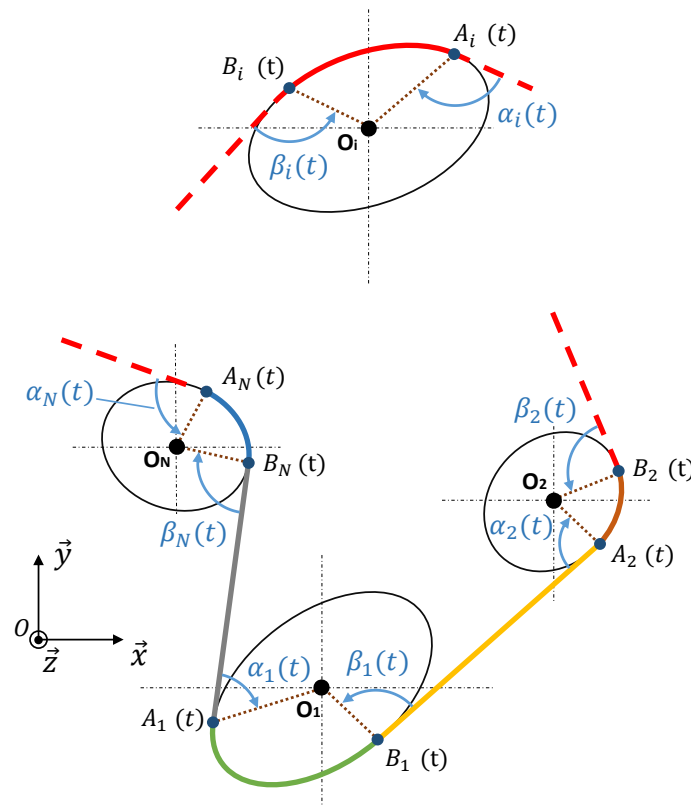


FIGURE 2.2 – Orientation des brins libres en configuration courante  $\mathcal{C}^t$

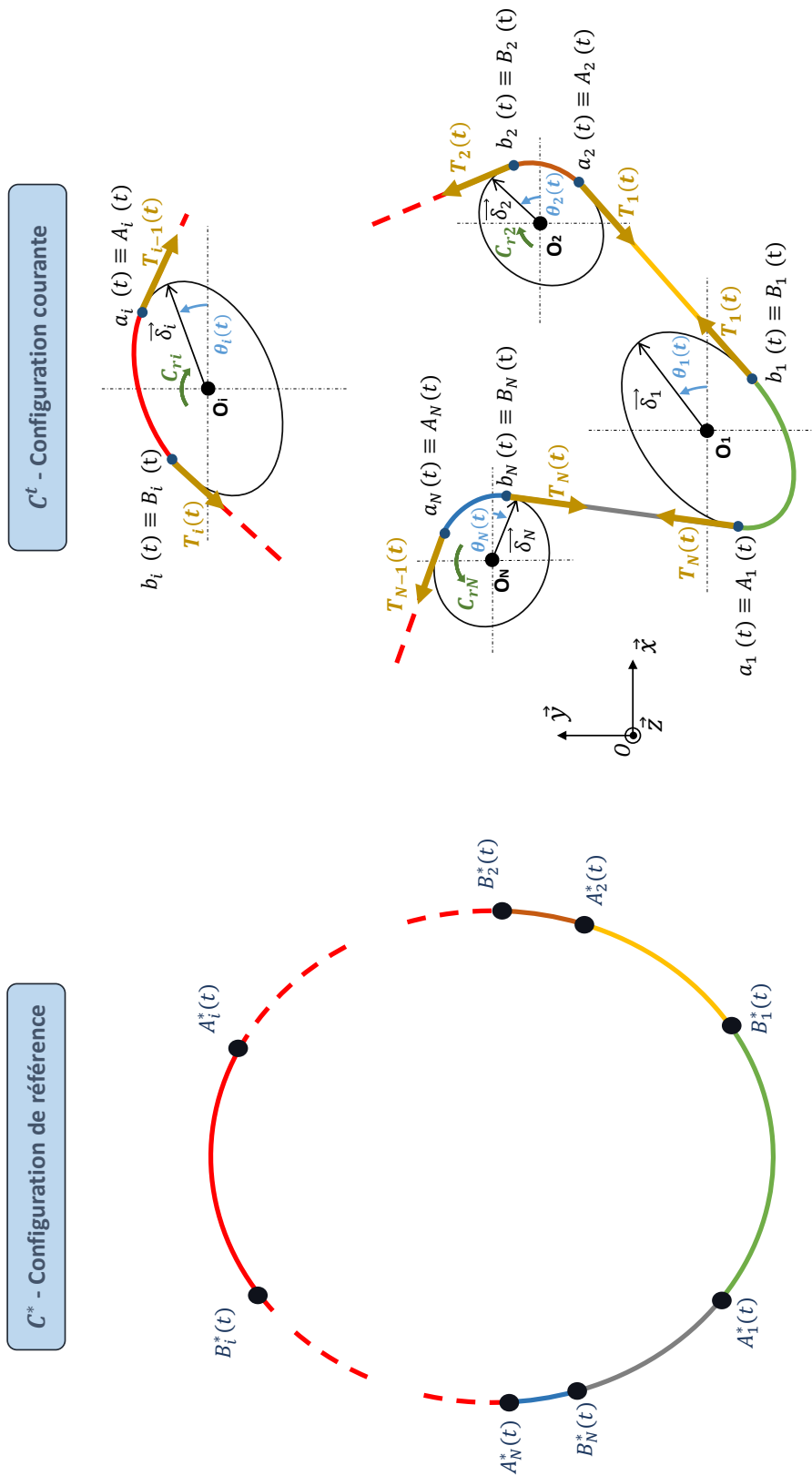


FIGURE 2.3 – Configurations d’observation de la courroie : définition générale des notations cinématiques et repérage des points matériels et des points géométriques coïncidents délimitant les brins à un instant  $t$

### 2.1.3 Propriétés homogénéisées de la courroie

La courroie est représentée par un fil purement élastique. Une portion de courroie de longueur initiale  $l^*$  soumise à une élongation  $\varepsilon = l - l^*$  développera donc une tension  $T$  telle que :

$$\begin{cases} T = K(l^*) \varepsilon & \text{si } \varepsilon > 0 \\ T = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.6)$$

$K(l^*)$  est la raideur de la portion de courroie de longueur  $l^*$  prise dans la configuration de référence  $C^*$  et vaut :

$$K(l^*) = \frac{K^*}{l^*} \quad (2.7)$$

où  $K^*$  est la constante de raideur longitudinale de la courroie, correspondant à la force nécessaire pour imposer une élongation d'un mètre à une portion de courroie ayant une longueur de référence d'un mètre.

On considère que dans le cas d'une élongation négative la courroie ne subit pas d'effort de compression ( $T = 0$ ). Cela rend compte de l'absence de rigidité en flexion de cette dernière qui l'amènerait immédiatement à flamber sans résistance en cas de compression.

À partir des relations 2.6 et 2.7, on peut exprimer la tension  $T_i(t)$  du brin libre  $i$  d'une transmission à un instant  $t$  :

$$\begin{cases} T_i(t) = K(l_i^*(t)) \varepsilon_i(t) = K^* \frac{l_i(t) - l_i^*(t)}{l_i^*(t)} & \text{si } \varepsilon_i(t) > 0 \\ T_i(t) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.8)$$

La relation reste très simple mais la difficulté majeure réside dans l'estimation des élongations pour laquelle le choix d'une approche Lagrangienne-Eulérienne se révèle stratégique (section 2.1.4). Connaissant la longueur de référence d'un brin libre  $i$ , on peut écrire à chaque instant  $t$  sa masse en fonction de la masse linéique constante de la courroie en configuration de référence  $C^*$  :

$$m_i^*(t) = \rho^* l_i^*(t) \quad 1 \leq i \leq N \quad (2.9)$$

De même, pour un brin enroulé  $i$ , on obtient une masse  $m_{pi}(t)$  telle que :

$$m_{pi}^*(t) = \rho^* l_{pi}^*(t) = \rho^* l_{pi}(t) \quad 1 \leq i \leq N \quad (2.10)$$

Par ailleurs, une courroie de longueur totale de référence  $L^*$  montée sur une transmission à  $N$  poulies, a une masse totale  $m^*$  constante qui s'exprime de la manière suivante :

$$m^* = \rho^* L^* = \sum_{i=1}^N [m_i^*(t) + m_{pi}^*(t)] \quad (2.11)$$

Cette dernière équation (2.11) permet d'écrire la loi de conservation de la masse de courroie à partir des longueurs de référence des brins :

$$L^* = \sum_{i=1}^N [l_i^*(t) + l_{pi}^*(t)] = \sum_{i=1}^N [l_i^*(t) + l_{pi}(t)] \quad (2.12)$$

## 2.1.4 Représentation des brins de courroie

La présence de poulies potentiellement non circulaires dans les transmissions étudiées nécessite le développement d'une formulation impliquant un suivi rigoureux du mouvement des points limite de contact. Cela permet ainsi d'estimer correctement les longueurs des brins dans les deux configurations d'observation de l'approche Lagrangienne-Eulérienne.

### 2.1.4.1 Représentation en configuration courante

À un instant  $t$ , on considère deux poulies successives  $i$  et  $j$  présentant les angles d'orientation respectifs  $\theta_i$  et  $\theta_j$ . Géométriquement, le brin situé entre ces deux poulies est défini par le segment reliant les points matériels  $b_i$  et  $a_j$  appartenant respectivement au profil primitifs des deux poulies  $P_i$  et  $P_j$  (figure 2.4). La direction du segment  $[b_i a_j]$  est colinéaire aux vecteurs tangents des profils primitifs  $\vec{t}_i$  et  $\vec{t}_j$  évalués localement aux points  $b_i$  et  $a_j$ . En d'autres termes, on dit que la direction du segment  $[b_i a_j]$  est bitangente aux profils primitifs des poulies  $i$  et  $j$  en leurs points respectifs  $b_i$  et  $a_j$ .

Comme le montre la figure 2.4, la position des points  $b_i$  et  $a_j$  peut être définie en coordonnées polaires dans un repère local attaché à chacune des deux poulies ( $\Gamma_i$  et  $\Gamma_j$ ). Les repères ortho-normés directs  $\Gamma_i$  et  $\Gamma_j$  ont pour origine les centres des poulies  $i$  et  $j$  ( $O_i$  et  $O_j$ ). Leurs vecteurs de base  $\vec{x}_i$  et  $\vec{x}_j$  ont la même direction et le même sens que les rayons de référence des poulies  $i$  et  $j$  ( $\vec{\delta}_i$  et  $\vec{\delta}_j$ ). Les coordonnées polaires des points  $b_i$  et  $a_j$  dans ces deux repères locaux sont respectivement notées  $(r_{b_i} = r_i(\gamma_{b_i}), \gamma_{b_i})$  et  $(r_{a_j} = r_j(\gamma_{a_j}), \gamma_{a_j})$ .

Dans le repère global  $\Gamma$ , les coordonnées cartésiennes des points  $b_i$  et  $a_j$  sont données par les relations (2.13).

$$\begin{aligned} \vec{Ob_i} &= \begin{pmatrix} x_{b_i} \\ y_{b_i} \end{pmatrix}_{\Gamma} = \begin{pmatrix} x_i + r_i(\gamma_{b_i}) \cos(\gamma_{b_i} + \theta_i) \\ y_i + r_i(\gamma_{b_i}) \sin(\gamma_{b_i} + \theta_i) \end{pmatrix}_{\Gamma} \\ \vec{Oa_j} &= \begin{pmatrix} x_{a_j} \\ y_{a_j} \end{pmatrix}_{\Gamma} = \begin{pmatrix} x_j + r_j(\gamma_{a_j}) \cos(\gamma_{a_j} + \theta_j) \\ y_j + r_j(\gamma_{a_j}) \sin(\gamma_{a_j} + \theta_j) \end{pmatrix}_{\Gamma} \end{aligned} \quad (2.13)$$

$(x_i, y_i)$  et  $(x_j, y_j)$  sont respectivement les coordonnées cartésiennes des centres des poulies  $i$  et  $j$  dans le repère global  $\Gamma$ . Les relations reliant respectivement les coordonnées radiales  $r_i$  et  $r_j$  aux coordonnées angulaires  $\gamma_i$  et  $\gamma_j$  constituent les équations caractéristiques en coordonnées polaires des profils primitifs  $P_i$  et  $P_j$ .

Les vecteurs tangents en  $b_i$  et  $a_j$  sont obtenus par dérivation des vecteurs position  $\overrightarrow{Ob_i}$  et  $\overrightarrow{Oa_j}$  par rapport aux coordonnées polaires  $\gamma_i$  et  $\gamma_j$  :

$$\begin{aligned} \vec{t}_i &= \left( \left\| \frac{d\overrightarrow{Ob_i}}{d\gamma_i} \right\|_{\gamma_{b_i}} \right)^{-1} \frac{d\overrightarrow{Ob_i}}{d\gamma_i} \Big|_{\gamma_{b_i}} \\ \vec{t}_j &= \left( \left\| \frac{d\overrightarrow{Oa_j}}{d\gamma_j} \right\|_{\gamma_{a_j}} \right)^{-1} \frac{d\overrightarrow{Oa_j}}{d\gamma_j} \Big|_{\gamma_{a_j}} \end{aligned} \quad (2.14)$$

À partir des relations (2.14), on définit les conditions imposées par les contraintes de tangence aux points  $b_i$  et  $a_j$  :

$$\begin{cases} (\vec{t}_i \wedge \vec{t}_{ij}) = \vec{0} \\ (\vec{t}_j \wedge \vec{t}_{ij}) = \vec{0} \end{cases} \quad (2.15)$$

avec  $\vec{t}_{ij}$  vecteur directeur du segment  $[b_j a_i]$ .

$$\vec{t}_{ij} = \frac{\overrightarrow{b_i a_j}}{\|\overrightarrow{b_i a_j}\|} \quad (2.16)$$

Le brin libre reliant la paire de profils  $\{P_i, P_j\}$  admet au total quatre agencements géométriques possibles (figure 2.4) suivant qu'il soit droit ou croisé et qu'il soit situé d'un côté ou de l'autre de l'entraxe ( $O_i O_j$ ). Chacun des quatre cas peut être associé à des conditions mathématiques correspondant à des contraintes géométriques portant sur la position des points  $b_i$  et  $a_j$  relativement à l'entraxe reliant les deux poulies :

$$\begin{aligned} \text{Cas N° 1 - Brin droit extérieur} & \begin{cases} (\overrightarrow{O_i O_j} \wedge \overrightarrow{O_i b_i}) \cdot \vec{z} < 0 \\ \& \\ (\overrightarrow{O_i O_j} \wedge \overrightarrow{O_i a_j}) \cdot \vec{z} < 0 \end{cases} \\ \text{Cas N° 2 - Brin droit intérieur} & \begin{cases} (\overrightarrow{O_i O_j} \wedge \overrightarrow{O_i b_i}) \cdot \vec{z} > 0 \\ \& \\ (\overrightarrow{O_i O_j} \wedge \overrightarrow{O_i a_j}) \cdot \vec{z} > 0 \end{cases} \\ \text{Cas N° 3 - Brin croisé vers l'intérieur} & \begin{cases} (\overrightarrow{O_i O_j} \wedge \overrightarrow{O_i b_i}) \cdot \vec{z} < 0 \\ \& \\ (\overrightarrow{O_i O_j} \wedge \overrightarrow{O_i a_j}) \cdot \vec{z} > 0 \end{cases} \\ \text{Cas N° 4 - Brin croisé vers l'extérieur} & \begin{cases} (\overrightarrow{O_i O_j} \wedge \overrightarrow{O_i b_i}) \cdot \vec{z} > 0 \\ \& \\ (\overrightarrow{O_i O_j} \wedge \overrightarrow{O_i a_j}) \cdot \vec{z} < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.17)$$



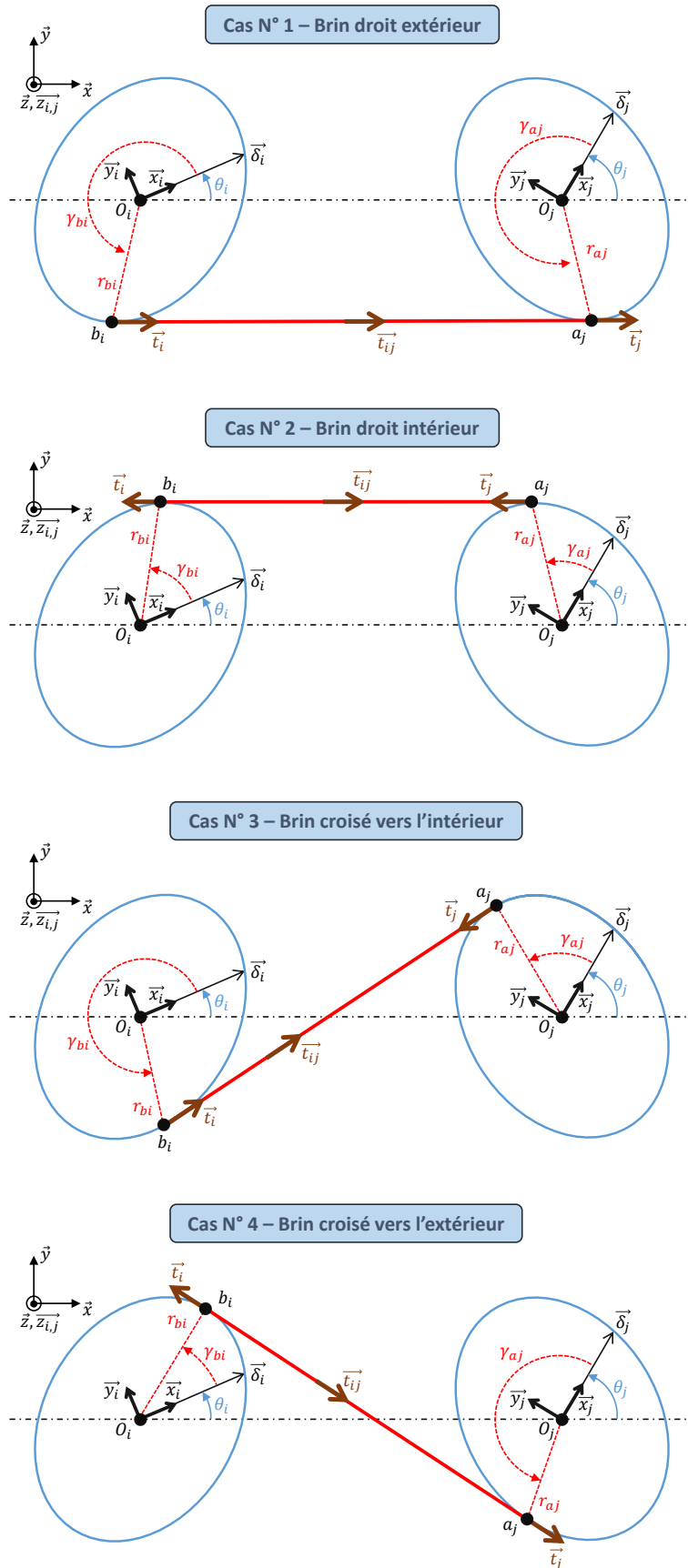


FIGURE 2.4 – Géométrie de brin entre deux poulies

In fine, pour toute paire d'angles d'orientation instantanée  $\{\theta_i, \theta_j\}$ , le système d'équations vectorielles (2.15) peut se résumer à un système de deux équations libres scalaires ayant pour inconnues les angles  $\gamma_{bi}$  et  $\gamma_{aj}$  définissant la position des points  $b_i$  et  $a_j$ . La résolution de ce système complété par les conditions (2.17) permet de définir les fonctions scalaires  $f_{ij}$  et  $g_{ij}$  reliant la position angulaire des points  $b_i$  et  $a_j$  aux angles d'orientation des poulies  $i$  et  $j$  :

$$\begin{cases} \gamma_{bi} = f_{ij}(\theta_i, \theta_j) \\ \gamma_{aj} = g_{ij}(\theta_i, \theta_j) \end{cases} \quad (2.18)$$

Dans le cas classique d'un brin libre reliant deux poulies circulaires, la résolution du système (2.15) est relativement aisée. Les points géométriques  $b_i$  et  $a_j$  sont fixes quelle que soit l'orientation des deux poulies, ce qui permet de définir analytiquement la géométrie du brin [Manin 10]. En revanche, dans le cas de poulies présentant des profils primitifs non circulaires, les fonctions  $f_{ij}$  et  $g_{ij}$  décrivant les positions des points limites de contact rendus mobiles par la non-circularité des profils sont généralement très difficiles voire impossibles à expliciter analytiquement. C'est notamment le cas des profils primitifs rencontrés dans l'état actuel de la technique (profils elliptiques, profils harmoniques lobés [Gajewski 06], etc.).

Une approche numérique alternative est alors mise en œuvre dans le cadre des présents travaux. Le choix d'une telle approche permet de proposer un outil de simulation compatible avec tout type de profil primitif à condition qu'il demeure convexe et suffisamment régulier. Il s'agit d'une méthode itérative d'approximation reposant sur une discrétisation fine des profils de poulie. Cette méthode est décrite en section 2.2.2.

#### 2.1.4.2 Représentation en configuration de référence

La représentation Lagrangienne-Eulérienne que nous employons ne permet pas d'établir de relation analytique directe entre les longueurs de référence des brins libres et la position angulaire des éléments de la transmission. On peut cependant facilement estimer la variation de longueur de référence d'un brin  $dl_i^*(t)$  entre deux instants successifs infiniment proches  $t$  et  $t + dt$  (d'autant qu'ici toutes les conditions de régularité sont bien satisfaites et garantissent l'existence des termes différentiels) :

$$l_i^*(t + dt) = l_i^*(t) + dl_i^*(t) \quad (2.19)$$

Prenons le cas d'un brin  $i$  reliant les poulies  $i$  et  $j$ . Entre les deux instants, si la poulie motrice présente une vitesse de rotation positive (sens d'avancée de courroie positif), la portion de courroie  $(A_j^*(t), A_j^*(t + dt))$  quitte le brin pour intégrer l'arc d'enroulement de la poulie  $j$ , alors que la portion  $(B_i^*(t), B_i^*(t + dt))$  intègre le brin depuis l'arc d'enroulement  $i$ . À l'inverse, si la poulie motrice tourne dans le sens des angles négatifs, la portion de courroie  $(A_j^*(t), A_j^*(t + dt))$  intègre le brin alors que la portion  $(B_i^*(t), B_i^*(t + dt))$  le quitte. Le principe de ce bilan de longueur entrant/sortant des brins libres est illustré en figure 2.5 pour un sens de rotation de poulie positif.

La courroie étant supposée se trouver dans son état de référence sur les arcs d'enroulement, les longueurs de référence de ces portions sont identiques aux longueurs d'arc séparant les points des profils des poulies coïncidant avec les points frontières des portions aux instants  $t$  et  $t + dt$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{B_i^*(t) B_i^*(t+dt)} = \overline{b_i(t) b_i(t+dt)} = |d\gamma_{b_i}(t)| \sqrt{\left(\left.\frac{dr_i}{d\gamma_i}\right|_{\gamma_{b_i}(t)}\right)^2 + (r_{b_i}(t))^2} \\ \overline{A_j^*(t) A_j^*(t+dt)} = \overline{a_j(t) a_j(t+dt)} = |d\gamma_{a_j}(t)| \sqrt{\left(\left.\frac{dr_j}{d\gamma_j}\right|_{\gamma_{a_j}(t)}\right)^2 + (r_{a_j}(t))^2} \end{array} \right. \quad (2.20)$$

$d\gamma_{a_j}(t)$  et  $d\gamma_{b_i}(t)$  sont les variations élémentaires des angles polaires  $\gamma_{a_j}$  et  $\gamma_{b_i}$  respectivement associés aux points matériels  $a_j$  et  $b_i$  entre les instants successifs  $t$  et  $t + dt$ . Ainsi, on peut écrire la variation de longueur de référence du brin entre deux instants successifs de la manière suivante :

$$\begin{aligned} dl_i^*(t) &= \operatorname{sgn}(d\theta_1(t)) \left( \overline{B_i^*(t) B_i^*(t+dt)} - \overline{A_j^*(t) A_j^*(t)} \right) \\ &= \operatorname{sgn}(d\theta_1(t)) \left( \overline{b_i(t) b_i(t+dt)} - \overline{a_j(t) a_j(t+dt)} \right) \\ &= \operatorname{sgn}(d\theta_1(t)) \left( \begin{array}{l} |d\gamma_{b_i}(t)| \sqrt{\left(\left.\frac{dr_i}{d\gamma_i}\right|_{\gamma_{b_i}(t)}\right)^2 + (r_{b_i}(t))^2} \\ - |d\gamma_{a_j}(t)| \sqrt{\left(\left.\frac{dr_j}{d\gamma_j}\right|_{\gamma_{a_j}(t)}\right)^2 + (r_{a_j}(t))^2} \end{array} \right) \end{aligned} \quad (2.21)$$

$\operatorname{sgn}$  est la fonction signe. La quantité  $d\theta_1(t)$  correspond à l'incrément d'angle  $\theta_1$  entre les instants  $t$  et  $t + dt$ . Par sommation des variations  $dl_i^*$  depuis un état initial ( $t = 0$ ) où les longueurs de référence de chaque brin sont supposées connues, il est possible d'estimer les longueurs de référence des brins à n'importe quel instant  $t > 0$ .

$$l_i^*(t) = l_i^*(0) + \int_0^t dl_i^* \quad (2.22)$$

Dans le cas d'un brin reliant deux poulies circulaires  $i$  et  $j$  de rayons respectifs  $R_i$  et  $R_j$ , l'expression de la variation de longueur de référence du brin se simplifie pour donner :

$$dl_i^*(t) = \operatorname{sgn}(d\theta_1(t)) \left( R_i |\theta_i(t+dt) - \theta_i(t)| - R_j |\theta_j(t+dt) - \theta_j(t)| \right) \quad (2.23)$$

Par sommation, lorsque la vitesse de la poulie motrice conserve un signe constant on en déduit :

$$l_i^*(t) = \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1(t)) \left( R_i |\theta_i(t) - \theta_i(0)| - R_j |\theta_j(t) - \theta_j(0)| \right) \quad (2.24)$$

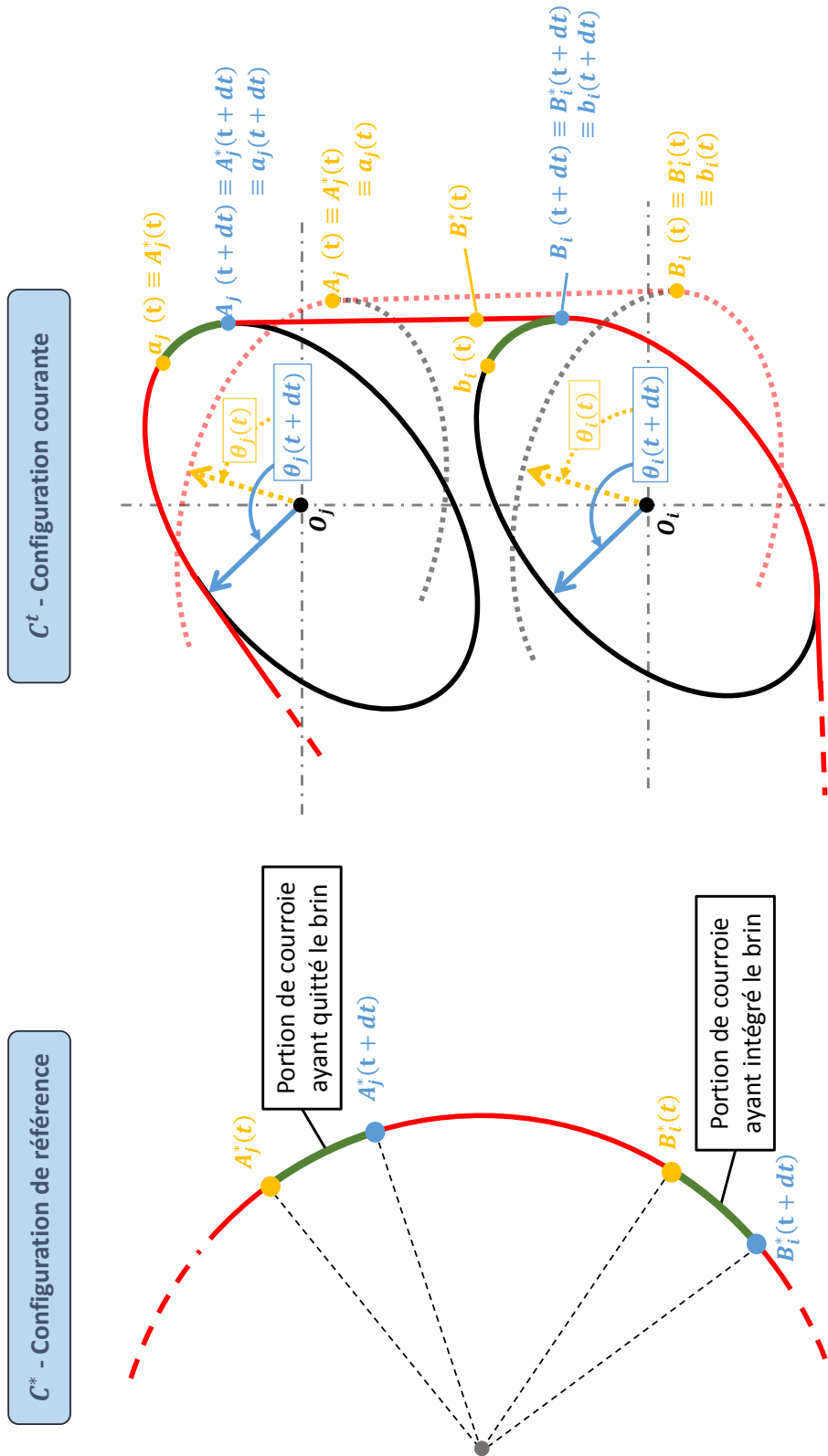


FIGURE 2.5 – Variation infinitésimale ( $t \rightarrow t + dt$ ) de la longueur de référence d'un brin libre vu dans  $C^*$  et  $C^t$

### 2.1.5 Équations de mouvement

Les équations du mouvement de la transmission sont classiquement obtenues à partir de l'équilibre des moments dynamiques selon la direction  $\vec{z}$  appliqué au centre de rotation de chaque élément entraîné. Les  $N - 1$  éléments entraînés sont soumis au moment généré en leur centre par l'action des tensions des brins de courroie  $C_{pi}$ , au couple de charge  $C_{ri}$  de l'élément consommateur entraîné ainsi qu'au couple dissipatif de type visqueux  $C_{\mu i}$  (coefficient d'amortissement visqueux  $\mu_i$ ).

$$I_i \ddot{\theta}_i(t) = C_{pi}(t) + C_{ri}(t) + C_{\mu i}(t) \quad (2.25)$$

Les moments  $C_{pi}$  dépendant du temps présentent des non-linéarités principalement dues au calcul des longueurs de brins et à la formulation des efforts de tension<sup>2</sup> :

$$C_{pi}(t) = \underbrace{\left\| \overrightarrow{O_i a_i(t)} \right\|}_{r_{a_i}(t)} T_{i-1}(t) \sin(\alpha_i(t)) + \underbrace{\left\| \overrightarrow{O_i b_i(t)} \right\|}_{r_{b_i}(t)} T_i(t) \sin(\beta_i(t)) \quad 2 \leq i \leq N \quad (2.26)$$

Les couples  $C_{ri}$  sont également des fonctions temporelles potentiellement non linéaires<sup>3</sup>. Le couple dissipatif  $C_{\mu i}$  résulte d'un amortissement visqueux appliqué à la composante vibratoire  $\dot{\tilde{\theta}}_i$  de la vitesse de rotation de la poulie  $i$ .

$$C_{\mu i}(t) = \mu_i \dot{\tilde{\theta}}_i \quad (2.27)$$

La composante vibratoire  $\dot{\tilde{\theta}}_i$  est déduite de la relation suivante :

$$\dot{\theta}_i(t) = \dot{\bar{\theta}}_i(t) + \dot{\tilde{\theta}}_i(t) \quad (2.28)$$

$\dot{\bar{\theta}}_i$  correspond à la composante cinématique de la vitesse qui se déduit du rapport des diamètres primitifs moyens de la poulie  $i$  (rapport cinématique  $\rho_i$ ) et de la poulie motrice (1) de la transmission :

$$\dot{\bar{\theta}}_i(t) = \rho_i \dot{\theta}_1(t) = \frac{D_1}{D_i} \dot{\theta}_1(t) \quad (2.29)$$

<sup>2</sup>Les efforts de tension  $T_i$ , les angles d'orientation des brins  $\alpha_i/\beta_i$  et les coordonnées polaires radiales des points de tangence  $r_{a_i}/r_{b_i}$  dépendent indirectement du temps via les angles de rotation  $\theta_i$ , degrés de liberté de la transmission. Les relations directes entre ces quantités et les degrés de liberté de la transmission sont non linéaires.

<sup>3</sup>En fonction de la nature de l'élément consommateur relié à la poulie, le couple de charge  $C_{ri}$  peut dépendre directement du temps mais aussi indirectement via les angles de rotation  $\theta_i$  et les vitesses angulaires  $\dot{\theta}_i$  des éléments de la transmission. L'expression du couple en fonction de ces variables peut être non linéaire (e.g. couple harmonique généré par un arbre-à-came, couple de charge cyclique induit par l'entraînement d'une pompe à carburant haute-pression, etc.)

En tenant compte des relations (2.26-2.29), l'équation d'équilibre des moments dynamiques (2.25) devient :

$$I_i \ddot{\theta}_i(t) = C_{pi}(t) + C_{ri}(t) - \mu_i \left( \dot{\theta}_i(t) - \frac{D_1}{D_i} \dot{\theta}_1(t) \right) \quad (2.30)$$

On pose  $\{\Theta\}$ , vecteur des ddl du système ainsi que ses dérivées temporelles  $\{\dot{\Theta}\}$  et  $\{\ddot{\Theta}\}$  :

$$\{\Theta(t)\} = \begin{Bmatrix} \theta_2(t) \\ \vdots \\ \theta_i(t) \\ \vdots \\ \theta_N(t) \end{Bmatrix}_{N-1,1} \quad \{\dot{\Theta}(t)\} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{\theta}_i(t) \\ \vdots \\ \dot{\theta}_N(t) \end{Bmatrix}_{N-1,1} \quad \{\ddot{\Theta}(t)\} = \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_2(t) \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_i(t) \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_N(t) \end{Bmatrix}_{N-1,1} \quad (2.31)$$

On peut alors écrire le système d'équations du mouvement de la transmission sous forme matricielle :

$$[I] \cdot \{\ddot{\Theta}\} + [\mu] \cdot \{\dot{\Theta}\} = \{C(t)\} \quad (2.32)$$

$[I]$  et  $[\mu]$  matrices diagonales de taille  $N-1 \times N-1$ , sont respectivement les matrices d'inertie et d'amortissement du système.

$$[I] = \begin{bmatrix} I_2 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & I_i & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & I_N \end{bmatrix}_{N-1, N-1} \quad 2 < i < N \quad (2.33)$$

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu_2 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & \mu_i & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & \mu_N \end{bmatrix}_{N-1, N-1} \quad 2 < i < N \quad (2.34)$$

$\{C(t)\}$  est le vecteur colonne défini par la relation suivante :

$$\begin{aligned} \{C(t)\} &= \{C_p(t)\} + \{C_r(t)\} + D_1 \dot{\theta}_1 \{\mu\} \\ &= \begin{Bmatrix} C_{p2}(t) \\ \vdots \\ C_{pi}(t) \\ \vdots \\ C_{pN}(t) \end{Bmatrix}_{N-1,1} + \begin{Bmatrix} C_{r2}(t) \\ \vdots \\ C_{ri}(t) \\ \vdots \\ C_{rN}(t) \end{Bmatrix}_{N-1,1} + D_1 \dot{\theta}_1 \begin{Bmatrix} \frac{\mu_2}{D_2} \\ \vdots \\ \frac{\mu_i}{D_i} \\ \vdots \\ \frac{\mu_N}{D_N} \end{Bmatrix}_{N-1,1} \end{aligned} \quad (2.35)$$

où  $\{C_p(t)\}$  est le vecteur des moments mécaniques (2.26) générés par les tensions des brins,  $\{C_r(t)\}$  le vecteur des couples résistants des éléments consommateurs et  $\{\mu\}$  le vecteur constitué des rapports entre le coefficient d'amortissement visqueux et le diamètre primitif de chaque poulie menée. On pose ensuite le vecteur  $\{Q\}$  et sa dérivée temporelle  $\{\dot{Q}\}$  :

$$\{Q\} = \begin{Bmatrix} \{\Theta\} \\ \{\dot{\Theta}\} \end{Bmatrix}_{2(N-1),1} \quad \{\dot{Q}\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{\Theta}\} \\ \{\ddot{\Theta}\} \end{Bmatrix}_{2(N-1),1} \quad (2.36)$$

On peut alors ré-écrire le système non linéaire (2.32) sous la forme classique d'espace d'état et rejoindre ainsi le cadre général de la résolution numérique de systèmes temporels discrétisés.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} [Id] & [0] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \{\dot{Q}\} + \begin{bmatrix} [0] & -[Id] \\ [0] & [\mu] \end{bmatrix} \{Q\} &= \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{C(t)\} \end{Bmatrix} \\ \Leftrightarrow \{\dot{Q}\} &= \underbrace{- \begin{bmatrix} [Id] & [0] \\ [0] & [I] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [0] & -[Id] \\ [0] & [\mu] \end{bmatrix}}_{[A]} \{Q\} \\ &+ \underbrace{\begin{bmatrix} [Id] & [0] \\ [0] & [I] \end{bmatrix}^{-1}}_{[B]} \underbrace{\begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{C(t)\} \end{Bmatrix}}_{\{F(t)\}} \\ \Leftrightarrow \{\dot{Q}\} &= [A] \{Q\} + [B] \{F(t)\} = H(Q, t) \end{aligned} \quad (2.37)$$

Les matrices  $[A]$  et  $[B]$  sont des matrices carrées de taille  $2(N-1) \times 2(N-1)$ . Les termes temporels non linéaires intervenant dans les équations de mouvement sont regroupés au sein du vecteur colonne  $\{F(t)\}$  de taille  $2(N-1)$ .  $[Id]$  est la matrice identité de taille  $(N-1) \times (N-1)$  et  $H$  la fonction vectorielle telle que :

$$H(Q, t) = [A] \{Q\} + [B] \{F(t)\} \quad (2.38)$$



## 2.2 Méthodes numériques

L'implémentation informatique du modèle formulé en section 2.1 a été réalisée dans l'environnement Matlab. L'architecture du programme est représentée par le diagramme de la figure 2.6.

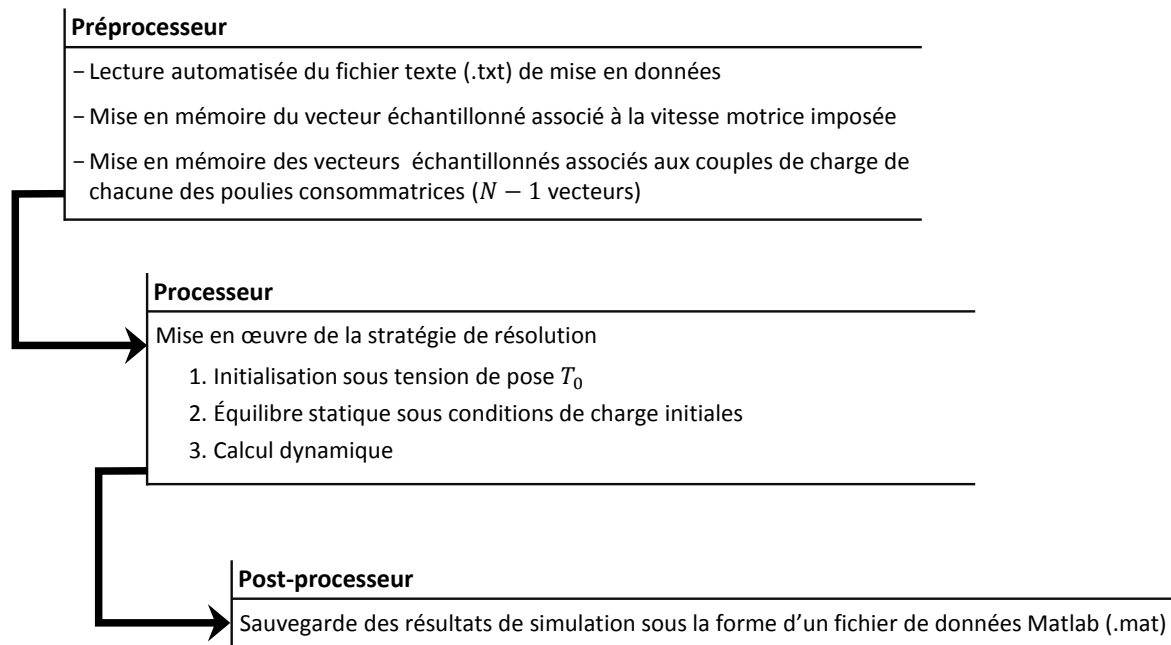


FIGURE 2.6 – Architecture du programme

La mise en données du programme (préprocesseur) est réalisée à partir d'un fichier texte (.txt). Ce fichier est structuré de manière à permettre une lecture automatisée de ce dernier. Un exemple de fichier de mise en données est proposé en annexe I. La cinématique imposée sur la poulie motrice ainsi que les différents couples de charge appliqués à chaque poulie consommatrice sont donnés sous la forme de vecteurs échantillonnés. Au cours de la résolution, les valeurs instantanées de la vitesse motrice et des couples de charge sont obtenues par interpolation des vecteurs échantillonnés associés (annexe H).

La résolution du système d'équations de mouvement du modèle (processeur) nécessite la mise en œuvre d'une stratégie de résolution comprenant trois étapes de calcul successives. Cette stratégie de résolution présentée en détail par la suite (section 2.2.1), a été établie afin de répondre aux problématiques numériques liées à la mobilité des points de tangence (i.e. calcul incrémental de la longueur de référence des brins et recherche de position des points de tangence impossible par voie analytique classique). La méthode numérique développée pour le suivi de position des points de tangence est décrite en section 2.2.2.

En sortie du programme, l'ensemble des grandeurs caractéristiques du comportement angulaire de la transmission sont sauvegardées sous la forme d'un fichier de données Matlab (.mat). Le fichier comporte l'intégralité des valeurs de ces grandeurs évaluées à l'issue de chacune des itérations numériques validées par le solveur (section 2.2.1) ainsi que les paramètres de simulation et les paramètres caractéristiques de la transmission.

### 2.2.1 Stratégie de résolution numérique

En principe, la résolution numérique du système d'équations de mouvement du modèle d'une transmission peut être menée à partir des méthodes numériques classiques : Runge-Kutta, Newmark, etc. Cependant, le calcul incrémental de la longueur de référence des brins ainsi que la recherche de position des points de tangence opérés au fil de la résolution nécessite une approche spécifique.

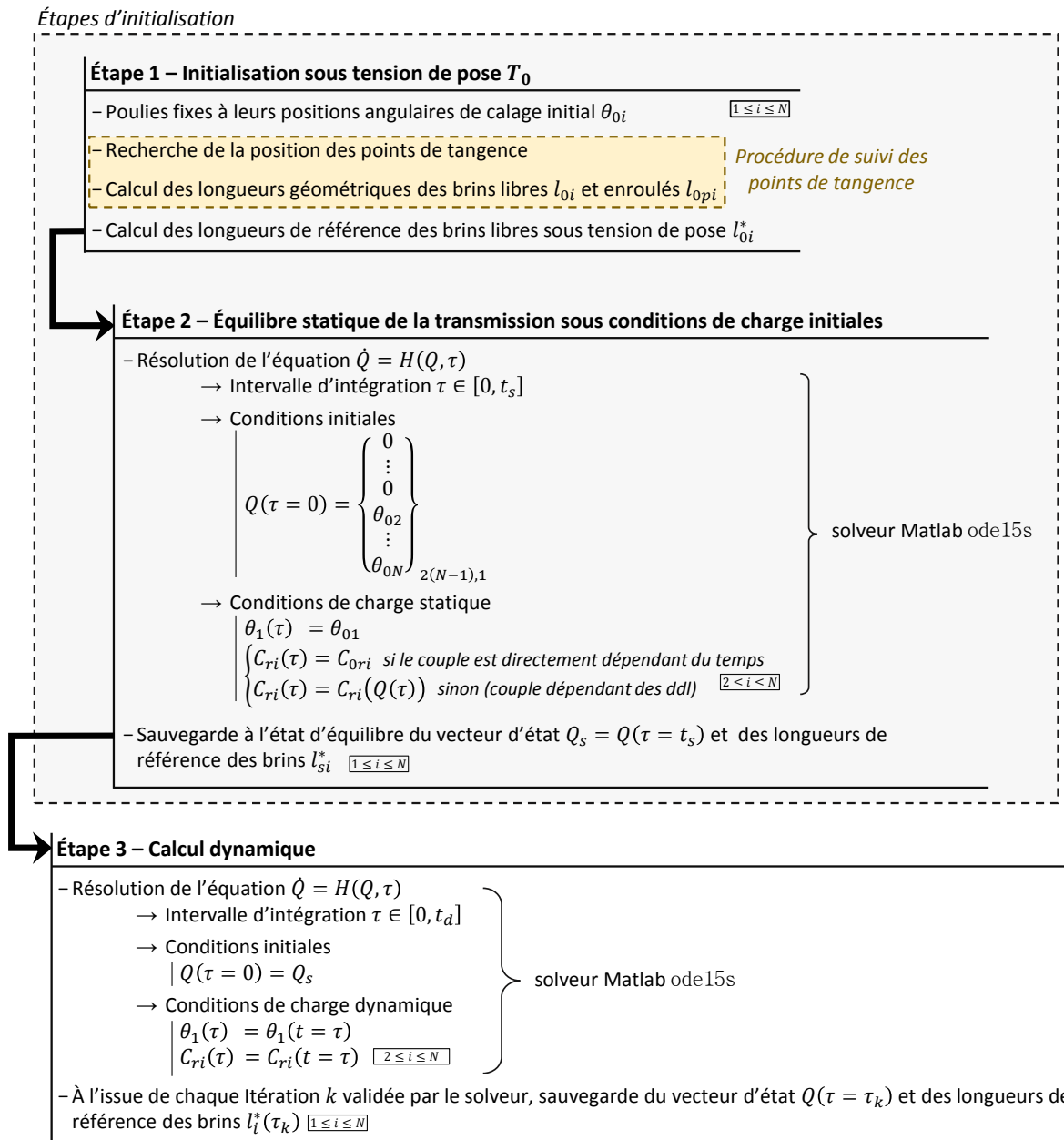


FIGURE 2.7 – Stratégie de résolution numérique

Comme mentionné au paragraphe 2.1.4.2, au préalable de toute simulation la longueur de référence de chacun des brins doit être initialisées (valeur au temps  $t = 0$ ). L'initialisation des longueurs de référence des brins s'effectue en deux étapes. Une première étape d'initialisation sous tension de pose est suivie d'un calcul d'équilibre statique de la transmission sous ses conditions

de charge initiales<sup>4</sup>. Au terme de ces deux étapes d'initialisation, le calcul dynamique peut être lancé. Cette stratégie de résolution numérique est représentée sous la forme d'un logigramme en figure 2.7. Un exemple d'application de cette stratégie numérique au cas d'une transmission simple est présenté en section 2.3.2.

### Étape 1 - Initialisation sous tension de pose

La première étape d'initialisation est opérée en considérant la transmission comme étant dans un état virtuel défini par les conditions suivantes :

- les poulies sont fixes en rotation et occupent leurs positions angulaires initiales  $\theta_{0i}$  (« angles de calage »),
- la tension dans les brins libres est uniforme (courroie sous tension de pose  $T_0$ ).

Les positions angulaires initiales imposées aux poulies déterminent les longueurs géométriques initiales  $l_{0i}$  et  $l_{0pi}$  des brins libres et enroulés calculées à partir de la méthode exposée en section 2.2.2. Chaque brin libre de la transmission sous tension de pose  $T_0$  satisfait la relation suivante :

$$T_0 = K^* \frac{l_{0i} - l_{0i}^*}{l_{0i}^*} \quad 1 \leq i \leq N \quad (2.39)$$

avec  $l_{0i}^*$  longueur de référence du brin libre  $i$  soumis à la tension de pose  $T_0$ . La loi de conservation de la masse de la courroie (2.12) appliquée à la courroie sous tension de pose donne :

$$L^* = \sum_{i=1}^N [l_{0i}^* + l_{0pi}] \quad (2.40)$$

Les relations 2.39 et 2.40 constituent un système à  $N + 1$  équations ayant pour inconnues les  $N$  longueurs de référence brins libres  $l_{0i}^*$  et la tension de pose  $T_0$ . La résolution de ce système est possible analytiquement. L'expression des longueurs de référence des brins libres sous tension de pose est :

$$l_{0i}^* = l_{0i} \frac{L^* - \sum_{i=1}^N l_{0pi}}{\sum_{i=1}^N l_{0i}} \quad 1 \leq i \leq N \quad (2.41)$$

La tension de pose  $T_0$  prend alors la forme générique suivante :

$$T_0 = K^* \frac{L_0 - L^*}{\sum_{i=1}^N l_{0i}^*} \quad (2.42)$$

<sup>4</sup>En effet, contrairement à un système de poulies circulaires, la pose de la courroie pour des positions angulaires définies des poulies ne conduit généralement pas à une position d'équilibre statique.

avec  $L_0$  la longueur géométrique totale initiale de la courroie (montée, sous tension et avec les angles de calages initiaux des poulies) :

$$L_0 = \sum_{i=1}^N [l_{0i} + l_{0pi}] \quad (2.43)$$

### Étape 2 - Équilibre statique de la transmission sous conditions de charge initiales

Le système d'équations d'équilibre de la transmission est obtenu à partir du système d'équations de mouvement (2.37) augmenté des conditions de charge initiales de la transmission. La résolution de ce système d'équations d'équilibre permet de déterminer les positions angulaires d'équilibre des poulies entraînées  $\theta_{si}$  ainsi que la valeur des longueurs de référence des brins  $l_{si}^*$  qui constitueront les conditions initiales pour la simulation dynamique.

L'équilibre statique de la transmission sous conditions de charge initiales correspond à l'état d'équilibre de la transmission pour lequel la poulie motrice fixe conserve sa position angulaire initiale  $\theta_{01}$  et les poulies consommatrices libres en rotation sont soumises à leur couple de charge initial. Les couples de charge directement dépendants du temps prennent leur valeur temporelle initiale  $C_{0ri} = C_{ri}(t = 0)$ . A contrario, les couples indirectement dépendant du temps restent variables au cours de la résolution de l'équilibre (car directement dépendants des ddl angulaires de la transmission). Leur valeur initiale<sup>5</sup> n'est connue qu'au terme de la résolution de l'équilibre ( $C_{0ri} = C_{ri}(\theta_{si})$ ).

Le calcul incrémental de la longueur de référence des brins libres ne permet pas une résolution directe des équations d'équilibre. L'équilibre est donc obtenu par intégration temporelle des équations d'équilibre à partir des conditions initiales définies par les positions angulaires initiales des poulies  $\theta_{0i}$  et les longueurs de référence des brins sous tension de pose  $l_{0i}^*$  précédemment déterminées (section 2.2.1). Afin de permettre au système d'atteindre un état d'équilibre stabilisé, l'intégration doit couvrir une durée  $t_s$  supérieure au temps nécessaire à l'extinction du régime transitoire induit par la mise en charge de la transmission (temps caractéristique). Le temps caractéristique des modèles de façades de distribution est généralement inférieur à 0.2 secondes pour les niveaux d'amortissement choisis dans le cadre de nos travaux.

La méthode d'intégration mise en œuvre pour la résolution de l'équilibre statique est identique à la méthode d'intégration employée pour la résolution dynamique (section 2.2.1).

### Étape 3 - Calcul dynamique

La résolution des équations de mouvement de la transmission est assurée par le solveur d'équations différentielles ordinaires ode15s pré-implémenté sous Matlab. Ce solveur particulièrement adapté aux problèmes numériques *raides* a été développé sur la base d'un schéma d'intégration implicite à pas quasi-constant implémenté à partir des formules de dérivation numérique (*NDF's*) décrites par Shampine et Reichelt [Shampine 97]. Le critère de convergence employé pour la validation des itérations est défini par les valeurs maximale admissibles des erreurs relative RelTol et absolue AbsTol. Le réglage de ces paramètres est discuté en section 2.4.2.

La mise en œuvre du solveur ode15s nécessite le développement d'une routine odefun correspondant à une version implémentée de la fonction vectorielle  $H$  définie par la relation

<sup>5</sup>Valeur temporelle au départ du calcul dynamique à  $t = 0$

(2.38). Pour le vecteur d'état  $\{Q(\tau)\}$  défini au temps numérique  $\tau$ , la routine `odefun` assure la construction des matrices  $[A]$  et  $[B]$  et du vecteur  $\{F(\tau)\}$  à partir des valeurs actualisées des longueurs géométriques et des longueurs de référence des brins. L'actualisation de la longueur de référence des brins est obtenue par incrémentation des longueurs de référence calculées au dernier temps d'intégration connu  $\tau_k$  (dernière itération  $k$  validée par le solveur) avant l'instant courant  $\tau$ . En début de calcul, lorsqu'aucun pas de temps n'a encore été validé, l'incrément est réalisé sur les longueurs de référence initiales  $l_{si}^*$  estimées à l'étape d'initialisation précédant la résolution dynamique (section 2.2.1).

Aussi, à l'issue de chaque itération  $k$  validée par le solveur (temps d'intégration  $\tau_k$ ), le vecteur d'état  $\{Q(\tau_k)\}$ , les efforts de tensions  $T_i(\tau_k)$  ainsi que les longueurs géométriques  $l_i(\tau_k)$  et les longueurs de référence  $l_i^*(\tau_k)$  de chaque brin sont actualisées et stockées en mémoire. Le fichier de données Matlab (.mat) généré en fin de simulation contient les valeurs de ces grandeurs évaluées à l'issue de chacune des  $N_k$  itérations de résolution. La procédure implémentée dédiée à l'évaluation de la fonction vectorielle  $H$  définissant le système d'équations de mouvement d'une transmission est décrite par le diagramme illustré en figure 2.8.

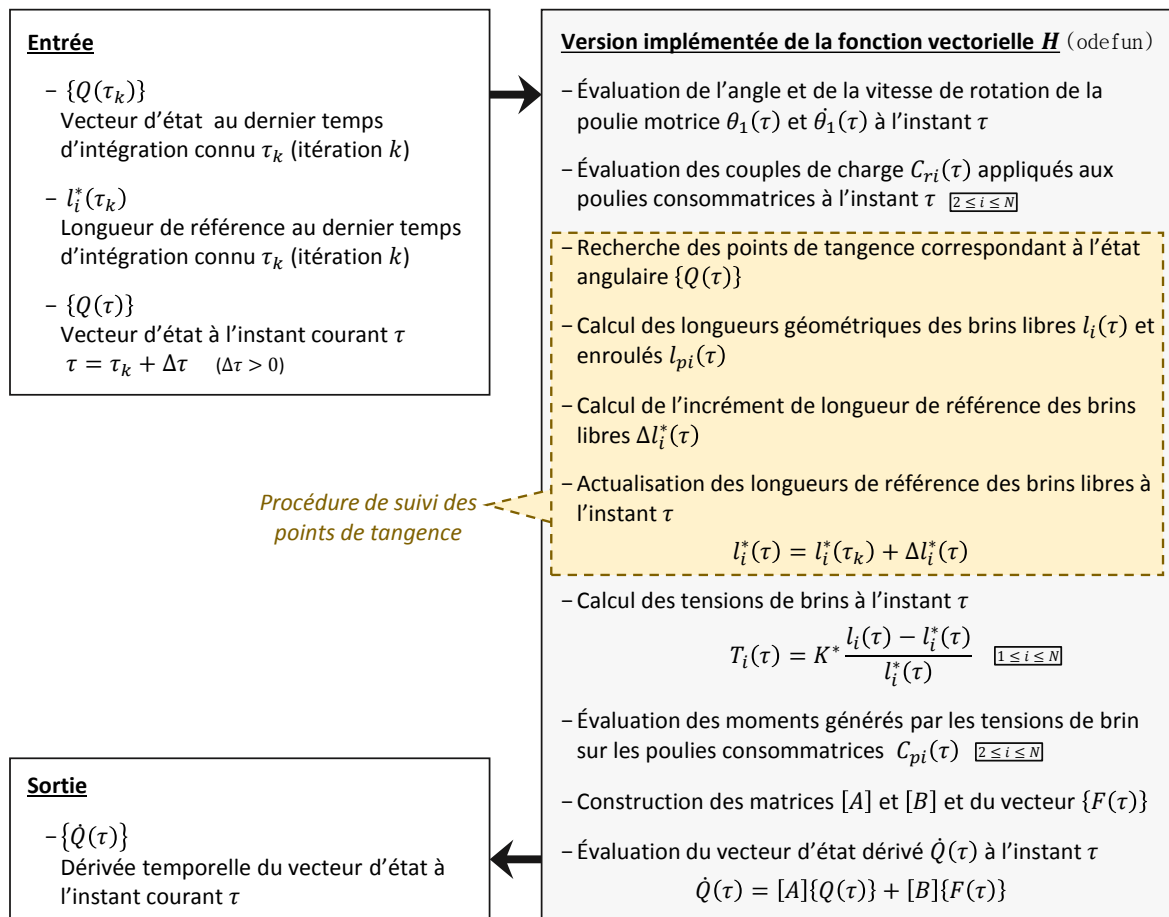


FIGURE 2.8 – Procédure implémentée (`odefun`) dédiée à l'évaluation de la fonction vectorielle  $H$  définissant le système d'équations de mouvement d'une transmission

### 2.2.2 Procédure de suivi des points de tangence

La recherche de la position des points de tangence est assurée par une méthode itérative d'approximation qui repose sur une discrétisation géométrique induisant une « facettisation » des profils primitifs des poulies. Le principe de cette méthode d'approximation est illustré en figure 2.9 pour le cas d'un brin droit extérieur.

Ayant fait l'objet de développements antérieurs aux présents travaux, l'implémentation de la procédure de suivi des points de tangence n'est que succinctement décrite ici. Au besoin, on trouvera un complément d'informations sur le sujet par la lecture des travaux internes au groupe PSA de N. Borchani référencés en [Borchani 16].

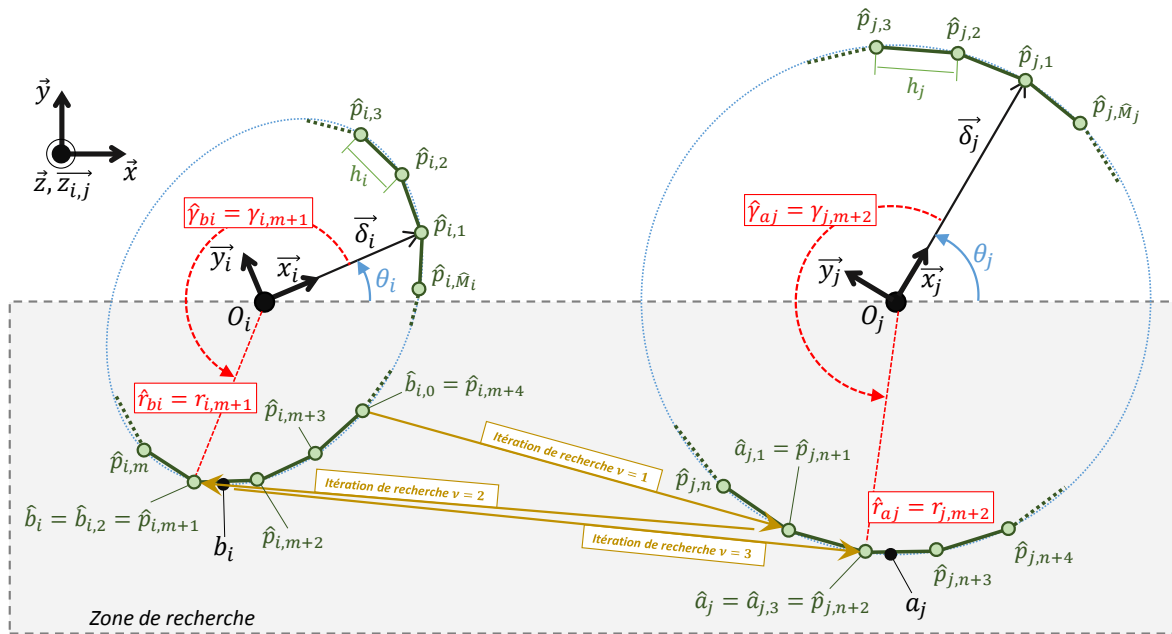


FIGURE 2.9 – Schéma de principe de la méthode itérative d'approximation géométrique employée pour la recherche des points de tangence (cas d'un brin libre libre droit extérieur avec une convergence en  $\nu = 3$  itérations)

#### 2.2.2.1 Discrétisation des profils primitifs

Le profil  $P_i$  d'une poulie  $i$  est discrétisé en un profil polygonal convexe  $\hat{P}_i$  constitué d'un nombre  $\hat{M}_i$  de points de discrétisation  $\hat{p}_{i,m}$  (ou nœuds) reliés par des facettes (ou segments) de longueurs respectives  $\hat{s}_{i,m}$ . Les coordonnées polaires du  $m^{\text{ième}}$  point de discrétisation  $\hat{p}_{i,m}$  ( $1 \leq m \leq \hat{M}_i$ ) dans le repère local  $\Gamma_i$  attaché à la poulie  $i$  sont notés  $(\hat{r}_{i,m}, \hat{\gamma}_{i,m})$ . Le pas de discrétisation nominal commun  $h$  définit la taille de facette maximale admissible pour l'ensemble des poulies de la transmission. Le nombre entier  $\hat{M}_i$  de points de discrétisation générés pour une poulie  $i$  est ainsi défini par la relation suivante :

$$\hat{M}_i \leq \frac{2\pi}{h} \left[ \max_{\gamma_i \in [0, 2\pi]} (r_i(\gamma_i)) \right] \leq \hat{M}_i + 1 \quad (2.44)$$

On en déduit le pas de discrétisation angulaire  $h_i$  séparant deux nœuds successifs du profil  $\hat{P}_i$  pris uniforme sur toute la poulie :

$$h_i = \frac{2\pi}{\hat{M}_i} \quad (2.45)$$

### 2.2.2.2 Recherche de la position des points de tangence

La recherche des points de tangence est opérée par la mise en œuvre d'un algorithme de test logique menant à l'identification des paires de points de discrétisation  $(\hat{p}_{i,m}, \hat{p}_{j,n})$  approximant au mieux le brin situé entre deux poulies consécutives  $i$  et  $j$ . Les conditions équivalentes de tangence considérées par l'algorithme sont obtenues par une reformulation logique des conditions de tangence analytiques initialement exprimées par les relations (2.15-2.17) : **dans le cas où les profils primitifs des poulies  $P_i$  et  $P_j$  sont tous deux convexes, le brin reliant les deux poulies est défini par le segment  $[b_i a_j]$  tel que les points  $b_i$  et  $a_j$  soient respectivement les seuls points d'intersection de la droite  $(b_i a_j)$  avec les profils  $P_i$  et  $P_j$ .**

L'algorithme opère une recherche récursive des deux points de tangence approximatés  $\hat{b}_i$  et  $\hat{a}_j$  parmi un lot restreint de points de discrétisation appartenant à une zone de recherche préalablement définie. Cette zone de recherche dépend de la nature du brin considéré qui peut être croisé vers l'intérieur/extérieur ou droit vers l'intérieur/extérieur (figure 2.4).

Dans le cas d'un brin droit extérieur (figure 2.9), les zones de recherche contiennent les ensembles  $\mathbb{P}_i$  et  $\mathbb{P}_j$  constitués par les points de discrétisation des deux poulies  $\hat{p}_{i,m}$  et  $\hat{p}_{j,n}$  satisfaisant la condition suivante :

$$\begin{cases} \overrightarrow{O_i O_j} \wedge \overrightarrow{O_i \hat{p}_{i,m}} \cdot \vec{z} < 0 \\ \& \\ \overrightarrow{O_i O_j} \wedge \overrightarrow{O_i \hat{p}_{j,n}} \cdot \vec{z} < 0 \end{cases} \quad (2.46)$$

À partir d'un point d'initialisation  $\hat{b}_{i,m_0}$  choisi dans  $\mathbb{P}_i$ , l'algorithme récursif (numéro d'itération noté  $\nu$ ) parcourt l'ensemble de points  $\mathbb{P}_j$  afin d'identifier par test logique l'unique point  $\hat{a}_{j,n_1}$  tel que la direction du segment  $[\hat{b}_{i,m_0} \hat{a}_{j,n_1}]$  n'admette qu'un unique point d'intersection avec le profil  $\hat{P}_j$ . L'opération est ensuite renouvelée dans le sens contraire. Cette fois l'algorithme parcourt l'ensemble de points  $\mathbb{P}_i$  afin d'identifier l'unique point  $\hat{b}_{i,m_2}$  appartenant à  $\mathbb{P}_j$  tel que la direction du segment  $[\hat{b}_{i,m_2} \hat{a}_{j,n_1}]$  n'admette qu'un unique point d'intersection avec le profil  $\hat{P}_i$ . Il en va ainsi de suite jusqu'à ce que l'une des deux conditions suivantes soit satisfaite à l'issue d'une itération  $\nu$  :

$$\begin{cases} \hat{b}_{i,m_{\nu-1}} \text{ et } \hat{a}_{j,n_{\nu}} \text{ seuls points d'intersection de } (\hat{b}_{i,m_{\nu-1}} \hat{a}_{j,n_{\nu}}) \text{ avec } \hat{P}_i \text{ et } \hat{P}_j \\ \text{OU} \\ \hat{b}_{i,m_{\nu}} \text{ et } \hat{a}_{j,n_{\nu-1}} \text{ seuls points d'intersection de } (\hat{b}_{i,m_{\nu}} \hat{a}_{j,n_{\nu-1}}) \text{ avec } \hat{P}_i \text{ et } \hat{P}_j \end{cases} \quad (2.47)$$

Les points de discrétisation  $\hat{b}_{i,m_{\nu-1}}$  et  $\hat{a}_{j,n_{\nu}}$  (respectivement  $\hat{b}_{i,m_{\nu}}$  et  $\hat{a}_{j,n_{\nu-1}}$ ) correspondent alors aux points de tangence approximatés  $\hat{b}_i$  et  $\hat{a}_j$  définissant la forme géométrique approximée du

brin reliant les poulies successives  $i$  et  $j$ . L'indice de numérotation  $m_{\nu-1}$  et  $n_{\nu}$  (respectivement  $m_{\nu}$  et  $m_{\nu-1}$ ) des points de discrétisation coïncidents avec les points de tangence approximés à l'issue de la dernière itération de recherche  $\nu$  sont alors notés  $\hat{m}_{b_i}$  et  $\hat{n}_{a_j}$ . On en déduit la longueur géométrique du brin approximé :

$$l_i = \sqrt{(\hat{x}_{b_i} - \hat{x}_{a_j})^2 + (\hat{y}_{b_i} - \hat{y}_{a_j})^2} \quad (2.48)$$

$(\hat{x}_{b_i}, \hat{y}_{b_i})$  et  $(\hat{x}_{a_j}, \hat{y}_{a_j})$  sont les coordonnées cartésiennes des points de tangence approximés  $\hat{b}_i$  et  $\hat{a}_j$  dans le repère global  $\Gamma$  :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{O\hat{b}_i} &= \begin{pmatrix} \hat{x}_{b_i} \\ \hat{y}_{b_i} \end{pmatrix}_{\Gamma} = \begin{pmatrix} x_i + \hat{r}_i \cos(\hat{\gamma}_{b_i} + \theta_i) \\ y_i + \hat{r}_i \sin(\hat{\gamma}_{b_i} + \theta_i) \end{pmatrix}_{\Gamma} \\ \overrightarrow{O\hat{a}_j} &= \begin{pmatrix} \hat{x}_{a_j} \\ \hat{y}_{a_j} \end{pmatrix}_{\Gamma} = \begin{pmatrix} x_j + \hat{r}_j \cos(\hat{\gamma}_{a_j} + \theta_j) \\ y_j + \hat{r}_j \sin(\hat{\gamma}_{a_j} + \theta_j) \end{pmatrix}_{\Gamma} \end{aligned} \quad (2.49)$$

$(\hat{r}_{b_i}, \hat{\gamma}_{b_i})$  et  $(\hat{r}_{a_j}, \hat{\gamma}_{a_j})$  sont les coordonnées polaires respectives des points  $\hat{b}_i$  et  $\hat{a}_j$  dans les repères locaux  $\Gamma_i$  et  $\Gamma_j$  attachés aux poulies  $i$  et  $j$  :

$$\begin{cases} \hat{\gamma}_{b_i} = \hat{\gamma}_{i, \hat{m}_{b_i}} \\ \hat{\gamma}_{a_j} = \hat{\gamma}_{j, \hat{n}_{a_j}} \end{cases} \quad (2.50)$$

### 2.2.2.3 Calcul incrémental de la longueur de référence des brins

Le calcul incrémental de la longueur de référence d'un brin  $i$  faisant le lien entre les poulies successives  $i$  et  $j$  est opéré à partir des indices de numérotation  $\hat{m}_{b_i}$  et  $\hat{n}_{a_j}$  des points de discrétisation  $\hat{p}_{i, \hat{m}_{b_i}}$  et  $\hat{p}_{j, \hat{n}_{a_j}}$  coïncidents avec les points de tangence approximés  $\hat{b}_i$  et  $\hat{a}_j$  aux différents instants numériques  $\tau$ .

À un instant numérique  $\tau$  donné, l'actualisation de la longueur de référence du brin  $i$  est obtenue par ajout de l'incrément de longueur de référence approximée  $\Delta l_i^*(\tau)$  à longueur de référence approximée  $l_i^*(\tau_k)$  calculée au dernier temps d'intégration connu  $\tau_k$  (dernière itération  $k$  validée par le solveur) :

$$l_i^*(\tau) = l_i^*(\tau_k) + \Delta l_i^*(\tau) \quad \text{avec} \quad \tau > \tau_k \quad (2.51)$$

L'incrément de longueur de référence  $\Delta \hat{l}_i^*(\tau)$  est obtenu en décomptant le nombre de facettes de longueurs  $\hat{s}_{i,m}$  et  $\hat{s}_{j,n}$  constituant respectivement les portions  $\overline{\hat{b}_i(\tau_k) \hat{b}_i(\tau)}$  et  $\overline{\hat{a}_j(\tau_k) \hat{a}_j(\tau)}$



des profils  $\hat{P}_i$  et  $\hat{P}_j$  :

$$\begin{aligned} \Delta l_i^* (\tau) &= \operatorname{sgn} (\Delta \theta_1 (\tau)) \left( \overline{\hat{b}_i (\tau_k) \hat{b}_i (\tau)} - \overline{\hat{a}_j (\tau_k) \hat{a}_j (\tau)} \right) \\ &= \operatorname{sgn} (\Delta \theta_1 (\tau)) \left[ \sum_{m=\hat{m}_{b_i}^k}^{\hat{m}_{b_i}^+} \hat{s}_{i,m} - \sum_{n=\hat{n}_{a_j}^k}^{\hat{n}_{a_j}^+} \hat{s}_{j,n} \right] \end{aligned} \quad (2.52)$$

avec  $\hat{m}_{b_i}^k$  et  $\hat{m}_{b_i}^+$  (respectivement  $\hat{n}_{a_j}^k$  et  $\hat{n}_{a_j}^+$ ) indices de numérotation des points  $\hat{p}_{i,m_{b_i}^k}$  et  $\hat{p}_{i,m_{b_i}^+}$  du profil  $\hat{P}_i$  (respectivement  $\hat{p}_{j,n_{a_j}^k}$  et  $\hat{p}_{j,n_{a_j}^+}$  du profil  $\hat{P}_j$ ) coïncidents avec les points de tangence approximés  $\hat{b}_i (\tau_k)$  et  $\hat{b}_i (\tau)$  (respectivement  $\hat{a}_j (\tau_k)$  et  $\hat{a}_j (\tau)$ ) aux instants successifs  $\tau_k$  et  $\tau$ .  $\Delta \theta_1 (\tau)$  est l'incrément d'angle de la poulie motrice entre les instants  $\tau_k$  et  $\tau$  :

$$\Delta \theta_1 (\tau) = \theta_1 (\tau) - \theta_1 (\tau_k) \quad (2.53)$$

## 2.3 Résultats numériques obtenus sur un cas d'étude simple

L'objectif de cette partie est de valider la pertinence du modèle numérique précédemment décrit. On cherche également à apporter des éléments de compréhension des phénomènes clés caractéristiques des poulies non circulaires au sein d'une transmission.

Les résultats présentés sont obtenus pour une transmission basique à deux poulies permettant une analyse et une interprétation aisées de son comportement. Bien que très simple, ce cas d'étude présente une architecture similaire à celle d'une façade de distribution d'un moteur thermique. La transmission est composée d'une poulie consommatrice principale équivalente à une poulie d'arbre-à-cames présentant un diamètre nominal deux fois supérieur à celui de la poulie motrice équivalente à une poulie de vilebrequin.

Deux variantes de cette transmission sont étudiées. La première variante  $V_{ref}$  faisant l'objet de la section 2.3.2 correspond au cas classique d'une transmission intégrant deux poulies circulaires. Les résultats issus de l'étude de ce cas de référence sont comparés aux résultats obtenus pour la seconde variante  $V_{el}$  (section 2.3.3) de la transmission intégrant cette fois une poulie motrice ayant un profil primitif elliptique (poulie bilobée). Le diamètre nominal du profil elliptique est identique au diamètre primitif de la poulie circulaire équipant le cas de référence.

Les deux variantes de la transmission sont soumises au même cas de charge : excitation angulaire par un couple de charge fluctuant présentant une périodicité angulaire d'ordre 2 relativement à la rotation de la poulie motrice. La comparaison des résultats obtenus pour les deux transmissions sur un cas de charge identique permet de mettre en évidence l'impact de la poulie motrice bilobée sur la dynamique de la transmission sous excitation angulaire d'ordre 2. Au-delà des aspects qualitatifs déjà connus (voir 1.2), on cherchera à apprécier quantitativement l'impact dynamique de la poulie bilobée (effet correctif).

**Remarque.** L'application d'un couple de charge cyclique ainsi que la présence d'une poulie non circulaire donnent lieu à une excitation angulaire périodique de la transmission relativement à la rotation des poulies. Au regard de cette périodicité angulaire, il apparaît judicieux d'étudier les grandeurs dans le domaine angulaire plutôt que temporel, d'autant plus que les rotations des poulies sont synchrones au rapport de transmission près. Dans la suite, les grandeurs issues de résultats de simulation en dynamique seront donc observées en fonction de l'angle de rotation de la poulie motrice pris comme paramètre de référence.

### 2.3.1 Caractéristiques des variantes de la transmission et cas de charge

Les deux variantes de la transmission sont illustrées en figure 2.10. Leurs caractéristiques sont répertoriées au tableau 2.1. Les simulations couvrent une durée de 0.5 s et sont toutes menées sur le même profil de vitesse motrice imposée. Ce profil tracé en figure 2.11(a), est constitué d'une rampe ascendante sur 0,2 s permettant d'atteindre une vitesse stabilisée à 1500 tr/min. En fin de simulation, la poulie motrice a tourné d'environ 8 tours.

Les caractéristiques du couple de charge fluctuant  $C_{r,2}(t)$  sont similaires à celles d'un couple généré par l'entraînement d'un arbre-à-cames monté sur moteur thermique quatre cylindres. Il présente une périodicité angulaire d'ordre 4 relativement à la rotation de la poulie consommatrice équivalente à une périodicité angulaire d'ordre 2 si l'on se rapporte à la rotation de la poulie motrice (rapport cinématique  $\rho = D_1/D_2 = 0.5$ ). De valeur moyenne  $C_0$  et d'amplitude  $C_2$ , le

couple de charge  $C_{r2}(t)$  tracé en figure 2.11(b) s'exprime sous la forme harmonique suivante :

$$C_{r2}(t) = C_0 + C_2 \sin(4\theta_2(t)) \quad (2.54)$$

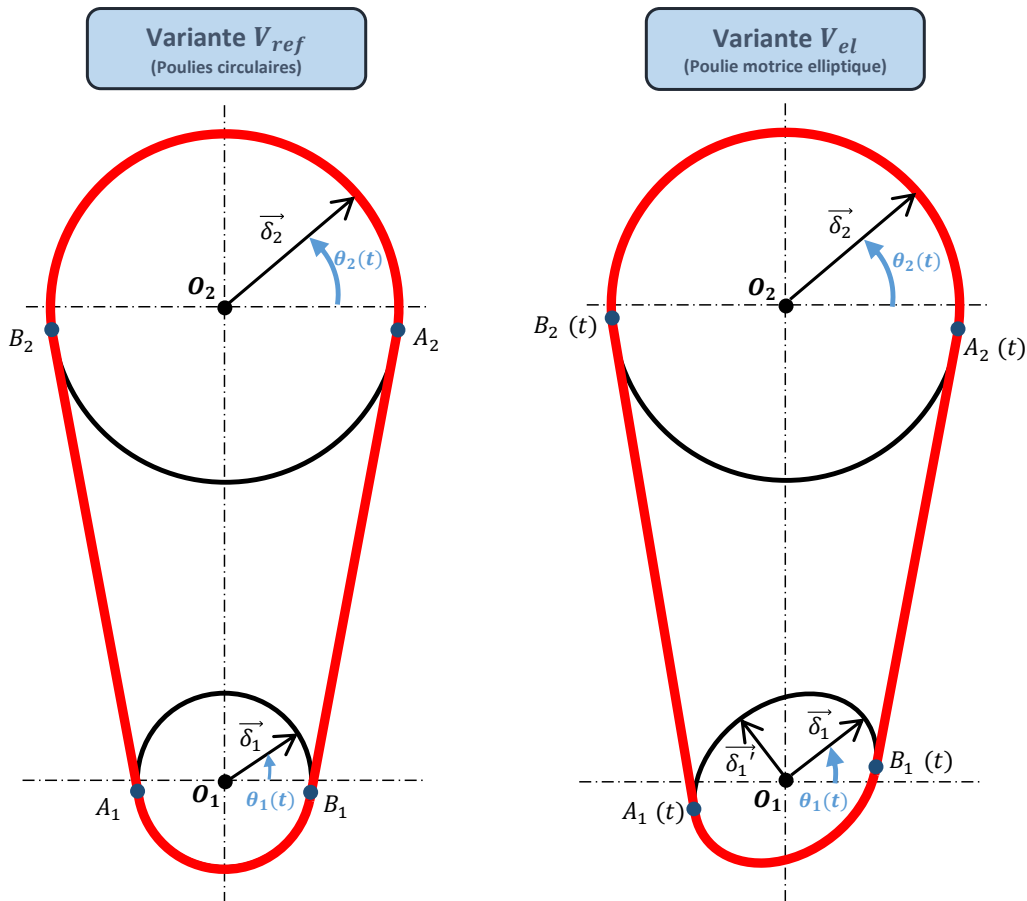


FIGURE 2.10 – Deux variantes de la transmission étudiée ici : à gauche le cas de référence  $V_{ref}$  et à droite la variante  $V_{el}$  intégrant une poulie motrice elliptique (bilobée)

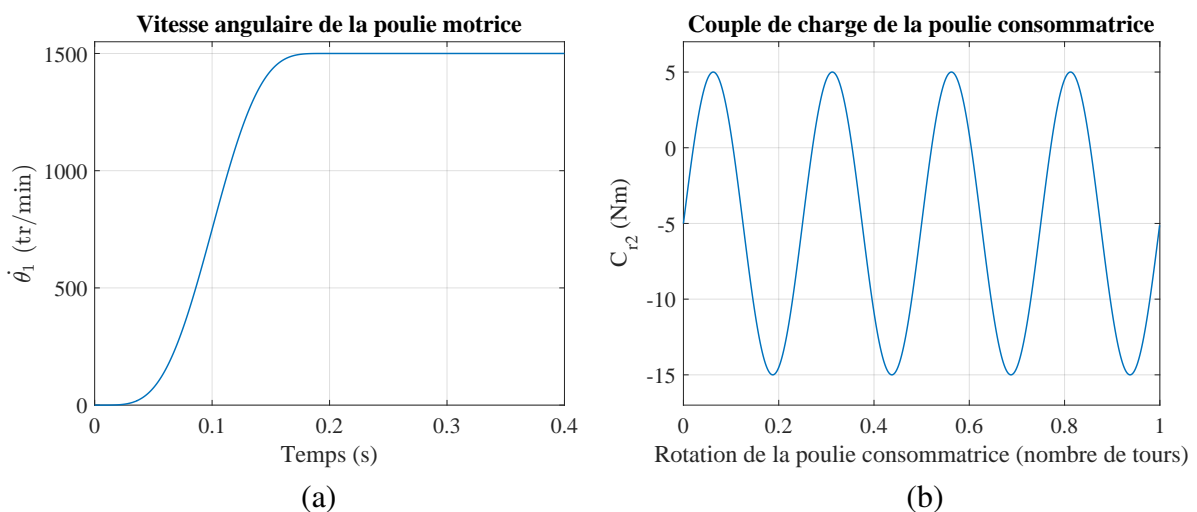


FIGURE 2.11 – (a) Vitesse motrice  $\dot{\theta}_1$  et (b) couple de charge  $C_{r2}$  imposés

Coordonnées du centre de la poulie motrice $x_1 - y_1$ (mm)	$D_1$ (mm)	$D_2$ (mm)	$C_0$ (Nm)	$C_2$ (Nm)	$I_2$ (kgm <sup>2</sup> )
0 - 0	50	100	-5	10	0.001
Coordonnées du centre de la poulie menée $x_2 - y_2$ (mm)	$L^*$ (mm)	$\mu_2$ (Nms)	$K^*$ (N)	$h$ (mm)	$\theta_{02}$ (°)
0 - 200	637.74	0.4	400 000	0.001	0

TABLEAU 2.1 – Caractéristiques de la transmission

### 2.3.2 Cas de référence pour une poulie motrice circulaire (variante $V_{ref}$ )

Les sections suivantes présentent successivement les trois étapes de la procédure de résolution numérique (voir section 2.2.1) appliquée à l'étude de la transmission dans sa variante de référence. On s'intéresse en particulier à l'évolution de l'état angulaire de la transmission (rotation et vitesse angulaire des poulies) et des efforts de tension résidant dans les brins au fil des différentes étapes de résolution.

