Planification de personnels hospitaliers avec dimensionnement des équipes et prise en compte des jours de remplacement

David Baez Diaz

▶ **To cite this version:**

David Baez Diaz. Planification de personnels hospitaliers avec dimensionnement des équipes et prise en compte des jours de remplacement. Informatique et langage [cs.CL]. Université d'Angers, 2022. Français. NNT : 2022ANGE0020 . tel-03921986

HAL Id: tel-03921986
https://theses.hal.science/tel-03921986

Submitted on 4 Jan 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DOCTORAT BRETAGNE LOIRE / MATHSTIC

université angers

THÈSE DE DOCTORAT DE

L'UNIVERSITÉ D'ANGERS

ÉCOLE DOCTORALE N° 601
Mathématiques et Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication
Spécialité : *Informatique*

Par
David BAEZ

Planification de personnels hospitaliers avec dimensionnement des équipes et prise en compte des jours de remplacement

Thèse présentée et soutenue à Angers, le 04/07/2022
Unité de recherche : LARIS (Laboratoire Angevin de Recherche en Ingénierie des Systèmes)
Thèse N° : 211775

Rapporteurs avant soutenance :

Mme. Nathalie SAUER Professeure, Université de Lorraine (LGPIM)
M. Vincent AUGUSTO Professeur, Ecole des Mines de Saint-Etienne (LIMOS)

Composition du Jury :

Président :	M David RIVREAU	Professeur, Université Catholique de l'Ouest (LARIS)
Examinateurs :	M. Yannick KERGOSIEN	Maître de conférences, Université de Tours (LI)
	M David RIVREAU	Professeur, Université Catholique de l'Ouest (LARIS)
Dir. de thèse :	Mme. Christelle GUÉRET	Professeure, Université d'Angers (LARIS)
Co-dir. de thèse :	Mme. Odile BELLENGUEZ	Maître-assistante HDR, IMT Atlantique (LS2N)

GLOSSAIRE

AS : Aide-Soignant(e).

ASH : Agents de Service Hospitalier (en charge de l'entretien et du nettoyage des chambres des patients, des parties communes et éventuellement des salles d'opération ou des ambulances).

Cycle de travail théorique : période d'au plus 12 semaines sur laquelle le travail est organisé, et qui se répète à l'identique sur un horizon de temps donné. Au sein d'un cycle il est possible de répartir la durée du travail de manière différente d'une semaine à l'autre, chaque semaine pouvant comporter un nombre d'heures en dessus ou en dessous de la durée légale du travail.

CTE : Comité Technique de l'Établissement. Ce comité est présidé par le directeur et est composé par des représentants du personnel. Il est obligatoirement consulté sur le projet d'établissement, le budget, les cycles de travail, la création, la suppression et la transformation des services, les conditions et organisation du travail, les règles concernant l'emploi de catégories de personnel, et la politique générale de formation.

Effectif affecté : nombre d'agents qui travaillent réellement dans l'unité fonctionnelle. L'effectif affecté est exprimé en ETP.

Effectif budgété (bs) : nombre d'agents permanents autorisés pour lequel un budget est prévu pour un exercice donné. L'effectif budgété est exprimé en ETP.

Effectif requis (rs) : nombre d'agents conforme à ce qui est nécessaire pour assurer les besoins de la maquette et à l'attribution des congés réglementaires que sont les congés annuels (CA), les jours de repos obtenus au titre de la réduction du temps de travail (RTT), les jours de récupération de jours fériés (RF) et les repos hebdomadaires (Rh). L'effectif requis est exprimé en ETP.

ETP : Équivalent Temps Plein. Un employé à temps plein occupe un ETP.

IDE : Infirmier(e) Diplômé(e) d'État.

Jca : Jour de remplacement de congé annuel. Poste de travail destiné au remplacement d'un agent en congé.

Jour de récupération : jour de congé accordé en échange d'un travail effectué lors d'un repos hebdomadaire ou d'heures supplémentaires à récupérer par exemple.

Maquette : une maquette d'organisation du travail est une formalisation d'une répartition hebdomadaire standard de postes de travail, au cours d'une période de référence.

Planning annuel de base : planning annuel construit à partir des cycles de travail théoriques d'une unité fonctionnelle. À ce stade, le cadre n'a pas instancié les Jca.

Planning mensuel usuel : planning mensuel obtenu à partir du planning annuel de base et incluant les congés du personnel.

Poste de travail : période de temps de travail soumise à la réglementation définie par un horaire avec sa durée et son amplitude et par des activités à réaliser dans un espace déterminé. Un besoin d'un poste de travail correspond exactement à un agent.

RTT : Réduction du Temps de Travail. Dispositif qui prévoit d'attribuer des journées ou des demi-journées de repos à un salarié dont la durée de travail est supérieure à 35 heures par semaine.

Repos hebdomadaire : période hebdomadaire pendant laquelle un agent cesse son travail.

Repos fixe : un agent est dit "en repos fixe" s'il travaille moins de dix dimanches ou jours fériés pendant l'année civile.

Repos variable : un agent est dit "en repos variable" s'il travaille au moins dix dimanches ou jours fériés pendant l'année civile. Un tel agent bénéficie de réduction de temps travail. Par exemple les agents qui travaillent au moins vingt dimanches ou jours fériés dans l'année civile bénéficient de deux jours de repos compensateurs supplémentaires en plus des jours de RTT.

Segment : postes identiques consécutifs dans la séquence de postes d'un agent.

Séquence de postes : succession de postes de travail sur un horizon déterminé.

Service : ensemble d'unités fonctionnelles sous la responsabilité d'un cadre.

Suppléance : équipe à laquelle il est possible de faire appel pour certains remplacements, comme les absences non prévues (maladie, accidents, etc).

Temps de travail : durée du travail effectif c'est-à-dire temps pendant lequel les agents sont à la disposition de leur employeur et doivent se conformer à ses directives sans pouvoir vaquer librement à des occupations personnelles.

Unité fonctionnelle : groupe de travail élémentaire dans le CHU. Une unité fonctionnelle se charge d'une tâche spécifique, par exemple le groupe d'aides-soignantes au service des urgences est une unité fonctionnelle.

Table of Contents

Introduction **9**

1 Processus de création des plannings au CHU de Nantes **15**
1.1 Description générale du processus 15
1.2 Phase stratégique 16
1.2.1 Étape 1 : Création de la maquette des besoins 17
1.2.2 Étape 2 : Calcul de l'effectif requis 19
1.2.3 Étape 3 : Détermination de l'effectif budgété 22
1.2.4 Étape 4 : Composition de l'équipe. 22
1.3 Phase tactique 25
1.3.1 Définition d'un cycle de travail théorique et contraintes à respecter 26
1.3.2 Processus de construction et validation d'un cycle de travail théorique 31
1.3.3 Détermination des plannings annuels de base 32
1.4 Phase opérationnelle 34
1.4.1 Élaboration du planning mensuel usuel 34
1.4.2 Gestion des aléas au jour le jour 36
1.5 Choix de problématiques et impact des décisions d'un niveau sur le suivant 36
1.5.1 Étapes du niveau stratégique 36
1.5.2 Étapes du niveau tactique 38
1.5.3 Étapes du niveau opérationnel 38
1.5.4 Impact des décisions d'un niveau sur le suivant 38
1.6 Conclusion 39

2 État de l'art **41**
2.1 Classification des problèmes de planning de personnel 41
2.2 Problèmes du niveau stratégique 42
2.2.1 Problèmes stochastiques 42
2.2.2 Problèmes déterministes 44
2.3 Problèmes du niveau tactique 45

2.3.1 Types de fonction objectif 46
2.3.2 Agents à temps plein et agents à temps partiel 47
2.3.3 Le management des congés 50
2.3.4 Récapitulatif 53
2.4 Problèmes du niveau opérationnel 53
2.4.1 Offline : Nurse reallocation problem 53
2.4.2 Online : Re-scheduling problem 55
2.5 Problèmes intégrant à la fois le niveau stratégique et le niveau tactique . . 56
2.6 Conclusion 58

3 Phase tactique **61**
3.1 Présentation formelle du problème 61
3.1.1 Données d'entrée 61
3.1.2 Contraintes 62
3.1.3 Objectifs 63
3.2 Modélisation mathématique 64
3.2.1 Modélisation des *Jca* 64
3.2.2 Modélisation des fonctions objectifs 65
3.2.3 Formulation mathématique 67
3.3 Tests sur des instances réelles 78
3.3.1 Objectif 1 : nombre minimum de *Jca* par jour 80
3.3.2 Objectif 2 : flexibilité des *Jca* 86
3.3.3 Objectif 3 : équité 91
3.3.4 Récapitulatif 94
3.4 Conclusion 95

4 Phase stratégique **97**
4.1 Présentation formelle du problème 97
4.1.1 Données d'entrée 97
4.1.2 Contraintes 98
4.1.3 Objectif 99
4.2 Modélisation mathématique initiale 99
4.3 Modélisation mathématique améliorée 101
4.3.1 Contraintes additionnelles 101
4.3.2 Récapitulation du modèle complet 106

4.4 Génération d'instances . . . 108
4.4.1 Caractéristiques des données générées . . . 108
4.4.2 Nombre d'instances générées . . . 111
4.5 Résultats . . . 111
4.5.1 Instances réelles . . . 111
4.5.2 Instances générées aléatoirement . . . 116
4.6 Conclusion . . . 123

5 Processus global **125**
5.1 Description du processus global . . . 125
5.2 Modèle mathématique intermédiaire . . . 127
5.3 Expérimentations . . . 128
5.3.1 Expérimentation sur les instances réelles . . . 128
5.3.2 Expérimentation sur les instances aléatoires . . . 139
5.4 Conclusion . . . 144

Conclusion **147**
5.5 Travail réalisé . . . 147
5.5.1 Contributions scientifiques . . . 148
5.5.2 Contributions métier . . . 149
5.6 Perspectives . . . 149

A Calcul effectif requis **151**
A.1 Calcul de l'effectif requis . . . 151

B Instances réelles **154**
B.1 Détail de quelques instances réelles . . . 154
B.1.1 Instance 1 . . . 154
B.1.2 Instance 3 . . . 155
B.1.3 Instance 12 . . . 156
B.1.4 Instance 20 . . . 157
B.1.5 Instance 18 . . . 158
B.2 Cycles de travail théorique construits par le CHU pour quelques instances réelles . . . 159
B.3 Répartition des *Jca* dans les instances réelles . . . 164

Bibliography **165**

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La gestion de personnel est un problème quotidien dans toute entreprise. Les problèmes d'affectation de personnel sont très complexes car la solution doit respecter de très nombreuses contraintes tout en optimisant parfois plus d'un objectif. Dans le cas des services hospitaliers, la continuité des soins est l'objectif principal. Et les plannings doivent respecter le budget alloué, les contraintes légales, rechercher l'équité entre personnels, et comme dans tout *service* ouvert 24 heures sur 24, les responsables de plannings essaient aussi de préserver au mieux la qualité de vie au travail des employés.

La complexité du problème est telle que la création d'un planning "à la main" demande plusieurs heures d'essais et d'erreurs et n'aboutit pas toujours à un résultat satisfaisant. La Recherche Opérationnelle (RO) offre des solutions pour la construction des plannings sous diverses contraintes et autour d'un objectif d'optimisation proposé.

Nous nous intéressons dans cette thèse à la construction des plannings du CHU de Nantes. Ce CHU propose une offre de prestations médicales et chirurgicales courantes et hautement spécialisées : de l'accueil des malades 24 h/24 aux alternatives à l'hospitalisation. Il constitue un pôle d'excellence, de recours et de référence aux plans régional et inter-régional tout en délivrant des soins courants et de proximité au profit des 800 000 habitants de la métropole Nantes/Saint-Nazaire.

Aujourd'hui son activité représente plus de 90 000 entrées pour un total de plus de 800 000 journées d'hospitalisation et 140 000 passages en ambulatoire. Chaque année, plus de 4000 naissances ont lieu au CHU et 44 000 séances opératoires y sont pratiquées. En 2017, le budget du CHU a dépassé les 900 millions d'euros, dont 58.3% concerne les charges de personnel.

Au total, les ressources humaines du CHU de Nantes se répartissent en :

— 3047 personnels médicaux, dont 1751 femmes (57%) et 1296 hommes.

— 9577 personnels non médicaux (8904 ETP). Qui se répartissent en :

  6630 soignants éducatifs (68,81%)

  1506 agents techniques (15,90%)

  949 administratifs (9,90 %)

  492 médicaux techniques (5,2%)

Le CHU de Nantes est réparti sur neuf sites pour une capacité d'accueil de 2512 lits et 516 places destinées aux soins des patients qui ne passent pas la nuit à l'hôpital, soit un total de 3028 :

— **Hôtel-Dieu :** l'Hôtel-Dieu est situé au centre de la ville de Nantes. Il regroupe 804 lits et places de court séjour, médicaux et chirurgicaux, le centre 15, le *service* des urgences et le Samu (*Service* d'aide médicale d'urgence).

— **Hôpital femme-enfant-adolescent :** l'hôpital mère-enfant compte 321 lits et regroupe les services de gynécologie-obstétrique et ceux destinés aux soins de l'enfant.

— **Le Tourville** : le Tourville regroupe des services spécialisés dans l'hygiène et la prévention en santé publique : la permanence d'accès aux soins de santé (Pass), le centre fédératif de prévention-dépistage (CFPD) 44, l'unité de gestion du risque infectieux et le centre de consultation de pathologie professionnelle.

— **Hôpital Saint-Jacques :** l'Hôpital Saint-Jacques est implanté au sud de la ville de Nantes. Il s'agit d'un ensemble hospitalier de 722 lits qui regroupe les services de rééducation fonctionnelle, de psychiatrie et de gériatrie.

— **Hôpital Nord Laennec :** l'Hôpital Nord Laennec compte 513 lits de courts séjours médicaux et chirurgicaux.

— **Maison Pirmil :** la Maison Pirmil compte 184 lits de soins de longue durée et de soins de suite.

— **Hôpital Bellier :** l'Hôpital Bellier regroupe 135 lits de courts séjours, de soins de suite et de réadaptation, et de psychiatrie. Il accueille également la consultation d'éthique clinique (CEC).

— **Maison Beauséjour :** la Maison Beauséjour compte 120 lits de soins de longue durée.

— **La Seilleraye :** La Seilleraye compte 192 lits de soins de longue durée.

Ces activités sont regroupées en 12 pôles hospitalo-universitaires (PHU) fondés sur des projets médico-scientifiques favorisant une approche transversale associant le soin, l'enseignement et la recherche. Ces PHU se composent de services, chacun sous la responsabilité d'un médecin. Chaque *service* est composé d'une ou plusieurs Unités Fonctionnelles (UF), chacune gérée par un cadre de santé. Une UF est classiquement constituée d'une équipe d'Infirmier(e)s Diplômé(e)s d'État (*IDE*), d'aides-soignant(e)s (*AS*) et d'agents de *service* hospitalier (*ASH*). L'effectif va d'une dizaine de personnes à près d'une centaine pour les

unités spécialisées (réanimation, urgences, ...), dans ce cas, deux cadres se partagent la gestion.

Chaque cadre responsable d'UF est chargé de construire le planning de ces équipes. Aujourd'hui le CHU de Nantes utilise des outils développés en Excel pour gérer les horaires du personnel. Ces outils sont une aide pour les cadres de santé mais n'automatisent que certaines étapes du processus de planification, le reste étant laissé à la discrétion du cadre. Les étapes successives aboutissent ainsi parfois à des plannings non réglementaires, malgré de nombreuses heures passées à chercher des solutions. Compte-tenu des enjeux financiers et humains liés aux plannings de personnel, l'objectif de cette thèse est de 1) formaliser le processus de construction des plannings actuellement suivi au CHU, 2) identifier de potentiels dysfonctionnements, 3) proposer des modélisations et recommandations pour une construction plus automatisée de ces plannings.

Ce document est organisé comme suit : le chapitre 1 présente le processus de création des plannings actuellement suivi par le CHU de Nantes. Ce chapitre décrit toutes les étapes, depuis l'expression des besoins de personnel, jusqu'à la mise à jour journalière des plannings face aux aléas. Il se termine par la proposition de deux problématiques pour lesquelles la RO peut apporter une aide dans ce contexte : une problématique au niveau de décision stratégique (composition des équipes) et une autre au niveau de décision tactique (construction des cycles de travail). Le chapitre 2 est consacré à l'état de l'art. Nous y présentons les principaux travaux menés depuis plusieurs dizaines d'années sur les problèmes de constitution d'équipes (*staffing problems*), de construction de plannings (*nurse rostering problems* ou *nurse scheduling problems*), et de mise à jour des plannings en réaction à des événements imprévus connus plus ou moins longtemps à l'avance (*nurse reallocation problems* et *re-scheduling problems*). Ce chapitre tente de mettre en lumière les particularités et originalités des problématiques identifiées dans le chapitre 1, et les positionnent par rapport à la littérature. La problématique de construction des cycles de travail fait ensuite l'objet du chapitre 3 : une modélisation mathématique est proposée, avec trois fonctions objectif traitées de façon lexicographique, puis testée sur des données du CHU. Le chapitre suivant se concentre sur le problème de composition d'équipes. Une modélisation basique pour ce problème est tout d'abord présentée. Ce modèle est ensuite enrichi afin d'anticiper de potentiels écueils lors de la résolution du modèle de construction des cycles de travail qui pourraient être provoqués par de mauvaises décisions prises au niveau stratégique. Ces deux modèles sont testés sur des données réelles et des données générées aléatoirement sur la base des données réelles. Finalement, un

processus global intégrant à la fois la problématique de composition d'équipes et celle de construction des cycles de travail est proposé dans le chapitre 5. Ce processus complet est testé sur les données réelles et aléatoires. Le document se termine par une conclusion et des perspectives.

Acknowledgement

Je voudrais tout d'abord remercier à mes directrices de thèse Christelle Guéret et Odile Bellenguez pour m'avoir fait confiance de ce projet. Je vous remercie votre patiente, votre soutien dans les moments difficiles et vos conseils qui m'ont aidé largement à avancer pendant le déroulement de la thèse. Pour moi c'est une expérience unique, j'ai appris beaucoup de vous.

Je remercie à mon jury du CSI, Yannick Kergosien et Louis Martin Rousseau par son suivi et leurs conseils, votre feedback m'a aidé pour mieux aborder la problématique. Je remercie à Nathalie Sauer, Vincent Augusto et David Rivreau pour accepter d'intégrer le jury, vos appréciations et questions m'ont aidé pour la continuation de mon projet professionnel.

Je souhaite remercier à Ludovic Billiar, notre expert métier, une personne avec un grand coeur et qui était toujours à l'écoute pour répondre à nos questions, les conseils et pour nous expliquer étape par étape un processus tellement complexe. De la même façon, je voudrais remercier aux professionnels de santé qui m'ont accueilli au début de ma thèse au CHU afin d'explorer la problématique sur le terrain et aussi aux professionnels de santé à Angers qui se sont intéressés par notre projet.

Mes sincères remerciements à l'équipe DAPI pour m'avoir accueilli, à Maria Restrepo, Simon Thevenin, Francois Larroche pour leur amité, à Fabien Lehuéde, Olivier Pieton, mes collègues au bureau et tout les intégrants du DAPI que j'ai croisé ces années.

Pour son soutien, pour sa patiente et leurs lectures, je voudrais remercier à ma femme Dayana, tu as vécu tout ce processus avec moi, je te remercie ton accompagnement aujourd'hui et toujours. Je voudrais aussi remercier à ma maman Nubia qui m'a encouragé pendant ces années, à mon oncle William et ma marraine Lilia, vous m'avez aidé beaucoup pendant plusieurs années, à mon parrain Ecar qui a fait confiance en moi pour entrer à l'université, à ma grand-mère Lilia et mon grand-père Rafael.

Mes remerciements à mon grand ami Jorge, ça fait plus de 10 ans qu'on se connaît, tu m'as écouté et soutenu dans tout ce processus. Mes remerciements à tous mes amis quel que soient le temps et la distance vous êtes toujours dans mon coeur, même si on ne se voit pas souvent.

Je souhaite remercier à mon ami et ancien enseignant Luis Othon, à ma ancienne enseignante Jelibeth Racedo pour toutes les connaissances partagées avec moi.

Ce projet ne serait pas sans l'aide de l'institut Atlanstic, l'université d'Angers et l'IMT Atlantique, je vous remercie vraiment. Merci la France pour m'accueillir.

Chapitre 1

Processus de création des plannings au CHU de Nantes

Nous présentons dans ce chapitre les étapes du processus de décision actuellement suivi pour la création et la gestion des plannings du personnel au CHU de Nantes. Celui-ci peut varier d'une *unité fonctionnelle* à l'autre et d'un cadre à l'autre, néanmoins une certaine standardisation est en train d'être déployée, notamment sous l'impulsion de Ludovic Billard (cadre supérieur de santé à la direction des ressources humaines qui vient en aide aux différents cadres). Le processus, mené de façon disjointe pour chaque catégorie d'agent de chaque *service*, est notamment découpé en trois phases correspondant aux niveaux de décision stratégique, tactique et opérationnel.

1.1 Description générale du processus

La nécessité d'assurer la continuité des soins requiert de gérer les horaires de travail de chaque membre du personnel pour répartir leur présence en fonction des besoins en soin. Il est cependant difficile de considérer simultanément toutes les décisions à prendre pour l'ensemble de l'année. Le processus de décision mené par le CHU est donc décomposé en plusieurs étapes, qui peuvent impliquer plusieurs intervenants. Comme indiqué sur la figure 1.1, il est décomposé suivant les niveaux de décision stratégique (long terme), tactique (moyen terme) et opérationnel (court terme). La phase stratégique consiste tout d'abord à déterminer la composition de l'équipe de chaque catégorie de personnel pour chaque *unité fonctionnelle*. Celle-ci est avant tout pilotée par un budget, mais doit être construite de façon à couvrir les besoins en soin toute l'année, en tenant compte des volumes de congés annuels qui seront demandés par la suite. La phase tactique est dédiée à la création des cycles de travail théoriques, puis à la détermination des plannings annuels de base qui en découlent pour les agents par catégorie de personnel. Ces cycles ont pour but de structurer une organisation récurrente, incluant l'anticipation des possibilités de

remplacements entre agents pour faire face aux demandes de congés à venir. Enfin, la phase opérationnelle correspond tout d'abord à la gestion des remplacements mois par mois pour couvrir les congés qui ont été demandés dans une démarche qu'on peut qualifier de off-line, puis une prise en compte des aléas au jour le jour amène d'éventuels amendements on-line.

Le résultat de chaque phase est une entrée de la phase suivante qui tient compte également d'autres entrées potentielles, contraintes ou estimations afin d'affiner les décisions.

1.2 Phase stratégique

Cette phase est dédiée aux décisions à long terme, impactant notamment l'affectation des personnels dans les services. Elle est réalisée pour une période déterminée, dans le cadre de ce travail, on considère au minimum pour l'année civile. Pour répartir les agents de chaque catégorie de personnel sur les *unités fonctionnelles*, le processus retenu n'est cependant pas une répartition globale simultanée, mais une négociation indépendante de chaque *service* avec la Direction des ressources humaines. En effet, l'affectation d'une équipe à un *service* sera utilisée pour une ou plusieurs années, tant qu'il n'y a ni changement dans les besoins, ni démissions ou changements de contrats des personnels. On ne remet donc pas à plat la répartition globale chaque année. La négociation menée avec chaque *service* était historiquement peu formalisée et correspondait souvent à un report des habitudes, ce qui pouvait à long terme engendrer des écarts importants entre les besoins réels et la capacité de couverture des besoins par les équipes après plusieurs évolutions de celles-ci. Depuis peu, la plupart des services justifient leur demande d'effectif, en estimant les moyens minimaux nécessaires à partir des besoins mis à jour. L'estimation est faite pour l'année à venir. L'objectif est de construire une affectation du personnel qui permette à priori de couvrir les besoins estimés tout en respectant la législation du travail. Pour chaque équipe (correspondant à une catégorie de personnel d'un *service*), la démarche est divisée en quatre étapes détaillées ci-après :

Étape 1 : Création de la *maquette* des besoins ;
Étape 2 : Calcul de *l'effectif requis* ;
Étape 3 : Détermination de l'*effectif budgeté* ;
Étape 4 : Détermination de la composition de l'équipe.

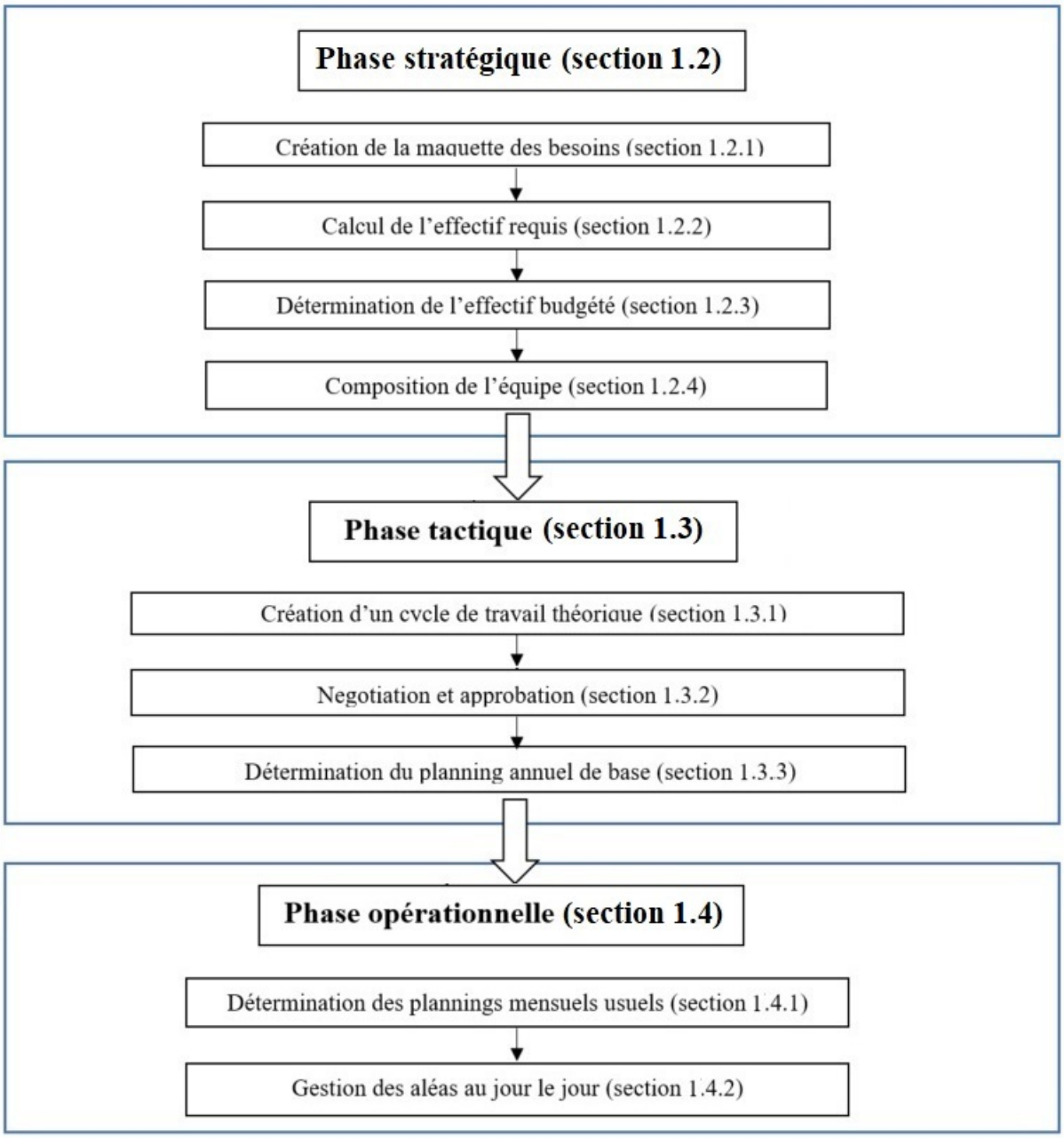

FIGURE 1.1 – Processus de création de planning au CHU de Nantes

1.2.1 Étape 1 : Création de la maquette des besoins

Pour anticiper les besoins en personnel dans une équipe, il est tout d'abord nécessaire d'estimer les besoins en soin au quotidien. Des estimations nationales par pathologie déterminent le dimensionnement des services de soins, c'est à dire le nombre de lits et

de places ambulatoires. Les standards fixés par l'Agence Régionale de Santé (ARS) et diverses connaissances pratiques métier permettent ensuite de fixer en conséquence un plan de soins, validé par les équipes médicales, et définissant différentes plages de temps ainsi que le nombre d'agents de chaque catégorie nécessaire pour ces soins, par plage de temps, pour chaque jour de la semaine. Chaque plage de temps est construite pour pouvoir correspondre à un *temps de travail* quotidien pour une personne, elle est donc définie comme un *poste de travail*. Ainsi, un *poste de travail* est une période de *temps de travail* soumise à la réglementation définie par des horaires de début et fin, une amplitude d'affectation dans un espace déterminé. Pour ce travail, nous considérons que les postes de travail sont de quatre types : Matin, Jour, Soir et Nuit. Les postes de matin sont les postes démarrant avant 9h. Les postes de jour sont les postes démarrant entre 9h et 13h, les postes de soirs ceux démarrant entre 13h et 21h, et enfin les postes de nuit ceux démarrant après 21h.

Les besoins hebdomadaires en personnel ainsi fixés sont résumés dans une matrice nommée "maquette" pour chaque équipe. Une *maquette* indique donc, pour une *unité fonctionnelle* et une catégorie de personnel donnée (*IDE*, *AS*, ...), le nombre exact d'agents requis pour assurer les soins, et ce pour chaque type de *poste de travail* défini et pour chacun des sept jours de la semaine. Il est à noter que les types de poste (Matin, Jour, Soir, et Nuit) peuvent être déclinés si besoin en sous-types pour distinguer, par exemple, des postes de matin ne commençant pas à la même heure permettant d'affiner la présence des soignants et de meilleurs recouvrements. Une *maquette* est valable généralement pour un horizon d'une année, période sur laquelle les besoins sont considérés constants.

Le tableau 1.1 contient un exemple de *maquette* pour les *IDE* d'une *unité fonctionnelle*. A chaque colonne est associé un jour de la semaine et chaque ligne correspond à un type de *poste de travail*. Chaque case r_{ij} du tableau indique les besoins en nombre de postes de travail de type i le jour j. Par exemple, le lundi les besoins en *IDE* sont de 1 pour le matin, 1 pour la journée, 1 pour le soir et 1 pour la nuit. Au total, 4 postes doivent être couverts le lundi, donc 4 agents minimum sont nécessaires ce jour là. Un *poste de travail* est affecté à un seul agent, et un agent ne peut être affecté qu'à un *poste de travail* par jour. Chaque agent pourra par contre occuper plusieurs types de postes dans la semaine.

Poste	Lun	Mar	Mer	Jeu	Ven	Sam	Dim	Total
Matin	1	1	1	1	1	1	1	7
Jour	1	1	1	1	1	1	1	7
Soir	1	1	1	1	1	1	1	7
Nuit	1	1	1	1	1	0	0	5
Total	4	4	4	4	4	3	3	26

TABLE 1.1 – Exemple de *maquette* pour les *IDE* d'une *unité fonctionnelle* donnée.

1.2.2 Étape 2 : Calcul de l'effectif requis

Historiquement, les affectations de personnels pour répondre aux besoins de la *maquette* étaient peu formalisées, ce qui pouvait conduire à une sous-dotation problématique. Le calcul de *l'effectif requis* a été mis en place pour estimer les besoins minimaux en personnel pour couvrir les postes de la *maquette* et les congés tout au long de l'année. Il s'agit donc d'un minimum que le cadre peut présenter lors de ses discussions avec le *service* de ressources humaines.

L'effectif requis est exprimé par un nombre d'équivalents temps plein (*ETP*), ce qui correspond à un nombre fixe d'heures travaillées à l'année. Il ne doit pas être inférieur au nombre d'heures requises par la *maquette*. Il est important de noter que cet effectif ne correspond pas à un nombre d'agents. En effet, à un *effectif requis* de 3 *ETP* par exemple peut être associé une équipe de 3 personnes à plein temps, ou une équipe de 6 personnes à mi-temps. L'*effectif requis* fournit donc uniquement une borne inférieure du nombre d'agents de l'équipe (cas où tous les agents sont à temps plein) mais aussi une borne inférieure de la somme des quotités de temps des agents nécessaires pour couvrir les besoins.

Le calcul de *l'effectif requis* se base sur le nombre d'heures de travail qui peuvent être faites dans l'année, nombre d'heures qui dépend de la régularité des repos des agents. Si les agents peuvent être en repos le week-end la majorité du temps (i.e. s'ils travaillent moins de 10 dimanches ou jours fériés dans l'année), ils sont alors dits en *repos fixe* et doivent chacun travailler le nombre d'heures indiqué dans le tableau A.3. Si les jours de repos sont variables (i.e. 10 dimanches ou jours fériés, ou plus, travaillés dans l'année), les agents sont dits *en repos variable* et bénéficient alors d'heures de récupération. Leur nombre total d'heures de travail est donc moins important, comme indiqué dans le tableau A.3. Ces nombres d'heures varient également chaque année en fonction de la position des jours fériés sur des dimanches ou non (car c'est le total qui compte et quand un jour

férié tombe un dimanche, il n'est compté qu'une fois). En pratique si l'équipe ne change pas d'une année sur l'autre, le calcul n'est cependant pas refait, en considérant que la variation est marginale. Enfin, le nombre d'heures que doit travailler un équivalent temps plein dépend également des postes à assurer. En effet, les agents travaillant sur des postes de nuit au moins 90% du temps bénéficient d'une réduction du nombre annuel d'heures de travail.

Pour faire le calcul de *l'effectif requis*, le cadre a donc besoin de savoir si les agents de l'équipe sont en *repos fixe*, ou en *repos variable*. Mais cela va dépendre des besoins de la *maquette*, en particulier le dimanche. En effet, les agents de jour (types de poste Matin, Jour et Soir) doivent tous être en *repos fixe*, ou tous être en *repos variable*. La même règle s'applique pour les agents travaillant de nuit. Pour déterminer si les agents travaillant de jour (resp. travaillant de nuit) sont en *repos fixe* ou en *repos variable*, il faudrait calculer la somme des besoins de jour (resp. de nuit) de tous les dimanches et de tous les jours fériés de l'année, et la diviser par la taille de l'équipe travaillant de jour (resp. travaillant de nuit) pour savoir si le nombre de dimanches et jours fériés travaillés par chacun est supérieur à 10 ou non. Cependant, la taille des équipes est à ce stade inconnue. Le cadre de santé considère donc dans un premier temps que tous les agents sont en *repos fixe*, ce qui correspond au plus grand nombre d'heures de travail possible par agent et permet d'avoir une borne inférieure du nombre *d'ETP*.

En supposant que tous les agents sont en *repos fixe*, l'*effectif requis*, noté rs (required staff), correspond à la somme de *l'effectif requis* de jour (rs_d, associé aux postes de matin, jour ou soir) et de *l'effectif requis* de nuit (rs_n, associé aux postes de nuit). Il est nécessaire en effet de distinguer l'effectif de jour et l'effectif de nuit car la durée des postes de nuit est plus grande que celle des autres postes, ce qui implique des formules de calcul différentes, comme présenté ci-dessous :

$$rs = rs_d + rs_n \tag{1.1}$$

avec

$$rs_d = \left(\frac{\sum_{i \in S_m \cup S_d \cup S_e} \sum_{j=1}^{7} r_{ij} q_j d_i}{hy_{df}} \right) \tag{1.2}$$

et

$$rs_n = \left(\frac{\sum_{i \in S_n} \sum_{j=1}^{7} r_{ij} q_j d_i}{hy_{nf}} \right) \tag{1.3}$$

où

— S_m, S_d et S_e sont les ensembles de postes de matin, jour et soir respectivement.

— S_n est l'ensemble des postes de nuit.

— r_{ij} est le nombre de postes de travail de type i requis pour chaque jour j, avec $j = 1, ..., 7$ et $i \in S_m \cup S_d \cup S_e \cup S_n$.

— q_j est le nombre de chaque type de jour j au cours de l'année, avec $j = 1, ..., 7$. Par exemple en 2018 on comptabilise 53 lundis, donc S_1=53 ;

— d_i est la durée, en heures, du *poste de travail i*. En général, un poste de matin, jour ou soir a une amplitude horaire de 8h, avec 30 minutes de repas, ce qui correspond à 7.5h de travail, et un poste de nuit a une amplitude de 11h avec 1h de pause, ce qui correspond à 10h de travail.

— hy_{df} est le nombre d'heures de travail annuel associé à un poste de matin, jour ou soir pour un agent en *repos fixe*.

— hy_{nf} est le nombre d'heures de travail annuel associé à poste de nuit pour un agent en *repos fixe*.

Le cadre peut ensuite vérifier si les agents de matin, jour ou soir (resp. de nuit) sont bien en *repos fixe* ou s'ils sont en *repos variable*, en calculant leur nombre moyen de dimanches et jours fériés travaillés ($nbSH_d$ et $nbSH_n$ respectivement) :

$$nbSH_d = \frac{\text{Nombre de postes de matin/jour/soir des dimanches et jours fériés de l'année}}{rs_d} \tag{1.4}$$

$$nbSH_n = \frac{\text{Nombre de postes de nuit des dimanches et jours fériés de l'année}}{rs_n} \tag{1.5}$$

Si la valeur $nbSH_d$ (resp. $nbSH_n$) trouvée est inférieure à 10, alors on considère que les agents travaillant de matin, jour ou soir (resp. travaillant de nuit) sont bien en *repos fixe* et l'on garde le calcul de rs. Sinon, le cadre doit refaire le calcul de l'équation 1.2 (resp. 1.3) en remplaçant hy_{df} (resp. hy_{nf}) par le nombre d'heures de travail annuel d'un poste de matin, jour ou soir pour un agent en *repos variable* hy_{dv} (resp. par le nombre d'heures de travail annuel d'un poste de nuit pour un agent en *repos variable* hy_{nv}). Un exemple du calcul de *l'effectif requis* est dans l'annexe A.

Une fois cet effectif calculé pour chaque catégorie de personnel de son *unité fonctionnelle*, le cadre de santé fait remonter les informations à la direction des ressources

humaines pour préparer l'étape suivante.

1.2.3 Étape 3 : Détermination de l'effectif budgété

Comme évoqué précédemment, historiquement le dimensionnement de l'effectif était fixé avec la direction des ressources humaines de façon peu formelle, ce qui pouvait comporter des erreurs d'estimation. Depuis quelques années, les cadres sont encouragés à calculer l'*effectif requis* afin d'avoir une estimation plus juste et un éventuel moyen de négocier. La direction des ressources humaines reste cependant en charge de la décision finale de *l'effectif budgété*, c'est-à-dire, du nombre *d'ETP* qui sera effectivement financé pour chaque équipe. Par exemple, pour *l'effectif requis* de notre exemple (7.09 *ETP*), la direction des ressources humaines pourrait par exemple décider de financer 7.05 *ETP* ou encore 7.1 *ETP*. Dans le premier cas, les 0.04 *ETP* qui manquent vont engendrer des besoins non couverts certains jours de l'horizon, ce qui obligera le cadre à faire appel aux *services* de *suppléance* ou à ne pas respecter la *maquette*. Dans le deuxième cas, les 0.01 *ETP* supplémentaires permettraient une plus grande flexibilité à *l'unité fonctionnelle* pour assurer les heures de remplacement ou des imprévus.

Si l'hôpital n'est pas en mesure d'affecter un effectif proche de *l'effectif requis*, il faut réévaluer la *maquette* et trouver un arrangement qui permettra de diminuer *l'effectif requis*, ce qui est géré dans la négociation entre le cadre et la direction des ressources humaines. Sinon, l'objectif va être de trouver une composition d'équipe au plus près de *l'effectif budgété*.

1.2.4 Étape 4 : Composition de l'équipe.

Il est à noter que, bien souvent, les équipes de chaque *unité fonctionnelle* étant déjà constituées, et les besoins évoluant peu d'une année sur l'autre, cette étape ne nécessite alors que peu de décision de la part du cadre de santé. Cependant, il est possible que les besoins évoluent avec la construction d'un nouveau plan de soin, qu'une nouvelle *unité fonctionnelle* soit créée, ou que les effectifs évoluent (départ d'un agent, diminution du *temps de travail* contractuel, etc.). Le cadre de santé doit alors décider d'intégrer un ou plusieurs agents à son équipe de travail, voire composer celle-ci entièrement. Pour cela, il peut faire appel à des recrutements internes et choisir parmi les candidats, faire appel à d'autres *services* qui auraient une équipe sur-dimensionnée et dont un ou plusieurs agents pourraient être partagés entre deux *services*, ou bien encore décider de recruter

de nouveaux agents. Il est donc nécessaire de déterminer la composition de l'équipe, que l'on appellera *l'effectif affecté*, en respectant au mieux *l'effectif budgété* fixé à l'issue des échanges. Celui-ci porte cependant mal son nom, car il n'indique pas un budget réel à respecter mais bien un nombre *d'ETP* que l'on souhaite accorder à cette équipe, et qui en réalité n'est suivi que de façon indicative, selon les recrutements possibles parmi les candidats et dans le respect des proportions éventuellement imposées sur les différents types de contrats.

Ainsi, l'*effectif affecté* correspond à la somme des *temps de travail* des agents sélectionnés et peut être atteint par différentes compositions d'équipe. Reprenons notre exemple dont *l'effectif requis* est de 7.09 *ETP*. Si l'on considère par exemple un *effectif budgété* arrondi à 7.10 *ETP*, comme illustré figure 1.2, l'équipe pourra être constituée de 3 agents à temps plein, 2 agents à 90%, 2 agents à 80% et un agent travaillant à 70% (cas 1), ou bien de 5 agents à temps plein, et 3 agents travaillant à 70% (cas 2), ou bien encore par 2 agents à temps plein, 5 agents travaillant à 90% et 1 agent travaillant à 60% (cas 3), et beaucoup d'autres combinaisons sont encore possibles.

Or, le coût salarial théorique d'une équipe dépend des types de contrat des personnes retenues. Ce coût est obtenu en multipliant le nombre d'agents de chaque type de contrat par le coût du type de contrat. Ce coût est exprimé en fonction de G qui représente le salaire d'un agent à temps plein. Le tableau 1.2 contient les coûts correspondants aux différents types de contrat. Pour l'exemple de la figure 1.2, l'équipe du cas 1 coûtera 7.2428 G, et l'équipe du cas 2 coûtera 7.1 G, alors qu'elles correspondent toutes les deux à un *effectif affecté* de 7.1 *ETP*. L'objectif du CHU est de minimiser le coût théorique de *l'effectif affecté*, sans tenir compte du coup réel des salaires, qui sont également modifiés par l'ancienneté. Si plusieurs solutions sont équivalentes en terme de coût théorique, l'hôpital préfère travailler avec le maximum d'agents à temps plein car si un agent décide de démissionner il est plus simple de trouver un remplaçant à temps plein qu'à temps partiel. Mais certaines règles encadrent malgré tout le nombre de postes à temps partiel, afin de garantir une répartition proportionnée dans les unités fonctionnelles des agents ayant fait ce choix.

Compte-tenu de tous les éléments décrits ci-dessus, une équipe idéale devrait donc respecter les contraintes suivantes :

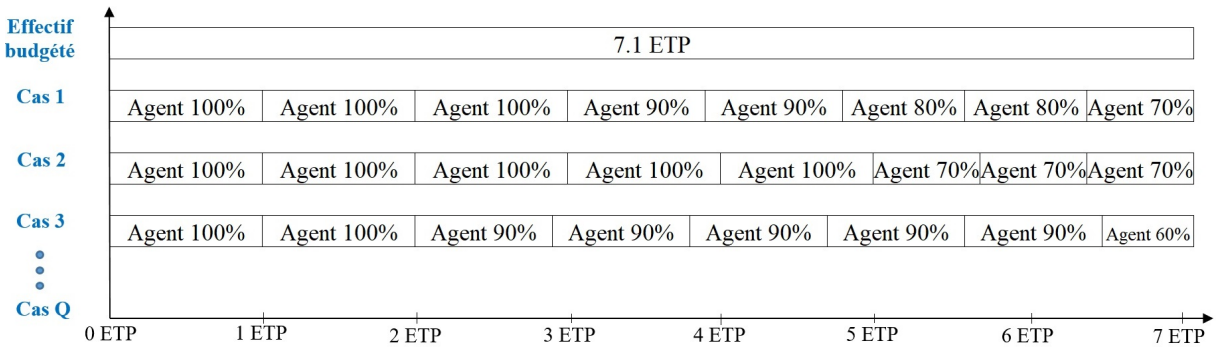

FIGURE 1.2 – Exemples de compositions d'une équipe de 7.10 *ETP*.

Quotité de temps Contrat	Coût (pourcentage de G)
100%	100
90%	91.43
80%	85.71
75%	75
70%	70
60%	60
50%	50

TABLE 1.2 – Coût par type de contrat au CHU de Nantes

1. l'*effectif affecté* doit être supérieur ou égal à l'*effectif requis* ;
2. l'*effectif affecté* doit être inférieur ou égal à *l'effectif budgété* ;
3. le nombre de personnes travaillant dans l'équipe doit être au minimum deux fois les besoins du dimanche. La réglementation spécifie en effet que pendant une période de deux semaines de travail, chaque agent doit bénéficier de 4 jours de repos, dont deux consécutifs et incluant un dimanche. Ceci implique que les agents sont au repos au minimum un week-end sur deux (éventuellement plus, selon le nombre de postes travaillés le dimanche et le nombre de personnes dans *l'unité fonctionnelle*). Autrement dit, le dimanche, au plus la moitié du personnel travaille et les autres sont en repos. Ainsi, pour notre exemple, la *maquette* 1.1 indiquant un besoin de personnel de 3 postes en journée le dimanche, le cadre devra s'assurer qu'il y a 6 personnes au minimum dans son équipe pour travailler le jour ;
4. comme décrit dans l'introduction, les services sont regroupés en pôles. Une règle impose que le nombre d'agents à temps partiel au sein de chaque pôle soit au minimum de 30%. Cette contrainte globale est répercutée au niveau des équipes en imposant un pourcentage minimal global de temps partiels dans l'équipe. Ce pour-

centage peut être adapté en fonction de la contribution souhaitée de chaque équipe à la cible du pôle

5. une autre règle impose que 20% des agents à temps partiel de l'équipe soient des agents à 80%
6. si l'équipe est déjà partiellement constituée et doit être complétée, tous les agents actuellement dans l'équipe doivent bien sûr être conservés. Ceci impose de respecter un nombre minimum d'agents pour chaque type de contrat.
7. pour raison de manque de candidatures pour certain types de contrat, ou pour faciliter la gestion des plannings et la cohésion d'équipe, le cadre peut préférer ou devoir limiter le nombre d'agents de chaque type de contrat à un nombre maximal.

En pratique, ces contraintes sont plus ou moins bien respectées, exceptée la contrainte 6 à laquelle le cadre ne peut déroger. Une difficulté majeure se pose lorsque *l'effectif budgété* est inférieur à *l'effectif requis*, il est alors notamment impossible de respecter les deux premières contraintes en même temps. Dans cet encadrement indicatif, le cadre de santé fait alors au mieux sans appliquer de procédure standardisée. Une fois son équipe constituée, le cadre peut passer à la construction des cycles de travail (phase tactique).

1.3 Phase tactique

Cette seconde phase de décision porte sur une année civile, car le calcul du nombre de jours de congé et du *temps de travail* va dépendre des jours fériés. Elle a pour but d'obtenir une trame globale des jours de travail des agents, avant la gestion des congés et demandes particulières qui seront considérées en phase opérationnelle, mois par mois. En général, cette phase tactique se découpe en 2 étapes : la construction du *cycle de travail théorique* puis la construction du *planning annuel de base*. Un *cycle de travail théorique* est construit en tenant compte du nombre d'agents par type de contrat et est prévu pour être répété tout au long de l'année. L'affectation nominative de chaque membre de l'équipe au cycle correspondant à son contrat, en spécifiant sur quelle semaine il commence, permet ainsi de bâtir le *planning annuel de base*.

