



HAL
open science

Détermination rapide de la durée de vie en fatigue oligocyclique de structures au comportement inélastique confiné : application aux instruments endodontiques en alliage à mémoire de forme Nickel-Titane

Yoann Congard

► **To cite this version:**

Yoann Congard. Détermination rapide de la durée de vie en fatigue oligocyclique de structures au comportement inélastique confiné : application aux instruments endodontiques en alliage à mémoire de forme Nickel-Titane. Matériaux. École Nationale d'Ingénieurs de Brest, 2020. Français. NNT : 2020ENIB0008 . tel-03934571

HAL Id: tel-03934571

<https://theses.hal.science/tel-03934571>

Submitted on 11 Jan 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT DE

L'ÉCOLE NATIONALE D'INGENIEURS DE BREST

ÉCOLE DOCTORALE N° 602

Sciences pour l'Ingénieur

Spécialité : Mécanique des solides, des matériaux, des structures et des surfaces

Par

Yoann CONGARD

Détermination rapide de la durée de vie en fatigue oligocyclique de structures au comportement inélastique confiné : application aux instruments endodontiques en alliage à mémoire de forme Nickel-Titane

Thèse présentée et soutenue à Brest, le 16 décembre 2020

Unité de recherche : Institut de Recherche Dupuy de Lôme UMR CNRS 6027

Thèse N° : 8

Composition du Jury :

Rapporteurs :

Michel CORET
Ziad MOUMNI

Professeur des universités, École Centrale de Nantes
Professeur des universités, ENSTA Paris-Institut Polytechnique de Paris

Examineurs :

Sylvain CALLOCH
Laurent DANIEL
Karine LAVERNHE
Marin VINCENT

Professeur des universités, ENSTA Bretagne
Professeur des universités, Centrale-Supélec
Maître de conférences, ENS Paris-Saclay
Maître de conférences-Praticien hospitalier, Faculté d'Odontologie de Lorraine

Dir. de thèse :

Shabnam ARBAB CHIRANI

Professeur des universités, ENIB

Co-dir. de thèse :

Luc SAINT-SULPICE

Maître de conférences, ENIB



Table des matières

Table des matières	iii
Table des figures	v
Liste des tableaux	xi
Nomenclature	xiii
Introduction	1
1 Comportement et fatigue de l'alliage de NiTi et des instruments endodontiques	7
1.1 Alliages à mémoire de forme en NiTi	9
1.1.1 Transformation martensitique	9
1.1.2 Effet pseudoélastique	11
1.1.2.1 Comportement sous sollicitations monotones	11
1.1.2.2 Comportement sous sollicitations cycliques	13
1.1.3 Effet pseudoplastique	15
1.1.4 Phase intermédiaire : la phase R	15
1.1.5 Fatigue de l'alliage de NiTi	17
1.2 Instruments endodontiques	19
1.2.1 Généralités	19
1.2.2 Problèmes rencontrés	20
1.2.3 Étude du comportement mécanique des instruments	22
1.2.4 Étude en fatigue des instruments	25
1.3 Bilan	28
2 Démarche de calcul de durée de vie en fatigue oligocyclique	30
2.1 Introduction au calcul en fatigue oligocyclique	32
2.2 Méthodes simplifiées de détermination du comportement au point critique	34
2.2.1 Méthodes de type Neuber	36
2.2.2 Position du problème pour les états multiaxiaux	40

2.2.3	Heuristiques de multiaxialité	42
2.2.4	Méthode de l'Opérateur de Localisation Ajustable	45
2.2.4.1	Approche de Herbrand	45
2.2.4.2	Approche de Darlet	46
2.3	Mise en place de la méthode simplifiée OLA	49
2.3.1	Étude sous chargement uniaxial	50
2.3.2	Étude sous chargement multiaxial	56
2.3.2.1	Application sous chargement proportionnel	56
2.3.2.2	Application sous chargement non proportionnel	61
2.3.3	Proposition d'intégration numérique générique	63
2.4	Critère de fatigue oligocyclique	65
2.4.1	Généralités sur les critères de fatigue	65
2.4.2	Critères uniaxiaux	66
2.4.2.1	Critère de Manson-Coffin-Basquin	66
2.4.2.2	Correction de Morrow	66
2.4.3	Critères multiaxiaux	66
2.4.3.1	Critères de type plan critique	66
2.4.3.2	Critères globaux	67
2.4.4	Critères employés pour les AMF	68
2.4.4.1	Approche de type plan critique	68
2.4.4.2	Approche globale	70
2.4.4.3	Choix du critère	71
2.5	Bilan	72
3	Prévision de la durée de vie sur éprouvettes entaillées en NiTi Pseudoélastique	74
3.1	Étude expérimentale de l'alliage NiTi A	76
3.1.1	Matériau étudié	76
3.1.2	Essais de caractérisation	79
3.1.2.1	Sollicitation de flexion simple (FS)	79
3.1.2.2	Sollicitation de flexion rotative (FR)	79
3.1.2.3	Sollicitation de traction cyclique	81
3.2	Modélisation du comportement matériau	83
3.2.1	Présentation de la LdC	84
3.2.2	Identification des paramètres de la LdC	87
3.3	Identification du critère de fatigue	89
3.4	Application et validation de la démarche de DDV sur éprouvettes entaillées	90
3.4.1	Mise en place du modèle EF	91
3.4.2	Détermination du comportement inélastique local	91
3.4.3	Prévision des durées de vie	94
3.5	Bilan	95
4	Prévision de la durée de vie sur instruments endodontiques en NiTi Pseudoélastique	97
4.1	Matériau étudié	99
4.1.1	Présentation du matériau	99
4.1.2	Identification des paramètres de la LdC	101

4.2	Caractérisation et identification des propriétés en fatigue	103
4.2.1	Campagne de flexion rotative cyclique sur éprouvette diabolo	103
4.2.2	Identification du critère de fatigue	103
4.3	Application et validation de la démarche de DDV sur instruments endodontiques	105
4.3.1	Essais de fatigue sur instruments endodontiques	105
4.3.2	Mise en œuvre de la DDV OLA	106
4.3.2.1	Mise en place du modèle EF	106
4.3.2.2	Localisation du point critique	106
4.3.2.3	Identification de l'opérateur de localisation et du chargement macroscopique élastique	109
4.3.2.4	Détermination du comportement inélastique local	112
4.3.2.5	Prévision des durées de vie	114
4.3.3	Influence des paramètres	116
4.3.3.1	Influence des grands déplacements sur l'identification de l'opérateur de localisation	116
4.3.3.2	Influence de l'orientation de l'instrument sur la DDV	117
4.4	Bilan	119
5	Vers la caractérisation du matériau pseudoplastique	121
5.1	Matériau étudié	122
5.2	Comportement sous sollicitations de traction	124
5.2.1	Essais de traction monotone	125
5.2.2	Essais de traction cyclique	127
5.3	Comportement sous sollicitation de flexion	128
5.3.1	Essai de flexion simple répétée	128
5.3.2	Campagne de fatigue en flexion rotative cyclique	130
5.4	Bilan	130
	Conclusion	132
	A Intégration numérique : calcul du terme $d\Delta\epsilon$	136
	B Calibration et étalonnage de le MFR	138
	B.1 Calibration cinématique	138
	B.2 Étalonnage statique	142
	Bibliographie	143



Table des figures

1.1	Transformation martensitique induit par un chargement thermique à contrainte nulle.	10
1.2	Comportement hystérétique induit par un chargement thermique lors de la transformation martensitique.	10
1.3	(a) Réorientation de la martensite auto-accomodée, (b) illustration de l'effet mémoire de forme.	11
1.4	Schéma simplifié du pseudo-diagramme d'état de transformation de phase d'un AMF.	12
1.5	Comportement pseudoélastique d'un alliage de NiTi lors d'un essai de traction. Représentation du champ de déformation longitudinale calculé par corrélation d'images et du champ de température mesuré par caméra infrarouge.	13
1.6	Comportement pseudoélastique dissymétrique en traction-compression d'un alliage de NiTi.	14
1.7	Courbes de contrainte-déformation en tractions cycliques pseudoélastiques sur des alliages de NiTi.	14
1.8	Comportement cyclique pseudoélastique d'un alliage de NiTi.	15
1.9	Comportement pseudoplastique cyclique d'un alliage de NiTi.	15
1.10	Présence de la phase R lors d'un essai de DSC pour un alliage de NiTi.	16
1.11	Comportement sous sollicitations de tractions d'un alliage de NiTi en présence de phase R.	16
1.12	Machine de flexion rotative proposée par Wagner employé dans la campagne expérimentale de Sawaguchi	17
1.15	Essai de fatigue en flexion rotative : (a) influence du diamètre de fil, (b) influence de la vitesse de rotation	18
1.16	Utilisation d'un instrument endodontique : (a) instrument One Shape, (b) opération de dévitalisation.	20
1.17	Radiographie d'une rupture instrumentale lors d'une opération de dévitalisation.	21
1.18	Phénomène de transport canalaire.	22
1.19	Caractérisation expérimentale du comportement mécanique en flexion des instruments.	23

1.20	Caractérisation numérique du comportement mécanique en flexion des instruments : (a) résultat macroscopique force-déplacement, (b) résultat du champ de contrainte équivalent [Arbab-Chirani <i>et al.</i> , 2011].	24
1.21	Évolution du champ de contrainte équivalent dans la section la plus sollicitée pendant la rotation de l'instrument.	24
1.22	Moyens d'essais de caractérisation en fatigue des instruments endodontiques en flexion rotative : (a) canal artificiel, (b) plan incliné, (c) flexion trois points et (d) enroulement.	26
1.23	Campagne expérimentale de fatigue réalisée pour trois instruments endodontiques (ProTaper Next, F6Skytaper et RaCe).	27
1.24	Démarche d'estimation numérique de la durée de vie des instruments endodontiques en flexion rotative : (a) durée de vie des instruments ProFile GT et ProFile Series X, (b) durée de vie des instruments : SS-TR (stainless steel file with triangular cross-section), SS-SQ (stainless steel file with square cross-section) ; NiTi-TR (NiTi alloy file with triangular cross-section) et NiTi-SQ (NiTi alloy file with square cross-section)	28
2.1	Domaines de fatigue.	32
2.2	Réponses asymptotiques d'une structure soumise à un chargement cyclique : (a) adaptation, (b) accommodation, (c) effet Rochet.	33
2.3	Illustration de l'effet d'entaille : (a) cas élastique, (b) cas inélastique.	37
2.4	Illustration de l'hypothèse de Neuber.	38
2.5	Illustration de la règle de Neuber aux chargements cycliques.	39
2.6	Illustration de la règle de Neuber et de Molski et Glinka.	40
2.7	Éprouvette entaillée axisymétrique.	41
2.8	Équivalence de Buczynski et Glinka.	43
2.9	Équivalence entre confinement inélastique en fond d'entaille et l'inclusion d'Eshelby-Kröner dans l'approche simplifiée de Herbland.	45
2.10	Inclusion hémisphérique inélastique noyée dans une matrice semi-infinie.	47
2.11	Équivalence entre confinement inélastique en fond d'entaille et l'inclusion hémisphérique inélastique de Sauzay dans l'approche simplifiée de Darlet.	47
2.12	Illustration de l'éprouvette plate entaillée : (a) géométrie, (b) modélisation élément-finis ($\frac{1}{4}$ de la structure).	50
2.13	Organigramme de l'intégration numérique de la MS OLA avec une LdC élastoplastique : (a) organigramme global, (b) organigramme de la correction plastique.	53
2.14	Réponse de la MS OLA sous chargement uniaxial : (a) approche de Darlet, (b) approche de Herbland.	55
2.15	Réponses stabilisées des MS de Darlet et Herbland comparées à la méthode des EFNL sous sollicitation de traction uniaxiale.	55
2.16	Illustration du modèle éléments-finis de l'éprouvette entaillée axisymétrique.	57
2.17	Réponse de la MS OLA sous chargement multiaxial proportionnel : (a) direction 22 et 33, (b) direction 23.	60
2.18	Illustration des étapes du trajet de chargement non-proportionnel carré de traction-torsion appliqué sur la tête de l'éprouvette.	61
2.19	Réponse de la MS de Darlet sous chargement multiaxial non-proportionnel : (c) direction 22, (c) direction 23, (c) direction 33.	63

2.20	Organigramme de l'intégration numérique de la MS OLA proposée comprenant une LdC inélastique implémentée dans une subroutine UMAT.	65
2.21	Identification du critère Manson-Coffin-Basquin sur un alliage de Niti.	68
2.22	Réponses des critères de Morrow et de Smith, Watson et Topper calculé par : (a) critère de Morrow, (b) critère de Smith, Watson et Topper.	69
2.23	Critère énergétique proposé par Mahtabi : (a) illustration de l'énergie d'hystérèse du cycle stabilisé W^d ainsi que la densité d'énergie élastique W_e^+ , (b) réponse du critère énergétique.	69
2.24	Évolution de l'énergie d'hystérèse : (a) stabilisation de l'énergie d'hystérèse, (b) évolution en fonction du nombre de cycles.	71
2.25	Démarche proposée d'estimation rapide de la durée de vie de structures au comportement inélastique confiné.	73
3.1	Démarche proposée d'estimation rapide de la durée de vie appliquée aux éprouvettes entaillées.	76
3.2	Géométrie de l'éprouvette diabolo $\phi 1$	77
3.3	Géométrie de l'éprouvette entaillée $\phi 1,2$: (a) vue globale, (b) vue de détail A.	77
3.4	Analyse DSC du matériau <i>NiTi A</i>	78
3.5	Essai de traction charge-décharge sur éprouvette diabolo $\phi 1$ <i>NiTi A</i>	78
3.6	Schéma cinématique de la machine de flexion rotative en configuration FS.	79
3.7	Photos de la machine de flexion rotative : (a) architecture globale, (b) essai de FS sur éprouvette diabolo.	80
3.8	Essai de FS répétée de 20 cycles appliqué sur une éprouvette diabolo $\phi 1$ pour le matériau <i>NiTi A</i>	80
3.9	Schéma cinématique de la machine de flexion rotative en configuration FR.	81
3.10	Essais de fatigue de FR réalisés sur (NiTi A) : (a) éprouvette diabolo $\phi 1$, (b) éprouvettes entaillées $\phi 1,2$	81
3.11	Machine de traction utilisée lors des essais de traction cyclique.	82
3.12	Extensomètre utilisé pour mesurer le déplacement de l'éprouvette diabolo.	82
3.13	Évolution cyclique du comportement lors des essais de fatigue sous sollicitation de traction uniaxiale réalisés sur éprouvette diabolo $\phi 1$: (a) fréquence de sollicitation $f=6,6$ Hz, (b) fréquence de sollicitation $f=0,5$ Hz (c) fréquence de sollicitation $f=0,02$ Hz (d) ensemble des cycles stabilisés.	83
3.14	Illustration de la modélisation EF de l'essai de flexion. Maillage et conditions aux limites.	88
3.15	Identification inverse réalisée sur le cycle stabilisé de l'essai de FS d'une amplitude $\theta_{max} = 35^\circ$ répétée de 20 cycles appliqués sur une éprouvette diabolo $\phi 1$	88
3.16	Répartitions du champ de contrainte au centre de l'éprouvette diabolo $\phi 1$ <i>NiTi A</i> lors de la modélisation EFNL de l'essai de fatigue de FR.	90
3.17	Identification du critère de fatigue sous sollicitation de FR pour l'éprouvette diabolo en <i>NiTi A</i> : (a) comportement local dans le sens longitudinal au <i>point critique</i> , (b) identification des paramètres du critère de fatigue.	90
3.18	Maillage de l'éprouvette entaillée : (a) maillage global, (b) zoom sur le maillage dans la zone entaillée.	92

3.19	Vue en coupe en fond d'entaille du champ de contrainte et de la fraction volumique de martensite calculé par EF non-linéaire lors de l'essai de FR pour $\theta = 14^\circ$ sur éprouvette entaillée : (a) champ de contrainte orthoradiale σ_{22} , (b) champ de contrainte longitudinale σ_{33} , (c) champ de contrainte de cisaillement σ_{23} et (d) fraction volumique de martensite ξ	93
3.20	Estimation du comportement inélastique local au point critique sur éprouvette entaillée en configuration de FR : (a) amplitude $\theta = 14^\circ$, (b) amplitude $\theta = 15^\circ$ (c) et amplitude $\theta = 16^\circ$	94
3.21	Prévision des DDV numériques (MS et EFNL) pour l'éprouvette entaillée sous sollicitation de FR : (a) estimation de la DDV numérique en fonction de l'amplitude pour l'ensemble des essais expérimentaux, (b) comparaison de la DDV prévue par les méthodes numériques en fonction de la moyenne par amplitude des résultats expérimentaux.	95
4.1	Démarche proposée d'estimation rapide de la durée de vie appliquée aux instruments endodontiques.	99
4.2	Géométrie de l'éprouvette diabolo $\phi 1,2$	100
4.3	Analyse DSC du matériau <i>NiTi B</i>	100
4.4	Essai de traction charge-décharge sur éprouvette diabolo $\phi 1,2$ <i>NiTi B</i>	101
4.5	Essai de FS appliqué sur une éprouvette diabolo $\phi 1,2$: (a) chargement de flexions répétées de 15 cycles, (b) identification inverse réalisée sur le cycle stabilisé.	102
4.6	Essais de fatigue de FR réalisés sur éprouvette diabolo $\phi 1,2$ pour l'alliage <i>NiTi B</i>	103
4.7	Répartition du champ de contrainte au centre de l'éprouvette diabolo $\phi 1,2$ <i>NiTi B</i> lors de la modélisation EFNL de l'essai de fatigue de FR.	104
4.8	Identification du critère de fatigue sous sollicitation de FR pour l'éprouvette diabolo en <i>NiTi B</i> : (a) comportement local dans le sens longitudinal au <i>point critique</i> , (b) identification des paramètres du critère de fatigue.	104
4.9	Essai de fatigue de FR réalisés sur instruments endodontiques One Shape à $400 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$	105
4.10	Maillage et conditions aux limites appliquées lors des simulations EF de l'instrument endodontique One Shape en configuration de fatigue FR.	107
4.11	Localisation du point critique calculé par EF élastique en configuration FS. Illustration du champ de contrainte équivalent de von Mises.	107
4.12	Localisation du point critique calculé par EF élastique en configuration FS. Illustration du champ de contrainte longitudinal.	108
4.13	Localisation du point critique calculé par EF élastique en configuration FS. Illustration du champ de déformation longitudinal.	108
4.14	Localisation du point critique calculé par EFNL en configuration FS avec la LdC de Lagoudas. Illustration du champ de fraction volumique de martensite.	109
4.15	Mesure de la longueur de rupture d'un instrument à l'issue de la campagne expérimentale de fatigue.	109
4.16	Comparaison des longueurs de rupture expérimentale et de la position du point critique numérique. Position du point critique illustrée sur le champ de fraction volumique de martensite.	109

4.17	Analogie entre le confinement inélastique en fond d'entaille de l'instrument et la loi de localisation de Sauzay dans l'approche simplifiée de Darlet. Représentation de la fraction volumique de martensite calculée par EFNL. Vue en coupe de l'instrument endodontique selon la direction longitudinale.	110
4.18	Comportement au point critique de l'instrument au cours d'une simulation EF élastique de flexion rotative continue sur un cycle (avec $\theta = 50^\circ$ et $n = 1$) : (a) évolution des contraintes au cours du temps, (b) comportement élastique contrainte-déformation.	111
4.19	Comportement superélastique estimé par la MS de Darlet au point critique de l'instrument pour un chargement macroscopique FS_a à amplitude $\theta = 25^\circ$	112
4.20	Comportement superélastique estimé par la MS de Darlet au point critique de l'instrument pour un chargement macroscopique FS_a . Illustration pour les amplitudes $\theta \in [30^\circ; 55^\circ]$: (a) 30° , (b) 35° , (c) 40° , (d) 45° , (e) 50° , (f) 55°	113
4.21	Prédiction numérique des DDV de l'instrument One Shape en fonction de l'amplitude de fatigue.	115
4.22	Prévisions des DDV de la méthode proposée pour l'instrument endodontique comparées aux résultats expérimentaux : (a) illustration de l'influence de la modélisation du chargement macroscopique, (b) modélisation retenue.	115
4.23	Influence de l'identification de l'opérateur de localisation de Darlet en grands déplacements sur la durée de vie.	117
4.24	Illustration de la position de l'intervalle numérique du point critique par rapport à l'intervalle expérimental.	118
4.25	Influence de l'orientation de l'instrument endodontique sur la prédiction de la DDV.	119
5.1	Instrument One Curve [®] (source : micro-mega.com).	122
5.2	Analyse DSC du matériau <i>NiTi C</i>	122
5.3	Géométrie de l'éprouvette de comportement $\phi 1,2$	123
5.4	Illustration du montage de suivi thermique.	123
5.5	Champ de température relevé par caméra infrarouge lors de l'essai de charge-décharge sur éprouvette de comportement $\phi 1,2$: (a) t_0 température initiale, (b) t_1 réorientation de la phase R, (c) t_2 propagation de la transformation martensitique, (d) t_3 décharge élastique, (e) t_4 transformation inverse pendant la décharge.	124
5.6	Évolution locale de la température des zones Z1, Z2 et Z3.	125
5.7	Géométrie de l'éprouvette diabolo $\phi 1,2$	125
5.8	Sollicitation de traction monotone jusqu'à rupture sur éprouvette diabolo $\phi 1,2$ <i>NiTi C</i> : (a) résultat d'essai, (b) illustration de la propagation de martensite orientée dans la demi-section centrale de l'éprouvette diabolo.	126
5.9	Essai de traction charge-décharge d'amplitudes croissantes sur éprouvette diabolo $\phi 1,2$ <i>NiTi C</i>	127
5.10	Essai de traction cyclique à effort imposé sur éprouvette diabolo $\phi 1,2$ <i>NiTi C</i>	127
5.11	Essai de traction cyclique en pilotage mixte réalisé sur éprouvette diabolo $\phi 1,2$ <i>NiTi C</i>	128
5.12	Essai de FS de l'alliage <i>NiTi C</i> réalisé sur une éprouvette diabolo $\phi 1,2$: (a) comportement en FS à amplitude constante comparé au matériau <i>NiTi B</i> , (b) FS à amplitude croissante par paliers.	129

5.13	Campagne de fatigue en FR sur éprouvette diabolo $\phi 1,2$ du matériau <i>NiTi B</i> et <i>NiTi C</i> à $400 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$	130
B.1	Mesure de l'angle de flexion appliqué par post-traitement des photos.	139
B.2	Principe de la corrélation d'images : prise de vue.	139
B.3	Principe de la corrélation d'images : (a) définition de la zone d'étude, (b) découpe de la zone d'étude en imageries, (c) résultat de corrélation.	140
B.4	Dispositif d'essai de stéréo-corrélation d'images : (a) montage du système d'acquisition GOM, (b) points de mesures disposés sur les patches, (c) consigne angulaire imposée par les moteurs de torsion et de flexion au cours de l'essai.	140
B.5	Résultats des essais de stéréo-corrélation d'images : (a) acquisition des points de mesures, (b) résultats du post-traitement.	141
B.6	Illustration du montage expérimental d'étalonnage du capteur de couple.	142



Liste des tableaux

2.1	Jeu de paramètre de la LdC élastoplastique N°1.	51
2.2	Identification des opérateurs de localisation sous sollicitation uniaxiale.	52
2.3	Comparaison des méthodes simplifiées par rapport aux résultats issus de la méthode des EFNL pour le cycle stabilisé.	56
2.4	Jeu de paramètre de la LdC élastoplastique N°2.	57
2.5	Identification des opérateurs de localisation sous sollicitation multiaxiale.	59
2.6	Comparaison des méthodes simplifiées par rapport aux résultats issus de la méthode des EFNL pour le cycle stabilisé. Application sous chargement multiaxial proportionnel de traction-torsion.	60
2.7	Identification des paramètres de l'opérateur de localisation de Darlet sous sollicitation multiaxiale non-proportionnelle.	62
2.8	Comparaison de la méthode simplifiée de Darlet par rapport aux résultats issus de la méthode des EFNL pour le cycle stabilisé. Application sous chargement multiaxial non-proportionnel de traction-torsion.	62
3.1	Nombres de cycles à rupture N_r obtenus pour les essais de fatigue en traction pour une amplitude de 650 MPa à $R_\sigma = 0,1$	84
3.2	Paramètres du matériau <i>NiTi A</i> du modèle de Lagoudas identifiés sur éprouvettes diabolo $\phi 1$ en FS.	89
3.3	Paramètres du critère de fatigue énergétique du matériau <i>NiTi A</i>	91
3.4	Identification des coefficients de l'opérateur de localisation de Darlet pour l'éprouvette entaillée en FR.	92
3.5	Estimation de l'énergie d'hystérèse par la MS et erreur relative par rapport aux EFNL.	95
4.1	Paramètres du matériau <i>NiTi B</i> du modèle de Lagoudas identifiés sur éprouvettes diabolo $\phi 1,2$ en FS.	102
4.2	Paramètres du critère de fatigue énergétique du matériau <i>NiTi B</i>	105
4.3	Identification des coefficients de l'opérateur de localisation de Darlet pour l'instrument endodontique à $\theta = 55^\circ$	110

4.4	Énergie d'hystérèse estimée par la MS pour les amplitudes de fatigue en fonction de la configuration du chargement macroscopique.	114
4.5	Identification des coefficients de l'opérateur de localisation de Darlet pour l'instrument endodontique à $\theta = 25^\circ$ et $\theta = 55^\circ$	116
4.6	Énergie d'hystérèse estimée par la MS pour les amplitudes de fatigue en fonction de l'identification de l'opérateur de localisation.	117
4.7	Identification de l'opérateur de localisation de Darlet à chaque point critique de l'instrument pour les quatre orientations.	118
4.8	Énergie d'hystérèse estimée par la MS de Darlet en configuration FS_α pour les quatre orientations de l'instrument.	119



Nomenclature

Acronyme

AMF	Alliage à mémoire de forme
BE	Bureau d'étude
CAO	Conception Assitée par Ordinateur
DDV	Durée de vie
DSC	Differential scanning calorimetry
EF	Éléments finis
EFNL	Éléments finis non-linéaire
FAO	Fabrication Assitée par Ordinateur
FRC	Flexion rotative cyclique
FSR	Flexion simple répétée
LCF	Low cycle fatigue
LdC	Loi de comportement
MFR	Machine de flexion rotative
MM	Micro-Mega
MS	Méthode simplifiée
NiTi	Nickel Titane
OLA	Opérateur de Localisation Ajustable
UMAT	User MATerial

Grandeur

α^A	coefficient de dilatation thermique de l'austénite
α^M	coefficient de dilatation thermique de la martensite

α_D	coefficient du critère de fatigue énergétique
β_D	exposant du critère de fatigue énergétique
γ	paramètre cinétique de l'écroissage cinématique
dp	taux de déformation plastique cumulé
$\underline{\underline{L}}^D$	opérateur de localisation de Darlet
$\underline{\underline{L}}^H$	opérateur de localisation de Herbland
$\underline{\underline{\Sigma}}$	tenseur des contraintes macroscopiques élastiques
$\underline{\underline{\sigma}}$	tenseur des contraintes de Cauchy
$\underline{\underline{\varepsilon}}$	tenseur des déformations
$\underline{\underline{\varepsilon}}^{in}$	tenseur des déformations inélastiques
$\underline{\underline{\varepsilon}}^P$	tenseur des déformations plastiques
$\underline{\underline{\varepsilon}}^{tr}$	tenseur des déformations de transformation
$\underline{\underline{I}}$	tenseur identité
$\underline{\underline{S}}$	tenseur des contraintes déviatorique
$\underline{\underline{X}}$	tenseur d'écroissage cinématique
ν	coefficient de Poisson isotrope
ν_b	coefficient de Poisson incompressible
Φ	fonction critère
σ^e	contrainte calculée par un calcul élastique
σ_{nom}	contrainte nominale
θ	angle de flexion
ε^e	déformation élastique
ε_{nom}	déformation nominale
ξ	fraction volumique de martensite
A_f^0	température de fin de transformation inverse
A_s^0	température de début de transformation inverse (martensite en austénite)
C	paramètre asymptotique de l'écroissage cinématique
D	énergie d'hystérèse au cycle stabilisé
E	module de Young isotrope
E_A	module de Young de l'austénite
E_A	module de Young de la martensite
f	fonction seuil

G	module de cisaillement
H	déformation maximale de transformation
$J_2(\sigma)$	contrainte équivalente de von Mises
K_t	facteur théorique de concentration de contrainte
K_σ	facteur de concentration de contrainte
K_ε	facteur de concentration de déformation
M_f^0	température de fin de transformation directe
M_s^0	température de début de transformation directe (austénite en martensite)
N_r	nombre de cycles à rupture
R	rapport de charge
R_e	limite d'élasticité
T	température
T_0	température de référence
U_{ext}	déplacement extensomètre

Symbole mathématique

$:$	produit doublement contracté
\underline{q}	tenseur d'ordre quatre
\underline{q}	tenseur d'ordre deux
tr	opérateur trace



Introduction

Cette étude porte sur l'estimation de la durée de vie en fatigue oligocyclique (*i.e.* à faible nombre de cycles) des instruments endodontiques. Ce projet de thèse CIFRE est mené en collaboration entre l'entreprise Coltene Micro-Méga fabricant d'instruments dentaires à Besançon et le site Brestois de l'Institut de Recherche Dupuy de Lôme (IRDL, UMR CNRS 6027).

Problématique

Les instruments endodontiques sont utilisés par les chirurgiens dentistes pour la préparation canalaire lors de l'opération de dévitalisation. L'objectif de cette intervention est de nettoyer la racine de la dent dévitalisée. Pour ce faire, l'instrument endodontique est tout d'abord mis en rotation, puis est inséré dans la racine de la dent à traiter. L'action mécanique de rotation combinée aux arêtes de coupes de l'instrument permettent de réaliser la préparation canalaire. Les alliages à mémoire de forme (AMF) sont devenus la classe de matériau la plus utilisée pour la conception d'instruments endodontiques et plus particulièrement les alliages de Nickel-Titane (NiTi). Les AMF exhibent des comportements mécaniques particuliers par rapport aux alliages métalliques conventionnels. Les instruments en NiTi sont plus souples et épousent mieux la forme plus ou moins complexe des canaux dentaires. Ces deux avantages sont dus à un aspect tout à fait particulier du comportement mécanique de l'alliage NiTi : la *super-élasticité*. Lorsque le matériau est sollicité à une température supérieure à sa température spécifique A_f (*i.e.* austenite finish), il se déforme de manière « réversible » jusqu'à des amplitudes qui peuvent atteindre 8% de déformation. Le mécanisme de déformation à l'origine de cette *super-élasticité* est basé sur un changement de phase solide-solide du type martensitique [Patoor et Berveiller, 1994]. Les alliages de NiTi sont très attractifs dans le cadre de la fabrication d'instruments dentaires [Arbab-Chirani *et al.*, 2010], [Legrand, 2015].

En service, lors de l'opération de dévitalisation, des cas de ruptures d'instruments dentaires se produisent. Deux mécanismes distincts sont à l'origine de cette rupture. Le premier scénario est le blocage de l'extrémité de l'instrument dans la racine provoquant une déformation excessive de la structure en torsion. Le second, est l'endommagement

progressif de la structure en fatigue, dû au chargement cyclique de flexion rotative engendré par une courbure excessive de la racine. Suite à cet incident, on devine que la tâche du praticien se complexifie. Des évolutions technologiques (matériau, procédé, géométrie) sont alors proposées par les fabricants pour améliorer la tenue en fatigue de la structure. Des prototypes sont ensuite fabriqués puis testés expérimentalement pour analyser l'influence des évolutions sur les propriétés en fatigue. Cependant, des ruptures en service sont encore observées. Une démarche de dimensionnement en fatigue est actuellement absente de la phase de conception. Il est donc nécessaire d'intégrer dès la phase de conception, une démarche de dimensionnement en fatigue, en proposant des méthodes de prédiction de la durée de vie (DDV).

Toutefois, la prévision de la rupture des instruments endodontiques en NiTi par déformation excessive ou par fatigue sont des problèmes délicats pour au moins quatre raisons de natures différentes [Arbab-Chirani *et al.*, 2005]. Premièrement, les instruments ont des géométries complexes. Ils sont hélicoïdaux, élancés, de forme conique et présentent des variations de section importantes [Arbab-Chirani *et al.*, 2011]. Deuxièmement, les chargements mécaniques appliqués aux outils en service sont cycliques (*i.e.* rotation de l'outil), mal connus et combinés (*i.e.*, les outils voient des sollicitations de flexion superposées à des sollicitations de torsion). Le chargement mécanique appliqué à la structure est alors un chargement cyclique complexe et non-proportionnel. Par ailleurs, la courbure de la racine de la dent peut imposer des grands déplacements à la structure. De plus, le comportement mécanique des alliages NiTi est non-linéaire, hystérétique et affecté par l'aspect cyclique du chargement (*i.e.*, la réponse mécanique des alliages à mémoire de forme dépend du nombre de cycles appliqués) [Saint-Sulpice, 2009], [Legrand, 2015].

Une première étude réalisée en 2015 au sein du laboratoire [Legrand, 2015] s'était focalisée sur la modélisation de la fatigue à grand nombre de cycles (*i.e.* fatigue polycyclique, HCF). Lors de cette étude, des simulations par éléments finis d'insertions canalaires ont mis en évidence l'apparition de transformation martensitique dans la structure à l'échelle macroscopique [Legrand *et al.*, 2015]. Ce comportement non-linéaire confiné est localisé en surface, en fond d'entaille des instruments. Il est à noter que l'apparition de comportement non-linéaire stabilisé sous chargement cyclique à l'échelle de la structure est caractéristique de la fatigue à faible nombre de cycles (*i.e.* fatigue oligocyclique, LCF). Nous allons donc nous focaliser dans cette étude sur la fatigue à faible nombre de cycles des instruments dentaires en NiTi.

Objectif de l'étude

Comme précisé auparavant, les méthodes de dimensionnement utilisées lors de la conception des instruments endodontiques en NiTi ne prennent pas en compte les aspects liés à la fatigue. Les outils d'aide au dimensionnement de structures industrielles vis-à-vis de la fatigue LCF des pièces en AMF font actuellement défaut. La grande majorité des travaux sur la fatigue des instruments endodontiques traite le problème sous l'angle expérimental [Plotino *et al.*, 2009]. Il est à noter que la performance d'un instrument dentaire vis-à-vis de la fatigue est déterminée par sa capacité à résister à un nombre de cycles à rupture le plus élevé sous un chargement mécanique donné. De ce fait, la grande majorité des études ont analysé et comparé les performances des instruments en réalisant des essais de fatigue sur structure. De manière similaire, l'étude de l'influence

des propriétés matériaux, de la géométrie ou du procédé de fabrication sur les propriétés en fatigue, sont majoritairement analysés par le biais d'essais expérimentaux. Les deux inconvénients majeurs de cette approche sont que les campagnes d'essais de fatigue sont à la fois longues et coûteuses. Tout d'abord, un seul essai de fatigue peut durer jusqu'à quelques heures. Ensuite, du fait de la variabilité de la durée de vie en fatigue, plusieurs essais sont nécessaires pour une seule configuration. De plus, afin d'obtenir une courbe complète de durée de vie, il est également nécessaire de réaliser les essais pour plusieurs amplitudes de chargement. Ces résultats une fois obtenus ne sont valables que pour un seul "système" donné. C'est-à-dire, pour un ensemble : matériau, géométrie (éprouvette ou structure), procédé et chargement mécanique défini. La modification d'un seul de ces paramètres peut engendrer une modification des performances vis-à-vis de la fatigue. L'influence d'un paramètre sur la durée de vie ne peut alors être étudiée qu'en réalisant de nouveaux prototypes et une nouvelle campagne d'essais. On comprend alors que l'approche expérimentale a l'inconvénient majeur d'être chronophage et coûteuse en matériau et en moyens.

L'intérêt de ces travaux est de proposer une démarche numérique pour l'étude des propriétés en fatigue des instruments endodontiques. Notre objectif est de mettre en place une chaîne numérique d'aide à la prévision de la tenue des instruments dentaires en NiTi vis-à-vis de la fatigue oligocyclique. L'outil numérique devra alors permettre d'estimer rapidement la durée de vie d'outils dentaires en AMF. Les intérêts industriels sont tout d'abord, de pouvoir diminuer le prototypage lors des études de développement. Également d'apporter des éléments de réponse sur les performances en fatigue d'un nouveau design d'instrument, dès les premières phases de conception par le bureau d'étude (BE).

Démarche de dimensionnement en fatigue LCF

Les démarches classiques de prédiction de la durée de vie en fatigue LCF se décomposent majoritairement en deux grandes étapes. Premièrement, le tenseur des contraintes et de déformation doit être déterminé au(x) point(s) critique(s) de la structure. Ces deux grandeurs sont ensuite introduites comme paramètres d'entrée d'un critère de fatigue oligocyclique, afin de déterminer la durée de vie de la structure.

En service, lors de l'insertion canalair, des transformations de phase martensitique confinée sont présentes en fond d'entaille de l'instrument [Legrand *et al.*, 2015]. Or, si l'on considère les méthodes de résolution classique incrémentales comme la méthode des éléments finis, l'introduction de phénomènes non linéaires (*e.g.* transformation martensitique) engendre un temps de calcul important. Pour connaître l'historique des variables locales, il est de plus nécessaire de simuler toute l'histoire du chargement jusqu'à la stabilisation. Dans le cadre industriel où la géométrie des pièces sont complexes, un raffinement du maillage est de plus nécessaire au(x) zone(s) de concentration de contraintes. De surcroît, la méthode des éléments finis non-linéaire (EFNL) engendre un temps de calcul prohibitif. Lors d'une phase d'avant-projet ou le design d'un concept évolue et que le nombre de re-conceptions s'additionne, alors la méthode des EFNL devient incompatible. Il y a donc un besoin de développer des méthodes de calcul accélérées, capables de fournir très rapidement une estimation de la durée de vie, sans nécessairement avoir une grande précision. L'objectif en phase d'avant-projet est de sélectionner rapidement un design. Dans un second temps, dans une phase de développement plus avancée, la méthode de résolution classique par EFNL peut-être employée pour obtenir une information plus précise sur la durée de vie.

Cependant, dans le contexte du partenaire industriel, l'accès à un logiciel éléments finis permettant de réaliser des simulations non linéaires en prenant en compte les spécificités des AMF, n'est actuellement pas accessible. Il y a donc un besoin de mettre en place des méthodes alternatives de calcul accélérées.

Méthode de calcul accélérée

Les méthodes de calcul accélérées ont été développées pour palier au temps de calcul onéreux des méthodes incrémentales sur structures. L'objectif de ces méthodes est de déterminer rapidement les grandeurs mécaniques de façon approchée. Ce sujet, fait l'objet d'une littérature abondante. Neuber [Neuber, 1961] a été l'un des premiers auteurs à proposer une méthode simplifiée (MS) basée sur une équivalence énergétique. Cette approche considère une correction plastique pour déduire le comportement élastoplastique local à partir d'une solution élastique. Une approche similaire a été développée par Molski et Glinka [Molski et Glinka, 1981] pour estimer le comportement non-linéaire de structures en fond d'entaille. Cependant, ces deux méthodes sont limitées à des sollicitations uniaxiales. Dans le contexte de structures complexes comme les instruments endodontiques, les états de contraintes sont généralement multiaxiaux. C'est pourquoi, de nombreuses propositions d'heuristiques sont disponibles dans la littérature telles que Hoffman et Seeger [Hoffmann et Seeger, 1985], de Moftakhar [Moftakhar et Buczynski, 1995] ou celle de Buczynski et Glinka [Buczynski et Glinka, 2003] pour généraliser la méthode de Neuber au multiaxial. Cependant, ces méthodes sont limitées à certaines géométries et ne peuvent traiter le problème de déformations planes et de contraintes planes dans un même cadre. Les méthodes de type Neuber estiment le comportement local tout au long du chargement cyclique. Une seconde stratégie est de déterminer l'état mécanique en tout point de la structure mais directement à l'état stabilisé. Dans cette catégorie se trouve notamment la méthode de Zarka [Zarka, 1979], ainsi que la méthode cyclique directe basée sur les grands incréments de temps [Akel et Nguyen, 1989], [Maitournam *et al.*, 2002]. Cette dernière MS a été étendue par Morin [Morin *et al.*, 2011], [Morin, 2011] dans le cadre de structures en AMF.

Plus récemment, un nouveau concept de MS basé sur les lois de localisation a été introduit par les travaux de Herbland [Herbland, 2009] et poursuivi par les travaux de Darlet [Darlet, 2014]. Ces méthodes issues de l'analyse par changement d'échelle permettent d'estimer le comportement inélastique confiné en fond d'entaille. Ces deux MS d'estimation de l'état local ont l'avantage notable d'être valides pour des chargements multiaxiaux non-proportionnels. Ces méthodes, de localisation sont envisagées dans cette étude pour estimer le tenseur des contraintes et des déformations au(x) point(s) critique(s) des instruments endodontiques. Ces deux grandeurs sont ensuite introduites en entrée d'un critère de fatigue pour former la démarche d'estimation de la durée de vie.

Notre objectif est de proposer une chaîne numérique d'aide au dimensionnement des instruments endodontiques en NiTi vis-à-vis de la fatigue LCF. Cet outil numérique d'estimation de la DDV doit être utilisable par le BE de Micro-Méga en phase de conception. L'intérêt pour le bureau d'étude, est de disposer d'une méthode d'estimation rapide de la performance d'un nouveau concept vis-à-vis de la fatigue LCF. Cette méthode doit être un outil d'aide à la décision en phase d'avant-projet. La méthode proposée doit pouvoir prendre en compte des chargements mécaniques complexes et intégrer des modèles matériaux au

comportement inélastique. Deux ingrédients majeurs sont à mettre en place. Le premier consiste à implémenter une méthode de calcul accélérée (MS) pour estimer les tenseurs des contraintes et des déformations au(x) point(s) critique(s). Puis, un critère de fatigue oligocyclique adapté au comportement du matériau considéré doit être appliqué.

Les spécifications de l'outil numérique à développer doivent prendre en compte les caractéristiques suivantes :

- inclure des structures complexes aux géométries entaillées ;
- intégrer des chargements mécaniques multiaxiaux ;
- incorporer des matériaux aux comportements inélastiques ;
- écarter les simulations éléments finis non linéaires ;
- estimer rapidement la durée de vie.

Structure du manuscrit

Les travaux présentés dans ce manuscrit se décomposent en cinq chapitres.

Le premier chapitre de nature bibliographique présente en deux parties les caractéristiques principales des instruments endodontiques. Dans la première section, on introduit l'alliage à mémoire de forme de type NiTi, matériau constitutif des instruments. La transformation martensitique est présentée, ainsi que deux propriétés des AMF employées dans la conception des instruments, la pseudoélasticité et la pseudoplasticité. Puis, les propriétés de l'alliage de NiTi vis-à-vis de la fatigue sont exposées. Dans la seconde section, nous présentons la problématique de rupture rencontrée par les instruments endodontiques en service. Nous illustrons les approches développées pour améliorer les propriétés mécaniques des instruments. Puis, nous présentons les méthodes actuellement mises en œuvre pour étudier la tenue en fatigue de ces structures.

Dans le second chapitre, les deux ingrédients majeurs constitutifs du modèle numérique de prédiction rapide de la durée de vie sont introduits. Tout d'abord, les méthodes simplifiées d'estimation de l'état mécanique local de type Neuber sont présentées, ainsi que leurs limites dans un cadre multiaxial. Ensuite, on présente la méthode simplifiée sélectionnée dans ces travaux, qui est issue des lois de localisation proposées par Herbland et Darlet. Son implémentation est détaillée successivement sous chargement uniaxial, puis sous configuration multiaxiale proportionnelle et non-proportionnelle. Une implémentation numérique générique est ensuite proposée, afin d'employer cette MS pour une modélisation de comportement matériau inélastique. On sélectionne ensuite un critère de fatigue oligocyclique de type énergétique. Ce critère initialement proposé par [Moumni *et al.*, 2005] est implémenté dans notre chaîne de calcul. Enfin, on combine la méthode simplifiée de localisation et le critère de fatigue énergétique pour former notre modèle numérique d'estimation de la durée de vie.

Dans le troisième chapitre, la démarche de dimensionnement proposée est appliquée sur éprouvettes entaillées. Le matériau constitutif est à l'état superélastique (noté NiTi A). Dans un premier temps, deux campagnes de fatigue en traction, puis en flexion sont réalisées. Elles ont pour objectif d'étudier l'influence du chargement sur l'identification du critère de fatigue. Une machine de flexion rotative (MFR) a ainsi été développée, afin de représenter au mieux le chargement mécanique observé par les instruments en service. Dans un second temps, la modélisation du comportement du matériau est présentée via la loi de comportement (LdC). Suite à l'étape d'identification des propriétés matériaux,

la démarche complète de durée de vie numérique est appliquée sur éprouvettes entaillées. Les résultats numériques sont ensuite confrontés aux résultats expérimentaux obtenus en flexion rotative via la MFR.

Le quatrième chapitre se concentre sur l'application de la démarche de dimensionnement à l'échelle de la structure. L'outil numérique est appliqué pour estimer la durée de vie des instruments endodontiques en flexion rotative. Dans ce volet, les propriétés d'un second alliage à l'état superélastique (noté NiTi B) sont identifiées en flexion. Ensuite, nous avons déployé l'ensemble de la démarche jusqu'à l'estimation de la durée de vie des instruments. Pour finir, les résultats numériques sont confrontés aux résultats expérimentaux obtenus via la MFR.

Le dernier chapitre, essentiellement expérimental, s'oriente vers la caractérisation des propriétés de l'alliage de NiTi à l'état pseudoplastique. Ce nouvel alliage a subi un traitement thermique spécifique qui a été mis en place afin d'améliorer les caractéristiques mécaniques des instruments. Cet alliage plus souple a été caractérisé sous chargement de flexion et de traction. La campagne expérimentale met en avant un comportement mécanique complexe de l'alliage mais possédant des propriétés mécaniques améliorées.

Comportement et fatigue de l'alliage de NiTi et des instruments endodontiques

Résumé

Ce premier chapitre de nature bibliographique comporte deux parties. La première se focalise sur la présentation des spécificités du matériau qui constitue les instruments endodontiques. L'origine des propriétés des alliages à mémoire de forme est présentée à travers le mécanisme de transformation martensitique. Les deux effets employés dans la conception des instruments sont ensuite illustrés, l'effet pseudoélastique et l'effet pseudoplastique. Puis, nous présentons une synthèse des études réalisées sur la fatigue de l'alliage de NiTi à l'échelle du matériau.

Dans la seconde partie, après une présentation des caractéristiques des instruments, nous nous concentrons sur la problématique de rupture rencontrée par ces structures durant leur utilisation. Nous présentons les approches employées pour améliorer les propriétés mécaniques des instruments. Puis, nous exposons les méthodes actuellement mises en œuvre pour étudier la tenue en fatigue des instruments endodontiques.

Sommaire

1.1	Alliages à mémoire de forme en NiTi	9
1.1.1	Transformation martensitique	9
1.1.2	Effet pseudoélastique	11
1.1.2.1	Comportement sous sollicitations monotones	11
1.1.2.2	Comportement sous sollicitations cycliques	13
1.1.3	Effet pseudoplastique	15
1.1.4	Phase intermédiaire : la phase R	15
1.1.5	Fatigue de l'alliage de NiTi	17
1.2	Instruments endodontiques	19
1.2.1	Généralités	19
1.2.2	Problèmes rencontrés	20
1.2.3	Étude du comportement mécanique des instruments	22
1.2.4	Étude en fatigue des instruments	25

1.3 Bilan 28

1.1 Alliages à mémoire de forme en NiTi

Cette section a pour objectif de présenter brièvement le comportement des AMF en NiTi. Ces matériaux biocompatibles présentent des propriétés intéressantes comme se déformer à des niveaux de déformation élevés et de manière réversible. Ces alliages sont des candidats potentiels pour être employés comme base des technologies médicales. Les propriétés propres aux AMF telles que l'effet pseudoélastique et pseudoplastique sont utilisées dans le domaine de l'endodontie. L'origine de ces propriétés repose sur un changement de phase solide-solide appelé la transformation martensitique.

1.1.1 Transformation martensitique

Les AMF sont constitués principalement de deux phases chacune ayant une structure cristalline différente avec des propriétés différentes. La première est la phase austénitique (A) à haute température et la seconde est la phase martensitique (M) à basse température. La transformation d'une structure à l'autre est due à un changement de phase displacif (sans diffusion d'atomes) et donc sans changement de composition chimique. La transformation de phase consiste en un mouvement de l'interface entre les phases. Elle se manifeste par une déformation homogène du réseau cristallographique. Lors de la transformation de phase, la phase mère austénitique évolue progressivement en phase martensitique. Pour un monocristal, il existe plusieurs orientations possibles de martensite appelées variantes de martensite.

La transformation de phase réversible entre l'austénite et la martensite est à l'origine du comportement unique des AMF. Il existe deux moyens pour transformer l'austénite en martensite, l'application d'un chargement thermique ou d'une sollicitation mécanique. Deux formes de microstructure en résultent :

- la martensite auto-accomodée ou martensite thermique (M^{th}) constituée d'une combinaison de variantes auto-accomodées ;
- la martensite orientée formée d'une variante dominante (M^σ) dirigée par la direction de la sollicitation mécanique.

Dans le cadre d'un chargement purement thermique (à contrainte nulle), lors d'un refroidissement la structure cristallographique évolue de la phase austénitique à la phase martensitique. La transition de phase de l'austénite en martensite est appelée *transformation directe*. La transformation résulte de la formation de plusieurs variantes de martensite. L'arrangement des variantes de martensite se produit de telle sorte qu'aucune déformation macroscopique est induite, c'est la martensite auto-accomodée. Lorsque le matériau est chauffé depuis la phase martensitique la structure cristallographique se retransforme en austénite. Cette transition est appelée la *transformation inverse*. La figure 1.1 illustre les transformations associées sous chargement thermique à contrainte nulle. Il y a quatre températures associées à la transformation de phase. Pendant la transformation directe, l'austénite (sous contrainte nulle) commence à se transformer en martensite auto-accomodée à la température M_s^0 (martensitic start) et s'achève de se transformer à la température M_f^0 (martensitic finish). À ce stade, la transformation est complète et le matériau est entièrement à l'état de martensite auto-accomodée. De manière similaire, lors du chauffage, la transformation inverse s'initie à la température A_s^0 (austenitic start) et la transformation

se termine à la température A_f^0 (austenitic finish). Entre les deux températures, le matériau est à l'état bi-phasé.

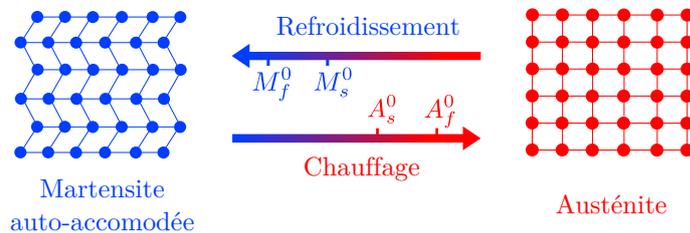


FIGURE 1.1 – Transformation martensitique induit par un chargement thermique à contrainte nulle (inspiré de [Zhang, 2018]).

Lors d'un cycle de refroidissement et de chauffage qui implique une transformation directe et inverse, une hystérèse se forme, caractéristique d'une dissipation d'énergie. Ce comportement illustré figure 1.2 est engendré par les températures de transformation directe et inverse qui sont décalées.

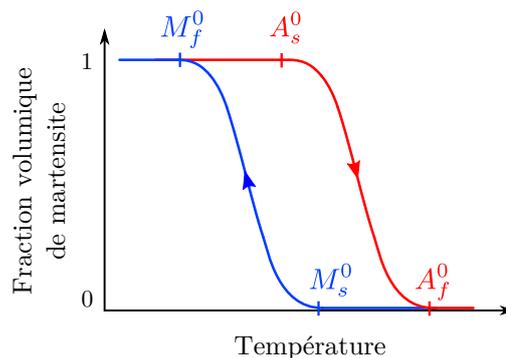


FIGURE 1.2 – Comportement hystérétique induit par un chargement thermique lors de la transformation martensitique.

Lorsqu'un chargement mécanique est appliqué à de la martensite auto-accomodée formée thermiquement (à basse température), certaines variantes de martensite vont se réorienter dans la direction de sollicitation. Cette martensite dite orientée engendre une déformation macroscopique inélastique. Ce comportement est appelé processus de réorientation. Deux contraintes critiques sont associées à cette transformation, la contrainte de début de réorientation σ_s et la contrainte de fin de réorientation σ_f (figure 1.3a).

À la décharge la déformation macroscopique est conservée. Par ailleurs, un chauffage de l'alliage au-delà de la température A_f^0 va engendrer une transformation de phase inverse (de la martensite orientée à l'austénite). La martensite va se transformer en austénite et la déformation macroscopique disparaît (figure 1.3b). Refroidir de nouveau l'alliage en dessous de la température de fin de transformation directe M_f^0 engendre la formation de martensite auto-accomodée (figure 1.1). Aucune déformation n'est créée, le matériau

retrouve sa forme initiale. Ce processus est appelé l'effet mémoire de forme et est à l'origine du nom de cette classe de matériau.

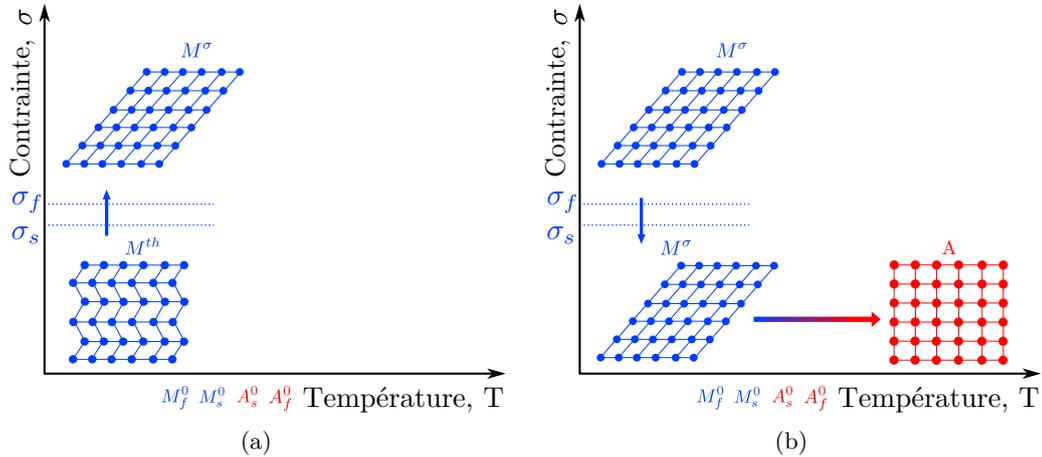


FIGURE 1.3 – (a) Réorientation de la martensite auto-accomodée, (b) illustration de l'effet mémoire de forme.

Comme nous venons de le voir, les AMF ont un comportement complexe qui est sensible à l'histoire thermomécanique qui leur est appliquée. Le matériau peut être dans des états différents en fonction du trajet de chargement. Les transformations de phases de l'alliage se font sur une plage de température qui varie linéairement en fonction de la contrainte et qui résulte du sens de la transformation. La figure 1.4 illustre le pseudo-diagramme simplifié de transformation d'un AMF.

Dans le domaine de l'endodontie, deux propriétés de cet alliage sont employées dans la conception des instruments, la pseudoélasticité et la pseudoplasticité, nous les illustrons dans la section suivante.

1.1.2 Effet pseudoélastique

L'effet pseudoélastique, également appelé effet superélastique, est représenté sur le pseudo-diagramme figure 1.4 par le trajet ①. Le principe consiste à se placer à l'état austénitique pure. L'application d'une contrainte à température constante va favoriser l'apparition des variantes de martensite les mieux orientées. Ces variantes engendrent une déformation due à la transformation martensitique. À la décharge, la transformation inverse s'initie et la déformation produite par la transformation disparaît avec les variantes de martensite.

1.1.2.1 Comportement sous sollicitations monotones

Un essai de traction présenté figure 1.5 réalisé par [Kim et Daly, 2011] sur un alliage de NiTi permet d'illustrer l'effet pseudoélastique. Une éprouvette de forme haltère est utilisée pour cet essai. Elle est constituée d'une géométrie de section constante en son centre (figure 1.5). Un essai de calorimétrie différentielle ou DSC (Differential Scanning Calorimetry) a été réalisé pour vérifier que le matériau est à l'état austénitique à température

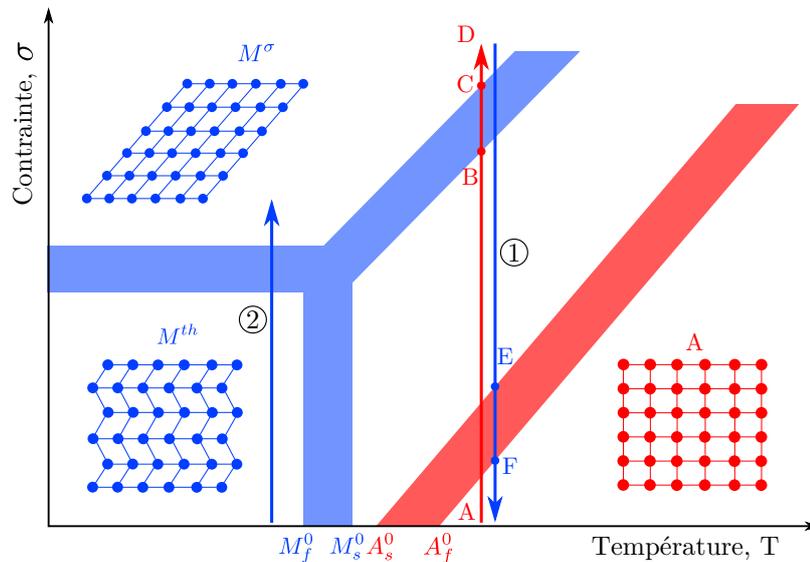


FIGURE 1.4 – Schéma simplifié du pseudo-diagramme d'état de transformation de phase d'un AMF (inspiré de [Zhang, 2018]).

ambiante. Au cours de l'essai, les champs de déformation ont été calculés par corrélation d'images dans la section centrale de l'éprouvette. L'intérêt de cette acquisition est d'illustrer l'évolution du champ de déformation au cours de la transformation martensitique. Les points caractéristiques du comportement observé au cours de l'essai pseudoélastique (figure 1.5) sont reportés sur le pseudo-diagramme (figure 1.4).

Au début de la sollicitation mécanique, du point A au point B, le comportement linéaire représente l'élasticité de la phase austénitique, la déformation est homogène. Au point B, un pic de contrainte illustre l'initiation de la transformation directe de l'austénite en martensite orientée. Une bande localisée de martensite se développe dans la section centrale de l'éprouvette, la déformation devient hétérogène. Entre B et C la transformation martensitique se développe formant un plateau en contrainte. À ce stade, le matériau est à l'état bi-phasé. La bande de martensite s'élargit progressivement jusqu'à engendrer la transformation complète de l'échantillon. Au point C, le matériau est transformé intégralement en martensite orientée, la déformation est devenue homogène. Entre C et D, il est observé le comportement élastique de la phase martensitique. À la décharge, entre D et E le comportement linéaire qui engendre une déformation homogène est toujours l'élasticité de la martensite. Au point E, la transformation inverse s'initie, le matériau retrouve un état bi-phasé accompagné d'une déformation hétérogène. La transformation inverse s'achève en F où le matériau est revenu en phase austénitique. Entre F et A, la décharge se termine par un comportement linéaire élastique de l'austénite. Au point A, le matériau libre de contrainte a retrouvé sa forme initiale, aucune déformation permanente est observée.

Au cours du cycle de charge-décharge, on soulignera tout d'abord l'apparition d'une déformation hétérogène. Lors de la transformation, un phénomène de localisation est observé dans les éprouvettes élancées [Shaw et Kyriakides, 1997]. De plus une hystérèse se forme relative à la transformation martensitique.