#### Étape 1 - Initialisation sous tension de pose $T_0$

Lors de l'étape d'initialisation sous tension de pose  $T_0$ , les deux poulies de la transmission sont fixes et occupent une position angulaire identiques :

$$\theta_{01} = \theta_{02} = 0^\circ \quad (2.55)$$

La symétrie géométrique de la transmission induit un état de déformation longitudinale initial identique sur les deux brins de la transmission :

$$\begin{cases} l_{01} = l_{02} = 198.43 \text{ mm} \\ l_{01}^* = l_{02}^* = 197.93 \text{ mm} \\ T_{01} = T_{02} = T_0 = 1020 \text{ N} \end{cases} \quad (2.56)$$

#### Étape 2 - Équilibre statique de la transmission sous conditions de charge initiales

L'intégration temporelle des équations d'équilibre est opérée sur une durée  $t_s = 0.2$  s. L'évolution au cours du temps de la position angulaire de la poulie menée, des longueurs de brins et des efforts de tension est représentée en figure 2.12. Lorsque l'équilibre est atteint, la poulie consommatrice occupe une position angulaire  $\theta_{s2} = 0.028^\circ$ . La valeur initiale du couple de charge  $C_{0r2}$  est obtenue par évaluation du couple  $C_{r2}$  pour l'angle  $\theta_2 = \theta_{s2}$  :

$$C_{0r2} = C_{r2}(t = 0) = C_0 + C_2 \sin(4\theta_{s2}) = -4.980 \text{ N} \quad (2.57)$$

Sous l'effet de ce couple de charge statique, l'état de déformation longitudinale est différent sur les deux brins libres de la transmission :

$$\left\{ \begin{array}{l} l_{s1} = l_{s2} = l_{01} = l_{02} = 198.43 \text{ mm} \\ l_{s1}^* = 197.90 \text{ mm} \\ l_{s2}^* = 197.95 \text{ mm} \\ T_{s1} = 1070.3 \text{ N} \\ T_{s2} = 969.9 \text{ N} \end{array} \right. \quad (2.58)$$

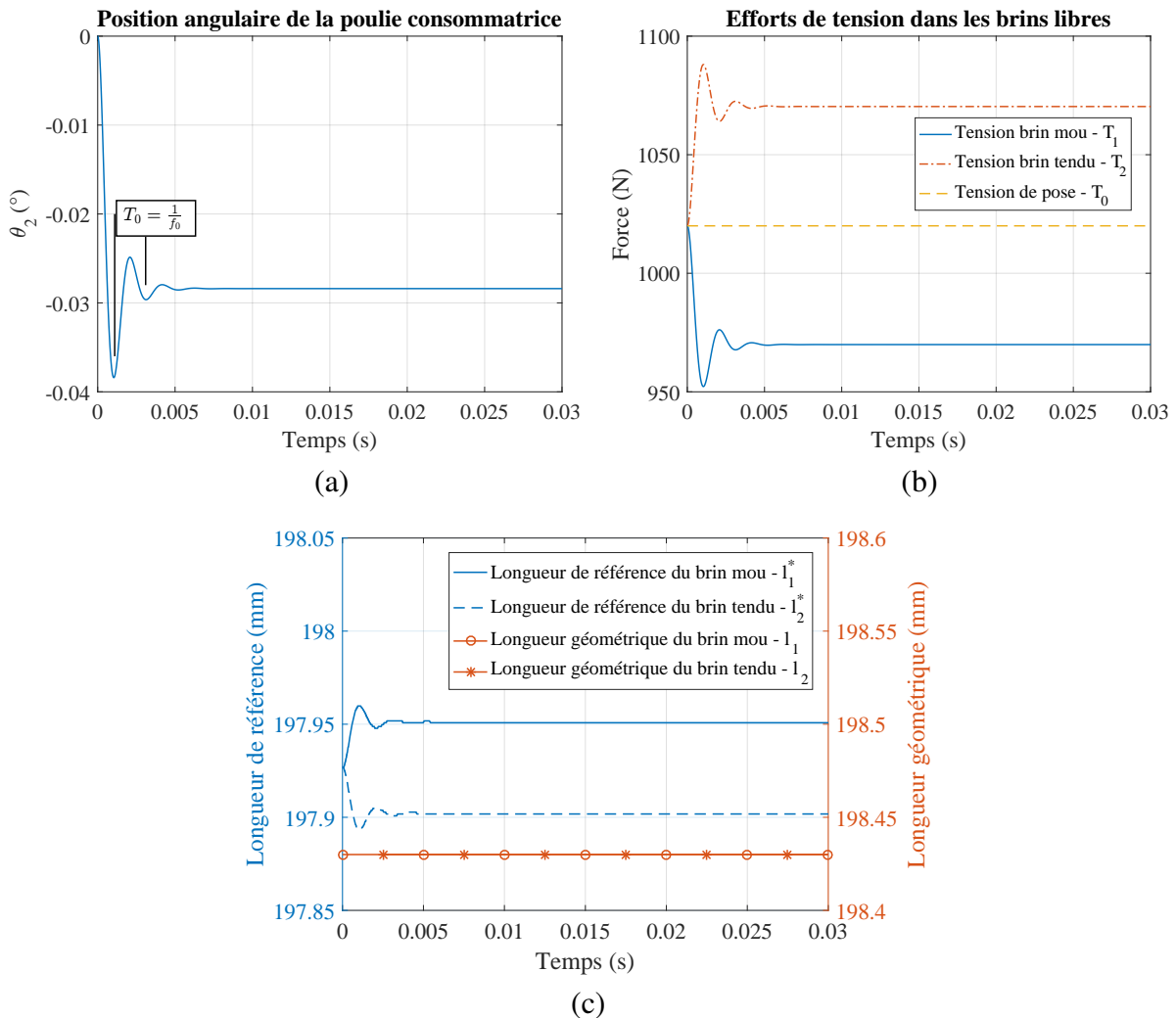


FIGURE 2.12 – Résolution temporelle de l'équilibre statique sous conditions de charge initiales de la variante  $V_{ref}$  de la transmission : position angulaire de la poulie consommatrice (a), efforts de tension dans les brins (b) et longueurs de référence des brins (c)

La mise sous charge soudaine de la transmission au départ de la résolution (échelon de couple  $C_0$ ) induit l'apparition d'un régime transitoire de type pseudo-périodique amorti. La valeur de la pseudo-période  $T_0 = 0.0021$  s correspond à une fréquence propre  $f = 486.6$  Hz cohérente avec la valeur théorique approchée  $f'_0$  donnée par la relation suivante [Manin 10] :

$$f'_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K^* (D_2)^2}{2 I_2}} \simeq 505.3 \text{ Hz} \quad (2.59)$$

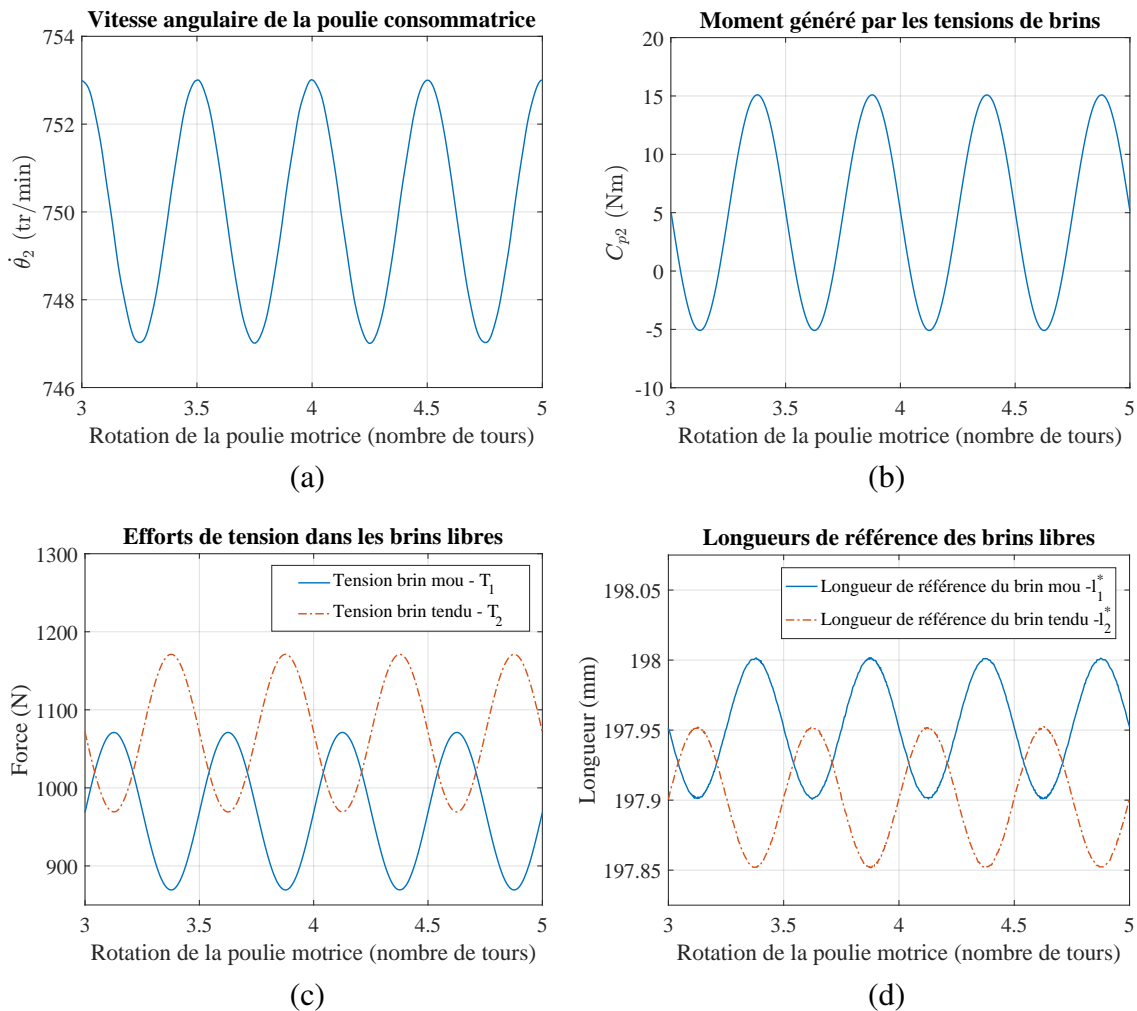


FIGURE 2.13 – Comportement dynamique de la variante  $V_{ref}$  de la transmission pour un régime moteur stabilisé  $\dot{\theta}_1 = 1500 \text{ tr/min}$  : vitesse angulaire de la poulie consommatrice (a), moment mécanique généré par les tensions de brin (b), efforts de tension dans les brins (c) et longueurs de référence des brins (d)

### Étape 3 - Calcul dynamique

Très logiquement, la simulation dynamique montre que le caractère fluctuant du couple de charge  $C_{r2}$  perturbe le comportement de la transmission. On constate en effet l'apparition d'une fluctuation périodique d'ordre 2 de la vitesse angulaire de la poulie consommatrice avec une amplitude de 6tr/min crête à crête (figure 2.13(a)). Les vibrations angulaires engendrent une erreur de transmission dynamique périodique à l'ordre 2 ayant une amplitude crête à crête de  $0.12^\circ$  environ (non représenté ici). Le couple de charge fluctuant sollicite périodiquement les brins en traction induisant ainsi des fluctuations périodiques d'ordre 2 sur les efforts de tensions de brins (amplitude  $\simeq 200$  N) et le moment  $C_{p2}$  qu'elles transmettent à la poulie consommatrice (figure 2.13(b)). Les variations du moment transmis  $C_{p2}$  s'opposent naturellement aux fluctuations du couple de charge avec la même amplitude. On retrouve bien le même type de fluctuations sur les longueurs de référence de chaque brin tracées en figure 2.13(c,d).

Les résultats obtenus ici sont conformes au comportement à priori attendu sur ce cas de référence. Ces observations montrent que le modèle développé est bien représentatif de la dynamique du système en présence de sources d'excitation angulaires externes, prérequis nécessaire à l'étude des transmissions équipant les blocs moteurs automobiles.

#### 2.3.3 Cas d'une poulie motrice elliptique (variante $V_{el}$ )

La poulie motrice non circulaire équipant la variante  $V_{el}$  de la transmission présente un profil primitif  $P_1$  de forme elliptique (ou bilobée). L'équation du profil  $P_1$  en coordonnées polaires  $(r_1, \gamma_1)$  est de la forme :

$$r_1(\gamma_1) = \sqrt{\frac{u^2 v^2}{u^2 - (u^2 - v^2) \cos(\gamma_1)}} \quad (2.60)$$

avec  $u$  et  $v$  respectivement grand et petit rayons de l'ellipse tels que :

$$\begin{cases} u = \left\| \vec{\delta}_1 \right\| = \frac{D_1}{2} + e \\ v = \left\| \vec{\delta}'_1 \right\| = \frac{D_1}{2} - e \end{cases} \quad (2.61)$$

Le diamètre nominal de la poulie elliptique est identique au diamètre primitif  $D_1$  de la poulie motrice circulaire de la variante de référence  $V_{ref}$  de la transmission. La quantité  $e$  caractérise le niveau d'excentricité géométrique du profil elliptique.

La section 2.3.3.1 est consacrée à l'étude de l'effet propre de la poulie elliptique sur la transmission en l'absence d'excitation angulaire externe. L'impact de la poulie (effet correctif) sur la dynamique de la transmission en présence du couple de charge excitateur est étudié à la section 2.3.3.2.

### 2.3.3.1 Effet propre (absence d'excitation angulaire externe)

On étudie ici le comportement de la transmission soumise au seul effet de la poulie motrice elliptique en l'absence de toute autre source d'excitation angulaire externe (absence du couple de charge fluctuant). Cela permet de mettre en évidence l'effet propre de la poulie elliptique sur le comportement de la transmission.

Une étude paramétrique est menée afin d'analyser l'influence du niveau d'excentricité  $e$  et de l'angle de calage initial  $\theta_{01}$  de la poulie elliptique. La symétrie autour de son grand axe implique une périodicité en  $\theta_{01}$  de période  $180^\circ$ . L'étude est donc restreinte aux valeurs de paramètre  $\theta_{01}$  sur l'intervalle  $[0, 180^\circ]$ . Le niveau d'excentricité  $e$  varie de 0 à 0.4 mm.

#### Géométrie de la transmission

La rotation de la poulie motrice elliptique (bilobée) engendre une variation périodique de la géométrie de la ligne primitive (ou cinématique) de la transmission. Les longueurs géométriques des brins libres fluctuent donc périodiquement avec une périodicité angulaire d'ordre 2 relativement à la rotation de la poulie motrice. Les variations de longueurs géométriques du brin mou et du brin enroulé sur la poulie motrice sont tracées en figure 2.14 pour différents angles de calage initiaux et un niveau d'excentricité  $e$  fixé à 0.1 mm. Logiquement, les fluctuations observées en fonction de l'angle de rotation de la poulie motrice  $\theta_1$  présentent une périodicité d'ordre 2. On note que le calage initial  $\theta_{01}$  conditionne naturellement la phase relative des fluctuations. La superposition des courbes correspondant aux angles de calage initial 0 et  $180^\circ$  confirme l'effet périodique du paramètre  $\theta_{01}$  sur l'intervalle  $[0, 180^\circ]$ . Les courbes tracées en figure 2.15 montrent les variations périodiques de longueurs géométriques de ces mêmes brins pour différents niveaux d'excentricité et un angle de calage initial fixé à  $0^\circ$ . De manière évidente, ces courbes montrent que le niveau d'excentricité conditionne l'amplitude des variations de longueur géométrique des brins. Les tendances sont bien sûr similaires pour les longueurs géométriques du brin tendu et le brin enroulé sur la poulie consommatrice non représentées ici. La symétrie de la transmission implique notamment que les fluctuations de la longueur géométrique du brin tendu  $l_2$  présentent strictement le même motif de périodicité angulaire.

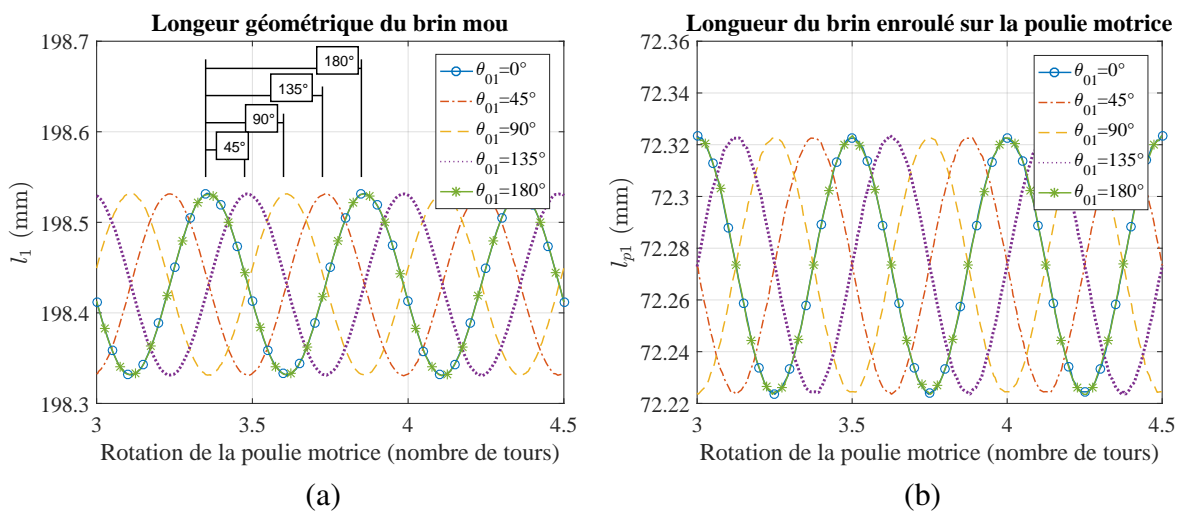


FIGURE 2.14 – Influence de l'angle de calage initial  $\theta_{01}$  de la poulie motrice elliptique sur les longueurs géométriques (a) du brin mou  $l_1$  et (b) du brin enroulé sur la poulie motrice  $l_{p1}$  ( $e = 0.1$  mm)



Contrairement au cas de référence pour lequel les poulies de la transmission étaient toutes deux circulaires (variante  $V_{ref}$ ), la longueur géométrique totale  $L$  de la courroie fluctue périodiquement sous l'effet de la rotation de la poulie non circulaire toujours avec une périodicité d'ordre 2 (figure 2.16(a)). La longueur géométrique totale  $L_0$  de la courroie sous tension de pose est donc fonction de l'angle de calage initial et du niveau d'excentricité de la poulie non circulaire. Cela induit une dépendance de la tension de pose  $T_0$  en fonction des paramètres  $\theta_{01}$  et  $e$  (figure 2.16(b)).

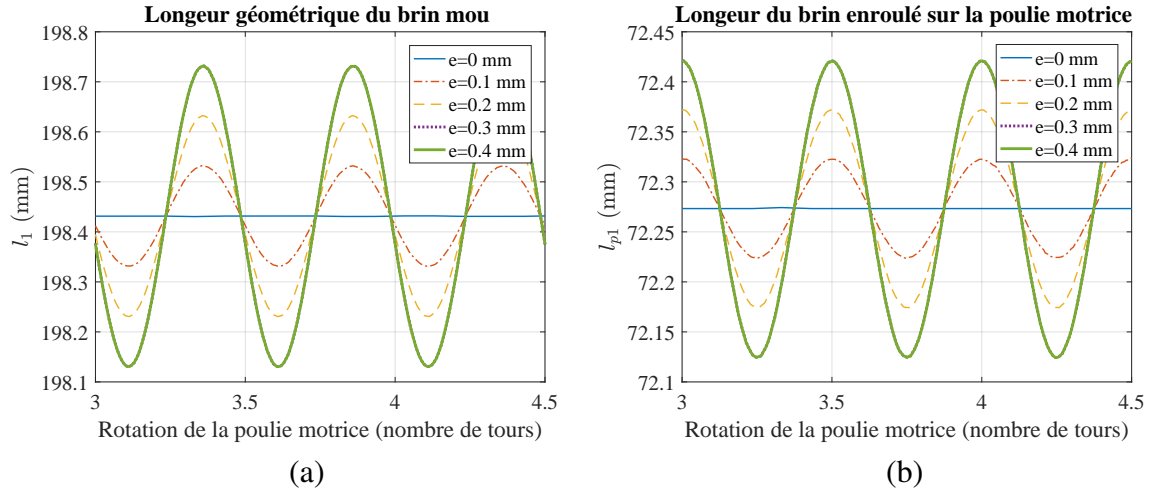


FIGURE 2.15 – Influence du niveau d'excentricité  $e$  de la poulie motrice elliptique sur les longueurs géométriques (a) du brin mou  $l_1$  et (b) du brin enroulé sur la poulie motrice  $l_{p1}$  ( $\theta_{01} = 0^\circ$ )

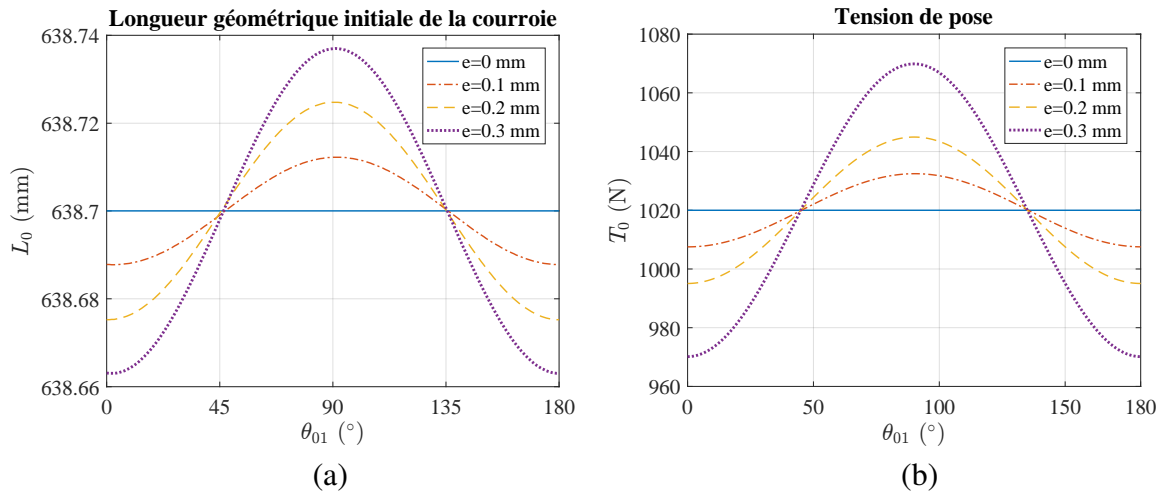


FIGURE 2.16 – Effet de l'angle de calage initial  $\theta_{01}$  et du niveau d'excentricité  $e$  de la poulie motrice elliptique sur (a) la longueur géométrique initiale de la courroie  $L_0$  et (b) la tension de pose  $T_0$  de la transmission dans sa variante  $V_{el}$

### Vibrations angulaires

Les figures 2.17 et 2.18 montrent l'évolution de la vitesse de rotation de la poulie consommatrice  $\dot{\theta}_2$  et de l'erreur de transmission  $ET$  définie par la relation suivante :

$$ET = \theta_2 - \rho\theta_1 \quad (2.62)$$

La présence de la poulie non circulaire induit des vibrations angulaires d'ordre 2. L'angle initial de la poulie elliptique  $\theta_{01}$  cale le comportement dynamique de la transmission (figures 2.17) et le niveau de vibrations angulaires est directement proportionnel<sup>6</sup> au niveau d'excentricité  $e$  (figure 2.18).

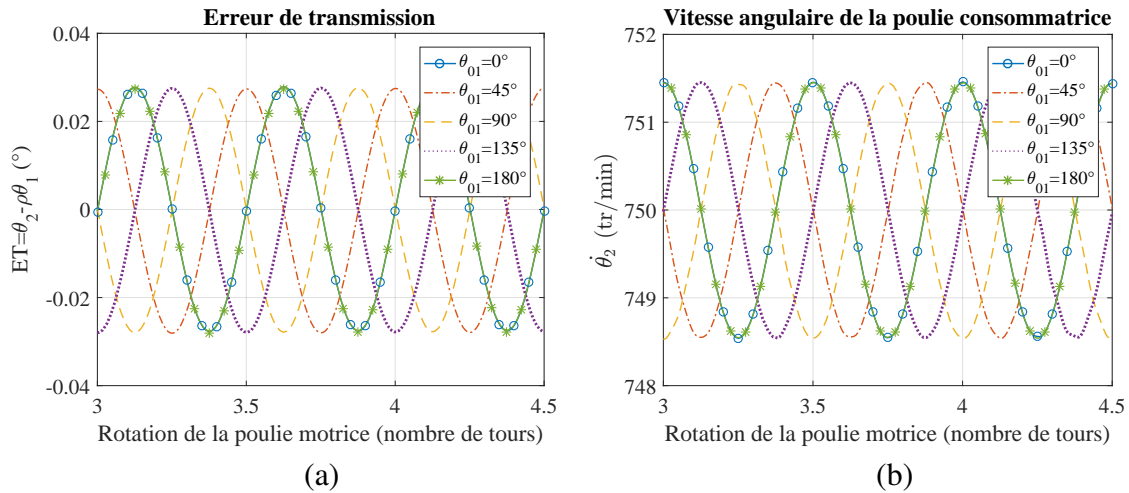


FIGURE 2.17 – Effet de l'angle de calage initial  $\theta_{01}$  de la poulie motrice elliptique sur (a) l'erreur de transmission  $ET$  et (b) la vitesse angulaire  $\theta_2$  de la poulie consommatrice de la transmission dans sa variante  $V_{el}$  ( $e = 0.1$  mm)

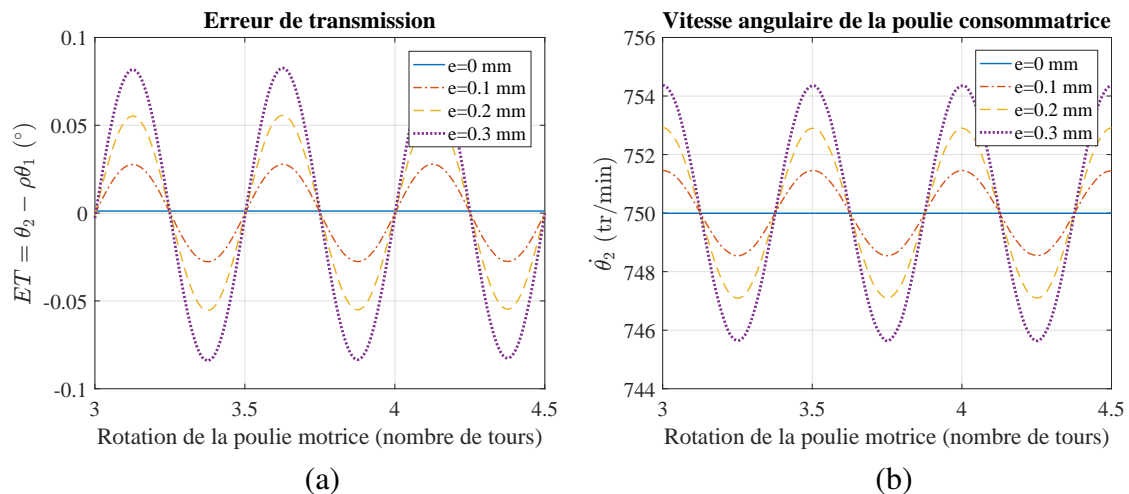


FIGURE 2.18 – Effet du niveau d'excentricité  $e$  de la poulie motrice elliptique sur (a) l'erreur de transmission  $ET$  et (b) la vitesse angulaire  $\theta_2$  de la poulie consommatrice de la transmission dans sa variante  $V_{el}$  ( $\theta_{01} = 0^\circ$ )

### Efforts de tension dans les brins

Le mouvement de rotation de la poulie non circulaire induit intrinsèquement une sollicitation périodique des brins en traction toujours avec une périodicité angulaire d'ordre 2. Là encore, les variations observées sont conditionnées en phase et en amplitude par les paramètres  $\theta_{01}$  et  $e$ . Les évolutions angulaires de l'effort de tension et de la longueur de référence du brin mou sont tracées en figure 2.19 et 2.20 pour différents angles de calage initial et niveaux d'excentricité.

<sup>6</sup>Dans la gamme d'excentricité considérée ( $e \ll \text{petit}$ ).

Les efforts de tension du brin mou et du brin tendu (non représenté ici) évoluent en phase avec une amplitude toujours très similaire. Les variations de longueurs de référence du brin mou et du brin tendu ont des amplitudes toujours identiques qui présentent en revanche une parfaite opposition de phase (déphasage angulaire de  $\pm 90^\circ$ ).

Le moment  $C_{p2}$  résultant des tensions de brins appliquées sur la poulie consommatrice est tracé en figure 2.21. Les variations des efforts de tension des brins induites par la poulie non circulaire engendre logiquement une fluctuation périodique à l'ordre 2 du moment résultant qui excite la dynamique angulaire de la poulie consommatrice. On retrouve bien les effets pressentis : la phase angulaire de l'excitation est conditionnée par l'angle de calage initial  $\theta_{01}$  et le niveau d'excentricité  $e$  définit l'amplitude. On remarque en outre que sur la plage paramétrique étudiée, l'amplitude du moment reste relativement faible (inférieur à 1 N).

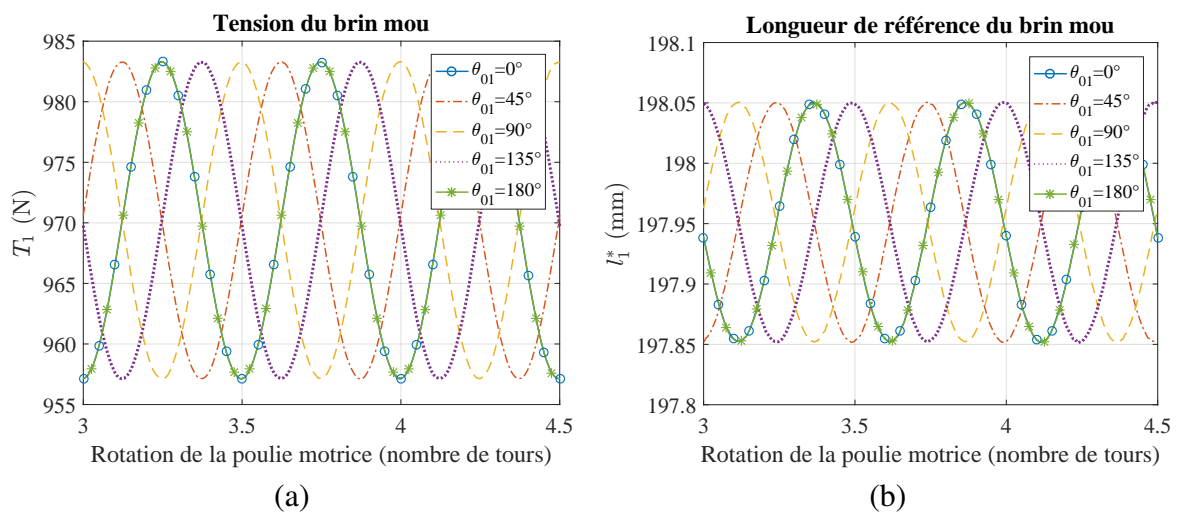


FIGURE 2.19 – Effet de l'angle de calage initial  $\theta_{01}$  de la poulie motrice elliptique sur (a) l'effort de tension  $T_1$  et (b) la longueur de référence  $l_1^*$  du brin mou de la transmission dans sa variante  $V_{el}$  ( $e = 0.1$  mm)

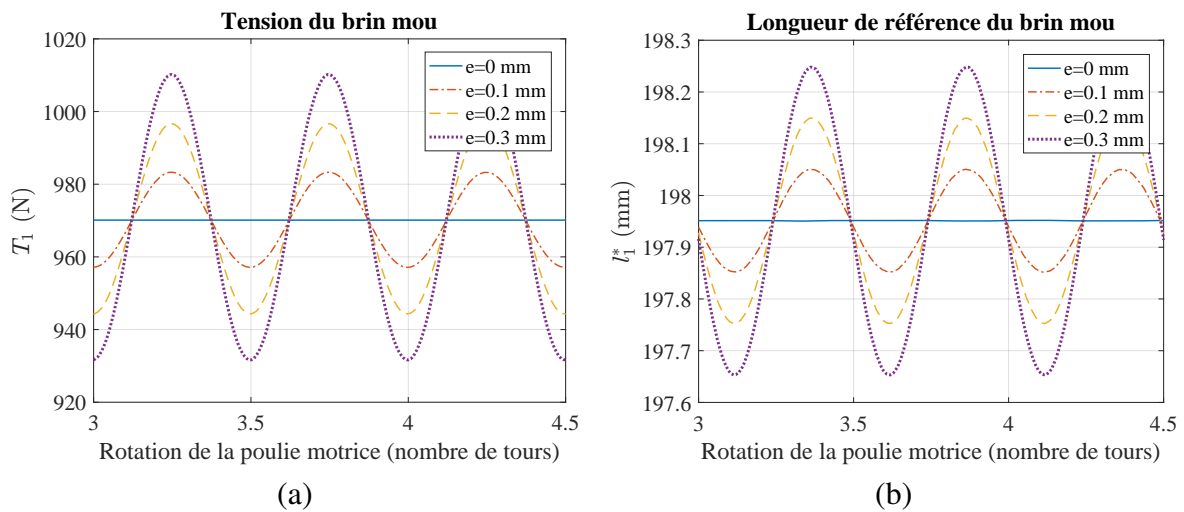


FIGURE 2.20 – Effet du niveau d'excentricité  $e$  de la poulie motrice elliptique sur (a) les efforts de tension  $T_1$  et (b) la longueur de référence  $l_1^*$  du brin mou de la transmission dans sa variante  $V_{el}$  ( $\theta_{01} = 0^\circ$ )

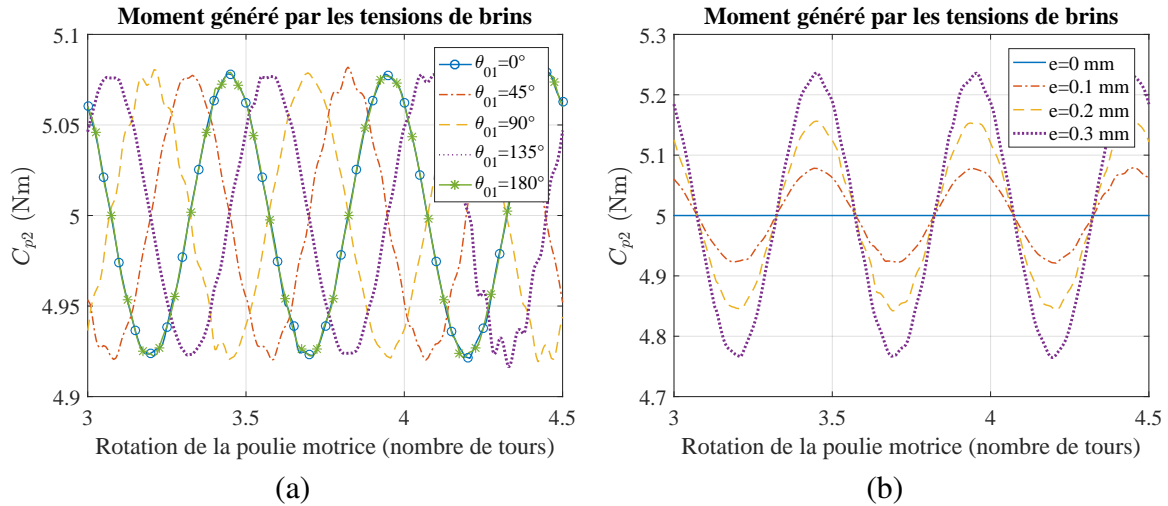


FIGURE 2.21 – Moment  $C_{p2}$  généré par les tensions de brins sur la poulie consommatrice de la transmission dans sa variante  $V_{el}$  : effet de l'angle de calage initial  $\theta_{01}$  pour  $e = 0.1$  mm (a) et effet du niveau d'excentricité  $e$  pour  $\theta_{01} = 0^\circ$  (b)

### Vérification de la loi de conservation massique

L'évolution de la longueur de référence de la courroie  $L^*$  pour un angle de calage initial et un niveau d'excentricité fixés à  $0^\circ$  et  $0.1$  mm est tracée en figure 2.22. Cette longueur est recalculée à partir des longueurs de référence de chaque brin prédites par le modèle. On note que cette dernière conserve une valeur constante exactement identique à sa valeur théorique initialement connue ( $L^* = 637.74$  mm). Cela prouve que la conservation de masse est bien assurée en présence d'une poulie non circulaire et qu'il n'existe pas de dérive numérique au cours du temps de simulation pouvant affecter la qualité des résultats fournis par le modèle.

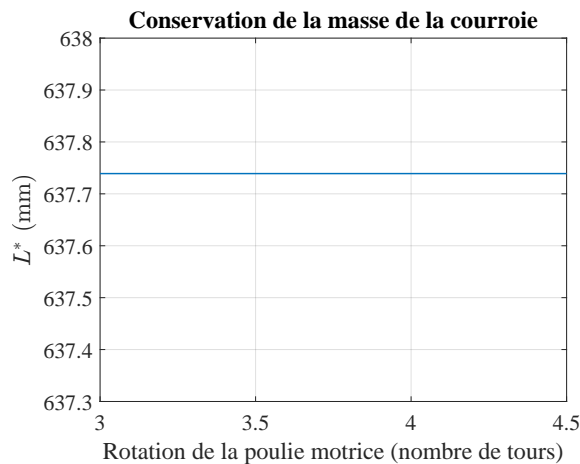


FIGURE 2.22 – Évolution de la longueur de référence  $L^*$  de la courroie de la transmission dans sa variante  $V_{el}$  ( $\theta_{01} = 0^\circ$  et  $e = 0.1$  mm)

### 2.3.3.2 Effet correctif (excitation angulaire par un couple de charge fluctuant)

L'étude paramétrique mise œuvre en section 2.3.3.1 est cette fois reconduite en présence du couple de charge fluctuant  $C_{r2}$ . On cherche en particulier à mettre en évidence l'effet correctif de la poulie elliptique présentant une périodicité angulaire d'ordre 2 en présence d'une source

d'excitation angulaire ayant le même ordre de périodicité. La plage d'étude pour le niveau d'excentricité  $e$  de la poulie elliptique est cette fois étendue à l'intervalle  $[0, 2 \text{ mm}]$ .

Nous verrons que les résultats obtenus montrent que la transmission se comporte tel un système mécanique linéaire. En d'autres termes, la réponse en dynamique angulaire de la transmission est en fait la superposition des réponses propres à chacune des sources d'excitation agissant sur la transmission. Dans le cas présent, la réponse dynamique de la transmission est composée de la somme de la réponse propre au couple de charge fluctuant (source d'excitation externe) observée à la section 2.3.2 et de la réponse propre à la poulie elliptique (source d'excitation interne) étudiée à la section 2.3.3.1. Cela est cohérent avec l'approche proposée par R. G. Parker dans ses travaux expérimentaux [Parker 14] (voir figure 1.29).

### Efforts de tension dans les brins

Les nappes de la figure 2.24 montrent l'évolution de l'amplitude des oscillations des efforts de tension dans les deux brins libres en fonction des paramètres  $\theta_{01}$  et  $e$ . Le plan de couleur grise représente le niveau d'amplitude ( $\sim 200 \text{ N}$ ) observé pour la variante de la transmission  $V_{ref}$  (poulie circulaire équivalente à  $e = 0 \text{ mm}$ ). Les portions de surface se situant en-dessous de ce plan de référence correspondent aux plages de paramètres pour lesquelles l'amplitude des oscillations de tension des brins est atténuée.

Il existe une excentricité maximale limite au-delà de laquelle il n'est plus possible d'atténuer les fluctuations de tensions. En effet, pour des excentricités dépassant  $1.6 \text{ mm}$ , l'amplitude des fluctuations générées par la poulie non circulaire est systématiquement plus de deux fois supérieure à celles générées par le couple de charge fluctuant  $C_{r2}$ , ce qui ne peut entraîner qu'une amplification des variations de tension. En figure 2.23(a), on observe sur le brin 1 le niveau d'amplitude des oscillations générées par la poulie elliptique atteignant deux fois le niveau d'amplitude des oscillations générées par le couple acyclique pour une excentricité  $e = 1.6 \text{ mm}$  et un angle de calage initial  $\theta_{01} = 0^\circ$ .

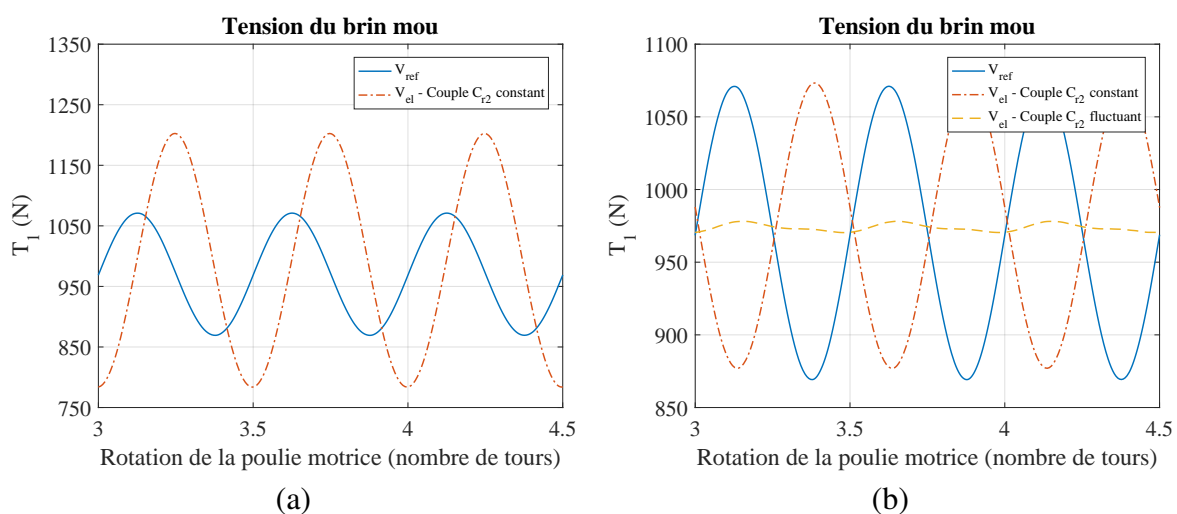


FIGURE 2.23 – Tension  $T_1$  du brin mou de la transmission dans sa variante  $V_{el}$  : mise en évidence du niveau d'excentricité maximal permettant une atténuation (a) et minimisation de l'amplitude des oscillations (b)

On remarque également qu'il est impossible de réduire à la fois les oscillations de tension du brin mou et du brin tendu. Chaque brin présente des zones d'atténuation disjointes :

- les oscillations de tensions du brin 1 peuvent être réduites pour un angle de calage initial appartenant à l'intervalle  $[90^\circ, 180^\circ]$  ;
- l'atténuation des oscillations de tensions du brin 2 n'est possible que pour un angle de calage initial appartenant à l'intervalle  $[0^\circ, 90^\circ]$ .

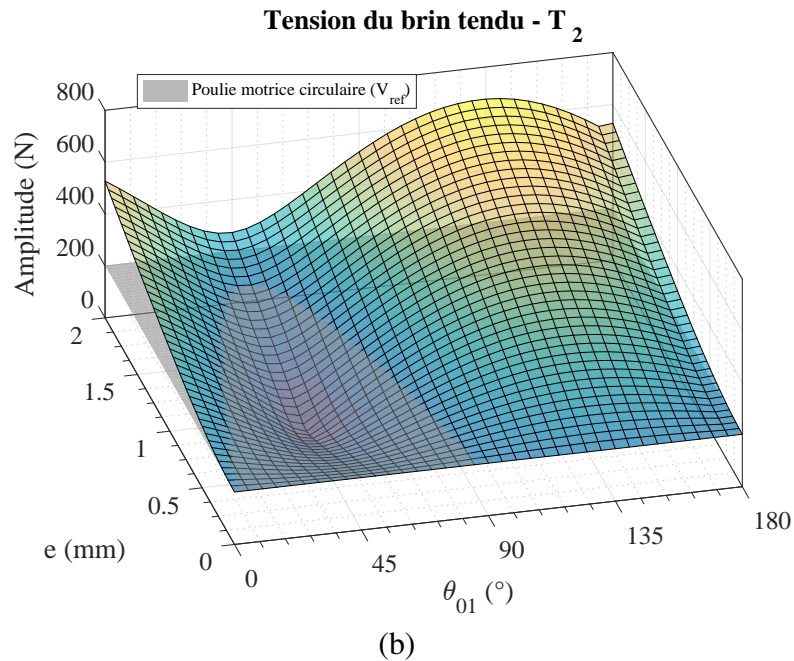
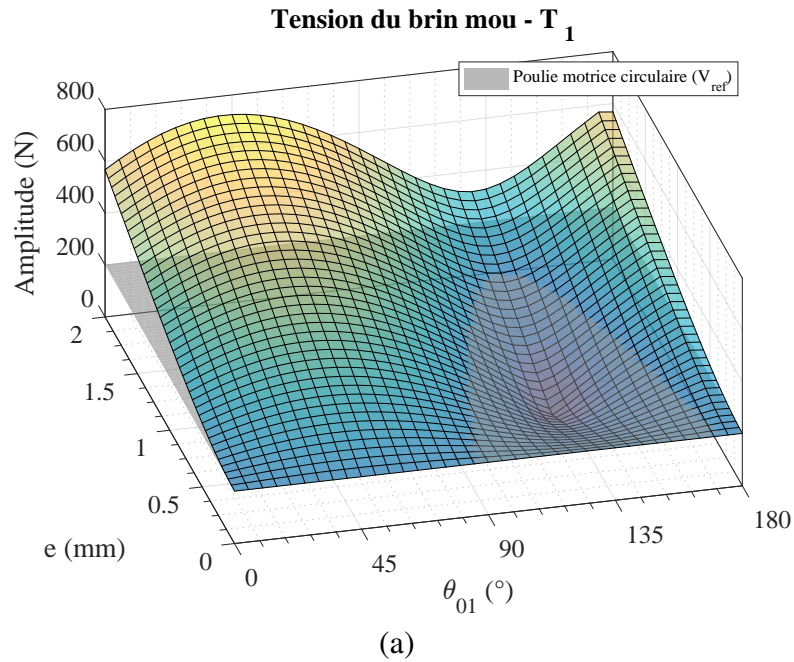


FIGURE 2.24 – Influence du niveau d'excentricité  $e$  et de l'angle de calage initial de la poulie motrice  $\theta_{01}$  sur l'amplitude des oscillations des efforts de tension  $T_1$  du brin mou (a) et  $T_2$  du brin tendu (b) de la transmission dans sa variante  $V_{el}$

Les oscillations de tension du brin 1 sont minimisées pour  $e = 0.75$  mm et  $\theta_{01} = 135^\circ$ . Ce point de fonctionnement particulier correspond à une configuration pour laquelle les fluctuations de tension respectivement générées par la poulie elliptique (cas étudié en section 2.3.3.1) et le couple de charge fluctuant (cas étudié à la section 2.3.2) présentent la même amplitude et sont en opposition de phase (figure 2.23(b)). Pour le brin 2, le point de minimisation des oscillations de tension est obtenu pour  $e = 0.85$  mm et  $\theta_{01} = 45^\circ$ .

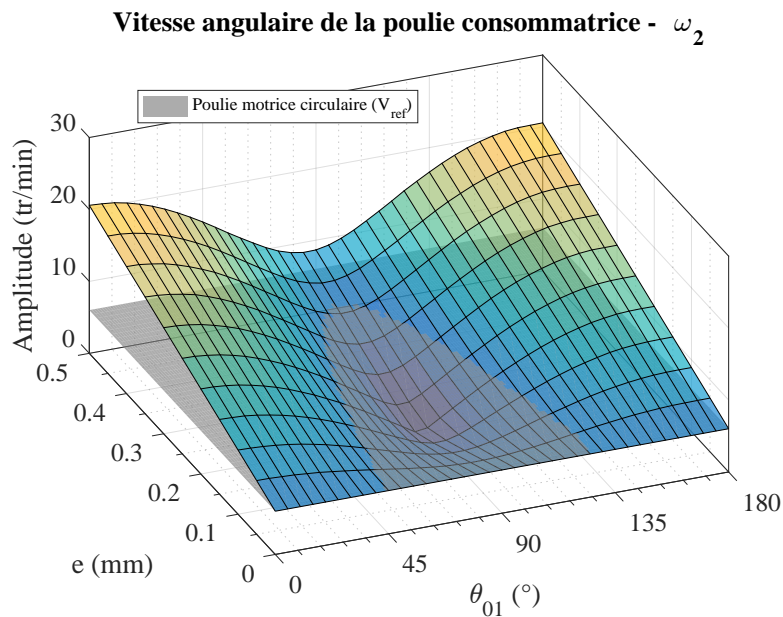


FIGURE 2.25 – Influence du niveau d’excentricité  $e$  et de l’angle de calage initial de la poulie motrice  $\theta_{01}$  sur l’amplitude des oscillations de la vitesse angulaire  $\dot{\theta}_2$  de la poulie consommatrice de la transmission dans sa variante  $V_{el}$

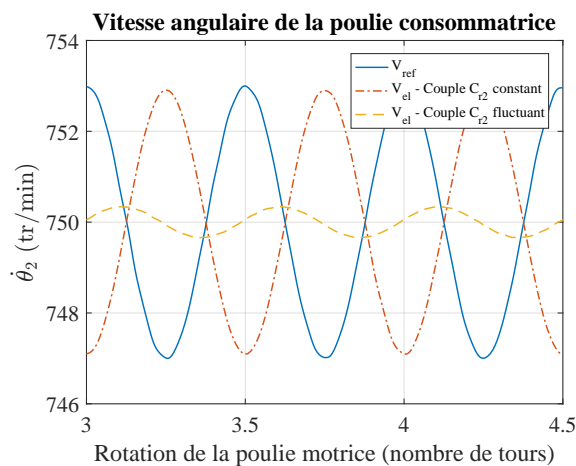


FIGURE 2.26 – Minimisation de l’amplitude des oscillations affectant la vitesse angulaire  $\dot{\theta}_2$  de la poulie consommatrice de la transmission dans sa variante  $V_{el}$

### Vibrations angulaires

L'évolution de l'amplitude des oscillations affectant la vitesse de rotation de la poulie motrice en fonction des paramètres de l'ellipse est tracée en figure 2.25. Le niveau d'amplitude ( $\sim 6$  tr/min) correspondant au cas d'une poulie motrice circulaire (variante  $V_{ref}$ ) est représenté par un plan de référence de couleur grise.

Comme pour les efforts de tension de brin, il existe une zone d'atténuation définie par les passages  $\theta_{01}$  appartenant à l'intervalle  $]45^\circ, 135^\circ[$  et une excentricité maximale  $e \simeq 0.4$  mm. La minimisation des oscillations de vitesse est obtenue pour  $\theta_{01} = 90^\circ$  et  $e = 0.2$  mm (figure 2.26).

### 2.3.4 Bilan

D'un point de vue quantitatif, les résultats obtenus à partir de l'étude d'un cas simple en présence d'une source d'excitation angulaire et d'une poulie non circulaire sont bien conformes au comportement attendu. Cela confirme la pertinence du modèle dont la capacité prédictive sera ensuite confirmée plus finement par comparaison à des résultats expérimentaux (voir chapitre 4).

Les principaux phénomènes liés à l'emploi de poulies non circulaires sont identifiés. On montre notamment que les élongations de brin périodique engendrées par une poulie elliptique (bilobée) génèrent des oscillations sur les tensions de brins à l'origine d'une perturbation périodique d'ordre 2 impactant la dynamique globale de la transmission. Pour un niveau d'excentricité  $e$  et un angle de calage initiale  $\theta_{01}$  bien choisis, les vibrations angulaires et fluctuations de tensions d'ordre 2 induites par la poulie peuvent avoir un effet correctif permettant de limiter (voire d'annuler) l'impact dynamique d'une source d'excitation angulaire externe d'ordre 2 (e.g. couple de charge fluctuant).

Il est ainsi possible de fortement limiter deux phénomènes indésirables :

- les vibrations angulaires de poulies qui peuvent perturber le synchronisme de la transmission et être sources de bruit ;
- les variations des tensions de brin qui constituent l'une des principales causes de fatigue et d'usure des courroies synchrones.

L'étude montre toutefois (pour le cas simple considéré) qu'il est impossible de significativement réduire à la fois les vibrations en rotation et les fluctuations de tensions dans les deux brins. On retrouve ici des résultats en cohérence avec certaines des assertions à priori non triviales avancées par le brevet Litens [Gajewski 06] discuté en section 1.2.1. En particulier, il apparaît ici clairement que le niveau d'excentricité optimal est très différent<sup>7</sup> suivant que l'on cherche à réduire les vibrations angulaires ou les fluctuations des efforts de tension.

---

<sup>7</sup>Plus précisément, le niveau d'excentricité à appliquer pour la réduction optimale des fluctuations des efforts de tension est bien plus élevé que pour la réduction optimale des vibrations angulaires



## 2.4 Discussions

Cette section est dédiée à divers points de discussion concernant la formulation et l'implémentation du modèle numérique proposé dans le cadre des présents travaux. On aborde en particulier la pertinence de mettre en œuvre un suivi rigoureux des points de tangence par le biais d'une formulation Lagrangienne-Eulérienne. Aussi, certaines perspectives d'enrichissement du modèle sont proposées afin de le faire évoluer vers un outil de simulation robuste à vocation industrielle.

### 2.4.1 Formulation L-E : quelles hypothèses pour quelle représentativité ?

Le modèle Lagrangien-Eulérien en approche 0D/1D est construit à partir d'une formulation originale et spécifique des efforts de tension des brins libres de la transmission. Cette formulation originale se différencie des modèles existants par le suivi rigoureux du mouvement des points de tangence qu'elle implique. Il s'agit d'une approche inédite à notre connaissance.

Dans la limite des hypothèses propres à l'approche 0D/1D déjà décrite, aucune autre simplification n'est opérée sur l'écriture de l'effort de tension. On remarque notamment que :

- en présence d'une poulie à profil primitif non circulaire, le mouvement des points de tangence constituant les frontières des brins est précisément suivi permettant ainsi un calcul fin de la longueur géométrique  $l(t)$  et de référence  $l^*(t)$  des brins ;
- la raideur du brin  $K(t)$  définie à l'équation (2.7) est considérée comme une quantité variable dépendante de la constante de raideur longitudinale de la courroie  $K^*$  et de la longueur de référence du brin  $l^*(t)$ .

Les modèles 0D/1D existants s'appuient généralement sur des hypothèses de modélisation écartant les phénomènes sus-cités [Hwang 94, Parker 04, Zhu 18b]. Trois hypothèses dominantes sont couramment admises (formulation mathématique détaillée en annexe I).

- **Hyp. 1** : les variations de la longueur de référence des brins peuvent être négligées dans le calcul de leur raideur qui peut être considérée constante.
- **Hyp. 2** : en présence d'une poulie à profil primitif non circulaire, les variations des longueurs géométriques de brin résultant de la non-circularité du profil sont négligeables.
- **Hyp. 3** : en présence d'une poulie à profil primitif non circulaire, le mouvement des points géométriques de tangence résultant de la non-circularité du profil contribue trop faiblement aux variations de la longueur de référence d'un brin pour être pris en compte rigoureusement dans leur calcul.

La pertinence de la formulation Lagrangienne-Eulérienne au regard de ces hypothèses usuellement admises est discutée dans les paragraphes qui suivent. L'objectif de ces discussions est de mettre en évidence le degré d'influence de ces hypothèses. Il s'agit en particulier d'observer les potentielles différences dans les comportements prédits par le calcul pouvant être induites par la prise en compte de tout ou partie des hypothèses.

Pour cela, une série d'analyses numériques comparatives est menée sur le cas simple déjà étudié en section 2.3. Les deux variantes de la transmission simple à deux poulies sont étudiées suivant que la poulie motrice soit circulaire (variante  $V_{ref}$ ) ou elliptique (variante  $V_{el}$ ).

La variante de référence  $V_{ref}$  est étudiée sous l'effet de l'excitation angulaire d'ordre 2 due au couple de charge fluctuant  $C_{r2}$ . La variante  $V_{el}$  intégrant une poulie motrice elliptique est étudiée sans autre source d'excitation angulaire externe (absence de couple de charge fluctuant). Les analyses menées sur ces deux variantes permettent de :

- déterminer le degré d'influence de l'hypothèse Hyp.1 sur le comportement dynamique prédit par le modèle sous les effets respectifs de sources d'excitation angulaire externe (couple de charge fluctuant) et interne (poulie non circulaire) à une transmission ;
- montrer le degré d'influence des hypothèses Hyp.2 et Hyp.3 (suivi non rigoureux du mouvement des points de tangence) sur le comportement dynamique prédit par le modèle lorsqu'une poulie non circulaire équipe une transmission.

Pour les deux variantes de la transmission, la vitesse angulaire de la poulie consommatrice ainsi que l'effort de tension du brin mou prédits par le modèles sous les différents régimes d'hypothèses sont tracés en figures 2.27 et 2.28 ( $e = 0.25$  mm et  $\theta_{01} = 0^\circ$ ). Les tendances étant similaires sur les deux brins de la transmission, l'effort du brin tendu n'est pas représenté ici.

### **Degré d'influence de l'hypothèse Hyp.1 : formulation simplifiée de la raideur des brins libres**

Les résultats obtenus pour la variante  $V_{ref}$  montrent que la vitesse angulaire de la poulie consommatrice ainsi que les efforts de tension des brins libres prédits sous l'hypothèse Hyp.1 présentent une forme et une amplitude similaires aux prédictions en formulation Lagrangienne-Eulérienne non simplifiée (figure 2.27). Cela signifie que dans le cas d'une transmission classique (poulies circulaires) soumise à une excitation angulaire externe l'hypothèse Hyp.1 ne perturbe que très peu la qualité des résultats prédits. Les résultats sont très similaires pour la variante  $V_{el}$  (figure 2.28). L'hypothèse Hyp.1 reste donc très peu influente en présence de poulies non circulaires.

Des études complémentaires non présentées ici ont montré que l'écart entre les courbes obtenues en formulation Lagrangienne-Eulérienne non simplifiée et sous l'hypothèse Hyp.1 a tendance à croître pour des vitesses d'entraînement plus élevées. Considérant cela, il apparaît préférable d'écarter cette hypothèse afin d'assurer la robustesse du modèle.

### **Degré d'influence des hypothèses Hyp.2 et Hyp.3 : suivi non rigoureux du mouvement des points de tangence**

Il existe une très forte divergence entre les résultats prédits à partir de la formulation non simplifiée (L-E) et ceux prédits par le modèle intégrant les hypothèses Hyp.2 et Hyp.3 considérées séparément (figure 2.28). Ces deux hypothèses présentent des degrés d'influence respectifs relativement importants et sont donc susceptibles de fortement altérer la capacité prédictive du modèle.

On note cependant que lorsque les hypothèses Hyp.2 et Hyp.3 sont admises communément, la vitesse angulaire prédite reste très proche des résultats obtenus pour la formulation Lagrangienne-Eulérienne non simplifiée. On retiendra donc que si l'on s'intéresse uniquement à la réponse angulaire d'une transmission (vitesses de rotation, erreur de transmission,...), l'emploi commun des hypothèses Hyp.2 et Hyp.3 apparaît intéressant (hypothèses mises en œuvre dans les travaux de Zhu et al. [Wang 17]). En effet, sous ce régime d'hypothèses, l'implémentation des modèles est bien plus simple (formulation analytique directe des tensions de brin) et les temps de calculs

réduits. On remarquera tout de même que les niveaux de tensions calculés restent très impactés en particulier pour de faibles vitesses d'entraînement.

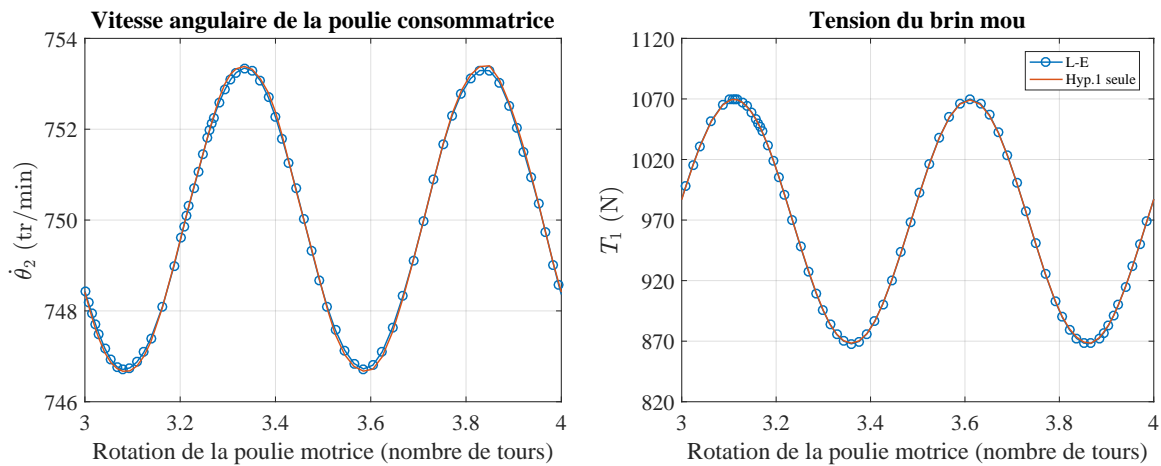


FIGURE 2.27 – Degré d'influence des hypothèses sur le comportement prédit de la variante  $V_{ref}$  de la transmission étudiée en section 2.3 : vitesse angulaire  $\dot{\theta}_2$  de la poulie consommatrice (a) et effort de tension  $T_1$  dans le brin mou

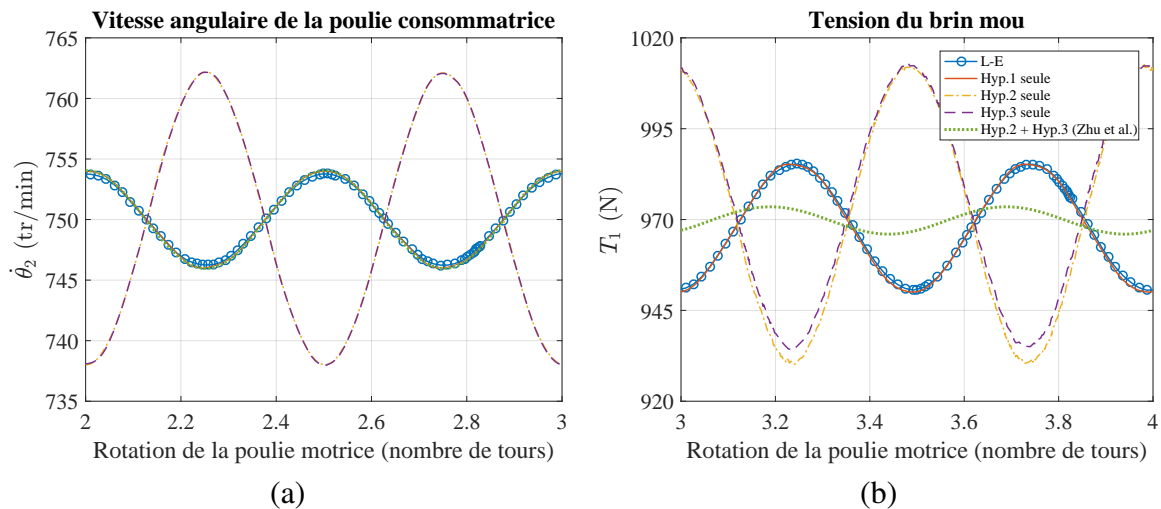


FIGURE 2.28 – Degré d'influence des hypothèses sur le comportement prédit de la variante  $V_{el}$  de la transmission étudiée en section 2.3 : vitesse angulaire  $\dot{\theta}_2$  de la poulie consommatrice (a) et effort de tension  $T_1$  dans le brin mou ( $e = 0.25$  mm et  $\theta_{01} = 0^\circ$ )

## Bilan

Les hypothèses habituellement admises pour la modélisation des transmissions intégrant des poulies non circulaires (Hyp.1, Hyp.2 et Hyp.3) présentent un degré d'influence significatif susceptible de réduire la qualité des résultats prédits par le modèle. En d'autres termes, il apparaît maintenant indubitable que la mise en œuvre d'un suivi rigoureux du mouvement des points de tangence est absolument nécessaire si l'on souhaite obtenir un modèle capable de prédire correctement le comportement angulaire global d'une transmission (mouvement angulaire et efforts de tension dans les brins libres).

La formulation Lagrangienne-Eulérienne proposée dans le cadre des présents travaux n'admet aucune des hypothèses concernant le suivi des points de tangence. En cela, cette formulation originale semble à priori pertinente. Il faut tout de même confronter le modèle à des résultats expérimentaux afin de véritablement juger de ses capacités prédictives. L'étude d'évaluation des capacités prédictives du modèle est présentée au chapitre 4.

## 2.4.2 Temps de calcul

La vocation d'un modèle 0D/1D est de permettre de lancer dans un laps de temps relativement court les nombreuses simulations nécessaires au pré-dimensionnement des transmissions. Ce type de modèle doit donc présenter des temps de calculs acceptables pour ce genre d'utilisation.

À titre d'exemple, l'étude paramétrique présentée en section 2.3.3.2 a nécessité la réalisation de 600 simulations environ avec un temps de calcul moyen de l'ordre de 350 s (temps CPU sur un PC classique). Cette étude assez similaire aux études de pré-dimensionnement qui peuvent classiquement être réalisées dans l'industrie automobile nécessite donc un temps total CPU avoisinant 58 h. Cette performance acceptable peut encore être améliorée.

La rapidité d'exécution de la procédure de résolution mise en œuvre pour le modèle Lagrangien-Eulérien en approche 0D/1D est fonction des critères de convergence imposés à l'algorithme de résolution des équations de mouvement (solveur Matlab ode15s) ainsi que du pas de discrétisation  $h$  des profils primitifs de poulies (routine de suivi des points de tangence).

La raideur numérique du modèle nécessite un réglage sévère des critères de convergence du solveur ode15s. Il n'est donc pas possible de gagner en rapidité d'exécution par assouplissement de ces critères. Les multiples études numériques menées dans le cadre des présents travaux ont montré qu'une valeur maximale admissible de  $1e^{-6}$  pour l'erreur relative (RelTol) et l'erreur absolue (AbsTol) assurent en général une bonne convergence.

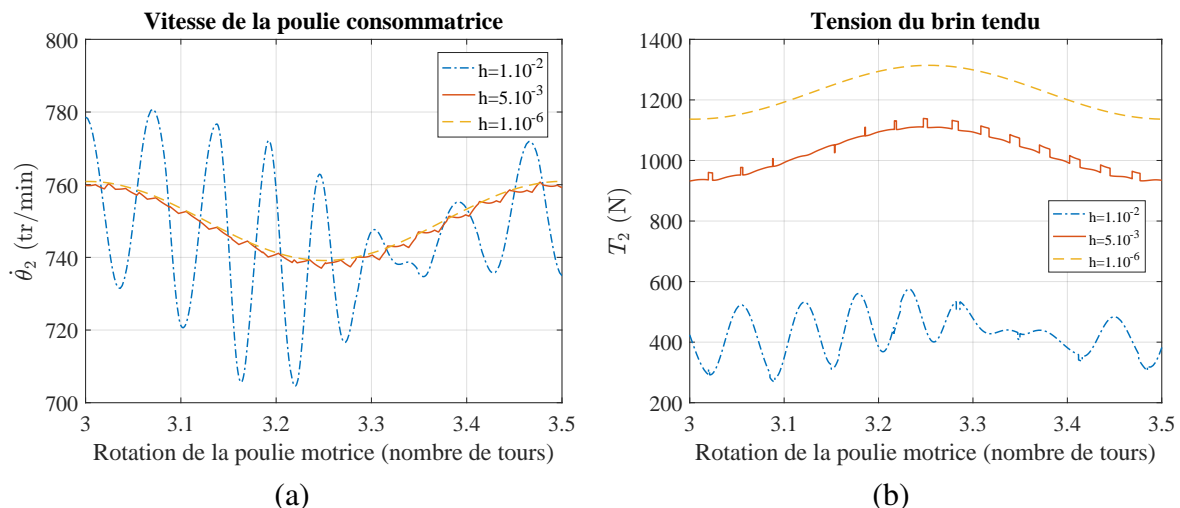


FIGURE 2.29 – Influence du pas de discrétisation  $h$  sur (a) la vitesse angulaire  $\dot{\theta}_2$  de la poulie consommatrice et (b) la tension  $T_2$  du brin tendu de la variante  $V_{el}$  de la transmission étudiée en section 2.3

Comme en témoignent les courbes de vitesse angulaire et d'effort de tension tracées en figure 2.29, le pas de discrétisation  $h$  des profils de poulie conditionne directement la qualité des résultats prédits par le modèle. Ces courbes ont été obtenues à partir du modèle de la variante  $V_{el}$  du cas simple étudié en section 2.3.3. Elles montrent clairement les effets néfastes d'un pas

de discrétisation trop grand : apparition de discontinuités marquées sur les grandeurs prédites, perte du caractère périodique pour des grandeurs sensées l'être.

Le temps CPU nécessaire à l'exécution de la procédure de recherche des points de tangence augmente avec la quantité de données numériques à manipuler. Or, plus le pas de discrétisation est petit, plus la quantité de données numériques à manipuler est importante (augmentation du nombre de nœuds de discrétisation). Cette quantité de données augmente également avec le nombre de poulies constituant la transmission. Il faut donc trouver un compromis entre qualité des résultats et temps de calcul par le choix d'un pas de discrétisation  $h$  adapté. L'expérience a montré que la qualité des résultats demeure satisfaisante si le pas de discrétisation  $h$  n'excède pas 0.001% du plus grand diamètre primitif nominal de la transmission étudiée ( $h = 0.001$  mm pour la transmission étudiée en section 2.3.3). Dans cette configuration, les exécutions répétées de la procédure de recherche des points de tangence au cours d'une résolution numérique comptent généralement pour plus de 80% du temps total CPU requis pour une simulation. Cette lourdeur d'exécution demeure l'inconvénient majeur de la méthode d'approximation qui présente tout de même l'avantage notable d'être compatible avec tout type de profil primitif.

Des recherches récentes menées en parallèle des présents travaux [Chouly 20] ont conduit au développement d'une méthode de suivi des points de tangence quasi-analytique (profils non discrétisés). Cette méthode également généraliste (large compatibilité de profils convexes) présente un degré de complexité relativement réduit. Dans la suite des présents travaux, l'implémentation de cette méthode pourrait donc être une piste très intéressante pour une réduction notable des temps de calculs.

### 2.4.3 Perspectives d'enrichissement du modèle

Les études de validation expérimentale du modèle Lagrangien-Eulérien en approche 0D/1D permettront de juger de la capacité prédictive de ce dernier. Bien que la formulation se veuille rigoureuse (suivi des points de tangence), il y a fort à parier que la capacité prédictive du modèle s'avèrent limitées à certains points de vue. Dans le cas où le niveau de corrélation entre calculs numériques et résultats expérimentaux ne donnerait pas entière satisfaction, plusieurs pistes d'enrichissement pourraient être explorées. Par ordre de priorité, les pistes à explorer seraient les suivantes :

- modélisation plus précise du comportement de la courroie sur les arcs d'enroulements avec une formulation d'une loi de répartition des charges le long des brins enroulés sur les poulies (voir sections 1.3.2.2 et 1.3.4);
- prise en compte de la rigidité en flexion de la courroie impliquant de considérer le comportement transverse des brins particulièrement sollicité en présence de poulies non circulaires (voir section 1.3.2.1);
- prise en compte des effets d'inertie agissant sur le courroie en mouvement avec notamment l'impact de l'effet centrifuge sur les brins enroulés;
- modélisation du caractère dissipatif de la courroie (amortissement structurel).

L'étude de façades représentatives de systèmes industrialisés requiert également l'enrichissement du modèle avec notamment la possibilité d'intégrer un tendeur dynamique à l'image de ce qui est habituellement proposé dans les modèles existants [Hwang 94, Parker 04, Monternot 98]. Une meilleure représentation des sources de dissipation intervenant sur les axes entraînés par la transmission pourrait aussi être intéressante (simple amortissement visqueux en rotation actuellement).

# Chapitre 3

## Analyse expérimentale

### *Mise en évidence de l'impact dynamique d'une poulie bilobée*

#### Résumé

Les expérimentations présentées dans ce chapitre ont pour objectif l'analyse de l'impact d'une poulie bilobée sur la dynamique angulaire de transmissions soumises à une source d'excitation externe d'ordre 2 (couple de charge fluctuant). On cherche en particulier à tester l'influence de l'angle de calage initial d'une poulie non circulaire sur sa capacité à générer un effet correctif : limitation de la perte de synchronisme instantané (erreur de transmission) et des sollicitations en traction des brins (variations d'efforts de tension) induit par la source d'excitation.

La poulie bilobée utilisée pour cette étude est la poulie de vilebrequin de la façade de distribution d'un moteur Diesel à quatre cylindres produit par le groupe PSA (DW10F). Les essais sont menés sur un dispositif expérimental spécifiquement développé durant la thèse.

Une transmission académique simple (avec et sans tendeur dynamique) permettant une étude aisée et didactique ainsi qu'un cas d'application industriel plus complexe (façade de distribution PSA) sont considérés. Le banc d'essais et les méthodes expérimentales mises en œuvre sont décrits aux sections 3.1 et 3.2. L'analyse des résultats est présentée en détail à la section 3.3. La section 3.4 est consacrée à une discussion de synthèse.

#### Sommaire

<b>3.1</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>118</b>
3.1.1	Architecture globale du banc d'essais	118
3.1.2	Transmissions étudiées	119
3.1.3	Instrumentation	126
<b>3.2</b>	<b>Méthodes expérimentales</b>	<b>131</b>
3.2.1	Protocole	131
3.2.2	Plan d'expérience	134
<b>3.3</b>	<b>Résultats</b>	<b>135</b>
3.3.1	Analyse vibratoire préliminaire	135
3.3.2	Cas académique sans tendeur dynamique	138
3.3.3	Cas académique avec tendeur dynamique	151
3.3.4	Cas d'application industriel : façade de distribution PSA (DW10F)	152
<b>3.4</b>	<b>Bilan</b>	<b>162</b>

### 3.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental présenté ici a été entièrement développé dans le cadre de cette thèse. La conception de ce banc d'essais modulable a été pensée afin d'autoriser l'étude de transmissions aux caractéristiques variées. Le dispositif permet la mesure d'un grand nombre de grandeurs associées au comportement de la transmission testée en dynamique angulaire :

- vibrations angulaires (rotation et vitesse angulaire des poulies) ;
- efforts de tension dans les brins libres ;
- couples mécaniques ;
- battement angulaire de tendeur ;
- battement transverse des brins libres.

L'architecture globale du dispositif expérimental est décrite en section 3.1.1 et les caractéristiques des transmissions étudiées sont présentées à la section 3.1.2. La section 3.1.3 est dédiée à l'instrumentation du banc d'essais.

#### 3.1.1 Architecture globale du banc d'essais

L'architecture globale du dispositif expérimental est illustrée par le schéma fonctionnel de la figure 3.1. La poulie motrice de la transmission testée est couplée à une ligne d'arbre motrice chargée d'en imposer la vitesse angulaire. La ligne d'arbre motrice est entraînée par un moteur électrique à courant continu asservi en vitesse (puissance et vitesse angulaire nominales de 22 kW et 3150 tr/min). Une roue d'inertie est montée directement en aval du moteur électrique afin d'améliorer les conditions d'asservissement en vitesse. Une transmission par courroie synchrone est intégrée entre la roue d'inertie et l'arbre couplé à la transmission d'étude. Cette transmission assure une multiplication de rapport 1.55 permettant d'atteindre une plage de vitesse d'entraînement représentative des conditions de fonctionnement habituellement rencontrées sur les GMP automobiles (vitesse d'entraînement maximale de 5000 tr/min environ).

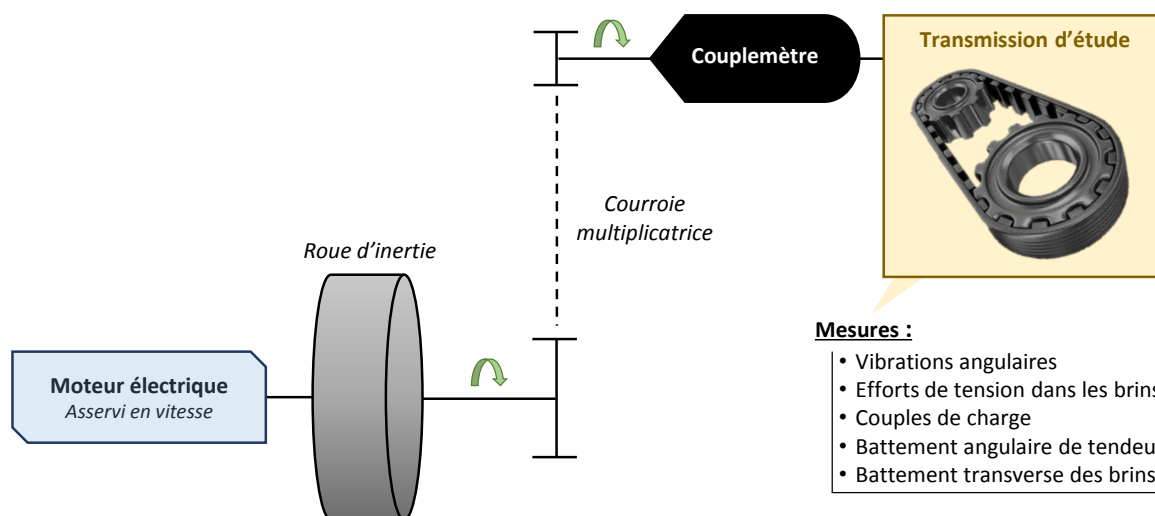


FIGURE 3.1 – Schéma de principe du dispositif expérimental

### 3.1.2 Transmissions étudiées

La poulie bilobée utilisée pour cette étude est la poulie de vilebrequin de la façade de distribution du moteur thermique à quatre cylindres PSA DW10F. Elle présente précisément un profil primitif elliptique de diamètre nominal 63.67 mm et un niveau d'excentricité de 0.75 mm.

Deux cas d'étude sont considérés.

- **Cas académique**

Cette transmission est une reproduction simplifiée de la façade de distribution du GMP PSA DW10F conçue à partir de certains de ses composants : courroie, poulie VBQ, poulie AAC, galets enrouleurs et tendeur. Son architecture simple facilite l'analyse de son comportement en dynamique angulaire permettant ainsi une étude didactique de l'impact de la poulie bilobée. Les essais sont conduits sur deux variantes de la transmission suivant qu'elle comporte ou non un tendeur dynamique articulé.

- **Cas d'application industriel**

La transmission étudiée est la façade de distribution au sein de laquelle la poulie bilobée est originellement implantée (DW10F). L'étude de cette transmission permet de mettre en évidence l'impact de la poulie bilobée dans un contexte très proche des conditions de fonctionnement réelles de ce GMP.

La source d'excitation angulaire externe (ordre 2 - H2) est identique pour les deux cas d'étude : couple de charge fluctuant généré par l'entraînement des deux arbres-à-cames assurant respectivement l'actionnement des soupapes d'admission et d'échappement de la culasse du moteur PSA DW10F (quatre cylindres). Comme le montre la figure 3.10, une seule poulie est nécessaire à l'entraînement des deux arbres-à-cames de la culasse. Cette poulie est en fait couplée à l'arbre-à-cames d'échappement assurant lui-même l'actionnement synchronisé de l'arbre-à-cames d'admission par le biais d'une petite chaîne.

Les caractéristiques des transmissions étudiées sont détaillées aux sections suivantes.




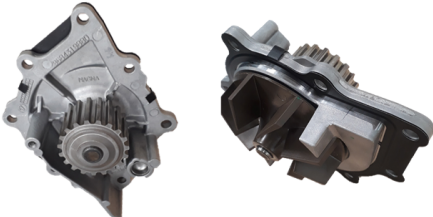


#### 3.1.2.1 Cas académique sans tendeur

Dans la variante n'intégrant pas de tendeur dynamique, la transmission comporte une poulie motrice (VBQ), une poulie menée (AAC) ainsi que deux galets enrouleurs installés entre les deux poulies de part et d'autre de la transmission. La poulie menée est couplée à l'arbre-à-cames d'échappement d'une culasse DW10F complète permettant ainsi la génération d'un couple de charge excitateur d'ordre 2 (figure 3.21). La lubrification de la culasse est assurée par une station hydraulique externe. L'entraxe entre la poulie motrice et la poulie menée ainsi que la position des galets sont ajustables, ce qui permet d'imposer librement la géométrie de la transmission et d'ajuster la tension de pose de la courroie.

L'instrumentation du banc d'essais (section 3.1.3) permet la mesure du mouvement angulaire des deux poulies ainsi que la mesure des couples qu'elles transmettent. Les galets sont montés sur des pièces supports instrumentées (figure 3.12) pour la mesure des efforts de tension dans les brins libres.

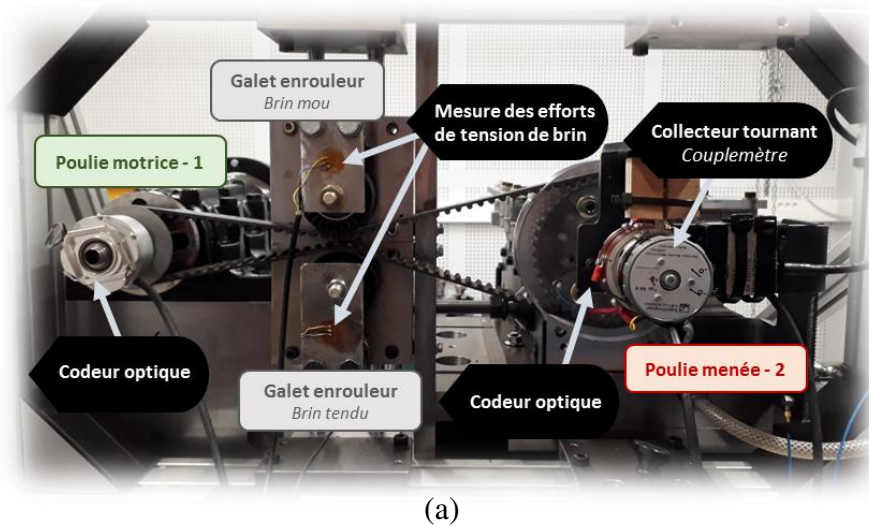
Le montage expérimental associé à cette transmission est illustré en figures 3.3 et 3.4. Les paramètres géométriques de la transmission et de ses composants sont précisés au tableau 3.1 et en figure 3.2.