On cherche dans cette phase à bâtir un motif sur plusieurs semaines, qui sera répété toute l'année. Ce motif est construit en tenant compte des quotités de temps des agents : ainsi une personne à 100% travaillera en moyenne 37h30 par semaine. Cependant, elle ne pourra pas travailler 37h30 durant chaque semaine de l'année puisqu'elle a droit à des

jours de congé. Un nouveau type de poste, appelé *Jca* (*jour de remplacement de congé annuel*), est alors créé pour anticiper les demandes de congé. Ainsi, chaque jour du cycle, les agents qui ne sont pas affectés à un *poste de travail* requis par la *maquette* et qui ne sont pas en repos sont affectés à ce poste supplémentaire. Il s'agit d'un poste sans horaires prédéfinis qui sera utilisé dans la phase opérationnelle pour remplacer un agent affecté à un poste requis par la *maquette* et qui demande un jour de congé, un *RTT* ou une *récupération* de jours fériés. Ce poste sera donc instancié en Matin, Jour, Soir ou Nuit lorsque les demandes de congé seront connues en fonction du poste de l'agent à remplacer.

Nous allons commencer par donner la définition d'un *cycle de travail théorique* et les contraintes qu'il doit respecter, puis nous présenterons en détail comment il est construit et comment le *planning annuel de base* en est déduit.

1.3.1 Définition d'un cycle de travail théorique et contraintes à respecter

Un *cycle de travail théorique* est un tableau contenant pour chaque agent d'une équipe une *séquence de postes* de travail (incluant les *Jca* et les repos) construit sur un horizon de nw semaines. Ce tableau contient donc $7 * nw$ colonnes et autant de lignes que d'agents. Au CHU, afin d'être le plus équitable possible au sein de chaque équipe, tous les agents d'un même contrat suivent la même *séquence de postes*. Cependant, afin de couvrir tous les besoins, les agents commencent cette *séquence de postes* avec une semaine de décalage, l'objectif étant que les affectations se complémentent. L'équité entre les différentes types de contrat est plus difficile à décrire, elle n'est donc à ce jour formalisée dans la définition du cycle qu'à travers une indication de répartition proportionnelle du type de postes entre les types de contrat. On retiendra qu'un cycle peut donc être entièrement décrit par une *séquence de postes* pour chaque type de contrat, toutes les séquences ayant la même durée nw.

Le tableau 1.3 présente un exemple de *cycle de travail théorique* d'une durée de 6 semaines pour l'équipe du cas 1 de la figure 1.2 composée de 3 agents à temps plein, 2 agents à 90%, 2 agents à 80% et un agent à 70%. Nous considérons ici 4 types de postes (Matin (M), Jour (J), Soir (S) et Nuit (N), des postes *Jca*, et des jours de repos (notés ''-'').

On peut vérifier dans cet exemple que les 3 agents à temps plein suivent bien la même *séquence de postes* avec une semaine de décalage, et qu'il en est de même pour les agents

Contrat	Agent	Semaine 1							Semaine 2							Semaine 3						
		L	M	Me	J	V	S	D	L	M	Me	J	V	S	D	L	M	Me	J	V	S	D
100%	A	M	M	J	J	.	S	S	N	N	Jca	.	.	.	.	.	.	M	M	J	Jca	Jca
	B	N	N	Jca	.	.	.	.	.	.	M	M	J	Jca	Jca	.	Jca	N	N	N	.	.
	C	.	.	M	M	J	Jca	Jca	.	Jca	N	N	N	.	.	S	S	.	Jca	M	M	M
90%	D	Jca	.	N	N	N	.	.	S	S	.	Jca	Jca	J	J	J	.	S	S	S	.	.
	E	S	S	.	Jca	Jca	J	J	J	.	S	S	S	.	.	.	.	J	J	.	S	S
80%	F	.	Jca	S	S	S	.	.	.	.	.	.	M	M	M	Jca	J	.	Jca	Jca	.	.
	G	.	.	.	.	M	M	M	Jca	J	.	Jca	Jca	.	.	M	M	Jca	.	Jca	J	J
70%	H	J	J	.	.	.	.	.	M	M	J	J	.	S	S	N	N	.	.	.	.	.
Besoins Matin		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Besoins Jour		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Besoins Soir		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Besoins Nuit		1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0

Contrat	Agent	Semaine 4							Semaine 5							Semaine 6						
		L	M	Me	J	V	S	D	L	M	Me	J	V	S	D	L	M	Me	J	V	S	D
100%	A	.	Jca	N	N	N	.	.	S	S	.	Jca	M	M	M	J	.	M	M	J	.	.
	B	S	S	.	Jca	M	M	M	J	.	M	M	J	.	.	M	M	J	J	.	S	S
	C	J	.	M	M	J	.	.	M	M	J	J	.	S	S	N	N	Jca	.	.	.	.
90%	D	.	.	J	J	.	S	S	N	N	Jca	.	.	.	.	.	.	.	Jca	Jca	J	J
	E	N	N	Jca	.	.	.	.	.	.	.	Jca	Jca	J	J	Jca	.	N	N	N	.	.
80%	F	M	M	Jca	.	Jca	J	J	.	Jca	S	S	S	.	.	Jca	J	.	.	.	.	.
	G	.	Jca	S	S	S	.	.	Jca	J	.	.	.	.	.	.	Jca	S	S	S	.	.
70%	H	Jca	J	.	.	.	.	.	M	M	J	.	.	.	.	S	S	.	.	M	M	M
Besoins Matin		1	1	1	1	1	1	1	.	.	N	N	N	.	.	.	.	.	.	1	1	1
Besoins Jour		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Besoins Soir		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Besoins Nuit		1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0

TABLE 1.3 – Cycle de travail de 6 semaines pour 4 types de contrat

à 90% et 80%. Ce décalage permet aux 8 agents de couvrir tous les besoins journaliers de la *maquette* (lignes Besoins Matin, Besoins Jour, Besoins Soir et Besoins Nuit). Par exemple, le lundi de la semaine 1, on aura bien 1 agent de matin (l'agent A, qui effectue les postes de la semaine 1 de la séquence des temps pleins), 1 agent de nuit (l'agent B, qui effectue les postes de la semaine 2 de la séquence des temps plein), 1 agent de soir (l'agent E, qui effectue les postes de la semaine 2 de la séquence des agents à 90%) et un agent de jour (l'agent H, qui effectue les postes de la semaine 1 de la séquence des agents à 70%). Il y aura de plus 1 agent en *Jca* (l'agent D, qui effectue les postes de la semaine 1 de la séquence des agents à 90%) et 3 en repos (les agents F et G, qui effectuent respectivement les postes de la semaine 1 et de la semaine 2 de la séquence des agents à 80% et l'agent C qui effectue les postes de la semaine 3 de la séquence des agents à temps plein).

Ce *cycle de travail théorique* est soumis à différentes contraintes qui peuvent être regroupées en contraintes obligatoires (incluant les contraintes légales), contraintes fortement souhaitées (contraintes dites *fonctionnelles*, permettant un meilleur fonctionnement du *service*), et contraintes souples (contraintes de préférences collectives).

Les contraintes obligatoires sont les suivantes :

1. Chaque jour, tous les besoins de la *maquette* doivent être couverts
2. Un agent est affecté à au plus un poste par jour
3. Contraintes réglementaires
   (a) La durée du cycle doit être inférieure à 12 semaines.
   (b) Contraintes de *temps de travail*
      i. le nombre maximal d'heures de travail par semaine est de 45h pour le CHU de Nantes.
      ii. le nombre maximal d'heures de travail durant une période de sept jours glissants est de 48h
      iii. le nombre d'heures travaillées par chaque agent doit être compris entre le nombre d'heures précisé dans son contrat plus ou moins la durée minimale des postes de travail
   (c) Temps de repos
      i. le temps de repos journalier doit être au minimum de 12h. Un agent qui termine sa journée à 22h ne peut donc pas démarrer son poste suivant avant 10h du matin le jour suivant

ii. chaque agent doit avoir au moins un *repos hebdomadaire* de 36h minimum

iii. sur chaque période de deux semaines consécutives de travail, chaque agent à temps plein doit avoir au minimum quatre jours de repos, dont deux consécutifs et incluant un dimanche. En théorie, pour respecter cette contrainte il est possible de placer les repos consécutifs les samedi et dimanche ou les dimanche et lundi. Cependant, en pratique le CHU préfère programmer les repos consécutifs les samedi et dimanche.

iv. un agent à temps plein travaille au plus un dimanche sur deux (cette contrainte est en fait une implication de la contrainte précédente). Cette contrainte est adaptée de la façon suivante pour les agents à temps partiels : les agents à 90% et 80% travaillent au maximum le même nombre de dimanches qu'un agent à temps plein ; pour les agents en contrat à 75% et 70% le nombre maximum de dimanches travaillés est égal à 75% du nombre de dimanches travaillés par les temps pleins, et pour les agents en contrat à 60% et 50% il est au maximum égal à 60% de ce nombre. Ainsi, par exemple, dans un *cycle de travail théorique* de 10 semaines, chaque agent à temps plein travaillera au maximum 5 dimanches et un agent en contrat à 50% au maximum 3 dimanches, jamais consécutifs.

Les contraintes qu'il est fortement souhaité de respecter sont :

1. Les jours de travail isolés ne sont pas souhaités par les agents. On considère que les jours isolés sont interdits. Chaque agent doit donc travailler au minimum deux jours consécutifs.
2. Chaque agent ne peut travailler plus de cinq jours consécutifs.

   Un agent qui travaille un samedi ou un dimanche doit travailler tout le week-end et occuper le même poste sur ces 2 jours. Si ce n'est pas possible (cas où les besoins du samedi et du dimanche sont différents), il pourra ne travailler qu'un seul jour et être en repos l'autre jour.
3. Deux *segments* (successions de postes identiques sans jour de repos) séparés par des postes de type *Jca* et/ou des repos ne doivent pas concerner les mêmes postes. Cette contrainte permet d'éviter qu'un agent soit affecté au même poste plusieurs semaines d'affilée. Cependant, si les deux *segments* sont séparés par suffisamment de jours de repos ou de *Jca*, alors la contrainte ne s'applique plus. Ainsi, la longueur de séparation considérée entre 2 *segments* est au maximum de 7 jours pour les postes

de matin et de jour, et de 14 jours pour les postes de soir. Les postes de nuit ne sont pas concernés par cette contrainte.

4. Chaque jour, le nombre d'agents affectés à un poste *Jca* ne doit pas dépasser 30% de la taille de l'équipe. Ceci permet d'éviter qu'il y ait trop de *Jca* un jour donné par rapport aux demandes potentielles de congé.
5. Équité entre les différents types de contrat : la distribution des différents types de *poste de travail* sur les cycles des différents types de contrat doit être proportionnelle aux quotités des contrats. Ainsi, par exemple, si tous les agents à temps plein effectuent 20 postes de Matin, 20 postes de Jour et 10 postes de Soir sur un horizon de nw semaines, alors les agents à 50% doivent faire 10 postes de Matin, 10 de Jour et 5 de Soir sur ce même horizon.
   Nous rappelons que l'équité entre les agents d'un même contrat est assurée, elle, par le fait que les agents suivent tous le même cycle, avec un décalage.

Ces contraintes sont en pratique difficiles à respecter dans une construction à la main. Il s'agit donc davantage d'indications sur les bonnes pratiques à viser. L'équité, par exemple, s'avère parfois impossible à approcher et une répartition des types de postes déséquilibrée peut être mise en place par le cadre.

Enfin, les contraintes souples, résultant d'une négociation entre le cadre de santé et les agents afin d'améliorer les conditions de travail et faciliter le fonctionnement des services, peuvent être différentes pour chaque *unité fonctionnelle*. Ces contraintes sont nombreuses, et une fois de plus, il s'agit davantage d'indications que de contraintes. Voici la liste des plus fréquentes :

1. Contraintes chrono-biologiques :
   (a) afin d'allonger leurs périodes de repos, certains personnels souhaitent :
      i. terminer leur journée le plus tôt possible la veille d'un jour de repos.
      ii. poser des jours de congé pendant les week-ends.
   (b) Selon les services, la durée des *segments* peut légèrement différer, on peut donc avoir une longueur minimale ou maximale pour chaque *segment*
2. Contraintes collectives : dans un souci d'efficacité de l'équipe de travail, les personnels souhaitent conserver le week-end le même *poste de travail* que le vendredi, ou bien conserver le lundi le même *poste de travail* que le week-end. Cette configuration permet en effet un passage de relais plus efficace entre les équipes de week-end et les agents qui sont en repos le samedi et le dimanche.

1.3.2 Processus de construction et validation d'un cycle de travail théorique

En général, au CHU de Nantes, la construction d'un *cycle de travail théorique* se fait en trois étapes. Dans un premier temps le cadre construit le cycle. Ensuite, ce cycle est présenté aux agents. Puis il est discuté avec le *CTE* (Comité technique de l'établissement). Le processus est répété jusqu'à validation par les agents et le *CTE* (*cf* Figure 1.3).

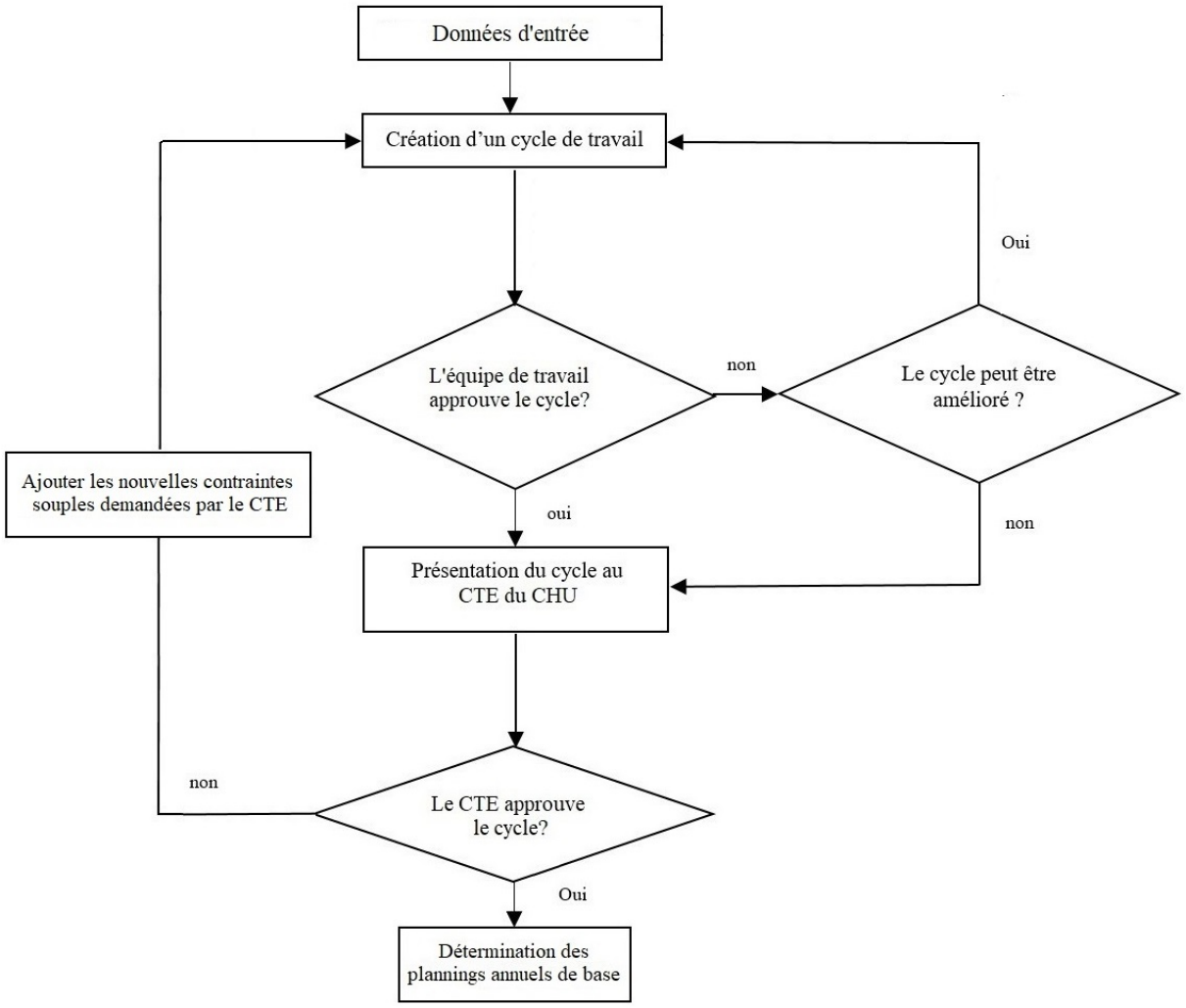

FIGURE 1.3 – Processus de création d'un cycle de travail théorique lors de la phase tactique.

La construction du cycle se fait de différentes façons selon les habitudes des différents cadres. Voici les plus communes :

1. **Option 1.** Le cadre construit un cycle de travail de base pour tous les agents en considérant qu'ils sont tous à temps plein et la durée de cycle est égal au nombre total d'agents dans l'équipe. Ce cycle de travail est ensuite décliné pour les différents types de contrat en remplaçant des postes *Jca* par des repos pour correspondre au *temps de travail* prévu pour chaque agent.
2. **Option 2.** Le cadre construit un cycle de travail pour couvrir uniquement les besoins de la *maquette* avec une durée de cycle qui est proche de *l'effectif requis* (toujours inférieur). Une fois que les postes de la *maquette* sont couverts, le cadre ajoute des lignes supplémentaires afin que le nombre de lignes soit égal au nombre d'agents de l'équipe. Ces lignes sont initialisées uniquement avec des postes *Jca*. Le cadre fait ensuite des permutations entre les lignes, pour que ces dernières intègrent d'autres types de poste.

Le cadre cherche avant tout à trouver une solution vérifiant toutes les contraintes. Cependant, bien souvent, étant donné la complexité de la tâche et le grand nombre de contraintes, il est amené à en violer certaines, notamment la durée de cycle limitée à 12 semaines (ce qui conduit à des cycles non réglementaires) ou certaines contraintes fortement souhaitées. Il est malgré tout particulièrement vigilant sur la répartition des *Jca* sur les journées du cycle (afin de simplifier la phase opérationnelle pendant laquelle toute journée peut être demandée en congé par un agent) et sur le respect de l'équité (de façon à faciliter l'acceptation du cycle par les agents).

Au-delà d'une qualité potentiellement insuffisante, on notera que cette phase de construction du *cycle de travail théorique* prend beaucoup du temps au cadre de santé (plusieurs heures voire plusieurs jours de travail), temps qu'il ne peut alors consacrer à ses activités de soin et d'encadrement d'équipe.

Une fois la validation des agents et du *CTE* obtenue, le cadre de santé peut entériner le *cycle de travail théorique* et déterminer le *planning annuel de base*.

1.3.3 Détermination des plannings annuels de base

Un *planning annuel de base* est l'instanciation nominative du cycle de travail pour l'année. Pour rappel un cycle peut donc être entièrement décrit par une *séquence de postes* sur *nw* semaines pour chaque type de contrat, chaque agent démarrant avec une

semaine de décalage pour que soit constituée sa ligne dans le *cycle de travail théorique*. Pour créer le *planning annuel de base*, le cadre doit affecter chaque agent à une ligne du *cycle de travail théorique* : il s'agira dès lors de sa semaine de démarrage dans la *séquence de postes* créée pour son type de contrat. Une fois la semaine de démarrage de chaque agent déterminée, le *planning annuel de base* de l'équipe s'obtient en répétant le *cycle de travail théorique* jusqu'à couvrir le nombre de semaines correspondant à l'année.

Cette affectation des agents aux semaines du *cycle de travail théorique* doit cependant être faite en fonction du cycle antérieur. En effet, il faut tenir compte du *planning annuel de base* de l'année précédente pour assurer le respect des contraintes réglementaires exposées dans la section 1.3.2 dans l'enchaînement des jours de travail. S'il est impossible de respecter toutes les contraintes réglementaires, le cadre peut négocier avec l'employé concerné (associer le premier jour du nouveau cycle à un *jour de récupération* par exemple) afin de respecter la réglementation.

Le tableau 1.4 illustre le passage d'un cycle à l'autre. Il contient les postes effectués par les agents la dernière semaine de l'année précédant l'année de démarrage du cycle du tableau 1.3. On peut vérifier que toutes les contraintes sont respectées, notamment l'alternance des week-ends travaillés et non travaillés, et les repos de 12h avant chaque poste du lundi de la nouvelle année.

		Semaine 52							Semaine 1						
Contrat	**Agent**	L	M	Me	J	V	S	D	L	M	Me	J	V	S	D
100%	A	N	N	Jca	Jca	.	.	.	M	M	J	J	.	S	S
	B	M	M	M	M	.	S	S	N	N	Jca	.	.	.	.
	C	.	.	J	Jca	Jca	.	.	.	.	M	M	J	Jca	Jca
90%	D	J	J	.	.	M	M	M	Jca	.	N	N	N	.	.
	E	Jca	.	N	N	N	.	.	S	S	.	Jca	Jca	J	J
80%	F	.	.	.	J	J	J	J	.	Jca	S	S	S	.	.
	G	.	Jca	S	S	S	.	.	.	.	.	.	M	M	M
70%	H	S	S	.	.	.	.	.	J	J	.	.	.	.	.
Besoins Matin		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Besoins Jour		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Besoins Soir		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Besoins Nuit		1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0

TABLE 1.4 – Exemple de transition d'un cycle à l'autre.

Une fois le *planning annuel de base* déterminé pour chaque agent, la phase opérationnelle peut démarrer.

1.4 Phase opérationnelle

La phase opérationnelle concerne tous les événements qui se déroulent à court terme comme le management des congés, les absences programmées ou les aléas. Cette phase est divisée en deux parties : la phase opérationnelle amont qui traite les événements prévus (congés posés, formations...) et aboutit chaque mois à l'élaboration du *planning mensuel usuel*, et la gestion des aléas au jour le jour qui nécessite des modifications au fil de l'eau.

1.4.1 Élaboration du planning mensuel usuel

La gestion des congés est anticipée par le cadre au cours de différents temps d'échange et de négociation dans le *service*. En pratique, il doit cependant publier le planning de travail d'un mois le 15 du mois précédent. Il s'arrange donc pour cela pour connaître les congés à accorder avant cette échéance. La négociation porte sur le fait qu'il n'y ait ni trop de congés (ce qui engendrerait des manques de personnels), ni trop peu (car il faudrait alors rattraper beaucoup de congés les mois suivants, avec la même conséquence). Mais cela ne peut être automatisé car il faut tenir compte des arrangements discutés entre collègues notamment. Le cadre de santé doit sur cette base construire une solution dans laquelle les *Jca* sont utilisés pour remplacer chacun des postes initialement dans le planning d'une personne qui va être en congé. C'est donc l'utilisation des *Jca* qui est centrale dans cette étape.

Considérons par exemple le tableau 1.5 correspondant à la semaine 4 du tableau 1.3. Supposons que l'agent A demande un congé le mercredi et le jeudi, que l'agent B demande un congé le mardi, l'agent C le mercredi et vendredi et l'agent F le lundi et le mardi (les demandes de congé sont encadrées dans le tableau 1.5). Alors l'agent H (qui est en Jca le lundi) pourra remplacer F le lundi. Le mardi, B et F pourront être remplacés par A et G. Le mercredi F pourra remplacer C et E pourra remplacer A. Il n'est cependant pas possible de satisfaire la demande de jeudi, puisque B qui est en Jca le jeudi ne peut pas remplacer quelqu'un de nuit. En effet, puisque il travaille de matin le vendredi, il ne pourrait alors pas prendre son repos journalier de 12h. On comprend donc ici l'importance qu'il y aura à construire des plannings dans lesquels les *Jca* se trouvent le moins possible contraints en terme d'horaires. Nous reviendrons sur la façon d'adresser ce problème dans le chapitre dédié à la construction du planning. Pour terminer cet exemple, l'agent F pourra remplacer l'agent C le vendredi. Dans le tableau 1.5 toutes les demandes de congé acceptées sont grisées.

		Semaine 4						
Contrat	**Agent**	L	M	Me	J	V	S	D
100%	A	.	Jca	N	N	N	.	.
	B	S	S	.	Jca	M	M	M
	C	J	.	M	M	J	.	.
90%	D	.	.	J	J	.	S	S
	E	N	N	Jca	.	.	.	.
80%	F	M	M	Jca	.	Jca	J	J
	G	.	Jca	S	S	S	.	.
70%	H	Jca	J	.	.	.	.	.

TABLE 1.5 – Exemple d'une semaine dans le *planning mensuel usuel* avant instanciation des *Jca*

Le résultat de l'instanciation des *Jca* est donné dans le tableau 1.6. Finalement, puisque l'agent *B* ne peut remplacer aucun agent en congé, le cadre pourra lui imposer par exemple un *RTT*. En effet, tous les *Jca* doivent être instanciés dans le *planning mensuel usuel*.

		Semaine 4						
Contrat	**Agent**	L	M	Me	J	V	S	D
100%	A	.	S	Congé	N	N	.	.
	B	S	Congé	.	RTT	M	M	M
	C	J	.	Congé	M	Congé	.	.
90%	D	.	.	J	J	.	S	S
	E	N	N	N	.	.	.	.
80%	F	Congé	Congé	M	.	J	J	J
	G	.	M	S	S	S	.	.
70%	H	M	J	.	.	.	.	.

TABLE 1.6 – Exemple d'une semaine dans le *planning mensuel usuel* après instanciation des *Jca*

Ce planning mensuel est présenté à l'équipe. Éventuellement le cadre devra négocier avec les agents s'ils ne sont pas d'accord avec sa proposition. Dans certains cas, il devra réaliser différents échanges, éventuellement en cascade, ou de façon exceptionnelle ne pas couvrir tous les besoins ou utiliser la *suppléance*. On comprend dès lors combien la création des plannings mensuels peut s'avérer chronophage, en particulier si les *Jca* n'ont pas été bien répartis ou construits pour faciliter leur affectation.

1.4.2 Gestion des aléas au jour le jour

La gestion des aléas concerne les événements qui surviennent au jour le jour. Ce sont des événements impossibles à anticiper (une maladie de dernière minute, un accident, etc). Le fonctionnement du CHU prévoit que les arrêts soient remplacés par la *suppléance* ou alors, le cadre de *l'unité fonctionnelle* peut aussi essayer de trouver une solution en interne : rappeller un agent en repos, supprimer un *RTT*, demander à un agent de rester plus longtemps après la fin de son poste ou décider de ne pas remplacer l'agent si la charge de travail n'est pas trop élevée (ce qui revient à modifier les besoins couverts).

Toutes les actions qui sont prises dans cette phase nécessitent des négociations. Chaque cadre peut avoir recours à des solutions différentes selon les moyens dont il dispose (*suppléance*, heures supplémentaires, etc.) et selon son expertise. Les différentes décisions prises lors de cette phase ne sont pas nécessairement reportées dans les outils de gestion des plannings, elles auront cependant un effet dans d'autres systèmes d'information, étant donné que les heures réelles effectuées, en remplacement, ou si certains soins dépassent les horaires prévus, vont conduire à la mise en paiement des salaires et au calcul éventuel des journées de récupération à accorder. Il y a donc un travail de report à la charge du cadre, mais celui-ci est en dehors du périmètre étudié dans ce projet.

1.5 Choix de problématiques et impact des décisions d'un niveau sur le suivant

Nous avons vu que le processus de décision est découpé en phases indépendantes, correspondant aux différents niveaux de décision stratégique, tactique et opérationnel, elles mêmes traitées en plusieurs étapes lorsque c'est nécessaire. Nous proposons dans cette section une analyse de ce processus afin d'identifier les étapes nécessitant de l'optimisation.

La figure 1.4 récapitule les différentes étapes du processus. Certaines sont purement calculatoires ou au contraire relèvent d'une décision exogène. Nous allons les passer en revue niveau de décision par niveau de décision. Les étapes signalées en vert dans cette figure sont celles sur lesquelles nous nous focaliserons dans ce document.

1.5.1 Étapes du niveau stratégique

Concernant la phase stratégique, la première étape est construite en suivant certains standards établis par l'ARS (Agence régionale de santé) ou spécifiés dans la loi et les

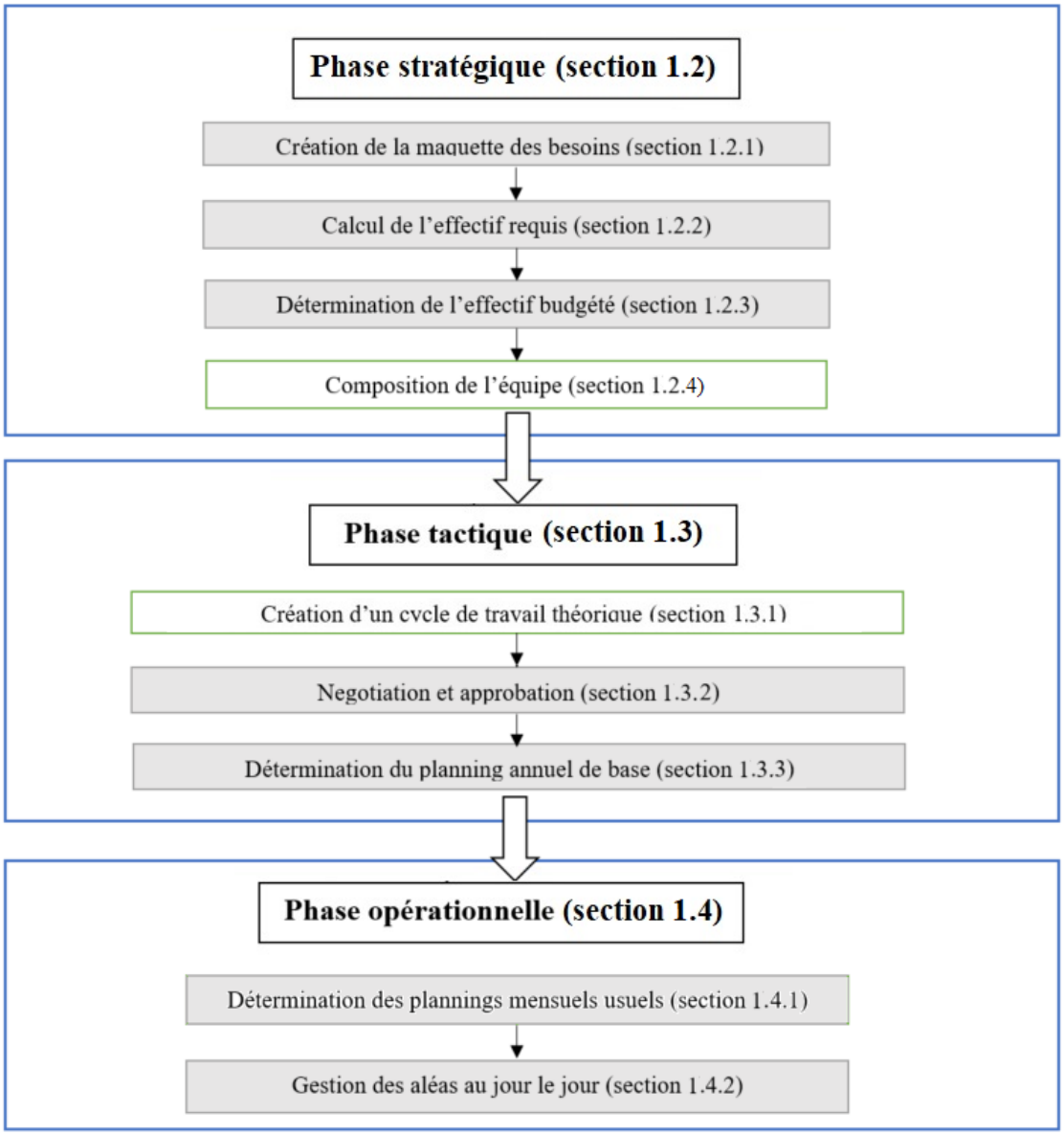

FIGURE 1.4 – Problématiques à étudier dans le déroulement de la thèse (encadrées en vert)

pratiques métier. Le CHU ne recherche donc pas d'autres options que de suivre ces standards. Cette *maquette* sera considérée comme une donnée d'entrée dans notre étude. La deuxième étape est le calcul de *l'effectif requis*. Il s'agit de la transformation directe des besoins de la *maquette* en nombre d'équivalents temps plein, réalisée en appliquant la réglementation du travail qui définit le nombre total d'heures que travaille chaque agent en fonction de son contrat, et par des négociations avec le *service* de ressources humaines

pour obtenir une meilleure estimation de l'*effectif budgété* déterminé dans l'étape suivante. Cette étape ne nécessite pas non plus d'optimisation. La répartition globale du personnel dans les services et les ouvertures de postes correspondant à la politique du CHU, il est donc difficile d'envisager une modification de la décision prise par le *service* des ressources humaines concernant la détermination de l'*effectif budgété*.

Finalement, seule l'étape du niveau stratégique de détermination de la composition de l'équipe décrite dans la section 1.2.4 peut bénéficier d'une approche à base d'optimisation.

1.5.2 Étapes du niveau tactique

La phase tactique est composée de deux étapes. Sur la figure 1.4 la seule étape qui nécessite de l'optimisation est la création des *cycles de travail théoriques*. Cette étape est en effet très chronophage pour le cadre de par sa structure combinatoire. De plus, il est parfois contraint de violer certaines contraintes pour trouver une solution : durée de cycle dépassant 12 semaines, *maquette* modifiée sur certains jours de la semaine, manque d'équité, etc. Par contre la création des plannings annuels est grisée sur la figure 1.4 car il s'agit d'une affectation nominative effectuée par le cadre (il se contente dans cette étape de déterminer à qui affecter chaque ligne du cycle de travail). La phase de négociation n'est pas non plus une étape où il est envisageable d'intégrer de l'optimisation.

1.5.3 Étapes du niveau opérationnel

La phase opérationnelle contient deux étapes : la phase opérationnelle amont qui intègre dans le planning les absences connues à l'avance (congés, formations, ...), et la gestion des aléas au jour le jour.

Il est difficile d'inclure de l'optimisation dans ces deux phases car l'acceptation des congés et les remplacements de dernière minute relèvent d'actions de management et en cas de difficulté à couvrir les besoins donnent lieu à des négociations avec le personnel (demande de déplacement d'un jour de congé d'un agent, rappel d'un agent en repos, etc).

1.5.4 Impact des décisions d'un niveau sur le suivant

Le découpage actuel en 3 phases du processus entraîne un manque de vision globale du problème. Or, une mauvaise décision prise à un niveau peut avoir des conséquences sur les niveaux suivants. Ainsi par exemple, on peut se demander si la composition d'une équipe

décidée au niveau stratégique a un impact sur la facilité de construction d'un cycle de travail au niveau tactique, ou si certains cycles de travail pourraient permettre d'anticiper mieux que d'autres les potentiels problèmes rencontrés dans la phase opérationnelle pour gérer les demandes de congé et absences imprévues. Nous nous concentrerons en particulier sur l'impact de la composition de l'équipe sur la phase tactique.

1.6 Conclusion

Cette analyse du processus suivi par le CHU nous a permis d'identifier les problématiques à traiter dans la suite de la thèse. Nous proposons donc de travailler sur les deux principaux problèmes suivants :

— au niveau stratégique : détermination de la composition des équipes

— au niveau tactique : construction des cycles de travail

La suite de la thèse est organisée de la façon suivante : le chapitre 2 dresse un état de l'art des travaux réalisées sur les problématiques que nous avons identifiées. Puis dans le chapitre 3 nous nous focaliserons sur le problème de construction des cycles du niveau tactique. Nous y étudierons entre autre les difficultés de résolution liées aux décisions prises en amont, et essaierons d'en tirer des conclusions quant à l'impact des décisions du niveau stratégique sur le niveau tactique. Ensuite le chapitre 4 traitera du problème de détermination de la composition des équipes en tenant compte des analyses effectuées dans le chapitre précédent. Enfin, le chapitre 5 proposera un processus global permettant de traiter de façon séquentielle la phase stratégique et la phase tactique en anticipant de potentiels blocages.

Chapitre 2

État de l'art

Ce chapitre propose un état de l'art des travaux portant sur la planification de personnel, afin de positionner les problématiques abordées au cours de cette thèse par rapport à ces travaux. Dans un premier temps, nous présentons différentes classifications de problèmes de personnels dans la littérature, en portant une attention particulière au domaine de la santé, puis nous nous concentrons sur chacune des problématiques identifiées dans le chapitre précédent.

2.1 Classification des problèmes de planning de personnel

La masse salariale représentant une part conséquente des coûts des entreprises [Pawar & Hanchate, 2013], la planification de personnel constitue une problématique étudiée dans de nombreux secteurs : santé, transport, production, call-center, etc. Les premiers travaux sur le sujet sont attribués à [Dantzig, 1954] avec un modèle mathématique construit pour minimiser le nombre d'employés nécessaires pour couvrir un ensemble de besoins. Depuis cette première approche, les problèmes de gestion de personnel ont reçu une grande attention, et ce champ recouvre beaucoup de problématiques différentes. Ainsi, plusieurs articles proposent des classifications de problèmes de gestion de personnel ([Ernst, Jiang, Krishnamoorthy, Owens et al., 2004], [Van den Bergh et al., 2013], [Rocha et al., 2012], [Benazzouz et al., 2015]). Nous allons utiliser ici la structure retenue dans les classifications proposées par [Warner, 1976] et [Hulshof et al., 2012]. Ces auteurs divisent le processus de planification de personnel en 3 phases : stratégique, tactique et opérationnelle. Dans [Warner, 1976] on trouve, selon ces trois niveaux de décision : le *nurse staffing problem* dont l'objectif est de calculer le nombre d'équivalents temps plein permettant de couvrir la demande annuelle, le *nurse rostering problem* qui vise à affecter les agents à des postes de travail afin de satisfaire les besoins de personnel, et

le *reallocation problem* dont l'objectif est de répondre aux absences imprévues en utilisant des agents intérimaires. Dans [Hulshof et al., 2012], les auteurs proposent en plus de diviser la phase opérationnelle en une partie "offline" utilisant des informations connues en amont pour arbitrer les décisions de court terme et construire le planning le plus fin, et une partie "online" en réaction à des événements survenus à la dernière minute, qui oblige à des modifications du planning déjà en cours de réalisation.

En reprenant ce découpage entre phases décisionnelles, l'étape stratégique contient les décisions à long terme, ce qui correspond notamment dans notre cas au dimensionnent du personnel dans le *service* de soins, l'étape tactique, correspondant aux décisions à moyen terme, est dédiée à la construction des plannings prévisionnels, non nominatifs, puis nominatifs, et l'étape opérationnelle contient les décisions à court terme c'est-à-dire la création du planning mensuel lorsque les congés et autres absences prévues ont été arbitrées en off-line, puis au remplacement de dernière minute si nécessaire dans la partie on-line. Les sections suivantes se concentrent sur les problèmes de chacune des ces étapes.

2.2 Problèmes du niveau stratégique

Ce niveau de décision concerne le dimensionnement et la composition des équipes (appelé dans la littérature *staffing problem* [Burke et al., 2004]). Ils peuvent être abordés soit sous forme de problèmes stochastiques, soit sous forme de problèmes déterministes. Le tableau 2.1 récapitule les travaux détaillés ci-après.

2.2.1 Problèmes stochastiques

Afin d'établir le nombre d'agents d'une équipe, il est nécessaire de considérer les besoins à couvrir. Or, ces besoins peuvent être variables. Ainsi, le dimensionnement doit être déduit de données d'entrées observées, telles que le taux d'arrivée des patients, les demandes passées, le taux d'utilisation des lits, et autre. Dans [Davis et al., 2014], les auteurs utilisent un modèle de marchand de journaux pour trouver le nombre d'agents nécessaires pour couvrir la demande, avec pour objectif la minimisation du coût de personnel. Quant à Wright et Mahar [Yankovic & Green, 2011], ils proposent un modèle composé de deux files d'attente : une pour le besoin de lits et une deuxième pour le besoin d'agents. D'autres travaux traitent également ce type de problème : [Véricourt & Jennings, 2011], [Jaillet et al., 2018], [Ryu & Jiang, 2019], [Easton & Rossin,

Article	Type de demande		Catégorie		
	Stochastique	**Déterministe**	**Simple**	**Avec compétences**	**Avec compétences et affectation de tâches**
[Davis et al., 2014]	x		x		
[Yankovic & Green, 2011]	x		x		
[Véricourt & Jennings, 2011]	x		x		
[Jaillet et al., 2018]	x		x		
[Ryu & Jiang, 2019]	x		x		
[Easton & Rossin, 1996]	x		x		
[Gnanlet & Gilland, 2009]	x		x		
[Griffiths et al., 2005]	x		x		
[Sadjadi et al., 2011]	x		x		
[Tien & Kamiyama, 1982]		x	x		
[Venkataraman & Brusco, 1996]		x	x		
[Chen et al., 2016]		x	x		
[Jeang, 1994]		x	x		
[Harper et al., 2010]		x		x	
[Paul & MacDonald, 2014]		x		x	
[N. Li & Li, 2000]		x		x	
[Trivedi, 1981]		x			x

Table 2.1 – Récapitulatif des articles portant sur les problématiques de la phase stratégique

1996], [Gnanlet & Gilland, 2009], [Griffiths et al., 2005], [Sadjadi et al., 2011]. Cette approche issue de besoins variables ne correspond cependant pas à la problématique identifiée au CHU, c'est pourquoi cette partie ne sera pas développée davantage.

2.2.2 Problèmes déterministes

Les problèmes déterministes consistent à considérer une demande connue à l'avance de façon certaine sur un horizon donné. Il s'agit ainsi de déterminer le nombre d'agents qui doivent être employés sur chaque période [De Bruecker et al., 2015], [Bouajaja & Dridi, 2017]. Dans les problèmes de planification les plus simples, il suffit de calculer le nombre d'agents nécessaires par période. Dans [Tien & Kamiyama, 1982], les auteurs proposent une formule mathématique ou utilisent un modèle de programmation linéaire. Dans le modèle mathématique proposé, l'objectif est de minimiser le nombre d'agents nécessaires pour couvrir les besoins. Dans [Venkataraman & Brusco, 1996], les auteurs calculent le nombre d'agents nécessaires, en considérant des temps plein et des agents à 80%, ainsi qu'un éventuel volume d'heures supplémentaires nécessaires, pour 6 périodes de 4 semaines, en utilisant un PLNE. Dans ce travail le nombre d'heures supplémentaires est limité à 20% du nombre total d'heures travaillées pour tous les agents. L'objectif est de minimiser le coût de personnel. Les auteurs proposent aussi un modèle pour la phase tactique qui sera discuté plus tard. [Chen et al., 2016] propose un modèle mathématique appliqué chaque mois minimisant le nombre d'agents d'une équipe contenant uniquement des agents à temps plein. [Jeang, 1994] propose pour sa part un PLNE pour calculer le nombre d'agents à temps plein et à temps partiel (tous à 75%) pour chaque jour de la semaine. L'objectif est ici de minimiser le coût de personnel plus le coût des heures supplémentaires qui est limité à 25% du temps de travail des agents à temps plein.

Il existe aussi des problèmes ou la planification prend en compte des compétences ou niveaux d'expérience. [Harper et al., 2010] proposent ainsi un modèle mathématique dont l'objectif est de minimiser le coût de personnel, en considérant qu'un agent peut remplacer un autre à condition d'avoir un niveau de compétence égal ou supérieur. Le problème est résolu pour plusieurs scénarios de besoins de personnel en utilisant un modèle de programmation en nombres entiers. D'autres travaux portent également sur des problèmes incluant des compétences [Paul & MacDonald, 2014], [N. Li & Li, 2000]. [Trivedi, 1981] traite un cas particulier où il faut non seulement déterminer le nombre d'agents et leurs compétences, mais aussi leur affecter des postes de travail en même temps. L'auteur propose un modèle de programmation linéaire en nombre entiers pour

déterminer le nombre d'agents à temps plein et temps partiel pour l'année en considérant 3 types de compétences.

Dans le problème stratégique que nous considérons au CHU de Nantes, les équipes sont construites à partir de zéro en cas de création de services (ce qui n'est pas fréquent) ou sont recomposées lorsque les besoins changent ou après des départs et réaffectations. Le problème est résolu indépendamment pour chaque catégorie de personnel, telle que les *IDE*, les aides-soignants, etc. La question des compétences n'est pas considérée.

2.3 Problèmes du niveau tactique

Au niveau tactique, les problèmes sont connus sous le nom de nurse rostering problems (NRP), initialement introduits par [Bartscht, 1963]. De nombreuses variantes du NRP, principalement dérivées d'études de cas, ont ensuite été étudiées dans la littérature [Ernst, Jiang, Krishnamoorthy & Sier, 2004]. Toutes les variantes partagent les caractéristiques communes suivantes : un ensemble donné d'agents doit être affecté à un ensemble de postes de travail sur une période de temps fixe afin de satisfaire un ensemble de contraintes. Ces contraintes sont généralement divisées en contraintes dures et contraintes souples. On considère parmi les contraintes dures les contraintes de couverture, telles que les besoins minimaux ou exacts de personnel, et les contraintes légales sur le *temps de travail* qui peuvent varier selon l'hôpital et le pays. Quant aux contraintes souples, elles expriment, selon les cas, l'équité, les préférences ou la qualité de vie, qui doivent être satisfaites si possible.

De plus, les problèmes abordés dans la littérature peuvent être divisés en deux catégories selon le type de planning recherché : certaines études considèrent un planning cyclique et d'autres un planning non cyclique. Dans les plannings cycliques, tous les employés travaillant sur le même contrat suivant la même séquence de postes sur l'horizon du cycle, mais chacun d'entre eux commence son premier poste une semaine différente de cette séquence. Le planning cyclique n'est possible que si les besoins en personnel sont également cycliques, c'est-à-dire que les besoins sont les mêmes pour chaque semaine de l'horizon de planification, ce qui est souvent le cas. Le principal avantage des plannings cycliques est que chaque horaire construit est non nominatif et strictement équivalent pour chacun, garantissant de fait l'équité [De Causmaecker & Berghe, 2004]. De plus, les plannings peuvent inclure des préférences collectives, choisies par l'équipe, qui seront respectées pour tous. Par contre, il n'est pas possible d'inclure les préférences individuelles,

comme cela peut être fait dans un planning non cyclique permettant une séquence de poste indépendante à chacun, mais ne garantissant plus l'équilibre ou l'équité entre agents.

Une revue de littérature complète des travaux sur les problèmes non cycliques peut être consultée dans [Burke et al., 2004]. Ces derniers étant écartés par le CHU en raison de la difficulté sous-jacente à traiter l'équité dans une telle structure et suite à la réglementation , le reste de ce chapitre se concentre principalement sur les plannings cycliques. Les paragraphes suivants présentent la littérature suivant différents angles de vue, associés aux principales caractéristiques des problèmes étudiés.

2.3.1 Types de fonction objectif

Une grande variété de fonctions objectif est envisagée pour mesurer la qualité des solutions. Selon [De Causmaecker & Berghe, 2011], les plus courantes sont :

— **Agrégation de préférences multiples**. Dans ce type d'approches, les auteurs considèrent au moins deux objectifs en même temps, par différentes démarches méthodologiques. Dans [Azaiez & Al Sharif, 2005] les auteurs utilisent le goal programming et l'objectif est la minimisation de la somme pondérée des objectif suivants : ne pas dépasser le nombre de jours travaillés par quinzaine, minimiser le nombre de jours de travail isolés, maximiser l'équité, et éviter de programmer un poste de jour suivi par un poste de nuit. Un deuxième exemple peut être trouvé dans [Burke et al., 2010], où les auteurs utilisent une méthode de voisinage pour optimiser 8 objectifs différents dont planifier le même *poste de travail* le samedi et le dimanche, éviter les jours de travail isolés, respecter un nombre minimal et maximal de jours travaillés, ou éviter l'enchaînement de certains types de postes. Les auteurs proposent une pondération pour chaque objectif selon une priorité définie. De façon similaire, [Topaloglu, 2006] considèrent des objectifs tels que le respect du nombre maximal de postes de nuit et de jour, et du nombre de week-ends de congé, puis tiennent compte de l'équité. Les coefficients utilisés pour les différents objectifs dans la fonction à optimiser sont calculés par une Analyse Hiérarchique des Procédés [Darko et al., 2019]. Dans [Güler et al., 2013], les auteurs proposent une méthode de goal programming intégrant des contraintes personnelles telles que le respect des demandes de congé. Par ailleurs, [Rahimian et al., 2017] proposent une approche utilisant à la fois la programmation en nombres entiers et la programmation par contraintes pour minimiser la violation des contraintes de préférence comme

les nombres minimal et maximal de postes affectés aux agents, le nombre maximal de week-ends consécutifs travaillés et certaines demandes particulières d'affectation à un poste un jour donné.