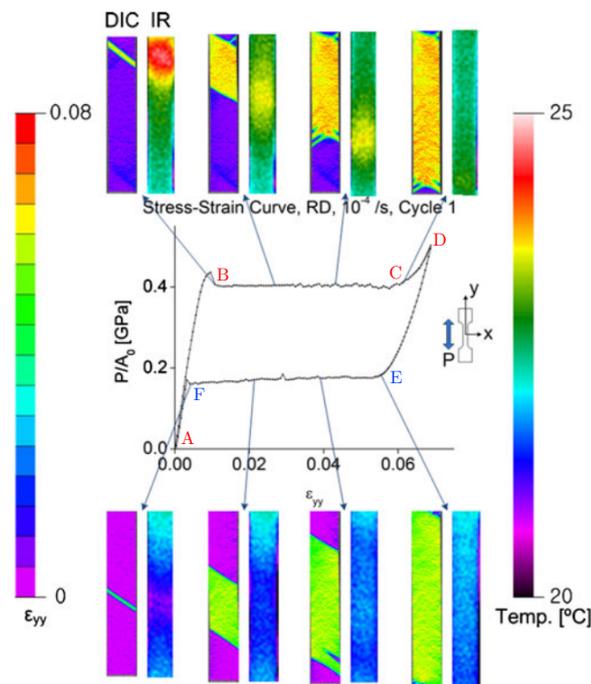


FIGURE 1.5 – Comportement pseudoélastique d’un alliage de NiTi lors d’un essai de traction réalisé par [Kim et Daly, 2011]. Représentation du champ de déformation longitudinale déterminé par corrélation d’images et du champ de température mesuré par caméra infrarouge.

Il est à ajouter que l’utilisation couplée d’une caméra infrarouge (IR) permet de relever l’évolution du champ de température à la surface de l’échantillon. Lors de la transformation directe, une élévation de la température est observée, significative du caractère exothermique de cette transformation. Lors de la décharge, une diminution de la température est observée, engendrée par une absorption de chaleur représentative du caractère endothermique de la transformation inverse.

Par ailleurs, sous sollicitations uniaxiales de traction-compression, le comportement des AMF est dissymétrique. La contrainte nécessaire pour initier la transformation de phase est inférieure en traction car les variantes de martensite présentes en traction et en compression sont différentes [Bouvet, 2001] (figure 1.6). Cette observation expérimentale a été réalisée par de nombreux auteurs dont [Orgéas et Favier, 1995], [Gall *et al.*, 1999], [Patoor, E. *et al.*, 1995] et [Plietsch et Ehrlich, 1997].

1.1.2.2 Comportement sous sollicitations cycliques

En service, les instruments endodontiques subissent des chargements cycliques, or ce type de chargement entraîne une évolution du comportement du matériau. Les figures 1.7a, 1.7b et 1.8a illustrent les résultats d’essais de tractions cycliques en pseudoélasticité d’alliage de NiTi réalisés respectivement par [Olbricht *et al.*, 2008], [Kang *et al.*, 2009] et [Morin, 2011].

On peut faire trois observations principales sur le comportement cyclique en pseudo-

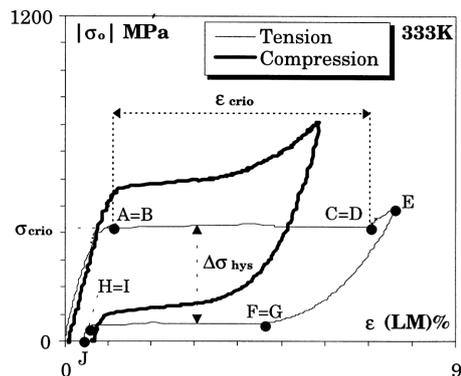


FIGURE 1.6 – Comportement pseudoélastique dissymétrique en traction-compression d'un alliage de NiTi par [Orgéas et Favier, 1998].

élasticité obtenu lors de ces essais :

- Pour la quasi-totalité des sollicitations cycliques, on remarque l'apparition d'une déformation résiduelle à la fin d'un cycle de charge-décharge. Cette déformation résiduelle s'accumule à chaque cycle pour tendre vers une valeur de saturation. L'origine de cette déformation peut être, dans certains cas, due à la transformation inverse qui n'est pas encore terminée lorsque la contrainte nulle est atteinte. Il est également possible que ce soit dû à de la plasticité ou bien à de la martensite bloquée qui ne se re-transforme pas en austénite malgré la baisse de la contrainte [Saint-Sulpice, 2009].
- On observe pour certains alliages que la contrainte seuil de transformation diminue en fonction du nombre de cycles appliqués. Ce phénomène peut s'expliquer par une transformation privilégiée de la martensite à cause de contraintes internes ou à de la martensite résiduelle [Wei et Yang, 1988] [Saint-Sulpice, 2009].
- On remarque que l'aire de l'énergie d'hystérèse formée lors des cycles diminue progressivement jusqu'à atteindre une valeur stabilisée (figure 1.8b).

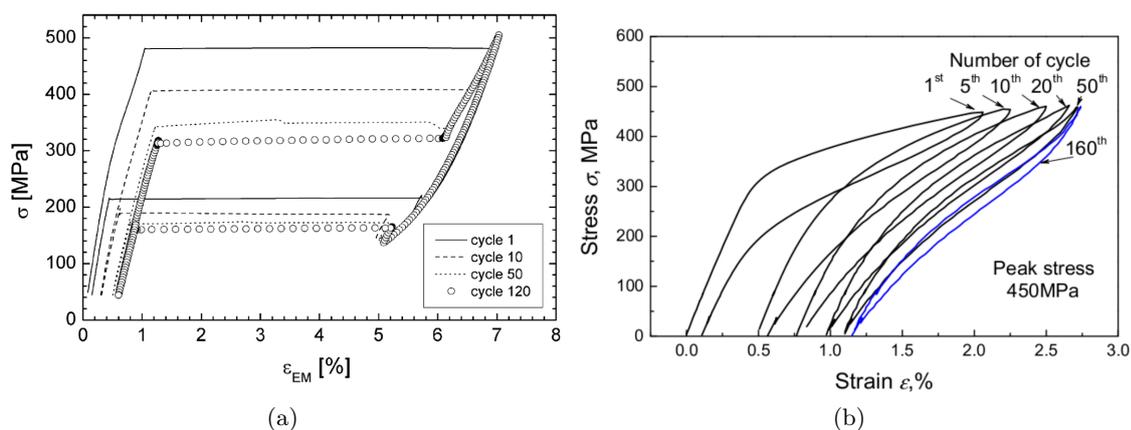


FIGURE 1.7 – Courbes de contrainte-déformation en tractions cycliques pseudoélastiques sur des alliages de NiTi par : (a) [Olbricht *et al.*, 2008], (b) [Kang *et al.*, 2009].

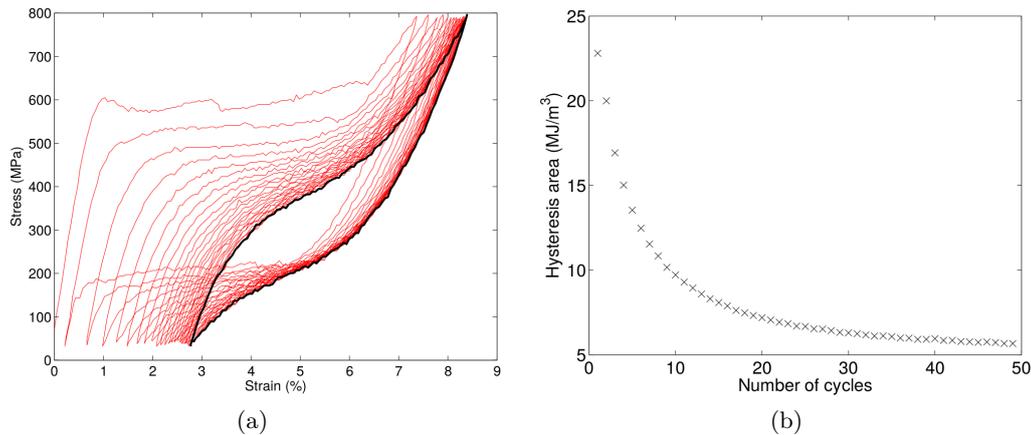


FIGURE 1.8 – Comportement cyclique pseudoélastique d’un alliage de NiTi par [Morin, 2011] : (a) réponse contrainte-déformation, (b) évolution de l’énergie d’hystérèse.

1.1.3 Effet pseudoplastique

L’effet pseudoplastique également appelé effet caoutchoutique représenté sur le pseudo-diagramme figure 1.4 par le trajet ② utilise la réorientation de la martensite. Ce comportement se manifeste lorsque le matériau est initialement formé de martensite auto-accomodée ($T < M_f^0$). L’application d’une contrainte à la charge a pour effet d’orienter les variantes de martensite. À la décharge, une déformation permanente se manifeste due à l’orientation préférentielle de la martensite dans le matériau. Lors de sollicitations cycliques illustrées figure 1.9, une hystérèse se forme engendrée par le mouvement partiel réversible des interfaces [Patoor et Berveiller, 1994].

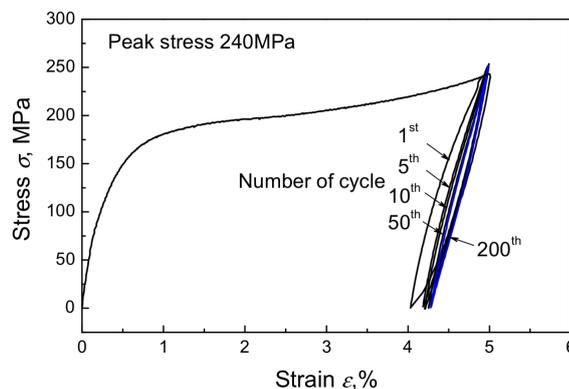


FIGURE 1.9 – Comportement pseudoplastique cyclique d’un alliage de NiTi [Kang *et al.*, 2009].

1.1.4 Phase intermédiaire : la phase R

Dans les alliages de NiTi, la transformation martensitique peut générer l’apparition d’une phase intermédiaire, la phase R. Les origines de la création de la phase R sont

principalement attribuées à la présence de précipités riches en Nickel due à l'application de traitements thermomécaniques (*e.g.* roulage à froid ou revenu) [Favier *et al.*, 1993] [Khalil-Allafi *et al.*, 2006], ou également de traitements thermiques [Ôtsuka et Ren, 1999], [Helbert, 2014]. La structure cristallographique de la phase R est une configuration rhomboédrique composée de quatre variantes [Ôtsuka et Ren, 2005].

La présence de la phase R est détectée par un essai de DSC. La présence de cette phase est mise en évidence par l'addition d'un ou deux pics supplémentaires associés aux transformations. Lors de l'étape de chauffage (figure 1.10), un premier pic correspond à la création de la phase R, puis le second annonce la formation de la phase austénitique.

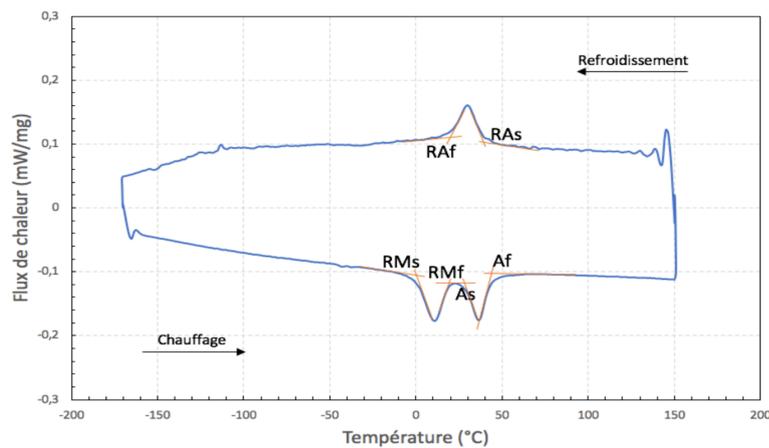


FIGURE 1.10 – Présence de la phase R lors d'un essai de DSC pour un alliage de NiTi [Gouedard, 2020].

Sous sollicitations de tractions uniaxiales, pour une température comprise entre R_s et M_s , l'alliage de NiTi en présence de phase R peut engendrer deux paliers dans le plan contrainte-déformation (figure 1.11) [Ôtsuka et Wayman, 1998]. Au début de la sollicitation, une marche non-linéaire apparaît qui est engendrée par la réorientation des variantes de la phase R. Une déformation de 0.8% est associée à ce premier comportement. Puis, une déformation plus importante de 7% se crée au second palier correspondant à l'apparition de martensite orientée.

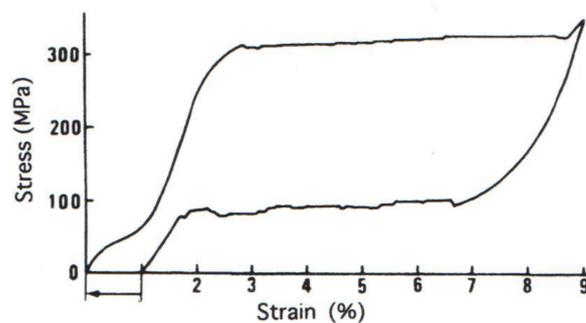


FIGURE 1.11 – Comportement sous sollicitation de traction d'un alliage de NiTi en présence de phase R [Ôtsuka et Wayman, 1998].

1.1.5 Fatigue de l'alliage de NiTi

Les alliages de NiTi employés dans la fabrication des instruments endodontiques sont majoritairement issus de fil (d'un ordre de grandeur $\approx \phi 1$). En service, une sollicitation mécanique de flexion rotative cyclique leurs sont appliqués. Pour étudier les propriétés en fatigue, de nombreux moyens d'essais ont été proposés dans la littérature notamment par [Wagner *et al.*, 2004], [Carvalho *et al.*, 2016] et [Pelton *et al.*, 2013] présentés respectivement figures 1.12, 1.13 et 1.14. L'objectif de ces dispositifs est d'étudier pour une sollicitation mécanique représentative, les propriétés en fatigue à l'échelle du matériau.

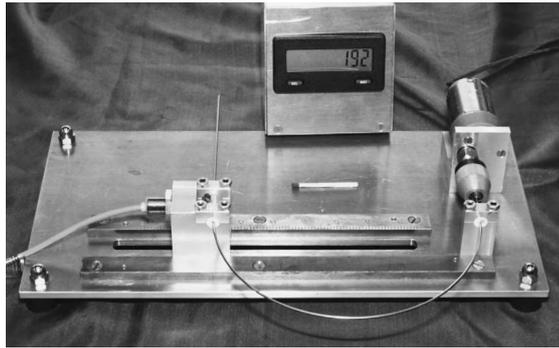


FIGURE 1.12 – Machine de flexion rotative proposée par [Wagner *et al.*, 2004] employée dans la campagne expérimentale de [Sawaguchi *et al.*, 2003].

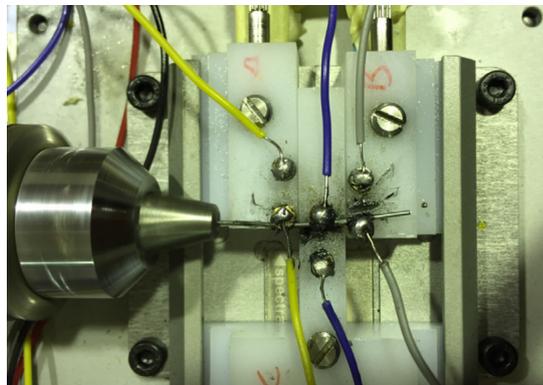


FIGURE 1.13 – Machine de flexion rotative proposée par [Carvalho *et al.*, 2016].

Ces dispositifs reproduisent un chargement de flexion rotative qui est appliqué aux fils de NiTi pour différentes amplitudes. Leurs cinématiques imposent une courbure aux fils de NiTi, puis la mise en rotation d'un moteur permet d'appliquer le chargement cyclique. Ces montages d'essais permettent d'étudier expérimentalement la tenue en fatigue de l'alliage. [Sawaguchi *et al.*, 2003] a analysé avec le dispositif présenté figure 1.12, l'influence du diamètre du fil ainsi que la vitesse de rotation sur la durée de vie. Le matériau considéré était un alliage de NiTi (composition 50,9 %, 49,1 %) à l'état austénitique à température ambiante ($A_f = 291$ K). Ces résultats présentés figure 1.15 mettent en évidence deux comportements linéaires distincts pour des valeurs inférieures et supérieures à 10^4 cycles. Les diamètres des fils ($\phi 1$ mm, $\phi 1,2$ mm, $\phi 1,4$ mm) ne semblent pas affecter la durée de

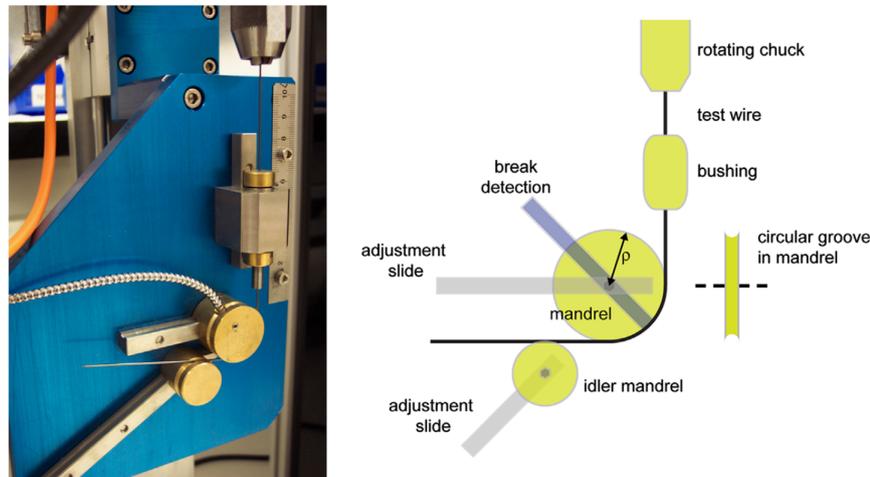


FIGURE 1.14 – Machine de flexion rotative proposée par [Pelton *et al.*, 2013].

vie (figure 1.15a), tandis que l'augmentation de la vitesse de rotation ($100 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$, $200 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$, $400 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$, $800 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$) semble diminuer la durée de vie de l'alliage (figure 1.15b).

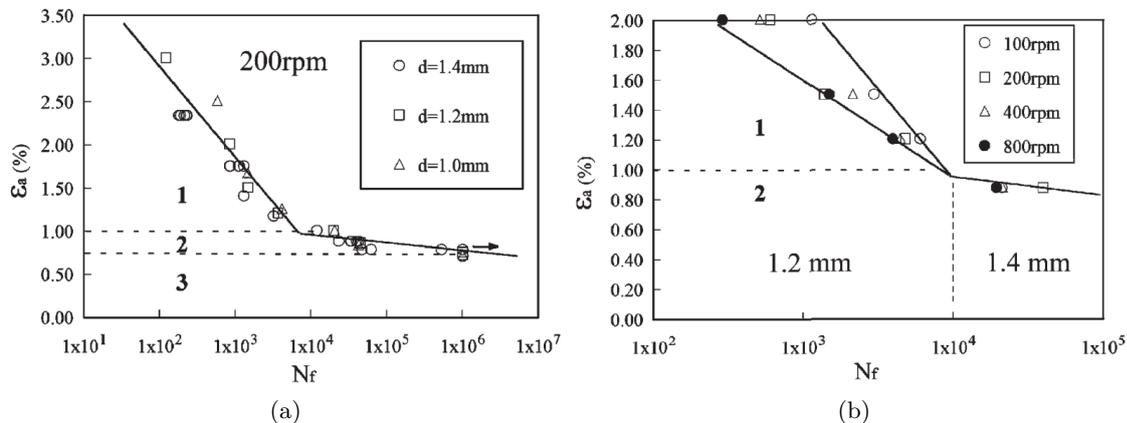


FIGURE 1.15 – Essai de fatigue en flexion rotative : (a) influence du diamètre de fil, (b) influence de la vitesse de rotation [Sawaguchi *et al.*, 2003].

Il est à noter que les amplitudes de déformations notées ε_a dans les travaux de [Sawaguchi *et al.*, 2003] figure 1.15 sont des amplitudes estimées à partir de la théorie des poutres. Dans le cadre des essais de fatigue à faible nombre de cycles et notamment pour les faibles durées de vie, des grandes amplitudes de flexion sont imposées à la structure étudiée. Cette sollicitation engendre des grands déplacements ainsi que l'apparition de comportement inélastique à la surface de l'échantillon, dû à la transformation martensitique sous contrainte. L'application de la théorie des poutres dans ce contexte devient limitée. Pour estimer précisément la déformation locale, une simulation non linéaire par la méthode des éléments finis est à mettre en place. Ce travail de modélisation a été entrepris dans

l'étude de [Carvalho *et al.*, 2016] pour calculer plus précisément l'amplitude de déformation imposée aux fils de NiTi lors des essais de fatigue.

Les alliages de NiTi ont donc des propriétés de pseudoélasticité et de pseudoplasticité dûes à la transformation de phase de type martensitique. Les fils de NiTi lorsqu'ils sont sollicités sous chargement mécanique répété voient leurs propriétés évoluer jusqu'à atteindre un comportement stabilisé. Cette sollicitation répétée, en fonction de son amplitude et de son nombre de cycles, peut mener le matériau à la rupture. Le phénomène de fatigue de l'alliage doit être étudié et pris en compte dans le développement de structures en NiTi.

1.2 Instruments endodontiques

Les propriétés de pseudoélasticité et de pseudoplasticité des alliages de NiTi sont couramment employées en endodontie pour fabriquer les instruments. La grande déformation réversible de l'alliage permet aux instruments endodontiques d'épouser la forme courbée du canal dentaire.

1.2.1 Généralités

Les instruments endodontiques (figure 1.16a) sont utilisés par les chirurgiens dentistes pour la préparation canalaire lors de l'opération de dévitalisation (figure 1.16b). L'objectif de cette intervention est d'éliminer les tissus infectés d'une part, puis de mettre en forme les canaux radiculaires d'autre part. Pour cela, l'instrument endodontique est tout d'abord inséré dans la racine de la dent à traiter. Puis, l'action mécanique de rotation combinée aux arêtes de coupes présentes sur la partie active de l'instrument permettent de retirer les éléments infectés. Le canal dentaire est ensuite désinfecté par des solutions antiseptiques, puis obstrué de manière étanche.

Les instruments endodontiques sont constitués majoritairement de trois parties distinctes (figure 1.16a) [Medioni, 2015]. La première, le manche, permet la saisie manuelle de l'instrument ou sa fixation sur un contre-angle. La seconde, la tige, est l'ébauche du fil à partir duquel est formée la partie active de l'instrument. La dernière partie, la lame active, est la partie travaillante et fonctionnelle de l'instrument. De nombreuses formes de sections existent qui peuvent évoluer le long du profil de l'instrument.

Historiquement, les instruments endodontiques étaient fabriqués en acier inoxydable et actionnés manuellement. La technique des instruments manuels est la méthode la plus ancienne mais reste d'actualité. Les instruments manuels restent les instruments de référence en début de traitement. Ils permettent notamment de repérer les entrées canalaires, de préparer la pénétration initiale et de définir les longueurs de travail [Arbab-Chirani *et al.*, 2010]. Cependant, ces instruments présentent certains inconvénients [Claisse, 2000]. Les instruments, notamment de gros diamètre, possèdent une rigidité importante. Ils ne travaillent pas de façon homogène dans les canaux courbes et de par leurs faibles conicités, ils ne permettent pas une préparation optimale de tous les canaux [Chevalier, 2012].

Ces inconvénients ont incité les fabricants à proposer de nouvelles solutions. Deux concepts majeurs sont apparus durant les années 1990 [Claisse, 2000]. Le premier est l'apparition des instruments mécanisés en rotation continue à vitesse lente et constante (d'un ordre de $400 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$). Un moteur est alors relié au manche de l'instrument grâce

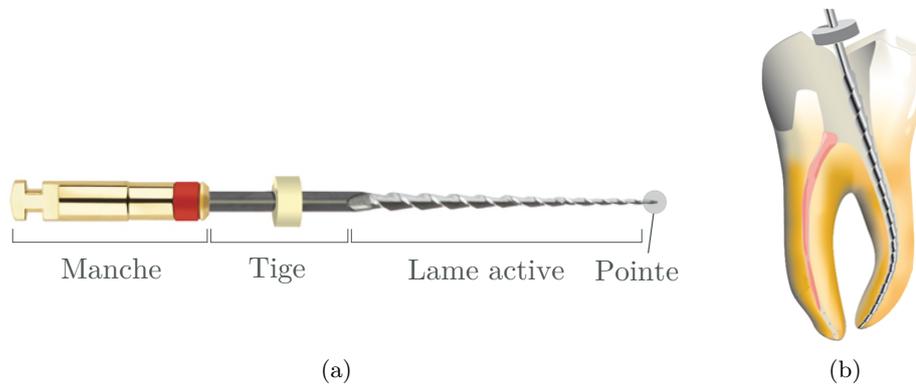


FIGURE 1.16 – Utilisation d'un instrument endodontique : (a) instrument One Shape, (b) opération de dévitalisation.

à des contre-angles. Le second est l'introduction d'une nouvelle classe de matériau, les Alliages à Mémoire de Forme et principalement les alliages de NiTi superélastique. L'emploi des alliages de NiTi associé à la mécanisation de la rotation des instruments ont permis d'améliorer la qualité des préparations [Chevalier, 2012]. Les principales raisons sont :

- la grande flexibilité réversible du NiTi permet de respecter l'anatomie canalaire lors de la mise en forme [Walia *et al.*, 1988], [Short *et al.*, 1997], [Glosson *et al.*, 1995], [Esposito et Cunningham, 1995];
- la conicité augmentée des instruments permet une préparation plus optimale sur le plan mécanique et chimique [Zelada G, 2002], [Schrader C, 2005];
- la bonne résistance à la corrosion de l'alliage contre les solutions d'irrigation utilisées lors de la préparation permet de réduire l'impact sur l'état de surface des instruments [Haïkel *et al.*, 1998], [Viana *et al.*, 2006];
- la biocompatibilité tissulaire des alliages de NiTi [Es-Souni *et al.*, 2005];
- l'efficacité de coupe améliorée par l'utilisation de la rotation continue [Walia *et al.*, 1988], [Haïkel *et al.*, 1998].

Les instruments en NiTi combinés à la rotation continue ont de nombreux avantages mais également certaines limites.

1.2.2 Problèmes rencontrés

Le problème principal est la rupture en service des instruments endodontiques en NiTi (figure 1.17).

Il existe deux phénomènes à l'origine de la fracture instrumentale [Serene *et al.*, 1995] :

- la fracture en torsion par vissage;
- la fracture en fatigue par flexion rotative.

La fracture en torsion se manifeste quand la pointe de l'instrument est bloquée dans le canal alors que le moteur continue d'appliquer la rotation. Un couple de torsion est appliqué à l'instrument qui va se déformer plastiquement jusqu'à la rupture [McGuigan *et al.*, 2013],



FIGURE 1.17 – Radiographie d'une rupture instrumentale lors d'une opération de dévitalisation.

[Nervo *et al.*, 2000]. Pour ce scénario, la ruine de la structure intervient suite à l'application d'un chargement monotone d'amplitude élevée.

La fracture en fatigue apparaît suite à l'accumulation de cycles de rotation sous chargement de flexion. L'amplitude de flexion appliquée à l'instrument est engendrée par la courbure de la racine. La ruine de la structure intervient dans ce scénario suite à l'application d'un chargement cyclique.

Les deux mécanismes d'endommagement par fatigue ou de vissage sont des phénomènes bien distincts. Cependant, en service les ruptures instrumentales sont souvent dues à une combinaison de ces deux chargements [Setzer, 2013].

D'après [Legrand, 2015], la rupture instrumentale peut être impactée par plusieurs facteurs [Oh *et al.*, 2010], [Nervo *et al.*, 2000], [Pirani *et al.*, 2011], [McGuigan *et al.*, 2013] :

- le nombre d'utilisations ;
- le respect du protocole opératoire par les praticiens ;
- les cycles de stérilisation ;
- la courbure des racines ;
- la section du profil et la géométrie instrumentale ;
- les défauts de surface des instruments ;

Le deuxième inconvénient rencontré est le transport canalaire. Le phénomène mis en jeu est la déviation du canal principal due à une rigidité trop importante de l'instrument. Si la déviation reste dans le canal, le transport est dit interne. Lorsque l'outil perce la racine, le transport est dit externe [Lasfargues, 2010].

Ces problématiques ont motivé les fabricants à développer des nouveaux concepts afin de réduire les occurrences de rupture. Le développement de nouvelles solutions technologiques pour réduire les problèmes de transport canalaire, de rupture par vissage et de fatigue se sont développées sur plusieurs axes :

- Géométrie : diminution de la rigidité [Chevalier, 2012] ;
- Procédé de fabrication : amélioration de l'état de surface par la technique de l'électropolissage [Anderson *et al.*, 2007], [Pohl *et al.*, 2004], usinage des instruments par torsion [Gambarini *et al.*, 2008], [Elnaghy et Elsaka, 2015] ;
- Matériau : formulation de nouveaux alliages et le développement de nouveaux traitements thermiques [Peters *et al.*, 2012], [Ninan et Berzins, 2013], [Campbell *et al.*, 2014] ;
- Cinématique : évolution de la cinématique instrumentale par un mouvement de

réciprocité [Pérez-Higueras *et al.*, 2013], [Kiefner *et al.*, 2014].

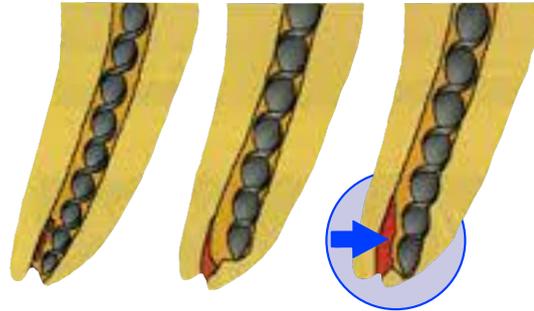


FIGURE 1.18 – Phénomène de transport canalair.

Pour étudier l'influence de ces innovations sur les problématiques rencontrées, deux volets se sont développés.

Le premier est l'étude du comportement mécanique des instruments sous chargement monotone de flexion et de torsion. Cette approche permet de quantifier l'impact des évolutions technologiques sur la problématique de transport canalair. Nous allons l'évoquer dans la section suivante.

Le second est l'étude des instruments sous chargement cyclique. Cette approche, qui est le sujet de notre étude, permet d'analyser l'influence des évolutions technologiques sur les propriétés en fatigue. Nous réalisons un résumé dans la dernière section.

Nous précisons que le phénomène que nous allons considérer dans le cadre de cette étude est uniquement le mécanisme de rupture instrumentale par fatigue. La problématique de vissage et de transport canalair n'est pas traitée dans cette étude. Le chargement mécanique que nous allons prendre en compte est uniquement un chargement de flexion rotative cyclique.

1.2.3 Étude du comportement mécanique des instruments

Le choix du matériau et de la géométrie des instruments impactent directement leur comportement mécanique et notamment la flexibilité. Pour réduire la problématique de transport canalair, l'objectif des fabricants est de minimiser la rigidité en flexion. Pour améliorer l'efficacité de coupe, l'objectif est de maximiser la rigidité en torsion. Deux approches sont employées pour connaître ces rigidités, l'approche expérimentale et l'approche numérique.

Le développement de nombreux moyens d'essais présentés dans la littérature [Cámara *et al.*, 2009], [Pruett *et al.*, 1997], [de Arruda Santos *et al.*, 2014], [Chevalier, 2012] permettent de solliciter les instruments en flexion et en torsion. [Chevalier, 2012] a pu déterminer le comportement en flexion de trois instruments : Hero (h-25), Hero Shaper (HS) et One Shape du fabricant Coltene Micro-Méga (Besançon, France) (figure 1.19). Les essais réalisés mettent en évidence que le comportement mécanique et notamment la rigidité en flexion peut évoluer du simple au triple en fonction des choix de conception (figure 1.19).

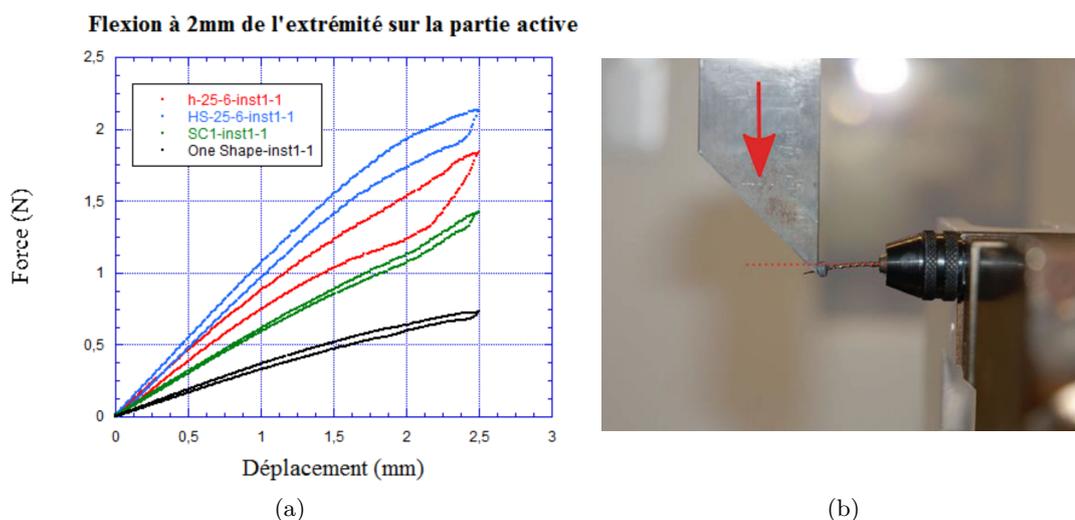


FIGURE 1.19 – Caractérisation expérimentale du comportement mécanique en flexion : (a) résultats d'essais, (b) montage expérimental [Chevalier, 2012].

Les systèmes développés en laboratoire appliquent en fonction de la cinématique de la machine d'essai, des conditions aux limites qui diffèrent les unes des autres. Les résultats de caractérisation du comportement mécanique d'un instrument ne sont donc pas transposables entre les différentes études publiées. Des spécifications d'essais ont alors été définies dans la norme ISO 3630-1 en 2008 et révisées en 2019 pour standardiser les essais de comportement. Les instruments sont maintenus à la pointe sur une longueur de 3 mm puis une flexion de 45° leur est appliquée. [de Arruda Santos *et al.*, 2014] a suivi les spécifications de la norme dans la version de 2008 pour comparer les performances de trois instruments en flexion et en torsion, Mtwo (VdW, Munich, Germany), RaCe (FKG Dentaire, La-Chaux-de-Fonds, Switzerland) et PTU F1 (Dentsply Maillefer, Ballaigues, Switzerland).

L'objectif de l'approche expérimentale est de pouvoir quantifier et comparer pour les mêmes conditions le comportement mécanique de différents instruments. La rigidité de la structure en flexion et en torsion peut ainsi être déterminée de manière globale.

Une approche complémentaire a été développée dans la littérature, basée sur la méthode des éléments-finis [Xu *et al.*, 2006], [Kim *et al.*, 2009b], [Berutti *et al.*, 2003]. Cette approche numérique, une fois validée par confrontation essais-calcul, a l'avantage de déterminer les grandeurs mécaniques macroscopiques et locales (figure 1.20) [Arbab-Chirani *et al.*, 2011].

Le chargement mécanique de flexion-torsion est généralement représentatif de celui appliqué pendant les campagnes expérimentales ou préconisé par la norme. Quelques études [Necchi *et al.*, 2008], [Kim *et al.*, 2009a], [Medha *et al.*, 2014] ont entrepris de modéliser l'insertion canalaire afin d'identifier au plus près le chargement mécanique appliqué aux instruments en service. Dans l'étude de [Legrand *et al.*, 2015], des canaux dentaires réels ont été extraits par microtomographie. La géométrie des canaux une fois modélisée a permis de représenter les conditions aux limites représentatives de celles appliquées aux

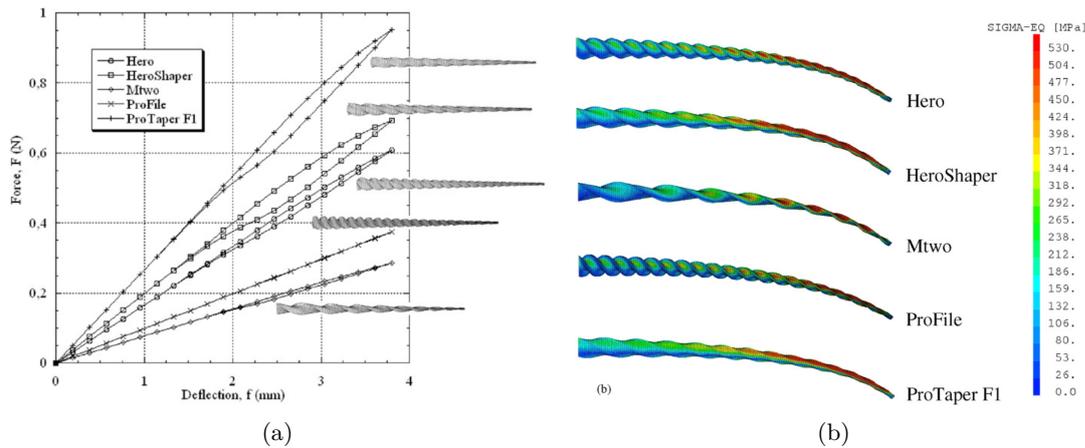


FIGURE 1.20 – Caractérisation numérique du comportement mécanique en flexion des instruments : (a) résultat macroscopique force-déplacement, (b) résultat du champ de contrainte équivalent [Arbab-Chirani *et al.*, 2011].

instruments en service. Suite à l'étape d'insertion canalaire, une rotation d'un tour est appliquée à l'instrument (figure 1.21). Une simulation complète de flexion rotative est ainsi modélisée avec une LdC superélastique [Saint-Sulpice *et al.*, 2009]. Au cours de la rotation de l'instrument, le point le plus sollicité mécaniquement se situe en surface. Il est à noter que la fraction volumique de martensite créée ($z = 11\%$) reste faible, mais systématiquement confinée en surface tout au long du chargement.

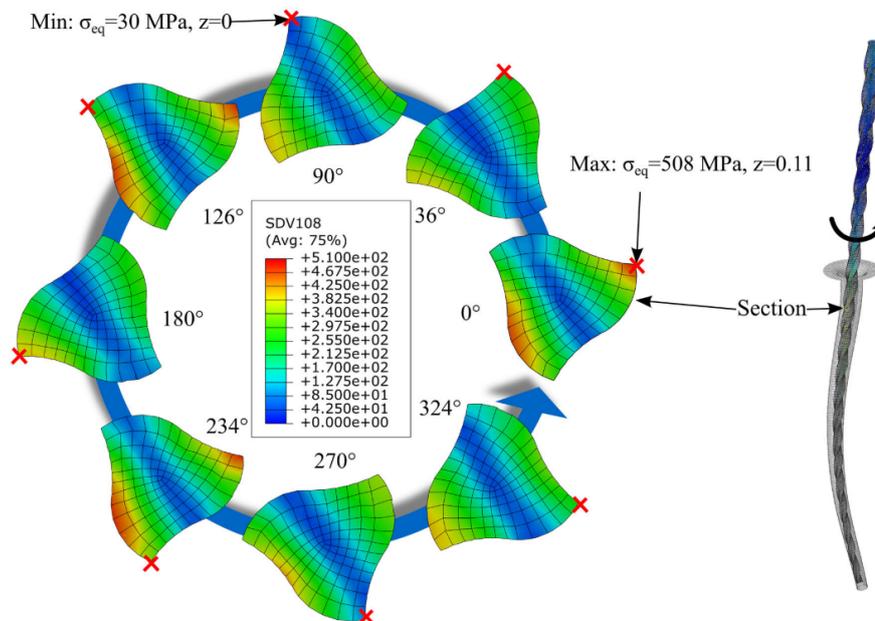


FIGURE 1.21 – Évolution du champ de contrainte équivalent dans la section la plus sollicitée pendant la rotation de l'instrument [Legrand *et al.*, 2015].

La littérature illustre que deux approches distinctes sont employées pour quantifier le comportement mécanique des instruments sous chargement monotone. Les approches expérimentales et numériques peuvent être mises en place pour évaluer les rigidités en flexion et en torsion des instruments. Ces deux méthodes permettent de quantifier l'impact des choix technologiques sur les risques de transport canalaire (lié à la rigidité en flexion) ou sur l'efficacité de coupe (liée à la rigidité en torsion).

Sous chargement cyclique, le comportement mécanique des instruments a été étudié très majoritairement de manière expérimentale. Dans la section suivante, nous allons présenter cette démarche mise en place actuellement pour étudier le comportement des instruments vis-à-vis de la fatigue.

1.2.4 Étude en fatigue des instruments

La très grande majorité des publications sur la fatigue des instruments endodontiques traite le problème sous l'angle expérimental [Plotino *et al.*, 2009]. La performance d'un instrument vis-à-vis de la fatigue est déterminée par sa capacité à résister à un nombre de cycles à rupture le plus élevé possible sous un chargement mécanique donné. De ce fait, la grande majorité des études ont analysé et comparé les performances des instruments en réalisant directement des essais de fatigue sur structure. De nombreux moyens d'essais ont été développés pour représenter un chargement mécanique de flexion rotative à cinématique imposée. Différents choix technologiques ont été réalisés. L'instrument est mis en flexion soit : par un canal artificiel [Larsen *et al.*, 2009] (figure 1.22a), un plan incliné [Li *et al.*, 2002] (figure 1.22b), par flexion trois points [Cheung et Darvell, 2007b] (figure 1.22c), ou par enroulement [Haikel *et al.*, 1999] (figure 1.22d). Cette liste n'est cependant pas exhaustive.

Des campagnes expérimentales de fatigue sont alors réalisées pour étudier l'influence des propriétés matériaux [Johnson *et al.*, 2008], [Ye et Gao, 2012], de la géométrie [Cheung et Darvell, 2007a] ou du procédé de fabrication [Kim *et al.*, 2010], [Rodrigues *et al.*, 2011], [Lopes *et al.*, 2010] sur la tenue en fatigue des instruments. Les courbes de fatigue générées permettent de comparer directement les performances des instruments entre eux (figure 1.23). Dans l'étude réalisée par [Petit, 2018], on observe que l'instrument RaCe (FKG Dentaire, La-Chaux-de-Fonds, Switzerland) a des propriétés en fatigue plus faibles que les instruments ProTaper Next (Dentsply Maillefer, Ballaigues, Switzerland) et F6Skytaper (Komet, Lemgo, Germany).

Une démarche alternative à cette approche expérimentale est l'emploi de méthodes numériques. À notre connaissance, il existe dans la littérature uniquement deux études [Cheung *et al.*, 2011] et [Montalvão *et al.*, 2014], qui se sont orientées sur une approche numérique pour les instruments endodontiques.

La démarche conventionnelle d'estimation numérique de la durée de vie comporte deux grandes étapes. Tout d'abord, l'état mécanique au sein de la structure est déterminé avec la méthode des éléments finis. Une loi de comportement AMF doit être combinée pour modéliser les propriétés de l'alliage. Puis, un critère de fatigue oligocyclique adapté au matériau doit être appliqué pour déterminer la durée de vie.

Dans l'étude de [Cheung *et al.*, 2011], la loi de comportement et le critère de fatigue sélectionnés sont adaptés aux matériaux au comportement élastoplastique. Les paramètres du modèle sont directement issus de la littérature, aucune identification des propriétés n'a été réalisée à l'échelle du matériau étudié. Le modèle proposé permet en fonction de

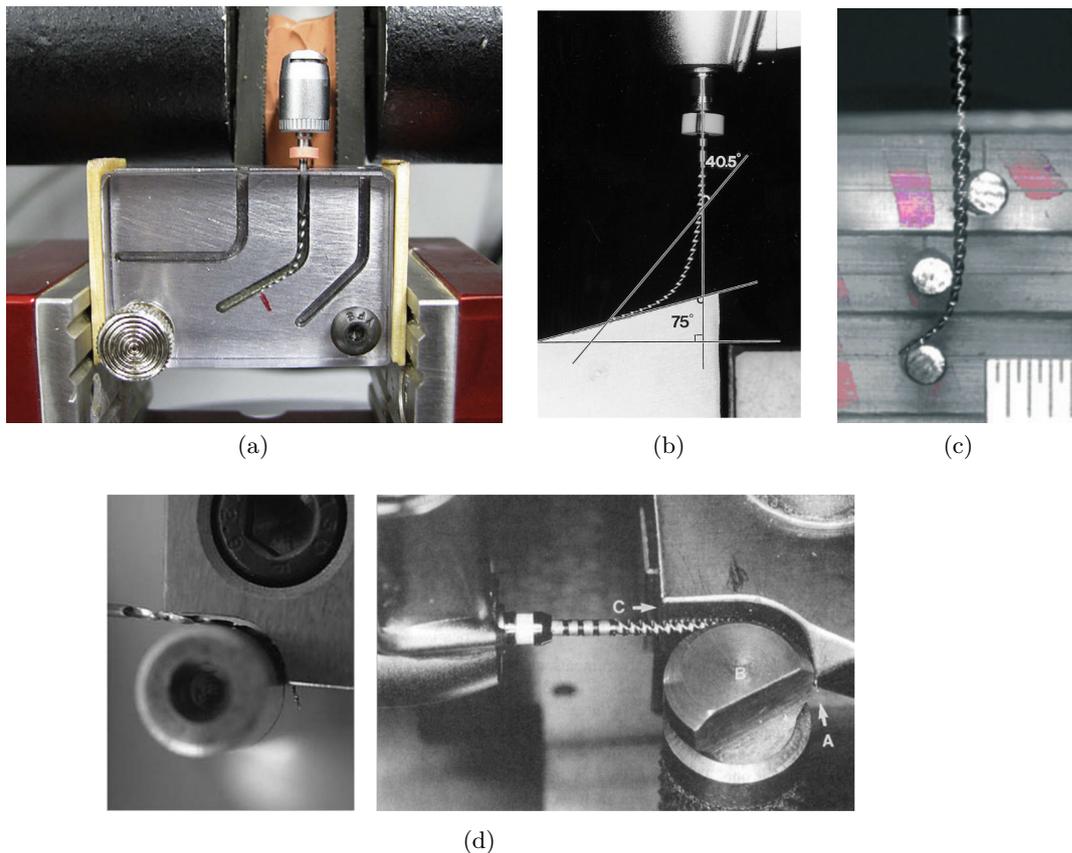


FIGURE 1.22 – Moyens d’essais de caractérisation en fatigue des instruments endodontiques en flexion rotative : (a) canal artificiel, (b) plan incliné, (c) flexion trois points et (d) enroulement.

l’amplitude de flexion imposée à l’extrémité de l’instrument, de prédire une durée de vie à rupture (figure 1.24b). Cependant, aucune validation ou confrontation expérimentale n’a été entreprise. L’approche proposée est entièrement numérique.

L’étude numérique proposée par [Montalvão *et al.*, 2014] est très similaire à celle proposée par Cheung, à l’exception que la méthode des éléments finis a été combinée avec une loi de comportement pseudoélastique. Le modèle matériau utilisé n’est cependant pas explicitement précisé mais semble être un modèle supérelastique monotone qui est implémenté en standard dans le logiciel EF Ansys. Les paramètres matériaux ont également été extraits de la littérature et ont été identifiés uniquement à partir d’un essai de traction monotone de charge-décharge. L’identification mise en place ne permet pas de prendre en compte l’évolution du comportement du matériau sous chargement cyclique. Or, comme nous l’avons souligné section 1.1.2.2, une modification notable du comportement de l’alliage apparaît sous chargement répété impactant directement la durée de vie en fatigue. Dans une démarche classique d’estimation de la durée de vie en fatigue oligocyclique, l’évolution du comportement de l’alliage doit être caractérisée [Yu *et al.*, 2015] ou estimée au cycle stabilisé par une méthode de calcul [Morin *et al.*, 2011], [Moumni *et al.*, 2018].

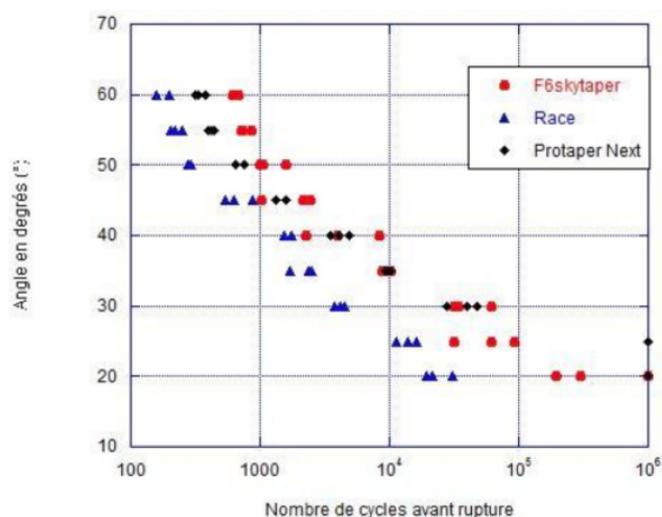


FIGURE 1.23 – Campagne expérimentale de fatigue réalisée pour trois instruments endodontiques (ProTaper Next, F6Skytaper et RaCe) [Petit, 2018].

Une estimation des courbes de fatigue des instruments est ainsi proposée par les deux auteurs (figure 1.24). Ces deux approches numériques ne sont cependant pas validées expérimentalement.

À notre connaissance, il n'existe pas dans la littérature de démarche de prédiction numérique de la durée de vie en fatigue LCF d'instruments endodontiques, prenant en compte le comportement du NiTi, qui soit validée par une comparaison avec des résultats d'essais.

Les études sur les propriétés en fatigue des instruments disponibles dans la littérature sont majoritairement expérimentales. Les deux inconvénients majeurs de cette approche sont que les campagnes expérimentales sont à la fois longues et coûteuses. Un seul essai de fatigue peut durer jusqu'à quelques heures. Pour obtenir une courbe complète de durée de vie, il est de plus nécessaire de réaliser les essais pour plusieurs amplitudes de chargement. Les résultats de durée de vie une fois obtenus ne sont valables que pour la configuration étudiée. Pour étudier l'influence d'un seul paramètre, une campagne d'essais doit alors être répétée. L'approche expérimentale a l'inconvénient majeur d'être chronophage et coûteuse en matériaux et en moyens.

Les méthodes numériques sont alors des méthodes alternatives pertinentes pour réaliser des études paramétriques. Le modèle numérique une fois validé peut alors être employé pour étudier l'influence de plusieurs paramètres sur la durée de vie. Cependant, il n'existe pas, à notre connaissance, de méthode numérique de prédiction de la durée de vie des instruments qui ait été validée par confrontation essais-calcul. Les méthodes numériques de détermination de la durée de vie en fatigue des instruments endodontiques en NiTi font défaut actuellement.

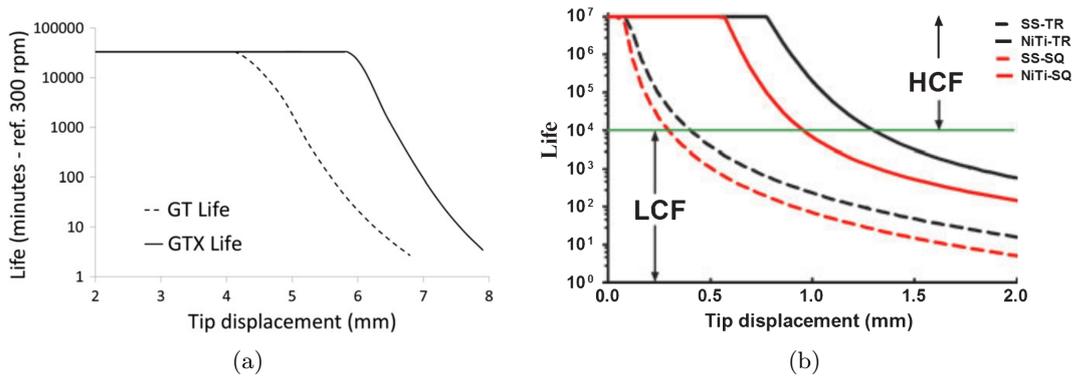


FIGURE 1.24 – Démarche d'estimation numérique de la durée de vie des instruments endodontiques en flexion rotative : (a) durée de vie des instruments ProFile GT et ProFile Series X suivant [Montalvão *et al.*, 2014], (b) durée de vie des instruments : SS-TR (stainless steel file with triangular cross-section), SS-SQ (stainless steel file with square cross-section); NiTi-TR (NiTi alloy file with triangular cross-section) et NiTi-SQ (NiTi alloy file with square cross-section) par [Cheung *et al.*, 2011].

1.3 Bilan

Dans ce chapitre, nous venons de voir que les alliages de NiTi ont des comportements de pseudoélasticité et de pseudoplasticité basés sur un changement de phase solide-solide de type martensitique. Ces comportements sont attractifs dans le cadre de la réalisation d'instruments endodontiques, cependant ils sont fortement non-linéaires et hystériques. Les instruments endodontiques en service sont soumis à un chargement cyclique. Or, ce chargement répété engendre une évolution des propriétés de l'alliage qui se dégrade et qui peut mener à la rupture de la structure.

En fonctionnement, des ruptures instrumentales sont observées en fatigue suite à l'application du chargement cyclique de flexion rotative. Nous avons observé que la très grande majorité des études disponibles dans la littérature, analyse la fatigue des instruments principalement sous l'angle expérimental. L'inconvénient majeur de cette approche est qu'elle est chronophage et coûteuse en matériaux et en moyens. Une méthode alternative est l'utilisation de modèle numérique. Cependant, cette méthode fait actuellement défaut dans le contexte des instruments endodontiques en alliage de NiTi. La fatigue des instruments n'est actuellement pas prise en compte lors de la phase de conception.

Notre objectif est de proposer une démarche numérique de prédiction de la durée de vie en fatigue des instruments en NiTi. La finalité est de mettre à disposition une chaîne numérique d'aide au dimensionnement des instruments pour le bureau d'études de Micro-Méga. Cet outil numérique pourra être utilisé par le bureau d'études, pour estimer la durée de vie en fatigue d'un nouveau concept d'instrument dès la phase de conception.

Classiquement, la méthode des éléments finis est combinée à un critère de fatigue pour prédire la durée de vie. Cependant, dans le contexte de la fatigue à faible nombre de cycles où des phénomènes non-linéaires sont mis en jeu, la méthode des éléments finis engendre un temps de calcul trop important dans un cadre industriel. Nous allons donc nous orienter vers des méthodes de calcul simplifiées pour estimer rapidement la durée de vie.

Dans la suite de l'étude, nous allons dans un premier temps réaliser une étude bibliographique pour identifier une méthode simplifiée. Puis, la méthode de calcul accélérée que nous aurons sélectionnée sera implémentée et combinée à un critère de fatigue pour estimer la durée de vie de structures en AMF.

Démarche de calcul de durée de vie en fatigue oligocyclique

Résumé

Dans ce chapitre, les deux ingrédients majeurs de la démarche d'estimation rapide de la durée de vie sont introduits. La méthode de calcul simplifiée suivi du critère de fatigue.

Les méthodes simplifiées d'estimation du comportement local de type Neuber sont présentées ainsi que leurs limitations dans un cadre multiaxial. Les méthodes simplifiées sélectionnées issues des lois de localisation sont ensuite introduites. Nous mettons en place numériquement les méthodes sélectionnées sous chargement uniaxial puis multiaxial. Ces approches ont initialement été développées et sont actuellement limitées au comportement élastoplastique. Nous proposons un nouveau schéma d'intégration numérique générique permettant de modéliser un comportement inélastique.

Un état de l'art des critères de fatigue oligocyclique est ensuite mené. Les critères multiaxiaux de type plan critique et les critères globaux sont introduits. L'analyse des résultats disponibles dans la littérature nous permet de sélectionner la catégorie de critère de fatigue la plus pertinente pour les AMF.

Sommaire

2.1	Introduction au calcul en fatigue oligocyclique	32
2.2	Méthodes simplifiées de détermination du comportement au point critique	34
2.2.1	Méthodes de type Neuber	36
2.2.2	Position du problème pour les états multiaxiaux	40
2.2.3	Heuristiques de multiaxialité	42
2.2.4	Méthode de l'Opérateur de Localisation Ajustable	45
2.2.4.1	Approche de Herbland	45
2.2.4.2	Approche de Darlet	46
2.3	Mise en place de la méthode simplifiée OLA	49
2.3.1	Étude sous chargement uniaxial	50
2.3.2	Étude sous chargement multiaxial	56

2.3.2.1	Application sous chargement proportionnel	56
2.3.2.2	Application sous chargement non proportionnel	61
2.3.3	Proposition d'intégration numérique générique	63
2.4	Critère de fatigue oligocyclique	65
2.4.1	Généralités sur les critères de fatigue	65
2.4.2	Critères uniaxiaux	66
2.4.2.1	Critère de Manson-Coffin-Basquin	66
2.4.2.2	Correction de Morrow	66
2.4.3	Critères multiaxiaux	66
2.4.3.1	Critères de type plan critique	66
2.4.3.2	Critères globaux	67
2.4.4	Critères employés pour les AMF	68
2.4.4.1	Approche de type plan critique	68
2.4.4.2	Approche globale	70
2.4.4.3	Choix du critère	71
2.5	Bilan	72

2.1 Introduction au calcul en fatigue oligocyclique

La fatigue est le phénomène qui engendre la ruine de structures sous chargement mécanique répété. Généralement, la sollicitation mécanique engendre l'initiation de fissures à l'échelle microscopique. Le chargement de nature cyclique propage cette fissure au cours du temps, qui endommage, puis rompt le composant à l'échelle macroscopique. Ce phénomène a commencé à être étudié à partir du milieu du XIX^e siècle. Wöhler proposa de représenter la tenue en fatigue de matériau dans un diagramme associant le nombre de cycles à rupture en fonction de l'amplitude de chargement.

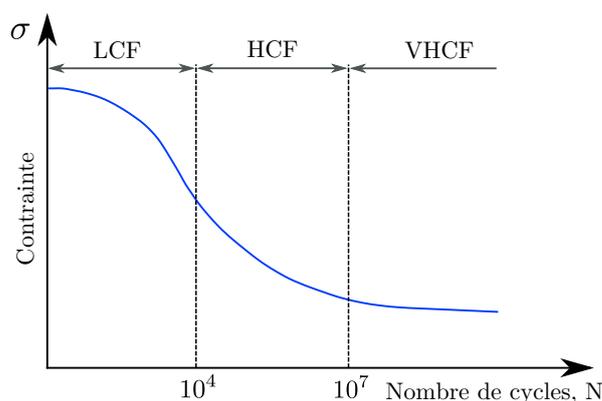


FIGURE 2.1 – Domaines de fatigue.

Schématiquement, trois domaines sont généralement définis figure 2.1 :

- La fatigue à faible nombre de cycles (LCF : Low Cycle Fatigue) pour des durées de vie inférieures à 10^4 - 10^5 cycles ;
- La fatigue à grand nombre de cycles (HCF : High Cycle Fatigue) pour des durées de vie comprises entre 10^5 et 10^7 cycles ;
- La fatigue à très grand nombre de cycles (VHCF : Very High Cycle Fatigue) pour des durées de vie supérieures à 10^7 cycles.

Le chargement cyclique est intrinsèque au phénomène d'endommagement par fatigue. Cette sollicitation répétée engendre plusieurs réponses possibles de comportement asymptotique de la structure. Les états stabilisés ou à l'équilibre dépendent de l'intensité du chargement et des propriétés du matériau. Il y a trois types de réponses possibles [Lemaitre et Chaboche, 1998] : l'adaptation, l'accommodation et l'effet rochet. Dans le cadre de la fatigue à grand et très grand nombre de cycles (HCF et VHCF), le chargement mécanique appliqué à la structure est relativement faible, l'état stabilisé asymptotique de la structure reste élastique (figure 2.2a). Pour les faibles nombres de cycles (LCF), l'intensité plus importante du chargement peut engendrer deux types de réponses stabilisées. L'accommodation correspond à un état limite stabilisé où les déformations plastiques restent bornées. Une boucle d'hystérèse se forme illustrée figure 2.2b. L'accumulation de déformation plastique à chaque cycle peut également engendrer une réponse qui ne se stabilise jamais. Ce phénomène appelé effet rochet intervient généralement pour des contraintes moyennes et des amplitudes de contraintes élevées (figure 2.2c). Comme indiqué, la limite

entre la fatigue HCF et LCF avoisine les 10^4 - 10^5 cycles. Le mécanisme qui délimite la frontière entre les deux domaines est l'apparition de comportements inélastiques confinés à l'échelle de la structure.