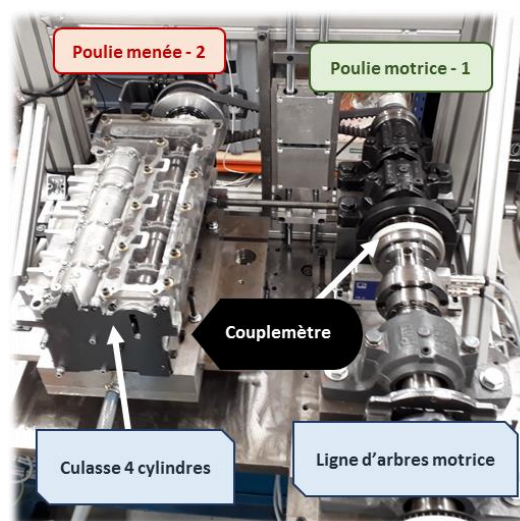
	Courroie	
	Nombre de dents	116
	Longueur de référence	1104.90mm
	Constante de raideur longitudinale*	400 000 N
	Poulie de vilebrequin (VBQ)	
	Nombre de dents	21
	Profil primitif	Elliptique
	Diamètre nominal	63.67 mm
	Poulie d'arbre-à-cames (AAC)	
	Nombre de dents	42
	Profil primitif	Circulaire
	Diamètre nominal	127.34 mm
	Poulie de pompe à eau (PàE)	
	Nombre de dents	19
	Profil primitif	Circulaire
	Diamètre nominal	57.61 mm
	Galet enrouleur	
	Profil primitif	Circulaire
	Diamètre nominal	63.20 mm
	Tendeur dynamique	
	Profil primitif	Circulaire
	Diamètre nominal	63.20 mm
	Longueur de bras	3.00 mm
	Raideur de rappel	0.0095Nm/°
	Pré-charge	0.952 Nm

\* Valeur déterminée expérimentalement [Manin 08].

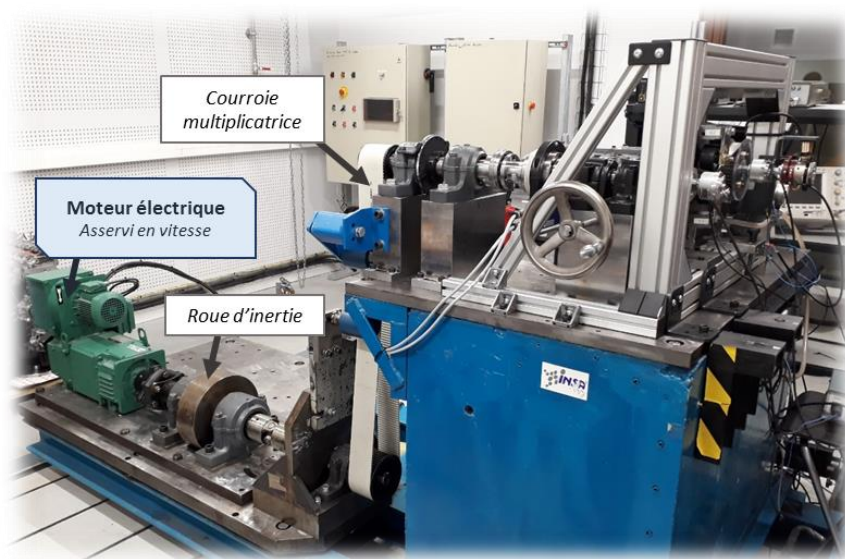
FIGURE 3.2 – Composants de la façade de distribution du GMP PSA DW10F



(a)



(b)



(c)

FIGURE 3.3 – Vue de face (a), vue du dessus (b) et vue d'ensemble (c) du dispositif expérimental en configuration d'étude de la transmission académique sans tendeur

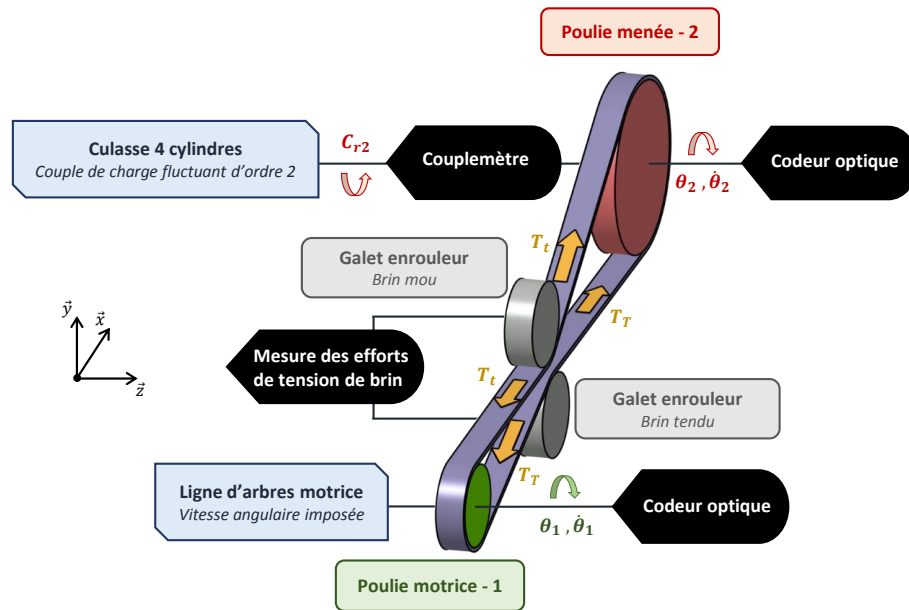


FIGURE 3.4 – Schéma de principe du dispositif expérimental en configuration d'étude de la transmission académique sans tendeur

Désignation	Position X / Y (mm)	Composant PSA (DW10FU)
Poulie motrice	0 / 0	Poulie VBQ
Galet sur brin tendu	169 / -28	Galet enrouleur
Galet sur brin mou	173 / 47	Galet enrouleur
Poulie menée	0 / 391	Poulie AAC

TABLEAU 3.1 – Caractéristiques de la transmission académique sans tendeur

### 3.1.2.2 Cas académique avec tendeur

La variante de la transmission académique dotée d'un tendeur dynamique est étudiée à partir du même dispositif expérimental que précédemment (section 3.1.2.1). Le montage expérimental correspondant est présenté en figure 3.5. Les caractéristiques de la transmission et de ses composants sont répertoriées au tableau 3.2 et en figure 3.2.

Le tendeur dynamique équipant la transmission académique est montée en lieu et place du galet enrouleur initialement installé sur le brin mou de transmission. L'entraxe entre les deux poulies de la transmission ainsi que la position du galet enrouleur sont modifiés afin de garantir un montage fonctionnel du tendeur dynamique et satisfaire certaines contraintes d'encombrement. L'instrumentation évolue légèrement. L'absence d'enrouleur sur le brin mou (encombrement) rend impossible la mesure de l'effort de tension dans ce brin. Un dispositif de mesure additionnel (section 3.14) permet l'observation du battement angulaire du tendeur.

Désignation	Position X / Y (mm)	Composant PSA (DW10FU)
Poulie motrice	0 / 0	Poulie VBQ
Galet sur brin tendu	79 / -62	Galet enrouleur
Poulie menée	388.5 / 0	Poulie AAC

Tendeur dynamique sur brin mou	
Position du point de pivot $O_t$ X / Y (mm)	238 / -50
Angle libre ( $^\circ$ )	198
Angle sous tension de pose ( $^\circ$ )	158

TABLEAU 3.2 – Caractéristiques de la transmission académique avec tendeur

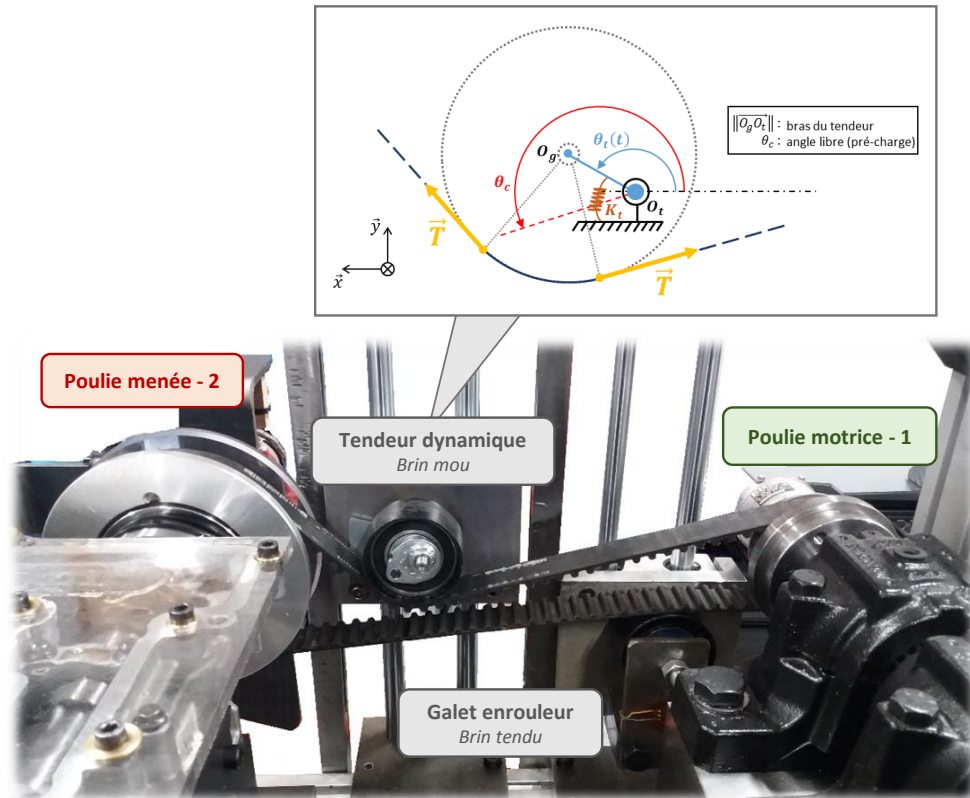


FIGURE 3.5 – Vue du dispositif expérimental en configuration d'étude de la transmission académique avec tendeur

### 3.1.2.3 Cas d'application industriel : façade de distribution PSA (DW10F)

La façade de distribution du moteur PSA DW10F est constituée de cinq composants. La poulie de vilebrequin (VBQ) assure l'entraînement synchronisé de la poulie couplée à l'arbre-à-cames d'échappement du moteur (AAC) et de la pompe à eau (PàE). Un enrouleur est situé entre les poulies VBQ et AAC et un tendeur dynamique est monté entre les poulies AAC et PàE.

Le principe du montage expérimental est présenté en figure 3.6. Le tableau 3.3 et la figure 3.2 répertorient les caractéristiques principales de la façade et de ses composants. Les figures 3.7 et 3.8 montrent différentes vues du banc.

On retrouve des éléments d'instrumentation sensiblement identiques à ceux déjà mis en œuvre pour l'étude de la transmission académique. Le suivi des mouvements de rotation des poulies VBQ et AAC est assuré par des codeurs optiques (section 3.1.3.1). Les couples transmis par ces deux poulies sont également mesurés (section 3.1.3.2). La présence d'un galet enrouleur sur le brin tendu (VBQ-AAC) de la transmission autorise l'intégration d'un support instrumenté (section 3.1.3.3) permettant de suivre l'évolution de l'effort de tension dans ce brin via la charge radiale du galet. Le dispositif prévoit en sus l'observation du battement angulaire du tendeur (section 3.1.3.4).

Le GMP est ancré sur le banc d'essai au moyen d'un dispositif support conçu sur mesure. L'ensemble repose sur des plots viscoélastiques afin de limiter le risque de rupture des pièces de fixation sous l'effet des vibrations de la structure. La mise en rotation du vilebrequin est assurée par un dispositif d'accouplement en prise sur le volant d'inertie. La pompe à huile

d'origine entraînée par le vilebrequin fournit la lubrification nécessaire au bon fonctionnement du GMP (paliers hydrodynamiques VBQ et AAC, contact came-linguet, etc.).

Par ailleurs, plusieurs opérations d'adaptation ont du être réalisées sur le GMP afin de répondre aux contraintes imposées par une étude hors-feu. Les attelages mobiles (piston + bielles) ont été retirés. Cela permet d'éviter l'apparition de vibration trop importantes sur la structure du banc d'essais (effet inertiel du mouvement des pistons) et de grandement limiter la puissance motrice requise à l'entraînement du vilebrequin (fort couple résistant lié aux frottements piston-cylindre et à la compression). La pompe haute pression employée pour la pressurisation du circuit d'injection a également été débrayée (désaccouplement de l'arbre-à-cames d'échappement). Le maintien de cette dernière aurait été bien trop complexe : nécessité de mettre en œuvre un dispositif de commande électronique des injecteurs et conception d'un circuit additionnel de circulation du carburant non brûlé.

Désignation	Position X/Y (mm)
Poulie VBQ	0 / 0
Galet enrouleur	0 / 210
Poulie AAC	-51.5 / 360.325
Poulie PàE	-78 / 102

Tendeur dynamique sur brin mou	
Position du point de pivot $O_t$ X/Y (mm)	-72.474 / 254.002
Angle libre ( $^\circ$ )	320.182
Angle sous tension de pose ( $^\circ$ )	280.182

TABLEAU 3.3 – Caractéristiques de la façade de distribution PSA (DW10F)

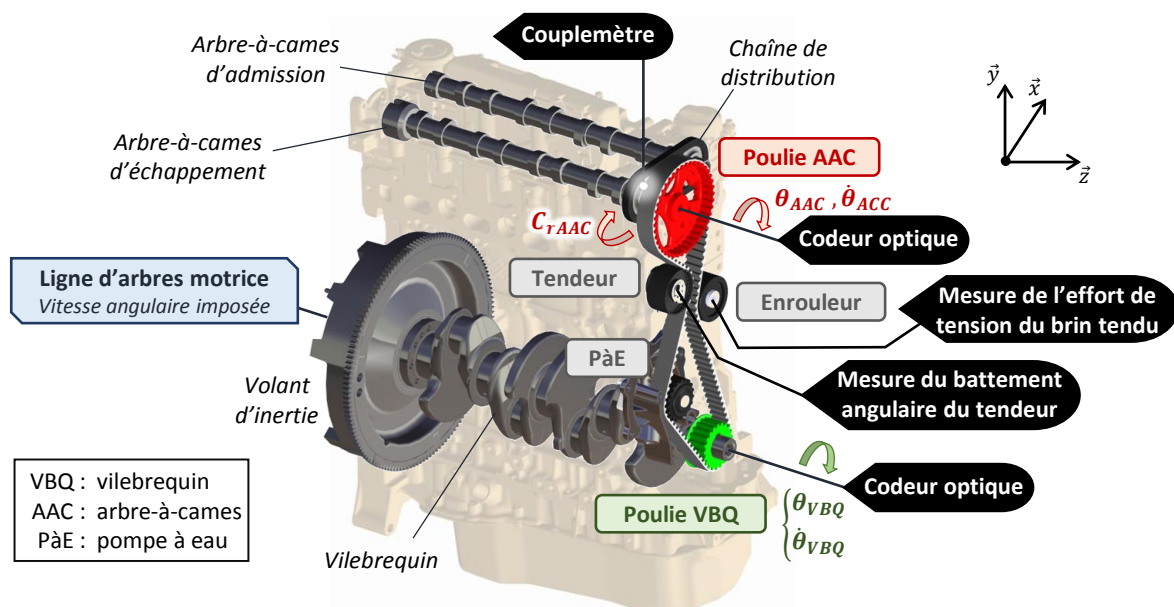
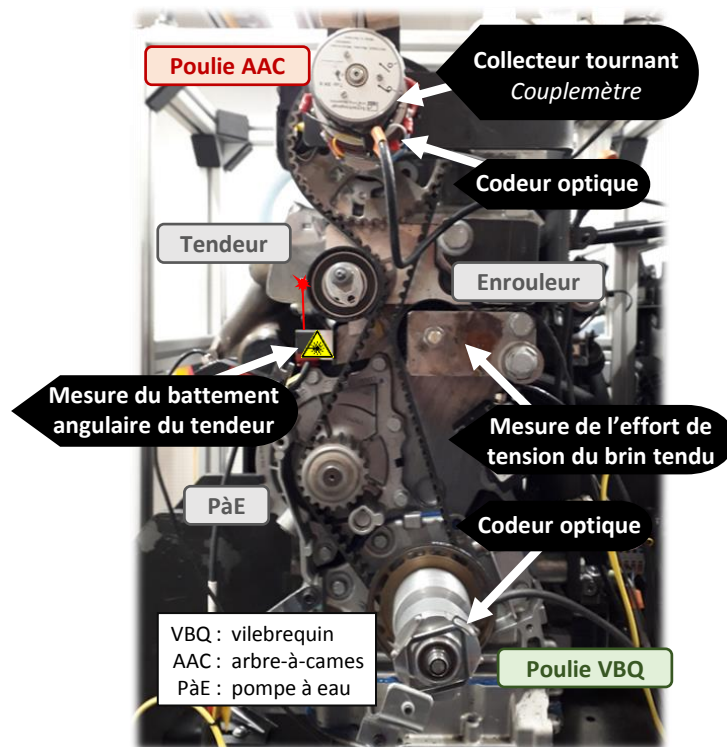
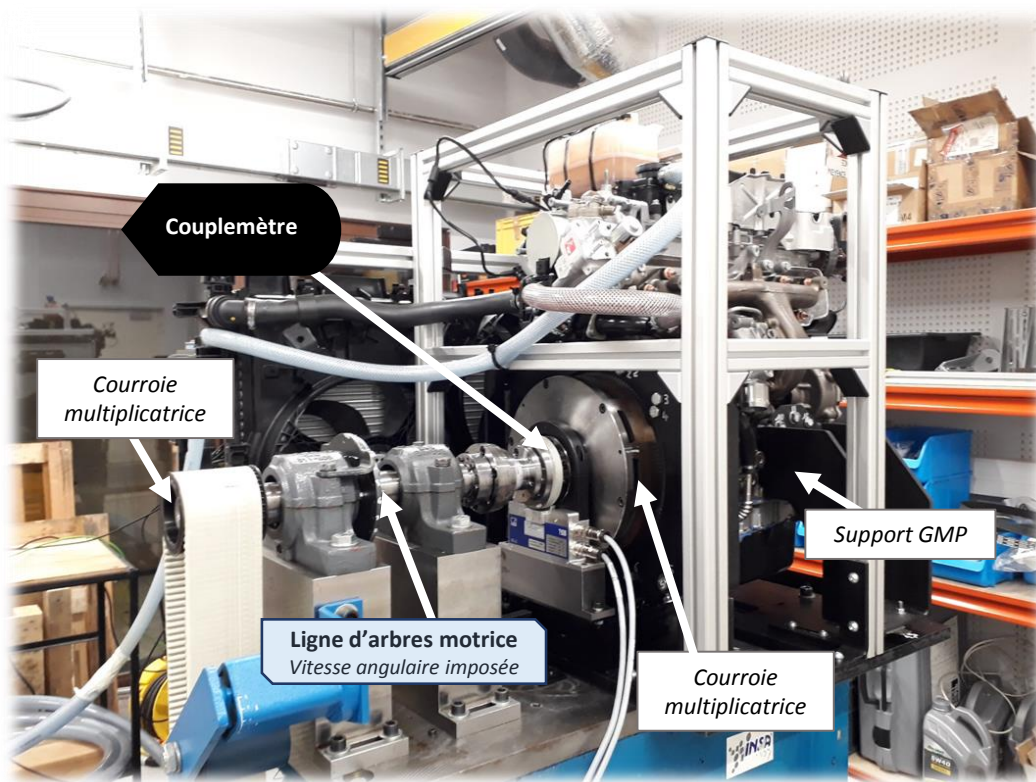


FIGURE 3.6 – Schéma de principe du dispositif expérimental en configuration d'étude de la façade de distribution du GMP PSA DW10F



(a)



(b)

FIGURE 3.7 – Vue de face (a) et vue du dessus (b) du dispositif expérimental en configuration d'étude de la façade de distribution du GMP PSA DW10F

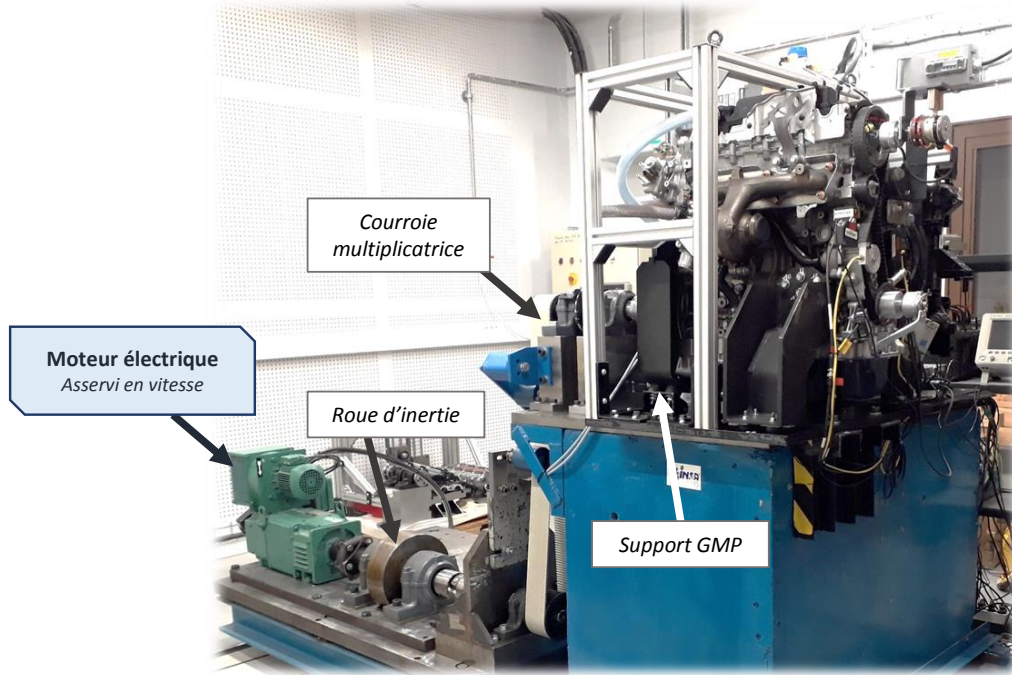


FIGURE 3.8 – Vue d’ensemble du dispositif expérimental en configuration d’étude de la façade de distribution du GMP PSA DW10F

### 3.1.3 Instrumentation

L’instrumentation mise en œuvre sur le banc d’essais est similaire aux dispositifs habituellement employés pour les études expérimentales relatives à l’étude de l’erreur de transmission impactant les transmissions par engrenages [Remond 98] et par courroie [Makita 03, Manin 09].

Le système d’acquisition utilisé comporte des voies d’acquisition analogiques (échantillonnage temporel à 20kHz) ainsi que des voies de comptage (compteurs couplés à une horloge très haute fréquence cadencée à 80 MHz). Ces voies de comptage dédiées au branchement de codeurs optiques fournissent une mesure de la rotation des poulies échantillonnée en angle (voir section 3.1.3.1). Cela permet la mise en œuvre de la méthode « pulse timing » qui assure un suivi très précis du mouvement angulaire des poulies [Remond 98]. Le principe de mise en œuvre des différents capteurs employés sur le banc d’essais est présenté en détails dans les sections suivantes.

#### 3.1.3.1 Mesure de la rotation des poulies par codeurs optiques (méthode « pulse timing »)

Le principe de la méthode « pulse timing » est illustré en figure 3.9. Lorsqu’il est mis en rotation, un codeur optique délivre un signal électrique en créneau (TTL). Entre deux fronts montants successifs, le compteur de la voie d’acquisition détermine le nombre de tops émis par l’horloge cadencée à la fréquence notée  $f_h$  (ici  $f_h = 80$  MHz). Il est ainsi possible de construire un vecteur temporel contenant les instants d’apparition  $t_i$  des fronts montants. L’instant  $t_i$  associé au passage du  $i$ -ième front montant est obtenu à partir de la relation suivante :

$$t_i = \sum_{j=1}^i \left\lceil \frac{n_j}{f_h} \right\rceil \quad i \in \mathbb{N}^* \quad (3.1)$$

$n_j$  désigne le nombre de tops horloge comptés entre les fronts montant successifs  $j - 1$  et  $j$ . L'angle de rotation  $\theta_i$  ainsi que la vitesse angulaire  $\omega_i$  instantanée du codeur peuvent ensuite être calculées très facilement en chaque instant  $t_i$  :

$$\begin{cases} \theta_i = \frac{i}{R_\theta} = i\Delta\theta \\ \omega_i = \frac{1}{R_\theta (t_{i+1} - t_i)} = \frac{\Delta\theta}{(t_{i+1} - t_i)} \end{cases} \quad (3.2)$$

avec  $R_\theta$  la résolution du codeur optique et s'exprime en nombre de fronts par tour de codeur (ici  $R_\theta = 2500$  fronts/tr).

Le signal d'angle de rotation ainsi que le vecteur temps associé sont échantillonnés en angle avec un pas d'échantillonnage angulaire  $\Delta\theta = 1/R_\theta$  exprimé en nombre de tour.

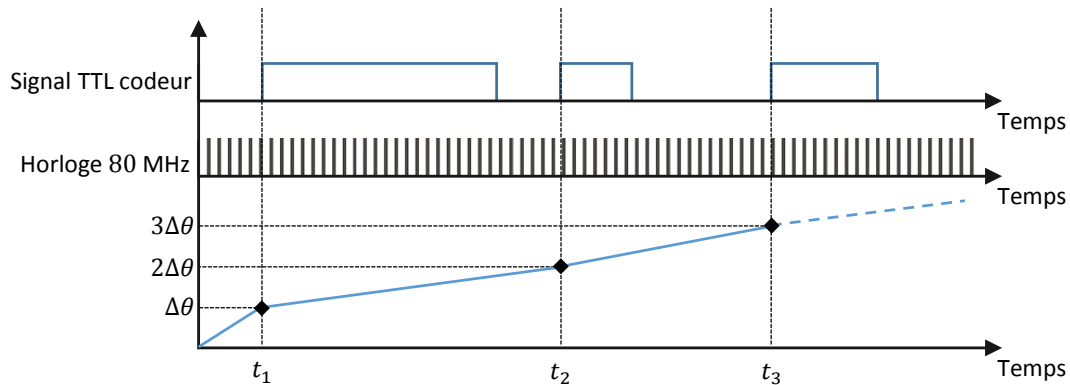


FIGURE 3.9 – Principe de mesure du mouvement angulaire des poulies par la méthode « pulse timing »

### 3.1.3.2 Mesure des couples transmis

L'instrumentation du banc inclut la mesure du couple d'entraînement (couple moteur) transmis par la ligne d'arbre motrice ainsi que du couple de charge généré en sortie de la culasse. La mesure du couple d'entraînement est assurée par un couplemètre du commerce (HBM T40B) monté directement en amont de la poulie motrice des transmissions (voir figure 3.3(b)). Ce couplemètre doté d'un dispositif de transmission de signal par télémétrie présente une capacité de charge nominale de 200 Nm et une vitesse maximale admissible de 20000 tr/min.

Les contraintes d'encombrement imposées par l'architecture de la culasse ont conduit au développement d'un dispositif spécifique à la mesure du couple de charge transmis par l'arbre-à-cames d'échappement de la culasse. Le couple est estimé à partir d'une mesure de la déformation en torsion de l'arbre-à-cames obtenue par le biais de jauges de déformation reliées au système d'acquisition au moyen d'un collecteur tournant (voir figure 3.3). Deux jauges rosettes en V (HBM 1-XY41-1.5/350) sont apposées en vis-à-vis sur l'arbre directement en amont de la poulie (voir figure 3.10). Le montage de ces deux jauges en pont complet (figure 3.11) permet la compensation de certains phénomènes susceptibles de parasiter les mesures : effet thermique, sollicitations mécaniques autres que la torsion, etc. Le dispositif est calibré par une mise sous charge de torsion statique de l'arbre-à-cames d'échappement.



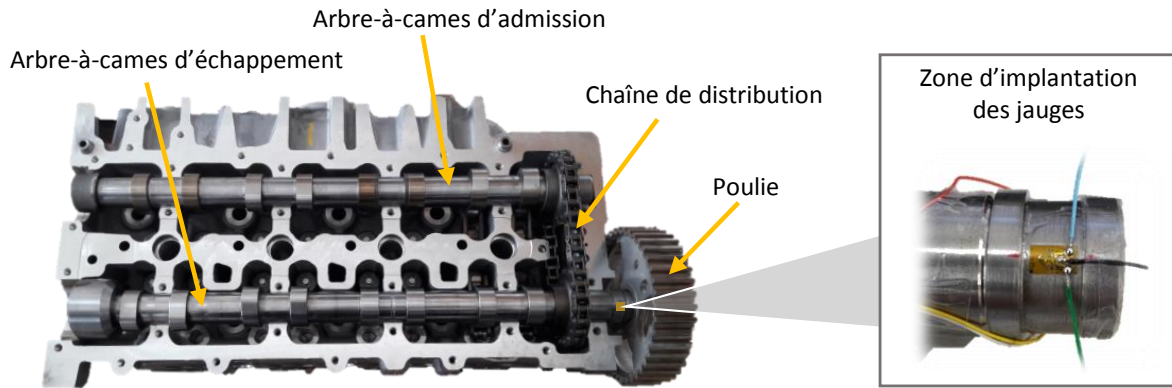


FIGURE 3.10 – Zone d’implantation des jauges de déformation dédiées à la mesure du couple de charge généré par la culasse DW10F

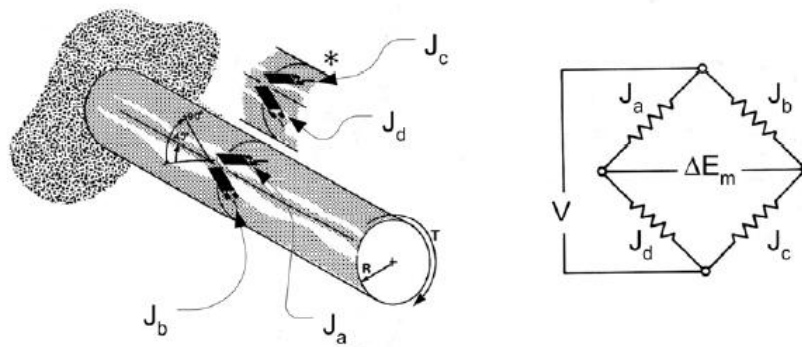


FIGURE 3.11 – Principe de mesure de la déformation en torsion d’un arbre à partir d’un montage de deux jauges en V en pont complet

### 3.1.3.3 Mesure des efforts de tension dans les brins libres

Les pièces supports des galets enrouleurs présentent une géométrie en équerre constituée d’un premier pan massif dédié à l’ancrage du support sur le banc et d’un second pan relativement fin et élancé constituant une plaque. Le galet est monté sur cette plaque et son axe de fixation lui est perpendiculaire. De par cette géométrie spécifique (voir figure 3.12), une charge radiale appliquée sur le galet induit mécaniquement une déformation en flexion de la plaque de fixation. En condition de montage sur banc, cette déformation est faible mais suffisante pour en permettre une mesure au moyen de deux jauges rosettes en T montées en vis-à-vis de part et d’autre de la plaque. Cette mesure de déformation en flexion permet de déduire la composante  $F$  de la charge radiale dans la direction principale de la plaque (grande dimension du support). Le montage de ces deux jauges en pont complet (figure 3.13) assure la compensation de certains phénomènes susceptibles de parasiter les mesures : effet thermique, sollicitations mécaniques autres que la flexion, etc. Le dispositif est calibré par mise sous charge radiale statique du galet.

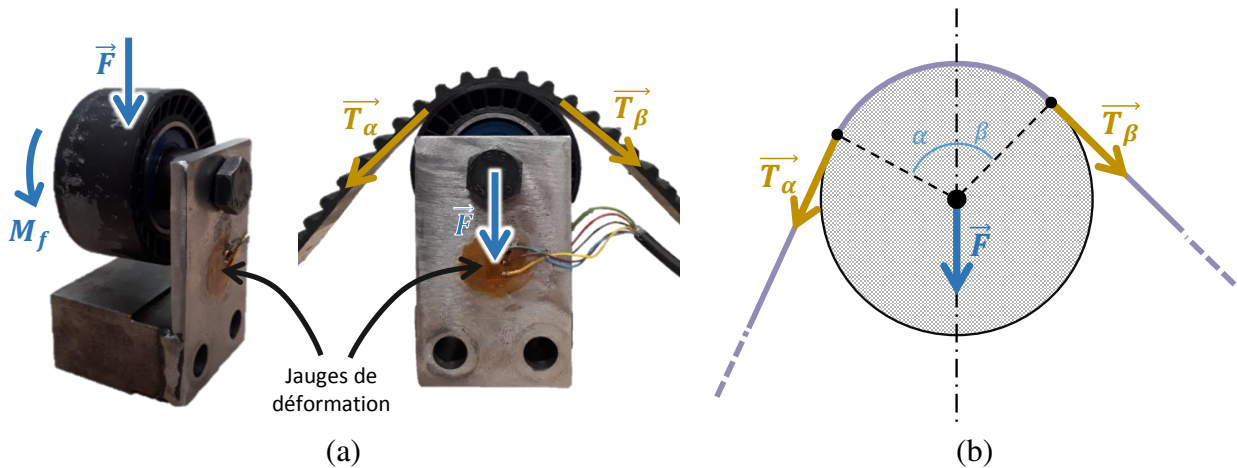


FIGURE 3.12 – Mesure de l’effort de tension dans un brin de courroie : support de galet enrouleur instrumenté (a) et schéma de principe (b)

La mesure indirecte de la charge radiale appliquée sur un galet permet de déduire la valeur de l’effort de tension  $T_\alpha$  et  $T_\beta$  des brins adjacents amont et aval. Du fait de l’absence de couple de charge significatif sur le galet, les efforts de tension peuvent être considérés égaux dans les deux brins ( $T_\alpha = T_\beta = T$ ). En écrivant l’équilibre du galet dans la direction principale de la plaque support, on obtient l’expression de l’effort de tension dans les deux brins adjacents au galet :

$$T = \frac{F}{\sin(\alpha) + \sin(\beta)} \quad (3.3)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont les angles d’orientation respectifs des brins amont et aval au galet relativement à la direction principale de son support.

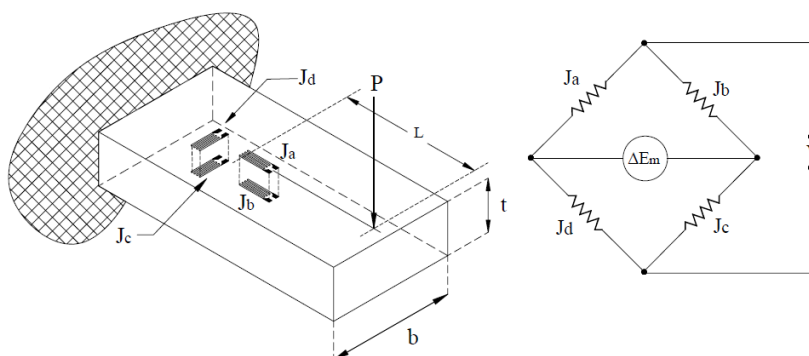


FIGURE 3.13 – Principe de mesure de la déformation en flexion d’une plaque à partir d’un montage de deux jauges en L en pont complet

### 3.1.3.4 Mesure du battement angulaire du tendeur dynamique

L’observation du battement angulaire du tendeur dynamique est assurée au moyen d’un capteur de proximité laser. Ce dernier pointant sur une mire solidaire du bras du tendeur donne une

mesure de la variation de la distance  $\Delta l_t$  séparant le laser de la mire. Par analyse géométrique (voir figure 3.14), on déduit le battement angulaire du tendeur  $\Delta\theta_t$  :

$$\Delta\theta_t = \arctan\left(\frac{\Delta l_t}{H}\right) \quad (3.4)$$

avec  $H$  la distance séparant le point de pivot du point de visée lorsque le tendeur occupe sa position d'équilibre sous tension de pose (ici  $H = 0.035$  m).

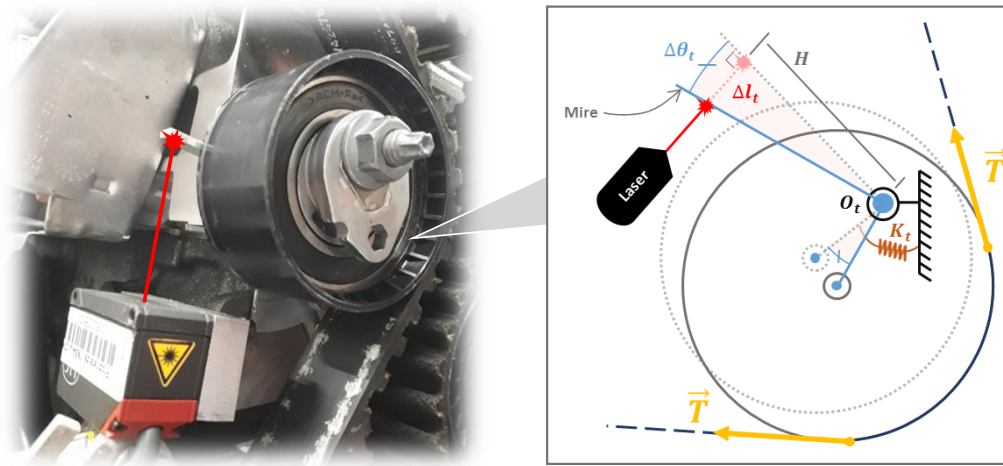


FIGURE 3.14 – Mesure du battement angulaire du tendeur dynamique par capteur de proximité laser

### 3.1.3.5 Surveillance du battement transverse des brins

La surveillance de l'apparition de modes de vibrations transverses (corde vibrante) sur les brins est assurée au moyen de capteurs laser de proximité. Pointés sur le dos de la courroie, les capteurs délivrent une mesure de la variation de la distance les séparant du brin faisant l'objet d'une surveillance. Afin de garantir la détection des résonances, la zone de pointage doit se situer au plus près des ventres des modes d'intérêt. En conditions de fonctionnement sur le banc, seuls les deux premiers modes transverses sont susceptibles d'être excités. La zone de pointage des lasers est donc par défaut toujours localisée au tiers de la longueur des brins. Le principe de mise en œuvre de cette méthode de surveillance est illustré en figure 3.15.

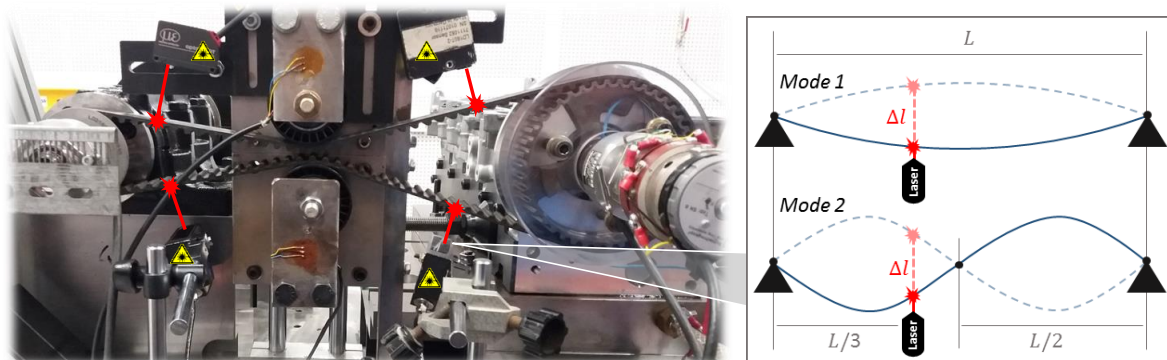


FIGURE 3.15 – Surveillance du battement transverse des brins au moyen de capteurs laser de proximité

## 3.2 Méthodes expérimentales

Les campagnes d'essais réalisées dans le cadre des présents travaux doivent permettre d'observer et de comprendre les phénomènes physiques associés à la poulie bilobée équipant les transmissions étudiées. L'objectif principal est de mettre en évidence la capacité de cette poulie à engendrer un effet correctif en présence d'une source d'excitation angulaire présentant une périodicité d'ordre 2 (couple de charge fluctuant). On cherche en particulier à analyser l'influence de l'angle de calage initial de la poulie non circulaire pour différents niveaux de vitesse motrice (régime) imposée. Le protocole expérimental et les plans d'expérience mis en œuvre pour répondre à cette problématique sont respectivement décrits aux sections 3.2.1 et 3.2.2.

### 3.2.1 Protocole

Le protocole mis en œuvre prévoit l'observation de la réponse dynamique des transmissions soumises aux effets isolés et combinés de la poulie bilobée et de la source d'excitation angulaire externe (couple de charge fluctuant). Pour ce faire, chacune des transmissions étudiées est testée dans trois configurations :

- poulies toutes circulaires<sup>1</sup> en présence de l'excitation angulaire externe (cas usuel) ;
- poulie motrice bilobée en l'absence d'excitation angulaire externe<sup>2</sup> (observation de l'effet propre de la poulie non circulaire) ;
- poulie motrice bilobée en présence de l'excitation angulaire externe (observation de l'effet correctif de la poulie non circulaire).

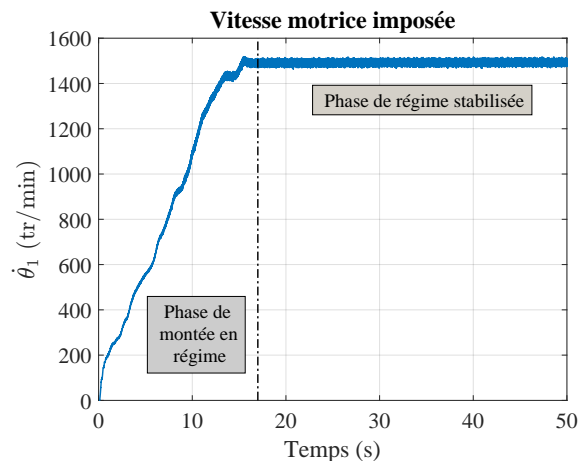


FIGURE 3.16 – Exemple de l'évolution temporelle de la vitesse motrice d'une transmission d'étude au cours d'un essai pour une régime stabilisé cible de 1500 tr/min

Les trois configurations sont testées pour des régimes moteur stabilisés à 600, 1500, 3000, 4000 et 5000 tr/min. La tension de pose nominale est la même pour tous les essais ( $\simeq 350$  N conformément aux préconisations de montage d'origine). La durée d'acquisition en régime stabilisé

<sup>1</sup>La poulie bilobée est remplacée par une poulie circulaire équivalente ayant le même diamètre nominal (même pas de denture et même nombre de dents).

<sup>2</sup>Le couple de charge fluctuant généré par la culasse est neutralisé en désactivant l'actionnement des soupapes par les arbres-à-cames (démontage des linguets couplés aux soupapes d'échappement et retrait de la chaîne de distribution assurant l'entraînement de l'arbre-à-cames d'admission).

est d'une trentaine de secondes au minimum. Cette fenêtre d'observation est assez large pour l'obtention de signaux au contenu spectral suffisamment riche. L'acquisition couvre également la montée en régime précédant la phase stabilisée permettant ainsi de connaître en chaque instant la position angulaire exacte des différentes poulies. Ces données essentielles pour l'étude de l'influence du calage de la poulie bilobée sont également nécessaires à la réalisation des comparaisons calculs/essais faisant l'objet du chapitre 4. Un exemple de l'évolution temporelle de la vitesse motrice d'une transmission au cours d'un essai est tracé en figure 3.16 pour un régime stabilisé cible de 1500 tr/min.

Les essais sont conduits selon le scénario suivant :

1. Blocage des poulies en rotation sur leur position angulaire de calage initial ;
2. Montage de la courroie ;
3. Mise sous tension de pose de la transmission (ajustement des entraxes, réglage du tendeur dynamique le cas échéant) et déblocage des poulies en rotation ;
4. Armement du système d'acquisition : déclenchement commandé par la détection d'un mouvement angulaire sur le codeur optique de la poulie motrice ;
5. Mise en rotation du banc (montée en vitesse puis régime stabilisé sur une trentaine de secondes) ;
6. Mise à l'arrêt du banc et fin de l'acquisition.

Les tests sont réalisés pour différents angles de calage initial de la poulie bilobée. L'angle de calage initial de la poulie correspond à la position angulaire initiale du grand axe de son profil bilobé par rapport à une direction de référence définie pour chaque transmission (figures 3.17 et 3.18). Les conditions d'engrènement poulies-courroie ne permettent pas de fixer arbitrairement l'angle de calage de la poulie non circulaire. Les valeurs admissibles sont en fait imposées par le pas de la denture de courroie qui équivaut à un pas angulaire  $t_\theta$  de  $17.14^\circ$  sur la poulie motrice comportant 21 dents. On fait donc varier l'angle de calage dent par dent (calage « à la dent »). De par la symétrie de ce profil, l'étude paramétrique est restreinte à une série d'angles de calage couvrant une étendue de  $180^\circ$ . Il suffit pour cela de tester des calages sur 11 dents successives. Les valeurs d'angle de calage retenues pour les différentes transmissions étudiées sont précisées au tableau 3.4. Pour la transmission académique schématisée en figure 3.17, l'angle de calage de la poulie bilobée est définie par l'orientation de son grand axe relativement à la direction perpendiculaire à l'entraxe reliant la poulie motrice à la poulie menée. Dans le cas de la façade de distribution du GMP représentée schématiquement en figure 3.18, l'angle de calage est défini relativement à la position de calage d'origine<sup>3</sup> fixée par le constructeur.

L'angle de calage initial de la poulie montée sur l'arbre-à-cames d'échappement de la culasse est quant à lui invariant (identique au calage d'origine<sup>3</sup> du moteur DW10F). Le phasage du couple de charge fluctuant est ainsi identique pour tous les essais.

Des tests de répétabilité ont été pratiqués pour l'ensemble des essais réalisés afin de garantir la validité des résultats collectés.

---

<sup>3</sup>Usuellement, la façade de distribution d'un moteur thermique à quatre cylindres est calée sur le « Point Mort Haut » (PMH) du premier cylindre.

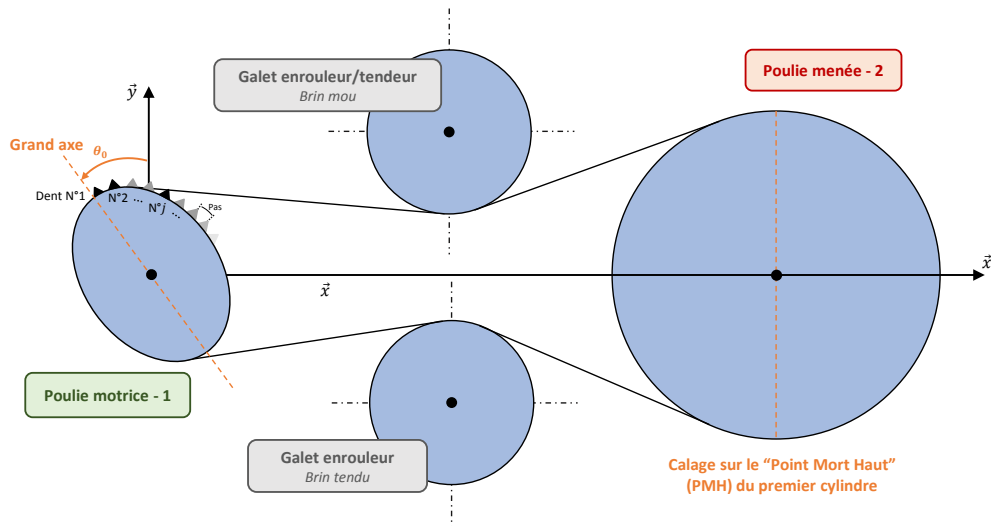


FIGURE 3.17 – Calage initial de la poulie bilobée montée sur la transmission académique

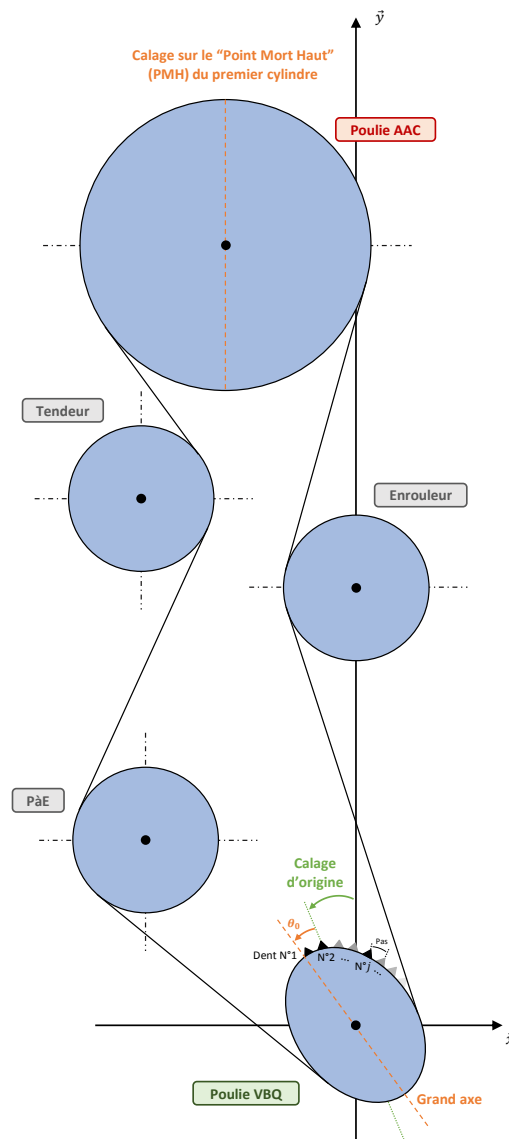


FIGURE 3.18 – Calage initial de la poulie bilobée montée sur la façade du GMP PSA DW10F

### 3.2.2 Plan d'expérience

Les résultats expérimentaux discutés en section 3.3 ont été générés à partir du plan d'expérience représenté par le tableau 3.4 pour un total de 265 essais réalisés. Le plan d'expérience est construit sur la base de 4 paramètres d'entrée : le profil de la poulie motrice (circulaire ou bilobé), la présence d'une excitation angulaire ou non (couple de charge fluctuant), l'angle de calage de la poulie bilobée le cas échéant et le régime moteur.

Les données d'essais brutes ont été post-traitées à partir d'un utilitaire Matlab implémenté dans le cadre de la thèse. Cet utilitaire assure la compilation des multiples fichiers sources<sup>4</sup> générés par le système d'acquisition en un seul et unique fichier de synthèse au format .mat (fichier de données binaire Matlab). L'ensemble des fichiers de synthèse relatifs à chacun des 256 essais du plan d'expérience constitue une base de données structurée occupant un espace de stockage avoisinant 100 Go. L'outil de post-traitement intègre également des fonctions d'affichage rapide des signaux et de leur contenu spectral dans les domaines temporel et angulaire. Les graphes illustrant le présent chapitre ont été tracés à l'aide de ces fonctions d'affichage.

Désignation de la transmission	Profil de la poulie motrice	Excitation angulaire (couple de charge fluctuant)	Angle de calage de la poulie motrice (°)	Régime moteur (tr/min)	Nombre d'essais
Transmission académique SANS tendeur	Circulaire	Oui	-	600; 1500; 3000; 4000; 5000	5
	Bilobé	Non	5.5; 22.6; 39.8; 56.9; 74.1; 91.2; 108.4; 125.5; 142.6; 159.8; 176.9		55
	Bilobé	Oui			55
Transmission académique AVEC tendeur	Circulaire	Oui	-	600; 1500; 3000; 4000; 5000	5
	Bilobé	Non	5.5; 39.8; 91.2		15
	Bilobé	Oui			15
Façade de distribution (PSA DW10F)	Circulaire	Oui	-	600; 1500; 3000; 4000; 5000	5
	Bilobé	Non	0; 17.1; 34.3; 51.4; 68.6; 85.7; 102.9; 120; 137.1; 154.3; 171.4		55
	Bilobé	Oui			55
				<b>TOTAL</b>	<b>265</b>

TABLEAU 3.4 – Plan d'expérience des campagnes d'essais conduites pour l'étude du cas académique et du cas d'application industriel (façade moteur PSA DW10F)

<sup>4</sup>Un fichier ASCII par voie d'acquisition.

### 3.3 Résultats

L'analyse des résultats expérimentaux obtenus repose essentiellement sur l'observation de quantités d'intérêt représentatives du niveau de sollicitation mécanique des brins libres (efforts de tension) et les pertes de synchronisme instantané (vitesse angulaire, erreur de transmission) impactant les transmissions.

De par la nature cyclique des phénomènes mis en jeu, les résultats présentés par la suite sont analysés dans le domaine angulaire<sup>5</sup>. Cela signifie que les grandeurs mesurées sont observées en fonction de l'angle de rotation de la poulie motrice des transmissions étudiées. Pour les analyses spectrales<sup>6</sup>, les harmoniques rentrant dans la composition des signaux sont exprimées en nombre d'événements par tour de poulie motrice (ev/tr). Un phénomène purement cyclique a une fréquence angulaire  $f_\theta$  fixe indépendante du régime considéré. A contrario, un phénomène temporel (résonance, etc.) présente une fréquence angulaire variable qui s'exprime en fonction de la vitesse angulaire de la poulie motrice  $\omega_1$  (régime moteur) exprimée en tr/min et de la fréquence temporelle  $f_t$  exprimée en Hz à laquelle ce phénomène se manifeste :

$$f_\theta = \frac{60f_t}{\omega_1} \quad (3.5)$$

Pour l'ensemble des transmissions étudiées, les mesures de battement opérées sur les brins ont montré l'apparition systématique de résonances transverses pour les régimes moteur supérieurs à 3000 tr/min. Ces résonances parasites perturbent fortement la dynamique angulaire de la transmission masquant ainsi l'impact de la poulie bilobée. L'étude des transmissions en présence de ces phénomènes vibratoires ne présente donc ici aucun intérêt particulier. C'est pourquoi l'exploitation approfondie des résultats expérimentaux est restreinte aux trois premiers régimes moteur prévus par le plan d'expérience établi en section 3.2.2 : 600, 1500 et 3000 tr/min.

Une analyse vibratoire préliminaire est proposée en section 3.3.1. Les principales sources d'excitation cycliques et les modes de vibrations transverses susceptibles d'être excités lors des essais sont identifiés. Les sections 3.3.2 à 3.3.4 sont ensuite dédiées à l'étude approfondie des résultats obtenus sur la transmission académique et le cas d'application industriel.

#### 3.3.1 Analyse vibratoire préliminaire

Les sources d'excitation cycliques susceptibles d'impacter la dynamique angulaire des transmissions testées sont répertoriées au sein du tableau 3.5. La surveillance des battements de brins au cours des essais a montré que des modes de vibrations transverses peuvent être excités plus ou moins fortement par ces différentes sources. Les tableaux 3.6 et 3.7 répertorient les fréquences propres<sup>7</sup> respectivement associées à la transmission académique et à la façade de distribution du GMP PSA DW10F. La fréquence théorique des modes transverses est estimée à partir d'un modèle de corde vibrante [Manin 10].

<sup>5</sup>Afin de faciliter les analyses dans le domaine angulaire, l'ensemble des signaux a été ré-échantillonné en angle sur la base du vecteur temps de la poulie motrice avec une fréquence d'échantillonnage angulaire de 2500 points par tour de poulies motrice (résolution des codeurs optiques).

<sup>6</sup>La fenêtre d'observation des signaux utilisée pour le calcul de leur contenu spectral dans le domaine angulaire couvre 50 tours de poulie motrice. Cela permet d'obtenir une résolution spectrale assez fine ( $1/50 = 0.02$  ev/tr).

<sup>7</sup>On ne considère que les deux premiers modes de chaque brin car les modes plus élevés ne sont pas susceptibles d'être excités de manière significative dans les conditions expérimentales rencontrées ici.



Désignation	Fréquence (ev/tr)
Rotation de la poulie VBQ circulaire ou bilobée (balourd ou défauts d'alignement sur la ligne d'arbre motrice, défaut géométrique ou de centrage de la poulie)	1
Rotation de la poulie VBQ bilobée (élongation cyclique des brins adjacents à la poulie)	2
Rotation de la poulie AAC (défaut géométrique ou de centrage de la poulie)	0.5
Rotation des galets (défaut géométrique ou de centrage des galets)	1.007
Rotation des la poulie PàE (défaut géométrique ou de centrage de la poulie)	1.105
Couple de charge AAC (harmoniques principales)	2 / 4 / 6 / 8
Engrènement de la chaîne de distribution	9.5
Engrènement de la courroie de la façade PSA	21
Engrènement de la courroie multiplicatrice (ligne d'arbre motrice)	36

TABLEAU 3.5 – Sources et fréquences d'excitation cycliques

Désignation des brins	Fréquence naturelle* (Hz)	Fréquences angulaires (ev/tr)					Régime (tr/min)
		600	1500	3000	4000	5000	
Enrouleur-Menée (tendu) / Premier mode	134	13.4	5.4	2.7	2	1.6	
Menée-Enrouleur (mou) / Premier mode	134	13.4	5.4	2.7	2	1.6	
Enrouleur-Motrice (mou) / Premier mode	162	16.2	6.5	3.25	2.4	1.9	
Motrice-Enrouleur (tendu) / Premier mode	171	17	6.8	3.4	2.6	2	
Enrouleur-Menée (tendu) / Deuxième mode	268	26.8	10.8	5.4	4	3.2	
Menée-Enrouleur (mou) / Deuxième mode	268	26.8	10.8	5.4	4	3.2	
Enrouleur-Motrice (mou) / Deuxième mode	324	32.4	13	6.5	4.8	3.8	
Motrice-Enrouleur (tendu) / Deuxième mode	342	34	13.6	6.8	5.2	4	

\*Valeur déterminée à partir du modèle de corde vibrante [Manin 10] pour une tension de pose de 350 N.

TABLEAU 3.6 – **Transmission académique** : modes de vibrations transverses et fréquences propres

Désignation des brins	Fréquence naturelle* (Hz)	Fréquences angulaires (ev/tr)					Régime (tr/min)
		600	1500	3000	4000	5000	
VBQ-Enrouleur / Premier mode	136	13.6	5.4	2.7	2	1.6	
Tendeur-PàE / Premier mode	200	20	8	4	3	2.4	
Enrouleur-AAC / Premier mode	214	21.4	8.6	4.3	3.2	2.6	
PàE-VBQ / Premier mode	214	21.4	8.6	4.3	3.2	2.6	
VBQ-Enrouleur / Deuxième mode	272	27.2	10.9	5.4	4.1	3.3	
Tendeur-PàE / Deuxième mode	400	40	16	8	6	4.8	
Enrouleur-AAC / Deuxième mode	428	42.8	17.2	8.6	6.4	5.2	
PàE-VBQ / Deuxième mode	428	42.8	17.2	8.6	6.4	5.2	
AAC-Tendeur / Premier mode	475	47.5	19	9.5	7.1	5.7	
AAC-Tendeur / Deuxième mode	950	95	38	19	14.25	11.4	

\*Valeur déterminée à partir du modèle de corde vibrante [Manin 10] pour une tension de pose de 350 N.

TABLEAU 3.7 – **Façade de distribution du GMP PSA DW10F** : modes de vibrations transverses et fréquences propres

Pour les deux transmissions considérées, les diagrammes de Campbell théoriques tracés en figures 3.19 et 3.20 représentent l'évolution des fréquences propres en fonction du régime moteur. On identifie à partir de ces diagramme les régimes critiques pour lesquels les fréquences propres des transmissions interfèrent avec les fréquences d'excitation cycliques représentées par des lignes continues horizontales. Au voisinage de ces zones d'interférence, l'apparition de résonances transverses est très probable.

Le risque de résonance est principalement lié aux sources d'excitation cycliques les plus sévères pour la façade : couple de charge AAC et la rotation de la poulie bilobée avec une fréquence

d'excitation cyclique largement dominante à 2 ev/tr. Les diagrammes montrent que pour un régime moteur supérieur à 3000 tr/min, certaines fréquences propres s'approchent fortement de la fréquence d'excitation cyclique dominante. Ces interférences fréquentielles sont responsables de résonances transverses très marquées qui perturbent ardemment la dynamique angulaire de la transmission (voir annexe J). C'est pourquoi l'étude des phénomènes propres aux poulies NC n'est pas envisagée pour les régimes les plus hauts atteints pendant les essais (4000 et 5000 tr/min).

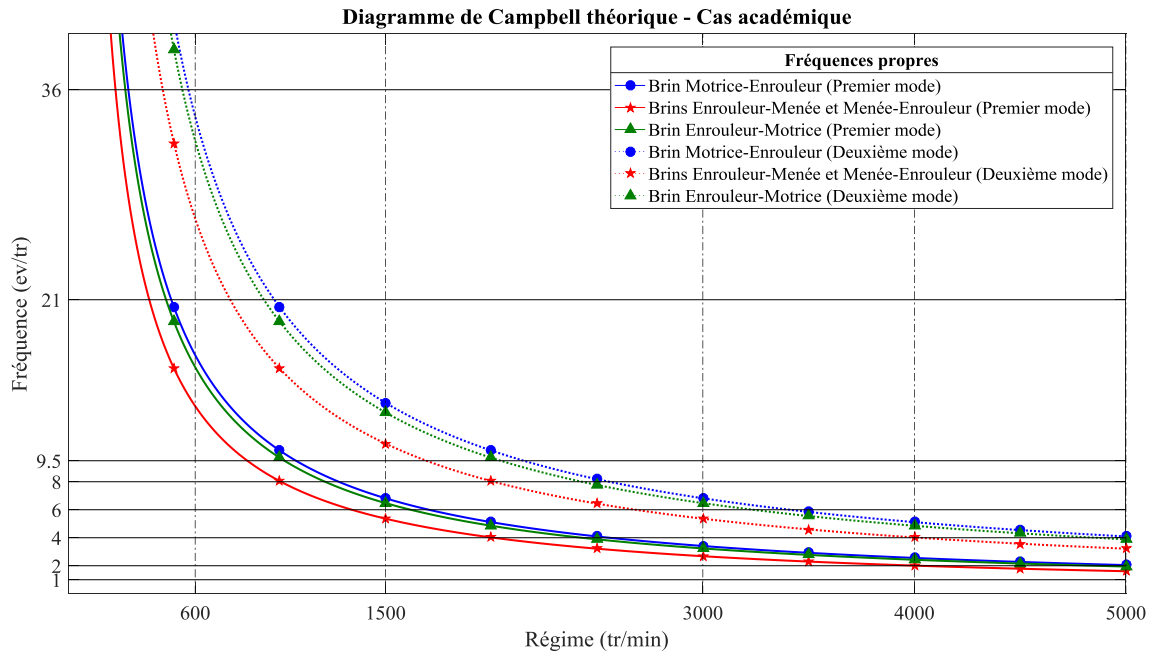


FIGURE 3.19 – **Transmission académique** : diagramme de Campbell théorique dans le domaine angulaire

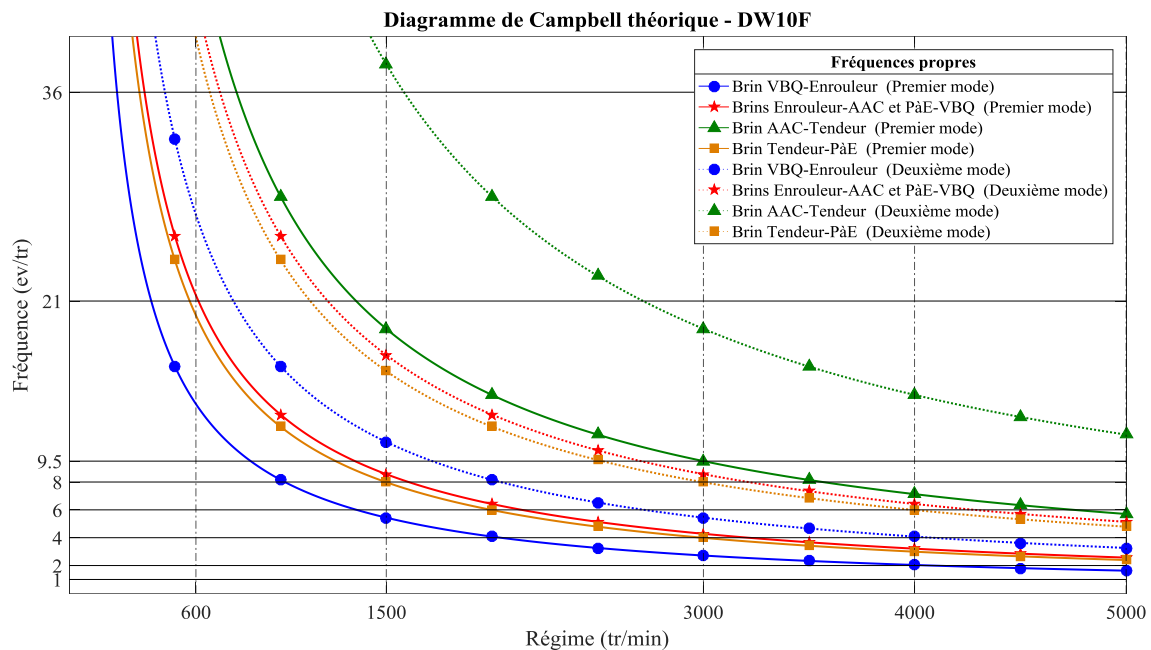


FIGURE 3.20 – **Façade de distribution du GMP PSA DW10F** : diagramme de Campbell théorique dans le domaine angulaire

### 3.3.2 Cas académique sans tendeur dynamique

Les effets isolés du couple de charge excitateur et de la poulie bilobée sur la dynamique angulaire de la transmission académique font respectivement l'objet des sections 3.3.2.1 et 3.3.2.2. En section 3.3.2.3, l'étude de la transmission soumise aux sollicitations combinées de la poulie bilobée et du couple excitateur permet de mettre en évidence la notion d'effet correctif généralement associée aux poulies non circulaires.

#### 3.3.2.1 Poulie motrice circulaire (cas usuel)

On se place ici dans le cas usuel où toutes les poulies sont circulaires. On cherche à étudier la réponse en dynamique angulaire de la transmission académique excitée par le seul effet du couple de charge fluctuant appliqué sur la poulie menée de la transmission.

##### Couple de charge excitateur

Pour les trois régimes considérés, le couple de charge mesuré est tracé en fonction de l'angle de rotation de la poulie motrice en figure 3.21(a). Le contenu spectral du signal mesuré pour les différents régimes est tracé aux figures 3.21(b,c,d).

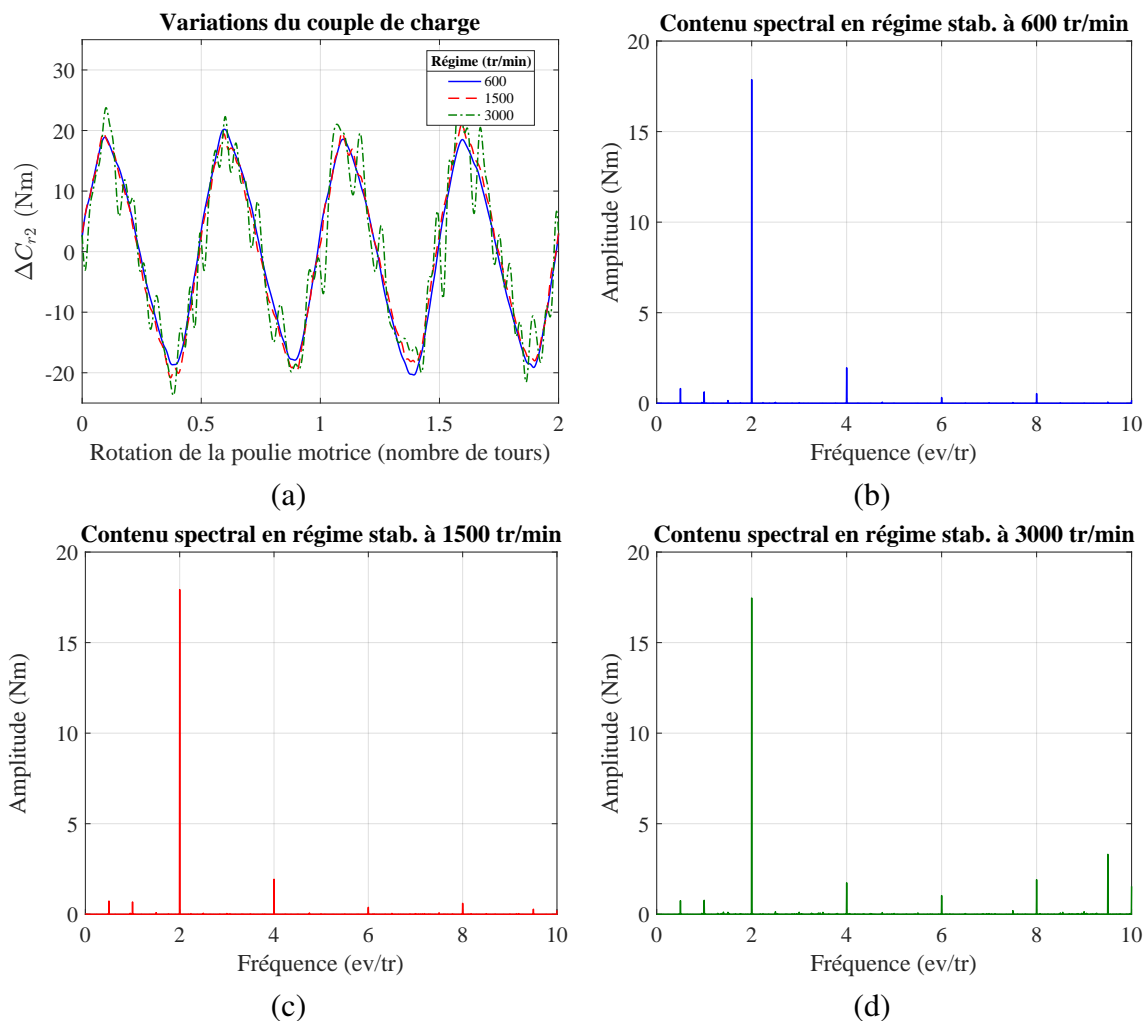


FIGURE 3.21 – Couple de charge généré par l'entraînement des arbres-à-cames de la culasse DW10 : variations dans le domaine angulaire (a) et contenu spectral (b, c, d) pour des régimes stabilisés à 600, 1500 et 3000 tr/min

Quel que soit le régime considéré, le couple de charge présente des fluctuations quasi-périodiques composées d'une harmonique dominante d'ordre 2 et d'harmoniques secondaires d'ordres pairs à 4, 6 et 8  $ev/tr$ . On observe également deux harmoniques de faible amplitude associées à des fréquences de 0.5 et 1  $ev/tr$ . Celles-ci sont certainement engendrées par des défauts mineurs de géométrie des poulies et/ou de faibles erreurs d'alignements de leurs axes de rotation qui parasitent la mesure. On note par ailleurs la présence d'une harmonique secondaire d'ordre 9.5 lorsque le régime moteur atteint 3000  $tr/min$ . Cette harmonique semble traduire l'apparition d'un phénomène dynamique en lien avec la transmission par chaîne homocinétique reliant les deux arbres-à-cames de la culasse (fréquence d'engrènement<sup>8</sup> de 9.5  $ev/tr$ ).

### Vitesses angulaires et erreur de transmission

Les variations de vitesse angulaire sur les axes moteur et mené sont tracées en fonction de l'angle de rotation de la poulie motrice en figure 3.22. Le couple de charge fluctuant est responsable de l'apparition de variations de vitesse angulaire quasi-périodiques sur la poulie menée. On retrouve une harmonique dominante d'ordre 2 conforme à l'ordre de périodicité dominant du couple de charge exciteur. L'amplitude de la réponse à l'excitation harmonique engendrée par le couple de charge cyclique augmente logiquement avec le régime moteur.

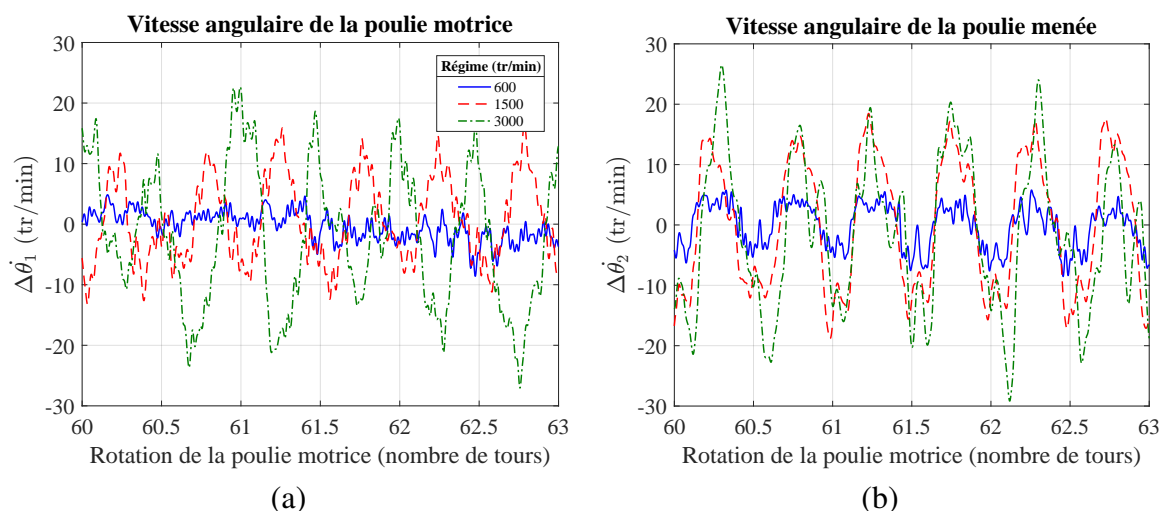


FIGURE 3.22 – Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice circulaire en présence du couple de charge fluctuant d'ordre 2 : variations de la vitesse angulaire de la poulie motrice (a) et de la poulie menée (b) en régime stabilisé

Au plus faible régime (600  $tr/min$ ), la vitesse angulaire reste quasi-constante sur l'axe moteur. On remarque que des fluctuations également dominées par une harmonique d'ordre 2 se manifestent pour les régimes plus élevés à 1500 et 3000  $tr/min$ . La ligne d'arbre motrice est donc sujette à l'apparition de vibrations angulaires en réponse au couple de charge exciteur. Les fluctuations respectivement observées pour les deux régimes semblent être en opposition de phase. Ce « saut de phase » traduit certainement la présence d'un mode propre angulaire de la ligne d'arbre motrice dont la fréquence propre interfère avec l'harmonique dominante d'ordre 2 du couple de charge pour un régime compris entre 1500 et 3000  $tr/min$ .

<sup>8</sup>Les pignons des deux arbres-à-cames comportent chacun 19 dents. Ramenée à la rotation de la poulie motrice (rapport cinématique  $\rho = 0.5$ ), la fréquence d'engrènement de la chaîne reliant les deux arbres-à-cames est donc 9.5  $ev/tr$ .

La présence de vibrations angulaires sur la poulie motrice de la transmission témoigne de l'existence d'un couplage mécanique fort entre la dynamique d'ensemble de la transmission et le mouvement angulaire de la ligne d'arbres motrice. Cela signifie que le banc d'essais ne permet pas de reproduire les conditions de fonctionnement conformes aux hypothèses usuellement admises pour l'étude du comportement en dynamique angulaire des façades de distribution automobiles. En effet, la cinématique angulaire de la poulie motrice est habituellement considérée comme une sollicitation strictement imposée au système<sup>9</sup> [Novotný 09, Wang 17].

Dans ces conditions, l'amplitude des fluctuations de vitesse angulaires sur les poulies menées est proportionnelle à l'amplitude de l'erreur de transmission et donne alors une information immédiate sur le synchronisme instantané de la transmission. Ces conditions n'étant pas réunies ici, l'état de synchronisme de la transmission ne peut être étudié que par le biais de l'erreur de transmission instantanée  $ET$  calculée à partir de la mesure directe des angles de rotation et du rapport cinématique  $\rho = 0.5$  :

$$ET = \theta_2 - \rho\theta_1 \quad (3.6)$$

Les variations de l'erreur de transmission dans le domaine angulaire sont tracées à la figure 3.23 pour les différents régimes étudiés. On retrouve évidemment une périodicité angulaire dominante d'ordre 2. Cela montre que le synchronisme instantané de la transmission est principalement dégradé par le couple de charge excitateur. L'amplitude et la phase relative des variations de l'erreur de transmission ne sont pas dépendantes du régime (amplitude autour  $0.2^\circ$ ).

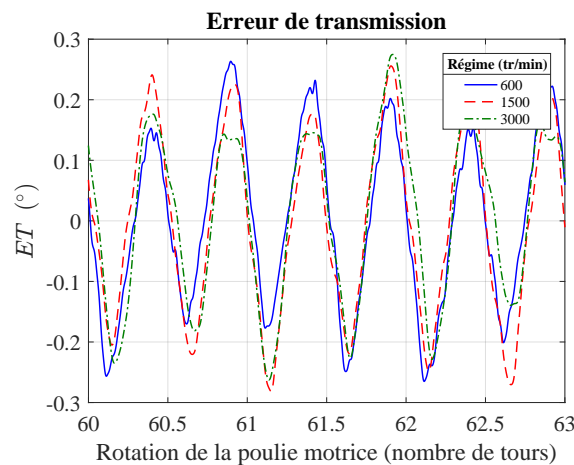


FIGURE 3.23 – Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice circulaire en présence du couple de charge fluctuant d'ordre 2 : variations de l'erreur de transmission en régime stabilisé

### **Efforts de tension dans les brins libres**

Les variations des efforts de tension dans les deux brins libres tracées à la figure 3.24 sont logiquement quasi-périodiques dans le domaine angulaire. L'amplitude de l'harmonique dominante à  $2 \text{ ev/tr}$  augmente avec le régime et reste toujours similaire pour les deux brins. Cette évolution de l'amplitude semble cohérente avec les tendances observées sur l'erreur de transmission puisque l'on sait que plus l'erreur de transmission est importante, plus les brins sont sollicités. On remarque par ailleurs que les fluctuations d'effort de tension respectivement observées sur

<sup>9</sup>En d'autres termes, on considère généralement que le mouvement angulaire du vilebrequin n'est pas impacté par le comportement de la façade de distribution.

les deux brins présentent une opposition de phase (déphasage de  $\pm 90^\circ$ ). L'amplitude des fluctuations est toujours plus forte sur le brin tendu que sur le brin mou. On retrouve là encore un résultat conforme au comportement à priori attendu sur ce cas usuel.

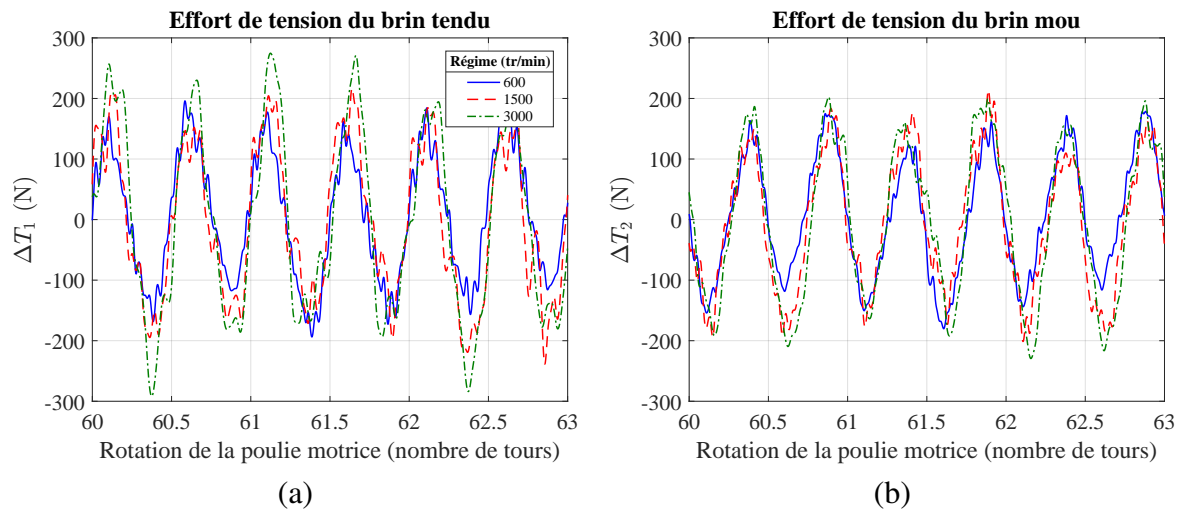


FIGURE 3.24 – Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice circulaire en présence du couple de charge fluctuant d'ordre 2 : variations de l'effort de tension du brin tendu (a) et du brin mou (b) en régime stabilisé

### 3.3.2.2 Effet propre de la poulie motrice bilobée

On s'intéresse dans cette section à la réponse dynamique de la transmission académique dotée de la poulie motrice bilobée en l'absence du couple de charge fluctuant. La mise en rotation de cette poulie génère une excitation angulaire d'ordre 2 provoquée par l'élongation cyclique des brins qui lui sont adjacents. Les variations théoriques<sup>10</sup> de la longueur géométrique du brin tendu sont tracées en figure 3.25 pour des calages aux dents N°1, N°3 et N°9. Ces variations ont une amplitude crête à crête avoisinant 1.53 mm.

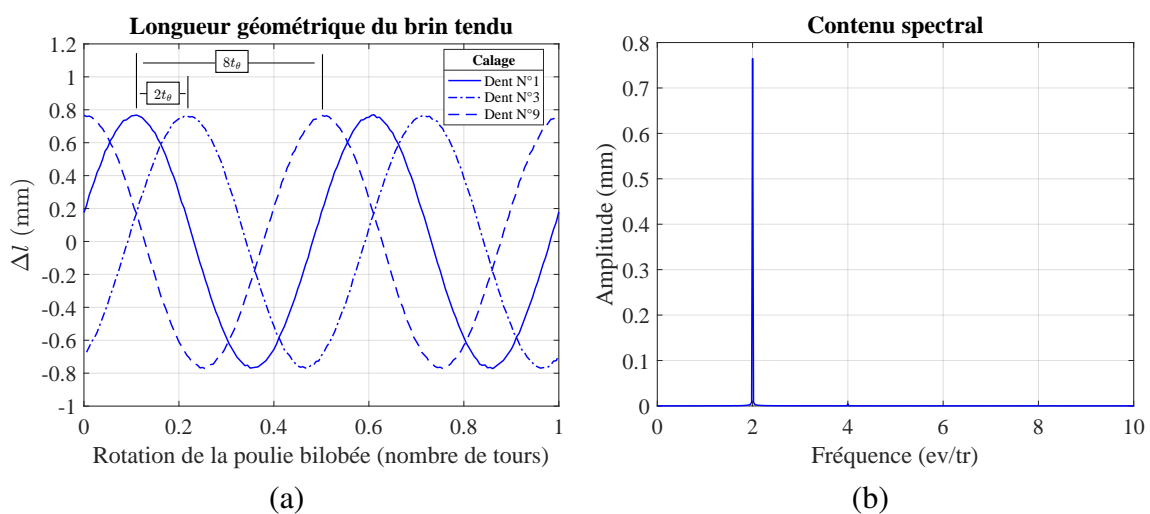


FIGURE 3.25 – Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée pour des angles de calage initial de la poulie bilobée aux dents N°1, N°3 et N°9 : variations théoriques de la longueur géométrique du brin tendu (a) et contenu spectral (b)

<sup>10</sup>Données numériques.

Pour les mêmes calages initiaux, les fluctuations théoriques<sup>10</sup> de la longueur géométrique totale de la courroie sont tracées en figure 3.26. L'élongation cyclique totale imposée à la courroie est périodique d'ordre 2 avec une amplitude de 0.23 mm.

