



# Etude des effets des charges aérodynamiques sur le comportement dynamique non linéaire des éoliennes à axe vertical

Imen Bel Mabrouk

## ► To cite this version:

Imen Bel Mabrouk. Etude des effets des charges aérodynamiques sur le comportement dynamique non linéaire des éoliennes à axe vertical. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Normandie Université; École nationale d'ingénieurs de Sfax (Tunisie), 2017. Français. NNT : 2017NORMIR17 . tel-03934728

**HAL Id: tel-03934728**

**<https://theses.hal.science/tel-03934728>**

Submitted on 11 Jan 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## Thèse en cotutelle

Présentée et soutenue par

**Imen BEL MABROUK**

Pour obtenir le grade de

**Docteur de Normandie Université**

**délivré par l'Institut National des Sciences Appliquées de Rouen**

**ET**

**Docteur de l'Université de Sfax**

**délivré par l'École Nationale d'Ingénieurs de Sfax**

Discipline : Mécanique

### **Etude des effets des charges aérodynamiques sur le comportement dynamique non linéaire des éoliennes à axe vertical**

**Thèse soutenue publiquement le 15 décembre 2017  
devant le jury composé de :**

|                          |                                                               |                       |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------|-----------------------|
| Mr. Pierre-Richard DAHOO | Professeur / Université de Versailles                         | Président de jury     |
| Mr. Franck SCHOEFS       | Professeur / Université de Nantes, France                     | Rapporteur            |
| Mr. Chokri BOURAOU       | Professeur / ENISo, Tunisie                                   | Rapporteur            |
| Mr. Mohamed TAKTAK       | Maître de conférences / Faculté des Sciences de Sfax, Tunisie | Membre                |
| Mr. Abdelkhalak EL HAMI  | Professeur / INSA de Rouen, France                            | Directeur de thèse    |
| Mr. Lassâad WALHA        | Maître de conférences / ENIS, Tunisie                         | Directeur de thèse    |
| Mr. Mohamed HADDAR       | Professeur / ENIS, Tunisie                                    | Co-encadreur de thèse |
| Mr. Didier LEMOSSE       | Maître de conférences HDR / INSA de Rouen, France             | Invité                |

## Résumé

Ce sujet de thèse s'intéresse à l'étude des effets des charges aérodynamiques sur le comportement dynamique non linéaire d'une éolienne à axe vertical de type Darrieus. Cette dernière présente, comparativement aux autres éoliennes, des profits très importants à exploiter, notamment dans les milieux urbains. Il s'agit d'une technologie fiable caractérisée surtout par son fonctionnement omnidirectionnel ainsi que son adaptation à tout type de vent.

Généralement, ces éoliennes, ayant des phénomènes aérodynamiques complexes, sont affectées par des vibrations au niveau de leur système de transmission de puissance. En fait, ces vibrations commencent à se manifester à partir des pales du rotor jusqu'au génératrice. L'écoulement autour de ses pales présente également un fort caractère instationnaire. Cette caractéristique augmente d'avantage les vibrations aérodynamiques, qui sont automatiquement transmises au système d'engrenage d'éolienne.

À ce niveau, nous avons développé un code de calcul numérique permettant de simuler la complexité des aspects aérodynamiques instationnaires tout en gardant un compromis entre la fiabilité des prédictions et la rapidité de calcul. Les simulations sont réalisées suivant une méthode de mécanique des fluides numérique (CFD) instationnaire bidimensionnel. Les résultats de simulation comparés avec ceux disponibles dans la littérature sont en bonne concordance, le rendement aérodynamique étant optimisé, qui présente un apport scientifique notable. Cette étude numérique a été l'objectif de l'analyse de l'impact des charges aérodynamiques vis-à-vis le comportement dynamique du système d'engrenage de l'éolienne en régime non-stationnaire. Dans ce contexte, une étude paramétrique a été développée afin d'établir le fonctionnement optimal de l'éolienne, caractérisé par un couple aérodynamique plus performant associé à des niveaux de vibrations dynamiques acceptables.

En général, il est difficile d'identifier précisément la réponse dynamique des éoliennes à cause du caractère turbulent et stochastique des charges aérodynamiques. Par conséquent, il est indispensable de tenir en compte la variabilité des paramètres d'entrée pour assurer la robustesse du système étudié. Adoptons l'objectif de dimensionnement robuste. Une méthode d'évaluation basée sur des approches stochastiques, particulièrement la méthode du Chaos Polynomial, est utilisée pour simuler le comportement dynamique non-linéaire du système d'engrenage d'éolienne, en tenant compte des incertitudes. Ces dernières sont au niveau des charges aérodynamiques, inhérentes au calcul des niveaux vibratoires du système d'engrenage. Ce qui implique un apport scientifique important.

Les résultats obtenus par l'approximation par Chaos Polynomial démontrent une forte dispersion des charges aérodynamiques aléatoires dans la réponse dynamique du système d'engrenage, contrairement aux études déterministes. Ce qui prouve l'insuffisance de telles études pour une analyse de robustesse.

Les résultats mettent également en évidence la forte corrélation entre les phénomènes aérodynamiques complexes et les vibrations dynamiques. Le couplage établi constitue l'originalité de notre travail.

**Mots-clés :** Éolienne Darrieus, Engrenage conique, Simulation CFD, Couple aérodynamique, Vibration dynamique, Incertitude, Paramètre aléatoire, Chaos Polynomial, Régime non-stationnaire

## Abstract

This thesis focuses on the study of the aerodynamic loads effects on the nonlinear dynamic behavior of Darrieus-type vertical axis wind turbine. The latter has received more attention due to its efficiency in urban regions compared to other wind turbines. In fact, the wind flow speed in urban regions continuously changes direction and is extremely turbulent. The inherent characteristics of its omni-directionality make it more suitable to harnessing this kind of flow. It is known that Darrieus wind turbine is characterized by an inherently unsteady aerodynamic behavior and a complex flow around rotor blades. The non-stationary behavior of the mentioned turbine increases vibration. These aerodynamic vibrations are transmitted to the gearing mechanism.

We have, firstly, developed a numerical simulation, allowing to simulate the complexity of the unsteady aerodynamic phenomena keeping a compromise between the reliability of prediction and the rapidity of calculation. This numerical simulation has been carried out using a two-dimensional unsteady Computational Fluid Dynamics (CFD) method. Simulation results compared to those available in the literature are in good agreement. The Darrieus turbine efficiency is also optimized; thus introducing a significant scientific contribution. The latter is the objective of analyzing the aerodynamic load impact in the dynamic behavior of the Darrieus turbine in non-stationary regime. In this context, a parametric study has been developed in order to find optimal functioning of the studied turbine, which is characterized by the most performing aerodynamic torque associated with acceptable levels of dynamic vibration.

In general, it is difficult to predict the dynamic response of the wind turbine with a good level of accuracy due to the aerodynamic loads turbulence and uncertain characteristics. It becomes necessary to take into account the uncertainty in the input parameters to ensure the robustness of the Darrieus turbine geared system. In a robustness study objective, the Polynomial Chaos method is adopted to predict the nonlinear dynamic behavior of the gearing system taking into account uncertainties which are associated to the performance coefficient of the input aerodynamic torque. This leads to an important scientific research contribution.

The results have shown a large dispersion of the random parameter in the dynamic response of the gearing system compared to the deterministic study. That proves the insufficiency of that study for a robustness analyses. They have also proved that the Polynomial Chaos method is an efficient probabilistic tool for uncertainty propagation.

Finally, the new proposed robust mechanical analysis indicates a good capacity to investigate the dynamic behavior of the Darrieus turbine thanks to its superior predictive capabilities in coupling complex aerodynamic phenomena with a mechanical gearing system vibration. Where the originality of such correlation in our work.

**Keywords:** Darrieus wind turbine, Bevel gear system, CFD simulation, Aerodynamic torque, Dynamic vibration, Uncertainty, Random parameter, Polynomial chaos, Non-stationary regime

## Remerciements

C'est avec beaucoup de plaisir que je profite de l'occasion qui m'est offerte ici de remercier un certain nombre de personnes qui ont contribué à mon travail de recherche et m'ont ainsi permis d'aboutir à l'élaboration et à la soutenance de cette thèse.

En tout premier lieu, je souhaite remercier mes directeurs de thèse, qui m'ont fait confiance en acceptant de diriger ma thèse. J'exprime ma profonde gratitude à Messieurs :

**Abdelkhalak EL HAMI**, Professeur à l'Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Rouen, pour m'avoir accueilli dans le Laboratoire de Mécanique de Normandie (LMN) à l'INSA de Rouen et de m'avoir permis de travailler dans d'aussi bonnes conditions. Je lui suis reconnaissante de m'avoir fait bénéficier tout au long de ce travail de sa grande compétence, de sa rigueur intellectuelle, ses conseils attentionnés et son humanisme.

**Lassâad WALHA**, Maître de Conférences à l'École Nationale d'Ingénieurs de Sfax (ENIS), pour son soutien actif et pour m'avoir appris à être plus autonome tout au long de ce travail de recherche. Je lui suis reconnaissante de son aide à accomplir ma recherche.

Mes sincères remerciements et ma profonde reconnaissance à monsieur **Mohamed HADDAR**, Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Sfax, qui a co-encadré ce travail de recherche, m'accueilli au Laboratoire de Mécanique, Modélisation et Productique (LA2MP) au sein de l'ENIS et qui a bien voulu m'aider pendant la durée de ma thèse.

Je remercie profondément Messieurs :

**Pierre-Richard DAHOO**, Professeur à l'Université de Versailles de m'avoir fait le grand honneur de présider le jury de ma soutenance.

**Chokri BOURAOUI**, Professeur à l'École Nationale d'Ingénieurs de Sousse (Tunisie), pour l'honneur qu'il m'a fait pour sa participation à mon jury de thèse en qualité de rapporteur de mon travail, pour le temps consacré à la lecture de cette thèse, et pour les suggestions et les remarques judicieuses qu'il m'a indiquées.

**Franck SCHOEFS**, Professeur à l'Université de Nantes (France), pour l'honneur qu'il m'a fait pour sa participation à mon jury de thèse en qualité de rapporteur de mon travail, pour le temps

consacré à la lecture de cette thèse, et pour les suggestions et les remarques judicieuses qu'il m'a indiquées.

J'exprime aussi ma reconnaissance à Monsieur **Mohamed TAKTAK**, Maître de Conférences à la Faculté des Sciences de Sfax, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant d'être membre de mon jury de thèse.

Je remercie vivement Monsieur **Didier LEMOSSE**, Maître de conférences HDR à l'INSA de Rouen pour l'intérêt qu'il a manifesté en participant en qualité de membre invité à ce jury.

Enfin, j'adresse toute mon affection à mes très chers parents, Salah et Zina, mon frère Souhaib et mes sœurs pour l'ensemble de ses sacrifices et ses encouragements et toutes personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

## Table des matières

|                                                                                                                    |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Liste des figures .....                                                                                            | iv        |
| Liste des tableaux .....                                                                                           | iv        |
| Liste des symboles et acronymes .....                                                                              | vii       |
| Introduction générale.....                                                                                         | 1         |
| Chapitre 1 État de l'art.....                                                                                      | 5         |
| <b>1 Introduction .....</b>                                                                                        | <b>6</b>  |
| <b>2 Généralités sur l'aérodynamique.....</b>                                                                      | <b>6</b>  |
| 2.1 Classement des turbines éoliennes .....                                                                        | 6         |
| 2.1.1 Éoliennes à Axe Horizontal (HAWTs).....                                                                      | 7         |
| 2.1.2 Éoliennes à Axe vertical (VAWTs).....                                                                        | 7         |
| 2.2 Différentes types d'aérogénérateurs-caractéristiques $C_p$ .....                                               | 8         |
| 2.3 Des éoliennes à axe vertical de type Darrieus plutôt qu'à axe horizontal ?.....                                | 10        |
| 2.4 Éolienne de type Darrieus .....                                                                                | 11        |
| 2.4.1 Principe de fonctionnement .....                                                                             | 11        |
| 2.4.2 Étude aérodynamique .....                                                                                    | 12        |
| <b>3 Modèles aérodynamiques de références .....</b>                                                                | <b>15</b> |
| 3.1 Modèles empiriques .....                                                                                       | 16        |
| 3.1.1 Modèles à tube de courant .....                                                                              | 16        |
| 3.1.2 Modèle en cascade .....                                                                                      | 19        |
| 3.1.3 Modèles tourbillonnaires .....                                                                               | 20        |
| 3.2 Les modèles CFD « Computational Fluid Dynamics » .....                                                         | 21        |
| 3.2.1 Aérodynamiques et performances .....                                                                         | 21        |
| 3.2.2 Vérification et validation des modèles CFD.....                                                              | 23        |
| <b>4 Évaluation de l'influence des paramètres aérodynamiques sur les performances des éoliennes Darrieus .....</b> | <b>26</b> |
| 4.1 Vitesse réduite et vitesse de rotation.....                                                                    | 27        |
| 4.2 Nombre de pales et solidité.....                                                                               | 28        |
| 4.3 Épaisseur de pale.....                                                                                         | 31        |
| <b>5 Approches robustes des systèmes dynamiques .....</b>                                                          | <b>32</b> |

|          |                                                                                                                                                                                                                                                                              |           |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 5.1      | Méthode des plans d'expériences .....                                                                                                                                                                                                                                        | 33        |
| 5.2      | Approche possibiliste.....                                                                                                                                                                                                                                                   | 33        |
| 5.2.1    | Méthode des intervalles .....                                                                                                                                                                                                                                                | 34        |
| 5.2.2    | Méthode à base de la logique floue .....                                                                                                                                                                                                                                     | 34        |
| 5.3      | Approche probabiliste .....                                                                                                                                                                                                                                                  | 35        |
| 5.3.1    | Méthode de Monte Carlo (MC) .....                                                                                                                                                                                                                                            | 35        |
| 5.3.2    | Méthode de perturbation.....                                                                                                                                                                                                                                                 | 35        |
|          | Cette méthode définit une autre procédure permettant la propagation des incertitudes sur les systèmes. Elle permet une approximation des fonctions de variables aléatoires par leurs développements de Taylor autour de leurs valeurs moyennes (Ghanem et Spanos 1991). .... | 35        |
| 5.3.3    | Chaos polynomial .....                                                                                                                                                                                                                                                       | 36        |
| <b>6</b> | <b>Conclusion.....</b>                                                                                                                                                                                                                                                       | <b>38</b> |
|          | <b>Chapitre 2 Approches robustes d'une transmission par engrenage d'une éolienne Darrieus Chaos-Polynomial .....</b>                                                                                                                                                         | <b>40</b> |
| <b>1</b> | <b>Introduction .....</b>                                                                                                                                                                                                                                                    | <b>41</b> |
| <b>2</b> | <b>Modèle dynamique d'un système d'engrenage d'une éolienne à axe vertical .....</b>                                                                                                                                                                                         | <b>41</b> |
| 2.1      | Description du modèle .....                                                                                                                                                                                                                                                  | 41        |
| 2.2      | Modèle de l'engrènement .....                                                                                                                                                                                                                                                | 43        |
| 2.3      | Formulation des équations de mouvement.....                                                                                                                                                                                                                                  | 47        |
| <b>3</b> | <b>Étude stochastique : Méthode du Chaos Polynomial.....</b>                                                                                                                                                                                                                 | <b>49</b> |
| 3.1      | Méthodologie du développement en polynômes du chaos polynomial généralisé - Approche intrusive .....                                                                                                                                                                         | 49        |
| 3.2      | Application de la formulation du Chaos Polynomial intrusif au système d'engrenage d'une éolienne Darrieus .....                                                                                                                                                              | 53        |
| <b>4</b> | <b>Conclusion.....</b>                                                                                                                                                                                                                                                       | <b>58</b> |
|          | <b>Chapitre 3 Modélisation des performances aérodynamiques de l'éolienne Darrieus-Méthode CFD.....</b>                                                                                                                                                                       | <b>59</b> |
| <b>1</b> | <b>Introduction .....</b>                                                                                                                                                                                                                                                    | <b>60</b> |
| <b>2</b> | <b>Modélisation numérique des charges aérodynamiques .....</b>                                                                                                                                                                                                               | <b>60</b> |
| 2.1      | Génération de la géométrie du rotor et définition du domaine de calcul .....                                                                                                                                                                                                 | 60        |
| 2.2      | Maillage .....                                                                                                                                                                                                                                                               | 62        |
| 2.2.1    | Technique de maillage.....                                                                                                                                                                                                                                                   | 62        |
| 2.2.2    | Maillages coulissants « Sliding meshes ».....                                                                                                                                                                                                                                | 63        |
| 2.3      | Validation du modèle de turbulence .....                                                                                                                                                                                                                                     | 65        |



|                                                                                                                                                                               |                                                                                                                    |            |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 2.4                                                                                                                                                                           | Paramètre de calcul .....                                                                                          | 66         |
| 2.5                                                                                                                                                                           | Vérification des résultats de simulation avec les résultats expérimentaux .....                                    | 67         |
| <b>3</b>                                                                                                                                                                      | <b>Influence des paramètres caractéristiques sur les performances aérodynamiques</b>                               | <b>68</b>  |
| 3.1                                                                                                                                                                           | Effet de la vitesse spécifique.....                                                                                | 68         |
| 3.2                                                                                                                                                                           | Effet de la solidité .....                                                                                         | 70         |
| 3.3                                                                                                                                                                           | Champ de vitesses et de pression.....                                                                              | 74         |
| <b>4</b>                                                                                                                                                                      | <b>Conclusion.....</b>                                                                                             | <b>78</b>  |
| <b>Chapitre 4 Résultats et discussion : Contribution à l'étude déterministe et probabiliste du comportement dynamique du système d'engrenage de l'éolienne Darrieus .....</b> |                                                                                                                    | <b>80</b>  |
| <b>1</b>                                                                                                                                                                      | <b>Introduction .....</b>                                                                                          | <b>81</b>  |
| <b>2</b>                                                                                                                                                                      | <b>Étude déterministe : étude paramétrique .....</b>                                                               | <b>81</b>  |
| 2.1                                                                                                                                                                           | Effet de la vitesse spécifique sur la réponse dynamique du système d'engrenage                                     | 82         |
| 2.2                                                                                                                                                                           | Effet de la solidité sur la réponse dynamique du système d'engrenage.....                                          | 86         |
| 2.3                                                                                                                                                                           | Réponse dynamique du modèle déterministe au fonctionnement optimal.....                                            | 91         |
| <b>3</b>                                                                                                                                                                      | <b>Extension au cas stochastique : Robustesse d'une transmission par engrenage dans une éolienne Darrieus.....</b> | <b>93</b>  |
| <b>4</b>                                                                                                                                                                      | <b>Conclusion.....</b>                                                                                             | <b>99</b>  |
| <b>Conclusion et perspectives.....</b>                                                                                                                                        |                                                                                                                    | <b>101</b> |
| <b>Publication scientifiques .....</b>                                                                                                                                        |                                                                                                                    | <b>105</b> |
| <b>Références bibliographiques .....</b>                                                                                                                                      |                                                                                                                    | <b>107</b> |
| <b>Annexe A .....</b>                                                                                                                                                         |                                                                                                                    | <b>114</b> |
| <b>Annexe B .....</b>                                                                                                                                                         |                                                                                                                    | <b>117</b> |

## Liste des figures

|                                                                                                                                                                 |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Figure 1.1</b> Vue d'ensemble des éoliennes à axe horizontal et vertical (Kamel 2014).....                                                                   | 6  |
| <b>Figure 1.2</b> Éolienne Darrieus (Naveed 2001).....                                                                                                          | 8  |
| <b>Figure 1.3</b> Éolienne Savonius (Fazil 2014).....                                                                                                           | 8  |
| <b>Figure 1.4</b> Rendements des différents types d'éoliennes (Hau 2006).....                                                                                   | 9  |
| <b>Figure 1.5</b> Données géométriques d'une éolienne Darrieus à pales droites.....                                                                             | 12 |
| <b>Figure 1.6</b> Diagramme de vitesse autour d'une pale d'une éolienne Darrieus (Islam et al. 2008)<br>.....                                                   | 14 |
| <b>Figure 1.7</b> Schémas représentant les modèles à tubes de courant .....                                                                                     | 17 |
| <b>Figure 1.8</b> Comparaison des résultats du modèle DMST avec les mesures expérimentales<br>(Saeidi et al 2013) .....                                         | 19 |
| <b>Figure 1.9</b> Modèle en cascade (Xin et al. 2015).....                                                                                                      | 20 |
| <b>Figure 1.10</b> Lignes tourbillonnaires pour un élément de pale (Xin et al. 2015).....                                                                       | 20 |
| <b>Figure 1.11</b> Étude comparative entre les modèles tourbillonnaire et DMST (Dumitrescu et<br>Cardos 2009) .....                                             | 21 |
| <b>Figure 1.12</b> Coefficient de puissance pour les modèle CFD et DMST (Habtamou et al. 2011)22                                                                |    |
| <b>Figure 1.13</b> Domaine computationnel (Howell et al. 2010).....                                                                                             | 23 |
| <b>Figure 1.14</b> Domaine de calcul et condition aux limites (Ane 2011).....                                                                                   | 23 |
| <b>Figure 1.15</b> Validation des modèles CFD avec les résultats expérimentaux .....                                                                            | 25 |
| <b>Figure 1.16</b> Validation des modèles CFD en utilisant les résultats expérimentaux de Raciti<br>Castelli et al. (Raciti Castelli et al. 2011).....          | 26 |
| <b>Figure 1.17</b> Évolution typique d'une courbe de coefficient de puissance en fonction de la<br>vitesse réduite (Paraschivoiu 2002).....                     | 27 |
| <b>Figure 1.18</b> Effet de la vitesse réduite sur le couple aérodynamique totale (Prathamesh et al.<br>2013).....                                              | 28 |
| <b>Figure 1.19</b> Variation du coefficient du couple d'une éolienne Darrieus bipale (a) et tripale (b)<br>en phase de démarrage (Fazil 2014).....              | 29 |
| <b>Figure 1.20</b> Variation du coefficient du couple d'une éolienne Darrieus bipale (a) et tripale(b)<br>au point de fonctionnement optimal (Fazil 2014) ..... | 29 |
| <b>Figure 1.21</b> Influence de la solidité sur le rendement aérodynamique (Consul et al. 2009) ...                                                             | 30 |

|                                                                                                                                             |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Figure 1.22</b> Effet du nombre de pales sur le rendement d'une éolienne Darrieus (Raciti Castelli et al. 2012).....                     | 31 |
| <b>Figure 2.1</b> Modèle schématique 2D d'un système d'engrenage d'une éolienne Darrieus .....                                              | 42 |
| <b>Figure 2.2</b> Modèle dynamique 3D global du système d'engrenage conique simple étage .....                                              | 43 |
| <b>Figure 2.3</b> Modélisation de la variation de la raideur d'engrènement.....                                                             | 44 |
| <b>Figure 2.4</b> Paramètres de l'engrenage conique et rapport de conduite (Bruyère 2006).....                                              | 45 |
| <b>Figure 2.5</b> Réponse temporelle et fréquentielle de la raideur d'engrènement $\omega=25 \text{ rad s}^{-1}$ ....                       | 46 |
| <b>Figure 3.1</b> Coordonnée azimutale de la pale n° 1 .....                                                                                | 60 |
| <b>Figure 3.2</b> Identification de différentes zones de maillage du domaine de calcul .....                                                | 62 |
| <b>Figure 3.3</b> Aperçu du maillage pour différentes configurations.....                                                                   | 64 |
| <b>Figure 3.4</b> Validation de notre modèle numérique par rapport aux résultats expérimentaux et numériques (Bel Mabrouk et al. 2017)..... | 67 |
| <b>Figure 3.5</b> Évolution instantané du coefficient de couple aérodynamique .....                                                         | 68 |
| <b>Figure 3.6</b> Effet de la vitesse spécifique sur le couple aérodynamique total .....                                                    | 69 |
| <b>Figure 3.7</b> Evolution azimutale du coefficient du couple pour $\lambda = 1.435$ .....                                                 | 71 |
| <b>Figure 3.8</b> Evolution azimutale du coefficient du couple pour $\lambda = 2.634$ .....                                                 | 71 |
| <b>Figure 3.9</b> Evolution azimutale du coefficient du couple pour $\lambda = 3.293$ .....                                                 | 71 |
| <b>Figure 3.10</b> Variations instantanées du couple aérodynamique à différentes configurations                                             | 73 |
| <b>Figure 3.11</b> Contours de vitesse autour d'une éolienne Darrieus selon différents TSRs .....                                           | 75 |
| <b>Figure 3.12</b> Contours de vitesse pour différentes configurations du rotor ( $\lambda = 2.634$ ) .....                                 | 76 |
| <b>Figure 3.13</b> Distribution de pression autour du rotor Darrieus et à proximité des pales.....                                          | 76 |
| <b>Figure 3.14</b> Distribution de l'énergie cinétique de turbulence .....                                                                  | 77 |
| <b>Figure 3.15</b> Vecteurs vitesses autour des pales du rotor Darrieus.....                                                                | 78 |
| <b>Figure 4.1</b> Fréquences d'excitations externes .....                                                                                   | 82 |
| <b>Figure 4.2</b> Déplacement angulaire et son spectre correspondant (direction $\Phi 1$ ) .....                                            | 83 |
| <b>Figure 4.3</b> Déplacement angulaire et son spectre correspondant (direction $\Psi 1$ ) .....                                            | 83 |
| <b>Figure 4.4</b> Déplacement angulaire et son spectre correspondant (direction $\Phi 2$ ) .....                                            | 83 |
| <b>Figure 4.5</b> Spectre de la force dynamique d'engrènement ( $\lambda = 1.435$ ) .....                                                   | 84 |
| <b>Figure 4.6</b> Réponses temporelles des déplacements dynamiques (direction Y2) .....                                                     | 85 |
| <b>Figure 4.7</b> Réponses temporelles des déplacements dynamiques (direction X2) .....                                                     | 85 |
| <b>Figure 4.8</b> Évolution temporelle de l'erreur de transmission dynamique .....                                                          | 86 |
| <b>Figure 4.9</b> Réponse dynamique du système d'engrenage pour TSR=1.435 .....                                                             | 87 |
| <b>Figure 4.10</b> Réponse dynamique du système d'engrenage pour TSR=2.634 .....                                                            | 88 |
| <b>Figure 4.11</b> Réponse dynamique du système d'engrenage pour TSR=3.293 .....                                                            | 89 |

|                                                                                                       |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Figure 4.12</b> Effet de la solidité sur l'évolution temporelle de l'erreur de transmission.....   | 90 |
| <b>Figure 4.13</b> Evolution instantanné du couple aérodynamique optimal .....                        | 91 |
| <b>Figure 4.14</b> Déplacement et vitesse angulaire du deuxième palier (direction $\Psi$ ) .....      | 92 |
| <b>Figure 4.15</b> Déplacement et vitesse angulaire du deuxième palier (direction $\Phi$ ) .....      | 92 |
| <b>Figure 4.16</b> Déplacement et vitesse linéaire du deuxième palier (direction Z).....              | 92 |
| <b>Figure 4.17</b> Évolution du second palier $y_2(t)=f(x_2(t))$ .....                                | 93 |
| <b>Figure 4.18</b> Fluctuations du couple aérodynamique stochastique.....                             | 95 |
| <b>Figure 4.19</b> Valeur moyenne instantanée et l'écart type de $\theta_{12}(t)$ .....               | 95 |
| <b>Figure 4.20</b> Valeur moyenne instantanée et l'écart type de $\theta_{22}(t)$ .....               | 95 |
| <b>Figure 4.21</b> Valeur moyenne instantanée et l'écart type de $\Phi_2(t)$ .....                    | 96 |
| <b>Figure 4.22</b> Valeur moyenne instantanée et l'écart type de $\psi_2(t)$ .....                    | 96 |
| <b>Figure 4.23</b> Valeur moyenne instantanée et l'écart type de $x_2(t)$ .....                       | 96 |
| <b>Figure 4.24</b> Valeur moyenne instantanée et l'écart type de $z_2(t)$ .....                       | 97 |
| <b>Figure 4.25</b> Valeur moyenne instantanée et l'écart type de la vitesse angulaire de sortie ..... | 97 |
| <b>Figure 4.26</b> Valeur moyenne instantanée de l'erreur de transmission .....                       | 97 |
| <b>Figure 4.27</b> Évolution du déplacement du palier $y_2 = f(x_2)$ .....                            | 98 |

## Liste des tableaux

|                                                                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Tableau 2.1</b> Composantes de la déflexion de denture (Driss et al. 2016) .....                            | 47 |
| <b>Tableau 2.2</b> Correspondance entre famille de loi de probabilité et famille de polynômes orthogonaux..... | 51 |
| <b>Tableau 3.1</b> Principales caractéristiques du modèle de validation.....                                   | 61 |
| <b>Tableau 3.2</b> Distribution du nombre de mailles .....                                                     | 65 |
| <b>Tableau 4.3</b> Paramètres de simulation numérique .....                                                    | 66 |
| <b>Tableau 3.4</b> Valeurs maximale, minimale et moyenne de $C_t$ .....                                        | 72 |
| <b>Tableau 4.1</b> Données numériques du modèle étudié.....                                                    | 81 |

## Liste des symboles et acronymes

### Symboles

|                          |                                                     |
|--------------------------|-----------------------------------------------------|
| $C_D$                    | coefficient de trainée                              |
| $C_L$                    | coefficient de portance                             |
| $C_F$                    | coefficient de force tangentiel                     |
| $C_p$                    | coefficient de puissance                            |
| $C_t$                    | coefficient de couple                               |
| $P(t)$                   | puissance aérodynamique                             |
| $Tr(t)$                  | couple aérodynamique                                |
| $D_{\text{rotor}}$       | diamètre du rotor                                   |
| $H_{\text{rotor}}$       | hauteur de pale                                     |
| $c$                      | corde de la pale                                    |
| $H_{\text{wind tunnel}}$ | hauteur de domaine de calcul                        |
| $W_{\text{wind tunnel}}$ | largueur de domaine de calcul                       |
| $A$                      | aire balayée                                        |
| $N$                      | nombre de pales                                     |
| $R$                      | rayon de l'éolienne                                 |
| $V_\infty$               | vitesse infini amont                                |
| $W$                      | vitesse relative                                    |
| $F_T$                    | force tangentielle                                  |
| $V_a$                    | vitesse induite ou vitesse spécifique               |
| $V_c$                    | vitesse tangentielle                                |
| $V_n$                    | vitesse normale                                     |
| $t$                      | temps                                               |
| $i$                      | numéro du bloc ( $i = 1 : 2$ )                      |
| $k_{\theta i}$           | rigidité torsionnelle de l'arbre de liaison ( $i$ ) |
| $k(t)$                   | raideur variable au cour du temps                   |
| $k_{\text{moy}}$         | composante moyenne de la raideur d'engrènement      |
| $k_{\text{min}}$         | valeur minimale de la raideur d'engrènement         |
| $k_{\text{max}}$         | valeur maximale de la raideur d'engrènement         |

|                                |                                                                     |
|--------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| $k_{\psi i}, k_{\Phi i}$       | rigidité à la flexion du palier (i)                                 |
| $k_{xi}, k_{yi}$ et $k_{zi}$   | rigidité à la traction-compression du palier (i)                    |
| $I_{11}$                       | inertie motrice                                                     |
| $I_{22}$                       | inertie réceptrice                                                  |
| $x_i, y_i$ et $z_i$            | déplacements linéaires du palier (i)                                |
| $\Phi_i$ et $\psi_i$           | déplacements angulaires du palier (i)                               |
| $\theta_{i1}$ et $\theta_{i2}$ | fluctuations du déplacement angulaire des roues                     |
| $T_e$                          | période d'engrènement                                               |
| $f_e$                          | fréquence d'engrènement                                             |
| $T_g$                          | couple récepteur                                                    |
| $E_{ci}$                       | énergie cinétique du bloc                                           |
| $E_p$                          | énergie de déformation globale                                      |
| $E_{psi}$                      | énergie potentielle du bloc de la déformation en torsion des arbres |
| $E_{pG}$                       | énergie potentielle du bloc du contact de l'engrènement             |
| $E_{pBi}$                      | énergie potentielle du bloc associé au palier                       |
| $F_i$                          | vecteur d'excitation extérieur                                      |
| $m_i$                          | masse du bloc (i)                                                   |
| $I_{12}$ et $I_{21}$           | moments d'inertie polaire des roues coniques (12) et (21)           |
| $I_{\Phi i}$ et $I_{\psi i}$   | moments diamétraux du bloc (i) suivant y et z                       |
| $G$                            | rapport de transmission de puissance                                |
| $Z_1$                          | nombre de dents de la roue dentée (12)                              |
| $Z_2$                          | nombre de dents de la roue dentée (21)                              |
| $\{Q\}$                        | vecteur des coordonnées généralisées                                |
| $\{\dot{Q}\}$                  | vecteur vitesse                                                     |
| $\{\ddot{Q}\}$                 | vecteur accélération                                                |
| $L_j$                          | polynôme de Legendre                                                |
| $[K_s]$                        | matrice de rigidité moyenne de la structure                         |
| $[M]$                          | matrice masse totale                                                |
| $[K(t)]$                       | matrice raideur                                                     |
| $v(\xi)$                       | variable aléatoire de sortie                                        |
| $\bar{v}_i(x,t)$               | coefficient modaux                                                  |
| $\Phi_j(\xi)$                  | base polynomiale                                                    |
| $W(\xi)$                       | fonction densité de probabilité                                     |

|                 |                                                                     |
|-----------------|---------------------------------------------------------------------|
| $r$             | nombre de variables aléatoire                                       |
| $p$             | ordre du chaos polynomial                                           |
| $q_i(t, \xi)$   | variables d'état du système ( $i = 1, \dots, 28; j = 0, \dots, p$ ) |
| $C_{ae1}$       | cercle de tête effectif de la roue                                  |
| $C_{b1}$        | cercle de base de la roue de rayon $r_{b1}$                         |
| $I$             | point de roulement sans glissement des cercles primitifs            |
| $S_1$           | intersection de l'arc d'engrènement avec $C_{ae1}$                  |
| $(P')$          | cercle d'engrènement                                                |
| $T_1$           | point de tangence de $C_{b1}$ et de $(P')$                          |
| $T_2$           | point de tangence de $C_{b2}$ et de $(P')$                          |
| $p_b$           | pas de base                                                         |
| $r_{b1}$        | rayon du cercle de base de la roue $C_{b1}$                         |
| $r_1$           | rayon du cercle primitif $C_1$                                      |
| $S$             | sommet des cônes                                                    |
| $\sigma$        | solidité du rotor                                                   |
| $\alpha$        | angle d'attaque, incidence                                          |
| $\omega$        | vitesse angulaire du rotor                                          |
| $\theta$        | angle azimutal                                                      |
| $\lambda$       | vitesse réduite                                                     |
| $\rho$          | masse volumique de l'air                                            |
| $\delta(t)$     | déflexions des dents                                                |
| $\alpha_p$      | Angle de pression                                                   |
| $\xi$           | variables aléatoires                                                |
| $\Re$           | opérateur différentiel                                              |
| $\gamma_1$      | angle $\hat{T}_1SI$                                                 |
| $\gamma_2$      | angle $\hat{T}_2SI$                                                 |
| $\lambda_1$     | angle $\hat{T}_1SS_1$                                               |
| $\lambda_2$     | angle $\hat{T}_2SS_2$                                               |
| $\chi_1$        | angles $\hat{T}_1SS_2$                                              |
| $\chi_2$        | angles $\hat{T}_2SS_1$                                              |
| $\varepsilon_a$ | rapport de conduite                                                 |
| $\delta_b$      | demi angle au sommet de $(S, C_{b1})$                               |



$\delta_1$  demi angle au sommet de (S, C<sub>1</sub>)

## Acronymes

|      |                                                     |
|------|-----------------------------------------------------|
| HAWT | Horizontal Axe Wind Turbine                         |
| VAWT | Vertical Axe Wind Turbine                           |
| TSR  | Tip Speed Ration                                    |
| CFD  | Computational Fluid Dynamic                         |
| DMST | Double Multiple Streamtube                          |
| RANS | Reynolds Averaged Navier-Stokes                     |
| SM   | Sliding Mesh                                        |
| SST  | Shear Stress Transport                              |
| QDM  | théorie de conservation de la quantité de mouvement |
| MC   | Monte Carlo                                         |
| CP   | Chaos Polynomial                                    |
| NISP | Méthode de projection spectrale non-intrusive       |

## Introduction générale

L'éolienne Darrieus connaît un intérêt accru ces dernières années parce qu'elle représente une solution alternative potentielle de production d'électricité dans les milieux urbains. Les domaines de robustesse et de production d'énergie renouvelable ont été l'objet de nombreux travaux de recherche. C'est dans ce contexte que s'inscrivent nos recherches réalisées au sein de cette thèse qui concerne notamment ce type d'éolienne, pour lequel un vaste champ d'optimisations et d'améliorations est en cours de développement.

L'argument majeur en faveur des éoliennes Darrieus est le fait d'être installé dans des endroits inaccessibles aux grosses éoliennes. En effet, même si nous pouvons nous interroger sur la pertinence technique ou économique de ces éoliennes dans les zones urbaines, il existe un grand nombre d'applications qui requièrent la mise en œuvre d'éoliennes performantes et robustes. Notons bien que la direction du vent n'a pas d'importance pour ce type éoliennes, ce qui consolide de plus leur utilité.

Par ailleurs, une éolienne représente un système complexe. En fait, la structure de base des éoliennes de type Darrieus comporte trois parties majeures : il s'agit d'un rotor disposé verticalement par rapport au sol pour capter l'énergie du vent en la convertissant en énergie mécanique, d'un multiplicateur de vitesse pour augmenter la vitesse de rotation du rotor et d'une machine électrique pour convertir l'énergie mécanique en électricité.

La présente étude s'intéresse particulièrement aux deux premières parties de l'éolienne, qui sont purement aérodynamiques et vibratoires.

Les éoliennes Darrieus sont affectées par des phénomènes vibro-acoustiques au niveau du système d'engrenage. En effet, les vibrations commencent à se manifester à partir des pales du rotor jusqu'à la génératrice. Ce phénomène nuit au bon fonctionnement de la chaîne de transmission de puissance. Les travaux de Ferreira (Ferreira et al 2007) et de Laurent (Laurent 2014) prouvent également que l'écoulement autour des pales d'une éolienne Darrieus présente un fort caractère instationnaire. Ceci est dû à la variation périodique de la vitesse incidente de l'angle d'attaques instantanées avec les positions azimutales au cours de la rotation des pales. De plus, le caractère instationnaire est complexe à définir dans le sens où une pale à différentes positions azimutales n'a pas nécessairement le même caractère instationnaire. Cette

caractéristique accentue davantage les vibrations aérodynamiques, qui sont automatiquement transférées au système de transmission de puissance, ce qui affecte considérablement son fonctionnement dynamique.

Nous constatons alors des phénomènes de vibrations très importants concernant ces éoliennes (McLaren et al 2012) ainsi que leur complexité aérodynamique. Il est évident que la bonne compréhension de ces phénomènes, liés au rotor Darrieus, entraîne l'amélioration de ses performances. Nous proposons donc d'identifier et de modéliser ces phénomènes complexes afin de mettre en place les actions curatives et correctives appropriées.

Actuellement, l'éolienne Darrieus, étudiée par Raciti Castelli et al (Raciti Castelli et al. 2011), présente notre référence d'étude car elle met en évidence des résultats expérimentaux. En fait, nos travaux numériques consistent à développer un code de calcul numérique adapté à la configuration spécifique de référence. Cette approche numérique doit à la fois simuler la complexité des aspects aérodynamiques instationnaires en gardant un niveau de sophistication raisonnable et en proposant un compromis acceptable entre la fiabilité des prédictions (être fidèle aux résultats expérimentaux) et la rapidité de calcul.

Nous nous focalisons notamment sur l'optimisation du rendement aérodynamique sans pour autant oublier l'objectif ultérieur, celui de pouvoir procéder à l'étude de l'impact des charges aérodynamiques vis-à-vis le comportement vibratoire du système d'engrenage de l'éolienne.

Bien que, les engrenages ont été minutieusement étudiés, le contrôle de leurs performances en présence d'incertitudes est relativement récent. Il est impossible de calculer exactement la réponse dynamique du système d'engrenage particulièrement utilisé dans les éoliennes vu la complexité d'un tel système. Il faut alors tenir compte des incertitudes en entrée (paramètres fonctionnel et géométrique).

L'analyse des systèmes mécaniques, sujets d'incertitude, combine deux méthodologies : d'une part, une méthodologie modélisant le système mécanique déterministe. D'autre part, une méthodologie modélisant l'incertitude. Ainsi, la combinaison de ces deux méthodologies permet d'aborder soigneusement le comportement complexe des systèmes mécaniques en tenant compte de plusieurs phénomènes étroitement couplés. Telle est donc la méthodologie adoptée particulièrement à notre système.

La méthode de prise en compte des incertitudes est choisie parmi les méthodes permettant d'évaluer la robustesse des systèmes. Adoptons l'objectif de dimensionnement robuste, il semble primordial d'intégrer les dispersions des paramètres pour estimer la réponse dynamique

non-linéaire aléatoire associée. C'est pourquoi, une méthode d'évaluation fondée sur des approches stochastiques est nécessaire. Nous traitons spécifiquement la prise en compte des incertitudes, notamment au niveau des charges aérodynamiques, lesquelles impacteront le calcul des niveaux vibratoires du système d'engrenage d'éolienne.

Notre travail de thèse présente, par ailleurs, une panoplie d'apports scientifiques dont le plus notable est le couplage entre les phénomènes aérodynamiques complexes et la réponse dynamique du système de transmission d'éolienne. En fait, jusqu'à présent, les études réalisées n'ont jamais envisagé minutieusement ce couplage (Driss et al. 2014, Howell et al. 2010, Raciti Castelli et al. 2011, Taher et al. 2014, Abboudi et al. 2011) d'où, l'originalité de ce travail de thèse.

Le deuxième apport scientifique s'avère être la validation de notre modèle numérique avec les résultats expérimentaux publiés dans la littérature.

Pour ce qui est du troisième intérêt scientifique, nous abordons une approche stochastique dans le but d'une étude de robustesse du comportement dynamique non-linéaire du système d'engrenage d'éolienne en tenant compte des incertitudes.

Le présent travail de thèse s'organise autour de quatre chapitres :

Dans *le premier chapitre*, nous décrirons un état de l'art à propos des différents niveaux de modélisation des charges aérodynamiques. Ces méthodes de modélisation sont énumérées dans un ordre chronologique selon leurs capacités, donnant ainsi une idée générale sur l'avancement de l'aérodynamique des éoliennes Darrieus. Ce chapitre décrit également l'aspect théorique, les principes de base nécessaires concernant les éoliennes Darrieus et les différents paramètres influant leurs performances. Nous fixerons la méthode numérique appropriée ainsi que les paramètres susceptibles d'améliorer le rendement aérodynamique en se basant sur les informations issues de la littérature. Ce chapitre présente de plus une étude bibliographique sur les méthodes de prise en compte des incertitudes dans les systèmes dynamiques. Cette section met en évidence les approches que nous allons adopter au cours de cette thèse pour une analyse robuste du comportement dynamique non linéaire du système d'engrenage d'éolienne.

Quant au *deuxième chapitre*, il porte sur l'aspect applicatif de la méthode probabiliste retenue. Ce chapitre est divisé en deux parties : la première partie consiste à développer un modèle

dynamique tridimensionnel d'un système d'engrenage conique simple étage. Ainsi, les équations de mouvement régissant sa dynamique seront, entre autres, établies. La deuxième partie est consacrée à illustrer le formalisme mathématique de la méthode probabiliste, à savoir le chaos polynomial, ainsi que l'application de ces développements spectraux au système d'engrenage d'éolienne tout en tenant compte des incertitudes inhérentes au rendement aérodynamique. Les différentes étapes de cette étude de robustesse seront détaillées lors de ce chapitre.

*Le troisième chapitre*, à son tour, expose le modèle numérique adopté, fondé sur l'approche CFD, tout en détaillant son cadre méthodologique. Ce chapitre commence par la description de ce modèle, qui est bien vérifié et validé avec les résultats expérimentaux issus de la littérature afin de s'assurer que ce code donne des résultats fiables et cohérents. Nous avons effectué également l'optimisation du rendement aérodynamique de l'éolienne de référence. La clôture de ce chapitre s'avère être une étude paramétrique dans le but de déterminer le couple aérodynamique instantané le plus performant.

*Le quatrième chapitre* est la partie déductive de notre travail. Il englobe l'ensemble des résultats probants. Ceux-ci s'articulent autour de deux axes. Le premier axe présente l'analyse déterministe du comportement dynamique du système d'engrenage d'éolienne. Les principales sources d'excitations de ce système sont les variations de la rigidité d'engrènement, ainsi que les fluctuations du couple aérodynamique, dûes aux calculs CFD, illustrées dans le chapitre quatre. De plus, l'influence des paramètres aérodynamiques sur la réponse dynamique du système d'engrenage en régime non-stationnaire sera soigneusement analysée puis discutée, afin de déterminer le point de fonctionnement optimal de l'éolienne.

Concernant le deuxième axe, il traite l'analyse robuste du comportement dynamique de ce système en adoptant la méthode du Chaos Polynomial, développée déjà dans le chapitre trois.

Enfin, la conclusion générale met en valeur les résultats déduits et souligne les perspectives ouvertes pour des recherches ultérieures.

La bibliographie à son tour énumère toutes les références utilisées dans ce travail. Les données relatives à nos simulations sont également détaillées dans les annexes.