— **Minimisation du personnel additionnel**. Il ne faut pas confondre cet objectif avec la phase stratégique. [De Causmaecker & Berghe, 2011] font référence au fait de minimiser le nombre d'agents provenant d'un autre *service* ou le nombre de personnels intérimaires recrutés pour assister les membres du personnel permanents. Dans [Wright et al., 2006] et [Wright & Mahar, 2013], les auteurs proposent deux objectifs : l'un concerne la minimisation du coût des agents en contrat fixe et des agents intérimaires, l'autre concerne la minimisation du nombre total de postes indésirables par les agents. Le problème est résolu par une méthode lexicographique [2013] ou une approche heuristique [Wright et al., 2006]. Dans [M'Hallah & Alkhabbaz, 2013] en revanche, l'objectif est uniquement la minimisation du nombre d'agents intérimaires, et le problème est modélisé par un programme linéaire en nombres entiers.

2.3.2 Agents à temps plein et agents à temps partiel

Historiquement, les hôpitaux ou les organismes de santé ont travaillé avec un type de contrat unique pour les soignants et les *IDE*. Pour cette raison, la majeure partie de la littérature traite de ces situations. Néanmoins, de nos jours, l'emploi à temps partiel est de plus en plus courant, ce qui entraîne des problèmes plus complexes. Dans ce qui suit, nous présentons tout d'abord la littérature concernant uniquement des agents à temps plein, puis d'autres références qui considèrent plusieurs types de contrats de travail.

Agents à temps plein

Lorsque l'on ne considère que des agents à temps plein, cela permet de construire une seule *séquence de postes* pour tous les agents, que chacun va commencer avec une semaine de décalage. En général pour les problèmes avec un seul type de contrat, le nombre de semaines dans le planning est égal ou proportionnel au nombre d'agents, dans la création du cycle, ce qui permet une vérification plus aisée de la couverture des besoins.

Les méthodes les plus utilisées pour résoudre ces problèmes s'appuient sur la programmation mathématique [Pawar & Hanchate, 2013] : programmation linéaire en nombres entiers, programmation dynamique, goal programming, programmation mixte,

génération de colonnes, branch and price. Par exemple, [Rosenbloom & Goertzen, 1987] utilisent un programme linéaire en nombres entiers pour répartir des patterns prédéfinis et construire ainsi un planning. La fonction objectif correspond à la minimisation du surplus maximal d'agents prévus chaque jour. D'autres auteurs utilisent également la programmation en nombres entiers afin de minimiser le nombre maximum de jours de travail d'un agent sur chaque *poste de travail* ([Rocha et al., 2013]) ou afin de maximiser le nombre de jours de repos des agents ([Widyastiti et al., 2016]). Ces modèles sont testés sur des instances de 7 à 33 agents. Dans le modèle de [Millar & Kiragu, 1998], le NRP est modélisé sous la forme d'un graphe dont chaque noeud correspond aux patterns de travail prédéfinis avant la résolution. Divers travaux utilisent le goal programming pour construire des plannings cycliques d'agents à temps plein tout en minimisant la violation de contraintes souples telles que l'équilibrage de la charge de travail, les séquences indésirables et les préférences des agents ([Sundari & Mardiyati, 2017]), le nombre minimum de week-ends de repos et les séquences de postes de travail interdites ([Jenal et al., 2011], [Rashid et al., 2015]). Ces derniers modèles sont testés sur des problèmes avec 10 à 18 agents à temps plein.

Plusieurs autres auteurs ont proposé des méta-heuristiques. [Kim et al., 2014] construisent un planning cyclique pour 15 agents à temps plein en utilisant un algorithme génétique, afin de minimiser la violation d'une unique contrainte souple qui assure le respect du nombre de postes de travail de chaque type prévus pour chaque agent dans le planning. Un recuit simulé et un algorithme génétique sont proposés dans [Kundu et al., 2008] pour construire un planning cyclique pour un problème similaire à celui traité par [Kim et al., 2014]. L'approche à base de recuit simulé fournit les meilleurs résultats au sens de la fonction objectif et des temps de calcul. Dans un autre article, [Kundu & Acharyya, 2008] créent un planning cyclique pour le même problème en utilisant une modélisation SAT qui est améliorée par une recherche tabou. Les résultats sont comparés à leur travail précédent ([Kundu et al., 2008]), concluant que leur deuxième méthode donne les meilleurs résultats mais ne peut être utilisée que pour de petites instances car le GSAT mobilise beaucoup de mémoire.

D'autres travaux s'appuient sur la programmation par contraintes pour construire des plannings cycliques. Dans [Chan & Weil, 2000], les auteurs utilisent cette approche pour construire un planning cyclique composé de 150 agents maximum à temps plein, l'objectif étant de trouver une solution réalisable respectant des contraintes telles que les besoins de personnel, les repos journaliers et les jours de congé. On reviendra plus en détail

sur ce travail dans notre étude dans la section suivante sur la gestion des congés. Enfin, [Hellsten et al., 2004] proposent un modèle complet de programmation par contraintes pour construire des plannings cycliques pour des services travaillant 24 heures sur 24 et sept jours sur sept comme les services de police et de pompiers, les usines de montage d'automobiles, et les hôpitaux. Le modèle a été testé sur un ensemble d'instances réelles provenant de contextes différents, comme les équipes au sol d'un aéroport ou un *service* de police, mais pourrait être appliqué aux *services* de santé.

Agents à temps partiel

Depuis plusieurs années, la réglementation du travail évolue et permet aux agents d'envisager un contrat à temps partiel, afin de mieux articuler leur temps personnel. Cette situation nouvelle conduit à considérer différentes variantes du NRP, mais complique notablement la construction de plannings cycliques. Dans la littérature, il existe quelques exemples dans lesquels le planning est cyclique à la base mais des changements sont faits pour inclure des préférences ou des temps partiels, ce qui fait que le planning devient non cyclique. Parmi les exemples les plus proches d'un planning cyclique avec des agents à temps partiel, on peut citer [Purnomo & Bard, 2007], qui utilisent une méthode de branch-and-price pour générer un planning pour un horizon de deux semaines en considérant des contraintes dures et souples. Les contraintes dures assurent les heures travaillées pour chaque contrat, le maximum de jours de travail consécutifs, et évitent les jours isolés. L'objectif est la minimisation de la violation des contraintes souples visant à éviter les séquences de postes indésirables et certaines affectations de postes de travail sur des jours de travail consécutifs. Ce planning est théoriquement cyclique mais les auteurs ouvrent la possibilité d'intégrer des préférences personnelles pour les agents, compris entre 20 et 200, avec jusqu'à 15 types de contrats. Dans [Bard & Purnomo, 2007], les mêmes auteurs proposent une heuristique lagrangienne pour résoudre le problème, mais les résultats montrent que cette dernière méthode est moins efficace.

Par la suite, [Maenhout & Vanhoucke, 2009] créent un planning de quatre semaines pour des agents à temps plein et à temps partiel à partir de patterns prédéfinis par l'hôpital en utilisant la génération de colonnes. Les patterns prédéfinis sont valides uniquement pour les agents à temps plein. Pour les agents à temps partiel les postes de travail dans ces patterns sont réduits proportionnellement à leur quotité de temps. L'équipe est composée de 15 agents à temps plein, 3 agents en contrat à 90%, 2 en contrat à 75%, 1 en contrat à 60%, et 2 en contrat à 50%, mais peu de pistes de généralisation sont

proposées. L'objectif est de minimiser les violations des contraintes optionnelles qui sont les besoins minimaux de personnel (en effet, les auteurs permettent de ne pas respecter les besoins mais c'est le plus pénalisant de tous les objectifs), l'équité entre les agents, et les préférences individuelles des agents. L'inclusion des préférences personnelles fait cependant perdre la structure cyclique, et la complexité de ces problématiques augmente par rapport aux problèmes avec agents à temps plein. On perçoit que dans la démarche, il faudrait en fait faire une *séquence de postes* par contrat et considérer un nombre de colonnes forcément proportionnel au nombre d'agents.

2.3.3 Le management des congés

L'utilisation d'un planning global sur une longue période nécessite une articulation spécifique avec la gestion des congés annuels, qui ne sont pas encore posés lors de la création du cycle. Quel que soit le type de planning, il est alors nécessaire de prendre en compte les périodes d'absence pour l'affectation des postes de travail par une procédure de réparation en cas d'absence effective. Afin de faciliter celle-ci, plusieurs éléments peuvent être intégrés au moment de la création du planning. Cependant, le processus de prise de décision est d'autant plus complexe lorsque l'on cherche un planning cyclique, qui permet théoriquement de garantir l'équité entre les personnes ayant le même contrat. La création d'un planning cyclique ne permet en effet pas directement d'intégrer des absences nominatives. Comme nous allons le voir dans cette partie, cette gestion des congés annuels change d'un hôpital à l'autre. Nous avons identifié cinq pratiques différentes, qui sont présentées ci-dessous avec des références bibliographiques.

Cas 1 : Jours de congé non pris en compte

Dans ce premier cas, le planning cyclique est construit en ignorant les jours de congé. L'hôpital doit alors utiliser des agents (ou des heures) supplémentaires pour couvrir les absences. Dans des travaux tels que [Shahidin et al., 2017], les auteurs utilisent la programmation linéaire en nombres entiers pour construire un planning cyclique pour trois groupes de sept agents à temps plein, chacune ayant pour objectif de minimiser le nombre total de jours travaillés. Les besoins en personnel sont couverts exactement et chaque agent travaille 6 jours sur 7, il n'y a donc pas de surplus pour couvrir une éventuelle absence. Les options pour couvrir les absences ne sont pas évoquées par les auteurs, mais on peut supposer une équipe extérieure de remplacement qui est sollicitée selon les besoins.

Cas 2 : Jours de congé fixés avant la construction du planning

Dans certains hôpitaux, les jours de congé sont déterminés avant la construction du planning. Comme les demandes de jours de congé sont généralement faites peu de temps à l'avance, ce type de situation est rencontré lorsque les plannings sont mis en place à court terme. on peut soit imposer un repos un jour donné pour un agent (suite à de la récupération réglementaire, par exemple), soit prendre en compte plusieurs jours correspondant à une période de vacances demandée. Ainsi, chaque agent aura sa propre *séquence de postes* selon ses demandes de congés, entraînant un planning non cyclique. [Trilling et al., 2005] utilisent la programmation linéaire en nombres entiers pour équilibrer les pénalités pour les postes de travail non populaires parmi les agents en considérant le congé annuel comme une entrée. Un autre travail non cyclique qui prend en compte les demandes de congé peut être trouvé dans [Güler et al., 2013], où les auteurs utilisent le goal programming pour construire un planning pour les médecins d'un *service* d'anesthésie et de réanimation. On peut également citer enfin [Wong et al., 2014], où les auteurs proposent une approche heuristique en deux étapes pour le NRP dans un *service* d'urgence, la première étape de l'heuristique consistant à initialiser le planning avec les jours de congé confirmés.

Case 3 : jours de congés fixés durant la construction du planning

Dans l'article de [Chan & Weil, 2000], les auteurs construisent un planning cyclique pour des groupes de personnes sur une année en utilisant la programmation par contraintes. Le problème considère quelques contraintes telles que : le respect du repos journalier et des besoins. Dans la modélisation les auteurs prennent en compte uniquement des agents à temps plein et il n'y a pas de fonction objectif : il s'agit seulement de chercher une solution réalisable. Les jours de congé d'été sont fixés sur la base des modèles habituels de congés annuels composés de plusieurs jours consécutifs. C'est le seul travail que nous avons trouvé dans cette catégorie.

Case 4 : besoins de personnel exprimés sous forme d'intervalle

Exprimer les besoins de personnel par un intervalle plutôt que par un nombre fixe est la principale façon de traiter les congés annuels pour conserver des plannings non nominatifs (donc cycliques). Dans ce cas, les besoins en personnel sont variables, c'est-à-dire qu'ils sont exprimés par une borne inférieure et une borne supérieure, ou seulement une borne in-

férieure. La taille de l'équipe correspondante est supérieure au nombre d'agents nécessaires pour répondre à la demande minimale. Cette configuration permet d'accepter un congé sur le planning résultant pour tout jour où le nombre d'agents est supérieur à la borne inférieure. Cependant cette pratique n'assure pas la possibilité que les agents puissent demander des jours de congés consécutifs. En effet, les jours où le nombre d'agents est supérieur à la borne inférieure ne sont pas nécessairement distribués de façon à former des motifs continus. Dans ce cadre, [Jenal et al., 2011] construit un planning cyclique pour un hôpital en Malaisie utilisant le goal programming, incluant une contrainte dure pour respecter un niveau minimum de personnel. De même, dans [Millar & Kiragu, 1998], les auteurs résolvent un problème cyclique et non cyclique en utilisant les données d'un hôpital canadien, la méthode de résolution a été présentée plus haut. Un autre exemple peut être trouvé dans [Maenhout & Vanhoucke, 2009] qui aborde un problème réel dans un hôpital belge, leur méthode est aussi décrite précédemment.

D'autres exemples de besoins exprimés sous forme d'intervalle peuvent être trouvés dans [Rashid et al., 2015], [Widyastiti et al., 2016], [Sundari & Mardiyati, 2017], [Rocha et al., 2013], [Purnomo & Bard, 2007], [Bard & Purnomo, 2007], [Kundu & Acharyya, 2008], [Kundu et al., 2008] et [Kim et al., 2014].

Case 5 : Poste de travail de remplacement

Dans ce dernier cas, un *poste de travail* supplémentaire que nous pouvons appeler *jour de remplacement de congé annuel* est introduit lors de la construction du planning. Les agents affectés à ce poste artificiel permettront de remplacer les agents en congé lors de la phase opérationnelle qui suit la constitution du planning. Ils ne connaîtront ainsi leurs horaires de travail exacts que lorsque les demandes de congé auront été approuvées, en fonction des postes affectés aux agents qu'ils remplaceront. Ce poste permet au chef de *service* de créer une *séquence de postes* non nominatif pour chaque type de contrat où l'équité est garantie. Ce mode de gestion des congés annuels est celui utilisé par l'hôpital de Nantes. À notre connaissance, aucun travail de la littérature ne traite les congés annuels en utilisant ce type de jour de remplacement. Plusieurs travaux considèrent les *on-call duties*, qui sont utilisées pour assurer le *service* en cas d'absences non planifiées ([Becker et al., 2019], [El-Rifai et al., 2016]), mais ces équipes ne sont pas conçues pour couvrir les absences dues aux congés annuels.

2.3.4 Récapitulatif

Le tableau 2.2 récapitule les différents travaux de la littérature sur les problèmes du niveau tactique. Le CHU de Nantes construit des plannings cycliques, en utilisant un poste fictif de remplacement pour gérer les congés, et inclut des agents à temps partiel et à temps plein. Comme on peut le voir dans ce tableau, aucun article de la littérature ne traite de problèmes incluant des postes fictifs pour anticiper les demandes de congés, et peu de travaux considèrent différents types de contrat.

2.4 Problèmes du niveau opérationnel

La phase opérationnelle que nous avons introduite comprend différentes décisions, dont la plupart portent sur un périmètre restreint qui peut être traité à la main, et nécessite souvent des étapes de négociation. C'est pourquoi le CHU ne souhaite pas de module d'optimisation pour cette phase, laissant pleinement la main au cadre. La littérature présente cependant plusieurs travaux relatifs à cet horizon de décision qu'il est intéressant de souligner ici. La classification présentée par Hulshof et al. ([Hulshof et al., 2012]) divisent les problèmes de niveau opérationnel en *offline* et *online*. Les problèmes *offline* correspondent à des problèmes de court terme tels que l'utilisation d'agents intérimaires (*reallocation problème*), et peuvent inclure la prise en compte des congés posés. Les problèmes au niveau *online* intègrent pour leur part les imprévus qu'il faut gérer en temps réel en modifiant le planning. Ils sont notés *re-scheduling problems*.

2.4.1 Offline : Nurse reallocation problem

Le *nurse reallocation problem* (considéré par Warner [Warner, 1976]) est l'utilisation d'agents intérimaires (agents externes) afin de couvrir les variations non planifiées durant la phase tactique. Certains travaux proposent l'utilisation d'agents externes dès la phase stratégique ([Ryu & Jiang, 2019], [Gnanlet & Gilland, 2009], [Trivedi & Warner, 1976]) car l'effectif considéré ne suffit pas à couvrir tous les besoins en personnel. Cependant on considère ici l'utilisation d'agents externes suite à un changement planifié avec peu d'avance, comme les formations de personnel planifiées le mois précédent et qui doivent être prises en compte dans la conception du planning mensuel. Dans [Bard & Purnomo, 2005], les auteurs présentent un modèle mathématique résolu par un branch-and-price, leur objectif est de minimiser le coût de personnel et le coût associé aux agents

Article	Type de planning		Temps plein et temps partiel		Annual leaving management				
	Cyclique	Non cyclique	Temps plein uniquement	Temps partiel et temps plein	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 5
[Rosenbloom & Goertzen, 1987]	x		x					x	
[Sundari & Mardiyati, 2017]	x		x					x	
[Rocha et al., 2013]	x		x					x	
[Widyastiti et al., 2016]	x		x					x	
[Jenal et al., 2011]	x		x					x	
[Rashid et al., 2015]	x		x					x	
[Millar & Kiragu, 1998]	x		x					x	
[Kim et al., 2014]	x		x					x	
[Kundu et al., 2008]	x		x					x	
[Kundu & Acharyya, 2008]	x		x					x	
[Purnomo & Bard, 2007]	x			x				x	
[Bard & Purnomo, 2007]	x			x				x	
[Maenhout & Vanhoucke, 2009]	x			x				x	
[Shahidin et al., 2017]	x		x		x				
[Trilling et al., 2005]		x		x		x			
[Güler et al., 2013]		x		x		x			
[Wong et al., 2014]		x	x			x			
[Chan & Weil, 2000]	x		x				x		
[Becker et al., 2019]	x		x					x	
[El-Rifai et al., 2016]	x		x					x	

Table 2.2 – Synthèse des articles bibliographiques pour le NRP

externes, les heures supplémentaires et le manque de personnel. Cette approche est testée sur un ensemble de 25 instances dans lesquelles le nombre d'agents est compris entre 20 et 200. Dans [A. Clark et al., 2015], le problème présenté est classé comme un cas de re-scheduling. Cependant, nous considérons ce travail dans la catégorie de *reallocation* car il ne s'agit pas d'un changement dans un planning existant, mais d'un nouveau planning intégrant des agents externes où les changements sont connus.

2.4.2 Online : Re-scheduling problem

Dans ce type de problème, il s'agit de gérer la modification de planning de personnel suite aux changements imprévus survenant pendant la phase opérationnelle. Á la différence du *nurse rostering problem*, le *re-scheduling problem* n'a pas pour but de créer un nouveau planning, mais d'obtenir un planning à partir d'un autre existant précédemment en opérant des modifications. Le nouveau planning doit respecter les contraintes prises en compte dans le planning précédant ainsi que de nouvelles contraintes engendrées suite aux imprévus. Une étude bibliographique sur le *re-scheduling problem* se trouve dans [2015], cependant les travaux cités ne sont pas nombreux. Selon [De Causmaecker & Berghe, 2011] également, il y a peu de travaux sur le *re-scheduling problem* et l'objectif est de minimiser le nombre de changements dans le planning ou la différence entre le planning original et le nouveau planning. La suite de cette section présente quelques exemples de ces travaux.

Les principaux travaux sont attribués à Moz et Pato ([Moz & Pato, 2003], [2004], [2007]), qui utilisent un modèle de *multi-commodity flow* pour minimiser les changements du planning initial ([2003], [2004]) et un algorithme génétique ([2007]). Leurs approches sont testées sur un ensemble d'instances aléatoires à partir de données réelles d'un hôpital à Lisbonne. Clark et Walker ([A. R. Clark & Walker, 2011]) proposent deux modèles mathématiques de programmation en nombres entiers : le premier modèle est dédié aux changements individuels de *poste de travail* pour les agents, et le deuxième modèle considère des modifications des patterns hebdomadaires au lieu de faire un changement de *poste de travail* un jour donné. Pour chaque modèle, il y a deux objectifs : la minimisation du nombre en excès ou manquant d'agents et la minimisation de la somme pondérée des changements. Les changements sont pondérés selon l'importance fixée par le décideur et l'importance de ce changement pour l'agent. Dans ce travail, les auteurs considèrent que le re-scheduling pose notamment un problème au niveau de l'équité entre les agents. Ce problème d'équité peut être résolu à travers la négociation ou certaines modifications de

leurs modèles, qui sont suggérées mais pas incluses dans les modèles présentés.

Dans [Maenhout & Vanhoucke, 2011], les auteurs utilisent une heuristique basée sur un algorithme génétique pour résoudre un ensemble de 96 instances. Ils considèrent trois objectifs d'optimisation en même temps, chaque objectif avec son poids. Ces objectifs sont : minimiser l'excès ou le manque de personnel par rapport aux besoins, minimiser la violation des préférences des agents et minimiser la différence entre le nombre de postes affectés et la moyenne calculée pour chaque agent (équité).

Une difficulté importante persiste cependant : ces travaux traitent de la phase opérationnelle comme si les modifications à apporter étaient connues à l'avance et n'intègrent pas d'éléments de négociation ni de règles hospitalières pour la gestion des absences. Or les arrangements de terrain sont prioritaires pour le CHU, comme nous l'avons mentionné.

2.5 Problèmes intégrant à la fois le niveau stratégique et le niveau tactique

Dans les deux sections précédentes, nous avons présenté des travaux concernant un seul niveau de décision, stratégique, tactique ou opérationnel. Cependant, des interactions existent entre les phases, notamment entre les étapes stratégique et tactique. En effet, le résultat de la phase stratégique correspond à une des données d'entrée de la phase tactique (composition d'équipe) et influe grandement sur le résultat de la phase tactique, y compris sur sa faisabilité.

Quelques auteurs se sont intéressés à ces problèmes. La plupart des travaux consistent à itérer entre les deux phases jusqu'à obtenir une solution satisfaisante. Ainsi, [Henderson et al., 1982] divisent le processus de résolution en deux étapes : la première consiste à calculer le nombre d'agents, et la deuxième à affecter les postes aux agents. La première étape est résolue en utilisant une approche de *goal programming* et la deuxième une heuristique qui considère un seul objectif. Le but de cette étude est d'évaluer les paramètres utilisés dans le premier modèle pour obtenir le meilleur résultat pour l'étape 2. Ces paramètres correspondent aux décisions de management : coefficients de la fonction objectif, budget, nombre de jours de travail consécutifs, etc. Les décideurs utilisent une boucle où la composition d'équipe est modifiée afin de faire varier la valeur de l'objectif 2 et pouvoir choisir le meilleur résultat. Ensuite, le résultat est présenté aux responsables afin qu'ils puissent décider s'il faut modifier les paramètres de départ et recommencer la boucle. Un travail similaire est proposé dans [Venkataraman & Brusco, 1996] : les auteurs

testent l'efficacité des paramètres (appelés politiques par les auteurs) utilisés dans la phase tactique et/ou stratégique. La boucle commence avec un premier modèle pour la phase stratégique qui calcule le nombre d'agents à temps plein et à temps partiel en utilisant des paramètres fixés par le décideur, avec pour objectif la minimisation de coûts. Si le résultat de ce premier modèle est approuvé, le processus continue vers l'étape suivante sinon les paramètres du modèle sont modifiés. Une fois que la composition d'équipe est approuvée, un deuxième modèle (pour la phase tactique) utilise ce résultat pour affecter les agents à des patterns de jours de repos. Si le résultat de ce deuxième modèle est accepté, le processus est terminé, sinon, les décideurs peuvent décider de changer les paramètres du modèle tactique et faire une nouvelle exécution ou bien changer les paramètres du modèle stratégique et recommencer la boucle. Le but de cette étude est l'interaction de chacun des différents paramètres appliqués à la phase tactique et/ou stratégique. Les paramètres étudiés sont : l'utilisation des heures supplémentaires dans la première et deuxième étape, le nombre d'agents à temps partiel, les patterns de jours de repos à suivre et la variation des besoins.

Dans [Abernathy et al., 1973], les auteurs utilisent un processus en 3 étapes pour tester l'efficacité des valeurs des paramètres (appelés politiques) face à un problème stochastique. Dans la première étape, la valeur des paramètres (comme la distribution de probabilité pour fixer les besoins de personnel journaliers, le niveau de *service* souhaité, le nombre d'agents qui peuvent passer d'un *service* à l'autre, etc) est fixée. Dans la deuxième étape, un modèle de simulation calcule le niveau de la demande de personnel et la dernière étape affecte les agents pour atteindre les niveaux de personnel pour chaque mois de l'année en minimisant le coût de personnel. Dans leur démarche selon les résultats des étapes 2 et 3, les décideurs évaluent si l'utilisation des paramètres est correcte ou pas. Si le résultat n'est pas satisfaisant, le processus recommence à l'étape 1 ce qui fait une boucle de retour. Un autre processus en plusieurs étapes est observé dans [Chen et al., 2016], où les auteurs proposent deux étapes pour la résolution du problème. Dans la première étape, les décideurs recueillent des informations pour pouvoir calculer la demande (données historiques par exemple), ensuite le nombre d'agents est calculé sous le pire scénario possible en utilisant la programmation linéaire. Dans la deuxième étape, les décideurs proposent des questionnaires pour le personnel afin de calculer les coefficients de la fonction objectif qui est liée aux souhaits des agents. Le planning est alors créé en utilisant une méthode de branch-and-price. L'objectif ici est de minimiser la violation des préférences des agents. Si le branch-and-price trouve que le planning est infaisable, le nombre d'agents est diminué

de 1 et le modèle est relancé.

Un autre travail découpé en étapes successives est présenté dans [Y. Li et al., 2007], les auteurs divisent le problème en deux étapes afin d'évaluer l'impact de la valeur des paramètres (coefficient des heures supplémentaires dans chaque étape, coefficients pour les objectifs, nombre d'heures souhaitées par les agents, etc) de la phase 1 sur la qualité de la solution de la phase 2. La première étape concerne le *staff problème* avec plusieurs objectifs comme le coût, le surplus et le manque de personnel. Pour la deuxième étape, un problème de scheduling est résolu, les objectifs considérés sont la minimisation du surplus de personnel, le manque de personnel et l'utilisation d'heures supplémentaires. Une fois que le planning est construit, les décideurs vérifient les résultats afin de remonter l'information et changer les valeurs des paramètres de l'étape précédente ou les paramètres de l'étape actuelle et trouver une solution adaptée à leurs besoins. D'autres travaux qui traitent du problème par étapes se trouvent dans [Easton et al., 1992], [Easton & Rossin, 1996] et [Aydas et al., 2020].

Enfin, un autre travail à remarquer se trouve dans [Maenhout & Vanhoucke, 2013] : ici les auteurs proposent un modèle traitant les deux problèmes en même temps par une technique de branch-and-price. Le master problème modélise le *staffing problem* et le sous-problème le *scheduling problem*. L'objectif est de minimiser la pénalité des plannings affectés aux agents, le coût en cas de manque de personnel et le surplus de personnel.

Il est à noter que dans toutes les approches abordant les deux problèmes simultanément, la procédure la plus courante est de modifier les paramètres jusqu'à trouver une solution satisfaisante. La composition d'équipe ou le planning sont ainsi révisés selon l'appréciation des décideurs ou en cas d'infaisabilité. ces infaisabilités, parfois détectées tardivement dans le processus, suggèrent qu'il pourrait être particulièrement opportun d'inclure le plus en amont possible certaines contraintes de la phase tactique.

2.6 Conclusion

En conclusion, le problème stratégique du CHU de Nantes correspond à une version de *staffing problem*, sans compétence mais avec des contrats à temps plein et temps partiel.

Quant au problème tactique, incluant à la fois des agents à temps plein et à temps partiel, ainsi qu'un poste fictif de remplacement, il constitue un problème original et complexe (plus de postes à gérer, et plus de plannings à construire) qui n'a jamais été étudié dans la littérature. Enfin, dans la phase opérationnelle, au CHU de Nantes la

plupart du temps les changements sont effectués à la main, suite à des négociations, car cette intervention humaine est la partie centrale. Nous ne nous intéresserons donc pas à cette phase dans cette thèse. Enfin, tous les travaux traitant des problèmes stratégique et tactique simultanément sauf un proposent des méthodes qui résolvent les deux problèmes successivement sur plusieurs itérations, jusqu'à trouver les bons réglages de paramètres. Le lien évident entre ces deux étapes suggère pourtant qu'une remontée d'information venant du problème tactique pourrait modifier le problème stratégique de manière à amender la composition d'équipe en fonction de ce qu'elle engendre par la suite sur la création de planning, afin notamment d'anticiper la faisabilité.

Chapitre 3

Phase tactique

Dans ce chapitre nous proposons une modélisation mathématique pour le problème tactique de création des *cycles de travail théoriques*. Nous commençons par décrire formellement le problème, ensuite nous décrivons comment les *Jca* sont modélisés, puis nous proposons une formulation mathématique. Des tests sont ensuite réalisés sur un ensemble de 25 instances réelles.

3.1 Présentation formelle du problème

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, la difficulté ici est d'une part de déterminer la durée du *cycle de travail théorique* (nw), et d'autre part de positionner "au mieux" les *Jca* dans le cycle afin de faciliter la phase opérationnelle. Étant donné qu'il est difficile dans un même modèle de déterminer à la fois la durée du *cycle de travail théorique* et les séquences de postes, nous proposons de résoudre le problème de construction du planning pour chaque durée de cycle possible de façon indépendante. Celle-ci se situe légalement entre 1 et 12 semaines, ce qui permet de limiter les exécutions.

Voici un récapitulatif des données d'entrée, contraintes et objectifs du problème.

3.1.1 Données d'entrée

Les données d'entrée du problème sont :

— la *maquette* des besoins r_{ij} ($i \in S,\ j \in T$)

— la durée nw du cycle (en nombre de semaines)

— l'ensemble des types de contrat $C = \{100\%, 90\%..., 50\%\}$,

— le nombre nc_l d'agents pour chaque type de contrat $l \in C$

— le nombre d'heures hebdomadaires h_l associé à chaque type de contrat $l \in C$,

— le pourcentage maximal ps_l de dimanches travaillés par chaque agent en contrat $l \in C \backslash \{100\%\}$ par rapport à un agent à temps plein,

— l'ensemble $\mathcal{S}$ des postes de travail, regroupant l'ensemble $\mathcal{S}_m$ des postes de matin, l'ensemble $\mathcal{S}_d$ des postes de jour, l'ensemble S_e des postes de soir, et l'ensemble $\mathcal{S}_n$ des postes de nuit,

— les horaires de chaque *poste de travail* $i \in S$ (heures de démarrage s_i et de fin e_i).

— la durée d_i de chaque *poste de travail* $i \in S$

— le nombre maximal h_{max} d'heures de travail hebdomadaire

— le nombre maximal hg_{max} d'heures de travail durant 7 jours consécutifs

— le nombre minimal off_d d'heures de repos journalier

— le nombre minimal off_w d'heures de repos hebdomadaire

— le nombre maximal cwd_{max} de jours de travail consécutifs autorisés,

— le pourcentage maximal p_ρ de *Jca* autorisés chaque jour.

3.1.2 Contraintes

Étant donné que les contraintes souples peuvent varier d'une *unité fonctionnelle* à l'autre, en accord avec le CHU de Nantes, nous considérons ici uniquement les contraintes réglementaires et les contraintes fortement souhaitées, exceptée la contrainte d'équité entre les agents de différents types de contrat. En effet, cette contrainte d'équité n'est pas à respecter de façon stricte (ce qui est d'ailleurs rarement possible), mais est plutôt considérée comme un objectif vers lequel tendre. Nous en reparlerons dans la section 3.1.3. Voici donc la liste récapitulative des contraintes retenues :

— Contraintes réglementaires :

1. tous les besoins de la *maquette* doivent être couverts,
2. chaque agent est affecté à un et un seul *poste de travail* chaque jour,
3. le *temps de travail* hebdomadaire est de h_{max} heures maximum,
4. le *temps de travail* durant sept jours glissants est de hg_{max} heures maximum,
5. le nombre d'heures travaillées par chaque agent doit être compris strictement entre le nombre d'heures h_l ($l \in C$) précisé dans son contrat plus ou moins la durée minimale d_{min} ($d_{min} = \min_{i \in S} d_i$) des postes de travail,

6. le temps de repos journalier doit être de off_d heures minimum,
7. chaque agent doit avoir au moins un *repos hebdomadaire* de off_w heures minimum,
8. le nombre de jours de repos par quinzaine est de 4, dont deux jours consécutifs qui sont placés un samedi et dimanche à suivre,
9. Les agents à temps plein ne peuvent travailler plus d'un dimanche sur deux. Le nombre de dimanches travaillés par les agents à 90% et 80% ne peut dépasser celui des agents à temps plein. Et pour chaque autre type de contrat $l \in C \backslash \{100\%, 90\%, 80\%\}$, le nombre de dimanches travaillés ne peut dépasser $ps_l\%$ du nombre de dimanches travaillés par les agents à temps plein.

— Contraintes fortement souhaitées que nous traitons ici comme des contraintes fortes, et non comme des contraintes souples dont il faudrait pénaliser la violation :

10. les jours de travail isolés sont interdits donc le nombre minimum de jours consécutifs de travail est 2,
11. chaque agent travaille au maximum cwd_{max} jours consécutifs,
12. un agent qui travaille un samedi ou un dimanche doit travailler tout le week-end et occuper le même poste sur ces 2 jours. Si ce n'est pas possible (cas où les besoins du samedi et du dimanche sont différents), il pourra ne travailler qu'un seul jour et être en repos l'autre jour.
13. pour les postes de matin et de jour, sur une période de δ_{md} jours, deux *segments* (i.e. succession de postes identiques) séparés par un ou plusieurs postes *Jca* et/ou jours de repos doivent contenir des postes différents. La contrainte s'applique également aux postes de soir, mais la période considérée est de δ_e jours.
14. le nombre d'agents affectés à un poste *Jca* chaque jour ne doit pas dépasser $p_\rho\%$ de la taille de l'équipe (arrondi à la partie entière supérieure).

3.1.3 Objectifs

Lorsqu'il construit le planning, le cadre cherche d'abord à obtenir un cycle qui soit réglementaire, puis qui respecte au maximum les contraintes fortement souhaitées, dans lequel les *Jca* sont répartis au mieux sur le cycle, et qui respecte l'équité entre les agents. En accord avec le CHU de Nantes, nous faisons le choix de respecter toutes les contraintes

réglementaires et souhaitées ci-dessus, et de considérer comme fonction objectif en priorité la répartition des *Jca*, puis dans un deuxième temps la plus grande équité possible.

3.2 Modélisation mathématique

Nous commençons dans cette section par décrire comment nous proposons de modéliser les *Jca*, puis les fonctions objectifs, et nous terminons par la présentation du modèle mathématique.

3.2.1 Modélisation des *Jca*

Un agent en *Jca* sur le *planning annuel de base* est en théorie susceptible dans le planning mensuel d'être affecté au remplacement de tout agent dont les congés ont été acceptés. Il est cependant nécessaire pour le cadre de bâtir un planning mensuel valide, c'est-à-dire respectant toutes les contraintes dures. Ainsi, étant données les contraintes de repos notamment, un agent affecté à un poste *Jca* peut ne pas être en mesure de remplacer tous les types de postes : par exemple, un agent affecté à un poste du soir se terminant à 23h le lundi et à un poste *Jca* le mardi ne pourra pas remplacer un agent affecté à un poste du matin commençant à 7h le mardi car un repos minimal de 12 heures est imposé entre la fin d'un poste et le suivant. Afin de s'assurer de la capacité de remplacement des agents affectés à un poste *Jca*, nous proposons de distinguer plusieurs types de poste *Jca*. Soit S l'ensemble des postes classés par heure de début croissante. Si un agent affecté à un poste *Jca* peut remplacer des agents affectés à différents postes, alors ces postes sont consécutifs dans cet ensemble. Si l'on suppose que ces postes sont numérotés suivant l'ordre croissant de leur heure de début, pour toute paire de postes (a, b) avec $a \leq b$, on associe un *Jca* noté Jca_{ab} qui permet à l'agent qui lui est affecté de remplacer tout agent affecté aux postes de a à b dans S. L'heure de début de ce poste Jca_{ab} sera alors l'heure de début du poste de type a, et son heure de fin sera l'heure de fin de b. Et nous supposerons que sa durée est égale à la durée minimale de tous les postes de travail compris entre a et b (contrairement au CHU qui considère qu'un poste *Jca* a une durée de référence, elle peut être de 7h30, 7h48, 10h ou 12h).

Ainsi par exemple, si $\mathcal{S} = \{\text{Matin (M), Soir (S)}\}$, le poste M ayant pour heures de début 7h et de fin 15h, et le poste S pour heures de début 13h et de fin 21h, nous créerons 3 postes *Jca* : un poste Jca_{MM} ayant pour horaires 7h-15h et qui pourra couvrir

uniquement les postes de Matin, un poste Jca_{MS} ayant pour horaires 7h-21h qui pourra couvrir les postes Matin et Soir, et un poste Jca_{SS} avec pour horaires 13h-21h qui couvrira uniquement les postes de Soir.

Nous noterons par la suite $\mathcal{S}_\rho$ l'ensemble de ces postes fictifs.

3.2.2 Modélisation des fonctions objectifs

Comme indiqué plus haut, la priorité est de répartir *au mieux* les *Jca*, de façon à obtenir un cycle permettant de remplacer des agents en congé n'importe quel jour de la semaine sans mettre en péril la continuité de soins, puis de respecter *au mieux* l'équité.

Répartir au mieux les *Jca*

Répartir *au mieux* les *Jca* est complexe : il s'agit non seulement de faire en sorte que le nombre de *Jca* soit à peu près identique chaque jour, mais aussi que les *Jca* positionnés soient le plus flexibles possible (*i.e* qu'ils permettent de remplacer le plus possible de types de poste). Mais comment mesurer la qualité d'une solution ? Est-ce qu'une solution contenant deux *Jca* chaque jour du cycle, chacun de ces *Jca* permettant de remplacer seulement les postes de Matin, est préférable à une solution dans laquelle certains jours un seul *Jca* est positionné, ce *Jca* permettant de remplacer tous les types de poste ? Dans le premier cas, chaque jour du cycle, deux agents pourront prendre un jour de congé, mais ce ne sera possible que pour les agents de Matin. Dans le deuxième, un seul agent pourra poser un jour de congé certains jours, par contre ces jours-là n'importe quel agent pourra être remplacé. Suite à des discussions avec le CHU de Nantes, il est ressorti qu'il était préférable de construire des cycles dans lesquels le nombre de *Jca* est le plus grand possible chaque jour, quitte à ce que certains *Jca* soient moins flexibles. En effet, au moment de la pose des congés, l'important est d'avoir un maximum de ressources humaines permettant de remplacer des départs en congé chaque jour, leur manque de flexibilité pouvant être pallié par des négociations entre le cadre et tous les agents de son équipe pour des échanges de poste.

Répartir *au mieux* les *Jca* dans le cycle se traduit donc dans notre modèle par deux fonctions objectif considérées de façon lexicographique. La première est la maximisation du nombre minimal de *Jca* sur chaque jour du cycle. Cette première fonction objectif permet ainsi de lisser les *Jca* sur le cycle. À noter que cette fonction objectif ne tiendra pas compte des week-ends, car souvent le nombre d'agents travaillant le week-end corres-

pond strictement aux besoins, sans liberté pour affecter des agents à des postes *Jca*. La deuxième, elle, cherche à maximiser la flexibilité de ces *Jca*. Pour cela, nous attribuons des poids à chaque type de *Jca* et nous cherchons à maximiser la somme des poids des *Jca* positionnés. Nous avons défini ces poids de la façon suivante : considérons un poste *Jca* du type $\rho \in S_\rho$ placé un jour donné j d'un planning. Ce poste *Jca* pourra permettre de remplacer $nsc_{\rho j}$ types de postes parmi les ns_j types de postes requis le jour j. Soit $nac_{\rho j}$ (resp. na_j) le nombre d'agents affectés à un poste couvert par le poste *Jca* ρ le jour j (resp. à un poste requis le jour j). Le poids attribué à ce *Jca* est alors :

$$w_{\rho j} = \left(\frac{nsc_{\rho j}}{ns_j} \times \frac{nac_{\rho j}}{na_j} \right) \times lcm \quad \forall \rho \in S_\rho, \forall j \in D \tag{3.1}$$

Le premier terme entre parenthèses est un indicateur de la flexibilité de remplacement du *Jca*. Il augmente avec le pourcentage de postes couverts par le *Jca*, et avec le pourcentage d'agents concernés par les postes couverts. Le deuxième terme (lcm) est le plus petit commun multiple entre les $ns_j \times na_j, \forall j$, la valeur de $w_{\rho j}$ est ainsi toujours un nombre entier.

Par exemple, considérons un jour j du cycle avec des besoins en postes de Matin (M) et Soir (S) de 2 et 1 respectivement, pour une équipe composée de 4 agents (*cf.* Tableau 3.1).

Agents	postes
Agent 1	M
Agent 2	M
Agent 3	S
Agent 4	*Jca*
Besoins M	2
Besoins S	1

TABLE 3.1 – Exemple de jour de cycle pour illustrer le calcul des poids des *Jca*

Un poste *Jca* ρ_1 de type Jca_{MM} positionné ce jour là pour l'agent 4 pourra permettre de remplacer $nsc_{\rho_1 j} = 1$ type de poste (poste de Matin) parmi les $ns_j = 2$ types de poste requis ce jour-là. Le nombre d'agents concernés par les postes couverts (nombre d'agents sur un poste de Matin) est $nac_{\rho_1 j} = 2$, et le nombre total d'agents affectés à un poste requis ce jour-là est $na_j = 3$. Supposons que le plus petit commun multiple des valeurs $ns_j \times na_j$ sur tous les jours j du cycle soit 6, on obtient :

$$w_{\rho_1 j} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\right) \times 6 = 2$$

Pour un poste ρ_2 de type Jca_{MS} qui couvre tous les types de poste, on aura :

$$w_{\rho_2 j} = \left(\frac{2}{2} \times \frac{3}{3}\right) \times 6 = 36$$

Respecter au mieux l'équité

Idéalement, le cadre souhaite une répartition proportionnelle de chaque type de postes entre les différents contrats. Puisqu'une répartition exactement équitable est rarement possible, l'objectif va être ici de s'approcher autant que possible de l'équité en cherchant à minimiser l'écart maximal (positif ou négatif), sur chaque type de poste et pour chaque type de contrat, des proportions par rapport à une solution idéale.

3.2.3 Formulation mathématique

Les paramètres utilisés dans le modèle que nous proposons sont résumés dans les tableaux 3.2 et 3.3.