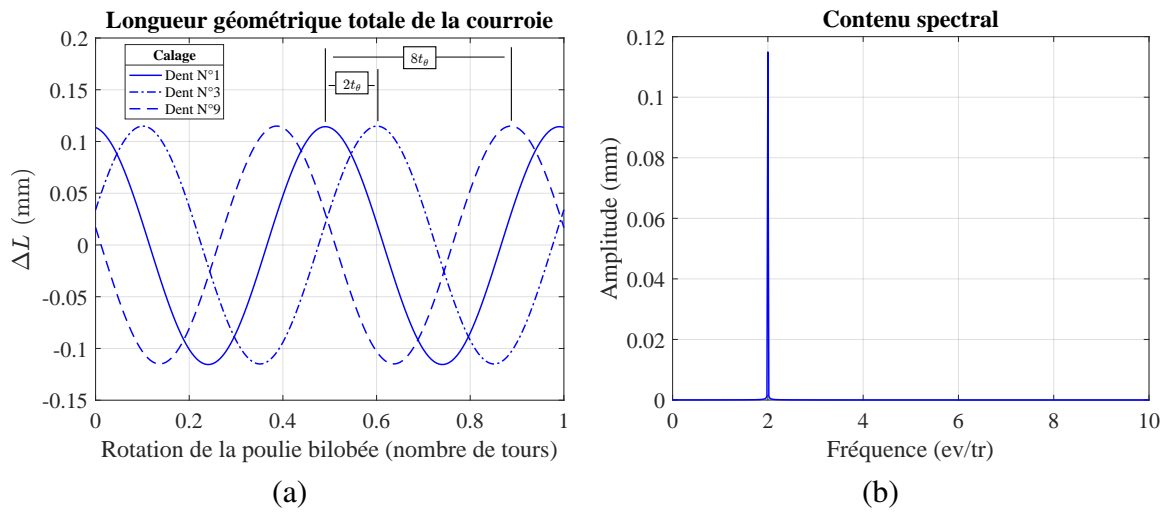


FIGURE 3.26 – Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée pour des angles de calage initial de la poulie bilobée aux dents N°1, N°3 et N°9 : variations théoriques de la longueur géométrique totale de la courroie (a) et contenu spectral (b)

### Vitesses angulaires et erreur de transmission

Les variations de vitesse angulaire des poulies motrice et menée sont tracées dans le domaine angulaire en figure 3.27 pour un angle de calage de la poulie bilobée de  $5.5^\circ$ . La vitesse angulaire de l'axe moteur reste quasi-constante aux faibles régimes (600 et 1500 tr/min) et présente des fluctuations notables à plus haut régime (3000 tr/min). La ligne d'arbre motrice est donc sensible à l'excitation angulaire induite par l'élongation cyclique des brins de la transmission engendrée par la rotation de la poulie bilobée.

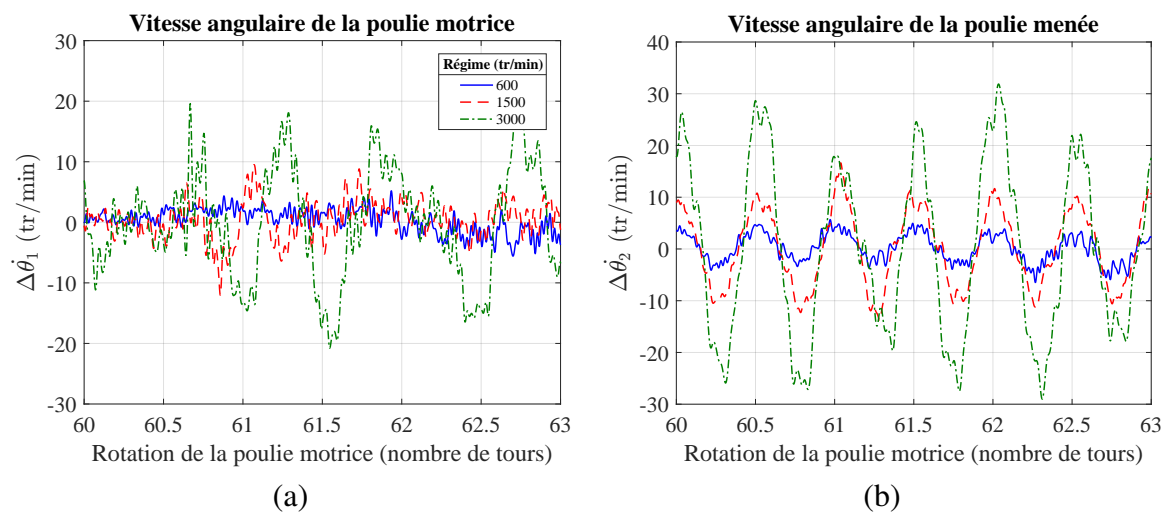


FIGURE 3.27 – Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée en l'absence de couple de charge fluctuant : variations de la vitesse angulaire de la poulie motrice (a) et de la poulie menée (b) en régime stabilisé

Naturellement, la poulie bilobée induit des variations quasi-périodiques de la vitesse angulaire de la poulie menée avec une harmonique dominante d'ordre 2. La phase de cette harmonique n'évolue pas mais son amplitude augmente avec le régime. On retrouve logiquement cette harmonique dominante sur les variations cycliques de l'erreur de transmission tracées en figure 3.28. La phase de l'harmonique ne dépend pas du régime. Les maximums (respectivement minimums) locaux de l'erreur de transmission et de l'élongation géométrique du brin tendu sont toujours simultanés. On note également que l'amplitude de l'harmonique très similaire pour les deux premiers régimes devient bien plus importante au régime le plus haut. On retrouve ici les tendances observées sur les variations de vitesse de l'axe moteur (figure 3.27(a)). Ces observations montrent que pour les deux régimes les plus bas, l'effet de la poulie bilobée semble purement cinématique. Alors qu'à plus haut régime, la poulie engendre une réponse dynamique de la transmission avec l'apparition de vibrations angulaires.

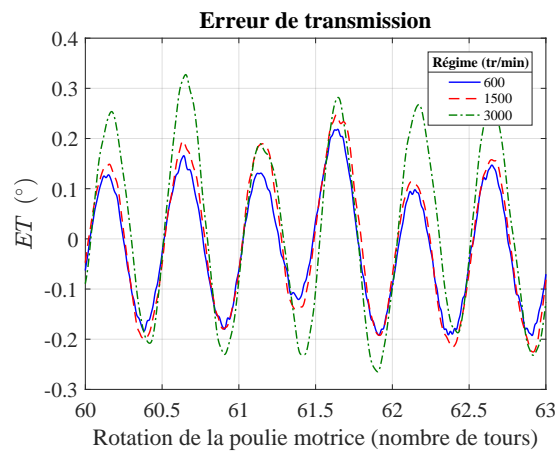


FIGURE 3.28 – Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée en l'absence de couple de charge fluctuant : variations de l'erreur de transmission en régime stabilisé

### Efforts de tension dans les brins libres

Pour les trois régimes moteur considérés, les variations des efforts de tension dans les brins tendu et mou de la transmission sont tracées dans le domaine angulaire en figure 3.29.

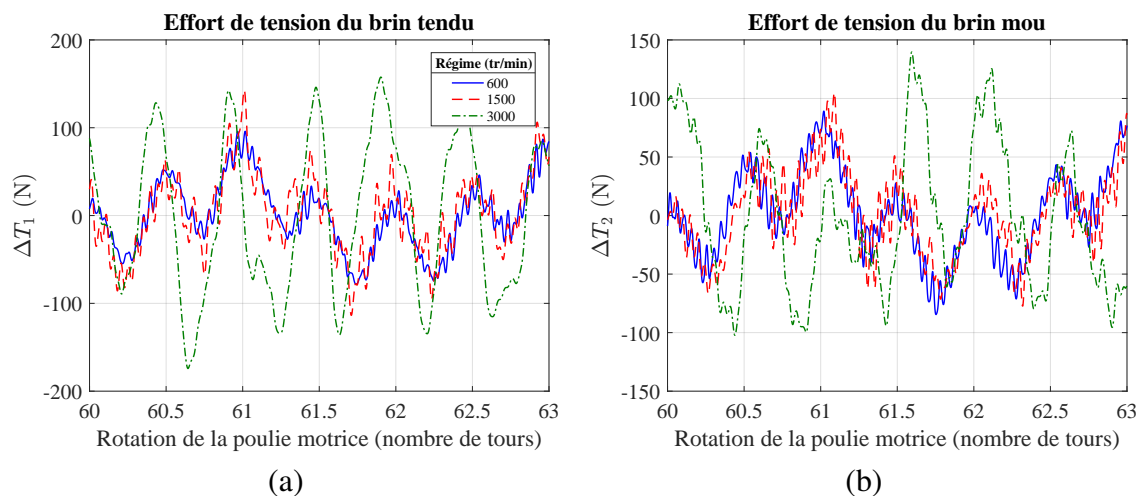


FIGURE 3.29 – Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée en l'absence de couple de charge fluctuant : variations de l'effort de tension du brin tendu (a) et du brin mou (b) en régime stabilisé



L'harmonique dominante d'ordre 2 présente la même amplitude et la même phase pour les régimes les plus faibles à 600 et 1500 tr/min. Cela signifie qu'en chaque instant l'effort de tension est identique sur les deux brins. L'effet de la poulie est donc purement cinématique : le niveau de tension global varie conjointement avec l'élongation totale de la courroie (voir figure 3.26). Au régime le plus élevé, lorsque la poulie bilobée engendre une réponse dynamique de la transmission (perte de l'effet cinématique pur), le synchronisme instantané de la transmission se dégrade. Logiquement, l'amplitude de l'harmonique dominante d'ordre 2 augmente et les efforts de tension dans les deux brins fluctuent en opposition de phase. La relation entre les maximums et minimums locaux de la longueur totale de courroie et des variations d'efforts sur les deux brins n'est plus vérifiée.

### Influence de l'angle de calage initial de la poulie bilobée

Les résultats expérimentaux obtenus pour différentes valeurs de l'angle de calage initial de la poulie bilobée sont conformes au comportement attendu. Ce paramètre conditionne la phase relative de l'harmonique d'ordre 2 qui prédomine dans les variations quasi-périodiques de vitesse angulaire, d'erreur de transmission et d'effort de tension engendrés par la poulie bilobée.

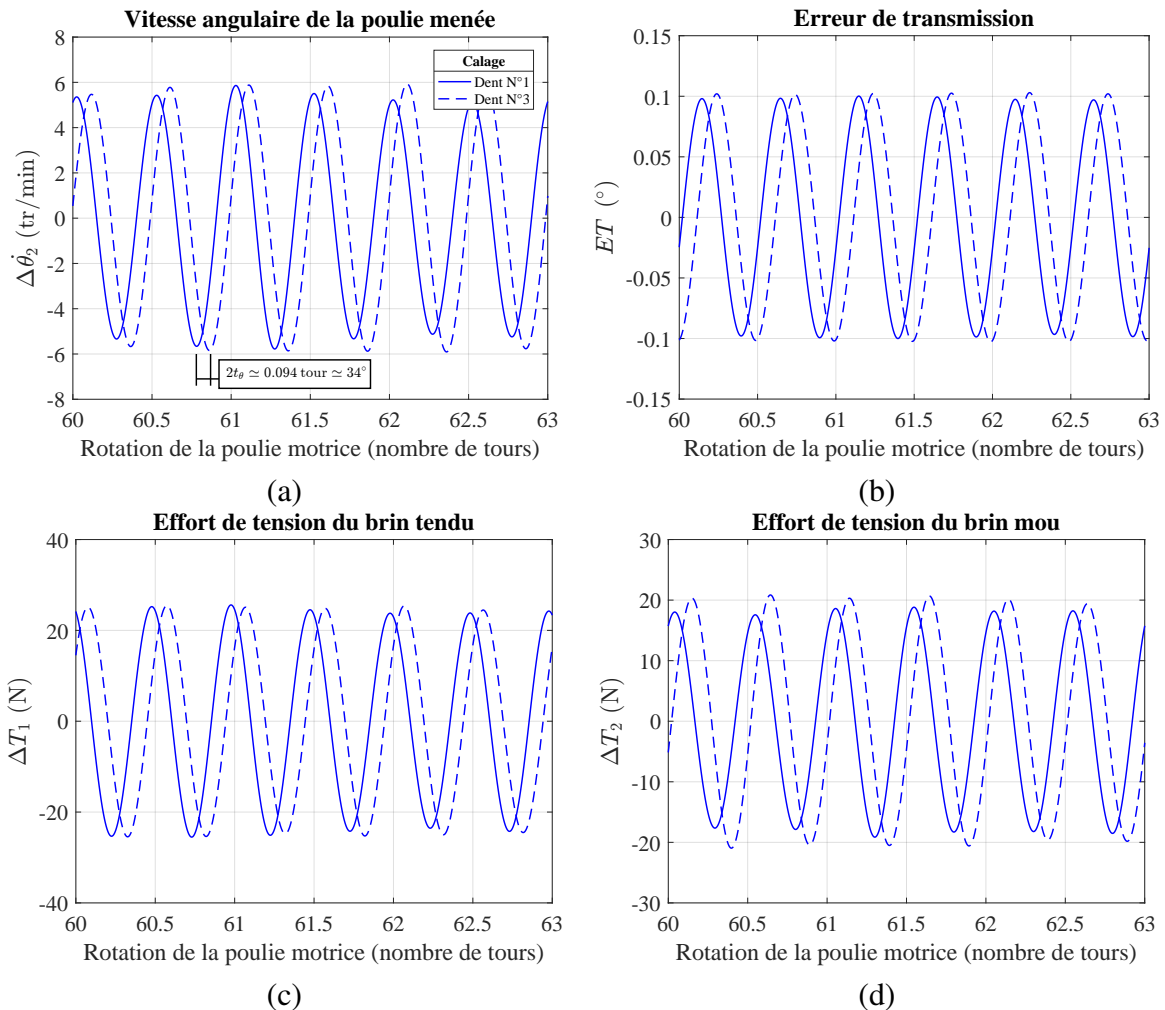


FIGURE 3.30 – Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée en l'absence de couple de charge fluctuant : variations de la vitesse angulaire de la poulie menée (a), de l'erreur de transmission (b) et des efforts de tension des brins tendu (c) et mou (d) en régime stabilisé à 1500 tr/min lorsque la poulie motrice bilobée est calée aux dents N°1 et N°3 (filtrage autour de l'harmonique H2)

Le phénomène est illustré par les courbes tracées en figure 3.30. La vitesse angulaire de la poulie menée, l'erreur de transmission et les efforts de tension sont tracés dans le domaine angulaire pour deux angles de calage initial différents. L'écart entre les deux angles de calages est de 2 dents. Pour chacune des quantités, on retrouve bien une différence de phase relative égale à deux fois le pas angulaire  $t_\theta$  de la denture de la poulie bilobée ( $\simeq 34^\circ$ ).

### 3.3.2.3 Effet correctif de la poulie motrice bilobée

Cette section est dédiée à l'étude de la transmission soumise aux sollicitations combinées de la poulie bilobée et du couple de charge excitateur appliqué sur la poulie menée. On cherche ici à tester l'influence de l'angle de calage initial de la poulie bilobée sur le synchronisme instantané de la transmission ( $ET$ ) et l'amplitude des fluctuations des efforts de tension dans les brins libres. À la lumière des résultats précédemment exposés, on choisit de restreindre l'étude à l'observation de l'amplitude de l'harmonique d'ordre 2 qui domine les réponses angulaires quasi-périodiques induites par le couple excitateur et la poulie bilobée. **L'objectif est de mettre en évidence la capacité de la poulie bilobée à générer un effet correctif qui permettrait de limiter la perte de synchronisme et les sollicitations des brins en traction induites par le couple de charge excitateur.**

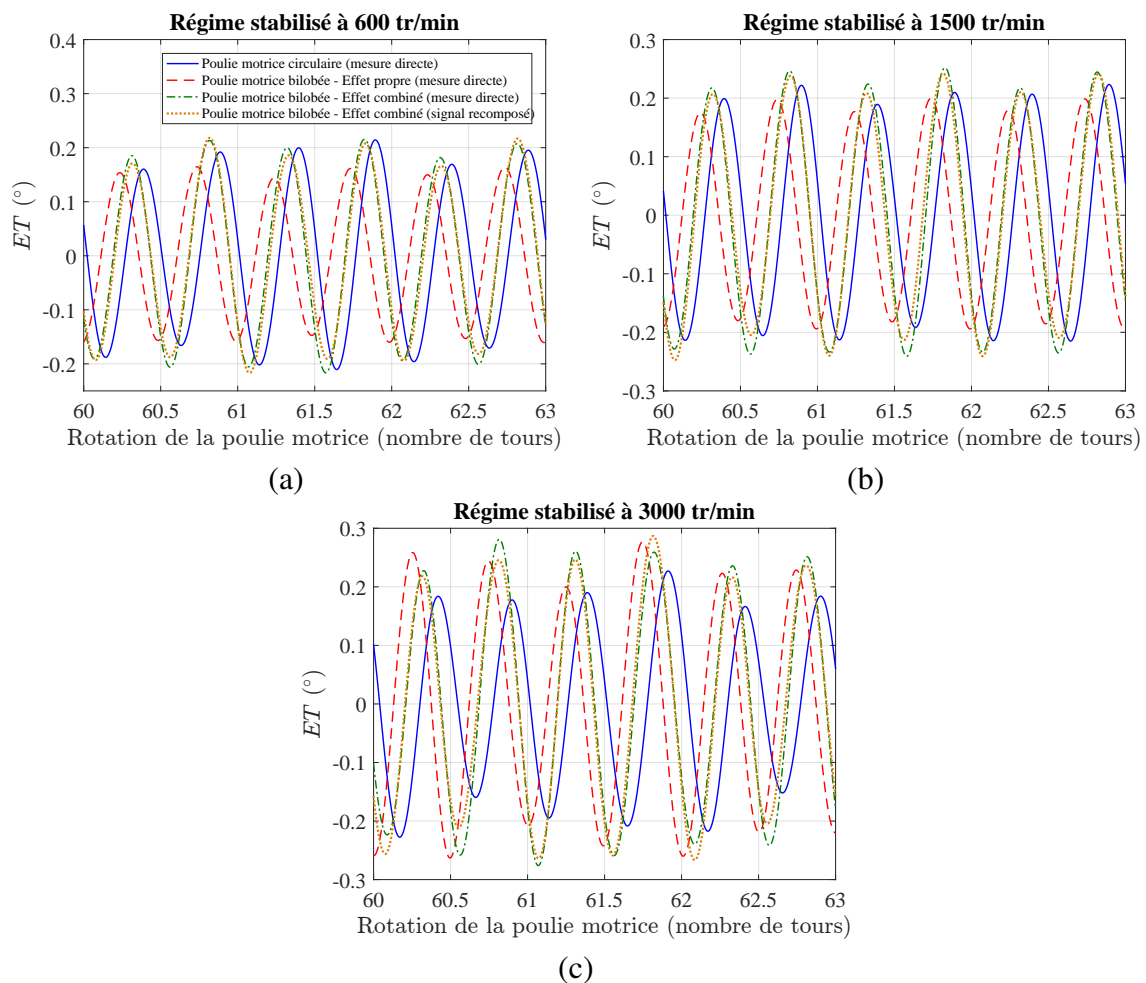


FIGURE 3.31 – Transmission académique sans tendeur : mise en évidence du comportement linéaire de la transmission par vérification du principe de superposition sur les variations de l'**erreur de transmission** pour des régimes stabilisés à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b), 3000 tr/min (c) et un calage de la poulie motrice bilobée à la dent N°3

**Effet correctif et comportement linéaire des transmissions**

La notion d'effet correctif pour une poulie non circulaire repose sur l'hypothèse d'un comportement mécanique linéaire des transmissions par courroie synchrone. On peut s'assurer de la validité de cette hypothèse par vérification du principe de superposition. L'hypothèse de linéarité est donc valide s'il est possible de montrer que la réponse dynamique engendrée par l'effet combiné du couple de charge exciteur et de la poulie bilobée est en toute circonstance égale à la somme des réponses dynamiques engendrées séparément par chacune de ces deux sources d'excitation. Nos résultats expérimentaux obtenus sur ce cas académique confirment la validité de cette hypothèse communément admise dans la littérature [Gajewski 06, Parker 14].

Un exemple de vérification du principe de superposition est donné aux figures 3.31 à 3.33 pour les trois régimes moteur considérés et un calage à la dent N°3. Les signaux mesurés sous sollicitations combinées coïncident bien avec le signal recomposé obtenu en sommant les signaux correspondant aux effets isolés du couple de charge exciteur et de la poulie bilobée respectivement étudiés aux sections 3.3.2.1 et 3.3.2.2.

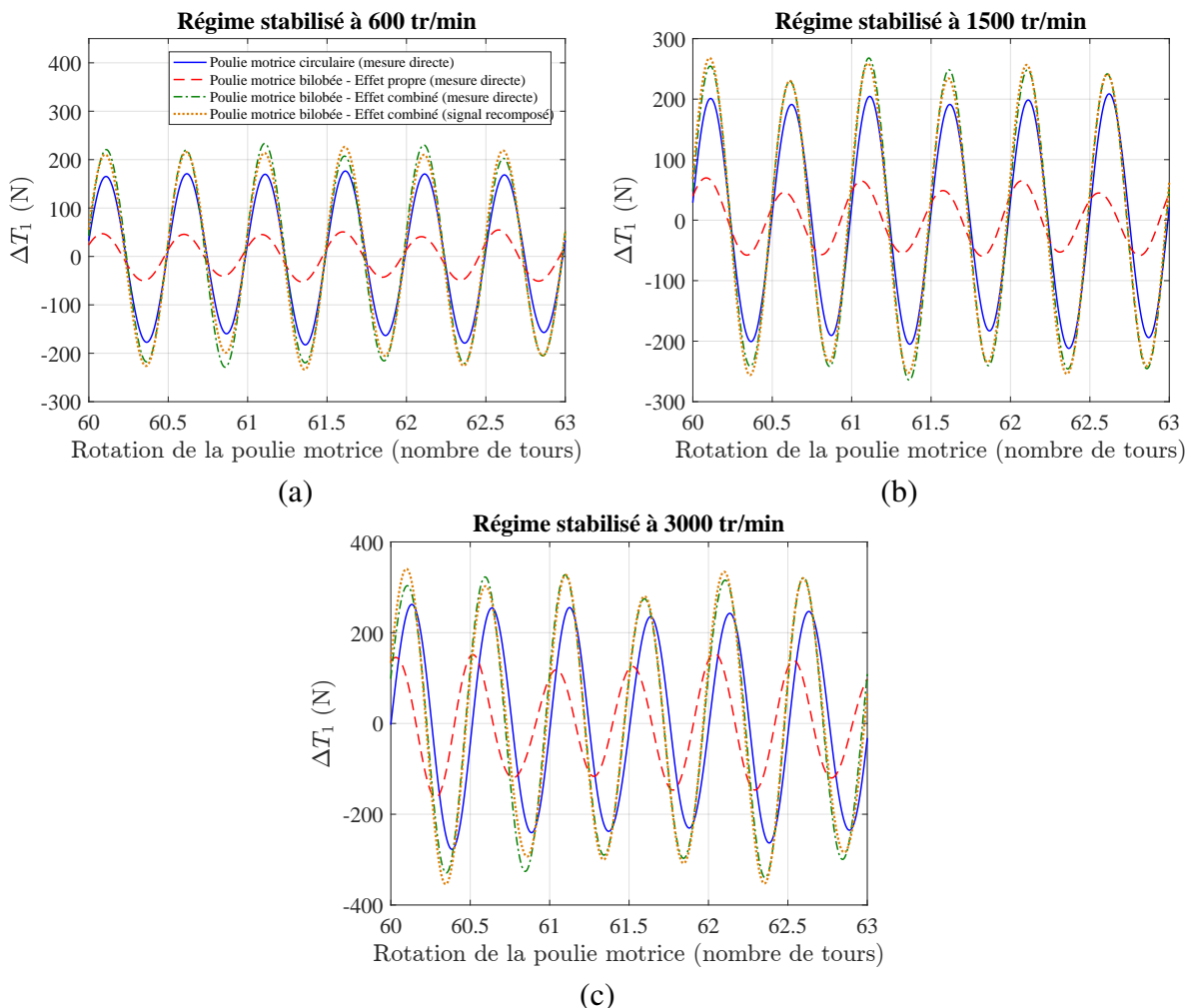


FIGURE 3.32 – Transmission académique sans tendeur : mise en évidence du comportement linéaire de la transmission par vérification du principe de superposition sur les variations de l'effort de **tension dans le brin tendu** pour des régimes stabilisés à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b), 3000 tr/min (c) et un calage de la poulie motrice bilobée à la dent N°3

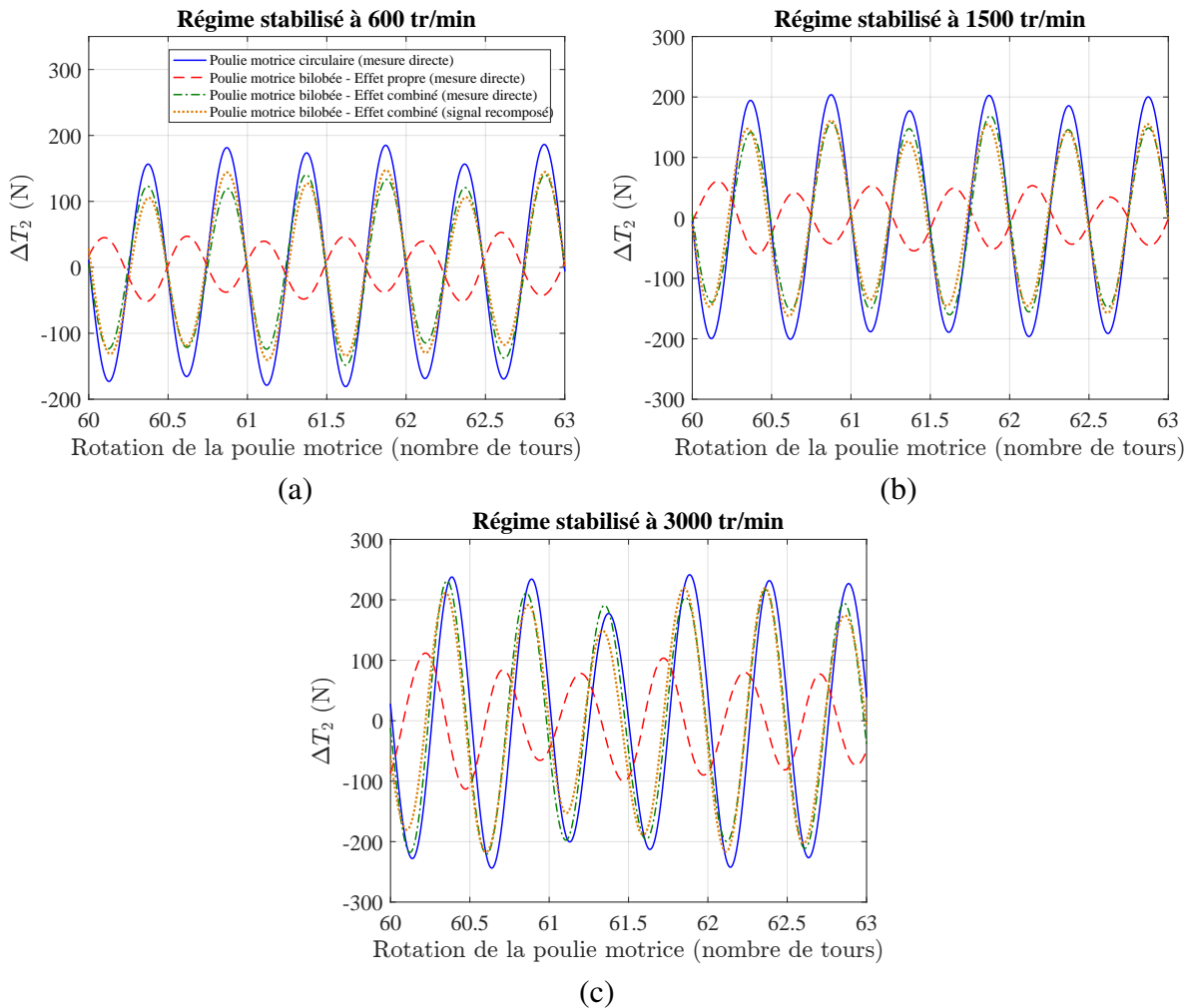


FIGURE 3.33 – Transmission académique sans tendeur : mise en évidence du comportement linéaire de la transmission par vérification du principe de superposition sur les variations de l’effort de **tension dans le brin mou** pour des régimes stabilisés à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b), 3000 tr/min (c) et un calage de la poulie motrice bilobée à la dent N°3

### Vibrations angulaires et erreur de transmission

Pour les trois régimes considérés, la figure 3.34 montre l’évolution de l’amplitude de l’harmonique d’ordre 2 dominant les variations cycliques de l’erreur de transmission en fonction de l’angle de calage initial de la poulie bilobée (courbe rouge marquée de cercles). La comparaison de cette courbe avec la valeur d’amplitude mesurée dans le cas usuel (ligne horizontale bleue) montre clairement l’influence de ce paramètre. Selon la valeur choisie, il est possible de tout aussi significativement réduire ou augmenter l’amplitude des variations de l’erreur de transmission. Les plages paramétriques respectivement associées à une réduction et à une augmentation de l’amplitude sont sensiblement les mêmes pour l’ensemble des régimes considérés : amplitude systématiquement inférieure au cas usuel sur l’intervalle  $[0^\circ, 30^\circ] \cup [145^\circ, 180^\circ]$  et systématiquement supérieure sur l’intervalle  $[40^\circ, 140^\circ]$ . Quel que soit le régime, le minimum et le maximum d’amplitude sont atteints pour les mêmes angles de calage respectifs. Au voisinage de  $0^\circ$ , la réduction de l’amplitude est optimale et mène à une quasi-annulation des fluctuations de l’erreur de transmission (taux de réduction toujours supérieur à 90%). A contrario, l’amplitude est maximale pour un angle de calage critique proche de  $90^\circ$ . Le taux d’augmentation maximal évolue avec le régime moteur passant de 90% à 137% entre le plus faible et le plus haut régime.

Par application du principe de superposition, on déduit que l'angle de calage optimal (respectivement critique) implique que l'élongation du brin tendu soit maximale (respectivement minimale) lorsque le couple de charge est maximal. Les figures 3.21 et 3.25 permettent de vérifier cette condition.

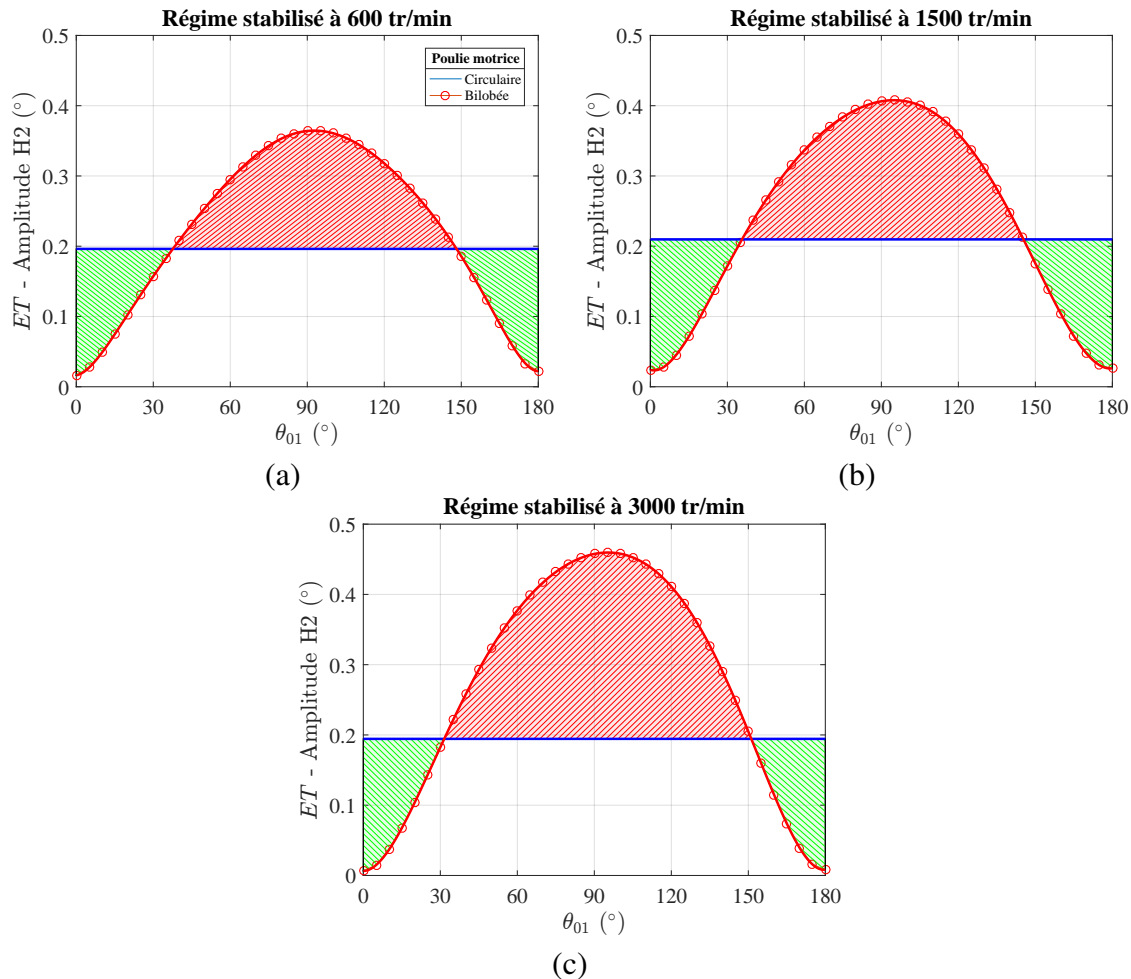


FIGURE 3.34 – Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée en présence du couple de charge fluctuant d'ordre 2 : influence de l'angle de calage de la poulie motrice sur l'harmonique H2 de l'**erreur de transmission** pour des régimes stabilisés à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b) et 3000 tr/min (c)

### Efforts de tension dans les brins libres

L'amplitude de l'harmonique dominante d'ordre 2 impactant les efforts de tension dans les brins tendu et mou est tracée (courbe rouge marquée de cercles) en fonction du paramètre  $\theta_{01}$  aux figures 3.35 et 3.36. Suivant l'angle de calage initial imposé sur la poulie bilobée, l'amplitude de l'harmonique dominante d'ordre 2 peut être inférieure ou supérieure aux niveaux d'amplitude relevés dans le cas usuel (ligne horizontale bleue). Pour un régime moteur de 600 tr/min, l'amplitude des variations des efforts de tension dans les brins mou et tendu est notablement réduite pour des valeurs de l'angle  $\theta_{01}$  respectivement comprises dans les intervalles disjoints  $[0^\circ, 82^\circ]$  et  $[97^\circ, 177^\circ]$ . Pour les deux brins, les valeurs maximales des rapport de réduction et d'augmentation d'amplitude sont similaires et avoisinent respectivement 24% et 26%. Les tendances observées sont très similaires lorsque le régime moteur est porté à 1500 tr/min. Ces observations sont conformes aux résultats montrés en section 3.3.2.2. La poulie bilobée semble effectivement

n'avoir qu'un effet purement cinématique aux plus faibles régimes. Par application du principe de superposition, on déduit que les angles de calage optimaux des brins tendu (dent N°9) et mou (dent N°3) impliquent que l'élongation totale de la courroie soit respectivement minimale et maximale lorsque le couple de charge est maximal. Les figures 3.21 et 3.26 permettent de vérifier que cette condition est bien respectée. Au régime le plus élevé (3000 tr/min), les tendances évoluent (perte de l'effet purement cinématique). L'amplitude des variations des efforts de tension dans le brin tendu peut être réduite pour un angle de calage initial compris dans l'intervalle  $[0^\circ, 22^\circ] \cup [137^\circ, 180^\circ]$ . Le taux de réduction maximal est de 50% pour un calage autour de  $165^\circ$ . Le maximum d'amplitude (+67%) correspond à un angle de calage d'environ  $80^\circ$ . Dans le brin mou, la plage paramétrique de réduction d'amplitude correspond à l'intervalle  $[0^\circ, 45^\circ] \cup [158^\circ, 180^\circ]$ . Les amplitudes minimale (-30%) et maximale (+40%) sont obtenues pour des calages respectifs de  $10^\circ$  et  $105^\circ$ . On en déduit donc que si l'angle de calage initial de la poulie bilobée est compris dans l'intervalle  $[0^\circ, 20^\circ] \cup [170^\circ, 180^\circ]$ , une réduction simultanée de l'amplitude des fluctuations des efforts de tension devient possible pour les deux brins.

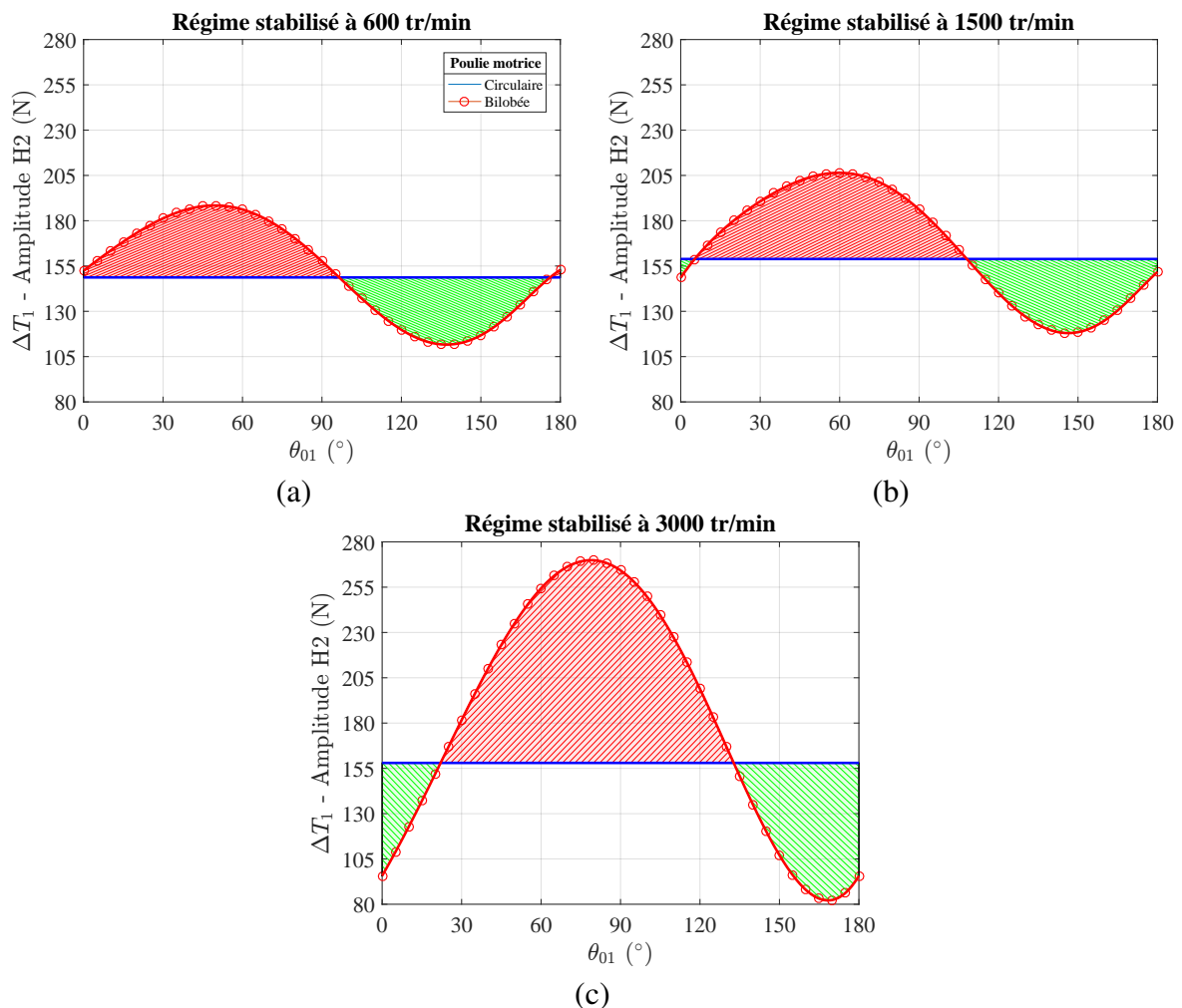


FIGURE 3.35 – Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée en présence du couple de charge fluctuant d'ordre 2 : influence de l'angle de calage de la poulie motrice sur l'harmonique H2 de l'effort de **tension du brin tendu** pour des régimes stabilisés à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b) et 3000 tr/min (c)

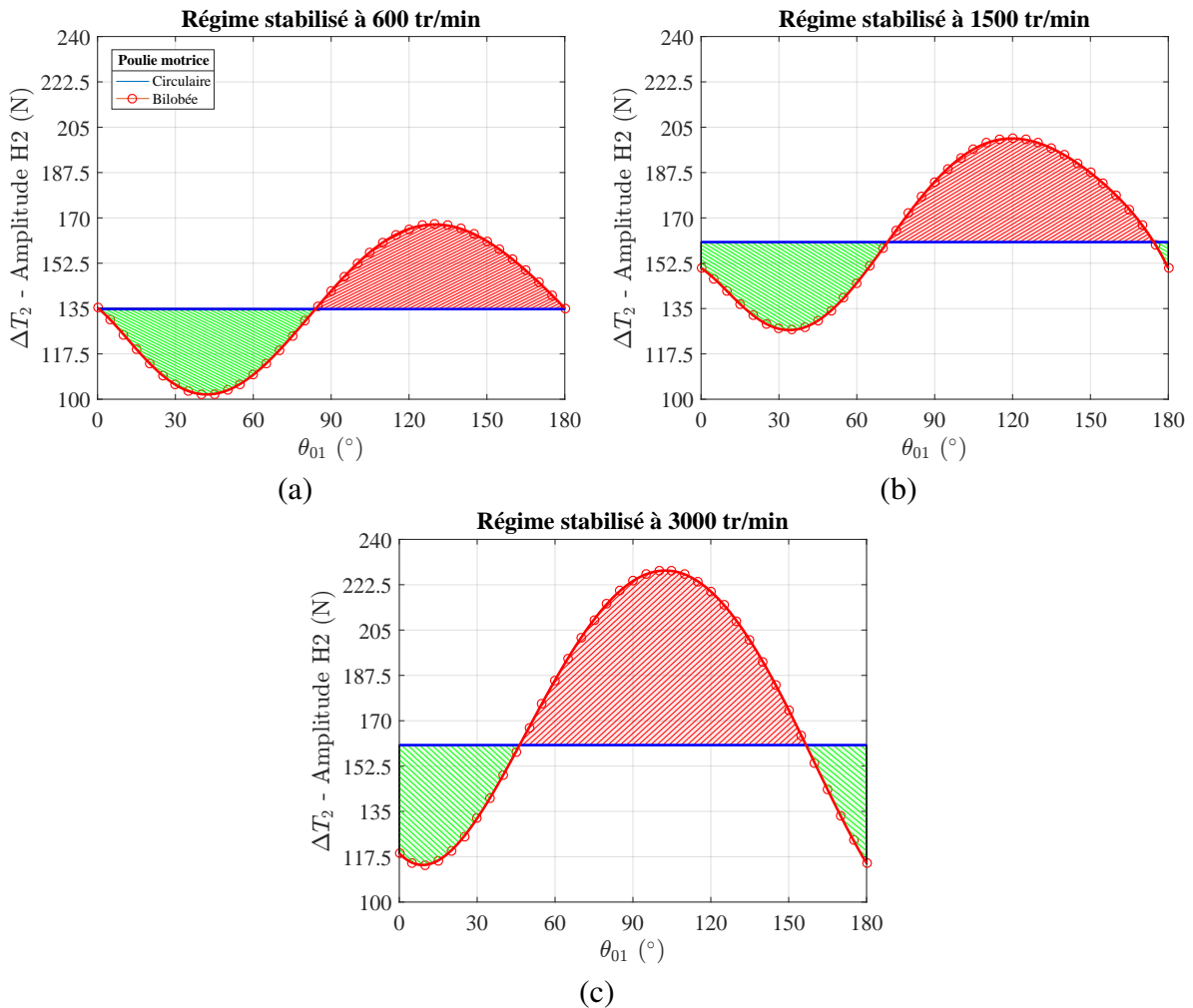


FIGURE 3.36 – Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée en présence du couple de charge fluctuant d'ordre 2 : influence de l'angle de calage de la poulie motrice sur l'harmonique H2 de l'effort de **tension du brin mou** pour des régimes stabilisés à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b) et 3000 tr/min (c)

## Synthèse

Les résultats précédents montrent clairement que pour un angle de calage adéquat, la poulie bilobée est capable de générer un effet correctif (linéaire) permettant de contrôler la dynamique angulaire de la transmission. À l'inverse, il faut toutefois souligner que si l'angle de calage de la poulie est mal choisi, cette dernière peut dégrader fortement le comportement de la transmission. Les résultats montrent également qu'il n'existe pas d'angle de calage initial pour lequel l'effet correctif est optimal à la fois pour les vibrations angulaires et les fluctuations des efforts de tension. Il est seulement possible d'obtenir un compromis pour un angle de calage proche de  $0^\circ$ . Dans ces conditions, l'amplitude de l'erreur de transmission est toujours notablement réduite et les fluctuations des efforts de tension restent limitées indépendamment du régime considéré. On remarque enfin que la poulie bilobée impacte moins les efforts de tension que l'erreur de transmission. En effet, les valeurs maximales des taux de réduction et d'augmentation relevés sur les efforts de tension restent bien en-deçà de celles observées pour l'erreur de transmission. Cela confirme un constat déjà fait dans la littérature [Gajewski 06] : l'ordre de grandeur du niveau d'excentricité optimal pour le contrôle des vibrations angulaires d'une transmission n'est pas le même lorsque l'on cherche à limiter les fluctuations des efforts de tension dans les brins.

### 3.3.3 Cas académique avec tendeur dynamique

On aborde dans cette section la question de l'impact du tendeur dynamique sur le comportement de la transmission académique. Il s'agit en particulier de comprendre si la présence d'un tendeur modifie significativement l'effet de la poulie bilobée sur la dynamique angulaire de la transmission. Pour cela, les résultats respectivement obtenus sur la transmission académique avec et sans tendeur sont comparés.

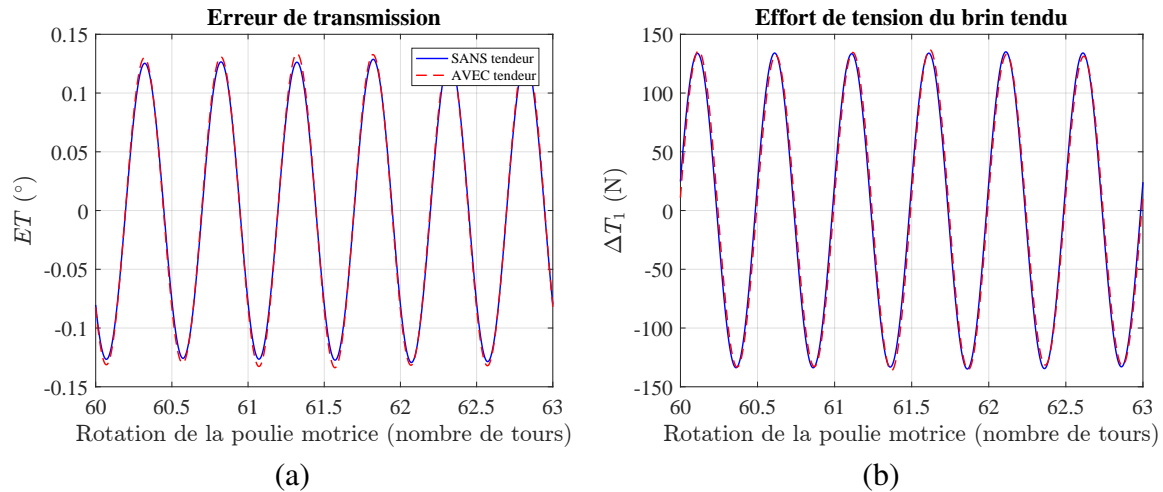


FIGURE 3.37 – Transmission académique dotée de la poulie motrice bilobée calée à la dent N°3 : comparaison des variations de l'erreur de transmission (a) et de l'effort de tension du brin tendu (b) avec et sans tendeur dynamique pour un régime stabilisé à 1500 tr/min

La figure 3.37 montre un exemple de comparaison obtenu pour un régime moteur stabilisé à 1500 tr/min et un angle de calage initial de la poulie bilobée à la dent N°3 ( $\theta_{01} = 39.8^\circ$ ). Les variations de l'erreur de transmission et de l'effort de tension sur le brin tendu sont très similaires.

L'effort de tension du brin mou ne peut être mesuré sur la transmission dotée du tendeur dynamique. Il n'est donc pas possible de dresser une comparaison directe des résultats. L'observation du battement angulaire du tendeur nous donne toutefois une information qualitative sur l'amplitude des fluctuations de l'effort de tension dans le brin mou. L'amplitude du battement angulaire du tendeur est en effet concomitante à l'amplitude des fluctuations de l'effort de tension dans le brin mou.

La figure 3.38 montre le battement angulaire du tendeur dans différentes conditions d'étude. Les graphes (b) et (c) ont été obtenus en présence de la poulie bilobée pour des angles de calage initial respectifs de  $39.8^\circ$  et  $91.2^\circ$ . Pour le premier angle de calage le battement angulaire du tendeur est quasi-nul alors qu'il apparaît très marqué pour le second. Cette évolution du battement angulaire du tendeur est cohérente avec l'évolution de l'amplitude de l'effort de tension mesurée en l'absence de tendeur (3.36(c)). En l'absence de tendeur, l'amplitude des fluctuations de l'effort de tension est de 75 N pour le premier angle de calage contre 122 N pour le second. Le constat est similaire pour le cas usuel (poulie motrice circulaire). Le battement angulaire du tendeur est significatif mais reste moins prononcé que dans le cas de la poulie motrice bilobée calée à  $91.2^\circ$ . Cela est à nouveau cohérent avec les amplitudes de l'effort de tension du brin mou mesurées en l'absence du tendeur. Dans le cas usuel, l'amplitude de l'effort de tension (86 N) est bien supérieure (respectivement inférieure) à l'amplitude mesurée pour le premier (respectivement le deuxième) angle de calage. Ces résultats montrent que l'effet de la poulie



bilobée n'est pas fondamentalement impacté par la présence d'un tendeur dynamique, ce qui confirme ainsi la validité d'une théorie déjà avancée dans la littérature [Parker 14].

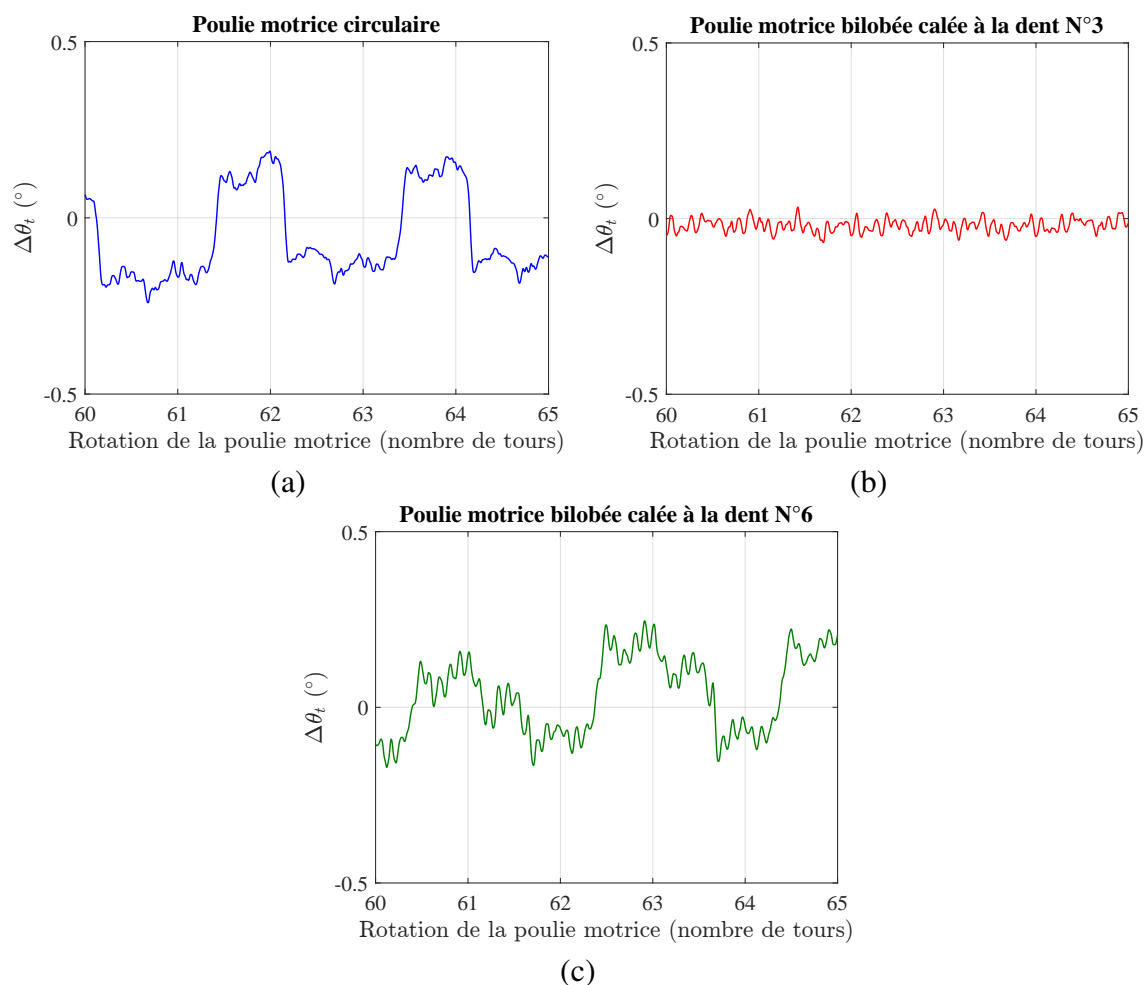


FIGURE 3.38 – Transmission académique avec tendeur en présence du couple de charge fluctuant d'ordre 2 pour un régime stabilisé à 1500tr/min : battement angulaire du tendeur dans le cas de la poulie motrice circulaire (a) et de la poulie motrice bilobée calée aux dents N°3 (b) et N°6 (c)

### 3.3.4 Cas d'application industriel : façade de distribution PSA (DW10F)

L'étude menée sur la façade de distribution du moteur Diesel à quatre cylindres PSA DW10F vise à montrer que la phénoménologie mise en évidence par l'étude du cas académique reste valable dans un contexte de fonctionnement relativement proche des conditions d'usage réellement rencontrées en environnement automobile.

L'étude du comportement dynamique de la façade dans le cas usuel est présentée en section 3.3.4.1. Les résultats de cette étude donnent une estimation des valeurs de l'amplitude des harmoniques H2 qui dominent les variations cycliques des différentes grandeurs caractéristiques de la réponse angulaire induite par le couple de charge AAC. Les investigations présentées en section 3.3.4.2 montrent ensuite l'évolution de l'amplitude des harmoniques H2 dominantes en fonction de l'angle de calage initial imposé à la poulie bilobée qui équipe originellement cette façade. Cela permet de déterminer les plages de calage pour lesquelles la poulie bilobée est capable générer un effet correctif limitant la perte de synchronisme instantanée et le niveau de sollicitation en traction des brins de courroie initialement induit par le couple de charge excitateur (AAC).

### 3.3.4.1 Poulie de vilebrequin circulaire (cas usuel)

On s'intéresse ici au comportement dynamique de la façade dans le cas usuel (poulies toutes circulaires). On cherche à déterminer l'amplitude des harmoniques H2 qui dominent les variations cycliques des différentes grandeurs caractéristiques de la réponse angulaire induite par le couple de charge AAC (figure 3.21). Ces valeurs de référence constitueront une base de comparaison pour l'étude de l'effet de la poulie VBQ bilobée qui sera menée par la suite (section 3.3.4.2).

#### Vitesse angulaire de la poulie VBQ

Pour les trois régimes moteur considérés, les variations de la vitesse de rotation de la poulie VBQ et leur contenu spectral sont tracés dans le domaine angulaire à la figure 3.39.

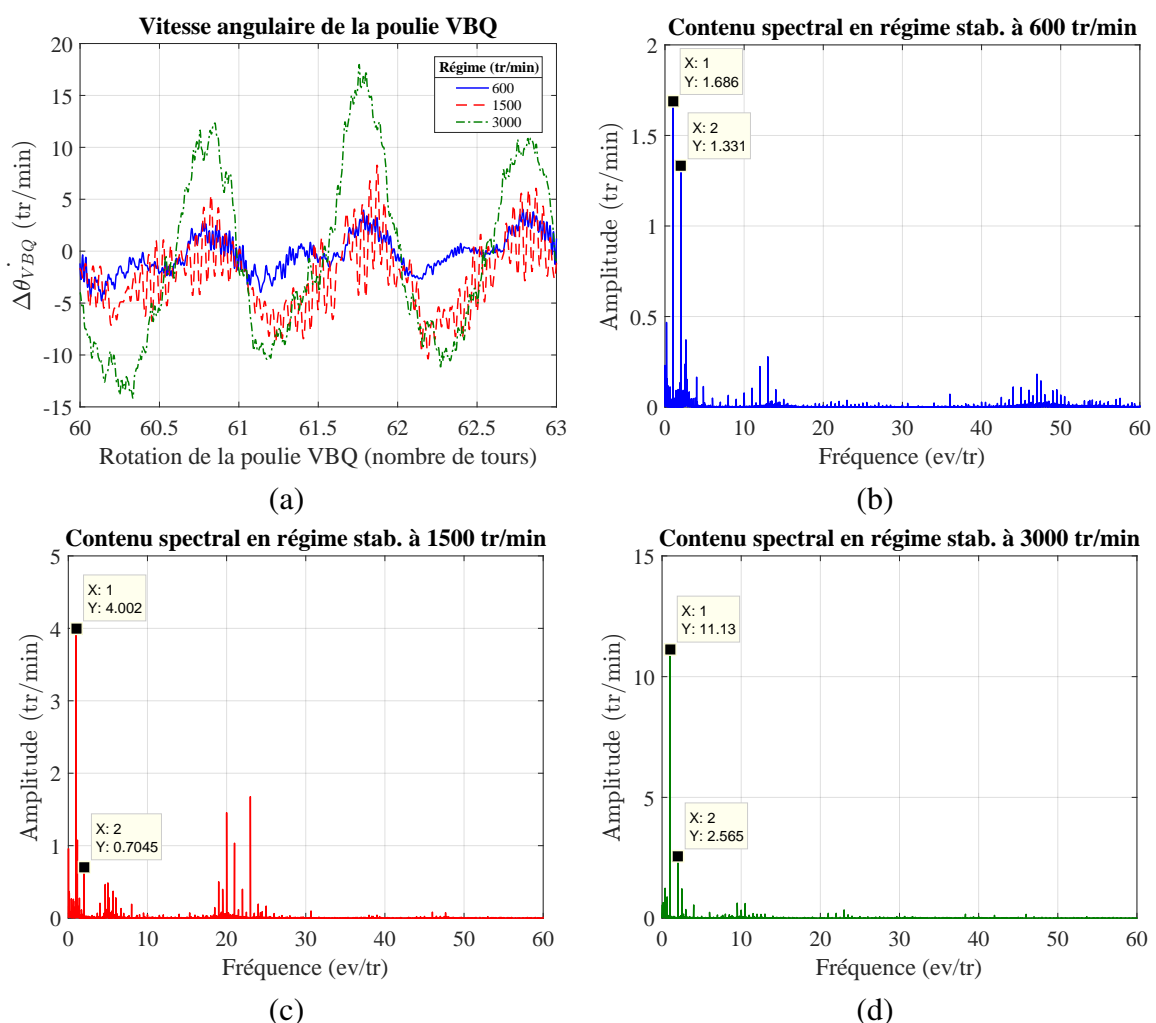


FIGURE 3.39 – Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée d'une poulie de vilebrequin circulaire (cas usuel) : variations de la vitesse angulaire de la poulie de vilebrequin (a) et contenu spectral (b, c, d) pour des régimes stabilisés à 600, 1500 et 3000 tr/min

Contrairement à ce qui a été observé sur la transmission académique, l'axe moteur ne semble pas particulièrement sensible au couple de charge excitateur d'ordre 2. En effet, l'harmonique à 2 ev/tr présente toujours une amplitude relativement faible avec un maximum de 2.5 tr/min environ pour une régime moteur de 3000 tr/min. Cette différence de comportement est proba-

blement liée à l'augmentation de l'inertie en rotation de la ligne d'arbre motrice induite par le volant d'inertie et le vilebrequin du bloc moteur PSA.

Plus globalement, on remarque que l'amplitude des variations de vitesse reste réduite au plus bas régime et augmente pour des régimes plus importants. Les fluctuations sont en fait dominées par une harmonique d'ordre 1 dont l'amplitude augmente avec le régime moteur. Ces vibrations angulaires d'ordre 1 sont engendrées par une excitation cyclique générée par la rotation de la ligne d'arbre motrice. Les phénomènes mis en cause peuvent être relatifs à la présence d'un balourd, de défauts géométriques ou d'un désalignement sur la ligne d'arbre motrice. On note enfin la présence d'un lot d'harmoniques secondaires concentrés autour de 50 ev/tr à 600 tr/min, 20 ev/tr à 1500 tr/min et 10 ev/tr à 3000 tr/min. Ce lot d'harmoniques glissantes se concentrent toutes autour de 500 Hz dans le domaine temporel. Cela montre l'existence d'un mode propre du banc d'essais à cette fréquence. On constate d'ailleurs une augmentation sensible de l'amplitude des harmoniques lorsque la fréquence d'engrènement de la façade (21 ev/tr) se rapproche de la fréquence du mode à 1500 tr/min.

### Vitesse angulaire et erreur de transmission de la poulie AAC

Comme le montre la figure 3.40, le couple de charge exciteur engendre l'apparition de vibrations angulaires sur la poulie AAC.

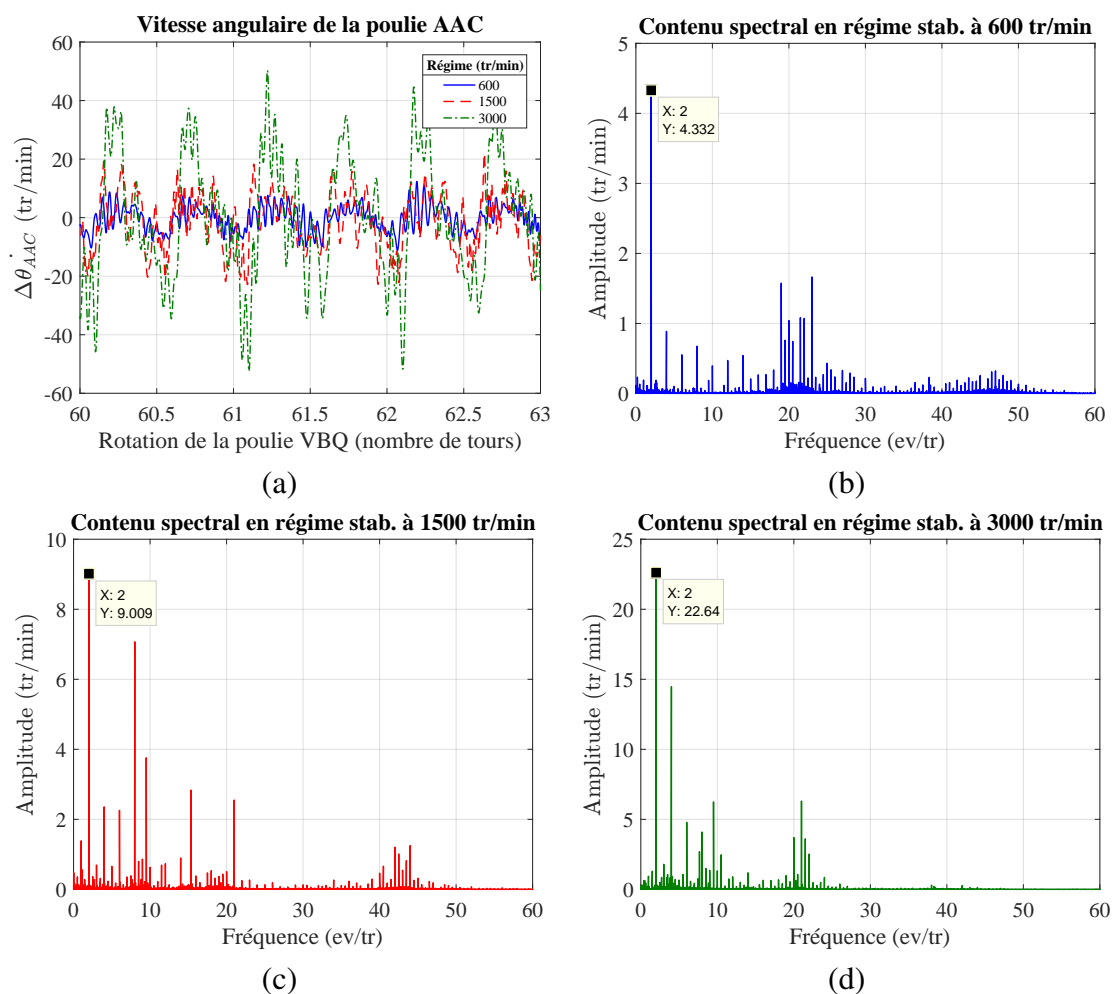


FIGURE 3.40 – Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée d'une poulie de vilebrequin circulaire (cas usuel) : variations de la vitesse angulaire de la poulie d'arbre-à-cames (a) et contenu spectral (b, c, d) pour des régimes stabilisés à 600, 1500 et 3000 tr/min

On note en effet la présence de l'harmonique dominante d'ordre 2 dont l'amplitude augmente avec le régime moteur : respectivement 4.3, 9 et 22.64 tr/min pour les régimes moteur à 600, 1500 et 3000 tr/min. Les harmoniques secondaires d'ordre pair (4, 6, 8 ev/tr) qui composent le couple AAC sont également visibles tout comme la fréquence d'engrènement de la façade (21 ev/tr). Le diagramme de Campbell théorique illustré en figure 3.20 montre que le premier mode battement transverse (210 Hz) du brin reliant l'enrouleur à la poulie AAC est excité par différentes sources cycliques aux trois régimes moteur. Un lot d'harmoniques secondaires concentrées autour de la fréquence d'engrènement à 21 ev/tr témoigne de l'excitation du mode à 600 tr/min. Les harmoniques du couple AAC d'ordre 8 et la fréquence d'engrènement de la chaîne de distribution à 9.5 ev/tr voient leurs amplitudes augmenter à 1500 tr/min. Enfin, l'amplitude de l'harmonique d'ordre 4 du couple AAC augmente notablement à 3000 tr/min.

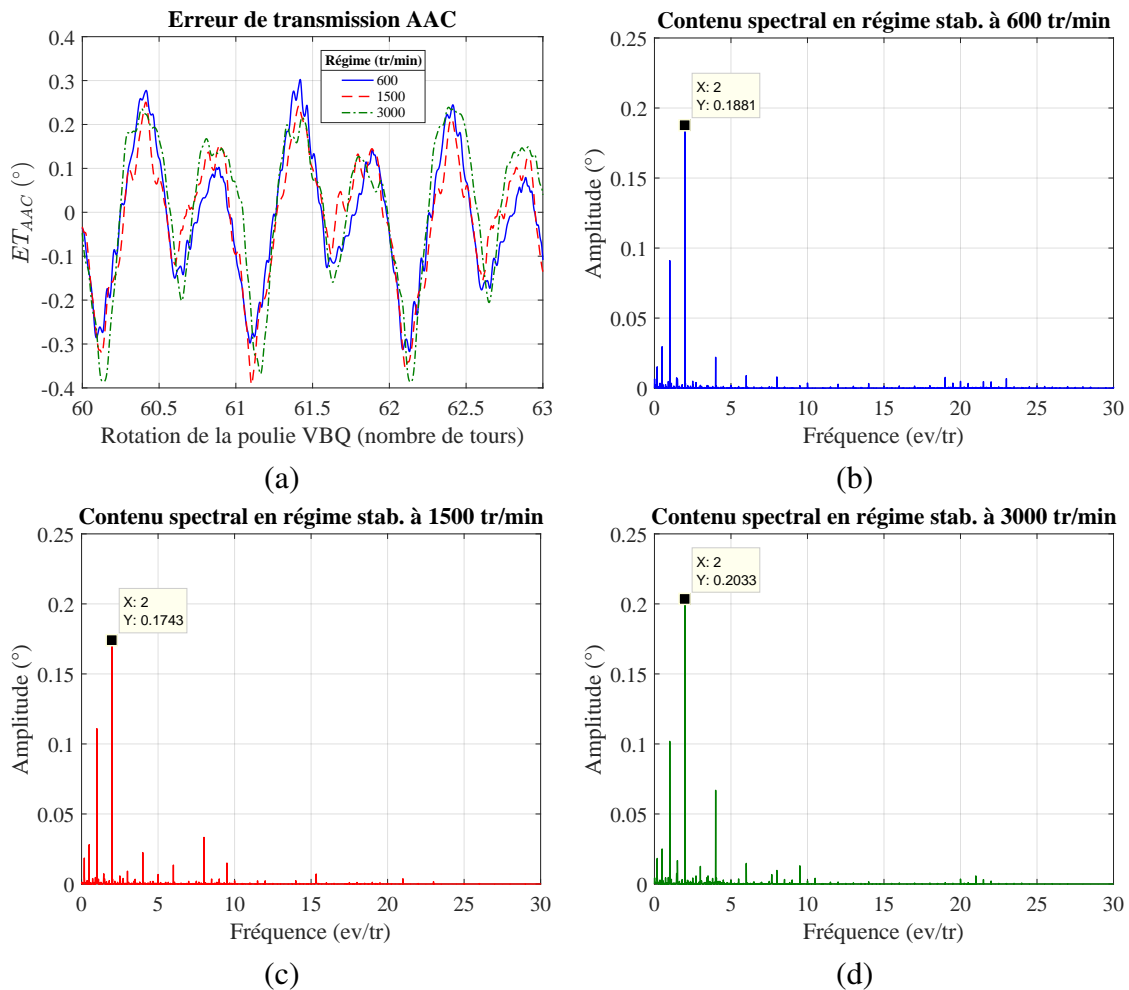


FIGURE 3.41 – Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée d'une poulie de vilebrequin circulaire (cas usuel) : variations de l'erreur de transmission impactant la poulie d'arbre-à-cames (a) et contenu spectral (b, c, d) pour des régimes stabilisés à 600, 1500 et 3000 tr/min

On retrouve essentiellement les mêmes phénomènes sur les variations de l'erreur de transmission impactant la poulie AAC (figure 3.41). Les variations sont dominées par une harmonique d'ordre 2 dont l'amplitude ne semble pas dépendante du régime moteur ( $\simeq 0.2^\circ$ ). Cela montre logiquement que la perte du synchronisme instantané de la transmission est majoritairement due au couple de charge AAC. L'excitation du mode de battement du brin n'impacte que légèrement le synchronisme instantané de la transmission (sensible augmentation des harmoniques associées). On retrouve également la présence systématique d'une harmonique secondaire d'ordre

1 déjà visible sur la vitesse angulaire de la poulie VBQ (balourd, défaut de géométrie et/ou d'alignement).

### Effort de tension du brin tendu

Les variations de l'effort de tension du brin tendu et leur contenu fréquentiel sont tracés dans le domaine angulaire en figure 3.42.

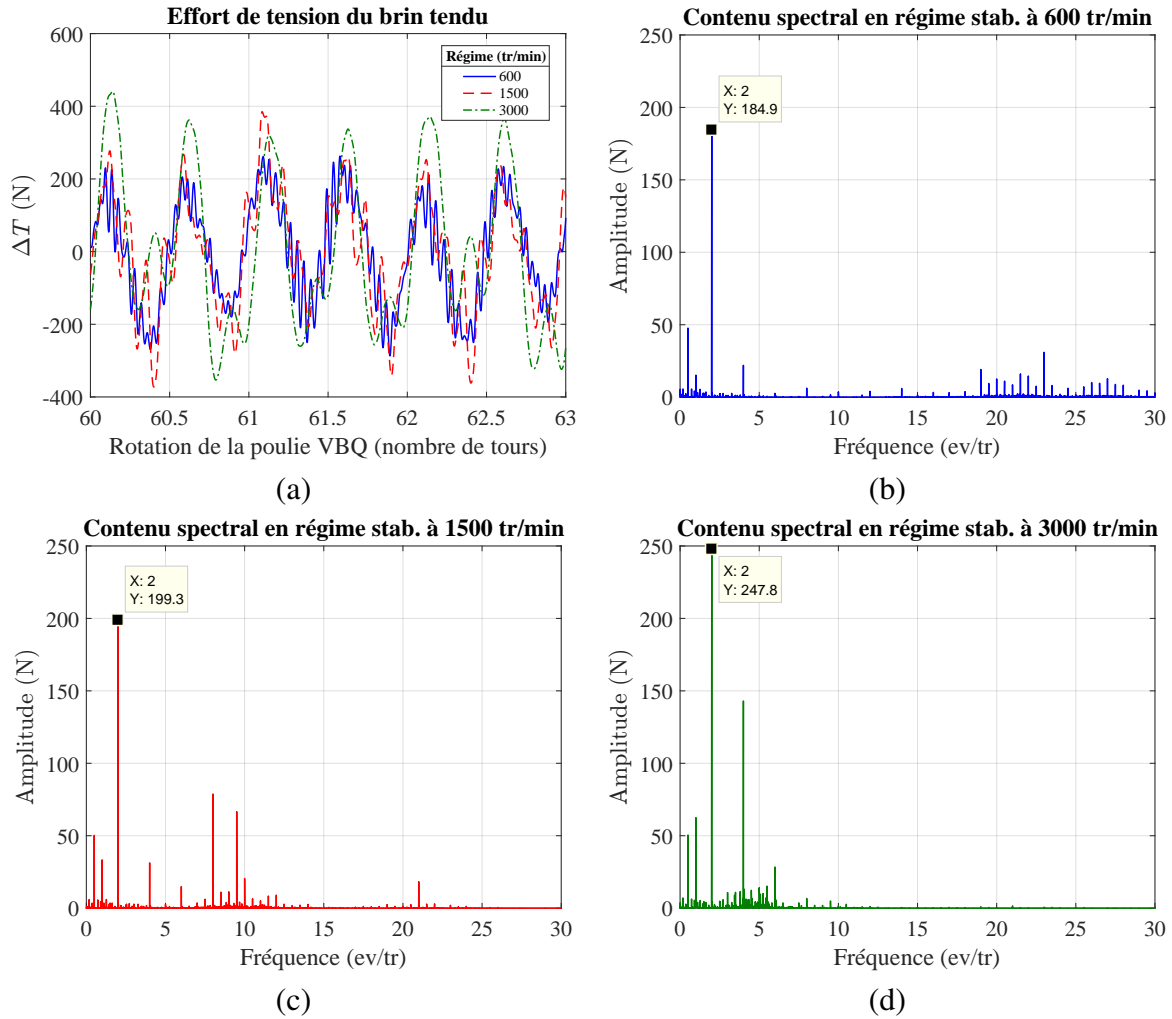


FIGURE 3.42 – Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée d'une poulie de vilebrequin circulaire (cas usuel) : variations de l'effort de tension du brin tendu (a) et contenu spectral (b, c, d) pour des régimes stabilisés à 600, 1500 et 3000 tr/min

Le brin est principalement sollicité par le couple de charge AAC. On retrouve ainsi dans les spectres fréquentiels l'harmonique dominante d'ordre 2 et les harmoniques secondaires d'ordre pair du couple de charge AAC. L'amplitude de l'harmonique dominante augmente avec le régime moteur passant de 185 N au plus bas régime à 248 N au plus haut régime. L'excitation cyclique d'ordre 1 observée sur l'axe VBQ participe également à la sollicitation des brins de courroie. On note en effet la présence d'une harmonique secondaire d'ordre 1 d'amplitude croissante avec le régime moteur (respectivement 15, 33 et 62 N à 600, 1500 et 3000 tr/min). L'excitation du premier mode de battement du brin reliant l'enrouleur et la poulie AAC impacte légèrement le niveau des variations de l'effort de tension. On observe en effet l'apparition d'un lot d'harmoniques de faibles amplitudes autour de la fréquence d'engrènement à 600 tr/min

ainsi qu'une augmentation sensible des harmoniques d'ordre 8 et 9.5 à 1500 tr/min et d'ordre 4 à 3000 tr/min. On note enfin que les spectres comportent une harmonique secondaire d'ordre 0.5 avec une amplitude qui ne dépend pas du régime moteur ( $\simeq 50$  N). Cette harmonique résulte d'une excitation cyclique liée à la rotation de la poulie AAC (rapport cinématique de 0.5). Cette excitation est probablement induite par un défaut géométrique de la poulie AAC responsable d'une sollicitation cyclique du brin en traction.

### Battement angulaire du tendeur dynamique

Pour les trois régimes moteur considérés, le battement angulaire du tendeur dynamique est tracé dans le domaine angulaire en figure 3.43. Les sauts d'angle engendrés par le phénomène de stick-slip intrinsèque au dispositif de rappel du tendeur présentent une périodicité apparente d'ordre 0.5 (1 saut tous les 2 tours). L'amplitude des sauts diminue lorsque le régime moteur augmente.

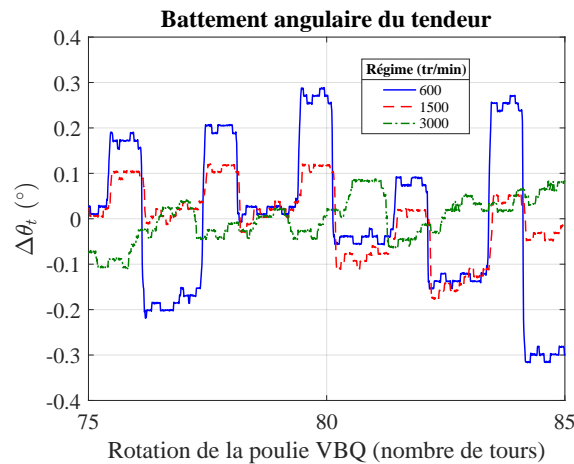


FIGURE 3.43 – Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée d'une poulie de vilebrequin circulaire (cas usuel) : battement angulaire du tendeur pour des régimes stabilisés à 600, 1500 et 3000 tr/min

#### 3.3.4.2 Poulie de vilebrequin bilobée

À la lumière des phénomènes mis en évidence sur le cas académique, on peut conjecturer que l'erreur de transmission impactant la poulie AAC peut être réduite de façon optimale pour un calage de la poulie à la dent N°7. Comme le montre la figure 3.44(a), ces conditions de calage impliquent que l'élongation cyclique du brin tendu de la façade est en effet toujours maximale (respectivement minimale) lorsque que le couple de charge AAC est lui aussi maximal (respectivement minimal).

Les amplitudes des élongations cycliques d'ordre 2 imposées aux deux brins sont très similaires ( $\simeq 1.52$  mm). Cette valeur reste proche de l'amplitude relevée sur la transmission académique soumise au même couple de charge. Par analogie, l'emploi de la même poulie motrice bilobée devrait permettre d'assurer une réduction notable de l'amplitude de l'harmonique H2 de l'erreur de transmission impactant la poulie AAC. On note par ailleurs que l'élongation totale de la courroie fluctue avec une amplitude de 0.23 mm (figure 3.44(b)) qui devrait être trop faible pour permettre une réduction significative de la sollicitation des brins de la transmission en traction. Cette valeur est en effet proche de l'amplitude observée sur le cas académique (0.22 mm) pour laquelle il a été montré qu'une réduction notable des variations des efforts de tension dans

les brins était impossible. Aux bas régimes (effet cinématique), on peut tout de même s'attendre à un minimum d'amplitude sur les brins tendu et mou respectivement atteint pour des calages fixés aux dents N°9 ( $\theta_0 = 137.1^\circ$ ) et N°3 ( $\theta_0 = 34.3^\circ$ ). Pour ces deux angles de calage, l'élongation totale de la courroie tracée dans le domaine angulaire en figure 3.44 est maximale (respectivement minimale) lorsque le couple de charge AAC est lui aussi maximal.

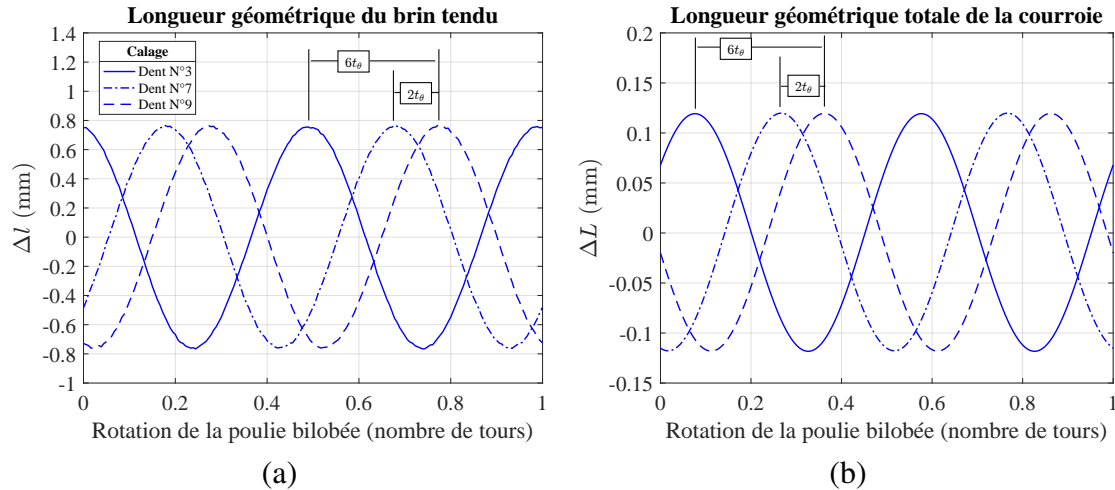


FIGURE 3.44 – Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée de la poulie de vilebrequin bilobée pour des angles de calage initial de la poulie bilobée aux dents N°3, N°7 et N°9 : variations de la longueur géométrique du brin tendu (a) et variations de la longueur géométrique totale de la courroie (b)

### Synchronisme AAC

Pour les trois régimes moteur étudiés, la figure 3.45 montre l'évolution de l'amplitude de l'harmonique H2 de l'erreur de transmission impactant la poulie AAC en fonction du paramètre  $\theta_{01}$  (courbe rouge marquée de cercles). L'amplitude de l'harmonique d'ordre 2 dans le cas usuel est représentée par une ligne horizontale bleue ( $\simeq 0.2^\circ$ ). Les plages paramétriques correspondant à une réduction de l'amplitude sont sensiblement les mêmes pour les trois régimes :  $[70^\circ, 130^\circ]$  à 600 tr/min,  $[67^\circ, 125^\circ]$  à 1500 tr/min et  $[74^\circ, 129^\circ]$  à 3000 tr/min. Comme pressenti, le niveau d'excentricité de la poulie permet de limiter notablement l'erreur de transmission pour un calage à la dent N°7. Le taux de réduction maximal est d'environ 75% pour les deux premiers régimes et atteint plus de 95% au régime le plus haut. En dehors de ces plages paramétriques, le synchronisme instantané de la transmission se dégrade fortement avec un taux d'augmentation maximal de l'amplitude pouvant atteindre 55% au plus haut régime.