# Chapitre 1 État de l'art

## Sommaire

|          |                                                                                                                                                                                                                                                                              |           |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introduction .....</b>                                                                                                                                                                                                                                                    | <b>6</b>  |
| <b>2</b> | <b>Généralités sur l'aérodynamique.....</b>                                                                                                                                                                                                                                  | <b>6</b>  |
| 2.1      | Classement des turbines éoliennes .....                                                                                                                                                                                                                                      | 6         |
| 2.1.1    | Éoliennes à Axe Horizontal (HAWTs).....                                                                                                                                                                                                                                      | 7         |
| 2.1.2    | Éoliennes à Axe vertical (VAWTs).....                                                                                                                                                                                                                                        | 7         |
| 2.2      | Différentes types d'aérogénérateurs-caractéristiques $C_p$ .....                                                                                                                                                                                                             | 8         |
| 2.3      | Des éoliennes à axe vertical de type Darrieus plutôt qu'à axe horizontal ?.....                                                                                                                                                                                              | 10        |
| 2.4      | Éolienne de type Darrieus .....                                                                                                                                                                                                                                              | 11        |
| 2.4.1    | Principe de fonctionnement .....                                                                                                                                                                                                                                             | 11        |
| 2.4.2    | Étude aérodynamique .....                                                                                                                                                                                                                                                    | 12        |
| <b>3</b> | <b>Modèles aérodynamiques de références .....</b>                                                                                                                                                                                                                            | <b>15</b> |
| 3.1      | Modèles empiriques .....                                                                                                                                                                                                                                                     | 16        |
| 3.1.1    | Modèles à tube de courant .....                                                                                                                                                                                                                                              | 16        |
| 3.1.2    | Modèle en cascade .....                                                                                                                                                                                                                                                      | 19        |
| 3.1.3    | Modèles tourbillonnaires .....                                                                                                                                                                                                                                               | 20        |
| 3.2      | Les modèles CFD « Computational Fluid Dynamics » .....                                                                                                                                                                                                                       | 21        |
| 3.2.1    | Aérodynamiques et performances .....                                                                                                                                                                                                                                         | 21        |
| 3.2.2    | Vérification et validation des modèles CFD.....                                                                                                                                                                                                                              | 23        |
| <b>4</b> | <b>Évaluation de l'influence des paramètres aérodynamiques sur les performances des éoliennes Darrieus .....</b>                                                                                                                                                             | <b>26</b> |
| 4.1      | Vitesse réduite et vitesse de rotation.....                                                                                                                                                                                                                                  | 27        |
| 4.2      | Nombre de pales et solidité.....                                                                                                                                                                                                                                             | 28        |
| 4.3      | Épaisseur de pale.....                                                                                                                                                                                                                                                       | 31        |
| <b>5</b> | <b>Approches robustes des systèmes dynamiques.....</b>                                                                                                                                                                                                                       | <b>32</b> |
| 5.1      | Méthode des plans d'expériences .....                                                                                                                                                                                                                                        | 33        |
| 5.2      | Approche possibiliste.....                                                                                                                                                                                                                                                   | 33        |
| 5.2.1    | Méthode des intervalles .....                                                                                                                                                                                                                                                | 34        |
| 5.2.2    | Méthode à base de la logique floue .....                                                                                                                                                                                                                                     | 34        |
| 5.3      | Approche probabiliste .....                                                                                                                                                                                                                                                  | 35        |
| 5.3.1    | Méthode de Monte Carlo (MC) .....                                                                                                                                                                                                                                            | 35        |
| 5.3.2    | Méthode de perturbation.....                                                                                                                                                                                                                                                 | 35        |
|          | Cette méthode définit une autre procédure permettant la propagation des incertitudes sur les systèmes. Elle permet une approximation des fonctions de variables aléatoires par leurs développements de Taylor autour de leurs valeurs moyennes (Ghanem et Spanos 1991). .... | 35        |
| 5.3.3    | Chaos polynomial .....                                                                                                                                                                                                                                                       | 36        |
| <b>6</b> | <b>Conclusion.....</b>                                                                                                                                                                                                                                                       | <b>38</b> |

## 1 Introduction

Le premier chapitre de cette thèse expose une présentation générale des aspects aérodynamiques des éoliennes Darrieus. Il s'agit alors de présenter l'intérêt de ces éoliennes d'une part et leur principe de fonctionnement de l'autre. De plus, en se référant à la littérature, il semble qu'elle est riche en modèles empiriques ainsi que numériques modélisant les performances des éoliennes à axe vertical. Ces modèles vont être présentés, selon leurs capacités, par ordre de mérite donnant, ainsi, un aperçu général sur le développement de la technologie de modélisation de ce type d'éoliennes.

Ce chapitre expose la procédure des validations, particulièrement, des modèles numériques des éoliennes Darrieus.

La clôture, sera, enfin, le développement d'une étude paramétrique afin d'évaluer l'influence de certains paramètres sur les performances des éoliennes à axe vertical.

## 2 Généralités sur l'aérodynamique

### 2.1 Classement des turbines éoliennes

Généralement, les turbines éoliennes sont classées en deux groupes selon l'orientation de leur axe de rotation, à savoir les éoliennes à axe horizontal (HAWT) et éoliennes à axe vertical (VAWT) (figure 1.1)

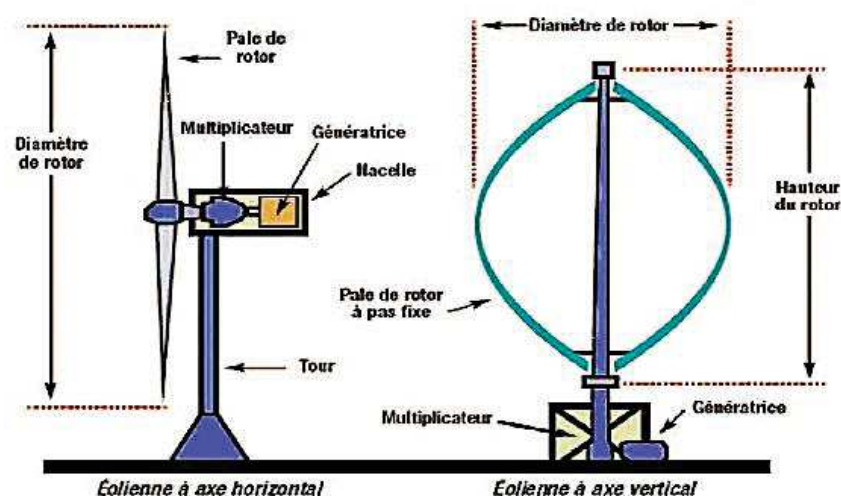


Figure 1.1 Vue d'ensemble des éoliennes à axe horizontal et vertical (Kamel 2014)

### 2.1.1 Éoliennes à Axe Horizontal (HAWTs)

Concernant les HAWTs, l'axe de rotation est parallèle au flux d'air. Comme les hélices des avions et les moulins à vent, une éolienne à axe horizontal demeure face au vent. Elle est fixée au sommet d'une tour, ce qui lui permet de capter plus d'énergie.

Selon son nombre de pales, une HAWT est dite mono-pale, bipale, tripale ou multi-pale. Pratiquement toutes les éoliennes installées sont du type tripale puisqu'elles sont les plus stables et génèrent le rendement aérodynamique le plus élevé.

Ce type d'éoliennes présente plusieurs avantages. Il s'agit notamment d'une faible vitesse d'amorçage et d'un rendement élevé (Mathew 2006). Néanmoins, la boîte de vitesses et la génératrice sont installées au sommet de la tour (figure 1.1). Ce qui pose des problèmes mécaniques et économiques. Un dispositif d'orientation est également essentiel pour maintenir en permanence le rotor face au vent.

### 2.1.2 Éoliennes à Axe vertical (VAWTs)

L'axe de rotation d'une VAWT est constamment vertical par rapport au sol et perpendiculaire à la direction du vent (figure 1.1). Ce sont les premières structures développées pour produire de l'électricité. À priori, ce type d'éolienne peut recevoir le vent de n'importe quelle direction, d'où l'inutilité de tout dispositif d'orientation. Elles s'adaptent aussi à n'importe quel type de vents. Ce qui présente leurs avantages majeurs. De plus, ces éoliennes sont peu bruyantes et ne présentent aucune contrainte quant à la direction du vent. Leur installation ne nécessite pas des endroits vastes. Elles peuvent donc être intégrées sur des supports fixes, voire sur le toit d'une résidence, d'un bâtiment, d'une ferme ou d'une usine (voir figure 1.2).

Les éoliennes à axe vertical possèdent aussi l'avantage d'avoir les organes de commandes, la boîte d'engrenage et la génératrice au niveau du sol. Ce qui les rend facilement accessibles (Mathew 2006).

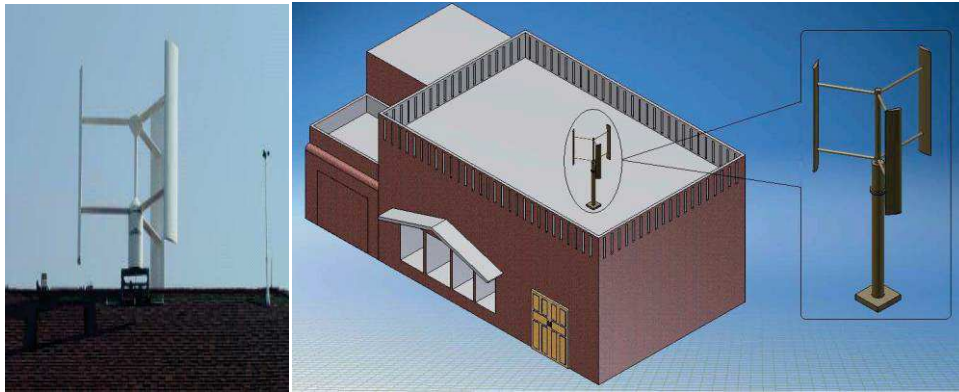
En principe, on distingue deux catégories d'éoliennes à axe vertical : les éoliennes dites de type Savonius et celles de type Darrieus classique ou à pales droites (H-type).

Le fonctionnement du rotor de Savonius est basé sur le principe de la trainée différentielle. D'ailleurs, les aubes de cette éolienne tournent à peu près sur la même vitesse du vent qui l'entraîne.

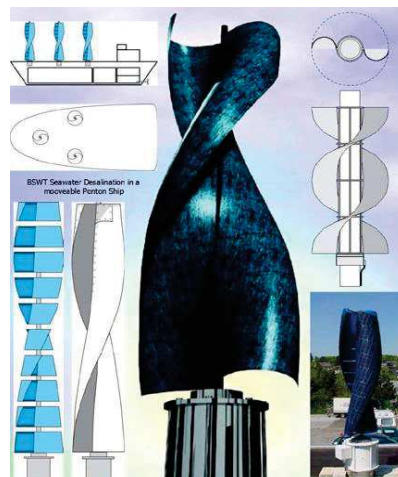
Bien que l'éolienne Savonius se caractérisent par un couple de démarrage élevé ; elles présentent plus d'inconvénients que d'avantages ainsi que leur rendement global est faible. De



plus la récupération d'énergie est souvent compliquée et s'accompagne d'une perte considérable d'efficacité globale.



**Figure 1.2** Éolienne Darrieus (Naveed 2001)



**Figure 1.3** Éolienne Savonius (Fazil 2014)

## 2.2 Différentes types d'aérogénérateurs-caractéristiques $C_p$

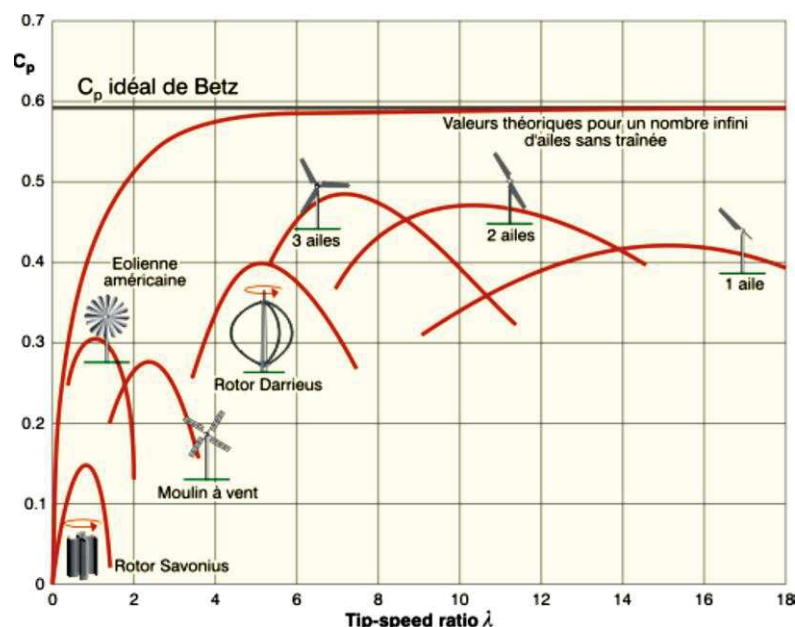
Le coefficient de puissance maximum est limité par le principe de conservation de la quantité du mouvement autour d'une éolienne à axe horizontal. Selon la théorie de Betz (Hau 2006), la puissance théorique maximale recueillie par une éolienne est égale à la limite de Betz. En fait, cette théorie montre que l'énergie maximale susceptible d'être reçue par un aérogénérateur ne peut dépasser en aucun cas les 59% de l'énergie cinétique du vent.

Réellement, les éoliennes ont toujours un coefficient maximum de puissance inférieur à la limite de Betz à cause des pertes aérodynamiques, dépendant à la fois de la conception du rotor et de sa construction (nombre de pales, rigidité,). Le graphe de la figure 1.4 donne un aperçu approximatif sur les coefficients de puissance ( $C_p$ ) en fonction de la vitesse réduite ( $\lambda$ ) pour différents types d'éoliennes.

$\lambda$  (TSR « Tip Speed Ration ») est une variable adimensionnelle qui caractérise la vitesse relative du vent sur les pales. Elle est définie comme le rapport entre la vitesse tangentielle en bout de pale, produit de la vitesse angulaire  $\omega$  et du rayon  $R$ , et la vitesse du vent à l'infini en amont

$$\lambda = \frac{\omega R}{V_{\infty}} \quad (1.1)$$

TSR représente un paramètre important. Les performances des éoliennes sont le plus souvent caractérisées, de manière adimensionnelle, par la variation des coefficients de puissance et de couple en fonction de la vitesse spécifique.



**Figure 1.4** Rendements des différents types d'éoliennes (Hau 2006)

Cette figure illustre plusieurs constations, parmi lesquelles, on note que les éoliennes à axe horizontal et à celle à axe vertical de type Darrieus présentent le meilleur rendement aérodynamique comparé aux autres types d'éoliennes.

On constate de plus que le coefficient de puissance augmente avec l'augmentation de la vitesse réduite, atteignant un maximum pour une certaine valeur de  $\lambda$ , puis il diminue avec l'augmentation de cette vitesse.

Par ailleurs, ce graphe met en évidence que la courbe ( $C_p$ ) en fonction de ( $\lambda$ ) dépend notamment du nombre de pales utilisées

En outre, les éoliennes à axe vertical fonctionnent à faible vitesse réduite. Dans cette thèse, les valeurs de TSR sont étudiées dans une plage de 1.435 à 3.293 (Raciti Castelli et al. 2011).

### **2.3 Des éoliennes à axe vertical de type Darrieus plutôt qu'à axe horizontal ?**

Le choix des éoliennes de type de Darrieus n'est pas arbitraire. On se propose ainsi d'introduire certains critères qui justifient l'intérêt d'une telle étude en tenant comptes des analyses comparatives de (Laurent 2014).

Principalement, les points de comparaison sont pratiquement sur le plan aérodynamique, structurel et lié à l'implantation de l'éolienne.

En termes de rendement aérodynamique, certaines études comparatives semblent montrer que l'éolienne à axe horizontal classique a de meilleures performances comparée à une éolienne à axe vertical de type Darrieus. En fait, le rendement d'une éolienne classique est de l'ordre de 45% à 50% alors que celui d'une éolienne Darrieus se situe entre 35% à 40%. Cette tendance n'est qu'indicative. Cependant, il a été constaté qu'une éolienne à axe vertical pouvait avoir un rendement légèrement meilleur qu'une éolienne à axe horizontal de taille comparable (Maydew et al. 1981). Ces différences de rendement sont ainsi dûes au développement de la technologie et à la complexité aérodynamique. En effet, d'un point de vue aérodynamique, l'éolienne à axe horizontal est relativement simple puisque son fonctionnement est indépendant de la position angulaire azimutale et il y a de faibles interactions entre les pales et leur sillage. Contrairement à ce type, l'éolienne Darrieus présente plusieurs particularités aérodynamiques : Par le fait que son fonctionnement, son incidence et sa vitesse relative de l'écoulement par rapport aux pales varient constamment en fonction de l'angle azimutal. De plus, il existe de fortes interactions entre ces pales et son sillage, d'où sa complexité aérodynamique. Par conséquent, le rendement des éoliennes Darrieus peut potentiellement s'améliorer encore grâce à une modélisation plus sophistiquée de son comportement d'une part et à une meilleure compréhension scientifique des phénomènes aérodynamiques complexes de l'autre. C'est pourquoi, il est indispensable d'avoir des modèles numériques robustes.

Les rendements sont généralement estimés dans des conditions de vent stationnaire et uniforme mais en réalité, le vent urbain est turbulent et de direction variable, ce qui entraîne une baisse de performance pour les éoliennes à axe horizontal. Cependant, les éolienne Darrieus n'ont pas ce problème vu leur fonctionnement omnidirectionnel, ainsi que leur adaptation à ce type de vent.

L'aspect lié à l'implantation des éoliennes (maintenance, aspect sonore...) s'avère un critère important permettant d'évaluer l'intérêt des éolienne Darrieus. Celle-ci est en général plus modulable puisqu'on peut empiler plusieurs éoliennes sur un même axe les unes sur les autres.

Une fois installée en milieu urbain, il faut regarder son interaction avec l'environnement de point de vue nuisance sonore, qui présente un critère sensible vis-à-vis de la population alentour. Par ailleurs, (Mohamed 2014, McLaren 2012) ont constaté que l'éolienne Darrieus fonctionne à des vitesses de rotations plus lentes que celle à axe horizontal, ce qui la rend très silencieuse.

Pratiquement, les petits aérogénérateurs apportent des solutions dans le cas où l'implantation d'éolienne de plusieurs centaines de kilowatt ne serait pas envisageable, comme les milieux urbains. En effet, l'intégration des éoliennes dans ces milieux peut tirer profit de la déviation des vents pour guider l'écoulement d'air vers les machines et donc potentiellement augmenter la production. De plus, on peut tirer profit de la hauteur des bâtiments pour pouvoir atteindre des hauteurs importantes pour lesquelles le potentiel éolien est accru sans utiliser de grands mâts. On peut donc utiliser directement l'énergie renouvelable et naturelle qui se trouve à proximité des milieux urbains.

Pour résumer, l'éolienne Darrieus n'a pas été aussi optimisée comme celle à axe horizontal vu que la technologie n'était pas encore développée à cause de sa complexité aérodynamique.

D'ailleurs, l'éolienne Darrieus présente une technologie fiable pour les milieux urbains, ce qui s'explique par le fait que cette éolienne présente des caractéristiques très importantes à exploiter dans ces milieux, parmi lesquelles, son omnidirectionnalité, la simplicité relative de la forme de ses pales (pales droites à section constante), ses capacités de produire de l'électricité malgré un vent oblique, et même son esthétique. Ceci fait que cette éolienne peut fonctionner plus souvent que d'autres types dans des conditions optimales. Par conséquent, les besoins d'une telle machine dans les milieux urbains semblent plus réalistes et souhaitables que ceux d'une éolienne à axe horizontal.

## **2.4 Éolienne de type Darrieus**

### **2.4.1 Principe de fonctionnement**

L'éolienne de type Darrieus est inventée par le Français Georges Darrieus en 1930. On rappelle que, cette éolienne est généralement plus efficace que le type Savonius, avec un rendement

proche de 40% (figure 1.4). Ses pales tournent environ cinq fois plus vite que le vent qui l'entraîne.

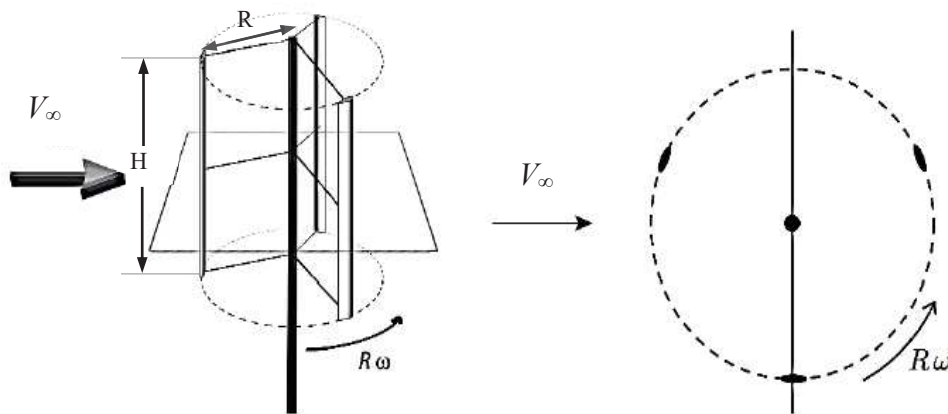
Ce type d'éolienne fonctionne grâce à la portance et se base sur le principe de la variation cyclique d'incidence : un profil placé dans un écoulement d'air selon différents angles est soumis à des forces d'intensités et aux directions variables. La résultante de ces différentes forces génère alors un couple moteur, entraînant la rotation de la machine.

## 2.4.2 Étude aérodynamique

Dans cette section, les équations nécessaires pour comprendre le fonctionnement d'une éolienne Darrieus sont présentées.

La figure 1.5 représente une éolienne Darrieus formée de pales identiques de hauteur  $H$  et placées à une distance  $R$  de l'axe de rotation. Indépendamment de la direction du vent, l'éolienne tourne à une vitesse angulaire  $\omega$ , couvrant une surface circulaire de rayon  $R$  en vue de dessus, alors que, dans la direction du vent, la surface balayée par le rotor est de  $H D$ .

$D$  étant le diamètre du rotor.



**Figure 1.5** Données géométriques d'une éolienne Darrieus à pales droites

Un autre paramètre adimensionnel important caractérisant la géométrie du rotor, symbolisé par la solidité ( $\sigma$ ), est donné par l'équation (1.2). Il contient le nombre de pales  $N$ , la longueur de corde de chaque pale  $c$  et le rayon de la turbine  $R$ . C'est un rapport utile pour comparer les performances des éoliennes en fonction de différents nombres de pales.

$$\sigma = \frac{Nc}{R} \quad (1.2)$$

La section de référence utilisée pour définir les coefficients de couple et de puissance est exprimée, en fonction du diamètre du rotor et de la hauteur de la pale par l'équation suivante :

$$A = D H \quad (1.3)$$

On définit ensuite le coefficient de puissance aérodynamique ou le rendement aérodynamique d'une éolienne comme étant le rapport entre la puissance disponible dans le vent et la puissance générée par le rotor.

Les coefficients de couple et de puissance sont respectivement exprimés par les équations (1.4) et (1.5).

$$C_t = \frac{Tr(t)}{0.5 \rho A V_{\infty}^2 R} \quad (1.4)$$

$$C_p = \frac{P(t)}{0.5 \rho A V_{\infty}^3} \quad (1.5)$$

où, A est la section balayée par le rotor ( $A = DH$ ), donnée par la relation (1.3) et  $\rho$  (en  $[kg/m^3]$ ) est la masse volumique de l'air.  $Tr(t)$  et  $P(t)$  représentent respectivement le couple aérodynamique et la puissance générée par l'éolienne. Ils sont reliés entre eux par l'intermédiaire de la vitesse de rotation du rotor ( $\omega$ ) comme suit :

$$P(t) = Tr(t) \omega \quad (1.6)$$

$C_t$ ,  $C_p$  et  $P(t)$  sont connus comme les paramètres de performances d'une éolienne.

Islam (Islam et al. 2008) ont développé une analyse aérodynamique du rotor Darrieus à pales droites. Ils ont ainsi détaillé les différentes expressions des forces aérodynamiques et leurs relations avec les performances de l'éolienne. Ces relations établissent un rapport entre la vitesse du vent incident et la force tangentielle, agissant sur les pales et responsable de générer le couple aérodynamique.

On considère une pale d'une éolienne Darrieus comme le montre la figure 1.6. Sa position est déterminée par un angle azimutal  $\theta$ . Cette pale soumise à un flux de vitesse incident  $V_{\infty}$  et tourne à une vitesse angulaire constante  $\omega$ .

Soit " $V_c$ " la vitesse tangentielle, définie par l'équation suivante :

$$V_c = R\omega + V_a \cos(\theta) \quad (1.7)$$

" $R\omega$ " étant la vitesse linéaire de la pale résultante de sa rotation et " $V_a$ " est la vitesse induite

On définit la vitesse normale "Vn", reliée à la vitesse induite par la relation suivante :

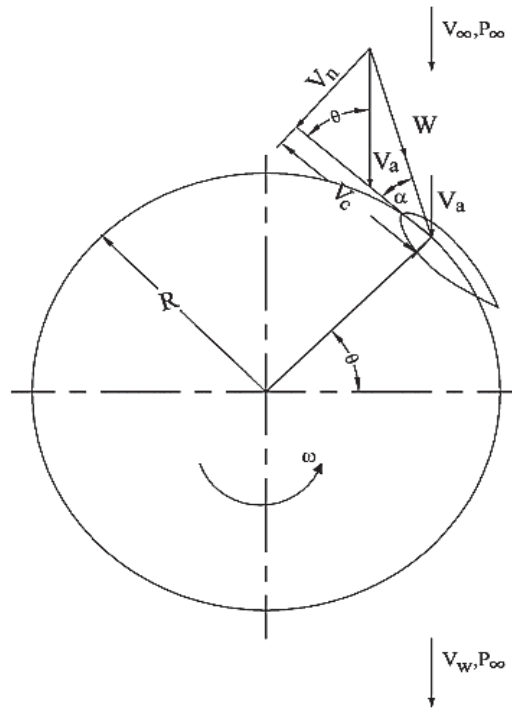
$$V_n = V_a \sin(\theta) \quad (1.8)$$

À partir du triangle de vitesse (figure 1.6), on établit une relation entre l'angle azimutal, l'angle d'attaque " $\alpha$ " et la vitesse réduite, donné par (Mohamed 2012, Tahar et al. 2014 et Raciti Castelli et al. 2011) :

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{\sin \theta}{\lambda + \cos \theta} \right) \quad (1.9)$$

Une autre vitesse importante, notée par "W" (voir figure 1.6), représente la vitesse relative, est définie par le vecteur somme de la vitesse normale et la vitesse tangentielle :

$$W = \sqrt{V_c^2 + V_n^2} \quad (1.10)$$



**Figure 1.6** Diagramme de vitesse autour d'une pale d'une éolienne Darrieus (Islam et al. 2008)

Les coefficients de portance et de trainée, notés respectivement  $C_L$  et  $C_D$ , sont des paramètres adimensionnels qui dépendent essentiellement du profil aérodynamique de la pale, de la vitesse relative et de l'angle d'attaque. Ces coefficients peuvent être combinés en un seul coefficient de force tangentielle, défini par l'expression suivante :

$$C_F = C_L \sin(\alpha) - C_D \cos(\alpha) \quad (1.11)$$

La force tangentielle responsable à la création du couple relatif est donnée par :

$$F_T = \frac{1}{2} C_F \rho c H W^2 \quad (1.12)$$

La valeur moyenne de la force tangentielle pendant une rotation complète de l'éolienne a pour expression la suivante :

$$\bar{F}_T = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F_T(\theta) d\theta \quad (1.13)$$

Pour une éolienne avec N pales, la valeur totale du couple aérodynamique, générée par cette force tangentielle moyenne, est donnée par

$$Tr = N R \bar{F}_T \quad (1.14)$$

Finalement, on peut calculer la puissance aérodynamique produite par l'éolienne en multipliant ce couple par la vitesse angulaire du rotor (voir l'équation. (1.6)). Par conséquence, on peut établir le rendement aérodynamique de l'éolienne.

Dans cette partie, les détails pour obtenir la vitesse induite et les coefficients de portance et de traînée ne sont pas mentionnés. Dans la prochaine section, les différentes approches utilisées pour approximer ces valeurs seront discutées.

### 3 Modèles aérodynamiques de références

Par ailleurs, on peut modéliser une éolienne à trois échelles : l'échelle macroscopique du rotor (l'éolienne est considérée comme un appareil qui capte l'énergie du vent), l'échelle des pales et l'échelle locale à la surface des pales (l'éolienne est considérée comme un appareil muni des pales, sur lesquelles le vent crée une répartition de pression particulière, générant une action motrice pour récupérer de l'énergie). On peut, alors, commencer par inspecter les modèles à l'échelle du rotor comme les modèles basés sur la théorie de quantités de mouvement (où méthode à tube de courant). En prenant un niveau de complexité croissant, la famille des modèles suivante est celle des méthodes tourbillonnaires, ainsi que le modèle en cascade. Enfin, la modélisation la plus complète est celle qui est basée sur la résolution des équations de Navier-Stokes, appelée méthode de la dynamique fluides (CFD : Computational Fluid Dynamics) (voir



annexe B). Les avantages et les limitations de ces différentes méthodes seront énumérés dans la partie qui suit.

### 3.1 Modèles empiriques

Dans cette section, une revue de la littérature des modèles à tube de courant, modèle en cascade et modèles tourbillonnaires est présentée tout en soulignant les lacunes des modèles précédents et les améliorations ajoutées par les modèles suivants.

#### 3.1.1 Modèles à tube de courant

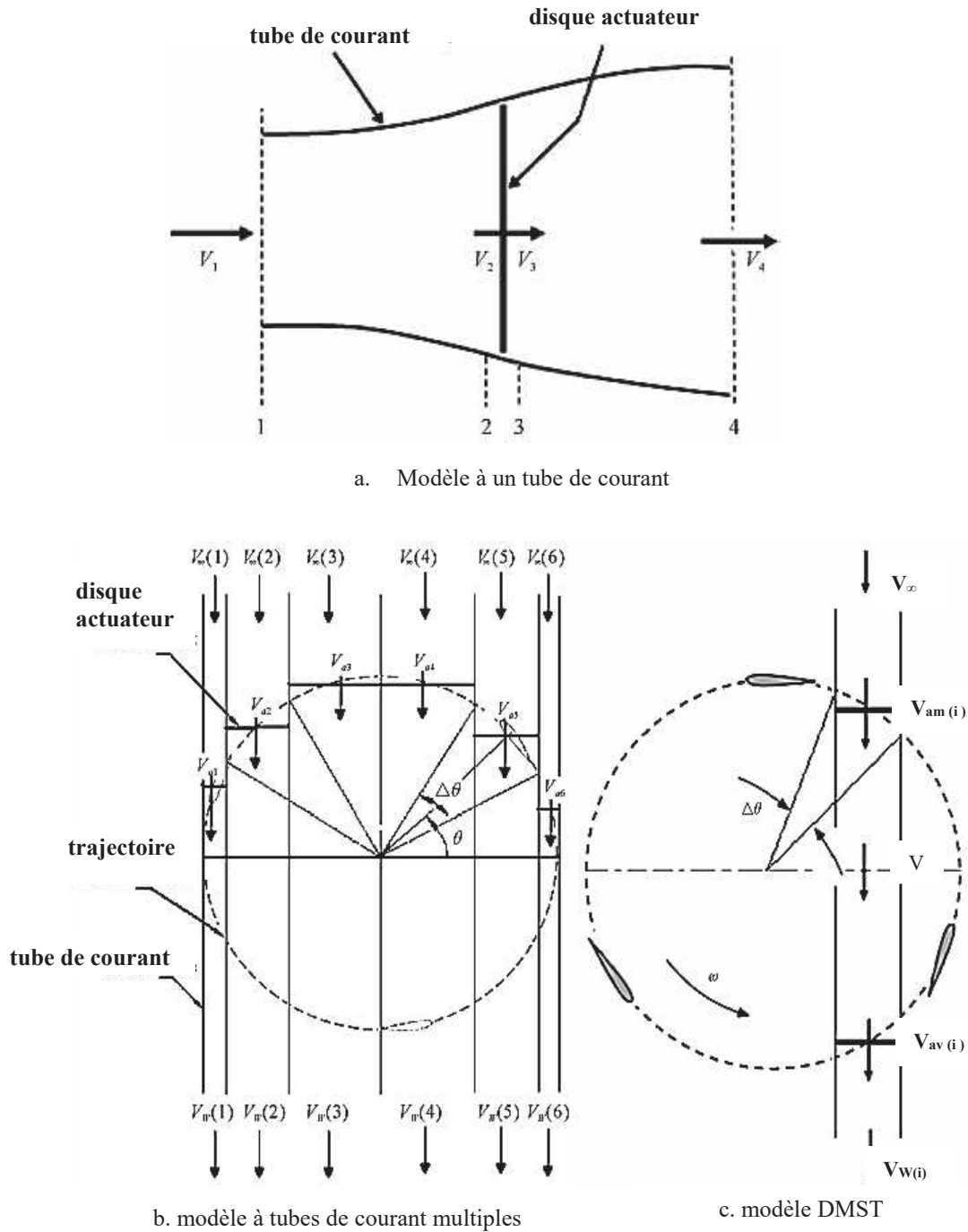
La performance des éoliennes Darrieus fut initialement évaluée à partir des méthodes utilisant la théorie de conservation de la quantité de mouvement (QDM). Templin (Templin 1974) a proposé le modèle à un tube de courant (Single Streamtube Model) en introduisant un actionneur (actuator disc). La turbine entière est modélisée par une surface actuatrice capable de capter l'énergie (théorie de Froude), inclue dans un seul tube de courant traversant la surface balayée par les pales. Une hypothèse de base est l'analyse par élément de pale (Abboudi 2011). Le concept QDM est basé sur l'idée que la variation de quantité de mouvement dans un tube de courant traversant la surface actuatrice est égale à la somme des forces aérodynamiques agissant sur les pales.

On suppose un tube de courant qui traverse le rotor dans lequel les équations QDM suffisent à définir la vitesse de l'écoulement au niveau du disque actuateur. La trainée totale se déduit du saut de pression à travers la surface actuatrice qui est à son tour déterminée par la connaissance de la vitesse induite et les coefficients aérodynamiques sur chacun des éléments constitutifs du rotor, supposés indépendants d'après la théorie des éléments de pale.

On traite donc un problème monodimensionnel et il faut supposer que le déficit de vitesse est uniforme sur toute la surface balayée par le rotor. Pour remédier à ce défaut d'homogénéité, Strickland (Strickland 1975) a proposé le modèle à tubes de courant multiples (Multiple streamtube Model) pour lequel la surface du rotor est divisée en plusieurs tubes de courant adjacents et indépendants du point de vue aérodynamique : Chacun de ces tubes a une vitesse  $V_a(i)$  au niveau du disque actuateur (voir figure 1.7).

Ce développement du modèle précédent permet d'avoir une amélioration des résultats grâce à la prise en compte de la variation de la vitesse induite suivant la verticale et suivant les

différentes positions azimutales de la pale. Ce qui permet d'avoir une représentation plus réaliste des zones de transfert d'énergie.



**Figure 1.7** Schémas représentant les modèles à tubes de courant

Toutefois, les modèles décrits précédemment, présentent des limitations : étant donné la trajectoire circulaire des pales, les tubes de courant sont traversés deux fois par ces dernières.

Par la suite l'utilisation d'une seule surface actuatrice pour représenter les deux phases est inefficace.

Pour résoudre les limitations du modèle à tubes de courant multiples, Lapin (Lapin 1975) a proposé une représentation de la turbine Darrieus suivant deux disques actuateurs consécutifs : un disque en amont et un disque en aval. Pour chacun des disques, il calcule une vitesse induite et un facteur d'interférence en amont puis en aval.

Finalement, Paraschivoiu (Paraschivoiu 1981) propose une approche plus sophistiquée avec la combinaison des modèles à double disques et à multiple tubes de courant en un seul modèle à tubes de courant multiples et double disque actuateur, noté DMST (Double Multiple Streamtube) (Habtamu et al. 2011, Paraschivoiu 1983 et Coy et al. 1983).

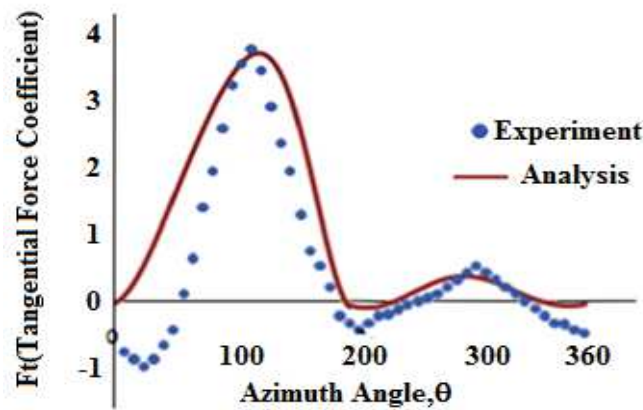
Ce modèle décompose le volume balayé par les pales en tranches, elles-mêmes sont divisées en tubes de courant. Le problème est donc résolu séparément dans la phase en amont d'abord, puis dans la phase en aval. À partir d'une résolution numérique, la vitesse à l'amont  $V_{am}(i)$ , est déterminée dans un tube de courant, ayant comme entrée  $V_{\infty}$  et comme sortie une vitesse d'équilibre  $V$ , défini au centre du rotor. Puis à l'aide de cette vitesse d'équilibre, on construit un second tube de courant, ayant une vitesse de sortie  $V_w(i)$ , et dans lequel la vitesse à l'aval  $V_{av}(i)$ , est déterminée (voir figure 1.7).

Bien que, la méthode DMST soit la plus répandue par rapport aux autres modèles décrites, Saeidi et al. (Saeidi et al. 2013) a marqué ses limites par le fait qu'elle est incapable de prédire les valeurs négatives de la force tangentielle pour de faibles valeurs de l'angle azimutal  $\theta$  (voir figure 1.8).

Les modèles à tubes de courant sont capables de prévoir les performances globales, en revanche, ils ne permettent pas d'obtenir avec précision les forces exercées sur les pales.

Par ailleurs, il faut rappeler que ces modèles sont basés sur un nombre d'hypothèses communes et simplificatrice, parmi lesquelles, la supposition d'un nombre de pales infini, ce qui élimine totalement la dynamique tourbillonnaire du véritable rotor et les interactions entre les pales et leur sillage. De plus, ces modèles ne permettent pas de calculer les effets instationnaires puisque l'écoulement étant supposé pseudo-stationnaire.

Enfin, ces modèles sont limités à des solidités inférieures à 0.2 vu que la théorie 1D de la quantité de mouvement de Glauert n'est pas valide en dehors de ces limitations (Paraschivoiu 2002) et on note également que la théorie de Froude n'est plus adaptée pour des vitesses réduites élevées (Laurent 2014).



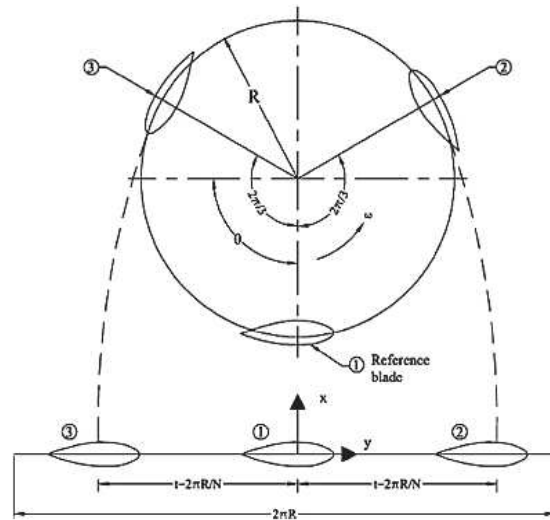
**Figure 1.8** Comparaison des résultats du modèle DMST avec les mesures expérimentales (Saeidi et al 2013)

Considérant toutes ces limitations, on peut donc retenir que ces modèles sont utiles pour un dimensionnement de machine, mais pas pour une étude d'optimisation. Ferreira (Ferreira 2009) a aussi montré que les modèles à tubes de courant ne sont pas appropriés pour la détermination des performances d'une éolienne Darrieus.

### 3.1.2 Modèle en cascade

La deuxième classe de modélisation concerne le modèle « en cascade », introduit par Hirsch et Mandal (Hirsch et Mandal 1987). Dans cette méthode, les pales sont distribuées les unes derrière les autres (en cascade), espacées par une distance égale à la circonférence du rotor, divisée par le nombre de pales (voir figure 1.9).

Les caractéristiques aérodynamiques de chaque pale sont obtenues à l'aide des données empiriques, en fonction d'un angle d'attaque local et d'un nombre de Reynolds. Le concept est issu du domaine de la turbomachine et présente un grand nombre d'avantages et d'inconvénients par rapport aux modèles de tube de courant. À titre d'exemple, Islam (Islam et al. 2008) ont comparé les résultats de ce modèle avec ceux du modèle DMST et ont déduit que le modèle de cascade est le plus performant pour des valeurs élevées de la vitesse réduite.

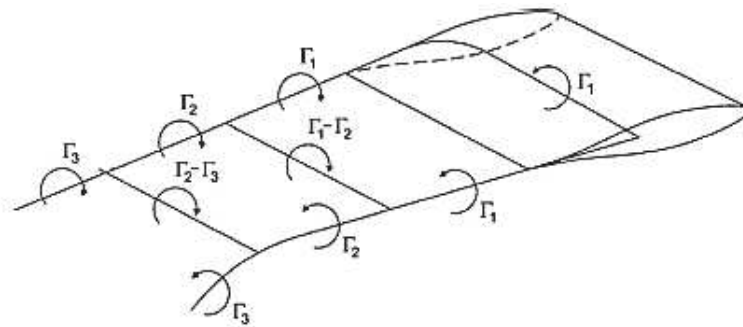


**Figure 1.9** Modèle en cascade (Xin et al. 2015)

### 3.1.3 Modèles tourbillonnaires

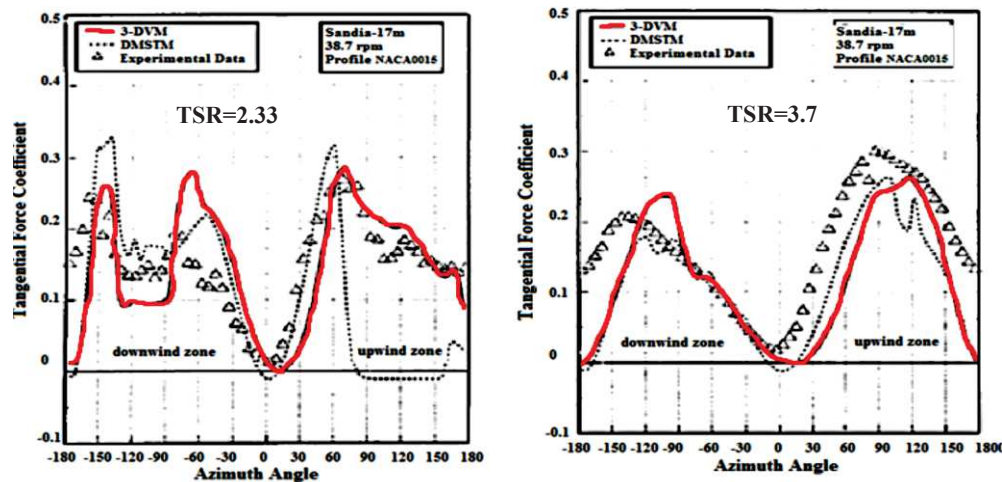
Les modèles à tube de courant, décrits précédemment, sont typiquement à l'échelle du rotor. Si on regarde à l'échelle de la pale, on considère les modèles tourbillonnaires (Islam et al. 2008) (voir figure 1.10).

Il a été constaté que ces modèles sont beaucoup plus précis que les modèles à tube de courant (Strickland et al. 1979).



**Figure 1.10** Lignes tourbillonnaires pour un élément de pale (Xin et al. 2015)

Dans ce sens, (Dumitrescu et Cardos 2009) ont montré, dans le cadre d'une étude comparative entre les résultats du modèle tourbillonnaire (3-DVM : three dimensional vortex model) et ceux du modèle DMST avec les résultats expérimentaux, que le modèle tourbillonnaire est plus précis que l'autre modèle pour des faibles valeurs de la vitesse réduite (voir figure 1.11).



**Figure 1.11** Étude comparative entre les modèles tourbillonnaire et DMST (Dumitrescu et Cardos 2009)

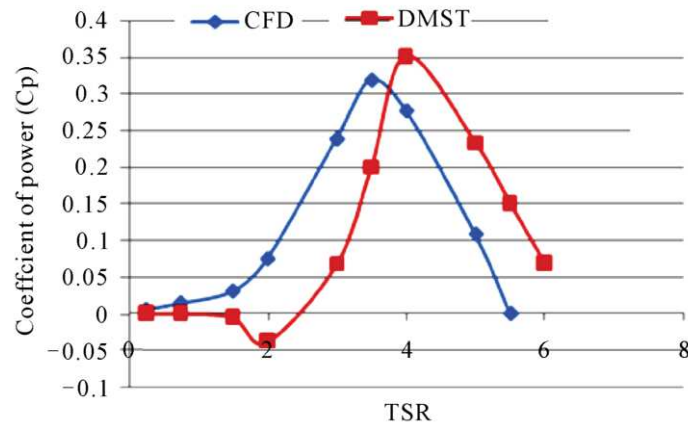
Toutes les modèles décrits précédemment (modèles à tube de courant, tourbillonnaires et en cascade) sont incapables de simuler avec précision la physique et la complexité de l'écoulement autour du rotor Darrieus. En fait, les limitations de ces modèles sont principalement l'incapacité à modéliser les effets transitoires et à calculer les coefficients de portance et de trainée. La validation de ces approches avec les mesures expérimentales reste alors essentielle. L'appel à un outil de modélisation plus précis, pour surmonter ces déficits, demeure donc nécessaire.

### 3.2 Les modèles CFD « Computational Fluid Dynamics »

#### 3.2.1 Aérodynamiques et performances

Les méthodes CFD apparaissent comme un meilleur choix pour s'affranchir de toutes les limitations des modèles empiriques. Ce sont ainsi les modèles les plus complets pour pouvoir étudier les éoliennes à toutes les échelles (rotor, pale, surface de la pale). Les codes CFD sont également capables de prédire les coefficients de portance et de trainée du profil considéré.

La figure 1.12 représente une étude comparative entre les résultats de l'approche CFD et ceux du modèle DMST introduite par Habtamu et al (Habtamu et al. 2011). Cette étude confirme que la simulation CFD de l'éolienne génère un comportement aérodynamique plus performant, du fait que les résultats du modèle DMST donnent naissance à un rendement aérodynamique négatif pour de faibles valeurs de la vitesse réduite.



**Figure 1.12** Coefficient de puissance pour les modèles CFD et DMST (Habtmu et al. 2011)

En réalité, tous les codes CFD suivent le protocole suivant : la génération du maillage représentatif du domaine de calcul, l'implantation des schémas numériques pour résoudre les équations de conservation et la modélisation de la turbulence.

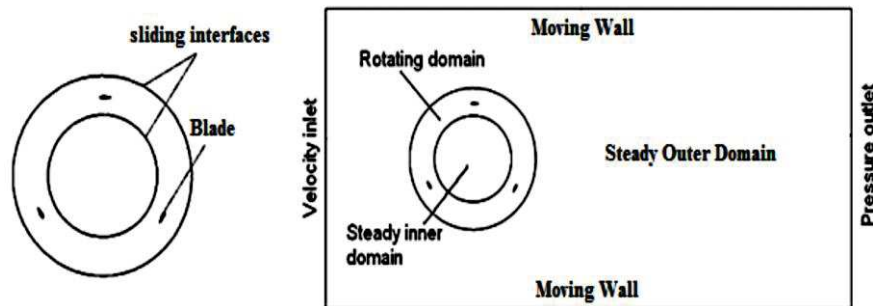
L'inclusion de l'instationnarité est indispensable, vu le fonctionnement de l'éolienne Darrieus. Il est extrêmement coûteux de résoudre numériquement les équations instationnaires et complètes de Navier-Stokes pour un écoulement instantané sans modélisation. Ils sont à l'heure actuelle hors de portée pour toute application aux éoliennes. L'alternative consiste alors à utiliser la version moyennée des équations de Navier-Stokes : (méthode RANS : *Reynolds Averaged Navier-Stokes*), c'est-à-dire les équations de Navier-Stokes en moyenne de Reynolds), en choisissant de modéliser la turbulence (voir annexe B).

L'approche générale utilisant une simulation CFD d'une éolienne à axe vertical, est la technique de maillage tournant (SM : *Sliding Mesh*) (Howell et al. 2010, Ane 2011 et Raciti Castelli et al. 2010). En fait, cette technique est largement utilisée dans la littérature pour calculer l'écoulement instationnaire autour des pales du rotor Darrieus. On peut citer, à titre d'exemple, le modèle adapté par Howell et al. (Howell et al. 2010). Ce modèle contient trois zones : un domaine tournant, entouré de deux côtés par deux domaines fixes intérieur et extérieur, qui contient les pales. Ce domaine tournant est séparé des domaines fixes par des interfaces (*sliding interfaces*) (voir figure 1.13).

