



HAL
open science

Analyse de front d'onde et commande en optique adaptative pour la pupille fragmentée de l'ELT

Arielle Bertrou-Cantou

► **To cite this version:**

Arielle Bertrou-Cantou. Analyse de front d'onde et commande en optique adaptative pour la pupille fragmentée de l'ELT. Astrophysique [astro-ph]. Université Paris Cité, 2021. Français. NNT : 2021UNIP7191 . tel-03944092

HAL Id: tel-03944092

<https://theses.hal.science/tel-03944092v1>

Submitted on 17 Jan 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Paris

ÉCOLE DOCTORALE 127

ASTRONOMIE & ASTROPHYSIQUE D'ÎLE-DE-FRANCE

Laboratoire d'Études Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique

THÈSE DE DOCTORAT

pour obtenir le grade de Docteur en sciences

Analyse de front d'onde et commande en optique adaptative pour la pupille fragmentée de l'ELT

par Arielle BERTROU-CANTOU

Thèse dirigée par Gérard ROUSSET et Éric GENDRON

Soutenue publiquement le 22 octobre 2021 devant un jury composé de :

Cécile FERRARI

Frantz MARTINACHE

Benoît NEICHEL

Olivier GUYON

Maud LANGLOIS

Gérard ROUSSET

Éric GENDRON

Présidente

Rapporteur

Rapporteur

Examineur

Examinatrice

Directeur

Directeur

Professeure des universités, IPGP

Professeur adjoint, Laboratoire Lagrange

Chargé de recherche, LAM

Senior scientist, Subaru Telescope

Directrice de recherche, CRAL

Professeur des universités, LESIA

Astronome adjoint, LESIA



Ecole Doctorale d'Astronomie & Astrophysique
d'Île-de-France



Laboratoire d'Études Spatiales et d'Instrumentation en Astrophysique



Except where otherwise noted, this is work licensed under
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/fr/>

Remerciements

Le train est parti et me voilà les bras chargés de trois années de rencontres à remercier en 4h19. L'aboutissement de ce manuscrit repose de bien des manières sur le soutien des personnes qui m'ont accompagné, conseillé, écouté, encouragé, ... et plus encore.

Je souhaite commencer par remercier les membres de mon jury de thèse, d'abord pour avoir accepté d'en faire parti et pour leur présence le jour du grand jour. Un merci tout particulier à Benoît Neichel et Frantz Martinache, rapporteurs, pour leur lecture attentive de ce manuscrit et leurs remarques détaillées sur ce sujet ; merci à Cécile Ferrari d'avoir accepté d'assurer la présidence et enfin merci à Maud Langlois et Olivier Guyon pour leur participation et leurs questions avisées.

Eric et Gérard, qui de mieux placés pour devenir familière au domaine de l'optique adaptative ? Il est difficile de tarir d'éloges à vos sujets. Votre pédagogie, vos retours toujours pertinents sur mon travail, vos nombreux bons conseils, vos toutes aussi nombreuses brillantes idées et votre disponibilité ont largement contribué à venir à bout de cette thèse. Que ce soit après m'être confrontée au 278^e échec de résolution du petalling ou au 45^e jour de confinement, j'ai toujours pu trouver auprès de vous quatre oreilles bienveillantes et je vous en suis infiniment reconnaissante. Ce n'est plus vraiment un secret : vous êtes des directeurs en or 24 carats sertis de pierres précieuses.

Si j'avais su ce qui m'attendait en passant le pas de la porte du bâtiment 12 un certain 1^{er} octobre 2018 ... j'y retournerai sans hésiter ! Un très long meerci à Florian et Arnaud pour votre aide précieuse depuis mes débuts de profane jusque mes déboires de fin de thèse. Fabrice, merci pour ta présence tout du long, pour les multiples doutes levés et réponses apportées, tu as été le partenaire de travail "sur site" idéal. Un grand merci à Jordan pour avoir chassé les suricates du SLM et avoir fait bien, bien plus encore ! Qu'est ce qu'auraient été ces trois années sans ma coach préférée Sonia, entraînant les tordus du bâtiment dans sa foulée ? Merci de m'avoir aéré l'esprit ! Plus généralement, je remercie très chaleureusement les occupants passés et présents : Henri, Simon, Nicolas, Marie, Yann, Tristan, Jean, Lucie, Vincent D., Amal, Nour, Lisa ... merci pour votre soutien de tous les jours, les mots et les discussions, les sourires, les chipolatas, les douceurs et tout le reste partagé, ... je suis passée par là et j'espère bien y repasser.

J'en profite également pour faire un clin d'œil au bâtiment 10, ainsi qu'à Axel, Vincent C., Taïssir, Olivier, Johan, ... et toutes celles et tous ceux dont j'espère (re)croiser le chemin, au détour d'un couloir, d'une conférence, d'un sentier ou d'un verre.

Lucie et Maëlle, merci d'avoir partagé un peu (beaucoup) de mon quotidien fait de hauts et de bas, de doutes et de joies. Lionel, merci pour l'élan que tu continues d'apporter. Les amis, de Paris, du sud-ouest et d'ailleurs, merci pour votre présence indéfectible et vos sourires contagieux. Enfin, merci à ma famille pour son soutien sans faille, merci de me suivre sans toujours comprendre et de me comprendre sans toujours suivre. Je me sens terriblement chanceuse d'être si bien entourée. Vous comptez. Beaucoup.

Merci.

Résumé

La communauté astronomique prépare l'arrivée des télescopes géants avec notamment l'ELT, télescope européen équipé d'un miroir primaire de près de 40 mètres de diamètre. Ce télescope rendra possible l'étude d'objets astrophysiques plus ténus avec une meilleure résolution, à la condition de se défaire correctement des effets de la turbulence atmosphérique qui altèrent la qualité d'imagerie. L'optique adaptative (OA) permet une telle compensation en temps réel. Son principe repose sur la mesure de la déformation du front d'onde incident à l'aide d'un analyseur, cette information est ensuite transmise par le biais d'un calculateur à un miroir déformable. Celui-ci compense alors physiquement et de manière quasi instantanée les distorsions causées par la turbulence. C'est dans ce cadre que l'analyseur de front d'onde pyramide et sa grande sensibilité a été retenu pour équiper l'OA des instruments de l'ELT.

Dans sa mise en œuvre, l'OA va cependant devoir s'adapter à la structure inédite de l'ELT et notamment à la fragmentation de sa pupille en 6 pétales par l'araignée qui supporte son miroir secondaire. Avec plusieurs dizaines de centimètres d'épaisseur, soit plusieurs fois la longueur de cohérence de la turbulence, les bras de l'araignée rompent la continuité du front d'onde incident. Il devient alors nécessaire de mesurer les différences de phase entre chacun des 6 pétales, appelées pistons différentiels, afin de reconstruire pleinement le front d'onde.

En s'appuyant sur des simulations numériques complètes des paramètres de l'ELT et de son miroir déformable, cette thèse étudie les capacités et limites de l'analyseur pyramide à effectuer ce type de mesure pour différentes configurations instrumentales et étend ces discussions à un autre analyseur, le masque de Zernike. Les conclusions proposées peuvent également s'appliquer aux effets thermiques qui s'exercent au sein même du dôme et introduisent des discontinuités de phase. Face à l'incapacité des analyseurs à mesurer les pistons différentiels en présence de forts résidus d'OA relativement à leur longueur d'onde d'utilisation, deux méthodes de reconstruction s'appuyant sur la théorie de Kolmogorov sont développées : l'utilisation d'un estimateur minimisant la variance de l'erreur de la phase reconstruite et la formulation d'une base modale permettant d'assurer la continuité du front d'onde de part et d'autre des bras de l'araignée. Enfin, des expérimentations ont été menées en laboratoire pour valider les conclusions des études numériques. Elles ont été faites sur un banc d'OA pour lequel les caractéristiques pertinentes de l'ELT sont reproduites. Cette thèse explore ainsi les problématiques de pistons différentiels à l'intérieur d'une même pupille de télescope et introduit enfin la nécessité de mettre en œuvre un analyseur spécifiquement dédié à leur mesure.

Mots clés : Optique adaptative ; Extremely Large Telescope ; Analyse de surface d'onde ; Analyseur pyramide ; Ondes – Propagation.

Abstract

The astronomical community is paving the way for extremely large telescopes, with notably the ELT, a European telescope equipped with a 40-meter diameter primary mirror. This telescope will enable the study of fainter astrophysical objects with a better resolution, provided that atmospheric turbulence which degrades imaging quality is properly removed. Adaptive Optics (AO) provides such a compensation in real time. Its principle is based on measuring the incoming wavefront distortions using a specific sensor, this information is then transmitted through a computer to a deformable mirror. The latter physically and almost instantaneously compensates for the distortions caused by the turbulence. In this context, the pyramid wavefront sensor and its high sensitivity was chosen to equip the AO systems of the ELT instruments.

However, the implementation of the AO systems has to take into account the unique structure of the ELT and in particular, the fragmentation of its pupil into six petals by the spider which supports the secondary mirror. With tens of centimeters thickness, i.e. several times the turbulence coherence length, the spider arms break the continuity of the incoming wavefront. It then becomes necessary to measure the phase differences between each of the six petals, called the differential pistons, in order to reconstruct the full wavefront.

Based on comprehensive numerical simulations of the ELT and deformable mirror parameters, this thesis studies the capacities and limitations of the pyramid sensor to perform differential piston measurements including different instrumental configurations, and extends these discussions to another sensor, the Zernike phase mask. The proposed conclusions can also be applied to thermal effects that occur within the dome of the telescope and which introduce phase discontinuities. Facing the poor reliability of the sensors to measure differential pistons in the presence of strong AO residuals relative to their sensing wavelength, two algorithmic reconstruction methods based on Kolmogorov's theory are developed: the use of an estimator minimizing the variance of the reconstructed phase error and a modal basis ensuring the continuity of the wavefront correction on either side of the spider arms. Finally, experiments were carried out in laboratory to validate the conclusions of the numerical studies. They were made on an AO bench which reproduces the relevant characteristics of the ELT. Thus, this thesis explores the problematics of differential pistons inside a same telescope pupil and introduces the need for a sensor specifically addressing this measurement.

Keywords: Adaptive Optics ; Extremely Large Telescope ; Wavefront analysis ; Pyramid wavefront sensor ; Wave – Propagation.

Table des matières

Remerciements	i
Résumé	iii
Abstract	v
Liste des abréviations	xi
1 Formation des images à travers l’atmosphère	1
1.1 Quelques éléments d’optique	1
1.1.1 A la lumière de l’histoire	1
1.1.2 Propagation des ondes lumineuses	5
1.1.3 Filtrage de Fourier	8
1.2 Propriétés de la turbulence atmosphérique	9
1.2.1 Description physique de la phase turbulente	9
1.2.2 Front d’onde turbulent	12
1.2.3 Effets de la turbulence sur la qualité image	13
1.2.4 Décomposition modale de la phase turbulente	16
1.3 Optique adaptative	20
1.3.1 Principe général	20
1.3.2 Mesurer la phase : les analyseurs de surface d’onde	20
1.3.3 Corriger la phase : les miroirs déformables	26
1.3.4 Etalonnage et loi de commande	27
1.3.5 Budget d’erreur post optique adaptative	30
1.3.6 Différents modes d’OA	32
2 Les pétales de l’ELT	35
2.1 Description de l’ELT et de ses instruments	35
2.1.1 La cour des géants	35
2.1.2 Conception optique de l’ELT	35
2.1.3 Conditions d’observation à Cerro Armazones	36
2.1.4 Instruments de première lumière et systèmes d’OA	37
2.2 Simuler les caractéristiques de l’ELT	39
2.2.1 Présentation du simulateur COMPASS	39
2.2.2 Phases atmosphériques	39
2.2.3 Pupille	40
2.2.4 Miroir déformable	40
2.3 Sources de modes pétales	42
2.3.1 Définition	42
2.3.2 Pétales atmosphériques	44
2.3.3 Des effets thermiques	46
2.3.4 Autres erreurs	47

2.4	FEP et rapport de Strehl pour des erreurs pétales	48
2.5	Etat de l'art sur la mesure des pistons différentiels	49
2.5.1	Interférométrie à longue base	49
2.5.2	Optique active	50
2.5.3	Problématiques montantes	51
3	Analyse du piston différentiel en optique adaptative	53
3.1	L'analyseur pyramide pour la mesure du piston différentiel	53
3.1.1	Modèle analytique de l'approche diffractive	53
3.1.2	Définition du vecteur de mesures	54
3.1.3	Signal piston différentiel à la diffraction	55
3.1.4	Sensibilité, gamme de linéarité et plage de capture	55
3.2	Mesure du piston différentiel en présence de résidus de phase	60
3.2.1	Termes d'erreur pétale et intra-pétale	60
3.2.2	Choix des pixels valides	61
3.2.3	Conditions d'observation et phases résiduelles	61
3.2.4	Non linéarités et méthodes de compensation	63
3.2.5	Article soumis au journal <i>Astronomy & Astrophysics</i>	65
3.3	Discussions	83
3.3.1	A propos du biais β de mesure	83
3.3.2	Modes non vus et utilisation de gains modaux	83
3.3.3	Choix du chemin de modulation	84
3.3.4	Nombre de faces : vers l'axicon ?	86
3.3.5	Résultats complémentaires	88
3.4	Quelques résultats avec le masque de Zernike	91
3.4.1	Propriétés et dimensionnement	91
3.4.2	Résultats en présence de résidus turbulents	93
3.5	Conclusions sur l'analyse du piston différentiel	95
4	Méthodes de contrôle des modes pétales	97
4.1	Reconstruction à partir d'a priori sur la turbulence	97
4.1.1	Contexte	97
4.1.2	Définition d'un reconstruteur optimal	98
4.1.3	Application du MMSE à la mesure des pistons différentiels	99
4.2	Bases de contrôle adaptées aux modes non vus	100
4.2.1	Actionneurs et modes non vus, problèmes de divergence	100
4.2.2	Méthode de calcul de la base continue	101
4.2.3	Base pairée \mathbf{B}_p	104
4.2.4	Propriétés des bases	104
4.3	Simulations numériques pour le contrôle des modes pétales	107
4.3.1	Paramètres des simulations	107
4.3.2	Performances en fonction des conditions de turbulence	108
4.3.3	Magnitude de l'étoile guide	111
4.3.4	Erreurs de référencement de la grille d'actionneurs	112
4.3.5	Discontinuités de phase	113
4.4	Autre application : les actionneurs hors pupille	114
4.5	Conclusions	118

5	Résultats expérimentaux	119
5.1	Description du banc SESAME	119
5.1.1	Bref historique	119
5.1.2	Présentation générale du trajet optique	119
5.1.3	Caractéristiques des composants du banc	120
5.2	Caractérisation des composants optiques du banc	123
5.2.1	Analyseur Pyramide PYRCADO	124
5.2.2	Caméras	126
5.2.3	Miroir de modulation	126
5.2.4	Modulateur de phase	127
5.3	Manipulations avec un miroir hauts ordres ALPAO	130
5.3.1	Choix de la base	130
5.3.2	Etalonnage de la matrice d'interaction	131
5.3.3	Mise à plat du miroir déformable ALPAO	132
5.3.4	Mesure et correction des aberrations non communes	134
5.3.5	Fermeture de boucle d'OA avec le DM ALPAO	135
5.4	Mise en œuvre de la géométrie ELT	138
5.4.1	Mise en place des paramètres ELT sur le SLM	138
5.4.2	Etalonnage de la commande	142
5.4.3	Mesure du piston différentiel sur le banc	143
5.5	Résultats en boucle fermée	143
5.5.1	Paramètres de l'optique adaptative	144
5.5.2	Evolution du piston différentiel pour les 3 méthodes de reconstruction	146
5.5.3	Erreur sur les pistons différentiels avec la base \mathbf{B}_r	151
5.5.4	Rapports de Strehl pétale, intra-pétale et total	151
5.5.5	PSF du banc et PSF en bande K	152
5.6	Conclusions et perspectives d'amélioration	156
A	Construction d'un miroir déformable de type ELT	161
B	Une mesure d'un rapport de Strehl sur banc	165
C	"Dealing with the wavefront discontinuities induced by the telescope spider", (2020), Proc. SPIE 11448	167

Liste des abréviations

ASO	Analyseur de surface d'onde
CCD	Charge Coupled Device (detector)
CLOSE	<i>Correlation-Locked Optimization StratEgy</i>
CMOS	Complementary Metal-Oxyde Semiconductor (detector)
COMPASS	COMputing Platform for Adaptive opticS Systems
ddb	<i>Direct Digital signal generation Board</i>
DM	<i>Deformable Mirror</i>
ELT	Extremely Large Telescope(s)
ESO	<i>European Southern Observatory</i>
FEP	Fonction d'étalement du point
FI	Fonction d'influence
FTO	Fonction de transfert optique
FSM	<i>Fast Steering Mirror</i>
FWHM	<i>Full width at half maximum</i>
GLAO	<i>Ground Layer Adaptive Optics</i>
GMT	Giant Magellan Telescope
KL	Karhunen-Loève
LCOS	<i>Liquid Crystal On Silicon</i>
LESIA	Laboratoire d'études spatiales et d'instrumentation en astrophysique
LTAO	<i>Laser Tomography Adaptive Optics</i>
MAORY	Multi-conjugate Adaptive Optics RelaY
MCAO	<i>Multi-conjugate Adaptive Optics</i>
MICADO	Multi-AO Infrared CAmera for Deep Observations
MOAO	<i>Multi-object Adaptive Optics</i>
NCPA	<i>Non-common Path Aberrations</i>
OA	Optique adaptative
OGC	<i>Optical Gain Coefficients</i>
PIL	<i>Pupil Imaging Lens</i>
PSF	<i>Point Spread Function</i>
PYRCADO	<i>PYRamid wavefront sensor prototype for miCADO</i>
RMS	<i>Root-Mean-Square</i>
RON	<i>Read Out Noise</i>
RTC	<i>Real-time Computer</i>
SAPHIR	<i>Sensor Achromatic Pyramid HIgh Resolution</i>
SCAO	<i>Single Conjugate Adaptive Optics</i>
SH	Shack-Hartmann
SLM	<i>Spatial Light Modulator</i>
SNR	<i>Signal to Noise Ratio</i>
SR	<i>Strehl Ratio</i>
TF	Transformée de Fourier
TMT	Thirty Meter Telescope
VK	(spectre de) von Kármán
VLT	Very Large Telescope