### Effort de tension du brin tendu

La figure 3.46 montre l'influence de l'angle de calage initial  $\theta_0$  de la poulie VBQ bilobée sur l'amplitude de l'harmonique d'ordre 2 dominant les variations de l'effort de tension dans le brin tendu de la transmission (courbe rouge marquée de cercles). Pour les deux premiers régimes les tendances sont semblables. On obtient une réduction de l'amplitude sur les intervalles  $[95^\circ, 175^\circ]$  et  $[92^\circ, 171^\circ]$  avec un taux de réduction maximal de 24% atteint pour le calage pressenti à la dent N°9. En dehors de ces plages paramétriques l'amplitude de l'harmonique H2 devient supérieure à l'amplitude relevée dans le cas usuel (ligne horizontale bleue) avec un taux d'augmentation maximal de 30% pour un calage sur la dent N°4.

De même que pour le cas d'étude académique traité précédemment, lorsque le régime moteur atteint 3000 tr/min les tendances sont modifiées. A ce régime élevé, l'effet de la poulie VBQ

bilobée n'est plus purement cinématique. La poulie bilobée engendre ainsi une réponse dynamique de la transmission certainement responsable de ce changement de comportement. La plage de réduction est alors concentrée sur l'intervalle de calage  $[68^\circ, 154^\circ]$  avec un minimum d'amplitude ( $-23\%$ ) atteint pour un calage à la dent N°7. En dehors de la plage paramétrique de réduction, l'amplitude de l'harmonique H2 grandit et atteint un niveau maximal de  $38\%$  pour un calage sur la dent N°2.

L'impact de la poulie VBQ bilobée sur le niveau de sollicitation du brin tendu en traction est globalement moindre au regard de son effet sur le synchronisme de la transmission (erreur de transmission impactant la poulie AAC). Le niveau d'excentricité n'est en effet pas adéquat pour limiter l'amplitude des variations d'efforts de tension. On retrouve à nouveau un résultat attendu et déjà démontré par l'étude préalable du cas académique.

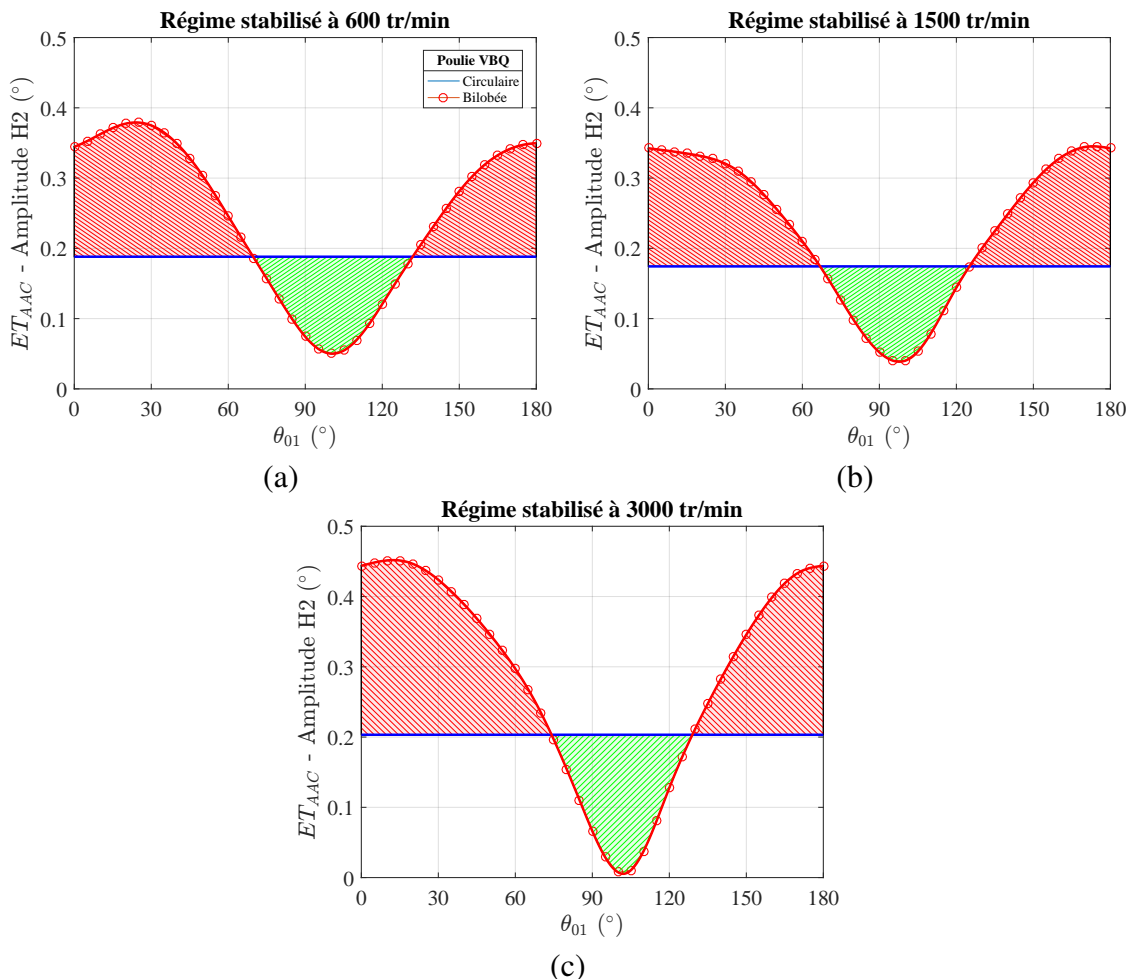


FIGURE 3.45 – Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée de la poulie de vilebrequin bilobée : influence de l'angle de calage de la poulie de vilebrequin sur l'harmonique H2 de l'**erreur de transmission** de a poulie AAC pour des régimes stabilisés à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b) et 3000 tr/min (c)



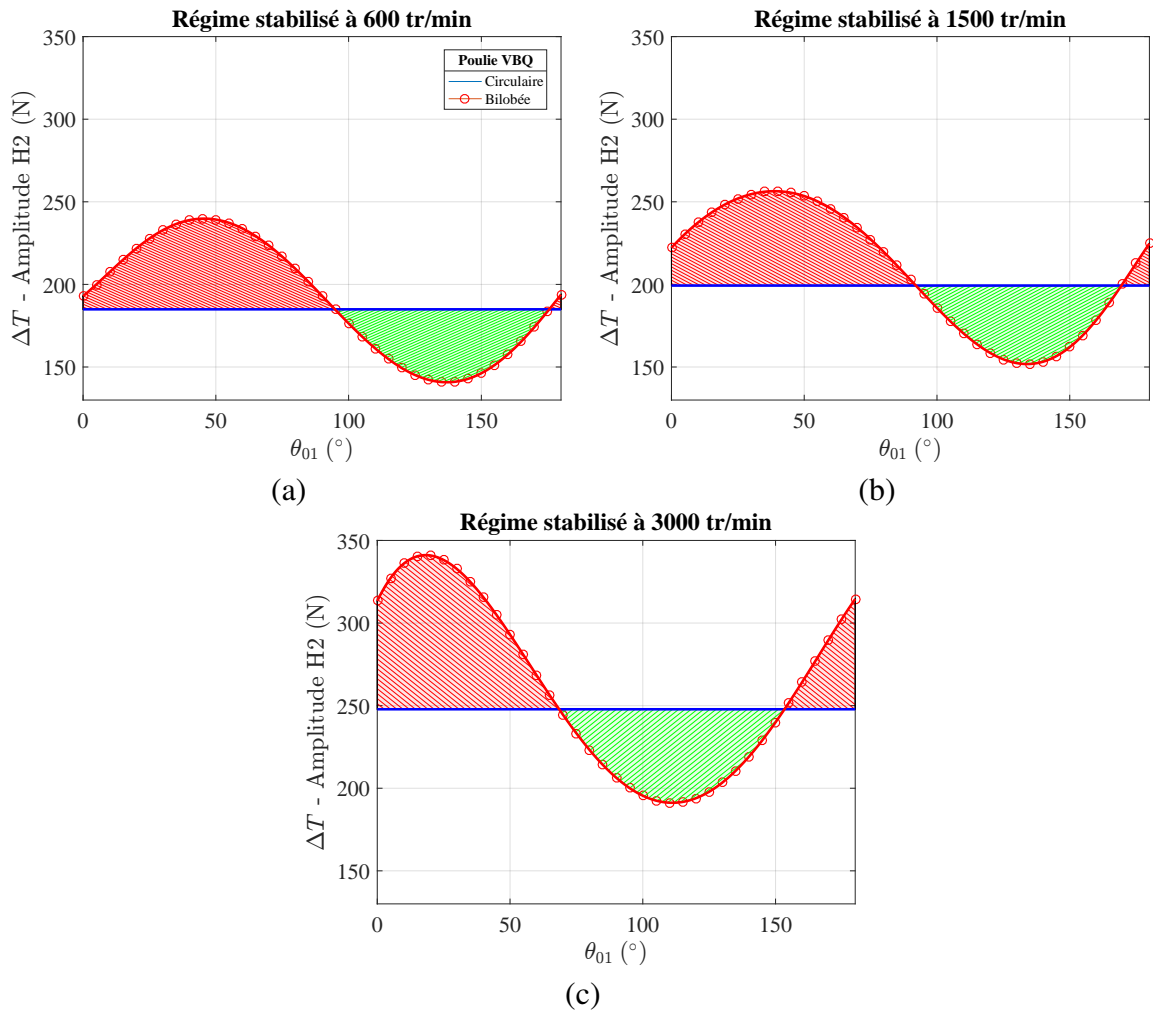


FIGURE 3.46 – Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée de la poulie de vilebrequin bilobée : influence de l’angle de calage de la poulie de vilebrequin sur l’harmonique H2 de l’effort de **tension du brin tendu** pour des régimes stabilisés à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b) et 3000 tr/min (c)

### Battement angulaire du tendeur dynamique

L’étude du cas académique a permis de montrer que le tendeur dynamique n’avait pas d’impact majeur sur la dynamique angulaire des transmissions équipées de poulie non circulaires. L’observation du battement angulaire du tendeur permet toutefois d’obtenir une information qualitative sur l’évolution de l’amplitude des variations de l’effort dans le brin mou dont la mesure directe n’est pas assurée sur le banc d’essais. Il est en effet très difficile d’intégrer un dispositif de mesure adéquat du fait de l’agencement complexe de la transmission et des contraintes d’encombrement imposées par son environnement.

On sait que l’amplitude de l’harmonique dominante d’ordre 2 qui gouverne les variations de l’effort de tension évolue inversement dans les brins mou et tendu d’une transmission pour des régimes impliquant un effet purement cinématique de la poulie non circulaire. Dans le cas présent, cette condition est vérifiée pour les deux premiers régimes considérés. Au regard des tendances observées sur le brin tendu, on déduit que l’amplitude de l’harmonique H2 relative à l’effort de tension du brin mou est supposée être minimale pour un calage à la dent N°3 et maximale pour un calage à la dent N°9. Lorsque la poulie VBQ est calée sur la dent N°6, l’amplitude est sensée prendre une valeur intermédiaire proche de la valeur observée dans le cas

usuel. Les courbes de la figure 3.47(a,b) représentent le battement angulaire du tendeur dans le domaine angulaire pour ces trois angles de calage à 600 tr/min et 1500 tr/min. L'amplitude globale des sauts angulaires (stick-slip) caractérisant le battement angulaire du tendeur croît lorsque la poulie VBQ est successivement calée aux dents  $N^{\circ}3$ ,  $N^{\circ}6$  et  $N^{\circ}9$ . Cela montre que la sollicitation en traction du brin mou augmente continuellement sur cette plage paramétrique de calage. On retrouve donc bien la tendance pressentie.

À plus haut régime, l'effet de la poulie bilobée n'est plus purement cinématique. Cela rend difficile toute prédiction quant à l'influence de l'angle de calage sur l'évolution de l'amplitude de l'harmonique H2 gouvernant les variations de l'effort de tension dans le brin mou. On peut toutefois aisément conjecturer que les tendances sont différentes de celles observées aux plus faibles régimes. Cela est confirmé par l'analyse des courbes de la figure 3.47(c) montrant le battement du tendeur en régime stabilisé à 3000 tr/min pour les mêmes angles de calage que précédemment. L'amplitude globale du battement obtenue pour un calage à la dent  $N^{\circ}9$  reste la plus forte. Toutefois, il n'y a plus de différence marquée entre les amplitudes obtenues lorsque la poulie bilobée est calée aux dents  $N^{\circ}3$  et  $N^{\circ}6$ . Cela laisse penser que le minimum d'amplitude sur l'effort de tension du brin mou n'est donc plus atteint pour un calage à la dent  $N^{\circ}3$ .

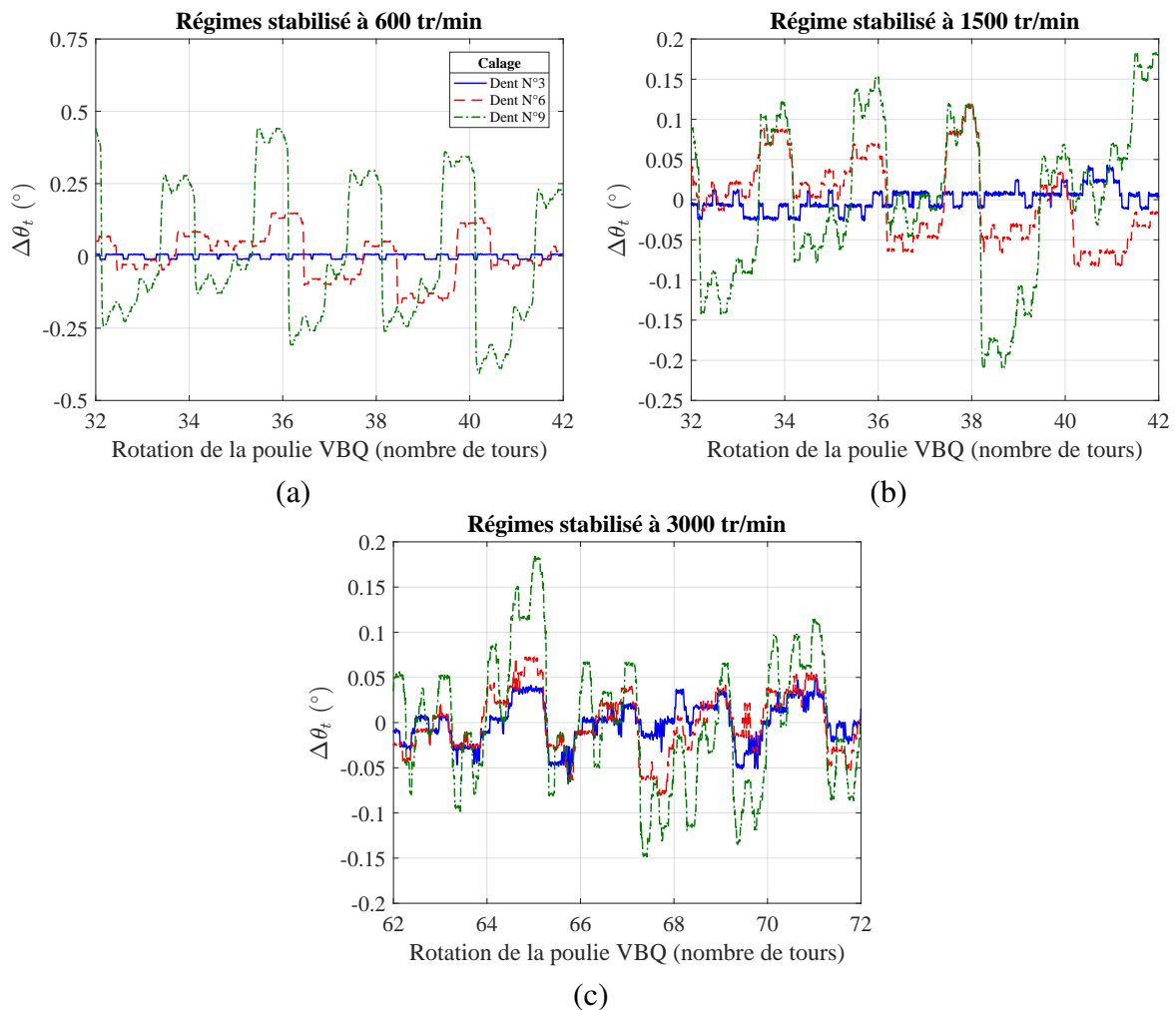


FIGURE 3.47 – Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée de la poulie de vilebrequin bilobée : battement angulaire du tendeur dynamique lorsque le régime moteur est stabilisé à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b) et 3000 tr/min (c) pour un calage initial de la poulie de vilebrequin aux dents  $N^{\circ}3$ , 6 et 9

### 3.4 Bilan

Les travaux expérimentaux présentés dans ce chapitre confirment bien la capacité d'une poulie bilobée à limiter l'impact d'une source d'excitation angulaire d'ordre 2 sur la dynamique angulaire d'une transmission (effet correctif). L'étude initiale d'un cas académique didactique (façade de distribution simplifiée) a permis d'établir les fondements de la phénoménologie associée à l'emploi d'une telle poulie. Ils ont ensuite été confirmés par l'étude d'un cas d'application industriel (façade PSA DW10F) davantage représentatif d'un usage en conditions réelles.

Les résultats ont été obtenus à différents régimes moteur stabilisés pour lesquels il n'existe pas de résonances parasites trop marquées (battement de brins, modes angulaires, battement angulaire de tendeur). L'analyse s'est principalement appuyée sur l'observation des variations de l'erreur de transmission et des efforts de tension dans le domaine angulaire avec un suivi particulier des harmoniques dominantes d'ordre 2 où les phénomènes correctifs sont essentiellement attendus.

Les principales conclusions sont énumérées ci-dessous.

1. En dynamique angulaire, les transmissions présentent généralement un comportement linéaire pour lequel le principe de superposition s'applique. En d'autres termes, la réponse en dynamique angulaire d'une transmission correspond à la somme des réponses dynamiques respectivement induites par l'effet isolé des différentes excitations : poulie non circulaire, couple de charge fluctuant, etc.
2. L'angle de calage conditionne la phase relative des variations d'erreur de transmission et des efforts de tension induits par la poulie bilobée. Il s'agit en effet d'un paramètre de dimensionnement extrêmement important pour le dimensionnement des transmissions équipées d'une telle poulie. En fonction du calage choisi la poulie peut effectivement générer l'effet correctif souhaité mais aussi dégrader le comportement de la transmission (augmentation notable de l'amplitude des variations cycliques des quantités d'intérêt).
3. Par application directe du principe de superposition, on déduit que l'effet correctif optimal sur l'erreur de transmission (respectivement les efforts de tension) est théoriquement obtenu lorsque que le calage initial de la poulie induit des fluctuations cycliques de l'erreur de transmission (respectivement des efforts de tension) strictement opposées à celles générées par le couple de charge exciteur (même amplitude et opposition de phase). A contrario, l'emploi de poulie bilobée entraîne une dégradation critique du comportement de la transmission (maximum d'amplitude) pour un calage initial menant à l'apparition de variations d'erreur de transmission et d'efforts de tension en phase avec celles provoquées par la source d'excitation.
4. L'effet de la poulie bilobée est dépendant du régime moteur considéré.

- i. EFFET CINÉMATIQUE À BAS RÉGIME

Aux plus faibles régimes (600 et 1500 tr/min sur les cas étudiés ici), l'effet de la poulie est dit purement cinématique. La phase et l'amplitude de l'erreur de transmission induite par la poulie sont invariantes. Les maximums (respectivement minimums) locaux de l'erreur de transmission coïncident avec les maximums (respectivement minimums) locaux d'élongation sur le brin tendu de la transmission. Les efforts de tension dans les brins tendu et mou évoluent en phase avec une amplitude similaire. Cette variation homogène des efforts de tension est en fait imposée

par les fluctuations cycliques de l'élongation totale de la courroie imposée par la rotation de la poulie bilobée. Les efforts de tension atteignent leurs maximums (respectivement minimums) locaux lorsque l'élongation totale est également maximale (respectivement minimale).

ii. EXCITATION DYNAMIQUE À HAUT RÉGIME

À plus haut régime (3000 tr/min), l'excitation angulaire induite par la rotation de la poulie non circulaire provoque une réponse dynamique de la transmission. La phase des variations d'erreur de transmission n'est pas impactée mais leur amplitude augmente. Les efforts de tension évoluent alors en opposition de phase. Il ne semble pas y avoir de relation directe entre la phase des fluctuations d'effort et le calage initial de la poulie bilobée.

5. À partir des éléments décrits au point 4, on peut dégager quelques règles de conception.

i. CORRECTION DE LA PERTE DE SYNCHRONISME INSTANTANÉ

Quel que soit le régime moteur, la correction de l'erreur de transmission est optimale pour un angle de calage induisant l'apparition simultanée des maximums (respectivement minimums) locaux du couple de charge excitateur et de la longueur géométrique du brin menant de la poulie excitée.

ii. LIMITATION DU NIVEAU DE SOLLICITATION DES BRINS EN TRACTION

Pour les régimes moteur induisant un effet purement cinématique de la poulie *bilobée*, la correction optimale des variations de tension du brin tendu (respectivement du brin mou) est obtenue pour un calage assurant une longueur géométrique totale de la courroie maximale (respectivement minimale) lorsque que le couple de charge est minimal. A plus haut régime, lorsque l'effet de la poulie n'est plus purement cinématique, l'angle de calage optimal est modifié. La détermination à priori du calage optimal n'est alors plus possible (absence de relation directe entre le calage et la phase des variations de la longueur géométrique totale de la courroie).

6. Les intervalles d'angle de calage donnant lieu à une réduction de l'amplitude de l'erreur de transmission et des efforts de tension sont souvent différents voire disjoints. Les résultats montrent également que les niveaux d'excentricité permettant d'assurer respectivement un effet correctif optimal sur le synchronisme instantané de la transmission et le niveau de sollicitation en traction des brins sont relativement éloignés. On trouve en effet des taux de réduction optimale des amplitudes bien plus élevés pour l'erreur de transmission que pour les efforts de tension. Cela explique qu'il soit très difficile (si ce n'est impossible) de réduire de manière significative et simultanée les amplitudes de ces deux quantités. La plupart du temps, seul un compromis est possible.

7. En l'absence de résonance relative au battement angulaire du tendeur, ce dernier ne semble pas modifier la réponse angulaire globale des transmissions équipées ou non de poulies non circulaires.



# Chapitre 4

## Comparaisons calculs/essais

### *Validation du modèle sur le cas d'une poulie bilobée*

#### **Résumé**

Ce chapitre a pour objectif d'évaluer la capacité prédictive du modèle L-E en approche 0D/1D. Pour ce faire, des comparaisons calculs/essais sont conduites sur la transmission académique sans tendeur déjà étudiée au chapitre 3. La transmission est soumise à une excitation angulaire générée par le couple de charge cyclique d'ordre 2 (H2) et intègre une poulie motrice bilobée qui permet à priori de contrôler passivement sa dynamique angulaire.

Les comparaisons entre signaux mesurés et simulés sont menées sur trois quantités d'intérêt : les variations cycliques de la vitesse angulaire de la poulie menée ( $\dot{\theta}_2$ ) et les efforts de tension des brins tendu et mou ( $T_1, T_2$ ). Les analyses portent essentiellement sur les harmoniques principales (essentiellement H2) qui gouvernent la réponse angulaire de la transmission. La méthode de comparaison calculs/essais est exposée en section 4.1.

Le modèle est dans un premier temps recalé dans le cas usuel où les poulies de la transmission sont toutes circulaires (section 4.2). Il est ensuite validé en présence d'une poulie motrice *bilobée* (section 4.3). On montrera notamment que le modèle permet d'apprécier assez finement la capacité de la poulie bilobée à générer un effet correctif contre le couple de charge exciteur. Un bilan de l'étude est proposé en section 4.4.

#### **Sommaire**

<b>4.1</b>	<b>Méthode de comparaison calculs/essais</b>	<b>166</b>
<b>4.2</b>	<b>Recalage et validation dans le cas usuel (poulies circulaires)</b>	<b>167</b>
4.2.1	Recalage	167
4.2.2	Validation du modèle recalé	169
<b>4.3</b>	<b>Validation en présence d'une poulie bilobée</b>	<b>175</b>
4.3.1	Effet propre à la poulie bilobée	175
4.3.2	Effet correctif de la poulie bilobée	181
<b>4.4</b>	<b>Bilan</b>	<b>185</b>

## 4.1 Méthode de comparaison calculs/essais

Les comparaisons entre signaux expérimentaux et numériques portent sur trois quantités d'intérêt dans le contexte des simulations globales du comportement d'une façade de distribution : la vitesse angulaire instantanée de la poulie menée ( $\theta_2$ ) et les efforts de tension dans les brins tendu et mou de la transmission ( $T_1, T_2$ ).

Les signaux mesurés de la vitesse angulaire de la poulie motrice et du couple de charge appliqué sur la poulie menée sont imposés en entrée du modèle numérique. La comparaison est opérée en régime stabilisé lorsque les quantités d'intérêt présentent des variations quasi-périodiques. Les résultats numériques bruts sont ré-échantillonnés à la même fréquence angulaire que les signaux expérimentaux (2500 points par tour de poulie motrice) et l'étendue de la fenêtre d'observation est fixée à 50 tours de poulie motrice. De ce fait, les signaux mesurés et simulés présentent des contenus spectraux de richesse similaire et suffisante<sup>1</sup> pour permettre une analyse comparative fine et pertinente dans le domaine angulaire.

Au préalable de l'étude, les signaux expérimentaux sont traités par un filtre<sup>2</sup> passe-bas sans déphasage avec une fréquence de coupure de 15 ev/tr. Cela permet d'éliminer les contributions fréquentielles liées à certains phénomènes haute fréquence, délibérément non pris en compte par le modèle (engrènement, modes de banc, etc.), qui n'interviennent que faiblement dans la dynamique angulaire globale de la transmission.

L'étude comparative est restreinte aux régimes pour lesquels il n'existe pas de phénomène de résonance transverse de brins dépassant le périmètre d'étude de cette thèse. On traitera donc uniquement les essais réalisés à 600, 1500 et 3000 tr/min (voir analyse modale présentée au chapitre 3).

---

<sup>1</sup>Grâce à ces conditions d'échantillonnage, il est possible d'obtenir des spectres fréquentiels présentant une résolution élevée de  $1/50 = 0.02$  ev/tr.

<sup>2</sup>Filtre de Butterworth passe-bas d'ordre 5.

## 4.2 Recalage et validation dans le cas usuel (poules circulaires)

Le recalage du modèle est dans un premier temps opéré dans le cas usuel où toutes les poulies de la transmission ont un profil circulaire. La transmission est excitée angulairement par l'application sur la poulie menée d'un couple de charge fluctuant présentant une périodicité dominante d'ordre 2 (H2). Le modèle compte deux paramètres globaux de recalage.

- **La constante de raideur longitudinale de la courroie  $K^*$** , paramètre chargé de synthétiser le comportement en traction de la courroie. Il est en fait usité de recalculer les paramètres de raideur des courroies. En effet, peu de modèles peuvent être réellement prédictifs étant donnée la complexité composite de la courroie.
- **Le coefficient d'amortissement visqueux  $\mu^*$**  appliqué sur la rotation de la poulie menée et des galets. Ce paramètre concentre les pertes de puissances globales de la transmission et doit être ajusté à un niveau suffisant pour assurer une bonne convergence des intégrations temporelles dans des temps de calcul raisonnables.

L'étude paramétrique présentée à la section 4.2.1 montre l'influence de ces deux paramètres sur le niveau de concordance entre les signaux numériques et expérimentaux de la vitesse angulaire instantanée de la poulie menée. Cette étude mène à l'identification de valeurs optimales de recalage. Les analyses exposées en section 4.2.2 permettent une première validation de ces valeurs de recalage sur le cas usuel prenant en compte la globalité des quantités d'intérêt (vitesse angulaire et efforts de tension dans les brins).

### 4.2.1 Recalage

L'étude paramétrique de recalage a été conduite pour des valeurs de la constante de raideur longitudinale et du coefficient d'amortissement visqueux respectivement comprise dans les intervalles  $[150\ 000, 400\ 000\ \text{N}]$  et  $[0, 10\ \text{Nms}]$ . Le niveau de concordance des signaux expérimentaux et numériques est estimé à partir de l'indicateur d'écart relatif  $\chi$ . Cet indicateur est calculé par intégration dans le domaine angulaire  $\mathcal{A}$  (fenêtre d'observation de 50 tours de poulie motrice) :

$$\chi = \frac{\int_{\mathcal{A}} |\dot{\theta}_{2,XP} - \dot{\theta}_{2,NUM}|}{\int_{\mathcal{A}} |\dot{\theta}_{2,XP}|} \quad (4.1)$$

$\dot{\theta}_{2,XP}$  et  $\dot{\theta}_{2,NUM}$  désignent respectivement les signaux de vitesse angulaire de la poulie menée obtenus expérimentalement et numériquement.

Pour les trois régimes considérés, la figure 4.1 montre l'évolution de l'indicateur  $\chi$  en fonction des paramètres  $K^*$  et  $\mu^*$ . Le niveau de l'indicateur dans une zone paramétrique est désigné par sa couleur. Les valeurs minimales sont représentées par une couleur froide (bleu) et les valeurs maximales par une couleur chaude (jaune). On remarque que quel que soit le régime il existe une zone froide (niveau de concordance optimale) toujours située dans la même zone



paramétrique. Cette zone paramétrique définit ainsi les valeurs de recalage optimales :

$$\begin{cases} K^* = 250 \text{ kN} \\ \mu^* = 1.5 \text{ Nms} \end{cases} \quad (4.2)$$

Pour ces valeurs de recalage, l'indicateur  $\chi$  reste compris entre 10 et 20% quel que soit le régime moteur considéré.

La valeur réelle de la constante de raideur longitudinale de la courroie a été estimée expérimentalement à 400 kN d'après une méthode de mesure en traction proposée par Manin et al. [Manin 08]. Cette valeur réelle est 1.6 fois supérieure à la valeur de recalage identifiée ici. Cette différence notable est discutée en section 4.4.

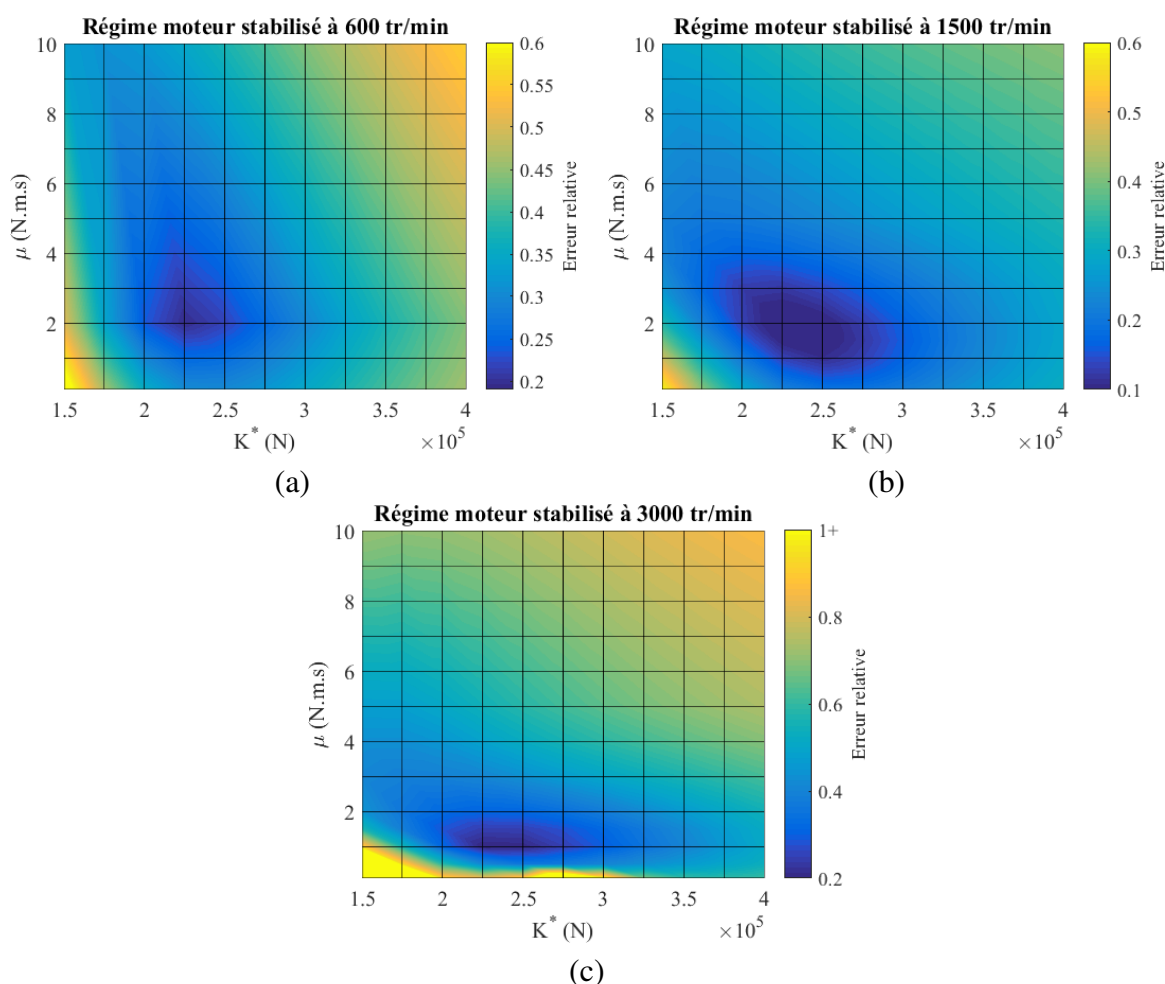


FIGURE 4.1 – Indicateur intégral d'écart relatif ( $\chi$ ) entre les signaux expérimental et numérique de la vitesse angulaire de la poulie menée  $\theta_2$  en fonction des paramètres d'entrée du modèle  $K^*$  et  $\mu^*$  pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min

### 4.2.2 Validation du modèle recalé

Les valeurs de recalage identifiées en section 4.2.1 permettent ensuite de valider le modèle par une étude plus en détail des signaux mesurés et simulés associés aux quantités d'intérêt. Cette validation sur le cas usuel repose sur une analyse des tracés angulaires instantanés et du contenu spectral fin des signaux. Les mesures et les données simulées relatives à la vitesse angulaire de la poulie menée sont analysées en section 4.2.2.1. La section 4.2.2.2 est plus spécialement dédiée à l'étude des efforts de tension dans les brins tendu et mou de la transmission. La mesure et la simulation de ceux-ci est d'une difficulté supérieure et fait l'originalité des présents résultats.

#### 4.2.2.1 Vitesse angulaire de la poulie menée

La figure 4.2 montre une comparaison des signaux expérimentaux et numériques de la vitesse angulaire de la poulie menée pour les trois régimes moteur considérés. Les contenus spectraux associés sont présentés aux figures 4.3 à 4.5.

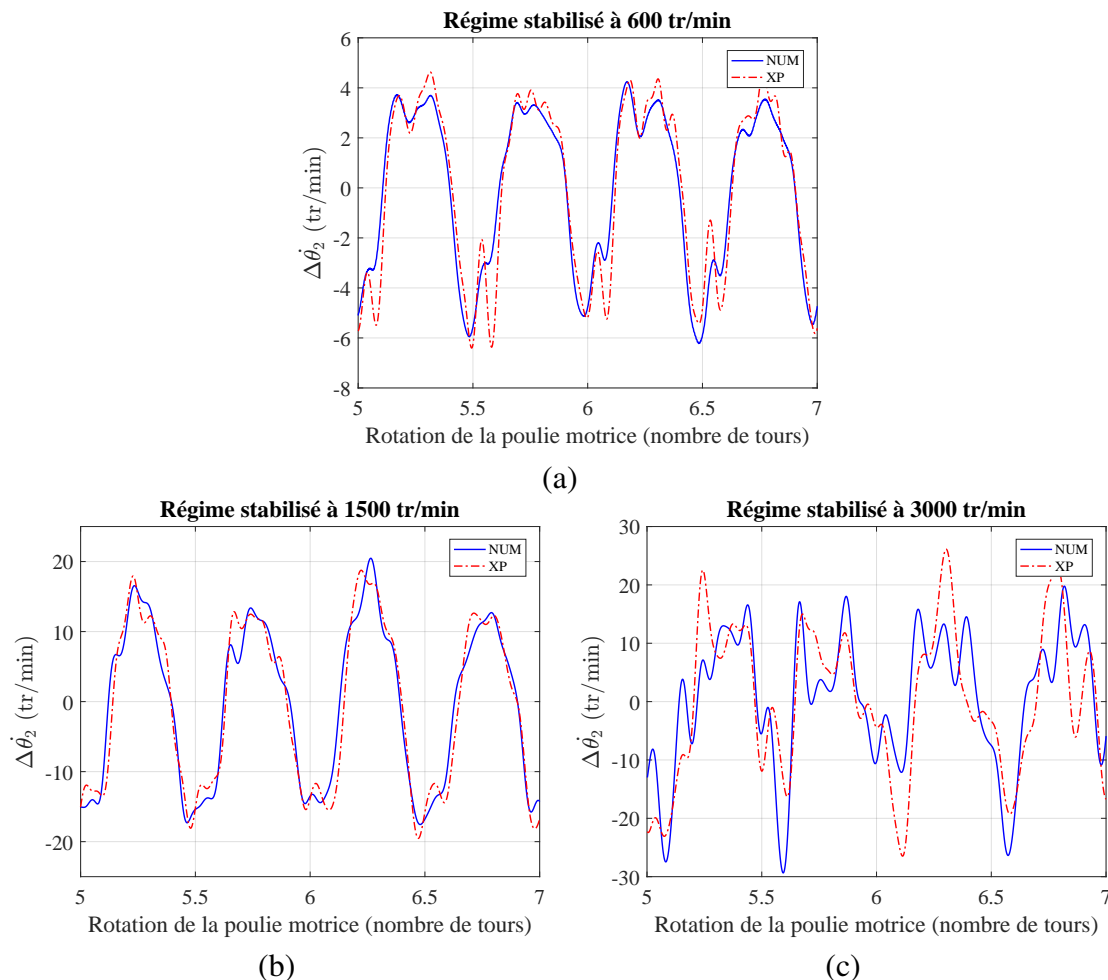


FIGURE 4.2 – Comparaison des signaux expérimental et numérique de la vitesse angulaire de la poulie menée  $\theta_2$  pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min

Pour des régimes moteur fixés à 600 et 1500 tr/min, les variations de vitesse angulaire mesurées et simulées apparaissent quasi-superposées. Les spectres des signaux sont très semblables. On retrouve une harmonique dominante d'ordre 2 et des harmoniques secondaires majoritairement d'ordre paire et d'amplitudes moindres. La différence d'amplitude de l'harmonique H2 dominante des signaux expérimentaux et numériques n'excède pas 5%.

Au régime le plus haut (3000 tr/min), la concordance sur les grandeurs instantanées est moins claire. L'harmonique dominante H2 est bien similaire pour les deux signaux (écart d'amplitude de 11% seulement) mais des décrochages quasi-périodiques de faible amplitude perturbent le signal numérique. Ces décrochages sont essentiellement liés à des harmoniques secondaires d'ordres plus élevés. On remarque notamment la présence d'une harmonique d'ordre 6 marquée sur le signal numérique et absente dans la mesure. À l'inverse, le signal expérimental comporte une harmonique d'ordre 6.5 absente sur le signal simulé. On note également une différence d'amplitude assez marquée sur l'harmonique à 9.5 ev/tr (+87% sur le signal numérique).

On déduit de ces observations brutes que le modèle montre certaines limites quant à la prédiction des variations de vitesse angulaire liées à des phénomènes secondaires à hautes fréquences pour des régimes élevés. Cependant, les phénomènes dynamiques dominants (ici H2) restent bien prédits quel que soit le régime. Il s'agit de la qualité principale attendue pour ce modèle de dynamique angulaire en approche 0D/1D visant, in fine, à reproduire l'effet des poulies NC.

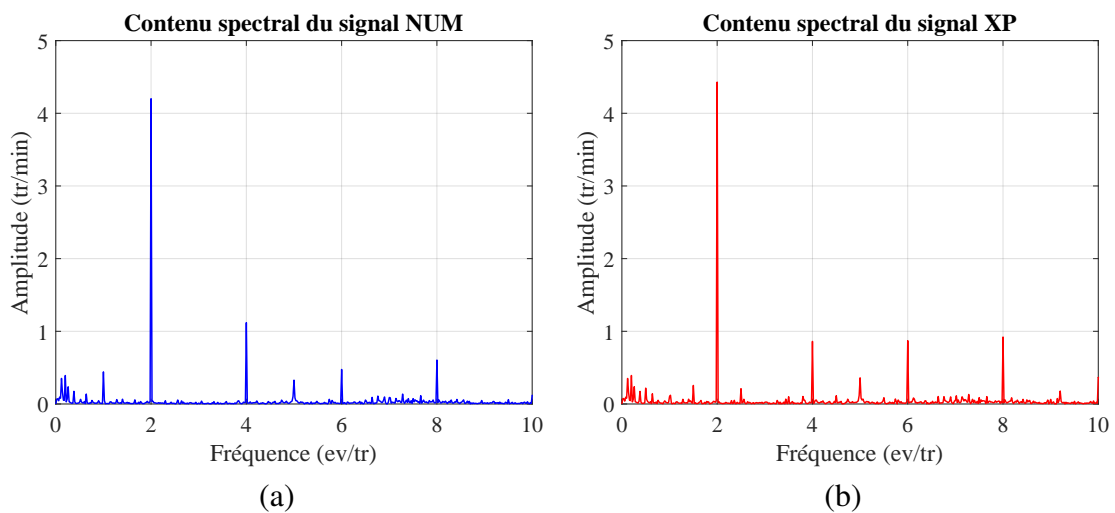


FIGURE 4.3 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de la vitesse angulaire de la poulie menée  $\theta_2$  pour un régime moteur stabilisé à 600 tr/min

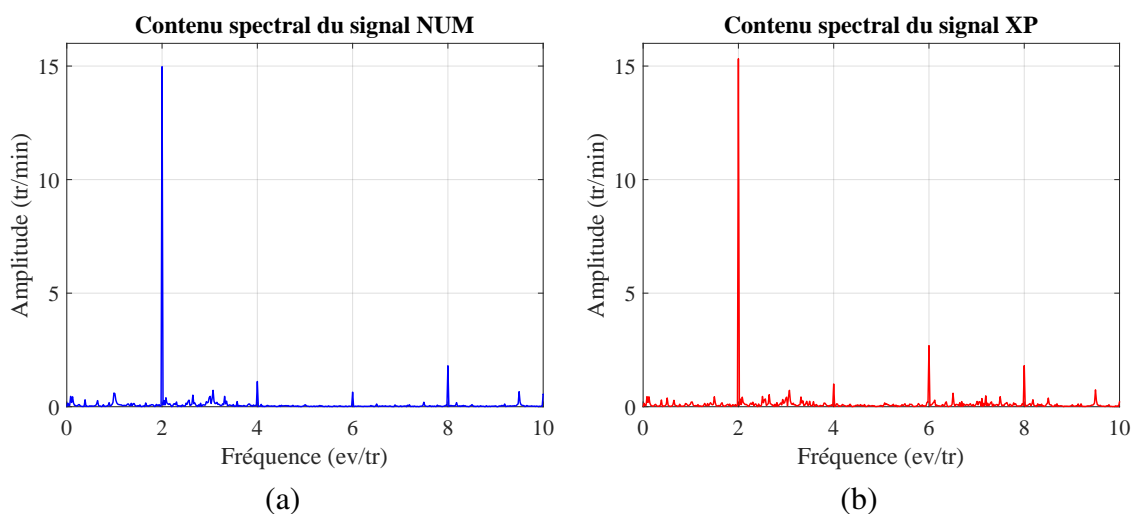


FIGURE 4.4 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de la vitesse angulaire de la poulie menée  $\theta_2$  pour un régime moteur stabilisé à 1500 tr/min

## 4.2. RECALAGE ET VALIDATION DANS LE CAS USUEL (POULIES CIRCULAIRES)

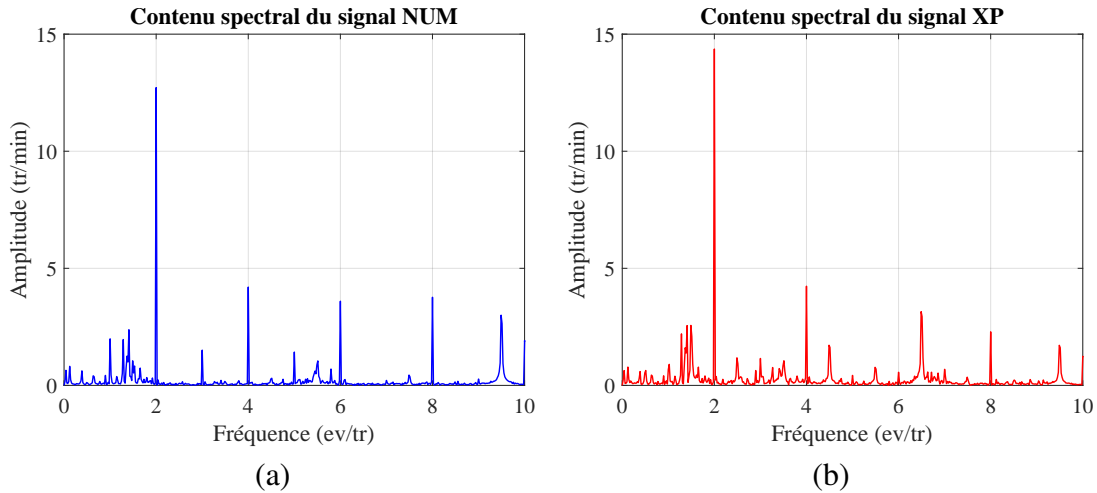


FIGURE 4.5 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de la vitesse angulaire de la poulie menée  $\theta_2$  pour un régime moteur stabilisé à 3000 tr/min

### 4.2.2.2 Efforts de tension

Les signaux expérimentaux et numériques relatifs aux variations de l'effort de tension du brin tendu sont tracés en fonction de l'angle de rotation de la poulie motrice en figure 4.6. Les spectres angulaires associés sont tracés aux figures 4.7 à 4.9.

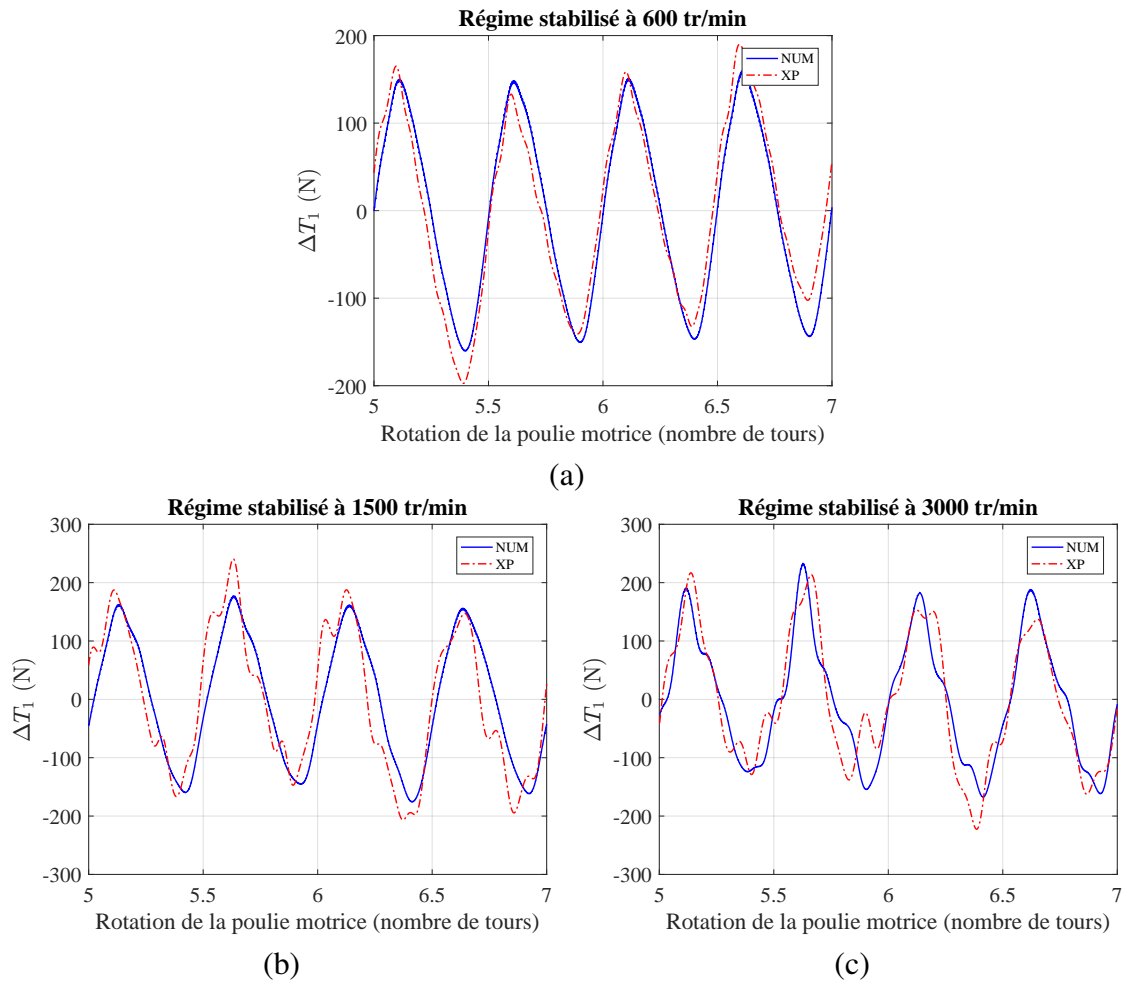


FIGURE 4.6 – Comparaison des signaux expérimental et numérique de l'effort de tension dans le brin tendu  $T_1$  pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min

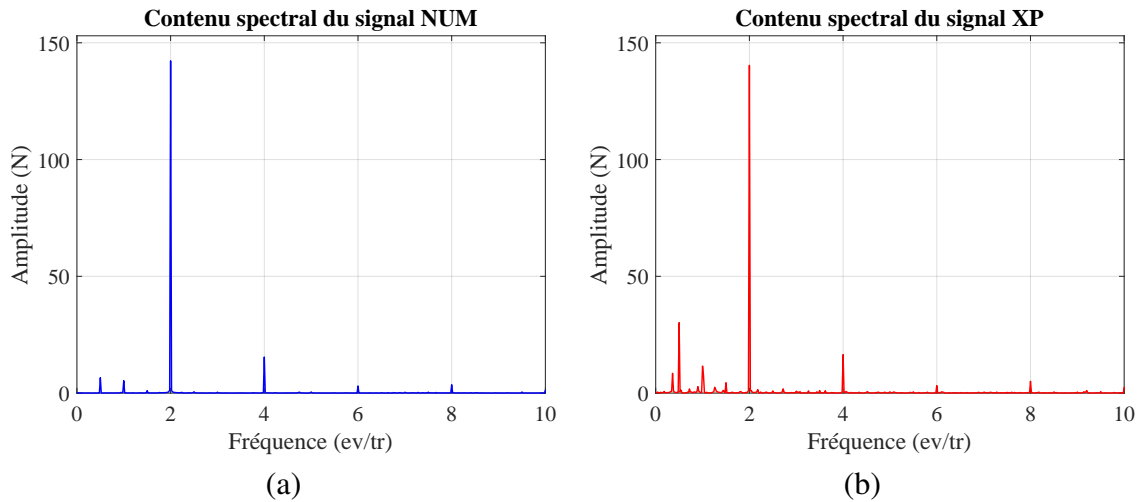


FIGURE 4.7 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l’effort de tension dans le brin tendu  $T_1$  pour un régime moteur stabilisé à 600 tr/min

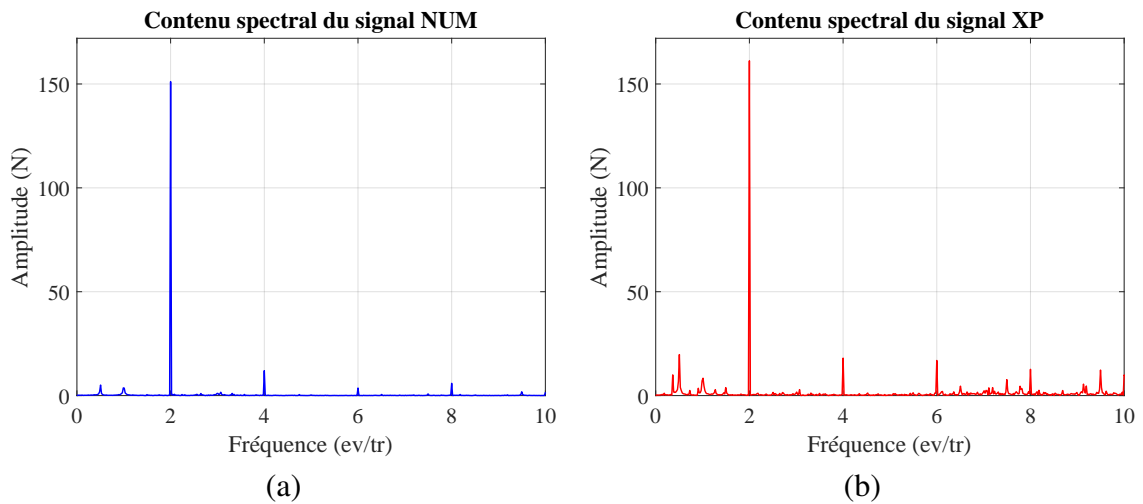


FIGURE 4.8 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l’effort de tension dans le brin tendu  $T_1$  pour un régime moteur stabilisé à 1500 tr/min

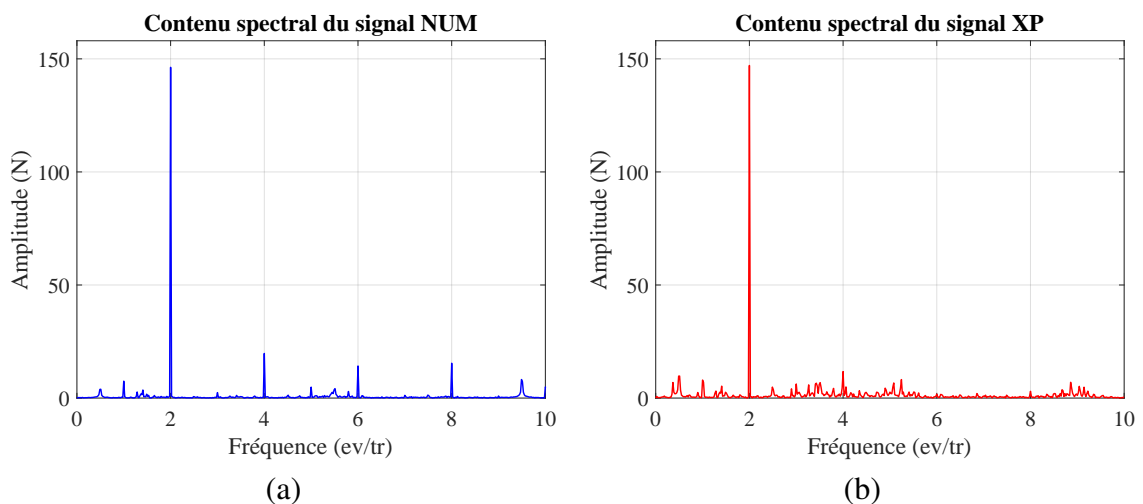


FIGURE 4.9 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l’effort de tension dans le brin tendu  $T_1$  pour un régime moteur stabilisé à 3000 tr/min

Quel que soit le régime considéré, les prédictions numériques des variations de l'effort de tension du brin tendu concordent globalement très bien avec les valeurs issues des mesures. L'amplitude de l'harmonique dominante d'ordre 2 est toujours prédite avec précision (écart maximal de 6%). On remarque toutefois de légères erreurs de prédiction concernant des harmoniques secondaires d'ordre plus élevés pour les régimes moteur stabilisés à 1500 et 3000 tr/min. On note également la présence systématique d'une harmonique d'ordre 0.5 assez marquée sur les signaux expérimentaux mais très peu visible sur les signaux numériques. Cette harmonique générée par la très probable présence d'un défaut géométrique ou désalignement sur l'axe mené qui perturbe la dynamique angulaire du dispositif expérimental. Ce type de phénomène n'est pas pris en compte par le modèle. Il est donc tout à fait logique de ne pas retrouver cette contribution harmonique dans les signaux simulés. On observe globalement les mêmes tendances pour les variations d'effort de tension dans le brin mou tracés en figure 4.10. Les figures 4.11 à 4.13 décrivent le contenu fréquentiel des signaux mesurés et simulés. Pour les trois régimes moteur testés, le modèle prédit correctement l'harmonique dominante H2 avec un écart maximal de 9% par rapport au signal mesuré. Les signaux sont par ailleurs parfaitementphasés.

Ces résultats ajoutés aux éléments présentés en section 4.2.2.1 montrent que le modèle présente une bonne capacité prédictive des harmoniques dominantes gouvernant les variations quasi-périodiques de la vitesse angulaire de la poulie menée et des efforts de tension dans les brins. Cela confirme la pertinence des paramètres de recalage identifiés en section 4.2.1.

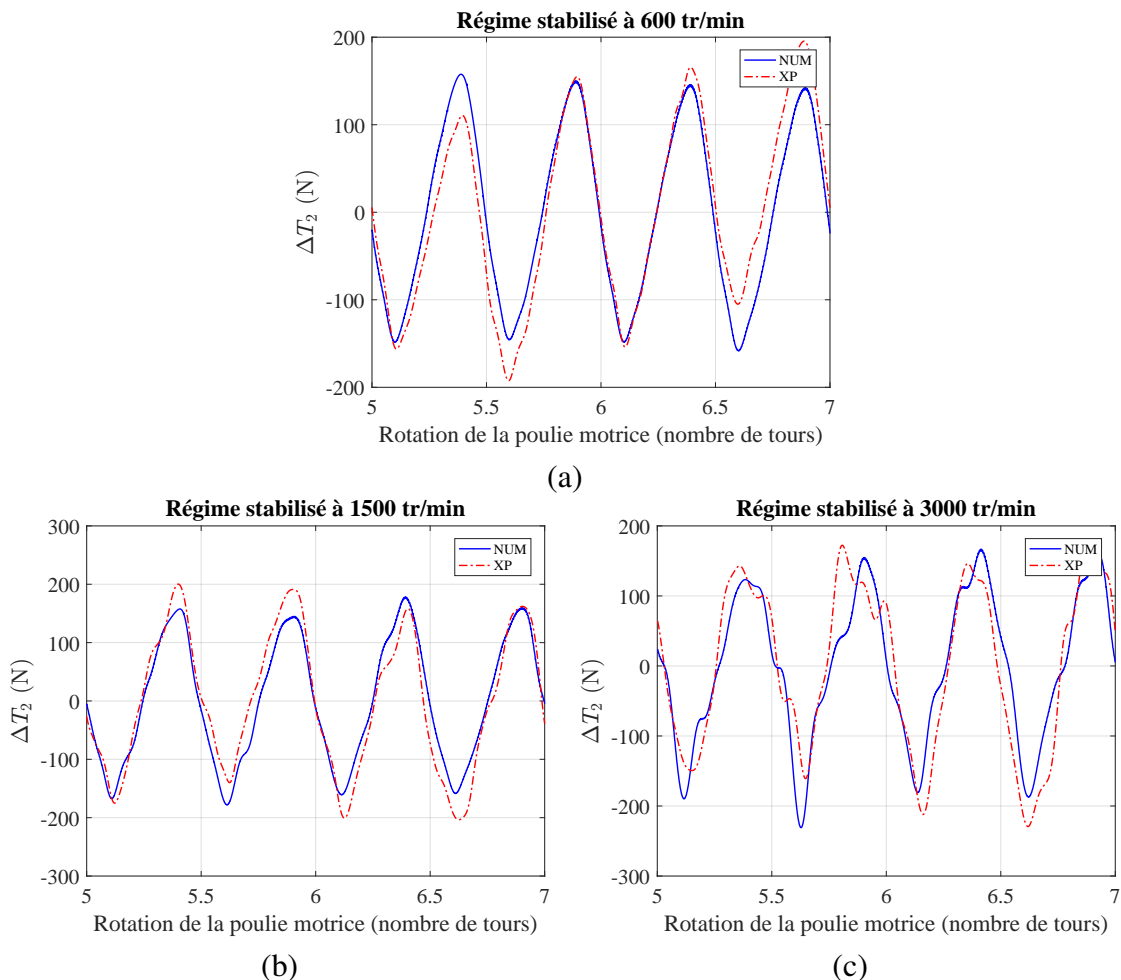


FIGURE 4.10 – Comparaison des signaux expérimental et numérique de l'effort de tension dans le brin mou  $T_2$  pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min

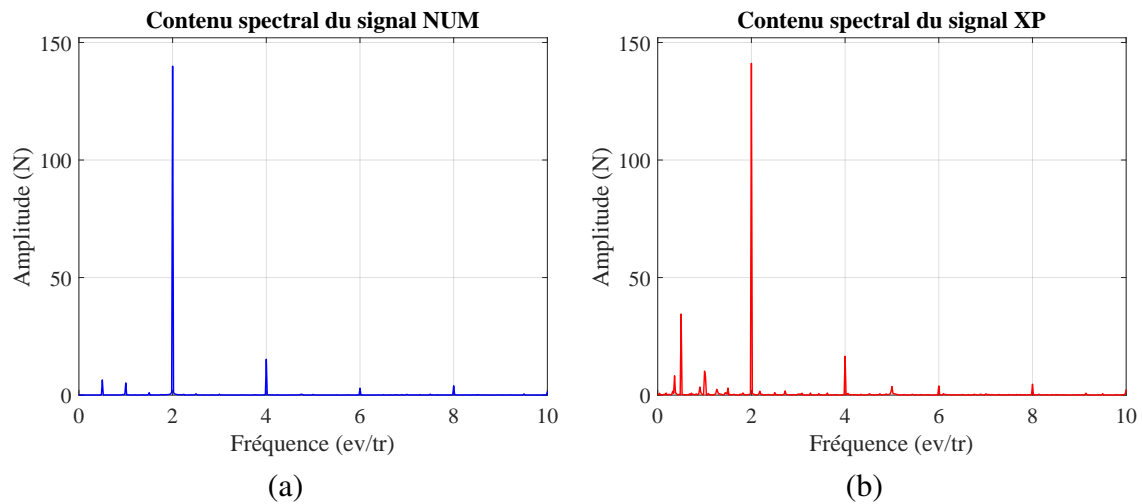


FIGURE 4.11 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l’effort de tension dans le brin mou  $T_2$  pour un régime moteur stabilisé à 600 tr/min

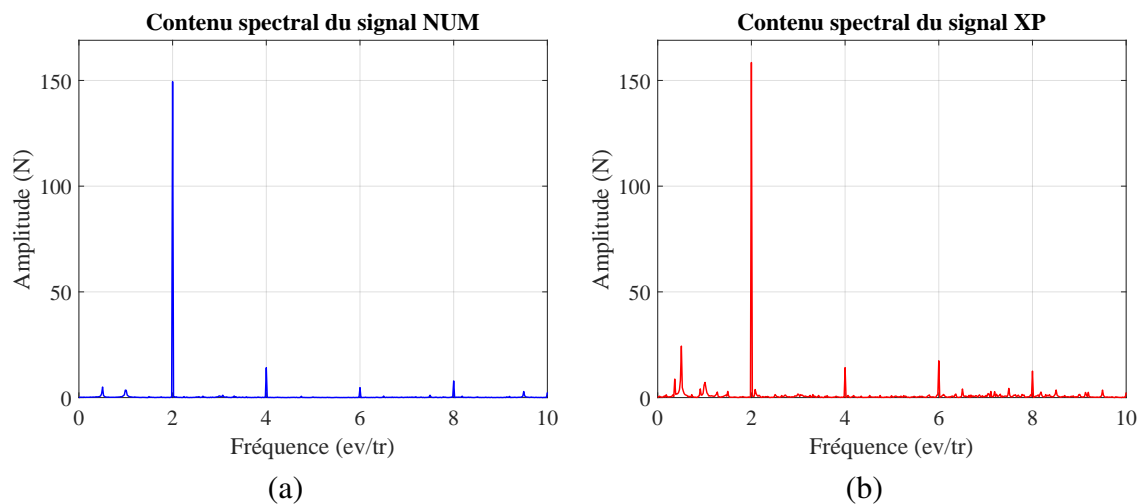


FIGURE 4.12 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l’effort de tension dans le brin mou  $T_2$  pour un régime moteur stabilisé à 1500 tr/min

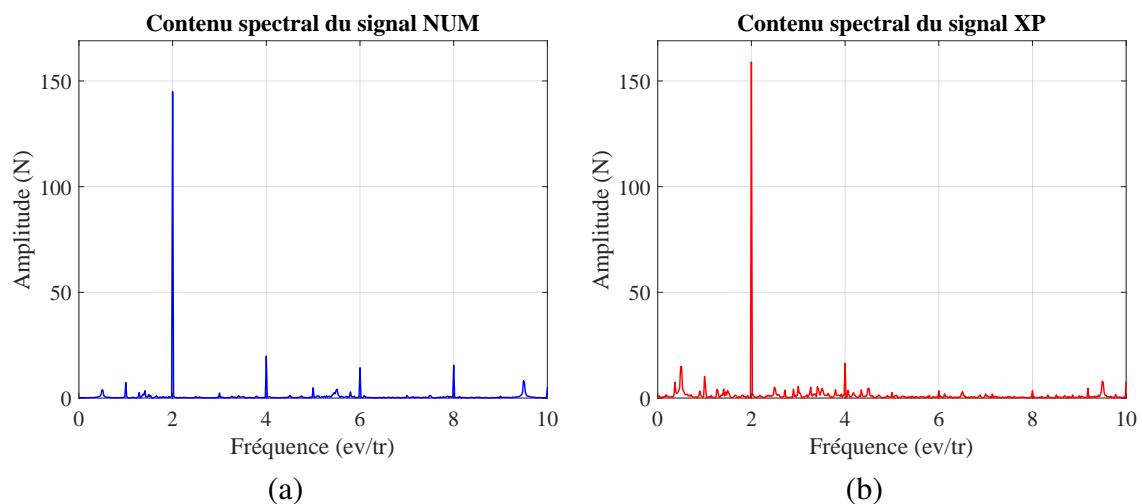


FIGURE 4.13 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l’effort de tension dans le brin mou  $T_2$  pour un régime moteur stabilisé à 3000 tr/min

## 4.3 Validation en présence d'une poulie bilobée

La validation du modèle, initialement recalé sur le cas usuel (poulies circulaires) et intégrant maintenant une poulie bilobée, est établie en deux temps. On étudie d'abord (section 4.3.1) la capacité du modèle à prédire la dynamique angulaire de la transmission sous l'effet isolé d'une poulie bilobée. On s'intéresse ensuite (section 4.3.2) à l'effet correctif de la poulie en présence d'une excitation angulaire externe (couple H2), qui conduit à une dynamique plus riche.

### 4.3.1 Effet propre à la poulie bilobée

On cherche ici à vérifier que le modèle prédit correctement la réponse dynamique induite par la seule poulie motrice bilobée, en l'absence de toute autre source d'excitation angulaire. L'analyse comparative des signaux numériques et expérimentaux est opérée pour l'angle de calage  $N^{\circ}1$  du plan d'expérience défini au chapitre 3. La vitesse angulaire de la poulie menée et les efforts de tension des brins sont respectivement étudiés aux sections 4.3.1.1 et 4.3.1.2.

#### 4.3.1.1 Vitesse angulaire de la poulie menée

La figure 4.14 montre une comparaison des signaux mesurés et simulés de la variation de vitesse angulaire instantanée de la poulie menée pour les trois régimes stabilisés considérés.

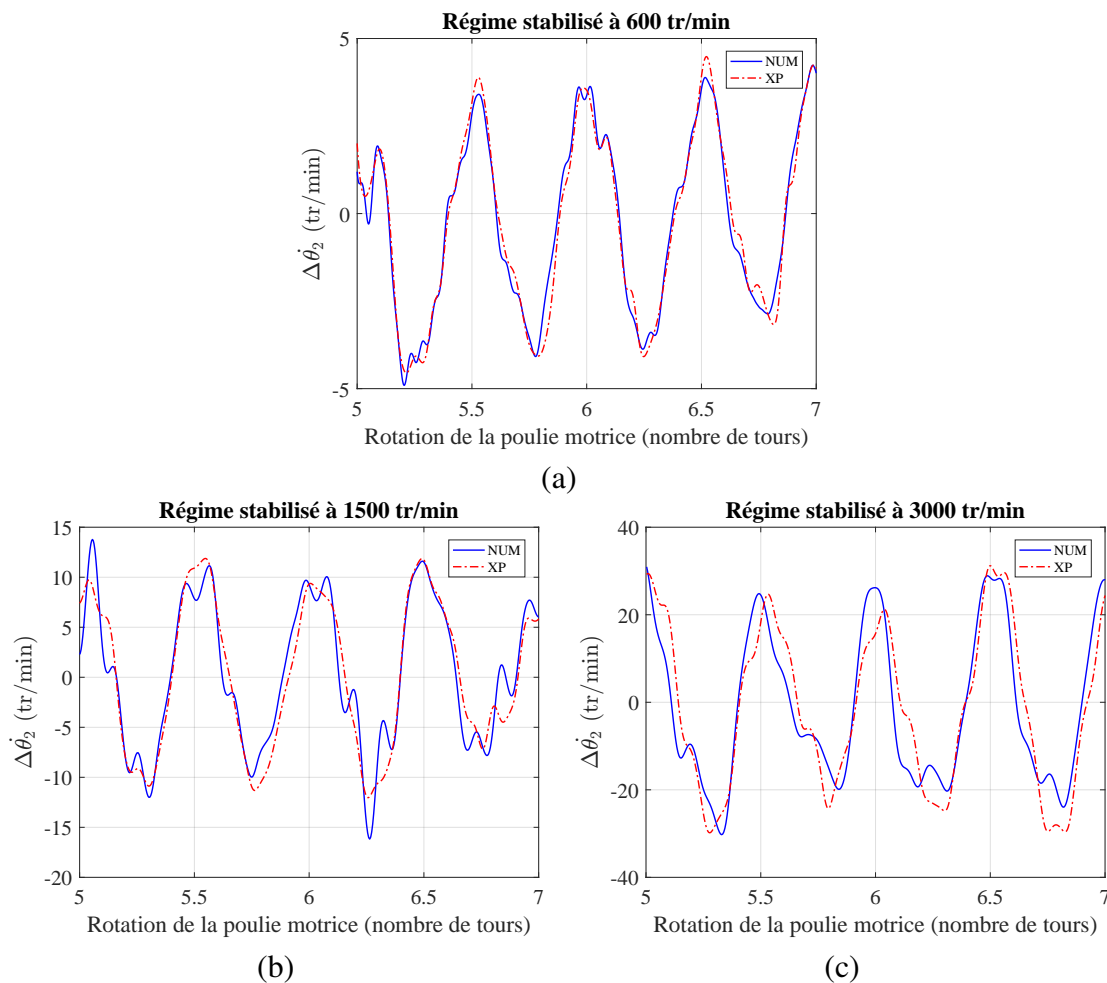


FIGURE 4.14 – Comparaison des signaux expérimental et numérique de la vitesse angulaire de la poulie menée  $\theta_2$  pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min



Pour les trois régimes moteur stabilisés, les signaux expérimentaux et numériques sont très semblables. L'harmonique dominante d'ordre 2 est globalement bien prédite par le modèle puisque les variations sont toujours parfaitement phasées et l'écart d'amplitude n'excède jamais 10%. On note toutefois la présence de légers décrochages sur les valeurs instantanées lorsque le régime moteur atteint 1500 et 3000 tr/min. Ces décrochages correspondent à des harmoniques secondaires d'ordre plus élevés. À 1500 tr/min, l'amplitude de l'harmonique d'ordre 9.5 est presque 2 fois plus importante sur le spectre numérique. À 3000 tr/min ce sont les harmoniques d'ordres 3.8 et 4 qui sont surestimées par le modèle avec des amplitudes 4 fois supérieures aux niveaux mesurés. Les spectres angulaires des signaux sont donnés par les figures 4.15 à 4.17.

On retrouve ici une tendance déjà observée lors de l'étude du cas usuel en section 4.2.2.1. Le modèle prédit assez bien les phénomènes périodiques dominant quel que soit le régime moteur mais présente certaines limites pour reproduire les phénomènes secondaires d'ordre de périodicité plus élevé.

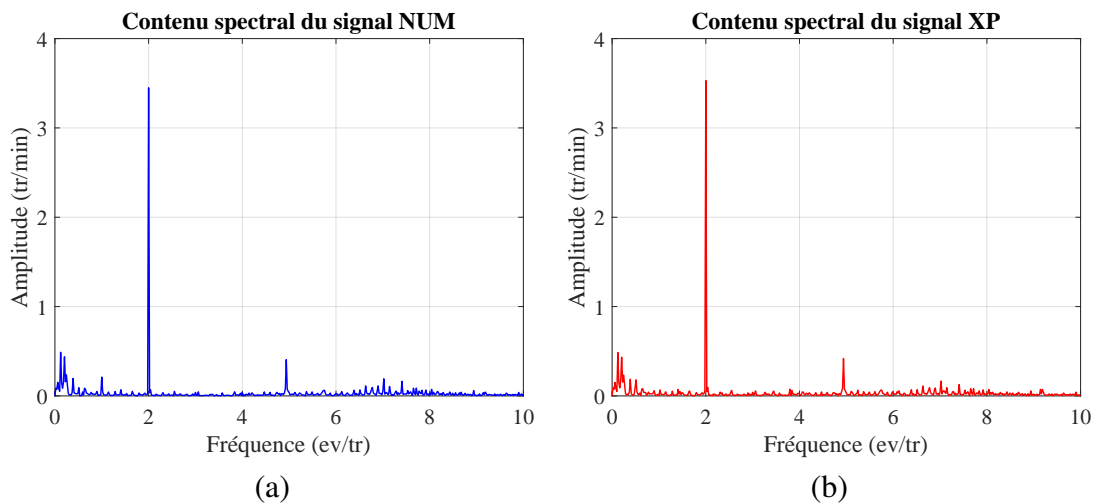


FIGURE 4.15 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de la vitesse angulaire de la poulie menée  $\theta_2$  pour un régime moteur stabilisé à 600 tr/min

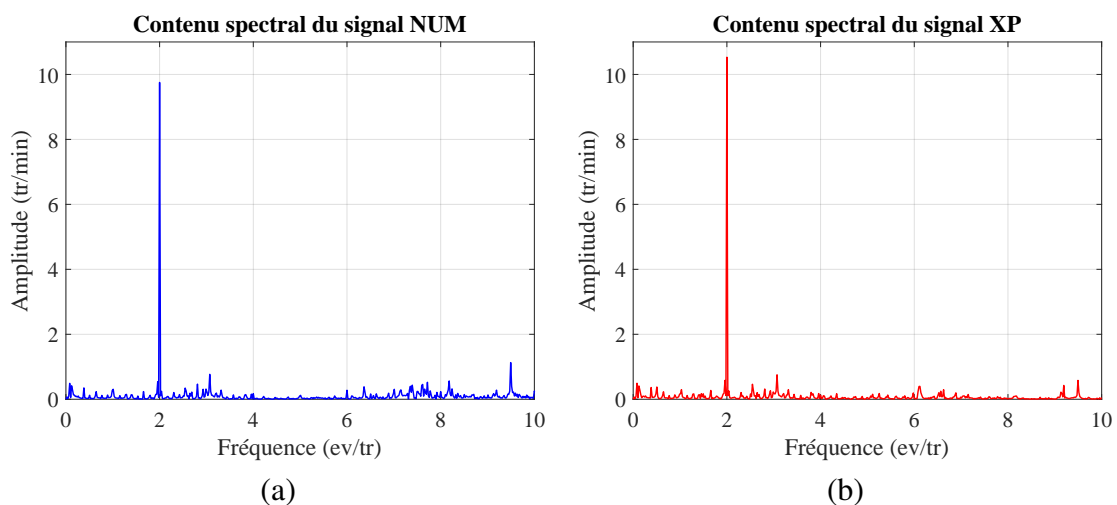


FIGURE 4.16 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de la vitesse angulaire de la poulie menée  $\theta_2$  pour un régime moteur stabilisé à 1500 tr/min

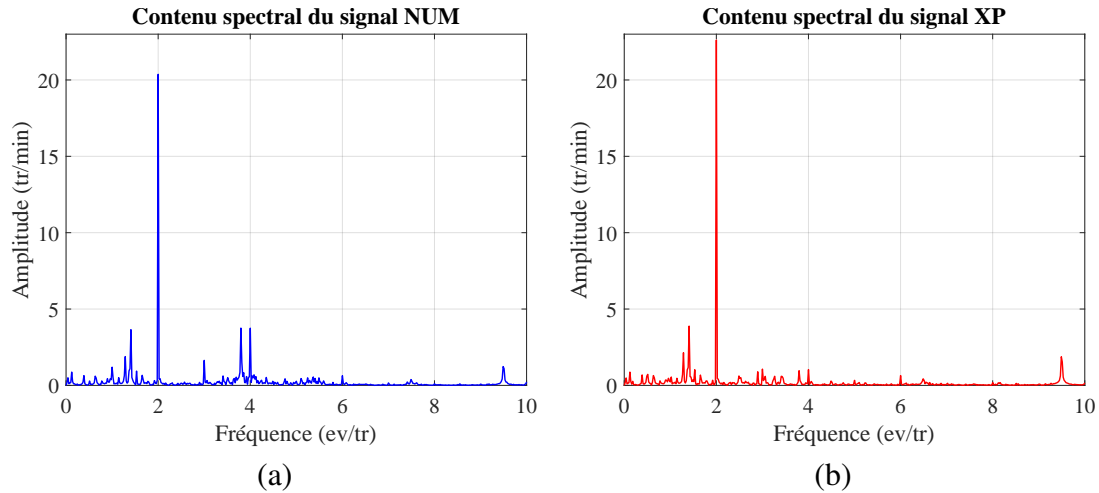


FIGURE 4.17 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de la vitesse angulaire de la poulie menée  $\dot{\theta}_2$  pour un régime moteur stabilisé à 3000 tr/min

#### 4.3.1.2 Efforts de tension

La tracé angulaire et le contenu fréquentiel des variations des efforts de tension mesurées et simulées sont tracés en figures 4.18 à 4.21 et en figures 4.22 à 4.25 pour les brins tendu et mou.