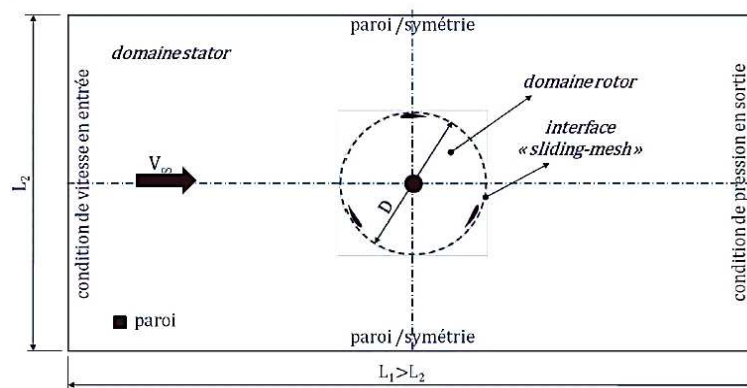
D'autres exemples adoptent des schémas numériques en considérant un seul domaine fixe extérieur (domaine stator), qui entoure le domaine tournant intérieur (domaine rotor) contenant les pales. Ces deux domaines sont reliés par l'intermédiaire d'une seule interface assurant la continuité de flux (voir figure 1.14).



Notons bien que la caractérisation instationnaire des performances aérodynamiques des éoliennes est obtenue par la rotation des différentes zones de fluides maillées en pas de temps discret lors du calcul instationnaire.



**Figure 1.13** Domaine computationnel (Howell et al. 2010)



**Figure 1.14** Domaine de calcul et condition aux limites (Ane 2011)

La principale limitation des méthodes CFD réside dans la phase de génération du maillage notamment dans le cas d'une modélisation 3D. En effet, dans le cas où la géométrie complète de l'éolienne est prise en compte, le temps de calcul sera élevé vu la voluminosité du domaine de calcul, qui nécessite un maillage suffisamment raffiné et une précision spatiale satisfaisante afin de ne pas perdre d'informations dans l'écoulement.

### 3.2.2 Vérification et validation des modèles CFD

Par ailleurs, les modèles CFD complètent les essais sur des prototypes et remplacent constamment des modèles réduits en soufflerie, tout en fournissant des données pertinentes. En effet, ces codes permettent de reproduire des résultats expérimentaux avec un niveau de précision élevé (Mohamed 2012, Tahar et al. 2014, Rosario et al. 2014 et Mayank et al. 2014). Ce qui garantit la réduction considérable des coûts et du temps de calcul des essais expérimentaux.



La vérification et la validation des résultats obtenus à partir des simulations numériques est une évaluation quantitative visant à établir la crédibilité des résultats, en comparant les résultats préliminaires par rapport aux résultats expérimentaux, réalisés ou publiés dans la littérature. Voici une revue de la littérature dont les auteurs ont tenté de valider leurs modèles numériques.

Raciti Castelli et al. (Raciti Castelli et al. 2011) et Howell et al. (Howell et al. 2010) ont validé, à leur tour, leurs modèles CFD par des essais en souffleries (wind tunnel test).

Ainsi, la procédure de validation, prise en considération, est purement la comparaison du modèle de turbulence utilisé avec les mesures expérimentales.

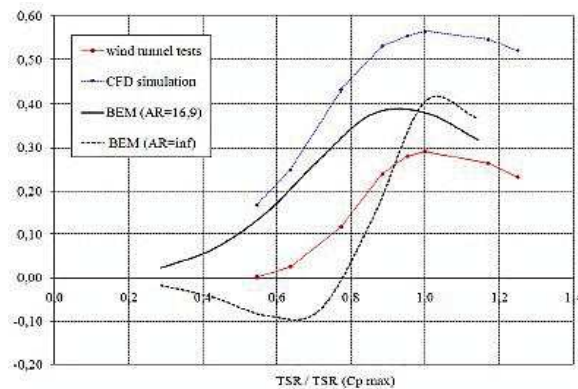
Pour ce qui concerne Raciti Castelli et al. (Raciti Castelli et al. 2010), ils ont effectué leurs mesures expérimentales au "Politecnico di Milano" à Milan-Bovisa : soufflerie aérodynamique à faible turbulence. Ils ont utilisé également une éolienne Darrieus tripale de profil NACA0021. Les mesures des coefficients de puissances sont extraites en variant la vitesse spécifique de 1.0 à 3.5.

Leur étude comparative est réalisée entre les résultats du modèle CFD 2D en utilisant le modèle de turbulence de type  $k-\epsilon$  Realizable et les essais de soufflerie (figure 1.15).

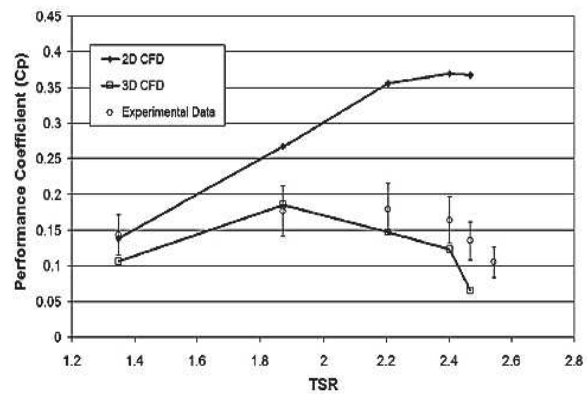
Pour Howell et al. (Howell et al. 2010), ils ont mené leurs expériences à l'Université de Sheffield : soufflerie aérodynamique à faible vitesse, en utilisant une éolienne à axe vertical à tripale de profil NACA0022. Dans le cadre de leur étude comparative entre les données expérimentales d'une part et les résultats des simulations CFD 2D et 3D avec le modèle de turbulence  $k-\epsilon$  RNG de l'autre, ils constatent que les résultats CFD 3D sont plus proches des résultats expérimentaux que ceux CFD 2D. Cependant, la constatation majeure, d'après les références suivantes (Wafula et al. 2015, Danao et al. 2012 et Danao et al. 2014), montre qu'une étude CFD 2D est largement suffisante pour prédire les performances des éoliennes Darrieus, ce qui permet d'éviter tous problèmes dûs à une simulation 3D.

Par ailleurs, d'autres recherches ont mis en évidence les modèles de turbulence les plus couramment utilisés. Ils ont comparé ces différents modèles avec les mesures expérimentales afin de déterminer le modèle de turbulence le plus approprié. À titre d'exemple, Gasser et al (Gasser et al. 2014) et Eboibi (Eboibi 2013) ont développé une étude comparative entre différents modèles de turbulences par les mesures expérimentales. Leurs travaux ont montré la performance du modèle de turbulence  $k-\omega$  SST par rapport aux autres modèles. Ce modèle s'avère le plus proche des résultats expérimentaux.

En outre, Mohamed et al. (Mohamed et al. 2014) ont déduit que ce modèle de turbulence est le plus compatible avec le logiciel ANSYS Workbench, parce qu'il permet d'améliorer les calculs et de donner des résultats plus précis.



a. (Raciti Castelli et al. 2010)



b. (Howell et al. 2010)

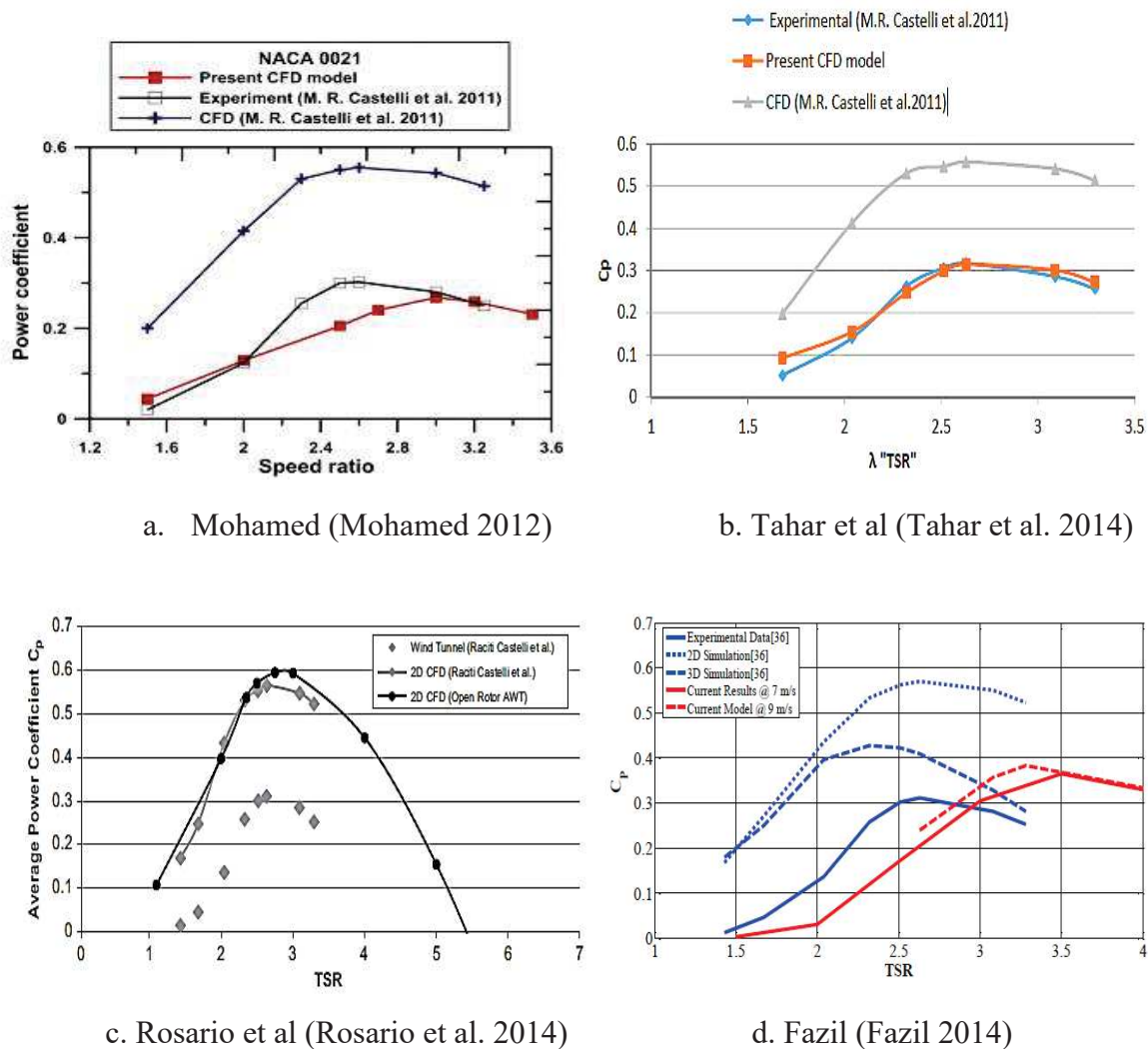
**Figure 1.15** Validation des modèles CFD avec les résultats expérimentaux

Revenons à notre application, celle des éoliennes à axe vertical de type Darrieus. Rosario et al (Rosario et al. 2014), Fazil (Fazil 2014) et Wafula et al (Wafula et al. 2015) ont utilisé ce même modèle pour simuler numériquement ces éoliennes, ils ont également constaté que le modèle de turbulence présent est compatible pour ce type d'éolienne et donne constamment des résultats satisfaisants et fiables.

En se basant sur ses constatations, le modèle de turbulence  $k-\omega$  SST sera utilisé dans notre étude CFD.

C'est en se référant aux résultats expérimentaux de Raciti Castelli et al (Raciti Castelli et al. 2011), publiés dans la littérature, que les travaux ultérieurs (Tahar et al. 2014, Mohamed 2012, Rosario et al. 2014 et Fazil 2014) ont développé et validé leurs schémas numériques, illustrés par l'ensemble des figures 1.16 (a-d). En fait, les publications de Raciti Castelli et al. (Raciti Castelli et al. 2011) sont tellement pertinentes qu'ils les ont adoptées comme modèle de référence sans avoir recours aux essais expérimentaux coûteux.

Dans ce contexte, nous allons effectuer une procédure similaire de vérification et de validation au cours de cette thèse.



**Figure 1.16** Validation des modèles CFD en utilisant les résultats expérimentaux de Raciti Castelli et al. (Raciti Castelli et al. 2011)

## 4 Évaluation de l'influence des paramètres aérodynamiques sur les performances des éoliennes Darrieus

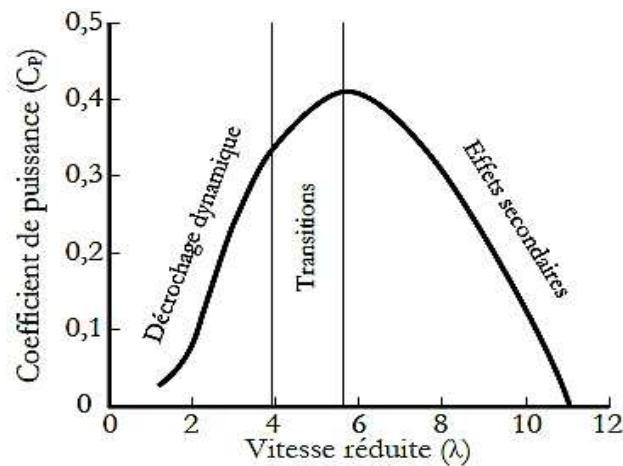
L'étude paramétrique des éoliennes Darrieus fait l'objet de plusieurs études. D'ailleurs, les travaux de recherche permettent à la fois d'identifier les paramètres affectant ses performances et de prouver que le rendement aérodynamique de ce type d'éolienne peut être notablement amélioré par un choix judicieux de ces paramètres.

Les paramètres susceptibles de modifier sensiblement les performances des éoliennes à axe vertical sont généralement classés en deux groupes : à savoir les paramètres géométriques (nombre de pales, rayon de la turbine longueur de la corde, épaisseur des pales, ...) et les paramètres fonctionnels (vitesse réduite, vitesse de rotation...).

En se basant sur ces références (Fazil 2014, Prathamesh et al. 2013), le nombre de pales et la vitesse réduite influent considérablement sur les performances aérodynamiques des éoliennes Darrieus ainsi que sur leur caractère instationnaire.

#### 4.1 Vitesse réduite et vitesse de rotation

Pour une géométrie donnée, la vitesse spécifique (ou vitesse réduite) agit directement sur le rendement des éoliennes Darrieus, vu que les coefficients aérodynamiques sont principalement en fonction de la vitesse spécifique et de l'angle d'attaque. La vitesse spécifique présente alors un paramètre fondamental qui module la puissance produite par les éoliennes. La figure 1.17 indique une évolution typique du coefficient de puissance vis-à-vis de la vitesse spécifique.



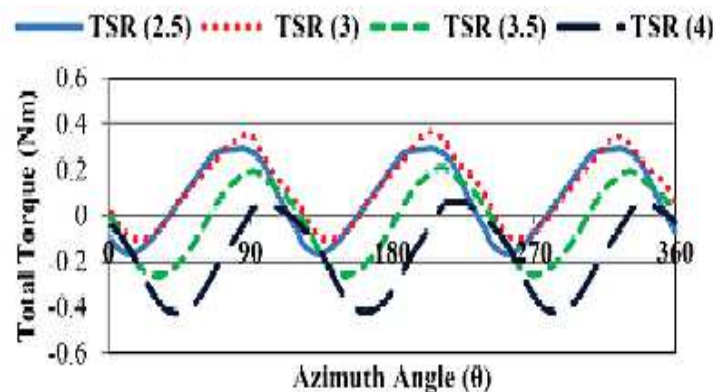
**Figure 1.17** Évolution typique d'une courbe de coefficient de puissance en fonction de la vitesse réduite (Paraschivoiu 2002)

Étant donné que l'angle d'incidence ( $\alpha$ ) est inversement proportionnel à la vitesse spécifique ( $\lambda$ ) (équation (1.9)), les faibles valeurs de la vitesse spécifique provoquent des angles d'attaques de fortes amplitudes menant au décrochage dynamique, qui se traduit par une perte de rendement, tandis qu'une vitesse spécifique trop importante induit des angles d'attaques trop faibles. Dans ces conditions, les effets de la force de trainée réduisent les performances des éoliennes.

En résumé, la courbe de puissance en fonction de la vitesse spécifique présente une forme de cloche, limitée d'un côté par le décrochage, et par la trainée de frottement de l'autre (figure 1.17). Un bon équilibre des effets permet alors d'obtenir un point de fonctionnement optimal.

L'effet de la vitesse réduite sur les performances aérodynamique d'une éolienne à axe vertical de type Darrieus est largement étudié dans la littérature afin de prédire le point de

fonctionnement optimal (Mohamed 2012, Tahar et al. 2014, Raciti Castelli et al. 2011). On cite, à titre d'exemple, les travaux de Prathamesh et al. (Prathamesh et al. 2013). Ces derniers ont étudié l'influence de la vitesse réduite sur l'évolution du couple aérodynamique d'une éolienne Darrieus à pales droites de profil NACA0018 (voir figure 1.18). Ils ont trouvé que le rendement optimal est de l'ordre de 0.4, correspondant à une vitesse réduite égale à 3.



**Figure 1.18** Effet de la vitesse réduite sur le couple aérodynamique totale (Prathamesh et al. 2013)

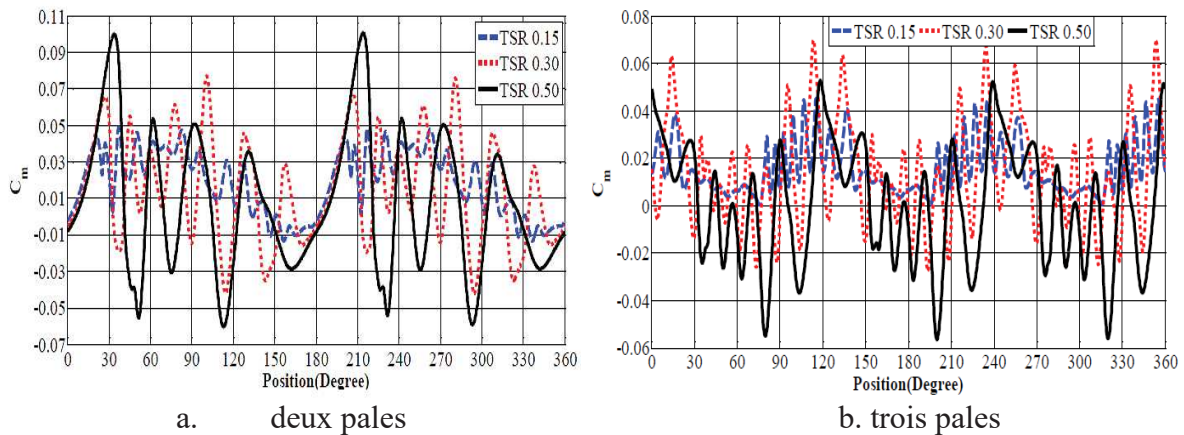
## 4.2 Nombre de pales et solidité

En réalité, la solidité est un paramètre très important, qui influe sur les performances de tout type d'éolienne. Concernant les éoliennes Darrieus, la solidité est définie d'après Strickland (Strickland, 1975), par l'équation (1.2). Donc, la solidité peut être modifiée en changeant soit le nombre de pales, soit la longueur de la corde de pale ou le rayon du rotor. En fait, le nombre de pales influe considérablement sur la vitesse et l'efficacité de la turbine. Il s'agit d'un compromis entre deux principaux facteurs ; d'une part, la puissance extraite de chaque pale. En effet, en supposant que chaque pale extrait une certaine quantité d'énergie à partir du vent, plus on augmente le nombre de pales, plus on aura de l'énergie extraite.

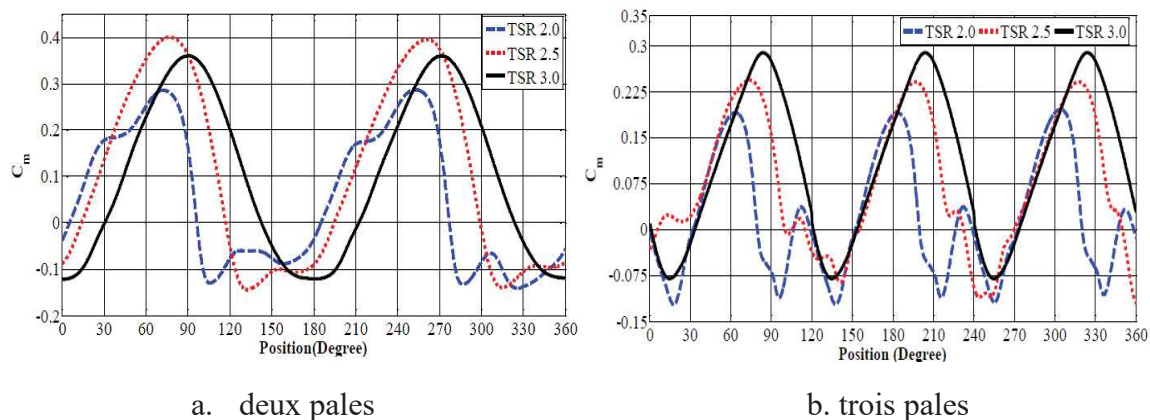
D'autre part, regardons l'effet d'interférence inter-pales, l'augmentation du nombre de pales revient à l'augmentation des interactions inter-pales. Du coup, il y aura une diminution de l'efficacité.

Il a été également constaté que l'augmentation du nombre de pales a l'avantage de lisser le couple instantané produit par l'éolienne (Laurent 2014). Ainsi les éoliennes les plus couramment utilisées sont équipées de trois pales (Tirkey et al. 2014, Naveed et al. 2011).

Particulièrement, Fazil (Fazil 2014) s'est intéressé à l'étude de l'effet du nombre de pales sur les performances d'une éolienne Darrieus en utilisant une étude CFD (voir figures 1.19-1.20). Cette étude est considérée pour 11 valeurs de la vitesse spécifique, la solidité est maintenue constante en changeant la longueur de corde. Deux configurations sont alors étudiées : le rotor Darrieus bipale et tripale.



**Figure 1.19** Variation du coefficient du couple d'une éolienne Darrieus bipale (a) et tripale (b) en phase de démarrage (Fazil 2014)



**Figure 1.20** Variation du coefficient du couple d'une éolienne Darrieus bipale (a) et tripale (b) au point de fonctionnement optimal (Fazil 2014)

Pour chaque configuration, Fazil (Fazil 2014) a étudié la variation du coefficient du couple ( $C_m$ ) pendant un cycle complet ( $360^\circ$ ) pour différentes phases : en phase de démarrage, pour de faible valeur de la vitesse spécifique ( $TSR = 0.15, 0.3, 0.5$ ) (voir figure 1.19), en phase transitoire et au point de fonctionnement optimal (voir figure 1.20).

Il a conclu que l'éolienne tripale se comporte mieux en phase de démarrage et en phase transitoire avec un minimum de vibration par rapport à l'éolienne bipale. Il a également

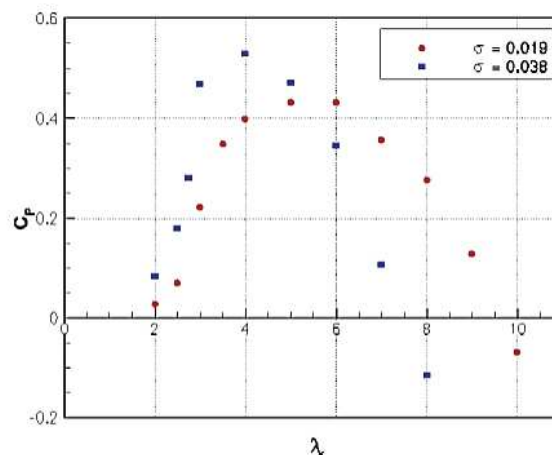


souligné que cette dernière atteint son rendement maximal à des valeurs de vitesse réduite plus bas comparant à l'éolienne tripale, qui génère le rendement le plus élevé.

D'autres travaux de recherches (Prathamesh et al. 2013, Consul et al. 2009 et Howell et al. 2010) ont souligné l'importance de la solidité dans la détermination de la vitesse réduite optimale, pour laquelle l'éolienne à axe vertical atteint son rendement maximal.

D'une part, Prathamesh et al. (Prathamesh et al. 2013) ont considéré un rotor Darrieus avec deux type de profils (NACA 0015 et NACA0018) pour deux valeurs de solidité (0.2 et 0.4). En fait, ils ont trouvé que pour une solidité de 0.2, la puissance aérodynamique la plus élevée est déterminée à une vitesse réduite  $TSR=3$ , tandis que, pour une solidité de 0.4, le rendement atteint son maximum à une vitesse réduite  $TSR=2$ . En d'autres termes, ils ont conclu que plus la solidité augmente, plus le rendement maximal est achevé à des vitesses réduites plus petites.

D'autre part, Consul et al. (Consul et al. 2009) ont étudié l'effet de la solidité sur le rendement aérodynamique d'une éolienne à axe vertical. En effet, ils ont utilisé un modèle CFD 2D pour simuler numériquement cette éolienne de profil symétrique de type NACA0015 et de solidité  $\sigma = 0.019$  et  $\sigma = 0.038$  respectivement, menée de deux et quatre pales.

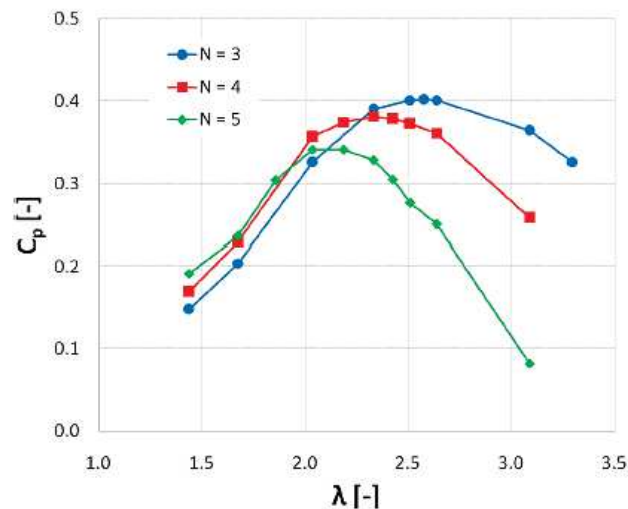


**Figure 1.21** Influence de la solidité sur le rendement aérodynamique (Consul et al. 2009)

Ils ont trouvé que le coefficient de puissance maximale augmente de 0.43 à 0.53 en augmentant le nombre de pales de deux à quatre. D'après la figure 1.21, on constate également que la courbe entière du rendement ( $C_p$ ), correspondante à la solidité la plus élevée ( $\sigma = 0.038$ ), est déplacée vers la gauche. Ce qui fait qu'elle atteint son maximum à une vitesse réduite plus petite.

Dans ce contexte, Raciti Castelli et al. (Raciti Castelli et al. 2012) ont contribué à l'étude de l'effet de solidité sur le rendement d'une éolienne de type Darrieus tout en variant le nombre de pales de profil NACA0015 (trois, quatre et cinq pales).

Ainsi dans le cadre de cette étude CFD, la configuration tripale donne lieu à un rendement plus efficace ( $C_p=0.4$ ) par rapport aux autres configurations. On constate également que l'augmentation du nombre de pale supérieur à trois engendre une diminution considérable du coefficient de performance maximal (voir figure 1.22).



**Figure 1.22** Effet du nombre de pales sur le rendement d'une éolienne Darrieus (Raciti Castelli et al. 2012)

### 4.3 Épaisseur de pale

Généralement, les profils symétriques de type NACA (série NACA 4 digits) sont largement utilisés pour simuler les éoliennes de type Darrieus (voir annexe B). On cite, à titre d'exemple, le profil NACA0012 adopté par Eboibi et al (Eboibi et al. 2013). D'autres travaux de recherches ultérieurs, ont effectué des variations d'épaisseurs supérieures tel que le profil NACA0015 (Raciti Castelli et al. 2012 et Consul et al. 2009), NACA0018 (Prathamesh et al. 2013 et Tirkey et al. 2014), et NACA0021 (Rosario et al. 2014, Mohamed 2012 et Raciti Castelli et al. 2011).

D'après ces recherches, il semble que le profil de pale le plus épais présente des avantages structurels permettant de fonctionner à des vitesses de rotations importantes.

De plus, Claessens (Claessens 2006), souligne que l'augmentation de l'épaisseur de pale donne lieu à une amélioration des performances des éoliennes à axe vertical.

Les observations de Naveed et al. (Naveed et al. 2011), à leur tour, confirment ces constatations. En fait, ils ont étudié l'effet de l'épaisseur de pale sur les performances d'une éolienne Darrieus, en utilisant une gamme d'épaisseur entre 15% à 22% pour une plage de vitesse réduite de 1,0 à 4,0. Ils en ont déduit que le meilleur rendement correspond au type NACA0022.



D'autres recherches ont mis en évidence l'effet de certains paramètres géométriques tel que le rayon de la turbine où l'angle de calage sur le rendement aérodynamique des éoliennes Darrieus. Dans ce contexte, un grand nombre d'expériences ont été effectuées, en modifiant ces paramètres géométriques. Citons l'exemple de l'étude expérimentale développé par El-Samanoudy (El-Samanoudy 2010), qui a montré que la configuration optimale est caractérisée par une éolienne de rayon de 40 cm, équipé de quatre pales profil NACA0024 et de longueur de corde de 15 cm avec un angle de calage de  $10^\circ$ . Le coefficient de performance maximal correspondant à cette configuration est alors de l'ordre de 25%.

Nous concluons donc qu'une étude paramétrique se traduit par la détermination de la meilleure performance aérodynamique en fonction des différents paramètres géométriques et fonctionnels.

## 5 Approches robustes des systèmes dynamiques

De nombreuses études ont mis en évidence la sensibilité des propriétés dynamiques des systèmes de transmission de puissance envers leurs paramètres de conception et les paramètres physiques associés.

La prise en compte des incertitudes sur les paramètres d'entrée dans les étapes de modélisation puis d'analyse est, par conséquent, nécessaire pour prédire de façon robuste les instabilités et les niveaux vibratoires.

La robustesse est définie comme étant la capacité d'un système à garder ses propriétés et ses performances en présence des incertitudes. L'analyse robuste du comportement dynamique des systèmes non linéaires en particulier des systèmes de transmission de puissance par engrenage, constitue un intérêt majeur qui attire de plus en plus l'attention des chercheurs (Srikanth et al. 2016, Guo 2013, Liu et al. 2014, Wei 2015). En effet, la robustesse de la démarche d'analyse se caractérise par le fait de tenir en compte des incertitudes dans la vibration des systèmes dynamiques.

Les méthodes de prise en compte des incertitudes sont variées et sont d'usage très général dans la littérature. Elles sont introduites pour analyser le comportement dynamique des systèmes et structures sujettes aux incertitudes. Ces méthodes comportent trois étapes fondamentales à savoir : définir le modèle mathématique du système considéré, identifier et caractériser les

sources des incertitudes et enfin propager les incertitudes dans le modèle étudié. Une étape de post traitement s'en suit pour analyser et extraire les statistiques des résultats.

Les méthodes de quantification des incertitudes sont nombreuses et se différencient les unes des autres par rapport aux outils mathématiques utilisés. Les méthodes les plus développées dans la littérature sont notamment les approches probabiliste, possibiliste et algébrique ainsi que les méthodes des plans d'expériences. Ces méthodes seront présentées dans la suite de ce chapitre.

## **5.1 Méthode des plans d'expériences**

L'approche déterministe appelée « méthode des plans d'expériences », définit un outil statistique qui permet de mettre en œuvre ou de simplifier, en complexité et en coût, un protocole expérimental dont l'objectif est de déterminer les paramètres susceptibles d'influer la performance d'un produit industriel. Le but de l'utilisation d'une méthode à base d'un plan d'expérience est d'obtenir des conceptions vérifiant des critères d'optimalité et de robustesse. Une telle méthode caractérise un nombre d'expériences à réaliser pour déterminer l'influence de plusieurs paramètres sur une ou plusieurs sorties. Son applicabilité et son efficacité dépendent de la possibilité de maîtriser les valeurs à donner aux paramètres et de mesurer avec précision les résultats correspondants. Le nombre d'expériences dépend du nombre de variables, des corrélations éventuelles entre ces paramètres ainsi que de la façon de leur évolution.

Plusieurs techniques basées sur la notion de plan d'expériences sont développées. Cette méthode est appliquée par Taguchi (Taguchi 1986) pour développer la conception robuste et le contrôle qualité. Par ailleurs et dans le contexte de l'analyse vibratoire, on peut noter l'étude de Rigaud (Rigaud et al. 2003) ayant porté sur l'analyse robuste du comportement d'une boîte de vitesse dont les raideurs de l'engrènement et les roulements sont incertains. L'inconvénient principal de ce type d'approche est qu'en présence de nombreux paramètres incertains, le nombre des études expérimentales, généralement coûteux, s'accroît très rapidement. Par conséquent, cette méthode peut devenir inefficace si elle est appliquée à un système à plusieurs degrés de liberté avec de nombreux paramètres incertains.

## **5.2 Approche possibiliste**

Deux types de méthodes importantes sont classés dans cette approche. L'une utilise le formalisme de la logique floue alors que l'autre est basée sur l'arithmétique des intervalles.

#### 5.2.1 Méthode des intervalles

L'idée principale de la méthode des intervalles, donnée par Moore (Moore 1966), est basée sur la modélisation des paramètres incertains par des intervalles. Cette méthode est fondée sur l'arithmétique des intervalles donc le traitement des problèmes d'incertitudes se fait par des formalismes mathématiques conviviaux. L'avantage principal de cette méthode est qu'aucune information n'est nécessaire sur la nature des dispersions. En revanche, l'information sur les variables n'est que partiellement représentée. Il n'est plus possible de dire dans quel ensemble une variable a le plus de chance de se trouver.

Profitant de cet avantage, plusieurs problèmes d'ingénieries sont traités avec l'arithmétique des intervalles (Dessombz 2000 ; Shahriari 2007). Cette approche a été également appliquée pour analyser le comportement dynamique des systèmes.

Pour conclure, l'arithmétique des intervalles offre l'avantage de pouvoir modéliser les incertitudes uniquement par leurs bornes physiques qui sont identifiables et mesurables. Par ailleurs, les inconvénients majeurs sont d'une part le problème de pessimisme correspondant à la surestimation des résultats lorsqu'un paramètre incertain intervient plusieurs fois dans la même fonction. D'autre part l'arithmétique des intervalles est inappropriée du point de vue statistique ou probabiliste du fait qu'on ne peut pas quantifier l'incertitude sur la sortie d'un modèle.

#### 5.2.2 Méthode à base de la logique floue

Les méthodes floues ont été introduites en 1965 (Zadeh 1965). Elles sont basées sur la notion d'ensemble floue pour représenter des données incertaines sans aucune information probabiliste ou statistique.

Un élément d'un ensemble flou, possède un degré d'appartenance à cet ensemble. Cette notion, appelée fonction d'appartenance qui définit une mesure quantitative évasive sur des données imparfaites. L'utilisation de la logique floue est très appropriée particulièrement à l'analyse des systèmes dans lesquels les paramètres incertains proviennent des imprécisions des données plutôt que du caractère aléatoire. Plusieurs études sont présentes dans la littérature, on cite à titre d'exemple l'étude de Valliapan et Pham (Valliapan et Pham 1995).

Le formalisme flou permet de manipuler des informations vagues, imprécises ou décrites de manière linguistique. L'incertitude est décrite par des fonctions d'appartenance. L'avantage principal de cette modélisation est de ne pas nécessiter des informations statistiques ou probabilistes. Par contre la détermination de la fonction d'appartenance présente une difficulté considérable. En effet, elle dépend des données expérimentales dont dispose l'utilisateur, ce qui rapproche sa détermination d'un plan statistique.

### 5.3 Approche probabiliste

Cette approche est basée sur la caractérisation probabiliste des incertitudes qui sont modélisées par des variables aléatoires et des processus stochastiques. La variabilité de la sortie d'un système est analysée de manière statistique et probabiliste.

Les méthodes les plus développées dans la littérature sont la méthode de Monte Carlo, la méthode des perturbations et celle du Chaos Polynomial.

#### 5.3.1 Méthode de Monte Carlo (MC)

La méthode de Monte Carlo (MC) constitue un outil mathématique puissant, très général et facile à implémenter ce qui lui a valu un vaste champ d'applications. Cette méthode consiste à générer des tirages aléatoires pour tous les paramètres incertains et suivant leurs lois de probabilité. Pour chaque tirage, un jeu de paramètres est alors obtenu et un calcul déterministe est opéré par la suite. Une caractérisation statistique et probabiliste de la réponse du système traité (lois de probabilité, moments statistiques) est enfin effectuée (Fishman 1996).

L'avantage principal de la méthode MC est qu'elle peut être appliquée à n'importe quel système. Ses résultats sont exacts au sens statistique. Cependant, son inconvénient majeur est qu'elle nécessite un grand nombre de tirages pour avoir une précision raisonnable avec un niveau de confiance donné. Ce qui la rend prohibitive en termes de coût de calcul.

Pour remédier à ces inconvénients, plusieurs techniques ont été proposées dans la littérature comme la méthode de parallélisation (Papadrakakis et Papadopoulos 1999) et les méta-modèles (Lindsley et Beran 2005).

#### 5.3.2 Méthode de perturbation

Cette méthode définit une autre procédure permettant la propagation des incertitudes sur les systèmes. Elle permet une approximation des fonctions de variables aléatoires par leurs développements de Taylor autour de leurs valeurs moyennes (Ghanem et Spanos 1991).

Le principe de base de la méthode de perturbation consiste à substituer, dans l'expression du modèle, les fonctions aléatoires par leurs développements de Taylor. Les termes du même ordre sont regroupés et un système d'équations est par la suite généré. La résolution se fait alors successivement ordre par ordre commençant par l'ordre zéro. Cependant, l'utilisation de cette approche reste limitée dans le cas des systèmes complexes à grand nombre de degrés de liberté. De plus, cette méthode ne peut être utilisée que pour les cas où les paramètres incertains ont de faibles dispersions autour de leurs valeurs moyennes.

### 5.3.3 Chaos polynomial

Seul l'aspect bibliographique de l'approche du Chaos Polynomial est présenté dans cette partie. L'aspect théorique (formalismes mathématiques) sera présenté en détail dans le chapitre suivant.

Le Chaos Polynomial formalise une séparation entre les composantes stochastiques d'une fonction aléatoire et ses composantes déterministes. C'est un outil mathématique puissant développé par Wiener (Wiener 1938) dans le cadre de sa théorie sur le chaos homogène. Cette théorie consiste à approximer un champ de variables stochastiques de second ordre en série de polynômes d'Hermite ; fonctions orthogonales de variables aléatoires, gaussiennes et indépendantes modélisant l'incertitude (Ghanem et Spanos 1991).

Le principe de base du Chaos Polynomial est donc la prédiction de l'expression fonctionnelle d'une réponse aléatoire en décomposant son aléa sur une base de polynômes orthogonaux.

La partie déterministe est modélisée par des coefficients, appelés modes stochastiques, pondérant les fonctions polynômiales d'Hermite, qui forment une base orthogonale permettant une convergence optimale au sens des moindres carrés du développement pour des processus Gaussiens (Cameron et Martin 1947).

Les premières applications du Chaos Polynomial remontent aux années 60 et ils concernent le domaine de la turbulence (Kraichnan 1963). Les inconvénients constatés du point de vue convergence du développement de Wiener-Hermite dans les problèmes non gaussiens ont fait limiter son intérêt. Les travaux de Ghanem et Spanos en 1991 renouvellent les applications du Chaos Polynomial. En effet, Ces deux chercheurs ont combiné le développement de Wiener-Hermite avec la méthode des éléments finis pour modéliser et propager les incertitudes dans des structures mécaniques. Par conséquent, l'application du Chaos Polynomial a été largement développée dans différents domaines, tels que le domaine de l'aéronautiques (Onorato et al. 2010), la fiabilité des structures mécaniques (Sudret 2007, Guerine et al. 2015, Guerine et al.

2016), l'étude des problèmes d'écoulement en mécanique des fluides et de la turbomachine (Habib 2009, Dongbin 2003, Wang 2010), l'analyse et la commande des systèmes dynamiques (Kewlania et al. 2012), ect... Le Chaos Polynomial a été aussi largement appliqué pour prédire de façon robuste le comportement dynamique des systèmes non linéaires en particulier les niveaux vibratoires (Nechak et al. 2011, Othmane 2008, Tounsi et al. 2016, Guerine et al. 2015, Guerine et al. 2016, Bel Mabrouk et al. 2017).

La représentation dans la base du Chaos Polynomial, appelée aussi développement de Wiener-Hermite, permet une description précise des fonctions aléatoires de variables gaussiennes. Sa convergence est prouvée par le théorème de Cameron-Martin (Cameron-Martin 1947). Cependant, des insuffisances, particulièrement en termes de rapidité et de précision de la convergence, ont été détectées dans le cas des fonctions aléatoires de variables non-gaussiennes. Dans ce contexte, Xiu et Karniadakis (Xiu et Karniadakis 2002) ont prouvé que la convergence rapide du développement dans la base du Chaos Polynomial, est fortement liée au choix des caractéristiques probabilistes des variables aléatoires. De plus, ils ont établi une correspondance optimale entre des familles de polynômes orthogonaux et des familles de lois de probabilité. Cette correspondance définit la notion du Chaos Polynomial Généralisé, (CPG) nommé également développement de Wiener-Askey.

Une méthode basée sur le Chaos Polynomial nécessite le calcul des modes stochastiques (ou coefficients modaux). Pour effectuer ce calcul, deux approches sont définies : intrusive et non intrusive. La première utilise des techniques de projection de Galerkin pour exprimer le modèle incertain dans la base du Chaos Polynomial sous forme d'un système d'équations couplées et déterministes (Ghanem et Spanos 1991). Le calcul des modes stochastiques passe alors par l'adaptation d'un algorithme de calcul correspondant à la nature du système d'équations résultant.

Les performances du Chaos Polynomial intrusif ont été prouvées, en comparaison à celles de la méthode de MC (Lucor et al. 2003). Le schéma numérique intrusif a l'avantage que la détermination des modes stochastiques nécessite un seul calcul. Néanmoins, ce calcul devient difficile dans le cas des systèmes présentant un grand nombre de paramètres incertains ou fortement non-linéaires. En effet, tout le modèle est transformé grâce à sa projection sur la base du Chaos Polynomial en un système d'équations déterministes dont la taille et la complexité dépendent sensiblement du nombre de degrés de liberté du système et du nombre de paramètres incertains. La difficulté s'accroît dans le cas des problèmes non-linéaires, ce

qui rend l'exploitation de l'approche intrusive limitée et très coûteuse dans ce type de système non linéaire à plusieurs paramètres incertains. Cette contrainte pose des difficultés majeures au niveau de l'implémentation et du calcul d'où l'intérêt de l'approche non-intrusive, qui présente une alternative intéressante dans ce cas. Elle permet le calcul des modes stochastiques sans aucune modification du modèle déterministe, considéré comme boîte noire. Deux catégories de méthodes peuvent être distinguées à savoir les méthodes de projection spectrale non-intrusive, désignées par (NISP) et les méthodes de régression. Dans la première famille, l'approche NISP consiste à projeter la fonction aléatoire dans la base du chaos. Le calcul des modes stochastiques est alors ramené à des calculs numériques d'intégrales. Des variantes de la méthode NISP sont définies selon les techniques utilisées pour calculer les intégrales (Crestaux et al. 2009). La méthode de collocation de Gauss (Onorato et al. 2010) est utilisée pour calculer les modes stochastiques dans la technique de collocation probabiliste. Les points d'intégration de Gauss sont définis comme les racines des polynômes orthogonaux utilisés.

Pour des systèmes complexes à plusieurs paramètres incertains, des grilles de points de collocation sont construites en utilisant le produit tensoriel de grilles monodimensionnelles. Par conséquent, le nombre de points de collocation devient rapidement important.

Dans la deuxième famille, les méthodes de régression consistent à estimer les modes stochastiques en minimisant, au sens des moindres carrés, l'écart entre la fonction aléatoire et son approximation dans la base du Chaos Polynomial. Cette approche est efficace, elle propose une alternative intéressant vis-à-vis de la méthode NISP (Crestaux et al. 2009).

## 6 Conclusion

C'est dans le cadre de ce chapitre que nous avons effectué un état de l'art des éoliennes à axe vertical. Il s'agit, tout d'abord, de la présentation de l'aspect théorique ainsi que le principe de fonctionnement de ces éoliennes. Par la suite, les différentes méthodes de modélisation des charges aérodynamiques sont énumérées puis discutées. D'après ces études, il est évident que la méthode CFD est la méthode la plus appropriée pour une simulation complète et robuste des éolienne Darrieus. C'est pourquoi, elle sera adaptée dans cette thèse et particulièrement dans la modélisation des performances aérodynamiques de ces éoliennes. D'après la littérature, nous avons également exposé les procédures de validation de ces approches numériques. Une procédure de validation similaire sera alors adoptée dans nos travaux de thèse.



La revue à la littérature nous permet également d'identifier et d'évaluer les différents paramètres susceptibles d'influer le rendement de ces éoliennes.

Il semble que la vitesse de rotation et le nombre de pales affectent considérablement le bon fonctionnement de ces éoliennes notamment leurs caractères instationnaires par rapport aux autres paramètres.

Les approches robustes présentées, à la fin de ce chapitre, sont basées sur des formalismes différents de propagation des incertitudes. La méthode probabiliste de MC est couramment utilisée puisqu'elle garantit de très bon résultats. Toutefois, cette méthode est prohibitive en termes de coût de calcul puisqu'elle nécessite un grand nombre d'échantillons pour assurer une précision raisonnable avec un niveau de confiance acceptable. Par ailleurs, la méthode de perturbation apparaît comme étant inappropriée pour traiter des systèmes dont les paramètres incertains présentent des dispersions importantes. En revanche, les méthodes basées sur le Chaos Polynomial offrent un intérêt indéniable. Elles sont efficaces, moins gourmandes en coût de calcul et peuvent être associées aux problèmes de modélisation et d'analyse des comportements dynamiques des systèmes linéaires ou non linéaires. Concernant les méthodes possibilistes, leurs applications aux problèmes de la modélisation des vibrations dynamique des systèmes restent sans succès notable. De plus, l'approche déterministe est inefficace dans le cas où le nombre de degré de liberté et de paramètres incertains est important, puisque le nombre d'essais augmente très rapidement.

Toutes ces considérations favorisent notre choix d'opter pour l'approche probabiliste basée sur le Chaos Polynomial, qui présente un outil puissant permettant la prise en compte des incertitudes dans l'analyse du comportement dynamique des systèmes non linéaires.

Ce chapitre nous permet donc de fixer les méthodes de propagation d'incertitude sur lesquelles s'appuient les approches robustes qui vont être utilisées dans ce travail et plus particulièrement l'approche intrusive du chaos polynomial généralisé adaptée à notre système mécanique.



## Chapitre 2 Approches robustes d'une transmission par engrenage d'une éolienne Darrieus Chaos-Polynomial

### Sommaire

|          |                                                                                                                   |           |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introduction .....</b>                                                                                         | <b>41</b> |
| <b>2</b> | <b>Modèle dynamique d'un système d'engrenage d'une éolienne à axe vertical .....</b>                              | <b>41</b> |
| 2.1      | Description du modèle .....                                                                                       | 41        |
| 2.2      | Modèle de l'engrènement .....                                                                                     | 43        |
| 2.3      | Formulation des équations de mouvement.....                                                                       | 47        |
| <b>3</b> | <b>Étude stochastique : Méthode du Chaos Polynomial.....</b>                                                      | <b>49</b> |
| 3.1      | Méthodologie du développement en polynômes du chaos polynomial généralisé -<br>Approche intrusive .....           | 49        |
| 3.2      | Application de la formulation du Chaos Polynomial intrusif au système d'engrange<br>d'une éolienne Darrieus ..... | 53        |
| <b>4</b> | <b>Conclusion.....</b>                                                                                            | <b>58</b> |

## 1 Introduction

Le principal objectif de ce chapitre est d'estimer le comportement dynamique du système d'engrenage d'une éolienne de type Darrieus en tenant compte de la dispersion probabiliste des paramètres incertains. Une étude stochastique s'avère donc indispensable.