Et les variables sont les suivantes :

$$X_{ijl} = \begin{cases} 1 & \text{si le poste } i \in \mathcal{S} \cup \mathcal{S}_\rho \cup \mathcal{S}_\nu \text{ est occupé le jour } j \in \mathcal{D} \text{ du cycle par un} \\ & \text{agent en contrat } l \in \mathcal{C} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$Y_{kl} = \begin{cases} 1 \text{ si la semaine } k \in \mathcal{W} \text{ contient un repos le dimanche pour les agents en} \\ \text{contrat } l \in \mathcal{C} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

Voici le modèle (les contraintes sont présentées dans le même ordre que dans la section 3.1) :

Contraintes obligatoires

1. Tous les besoins de la *maquette* (r_{ij}) doivent être couverts.

   Les agents en contrat $l \in \mathcal{C}$ occupant un poste le $j^{\text{ième}}$ jour de la semaine sont ceux occupant un poste les jours j, $j+7$, $j+2\times 7$, …, $j+(nc_l-1)\times 7$ de la *séquence de postes* du contrat l puisque ces agents commencent tous leur *séquence de postes* avec une semaine de décalage. Le terme de gauche de cette contrainte comptabilise

Notation	Description
nw	Nombre de semaines du cycle
$\mathcal{W} = \{1, 2, ..., nw\}$	Ensemble des semaines du cycle
$nd = 7 * nw$	Nombre de jours du cycle
$\mathcal{D} = \{1, 2, ..., nd\}$	Ensemble des jours du cycle
$\mathcal{T} = \{1, \ldots, 7\}$	Ensemble des types de jour de la semaine
na	Nombre d'agents de l'équipe
r_{ij}	Besoins de la *maquette* en postes i pour chaque jour $j \in \mathcal{T}$
$\mathcal{S}_m$	Ensemble des postes de matin, numérotés par heure de début croissante
$\mathcal{S}_d$	Ensemble des postes de jour, numérotés par heure de début croissante
$\mathcal{S}_e$	Ensemble des postes de soir, numérotés par heure de début croissante
$\mathcal{S}_n$	Ensemble des postes de nuit, numérotés par heure de début croissante
$\mathcal{S} = \mathcal{S}_m \cup \mathcal{S}_d \cup \mathcal{S}_e \cup \mathcal{S}_n$	Ensemble des postes
$\mathcal{S}_{\rho_{mde}}$	Ensemble des postes de type *Jca* qui peuvent remplacer un poste de matin, jour ou soir, énumérés par heure de début croissante
$\mathcal{S}_{\rho_n}$	Ensemble des postes de type *Jca* qui peuvent remplacer un poste de nuit, énumérés par heure de début croissante
$\mathcal{S}_\rho = \mathcal{S}_{\rho_{mde}} \cup \mathcal{S}_{\rho_n}$	Ensemble des postes de type *Jca*
ν_{12h}	"poste" de repos de 12h
ν_{36h}	"poste" de repos de 36h
$\mathcal{S}_\nu = \{\nu_{12h}, \nu_{36h}\}$	Ensemble des "postes" de repos
nc	Nombre de types de contrat
$\mathcal{C}$	Ensemble des types de contrat ($\mathcal{C} = \{100\%, 90\%, \ldots, 50\%\}$)
nc_l	Nombre d'agents en contrat $l \in \mathcal{C}$
h_l	Nombre total d'heures travaillées en moyenne par semaine par un agent en contrat $l \in C$
ps_l	Pourcentage maximum de dimanches travaillés pour un agent en contrat $l \in \mathcal{C}$ par rapport au nombre de dimanches travaillés par un agent à temps plein
$na = \sum_{c \in \mathcal{C}} \sum_{l=1}^{nc_l} nc_l$	Nombre total d'agents de l'équipe
d_i	Durée du poste $i \in \mathcal{S}$
d_{min}	Durée minimale d'un poste
s_i	Heure de début du poste i
e_i	Heure de fin du poste i
$e_{max} = \max_{i \in S_n} e_i$	Heure de fin maximale des postes de nuit

TABLE 3.2 – Paramètres utilisés dans le modèle mathématique du problème tactique

donc le nombre total de postes de type i occupés le jour j par tous les agents.

$$\sum_{l \in \mathcal{C}} \sum_{k=0}^{nc_l - 1} X_{i,(j+7k) \bmod nd,l} = r_{i,j \bmod 7}, \ \forall i \in \mathcal{S}, \ \forall j \in \mathcal{D} \tag{3.2}$$

Notation	Description
off_d	Nombre minimal d'heures de repos par jour
off_w	Nombre minimal d'heures de repos par semaine
cwd_{max}	Nombre maximal de jours de travail consécutifs autorisés
h_{max}	Nombre maximal d'heures de travail par semaine
hg_{max}	Nombre maximal d'heures de travail sur 7 jours glissants
δ_{md}	Période sur laquelle il est vérifié que deux séquences de postes de matin ou de jour séparées par des jours de repos ou *Jca* concernent bien des postes différents.
δ_e	Période sur laquelle il est vérifié que deux séquences de postes de soir séparées par des jours de repos ou *Jca* concernent bien des postes différents.
ρ_i	Poste *Jca* permettant de remplacer uniquement un agent affecté à un poste $i \in \mathcal{S}$
$nbJca_{min}$	Nombre minimal de *Jca* par jour (hors week-end) suite à la résolution du modèle avec l'objectif 1
$wJca$	poids minimum des *Jca* dans le cycle suite à la résolution du modèle avec l'objectif 2
w_{ij}	Poids du poste *Jca* de type $i \in S_\rho$ pour le jour $j \in D$

TABLE 3.3 – Suite des paramètres utilisés dans le modèle mathématique du problème tactique

2. Chaque agent est affecté à exactement un poste (incluant *Jca* et repos) chaque jour de sa *séquence de postes*.

$$\sum_{i \in \mathcal{S} \cup \mathcal{S}_\rho \cup \mathcal{S}_\nu} X_{ijl} = 1, \quad \forall j \in \mathcal{D}, \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.3}$$

3. Le *temps de travail* hebdomadaire est de h_{max} heures maximum.
   Le terme de gauche de cette contrainte calcule le nombre d'heures de travail de chaque agent du lundi 0h01 au dimanche 23h59. Le premier terme correspond à la somme des heures de travail des postes des jours 1 à 7 de chaque semaine (incluant les *Jca*). Il faut ajouter à cette somme une partie de la durée du poste du dimanche de la semaine précédente s'il s'est terminé lundi matin (cas d'un poste de nuit), et retirer une partie de la durée du poste du dimanche de la semaine courante s'il commence le dimanche et se termine le lundi matin de la semaine suivante (cas d'un

poste de nuit).

$$\sum_{i\in\mathcal{S}\cup\mathcal{S}_\rho}\sum_{j=(k-1)*7+1}^{k*7} d_i X_{i,j \bmod nd,l} + \sum_{i\in\mathcal{S}_n\cup\mathcal{S}_{\rho n}} e_i X_{i,(k-1)*7,l} - \sum_{i\in\mathcal{S}_n\cup\mathcal{S}_{\rho n}} e_i X_{i,k*7 \bmod nd,l} \leq h_{max} \quad \forall k = 2,\ldots,nw+1, \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.4}$$

4. Le nombre maximal d'heures de travail durant sept jours glissants est de hg_{max} heures.
   Cette contrainte fonctionne sur le même principe que la contrainte précédente.

$$\sum_{i\in\mathcal{S}\cup\mathcal{S}_\rho}\sum_{j'=j}^{j+7-1} d_i X_{i,j' \bmod nd,l} + \sum_{i\in\mathcal{S}_n\cup\mathcal{S}_{\rho n}} e_i X_{i,j-1,l} - \sum_{i\in\mathcal{S}_n\cup\mathcal{S}_{\rho n}} e_i X_{i,(j+7) \bmod nd,l} \leq hg_{max} \quad \forall j = 2,\ldots,nd+1, \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.5}$$

5. Le nombre d'heures travaillées par chaque agent doit être compris strictement entre le nombre d'heures précisées dans son contrat ($h_l \in C$) plus ou moins la durée minimale des postes de travail (d_{min}).
   Cette contrainte est divisée en deux contraintes :

   — Une première contrainte indiquant que, pour chaque type de contrat $l \in \mathcal{C}$, le nombre moyen d'heures travaillées chaque semaine doit être strictement inférieur au nombre d'heures de travail hebdomadaire fixé h_l pour ce type de contrat, plus une marge de d_{min} heures supplémentaires autorisées sur la durée du cycle.

$$\sum_{i\in\mathcal{S}\cup S_\rho}\sum_{j\in\mathcal{D}} d_i X_{ijl} < h_l \times nw + d_{min}, \quad \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.6}$$

   — Une deuxième contrainte indiquant que, pour chaque type de contrat $l \in \mathcal{C}$, le nombre moyen d'heures travaillées chaque semaine doit être strictement supérieur au nombre d'heures de travail hebdomadaire fixé h_l pour ce type de

contrat, moins une marge de d_{min} heures autorisées sur la durée du cycle.

$$\sum_{i \in \mathcal{S} \cup S_\rho} \sum_{j \in \mathcal{D}} d_i X_{ijl} > h_l \times nw - d_{min}, \quad \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.7}$$

6. Le temps de repos journalier doit être de $offD$ heures minimum.
   On se place un jour j. Le premier terme de l'équation représente le nombre d'heures de repos entre la fin du poste du jour $j-1$ et le début du jour j si le poste du jour $j-1$ est un poste de matin, jour ou soir, et le deuxième dans le cas où ce poste est un poste de nuit (se terminant donc le matin du jour j). Le troisième terme est le nombre d'heures entre le début du jour j et le début du poste du jour j (poste de jour ou de nuit). Le quatrième terme désactive la contrainte s'il y a un repos le jour $j-1$ ou le jour j.

$$\begin{aligned} \sum_{i \in \mathcal{S}_m \cup \mathcal{S}_d \cup \mathcal{S}_e \cup \mathcal{S}_{\rho_{mde}}} (24 - e_i) X_{i,j-1,l} - \sum_{i \in \mathcal{S}_n \cup \mathcal{S}_{\rho_n}} e_i X_{i,j-1,l} + \sum_{i \in \mathcal{S} \cup \mathcal{S}_\rho} s_i X_{i,j \bmod nd,l} \\ + (OffD + e_{max}) \sum_{k=j-1}^{j} \sum_{i \in \mathcal{S}_\nu} X_{i,k \bmod nd,l} \geq offD \\ \forall j = 2, \ldots, nd+1, \forall l \in \mathcal{C} \end{aligned} \tag{3.8}$$

7. Chaque agent doit avoir au moins un *repos hebdomadaire* de $offW$ heures (36h).
   On distingue ici trois situations suivant que ce repos est le lundi, le dimanche ou un autre jour de la semaine :

   — Si le repos est un lundi, on obtient la contrainte 3.9. Le premier terme de cette contrainte correspond au nombre d'heures de repos si le lundi de la semaine k est un jour de repos. Il faut ensuite ajouter le nombre d'heures de repos potentielles du mardi matin, c'est-à-dire le nombre d'heures précédent le démarrage du poste du mardi si un poste est affecté ce jour-là (deuxième terme), ou le nombre d'heures de repos du mardi si ce jour n'est pas travaillé (troisième terme). Le quatrième terme correspond au nombre d'heures à retirer si le poste

du dimanche de la semaine précédente est un poste de nuit.

$$24X_{\nu_{36h},7k-6,l} + \sum_{i\in\mathcal{S}\cup\mathcal{S}_\rho} s_i X_{i,7k-5,l} + 24\sum_{i\in\mathcal{S}_\nu} X_{i,7k-5,l} - \sum_{i\in\mathcal{S}_n\cup\mathcal{S}_{\rho_n}} e_i X_{i,7(k-1+nw) \bmod nd,l} \geq offW \times X_{\nu_{36h},7k-6,l} - e_{max}(1 - X_{\nu_{36h},7k-6,l}) \quad \forall k \in \mathcal{W}, \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.9}$$

— Si le repos est un dimanche, on obtient la contrainte 3.10.
On ajoute aux 24h de repos du dimanche le potentiel repos du samedi soir, c'est-à-dire le nombre d'heures restant après la fin du poste du samedi s'il s'agit d'un poste de matin, de jour ou de soir (deuxième terme), ou le nombre d'heures de repos du samedi si ce jour est un jour de repos (troisième terme). Il faut de plus retirer le nombre d'heures travaillées le dimanche matin si le poste du samedi est un poste de nuit (quatrième terme).

$$24X_{\nu_{36h},7k,l} + \sum_{i\in\mathcal{S}_m\cup\mathcal{S}_d\cup\mathcal{S}_e\cup\mathcal{S}_{\rho_{mde}}} (24 - e_i)X_{i,7k-1,l} + 24\sum_{i\in\mathcal{S}_\nu} X_{i,7k-1,l} - \sum_{i\in\mathcal{S}_n\cup\mathcal{S}_{\rho_n}} e_i X_{i,7k-1,l} \geq offW \times X_{\nu_{36h},7k,l} - e_{max}(1 - X_{\nu_{36h},7k,l}) \quad \forall k \in \mathcal{W}, \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.10}$$

— Si le repos est un autre jour de la semaine que le lundi et le dimanche, on obtient la contrainte 3.11.
Il faut alors comptabiliser le nombre d'heures de repos précédant et suivant ce jour de repos.

$$24X_{\nu_{36h},j,l} + 24\sum_{i\in\mathcal{S}_\nu} X_{i,(j-1),l} + \sum_{i\in\mathcal{S}_m\cup\mathcal{S}_d\cup\mathcal{S}_e\cup\mathcal{S}_{\rho_{mde}}} (24 - e_i)X_{i,j-1,l} - \sum_{i\in\mathcal{S}_n\cup\mathcal{S}_{\rho_n}} e_i X_{i,j-1,l} + \sum_{i\in\mathcal{S}_m\cup\mathcal{S}_d\cup\mathcal{S}_e\cup\mathcal{S}_{\rho_{mde}}} s_i X_{i,(j+1),l} + 24\sum_{i\in\mathcal{S}_\nu} X_{i,(j+1),l} \geq offW \times X_{\nu_{36h},j,l} - e_{max}(1 - X_{\nu_{36h},j,l}) \quad \forall k \in \mathcal{W}, \quad \forall j = 7k-5,\ldots,7k-1, \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.11}$$

— Enfin, l'équation 3.12 assure qu'il y a chaque semaine au minimum un repos de 36h,

$$\sum_{j=(k-1)*7+1}^{k*7} X_{\nu_{36h},j,l} \geq 1, \quad \forall k \in \mathcal{W}, \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.12}$$

8. Le nombre de jours de repos pour chaque période de deux semaines est au minimum de 4 jours dont deux sont consécutifs et correspondent à un samedi et un dimanche. Cette contrainte est décomposée en trois :

— la contrainte ci-dessous impose au moins quatre jours de repos sur une période de deux semaines :

$$\sum_{j=(k-1)*7+1}^{k*7} \sum_{i \in \mathcal{S}_\nu} X_{ijl} + \sum_{j=k*7+1}^{(k+1)*7} \sum_{i \in \mathcal{S}_\nu} X_{i,j \bmod nd,l} \geq 4, \quad \forall k \in \mathcal{W},\ \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.13}$$

— la contrainte suivante utilise des variables Y_{kl} valant 1 si la semaine $k \in \mathcal{W}$ contient un repos le samedi et le dimanche, et 0 sinon.

$$\sum_{i \in \mathcal{S}_\nu} X_{i,(k-1)*7+6,l} + \sum_{i \in \mathcal{S}_\nu} X_{i,k*7,l} \geq 2 \times Y_{kl}, \quad \forall k \in \mathcal{W}, \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.14}$$

— il faut au moins un samedi et un dimanche consécutifs de repos par période de 15 jours :

$$Y_{kl} + Y_{(k+1) \bmod nw,l} \geq 1 \quad \forall k \in \mathcal{W},\ \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.15}$$

9. Les agents à temps plein ne peuvent travailler plus d'un dimanche sur deux. Et pour chaque autre type de contrat $l \in C \backslash \{100\%\}$, le nombre de dimanches travaillés ne peut dépasser un pourcentage $ps_l\%$ du nombre de dimanches travaillés par les agents à temps plein.

$$\sum_{i \in \mathcal{S} \cup \mathcal{S}_\rho} \sum_{k \in \mathcal{W}} X_{i,k*7,l} \leq ps_l \sum_{i \in \mathcal{S} \cup \mathcal{S}_\rho} \sum_{k \in \mathcal{W}} X_{i,k*7,1} \quad \forall l \in \mathcal{C} \backslash \{100\%\} \tag{3.16}$$

Le terme de gauche représente le nombre de dimanches travaillés par les agents à temps partiel en contrat l. Ce terme doit être inférieur ou égal à ps_l fois le nombre de dimanches travaillés par les agents à temps plein.

Contraintes fortement souhaitées

10. Les jours de travail isolés sont interdits donc il faut au moins deux jours de travail consécutifs.

    Si le jour $j+1$ est un jour travaillé (terme de gauche valant 1), alors cette contrainte impose qu'au moins le jour j (premier terme de droite) ou le jour $j+2$ (deuxième terme de droite) soit un jour travaillé également.

$$\sum_{i \in \mathcal{S} \cup \mathcal{S}_\rho} X_{i,j+1 \bmod nd,l} \leq \sum_{i \in \mathcal{S} \cup \mathcal{S}_\rho} X_{ijl} + \sum_{i \in \mathcal{S} \cup \mathcal{S}_\rho} X_{i,j+2 \bmod nd,l} \quad \forall j \in \mathcal{D}, \quad \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.17}$$

11. Le nombre maximal de jours de travail consécutifs est cwd_{max}.
    La contrainte 3.18 s'assure que pour chaque ensemble de jours $j, j+1, \ldots, j+cwd_{max}$ au maximum cwd_{max} sont travaillés.

$$\sum_{k=j}^{j+cwd_{max}} \sum_{i \in \mathcal{S} \cup \mathcal{S}_\rho} X_{i,k \bmod nd,l} \leq cwd_{max} \quad \forall j \in \mathcal{D}, \quad \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.18}$$

12. Dans le cas où les besoins du samedi et dimanche sont égaux pour un poste $i \in S$ pour chaque week-end, alors si un agent occupe le poste i le samedi, il doit occuper le même poste le dimanche. Lorsque les besoins sont différents, alors si un agent occupe un poste le samedi ou le dimanche, il doit occuper le même poste l'autre jour du week-end ou être en repos.
    Cette contrainte est modélisée par les contraintes 3.19 et 3.20. La première (resp. deuxième) impose que si un agent en contrat $l \in \mathcal{C}$ travaille le samedi (resp. le dimanche), alors il travaille le dimanche (resp. le samedi) sur le même poste ou est en repos (selon le cas). Dans ces deux contraintes, si les besoins des samedi et dimanche d'un poste $i \in \mathcal{S}$ sont égaux, le deuxième terme de droite est nul, et

ensemble, les deux contraintes imposent que les postes de samedi et dimanche sont égaux. Si les besoins des samedi et dimanche d'un poste i sont différents, alors les contraintes imposent que les postes du samedi et du dimanche soient les mêmes ou qu'un des deux soit un repos.

$$X_{i,(k\times 7)-1,l} \leq X_{i,k\times 7,l} + \sum_{i\in\mathcal{S}_\nu} |r_{i6} - r_{i7}| \times X_{i,k\times 7,l}, \quad \forall i \in \mathcal{S}, \quad \forall k \in \mathcal{W}, \quad \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.19}$$

$$X_{i,k\times 7,l} \leq X_{i,(k\times 7)-1,l} + \sum_{i\in\mathcal{S}_\nu} |r_{i6} - r_{i7}| \times X_{i,(k\times 7)-1,l}, \quad \forall i \in \mathcal{S}, \quad \forall k \in \mathcal{W}, \quad \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.20}$$

13. Deux *segments* consécutifs (pour rappel, un *segment* est une succession de postes de travail identiques séparés par un ou plusieurs postes *Jca* ou jours de repos) doivent contenir des postes différents.
Considérons deux jours j et j' (avec $j < j'$). Dans la partie droite de la contrainte, le terme entre parenthèses représente le nombre de jours de repos ou *Jca* pendant la période allant de j à j' exclus. Si ce nombre est égal à $j' - j - 1$, alors la période ne contient que des jours de repos ou des postes *Jca* et dans ce cas, si le poste $i \in \mathcal{S}$ est affecté au jour j (resp. au jour j') alors il ne peut être affecté au jour j' (resp. j). Cette contrainte n'est imposée que pour les postes séparés d'au plus δ_{md} jours pour les postes de matin et de jour, et d'au plus δ_e pour les postes de soir. Au-delà de cette durée, ce n'est pas un problème pour les agents si les postes sont les mêmes. Les postes de nuit ne sont pas concernés par cette contrainte.

Pour les postes de matin et de jour, la contrainte s'écrit donc :

$$X_{ijl} + X_{i,j' \bmod nd,l} \leq j' - j - \left(\sum_{k=j+1}^{j'-1} \sum_{i'\in\mathcal{S}_\rho} X_{i',k \bmod nd,l} + \sum_{k=j+1}^{j'-1} \sum_{i'\in\mathcal{S}_\nu} X_{i',k \bmod nd,l} \right)$$
$$\forall i \in \mathcal{S}_m \cup \mathcal{S}_d, \forall j \in \mathcal{D}, \forall j' = j+2, ..., j+\delta_{ma}, \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.21}$$

Pour les postes de soir, on obtient la contrainte similaire suivante :

$$X_{ijl} + X_{i,j' \bmod nd,l} \leq j' - j - \left(\sum_{k=j+1}^{j'-1} \sum_{i' \in \mathcal{S}_\rho} X_{i',k \bmod nd,l} + \sum_{k=j+1}^{j'-1} \sum_{i' \in \mathcal{S}_\nu} X_{i',k \bmod nd,l} \right)$$
$$\forall i \in \mathcal{S}_e, \forall j \in \mathcal{D}, \forall j' = j+2, ..., j+\delta_e, \forall l \in \mathcal{C} \tag{3.22}$$

14. Le nombre d'agents affectés à un poste *Jca* chaque jour ne doit pas dépasser le pourcentage p_ρ de la taille de l'équipe (arrondi à l'entier supérieur).

$$\sum_{i \in \mathcal{S}_\rho} \sum_{l \in \mathcal{C}} \sum_{n=0}^{nc_l-1} X_{i,(j+7n) \bmod nd,l} \leq \lceil na * p_\rho \rceil, \quad \forall j \in \mathcal{D} \tag{3.23}$$

15. Limitation du nombre de *Jca* en fonction des besoins.

    Chaque jour j du cycle, le nombre de *Jca* couvrant uniquement le poste i ne doit pas dépasser les besoins en poste i :

$$\sum_{l \in \mathcal{C}} \sum_{n=0}^{nc_l-1} X_{\rho_i,(j+7n) \bmod nd,l} \leq r_{ij}, \quad \forall j \in \mathcal{D}, \forall i \in \mathcal{S} \tag{3.24}$$

    avec ρ_i le poste *Jca* qui couvre uniquement le poste i

    Si les besoins sont nuls un jour donné, il ne faut pas positionner de *Jca* :

$$\sum_{i \in S_\rho} \sum_{l \in \mathcal{C}} \sum_{n=0}^{nc_l-1} X_{i,(j+7n) \bmod nd,l} \leq \sum_{i \in \mathcal{S}} r_{ij}, \quad \forall j \in \mathcal{D} \tag{3.25}$$

Fonctions objectifs

Les trois fonctions objectifs sont les suivantes :

— Objectif 1 : lissage des *Jca* sur le cycle

$$\sum_{i \in \mathcal{S}_\rho} \sum_{l \in \mathcal{C}} \sum_{n=0}^{nc_l-1} X_{i,(j+7n) \bmod nd,l} \geq Obj_1, \quad \forall k \in \mathcal{W}, \ \forall j = \{k*7-6, \ldots, k*7-2\} \tag{3.26}$$

$$\max Obj_1 \tag{3.27}$$

Nous rappelons que cette fonction objectif ne tient pas compte des jours de week-end, car comme expliqué plus haut, il est souvent impossible de positionner des *Jca* les samedi et dimanche.

— Objectif 2 : maximisation de la flexibilité des *Jca*

Une fois le modèle résolu avec la première fonction objectif, nous ajoutons au modèle la contrainte 3.28 imposant que le nombre minimal de *Jca* chaque jour (hors samedi et dimanche) soit supérieur à la valeur $NbJca_{min}$ obtenue, afin de forcer la répartition.

$$\sum_{i\in\mathcal{S}_\rho}\sum_{l\in\mathcal{C}}\sum_{n=0}^{nc_l-1} X_{i,(j+7n) \bmod nd,l} \geq nbJca_{min}, \quad \forall k \in \mathcal{W},\ \forall j = \{k*7-6,\ldots,k*7-2\} \tag{3.28}$$

Puis ce modèle augmenté est résolu en considérant cette fois-ci comme fonction objectif la maximisation de la flexibilité des *Jca* positionnés.

$$\max \sum_{i\in\mathcal{S}_\rho}\sum_{j\in\mathcal{D}}\sum_{l\in\mathcal{C}} nc_l \times w_{ij} \times X_{ijl} \tag{3.29}$$

où w_{ij} est le poids affecté au type de *Jca* i le jour j.

— Objectif 3 : maximisation de l'équité

De la même façon, une fois le modèle résolu avec l'objectif 2, la contrainte 3.30 imposant que le poids total des *Jca* positionnés soit au moins égal à la valeur w_{Jca} obtenue est ajoutée au modèle.

$$\sum_{i\in\mathcal{S}_\rho}\sum_{l\in\mathcal{C}}\sum_{j\in\mathcal{D}} nc_l \times w_{ij} \times X_{ijl} \geq w_{Jca} \tag{3.30}$$

Le nouveau modèle est alors résolu avec la fonction objectif 3 visant à maximiser l'équité entre les agents :

$$\sum_{j\in\mathcal{D}} X_{ijl} \leq l \sum_{j\in\mathcal{D}} X_{i,j,100\%} + \alpha_{il} \quad \forall i \in \mathcal{S},\ \forall l \in C\backslash\{100\%\} \tag{3.31}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{D}} X_{ijl} \geq l \sum_{j\in\mathcal{D}} X_{i,j,100\%} - \alpha_{il} \quad \forall i \in \mathcal{S},\ \forall l \in C\backslash\{100\%\} \tag{3.32}$$

$$\frac{\alpha_{il}}{nw \sum_{j \in \mathcal{T}} r_{ij}} \leq \alpha \quad \forall i \in \mathcal{S},\ \forall l \in C \backslash \{100\%\} \tag{3.33}$$

Les contraintes 3.31 et 3.32 calculent l'écart maximal α, sur chaque type de poste i et chaque type de contrat l, entre le nombre de postes i occupés par un agent en contrat l et le nombre de postes de ce type qu'il devrait réaliser proportionnellement aux agents à temps plein pour atteindre l'équité.

Il s'agit alors de minimiser α.

$$\min \alpha \tag{3.34}$$

3.3 Tests sur des instances réelles

Afin de tester notre approche, nous utilisons un ensemble de 25 instances réelles de différents services du CHU qui recrute sur des contrats de 7 types différents (100%, 90%, 80%, 75%, 70%, 60% et 50%). Dans ces instances, le nombre d'agents varie entre 5 et 36, le nombre de types de contrats entre 1 et 5 et les types de postes entre 1 et 9.

Le tableau 3.4 contient la description des instances utilisées. Pour chacune, toutes les valeurs de nw comprises entre 1 et 12 sont testées, ce qui nous fait au total $25 * 12 = 300$ tests. Dans la suite de ce document, nous appellerons sous-instance chacune des instances associée à une valeur de nw donnée. Ainsi, nous allons considérer 300 sous-instances associées aux 25 instances fournies pour le CHU. Chaque sous-instance sera identifiée par un couple (n, nw) où n est le numéro de l'instance et nw la durée de cycle considérée. Le temps de calcul est de 30 minutes pour l'objectif 1, 20 minutes pour l'objectif 2 et 10 minutes pour l'objectif 3, ce qui donne ainsi un temps de résolution maximal de 60 minutes pour chaque valeur de nw de chaque instance.

Les valeurs des différents paramètres liées aux contraintes sont données dans le tableau 3.5.

Dans cette section, nous allons analyser les résultats obtenus après chacun des modèles exécutés successivement, et les comparer avec les solutions manuelles fournies par le CHU. Le nombre d'instances résolues étant limité, les analyses faites sont cependant à prendre avec prudence.

Instance	Nombre agents	Nombre contrats	Nombre d'agents par type de contrat							Nombre postes
			100%	90%	80%	75%	70%	60%	50%	
1	7	2	0	3	0	4	0	0	0	4
2	15	4	6	0	7	0	1	0	1	2
3	11	4	7	0	2	1	0	1	0	7
4	12	5	7	2	1	1	0	0	1	4
5	10	2	9	1	0	0	0	0	0	3
6	23	5	17	2	2	1	0	0	1	2
7	5	1	5	0	0	0	0	0	0	1
8	11	3	7	2	0	2	0	0	0	3
9	35	3	32	0	1	2	0	0	0	9
10	7	3	5	1	1	0	0	0	0	2
11	26	3	6	10	10	0	0	0	0	3
12	7	2	5	0	2	0	0	0	0	3
13	9	2	6	0	3	0	0	0	0	5
14	15	3	11	0	2	0	0	0	2	8
15	13	3	8	0	3	0	0	0	2	7
16	15	3	11	1	3	0	0	0	0	6
17	24	3	12	6	6	0	0	0	0	2
18	10	1	10	0	0	0	0	0	0	2
19	7	3	4	0	1	2	0	0	0	2
20	10	4	5	0	2	1	0	0	2	5
21	10	1	10	0	0	0	0	0	0	1
22	10	3	8	1	0	1	0	0	0	5
23	11	3	7	0	3	1	0	0	0	2
24	11	5	1	5	1	3	0	1	0	3
25	7	3	4	0	1	2	0	0	0	3

TABLE 3.4 – Description des instances réelles

Paramètres	Valeurs	Paramètres	Valeurs
$h_{100\%}$	37.5h	$ps_{90\%}$	1
$h_{90\%}$	33.75h	$ps_{80\%}$	1
$h_{80\%}$	30h	$ps_{75\%}$	0.75
$h_{75\%}$	28.125h	$ps_{70\%}$	0.75
$h_{70\%}$	26.25h	$ps_{60\%}$	0.6
$h_{60\%}$	22.5h	$ps_{50\%}$	0.6
$h_{50\%}$	18.75h	cwd_{max}	5 jours
off_d	12h	h_{max}	45h
off_w	36h	hg_{max}	48h
δ_{ma}	14 jours	δ_e	7 jours

TABLE 3.5 – Valeurs des paramètres

3.3.1 Objectif 1 : nombre minimum de *Jca* par jour

- **Sous-instances faisables et infaisables**

  Le tableau 3.6 indique, pour chaque instance, les sous-instances infaisables (cases grisées), celles pour lesquelles une solution optimale a été trouvée (cases contenant une étoile), celles pour lesquelles une solution non prouvée optimale a été obtenue (cases vides), et celles pour lesquelles aucune solution n'a été trouvée au bout du temps imparti de 30 minutes (cases comportant un point d'interrogation). Dans la dernière colonne, ce tableau contient de plus pour chaque instance, la liste des numéros des contraintes non respectées dans le cycle théorique fourni par le CHU comme solution mise en oeuvre actuellement.

  On peut tout d'abord noter que parmi les 25 solutions proposées par le CHU, une seule respecte toutes les contraintes (instance 21, qui est une instance simple avec 10 agents, tous à temps plein, et un seul type de poste). Pour les autres instances, les contraintes généralement violées sont la durée du cycle qui dépasse la limite de 12 semaines, la contrainte 1 (respect des besoins de personnel) et les contraintes 10 (interdiction des jours de travail isolés) et 13 (*segments* successifs devant concerner des postes différents). Il est à noter que la contrainte de durée de cycle et la contrainte 1 sont pourtant des contraintes réglementaires. Ce premier constat illustre la difficulté de construire des plannings “à la main". Quelques cycles de travail suffisamment courts pour permettre un affichage lisible sont données en annexe B.

  Concernant nos résultats, au total 66 sous-instances sont faisables, 227 sont prouvées infaisables et 7 sont non résolues après 30 minutes. On constate que sur le 25 instances, 4 n'ont ainsi pas de solution (aucune sous-instance faisable) : il s'agit des instances 8, 9, 12 et 14. Il n'est donc pas possible de construire un cycle réglementaire pour ces instances. On peut en effet vérifier que les solutions proposées pour ces instances par le CHU ne respectent pas toutes les contraintes. De plus, pour une dizaine d'autres instances (3, 5, 7, 10, 13, 15, 16, 18, 21 et 22), très peu de valeurs de nw (au plus 2) permettent d'obtenir une solution. Certaines instances semblent donc permettre d'obtenir plus de cycles réalisables que d'autres, sans que l'on puisse pour autant faire un lien entre les caractéristiques des sous-instances et leur réalisabilité.

  De plus, on constate que 53 solutions sont associées à des longueurs de cycle paire,

Instances	Durée du cycle (en semaines)												Contraintes non respectées par le CHU
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	
1						*	*	*	*	*	*	*	13
2						*		*		?		?	nw, 10, 13
3								*		*			10, 13
4				*			*	*	*	*	*	*	13
5										*			1
6						?				?		?	nw, 1, 10, 13
7					*					*			nw
8													nw, 1, 10, 13
9													nw, 1, 10, 13
10						*						*	1, 10, 13
11						*				*			nw, 1, 10, 13
12													9, 13
13						*						*	10, 13
14													nw, 10, 13
15								*					1, 13
16												*	10, 13
17		*				*		*		*		*	nw, 1, 10, 13
18										*			13
19				*		*		*		*		*	6, 10, 13
20						*		*		*		*	1, 10, 13
21					*					*			
22								*		*			13
23								?				?	13
24			*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	1, 10, 13
25				*		*		*		*		*	6, 13

TABLE 3.6 – Sous-instances faisables optimales (*), faisables non-optimales (cases vides), infaisables (cases grisées) et non résolues en moins de 30 minutes (?)

contre 13 pour les longueurs impaires. Il semble donc qu'il soit plus compliqué de trouver une solution pour une durée de cycle impaire. Ceci s'explique par le fait que la contrainte 8 impose qu'un agent à temps plein soit en repos un week-end sur deux. Si la durée de cycle est impaire, alors l'agent aura dans son cycle deux week-ends de repos consécutifs, d'où un perte de capacité de travail qui peut mener à une infaisabilité.

On note également que parmi les 17 instances comportant au plus 12 agents, il n'existe pas de solution pour une durée de cycle égale au nombre d'agents pour 7 d'entre elles (instances 3, 8, 10, 12, 19, 23 et 25). Pourtant, l'un des processus suivis

au CHU de Nantes pour construire les cycles théoriques à la main vise à construire un cycle de durée égal au nombre d'agents.

Un autre des processus suivis par le CHU consiste à construire une *séquence de postes* pour tous les agents en considérant qu'ils sont tous à temps plein, puis à décliner cette séquence pour chaque contrat, en remplaçant par exemple les postes *Jca* par des repos pour respecter les *temps de travail* des agents à temps partiel. Cependant, une étude plus approfondie des solutions trouvées pour toutes les sous-instances montre que les séquences de postes des contrats sont rarement proches les unes des autres. Cette situation est rencontrée uniquement dans les sous-instances (1,7), (5,10), (16,12). Mais peut-être que de telles solutions existent cependant. Ces analyses renforcent malgré tout l'idée qu'il est très difficile de trouver ces solutions à la main.

- **Nombre minimum de *Jca* par jour et temps d'exécution**

  Le tableau 3.7 contient, pour chacune des sous-instances résolues (cases blanches), la valeur de la fonction objectif 1 (première valeur de chaque case, avec une étoile si la solution est optimale) et les temps de résolution en secondes (deuxième valeur). Pour les sous-instances infaisables (cases grisées), seuls les temps d'exécution apparaissent. Enfin les cases associées aux sous-instances non résolues contiennent (>1800).

  On constate dans ce tableau que dans la majorité des cas, la valeur de l'objectif 1 (nombre minimal de *Jca* par jour, hors week-end) reste la même pour les différentes valeurs de durée de cycle pour lesquelles une solution a été trouvée. Cependant, pour quelques instances (4 sur les 20 instances résolues), cette valeur peut varier : pour l'instance 11 par exemple, ce nombre est de 4 pour une durée de cycle de 6, et de 5 pour une durée de cycle de 10. Il sera alors plus intéressant de choisir la solution sur une durée de cycle de 10 pour faciliter par la suite la gestion des congés des agents. Dans les autres cas, on préférera sélectionner la solution associée à la durée de cycle la plus courte, car il est plus facile pour le cadre et les agents de se repérer sur des cycles courts.

  Concernant les temps d'exécution, ils sont de moins de une minute pour plus de 65% des sous-instances prouvées faisables. Ils dépassent la durée limite de 30 minutes pour 3 de ces sous-instances (sous-instances (11,12), (17,4) et (23,10)).

  L'analyse de ce tableau ne permet pas de tirer de conclusions claires quant aux explications des temps de résolution élevés pour certaines sous-instances réalisables.

Instances	Durée du cycle (en semaines)											
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
1	- 0.05	- 0.03	- 0.09	- 0.60	- 0.14	0 (*) 0.85	0 (*) 0.98	0 (*) 6.99	0 (*) 3.99	0 (*) 14.85	0 (*) 1.63	0 (*) 6.20
2	- 0.00	- 0.09	- 0.24	- 0.28	- 3.61	2 (*) 17.66	- 4.80	2 (*) 86.27	- 11.81	> 1800	- 22.74	> 1800
3	- 0.11	- 0.53	- 0.78	- 0.92	- 1.14	- 1.45	- 21.19	1 (*) 25.98	- 45.01	1 (*) 260.03	- 114.08	- 121.14
4	- 0.00	- 0.12	- 0.17	1 (*) 0.59	- 3.70	- 1.48	1 (*) 1.38	1 (*) 3.53	1 (*) 2.33	1 (*) 4.39	1 (*) 5.51	1 (*) 7.80
5	- 0.00	- 0.02	- 0.02	- 0.02	- 0.49	- 0.19	- 0.2	- 0.25	- 0.91	1 (*) 5.35	- 4.37	- 6.87
6	- 0.00	- 0.03	- 0.28	- 0.25	- 2.34	> 1800	- 4.62	- 47.74	- 21.31	> 1800	- 22.65	> 1800
7	- 0.00	- 0.00	- 0.00	- 0.02	1 (*) 0.02	- 0.03	- 0.05	- 0.05	- 0.05	1 (*) 0.08	- 0.06	- 0.06
8	- 0.03	- 0.11	- 0.08	- 0.19	- 0.94	- 1.36	- 1.54	- 4.83	- 3.65	- 10.22	- 13.81	- 19.86
9	- 0.05	- 0.12	- 0.16	- 0.21	- 0.30	- 0.33	- 0.36	- 0.45	- 0.50	- 0.56	- 3.60	- 3.96
10	- 0.00	- 0.02	- 0.07	- 0.09	- 0.59	1 (*) 8.73	- 2.03	- 3.93	- 3.39	- 6.98	- 5.23	1 (*) 234.20
11	- 0.00	- 0.03	- 0.03	- 0.05	- 0.05	4 (*) 10.80	- 0.24	- 0.25	- 0.25	5 (*) 11.90	- 0.37	4 1800
12	- 0.00	- 0.02	- 0.05	- 0.08	- 0.36	- 0.20	- 1.46	- 0.30	- 3.25	- 3.13	- 4.42	- 5.13
13	- 0.10	- 0.07	- 0.23	- 0.27	- 0.27	1 (*) 2.09	- 0.64	- 0.69	- 4.02	- 0.74	- 0.80	1 (*) 7.49
14	- 0.05	- 0.23	- 0.44	- 0.75	- 0.91	- 1.13	- 1.37	- 1.56	- 1.77	- 1.85	- 9.40	- 3.65
15	- 0.03	- 0.20	- 0.39	- 0.50	- 0.83	- 1.28	- 1.25	2 (*) 6.69	- 2.52	- 46.45	- 56.64	- 327.89
16	- 0.02	- 0.03	- 0.23	- 0.30	- 0.38	- 0.70	- 0.75	- 0.85	- 0.95	- 1.08	- 6.38	3 (*) 109.70
17	- 0.00	3 (*) 0.65	- 0.17	4 1800	- 0.56	5 (*) 3.36	- 1.17	5 (*) 26.29	- 1.49	5 (*) 96.13	- 2.26	5 (*) 47.35
18	- 0.00	- 0.00	- 0.02	- 0.00	- 0.02	- 0.04	- 0.05	- 0.06	- 0.05	3 (*) 2.73	- 0.34	- 0.44
19	- 0.00	- 0.06	- 0.09	1 (*) 2.97	- 1.33	1 (*) 10.87	- 3.68	1 (*) 44.67	- 4.40	1 (*) 451.33	- 6.41	1 (*) 748.86
20	- 0.03	- 0.42	- 0.47	- 0.78	- 6.49	1 (*) 9.34	- 18.99	1 (*) 68.77	- 31.97	1 (*) 53.46	- 43.55	1 (*) 242.23
21	- 0.00	- 0.00	- 0.00	- 0.00	0 (*) 0.03	- 0.02	- 0.02	- 0.02	- 0.00	0 (*) 0.09	- 0.06	- 0.09
22	- 0.05	- 0.11	- 0.22	- 0.28	- 0.35	- 0.44	- 0.47	3 (*) 18.48	- 45.59	2 (*) 851.89	- 18.21	- 20.54
23	- 0.00	- 0.02	- 0.14	- 2.14	- 0.95	- 564.74	- 1.37	> 1800	- 3.05	1 1800	- 9.86	> 1800
24	- 0.02	- 0.20	3 (*) 4.13	2 (*) 4.33	2 (*) 5.27	2 (*) 27.25	2 (*) 43.51	2 (*) 69.68	2 (*) 108.87	2 (*) 143.37	2 (*) 214.55	2 (*) 222.48
25	- 0.00	- 0.09	- 0.13	1 (*) 1.45	- 2.11	1 (*) 8.10	- 6.07	1 (*) 24.71	- 6.10	1 (*) 203.82	- 8.26	1 (*) 1559.89

TABLE 3.7 – Valeur de la fonction objectif 1 et temps de résolution (en secondes) pour les sous-instances résolues, et temps d'exécution pour les infaisables ou non résolues

En effet, ces temps ne semblent pas directement liés à la taille de l'instance (nombre d'agents, nombre de types de poste, nombre de types de contrats, durée de cycle). Par exemple :

— l'instance 11 (26 agents, 3 types de contrat, 3 types de poste) est résolue en

moins de 12 secondes pour une durée de cycle de 10, alors que l'instance 2 (15 agents, 4 types de contrats et 2 types de postes), qui contient beaucoup moins d'agents mais qui est comparable sur les autres dimensions, n'est pas résolue au bout de 1800 secondes pour une durée de cycle identique.

— pour des instances de profil similaire comme les instances 10 et 19 (7 agents, 3 types de contrat, 2 types de poste), les temps de résolution peuvent plus que doubler (moins de 240 secondes pour une durée de cycle de 12 semaines pour l'instance 10, contre environ 750 secondes pour l'instance 19).

On peut noter cependant que parmi ces instances, celles composées d'un seul type de contrat (7, 18 et 21), sont résolues très rapidement (au plus quelques secondes) pour les durées de cycles qui sont des diviseurs ou multiples du nombre d'agents. Ainsi par exemple, la composition d'équipe de l'instance 7 est de 5 agents à temps plein, et les seules sous-instances réalisables sont celles associées à $nw = 5$ et $nw = 10$, résolues respectivement en 0,02 et 0,08 seconde. Pour l'instance 18, dont l'équipe inclut 10 agents à temps plein, la seule sous-instance réalisable est celle correspondant à $nw = 10$, résolue en 2,73 secondes. Pour l'instance 21, dont la composition d'équipe est également 10 agents à temps plein, les sous-instances réalisables sont celles correspondant à $nw = 5$ et $nw = 10$, résolues en 0,03 et 0,09 seconde.

Concernant les temps d'exécution pour prouver l'infaisabilité des sous-instances, ils sont très courts (moins d'une seconde pour presque 70% des sous-instances infaisables). Ces temps semblent augmenter avec la durée de cycle, mais restent très raisonnables (maximum 566,51 secondes, soit moins de 10 minutes).

- **Comparaison avec les solutions du CHU**

  Pour chaque instance résolue, nous avons sélectionné la solution maximisant la fonction objectif 1 (nombre maximal de *Jca* par jour) et à égalité, celle associée à la plus petite durée de cycle. La tableau 3.8 compare ces solutions retenues à celles construites par le CHU. Il contient dans la colonne 2 (CHU) les valeurs de la fonction objectif pour les solutions du CHU, et dans la colonne 3 (MILP) celles trouvées par la résolution de notre programme linéaire pour les instances qui sont prouvées réalisables. Les durées de cycles des solutions du CHU et des nôtres sont données dans les colonnes 4 et 5 respectivement. Le temps d'exécution pour trouver nos solutions est rappelé dans l'avant dernière colonne, et le statut de l'instance (instance résolue optimalement, solution trouvée mais non optimale, instance non résolue ou instance infaisable) est donné dans la dernière colonne.

	Nb min de Jca		**Durée de cycle**		**Temps (s)**	**Optimal ?**
Instance	**CHU**	**MIPL**	**CHU**	**MIPL**		
1	**0**	**0**	7	6	0.85	✓
2	0	**2**	14	6	17.66	✓
3	**1**	**1**	9	8	25.98	✓
4	**1**	**1**	12	4	0.59	✓
5	**1**	**1**	10	10	5.35	✓
6	4	>	22	>	>	non resolue
7	0	**1**	24	5	0.02	✓
8	2	-	22	-	-	infaisable
9	4	-	26	-	-	infaisable
10	0	**1**	14	6	8.73	✓
11	4	**5**	26	10	11.90	✓
12	1	-	7	-	-	infaisable
13	**1**	**1**	24	6	2.09	✓
14	2	-	14	-	-	infaisable
15	1	**2**	12	8	6.69	✓
16	1	**3**	15	12	109.70	✓
17	4	**5**	24	6	3.36	✓
18	**3**	**3**	10	10	2.73	✓
19	0	**1**	12	4	2.97	✓
20	1	1	9	6	9.34	✓
21	**0**	**0**	10	5	0.03	✓
22	1	**3**	10	8	18.48	✓
23	**2**	1	10	10	1800	non
24	1	**3**	9	3	4.13	✓
25	0	**1**	12	4	1.45	✓

TABLE 3.8 – Comparaison des solutions du CHU avec celles du modèle mathématique pour l'objectif 1.

Comme dit plus haut, 4 des instances sont prouvées irréalisables par notre modèle. Pour la grande majorité des instances réalisables, le nombre minimum de *Jca* par jour trouvé par le modèle mathématique est supérieur ou égal à celui des solutions construites par le CHU. Seule une solution proposée par le CHU est plus intéressante (instance 23), cependant cette solution ne respecte pas la contrainte 13. Nous rappelons de plus que seule la solution de l'instance 21 du CHU ne viole aucune contrainte. Au total, sur les 20 instances résolues par notre modèle, la solution optimale est trouvée dans 19 cas (temps de calcul inférieur à 1800 secondes).

3.3.2 Objectif 2 : flexibilité des *Jca*

Une fois que l'on a maximisé le nombre minimal de *Jca* par jour, la phase suivante consiste à relancer le modèle pour maximiser la flexibilité des *Jca* positionnés dans le planning via l'affectation de poids aux différents types de *Jca* tout en assurant ce nombre minimal de *Jca* par jour.

En pratique, pour chaque instance, une fois le modèle mathématique maximisant l'objectif 1 exécuté pour chaque durée de cycle, l'idée est de retenir uniquement la solution (si elle existe) ayant le plus grand nombre de *Jca* par jour, et à égalité, celle ayant la plus petite durée de cycle, puis d'exécuter le modèle mathématique optimisant l'objectif 2 une seule fois pour chaque instance, à partir de cette solution (démarrage à chaud du solveur). Cependant, afin de s'assurer de la qualité de la solution obtenue pour cette durée de cycle, nous présentons ici les résultats obtenus pour toutes les durées de cycle permettant d'obtenir une solution.

- Flexibilité (somme des poids des *Jca*) et temps d'exécution

  Le tableau 3.9 présente les résultats obtenus pour chaque sous-instance faisable. Les sous-instances retenues à la fin de la phase 1 apparaissent en gras dans le tableau. De plus, les solutions des sous-instances étant associées à des cycles de longueurs différentes, afin de pouvoir comparer toutes les solutions d'une même instance, dans ce tableau, la valeur de la fonction objectif a été divisée par le nombre de semaines du cycle. Les valeurs soulignées correspondent aux meilleurs scores pour chaque instance.

  Tout d'abord, dans le temps limite fixé pour cette étape (20 minutes), une solution est trouvée pour chacune des sous-instances, et 35 sont optimales sur 66. Pour cette phase, comme pour la première, les temps d'exécution sont très variables d'une sous-instance à l'autre, sans qu'un lien direct puisse être fait avec la taille des instances. De plus, les temps d'exécution des deux phases ne sont pas directement corrélés ni proportionnels : une sous-instance résolue rapidement dans la phase 1 n'est pas forcément résolue rapidement en phase 2 (par exemple la sous-instance (17,6) est résolue optimalement en 3.36 secondes en phase 1, alors que la solution trouvée au bout de 1200 secondes en phase 2 n'est pas optimale), et vice versa (par exemple la sous-instance (17,4) est résolue optimalement en 193.44 secondes en phase 2, mais la solution trouvée au bout de 1800 secondes en phase 1 n'est pas optimale).

  Concernant la valeur des solutions, elle est très variable d'une sous-instance à l'autre.

Instances	Durée du cycle (en semaines)											
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
1						**640(*) 3.35**	570.29(*) 1200	428(*) 44.46	572.44(*) 123.72	414.40(*) 309.55	582.55(*) 754.60	640(*) 53.75
2						**456 1200**		508.50 1200				
3								**67767 1200**		66561.60 1200		
4				**333(*) 0.28**			344.57(*) 0.42	333(*) 0.59	340(*) 2.50	334.80(*) 0.83	340.36(*) 1.12	333(*) 1.44
5										**828(*) 5.94**		
6												
7					**10(*) 0.01**					10(*) 0.02		
8												
9												
10						**102(*) 175.50**						102 1200
11						7912(*) 907.73				**8112(*) 115.71**		5164 1200
12												
13						**3344(*) 916.31**						3344 1200
14												
15								**14438.63 1200**				
16												**19273.33 1200**
17		486(*) 1.94		540(*) 193.44		**558 1200**		472.50 1200		442.80 1200		558 1200
18										**80(*) 71.53**		
19				**48(*) 29.10**		43.33(*) 329.91		45.75 1200		39.20 1200		30 1200
20						**3533.33(*) 105.42**		3500(*) 406.67		3445(*) 679.19		3500(*) 515.39
21					**16(*) 0.03**					16(*) 0.02		
22								**4289.25 1200**		4566.40 1200		
23										**347.60 1200**		
24			**740(*) 234.99**	795 1200	863.60 1200	840 1200	721.71 1200	627.75 1200	600.89 1200	546.20 1200	427.18 1200	470.33 1200
25				**1054(*) 27.85**		960(*) 289.81		1080(*) 382.37		985.60 1200		1080 1200

TABLE 3.9 – Valeur de la fonction objectif 2 divisée par la durée du cycle et temps de résolution (en secondes) pour les sous-instances réalisables

Il est cependant difficile de mesurer l'impact en terme de flexibilité de *Jca* dans le cycle à partir de cette valeur. Faisons un focus sur les solutions des sous-instances de l'instance 1. Cette instance contient 7 agents (3 à 90% et 4 à 75%), et 4 types de postes : Matin (poste 1), Soir1 (poste 2), Soir2 (poste 3) et Nuit (poste 4). Il y a donc 10 types de *Jca* pour cette instance : ceux couvrant un seul poste (Jca_{11}, Jca_{22}, Jca_{33}, Jca_{44}), ceux couvrant 2 postes (Jca_{12}, Jca_{23}, Jca_{34}), ceux couvrant 3 postes (Jca_{13}, Jca_{24}) et celui couvrant 4 postes (Jca_{14}). Le tableau 3.10 précise le nombre

de chacun de ces types de *Jca* obtenu dans la solution de chaque sous-instance (premier nombre), ainsi que le nombre moyen par semaine (entre parenthèses). Les lignes Nb_1, Nb_2, Nb_3 et Nb_4 contiennent le nombre total de postes *Jca* permettant de remplacer respectivement 1, 2, 3 et 4 types de postes, ainsi que la moyenne par semaine.