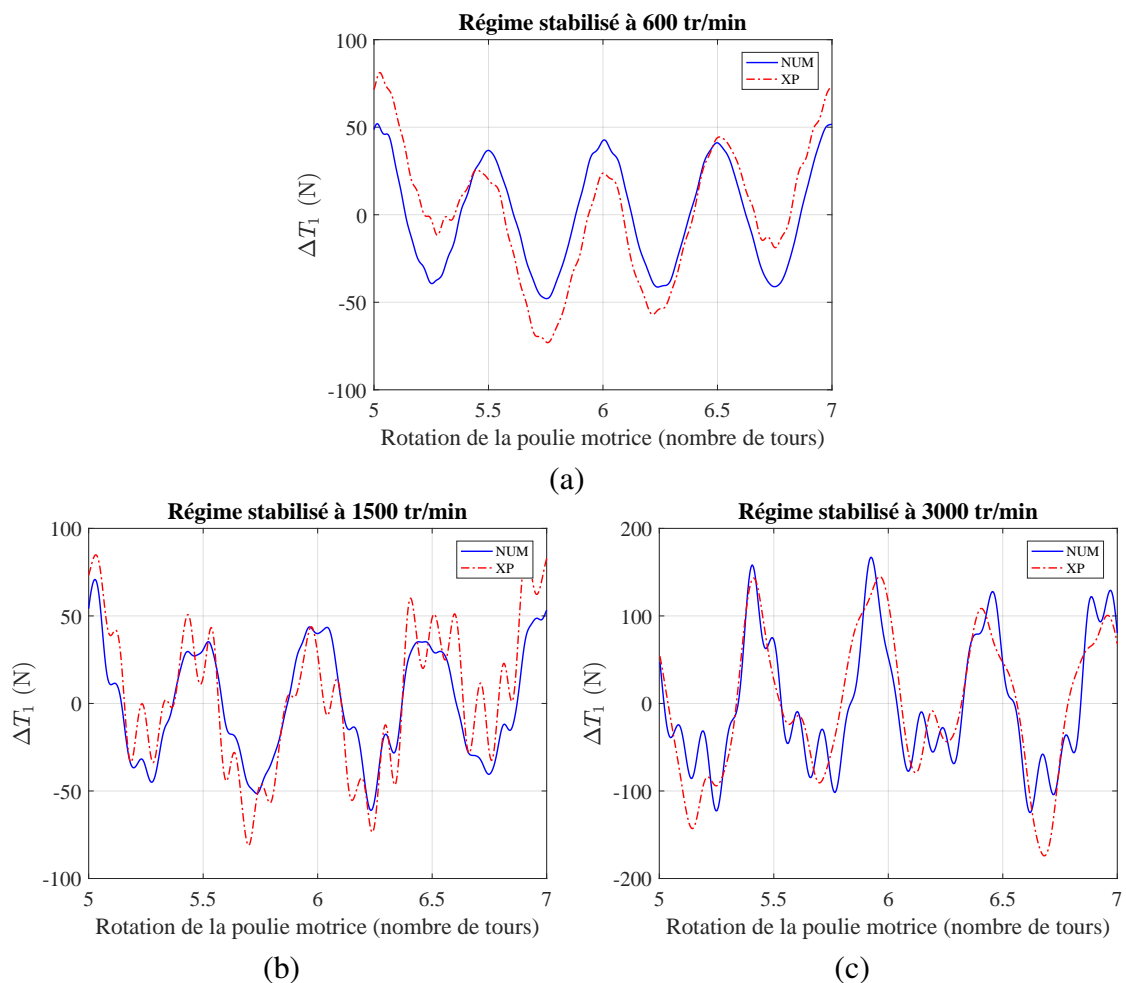


FIGURE 4.18 – Comparaison des signaux expérimental et numérique de l'effort de tension dans le brin tendu  $T_1$  pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min

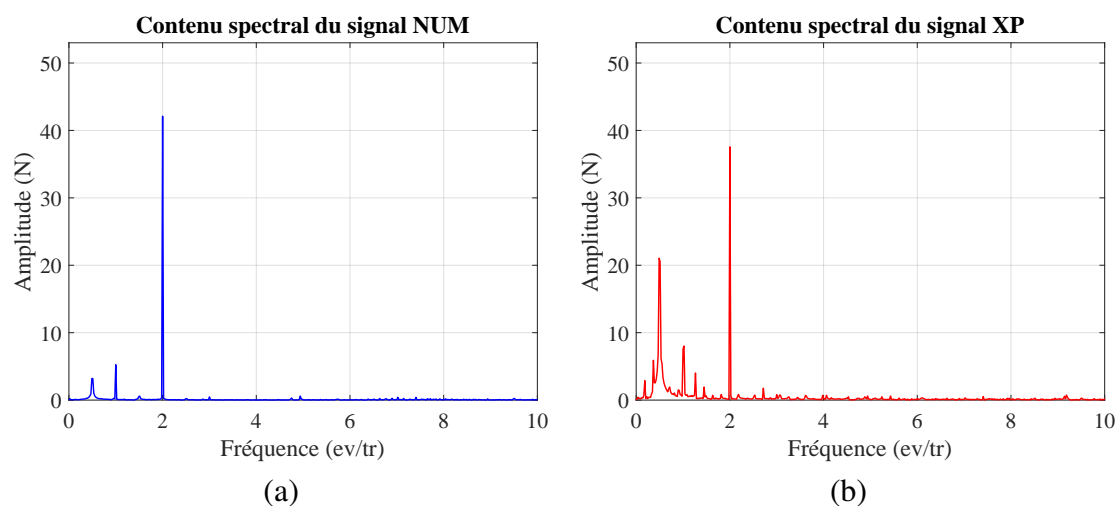


FIGURE 4.19 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l'effort de tension dans le brin tendu  $T_1$  pour un régime moteur stabilisé à 600 tr/min

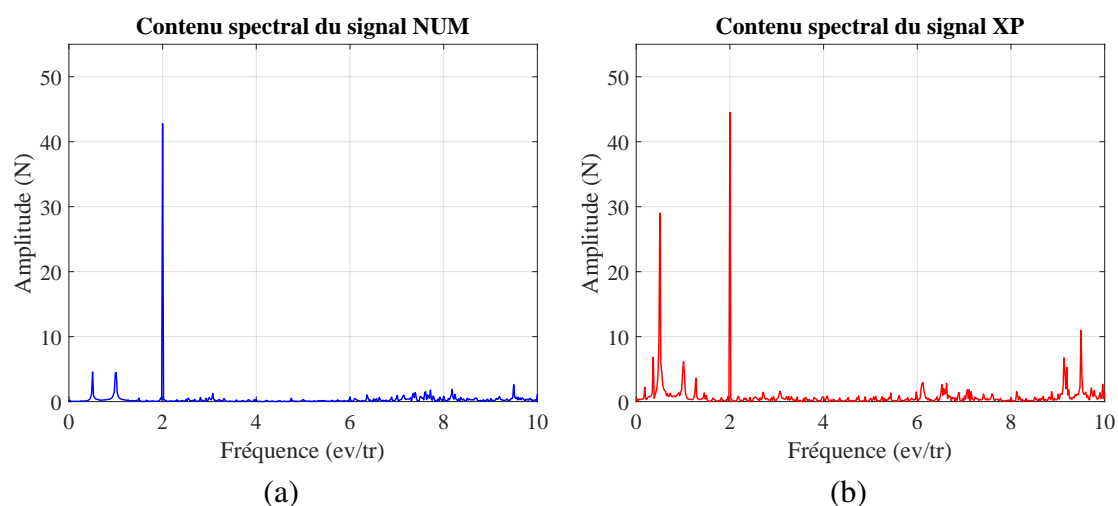


FIGURE 4.20 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l'effort de tension dans le brin tendu  $T_1$  pour un régime moteur stabilisé à 1500 tr/min

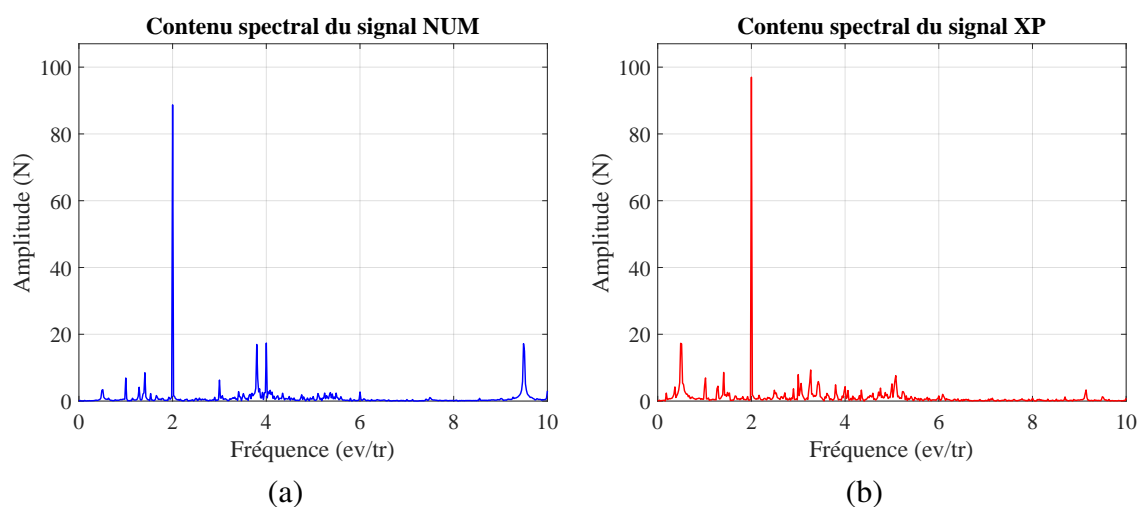


FIGURE 4.21 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l'effort de tension dans le brin tendu  $T_1$  pour un régime moteur stabilisé à 3000 tr/min

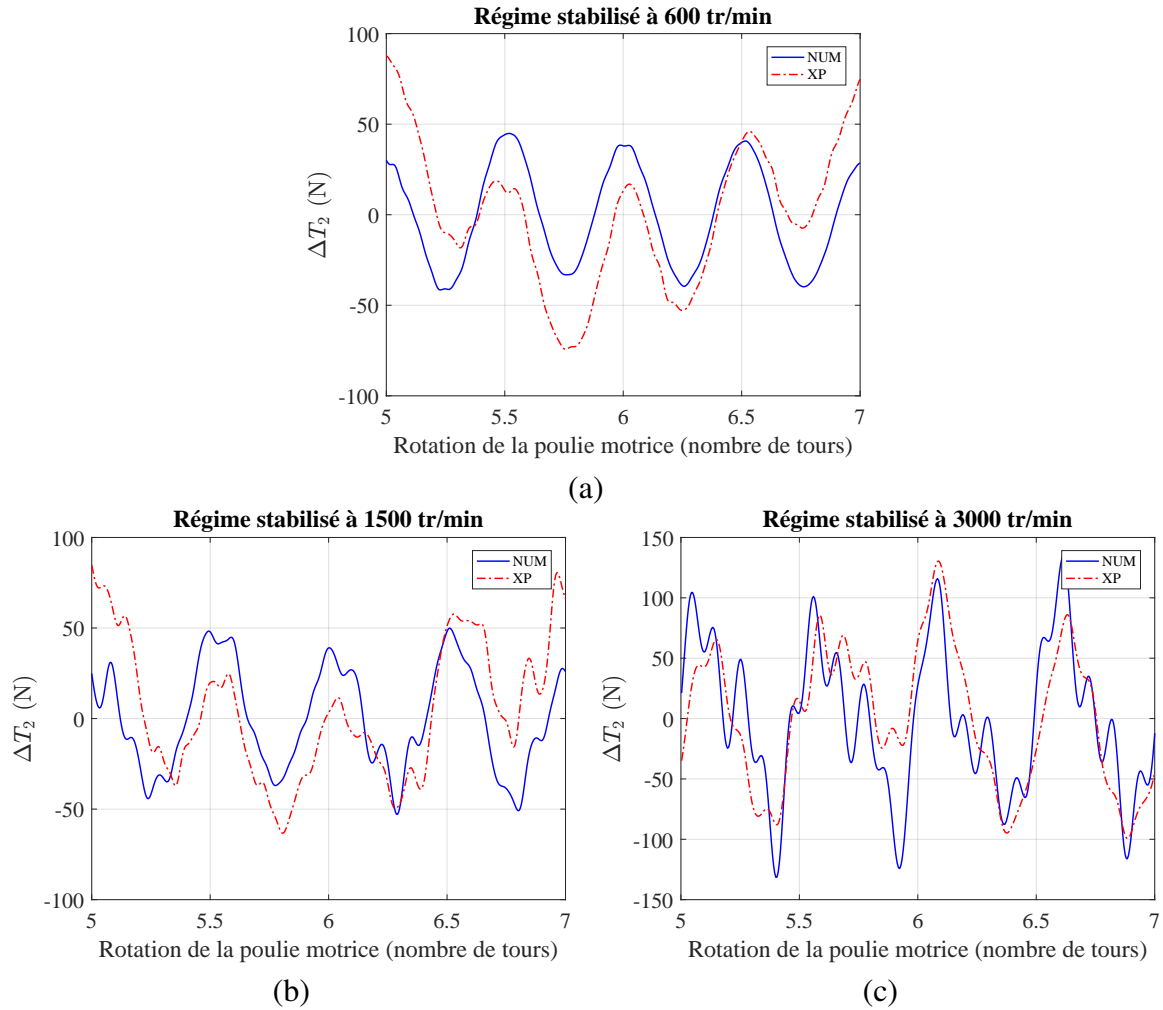


FIGURE 4.22 – Comparaison des signaux expérimental et numérique de l’effort de tension dans le brin mou  $T_2$  pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min

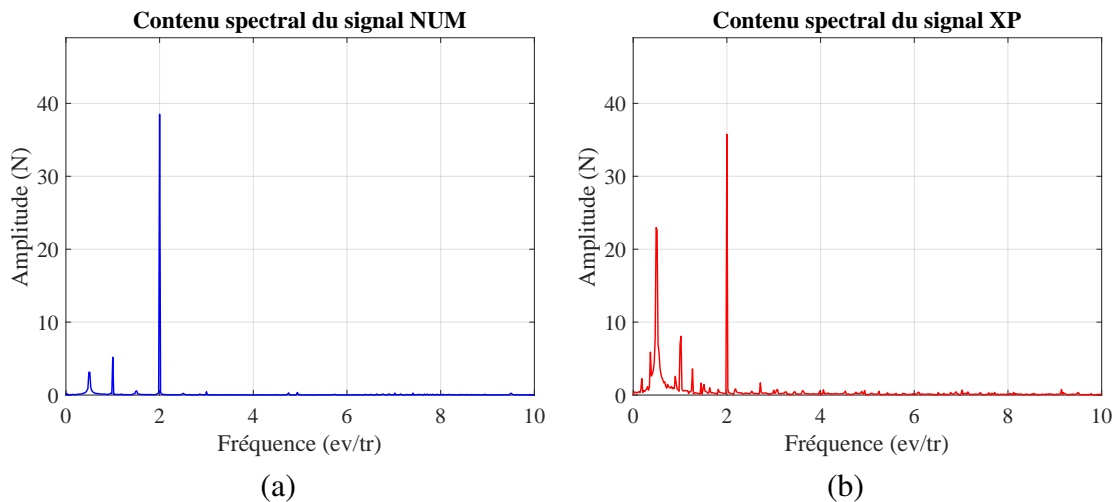


FIGURE 4.23 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l’effort de tension dans le brin mou  $T_2$  pour un régime moteur stabilisé à 600 tr/min

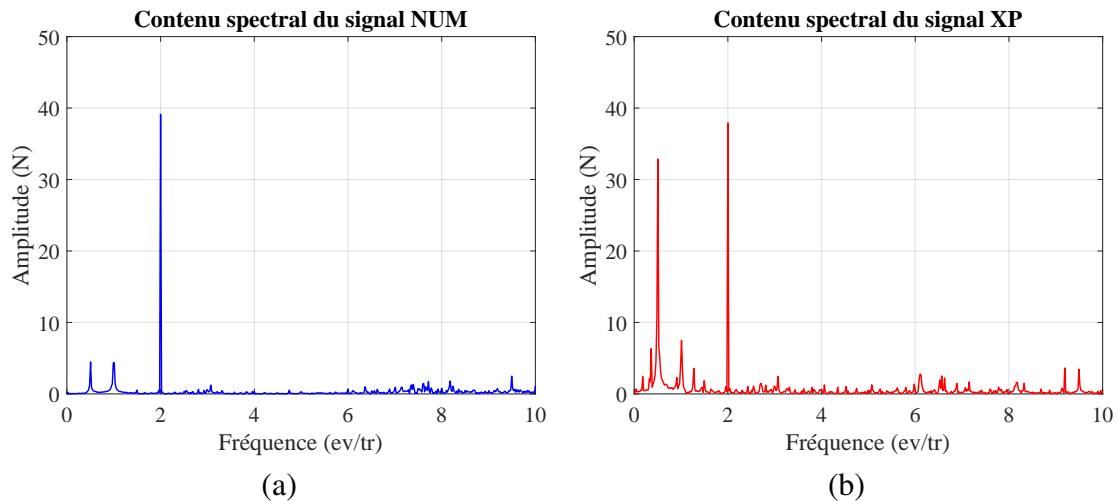


FIGURE 4.24 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l’effort de tension dans le brin mou  $T_2$  pour un régime moteur stabilisé à 1500 tr/min

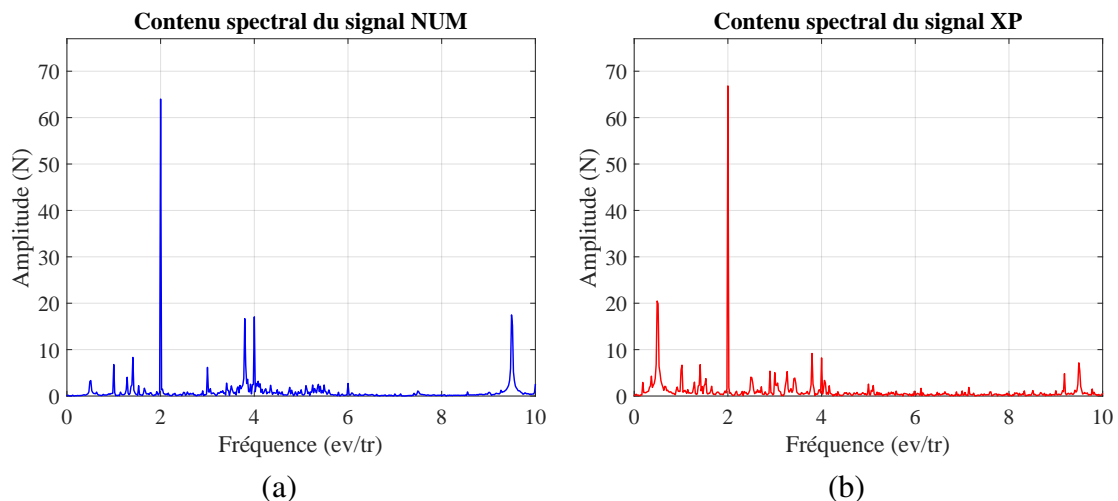


FIGURE 4.25 – Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l’effort de tension dans le brin mou  $T_2$  pour un régime moteur stabilisé à 3000 tr/min

Les signaux expérimentaux sont dominés par deux harmoniques d’ordres 0.5 et 2. L’harmonique d’ordre 2 est de nouveau assez bien prédites par le modèle. L’écart entre les amplitudes H2 relevées sur les spectres expérimentaux et numériques est de 12% pour le brin tendu et 8% pour le brin mou. La phase de cette harmonique dominante est également toujours très bien reproduite. Par construction, l’harmonique d’ordre 0.5 n’apparaît pas sur les spectres numériques. Comme dit précédemment, cette harmonique résulte de la présence d’un défaut de montage (géométrique ou désalignement) sur l’axe de rotation de la poulie menée du dispositif expérimental. Le modèle numérique ne prend pas en compte ce type de phénomène. C’est ce qui explique que l’on ne retrouve pas une harmonique d’ordre 0.5 aussi marquée sur les spectres numériques.

On note également l’apparition de légers décrochages sur les tracés instantanés pour les régimes moteur élevés. À 1500 tr/min, ces décrochages sont liés à deux harmoniques d’ordres 9 et 9.5 qui apparaissent clairement sur les spectres expérimentaux mais ne semblent pas détectées par le modèle. Lorsque le régime moteur atteint 3000 tr/min, les décrochages concernent les harmoniques secondaires d’ordre 3.8, 4 et 9.5. Ces trois harmoniques apparaissent bien plus

marquées sur les spectres numériques et ne semblent donc pas réellement exister sur le dispositif expérimental.

Ces résultats et les conclusions précédemment établies à la section 4.3.1.1 montrent que le modèle recalé reste quantitativement bien prédictif en présence d'une poulie non circulaire. On note en particulier que ce dernier permet de capter convenablement les harmoniques dominantes (bonne estimation de l'amplitude et de la phase) qui composent la réponse dynamique de la transmission induite par la poulie bilobée. Comme pour le cas usuel, on a pu voir que le modèle présente toutefois une capacité prédictive plus limitée concernant les phénomènes secondaires relatifs à des harmoniques d'ordre plus élevé mais relativement de faible amplitude lorsque le régime moteur devient trop important (supérieur à 1500 tr/min).

### 4.3.2 Effet correctif de la poulie bilobée

Cette section est dédiée à la dernière étape de validation du modèle dans le cas où la transmission est soumise aux sollicitations combinées de la poulie bilobée et d'une source d'excitation angulaire externe (couple de charge H2 appliqué sur la poulie menée). On cherche à montrer que le modèle permet d'apprécier qualitativement et quantitativement la capacité d'une poulie non circulaire à générer un effet correctif sur la dynamique angulaire d'une transmission. Pour ce faire, il est nécessaire de vérifier que le modèle recalé est bien capable d'offrir une prédiction robuste de l'influence de l'angle de calage de la poulie bilobée sur la réponse angulaire de la transmission.

Les résultats précédents ont montré que les réponses angulaires induites respectivement par le couple de charge et la poulie bilobée sont, comme attendu, systématiquement largement dominées par une harmonique d'ordre 2 dont la phase est toujours très bien prédite par le modèle. La comparaison des signaux mesurés et simulés présentée ici est donc restreinte à l'amplitude de cette harmonique dominante. L'étude comparative comprend l'ensemble des 11 calages angulaires du lobe principal de la poulie NC définis par le plan d'expérience décrit au chapitre 3. Cette série de calages couvre une étendue angulaire de  $180^\circ$  qui, de par la symétrie de la poulie bilobée, est suffisante pour une caractérisation complète des situations possibles.

La figure 4.26 montre l'influence de l'angle de calage sur l'amplitude de l'harmonique H2 dominant les signaux mesurés et simulés des variations de vitesse angulaire de la poulie menée. De manière similaire, l'influence du calage sur les variations des efforts de tension dans les brins tendu et mou est mise en évidence aux figures 4.27 et 4.28.

L'influence de l'angle de calage sur l'amplitude des variations de vitesse est assez bien captée par le modèle. L'écart relatif entre les amplitudes mesurées et simulées n'excède généralement pas 15%. Les tendances et maximums/minimums locaux sont très bien retrouvés. On révèle ponctuellement des écarts plus importants. Lorsque le régime moteur est stabilisé à 600 tr/min, les écarts d'amplitude sont compris entre 20 et 35% pour les calages aux dents  $N^\circ 1$ , 10 et 11. Aux hauts régimes, on note aussi des écarts atteignant environ 24% pour les calages  $N^\circ 10$  et 11. Ces valeurs élevées ne sont pas significatives d'une réelle perte de qualité des prédictions numériques. En effet, elles concernent des angles de calages associés à une quasi-annulation de l'amplitude des variations cycliques de vitesse. Du fait des faibles valeurs d'amplitude en jeu, un faible écart absolu peut tout à fait engendrer une augmentation notable de l'écart relatif observé.

Les tendances observées numériquement sur les tensions des brins tendus et mou sont également fidèles aux relevés expérimentaux. Pour les trois régimes moteur considérés, les écarts

d'amplitude ne dépassent pas 7% sur le brin tendu (le plus critique vis à vis du dimensionnement en tenue) et 15% sur le brin mou.

L'ensemble de ces observations montrent clairement que le modèle recalé prédit très bien les phénomènes prédominants pour la génération de l'effet correctif pouvant être induit par l'emploi d'une poulie non circulaire.

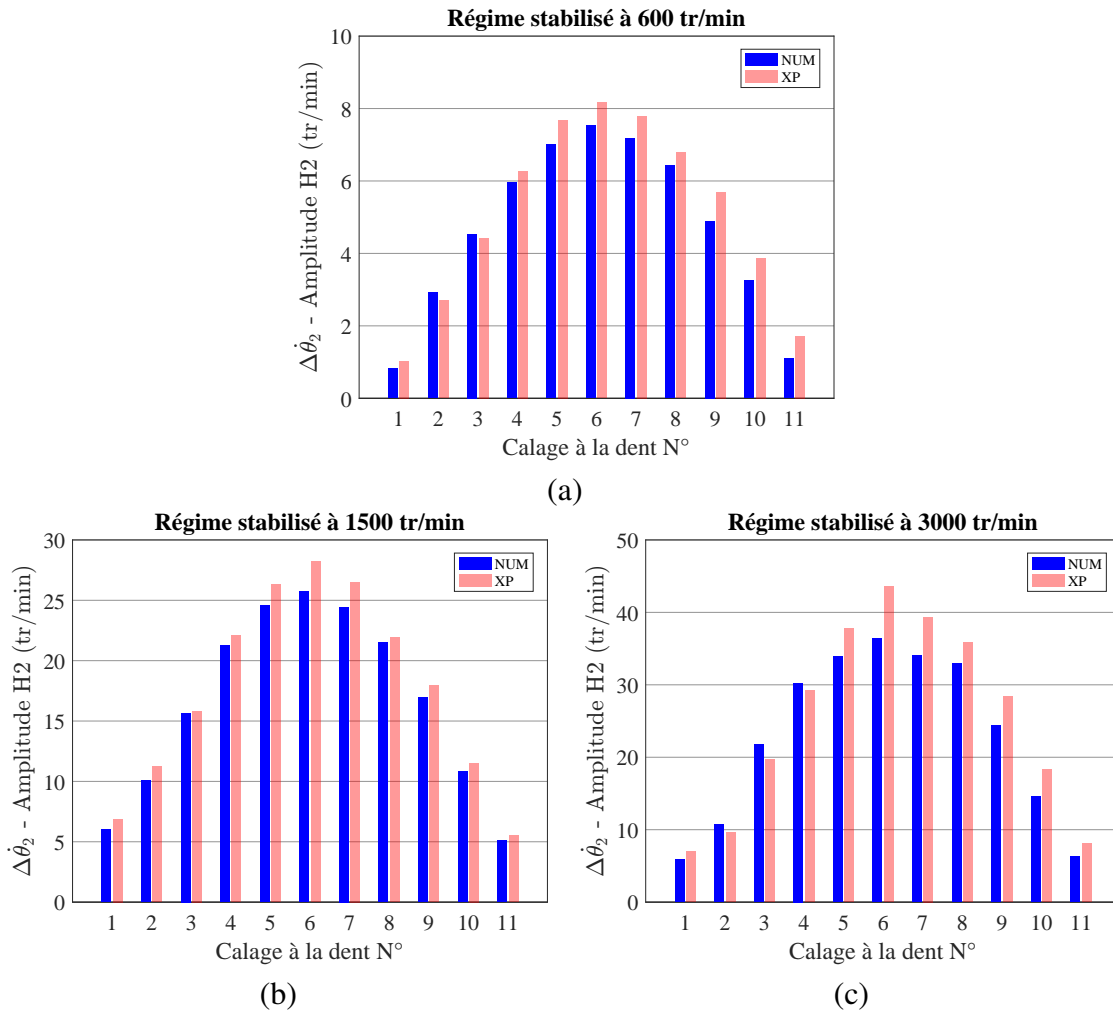


FIGURE 4.26 – Influence de l'angle de calage de la poulie motrice bilobée sur l'amplitude de l'harmonique H2 des signaux expérimental et numérique de la vitesse angulaire de la poulie menée  $\dot{\theta}_2$  pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min

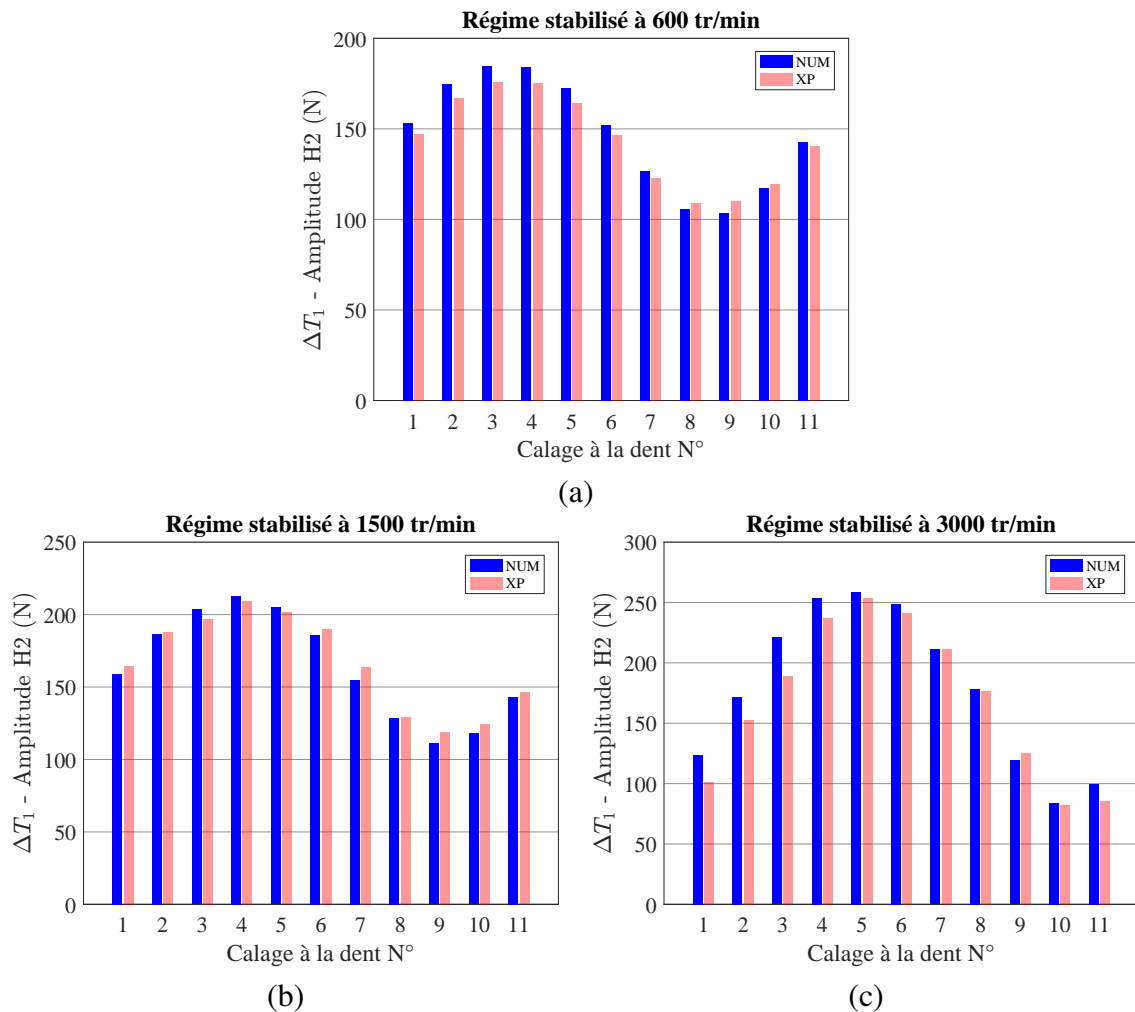


FIGURE 4.27 – Influence de l'angle de calage de la poulie motrice bilobée sur l'amplitude de l'harmonique H2 des signaux expérimental et numérique de l'effort de tension dans le brin tendu  $T_1$  pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min



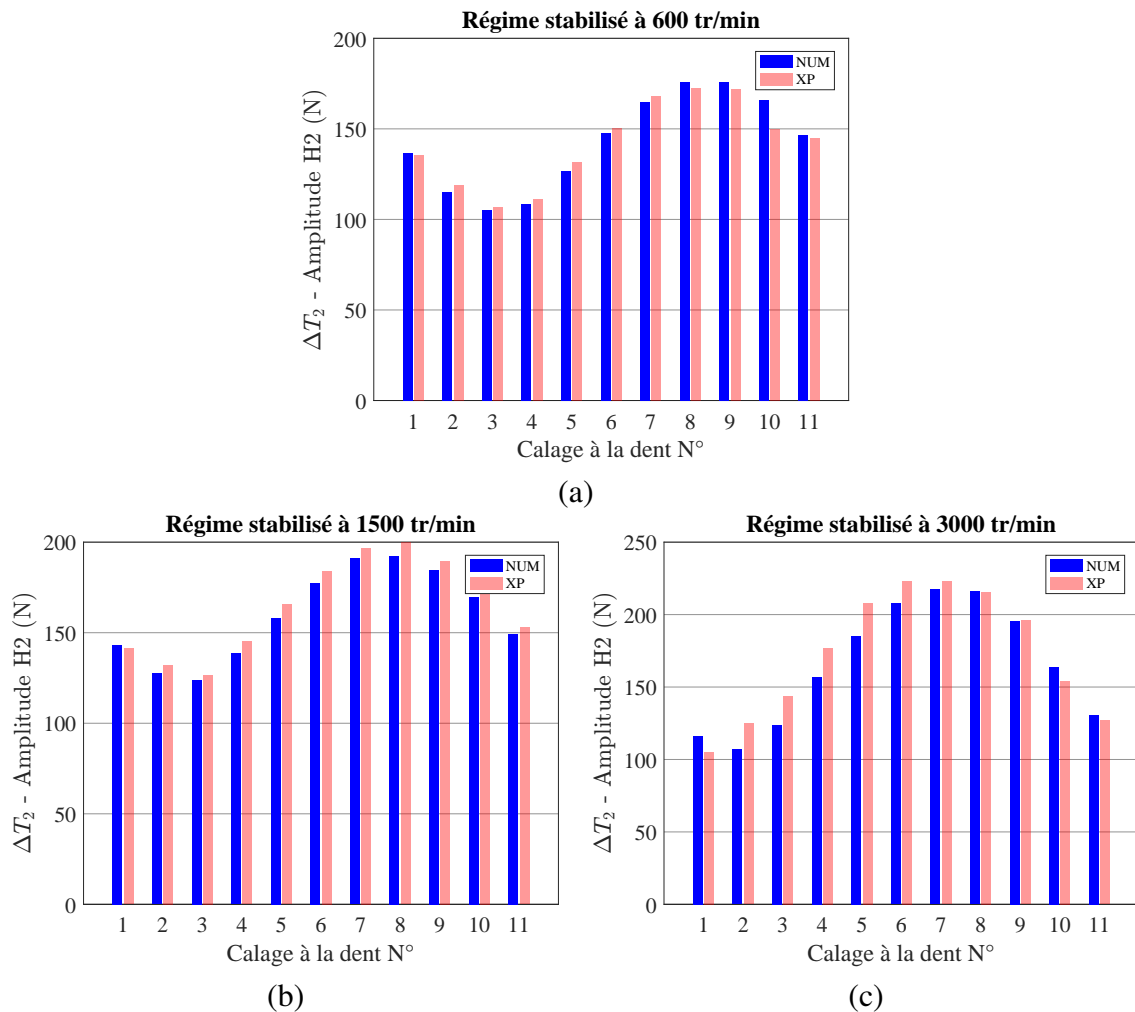


FIGURE 4.28 – Influence de l’angle de calage de la poulie motrice bilobée sur l’amplitude de l’harmonique H2 des signaux expérimental et numérique de l’effort de tension dans le brin mou  $T_2$  pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min

## 4.4 Bilan

Les comparaisons calculs/essais conduites sur la transmission académique sans tendeur ont montré que le modèle présente une très bonne capacité prédictive<sup>3</sup>. Les phénomènes cycliques concentrés autour des harmoniques d'excitation principales (ici H2) sont particulièrement bien reproduits. Pour être prédictif, le modèle a toutefois nécessité un unique recalage des deux paramètres globaux du système à partir d'essais réalisés sur le cas usuel (poulies circulaires).

La valeur de recalage de la constante de raideur  $K^*$  est 1.6 fois inférieure à sa valeur réelle estimée par des essais de traction opérés d'après une méthode proposée par Manin et al. [Manin 08]. Cette différence notable s'explique aisément par le fait que cet essai de traction n'est pas fondamentalement adapté au modèle. En effet, le test de traction a vocation à donner une estimation de la constante de raideur d'une portion de courroie libre (non engrenée sur des poulies dentées) alors qu'à l'échelle du modèle, le paramètre de raideur est homogénéisé et englobe toute la complexité composite de la courroie (e.g. répartition de la charge entre les dents et l'âme de la courroie dans zone d'engrènement). Cela montre qu'une utilisation standardisée du modèle dans un contexte de développement industriel est parfaitement envisageable à la simple condition de définir un essai de référence<sup>4</sup> adapté à l'identification de la constante de raideur homogénéisée.

Le coefficient d'amortissement visqueux  $\mu^*$  représente les pertes de puissance globales de la transmission. Ce paramètre a été intégré au modèle essentiellement dans le but de faciliter la convergence du schéma de résolution temporelle rendue difficile de par la *raideur* du système d'équations de mouvement. Comme souvent en modélisation dynamique des systèmes, il n'est pas aisé de donner un sens physique aux paramètres d'amortissement lorsqu'ils sont globaux. Aucune interprétation précise concernant la valeur de recalage ne peut donc être proposée ici. On gardera simplement à l'esprit que le modèle se révèle assez sensible à ce paramètre nécessitant d'être ajusté avec précaution par comparaison des calculs à un essai de référence<sup>4</sup>. La question de la représentation des phénomènes dissipatifs mis en jeu au sein des transmissions reste un domaine en soi. Ce domaine n'a pas été le centre de notre étude mais intéresse par ailleurs les métiers du développement garants du bon rendement des transmissions.

Il faut enfin noter que cette étude de validation a été restreinte à des régimes moteur stabilisés pour lesquels il n'existe pas de phénomène de résonance transverse des brins de courroie. Ces phénomènes ne sont en effet pas supportés par la formulation du modèle dans sa version actuelle. Il est néanmoins envisageable d'intégrer aux hypothèses de modélisation la prise en compte du comportement transverse des brins (voir discussions en section 2.4.3). Cela permettrait d'obtenir un modèle prédictif pour des régimes moteur plus élevés.

<sup>3</sup>Comme le montre l'annexe K, le développement de ce nouveau modèle 0D/1D induit un gain de représentativité très important par rapport aux performances affichées par les modèles (AMESIM) disponibles antérieurement au sein du groupe PSA.

<sup>4</sup>Par exemple, cet essai de référence pourrait correspondre au montage de la courroie sur une transmission étalon portée à différents niveaux de régimes moteur couvrant les plages de fonctionnement usuelles. La mise en place d'une telle procédure reste simple et peu chronophage.



# Conclusion générale

Les recherches menées dans le cadre de cette thèse ont permis une progression significative des connaissances relatives à la dynamique angulaire des transmissions par courroie synchrone intégrant des poulies à profils non circulaires. Les travaux ont essentiellement porté sur le développement d'un nouvel outil de simulation robuste et prédictif ainsi que sur l'analyse expérimentale de l'impact d'une poulie bilobée sur le comportement angulaire de transmissions soumises à une excitation cyclique d'ordre 2 (H2).

L'outil de simulation développé est directement inspiré des modèles 0D/1D existants. Il se distingue toutefois de ces derniers par la mise en œuvre d'une approche Lagrangienne-Eulérienne novatrice permettant d'assurer un suivi rigoureux du mouvement des points de tangence poulies-courroie résultant de la rotation des poulies non circulaires. Des tests numériques ont prouvé que ce suivi rigoureux est absolument nécessaire pour aboutir à une formulation correcte des bilans de matière (entrée/sortie des brins) menant au calcul des efforts de tension des brins. La localisation précise des points de tangence est obtenue au moyen d'une méthode algorithmique alternative aux méthodes analytiques traditionnelles incompatibles avec une résolution temporelle des équations régissant la dynamique d'une transmission. L'exploitation de l'outil de simulation sur un cas d'étude idéalisé (transmission simple à deux poulies) a livré des résultats mettant en évidence la capacité d'une poulie bilobée à générer un effet correctif permettant de limiter (voire d'annuler) l'impact dynamique d'une source d'excitation d'ordre 2. Ces résultats numériques sont conformes aux constats déjà faits dans la littérature sur la base d'expérimentations. Ils montrent en effet que pour un niveau d'excentricité et un angle de calage initial bien choisis, la poulie bilobée permet de limiter notablement deux phénomènes indésirables :

- les vibrations angulaires de poulies qui peuvent perturber le synchronisme de la transmission et être sources de bruit ;
- les variations de tension des brins pouvant être à l'origine de résonances transverses (également sources de bruit) et constituant l'une des principales causes de fatigue et d'usure des courroies.

Cette étude numérique montre cependant qu'il n'est pas possible de significativement réduire à la fois le niveau des vibrations angulaires et des variations de tension par la seule utilisation d'une poulie bilobée. Les intervalles d'angle de calage donnant lieu à une réduction des vibrations angulaires ou donnant lieu à des fluctuations des efforts de tension sont souvent différents voire disjoints. Aussi, le niveau d'excentricité requis pour une réduction optimale des vibrations angulaires est très différent du niveau d'excentricité assurant une minimisation des fluctuations des efforts de tension des brins.

Parallèlement à ces travaux de modélisation, un banc d'essais dédié à l'étude de la dynamique angulaire de transmissions par courroie synchrone a été intégralement développé. Le banc permet de mener des essais sur une plage de vitesse couvrant les régimes de fonctionnement habituels d'un moteur thermique. Le dispositif d'instrumentation mis en œuvre délivre toutes les informations nécessaires à une analyse vibratoire complète de la façade : rotation des poulies, couples, efforts de tension dans les brins et battements transverses. L'étude initiale d'un cas académique didactique (façade de distribution simplifiée) a permis d'établir les fondements de la phénoménologie associée à l'emploi d'une poulie bilobée sur l'axe moteur d'une transmission soumise à une excitation externe d'ordre 2. Ils ont ensuite été confirmés par l'étude d'un

cas d'application industriel (façade de distribution d'un moteur PSA) davantage représentatif d'un usage en conditions réelles. Les investigations ont été restreintes aux régimes moteur pour lesquels il n'existe pas de résonances transverses trop marquées masquant l'impact de la poulie bilobée. L'analyse du comportement des transmissions s'est principalement appuyée sur l'étude de l'influence du calage angulaire initial de la poulie bilobée par observation de l'erreur de transmission et des efforts de tension dans le domaine angulaire. Les signaux associés à ces grandeurs ont fait l'objet d'un suivi particulier des harmoniques d'ordre 2 où les phénomènes correctifs sont essentiellement attendus. Les résultats expérimentaux ont notamment montré que le comportement des transmissions équipées de poulies non circulaires est linéaire dans le sens où le principe de superposition est applicable aux réponses angulaires induites par une poulie non circulaire et une source d'excitation externe. Par application directe de ce principe de superposition, des règles de conception ont pu être proposées. Elles se basent sur les notions d'effets cinématique et dynamique des poulies non circulaires à l'origine de leur effet correctif.

Des comparaisons calculs/essais conduites sur la transmission académique ont enfin montré que l'outil de simulation développé présente une bonne capacité prédictive en dehors des plages de régimes donnant lieu à des résonances transverses parasites. Les phénomènes cycliques concentrés autour des harmoniques d'excitation principales (ici H2) sont particulièrement bien captés. Pour être prédictif, le modèle a nécessité un unique recalage des paramètres matériau du modèle (raideur et amortissement). Cela montre qu'une utilisation standardisée de l'outil de simulation dans un contexte de développement industriel est parfaitement envisageable.

À l'issue de cette thèse, plusieurs perspectives de poursuite de recherche peuvent être envisagées. Elles concernent essentiellement l'enrichissement de l'outil de modélisation avec par exemple :

- la prise en compte du couplage de la dynamique angulaire des transmissions aux vibrations transverses des brins qui pourrait étendre les capacités prédictives du modèle à des cas d'étude sujets à des résonances transverses ;
- une meilleure représentation de la physique des brins engrenés (répartition de charge) qui éviterait d'avoir recours à un essai de recalage des paramètres de raideur de la courroie au préalable de chaque nouvelle étude ;
- l'implémentation de la méthode quasi-analytique proposée en parallèle de cette thèse pour le calcul des points de tangence poulies-courroie, qui permettrait d'accélérer considérablement les temps de calcul (toutefois raisonnables dans la version actuelle de l'outil).

Il serait également intéressant de compléter les présents travaux par des investigations numériques et expérimentales sur des types de profils multilobés (trilobés, quadrilobés, profils combinés, etc.).

# Liste des figures

1.1	Cycle thermodynamique idéalisé d'un moteur quatre temps à allumage commandé (Cycle d'Otto) . . . . .	14
1.2	Exemple de distribution assurée par une courroie synchrone (actionnement des soupapes par l'intermédiaire de linguets) . . . . .	15
1.3	Structure type d'une courroie de distribution . . . . .	16
1.4	Exemple de profils de denture utilisés pour les courroies de distribution [Play 06b]	16
1.5	Définition géométrique d'un profil de denture [Play 06b] . . . . .	17
1.6	Galet tendeur doté d'un dispositif de rappel représenté par une cellule de Kelvin-Voigt couplée à un frotteur suivant [Kraver 96] . . . . .	17
1.7	Représentation cinématique simplifiée d'une poulie dentée [Play 06b] . . . . .	18
1.8	Calcul de la géométrie d'une ligne primitive de courroie (cas usuel où les profils primitifs sont circulaires) [Manin 10] . . . . .	18
1.9	Façade de distribution du moteur PSA DW10F (quatre cylindres - Diesel) . . . . .	19
1.10	Représentation cinématique simplifiée de la façade de distribution du moteur PSA DW10F . . . . .	20
1.11	Excitations angulaires <sup>2</sup> affectant la façade du moteur PSA DW10F : couples de charge fluctuant AAC (a) et PHP (b), acyclisme vilebrequin (c) . . . . .	21
1.12	Réponse angulaire <sup>3</sup> de la façade du moteur PSA DW10F sous l'effet exciteur du couple arbre-à-came : variations de la vitesse angulaire (a) et de l'erreur de transmission (b) de la poulie AAC, variations de l'effort de tension dans le brin tendu de la transmission (c) . . . . .	22
1.13	Phénomène de saut de dent [Play 06a] . . . . .	23
1.14	Étapes d'engrènement responsables de l'effet polygonal [Dance 92] . . . . .	25
1.15	Modes de défaillance des courroies de distribution [Play 06a] . . . . .	26
1.16	Modes de corde vibrante [Play 08] . . . . .	27
1.17	Poulie de vilebrequin ovale, géométrie d'ordre $N = 2$ [Gajewski 06] . . . . .	29
1.18	Couple fluctuant composé de deux harmoniques d'ordre 2 et 4 [Gajewski 06] . . . . .	30
1.19	Superposition de profils d'ordre 2 et 4 [Gajewski 06] . . . . .	30
1.20	Façade de distribution d'un moteur quatre cylindres à simple arbre-à-cames en tête [Gajewski 06] . . . . .	32
1.21	Couples mécaniques appliqués sur l'arbre-à-came, couple de charge 103, couple correctif généré par une poulie ovale 104 [Gajewski 06] . . . . .	33
1.22	Spectre fréquentiel des vibrations angulaires de la poulie d'arbre-à-cames dans le cas d'une poulie vilebrequin circulaire [Gajewski 06] . . . . .	33
1.23	Niveaux haut et bas des fluctuations de tension de brins dans le cas d'une poulie vilebrequin circulaire [Gajewski 06] . . . . .	34
1.24	Niveaux haut et bas des fluctuations de tension de brins dans le cas d'une poulie vilebrequin ovale [Gajewski 06] . . . . .	34
1.25	Façade de distribution d'un moteur quatre cylindres à double arbres-à-cames en tête [Gajewski 06] . . . . .	35
1.26	Couples mécaniques appliqués sur les arbres-à-cames d'un moteur à double arbres-à-cames en tête, couples de charge 101 et 102, couple correctif total généré par une poulie ovale 104 [Gajewski 06] . . . . .	36
1.27	Combinaisons de profils de poulies de vilebrequin et d'arbre-à-came pour des moteurs à quatre (5a et 5b) et trois cylindres (5c et 5d) [Gajewski 06] . . . . .	36

1.28	Combinaisons de profils de poulies de vilebrequin et d'arbre-à-came pour des moteurs à six cylindres (6a et 6b), huit (6c) et deux (6d) cylindres [Gajewski 06]	37
1.29	Diagramme illustrant le concept de la dynamique d'une façade de distribution d'après l'interprétation de Parker [Parker 14]	38
1.30	Vue de face du banc d'essais [Parker 14]	39
1.31	Expérience 1 : vibrations angulaires des poulies AAC dans le cas la poulie VBQ non circulaire sans application de couple sur les poulies AAC [Parker 14]	39
1.32	Expérience 2 : couple correctif mesuré correspondant aux couples appliqués sur les poulies AAC afin d'obtenir des vibrations identiques à celle de l'expérience 1 [Parker 14]	40
1.33	Expérience 2 : vibrations angulaires des poulies AAC dans le cas d'une poulie VBQ équivalente circulaire avec application du couple correctif mesuré sur les poulies AAC [Parker 14]	40
1.34	Expérience 3 : vibrations angulaires des poulies AAC en présence de la poulie non circulaire avec application du couple correctif mesuré sur les poulies AAC [Parker 14]	41
1.35	Expérience 4 : vibrations angulaires des poulies AAC en présence de la poulie circulaire équivalente avec application des couples d'arbres-à-cames « réels » [Parker 14]	41
1.36	Expérience 5a - Vibrations angulaires des poulies AAC en présence de la poulie non circulaire équivalente avec application des couples d'arbres-à-cames « réels » pour un phasage initial à $113^\circ$ [Parker 14]	42
1.37	Expérience 5a : comparaison entre le couple correctif de la poulie non circulaire (ligne continue) et le couple appliqué sur les AAC du moteur (ligne en pointillé) [Parker 14]	42
1.38	Expérience 5b : vibrations angulaires des poulies AAC en présence de la poulie non circulaire équivalente avec application des couples d'arbres-à-cames « réels » pour un phasage initial à $45^\circ$ [Parker 14]	43
1.39	Modèle multi-corps d'une transmission par courroie striée [Čepon 11]	46
1.40	Représentation schématique de la transmission serpentine étudiée [Hwang 94]	48
1.41	Représentation schématique de la transmission serpentine par courroie striée étudiée [Parker 04]	51
1.42	Modèle de répartition de charge avec frottement d'après Gerbert [Gerbert 78]	54
1.43	Système élémentaire représentant une portion de brin enroulé sur une poulie [Gerbert 78]	55
1.44	Principe de construction du modèle global de transmission proposé par Monternot [Play 08]	56
1.45	Représentation schématique de la façade de distribution étudiée [Zhu 18b]	57
1.46	Repérage de la position angulaire de la poulie ovale [Zhu 18b]	59
1.47	Vibrations angulaires des composants de la transmission équipée d'une poulie vilebrequin circulaire pour un régime moteur stabilisé à 2000 tr/min [Zhu 18b]	61
1.48	Évolution des amplitudes de vibrations angulaires de la poulie du deuxième arbre-à-cames en fonction de l'excentricité $\epsilon$ de la poulie ovale phasée à $\theta_{c0} = -45^\circ$ pour différents régimes moteur [Zhu 18b]	61
1.49	Évolution des amplitudes de vibrations angulaires de la poulie du deuxième arbre-à-cames en fonction du phasage $\theta_{c0}$ de la poulie ovale d'excentricité $\epsilon = 0, 02$ pour différents régimes moteur [Zhu 18b]	62

1.50	Vibrations angulaires des composants de la transmission équipée d'une poulie vilebrequin ovale optimisée pour un régime moteur stabilisé à 2000 tr/min [Zhu 18b] . . . . .	63
1.51	Comparaison des couples mécaniques appliqués sur les poulies d'arbres-à-cames pour un régime moteur stabilisé à 2000 tr/min [Zhu 18b] . . . . .	63
1.52	Principe de modélisation des courroies synchrones en environnement AMESIM	64
1.53	Composant AMESIM dédié à la représentation d'une portion de brin libre . . .	66
1.54	Composant AMESIM dédié à la représentation d'une portion de brin enroulé .	68
1.55	Répartition de vitesse le long d'un brin enroulé sur une poulie bilobée . . . . .	69
2.1	Configurations d'observation de la courroie . . . . .	73
2.2	Orientation des brins libres en configuration courante $\mathcal{C}^t$ . . . . .	75
2.3	Configurations d'observation de la courroie : définition générale des notations cinématiques et repérage des points matériels et des points géométriques coïncidents délimitant les brins à un instant $t$ . . . . .	76
2.4	Géométrie de brin entre deux poulies . . . . .	80
2.5	Variation infinitésimale ( $t \rightarrow t + dt$ ) de la longueur de référence d'un brin libre vu dans $\mathcal{C}^*$ et $\mathcal{C}^t$ . . . . .	83
2.6	Architecture du programme . . . . .	88
2.7	Stratégie de résolution numérique . . . . .	89
2.8	Procédure implémentée (odefun) dédiée à l'évaluation de la fonction vectorielle $H$ définissant le système d'équations de mouvement d'une transmission . . . . .	92
2.9	Schéma de principe de la méthode itérative d'approximation géométrique employée pour la recherche des points de tangence (cas d'un brin libre droit extérieur avec une convergence en $\nu = 3$ itérations) . . . . .	93
2.10	Deux variantes de la transmission étudiée ici : à gauche le cas de référence $V_{ref}$ et à droite la variante $V_{el}$ intégrant une poulie motrice elliptique (bilobée) . . . . .	98
2.11	(a) Vitesse motrice $\dot{\theta}_1$ et (b) couple de charge $C_{r2}$ imposés . . . . .	98
2.12	Résolution temporelle de l'équilibre statique sous conditions de charge initiales de la variante $V_{ref}$ de la transmission : position angulaire de la poulie consommatrice (a), efforts de tension dans les brins (b) et longueurs de référence des brins (c) . . . . .	100
2.13	Comportement dynamique de la variante $V_{ref}$ de la transmission pour un régime moteur stabilisé $\dot{\theta}_1 = 1500$ tr/min : vitesse angulaire de la poulie consommatrice (a), moment mécanique généré par les tensions de brin (b), efforts de tension dans les brins (c) et longueurs de référence des brins (d) . . . . .	101
2.14	Influence de l'angle de calage initial $\theta_{01}$ de la poulie motrice elliptique sur les longueurs géométriques (a) du brin mou $l_1$ et (b) du brin enroulé sur la poulie motrice $l_{p1}$ ( $e = 0.1$ mm) . . . . .	103
2.15	Influence du niveau d'excentricité $e$ de la poulie motrice elliptique sur les longueurs géométriques (a) du brin mou $l_1$ et (b) du brin enroulé sur la poulie motrice $l_{p1}$ ( $\theta_{01} = 0^\circ$ ) . . . . .	104
2.16	Effet de l'angle de calage initial $\theta_{01}$ et du niveau d'excentricité $e$ de la poulie motrice elliptique sur (a) la longueur géométrique initiale de la courroie $L_0$ et (b) la tension de pose $T_0$ de la transmission dans sa variante $V_{el}$ . . . . .	104
2.17	Effet de l'angle de calage initial $\theta_{01}$ de la poulie motrice elliptique sur (a) l'erreur de transmission $ET$ et (b) la vitesse angulaire $\dot{\theta}_2$ de la poulie consommatrice de la transmission dans sa variante $V_{el}$ ( $e = 0.1$ mm) . . . . .	105



2.18	Effet du niveau d'excentricité $e$ de la poulie motrice elliptique sur (a) l'erreur de transmission $ET$ et (b) la vitesse angulaire $\dot{\theta}_2$ de la poulie consommatrice de la transmission dans sa variante $V_{el}$ ( $\theta_{01} = 0^\circ$ ) . . . . .	105
2.19	Effet de l'angle de calage initial $\theta_{01}$ de la poulie motrice elliptique sur (a) l'effort de tension $T_1$ et (b) la longueur de référence $l_1^*$ du brin mou de la transmission dans sa variante $V_{el}$ ( $e = 0.1$ mm) . . . . .	106
2.20	Effet du niveau d'excentricité $e$ de la poulie motrice elliptique sur (a) les efforts de tension $T_1$ et (b) la longueur de référence $l_1^*$ du brin mou de la transmission dans sa variante $V_{el}$ ( $\theta_{01} = 0^\circ$ ) . . . . .	106
2.21	Moment $C_{p2}$ généré par les tensions de brins sur la poulie consommatrice de la transmission dans sa variante $V_{el}$ : effet de l'angle de calage initial $\theta_{01}$ pour $e = 0.1$ mm (a) et effet du niveau d'excentricité $e$ pour $\theta_{01} = 0^\circ$ (b) . . . . .	107
2.22	Évolution de la longueur de référence $L^*$ de la courroie de la transmission dans sa variante $V_{el}$ ( $\theta_{01} = 0^\circ$ et $e = 0.1$ mm) . . . . .	107
2.23	Tension $T_1$ du brin mou de la transmission dans sa variante $V_{el}$ : mise en évidence du niveau d'excentricité maximal permettant une atténuation (a) et minimisation de l'amplitude des oscillations (b) . . . . .	108
2.24	Influence du niveau d'excentricité $e$ et de l'angle de calage initial de la poulie motrice $\theta_{01}$ sur l'amplitude des oscillations des efforts de tension $T_1$ du brin mou (a) et $T_2$ du brin tendu (b) de la transmission dans sa variante $V_{el}$ . . . . .	109
2.25	Influence du niveau d'excentricité $e$ et de l'angle de calage initial de la poulie motrice $\theta_{01}$ sur l'amplitude des oscillations de la vitesse angulaire $\dot{\theta}_2$ de la poulie consommatrice de la transmission dans sa variante $V_{el}$ . . . . .	110
2.26	Minimisation de l'amplitude des oscillations affectant la vitesse angulaire $\dot{\theta}_2$ de la poulie consommatrice de la transmission dans sa variante $V_{el}$ . . . . .	110
2.27	Degré d'influence des hypothèses sur le comportement prédit de la variante $V_{ref}$ de la transmission étudiée en section 2.3 : vitesse angulaire $\dot{\theta}_2$ de la poulie consommatrice (a) et effort de tension $T_1$ dans le brin mou . . . . .	114
2.28	Degré d'influence des hypothèses sur le comportement prédit de la variante $V_{el}$ de la transmission étudiée en section 2.3 : vitesse angulaire $\dot{\theta}_2$ de la poulie consommatrice (a) et effort de tension $T_1$ dans le brin mou ( $e = 0.25$ mm et $\theta_{01} = 0^\circ$ ) . . . . .	114
2.29	Influence du pas de discrétisation $h$ sur (a) la vitesse angulaire $\dot{\theta}_2$ de la poulie consommatrice et (b) la tension $T_2$ du brin tendu de la variante $V_{el}$ de la transmission étudiée en section 2.3 . . . . .	115
3.1	Schéma de principe du dispositif expérimental . . . . .	118
3.2	Composants de la façade de distribution du GMP PSA DW10F . . . . .	120
3.3	Vue de face (a), vue du dessus (b) et vue d'ensemble (c) du dispositif expérimental en configuration d'étude de la transmission académique sans tendeur . . . . .	121
3.4	Schéma de principe du dispositif expérimental en configuration d'étude de la transmission académique sans tendeur . . . . .	122
3.5	Vue du dispositif expérimental en configuration d'étude de la transmission académique avec tendeur . . . . .	123
3.6	Schéma de principe du dispositif expérimental en configuration d'étude de la façade de distribution du GMP PSA DW10F . . . . .	124

3.7	Vue de face (a) et vue du dessus (b) du dispositif expérimental en configuration d'étude de la façade de distribution du GMP PSA DW10F . . . . .	125
3.8	Vue d'ensemble du dispositif expérimental en configuration d'étude de la façade de distribution du GMP PSA DW10F . . . . .	126
3.9	Principe de mesure du mouvement angulaire des poulies par la méthode « pulse timing » . . . . .	127
3.10	Zone d'implantation des jauges de déformation dédiées à la mesure du couple de charge généré par la culasse DW10F . . . . .	128
3.11	Principe de mesure de la déformation en torsion d'un arbre à partir d'un montage de deux jauges en V en pont complet . . . . .	128
3.12	Mesure de l'effort de tension dans un brin de courroie : support de galet enrouleur instrumenté (a) et schéma de principe (b) . . . . .	129
3.13	Principe de mesure de la déformation en flexion d'une plaque à partir d'un montage de deux jauges en L en pont complet . . . . .	129
3.14	Mesure du battement angulaire du tendeur dynamique par capteur de proximité laser . . . . .	130
3.15	Surveillance du battement transverse des brins au moyen de capteurs laser de proximité . . . . .	130
3.16	Exemple de l'évolution temporelle de la vitesse motrice d'une transmission d'étude au cours d'un essai pour une régime stabilisé cible de 1500 tr/min . . . . .	131
3.17	Calage initial de la poulie bilobée montée sur la transmission académique . . . . .	133
3.18	Calage initial de la poulie bilobée montée sur la façade du GMP PSA DW10F . . . . .	133
3.19	<b>Transmission académique</b> : diagramme de Campbell théorique dans le domaine angulaire . . . . .	137
3.20	<b>Façade de distribution du GMP PSA DW10F</b> : diagramme de Campbell théorique dans le domaine angulaire . . . . .	137
3.21	Couple de charge généré par l'entraînement des arbres-à-cames de la culasse DW10 : variations dans le domaine angulaire (a) et contenu spectral (b, c, d) pour des régimes stabilisés à 600, 1500 et 3000 tr/min . . . . .	138
3.22	Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice circulaire en présence du couple de charge fluctuant d'ordre 2 : variations de la vitesse angulaire de la poulie motrice (a) et de la poulie menée (b) en régime stabilisé . . . . .	139
3.23	Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice circulaire en présence du couple de charge fluctuant d'ordre 2 : variations de l'erreur de transmission en régime stabilisé . . . . .	140
3.24	Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice circulaire en présence du couple de charge fluctuant d'ordre 2 : variations de l'effort de tension du brin tendu (a) et du brin mou (b) en régime stabilisé . . . . .	141
3.25	Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée pour des angles de calage initial de la poulie bilobée aux dents N°1, N°3 et N°9 : variations théoriques de la longueur géométrique du brin tendu (a) et contenu spectral (b) . . . . .	141
3.26	Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée pour des angles de calage initial de la poulie bilobée aux dents N°1, N°3 et N°9 : variations théoriques de la longueur géométrique totale de la courroie (a) et contenu spectral (b) . . . . .	142

3.27	Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée en l'absence de couple de charge fluctuant : variations de la vitesse angulaire de la poulie motrice (a) et de la poulie menée (b) en régime stabilisé . . . . .	142
3.28	Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée en l'absence de couple de charge fluctuant : variations de l'erreur de transmission en régime stabilisé . . . . .	143
3.29	Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée en l'absence de couple de charge fluctuant : variations de l'effort de tension du brin tendu (a) et du brin mou (b) en régime stabilisé . . . . .	143
3.30	Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée en l'absence de couple de charge fluctuant : variations de la vitesse angulaire de la poulie menée (a), de l'erreur de transmission (b) et des efforts de tension des brins tendu (c) et mou (d) en régime stabilisé à 1500 tr/min lorsque la poulie motrice bilobée est calée aux dents N°1 et N°3 (filtrage autour de l'harmonique H2) . . . . .	144
3.31	Transmission académique sans tendeur : mise en évidence du comportement linéaire de la transmission par vérification du principe de superposition sur les variations de l' <b>erreur de transmission</b> pour des régimes stabilisés à 600tr/min (a), 1500 tr/min (b), 3000 tr/min (c) et un calage de la poulie motrice bilobée à la dent N°3 . . . . .	145
3.32	Transmission académique sans tendeur : mise en évidence du comportement linéaire de la transmission par vérification du principe de superposition sur les variations de l'effort de <b>tension dans le brin tendu</b> pour des régimes stabilisés à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b), 3000 tr/min (c) et un calage de la poulie motrice bilobée à la dent N°3 . . . . .	146
3.33	Transmission académique sans tendeur : mise en évidence du comportement linéaire de la transmission par vérification du principe de superposition sur les variations de l'effort de <b>tension dans le brin mou</b> pour des régimes stabilisés à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b), 3000 tr/min (c) et un calage de la poulie motrice bilobée à la dent N°3 . . . . .	147
3.34	Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée en présence du couple de charge fluctuant d'ordre 2 : influence de l'angle de calage de la poulie motrice sur l'harmonique H2 de l' <b>erreur de transmission</b> pour des régimes stabilisés à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b) et 3000 tr/min (c) . . . .	148
3.35	Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée en présence du couple de charge fluctuant d'ordre 2 : influence de l'angle de calage de la poulie motrice sur l'harmonique H2 de l'effort de <b>tension du brin tendu</b> pour des régimes stabilisés à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b) et 3000 tr/min (c) 149	
3.36	Transmission académique sans tendeur dotée de la poulie motrice bilobée en présence du couple de charge fluctuant d'ordre 2 : influence de l'angle de calage de la poulie motrice sur l'harmonique H2 de l'effort de <b>tension du brin mou</b> pour des régimes stabilisés à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b) et 3000 tr/min (c) 150	
3.37	Transmission académique dotée de la poulie motrice bilobée calée à la dent N°3 : comparaison des variations de l'erreur de transmission (a) et de l'effort de tension du brin tendu (b) avec et sans tendeur dynamique pour un régime stabilisé à 1500 tr/min . . . . .	151

3.38	Transmission académique avec tendeur en présence du couple de charge fluctuant d'ordre 2 pour un régime stabilisé à 1500 tr/min : battement angulaire du tendeur dans le cas de la poulie motrice circulaire (a) et de la poulie motrice bilobée calée aux dents N°3 (b) et N°6 (c) . . . . .	152
3.39	Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée d'une poulie de vilebrequin circulaire (cas usuel) : variations de la vitesse angulaire de la poulie de vilebrequin (a) et contenu spectral (b, c, d) pour des régimes stabilisés à 600, 1500 et 3000 tr/min . . . . .	153
3.40	Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée d'une poulie de vilebrequin circulaire (cas usuel) : variations de la vitesse angulaire de la poulie d'arbre-à-cames (a) et contenu spectral (b, c, d) pour des régimes stabilisés à 600, 1500 et 3000 tr/min . . . . .	154
3.41	Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée d'une poulie de vilebrequin circulaire (cas usuel) : variations de l'erreur de transmission impactant la poulie d'arbre-à-cames (a) et contenu spectral (b, c, d) pour des régimes stabilisés à 600, 1500 et 3000 tr/min . . . . .	155
3.42	Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée d'une poulie de vilebrequin circulaire (cas usuel) : variations de l'effort de tension du brin tendu (a) et contenu spectral (b, c, d) pour des régimes stabilisés à 600, 1500 et 3000 tr/min	156
3.43	Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée d'une poulie de vilebrequin circulaire (cas usuel) : battement angulaire du tendeur pour des régimes stabilisés à 600, 1500 et 3000 tr/min . . . . .	157
3.44	Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée de la poulie de vilebrequin bilobée pour des angles de calage initial de la poulie bilobée aux dents N°3, N°7 et N°9 : variations de la longueur géométrique du brin tendu (a) et variations de la longueur géométrique totale de la courroie (b) . . . . .	158
3.45	Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée de la poulie de vilebrequin bilobée : influence de l'angle de calage de la poulie de vilebrequin sur l'harmonique H2 de l' <b>erreur de transmission</b> de a poulie AAC pour des régimes stabilisés à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b) et 3000 tr/min (c) . . . . .	159
3.46	Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée de la poulie de vilebrequin bilobée : influence de l'angle de calage de la poulie de vilebrequin sur l'harmonique H2 de l' <b>effort de tension du brin tendu</b> pour des régimes stabilisés à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b) et 3000 tr/min (c) . . . . .	160
3.47	Façade de distribution du GMP PSA DW10F dotée de la poulie de vilebrequin bilobée : battement angulaire du tendeur dynamique lorsque le régime moteur est stabilisé à 600 tr/min (a), 1500 tr/min (b) et 3000 tr/min (c) pour un calage initial de la poulie de vilebrequin aux dents N°3, 6 et 9 . . . . .	161
4.1	Indicateur intégral d'écart relatif ( $\chi$ ) entre les signaux expérimental et numérique de la vitesse angulaire de la poulie menée $\theta_2$ en fonction des paramètres d'entrée du modèle $K^*$ et $\mu^*$ pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min . . . . .	168
4.2	Comparaison des signaux expérimental et numérique de la vitesse angulaire de la poulie menée $\theta_2$ pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min . . . . .	169
4.3	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de la vitesse angulaire de la poulie menée $\theta_2$ pour un régime moteur stabilisé à 600 tr/min .	170

4.4	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de la vitesse angulaire de la poulie menée $\dot{\theta}_2$ pour un régime moteur stabilisé à 1500 tr/min	170
4.5	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de la vitesse angulaire de la poulie menée $\dot{\theta}_2$ pour un régime moteur stabilisé à 3000 tr/min	171
4.6	Comparaison des signaux expérimental et numérique de l'effort de tension dans le brin tendu $T_1$ pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min	171
4.7	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l'effort de tension dans le brin tendu $T_1$ pour un régime moteur stabilisé à 600 tr/min	172
4.8	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l'effort de tension dans le brin tendu $T_1$ pour un régime moteur stabilisé à 1500 tr/min	172
4.9	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l'effort de tension dans le brin tendu $T_1$ pour un régime moteur stabilisé à 3000 tr/min	172
4.10	Comparaison des signaux expérimental et numérique de l'effort de tension dans le brin mou $T_2$ pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min	173
4.11	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l'effort de tension dans le brin mou $T_2$ pour un régime moteur stabilisé à 600 tr/min	174
4.12	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l'effort de tension dans le brin mou $T_2$ pour un régime moteur stabilisé à 1500 tr/min	174
4.13	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l'effort de tension dans le brin mou $T_2$ pour un régime moteur stabilisé à 3000 tr/min	174
4.14	Comparaison des signaux expérimental et numérique de la vitesse angulaire de la poulie menée $\dot{\theta}_2$ pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min	175
4.15	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de la vitesse angulaire de la poulie menée $\dot{\theta}_2$ pour un régime moteur stabilisé à 600 tr/min	176
4.16	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de la vitesse angulaire de la poulie menée $\dot{\theta}_2$ pour un régime moteur stabilisé à 1500 tr/min	176
4.17	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de la vitesse angulaire de la poulie menée $\dot{\theta}_2$ pour un régime moteur stabilisé à 3000 tr/min	177
4.18	Comparaison des signaux expérimental et numérique de l'effort de tension dans le brin tendu $T_1$ pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min	177
4.19	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l'effort de tension dans le brin tendu $T_1$ pour un régime moteur stabilisé à 600 tr/min	178
4.20	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l'effort de tension dans le brin tendu $T_1$ pour un régime moteur stabilisé à 1500 tr/min	178
4.21	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l'effort de tension dans le brin tendu $T_1$ pour un régime moteur stabilisé à 3000 tr/min	178
4.22	Comparaison des signaux expérimental et numérique de l'effort de tension dans le brin mou $T_2$ pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min	179
4.23	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l'effort de tension dans le brin mou $T_2$ pour un régime moteur stabilisé à 600 tr/min	179
4.24	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l'effort de tension dans le brin mou $T_2$ pour un régime moteur stabilisé à 1500 tr/min	180

---

4.25	Contenu spectral des signaux numérique (a) et expérimental (b) de l'effort de tension dans le brin mou $T_2$ pour un régime moteur stabilisé à 3000 tr/min . . .	180
4.26	Influence de l'angle de calage de la poulie motrice bilobée sur l'amplitude de l'harmonique H2 des signaux expérimental et numérique de la vitesse angulaire de la poulie menée $\dot{\theta}_2$ pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min . . . . .	182
4.27	Influence de l'angle de calage de la poulie motrice bilobée sur l'amplitude de l'harmonique H2 des signaux expérimental et numérique de l'effort de tension dans le brin tendu $T_1$ pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min . . . . .	183
4.28	Influence de l'angle de calage de la poulie motrice bilobée sur l'amplitude de l'harmonique H2 des signaux expérimental et numérique de l'effort de tension dans le brin mou $T_2$ pour des régimes moteur stabilisés à 600 (a), 1500 (b) et 3000 (c) tr/min . . . . .	184



# Liste des tableaux

1.1	Amplitude d'elongation de brin pour différents niveaux d'excentricité de poulie ovale [Gajewski 06] . . . . .	33
1.2	Amplitudes des vibrations angulaires (tr/min) avant/après optimisation [Zhu 18b]	62
2.1	Caractéristiques de la transmission . . . . .	99
3.1	Caractéristiques de la transmission académique sans tendeur . . . . .	122
3.2	Caractéristiques de la transmission académique avec tendeur . . . . .	122
3.3	Caractéristiques de la façade de distribution PSA (DW10F) . . . . .	124
3.4	Plan d'expérience des campagnes d'essais conduites pour l'étude du cas académique et du cas d'application industriel (façade moteur PSA DW10F) . . . . .	134
3.5	Sources et fréquences d'excitation cycliques . . . . .	136
3.6	<b><u>Transmission académique</u></b> : modes de vibrations transverses et fréquences propres . . . . .	136
3.7	<b><u>Façade de distribution du GMP PSA DW10F</u></b> : modes de vibrations transverses et fréquences propres . . . . .	136





# Bibliographie

- [Abrate 86] S. Abrate. *Noise and vibration in power transmission belts*. SAE transactions, pages 1028–1037, 1986.
- [AMESet 04] AMESet. *User Manual (version 4.2)*. LMS Imagine.Lab AMESim, 2004.
- [Atouf 92] M. Atouf. *Étude du comportement mécanique des dentures de courroies synchrones : Application aux courroies de type HTD*. PhD thesis, INSA de Lyon, 1992.
- [Ayax 03] E. Ayax, S. Huot, D. Play & N. Fritch. *Numerical simulation of timing belt camshaft layout*. Proceedings of the ABAQUS Users' Conference, 2003.
- [Barker 89] C. R. Barker & Y. L. Yang. *Dynamic analysis of automotive belt drive system*. Proceedings of the International Applied Mechanical Systems Design Conference, vol. 75, pages 1–10, 1989.
- [Barker 91] C. R. Barker, L. R. Oliver & W. F. Breig. *Dynamic Analysis of Belt Drive Tension Forces During Rapid Engine Acceleration*. SAE Technical Paper, 1991.
- [Beikmann 92] R. S. Beikmann. *Static and dynamic behavior of serpentine belt drive systems : theory and experiment*. PhD thesis, University of Michigan, 1992.
- [Beikmann 96a] R. S. Beikmann, N. C. Perkins & A. G. Ulsoy. *Free vibration of serpentine belt drive systems*. Journal of Vibration and Acoustics, vol. 118, pages 406–413, 1996.
- [Beikmann 96b] R. S. Beikmann, N. C. Perkins & A. G. Ulsoy. *Nonlinear coupled vibration response of serpentine belt drive systems*. Journal of Vibration and Acoustics, vol. 118, no. 4, pages 567–574, 1996.
- [Beikmann 97] R. S. Beikmann, N. C. Perkins & A. G. Ulsoy. *Design and analysis of automotive serpentine belt drive systems for steady state performance*. Journal of Mechanical Design, vol. 119, pages 162–168, 1997.
- [Borcharni 16] N. Borcharni. *Calculs géométriques et cinématiques de façade de courroie moteur avec poulies non circulaires*. Rapport technique confidentiel interne au groupe PSA, 2016.
- [Čepon 09a] G. Čepon & M. Boltežar. *Dynamics of a belt-drive system using a linear complementarity problem for the belt–pulley contact description*. Journal of Sound and Vibration, vol. 319, no. 3-5, pages 1019–1035, 2009.
- [Čepon 09b] G. Čepon, L. Manin & M. Boltežar. *Introduction of damping into the flexible multibody belt-drive model : A numerical and experimental investigation*. Journal of Sound and Vibration, vol. 324, no. 1-2, pages 283–296, 2009.
- [Čepon 11] G. Čepon, L. Manin & M. Boltežar. *Validation of a Flexible Multibody Belt-Drive Model*. HAL Archive Ouverte, 2011.

- [Childs 91a] T. H. C. Childs, A. Coutsoucos, K. W. Dalgarno, A. J. Day & I. K. Parker. *Life prediction of automotive timing belts*. Proceedings of the International Conference on Motion and Power Transmission, pages 376–381, 1991.
- [Childs 91b] T. H. C. Childs, I. K. Parker, A. J. Day, A. Coutzoucos & K. W. Dalgarno. *Tooth Loading and Life of Automotive Timing Belts*. Paper XII (ii) Tribology Series, vol. 18, pages 341–348, 1991.
- [Chouly 20] F. Chouly, J. Loubani, A. Lozinski, B. Méjri, K. Merito, S. Passos & A. Pineda. *Computing bi-tangents for transmission belts*. HAL Archive Ouverte, 2020.
- [Dalgarno 94] K. W. Dalgarno, A. J. Day & T. H. C. Childs. *Synchronous belt materials and belt life correlation*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering, vol. 208, no. 1, pages 37–48, 1994.
- [Dance 92] J. M. Dance. *Comportement statique et cinématique des transmissions par courroies synchrones : Modélisation et détermination des paramètres prépondérants*. PhD thesis, INSA de Lyon, 1992.
- [Fawcett 80] J. N. Fawcett & J. S. Burdess. *An Experimental Investigation of the Vibration of Toothed Belts*. Proceedings of the International Power Transmission and Gearing Conference, 1980.
- [Fawcett 89] J. N. Fawcett, J. S. Burdess & J. R. Hewit. Proceedings of the International Power Transmission and Gearing Conference, pages 25–28, 1989.
- [Fox 94] R. W. Fox & A. T. McDonald. *Introduction to Fluid Mechanics*. John Wiley&Sons Inc., 1994.
- [Gajewski 06] W. Gajewski. *Synchronous drive apparatus with non-circular drive elements*. Litens Automotive, European Patent No. EP1448916B1, 2006.
- [Gajewski 09] W. Gajewski. *Non-circular rotary component*. Litens Automotive, US Patent No. 7493880, 2009.
- [Gerbert 78] G. Gerbert, H. Jönsson, U. Persson & G. Stensson. *Load distribution in timing belts*. Journal of Mechanical Design, vol. 100, no. 2, pages 208–215, 1978.
- [Gosse 99] W. Gosse. *Simulation expérimentale pour la fiabilisation des courroies de distribution*. PhD thesis, INSA de Lyon, 1999.
- [Harrington 88] J. I. Harrington & J. C. Gaynor. *Synchronous Efficiency*. Mechanical Engineering, vol. 110, no. 8, page 48, 1988.
- [Hwang 94] S. J. Hwang, N. C. Perkins, A. G. Ulsoy & R. J. Meckstroth. *Rotational response and slip prediction of serpentine belt drive systems*. Journal of Vibration and Acoustics, vol. 116, pages 71–78, 1994.
- [Iizuka 96] H. Iizuka & G. Gerbert. *Fatigue failure mechanism of synchronous belts*. Proceedings of the International Power Transmission and Gearing Conference, vol. 88, pages 319–325, 1996.

- [Iizuka 99] H. Iizuka, G. Gerbert & T. H. C. Childs. *Fatigue damage prediction in synchronous belts*. Journal of Mechanical Design, vol. 121, no. 2, pages 280–288, 1999.
- [Innocenti 08] C. Innocenti & D. Paganelli. *Designing synchronous belt transmissions with variable velocity ratio*. Journal of Mechanical Design, vol. 130, no. 1, page 11009, 2008.
- [Johannesson 03] T. Johannesson. *Detection of land area wear in automotive synchronous belts*. Proceedings of the International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, pages 163–169, 2003.
- [Kagotani 81] M. Kagotani, T. Aida, T. Koyama, S. Sato & T. Hoshiro. *Some methods to reduce noise in toothed belt drives*. Bulletin of JSME, vol. 24, no. 190, pages 723–728, 1981.
- [Kim 14] B. Kim & A. D. Deshpande. *Design of nonlinear rotational stiffness using a noncircular pulley-spring mechanism*. Journal of Mechanisms and Robotics, vol. 6, no. 4, page 41009, 2014.
- [Kong 03] L. Kong & R. G. Parker. *Equilibrium and belt-pulley vibration coupling in serpentine belt drives*. Journal of Applied Mechanics, vol. 70, no. 5, pages 739–750, 2003.
- [Kong 04] L. Kong & R. G. Parker. *Coupled Belt-Pulley Vibration in Serpentine Drives With Belt Bending Stiffness*. Journal of Applied Mechanics, vol. 71, no. 1, page 109, 2004.
- [Koyama 79] T. Koyama, M. Kagotani, T. Shibata & T. Hoshiro. *A Study on Strength of Toothed Belt : 2nd Report, Influence of Pitch Difference on Load Distribution*. Bulletin of JSME, vol. 22, no. 169, pages 982–987, 1979.
- [Koyama 90] T. Koyama, K. Watanabe, K. Nagai & M. Kagotani. *A study on timing belt noise (how to reduce resonant noise)*. Journal of Mechanical Design, vol. 112, no. 3, pages 419–423, 1990.
- [Koyama 03] T. Koyama, W. Zhang, M. Kagotani & H. Ueda. *A Study on Jumping Characteristics in Synchronous Belt Drives : Experimental Results and FE Analysis at Driven Pulley Jumping*. Proceedings of the International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, pages 71–76, 2003.
- [Kraver 96] T. C. Kraver, G. W. Fan & J. J. Shah. *Complex modal analysis of a flat belt pulley system with belt damping and Coulomb-damped tensioner*. Journal of Mechanical Design, vol. 118, pages 306–311, 1996.
- [Kubo 71] A. Kubo, A. Toshiaki, S. Sato, T. Aida & T. Hoshiro. *On the Running Noise of Toothed Belt Drive : 2nd report, Influence of Running Condition and Some Noise Reduction Methods*. Bulletin of JSME, vol. 14, no. 75, pages 998–1007, 1971.

- [Lacy 10] F. Lacy. *Synchronous belt drive system*. The Gates Corporation, US Patent No. 7857720, 2010.
- [Ligier 02] J. L. Ligier & É. Baron. *Acyclisme et vibrations*. Editions OPHRYS, 2002.
- [Makita 03] K. Makita, M. Kagotani, H. Ueda & T. Koyama. *Influence of idler on transmission error in synchronous belt drives (under transmission force)*. *J. Mech. Des.*, vol. 125, no. 2, pages 404–410, 2003.
- [Manin 00] L. Manin, D. Play & P. Soleilhac. *Experimental Validation of a Dynamic Numerical model for timing belt drives behavior simulation*. Proceedings of the Power Transmission and Gearing Conference, 2000.
- [Manin 08] L. Manin, F. Besson, G. Michon & R. Dufour. *Experimental investigation on the dynamic characteristics and transverse vibration instabilities of transmission belts*. Colloque Vibrations Chocs et Bruits, École Centrale de Lyon, 2008.
- [Manin 09] L. Manin, G. Michon, D. Remond & R. Dufour. *From transmission error measurement to pulley–belt slip determination in serpentine belt drives : Influence of tensioner and belt characteristics*. *Mechanism and Machine Theory*, vol. 44, no. 4, pages 813–821, 2009.
- [Manin 10] L. Manin & G. Michon. *Entraînements par courroies striées : Architecture et dynamique globale*. Techniques de l'ingénieur. Génie mécanique, no. BM5690, 2010.
- [Michon 05] G. Michon, L. Manin & R. Dufour. *Hysteretic behavior of a belt tensioner : modeling and experimental investigation*. *Journal of Vibration and Control*, vol. 11, pages 1147–1158, 2005.
- [Monternot 98] C. Monternot. *Comportement dynamique des transmissions de puissance par courroie dentée*. PhD thesis, INSA de LYON, 1998.
- [Moon 97] J. Moon & J. A. Wickert. *Non-linear vibration of power transmission belts*. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 200, no. 4, pages 419–431, 1997.
- [Novotný 09] P. Novotný & V. Píšťek. *Virtual prototype of timing chain drive*. *Engineering Mechanics*, vol. 16, no. 2, pages 123–130, 2009.
- [Parker 96] R. G. Parker & C. J. Mote. *Vibration and coupling phenomena in asymmetric disk-spindle systems*. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 63, no. 4, pages 953–961, 1996.
- [Parker 99] R. G. Parker. *Analytical vibration of spinning, elastic disk-spindle systems*. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 66, no. 1, pages 218–224, 1999.
- [Parker 04] R. G. Parker. *Efficient eigensolution, dynamic response, and eigensensitivity of serpentine belt drives*. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 270, no. 1-2, pages 15–38, 2004.
- [Parker 14] R. G. Parker. *Measurement of Corrective Torque from the Non-Circular Crankshaft Pulley in the Chery Engine*. Rapport technique, VirginiaTech, Department of Mechanical Engineering, 2014.