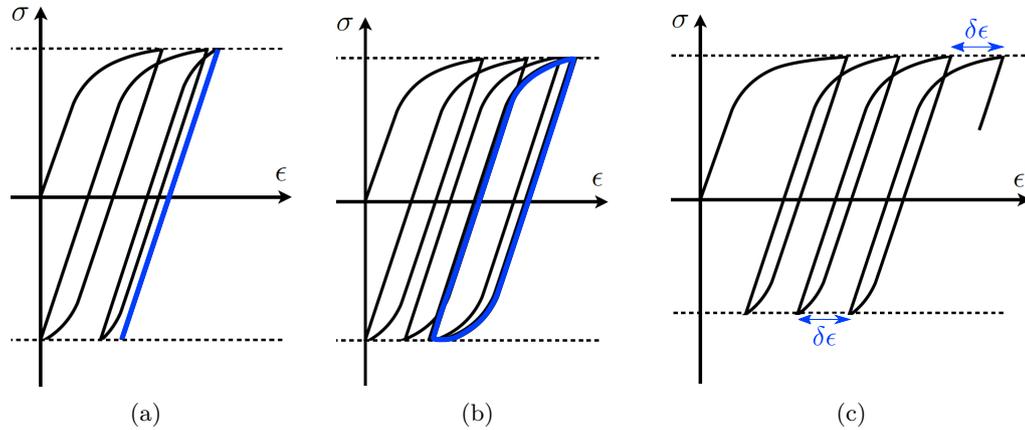


FIGURE 2.2 – Réponses asymptotiques d'une structure soumise à un chargement cyclique : (a) adaptation, (b) accomodation, (c) effet Rochet par [Darlet, 2014]

Les méthodes de dimensionnement de durée de vie en fatigue reposent principalement sur deux grandes étapes. La première est de déterminer le comportement asymptotique de la structure suite à l'application du chargement cyclique. Une méthode de calcul doit être employée pour obtenir les informations sur le champ de contrainte et de déformation au sein du domaine étudié. Dans un deuxième temps, un critère de fatigue adapté au chargement et au matériau doit être appliqué pour déterminer la DDV.

Dans le cadre de la fatigue HCF, le chargement cyclique engendre un état asymptotique élastique en tout point de la structure. La méthode de calcul des EF linéaires est souvent utilisée pour déterminer les tenseurs des contraintes et des déformations élastiques. La méthode de calcul des EF permet d'obtenir les grandeurs mécaniques de manière précise. Cette approche, de par sa précision est considérée comme la méthode numérique de référence. Lorsque le comportement stabilisé devient inélastique, la méthode de calcul des EF non-linéaires s'avère nécessaire. Dans les structures industrielles un comportement inélastique confiné apparaît majoritairement en fond d'entaille au lieu de concentration de contrainte. La méthode des EFNL devient alors indispensable pour prédire le comportement non-linéaire au(x) point(s) critique(s). Il est à noter que l'ajout de non-linéarité engendre un surcoût de calcul important lors de la mise en place de simulations par la méthode des EF. Pour la fatigue à faible nombre de cycles, il est nécessaire de simuler le chargement cyclique jusqu'à stabilisation de la structure. Ce régime stabilisé s'atteint au bout d'une dizaine, voire centaine de cycles. La simulation non-linéaire d'une pièce industrielle complexe sur un seul cycle peut déjà s'avérer être coûteuse numériquement. Nous comprenons alors aisément la problématique lorsqu'un chargement répété doit être appliqué. Cette méthode numérique a le désavantage notable d'être chronophage en temps de calcul. Dans un contexte industriel où le temps de conception est réduit, cette solution numérique ne peut être envisagée pour déterminer les contraintes et les déformations au(x)

point(s) critique(s).

C'est pourquoi des méthodes alternatives ont été proposées pour contourner cette problématique. L'objectif de ces approches est de diminuer le temps de calcul, tout en préservant une certaine précision des résultats. Ces méthodes, baptisées *méthodes simplifiées* (MS), font l'objet d'une littérature abondante. Différentes approches et différents concepts ont été proposés depuis le milieu du XX^e siècle. Un résumé en est proposé dans la section suivante.

2.2 Méthodes simplifiées de détermination du comportement au point critique

Un nombre très important de MS sont disponibles dans la littérature. La problématique à résoudre est toujours identique. Comment réduire le temps de calcul dans un contexte de comportements inélastiques confinés sous chargement cyclique, tout en préservant la fiabilité des résultats? Deux voies sont notamment explorées. Une première approche consiste à simplifier le problème spatialement. Ces MS ont pour objectif d'estimer les grandeurs localement, uniquement au(x) point(s) critique(s). Il est à noter que la redistribution des contraintes n'est donc pas décrite dans la structure et l'équilibre local est violé. Une deuxième possibilité est de simplifier le problème d'un point de vue temporel. Pour ce faire, les grandeurs ne sont pas déterminées tout au long des cycles de chargement, mais directement au cycle stabilisé. L'évolution temporelle et l'historique des grandeurs ne sont donc pas disponibles. À l'inverse, les données sont disponibles en tout point du domaine étudié.

Comme indiqué précédemment, un nombre conséquent de MS ont été proposées. Dans le but d'identifier une MS adaptée à notre problématique, il est tout d'abord nécessaire de réaliser une synthèse générale. Dans ses travaux de thèse [Darlet, 2014] propose de hiérarchiser macroscopiquement les MS en deux niveaux. L'intérêt de cette hiérarchisation est de présenter succinctement un aperçu global des MS disponibles en fonction de notre problématique industrielle. Dans cet inventaire, le niveau 1 rassemble les méthodes les plus rapides, a priori les moins précises. Le niveau 2 regroupe les méthodes les plus précises, mais les plus coûteuses. La stratégie adoptée pour chacun des niveaux est la suivante (issue de Darlet [Darlet, 2014]) :

- **Niveau 1** : La loi de comportement du matériau est élastique. La réponse asymptotique est donc obtenue pour tous les points de la structure via la simulation du premier cycle par la méthode des EF. Un post-traitement local à partir des résultats de ce premier calcul permet d'estimer l'acomodation plastique. Le post-traitement est effectué en quelques points jugés les plus critiques, en général localisés dans les zones de concentration de contraintes. On peut distinguer deux types de méthode de niveau 1 :
 - **Niveau 1.a** : Tous les paramètres de la MS sont identifiés à partir de réponse élastique du premier ou du second calcul issu des EF.
 - **Niveau 1.b** : Certains paramètres de la méthode sont identifiés à partir d'un calcul non-linéaire issu de la méthode des EF sous chargement monotone avec une

LdC inélastique adaptée au matériau.¹ Les méthodes du niveau 1.b sont donc à priori plus précises et moins rapides. En effet, le calcul de la méthode des EF en non-linéaire ajoute un coût supplémentaire qui peut être important, mais qui permet d'obtenir des informations concernant la redistribution des contraintes, la relaxation de la contrainte moyenne, etc.

- **Niveau 2** : La loi de comportement du matériau est inélastique et décrit tous les phénomènes physiques observés (relaxation de la contrainte moyenne, diminution de la contrainte de début du comportement non-linéaire, apparition d'une déformation résiduelle...). Comme on a vu précédemment, la réponse asymptotique de la structure peut être de trois types : adaptation, accommodation et effet rochet. On se limite au domaine de la fatigue oligocyclique. C'est donc l'accommodation qui nous intéresse plus particulièrement. Les méthodes de niveau 2 résolvent le problème sur toute la structure pour tous les cycles jusqu'à stabilisation.

Les *méthodes de niveau 1* considèrent une correction inélastique pour déduire le comportement non-linéaire local à partir d'une solution élastique. Ces méthodes sont des approches découplées basées sur un post-traitement de solution élastique. Pour cela, il est supposé que le comportement inélastique est confiné dans la structure. La méthode de Neuber [Neuber, 1961] est l'une des premières MS basée sur une équivalence énergétique. Il est supposé que l'énergie de déformation inélastique est égale à l'énergie de déformation élastique. Une approche similaire a été développée par Molski et Glinka [Molski et Glinka, 1981] pour estimer le comportement inélastique de structures en fond d'entaille. Cependant, ces deux méthodes sont limitées à des sollicitations uniaxiales. Dans le cadre industriel, la géométrie complexe des composants engendre généralement un comportement multiaxial au point critique. C'est pourquoi de nombreuses propositions d'heuristiques sont disponibles dans la littérature, telles que Hoffman et Seeger [Hoffmann et Seeger, 1985], de Moftakhar [Moftakhar et Buczynski, 1995], ou de Buczynski et Glinka [Buczynski et Glinka, 2003], pour généraliser la méthode de Neuber au multiaxial. Cependant, ces méthodes sont limitées à certaines géométries et ne peuvent traiter indépendamment le problème de déformations planes et de contraintes planes. Plus récemment, un nouveau concept de MS basé sur les lois de localisation a été introduit par les travaux de Herbland [Herbland, 2009] et poursuivi par les travaux de Darlet [Darlet, 2014]. Ces deux MS d'estimation de l'état local sont basées sur les lois de localisation dérivées de l'analyse par changement d'échelle. Le comportement inélastique confiné en fond d'entaille d'une structure est représenté par une inclusion englobée dans une matrice élastique. Les grandeurs mécaniques élastiques identifiées à l'échelle macroscopique sont ensuite post-traitées à l'aide d'une loi de localisation pour estimer les grandeurs locales inélastiques. Ces MS écrites de manière tensorielle ont l'avantage notable d'être valides pour des chargements multiaxiaux non-proportionnels.

À la différence de la première catégorie, les *méthodes de niveau 2* résolvent le problème sur toute la structure, jusqu'à stabilisation à partir d'une LdC inélastique. La méthode des EF [Zienkiewicz et al., 2005] est devenue la méthode numérique courante pour résoudre un problème de mécanique. Une solution approchée des équations aux dérivées partielles issues du problème mécanique à résoudre (MMC, thermique, vibratoire...) est établie

1. Une LdC élasto-(visco-)plastique pour les aciers. Pour les AMF, une LdC superélastique ou pseudo-plastique.

en utilisant une formulation variationnelle (forme faible). Une discrétisation spatiale par éléments est établie et est combinée à une discrétisation temporelle. Le chargement mécanique est appliqué de manière incrémentale et itérative. Cette approche permet de résoudre le problème sur tout le domaine étudié, pour tous les cycles, jusqu'au régime stabilisé. Dans le cadre de ce projet où le comportement est inélastique et confiné en fond d'entaille, un raffinement du maillage est nécessaire au(x) point(s) d'intérêt(s). De ce fait, une seule simulation éléments-finis sous chargement monotone s'avère coûteuse pour des structures complexes dans un cadre non-linéaire. Lors d'un dimensionnement en fatigue LCF où le chargement appliqué est répété jusqu'à obtenir la stabilisation du comportement du matériau, le temps de calcul augmente considérablement. La méthode des EFNL ne peut être utilisée dans un contexte industriel dans le cadre de dimensionnement en fatigue oligocyclique. Cependant, de part sa grande précision, la méthode des EFNL est couramment utilisée comme méthode numérique de référence.

Un algorithme alternatif basé sur une stratégie non-incrémentale mais itérative définie sur l'ensemble de l'intervalle de temps a été proposé par [Boisse, 1987], [Boisse *et al.*, 1990]. Cette approche baptisée méthode LATIN (Large Time INcrement) [Ladevèze, 1999] résout les équations globales d'équilibre d'une part, et les équations locales de comportement de manière séquentielle d'autre part. Ce modèle a été adapté numériquement pour les AMF afin de proposer une solution alternative aux éléments-finis dans [Gu *et al.*, 2017]. Outre l'objectif de déterminer le cycle stabilisé, un intérêt mis en avant par l'auteur est de pallier aux problèmes de convergence numérique pouvant survenir lors de simulation EF de structures en AMF. En effet, le comportement à plateau de certains alliages engendre qu'une petite variation de contrainte implique une variation importante de la déformation. Cette méthode à l'instar des EF permet de calculer les champs mécaniques sur tout l'intervalle de temps.

La *méthode cyclique directe* [Pommier, 2003] permet de déterminer le comportement asymptotique d'une structure inélastique soumise à un chargement thermomécanique cyclique, directement au cycle stabilisé. Cette méthode s'inspire de différents travaux, la séparation des échelles locales et globales de la méthode LATIN, et la recherche de conditions périodiques [Akel et Nguyen, 1989]. Ces travaux sont originaux par la résolution de l'équilibre de la structure établie dans l'espace fréquentiel [Maitournam *et al.*, 2002]. Cette approche a été étudiée pour déterminer le cycle stabilisé de structures en AMF soumises à des sollicitations proportionnelles de traction, torsion et flexion dans le cadre de la thèse de Claire Morin [Morin, 2011], [Morin *et al.*, 2011].

Dans le cadre de ce projet à finalité industrielle, la rapidité de la MS pour l'estimation du cycle stabilisé est le premier critère de choix. Nous allons donc pour le reste de l'étude, uniquement nous concentrer sur les MS de niveau 1. Cette catégorie de MS a pour objectif de déterminer les grandeurs mécaniques uniquement au(x) point(s) critique(s) de la structure mais tout au long des cycles de chargement, jusqu'à stabilisation. Tout d'abord, les méthodes énergétiques de type Neuber sont présentées. Dans un deuxième temps, les MS basées sur les lois de localisation plus récentes sont introduites.

2.2.1 Méthodes de type Neuber

Les entailles présentes dans les structures sont généralement des points critiques où s'initient les fissures de fatigue. En effet, ces accidents géométriques engendrent localement

une augmentation de la contrainte. De ce fait, la connaissance du coefficient de concentration de contrainte K_t est recherchée lors du dimensionnement de structures. En élasticité, le coefficient de concentration de contrainte est constant. Il est défini pour une géométrie d'entaille et un type de chargement. Dans un cadre élastique, le chargement défini par la contrainte nominale σ_{nom} engendre en fond d'entaille une contrainte locale et une déformation locale notées respectivement, σ^e et ε^e (figure 2.3a). Les grandeurs σ^e et ε^e sont obtenues directement par un calcul linéaire élastique. Sous chargement mécanique plus intense, un comportement inélastique confiné se crée en fond d'entaille (figure 2.3b). Le facteur de concentration de contrainte évolue alors non-linéairement en fonction de l'intensité du chargement. La méthode EFNL peut alors être envisagée pour en évaluer l'évolution. Cependant, un raffinement important du maillage doit être mis en place afin de capter le gradient de contrainte présent dans la zone entaillée. Cette approche s'avère très coûteuse dans le cadre de composants industriels.

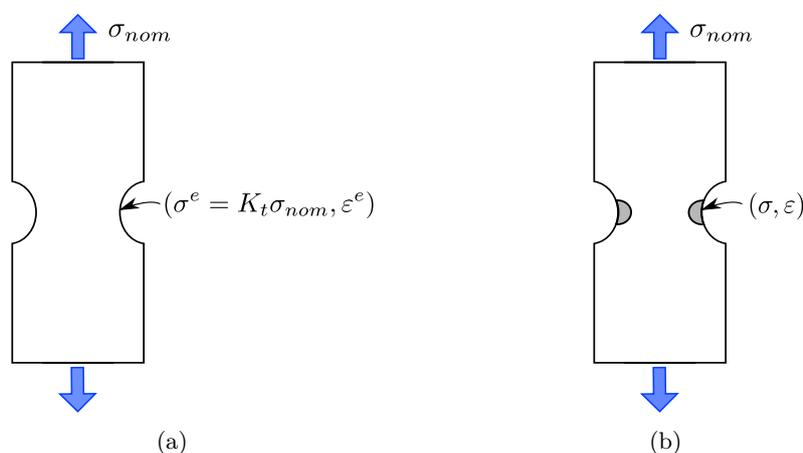


FIGURE 2.3 – Illustration de l'effet d'entaille : (a) cas élastique, (b) cas inélastique.

De ce fait, des méthodes simplifiées ont alors été proposées pour diminuer notablement le temps de calcul. La plus célèbre d'entre elles, la méthode de Neuber [Neuber, 1961], propose que le facteur théorique de concentration de contrainte puisse être approché géométriquement à l'aide des facteurs de concentration de contrainte et de déformation par la relation :

$$K_t = (K_\sigma K_\varepsilon)^{1/2} \quad (2.1)$$

avec K_σ le facteur de concentration de contrainte défini par :

$$K_\sigma = \frac{\sigma}{\sigma_{nom}} \quad (2.2)$$

Où σ_{nom} est la contrainte nominale calculée à l'aide de la section minimale sollicitée et σ la contrainte locale en fond d'entaille. De façon similaire, le facteur de concentration de

déformation, K_ε , est exprimé par :

$$K_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{nom}} \quad (2.3)$$

où ε correspond à la déformation locale en fond d'entaille et ε_{nom} correspond à la déformation nominale. Si l'on applique l'hypothèse de Neuber 2.1 à une structure sollicitée en traction uniaxiale, cela donne :

$$K_t^2 = \frac{\sigma}{\sigma_{nom}} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{nom}} \quad (2.4)$$

En incorporant la relation de Hooke.

$$\sigma_{nom} = E\varepsilon_{nom} \quad (2.5)$$

On obtient ainsi l'hyperbole de Neuber :

$$\sigma\varepsilon = \frac{(K_t\sigma_{nom})^2}{E} \quad (2.6)$$

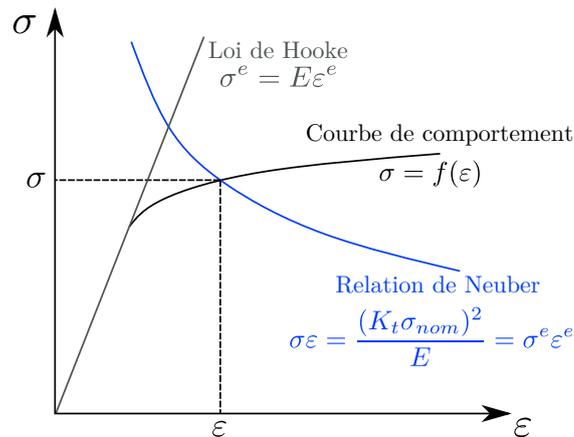


FIGURE 2.4 – Illustration de l'hypothèse de Neuber.

L'hypothèse de comportement inélastique confiné permet de considérer que les contraintes nominales ne sont pas influencées par celui-ci. Cette hypothèse, combinée à l'expression 2.4, permet de reformuler la règle de Neuber en s'affranchissant de la notion de facteur de concentration de contrainte. Neuber postule que le produit de la contrainte par la déformation dans une zone inélastique confinée ne dépend pas de l'écoulement du matériau :

$$\sigma^e\varepsilon^e = \sigma\varepsilon \quad (2.7)$$

avec $\sigma^e\varepsilon^e$, la contrainte et la déformation déterminées à partir d'un calcul élastique. La détermination de la réponse locale contrainte-déformation (σ, ε) se fait alors à l'aide d'une

courbe de comportement. La solution graphique représente le point d'intersection entre l'hyperbole de Neuber (équation 2.6) et la courbe de comportement du matériau (figure 2.4).

La méthode de Neuber a été initialement proposée pour déterminer la réponse locale en fond d'entaille pour des chargements monotones. Cette méthode a été dans un second temps adaptée à des sollicitations cycliques. Pour ce faire, l'approche consiste à effectuer la construction géométrique sur un diagramme cyclique, en utilisant les amplitudes de contraintes et de déformations. Cependant, cette solution ne permet pas de prendre en compte la contrainte moyenne. D'autres auteurs ([Chaudonneret et Culié, 1985], [Lemaitre et Chaboche, 1998]) ont proposé des méthodes prenant en compte le changement d'origine. Pour cela, un changement de repère est réalisé à chaque extremum du chargement (illustré figure 2.5)

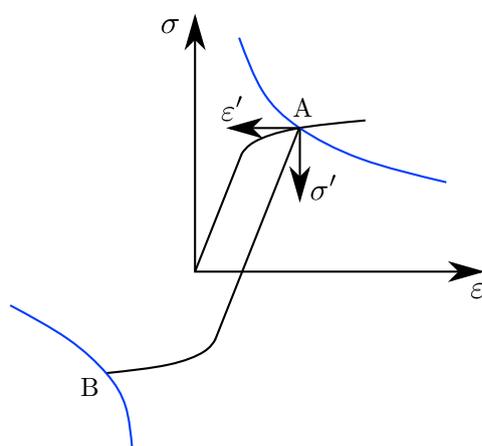


FIGURE 2.5 – Illustration de la règle de Neuber aux chargements cycliques.

Molski et Glinka [Molski et Glinka, 1981] ont d'autre part proposé une approche similaire. Les deux auteurs postulèrent que la densité d'énergie de déformation ne dépendait pas de la loi de comportement en contraintes planes. La méthode de Neuber et celle de Molski et Glinka sont proches par leur principe d'une équivalence énergétique entre l'état élastique et l'état inélastique. La règle de Neuber implique que l'aire du rectangle définie par $(\sigma^e, \varepsilon^e)$ est égale à celle définie par (σ, ε) . Molski et Glinka formulent quant à eux, une hypothèse non pas basée sur l'égalité des "rectangles" mais basée sur l'égalité des aires sous la courbe (figure 2.6). L'hypothèse de Molski et Glinka s'exprime ainsi par la relation :

$$\int_0^{\varepsilon} \sigma d\varepsilon = \frac{1}{2} \sigma^e \varepsilon^e \quad (2.8)$$

Afin d'analyser la réponse de ces deux postulats, de nombreux auteurs dont [Shin, 1994] et [Agnihotri, 1995] ont comparé les résultats de ces deux méthodes pour différents cas de chargement monotone. Dans son travail [Herbland, 2009] réalise une synthèse et souligne que :

- La méthode de Neuber est plus précise pour des états de contraintes planes sous sollicitations de flexion ou de traction ;

- La méthode de Molski et Glinka est plus précise pour des états de déformations planes sous sollicitations de flexion ou de traction ;
- La méthode de Molski et Glinka est plus précise en torsion ;
- Plus le coefficient de concentration de contrainte élastique augmente, plus la méthode de Molski et Glinka est précise.

Sous chargement cyclique des observations similaires ont été réalisées [Knop *et al.*, 2000]. Dans ce cadre, la méthode de Neuber est plus fiable pour des états de traction que de flexion, et inversement pour la méthode de Molski-Glinka [Herbland, 2009].

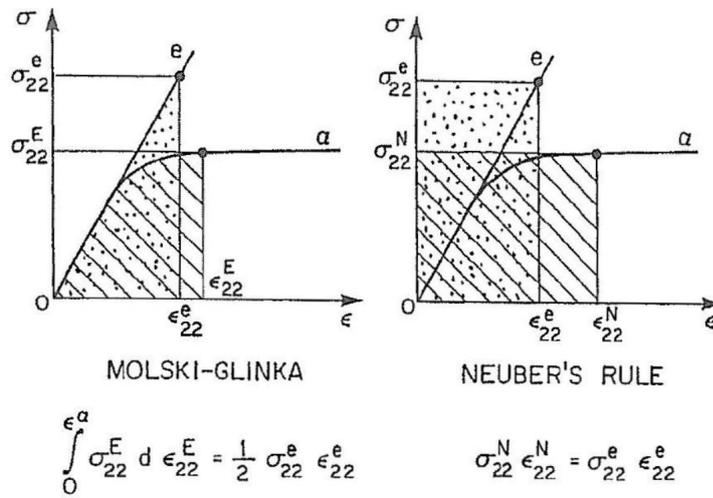


FIGURE 2.6 – Illustration de la règle de Neuber et de Molski et Glinka [Moftakhar et Buczynski, 1995].

2.2.2 Position du problème pour les états multiaxiaux

La méthode de Neuber présentée précédemment permet de déterminer de façon approchée, l'état de contrainte et de déformation locale au lieu de concentration de contrainte pour un état uniaxial. Cependant, dans un cadre général, le chargement appliqué à la structure engendre un état de contrainte multiaxial en fond d'entaille. Pour ce faire, les travaux de Neuber ont donc été généralisés au cas multiaxial en considérant notamment le second invariant du tenseur des contraintes.

$$J_2(\sigma^e)J_2(\varepsilon^e) = J_2(\sigma)J_2(\varepsilon) \quad (2.9)$$

Dans le cas uniaxial, la méthode de Neuber permet de déterminer de façon approchée l'état de contrainte et de déformation inélastique réelle (σ, ε) , avec un post-traitement d'un calcul élastique. En connaissant préalablement le chargement appliqué σ_{nom} , et le facteur de concentration de contrainte K_t , alors les inconnues du problème (σ, ε) peuvent être déterminées. Cependant, dans le cas multiaxial, considérer l'extension de Neuber multiaxial (eq 2.9) ne permet pas de résoudre totalement le système étudié. Une problématique propre au cas multiaxial est présente. Pour illustrer la problématique, [Herbland, 2009] propose

de considérer une éprouvette entaillée axisymétrique soumise à un chargement de traction monotone σ_{nom} dans la direction 2 (figure 2.7).

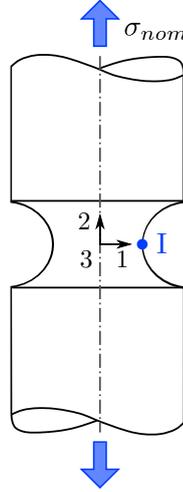


FIGURE 2.7 – Éprouvette entaillée axisymétrique.

Un bilan du tenseur des contraintes σ et des déformations ε au point I (le point critique dans la zone de comportement inélastique confinée) illustre que neuf inconnues sont à déterminer pour définir totalement l'état mécanique.

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

et

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

En effet, les inconnues du problème sont :

- Les trois composantes scalaires du tenseur des contraintes notées $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$.
- Les trois composantes scalaires du tenseur des déformations notées $\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}$.
- Les trois composantes scalaires du tenseur des déformations inélastique notées $\varepsilon_{11}^{in}, \varepsilon_{22}^{in}, \varepsilon_{33}^{in}$.

Pour résoudre ce système à neuf inconnues on dispose des relations suivantes :

- La loi de Hooke (2.12) implique trois équations scalaires :

$$\sigma = \underline{E} : (\varepsilon - \varepsilon^{in}) \quad (2.12)$$

- La loi d'écoulement du matériau (2.13) comporte trois équations scalaires :

$$d\varepsilon^{in} = f(\sigma, \varepsilon^{in}, d\sigma) \quad (2.13)$$

- La condition aux limites (2.14) en contrainte sur la surface libre en I induit une équation scalaire :

$$\sigma_{11} = 0 \tag{2.14}$$

- Ainsi que la règle de Neuber généralisée (2.15) qui permet le passage au multiaxial donnant une équation scalaire :

$$J_2(\sigma^e)J_2(\varepsilon^e) = J_2(\sigma)J_2(\varepsilon) \tag{2.15}$$

Pour résumer, le système étudié contient neuf inconnues avec huit équations. Le problème multiaxial ne peut donc pas être résolu directement. Pour résoudre un problème multiaxial, il est donc nécessaire de postuler une équation supplémentaire pour être à même de solutionner complètement la problématique posée. Cette équation supplémentaire appelée heuristique de multiaxialité a été le fruit de nombreuses publications ces dernières décennies. La section suivante présente quelques heuristiques notables proposées dans la littérature.

2.2.3 Heuristiques de multiaxialité

Une hypothèse complémentaire à celle proposée par Neuber doit être supposée afin de résoudre complètement un problème multiaxial. Dans cette section quelques heuristiques de multiaxialité disponibles dans la littérature sont présentées.

Méthodes de Buczynski et Glinka

Les auteurs Buczynski et Glinka [Buczynski et Glinka, 2003], [Ince *et al.*, 2014] ont proposé une modification dans l'application de la méthode de Neuber. Les auteurs proposent que celle-ci soit appliquée de manière incrémentale aux déviateurs des contraintes et des déformations. Pour cela, ils postulent une équation scalaire par composante non nulle du déviateur des contraintes. L'approche proposée s'écrit :

$$S_{ij}^e \Delta e_{ij}^e + \Delta S_{ij}^e e_{ij}^e = S_{ij} \Delta e_{ij} + \Delta S_{ij} e_{ij} \tag{2.16}$$

Où S est le déviateur des contraintes, ε le déviateur des déformations, et ΔS et $\Delta \varepsilon$ leurs incréments respectifs. Cette équivalence est illustrée sur la figure 2.8.

Postulat de Gallerneau

Gallerneau a formulé son postulat sur des observations empiriques issues de simulations EFNL appliquées à un matériau au comportement élastoplastique. En effet, son analyse s'appuie sur le calcul éléments finis de plusieurs géométries d'éprouvettes (géométrie semblable à la figure 2.7) entaillées axisymétriques sollicitées en traction. Gallerneau a remarqué que la composante orthoradiale du tenseur des contraintes $\sigma_{33} = \sigma_{rr}$ reste linéaire en fonction de la déformation $\varepsilon_{33} = \varepsilon_{rr}$. Ce constat étant réalisé pour une plastification

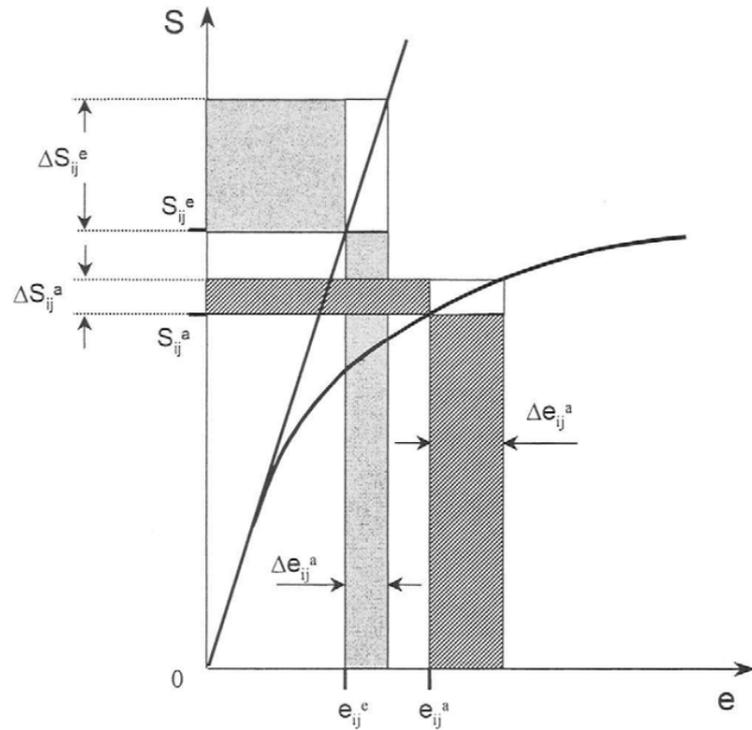


FIGURE 2.8 – Équivalence de Buczynski et Glinka [Buczynski et Glinka, 2003].

prépondérante au lieu de concentration de contrainte, l'auteur propose l'heuristique suivante [Gallerneau, 2004], [Herbland, 2009] :

$$\sigma_{33} = \lambda \varepsilon_{33} \quad (2.17)$$

On a alors en utilisant la partition de la déformation et la loi de Hooke :

$$\varepsilon_{33} = \varepsilon_{33}^e + \varepsilon_{33}^p = \frac{\sigma_{33}}{E} - \frac{\nu}{E} \sigma_{22} + \varepsilon_{33}^p = \frac{\sigma_{33}}{\lambda} \quad (2.18)$$

D'où :

$$\sigma_{22} = \sigma_{33} \left(\frac{1}{\nu} - \frac{E}{\lambda \nu} \right) + \frac{E}{\nu} \varepsilon_{33}^p \quad (2.19)$$

Équation qui peut être réécrite sous la forme :

$$\sigma_{22} = \beta \sigma_{33} + \frac{E}{\nu} \varepsilon_{33}^p \quad (2.20)$$

Avec β est le facteur de proportionnalité entre les composantes axiale et orthoradiale, identifié dans le cas élastique :

$$\beta = \frac{\sigma_{22}^e}{\sigma_{33}^e} \quad (2.21)$$

Heuristique de Darlet

Les auteurs [Darlet et Desmorat, 2013] observent que dans certains cas particuliers une relation existe entre les composantes principales du tenseur des déformations quelle que soit la loi de comportement (en considérant le cadre classique de la plasticité des matériaux métalliques [Lemaitre et Chaboche, 1998]) :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{33} &= -\varepsilon_{22}^e - \varepsilon_{22}^p && \text{(cisaillement pur)} \\
 \varepsilon_{33} &= -\nu\varepsilon_{22}^e - \frac{1}{2}\varepsilon_{22}^p && \text{(traction uniaxiale en contraintes planes)} \\
 \varepsilon_{33} &= 0 && \text{(traction uniaxiale en déformations planes)} \\
 \varepsilon_{33} &= \varepsilon_{22}^e + \varepsilon_{22}^p && \text{(traction équibiaxiale)}
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Ces observations permettent d'établir l'heuristique de multiaxialité suivante :

$$\varepsilon_{33} = -a\varepsilon_{22}^e - b\varepsilon_{22}^p \tag{2.23}$$

Avec a et b deux paramètres à identifier. L'heuristique est exacte pour les cas particuliers mentionnés précédemment 2.22. Une stratégie d'identification à partir de deux calculs élastiques permet d'obtenir les valeurs limites de ces deux paramètres. Un premier calcul éléments finis de la structure mené en élasticité avec les paramètres matériau E et ν permet de déterminer la valeur initiale de a . La partie plastique des déformations est nulle $\varepsilon_p = 0$, on a alors en fond d'entaille [Darlet et Desmorat, 2013] :

$$a = \frac{\sigma_{33} - \nu\sigma_{22}}{\nu\sigma_{33} - \sigma_{22}} \tag{2.24}$$

Un deuxième calcul éléments finis mené en élasticité mais avec un comportement incompressible ($\nu_b = 0.5$) permet de déterminer la valeur à saturation de b atteinte comme lorsque la plasticité est généralisée. Si l'on néglige la partie élastique des déformations $\varepsilon_e \ll \varepsilon_p$, on a :

$$b = \frac{\sigma_{33}^{\nu_b} - \nu_b\sigma_{22}^{\nu_b}}{\nu_b\sigma_{33}^{\nu_b} - \sigma_{22}^{\nu_b}} \tag{2.25}$$

Ce formalisme est exact lorsque l'état de contrainte est uniaxial, equi-biaxial, en cisaillement pur et en déformations planes et approché dans les autres configurations [Darlet et Desmorat, 2013]. Il est à noter que cette heuristique de multiaxialité a été justifiée à partir de la loi de changement d'échelle pour une inclusion en surface utilisant la loi de localisation proposée par [Sauzay et Gilormini, 2000] (présentée section 2.2.4.2). De plus, uniquement deux calculs EF en élasticité sont nécessaires pour identifier les paramètres a et b de cette heuristique.

Comme indiqué précédemment, de nombreuses heuristiques ont été proposées dans la littérature. Dans cette catégorie, nous pouvons également ajouter les MS de Hoffman et Seeger [Hoffmann et Seeger, 1985], Moftakhar et Buczynski [Moftakhar et Buczynski, 1995] et Chaboche [Chaboche, 2007]. Cette liste n'est cependant pas exhaustive.

Dans la section suivante deux méthodes simplifiées proposées récemment sont introduites [Herbland, 2009] et [Darlet, 2014]. Leurs formalismes sont radicalement différents

des modèles présentés jusque-là. Cette nouvelle approche n'a pas pour objectif de proposer une énième heuristique supplémentaire couplée au modèle de Neuber. En effet, ces méthodes permettent à elles seules de résoudre la problématique du multiaxiale, car celles-ci s'expriment de manière tensorielle. Dans la section suivante, les MS établies à partir des lois de localisation sont présentées.

2.2.4 Méthode de l'Opérateur de Localisation Ajustable

Les lois de localisation issues de l'analyse par changement d'échelle ont été introduites en 2009 par Thibault Herbland [Herbland, 2009] et développées par Adrien Darlet [Darlet, 2014] pour réduire le temps de calcul de la durée de vie en fatigue oligocyclique. Dans ces deux approches, la zone inélastique confinée présente en fond d'entaille est assimilée à une inclusion. Les lois de localisation utilisées permettent alors de relier les grandeurs macroscopiques élastiques aux grandeurs locales inélastiques. Ces deux MS une fois implémentées peuvent être assimilées à des corrections inélastiques locales d'un champ élastique.

2.2.4.1 Approche de Herbland

Thibault Herbland [Herbland, 2009] propose dans ces travaux d'assimiler le problème de comportement inélastique confiné présent en fond d'entaille, à un problème équivalent d'homogénéisation d'Eshelby-Kröner [Kröner, 1961], figure 2.9.

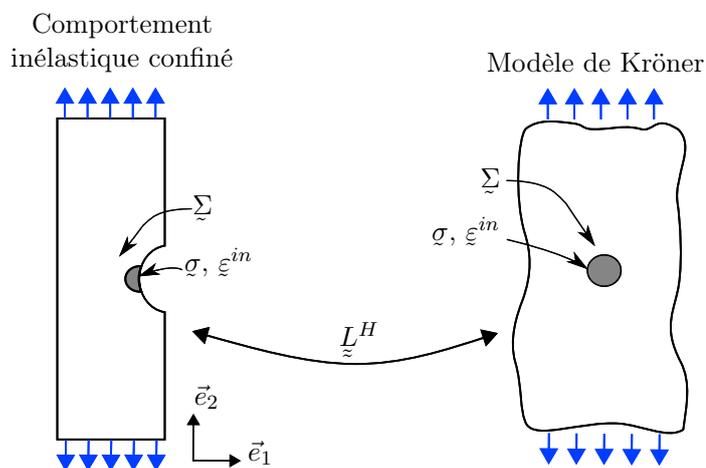


FIGURE 2.9 – Équivalence entre confinement inélastique en fond d'entaille et l'inclusion d'Eshelby-Kröner dans l'approche simplifiée de Herbland.

Pour ce faire, la zone inélastique confinée située en fond d'entaille est représentée par une inclusion au comportement non-linéaire entourée par une matrice élastique. La loi de localisation d'Eshelby-Kröner permet alors de relier le tenseur des contraintes macroscopiques élastiques $\underline{\Sigma}$ aux tenseurs des contraintes $\underline{\sigma}$ et des déformations inélastique $\underline{\varepsilon}^{in}$

locales, exprimés au point critique. La relation établie pour une hypothèse de comportement inélastique confiné est :

$$\sigma = \underline{\underline{\Sigma}} - \underline{\underline{L}}^H : \underline{\underline{\varepsilon}}^{in} \quad (2.26)$$

Où $\underline{\underline{L}}^H$ est un tenseur d'ordre quatre dépendant de la géométrie et de la loi de comportement inélastique du matériau considéré. Ce tenseur doit être identifié pour le cas inélastique confiné étudié. Un algorithme d'identification est proposé par Herbland, en se basant sur les résultats de deux calculs par éléments finis. Tout d'abord, un premier calcul éléments finis non-linéaire doit être simulé, représentant le comportement inélastique du matériau sollicité pour un chargement monotone. Ce calcul permet de fournir l'évolution des contraintes et déformations locales réelles. Cette solution est considérée comme solution de référence. De plus, un calcul éléments finis linéaires de la structure en supposant un comportement élastique du matériau doit être effectué. Ce calcul permet d'évaluer les contraintes en fond d'entaille que fournit un calcul en élasticité pour un chargement monotone. La dernière étape consiste à identifier les paramètres de l'opérateur de localisation $\underline{\underline{L}}^H$. Pour cela, une optimisation est mise en place entre les résultats des deux calculs éléments finis et ceux estimés par la MS pour le chargement maximal [Herbland, 2009], [Levieil, 2016].

Après identification de l'opérateur de localisation $\underline{\underline{L}}^H$, la MS de Herbland peut alors être appliquée pour déterminer le comportement multiaxial cyclique jusqu'à la stabilisation du comportement. Il est à noter que l'approche proposée par Herbland nécessite la mise en place d'un calcul éléments finis non-linéaire qui ajoute un coût numérique. Cette MS se classe donc dans les MS de niveau 1.b. Plus récemment, la MS proposée par Darlet [Darlet, 2014] et basée sur l'analyse par changement d'échelle en surface ne nécessite que des calculs élastiques. La réponse inélastique locale dans la zone confinée est obtenue uniquement par post-traitement des calculs en élasticité. Cette seconde approche se classe dans les MS de niveau 1.a.

2.2.4.2 Approche de Darlet

En 2014, Adrien Darlet part du constat qu'une grande partie des fissures de fatigue s'initie en surface, au lieu de concentration de contraintes ou plus généralement de défauts. Il réalise de manière similaire l'analogie initiée dans les travaux de Herbland, d'une inclusion inélastique noyée dans une matrice élastique. L'auteur suppose également la présence de comportement inélastique confiné. Cependant, Darlet propose de résoudre ce problème de transition d'échelle en surface en utilisant la loi de localisation de Sauzay [Sauzay et Gilormini, 2000]. Dans ces travaux, Sauzay [Sauzay, 2000] utilise le formalisme d'une inclusion hémisphérique inélastique noyée dans une matrice élastique positionnée en surface 2.10.

Darlet applique alors cette loi de localisation pour ainsi relier le chargement macroscopique élastique $\underline{\underline{\Sigma}}$ aux grandeurs inélastiques locales, $(\sigma, \underline{\underline{\varepsilon}}^{in})$ en fond d'entaille (figure 2.11).

$$\sigma = \underline{\underline{\Sigma}} - \underline{\underline{L}}^D : \underline{\underline{\varepsilon}}^{in} \quad (2.27)$$

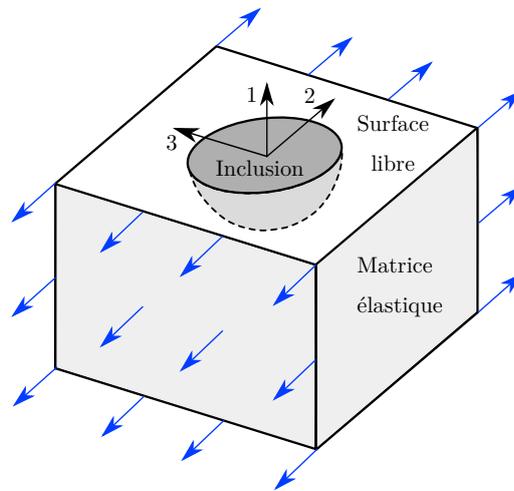


FIGURE 2.10 – Inclusion hémisphérique inélastique noyée dans une matrice semi-infinie.

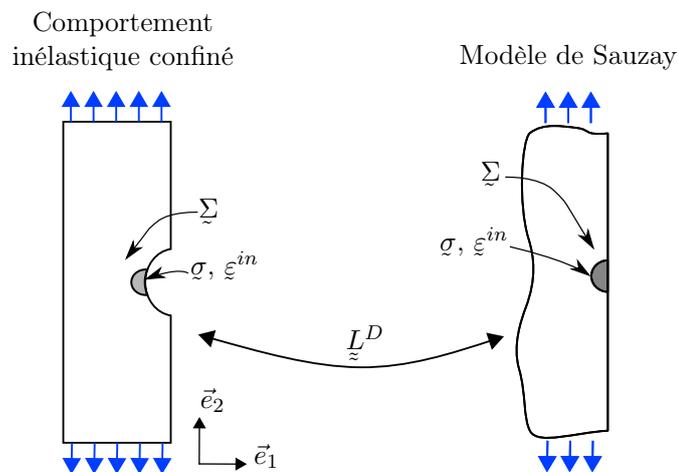


FIGURE 2.11 – Équivalence entre confinement inélastique en fond d'entaille et l'inclusion hémisphérique inélastique de Sauzay dans l'approche simplifiée de Darlet.

Dans la MS proposée par Darlet (eq 2.27), l'opérateur de localisation $\underline{\underline{L}}^D$ est défini par les travaux de Sauzay et Gilormini [Sauzay et Gilormini, 2000] (eq 2.29). $\underline{\underline{L}}^D$ est un opérateur d'ordre quatre (en notation de Voigt modifiée) tel que tous les coefficients sont

nuls sauf (avec la normale à la surface orientée suivant la direction 1) :

$$\underline{\underline{L}}^D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{2222} & L_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{3322} & L_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2L_{2323} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.28)$$

Avec,

$$\begin{cases} L_{22}^D = L_{33}^D = L_{2222}^D = L_{3333}^D = 2G(1 - \beta)Z \\ L_{23}^D = L_{32}^D = L_{2233}^D = L_{3322}^D = 2G(1 - \beta)zZ \\ L_{44}^D = L_{2323}^D = L_{3223}^D = L_{3232}^D = L_{2332}^D = 2G(1 - \beta)Z \frac{1-z}{2}, \end{cases} \quad (2.29)$$

où G est le module de cisaillement calculé comme :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (2.30)$$

β est le facteur de localisation d'une inclusion plastique dans une matrice élastique proposé par Eshelby en 1957 [Eshelby, 1957] :

$$\beta = \frac{2(4 - 5\nu)}{15(1 - \nu)}. \quad (2.31)$$

La valeur de Z a été évaluée à 1,79 par Deperrois en 1991 [Deperrois, 1991] comme la valeur du rapport des contraintes au centre d'une inclusion hémisphérique en surface. De plus, Darlet a démontré que :

$$z = \frac{a - b - \nu + ab\nu}{ab + \nu(a - b) - 1}, \quad (2.32)$$

où a et b sont deux paramètres déterminés à partir de deux simulations EF élastiques. Un premier calcul avec les paramètres élastiques du matériau E et ν permet de déterminer la valeur initiale de a :

$$a = \frac{\Sigma_{33} - \nu\Sigma_{22}}{\nu\Sigma_{33} - \Sigma_{22}}. \quad (2.33)$$

Un deuxième calcul élastique avec un coefficient $\nu_b = 0,5$ permet de représenter une transformation isochore (équation 2.34). En pratique, les calculs de structure en élasticité incompressible sont menés avec un comportement quasi-incompressible ($\nu_b = 0,495$).

$$b = \frac{\Sigma_{33}^{\nu_b} - \frac{1}{2}\Sigma_{22}^{\nu_b}}{\frac{1}{2}\Sigma_{33}^{\nu_b} - \Sigma_{22}^{\nu_b}}. \quad (2.34)$$

Contrairement à l'analyse proposée par Herbland, le tenseur de localisation $\underline{\underline{L}}^D$ est complètement déterminé à partir de calculs éléments finis élastiques (au nombre de deux

dont un quasi-incompressible, pour l'obtention de a et b) et ne nécessite donc pas d'identifications sur des calculs menés en plasticité. C'est une méthode de *niveau 1.a.*

Les méthodes de Herbland 2.26 et de Darlet 2.27 conçues à partir des lois de localisation s'écrivent sur le même formalisme. La différence majeure entre ces deux MS est l'étape d'identification de l'opérateur de localisation. La MS de Herbland basée sur la loi de localisation d'Eshelby-Kröner nécessite deux calculs EF monotones, dont un calcul non-linéaire couplé à une procédure d'optimisation. L'approche de Darlet basée sur la loi de localisation de Sauzay ne nécessite que deux calculs EF élastiques. Le post-traitement analytique des simulations élastiques permet une identification déterministe de l'opérateur de Darlet. Une fois les opérateurs de localisation identifiés, la résolution des deux MS est effectuée numériquement suivant une procédure identique (présentée dans la section 2.3). Dans ces travaux, nous regrouperons par la suite les MS de Herbland et de Darlet dans un même cadre baptisé MS Opérateur de Localisation Ajustable (MS OLA) sous la forme 2.35 :

$$\sigma = \underline{\Sigma} - \underline{L} : \underline{\varepsilon}^{in} \quad (2.35)$$

L'objectif de cette étude est de proposer une chaîne numérique d'estimation de durée de vie qui soit rapide et adaptée aux chargements complexes pour le dimensionnement de structures. Dans ce contexte, la MS OLA est la plus adaptée pour estimer les grandeurs locales au(x) point(s) critique(s) d'une structure au comportement inélastique confiné. La MS OLA issue des lois de localisation est retenue et va être appliquée à la transformation de phase martensitique présente dans les instruments endodontiques en AMF.

L'objectif de la section suivante est double. Le premier est d'illustrer la mise en place de la MS OLA, le second est de quantifier les performances de la MS vis-à-vis de la méthode des EFNL. Pour cela, plusieurs cas d'étude sont présentés de complexité croissante. Tout d'abord, la MS est appliquée pour une configuration uniaxiale. Sa mise en œuvre et son implémentation numérique sont décrites. En deuxième partie, la MS OLA est appliquée pour des configurations multiaxiales proportionnelles, puis non-proportionnelles. En parallèle, des simulations EFNL sont réalisées et sont considérées comme solutions numériques de référence.

2.3 Mise en place de la méthode simplifiée OLA

Dans cette section, la mise en œuvre de la MS OLA est décrite. Les cas d'applications que nous avons sélectionnés pour prendre en main la méthode sont issus des travaux antérieurs de Herbland [Herbland, 2009], Plessis [Plessis, 2013] et Darlet [Darlet, 2014]. Dans la première partie, le comportement inélastique modélisé en fond d'entaille est de la plasticité confinée. Il est implanté une loi de comportement élastoplastique à écrouissage cinématique non-linéaire de type Armstrong et Frederick [Armstrong et Frederick, 1966]. Dans la seconde partie nous proposons un nouveau schéma d'intégration numérique section 2.3.3. L'objectif est de pouvoir généraliser la résolution de la MS OLA pour des matériaux au comportement inélastique. Cette extension est proposée en vue de modéliser la

transformation martensitique confinée pour les matériaux au comportement superélastique tel que les alliages de NiTi.

2.3.1 Étude sous chargement uniaxial

Présentation du modèle éléments finis

L'objectif de cette première application est d'étudier la mise en œuvre de la MS OLA sous sollicitation uniaxiale. La configuration sélectionnée pour illustrer l'implémentation numérique est issue des travaux antérieurs réalisés par Plessis [Plessis, 2013]. Une éprouvette plate entaillée (figure 2.12) est sollicitée en traction uniaxiale. L'objectif est de déterminer le tenseur des contraintes σ et des déformations ε^{in} au point critique situé en I.

Dans un premier temps, une modélisation cyclique non-linéaire par la méthode des EF est mise en place. Cette méthode est considérée comme solution numérique de référence. Pour cette modélisation, l'hypothèse des contraintes planes est considérée avec des éléments CPS4R au nombre de 5908 noeuds. Un chargement cyclique de traction uniaxiale est appliqué sur la tête de l'éprouvette d'une valeur de $\sigma_{nom} = 180\text{MPa}$ avec un rapport de charge de $R = 0$. Pour ce cas d'étude, on considère de la plasticité confinée en fond d'entaille. Une loi de comportement élastoplastique à écrouissage cinématique non-linéaire de type Armstrong et Frederick [Armstrong et Frederick, 1966] est implémentée.

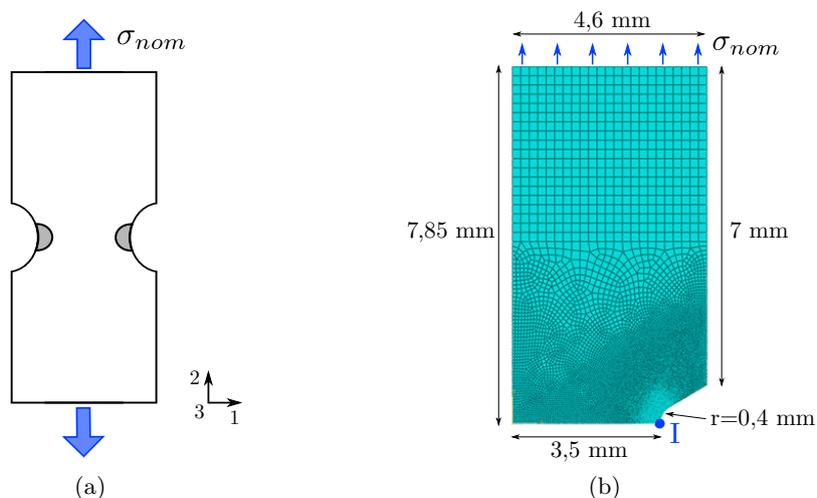


FIGURE 2.12 – Illustration de l'éprouvette plate entaillée : (a) géométrie, (b) modélisation élément-finis ($\frac{1}{4}$ de la structure).

Nous allons maintenant présenter les équations constitutives de ce modèle. Tout d'abord, la partition de la déformation totale donne :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (2.36)$$

De plus, la loi de Hooke permet d'écrire

$$\varepsilon^e = \frac{1}{E}[(1 + \nu)\sigma - \nu \text{tr}(\sigma)\underline{I}] \quad (2.37)$$

avec E le module de Young et ν le coefficient de Poisson du matériau (tableau 2.1). La fonction seuil est régie par le critère de Von Mises donné par :

$$f = J_2(\underline{\sigma} - \underline{X}) - R_e \leq 0 \quad (2.38)$$

où J_2 est la contrainte équivalente de von Mises, R_e la limite d'élasticité du matériau et \underline{X} le tenseur d'écroissage cinématique. J_2 est définie par :

$$J_2(\underline{\sigma} - \underline{X}) = \sqrt{\frac{3}{2}(\underline{S} - \underline{X}) : (\underline{S} - \underline{X})} \quad (2.39)$$

avec \underline{S} la contrainte déviatorique exprimée par :

$$\underline{S} = \underline{\sigma} - \frac{1}{3}tr(\underline{\sigma})\underline{I} \quad (2.40)$$

avec \underline{I} le tenseur identité et la variable d'écroissage cinématique \underline{X} est décrite suivant la relation :

$$d\underline{X} = \frac{2}{3}C d\underline{\varepsilon}^p - \gamma \underline{X} dp \quad (2.41)$$

où C et γ sont les paramètres de l'écroissage cinématique du matériau et dp le taux de déformation plastique défini par la relation :

$$dp = \sqrt{\frac{2}{3}d\underline{\varepsilon}^p : d\underline{\varepsilon}^p} \quad (2.42)$$

L'écoulement plastique est régi par la règle de normalité, avec :

$$d\underline{\varepsilon}^p = dp \underline{\eta} = dp \frac{3}{2} \frac{\underline{S} - \underline{X}}{J_2(\underline{\sigma} - \underline{X})} \quad (2.43)$$

De plus, les paramètres de la LdC élastoplastique N°1 sont résumés tableau 2.1.

E	ν	R_e	C	γ
200 GPa	0,3	250 MPa	312 500 MPa	1250

TABLE 2.1 – Jeu de paramètre de la LdC élastoplastique N°1.

Implémentation numérique de la méthode simplifiée

Préalablement à la mise en œuvre de la MS OLA, un bilan mécanique au point critique I en fond d'entaille est à réaliser. Dans ce cadre de sollicitation uniaxiale et sous l'hypothèse des contraintes planes, les tenseurs des contraintes et des déformations s'écrivent (eq. 2.44, 2.45) :

$$\underline{\sigma} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

Composantes	Herbland	Darlet
L_{22} (MPa)	104 722	144 249

TABLE 2.2 – Identification des opérateurs de localisation sous sollicitation uniaxiale.

et

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \quad (2.45)$$

Il est à noter qu’une seule composante du tenseur des contraintes est non-nulle (équation 2.44). De ce fait, la MS OLA peut se simplifier à une seule équation scalaire 2.46. La première étape de résolution de la MS OLA consiste à identifier les opérateurs de localisation.

$$\sigma_{22} = \Sigma_{22} - L_{22}\varepsilon_{22}^{in} \quad (2.46)$$

Dans le cadre du modèle proposé par Darlet, il est rappelé que deux simulations EF élastiques sont à mettre en place. Une première simulation est à réaliser avec un coefficient de Poisson correspondant aux propriétés élastiques effectives du matériau étudié (E, ν) . Une seconde modélisation comprenant un coefficient de Poisson quasi-incompressible $(\nu_b = 0,495)$ permet de représenter une transformation isochore. Une fois réalisée, les tenseurs des contraintes sont extraits au point critique I, pour l’ensemble des simulations élastiques. Le tenseur des contraintes extrait de la première simulation (avec ν) permet de calculer le coefficient a avec la relation 2.33. Le tenseur des contraintes extrait de la seconde simulation (avec ν_b) permet de calculer le coefficient b avec la relation 2.34. Ensuite, les relations analytiques présentées section 2.2.4.2, comprenant 2.29, 2.30, 2.31 et 2.32 permettent de déterminer entièrement l’opérateur de localisation de Darlet $\underline{\underline{L}}^D$.

D’autre part, l’identification de l’opérateur de localisation d’Herbland nécessite la mise en place d’une simulation EF élastique, ainsi qu’une simulation non-linéaire sous chargement monotone (*i.e.* un seul quart de cycle). Une procédure d’optimisation doit être mise en place en post-traitement pour identifier l’opérateur $\underline{\underline{L}}^H$. La procédure consiste à minimiser l’erreur entre la réponse contrainte-déformation issue de la simulation EFNL comparée à la prédiction de la MS. Il est à noter que la simulation élastique permet de définir le chargement macroscopique Σ_{22} pilotant le chargement de la MS. Cette optimisation est effectuée sur le chargement maximal du premier quart de cycle, comme préconisé dans les travaux de [Plessis, 2013]. L’ensemble de ces deux étapes permet de déterminer l’opérateur de Herbland $\underline{\underline{L}}^H$.

Pour résumer, la MS OLA se limite pour cette configuration à une seule équation scalaire 2.46. Les opérateurs de localisation de Darlet et de Herbland sont déterminés, tableau 2.2. De plus, le chargement macroscopique Σ_{22} est directement extrait au point critique lors de la simulation EF élastique (aux propriétés élastiques effectives (E, ν)). À ce stade, le dernier ingrédient à incorporer est l’insertion de la loi de comportement dans la résolution de l’approche simplifiée. En effet, la LdC inélastique sélectionnée doit être

résolue conjointement avec la MS OLA. Il est à noter que le modèle matériau se résume d'un point de vue mathématique à un système d'équations différentielles sous contraintes. La démarche retenue pour traiter ce problème se base sur un schéma numérique incrémental² et itératif composé de trois étapes (illustré figure 2.13) :

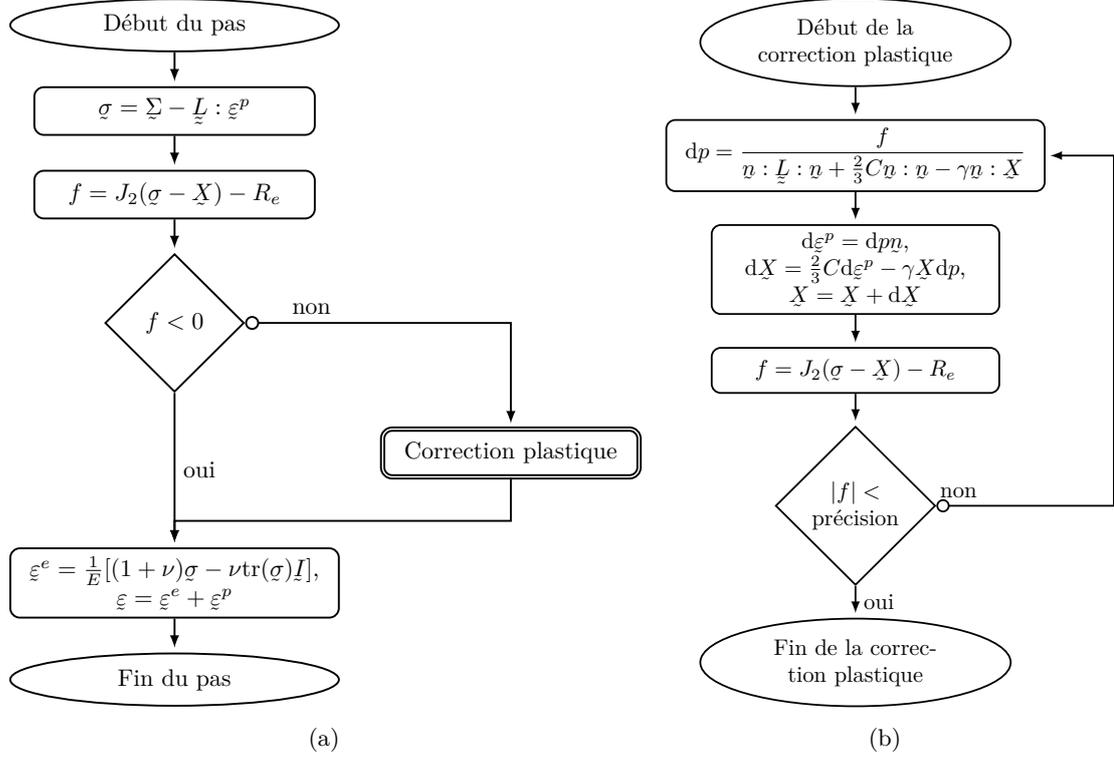


FIGURE 2.13 – Organigramme de l'intégration numérique de la MS OLA avec une LdC élastoplastique : (a) organigramme global, (b) organigramme de la correction plastique.