La première partie de ce chapitre consiste donc à développer un modèle dynamique tridimensionnel d'un multiplicateur simple étage à dentures droites. Dans ce contexte, un modèle masse ressort à paramètre concentré sera adopté : les roues sont assimilées à des formes coniques rigides liées par la raideur d'engrènement, qui représente, à son tour, la liaison élastique entre dentures. Ce modèle introduit également les arbres et les paliers flexibles. Les équations de mouvement régissant sa dynamique seront également établies par l'application du formalisme de Lagrange

La deuxième partie sera consacrée à la présentation d'une méthode probabiliste basée sur le concept du Chaos Polynomial, en particulier, l'approche intrusive. Les différents formalismes mathématiques décrivant cette approche seront développés en détail. L'aspect applicatif de ces développements spectraux sera également présenté pour traiter de façon robuste le comportement dynamique non linéaire du système d'engrenage de l'éolienne en présence des incertitudes. Traiter ce problème requiert la détermination des modes stochastiques.

## 2 Modèle dynamique d'un système d'engrenage d'une éolienne à axe vertical

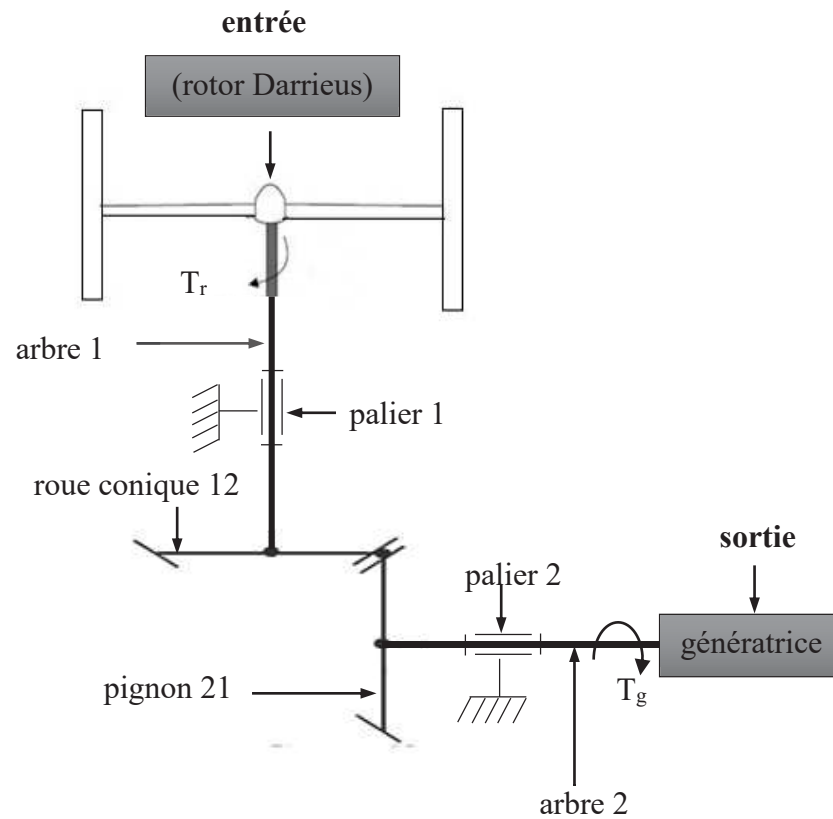
### 2.1 Description du modèle

On s'intéresse à la modélisation d'une transmission par engrenage conique simple étage à dentures droites, utilisé dans une éolienne Darrieus.

La figure 2.1 représente une schématisation 2D caractérisant l'éolienne Darrieus, qui comporte principalement le rotor à pales droites, le système de transmission par engrenage conique et la génératrice.

Le multiplicateur de vitesse utilisé dans ce type d'aérogénérateur est excité par le couple aérodynamique, généré par le rotor tripale et noté par  $T_r$ .

Le couple de charge qui s'oppose au couple aérodynamique est noté par  $T_g$ .



**Figure 2.1** Modèle schématique 2D d'un système d'engrenage d'une éolienne Darrieus

La figure 2.2 présente le modèle dynamique tridimensionnel de ce système d'engrenage. Ce modèle est divisé en deux blocs :

Le premier bloc ( $i=1$ ) se compose de la roue (11) liée à la roue conique (12) par l'intermédiaire d'un arbre de faible masse et de rigidité torsionnelle  $k_{\theta 1}$ .

Le deuxième bloc ( $i=2$ ) rassemble, à son tour, le pignon (21) à la roue (22) grâce à un arbre de rigidité torsionnelle  $k_{\theta 2}$ .

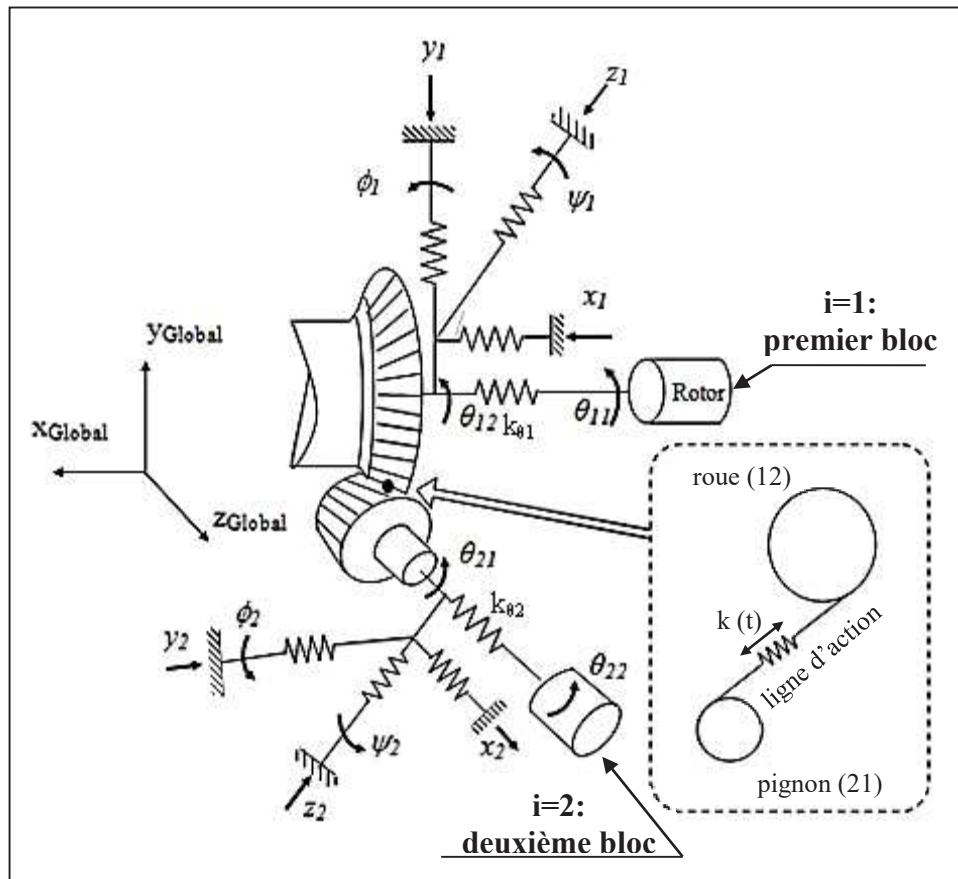
Soient les deux roues coniques (12) et (21) reliées par l'intermédiaire des dents flexibles, cette flexibilité engendre des déplacements localisés dont la raideur du contact d'engrènement varie périodiquement selon la fonction  $k(t)$ .

Les deux blocs sont ainsi supportés par des paliers flexibles de rigidité à la flexion ( $k_{\psi i}$ ,  $k_{\phi i}$ ) et à la traction compression ( $k_{x i}$ ,  $k_{y i}$  et  $k_{z i}$ ).

Les deux roues (11) et (22) présentent respectivement le côté rotor et le côté récepteur, intervenant par leurs inerties motrice ( $I_{11}$ ) et réceptrice ( $I_{22}$ ). Quant aux autres roues, elles sont coniques à dentures droites.

Chaque bloc ( $i$ ) ( $i=1 : 2$ ) possède sept degrés de liberté : trois translations ( $x_i, y_i, z_i$ ) et deux rotations ( $\Phi_i, \psi_i$ ), correspondant respectivement aux déplacements linéaires et angulaires du palier ( $i$ ). De plus, on note par  $\theta_{i1}$  et  $\theta_{i2}$  les déplacements angulaires des roues autour de leurs axes de rotation.

Concernant l'interface d'engrènement, elle est modélisée par une raideur fluctuante au cours du temps  $k(t)$ .



**Figure 2.2** Modèle dynamique 3D global du système d'engrènement conique simple étage

## 2.2 Modèle de l'engrènement

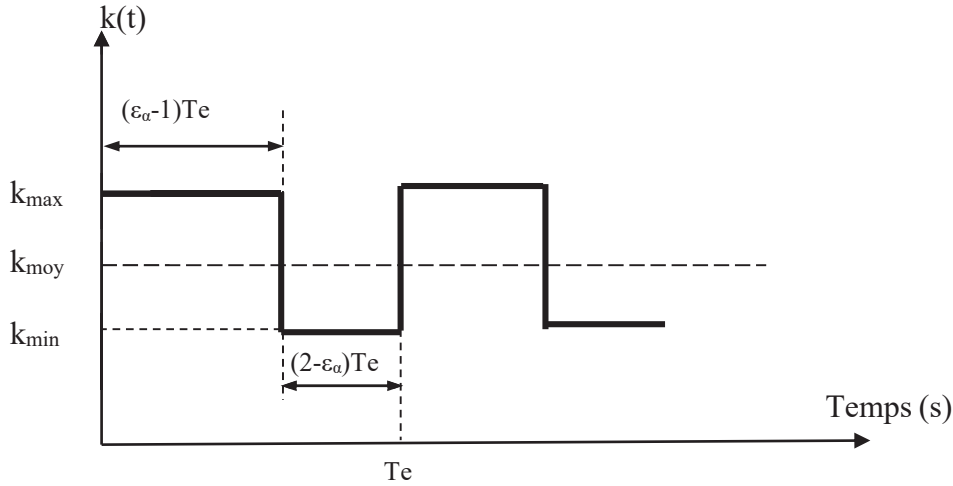
Soit l'interface d'engrènement modélisée à la fois par une raideur  $k(t)$  et une déflexion de denture  $\delta(t)$ .

Dans un premier temps, on va modéliser la raideur d'engrènement. Dans un second temps, on essaiera d'exprimer la déflexion de denture.

Généralement, on modélise la rigidité d'engrènement par une forme sinusoïdale ou par une forme en créneaux, dépendant du type de denture utilisé. En fait, la fonction  $k(t)$  a une forme

en créneaux pour un engrenage à denture droite mais une forme sinusoïdale dans le cas d'un engrenage à denture hélicoïdale.

La forme en créneaux est supposée la plus représentative du phénomène réel d'engrènement (Abboudi 2011, Walha 2008), d'où l'adoption de la forme en créneaux pour modéliser la fonction  $k(t)$ , présentée par la figure 2.3.



**Figure 2.3** Modélisation de la variation de la raideur d'engrènement

La raideur d'engrènement  $k(t)$  est constituée de deux composantes : une composante moyenne  $k_{\text{moy}}$  et une composante variable au cours du temps dont les valeurs extrêmes sont définies par (Abboudi et al. 2011, Driss et al. 2014) :

$$k_{\min} = k_{\text{moy}} \left( 1 - \frac{1}{2\varepsilon_\alpha} \right) \quad (2.1)$$

$$k_{\max} = k_{\text{moy}} \left( 1 + \frac{2 - \varepsilon_\alpha}{2\varepsilon_\alpha(\varepsilon_\alpha - 1)} \right) \quad (2.2)$$

$T_e$  est la période d'engrènement,  $\varepsilon_\alpha$  est le rapport de conduite du système d'engrenage conique simple étage, défini par le rapport entre la longueur de l'arc formé par l'ensemble des points de contact sur la sphère et le pas de base (Bruyère 2006, Driss et al. 2014).

Afin de définir soigneusement ce rapport de conduite, on présente les points illustrés par la figure 2.4 :

$T_1$  et  $T_2$  : points de tangence de  $(P')$  avec respectivement  $C_{b12}$  et  $C_{b21}$  (cercle de base),

$S_1$  et  $S_2$  : points d'intersection de  $(P')$  avec respectivement  $C_{ae1}$  et  $C_{ae2}$  (cercle de tête effectif),

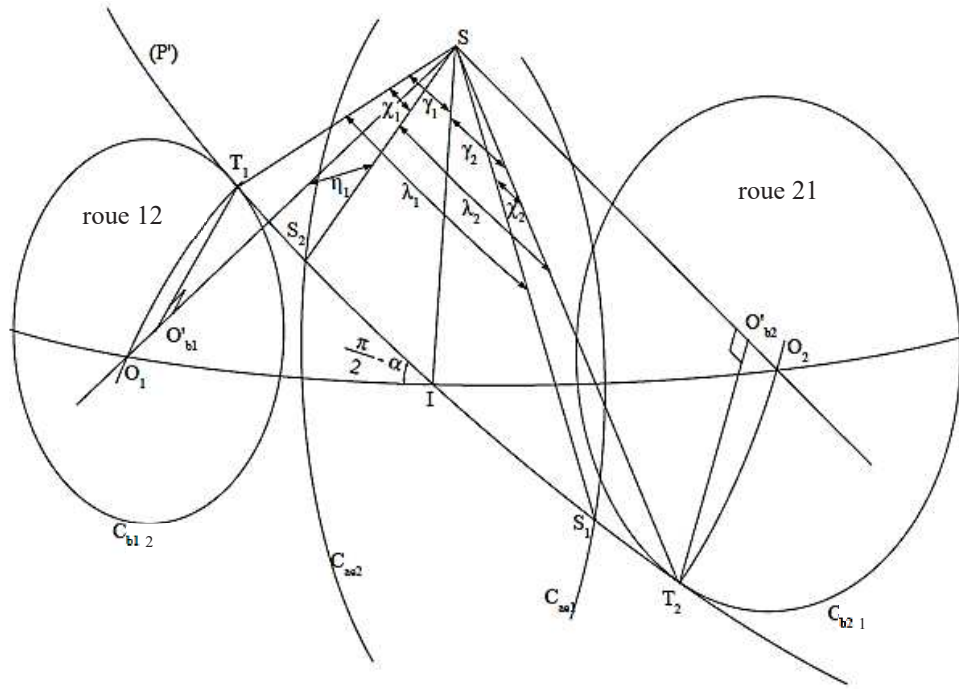
$I$  : point d'intersection de  $(P')$  avec  $(P)$ .

On définit également les angles suivants, indiqués par la figure 2.4 :

$\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont respectivement les angles  $\widehat{T_1SI}$  et  $\widehat{T_2SI}$

$\chi_1$  et  $\chi_2$  sont respectivement les angles  $\widehat{T_1SS_2}$  et  $\widehat{T_2SS_1}$

$\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont respectivement les angles  $\widehat{T_1SS_1}$  et  $\widehat{T_2SS_2}$



**Figure 2.4** Paramètres de l'engrenage conique et rapport de conduite (Bruyère 2006)

Le rapport de conduite s'exprime comme suit (Bruyère 2006) :

$$\varepsilon_a = \frac{\widehat{S_1S_2}}{p_b} = \frac{(\chi_1 + \chi_2 - \gamma_1 - \gamma_2)Z_1}{2\pi \sin(\delta_{b1})} \quad (2.3)$$

avec :

$\widehat{S_1S_2}$  est l'arc de conduite qui représente l'arc de cercle. Il a pour extrémités  $S_1$  et  $S_2$  et passant par  $I$ ,

$p_b$  étant le pas de base, défini par :

$$p_b = 2\pi \frac{r_{b1}}{Z_1} \quad (2.4)$$

$Z_1$  est le nombre de dents de la roue conique 12,

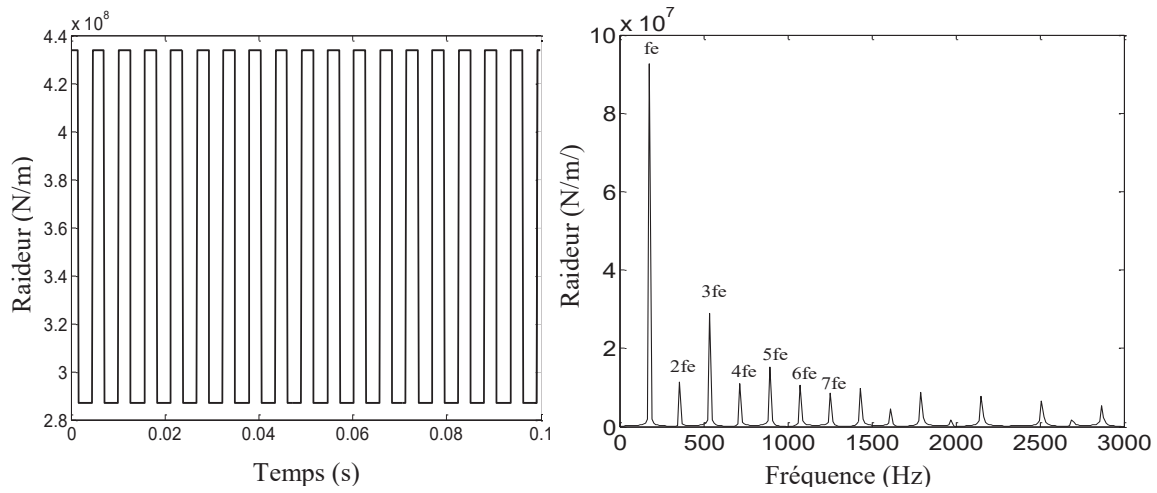
$$\chi_1 = \gamma_1 + \gamma_2 - \lambda_1 \quad , \quad \chi_2 = \gamma_1 + \gamma_2 - \lambda_2 \quad (2.5)$$

$$\gamma_1 = \arccos\left(\frac{\cos(\delta_1)}{\cos(\delta_{b1})}\right) \quad , \quad \gamma_2 = \arccos\left(\frac{\cos(\delta_2)}{\cos(\delta_{b2})}\right) \quad (2.6)$$

$$\lambda_1 = \arccos\left(\frac{\cos(\delta_{ac1})}{\cos(\delta_{b1})}\right) \quad , \quad \lambda_2 = \arccos\left(\frac{\cos(\delta_{ac2})}{\cos(\delta_{b2})}\right) \quad (2.7)$$

La fonction  $k(t)$  et son spectre correspondant à notre modèle dynamique sont présentés par la figure 2.5.

On constate l'apparition des pics correspondant à la première fréquence d'engrènement « fe » et ses harmoniques.



**Figure 2.5** Réponse temporelle et fréquentielle de la raideur d'engrènement  $\omega=25 \text{ rad s}^{-1}$

La déflexion des dents  $\delta(t)$  est projetée sur la ligne d'action. Cette projection s'explique par le fait que la raideur d'engrènement est définie suivant la ligne d'action (voir figure 2.2).

La déflexion des dents suivant la ligne d'action est définie par (Bel Mabrouk et al. 2017) :

$$\delta = \langle L \rangle \cdot \{Q\} \quad (2.8)$$

$\{Q\}$  étant le vecteur des coordonnées généralisées du modèle dynamique global, il est sous la forme :

$$\{Q(t)\} = [x_1 \ y_1 \ z_1 \ x_2 \ y_2 \ z_2 \ \phi_1 \ \psi_1 \ \phi_2 \ \psi_2 \ \theta_{11} \ \theta_{12} \ \theta_{21} \ \theta_{22}]^T \quad (2.9)$$

$\langle L \rangle$  est définie selon (Driss et al. 2014) par :

$$\langle L \rangle = \langle c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ c_6 \ c_7 \ c_8 \ c_{10} \ c_{11} \ 0 \ c_9 \ c_{12} \ 0 \rangle \quad (2.10)$$

Les composantes du vecteur  $\langle L \rangle$  sont données par le tableau 2.1.

**Tableau 2.1** Composantes de la déflexion de denture (Driss et al. 2016)

|          |                                                                                                                                                                    |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $c_1$    | $b_{12}\sin(a_{12}u_{12})$                                                                                                                                         |
| $c_2$    | $a_{12}\cos u_{12}\sin(a_{12}u_{12}) - \sin u_{12}\cos(a_{12}u_{12})$                                                                                              |
| $c_3$    | $a_{12}\sin u_{12}\sin(a_{12}u_{12}) + \cos u_{12}\cos(a_{12}u_{12})$                                                                                              |
| $c_4$    | $b_{21}\sin(a_{21}u_{21})$                                                                                                                                         |
| $c_5$    | $a_{21}\cos u_{21}\sin(a_{21}u_{21}) - \sin u_{21}\cos(a_{21}u_{21})$                                                                                              |
| $c_6$    | $a_{21}\sin u_{21}\sin(a_{21}u_{21}) + \cos u_{21}\cos(a_{21}u_{21})$                                                                                              |
| $c_7$    | $c_2r_{12}b_{12}\cos(a_{12}u_{12}) - c_1r_{12}(a_{12}\cos u_{12}\cos(a_{12}u_{12}) + \sin u_{12}\sin(a_{12}u_{12}))$                                               |
| $c_8$    | $c_1r_{12}(a_{12}\sin u_{12}\cos(a_{12}u_{12}) - \cos u_{12}\sin(a_{12}u_{12})) - c_3r_{12}b_{12}\cos(a_{12}u_{12})$                                               |
| $c_9$    | $c_3r_{12}(a_{12}\cos u_{12}\cos(a_{12}u_{12}) + \sin u_{12}\sin(a_{12}u_{12})) - c_2r_{12}(a_{12}\sin u_{12}\cos(a_{12}u_{12}) + \cos u_{12}\sin(a_{12}u_{12}))$  |
| $c_{10}$ | $c_4r_{21}(a_{21}\cos u_{21}\cos(a_{21}u_{21}) + \sin u_{21}\sin(a_{21}u_{21})) - c_5r_{21}b_{21}\cos(a_{21}u_{21})$                                               |
| $c_{11}$ | $c_5r_{21}(a_{21}\sin u_{21}\cos(a_{21}u_{21}) - \cos u_{21}\sin(a_{21}u_{21})) - c_6r_{21}b_{21}\cos(a_{21}u_{21})$                                               |
| $c_{12}$ | $-c_6r_{21}(a_{21}\cos u_{21}\cos(a_{21}u_{21}) + \sin u_{21}\sin(a_{21}u_{21})) + c_5r_{21}(a_{21}\sin u_{21}\cos(a_{21}u_{21}) - \cos u_{21}\sin(a_{21}u_{21}))$ |

avec  $a_{12} = \sin(\delta_{b1})$ ,  $b_{12} = \cos(\delta_{b1})$ ,  $a_{21} = \sin(\delta_{b2})$ ,  $b_{21} = \cos(\delta_{b2})$ .

$r_{21}$  est le rayon du sphère qui contient les roues dentées coniques (12) et (21) ( $r_{12}=r_{21}=r_1$ )

### 2.3 Formulation des équations de mouvement

La mise en équation du système de transmission de puissance par engrenage s'effectue à partir des équations de Lagrange qui s'écrivent comme suit :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dE_c}{d\dot{Q}_i} \right) + \frac{dE_p}{dQ_i} = F_i \quad (2.11)$$

$E_c$  et  $E_p$  représentent respectivement l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de déformation totale.  $Q$  étant le vecteur de cordonnés généralisés,  $\dot{Q}$  est le vecteur vitesse et  $F_i$  est le vecteur d'excitation extérieur.

L'énergie cinétique relative au mouvement du bloc (i), notée par  $E_{ci}$ , est définie par :

$$E_{ci} = \frac{1}{2} m_i \cdot (\dot{x}_i^2(t) + \dot{y}_i^2(t) + \dot{z}_i^2(t)) + \frac{1}{2} I_{\Phi_i} \cdot \dot{\Phi}_i^2(t) + \frac{1}{2} I_{\Psi_i} \cdot \dot{\Psi}_i^2(t) + \frac{1}{2} I_{i1} \cdot \dot{\theta}_{i1}^2(t) + \frac{1}{2} I_{i2} \cdot \dot{\theta}_{i2}^2(t) \quad (2.12)$$

L'énergie de déformation globale du système représente la somme de l'énergie potentielle des paliers, des arbres et du couple d'engrenage, définie respectivement comme suit :



➤ On note par  $EP_{Bi}$  l'énergie potentielle du bloc (i) associée aux paliers et exprimée par :

$$EP_{Bi} = \frac{1}{2} k_{xi} \cdot x_i^2(t) + \frac{1}{2} k_{yi} \cdot y_i^2(t) + \frac{1}{2} k_{zi} \cdot z_i^2(t) + \frac{1}{2} k_{\phi i} \cdot \Phi_i^2(t) + \frac{1}{2} k_{\psi i} \cdot \Psi_i^2(t) \quad (2.13)$$

➤ L'énergie potentielle du bloc (i) due aux déformations en torsion des arbres est définie par  $EP_{Si}$ :

$$EP_{Si} = \frac{1}{2} k_{\theta i} \cdot (\theta_{i1}(t) - \theta_{i2}(t))^2 \quad (2.14)$$

➤ En plus de ces énergies potentielles, on doit tenir compte de l'énergie potentielle associée au contact de l'engrènement,  $EP_G$ , défini par :

$$EP_G = \frac{1}{2} k(t) \cdot \delta^2(t) \quad (2.15)$$

Les équations différentielles décrivant le comportement dynamique du système (figures 2.1 et 2.2) sont obtenues en utilisant le formalisme de Lagrange. Ces équations sont représentées ci-dessous (Bel Mabrouk et al. 2017) :

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_{x1} x_1 + k(t) c_1 \langle L \rangle \{Q\} = 0 \quad (2.16)$$

$$m_1 \ddot{y}_1 + k_{y1} y_1 + k(t) c_2 \langle L \rangle \{Q\} = 0 \quad (2.17)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 + k_{z1} z_1 + k(t) c_3 \langle L \rangle \{Q\} = 0 \quad (2.18)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_{x2} x_2 + k(t) c_4 \langle L \rangle \{Q\} = 0 \quad (2.19)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 + k_{y2} y_2 + k(t) c_5 \langle L \rangle \{Q\} = 0 \quad (2.20)$$

$$m_2 \ddot{z}_2 + k_{z2} z_2 + k(t) c_6 \langle L \rangle \{Q\} = 0 \quad (2.21)$$

$$I_{\phi 1} \ddot{\phi}_1 + k_{\phi 1} \phi_1 + k(t) c_7 \langle L \rangle \{Q\} = 0 \quad (2.22)$$

$$I_{\psi 1} \ddot{\psi}_1 + k_{\psi 1} \psi_1 + k(t) c_8 \langle L \rangle \{Q\} = 0 \quad (2.23)$$

$$I_{\phi 2} \ddot{\phi}_2 + k_{\phi 2} \phi_2 + k(t) c_{10} \langle L \rangle \{Q\} = 0 \quad (2.24)$$

$$I_{\psi 2} \ddot{\psi}_2 + k_{\psi 2} \psi_2 + k(t) c_{11} \langle L \rangle \{Q\} = 0 \quad (2.25)$$

$$I_{11} \ddot{\theta}_{11} + k_{\theta 1} (\theta_{12} - \theta_{11}) = T_r \quad (2.26)$$

$$I_{12}\ddot{\theta}_{12} + k_{\theta 1}(\theta_{11} - \theta_{12}) + k(t)c_9 \langle L \rangle \{Q\} = 0 \quad (2.27)$$

$$I_{21}\ddot{\theta}_{21} + k_{\theta 2}(\theta_{22} - \theta_{21}) + k(t)c_{12} \langle L \rangle \{Q\} = 0 \quad (2.28)$$

$$I_{22}\ddot{\theta}_{22} + k_{\theta 2}(\theta_{21} - \theta_{22}) = T_g \quad (2.29)$$

$m_i$  représente la masse du bloc (i).  $I_{12}$  et  $I_{21}$  sont les moments d'inertie polaire des roues coniques (12) et (21).  $I_{\Phi i}$  et  $I_{\Psi i}$  sont les moments diamétraux du bloc (i) suivant les directions y et Z.

Le couple récepteur est définie par :

$$T_g(t) = \frac{T_r(t)}{G} \quad (2.30)$$

G étant le rapport de transmission de puissance, donné par :

$$G = \frac{Z_1}{Z_2} \quad (2.31)$$

### 3 Étude stochastique : Méthode du Chaos Polynomial

#### 3.1 Méthodologie du développement en polynômes du chaos polynomial généralisé - Approche intrusive

La méthode décrite dans cette partie utilise des fonctions orthogonales pour modéliser des processus aléatoires du second ordre, qui sont solutions des systèmes stochastiques. L'approche considérée est une représentation spectrale basée sur la projection de grandeurs aléatoires dans un espace probabiliste.

Les fonctions orthogonales utilisées permettent d'approximer les fonctions de variables aléatoires dans les équations dynamiques stochastiques. Cette approche est basée sur la méthode du Chaos Polynomial (CP).

On se propose alors de présenter le formalisme mathématique définissant ce concept. Toutes les notions en dérivant telles que le chaos polynomial généralisé sont décrites. Dans ce travail, on s'intéresse uniquement à la description des aspects théoriques des approches intrusives du Chaos Polynomial, qui sont largement admises comme étant un outil efficace et complet pour mesurer l'impact de l'incertitude.

L'objectif de la méthode du Chaos Polynomial est de modéliser la réponse d'une variable aléatoire de sortie, noté ( $v$ ), en fonction de variables aléatoires d'entrée.

La variable aléatoire décrivant la sortie ( $v$ ) peut s'écrire sous la forme d'une décomposition en polynômes de chaos :

$$v(\xi) = \sum_{j=0}^{\infty} \bar{v}_j \phi_j(\xi) \quad (2.32)$$

avec  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$  représente les variables aléatoires d'entrée,  $\bar{v}_j$  sont les coefficients à évaluer pondérant les fonctions polynômiales d'Hermite.  $\Phi_j(\xi)$  sont les polynômes constituant une base de l'espace probabiliste associés aux variables aléatoires d'entrée (mesure de probabilité gaussienne).

La condition d'orthogonalité s'exprime par :

$$\langle \phi_i, \phi_j \rangle = \int_{-1}^1 \phi_i(\xi) \phi_j(\xi) W(\xi) d\xi \quad (2.33)$$

$W(\xi)$  est la fonction densité de probabilité de  $\xi$

Théoriquement, chaque Chaos Polynomial est un ensemble de fonctions polynomiales de l'ensemble infini de variables aléatoires. Le Chaos Polynomial est alors de dimension infinie. En pratique, l'expansion du Chaos Polynomial (Équation 2.32) est tronquée à un nombre fini de termes :

$$v(x, t, \xi) = \sum_{i=0}^p \bar{v}_i(x, t) \phi_i(\xi) \quad (2.34)$$

Le nombre de variables aléatoires étant fini ( $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r$ ), le Chaos Polynomial est donc de dimension  $r$ . Le nombre total de termes  $P+1$  après la troncature du développement à l'ordre  $p$ , est donné par :

$$P+1 = \frac{(p+r)!}{p!r!} \quad (2.35)$$

Le développement en polynômes de chaos (Équation 2.34) formalise une séparation du caractère stochastique de la variable aléatoire  $v(\xi)$  de son caractère déterministe. Le caractère déterministe est modélisé par les coefficients, notés  $\bar{v}_i(x, t)$  et appelés modes stochastiques (ou coefficients modaux). Ils représentent les coordonnées de la variable aléatoire  $v(\xi)$  dans la base que forment les fonctions polynomiales  $\Phi_j(\xi)$ .

La propagation des incertitudes en utilisant le chaos polynomial généralisé inclut 3 étapes fondamentales :

- 1) Choisir la base polynômiale adaptée au problème
- 2) Fixer l'ordre de troncation  $P$
- 3) Calculer les modes stochastiques

La première étape est traitée par la théorie du chaos polynomial généralisé qui permet d'exprimer de façon optimale une fonction aléatoire par un développement en série de polynômes orthogonaux en fonction de la loi de probabilité la régissant. Cependant, l'utilisation du schéma d'Askey (Askey 1985) nécessite la connaissance de la nature de la loi qui gouverne la fonction aléatoire  $v(\xi)$ . D'après l'étude bibliographique réalisée, il n'existe pas de méthode qui permet de choisir la meilleure base polynômiale.

D'après le schéma d'Askey, (Askey, 1985), la base orthogonale est choisie de façon que la fonction densité de probabilité des variables de l'espace probabilisé soit identique à la fonction poids qui lui est associée. Le tableau 3.2 illustre quelques exemples de correspondances définies par ce concept.

**Tableau 2.2** Correspondance entre famille de loi de probabilité et famille de polynômes orthogonaux

|          | distribution       | Chaos wiener-Askey | support                 |
|----------|--------------------|--------------------|-------------------------|
| Continue | Gaussienne         | Hermite            | $(-\infty, +\infty)$    |
|          | Uniforme           | Legendre           | $[a, b]$                |
|          | $\beta$            | Jacobi             | $[a, b]$                |
|          | $\gamma$           | Laguerre           | $(0, +\infty)$          |
| discrète | Poisson            | Charlier           | $\{0, 1, 2, \dots\}$    |
|          | Binomiale          | Krawtchouk         | $\{0, 1, 2, \dots, n\}$ |
|          | Binomiale négative | Meixner            | $\{0, 1, 2, \dots\}$    |
|          | hypergéométrique   | Hahn               | $\{0, 1, 2, \dots, n\}$ |

Le choix de l'ordre du chaos ( $P$ ) est fondamental pour la précision de l'approximation par chaos polynomial généralisé. En l'absence des résultats théoriques permettant le contrôle de l'erreur de troncature, l'ordre du chaos  $P$  est généralement fixé par une étude de convergence qui consiste à augmenter et à évaluer la précision des résultats à mesure que l'ordre augmente.

Un calcul par la méthode du Chaos Polynomial nécessite la détermination de  $P+1$  modes stochastiques. Deux approches peuvent être utilisées : l'approche intrusive et l'approche non-intrusive.

La première approche consiste à substituer, dans le modèle stochastique, les paramètres incertains par leurs représentations spectrales puis à effectuer une projection, dite de Galerkin, du système résultant sur la base du développement en Chaos Polynomial. Nous obtenons alors un système d'équations déterministes et couplées.

La résolution de ce système passe alors par l'adoption d'un schéma numérique adéquat permettant ainsi de générer les modes stochastiques.

L'avantage principal de l'approche intrusive est qu'elle nécessite un seul calcul pour déterminer les modes stochastiques. Néanmoins, elle devient très coûteuse particulièrement dans le cas des systèmes présentant à la fois un nombre important de paramètres incertains et un grand nombre de degrés de liberté.

L'approche non-intrusive permet de calculer les modes stochastiques sans aucune modification ou manipulation du modèle incertain initial. Cette approche s'adapte bien aux problèmes non linéaires présentant un grand nombre de degrés de liberté mais elle devient d'utilisation limitée dans le cas des systèmes ayant un nombre important de paramètres incertains.

La difficulté majeure dans cette méthode est liée principalement à l'obtention des points de simulation nécessaires au calcul des modes stochastiques.

Dans le cadre de ce travail, seule l'approche intrusive est adoptée et détaillée. Pour illustrer cette approche, considérons l'équation différentielle d'un système dynamique donné en présence d'incertitude sous la forme :

$$\mathfrak{R}(v(x,t,\xi)) = S(v(x,t,\xi), x, \xi) \quad (2.36)$$

où  $\mathfrak{R}$  désigne un opérateur différentiel. La solution  $v(x, t, \xi)$  de l'équation différentielle stochastique dépend de l'espace  $x$ , du temps  $t$  et de l'incertitude modélisée par  $\xi$ .

$S$  est une fonction non-linéaire.

La solution  $v(x, t, \xi)$  est exprimée sous forme d'un développement en série de polynômes orthogonaux (Équation 2.34).

L'approche intrusive peut être résumée en trois étapes principales :

➤ **Étape 1** : Substituer le développement (2.34) dans l'équation différentielle (2.36).

$$\mathfrak{R}\left(\sum_{i=0}^P \bar{v}_i(x,t)\phi_i(\xi)\right) = S\left(\sum_{i=0}^P \bar{v}_i(x,t)\phi_i(\xi), x, \xi\right) \quad (2.37)$$

- **Étape 2** : Opérer une projection de Galerkin qui consiste à multiplier les deux membres de l'équation (2.37) par les différents polynômes de la base choisie et faire la moyenne statistique.

$$\left\langle \Re \left( \sum_{i=0}^P \bar{v}_i(x,t) \phi_i(\xi) \right), \phi_k(\xi) \right\rangle = \left\langle S \left( \sum_{i=0}^P \bar{v}_i(x,t) \phi_i(\xi), x, \xi \right), \phi_k(\xi) \right\rangle; \quad k=0,1,\dots,P \quad (2.38)$$

Grâce à la propriété d'orthogonalité, le résultat généré par ces opérations donne lieu à un système de (P+1) équations déterministes et couplées. Par exemple, dans le cas où l'équation 2.38 est une équation différentielle ordinaire dans laquelle l'opérateur  $\Re$  est celui de la dérivée par rapport au temps, on aura un système déterministe définissant la dynamique des modes stochastiques  $\bar{v}_i(x,t)$  comme suit :

$$\dot{\bar{v}}_k(x,t) = \left( \frac{1}{\langle \phi_k(\xi), \phi_k(\xi) \rangle} \right) \left\langle S \left( \sum_{i=0}^P \bar{v}_i(x,t) \phi_i(\xi), x, \xi \right), \phi_k(\xi) \right\rangle; \quad k=0,1,\dots,P \quad (2.39)$$

- **Étape 3** : Résoudre, le système de (P+1) équations résultant de l'étape 2 par un algorithme approprié. Pour le cas de l'équation (2.39), un schéma d'intégration numérique est adopté afin de déterminer le vecteur des modes stochastiques  $\bar{v}_k(x,t)$   $k=0,\dots,P$ .

### 3.2 Application de la formulation du Chaos Polynomial intrusif au système d'engrenage d'une éolienne Darrieus

L'évaluation de la méthode basée sur le chaos polynomial se fera, en définitive, sur un système d'engrenage conique simple étage d'une éolienne de type Darrieus dont le coefficient de performance est supposé aléatoire et régi par une loi uniforme sur un intervalle [a, b] donné.

Le couple aérodynamique stochastique généré par le rotor Darrieus est donné par l'expression suivante (Bel Mabrouk et al. 2017) :

$$T_r(t, \dot{\theta}_{11}) = \frac{0.5 \rho A R^3 C_p \dot{\theta}_{11}(t)^2}{\lambda^3} \quad (2.40)$$

De manière équivalente, le système d'équations (3.16 à 3.29) peut être exprimé sous une forme matricielle tout en substituant le couple, donné par l'équation (3.40), dans ce système d'équations :

$$[M]\{\ddot{Q}(t)\} + ([K_s] + [K(t)])\{Q(t)\} = \{F(\dot{Q}(t))\} \quad (2.41)$$

avec  $[M]$  représente la matrice masse globale, donnée par :

$$[M] = \begin{bmatrix} [M_L] & 0 \\ 0 & [M_A] \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

$$[M_L] = \text{diag}[m_1, m_1, m_1, m_2, m_2, m_2] \quad (2.43)$$

$$[M_A] = \text{diag}[I_{\phi 1}, I_{\psi 1}, I_{\phi 2}, I_{\psi 2}, I_{11}, I_{12}, I_{21}, I_{22}] \quad (2.44)$$

$[K_s]$  est la matrice du raideur moyenne de la structure, définie par :

$$[K_s] = \begin{bmatrix} [K_p] & 0 \\ 0 & [K_\theta] \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

$[K_p]$  et  $[K_\theta]$  sont respectivement la matrice des raideurs des paliers et la matrice des raideurs torsionnelles des arbres, qui sont définies par les équations suivantes :

$$[K_p] = \text{diag}[k_{x1}, k_{y1}, k_{z1}, k_{x2}, k_{y2}, k_{z2}] \quad (2.46)$$

$$[K_\theta] = \begin{bmatrix} k_{\phi 1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{\psi 1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{\phi 2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{\psi 2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\theta 1} & -k_{\theta 1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{\theta 1} & k_{\theta 1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\theta 2} & -k_{\theta 2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{\theta 2} & k_{\theta 2} \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

$[K(t)]$  est la matrice du raideur d'engrènement, donnée par :

$$[K(t)] = k(t) \langle L \rangle^T \cdot \langle L \rangle \quad (2.48)$$

$\{F(\dot{Q}(t))\}$  est le vecteur des forces extérieurs, exprimé par :

$$\{F(\dot{Q}(t))\} = \{0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \text{Tr}(\dot{Q}(t)) \ 0 \ 0 \ -Tg(\dot{Q}(t))\}^T \quad (2.49)$$

Après l'élaboration des équations de mouvement (définies par le système d'équations 2.16-2.29), la méthode du chaos polynomial consiste à réécrire ce système d'équations de façon à réduire l'ordre de système. L'étude de robustesse du système (2.41) sera donc considérée à partir de la représentation dans l'espace d'états sous forme :

$$\dot{q}(t) = A \cdot q(t) + f(q(t), C_p) \quad (2.50)$$

avec  $q(t)$  est le vecteur des coordonnées généralisées, définit par (Bel Mabrouk et al. 2017) :

$$\{q(t)\} = \begin{bmatrix} x_1 & \dot{x}_1 & y_1 & \dot{y}_1 & z_1 & \dot{z}_1 & x_2 & \dot{x}_2 & y_2 & \dot{y}_2 & z_2 & \dot{z}_2 & \phi_1 & \dot{\phi}_1 \\ \psi_1 & \dot{\psi}_1 & \phi_2 & \dot{\phi}_2 & \psi_2 & \dot{\psi}_2 & \theta_{11} & \dot{\theta}_{11} & \theta_{12} & \dot{\theta}_{12} & \theta_{21} & \dot{\theta}_{21} & \theta_{22} & \dot{\theta}_{22} \end{bmatrix}^T \quad (2.51)$$

L'analyse robuste du système (3.50) consiste à construire un système déterministe caractérisant la dynamique des modes stochastiques constituant les différents processus aléatoires du système.

Rappelons que le coefficient de performance  $C_p$  admet, dans le cas général, une dispersion plus ou moins importante. Une description probabiliste de cette dispersion est considérée en adéquation avec l'approche probabiliste sélectionnée pour traiter l'analyse robuste du comportement dynamique du système de transmission d'engrenage.

Dans cette étude, une loi de probabilité est supposée pour décrire la dispersion du coefficient de performance. Les bornes de l'incertitude étant généralement connues.

Le coefficient de performance de l'éolienne Darrieus est supposé régi par une loi de distribution uniforme sur un intervalle de dispersion  $[a \ b] = [0.262 \ 0.37]$  (Bel Mabrouk et al. 2017). Il peut être ainsi exprimé en fonction d'une variable aléatoire  $\xi$  uniformément distribuée sur  $[-1 \ 1]$ , intervalle d'orthogonalité des polynômes de Legendre :

$$C_p(\xi) = \frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} \xi \quad (2.52)$$

L'expression (3.52) peut être vue comme étant un développement en polynômes de Legendre, qui sont calculés en utilisant la relation de récurrence suivante :

$$\begin{cases} L_0(x) = 1, L_1(x) = x \\ (n+1)L_{n+1}(x) = (2n+1)xL_n(x) - nL_{n-1}(x) \end{cases} \quad (2.53)$$

Les variables d'état du système (2.50) sont des processus stochastiques qui peuvent être exprimés dans la base du chaos polynomial de Legendre :



$$q_i(t, \xi) = \sum_{j=0}^P \bar{q}_{i,j}(t) L_j(\xi) \quad i=1, \dots, 28 \quad (2.54)$$

L'application du schéma intrusif requiert, dans sa première étape, la substitution de toutes les grandeurs aléatoires dans le modèle (3.50) par leurs développements en séries de polynômes de Legendre (3.52) et (3.53). La seconde étape consiste à décomposer l'aléa dans la base polynomiale de Legendre par l'utilisation de la projection de Galerkin qui permet ainsi de générer un système d'équations différentielles non linéaires, couplées et déterministes (3.55). Ce système est de dimension  $n \times (P+1)$  avec  $n=28$  est la dimension du système original (3.50) et  $(P+1)$  représente le nombre de termes dans le développement (3.54). Il définit une dynamique déterministe des modes stochastiques  $\bar{q}_{i,j}(t)$ , ( $i=1, \dots, 28$ ;  $j=0, \dots, p$ ).

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\bar{q}}_{1,1}(t) = \bar{q}_{2,1}(t) \\ \dot{\bar{q}}_{3,1}(t) = \bar{q}_{4,1}(t) \\ \dot{\bar{q}}_{5,1}(t) = \bar{q}_{6,1}(t) \\ \dot{\bar{q}}_{7,1}(t) = \bar{q}_{8,1}(t) \\ \dot{\bar{q}}_{9,1}(t) = \bar{q}_{10,1}(t) \\ \dot{\bar{q}}_{11,1}(t) = \bar{q}_{12,1}(t) \\ \dot{\bar{q}}_{13,1}(t) = \bar{q}_{14,1}(t) \\ \dot{\bar{q}}_{15,1}(t) = \bar{q}_{16,1}(t) \\ \dot{\bar{q}}_{17,1}(t) = \bar{q}_{18,1}(t) \\ \dot{\bar{q}}_{19,1}(t) = \bar{q}_{20,1}(t) \\ \dot{\bar{q}}_{21,1}(t) = \bar{q}_{22,1}(t) \\ \dot{\bar{q}}_{23,1}(t) = \bar{q}_{24,1}(t) \\ \dot{\bar{q}}_{25,1}(t) = \bar{q}_{26,1}(t) \\ \dot{\bar{q}}_{27,1}(t) = \bar{q}_{28,1}(t) \\ \dot{\bar{q}}_{2,1}(t) = -\frac{k_{x1}}{m_1} \bar{q}_{1,1} - \frac{k(t)c_1}{m_1} \cdot \delta_1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\bar{q}}_{4,l}(t) &= -\frac{k_{y1}}{m_1} \bar{q}_{3,l} - \frac{k(t)c_2}{m_1} \cdot \delta_1 \\ \dot{\bar{q}}_{6,l}(t) &= -\frac{k_{z1}}{m_1} \bar{q}_{5,l} - \frac{k(t)c_3}{m_1} \cdot \delta_1 \\ \dot{\bar{q}}_{8,l}(t) &= -\frac{k_{x2}}{m_2} \bar{q}_{7,l} - \frac{k(t)c_4}{m_2} \cdot \delta_1 \\ \dot{\bar{q}}_{10,l}(t) &= -\frac{k_{y2}}{m_2} \bar{q}_{9,l} - \frac{k(t)c_5}{m_2} \cdot \delta_1 \\ \dot{\bar{q}}_{12,l}(t) &= -\frac{k_{z2}}{m_2} \bar{q}_{11,l} - \frac{k(t)c_6}{m_2} \cdot \delta_1 \\ \dot{\bar{q}}_{14,l}(t) &= -\frac{k_{\phi1}}{I_{\phi1}} \bar{q}_{13,l} - \frac{k(t)c_7}{I_{\phi1}} \cdot \delta_1 \\ \dot{\bar{q}}_{16,l}(t) &= -\frac{k_{\psi1}}{I_{\psi1}} \bar{q}_{15,l} - \frac{k(t)c_8}{I_{\psi1}} \cdot \delta_1 \\ \dot{\bar{q}}_{18,l}(t) &= -\frac{k_{\phi2}}{I_{\phi2}} \bar{q}_{17,l} - \frac{k(t)c_{10}}{I_{\phi2}} \cdot \delta_1 \\ \dot{\bar{q}}_{20,l}(t) &= -\frac{k_{\psi2}}{I_{\psi2}} \bar{q}_{19,l} - \frac{k(t)c_{11}}{I_{\psi2}} \cdot \delta_1 \\ \dot{\bar{q}}_{22,l}(t) &= \frac{k_{\theta1}}{I_{11}} (\bar{q}_{23,l} - \bar{q}_{21,l}) + \frac{0.5 \rho A R^3}{(\lambda^3) I_{11} \langle L_1^2(\xi) \rangle} \cdot \\ &\quad \sum_{j=0}^P \sum_{k=0}^P \bar{q}_{22,j} \bar{q}_{22,k} \langle Cp(\xi) \quad L_j(\xi) \quad L_k(\xi) \quad L_l(\xi) \rangle \\ \dot{\bar{q}}_{24,l}(t) &= \frac{k_{\theta1}}{I_{12}} (\bar{q}_{21,l} - \bar{q}_{23,l}) - \frac{k(t)c_9}{I_{12}} \cdot \delta_1 \\ \dot{\bar{q}}_{26,l}(t) &= \frac{k_{\theta2}}{I_{21}} (\bar{q}_{27,l} - \bar{q}_{25,l}) - \frac{k(t)c_{12}}{I_{21}} \cdot \delta_1 \\ \dot{\bar{q}}_{28,l}(t) &= \frac{k_{\theta2}}{I_{22}} (\bar{q}_{25,l} - \bar{q}_{27,l}) - \frac{0.5 \rho A R^3}{(\lambda^3) I_{22} \cdot G \langle L_1^2(\xi) \rangle} \cdot \\ &\quad \sum_{j=0}^P \sum_{k=0}^P \bar{q}_{22,j} \bar{q}_{22,k} \langle Cp(\xi) \quad L_j(\xi) \quad L_k(\xi) \quad L_l(\xi) \rangle \\ l=0 \dots P \end{aligned} \right. \quad (2.55)$$

Une étape intermédiaire qui consiste à une étude de convergence, permet d'aider à fixer l'ordre de troncation  $P$  nécessaire et suffisant pour une modélisation précise de la dynamique incertaine du système (2.50) ainsi que ses caractéristiques statistiques.