- [Passos 19] S. Passos, L. Manin, D. Remond, O. Sauvage, L. Rota & E. Besnier. *Experimental identification of the corrective effect of a non-circular pulley : application to timing belt drive dynamics*. Proceedings of the SurViShno International Conference, HAL Archive Ouverte, 2019.
- [Pechstein 13] A. Pechstein & J. Gerstmayr. *A Lagrange–Eulerian formulation of an axially moving beam based on the absolute nodal coordinate formulation*. Multi-body System Dynamics, vol. 30, no. 3, pages 343–358, 2013.
- [Play 01] D. Play, L. Manin, S. M. Mergache, D. Remond & P. Soleilhac. *Determination of Timing Belt Performances For Industrial Applications*. HAL Archive Ouverte, 2001.
- [Play 06a] D. Play. *Entraînement par courroies dentées - Caractéristiques de fonctionnement*. Techniques de l'ingénieur. Génie mécanique, no. BM5686, 2006.
- [Play 06b] D. Play. *Entraînement par courroies dentées - Définitions et Géométrie*. Techniques de l'ingénieur. Génie mécanique, no. BM5685, 2006.
- [Play 07] D. Play. *Entraînement par courroies dentées : Calculs des répartitions de charge*. Techniques de l'ingénieur. Génie mécanique, no. BM5687, 2007.
- [Play 08] D. Play. *Entraînement par courroies dentées - Calculs avec effets dynamiques*. Techniques de l'ingénieur. Génie mécanique, no. BM5688, 2008.
- [Remond 98] D. Remond. *Practical performances of high-speed measurement of gear transmission error or torsional vibrations with optical encoders*. Measurement Science and Technology, vol. 9, no. 3, page 347, 1998.
- [Remond 99] D. Remond & D. Play. *Advantages and perspectives of gear transmission error measurement with optical encoders*. Congrès Mondial des Engrenages et Transmissions, pages 1789–1800, 1999.
- [Shabana 97] A. A. Shabana. *Definition of the slopes and the finite element absolute nodal coordinate formulation*. Multibody System Dynamics, vol. 1, no. 3, pages 339–348, 1997.
- [Shampine 97] L. F. Shampine & M. W. Reichelt. *The matlab ode suite*. SIAM journal on scientific computing, vol. 18, no. 1, pages 1–22, 1997.
- [Silva 17] C. A. F. Silva, L. Manin, R. G. Rinaldi, D. Remond, E. Besnier & M. A. Andrianoely. *Modeling of power losses in poly-V belt transmissions : hysteresis phenomena (standard analysis)*. Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, vol. 11, pages 1–15, 2017.
- [Silva 19] C. A. F. Silva, L. Manin, M. A. Andrianoely, E. Besnier & D. Remond. *Power losses distribution in serpentine belt drive : Modelling and experiments*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering, 2019.
- [Takahashi 03] H. Takahashi & H. Iizuka. *Fatigue Failure Mechanism of Steel Cords in Synchronous Belt*. Proceedings of the International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, pages 155–161, 2003.

- [Tokoro 97] H. Tokoro, M. Nakamura, N. Sugiura, H. Tani, K. Yamamoto & T. Shuku. *Analysis of transverse vibration in engine timing belt*. JSAE review, vol. 18, no. 1, pages 33–38, 1997.
- [Tokoro 98] H. Tokoro, M. Nakamura, N. Sugiura, H. Tani, K. Yamamoto & T. Shuku. *Analysis of high frequency noise in engine timing belt*. JSAE review, vol. 19, no. 1, pages 33–38, 1998.
- [Veneziani 11a] T. Veneziani. *Synthèse des travaux de développement pour la modélisation des poulies lobées dans AMESIM*. Rapport technique confidentiel interne au groupe PSA No. 01466\_13\_01172, 2011.
- [Veneziani 11b] T. Veneziani. *Synthèse des travaux sur l'étude de la cinématique d'une poulie elliptique*. Rapport technique confidentiel interne au groupe PSA No. 01521\_12\_00151 (confidentiel), 2011.
- [Veneziani 15a] T. Veneziani. *Descriptif des éléments pour le modèle de façade de distribution et méthodologie*. Rapport technique confidentiel interne au groupe PSA No. 01294\_15\_00480, 2015.
- [Veneziani 15b] T. Veneziani. *Entraînement accessoires & distribution - Filière de calcul*. Rapport technique confidentiel interne au groupe PSA No. 01294\_14\_00472, 2015.
- [Wang 17] X. F. Wang & W. D. Zhu. *Dynamic analysis of an automotive belt-drive system with a noncircular sprocket by a modified incremental harmonic balance method*. Journal of Vibration and Acoustics, vol. 139, no. 1, page 11009, 2017.
- [Watanabe 90] K. Watanabe, T. Koyama, K. Nagai & M. Kagotani. *A study on timing belt noise (theoretical analysis for forced transverse vibration of timing belt with parametric excitation)*. Journal of Mechanical Design, vol. 112, no. 3, pages 424–429, 1990.
- [Zhang 99] L. Zhang & J. W. Zu. *Modal analysis of serpentine belt drive systems*. Journal of Sound and Vibration, vol. 222, no. 2, pages 259–279, 1999.
- [Zheng 12] E. Zheng, F. Jia, H. Sha & S. Wang. *Non-circular belt transmission design of mechanical press*. Mechanism and Machine Theory, vol. 57, pages 126–138, 2012.
- [Zhu 18a] H. Zhu, Y. Hu, W. Zhu & H. Long. *Dynamic responses of an engine front-end accessory belt drive system with pulley eccentricities via two spatial discretization methods*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering, vol. 232, no. 4, pages 482–498, 2018.
- [Zhu 18b] H. Zhu, W. Zhu, Y. Hu & Others. *Periodic response of a timing belt drive system with an oval cogged pulley and optimal design of the pitch profile for vibration reduction*. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, vol. 13, no. 1, 2018.

- [Zhu 19] H. Zhu, Y. Hu, Y. Pi & W. Zhu. *Hysteretic damping characteristics of a mechanical tensioner : Modeling and experimental investigation*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering, vol. 233, no. 7, pages 1890–1902, 2019.





# Annexes



## Annexe A - Modes de défaillance des courroies

Les modes de défaillances (figure ci-dessous) susceptibles d'affecter une courroie synchrone sont aujourd'hui bien connus [Dalgarno 94, Gosse 99, Childs 91a, Childs 91b, Iizuka 96, Iizuka 99, Takahashi 03, Johannesson 03]. Ils concernent l'ensemble des éléments constituant la structure de la courroie : **câblés**, **corps élastomère** et **tissu protecteur de la denture**.

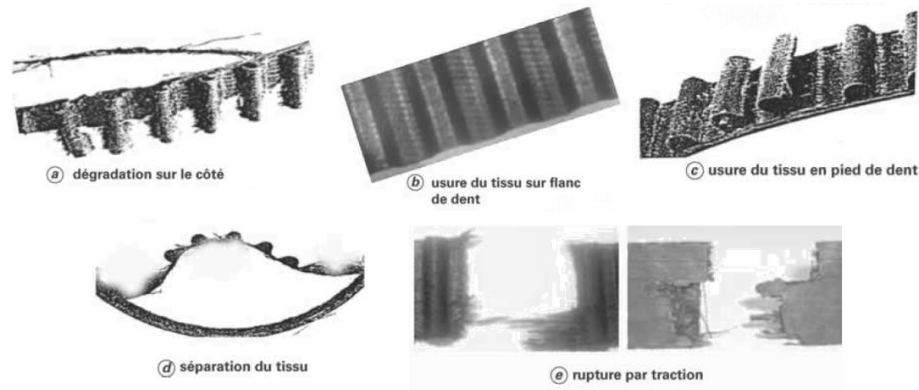


FIGURE A.1 (rappel de la figure 1.15) - Modes de défaillance des courroies de distribution [Play 06a]

### Câblés

Les éléments câblés qui composent l'âme de la courroie peuvent rompre par fatigue. Ce phénomène de fatigue résulte des contraintes de flexion et de traction alternées imposées aux câblés lors des passages cycliques de la courroie par les différentes zones de chargement de la transmission. Ces sollicitations alternées provoquent une décohésion progressive des fils constituant les câblés menant à terme à leur rupture. Les ruptures brutales sont rares mais restent possibles. Ce type de rupture peut par exemple être causé par la présence soudaine d'un corps étranger de taille significative s'intercalant entre les dents de la courroie et celles de la poulie. Les allongements imposés à la courroie deviennent alors très importants et induisent une augmentation des niveaux de tension pouvant conduire à la rupture en traction des câblés. D'ordinaire, les faces de distribution automobile sont protégées par un carter hermétique afin d'éviter ce genre d'incident.

### Corps élastomère

La matrice élastomère de la courroie est également soumise à de multiples sources de dégradation. Un fonctionnement sous conditions d'ambiance sévères (températures élevées...) peut entraîner la bakélisation des courroies. Ce phénomène se manifeste par l'apparition de fissures transversales sur le dos de la courroie qui s'ouvrent et se propagent sous l'effet des flexions successives imposées par le passage dans les arcs d'enroulement de la transmission. Le dos de la courroie peut également être sujet à de l'usure par abrasion induite par l'existence de poussières se logeant dans les zones de contact entre courroie et galets. L'emploi d'un carter de protection isolant hermétiquement la transmission des milieux extérieurs permet de limiter l'infiltration des poussières et donc d'éviter une abrasion excessive du dos des courroies. Les faces latérales de la courroie ne sont pas épargnées. Un mauvais alignement des axes de la transmission et une faible qualité de la géométrie des poulies peut générer un frottement accru avec les flasques des poulies. Au fil des heures de fonctionnement, de petites fibres commencent à s'échapper de l'élastomère initiant un délaminage pouvant aller jusqu'à la sortie complète du câblé du corps de la courroie.

### **Tissu protecteur de la denture**

La surface active d'une courroie en est probablement la partie la plus vulnérable. Les conditions de contact avec les poulies dentées sont particulièrement éprouvantes pour les tissus protecteurs dont l'usure est provoquée par la présence naturelle de micro-glissements sur les dentures. Toutes les zones de la denture sont touchées : flanc, fond et pied de dent. La zone de raccordement en pied de dent reste toutefois la zone d'usure la plus préoccupante. Les niveaux de charges localement élevés engendrent une abrasion progressive du tissu dans cette zone responsable d'une diminution de la résistance du tissu. À terme, la rupture des dents se produit. Il s'agit là d'une grave défaillance qui entraîne notamment une perte brutale du synchronisme de la transmission souvent synonyme de dégâts irréversibles sur les GMP (e.g. choc piston-soupape). Une autre avarie majeure peut survenir lorsque le tissu se décolle du corps de la courroie. Le décollement est provoqué par les contraintes internes appliquées à la frontière corps-tissu directement dépendantes des efforts transmis. Le plus souvent, les dents se décollent conjointement au tissu.

## Annexe B - Modèle découplé de Hwang et al.

Hwang et al. [Hwang 94] proposent un modèle complet de transmission serpentine par courroie striée dédié à l'entraînement des accessoires d'un véhicule automobile. La transmission étudiée est représentée en figure B.1. La poulie de vilebrequin motrice (1) assure l'entraînement des poulies respectivement couplées au compresseur du dispositif d'air conditionné (2), à la pompe de direction assistée (3), à l'alternateur (5) et à la pompe du circuit de refroidissement moteur (6). Un galet enrouleur (4) et un galet tendeur (7) sont respectivement montés entre les poulies 3 et 5 et entre les poulies 6 et 1 de la transmission.

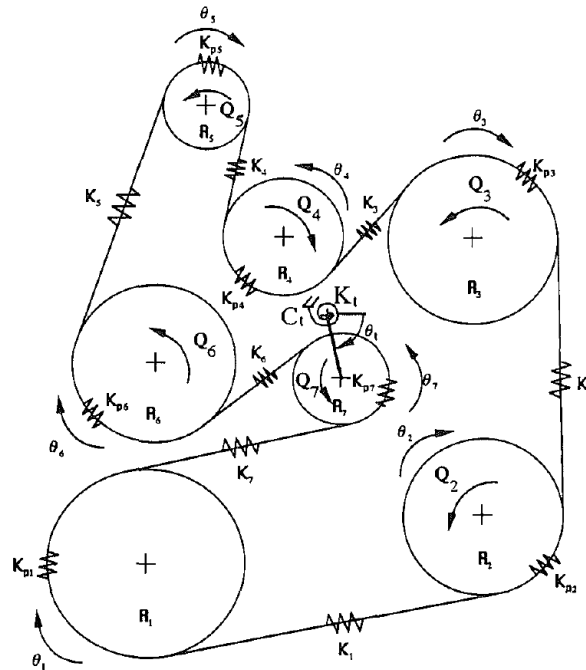


FIGURE B.1 (rappel de la figure 1.40) - Représentation schématique de la transmission serpentine étudiée [Hwang 94]

### Hypothèses

Le modèle proposé s'appuie sur les principes de modélisation initialement établis par Fawcett et al. [Fawcett 89] et largement repris dans la littérature notamment par Yang et al. [Barker 89] et Barker et al. [Barker 91]. Les hypothèses de modélisation sont les suivantes :

- le glissement potentiel de la courroie sur les poulies n'est pas autorisé ;
- la géométrie de la courroie est supposée idéale (courroie conforme à la définition nominale de sa géométrie) ;
- la courroie est assimilée à un solide unidimensionnel élastique en petites déformations, aux propriétés mécaniques homogènes et dont la section transverse et le module de Young longitudinal équivalents sont notés  $A$  et  $E$  ;
- la rigidité en flexion de la courroie est supposée négligeable et le couplage entre la dynamique angulaire de la transmission et les vibrations transverses des brins n'est pas considéré ;

- le dispositif de rappel lié au tendeur présente un comportement viscoélastique modélisé par une cellule de Kelvin-Voigt ;
- les brins libres de la courroie restent droits et sont constamment en état de traction homogène ;
- les rotations des axes de la transmission ainsi que le comportement de la courroie n'engendrent pas de dissipation d'énergie ;
- les battements du tendeur restent réduits autour de sa position d'équilibre dynamique (petits mouvements) ;
- l'effet de la force centrifuge sur les brins enroulés n'est pas pris en compte.

La vitesse angulaire de la poulie motrice  $\dot{\theta}_1$  ainsi que les différents couples de charge  $Q_i$  appliqués sur chaque poulie consommatrice sont imposés. Les degrés de liberté de ce modèle discret sont les angles de rotation  $\theta_i$  des poulies entraînées ainsi que l'angle de battement du tendeur  $\theta_t$ .

### Mise en équation

Les équations de mouvement des poulies sont obtenues par l'écriture de l'équilibre des moments dynamiques en leur centre :

$$I_i \ddot{\theta}_i = R_i (T_{i-1} - T_i) - Q_i \quad 2 \leq i \leq 6 \quad (\text{B.1})$$

$$I_7 (\ddot{\theta}_7 - \ddot{\theta}_t) = R_7 (T_7 - T_6) - Q_7$$

$I_i$  est le moment d'inertie de la poulie  $i$  et de l'ensemble rotatif qu'elle entraîne.  $R_i$  et  $Q_i$  sont respectivement le rayon primitif et le couple de charge de la poulie  $i$ .  $T_i$  est la tension du brin  $i$ . L'équation de mouvement du bras du tendeur est obtenue par l'écriture de la forme intégrale de l'équilibre en moment dynamique appliqué à un volume de contrôle [Fox 94] défini par les frontières du système mécanique constitué par le bras du tendeur, le galet tendeur et le brin de courroie enroulé sur le galet :

$$(I_t + I_{7t}) \ddot{\theta}_t - I_7 \ddot{\theta}_7 + C_t \dot{\theta}_t + K_t (\theta_t - \theta_{t0}) =$$

$$R_7 (T_7 - T_6) - Q_t + m_{eff} L_{eff} g \cos(\theta_t) -$$

$$L_t \sin(\psi_6 + \theta_t) \left[ T_6 - \rho_b A (R_7 \dot{\theta}_7)^2 \right] + L_t \sin(\psi_7 + \theta_t) \left[ T_7 - \rho_b A (R_7 \dot{\theta}_7)^2 \right]$$

avec  $K_t$  la raideur et  $C_t$  le coefficient d'amortissement visqueux de la cellule de Kelvin-Voigt représentant le dispositif de rappel agissant sur le bras du tendeur. Il est à noter que Hwang fait ici le choix de ne négliger ni l'effet du poids du tendeur ni le couplage mécanique entre les mouvements de rotation du bras et du galet tendeur, ce qui est assez rare dans la littérature.

La constante de gravité terrestre est notée  $g$ .  $I_t$  et  $I_{7t}$  sont respectivement les moments d'inertie du bras du tendeur et du galet au point de pivot.  $Q_t$  est le couple de précharge du bras tendeur lorsque celui occupe sa position de repos  $\theta_{t0}$ . La masse de l'ensemble constitué par le galet et le bras du tendeur est notée  $m_{eff}$ . Le centre d'inertie de l'ensemble est situé sur le bras du tendeur à une distance  $L_{eff}$  du point de pivot.  $\rho_b$  est la masse linéique de la courroie. L'orientation des

brins 6 et 7 adjacents au galet tendeur est repérée par les angles  $\psi_6$  et  $\psi_7$ . Ces angles dépendant de l'angle de battement du tendeur  $\theta_t$  sont définis par les relations (B.3).

$$\begin{aligned}\psi_6(\theta_t) &= \frac{\pi}{2} - \arctan\left[\frac{Y_6 - Y_7(\theta_t)}{X_7(\theta_t) - X_6}\right] - \arctan\left[\frac{L_6}{R_6 + R_7}\right] \\ \psi_7(\theta_t) &= -\frac{\pi}{2} + \arctan\left[\frac{Y_7(\theta_t) - Y_1}{X_7(\theta_t) - X_1}\right] + \arctan\left[\frac{L_7}{R_7 + R_1}\right]\end{aligned}\quad (\text{B.3})$$

Les coordonnées du centre du galet sont données par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}X_7(\theta_t) &= X_8 + L_t \cos(\theta_t) \\ Y_7(\theta_t) &= Y_8 - L_t \sin(\theta_t)\end{aligned}\quad (\text{B.4})$$

Les longueurs des deux brins adjacents au galet sont ainsi déduites :

$$\begin{aligned}L_6(\theta_t) &= \sqrt{(X_6 - X_7(\theta_t))^2 + (Y_6 - Y_7(\theta_t))^2 - (R_6 - R_7)^2} \\ L_7(\theta_t) &= \sqrt{(X_7(\theta_t) - X_1)^2 + (Y_7(\theta_t) - Y_1)^2 - (R_7 - R_1)^2}\end{aligned}\quad (\text{B.5})$$

Un brin libre reliant deux poulies est représenté par un élément de raideur  $K_i$  ancré aux points de tangence aval et amont des deux poulies. L'effort de tension  $T_i$  résultant de l'élongation du brin est donc donné par la relation suivante où  $T_0$  est la tension de pose :

$$T_i = T_0 + K_i \Delta_i \quad 1 \leq i \leq 7 \quad (\text{B.6})$$

L'élongation du brin est calculée à partir d'un bilan de matière entrante/sortante aux points de tangence (« feed-in/out »). Les hypothèses de petites déformations et de glissement poulie-courroie non autorisé permettent d'écrire le bilan de matière sous une forme équivalente à bilan de longueur de courroie entrante/sortante du brin :

$$\Delta_i = R_i \theta_i - R_j \theta_j - \delta_j \quad \text{avec} \quad \begin{cases} j = i + 1 & \text{si } 1 \leq i \leq 6 \\ j = 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

La quantité  $\delta_j$  correspond à l'élongation du brin enroulé sur la poulie  $j$  en aval du brin libre  $i$ . Le brin enroulé est associé à une raideur  $K_{pj}$ . Sa tension est supposée égale à la moyenne des tensions des brins libres amont et aval à la poulie  $i$ . On en déduit l'élongation d'un brin enroulé  $j$  :

$$\delta_j = \frac{T_i + T_j - 2T_0}{2K_{pj}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} i = j - 1 & \text{si } 2 \leq j \leq 7 \\ i = 7 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{B.8})$$



Les équations B.6, B.7 et B.8 permettent d'établir les relations suivantes :

$$\left(1 + \frac{K_i}{2K_{p_{i+1}}}\right) T_i + \frac{K_i}{K_{p_{i+1}}} T_{i+1} = \left(1 + \frac{K_i}{K_{p_{i+1}}}\right) T_0 + K_i (T_i \theta_i - R_{i+1} \theta_{i+1}) \quad 1 \leq i \leq 5 \quad (\text{B.9})$$

Le battement du tendeur induit des modifications de la géométrie primitive des brins qui lui sont adjacents. La longueur des brins varie tout comme la position des points de tangence les délimitant. La relation (B.9) doit donc être adaptée pour les brins 6 et 7 :

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{K_6}{2K_{p_7}}\right) T_6 + \frac{K_6}{K_{p_7}} T_7 &= \left(1 + \frac{K_6}{K_{p_7}}\right) T_0 + K_6 (T_6 \theta_6 - R_7 \theta_7) \\ &+ K_6 [(L_6 - L_{60}) + (R_6 + R_7) (\psi_6 - \psi_{60})] \\ \left(1 + \frac{K_7}{2K_{p_1}}\right) T_7 + \frac{K_7}{K_{p_1}} T_1 &= \left(1 + \frac{K_7}{K_{p_1}}\right) T_0 + K_7 (T_7 \theta_7 - R_1 \theta_1) \\ &+ K_7 [(L_7 - L_{70}) + (R_7 + R_1) (\psi_7 - \psi_{70})] \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

avec  $\psi_{60}$ ,  $\psi_{70}$ ,  $L_{60}$  et  $L_{70}$  les orientations et longueurs géométriques respectives des brins 6 et 7 lorsque la transmission est en état d'équilibre (système à l'arrêt sous tension de pose  $T_0$ ). La raideur  $K_i$  ou  $K_{p_i}$  d'un brin libre ou enroulé correspond au quotient de la constante de raideur longitudinale de la courroie ( $EA$ ) par la longueur géométrique initiale du brin.

La combinaison des équations (B.1) et (B.2) avec les équations (B.9) et (B.10) constituent un système à sept équations de mouvement non linéaires.

Pour une vitesse moteur stabilisée, les sollicitations imposées à une transmissions sont généralement de nature périodique (acyclisme vilebrequin, couple de charge fluctuant). Afin d'obtenir les équations du mouvement en régime périodique, le système d'équations de mouvement est linéarisé autour d'un état d'équilibre dynamique correspondant à une vitesse motrice et des couples de charge constants. L'équilibre est résolu par suppression des termes de dérivée temporelle dans les équations de mouvement.

Le système d'équations de mouvement linéarisé de la transmission en réponse libre (système homogène associé) prend la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\xi}} + \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\xi}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\xi} = \mathbf{0} \quad (\text{B.11})$$

avec  $\boldsymbol{\xi} = \langle \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_7 \rangle^T$ .  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{K}$  sont respectivement les matrices équivalentes de masse, d'amortissement et de raideur du système. Assez classiquement, les sept modes propres rotationnels de la transmission associés aux vecteurs propres angulaires  $\boldsymbol{\varsigma}_i$  et aux fréquences propres  $\omega_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 7$ ) peuvent être estimés en cherchant la solution du système homogène associé (B.11) dans le domaine fréquentiel ( $\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\varsigma} e^{i2\pi\omega t}$ ) :

$$\left[ (2\pi\omega)^2 \mathbf{M} + i2\pi\omega \mathbf{C} + \mathbf{K} \right] \boldsymbol{\varsigma} = \mathbf{0} \quad (\text{B.12})$$

## Résultats

La réponse dynamique de la transmission est étudiée sous l'effet d'une excitation périodique par application d'un acyclisme au vilebrequin. La vitesse ainsi imposée au vilebrequin s'exprime sous une forme harmonique :

$$\dot{\theta}_1(t) = [477.5 + 18 \cos(48\pi t)] \frac{2\pi}{60} \text{ tr/min} \quad (\text{B.13})$$

Les caractéristiques de la transmission ainsi que les niveaux des couples de charge constants appliqués sur les poulies consommatrices sont rappelés au sein des tableaux ci-après.

Poulie N° $i$	Coordonnées du centre de la poulie $x_i - y_i$ (mm)	$R_i$ (mm)	$I_i$ (kgm <sup>2</sup> )	$Q_i$ (Nm)
1	0 - 0	81.25	0.122	-
2	261.5 - 60	64.50	0.00415	0
3	252 - 234	70.60	0.00131	24.40
4	90.3 - 251.1	41.15	0.000263	0
5	86 - 354	30.00	0.00421	0
6	0 - 167.5	67.50	0.00176	1.36
7	151.2 - 155.3	38.10	0.000207	0

TABLEAU B.1 - Données caractéristiques concernant les poulies de la transmission

Coordonnées du centre de pivot $x_g - y_g$ (mm)	$\theta_0$ (°)	$I_t$ (kgm <sup>2</sup> )	$I_{\tau t}$ (kgm <sup>2</sup> )	$m_{eff}$ (kg)
151.2 - 207.5	80	0.00102	0.000404	0.458
$L_{eff}$ (mm)	$L_t$ (mm)	$Q_t$ (Nm)	$C_t$ (Nms)	$K_t$ (Nm/rad)
25	53	25.19	2.26	28.25

TABLEAU B.2 - Données caractéristiques concernant le tendeur

Le suivi temporel des fluctuations périodiques des efforts de tension de brin simulés à l'aide du modèle est tracé en figure B.2. La période dominante correspond logiquement à la fréquence de l'harmonique excitatrice imposée sur la vitesse de vilebrequin. Cela montre que le comportement dynamique de la transmission est proche d'un comportement linéaire. Les doublets de brins respectivement adjacents au compresseur (2), au galet enrouleur (4), à la poulie d'alternateur (5) et au galet tendeur (7) présentent respectivement des niveaux de tension très proches. Il s'agit là aussi d'un résultat logique du fait que les poulies en question ont un couple de charge nul et une très faible inertie de rotation.

La figure B.3 montre les fluctuations au cours du temps des accélérations angulaires des poulies de vilebrequin (1), d'alternateur (4) et de la pompe de direction assistée (3). Les fluctuations d'accélération simulées sont superposées à des résultats obtenus expérimentalement à partir d'une façade reconstituée sur banc d'essais. La mesure de vitesse est réalisée à partir de codeurs optiques montés sur les axes de rotation des poulies considérées. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux montre une assez bonne corrélation. Le modèle semble donc présenter une capacité prédictive satisfaisante pour l'estimation des vibrations angulaires affectant une transmission. La question de la qualité des niveaux de tension prédits par le modèle n'est toutefois pas abordée.

En complément, Hwang et al. présentent une analyse modale de la transmission permettant d'estimer les modes critiques pour la transmission. Il est montré que les fréquences propres de la transmission ne sont pas dépendantes du régime moteur considéré. Des résultats sont présentés

pour un état d'équilibre dynamique similaire aux conditions de fonctionnement précédemment considérées (vitesse motrice stabilisée à 477.5 tr/min et couples de charge constants). La figure B.4 illustre les sept modes obtenus à partir du modèle discret de la transmission. La géométrie de la transmission à l'équilibre est représentée en trait plein. Les déformées modales sont représentées en trait pointillé. On remarque en particulier que le bras tendeur présente un battement significatif pour les modes 2, 3 et 4 respectivement associés à des fréquences propres de 96.3, 103.7 et 186.9 Hz.

Hwang propose également une étude pour la prédiction théorique des niveaux de glissement susceptible d'apparaître sur les brins enroulés. Cette problématique propre à l'emploi de courroie d'entraînement par adhérence n'est pas abordée dans ce mémoire.

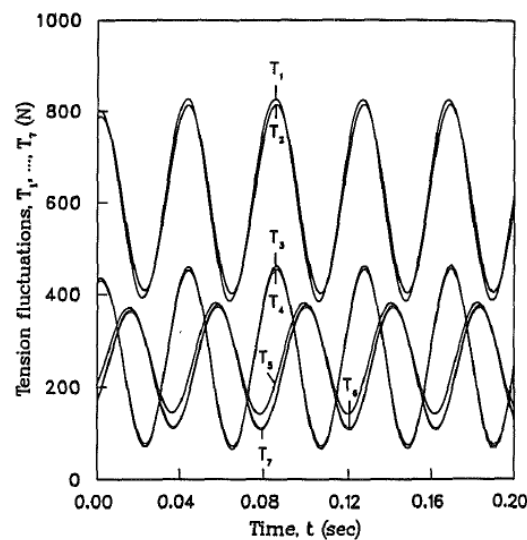


FIGURE B.2 - Fluctuations des efforts de tension induites par l'acyclisme du vilebrequin [Hwang 94]

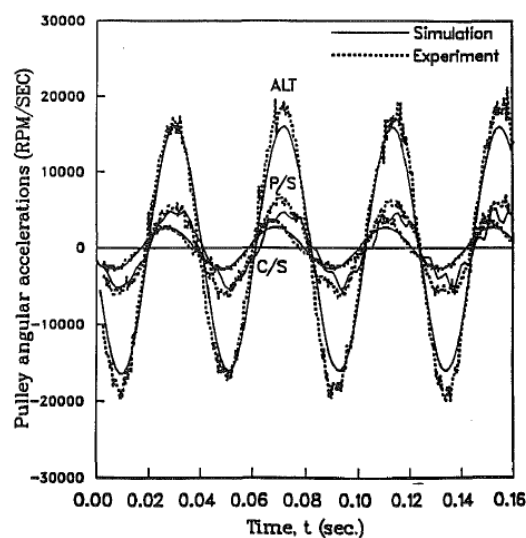


FIGURE B.3 - Fluctuations des accélérations angulaires des poulies de vilebrequin, d'altérateur et de pompe de direction assistée induites par l'acyclisme du vilebrequin [Hwang 94]

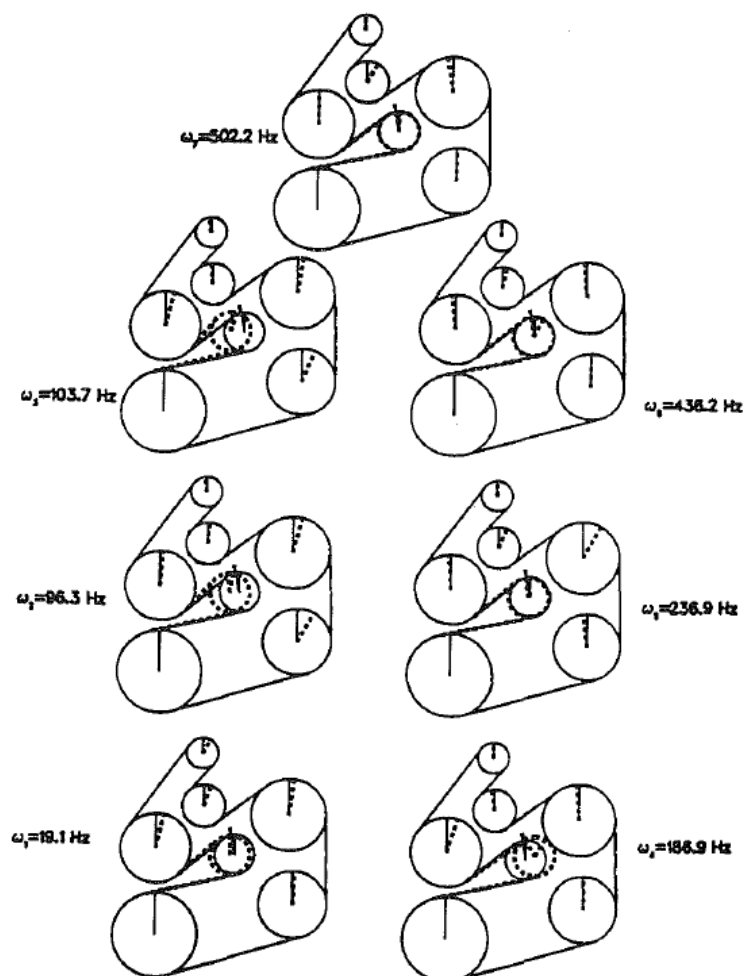


FIGURE B.4 - Modes propres angulaires de la façade pour une vitesse de vilebrequin stabilisée à 477.5 tr/min [Hwang 94]



## Annexe C - Modèle couplé de Parker

Beikmann [Beikmann 92] a proposé l'un des premiers modèles de la littérature prenant en considération le couplage mécanique entre la dynamique angulaire d'une transmission et le comportement transverse des brins de courroie. Le modèle obtenu est qualifié de modèle hybride discret-continu dans le sens où :

- la dynamique angulaire est représentée par les degrés de liberté associés à la rotation de chaque poulie de la transmission ;
- le comportement transverse des brins est décrit par les équations de la mécanique des milieux continus obtenues à partir d'un modèle de corde animée d'un mouvement axial.

Sur la base des travaux de Beikmann, Parker [Parker 04] établit le modèle couplé de la transmission serpentine représentée en figure C.1. La transmission comprend  $n = 7$  poulies. La poulie vilebrequin entraîne les poulies de compresseur d'air conditionné (2), d'alternateur (3), de pompe de direction assistée (5) et de pompe de refroidissement (6). Un galet enrouleur (4) est installé entre les poulies d'alternateur et de pompe de direction. Un galet tendeur (7) supporté par un bras pivotant soumis à l'effort de rappel d'un ressort de torsion de raideur  $K_t$  est monté entre les poulies de pompe de refroidissement et de vilebrequin. L'angle de rotation d'une poulie  $j$  et l'angle de battement du bras tendeur sont respectivement notés  $\theta_j$  et  $\theta_t$ .

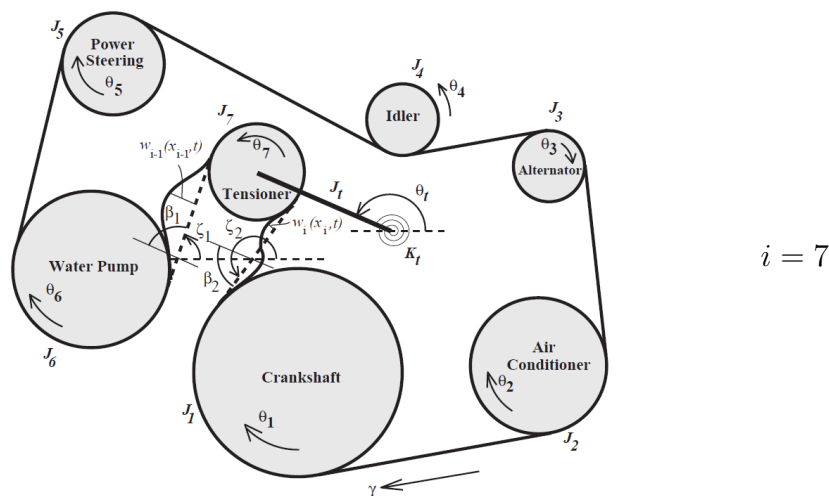


FIGURE C.1 (rappel de la figure 1.41) - Représentation schématique de la transmission serpentine étudiée [Parker 04]

### Hypothèses

La vitesse d'avance de la courroie  $\hat{\gamma}$  est supposée uniforme en tout point de la transmission et sa rigidité en flexion est négligée. Le système ne présente aucun amortissement. La déformation longitudinale des brins enroulés n'est pas considérée tout comme l'effet de la force centrifuge dans les arcs d'enroulement. Le contact poulie-courroie se fait sans glissement. Les équations de mouvement non linéaires [Beikmann 97] pour la rotation des poulies et le mouvement transverse des brins sont linéarisées en considérant de faibles déplacements transverses sur les brins de courroie autour d'un équilibre dynamique de la transmission. Cet équilibre est déterminé par

résolution des équations de mouvement non linéaires du système pour une vitesse de vilebrequin et des couples de charge constants. Avec ces hypothèses, seul le mouvement transverse des brins adjacents au tendeur (6 et 7) est considéré (déplacement des points de tangence induit par le battement non négligeable du tendeur). Les autres brins restent droits. Le déplacement transverse d'un brin noté  $j$  est défini par la fonction  $W_j(X_j, T)$  avec  $X_j$  désignant la position le long du brin  $j$  et  $T$  le temps.

Const. de raideur longi. de la courroie (N)		Masse linéique de la courroie (kg/m)			
111.200		0.107			
Poulie N°	Coord. X (mm)	Coord. Y (mm)	Diamètre (mm)	Inertie (kgm <sup>2</sup> )	Couple de charge (N/m)
1	0	0	194	0.122	-
2	211.6	9	125	0.003785	-24.820
3	231.7	189.8	58.2	0.0043	-9.090
4	79.6	209.7	81.5	0.00024	0
5	-202.6	269.9	133.7	0.000596	-18.908
6	-200	100	164.9	0.004596	-2.382
7	-45.1	154.3	75.5	0.000043	0
Coord. X du pivot (mm)	Coord. Y du pivot (mm)	Inertie tendeur (kgm <sup>2</sup> )	Pré-charge tendeur (Nm)	Raideur du tendeur (Nm/rad)	
33	137	0.004601	39.768	38.84	

TABLEAU C.1 - Paramètres de la transmission étudiée

### Mise en équation

Le modèle hybride discret-continu de la transmission compte sept équations classiques pour la rotation des poulies/galets (C.5 - C.7) et du bras tendeur (C.8) ainsi que deux équations pour la dynamique transverse des brins adjacents au galet tendeur (C.1).

$$\hat{\rho} \frac{\partial^2 W_j}{\partial T^2} - 2\hat{\rho}\hat{\gamma} \frac{\partial^2 W_j}{\partial X_j \partial T} - (\hat{P} - \hat{\rho}\hat{\gamma}^2) \frac{\partial^2 W_j}{\partial X_j^2} = 0 \quad j = 6, 7 \quad (\text{C.1})$$

$\hat{\rho}$  est la masse linéique de la courroie et  $\hat{P}_j$  la tension résidant dans le brin  $j$  lorsque la transmission est à l'équilibre dynamique.

Les conditions aux limites aux points de tangence ancrés sur les poulies 6 et 8 sont les suivantes :

$$W_6|_0 = 0, \quad W_7|_{\hat{l}_7} = 0 \quad (\text{C.2})$$

Le battement du bras tendeur impose le mouvement des points de tangence portés par le galet tendeur :

$$W_6|_{\hat{l}_6} = \hat{l}_t \theta_t \cos(\beta_1), \quad W_7|_0 = \hat{l}_t \theta_t \cos(\beta_2) \quad (\text{C.3})$$

$\hat{l}_t$  est la longueur du bras du tendeur.  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont les angles d'orientation des brins 6 et 7 par rapport au bras du tendeur à l'équilibre. Ils sont définis en fonction de l'angle de battement du tendeur  $\theta_t$  et des angles d'inclinaison des brins par rapport à l'horizontale  $\varsigma_1$  et  $\varsigma_2$  :

$$\beta_{1,2} = (\theta_t - \varsigma_{1,2}) \quad (\text{C.4})$$

Les équations de mouvement liées à la rotation des poulies/galets ainsi qu'au battement du tendeur s'expriment ainsi :

$$\hat{J}_j \ddot{\theta}_j + \hat{k}_j \hat{R}_j \left( \hat{R}_j \theta_j - \hat{R}_{j+1} \theta_{j+1} \right) - k_{j-1} \hat{R}_j \left( \hat{R}_{j-1} \theta_{j-1} - \hat{R}_j \theta_j \right) = \hat{M}_j \quad (\text{C.5})$$

$$j = 2, 3, 4, 5$$

$$\hat{J}_6 \ddot{\theta}_6 + \hat{k}_6 \hat{R}_6 \left( \hat{R}_6 \theta_6 - \hat{R}_7 \theta_7 - \hat{l}_t \theta_t \sin(\beta_1) \right) - \hat{k}_5 \hat{R}_6 \left( \hat{R}_5 \theta_5 - \hat{R}_6 \theta_6 \right) = \hat{M}_6 \quad (\text{C.6})$$

$$\hat{J}_7 \ddot{\theta}_7 + \hat{k}_7 \hat{R}_7 \left( \hat{R}_7 \theta_7 - \hat{R}_1 \theta_1 + \hat{l}_t \theta_t \sin(\beta_2) \right) - \hat{k}_6 \hat{R}_7 \left( \hat{R}_6 \theta_6 - \hat{R}_7 \theta_7 - \hat{l}_t \theta_t \sin(\beta_1) \right) = \hat{M}_7 \quad (\text{C.7})$$

$$\begin{aligned} \hat{J}_t \ddot{\theta}_t + \left[ \hat{k}_t \hat{l}_t + \hat{k}_6 \hat{l}_t \sin^2(\beta_1) + \hat{k}_7 \hat{l}_t \sin^2(\beta_2) \right] \hat{l}_t \theta_t - \hat{k}_6 \hat{l}_t \left( \hat{R}_6 \theta_6 - \hat{R}_7 \theta_7 \right) \sin(\beta_1) \\ + \hat{k}_7 \hat{l}_t \left( \hat{R}_7 \theta_7 - \hat{R}_1 \theta_1 \right) \sin(\beta_2) + \hat{\rho} \hat{\gamma} \hat{l}_t \left( \left. \frac{\partial W_6}{\partial T} \right|_{\hat{l}_6} \cos(\beta_1) - \left. \frac{\partial W_7}{\partial T} \right|_0 \cos(\beta_2) \right) \\ + \left( \hat{P}_6 - \hat{\rho} \hat{\gamma}^2 \right) \hat{l}_t \left. \frac{\partial W_6}{\partial X_6} \right|_{\hat{l}_6} \cos(\beta_1) - \left( \hat{P}_7 - \hat{\rho} \hat{\gamma}^2 \right) \hat{l}_t \left. \frac{\partial W_7}{\partial X_7} \right|_0 \cos(\beta_2) = 0 \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Le moment d'inertie de l'ensemble tendeur (galet + bras) au point de pivot est noté  $\hat{J}_t$  tel que :

$$\hat{J}_t = \hat{J}_{arm} + \hat{m}_7 \hat{l}_t^2 \quad (\text{C.9})$$

avec  $\hat{m}_7$  la masse du tendeur et  $\hat{J}_{arm}$  moment d'inertie du bras du tendeur au point de pivot. La raideur d'un brin  $j$  dépend de la longueur géométrique du brin  $\hat{l}_j$  en état d'équilibre et des paramètres matériaux de la courroie (module de Young longitudinal  $E$  et section transverse  $A$ ) :

$$\hat{k}_j = \frac{EA}{\hat{l}_j} \quad (\text{C.10})$$

La masse linéique de la courroie est notée  $\hat{\rho}$ .  $\hat{P}_j$  est la tension à l'équilibre du brin  $j$ .  $\hat{J}_j$  et  $\hat{M}_j$  sont respectivement l'inertie en rotation et le couple de charge de la poulie  $j$ . Les degrés de libertés  $\theta_j$  liés à la rotation des poulies sont ré-écrits sous une nouvelle forme  $\phi_j$  :

$$\phi_j = \theta_1 - \frac{\hat{R}_j \theta_j}{\hat{R}_1} \quad (\text{C.11})$$

avec  $\theta_1$  l'angle de rotation imposé à la poulie vilebrequin et  $\hat{R}_j$  rayon primitif de la poulie  $j$ . Les paramètres du système peuvent être écrits sous une forme adimensionnée à partir des relations (C.12) :



$$\begin{aligned}
l_t &= \frac{\hat{l}_t}{\hat{R}_1}, & l_j &= \frac{\hat{l}_j}{\hat{l}_1}, & w_j &= \frac{W_j}{\hat{R}_1}, & x_j &= \frac{X_j}{\hat{l}_j}, & R_1 &= \frac{\hat{R}_1}{\hat{l}_1}, \\
\gamma &= \frac{\hat{\gamma}}{\sqrt{\hat{P}_1/\hat{\rho}}}, & P_j &= \frac{\hat{P}_j}{\hat{P}_1}, & k_b &= \frac{EA}{\hat{P}_1}, & k_j &= \frac{\hat{l}_1 \hat{k}_j}{\hat{P}_1} = \frac{k_b}{l_j}, & k_t &= \frac{\hat{l}_1 \hat{k}_t}{\hat{P}_1}, \\
J_t &= \frac{\hat{J}_t}{\hat{\rho} \hat{l}_1 \hat{R}_1^2}, & J_j &= \frac{\hat{J}_j}{\hat{\rho} \hat{l}_1 \hat{R}_j^2}, & M_j &= \frac{\hat{M}_j}{\hat{P}_1 \hat{R}_j \hat{R}_1 / \hat{l}_1}, & t &= \frac{T}{\sqrt{\hat{\rho} \hat{l}_1^2 / \hat{P}_1}}
\end{aligned} \tag{C.12}$$

L'ensemble des équations de mouvement scalaires adimensionnées ainsi obtenues peut s'écrire sous la forme d'une unique équation d'opérateur :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{a}} - \mathbf{G}\dot{\mathbf{a}} + (\mathbf{K} - \gamma^2 \widetilde{\mathbf{K}})\mathbf{a} = \mathbf{f} \tag{C.13}$$

La variable  $\mathbf{a}$  est le vecteur déplacement du système défini tel que :

$$\mathbf{a} = \left\{ \underbrace{w_6, w_7}_{\text{brins}}, \underbrace{\phi_2, \dots, \phi_j, \dots, \phi_7}_{\text{poulies/galets}}, \underbrace{\theta_t}_{\text{tendeur}} \right\}^T \tag{C.14}$$

$\mathbf{M}$  est l'opérateur de masse,  $\mathbf{G}$  l'opérateur gyroscopique et  $\mathbf{K}$  et  $\widetilde{\mathbf{K}}$  deux opérateurs de raideur considérés séparément pour des raisons de commodité d'écriture.

$$\mathbf{M}\mathbf{a} = (w_6, w_7, J_2\phi_2, \dots, J_7\phi_7, J_t\theta_t)^T \tag{C.15}$$

$$\mathbf{G}\mathbf{a} = \left( 2\gamma \frac{\partial w_6}{\partial x_6}, 2\gamma \frac{\partial w_7}{\partial x_7}, 0, \dots, 0, \gamma l_t w_7|_0 \cos(\beta_2) - \gamma l_t w_6|_{l_6} \cos(\beta_1) \right)^T \tag{C.16}$$

$$\mathbf{Ka} = \begin{pmatrix} -P_6 \frac{\partial^2 w_6}{\partial^2 x_6} \\ -P_7 \frac{\partial^2 w_7}{\partial^2 x_7} \\ \left( \frac{k_b}{l_2} + \frac{k_b}{l_1} \right) \phi_2 - \frac{k_b}{l_2} \phi_3 \\ \vdots \\ -\frac{k_b}{l_{j-1}} \phi_{j-1} + \left( \frac{k_b}{l_j} + \frac{k_b}{l_{j-1}} \right) \phi_j - \frac{k_b}{l_j} \phi_{j+1} \quad 3 \leq j \leq 5 \\ \vdots \\ -\frac{k_b}{l_5} \phi_5 + \left( \frac{k_b}{l_6} + \frac{k_b}{l_5} \right) \phi_6 - \frac{k_b}{l_6} \phi_7 + \frac{k_b}{l_6} l_t \theta_t \sin(\beta_1) \\ -\frac{k_b}{l_6} \phi_6 + \left( \frac{k_b}{l_7} + \frac{k_b}{l_6} \right) \phi_7 - \frac{k_b}{l_7} \phi_1 - \left( \frac{k_b}{l_6} \sin(\beta_1) + \frac{k_b}{l_7} \sin(\beta_2) \right) l_t \theta_t \\ \left[ \left( \left( k_t + \frac{k_b}{l_6} \sin^2(\beta_1) + \frac{k_b}{l_7} \sin^2(\beta_2) \right) l_t^2 \theta_t + P_6 l_t \frac{\partial w_6}{\partial x_6} \Big|_{l_6} \cos(\beta_1) \right. \right. \\ \left. \left. - P_7 l_t \frac{\partial w_7}{\partial x_7} \Big|_0 \cos(\beta_2) \right. \right. \\ \left. \left. - k_b \left( \frac{l_t}{l_6} (\phi_7 - \phi_6) \sin(\beta_1) + \frac{l_t}{l_7} (\phi_1 - \phi_7) \sin(\beta_2) \right) \right] \end{pmatrix} \quad (\text{C.17})$$

$$\widetilde{\mathbf{Ka}} = \left( -\frac{\partial^2 w_6}{\partial^2 x_6}, -\frac{\partial^2 w_7}{\partial^2 x_7}, 0, \dots, 0, l_t \frac{\partial w_6}{\partial x_6} \Big|_{l_6} \cos(\beta_1) - l_t \frac{\partial w_7}{\partial x_7} \Big|_0 \cos(\beta_2) \right)^T \quad (\text{C.18})$$

$$\mathbf{f} = \left( 0, 0, J_2 \ddot{\theta}_1 - M_2, \dots, J_7 \ddot{\theta}_1 - M_7, 0 \right)^T \quad (\text{C.19})$$

Cette forme d'équation satisfait toutes les conditions mathématiques requises rendant possible une résolution numérique par les méthodes classiques de perturbation, résidus pondérés, etc. Des exemples d'application sur des systèmes similaires à la transmission étudiée ici sont proposés par Beikmann et al. [Beikmann 96b], Zhang et Zu [Zhang 99], Parker [Parker 99] et Parker et Mote [Parker 96].

Le problème aux valeurs propres s'obtient par substitution du vecteur déplacement en une forme périodique ( $\mathbf{a} \rightarrow \mathbf{a} \exp^{i\omega t}$ ) :

$$-\omega^2 \mathbf{M} \mathbf{a} - i\omega \mathbf{G} \mathbf{a} + \mathbf{L} \mathbf{a} = \mathbf{0} \quad (\text{C.20})$$

avec  $\mathbf{L} = \mathbf{K} - \gamma^2 \widetilde{\mathbf{K}}$ . La pulsation propre adimensionnée  $\omega$  est reliée à la pulsation propre dimensionnée  $\hat{\omega}$  par la relation suivante :

$$\hat{\omega} = \omega \sqrt{\frac{\hat{P}_1}{\hat{\rho} \hat{l}_1^2}} \quad (\text{C.21})$$

Le caractère hybride du modèle discret-continu ainsi obtenu rend difficile la résolution numérique des systèmes d'équations (C.13) et (C.20). Beikmann et al. [Beikmann 96a] et Zhang et Zhu [Zhang 99] ont proposé des méthodes numériques adaptées. Ces méthodes restent toutefois très coûteuses en temps de calculs et sont propices aux erreurs numériques (en particulier pour l'estimation des fréquences propres). Face à cette problématique, Parker propose une approche améliorée que nous décrivons brièvement ici.

Dans cette nouvelle approche, Parker met en œuvre une discrétisation de Galerkin pour l'écriture des fonctions  $w_j$  associées aux mouvements transverses des brins adjacents au galet tendeur. Les fonctions  $w_j$  prennent alors la forme d'une série de fonctions de forme spatiales d'ordre  $f$  :

$$\begin{aligned} w_6(\xi_6, t) &= \sum_{r=1}^f a_r(t) \alpha_r(\xi_6) \\ w_7(\xi_7, t) &= \sum_{r=1}^f b_r(t) \psi_r(\xi_7) \end{aligned} \quad r \in \mathbb{N}^* \quad (\text{C.22})$$

avec  $\xi_6 = x_6/l_6$ ,  $\xi_7 = x_7/l_7$  et  $\alpha_r$  et  $\psi_r$  les fonctions de forme adimensionnées ayant une valeur nulle aux points de tangence non adjacents au tendeur ( $\alpha_r(0) = \psi_r(1) = 0$ ). Aucune condition aux limites n'est imposée aux points de tangence ancrés sur le galet tendeur. Les conditions géométriques (C.4) seront donc imposées par la formulation de contraintes mathématiques.

Les fonctions de forme sont choisies parmi une famille de fonctions polynomiales orthonormées définies par les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} \int_0^1 \alpha_r \alpha_s d\xi_6 &= \delta_{rs} \\ \int_0^1 \psi_r \psi_s d\xi_7 &= \delta_{rs} \end{aligned} \quad (r, s) \in \mathbb{N}^* \quad (\text{C.23})$$

avec  $\delta_{rs}$  l'opérateur de Kronecker. Les fonctions  $\alpha_r$  et  $\psi_r$  sont toutes deux associées au polynôme d'ordre  $r$  noté  $\eta_r$  tel que :

$$\begin{aligned} \alpha_r(\xi_6) &= \frac{\eta_r(\xi_6)}{\sqrt{l_6}} \\ \psi_r(\xi_7) &= \frac{\eta_r(\xi_7)}{\sqrt{l_7}} \end{aligned} \quad (\text{C.24})$$

Les quatre premiers polynômes constituant la famille de fonctions de forme sont tracés en figure C.2.

$$\begin{aligned}\eta_1(\xi) &= \sqrt{3}\xi, & \eta_2(\xi) &= 4\sqrt{5}\left(\xi^2 - \frac{3}{4}\xi\right), \\ \eta_3(\xi) &= 15\sqrt{7}\left(\xi^3 - \frac{4}{3}\xi^2 + \frac{5}{28}\xi\right), & & \\ \eta_4(\xi) &= 168\left(\xi^4 - \frac{15}{8}\xi^3 + \frac{15}{14}\xi^2 - \frac{5}{28}\xi\right)\end{aligned}\quad (C.25)$$

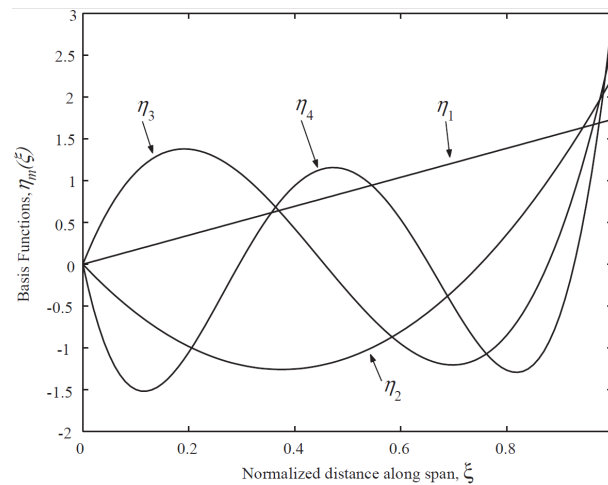


FIGURE C.2 - Fonctions de forme polynomiales employées pour la discrétisation des brins adjacents au galet tendeur [Parker 04]

Le recours à la discrétisation de Galerkin permet d'écrire facilement les équations de Lagrange associées à la transmission.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \ell}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial \ell}{\partial q_s} = \lambda_1 A_{1s} + \lambda_2 A_{2s}, \quad s = 1, 2, \dots, 2f + n \quad (C.26)$$

avec

$$\ell = T - V \quad (C.27)$$

$\ell$  est l'opérateur de Lagrange adimensionné.  $T$  et  $V$  sont les formes adimensionnées de l'énergie cinétique  $\hat{T}$  et de l'énergie de déformation  $\hat{V}$  de la transmission.

$$\begin{aligned}T &= \frac{\hat{T}_{l_1}}{\hat{P}_1 \hat{R}_1^2} = \sum_{j=2}^n \frac{1}{2} J_j (\dot{\phi}_j - \dot{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2} J_t \dot{\theta}_t^2 \\ &+ \sum_{s=6}^7 \frac{1}{2} \int_0^{l_s} \left( \frac{\partial w_s}{\partial t} - \gamma \frac{\partial w_s}{\partial x_s} \right)^2 dx_s \\ &= \sum_{j=2}^n T_j + T_t + T_{brin 6} + T_{brin 7}\end{aligned}\quad (C.28)$$

$$\begin{aligned}
V &= \frac{\hat{V} \hat{l}_1}{\hat{P}_1 \hat{R}_1^2} = \sum_2^5 \frac{1}{2} \frac{k_b}{l_j} (\phi_{j+1} - \phi_j)^2 + \frac{1}{2} \frac{k_b}{l_6} (\phi_7 - \phi_6 - l_t \theta_t \sin(\beta_1))^2 \\
&\quad + \frac{1}{2} \frac{k_b}{l_7} (\phi_1 - \phi_7 + l_t \theta_t \sin(\beta_2))^2 \\
&\quad + \frac{1}{2} k_t l_t^2 \theta_t^2 + \sum_{s=6}^7 \frac{1}{2} \int_0^{l_s} P_s \left( \frac{\partial w_s}{\partial x_s} \right)^2 dx_s \\
&= V_{elong} + V_t + V_{brin\ 6} + V_{brin\ 7}
\end{aligned} \tag{C.29}$$

$T_j$  et  $T_t$  sont respectivement les énergies cinétiques adimensionnées de la poulie  $j$  et du tendeur.  $V_{elong}$  est l'énergie de déformation adimensionnée générée par l'élongation longitudinale de la courroie et  $V_t$  l'énergie adimensionnée associée à la déformation élastique du ressort de rappel lié au bras du tendeur.  $T_{brin\ j}$  et  $V_{brin\ j}$  ( $j = 6, 7$ ) sont respectivement l'énergie cinétique et l'énergie de déformation adimensionnées liées au mouvement transverse des brins adjacents au tendeur.

$\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont les coefficients de Lagrange correspondant aux efforts chargés d'imposer les conditions aux limites sur les points de tangence ancrés sur le galet tendeur. Les contraintes associées  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  telles que  $A_{1s} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial q_s}$  et  $A_{2s} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial q_s}$  s'écrivent :

$$\begin{aligned}
\Phi_1 &= w_6|_{l_6} - l_t \theta_t \cos(\beta_1) = \sum_{r=1}^f a_r(t) \alpha_r(1) - l_t \theta_t \cos(\beta_1) = 0 \\
\Phi_2 &= w_7|_0 - l_t \theta_t \cos(\beta_2) = \sum_{r=1}^f b_r(t) \psi_r(0) - l_t \theta_t \cos(\beta_2) = 0
\end{aligned} \tag{C.30}$$

Le terme  $q_s$  désigne les coordonnées généralisées du système  $a_1, \dots, a_f, b_1, \dots, b_f, \phi_2, \dots, \phi_n$  et  $\theta_t$ . L'ensemble des équations établies précédemment mène au système d'équations de mouvement global de la transmission :

$$\mathbf{M}_{sys} \ddot{\mathbf{h}} - \mathbf{G}_{sys} \dot{\mathbf{h}} + \mathbf{L}_{sys} \mathbf{h} = \mathbf{p} \tag{C.31}$$

avec  $\mathbf{h}$  vecteur de coordonnées généralisées tel que :

$$\mathbf{h} = \{a_1, a_2, \dots, a_f, b_1, b_2, \dots, b_f, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_n, \theta_t\}^T \tag{C.32}$$

Les modes propres de la transmission (pulsation propre  $\omega$  et vecteur propre  $\mathbf{h}$ ) sont déterminés par résolution d'un problème classique aux valeurs propres ( $\mathbf{h} \rightarrow \mathbf{z} e^{i\omega t}$ ) :

$$(-\omega^2 \mathbf{M}_{sys} - i\omega \mathbf{G}_{sys} + \mathbf{L}_{sys}) \mathbf{z} = \mathbf{0} \tag{C.33}$$

## Résultats

Le problème aux valeurs propres est résolu pour un état d'équilibre de la transmission correspondant à une vitesse motrice constante de 680 tr/min (soit  $\hat{\gamma} = 6.907$  m/s). Les paramètres de définition de la transmissions et les niveaux de tension d'équilibre  $\hat{P}_j$  correspondants sont

respectivement donnés aux tableaux C.1 et C.2. Un test réalisé sur un PC moderne montre que le temps CPU de résolution du problème aux valeurs propres n'est que de 0.002 s contre 64.2 s pour la méthode de Beikmann et al. [Beikmann 96a] intégrant une recherche de valeurs propres sur un intervalle de fréquences restreint à la plage [0 – 500 Hz]. Cela montre tout l'intérêt de la méthode originale proposée par Parker.

Les modes et fréquences propres de la transmission ainsi calculés sont listés au tableau C.3. Les modes de la transmission sont de deux types :

- **Mode rotationnel (ou angulaire)**

Le mode est dominé par des mouvements de rotation des poulies et/ou un battement du bras tendeur. Les mouvements transverses des brins restent faibles.

- **Mode de courroie**

Le mouvement transverse des brins est dominant et les mouvements angulaires restent limités.

Sur la base de son modèle, Parker propose une méthode d'analyse de sensibilité des valeurs propres de la transmission aux paramètres de définition de la transmission. La méthode d'évaluation de la sensibilité  $\mu = \frac{\partial(\omega^2)}{\partial\kappa}$  du système à un paramètre  $\kappa$  n'est pas présentée ici.

L'analyse permet de quantifier les niveaux d'influence des principaux paramètres de définition de la transmission :  $k_b$ ,  $k_t$ ,  $\gamma$ ,  $P_6 = P_7$  (tension de pose),  $J_j$  et  $J_t$ .

Il est montré que les différents paramètres peuvent impacter simultanément ou séparément les deux types de modes vibratoires de la transmission. Pour un mode et une fréquence propre donnés, l'influence d'un paramètre peut être montrée par le calcul des énergies modales associées. Si un paramètre intervient dans un terme prédominant d'une énergie modale, ce dernier aura une influence marquée sur le mode. À l'inverse, le paramètre n'est pas influent lorsqu'il ne joue pas de rôle prépondérant dans l'expression de l'énergie modale.

Les modes angulaires sont caractérisés par d'importants mouvements de rotation et une énergie de déformation principalement liée à l'état d'élongation longitudinale des brins libres. Ils présentent donc logiquement une sensibilité particulière à la raideur longitudinale de la courroie, à l'inertie des poulies et à l'inertie du bras tendeur. À l'inverse, les modes de courroie correspondant à des battements de brins marqués présentent une énergie modale principalement liée à l'énergie cinétique et à l'énergie de déformation transverse des brins concernés. Ces modes sont donc plutôt sensibles aux niveaux de tension dans les brins (tension de pose), à la vitesse d'avance de la courroie ainsi qu'à sa masse linéique. En revanche, les deux types de modes peuvent induire un mouvement marqué du bras tendeur. Cela explique le fait qu'ils soient conjointement sensibles à la raideur du ressort de rappel lié au bras tendeur.

Les figures C.3(a), C.3(b) et C.3(c) montrent respectivement l'évolution des fréquences propres de la transmission en fonction de la constante de raideur adimensionnée de la courroie  $k_b$ , de sa masse linéique  $\hat{\rho}$  et de sa vitesse d'avance adimensionnée  $\gamma$ .

Des phénomènes de déviation des fréquences propres (« veering ») apparaissent lorsque les fréquences de deux modes se rapprochent fortement. Des exemples sont notamment visibles en figure C.3(b) pour  $\hat{\rho} \approx 0.085$  et en figure C.3(a) pour  $k_b \approx 70$ . Dans ces zones de proximité les modes en question présentent un fort couplage mécanique et une faible variation du paramètre considéré peut fortement modifier les modes couplés. Cela est à prendre en compte pour le dimensionnement des transmissions.

L'un des résultats présentés par Hwang à partir de son modèle découplé (section 1.3.2.1) semble être en contradiction avec les observations de Parker. En effet, Hwang affirme que le régime moteur (équivalent à la vitesse d'avance de la courroie) n'a pas d'impact sur les fréquences propres de la transmission. Il est à noter que le modèle découplé de Hwang ne permet de prédire que des modes angulaires sous un régime d'hypothèses n'intégrant pas le couplage mécanique des vibrations angulaires et transverses d'une transmission. C'est ce qui explique vraisemblablement cette différence de point de vue entre les deux auteurs. Tout cela laisse à supposer que le modèle couplé de Parker présente une capacité prédictive supérieure au modèle découplé en particulier pour des conditions de fonctionnement favorables aux résonances transverses. L'intérêt d'un modèle couplé apparaît ici très clairement.

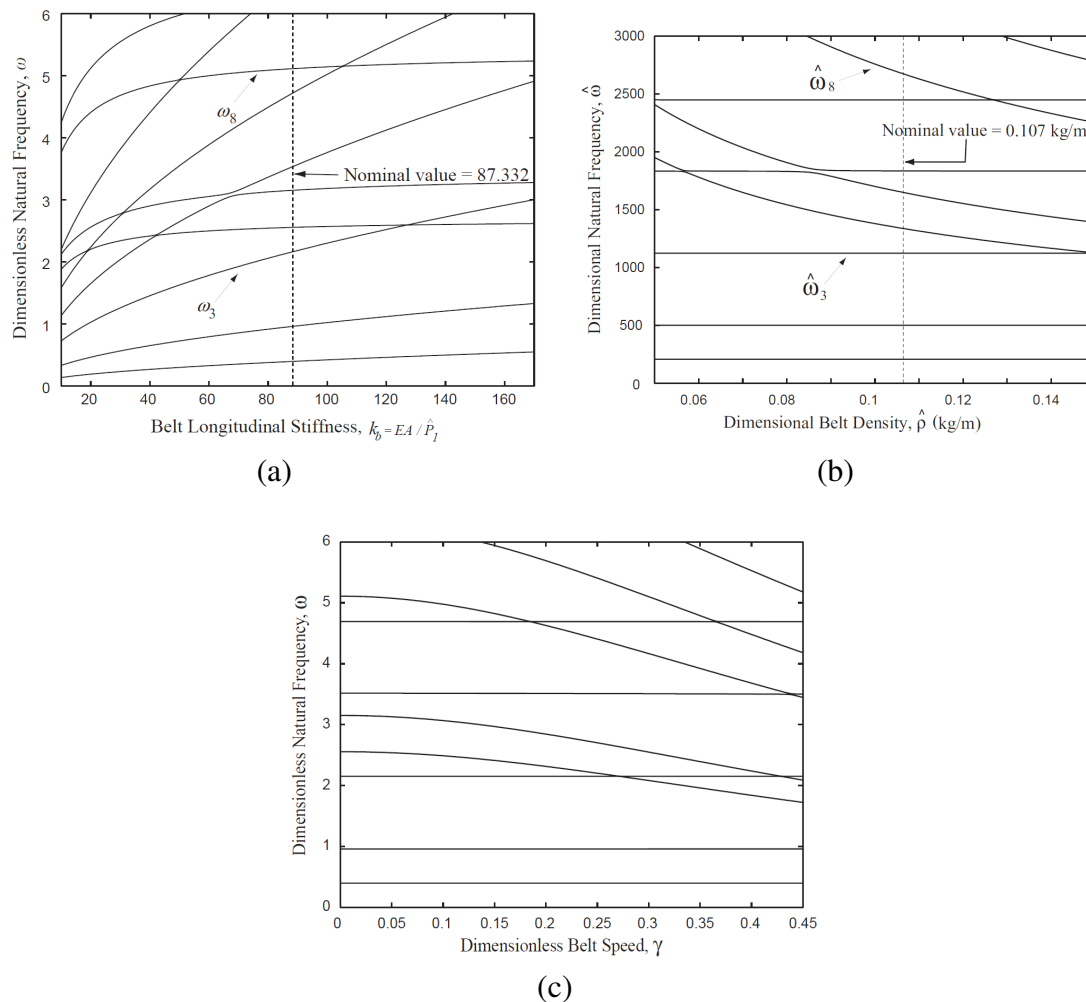


FIGURE C.3 - Sensibilité des fréquences aux paramètres  $k_b$  (a),  $\hat{\rho}$  (b) et  $\gamma$  (c) [Parker 04]

### Comparaison à l'expérimental

En complément des résultats précédents, le modèle de la transmission illustrée en figure 1 est confronté à un cas d'application en conditions réelles. La transmission étudiée jusqu'alors correspond à la façade accessoires d'un moteur thermique à six cylindres. Lorsque le moteur est au ralenti et que le compresseur du système d'air conditionné est enclenché, un bruit se fait entendre. Ce bruit est généré par le battement du brin reliant la poulie du compresseur à celle de l'alternateur. Dans cette configuration, les conditions de fonctionnement correspondent aux paramètres considérés précédemment (vitesse motrice stabilisée à 680 tr/min et paramètres listés aux tableaux 1 et 2).

La figure 4 montre l'évolution en fonction du temps de la vitesse du vilebrequin  $\dot{\theta}_1$ , de la vitesse relative entre les poulies d'alternateur et de compresseur ( $\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2$ ) ainsi que de l'angle de battement du tendeur  $\theta_t$  obtenus expérimentalement sur le moteur. La vitesse du vilebrequin fluctue avec une amplitude de 80 tr/min autour du régime moteur stabilisé à 680 tr/min. Les fluctuations de vitesse motrice excitent la transmission à une fréquence de 34 Hz correspondant à la fréquence d'acyclisme classiquement observée sur un moteur à six cylindres (trois explosions par tour de vilebrequin). Cette excitation acyclique engendre des fluctuations de la vitesse relative  $\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2$  et de l'angle du tendeur  $\theta_t$  à une fréquence similaire avec des amplitudes respectives de 70 tr/min et 1.5°.

D'après Parker, la résolution du système (31) intégrant l'excitation par l'acyclisme du vilebrequin préalablement mesuré permet de retrouver une réponse dynamique proche des résultats expérimentaux. De plus, l'analyse modale précédemment exposée montre que la fréquence estimée du premier mode de rotation de la transmission (32.85 Hz) est très proche de la fréquence excitatrice de l'acyclisme (34 Hz). Le mode correspondant est un mode de rotation caractérisé par des mouvements angulaires importants sur les poulies d'alternateur et de compresseur. On imagine alors que c'est ce mode qui est responsable du battement de brin bruyant. Le modèle présenté ici ne permet pas de prédire le battement des brins reliant deux poulies fixes. Cela pourrait être rendu possible par la prise en compte de la rigidité en flexion de la courroie [Kong 03, Kong 04].

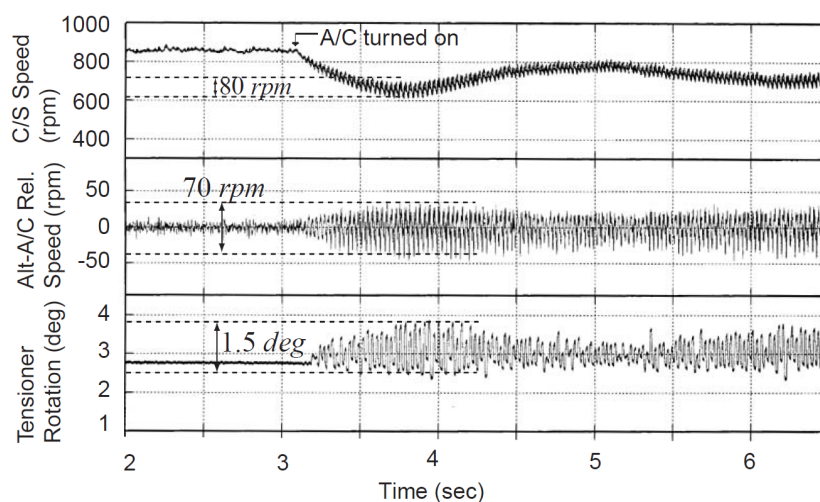


FIGURE C.4 - Réponse dynamique mesurée expérimentalement [Parker 04]



Brin N°	1	2	3	4	5	6	7
Tension (N)	1278.	881.1	568.7	568.7	285.9	257.0	257.0
Longueur (mm)	209.0	178.8	136.6	267.7	169.2	114.4	92.71

Équilibre du tendeur	
$\theta_{tr}$ (°)	165.2
$\beta_1$ (°)	98.52
$\beta_2$ (°)	-65.06

TABLEAU C.2 - Tensions des brins, longueurs des brins et orientation du tendeur à l'équilibre [Parker 04]

Mode N°	Fréquence propre adimensionnée	Fréquence propre dimensionnée (Hz)	Description du mode
1	0.3947	32.85	Mode rotationnel N°1
2	0.9550	79.48	Mode rotationnel N°2
3	2.147	178.7	Mode rotationnel N°3
4	2.522	210.0	Mode transverse N°1 (brin 6)
5	3.111	258.9	Mode transverse N°1 (brin 7)
6	3.509	292.0	Mode rotationnel N°4
7	4.685	389.9	Mode rotationnel N°5
8	5.047	420.0	Mode transverse N°2 (brin 6)
9	6.227	518.2	Mode transverse N°2 (brin 7)
10	6.501	541.0	Mode rotationnel N°6

TABLEAU C.3 - Fréquences et modes propres de la transmission [Parker 04]

## Annexe D - Modèle de Zhu et al. : données caractéristiques de la façade d'étude

Poulie N°	X (m)	Y (m)	$D_i$ (m)	$J_i$ (kgm <sup>2</sup> )	$M_i$ (Nm)
1	0	0	-	$2.57 \times 10^{-2}$	0
2	0.0926	0.0460	0.0518	$5.73 \times 10^{-3}$	10.31
3	0.0670	0.1900	0.0600	$7.3659 \times 10^{-5}$	0
4	0.0657	0.3465	0.1144	$1.006 \times 10^{-2}$	$M_{40} = 3.422$ $M_{41} = 4.463$
5	-0.0752	0.3465	0.1144	$1.006 \times 10^{-2}$	$M_{50} = 1.806$ $M_{51} = 8.801$
6	-0.0635	0.2335	0.0600	$7.3145 \times 10^{-5}$	0

$E$ (Nm <sup>2</sup> )	$A$ (m <sup>2</sup> )	$\theta_{t0}$ (°)	$l_t$ (m)	$l_e$ (m)	$J_{arm}$ (kgm <sup>2</sup> )	$c_b$ (Nms/rad)
$6.58 \times 10^9$	$6.096 \times 10^{-5}$	40.11	$2.73 \times 10^{-3}$	$1.31 \times 10^{-3}$	0.002601	0.1

$m_1$ (kg)	$m_e$ (kg)	$d_1$ (m)	$\beta_1$ (°)	$\beta_2$ (°)	$k_t$ (Nm/rad)	$c_t$ (Nms/rad)
0.1	0.5132	0.0572	-6.17	131.30	0.8	0.1

TABLEAU D.1 - Paramètres de définition de la transmission [Zhu 18b]

Ordre $f$	$A_f$ (rad)	$\alpha_f$ (rad)
2	$3.26 \times 10^{-2}$	1.57
4	$3.91 \times 10^{-3}$	3.61
6	$4.56 \times 10^{-3}$	4.71

TABLEAU D.2 - Amplitudes et angles de phase des harmoniques dominantes composant le mouvement imposé au vilebrequin [Zhu 18b]



## Annexe E - Outil de modélisation interne au groupe PSA (LMS AMESIM)

Au sein de l'environnement AMESIM, le principe de représentation d'un système mécanique repose sur l'établissement de diagrammes-blocs (sketch) correspondant à l'assemblage de composants (submodels) ayant chacun une fonction physique définie (e.g. système masse-ressort, amortisseur, générateur de couple, signal, ...). Les composants sont dotés de ports permettant de les connecter les uns aux autres. Chaque port est lié à un lot de variables dites externes, constituant des données d'entrée et/ou de sortie assurant l'interaction de l'élément avec le reste du système. Le comportement global d'un modèle est ainsi régi par un système d'équations aux dérivées partielles ayant pour inconnues les variables externes des composants du modèle. La résolution du système d'équations est assurée par un solveur temporel sophistiqué non décrit ici.

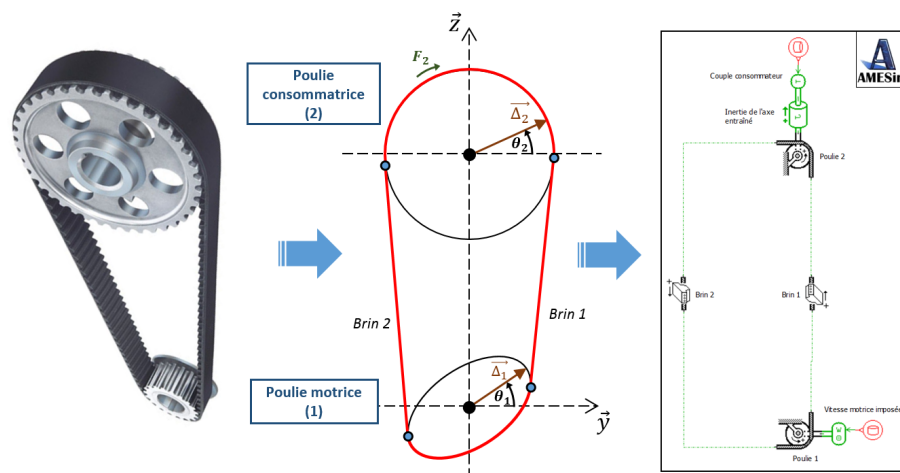


FIGURE E.1 - Représentation d'une transmission simple en environnement AMESIM

On trouve dans AMESIM de nombreuses bibliothèques d'éléments standards : *Mechanical*, *Hydraulic*, *Thermal*, ... L'utilisateur peut également créer sa propre bibliothèque-utilisateur (*user library*). Le développement d'un composant personnalisé se fait à l'aide de l'outil d'implémentation LMS AMESET [AMESet 04]. À partir de l'interface graphique de cet utilitaire, il est possible de générer et d'éditer librement le code source des composants (langage C).

Les éléments de modélisation 0D/1D implémentés par les filières métiers numériques du groupe PSA pour l'étude des transmissions par courroie sont regroupés au sein de la bibliothèque utilisateur *Libbelt*. Le tableau E.1 répertorie les composants de cette bibliothèque faisant l'objet d'une description détaillée aux sections suivantes. Il est à noter que l'on ne propose ici qu'une description partielle du contenu de cette bibliothèque, la mise en équation des composants dédiés à la modélisation de transmissions intégrant des galets enrouleurs et/ou tendeurs n'est ainsi pas abordée. En effet, cette thématique n'est pas au cœur de l'étude de l'influence des poulies non circulaires sur le comportement dynamique des transmissions par courroies synchrones. Des informations à ce sujet pourront toutefois être obtenues par la lecture des notes techniques spécifiques [Veneziani 11b, Veneziani 11a, Veneziani 15a].

**Remarque.** Les bibliothèques AMESIM évoluent régulièrement. Les descriptions, observations et analyses qui suivent ont été formulées sur la base de la version de cette bibliothèque en vigueur au moment de la rédaction de ce mémoire (version R14).

Symbole	Nom	Description
	<i>SYNROP</i>	Portion de brin libre
	<i>SYNECROP</i>	Pas de courroie enroulé sur une poulie
	<i>SYN SHE</i>	Brin enroulé complet

TABLEAU E.1 - Extrait du contenu de la bibliothèque utilisateur *Libbelt* dédiée à la modélisation des façades de distribution en environnement AMESIM

## E.1. Hypothèses

La courroie est associée à un fil élastique ne présentant pas de rigidité en flexion (corde). On ne considère donc que des mouvements (déplacement/déformation) longitudinaux suivant la tangente à la courroie. Une approche en représentation Eulérienne est adoptée avec un volume d'observation fixe dans lequel la matière est libre de se déplacer. Ici, le volume d'observation est un domaine unidimensionnel (courbe) qui coïncide avec le chemin primitif de la courroie.

Ce domaine 1D est discrétisé en systèmes élémentaires (composants AMESIM) tangents au chemin de courroie. Les ports de chaque composant donnent des points d'observation du système où évaluées les grandeurs physiques caractéristiques du comportement dynamique de la transmission : déplacements de la courroie, efforts, etc. Suivant que le brin est libre ou en contact avec une poulie ou un galet, les composants utilisés sont de différents types.

- Une portion de brin libre est représentée par une cellule de Kelvin-Voigt. Un brin libre peut être discrétisé en un ou plusieurs composants. De manière générale deux composants sont utilisés.
- Une portion de brin engrené a une longueur correspondant à un pas de courroie (dent+creux). Elle est constituée de deux cellules de Kelvin-Voigt en parallèle. L'une représente l'âme de la courroie (identique à la précédente) et l'autre la dent de courroie déformable en contact sur la dent de poulie rigide. Un brin complet est constitué d'un nombre d'éléments correspondant au nombre moyen de dents engrenées sur la poulie.

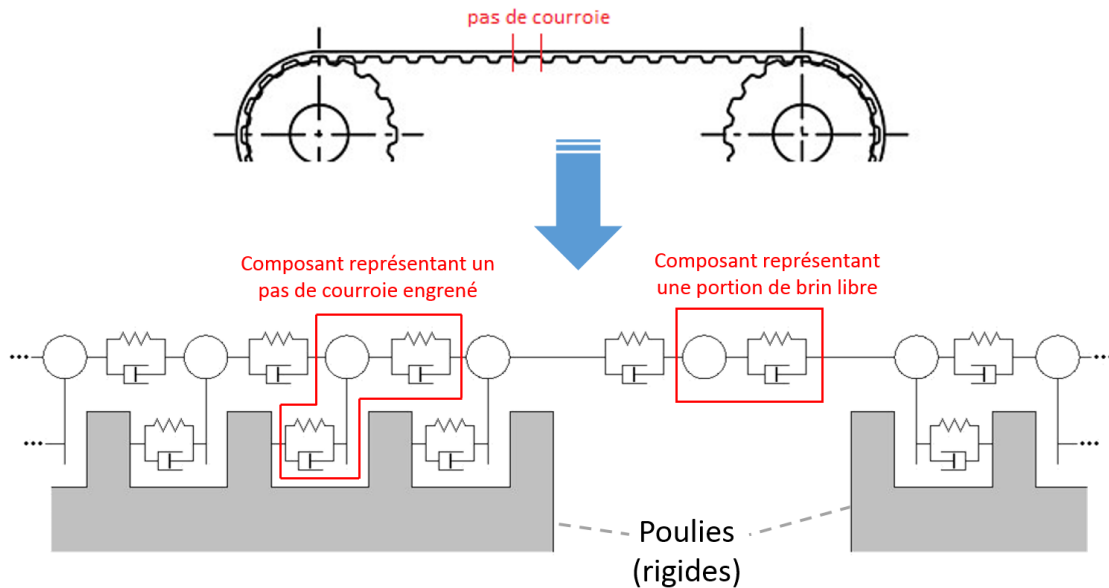


FIGURE E.2 (rappel de la figure 1.52) - Principe de modélisation des courroies synchrones en environnement AMESIM

Le niveau d'excentricité des poulies lobées est considéré suffisamment faible pour que les variations de la longueur qu'elles induisent sur leur brins adjacents demeurent négligeables. Toutes les poulies sont donc assimilées à des poulies circulaires, les poulies lobées prenant un rayon primitif égal au rayon nominal de leur profil initial. L'effet de l'excentricité est pris en compte uniquement sur les vitesses d'avance des dents de poulies en prise avec les portions de brins enroulés.

## E.2. Représentation d'un brin libre

Le composant *SYNROP* représente une portion de brin libre. Les variables et paramètres entrant dans la définition du composant sont répertoriés au sein des tableaux E.2 et E.3.

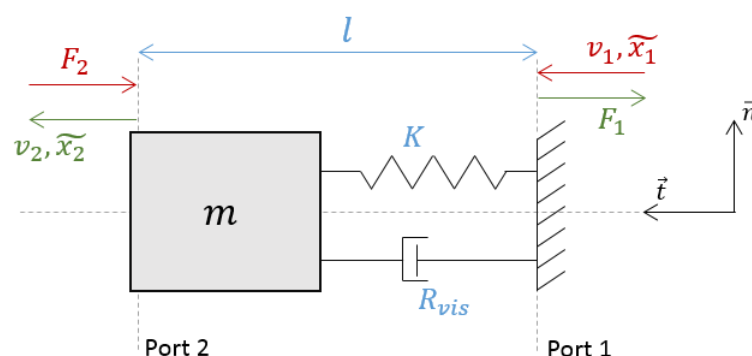


FIGURE E.3 (rappel de la figure 1.53) - Composant AMESIM dédié à la représentation d'une portion de brin libre (*SYNROP*)

### Définition du composant

Ce composant correspond à une cellule de Kelvin-Voigt (figure E.3). La longueur  $l$  de la cellule correspond au quotient de la longueur géométrique du brin par le nombre de composants  $n_{dis}$  utilisés pour la discrétisation du brin.

$$l = \frac{\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - ((2t_2 - 3)(d_2/2) - (2t_1 - 3)(d_1/2))^2}}{n_{dis}} \quad (\text{E.1})$$

Le composant présente une raideur non linéaire  $K_{NL}$  nécessaire pour empêcher l'apparition de tensions négatives sur le brin (travail en compression). Cette condition permet de prendre en compte la très faible rigidité de la courroie en flexion empêchant la mise en compression des brins libres. En effet, en cas de chute de tension sur un brin, ce dernier perd sa rectitude (flambage) avant de ne pouvoir se comprimer. La raideur  $K_{NL}$  suit une loi continue régularisée assurant la transition entre deux comportements linéaires (figure E.4) :

- $K_{NL} = K = cste$  lorsque le brin est tendu,
- $K_{NL} = K_{mn} = cste$  lorsque la flexion ou le flambage sont prépondérants (i.e. lorsque la tension du brin est inférieure à un effort seuil  $F_{lim}$ ).