- une prédiction élastique : $\Delta\sigma = \Delta\Sigma$
- une correction plastique : si $f > 0$
- l'actualisation des variables : e.g. $\sigma_{i+1} = \sigma_i + \Delta\sigma$

Il est à préciser que l'étape de correction plastique repose sur la méthode d'intégration numérique du *return-mapping* introduite par [Ortiz et Simo, 1986]. Elle consiste à déterminer l'incrément du taux de déformation plastique dp qu'il faut introduire à l'itération $j + 1$. En reformulant l'équation de la fonction seuil :

$$f^{j+1} = f^j + \frac{\partial f^j}{\partial \sigma} : (\sigma^{j+1} - \sigma^j) + \frac{\partial f^j}{\partial X} : (X^{j+1} - X^j) \quad (2.47)$$

2. L'incrément est défini par la différence entre les instants t_{i+1} et t_i , cela s'exprime pour l'incrément de contrainte élastique par $\Delta\Sigma = \Sigma_{i+1} - \Sigma_i$

Que l'on peut également écrire sous la forme :

$$df = \frac{\partial f^j}{\partial \underline{\sigma}} : d\underline{\sigma} + \frac{\partial f^j}{\partial \underline{X}} : d\underline{X} \quad (2.48)$$

L'objectif étant d'avoir la contrainte sur la surface du domaine élastique ($f \leq 0$). On cherche donc à annuler la valeur de la fonction seuil à l'itération suivante f^{j+1} . Ce qui s'écrit :

$$df = -f^j \quad (2.49)$$

En dérivant chacun des termes constituant l'équation 2.48 en fonction des relations de la LdC et en les introduisant dans l'équation 2.49, après quelques développements on peut déduire le taux de déformation plastique dp :

$$dp = \frac{f^j}{\underline{n} : \underline{\underline{L}} : \underline{n} + \frac{2}{3}C\underline{n} : \underline{n} - \gamma\underline{n} : \underline{X}} \quad (2.50)$$

La méthode du *return-mapping* implémentée permet de calculer le taux de déformation plastique dp nécessaire pour annuler la valeur de la fonction seuil. L'intégration numérique précédemment décrite permet ainsi de générer la réponse locale inélastique sous chargement cyclique.

Résultat numérique de la méthode simplifiée

Pour cette configuration uniaxiale, il est rappelé qu'un chargement cyclique de rapport de charge $R = 0$ est appliqué sur la tête de l'éprouvette d'une valeur de $\sigma_{nom} = 180$ MPa. Le chargement cyclique appliqué en entrée de la méthode simplifiée permet d'estimer le comportement inélastique confiné en fond d'entaille, illustré sur la figure 2.14. Le comportement asymptotique est atteint après environ 30 cycles (figure 2.15). En parallèle, une simulation cyclique par la méthode des EFNL est réalisée.

On observe que les deux approches simplifiées prédisent correctement le comportement local. Pour quantifier les performances de la MS OLA vis-à-vis de la méthode des EFNL, deux erreurs en déformation sont calculées. Une première erreur $\Delta\varepsilon_{max}$ équation 2.51 relative à l'écart obtenu en déformation maximale est définie par :

$$\Delta\varepsilon_{max} = \frac{|\varepsilon_{max}^{EF} - \varepsilon_{max}^{MS}|}{\varepsilon_{max}^{EF}} \quad (2.51)$$

avec ε_{max}^{EF} la déformation maximale du cycle stabilisé déterminée par éléments-finis et ε_{max}^{MS} la déformation maximale du cycle stabilisé prédite par les méthodes simplifiées.

De plus, une erreur en amplitude de déformation $\Delta\varepsilon$ équation 2.52 est calculé :

$$\Delta\varepsilon = \frac{|(\varepsilon_{max}^{EF} - \varepsilon_{min}^{EF}) - (\varepsilon_{max}^{MS} - \varepsilon_{min}^{MS})|}{\varepsilon_{max}^{EF} - \varepsilon_{min}^{EF}} \quad (2.52)$$

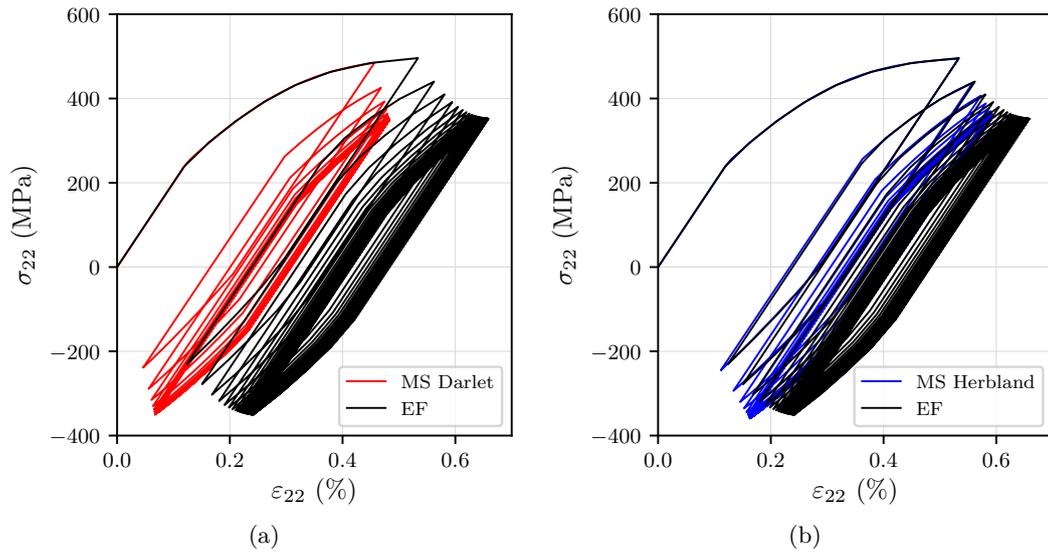


FIGURE 2.14 – Réponse de la MS OLA sous chargement uniaxial : (a) approche de Darlet, (b) approche de Herbland.

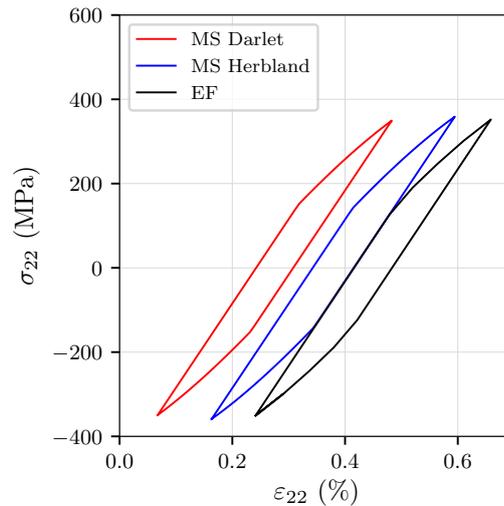


FIGURE 2.15 – Réponses stabilisées des MS de Darlet et Herbland comparées à la méthode des EFNL sous sollicitation de traction uniaxiale.

avec ε_{min}^{EF} la déformation minimale du cycle stabilisé déterminée par éléments-finis et ε_{min}^{MS} la déformation minimale du cycle stabilisé prédite par les méthodes simplifiées.

Pour le chargement de traction simple, les amplitudes de déformations sont très correctement prédites par les deux MS sur le cycle stabilisé (30^e cycles) (tableau 2.3). L'erreur est de 3,4% pour la méthode de Herbland et de 0,6% pour la méthode de Darlet. Un écart plus important est obtenu en déformation maximale pour les MS. L'erreur est de 9,7% pour l'approche de Herbland et 26,7% pour l'approche de Darlet.

erreur	Herbland	Darlet
$\Delta\varepsilon_{max}$ (%)	9,7	26,7
$\Delta\varepsilon$ (%)	3,4	0,6

TABLE 2.3 – Comparaison des méthodes simplifiées par rapport aux résultats issus de la méthode des EFNL pour le cycle stabilisé.

Ces deux méthodes permettent d’estimer le comportement local inélastique au point critique. Il est important de souligner que ces méthodes simplifiées permettent de diminuer notablement le temps de calcul. Pour ce cas d’application, 40 minutes sont nécessaires pour simuler 30 cycles par la méthode des EFNL. À contrario, l’ordre de grandeur du gain de temps de calcul des MS comparé à la méthode des EF en plasticité est d’environ un facteur 250 pour l’approche de Darlet et d’un facteur 50 pour la méthode de Herbland. La majeure partie du temps de calcul des MS est principalement consacrée à la résolution des simulations EF nécessaires à leur mise en place. En effet, la seconde étape de post-traitement des simulations EF s’effectue en un temps inférieur à dix secondes. La différence de temps de calcul entre les deux MS est attribuée à la mise en place d’une simulation non-linéaire dans l’approche de Herbland.

Généralement, dans le cadre de composant industriel, un état de contrainte multiaxial est présent au(x) point(s) critique(s). L’intérêt de la méthode simplifiée OLA est son applicabilité aux chargements multiaxiaux. En effet, cette méthode ne nécessite pas l’addition d’une heuristique de multiaxialité. Dans la section suivante, deux cas d’étude sous chargement multiaxial proportionnel, puis non-proportionnel sont présentés.

2.3.2 Étude sous chargement multiaxial

L’objectif est de présenter l’implémentation numérique de la méthode simplifiée sous chargement multiaxial. Pour faciliter l’écriture dans un code de calcul, nous avons choisi d’utiliser la notation de Voigt modifiée, également appelée notation de Mandel [Mandel, 1965] basée sur les travaux de [Bechterew, 1926]. L’intérêt de cette notation contrairement à celle de Voigt est de conserver pour les équations une structure tensorielle symétrique.³ Le premier cas d’illustration sous chargement multiaxial, est issu des travaux de [Herbland, 2009], repris par [Plessis, 2013] et [Darlet, 2014].

2.3.2.1 Application sous chargement proportionnel

La structure est une éprouvette entaillée de géométrie semblable à celle présentée sous chargement uniaxial 2.3.1. Cependant, la géométrie est de révolution axisymétrique. Le chargement appliqué à la tête de l’éprouvette est une sollicitation combinée de traction (200 MPa) et de torsion (20 N·m). Le chargement est cyclique en phase avec un rapport de charge $R = 0$. La loi de comportement élastoplastique à écrouissage cinématique non-linéaire proposée par [Armstrong et Frederick, 1966] présentée section 2.3.1 est de nouveau adoptée.

3. Il facilite notamment l’écriture des opérations d’inversion de matrice et de calcul de produit doublement contracté [François, 2014].

Un deuxième matériau est cependant modélisé par les paramètres résumés tableau 2.4 (noté LdC élastoplastique N°2). Une modélisation par éléments-finis est réalisée en 2D axisymétrique constituée d'éléments CGAX4R au nombre de 14602 noeuds⁴(figure 2.16).

E	ν	R_e	C	γ
189 GPa	0,3	555 MPa	102 200 MPa	294

TABLE 2.4 – Jeu de paramètre de la LdC élastoplastique N°2.

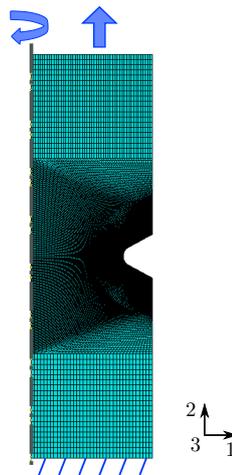


FIGURE 2.16 – Illustration du modèle éléments-finis de l'éprouvette entaillée axisymétrique.

Au point critique I en fond d'entaille, les états de contrainte et de déformation s'écrivent :

$$\sigma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ 0 & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (2.53)$$

et

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ 0 & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

Dans cette configuration multiaxiale, il est tout d'abord intéressant de développer analytiquement la MS OLA afin de décrire le problème à résoudre. Pour calculer le produit

4. Les éléments CGAX4R avec l'option "twist" sous Abaqus permettent d'imposer un moment à la structure.

doublement contracté de \underline{L} par ε^{in} équation 2.35, on utilise la notation de Voigt modifiée. L'équation s'écrit alors :

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \Sigma_{22} \\ \Sigma_{33} \\ \sqrt{2}\Sigma_{23} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} & \sqrt{2}L_{14} & \sqrt{2}L_{15} & \sqrt{2}L_{16} \\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & \sqrt{2}L_{24} & \sqrt{2}L_{25} & \sqrt{2}L_{26} \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & \sqrt{2}L_{34} & \sqrt{2}L_{35} & \sqrt{2}L_{36} \\ \sqrt{2}L_{41} & \sqrt{2}L_{42} & \sqrt{2}L_{43} & 2L_{44} & 2L_{45} & 2L_{46} \\ \sqrt{2}L_{51} & \sqrt{2}L_{52} & \sqrt{2}L_{53} & 2L_{54} & 2L_{55} & 2L_{56} \\ \sqrt{2}L_{61} & \sqrt{2}L_{62} & \sqrt{2}L_{63} & 2L_{64} & 2L_{65} & 2L_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11}^{in} \\ \varepsilon_{22}^{in} \\ \varepsilon_{33}^{in} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{23}^{in} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

avec

$$\begin{cases} 0 = 0 - L_{11}\varepsilon_{11}^{in} - L_{12}\varepsilon_{22}^{in} - L_{13}\varepsilon_{33}^{in} - 2L_{14}\varepsilon_{23}^{in} \\ \sigma_{22} = \Sigma_{22} - L_{21}\varepsilon_{11}^{in} - L_{22}\varepsilon_{22}^{in} - L_{23}\varepsilon_{33}^{in} - 2L_{24}\varepsilon_{23}^{in} \\ \sigma_{33} = \Sigma_{33} - L_{31}\varepsilon_{11}^{in} - L_{32}\varepsilon_{22}^{in} - L_{33}\varepsilon_{33}^{in} - 2L_{34}\varepsilon_{23}^{in} \\ \sigma_{23} = \Sigma_{23} - L_{41}\varepsilon_{11}^{in} - L_{42}\varepsilon_{22}^{in} - L_{43}\varepsilon_{33}^{in} - 2L_{44}\varepsilon_{23}^{in} \\ 0 = 0 - L_{51}\varepsilon_{11}^{in} - L_{52}\varepsilon_{22}^{in} - L_{53}\varepsilon_{33}^{in} - 2L_{54}\varepsilon_{23}^{in} \\ 0 = 0 - L_{61}\varepsilon_{11}^{in} - L_{62}\varepsilon_{22}^{in} - L_{63}\varepsilon_{33}^{in} - 2L_{64}\varepsilon_{23}^{in} \end{cases} \quad (2.56)$$

Nous considérons les coefficients de l'opérateur de localisation qui interviennent dans les lignes 1, 5 et 6 comme nuls. De plus, l'opérateur de localisation est symétrique, ce qui nous donne :

$$\underline{\underline{L}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{22} & L_{23} & \sqrt{2}L_{24} & 0 & 0 \\ 0 & L_{32} & L_{33} & \sqrt{2}L_{34} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}L_{42} & \sqrt{2}L_{43} & 2L_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

Dans le but de réduire au minimum le nombre de coefficients et donc de faciliter leur identification [Herbland, 2009] a essayé de s'affranchir des termes de couplage entre contraintes de déformations de traction et de torsion. En fixant L_{24} et L_{34} à 0, il a obtenu le même résultat. Nous réalisons cette même hypothèse de considérer les termes L_{24} et L_{34} comme nuls (ainsi que leurs symétriques L_{42} et L_{43}). Ce qui implique de résoudre un système à trois équations :

$$\begin{cases} \sigma_{22} = \Sigma_{22} - L_{22}\varepsilon_{22}^{in} - L_{23}\varepsilon_{33}^{in} \\ \sigma_{33} = \Sigma_{33} - L_{23}\varepsilon_{22}^{in} - L_{33}\varepsilon_{33}^{in} \\ \sigma_{23} = \Sigma_{23} - 2L_{44}\varepsilon_{23}^{in} \end{cases} \quad (2.58)$$

De ce fait, quatre termes de l'opérateur de localisation sont à identifier afin d'appliquer la MS OLA en multiaxial.

Pour l’approche de Darlet, la démarche est identique à l’application sous sollicitation uniaxiale. Pour rappel, deux simulations par la méthode des EF linéaires doivent être mises en place. La première simulation utilise un coefficient de Poisson correspondant aux propriétés élastiques effectives du matériau étudié (E, ν). La seconde simulation est calculée avec un coefficient de Poisson quasi-incompressible ($\nu_b = 0,495$) permettant de représenter une transformation isochore. Une fois réalisé, les tenseurs des contraintes au point critique I sont extraits pour l’ensemble des simulations. Dans un second temps, les expressions analytiques présentées section 2.2.4.2 permettent une identification déterministe de l’opérateur de Darlet \underline{L}^D .

L’identification de l’opérateur de Herbland nécessite quant à lui la réalisation d’une simulation non-linéaire monotone par la méthode des EF. L’objectif est de prendre en compte le comportement non-linéaire du matériau lors de l’identification. Ensuite, une simulation linéaire élastique est à réaliser avec les propriétés élastiques effectives du matériau (E, ν). De plus, une procédure d’optimisation doit être mise en place en post-traitement. Cette procédure a été étendue au multiaxial. Le choix réalisé a été de minimiser l’erreur entre la réponse de chacune des composantes du tenseur des contraintes et de déformation issue de la méthode des EFNL comparée à la prédiction de la MS dans les trois directions. Cette optimisation est réalisée sur le chargement maximal du premier quart de cycle dans les trois directions. L’ensemble de ces étapes permet de déterminer l’opérateur de Herbland \underline{L}^H . Les résultats d’identification des opérateurs de localisation sont disponibles tableau 2.5.

Composantes (MPa)	Herbland	Darlet
L_{22}	193 945	136 315
L_{33}	106 277	136 315
L_{23}	36 667	61 710
L_{55}	33 253	37 302

TABLE 2.5 – Identification des opérateurs de localisation sous sollicitation multiaxiale.

Suite à l’identification, le comportement cyclique constitué de 50 cycles en traction-torsion en phase est simulé par le biais de la MS OLA. La résolution numérique de la méthode simplifiée permet de calculer la réponse asymptotique au point critique dans les trois directions, représentée figure 2.17. Le tableau 2.6 présente les amplitudes de contrainte et de déformation calculées sous la forme de l’équation 2.52. Nous constatons que les amplitudes de contrainte et de déformation dans les directions principales (22 et 23) sont semblables et correctement estimées pour les deux MS. Pour la direction secondaire en 33, une approximation plus importante est présente pour la MS de Darlet. Cependant, il est à rappeler que la MS de Herbland, nécessite une simulation EFNL, ainsi qu’une optimisation sur le chargement maximal. Cette richesse apportée lors de l’étape d’identification l’alourdit quelque peu en temps de calcul, mais la rend plus précise dans cette direction comparée à la méthode de Darlet. Les deux méthodes donnent des résultats approchés mais avec un gain notable du temps de calcul comparé à la méthode des EFNL. L’ordre de grandeur pour l’approche de Darlet est estimé à un gain d’un facteur 500 et d’un facteur 100 pour la méthode de Herbland.

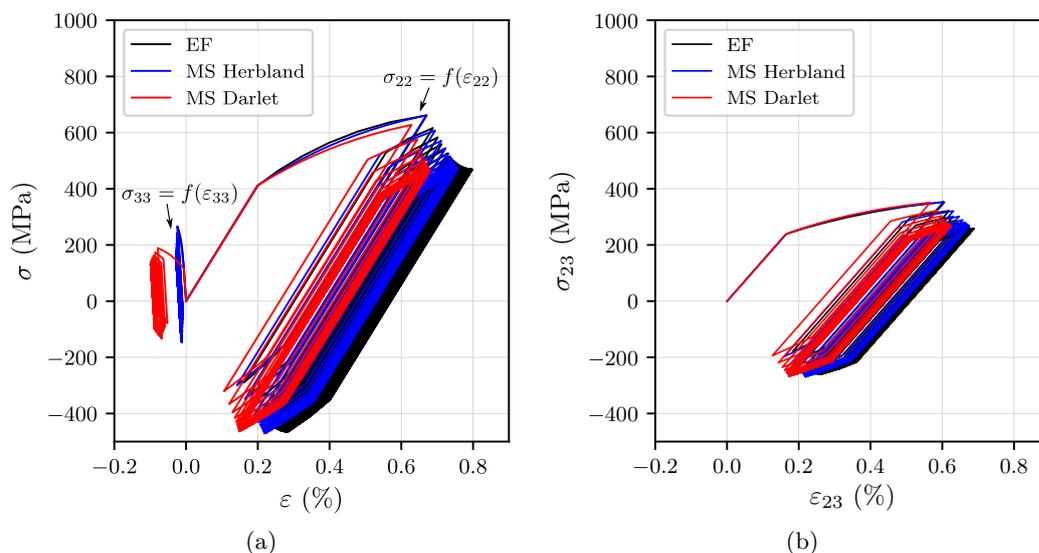


FIGURE 2.17 – Réponse de la MS OLA sous chargement multiaxial proportionnel : (a) direction 22 et 33, (b) direction 23.

	EFNL	erreur en %	
		Darlet	Herbland
$\Delta\sigma_{22}$ (MPa)	934	0,88	0,62
$\Delta\sigma_{23}$ (MPa)	517,6	2,9	3,5
$\Delta\sigma_{33}$ (MPa)	286,9	9,1	2,4
$\Delta\varepsilon_{22}(10^{-3})$	5,1	2,9	4,4
$\Delta\varepsilon_{23}(10^{-3})$	4,2	5,9	7,5
$\Delta\varepsilon_{33}(10^{-3})$	0,14	114,2	14,2

TABLE 2.6 – Comparaison des méthodes simplifiées par rapport aux résultats issus de la méthode des EFNL pour le cycle stabilisé. Application sous chargement multiaxial proportionnel de traction-torsion.

L'étape d'identification de l'opérateur de localisation est une étape clé dans la mise en place de la MS OLA. Dans le cadre de la fatigue, les travaux présentés par Herbland n'indiquent pas de consigne directe pour l'identification de l'opérateur \underline{L}^H . Lors de l'implémentation de cette méthode pour la détermination complète d'une courbe de durée de vie, il peut être supposé qu'une identification doit être effectuée pour chaque niveau de chargement. L'étude réalisée par Plessis [Plessis, 2013] a mis en avant qu'une unique identification sur le chargement maximal engendre une estimation conservatrice de la durée de vie. Cependant, cette stratégie engendre un conservatisme coûteux car celui-ci entraîne un surdimensionnement pour les plus faibles chargements, comme il a été illustré dans les travaux de [Levieil, 2016]. Une stratégie d'identification est donc à mettre en place par l'utilisateur de la méthode.

L'opérateur de Darlet a l'avantage de nécessiter uniquement deux calculs EF élastiques. L'avantage est que l'opérateur peut être identifié sur n'importe quel incrément. Il ne dépend pas de l'amplitude du chargement. Une simple interpolation linéaire du chargement Σ peut être employée pour déterminer une courbe complète de durée de vie.⁵ De plus, la résolution analytique des équations du modèle rend l'opérateur déterministe.

Pour rappel, notre objectif est de proposer une démarche d'estimation de la durée de vie adaptée pour le dimensionnement dans le contexte industriel de Coltene Micro-Mega. Les caractéristiques majeures qui en découlent sont que l'approche proposée doit premièrement être rapide et secondement facilement exploitable. L'approche simplifiée de Darlet est la méthode la plus rapide. De plus, une identification de l'opérateur de localisation déterministe à partir de deux calculs EF élastiques facilite son utilisation. L'approche de Herbland quant à elle nécessite un calcul EFNL qui n'est pas compatible à notre cadre industriel. Pour la suite de l'étude, nous sélectionnons la MS de Darlet comme méthode de calcul accélérée.

2.3.2.2 Application sous chargement non proportionnel

L'objectif de cette section est d'étudier qualitativement l'applicabilité de la MS OLA pour un chargement mécanique complexe. Nous proposons d'appliquer un chargement mécanique multiaxial non-proportionnel de type carré. L'éprouvette entaillée axysymétrique est conservée pour cette application (figure 2.16). Une modélisation par éléments-finis est réalisée en 2D axisymétrique constituée d'éléments CGAX4R au nombre de 22 177 noeuds. La loi matériau élastoplastique N°2 est conservée avec les paramètres du tableau 2.4. Le chargement mécanique de forme carrée que nous proposons est déphasé et constitué d'une étape de traction (0 - 200 MPa) puis de torsion (0 - 22,8 N·m) (figure 2.18). L'état de contrainte et de déformation au point critique est de la même forme que les équations 2.53 et 2.54.

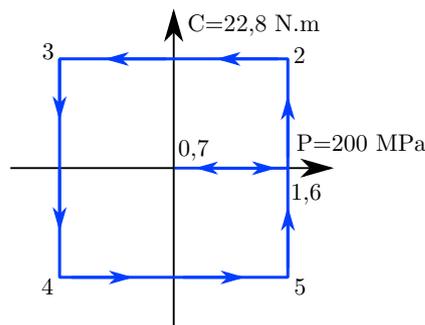


FIGURE 2.18 – Illustration des étapes du trajet de chargement non-proportionnel carré de traction-torsion appliqué sur la tête de l'éprouvette.

5. L'interpolation linéaire du chargement élastique n'est cependant valable que dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations (HPP).

Composantes	Valeurs (MPa)
L_{22}^D	136 315
L_{33}^D	136 315
L_{23}^D	54 028
L_{44}^D	41 143

TABLE 2.7 – Identification des paramètres de l’opérateur de localisation de Darlet sous sollicitation multiaxiale non-proportionnelle.

Pour cette application, seule l’approche sélectionnée de Darlet est illustrée. L’opérateur de localisation est identifié de manière similaire aux applications précédentes, disponible dans le tableau 2.7. Aucune modification n’est à réaliser dans la stratégie d’identification. La méthode de résolution appliquée sous chargement multiaxial proportionnel est également utilisée. Le comportement cyclique avec l’approche de Darlet est simulé directement dans les trois directions jusqu’à stabilisation, figure 2.19.

Les amplitudes de déformations et de contraintes sont correctement estimées par la MS de Darlet dans la direction principale 22 (présenté tableau 2.8). Une erreur plus importante est présente dans les directions secondaires et notamment la direction 33. Les résultats obtenus avec la MS pour ce chargement complexe sont des résultats approchés. Cependant, il est à noter que l’ordre de grandeur du gain de temps de calcul est estimé à un facteur 100 comparé à la méthode des éléments finis non-linéaires.

	erreur en %	
	EFNL	Darlet
$\Delta\sigma_{22}$ (MPa)	1 548	3,4
$\Delta\sigma_{23}$ (MPa)	643	4,6
$\Delta\sigma_{33}$ (MPa)	550	18,7
$\Delta\varepsilon_{22}(10^{-3})$	11,5	14,8
$\Delta\varepsilon_{23}(10^{-3})$	8,8	38,7
$\Delta\varepsilon_{33}(10^{-3})$	0,42	119

TABLE 2.8 – Comparaison de la méthode simplifiée de Darlet par rapport aux résultats issus de la méthode des EFNL pour le cycle stabilisé. Application sous chargement multiaxial non-proportionnel de traction-torsion.

La mise en place de la MS OLA vient d’être illustrée pour des chargements simples uniaxiaux à des chargements complexes multiaxiaux non-proportionnels. L’avantage de cette méthode simplifiée est son applicabilité pour des chargements mécaniques complexes. Cette première partie s’est focalisée sur l’illustration de la méthode dans un cadre de plasticité confinée en fond d’entaille. C’est ce cadre qui a motivé les auteurs Herbland et Darlet à proposer une méthode de calcul accélérée pour le dimensionnement de structures élastoplastiques.

Notre motivation pour cette étude est d’étendre ce concept pour la prise en compte de

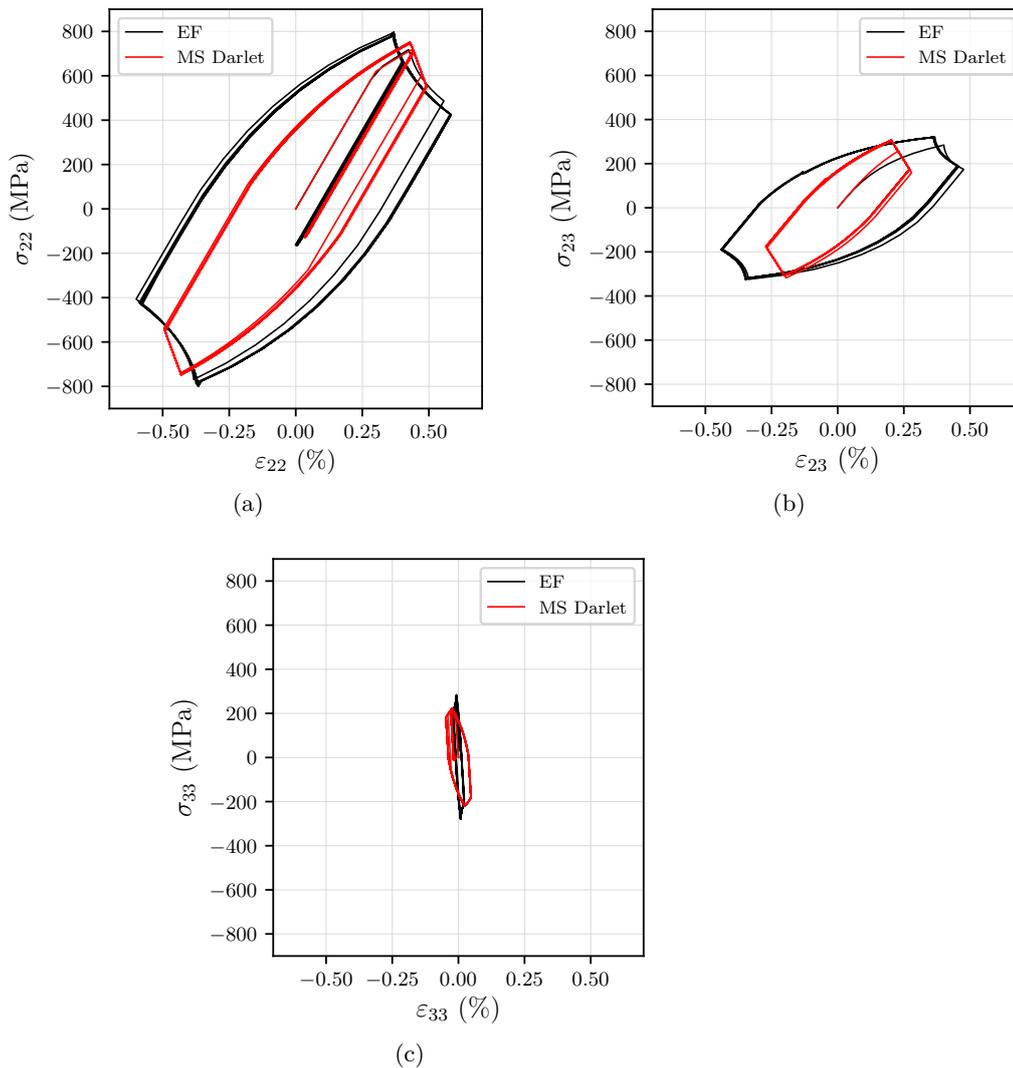


FIGURE 2.19 – Réponse de la MS de Darlet sous chargement multiaxial non-proportionnel : (a) direction 22, (b) direction 23, (c) direction 33.

la transformation martensitique confinée au sein de structures en AMF. L'objectif, est de généraliser cette méthode au comportement inélastique confiné. L'intérêt est de proposer un formalisme permettant la prise en compte des comportements matériaux de natures diverses. C'est pourquoi nous proposons une méthode d'intégration numérique générique dans la section suivante.

2.3.3 Proposition d'intégration numérique générique

La première version de l'algorithme de résolution proposée figure 2.13, est fondée sur la méthode du retour radial. Pour rappel, les étapes de calcul à implémenter sont : une prédiction élastique, une correction inélastique puis la mise à jour des variables. Cette

méthode nécessite de calculer systématiquement le taux de déformation inélastique qui dérive des équations de la LdC. L'inconvénient est qu'une implémentation numérique doit ainsi être réécrite pour chaque nouvelle LdC.

Dans cette section nous proposons un second schéma d'intégration numérique indépendant de la LdC. Cette seconde approche suppose toutefois que la LdC à modéliser est préalablement disponible sous forme de subroutine UMAT⁶. L'alternative proposée est de réutiliser le schéma d'intégration préalablement implémenté dans l'UMAT en le combinant à une boucle de correction. L'objectif est de résoudre les équations de la LdC avec l'UMAT tout en respectant la loi de localisation avec l'ajout d'une boucle de correction. L'intérêt de cette approche, est d'appliquer la MS OLA pour l'ensemble des LdC disponibles sous forme de UMAT sans modifier l'implémentation numérique.

La première étape consiste à appliquer l'incrément de chargement élastique $\Delta \underline{\Sigma}$ de la MS OLA en entrée de la subroutine. Une prédiction élastique est réalisée pour calculer l'incrément de déformation $\Delta \underline{\varepsilon}$ nécessaire à l'UMAT (équation 2.59).

$$\Delta \underline{\varepsilon} = \Delta \underline{\varepsilon}^e = \underline{\underline{E}}^{-1} : \Delta \underline{\Sigma} \quad (2.59)$$

La subroutine permet alors de calculer les variables internes de la LdC. Cependant lorsque le comportement du matériau devient inélastique, il est alors nécessaire de réaliser une correction pour vérifier la loi de localisation de la MS OLA (équation 2.35). La correction analytique à appliquer s'écrit sous la forme (détails disponibles en annexe A) :

$$d\Delta \underline{\varepsilon} = (\underline{\underline{J}} + \underline{\underline{L}} : (\underline{\underline{I}} - \underline{\underline{E}}^{-1} : \underline{\underline{J}}))^{-1} : (\Delta \underline{\Sigma} - \underline{\underline{L}} : \Delta \underline{\varepsilon} + (\underline{\underline{L}} : \underline{\underline{E}}^{-1} - \underline{\underline{I}}) : \Delta \underline{\Sigma}) \quad (2.60)$$

Avec $\underline{\underline{J}}$ la Jacobienne définie par $d\Delta \underline{\sigma} = \underline{\underline{J}} : d\Delta \underline{\varepsilon}$ calculée par l'UMAT, $\underline{\underline{I}}$ le tenseur identité et $\underline{\underline{L}}$ l'opérateur de localisation⁷. La correction $d\Delta \underline{\varepsilon}$ est à appliquer jusqu'à ce que la loi de localisation soit respectée⁸ :

$$\Delta \underline{\sigma} + \underline{\underline{L}} : \Delta \underline{\varepsilon}_I^{in} = \Delta \underline{\Sigma} \quad (2.61)$$

L'organigramme figure 2.20, résume le second schéma d'intégration proposé en intégrant une subroutine UMAT.

6. UMAT (User MATerial) est une subroutine permettant d'implémenter un modèle matériau non disponible en standard dans le code de calcul EF Abaqus.

7. L'opérateur de localisation est identifié selon une méthode quelconque (Darlet ou Herbland).

8. À une précision près définie par l'utilisateur.

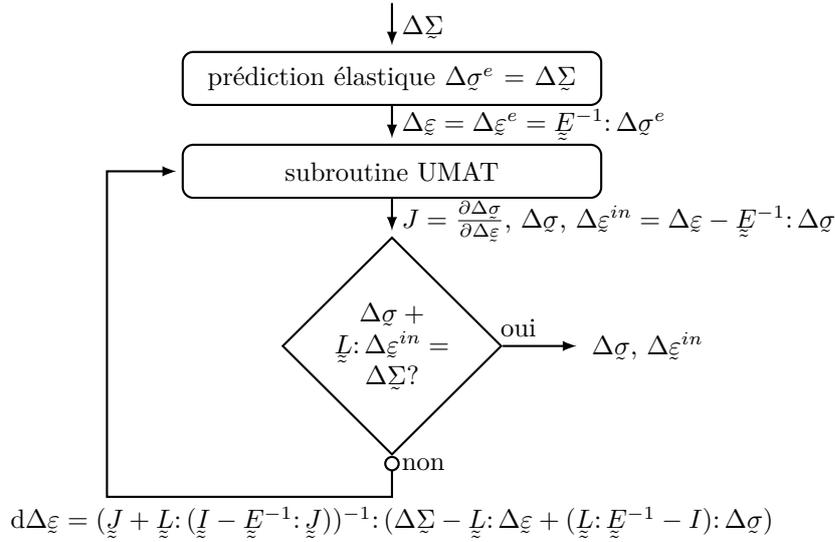


FIGURE 2.20 – Organigramme de l’intégration numérique de la MS OLA proposée comprenant une LdC inélastique implémentée dans une subroutine UMAT.

Comme nous venons de le présenter, la première étape d’estimation de la durée de vie nécessite une méthode de calcul pour déterminer le comportement cyclique au point critique de la structure. Suite à la détermination de ce comportement stabilisé, la deuxième étape consiste à appliquer un critère de fatigue oligocyclique pour déterminer la durée de vie. Cette deuxième étape est présentée dans la section suivante.

2.4 Critère de fatigue oligocyclique

2.4.1 Généralités sur les critères de fatigue

Le critère de fatigue est traditionnellement défini comme une relation locale (*i.e.* valable en chaque point de la structure $x \in \Omega$) entre le nombre de cycles à rupture ou amorçage N_r et une fonction critère Φ . Dans notre contexte de fatigue oligocyclique nous considérons que l’initiation de fissure engendre très rapidement la rupture de la structure. Pour la suite, nous considérons que N_r représente le nombre de cycles à rupture. La relation qui relie N_r et la fonction critère intégrant les informations du comportement mécanique calculé au cycle stabilisé se présente sous la forme [Amiable, 2006] :

$$\max_{x \in \Omega} [\Phi(\underline{\varepsilon}, \underline{\varepsilon}^{in}, \sigma, \dots)] = a N_r^b \quad (2.62)$$

avec a et b représentant les paramètres matériaux identifiés à partir d’essais de fatigue.

Historiquement les premiers critères proposés dans les années 1950 étaient de nature uniaxiale. Leurs identifications étaient naturellement réalisées à partir d’essais uniaxiaux. Cependant leurs applications étaient rapidement limitées. En effet, dans un contexte industriel la majorité des sollicitations mécaniques sont de nature multiaxiale. Il a ensuite été proposé une seconde famille de critères adaptés à cette configuration. Dans cette section nous présentons succinctement quelques critères couramment utilisés sous chargement

uniaxial puis multiaxial. La dernière partie se focalise sur les critères employés dans le cadre des AMF.

2.4.2 Critères uniaxiaux

2.4.2.1 Critère de Manson-Coffin-Basquin

L'une des formulations les plus connues en fatigue oligocyclique est celle proposée par Manson-Coffin-Basquin. L'hypothèse de partition des déformations permet de combiner les travaux établis par Basquin [Basquin, 1910] et ceux de Manson-Coffin ([Manson, 1965] [Coffin, 1954]). Le critère permet de relier le nombre de cycles à rupture N_r à l'amplitude de déformation totale :

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\varepsilon^e}{2} + \frac{\Delta\varepsilon^{in}}{2} = \frac{\sigma'_f}{E}(2N_r)^b + \varepsilon'_f(2N_r)^c \quad (2.63)$$

L'ensemble des paramètres matériaux σ'_f et b , ainsi que ε'_f et c , sont identifiés à partir d'une campagne de fatigue réalisée en traction-compression cyclique alternée à $R_\varepsilon = -1$.

2.4.2.2 Correction de Morrow

Pour prendre en compte l'influence du rapport de charge Morrow [Morrow, 1965] a proposé une correction du critère de Manson-Coffin-Basquin. Cette correction permet de prendre en compte les effets de contrainte moyenne. Le critère consiste à soustraire la contrainte moyenne σ_{moy} au coefficient de résistance en fatigue uniaxiale σ'_f :

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f - \sigma_{moy}}{E}(2N_r)^b + \varepsilon'_f(2N_r)^c \quad (2.64)$$

D'autres formulations ont ensuite été proposées pour prendre en comptes les configurations multiaxiales. Pour réaliser le passage de l'uniaxial au multiaxial il est introduit les notions de plan critique et de grandeurs équivalentes.

2.4.3 Critères multiaxiaux

2.4.3.1 Critères de type plan critique

L'objectif des critères de plan critique est de rattacher l'endommagement à un mécanisme particulier relié à la microstructure, cela permet de définir une direction préférentielle d'endommagement qui donnera naissance au plan d'amorçage de la fissure. Ce plan critique est défini par la maximisation d'une grandeur critique [Sun, 2012].

Dans ce cadre Smith, Watson et Topper [Smith *et al.*, 1970] ont proposé un critère défini suivant un plan critique ou l'étendue de déformation normale à ce plan $\Delta\varepsilon^n$ est maximale. Ce critère fait intervenir le produit de l'amplitude de déformation normale au plan critique $\Delta\varepsilon^n$ par la contrainte maximale du cycle stabilisé σ_{max}^n :

$$\frac{\Delta\varepsilon^n}{2} \sigma_{max}^n = \frac{(\sigma'_f)^2}{E}(2N_r)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_r)^{b+c} \quad (2.65)$$

Une seconde approche effectuée par Kandil, Brown et Miller [Kandil *et al.*, 1982] est de supposer que l'amorçage de fissure s'effectue dans le plan de cisaillement maximal.

2.4.3.2 Critères globaux

Les critères basés sur l'approche globale font intervenir des grandeurs équivalentes telles que les invariants des tenseurs des contraintes et déformations ou de leurs déviateurs respectifs. L'objectif est de prendre l'ensemble des composantes des tenseurs et de les représenter sous un scalaire par une formulation équivalente. Cette approche est notamment utilisée pour des critères en fatigue à grand nombre de cycle tels que les critères de Sines [Sines, 1955] et de Crossland [Crossland, 1956].

Une seconde famille appelé "critère énergétique" s'appuie sur l'aire de la boucle d'hystérèse du matériau. Cette seconde approche a été développée en fatigue oligocyclique pour modéliser l'endommagement de la structure.

Une première formulation énergétique est de calculer la densité d'énergie dissipée par cycle. Cette formulation permet de prendre en compte l'ensemble du trajet de chargement, en configuration uniaxiale ou multiaxiale.

$$\Phi = W_{cy} = \int_{cycle} \sigma : \dot{\varepsilon}^{in} dt \quad (2.66)$$

Ce critère a été appliqué avec succès pour l'estimation de la durée de vie de structures complexes élastoplastiques issues de l'industrie automobile ([Charkaluk *et al.*, 2002], [Charkaluk et Constantinescu, 2000]).

Une analyse complémentaire des résultats obtenus sur des expériences uniaxiales isothermes menées au CEA [Amiable, 2006] et des essais multiaxiaux proportionnels et non-proportionnels [Itoh *et al.*, 1995] a confirmé la pertinence du critère en densité d'énergie dissipée par cycle. Cependant, cette approche ne semble pas pertinente pour des essais réalisés en fatigue thermique [Amiable, 2006]. Une explication avancée par les auteurs est que le critère ne prend pas en compte la variation du taux de triaxialité au cours du cycle stabilisé pour ces essais. Pour rappel, le taux de triaxialité est un scalaire défini par le rapport entre la partie sphérique du tenseur des contraintes et sa partie déviatorique [Lemaitre et Chaboche, 1998].

$$T_x = \frac{P_h}{J_2} \quad \text{avec } P_h = \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma) \quad (2.67)$$

Il est à noter que la densité d'énergie dissipée par cycle W_{cy} ne fait intervenir que la partie déviatorique du tenseur des contraintes. L'information relative à la composante sphérique est exclue (*i.e.* la pression hydrostatique). Les auteurs [Amiable, 2006] proposent alors d'introduire la pression hydrostatique dans le critère énergétique. Le critère proposé par Amiable combine la densité d'énergie dissipée par cycle ainsi que la pression hydrostatique maximum sur un cycle :

$$\Phi = W_{cy} + \alpha P_{max} \quad \text{avec } P_{max} = \max_t P(t) \quad (2.68)$$

Les critères de fatigue LCF ont été historiquement développés pour les matériaux au comportement élastoplastique. Le développement entrepris pour cette classe de matériau

a ensuite été adapté dans le cadre des alliages à mémoire de forme. La section suivante présente succinctement les travaux réalisés dans la mise en place de critères de fatigue adaptés aux alliages de NiTi.

2.4.4 Critères employés pour les AMF

2.4.4.1 Approche de type plan critique

Le critère proposé par Manson-Coffin-Basquin ([Manson, 1965][Coffin, 1954]) (équation 2.63) a été identifié dans les travaux de [Maletta *et al.*, 2014] sur un alliage de NiTi (composition 50,8 %, 49,2 %) à l'état austénitique à température ambiante ($A_f = 287$ K). Des essais de traction uniaxiale à différents niveaux de sollicitation en déformation ont été menés jusqu'à rupture avec un rapport de charge $R_\varepsilon = 0$. L'ensemble des amplitudes sélectionnées engendre un comportement pseudoélastique ($\varepsilon_{min} = 0,7\%$, $\varepsilon_{max} = 4,5\%$) dans la section utile de l'éprouvette. La géométrie sélectionnée est plate de type dog bone. L'amplitude de déformation $\frac{\Delta\varepsilon^t}{2} = \varepsilon_a$ totale est décomposée en déformation élastique $\frac{\Delta\varepsilon^e}{2} = \varepsilon_{ae}$ et inélastique $\frac{\Delta\varepsilon^{in}}{2} = \varepsilon_{ai}$ extraites au cycle stabilisé. L'amplitude de déformation totale ε_a identifié par un trait bleu reproduit correctement le comportement expérimental observé dans un plan log-log figure 2.21.

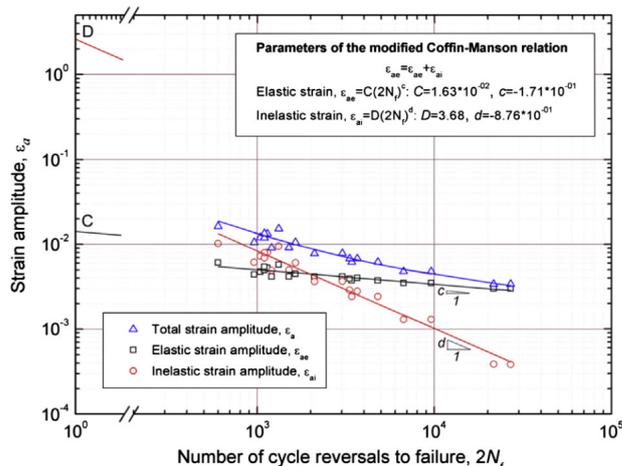


FIGURE 2.21 – Identification du critère Manson-Coffin-Basquin sur un alliage de Niti [Maletta *et al.*, 2014].

Les comportements élastiques et inélastiques ont été approximés par des lois puissance. Les paramètres C et c ont été identifiés sur la droite de comportement élastique illustrée en noir par la relation $\varepsilon_{ae} = C(2N_f)^c$. Les paramètres D et d ont été identifiés sur la droite de comportement inélastique relié par la relation $\varepsilon_{ai} = D(2N_f)^d$ illustrée en rouge. Les composantes sont correctement approximées linéairement par le modèle de Manson-Coffin-Basquin présenté figure 2.21. La courbe de fatigue oligocyclique d'un AMF de type NiTi semble donc pouvoir être modélisée par deux asymptotes.

Mahtabi [Mahtabi et Shamsaei, 2016] en 2016 a étudié la fatigue uniaxiale d'un alliage de NiTi (composition atomique 50,8 % Ni et 49,2 % Ti) à l'état austénitique à température ambiante sur éprouvette tubulaire. Des essais cycliques ont été menés à déformation imposée

pour plusieurs amplitudes $\varepsilon_a \in [0.4\%; 1,5\%]$ et différents rapports de charge $R_\varepsilon = -1$, $R_\varepsilon = 0$ et $R_\varepsilon = 0,5$. Les critères de Morrow (équation 2.64) et de Smith, Watson et Topper (équation 2.65) ont été appliqués ainsi qu'un critère énergétique, illustré figures 2.22 et 2.24. Le critère énergétique proposé (équation 2.69) inclut l'énergie d'hystérèse du cycle stabilisé W^d ainsi que la densité d'énergie élastique W_e^+ (figure 2.24).

$$W^t = W_d + W_e^+ \quad \text{avec } W_e^+ = \frac{\sigma_{max}^2}{2E_A} \quad (2.69)$$

Avec σ_{max} la contrainte maximale du cycle stabilisé et E_A le module de Young de l'austénite.

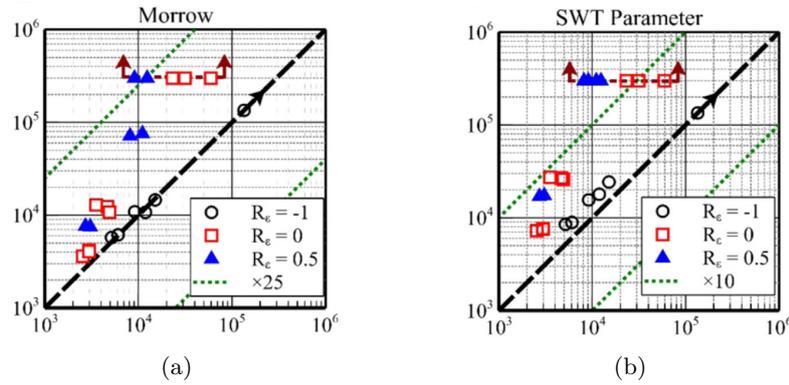


FIGURE 2.22 – Réponses des critères de Morrow et de Smith, Watson et Topper calculé par [Mahtabi et Shamsaei, 2016] : (a) critère de Morrow, (b) critère de Smith, Watson et Topper.

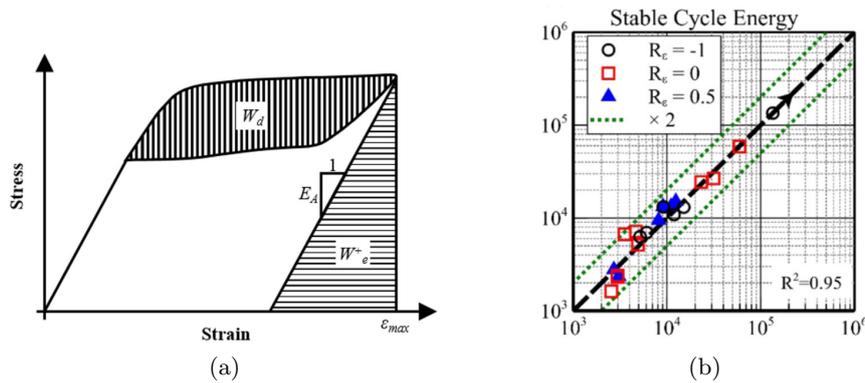


FIGURE 2.23 – Critère énergétique proposé par Mahtabi [Mahtabi et Shamsaei, 2016] : (a) illustration de l'énergie d'hystérèse du cycle stabilisé W^d ainsi que la densité d'énergie élastique W_e^+ , (b) réponse du critère énergétique.

Il est illustré figure 2.22 que la réponse des critères de Morrow et de Smith, Watson et Topper appliqués sur cette campagne de fatigue sous-estime significativement la durée

de vie en présence de contrainte moyenne. L'auteur fait remarquer que pour cette plage de sollicitation le matériau pseudoélastique se comporte avec un plateau en contrainte. Cela implique que pour une large plage de déformation imposée la réponse en contrainte varie faiblement. Ce qui se traduit par une amplitude de contrainte et une contrainte moyenne similaire pour un large éventail de déformation. Les critères impliquent alors un endommagement similaire tandis que les résultats expérimentaux illustrent une influence sur la durée de vie. Les critères proposés par Morrow et SWT ne semblent pas être adaptés au comportement du NiTi. Cependant, le critère énergétique proposé offre de bons résultats pour l'ensemble des configurations 2.24. L'avantage de cette approche est que la réponse hystérétique à plateau en contrainte-déformation du matériau est captée par le calcul du chemin de chargement.

L'étude comparative de Mahtabi illustre que les critères de type plan critique tels que ceux proposés par Morrow et SWT ne semblent pas être adaptés au NiTi. À l'inverse, l'approche énergétique proposée a obtenu des résultats encourageants sous sollicitations uniaxiales.

2.4.4.2 Approche globale

Les études publiées sur les critères de fatigue du NiTi se sont orientées progressivement sur les critères issus de l'approche globale ou la grandeur équivalente est l'énergie d'hystérèse. Cette approche enrichie selon les auteurs a permis d'estimer correctement la durée de vie du NiTi sous sollicitations uniaxiales ([Moumni *et al.*, 2005], [Morin, 2011], [Zhang *et al.*, 2016]) et multiaxiales [Song *et al.*, 2017]. Quelques travaux sont présentés ci dessous.

Un des premiers critères énergétiques adaptés aux AMF a été proposé en 2005 par [Moumni *et al.*, 2005]. Le matériau étudié est un alliage de NiTi (composition atomique 48,7% Ni et 51,3% Ti) avec une température de fin de transformation austénitique $A_f^0 = 42^\circ \text{C}$. Les essais cycliques ont été menés à 50°C pour s'assurer d'un comportement pseudoélastique avec un pilotage en contrainte à différents rapports de charge $R_\sigma = -1$, $R_\sigma = 0$ et $R_\sigma = 0,2$. L'évolution de l'énergie d'hystérèse a été calculée au cours des cycles de chargement imposés (figure 2.24a).

Après une rapide diminution, l'énergie d'hystérèse par cycle stabilise au bout de 60 cycles. L'énergie d'hystérèse stabilisée est représentée figure 2.24b dans un diagramme log-log en fonction du nombre de cycles à rupture. Le comportement quasi-linéaire permet aux auteurs de proposer le critère suivant :

$$D = \alpha N_r^\beta \quad (2.70)$$

Où D est l'énergie d'hystérèse au cycle stabilisé et α et β sont des paramètres matériaux. Il est rappelé que l'énergie d'hystérèse au cycle stabilisé se détermine suivant la relation :

$$D = \int_{\text{cycle}} \sigma : \dot{\varepsilon} dt \quad (2.71)$$

De plus, cette relation est toujours valable dans un cadre multiaxial.

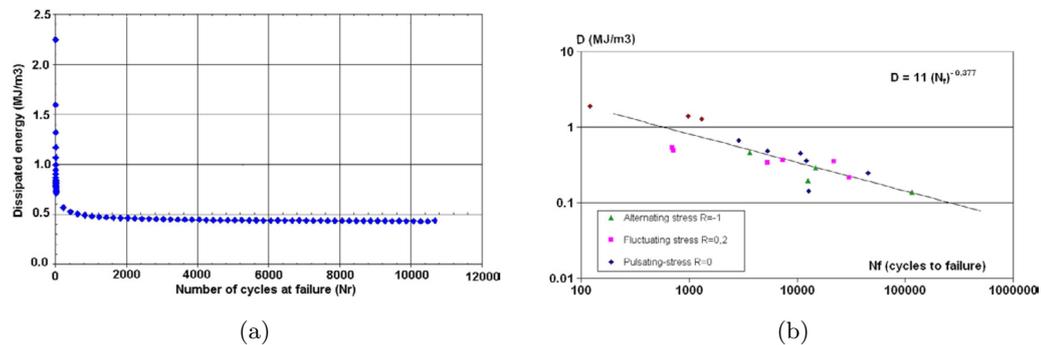


FIGURE 2.24 – Évolution de l'énergie d'hystérèse [Moumni *et al.*, 2005] : (a) stabilisation de l'énergie d'hystérèse, (b) évolution en fonction du nombre de cycles.

Le critère proposé par [Moumni *et al.*, 2005] a ensuite été modifié une première fois en 2011 par [Morin, 2011] pour prendre en compte l'influence de la pression hydrostatique en s'appuyant sur les travaux réalisés par [Amiable, 2006]. Ce critère modifié a ensuite été appliqué à des sollicitations cycliques de traction et de torsion. L'ajout de la pression hydrostatique a permis de diminuer la dispersion observée par le critère pour les essais de traction. Cependant, une prédiction non-conservative d'un facteur trois est présent pour les essais de torsion répétée [Morin, 2011].

L'influence de la vitesse de sollicitation en traction uniaxiale sur la durée de vie a ensuite été étudiée par la même équipe en 2016 [Zhang *et al.*, 2016]. Les résultats expérimentaux obtenus ont montré qu'une augmentation de la vitesse de sollicitation engendre une diminution de l'aire d'hystérèse ainsi qu'une diminution de la durée de vie. Ce résultat a mis en défaut le critère proposé initialement [Moumni *et al.*, 2005]. L'information relative à la vitesse de sollicitation a alors été introduit dans la formulation afin de prendre en compte le couplage thermomécanique intervenant lors de ces essais.

Une campagne expérimentale sous sollicitation multiaxiale non-proportionnelle a été mise en place par [Song *et al.*, 2017]. Des trajets de chargements variés de type : carré, sablier, octogone et papillon ont été appliqués sur des éprouvettes tubulaires en NiTi. Un critère énergétique proportionnel à l'énergie d'hystérèse a permis d'estimer la durée de vie pour un facteur de prédiction inférieur à deux.

2.4.4.3 Choix du critère

Les critères conventionnels utilisés pour les matériaux métalliques tels que le critère SWT ou la correction de Morrow ne semblent pas concluants pour l'étude de la fatigue des AMF [Mahtabi *et Shamsaei*, 2016].

L'approche globale employée pour la fatigue des AMF utilise majoritairement l'énergie d'hystérèse comme paramètre équivalent. L'énergie d'hystérèse calculée au cycle stabilisé a montré dans plusieurs études ([Moumni *et al.*, 2005] , [Zhang *et al.*, 2016], [Song *et al.*, 2017]) sa pertinence pour modéliser l'endommagement des AMF en fatigue LCF.

Outre son aspect prédictif, le second intérêt d'un critère basé sur une grandeur équivalente est que son application est simple et rapide dans une démarche de calcul de durée de vie. L'ensemble des informations nécessaires à l'application du critère sont directement disponibles à l'issue du calcul de la MS OLA. À l'inverse les critères de type plan critique nécessitent l'ajout d'une seconde étape préliminaire avant leur application. L'orientation du plan critique doit être déterminée dans la structure au cours du chargement. Cette étape peut engendrer un coût de calcul supplémentaire.

Dans notre étude, les instruments endodontiques sont mis en rotation à une vitesse constante de $400 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$. L'influence de la vitesse de déformation proposée par [Zhang *et al.*, 2016] n'a pas besoin d'être prise en compte dans notre approche. Le critère énergétique proposé par [Morin, 2011] issu de [Moumni *et al.*, 2005] nécessite l'identification d'un paramètre matériau supplémentaire. Cette modification n'a cependant pas permis d'améliorer significativement la prédiction de la durée de vie. Le modèle proposé par [Song *et al.*, 2017] nécessite également l'identification d'un paramètre matériau supplémentaire pour prendre en compte l'influence de la non-proportionnalité du chargement. Le chargement de flexion rotative imposé à l'instrument engendre une sollicitation multiaxiale, cependant elle reste majoritairement proportionnelle pour cette configuration. Ce critère n'est donc pas adapté à notre chargement.

Le critère proposé par [Moumni *et al.*, 2005] basé exclusivement sur l'énergie d'hystérèse stabilisée a l'avantage de ne nécessiter l'identification que de deux paramètres matériaux à l'issue d'une seule campagne de fatigue. Ce critère basé sur une grandeur équivalente est directement applicable à l'issue de l'étape de calcul de la MS OLA. De plus, il est adapté à l'étude des chargements multiaxiaux proportionnels. Son identification est simple et son application est rapide. Ce critère dans notre contexte industriel est le plus adapté à notre démarche d'estimation rapide de la durée de vie. Ce critère est celui que nous sélectionnons pour la suite de l'étude.

2.5 Bilan

Dans ce chapitre, nous avons présenté la démarche globale d'estimation rapide de la durée de vie. La première étape de cette approche nécessite de déterminer le comportement cyclique stabilisé au point critique. Un état de l'art des méthodes de calcul a permis de sélectionner les méthodes simplifiées issues des lois de changement d'échelle proposées par Herbland et Darlet.