Les meilleures solutions sont ici celles obtenues pour des durées de cycles de 6 et 12, qui ne contiennent que des *Jca* du type le plus flexible (*Jca* de type Jca_{14} qui peuvent occuper n'importe quel type de poste). On observe dans ce tableau que des valeurs proches de la fonction objectif aboutissent à des solutions proches en terme de nombre de chaque type de *Jca*. Par exemple les valeurs de 570.29 pour $nw = 7$ et de 572.44 pour $nw = 9$ correspondent à des solutions à peu près similaires, la différence se faisant sur le remplacement de quelques *Jca* pouvant occuper 3 types de postes dans la première solution par des *Jca* pouvant occuper 4 types de postes. On peut noter de plus que la différence importante entre les valeurs de la fonction objectif de la sous-instance (1,12) (valeur 640) et de la sous-instance (1,10) (valeur 414,40) correspond à une dégradation importante de la flexibilité de la solution : en effet, la solution de l'instance (1,10) contient des *Jca* pouvant occuper un seul type de poste (*Jca* les moins flexibles), alors que la solution de la sous-instance (1,12) ne contient que des *Jca* du type le plus flexible. On peut noter que certains types de *Jca* n'apparaissent dans aucune solution. C'est le cas des Jca_{33}, Jca_{23} et Jca_{13}. Ceci s'explique par le fait que les besoins en poste 3 sont nuls tous les jours de la semaine, sauf le vendredi (besoin de 2), donc les besoins de remplacement pour ce poste sont limités. De plus, il semble que les Jca_{22} et Jca_{12} ne soient pas nécessaires pour couvrir les remplacements du poste 2 : dans toutes les solutions, ceux-ci sont couverts par des *Jca* plus flexibles (Jca_{24} et Jca_{14}).

Revenons sur le tableau 3.9 : Concernant les solutions retenues pour chaque instance (solutions en gras dans le tableau), 13 sont optimales sur 20. De plus, 15 correspondent à la durée de cycle ayant le meilleur score. Ceci est rassurant quant au choix fait en fin de phase 1.

- Comparaison avec les solutions du CHU

  Le tableau 3.11 présente une comparaison des solutions retenues pour chaque instance réalisable (une seule solution par instance) avec les solutions du CHU. Pour effectuer cette comparaison nous avons calculé le score des solutions du CHU en utilisant les poids des types de *Jca* de notre modèle. Comme précédemment, afin

		Durée du cycle (en semaines)						
		6	7	8	9	10	11	12
Types de *Jca*	Jca_{11}	0	6 (0.86)	0	7 (0.78)	6 (0.6)	3 (0.27)	0
	Jca_{22}	0	0	0	0	0	0	0
	Jca_{33}	0	0	0	0	0	0	0
	Jca_{44}	0	0	0	0	6 (0.6)	0	0
	Jca_{12}	0	0	0	0	0	0	0
	Jca_{23}	0	0	0	0	0	0	0
	Jca_{34}	0	0	0	0	0	0	0
	Jca_{13}	0	0	0	0	0	0	0
	Jca_{24}	0	3 (0.43)	12 (1.5)	0	0	4 (0.36)	0
	Jca_{14}	24 (4)	20 (2.85)	16 (2)	28 (3.11)	22 (2.2)	36 (3.27)	48 (4)
	Nb1	0	6 (0.86)	0	7 (0.78)	12 (1.2)	3 (0.27)	0
	Nb2	0	0	0	0	0	0	0
	Nb3	0	3 (0.43)	12 (1.5)	0	0	4 (0.36)	0
	Nb4	24 (4)	20 (2.85)	16 (2)	28 (3.11)	22 (2.2)	36 (3.27)	48 (4)
	Objectif 2	640	570.29	428	572.44	414.40	582.55	640

TABLE 3.10 – Nombre de chaque type de *Jca* et moyenne par semaine dans les solutions de l'instance 1

d'obtenir une comparaison juste, le score de chaque solution est divisé par la durée du cycle.

Au sens de la mesure définie par nos poids, on peut noter que nos solutions sont meilleures que celles du CHU pour 19 instances sur les 20 résolues. Pour certaines instances, la différence est très élevée (instances 3, 15 ou 16 par exemple). Une seule solution du CHU est meilleure que celle trouvée par notre MILP (instance 18), mais

elle ne vérifie pas la contrainte 13 (*segments* successifs séparés par des *Jca* ou des repos devant concerner des postes différents), ce qui permet plus de liberté pour placer les *Jca*. Le tableau B.11 en annexe B donne plus de détails concernant la répartition des *Jca* dans ces solutions.

	Poids/semaine		**Durée de cycle**		**Temps (s)**	**Optimale ?**
Instance	**CHU**	**MIPL**	**CHU**	**MIPL**		
1	521.14	**640**	7	6	3.35	Oui
2	303.42	**456**	14	6	1200	Non
3	55402.67	**67767**	9	8	1200	Non
4	**333**	**333**	12	4	0.28	Oui
5	480.8	**828**	10	10	5.94	Oui
6	4394.18	>	22	>	>	Non résolue en phase 1
7	6.5	**10**	24	5	0	Oui
8	834.09	-	22	-	-	Infaisable
9	70249.84	-	26	-	-	Infaisable
10	58.29	**102**	14	6	175.50	Oui
11	5289.08	**8112**	26	10	115.81	Oui
12	67.29	-	7	-	-	Infaisable
13	2491.67	**3344**	24	6	916.31	Oui
14	27226.5	-	14	-	-	Infaisable
15	12122.08	**14438.64**	12	8	1200	Non
16	14569.33	**19273.33**	15	12	1200	Non
17	309.5	**558**	24	6	1200	Non
18	**93.3**	80	10	10	71.53	Oui
19	38.5	**48**	12	4	29.10	Oui
20	2179.56	**3533.33**	9	6	105.42	Oui
21	0	**16**	10	5	0.03	Oui
22	4279.2	**4289.25**	10	8	1200	Non
23	407.6	**347,60**	10	10	1200	Non
24	431.11	**740**	9	3	234.99	Oui
25	894	**1054**	12	4	27.85	Oui

TABLE 3.11 – Comparaison des solutions du CHU avec celles du modèle mathématique pour l'objectif 2.

Le tableau 3.12 indique l'amélioration obtenue en terme de scores entre les solutions de la phase 1 et les solutions de la phase 2.

Tout d'abord, on observe qu'il n'y a pas d'amélioration pour les instances 7 et 21, ce qui est normal puisqu'il n'y a qu'un seul type de *poste de travail* dans ces instances et donc un seul type de *Jca*. Pour les autres instances, il y a toujours une amélioration possible, variable selon la durée du cycle. En moyenne, le pourcentage d'amélioration est de 282%.

Instances	Durée de cycle (en semaines)											
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
1						380%(*)	1060%(*)	456%(*)	736%(*)	487%(*)	1680%(*)	1111%(*)
2						153%		223%				
3								594%		491%		
4				192%(*)			100%(*)	178%(*)	104%(*)	56%(*)	124%(*)	79%(*)
5										185%(*)		
6												
7					0%(*)					0%(*)		
8												
9												
10						110%(*)						94%
11						195%(*)				266%(*)		135%
12												
13						398%(*)						515%
14												
15								445%				
16												316%
17		50%(*)		233%(*)		210%		133%		105%		195%
18										95%(*)		
19				220%(*)		183%(*)		190%		96%		58%
20						547%(*)		675%(*)		489%(*)		436%(*)
21					0%(*)					0%(*)		
22								258%		233%		
23										78%		
24			189%(*)	261%	321%	308%	271%	241%	208%	193%	80%	78%
25				234%(*)		173%(*)		245%(*)		197%		

TABLE 3.12 – Pourcentage d'améliorations de l'objectif 2 entre la solution initiale et la solution finale.

Ces résultats montrent que la phase 2 est indispensable pour améliorer la flexibilité des *Jca*.

3.3.3 Objectif 3 : équité

La dernière étape est la minimisation de la fonction objectif 3, relative à l'équité. Le tableau 3.13 présente les résultats pour toutes les sous-instances résolues. Il contient pour chaque sous-instance la valeur de la fonction objectif α. Cette valeur α correspond au pourcentage maximal d'écart sur tous les types de poste i et tous les types de contrat l entre le nombre de postes i affectés aux agents en contrat l et la cible idéale garantissant l'équité par rapport aux temps pleins. Par exemple, dans le cas de trois populations, l'une à temps plein, l'autre à 80%, et la dernière à 50%, et un seul type de poste (poste Matin), si 23 postes Matin sont à pourvoir dans le cycle, et si les agents à temps plein occupent 10 postes Matin, les agents à 80% 8, et les agents à 50% 5, alors l'équité est respectée et α vaut 0. Si les agents à temps plein en font 20, les agents à 80% 1 et les agents à 50% 2, alors le pourcentage d'écart pour les agents à 80% est de $\frac{15}{23}$ (si les agents à temps plein occupent 20 postes, les agents à 80% devraient occuper $80\% * 20 = 16$ postes, ce qui fait

un écart de 16-1=15 postes), et pour les agents à 50%, cet écart est de $\frac{8}{23}$ (ils devraient occuper $50\% * 20 = 10$ postes, ce qui fait un écart de 10-2=8 postes), et α vaut alors $\max\{\frac{15}{23}, \frac{8}{23}\} = \frac{15}{23}$.

- Équité (valeur de la fonction objectif 3) et temps d'exécution

  Le tableau 3.13 contient les résultats obtenus pour chaque sous-instance.

  Toutes les sous-instances sont résolues dans le temps imparti (10 minutes), dont 27 optimalement sur 66. De plus, il y a une cohérence avec les résultats de la phase 2 : en effet, les sous-instances non résolues optimalement dans la phase 2 sont dans la majeure partie des cas également non résolues optimalement dans la phase 3.

  On peut noter que pour toutes les sous-instances comportant un seul type de contrat (sous-instances associées aux instances 7, 18 et 21), α vaut 0. Ceci est normal puisque dans ces sous-instances tous les agents suivent la même *séquence de postes*.

  Pour chaque instance, la meilleure valeur est soulignée dans le tableau. Globalement les pourcentages sont peu différents au sein d'une même instance. On note cependant des écarts conséquents pour 6 d'entre elles (instances 1, 4, 11, 22, 24 et 25), avec une variation allant jusqu'à 21% pour l'instance 22.

  Sur les 20 instances résolues, 11 des solutions retenues comme solutions finales (en gras dans le tableau) sont celles ayant la meilleure valeur de α parmi toutes les sous-instances, et pour 5 autres (instances 2, 3, 17, 19 et 25), les valeurs sont proches de la meilleure solution. Les valeurs sont moins bonnes pour seulement 4 instances (25% contre 7% pour l'instance 1, 20% contre 2% pour l'instance 4, 25% contre 4% pour l'instance 22, et 20% contre 6% pour l'instance 24).

- Comparaison avec les solutions du CHU

  Le tableau 3.14 présente une comparaison entre les solutions finales de notre modèle et les solutions du CHU en terme d'équité.

  On peut voir que les solutions proposées par le CHU sont plus équitables pour la majorité des instances résolues (mais nous rappelons que les contraintes ne sont pas toutes respectées que pour l'instance 21). Il est de plus intéressant de noter que le MILP permet de trouver des solutions au moins aussi bonnes en terme d'équité sur 7 instances sur 20, tout en respectant toutes les contraintes.

Le tableau 3.15 indique l'amélioration obtenue en terme d'équité entre les solutions de la phase 2 et les solutions de la phase 3. On observe que pour 40 sous-instances, il n'y a pas d'amélioration entre les deux solutions, cependant, 19 de ces résultats sont optimaux.

Instances	Durée du cycle (en semaines)											
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
1						**0.25$^{(*)}$ 0.3**	0.07$^{(*)}$ 0.67	0.25$^{(*)}$ 3.83	0.25$^{(*)}$ 4.12	0.25$^{(*)}$ 338.5	0.18 600	0.25 600
2						**0.03 600**		0.01 600				
3								**0.13 600**		0.1 600		
4				**0.2$^{(*)}$ 1.73**			0.03$^{(*)}$ 15.58	0.03$^{(*)}$ 89.14	0.02$^{(*)}$ 87.55	0.04$^{(*)}$ 341.59	0.02$^{(*)}$ 133.21	0.03$^{(*)}$ 40.01
5										**0.01$^{(*)}$ 94.31**		
6												
7					**0$^{(*)}$ 0.02**					0$^{(*)}$ 0.02		
8												
9												
10						**0.04 600**						0.04 600
11						0.17$^{(*)}$ 0.31				**0.06$^{(*)}$ 215**		0.15$^{(*)}$ 0.66
12												
13						**0.07$^{(*)}$ 5.37**						0.04 600
14												
15								**0.1 600**				
16												**0.08$^{(*)}$ 17.11**
17		0.02$^{(*)}$ 3.06		0.02 600		**0.02 600**		0.02 600		0.01 600		0.01 600
18										**0$^{(*)}$ 0.09**		
19				**0.06$^{(*)}$ 113.57**		0.04 600		0.03 600		0.03 600		0.02 600
20						**0.07 600**		0.09 600		0.11 600		0.08 600
21					**0$^{(*)}$ 0.03**					0$^{(*)}$ 0.03		
22								**0.25 600**		0.04 600		
23										**0.04 600**		
24			**0.2 600**	0.25 600	0.16 600	0.07 600	0.06 600	0.08 600	0.08 600	0.12 600	0.11 600	0.06 600
25				**0.25$^{(*)}$ 0.19**		0.33 600		0.25$^{(*)}$ 13.06		0.2$^{(*)}$ 147.58		0.25 600

TABLE 3.13 – Valeur de la fonction objectif 3 et temps de résolution (en secondes) pour les sous-instances réalisables

En moyen le pourcentage d'amélioration est de 57% (80% si on ne comptabilise pas les 19 solutions qui sont optimales dès le début sans possibilité d'amélioration).

	Equité		Durée de cycle		Temps (s)	Optimal ?
Instance	**CHU**	**MIPL**	**CHU**	**MIPL**		
1	**0.07**	0.25	7	6	0.3	Oui
2	**0.03**	**0.03**	14	6	600	Non
3	1	**0.13**	9	8	600	Non
4	**0.11**	0.2	12	4	1.73	Oui
5	**0.01**	**0.01**	10	10	94.31	Oui
6	0.01	>	22	>	>	Non résolue en phase 1
7	**0**	**0**	24	5	0.02	Oui
8	0.02	-	22	-	-	Infaisable
9	0.04	-	26	-	-	Infaisable
10	**0.03**	0.04	14	6	600	Non
11	0.08	**0.06**	26	10	215	Oui
12	0.03	-	7	-	-	Infaisable
13	**0.02**	0.07	24	6	5.37	Oui
14	0.1	-	14	-	-	Infaisable
15	**0.03**	0.1	12	8	600	Non
16	**0.01**	0.08	15	12	17.11	Oui
17	**0.005**	0.02	24	6	600	Non
18	**0**	**0**	10	10	0.09	Oui
19	**0.02**	0.06	12	4	113.57	Oui
20	0.09	**0.07**	9	6	600	Non
21	**0**	**0**	10	5	0.03	Oui
22	**0.04**	0.25	10	8	600	Non
23	**0.03**	0.04	10	10	600	Non
24	**0.1**	0.2	9	3	600	Non
25	**0.04**	0.25	12	4	0.19	Oui

TABLE 3.14 – Comparaison des solutions du CHU avec celles du modèle mathématique pour l'objectif 3

3.3.4 Récapitulatif

Le tableau 3.16 récapitule les résultats des 3 étapes. Dans ce tableau, les valeurs en gras correspondent aux valeurs obtenues par le MILP qui sont au moins aussi bonnes que celles du CHU.

On voit dans ce tableau que les résultats obtenus par le modèle mathématique sont meilleurs ou aussi bons que les résultats du CHU sur les deux premiers critères pour 18 instances sur les 20 réalisables. Concernant les temps d'exécution, 19 instances sur les 20 résolues le sont optimalement et en moins de 1826 secondes (30 minutes) au total.

Instances	Durée de cycle (en semaines)											
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
1						0%(*)	0%(*)	0%(*)	0(*)	0%(*)	0%	0%
2						0%		33%				
3								0%		0%		
4				50%(*)			699%(*)	300%(*)	500%(*)	200%(*)	999%(*)	150%(*)
5										0%(*)		
6												
7					0%(*)					0%(*)		
8												
9												
10						0%(						0%
11						0%(*)				0%(*)		0%(*)
12												
13						7%(*)						100%
14												
15								7%				
16												0%(*)
17		50%(*)		50%		50%		43%		20%		50%
18										0%(*)		
19				0%(*)		33%		33%		50%		67%
20						133%		0%		25%		0%
21					0%(*)					0%(*)		
22								0%		0%		
23										0%		
24			0%	0%	0%	0%	0%	79%	0%	20%	0%	0%
25				0%(*)		0%		0%(*)		0%(*)		

TABLE 3.15 – Pourcentage d'amélioration de l'objectif 3 entre la solution initial et la solution finale.

L'instance 23 n'est résolue optimalement à aucune des étapes, et son traitement atteint la limite des 3600 secondes (1h) autorisées au total.

3.4 Conclusion

La modélisation de la phase tactique montre que nous sommes capables dans une majorité de cas de trouver des résultats optimaux qui améliorent la solution proposée par l'hôpital et respectent toutes les contraintes. On constate de plus dans certains cas, que la valeur de durée de cycle est parfois fixée par le cadre de façon inappropriée.

Toutefois, le modèle peut être utilisé avec une valeur de durée de cycle injectée par un décideur si cela semble souhaitable et permet par la suite de travailler sur les différents objectifs. Nous constatons cependant dans nos analyses qu'il reste différentes instances pour lesquelles aucune solution admissible n'est atteignable, notamment parce qu'il n'est pas possible de répartir les postes en respectant l'ensemble des contraintes légales auxquelles sont soumises les différentes populations, et qu'il serait sans doute judicieux de modifier la composition de l'équipe pour couvrir une *maquette* donnée. C'est pourquoi nous avons

	Durée de cycle		**Nb min de *Jca***		**Scores *Jca***		**Équité**		**Tps total**	**Faisable ?**
Instance	**CHU**	**MIPL**	**CHU**	**MIPL**	**CHU**	**MIPL**	**CHU**	**MIPL**	(en s)	
1	7	6	0	**0**	521.14	**640**	0.07	0.25	4.5	oui
2	14	6	0	**2**	303.42	**456**	0.03	**0.03**	1817.66	oui
3	9	8	1	**1**	55402.67	**67767**	1	**0.13**	1825.98	oui
4	12	4	1	**1**	**333**	**333**	0.11	0.2	2.6	oui
5	10	10	1	**1**	480.8	**828**	0.01	**0.01**	105.6	oui
6	22	>	4	>	4394.18	>	0.01	>	>	?
7	24	5	0	**1**	6.5	**10**	0	**0**	0.04	oui
8	22	-	2	-	834.09	-	0.02	-	-	NON
9	26	-	4	-	70249.84	-	0.04	-	-	NON
10	7	-	0	**1**	58.29	**102**	0.03	0.04	784.23	oui
11	26	10	4	**5**	5289.08	**8112**	0.08	**0.06**	342.71	oui
12	7	-	1	-	67.29	-	0.03	-	-	NON
13	24	6	1	**1**	2491.67	**3344**	0.02	0.07	923.77	oui
14	14	-	2	-	27226.5	-	0.1	-	-	NON
15	12	8	1	**2**	12122.08	**14438.64**	0.03	0.1	1806.69	oui
16	15	12	1	**3**	14569.33	**19273.33**	0.01	0.08	1326.81	oui
17	24	6	4	**5**	309.5	**558**	0.005	0.02	1803.36	oui
18	10	10	3	**3**	**93.3**	80	0	**0**	74.35	oui
19	12	4	0	**1**	38.5	**48**	0.02	0.06	145.64	oui
20	9	6	1	**1**	2179.56	**3533.33**	0.09	**0.07**	714.76	oui
21	10	5	0	**0**	0	**16**	0	0	0.09	oui
22	10	8	1	**3**	4279.2	**4289.25**	0.04	0.25	1818.48	oui
23	10	10	2	1	**407.6**	347.60	0.03	0.04	3600	oui
24	9	3	1	**3**	431.11	**740**	0.1	0.2	839.12	oui
25	12	4	0	**1**	894	**1054**	0.04	0.25	29.49	oui

TABLE 3.16 – Comparaison des solutions finales du MILP avec les solutions du CHU

concentré la suite de notre démarche sur l'analyse de la composition de l'équipe afin de chercher comment éviter les situations sans solutions réglementaires.

Chapitre 4

Phase stratégique

L'objectif de la phase stratégique est de déterminer la composition de l'équipe en termes de nombre d'agents pour chaque type de contrat pour, suivant la situation, soit constituer une équipe à partir de zéro, soit compléter une équipe existante. Cette phase est très importante : en effet, une mauvaise composition d'équipe (en terme de nombre total d'agents mais aussi de leur répartition sur les différents types de contrat) peut entraîner des difficultés dans les phases suivantes (pas de cycle couvrant tous les besoins dans la phase tactique, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, ou difficulté de gestion des congés dans la phase opérationnelle).

Dans ce chapitre, nous commençons par présenter formellement le problème tel que le CHU l'aborde aujourd'hui, puis nous proposons une modélisation mathématique. Dans un deuxième temps nous proposons des contraintes supplémentaires visant à éviter les situations de blocage à la phase tactique (équipes pour lesquelles il n'existe pas de cycle réalisable). Pour terminer, les deux modèles sont testés sur un ensemble d'instances générées aléatoirement.

4.1 Présentation formelle du problème

4.1.1 Données d'entrée

À partir de la description présentée dans la section 1.2.4, nous considérons les données d'entrée suivantes :

— un *effectif requis* rs (required staff) exprimé en *ETP*,

— un *effectif budgété* bs (budgeted staff) exprimé en *ETP*,

— une *maquette* contenant les besoins r_{ij} pour chaque type de poste $i \in S$, et chaque jour j de la semaine ($j \in \mathcal{T}$),

— un ensemble $\mathcal{C}$ de nc types de contrat,

— un coût c_l (exprimé en pourcentage du coût d'un contrat à temps plein) pour chaque type de contrat $l \in \mathcal{C}$,

— un pourcentage minimal $pmin$ d'agents à temps partiel à inclure dans l'équipe,

— un pourcentage minimal $pmin_{80\%}$ d'agents à 80% à inclure dans les personnes à temps partiel,

— un nombre minimal d'agents min_l à inclure dans l'équipe pour chaque type de contrat $l \in \mathcal{C}$,

— un nombre maximal d'agents max_l à inclure dans l'équipe pour chaque type de contrat $l \in \mathcal{C}$,

4.1.2 Contraintes

Dans la section 1.2.4, nous avons mentionné le fait que les contraintes sont plus ou moins respectées dans la pratique. Cependant, pour en mener une étude pertinente et garantir l'acceptabilité des résultats, nous considérons que toutes ces contraintes sont dures et se formalisent de la façon suivante :

1. l'*effectif affecté* (exprimé en ETP) doit être supérieur ou égal à *l'effectif budgété*. L'objectif étant de minimiser le coût total de l'équipe construite, on garantit avec cette contrainte d'être au plus près du budgété, supérieurement. *L'effectif budgété* étant généralement très peu supérieur au requis, voire pas du tout, nous avons fait le choix de ne pas être au plus près inférieurement, ce qui augmenterait le risque que l'effectif soit insuffisant. Si le budgété est égal ou supérieur au requis, on a ainsi une équipe capable de couvrir la quantité de travail en théorie, sinon, il s'agit d'un choix, suite à un accord entre le cadre et les RH.
2. le nombre total d'agents doit être supérieur ou égal à deux fois la somme des besoins du dimanche, puisque nous avons vu qu'un agent, quel que soit son type de contrat, travaille au plus un dimanche sur deux. Nous noterons LB_{na} cette borne inférieure, qui vaut donc $2 \times \sum_{i \in S} r_{i7}$,
3. le pourcentage d'agents à temps partiel doit être supérieur à $pmin$,
4. le pourcentage d'agents à 80% doit représenter au moins $pmin_{80\%}$% des agents à temps partiel,
5. le nombre d'agents en contrat l est au minimum égal à min_l pour chaque type de contrat $l \in \mathcal{C}$,

6. le nombre d'agents en contrat l est au maximum égal à max_l pour chaque type de contrat $l \in \mathcal{C}$.

4.1.3 Objectif

L'objectif le plus important pour le CHU est la minimisation des coûts de personnel. Cependant, plusieurs compositions d'équipes peuvent être équivalentes en terme de coût : par exemple le coût d'une équipe de 3 agents à temps plein est équivalent au coût d'une équipe de 6 agents à 50% (*cf* Tableau de coûts 1.2). En pratique, les contraintes 3 et 4 ci-dessus permettent de forcer l'intégration de personnels à temps partiels lorsqu'il y en a, mais dans le cas général, comme il est plus compliqué de trouver des candidats à temps partiel qu'à temps plein, l'objectif secondaire du CHU est la maximisation du nombre d'agents à temps plein. Pour traiter ces deux objectifs, nous proposons une méthode lexicographique consistant d'abord à minimiser le coût de personnel, puis ensuite à maximiser le nombre d'agents à temps plein.

4.2 Modélisation mathématique initiale

La modélisation mathématique du problème utilise pour chaque type de contrat $l \in \mathcal{C}$ une variable nc_l égale au nombre d'agents de ce type de contrat.

On peut noter que le nombre total d'agents ne peut dépasser 2 fois *l'effectif affecté*. En effet, un agent travaille au moins à 50%. Cependant, *l'effectif affecté* pouvant être supérieur à *l'effectif requis* rs et à l'effectif budgeté bs, nous proposons d'utiliser comme borne supérieure du nombre d'agents $UB_{na} = \lceil 3 \times rs \rceil$. Ainsi, nous pouvons considérer que chaque variable nc_l prend ses valeurs dans $\{1, \ldots, UB_{nc_l}\}$, avec $UB_{nc_l} = \left\lceil \frac{50\%}{l} \times UB_{na} \right\rceil$, et la somme des valeurs de ces variables doit être inférieure ou égale à UB_{na}.

Les paramètres sont résumés dans le tableau 4.1, et les variables dans le tableau 4.2.

La modélisation obtenue est donnée ci-dessous (les contraintes sont numérotées dans le même ordre que dans la section 4.1.2) :

$$\sum_{l \in \mathcal{C}} l \times nc_l \geq bs \tag{4.1}$$

$$\sum_{l \in \mathcal{C}} nc_l \geq LB_{na} \tag{4.2}$$

Parametre	Description
rs	Effectif requis
bs	Effectif budgété
LB_{na}	Borne inférieure du nombre d'agents de l'équipe
UB_{na}	Borne supérieure du nombre d'agents de l'équipe
$\mathcal{C}$	Ensemble des types de contrat
UB_{nc_l}	Borne supérieure du nombre d'agents en contrat $l \in \mathbb{C}$
p_l	Pourcentage de *temps de travail* d'un agent en contrat $l \in \mathcal{C}$
c_l	Coût d'un agent en contrat $l \in C$ (exprimé en pourcentage du coût d'un agent à temps plein)
min_l	Minimum d'agents du type $l \in \mathcal{C}$
max_l	Maximum d'agents du type $l \in \mathcal{C}$
$pmin$	Pourcentage minimal d'agents à temps partiel
$pmin_{80\%}$	Pourcentage minimal d'agents à 80% parmi les agents à temps partiels

TABLE 4.1 – Paramètres utilisés dans la modélisation mathématique initiale du problème stratégique

Variable	Description
nc_l	Nombre d'agents en contrat $l \in \mathcal{C}$

TABLE 4.2 – Variable utilisée dans la modélisation mathématique initiale du problème stratégique

$$\sum_{l \in \mathcal{C} \setminus \{100\%\}} nc_l \geq pmin \times \sum_{l \in \mathcal{C}} nc_l \tag{4.3}$$

$$nc_{80\%} \geq pmin_{80\%} \times \sum_{l \in \mathcal{C} \setminus \{100\%\}} nc_l \tag{4.4}$$

$$nc_l \geq min_l, \ \ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.5}$$

$$nc_l \leq max_l, \ \ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.6}$$

Nous pouvons de plus ajouter la contrainte bornant supérieurement le nombre total d'agents de l'équipe :

$$\sum_{l \in \mathcal{C}} nc_l \leq UB_{na} \tag{4.7}$$

Enfin les contraintes 4.8 définissent le domaine des variables nc_l :

$$nc_l \in \{0, 1, \ldots, UB_{nc_l}\}, \ \ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.8}$$

La fonction objectif de minimisation du coût s'exprime comme suit :

$$\min \sum_{l \in \mathcal{C}} c_l \times nc_l$$

Et celle de maximisation du nombre d'agents à temps plein donne :

$$\max \ nc_{100\%}$$

Nous résolvons dans un premier temps le modèle avec uniquement la première fonction objectif. Par la suite, la résolution est relancée après ajout dans le modèle d'une nouvelle contrainte imposant un coût égal à celui obtenu lors de cette première exécution et en cherchant à maximiser la deuxième fonction objectif.

4.3 Modélisation mathématique améliorée

Nous avons vu dans le chapitre précédent que pour certaines instances (*i.e.* certaines compositions d'équipe), il n'existe pas de cycle réalisable. Nous proposons dans cette section d'intégrer des contraintes additionnelles au modèle ci-dessus afin d'interdire certaines de ces situations au moment de la création de l'équipe. Nous présentons ces nouvelles contraintes dans les sections suivantes. Certaines sont directement issues de la phase tactique, d'autres sont tirées de propriétés que nous proposons et démontrons. Les paramètres et variables nécessaires à leur modélisation et qui seront introduites dans chacune de ces sections, sont résumés dans les tableaux 4.3 et 4.4 respectivement.

4.3.1 Contraintes additionnelles

Contraintes de répartition des postes sur les agents

Considérons une durée de cycle de nw semaines, un poste $i \in \mathcal{S}$ et un jour $j \in \mathcal{T}$. Alors le besoin global en poste i durant un cycle est $nw \times r_{ij}$. Ce nombre doit être réparti sur les différents agents, chaque agent d'un même type de contrat devant effectuer le même nombre de postes (puisqu'ils suivent le même cycle). Si nous notons n_{ijl} le nombre de

Paramètre	Description
$\mathcal{T} = \{1, \ldots, 7\}$	Ensemble des types de jour de la semaine
$\mathcal{S}$	Ensemble des postes de travail
ρ	Poste de type *Jca*
ν	Poste fictif de type repos
r_{ij}	Besoins de personnel pour le poste $i \in \mathcal{S}$ le jour $j \in \mathcal{T}$
ps_l	Pourcentage de dimanches travaillés pour un agent en contrat $l \in C \backslash \{100\%\}$ proportionnellement au nombre fait par un agent à temps plein
h_l	Nombre moyen hebdomadaire d'heures travaillées par un agent en contrat $l \in \mathcal{C}$
d_i	Durée de travail du poste $i \in \mathcal{S}$
d_{min}	Durée minimale de travail d'un poste
d_{max}	Durée maximale de travail d'un poste

TABLE 4.3 – Paramètres additionnels utilisés dans la formulation améliorée

Variable	Description
Y_{ijkl}	1 si le nombre de postes de type $i \in \mathcal{S}$ occupés les jours de type $j \in \mathcal{T}$ du cycle par un seul agent en contrat $l \in \mathcal{C}$ est k, 0 sinon
nw	Nombre de semaines du cycle
P_{ijkl}	Nombre de postes de type $i \in S$ occupés sur les jours de type $j \in \mathcal{T}$ par l'ensemble des agents en contrat $l \in \mathcal{C}$ si chacun en fait k, 0 sinon

TABLE 4.4 – Variables additionnelles

postes i occupés un jour j du cycle par un agent en contrat l, alors la contrainte suivante doit être respectée : $\sum_{l \in \mathcal{C}} nc_l n_{ijl} = nw \times r_{ij}$, $\forall i \in \mathcal{S}$, $\forall j \in \mathcal{T}$.
Ainsi par exemple si l'on considère une équipe composée de 6 agents à temps plein, et si les besoins en postes de Matin le lundi est de 3, alors pour une durée de cycle de 5 semaines, le besoin global des lundis du cycle en poste de Matin sera de $3 \times 5 = 15$. Pour que ces besoins soient répartis sur les agents de telle sorte que tous les agents effectuent le même nombre de postes, la contrainte suivante devra être respectée : $6 \times x = 15$, avec x le nombre de postes i du cycle occupés par les agents un lundi. Cette équation n'ayant pas de solution entière, on peut en déduire que le cycle ne peut avoir une durée de 5 dans ce cas.
Si on considère un autre exemple avec 6 agents à temps plein et 2 à 80%, avec ce même besoin en poste de Matin le lundi, la répartition de ces postes sur les deux populations sur un cycle de 5 semaines implique alors la contrainte $6x + 2y = 3 \times 5$, avec x le nombre

de postes de Matin le lundi occupés par des agents à temps plein, et y celui des agents à 80%. Un cycle de 5 semaines sera alors faisable en terme de répartition de postes s'il existe des valeurs de x et y vérifiant cette équation.

Afin de s'assurer qu'il existe une durée de cycle compatible avec la composition de l'équipe en terme de répartition des postes, nous proposons d'ajouter au modèle une variable nw afin de modéliser les contraintes ci-dessus. Ainsi, si une solution est trouvée, alors il existe au moins une durée de cycle compatible (en terme de répartition des postes) avec la composition d'équipe, même si ce n'est pas forcément celle qui sera retenue dans la phase tactique.

En plus de la variable nw, nous ajoutons des variables Y_{ijkl}, $\forall i \in \mathcal{S} \cup \{\rho, \nu\}, j \in \mathcal{T}, k \in \{0, 1, \ldots, 12\}, l \in \mathcal{C}$. Ici ρ représente un poste de type *Jca*, et ν un poste fictif de type repos. Les variables Y_{ijkl} sont des variables booléennes, égales à 1 si le nombre de postes de type i occupés les jours de type j sur la durée d'un cycle par un agent en contrat l vaut k, et 0 sinon. La valeur de k ne peut dépasser 12, qui est la durée maximale du cycle et donc le nombre maximal de jours de type j durant lesquels un agent peut occuper un poste donné. Nous ajoutons également des variables entières P_{ijkl} $\forall i \in \mathcal{S} \cup \{\rho, \nu\}, j \in \mathcal{T}, k \in \{0, 1, \ldots, 12\}, l \in \mathcal{C}$ correspondant au nombre de postes de type i occupés les jours de type j par tous les agents en contrat l, si chaque agent en contrat l effectue k postes de ce type, et 0 sinon. Ainsi par exemple, pour une équipe composée de 4 agents à temps plein, si chaque agent effectue 6 postes de Matin le lundi, la variable $Y_{M,1,6,100\%}$ sera égale à 1, et $P_{M,1,6,100\%}$ sera égale à $6 \times 4 = 24$

Les contraintes s'expriment alors grâce à l'ensemble de contraintes suivantes :

$$\sum_{k=0}^{12} Y_{ijkl} = 1, \quad \forall i \in \mathcal{S} \cup \{\rho, \nu\}, \ \forall j \in \mathcal{T}, \ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.9}$$

$$P_{ijkl} \leq k \times UB_{nc_l} \times Y_{ijkl}, \ \forall i \in \mathcal{S} \cup \{\rho, \nu\}, \ \forall j \in \mathcal{T}, \ \forall k \in \{0, \ldots, 12\}, \ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.10}$$

$$P_{ijkl} \leq k \times nc_l, \ \forall i \in \mathcal{S} \cup \{\rho, \nu\}, \ \forall j \in \mathcal{T}, \ \forall k \in \{0, \ldots, 12\}, \ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.11}$$

$$P_{ijkl} \geq k \times nc_l - (1 - Y_{ijkl}) \times k \times UB_{nc_l}, \quad \forall i \in \mathcal{S} \cup \{\rho, \nu\}, \quad \forall j \in \mathcal{T}, \quad \forall k \in \{0, \ldots, 12\}, \quad \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.12}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{S} \cup \{\rho,\nu\}} \sum_{k=0}^{12} k \times Y_{ijkl} \leq nw, \quad \forall j \in \mathcal{T}, \quad \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.13}$$

$$\sum_{l \in \mathcal{C}} \sum_{k=0}^{12} P_{ijkl} = nw \times r_{ij} \quad \forall i \in \mathcal{S}, \quad \forall j \in \mathcal{T} \tag{4.14}$$

Les contraintes 4.9 imposent que Y_{ijkl} soit égale à 1 pour une seule valeur de k pour chaque type de poste i, chaque type de jour j et chaque type de contrat l. Les contraintes 4.10 relient les variables P_{ijkl} et Y_{ijkl} : si pour le poste i des jours de type j les agents en contrat l n'effectuent pas un nombre k de postes (*i.e.* si $Y_{ijkl} = 0$), alors $P_{ijkl} = 0$. Dans cette contrainte, $k \times UB_{nc_l}$ est une borne supérieure du nombre de postes de type i que les agents d'un même type de contrat (qui sont au plus UB_{nc_l}) peuvent occuper sur la durée du cycle si chaque agent occupe k postes i durant le cycle. Les contraintes 4.11 et 4.12 relient les variables P_{ijkl} et les variables nc_l : s'il n'y a pas d'agents en contrat l (*i.e.* $nc_l = 0$), alors les variables P_{ijkl} sont nulles aussi (4.11). Sinon il existe une valeur de k telle que $Y_{ijkl} = 1$ et que $P_{ijkl} = k \times nc_l$ (contraintes 4.11 et 4.12). Les contraintes 4.13 relient les variables Y_{ijkl} et nw : un cycle faisant au plus nw semaines, chaque agent ne pourra occuper plus de nw postes sur les jours j de chaque semaine du cycle. Finalement, les contraintes 4.14 répartissent les postes sur les agents.

Nombre d'heures hebdomadaires travaillées

Une des contraintes de la phase tactique est que le nombre d'heures travaillées par un agent doit être strictement inférieur au nombre d'heures stipulé dans son contrat (h_l) plus la durée minimale d'un poste (d_{min}). Une autre impose que ce nombre d'heures travaillées soit supérieur au nombre d'heures stipulé dans le contrat moins la durée minimale d'un poste. Ces contraintes peuvent être facilement ajoutées au modèle en utilisant les variables nw et Y_{ijkl}, et en supposant que la durée d'un poste *Jca* est d_{min} dans la première

contrainte, et d_{max} dans la deuxième :

$$\sum_{i\in\mathcal{S}}\sum_{j\in\mathcal{T}}\sum_{k=0}^{12} k \times Y_{ijkl} \times d_i + \sum_{j\in\mathcal{T}}\sum_{k=0}^{12} k \times Y_{\rho jkl} \times d_{min} < h_l * nw + d_{min},\ \forall l \in \mathcal{C} \qquad (4.15)$$

$$\sum_{i\in\mathcal{S}}\sum_{j\in\mathcal{T}}\sum_{k=0}^{12} k \times Y_{ijkl} \times d_i + \sum_{j\in\mathcal{T}}\sum_{k=0}^{12} k \times Y_{\rho jkl} \times d_{max} > h_l * nw - d_{min},\ \forall l \in \mathcal{C} \qquad (4.16)$$

Nombre maximum de dimanches travaillés par les agents

Comme indiqué dans le chapitre 3 (section 1.3.1), les agents à temps plein travaillent au maximum 1 dimanche sur 2, les agents à 90% et 80% travaillent au maximum le même nombre de dimanches qu'un agent à temps plein, mais pour les agents en contrat à 75% et 70% le nombre maximum de dimanches travaillés est égal à 75% du nombre de dimanches travaillés par les temps pleins, et pour les agents en contrat à 60% et 50% il est au maximum égal à 60% de ce nombre.

Le nombre maximum de dimanches travaillés par chaque agent sur une période donnée dépend donc de la durée du cycle. Ainsi par exemple, sur un cycle de 12 semaines, un agent à temps plein travaillera au maximum 6 dimanches, alors qu'un agent à 50% travaillera au maximum $60\% \times 6 = 3.6$, soit 3 dimanches. Alors que sur un cycle de 6 semaines, un agent à temps plein travaillera au maximum 3 dimanches, et un agent à 50% au plus $60\% \times 3 = 1.8$, soit 1 dimanche. Quand on passe d'un cycle de 12 semaines à un cycle de 6 semaines, le nombre de dimanches maximum travaillés par les agents à 50% n'est donc pas simplement divisé par 2. Nous proposons d'ajouter au modèle la contrainte ci-dessous afin de tenir compte des spécificités de chaque type de contrat :

$$\sum_{i\in\mathcal{S}\cup\{\rho\}}\sum_{k=1}^{12} k \times Y_{i7kl} \leq ps_l \times 0.5 \times nw,\ \ \forall l \in \mathcal{C} \qquad (4.17)$$

où $0.5 \times nw$ correspond au nombre maximum de dimanches travaillés pour un agent à temps plein sur un cycle de nw semaines, et ps_l est le pourcentage de dimanches travaillés par les agents en contrat l par rapport à un agent à temps plein.

Il est à noter que les contraintes exactes devraient être

$$\sum_{i \in \mathcal{S} \cup \{\rho\}} \sum_{k=1}^{12} k \times Y_{i7kl} \leq \lfloor ps_l \times \lfloor 0.5 \times nw \rfloor \rfloor, \ \ \forall l \in \mathcal{C}$$

Cependant, pour que ces contraintes soient linéaires, il n'est pas possible de conserver les opérateurs de partie entière. La contrainte que nous proposons reste cependant correcte puisque $\lfloor ps_l \times \lfloor 0.5 \times nw \rfloor \rfloor \leq ps_l \times 0.5 \times nw$.

4.3.2 Récapitulation du modèle complet

Le modèle mathématique amélioré est récapitulé ci-dessous :

$$\min \sum_{l \in \mathcal{C}} c_l \times nc_l$$

$$\max \ nc_{100\%}$$

s.t.

$$\sum_{l \in \mathcal{C}} p_l \times nc_l \geq bs \tag{4.1}$$

$$\sum_{l \in \mathcal{C}} nc_l \geq LB_{na} \tag{4.2}$$

$$\sum_{l \in \mathcal{C} \setminus \{100\%\}} nc_l \geq pmin \times \sum_{l \in \mathcal{C}} nc_l \tag{4.3}$$

$$nc_{80\%} \geq pmin_{80\%} \times \sum_{l \in \mathcal{C} \setminus \{100\%\}} nc_l \tag{4.4}$$

$$nc_l \geq min_l, \ \ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.5}$$

$$nc_l \leq max_l, \ \ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.6}$$

$$\sum_{l \in \mathcal{C}} nc_l \leq UB_{na} \tag{4.7}$$

$$nc_l \in \{0, 1, \ldots, UB_{nc_l}\}, \ \ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.8}$$

$$\sum_{k=0}^{12} Y_{ijkl} = 1 \quad \forall i \in \mathcal{S} \cup \{\rho, \nu\},\ \forall j \in \mathcal{T},\ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.9}$$

$$P_{ijkl} \leq k \times UB_{nc_l} \times Y_{ijkl},\ \forall i \in \mathcal{S} \cup \{\rho, \nu\},\ \forall j \in \mathcal{T},\ \forall k \in \{0, \ldots, 12\},\ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.10}$$

$$P_{ijkl} \leq k \times nc_l,\ \forall i \in \mathcal{S} \cup \{\rho, \nu\},\ \forall j \in \mathcal{T},\ \forall k \in \{0, \ldots, 12\},\ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.11}$$

$$P_{ijkl} \geq k \times nc_l - (1 - Y_{ijkl}) \times k \times UB_{nc_l},\ \forall i \in \mathcal{S} \cup \{\rho, \nu\},\ \forall j \in \mathcal{T},\ \forall k \in \{0, \ldots, 12\},\ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.12}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{S} \cup \{\rho, \nu\}} \sum_{k=0}^{12} k \times Y_{ijkl} \leq nw,\ \forall j \in \mathcal{T},\ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.13}$$

$$\sum_{l \in \mathcal{C}} \sum_{k=0}^{12} P_{ijkl} = nw \times r_{ij}, \quad \forall i \in \mathcal{S},\ \forall j \in \mathcal{T} \tag{4.14}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{T}} \sum_{k=0}^{12} k \times Y_{ijkl} \times d_i + \sum_{j \in \mathcal{T}} \sum_{k=0}^{12} k \times Y_{\rho jkl} \times d_{min} < h_l * nw + d_{min},\ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.15}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{S}} \sum_{j \in \mathcal{T}} \sum_{k=0}^{12} k \times Y_{ijkl} \times d_i + \sum_{j \in \mathcal{T}} \sum_{k=0}^{12} k \times Y_{\rho jkl} \times d_{max} > h_l * nw - d_{min},\ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.16}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{S} \cup \{\rho\}} \sum_{k=1}^{12} k \times Y_{i7kl} \leq ps_l \times 0.5 \times nw,\ \forall l \in \mathcal{C} \tag{4.17}$$

$$nw \in \{1, \ldots, 12\} \tag{4.18}$$

$$Y_{ijkl} \in \{0, 1\},\ \forall i \in \mathcal{S} \cup \{\rho, \nu\},\ \forall j \in \mathcal{T},\ \forall k \in \{0, \ldots, 12\},\ \forall l \in \mathcal{C}, \tag{4.19}$$

$$P_{ijkl} \in \{0, \ldots, k \times UB_{nc_l}\},\ \forall i \in \mathcal{S} \cup \{\rho, \nu\},\ \forall j \in \mathcal{T},\ \forall k \in \{0, \ldots, 12\},\ \forall l \in \mathcal{C} \quad (4.20)$$

4.4 Génération d'instances

Dans le chapitre 3, nous utilisons des instances réelles issues de différents services du CHU. Celles-ci comportent une composition d'équipe existante et la *maquette* des besoins correspondante. Pour tester l'approche proposée dans ce chapitre, nous allons conserver uniquement les maquettes de ces instances et générer la composition d'équipe associée. De plus, afin de tester l'ensemble de la démarche de façon plus approfondie, nous allons également générer des maquettes aléatoires.

La section suivante liste les données à générer et la façon dont elles sont générées.

4.4.1 Caractéristiques des données générées

Cinq ensembles de données doivent être générés :

— les postes de travail, leur nombre, leur type, leur amplitude et leurs horaires ;

— les besoins en chaque type de poste pour chaque type de jour de la semaine ;

— l'*effectif budgété* ;

— les types de contrat, avec pour chaque type de contrat l le nombre d'heures de travail hebdomadaire h_l, le nombre d'agents minimal min_l et maximal max_l à inclure dans l'équipe, le pourcentage ps_l de dimanches travaillés par rapport à un agent à temps plein, le coût c_l exprimé en pourcentage du coût d'un contrat à temps plein ;

— le pourcentage minimal *pmin* d'agents à temps partiel à inclure dans l'équipe, etle pourcentage $pmin_{80\%}$ d'agents à 80% parmi les agents à temps partiel.

Postes de travail

Le nombre et les types de *poste de travail* sont des éléments fondamentaux de la création de la *maquette*, donc de la charge de travail que devra couvrir l'équipe composée lors de la phase stratégique. Après une étude des cas réels, nous proposons de considérer les postes listés dans le tableau 4.5 et de choisir aléatoirement pour chaque instance une combinaison de postes parmi les 6 présentées dans le tableau 4.6.