Table des figures

1.1	L'œil et la lunette astronomique comme systèmes optiques.	2
1.2	Avancées des télescopes, de l'observatoire de Paris au VLT.	3
1.3	Image corrigée des effets de la turbulence.	4
1.4	Tache d'Airy et critère de Rayleigh.	7
1.5	Motif de diffraction pour différentes formes de pupille.	8
1.6	Principe du filtrage de Fourier par un masque de transmission.	9
1.7	Schéma d'un écoulement turbulent.	10
1.8	Spectre de puissance d'un écoulement turbulent.	11
1.9	Taches images à travers la turbulence, en courte et longue pose.	15
1.10	PSF longues poses à travers la turbulence, avec échelle externe finie et infinie.	15
1.11	Premiers modes de Zernike, de $n = 1$ à $n = 3$	18
1.12	Premiers modes Karhunen-Loève simplifiés.	19
1.13	Schéma de principe de l'optique adaptative.	20
1.14	Principe de fonctionnement de l'analyseur Shack Hartmann.	21
1.15	Principe de fonctionnement du couteau de Foucault.	22
1.16	Aberrations vues par le couteau de Foucault	23
1.17	Principe de fonctionnement de l'analyseur pyramide.	24
1.18	Aberrations vues par l'analyseur pyramide.	24
1.19	Aberrations vues par le masque de Zernike.	25
1.20	Schéma d'un miroir déformable à bobines.	26
1.21	Correction d'un front d'onde turbulent à la fitting d'un miroir déformable.	28
1.22	Diagramme d'un système d'OA en boucle fermée.	30
2.1	Caractéristiques des miroirs et chemin optique jusqu'au foyer Nasmyth du télescope ELT.	36
2.2	Description du module MICADO et exemples de performance d'imagerie de champs stellaires encombrés.	38
2.3	Pupille ELT segmentée et fragmentée.	41
2.4	Cartes et profils des fonctions d'influence du DM de l'ELT.	42
2.5	Modes de la base pétale \mathbf{B}_{pet} , calculée sur les actionneurs de chacun des six pétales.	43
2.6	Décomposition d'une phase turbulente sur les modes du DM.	44
2.7	Différence de chemin optique sur la pupille ELT et piston différentiel entre deux pétales.	44
2.8	Ecart type des pistons différentiels en fonction du paramètre de Fried	45
2.9	Densité spectrale de puissance et erreur de phase des modes atmosphériques sur l'ELT.	46
2.10	Images des PSFs en bande H en présence de LWE sur VLT/SPHERE et SUBARU/SCEXAO	47
2.11	Modèle numérique de mécanique des fluides et différences de chemin optique pour l'effet de LWE sur l'ELT.	48
2.12	Fonction d'étalement du point sans et erreurs pétales aléatoires.	49
2.13	Rapport de Strehl en fonction de la variance des modes pétales.	49
3.1	Réponse de l'analyseur pyramide à un mode pétale et un mode intra-pétale, sans et avec modulation.	56
3.2	Cartes de pentes pour un mode pétale et un mode intra-pétale, sans et avec modulation.	57
3.3	Pentes \mathbf{s}_x et \mathbf{s}_y de l'analyseur pyramide pour un piston différentiel	58
3.4	Sensibilité modale de l'analyseur pyramide sans modulation et avec une modulation de rayon $3\frac{\lambda}{D}$	58
3.5	Signal piston différentiel mesuré par l'analyseur pyramide en fonction du signal en entrée, à la diffraction.	59

3.6	Courbe de linéarité de l'analyseur pyramide d'un mode intra-pétale, sans et avec modulation, à la diffraction.	59
3.7	Masques de sélection des pixels valides pour l'analyseur pyramide.	61
3.8	Phases résiduelles intra-pétale en boucle fermée pour plusieurs r_0 , sans et avec compensation des gains modaux.	62
3.9	Non-linéarité de la réponse de l'ASO pyramide autour d'une phase résiduelle ϕ_{op}	64
3.10	Boucle d'optique adaptative et matrice de transfert de l'ASO, de l'étalonnage au fonctionnement en opération.	64
3.11	Courbes des gains modaux réels et calculés avec CLOSE.	66
3.12	Densités de probabilité de la perte de sensibilité et du biais de mesure de l'ASO pyramide modulé à $3\frac{\lambda}{D}$ pour les modes pétales	84
3.13	Densités de probabilité du biais de mesure de l'ASO pyramide modulé à $3\frac{\lambda}{D}$ pour les modes tilts	85
3.14	Gains optiques calculés avec l'algorithme CLOSE en Q4 ($r_0 = 8,9 \text{ cm}$).	86
3.15	Chemins de modulation trèfle.	86
3.16	Sensibilité modale à la diffraction des chemins de modulation trèfle.	87
3.17	Perte de sensibilité et facteur de confusion des chemins de modulation trèfle	87
3.18	Masques de phase et images de l'analyseur d'une pyramide à 4 et 6 faces et d'un axicon.	88
3.19	Sensibilité modale à la diffraction des masques pyramidaux à 4, 6 et 24 faces.	89
3.20	Perte de sensibilité et facteur de confusion des masques pyramidaux à 4, 6 et 24 faces.	89
3.21	Performance pétale $\sigma_{P[\lambda]}$ et intra-pétale σ_{intra} en radians pour différents échantillonnages du plan du détecteur de l'ASO pyramide.	90
3.22	Performance pétale $\sigma_{P[\lambda]}$ et intra-pétale σ_{intra} en radians en fonction de la magnitude de l'étoile guide, avec l'ASO pyramide.	90
3.23	Réponse du masque de Zernike à la diffraction pour deux diamètres de pastille déphasante.	92
3.24	Réponse du masque de Zernike à un mode pétale et un mode intra-pétale.	92
3.25	Sensibilité modale du masque de Zernike à la diffraction.	93
3.26	Sensibilité aux modes pétales et intra-pétales en fonction du diamètre du masque de Zernike.	94
3.27	Perte de sensibilité et facteur de confusion pour le masque de Zernike et la pyramide non modulée.	94
4.1	Histogramme des valeurs de la phase résiduelle avec modes pétales atmosphériques et avec estimation par MMSE des modes pétales.	101
4.2	Schéma de l'espace des commandes du DM.	102
4.3	Coordonnées et définition des actionneurs actifs et passifs du DM de l'ELT.	103
4.4	Déviations relatives des modes des bases \mathbf{B}_c et \mathbf{B}_p par rapport aux modes de \mathbf{B}_r	106
4.5	Mode pétale projeté sur les matrices de commande \mathbf{B}_r , \mathbf{B}_c et \mathbf{B}_p	107
4.6	Performance en boucle fermée des méthodes de contrôle des modes pétales.	110
4.7	Rapport de Strehl longue pose en bande K, pour les méthodes de contrôle des modes pétales.	110
4.8	Spectres temporels de puissance des erreurs de pistons différentiels résiduels laissés par les méthodes de contrôle des modes pétales.	111
4.9	Rapport de Strehl longue pose en bande K en fonction de la magnitude de l'étoile-guide, pour les méthodes de contrôle des modes pétales.	112
4.10	Rapport de Strehl longue pose en bande K en fonction des erreurs de référencement du DM, pour les méthodes de contrôle des modes pétales.	113
4.11	Ecrans de phase simulant le Low Wind Effect sur la pupille ELT.	114
4.12	Rapport de Strehl longue pose mesuré à 2200 nm en présence de de Low Wind Effect, DM contrôlé avec \mathbf{B}_c et \mathbf{B}_{mmse}	115
4.13	Evolution des pistons différentiels avec la base \mathbf{B}_c en présence de discontinuités type LW.	115
4.14	Evolution des pistons différentiels avec la base \mathbf{B}_{mmse} en présence de discontinuités type LW.	116
4.15	Cartes de phase résiduelle de la boucle d'OA avec $r_0 = 13,4 \text{ cm}$ en fonction du nombre de degrés de liberté contrôlés.	117
4.16	Evolution temporelle des pistons différentiels, avec et sans divergence locale d'actionneurs du DM.	117
5.1	Schéma du trajet et des composants optiques qui composent le banc SESAME.	120
5.2	Images des miroir bimorphe tip/tilt et miroir ALPAO.	121

5.3	Affichage temps réel du statut des outils et caméras du banc avec le logiciel GRAFANA.	124
5.4	Plan pupille de l'ASO et ajustement des inhomogénéités d'éclairage.	125
5.5	Coupes en "x" et "y" de la réponse de la caméra scientifique à une phase haute fréquence produite avec le DM ALPAO.	126
5.6	Coupes en "x" et "y" de la réponse de la caméra de modulation à une phase haute fréquence produite avec le DM ALPAO.	127
5.7	PSF modulées sur le banc de 5 à 30 $\frac{\lambda}{D}$ et modulation théorique circulaire.	128
5.8	Rayon de modulation mesuré en fonction du rayon théorique commandé au miroir oscillant.	128
5.9	Réponse de l'analyseur pyramide à un mode créneau d'amplitude croissante.	129
5.10	Mesure des temps de montée et de descente du SLM.	130
5.11	Sensibilité zonale des actionneurs du DM ALPAO.	132
5.12	Tensions du DM ALPAO, image de l'ASO pyramide et tache image sans tensions de compensation sur le DM ALPAO.	133
5.13	Tensions du DM ALPAO, image de l'ASO pyramide et tache image avec tensions de compensation sur le DM ALPAO.	133
5.14	Tensions du DM ALPAO, image de l'ASO pyramide et tache image avec tensions de compensation sur le DM ALPAO, après une dérive d'1 heure du banc.	134
5.15	Evolution du rapport de Strehl mesuré sur banc en boucle ouverte, à l'allumage du DM ALPAO et avec utilisation des tensions de compensation.	134
5.16	Rapports de Strehl, en boucle fermée et sans turbulence, en fonction du rayon de modulation de l'ASO pyramide et du nombre de modes contrôlés.	135
5.17	Rapport de Strehl mesuré en fonction de l'amplitude des pentes des référence appliquée, pour les modes défocus à coma.	136
5.18	Taches images avant correction et après correction des aberrations non communes.	136
5.19	Profils des PSFs avant correction et après correction des aberrations non communes.	137
5.20	Images de l'ASO pyramide et taches images sans et avec OA pour une turbulence caractérisée par $d_{act}/r_0 = 1, 2$, mesurée avec l'ASO pyramide et compensée avec le DM ALPAO.	137
5.21	Définition de la géométrie de pupille ELT avec le SLM, comprenant fragmentation et obstruction centrale; images de l'ASO et plan focal associés.	139
5.22	Positions des actionneurs d'un simili DM ELT de 20 m de diamètre et de distance inter actionneurs $d_{act} = 0,54 \text{ cm}$	140
5.23	Processus de génération de la phase avec le SLM par somme des différentes contributions.	141
5.24	Comparaison des taches images, mesurée sur banc et reconstruite connaissant la pupille et la phase appliqué au SLM.	142
5.25	Mesures et taches images pour des modes pétales mesuré sur banc.	144
5.26	Sensibilité au modes pétales mesurée sur banc en fonction du rayon de modulation.	144
5.27	Rapport de Strehl à 2200 nm en fonction du gain de boucle scalaire intégrateur pour $r_0 = 12 \text{ cm}$ à $r_0 = 30 \text{ cm}$ à 500 nm	146
5.28	Evolution des pistons différentiels pour les matrices de commande \mathbf{B}_r , \mathbf{B}_{mmse} et \mathbf{B}_c et pour $r_0 = 12 \text{ cm}$ à $r_0 = 30 \text{ cm}$ à 500 nm	148
5.29	Phase résiduelle de la boucle d'OA à l'itération 200 pour les matrices de commande \mathbf{B}_r , \mathbf{B}_{mmse} et \mathbf{B}_c et pour $r_0 = 12 \text{ cm}$ à $r_0 = 30 \text{ cm}$ à 500 nm	149
5.30	Phase résiduelle de la boucle d'OA à l'itération 1000 pour les matrices de commande \mathbf{B}_r , \mathbf{B}_{mmse} et \mathbf{B}_c et pour $r_0 = 12 \text{ cm}$ à $r_0 = 30 \text{ cm}$ à 500 nm	150
5.31	Erreur de mesure des pétales $\sigma_{P[\lambda]}$ en fonction du rapport $\frac{d_{act}}{r_0}$ sur banc.	151
5.32	Evolution temporelle des rapports de Strehl en bande K pour les matrices de commande \mathbf{B}_r , \mathbf{B}_{mmse} et \mathbf{B}_c et pour $r_0 = 12 \text{ cm}$ à $r_0 = 30 \text{ cm}$ à 500 nm	153
5.33	PSF courte pose mesurée sur banc à 633 nm, en boucle fermée après 200 itérations, pour les matrices de commande \mathbf{B}_r , \mathbf{B}_{mmse} et \mathbf{B}_c et pour $r_0 = 12 \text{ cm}$ à $r_0 = 30 \text{ cm}$ à 500 nm	154
5.34	PSF longue pose reconstruite à 2200 nm, obtenu sur une moyenne de 200 itérations en boucle fermée, pour les matrices de commande \mathbf{B}_r , \mathbf{B}_{mmse} et \mathbf{B}_c et pour $r_0 = 12 \text{ cm}$ à $r_0 = 30 \text{ cm}$ à 500 nm	155
A.1	Maillage triangulaire régulier et maillage triangulaire du DM ELT.	162
A.2	Coupes des fonctions d'influence aux différentes étapes de construction.	163
B.1	Grandeurs utiles pour la simulation d'une PSF théorique.	166

Liste des tableaux

2.1	Définition des conditions d'observation à Cerro Armazones	37
3.1	Paramètres de Fried des couches turbulentes simulées	62
4.1	Valeurs de fitting théoriques et mesurées avec les bases \mathbf{B}_r , \mathbf{B}_c et \mathbf{B}_{mmse}	106
4.2	Erreur de répliation des modes pétales pour \mathbf{B}_r , \mathbf{B}_c et \mathbf{B}_p	107
4.3	Correspondance des valeurs de r_0 exprimés à 500 nm et à $\lambda_{aso} = 700 \text{ nm}$ en cm avec le ratio d_{act}/r_0 pour l'ELT ($d_{act} = 54 \text{ cm}$).	108
5.1	Paramètres du miroir ALPAO hauts ordres.	121
5.2	Paramètres du SLM.	122
5.3	Paramètres des détecteurs.	123
5.4	Positions des centres de chaque quadrant exprimés en pixels dans l'espace du détecteur PYRCADO.	125
5.5	<i>Simulation COMPASS</i> : rapport de Strehl obtenu par fermeture de boucle avec des matrices d'interaction bruitées.	143
5.6	Dimensionnement de la géométrie semi-ELT et paramètres de la boucle d'OA.	145
5.7	Paramètre de Fried exprimé à différentes longueurs d'onde d'intérêt : 500 nm, 633 nm et 700 nm.	145

Chapitre 1

Formation des images à travers l'atmosphère

1.1 Quelques éléments d'optique

1.1.1 A la lumière de l'histoire

L'optique et l'astronomie partagent depuis des millénaires une longue tradition de questionnements, de recherches et de découvertes ; ces dernières ouvrant elles-mêmes à de nouveaux questionnements. Les récits de l'évolution de notre compréhension des phénomènes optiques, du développement des instruments d'observation du ciel et des découvertes astronomiques s'entremêlent. Ils modifient profondément notre manière de penser l'Univers et la place que nous y prenons. Je m'essaie ici à faire un bref résumé linéaire de ces récits croisés. Et même lorsque l'histoire semble emprunter un chemin détourné, les vapeurs se dissipent et elle nous conduit vers des lueurs un peu moins diffuses, un peu plus précises.

De l'œil à la lunette

Les premiers écrits sur la lumière datent de l'Antiquité, ils ne concernent pas la nature de celle-ci, mais plutôt la compréhension de la vision, et tout commence (déjà) avec deux grandes hypothèses qui s'opposent. Vers 400 ans avant J.-C, Platon émet l'idée que la lumière jaillit de l'œil. Se heurtant aux objets, elle forme une image et renvoie à l'homme la sensation de voir. A l'inverse, pour Epicure et les atomistes, la lumière se détache des objets sous forme de fines particules qui parviennent jusqu'à nos yeux. C'est en tant que partisan de la première hypothèse - celle de Platon - qu'Euclide un siècle plus tard puis Ptolémée au II^e siècle travaillent sur la compréhension des "rayons visuels". Les travaux d'Euclide sur le traitement géométrique de ces rayons, qu'on appellerait aujourd'hui techniques de perspective, se destinent à l'astronomie : il met par exemple en évidence la distinction entre taille réelle et taille apparente des objets célestes. En étudiant la réfraction et la réflexion, Ptolémée est sûrement le premier astronome à se préoccuper des erreurs causées par le phénomène de réfraction atmosphérique sur l'observation des astres depuis la Terre. Cependant, la théorie platonicienne sur laquelle Ptolémée se repose l'empêche de développer une compréhension de l'optique tout à fait cohérente.

Il faut attendre Ibn al-Haytham au XI^e siècle et des travaux sur le fonctionnement de l'organe même de l'œil pour prendre le contre-pied de l'approche platonicienne : le rayon visuel est reçu et non émis par l'œil. Léonard De Vinci est le premier à assimiler l'œil à une "camera obscura" mais refuse l'idée que l'image puisse se former inversée sur la rétine : les tracés de rayon qu'il propose contiennent deux renversements successifs (voir figure 1.1, gauche). En parallèle de ces avancées sur le trajet des rayons optiques, des développements empiriques et artisanaux conduisent aux premiers verres correcteurs dans l'Italie de la Pré-Renaissance. C'est ainsi, loin des théoriciens, que la première lunette d'approche voit le jour en Italie et en Hollande, à l'aube du XVII^e siècle. Perfectionnée par Galilée, la lunette devient astronomique et se dédie à l'observation des objets célestes, elle offre à voir des détails qui étaient jusqu'alors invisibles à l'œil nu. Un exemple de lunette est présentée en figure 1.1, à droite. Parmi les découvertes qui lui sont rendues possibles, il observe les nombreux cratères et montagnes qui façonnent la surface de la Lune ; en 1610, il rapporte le mouvement de quatre lunes en orbite autour de Jupiter puis quelques mois plus tard il observe les phases de Vénus. Ces découvertes bousculent le modèle géocentrique et lui donnent la preuve observationnelle pour soutenir le système copernicien. En effet,

elles ne peuvent être interprétées qu'en s'appuyant sur le modèle héliocentrique. Cependant, Galilée n'est pas en mesure de répondre aux interrogations qui portent sur la réalité ou l'illusion des observations au travers de la lunette. C'est à Johannes Kepler qu'on doit, à la même époque, les travaux nécessaires à la confirmation géométrique de la formation des images et par là même, à l'utilisation de la lunette comme instrument optique d'observation par excellence. A partir de sa source, la lumière se répand dans toutes les directions et en lignes droites, ce sont les débuts de l'optique dite géométrique. Il apporte également une amélioration majeure à la lunette de Galilée en remplaçant une des deux lentilles par une lentille concave, permettant ainsi aux faisceaux de converger sur la pupille de l'astronome ce qui facilite nettement l'observation. La révolution est en marche, les avancées se répandent rapidement en Europe. Le perfectionnement croissant des méthodes de fabrication et de polissage des optiques permettent la construction de lunettes plus ouvertes (comprendre de diamètres plus larges) et de meilleures qualités, elles dépassent largement l'acuité de l'œil humain. En disciple de Kepler, René Descartes expose en 1637 dans son ouvrage *La Dioptrique* les lois qui régissent la réflexion et la réfraction de la lumière ; il retrouve les mêmes formules non publiées de son collègue hollandais Snellius, elles sont connues sous le nom de lois de Snell-Descartes.