Lorsque le comportement inélastique est confiné, la structure se comporte globalement de manière élastique. De manière similaire aux analyses par changement d'échelle, il est fait l'hypothèse dans ces MS que la zone inélastique se comporte comme une inclusion. Le passage entre la solution élastique et la solution inélastique s'effectue à travers une loi de localisation. Herbland a proposé d'utiliser la loi de localisation d'Eshelby-Kröner pour relier les grandeurs macroscopiques élastiques aux grandeurs locales inélastiques. La seconde approche proposée par Darlet s'appuie sur la loi de localisation de Sauzay qui considère une inclusion hémisphérique en surface. Les MS proposées par Herbland et Darlet s'écrivent de manière tensorielle et permettent à elles seules de résoudre un problème multiaxial. L'implantation numérique de ces MS ont été illustrées pour des configurations : uniaxiales puis multiaxiales proportionnelles et non-proportionnelles. Les deux MS reproduisent correctement le comportement cyclique au point critique d'une

éprouvette entaillée. Cependant, la méthode de Darlet contrairement à l'approche de Herbland ne nécessite que des calculs EF élastiques. Son utilisation dans notre cadre industriel la rend plus pertinente, elle a donc été sélectionnée pour la suite de l'étude.

Nous avons ensuite proposé un nouveau schéma d'intégration numérique générique pour la MS qui permet de prendre en compte un comportement inélastique.

Suite à la détermination du comportement local, la seconde étape de la démarche consiste à appliquer un critère de fatigue LCF pour déterminer la durée de vie de la structure. Le critère proposé par [Moumni *et al.*, 2005] basé sur l'énergie d'hystérèse du cycle stabilisé va être employé pour estimer la durée de vie de structures en NiTi.

L'approche globale que nous proposons est résumée figure 2.25. Tout d'abord, cette démarche va être mise en place puis validée à l'échelle de l'éprouvette au chapitre 3. Puis, dans le chapitre 4, la méthode d'estimation rapide de la durée de vie est appliquée à l'échelle de la structure sur instrument endodontique.

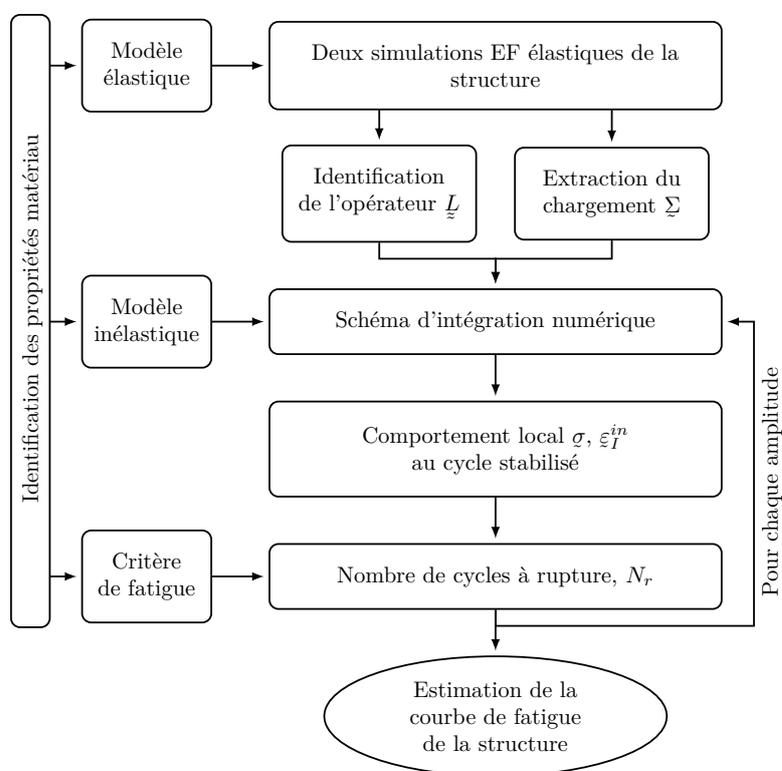


FIGURE 2.25 – Démarche proposée d'estimation rapide de la durée de vie de structures au comportement inélastique confiné.

Prévision de la durée de vie sur éprouvettes entaillées en NiTi Pseudoélastique

Résumé

L'objectif de ce chapitre est de mettre en place et de valider la démarche d'estimation rapide de la DDV pour un alliage de NiTi pseudoélastique. Deux configurations d'éprouvettes sont considérées. Une première éprouvette de type diabolo permet d'identifier l'ensemble des paramètres matériau. Une seconde éprouvette de géométrie entaillée est employée pour valider la démarche d'estimation rapide de la DDV.

Dans la première partie, les différentes configurations d'essais développées pour la caractérisation des propriétés matériau sont présentées. La Loi de Comportement (LdC) sélectionnée pour la modélisation est résumée et identifiée. Puis deux campagnes de fatigue sous sollicitations de traction et de flexion sont réalisées afin d'alimenter une base de données expérimentale sur le comportement cyclique du NiTi considéré.

Dans la seconde partie, le modèle numérique d'estimation de la DDV est mis en œuvre pour la configuration d'éprouvette entaillée. La détermination du comportement inélastique local au point critique est calculée via l'intégration de la méthode simplifiée. L'application du critère de fatigue énergétique permet d'estimer la durée de vie de l'éprouvette entaillée. L'étude se termine par la confrontation des résultats expérimentaux et des prévisions du modèle numérique.

Sommaire

3.1	Étude expérimentale de l'alliage NiTi A	76
3.1.1	Matériau étudié	76
3.1.2	Essais de caractérisation	79
3.1.2.1	Sollicitation de flexion simple (FS)	79
3.1.2.2	Sollicitation de flexion rotative (FR)	79
3.1.2.3	Sollicitation de traction cyclique	81
3.2	Modélisation du comportement matériau	83
3.2.1	Présentation de la LdC	84
3.2.2	Identification des paramètres de la LdC	87

3.3	Identification du critère de fatigue	89
3.4	Application et validation de la démarche de DDV sur éprouvettes entaillées	90
3.4.1	Mise en place du modèle EF	91
3.4.2	Détermination du comportement inélastique local	91
3.4.3	Prévision des durées de vie	94
3.5	Bilan	95

La démarche d'estimation rapide de la durée de vie développée au chapitre précédent est appliquée aux éprouvettes entaillées. Elle est résumée figure 3.1. Pour repérer les différentes étapes de la démarche dans le chapitre, les sections y sont représentées entre parenthèses et numérotées de couleur bleue.

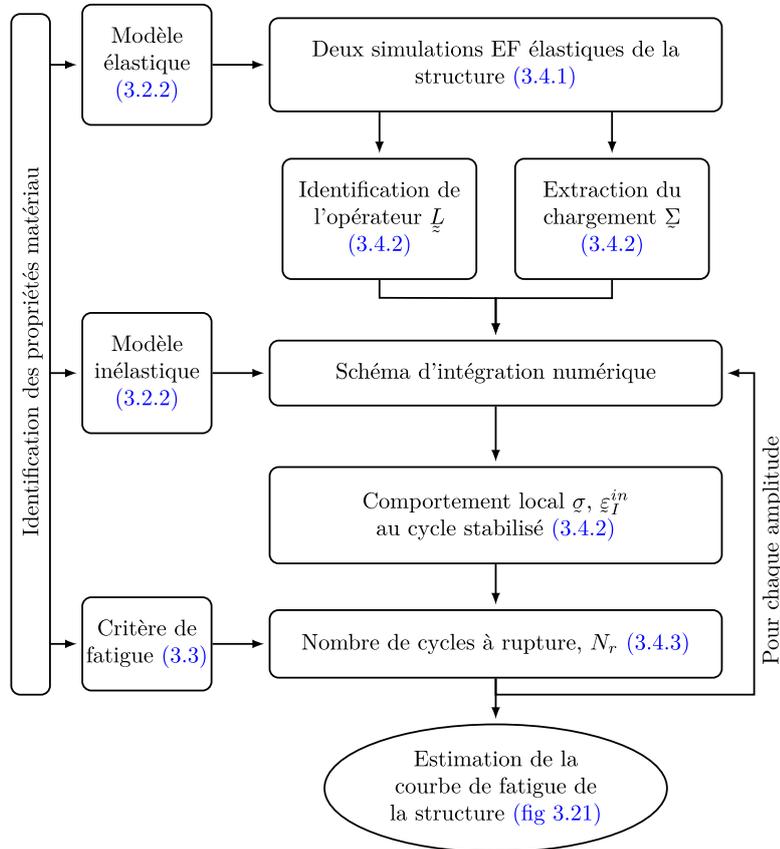


FIGURE 3.1 – Démarche proposée d'estimation rapide de la durée de vie appliquée aux éprouvettes entaillées.

3.1 Étude expérimentale de l'alliage NiTi A

Dans cette partie, l'un des matériaux pseudoélastiques étudié est présenté. Les essais introduits dans cette section permettent l'identification des paramètres des modélisations adoptées et contribuent à la validation de la démarche d'estimation de la durée de vie en fatigue.

3.1.1 Matériau étudié

Le matériau étudié dans ce chapitre est un AMF pseudoélastique de type NiTi que l'on notera *NiTi A*. Le matériau est fourni par la société Micro-Méga sous forme de deux éprouvettes. La première éprouvette de forme concave est nommée éprouvette diabolo dans la suite de l'étude (figure 3.2). L'intérêt de cette géométrie est de maîtriser l'apparition de

la transformation martensitique au centre de l'éprouvette et ainsi d'éviter l'apparition de bandes de localisation. Cette éprouvette est utilisée pour identifier l'ensemble des propriétés matériaux.

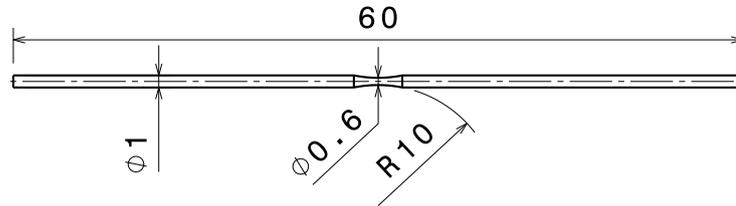


FIGURE 3.2 – Géométrie de l'éprouvette diablo $\phi 1$.

La seconde éprouvette, de géométrie entaillée illustré figure 3.3 va être exclusivement employée pour valider les résultats du modèle numérique de durée de vie.

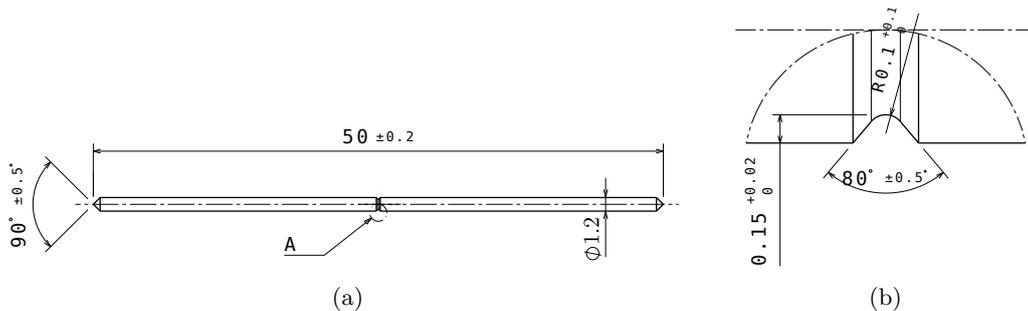


FIGURE 3.3 – Géométrie de l'éprouvette entaillée $\phi 1,2$: (a) vue globale, (b) vue de détail A.

Les éprouvettes de forme diablo et entaillées sont obtenues par meulage à partir de fils de diamètre $\phi 1$ et $\phi 1,2$, puis électropolies pendant 60 s. Les fils de base et la technique de meulage sont les mêmes que ceux employés pour la fabrication des instruments endodontiques.

Des analyses DSC (Differential Scanning Calorimetry) (figure 3.4) ont tout d'abord été réalisées. Un échantillon d'une masse de 12 mg a été sélectionné au centre du diablo. L'échantillon a subi un premier chauffage jusqu'à 100°C , puis un refroidissement à -150°C , pour finir par un second chauffage jusqu'à 100°C . Les vitesses de chauffage et de refroidissement ont été fixées à $\pm 10^\circ\text{C}\cdot\text{min}^{-1}$.

Cet essai réalisé n'est pas de qualité suffisante pour déterminer les températures de transformation du matériau. Cependant, l'ensemble des pics de transformation se situent à des températures inférieures à $T=20^\circ\text{C}$, nous indiquant que le matériau est à l'état austénitique à température ambiante.

En second lieu, un essai de traction uniaxial charge-décharge (figure 3.4) à déplacement imposé a été réalisé à température ambiante pour une vitesse de déplacement traverse de $\dot{U}_{trav} = 6.10^{-3} \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$.

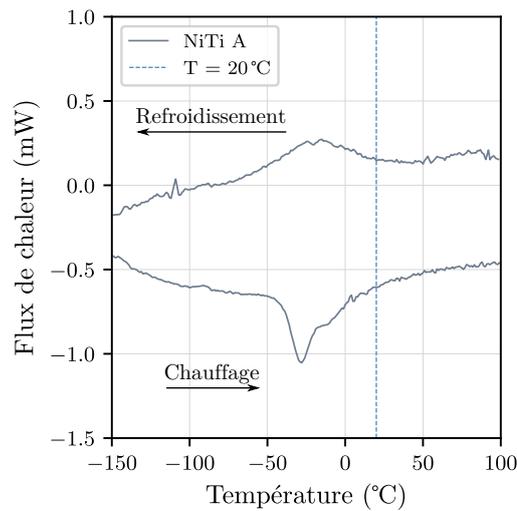


FIGURE 3.4 – Analyse DSC du matériau *NiTi A*.

Un comportement superélastique avec la présence d'une légère déformation résiduelle est observé à la décharge. Une éprouvette diabolos $\phi 1$ a été utilisée pour cet essai. L'inconvénient de cette géométrie est que les champs mécaniques ne sont pas homogènes dans l'éprouvette. Les grandeurs présentées figure 3.5 sont la contrainte axiale correspondant à la contrainte moyenne calculée dans la section centrale de l'éprouvette en fonction de l'allongement mesuré par l'extensomètre. La déformation axiale ne peut pas être calculée directement à l'issue de l'essai. Pour déterminer précisément ces grandeurs, il serait alors nécessaire de réaliser une identification inverse à l'aide d'une LdC.

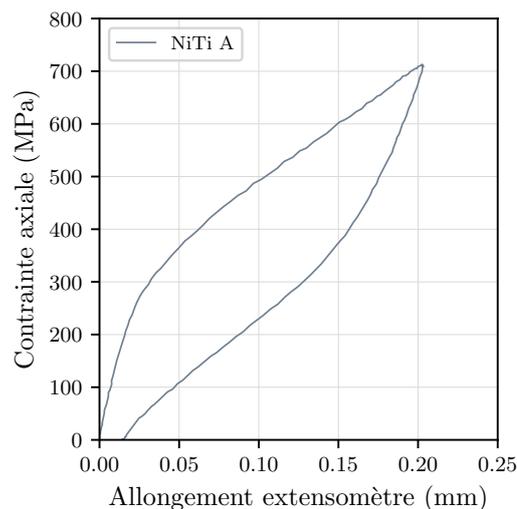


FIGURE 3.5 – Essai de traction charge-décharge sur éprouvette diabolos $\phi 1$ *NiTi A*.

3.1.2 Essais de caractérisation

Dans cette section, nous présentons les configurations d'essais que nous avons mis en place pour caractériser les propriétés matériaux ainsi que les résultats expérimentaux associés. Une Machine de Flexion Rotative (MFR) a été développée au sein du laboratoire lors des travaux de thèse de [Legrand, 2015]. L'objectif de ce moyen d'essai est d'appliquer un chargement mécanique le plus représentatif possible de celui observé par les instruments endodontiques en service. L'architecture de la machine, l'électronique de commande ainsi que les actionneurs employés sont présentés en détails dans son manuscrit. Au cours de cette thèse, le travail s'est focalisé essentiellement sur la calibration statique et cinématique des capteurs. Le travail mis en place est disponible dans l'annexe B. Ce dispositif expérimental a permis de développer les deux premières configurations de sollicitations mécaniques. La sollicitation de Flexion Simple (FS) et la sollicitation de Flexion Rotative (FR). La troisième sollicitation, plus conventionnelle, correspond à des essais de tractions cycliques effectués avec une machine de traction.

3.1.2.1 Sollicitation de flexion simple (FS)

La configuration de flexion simple (FS) consiste à mettre en flexion une éprouvette par le biais d'un moteur noté M_f , selon un axe perpendiculaire positionné verticalement et passant par le centre du diabolos (figure 3.6 et figure 3.7a). L'angle de flexion θ illustré sur la figure 3.7b est mesuré au cours de l'essai par le capteur noté RC_{f1} , ainsi que le couple résultant à l'aide d'un capteur noté CC_f . Un essai de FS d'une amplitude de flexion $\theta_{max} = 35^\circ$ est illustré figure 3.8. Un chargement de flexion simple répété de 20 cycles est appliqué à l'éprouvette diabolo afin d'obtenir un comportement stabilisé. Les essais réalisés sur éprouvette dans cette configuration seront utilisés pour identifier les paramètres de la LdC matériau qui sera présentée dans la section 3.2.2.

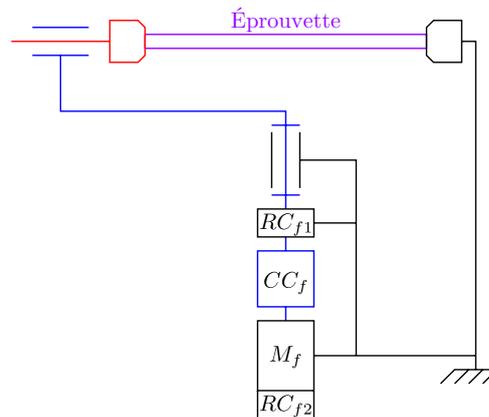


FIGURE 3.6 – Schéma cinématique de la machine de flexion rotative en configuration FS.

3.1.2.2 Sollicitation de flexion rotative (FR)

La configuration de flexion rotative cyclique (FR) se compose de deux étapes distinctes (figure 3.9). La première étape consiste à appliquer et maintenir la sollicitation de FS, puis dans un second temps une rotation notée α est réalisée selon l'axe longitudinal de la

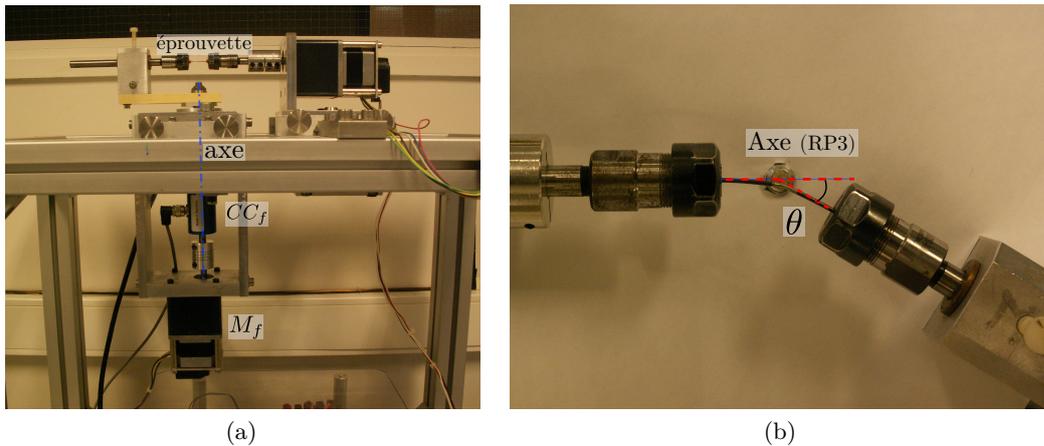


FIGURE 3.7 – Photos de la machine de flexion rotative : (a) architecture globale, (b) essai de FS sur éprouvette diablo.

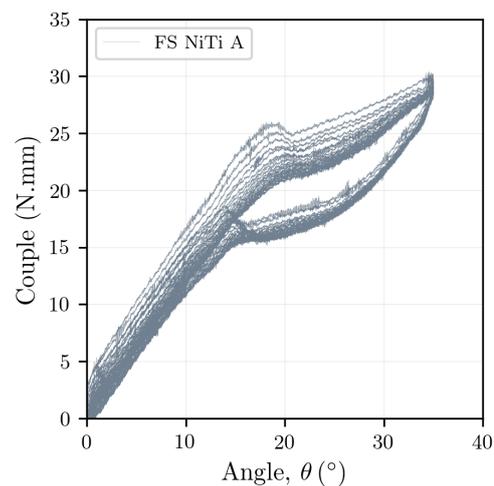


FIGURE 3.8 – Essai de FS répétée de 20 cycles appliqué sur une éprouvette diablo $\phi 1$ pour le matériau *NiTi A*.

structure étudiée. La rotation cyclique est appliquée par le biais d'un moteur noté M_t selon un axe horizontal. La vitesse de rotation du moteur M_t est fixée à $400 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$ afin de représenter la fréquence de rotation des instruments en service. Cette sollicitation permet d'appliquer le chargement de fatigue.

Une première campagne de fatigue en flexion rotative a été menée sur des éprouvettes diablo $\phi 1$ à $400 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$. Quatre essais ont été réalisés pour chaque amplitudes $\theta \in [15^\circ; 35^\circ]$ (figure 3.10a). Ces essais sont utilisés pour alimenter une base de données expérimentales qui nous permettra d'identifier le critère de fatigue dans la section 3.3.

Une seconde campagne de fatigue en flexion rotative a ensuite été menée sur les éprouvettes entaillées (figure 3.3). Sept essais de fatigue ont été réalisés pour chacune des trois amplitudes choisies afin d'obtenir une plage de durée de vie inférieure à 10^4 cycles. Les

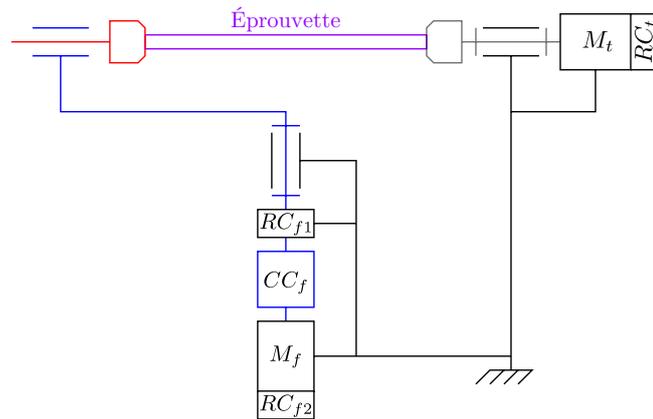


FIGURE 3.9 – Schéma cinématique de la machine de flexion rotative en configuration FR.

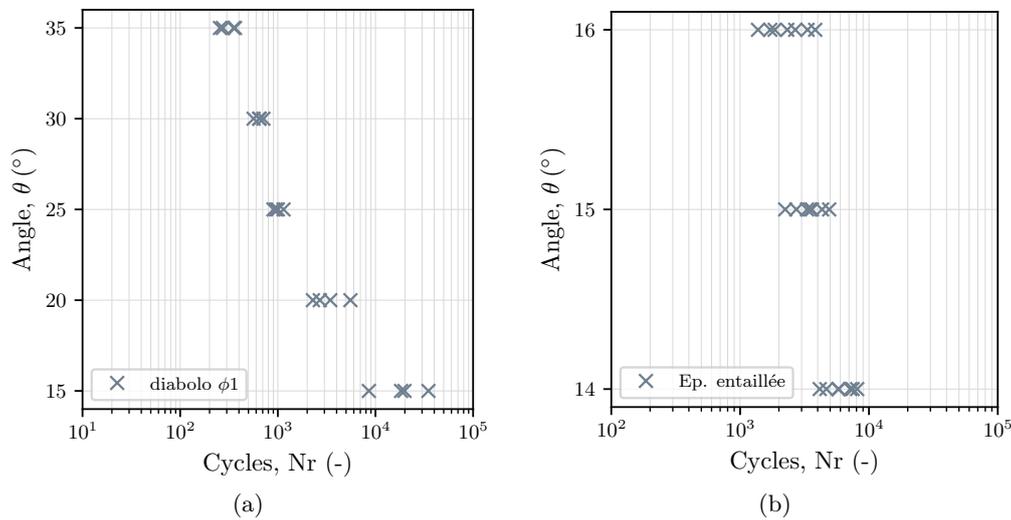


FIGURE 3.10 – Essais de fatigue de FR réalisés sur (NiTi A) : (a) éprouvette diabolos $\phi 1$, (b) éprouvettes entaillées $\phi 1,2$.

résultats de ces essais de fatigue disponibles figure 3.10b seront utilisés comme résultats de référence lors de l'étape de validation du modèle numérique.

3.1.2.3 Sollicitation de traction cyclique

Des essais de traction sous sollicitations cycliques ont également été réalisés sur une machine de traction Instron ElectroPuls E10000 de capacité 10 kN figure (3.11). Les essais cycliques sont effectués avec un pilotage en effort imposé, à température ambiante (approximativement 20 °C). L'allongement de la partie centrale de l'éprouvette est enregistré au cours de l'essai avec un extensomètre sur une longueur de 10 mm. Celui-ci est positionné de part et d'autre de l'encoche diabolos (figure 3.12).

Une campagne d'essais de fatigue sous sollicitations de traction uniaxiale a été réalisée



FIGURE 3.11 – Machine de traction utilisée lors des essais de traction cyclique.

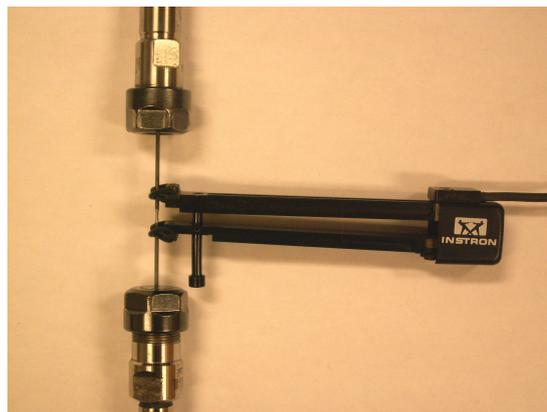


FIGURE 3.12 – Extensomètre utilisé pour mesurer le déplacement de l'éprouvette diabolo.

pour différentes amplitudes. Nous présentons ici uniquement les essais menés pour une amplitude de 650 MPa. Les essais ont été réalisés sur des éprouvettes diabolo $\phi 1$, un rapport de charge $R_\sigma = 0,1$ a été choisi afin d'éviter un risque de flambement. De plus, trois fréquences de sollicitation ont été étudiées, $f=6,6$ Hz, $f=0,5$ Hz et $f=0,02$ Hz. Les essais cycliques menés jusqu'à rupture sont présentés figure 3.13.

Les principales observations sont qu'une augmentation de la fréquence de sollicitation engendre une légère diminution de l'aire d'hystérèse stabilisée (figure 3.13d) (pour la plage de sollicitation considérée). De plus, il est observé qu'une augmentation de la fréquence de sollicitation engendre une diminution du nombre de cycles à rupture (tableau 3.2).

Ces observations sont conformes à celles disponibles dans la littérature [Zhang *et al.*, 2016], [Yin *et al.*, 2014]. Cependant, il est à ajouter qu'une évolution non monotone de l'aire d'hystérèse en fonction de la vitesse de sollicitation a été observée dans les travaux de [Humbeeck, 1991] et de [Morin, 2011].

Cette campagne d'essais menée sous sollicitation de traction permet de mieux connaître

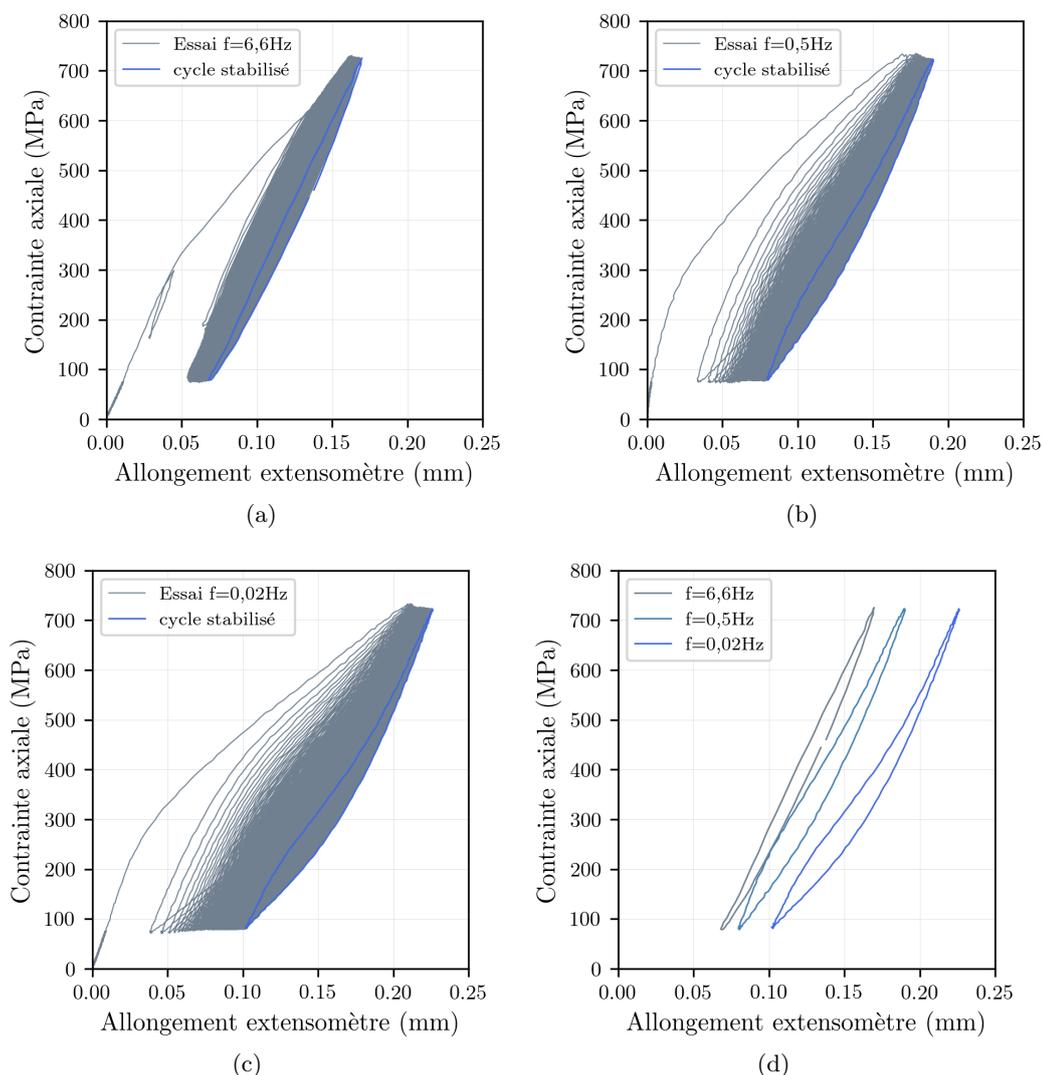


FIGURE 3.13 – Évolution cyclique du comportement lors des essais de fatigue sous sollicitation de traction uniaxiale réalisés sur éprouvette diabolo $\phi 1$: (a) fréquence de sollicitation $f=6,6\text{ Hz}$, (b) fréquence de sollicitation $f=0,5\text{ Hz}$ (c) fréquence de sollicitation $f=0,02\text{ Hz}$ (d) ensemble des cycles stabilisés.

le comportement cyclique du matériau considéré.

3.2 Modélisation du comportement matériau

Dans cette partie, nous allons présenter la LdC superélastique que nous avons sélectionnée. Nous rappelons tout d'abord que l'objectif majeur du projet est de proposer une méthode de prédiction de la DDV qui soit fiable et rapide. Ce dernier point est un élément essentiel pour appliquer cette démarche dans un cadre industriel. Un ingrédient important pour la prédiction de la DDV en fatigue des structures en AMF est de prédire correctement

	f=6,6 Hz	f=0,5 Hz	f=0,02 Hz
Nr – Essai 1	2 271	3 293	4 065
Nr – Essai 2	1 684	2 827	4 039
Moyenne	1 977	3 060	4 052

TABLE 3.1 – Nombres de cycles à rupture N_r obtenus pour les essais de fatigue en traction pour une amplitude de 650 MPa à $R_\sigma = 0,1$.

le comportement hystérétique stabilisé du matériau. Pour simplifier la démarche et principalement l'étape d'identification des paramètres matériaux, nous faisons le choix d'utiliser le modèle thermo-mécanique superélastique de Lagoudas [Boyd et Lagoudas, 1996]. L'avantage de ce modèle, est qu'un seul essai peut être mis en place pour identifier les paramètres matériau. Il est à souligner que ce modèle ne permet pas de représenter l'évolution du comportement du matériau sous chargement cyclique. La dissymétrie traction compression n'est pas décrite et la réorientation de la martensite n'est pas modélisée. Cependant, ce modèle thermodynamique permet de représenter la transformation martensitique orientée sous chargement multiaxial. En partie 3.4.3 nous illustrerons que la bonne prédiction du comportement local hystérétique couplée à un critère de fatigue énergétique est suffisante pour prédire correctement la DDV de structures en AMF.

3.2.1 Présentation de la LdC

Le modèle de comportement proposé par [Boyd et Lagoudas, 1996] utilise la température T et la contrainte σ comme variables observables. La fraction volumique de martensite ξ et la déformation de transformation ε^t sont considérées comme variables internes. L'énergie libre de Gibbs employée par le modèle s'écrit :

$$G(\sigma, T, \xi, \varepsilon^t) = -\frac{1}{2\rho}\sigma : \underline{\underline{S}} : \sigma - \frac{1}{\rho}\sigma : \left(\alpha(T - T_0) + \varepsilon^t\right) + c \left((T - T_0) - T \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) \right) - s_0 T + u_0 + f(\xi) \quad (3.1)$$

Où T_0 est la température de référence, $f(\xi)$ la fonction d'écrouissage. Les constantes matériaux $\underline{\underline{S}}$, α , ρ , c , s_0 et u_0 sont respectivement, le tenseur de souplesse, le tenseur d'expansion thermique, la densité, la chaleur spécifique, l'entropie à l'état initial et l'énergie spécifique. Les propriétés effectives des matériaux peuvent être déterminées en fonction des propriétés des phases pures et de la fraction volumique de martensite ξ via les relations suivantes :

$$\underline{\underline{S}}(\xi) = \underline{\underline{S}}^A + \xi(\underline{\underline{S}}^M - \underline{\underline{S}}^A) = \underline{\underline{S}}^A + \xi\Delta\underline{\underline{S}} \quad (3.2)$$

$$\alpha(\xi) = \alpha^A + \xi(\alpha^M - \alpha^A) = \alpha^A + \xi\Delta\alpha \quad (3.3)$$

$$c(\xi) = c^A + \xi(c^M - c^A) = c^A + \xi\Delta c \quad (3.4)$$

$$s_0(\xi) = s_0^A + \xi(s_0^M - s_0^A) = s_0^A + \xi\Delta s_0 \quad (3.5)$$

$$u_0(\xi) = u_0^A + \xi(u_0^M - u_0^A) = u_0^A + \xi\Delta u_0 \quad (3.6)$$

Les exposants A et M représentent respectivement les phases à l'état austénitique et martensitique. Le modèle repose sur l'hypothèse des petites perturbations, la déformation totale ε est décomposée additivement en deux composantes, la déformation thermoélastique ε^{th} et la déformation inélastique ε^{in} :

$$\varepsilon = \varepsilon^{th} + \varepsilon^{in} \quad (3.7)$$

Dans cette version du modèle, la déformation inélastique est seulement associée à la déformation de transformation $\varepsilon^{in} = \varepsilon^t$. La déformation totale s'exprime donc :

$$\varepsilon = \underline{\underline{S}} : \sigma + \alpha(T - T_0) + \varepsilon^t \quad (3.8)$$

La relation entre le tenseur de déformation de transformation ε^t et la fraction volumique de martensite ξ est donnée par :

$$\dot{\varepsilon}^t = \underline{\underline{\Lambda}} \dot{\xi} \quad (3.9)$$

Avec $\underline{\underline{\Lambda}}$ le tenseur de transformation qui détermine la direction de la déformation de transformation.

$$\underline{\underline{\Lambda}} = \begin{cases} \frac{3}{2} H \frac{\sigma'}{\bar{\sigma}'} & \dot{\xi} > 0 \\ H \frac{\underline{\underline{\varepsilon}}^{t-r}}{\bar{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{t-r}} & \dot{\xi} < 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

Où H est la déformation uniaxiale maximale de transformation, σ' la contrainte déviatorique définie par $\sigma' = \sigma - \frac{1}{3}tr(\sigma)\underline{\underline{I}}$, $\bar{\sigma}'$ la contrainte équivalente de von Mises, $\underline{\underline{\varepsilon}}^{t-r}$ le tenseur de déformation de transformation inverse au point de rebroussement et $\bar{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{t-r}$ représentant la déformation de transformation équivalente au point de rebroussement définie par :

$$\bar{\underline{\underline{\varepsilon}}}^{t-r} = \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\varepsilon}}^{t-r} : \underline{\underline{\varepsilon}}^{t-r}} \quad (3.11)$$

Où π est la force thermodynamique conjuguée de ξ définie suivant la relation :

$$\begin{aligned} \pi(\sigma, T, \xi) = & \sigma : \underline{\underline{\Lambda}} + \frac{1}{2} \sigma : \Delta \underline{\underline{S}} : \sigma + \Delta \alpha : \sigma(T - T_0) \\ & - \rho \Delta c \left((T - T_0) - T \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right) + \rho \Delta s_0 T - \frac{\partial f}{\partial \xi} - \rho \Delta u_0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Afin de modéliser la transformation directe et la transformation inverse, une fonction de transformation Φ est introduite et définie avec la force thermodynamique π par :

$$\Phi = \begin{cases} \pi - Y, & \dot{\xi} > 0 & (A \rightarrow M) \\ -\pi - Y, & \dot{\xi} < 0 & (M \rightarrow A) \end{cases} \quad (3.13)$$

Avec Y un paramètre matériau représentant la valeur limite d'activation de la force thermodynamique de transformation. La fonction de transformation Φ vérifie la condition $\Phi = 0$ pendant les transformations directe et inverse. La fonction de transformation représente deux familles de surfaces de transformation pour $0 \leq \xi \leq 1$. Les deux surfaces pour $\xi = 0$ et $\xi = 1$ représentent les limites de chaque famille de surface de transformation, lorsque le matériau est entièrement austénitique et entièrement martensitique.

Les contraintes sur l'évolution de la fraction volumique de martensite sont exprimées avec les conditions de Kuhn-Tucker suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &\geq 0, & \Phi(\sigma, T, \xi) &\leq 0, & \Phi \dot{\xi} &= 0, \\ \dot{\xi} &\leq 0, & \Phi(\sigma, T, \xi) &\leq 0, & \Phi \dot{\xi} &= 0, \end{aligned} \quad (3.14)$$

Les conditions de Kuhn-Tucker sont utilisées ici comme contraintes de minimisation du processus suivant le principe de maximisation de la dissipation pendant l'évolution des variables d'état [Lagoudas, 2007]. Pendant la transformation, la contrainte et la température doivent rester sur la fonction de transformation. Cette condition s'exprime mathématiquement par la condition de cohérence avec $\dot{\Phi} = 0$.

De plus, la fonction d'écroûissage $f(\xi)$ introduite relation 3.1 considère une fonction polynomiale d'ordre deux, suivant la proposition établie par [Boyd et Lagoudas, 1996]. La fonction d'écroûissage $f(\xi)$ pour la transformation directe et inverse s'exprime alors sous la forme :

$$f(\xi) = \begin{cases} \frac{1}{2}\rho b^M \xi^2 + (\mu_1 + \mu_2)\xi, & \dot{\xi} > 0 \\ \frac{1}{2}\rho b^A \xi^2 + (\mu_1 + \mu_2)\xi, & \dot{\xi} < 0 \end{cases} \quad (3.15)$$

Avec les grandeurs ρb^M , ρb^A , μ_1 et μ_2 représentant les paramètres du modèle polynomial reliés directement aux constantes matériaux par :

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{4}\rho\Delta s_0(M_s + M_f - A_f - A_s) \\ b^A &= -\Delta s_0(A_f - A_s) \\ b^M &= -\Delta s_0(M_s - M_f) \\ \mu_1 &= \frac{1}{2}\rho\Delta s_0(M_s + A_f) - \rho\Delta u_0 \\ \mu_2 &= \frac{1}{4}\rho\Delta s_0(A_s - A_f - M_f + M_s) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Avec M_s^0 , M_f^0 , A_f^0 , A_s^0 les températures caractéristiques de transformations directe et inverse du matériau.

L'intégration numérique des équations constitutives de ce modèle n'est pas détaillée dans cette section. La description de l'intégration numérique en se basant sur la méthode du retour radial est disponible dans les travaux de [Lagoudas, 2007] et [Qidwai et Lagoudas, 2000].

Dans la section suivante, nous présentons la stratégie que nous avons employée pour identifier les paramètres matériau de cette LdC.

3.2.2 Identification des paramètres de la LdC

Le modèle de Lagoudas précédemment présenté [Boyd et Lagoudas, 1996] contient douze paramètres matériau. Trois paramètres représentent les propriétés élastiques, les modules de Young de l'austénite et de la martensite notés E^A , E^M , ainsi que le coefficient de Poisson ν . Les coefficients de dilatation thermique des deux phases α^A et α^M . Les températures caractéristiques de transformations directe et inverse du matériau M_s^0 , M_f^0 , A_f^0 , A_s^0 à contrainte nulle. La déformation maximale de transformation notée H . Les coefficients $\rho\Delta s^A$ et $\rho\Delta s^M$ qui représentent par les paramètres $-\frac{\rho\Delta s^A}{H}$, $-\frac{\rho\Delta s^M}{H}$ l'évolution linéaire des températures de transformation en fonction de la contrainte dans un pseudo-diagramme de phase.

Il est à souligner que la LdC sélectionnée ne permet pas de représenter l'évolution du comportement du matériau sous chargement cyclique. Néanmoins, lors de l'application du chargement de fatigue, il est à noter que la majeure partie de la durée de vie de la structure s'effectue au régime stabilisé. Le régime asymptotique s'obtient généralement pour un ordre de grandeur de plusieurs dizaines de cycles. À l'inverse, la plage de durée de vie que nous étudions s'étend jusqu'à 10^4 cycles. L'influence du comportement obtenu lors de l'application des premiers cycles est faible comparée au comportement obtenu au régime stabilisé. Nous choisissons donc d'effectuer un essai cyclique où l'identification des paramètres matériau est déterminée directement sur le cycle stabilisé. Le second choix est d'identifier ces paramètres pour une sollicitation mécanique représentative de l'application. Un chargement de flexion cyclique est appliqué aux instruments endodontiques en service. Nous décidons donc d'identifier les paramètres du modèle sur un essai de FS présenté section 3.1.2.1.

Les propriétés sont identifiées à l'échelle de l'éprouvette diablo $\phi 1$ (figure 3.2). L'intérêt de l'éprouvette diablo est de confiner la transformation martensitique en son centre. Néanmoins, le chargement de flexion combiné à la géométrie de l'éprouvette engendre une déformation hétérogène. Il n'est alors pas possible d'identifier directement les paramètres matériau. Une identification inverse a été mise en place, basée sur la modélisation EFNL de l'essai. Les résultats d'une simulation en 3D de l'éprouvette diablo en configuration FS sont présentés figure 3.14. La section centrale d'une longueur de 30 mm est discrétisée avec des éléments hexaédriques quadratiques à intégration réduite C3D20R aux nombres de 23 400. Des liaisons rigides représentant les mors sont appliquées aux extrémités de l'éprouvette aux points RP1 et RP2. La liaison pivot glissant qui permet d'appliquer l'angle de flexion θ entre le mors mobile (RP1) et l'axe de flexion (RP3) est modélisée par une liaison de type cylindrical de même axe que l'éprouvette sous Abaqus.

L'essai de FS a ensuite été réalisé sur une éprouvette diablo $\phi 1$ pour une amplitude $\theta_{max} = 35^\circ$ (figure 3.8). Vingt cycles ont été appliqués pour atteindre le cycle stabilisé présenté figure 3.15.

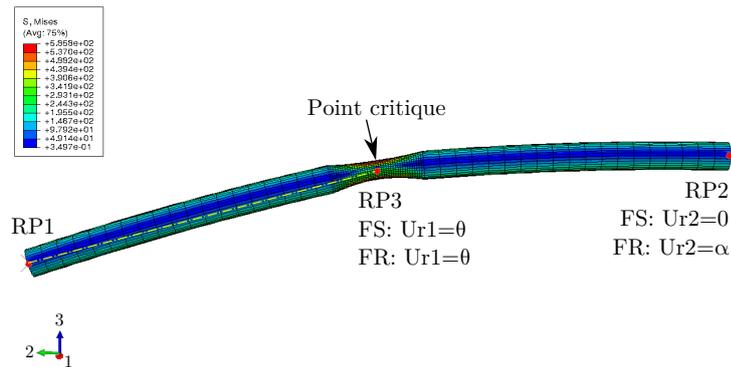


FIGURE 3.14 – Illustration de la modélisation EF de l'essai de flexion. Maillage et conditions aux limites.

Par la suite, l'identification inverse des paramètres matériaux est mise en place. Une minimisation entre la réponse du modèle EFNL et la mesure expérimentale permet d'identifier les paramètres du modèle. La transformation de phase restant faible dans l'éprouvette et dans l'optique de simplifier la démarche d'identification, nous avons considéré que les deux phases austénitique et martensitique ont des propriétés identiques. Le module de Young $E = E^A = E^M$ ainsi que les températures de transformation (M_s, M_f, A_f, A_s) sont ensuite directement identifiés sur le cycle stabilisé figure (3.15). L'essai de DSC (figure 3.4) n'a pas été utilisé pour identifier les températures de transformation. Les paramètres complémentaires du modèle (le coefficient de Poisson ν , le coefficient de dilatation thermique $\alpha = \alpha^A = \alpha^M$, la déformation maximale de transformation notée H , ainsi que les coefficients $\rho\Delta s^A$ et $\rho\Delta s^M$) sont issus de données directement sélectionnées dans la littérature [Lagoudas, 2007]. L'ensemble des paramètres matériau sont résumés dans le tableau 3.2.

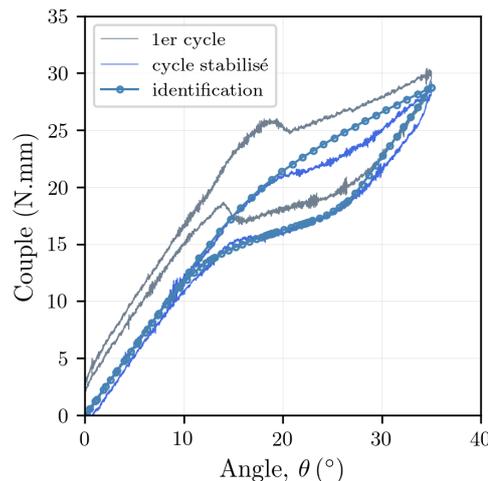


FIGURE 3.15 – Identification inverse réalisée sur le cycle stabilisé de l'essai de FS d'une amplitude $\theta_{max} = 35^\circ$ répétée de 20 cycles appliqués sur une éprouvette diabolo $\phi 1$.

E	M_s	M_f	A_s	A_f
60,5 GPa	213 K	135 K	208 K	239 K
ν	α	H	$\rho\Delta s$	
0,3	$22 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	0,07	$-0,49 \text{ MPa} \cdot \text{K}^{-1}$	

TABLE 3.2 – Paramètres du matériau *NiTi A* du modèle de Lagoudas identifiés sur éprouvettes diablo $\phi 1$ en FS.

3.3 Identification du critère de fatigue

Dans la section précédente, nous venons de présenter la stratégie d'identification de la LdC sélectionnée. Le second ingrédient nécessaire à l'application de la démarche de DDV est l'identification du critère de fatigue. Deux campagnes de fatigue sous sollicitation de traction (section 3.1.2.3) et de flexion (section 3.1.2.2) ont été menées pour disposer d'une base de données expérimentales.

Dans la partie 2.4.4.3 une étude bibliographique nous a permis de sélectionner le critère de fatigue énergétique proposé par [Moumni *et al.*, 2005] présenté équation 2.70 qui permet de relier l'énergie d'hystérèse au nombre de cycles à rupture. L'énergie d'hystérèse au cycle stabilisé définie par l'équation 2.71 doit donc être évaluée au point critique de l'éprouvette.

La campagne de fatigue réalisée sous sollicitation de flexion rotative a été retenue pour identifier le critère de fatigue énergétique. Une modélisation EFNL de l'essai de flexion rotative a été mise en place afin d'évaluer l'énergie d'hystérèse au point critique de l'éprouvette diablo. La sollicitation de flexion rotative se modélise en deux étapes. La première correspond à une mise en flexion de l'éprouvette. Cette étape correspond à la configuration de flexion simple préalablement présentée dans la section 3.2.2. Pour la seconde étape, une rotation d'angle $\alpha = 2\pi$ au point RP2 est appliquée pour modéliser la rotation de l'éprouvette selon son axe longitudinal. Le maillage et les conditions aux limites sont présentés figure 3.14. La LdC adoptée est implantée avec les paramètres matériaux identifiés tableau 3.2. Les résultats de la simulation EFNL (figure 3.16) indiquent que le point le plus sollicité dans l'éprouvette se situe évidemment au centre du diablo, nommé *point critique* figure (3.14). L'état de contrainte observé au centre du diablo est proche d'être uniaxial dans le sens longitudinal de l'éprouvette (noté direction 33).

Les simulations sont réalisées pour chaque amplitude des essais de fatigue $\theta \in [15^\circ; 35^\circ]$ (figure 3.10). La réponse locale contrainte-déformation au *point critique* dans le sens longitudinal est présentée figure 3.17a. L'énergie d'hystérèse est ensuite évaluée localement pour chaque amplitude avec l'équation 2.71. Les paramètres du critère de fatigue sont ensuite identifiés en traçant l'évolution de l'énergie d'hystérèse D en fonction du nombre de cycles à rupture N_r (figure 3.17b). Pour le matériau *NiTi A*, l'identification des paramètres mène aux valeurs représentées tableau 3.3.

Ce critère de fatigue identifié pour l'éprouvette diablo permettra dans la section suivante d'estimer la DDV en fatigue d'éprouvettes entaillées.

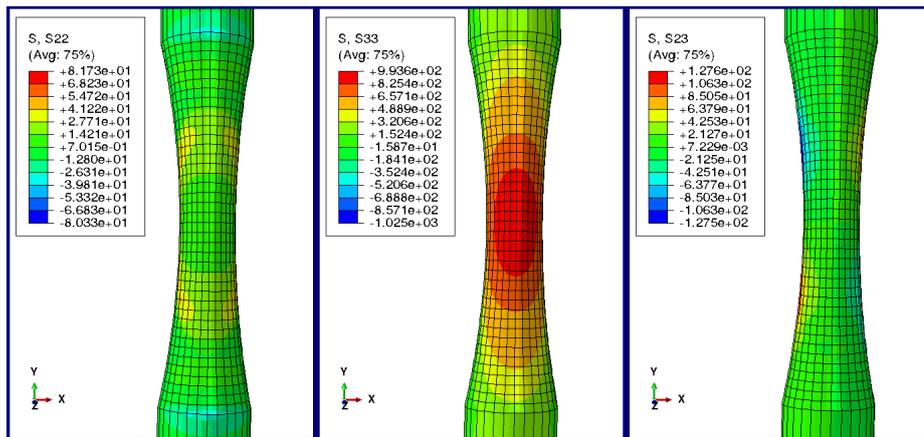


FIGURE 3.16 – Répartitions du champ de contrainte au centre de l'éprouvette diablo $\phi 1$ *NiTi A* lors de la modélisation EFNL de l'essai de fatigue de FR.

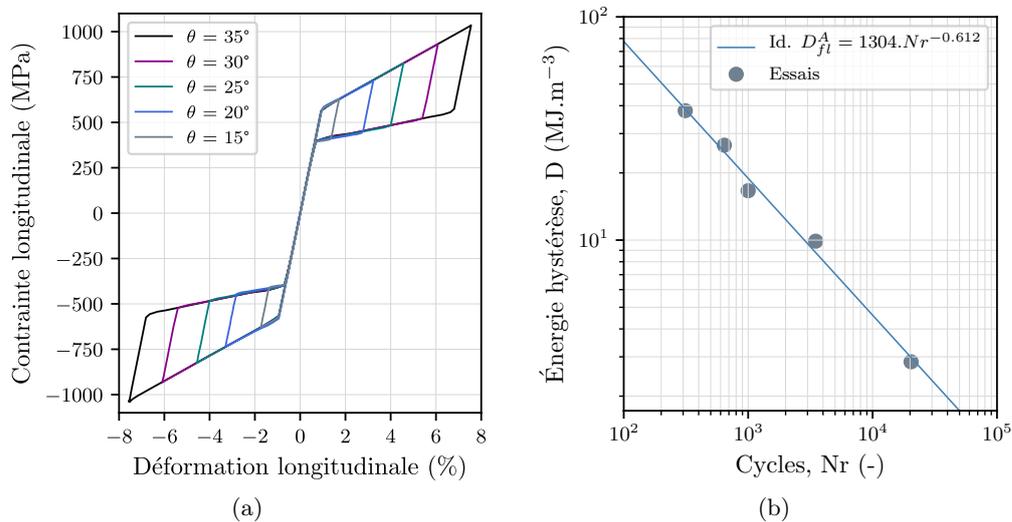


FIGURE 3.17 – Identification du critère de fatigue sous sollicitation de FR pour l'éprouvette diablo en *NiTi A* : (a) comportement local dans le sens longitudinal au *point critique*, (b) identification des paramètres du critère de fatigue.

3.4 Application et validation de la démarche de DDV sur éprouvettes entaillées

Dans cette section, nous allons mettre en œuvre la MS de détermination de la DDV sur les éprouvettes de géométrie entaillées (présentées figure 3.3). Dans un premier temps, la mise en place du modèle EF va nous permettre d'identifier les paramètres d'entrée nécessaires à la mise en place de la MS OLA. Dans un second temps, la résolution de la MS va estimer le comportement inélastique au point critique. Puis, l'application du critère de fatigue nous permettra d'estimer la DDV de la structure considérée. Afin de valider

α_D^A	β_D^A
1 304 MJ·m ⁻³	-0,612

TABLE 3.3 – Paramètres du critère de fatigue énergétique du matériau *NiTi A*.

l’approche proposée, les résultats du modèle numérique seront validés par confrontation avec les essais de fatigue en flexion rotative réalisés sur éprouvettes entaillées.

3.4.1 Mise en place du modèle EF

La modélisation EF de l’essai de fatigue sur éprouvettes entaillées est réalisée en configuration de FR dans un double objectif. Le premier avec une modélisation EF élastique est d’identifier l’opérateur de localisation \underline{L} ainsi que le chargement macroscopique élastique $\underline{\Sigma}$ au point critique de la structure. Le deuxième est d’évaluer la performance de l’approche simplifiée par comparaison avec une seconde modélisation EF réalisée avec un schéma non-linéaire.

Les conditions aux limites appliquées pour cette modélisation EF sont identiques à celles présentées sur la figure 3.14. Le maillage présenté figure 3.18 est constitué d’éléments hexaédriques quadratiques à intégration réduite C3D20R avec 140 855 nœuds discrétisant l’éprouvette entaillée. Un raffinement du maillage est appliqué dans la zone centrale de l’entaille afin de capter le gradient de comportement dans cette zone. Une taille de maille de 20 μm est sélectionnée en fond d’entaille permettant de réaliser un compromis entre précision et temps de calcul.

Dans un premier temps, deux simulations EF élastiques sont réalisées. La première simulation emploie un coefficient de Poisson correspondant aux propriétés élastiques effectives du matériau étudié ($E = 60,5$ GPa et $\nu = 0,3$). La seconde simulation est calculée avec un coefficient de Poisson quasi-incompressible ($E = 60,5$ GPa et $\nu_b = 0,495$). Ces deux simulations sont post-traitées dans la section suivante pour identifier l’opérateur de localisation.

Dans un second temps, trois simulations EF non-linéaires avec la LdC de Lagoudas identifiée tableau 3.2 sont réalisées correspondant aux amplitudes des essais de fatigue $\theta \in [14^\circ; 15^\circ; 16^\circ]$ (figure 3.10b). Le champ de contrainte calculé pour une amplitude $\theta = 14^\circ$ sur un cycle $\alpha = 2\pi$ est illustré figure 3.19. Nous remarquons que le comportement en fond d’entaille est multiaxial avec une composante longitudinale majoritaire (figure 3.19b), complétée par une composante orthoradiale (figure 3.19a), la composante de cisaillement quant à elle est nulle (figure 3.19c). De plus, nous observons que la fraction volumique de martensite ($\xi_{max} = 24\%$) est très localisée et confinée en fond d’entaille (figure 3.19d). La localisation du comportement inélastique confiné en surface nous informe que la mise en œuvre de la MS OLA est pertinente pour cette configuration.

3.4.2 Détermination du comportement inélastique local

Le comportement inélastique local est maintenant estimé dans cette section via l’application de la MS OLA. L’étude de cette MS présentée section 2.3.2 sous chargement multiaxial a permis de sélectionner l’approche proposée par Darlet. Pour rappel, cette

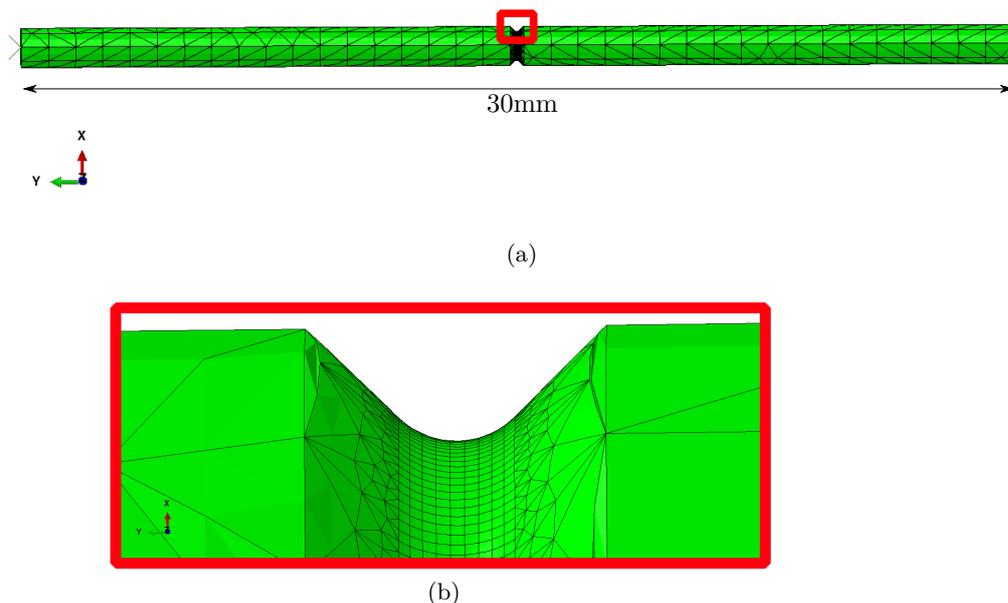


FIGURE 3.18 – Maillage de l'éprouvette entaillée : (a) maillage global, (b) zoom sur le maillage dans la zone entaillée.

méthode à l'avantage de ne nécessiter que des calculs EF élastiques dans sa mise en place contrairement à l'approche proposée par Herbland.

La première étape de cette méthode nécessite tout d'abord d'identifier l'opérateur de localisation \underline{L}^D (équation 2.27). Le post-traitement des deux simulations EF élastiques ($\nu = 0,3$ et $\nu_b = 0,495$) réalisées en configuration FR suivant les expressions analytiques présentées section 2.2.4.2 permettent l'identification de l'opérateur de Darlet (résumé tableau 3.4).

Composantes	Valeurs (MPa)
L_{22}^D	43 635
L_{33}^D	43 635
L_{23}^D	18 180
L_{44}^D	12 727

TABLE 3.4 – Identification des coefficients de l'opérateur de localisation de Darlet pour l'éprouvette entaillée en FR.