Poste	Heure de début	Heure de fin	Durée effective	Amplitude
M_1	6h	14h	7.5h	8h
M_2	7h	15h	7.5h	8h
J_1	9h	17h	7.5h	8h
J_2	10h	18h	7.5h	8h
J_3	11h	19h00	7.5h	8h
S_1	13h	21h00	7.5h	8h
S_2	14h	22h00	7.5h	8h
N	21h	7h le lendemain	10h	10h

TABLE 4.5 – Horaires des postes de travail considérés dans les instances aléatoires

Combinaison	Nombre de postes de travail	Type de postes
1	2	M_1, S_1
2	3	M_1, J_1, S_1
3	3	M_1, S_1, N
4	4	M_1, J_1, S_1, N
5	6	$M_1, M_2, J_1, J_2, S_1, S_2$
6	8	$M_1, M_2, J_1, J_2, J_3, S_1, S_2, N$

TABLE 4.6 – Combinaisons de types de postes de travail utilisées dans les instances aléatoires

Besoins

Dans les instances réelles, en général le nombre de personnes requises par jour pour chaque poste reste constant du lundi au vendredi. De la même façon, les besoins des samedi et dimanche sont égaux dans la plupart des cas, et moins élevés qu'en semaine. Pour construire les besoins, nous générons donc deux nombres aléatoires : le premier correspondant aux besoins de la semaine (r_{wd}), et le second aux besoins du week-end (r_{we}). Et nous proposons 4 types de *maquette* :

— **Type 1 :** petits besoins en semaine et pas de besoins le week-end.

— **Type 2 :** grands besoins en semaine et pas de besoins le week-end.

— **Type 3 :** petits besoins en semaine et petits besoins le week-end.

— **Type 4 :** grands besoins en semaine et grands besoins le week-end.

Les domaines de variation retenus pour r_{wd} et r_{we} dans chaque type de *maquette* sont présentés dans le tableau 4.7.

Pour que les instances soient similaires aux instances réelles, nous imposons de plus

Type de maquette	**Plage de variation**	
	r_{wd}	r_{we}
Type 1	[1 ;3]	0
Type 2	[3 ;9]	0
Type 3	[1 ;3]	[1 ;2]
Type 4	[3 ;9]	[2 ;4]

TABLE 4.7 – Plage de variation des besoins en semaine et le week-end.

que les besoins de postes de Jour et Soir sont inférieurs ou égaux aux besoins de postes de Matin, et que les besoins de postes de Nuit sont inférieurs ou égaux au minimum entre les besoins de postes de Matin, Jour et Soir s'ils sont différents de zéro.

Effectif budgété

Sur la base des maquettes ainsi générées, il est possible de calculer *l'effectif requis* à l'aide des équations de la section 1.2.2. Pour ces tests, nous supposons que *l'effectif budgété* est égal à *l'effectif requis* dans toutes les instances. En effet, *l'effectif budgété* est un résultat de négociation entre le cadre et les ressources humaines, dont nous ne pouvons pas prévoir le résultat. Dans les instances créées, nous pourrions faire varier *l'effectif budgété* autour du requis, cependant il est tout d'abord important ici d'étudier comment se comportent les solutions de notre méthode lorsqu'il n'y a aucun ajout au requis.

Types de contrat

Comme dans les instances réelles, nous considérons l'ensemble de types de contrat $\mathcal{C} = \{100\%, 90\%, 80\%, 75\%, 70\%, 60\%, 50\%\}$, avec les valeurs de paramètres donnés dans le tableau 4.8.

	100%	90%	80%	75%	70%	60%	50%
h_l	37.5	33.75	30	25.125	26.25	22.5	18.75
ps_l	-	100%	100%	75%	75%	60%	60%
c_l	1	91.43	85.71	75	70	60	50

TABLE 4.8 – Valeur des paramètres liés aux types de contrat

Nous avons de plus considéré pour ces instances qu'il n'y avait pas de nombre d'agents minimal min_l ou maximal max_l à respecter pour chaque type de contrat.

Valeurs de *pmin* et $pmin_{80\%}$

Comme pour les instances réelles, $pmin = 30\%$ et $pmin_{80\%} = 20\%$.

4.4.2 Nombre d'instances générées

Avec les 6 combinaisons de postes retenues et les 4 types de *maquette*, nous obtenons 24 classes d'instances. Nous proposons de générer 15 instances par classe, pour celles en contenant au moins 15 distinctes. Pour les autres, toutes les instances possibles sont créées (par exemple pour la combinaison 1 (postes de matin et soir) avec le type de *maquette* 1, il n'existe que 6 instances possibles). Le tableau 4.9 précise le nombre d'instances de chaque classe. Nous obtenons un total de 345 instances.

		Type de maquette			
		Type 1	**Type 2**	**Type 3**	**Type 4**
Conf. postes	**1**	6	15	15	15
	2	14	15	15	15
	3	10	15	15	15
	4	15	15	15	15
	5	15	15	15	15
	6	15	15	15	15

TABLE 4.9 – Nombre d'instances de chaque classe

4.5 Résultats

Nous avons lancé la résolution du modèle initial et du modèle amélioré sur les instances réelles, et sur les instances générées aléatoirement, avec un temps d'exécution maximal de 30 minutes par objectif.

4.5.1 Instances réelles

Le tableau 4.10 contient, chacun exprimé en *ETP*, *l'effectif requis*, calculé par la formule présentée dans la section 1.2.2 et *l'effectif budgété*, qui a été décidé par le CHU pour chacune des 25 instances. Dans ces instances, les valeurs des pourcentages minimal d'agents à temps partiel (*pmin*) et minimal d'agents à 80% parmi les agents à temps partiel ($pmin_{80\%}$) sont respectivement de 30% et 20%. De plus, le tableau 4.11 rappelle

le coût de chaque type de contrat (exprimé en pourcentage du coût d'un agent à temps plein).

	Effectif requis	**Effectif budgété**
1	6.36	5.7
2	13.15	12.8
3	10.37	9.95
4	11.19	10.85
5	9.61	9.9
6	21.49	21.65
7	5.03	5
8	10.11	10.3
9	36.04	34.3
10	6.57	6.7
11	22.5	23
12	6.57	6.6
13	8.34	8.4

	Effectif requis	**Effectif budgété**
14	13.65	13.6
15	11.38	11.4
16	13.65	14.3
17	21.23	22.2
18	8.85	10
19	6.07	6.3
20	8.34	8.35
21	12.07	10
22	8.34	9.65
23	10.11	10.15
24	8.35	9.15
25	6.32	6.3

TABLE 4.10 – *Effectif requis* et effectif budgété (exprimés en *ETP*) pour les instances réelles.

	Types de contrat						
	100%	90%	80%	75%	70%	60%	50%
c_l	100	91.43	85.71	75	70	60	50

TABLE 4.11 – Coût de chaque type de contrat (exprimé en pourcentage du coût d'un agent à temps plein)

Le tableau 4.12 contient les compositions d'équipes obtenues pour les instances réelles par le modèle initial, et le tableau 4.13 celles obtenues par le modèle enrichi. La colonne *Coût* contient le coût des équipes, exprimé en pourcentage du salaire d'un agent à temps plein, comme présenté dans la partie 1.2.4. Les deux dernières colonnes contiennent les temps d'exécution pour chacun des objectifs (un astérisque signifie que l'instance a été résolue optimalement).

On voit tout d'abord que les deux modèles permettent de trouver une solution pour toutes les instances. Le modèle initial trouve l'optimum pour chaque objectif pour toutes les instances, avec un temps moyen de résolution pour l'objectif 1 de 0.07 seconde, et pour l'objectif 2 de 0.07 seconde également, donc pour un temps moyen global de 0.14 seconde. L'optimum est trouvé par le modèle enrichi pour chaque objectif pour 19 des 25 instances.

	Nb d'agents par type de contrat							Nb total			Temps (s)	
Ins	**100%**	**90%**	**80%**	**75%**	**70%**	**60%**	**50%**	**d'agents**	**ETP**	**Coût**	**O1**	**O2**
1	3	0	1	0	1	2	0	7	5,70	5,76	0,34	0,16
2	10	0	1	0	0	0	4	15	12,80	12,86	0,12	0,05
3	7	0	1	1	2	0	0	11	9,95	10,01	0,04	0,08
4	8	0	1	1	1	1	0	12	10,85	10,91	0,1	0,07
5	7	0	1	2	0	1	0	11	9,90	9,96	0,05	0,02
6	16	0	2	1	1	1	4	25	21,65	21,76	0,1	0,14
7	3	0	1	0	1	0	1	6	5,00	5,06	0,08	0,03
8	8	0	1	0	0	0	3	12	10,30	10,36	0,04	0
9	27	0	3	0	1	2	6	39	34,30	34,47	0,02	0,06
10	4	0	1	0	1	2	0	8	6,70	6,76	0,15	0,14
11	18	0	2	0	0	4	2	26	23,00	23,11	0,04	0,27
12	4	0	1	0	1	1	1	8	6,60	6,66	0,08	0,14
13	6	0	1	0	0	1	2	10	8,40	8,46	0,02	0,03
14	10	0	1	2	1	1	0	15	13,60	13,66	0,04	0,08
15	9	0	1	0	0	1	2	13	11,40	11,46	0,02	0,07
16	11	0	1	2	0	0	2	16	14,30	14,36	0,03	0,04
17	17	0	2	0	0	1	6	26	22,20	22,31	0,02	0,02
18	7	0	1	2	1	0	0	11	10,00	10,06	0,03	0,02
19	4	0	1	0	0	0	3	8	6,30	6,36	0,03	0,04
20	5	0	1	1	1	1	1	10	8,35	8,41	0,01	0,02
21	7	0	1	2	1	0	0	11	10,00	10,06	0,04	0,01
22	7	0	1	1	0	1	1	11	9,65	9,71	0	0,06
23	7	0	1	1	0	1	2	12	10,15	10,21	0,15	0,09
24	7	0	1	1	0	1	0	10	9,15	9,21	0,08	0,07
25	4	0	1	0	0	0	3	8	6,30	6,36	0,09	0,05

TABLE 4.12 – Compositions d'équipe obtenues par le modèle initial pour les instances réelles

Pour ce modèle, le temps moyen de résolution pour l'objectif 1 est de 505,93 secondes, et pour l'objectif 2 de 290,68 secondes, avec un temps global moyen par instance de 796,61 secondes (environ 13 minutes).

Nous avons soumis les solutions du modèle initial aux contraintes 4.9 à 4.20 pour vérifier s'il existe au moins une durée de cycle faisable. Le tableau 4.14 indique pour chaque instance si la composition obtenue par le modèle initial est faisable ou non pour les contraintes 4.9 à 4.20 (colonne *Solution MI valide ?*), rappelle le coût des compositions de chaque modèle (colonnes *Coût MI* et *Coût ME* pour le modèle initial et le modèle enrichi respectivement), et précise le pourcentage d'augmentation entre ces deux coûts ('-' signifie qu'il n'y a pas d'augmentation).

Au total 21 compositions d'équipe optimales pour le modèle initial sont effectivement

	Nb d'agents par type de contrat							Nb total			Temps (s)	
Ins	**100%**	**90%**	**80%**	**75%**	**70%**	**60%**	**50%**	**d'agents**	**ETP**	**Coût**	**O1**	**O2**
1	3	0	1	0	2	0	1	7	5,70	5,76	9,17	2,47
2	10	0	1	0	0	0	4	15	12,80	12,86	24,34	7,22
3	4	2	2	1	0	3	0	12	9,95	10,09	1800	1800
4	8	0	1	1	1	1	0	12	10,85	10,91	74,95	0,31
5	7	0	1	0	3	0	0	11	9,90	9,96	52,79	0,27
6	16	0	2	3	0	3	0	24	21,65	21,76	176,41	3,31
7	3	0	1	0	1	0	1	6	5,00	5,06	1,07	0,14
8	8	0	1	0	0	0	3	12	10,30	10,36	79,67	1,53
9	5	10	10	5	5	5	5	45	34,75	35,46	1800	1800
10	4	0	1	0	2	0	1	8	6,70	6,76	36,57	2,35
11	12	4	4	0	6	0	0	26	23,00	23,29	1800	1800
12	4	0	1	0	0	3	0	8	6,60	6,66	19,32	3,59
13	6	0	1	0	0	1	2	10	8,40	8,46	6,69	0,54
14	10	2	1	0	0	0	2	15	13,60	13,69	1800	0,47
15	9	0	1	0	0	1	2	13	11,40	11,46	1800	12,22
16	11	0	1	0	1	3	0	16	14,30	14,36	271,59	0,51
17	9	12	3	0	0	0	0	24	22,20	22,54	1800	1800
18	7	0	1	0	0	2	2	12	10,00	10,06	67,41	0,23
19	4	0	1	2	0	0	0	7	6,30	6,36	5,75	0,25
20	5	0	1	1	0	3	0	10	8,35	8,41	77,22	4,2
21	7	0	1	2	1	0	0	11	10,00	10,06	57,45	0,14
22	7	0	1	1	0	1	1	11	9,65	9,71	10,33	22,18
23	7	0	1	1	0	1	2	12	10,15	10,21	852,54	0,66
24	7	0	1	1	0	1	0	10	9,15	9,21	14,3	4,11
25	4	0	1	2	0	0	0	7	6,30	6,36	10,63	0,28

TABLE 4.13 – Compositions d'équipe obtenues par le modèle enrichi pour les instances réelles

faisables et le modèle enrichi permet de montrer que celles des instances 9, 11, 14 et 17 sont infaisables (16% des 25 instances). Pour ces 4 instances, le modèle enrichi trouve une solution, mais qui n'est pas optimale, et pour ces instances le coût des équipes obtenues est supérieur de 1.21% en moyenne à celui des équipes du modèle initial. Ainsi, bien que les solutions du modèle enrichi pour ces instances ne soient pas optimales, on peut penser que les différentes contraintes ajoutées afin de prendre en compte la phase tactique nécessitent de mettre en place une composition d'équipe légèrement plus coûteuse. Ces compositions d'équipe ne seraient donc a priori pas privilégiées par le CHU en raison de leur coût, la démarche proposée montre cependant que cela entraîne des infaisabilités dans la phase de décision suivante, et donc une potentielle désorganisation régulière pour garantir les soins, que doit gérer le cadre dans les plannings.

Concernant les 21 instances pour lesquelles le modèle initial trouve des compositions

Instance	Solution MI valide ?	Coût MI	Coût ME	Augmentation
1	✓	5,7571	5,7571	-
2	✓	12,8571	12,8571	-
3	✓	10,0071	10,0928	0,86%
4	✓	10,9071	10,9071	-
5	✓	9,9571	9,9571	-
6	✓	21,7642	21,7642	-
7	✓	5,0571	5,0571	-
8	✓	10,3571	10,3571	-
9	Non	34,4713	35,464	2,88%
10	✓	6,7571	6,7571	-
11	Non	23,1142	23,2856	0,74%
12	✓	6,6571	6,6571	-
13	✓	8,4571	8,4571	-
14	Non	13,6571	13,6857	0,21%
15	✓	11,4571	11,4571	-
16	✓	14,3571	14,3571	-
17	Non	22,3142	22,5429	1,02%
18	✓	10,0571	10,0571	-
19	✓	6,3571	6,3571	-
20	✓	8,4071	8,4071	-
21	✓	10,0571	10,0571	-
22	✓	9,7071	9,7071	-
23	✓	10,2071	10,2071	-
24	✓	9,2071	9,2071	-
25	✓	6,3571	6,3571	-

TABLE 4.14 – Comparaison des coûts des équipes des modèles initial et enrichi pour les instances réelles

d'équipe valides :

— la composition d'équipe est la même que pour le modèle enrichi pour 10 instances : 2, 4, 7, 8, 13, 15, 21, 22, 23 et 24.

— pour 11 instances la composition d'équipe est différente mais de même coût, sauf pour une instance (instance 3) pour laquelle le modèle enrichi ne trouve pas la solution optimale. La différence de coût pour cette instance est de 0.86%.

Concernant l'objectif 2 (nombre d'agents à temps plein), à partir des tableaux 4.12 et 4.13 on constate que sa valeur est identique dans toutes les compositions d'équipe des deux modèles, sauf pour 4 instances :

— l'instance 3, pour laquelle le modèle enrichi ne trouve pas l'optimum et fournit une équipe contenant 4 agents à temps plein, contre 7 pour le modèle initial.

— 3 des 4 instances pour lesquelles la composition d'équipe du modèle initial n'est pas valide (instances 9, 11 et 17). Bien que la solution du modèle enrichi ne soit pas optimale pour ces instances, on peut penser que le respect des contraintes 4.9 à 4.20 implique de diminuer le nombre d'agents à temps plein (27, 18 et 17 dans les compositions d'équipe du modèle initial contre 5, 12 et 9 pour les compositions d'équipe du modèle enrichi pour les instances 9, 11 et 17 respectivement).

On peut noter que pour 7 instances le nombre total d'agents des équipes obtenues par les modèles initial et enrichi est différent. Pour 3 instances les équipes du modèle enrichi sont constituées de plus d'agents que celles du modèle initial (instances 3, 9 et 18 contenant respectivement 1, 6 et 1 agents de plus), et pour les 4 autres, elles contiennent moins d'agents (instances 6, 17, 19 et 25, contenant respectivement 1, 2, 1, et 1 agents de moins). Le respect des contraintes 4.9 à 4.20 ne semble donc pas corrélé au nombre d'agents des équipes. Enfin, si l'on s'intéresse maintenant au nombre *d'ETP* des équipes, on peut constater que toutes les solutions du modèle initial et du modèle enrichi respectent *l'effectif budgété*, sauf pour l'instance 9, résolue non optimalement par le modèle enrichi, qui dépasse légèrement *l'effectif budgété* (34,75 au lieu de 34,30). Cependant, nous rappelons que la solution du modèle initial, qui elle respecte strictement *l'effectif budgété*, n'est pas faisable.

4.5.2 Instances générées aléatoirement

Concernant les instances générées aléatoirement, le modèle initial trouve toutes les solutions en quelques secondes seulement. Les temps d'exécution du modèle enrichi sont plus longs, et la limite des 30 minutes par objectif est atteinte pour certaines instances. Le nombre d'instances résolues (et, entre parenthèses, le nombre d'instances résolues optimalement pour chaque objectif) sont donnés dans le tableau 4.15. Les temps d'exécution figurent dans le tableau 4.16.

Au total, le modèle enrichi permet de résoudre dans le temps imparti 326 instances sur les 345, dont 175 optimalement sur les deux objectifs (et 6 sur l'objectif 1 seulement). Les temps d'exécution sont en moyenne de 1728.68 secondes (28.8 minutes). Au vu de ces tableaux, les instances les plus difficiles à résoudre pour le modèle enrichi sont celles contenant un grand nombre de types de postes (configurations de postes 5 et 6).

		Type de maquette				
		Type 1	**Type 2**	**Type 3**	**Type 4**	**Total**
Conf. postes	**1**	6(6)/6	15(15)/15	15(8)/15	15(10)/15	51(39)/51
	2	14(14)/14	15(13)/15	15(6)/15	15(9)/15	59(42)/59
	3	10(10)/10	15(11)/15	15(9)/15	15(8)/15	55(38)/55
	4	15(15)/15	15(6)/15	15(7)/15	15(2)/15	60(30)/60
	5	15(9)/15	12(2)/15	15(4)/15	13(0)/15	55(15)/60
	6	15(9)/15	7(0)/15	15(2)/15	9(0)/15	46(11)/60
Total		75(63)/75	79(47)/90	90(36)/90	82(29)/90	326(175)/345

TABLE 4.15 – Nombre d'instances résolues et résolues optimalement par le modèle enrichi

	Type de maquette				
	Type 1	**Type 2**	**Type 3**	**Type 4**	**Total**
1	9,59	271,75	1549,67	1113,54	864,352157
2	17,79	772,53	2223,80	1936,38	1258,29966
3	16,10	695,40	1721,13	1727,26	1133,052
4	52,57	2131,16	2152,79	3267,13	1900,91217
5	1383,05	3159,37	2866,91	3600,00	2699,30727
6	1069,14	3600,00	3117,16	3600,00	2617,27217
Total	507,1861333	1533,862152	2271,910778	2437,373293	1728,68

TABLE 4.16 – Temps moyen par instance de chaque classe

Nous avons soumis les solutions du modèle initial aux contraintes 4.9 à 4.20 du modèle amélioré pour vérifier s'il existe une valeur possible de durée de cycle. Le tableau 4.17 indique pour chaque classe d'instances le nombre de solutions du modèle initial qui ne respectent pas les contraintes du modèle enrichi.

		Type maquette				
		Type 1	**Type 2**	**Type 3**	**Type 4**	**Total**
Conf. postes	**1**	0/6	0/15	7/15	1/15	8/51
	2	0/14	0/15	8/15	3/15	11/59
	3	0/10	0/15	4/15	2/15	6/55
	4	0/15	2/15	4/15	9/15	15/60
	5	0/15	4/15	14/15	15/15	33/60
	6	7/15	7/15	14/15	15/15	43/60
Total		7/75	13/90	51/90	45/90	116/345

TABLE 4.17 – Nombre de solutions du modèle initial qui ne vérifient pas les contraintes 4.9 à 4.20

Au total, 116 solutions du modèle initial sont infaisables, ce qui représente 33% des solutions. Ces solutions se concentrent principalement dans les classes comportant un grand nombre de types de poste (combinaisons de postes 4, 5 et 6) avec des besoins à la fois en semaine et en week-end (maquettes de type 3 et 4).

— **Analyse des résultats pour les 116 instances pour lesquelles les solutions du modèle initial sont infaisables**

Concentrons-nous dans un premier temps sur les instances pour lesquelles le modèle initial fournit une solution infaisable. Le tableau 4.18 contient pour les 116 instances concernées : le nombre d'instances résolues par le modèle enrichi suivi entre parenthèses du nombre de solutions de même coût que le modèle initial. Le dernier nombre rappelle le nombre d'instances de la classe pour lesquelles le modèle initial trouve une solution infaisable.

		Type de maquette				
		Type 1	**Type 2**	**Type 3**	**Type 4**	Total
Conf. postes	**1**	-	-	7 (0)/7	1 (1)/1	8 (1)/8
	2	-	-	8 (0)/8	3 (1)/3	11 (1)/11
	3	-	-	4 (0)/4	2 (2)/2	6 (2)/6
	4	-	2 (1)/2	4 (0)/4	9 (1)/9	15 (2)/15
	5	-	3 (0)/4	14 (4)/14	13 (0)/15	30 (4)/33
	6	7 (7)/7	3 (0)/7	14 (1)/14	9 (0)/15	33 (8)/43
Total		7 (7)/7	8 (1)/13	51 (5)/51	37 (5)/45	103 (18)/116

TABLE 4.18 – Nombre d'instances résolues par le modèle enrichi parmi les instances pour lesquelles le modèle initial trouve une solution infaisable

On peut noter que le modèle enrichi permet de trouver une solution pour 103 de ces 116 instances. 18 de ces 103 solutions sont de même coût que les solutions du modèle initial, mais une étude plus approfondie montre que les compositions des équipes sont par contre différentes dans tous les cas. Pour les 103-18=85 autres solutions le coût est supérieur à celui des solutions du modèle initial, avec un pourcentage d'augmentation de 8.28% en moyenne.

Le modèle amélioré ne trouve par contre pas de solution dans le temps imparti pour 116-103=13 instances pour lesquelles les solutions du modèle initial sont infaisables. Ces instances appartiennent aux classes d'instances avec un grand nombre de type de postes et besoins : configuration de postes 5 et 6 et type de *maquette* 2 et 4.

Le tableau 4.19 contient le coût moyen des solutions de chaque classe pour le modèle

initial (MI) et le modèle enrichi (ME) pour les instances résolue par les deux modèles. On peut noter que les solutions du modèle enrichi, bien que respectant plus de contraintes, ont un coût plus élevé mais qui reste très proche de celui des solutions du modèle initial.

		Type de maquette							
		Type 1		**Type 2**		**Type 3**		**Type 4**	
		MI	**ME**	**MI**	**ME**	**MI**	**ME**	**MI**	**ME**
Conf. postes	**1**	-	-	-	-	5,44	6,37	15,56	15,56
	2	-	-	-	-	8,15	9,85	31,29	33,15
	3	-	-	-	-	8,66	9,72	27,12	27,12
	4	-	-	29,11	29,24	10,07	10,70	32,80	33,06
	5	-	-	32,47	32,94	16,52	17,92	42,23	42,97
	6	17,53	17,53	44,49	47,17	21,29	22,79	57,54	58,75

TABLE 4.19 – Coût moyen des solutions du modèle initial (MI) et du modèle enrichi (ME) pour les instances pour lesquelles le modèle initial trouve une solution infaisable

Concernant l'objectif 2, le tableau 4.20 contient le nombre moyen d'agents à temps plein pour chaque modèle et chaque classe d'instance (pour les instances résolues par les deux modèles).

		Type de maquette							
		Type 1		**Type 2**		**Type 3**		**Type 4**	
		MI	**ME**	**MI**	**ME**	**MI**	**ME**	**MI**	**ME**
Conf Postes	**1**	-	-	-	-	2,57	2,71	11,00	8,00
	2	-	-	-	-	3,88	3,25	24,33	20,67
	3	-	-	-	-	5,00	2,75	21,00	20,50
	4	-	-	23,00	20,50	6,75	3,00	25,44	16,11
	5	-	-	25,67	20,00	11,64	10,14	33,00	13,62
	6	13,57	12,00	34,33	14,00	15,50	10,29	45,22	14,11

TABLE 4.20 – Nombre moyen d'agents à temps plein pour le modèle initial (MI) et le modèle enrichi (ME)

On constate dans ce tableau que le nombre d'agents à temps plein est en moyenne supérieur dans les équipes du modèle initial par rapport aux équipes du modèle enrichi. Ce phénomène est plus marqué pour les classes d'instances comportant beaucoup de types de postes et de besoins, mais ceci est peut-être dû au fait que peu de ces instances sont résolues optimalement par le modèle enrichi. Comme pour les instances réelles, on peut cependant penser que le respect des contraintes

du modèle enrichi implique d'intégrer plus de personnels à temps partiel dans les équipes.

Le tableau 4.21 contient une comparaison entre le nombre moyen d'agents par instance et *l'effectif affecté* (en ETP) pour chaque classe d'instances et chaque modèle (MI : modèle initial, ME : modèle enrichi). Le nombre d'agents est toujours supérieur au nombre d'*ETP* à cause des contraintes qui forcent l'utilisation d'agents à temps partiel. La différence entre le nombre d'agents et ce nombre d'*ETP* augmente selon la difficulté de l'instance. Pour la plupart des instances, le nombre d'agents du modèle enrichi est supérieur au nombre d'agents du modèle initial. Il semble donc que pour chercher une solution faisable, le modèle enrichi utilise un plus grand nombre d'agents à temps partiel, qui reste cependant proche de celui du modèle initial.

		Type de maquette			
		Type 1		Type 2	
		MI	**ME**	**MI**	**ME**
Conf. postes	**1**	-	-	-	-
	2	-	-	-	-
	3	-	-	-	-
	4	-	-	33/29	33/29,03
	5	-	-	37,34/32,34	36,34/32,65
	6	19,58/17,42	20,15/17,42	49,67/44,3	54,67/46,49

		Type de maquette			
		Type 3		Type 4	
		MI	**ME**	**MI**	**ME**
Conf. postes	**1**	7/5,38	7,58/6,2	17/15,45	18/15,45
	2	10,63/8,06	12,25/9,63	36/31,14	36,67/32,84
	3	10,75/8,59	11,75/9,43	30,5/26,98	30/26,98
	4	12/10	12,5/10,33	37,12/32,65	40,67/32,7
	5	18,93/16,41	21/17,72	47,77/42,05	53,77/42,25
	6	24,65/21,17	27,22/22,43	65,23/57,3	75/57,68

TABLE 4.21 – Nombre moyen d'agents sur le nombre *d'ETP* pour les instances pour lesquelles le modèle initial trouve une solution infaisable

— **Analyse des résultats pour les 229 instances pour lesquelles le modèle initial trouve une solution valide**

Le tableau 4.22 concerne les 229 instances pour lesquelles le modèle initial trouve

une solution faisable. Il contient le nombre d'instances résolues par le modèle enrichi suivi, entre parenthèses, du nombre de solutions de même coût que celles du modèle initial. Le dernier nombre correspond au nombre d'instances pour lesquelles le modèle initial trouve une solution faisable.

		Type de maquette				
		Type 1	**Type 2**	**Type 3**	**Type 4**	Total
Conf. postes	**1**	6 (6)/6	15 (15)/15	8 (8)/8	14 (10)/14	43 (39)/43
	2	14 (14)/14	15 (13)/15	7 (6)/7	12 (8)/12	48 (41)/48
	3	10 (10)/10	15 (11)/15	11 (9)/11	13 (7)/13	49 (37)/49
	4	15 (15)/15	13 (5)/13	11 (7)/11	6 (1)/6	45 (28)/45
	5	15 (10)/15	9 (2)/11	1 (1)/1	-	25 (13)/27
	6	8 (6)/8	4 (0)/8	1 (1)/1	-	13 (7)/17
Total		68 (61)/68	71 (46)/77	39 (32)/39	45 (26)/45	223 (165)/229

TABLE 4.22 – Nombre d'instances résolues par le modèle enrichi pour les instances pour lesquelles le modèle initial trouve une solution faisable

On peut noter que le modèle enrichi trouve des solutions de même coût que le modèle initial dans 165 cas (en fait il trouve exactement les mêmes solutions dans 104 cas, et dans 61 cas, elles sont de même coût mais les compositions d'équipe sont différentes). Le coût des solutions du modèle enrichi est supérieur à celui des solutions du modèle initial dans 223-165=58 cas (il s'agit des cas où le modèle enrichi ne trouve pas l'optimum en moins de 30 minutes pour l'objectif 1), avec une augmentation moyenne de 1.27%. Enfin, le modèle enrichi ne trouve pas de solution dans le temps imparti pour 229-223=6 de ces instances.

Le tableau 4.23 contient le coût moyen des solutions pour chaque classe d'instances et chaque modèle (pour les instances résolues par les deux modèles). Comme pour les instances pour lesquelles le modèle initial ne trouve pas d'équipe valide, on constate que le modèle enrichi construit des solutions de coûts légèrement plus élevés que celui des solutions du modèle initial.

Le tableau 4.24 contient le nombre moyen d'agents à temps plein (objectif 2) pour chaque modèle et chaque classe d'instance (calculé uniquement sur les instances résolues par les deux modèles).

On constate là encore que le nombre d'agents à temps plein est légèrement plus faible dans les équipes du modèle enrichi. La différence est moins marquée que pour les instances pour lesquelles le modèle initial ne trouve pas d'équipe valide, sauf pour

		Type de maquette							
		Type 1		Type 2		Type 3		Type 4	
		MI	ME	MI	ME	MI	ME	MI	ME
Conf. postes	1	5,06	5,06	13,52	13,52	7,33	7,33	16,34	16,36
	2	7,71	7,71	19,69	19,69	8,86	8,87	21,82	21,85
	3	8,35	8,35	22,19	22,25	9,73	9,74	24,31	24,39
	4	10,41	10,41	27,95	28,01	12,01	12,10	27,59	27,71
	5	12,60	12,62	34,70	35,87	13,21	13,21	-	-
	6	14,78	14,83	39,55	41,19	16,31	16,31	-	-

TABLE 4.23 – Coût moyen des solutions du modèle initial (MI) et le modèle enrichi (ME) pour les instances pour lesquelles le modèle initial trouve une solution valide

		Type de maquette							
		Type 1		Type 2		Type 3		Type 4	
		MI	ME	MI	ME	MI	ME	MI	ME
Conf Postes	1	2,83	2,83	9,80	9,80	4,63	4,63	12,21	11,50
	2	5,07	5,07	14,73	14,73	6,00	6,00	16,75	15,50
	3	6,10	6,10	16,93	17,07	6,91	6,91	18,62	17,15
	4	7,73	7,73	21,38	20,46	9,00	8,82	21,33	16,33
	5	9,07	8,47	27,00	15,11	10,00	10,00	-	-
	6	11,38	9,38	30,50	10,50	12,00	12,00	-	-

TABLE 4.24 – Nombre moyen d'agents à temps plein dans les solutions du modèle initial (MI) et du modèle enrichi (ME) pour les instances pour lesquelles le modèle initial trouve une solution faisable

les classes d'instances associées aux configurations de poste 5 et 6, et au type de *maquette* 2, mais pour ces instances le modèle enrichi trouve peu de solutions optimales.

Le tableau 4.25 contient une comparaison du nombre d'agents et de *l'effectif affecté* pour les modèles initial et enrichi. Ce tableau met en évidence le même comportement que le tableau 4.21

mais les différences sont encore plus petites. En conclusion, pour les instances infaisables par le modèle initial, le modèle enrichi est obligé d'utiliser plus d'agents mais sans trop augmenter le nombre *d'ETP*. Pour les instances faisables, les résultats sont pour une large part équivalents, la différence moyenne entre le nombre d'agents pour les deux modèles est ainsi inférieure à 1.

		Type de maquette			
		Type 1		**Type 2**	
		MI	**ME**	**MI**	**ME**
Conf. postes	**1**	6/5	6/5	15,27/13,44	15,2/13,44
	2	8,86/7,66	8,86/7,66	22,14/19,58	22,2/19,59
	3	9,5/8,29	9,5/8,29	25,14/22,08	25,14/22,14
	4	11,54/10,35	11,47/10,35	31,62/27,82	31,16/27,84
	5	14,07/12,53	14,27/12,54	39,23/34,54	43,56/35,43
	6	16,75/14,71	17,38/14,72	45/39,37	50,5/40,19

		Type de maquette			
		Type 3		Type 4	
		MI	**ME**	**MI**	**ME**
Conf. postes	**1**	8,5/7,27	8,5/7,27	18,43/16,25	18,65/16,26
	2	10,15/8,8	10,15/8,81	24,67/21,71	24,75/21,71
	3	11/9,68	10,91/9,69	27,24/24,2	28/24,23
	4	13,55/11,95	13,82/12,03	31,34/27,47	32,84/27,48
	5	15/13,15	15/13,15	0/0	0/0
	6	19/16,2	18/16,2	-	-

TABLE 4.25 – Nombre moyen d'agents sur le nombre *d'ETP* par classe pour les instances faisables du modèle initial

4.6 Conclusion

Ce chapitre est consacré à la problématique du niveau stratégique. Dans un premier temps, nous proposons une modélisation mathématique initiale conforme aux contraintes prises en compte par le CHU. Cette modélisation est ensuite enrichie par de nouvelles contraintes visant à éviter des infaisabilités dans la phase tactique.

Les deux modèles sont testés sur des instances réelles et des instances générées sur la base des données réelles. Les résultats montrent que si la résolution du modèle initial est bien plus rapide que celle du modèle amélioré, elle conduit dans au moins 33% des cas à des compositions d'équipe ne permettant pas de construire un cycle de travail à la phase tactique. Le modèle enrichi permet donc de proposer des solutions qui évitent un certain nombre de situations de blocage ultérieures, pour un coût quasiment identique, mais souvent avec plus d'agents à temps partiel.

Plusieurs analyses pourraient être approfondies concernant ce modèle. Tout d'abord, il serait intéressant d'étudier les différentes compositions de même coût et ce qu'elles entraînent à la phase tactique qui suit lorsqu'il en existe plusieurs. On pourrait également

faire varier *l'effectif budgété*, afin d'évaluer son effet, et introduire des valeurs pour les paramètres min_l et max_l. Compte tenu des résultats encourageants, il serait intéressant aussi d'augmenter les durées maximales d'exécution à une heure par objectif, voire plus. Ces durées seraient tout à fait acceptables compte-tenu du fait que les compositions d'équipe sont décidées pour de longues périodes (au moins un an).

Chapitre 5

Processus global

Ce chapitre présente le processus global que nous proposons pour résoudre successivement les problèmes des phases stratégique (composition des équipes) et tactique (construction des plannings mensuels). Le processus global est tout d'abord introduit dans la section 5.1, puis la section 5.2 présente un modèle intermédiaire exécuté entre les deux phases pour accélérer la construction des plannings dans la phase tactique. Pour terminer, nous présentons les résultats d'expérimentations effectuées sur des données réelles et générées aléatoirement.

5.1 Description du processus global

Le processus global utilise tous les modèles présentés précédemment et un modèle mathématique intermédiaire qui sera présenté dans la section suivante. Ce processus est décrit Figure 5.1.

L'étape 1 consiste à déterminer la composition d'équipe associée à une *maquette* en résolvant le modèle mathématique enrichi du chapitre 4, avec un temps maximal de calcul de 30 minutes par objectif. Puis, dans une deuxième étape, un modèle mathématique intermédiaire est résolu afin d'éliminer de potentielles valeurs de durées de cycle pour lesquelles il n'est pas possible de construire de cycle de travail pour l'équipe constituée. Dans l'étape 3, le modèle mathématique du chapitre 3 est résolu pour construire un cycle de travail pour chaque durée de cycle encore valide. Les temps de calcul sont de 30 minutes, 20 minutes et 10 minutes pour les objectifs 1 (nombre minimal de *Jca* par jour), 2 (flexibilité des *Jca*) et 3 (équité) respectivement. S'il existe au moins une valeur de durée de cycle pour laquelle le modèle du chapitre 3 trouve une solution, le processus se termine. Si aucune solution n'est trouvée, on pourra éventuellement augmenter *l'effectif budgété* et le processus recommence à l'étape 1.

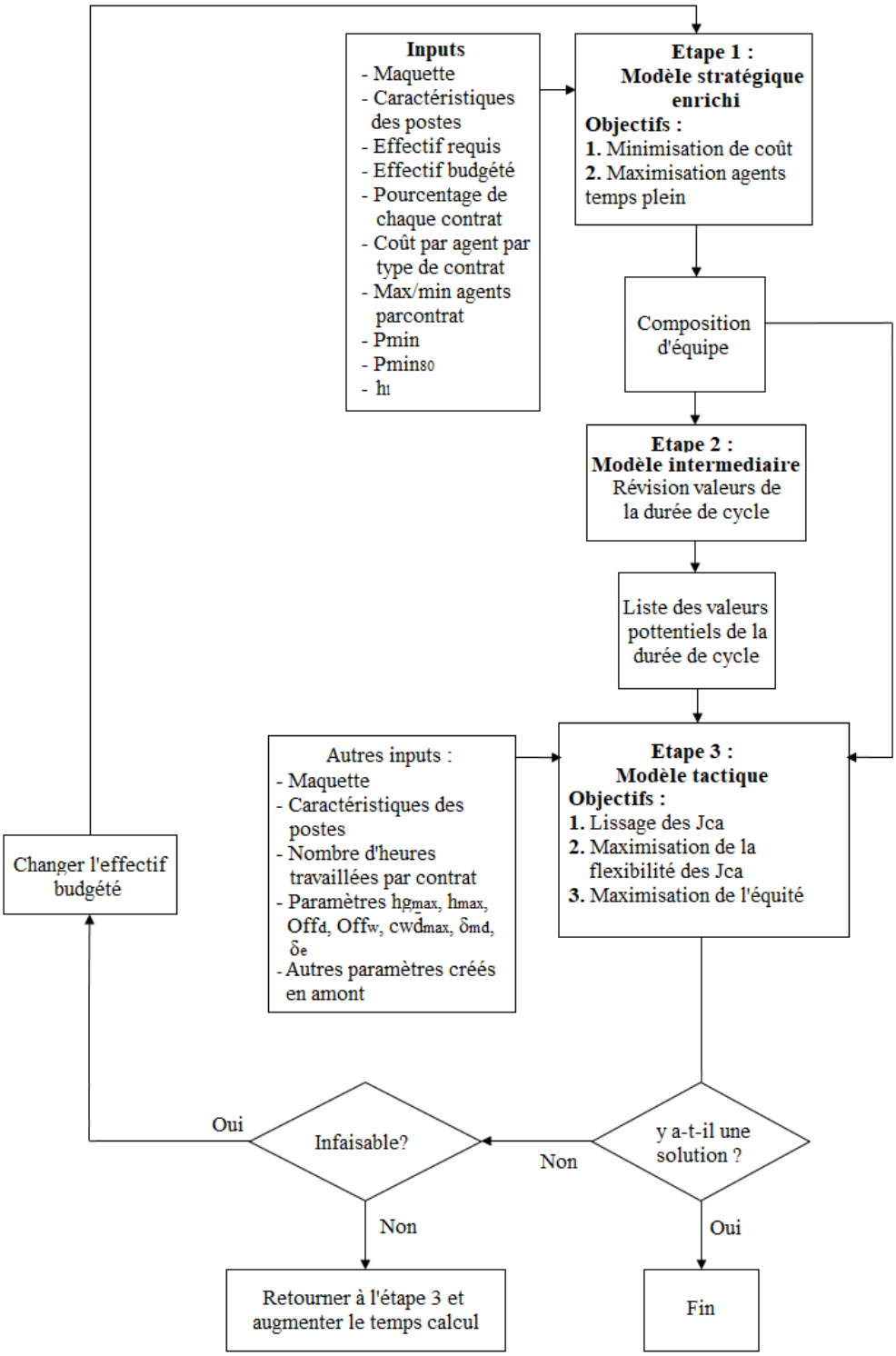

FIGURE 5.1 – Processus global de création des plannings

5.2 Modèle mathématique intermédiaire

Une fois la composition d'équipe fixée, il reste à construire le *planning mensuel usuel*. Pour cela, le modèle mathématique de la phase tactique doit être exécuté pour chaque valeur de durée de cycle possible $nw \in \{1, \ldots, 12\}$. Les durées d'exécution de ce modèle pouvant être longs, nous proposons de résoudre au préalable pour chaque valeur de $nw \in \{1, \ldots, 12\}$ un modèle intermédiaire vérifiant rapidement si une répartition des postes est possible entre les agents sur cette durée de cycle, tout en s'assurant que le nombre d'heures travaillées par chaque agent est réglementaire, ainsi que son nombre de dimanches travaillés. Ce modèle n'a pas de fonction objectif. Le but est seulement de déterminer très rapidement pour chaque valeur de nw si une solution existe ou non.

Ce modèle utilise des variables entières P_{ijl} égales au nombre de postes $i \in S \cup \{\rho\} \cup \{\nu\}$ occupés le type de jour $j \in \mathcal{T}$ par un agent en contrat $l \in C$, ρ correspondant à un poste *Jca*, et ν à un poste fictif de repos. Ces variables ont pour domaine $\{0, \ldots, nw\}$. Le modèle est donné ci-après. Dans ce modèle, la durée de cycle nw et le nombre d'agents nc_l de chaque contrat $l \in C$ sont fixés. L'objectif est de vérifier qu'il existe des valeurs entières réalisables pour les variables P_{ijl}.

$$\sum_{l \in C} nc_l \times P_{ijl} = nw \times r_{ij} \quad \forall i \in \mathcal{S}, \ \forall j \in \mathcal{T} \tag{5.1}$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in \mathcal{T}} P_{ijl} \times d_i + \sum_{j \in \mathcal{T}} P_{\rho jl} \times d_{min} < h_l * nw + d_{min}, \ \forall l \in \mathcal{C} \tag{5.2}$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in \mathcal{T}} P_{ijl} \times d_i + \sum_{j \in \mathcal{T}} P_{\rho jl} \times d_{max} > h_l * nw - d_{min}, \ \forall l \in \mathcal{C} \tag{5.3}$$

$$\sum_{i \in S \cup \{\rho\}} P_{i7l} \leq ps_l \times 0.5 \times nw, \ \forall l \in \mathcal{C} \tag{5.4}$$

$$\sum_{i \in S \cup \{\rho\} \cup \{\nu\}} P_{ijl} \leq nw, \ \forall j \in \mathcal{T}, \ \forall l \in \mathcal{C} \tag{5.5}$$

$$P_{ijl} \in \{0, ..., nw\}, \ \forall i \in S \cup \{\rho\} \cup \{\nu\}, \ \forall j \in \mathcal{T}, \ \forall l \in \mathcal{C}, \tag{5.6}$$

Les contraintes 5.1 correspondent aux contraintes de répartition des postes sur les agents pour satisfaire les besoins. Les contraintes 5.2 et 5.3 assurent que le nombre d'heures travaillées de chaque agent respecte les nombres minimal et maximal d'heures autorisées.

La durée des postes *Jca* étant inconnue à ce stade, on considère dans la contrainte 5.2 qu'elle vaut d_{min} (durée minimale d'un poste), et dans la contrainte 5.3 qu'elle vaut d_{max} (durée maximale d'un poste). Les contraintes 5.4 limitent le nombre de dimanches travaillés pour chaque type de contrat. La contrainte 5.5 limitent le nombre de postes i de chaque type de jour j pour chaque agent. Enfin, la contrainte 5.6 précise le domaine des variables.

5.3 Expérimentations

Nous avons testé ce processus d'une part sur les données du CHU (instances du chapitre 3 dans lesquelles la composition d'équipe déterminée par le CHU est ignorée), et d'autre part sur les données générées dans le chapitre 4. Les résultats de ces expérimentations sont présentés dans les sections suivantes.

5.3.1 Expérimentation sur les instances réelles

Étape 1 : exécution du modèle stratégique pour déterminer les compositions d'équipe

Le tableau 5.1 rappelle les compositions d'équipes obtenues pour les instances réelles par le modèle enrichi, le nombre *d'ETP* et le coût associés ainsi que les temps d'exécution.

Le tableau 5.2 rappelle les compositions d'équipes constituées par le CHU, avec le coût associé.

Le tableau 5.3 contient pour chaque instance l'écart, en pourcentage, entre le coût de la solution trouvée par la modélisation améliorée pour l'objectif 1 et le coût de la solution du CHU. Il est calculé suivant la formule : (coût solution modèle enrichi - coût solution CHU)/coût solution CHU. Le tableau rappelle de plus les contraintes de pourcentage de personnels à temps partiel qui sont respectées dans les solutions du CHU.

Au total, 14 équipes du modèle enrichi ont un coût moins élevé que celles du CHU, 2 sont de même coût et le coût est plus élevé pour les 9 autres. On peut noter cependant que le CHU ne respecte pas les contraintes liées à $pmin$ et $pmin_{80\%}$ pour 8 instances sur les 9 pour lesquelles le modèle amélioré trouve une solution plus coûteuse.

Concernant l'objectif 2, le nombre d'agents à temps plein est supérieur à celui du CHU pour 13 instances sur les 25. Pour 10 des 12 autres instances, les solutions du CHU ne respectent pas les contraintes liées à $pmin$ et $pmin_{80\%}$. L'instance 21 est par exemple un

	Nb d'agents par type de contrat							Nb total			Temps (s)	
Ins	**100%**	**90%**	**80%**	**75%**	**70%**	**60%**	**50%**	**d'agents**	**ETP**	**Coût**	**O1**	**O2**
1	3	0	1	0	2	0	1	7	5,70	5,76	9,17	2,47
2	10	0	1	0	0	0	4	15	12,80	12,86	24,34	7,22
3	4	2	2	1	0	3	0	12	9,95	10,09	1800	1800
4	8	0	1	1	1	1	0	12	10,85	10,91	74,95	0,31
5	7	0	1	0	3	0	0	11	9,90	9,96	52,79	0,27
6	16	0	2	3	0	3	0	24	21,65	21,76	176,41	3,31
7	3	0	1	0	1	0	1	6	5,00	5,06	1,07	0,14
8	8	0	1	0	0	0	3	12	10,30	10,36	79,67	1,53
9	5	10	10	5	5	5	5	45	34,75	35,46	1800	1800
10	4	0	1	0	2	0	1	8	6,70	6,76	36,57	2,35
11	12	4	4	0	6	0	0	26	23,00	23,29	1800	1800
12	4	0	1	0	0	3	0	8	6,60	6,66	19,32	3,59
13	6	0	1	0	0	1	2	10	8,40	8,46	6,69	0,54
14	10	2	1	0	0	0	2	15	13,60	13,69	1800	0,47
15	9	0	1	0	0	1	2	13	11,40	11,46	1800	12,22
16	11	0	1	0	1	3	0	16	14,30	14,36	271,59	0,51
17	9	12	3	0	0	0	0	24	22,20	22,54	1800	1800
18	7	0	1	0	0	2	2	12	10,00	10,06	67,41	0,23
19	4	0	1	2	0	0	0	7	6,30	6,36	5,75	0,25
20	5	0	1	1	0	3	0	10	8,35	8,41	77,22	4,2
21	7	0	1	2	1	0	0	11	10,00	10,06	57,45	0,14
22	7	0	1	1	0	1	1	11	9,65	9,71	10,33	22,18
23	7	0	1	1	0	1	2	12	10,15	10,21	852,54	0,66
24	7	0	1	1	0	1	0	10	9,15	9,21	14,3	4,11
25	4	0	1	2	0	0	0	7	6,30	6,36	10,63	0,28
Total	177	30	41	20	22	28	26	344				

TABLE 5.1 – Compositions d'équipe obtenues en phase 1 pour les instances réelles

cas extrême où l'équipe proposée par le CHU ne contient que des agents à temps plein, ce qui n'est pas possible si l'on respecte toutes les contraintes.