Comme déjà souligné par l'équation (2.35), dans le cas d'un seul paramètre incertain, l'ordre du chaos polynomial généralisé est,  $P = p$ .

Les moments statistiques temporels (moyenne et variance) correspondant à l'intervalle temporel  $[0, 0.006 \text{ sec}]$  ainsi qu'à l'intervalle  $[a, b] = [0.262, 0.37]$  sont calculés à base des modes stochastiques  $\bar{q}_{ij}(t)$ , ( $i = 1, \dots, 28$ ;  $j = 0, \dots, p$ ), solutions du système (2.55) obtenues en utilisant l'algorithme ODE45 de Matlab.

Les résultats numériques seront présentés et discutés dans le chapitre 4.

## 4 Conclusion

Dans ce chapitre une approche permettant de traiter un problème de dynamique non-linéaire stochastique a été développée en se basant sur la méthode du chaos polynomial.

Dans la première partie de ce chapitre, un modèle dynamique tridimensionnel d'un système d'engrenage conique d'éolienne à axe vertical a été développé. Le système d'équations décrivant le fonctionnement de ce système a été également établi. Dans la deuxième partie, une application des développements spectraux, en utilisant la méthode du chaos polynomial généralisé, a été appliquée à l'analyse robuste du comportement dynamique du système d'engrenage conique d'une éolienne à axe vertical.

L'implantation du schéma intrusif et la projection de Galerkin permet de générer un système d'équations déterministes et couplés. Dans cette étude, une loi de probabilité uniforme est supposée pour décrire la dispersion du coefficient de performance dans le système d'engrenage conique. La propagation du coefficient de performance dans le système d'engrenage reflète l'efficacité de cette méthode. Les résultats qui en découlent seront rapportés dans le chapitre 4.

## Chapitre 3 Modélisation des performances aérodynamiques de l'éolienne Darrieus-Méthode CFD

### Sommaire

|          |                                                                                      |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introduction .....</b>                                                            | <b>60</b> |
| <b>2</b> | <b>Modélisation numérique des charges aérodynamiques .....</b>                       | <b>60</b> |
| 2.1      | Génération de la géométrie du rotor et définition du domaine de calcul .....         | 60        |
| 2.2      | Maillage .....                                                                       | 62        |
| 2.2.1    | Technique de maillage .....                                                          | 62        |
| 2.2.2    | Maillages coulissants « Sliding meshes » .....                                       | 63        |
| 2.3      | Validation du modèle de turbulence .....                                             | 65        |
| 2.4      | Paramètre de calcul .....                                                            | 66        |
| 2.5      | Vérification des résultats de simulation avec les résultats expérimentaux .....      | 67        |
| <b>3</b> | <b>Influence des paramètres caractéristiques sur les performances aérodynamiques</b> | <b>68</b> |
| 3.1      | Effet de la vitesse spécifique .....                                                 | 68        |
| 3.2      | Effet de la solidité .....                                                           | 70        |
| 3.3      | Champ de vitesses et de pression .....                                               | 74        |
| <b>4</b> | <b>Conclusion .....</b>                                                              | <b>78</b> |

# 1 Introduction

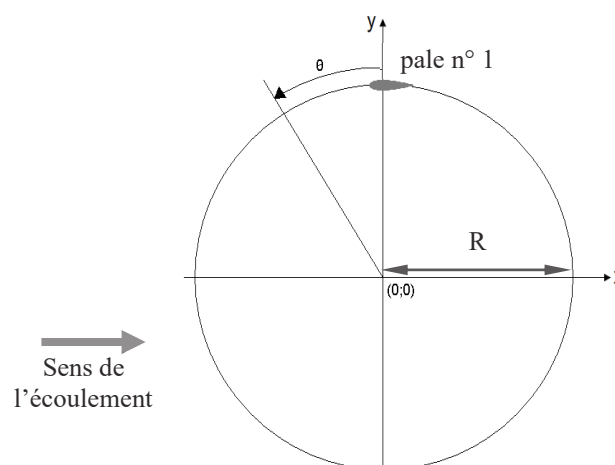
Pour l'étude d'une éolienne Darrieus, une modélisation numérique est indispensable afin d'éviter les expériences coûteuses. Dans ce contexte, ce chapitre a pour objectif l'établissement d'un modèle numérique qui puisse satisfaire un certain nombre de critères liés à l'optimisation de l'éolienne étudiée en rapport de son implantation au milieu urbain. Ainsi, le modèle adopté sera décrit en détail, puis également validé selon les résultats expérimentaux, issus de la littérature, pour s'assurer de la cohérence des résultats d'un tel code.

Par ailleurs, plusieurs paramètres conditionnent le fonctionnement de l'éolienne Darrieus, particulièrement la vitesse réduite et la solidité. Il semble alors qu'une étude paramétrique est obligatoire afin de déterminer l'effet de ces paramètres sur l'évolution du couple aérodynamique instationnaire. Enfin, la distribution des champs de vitesse et de pression sera présentée au voisinage du rotor pour le modèle  $k-\omega$  SST.

## 2 Modélisation numérique des charges aérodynamiques

### 2.1 Génération de la géométrie du rotor et définition du domaine de calcul

La figure 3.1 montre le système de référence adopté pour définir l'emplacement du rotor pendant sa révolution : la position azimutale est identifiée par les coordonnées angulaire du centre de pression de la pale n° 1 (fixé à  $0,25 c$  pour le profil NACA 0021),  $c$  étant la corde de la pale.



**Figure 3.1** Coordonnée azimutale de la pale n° 1

Il s'agit d'étudier l'écoulement instationnaire autour du rotor Darrieus. Par ailleurs, l'éolienne étudiée dans ce travail possède les mêmes dimensions que celle étudiée par Raciti Castelli et al. (Raciti Castelli et al. 2011). Ce choix a été motivé en raison de la présence des résultats expérimentaux relatifs à cette éolienne, présentant actuellement une référence d'étude. Les principales caractéristiques géométriques du rotor Darrieus sont résumées dans le tableau suivant (Raciti Castelli et al. 2011).

**Tableau 3.1** Principales caractéristiques du modèle de validation

|                          |                      |
|--------------------------|----------------------|
| $D_{\text{rotor}}$       | 1030 mm              |
| $H_{\text{rotor}}$       | 1456.4 mm            |
| Profil de pale           | NACA0021             |
| N                        | 3                    |
| A                        | 1.236 m <sup>2</sup> |
| $H_{\text{wind tunnel}}$ | 4000 mm              |
| $W_{\text{wind tunnel}}$ | 3800 mm              |
| c                        | 85.8 mm              |
| $\sigma$                 | 0.5                  |

Le domaine fluide considéré est de forme rectangulaire dont les frontières sont suffisamment éloignées du rotor de façon que la solution ne soit pas influencée par les conditions aux limites (longueur = 78 R, largeur = 40 R).

Le domaine de calcul est divisé en deux parties : à savoir un domaine extérieure fixe et un domaine circulaire glissant, qui à la fois englobe le rotor de l'éolienne et permet de simuler sa rotation. Ainsi, les deux sous-domaines sont séparés par une interface glissante, dans laquelle la conservation de masse et de quantité de mouvement est imposée, assurant la continuité du flux.

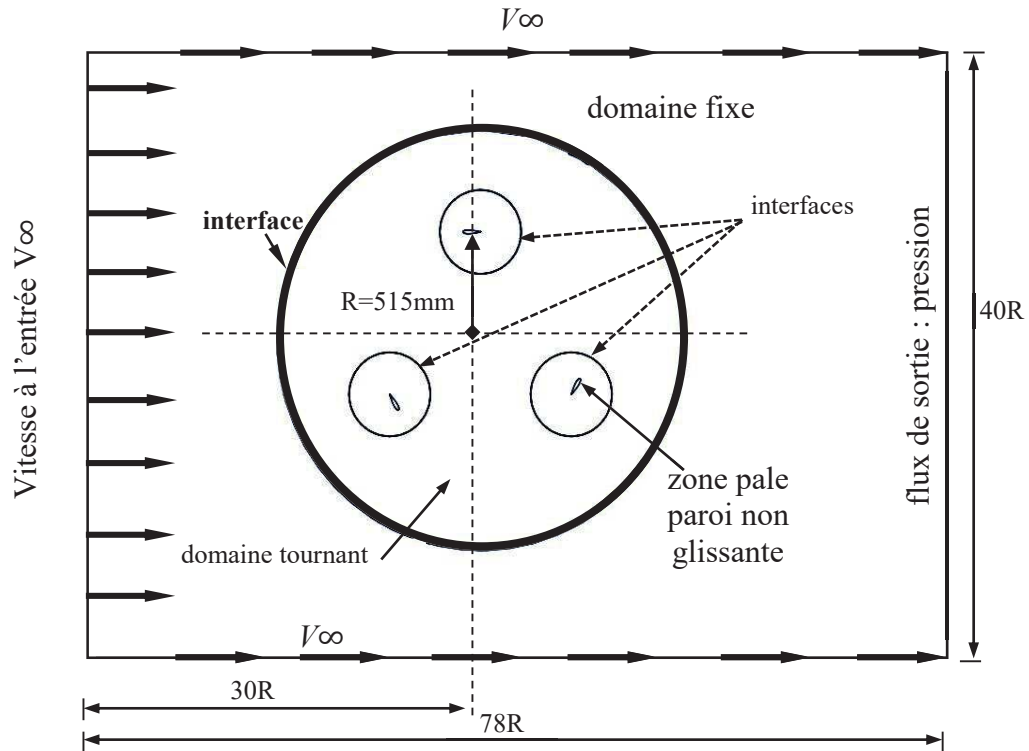
Quant au domaine tournant, il inclut trois zones de pales mobiles, ayant la même vitesse de rotation que leur domaine tournant. Chaque pale entourée par un cercle de diamètre égal à 400 mm, est caractérisée par un profil symétrique de type NACA0021 (voir annexe B).

Dans le cadre d'une simulation CFD, la spécification des conditions aux limites représente une partie critique, ce qui permet d'identifier alors les positions des frontières et de spécifier ces variables.

Concernant notre étude, une condition de vitesse uniforme, fixée à 9 m s<sup>-1</sup> est imposée à l'entrée du domaine de calcul « Velocity-Inlet » ainsi que sur ces bords latéraux (les frontières supérieurs et inférieurs). En plus, une condition de pression atmosphérique « Pressure-Outlet »

est fixée en aval du rotor. Enfin, une condition de non glissement « No slip » est assurée sur les parois des pales.

Le domaine de calcul ainsi que les conditions aux limites sont illustrés sur la Figure 3.2.



**Figure 3.2** Identification de différentes zones de maillage du domaine de calcul

Rappelons qu'un modèle CFD bidimensionnel est largement suffisant pour prédire les performances aérodynamiques d'une éolienne Darrieus (Howell et al. 2010, Amet et al. 2009 et Danao et al. 2012), d'où l'adoption d'un tel modèle.

## 2.2 Maillage

### 2.2.1 Technique de maillage

La discrétisation du domaine de calcul représente une phase primordiale dans une analyse CFD, vu l'influence de ses paramètres sur la précision de la solution calculée, la convergence et notamment sur le temps de calcul. En fait, la génération d'un maillage de bonne qualité est fondamentale afin d'obtenir des résultats robustes et précis.

Le maillage du domaine de calcul (figure 3.3) est réalisé en utilisant les fonctions de maillage avancé du logiciel ANSYS-Fluent (*ANSYS meshing advanced sizing functions*). Généralement, il existe deux types de maillage : un maillage structuré et un maillage non

structuré. Le choix du type de grille dépend de plusieurs facteurs tels que la précision numérique et l'adaptabilité aux géométries complexes. Nous utilisons, ainsi, un maillage non structuré vu la présence des forts gradients de pression et de vitesse autour des pales du rotor Darrieus. De plus, il est facile de générer ce type de maillage sur une géométrie complexe tout en gardant une bonne qualité des éléments.

La génération de maillage dans un tel cas se base sur l'approche mnémotechnique **QRLT**, dont ces règles sont résumées par : le maintien de la bonne **Qualité** des éléments, une bonne **Résolution** dans les zones à fort gradient, un bon **Lissage** dans les zones de transition, du maillage fin au maillage grossier, et la minimisation du nombre **Total** d'éléments pour avoir des temps de calcul acceptables.

Dans la méthode des volumes finis (voir annexe B), les valeurs des variables mécaniques sont calculées sur chaque volume de contrôle. Le raffinement du maillage est, par conséquent, nécessaire pour résoudre les petites variations du flux. Toutefois, le maillage doit être uniquement plus raffiné dans les zones de forte gradient afin d'économiser le nombre d'éléments, qui représente, à son tour, un compromis entre la précision et le temps de calcul. On peut conclure alors qu'un maillage significatif se traduit par une bonne résolution dans les régions présentant un fort gradient ainsi qu'un changement graduel dans la taille des éléments de maillage entre les zones maillées, tout en respectant un lissage fin.

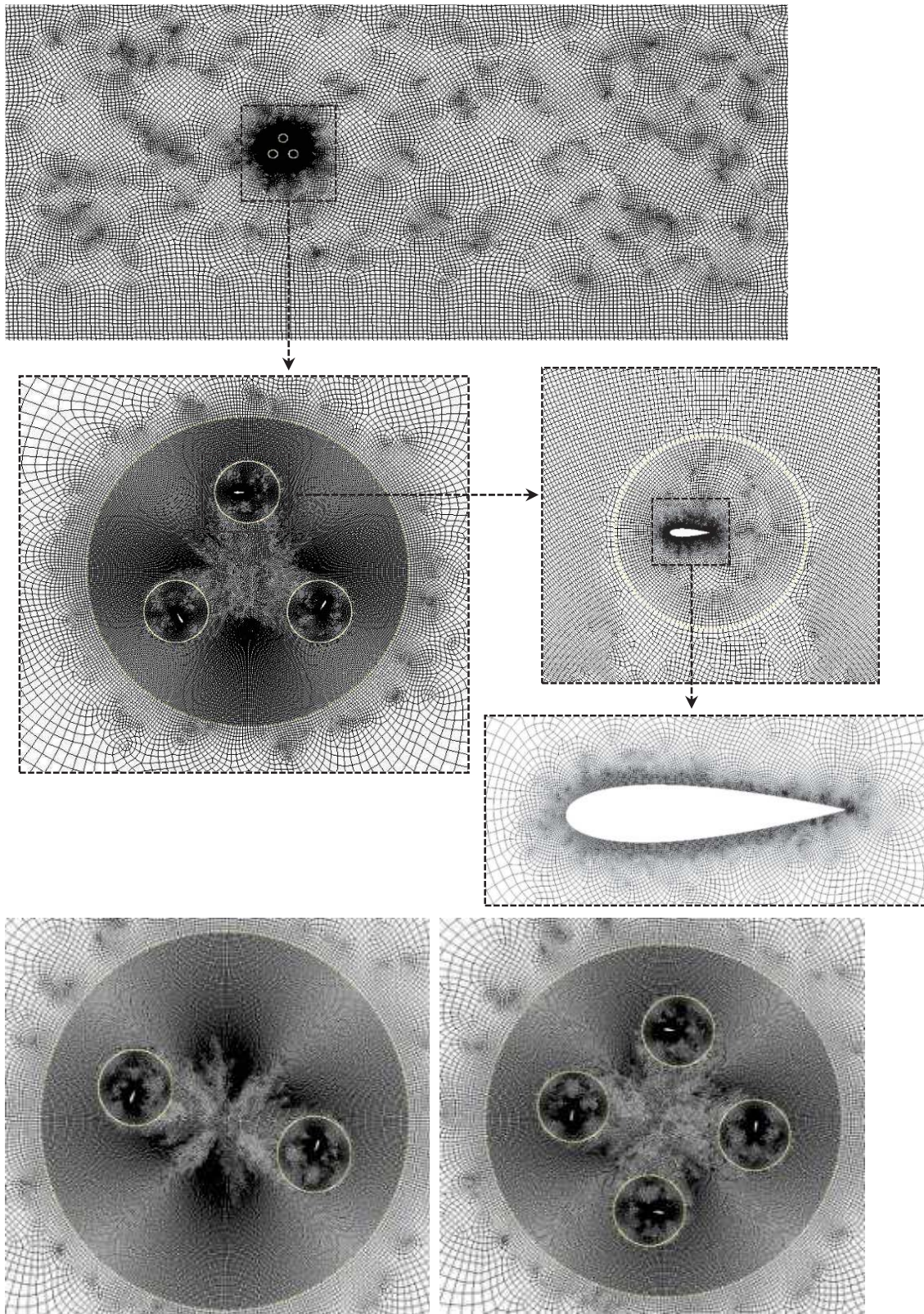
### 2.2.2 Maillages coulissants « Sliding meshes »

La méthode des maillages coulissants « *sliding mesh* » est couramment utilisée dans le cas de simulation des interactions entre parties fixes et tournantes. Cette méthode consiste à effectuer une interpolation des grandeurs à l'interface entre ces deux parties à chaque pas de temps. En fait, la technique de sliding mesh nécessite un calcul instationnaire et génère des calculs réellement transitoires. C'est la plus adaptée dans le cadre de simulation de l'écoulement autour des éoliennes en rotation (Fazil 2014, Rosario et al. 2014, Mohamed 2012, Siddiqui et al. 2015). En utilisant cette technique, différentes zones de fluides maillées, tournant en pas de temps discret lors du calcul instationnaire, restent tout le temps, adjacentes de part et d'autre de l'interface, ce qui permet l'optimisation de la connectivité entre deux domaines à l'interface tout en assurant à la fois la continuité des variables et la conservation des flux.

Dans notre cas, les zones pales et la zone circulaire tournent à la même vitesse. Quatre interfaces ont été créées entre ces zones : trois interfaces entre le domaine tournant et chaque zone pale et



une interface entre le domaine fixe et le domaine tournant. Les différentes zones de maillage ainsi que les différents détails de maillage sont illustrés dans la figure ci-dessous :



**Figure 3.3** Aperçu du maillage pour différentes configurations

Le maillage résultant est donc non uniforme. En effet, il est très raffiné près des interfaces et au voisinage du rotor à proximité des pales, qui sont, à leur tour, inclus dans des cercles (zone pale). Ces cercles n'ont aucune signification physique, ils sont alors introduits dans le but de raffiner le maillage puisque la proximité des pales le nécessite pour avoir une meilleure précision. Ceci permet de réduire considérablement le nombre de mailles.

Un test de maillage (*mesh independent test*) montre que plus de 119128 cellules n'ont approximativement aucun changement des résultats dans le cas d'une configuration tripale, tandis que le nombre total d'éléments de maillage est respectivement de 107766 et 132246 pour les configurations avec deux et quatre pales.

Après avoir étudié la taille appropriée des mailles du domaine de calcul, nous adoptons la configuration de maillage optimal (voir Tableau 3.2). Par exemple, le nombre total de mailles inclut environ 119128 cellules, parmi lesquelles 85517 sont réparties dans les parties mobiles autour du rotor tripale et à proximité des pales.

**Tableau 3.2** Distribution du nombre de mailles

| Nombre de pales | Nombre total de mailles | Nombres de mailles<br>des parties mobiles |
|-----------------|-------------------------|-------------------------------------------|
| N=2             | 107766                  | 74136                                     |
| N=3             | 119128                  | 85517                                     |
| N=4             | 132246                  | 98616                                     |

## 2.3 Validation du modèle de turbulence

À la lumière de l'état de l'art, développé dans le chapitre 1, nous avons choisi d'adopter le modèle de turbulence de type  $k-\omega$  SST. En effet, ce modèle, élaboré par Menter (Menter 1994), combine la robustesse et la précision du modèle  $k-\omega$ , étant dans les zones proches des parois, avec le modèle  $k-\varepsilon$ , cité dans les zones loin des parois (voir annexe B). De plus, ce modèle est retenu, par rapport aux autres modèles de turbulence, comme la solution la plus appropriée en ce qui concerne l'étude aérodynamique des éoliennes à axe vertical (Wafula 2015). Il est de plus souvent recommandé pour ce genre de calcul dans la littérature (Rosario et al. 2014, Gasser et al. 2014 et Eboibi 2013).



L'effet du modèle de turbulence est illustré par la figure 3.4. En fait, cette figure montre une bonne concordance entre nos résultats numériques et les résultats à la fois expérimentaux et numériques de Raciti Castelli et al. (Raciti Castelli et al. 2011), en utilisant le modèle de turbulence  $k-\omega$  SST.

## 2.4 Paramètre de calcul

Le couplage pression-vitesse est effectué par la méthode classique SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) (Denk 2007, Ferziger et al. 2002, Fazil 2014). Un schéma du second ordre est utilisé pour la discrétisation temporelle. Quant à la discrétisation spatiale, relative aux équations de continuité et de quantité de mouvement, les schémas en amont (upwind) du second ordre lui sont implantés (voir annexe B).

Ces algorithmes de second ordre sont utilisés du fait qu'ils génèrent des résultats plus précis, étant donné leur capacité à réduire considérablement les erreurs d'interpolation. Dans nos calculs, nous avons à la fois poursuivi les itérations jusqu'à des résidus de l'ordre de  $10^{-5}$  et fixé le nombre maximal d'itération à 400 par pas de temps. Par ailleurs, les variations du coefficient de couple sont calculées selon un pas de temps bien déterminé. Ce dernier doit être sélectionné avec précision en fonction de la vitesse de rotation du rotor afin d'accomplir une convergence appropriée (Howell 2010). En utilisant ce pas de temps estimé, dix révolutions complètes sont enregistrées et évaluées dont la première est utilisée pour initialiser le flux exact de simulation.

Les paramètres de calcul sont résumés dans le tableau suivant :

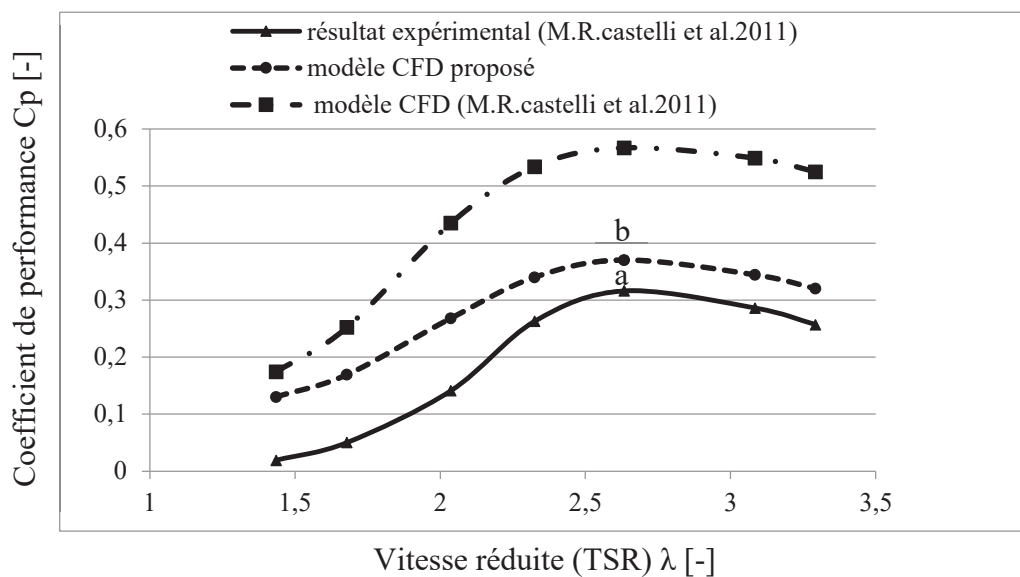
**Tableau 3.3** Paramètres de simulation numérique

| <b>Maillage</b>                               |                                                   |
|-----------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Structure                                     | maillage non structurés à éléments quadrilatéraux |
| Méthode de rotation                           | maillage coulissant « Sliding Mesh »              |
| <b>Modèle mathématique</b>                    |                                                   |
| Équation de conservation                      | continuité et Navier stockes, instationnaire      |
| Modèle de turbulence                          | $k-\omega$ SST                                    |
| <b>Schéma de discrétisation</b>               |                                                   |
| Discrétisation spatiale                       | second Ordre Upwind                               |
| Discrétisation du gradient                    | green-Gauss cell-based                            |
| Discrétisation temporelle                     | second Ordre Implicite                            |
| <b>Conditions aux limites</b>                 |                                                   |
| En entrée                                     | « velocity Inlet »                                |
| En sortie                                     | « pressure-outlet »                               |
| Sur les parois                                | « no-slip »                                       |
| <b>Méthode de résolution : pressure-based</b> |                                                   |

## 2.5 Vérification des résultats de simulation avec les résultats expérimentaux

Afin d'obtenir la courbe de coefficient de performance selon la vitesse spécifique, sept calculs ont été lancés avec différentes vitesses de rotations variant de  $25.07 \text{ rad s}^{-1}$  à  $75.54 \text{ rad s}^{-1}$ , qui correspondent à des vitesses réduites de 1,435 à 3.293 (Raciti Castelli et al. 2011).

D'après la figure 3.4, les résultats pour la fonction cible, courbe de puissance ( $C_p$ ), présentent une prédiction jugée très satisfaisante, par rapport à ceux de l'expérimental tout en utilisant le modèle de turbulence  $k-\omega$  SST (Bel Mabrouk et al. 2017).



**Figure 3.4** Validation de notre modèle numérique par rapport aux résultats expérimentaux et numériques (Bel Mabrouk et al. 2017)

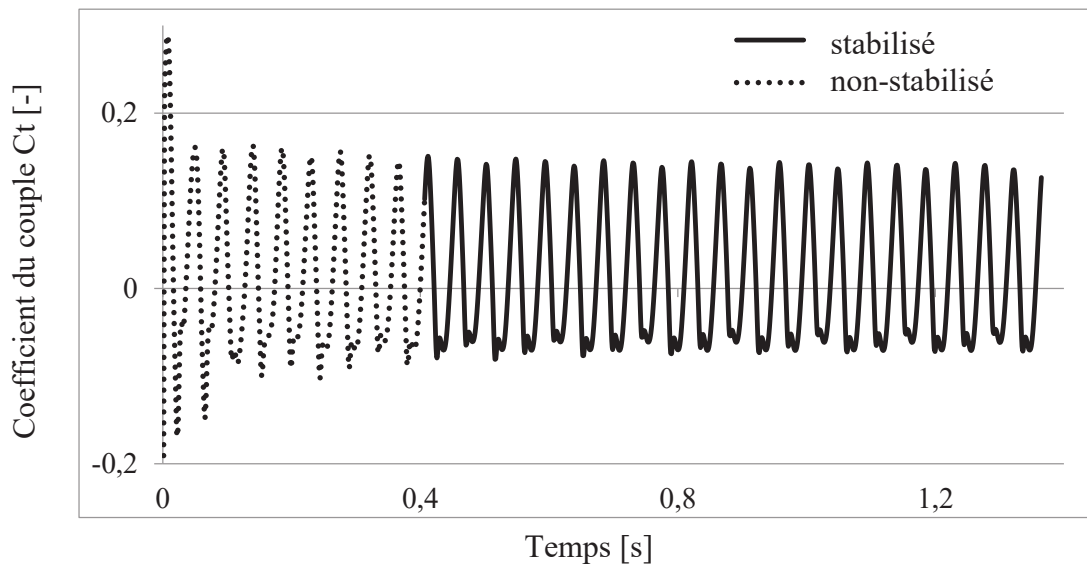
Cette courbe atteint son maximum ( $b=C_p=0,37$ ) pour une vitesse spécifique  $\lambda=2.634$  avant de fléchir avec les plus grandes valeurs de  $\lambda$ .

On observe également que la courbe de coefficient de puissance, qui en découle, est plus proche des résultats expérimentaux que celle du modèle numérique de Raciti Castelli et al. (Raciti Castelli et al. 2011). Il en résulte que notre modèle proposé permet d'optimiser le modèle numérique de Raciti Castelli grâce à l'implantation du modèle de turbulence  $k-\omega$  SST, qui est principalement conseillé dans ce type de calcul.

La figure 3.5 présente, à son tour, l'évolution instantanée du coefficient de couple  $C_t$  après dix tours complète de l'éolienne. Cette courbe est enregistrée à  $TSR=1.435$ .

On note une irrégularité de la solution au niveau des trois premières tours, puis la solution se stabilise lors des sept tours suivantes, où on constate des oscillations périodiques et uniformes du coefficient du couple.

En se basant sur les résultats publiés dans la littérature (Travis et al. 2012, Siddiqui et al. 2015, Jonathan et al. 2013, Fazil 2014), les fluctuations de  $C_t$  sont validées.



**Figure 3.5** Évolution instantané du coefficient de couple aérodynamique

### 3 Influence des paramètres caractéristiques sur les performances aérodynamiques

D'après le chapitre bibliographique, les performances de l'éolienne Darrieus sont constamment conditionnées par différents paramètres fonctionnel et géométrique, dont les plus importants sont la vitesse spécifique et nombre de pales. En fait, la variation de ces deux paramètres peut améliorer différents aspects notamment le rendement aérodynamique et influencer significativement le caractère instationnaire de l'écoulement autour des pales (Laurent 2014).

#### 3.1 Effet de la vitesse spécifique

L'éolienne peut être fabriquée pour fonctionner à différentes vitesses spécifiques (TSRs). C'est pourquoi, on se propose, dans cette partie, d'étudier l'influence de cette vitesse sur les performances aérodynamiques de l'éolienne considérée tout en fixant son diamètre ainsi que la vitesse du vent existante.

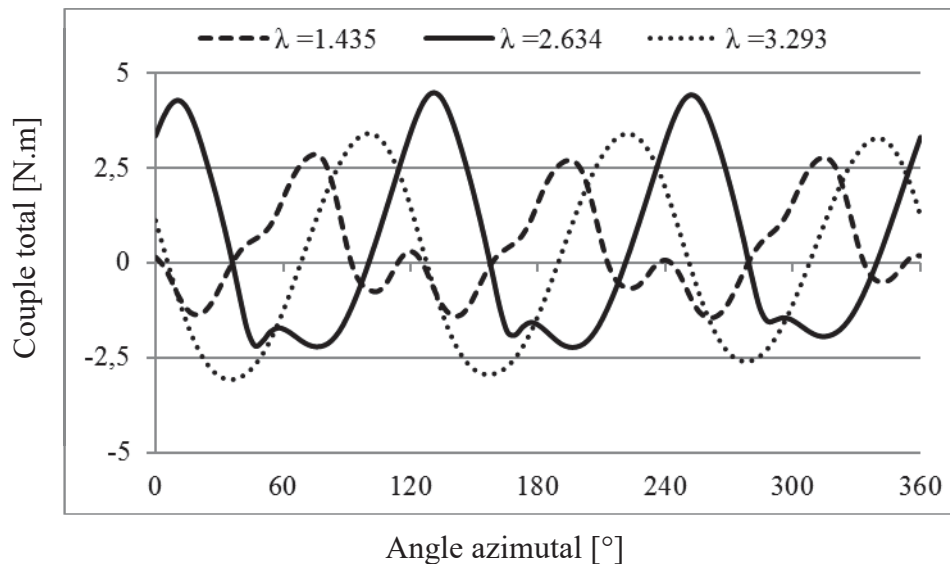
L'effet de la vitesse spécifique sur le rendement et couple instantané est illustré respectivement par les figures 3.4 et 3.6.

Considérant la figure 3.4, on remarque que le rendement augmente en fonction de la vitesse spécifique jusqu'à la valeur 2.634. Dépassant cette valeur, il diminue progressivement même avec l'augmentation de TSR.

La Figure 3.6, à son tour, représente l'évolution instantanée du couple aérodynamique du rotor tripale, enregistrée à différentes vitesses de rotations, pendant un tour complet (Bel Mabrouk et al. 2017).

En ce qui concerne cette figure, on note plusieurs constatations :

On constate que la valeur moyenne du couple total, généré par l'éolienne, à différentes TRS est entièrement positive, ce qui prouve sa performance. De plus, si TSR passe de  $\lambda = 1.435$  à  $\lambda = 2.634$ , le couple aérodynamique augmente presque du double et sa valeur maximale variant de 2.5 N.m à 4.48 N.m, ce qui correspond à une augmentation du rendement de 0.13 à 0.37. Toutefois, la variation de TSR de  $\lambda = 2.634$  à  $\lambda = 3.293$  provoque une diminution plus au moins importante du couple dont la valeur maximale se réduit à 3.42 N.m et à laquelle correspond un rendement de 0.32.



**Figure 3.6** Effet de la vitesse spécifique sur le couple aérodynamique total

Il résulte de ce qui précède que les performances aérodynamiques diminuent à des vitesses réduites antérieures ou postérieures à la valeur TSR égale à 2.634.

Il semble que l'éolienne atteigne son point de fonctionnement optimal à cette vitesse réduite.

En se référant à la littérature (chapitre 1), on note qu'une vitesse spécifique trop faible ou trop élevée provoque une perte de rendement, causée par le décrochage aérodynamique dans le premier cas ou par le faible angle d'incidence et l'influence de la force de trainée dans le deuxième cas. C'est que le bon équilibre de ces effets qui donne lieu au point de fonctionnement optimal, obtenu dans notre cas à  $\lambda = 2.634$ . Ce point de fonctionnement se caractérise donc par un couple maximal de l'ordre de 4,48 N.m, correspondant à un coefficient de performance optimal égale à 0.37. C'est à cause de la dimension réduite de l'éolienne conçue qu'on note de faibles valeurs du couple et rendement aérodynamiques générés.

En résumé, la vitesse spécifique agit directement sur le rendement de l'éolienne Darrieus voire même son caractère instationnaire, pour une géométrie donnée (vitesse et solidité constante).

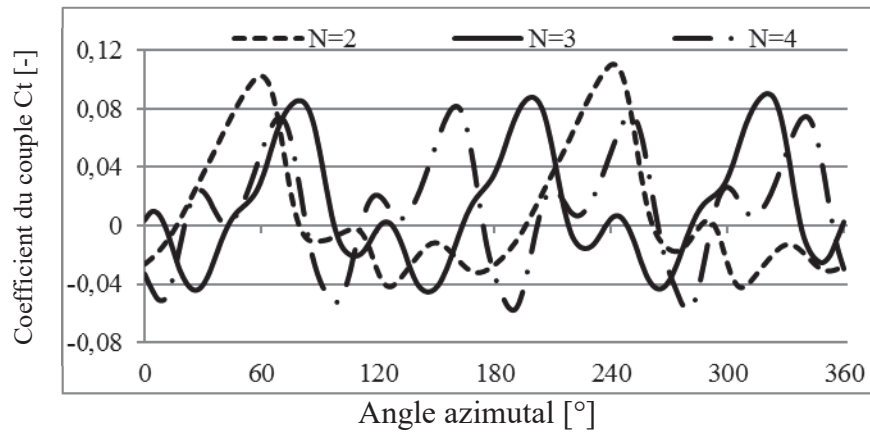
### 3.2 Effet de la solidité

Selon Strickland (Strickland 1975), la solidité se définit par l'équation (1.2). D'après la littérature, on constate que l'augmentation du nombre de pales, en gardant la solidité constante, n'influe pas sur la performance de l'éolienne (Gosselin et al. 2013). On note également que l'augmentation du nombre de pales, en changeant la longueur de corde de la pale et en maintenant le rayon constant, n'agit pas sur le rendement global de l'éolienne (Islam et al. 2008).

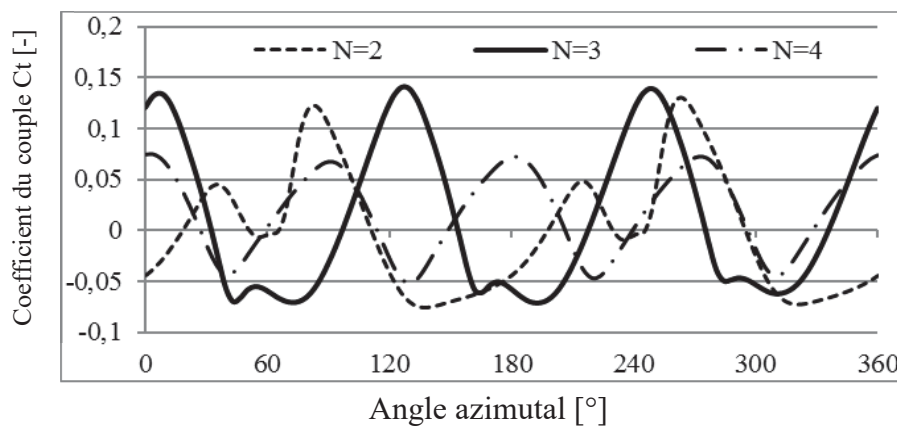
Dans notre cas, le rayon et la longueur de la corde étant constants, on change uniquement le nombre de pale dans la mesure où il présente le paramètre le plus intéressant. La solidité est donc manipulée en variant le nombre de pales. Soit les valeurs de solidité étudiée de 0,33, 0,5 et 0,66 pour les configurations du rotor avec respectivement deux, trois et quatre pales.

Par ailleurs, l'augmentation du nombre de pales provoque donc une augmentation radicale de la solidité, selon une géométrie donnée (rayon et corde constants), d'où la réduction des performances de l'éolienne. Il semble que l'augmentation du nombre de pale pourrait probablement diminuer son rendement, alors que réduire la solidité avec 1 ou 2 pales, diminue constamment la force de portance, génératrice du couple aérodynamique, ce qui réduit le rendement de l'éolienne (Islam et al. 2008). On constate alors l'importance de ce paramètre vis-à-vis les performances de l'éolienne Darrieus. Notre étude se focalise notamment sur l'influence du nombre de pales, à différentes vitesses réduites, par rapport aux fluctuations du couple aérodynamique. Ceci permet alors d'analyser les changements du comportement aérodynamique de l'éolienne à différentes phases.

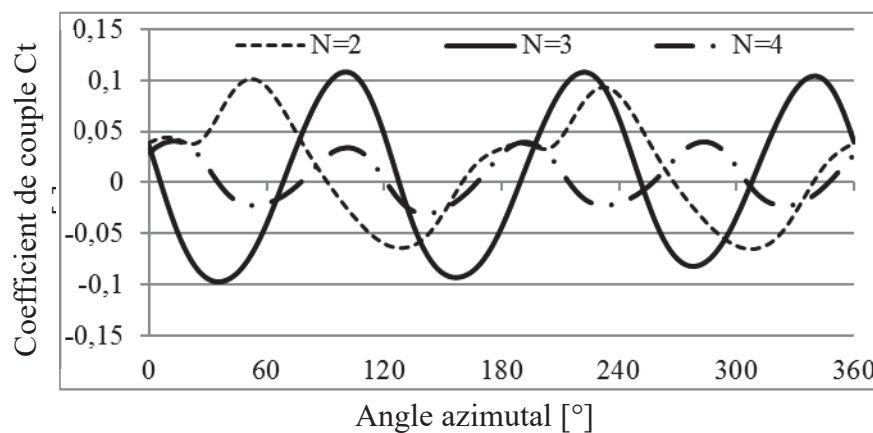
Les figures 3.7-3.9 montrent respectivement les variations du coefficient du couple, selon différentes vitesses réduites qu'elle soit faible ( $\lambda = 1,435$ ) modérée ( $\lambda = 2,634$ ) ou élevée ( $\lambda = 3,293$ ), et tout en changeant le nombre de pales.



**Figure 3.7** Evolution azimuthale du coefficient du couple pour  $\lambda = 1.435$



**Figure 3.8** Evolution azimuthale du coefficient du couple pour  $\lambda = 2.634$



**Figure 3.9** Evolution azimuthale du coefficient du couple pour  $\lambda = 3.293$



Le tableau 3.4 présente les valeurs du coefficient du couple ( $C_t$ ), obtenues à trois vitesses réduites, selon différentes configurations du rotor tout en variant le nombre de pales.

**Tableau 3.4** Valeurs maximale, minimale et moyenne de  $C_t$

|           |     | $C_t$ , max | $C_t$ , min | $C_t$ , moy |
|-----------|-----|-------------|-------------|-------------|
| TSR=1.435 | N=2 | 0.11        | -0.042      | 0.00861     |
|           | N=3 | 0.085       | -0.045      | 0.0118      |
|           | N=4 | 0.074       | -0.05       | 0.0116      |
| TSR=2.634 | N=2 | 0.13        | -0.075      | 0.0275      |
|           | N=3 | 0.14        | -0.07       | 0.035       |
|           | N=4 | 0.075       | -0.05       | 0.0125      |
| TSR=3.293 | N=2 | 0.1         | 0.065       | 0.0825      |
|           | N=3 | 0.11        | -0.1        | 0.005       |
|           | N=4 | 0.04        | -0.03       | 0.005       |

Selon ces figures, le coefficient du couple présente deux répétitions pour la configuration bipale, trois répétitions pour la configuration tripale. Quant au rotor équipé de quatre pales, on constate quatre répétitions au niveau du coefficient du couple. On se focalise alors uniquement sur une partie de ces répétitions, afin de simplifier notre étude.

Par ailleurs, on remarque que la fréquence d'oscillation du coefficient du couple augmente en fonction de la solidité puisque le nombre de périodes devient plus important lors d'une tour complète du rotor.

La première observation, d'après la figure 3.7, est que les courbes du coefficient du couple aérodynamique montrent un motif répétitif comme déjà mentionné auparavant. De plus, ces courbes sont très oscillantes autour de leurs valeurs moyennes. Ainsi, dans le cas d'une configuration bipale, on remarque la présence des vibrations les plus importantes, étant donné les variations brusques entre les pics maximaux et minimaux de  $C_t$ .

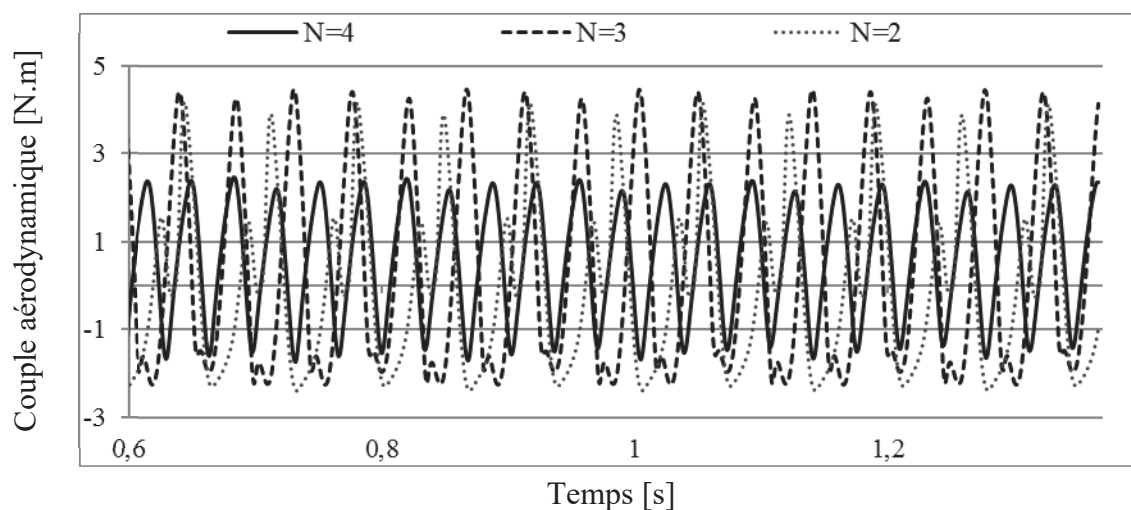
Quant à la figure 3.8, ces courbes sont moins oscillantes par rapport à celles de la vitesse réduite la plus faible. Comparant au graphe 3.7, les valeurs maximales de  $C_t$  augmentent significativement pour la configuration tripale, mais reste pratiquement constantes pour les configurations à deux et à quatre pales (voir tableau 4.4). Dans ce cas, il semble que l'éolienne tripale atteigne son point de fonctionnement optimal.

D'après la figure 3.9, on note que l'augmentation de la solidité de 0.5 à 0.66 provoque une diminution significative des fluctuations du coefficient du couple, qui garantit la limitation des

vibrations dynamiques. De plus, on obtient une réduction modérée des amplitudes maximales du coefficient du couple en augmentant la vitesse spécifique à 3.293.

Ces deux facteurs peuvent se traduire donc par une perte de rendement. On peut expliquer cette particularité par le fait que l'augmentation des vitesses réduites cause la diminution des angles d'attaques, étant donné l'équation 1.9. Ajoutons qu'une réduction supplémentaire de l'angle d'attaque due à la solidité ne peut entraîner qu'une baisse supplémentaire de la puissance aérodynamique (Laurent 2014).

La Figure 3.10 présente une étude comparative de l'évolution du couple aérodynamique total, générée à différentes solidités et enregistrée à  $TSR = 2,634$ . Comparé à la configuration bipale, le couple instantané produit par l'éolienne tripale présente de meilleures caractéristiques de transition avec le minimum de vibrations. Son efficacité totale est également supérieure. Ainsi, le rotor équipé avec quatre pales entraîne le couple le plus lisse, d'où le comportement vibratoire le plus stable. Cependant, en termes d'efficacité, l'éolienne tripale génère forcément le couple aérodynamique total le plus robuste.



**Figure 3.10** Variations instantanées du couple aérodynamique à différentes configurations

En résumé, la solidité influe significativement les fluctuations instantanées du couple global. En fait, son augmentation permet de lisser le couple.

On note également le passage de deux à trois pales augmente la production du couple, à l'encontre du passage de trois à quatre pales qui réduit la performance.

C'est avec une solidité de 0.5 et à une vitesse spécifique de 2.634 que l'éolienne étudiée atteint son point de fonctionnement idéal générant ainsi le couple aérodynamique le plus élevé. Donc,

il existe une solidité optimale qui maximise le rendement correspond au cas de la configuration tripale. D'où l'importance de considérer cet aspect dans une étude de performance.

Il en résulte donc, que l'influence individuelle des paramètres géométriques (solidité, etc.) ainsi que fonctionnels (vitesse réduite, etc.) est indissociable.