La seconde étape consiste à introduire le chargement macroscopique élastique $\underline{\Sigma}$ ainsi que l'opérateur de localisation \underline{L}^D en entrée de l'intégration numérique proposée section 2.3.3 et illustrée figure 2.20. Cependant, il est à rappeler que la LdC sélectionnée [Boyd et Lagoudas, 1996] ne représente pas l'évolution du comportement matériau sous chargement cyclique. Nous modélisons donc un seul cycle de rotation ($\alpha = 2\pi$). La résolution de la MS OLA permet alors d'estimer le comportement inélastique local stabilisé pour

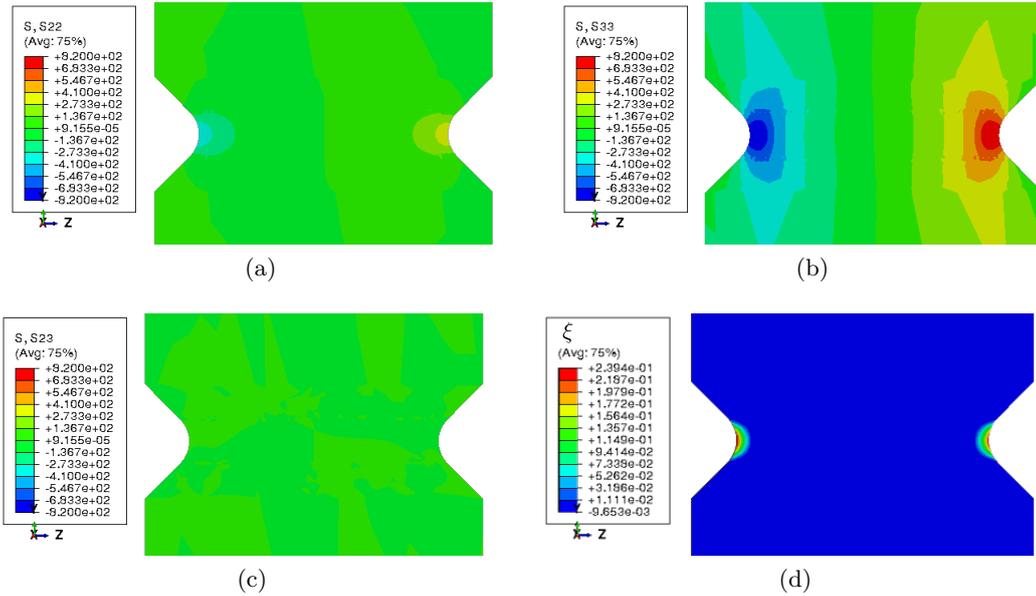


FIGURE 3.19 – Vue en coupe en fond d’entaille du champ de contrainte et de la fraction volumique de martensite calculé par EF non-linéaire lors de l’essai de FR pour $\theta = 14^\circ$ sur éprouvette entaillée : (a) champ de contrainte orthoradiale σ_{22} , (b) champ de contrainte longitudinale σ_{33} , (c) champ de contrainte de cisaillement σ_{23} et (d) fraction volumique de martensite ξ .

les deux directions non nulles (longitudinale et orthoradiale) (figure 3.20).

Nous observons que le comportement local prédit par la MS est très satisfaisant comparé aux EFNL. L’amplitude de déformation est correctement prédite dans la direction longitudinale. Une légère différence est observée dans la direction secondaire. Pour quantifier la prédiction de la MS, nous choisissons de définir une erreur relative à l’énergie d’hystérèse (définie équation 2.71). Cette grandeur équivalente est prépondérante car elle est introduite en entrée de notre critère de fatigue, il est donc primordial de quantifier son estimation. Cette erreur notée e_D relative à l’énergie d’hystérèse au cycle stabilisé s’exprime par :

$$e_D = \frac{|D^{EFNL} - D^{MS}|}{D^{EFNL}} \quad (3.17)$$

avec D^{EFNL} l’énergie d’hystérèse du cycle stabilisé déterminée par éléments finis non linéaires et D^{MS} l’énergie d’hystérèse du cycle stabilisé déterminée par la MS. Pour cette configuration l’énergie d’hystérèse est correctement prédite par la MS pour les trois amplitudes. L’erreur présentée tableau 3.5 est de 5%, de 8% et 15% respectivement pour les amplitudes $\theta = 14^\circ$, $\theta = 15^\circ$ et $\theta = 16^\circ$.

Suite à l’estimation du comportement inélastique local calculé au point critique, la seconde étape de la méthodologie consiste à appliquer un critère de fatigue LCF pour estimer la DDV.

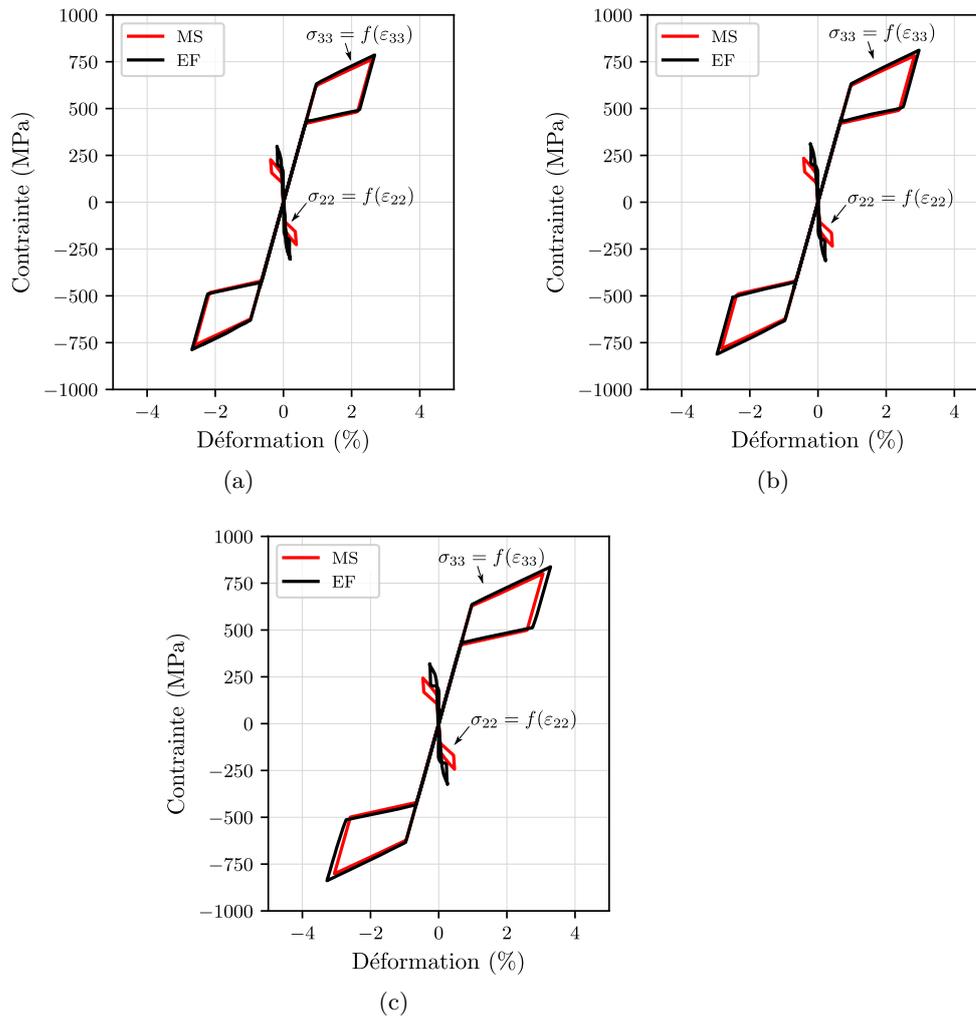


FIGURE 3.20 – Estimation du comportement inélastique local au point critique sur éprouvette entaillée en configuration de FR : (a) amplitude $\theta = 14^\circ$, (b) amplitude $\theta = 15^\circ$ (c) et amplitude $\theta = 16^\circ$.

3.4.3 Prédiction des durées de vie

Le critère énergétique sélectionné (équation 2.70) a été préalablement identifié tableau 3.3 pour le matériau *NiTi A* (noté D_{fl}^A) dans la section 3.3. Nous introduisons dans cette seconde étape l'énergie d'hystérèse du cycle stabilisé calculée par la MS en entrée du critère de fatigue. L'application du critère de fatigue illustré figure 3.21 nous permet de déterminer la DDV à rupture en fonction de l'amplitude appliquée.

Il est observé sur la figure 3.21 une bonne prédiction globale de la DDV par les méthodes numériques comparées aux résultats expérimentaux. L'ensemble des DDV sont prédites dans une plage inférieure à un facteur deux. Nous observons plus particulièrement figure 3.21a que la DDV prévue par la MS et les EF est incluse dans la plage de dispersion des essais de fatigue. Cette variabilité observée peut-être expliquée en partie par la dispersion

Angle (°)	$D^{MS}(\text{MJ}\cdot\text{m}^{-3})$	$D^{EFNL}(\text{MJ}\cdot\text{m}^{-3})$	e_D (%)
14	6,57	6,92	5,02
15	7,63	8,30	8,00
16	8,78	10,31	14,86

TABLE 3.5 – Estimation de l'énergie d'hystérèse par la MS et erreur relative par rapport aux EFNL.

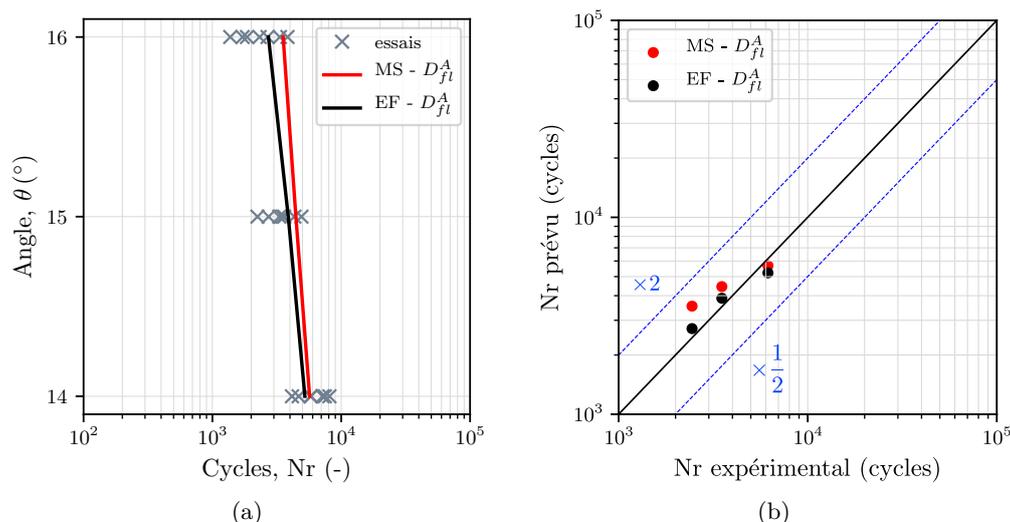


FIGURE 3.21 – Prédiction des DDV numériques (MS et EFNL) pour l'éprouvette entaillée sous sollicitation de FR : (a) estimation de la DDV numérique en fonction de l'amplitude pour l'ensemble des essais expérimentaux, (b) comparaison de la DDV prévue par les méthodes numériques en fonction de la moyenne par amplitude des résultats expérimentaux.

des géométries de l'entaille obtenue par le procédé de meulage, en plus de la variabilité inhérente aux essais de fatigue. Une variation de la géométrie de l'entaille peut engendrer une variation du chargement local pouvant impliquer une variation de la DDV. Lorsque nous représentons figure 3.21b l'évolution de la DDV prévue en fonction de la moyenne par amplitude des essais expérimentaux, un non-conservatisme est présent pour les plus faibles DDV.

3.5 Bilan

La démarche d'estimation rapide de la DDV a été mise en place pour un premier alliage de NiTi à l'état pseudoélastique (figure 3.1). Deux configurations d'éprouvettes ont été considérées. Une éprouvette de type diabolo a permis de caractériser et d'identifier l'ensemble des paramètres matériau. Puis une éprouvette de géométrie entaillée a été employée pour appliquer et valider la démarche d'estimation rapide de la DDV.

Une campagne expérimentale de caractérisation a été menée sur éprouvette diabolo pour différentes sollicitations mécaniques. Une machine de flexion rotative a été utilisée pour appliquer un chargement mécanique le plus représentatif possible de notre application. Ce moyen d'essai a permis d'appliquer deux types de chargement. Une sollicitation de flexion simple pour caractériser le comportement du matériau et une sollicitation de flexion rotative pour caractériser les propriétés en fatigue. Une campagne de fatigue sous sollicitation de traction a également été effectuée pour compléter la base de donnée expérimentale.

Un des objectifs du modèle de prédiction est d'estimer la DDV de manière fiable et rapide. L'ingrédient essentiel pour estimer la DDV en fatigue de structure en AMF est de prédire le comportement hystérétique au point critique. Pour simplifier la démarche et notamment l'étape d'identification des paramètres matériau, nous avons sélectionné le modèle superélastique proposé par Lagoudas. Cette LdC multiaxiale ne représente pas l'évolution du comportement du matériau sous sollicitations cycliques mais permet de modéliser le comportement hystérétique se produisant lors de la transformation martensitique. La stratégie que nous avons adoptée a été d'identifier l'ensemble des paramètres matériau sur les éprouvettes diabolo pour une sollicitation de flexion. Les paramètres matériau de la LdC ont été identifiés directement sur le cycle stabilisé d'un essai de flexion simple et les paramètres du critère de fatigue énergétique à partir des essais de fatigue en flexion rotative.

La démarche d'estimation rapide de la DDV a ensuite été appliquée aux éprouvettes entaillées sous sollicitation de flexion rotative. Une modélisation EFNL de cette configuration a permis d'obtenir les résultats numériques de référence. Un comportement pseudoélastique confiné est observé en fond d'entaille. Deux simulations EF élastiques ont été réalisées pour identifier les paramètres d'entrée nécessaires à la méthode simplifiée de Darlet. La résolution de la méthode simplifiée couplée à l'intégration numérique inélastique permet d'estimer le comportement pseudoélastique local au point critique. L'énergie d'hystérèse estimée via la MS est correctement estimée comparé aux résultats issus de la méthode des EFNL. L'énergie d'hystérèse calculée par la LdC de Lagoudas a ensuite été introduite en entrée du critère de fatigue énergétique. La durée de vie à rupture prédite par la MS de Darlet et les EFNL est en bonne adéquation avec les résultats expérimentaux. Les DDV numériques sont incluses dans la variabilité des essais de fatigue réalisés sur les éprouvettes entaillées.

Prévision de la durée de vie sur instruments endodontiques en NiTi Pseudoélastique

Résumé

Dans ce chapitre, la démarche d'estimation rapide de la DDV est appliquée à l'échelle de la structure sur instruments endodontiques. Un deuxième alliage pseudoélastique noté *NiTi B* employé dans la fabrication des instruments est introduit. Dans un premier temps, les paramètres matériau de la LdC et du critère de fatigue sont identifiés sur éprouvettes sous sollicitations de flexion. Dans un second temps, la méthode numérique de DDV est mise en œuvre. La modélisation EF de l'essai de fatigue sur instrument est réalisée. Il est identifié d'une part la localisation du point critique et d'autre part les paramètres d'entrée de la méthode, l'opérateur de localisation ainsi que le chargement macroscopique élastique. Le comportement inélastique local est ensuite déterminé par la MS de Darlet. La prévision de la DDV du modèle simplifié est ensuite validée par confrontation aux essais expérimentaux réalisés sur structure.

Sommaire

4.1	Matériau étudié	99
4.1.1	Présentation du matériau	99
4.1.2	Identification des paramètres de la LdC	101
4.2	Caractérisation et identification des propriétés en fatigue	103
4.2.1	Campagne de flexion rotative cyclique sur éprouvette diablo	103
4.2.2	Identification du critère de fatigue	103
4.3	Application et validation de la démarche de DDV sur instruments endodontiques	105
4.3.1	Essais de fatigue sur instruments endodontiques	105
4.3.2	Mise en œuvre de la DDV OLA	106
4.3.2.1	Mise en place du modèle EF	106
4.3.2.2	Localisation du point critique	106
4.3.2.3	Identification de l'opérateur de localisation et du chargement macroscopique élastique	109

CHAPITRE 4. PRÉVISION DE LA DURÉE DE VIE SUR INSTRUMENTS
ENDODONTIQUES EN NITI PSEUDOÉLASTIQUE

4.3.2.4	Détermination du comportement inélastique local	112
4.3.2.5	Prévision des durées de vie	114
4.3.3	Influence des paramètres	116
4.3.3.1	Influence des grands déplacements sur l'identification de l'opérateur de localisation	116
4.3.3.2	Influence de l'orientation de l'instrument sur la DDV	117
4.4	Bilan	119

La démarche d'estimation rapide de la durée de vie appliquée aux instruments endodontiques est résumée figure 4.1. Nous allons suivre dans ce chapitre les différentes étapes permettant d'appliquer cette méthodologie. Pour repérer les différentes étapes de la démarche dans le chapitre, les sections y sont représentées entre parenthèses et numérotées de couleur bleue.

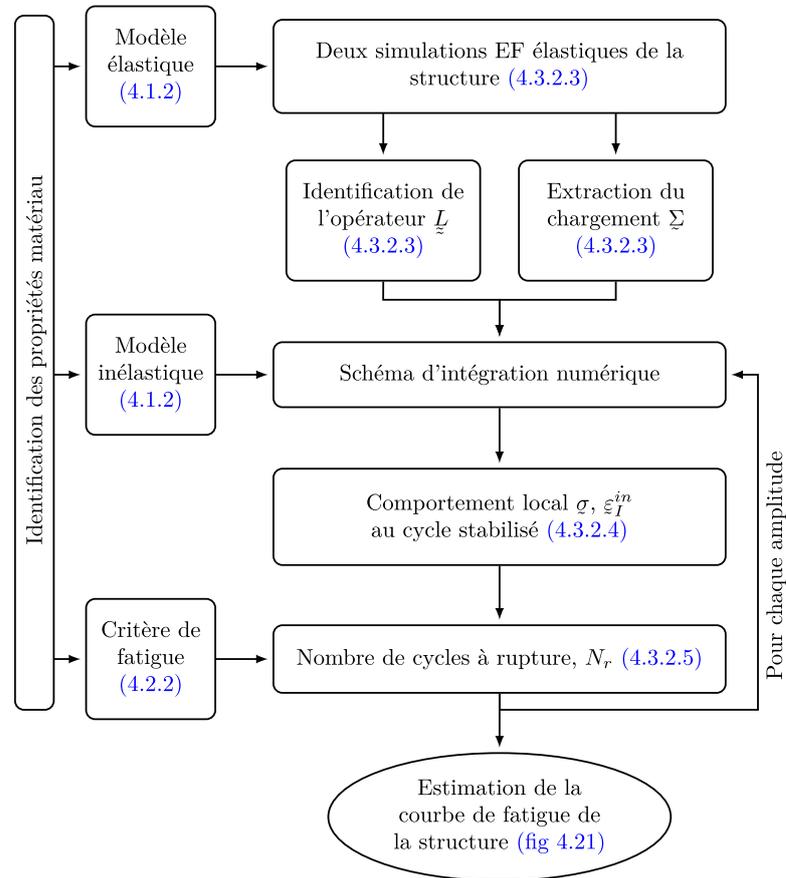


FIGURE 4.1 – Démarche proposée d'estimation rapide de la durée de vie appliquée aux instruments endodontiques.

4.1 Matériau étudié

Dans cette première partie, nous introduisons le nouvel alliage étudié, puis nous appliquons la stratégie d'identification des propriétés mise en place dans le chapitre précédent.

4.1.1 Présentation du matériau

Le second matériau noté *NiT_iB* dans ce chapitre, est employé pour la fabrication des instruments endodontiques. Ce matériau est fourni par Micro-Méga sous forme d'éprouvettes diablo illustrée figure 4.2. Les éprouvettes sont obtenues par meulage à partir de fil $\phi 1,2$, puis électropolies pendant 60 s.

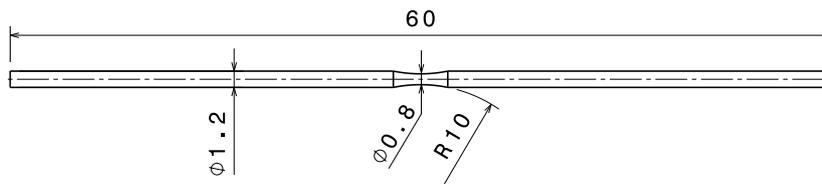


FIGURE 4.2 – Géométrie de l'éprouvette diabolos $\phi 1,2$.

Une analyse DSC a été réalisée afin de déterminer l'état du matériau à température ambiante. Un échantillon d'une masse de 17 mg a été sélectionné au centre du diabolos. L'échantillon a subi un premier chauffage jusqu'à $100\text{ }^\circ\text{C}$, puis un refroidissement à $-150\text{ }^\circ\text{C}$, pour finir par un second chauffage jusqu'à $100\text{ }^\circ\text{C}$ (figure 4.3). Les vitesses de chauffage et de refroidissement ont été fixées à $\pm 10\text{ }^\circ\text{C}\cdot\text{min}^{-1}$.

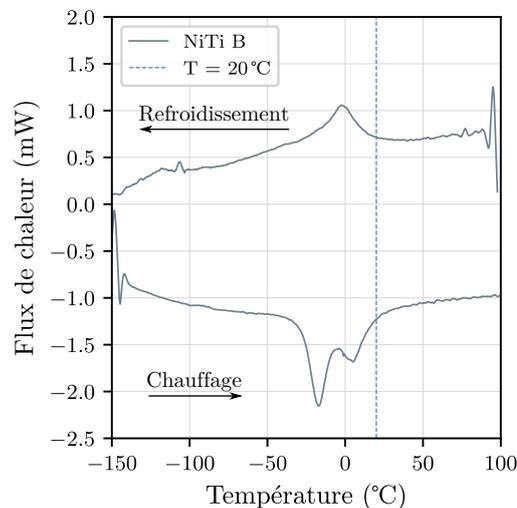


FIGURE 4.3 – Analyse DSC du matériau *NiTi B*.

Trois "pics" sont visibles figure 4.3 indiquant la présence de trois phases dans le matériau. L'austénite à haute température, la martensite à basse température et une phase intermédiaire la phase R. Nous remarquons que les pics de transformation au chauffage et au refroidissement sont inférieurs mais proches de la température ambiante ($T=20\text{ }^\circ\text{C}$). Le matériau est donc majoritairement à l'état austénitique ou légèrement bi-phasé à température ambiante.

De plus, un essai de traction uniaxial charge-décharge (figure 4.4) à déplacement imposé a été réalisé à température ambiante pour une vitesse de déplacement traverse de $\dot{U}_{trav} = 6.10^{-3}\text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$.

Une éprouvette de type diabolos $\phi 1,2$ (figure 4.2) a été utilisée pour cet essai afin d'éviter le problème de la localisation de la transformation martensitique. Avec cette géométrie, la transformation est contenue dans le centre de l'éprouvette. Lors de la charge, un comportement pseudo-linéaire est présent jusqu'à 550 MPa . Cette pseudo-linéarité peut être due à la présence de phase R à température ambiante. Puis, la transformation directe s'initie et engendre une perte de raideur, visible pour un déplacement extensomètre

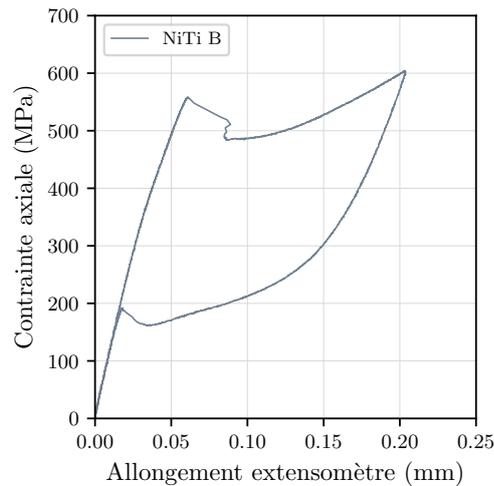


FIGURE 4.4 – Essai de traction charge-décharge sur éprouvette diabolos $\phi 1,2$ *NiTi B*.

de 0,06 mm à 0,09 mm. Lors de la décharge, un comportement linéaire élastique est présent suivi de la transformation inverse. À contrainte nulle aucune déformation résiduelle n'est visible. Le trajet de chargement constitué forme une hystérèse caractéristique du comportement superélastique.

Au vu de ces résultats, la LdC de Lagoudas [Boyd et Lagoudas, 1996] introduite section 3.2.1 est retenue pour modéliser le comportement superélastique. Les travaux effectués au chapitre 3 ont permis de mettre en place une stratégie d'identification basée sur des essais FS (décrit section 3.1.2.1). Cette méthode proposée section 3.2.2 a permis d'aboutir à une prédiction correcte de la DDV des éprouvettes entaillées. Cette approche est donc reconduite dans la section suivante pour l'identification des propriétés de l'alliage *NiTi B*.

4.1.2 Identification des paramètres de la LdC

La stratégie d'identification retenue a consisté à appliquer un chargement de flexion simple (FS) jusqu'à stabilisation macroscopique du comportement. Ce chargement appliqué par l'intermédiaire de la MFR permet de s'approcher de la sollicitation imposée aux instruments. Il est à rappeler que la LdC de Lagoudas [Boyd et Lagoudas, 1996] dans la version que nous avons sélectionnée ne modélise pas l'évolution des propriétés matériau sous chargement cyclique. Cependant, sous chargement de fatigue, la majeure partie de la DDV de la structure s'effectue au régime stabilisé. C'est pourquoi, la stratégie mise en place consiste à réaliser un essai de FS jusqu'à stabilisation, puis d'identifier les paramètres matériaux sur ce dernier cycle.

Un essai FS est donc mis en œuvre sur une éprouvette diabolos $\phi 1,2$. Le protocole d'essai présenté section 3.1.2.1 est inchangé et les conditions aux limites appliquées sont identiques à celles illustrées figure 3.14. Une flexion répétée avec un angle maximal $\theta_{max} = 35^\circ$ est appliquée jusqu'à stabilisation (figure 4.5a). Suite au chargement de flexions répétées, une hystérèse se forme, puis décroît, jusqu'à stabiliser au 15^e cycle.

Le chargement de flexion combiné à la géométrie de l'éprouvette engendre une déformation hétérogène en son centre. Il est alors nécessaire de mettre en place une identification inverse basée sur la modélisation EFNL de l'essai. Une simulation en 3D de l'essai FS est

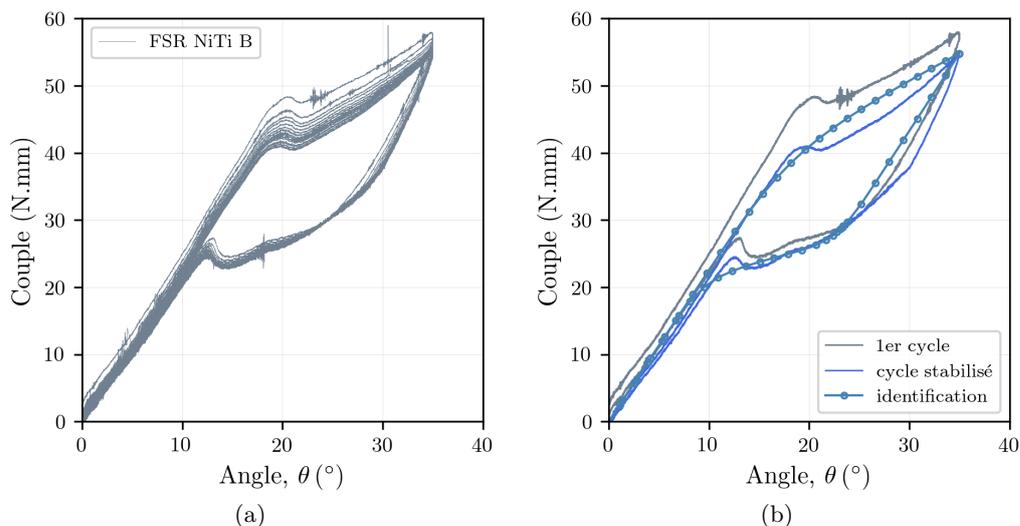


FIGURE 4.5 – Essai de FS appliqué sur une éprouvette diablo $\phi 1,2$: (a) chargement de flexions répétées de 15 cycles, (b) identification inverse réalisée sur le cycle stabilisé.

E	M_s	M_f	A_s	A_f
50 GPa	227 K	180 K	248 K	258 K
ν	α	H	$\rho\Delta s$	
0,3	$22 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	0,07	$-0,49 \text{ MPa} \cdot \text{K}^{-1}$	

TABLE 4.1 – Paramètres du matériau *NiTi B* du modèle de Lagoudas identifiés sur éprouvettes diablo $\phi 1,2$ en FS.

réalisée de manière identique à celle présentée section 3.2.2 et illustrée (figure 3.14). Les paramètres de la LdC sont alors identifiés en minimisant la réponse du modèle EFNL et la mesure expérimentale du cycle stabilisé.

Nous conservons la démarche d'identification proposée section 3.2.2 qui considère que les deux phases austénitique et martensitique ont des propriétés identiques. Le module de Young $E = E^A = E^M$ ainsi que les températures de transformation (M_s, M_f, A_f, A_s) sont ensuite directement identifiés sur le cycle stabilisé (figure 4.5b). Les paramètres complémentaires du modèle : le coefficient de Poisson ν , le coefficient de dilatation thermique $\alpha = \alpha^A = \alpha^M$, la déformation maximale de transformation notée H , ainsi que les coefficients $\rho\Delta s^A$ et $\rho\Delta s^M$ sont issus de données directement sélectionnées dans la littérature [Lagoudas, 2007]. Ces derniers paramètres sont identiques à ceux sélectionnés pour l'alliage *NiTi A*. L'ensemble des paramètres matériaux de l'alliage *NiTi B* sont résumés dans le tableau 4.1.

Ces paramètres matériaux identifiés pour la LdC de Lagoudas vont être employés dans un premier temps pour post-traiter les essais de fatigue réalisés dans la section suivante. Puis, pour estimer le comportement inélastique au point critique de l'instrument via la MS de Darlet dans la section 4.3.2.

4.2 Caractérisation et identification des propriétés en fatigue

Le deuxième ingrédient à identifier préalablement avant la mise en œuvre de la MS de Darlet est l'identification du critère de fatigue. Au chapitre 2 l'étude bibliographique menée section 2.4.4 a mis en avant les critères de fatigue de type énergétique pour les AMF. Nous avons alors sélectionné le critère de fatigue proposé par [Moumni *et al.*, 2005] basé sur l'énergie d'hystérèse du cycle stabilisé. La stratégie d'identification mise en place section 3.3 pour l'alliage *NiTi A* est reconduite de manière identique pour ce second matériau.

4.2.1 Campagne de flexion rotative cyclique sur éprouvette diabolo

Une campagne de fatigue en flexion rotative cyclique (présentée section 3.1.2.2) a été menée sur des éprouvettes diabolo $\phi 1,2$ à $400 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$. Cinq essais ont été réalisés jusqu'à rupture pour chaque amplitude $\theta \in [15^\circ; 30^\circ]$, illustrés figure 4.6.

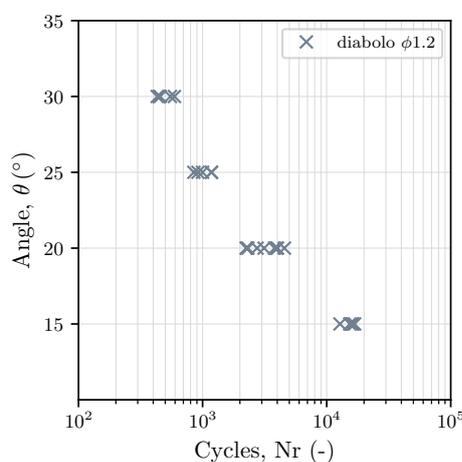


FIGURE 4.6 – Essais de fatigue de FR réalisés sur éprouvette diabolo $\phi 1,2$ pour l'alliage *NiTi B*.

Ces essais sont ensuite utilisés comme base de données pour l'identification du critère de fatigue énergétique.

4.2.2 Identification du critère de fatigue

Le critère de fatigue énergétique présenté équation 2.70 relie l'énergie d'hystérèse au nombre de cycles à rupture. L'énergie d'hystérèse au cycle stabilisé définie équation 2.71 doit donc être évaluée au point critique de l'éprouvette. Pour déterminer cette grandeur, il est nécessaire de modéliser l'essai FR par EFNL. Les conditions aux limites et le maillage sont présentés figure 3.14. La modélisation se décompose en deux étapes. La première correspond à une mise en flexion de l'éprouvette d'une amplitude angulaire θ . Puis, il est appliqué une rotation $\alpha = 2\pi$ au point RP2, pour modéliser la rotation de l'éprouvette selon son axe longitudinal. La LdC de Lagoudas est utilisée avec les paramètres matériaux identifiés (tableau 4.1). Les résultats de la simulation EFNL (figure 4.7) indiquent que le point le plus sollicité dans l'éprouvette se situe au centre du diabolo, nommé *point critique*

(figure 3.14). L'état de contrainte au centre du diabolos est uniaxial dans le sens longitudinal de l'éprouvette (noté direction 33).

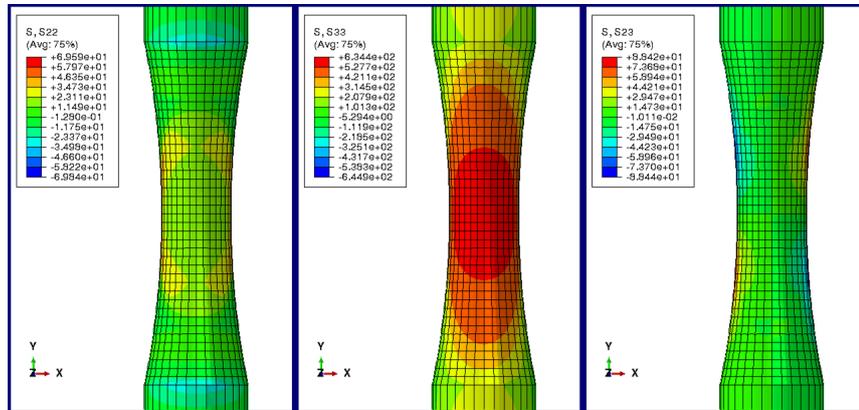


FIGURE 4.7 – Répartition du champ de contrainte au centre de l'éprouvette diabolos $\phi 1,2$ *NiTi B* lors de la modélisation EFNL de l'essai de fatigue de FR.

Les simulations sont réalisées pour chaque amplitude de fatigue $\theta \in [15^\circ; 30^\circ]$. La réponse locale contrainte-déformation au *point critique* dans le sens longitudinal est présentée figure 4.8a. L'énergie d'hystérèse est ensuite évaluée localement pour chaque amplitude par l'équation 2.71. Les paramètres du critère de fatigue sont ensuite identifiés en traçant (figure 4.8b) l'évolution de l'énergie d'hystérèse D en fonction du nombre de cycles à rupture N_r . Pour le matériau *NiTi B*, l'identification des paramètres mène aux valeurs représentées tableau 4.2.

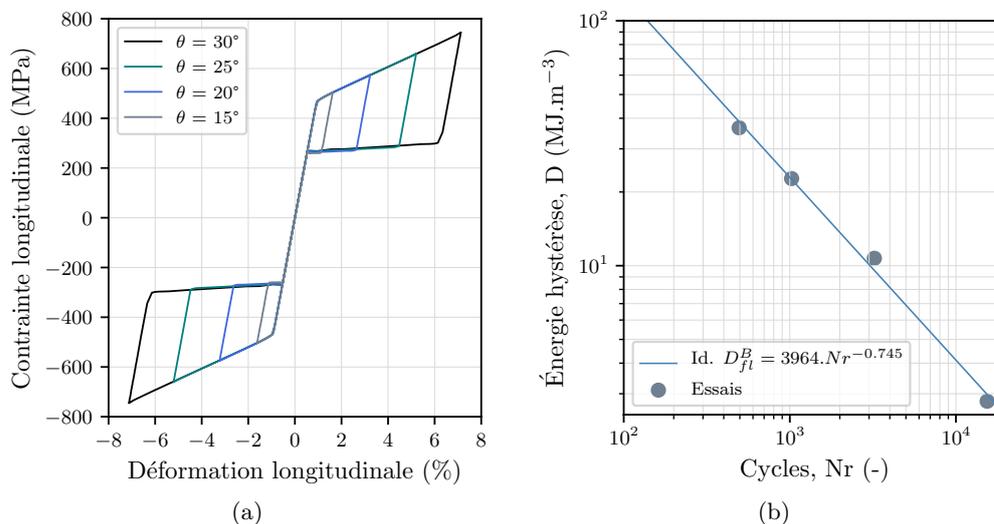


FIGURE 4.8 – Identification du critère de fatigue sous sollicitation de FR pour l'éprouvette diabolos en *NiTi B* : (a) comportement local dans le sens longitudinal au *point critique*, (b) identification des paramètres du critère de fatigue.

α_D^B	β_D^B
3 964 MJ·m ⁻³	-0,745

TABLE 4.2 – Paramètres du critère de fatigue énergétique du matériau *NiTi B*.

Ce critère de fatigue permettra dans la section suivante d’identifier la DDV en fatigue des instruments endodontiques.

4.3 Application et validation de la démarche de DDV sur instruments endodontiques

Dans cette section, la méthode numérique de détermination de la DDV présentée figure 2.25 est appliquée à l’échelle de la structure sur instruments endodontiques. Nous allons dans un premier temps mettre en œuvre les différentes étapes de l’approche simplifiée, puis nous étudierons l’influence de certains paramètres. Afin de valider l’approche proposée, nous présentons dans la section suivante une campagne expérimentale de fatigue réalisée sur instruments. Les résultats du modèle numérique seront alors validés par confrontation aux résultats d’essais.

4.3.1 Essais de fatigue sur instruments endodontiques

L’instrument endodontique choisi est un instrument One Shape produit par Micro-Méga. Des essais de fatigue en configuration de FR ont été réalisés sur la MFR suivant le protocole présenté section 3.1.2.2. Pour chacune des sept amplitudes choisies, trois à quatre essais de fatigue ont été réalisés jusqu’à rupture pour une plage de durée de vie inférieure à 10⁴ cycles. Les résultats de ces essais de fatigue, disponibles figure 4.9, seront utilisés comme résultats de référence lors de l’étape de validation du modèle numérique.

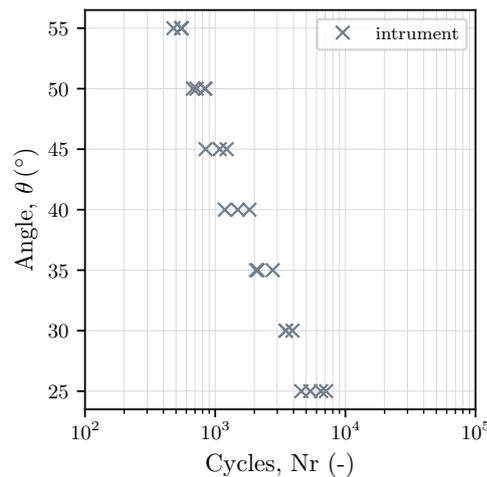


FIGURE 4.9 – Essai de fatigue de FR réalisés sur instruments endodontiques One Shape à 400 tr·min⁻¹.

4.3.2 Mise en œuvre de la DDV OLA

La première étape du modèle nécessite la mise en place d'une modélisation EF élastique de la structure. Les simulations EF ont pour objectifs de localiser le point critique, de fournir les données nécessaires à l'identification de l'opérateur de localisation et également d'identifier le chargement macroscopique élastique.

4.3.2.1 Mise en place du modèle EF

La problématique à résoudre est de définir la géométrie en trois dimensions de l'instrument. La géométrie des instruments est obtenue lors de la fabrication en deux étapes. La première est l'opération de meulage qui permet d'obtenir la géométrie globale de l'instrument. Ce procédé a l'inconvénient d'engendrer en surface des stries dues au passage de la meule. La seconde étape est l'opération d'électropolissage qui permet de lisser les défauts à la surface et ainsi d'obtenir la géométrie finale. La géométrie définie par le BE est celle modélisée en FAO (Fabrication Assistée par Ordinateur) lors de l'opération de meulage. Cependant, l'enlèvement de matière engendré par l'électropolissage n'est pas pris en compte. Pour modéliser au plus près la géométrie réelle, la solution retenue a été de tomographier les instruments endodontiques à l'issue du procédé de fabrication.

La tomographie à rayons X est une méthode d'imagerie non invasive qui permet d'obtenir une représentation en trois dimensions d'un objet. Le principe consiste à radiographier un objet sur 360° pour obtenir des images en coupe en deux dimensions. Des étapes de reconstruction des images 2D sont effectuées pour aboutir à une représentation en 3D de l'objet¹.

À l'issue du post-traitement des données de tomographie, le logiciel de CAO (Conception Assistée par Ordinateur) Catia a été employé afin de générer un domaine 3D fermé. Ce volume est alors importé dans Abaqus pour pouvoir être maillé. Une discrétisation contenant 98 908 éléments quadratiques C3D10 avec 146 000 nœuds a été retenue (illustrée figure 4.10). Les conditions aux limites appliquées au modèle EF (figure 4.10) représentent celles appliquées aux essais expérimentaux de fatigue FR dont les résultats sont illustrés sur la figure 4.9. Le chargement de flexion imposé à la pointe de l'instrument est appliqué avec une liaison de type *cylindrical* (représentée en pointillé jaune)². Il est à noter que des grands déplacements sont appliqués aux instruments lors de l'étape de flexion $\theta \in [25^\circ; 55^\circ]$. L'ensemble des simulations sont réalisées en grands déplacements³.

4.3.2.2 Localisation du point critique

Tout d'abord, des simulations EF élastiques ont été réalisées avec les propriétés matériaux $E = 50$ GPa et $\nu = 0,3$ sous chargement de FS. L'objectif a été d'identifier la localisation du point critique. Le point considéré comme critique est celui qui subit la sollicitation mécanique maximale. Pour l'ensemble des amplitudes simulées ($\theta \in [25^\circ; 55^\circ]$),

1. Pour plus d'informations sur la tomographie le lecteur peut s'orienter vers la ressource : <http://eduscol.education.fr/sti/sites/eduscol.education.fr.sti/files/ressources/techniques/5469/5469-la-tomographie-en-sm-et-mm-ens.pdf>

2. La liaison *cylindrical* dans Abaqus permet d'appliquer des degrés de liberté représentant une liaison pivot glissant entre l'extrémité rigide de l'instrument noté RP1 et l'axe de rotation noté RP3.

3. L'option *NLGeom* est activé dans Abaqus.

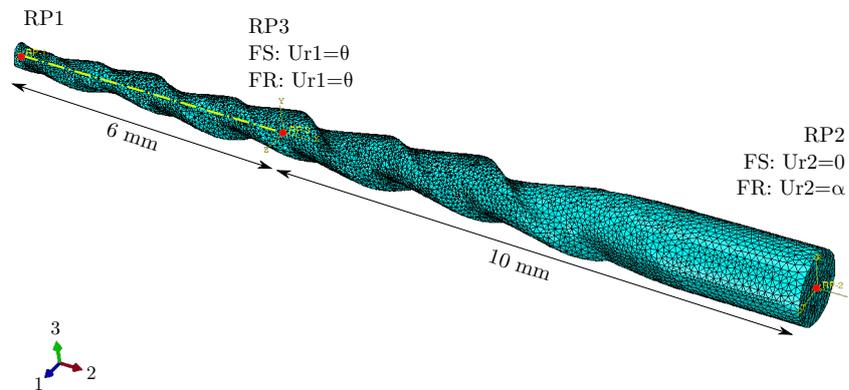


FIGURE 4.10 – Maillage et conditions aux limites appliquées lors des simulations EF de l'instrument endodontique One Shape en configuration de fatigue FR.

la localisation du point critique reste constante au cours du chargement de flexion. La localisation du point critique est choisie pour la contrainte équivalente de von Mises maximale (figure 4.11). Par ailleurs, l'analyse des grandeurs telles que la contrainte longitudinale (figure 4.12) ainsi que la déformation longitudinale (figure 4.13) confirme la localisation du point critique au niveau du même élément.

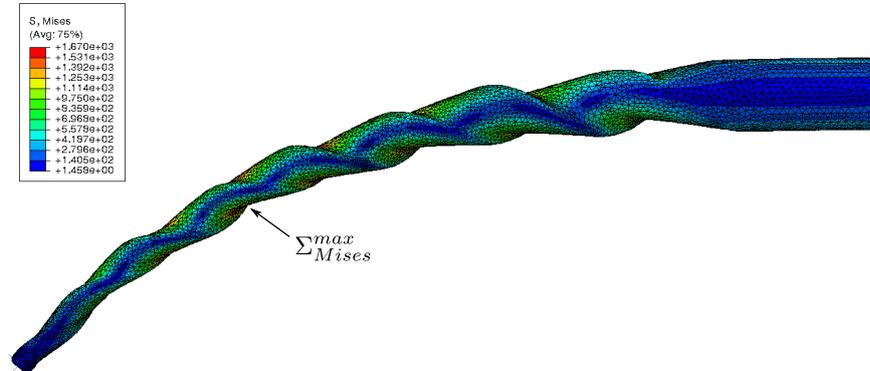


FIGURE 4.11 – Localisation du point critique calculé par EF élastique en configuration FS. Illustration du champ de contrainte équivalent de von Mises.

De plus, une simulation EFNL a été réalisée pour l'ensemble des amplitudes de flexion avec la LdC de Lagoudas identifiée tableau 4.1. Cette modélisation EFNL effectuée avec un modèle superélastique a confirmé la localisation du point critique (figure 4.14). Les simulations élastiques et superélastiques convergent vers la même position. Au vu de ces résultats, une simulation EF élastique de l'instrument semble suffisante pour identifier le point critique.

Suite à la campagne expérimentale de fatigue réalisée sur instruments, les longueurs de

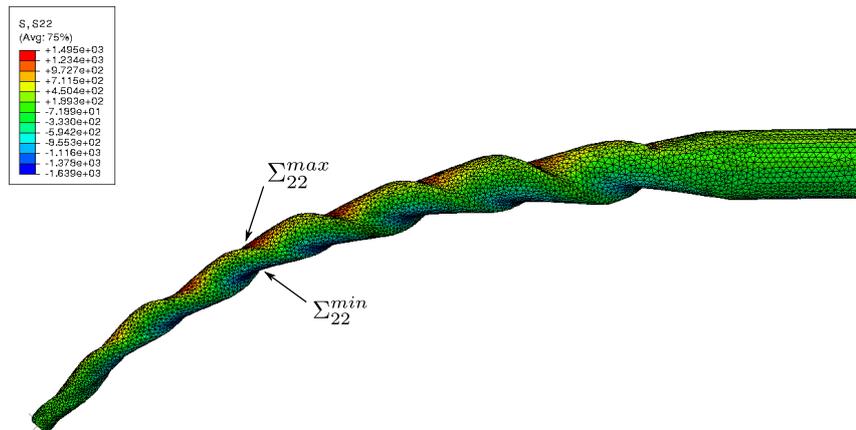


FIGURE 4.12 – Localisation du point critique calculé par EF élastique en configuration FS. Illustration du champ de contrainte longitudinale.

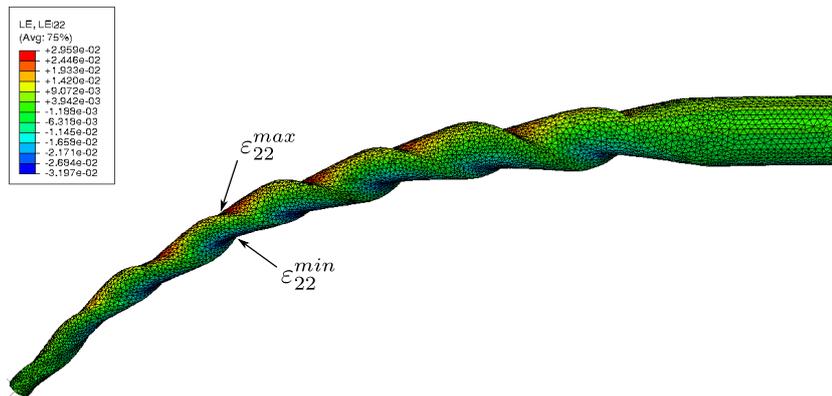


FIGURE 4.13 – Localisation du point critique calculé par EF élastique en configuration FS. Illustration du champ de déformation longitudinale.

ruptures ont été mesurées (figure 4.15). Un microscope optique numérique de la marque Keyence (modèle VHX-5000) a été employé.

Seize instruments ont été mesurés. Un intervalle de rupture défini par les extremums des longueurs mesurées est superposé figure 4.16 sur le résultat du modèle EFNL. Nous constatons que la prédiction du point critique numérique (modélisation EF élastique et EFNL) est en adéquation avec l'intervalle de rupture expérimentale.

Il est à souligner que les simulations EFNL mettent en évidence que la transformation martensitique reste confinée en fond d'entaille, plus particulièrement à la surface de la structure. Ceci s'explique d'une part par la géométrie entaillée de l'instrument. En effet, celle-ci confine la transformation localement aux zones de concentration de contrainte. D'autre part, la nature du chargement de flexion impose à l'instrument que la sollicitation soit maximale en surface et nulle sur l'axe neutre. Le problème à résoudre au point critique de la structure est donc d'estimer un comportement inélastique confiné en surface. La

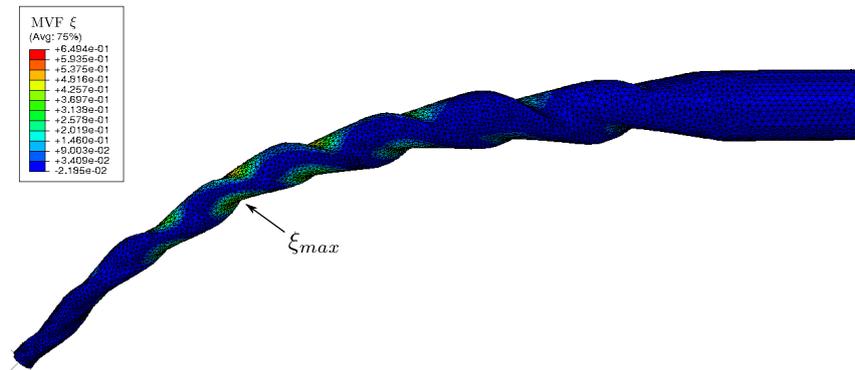


FIGURE 4.14 – Localisation du point critique calculé par EFNL en configuration FS avec la LdC de Lagoudas. Illustration du champ de fraction volumique de martensite.



FIGURE 4.15 – Mesure de la longueur de rupture d'un instrument à l'issue de la campagne expérimentale de fatigue.

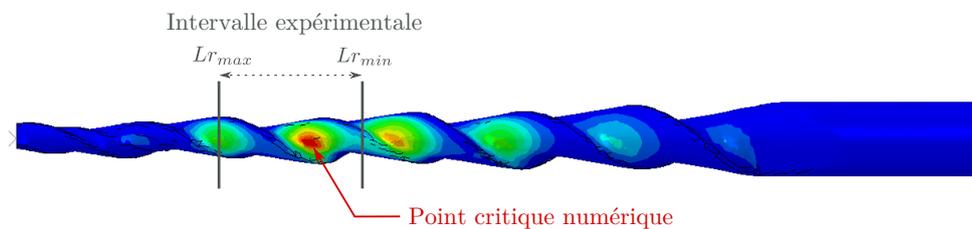


FIGURE 4.16 – Comparaison des longueurs de rupture expérimentale et de la position du point critique numérique. Position du point critique illustrée sur le champ de fraction volumique de martensite.

méthode simplifiée de Darlet basée sur la loi de localisation de Sauzay est particulièrement bien adaptée à cette configuration (illustrée figure 4.17).

4.3.2.3 Identification de l'opérateur de localisation et du chargement macroscopique élastique

La première étape à mettre en place pour la MS de Darlet est l'identification de l'opérateur de localisation \tilde{L}^D . Deux simulations EF élastiques sont à effectuer. La première emploie un coefficient de Poisson correspondant aux propriétés élastiques effectives du

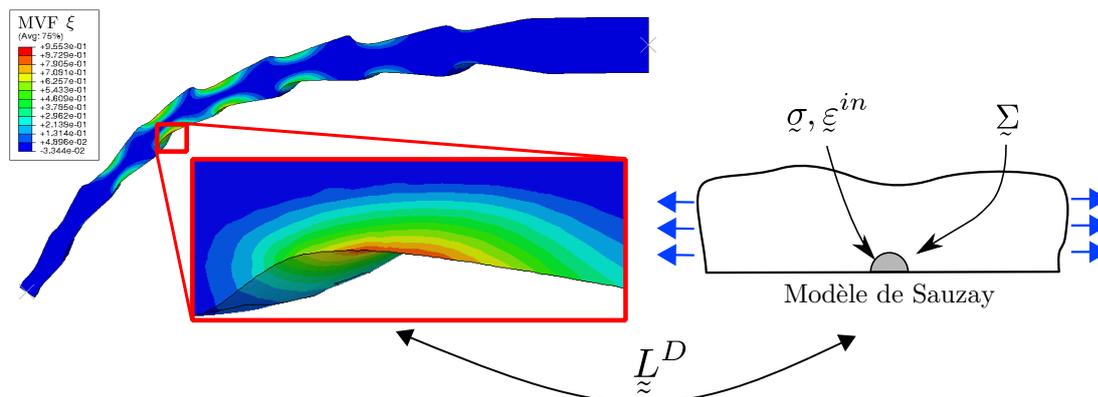


FIGURE 4.17 – Analogie entre le confinement inélastique en fond d'entaille de l'instrument et la loi de localisation de Sauzay dans l'approche simplifiée de Darlet. Représentation de la fraction volumique de martensite calculée par EFNL. Vue en coupe de l'instrument endodontique selon la direction longitudinale.

matériau ($E = 50$ GPa et $\nu = 0,3$). La seconde est calculée avec un coefficient de Poisson quasi incompressible ($E = 50$ GPa et $\nu_b = 0,495$). Ces deux simulations sont ensuite post-traitées au point critique dans un repère normal à la surface suivant les expressions analytiques présentées section 2.2.4.2. Le résultat de l'identification de l'opérateur de Darlet est présenté tableau 4.3.

Composantes	Valeurs (MPa)
L_{22}^D	36 062
L_{33}^D	36 062
L_{23}^D	17 935
L_{44}^D	9 063

TABLE 4.3 – Identification des coefficients de l'opérateur de localisation de Darlet pour l'instrument endodontique à $\theta = 55^\circ$.

La seconde étape est l'extraction du chargement macroscopique élastique Σ au point critique. Seule l'analyse de la simulation aux propriétés élastiques effectives ($E = 50$ GPa et $\nu = 0,3$) est nécessaire pour son identification. Le comportement mécanique au point critique de l'instrument en configuration FR est illustré figure 4.18.

Le chargement est décomposé en deux étapes. La première étape (E1) est une mise en flexion de l'instrument (i.e. $\theta = 50^\circ$) en configuration FS ($t \in [0,1]$). La seconde étape (E2) est une rotation continue (e.g. $\alpha = 2\pi n$) suivant l'axe longitudinal en configuration FR ($t \in [1, n+1]$). Le chargement E1 est l'étape initiale, E2 représente le chargement cyclique de fatigue. Le paramètre n représente le nombre de cycles de rotation à appliquer jusqu'à obtenir la stabilisation du comportement local. Il est à ajouter que le comportement au point critique de l'instrument est multiaxial avec une composante longitudinale majoritaire.

Au vu de l'évolution des contraintes représentée figure 4.18a, le chargement élastique

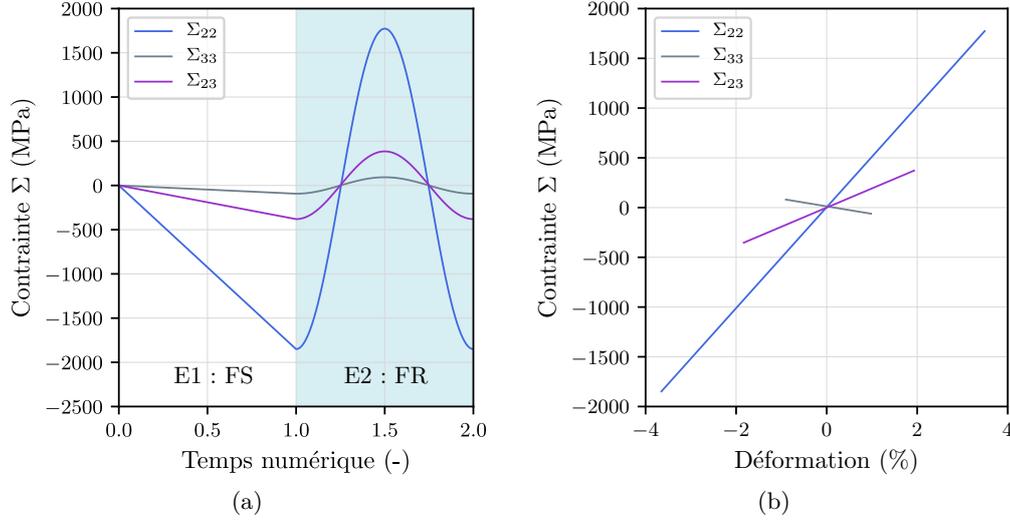


FIGURE 4.18 – Comportement au point critique de l’instrument au cours d’une simulation EF élastique de flexion rotative continue sur un cycle (avec $\theta = 50^\circ$ et $n = 1$) : (a) évolution des contraintes au cours du temps, (b) comportement élastique contrainte-déformation.

au point critique de l’instrument $\underline{\Sigma}$ peut s’écrire sous la forme :

$$\underline{\Sigma}(n) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_{22}^m + \Sigma_{22}^a \cos(2\pi n) & \Sigma_{23}^m + \Sigma_{23}^a \cos(2\pi n) \\ 0 & \Sigma_{23}^m + \Sigma_{23}^a \cos(2\pi n) & \Sigma_{33}^m + \Sigma_{33}^a \cos(2\pi n) \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

où les exposants m et a représentent respectivement la moyenne et l’amplitude des composantes du tenseur des contraintes. Trois configurations sont considérées pour étudier l’influence de la modélisation du chargement macroscopique élastique $\underline{\Sigma}$ sur la durée de vie.

- La première configuration nommée *FR* est la modélisation la plus généraliste. La contrainte moyenne ainsi que l’amplitude sont prises en compte dans la modélisation. Pour ce faire, il est nécessaire de simuler par EF élastique l’étape E1 (FS) et E2 (FR). L’extraction des tenseurs des contraintes $\underline{\Sigma}_{min}^\theta$ à $t = 1$ et $\underline{\Sigma}_{max}^\theta$ à $t = 1,5$ est à réaliser au point critique de la structure pour chaque angle de fatigue $\theta \in [25^\circ; 55^\circ]$. Le tenseur des contraintes élastiques est entièrement déterminé en calculant la contrainte moyenne définie par :

$$\underline{\Sigma}^m = \frac{\underline{\Sigma}_{max}^\theta + \underline{\Sigma}_{min}^\theta}{2} \quad (4.2)$$

et l’amplitude suivant,

$$\underline{\Sigma}^a = \frac{\underline{\Sigma}_{max}^\theta - \underline{\Sigma}_{min}^\theta}{2}. \quad (4.3)$$

- La seconde configuration nommée FS_a suppose qu'il n'y a pas d'influence de la contrainte moyenne sur la durée de vie. On suppose que la contrainte moyenne est nulle. Cette hypothèse est raisonnable au vu de l'évolution des contraintes illustrée figure 4.18. De ce fait, il est nécessaire de simuler par EF uniquement l'étape E1 (FS). L'extraction du tenseur des contraintes $\underline{\Sigma}_{min}^\theta$ à $t = 1$ est à réaliser pour chaque amplitude de fatigue θ . De cette façon, l'amplitude est définie sous la forme :

$$\underline{\Sigma}^a = \underline{\Sigma}_{min}^\theta \quad (4.4)$$

- La troisième configuration, la plus simplifiée, nommée FS_b suppose qu'il n'y a pas d'influence de la contrainte moyenne et l'évolution des non-linéarités géométriques sont ignorées. De manière similaire à FS_a , il est nécessaire de simuler par EF uniquement l'étape E1 (FS). L'extraction du tenseur des contraintes $\underline{\Sigma}_{min}^{\theta_{max}}$ à $t = 1$ est réalisée une seule fois pour l'amplitude maximale de fatigue ($\theta_{max} = 55^\circ$). Une interpolation linéaire du chargement est ensuite effectuée pour les amplitudes inférieures.