Si l'on compare le nombre total d'agents, on peut noter qu'ils sont à peu près similaires pour les deux approches, sauf pour l'instance 9 pour laquelle l'équipe du CHU contient 45 agents, contre seulement 35 pour celle obtenue avec le modèle enrichi.

Le tableau 5.4 rappelle les *effectifs requis* et *budgétés* des instances réelles, ainsi que le nombre *d'ETP* des équipes constituées par le CHU (colonne *ETP CHU*) et des équipes obtenues par notre modèle (colonne *ETP MILP*).

Ce tableau montre que le nombre *d'ETP* des équipes constituées par le CHU et des équipes obtenues par le modèle sont tous égaux à *l'effectif budgété*, sauf pour l'instance 9 que le modèle ne parvient pas à résoudre optimalement, fournissant un résultat avec un nombre *d'ETP* légèrement plus élevé (*ETP* de 34,75, pour un *effectif budgété* de 34.3).

	Nb d'agents par type de contrat							Nb total		
Ins	**100%**	**90%**	**80%**	**75%**	**70%**	**60%**	**50%**	**d'agents**	**ETP**	**Coût**
1	0	3	0	4	0	0	0	7	5,70	5,74
2	6	0	7	0	1	0	1	15	12,80	13,20
3	7	0	2	1	0	1	0	11	9,95	10,06
4	7	2	1	1	0	0	1	12	10,85	10,94
5	9	1	0	0	0	0	0	10	9,90	9,91
6	17	2	2	1	0	0	1	23	21,65	21,79
7	5	0	0	0	0	0	0	5	5,00	5,00
8	7	2	0	2	0	0	0	11	10,30	10,33
9	32	0	1	2	0	0	0	35	34,30	34,36
10	5	1	1	0	0	0	0	7	6,70	6,77
11	6	10	10	0	0	0	0	26	23,00	23,71
12	5	0	2	0	0	0	0	7	6,60	6,71
13	6	0	3	0	0	0	0	9	8,40	8,57
14	11	0	2	0	0	0	2	15	13,60	13,71
15	8	0	3	0	0	0	2	13	11,40	11,57
16	11	1	3	0	0	0	0	15	14,30	14,49
17	12	6	6	0	0	0	0	24	22,20	22,63
18	10	0	0	0	0	0	0	10	10,00	10,00
19	4	0	1	2	0	0	0	7	6,30	6,36
20	5	0	2	1	0	0	2	10	8,35	8,46
21	10	0	0	0	0	0	0	10	10,00	10,00
22	8	1	0	1	0	0	0	10	9,65	9,66
23	7	0	3	1	0	0	0	11	10,15	10,32
24	1	5	1	3	0	1	0	11	9,15	9,28
25	4	0	1	2	0	0	0	7	6,30	6,36
Total	203	34	51	21	1	2	9	321		

TABLE 5.2 – Composition des équipes constituées par le CHU

Étape 2 : exécution du modèle intermédiaire pour éliminer des valeurs de durée de cycle

Une fois la composition d'équipe trouvée, le modèle intermédiaire est exécuté pour chaque valeur de durée de cycle de 1 à 12, pour éliminer de potentielles valeurs infaisables. Les temps d'exécution de ce modèle sont très courts (moins d'une seconde pour chaque valeur de durée de cycle). Le tableau 5.5 présente les valeurs infaisables (cases grises) et les valeurs a priori faisables (cases blanches) pour les équipes trouvées par le modèle enrichi.

Instance	Écart	pmin	pmin80
1	0,25%	✓	
2	-2,60%	✓	✓
3	0,28%	✓	✓
4	-0,26%	✓	✓
5	0,43%		
6	-0,13%		✓
7	1,14%		
8	0,28%	✓	
9	3,22%		✓
10	-0,21%		✓
11	-1,81%	✓	✓
12	-0,85%		✓
13	-1,33%	✓	✓

Instance	Écart	$pmin$	$pmin_{80}$
14	-0,21%		✓
15	-0,99%	✓	✓
16	-0,89%		✓
17	-0,38%	✓	✓
18	0,57%		
19	0,00%	✓	✓
20	-0,67%	✓	✓
21	0,57%		
22	0,44%		
23	-1,11%	✓	✓
24	-0,77%	✓	
25	0,00%	✓	✓

TABLE 5.3 – Écart en pourcentage entre le coût des solutions du modèle enrichi et celui des solutions du CHU

On constate que le modèle intermédiaire détecte des durées de cycle a priori faisables pour toutes les instances, ce qui montre la pertinence des contraintes ajoutées au modèle enrichi pour anticiper la phase tactique et permet une démarche a priori plus robuste de création des plannings. Au total 136 valeurs sont potentiellement faisables et 164 valeurs sont écartées.

Le tableau 5.6 présente les résultats de l'exécution du modèle intermédiaire sur les équipes proposées par le CHU. Au total 100 valeurs sont potentiellement faisables (diminution de 36 par rapport aux solutions du modèle enrichi). De plus, ce modèle permet de détecter, sans avoir besoin d'exécuter le modèle tactique, que les instances 9 et 14 sont infaisables pour ces équipes. Pour les instances 8 et 12, les deux autres instances pour lesquelles il n'existe pas de solution à la phase tactique pour les équipes constituées par le CHU, le modèle intermédiaire permet d'éliminer respectivement 11 et 8 des 12 valeurs de durée de cycle possibles.

Étape 3 : exécution du modèle tactique pour construire le cycle de travail

Le modèle tactique est ensuite exécuté pour chaque valeur de durée de cycle a priori faisable, avec des durées d'exécution maximales de 30 minutes, 20 minutes et 10 minutes pour les objectifs 1 (nombre minimal de *Jca* par jour), 2 (flexibilité des *Jca*) et 3 (équité) respectivement.

Instance	Effectif budgété	ETP CHU	ETP MILP
1	5.7	5.7	5.7
2	12.8	12.8	12.8
3	9.95	9.95	9.95
4	10.85	10.85	10.85
5	9.9	9.9	9.9
6	21.65	21.65	21.65
7	5	5	5
8	10.3	10.3	10.3
9	34.3	34.3	34.75
10	6.7	6.7	6.7
11	23	23	23
12	6.6	6.6	6.6
13	8.4	8.4	8.4
14	13.6	13.6	13.6
15	11.4	11.4	11.4
16	14.3	14.3	14.3
17	22.2	22.2	22.2
18	10	10	10
19	6.3	6.3	6.3
20	8.35	8.35	8.35
21	10	10	10
22	9.65	9.65	9.65
23	10.15	10.15	10.15
24	9.15	9.15	9.15
25	6.3	6.3	6.3

TABLE 5.4 – Nombre *d'ETP* des équipes obtenues par le modèle et des équipes constituées par le CHU

Nous allons dans un premier temps comparer ces solutions retenues aux solutions que nous avions obtenues dans le chapitre 3 à partir des équipes fournies par le CHU. Dans un deuxième temps, nous les comparerons aux solutions réellement implémentées par le CHU.

1. Comparaison avec les solutions obtenues par notre modèle à partir des équipes constituées par le CHU

   Analysons les résultats obtenus pour chacun des objectifs.

   — Objectif 1 (nombre minimal de *Jca* par jour)

   Les résultats obtenus pour l'objectif 1 pour les équipes du modèle enrichi sont

		Durée de cycle (en semaines)											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Instances	1	■											
	2	■	■	■	■	■	■	■		■			
	3	■	■	■		■							
	4	■	■	■	■		■	■					
	5	■	■	■	■	■	■						
	6	■	■	■		■		■		■		■	
	7	■		■									
	8	■	■	■	■	■	■	■		■		■	
	9	■	■	■	■		■	■	■	■		■	■
	10	■	■	■		■							
	11	■	■	■	■	■		■	■	■	■	■	
	12	■	■	■		■				■			
	13	■	■	■	■	■		■		■	■	■	
	14	■	■	■	■	■	■	■	■	■		■	
	15	■	■	■	■	■	■	■	■				
	16	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	
	17	■		■		■		■		■		■	
	18	■	■	■		■	■	■		■		■	
	19	■	■	■									
	20	■	■	■	■	■	■	■		■		■	
	21	■		■		■							
	22	■	■	■	■	■	■					■	■
	23	■	■	■		■	■	■		■		■	
	24	■	■	■	■	■	■						
	25	■	■	■									

TABLE 5.5 – Valeurs de durée de cycle détectées comme infaisables (cases grises) par le modèle intermédiaire pour les équipes du modèle enrichi

donnés dans le tableau 5.7. Le tableau contient dans chaque case la valeur de l'objectif, suivie d'un astérisque si la solution est optimale, et du temps de calcul en secondes. Le symbole ">" indique qu'aucune solution n'est trouvée dans le temps imparti pour la sous-instance associée. Les cases grises ne comportant aucune information correspondent aux valeurs de durée de cycle éliminées à l'étape précédente.

Tout d'abord, on peut voir dans ce tableau que le modèle tactique ne trouve pas de solution dans le temps imparti pour une seule instance (instance 6). On ne sait donc pas si une solution existe pour cette instance. Les compositions

Instances	Durée de cycle (en semaines)											
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
1	■	■	■	■	■							
2	■	■	■	■	■	■						
3	■	■	■	■	■	■					■	■
4	■	■	■									
5	■	■	■	■		■	■	■			■	■
6	■	■	■	■	■		■	■	■			
7	■	■	■	■		■	■	■	■		■	■
8	■	■	■	■	■	■	■		■	■	■	■
9	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
10	■	■	■	■	■							
11	■	■	■	■	■		■	■	■		■	
12	■	■	■	■	■	■		■	■			
13	■	■	■	■	■		■	■		■	■	
14	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
15	■	■	■	■	■	■	■		■	■	■	■
16	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	
17	■		■		■		■		■		■	
18	■	■	■	■	■	■	■	■	■		■	■
19	■	■	■									
20	■	■	■	■	■	■	■	■	■			
21	■	■	■	■		■	■	■	■		■	■
22	■	■	■	■	■	■	■				■	■
23	■	■	■	■	■	■	■		■		■	
24	■	■	■									
25	■	■	■									

TABLE 5.6 – Valeurs de durée de cycle détectées comme infaisables (cases grises) à partir des compositions d'équipe du CHU

d'équipe des autres instances permettent toutes de trouver au moins une solution, et souvent plusieurs, alors que nous avons montré dans le chapitre 3 que les compositions d'équipe proposées par le CHU pour les instances 8, 9, 12 et 14 ne permettaient pas de construire un cycle réalisable.

Sur les 136 sous-instances validées comme a priori faisables par le modèle intermédiaire, 30 ne sont en réalité pas réalisables, et 7 ne sont pas résolues dans le temps imparti. Le modèle intermédiaire permet donc d'éliminer au moins 80% des durées de cycles infaisables (164 sous-instances éliminées sur (164+30+7) au maximum). De plus, au moins 99 sous-instances sont réalisables, contre 66

Instances	Durée de cycle (en semaines)											
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
1		1(*) 0.49	0(*) 566.92	0(*) 7.61	0(*) 9.41	0(*) 7.90	0(*) 21.02	0(*) 28.96	0(*) 55.78	0(*) 31.58	0(*) 35.02	0(*) 163.00
2								> 1800		2(*) 661.44	- 15.35	- 772.32
3				1(*) 5.58		1(*) 20.92	- 62.16	1(*) 72.11	- 241.40	1(*) 599.41	- 261.24	1(*) 618.47
4					- 0.99			1(*) 1.14	1(*) 2.75	1(*) 3.35	1(*) 5.03	1(*) 8.58
5							- 3.11	2(*) 12.52	- 7.37	2(*) 29.11	- 11.13	2(*) 231.88
6				- 480.54		> 1800		> 1800		> 1800		> 1800
7		1(*) 0.09		1(*) 0.22	1(*) 0.25	1(*) 0.36	1(*) 0.41	0(*) 0.25	0(*) 0.31	1(*) 1.14	1(*) 1.02	0(*) 0.94
8								2(*) 4.34		- 26.67		2(*) 74.0
9					- 12.227					5(*) 97.71		
10				1(*) 1.87		1(*) 67.46	- 4.32	1(*) 65.34	- 6.89	1(*) 390.41	- 10.74	1(*) 407.5
11						5(*) 17.63						5(*) 98.51
12				1(*) 0.81		1(*) 5.24	- 2.75	1(*) 5.99		1(*) 41.23	- 17.00	1(*) 23.43
13						1(*) 3.89		1(*) 55.00				1(*) 84.19
14										2(*) 32.97		2(*) 661.18
15									- 46.33	2(*) 257.37	- 81.58	1 1800
16												3(*) 140.10
17		4(*) 1.01		5(*) 2.02		5(*) 10.77		5(*) 106.79		5(*) 1687.29		5(*) 36.37
18				2(*) 49.25				3(*) 403.68		2 1800		2 1800
19				1(*) 3.27	- 1.66	1(*) 11.24	- 4.14	1(*) 45.66	- 4.60	1(*) 457.16	- 6.62	1(*) 748.72
20								1(*) 23.57		1(*) 138.65		1(*) 105.29
21		- 0.12		0(*) 0.17		0(*) 0.84	0(*) 0.50	0(*) 1.05	0(*) 0.99	0(*) 1.38	0(*) 1.47	0(*) 2.67
22							- 13.44	3(*) 63.94	- 28.94	2(*) 355.61		
23				2(*) 22.18				2(*) 1474.26		> 1800		> 1800
24							2(*) 13.47	2(*) 15.96	2(*) 127.85	2(*) 354.29	2(*) 1098.51	1 1800
25				1(*) 1.97	- 2.66	1(*) 8.75	- 8.24	1(*) 26.83	- 7.36	1(*) 199.72	- 7.16	1(*) 1536.69

TABLE 5.7 – Résultats du modèle tactique pour l'objectif 1 à partir des équipes du modèle enrichi

pour les compositions d'équipe fournies par le CHU (cf. tableau 3.6 du chapitre 3), soit 50% de plus. Les compositions d'équipes construites par le modèle amélioré semblent donc permettre plus de choix de solutions à la phase tactique.

Concernant les temps d'exécution, le nombre d'instances résolues en moins d'une minute est de 63%, pourcentage similaire à celui trouvé dans le chapitre 3.

Un autre résultat déjà constaté dans le chapitre 3 est la difficulté de construire des plannings de durée de cycle impaire : 83% des sous-instances faisables sont associées à une durée de cycle paire.

Comme expliqué précédemment dans ce document, nous conservons pour chaque instance la solution associée à la sous-instance maximisant le nombre minimal de *Jca* par jour, et à égalité, celle de plus petite durée de cycle. Le tableau 5.8 contient les valeurs de la fonction objectif (nombre minimal de *Jca* chaque jour) et les durées de cycle pour les solutions construites à partir des compositions d'équipe du CHU (colonnes "C CHU", pour Composition CHU) et des compositions d'équipe obtenues par le modèle enrichi (colonnes "C MILP", pour Composition MILP).

	Nb min de Jca		**Durée de cycle**		**Temps (s)**		**Optimal ?**	
	C CHU	**C MILP**	**C CHU**	**C MILP**	**C CHU**	**C MILP**	**C CHU**	**C MILP**
1	0	**1**	6	**2**	0.85	**0.49**	✓	✓
2	**2**	**2**	**6**	10	**17.66**	661.44	✓	✓
3	**1**	**1**	8	**4**	25.98	**5.58**	✓	✓
4	**1**	**1**	**4**	8	**0.59**	1.14	✓	✓
5	1	**2**	10	**8**	**5.35**	12.52	✓	✓
6	>	>	>	>	>	>	non résolue	non résolue
7	**1**	**1**	5	**2**	**0.02**	0.09	✓	✓
8	-	**2**	-	**8**	-	**4.34**	infaisable	✓
9	-	**5**	-	**10**	-	**97.71**	infaisable	✓
10	**1**	**1**	6	**4**	8.73	**1.87**	✓	✓
11	**5**	**5**	10	**6**	**11.90**	17.63	✓	✓
12	-	**1**	-	**4**	-	**0.81**	infaisable	✓
13	**1**	**1**	**6**	**6**	**2.09**	3.89	✓	✓
14	-	**2**	-	**10**	-	32.97	infaisable	✓
15	**2**	**2**	**8**	10	**6.69**	257.37	✓	✓
16	**3**	**3**	**12**	**12**	**109.70**	140.10	✓	✓
17	**5**	**5**	6	**4**	3.36	**2.02**	✓	✓
18	**3**	**3**	10	**8**	**2.73**	403.68	✓	✓
19	**1**	**1**	**4**	**4**	**2.97**	3.27	✓	✓
20	**1**	**1**	**6**	8	**9.34**	23.57	✓	✓
21	**0**	**0**	5	**4**	**0.03**	0.17	✓	✓
22	**3**	**3**	**8**	**8**	**18.48**	63.94	✓	✓
23	1	**2**	10	**4**	1800	**22.18**	non	✓
24	**3**	2	**3**	7	**4.13**	13.47	✓	✓
25	**1**	**1**	5	**4**	**1.45**	1.97	✓	✓

TABLE 5.8 – Comparaison des solutions obtenues pour l'objectif 1 pour les compositions d'équipe proposées par le CHU, et celles obtenues par le modèle enrichi (MILP) de la phase 1

Tout d'abord, le nombre minimal de *Jca* par jour est la plupart de temps exactement le même dans les deux cas, sauf pour les instances 1, 5 et 23 où les solutions associées aux équipes construites par le modèle amélioré sont meilleures, et pour l'instance 24 dont la solution est moins bonne.

Par contre, les durées de cycle sont très différentes. On peut noter que celles des cycles construits pour les équipes issues du MILP sont plus courtes pour 15 des 20 instances qui sont faisables pour les deux équipes. Concernant les temps d'exécution, ils sont très variables d'une composition d'équipe à l'autre. Par exemple, pour l'instance 2, le temps de calcul est de 17.66 secondes pour l'équipe du CHU et de 661.44 pour celle issue du modèle enrichi, bien que la valeur de la fonction objectif soit la même. Le cas est similaire pour les instances 15 et 18. On peut noter cependant que pour cette dernière instance, l'équipe proposée par le CHU ne contient que des agents à temps plein, ce qui rend l'instance plus facile à résoudre.

— Objectifs 2 et 3 : flexibilité des *Jca* et équité

Le tableau 5.9 contient les valeurs des objectifs 2 et 3, ainsi que les temps d'exécution du modèle, pour les équipes du CHU et celles trouvées par le modèle enrichi.

Concernant l'objectif 2 (flexibilité des *Jca*), on constate que pour 13 instances, les solutions issues des équipes du MILP sont meilleures que celles issues des équipes du CHU, en plus des 4 instances pour lesquelles les équipes du CHU sont infaisables. Concernant l'objectif 3, les solutions issues des équipes du MILP sont meilleures pour 11 instances (en plus de celles infaisables pour les équipes du CHU).

Finalement, si l'on synthétise les résultats des tableaux 5.8 et 5.9, les solutions issues des équipes fournies par le MILP sont plus intéressantes puisqu'elles permettent de trouver des solutions au niveau tactique dans tous les cas, contrairement aux équipes du CHU, et que les solutions obtenues sont meilleures sur les deux premiers objectifs pour 16 instances, et pour les trois objectifs pour 11 instances.

2. Comparaison avec les solutions réellement implémentées au CHU

Le tableau 5.10 présente finalement une comparaison des solutions obtenues par le modèle avec les solutions réellement implémentées par le CHU.

		Objectif 2				Objectif 3			
		C CHU	**Temps (s)**	**C MILP**	**Temps (s)**	**C CHU**	**Temps (s)**	**C MILP**	**Temps (s)**
Instances	**1**	640(*)	3,35	**648(*)**	1,11	**0,25(*)**	0,3	0,38(*)	0,64
	2	**456**	1200	388	1200	0,03	600	**0,02**	600
	3	67767	1200	**68502(*)**	12,57	**0,13**	600	0,17	600
	4	**333(*)**	0,28	**333(*)**	0,59	0,2(*)	1,73	**0,05(*)**	32,22
	5	**828(*)**	5,94	**828(*)**	209,19	**0,01(*)**	94,31	0,05(*)	600,00
	6	>	>	>	>	>	>	>	>
	7	10(*)	0	**12(*)**	0,03	**0(*)**	0,02	0,04(*)	0,08
	8	-	-	**1035(*)**	60,78	-	-	**0,04**	600,00
	9	-	-	**81116(*)**	525,94	-	-	**0,1(*)**	47,15
	10	102(*)	175,5	**146(*)**	226,88	**0,04**	600	0,09	600,00
	11	**8112(*)**	115,81	7712(*)	510,4	**0,06(*)**	215	0,17(*)	0,49
	12	-	-	**86(*)**	15,95	-	-	**0,05(*)**	22,04
	13	3344(*)	916,31	**3600(*)**	432,23	**0,07(*)**	5,37	**0,07**	600,00
	14	-	-	**41347,5**	1200	-	-	**0,10**	600,00
	15	**14438,64**	1200	13795,9	1200	0,1	600	**0,06**	600,00
	16	**19273,33**	1200	17551	1200	**0,08(*)**	17,11	**0,08(*)**	37,96
	17	**558**	1200	486(*)	1,23	0,02	600	**0,01(*)**	24,43
	18	80(*)	71,53	**85,38**	1200	**0(*)**	0,09	0,03	600,00
	19	**48**	29,1	**48(*)**	29,68	**0,06(*)**	113,57	**0,06(*)**	118,32
	20	**3533,33(*)**	105,42	3500(*)	379,86	**0,07**	600	0,09	600,00
	21	**16(*)**	0,03	11(*)	0,47	**0(*)**	0,03	0,01(*)	1,55
	22	4289,25	1200	**4569,25**	1200	0,25	600	**0,09**	600,00
	23	347,6	1200	**425(*)**	342,79	**0,04**	600	**0,04(*)**	523,37
	24	740(*)	234,99	**751,71**	1200	0,2	600	**0,06**	600,00
	25	1054(*)	27,85	**1054(*)**	29,07	**0,25(*)**	0,19	**0,25(*)**	0,19

TABLE 5.9 – Comparaison des résultats pour les objectifs 2 et 3 du modèle tactique obtenus à partir des équipes du CHU et des équipes issues du modèle enrichi

Tout d'abord, les modèles proposés permettent de trouver dans le temps imparti une solution ne violant aucune contrainte pour toutes les instances (sauf pour l'instance 6 non résolue), contrairement aux solutions implémentées par le CHU dont nous rappelons qu'une seule vérifie toutes les contraintes (solution de l'instance 21). De plus, nous constatons dans ce tableau que les solutions issues du modèle sont meilleures sur le premier objectif pour les 24 instances résolues et sur les deux premiers objectifs pour 23 instances. Cependant, ces bons résultats sur les premiers objectifs impliquent une moins bonne performance sur le dernier objectif (seulement 4 solutions au moins aussi bonnes que celles du CHU).

En conclusion, globalement, les modèles permettent, pour une augmentation très faible des coûts salariaux, d'obtenir des plannings d'une part légaux, et d'autre part permettant plus de flexibilité pour la phase opérationnelle.

	Durée de cycle		Objectif 1		Objectif 2		Objectif 3	
Instance	**CHU**	**C MILP**	**CHU**	**C MILP**	**CHU**	**C MILP**	**CHU**	**C MILP**
1	7	**2**	0	**1**	521.14	**648**	**0.07**	0.38
2	14	**10**	0	**2**	303.42	**388**	0.03	**0.02**
3	9	**4**	**1**	**1**	55402.67	**68502**	1	**0.17**
4	12	**8**	**1**	**1**	**333**	**333**	0.11	**0.05**
5	10	**8**	1	**2**	480.8	**828**	**0.01**	0.05
6	22	>	4	>	4394.18	>	0.01	>
7	24	**2**	0	**1**	6.5	**12**	**0**	0.04
8	22	**8**	**2**	**2**	834.09	**1035**	**0.02**	0.04
9	26	**10**	4	**5**	70249.84	**81116**	**0.04**	0.1
10	7	**4**	0	**1**	58.29	**146**	**0.03**	0.09
11	26	**6**	4	**5**	5289.08	**7712**	**0.08**	0.17
12	7	**4**	**1**	**1**	67.29	**86**	**0.03**	0.05
13	24	**6**	**1**	**1**	2491.67	**3600**	**0.02**	0.07
14	14	**10**	**2**	**2**	27226.5	**41347**	**0.1**	**0.1**
15	12	**10**	1	**2**	12122.08	**13795**	**0.03**	0.06
16	15	**12**	1	**3**	14569.33	**17551**	**0.01**	0.08
17	24	**4**	4	**5**	309.5	**456**	**0.005**	0.01
18	10	**8**	3	**3**	**93.3**	85.38	**0**	0.03
19	12	**4**	0	**1**	38.5	**48**	**0.02**	0.06
20	9	**8**	**1**	**1**	2179.56	**3500**	**0.09**	0.09
21	10	**4**	**0**	**0**	0	**11**	**0**	0.01
22	10	**8**	1	**3**	4279.2	**4569.25**	**0.04**	0.09
23	10	**4**	**2**	**2**	407.6	**425**	**0.03**	0.04
24	9	**7**	1	**2**	431.11	**751.71**	**0.01**	0.06
25	12	**4**	0	**1**	894	**1054**	**0.04**	0.25

TABLE 5.10 – Comparaison des solutions obtenues par notre modèle avec les solutions réellement implémentées par le CHU pour la phase tactique

5.3.2 Expérimentation sur les instances aléatoires

Pour les instances générées aléatoirement, nous avons déjà analysé les résultats de la phase stratégique dans le chapitre précédent. Nous allons ici étudier l'impact du modèle intermédiaire, puis les solutions de la phase tactique.

Étape 2 : exécution du modèle intermédiaire pour éliminer des valeurs de durée de cycle

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, le modèle enrichi permet de résoudre 326 instances sur les 345 générées. Le tableau 5.11 présente, pour chaque classe d'instances, le pourcentage de valeurs de durée de cycle détectées comme infaisables, pour les 326 instances résolues.

		Type de maquette			
		Type 1	**Type 2**	**Type 3**	**Type 4**
Conf. postes	**1**	6,94%	18,89%	51,11%	47,78%
	2	19,05%	33,33%	60,00%	68,33%
	3	31,67%	46,67%	66,67%	73,89%
	4	45,00%	44,44%	73,89%	70,56%
	5	56,67%	53,47%	84,44%	80,13%
	6	76,11%	65,48%	90,00%	88,89%

TABLE 5.11 – Pourcentage de durées de cycle infaisables détectées par le modèle intermédiaire

L'analyse de ces résultats montrent que le modèle intermédiaire permet d'éliminer un grand nombre de valeurs de durées de cycle, notamment pour les instances difficiles (configurations de poste 5 et 6, et types de maquette 3 et 4, qui comportent un grand nombre de types de poste et des besoins importants). Ainsi, jusqu'à 90% des valeurs sont éliminées pour les instances de configuration de postes 6 et type de *maquette* 3. Ceci permet un gain de temps intéressant pour la résolution du problème tactique dans la phase suivante.

Étape 3 : exécution du modèle tactique pour construire le cycle de travail

Nous résolvons dans l'étape 3 le modèle tactique pour les valeurs de durée de cycle non éliminées par le modèle intermédiaire.

Le tableau 5.12 présente le nombre d'instances résolues dans chaque classe parmi les 326 instances pour lesquelles la phase 1 a permis de trouver une composition d'équipe.

		Type de maquette				
		Type 1	**Type 2**	**Type 3**	**Type 4**	**Total**
Conf.postes	**1**	6/6	15/15	15/15	12/15	48/51
	2	14/14	15/15	15/15	15/15	59/59
	3	10/10	15/15	15/15	12/15	52/55
	4	15/15	15/15	15/15	14/15	59/60
	5	15/15	12/12	14/15	13/13	54/55
	6	15/15	7/7	15/15	7/9	44/46
Total		75/75	79/79	89/90	73/82	316/326

TABLE 5.12 – Nombre d'instances résolues par le modèle tactique

On peut voir que sur les 326 instances, 10 ne sont pas résolues dans le temps imparti (le modèle ne trouve de solution dans le temps imparti pour aucune des valeurs de durées de cycle a priori faisable). Il s'agit d'instances pour lesquelles le nombre de contrats différents est élevé (de 4 à 7), les besoins de la maquette sont élevés, et le nombre d'agents par type de contrat est grand et hétérogène. Pour 5 des 10 instances non résolues, une seule durée de cycle est a priori faisable. Les équipes obtenues pour ces instances semblent donc mener à peu d'options pour créer un cycle de travail.

Le tableau 5.13 contient les temps moyens d'exécution globaux pour les 3 objectifs pour les instances pour lesquelles une solution est trouvée et celles pour lesquelles l'infaisabilité est démontrée. Le temps global moyen de résolution d'une instance est 8454.25 secondes. Cependant, il est très variable selon la configuration de postes. En effet, dans les configurations 3 et 4, beaucoup de valeurs de durées de cycles sont faisables, donc le nombre de sous-instances à résoudre est grand, ce qui augmente le temps de calcul. En passant aux configurations 5 et 6 bien que le nombre de types de postes augmente, il y a peu de durées de cycle faisables, ce qui limite le temps de résolution. On peut noter aussi que les temps de résolution sont plus élevés pour les classes d'instance pour lesquelles les besoins sont les plus grands (types de maquette 2 et 4).

		Type de maquette				
		1	**2**	**3**	**4**	**Total**
Conf. postes	**1**	4605.68	8733.80	7687.43	11782.98	8653.09
	2	2030.74	6012.55	4324.35	5979.85	4606.93
	3	17670.33	18487.79	9598.29	10452.56	13912.02
	4	13000.59	18243.51	7428.04	10532.51	12331.14
	5	4577.19	10452.52	2717.88	4195.48	5308.88
	6	6526.81	11597.65	2435.64	3896.48	5520.36
	Total	7924.49	12389.60	5732.10	8053.00	8454.25

TABLE 5.13 – Temps moyen de résolution du modèle tactique par classe d'instances

Le tableau 5.14 contient le pourcentage de valeurs de durée de cycle pour lesquelles il n'existe finalement pas de solution.

On peut noter que les pourcentages sont supérieurs à ceux trouvés par le modèle intermédiaire (tableau 5.11) pour 10 classes d'instances sur les 24, avec une variation allant jusqu'à 22.22% (classe d'instances de configuration de postes 1 et type de *maquette* 4). De plus, l'analyse fait ressortir que les valeurs supplémentaires détectées pour les maquettes contenant des besoins pour le week-end (maquettes de type 3 et 4) sont principalement

		Type de maquette			
		Type 1	**Type 2**	**Type 3**	**Type 4**
Conf. postes	**1**	11,11%	26,67%	69,44%	70,00%
	2	19,64%	33,33%	72,22%	80,00%
	3	31,67%	46,67%	68,33%	73,89%
	4	45,00%	44,44%	73,89%	70,56%
	5	56,67%	53,47%	88,33%	85,90%
	6	76,11%	65,48%	90,00%	88,89%

TABLE 5.14 – Pourcentage de durées de cycle prouvées infaisables

des valeurs impaires.

La figure 5.2 présente le nombre d'occurrences d'une sous-instance faisable pour chaque durée de cycle. Dans cette figure, à chaque fois qu'il y a une durée impaire, le nombre de solutions diminue par rapport à la valeur précédente (sauf pour la valeur de durée de cycle 3). Les valeurs les plus probables sont 8, 10 et 12 avec 632 sous-instances résolues (46% d'instances résolues), donc ça serait un point de départ pour le cadre de santé afin de trouver une solution faisable rapidement. Cependant, si le cadre souhaite une durée de cycle plus courte, les durées de cycle de 4 et 6 sont aussi possibles avec 256 occurrences (19%). Considérant uniquement les solutions pairs ou impaires (lignes en gris et orange), le nombre d'occurrences augmente au fur et à mesure que la durée de cycle augmente.

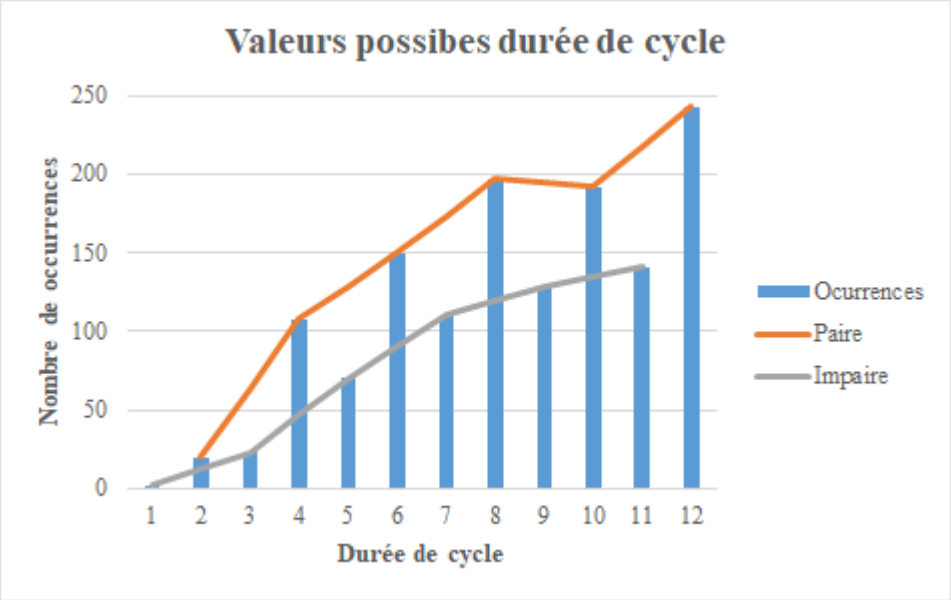

FIGURE 5.2 – Nombre d'occurrences de la durée de cycle

Si on divise les instances par le type de *maquette* sans besoins du week-end (types 1 et 2) et avec (types 3 et 4), on trouve que la plupart des occurrences de la durée de cycle sont pour les maquettes sans besoins du week-end avec 989 solutions (71.5%) alors que les maquettes 3 et 4 comportent 395 solutions (28.5%). Les figures 5.3 et 5.4 montrent la façon dont se sont réparties les durées de cycle selon le type de *maquette*.

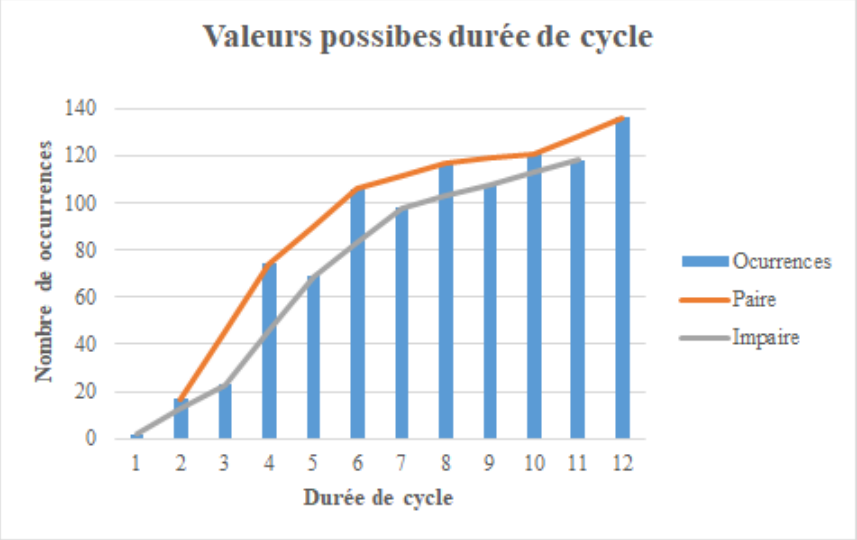

FIGURE 5.3 – Nombre d'occurrences de la durée de cycle maquettes sans besoins le week-end

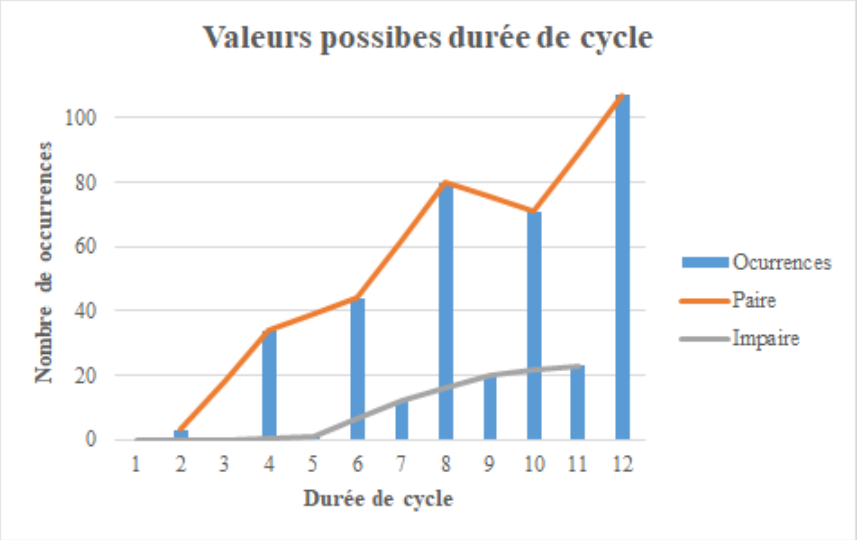

FIGURE 5.4 – Nombre d'occurrences de la durée de cycle maquettes avec besoins le week-end

D'après ces deux figures, la plupart de durées impaires faisables sont surtout dans les problèmes sans besoins le week-end. Cela tient bien entendu à la contrainte imposant 4 jours de repos minimum par quinzaine, dont 2 les week-ends, pour les agents. Cependant, dans n'importe quel type de *maquette*, la durée de cycle paire est le meilleur choix pour chercher une solution faisable.

Finalement, sur l'ensemble des 326 instances potentiellement faisables, après exécution du modèle tactique, 309 sont confirmées comme faisables (97.79%), 7 se sont révélées infaisables (2.15%) et 10 ne sont pas résolues dans le temps imparti (3.07%).

5.4 Conclusion

Ce processus global rassemble ainsi ce qu'on a pu extraire sur la problématique d'ensemble. Ce processus prend appui sur l'efficacité du modèle enrichi de la phase stratégique pour éviter certains blocages dans la phase tactique, et sur une étape intermédiaire pour déterminer les durées de cycles potentiellement intéressantes, avant la construction des cycles. Considérant les instances réelles, les résultats obtenus sont meilleurs que ceux présentés lors du chapitre 3 en utilisant les équipes du CHU. On arrive ainsi à augmenter le nombre d'instances faisables, en concédant une faible augmentation de coûts pour l'équipe. Celle-ci peut notamment se justifier car elle permet de respecter toutes les contraintes légales dans les cycles à venir, là où il n'en existait pas toujours.

L'utilisation des instances aléatoires nous a permis de tester l'efficacité du modèle intermédiaire et l'efficacité de nos compositions d'équipes venants du chapitre 4. Considérant que 326 instances étaient identifiées comme potentiellement faisables, on constate après l'application du modèle tactique que cette approche permet de résoudre 309 instances sur les 326 potentiels, ce qui correspond à 97.79% des instances.

Il serait également intéressant d'augmenter le temps de calcul pour les instances qu'on a identifié comme non résolues afin de déterminer si elles admettent une solution ou sont infaisables. De plus, pour l'ensemble des instances infaisables qu'on n'a pas identifiées en utilisant le modèle intermédiaire, il serait nécessaire d'analyser les motifs/contraintes bloquantes pour renforcer encore la démarche de composition en garantissant la faisabilité de la phase suivante. Enfin, on pourrait relancer nos tests depuis l'étape 1 mais utilisant un *effectif budgété* modifié afin d'observer l'influence de ce paramètre en terme d'équité des cycles. Une alternative à cela pourrait également s'appuyer sur des contraintes additionnelles à déterminer pour une intégration dans le modèle enrichi en vue de garantir en

amont une équité minimum.

CONCLUSION

5.5 Travail réalisé

Pendant cette thèse, nous avons réalisé un travail complet pour traiter la problématique au sein du CHU. Quand nous avons commencé ce projet, le processus de création de plannings n'était pas formalisé. Nous avons commencé par interroger les intervenants et notre expert métier afin de comprendre la problématique en détail. Pendant tout ce processus, nous avons identifié plusieurs éléments concernant le métier hospitalier et nous les avons traduits pour les représenter correctement. Le processus était composé de plusieurs étapes, sous-étapes et intervenants, mais on a réussi à identifier clairement les phases du processus et les problèmes d'optimisation concernant chaque phase. Bien qu'il y ait plusieurs problèmes intéressants au CHU, dans notre périmètre nous identifions la compositions d'équipe et la création d'un *cycle de travail théorique* comme étant les problèmes à traiter pour la phase stratégique et tactique respectivement. A ce point, nous identifions qu'il y a un lien central entre les problèmes tactique et stratégique, puisque la sortie du problème tactique devient l'entrée du problème stratégique et influence directement sa faisabilité, ce que nous appelons impact des décisions d'un niveau sur le suivant.

Tout d'abord, nous avons commencé par résoudre le problème au niveau tactique car à partir de ses résultats nous avons pu identifier des éléments bloquants et les difficultés de résolution à cause des décisions prises au niveau stratégique. Ce problème est identifié comme un problème appartenant au "Nurse Rostering" cyclique. L'originalité de la modélisation proposée pour ce problème est qu'il contient un *poste de travail* fictif appelé "Jour de remplacement de congé annuel" (*Jca*). Au lieu d'intégrer plusieurs contraintes souples qui sont parfois contradictoires, nous avons choisi de faire un modèle mathématique central qui peut aborder les contraintes légales et les contraintes fortement souhaitées pour la plupart de cas. Plusieurs objectifs sont traités de façon lexicographique : le nombre minimum de *Jca* par jour, les poids des *Jca* et l'équité. Nous utilisons un ensemble d'instances réelles pour comparer nos résultats et sur la plupart des instances on arrive à améliorer la solution manuelle mais nous démontrons que certains instances sont infaisables. C'est-à-dire, que le cadre de santé doit violer ou respecter partiellement certains contraintes afin

de proposer une solution. A partir de ce point, on commence à s'interroger sur la façon dont la composition d'équipe doit changer afin de couvrir une *maquette* donnée.

La suite de notre travail était dédiée à représenter le problème concernant à la phase stratégique. En considérant les réflexions de la phase tactique, nous proposons un modèle initial qui représente la démarche actuelle du CHU et un modèle enrichi intégrant des contraintes pour répartir les postes de la *maquette* et en même temps composer l'équipe. Dans un premier temps, nous utilisons les données réelles obtenues après du CHU pour les paramètres des modèles. Cette première étude a permis de mettre en évidence les différences entre les deux modèles, notamment au niveau de la faisabilité. Ensuite, nous proposons des tests utilisant des instances générées aléatoirement, pour étudier plus largement l'efficacité du modèle enrichi. Les résultats montrent que potentiellement le modèle enrichi peut trouver des solutions pour la plupart des instances alors que le modèle initial peut bloquer la phase tactique dans 33% des cas.

Finalement, nous proposons un processus global. Dans ce processus on cherche à faire une démarche intégrant la phase stratégique et tactique. Pour ce processus un modèle intermédiaire entre les deux phases est proposé afin d'accélérer la résolution en éliminant d'éventuelles valeurs de durée de cycle infaisables. Nous avons réalisé deux types de test : premièrement, un test de ce processus sur les données réelles, pour comparer avec les résultats "à la main" du CHU. Les résultats montrent que le processus global améliore les résultats du CHU. Deuxièmement, on utilise le processus global pour les instances aléatoires. Ce deuxième test nous amène à identifier l'efficacité du modèle intermédiaire et certains facteurs de résolution.

5.5.1 Contributions scientifiques

Dans cette thèse, nous traitons des problèmes bien connu dans la littérature : le *nurse rostering problem* et le *staffing problem*. Pour le *nurse rostering*, le problème du CHU comprend un *poste de travail* pour gérer les demandes de congé ce qui n'est pas étudié dans la littérature. Concernant ce poste, nous avons développé une façon de le représenter mathématiquement et des pondérations pour optimiser son utilisation. En même temps ce problème prend en compte des agents à temps plein et temps partiel, une autre caractéristique peu fréquente dans les problèmes cycliques du nurse rostering. Pour le *staffing problem*, nous proposons de rajouter des contraintes visant à assurer la faisabilité dans la phase tactique. Enfin, notre grande contribution est de proposer un processus global, qui permet de créer des équipes respectant un ensemble de contraintes de la phase tac-

tique pour éviter des blocages. Ce processus intègre un modèle intermédiaire qui peut être utilisé pour trier les valeurs possibles de la durée de cycle.

5.5.2 Contributions métier

Tout d'abord, nous avons formalisé le processus de création de plannings au CHU. Nous avons identifié les phases, les intervenants, les problèmes, contraintes et objectifs, ce qui permet aux cadres de santé d'avoir une vision globale. Dans ce travail, nous proposons une façon différente d'intégrer les *Jca*, une façon beaucoup plus précise (en terme de respect des contraintes) que ce qui est utilisé aujourd'hui.

Les algorithmes et le processus global peuvent être adaptés éventuellement par l'hôpital pour la création des équipes et leurs plannings. Le modèle intermédiaire permettra notamment aux cadres de santé de prévoir les valeurs de la durée de cycle à écarter, de cette façon le gain de temps est très grand. De plus, notre travail peut inciter les cadres de santé à choisir des durées de cycle paires, car comme on l'a montré, il y a plus de probabilité de trouver une solution si la durée de cycle est paire.

5.6 Perspectives

Notre travail pose plusieurs pistes pour continuer la recherche et pouvoir renforcer les résultats et améliorer nos démarches.

Le modèle de la phase tactique a été modélisé en utilisant plusieurs types de *Jca*. On pourrait proposer une nouvelle modélisation dans laquelle les *Jca* seraient gérés par des variables indiquant leur démarrage et leur fin. Le temps de calcul des instances non résolues peut-être augmenté aussi. Résoudre des problèmes ayant de grandes durées de cycle, plusieurs postes de travail et un grand nombre d'agents afin de tester la limite de notre modèle. Concernant le modèle de la phase stratégique, on pourrait faire plusieurs ajustements afin d'explorer les impacts sur les solutions :

— modifier les valeurs de $pmin$ et $pmin_{80}$ et *l'effectif budgété*.

— introduire des contraintes pour assurer (au maximum) l'équité dès la création des équipes.

— utiliser les solutions du modèle initial, détectées comme infaisables par le modèle enrichi, comme données d'entrée dans le modèle enrichi mais en rajoutant une variable d'écart pour proposer une solution quand le changement d'équipe n'est pas

autorisé. Cela pourrait permettre d'accélérer la résolution à partir de ce point de départ.

— augmenter le temps de calcul.

Pour le processus global, on peut faire une analyse sur la difficulté de résolution des instances en relation à *l'effectif budgété*, on à son écart avec le requis. Le nombre d'instances et sous-instances résolues, le nombre minimal de *Jca* par jour et le niveau d'équité selon la variation de *l'effectif budgété*. Une autre perspective est l'amélioration du modèle intermédiaire pour augmenter le nombre de valeurs écartées, surtout les valeurs impaires. Enfin, à partir des équipes créées par le modèle enrichi, nous pouvons faire une étude pour identifier certaines configurations d'équipes permettant de résoudre les problèmes plus facilement.

Il serait intéressant d'utiliser d'autres techniques telles que la programmation par contraintes pour résoudre chaque problématique et comparer les résultats, spécifiquement sur CHOCO, un solveur libre qui peut être utilisé par le CHU pour construire les plannings et les équipes.

Annexe A

Calcul effectif requis

A.1 Calcul de l'effectif requis

Calculons par exemple *l'effectif requis* correspondant à la *maquette* du tableau 1.1 :

1. Pour cet exemple, les besoins r_{ij} sont donnés dans la *maquette* 1.1, les nombres q_j de chaque jour j dans l'année sont dans le tableau A.1, les durées d_i des postes de travail sont dans le tableau A.2 et le nombre d'heures annuel des agents en *repos fixe* et *variable* pour chaque type de poste sont dans le tableau A.3.