L'éolienne Darrieus tripale présente alors les meilleures performances aérodynamiques. Ces résultats, établis par simulation CFD sont, d'ailleurs, en accord avec les résultats publiés dans la littérature (Islam et al. 2008, Paraschivoiu 2002, Chirag et al. 2014, Liang et al. 2014). En effet, une éolienne à axe vertical tripale est plus efficace qu'une éolienne bipale en termes de performance aérodynamique, équilibrage structurel (Paraschivoiu 2002), considération esthétique et vibration acoustique (Chirag et al. 2014). De plus, selon Islam et al. (Islam et al. 2008), l'éolienne Darrieus tripale, par rapport à la bipale, présente le couple aérodynamique le plus stable du point de vue des vibrations temporelles. Chirag et al. 2014 ont prouvé, à leur tour, que ce type d'éolienne est plus efficace que celles à deux ou quatre pales.

### 3.3 Champ de vitesses et de pression

Dans cette partie, il s'agit de simuler numériquement l'écoulement autour du rotor Darrieus. En fait, diverses visualisations ont été réalisées, notamment l'observation des champs de vitesse, qui sont strictement reliés aux fluctuations du couple aérodynamique.

Les Figures 3.11 (a-b) présentent les contours de vitesse autour du rotor Darrieus selon différentes valeurs de vitesses spécifiques. Au passage du rotor, la vitesse entrante dans la zone balayée par les pales est ralentie puisque l'éolienne extrait de l'énergie, puis à des distances plus loin, en aval de l'éolienne, l'écoulement commence à se rétablir vers les valeurs de l'écoulement incident ( $V=9 \text{ m. s}^{-1}$ ). Dans les zones tournantes aux extrémités des pales, on constate particulièrement une accélération des masses d'air. Ceci est dû aux turbulences générées. D'ailleurs, les gradients de vitesse les plus élevés ( $v=39.50 \text{ m. s}^{-1}$ ), au voisinage des pales, correspondent à la vitesse spécifique  $\lambda=2.634$ .

Pour ce qui est des variations inférieures ou supérieures à cette valeur, l'amplitude maximale de la vitesse du vent diminue. On note à titre d'exemple que l'amplitude maximale de la vitesse du vent se réduit à  $25.76 \text{ m. s}^{-1}$  au passage de  $\lambda=2.634$  à  $\lambda=1.435$  (voir figure 3.11). Ce qui contribue à une diminution de la performance étant donné que l'amplitude maximale de la vitesse aux extrémités des pales favorise la production du couple aérodynamique (Raciti

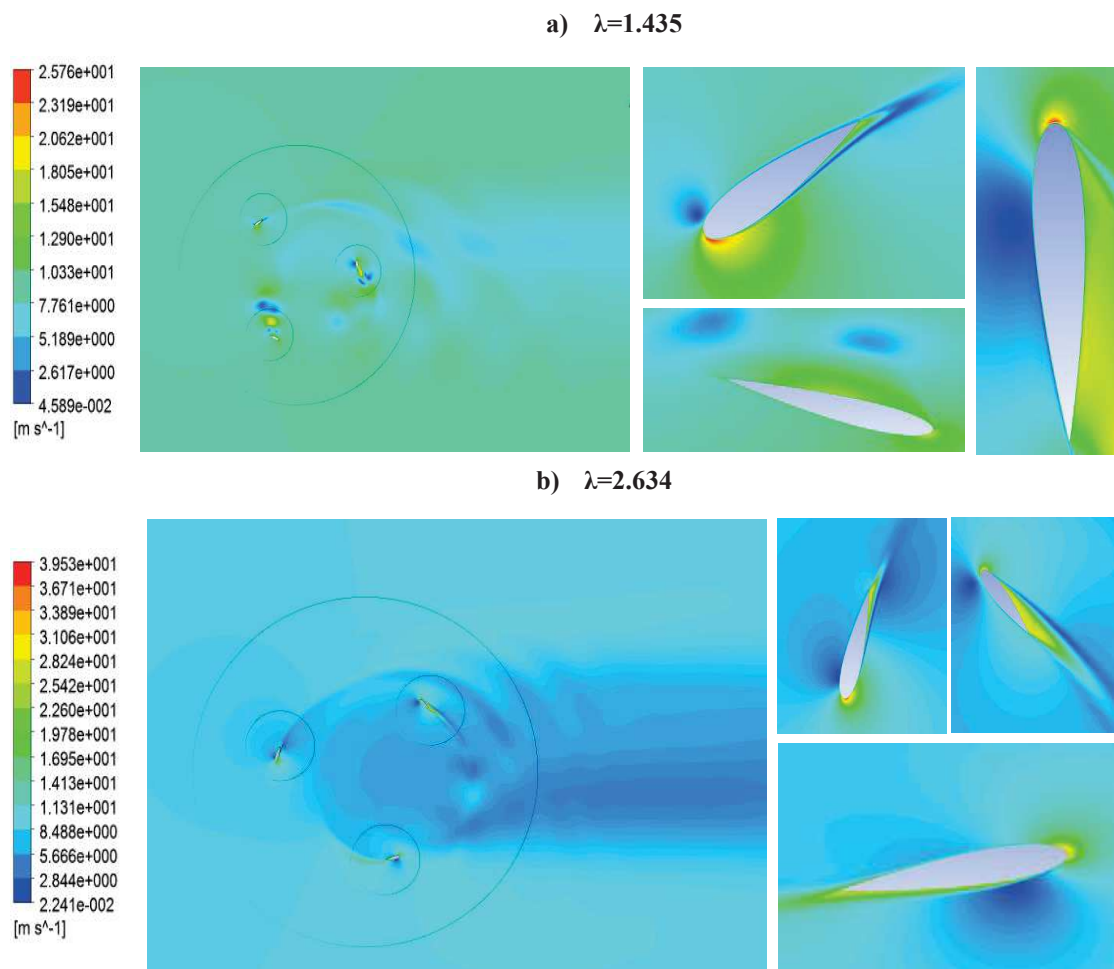
Castelli et al. 2012). Ces constatations prouvent donc les résultats issus des couples aérodynamiques (figure 3.6).

La figure 3.12 présente la distribution de la vitesse autour du rotor Darrieus, fixée à la valeur  $\lambda = 2.634$ , pour différentes configurations.

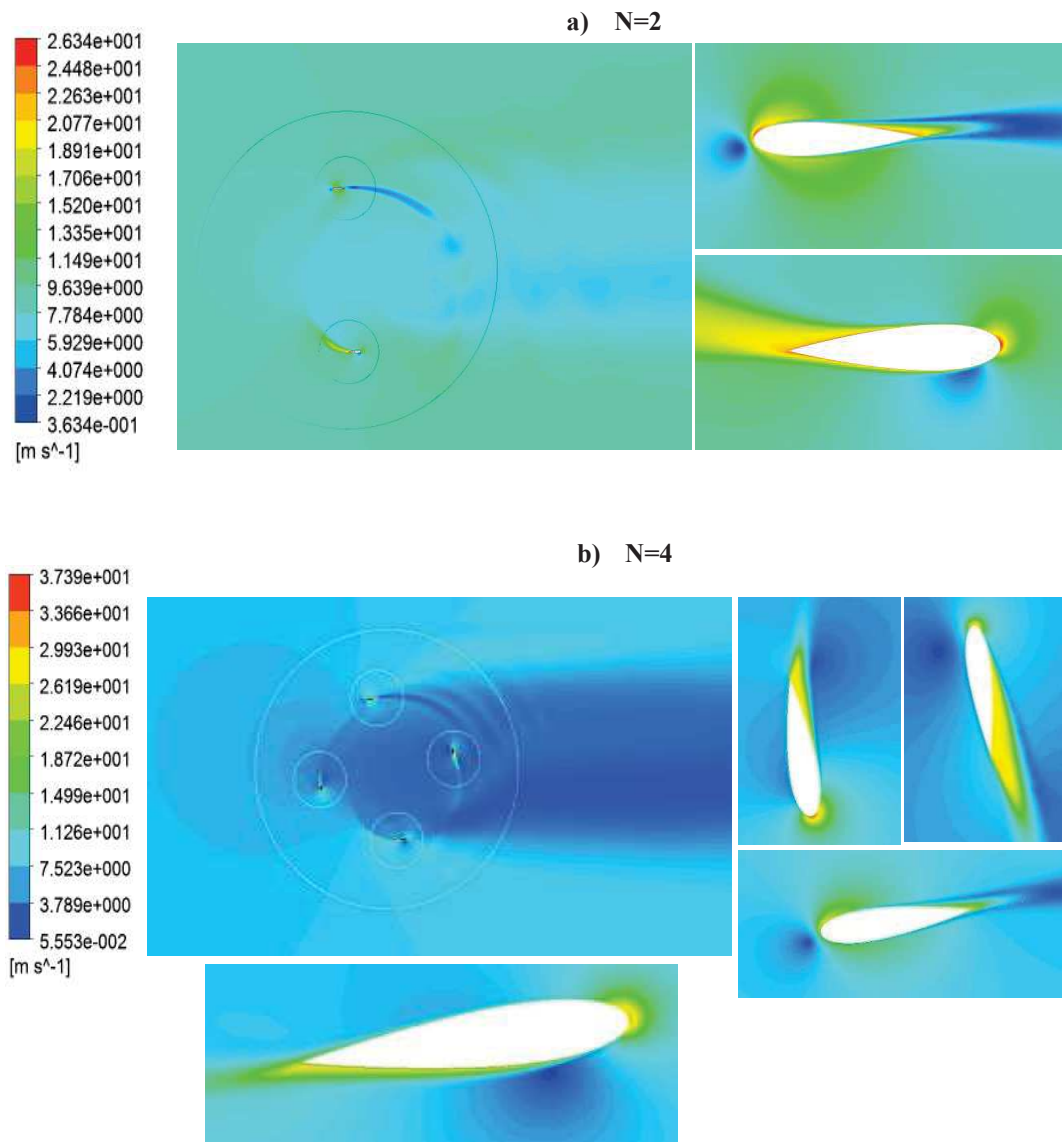
D'après les figures 3.11 (b) et 3.12, on note que l'amplitude maximale la plus élevée de la vitesse du vent correspond à la configuration tripale contrairement aux autres configurations. Par exemple le passage de la solidité de 0.5 à 0.66, provoque une diminution de l'amplitude maximale de la vitesse de vent, qui passe de  $39.53 \text{ m. s}^{-1}$  à  $37.39 \text{ m. s}^{-1}$ .

Rappelons que plus l'amplitude maximale de la vitesse du vent est importante, plus la génération du couple aérodynamique se développe. Ce qui confirme les résultats obtenus au figure 3.10.

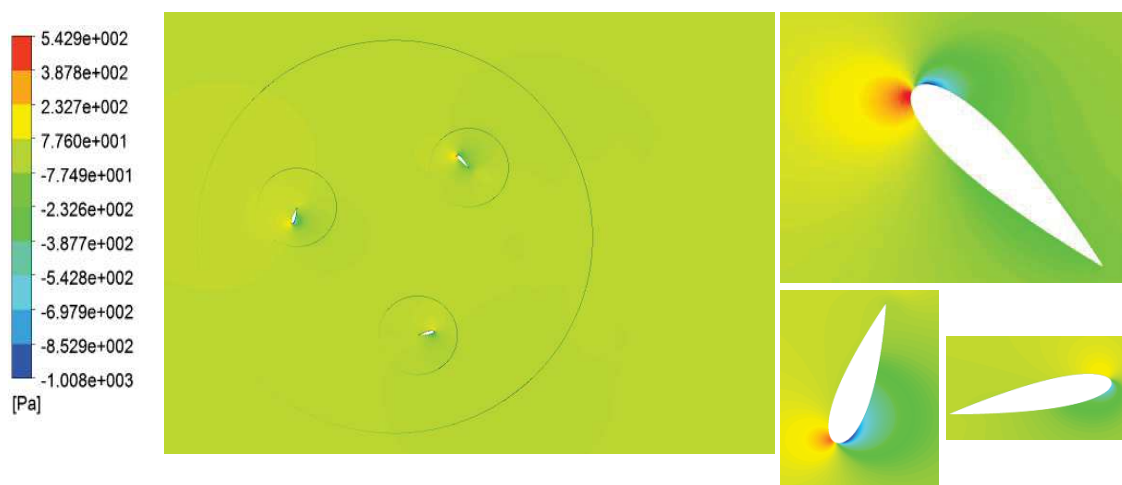
La figure 3.13 illustre la distribution de pression au voisinage du rotor tripale et à proximité de ses pales, fixée à  $\lambda = 2.634$ .



**Figure 3.11** Contours de vitesse autour d'une éolienne Darrieus selon différentes TSRs



**Figure 3.12** Contours de vitesse pour différentes configurations du rotor ( $\lambda = 2.634$ )



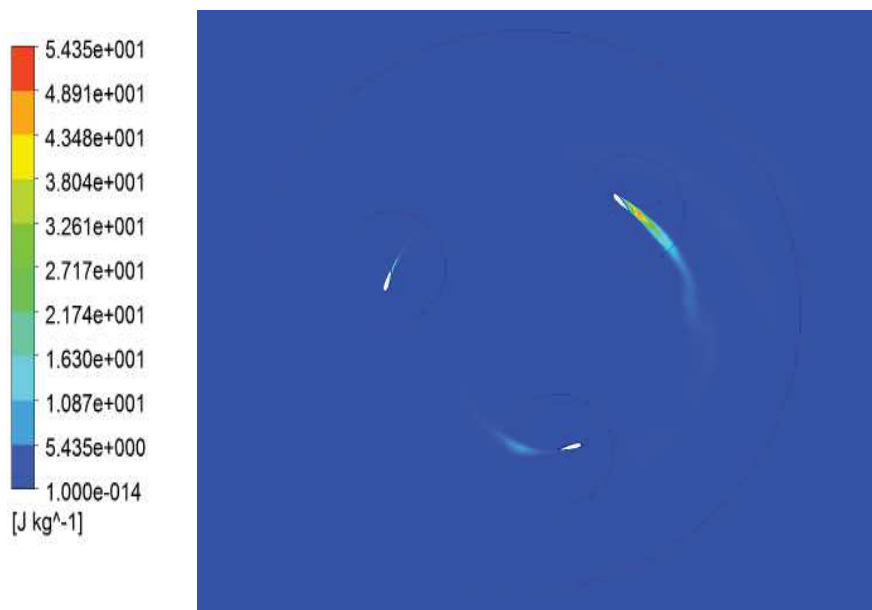
**Figure 3.13** Distribution de pression autour du rotor Darrieus et à proximité des pales

On constate que la pression la plus élevée se trouve au niveau du bord d'attaque puis diminue progressivement le long du profil aérodynamique.

Quant à la figure 3.14, elle montre les contours de l'énergie cinétique de turbulence. Un sillage tourbillonnaire se développe en aval de l'éolienne. Ce sillage est justifié par la présence de l'effet de turbulence. En fait, chaque pale produit différents niveaux de turbulence selon leur position angulaire. L'énergie cinétique de turbulence maximale, enregistrée à proximité des pales, est de l'ordre de 48,91 J/Kg.

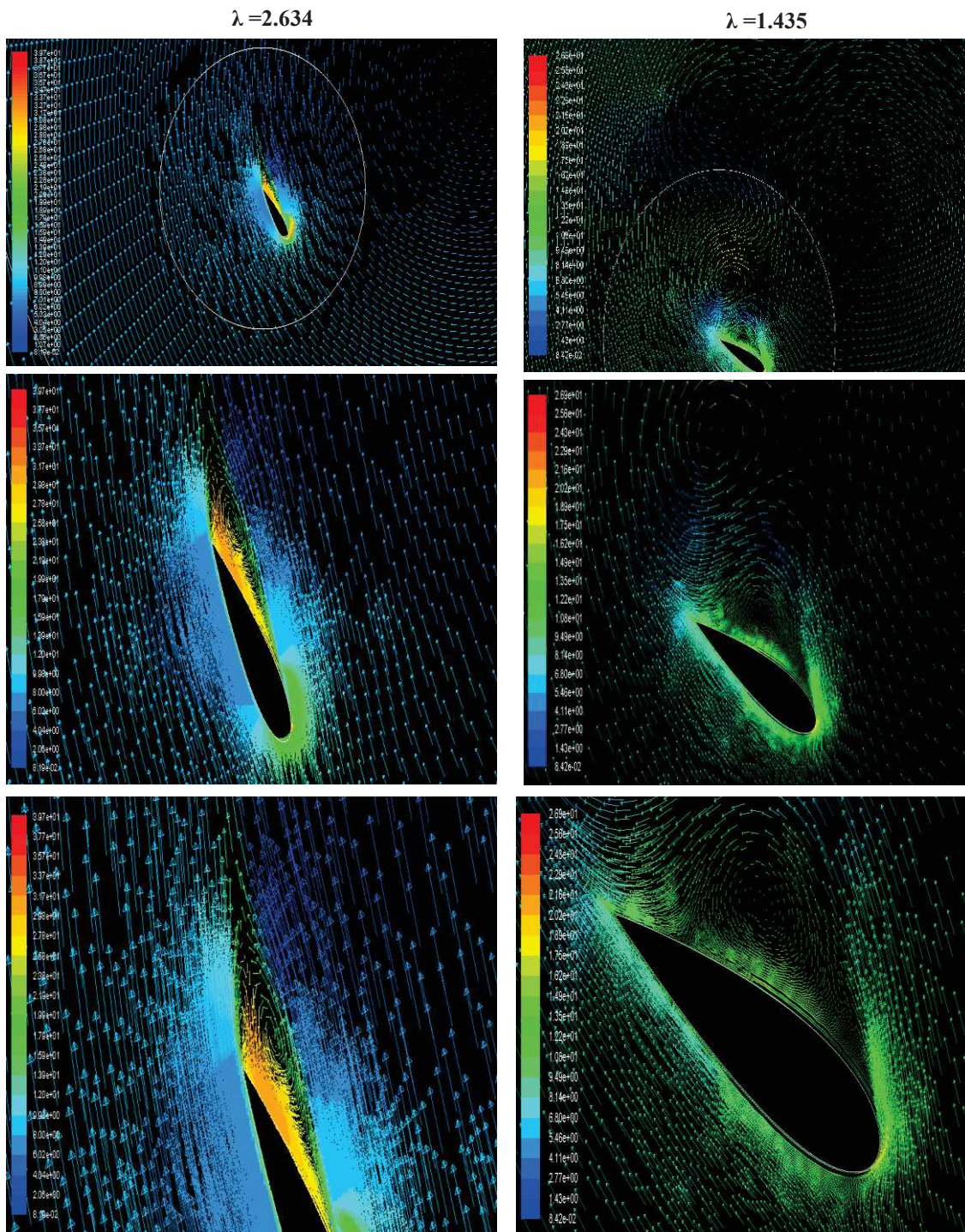
La figure 3.15 illustre le champ des vecteurs vitesses relatives autour des pales du rotor tripale à différentes vitesses spécifiques.

D'après la figure 3.15, on observe clairement l'effet de turbulence du flux au niveau des bords d'attaque et de fuite du profil aérodynamique. Ce qui permet de faciliter, en grande mesure, la compréhension de la physique de l'écoulement des flux autour de l'éolienne Darrieus.



**Figure 3.14** Distribution de l'énergie cinétique de turbulence





**Figure 3.15** Vecteurs vitesses autour des pales du rotor Darrieus

## 4 Conclusion

La simulation numérique est entamée en utilisant le modèle de turbulence K- $\omega$  SST. Les résultats de calcul ont permis de fournir des grandeurs caractérisant les performances aérodynamiques de l'éolienne étudiée (coefficients de performance, couple instantané...).



De même, ces analyses donnent des prédictions exactes sur les profils des champs de vitesse, développés autour du rotor Darrieus à proximité des pales. Les résultats de simulation, comparés avec ceux disponibles dans la littérature, sont en bonne concordance. De plus, à l'aide de notre modèle numérique nous avons contribué à l'amélioration du modèle de référence, développée par Raciti Castelli et al (Raciti Castelli et al. 2011).

Finalement, l'analyse détaillée des résultats obtenus à l'aide de l'étude paramétrique nous permet de conclure que pour une géométrie donnée, c'est la vitesse réduite qui conditionne le régime de fonctionnement de ce type d'éolienne. Il existe ainsi un point de fonctionnement optimal qui dépend à la fois des paramètres géométriques et fonctionnels. Parmi ces paramètres, c'est la solidité qui a plus d'influence sur la performance globale de l'éolienne et sur son caractère instationnaire.

Par ailleurs, ces résultats satisfaisants, vont nous permettre de calculer les vibrations dynamiques du système d'engrenage d'éolienne. En effet, les fluctuations instantanées du couple aérodynamique seront ensuite injectées sur un modèle de calcul global du comportement dynamique de l'éolienne. Ce qui permet d'établir certaines corrélations entre les phénomènes aérodynamiques complexes et la réponse dynamique du système d'engrenage afin d'améliorer sa précision et sa performance.

## **Chapitre 4 Résultats et discussion : Contribution à l'étude déterministe et probabiliste du comportement dynamique du système d'engrenage de l'éolienne Darrieus**

### Sommaire

---

|          |                                                                                                                    |           |
|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introduction .....</b>                                                                                          | <b>81</b> |
| <b>2</b> | <b>Étude déterministe : étude paramétrique .....</b>                                                               | <b>81</b> |
| 2.1      | Effet de la vitesse spécifique sur la réponse dynamique du système d'engrenage .....                               | 82        |
| 2.2      | Effet de la solidité sur la réponse dynamique du système d'engrenage.....                                          | 86        |
| 2.3      | Réponse dynamique du modèle déterministe au fonctionnement optimal.....                                            | 91        |
| <b>3</b> | <b>Extension au cas stochastique : Robustesse d'une transmission par engrenage dans une éolienne Darrieus.....</b> | <b>93</b> |
| <b>4</b> | <b>Conclusion.....</b>                                                                                             | <b>99</b> |

---

## 1 Introduction

Ce chapitre s'intéresse particulièrement à l'étude déterministe ainsi que probabiliste du comportement dynamique de l'éolienne Darrieus. La première partie du chapitre porte notamment sur la réponse dynamique du système d'engrenage de l'éolienne en régime non-stationnaire. Ce même modèle d'engrenage subit, en fait, deux excitations à savoir les fluctuations de la rigidité d'engrènement au niveau interne et les oscillations du couple aérodynamique au niveau externe, illustrées déjà dans le chapitre 4. Dans ce contexte, une étude paramétrique est indispensable dans le but d'établir le fonctionnement optimal de l'éolienne, dépendant de deux paramètres celui de la vitesse réduite ainsi que celui de la solidité.

La deuxième partie sera consacrée à l'étude de la réponse dynamique du système d'engrenage de l'éolienne en présence d'incertitude. Celle-ci sera associée au coefficient de performance

La méthode spectrale basée sur le chaos polynomial est adoptée dans cette étude et détaillée dans le chapitre 3. Les résultats qui en découlent seront comparés à ceux du modèle déterministe, ce qui permet d'évaluer l'intérêt de l'approche du chaos polynomial.

Il est question d'étudier la robustesse du comportement dynamique global de l'éolienne Darrieus en admettant le coefficient de performance comme paramètre incertain. Du coup, des constatations et des conclusions seront illustrées.

## 2 Étude déterministe : étude paramétrique

Les données numériques du système d'engrenage conique simple étage, utilisé dans l'éolienne étudiée, sont résumées dans le tableau 4.1. Notons bien que ces données seront conservées dans toutes les parties de ce chapitre.

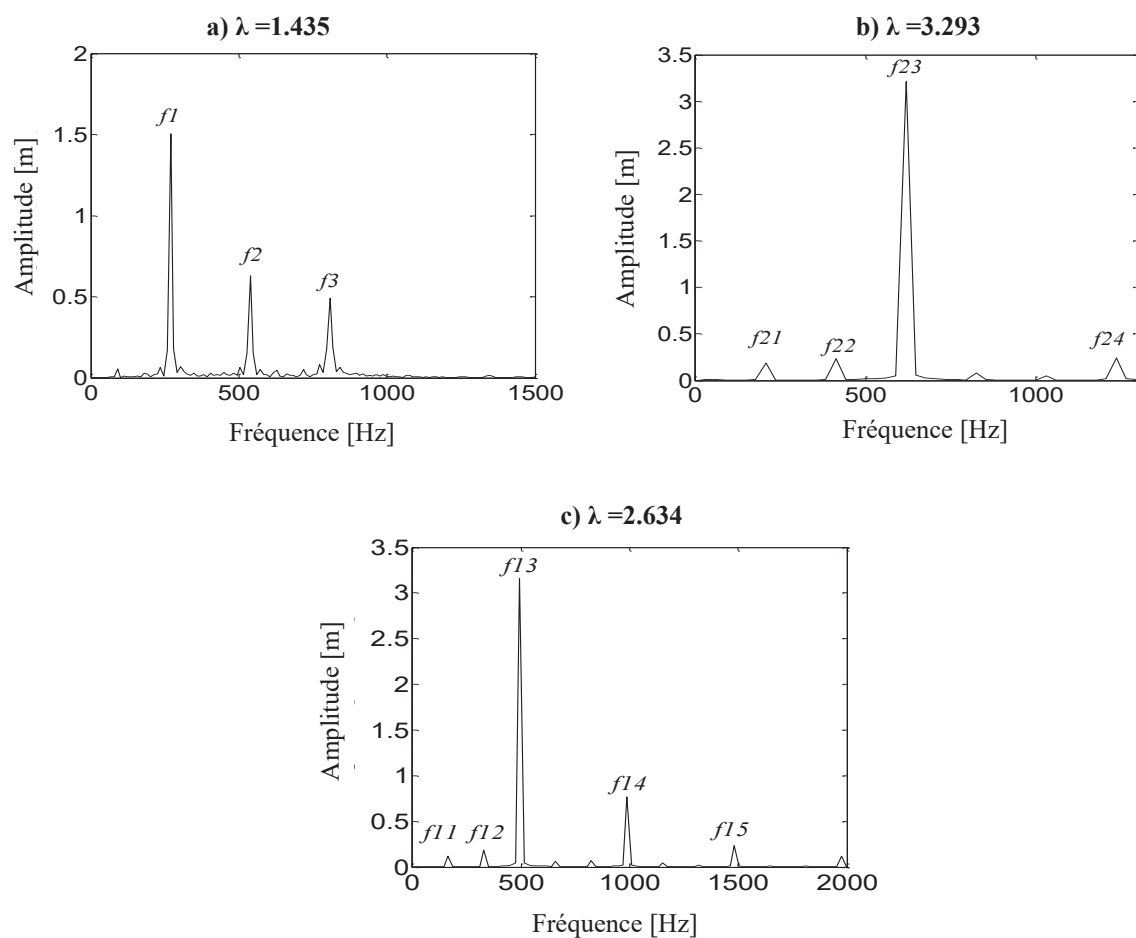
**Tableau 4.1** Données numériques du modèle étudié

|                       |                                                                                                    |
|-----------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Matériau : 42CrMo4    | $\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$                                                                       |
| Rigidités des paliers | $k_{x1} = k_{y1} = k_{x2} = k_{y2} = 2.10^8 \text{ (N/m)}, k_{z1} = k_{z2} = 4.10^8 \text{ (N/m)}$ |
| Rigidités des arbres  | $k_{\theta 1} = k_{\theta 2} = 310^5 \text{ (N/m/rd)}$                                             |
| Nombre de dentures    | $Z_1 = 45, Z_2 = 18$                                                                               |
| Module de dentures    | $m = 0.004$                                                                                        |
| Raideur moyenne       | $K_{\text{moy}} = 410^8 \text{ (N/m)}$                                                             |
| Rapport de conduite   | $\varepsilon_a = 1.56$                                                                             |
| Angle de pression     | $\alpha_p = 20^\circ$                                                                              |

Afin de calculer la réponse dynamique temporelle et fréquentielle du système d'engrenage de l'éolienne Darrieus, on adopte la méthode de Newmark (voir annexe A), afin de résoudre le système d'équations (2.16-2.29) de son modèle dynamique, détaillé auparavant au chapitre 2.

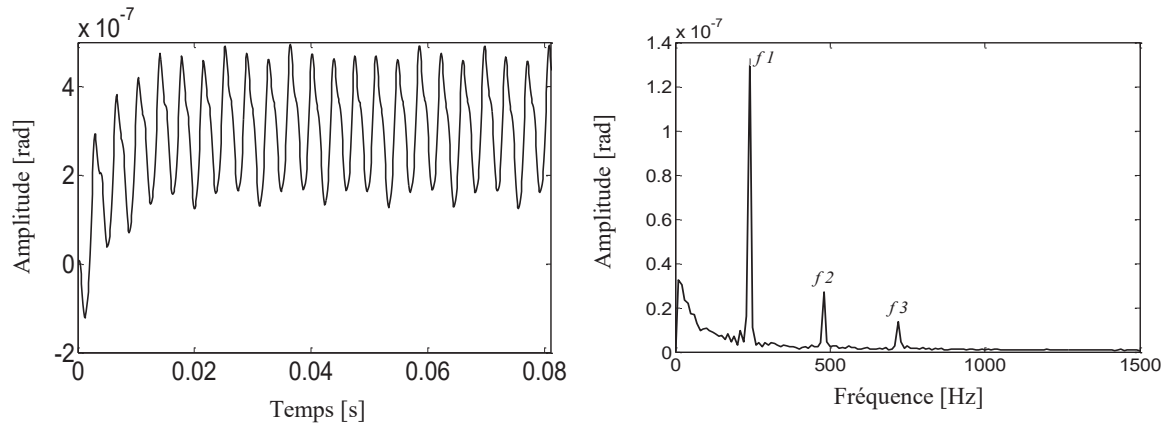
## 2.1 Effet de la vitesse spécifique sur la réponse dynamique du système d'engrenage

L'étude de l'impact de la vitesse spécifique sur le comportement dynamique du système d'engrenage implique, par ailleurs, trois couples excitateurs dont les fréquences sont respectivement  $(f1, f2, f3)$  pour  $\lambda=1.435$ ,  $(f11, f12, f13, f14, f15)$  pour  $\lambda=2.634$  et  $(f21, f22, f23, f24)$  pour  $\lambda=3.293$  (voir figure 4.1).

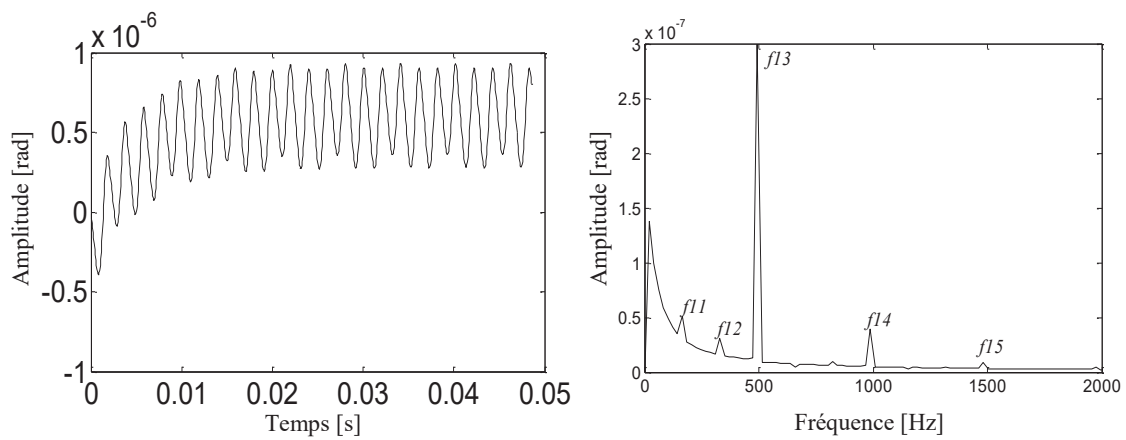


**Figure 4.1** Fréquences d'excitations externes

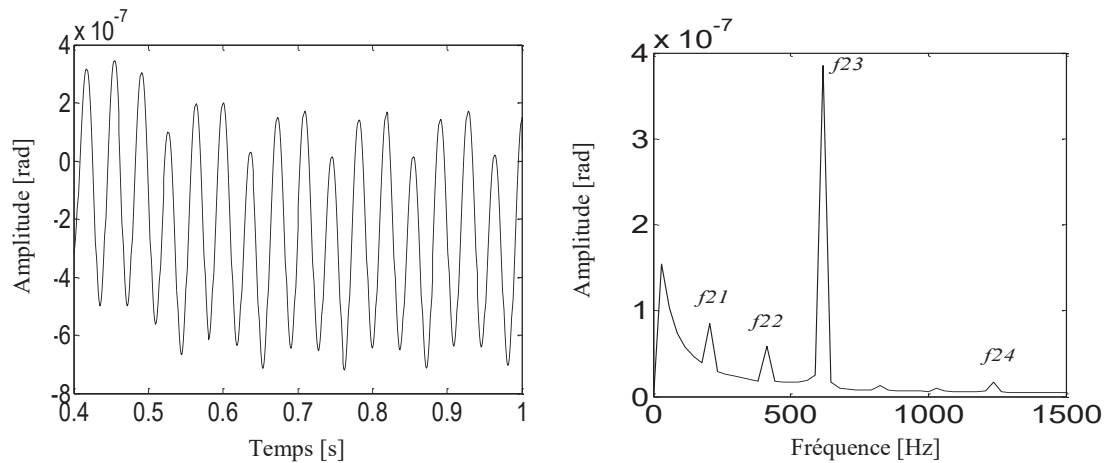
Les déplacements angulaires et leurs spectres correspondant, au premier et au second paliers, sont respectivement illustrés sur les figures 4.2-4.4.



**Figure 4.2** Déplacement angulaire et son spectre correspondant (direction  $\Phi1$ )



**Figure 4.3** Déplacement angulaire et son spectre correspondant (direction  $\Psi1$ )

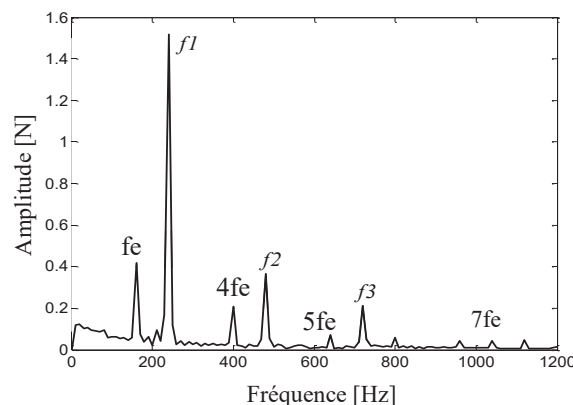


**Figure 4.4** Déplacement angulaire et son spectre correspondant (direction  $\Phi2$ )

D'après les réponses temporelles, on note, particulièrement, un caractère non-stationnaire des fluctuations au niveau des paliers à cause du type du chargement.

Afin de déterminer l'origine de ces fluctuations, une représentation spectrale du signal est indispensable. Cette dernière, obtenue par le calcul de la FFT de la réponse temporelle, permet de passer du domaine temporel au domaine fréquentiel. Cette représentation spectrale fait apparaître des pics correspondant uniquement aux fréquences d'excitations du couple aérodynamique suivantes :  $(f1, f2, f3)$  (figure 5.2),  $(f11, f12, f13, f14, f15)$  (figure 5.3) et  $(f21, f22, f23, f24)$  (figure 4.4).

La figure 4.5 illustre le spectre de la force dynamique d'engrènement. Des pics présents correspondent à la fois aux fréquences d'excitation extérieures du couple aérodynamique et celles intérieures des fréquences d'engrènement «  $f_e$  » et ses harmoniques ( $n.f_e$ ).

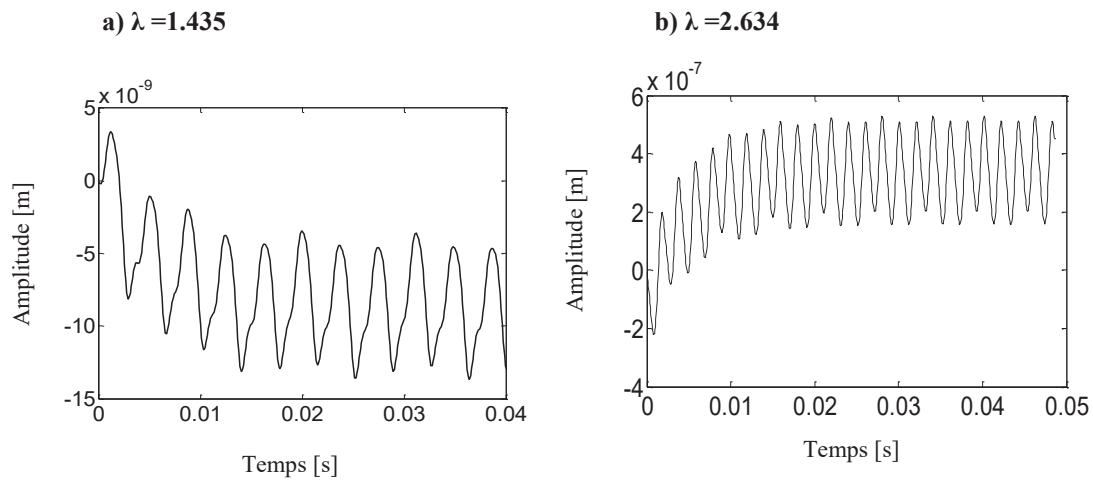


**Figure 4.5** Spectre de la force dynamique d'engrènement ( $\lambda = 1.435$ )

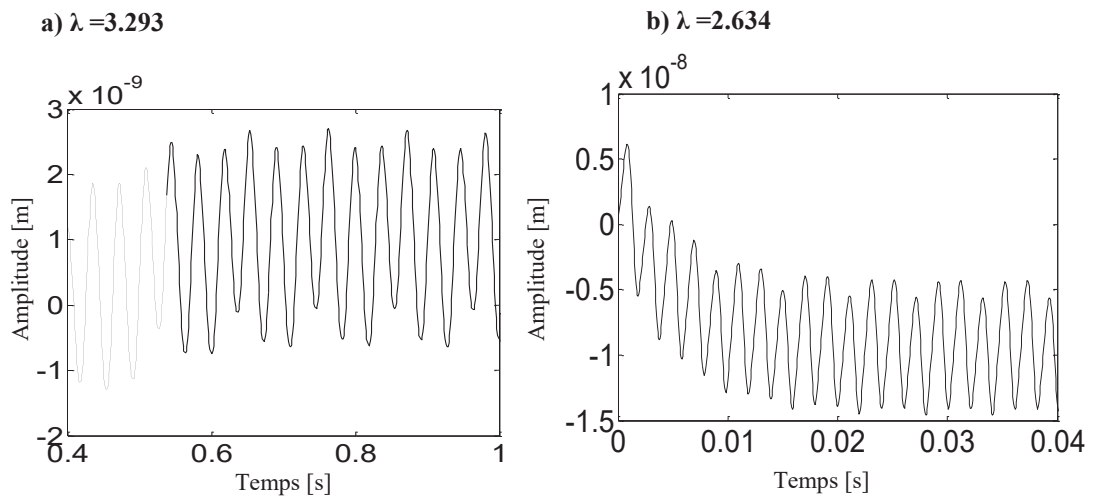
Les figures 4.6 et 4.7 présentent l'impact de la vitesse spécifique sur le comportement dynamique du système d'engrenage.

Si la vitesse spécifique augmente de 1.435 à 2.634, on note l'augmentation modérée de l'amplitude maximale de vibration des paliers. Citons à titre d'exemple, l'augmentation de l'amplitude de déplacement du second palier dans la direction Y de  $5 \cdot 10^{-9}$  m à  $610^{-7}$  m (figure 4.6).

Au-delà de  $\lambda = 2.634$ , l'amplitude de vibration des paliers se réduit légèrement. Par exemple, la réponse dynamique du second palier dans la direction X passe de  $10^{-8}$  m à  $3 \cdot 10^{-9}$  m (figure 4.7). Ces résultats sont alors prédictibles dans la mesure où l'amplitude de vibration des paliers de chaque direction est proportionnelle à l'amplitude maximale du couple aérodynamique.



**Figure 4.6** Réponses temporelles des déplacements dynamiques (direction Y2)



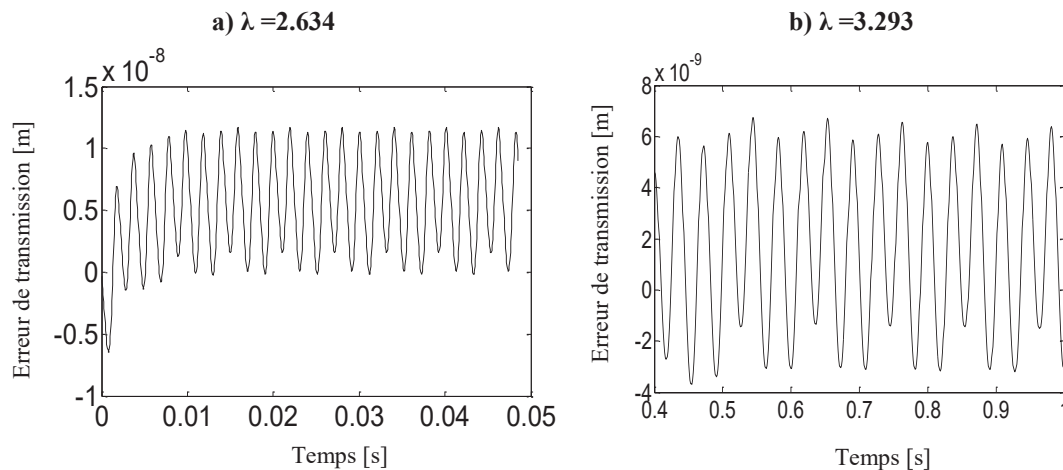
**Figure 4.7** Réponses temporelles des déplacements dynamiques (direction X2)

La caractérisation dynamique de la réponse vibratoire du système de transmission impose, par ailleurs, l'étude de l'évolution instantanée de l'erreur de transmission.

Dans ce sens, l'effet de la vitesse spécifique sur l'évolution de l'erreur de transmission dynamique est présenté par la figure 4.8. Cette figure montre des fluctuations ayant de faibles amplitudes de vibration même l'amplitude maximale se limite à  $10^{-8}$  m, d'où, la présence des conditions de sécurité et la limitation de l'endommagement des dents.

Comme prévu au niveau des figures précédentes, on note les mêmes constatations. À titre d'exemple, l'augmentation de la vitesse spécifique de  $\lambda = 2.634$  à  $\lambda = 3.293$  entraîne une légère diminution des fluctuations de dentures qui se réduit à  $810^{-9}$  m.





**Figure 4.8** Évolution temporelle de l'erreur de transmission dynamique

En résumé, les différentes vitesses spécifiques entraînent des fluctuations de faibles amplitudes de vibration, même leur valeur maximale est de  $10^{-6}$  m. Par conséquent, la réponse dynamique du système d'engrenage, utilisé dans l'éolienne Darrieus, est peu sensible à la variation de la vitesse angulaire du rotor.

La vitesse spécifique étant  $\lambda=2.634$ , l'éolienne génère à la fois un rendement maximal avec des niveaux de vibrations acceptables d'où l'adoption de telles conditions de fonctionnement.

## 2.2 Effet de la solidité sur la réponse dynamique du système d'engrenage

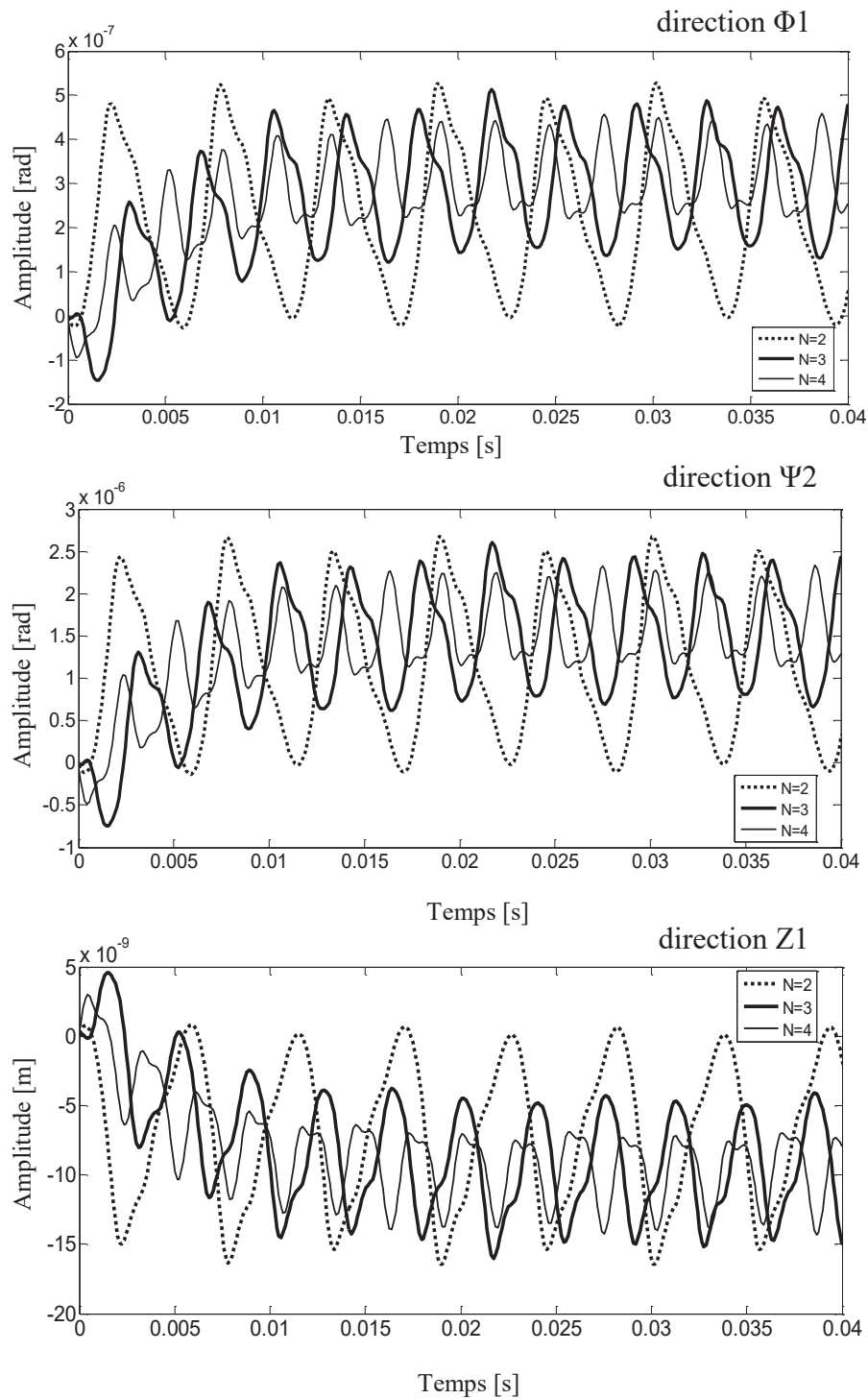
Cette partie porte essentiellement sur l'influence de la solidité sur la réponse dynamique du système d'engrenage en régime non-stationnaire. Par ailleurs, cette réponse est étudiée à différentes vitesses spécifiques, tout en variant le nombre de pales, afin d'analyser soigneusement le comportement dynamique du système d'engrenage.

Dans ce cas, l'excitation extérieure de ce système est assurée par les couples relatifs à chaque configuration selon des vitesses spécifiques variées. Ces couples sont, en fait, établis dans le chapitre 3.

Figures 4.9-4.11 illustrent l'impact de la solidité sur la réponse dynamique du système d'engrenage dans le régime non-stationnaire, à différentes vitesses spécifiques.

Concernant la figure 4.9, elle présente les vibrations dynamiques des paliers au niveau de trois direction ( $\Phi 1$ ,  $\Psi 2$  et  $Z 1$ ) à une faible valeur de la vitesse spécifique ( $\lambda = 1.435$ ).

On remarque que les vibrations dynamiques des paliers sont très oscillantes ; celles les plus brusques sont enregistrées dans le cas d'une éolienne bipale.