4.3.2.4 Détermination du comportement inélastique local

Le comportement inélastique local est ensuite déterminé en introduisant le chargement mécanique $\underline{\Sigma}$ et l'opérateur de localisation \underline{L}^D en entrée de l'intégration numérique proposée figure 2.20. La subroutine UMAT de Lagoudas est directement appelée dans le schéma d'intégration numérique. La stabilisation du comportement superélastique obtenue en un seul cycle (i.e. $n = 1$), est due à la version du modèle matériau que nous avons sélectionné [Boyd et Lagoudas, 1996].

Le comportement inélastique estimé par la MS de Darlet en configuration FS_a est illustré figures 4.19 et 4.20 pour l'ensemble des amplitudes.

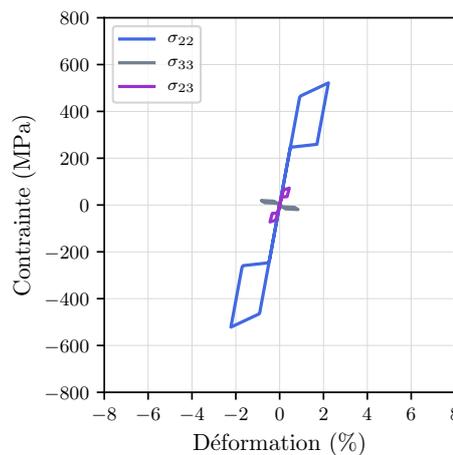


FIGURE 4.19 – Comportement superélastique estimé par la MS de Darlet au point critique de l'instrument pour un chargement macroscopique FS_a à amplitude $\theta = 25^\circ$.

4.3. APPLICATION ET VALIDATION DE LA DÉMARCHE DE DDV SUR INSTRUMENTS ENDODONTIQUES

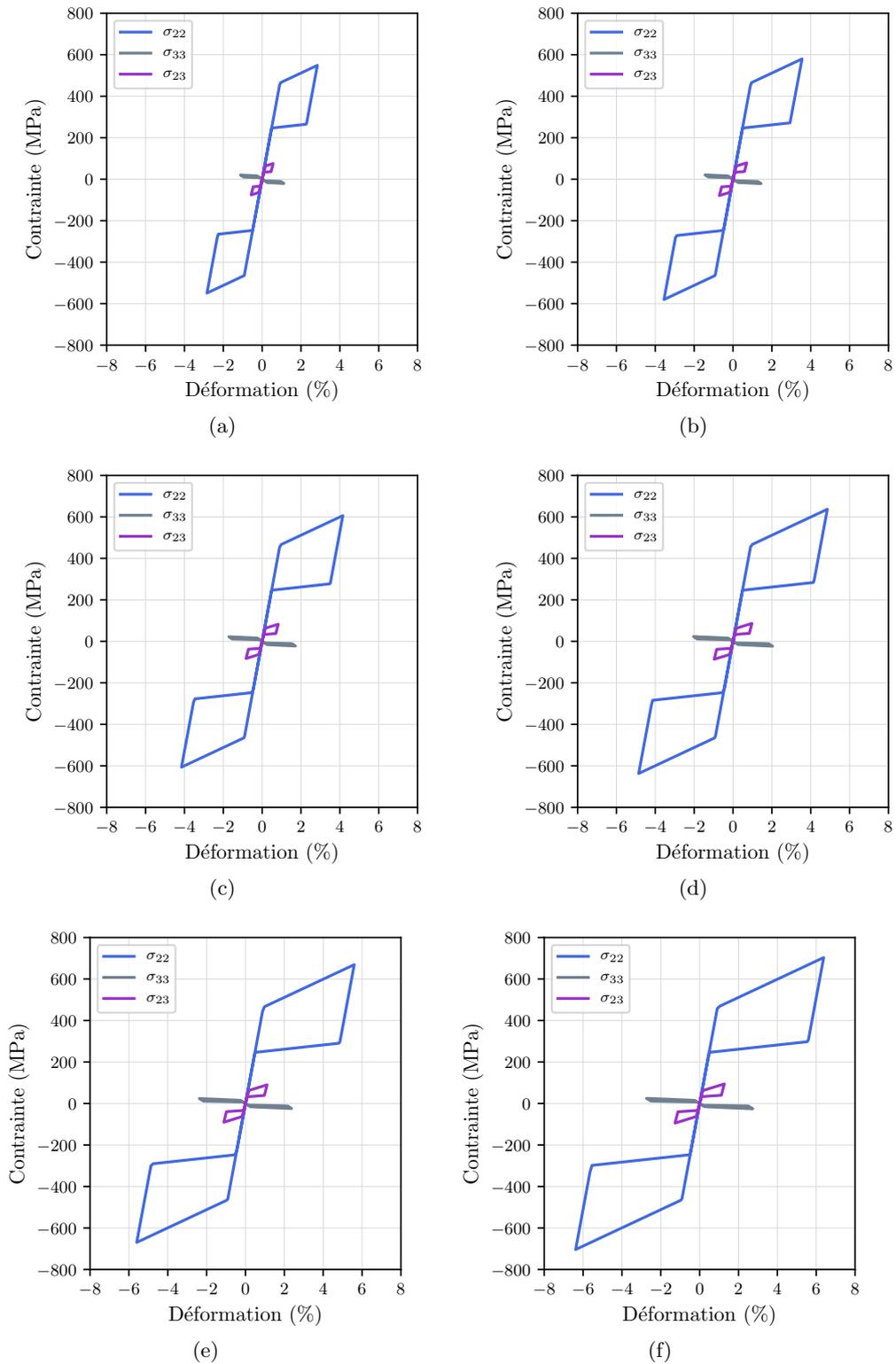


FIGURE 4.20 – Comportement superélastique estimé par la MS de Darlet au point critique de l'instrument pour un chargement macroscopique FS_a . Illustration pour les amplitudes $\theta \in [30^\circ; 55^\circ]$: (a) 30° , (b) 35° , (c) 40° , (d) 45° , (e) 50° , (f) 55° .

4.3.2.5 Prédiction des durées de vie

Suite à la prédiction du comportement superélastique au point critique, la seconde étape consiste à appliquer le critère de fatigue. L'énergie d'hystérèse est donc calculée (tableau 4.4) suivant la relation 2.71 pour les trois configurations de chargement macroscopique. Par la suite, afin de déterminer les écarts entre les grandeurs, nous calculons un écart maximal relatif (Δ_{max}) défini par la relation $\Delta_{max} = \frac{|X_{max} - X_{min}|}{X_{max}}$ avec X_{max} la grandeur maximale et X_{min} la grandeur minimale comparée.

Angle (°)	Énergie d'hystérèse (MJ·m ⁻³)			Δ_{max} (%)
	<i>FR</i>	<i>FS_a</i>	<i>FS_b</i>	
55	30,20	31,42	31,42	3,88
50	24,82	25,74	26,77	7,28
45	20,06	20,73	22,37	10,33
40	15,83	16,32	18,23	13,17
35	12,39	12,78	14,35	13,66
30	8,68	8,90	10,73	19,07
25	5,65	5,79	7,37	23,30

TABLE 4.4 – Énergie d'hystérèse estimée par la MS pour les amplitudes de fatigue en fonction de la configuration du chargement macroscopique.

Le critère énergétique sélectionné est ensuite appliqué suivant la relation 2.70 avec les paramètres identifiés section 4.2.2. Les prévisions des DDV numériques sont illustrées figure 4.21 pour l'ensemble des amplitudes de fatigue.

Nous observons que les prévisions de la DDV pour les configurations *FR* et *FS_a* sont très proches. Lors de la rotation (E2 : FR), la sollicitation que nous appliquons à l'instrument engendre très peu de contrainte moyenne (illustrée figure 4.18a). L'état de contrainte élastique à l'issue de la flexion (E1 : FS) à l'instant $t = 1$ est donc similaire (en valeur absolue) à celui appliqué lors d'une rotation d'angle $\alpha = \pi$ à $t = 1,5$ ($|\Sigma_{max}^\theta| \approx |\Sigma_{min}^\theta|$). Il en résulte que l'énergie d'hystérèse pour les configurations *FR* et *FS_a* sont semblables (présentées tableau 4.4), ce qui implique une même DDV. Pour la configuration *FS_b*, nous constatons qu'ignorer l'influence des grands déplacements pour les amplitudes de flexion inférieures à $\theta = 55^\circ$ engendre une augmentation de l'énergie d'hystérèse. À $\theta = 25^\circ$ un écart de 23% est observé entre la configuration *FS_b* et *FR*. Une DDV plus faible est alors prédite par le critère.

Nous validons les résultats de notre modèle de DDV en comparant les prévisions numériques aux résultats expérimentaux (figure 4.22) présentés précédemment figure 4.9. Nous remarquons figure 4.22a que l'ensemble des configurations prédisent une DDV à un facteur près inférieur à $\frac{2}{3}$ (en pointillé mauve). Les DDV des configurations *FR* et *FS_a* étant similaires, l'influence de la contrainte moyenne est négligeable. Il n'est donc pas nécessaire de la prendre en compte. La modélisation que nous retenons est la configuration *FS_a* illustrée figure 4.22b. Une seule simulation EF élastique de flexion (E1 : FS) en grands déplacements est nécessaire pour identifier le chargement macroscopique Σ . La seule précaution est d'appliquer un incrément du chargement correspondant aux amplitudes de

fatigue recherchées θ . L'erreur sur la DDV prédite pour cette configuration est inférieure à un facteur $\frac{3}{4}$ (en pointillé bleu).

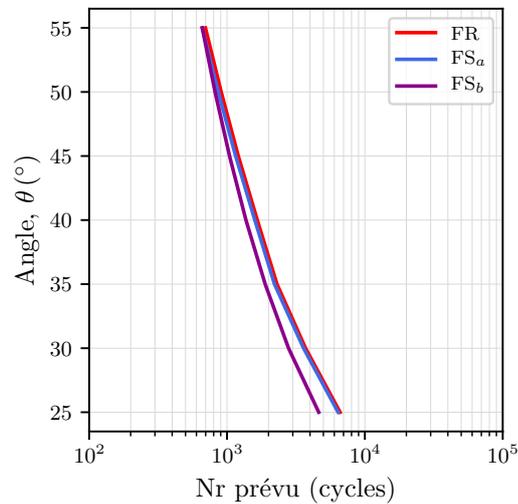


FIGURE 4.21 – Prédiction numérique des DDV de l'instrument One Shape en fonction de l'amplitude de fatigue.

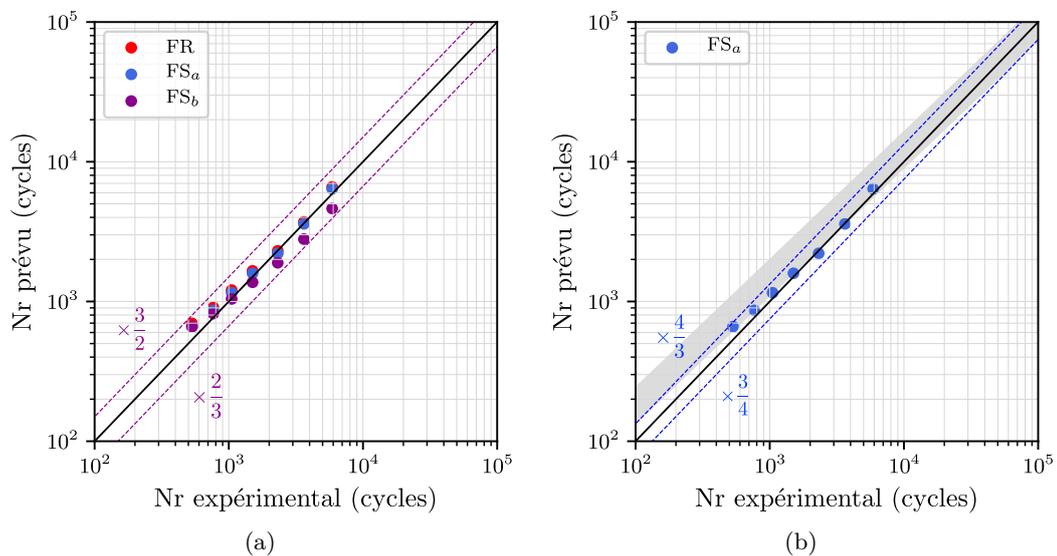


FIGURE 4.22 – Prévisions des DDV de la méthode proposée pour l'instrument endodontique comparées aux résultats expérimentaux : (a) illustration de l'influence de la modélisation du chargement macroscopique, (b) modélisation retenue.

4.3.3 Influence des paramètres

La configuration FS_b a illustré l'importance de la prise en compte des grands déplacements sur l'identification du chargement macroscopique. Dans cette section, nous étudions la sensibilité de certains paramètres qui nous semblent prépondérants pour la prédiction de la DDV. D'une part nous étudions l'influence des grands déplacements sur l'identification de l'opérateur de localisation de Darlet. D'autre part, nous évaluons l'influence de l'orientation initiale de l'instrument sur la réponse de notre modèle.

4.3.3.1 Influence des grands déplacements sur l'identification de l'opérateur de localisation

L'opérateur de localisation de Darlet que nous notons ici $\underline{\underline{L}}_{55}^D$ a été identifié dans la section précédente (tableau 4.3) à partir du post-traitement de deux calculs EF élastiques pour l'amplitude de flexion maximale $\theta = 55^\circ$. Notre configuration en grands déplacements apporte des non-linéarités géométriques. Nous étudions l'influence de ces non-linéarités sur l'opérateur de localisation de Darlet en l'identifiant (tableau 4.5) pour l'amplitude de flexion minimale $\theta = 25^\circ$ (noté $\underline{\underline{L}}_{25}^D$).

Composantes	$\underline{\underline{L}}_{25}^D$ valeurs (MPa)	$\underline{\underline{L}}_{55}^D$ valeurs (MPa)	Δ_{max} (%)
L_{22}^D	36 062	36 062	0
L_{33}^D	36 062	36 062	0
L_{23}^D	17 886	17 935	0,27
L_{44}^D	9 088	9 063	0,27

TABLE 4.5 – Identification des coefficients de l'opérateur de localisation de Darlet pour l'instrument endodontique à $\theta = 25^\circ$ et $\theta = 55^\circ$.

Nous appliquons la démarche de DDV en configuration FS_a pour les deux opérateurs de localisation $\underline{\underline{L}}_{25}^D$ et $\underline{\underline{L}}_{55}^D$. Nous ne remarquons tableau 4.6 et figure 4.23 aucune influence significative des grands déplacements sur la prédiction de l'énergie d'hystérèse ($\Delta_{max}=0,17\%$), ni sur l'estimation du nombre de cycles à rupture. L'opérateur de localisation de Darlet peut-donc être identifié sur n'importe quel incrément d'une simulation EF élastique.

Angle (°)	Énergie d'hystérèse (MJ·m ⁻³)		Δ_{max} (%)
	\tilde{L}_{55}^D	\tilde{L}_{25}^D	
55	31,42	31,39	0,10
50	25,74	25,71	0,12
45	20,73	20,71	0,10
40	16,32	16,30	0,12
35	12,78	12,77	0,08
30	8,90	8,89	0,11
25	5,79	5,78	0,17

TABLE 4.6 – Énergie d'hystérèse estimée par la MS pour les amplitudes de fatigue en fonction de l'identification de l'opérateur de localisation.

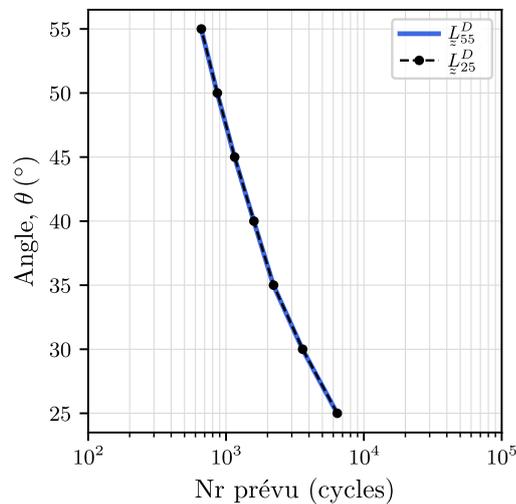


FIGURE 4.23 – Influence de l'identification de l'opérateur de localisation de Darlet en grands déplacements sur la durée de vie.

4.3.3.2 Influence de l'orientation de l'instrument sur la DDV

Lors de la mise en œuvre de la DDV OLA section 4.3.2 nous avons identifié le point critique dans la partie 4.3.2.2 et appliqué la démarche pour une seule orientation de l'instrument endodontique. Il est à préciser que la géométrie des instruments n'est pas axisymétrique. Les arrêtes de coupes suivent une trajectoire de type hélicoïdal dans le sens longitudinal. Lors de la réalisation des essais de fatigue, dont les résultats sont illustrés figure 4.9, aucune précaution particulière n'a été prise pour positionner les instruments pour une seule orientation. Les conditions aux limites présentées figure 4.10 ont été respectées, cependant les instruments étaient orientés aléatoirement suivant la direction longitudinale. Pour prendre en compte l'influence de l'orientation, trois nouvelles orientations ont été étudiées. Nous avons modifié les conditions initiales du modèle EF en appliquant différentes rotations préliminaires de 90° (orientation 1), 180° (orientation 2) et 270° (orientation 3) suivant l'axe longitudinal. Trois flexions simples sont ensuite appliquées en configuration

FS_a . L'orientation 0 correspond à la configuration FS_a de référence initialement à 0° .

Nous remarquons que la position du point critique numérique évolue le long de l'instrument ce qui nous permet de définir un intervalle numérique présenté figure 4.24. Pour chaque nouvelle orientation le point critique est localisé en fond d'entaille mais pour une position longitudinale différente. Nous décidons de ré-identifier l'opérateur de localisation de Darlet à chaque point critique sur l'amplitude de flexion maximale (tableau 4.7). Il est à noter que les valeurs de l'opérateur évoluent très peu en fonction du point critique ($\Delta_{max} \approx 2\%$).

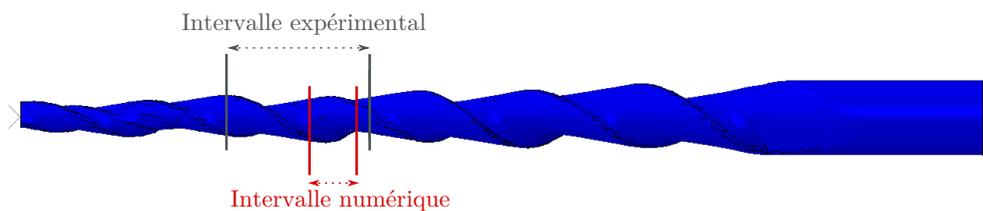


FIGURE 4.24 – Illustration de la position de l'intervalle numérique du point critique par rapport à l'intervalle expérimental.

Composantes	Valeurs (MPa)				Δ_{max} (%)
	Orientation 0	Orientation 1	Orientation 2	Orientation 3	
L_{22}^D	36 062	36 062	36 062	36 062	0
L_{33}^D	36 062	36 062	36 062	36 062	0
L_{23}^D	17 935	17 759	17 320	17 405	2,03
L_{44}^D	9 063	9 151	9 370	9 328	1,90

TABLE 4.7 – Identification de l'opérateur de localisation de Darlet à chaque point critique de l'instrument pour les quatre orientations.

Nous calculons ensuite l'énergie d'hystérèse via la MS de Darlet pour les trois nouvelles orientations (tableau 4.8).

L'application du critère de fatigue nous permet de visualiser l'influence de l'orientation sur la DDV illustrée figure 4.25. L'orientation de l'instrument influe directement sur la prédiction de la DDV numérique. La variation de DDV due à l'orientation de l'instrument reste du même ordre de grandeur que la dispersion de la DDV obtenue expérimentalement.

Angle (°)	Énergie d'hystérèse (MJ·m ⁻³)				Δ_{max} (%)
	Orientation 0	Orientation 1	Orientation 2	Orientation 3	
55	31,42	28,73	32,29	35,37	18,77
50	25,74	23,70	26,61	28,92	18,05
45	20,73	19,24	21,58	23,28	17,35
40	16,32	15,23	17,12	18,33	16,91
35	12,78	11,63	13,14	13,98	16,81
30	8,90	8,39	9,57	10,13	17,18
25	5,79	5,46	6,38	6,72	18,75

TABLE 4.8 – Énergie d'hystérèse estimée par la MS de Darlet en configuration FS_a pour les quatre orientations de l'instrument.

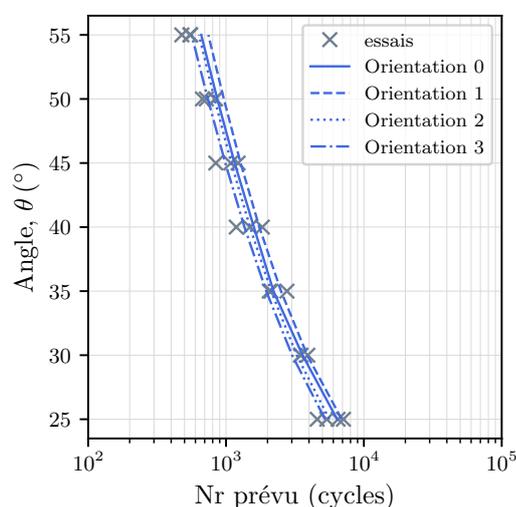


FIGURE 4.25 – Influence de l'orientation de l'instrument endodontique sur la prédiction de la DDV.

4.4 Bilan

Dans ce chapitre, l'ensemble de la démarche de DDV proposée figure 4.1 a été appliquée aux instruments endodontiques soumis à de la flexion rotative. La première étape a consisté à identifier les propriétés matériau. L'ensemble des paramètres de la LdC et du critère de fatigue sont identifiés sous sollicitations de flexion sur éprouvettes diabolos.

Deux simulations EF élastiques sont mises en place lors de la seconde étape pour identifier les paramètres d'entrée de la MS de Darlet. Le post-traitement des simulations a permis de vérifier la bonne prédiction du point critique et d'identifier l'opérateur de localisation ainsi que le chargement macroscopique élastique. Trois modélisations du chargement ont été proposées.

Une campagne expérimentale de fatigue a été réalisée sur les instruments via la MFR. Les prédictions de DDV du modèle ont été validées par confrontation avec les résultats expérimentaux. La modélisation retenue (FS_a) permet d'estimer très correctement la DDV. Pour cela, il est nécessaire de simuler par EF uniquement une flexion de l'instrument en grands déplacements. Les incréments du chargement doivent correspondre aux amplitudes de fatigue recherchées.

Vers la caractérisation du matériau pseudoplastique

Résumé

Dans ce chapitre, un nouveau matériau à l'état pseudoplastique est introduit. Une évolution du procédé d'obtention de l'alliage a été mise en place par Micro-Méga afin d'améliorer ces propriétés mécaniques. Ce matériau constitue la nouvelle génération d'instruments endodontiques dotés d'une grande flexibilité. L'objectif de cette étude est d'initier la caractérisation du comportement mécanique et de la tenue en fatigue de ce nouvel alliage. Cette étude préliminaire est de nature exclusivement expérimentale. Le matériau est caractérisé sous sollicitations de traction, de flexion puis de fatigue. La campagne expérimentale met en évidence un comportement mécanique complexe.

Sommaire

5.1	Matériau étudié	122
5.2	Comportement sous sollicitations de traction	124
5.2.1	Essais de traction monotone	125
5.2.2	Essais de traction cyclique	127
5.3	Comportement sous sollicitation de flexion	128
5.3.1	Essai de flexion simple répétée	128
5.3.2	Campagne de fatigue en flexion rotative cyclique	130
5.4	Bilan	130

5.1 Matériau étudié

Ce troisième matériau pseudoplastique noté *NiTi C* est issu du même lot matière que le matériau superélastique *NiTi B* étudié chapitre 4. Cependant, un traitement thermique lui a été appliqué lors de son élaboration. L'intérêt de ce procédé est d'améliorer la flexibilité en flexion et la tenue en fatigue du matériau. L'objectif final est de réduire les risques de fracture à l'échelle de l'instrument. L'alliage *NiTi C* issu de ce nouveau procédé est employé pour la réalisation de l'instrument One Curve[®]. Dans cette étude nous analysons expérimentalement l'impact de ce procédé sur l'évolution des propriétés mécaniques de l'alliage.



FIGURE 5.1 – Instrument One Curve[®] (source : micro-mega.com).

Un essai de DSC a été réalisé afin de déterminer l'état du matériau à température ambiante. Un échantillon d'une masse de 13,9 mg a été sélectionné au centre d'une éprouvette diabolo. L'échantillon a subi un premier chauffage jusqu'à 100°C, puis un refroidissement à -150°C, pour finir par un second chauffage jusqu'à 100°C (figure 5.2). Les vitesses de chauffage et de refroidissement ont été fixées à $\pm 10^\circ\text{C}/\text{min}$.

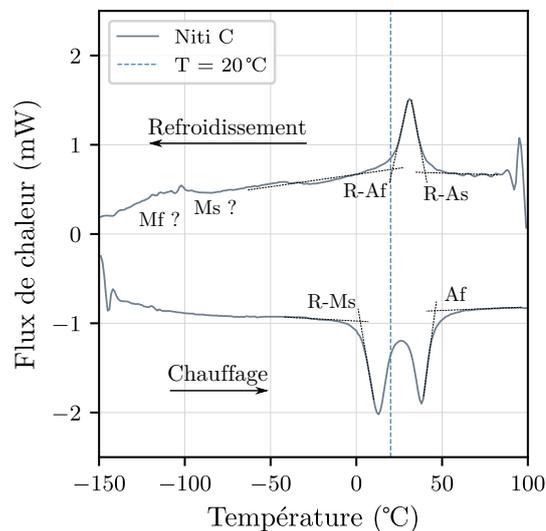


FIGURE 5.2 – Analyse DSC du matériau *NiTi C*.

À température ambiante nous remarquons (figure 5.2) que le matériau est constitué principalement de la phase R.

Préalablement aux essais de caractérisation du comportement, la localisation de la transformation a été étudiée pour ce nouveau matériau. La géométrie des éprouvettes diabolo employées dans les chapitres précédents à l'avantage de contenir la transformation au centre du diabolo. L'inconvénient est qu'un champ de déformation hétérogène est présent dans l'éprouvette quel que soit le chargement appliqué. Il est alors nécessaire de réaliser une identification inverse couplée à une LdC inélastique pour analyser complètement les résultats d'essais. Cette géométrie alourdit l'analyse des essais réalisés. Nous décidons donc dans un premier temps de nous assurer de la nécessité de l'utilisation de la géométrie diabolo pour l'étude de ce matériau. Une étude qualitative de la localisation de la transformation est entreprise pour une éprouvette de type comportement (figure 5.3) sous sollicitations de traction uniaxiale.

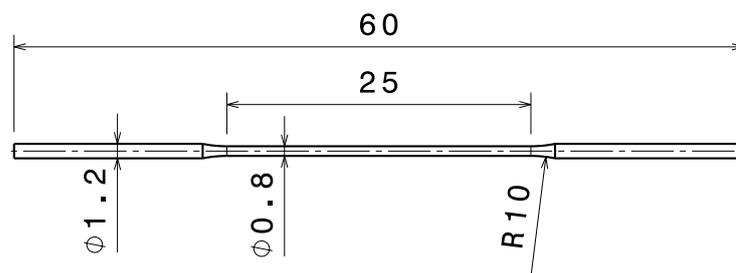


FIGURE 5.3 – Géométrie de l'éprouvette de comportement $\phi 1,2$.

L'homogénéité de la transformation est déterminée par l'analyse de l'évolution de la température du matériau relevé au cours d'un essai de traction par une caméra infrarouge Flir (figure 5.4). Une sollicitation monotone de charge-décharge de 500 MPa est appliquée. La fréquence d'acquisition de la caméra est fixée à 100 Hz. Une mesure du champ de température est réalisée au cours de l'essai (figure 5.5). Une évolution locale est également relevée en trois zones numérotées Z1, Z2 et Z3, respectivement en haut (au $\frac{3}{4}$), au milieu (au $\frac{1}{2}$) et en bas de l'éprouvette (au $\frac{1}{4}$), présentée figure 5.6.

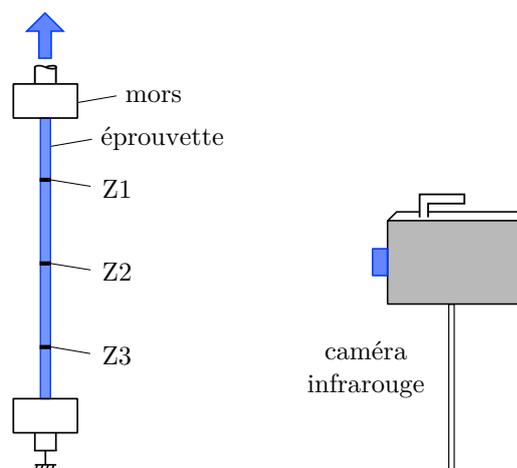


FIGURE 5.4 – Illustration du montage de suivi thermique.

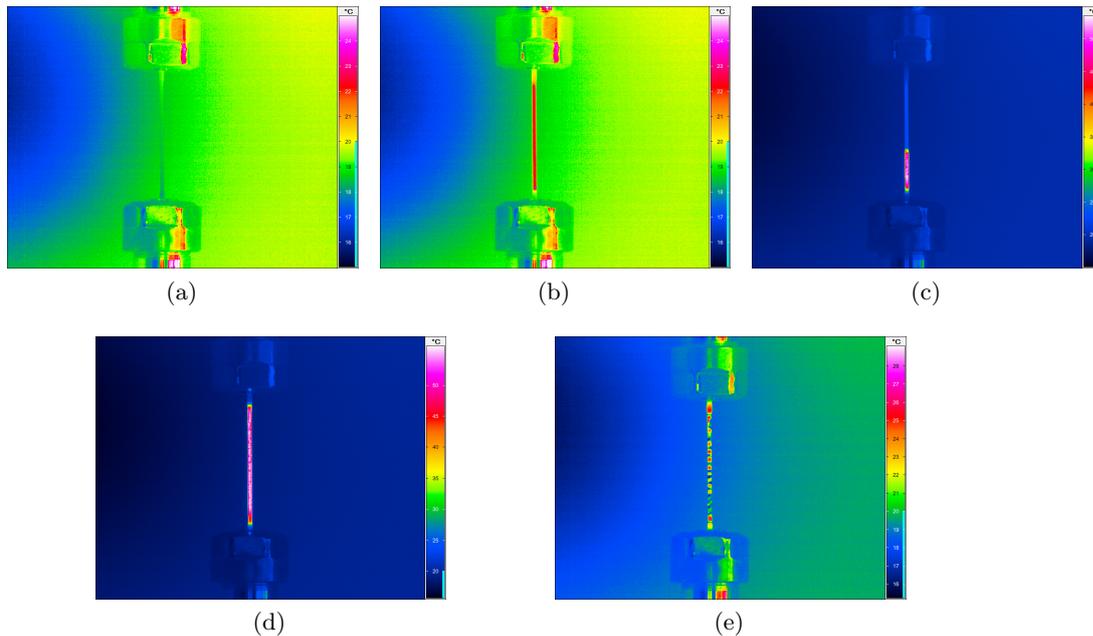


FIGURE 5.5 – Champ de température relevé par caméra infrarouge lors de l’essai de charge-décharge sur éprouvette de comportement $\phi 1.2$: (a) t_0 température initiale, (b) t_1 réorientation de la phase R, (c) t_2 propagation de la transformation martensitique, (d) t_3 décharge élastique, (e) t_4 transformation inverse pendant la décharge.

- à $t_0 \in [0; 0,1]$ préalablement à l’application de la sollicitation mécanique (figure 5.5a) le champ de température initial de l’éprouvette est homogène et correspond à la température ambiante d’environ 19°C ,
- à $t_1 \in [0,1; 1]$ au début de la charge (figure 5.5b) la réorientation de la phase R se manifeste et engendre un échauffement homogène de la température dans la section centrale,
- à $t_2 \in [1; 1,5]$ dans la suite de la charge la transformation en martensite s’initie en bas de l’éprouvette, puis se propage progressivement vers le haut (figure 5.5c),
- à $t_3 \in [1,5; 2,4]$ au début de la décharge un refroidissement homogène se manifeste (figure 5.5d),
- à $t_4 \in [2,4; 2,9]$ suivi d’un refroidissement inhomogène lors de la transformation inverse (figure 5.5e).

Une hétérogénéité de la réorientation martensitique est visible au cours de la sollicitation mécanique (figures 5.5c et 5.5e). Nous allons donc conserver pour le reste de l’étude une géométrie de type diabolo.

5.2 Comportement sous sollicitations de traction

Une campagne d’essais sous sollicitations de traction à température ambiante est mise en place permettant de mettre en évidence les phénomènes présents dans cet alliage. Les

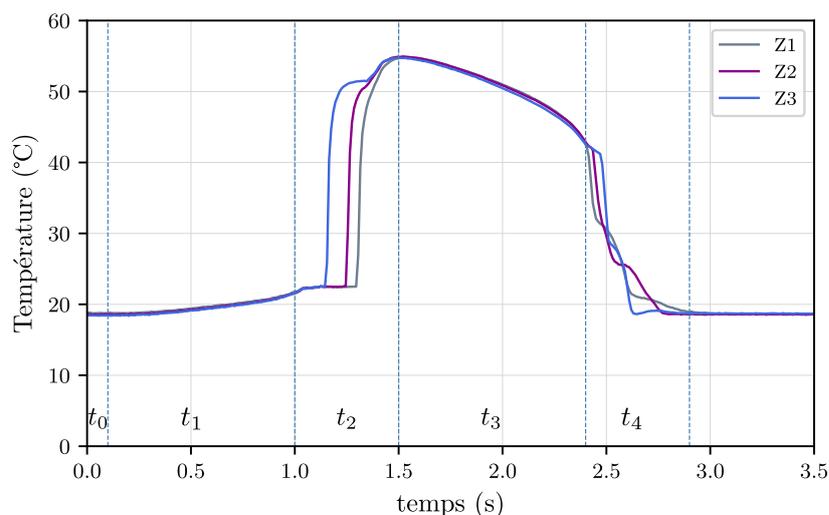
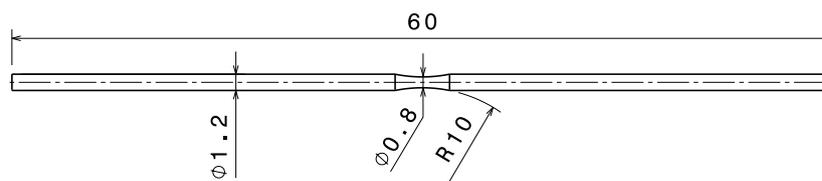


FIGURE 5.6 – Évolution locale de la température des zones Z1, Z2 et Z3.

essais de traction sont menés sur une éprouvette diabolo $\phi 1,2$ (figure 5.7). L'acquisition du déplacement est réalisée par un extensomètre positionné de part et d'autre de l'encoche de manière similaire aux conditions présentées section 3.1.2.3 et illustrées figure 3.12.

FIGURE 5.7 – Géométrie de l'éprouvette diabolo $\phi 1.2$.

5.2.1 Essais de traction monotone

La première sollicitation appliquée est un chargement de traction jusqu'à rupture avec un pilotage en déplacement traverse d'une vitesse de $\dot{U}_{trav} = 6.10^{-3} \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$.

Au cours de la sollicitation imposée, plusieurs étapes du comportement matériau sont mises en évidence (figure 5.8) :

- de 0 à 1 : au début de la charge, la réorientation de la phase R se manifeste,
- de 1 à 2 : le comportement linéaire élastique de la phase R est observé,
- de 2 à 3 : la transformation de la phase R en martensite orientée s'initie au centre du diabolo,
- de 3 à 4 : la réorientation de la martensite se propage au-delà du diabolo,
- de 4 à 5 : la propagation de la transformation au-delà des couteaux de l'extensomètre se traduit par un comportement linéaire élastique de la martensite orientée entre les couteaux,
- de 5 à 6 : la plasticité de la martensite suivie d'une phase d'endommagement, de striction de la section, pour aboutir à la rupture finale de l'éprouvette est observé.

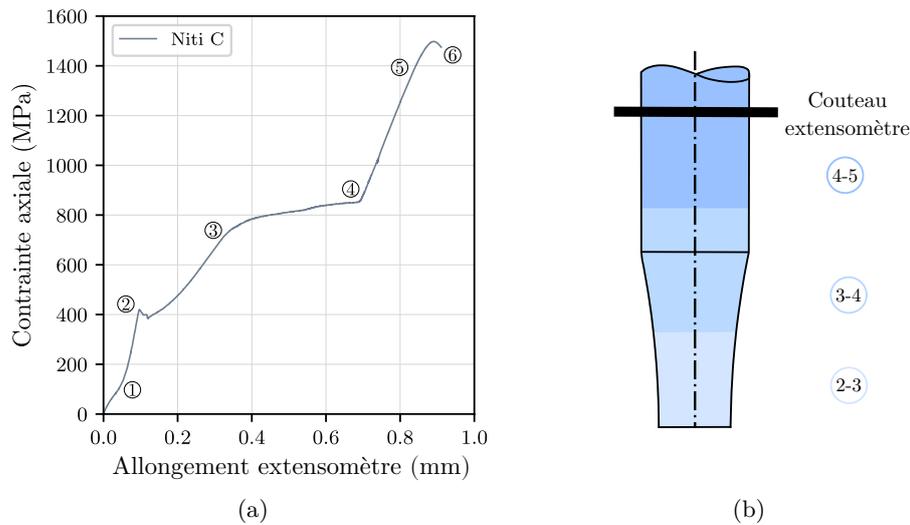


FIGURE 5.8 – Sollicitation de traction monotone jusqu’à rupture sur éprouvette diablo $\phi 1.2$ NiTi C : (a) résultat d’essai, (b) illustration de la propagation de martensite orientée dans la demi-section centrale de l’éprouvette diablo.

Cet essai nous permet de quantifier et de comprendre les différentes phases de propagation de la martensite. Il permet aussi de sélectionner la plage de sollicitation à appliquer pour le reste de l’étude. Pour notre contexte de fatigue oligocyclique, la transformation martensitique à l’échelle macroscopique est à l’origine de l’endommagement du matériau. La plage de sollicitation à considérer doit permettre d’initier la transformation et de la contenir au centre du diablo. Cette configuration correspond à la phase 2 à 3 (figure 5.8) pour une plage de contrainte variant de 400 MPa à 700 MPa.

Nous appliquons un chargement de charge-décharge d’amplitude croissante dans cette plage considérée. Un pilotage en déplacement traverse est utilisé avec des limites hautes en déplacement et des limites basses en contrainte $\sigma_{min} = 20$ MPa pour éviter le risque de flambement de l’éprouvette (figure 5.9).

Au début de l’essai, les observations à la charge sont identiques à celles présentées figure 5.8a. Dans la première partie de la décharge, on observe un comportement linéaire élastique. Puis, il apparaît un comportement non-linéaire avec une contrainte de transformation inverse de 150 MPa pour cette première décharge. Un domaine élastique peut-être estimé, défini par la différence entre la valeur de la contrainte au début de la décharge et celle de la contrainte au début de la transformation inverse. Pour cette première décharge, la taille du domaine élastique linéaire est de l’ordre de 225 MPa. À la fin de la décharge, il subsisterait une déformation irréversible permanente à contrainte nulle. À la recharge, un comportement élastique linéaire s’observe de nouveau, suivi par la transformation en martensite. Le cycle de charge-décharge réalisé forme alors un fuseau, caractéristique de l’effet caoutchoutique. De plus, on observe lors de l’application successive du chargement de charge-décharge que la contrainte de transformation inverse tend à augmenter au cours du chargement, pour atteindre un ordre de grandeur de 300 MPa à l’issue de la cinquième décharge. Le domaine élastique estimé est de l’ordre de 400 MPa pour ce dernier cycle.

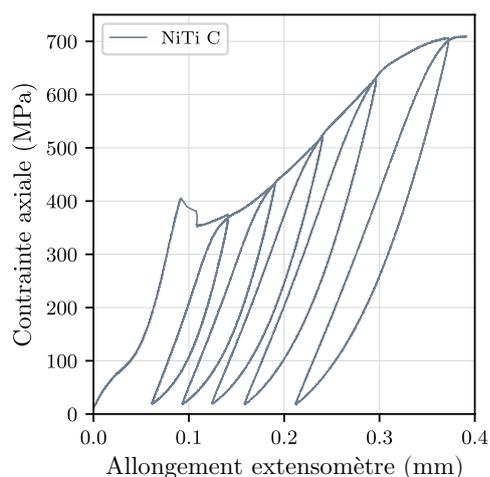


FIGURE 5.9 – Essai de traction charge-décharge d'amplitudes croissantes sur éprouvette diablo $\phi 1,2$ *NiTi C*.

5.2.2 Essais de traction cyclique

Des essais de traction cyclique ont été réalisés à effort imposé. Une fréquence de 1 Hz est appliquée pour une amplitude de 600 MPa et un rapport de charge de $R_\sigma = 0,1$. L'objectif de cet essai est de mesurer l'évolution du comportement jusqu'au cycle stabilisé. L'intérêt est d'obtenir l'ensemble des informations force et déplacement stabilisés en vue de l'identification d'un critère de fatigue. Pour cette première configuration, les essais réalisés ont mené à un comportement asymptotique non stabilisé. Une déformation progressive était toujours observée après l'application du 1000^e cycle illustré figure 5.10. Ce phénomène est similaire à l'effet Rochet présenté précédemment (figure 2.2c).

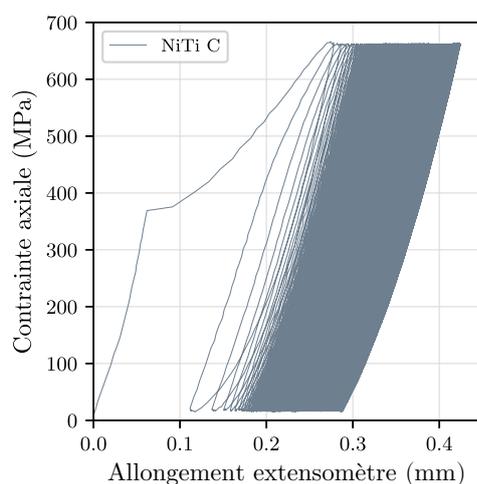


FIGURE 5.10 – Essai de traction cyclique à effort imposé sur éprouvette diablo $\phi 1,2$ *NiTi C*.

Ce pilotage ne nous permet pas d'obtenir un cycle stabilisé déterminant pour l'identification d'un critère de fatigue. Un second pilotage a donc été mis en place.

Un pilotage mixte a ensuite été appliqué, composé d'une charge en pilotage déplacement de la traverse suivie d'une décharge en contrainte minimale imposée $\sigma_{min} = 20$ MPa (pour éviter le flambement). Un comportement stabilisé est cette fois-ci obtenu au bout du 80^e cycle, illustré figure 5.11. Une boucle d'hystérèse se crée de forme "allongée" qui engendre une faible aire d'hystérèse au cycle stabilisé. Ce comportement stabilisé "allongé" a également été observé dans la littérature notamment dans l'étude de [Kang *et al.*, 2009].

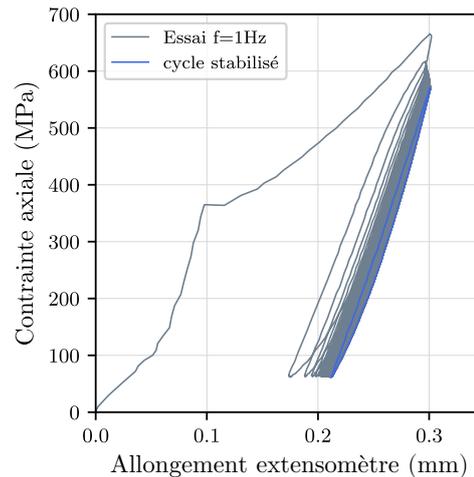


FIGURE 5.11 – Essai de traction cyclique en pilotage mixte réalisé sur éprouvette diablo $\phi 1,2$ NiTi C.

Dans les chapitres précédents, le critère énergétique basé sur l'aire d'hystérèse du cycle stabilisé a permis d'estimer très convenablement la DDV des matériaux au comportement pseudoélastique. Cependant, un chargement de flexion avait été appliqué pour identifier l'aire d'hystérèse. La sollicitation de flexion est plus représentative des conditions d'utilisation des instruments. Nous décidons donc de nous orienter dans cette direction dans la section suivante.

5.3 Comportement sous sollicitation de flexion

Dans les chapitres 3 et 4, la stratégie de caractérisation des propriétés matériau était divisée en deux étapes. Tout d'abord, la LdC était caractérisée sur le cycle stabilisé d'un essai de FS (présenté section 3.1.2.1). Puis, le critère de fatigue énergétique était déterminé à partir d'essai FR (présenté section 3.1.2.2). Nous réalisons ces deux essais dans l'optique de pouvoir suivre la même stratégie dans l'avenir.

5.3.1 Essai de flexion simple répétée

Il a donc été réalisé des essais de FS composés de cinq cycles à amplitudes constantes ($\theta_{max} = 40^\circ$) illustrés figure 5.12a. Au cours de la sollicitation, plusieurs étapes du comportement matériau sont mises en évidence à l'échelle macroscopique :

- de 0 à 1 : au début de la charge, la réorientation de la phase R est observé,
- de 1 à 2 : le comportement linéaire élastique de la phase R se manifeste,

- de 2 à 3 : suivie par la transformation de la phase R en martensite orientée,
- de 3 à 4 : à la décharge le comportement linéaire élastique de la martensite orientée apparaît,
- de 4 à 5 : puis nous observons une réorientation inverse de la phase R,
- de 5 à 6 : pour finir par une décharge élastique.

De plus, nous remarquons une stabilisation du comportement directement à l'issue du premier cycle. Pour compléter l'analyse, nous réalisons un deuxième essai de FS mais à amplitude croissante par paliers de 5° (figure 5.12b). À la charge, nous observons que le trajet de chargement est identique pour l'ensemble des amplitudes. À la décharge, un comportement linéaire élastique apparaît suivie par la transformation inverse de la phase R qui converge à 20° pour l'ensemble des amplitudes.

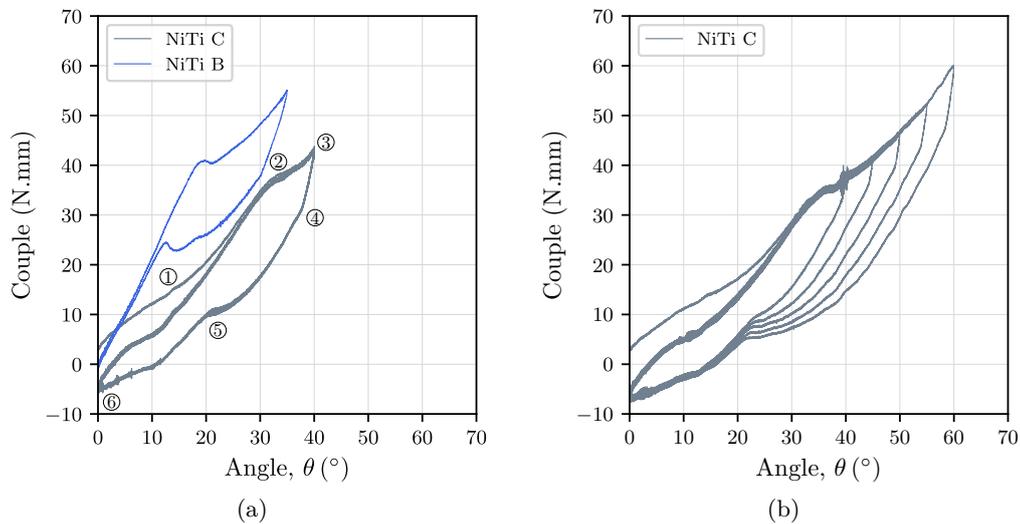


FIGURE 5.12 – Essai de FS de l'alliage *NiTi C* réalisé sur une éprouvette diablo $\phi 1,2$: (a) comportement en FS à amplitude constante comparé au matériau *NiTi B*, (b) FS à amplitude croissante par paliers.

Pour quantifier l'impact du traitement thermique sur la rigidité en flexion du matériau, nous avons représenté (figure 5.12a) le comportement obtenu lors de l'essai de FS pour les deux matériaux *NiTi B* et *NiTi C*. Le matériau *NiTi C* a été traité thermiquement et le matériau *NiTi B* est vierge de tout traitement thermique. Pour cet essai appliqué sur des éprouvettes diablo $\phi 1,2$, la rigidité apparente en flexion diminue d'un facteur $\frac{2}{3}$. Le traitement thermique appliqué permet donc d'abaisser la rigidité en flexion permettant ainsi de minimiser les risques de transport canalaire.

Ces essais de flexion mettent en évidence un comportement complexe du matériau *NiTi C*. À la charge, nous observons que la phase R a une influence non négligeable sur le comportement. À la décharge, un comportement fortement non-linéaire par palier est observé lors du processus de réorientation.

5.3.2 Campagne de fatigue en flexion rotative cyclique

Nous avons réalisé une campagne d'essais en configuration de FR pour caractériser les propriétés en fatigue de l'alliage *NiTi C* (figure 5.13). Le second objectif est de quantifier l'impact du traitement thermique sur les propriétés en fatigue du matériau.

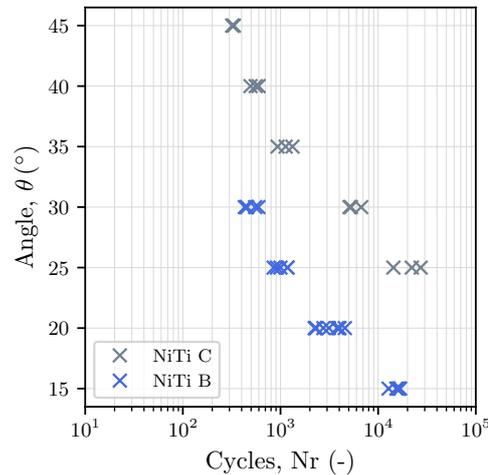


FIGURE 5.13 – Campagne de fatigue en FR sur éprouvette diabolo $\phi 1,2$ du matériau *NiTi B* et *NiTi C* à $400 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$.

Trois essais ont été réalisés pour chaque angle. On observe une très bonne reproductibilité des résultats pour les faibles durées de vie. Une dispersion plus importante apparaît pour les durées de vie à plus grand nombre de cycles. Ce phénomène est classiquement observé en fatigue lors de la diminution du chargement. La réalisation de cette campagne permet d'obtenir une première base de données sur la tenue en fatigue de l'alliage *NiTi C*. Ces essais pourront être exploités ultérieurement pour alimenter un critère de fatigue LCF.

Nous comparons (figure 5.13) les résultats de fatigue obtenue pour les deux matériaux *NiTi C* et *NiTi B* dans les mêmes configurations expérimentales. Pour les amplitudes de flexion imposées à $\theta = 25^\circ$ et $\theta = 30^\circ$, une augmentation de la durée de vie d'un facteur dix est observée pour le matériau *NiTi C*. Le traitement thermique employé dans l'élaboration du nouveau matériau permet d'améliorer significativement ces propriétés en fatigue.

5.4 Bilan

Une étude d'un troisième matériau noté *NiTi C* ayant subi un traitement thermique a été réalisée. Ce traitement a pour objectif d'améliorer ses propriétés mécaniques. Nous avons étudié ses impacts sur les propriétés de l'alliage par une approche exclusivement expérimentale. Les essais réalisés ont mis en évidence un comportement mécanique complexe du matériau.

Une sollicitation de traction uniaxiale a relevé dans la première partie de la charge, un comportement non-linéaire de la phase R suivi par le processus de réorientation de la martensite. Une déformation irréversible apparaît à la décharge. Sous chargement de

flexion, un comportement complexe fortement non-linéaire par palier est observé lors des processus de réorientation.

La confrontation des résultats d'essais réalisés sur les matériaux traités thermiquement (*NiTi C*) et non traités (*NiTi B*) ont permis de quantifier l'impact de ce traitement. Une diminution d'un facteur $\frac{2}{3}$ sur la rigidité apparente en flexion est observée pour le matériau traité. Une augmentation de la durée de vie d'un facteur dix est observée pour le matériau issu du nouveau procédé d'obtention. Le traitement thermique permet ainsi de réduire les risques de transport canalaire et les ruptures en fatigue de l'instrument endodontique One Curve[®].

La LdC de Lagoudas [Boyd et Lagoudas, 1996] que nous avons précédemment sélectionnée, ne permet pas de modéliser les phénomènes observés expérimentalement pour l'alliage *NiTi C*. Le point essentiel à développer pour la suite de cette étude est d'identifier une LdC adaptée à ce comportement pseudoplastique. Une attention particulière devra être apportée à l'intégration numérique robuste de la LdC sélectionnée pour envisager la mise en place de calcul de structure sous sollicitation multiaxiale.



Conclusion

L'objectif de cette étude était de mettre en place une chaîne numérique de prédiction rapide de la durée de vie en fatigue oligocyclique (LCF) d'instruments endodontiques en alliage à mémoire de forme de type NiTi. Les méthodes de dimensionnement utilisées actuellement en bureau d'études lors de la conception des instruments endodontiques ne prennent pas en compte les aspects liés à la fatigue. Une des raisons majeures est que peu de modèles et outils numériques d'aide au dimensionnement vis-a-vis de la fatigue sont disponibles dans la littérature. Les méthodes de dimensionnement des instruments endodontiques vis-a-vis de la fatigue font défaut actuellement.

L'outil numérique d'estimation de la durée de vie que nous avons développé devait respecter les contraintes industrielles spécifiées par le bureau d'études de Micro-Méga. Les choix de développement de notre outil ont donc été guidés par le cahier des charges suivant :

- inclure des structures complexes aux géométries entaillées ;
- intégrer des chargements mécaniques multiaxiaux ;
- incorporer des matériaux aux comportements inélastiques ;
- écarter les simulations éléments finis non-linéaires ;
- estimer rapidement la durée de vie.

Les approches classiques d'estimation de la durée de vie utilisent la méthode des éléments finis pour déterminer le comportement mécanique au sein de la structure étudiée. Cependant, dans le contexte de la fatigue LCF, l'inconvénient majeur de cette méthode est le temps de calcul prohibitif qui en résulte. C'est ce défaut qui nous oriente vers des approches d'estimation rapide de la durée de vie.

Dans la littérature, de nombreuses méthodes alternatives de calculs accélérés ont été proposées afin de réduire le temps de calcul. Des simulations éléments finis non-linéaires (EFNL) réalisées dans le cadre d'insertion canalaire [Legrand *et al.*, 2015] ont permis de mettre en avant que le comportement non-linéaire dans les instruments endodontiques reste confiné localement. Une première étude bibliographique a donc été menée dans le but d'identifier une méthode de calcul accéléré adaptée à ce comportement. Dans le cadre de comportement mécanique confiné, des méthodes simplifiées (MS) issues des lois de localisation dérivées de l'analyse par changement d'échelle ont été récemment développées.

Ces méthodes de calcul estiment le comportement local uniquement au(x) point(s) critique(s) de la structure. Les MS proposées par Herbland [Herbland, 2009], puis par Darlet [Darlet, 2014], basées sur les lois de localisation s'écrivent de manière tridimensionnelle et permettent à elles seules de résoudre un problème multiaxial.

Dans le chapitre 2, nous avons donc implémenté et étudié numériquement ces deux MS sur des configurations d'éprouvettes aux géométries entaillées. La MS proposée par Darlet est la méthode issue de la littérature qui correspondait le plus aux spécifications de notre cahier des charges. L'approche proposée par Darlet a notamment l'avantage de s'appuyer sur le post-traitement de deux calculs éléments finis purement élastiques. Cette MS a initialement été développée pour les matériaux au comportement élastoplastique. Nous avons donc proposé une méthode d'intégration numérique générique permettant de résoudre la MS indépendamment de la loi de comportement choisie. Notre objectif était de proposer une méthode de calcul adaptable en fonction du comportement du matériau étudié (*e.g.* pseudoélastique, pseudoplastique, élastoplastique...). À l'issue de cette première étape de calcul, il est ensuite nécessaire d'appliquer un critère de fatigue oligocyclique. Nous avons sélectionné le critère de fatigue proposé par [Moumni *et al.*, 2005] basé sur l'énergie d'hystérèse du cycle stabilisé. Ce second ingrédient, couplé à la MS de Darlet, nous a permis de constituer notre outil numérique d'estimation rapide de la durée de vie.

Dans le chapitre 3, nous avons finalisé la mise en place du modèle de fatigue. Pour cette application, un premier matériau pseudoélastique *NiTi A* a été étudié. Une machine de flexion rotative (MFR) développée au laboratoire a été employée dans notre étude pour reproduire une sollicitation mécanique représentative de notre application. La stratégie que nous avons retenue pour le modèle simplifié a été d'identifier l'ensemble des paramètres matériau sous sollicitations de flexion sur éprouvettes diabolo. La démarche de calcul proposée chapitre 2 a ensuite été appliquée sur éprouvettes entaillées. Tout d'abord, la prédiction du comportement mécanique au point critique avec la MS de Darlet a été validée numériquement par la méthode des EFNL. Puis, les estimations des durées de vie numériques ont été validées expérimentalement par confrontation avec des résultats d'essais de fatigue classiques.

Au-delà de cette première validation, cette configuration nous a permis de vérifier que l'intégration de la loi de comportement proposée par Lagoudas [Boyd et Lagoudas, 1996] identifiée en flexion et combinée à un critère de fatigue énergétique, sont des ingrédients suffisants pour estimer la durée de vie. Une fois que nous avons mis au point et validé l'approche proposée sur éprouvette, nous avons dans un second temps appliqué cette méthodologie à l'échelle de la structure, sur instruments endodontiques.

Dans le quatrième chapitre, la démarche de calcul de la durée de vie a été appliquée sur l'instrument One Shape. Pour cette application, un deuxième matériau pseudoélastique *NiTi B* a été caractérisé expérimentalement en comportement et en fatigue. L'ensemble des paramètres du modèle proposé ont été identifiés sur éprouvette diabolo. Nous avons analysé que le post-traitement des simulations éléments finis élastiques est adapté pour localiser la position du point critique de l'instrument. Nous avons proposé et étudié trois modélisations du chargement élastique. La configuration la plus pertinente est de simuler l'instrument en flexion simple en grands déplacements. Nous avons finalement confronté nos estimations numériques aux résultats expérimentaux de fatigue obtenus via la machine

de flexion rotative. Le modèle proposé permet d'estimer correctement la durée de vie de l'instrument.

Dans le dernier chapitre, une étude exclusivement expérimentale du matériau *NiTi C* à l'état pseudoplastique issu d'un nouveau traitement thermique a été réalisée. La campagne d'essais a tout d'abord mis en évidence la présence d'une microstructure mixte contenant une phase R, ainsi qu'un comportement mécanique complexe de l'alliage. La comparaison expérimentale des matériaux traités (*NiTi C*) et non traités (*NiTi B*) thermiquement, permet d'illustrer le bénéfice du nouveau procédé sur les propriétés mécaniques d'une part et en fatigue d'autre part.

Le modèle proposé dans sa version actuelle permet de prédire correctement la durée de vie de l'instrument One Shape en flexion rotative. Cependant, quelques perspectives peuvent être développées d'un point de vue scientifique et industriel.

Perspectives scientifiques

Une validation intermédiaire par EFNL de la prédiction du comportement mécanique au point critique de l'instrument One Shape doit être réalisée. Pour cela, une méthode d'intégration numérique robuste doit être combinée à la loi de comportement employée afin de réaliser des simulations EFNL sur structures.

Il est à ajouter qu'une évolution de la loi de comportement pseudoélastique pourrait être envisagée. Du fait du chargement de flexion en grand déplacement appliqué aux instruments, la prise en compte des grandes rotations d'une part et de la dissymétrie traction-compression d'autre part semble pertinente.

À court terme, le premier point à traiter est l'intégration du formalisme des grandes rotations qui a été ajouté récemment au modèle de Lagoudas dans la version de [Xu *et al.*, 2019]. La subroutine UMAT écrite en Fortran est actuellement disponible et hébergée à l'adresse suivante¹. Considérer cette loi de comportement pourrait aider à résoudre les difficultés de convergence rencontrées lors des simulations EFNL sur l'instrument One Shape.

À moyen terme, le second point serait de prendre en compte la dissymétrie traction-compression en incluant la dépendance de la surface de transformation au second et troisième invariant, comme il a été réalisé notamment dans les travaux de [Bouvet, 2001], [Saint-Sulpice, 2009] ou [Morin, 2011].