-	Lun	Mar	Mer	Jeu	Ven	Sam	Dim
Semaines	53	52	52	52	52	52	52

Table A.1 – Nombre annuel q_j de chaque jour j de la semaine

Type de poste	Durée de travail (H)
Matin	7.5
Jour	7.5
Soir	7.5
Nuit	10

Table A.2 – Durée d_i de chaque *poste de travail i*

Type de poste	Heures repos fixe	Heures repos variable
Matin, Jour, Soir	1575	1545
Nuit	1466	1452

Table A.3 – Nombre d'heures de travail annuel (pour l'année 2018) pour les agents en *repos fixe et variable*

2. Le calcul de *l'effectif requis* en *repos fixe* en utilisant les équations 1.2 et 1.3 donne :

$$rs_d = \frac{(53 \times 3 + 6 \times 52 \times 3) \times 7.5}{1575} = \frac{8212.5}{1575} \tag{A.1}$$

et

$$rs_n = \frac{(53 \times 1 + 4 \times 52 \times 1) \times 10}{1466} = \frac{2610}{1466} \tag{A.2}$$

On obtient alors les valeurs contenues dans le tableau A.4.

Type de poste	Effectif requis en *repos fixe*
Matin, Jour, Soir	5.21
Nuit	1.78

TABLE A.4 – *Effectif requis* en *repos fixe* pour les postes de matin, jour et soir, et le poste de nuit

3. Afin de déterminer si les agents sont en *repos fixe* ou en *repos variable*, il faut déterminer les besoins annuels des dimanches et jours fériés. Dans cet exemple les besoins des dimanches sont de 156 postes de jours (besoins de 3 postes de travail tous les dimanches durant 52 semaines), auxquels s'ajoutent 24 besoins de postes de travail de jour pour les jours fériés (8 jours fériés avec des besoins de 3 postes de travail chacun), soit au total 180 besoins de postes de jour. Pour les postes de nuit, puisqu'il n'y a pas de besoin le dimanche, on compte uniquement les besoins des jours fériés, qui sont au nombre de 8. En divisant ces valeurs par *l'effectif requis* en *repos fixe* du tableau A.4, on obtient les valeurs contenues dans le tableau A.5.

Type de poste	Valeur
$nbSH_d$	34.55
$nbSH_n$	4.49

TABLE A.5 – Nombre moyen de dimanches et jours fériés travaillés pour chaque agent de matin, jour ou soir, et chaque agent de nuit

4. Comme le nombre moyen de dimanches et jours fériés travaillés est supérieur à 10 dans le cas des postes de matin, jour ou soir, les agents seront en fait en *repos*

variable. Il est donc nécessaire de refaire les calculs de rs en utilisant le nombre d'heures annuel en *repos variable* pour ces postes :

$$rs_d = \frac{8212.5}{1545} \tag{A.3}$$

Les agents de nuit par contre sont bien en *repos fixe*.

Finalement, on obtient les valeurs du tableau A.6.

Type de poste	rs
Matin, Jour, Soir	5.31
Nuit	1.78

TABLE A.6 – *Effectif requis* en *repos variable* pour les postes de matin, jour ou soir, et le poste de nuit

5. *L'effectif requis* total de l'équipe est alors de 7.09 *ETP* (somme des *l'effectif requis* de jour et de nuit), qu'il y ait une équipe de jour et une équipe de nuit, ou qu'il y ait une seule équipe effectuant tous les postes.

Annexe B

Instances réelles

B.1 Détail de quelques instances réelles

B.1.1 Instance 1

	L	M	M	J	V	S	D
Besoins Matin	2	2	2	2	2	0	0
Besoins Sve	0	0	0	0	2	0	0
Besoins Soir	2	2	2	2	0	0	0
Besoins Nuit	1	1	1	1	0	0	0

(a) Besoins

	100%	90%	80%	75%	70%	60%	50%
Nombre d'agents	0	3	0	4	0	0	0

(b) Nombre d'agents

		Horaires	
	Durée (heures)	**Entrée**	**Sortie**
Poste Matin	7.5	6 :45	14 :45
Poste Sve	7	12 :00	19 :30
Poste Soir	7.5	13 :45	21 :15
Poste Nuit	10	21 :00	7 :00

(c) Durée et horaires des postes

Table B.1 – Données de l'instance 1

B.1.2 Instance 3

	L	M	M	J	V	S	D
Besoins Matin	1	1	1	1	1	0	0
Besoins Matin 1	1	1	1	1	1	1	1
Besoins Matin 2	1	1	1	1	1	1	1
Besoins Matin 3	1	0	1	0	1	0	0
Besoins Soir	1	1	1	1	1	0	0
Besoins Soir 1	1	1	1	1	1	1	1
Besoins Soir 2	1	1	1	1	1	1	1

(a) Besoins

	100%	90%	80%	75%	70%	60%	50%
Nombre d'agents	7	0	2	1	0	1	0

(b) Nombre d'agents

		Horaires	
	Durée (heures)	**Entrée**	**Sortie**
Poste Matin	7,5	6 :30	14 :30
Poste Matin 1	7,5	6 :30	14 :30
Poste Matin 2	7,5	6 :30	14 :30
Poste Matin 3	7,5	6 :30	14 :30
Poste Soir	7,5	13 :30	21 :00
Poste Soir 1	7,5	13 :30	21 :00
Poste Soir 2	7,5	13 :30	21 :00

(c) Durée et horaires des postes

TABLE B.2 – Données de l'instance 3

B.1.3 Instance 12

	L	**M**	**M**	**J**	**V**	**S**	**D**
Besoins Matin	2	2	2	2	2	2	2
Besoins Jour	1	1	1	1	1	0	0
Besoins Soir	1	1	1	1	1	1	1

(a) Besoins

	100%	90%	80%	75%	70%	60%	50%
Nombre d'agents	5	0	2	0	0	0	0

(b) Nombre d'agents

		Horaires	
	Durée (heures)	**Entrée**	**Sortie**
Poste Matin	7,5	6 :45	14 :45
Poste Jour	7,5	9 :15	17 :15
Poste Soir	7,5	13 :15	21 :15

(c) Durée et horaires des postes exemple 3

TABLE B.3 – Données de l'instance 12

B.1.4 Instance 20

	L	M	M	J	V	S	D
Besoins Matin 1	1	1	1	1	1	1	1
Besoins Matin 2	1	1	1	1	1	1	1
Besoins Jour	1	1	1	1	1	0	0
Besoins Soir 1	1	1	1	1	1	1	1
Besoins Soir 2	1	1	1	1	1	1	1

(a) Besoins

	100%	90%	80%	75%	70%	60%	50%
Nombre d'agents	5	0	2	1	0	0	2

(b) Nombre d'agents

		Horaires	
	Durée (heures)	**Entrée**	**Sortie**
Poste Matin 1	7,5	6 :30	14 :30
Poste Matin 2	7,5	6 :30	14 :30
Poste Jour	7,5	9 :00	17 :00
Poste Soir 1	7,5	13 :30	21 :00
Poste Soir 2	7,5	13 :30	21 :00

(c) Durée et horaires des postes

TABLE B.4 – Données de l'instance 20

B.1.5 Instance 18

	L	**M**	**M**	**J**	**V**	**S**	**D**
Besoins Matin	3	3	3	3	3	3	3
Besoins Soir	2	2	2	2	2	2	2

(a) Besoins

	100%	90%	80%	75%	70%	60%	50%
Nombre d'agents	10	0	0	0	0	0	0

(b) Nombre d'agents

		Horaires	
	Durée (heures)	**Entrée**	**Sortie**
Poste Matin	7,5	6 :30	14 :30
Poste Soir	7,5	13 :30	21 :00

(c) Durée et horaires des postes

TABLE B.5 – Données de l'instance 18

B.2 Cycles de travail théorique construits par le CHU pour quelques instances réelles

Agent	%	Semaine 1							Semaine 2							Semaine 3							Semaine 4						
		L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D
1	90	Jca	Jca	.	Jca	Jca	.	.	M	M	M	M	M	.	.	S	S	S	S	Sve	.	.	M	M	M	M	.	.	.
2	90	M	M	M	M	M	.	.	S	S	S	S	Sve	.	.	M	M	M	M	.	.	.	N	N	N	N	.	.	.
3	90	S	S	S	S	Sve	.	.	M	M	M	.	.	.	.	N	N	N	N	.	.	.	M	M	.	S	Sve	.	.
4	75	M	M	M	.	.	.	.	N	N	N	N	.	.	.	.	S	S	S	Sve	.	.	S	S	S	.	M	.	.
5	75	N	N	N	N	.	.	.	.	.	S	S	Sve	.	.	S	S	.	M	M	.	.	Jca	Jca	.	Jca	Jca	.	.
6	75	.	.	S	S	Sve	.	.	S	S	.	M	M	.	.	Jca	Jca	.	Jca	Jca	.	.	S	.	M	M	M	.	.
7	75	S	S	.	M	M	.	.	Jca	Jca	.	Jca	Jca	.	.	M	M	M	.	M	.	.	.	S	S	S	Sve	.	.
Postes Matin		2	2	2	2	2	0	0	2	2	2	2	2	0	0	2	2	2	2	2	0	0	2	2	2	2	2	0	0
Postes Soir		2	2	2	2	0	0	0	2	2	2	2	0	0	0	2	2	2	2	0	0	0	2	2	2	2	0	0	0
Postes Nuit		1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
Postes Sve		0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2	0	0
Jca		1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0

Agent	%	Semaine 5							Semaine 6							Semaine 7						
		L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D	L	M	M	J	V	S	D
1	90	N	N	N	N	.	.	.	M	M	.	M	Sve	.	.	S	S	S	S	Sve	.	.
2	90	M	M	.	M	Sve	.	.	S	S	S	S	Sve	.	.	Jca	Jca	.	Jca	Jca	.	.
3	90	S	S	S	S	Sve	.	.	Jca	Jca	.	Jca	Jca	.	.	M	M	M	M	M	.	.
4	75	Jca	Jca	.	Jca	Jca	.	.	M	M	M	S	.	.	.	S	S	.	M	M	.	.
5	75	M	M	M	S	.	.	.	S	S	S	.	M	.	.	M	M	M	.	.	.	.
6	75	S	S	S	.	M	.	.	.	.	M	M	M	.	.	N	N	N	N	.	.	.
7	75	.	.	M	M	M	.	.	N	N	N	N	.	.	.	.	.	S	S	Sve	.	.
Postes Matin		2	2	2	2	2	0	0	2	2	2	2	2	0	0	2	2	2	2	2	0	0
Postes Soir		2	2	2	2	0	0	0	2	2	2	2	0	0	0	2	2	2	2	0	0	0
Postes Nuit		1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
Postes Sve		0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2	0	0
Jca		1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0

Legende
M = poste de matin
S = poste de soir
N = poste de nuit
Sve = poste de soir
. = repos

TABLE B.6 – Instance 1 : *Cycle de travail théorique* de 7 semaines

Agent	%	Semaine 1							Semaine 2							Semaine 3							Semaine 4							Semaine 5						
		L	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***
1	**100**	M2	.	Jca	S1	S1	.	.	Jca	M2	S2	S2	.	S2	S2	S	.	M2	M2	M	.	.	.	S1	S1	S1	Rc	.	M1	M1	M1	S	.	M	M1	.	.
2	**100**	Jca	M2	S2	S2	.	S2	S2	S	.	M2	M2	M	.	.	S1	S1	S1	Rc	.	M1	M1	M1	M1	S	.	M	M1	.	.	M	M1	.	Jca	Jca	S1	S1
3	**75**	S	.	M2	M2	M	.	.	S1	S1	S1	.	.	M1	M1	M1	S	.	M	M1	.	.	.	M	M1	.	.	.	S1	S1	.	.	S	S	S2	.	.
4	**100**	S1	S1	S1	Rc	.	M1	M1	M1	S	.	M	M1	.	.	M	M1	.	Jca	Jca	S1	S1	.	.	Jca	S	S	S2	.	.	Jca	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.
5	**100**	M1	S	.	M	M1	.	.	M	M1	.	Jca	Jca	S1	S1	.	Jca	Jca	Jca	S	S	S2	.	.	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.	Rc	M	M	.	M2	M2	M2
6	**100**	M	M1	.	Jca	S	S1	S1	.	Jca	S	S	S2	.	.	Jca	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.	.	Rc	M	M	.	M2	M2	M2	.	Jca	S1	S1	.	.	.
7	**80**	.	.	S	S	S2	.	.	.	Jca	Jca	.	Jca	.	.	.	.	.	.	M	M2	M2	M2	M2	.	.	S1	S1	.	.	M2	S2	S2	S2	.	S2	S2
8	**80**	.	Jca	.	Jca	Jca	.	.	.	.	M	M	.	M2	M2	M2	.	.	S1	S1	.	.	.	M2	S2	S2	.	S2	S2	.	S	.	M2	M2	M	.	.
9	**100**	Rc	M	M	.	M2	M2	M2	M2	.	Jca	S1	S1	.	.	Jca	M2	S2	S2	.	S2	S2	S	.	M2	M2	M	.	.	.	S1	S1	S1	Rc	.	M1	M1
SUPP	**100**	S2	S2	M1	M1	S	.	.	S2	S2	M1	M1	S	.	.	S2	S2	M1	M1	S	.	.	S2	S2	M1	M1	S	.	.	S2	S2	M1	M1	S	.	.	M1
11	**60**	MR	.	MR	.	MR	.	.	MR	.	MR	.	MR	.	.	MR	.	MR	.	MR	.	.	MR	.	MR	.	MR	.	.	MR	.	MR	.	MR	.	.	.
Postes M		1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0
Postes M1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Postes M2		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Postes S		1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0
Postes S1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Postes S2		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Postes MR		1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0
Jca		1	1	1	1	1	0	0	2	2	2	1	2	0	0	2	2	1	2	2	0	0	1	2	1	1	1	0	0	1	1	2	2	2	0	0

Agent	%	Semaine 6							Semaine 7							Semaine 8							Semaine 9						
		L	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***
1	**100**	M	M1	.	Jca	Jca	S1	S1	.	Jca	S	S	S2	.	.	Jca	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.	Rc	M	M	.	M2	M2	M2
2	**100**	.	Jca	S	S	S2	.	.	Jca	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.	Rc	M	M	.	M2	M2	M2	M2	.	Jca	S1	S1	.	.
3	**75**	.	.	.	.	.	.	.	Rc	M	M	.	M2	M2	M2	.	.	.	S1	S1	.	.	.	M2	S2	S2	.	S2	S2
4	**100**	Rc	M	M	.	M2	M2	M2	M2	.	Jca	S1	S1	.	.	Jca	M2	S2	S2	.	S2	S2	S	.	M2	M2	M	.	.
5	**100**	M2	.	Jca	S1	S1	.	.	Jca	M2	S2	S2	.	S2	S2	S	.	M2	M2	M	.	.	S1	S1	S1	Rc	.	M1	M1
6	**100**	Jca	M2	S2	S2	.	S2	S2	S	.	M2	M2	M	.	.	S1	S1	S1	Rc	.	M1	M1	M1	S	.	M	M1	.	.	.
7	**80**	S	.	M2	M2	M	.	.	S1	S1	.	.	.	M1	M1	M1	S	.	M	M1	.	.	.	M	M1	.	.	.	S1	S1
8	**80**	S1	S1	S1	.	.	M1	M1	M1	S	.	M	M1	.	.	.	M	M1	.	.	S1	S1	.	.	.	S	S	S2	.	.
9	**100**	M1	S	.	M	M1	.	.	M	M1	.	Jca	Jca	S1	S1	.	Jca	Jca	S	S	S2	.	.	Jca	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.
SUPP	**100**	S2	S2	M1	M1	S	.	.	S2	S2	M1	M1	S	.	.	S2	S2	M1	M1	S	.	.	S2	S2	M1	M1	S	.	.	.
11	**60**	MR	.	MR	.	MR	.	.	MR	.	MR	.	MR	.	.	MR	.	MR	.	MR	.	.	MR	.	MR	.	MR	.	.	.
Postes M		1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0
Postes M1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Postes M2		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Postes S		1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0
Postes S1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Postes S2		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Postes MR		1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0
Jca		1	1	1	1	1	0	0	2	2	2	2	2	0	0	2	2	1	1	1	0	0	1	1	2	1	1	0	0

Legende
M, M1, M2, MR = poste de matin
S,S1,S2 = poste de soir
. = repos

TABLE B.7 – Instance 3 : *Cycle de travail théorique* de 9 semaines

		Semaine 1							*Semaine 2*							*Semaine 3*							*Semaine 4*						
Agent	%	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***
1	100	S	J	M	M	.	M	M	M	Jca	.	S	J	.	.	M	M	Jca	.	M	S	S	J	.	M	M	S	.	.
2	100	M	Jca	.	S	J	.	.	M	M	Jca	.	M	S	S	J	.	M	M	S	.	.	Jca	S	J	.	M	M	M
3	100	M	M	Jca	.	M	S	S	J	.	M	M	S	.	.	Jca	S	J	.	M	M	.	.	M	S	J	Jca	.	.
4	100	J	.	M	M	S	.	.	Jca	S	J	.	M	M	M	.	M	S	J	Jca	.	.	Jca	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.
5	100	Jca	S	J	.	M	M	M	.	M	S	J	Jca	.	.	Jca	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.	S	J	M	M	.	M	M
6	80	.	**M**	**S**	**J**	.	.	.	.	.	**Jca**	**Jca**	.	.	.	**S**	**J**	**M**	**M**	.	.	**M**	**M**	.	.	**S**	**J**	.	.
7	80	.	.	**Jca**	**Jca**	.	.	.	**S**	**J**	**M**	**M**	.	**M**	**M**	**M**	.	.	**S**	**J**	.	.	**M**	**M**	.	.	**M**	**S**	**S**
Postes Matin		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Postes Jour		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Postes Soir		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Jca		1	1	2	1	0	0	0	1	1	2	1	1	0	0	2	1	2	1	2	0	0	2	1	1	1	2	0	0

		Semaine 5							**Semaine 6**							**Semaine 7**						
Agent	%	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***
1	100	Jca	S	J	.	M	M	M	.	M	S	J	Jca	.	.	Jca	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.
2	100	.	M	S	J	Jca	.	.	Jca	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.	S	J	M	M	.	M	M
3	100	Jca	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.	S	J	M	M	.	M	M	M	Jca	.	S	J	.	.
4	100	S	J	M	M	.	M	M	M	Jca	.	S	J	.	.	M	M	Jca	.	M	S	S
5	100	M	Jca	.	S	J	.	.	M	M	Jca	.	M	S	S	J	.	M	M	S	.	.
6	80	**M**	**M**	.	.	**M**	**S**	**S**	**J**	.	**M**	**M**	**S**	.	.	.	**S**	**J**	.	**M**	**M**	**M**
7	80	**J**	.	**M**	**M**	**S**	.	.	.	**S**	**J**	.	M	**M**	**M**	.	**M**	**S**	**J**	.	.	.
Postes Matin		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Postes Jour		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Postes Soir		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Jca		2	2	1	1	2	0	0	1	2	2	1	2	0	0	1	2	2	1	1	0	0

Legende
M : poste de matin
J : poste de jour
S : poste de soir
. = repos

TABLE B.8 – Instance 12 : *Cycle de travail théorique* de 7 semaines

Agent	%	Semaine 1							Semaine 2							Semaine 3							Semaine 4							Semaine 5						
		L	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***
1	**100**	J	M2	M2	.	M2	M2	M2	M2	.	S2	S2	S2	.	.	Jca	Jca	Jca	Jca	.	S1	S1	S1	S1	.	S1	S1	J	.	.	.Rc	S2	J	J	.	M2	M2
2	**100**	M2	.	S2	S2	S2	.	.	Jca	Jca	Jca	Jca	.	S2	S2	S2	.	S2	S2	J	.	.	.	.Rc	S1	J	J	.	M2	M2	M2	J	.	.	M2	M2	.	.
3	**100**	Jca	Jca	Jca	Jca	.	S2	S2	S2	.	S1	S1	J	.	.	.	S2	J	J	.	M1	M1	M1	J	.	M2	M2	.	.	.	S1	S1	S1	.	S1	S1	S1
4	**100**	S2	.	S1	S1	J	.	.	.Rc	S2	J	J	.	M2	M2	.	M2	J	.	M1	M1	.	.	S2	S2	S2	.	S1	S1	S1	.	M1	M1	M1	Jca	.	.
5	**100**	.Rc	S2	J	J	.	M1	M1	M1	J	.	M2	M2	.	.	S1	S1	S1	S2	S2	S2	.	.	M1	M1	M1	Jca	.	.	.	Jca	Jca	Jca	Jca	Jca	.ca	.ca
6	**80**	S1	S1	.	.	S1	S1	S1	.	.	M1	Jca	Jca	.	.	M1	Jca	M2	.	Jca	.ca	.ca	.	.	M2	M2	.	M1	M1	M1	M1	.	.	S2	S2	.	.
7	**80**	.	.	M1	M1	M1	.	.	.	M1	M1	M1	Jca	.ca	.ca	M2	.	.	M2	M2	M2	J	.	Jca	Jca	.	.	.	Jca	Jca	S2	.	.	S2	S2	.	S2
8	**75**	.	J	Jca	Jca	.	.	.	J	M2	.	.	M1	M1	M1	S1	S1	S1	.	.	.	M2	Jca	Jca	Jca	.	.	S2	S2	S2	.	.	S1	J	.	.	.
9	**50**	.	.	.	M2	Jca	.	.	.	.	.	.	S1	S1	S1	.	.	.	.	Jca	.	.	.	.	.	S2	S2	.	.	.	.	.	.	M1	M1	M1	M1
10	**50**	M1	M1	.	.	.	.	.	S1	S1	Jca	.	.	.	.	M1	M1	Jca	.	.	.	Jca	Jca	Jca	.	.	.	.	.	J	M2	M2	.	.	.	.	.
Postes M1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Postes M2		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Postes J		1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0
Postes S1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Postes S2		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Jca		1	1	2	2	1	0	0	1	1	2	2	2	0	0	1	2	2	2	2	0	0	1	2	3	1	1	0	0	2	2	1	1	2	0	0

Agent	%	Semaine 6							Semaine 7							Semaine 8							Semaine 9						
		L	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***
1	**100**	M2	J	.	M2	M2	.	.	S1	S1	M2	.	S1	S1	S1	.	M1	M1	M1	Jca	.	.	.	Jca	Jca	Jca	Jca	Jca	.ca	.ca
2	**100**	S2	S2	S2	.	S1	S1	S1	.	M1	M1	Jca	.	S1	S1	.	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.ca	.ca	J	M1	M1	.	M2	M2	M2
3	**100**	.	M1	M1	M1	Jca	.	.	Jca	Jca	Jca	Jca	Jca	.ca	.ca	J	M2	M2	.	M1	M1	M1	M1	.	S2	S2	S2	.	.	.
4	**100**	Jca	Jca	Jca	Jca	Jca	.ca	.ca	J	M2	M2	.	M1	M1	M1	M1	M1	.	S2	S2	S2	.	.	Jca	Jca	Jca	Jca	.	S2	S2
5	**100**	J	M2	M2	.	M1	M1	M1	.	S2	S2	S2	.	.	.	.	Jca	Jca	Jca	.	S2	S2	S2	.	S1	S1	S1	J	.	.
6	**80**	S1	Jca	.	.	.	S2	S2	S2	.	.	S1	J	.	.	J	J	J	.	M2	M2	M2	M2	.	M1	M1	.	.	.	.
7	**80**	.	.	.	S2	S2	.	.	.	S2	J	J	.	M2	M2	S2	.	M2	M2	.	.	.	S1	S1	.	.	S1	S1	S1	S1
8	**75**	.	S1	J	J	.	M2	M2	.	.	.	M2	M2	.	.	S1	S1	.	S1	S1	S1	.	.	J	M2	M2	.	.	.	.
9	**50**	M1	.	.	.	.	.	.	.	.	.	M2	J	Jca	.	.	.	.	S1	S1	J	.	.	.	.	.	.	.	M1	M1
10	**50**	.	.	S1	S1	J	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	S2	J	J	.	.	.
Postes M1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Postes M2		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Postes J		1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
Postes S1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Postes S2		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Jca		1	1	2	2	1	0	0	1	1	2	2	2	0	0	1	2	2	2	2	0	0	1	2	3	1	1	0	0	0

Legende
M1, M2 = postes de matin
J = postes jour
S1, S2 = postes de soir

TABLE B.9 – Instance 20 : *Cycle de travail théorique* de 9 semaines

		Semaine 1							Semaine 2							Semaine 3							Semaine 4							Semaine 5						
Agent	%	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***
1	**100**	Jca	Jca	Jca	.	M	M	M	M	.	M	M	Jca	.	.	Jca	Jca	S	S	.	S	S	S	S	.	M	M	.	.	M	M	M	.	M	M	M
2	**100**	M	.	M	M	Jca	.	.	Jca	Jca	S	S	.	S	S	S	S	.	M	M	.	.	M	M	M	.	M	M	M	.	S	S	S	S	.	.
3	**100**	Jca	Jca	S	S	.	S	S	S	S	.	M	M	.	.	M	M	M	.	M	M	M	.	S	S	S	S	.	.	M	M	.	Jca	S	S	S
4	**100**	S	S	.	M	M	.	.	M	M	M	.	M	M	M	.	S	S	S	S	.	.	M	M	.	Jca	S	S	S	S	.	Jca	Jca	Jca	.	.
5	**100**	M	M	M	.	M	M	M	.	S	S	S	S	.	.	M	M	.	Jca	S	S	S	S	.	Jca	Jca	Jca	.	.	Jca	M	M	M	.	M	M
6	**100**	.	S	S	S	S	.	.	M	M	.	Jca	S	S	S	S	.	Jca	Jca	Jca	.	.	Jca	M	M	M	.	M	M	.	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.
7	**100**	M	M	.	Jca	S	S	S	S	.	Jca	Jca	Jca	.	.	Jca	M	M	M	.	M	M	.	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.	Jca	Jca	Jca	.	M	M	M
8	**100**	S	.	Jca	Jca	Jca	.	.	Jca	M	M	M	.	M	M	.	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.	Jca	Jca	Jca	.	M	M	M	M	.	M	M	Jca	.	.
9	**100**	Jca	M	M	M	.	M	M	.	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.	Jca	Jca	Jca	.	M	M	M	M	.	M	M	Jca	.	.	Jca	Jca	S	S	.	S	S
10	**100**	.	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.	Jca	Jca	Jca	.	M	M	M	M	.	M	M	Jca	.	.	Jca	Jca	S	S	.	S	S	S	S	.	M	M	.	.
Postes M		3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Postes S		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Jca		3	3	3	3	3	0	0	3	3	3	3	3	0	0	3	3	3	3	3	0	0	3	3	3	3	3	0	0	3	3	3	3	3	0	0

		Semaine 6							Semaine 7							Semaine 8							Semaine 9							Semaine 10						
Agent	%	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***	***L***	***M***	***M***	***J***	***V***	***S***	***D***
1	**100**	.	S	S	S	S	.	.	M	M	.	Jca	S	S	S	S	.	Jca	Jca	Jca	.	.	Jca	M	M	M	.	M	M	.	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.
2	**100**	M	M	.	Jca	S	S	S	S	.	Jca	Jca	Jca	.	.	Jca	M	M	M	.	M	M	.	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.	Jca	Jca	Jca	.	M	M	M
3	**100**	S	.	Jca	Jca	Jca	.	.	Jca	M	M	M	.	M	M	.	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.	Jca	Jca	Jca	.	M	M	M	M	.	M	M	Jca	.	.
4	**100**	Jca	M	M	M	.	M	M	.	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.	Jca	Jca	Jca	.	M	M	M	M	.	M	M	Jca	.	.	Jca	Jca	S	S	.	S	S
5	**100**	.	Jca	Jca	Jca	Jca	.	.	Jca	Jca	Jca	.	M	M	M	M	.	M	M	Jca	.	.	Jca	Jca	S	S	.	S	S	S	S	.	M	M	.	.
6	**100**	Jca	Jca	Jca	.	M	M	M	M	.	M	M	Jca	.	.	Jca	Jca	S	S	.	S	S	S	S	.	M	M	.	.	M	M	M	.	M	M	M
7	**100**	M	.	M	M	Jca	.	.	Jca	Jca	S	S	.	S	S	S	S	.	M	M	.	.	M	M	M	.	M	M	M	.	S	S	S	S	.	.
8	**100**	Jca	Jca	S	S	.	S	S	S	S	.	M	M	.	.	M	M	M	.	M	M	M	.	S	S	S	S	.	.	M	M	.	Jca	S	S	S
9	**100**	S	S	.	M	M	.	.	M	M	M	.	M	M	M	.	S	S	S	S	.	.	M	M	.	Jca	S	S	S	S	.	Jca	Jca	Jca	.	.
10	**100**	M	M	M	.	M	M	M	.	S	S	S	S	.	.	M	M	.	Jca	S	S	S	S	.	Jca	Jca	Jca	.	.	Jca	M	M	M	.	M	M
Postes M		3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Postes S		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Jca		3	3	3	3	3	0	0	3	3	3	3	3	0	0	3	3	3	3	3	0	0	3	3	3	3	3	0	0	3	3	3	3	3	0	0

Legende
M : poste matin
S : poste soir
. : repos

TABLE B.10 – Instance 18 : *cycle de travail théorique* de travail de 10 semaines

B.3 Répartition des *Jca* dans les instances réelles

Chaque colonne i du tableau B.11 contient le nombre de *Jca* permettant de remplacer i postes, divisé par le nombre de semaines du cycle. Les "-" signifient que le type de *Jca* n'existe pas dans l'instance, " ?" qu'elle est non résolue, et "inf" qu'elle est infaisable.

	Type de Jca																					
	1		2		3		4		5		6		7		8		9					
	CHU	MILP	CHU	MILP	CHU	MILP	CHU	MILP	CHU	MILP	CHU	MILP	CHU	MILP	CHU	MILP	CHU	MILP				
1	0,86	0,00	0,00	0,00	0,86	0,00	2,29	4,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
2	6,43	3,33	4,71	8,67	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	7,33	7,75	-	-	-	-				
4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	9,25	9,25	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
5	3,20	0,00	0,50	0,90	6,10	10,60	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
6	9,91	?	13,55	?	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
7	3,25	5,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
8	0,45	inf	5,18	inf	6,36	inf	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
9	0,00	inf	0,00	inf	0,00	inf	0,00	inf	0,00	inf	0,00	inf	0,00	inf	0,00	inf	26,31	inf				
10	3,43	4,33	1,57	3,17	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
11	3,88	0,00	4,92	0,00	14,50	26,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
12	1,29	inf	0,43	inf	5,29	inf	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
13	0,00	0,00	0,00	0,00	4,50	1,00	0,00	0,00	4,50	8,00	-	-	-	-	-	-	-	-				
14	0,00	inf	0,00	inf	0,07	inf	0,00	inf	7,57	inf	0,00	inf	0,00	inf	5,71	inf	-	-				
15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	4,75	0,63	0,00	0,00	0,00	0,00	7,75	11,38	-	-	-	-				
16	0,00	0,00	0,00	0,00	5,80	5,33	0,00	0,00	8,67	12,17	-	-	-	-	-	-	-	-				
17	14,42	5,00	9,29	22,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
18	8,10	10,00	6,90	5,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
19	3,58	2,00	3,92	5,50	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
20	1,33	0,00	0,00	0,00	2,33	0,00	0,00	0,00	4,56	8,83	-	-	-	-	-	-	-	-				
21	0,00	4,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
22	0,00	0,00	0,00	0,00	7,60	7,13	0,00	0,00	7,70	8,13	-	-	-	-	-	-	-	-				
23	5,70	7,50	4,90	3,30	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
24	1,56	0,00	7,44	5,00	4,00	10,33	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				
25	0,00	0,50	2,00	0,00	4,50	6,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				

TABLE B.11 – Comparaison des répartitions de *Jca* pour les instances réelles.

Bibliographie

Abernathy, W. J., Baloff, N., Hershey, J. C. & Wandel, S. (1973). A three-stage manpower planning and scheduling model—a service-sector example. *Operations Research*, *21*(3), 693-711.

Aydas, O. T., Ross, A. D., Scanlon, M. C. & Aydas, B. (2020). New results on integrated nurse staffing and scheduling : The medium-term context for intensive care units. *Journal of the Operational Research Society*, 1-18.

Azaiez, M. N. & Al Sharif, S. S. (2005). A 0-1 goal programming model for nurse scheduling. *Computers & Operations Research*, *32*(3), 491-507.

Bard, J. F. & Purnomo, H. W. (2005). Hospital-wide reactive scheduling of nurses with preference considerations. *Iie Transactions*, *37*(7), 589-608.

Bard, J. F. & Purnomo, H. W. (2007). Cyclic preference scheduling of nurses using a Lagrangian-based heuristic. *Journal of Scheduling*, *10*(1), 5-23.

Bartscht, K. G. (1963). An Analytical Approach To Nursing Scheduling. *Hospital Topics*, *41*(9), 44-45.

Becker, T., Steenweg, P. M. & Werners, B. (2019). Cyclic shift scheduling with on-call duties for emergency medical services. *Health care management science*, *22*(4), 676-690.

Benazzouz, T., Echchatbi, A. & Bellabdaoui, A. (2015). A literature review on the nurses' planning problems. *International Journal of Mathematics and Computational Science*, *1*(5), 268-274.

Bouajaja, S. & Dridi, N. (2017). A survey on human resource allocation problem and its applications. *Operational Research*, *17*(2), 339-369.

Burke, E. K., De Causmaecker, P., Berghe, G. V. & Van Landeghem, H. (2004). The state of the art of nurse rostering. *Journal of scheduling*, *7*(6), 441-499.

Burke, E. K., Li, J. & Qu, R. (2010). A hybrid model of integer programming and variable neighbourhood search for highly-constrained nurse rostering problems. *European Journal of Operational Research*, *203*(2), 484-493.

Chan, P. & Weil, G. (2000). Cyclical staff scheduling using constraint logic programming, In *International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling*. Springer.

Chen, P.-S., Lin, Y.-J. & Peng, N.-C. (2016). A two-stage method to determine the allocation and scheduling of medical staff in uncertain environments. *Computers & Industrial Engineering*, *99*, 174-188.

Clark, A. R. & Walker, H. (2011). Nurse rescheduling with shift preferences and minimal disruption. *Journal of Applied Operational Research*, *3*(3), 148-162.

Clark, A., Moule, P., Topping, A. & Serpell, M. (2015). Rescheduling nursing shifts : scoping the challenge and examining the potential of mathematical model based tools. *Journal of Nursing Management*, *23*(4), 411-420.

Dantzig, G. B. (1954). Letter to the editor-A comment on Edieś "Traffic delays at toll booths". *Journal of the Operations Research Society of America*, *2*(3), 339-341.

Darko, A., Chan, A. P. C., Ameyaw, E. E., Owusu, E. K., Pärn, E. & Edwards, D. J. (2019). Review of application of analytic hierarchy process (AHP) in construction. *International journal of construction management*, *19*(5), 436-452.

Davis, A., Mehrotra, S., Holl, J. & Daskin, M. S. (2014). Nurse staffing under demand uncertainty to reduce costs and enhance patient safety. *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, *31*(01), 1450005.

De Bruecker, P., Van den Bergh, J., Beliën, J. & Demeulemeester, E. (2015). Workforce planning incorporating skills : State of the art. *European Journal of Operational Research*, *243*(1), 1-16.

De Causmaecker, P. & Berghe, G. V. (2004). Novel meta-heuristic approaches to nurse rostering problems in Belgian hospitals.

De Causmaecker, P. & Berghe, G. V. (2011). A categorisation of nurse rostering problems. *Journal of Scheduling*, *14*(1), 3-16.

Easton, F. F. & Rossin, D. F. (1996). A stochastic goal program for employee scheduling. *Decision Sciences*, *27*(3), 541-568.

Easton, F. F., Rossin, D. F. & Borders, W. S. (1992). Analysis of alternative scheduling policies for hospital nurses. *Production and Operations Management*, *1*(2), 159-174.

El-Rifai, O., Garaix, T. & Xie, X. (2016). Proactive on-call scheduling during a seasonal epidemic. *Operations Research for Health Care*, *8*, 53-61.

Ernst, A. T., Jiang, H., Krishnamoorthy, M., Owens, B. & Sier, D. (2004). An annotated bibliography of personnel scheduling and rostering. *Annals of Operations Research*, *127*(1-4), 21-144.

Ernst, A. T., Jiang, H., Krishnamoorthy, M. & Sier, D. (2004). Staff scheduling and rostering : A review of applications, methods and models. *European journal of operational research*, *153*, 3-27.

Gnanlet, A. & Gilland, W. G. (2009). Sequential and simultaneous decision making for optimizing health care resource flexibilities. *Decision Sciences*, *40*(2), 295-326.

Griffiths, J. D., Price-Lloyd, N., Smithies, M. & Williams, J. E. (2005). Modelling the requirement for supplementary nurses in an intensive care unit. *Journal of the Operational Research Society*, *56*(2), 126-133.

Güler, M. G., İdi, K., Güler, E. Y. Et al. (2013). A goal programming model for scheduling residents in an anesthesia and reanimation department. *Expert Systems with Applications*, *40*(6), 2117-2126.

Harper, P. R., Powell, N. & Williams, J. E. (2010). Modelling the size and skill-mix of hospital nursing teams. *Journal of the Operational Research Society*, *61*(5), 768-779.

Hellsten, L., Pesant, G. & Van Beek, P. (2004). A domain consistency algorithm for the stretch constraint, In *International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming*. Springer.

Henderson, J. C., Krajewski, L. J. & Showalter, M. J. (1982). An integrated approach for manpower planning in the service sector. *Omega*, *10*(1), 61-73.

Hulshof, P. J., Kortbeek, N., Boucherie, R. J., Hans, E. W. & Bakker, P. J. (2012). Taxonomic classification of planning decisions in health care : a structured review of the state of the art in OR/MS. *Health systems*, *1*(2), 129-175.

Jaillet, P., Loke, G. G. & Sim, M. (2018). Strategic manpower planning under uncertainty. *Available at SSRN 3168168*.

Jeang, A. (1994). Flexible nursing staff planning when patient demands are uncertain. *Journal of medical systems*, *18*(3), 125-138.

Jenal, R., Ismail, W. R., Yeun, L. C. & Oughalime, A. (2011). A cyclical nurse schedule using goal programming. *Journal of Mathematical and Fundamental Sciences*, *43*(3), 151-164.

Kim, S.-J., Ko, Y.-W., Uhmn, S. & Kim, J. (2014). A strategy to improve performance of genetic algorithm for nurse scheduling problem. *International Journal of Software Engineering and Its Applications*, *8*(1), 53-62.

Kundu, S., Mahato, M., Mahanty, B. & Acharyya, S. (2008). Comparative performance of simulated annealing and genetic algorithm in solving nurse scheduling

problem, In *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists*.

Kundu, S. & Acharyya, S. (2008). A SAT approach for solving the nurse scheduling problem, In *TENCON 2008-2008 IEEE Region 10 Conference*. IEEE.

Li, N. & Li, L. X. (2000). Modeling staffing flexibility : A case of China. *European Journal of Operational Research*, *124*(2), 255-266.

Li, Y., Chen, J. & Cai, X. (2007). An integrated staff-sizing approach considering feasibility of scheduling decision. *Annals of Operations Research*, *155*(1), 361-390.

Maenhout, B. & Vanhoucke, M. (2009). The impact of incorporating nurse-specific characteristics in a cyclical scheduling approach. *Journal of the Operational Research Society*, *60*(12), 1683-1698.

Maenhout, B. & Vanhoucke, M. (2011). An evolutionary approach for the nurse rerostering problem. *Computers & Operations Research*, *38*(10), 1400-1411.

Maenhout, B. & Vanhoucke, M. (2013). An integrated nurse staffing and scheduling analysis for longer-term nursing staff allocation problems. *Omega*, *41*(2), 485-499.

M'Hallah, R. & Alkhabbaz, A. (2013). Scheduling of nurses : A case study of a Kuwaiti health care unit. *Operations Research for Health Care*, *2*(1-2), 1-19.

Millar, H. H. & Kiragu, M. (1998). Cyclic and non-cyclic scheduling of 12 h shift nurses by network programming. *European journal of operational research*, *104*(3), 582-592.

Moz, M. & Pato, M. V. (2003). An integer multicommodity flow model applied to the rerostering of nurse schedules. *Annals of Operations Research*, *119*(1), 285-301.

Moz, M. & Pato, M. V. (2004). Solving the problem of rerostering nurse schedules with hard constraints : New multicommodity flow models. *Annals of Operations Research*, *128*(1), 179-197.

Moz, M. & Pato, M. V. (2007). A genetic algorithm approach to a nurse rerostering problem. *Computers & Operations Research*, *34*(3), 667-691.

Paul, J. A. & MacDonald, L. (2014). Modeling the benefits of cross-training to address the nursing shortage. *International Journal of Production Economics*, *150*, 83-95.

Pawar, U. S. & Hanchate, D. B. (2013). Literature review on personnel scheduling. *International Journal of Computer Engineering and Technology (IJCET), Spt.*

Purnomo, H. W. & Bard, J. F. (2007). Cyclic preference scheduling for nurses using branch and price. *Naval Research Logistics (NRL)*, *54*(2), 200-220.

Rahimian, E., Akartunali, K. & Levine, J. (2017). A hybrid integer and constraint programming approach to solve nurse rostering problems. *Computers & Operations Research*, *82*, 83-94.

Rashid, N. R. M., Ismail, W. R., Ismail, N. F. & Kapi, A. Y. (2015). Cyclical scheduling for welfare assistants using 0-1 goal programming, In *AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing LLC.

Rocha, M., Oliveira, J. F. & Carravilla, M. A. (2012). Quantitative approaches on staff scheduling and rostering in hospitality management : An overview. *American Journal of Operations Research*, *2*(01), 137.

Rocha, M., Oliveira, J. F. & Carravilla, M. A. (2013). Cyclic staff scheduling : optimization models for some real-life problems. *Journal of Scheduling*, *16*(2), 231-242.

Rosenbloom, E. & Goertzen, N. (1987). Cyclic nurse scheduling. *European journal of operational research*, *31*(1), 19-23.

Ryu, M. & Jiang, R. (2019). Nurse Staffing under Absenteeism : A Distributionally Robust Optimization Approach. *arXiv preprint arXiv :1909.09875*.

Sadjadi, S., Soltani, R., Izadkhah, M., Saberian, F. & Darayi, M. (2011). A new nonlinear stochastic staff scheduling model. *Scientia Iranica*, *18*(3), 699-710.

Shahidin, A. M., Said, M. S. M., Said, N. H. M. & Sazali, N. I. A. (2017). Developing optimal nurses work schedule using integer programming, In *AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing LLC.

Sundari, V. & Mardiyati, S. (2017). Solving cyclical nurse scheduling problem using preemptive goal programming, In *AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing LLC.

Tien, J. M. & Kamiyama, A. (1982). On manpower scheduling algorithms. *SIAM review*, *24*(3), 275-287.

Topaloglu, S. (2006). A multi-objective programming model for scheduling emergency medicine residents. *Computers & Industrial Engineering*, *51*(3), 375-388.

Trilling, L., Guinet, A. & Le Magny, D. (2005). Planification de ressources mutualisées : le cas des infirmiers anesthésistes.

Trivedi, V. M. (1981). A mixed-integer goal programming model for nursing service budgeting. *Operations Research*, *29*(5), 1019-1034.

Trivedi, V. M. & Warner, D. M. (1976). A branch and bound algorithm for optimum allocation of float nurses. *Management Science*, *22*(9), 972-981.

Van den Bergh, J., Beliën, J., De Bruecker, P., Demeulemeester, E. & De Boeck, L. (2013). Personnel scheduling : A literature review. *European journal of operational research*, *226*(3), 367-385.

Venkataraman, R. & Brusco, M. J. (1996). An integrated analysis of nurse staffing and scheduling policies. *Omega*, *24*(1), 57-71.

Véricourt, F. d. & Jennings, O. B. (2011). Nurse staffing in medical units : A queueing perspective. *Operations research*, *59*(6), 1320-1331.

Warner, D. M. (1976). Scheduling nursing personnel according to nursing preference : A mathematical programming approach. *Operations Research*, *24*(5), 842-856.

Widyastiti, M., Aman, A. & Bakhtiar, T. (2016). Nurses Scheduling by Considering the Qualificationusing Integer Linear Programming. *Telkomnika*, *14*(3), 933-940.

Wong, T.-C., Xu, M. & Chin, K.-S. (2014). A two-stage heuristic approach for nurse scheduling problem : A case study in an emergency department. *Computers & Operations Research*, *51*, 99-110.

Wright, P. D., Bretthauer, K. M. & Côté, M. J. (2006). Reexamining the nurse scheduling problem : Staffing ratios and nursing shortages. *Decision Sciences*, *37*(1), 39-70.

Wright, P. D. & Mahar, S. (2013). Centralized nurse scheduling to simultaneously improve schedule cost and nurse satisfaction. *Omega*, *41*(6), 1042-1052.

Yankovic, N. & Green, L. V. (2011). Identifying good nursing levels : A queuing approach. *Operations research*, *59*(4), 942-955.

DOCTORAT BRETAGNE LOIRE / MATHSTIC

université angers

Titre : Planification de personnels hospitaliers avec dimensionnement des équipes et prise en compte des jours de remplacement

Mot clés : planification d'infiermiers, remplacements, dimensionnement d'équipes, programmation linéaire en nombres entiers

Résumé : La planification hospitalière est un processus complexe, généralement traité en différentes phases de décision intégrant progressivement les informations. Dans cette étude, le processus de planification du CHU de Nantes est considéré en trois phases : stratégique (long terme), tactique (moyen terme) et opérationnelle (court terme). La phase stratégique correspond au dimensionnement des équipes, alors que la phase tactique est dédiée à la création de plannings de personnel. Ces plannings sont non nominatifs mais doivent intégrer des mesures d'équité et des jours de remplacement entre agents qui permettront la gestion ultérieure des congés. Enfin, la phase opérationnelle est relative à la gestion mensuelle des plannings de service mis en oeuvre.

Dans la littérature, de nombreux travaux traitent chacune de ces phases séparément. Or, nous montrons que cela peut conduire à des situations de blocage. C'est pourquoi nous proposons un processus qui peut couvrir les phases stratégique et tactique. Au cours de cette étude, chaque problème de décision identifié a fait l'objet d'une formalisation mathématique, puis d'expérimentations. Cela a permis de mettre en évidence différentes contraintes de la création tactique des plannings, qui pouvaient être anticipées lors de la phase stratégique. Cette démarche globale permet tout d'abord de mieux anticiper la faisabilité des plannings du point de vue des contraintes légales, mais aussi des congés qui seront pris. Les expérimentations globales montrent que cela devrait réduire les ajustements chronophages lors de la phase opérationnelle, ainsi que les inéquités.

Title: Hospital staff planning with team sizing and taking into account replacement days

Keywords: nurse rostering, replacements, staff problem, integer programming

Abstract: Hospital planning is a complex process, generally addressed in different decision phases progressively integrating data. In this study, the planning process at the University Hospital of Nantes is considered in three phases: strategic (long term), tactical (medium term) and operational (short term). The strategic phase corresponds to the dimensioning of the teams, while the tactical phase is dedicated to the creation of rosters. These rosters are not nominative but must integrate some equity measures and replacement days, that will allow the subsequent management of annual leaves. Finally, the operational phase is related to the management of monthly planning to implement.

In the state of the art, many works treat each of these phases separately. However, we show that this can lead to blocking situations. Therefore, we propose a process that can cover both the strategic and tactical phases. During this study, each identified de-

cision problem has been mathematically formalized and then experimented. This allowed to highlight different constraints in the tactical creation of the schedules, which can be anticipated during the strategic phase. This global approach allows first of all to better anticipate the feasibility of the planning from the point of view of the legal constraints, but also of the annual leaves that will be taken. The global experiments show that this should reduce time-consuming adjustments during the operational phase, as well as inequities.