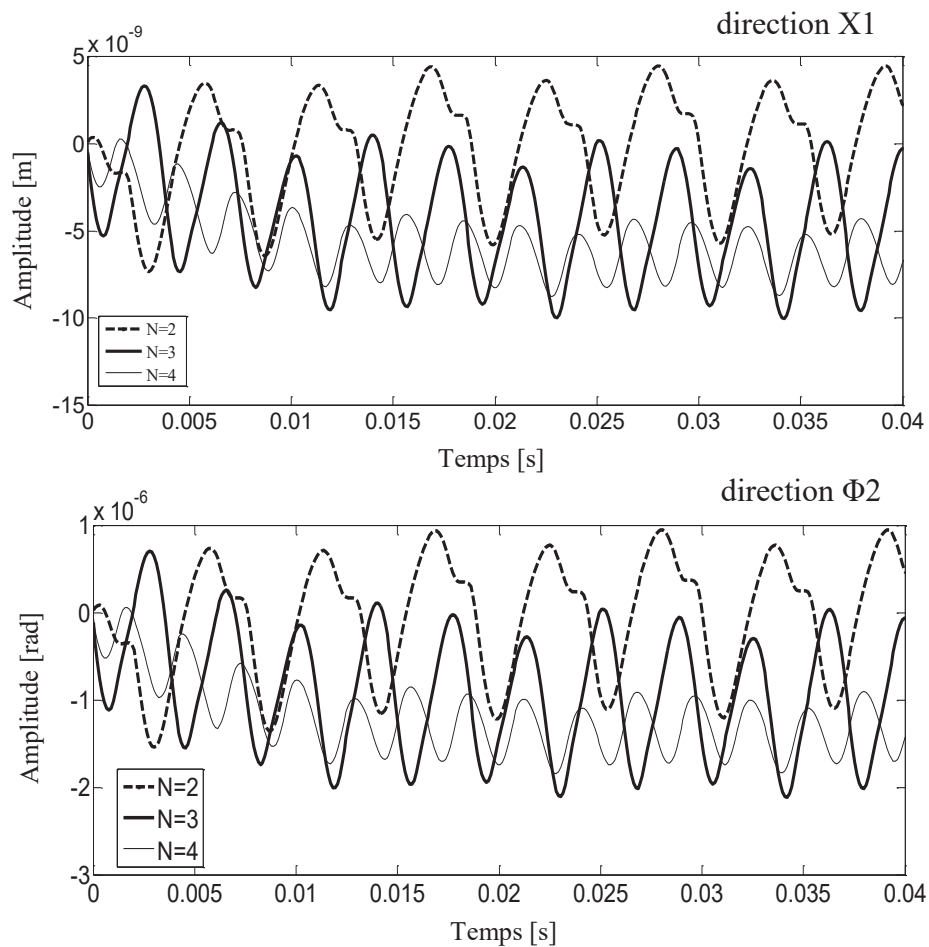


**Figure 4.9** Réponse dynamique du système d'engrenage pour TSR=1.435

Selon la figure 4.9, on note que le passage de trois à quatre pales entraîne une réduction moins importante de l'amplitude de vibration des paliers comparé au passage de deux à trois pales.

La figure 4.10 montre les déplacements linéaire et angulaire des paliers, enregistrés à  $TSR=2.634$ , selon les directions respectivement  $X1$  et  $\Phi2$ .

On note que les vibrations entre les pics minimaux et maximaux, ainsi que l'amplitude maximale de vibration se réduisent au fur et à mesure qu'on augmente le nombre des pales. Il semble que les éoliennes à trois et à quatre pales présentent le comportement vibratoire le plus stable. Notamment, celle équipée de quatre pales a le minimum de vibrations dynamiques.

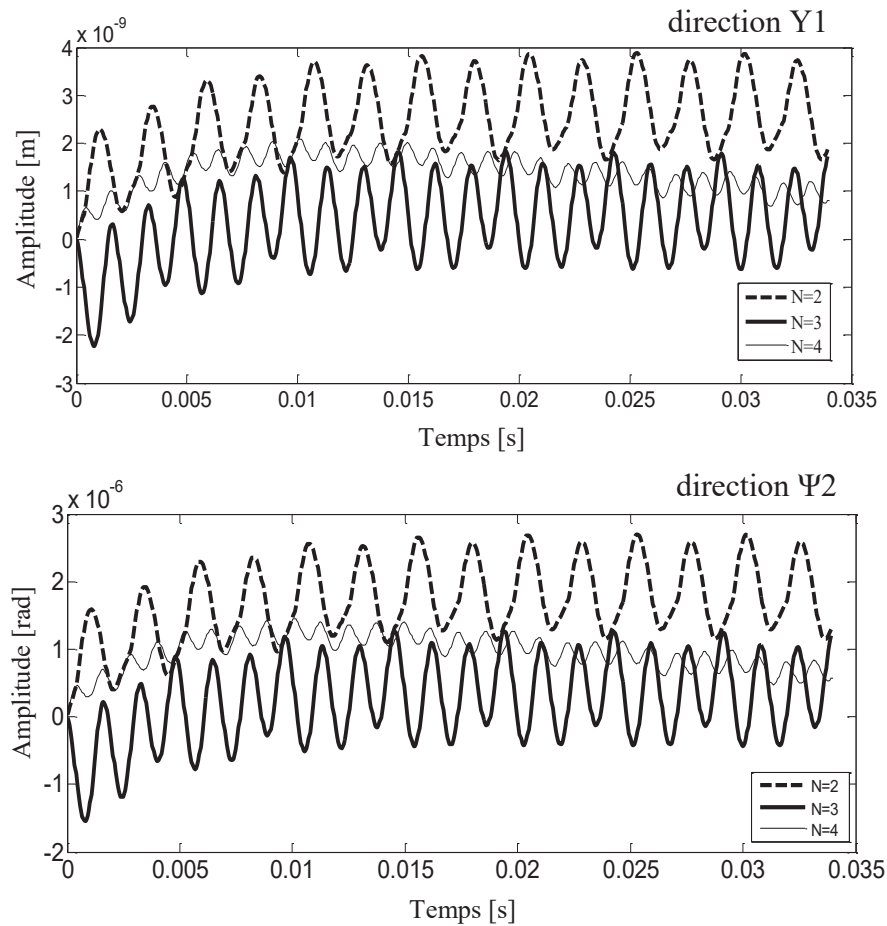


**Figure 4.10** Réponse dynamique du système d'engrenage pour  $TSR=2.634$

Les vibrations dynamiques des paliers, à  $TSR = 3.293$ , dans les directions  $Y1$ ,  $\Psi2$  sont illustrées par la figure 4.11.

C'est en passant de deux à quatre pales, qu'on observe une réduction considérable des amplitudes de déplacement des paliers.

Par rapport aux autres configurations, l'éolienne à quatre pales présente de faibles fluctuations



**Figure 4.11** Réponse dynamique du système d'engrenage pour TSR=3.293

L'effet de la solidité sur l'évolution temporelle de l'erreur de transmission dynamique est présenté, à différents TSRs, par la figure 4.12.

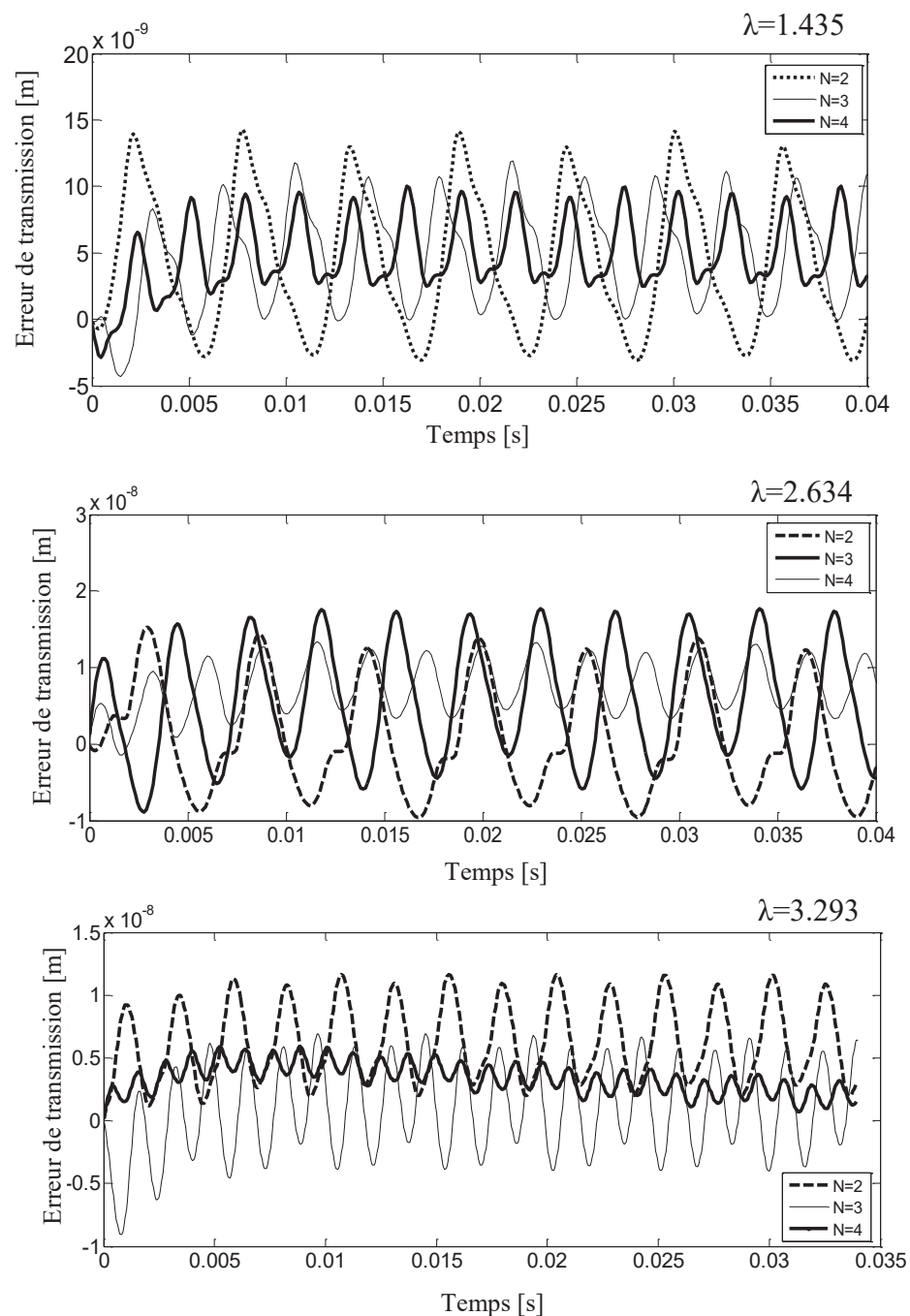
On note les mêmes constatations relatives aux déplacements des paliers. En fait, l'augmentation du nombre de pales entraîne une diminution des fluctuations de dentures.

Par ailleurs, on constate des fluctuations de faible amplitude de vibration dont l'amplitude maximale est de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-8}$  m à TSR = 2.634.

L'étude réside dans la mise en valeur de la réponse dynamique du système d'engrenage, selon différentes vitesses spécifiques, issu du changement du nombre de pales, dans le but de prédire son comportement dynamique. On note ainsi que ce dernier dépend nécessairement du nombre de pales. En effet, leur augmentation génère une diminution considérable des vibrations dynamiques des paliers.

Cependant, au-delà de trois pales, on constate une perte de rendement aérodynamique. C'est pourquoi, un compromis entre la diminution des vibrations d'un côté et la perte de performance de l'autre est strictement nécessaire.

Considérant le couplage entre les charges aérodynamiques complexes et les vibrations mécaniques du système d'engrenage, il semble donc préférable de sélectionner la configuration de l'éolienne tripale. Cette configuration donne lieu à un rendement maximal, achevé à une vitesse spécifique bien déterminé ( $\lambda=2.634$ ) avec des vibrations dynamiques acceptables.

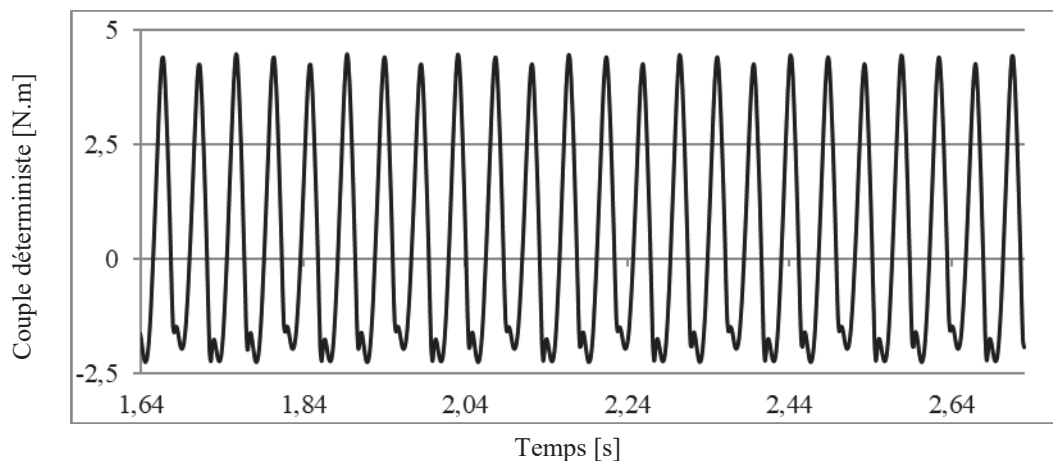


**Figure 4.12** Effet de la solidité sur l'évolution temporelle de l'erreur de transmission

## 2.3 Réponse dynamique du modèle déterministe au fonctionnement optimal

Rappelons que le point de fonctionnement optimal de l'éolienne est caractérisé par un rendement maximal de l'ordre de 37%, achevé à une vitesse spécifique idéale ( $\lambda = 2.634$ ) selon une configuration tripale.

Le couple aérodynamique instantané, généré dans ces mêmes conditions de fonctionnement optimal, est illustré par la figure ci-dessous :



**Figure 4.13** Evolution instantanné du couple aérodynamique optimal

La liste des figures 4.14 à 4.17 illustre la réponse dynamique du système d'engrenage de l'éolienne à excitation déterministe (voir figure 4.13).

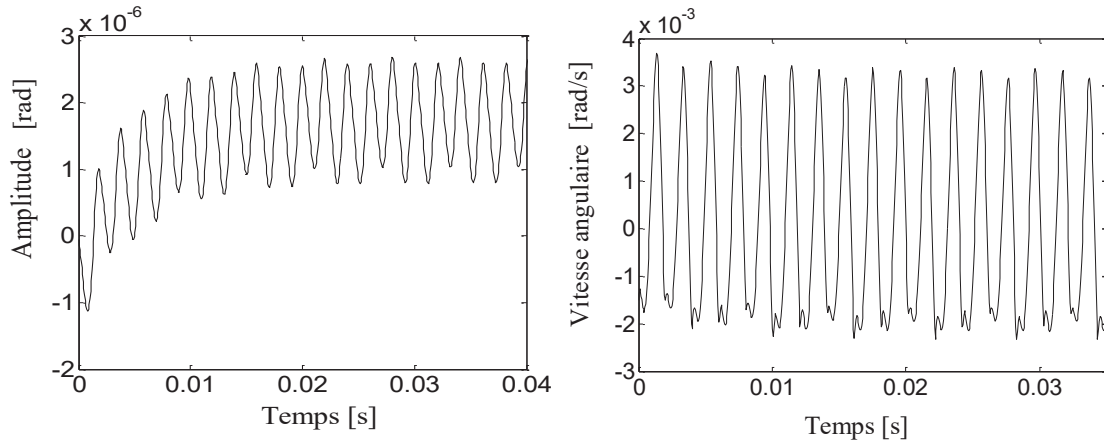
Les figures 4.14 et 4.15, à leur tour, présentent les déplacements angulaires et leurs vitesses instantanées correspondantes du deuxième palier, respectivement dans les directions  $\psi$  et  $\Phi$ .

Quant à la figure 4.16, elle présente les fluctuations temporelles du déplacement linéaire et sa vitesse correspondante du deuxième palier dans la direction Z. D'après ces figures, on note des fluctuations périodiques avec des amplitudes de vibration adéquates.

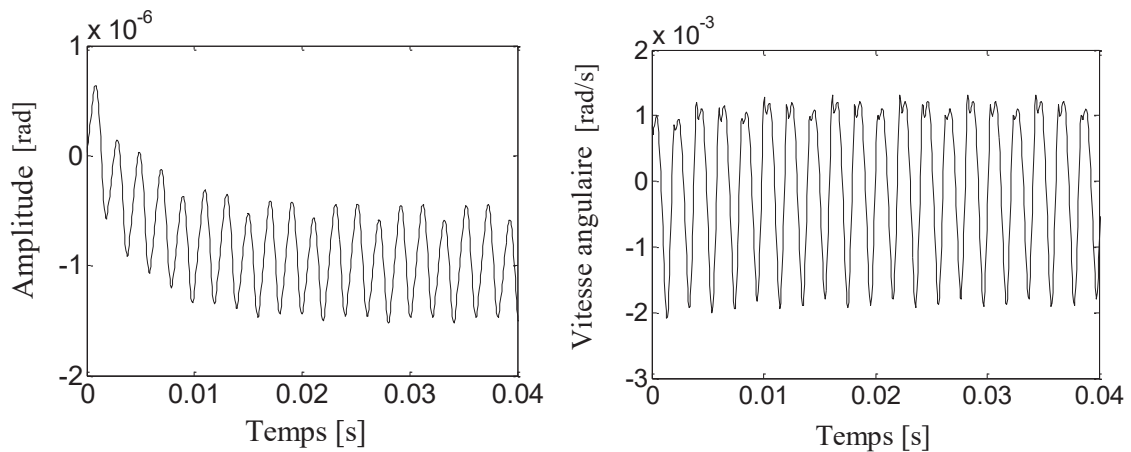
Concernant la figure 4.17, elle montre l'évolution de l'orbite du second palier. Ce dernier est construit en fonction des déplacements relatifs autour des deux directions X et Y. On note que les déplacements linéaires relatifs du second palier sont caractérisés par une symétrie de comportement des paliers.

La comparaison entre les deux modèles dynamiques avec et sans incertitude nécessite, dans un premier temps, l'étude du comportement dynamique du système d'engrenage à excitation déterministe (figure 4.13), déjà effectuée. Alors que la deuxième étape sera consacrée à l'étude

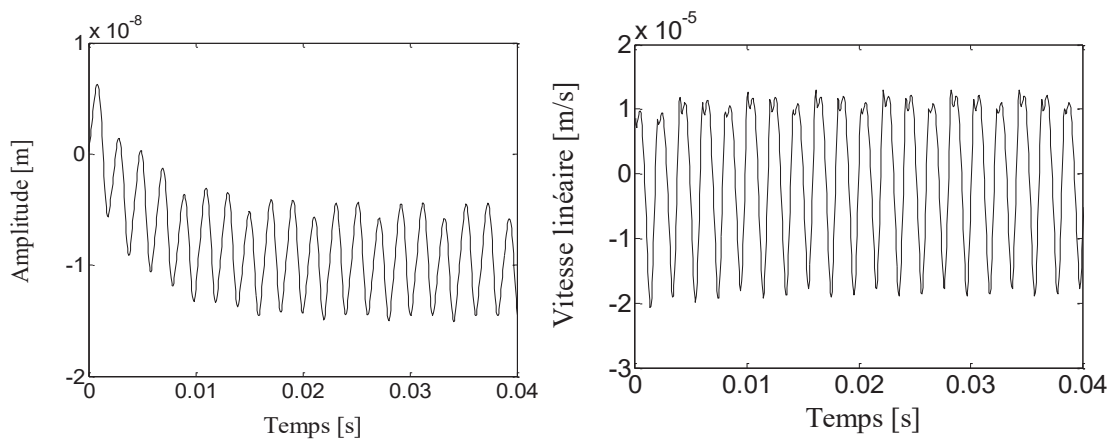
de la réponse dynamique du système d'engrenage de l'éolienne à paramètre incertain, étant le coefficient de performance  $C_p$ . En fait, ce paramètre présente une préoccupation importante pour la conception des rotors ainsi que la caractérisation du rendement des éoliennes.



**Figure 4.14** Déplacement et vitesse angulaire du deuxième palier (direction  $\Psi$ )

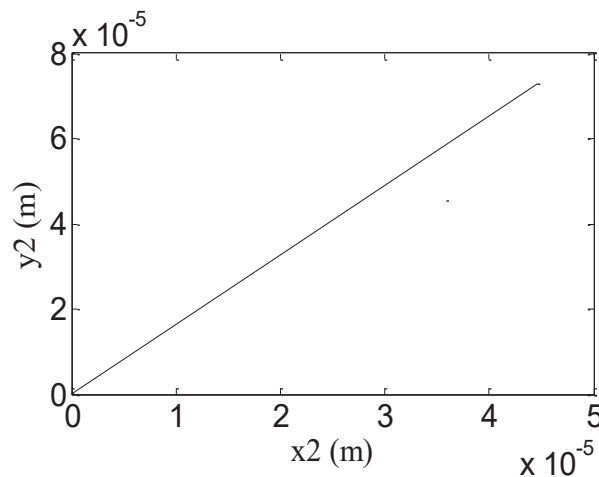


**Figure 4.15** Déplacement et vitesse angulaire du deuxième palier (direction  $\Phi$ )



**Figure 4.16** Déplacement et vitesse linéaire du deuxième palier (direction  $Z$ )





**Figure 4.17** Évolution du second palier  $y_2(t)=f(x_2 (t))$

### 3 Extension au cas stochastique : Robustesse d'une transmission par engrenage dans une éolienne Darrieus

A ce niveau, on va adopter la méthode du Chaos Polynomial, déjà détaillée au chapitre 2, afin d'étudier l'effet des charges aérodynamiques stochastiques sur la réponse dynamique du système d'engrenage de l'éolienne.

Il s'agit, en fait, d'évaluer l'efficacité d'une telle approche probabiliste. Dans cette étude, on considère, ainsi, une seule variable aléatoire dans le modèle probabiliste (système d'équations 2.55), qui s'avère le coefficient de performance  $C_p$ . Celui-ci est supposé régi par une loi de distribution uniforme sur un intervalle de dispersion  $[a, b] = [0.262, 0.37]$ . Ces bornes présentent respectivement les valeurs expérimentales et numériques de  $C_p$ , soit la valeur expérimentale établie par Raciti Castelli et al (Raciti Castelli et al. 2011) et la valeur numérique issue de notre simulation CFD (voir figure 3.4).

Le choix de ces bornes n'est pas arbitraire : la modélisation numérique ne permet pas une solution précise mais se rapproche plutôt des données expérimentales exactes. En fait, la différence entre la modélisation numérique et les données expérimentales réside dans les erreurs géométriques (Siddiqui et al. 2015) ainsi que les approximations diverses comme le raffinement de maillage, le type de modèle de turbulence, la précision du temps de calcul, ect...

La liste des figures 4.18-427 illustre les résultats du développement du Chaos Polynomial.

Dans le cadre de ce travail, les calculs ont été effectués en utilisant le même ordre du chaos ( $p=4$ ), qui représente l'ordre de troncature adapté à ce problème stochastique en se basant sur la méthode spectrale de Galerkin.

Concernant la figure 4.18, elle présente les fluctuations temporelles du couple aérodynamique en tenant compte de l'incertitude reliée au coefficient de performance.

Ce signal présente des oscillations aléatoires au cours du temps. Les faibles valeurs du couple stochastique générées sont dues à la taille réduite de l'éolienne étudiée (voir tableau 3.1).

Quant à la figure 4.19, elle présente les fluctuations temporelles moyennes ainsi que l'écart type correspondant du déplacement angulaire  $\theta_{12}(t)$  du premier palier.

La valeur moyenne et l'écart type du déplacement angulaire de sortie  $\theta_{22}(t)$  sont présentés par la figure 4.20.

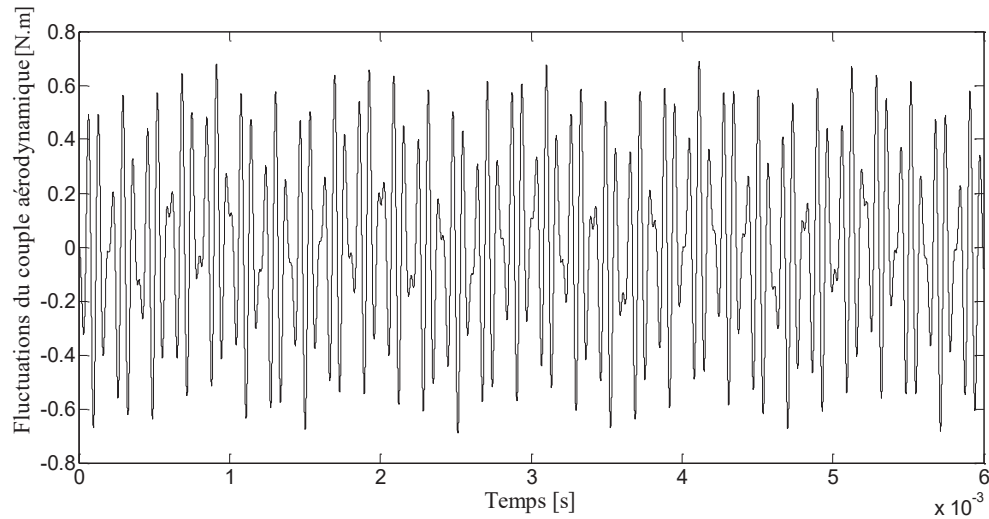
Les figures 4.21 et 4.22 présentent, à leur tour, les valeurs moyennes et les écarts types des déplacements angulaires du deuxième palier respectivement selon les deux directions Y et Z.

En ce qui concerne les figures 4.23 et 4.24, elles montrent les valeurs moyennes et les écarts types des déplacements du second palier respectivement dans les directions X et Z.

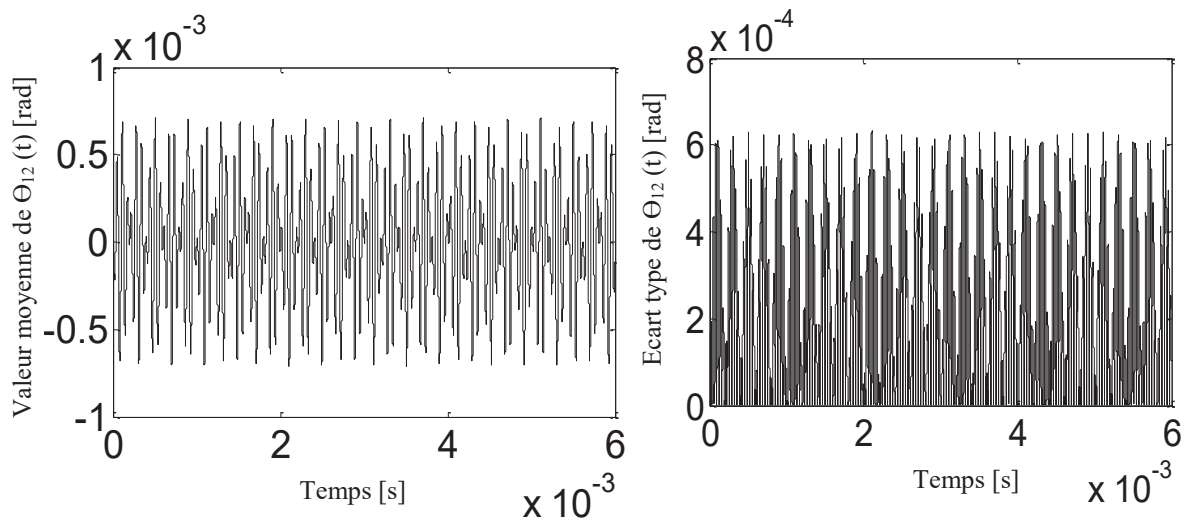
La figure 4.25 illustre la valeur moyenne ainsi que l'écart type instantanées de la vitesse angulaire de sortie  $\dot{\theta}_{22}(t)$ .

La figure 4.26 présente quant à elle les fluctuations moyennes de l'erreur de transmission de l'engrenage.

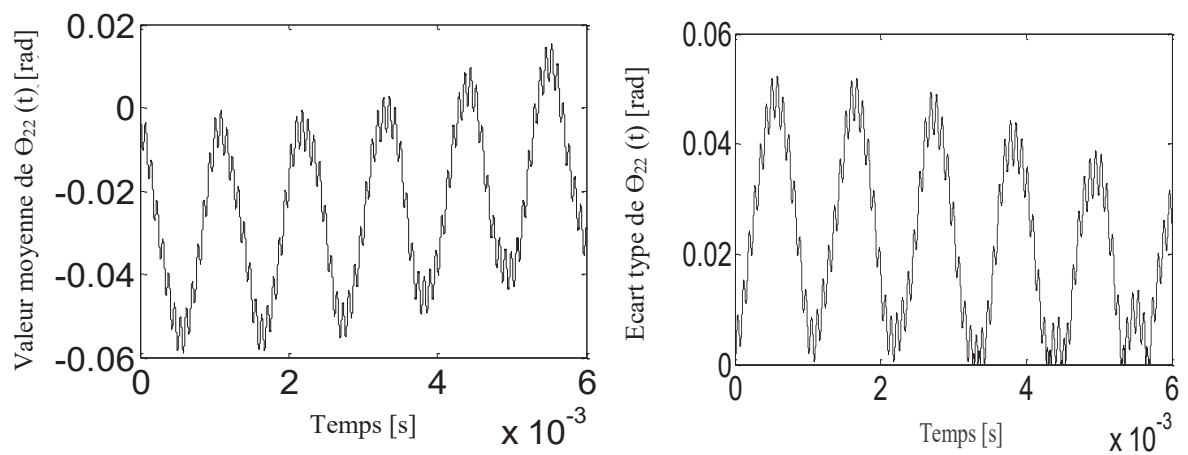
On peut également caractériser la réponse dynamique du système d'engrenage par l'analyse de l'orbite. Dans ce contexte, la figure 4.27 montre l'évolution de l'orbite y en fonction de x pour le deuxième palier.



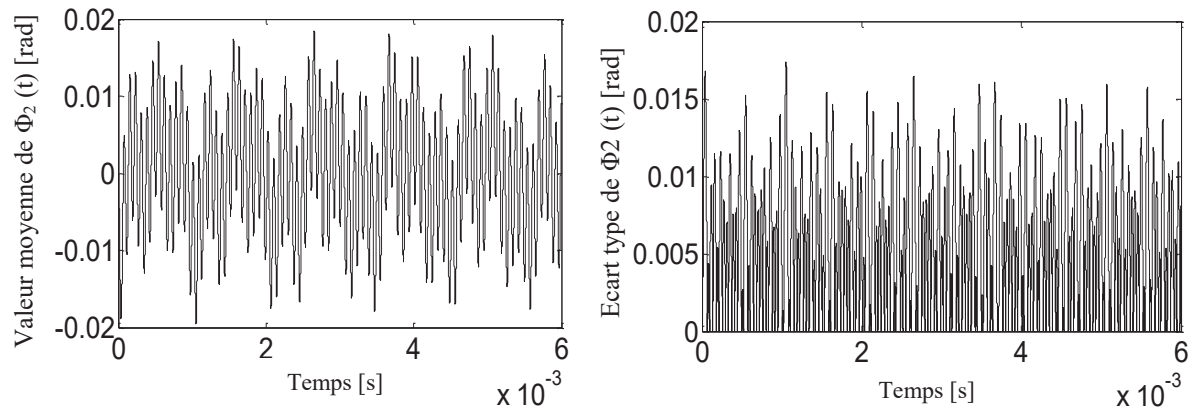
**Figure 4.18** Fluctuations du couple aérodynamique stochastique



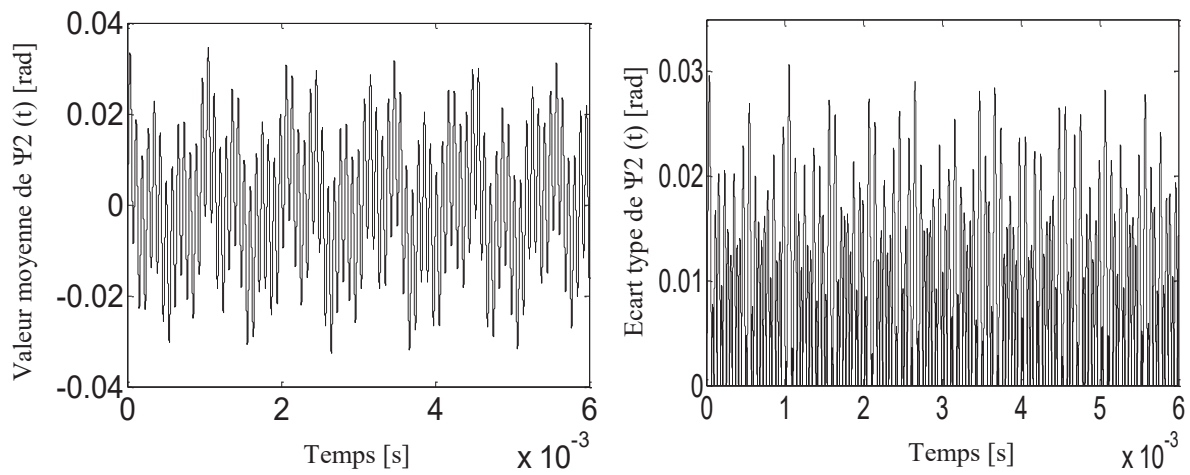
**Figure 4.19** Valeur moyenne instantanée et l'écart type de  $\theta_{12}(t)$



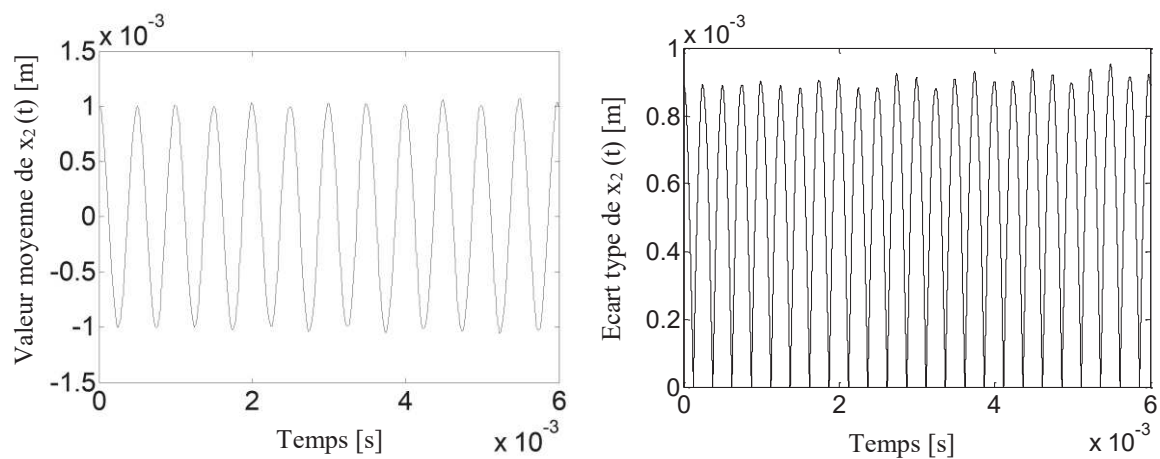
**Figure 4.20** Valeur moyenne instantanée et l'écart type de  $\theta_{22}(t)$



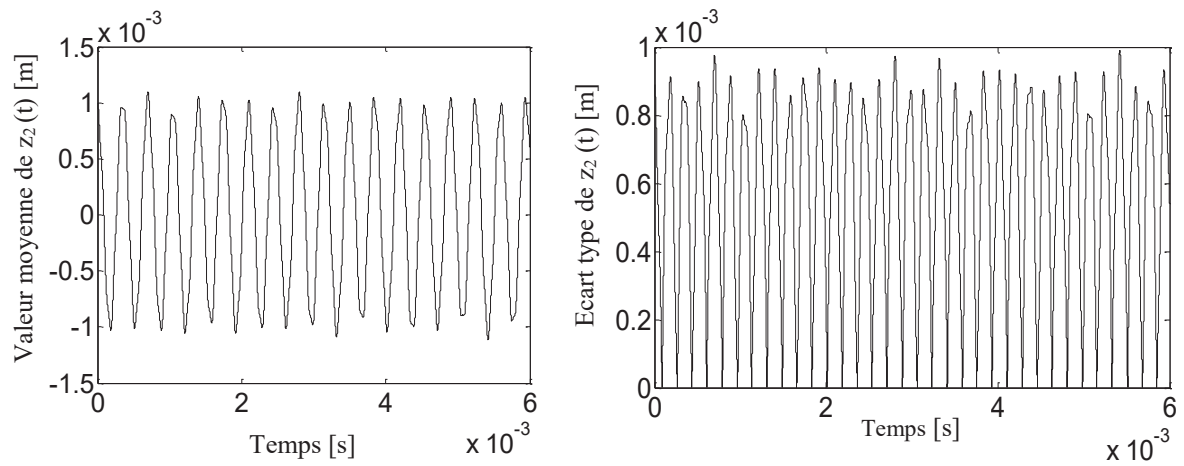
**Figure 4.21** Valeur moyenne instantanée et l'écart type de  $\Phi_2(t)$



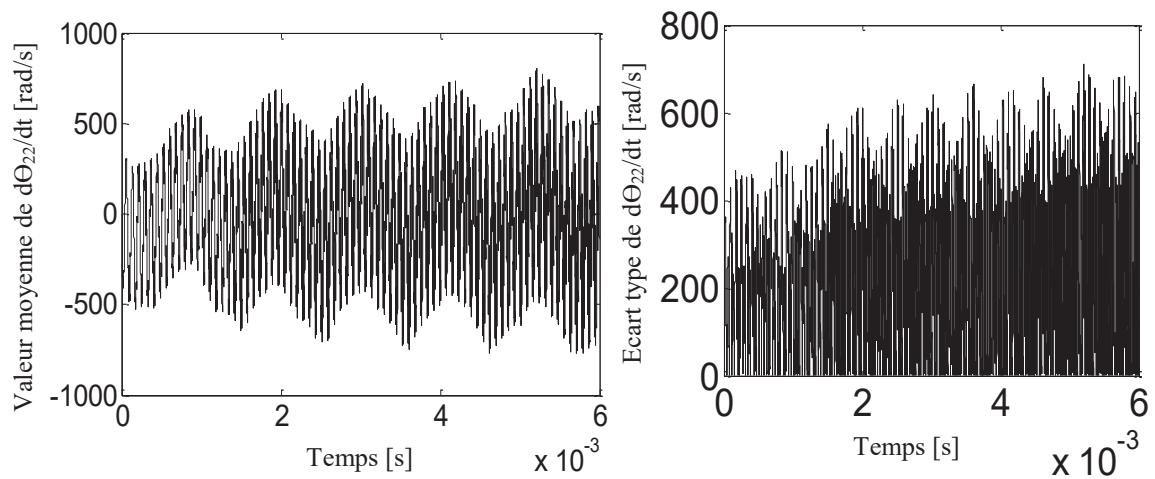
**Figure 4.22** Valeur moyenne instantanée et l'écart type de  $\psi_2(t)$



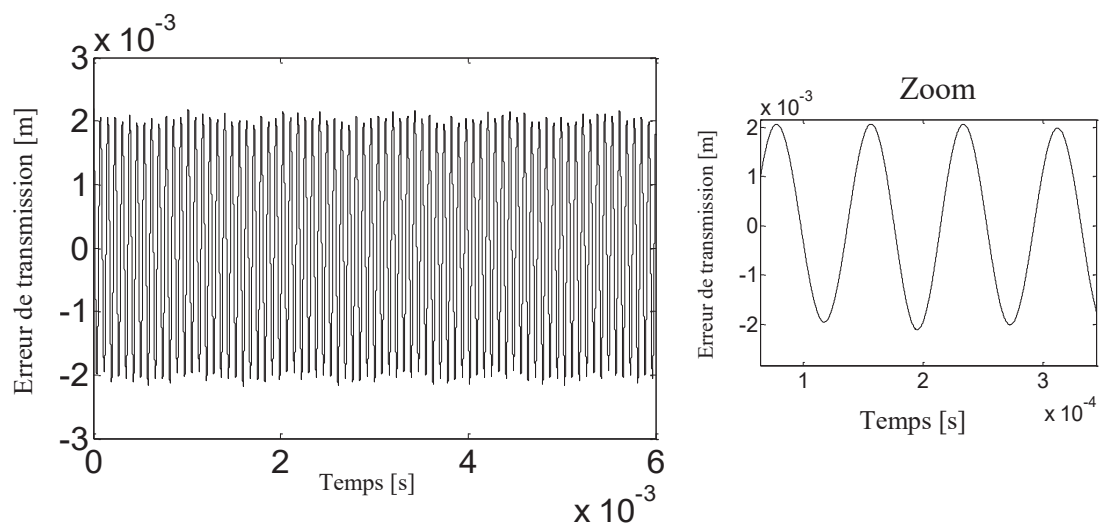
**Figure 4.23** Valeur moyenne instantanée et l'écart type de  $x_2(t)$



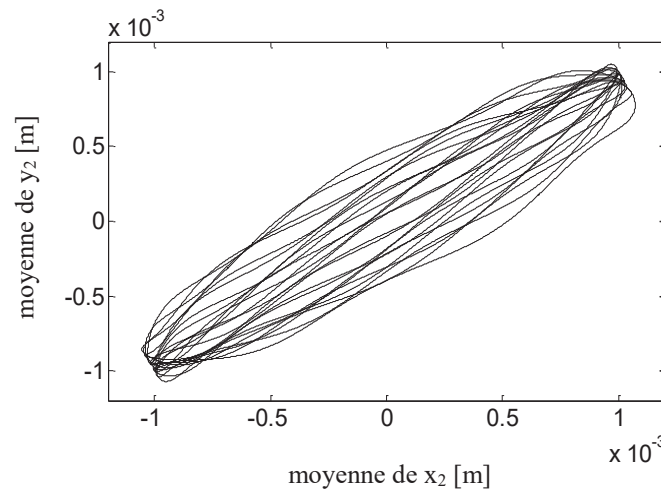
**Figure 4.24** Valeur moyenne instantanée et l'écart type de  $z_2(t)$



**Figure 4.25** Valeur moyenne instantanée et l'écart type de la vitesse angulaire de sortie



**Figure 4.26** Valeur moyenne instantanée de l'erreur de transmission



**Figure 4.27** Évolution du déplacement du palier  $y_2 = f(x_2)$

Généralement, la réponse dynamique du système d'engrenage se comporte d'une manière arbitraire.

Selon les figures 4.19-4.24, les valeurs moyennes des déplacements des paliers fluctuent aléatoirement autour de leurs conditions aux limites, qui s'avèrent zéro pour les déplacements angulaires et  $10^{-3}$  pour ceux qui sont linéaires.

L'écart type, à son tour, contribue à estimer le domaine de variation de la réponse dynamique. En fait, il permet de définir l'étendue de la distribution autour de la valeur moyenne. On constate bien que celle-ci et l'écart type du déplacement dynamique ont toujours le même ordre d'amplitude (Bel Mabrouk et al. 2017, Tounsi et al. 2016). On note les mêmes observations pour la figure 4.25.

D'après la figure 4.26, la valeur moyenne fluctue de façon aléatoire autour de zéro, par rapport au cas déterministe (figure 4.8 (a)). Celle-ci présente un cas particulier de la figure 4.26. En effet, dans le cadre du cas déterministe, le coefficient de performance prend une valeur constante à chaque instant  $t$ , contrairement au modèle aléatoire où celui-ci varie aléatoirement à chaque instant  $t$  selon l'intervalle  $[0.262 \ 0.37]$ . Il en résulte ainsi de nombreuses courbes de déflexion des dents relatives à chaque valeur de  $C_p$ . D'où la précision de tel résultat par rapport à celui de la figure 4.8 (a).

Considérant la figure 4.27, on note que l'orbite du modèle stochastique se comporte d'une façon arbitraire vis-à-vis celui de modèle déterministe (figure 4.17).

Pour conclure, la réponse dynamique aléatoire présente des différences quantitatives considérables comparant à la réponse déterministe. Ceci est motivé par une forte dispersion du

coefficient de performance stochastique, traduite par une variabilité importante des niveaux vibratoires de la réponse dynamique.

Du coup, le comportement vibratoire de l'éolienne est significativement affecté par l'incertitude du rendement aérodynamique.

Il semble que les modèles déterministes et stochastiques donnent lieu à des résultats assez différents. En effet, certains phénomènes très locaux ne peuvent pas être retranscrits juste par une simple théorie déterministe. Celle-ci est donc à réserver exclusivement à des études paramétriques, alors que les méthodes spectrales du chaos polynomial seront plutôt utiles à des simulations de robustesse des systèmes dynamiques non linéaire.

En résumé, l'approche spectrale intrusive proposée est un outil probabiliste efficace pour modéliser la propagation des incertitudes ainsi que la dispersion des charges aérodynamiques aléatoire dans la réponse dynamique du système d'engrenage.

Il s'agit de prendre en considération l'incertitude des paramètres afin d'évaluer la robustesse de la réponse dynamique de l'éolienne Darrieus. Finalement, l'analyse robuste de son comportement dynamique prouve également la forte corrélation entre les phénomènes aérodynamiques complexes et les vibrations dynamiques du système d'engrenage.

## 4 Conclusion

Dans le cadre de l'étude paramétrique, l'effet de la vitesse spécifique ainsi que la solidité sur le comportement dynamique du système d'engrenage a été traité à différentes phases. Il en découle que la réponse dynamique de ce système s'avère peu sensible à la variation de la vitesse angulaire du rotor et cependant, affectée par le nombre de pales. C'est que l'augmentation de ces dernières génère ainsi une diminution considérable des vibrations dynamiques, notamment à des vitesses réduites élevées.

Une telle corrélation entre les phénomènes aérodynamiques complexes d'une part et le comportement vibratoire du système d'engrenage de l'autre nous permet d'obtenir le point de fonctionnement optimal de l'éolienne. Ce point optimal, caractérisé par un coefficient de performance maximal de l'ordre de 37%, est achevé à une vitesse spécifique idéale ( $\lambda = 2.634$ ) pour la configuration du rotor tripale.

Passant à l'étude probabiliste, les résultats issus du développement du chaos polynomial ont montré une propagation considérable du coefficient de performance dans la réponse dynamique



du système d'engrenage d'éolienne par rapport au modèle déterministe. Celui-ci semble insuffisant pour une étude de robustesse, ce qui met en valeur l'efficacité et la précision de l'approche du chaos polynomial d'une part et prouve, d'autre part, le couplage entre les charges aérodynamiques et les vibrations dynamiques des paliers de l'éolienne.

## Conclusion et perspectives

Le travail de la présente thèse s'est articulé principalement autour d'une étude robuste du comportement dynamique global d'une éolienne à axe vertical de type Darrieus. Le problème traité est d'analyser les réponses dynamiques du système de transmission de puissance de l'éolienne étudiée en tenant compte de différentes sources d'incertitude et de la non-linéarité.

L'objectif était d'établir un couplage entre les phénomènes aérodynamiques complexes et les vibrations dynamiques du système d'engrenage en présence des incertitudes. Afin de pouvoir résoudre le problème dans sa totalité, on doit développer à la fois un modèle mathématique régissant la complexité de l'écoulement autour du rotor Darrieus et un autre traduisant l'évolution dans le temps de la réponse dynamique du système de transmission de puissance en présence des incertitudes.