À plus long terme, la validation intermédiaire du comportement mécanique au point critique pourrait être également envisagée sous l'angle expérimental. Des essais sur structures entaillées et instrumentées pourraient être mis en place afin de compléter la validation numérique.

Le développement d'une loi de comportement pour le matériau à l'état pseudoplastique avec la présence de phase R est à réaliser afin de pouvoir appliquer la démarche d'estimation rapide en fatigue de cet alliage. Une campagne expérimentale devra également être menée aux deux étapes de calculs pour valider la démarche d'estimation de la durée de vie.

1. <https://github.com/Aero-tomato/SMA-UMAT/>

Perspectives industrielles

À court terme, le modèle d'estimation de la durée de vie en fatigue pourrait être appliqué à différents instruments à l'état pseudoélastique.

À moyen terme, le modèle de fatigue pourrait être étendu aux instruments à l'état pseudoplastique, via la nouvelle loi de comportement préalablement développée.

À plus long terme, un banc expérimental de fatigue similaire à la machine de flexion rotative de l'IRDL pourrait être développé. L'intérêt pour le bureau d'études serait double. D'une part, le dispositif permettrait d'identifier les paramètres de comportement et du critère de fatigue du matériau. D'autre part, il validerait les résultats de fatigue par confrontation essais-calculs. Une attention particulière devra être apportée dans le choix de la cinématique imposée et des conditions aux limites.

Intégration numérique : calcul du terme $d\Delta\varepsilon$

L'intégration numérique de la MS OLA proposée section 2.3.3 couplée avec une UMAT nécessite l'ajout d'une boucle de correction. Nous présentons ici les détails de calcul de l'incrément $d\Delta\varepsilon$.

Le problème à résoudre est le suivant.

La MS OLA est écrite avec un pilotage en contraintes macroscopiques : $\Delta\Sigma$ imposé.

La loi de localisation des contraintes au point critique s'écrit : $\Delta\sigma = \Delta\Sigma - \underline{\underline{L}} : \Delta\varepsilon^{in}$ ①

Avec $\underline{\underline{L}}$, l'opérateur de localisation ajustable (OLA) identifié par une méthode quelconque (Darlet, Herbland, etc.). On cherche à déterminer $\Delta\sigma$ et $\Delta\varepsilon^{in}$ en utilisant une UMAT écrite en pilotage déformations tout en respectant la loi de localisation.

Pour un $\Delta\varepsilon_g$ imposé (pour la première itération, prédiction élastique : $\Delta\varepsilon_g = \underline{\underline{E}}^{-1} : \Delta\Sigma$), l'UMAT donne $\Delta\sigma_g$.

On a alors : $\Delta\varepsilon_g^{in} = \Delta\varepsilon_g - \underline{\underline{E}}^{-1} : \Delta\sigma_g$ ②

Si le comportement calculé par l'UMAT est élastique alors : $\Delta\varepsilon^{in} = \Delta\varepsilon_g^{in} = 0$ et $\Delta\sigma = \Delta\sigma_g = \Delta\Sigma$

Sinon, on a à priori : $\Delta\sigma_g + \underline{\underline{L}} : \Delta\varepsilon_g^{in} \neq \Delta\Sigma$

Il faut alors faire une correction sur le pilotage. C'est à dire calculer la variation du pas de déformation, $d\Delta\varepsilon_g$, tel que : $\Delta\sigma_g + d\Delta\sigma_g = \Delta\sigma$ ③ et $\Delta\varepsilon_g^{in} + d\Delta\varepsilon_g^{in} = \Delta\varepsilon^{in}$ ④

L'UMAT donne aussi la jacobienne, $\underline{\underline{J}}$, telle que : $d\Delta\sigma_g = \underline{\underline{J}} : d\Delta\varepsilon_g$ ⑤

On a donc, en bleu ce qui est remplacé dans l'équation suivante en utilisant les équations numérotées ci-dessus :

$$\underset{\sim}{J} : d\Delta\varepsilon_g \stackrel{\textcircled{5}}{=} d\Delta\sigma_g \stackrel{\textcircled{3}}{=} \Delta\sigma - \Delta\sigma_g \stackrel{\textcircled{1}}{=} \Delta\Sigma - \underset{\sim}{L} : \Delta\varepsilon^{in} - \Delta\sigma_g$$

$$\stackrel{\textcircled{4}}{=} \Delta\Sigma - \underset{\sim}{L} : \left(\Delta\varepsilon_g^{in} + d\Delta\varepsilon_g^{in} \right) - \Delta\sigma_g$$

$$\stackrel{\textcircled{2}}{=} \Delta\Sigma - \underset{\sim}{L} \left(\Delta\varepsilon_g - \underset{\sim}{E}^{-1} : \Delta\sigma_g + d\Delta\varepsilon_g^{in} \right) - \Delta\sigma_g$$

$$d\stackrel{\textcircled{2}}{=} \Delta\Sigma - \underset{\sim}{L} : \left(\Delta\varepsilon_g - \underset{\sim}{E}^{-1} : \Delta\sigma_g + d\Delta\varepsilon_g - \underset{\sim}{E}^{-1} : d\Delta\sigma_g \right) - \Delta\sigma_g$$

$$\stackrel{\textcircled{5}}{=} \Delta\Sigma - \underset{\sim}{L} : \left(\Delta\varepsilon_g - \underset{\sim}{E}^{-1} : \Delta\sigma_g + d\Delta\varepsilon_g - \underset{\sim}{E}^{-1} : \underset{\sim}{J} : d\Delta\varepsilon_g \right) - \Delta\sigma_g$$

Ce qui donne : $\left(\underset{\sim}{J} + \underset{\sim}{L} : \left(\underset{\sim}{I} - \underset{\sim}{E}^{-1} : \underset{\sim}{J} \right) \right) d\Delta\varepsilon_g = \Delta\Sigma - \underset{\sim}{L} : \left(\Delta\varepsilon_g - \underset{\sim}{E}^{-1} : \Delta\sigma_g \right) - \Delta\sigma_g$

Donc, on a : $d\Delta\varepsilon_g = \left(\underset{\sim}{J} + \underset{\sim}{L} : \left(\underset{\sim}{I} - \underset{\sim}{E}^{-1} : \underset{\sim}{J} \right) \right)^{-1} : \left(\Delta\Sigma - \underset{\sim}{L} : \Delta\varepsilon_g + \left(\underset{\sim}{L} : \underset{\sim}{E}^{-1} - \underset{\sim}{I} \right) : \Delta\sigma_g \right)$

qui est la correction à appliquer au $\Delta\varepsilon_g$ imposé à l'UMAT, jusqu'à ce que :

$$\Delta\sigma_g + \underset{\sim}{L} : \Delta\varepsilon_g^{in} \approx \Delta\Sigma$$

Calibration et étalonnage de le MFR

La MFR constitue un dispositif expérimental de référence dans cette étude (présenté section 3.1.2). La MFR est employée pour identifier les propriétés matériaux d'une part et pour valider les résultats du modèle de prévision de la DDV d'autre part. Il a donc été nécessaire de vérifier l'étalonnage de ce moyen d'essai. La MFR est constituée de deux capteurs pour l'acquisition des données physiques au cours d'un essai. Le premier est un capteur d'angle permettant de mesurer la position du mors mobile lors du chargement de flexion. Le second est un capteur d'effort qui mesure le couple résultant lors de la flexion de l'éprouvette. Dans les sections suivantes, les travaux de calibration de la MFR qui ont été entrepris d'un point de vue cinématique puis statique sont présentés.

B.1 Calibration cinématique

L'objectif de cette section est de vérifier et de valider la mesure du capteur d'angle au cours d'un essai. Deux approches ont été mises en place.

La première approche a été de réaliser un essai de flexion par paliers et de photographier le dispositif d'amarrage à chacune des positions. Le domaine étudié a été de 0° à 90° par paliers de 10° . La deuxième étape a consisté à post-traiter les photos avec le logiciel libre de traitement d'image *Gimp*. Celui-ci a permis de mesurer directement l'angle de flexion appliqué à l'éprouvette au cours de l'essai (illustré figure B.1). Il a été étudié trois géométries d'éprouvettes correspondant à trois essais distincts. Pour chacun des paliers, l'angle de consigne a été comparé à l'angle imposé. Un écart maximal de $0,6^\circ$ a été mesuré pour l'ensemble de la campagne.

Dans un second temps, une deuxième approche a été mise en place à partir de la méthode de stéréo-corrélation d'images¹. Le principe de cette méthode est de mesurer un champ de déplacement en comparant les photos numériques d'un objet avant et après déformation.

1. Pour plus de renseignement sur cette technique le lecteur peut s'orienter vers le document, "Principe de la corrélation d'images numériques" [Pensier et Hild, 2004]. Disponible ici : <http://eduscol.education.fr/sti/sites/eduscol.education.fr.sti/files/ressources/pedagogiques/5561/5561-principe-de-la-corrélation-dimages-numeriques-ens.pdf>

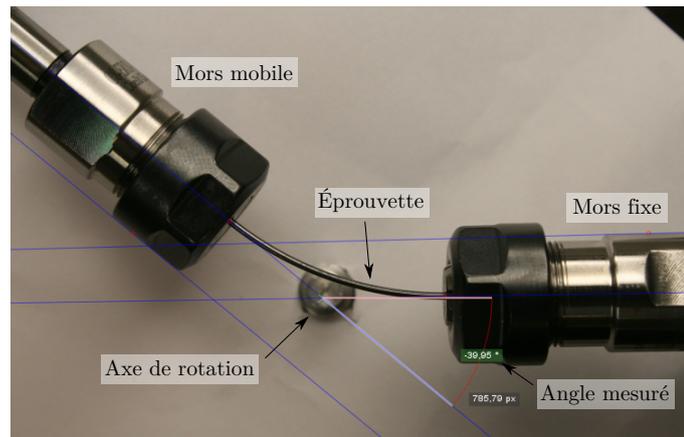


FIGURE B.1 – Mesure de l'angle de flexion appliqué par post-traitement des photos.

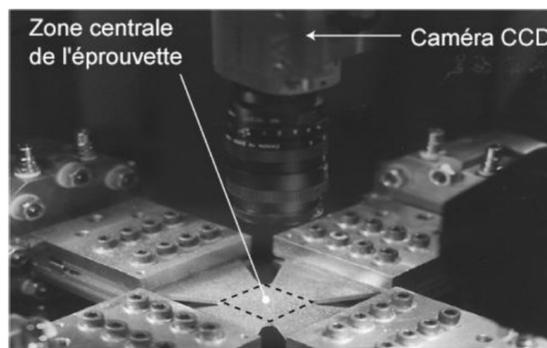


FIGURE B.2 – Principe de la corrélation d'image : prise de vue [Pensier et Hild, 2004].

Pour cela, une texture aléatoire et non uniforme appelée mouchetis doit être appliquée à la surface de l'échantillon. Généralement, il est superposé un spray de peinture de couleurs noire et blanche. La caméra effectue deux prises de vues (figure B.2), la première image est considérée comme la référence, la seconde image correspond à la déformée. La détermination du champ de déformation est ensuite définie en trois étapes. La première est de définir une zone d'étude figure B.3a. La seconde est de découper la zone d'étude en "zones d'intérêt" plus petites (ou imageries) (figure B.3b), puis de corréler les imageries (figure B.3c). À la fin du procédé, il est déterminé un champ de déplacement puis de déformation. Les limitations de cette technique sont que la zone d'étude à observer doit être de surface plane (ou presque plane) et de forme quasi-rectangulaire.

Notre premier objectif était de mesurer directement le champ de déformation de l'éprouvette au cours d'une sollicitation de flexion. Cependant, la géométrie de l'éprouvette est très élancée. En effet la longueur est très importante par rapport au diamètre (figure 3.2). La stéréo-corrélation d'images est adaptée pour des zones d'études rectangulaires où la dimension en longueur reste semblable à celle de la largeur. Les premiers essais réalisés n'ont pas permis d'obtenir une acquisition de la déformée sur l'ensemble de l'éprouvette. Nous expliquons cette difficulté par la géométrie très élancée de l'éprouvette. La technique de stéréo-corrélation d'images n'a pas pu être appliquée directement sur l'éprouvette dans cette configuration.

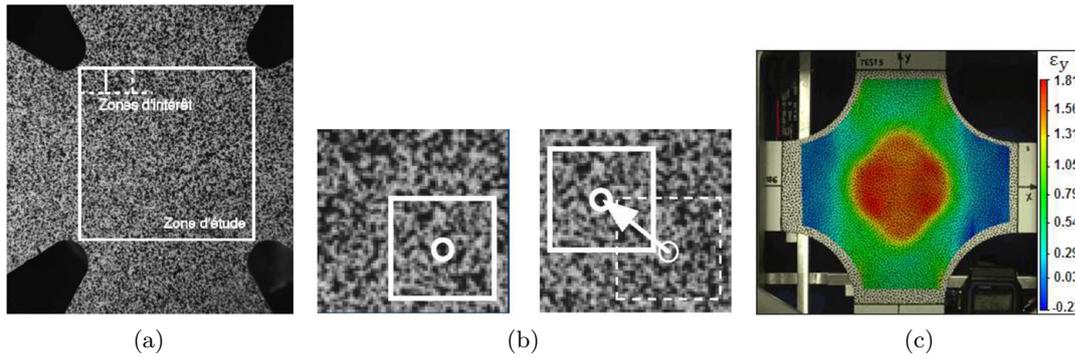


FIGURE B.3 – Principe de la corrélation d'image : (a) définition de la zone d'étude, (b) découpe de la zone d'étude en imagettes, (c) résultat de corrélation. [Pensier et Hild, 2004]

La deuxième stratégie a été de mesurer l'évolution spatiale de points particuliers présents sur la MFR à l'aide de patches (petit rectangle moucheté). Ces patches ont été positionnés à des lieux d'intérêts de la MFR, permettant d'étudier la cinématique de la machine illustrée figure B.4 et figure B.5a. La seconde étape a consisté à post-traiter ces mesures pour calculer par construction géométrique l'angle de flexion imposé à l'éprouvette au cours de l'essai figure B.5b. Il est à noter que cette seconde approche proposée est une quantification indirecte combinant mesures et calculs, et non une mesure directe.

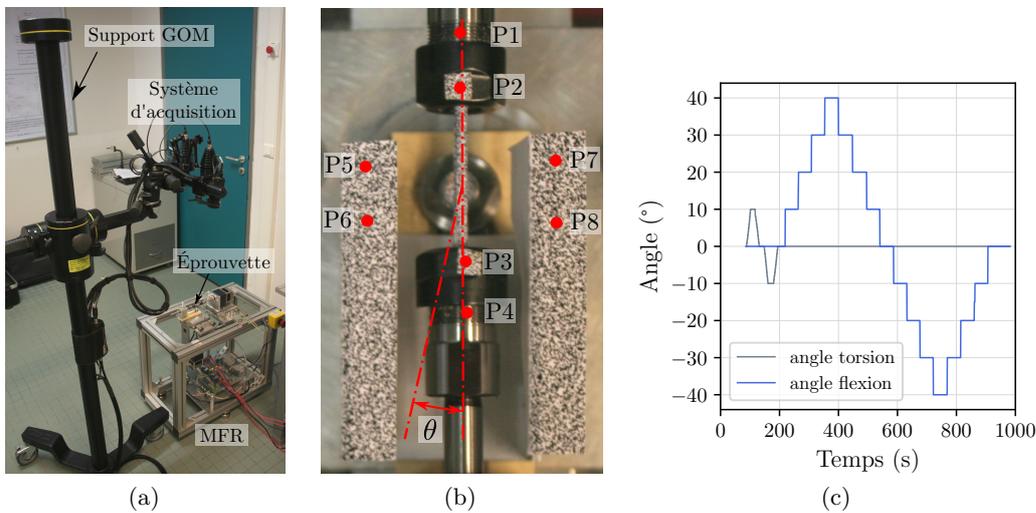


FIGURE B.4 – Dispositif d'essai de stéréo-corrélation d'images : (a) montage du système d'acquisition GOM, (b) points de mesures disposés sur les patches, (c) consigne angulaire imposée par les moteurs de torsion et de flexion au cours de l'essai.

L'objectif pour ces essais a donc été d'identifier un protocole permettant de mesurer au plus près l'angle de flexion imposé à l'éprouvette. La difficulté a été d'identifier une stratégie permettant de minimiser les incertitudes de mesure. Le protocole mis en place a consisté à imposer une rotation du système suivant l'axe de torsion correspondant à

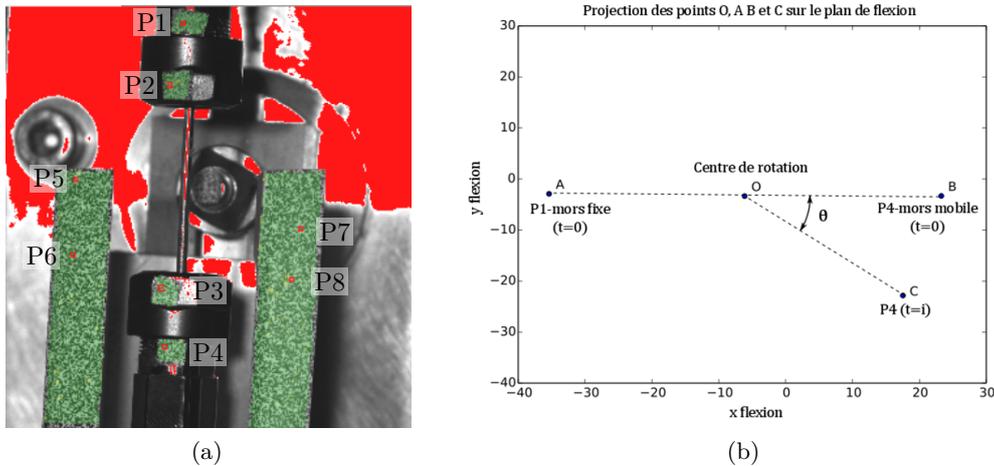


FIGURE B.5 – Résultats des essais de stéréo-corrélation d’images : (a) acquisition des points de mesures, (b) résultats du post-traitement.

l’axe longitudinal (figure B.4c). Cette première étape a pour objectif d’identifier la position initiale de l’éprouvette. Pour ce faire, la trajectoire en arc de cercle des points (P1, P2, P3 et P4) a été suivie par stéréo-corrélation. Dans la deuxième partie de l’essai, le moteur de flexion est actionné pour réaliser une flexion de l’éprouvette par paliers successifs de 10° sur une plage angulaire de 40° à -40° (figure B.4c). Pour cette étape, l’évolution de la position des points (P5, P6, P7 et P8) a été enregistrée. La seconde partie de cette approche a été l’étape de post-traitement des résultats. Pour cela, un script Python a été développé pour identifier les trajectoires des points. Une fois développé, le script a permis de calculer la position initiale de l’éprouvette, de calculer la position du centre de flexion et de projeter ces grandeurs dans le plan de flexion. Ce traitement a permis de calculer l’angle de flexion imposé à chaque palier (figure B.5b).

Trois essais ont été réalisés au cours de cette campagne. Pour l’ensemble des essais, un écart de $1,03^\circ$ en moyenne par palier a été calculé entre l’angle de consigne et l’angle réel imposé. Cet écart est important comparé à la précision de la technique de stéréo-corrélation d’images. Nous expliquons cette différence par le fait que le protocole utilisé pour obtenir les résultats a été basé sur des mesures et des calculs couplés de manière indirecte à l’objet étudié. La technique de stéréo-corrélation d’images appliquée pour notre configuration d’essai n’a pas permis d’obtenir des informations satisfaisantes. La configuration idéale pour cette technique est de mesurer directement une zone plane de forme rectangulaire. Notre géométrie d’éprouvette ne le permet pas, et la solution intermédiaire engendre des incertitudes de mesures et de calculs qui s’accumulent. L’approche indirecte par stéréo-corrélation d’images ne nous a pas apporté d’informations suffisamment précises au vu de la technique employée.

Nous considérons que la première méthode que nous avons mise en place par traitement d’images est la méthode la plus fiable. Celle-ci nous permet de quantifier la précision de l’angle de flexion imposé au cours d’un essai. Pour une plage de flexion de 90° , l’écart maximal observé a été de $0,6^\circ$.

B.2 Étalonnage statique

Le deuxième travail a consisté à étalonner le capteur de couple. L'objectif de l'étalonnage du capteur est d'établir la relation qui lie le couple résultant de flexion à la tension électrique aux bornes du capteur. La problématique a été d'identifier une solution permettant d'appliquer un couple connu aux bornes du capteur. La solution employée a consisté à suspendre par l'intermédiaire d'un câble différentes masses étalons à l'extrémité du mors mobile (figure B.6). Connaissant le bras de levier entre le poids généré par les masses et le centre de rotation (CdR) de la MFR, le couple appliqué au mors mobile était connu. Plusieurs essais de charge et décharge d'amplitudes variables ont été réalisés. La tension mesurée aux bornes du capteur a ensuite permis d'établir la relation d'étalonnage $C = 0,305U^2 + 18,852U - 2,752$. Avec C le couple en N·m et U la tension en volt. Un polynôme d'ordre deux a été implanté afin de prendre en compte les phénomènes non-linéaires présents, tel que le frottement dans certaines liaisons mécaniques.

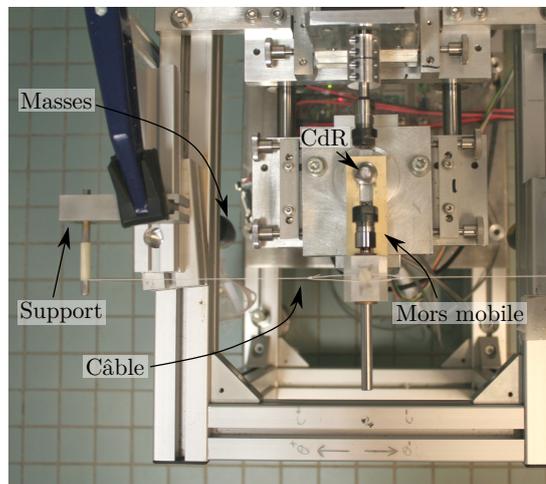


FIGURE B.6 – Illustration du montage expérimental d'étalonnage du capteur de couple.



Bibliographie

- [Agnihotri, 1995] AGNIHOTRI, G. (1995). Calculation of elastic-plastic strains and stresses in notches under torsion load. *Engineering Fracture Mechanics*, 51(5):823 – 835.
- [Akel et Nguyen, 1989] AKEL, S. et NGUYEN, Q. S. (1989). Determination of the limit response in cyclic plasticity. D. R. J. Owen, E. H. Onate, and E. Onate, eds., Pineridge Press, Swansea, UK, 639–650. 2nd Int. Conf. on Computational Plasticity : Models, Software, and Applications.
- [Amiable, 2006] AMIABLE, S. (2006). *Prédiction de durée de vie de structures sous chargement de fatigue thermique*. Thèse de doctorat, Université de Versailles.
- [Anderson et al., 2007] ANDERSON, M., PRICE, J. et PARASHOS, P. (2007). Fracture resistance of electropolished rotary nickel-titanium endodontic instruments. *Journal of endodontics*, 33:1212–6.
- [Arbab-Chirani et al., 2011] ARBAB-CHIRANI, R., CHEVALIER, V., ARBAB-CHIRANI, S. et CALLOCH, S. (2011). Comparative analysis of torsional and bending behavior through finite-element models of 5 Ni–Ti endodontic instruments. *Oral Surgery, Oral Medicine, Oral Pathology, Oral Radiology, and Endodontology*, 111(1):115–121.
- [Arbab-Chirani et al., 2005] ARBAB-CHIRANI, R., CHEVALIER, V. et ARBAB-CHIRANI, Shabnam et Calloch, S. (2005). Etude du comportement mécanique des instruments endodontiques par simulations numériques : phase préliminaire. *Collège National en Odontologie Conservatrice, Bordeaux, France*.
- [Arbab-Chirani et al., 2010] ARBAB-CHIRANI, R., CHEVALIER, V. et ARBAB-CHIRANI, Shabnam et Calloch, S. (2010). Instrumentation canalaire de préparation. *Encyclopédie Médicale et Chirurgicale (Elsevier Masson SAS, Paris), Médecine buccale*, pages 28–725–A–10.
- [Armstrong et Frederick, 1966] ARMSTRONG, P. et FREDERICK, C. (1966). A mathematical representation of the multiaxial bauschinger effect. *CEGB Report RD/B/N731*.
- [Basquin, 1910] BASQUIN, O. H. (1910). The Exponential Law of Endurance Tests. *In American Society for Testing and Materials Proceedings*, pages 625–630.

- [Bechterew, 1926] BECHTEREW, P. (1926). Analytical study of the generalized Hookes law. Application of the method of coordinate transformation. *Zh. Russ. Fiz.-Khim. Obshch. Leningrad. Univ. Fizika*, 3:415–446.
- [Berutti et al., 2003] BERUTTI, E., CHIANDUSSI, G., GAVIGLIO, I. et IBBA, A. (2003). Comparative analysis of torsional and bending stresses in two mathematical models of nickel-titanium rotary instruments : Protaper versus profile. *Journal of Endodontics*, 29(1):15 – 19.
- [Boisse, 1987] BOISSE, P. (1987). *Nouvel algorithme à grand incrément de temps pour le calcul des structures élastoplastiques*. Thèse de doctorat, Université Paris 6.
- [Boisse et al., 1990] BOISSE, P., BUSSY, P. et LADEVEZE, P. (1990). A new approach in non-linear mechanics : The large time increment method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 29(3):647–663.
- [Bouvet, 2001] BOUVET, C. (2001). *De l'uniaxial au multiaxial - comportement pseudoélastique des alliages à mémoire de forme*. Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté.
- [Boyd et Lagoudas, 1996] BOYD, J. et LAGOUDAS, D. (1996). A thermodynamical constitutive model for shape memory materials. Part I. The monolithic shape memory alloy. *International Journal of Plasticity*, 12(6):805–842.
- [Buczynski et Glinka, 2003] BUCZYNSKI, A. et GLINKA, G. (2003). An analysis of elastoplastic strains and stresses in notched bodies subjected to cyclic non-proportional loading paths. *European Structural Integrity Society*, 31:265–283.
- [Campbell et al., 2014] CAMPBELL, L., SHEN, Y., min ZHOU, H. et HAAPASALO, M. (2014). Effect of fatigue on torsional failure of nickel-titanium controlled memory instruments. *Journal of Endodontics*, 40(4):562 – 565.
- [Carvalho et al., 2016] CARVALHO, A., MONTALVAO, D., FREITAS, M., REIS, L. et FONTE, M. (2016). Determination of the rotary fatigue life of niti alloy wires. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 85:37 – 44. XV Portuguese Conference on Fracture and Fatigue.
- [Chaboche, 2007] CHABOCHE (2007). A new heuristic method to compute local stresses and strains at notch tip for multiaxial stress states. *Technical Report ONERA*.
- [Charkaluk et al., 2002] CHARKALUK, E., BIGNONNET, A., CONSTANTINESCU, A. et DANG VAN, K. (2002). Fatigue design of structures under thermomechanical loadings. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 25(12):1199–1206.
- [Charkaluk et Constantinescu, 2000] CHARKALUK, E. et CONSTANTINESCU, A. (2000). An energetic approach in thermomechanical fatigue for silicium molybden cast iron. *Materials at High Temperatures*, 17(3):373–380.
- [Chaudonneret et Culié, 1985] CHAUDONNERET, M. et CULIÉ, J.-P. (1985). Adaptation of neuber's theory to stress concentration in viscoplasticity. *La recherche Aérospatiale*, 4:33–40.
- [Cheung et Darvell, 2007a] CHEUNG, G. et DARVELL, B. (2007a). Low cycle fatigue of niti rotary instruments of various cross-sectional shape. *International endodontic journal*, 40:626–32.

-
- [Cheung et Darvell, 2007b] CHEUNG, G. S. P. et DARVELL, B. W. (2007b). Fatigue testing of a NiTi rotary instrument. Part 2 : fractographic analysis. *International Endodontic Journal*, 40(8):619–625.
- [Cheung *et al.*, 2011] CHEUNG, G. S. P., ZHANG, E. W. et ZHENG, Y. F. (2011). A numerical method for predicting the bending fatigue life of NiTi and stainless steel root canal instruments. *International Endodontic Journal*, 44(4):357–361.
- [Chevalier, 2012] CHEVALIER, V. (2012). *Étude expérimentale et numérique du comportement mécanique des instruments endodontiques en NiTi*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne occidentale - Brest.
- [Claisse, 2000] CLAISSE, A et Haikel, Y. e. S. R. (2000). *Les dossiers de l'ADF : Les systèmes Nickel-Titane en rotation continue*. ADF édition, Paris.
- [Coffin, 1954] COFFIN, L. (1954). A study of the effect of the cyclic thermal stresses on a ductile metal. 76:931–950.
- [Crossland, 1956] CROSSLAND, B. (1956). Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. Institution of Mechanical Engineers, London. In International Conference on Fatigue on Metal.
- [Câmara *et al.*, 2009] CÂMARA, A. S., DE CASTRO MARTINS, R., VIANA, A. C. D., DE TOLEDO LEONARDO, R., BUONO, V. T. L. et DE AZEVEDO BAHIA, M. G. (2009). Flexibility and torsional strength of protaper and protaper universal rotary instruments assessed by mechanical tests. *Journal of Endodontics*, 35(1):113 – 116.
- [Darlet, 2014] DARLET, A. (2014). *Estimation rapide en surface de la triaxialité des contraintes et de la plasticité : application aux disques et aux aubes de turbine des turboréacteurs*. Thèse de doctorat. Ecole normale supérieure.
- [Darlet et Desmorat, 2013] DARLET, A. et DESMORAT, R. (2013). De la détermination de la triaxialité des contraintes sur un bord libre à l'estimation de la plasticité par post-traitement. *In 11e Colloque National en Calcul des Structures*, Giens, France. CSMA.
- [de Arruda Santos *et al.*, 2014] DE ARRUDA SANTOS, L., LÓPEZ, J. B., DE LAS CASAS, E. B., DE AZEVEDO BAHIA, M. G. et BUONO, V. T. L. (2014). Mechanical behavior of three nickel-titanium rotary files : A comparison of numerical simulation with bending and torsion tests. *Materials Science and Engineering : C*, 37:258–263.
- [Deperrois, 1991] DEPERROIS, A. (1991). *Sur le calcul de limites d'endurance des aciers*. Thèse de doctorat, Ecole polytechnique.
- [Elnaghy et Elsaka, 2015] ELNAGHY, A. et ELSAKA, S. (2015). Torsion and bending properties of oneshape and waveone instruments. *Journal of endodontics*, 41:544 – 547.
- [Es-Souni *et al.*, 2005] ES-SOUNI, M., ES-SOUNI, M. et FISCHER-BRANDIES, H. (2005). Assessing the biocompatibility of niti shape memory alloys used for medical applications. *Analytical and bioanalytical chemistry*, 381:557–67.
- [Eshelby, 1957] ESHELBY, J. D. (1957). The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, pages 241(1226) :376–396.

- [Esposito et Cunningham, 1995] ESPOSITO, P. T. et CUNNINGHAM, C. J. (1995). A comparison of canal preparation with nickel-titanium and stainless steel instruments. *Journal of Endodontics*, 21(4):173 – 176.
- [Favier et al., 1993] FAVIER, D., LIU, Y. et MCCORMICK, P. (1993). Three stage transformation behaviour in aged niti. *Scripta Metallurgica et Materialia*, 28:669–672.
- [François, 2014] FRANÇOIS (2014). Bases de tenseurs. Rapport technique, Université de Nantes Institut de recherche en Génie Civil et Mécanique. École d’été MatSyMat.
- [Gall et al., 1999] GALL, K., SEHITOGLU, H., CHUMLYAKOV, Y. et KIREEVA, I. (1999). Tension–compression asymmetry of the stress–strain response in aged single crystal and polycrystalline niti. *Acta Materialia*, 47(4):1203 – 1217.
- [Gallerneau, 2004] GALLERNEAU (2004). Méthode de Neuber généralisée en viscoplasticité multiaxiale. Rapport technique, Technical Report RTS 4/7283 DMSE/Y, ONERA.
- [Gambarini et al., 2008] GAMBARINI, G., GRANDE, N., PLOTINO, G., FRANCESCO, S., GARALA, M., LUCA, M. et TESTARELLI, L. (2008). Fatigue resistance of engine-driven rotary nickel-titanium instruments produced by new manufacturing methods. *Journal of endodontics*, 34:1003–5.
- [Glosson et al., 1995] GLOSSON, C. R., HALLER, R. H., BRENT DOVE, S. et DEL RIO, C. E. (1995). A comparison of root canal preparations using ni-ti hand, ni-ti engine-driven, and k-flex endodontic instruments. *Journal of Endodontics*, 21(3):146 – 151.
- [Gouedard, 2020] GOUEDARD, C. (2020). *Durabilité des matériaux et des structures employés en odontologie restauratrice et endodontie chez l’enfant*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne occidentale - Brest.
- [Gu et al., 2017] GU, X., ZHANG, W., ZAKI, W. et MOUMNI, Z. (2017). Numerical simulation of pseudoelastic shape memory alloys using the large time increment method. *Smart Materials and Structures*, 26(4):045016.
- [Haïkel et al., 1999] HAÏKEL, Y., SERFATY, R., BATEMAN, G., SENGER, B. et ALLEMANN, C. (1999). Dynamic and cyclic fatigue of engine-driven rotary nickel-titanium endodontic instruments. *Journal of Endodontics*, 25(6):434–440.
- [Haïkel et al., 1998] HAÏKEL, Y., SERFATY, R., WILSON, P., SPEISSER, J. et ALLEMANN, C. (1998). Mechanical properties of nickel-titanium endodontic instruments and the effect of sodium hypochlorite treatment. *Journal of Endodontics*, 24(11):731 – 735.
- [Helbert, 2014] HELBERT, G. (2014). *Contribution à la durabilité des câbles de Génie Civil vis-à-vis de la fatigue par un dispositif amortisseur à base de fils NiTi*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Sud.
- [Herbland, 2009] HERBLAND, T. (2009). *Une méthode de correction élastoplastique pour le calcul en fatigue des zones de concentration de contraintes sous chargement cyclique multiaxial non proportionnel*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- [Hoffmann et Seeger, 1985] HOFFMANN, M. et SEEGER, T. (1985). A Generalized Method for Estimating Multiaxial Elastic-Plastic Notch Stresses and Strains, Part 1 : Theory. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 107(4):250.

-
- [Humbeeck, 1991] HUMBEECK, J. V. (1991). Cycling effects, fatigue and degradation of shape memory alloys. *Journal de Physique*, C4:189–197.
- [Ince *et al.*, 2014] INCE, A., GLINKA, G. et BUCZYNSKI, A. (2014). Computational modeling of multiaxial elasto-plastic stress–strain response for notched components under non-proportional loading. *International Journal of Fatigue*, 62:42 – 52. 9th Fatigue Damage of Structural Materials Conference.
- [Itoh *et al.*, 1995] ITOH, T., SAKANE, M., OHNAMI, M. et SOCIE, D. F. (1995). Nonproportional Low Cycle Fatigue Criterion for Type 304 Stainless Steel. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 117(3):285–292.
- [Johnson *et al.*, 2008] JOHNSON, E., LLOYD, A., KUTTLER, S. et NAMEROW, K. (2008). Comparison between a novel nickel-titanium alloy and 508 nitinol on the cyclic fatigue life of profile 25/.04 rotary instruments. *Journal of Endodontics*, 34(11):1406 – 1409.
- [Kandil *et al.*, 1982] KANDIL, F., BROWN, M. et MILLER, K. (1982). Biaxial low-cycle fatigue fracture of a 316 stainless steel at elevated temperature. *The Metals Society*, page Book 280.
- [Kang *et al.*, 2009] KANG, G., KAN, Q., QIAN, L. et LIU, Y. (2009). Ratchetting deformation of super-elastic and shape-memory NiTi alloys. *Mechanics of Materials*, 41(2):139–153.
- [Khalil-Allafi *et al.*, 2006] KHALIL-ALLAFI, J., SCHMAHL, W. W. et TOEBBENS, D. (2006). Space group and crystal structure of the r-phase in binary niti shape memory alloys. *Acta Materialia*, 54(12):3171 – 3175.
- [Kiefner *et al.*, 2014] KIEFNER, P., BAN, M. et DE-DEUS, G. (2014). Is the reciprocating movement per se able to improve the cyclic fatigue resistance of instruments? *International Endodontic Journal*, 47(5):430–436.
- [Kim *et al.*, 2009a] KIM, H.-C., KIM, H.-C., LEE, C.-J., KIM, B., PARK, J.-K. et VERSLUIS, A. (2009a). Mechanical response of nickel–titanium instruments with different cross-sectional designs during shaping of simulated curved canals. *International endodontic journal*, 42:593–602.
- [Kim *et al.*, 2010] KIM, H.-C., YUM, J., HUR, B. et CHEUNG, G. (2010). Cyclic fatigue and fracture characteristics of ground and twisted nickel-titanium rotary files. *Journal of endodontics*, 36:147–52.
- [Kim et Daly, 2011] KIM, K. et DALY, S. (2011). Martensite strain memory in the shape memory alloy nickel-titanium under mechanical cycling. *Experimental Mechanics*, 51:641 – 652.
- [Kim *et al.*, 2009b] KIM, T. O., CHEUNG, G. S. P., LEE, J. M., KIM, B. M., HUR, B. et KIM, H. C. (2009b). Stress distribution of three niti rotary files under bending and torsional conditions using a mathematic analysis. *International Endodontic Journal*, 42(1):14–21.
- [Knop *et al.*, 2000] KNOP, M., JONES, R., MOLENT, L. et WANG, C. (2000). On the glinka and neuber methods for calculating notch tip strains under cyclic load spectra. *International Journal of Fatigue*, 22(9):743 – 755.

- [Kröner, 1961] KRÖNER, E. (1961). On the plastic deformation of polycrystals. *Acta Metallurgica*, 9 :155–161.
- [Ladevèze, 1999] LADEVÈZE, P. (1999). Principles of the Method of Large Time Increments. pages 55–100. Springer, New York, NY.
- [Lagoudas, 2007] LAGOUDAS, D. (2007). *Shape Memory Alloys - Modeling and Engineering Applications*. Springer.
- [Larsen *et al.*, 2009] LARSEN, C., WATANABE, I., GLICKMAN, G. et HE, J. (2009). Cyclic fatigue analysis of a new generation of nickel titanium rotary instruments. *Journal of endodontics*, 35:401–3.
- [Lasfargues, 2010] LASFARGUES, J et Matchou, P. (2010). *Dictionnaire francophone des termes d'Odontologie Conservatrice, Endodontie et Odontologie restauratrice*. Espace ID.
- [Legrand, 2015] LEGRAND, V. (2015). *Etude de la fatigue d'instruments endodontiques en alliage à mémoire de forme du type NiTi*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne occidentale - Brest.
- [Legrand *et al.*, 2015] LEGRAND, V., MOYNE, S., PINO, L., ARBAB CHIRANI, S., CALLOCH, S., CHEVALIER, V. et ARBAB CHIRANI, R. (2015). Mechanical Behavior of a NiTi Endodontic File During Insertion in an Anatomic Root Canal Using Numerical Simulations. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 24(12):4941–4947.
- [Lemaitre et Chaboche, 1998] LEMAITRE, J. et CHABOCHE, J. (1998). *Mécanique des matériaux solides*. Dunod.
- [Levieil, 2016] LEVIEIL, B. (2016). *Prise en compte des contraintes résiduelles dans le dimensionnement en fatigue oligocyclique par des méthodes simplifiées*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale.
- [Li *et al.*, 2002] LI, U.-M., LEE, B.-S., SHIH, C.-T., LAN, W.-H. et LIN, C.-P. (2002). Cyclic fatigue of endodontic nickel titanium rotary instruments : static and dynamic tests. *Journal of endodontics*, 28(6):448—451.
- [Lopes *et al.*, 2010] LOPES, H. P., ELIAS, C. N., VIEIRA, V. T., MOREIRA, E. J., MARQUES, R. V., MACHADO DE OLIVEIRA, J. C., DEBELIAN, G. et SIQUEIRA, J. F. (2010). Effects of electropolishing surface treatment on the cyclic fatigue resistance of bioactive nickel-titanium rotary instruments. *Journal of Endodontics*, 36(10):1653 – 1657.
- [Mahtabi et Shamsaei, 2016] MAHTABI, M. J. et SHAMSAEI, N. (2016). A modified energy-based approach for fatigue life prediction of superelastic niti in presence of tensile mean strain and stress. *International Journal of Mechanical Sciences*, 117:321 – 333.
- [Maitournam *et al.*, 2002] MAITOURNAM, M., POMMIER, B. et THOMAS, J.-J. (2002). Détermination de la réponse asymptotique d'une structure anélastique sous chargement thermomécanique cyclique. *Comptes Rendus Mécanique*, 330(10):703 – 708.
- [Maletta *et al.*, 2014] MALETTA, C., SGAMBITTERRA, E., FURGIUELE, F., CASATI, R. et TUISSI, A. (2014). Fatigue properties of a pseudoelastic NiTi alloy : Strain ratcheting and hysteresis under cyclic tensile loading. *International Journal of Fatigue*, 66:78–85.

-
- [Mandel, 1965] MANDEL, J. (1965). Generalisation de la theorie de plasticite de w. t. koiter. *International Journal of Solids and Structures*, 1(3):273 – 295.
- [Manson, 1965] MANSON, S. (1965). Fatigue : A complex subject-some simple approximations. *Experimental Mechanics*, 5:193–226.
- [McGuigan *et al.*, 2013] MCGUIGAN, M., LOUCA, C. et DUNCAN, H. (2013). Endodontic instrument fracture : Causes and prevention. *British dental journal*, 214:341–8.
- [Medha *et al.*, 2014] MEDHA, A., PATIL, S., HOSHING, U. et BANDEKAR, S. (2014). Evaluation of forces generated on three different rotary file systems in apical third of root canal using finite element analysis. *Journal of clinical and diagnostic research : JCDR*, 8:243–6.
- [Medioni, 2015] MEDIONI, E. (2015). *Instrumentation endodontique*. 23-050-A608. EMC Elsevier Masson SAS, Paris.
- [Moftakhar et Buczynski, 1995] MOFTAKHAR, A. et BUCZYNSKI, A. (1995). Calculation of elasto-plastic strains and stresses in notches under multiaxial loading. *International Journal of Fracture*, 70(357):357–373.
- [Molski et Glinka, 1981] MOLSKI, K. et GLINKA, G. (1981). A Method of Elastic-Plastic Stress and Strain Calculation at a Notch Root. *Materials Science and Engineering*, 50:93 – 100.
- [Montalvão *et al.*, 2014] MONTALVÃO, D., SHENGWEN, Q. et FREITAS, M. (2014). A study on the influence of Ni–Ti M-Wire in the flexural fatigue life of endodontic rotary files by using Finite Element Analysis. *Materials Science and Engineering : C*, 40:172–179.
- [Morin, 2011] MORIN, C. (2011). *A comprehensive approach for fatigue analysis of shape memory alloys*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique X.
- [Morin *et al.*, 2011] MORIN, C., MOUMNI, Z. et ZAKI, W. (2011). Direct Numerical Determination of the Asymptotic Cyclic Behavior of Pseudoelastic Shape Memory Structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 137(7):497–503.
- [Morrow, 1965] MORROW, J. (1965). Low cycle fatigue behavior of quenched and tempered sae 1045 steel. Rapport technique, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- [Moumni *et al.*, 2005] MOUMNI, Z., HERPEN, A. V. et RIBERTY, P. (2005). Fatigue analysis of shape memory alloys : energy approach. *Smart Materials and Structures*, 14(5):S287–S292.
- [Moumni *et al.*, 2018] MOUMNI, Z., ZHANG, Y., WANG, J. et GU, X. (2018). A Global Approach for the Fatigue of Shape Memory Alloys. *Shape Memory and Superelasticity*, 4(4):385–401.
- [Necchi *et al.*, 2008] NECCHI, S., TASCHIERI, S., PETRINI, L. et MIGLIAVACCA, F. (2008). Mechanical behaviour of nickel-titanium rotary endodontic instruments in simulated clinical conditions : a computational study. *International Endodontic Journal*, 41(11):939–949.
- [Nervo *et al.*, 2000] NERVO, B., PALAMARA, G. J. et MESSER, J. (2000). Defects in rotary nickel-titanium files after clinical use. *Journal of endodontics*, 26(3):161–165.

- [Neuber, 1961] NEUBER (1961). Theory of stress concentration for shear-strained prismatic bodies with arbitrary nonlinear stress-strain law. *Journal of Applied Mechanics*, pages 544–550.
- [Ninan et Berzins, 2013] NINAN, E. et BERZINS, D. (2013). Torsion and bending properties of shape memory and superelastic nickel-titanium rotary instruments. *Journal of endodontics*, 39:101–4.
- [Oh *et al.*, 2010] OH, S.-R., CHANG, S., LEE, Y., GU, Y., SON, W.-J., LEE, W., BAEK, S.-H., BAE, K.-S., CHOI, G.-W., LIM, S.-M. et KUM, K.-Y. (2010). A comparison of nickel-titanium rotary instruments manufactured using different methods and cross-sectional areas : Ability to resist cyclic fatigue. *Oral surgery, oral medicine, oral pathology, oral radiology, and endodontics*, 109:622–8.
- [Olbricht *et al.*, 2008] OLBRICHT, J., YAWNY, A., CONDÓ, A., LOVEY, F. et EGGELER, G. (2008). The influence of temperature on the evolution of functional properties during pseudoelastic cycling of ultra fine grained NiTi. *Materials Science and Engineering : A*, 481-482:142–145.
- [Orgéas et Favier, 1995] ORGÉAS, L. et FAVIER, D. (1995). Non-symmetric tension-compression behaviour of niti alloy. *Journal de Physique IV (Proceedings)*, C8:605–610.
- [Orgéas et Favier, 1998] ORGÉAS, L. et FAVIER, D. (1998). Stress-induced martensitic transformation of a niti alloy in isothermal shear, tension and compression. *Acta Materialia*, 46(15):5579 – 5591.
- [Ortiz et Simo, 1986] ORTIZ, M. et SIMO, J. C. (1986). An analysis of a new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 23(3):353–366.
- [Ōtsuka et Ren, 1999] ŌTSUKA, K. et REN, X. (1999). Recent developments in the research of shape memory alloys. *Intermetallics*, 7(5):511 – 528.
- [Otsuka et Ren, 2005] OTSUKA, K. et REN, X. (2005). Physical metallurgy of ti–ni-based shape memory alloys. *Progress in Materials Science*, 50(5):511 – 678.
- [Ōtsuka et Wayman, 1998] ŌTSUKA, K. et WAYMAN, C. M. (1998). *Shape memory materials*. Cambridge University Press.
- [Patoor, E. *et al.*, 1995] PATOOR, E., EL AMRANI, M., EBERHARDT, A. et BERVEILLER, M. (1995). Determination of the origin for the dissymmetry observed between tensile and compression tests on shape memory alloys. *J. Phys. IV France*, 05:C2–495–C2–500.
- [Patoor et Berveiller, 1994] PATOOR ET BERVEILLER, M. (1994). *Technologie des alliages à mémoire de forme - comportement mécanique et mise en oeuvre*. Hermes.
- [Pelton *et al.*, 2013] PELTON, A., FINO-DECKER, J., VIEN, L., BONSIGNORE, C., SAFFARI, P., LAUNEY, M. et MITCHELL, M. (2013). Rotary-bending fatigue characteristics of medical-grade Nitinol wire. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 27:19–32.
- [Peters *et al.*, 2012] PETERS, O. A., GLUSKIN, A. K., WEISS, R. A. et HAN, J. T. (2012). An in vitro assessment of the physical properties of novel hyflex nickel–titanium rotary instruments. *International Endodontic Journal*, 45(11):1027–1034.

-
- [Petit, 2018] PETIT, S. (2018). *Étude expérimentale sur le comportement mécanique et en fatigue d'instruments endodontiques nouvelle génération*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne occidentale - Brest.
- [Pirani *et al.*, 2011] PIRANI, C., CIRULLI, P., CHERSONI, S., MICELE, L., RUGGERI, O. et PRATI, C. (2011). Cyclic fatigue testing and metallographic analysis of nickel-titanium rotary instruments. *Journal of endodontics*, 37:1013–6.
- [Plessis, 2013] PLESSIS, S. (2013). *Ingénierie de modèles pour la prévision rapide de la tenue en fatigue oligocyclique des assemblages soudés*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne Occidentale.
- [Plietsch et Ehrlich, 1997] PLIETSCH, R. et EHRLICH, K. (1997). Strength differential effect in pseudoelastic niti shape memory alloys. *Acta Materialia*, 45(6):2417 – 2424.
- [Plotino *et al.*, 2009] PLOTINO, G., GRANDE, N. M., CORDARO, M., TESTARELLI, L. et GAMBARINI, G. (2009). A Review of Cyclic Fatigue Testing of Nickel-Titanium Rotary Instruments. *Journal of Endodontics*, 35(11):1469–1476.
- [Pohl *et al.*, 2004] POHL, M., HESSING, C. et FRENZEL, J. (2004). Electrolytic processing of niti shape memory alloys. *Materials Science and Engineering : A*, 378:191–199.
- [Pommier, 2003] POMMIER, B. (2003). *Détermination de la réponse asymptotique d'une structure anélastique soumise à un chargement thermomécanique cyclique*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique X.
- [Pruett *et al.*, 1997] PRUETT, J. P., CLEMENT, D. J. et CARNES, D. L. (1997). Cyclic fatigue testing of nickel-titanium endodontic instruments. *Journal of Endodontics*, 23(2):77 – 85.
- [Pérez-Higueras *et al.*, 2013] PÉREZ-HIGUERAS, J., ARIAS, A. et De la MACORRA, J. (2013). Cyclic fatigue resistance of k3, k3xf, and twisted file nickel-titanium files under continuous rotation or reciprocating motion. *Journal of endodontics*, 39:1585–8.
- [Qidwai et Lagoudas, 2000] QIDWAI, M. A. et LAGOUDAS, D. C. (2000). Numerical implementation of a shape memory alloy thermomechanical constitutive model using return mapping algorithms. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 47(6):1123–1168.
- [Rodrigues *et al.*, 2011] RODRIGUES, R. C., LOPES, H. P., ELIAS, C. N., AMARAL, G., VIEIRA, V. T. et DE MARTIN, A. S. (2011). Influence of different manufacturing methods on the cyclic fatigue of rotary nickel-titanium endodontic instruments. *Journal of Endodontics*, 37(11):1553 – 1557.
- [Saint-Sulpice, 2009] SAINT-SULPICE, L. (2009). *Étude et modélisation du comportement cyclique des Alliages à Mémoire de Forme*. Thèse de doctorat, Université de Bretagne occidentale - Brest.
- [Saint-Sulpice *et al.*, 2009] SAINT-SULPICE, L., CHIRANI, S. A. et CALLOCH, S. (2009). A 3D super-elastic model for shape memory alloys taking into account progressive strain under cyclic loadings. *Mechanics of Materials*, 41(1):12–26.
- [Sauzay, 2000] SAUZAY, M. (2000). *Effets de surface et d'anisotropie en fatigue multiaxiale*. Thèse de doctorat, Université Paris 6.

- [Sauzay et Gilormini, 2000] SAUZAY, M. et GILORMINI, P. (2000). Inclusion élastoplastique en surface. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics-Physics-Astronomy*, 328(2):117–122.
- [Sawaguchi *et al.*, 2003] SAWAGUCHI, T. A., KAUSTRATER, G., YAWNY, A., WAGNER, M. et EGGELER, G. (2003). Crack initiation and propagation in 50.9 at. pct Ni-Ti pseudoelastic shape-memory wires in bending-rotation fatigue. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 34(12):2847–2860.
- [Schrader C, 2005] SCHRADER C, P. O. (2005). Analysis of torque and force with differently tapered rotary endodontic instruments in vitro. *Journal of Endodontics*, 28(7):540 – 542.
- [Serene *et al.*, 1995] SERENE, T. P., ADAMS, J. D. et SAXENA, A. (1995). *Nickel-titanium instruments : Applications in endodontics*. St. Louis : Ishiyaku EuroAmerica.
- [Setzer, 2013] SETZER, F. (2013). Influence of combined cyclic fatigue and torsional stress on the fracture point of nickel-titanium rotary instruments. *Journal of Endodontics*, 39:133–137.
- [Shaw et Kyriakides, 1997] SHAW, J. et KYRIAKIDES, S. (1997). On the nucleation and propagation of phase transformation fronts in a niti alloy. *Acta Materialia*, 45(2):683 – 700.
- [Shin, 1994] SHIN (1994). Fatigue crack growth from stress concentrations and fatigue life prediction in notched components. *Handbook of fatigue crack propagation in metallic structures*, pages pp 613–652.
- [Short *et al.*, 1997] SHORT, J. A., MORGAN, L. A. et BAUMGARTNER, J. C. (1997). A comparison of canal centering ability of four instrumentation techniques. *Journal of Endodontics*, 23(8):503 – 507.
- [Sines, 1955] SINES, G. (1955). Failure of materials under combined repeated stress with superimposed static stress. *NACA Technical Note 3495*, page 69.
- [Smith *et al.*, 1970] SMITH, K., WATSON, P. et TOPPER, T. (1970). A stress-strain function for the fatigue of materials. *Journal of Materials*, pages 767–778.
- [Song *et al.*, 2017] SONG, D., KANG, G., KAN, Q., YU, C. et ZHANG, C. (2017). Effects of peak stress and stress amplitude on multiaxial transformation ratchetting and fatigue life of superelastic NiTi SMA micro-tubes : Experiments and life-prediction model. *International Journal of Fatigue*, 96:252–260.
- [Sun, 2012] SUN, L. (2012). *Etude numérique de l'amorçage et de la propagation de fissures de fretting*. Thèse de doctorat. Thèse de doctorat, Sciences et génie des matériaux Paris, ENMP 2012.
- [Viana *et al.*, 2006] VIANA, A., GONZALEZ, B., BUONO, V. et BAHIA, M. (2006). Influence of sterilization on mechanical properties and fatigue resistance of nickel-titanium rotary endodontic instruments. *International endodontic journal*, 39:709–15.
- [Wagner *et al.*, 2004] WAGNER, M., SAWAGUCHI, T., KAUSTRÄTER, G., HÖFFKEN, D. et EGGELER, G. (2004). Structural fatigue of pseudoelastic NiTi shape memory wires. *Materials Science and Engineering : A*, 378(1-2):105–109.

-
- [Walia *et al.*, 1988] WALIA, H., BRANTLEY, W. et GERSTEIN, H. (1988). An initial investigation of the bending and torsional properties of nitinol root canal files. *Journal of Endodontics*, 14:346–351.
- [Wei et Yang, 1988] WEI, Z. et YANG, D. (1988). On the hysteresis loops and characteristic temperatures of thermoelastic martensitic transformations. *Scripta Metallurgica*, 22(8): 1245 – 1249.
- [Xu *et al.*, 2019] XU, L., BAXEVANIS, T. et LAGOUDAS, D. C. (2019). A three-dimensional constitutive model for the martensitic transformation in polycrystalline shape memory alloys under large deformation. *Smart Materials and Structures*, 28(7):074004.
- [Xu *et al.*, 2006] XU, X., ENG, M., ZHENG, Y. et ENG, D. (2006). Comparative study of torsional and bending properties for six models of nickel-titanium root canal instruments with different cross-sections. *Journal of Endodontics*, 32(4):372 – 375.
- [Ye et Gao, 2012] YE, J. et GAO, Y. (2012). Metallurgical characterization of m-wire nickel-titanium shape memory alloy used for endodontic rotary instruments during low-cycle fatigue. *Journal of Endodontics*, 38(1):105 – 107.
- [Yin *et al.*, 2014] YIN, H., HE, Y. et SUN, Q. (2014). Effect of deformation frequency on temperature and stress oscillations in cyclic phase transition of niti shape memory alloy. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 67:100 – 128.
- [Yu *et al.*, 2015] YU, C., KANG, G., KAN, Q. et ZHU, Y. (2015). Rate-dependent cyclic deformation of super-elastic NiTi shape memory alloy : Thermo-mechanical coupled and physical mechanism-based constitutive model. *International Journal of Plasticity*, 72:60–90.
- [Zarka, 1979] ZARKA, C. (1979). Elastic plastic response of a structure to cyclic loadings : practical rules. *Mechanics Today*, 6, Ed. Nemat-Nasser, Pergamon Press.
- [Zelada G, 2002] ZELADA G, Varela P, M. B. B. J. M. F. A. S. (2002). The effect of rotational speed and the curvature of root canals on the breakage of rotary endodontic instruments. *Journal of Endodontics*, 28(7):540 – 542.
- [Zhang, 2018] ZHANG, Y. (2018). *Low cycle fatigue of shape memory alloys*. Thèse de doctorat, Université Paris-Saclay.
- [Zhang *et al.*, 2016] ZHANG, Y., ZHU, J., MOUMNI, Z., VAN HERPEN, A. et ZHANG, W. (2016). Energy-based fatigue model for shape memory alloys including thermomechanical coupling. *Smart Materials and Structures*, 25(3):035042.
- [Zienkiewicz *et al.*, 2005] ZIENKIEWICZ, O. C., TAYLOR, R. L. R. L., ZHU, J. Z., ZIENKIEWICZ, O. C. et ZIENKIEWICZ, O. C. (2005). *The finite element method : its basis and fundamentals*. Elsevier Butterworth-Heinemann.

Titre : Détermination rapide de la durée de vie en fatigue oligocyclique de structures au comportement inélastique confiné : application aux instruments endodontiques en alliage à mémoire de forme Nickel-Titane

Mots clés : Fatigue oligocyclique, durée de vie, correction inélastique locale, NiTi, instruments endodontiques

Résumé : Les alliages de NiTi de par leurs grandes déformations réversibles sont majoritairement employés dans le cadre de l'élaboration d'instruments endodontiques. Leurs grandes souplesses permettent d'épouser la forme courbée des canaux dentaires. Cependant, des ruptures en service par fatigue sont parfois observées. La prise en compte du dimensionnement en fatigue des instruments pendant la phase de conception fait actuellement défaut. Cette étude présente la mise en place d'une méthode de prédiction rapide de la durée de vie en fatigue d'instruments endodontiques en alliage à mémoire de forme de type NiTi. L'utilisation de la méthode des éléments finis non linéaire dans le cadre de la fatigue à faible nombre de cycles d'une structure engendre un temps de calcul prohibitif. La méthode proposée par Darlet issue d'une loi de localisation dérivée de l'analyse par

changement d'échelle est une approche alternative pour réduire le temps de calcul. Cette méthode de calcul simplifiée permet d'estimer un comportement multiaxial cyclique par post-traitement de deux calculs éléments finis élastiques. Cette approche a été généralisée pour estimer un comportement inélastique au point critique de la structure. Un critère de fatigue énergétique est ensuite appliqué au cycle stabilisé pour estimer la durée de vie. L'ensemble des paramètres matériau du modèle proposé sont identifiés à l'échelle de l'éprouvette à partir d'une sollicitation de flexion. La démarche numérique a été appliquée sur un instrument en NiTi sollicité en flexion rotative. L'approche numérique proposée a été validée sur structure par confrontation essais-calculs et permet d'estimer très correctement la durée de vie.

Title: Fast determination of the low cycle fatigue life of structures with confined inelastic behavior: application to Nitinol endodontic instruments.

Keywords: Low cycle fatigue, fatigue life, local inelastic correction, NiTinol, endodontic instruments

Abstract: Due to their large reversible deformations, NiTi shape memory alloys are mainly used in the development of endodontic instruments. The high flexibility of these materials allows them to follow the curved shape of the root canals. However, fatigue failures in operation are sometimes observed. Instruments fatigue constraints are currently not taken into account during the design phase. This study presents an implementation of a fast method for the prediction of the fatigue life of endodontic instruments. Classical numerical methods like non-linear finite element method, leading to prohibitive computation time in low cycle fatigue. To overcome this issue, we propose to use Darlet fast prediction method based on homogenization and localization laws.

This simplified calculation method allows to estimate a cyclic multiaxial behaviour by post-processing two elastic finite element calculations. This approach has been generalized to estimate inelastic behaviour at the critical point of the structure. An energetic fatigue criterion is then applied to the stabilized cycle in order to estimate the fatigue lifetime. All the material parameters of the proposed model are identified at the specimen scale from a bending test. The numerical approach was then applied to a NiTi endodontic instrument subjected to rotary bending solicitations. Finally, the numerical fatigue lifetime prediction of the structure was validated by confrontation with experimental fatigue results.