FIGURE 1.1 – *Gauche* Notes de Léonard De Vinci sur l'étude de l'œil comme système optique (*Exposition Léonard de Vinci au Musée du Louvre, retouches : P-Y. Maître*), *Droite* Télescope original (ans 1609-1610) de Galilée de 980 mm de focale et oculaire; l'instrument peut grossir jusqu'à 21 fois les objets (*au Museo Galileo*).

Sur la nature de la lumière

Sous l'impulsion des savants de l'époque, l'Observatoire Royal et actuel Observatoire de Paris est fondé en 1667. Neuf années plus tard, l'astronome danois Olaus Römer y met en évidence la finitude de la vitesse de la lumière. Cette mesure va conforter Christian Huygens dans l'idée que la lumière se propage en ondes successives; il vérifiera que les lois de Snell-Descartes s'appliquent également aux cristaux, ce qui ne peut être expliqué que par un modèle ondulatoire de la lumière. Mais le jeune Isaac Newton ne partage pas cette théorie et fera d'ailleurs l'hypothèse d'une vitesse de la lumière infinie dans ses travaux. Il attend 1704 - et le décès de ses principaux concurrents : Huygens et Hooke - pour publier son *Traité d'optique* dans lequel il développe une théorie corpusculaire de la lumière. A force de prismes et de rayons colorés, ce sont ses travaux qui portent sur les aberrations chromatiques des lunettes astronomiques, et plus largement sur la nature des couleurs, qui mènent Newton à conclure que la lumière est constituée de grains de couleur. Par ailleurs, pour répondre à la problématique des aberrations chromatiques qu'il croit être un défaut absolu, inhérent aux lentilles de verre, Newton polit en 1668 son premier télescope. Constitué d'un miroir concave et d'un miroir plan, le télescope est exempt de défauts chromatiques contrairement à la lunette. Une description d'un télescope comparable peut être trouvée cinq années plus tôt chez le mathématicien Gregory. Pour Newton, l'observation se fait à l'avant du télescope tandis que pour Gregory, puis Cassegrain quelques années plus tard, l'observation se fait à l'arrière du télescope, comme avec la lunette (voir figure 1.2, à gauche).

Mais reprenons la grande question qui porte sur la nature de la lumière. La théorie corpusculaire de

Newton convainc la communauté scientifique et n'est remise en cause qu'un peu plus tard par le suisse Euler, celui-ci appuie la théorie proposée par Huygens. En 1801, l'optique se trouve dans une impasse théorique, entre ondes et corpuscules, lorsque le physicien Thomas Young élabore l'expérience des fentes et observe un motif diffractif, composé des fameuses franges d'interférence. Indépendamment, Augustin Fresnel soumet un mémoire à l'Académie des sciences, enrichi de 1814 à 1816, contenant une démonstration mathématique du phénomène de diffraction ainsi que le détail de ses observations expérimentales. Ces expériences posent les fondements de la nature ondulatoire de la lumière. Peu de temps plus tard, de nouveaux résultats viennent conforter la théorie ondulatoire. En 1849, H. Fizeau réalise une mesure de la vitesse de la lumière dans l'air, entre le mont Valérien et Montmartre, qu'il détermine à $312\,146\text{ km.s}^{-1}$ (la valeur de la vitesse de la lumière dans le vide aujourd'hui retenue est de $c = 299\,792,458\text{ km.s}^{-1}$).

Dans les années 1860, le physicien James Clerk Maxwell présente la théorie de l'électromagnétisme et les quatre équations aux dérivées partielles qui gouvernent cette théorie. Ces équations mettent en œuvre un coefficient de vélocité c et il écrira que cette constante est si proche de la vitesse de la lumière que cela porte à conclure que la lumière est elle même une perturbation électromagnétique. Avec cette théorie, Maxwell unifie les domaines de l'électricité, du magnétisme et de l'optique. Après sa mort, en 1888, le physicien allemand Heinrich Hertz démontre par l'expérience que les propriétés de la lumière visible sont cohérentes avec la théorie. L'aspect ondulatoire de la lumière est vérifié : il s'agit plus précisément d'une onde électromagnétique.



FIGURE 1.2 – Evolution des télescopes : *Gauche* Bernard Lyot à l'oculaire d'un télescope de l'Observatoire de Paris dans les années 1920 (*Archives de l'Observatoire de Paris, site de Meudon*), *Droite* Vue aérienne des quatre télescopes VLT et trois télescopes auxiliaires formant l'interféromètre du VLT (VLTI) en 2001, et toujours en opération. (*Crédit : ESO*).

L'époque moderne

Comprendre la nature ondulatoire de la lumière ouvre la voie à l'interférométrie : le résultat de la combinaison de deux ondes donne des propriétés significatives sur leur source. Notamment, la résolution atteinte avec un seul télescope de diamètre donné est la même que celle d'une image obtenue par interférences de deux télescopes espacés de ce même diamètre, qu'on appelle alors "base". Cette technique permet théoriquement d'atteindre plus les hautes résolutions angulaires par combinaison de petits télescopes placés sur de longues bases. En décembre 1920, Albert Michelson et Francis Pease font une première démonstration sur ciel de l'interférométrie. Ils jouent sur le contraste des franges des images en faisant interférer la lumière issue de deux télescopes - en fait deux miroirs fixés sur une poutre de 6 mètres de long à l'observatoire du Mont Wilson - et déterminent ainsi le diamètre angulaire d'une dizaine d'étoiles dont Bételgeuse. Antoine Labeyrie contribuera largement au développement de l'interférométrie dans les années 1970 et c'est cette même technique qui est aujourd'hui utilisée au VLTI avec des bases de recombinaison allant de 16 à 220 m. La recombinaison des quatre télescopes principaux et trois auxiliaires est montrée en figure 1.2.

En parallèle de l'interférométrie, un autre défi se profile pour le domaine de la haute résolution angulaire. Les astronomes cherchent à se défaire du "flou" causé par la turbulence atmosphérique, appelé le seeing, sur les systèmes d'imagerie au sol. En 1953 et 1957, l'américain Horace Babcock puis le soviétique Vladimir Pavlovich Linnik publient indépendamment deux articles portant sur la possibilité de compenser le seeing à l'aide d'un analyseur qui mesure les effets de la turbulence et d'un miroir constitué de segments de positions contrôlables. Ils posent les fondements de l'optique adaptative. A l'époque, l'intérêt de cette méthode est avant tout militaire puisqu'elle permettrait d'identifier et de surveiller de potentiels satellites

ennemis, mais les solutions technologiques sont encore insuffisantes. Une première démonstration de principe est faite en 1977 (Hardy et al., 1977). Puis, en octobre 1989, les premiers résultats de l'optique adaptative à des fins astronomiques sont obtenus à l'Observatoire de Haute Provence avec le système COME-ON (Kern et al., 1989). La première image corrigée des effets du seeing est présentée en figure 1.3. L'utilisation des systèmes d'optique adaptative s'impose alors au début du millénaire, sur le VLT puis sur tous les grands télescopes terrestres. Ils sont aujourd'hui partie prenante de la conception des télescopes optiques au sol comme nous le verrons avec les extrêmements grands télescopes, et notamment l'ELT.

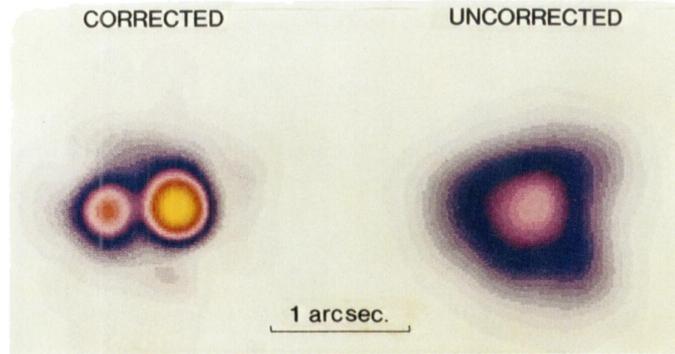


FIGURE 1.3 – Image de l'étoile double γ^2 Andromedae avec correction des effets de la turbulence utilisant un système d'optique adaptative, et sans correction (*Credit : Rousset et al. (1990)*).

1.1.2 Propagation des ondes lumineuses

Du récit qui vient d'être fait, nous savons aujourd'hui que la lumière est une perturbation électromagnétique et dans ce cadre, elle peut donc être décrite par les mêmes lois qui gouvernent l'électromagnétisme. La lumière se propage selon un axe donné sous la forme de deux champs électrique et magnétique associés, oscillant dans des plans orthogonaux à l'axe de propagation. Bien que la lumière soit décrite par ces deux vecteurs d'onde, il est possible dans bien des cas et sur la base de quelques postulats, de faire une approximation scalaire nous ramenant ainsi à l'optique ondulatoire. Je me placerai dans cette approximation. L'optique ondulatoire scalaire est utile pour décrire de nombreux phénomènes optiques, notamment les interférences et la diffraction. Elle ne peut par contre décrire des phénomènes optiques qui nécessitent une formulation vectorielle, tels que des effets de polarisation ou la propagation dans des milieux diélectriques - dont je n'aurai pas l'utilité ici.

Emission

La lumière se propage sous la forme de fronts d'ondes sphériques à partir de sa source, par exemple une étoile. Le front d'onde est par définition la surface équiphasé, les points de cette surface ont effectué la même durée de parcours depuis la source. Si l'on se place suffisamment loin de la source, ce qui est le cas pour les observations depuis la Terre, la perception naturelle de ce front d'onde est un front d'onde plan et on dira que l'onde incidente est plane. Cependant, et nous le verrons ensuite, la turbulence atmosphérique nous amène à considérer des perturbations du trajet optique, elle déforme le front d'onde de manière inhomogène selon les coordonnées de l'espace x et y , orthogonaux à l'axe de propagation z . Localement, il est possible de décrire une onde monochromatique comme un champ complexe ψ de forme :

$$\psi(x, y) = A(x, y)e^{i\phi(x, y)} \quad (1.1)$$

Ce champ est caractérisé par la fonction d'amplitude A et de phase ϕ . On distinguera la phase, en unités radians, de la différence de chemin optique δ qui s'exprime en unité de longueur, par la relation $\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta$ avec λ la longueur d'onde considérée.

Collection

En astronomie, le miroir primaire du télescope est très souvent la pupille d'entrée du système optique, il est alors l'élément qui limite la taille du faisceau et constitue le diaphragme d'ouverture. La surface collectrice est donc caractérisée par une fonction pupille P , généralement circulaire, de diamètre d'ouverture D et de transmission supposée uniforme (on suppose ici que toute la lumière est réfléchi par le miroir, il n'y a pas d'inhomogénéités de réflexion). Cette fonction est facilement définie par :

$$P(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } \sqrt{x^2 + y^2} \leq \frac{D}{2} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.2)$$

À l'entrée du télescope, le champ complexe de l'onde est multiplié par cette ouverture : $\psi_{pup}(x, y) = P(x, y)\psi(x, y)$; puis continue de se propager à travers les différents composants optiques du télescope et de l'instrument jusqu'à ce qu'elle interagisse avec un détecteur.

Diffraction

Selon le principe d'Huygens-Fresnel, chaque point de la pupille du télescope se comporte comme une source secondaire et réémet une onde sphérique qui continue de se propager. La diffraction de Fresnel permet de décrire le phénomène de diffraction en champ proche, elle prend en compte les termes de phase de ces ondes secondaires. En se plaçant en plan focal, par exemple derrière une lentille convergente de focale f' , il est possible de faire une simplification supplémentaire : l'approximation de Fraunhofer. En notant (x', y') les coordonnées en plan focal, on peut y obtenir l'amplitude du champ par la relation :

$$\psi_f(x', y') = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_{pup}(x, y) e^{-\frac{2i\pi}{\lambda} \left(\frac{xx' + yy'}{f'} \right)} dx dy \quad (1.3)$$

Cette relation nous permet de constater que le passage de plans pupilles aux plans focaux se fait par la simple opération de transformée de Fourier. Ce résultat obtenu à l'aide d'une simple lentille est équivalent à l'approximation de Fraunhofer faite dans le cadre de l'hypothèse de champ lointain ($z \gg D$),

c'est-à-dire pour un montage optique où le détecteur est très éloigné comparé à la dimension du dernier élément optique rencontré.

En notant \mathcal{F} l'opérateur qui effectue la transformée de Fourier, on écrira plus simplement le champ sur le détecteur :

$$\psi_f(\theta_x, \theta_y) = \mathcal{F}[\psi_{pup}(x, y)] \quad (1.4)$$

avec θ_x et θ_y les angles d'arrivée au point (x', y') du plan focal par rapport à l'axe optique, exprimés en *rad*. Dans l'approximation paraxiale – condition de validité de l'approximation de Fraunhofer – on a $|\theta_x|, |\theta_y| \ll 1$ et on peut écrire $\theta_x \approx \frac{x'}{f'}$ et de même pour $\theta_y \approx \frac{y'}{f'}$.

Détection

Les détecteurs ne sont pas directement sensibles à l'amplitude du champ électrique mais à l'énergie transportée par celui-ci. L'image en plan focal est proportionnelle au module carré de ce champ :

$$I(\theta_x, \theta_y) = |\psi_f(\theta_x, \theta_y)|^2 \quad (1.5)$$

La distribution spatiale de l'intensité en plan focal d'un objet ponctuel est appelée la réponse impulsionnelle du système ou plus couramment la fonction d'étalement du point (FEP ou PSF, pour *Point Spread Function* en anglais). Pour une onde plane, c'est-à-dire le cas particulier où la phase ϕ est nulle, et une fonction d'amplitude uniforme, la FEP s'exprime comme le carré de la transformée de Fourier de la fonction pupille :

$$FEP(\theta_x, \theta_y) = |\mathcal{F}[P(x, y)]|^2 \quad (1.6)$$

Du fait de la nature ondulatoire de la lumière, la distribution d'intensité dans le plan du détecteur se présente sous la forme d'un motif particulier, différent d'une image rigoureusement ponctuelle. Un résultat connu en optique est la tache d'Airy, du nom de l'astronome qui fut le premier à décrire cette fonction (Airy, 1835). La tache d'Airy est simplement le résultat de la diffraction par une pupille circulaire (disque unité) pour une onde plane de phase nulle, un disque étant la forme typique de la pupille d'un télescope. La transformée de Fourier d'une pupille circulaire se réduit à la fonction de Bessel d'ordre 1 J_1 et on peut écrire :

$$FEP_{Airy}(\theta) \propto \left| \frac{2J_1(\pi \frac{D}{\lambda} \theta)}{\pi \frac{D}{\lambda} \theta} \right|^2 \quad (1.7)$$

Par simplification, la seule coordonnée θ désigne l'angle défini par θ_x et θ_y . Le motif de diffraction observé dépendra de la longueur d'onde de la source et du diamètre de la pupille : plus la longueur d'onde sera grande et plus la tache image sera large ; à l'inverse, plus le diamètre de la pupille sera grand et plus la tache image sera petite. Le profil d'une tache d'Airy est présentée en figure 1.4, avec les quantités de largeur à mi-hauteur et le diamètre de la première annulation de la fonction. La largeur à mi-hauteur (*fwhm*) de la FEP est :

$$fwhm \approx \frac{\lambda}{D} \quad (1.8)$$

La figure 1.5 présente le résultat de transformées de Fourier pour différentes géométrie de pupilles. On y voit comment, pour une quantité $\lambda f'$ donnée, le diamètre du télescope influe sur la taille angulaire de la tache d'Airy. Une géométrie plus réaliste de pupille de télescope est également montrée avec l'exemple de l'ELT. On peut y deviner que l'obstruction centrale par le miroir secondaire amplifie l'intensité du premier anneau alors que la structure mécanique de l'araignée créé clairement des motifs appelés aigrettes de diffraction sur la tache image.

Finalement, si l'on considère maintenant un objet étendu \mathcal{O} incohérent spatialement, et un système optique dont les propriétés sont invariables par translation de l'objet dans le champ (notion d'isoplanétisme en optique), l'intensité résultante sur le détecteur peut s'écrire comme le produit de convolution de l'objet et de la FEP :

$$I(\theta_x, \theta_y) = FEP(\theta_x, \theta_y) * \mathcal{O}(\theta_x, \theta_y) \quad (1.9)$$

Pour un objet ponctuel, typiquement une étoile, l'objet \mathcal{O} est assimilé à un Dirac et on retrouve l'égalité entre l'image d'un point et la FEP. Le phénomène de diffraction sur une image a pour effet

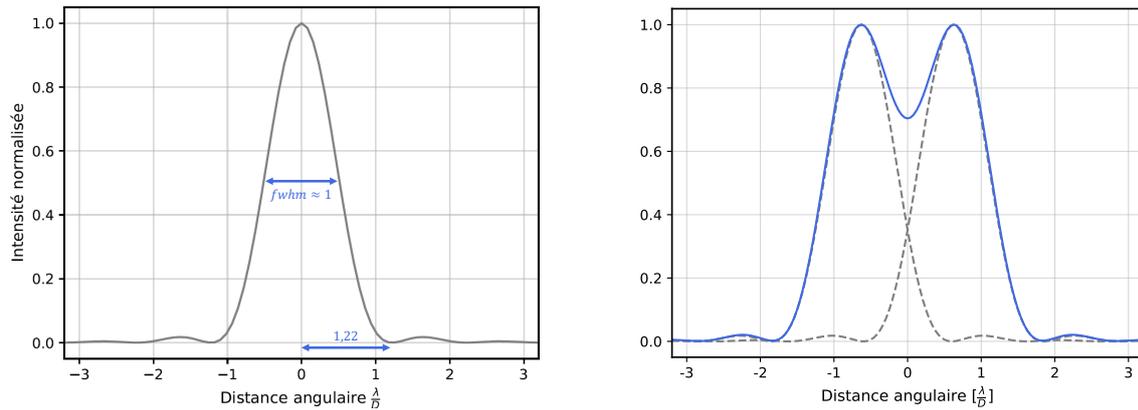


FIGURE 1.4 – *Gauche* Profil de la tache de diffraction par une ouverture circulaire ou tache d’Airy et *Droite* Image d’une étoile double avec une séparation angulaire respectant le critère de Rayleigh.

d’étaler l’énergie de chaque point-source observé. Ce point est important en astronomie lorsqu’on souhaite par exemple distinguer deux étoiles proches.