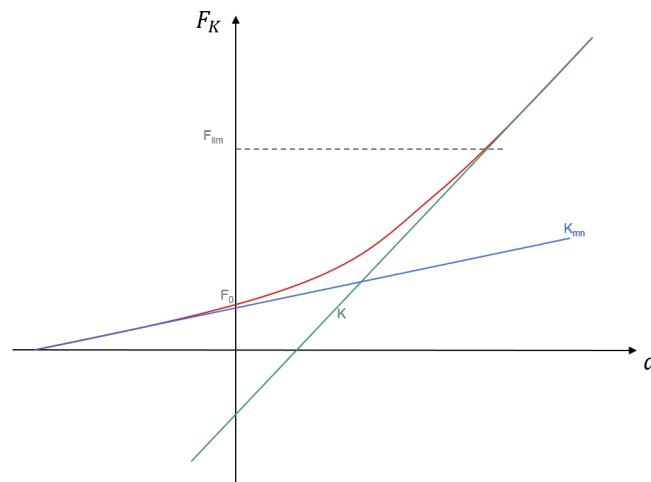


FIGURE E.4 - Loi de raideur non linéaire d'une portion de brin libre en environnement AMESIM

La loi de raideur s'exprime sous la forme :

$$K_{NL}(a(t)) = \frac{(K - K_{mn}) \tanh\left(\frac{2Ka(t)}{F_{lim} - F_0} - 2\right) + (K + K_{mn})}{2} \quad (\text{E.2})$$

$a(t)$  est l'allongement du composant et  $F_0$  l'effort de tension correspondant à un allongement nul de la portion de brin.

Par intégration, on obtient l'effort de raideur généré par allongement du composant :

$$\begin{aligned}
 F_K(t) &= \int_0^t K_{NL}(t) \dot{a}(t) dt \\
 &= \frac{1}{4K_0} (K(t) - K_{mn}(t)) (F_{lim} - F_0) \\
 &\quad \left[ \ln \left( \cosh \left( \frac{2K(t)a(t)}{F_{lim} - F_0} - 2 \right) \right) - \ln \left( \cosh \left( \frac{2K(t)a(0)}{F_{lim} - F_0} - 2 \right) \right) \right] \\
 &\quad + \frac{1}{2} (K(t) - K_{mn}(t)) (a(t) - a(0)) + T_0
 \end{aligned} \tag{E.3}$$

L'allongement du composant s'exprime en fonction des déplacements particuliers aux ports  $\widetilde{x}_1$  et  $\widetilde{x}_2$  :

$$a(t) = \widetilde{x}_2 - \widetilde{x}_1 - a(0) \tag{E.4}$$

$a(0)$  correspond à l'allongement initial sous l'effet de la précharge  $T_0$ . Cette précharge correspond au niveau de tension du système en équilibre statique avant mise en fonctionnement (tension de pose ou d'installation).

$$T_0 = \frac{K_0}{l} a(0) + B \Rightarrow a(0) = (T_0 - B) \frac{l}{K_0} \tag{E.5}$$

où :

$$B = \left( \frac{K_0 - K_{min}}{K_0} \right) \left( \frac{F_{lim} - F_0}{4} \right) [\ln(2) + 2 + \ln(\cosh(2))] + F_0 \tag{E.6}$$

Les raideurs  $K$ ,  $K_{mn}$ , le coefficient de viscosité  $R_{vis}$  ainsi que la masse  $m$  du composant s'expriment en fonction des constantes matériaux  $K_0$ ,  $K_{min}$ ,  $R_{vis0}$  et  $m_0$  données pour un mètre matériel de courroie :

$$\begin{aligned}
 K(t) &= \frac{K_0}{l - a(t)} \\
 K_{mn}(t) &= \frac{K_{min}}{l - a(t)} \\
 R_{vis}(t) &= \frac{R_{vis0}}{l - a(t)} \\
 m(t) &= m_0 (l - a(t))
 \end{aligned} \tag{E.7}$$



**Bilan d'efforts**

La masse  $m$  du composant est soumise à deux efforts :

- L'effort  $F_1$  généré par l'élongation de la cellule de Kelvin-Voigt s'applique entre la masse  $m$  et le port 1 du composant. Il est exprimé par la relation suivante :

$$F_1 = -F_K - R_{vis}(v_2 - v_1) \quad (\text{E.8})$$

- L'effort  $F_2$  exercé par la portion de brin amont s'applique au port 2 du composant.

**Mise en équation**

La mise en équation du comportement dynamique du composant est obtenue par l'application du principe fondamental de la dynamique à la masse  $m$  dans la direction tangente au chemin de courroie. En approche Lagrangienne, l'équation de la dynamique de la masse  $m$  relie la dérivée particulaire  $\left(\frac{D}{Dt}\right)$  de sa vitesse  $v_2$  aux efforts  $F_1$  et  $F_2$  :

$$\frac{Dv_2}{Dt} = \frac{-F_2 + F_1}{m} \quad (\text{E.9})$$

La dérivée particulaire de  $v_2$  est reliée à la dérivée eulérienne par la relation suivante :

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} = \frac{Dv_2}{Dt} - v_2 \frac{\partial v}{\partial x} \quad (\text{E.10})$$

Cette écriture permet d'obtenir l'équation de la dynamique (E.9) sous une forme eulérienne adaptée à la résolution sous AMESIM :

$$\frac{\partial v_2}{\partial t} = \frac{-F_2 + F_1}{m} - v_2 \frac{\partial v}{\partial x} \quad (\text{E.11})$$

La quantité  $\frac{\partial v}{\partial x}$  correspond au gradient de la vitesse sur le domaine 1D couvert par le composant. Par différentiation on obtient :

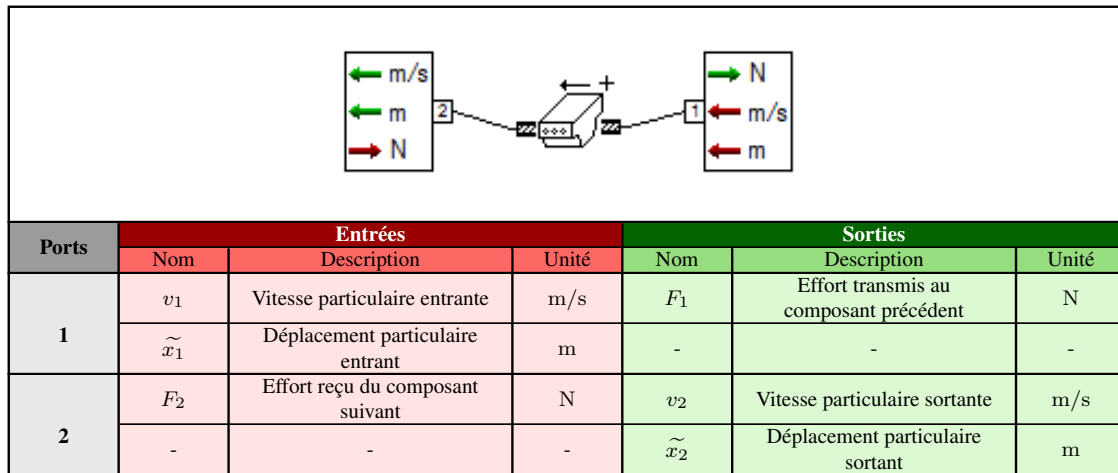
$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{v_2 - v_1}{l} \quad (\text{E.12})$$

La valeur du déplacement au port 2 de l'élément peut être déduite par intégration de la vitesse matérielle en ce port :

$$\frac{\partial \tilde{x}_2}{\partial t} = v_2 + v_2 \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} \quad (13)$$

avec  $\frac{\partial \tilde{x}}{\partial x}$  le gradient de déplacement particulaire le long de l'âme de la courroie tel que :

$$\frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} = \frac{\tilde{x}_2 - \tilde{x}_1}{l} \quad (\text{E.14})$$

TABLEAU E.2 - Variables externes du composant AMESIM associé à une portion de brin libre (*SYNROP*)

Nom	Unité	Description
$m$	kg	Masse de la portion de brin
$m_0$	kg/m	Masse linéique de la courroie
$l$	m	Longueur de la portion de brin
$a$	m	Allongement de la portion de brin
$T_0$	N	Pré-tension (tension de pose)
$F_K$	N	Effort lié à la raideur de la portion de brin $K$
$K$	N/m	Raideur de la portion de brin
$K_0$	N	Constante de raideur longitudinale de la courroie (raideur d'une portion de courroie ayant une longueur initiale de 1 mètre)
$F_{lim}$	N	Effort de raideur limite (paramètre de définition de la loi de raideur non linéaire)
$F_0$	N	Effort de raideur pour un allongement nul (paramètre de définition de la loi de raideur non linéaire)
$K_{min}$	N	Constante de raideur longitudinale minimum (paramètre de définition de la loi de raideur non linéaire)
$R_{vis}$	Ns/m	Coefficient d'amortissement visqueux de la portion de brin
$R_{vis0}$	Ns/m <sup>2</sup>	Constante d'amortissement visqueux longitudinal de la courroie
$y_1$	mm	Coordonnée Y du centre la poulie amont au brin discrétisé (côté port 1)
$z_1$	mm	Coordonnée Z du centre la poulie amont au brin discrétisé (côté port 1)
$d_1$	mm	Diamètre primitif de la poulie amont au brin discrétisé (côté port 1)
$t_1$	-	Type de la poulie amont au brin discrétisé (côté port 1) [ 0 si galet ; 1 si poulie dentée]
$y_2$	mm	Coordonnée Y du centre la poulie aval au brin discrétisé (côté port 2)
$z_2$	mm	Coordonnée Z du centre la poulie aval au brin discrétisé (côté port 2)
$d_2$	mm	Diamètre primitif de la poulie aval au brin discrétisé (côté port 2)
$t_2$	-	Type de la poulie aval au brin discrétisé (côté port 2) [ 0 si galet ; 1 si poulie dentée]
$n_{dis}$	-	Nombre de composants utilisés pour la discrétisation du brin

TABLEAU E.3 - Variables et paramètres internes du composant AMESIM associé à une portion de brin libre (*SYNROP*)

### E.3. Représentation d'un brin enroulé sur une poulie circulaire

La discrétisation des brins enroulés sur une poulie circulaire est réalisée à partir d'un assemblage de composants *SYNECROP*. Les différentes variables et paramètres mis en œuvre pour la formulation de son comportement sont listés aux tableaux E.4 et E.5.

#### Définition du composant

Le composant *SYNECROP* correspond à un pas de courroie engrené sur une dent de poulie. Le pas de courroie est représenté par deux cellules de Kelvin-Voigt en parallèle reliées à une masse centrale  $m$ . L'une représente l'âme de la courroie ( $m$ ,  $K$ ,  $R_{vis}$ ) et l'autre la dent de courroie déformable en contact avec la denture de poulie rigide ( $K_c$ ,  $R_{visc}$ ). L'architecture du composant est illustrée en figure E.5.

L'élément a une longueur égale au pas de la courroie ( $p$ ). Sa masse  $m$ , sa raideur  $K$  et son coefficient de viscosité  $R_{vis}$  sont définis par les relations suivantes :

$$K = \frac{K_0}{l + \tilde{x}_2 - \tilde{x}_3}$$

$$R_{vis} = \frac{R_{vis0}}{l + \tilde{x}_2 - \tilde{x}_3} \quad (\text{E.15})$$

$$m = m_0 (l + \tilde{x}_2 - \tilde{x}_3)$$

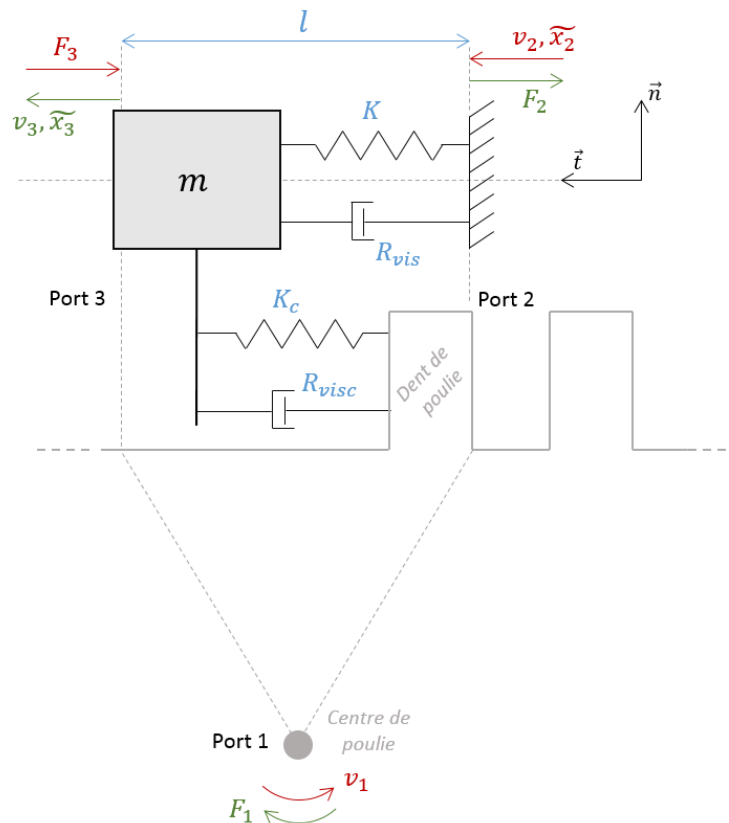


FIGURE E.5 (rappel de la figure 1.54) - Composant AMESIM dédié à la représentation d'une portion de brin enroulé (*SYNECROP*)

### Bilan d'efforts

La masse  $m$  est soumise à trois efforts :

- L'effort  $F_d$  correspond à l'action de la dent de poulie sur le pas de courroie engrené.

$$F_d = \frac{2F_1}{d_s} = K_c (\tilde{x}_d - \tilde{x}_3) + R_{visc} (v_d - v_3) \quad (\text{E.16})$$

- L'effort  $F_2$  s'applique entre le port 2 du composant et la masse  $m$ .

$$F_2 = K (\tilde{x}_2 - \tilde{x}_3) + R_{vis} (v_2 - v_3) \quad (\text{E.17})$$

- L'effort  $F_3$  résulte de l'effort transmis par la portion de courroie amont connectée au port 3.

Le déplacement de la dent de poulie  $\tilde{x}_d$  (tête de dent) s'exprime en fonction du diamètre et de la vitesse de rotation de la poulie :

$$\frac{\partial \tilde{x}_d}{\partial t} = v_d = \frac{d_s v_1}{2} \quad (\text{E.18})$$

### Mise en équation

De manière similaire à l'approche employée pour l'écriture de l'équation (E.11), la mise en équation du comportement dynamique du composant est obtenue par l'application du principe fondamental de la dynamique à la masse  $m$  du composant en suivant une approche eulérienne :

$$\frac{\partial v_3}{\partial t} = \frac{-F_3 + F_d + F_2}{m} - v_3 \frac{\partial v}{\partial x} \quad (\text{E.19})$$

La quantité  $\frac{\partial v}{\partial t}$  correspond au gradient de la vitesse le long de l'âme de la courroie. Il peut s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{v_3 - v_2}{p} \quad (\text{E.20})$$

La dérivée temporelle du déplacement matériel au port 3 s'écrit :

$$\frac{\partial \tilde{x}_3}{\partial t} = v_3 + v_3 \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} \quad (\text{E.21})$$

avec  $\frac{\partial \tilde{x}}{\partial x}$  le gradient de déplacement particulière le long de l'âme tel que :

$$\frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} = \frac{\tilde{x}_3 - \tilde{x}_2}{l} \quad (\text{E.22})$$

### Représentation d'un brin complet

Un brin complet enroulé sur une poulie circulaire est représenté par un assemblage de composants élémentaires *SYNECROP* en série (supercomposant *SYNSHE*). Le nombre de composants utilisés pour discrétiser un brin complet correspond au nombre moyen de dents  $N$  engrenées sur la poulie. Un supercomposant *SYNSHE* représentant un brin enroulé comprenant dix dents est illustré en figure E.6. Les ports 1 et 2 du supercomposant sont respectivement les ports 3 et 2 des composants *SYNECROP* situés aux limites du brin enroulé (points de tangence). Ils sont connectés aux ports des brins libres adjacents à la poulie. Les ports 1 de chaque composant sont concentrés en un seul nœud mécanique de rotation (port 3 du supercomposant) par un composant standard AMESIM (*RNMECHO*) qui correspond au centre de rotation de la poulie. Ce nœud sera utilisé comme interface de connexion entre le brin enroulé et la poulie associée.

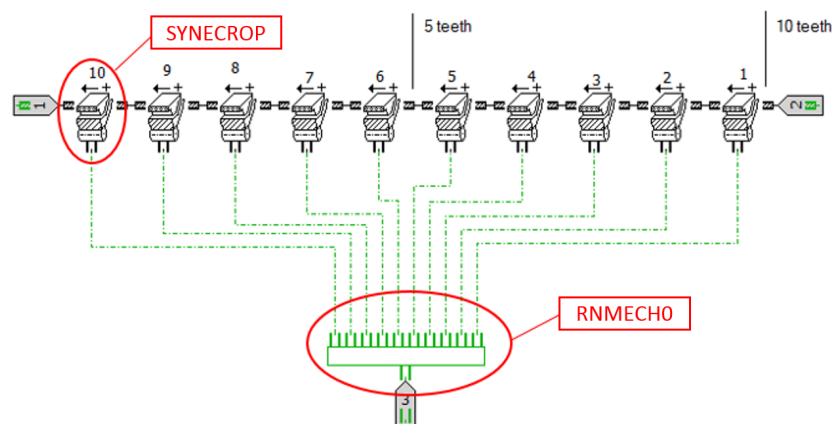


FIGURE E.6 - Supercomposant AMESIM dédié à la représentation d'un brin enroulé composé de dix dents (*SYNSHE10T*)

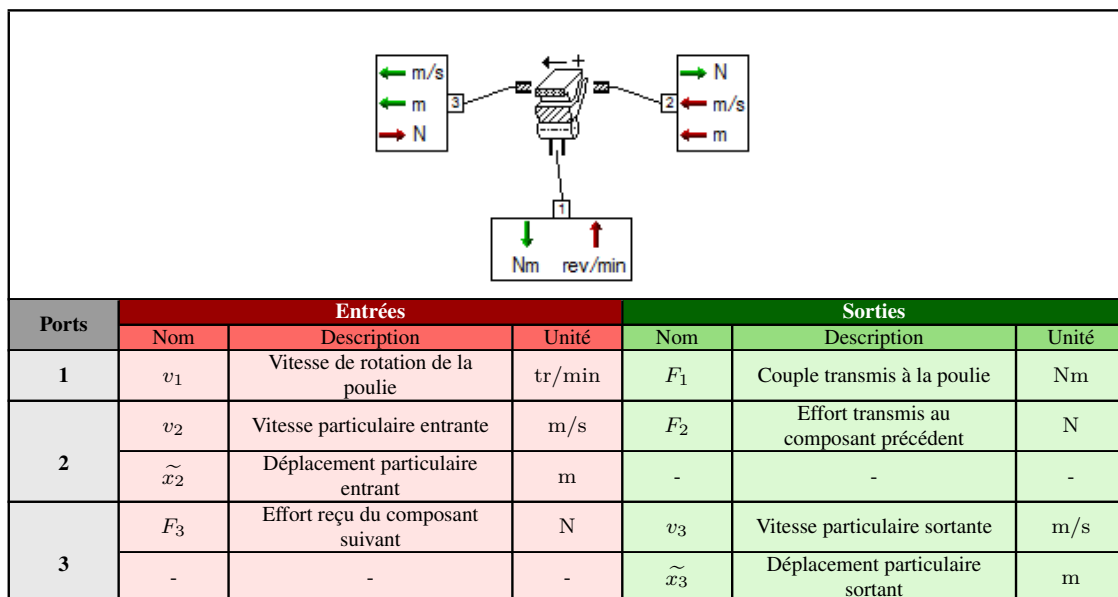


TABLEAU E.4 - Variables externes du composant AMESIM associé à une portion de brin enroulé (*SYNECROP*)

Nom	Unité	Description
$m$	kg	Masse de la portion de brin
$m_0$	kg/m	Masse linéique de la courroie
$l$	m	Longueur de la portion de brin (pas de la courroie)
$a$	m	Allongement de la portion de brin
$T_0$	N	Pré-tension (tension de pose)
$x_d$	m	Déplacement au sommet de la dent de poulie $K$
$v_d$	m/s	Vitesse d'avance au sommet de la dent de poulie $K$
$F_d$	N	Effort de contact appliqué sur la dent $K$
$F_K$	N	Effort lié à la raideur de la portion de brin $K$
$K$	N/m	Raideur de la portion de brin
$K_0$	N	Constante de raideur longitudinale de la courroie (raideur d'une portion de courroie ayant une longueur initiale de 1 mètre)
$R_{vis}$	Ns/m	Coefficient d'amortissement visqueux de la portion de brin
$R_{vis0}$	Ns/m <sup>2</sup>	Constante d'amortissement visqueux longitudinal de la courroie
$y_2$	mm	Coordonnée Y du centre la poulie amont au brin discrétisé (côté port 2)
$z_2$	mm	Coordonnée Z du centre la poulie amont au brin discrétisé (côté port 2)
$d_2$	mm	Diamètre primitif de la poulie amont au brin discrétisé (côté port 2)
$t_2$	-	Type de la poulie amont au brin discrétisé (côté port 2) [ 0 si galet; 1 si poulie dentée]
$y_3$	mm	Coordonnée Y du centre la poulie aval au brin discrétisé (côté port 3)
$z_3$	mm	Coordonnée Z du centre la poulie aval au brin discrétisé (côté port 3)
$d_3$	mm	Diamètre primitif de la poulie aval au brin discrétisé (côté port 3)
$t_3$	-	Type de la poulie aval au brin discrétisé (côté port 3) [ 0 si galet; 1 si poulie dentée]
$y_s$	mm	Coordonnée Y du centre la poulie sur laquelle le brin est enroulé (port 1)
$z_s$	mm	Coordonnée Z du centre la poulie sur laquelle le brin est enroulé (port 1)
$d_s$	mm	Diamètre primitif de la poulie sur laquelle le brin est enroulé (port 1)
$t_s$	-	Type de la poulie sur laquelle le brin est enroulé (port 1) [ 0 si galet; 1 si poulie dentée]

TABLEAU E.5 - Variables internes du composant AMESIM associé à une portion de brin enroulé (*SYNE-CROP*)

#### E.4. Représentation d'un brin enroulé sur une poulie non circulaire

Les seuls profils non circulaires pris en compte par la bibliothèque Libbelt sont des profils dits *lobés*. La discrétisation des brins enroulés sur des poulies *lobées* est réalisée à partir d'une variante du composant utilisé pour le traitement des poulies circulaires (section E.2). Sa structure (figure E.5) et ses variables d'entrée/sortie sont identiques (tableaux E.4 et E.5). Ce composant possède toutefois quelques paramètres et variables internes supplémentaires dédiés au traitement de la non-circularité des poulies (tableau E.6).

Nom	Unité	Description
$N$	-	Nombre de lobes du profil non circulaire
$p$	mm	Excentricité du profil
$\varphi$	°	Angle de calage de la poulie (orientation initiale du profil non circulaire)
$\gamma_2$	°	Orientation du brin amont à la poulie (côté port 2)
$\gamma_3$	°	Orientation du brin aval à la poulie (côté port 3)

TABLEAU E.6 - Variables et paramètres complémentaires pour une portion de brin enroulé sur un poulie bilobée

Les équations de la dynamique sont identiques aux équations formulées dans le cas d'une poulie circulaire. Seul le calcul de la vitesse des dents de poulie diffère. En effet, même si géométriquement, la poulie est considérée comme ronde, les effets de l'excentricité de son profil réel sont tout de même pris en compte pour le calcul des vitesses de dents non uniformes le long de l'arc d'enroulement (figure E.7). Le niveau d'excentricité  $p$  d'une poulie bilobée ( $N = 2$ ) quantifie la différence de longueur entre le demi grand axe et le demi petit axe de la poulie bilobée<sup>5</sup> :

$$p = \|\vec{\Delta}\| - \|\vec{\delta}\| \quad (\text{E.23})$$

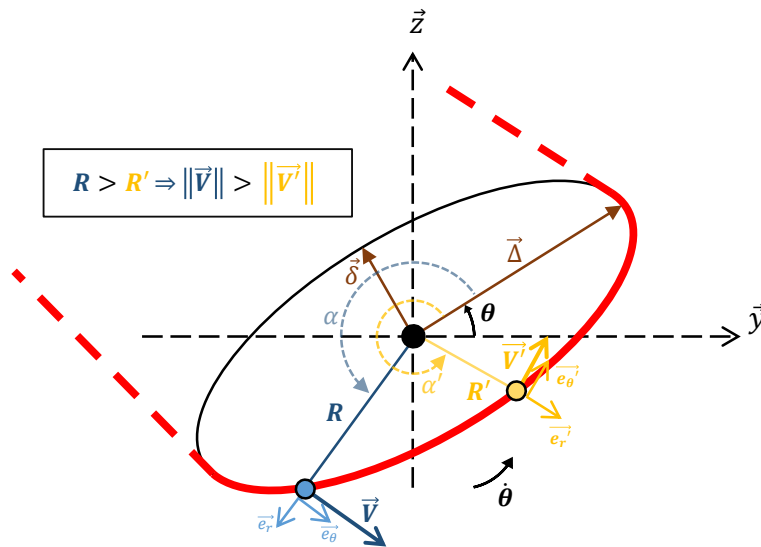


FIGURE E.7 (rappel de la figure 1.55) - Répartition de vitesse le long d'un brin enroulé sur une poulie bilobée

Le paramètre de mouvement d'une poulie bilobée en rotation est défini par l'angle d'orientation  $\theta$  de son grand axe  $\vec{\Delta}$ . La vitesse d'une dent située à une distance  $R$  de la poulie est orthoradiale et de norme :

$$V = R\dot{\theta} \quad (\text{E.24})$$

Le rayon  $R$  varie d'une dent à l'autre en fonction de sa position angulaire sur la poulie notée  $\alpha$  (repérage par rapport au grand axe  $\vec{\Delta}$  de la poulie) :

$$R(\alpha) = \frac{d_s}{2} + P \cos(N\alpha) \quad (\text{E.25})$$

avec  $N = 2$  pour une poulie bilobée. Cela entraîne une variation de vitesse le long de l'arc d'enroulement. Dans une logique de simplification, une vitesse constante est imposée sur l'arc d'enroulement. Cette vitesse est choisie comme la moyenne de la norme des vitesses instantanées aux points de tangence.

<sup>5</sup>Dans le cas d'un profil lobé quelconque à  $N$  lobes, l'excentricité quantifie la différence entre les valeurs des rayons maximal et minimal du profil.

Les points de tangence  $H_{i=2,3}$  (figure E.8) occupent la position angulaire  $\alpha_i = 2, 3$  définie ainsi :

$$\alpha_i = -\theta - \phi_i \quad (\text{E.26})$$

La variation du rayon de poulie  $R_i$  suit donc une loi sinusoidale fonction de l'angle de rotation de la poulie bilobée  $\theta$  :

$$R_i(\theta) = \frac{d_s}{2} \left( 1 + \frac{2p}{d_s} \cos(N(-\theta - \phi_i)) \right) \quad (\text{E.27})$$

La position angulaire initiale  $\phi_i$  du point de tangence  $H_i$  s'exprime en fonction de l'angle d'orientation initial (phasage) de la poulie  $\varphi$  et de l'orientation  $\gamma_i$  du brin brin adjacent au port  $i$  :

$$\begin{cases} \phi_2 = \varphi + \gamma_2 + \frac{\pi}{2} \\ \phi_3 = \varphi + \gamma_3 - \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (\text{E.28})$$

Ainsi, la vitesse moyennée appliquée aux dents d'une poulie bilobée s'écrit :

$$v_d = v_1 \frac{d_s}{2} (1 + v_{acy}) \quad (\text{E.29})$$

avec :

$$v_{acy} = \frac{2p}{d_s} [\sin(N(-\theta - \gamma_2)) + \sin(N(-\theta - \gamma_3))] \quad (\text{E.30})$$

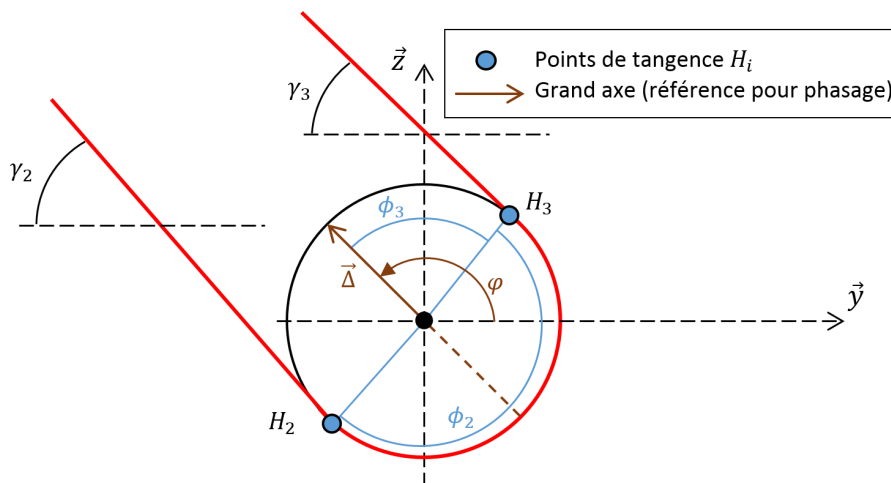


FIGURE E.8 - Poulie lobée en état initial (géométrie circulaire équivalente)



## E.5. Représentation d'une transmission complète

La figure E.1 illustre les principes de modélisation d'une façade simple à deux poulies en environnement 0D/1D AMESIM. La transmission comprend une poulie motrice bilobée entraînant une poulie circulaire. La vitesse de la poulie motrice est imposée. La poulie consommatrice et l'ensemble des organes qu'elle entraîne sont représentés par une inertie en rotation (*RL*) soumise à un couple consommateur  $F_2$ . L'équation de mouvement associé est de la forme suivante :

$$J_2\ddot{\theta}_2 = \sum_{i=1}^n F_{1i} - F_2 \quad (\text{E.31})$$

avec  $J_2$  l'inertie de la poulie consommatrice et  $F_{1i}$  le couple généré par les actions de contact de chacun des  $n$  composants *SYNECROP* utilisés pour la discrétisation du brin enroulé.

Les signaux temporels de vitesse motrice et de couple consommateur imposés au système sont lus à partir de vecteurs externes échantillonnés. La lecture d'un vecteur est réalisée par l'intermédiaire d'un composant standard (*SIGUDA*) opérant une interpolation des données échantillonnées aux instants simulés. Suivant que le signal lu soit une vitesse ou un couple, le lecteur de signal est connecté à un générateur de vitesse de rotation (*OMEGC*) ou de couple (*TORQC*) directement relié à la poulie concernée. Ces composants et leur schématisation sont présentés au tableau E.7.





Symbole	Nom	Bibliothèque AMESIM	Description
	<i>RL</i>	<i>Mechanical</i>	Inertie en rotation
	<i>SIGUDA</i>	<i>Signal</i>	Génération d'un signal temporel par interpolation d'un vecteur échantillonné (lecture d'un fichier texte externe)
	<i>OMEGC</i>	<i>Mechanical</i>	Conversion d'un signal en une vitesse de rotation avec calcul de l'angle de rotation associé par intégration temporelle
	<i>TORQC</i>	<i>Mechanical</i>	Conversion d'un signal en couple mécanique

TABLEAU E.7 - Composants standards AMESIM employé pour la modélisation de la façade de distribution illustrée en figure E.1

## Annexe F - Nomenclature associée à la formulation et à l'implémentation du modèle L-E en approche 0D/1D

Notation	Description
$K^*$	Constante de raideur longitudinale de la courroie
$m^*$	Masse totale de la courroie
$\rho^*$	Masse linéique de la courroie
$T_0$	Tension de pose
$L^*$	Longueur de référence de la courroie (longueur à vide sous tension nulle)
$L_0$	Longueur géométrique initiale de la courroie sous tension de pose
$N$	Nombre de poulies de la transmission
$\Gamma$	Repère global $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ définissant le plan de la transmission
$\Gamma_i$	Repère local $(O_i, \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z})$ attaché à la poulie $i$
$O_i$	Centre de rotation de la poulie $i$
$P_i$	Profil primitif de la poulie $i$
$(r_i, \gamma_i)$	Coordonnées polaires des points du profil $P_i$ dans le repère $\Gamma_i$
$D_i$	Diamètre nominal du profil primitif de la poulie $i$
$\rho_i$	Rapport cinématique de la poulie $i$
$\vec{\delta}_i$	Rayon de référence de la poulie $i$
$\theta_i$	Angle de rotation $(\vec{x}, \vec{\delta}_i)$ de la poulie $i$
$\dot{\theta}_i$	Vitesse angulaire de la poulie $i$
$\ddot{\theta}_i$	Accélération angulaire de la poulie $i$
$\dot{\theta}_i$	Composante cinématique (ou nominale) de la vitesse angulaire de la poulie $i$
$\dot{\tilde{\theta}}_i$	Composante vibratoire de la vitesse angulaire de la poulie $i$
$\theta_{0i}$	Angle de calage initial de la poulie $i$
$\theta_{si}$	Angle d'équilibre statique de la poulie $i$ sous conditions de charge initiales

Notation	Description
$I_i$	Inertie de la poulie $i$
$\mu_i$	Coefficient d'amortissement visqueux de la poulie $i$
$C_{ri}$	Couple de charge de la poulie $i$
$C_{0ri}$	Valeur initiale du couple de charge de la poulie $i$
$C_{pi}$	Moment mécanique généré par les tensions des brins de courroie sur la poulie $i$
$C_{\mu i}$	Couple d'amortissement visqueux appliqué sur la poulie $i$
$\alpha_i$	Angle d'inclinaison du brin amont à la poulie $i$
$\beta_i$	Angle d'inclinaison du brin aval à la poulie $i$
$A_i / B_i$	Points de tangence géométriques (ou points limite de contact) amont/aval à la poulie $i$
$A_i^* / B_i^*$	Points matériels de courroie coïncidents avec les points de tangence géométriques de la poulie $i$
$a_i / b_i$	Points du profil primitif (ou points matériels) de la poulie $i$ coïncidents avec les points de tangence géométriques
$\vec{t}_i / \vec{t}_j$	Vecteur tangent des profils primitifs $P_i / P_j$ aux points $b_i / a_j$ de deux poulies $i$ et $j$ consécutives
$\vec{t}_{ij}$	Vecteur directeur du brin $i$ reliant deux poulies consécutives $i$ et $j$
$(r_{ai}, \gamma_{ai}) / (r_{bi}, \gamma_{bi})$	Coordonnées polaires des points $a_i / b_i$ dans le repère local $\Gamma_i$
$(x_{ai}, y_{ai}) / (x_{bi}, y_{bi})$	Coordonnées cartésiennes des points $a_i / b_i$ dans le repère global $\Gamma$
$f_{ij}(\theta_i, \theta_j) / g_{ij}(\theta_i, \theta_j)$	Fonctions scalaires reliant les coordonnées angulaires $\gamma_{bi} / \gamma_{aj}$ aux positions angulaires $\theta_i / \theta_j$ de deux poulies consécutives $i$ et $j$
$l_i$	Longueur géométrique du brin libre $i$
$l_i^*$	Longueur de référence du brin libre $i$
$l_{0i}^*$	Longueur de référence du brin libre $i$ sous tension de pose
$l_{si}^*$	Longueur de référence du brin libre $i$ en équilibre statique sous conditions de charge initiales
$l_{pi}$	Longueur géométrique du brin enroulé $i$
$l_{0pi}$	Longueur géométrique du brin enroulé $i$ sous tension de pose

Notation	Description
$l_{spi}$	Longueur géométrique du brin enroulé $i$ en équilibre statique sous conditions de charge initiales
$l_{pi}^*$	Longueur de référence du brin enroulé $i$
$l_{0pi}^*$	Longueur de référence du brin enroulé $i$ sous tension de pose
$l_{spi}^*$	Longueur de référence du brin enroulé $i$ en équilibre statique sous conditions de charge initiales
$T_i$	Tension dans le brin libre $i$
$T_{0i}$	Tension du brin libre $i$ sous tension de pose
$K(l^*)$	Loi de raideur d'une portion matérielle de courroie de longueur de référence $l^*$
$\varepsilon_i$	Élongation longitudinale du brin libre $i$
$m_i^* / m_{pi}^*$	Masse du brin libre/enroulé $i$
$\{\Theta\}, \{\dot{\Theta}\}, \{\ddot{\Theta}\}$	Vecteur des degrés de liberté angulaires de la transmission et ses dérivées temporelles
$\{C\}$	Vecteur des moments mécaniques appliqués aux poulies consommatrices
$\{C_p\}$	Vecteur des moments mécaniques générés par les tensions de brin sur les poulies entraînées
$\{C_r\}$	Vecteur des couples de charge des poulies entraînées
$\{\mu\}$	Vecteur des rapports $\mu_i/D_i$
$[I]$	Matrice d'inertie de la transmission
$[\mu]$	Matrice d'amortissement de la transmission
$\{Q\}, \{\dot{Q}\}$	Vecteur d'état et sa dérivée temporelle
$[A], [B]$	Matrices constantes définies pour l'écriture du système d'équations de mouvement sous forme d'état
$[Id]$	Matrice identité
$\{F\}, \{\dot{Q}\}$	Vecteur regroupant les termes non linéaires du système d'équations de mouvement sous forme d'état
$H(\{Q\})$	Fonction vectorielle du vecteur d'état $\{Q\}$ définissant le système d'équations de mouvement de la transmission

Notation	Description
$t$	Temps cinématique
$t_s$	Durée d'intégration pour le calcul de l'équilibre statique de la transmission sous conditions de chargement initiales
$t_d$	Durée d'intégration pour le calcul dynamique
$\tau$	Temps numérique
$\tau_k$	Temps d'intégration à l'itération numérique $k$ (solveur ode15s)
$N_k$	Nombre total d'itérations opérées au cours d'une résolution par le solveur ode15s
$dt$	Variation élémentaire du temps $t$
$\Delta\tau$	Incrément de temps séparant l'instant numérique courant $\tau$ et le dernier temps d'intégration connu $\tau_k$
$d\theta_i$	Variation élémentaire de l'angle $\theta_i$ entre deux instants successifs proches $t$ et $t + dt$
$\Delta\theta_i$	Incrément de l'angle $\theta_i$ entre l'instant numérique courant $\tau$ et le dernier temps d'intégration connu $\tau_k$
$dl_i^*$	Variation élémentaire de la longueur de référence du brin $i$ entre deux instants successifs proches $t$ et $t + dt$
$\Delta l_i^*$	Incrément de longueur de référence du brin $i$ entre l'instant numérique courant $\tau$ et le dernier temps d'intégration connu $\tau_k$
$d\gamma_{b_i} / d\gamma_{a_j}$	Variation élémentaire des coordonnées angulaires $\gamma_{b_i} / \gamma_{a_j}$ entre deux instants successifs proches $t$ et $t + dt$
$\hat{P}_i$	Version discrétisée du profil primitif de la poulie $i$
$\hat{p}_{i,m}$	$m^{\text{ième}}$ point de discrétisation (nœud) du profil discrétisé $\hat{P}_i$
$(\hat{r}_{i,m}, \hat{\gamma}_{i,m})$	Coordonnées polaires du $m^{\text{ième}}$ point de discrétisation du profil $\hat{P}_i$ dans le repère local $\Gamma_i$
$\hat{M}_i$	Nombre de points de discrétisation du profil discrétisé $\hat{P}_i$
$\hat{s}_{i,m}$	Longueur de la $m^{\text{ième}}$ facette du profil discrétisé $\hat{P}_i$
$h$	Longueur de facette maximale admissible
$h_i$	Pas de discrétisation angulaire du profil discrétisé $\hat{P}_i$

Notation	Description
$\hat{a}_i / \hat{b}_i$	Points de tangence amont/aval approximatés pour la poulie $i$
$(\hat{r}_{ai}, \hat{\gamma}_{ai}) / (\hat{r}_{bi}, \hat{\gamma}_{bi})$	Coordonnées polaires des points de tangence amont/aval approximatés de la poulie $i$ dans le repère local $\Gamma_i$
$(\hat{x}_{ai}, \hat{y}_{ai}) / (\hat{x}_{bi}, \hat{y}_{bi})$	Coordonnées cartésiennes des points de tangence amont/aval approximatés de la poulie $i$ dans le repère global $\Gamma$
$\mathbb{P}_i / \mathbb{P}_j$	Ensembles des nœuds des profils $\hat{P}_i / \hat{P}_j$ compris dans la zone de recherche définie par l'algorithme de recherche des points de tangence entre deux poulies consécutives $i$ et $j$
$\hat{a}_{j,n_\nu} / \hat{b}_{i,m_\nu}$	Points intermédiaires à l'itération $\nu$ de l'algorithme de recherche des points de tangence entre deux poulies consécutives $i$ et $j$
$\hat{m}_{a_i} / \hat{m}_{b_i}$	Indices de numérotation des nœuds du profil discrétisé $\hat{P}_i$ coïncidents avec les points de tangence amont/aval approximatés $\hat{a}_i / \hat{b}_i$
$\hat{m}_{a_i}^k / \hat{m}_{b_i}^k$	Indice de numérotation des nœuds du profil discrétisé $\hat{P}_i$ coïncidents avec les points de tangence amont/aval approximatés $\hat{a}_i / \hat{b}_i$ au temps d'intégration $\tau_k$ (itération $k$ du solveur ode15s)
$\hat{m}_{a_i}^+ / \hat{m}_{b_i}^+$	Indice de numérotation des nœuds du profil discrétisé $\hat{P}_i$ coïncidents avec les points de tangence amont/aval approximatés $\hat{a}_i / \hat{b}_i$ à un instant numérique $\tau$
$\overrightarrow{\dots}$	Vecteur géométrique dans $\mathbb{R}^3$
$\ \dots\ $	Norme euclidienne
$ \dots $	Valeur absolue d'un nombre réel
$\overbrace{\dots}$	Longueur d'arc d'une portion de courbe définie dans $\mathbb{R}^3$



# Annexe G - Fichier (.txt) de mise en données du modèle 0D/1D en approche Lagrangienne-Eulérienne

```

1 #####
2 ##### Fichier de mise en données #####
3 #####
4 #####
5 ##### Paramètres de simulation #####
6 Durée td (s) / Taille facette discrétisation max. h (m) $
7 0.5
8 #####
9 #####
10 ##### Caractéristique de courroie #####
11 Constante de raideur K* (N) / Longueur au repos L* (m) $
12 400000
13 0.637739
14 #####
15 ##### Définition des organes de la transmission #####
16 $ Les éléments sont indexés en ordre croissant suivant le sens direct i.e. on parcourt les $
17 $ le chemin de courroie dans le sens anti-horaire. La poulie menante porte le numéro 1 !!! $
18 #####
19 ##### Poulies et galets #####
20 #####
21 Nombre de poulie N
22 2.
23 #####
24 Index i / Coord Xi (m) / Coord Yi (m) / Diamètre nominal Di (m) / Calage init. (deg) / Inertie Ii (kg*m^m) / Coeff. Amort. pi (N*m*s) $
25 1. 0. 0.0 0.05 15. 0. 0.
26 2. 0. 0.0 0.1 0. 0. 0.
27 #####
28 #####
29 ##### Poulies et galets (suite) #####
30 Type enrroulement (0:galet ; 1:poulie) / Routine profil primitif (.m) / Routine vitesse motrice (.m) / Routine couple de charge $
31 1 $ profil_elliptique_VBQ_DW10FU $ vitesse_cyclique $ - $
32 1 $ profil_circulaire $ couple_cyclique $
33 #####

```

$\theta_{0i}$

Routine de calcul de la vitesse angulaire de la poulie motrice (interpolation sur vecteur échantillonné)

Routine de calcul du couple de charge Cri sur les poulies consommatrices (interpolation sur vecteur échantillonné)

Routine de discrétisation (génération des profils  $\hat{P}_i$ )





## Annexe H - Calcul numérique des conditions de charge instantanées d'une transmission (procédure d'interpolation des vecteurs de charge échantillonnés)

Au cours de la résolution numérique du système d'équations de mouvement d'une transmission, les valeurs instantanées de la vitesse motrice et des couples de charge sont obtenues par interpolation des vecteurs échantillonnés associés. L'échantillonnage de ces vecteurs de charge peut être temporel ou angulaire. Le recours à un échantillonnage angulaire est particulièrement intéressant pour les cas où la vitesse de la poulie motrice intègre une composante acyclique (périodicité angulaire relativement à la rotation de la poulie motrice) et/ou certains couples de charge fluctuant présentent une périodicité angulaire relativement à la rotation des poulies consommatrices sur lesquelles ils sont appliqués.

On décrit ici la procédure générique de lecture d'un vecteur d'échantillonnage d'une grandeur notée  $G$  échantillonné en temps ou en angle. Dans le cas présent,  $G$  peut désigner la vitesse angulaire imposée sur la poulie motrice d'une transmission ou bien un couple de charge imposé sur une poulie consommatrice. Les composantes du vecteur échantillonné  $\{G\}$  de taille  $N_G$  sont notées  $G_{i \in \{1, \dots, N\}}$ . Chaque composante  $G_i$  correspond à la valeur de la grandeur  $G$  échantillonnée à l'instant  $t_i$  ou à la position angulaire  $\theta_i$ .

Pour un temps  $t$  ou une position angulaire  $\theta$  appartenant respectivement aux intervalles  $[t_1; t_{N_G}]$  ou  $[\theta_1; \theta_{N_G}]$ , la valeur instantanée de la grandeur  $G$  est obtenue par interpolation linéaire du vecteur d'échantillonnage  $\{G\}$  (procédure `interp1` pré-implémentée dans l'environnement Matlab) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Échantillonnage temporel : } G(t) = \frac{G_{i+1} + G_i}{t_{i+1} - t_i} (t - t_i) + G_i \quad \text{avec } t_i < t \leq t_{i+1} \\ \text{Échantillonnage angulaire : } G(\theta) = \frac{G_{i+1} + G_i}{\theta_{i+1} - \theta_i} (\theta - \theta_i) + G_i \quad \text{avec } \theta_i < \theta \leq \theta_{i+1} \end{array} \right.$$



# Annexe I - Formulation des hypothèses de suivi simplifié du mouvement des points de tangence

Le modèle Lagrangien-Eulérien en approche 0D/1D est construit à partir d'une formulation originale et spécifique des efforts de tension des brins libres de la transmission. Cette formulation originale se différencie des modèles existants par le suivi rigoureux du mouvement des points de tangence qu'elle implique. Il s'agit d'une approche inédite à notre connaissance.

Dans la limite des hypothèses propres à l'approche 0D/1D déjà décrite, aucune autre simplification n'est opérée sur l'écriture de l'effort de tension. On remarque notamment que :

- en présence d'une poulie à profil primitif non circulaire, le mouvement des points de tangence constituant les frontières des brins est précisément suivi permettant ainsi un calcul fin de la longueur géométrique  $l(t)$  et de référence  $l^*(t)$  des brins,
- la raideur du brin  $K(t)$  définie à l'équation (2.7) est considérée comme une quantité variable dépendante de la constante de raideur longitudinale de la courroie  $K^*$  et de la longueur de référence du brin  $l^*(t)$ .

Les modèles 0D/1D existants s'appuient généralement sur des hypothèses de modélisation écartant les phénomènes sus-cités [Hwang 94, Parker 04, Zhu 18b]. Trois hypothèses dominantes sont couramment admises.

- **Hyp. 1** : les variations de la longueur de référence des brins peuvent être négligées dans le calcul de leur raideur qui peut être considérée constante.
- **Hyp. 2** : en présence d'une poulie à profil primitif non circulaire, les variations des longueurs géométriques de brin résultant de la non-circularité du profil sont négligeables.
- **Hyp. 3** : en présence d'une poulie à profil primitif non circulaire, le mouvement des points géométriques de tangence résultant de la non-circularité du profil contribue trop faiblement aux variations de la longueur de référence d'un brin pour être pris en compte rigoureusement dans leur calcul.

L'impact des chacune de ces trois hypothèses sur la formulation du modèle 0D/1D est décrit aux sections suivantes.

## Hypothèse Hyp.1 : formulation simplifiée de la raideur des brins

Sous l'hypothèse Hyp.1 les variations de la longueur de référence  $l^*(t)$  d'un brin sont supposées négligeables dans le calcul de sa raideur. La longueur de référence intervenant dans l'équation (2.7) est donc considérée constante et égale à longueur géométrique nominale du brin  $\bar{l}$ .

$$l^*(t) = \bar{l} = cste \quad (I.1)$$

Le brin présente donc une raideur longitudinale  $K$  telle que :

$$K = \frac{K^*}{\bar{l}} \quad (I.2)$$

La longueur géométrique nominale du brin correspond à la longueur géométrique qu'aurait le brin si la ou les poulies non circulaires attenantes étaient remplacées par une poulie circulaire

équivalente ayant un diamètre égal au diamètre nominal du ou des profils non circulaires attenants.

## Hypothèse Hyp.2 : formulation simplifiée de la longueur géométrique des brins

En présence de poulies non circulaires, la longueur géométrique d'un brin fluctuant périodiquement avec la rotation des poulies non circulaires prend la forme suivante :

$$l(t) = \bar{l} + \tilde{l}(t) \quad (\text{I.3})$$

Avec  $\bar{l}$  la longueur géométrique nominale du brin et  $\tilde{l}(t)$  la variation de longueur géométrique engendrée par le mouvement des point de tangence situés aux limites du brin.

Sous l'hypothèse Hyp.2, la variation de longueur  $\tilde{l}(t)$  est supposée négligeable devant le terme  $\bar{l}$ . On a donc :

$$l(t) \simeq \bar{l} = cste \quad (\text{I.4})$$

## Hypothèse Hyp.3 : formulation simplifiée du calcul incrémental de la longueur de référence des brins

La longueur de référence du brin  $l^*(t)$  formulée d'après l'approche Lagrangienne-Eulérienne proposée dans le cadre des présents travaux est obtenue à partir d'un bilan de matière établi aux points de tangence considérés mobiles (section 2.1.4.2). Le principe de l'établissement du bilan de matière en un point de tangence  $B_i$  situé à l'entrée du brin aval d'une poulie  $i$  est présenté sur la partie gauche de la figure I.1.

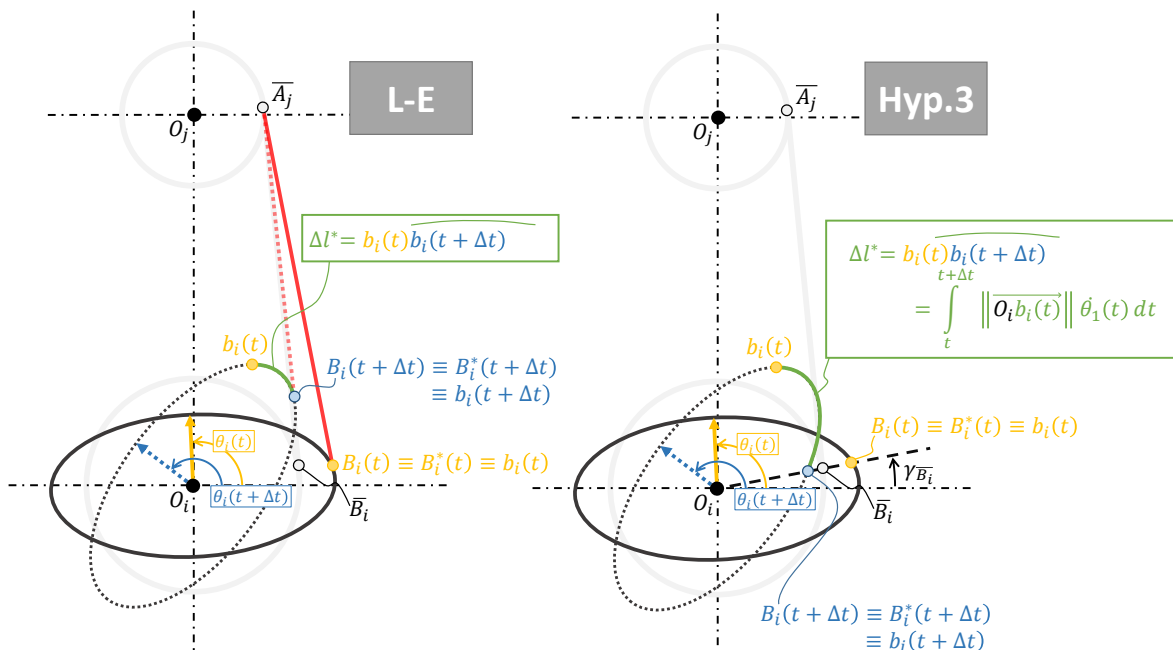


FIGURE I.1 - Bilan de matière en un point de tangence : approche Lagrangienne-Eulérienne (gauche) et approche simplifiée d'après l'hypothèse Hyp.3 (droite)

Entre deux instants  $t$  et  $t + \Delta t$ , la variation de longueur du brin  $\Delta l_i^*$  engendrée par la rotation de la poulie  $i$  peut être calculée en fonction de l'évolution de la position relative du point géométrique de tangence  $B_i$  et des points matériels de la courroie et des poulies coïncidents  $B_i^*$  et  $b_i$  :

$$\Delta l_i^* = \overline{B_i^*(t)B_i^*(t + \Delta t)} = \overline{b_i(t)b_i(t + \Delta t)} \quad (\text{I.5})$$

L'hypothèse Hyp.3 impose une position angulaire constante des points géométriques de tangence autour du centre de rotation des poulies non circulaires. Les points de tangence de tangence occupent alors une position angulaire identique à celle des points de tangence d'une transmission équivalente équipée de poulies circulaires ayant un diamètre égal au diamètre nominal des poulies non circulaires de la transmission considérée.

Le point de tangence  $B_i$  précédemment évoqué présente donc une position angulaire  $\gamma_{\overline{B_i}}$  constante correspondant à la position angulaire du point de tangence fixe  $\overline{B_i}$  obtenu pour le cas d'une poulie  $i$  remplacée par une poulie circulaire équivalente. La position angulaire  $\gamma_{\overline{B_i}}$  se calcule aisément par voie analytique [Manin 10]. Le rayon primitif instantané de la poulie au point  $B_i$  s'exprime tout aussi facilement :

$$\|\overrightarrow{O_i B_i}\| = r_i (\gamma_{\overline{B_i}} - \theta_i) \quad (\text{I.6})$$

$\theta_i$  est la position angulaire de la poulie. La relation  $r_i(\gamma_i)$  est définie par l'équation du profil primitif de la poulie en coordonnées polaires  $(r_i, \gamma_i)$ . La variation de longueur de référence  $\Delta l_i^*$  entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$  prend alors une forme simplifiée purement analytique rendant ainsi son calcul relativement aisé :

$$\Delta l_i^* = \int_t^{t+\Delta t} r_i (\gamma_{\overline{B_i}} - \theta_i) \dot{\theta}_i(t) dt \quad (\text{I.7})$$

La schématisation proposée à la figure I.1 intègre une poulie non circulaire présentant une excentricité exagérément élevée afin de clairement visualiser les phénomènes entrant en jeu. On remarque ainsi une différence notable sur la variation de longueur de référence observée en fonction que l'hypothèse Hyp. 3 soit admise (partie droite de la figure) ou non (partie gauche de la figure). Cette différence laisse supposer que la simplification du calcul de variation de longueur de référence n'est pas sans conséquence sur la qualité des résultats prédits par le modèle sous un régime d'hypothèse comprenant l'hypothèse Hyp.3.



## Annexe J - Observation des résonances transverses sur les cas d'étude expérimentaux

Les transmissions ayant fait l'objet de nos travaux expérimentaux sont sujettes à des résonances transverses très marquées pour des régimes moteur dépassant 3000 tr/min. L'apparition de ces phénomènes peut être mise en évidence par la surveillance des battements de brins au cours d'une montée en régime (0 à 5000 tr/min). Les niveaux de battement sont observés à l'aide de capteurs laser de proximité pointant le dos des brins (section 3.15). Le rapprochement de ces données expérimentales avec les diagrammes de Campbell théoriques des transmissions (figures 3.19 et 3.20) montre que les résonances marquées sont provoquées par l'harmonique dominante d'ordre 2 (H2) des principales sources d'excitation cycliques : couple AAC et poulie bilobée.

### Transmission académique

Les niveaux de battement des brins de la transmission académique sont tracés en fonction du régime moteur à la figure J.1. Au-delà de 3000 tr/min, les quatre brins sont successivement sujets à des augmentations importantes de leur niveau de battement. Ces augmentations notables de niveau témoignent de l'apparition de résonance transverses marquées.

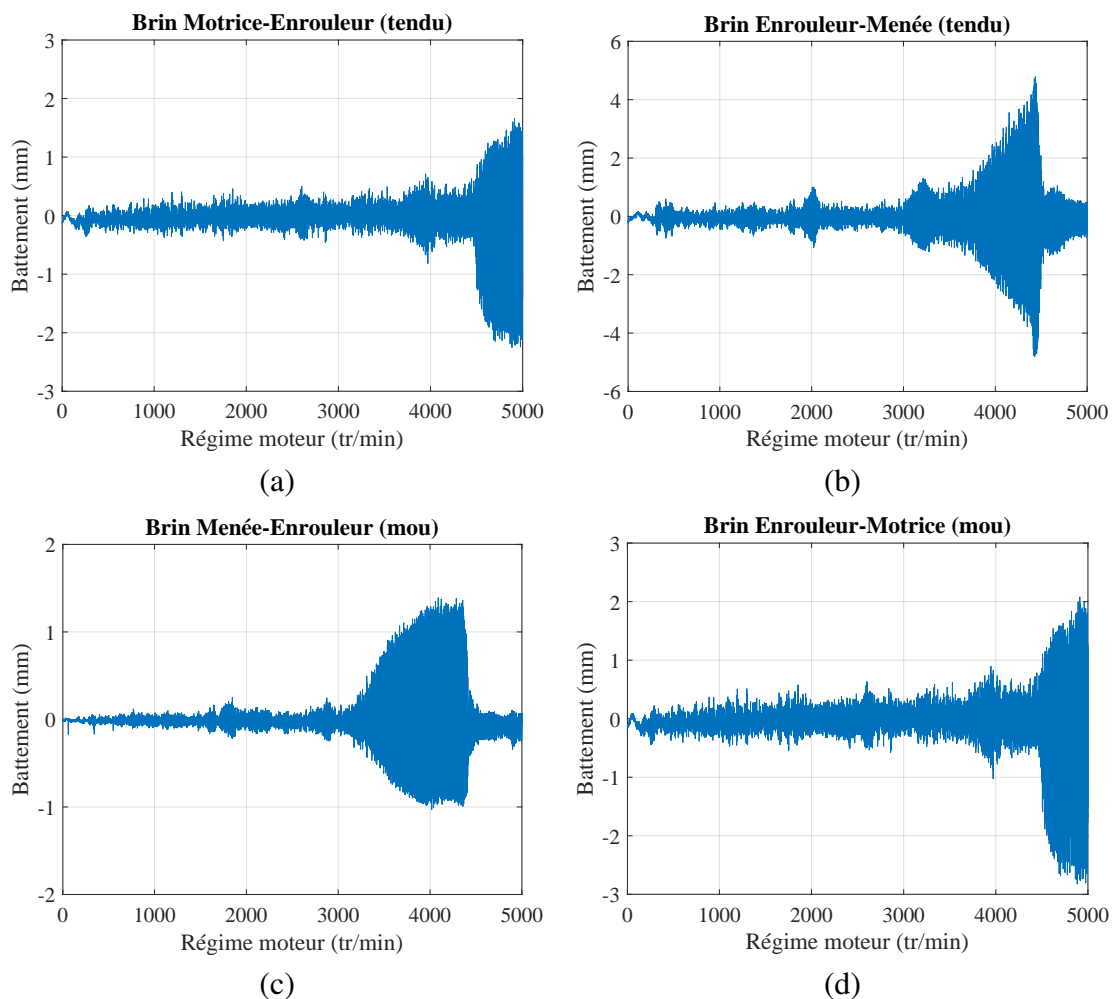


FIGURE J.1 - **Transmission académique** : niveau de battement des brins Motrice-Enrouleur (a), enrouleur-Motrice (b), Menée-Enrouleur (c) et Enrouleur-Motrice (d) en fonction du régime moteur



Les deux brins adjacents à la poulie menée ont un comportement très similaire. Ils entrent progressivement en résonance à partir de 3200tr/min. Lorsque le régime atteint 4500 tr/min environ, le phénomène de résonance, alors très marqué, s'éteint soudainement. Au même moment, une résonance apparaît subitement sur les deux brins adjacents à la poulie motrice. Ces derniers restent impactés jusqu'au régime maximal.

On retrouve ici un comportement cohérent avec le diagramme de Campbell théorique de la transmission (figure 3.19). Les fréquences propres des brins adjacents à la poulie motrice sont très similaires. C'est ce qui explique les entrées en résonance quasi-simultanées de ces deux brins. Il en est de même pour les deux brins adjacents à la poulie menée qui présentent des fréquences propres théoriques identiques. On note par ailleurs que l'entrée en résonance d'un brin correspond bien à un régime moteur proche des régimes critiques pour lesquels il existe une interférence théorique entre l'harmonique d'excitation H2 et la fréquence du premier mode propre transverse de ce brin.

### Façade du GMP PSA DW10F

Les contraintes d'encombrement autour de la façade du moteur PSA DW10F rendent difficile l'installation de capteurs laser de proximité pour l'ensemble des brins de la transmission. De ce fait, seuls trois brins de la transmission ont pu faire l'objet d'une surveillance de leur battement transverse : les deux brins adjacents à la poulie de vilebrequin (VBQ) et le brin reliant le galet tendeur à la pompe à eau (PàE). L'observation du battement de ces trois brins (figures J.2 et J.3) est toutefois suffisante pour mettre en évidence l'existence de résonances transverses marquées lorsque le régime moteur est supérieur à 3000 tr/min.

Les brins VBQ-Enrouleur et PàE-VBQ entrent progressivement en résonance lorsque le régime moteur dépasse 3500 tr/min. Les niveaux de battement (figure J.2) restent très importants jusqu'à 5000 tr/min. La figure J.3 montre que le brin Tendeur-PàE est sujet à une résonance marquée lorsque le régime avoisine 4500 tr/min (forte augmentation de son niveau de battement localisée autour de ce régime). Le diagramme de Campbell théorique de la façade (figure 3.20) confirme le fait que ces résonances surviennent à des régimes moteur pour lesquels les fréquences propres théoriques des premiers modes des brins sont susceptibles d'interférer avec la fréquence d'excitation cyclique dominante H2 associée au couple de charge AAC et à la poulie bilobée.

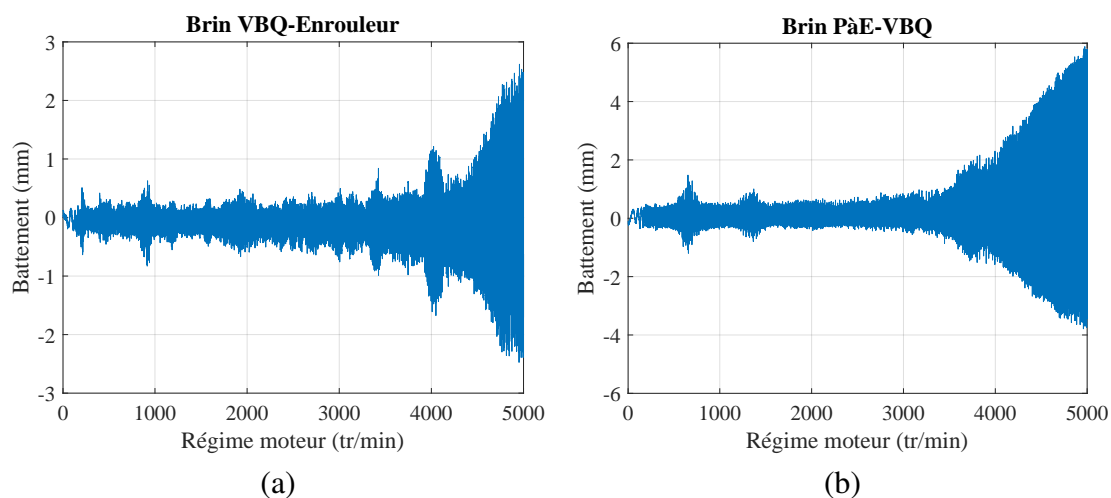


FIGURE J.2 - **Façade de distribution du GMP PSA DW10F** : niveau de battement des brins VBQ-Enrouleur (a) et PàE-VBQ (b) en fonction du régime moteur

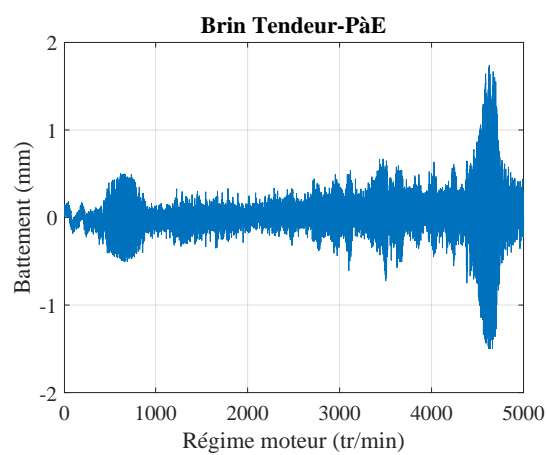


FIGURE J.3 - **Façade de distribution du GMP PSA DW10F** : niveau de battement du brin Tendeur-PàE fonction du régime moteur



## Annexe K - Représentativité du modèle L-E par rapport au modèle 0D/1D préexistant au sein du groupe PSA

L'outil de modélisation 0D/1D (LMS AMESIM) préexistant au sein du groupe PSA a été soumis à un protocole de comparaison calculs/essais identique à celui mis en œuvre pour la validation du modèle Lagrangien-Eulérien sur le cas d'étude académique (voir chapitre 4). Les résultats ont clairement montré que le modèle AMESIM n'est pas prédictif lorsque la transmission académique est équipée d'une poulie motrice bilobée.

On présente ici un extrait (très révélateur) de l'étude comparative où il est question d'évaluer la capacité du modèle AMESIM à reproduire l'effet propre de la poulie bilobée sur le comportement de la transmission académique. On s'intéresse aux trois quantités d'intérêt caractéristique de la dynamique angulaire de cette transmission : les fluctuations instantanées de la vitesse angulaire de la poulie menée  $\dot{\theta}_2$  et des efforts de tension dans les brins tendu et mou  $T_1$  et  $T_2$ . Les figures K.1 à K.3 montrent une comparaison des signaux expérimentaux et des grandeurs simulées à partir du modèle AMESIM pour des régimes moteur de 600, 1500 et 3000 tr/min. Les signaux issus de simulations réalisées à partir du modèle Lagrangien-Eulérien, proposé dans le cadre de cette thèse, sont également tracés. Cela permet de mieux apprécier le gain de représentativité apporté par ce nouveau modèle.

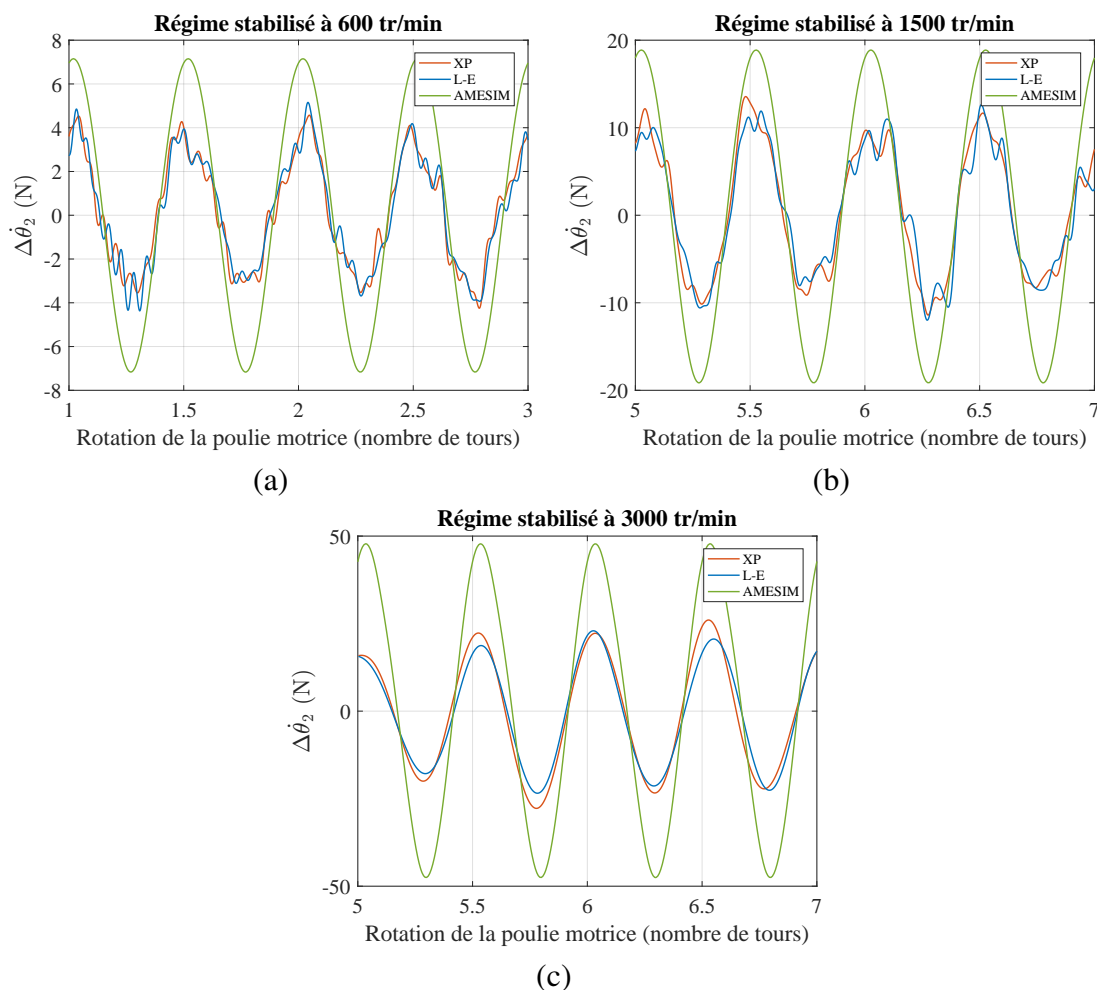


FIGURE K.1 - Comparaison entre les signaux simulés à partir des modèles L-E et AMESIM et le signal expérimental de la vitesse angulaire de la poulie menée  $\dot{\theta}_2$  pour des régimes stabilisés à 600(a), 1500(b) et 3000 tr/min

Les fluctuations de la vitesse angulaire de la poulie menée (figure K.1) prédites par le modèle AMESIM sont dominées par une harmonique H2 toujours bienphasée par rapport à l'essai. Cette harmonique présente toutefois une amplitude bien supérieure à l'amplitude mesurée et l'écart augmente avec le régime (de +30 à +100% entre 600 et 3000 tr/min).

L'harmonique H2 dominant les fluctuations de l'effort de tension du brin tendu issue des simulations est également toujours bienphasée avec les fluctuations mesurées. La qualité de l'amplitude prédite semble cependant très dépendante du régime (figure K.2). Si l'amplitude est assez bien retrouvée à 1500 tr/min, elle est en revanche notablement sous-estimée à 600 tr/min (-40%) et surestimée à 3000 tr/min (+60%).

Les fluctuations de l'effort de tension du brin mou sont globalement très mal reproduites par le modèle AMESIM. L'harmonique dominante H2 présente systématiquement une différence de phase très marquée relativement aux fluctuations mesurées. Les écarts d'amplitude sont également assez importants pour les trois régimes testés.

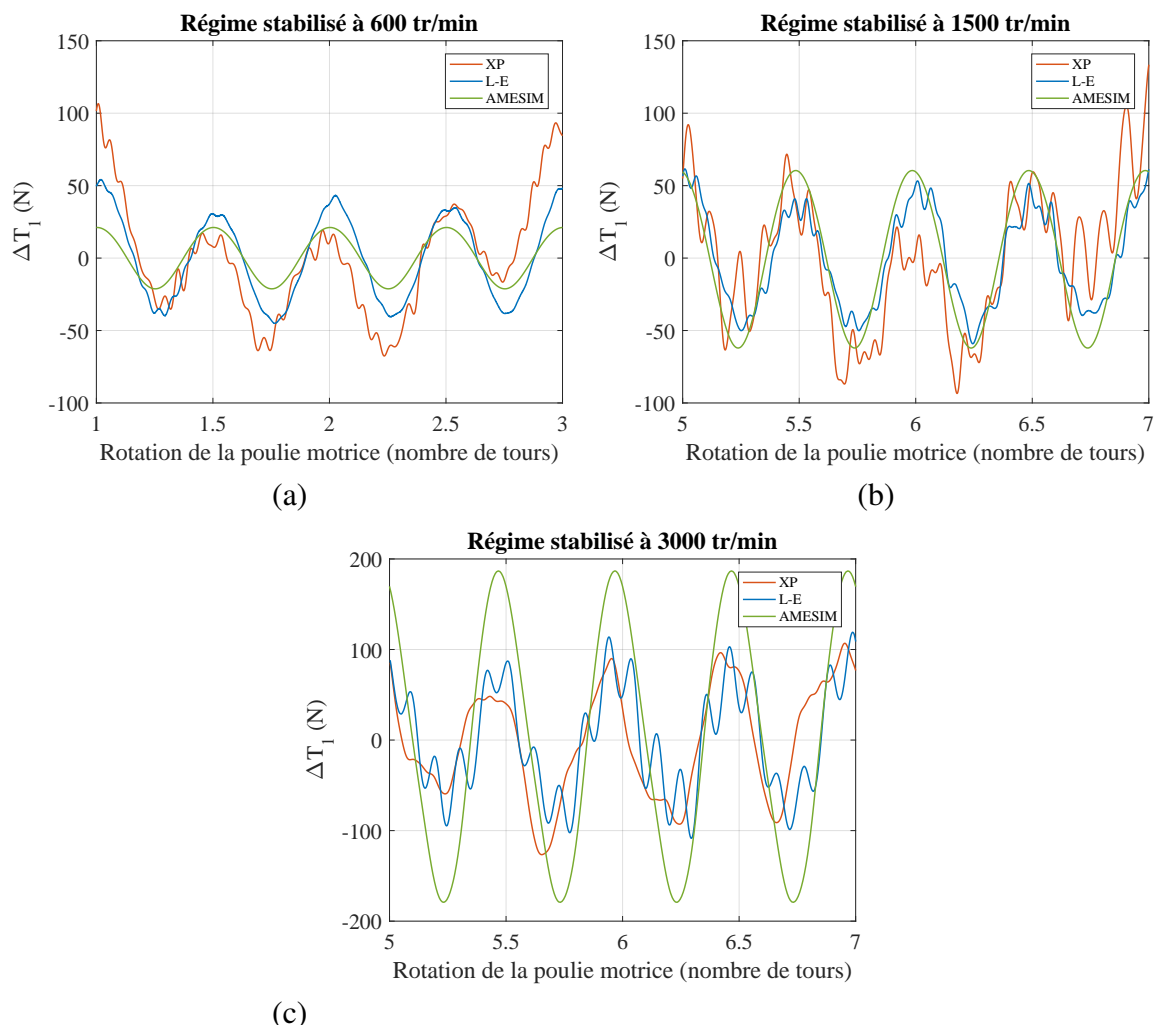


FIGURE K.2 - Comparaison entre les signaux simulés à partir des modèles L-E et AMESIM et le signal expérimental de l'effort de tension du brin tendu  $T_1$  pour des régimes stabilisés à 600(a), 1500(b) et 3000 tr/min

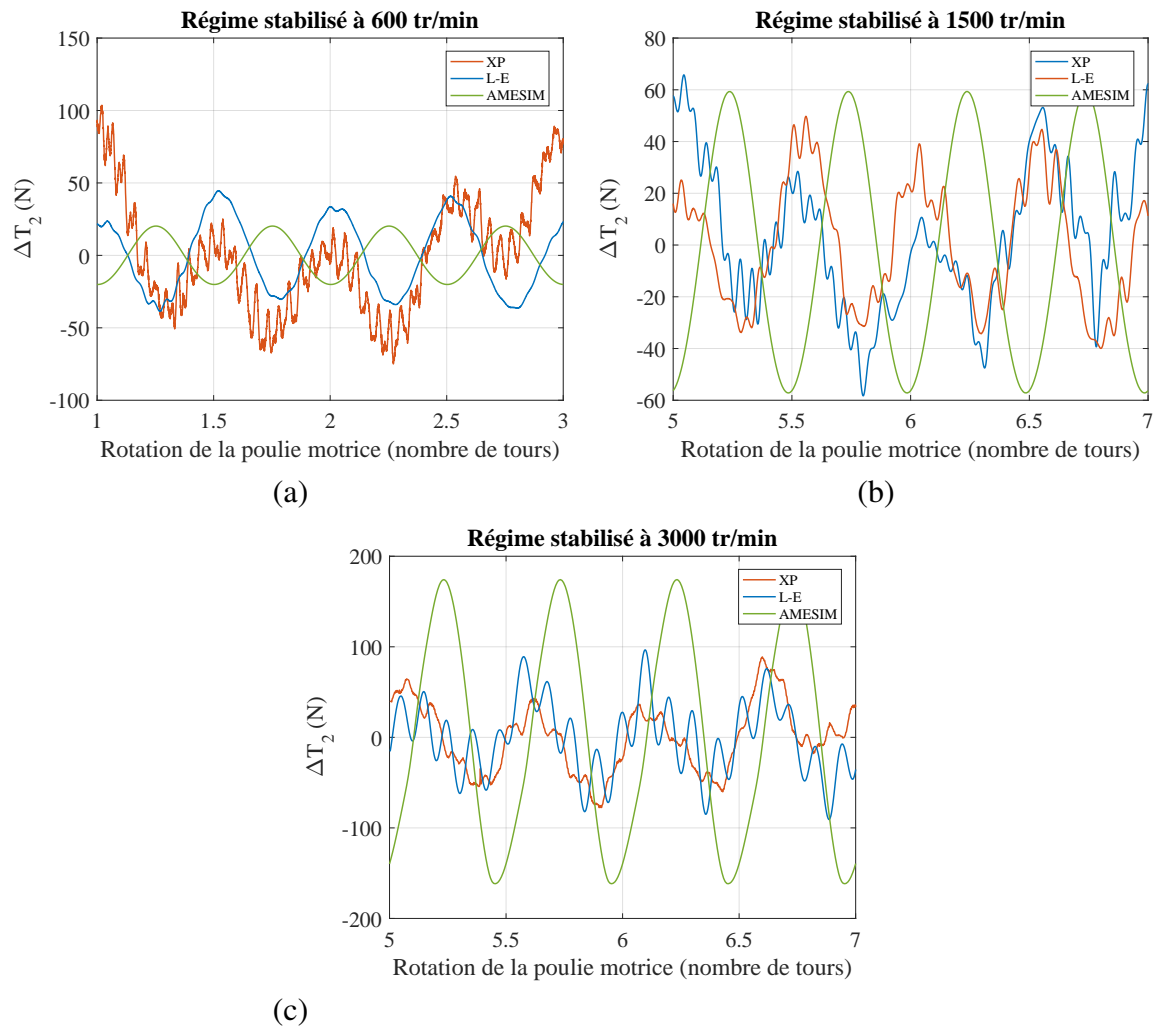


FIGURE K.3 - Comparaison entre les signaux simulés à partir des modèles L-E et AMESIM et le signal expérimental de l'**effort de tension du brin mou**  $T_2$  pour des régimes stabilisés à 600(a), 1500(b) et 3000 tr/min





## FOLIO ADMINISTRATIF

### THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON OPEREE AU SEIN DE L'INSA LYON

NOM : PASSOS

DATE de SOUTENANCE : 07/05/2020

Prénom : Sébastien

TITRE : Dynamique des systèmes d'entraînement par courroie synchrone intégrant des poulies à profils innovants

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2020LYSEI049

Ecole doctorale : Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique (ED162)

Spécialité : Génie Mécanique

#### RESUME :

En automobile, l'utilisation de poulies ayant un profil primitif non circulaire (NC) est devenue chose courante pour la conception des façades de distribution par courroie synchrone. Pour des paramètres de conception bien choisis (forme, calage), le recours à ces poulies innovantes permet a priori de réduire l'impact vibratoire des sources d'excitation angulaire affectant la façade. La phénoménologie associée aux poulies NC s'avère toutefois complexe et n'est pas facile à prédire par le calcul. Le dimensionnement des façades équipées de ces dispositifs reste donc délicat mais primordial.

Dans ce contexte, un modèle numérique adapté à la simulation de la dynamique angulaire des façades de distribution intégrant des poulies NC a été proposé. Ce modèle est fondé sur une approche discrète (0D/1D) inspirée de modèles classiquement utilisés pour l'étude des transmissions intégrant uniquement des poulies circulaires. La courroie est associée à un solide élastique 1D uniforme en prise sur l'enveloppe de solides 2D indéformables représentant les poulies. L'interaction poulie-courroie est concentrée aux points de tangence localisés aux frontières des brins. En ces points, s'exercent les efforts de tension résultant de l'élongation des brins. Le mouvement des points tangence, engendré par les poulies NC, est pris en compte par l'emploi d'une formulation originale pour le calcul de l'élongation des brins. Cette formulation est obtenue par l'application d'un bilan de matière opéré sur la courroie via une méthode Lagrangienne-Eulérienne.

En parallèle de la modélisation, des travaux expérimentaux ont permis d'analyser l'impact d'une poulie bilobée sur la dynamique angulaire d'une façade de distribution (moteur à 4 cylindres). Le dispositif expérimental utilisé a été spécialement développé dans le cadre de cette thèse. Son instrumentation permet une analyse complète du comportement en dynamique angulaire de la façade. Des comparaisons calculs/essais ont finalement permis de valider le modèle numérique proposé.

MOTS-CLÉS : dynamique angulaire, vibrations, modélisation, simulation, analyse expérimentale, transmission de puissance, courroie synchrone, façade de distribution automobile, poulie non circulaire

Laboratoire de recherche :

Laboratoire LaMCoS - UMR CNRS 5259 - INSA de Lyon  
20, avenue Albert Einstein, 69621 Villeurbanne Cedex (FRANCE)

Directeur et co-directeur de thèse: REMOND Didier et MANIN Lionel

Président de jury : MICHON Guilhem

Composition du jury : DAIDIE Alain (Rapporteur), SERRA Roger (Rapporteur), BOURDON Adeline (Examinatrice), REMOND Didier (Directeur de thèse), MANIN Lionel (Co-directeur de thèse), SAUVAGE Olivier (Invité), ROTA Laurent (Invité)