La première partie de la thèse a été consacrée à une étude bibliographique sur le développement de la technologie et la modélisation des éoliennes à axe vertical de type Darrieus. Nous avons présenté l'aspect théorique ainsi que le principe de fonctionnement de ces éoliennes. Par ailleurs, nous avons énuméré les différentes méthodes de modélisation des charges aérodynamiques. D'après la littérature, les modèles empiriques sont couramment utilisés. Cependant, ils sont incapables de simuler avec précision la complexité de l'écoulement autour du rotor Darrieus. Les méthodes CFD permettent de s'affranchir de toutes les limitations des modèles empiriques. Elles sont entièrement fiables pour une modélisation complète et robuste de la turbulence instationnaire des éoliennes Darrieus. De plus, elles offrent une réduction considérable en termes de temps et de coûts comparés aux dispositifs expérimentaux. C'est pourquoi, nous avons adopté ces approches dans la modélisation des performances aérodynamiques de ces éoliennes. Par ailleurs, nous avons présenté les procédures de validation des modèles CFD traités dans la littérature. Nous avons développé également une revue de la littérature sur les différents paramètres aérodynamiques susceptibles d'influer le fonctionnement ainsi que le caractère instationnaire des éoliennes Darrieus. D'après ces études, il semble que la vitesse de rotation et le nombre de pales affectent considérablement le bon fonctionnement des éoliennes Darrieus par rapport aux autres paramètres.

Finalement, un état de l'art des approches de prise en compte des incertitudes est développée. D'après la littérature, il est évident que la méthode du Chaos Polynomial est la méthode la plus efficace pour une étude de robustesse des système dynamiques linéaire et non-linéaire. En fait, la méthode de Monte Carlo est prohibitive en terme de coût de calcul vu qu'elle nécessite beaucoup de tirages pour assurer une précision raisonnable. Quant à la méthode de perturbation, elle s'avère inappropriée pour traiter des problèmes dont les paramètres incertains présentent des dispersions importantes. Concernant les méthodes possibilistes, leurs applications aux problèmes de modélisation des vibrations dynamiques des systèmes restent sans succès notable.

Dans la deuxième partie, nous avons exposé le problème traité, celui de simuler le comportement dynamique du système d'engrenage simple étage de l'éolienne Darrieus soumis à des dispersions probabilistes préalablement identifiées par le couple aérodynamique d'entrée. Dans une première étape, nous avons développé un modèle dynamique tridimensionnel à paramètres concentrés décrivant le système d'engrenage conique simple étage. Le modèle étudié a été considéré à quatorze degrés de liberté. Dans une deuxième étape, nous avons présenté en détail les formalismes théoriques de la méthode de projection sur un chaos polynomial. Nous avons ensuite appliqué ces développements spectraux au système d'engrenage d'éolienne Darrieus en présence de paramètres incertains, considérés spécifiquement au niveau du rendement aérodynamique. Un système d'équation déterministe et couplé est alors généré.

La troisième partie est consacrée à l'évaluation de l'influence des paramètres fonctionnels et géométriques de l'éolienne Darrieus sur l'évolution du couple aérodynamique total en régime non-stationnaire. Pour cela, nous avons tout d'abord développé un schéma numérique 2D en utilisant le modèle de turbulence  $k-\omega$  SST. Nos résultats de simulation numérique sont validés avec ceux disponibles dans la littérature. Nous avons contribué également à optimiser le rendement aérodynamique par l'amélioration du modèle numérique de référence de Raciti Castelli et al (Raciti Castelli et al. 2011). Par la suite, nous avons développé une étude paramétrique. Les résultats montrent que pour une géométrie donnée, c'est la vitesse réduite qui conditionne le régime de fonctionnement de l'éolienne Darrieus. Par ailleurs, le rendement aérodynamique optimal dépend à la fois des paramètres géométriques et fonctionnels. Parmi ces paramètres, c'est la solidité qui influe considérablement sur la performance globale de ce type éolienne ainsi que son caractère instationnaire.

Finalement, nous nous sommes intéressés à exposer et interpréter tous les résultats extraits de ce travail de thèse. D'ailleurs, nous avons adopté la méthodologie suivante pour prédire de façon robuste le comportement dynamique de notre système en présence de paramètres incertains.

Dans une première étape nous avons étudié la réponse dynamique du système d'engrenage dans le régime non-stationnaire sans introduction d'incertitudes. Dans ce contexte, nous avons développé une étude paramétrique dans le but d'établir le fonctionnement optimal de l'éolienne considérée. Il en découle que la réponse dynamique de ce système est peu sensible à la variation de la vitesse angulaire du rotor mais est notamment influencé par le nombre de pales. Dans une deuxième étape, nous avons étudié la réponse dynamique du système d'engrenage en présence d'incertitude, associé au coefficient de performance, en utilisant l'approche probabiliste basée sur le chaos polynomial.

Nous avons abouti à évaluation de l'efficacité de cette méthode spectrale en comparant les deux approches déterministe et probabiliste. Les résultats obtenus ont montré la fiabilité et l'adéquation de l'utilisation d'une telle méthode. De plus du côté précision, nous avons trouvé une forte dispersion du coefficient de performance stochastique susceptible de se traduire par une grande variabilité des niveaux vibratoires de la réponse dynamique du système de d'engrenage comparé au cas déterministe, qui paraît insuffisante pour une étude de robustesse.

Enfin, nous avons réussi à établir une corrélation entre les phénomènes aérodynamiques complexes et les vibrations dynamiques du système d'engrenage d'éolienne. En fait, l'étude de robustesse du comportement dynamique de l'éolienne étudiée reflète l'intérêt majeur des approches stochastiques à analyser ce système complexe de façon à exposer clairement le couplage et l'interaction entre les divers phénomènes aérodynamique et mécanique, existant dans un tel système.

De nombreuses perspectives sont envisageables à la suite de ce travail de thèse :

La première perspective que l'on peut dégager est l'étude de la réponse dynamique du système d'engrenage en présence des incertitudes. Ces incertitudes peuvent être supposées au niveau des coefficients d'amortissement, la rigidité à la traction-compression, la rigidité à la flexion, la rigidité torsionnelle, le coefficient du frottement entre denture....

La deuxième perspective est d'appliquer la méthode probabiliste développée sur un système industriel complexe ayant un nombre de degrés de liberté beaucoup plus important.

En ce qui concerne les problèmes probabilistes, l'optimisation fiabiliste est très répandue dans le milieu industriel. De ce contexte découle la troisième perspective qui concerne l'étude fiabiliste de notre système en utilisant les méthodes de l'optimisation fiabiliste les plus répondues telles que les méthodes de résolutions analytiques (méthode d'analyse de fiabilité du premier ordre (F.O.R.M.) et du deuxième ordre (S.O.R.M.) et la méthode de Monte Carlo. Cette étude vise à atteindre un compromis entre l'augmentation de la performance et la diminution des coûts. Dans cette optique on peut appliquer également l'optimisation fiabiliste en aérodynamique ou en mécanique vibratoire vu la complexité et la diversité des phénomènes relatifs aux éoliennes Darrieus.

## Publication scientifiques

### 1. Articles Publiés

**A1. Bel Mabrouk I., El Hami A., Walha L., Zghal B., Haddar M., Dynamic vibrations in wind energy systems: Application to vertical axis wind turbine, *Mechanical Systems and Signal Processing Journal*, vol.85, pp. 396–414, 2017. *Impact Factor: 4.116***

**A2. Bel Mabrouk I., El Hami A., Walha L., Zghal B., Haddar M., Dynamic response analysis of Vertical Axis Wind Turbine geared transmission system with uncertainty, *Engineering Structures Journal*, vol. 139, pp. 170–179, 2017. *Impact Factor: 2.258***

### 2. Communications internationales

**C1. Bel Mabrouk I., Walha L., Abboudi K., Haddar M., Modal Analysis of Spur Bevel Gear, *Proceeding of the Second Workshop on Mechatronic System JSM 2014*, March 17-19, Mahdia-Tunisia, 2014.**

**C2. Bel Mabrouk I., Zghal B., Walha L., Haddar M., Bevel gear dynamic response of vertical axis wind turbine in non-stationary regime, *International Conference Multiphysics Modeling and Simulation for Systems Design*, December 17-19, Sousse-Tunisia, 2014.**

**C3. Bel Mabrouk I., Zghal B., Walha L., Haddar M., Analytical and Numerical Simulation of Vertical Axis Wind Turbine, *Sixth International Congress on Design and Modeling of Mechanical Systems*, 23-25 March, Hammamet-Tunisia, 2015.**

**C4. Bel Mabrouk I., Zghal B., Walha L., Haddar M., Aerodynamic Torque Investigation of Darrieus Vertical Axis Wind Turbine, *Congrès Algérien de Mécanique*, 25-29 Octobre, El Oued-Algérie, 2015.**

**C5. Bel Mabrouk I., El Hami A., Haddar M., Analysis on the aerodynamic performance of a Vertical Axis Wind Turbine subjected to the change of rotor angular velocity, *Journée des Doctorants*, 14 juin, Université du Havre-France, 2016.**

**C6. Bel Mabrouk I., El Hami A., Walha L., Zghal B., Haddar M., Dynamic vibration of Vertical Axis Wind Turbine geared transmission system, *Seventh International Congress on Design and Modeling of Mechanical Systems*, 27-29 Mars, Hammamet-Tunisia, 2017.**



## Références bibliographiques

- Abboudi K., Walha L., Driss Y., Maatar M., Fakhfakh T., Haddar M., « Dynamic behavior of a two-stage gear train used in a fixed-speed wind turbine », *Journal of Mechanism and Machine Theory*, vol. 46, p. 1888–1900, 2011.
- Amet E., Maitre T., Pellone C., Achard J.L., « 2D numerical simulations of blade-vortex interaction in a Darrieus turbine », *Journal of Fluids Engineering*, 2009.
- Ane M., Analyse numérique des hydroliennes à axe vertical munies d'un carénage, thèse de doctorat, Université de Grenoble, 2011.
- Askey R., Wilson, J., Some basic hypergeometric polynomials that generalize Jacobi polynomials, thèse de doctorat, 1985.
- Bel Mabrouk I., El Hami A., Walha L., Zghal B., Haddar M., « Dynamic vibrations in wind energy systems: Application to vertical axis wind turbine », *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 85, p. 396-414, 2017.
- Bel Mabrouk I., El Hami A., Walha L., Zghal B., Haddar M., « Dynamic response analysis of Vertical Axis Wind Turbine geared transmission system with uncertainty », *Engineering Structures*, Vol. 139, p 170-179, 2017.
- Bruyère J., Contribution à l'optimisation de la conception des engrenages coniques à denture droite Analyse et synthèse de la géométrie et des tolérances, thèse de doctorat, école nationale supérieure d'arts et métiers, 2006.
- Cameron H., Martin W., « The orthogonal development of nonlinear functional in series of Fourier-Hermite functional », *Annals of Mathematics*, vol. 48, p. 385-392, 1947.
- Claessens M. C., The design and testing of airfoils for application in small vertical axis wind turbines, thèse de doctorat, Delft university of technology, 2006.
- Consul C.A., et al., « Influence of solidity on the performance of a cross-flow turbine » *8<sup>th</sup> European Wave and Tidal Energy Conference*, 2009.
- Chirag S., Smit T., «Review on aerodynamic performance evaluation of straight blade vertical axis wind turbine», *International Journal of Scientific Research and Development*, 2014.
- Coy H., Loth J L., « Optimization of Darrieus turbines with an upwind and downwind momentum model », *Energy*, p. 31-38, 1983.
- Crestaux T., Le Maitre O., Martinez J. M., Polynomial Chaos expansion for sensitivity analysis, *Reliability Engineering and System Safety*, vol.94, n°7, p.1161-1172, 2009.

- Danao L., Edwards J., Eboibi O., Howell R., « A numerical investigation into the influence of unsteady wind on the performance and aerodynamics of a vertical axis wind turbine » *Appl. Energy*, vol.116, p.11-24, 2014.
- Danao L., Qin N., Howell R., « A numerical study of blade thickness and camber effects on vertical axis wind turbines », *J Power Energy*, vol. 226, n°7, 2012.
- Denk K., Development of a pressure-based solver for both incompressible and compressible flows, thèse de doctorat, 2007.
- Dessombz, O., Analyse dynamique de structures comportant des paramètres incertains, thèse de doctorat, École Central de Lyon, 2000.
- Dongbin X., George E. K., « Modeling uncertainty in flow simulations via generalized polynomial chaos », *Journal of computational physics*, p. 137-167, 2003.
- Dumitrescu H., Cardos V., « A free wake method for vertical axis wind turbine performance prediction », *Roum. Sci. Techn. – Méc. Appl.*, vol. 54, n° 2, p. 87–100, 2009.
- Driss Y., Hammami A., Walha L., Haddar M., « Effects of gearmesh fluctuation and defaults on the dynamic behavior of two-stage straight bevel system », *Journal of Mechanism and Machine Theory*, p.71–86, 2014.
- Eboibi O., The influence of blade chord on the aerodynamics and performance of vertical axis wind turbines, thèse de doctorat, université de Sheffield, 2013.
- Eboibi O., Angelo L., Danao A. L., Howell. J. R, Edwards J. M., « A numerical study of the influence of blade profile and solidity on the performance of vertical axis wind turbines». *AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, Grapevine, 2013.
- El-Samanoudy M., Ghorab A.A.E., Youssef Sh.Z., «Effect of some design parameters on the performance of a giromill vertical axis wind turbine», *Ain Shams Engineering Journal*, vol. 1 p.85–95, 2010.
- Guerine A., El Hami A., Fakhfakh T., Haddar M., « A polynomial chaos method to the analysis of the dynamic behavior of spur gear system », *Structural Engineering and Mechanics*, vol. 53, p. 819-831, 2015.
- Guerine A., El Hami A., WALHA L., Fakhfakh T., Haddar M., « A polynomial chaos method for the analysis of the dynamic behavior of uncertain gear friction system », *European Journal of Mechanics A/Solids*, vol. 59, p. 76-84, 2016.
- Fazil S.G., Performance prediction of Darrieus type vertical axis wind turbines using numerical simulations, thèse de doctorat, Middle East Technical University, 2014.
- Ferreira C. J. S., The near wake of the VAWT 2D and 3D views of the VAWT aerodynamics, thèse de doctorat, Delft University of Technology, Faculty of Aerospace Engineering, 2009.

- Ferreira S., Bijl H., Van B. G., Van K.G., «Simulating dynamic stall in a 2D VAWT modeling strategy, verification and validation with particle image velocimetry data, the science of making torque from wind», *Journal of Physics*, vol. 75, 2007.
- Ferziger J., Peric M., Computational methods for fluid dynamics, 3<sup>ème</sup> Edition, Springer, 2002.
- Fishman G.S., « Monte Carlo concepts, algorithms and applications », First E<sup>d</sup>.Springer Verlag, 1996.
- Gasser E. H., Amany H., Youssef M. E., « Numerical investigation of medium range Re number aerodynamics characteristics for NACA0018 airfoil », *International journal of CFD Letters*. Vol.6, n°4, p.175-187, 2014.
- Gosselin R., Dumas G., Boudreau M., «Parametric study of H-Darrieus vertical-axis turbines using URANS simulations», *21<sup>st</sup> Annual Conference of the CFD Society of Canada CFDSC*, 2013.
- Guo Q., Incorporating stochastic analysis in wind turbine design data-driven random temporal-spatial parameterization and uncertainty quantification, thèse de doctorat, Université de Digital Repository and Iowa State, 2013.
- Habib N., « Uncertainty quantification and polynomial chaos techniques in computational fluid dynamics», *Annu.Rev. Fluid Mech.*, vol. 41, p. 35-52, 2009.
- Habtamu Beri, Yingxue Yao, « Double multiple stream tube model and numerical analysis of vertical axis wind turbine », *Energy and Power Engineering*, p. 262-270, 2011.
- Hau E., Wind turbines : fundamentals, technologies, application, economics, edition. Berlin, Germany: Springer, 2006
- Hirsch C., Mandal A.C., « Cascade theory for the aerodynamic performance of Darrieus turbines », *Wind Engineering*, vol. 3, p. 164-175, 1987.
- Howell R., Qin N., Edwards J., Durrani N., « Wind tunnel and numerical study of a small vertical axis wind turbine », *Renewable Energy*, p. 412–422, 2010.
- Islam M., Ting D., Amir F., « Aerodynamic models for Darrieus-type straight-bladed vertical axis wind turbines », *Journal Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 12, p. 1087-1109, 2008.
- Jonathan M E., Louis A D., Robert J H., « PIV measurements and CFD simulation of the performance and flow physics and of a small-scale vertical axis wind turbine », *Wind Energy*, 2013.
- Kamel A., Commande de la vitesse d'une éolienne par l'approche multi-modèle, mémoire de master, Université Aboubekr Belkaid Tlemcen, 2014.
- Kewlania G., Crawfordb J., Iagnemma K., « A polynomial chaos approach to the analysis of vehicle dynamics under uncertainty », *Vehicle System Dynamics*, p. 1-26, 2012

- Kraichnan R.H., « Direct-interaction approximation for a system of several interacting simple shear waves », *The Physics of Fluids*, vol. 6, n°11, p. 1603–1609, 1963.
- Laurent B., Étude expérimentale et numérique du décrochage dynamique sur une éolienne à axe vertical de forte solidité, thèse de doctorat, université de Poitiers, 2014.
- Launder B. E., Spalding D. B., *Lectures in mathematical models of turbulence*, New York, 1972.
- Lapin, E. E., Theoretical performance of vertical axis wind turbines, Winter annual meeting 1<sup>er</sup> edition, New York, 1975.
- Liang Y. Zhang L., Li E., Liu X., Yang Y., «Review article design considérations of rotor configuration for straight-bladed Vertical Axis Wind Turbines», *Mechanical Engineering*, 2014.
- Lindsley N.J., Beran P.S., « Increased efficiency in the stochastic interrogation of an uncertain nonlinear aeroelastic system », *International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics*, Munich, Germany, 2005.
- Liu Z.Y., Dong X.W., Kang S., « Stochastic performance evaluation of horizontal axis wind turbine blades using non-deterministic CFD simulations », *Energy*, vol.7, p. 126-136, 2014.
- Lucor D., Xiu D., Su C. H., Karniadakis G. E., « Predictability and uncertainty in CFD ». *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol.43, p. 483–505, 2003.
- Mathew S., *Wind energy : fundamentals, resource analysis and economics*, Springer, Germany, 2006.
- Mayank D. P., Tushar P. G., « Performance analysis of vertical axis wind turbine with comparison of CFD and experimental analysis », *Science Technology and Engineering*, vol. 1, p. 36-44, 2014.
- Maydew, R. C., Klimas, P. C., « Aerodynamic performance of vertical and horizontal axis wind turbines », *Journal of Energy*, vol. 5, n° 3, p. 189–190, 1981.
- McLaren K. W., Tullis S. W., ZIADA S., « Measurement of high solidity vertical axis wind turbine aerodynamic loads under high vibration response conditions », *Journal of Fluids and Structures*, vol. 32, p. 12–26, 2012.
- Menter F. R., « Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications », *Journal of American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 32, p. 1598-1605, 1994.
- Mohamed M. H., « Performance investigation of H-rotor Darrieus turbine with new airfoil shapes », *Energy*, vol. 47, p. 522-530, 2012.
- Mohamed M.H, Ali A.M, Hafiz A. A., « CFD analysis for H-rotor Darrieus turbine as a low speed wind energy converter », *International Journal of Engineering Science and Technology*, p. 1-13, 2014.

- Naveed D., Haris H., Hammad R., Sajid Raza C., « A detailed aerodynamic design and analysis of a 2D vertical axis wind turbine using sliding mesh in CFD », *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 2011.
- Nechak L., Berger S., Aubry E., « A polynomial chaos approach to the robust analysis of the dynamic behavior of friction systems », *Eur. J. Mech. A, Solids*, p. 594–607, 2011.
- Onorato G., Loeven G.J.A., Ghorbaniasl G., Bijl H., Lacor C., « Comparison of intrusive and non- intrusive polynomial chaos methods for CFD applications in aeronautics », *European Conference on Computational Fluid Dynamics*, 2010.
- Othmane B., Réduction de modèle des problèmes hydro-élastiques à paramètres incertains, thèse de doctorat, INSA de Rouen, 2008.
- Papadrakakis M. and Papadopoulos V., « Parallel solution methods for stochastic finite element analysis using Monte Carlo simulation », *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 168, p. 305-320, 1999.
- Paraschivoiu I., Delclaux F., « Double multiple streamtube model with recent improvements », *Energy*, vol. 3, 1983.
- Paraschivoiu, Double-multiple streamtube model for Darrieus wind turbines, *Conference Proceedings NASA Wind Turbine Dynamics workshop*, p. 19–25, 1981.
- Paraschivoiu I., Wind turbine design, with emphasis on Darrieus concept, Presses internationales Polytechnique, 2002.
- Prathamesh D., Xianchang L., « Numerical Study of Giromill-Type Wind Turbines with Symmetrical and Non-symmetrical Airfoils », *European International Journal of Science and Technology*, p.191-208, 2013.
- Raciti Castelli M., Englaro A., Benini E., « The Darrieus wind turbine : Proposal for a new performance prediction model based on CFD », *Energy*, vol.36, p. 4919-4934, 2011.
- Raciti Castelli M., Pavesi G., Battisti L., Benini E., Ardizzon G., « Modeling strategy and numerical validation for a Darrieus vertical axis micro-wind turbine », *International Mechanical Engineering Congress and Exposition I2*, 2010.
- Raciti Castelli M., Betta S., Benini E., « Effect of blade number on a straight-bladed vertical-axis Darrieus wind turbine », *International Journal of Mechanical and Aerospace Engineering*, 2012.
- Rigaud E., Mayeux F., Driot N., Perret-Liaudet J., « Variabilité des régimes critiques d'une boîte de vitesses : Influence des pré-charges de roulements », *Mécanique et Industries*, vol.4, p. 107-112, 2003.
- Rosario N., Maria V., Janet F. B., Anthony M.C., « Unsteady flow simulation of a vertical axis augmented wind turbine : a two-dimensional study », *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. p. 168–179, 2014.

- Saeidi D., Sedaghat A., Alamdari P., Alemrajabi A., « Aerodynamic design and economical evaluation of site specific small vertical axis wind turbine », *Journal of Applied Energy*, p.765-775, 2013.
- Shahriari K., Analyse de sureté de procédés multi-modes par des méthodes à base d'intervalles, thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, 2007.
- Siddiqui M.S., Durrani N., Akhtar I., « Quantification of the effects of geometric approximations on the performance of a vertical axis wind turbine », *Renewable Energy*, vol. 74 p. 661-670, 2015.
- Sudret B., Uncertainty propagation and sensitivity analysis in mechanical models: Contributions to structural reliability and stochastic spectral methods, thèse de doctorat, Université Blaise Pascal, 2007.
- Srikanth P., Sekhar A.S., « Wind turbine drive train dynamic characterization using vibration and torque signals », *Mechanism and Machine Theory*, vol. 98, p.2-20, 2016.
- Strickland J.H., The Darrieus turbine : A performance prediction model using multiple streamtubes, SAND 75-0431, Sandia National Laboratories, Albuquerque, 1975.
- Strickland J.H., Webster B.T., Nguyen T., « A vortex model of the Darrieus turbine : an analytical and experimental study », *J. Fluids Eng*, 1979.
- Taher.G, El-Yazied A., Doghiem H. N., Ali A. M., Hassan I. M., « Investigation of the aerodynamic performance of Darrieus Vertical Axis Wind Turbine », *Journal of Engineering*, vol. 4, p. 18-29, 2014.
- Taguchi G., « Off-line quality control, parameter design, and the Taguchi approach », *Journal of Quality Technology*, vol.17, n°4, p. 176-209, 1986.
- Templin R.J., Aerodynamic performance theory for the NRC of vertical-axis wind turbine, Ottawa, National Research Council, Canada, 1974.
- Tirkey.A, Sarthi Y., Patel K., Sharma R., Kumar P., « Study on the effect of blade profile, number of blade, Reynolds number, aspect ratio on the performance of vertical axis wind turbine », *International Journal of Science, Engineering and Technology Research*, vol.3, p. 3183-3187, 2014.
- Travis J. C., Brian H. D., Zhen X. H., Bo P.W., «Aerodynamic shape optimization of a vertical-axis wind turbine using differential evolution», *Renewable Energy*, 2012.
- Tounsi M., Beyaoui M., Abboudi K., Feki N., Walha L., Haddar M., « influence of uncertainty in aerodynamic performance on the dynamic response of a two stage gear system », *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, vol.54, p.601-612, 2016.
- Valliapan, S., Pham, T. D., « Elasto-plastic finite element analysis with fuzzy parameters », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 38, p. 531-548, 1995.



- Walha L., Contribution à la dynamique non linéaire des réducteurs à engrenages (prise en compte des jeux fonctionnels et du frottement entre dentures), Thèse de doctorat, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax, 2008.
- Wafula D., Cong W., Yingjie W., Joseph N. K., Angelo L., Danao M., « A numerical analysis of unsteady inflow wind for site specific vertical axis wind turbine : a case study for Marsabit and Garissa in Kenya » *Renewable Energy*, vol. 76, p. 648-661, 2015.
- Wang X., CFD Simulation of complex flows in turbomachinery and robust optimization of blade design, thèse de doctorat, université de Brussel, 2010.
- Wei S., Zhao J, Han Q., Chu F., « Dynamic response analysis on torsional vibrations of wind turbine geared transmission system with uncertainty », *Renewable Energy*, vol. 78, 2015.
- Wiener, N., « The homogeneous chaos », *American Journal of Mathematics*, vol. 60, p. 897-936, 1938.
- Xin J., Gaoyuan Z., KeJun G., Wenbin J., « Darrieus vertical axis wind turbine : Basic research methods », *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 42, p. 212-225, 2015.
- Xiu D., Karniadakis G.E, « Modeling uncertainty in steady state diffusion problems via generalized polynomial chaos », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 191, p. 4927- 4948, 2002.
- Zadeh L.A., « Fuzzy sets », *Information and Control*, vol. 8, p. 338–353, 1965.



## Annexe A

### A1. Méthodes de Résolution : Méthode de Newmark

La méthode de Newmark est la méthode implicite la plus utilisée pour résoudre des problèmes de dynamique des structures. C'est l'une des méthodes directes qui permet d'assurer une stabilité inconditionnelle et de résoudre le problème à coefficient périodique. Elle exige cependant un choix judicieux des paramètres d'intégration et des conditions initiales. Les schémas de la famille de Newmark sont des schémas d'intégration à un pas, basés sur une approximation de l'état du système à un instant  $t_{n+1} = t_n + \Delta t$  en fonction de l'état à l'instant  $t_n$ .

La solution est donnée dans le domaine temporel, le passage au domaine des fréquences se fait par une transformée de Fourier de la réponse. Cette méthode est adaptée pour ce travail.

Supposant qu'on cherche la solution de l'équation entre  $t=0$  et l'instant  $T$ , l'intervalle du temps sera divisé en  $n$  intervalles de même pas  $\Delta t = T/n$ .

On se propose de chercher les vecteurs de déplacement, vitesse et accélération aux instants :

$\Delta t, \dots, \Delta t+t, \dots, T$ , sachant que les conditions initiales sont connues.

Les développements des déplacements et les vitesses sont exprimés par

$$\{\dot{Q}(t+\Delta t)\} = \{\dot{Q}(t)\} + [(1-\delta)\{\ddot{Q}(t)\} + \delta\{\ddot{Q}(t+\Delta t)\}]\Delta t \quad (a.1)$$

$$\{Q(t+\Delta t)\} = \{Q(t)\} + \{\dot{Q}(t)\}\Delta t + [(0.5-\alpha)\{\ddot{Q}(t)\} + \alpha\{\ddot{Q}(t+\Delta t)\}](\Delta t)^2 \quad (a.2)$$

$\alpha$  et  $\delta$  sont deux paramètres pour assurer la stabilité et la précision de la solution.

Si  $\delta \geq 0.5$  et  $\alpha \geq (\delta+0.5) / 4$  alors, la méthode de Newmark est inconditionnellement stable.

$\{\dot{Q}(t+\Delta t)\}$  et  $\{\ddot{Q}(t+\Delta t)\}$  sont développés uniquement en fonction de l'inconnue  $\{Q(t+\Delta t)\}$  et la solution à l'instant  $t$  :

$$\{\ddot{Q}(t+\Delta t)\} = a_0 [\{Q(t+\Delta t)\} - \{Q(t)\}] - a_2 \{\dot{Q}(t)\} - a_3 \{\ddot{Q}(t)\} \quad (a.3)$$

$$\{\dot{Q}(t+\Delta t)\} = \{\dot{Q}(t)\} + a_6 \{\ddot{Q}(t)\} + a_7 \{\ddot{Q}(t+\Delta t)\} \quad (a.4)$$

avec :

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} & a_1 = \frac{\delta}{\alpha \Delta t} & a_2 = \frac{1}{\alpha \Delta t} \\ a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1 & a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1 & a_5 = \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) \\ a_6 = \Delta t (1 - \delta) & a_7 = \delta \Delta t \end{cases} \quad (a.5)$$

L'équation de mouvement (a.6) est exprimée à l'instant  $t+\Delta t$  par :

$$[M]\{\ddot{Q}(t+\Delta t)\} + [C]\{\dot{Q}(t+\Delta t)\} + ([K_s] + [K(t)])\{Q(t+\Delta t)\} = \{F(t+\Delta t)\} \quad (a.6)$$

Remplaçons les équations (a.3) et (a.4) dans l'équation (a.6), on obtient les équations suivantes :

$$[K_{eq}]\{Q(t+\Delta t)\} = \{F_{eq}\} \quad (a.7)$$

Dans lesquelles :

$$[K_{eq}] = ([K_s] + [K(t)]) + a_0[M] + a_1[C] \quad (a.8)$$

$$\begin{aligned} \{F_{eq}\} = & \{F(t+\Delta t)\} + [M](a_0\{Q(t)\} + a_2\{\dot{Q}(t)\} + a_3\{\ddot{Q}(t)\}) \\ & + [C](a_1\{Q(t)\} + a_4\{\dot{Q}(t)\} + a_5\{\ddot{Q}(t)\}) \end{aligned} \quad (a.9)$$

Une fois le déplacement  $\{Q(t+\Delta t)\}$  est déterminé à partir de l'équation (a.7), les vecteurs vitesses  $\{\dot{Q}(t+\Delta t)\}$  et accélérations  $\{\ddot{Q}(t+\Delta t)\}$  seront obtenues à partir des équations (a.3) et (a.4).

## A2. Analyse modale du système d'engrenage conique simple étage

Une analyse modale est développée au modèle simple étage d'engrenage conique. Cette analyse vise à identifier les propriétés dynamiques d'un système soumis à des excitations vibratoires. En fait, le principal objectif de ce procédé est de décrire ce système d'engrenage en termes de caractéristiques propres particulièrement la détermination des fréquences propres d'une telle structure. Ceci nécessite la résolution de l'équation suivante :

$$[M]\{\ddot{Q}\} + ([K_s] + [K_c])\{Q\} = 0 \quad (a.10)$$

Dans cette étude, la matrice de rigidité du modèle est supposée égale à la matrice moyenne afin de déterminer les valeurs propres ainsi que les modes propres de vibration du système étudié.

Le calcul des valeurs propres s'effectue par la recherche des solutions de :

$$([K_s] + [K_c] - \omega^2 [M])\{Q\} = 0 \quad (a.11)$$

Soit à vérifier donc que :

$$\det([K_s] + [K_c] - \omega^2 [M]) = 0 \quad (\text{a.12})$$

Tableau A1. Fréquences propres du système d'engrenage conique simple étage

|     |                        |
|-----|------------------------|
| f1  | 4.7912 10 <sup>5</sup> |
| f2  | 3.7476 10 <sup>5</sup> |
| f3  | 1.4037 10 <sup>5</sup> |
| f4  | 0.7645 10 <sup>5</sup> |
| f5  | 0.1543 10 <sup>5</sup> |
| f6  | 0.7118 10 <sup>5</sup> |
| f7  | 0.0345 10 <sup>5</sup> |
| f8  | 0.0272 10 <sup>5</sup> |
| f9  | 0.0130 10 <sup>5</sup> |
| f10 | 0.0070 10 <sup>5</sup> |
| f11 | 0.0092 10 <sup>5</sup> |
| f12 | 0.0092 10 <sup>5</sup> |
| f13 | 0 10 <sup>5</sup>      |
| f14 | 0.0070 10 <sup>5</sup> |

## **Annexe B**

### **Introduction à la Mécanique des Fluides Numérique - méthodologie : Méthode des Volumes Finis**

#### **B. 1. Introduction au CFD**

La Mécanique des Fluides Numérique (CFD « Computational Fluid Dynamics ») est intégrée dans de nombreux domaines d'intérêt industriel, surtout en aéronautique, et dans toutes les branches de la dynamique des fluides tels que les problèmes de couplage fluide-structure, l'écoulement autour des rotors des turbines éoliennes.

Les écoulements de fluides sont gouvernés par des équations aux dérivées partielles. La CFD permet d'approximer ces équations aux dérivées partielles par des équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement.

Parmi les logiciels CFD, nous choisissons d'utiliser le logiciel ANSYS-Fluent, qui présente le logiciel de simulation numérique de mécanique des fluides le plus approprié. Le domaine d'étude est représenté avec le logiciel de maillage Ansys 15.0 et le solveur Fluent 15.0 est utilisé pour les simulations numériques. Il est basé sur la théorie des volumes finis pour résoudre les équations de Navier-Stokes (RANS). Le logiciel FLUENT permet de visualiser les résultats sous différentes formes, graphiques ou numériques. D'une part, les observations graphiques nous permettent d'étudier la distribution des variables de flux et de caractériser l'écoulement. Les contours de vitesse sont les plus importants étant donné que l'énergie est directement liée à la distribution de vitesse. On peut aussi observer la distribution de pression puisque les gradients de pression déterminent la distribution des vitesses. D'autre part, ce logiciel permet de mesurer les coefficients adimensionnels des forces aérodynamiques et le coefficient du couple. On s'intéresse essentiellement à calculer le couple aérodynamique qui permet de déterminer le rendement de cette éolienne.

#### **B. 2. Description de la Méthodologie**

Les écoulements de fluides sont gouvernés par des équations aux dérivées partielles qui représentent les lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

En mécanique de fluide, le régime de l'écoulement est caractérisé par le nombre de Reynolds. Lorsqu'il est faible, l'écoulement est laminaire. Pour des nombres de Reynolds plus élevés de l'ordre de  $10^5$  ou  $10^6$ , l'écoulement devient turbulent. La résolution numérique des équations instationnaires de Navier-Stokes en régime turbulent est extrêmement coûteuse en temps de calcul. Alternativement, on utilise la version moyennée des équations de Navier-Stokes communément appelées équations RANS. Ces équations permettent de modéliser efficacement les écoulements turbulents tout en réduisant considérablement les calculs numériques. Les écoulements turbulents sont caractérisés par des champs de vitesses fluctuantes. Selon Reynolds, chaque variable instationnaire dans les équations de Navier-Stokes peut être décomposée en une grandeur moyenne dans le temps  $\bar{\phi}$  et une grandeur fluctuante  $\phi'(t)$  :

$$\phi(t) = \bar{\phi} + \phi'(t) \quad (\text{b.1})$$

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \phi(t) dt \quad (\text{b.2})$$

Étant donné le faible nombre de Mach identifié dans les conditions de fonctionnement des éoliennes, on peut donc supposer que l'écoulement est incompressible. Les équations de Navier Stokes moyennes (RANS) pour un fluide incompressible se réduisent à :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{U} = 0 \\ \rho \frac{D\vec{U}}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{U} - \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{u_i' u_j'} \right) + \rho \vec{g} + \vec{F} \end{cases} \quad (\text{b.3})$$

avec,

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \nabla) \quad (\text{b.4})$$

$\vec{U}$  est le vecteur vitesse,  $\rho$  est la densité du fluide,  $P$  est la pression,  $\vec{F}$  est la résultante des forces massiques qui s'exercent dans le fluide et  $\mu$  est la viscosité dynamique.

Cependant, les équations précédentes comprennent des corrélations turbulentes  $\overline{u_i' u_j'}$  défini par les tensions de Reynolds qui représentent les effets de la turbulence. Elles introduisent des inconnues supplémentaires, qui doivent être modélisées pour la fermeture des équations de l'écoulement turbulent moyen URANS.

Dans FLUENT, il existe une large gamme de modèles de turbulence, qui sont typiquement classés selon le nombre d'équations de transport supplémentaires nécessaires pour calculer la viscosité turbulente. Ces modèles de turbulences sont basés sur l'hypothèse de Boussinesq

reliant les tensions de Reynolds au taux de déformation moyen de l'écoulement selon l'expression suivante :

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u_i' u_j'} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (b.5)$$

où  $\tau_{ij}$  est le tenseur de Reynolds,  $k$  est l'énergie cinétique turbulente,  $\mu_t$  est la viscosité turbulente et  $\delta_{ij}$  est le delta de Kronecker.

On remarque d'après l'équation (b.5) la présence de deux variables  $\mu_t$  et  $k$ , modélisant les tensions de Reynolds.

Particulièrement, le modèle de turbulence de type  $k-\omega$  SST permet de résoudre deux équations de transport, une pour l'énergie cinétique de turbulence  $k$  et l'autre pour le taux de dissipation spécifique de l'énergie cinétique turbulente  $\omega$  (Launder 1972) :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \vec{U}) = \nabla \cdot (\Gamma_k \nabla k) + \tilde{G}_k - Y_k \quad (b.6)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \omega \vec{U}) = \nabla \cdot (\Gamma_\omega \nabla \omega) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega \quad (b.7)$$

avec:

|                 |                                                     |
|-----------------|-----------------------------------------------------|
| $\tilde{G}_k$   | turbulence générée par le gradient moyen de vitesse |
| $G_\omega$      | turbulence générée par $\omega$                     |
| $\Gamma_k$      | diffusivité de $k$                                  |
| $\Gamma_\omega$ | diffusivité de $\omega$                             |
| $Y_k$           | dissipation de $k$ due à la turbulence              |
| $Y_\omega$      | dissipation de $\omega$ due à la turbulence         |
| $D_\omega$      | diffusion transversale                              |

Un code CFD comprend trois structures principales :

- Préprocesseur (ANSYS)

Permet de présenter le domaine d'étude (création de la géométrie), la génération du maillage et de définir le type des conditions aux limites

- Processeur (Solveur FLUENT)

Ce solveur permet de définir numériquement les conditions opératoires du fluide, de spécifier les conditions aux limites et de choisir le processus itératif des calculs en proposant plusieurs schémas numériques de résolution (la discrétisation spatiale et temporelle, les méthodes de résolution numérique, le couplage de vitesse et de pression). Ce code offre également une

interface pour contrôler à tout moment l'état d'avancement des calculs et le taux de convergence.

- Post-processeur

Permet de visualiser les résultats : (les champs de vitesse, de pression, de turbulence et les lignes de courants ou la trajectoire des particules. Il permet aussi le traçage des courbes d'évolution spatiale et temporelle de toutes les variables de l'écoulement.

Les résultats des simulations peuvent être exportés vers ANSYS CFD-Post pour des analyses plus approfondies.

Étant donné que le modèle est instationnaire, la discrétisation des équations de conservation consiste en une discrétisation temporelle et une discrétisation spatiale.

### **B. 3. Schéma de discrétisation spatiale : Méthode de Volume Finis**

Les problèmes de mécanique de fluide sont représentés par des équations aux dérivées partielles couplées et non linéaires. Ces équations n'ont pas de solutions analytiques. C'est pourquoi on a recourt aux méthodes de résolution numériques.

Généralement, les codes CFD utilisent quatre méthodes afin de résoudre numériquement les équations aux dérivées partielles : la méthode des éléments finis, la méthode de différences finies, la méthode des volumes finis et la méthode spectrale. La plupart des programmes CFD comme le solveur FLUENT sont basés sur la méthode des volumes finis pour transformer le système d'équations différentielles en un système algébrique. L'avantage principal de cette méthode est qu'elle est conservatrice. C'est la méthode la plus recommandée pour traiter les équations rencontrées en mécanique des fluides. Cette technique utilise des approximations d'intégrales comme la méthode des éléments finis, contrairement à la méthode de différences finies qui utilise des approximations de dérivées. Aussi, la méthode des volumes finis s'appuie directement sur la forme forte de l'équation à résoudre, alors que la méthode des éléments finis utilise une forme faible de l'équation.

La distinction importante de la méthode de différences finies par rapport à la méthode de volume finis est que pour cette méthode, le domaine discrétisé est considéré comme un ensemble de points, tandis que pour l'approche des volumes finis, l'espace discrétisé est composé par des volumes de contrôles appelés cellules. De plus, cette approche est mieux adaptée pour le traitement des problèmes complexes notamment tridimensionnels que la méthode classique de différences finies.



La méthode de volume finis comprend deux étapes importantes comme les autres méthodes de résolution : la phase de maillage, qui consiste à diviser le domaine de calcul en plusieurs cellules. Chaque cellule est associée à un point en son centre à partir duquel sont enregistrées les valeurs discrètes des variables. Et la phase de discrétisation lors de laquelle les équations des lois de conservations (Équation b.3) sont intégrées sur chaque cellule. Ces équations sont discrétisées en considérant l'équation instationnaire de transport d'une quantité scalaire  $\Phi$  sous sa forme intégrale.

Pour un volume de contrôle donné, cette équation s'écrit comme suit :

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dv + \oint \rho \phi \vec{v} \cdot d\vec{n} - \oint \tau_\phi \nabla \phi \cdot d\vec{n} = \oint S_\phi dv \quad (b.8)$$

où,  $\vec{v}$  est le vecteur de vitesse,  $\vec{n}$  est le vecteur normal à la surface,  $\tau_\phi$  est le coefficient de diffusion pour  $\Phi$ ,  $\nabla \phi$  est le gradient de  $\Phi$  et  $S_\phi$  représente la source de  $\Phi$  par unité de volume.

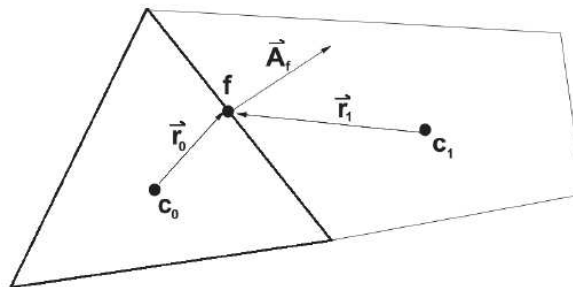
La discrétisation de l'équation de transport sur chaque volume de contrôle donne :

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} v + \sum_f^{N_{faces}} \rho_f \vec{v}_f \phi_f \vec{A}_f - \sum_f^{N_{faces}} \tau_\phi \nabla \phi_f \vec{A}_f = S_\phi v \quad (b.9)$$

avec

|                                    |                                             |
|------------------------------------|---------------------------------------------|
| $\phi_f$                           | valeur de $\Phi$ , qui traverse la face $f$ |
| $\rho_f \vec{v}_f \cdot \vec{A}_f$ | débit massique à travers la face $f$        |
| $\vec{A}_f$                        | l'aire de la face $f$                       |
| $N_{faces}$                        | nombre de faces de la cellule               |
| $\nabla \phi_f$                    | gradient de $\Phi$ sur face $f$             |

Pour le solveur FLUENT, les valeurs de  $\Phi$  sont récupérées au centre du volume de contrôle, tandis que les valeurs surfaciques moyenne  $\Phi_f$ , correspondantes aux termes convectifs dans les équations de conservations intégrales, sont interpolés à partir des valeurs au centre de la cellule en utilisant un schéma de discrétisation « upwind ». Ce schéma signifie que la valeur sur la face  $f(\Phi_f)$  est extrapolée à partir de la valeur centrale  $\Phi$  de la cellule en amont.



**Figure b.1.** Volume de control utilisé pour la discrétisation des équations de transport

Plusieurs schémas « upwind » sont disponibles dans le solveur FLUENT dont le schéma « Second –Order Upwind » a été choisi, vu qu’il offre plus de précision. Pour ce schéma de discrétisation, la valeur surfacique  $\Phi_f$  est estimée par un développement de Taylor de second ordre de la valeur centrale de la cellule amont selon l’équation suivante

$$\phi_f = \phi + \nabla \phi \cdot \vec{r} \quad (\text{b.10})$$

Où  $\vec{r}$  présente le vecteur de déplacement du centre vers la face de la cellule amont comme le montre la figure b.1. L’équation nécessite le calcul du gradient  $\nabla \phi$  de chaque volume de contrôle. FLUENT comporte plusieurs méthodes pour calculer ce gradient.

#### B.4. Discrétisation temporelle

La dérivée partielle temporelle  $\frac{\partial \rho \phi}{\partial t}$  doit être prise en compte dans l’équation de transport.

La variation temporelle du flux peut être exprimée en fonction des variables spatiales

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\phi) \quad (\text{b.11})$$

F introduit la discrétisation spatiale.

La discrétisation temporelle du second ordre utilisée dans ANSYS-FLUENT est donnée par :

$$\frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi^{n+1}) \quad (\text{b.12})$$

avec, n+1 désigne la variable au temps t+Δt, n décrit la variable au temps t et n-1 présente la variable scalaire au temps t- Δt

$F(\phi^{n+1})$  est évaluée au temps n+1 ce qui indique une formulation temporelle implicite

L’équation (b.10) est résolue de façon itérative à chaque pas du temps Δt avant de passer au temps suivant.

#### B. 5. Modèle numérique de résolution

Le code FLUENT contient deux modèles numériques : modèle « Densité à base solveur » et modèle « Pressure-based solver ». Le premier a été développé pour les écoulements compressibles de haute vitesse tandis que le second a été créé pour les écoulements incompressibles à basse vitesse. Notre cas correspond à des écoulements incompressibles, donc

on utilise le « Pressure-based solver ». Dans cette méthode, les équations de conservation et de continuité de la quantité de mouvement sont couplées afin de calculer le champ de pression.

Le système algébrique à résoudre comporte donc l'ensemble des équations de transports (continuité et conservation de la quantité de mouvement) discrétisées et linéarisées pour la totalité des cellules et les conditions aux limites. Ce système est résolu de façon itérative jusqu'à convergence de la solution, c'est-à-dire lorsque la différence entre les résidus atteint une valeur suffisamment petite.

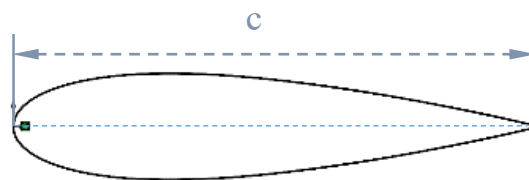
### B.6. Profil NACA00XX

Le NACA (National Advisory Committee for Aerodynamics) définit une normalisation des profils en utilisant un système de numérotation qui met en évidence les principales grandeurs caractéristiques. On considère la famille de profils à quatre chiffres : série NACA 4 digits dont le premier chiffre indique la cambrure relative maximale, le deuxième spécifie la position de cette cambrure et les deux derniers chiffres représentent l'épaisseur relative maximale. Tous ces chiffres sont en pourcentage de la corde.

Dans notre étude, on s'intéresse au profil symétrique de type NACA 00XX dont sa forme géométrique est calculée par l'expression suivante :

$$y = \frac{t}{0.2} c \left[ 0.2969 \times \sqrt{\frac{x}{c}} - 0.1260 \left( \frac{x}{c} \right) - 0.3516 \left( \frac{x}{c} \right)^2 + 0.2843 \left( \frac{x}{c} \right)^3 - 0.1015 \left( \frac{x}{c} \right)^4 \right] \quad (\text{b.13})$$

où  $c$  représente la corde de la pale,  $x$  est la position le long de la corde variant de 0 à  $c$ ,  $y$  est la moitié de l'épaisseur pour une valeur donnée de  $x$  et  $t$  est l'épaisseur maximale en tant que fraction de la corde.



**Figure b.2.** Profil NACA0021