Résolution

La distance minimale à partir de laquelle deux point-sources ne sont plus séparables est une question qui, appliquée à des cas expérimentaux concrets, admet des réponses variables qui dépendent de nombreux facteurs secondaires tel que l’échantillonnage, le rapport signal sur bruit, le rapport de flux des sources, etc, en plus de la largeur de la FEP. On nomme "pouvoir de résolution" la capacité d’un instrument à délivrer une FEP permettant de discerner certains objets proches, les autres paramètres secondaires du problème étant exclus. Le critère de Rayleigh est un critère arbitraire parmi d’autres dont la définition sur la séparabilité de 2 objets distincts repose exclusivement sur la FEP. Ainsi, pour un système dont la réponse impulsionnelle est limitée par la diffraction, le critère de Rayleigh déclare deux objets non séparables à partir du moment où le maximum du second objet coïncide avec la première annulation de la tache d’Airy du premier. Selon ce critère, l’écart angulaire limite pour résoudre deux point-sources est donné par $\Delta\theta_{Rayleigh} \approx 1,22 \frac{\lambda}{D}$. Le cas limite de l’imagerie d’une étoile double dont la séparation angulaire respecte le critère de Rayleigh est présenté sur la figure 1.4. De manière plus générale, le pouvoir de résolution dépend de la largeur de la FEP ($\frac{\lambda}{D}$ à la diffraction) ; l’idée est surtout de montrer ici que l’augmentation du diamètre du télescope D s’accompagne d’un meilleur pouvoir de résolution du télescope.

Fonction de transfert optique

Nous avons vu que sous l’approximation de Fraunhofer, il est possible de passer d’un plan pupille à un plan focal par l’opération de la transformée de Fourier. Nous avons également introduit la notion de réponse impulsionnelle du système optique avec la fonction d’étalement du point à l’équation 1.6. En passant cette équation dans l’espace de Fourier, il est possible d’appliquer le même formalisme que celui des systèmes linéaires en utilisant la notion de fonction de transfert.

La fonction de transfert optique (FTO) est par définition la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle du système :

$$FTO_{tel}(f_x, f_y) = \mathcal{F}[FEP(\theta_x, \theta_y)] \quad (1.10)$$

De par les propriétés de la transformée de Fourier, on peut montrer que la FTO est tout simplement l’autocorrélation de la fonction pupille, et plus généralement du champ dans la pupille :

$$FTO_{tel}(f_x, f_y) = (\psi_{pup} \star \psi_{pup})(x, y) \quad (1.11)$$

avec \star l’opérateur qui effectue la corrélation croisée.

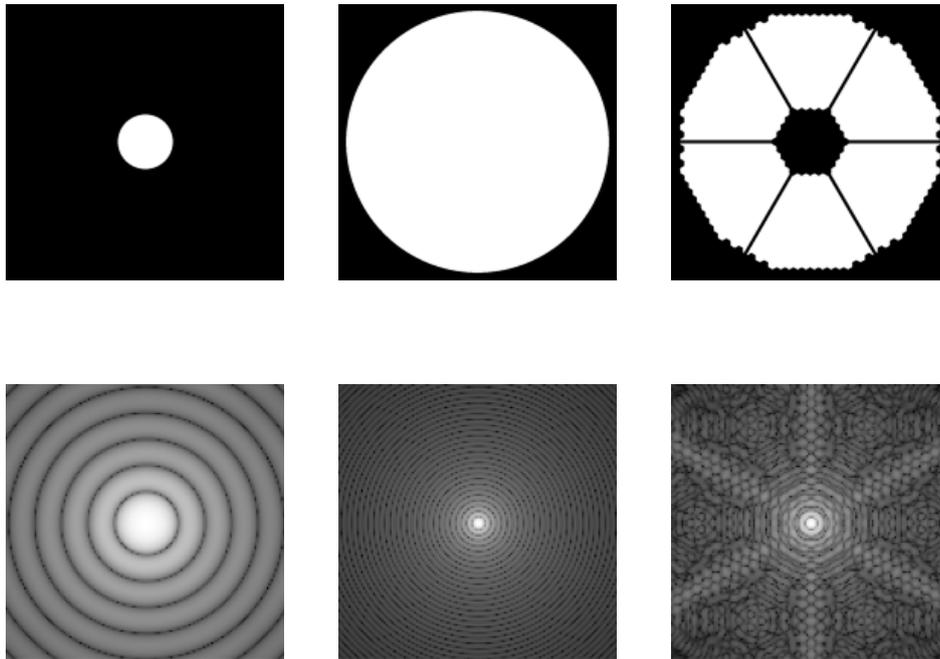


FIGURE 1.5 – *Haut Pupilles et Bas taches de diffraction* (à la puissance $\frac{1}{10}$) pour 3 géométries de télescope : deux disques pleins de taille VLT (ouverture $D = 8\text{ m}$) et ELT (ouverture $D = 38,5\text{ m}$), et pupille de l'ELT avec segmentation, obstruction centrale et araignée.

Elle est fonction des fréquences angulaires de l'objet, définies par $f_x = \frac{x}{\lambda}$ et $f_y = \frac{y}{\lambda}$ en rad^{-1} . Cette fonction se comporte comme un filtre passe bas de fréquence de coupure $f_c = \frac{D}{\lambda}$. On en revient ici à notre définition du pouvoir de résolution du système : si l'information sur l'objet se trouve à haute fréquence - supérieure à $\frac{D}{\lambda}$ - il n'est pas possible de la résoudre. Pour tenir compte des autres contributeurs à la dégradation de l'image, il suffira de multiplier entre elles les fonctions de transfert qui leur sont associées.

Enfin, par le théorème de la convolution, le produit de convolution devient par la transformée de Fourier un produit terme à terme. On peut écrire l'équation 1.9 de la distribution d'intensité sur le détecteur sous la forme :

$$\mathcal{F}[I(\theta_x, \theta_y)] = \mathcal{F}[\mathcal{O}(\theta_x, \theta_y)] \times FTO_{tel}(f_x, f_y) \quad (1.12)$$

1.1.3 Filtrage de Fourier

Nous savons maintenant comment la lumière se propage de sa source au plan du détecteur, par l'effet d'éléments diffractants placés en plan pupille tels que l'ouverture du télescope et un élément focalisant. Sans être exhaustive dans la description de l'effet de chaque composant d'un système optique classique (lame séparatrice, ...), il reste néanmoins intéressant de se pencher sur l'effet d'un filtrage spatial dans le plan de Fourier.

Le système présenté en figure 1.6 est constitué de deux lentilles de focales f' en plans pupilles et d'un plan focal : le plan de Fourier. Le passage d'un plan à l'autre s'opère par une opération de transformée de Fourier. La première lentille permet de décomposer le champ incident en ses composantes fréquentielles : chaque point dans le plan de Fourier correspond à une des fréquences spatiales du champ. Un filtrage de Fourier est possible dans ce plan et consiste à y placer un masque permettant de transmettre ou bloquer certaines composantes, voire d'opérer à un déphasage. La deuxième lentille permet enfin de traduire le

contenu du champ filtré dans un nouveau plan pupille où le détecteur est placé.

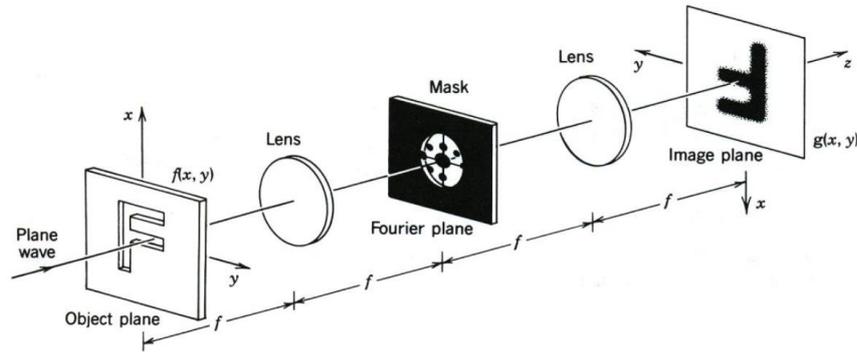


FIGURE 1.6 – Filtrage spatial d'un objet d'amplitude complexe f par un masque en transmission, permettant d'obtenir le champ filtré g dans le plan image suivant : $g = \mathcal{F}[m \cdot \mathcal{F}(f)]$, avec les fonctions f et g donnés sur la figure. *Crédit : Saleh & Teich (1991)*.

Le masque de filtrage peut être représenté par une fonction m , de fonction de transparence t et de fonction de phase ϕ_m :

$$m(x', y') = t(x', y') e^{i\phi_m(x', y')} \quad (1.13)$$

L'exemple de la figure 1.6 montre un masque en amplitude, il ne joue que sur la composante de transmission ($\phi_m = 0$) : une pastille de transmission $t = 0$ est notamment présente sur l'axe pour bloquer les basses fréquences, tandis que quelques autres pastilles filtrent d'autres composantes et que le reste du plan est transmis intégralement $t = 1$. Cependant, nous nous intéresserons surtout aux masques de phase, ceux complètement transparents $t = 1$ mais qui introduisent des différences de chemin optique dans le champ à travers l'effet du déphasage ϕ_m . En choisissant judicieusement le motif du masque de phase, il est possible de créer des interférences constructives ou destructives sur le détecteur, portant un contenu d'information sur la phase incidente. Je présenterai un peu plus loin dans le chapitre des exemples de ce type de masques, qui s'avèrent être forts utiles dans le domaine de l'optique adaptative.

1.2 Propriétés de la turbulence atmosphérique

1.2.1 Description physique de la phase turbulente

Aux origines

L'effet de l'agitation atmosphérique sur les observations astronomiques est connu de tout un chacun, car pour celui qui observe le ciel nocturne à l'œil, elle se manifeste par la scintillation des étoiles, une fluctuation rapide de l'éclat lumineux de celles-ci. Dans son *Traité d'Optique*, Newton écrit par exemple : "l'air au travers duquel nous regardons les astres est dans une agitation continuelle; ce qui se remarque au vacillement de l'ombre d'une haute tour et à la scintillation des étoiles fixes."

La description de la turbulence atmosphérique tient place dans le contexte plus large de l'étude des écoulements en mécanique des fluides. Déjà à la Renaissance, Léonard De Vinci, à la fois artiste et ingénieur, s'essaie à résoudre le problème soulevé par la description des fluides turbulents. Un croquis par sa main d'un écoulement turbulent est donné en figure 1.7. Si l'on tente un parallèle avec la turbulence atmosphérique, la cascade matérialise le rayonnement du Soleil qui apporte de l'énergie sur la surface de la Terre de manière inhomogène. Des courants d'air se créent : l'air chaud, ascendant, se meut de l'équateur vers les pôles, où la température y est une trentaine de degrés inférieure. Le Soleil apporte sans relâche une source d'énergie extérieure pour ces masses d'air en mouvement à grandes vitesses, qui, loin de l'équilibre et instables, deviennent turbulentes. La représentation de De Vinci fait également part de figures fractales, des tourbillons qui se fractionnent à plusieurs échelles : c'est ainsi que l'énergie se dissipe.

Plus tard, au milieu du XIX^e siècle, les équations de Navier-Stokes posent les bases qui régissent le mouvement des fluides, celles-ci mettent en œuvre des termes non linéaires dont la présence rend la



FIGURE 1.7 – Schéma d'un écoulement turbulent. *Crédits : Leonard de Vinci / CC*

résolution de ces équations difficile. On peut cependant dériver le nombre de Reynolds, une quantité utile pour distinguer les types de mouvements des fluides, en tenant compte du rapport entre les différentes forces mises en jeu. Pour les faibles valeurs de vitesse et donc de nombre de Reynolds, l'écoulement est faiblement turbulent, voire laminaire, tandis qu'on parlera de turbulence pour les écoulements caractérisés par un nombre de Reynolds élevé (ordre de quelques milliers), ils présentent un comportement chaotique. Dans ce deuxième cas, les termes non linéaires ne peuvent plus être négligés et le comportement n'est plus descriptible que statistiquement.

En 1941, le mathématicien russe Andreï Kolmogorov adopte justement une approche statistique pour décrire la manière dont l'énergie transportée dans des écoulements turbulents "cascade" et se désagrège. Il formalise la façon dont ces courants génèrent spontanément des tourbillons plus petits, qui se divisent eux mêmes par "étirement" en tourbillons jusqu'à ce que l'énergie qu'ils transportent soit suffisamment faible pour que l'effet de viscosité devienne prépondérant. Leur énergie se dissipe alors en chaleur et ils s'annihilent. Comme sur la représentation de De Vinci, les turbulences s'organisent donc en une figure fractale : elles ont les mêmes propriétés quelque soit l'échelle spatiale considérée. C'est là le moyen le plus efficace de dissiper leur énergie. On introduit deux limites entre lesquelles la turbulence, pleinement développée, est homogène et isotrope. L'échelle externe d'abord, notée L_0 , au delà de laquelle les tourbillons ne sont plus isotropes ou inexistant, il s'agit en fait de l'échelle à laquelle l'énergie est insufflée ; une échelle interne ensuite, l_0 en dessous de laquelle l'énergie des tourbillons est dissipée par viscosité. Entre ces deux limites, appelé domaine inertiel, Kolmogorov établit que la densité spectrale d'énergie des tourbillons est une puissance $-5/3$ du nombre d'onde (Kolmogorov, 1941). La figure 1.8 montre un exemple de spectre obtenu en laboratoire pour une turbulence développée et fournit la preuve de l'existence d'une forme spectrale de type Kolmogorov.

Cette loi en " $-5/3$ " a servi de pierre angulaire à la recherche sur les turbulences et se trouve être une bonne approximation pour décrire le mélange des masses d'air, de température et d'humidité différentes, qui nous concernent ici. En effet, l'influence de la turbulence conduit à une redistribution des températures en un "spectre" d'inhomogénéités de température (Oboukhov, 1949). En tenant compte de ces seules fluctuations de température dans l'atmosphère et pour une dimension spatiale, on peut écrire que son spectre de puissance suit une fonction des fréquences spatiales f :

$$W_T(f) \propto f^{-5/3} \quad (1.14)$$

Les spectres à une dimension sont liés aux spectres à trois dimensions par intégration dans toutes les directions de sorte que, dans le cas isotrope, on obtient :

$$W_T(\mathbf{f}) = \frac{1}{4\pi f^2} W_T(f) \propto f^{-11/3} \quad (1.15)$$

Fluctuations de l'indice de réfraction

Pour nos considérations optiques, nous sommes en fait intéressés par les fluctuations de l'indice de réfraction de l'air. Elles sont directement reliées aux fluctuations de températures du milieu par la relation de Gladstone & Dale (1863) :

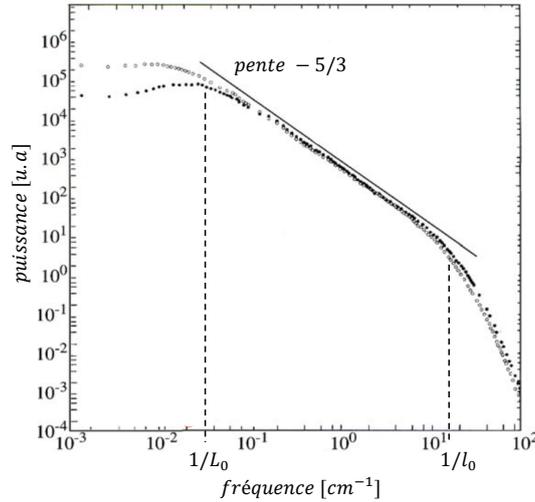


FIGURE 1.8 – Mesure de spectre de puissance à 1 dimension d'un écoulement turbulent en laboratoire, d'échelle externe L_0 et d'échelle de dissipation d'énergie l_0 , confirmant la pente en $-5/3$ prédite par Kolmogorov dans le domaine inertiel. *Crédit : annoté à partir de Champagne (1978)*

$$n_{air} = 1 + K\mu(T, \dots) \quad (1.16)$$

où μ est la masse volumique, inversement proportionnelle à la température T .

La variation de l'indice de réfraction est un processus stochastique supposé stationnaire à une altitude donnée. Bien que les fonctions de corrélations et de covariances soient généralement utilisées pour décrire les processus aléatoires, l'utilisation de la fonction de structure \mathcal{D} , introduite par Kolmogorov (1941), est mieux adaptée ici pour décrire spatialement les caractéristiques statistiques du phénomène. Elle dénote la variance de l'indice de réfraction entre une position \mathbf{x} et une position distante de \mathbf{r} :

$$\mathcal{D}_n(\mathbf{r}) = \langle |n(\mathbf{x}) - n(\mathbf{x} + \mathbf{r})|^2 \rangle \quad (1.17)$$

Notons par ailleurs qu'en développant le terme au carré de cette équation, on peut écrire \mathcal{D}_n en fonction de la covariance de la variable n :

$$\mathcal{C}_n(\mathbf{r}) = \langle [n(\mathbf{x}) - \langle n \rangle][n(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - \langle n \rangle] \rangle \quad (1.18)$$

Et on obtient :

$$\mathcal{D}_n(\mathbf{r}) = 2(\mathcal{C}_n(0) - \mathcal{C}_n(\mathbf{r})) \quad (1.19)$$

Ce résultat sera particulièrement utile par la suite, au chapitre 4 notamment. On trouve l'expression de \mathcal{D}_n pour les fluctuations de températures (et donc d'indice de réfraction) chez Oboukhov (1949) :

$$\mathcal{D}_n(\mathbf{r}) = C_n^2(h)r^{2/3} \quad (1.20)$$

La quantité C_n^2 est appelée la constante de structure de l'indice de réfraction. En faisant l'hypothèse d'une atmosphère stratifiée, elle ne dépend que de l'altitude h . Elle est une mesure de l'effet de la turbulence sur la propagation optique, autrement dit, elle donne la distribution de la force de la turbulence pour chaque altitude. Il est admis que la majeure partie de la turbulence est située proche du sol, sur une couche appelée *ground layer* en dessous de 1000 m d'altitude. Enfin, de cette équation, on peut dire que la moyenne quadratique des fluctuations de l'indice de réfraction augmente avec la distance à la puissance $2/3$.

1.2.2 Front d'onde turbulent

Fluctuations de la phase

Venons en donc aux distorsions du front d'onde par l'effet de la turbulence. Les variations d'indice de l'air entraînent des variations de la vitesse de propagation de l'onde, et induit localement des retards de phase ϕ . L'indice n est en première approximation indépendant de λ ce qui rend les différences de chemin optique δ également indépendantes de λ . On fait ici l'approximation de champ proche, elle consiste à négliger le terme des fluctuations d'amplitude, donc à supposer négligeable l'effet de scintillation et ne considérer que les erreurs de déphasage (Roddiier, 1981). Défini sur la ligne de visée, le déphasage ϕ_c sur une couche d'épaisseur δh à l'altitude h peut s'exprimer simplement en intégrant l'indice de réfraction sur le chemin optique :

$$\phi_c(\mathbf{r}, h) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_h^{h+\delta h} n(\mathbf{r}, z) dz \quad (1.21)$$

Sur toute l'épaisseur de l'atmosphère, le déphasage total est la somme des déphasages subis sur toutes les couches d'atmosphère :

$$\phi_{atm} = \sum_{couche} \phi_c \quad (1.22)$$

Tout comme pour l'indice de réfraction, on peut définir la fonction de structure de phase \mathcal{D}_ϕ . En suivant la théorie de la turbulence de Kolmogorov-Obukhov et à partir de l'équation 1.20, Tatarskii (1961) déduit l'expression :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_\phi(\mathbf{r}) &= \langle |\phi(\mathbf{x}) - \phi(\mathbf{x} + \mathbf{r})|^2 \rangle \\ &= 2.91 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 |\mathbf{r}|^{5/3} \cos^{-1}(\gamma) \int C_n^2(z) dh \end{aligned} \quad (1.23)$$

avec γ qui traduit l'angle entre la ligne de visée et le zénith.

Paramètre de Fried

Pour alléger les équations qui viennent d'être développées, il est commode d'introduire le paramètre de Fried r_0 (Fried, 1965). La fonction de structure de phase peut se réécrire sous la forme :

$$\mathcal{D}_\phi(\mathbf{r}) = 6.88 \left(\frac{|\mathbf{r}|}{r_0} \right)^{5/3} \quad (1.24)$$

avec r_0 défini par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} r_0 &= [0.423 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \cos^{-1}(\gamma) \int_h^{h+\delta h} C_n^2(z) dz]^{-3/5} \\ &\propto \lambda^{6/5} \cos^{3/5}(\gamma) \left[\int C_n^2(z) dz \right]^{-3/5} \end{aligned} \quad (1.25)$$

Pour une pupille circulaire de diamètre $D = r_0$, Fried (1965) et Noll (1976) montrent que la déformation quadratique moyenne de la phase soumise à la turbulence est proche de 1 *rad*. Cette quantité traduit donc une limite sur le diamètre de télescope à partir de laquelle les effets de distorsions du front d'onde deviennent importants et limitent sa résolution. Des valeurs typiques du r_0 sont données dans le visible entre 10 et 20 cm pour les bons sites d'observation où l'air est "calme et serein", en altitude sur le pic d'une montagne par exemple. L'équation 1.25 nous montre que le paramètre de Fried augmente avec la longueur d'onde d'observation, ce qui signifie que l'imagerie sera de meilleure qualité en infrarouge que dans le visible par exemple. On trouve également que le r_0 diminue, i.e. que la qualité image se détériore, lorsque la turbulence est forte (fort C_n^2) ou que la visée d'observation est basse sur l'horizon (grand γ) puisque la lumière effectuera un trajet plus long à travers les couches de l'atmosphère. En prenant ces deux derniers paramètres fixes, une expression utile est celle de la "traduction" du r_0 à une longueur d'onde λ_1 pour un r_0 généralement exprimé dans le visible à $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$:

$$r_0(\lambda_1) = r_0(\lambda_0) \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0} \right)^{6/5} \quad (1.26)$$

Ayant introduit le paramètre de Fried, la statistique de la phase peut être décrite par le spectre de Kolmogorov, défini par :

$$W_\phi(f) = 0,0229 r_0^{-5/3} f^{-11/3} \quad (1.27)$$

Influence de l'échelle externe

Les propriétés statistiques de la phase que l'on vient de décrire sont valides dans une certaine mesure. Si l'on s'intéresse à la fonction de structure de phase entre deux points éloignés, en interférométrie à grande base ou sur la pupille ELT par exemple, le terme de l'échelle externe L_0 rentre en jeu. Le modèle de turbulence de von Kármán (1948) introduit ce facteur. L'expression analytique de la fonction de structure de phase est tirée de Tokovinin (2002) :

$$\mathcal{D}_\phi^{vK}(\mathbf{r}) = 0,1717 \left(\frac{L_0}{r_0}\right)^{5/3} \left[1,0056 - \left(\frac{2\pi r}{L_0}\right)^{5/6} K_{5/6}\left(\frac{2\pi r}{L_0}\right)\right] \quad (1.28)$$

où j'utilise les valeurs calculées numériquement :

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma(\frac{1}{6})}{2^{11/6}\pi^{8/3}} \left[\frac{24}{5}\Gamma\left(\frac{5}{6}\right)\right]^{5/6} &= 0,1717 \\ 2^{-1/6}\Gamma\left(\frac{5}{6}\right) &= 1,0056 \end{aligned} \quad (1.29)$$

Avec Γ la fonction gamma et $K_{5/6}$ la fonction McDonald (aussi fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce). Le calcul de cette dernière est donné en utilisant un développement en série de Taylor proche de 0 et un développement asymptotique pour les larges valeurs de r (Conan, 1994).

Le spectre qui décrit la statistique de la phase pour un modèle de turbulence qui est cette fois von Kármán est (von Kármán, 1948) :

$$W_\phi^{vK}(f) = 0,0229 r_0^{-5/3} \left(f^2 + \frac{1}{L_0^2}\right)^{-11/6} \quad (1.30)$$

On remarquera que cette expression rejoint celle de Kolmogorov pour une échelle externe qui tend vers l'infini.

Tenir compte de l'échelle externe a pour effet d'augmenter la cohérence du front d'onde sur les plus grandes échelles, autrement dit la phase contient moins de basses fréquences spatiales. L'usage de l'échelle externe et sa caractérisation sont longtemps restés controversés (voir par exemple Tatarskii & Zavorotny (1993)), il est aujourd'hui couramment admis que sa valeur est de l'ordre de grandeur de la dizaine de mètres.

Propriétés temporelles

Il est courant de faire l'hypothèse de turbulence figée (*frozen flow*) pour décrire l'évolution temporelle de l'écran de phase. Elle consiste à supposer que le temps caractéristique d'évolution des cellules convectives de la couche turbulente est négligeable devant la vitesse de déplacement \mathbf{v} de la couche (Gendron & Léna, 1996). La vitesse du vent permet à elle seule de décrire l'évolution de la turbulence. L'hypothèse de Taylor permet de relier simplement les propriétés spatiales et temporelles de la phase par la relation (Taylor, 1938) :

$$\frac{\partial\phi(\mathbf{r}, t)}{dt} = \mathbf{v} \frac{\partial\phi(\mathbf{r}, t)}{\partial\mathbf{r}} \quad (1.31)$$

1.2.3 Effets de la turbulence sur la qualité image

Formation de l'image à travers la turbulence

On cherche maintenant à quantifier l'effet de la turbulence, aussi appelé *seeing*, sur la qualité image. Roddier (1981) développe les équations nécessaires à la description de la formation des images au travers la turbulence atmosphérique.

D'après l'équation 1.5, l'intensité est le carré de l'amplitude complexe du champs dans le plan du détecteur. Cependant, le front d'onde qu'on considère est désormais perturbé par la turbulence et, si le

diamètre du télescope est supérieur à la valeur de r_0 , il faut tenir compte des retards de phase subis sur toute la surface de la pupille. Sur l'axe, l'amplitude complexe devient une somme cohérente des amplitudes complexes ψ_k (équation 1.3) des N sous ouvertures du télescope et de phase ϕ_k . L'intensité qui en résulte s'écrit :

$$I = \left| \sum_{k=1}^N \psi_k \right|^2 = \sum_{k=1}^N |\psi_k|^2 + \sum_{k \neq j} \sum_j \psi_k \psi_j^* \quad (1.32)$$

L'intensité en plan image est donc la somme des intensités produites par chaque sous ouverture, à laquelle s'ajoute un motif issu des interférences entre ces sous ouvertures. Les franges d'interférences dépendent des différences de phases $\phi_k - \phi_j$.

En présence de turbulence, il nous faut introduire la fonction de transfert optique de l'atmosphère, définie comme l'autocorrélation d'un champ de phase non nulle. La fonction de transfert du système n'est plus déterminée par les propriétés du télescope seul, mais également par le processus stochastique qu'est la turbulence. Sur une longue pose, soit un temps de pose bien supérieur au temps de cohérence de l'atmosphère, la fonction de structure de phase permet de décrire la variance des fluctuations de la phase. Pour chaque fréquence spatiale f , la fonction de transfert optique de la phase turbulente est donnée par :

$$FTO_{atmos}(f) = e^{-\frac{1}{2}D_\phi(\lambda f)} = e^{-3,44\left(\frac{\lambda f}{r_0}\right)^{5/3}} \quad (1.33)$$

La fréquence de coupure caractéristique de cette FTO est de l'ordre de $f_c = \frac{r_0}{\lambda}$. La fonction de transfert optique du système complet est alors :

$$FTO_{tot}(f) = FTO_{tel}(f) \times e^{-\frac{1}{2}D_\phi(\lambda f)} \quad (1.34)$$

A une première approximation, la FEP longue pose donnée par cette FTO correspond à une gaussienne de largeur à mi hauteur approximative $\frac{\lambda}{r_0}$ si $D \gg r_0$. En réalité, les ailes de la tache image décroissent moins rapidement qu'une fonction gaussienne. De plus, l'utilisation d'une échelle externe finie dans l'expression du spectre de puissance de la turbulence va également modifier la forme de l'image longue pose (voir paragraphe qui suit).

Tavelures et halo de seeing

Pour des diamètres d'ouverture plus larges que r_0 , la fonction de transfert de l'atmosphère décroît bien plus rapidement que celle du télescope (équation 1.34) et la fonction d'étalement du point sera dominée par l'effet du seeing. On quantifiera d'ailleurs la valeur du seeing comme étant proportionnelle à $\frac{\lambda}{r_0}$:

$$s = 0,98 \frac{\lambda}{r_0} \quad (1.35)$$

La valeur du seeing est communément donnée en secondes d'angle et elle est inversement proportionnelle au r_0 ; à 500 nm, un r_0 de 10 cm correspond par exemple à un seeing de $s = 1''$. La figure 1.9 présente des exemples de taches images obtenues à l'aide d'une simulation effectuée avec le logiciel d'optique adaptative COMPASS (Ferreira et al., 2018b), pour un rapport $\frac{D}{r_0} \approx 40$. A gauche est représentée une image courte pose, elle est constituée d'une accumulation de tavelures de taille caractéristiques $\frac{\lambda}{D}$ et étalées sur une distance de $\frac{\lambda}{r_0}$. La figure du milieu correspond à la FEP longue pose, somme de 2000 réalisations de phases turbulentes décorréliées. Pour ces deux images, l'échelle externe est finie avec $L_0 = 25$ m. Enfin, la dernière figure est également issue d'une simulation de PSF longue pose avec cette fois ci une échelle externe supposée infinie. On remarque que la tache est alors plus large, sous l'effet d'un spectre de puissance contenant plus de basses fréquences. En effet, prendre une échelle externe finie revient à réduire les erreurs de basculement sur les images courtes poses et donc à réduire la $fwhm$ de l'image longue pose ; à l'inverse, l'image sera plus "étalée" avec une échelle externe infinie.

Une coupe des deux images longues poses est montrée en figure 1.10. J'ai ajouté à la figure les valeurs théoriques des largeurs à mi hauteur de ces profils. Pour l'échelle externe infinie, on a déjà vu que celle ci correspond au rapport $\frac{\lambda}{r_0}$. La représentation des PSF étant fonction de $\frac{\lambda}{D}$, c'est le rapport $\frac{D}{r_0} \approx 40$ qui nous intéresse ici. Tokovinin (2002) propose une expression du seeing s^{vK} d'une image longue pose qui suit le modèle de von Kármán en fonction du seeing s d'un modèle Kolmogorov :

$$s^{vK} \approx \left[1 - 2,183 \left(\frac{r_0}{L_0} \right)^{0,356} \right]^{1/2} s \quad (1.36)$$

Pour les paramètres utilisés ici, le seeing de l'image longue pose avec von Kármán est typiquement réduite de 40% en bande K ($\lambda = 2200 \text{ nm}$)!

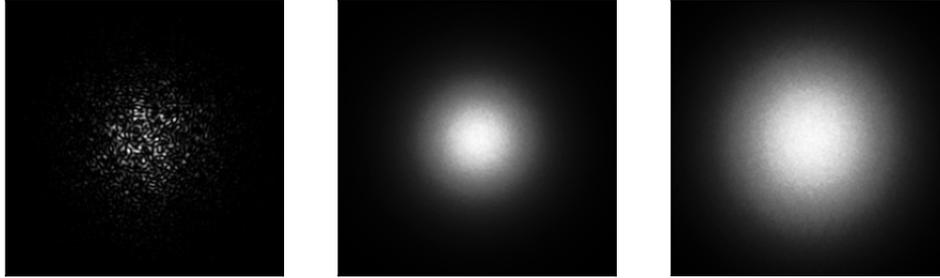


FIGURE 1.9 – Taches images à 2200 nm d'un télescope type ELT soumis à une turbulence caractérisée par $r_0 = 15 \text{ cm}$ à 500 nm pour différents temps d'exposition : *Gauche* courte pose, *Milieu* longue pose avec $L_0 = 25 \text{ m}$ et *Droite* longue pose avec $L_0 \rightarrow \infty$. (*Simulation COMPASS (Ferreira et al., 2018b)*)

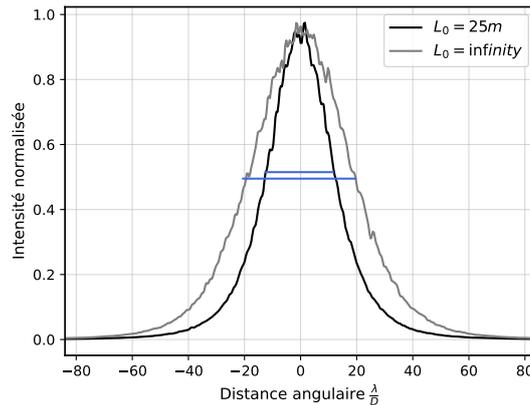


FIGURE 1.10 – Coupes de PSF longues poses pour différentes valeurs d'échelle externe. La largeur à mi hauteur théorique est dessinée en bleu, elle est de $40 \frac{\lambda}{D}$ pour une turbulence de type Kolmogorov et de $24 \frac{\lambda}{D}$ pour une turbulence de von Kármán avec $L_0 = 25 \text{ m}$. (*Simulation COMPASS*)

Rapport de Strehl

Le rapport de Strehl permet de quantifier la qualité de l'image. Il s'agit du rapport entre l'intensité du pic de la tache image observée et de celui de la FEP du télescope seul, tout deux pris sur l'axe optique :

$$SR = \frac{I(0)}{I_{diff}(0)} \quad (1.37)$$

Ce rapport est donc compris entre 0 et 1, il atteint 1 uniquement pour une tache image limitée par la diffraction.

J'introduis cependant une autre définition du rapport de Strehl qui est celle trouvée dans le simulateur d'optique adaptative COMPASS (Ferreira et al., 2018a). Au lieu de prendre l'intensité sur l'axe, elle utilise le maximum de l'intensité sur l'image. Cette définition est héritée d'algorithmes développés dans un cadre expérimental, où une localisation précise de l'axe optique n'existe pas, et pour lequel la meilleure estimation se trouve être le maximum d'intensité de l'image. Elle permet d'avoir un rapport de Strehl qui reste insensible à toute translation de l'image, par exemple en présence de faibles amplitudes d'erreurs

de basculement sur l'image (mode tilt). Un désavantage est que la moyenne de ce rapport de Strehl n'est (dans le cas général) pas égale au rapport de Strehl de l'image moyenne – une propriété intéressante que possède le "vrai" rapport de Strehl.

Lorsque les aberrations sont faibles, Mahajan (1982) donne une expression simplifiée pour le rapport de Strehl :

$$SR \approx e^{-\sigma_\phi^2} \quad (1.38)$$

où σ_ϕ^2 est la variance de la phase, que l'on peut déterminer à partir de la variance des erreurs de chemin optique à l'aide de l'équation : $\sigma_\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \sigma_\delta$.

1.2.4 Décomposition modale de la phase turbulente

Les distorsions de la phase peuvent être décrites par une fonction continue définie sur la pupille du télescope, et notée ϕ . Un moyen efficace d'exprimer cette phase est de la décomposer en une somme pondérée de fonctions ϕ_i qui seront en pratique souvent des fonctions orthogonales :

$$\phi(x, y) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \phi_i(x, y) \quad (1.39)$$

Pour des raisons numériques évidentes, nous ne pourrions décomposer cette phase que sur un nombre fini n de paramètres. L'ensemble des fonctions ϕ_i du système constitue la base de modes qui nous permet de décomposer, et à terme de corriger, les effets de la turbulence atmosphérique. Reste à définir la base avec laquelle travailler. Pour un système à au moins 2 paramètres, il existe une infinité de bases de modes orthogonales. Les polynômes de Zernike et la décomposition en série de Karhunen-Loève sont régulièrement rencontrés en optique. Une troisième décomposition est également introduite, elle consiste en une simplification du calcul des modes de Karhunen-Loève.

Polynômes de Zernike

L'utilisation des polynômes de Zernike est très répandue car ils correspondent aux aberrations géométriques classiques rencontrées sur un système optique. Leur description mathématique permet d'obtenir un ensemble de fonctions Z_i orthogonales, et même orthonormales, définies sur une pupille circulaire de rayon $R = D/2$. Il existe différentes conventions pour les exprimer, celle donnée par Noll (1976) est ici adoptée :

$$Z_j\left(\frac{r}{R}, \theta\right) = \sqrt{n+1} R_n^m(r) \begin{cases} 1 & \text{si } m = 0 \\ \sqrt{2} \cos(m\theta) & \text{si } m \neq 0, j \text{ pair} \\ \sqrt{2} \sin(m\theta) & \text{si } m \neq 0, j \text{ impair} \end{cases} \quad (1.40)$$

avec

$$R_n^m\left(\frac{r}{R}\right) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! [(n+m)/2 - s]! [(n-m)/2 - s]!} \left(\frac{r}{R}\right)^{n-2s} \quad (1.41)$$

L'ordre radial n et la fréquence azimutale m sont des entiers qui vérifient les conditions : $m \leq n$ et $n - |m|$ pair. La figure 1.11 montre les ordres radiaux 1 à 3, le mode piston global (degré radial nul) n'est pas montré. Ces modes oscillent m fois sur le pourtour du cercle unité. Ces modes ont une variance spatiale unitaire sur la pupille et sont de moyenne nulle sur le disque unité, à l'exception évidente du mode piston. En décomposant la phase incidente sur les polynômes de Zernike à la manière de l'équation 1.39, il est possible d'exprimer sa variance spatiale centrée en la somme quadratique des coefficients a_i :

$$\sigma_\phi^2 = \sum_{i=2}^{\infty} a_i^2 \quad (1.42)$$

Fried (1965) utilise ces polynômes pour décrire la statistique des aberrations produites par la turbulence atmosphérique. Noll prolonge ce travail en 1976 en développant les propriétés des polynômes de Zernike dans la représentation du spectre de turbulence de type Kolmogorov. Il détermine la variance de la phase résiduelle correspondant à la correction des j premiers modes de Zernike : $\phi_{res} = \phi_{atm} - \sum_{i=1}^j a_i Z_i$. Il trouve que les modes bas ordres sont ceux qui contiennent la majorité de la variance de phase. Les

modes de Zernike sont donc "bien ordonnés" au sens où on commencera par compenser les premiers modes (tip, tilt astigmatisme, ...) de la phase avant de s'intéresser aux modes d'ordre élevé. Par exemple, les deux premiers modes tip et tilt (erreurs de basculement de l'onde) représentent jusqu'à 90% de la variance du front d'onde.

Cependant, il montre également que les termes ayant la même fréquence azimutale m sont corrélés entre eux pour le spectre de Kolmogorov. Cela signifie qu'une meilleure correction peut être obtenue en utilisant un même nombre de modes, mais cette fois choisis statistiquement indépendants : une plus large variance de phase peut être corrigée pour un même nombre j de modes utilisés. De plus, les modes de Zernike sont définis sur une pupille circulaire alors que la géométrie des télescopes contient presque toujours une obstruction centrale. L'orthogonalité des modes n'est plus conservée en présence de cette obstruction. Pour ces deux raisons notamment, nous sommes amenés à considérer une deuxième base de modes.

Modes de Karhunen-Loève simplifiés

La base qui forme les modes de Karhunen-Loève (KL) vérifie la propriété d'indépendance statistique sous le spectre de la turbulence. Ils donnent une décroissance optimale pour la phase corrigée des j premiers modes KL (Dai, 1996). Cette base n'admet cependant pas de formulation analytique. Une manière de les calculer est de réaliser une diagonalisation de la matrice de covariance statistique des coefficients de Zernike.

La base utilisée tout au long de ce manuscrit repose sur une simplification de la méthode de calcul des modes KL et est décrite dans un article en cours de revue (Bertrou-Cantou et al., 2021). Là encore, l'expression de ces modes n'est pas analytique, ces modes sont définis pour une géométrie de points particuliers de la pupille où l'on souhaite calculer la valeur de la phase. Ces points de phase échantillonnent donc la pupille et ont des coordonnées bien définies. Soit δ une matrice carrée et symétrique dont les coefficients $\delta_{i,j}$ correspondent aux distances entre les points i et j dans la pupille. La dimension de cette matrice dépend donc du nombre de points utilisés pour représenter la phase. Plus tard, lorsqu'on s'intéressera aux méthodes de compensation de la phase, cette matrice correspondra aux coordonnées des actionneurs du miroir déformable, et sa dimension sera égale au nombre d'actionneurs. Pour l'instant, le calcul est fait sur les coordonnées (x, y) des échantillons de la pupille. Nous cherchons à dériver une base pour les valeurs du front d'onde perturbé $\phi(\mathbf{x})$, qui suit un processus stochastique de dimension finie, basé sur la statistique Kolmogorov. A partir de l'équation 1.19, on peut écrire l'expression de la covariance de la turbulence connaissant la fonction de structure de phase :

$$\mathcal{C}_{i,j} = \langle \phi(x_i)\phi(x_j) \rangle = -\frac{1}{2}6,88 \left(\frac{\delta_{i,j}}{r_0} \right)^{5/3} + \kappa \quad (1.43)$$

avec $\kappa = (\langle \phi^2(x_i) + \phi^2(x_j) \rangle)/2$ une constante de valeur positive, indépendante de i et j du fait de l'invariance spatiale des propriétés de ϕ . En introduisant une matrice $\mathbf{P}_0 = \mathbf{I}_d - \frac{1}{n}\mathbf{1}$, on peut soustraire la valeur du piston global de la phase et faire disparaître cette constante κ . \mathbf{I}_d est la matrice identité, n le nombre d'actionneurs et $\mathbf{1}$ la matrice ne contenant que des 1. La matrice de covariance \mathbf{C} du processus de phase est :

$$\mathbf{C} = -\frac{1}{2}\mathbf{P}_0\mathcal{D}_\phi(\delta)\mathbf{P}_0^t \quad (1.44)$$

Et comme seuls les vecteurs propres de cette matrice vont nous intéresser, on peut se débarrasser des facteurs multiplicatifs pour écrire \mathbf{C} sous une forme condensée :

$$\mathbf{C} = \mathbf{P}\delta^{5/3}\mathbf{P}^t \quad (1.45)$$

Par abus de notation et pour faciliter l'écriture, j'utilise ici $\mathcal{D}_\phi(\delta)$ pour désigner la valeur de la fonction de structure de phase de chaque paire d'actionneurs, et $\delta^{5/3}$ pour exprimer la matrice des coefficients $\delta_{i,j}$ passés à la puissance 5/3.

Une analyse en composantes principales donne la matrice \mathbf{G} , dont les colonnes sont les vecteurs propres du processus de la phase ; \mathbf{G} est calculée telle que :

$$\mathbf{C}\mathbf{G} = \mathbf{G}\mathbf{\Lambda} \quad (1.46)$$

Avec $\mathbf{G}\mathbf{G}^t = \mathbf{I}_d$, la matrice identité. La matrice $\mathbf{\Lambda}$ est une matrice diagonale contenant les valeurs propres associées aux vecteurs propres de \mathbf{G} , ses coefficients sont rangés en ordre décroissant.

Comme cette base est calculée à partir de la fonction de covariance de la phase turbulente, les modes sont statistiquement indépendants. Les premiers modes de la base sont montrés en figure 1.12, ils sont également ordonnés par fréquence spatiale croissante et les modes bas ordres sont très proches des modes de Zernike (au signe près pour le défocus). En plus d'être indépendants au sens statistique, cette méthode simplifiée de calcul des modes KL s'applique pour n'importe quelles coordonnées de l'espace choisi et donc n'importe quelle géométrie pupillaire de télescope, ce qui me sera très utile dans la suite de cette thèse.

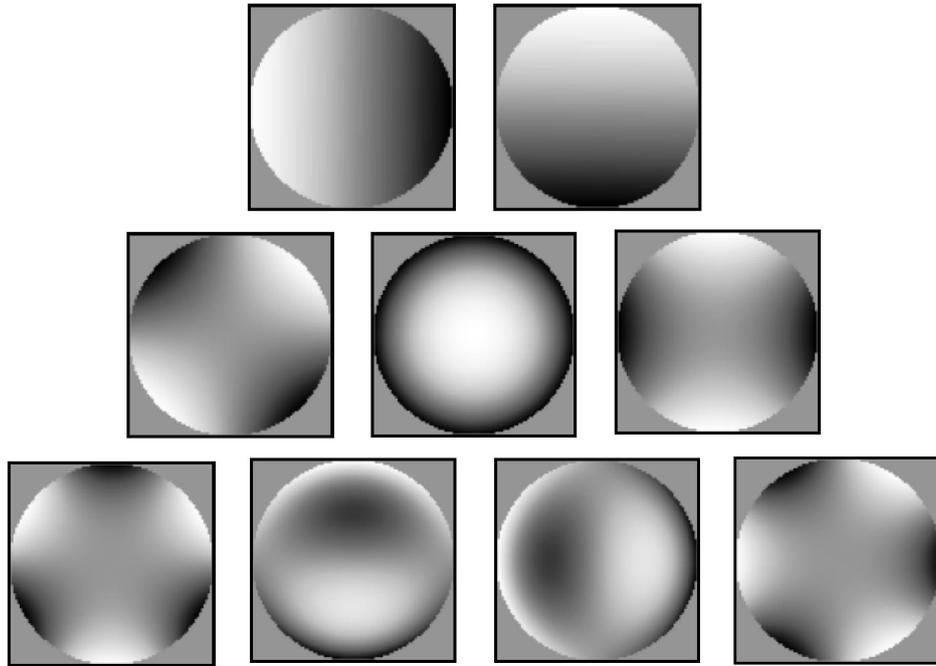


FIGURE 1.11 – Premiers modes de Zernike, de $n = 1$ à $n = 3$.

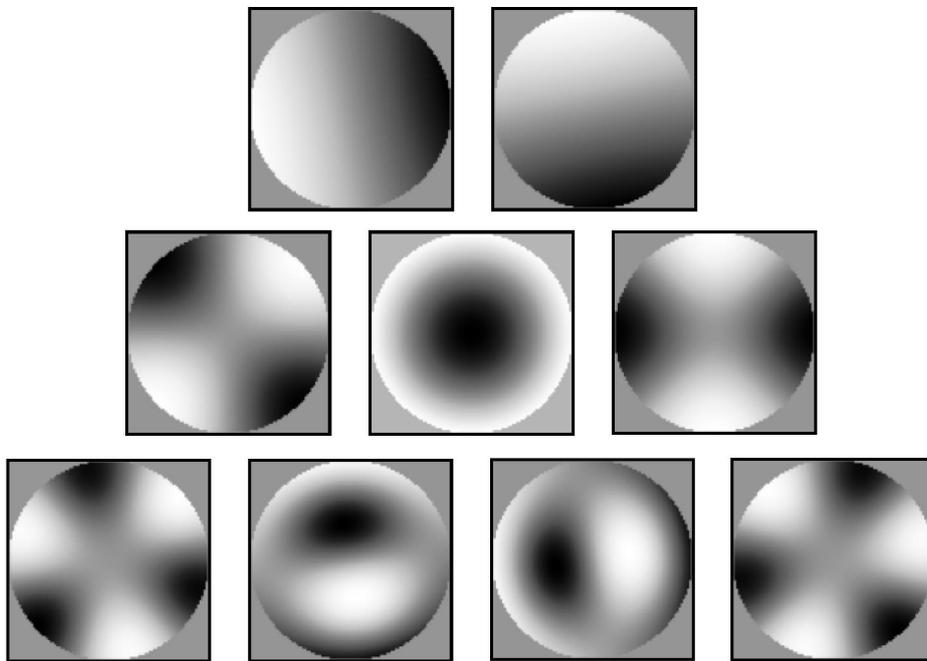


FIGURE 1.12 – Premiers modes Karhunen-Loève simplifiés.

1.3 Optique adaptative

1.3.1 Principe général

Les systèmes d'optique adaptative (OA) consistent en trois principaux composants que je détaille au cours de cette section : l'analyseur de front d'onde, le correcteur de front d'onde et le système de contrôle (Roddi et al., 1999). Comme schématisé en figure 1.13, une partie de la lumière incidente est déviée vers un analyseur à l'aide d'une lame séparatrice, l'analyseur mesure la déviation du front d'onde par rapport à un cas limité par la diffraction (ou toute autre forme de front d'onde vers laquelle l'opérateur cherche à converger). Le vecteur de mesures est envoyé à un contrôleur qui traite l'information pour fournir au miroir déformable la commande nécessaire afin de minimiser l'erreur de front d'onde. Le système opère en boucle fermée et cette boucle de contrôle réitère ce procédé à mesure que le front d'onde évolue, c'est-à-dire rapidement, typiquement quelques centaines de fois par seconde. Bien sûr, la lumière incidente doit provenir d'une source, de préférence suffisamment brillante – le terme "suffisamment" étant lié à la quantité de bruit tolérée selon l'application visée. Le ciel donne un bon nombre de sources potentielles et pour les systèmes de SCAO (*Single Conjugate Adaptive Optics*), on considèrera une seule étoile guide naturelle. C'est cette méthode qui sera utilisée tout au long de ce manuscrit.

Enfin, des aberrations non communes (notées NCPA pour *Non Common Path Aberrations*) peuvent avoir lieu entre les trajets optiques effectués en réflexion et en transmission de la lame séparatrice. Lorsque la voie d'analyse converge vers un front d'onde plan, le front d'onde est en fait aberré pour la voie scientifique. Un étalonnage précis de ces NCPA permet d'en tenir compte dans le système d'OA, de sorte que la tache image sur la caméra scientifique soit bien limitée par la diffraction. La correction des NCPA est notamment critique pour les instruments de haute résolution angulaire.

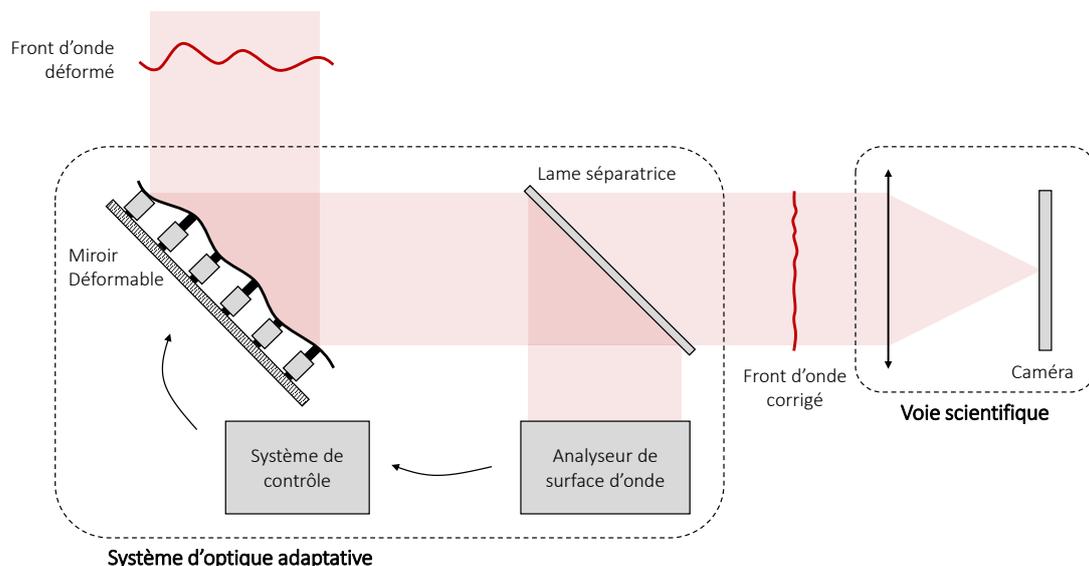


FIGURE 1.13 – Schéma de principe de l'optique adaptative.

1.3.2 Mesurer la phase : les analyseurs de surface d'onde

L'analyseur de surface d'onde (ASO) joue un rôle clé dans la conception des systèmes d'OA. La phase du front d'onde ne peut pas être mesurée de manière directe car les détecteurs à disposition ne mesurent que le module carré du champ électrique (équation 1.5). Heureusement pour les astronomes, il existe de nombreux types d'analyseurs qui permettent de remonter indirectement à l'information de phase (Rousset, 1999). Je présente quelques uns des ASO pertinents pour nos affaires.

L'ASO Shack-Harmann

Incontournable des systèmes d'OA jusqu'à des temps peu reculés, le Shack-Hartmann (SH) est le plus connu et le plus répandu des ASO. Ce sera cependant la seule mention de cet analyseur dans ce manuscrit, et pour cause, il laisse aujourd'hui place à d'autres types d'ASO évoqués juste après. Cela ne lui enlève néanmoins pas de son intérêt et son utilisation reste prédominante dans le domaine de l'OA.

Vers la fin des années 60, le problème de l'imagerie des satellites depuis le sol, à des fins militaires, se pose. A la plaque constituée de trous développée par J. Hartmann en 1880, Roland Shack a l'idée de remplacer chaque trou par une microlentille (Shack & Platt, 1971). L'intérêt de cette amélioration est notamment d'utiliser tous les photons disponibles sur le plan de la plaque, le SH s'avère ainsi être bien plus sensible dans des conditions de faible luminosité, comme c'est le cas pour les applications concernées (militaires, mais surtout en astronomie).

Comme il est montré en figure 1.14, le front d'onde incident dans le plan pupille est découpé par une matrice de microlentilles, chaque portion du faisceau est ensuite focalisé dans le plan du détecteur. Le déplacement de chacune des taches images, ou *spots*, par rapport à l'axe optique des microlentilles permet de déduire la déviation du front d'onde incident par rapport à un front d'onde plan. Le SH fournit donc l'information sur la dérivée première (pente) de l'erreur de front d'onde. A chaque microlentille correspond une matrice de plusieurs pixels du détecteur (au moins deux par deux). L'intensité dans chacun des quatre pixels permet de déduire le barycentre des images attribués à chacune des sous-ouvertures, et donc la pente locale du front d'onde. La combinaison des pentes fournies par toutes les microlentilles donne enfin l'information complète sur le front d'onde aberré.

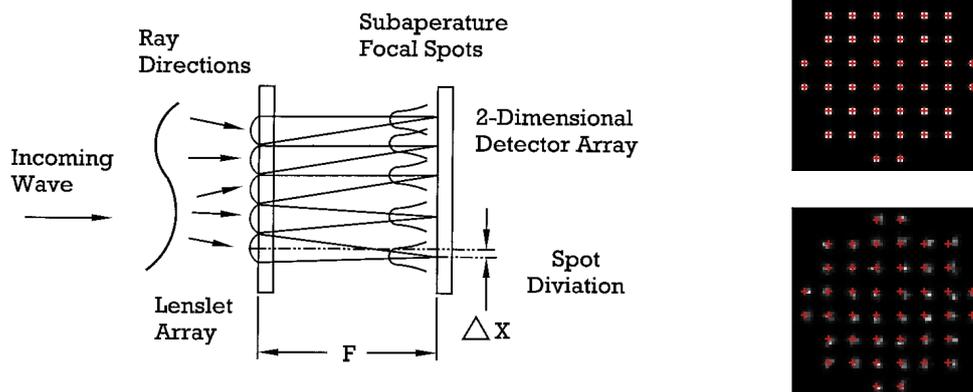


FIGURE 1.14 – *Gauche* Schéma de fonctionnement de l'ASO Shack Harmann. *Crédit : Platt & Shack (2001)*; *Droite* Plan focal sans et avec turbulence : déplacement du barycentre des sous-ouvertures. (*Simulation COMPASS*)

Les principaux avantages de l'analyseur SH sont ses simplicités conceptuelle et de mise en œuvre (composants optiques accessibles), associées à sa large gamme dynamique potentielle. Celle-ci est seulement limitée par la taille du champ alloué à chaque microlentille sur la matrice du détecteur : si le gradient du front d'onde est trop important, il se peut alors que le *spot* se retrouve à l'extérieur de l'ensemble des pixels alloués au calcul du barycentre, ou pire, que les spots se chevauchent. De plus, puisque la pente du front d'onde ne dépend pas de la longueur d'onde, cela en fait un analyseur achromatique. Finalement, la principale limite rencontrée par ce senseur vient de sa sensibilité : le calcul du barycentre de chaque spot est réalisé sur une tache image au mieux limitée par la diffraction des microlentilles, c'est-à-dire de taille $N_{so} \frac{\lambda}{D}$ en notant N_{so} le nombre de microlentilles dans le diamètre du télescope (aussi appelé nombre de sous-ouvertures).

Une analyse du front d'onde bien plus sensible serait permise en considérant un faisceau directement limité par la diffraction de l'ouverture du télescope, de taille bien plus étroite et caractérisé par le facteur $\frac{\lambda}{D}$. Et pour ce faire, quoi de mieux que manipuler directement le plan de Fourier du système ? C'est sur ce type d'analyseurs que nous allons désormais nous pencher.

Le couteau de Foucault

Dans son mémoire consacré à la "Construction des télescopes en verre argenté", Foucault en profite pour nous livrer quelques détails sur un procédé - parmi trois - de contrôle des surfaces optiques (Foucault, 1859). Facile à mettre en œuvre, ce procédé reste encore aujourd'hui largement utilisé par tout astronome amateur souhaitant vérifier la qualité optique de son télescope. On place le couteau en plan focal et un détecteur dans le plan pupille qui suit. Le principe est le suivant : si le miroir est de bonne qualité, l'image focalisée sur le couteau sera rigoureusement ponctuelle (dans l'approximation de l'optique géométrique, voir figure 1.15 à gauche) et l'intensité sur le détecteur sera uniforme ; à l'inverse, si la surface du miroir est défectueuse, elle va dévier les rayons lumineux et faire apparaître sur le détecteur une image de pupille dont les inhomogénéités d'éclairement dépendront du défaut d'inclinaison de la surface du miroir (figure 1.15, milieu et droite). Le couteau placé en plan focal opère en fait un filtrage de Fourier par suppression de certaines composantes fréquentielles. L'image obtenue en plan pupille sera brillante là où les fréquences spatiales ont été transmises et sombre là où elles auront été bloquées par le couteau.

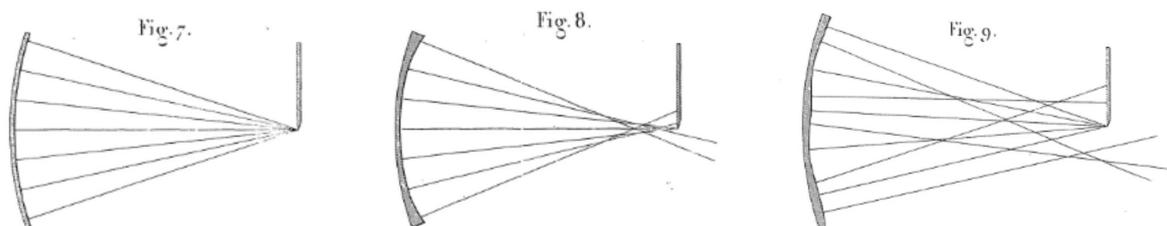


FIGURE 1.15 – Principe de fonctionnement du couteau de Foucault avec *Gauche* un miroir focalisant de surface parfaite, *Milieu* un miroir présentant des bords trop relevés et *Droite* un miroir avec des altérations quelconques. *Crédit : Foucault (1859)*

La figure 1.16 montre l'exemple des quatre configurations possibles du couteau pour une erreur de basculement de l'image. Les zones sombres du masque représentent les zones de transmission nulle ($t = 0$) et à l'inverse, les zones blanches sont celles qui transmettent le champ incident ($t = 1$). Pour chacun de ces masques, l'intensité dans le plan du détecteur pour un tilt qui déplace la tache image "vers la droite" est montrée sur la seconde ligne. Puisque l'on considère un tilt selon l'axe "x" (défini horizontal), les deux premiers masques n'ont pas d'effet sur le plan du détecteur : la tache image est parfaitement découpée en deux parts égales, les pupilles imagées sont donc d'intensité uniforme, aux effets diffractifs près. Les deux derniers masques permettent eux de déduire l'information sur le tilt. D'un côté, le couteau laisse complètement passer la lumière, la pupille est éclairée, tandis que lorsque le couteau intercepte la tache image, la pupille devient une zone sombre. Un balayage du couteau le long des deux axes du système permet de reconstruire l'amplitude des erreurs de front d'onde en plan pupille. Parmi les facteurs limitant de ce senseur, on notera donc cette opération de balayage, mal appropriée pour des applications où les aberrations évoluent rapidement, et le gaspillage des photons bloqués par le couteau, également critique pour les sources de faible intensité.

Inspiré du principe de fonctionnement équivalent au couteau de Foucault, Horwitz (1994) développe l'idée de Sprague & Thompson (1972) (filtre de transmission linéaire puis manipulations des plaques photographiques) puis de Horwitz (1978) (filtre de transmission constante) et propose d'utiliser quatre filtres de transmission et réflexion cette fois variables linéairement en remplacement des couteaux. Le résultat donne quatre images de pupilles dont l'intensité est directement proportionnelle à la dérivée de la fonction de phase, sans besoin d'effectuer un balayage du plan de Fourier. Cependant, cette méthode requiert plusieurs détecteurs distincts.

L'ASO Pyramide

Le principe de l'analyseur pyramide découle des analyseurs que je viens d'évoquer. En lieu et place des masques d'amplitude, Ragazzoni (1996) propose d'utiliser un seul masque de phase. Il consiste en un pavage de 4 tilts, formant une pyramide, dont le sommet est placé dans le plan focal : il permet de séparer le champ en 4 composantes dans des directions légèrement séparées, et de les réimager dans le plan pupille

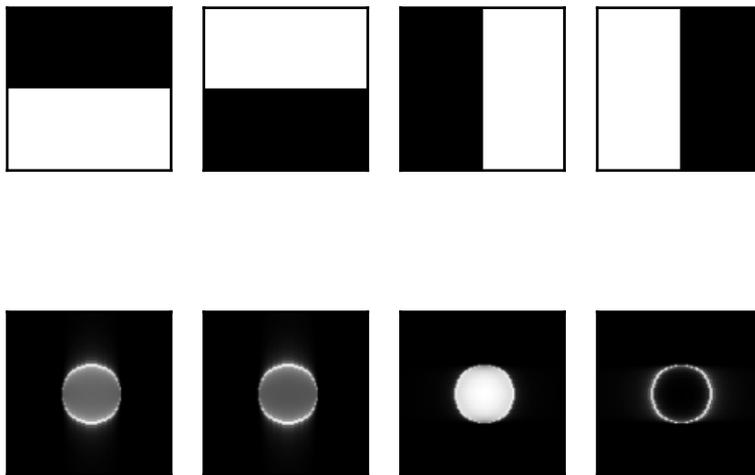


FIGURE 1.16 – Exemple de la mesure d'un tilt selon l'axe "x" (horizontal), dans les quatre configurations du couteau de Foucault : *Haut* Quatre masques d'amplitude, de transmission $t = 0$ ou 1 et *Bas* leurs images dans le plan du détecteur.

qui suit sur un seul et même détecteur. Ce masque de phase peut être obtenu par l'utilisation d'un simple prisme en verre pyramidal à 4 faces. Cet analyseur présente alors très vite de nombreux avantages avec notamment une sensibilité accrue comparée à l'analyseur SH puisqu'à la limite de diffraction, la taille du faisceau est limitée par le diamètre du miroir primaire λ/D . Cette propriété rend l'ASO pyramide aujourd'hui très populaire dans les applications d'OA hauts ordres, pour lesquelles le front d'onde incident a besoin d'être découpé en de nombreuses sous-ouvertures.

La figure 1.17 schématise son principe de fonctionnement avec une approche unidimensionnelle. Une lentille de focale f' permet de focaliser le faisceau sur un masque de phase placé dans le plan de Fourier. La pyramide est ici assimilée à un prisme classique présentant une seule arête. Lorsque le front d'onde incident subit un déphasage local $d\phi_1$ non nul, le faisceau est dévié sur une seule des deux faces du prisme. La différence d'intensité entre les deux sous-ouvertures dans le plan du détecteur est proportionnelle au gradient de la phase incidente. Si le déphasage est localement nul, comme pour $d\phi_2$, le faisceau sera focalisé au sommet du prisme et uniformément dispersé dans le plan du détecteur. L'analyseur pyramide revient à considérer deux prismes orthogonaux afin d'obtenir l'information dans les deux axes "x" et "y". Comme pour le couteau de Foucault, relever les non uniformités d'éclairement des pupilles sur le détecteur permet de déduire l'information de phase, mais le procédé a l'avantage d'être cette fois ci direct et non itératif. Le masque de phase pyramidal est présenté à gauche de la figure 1.18. Les réponses de l'ASO dans le plan du détecteur à un tilt et un astigmatisme sont également montrées.

Une limitation intervient lorsque l'amplitude du gradient de la phase est trop grande. L'image se retrouve focalisée sur une seule des 4 faces de la pyramide et le codage de la phase devient binaire. Ce problème peut être avantageusement contourné en utilisant une modulation du faisceau. A l'aide d'un miroir de modulation placé en amont du prisme pyramidal, la modulation du faisceau par un rayon r_{mod} va permettre d'augmenter artificiellement la dimension de la tache image (on obtient une tache de diamètre $2r_{mod}\frac{\lambda}{D}$) et ainsi de linéariser la réponse de l'analyseur ; donc de gagner en gamme dynamique. L'augmentation de la taille de la tache image s'accompagne toutefois d'une diminution de la sensibilité de l'analyseur. Finalement, en ajustant le rayon de modulation aux conditions d'observation, l'ASO pyramide présente l'avantage de pouvoir s'adapter préférentiellement en fonction des conditions : des faibles luminosités avec une pyramide faiblement modulée (grande sensibilité) à des erreurs de phase de large amplitude avec une pyramide largement modulée (grande gamme dynamique).

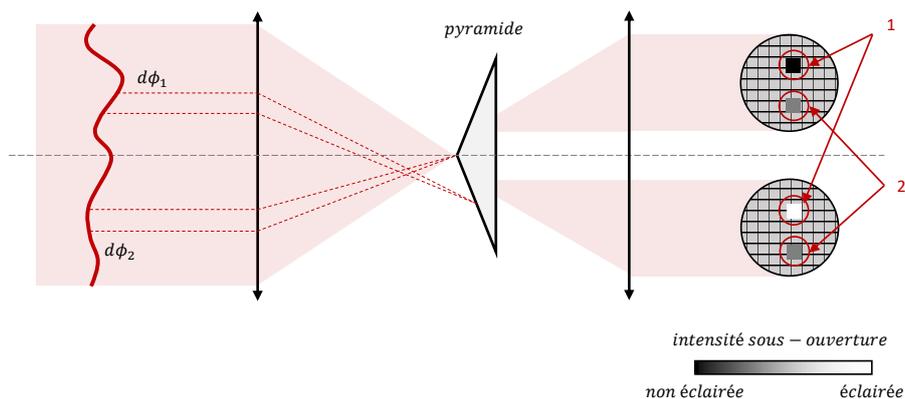


FIGURE 1.17 – Schéma de principe de l'analyseur pyramide non modulé, avec l'exemple d'un tilt local $d\phi_1$ et d'un front d'onde plat localement $d\phi_2$.

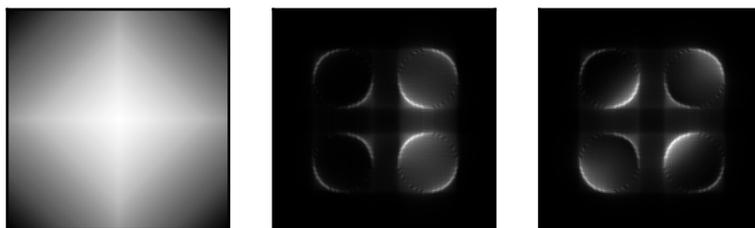


FIGURE 1.18 – *Gauche* Masque de phase de l'ASO pyramide et images dans le plan du détecteur avec *Milieu* l'exemple d'un tilt selon l'axe "x" (horizontal) et *Droite* l'exemple d'un astigmatisme.

En notant I_i la distribution d'intensité dans chacune des quatre pupilles du détecteur ($i \in [1, 4]$), les gradients de la phase S_x et S_y s'obtiennent par recombinaison linéaire des I_i . On peut écrire (Ragazzoni, 1996) :

$$\begin{aligned} S_x(x, y) &= \frac{(I_1(x, y) + I_2(x, y)) - (I_3(x, y) + I_4(x, y))}{I_1(x, y) + I_2(x, y) + I_3(x, y) + I_4(x, y)} \\ S_y(x, y) &= \frac{(I_1(x, y) + I_3(x, y)) - (I_2(x, y) + I_4(x, y))}{I_1(x, y) + I_2(x, y) + I_3(x, y) + I_4(x, y)} \end{aligned} \quad (1.47)$$

Pour une modulation circulaire d'amplitude r_{mod} supérieure au défaut local du front d'onde (régime linéaire de la pyramide), les calculs d'optique géométrique mènent à la relation (Burvall et al., 2006) :

$$\begin{aligned} \frac{\delta\phi}{\delta x}(x, y) &= \frac{2\pi}{\lambda} \frac{r_{mod}}{f'} \sin\left(\frac{\pi}{2} S_x(x, y)\right) \\ \frac{\delta\phi}{\delta y}(x, y) &= \frac{2\pi}{\lambda} \frac{r_{mod}}{f'} \sin\left(\frac{\pi}{2} S_y(x, y)\right) \end{aligned} \quad (1.48)$$

Ces équations peuvent être linéarisées autour de zéro pour des faibles erreurs de phase :

$$\begin{aligned}\frac{\delta\phi}{\delta x}(x, y) &= \frac{\pi^2}{\lambda} \frac{r_{mod}}{f'} S_x(x, y) \\ \frac{\delta\phi}{\delta y}(x, y) &= \frac{\pi^2}{\lambda} \frac{r_{mod}}{f'} S_y(x, y)\end{aligned}\tag{1.49}$$

En revanche, si la modulation n'est pas suffisante, les pentes S_x et S_y saturent à ± 1 . Cette description géométrique du fonctionnement de l'ASO pyramide sera étendue à une approche diffractive au chapitre 3 dans le but de mesurer les défauts de phase qui ne peuvent pas être décrits par leur dérivée première : les pistons différentiels

Le masque de Zernike

L'utilisation de masques de Zernike pour faire de l'analyse de surface d'onde est en fait héritée de la microscopie à contraste de phase. Cette technique tient du nom de son inventeur Frits Zernike (Zernike, 1934) et lui vaudra d'ailleurs le Prix Nobel de Physique en 1953. Elle sera par ailleurs mise en place pour la première fois par Emilie Bleeker (pour plus d'informations à son sujet, consulter Leboulleux (2020)). A l'instar des méthodes de filtrage évoquées plus haut (voir figure 1.6), le masque de Zernike est placé dans le plan de Fourier du système. Il permet de convertir les décalages de phases de la lumière traversant un milieu – l'atmosphère en OA ou par exemple des cellules en microscopie – en variations d'intensité dans le plan du détecteur (voir figure 1.19). Le masque consiste en une "pastille" déphasante placée sur l'axe optique, de profondeur $\pi/2$ et de diamètre d_{zer} . Le retard de phase introduit par la pastille crée des interférences entre la zone du champ qui subit le déphasage et le reste du champ, l'éclairement obtenu en plan pupille I sera directement proportionnel à la phase incidente ϕ . Le diamètre de la pastille est généralement choisi de manière à trouver une équipartition de l'énergie entre la zone de champ déphasée et la zone non déphasée, soit $d_{zer} = 1,06 \frac{\lambda}{D}$ (N'Diaye et al., 2016).

Cet analyseur est très sensible aux aberrations mais pêche par sa faible zone de linéarité : il n'est pas approprié pour compenser des aberrations de large amplitude et est plutôt adapté pour jouer le rôle de deuxième étage dans un système d'OA. Un masque de Zernike, ZELDA, a été proposé afin de calibrer les erreurs quasi-statiques des instruments hauts contrastes par N'Diaye et al. (2013) puis validé sur la source interne de l'instrument VLT/SPHERE (Beuzit et al., 2008), démontrant ses performances sur des aberrations de l'ordre du nanomètre (N'Diaye et al., 2016). Mais si j'introduis cet analyseur ici, c'est que son utilisation a été ensuite revisitée dans le but du cophasage des télescopes à pupilles segmentées avec le *Zernike Unit for Segment Phasing* par Janin-Potiron et al. (2017) ; il a également aidé au diagnostic du Low Wind Effect sur VLT/SPHERE (Sauvage et al., 2015) (voir chapitre 2).



FIGURE 1.19 – *Gauche* Masque de phase de Zernike et images dans le plan du détecteur avec *Milieu* l'exemple d'un tilt selon l'axe "x" (horizontal) et *Droite* l'exemple d'un astigmatisme.

1.3.3 Corriger la phase : les miroirs déformables

Placés en plan pupille, les miroirs déformables permettent d'introduire des avances ou retards de phase nécessaires à la correction du front d'onde incident (Sechaud, 1999, Madec, 2012). Par habitude, j'utiliserai l'acronyme anglais DM (*deformable mirror*) pour les désigner. Ils sont composés d'une surface réfléchissante dont la fine membrane se déforme grâce à la présence d'actionneurs. D'abord développés pour des applications de défense, une grande variété de DM a vu le jour à partir des années 1970 (Sechaud, 1999). Les premiers miroirs étaient constitués d'une poignée d'actionneurs et permettaient de compenser quelques bas ordres du front d'onde incident (Kern et al., 1989). Avec l'arrivée des extrêmement grands télescopes et des systèmes de correction d'optique adaptative extrême (nous y reviendrons plus tard), il ne devient plus rare de rencontrer des DM à plusieurs milliers d'actionneurs (Roberts et al., 2010). Ils permettent alors de compenser un grand nombre de modes et d'obtenir des images proches de la limite de diffraction à des longueurs d'ondes plus courtes ou sur de plus grands télescopes que les systèmes plus modestes. Deux critères intéressants à considérer seront donc le nombre d'actionneurs du DM, noté n_{act} , et le pas inter-actionneur d_{act} qui correspond à la distance physique entre deux actionneurs.

Plusieurs technologies sont disponibles pour fournir la correction nécessaire : miroir bimorphe, miroir à empilement piézoélectrique, MEMS, miroir à bobines électromagnétiques, etc. Le miroir à bobines électromagnétiques est celui que l'on rencontrera sur l'ELT au chapitre 2, puis sur le banc SESAME au chapitre 5 ; c'est cette raison que je décris son principe ici et que je passerai sous silence le fonctionnement des autres types de DM. Un schéma de principe de ce type de DM est montré en figure 1.20. Des aimants sont directement collés sur une surface réfléchissante de faible épaisseur, de l'ordre de quelques dizaines de micromètres au millimètre, et assurent ainsi un champ magnétique permanent sur toute la surface. Le miroir flotte au dessus d'un réseau dense de bobines qui constituent les actionneurs du DM. Lorsqu'un courant circule à l'intérieur de la bobine, la force générée attire ou repousse l'aimant et donc déforme la mince surface du DM, cette force peut être inversée en changeant la polarité du courant. Les bobines sont elles solidement liées à une structure mécanique qui sert de plaque de référence (Madec, 2012). Enfin, des senseurs capacitifs donnent une mesure rapide et précise de la position du miroir par rapport à la plaque de référence et permettent de contrôler cette position rétro-activement en modifiant le courant qui traverse les bobines.

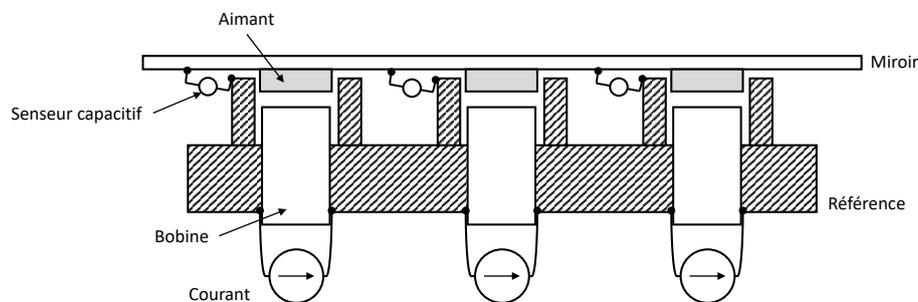


FIGURE 1.20 – Schéma d'un miroir déformable à bobines avec les ensembles miroir/aimants et plaque de référence/bobines.

La déformée de la couche mince réfléchissante à l'action d'un actionneur du DM est appelée fonction d'influence. Du fait que les déformations mécaniques considérées sont très petites, de quelques nanomètres à quelques microns, on peut faire l'hypothèse que cette déformation est linéaire vis à vis de la force appliquée et donc du courant appliqué, mais aussi vis à vis de l'additivité des fonctions d'influence entre elles : les déformations subies restent en effet largement dans le domaine d'élasticité des matériaux, pour lequel les équations de la mécanique sont linéaires. Les données expérimentales sur les fonctions d'influence conduisent très souvent à deux hypothèses : elles suivent une forme de gaussienne et elles sont identiques d'un actionneur à l'autre (cela n'est pas toujours tout à fait le cas, cf chapitre 2). On peut définir ensuite le paramètre de couplage mécanique : l'application d'une tension sur un seul actionneur provoque une déformée au lieu de l'actionneur voisin. Je note IF_i la fonction d'influence créée par chacun des actionneurs.

Finalement, en appliquant un vecteur de tensions \mathbf{u} aux actionneurs du DM, on peut déduire la phase appliquée sur le DM comme la combinaison linéaire des déformations de chaque actionneur :

$$\phi_{dm}(x, y) = \sum_{i=1}^{n_{act}} u_i IF_i(x, y) \quad (1.50)$$

On peut également définir la matrice de covariance Δ des fonctions d'influence du DM dont les coefficients sont donnés par l'intégrale sur la pupille définie telle que :

$$\Delta_{i,j} = \int_P IF_i(x, y) \cdot IF_j(x, y) dx dy \quad (1.51)$$

En notant \mathbf{IF} la matrice formée des fonctions d'influence échantillonnées sur la pupille, matrice de n_{act} colonnes et de nombre de lignes égal au nombre d'échantillons utilisés pour simuler la pupille, on peut aussi écrire :

$$\Delta = \mathbf{IF}^t \mathbf{IF} \quad (1.52)$$

La matrice Δ est symétrique, elle permet notamment de calculer l'inverse \mathbf{B}' d'une matrice \mathbf{B} définissant une base de modes sur le DM, pas forcément carrée ni inversible :

$$\mathbf{B}' = (\mathbf{B}^t \Delta \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^t \Delta \quad (1.53)$$

Cette matrice de transformation \mathbf{B}' permet de passer des tensions appliquées aux actionneurs du DM aux coefficients modaux. Si on considère un écran de phase ϕ , dont les échantillons dans la pupille simulée sont arrangés dans un vecteur Φ , la projection idéale de cette phase sur les tensions du DM sera donnée par l'équation :

$$\mathbf{u} = \mathbf{IF}^\dagger \Phi \quad (1.54)$$

Le symbole \dagger désigne l'opération d'inverse généralisée. La projection modale idéale est donnée par l'équation :

$$\mathbf{a} = \mathbf{B}' \mathbf{u} \quad (1.55)$$

La figure 1.21 montre l'exemple d'une phase incidente sur la surface de la pupille ELT et de la tache image correspondante. Sur la colonne de droite, le front d'onde est corrigé avec tous les actionneurs disponibles d'un miroir déformable en utilisant l'équation 1.54. Les actionneurs sont ici disposés sur un maillage hexagonal (il s'agit du DM de la géométrie ELT, voir chapitre 2). La compensation étant idéale, cette phase résiduelle correspond à la fitting du DM : elle est constituée de hautes fréquences spatiales et la tache image se rapproche de la diffraction. La zone de correction est hexagonale, de rayon angulaire environ $\frac{\lambda}{2d_{act}}$. Au delà de cette zone, les fréquences ne sont plus corrigées.

1.3.4 Étalonnage et loi de commande

Nous avons vu comment mesurer et corriger la phase, il nous reste à faire le pont entre ces deux éléments optiques par la loi de commande (Madec, 1999).

Étalonnage : matrice d'interaction

L'analyseur de front d'onde permet de coder la phase aberrante en une variation d'intensité sur son détecteur. On cherche à définir un reconstituteur de la phase, c'est-à-dire l'outil mathématique qui va permettre de mesurer la phase à partir des variations d'intensité de l'ASO. On se restreint ici aux dépendances linéaires entre phase et intensité, ce qui permet de définir un reconstituteur linéaire lui aussi, ayant de nombreux avantages en terme d'implémentation et de calcul. Cette hypothèse de linéarité est vraie si le DM est linéaire et le senseur aussi. La structure en boucle fermée du système d'OA fait travailler de facto l'analyseur autour d'un point de fonctionnement à phase nulle (la présence de NCPA est ici négligée), ce qui favorise la réalisation de cette condition de linéarité pour l'analyseur. Toutefois, nous avons entrevu que l'ASO pyramide n'est pas un senseur proprement linéaire, il peut saturer, et nous serons amenés à discuter ce dernier point par la suite.

Pour définir le reconstituteur, on réalise dans un premier temps un étalonnage de l'ASO. La matrice d'interaction \mathbf{D} est la matrice qui étalonne la relation entre la déformée de la phase incidente et la mesure de l'ASO : elle est la matrice de passage entre ces deux espaces. En pratique, il s'agit d'étalonner le vecteur de mesures de l'ASO – aussi appelé vecteur de pentes, noté \mathbf{s} – pour chaque mode \mathbf{m} exprimé sur les

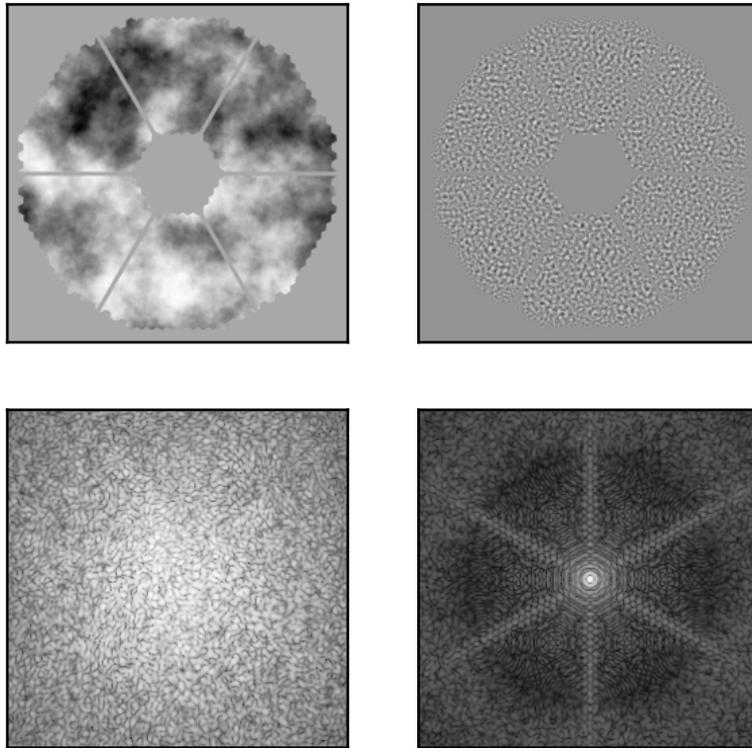


FIGURE 1.21 – *Haut* Phase incidente et *Bas* Tache image pour un front d'onde perturbé par la turbulence atmosphérique et un front d'onde corrigé à la *fitting* du DM. (*Simulation COMPASS*)

actionneurs du DM. Ces modes sont par exemple issus de la matrice \mathbf{B} des KL simplifiés. Cet étalonnage est fait de sorte à obtenir la relation :

$$\mathbf{s} = \mathbf{D}\mathbf{m} \quad (1.56)$$

La matrice \mathbf{D} est une collection de vecteurs colonnes des mesures modales de l'ASO. Elle est très généralement rectangulaire, de dimension le nombre de pentes multiplié par le nombre de modes $n_s \times n_m$.

La mesure de cette matrice se fait en restant dans le domaine de linéarité de l'analyseur. Dans le cas de la pyramide typiquement, les tensions appliquées au DM seront choisies préférentiellement faibles pour éviter de réaliser un étalonnage dans le domaine non linéaire de l'analyseur. Les matrices d'interaction effectuées au cours de ma thèse répondent toutes à un étalonnage différentiel, en poussant/tirant (*push-pull* étant le terme anglais couramment utilisé pour désigner cette méthode) sur les actionneurs du DM autour d'un front d'onde plan ϕ_{diff} (ou éventuellement un autre front d'onde vers lequel on souhaite converger, voir la problématique des NCPA). Avec ϕ_i la phase produite par le mode i de la base, on obtient donc la matrice d'étalonnage :

$$\mathbf{D} = \left(\frac{\mathbf{s}(\phi_{diff} + \epsilon\phi_i) - \mathbf{s}(\phi_{diff} - \epsilon\phi_i)}{2\epsilon} \right)_{1 \leq i \leq n_m} \quad (1.57)$$

Analyse : matrice de reconstruction modale

L'analyse du front d'onde nous permet de remonter à l'information de phase incidente en connaissant le vecteur de pentes de l'ASO. Une solution consiste à minimiser l'erreur de reconstruction de la phase au sens des moindres carrés, cette erreur est définie par :

$$\epsilon_\phi = \|\mathbf{s} - \mathbf{D}\mathbf{m}\|^2 \quad (1.58)$$

Cette opération revient à faire le chemin inverse de l'étape d'étalonnage et nous amène à définir le reconstruteur modal. La matrice \mathbf{D} n'est pas directement inversible et on fait appel à l'opération de pseudo-inverse donnée par les moindres carrés :

$$\mathbf{D}^\dagger = \left(\mathbf{D}^t\mathbf{D}\right)^{-1}\mathbf{D}^t \quad (1.59)$$

Alors, on obtient l'opération de reconstruction modale pour une phase ϕ incidente :

$$\mathbf{m} = \mathbf{D}^\dagger\mathbf{s}(\phi) \quad (1.60)$$

Le problème de l'inversion de \mathbf{D} est donc déplacé à la question de l'inversibilité de $\mathbf{D}^t\mathbf{D}$. Pour que cette dernière expression soit effectivement inversible, il faut que \mathbf{D} soit "bien conditionnée". On s'intéresse donc à la décomposition en valeurs singulières de la matrice d'interaction :

$$\mathbf{D} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^t \quad (1.61)$$

La matrice $\mathbf{\Sigma}$ est diagonale et contient les valeurs singulières associées à chaque mode propre de la matrice \mathbf{V} . Le conditionnement de \mathbf{D} correspond au rapport entre ses valeurs singulières maximale et minimale. Pour un système donné, plus celui-ci comptera de modes commandés, et plus le conditionnement sera élevé. L'inversion de \mathbf{D} sera donc rendue plus difficile au fur et à mesure qu'on ajoute des modes à analyser.

Cette décomposition fait apparaître l'espace des phases visibles par l'analyseur au travers de \mathbf{V} : ils sont les premiers modes propres. A l'inverse, l'espace des phases mal visibles ou invisibles sera son complémentaire. Par exemple, on commence généralement par trouver le mode piston global dans les modes invisibles de l'ASO. On regardera donc le choix du conditionnement de près puisqu'il permet de filtrer les modes invisibles de l'analyseur au cours de l'inversion de \mathbf{D} .

Enfin, le vecteur de tension à appliquer au DM pour compenser l'erreur de phase ϕ :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{B}\mathbf{D}^\dagger\mathbf{s}(\phi) \quad (1.62)$$

avec \mathbf{B} la matrice qui permet de passer de l'espace des modes du DM aux tensions à appliquer à celui ci.

Boucle de contrôle

La turbulence atmosphérique évolue dynamiquement, les systèmes d'OA doivent donc continuellement mesurer et corriger les erreurs de front d'onde. Cette correction ne peut évidemment pas se faire de manière continue, le système fonctionne avec une fréquence de correction donnée qui inclue notamment les temps d'intégration du détecteur de l'analyseur et de calcul de la reconstruction par le calculateur temps réel (RTC). Un schéma d'un système d'OA en boucle fermée est donné en figure 1.22 : le signal d'entrée est la phase aberrée, celle ci est analysée par l'ASO pour être corrigée par le DM. Je me place dans cette thèse dans le cadre très conventionnel d'une boucle d'OA dont le correcteur temporel est un intégrateur avec gain. Fonctionnant en boucle fermée et supposant une latence nulle, la phase résiduelle du système à la trame k dépend de la correction appliquée au DM à la trame précédente :

$$\phi_{res}[k] = \phi_{atm}[k] - \phi_{dm}[k-1] \quad (1.63)$$

La minimisation de ϕ_{res} est réalisée grâce au reconstruteur que l'on vient d'établir. D'autres étapes entrent cependant en jeu. On remarque sur cette figure la présence d'un gain de boucle, généralement compris entre 0 et 1. Il permet de paramétrer la bande passante du système et d'adapter la commande aux conditions de turbulence. Un gain faible correspond à une boucle "lente" ; il permet de limiter la propagation du bruit et sera adéquat dans des conditions de mauvais rapport signal à bruit (étoile de forte magnitude). A l'inverse, un gain proche de 1 permet de réduire l'erreur temporelle de correction et sera utilisé si l'on est "confiant" dans la correction appliquée au DM.

Si le gain de boucle ici présenté est scalaire, Gendron & Léna (1994) proposent un raisonnement modal. L'optimisation de la commande consiste alors à ajuster le gain de boucle pour chaque mode, toujours dans le but de paramétrer la bande passante du système, en tenant compte à la fois du rapport signal à bruit et de la corrélation temporelle de la turbulence. Il faut pour cela utiliser une matrice

diagonale \mathbf{E} dont les coefficients déterminent le gain modal. Enfin, nous serons amenés à rencontrer dans ce manuscrit l'utilisation de gains modaux supérieurs à 1. En effet, le gain n'a alors plus seulement pour but d'ajuster le filtre intégrateur de la boucle, mais de tenir compte des changements de propriétés optiques de l'analyseur, dans le but notamment de compenser une réduction de sa sensibilité pour chaque mode. Les gains modaux utilisés sont alors appelés gains optiques et peuvent prendre des valeurs bien supérieures à 1. Nous reviendrons au chapitre 3 sur le calcul de ces gains modaux.

La loi de commande du DM que j'utiliserai dans cette thèse peut donc se résumer à l'équation suivante :

$$\mathbf{u}[k] = \mathbf{u}[k-1] - g\mathbf{B}\mathbf{E}\mathbf{D}^\dagger \mathbf{s}[k] \quad (1.64)$$

Avec $\mathbf{u}[k-1]$ la commande appliquée à l'itération précédente, $\mathbf{s}[k]$ le vecteur de pentes de l'analyseur, \mathbf{E} une matrice diagonale dont les coefficients sont les gains optiques modaux judicieusement choisis et g le gain scalaire global de l'intégrateur. Ce gain est reporté dans cette équation pour être conforme au type de contrôleur développé dans le logiciel de simulation d'OA COMPASS, qui est utilisé dans cette thèse.

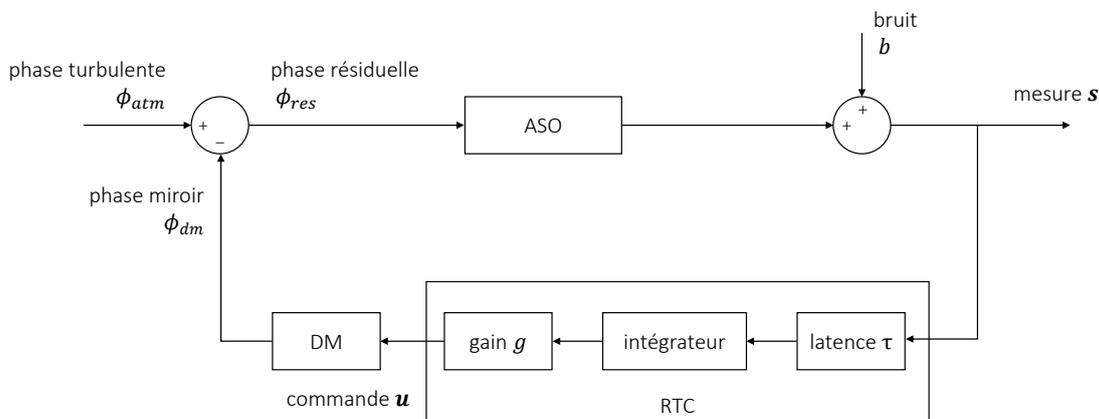


FIGURE 1.22 – Diagramme d'un système d'OA fonctionnant en boucle fermée.

1.3.5 Budget d'erreur post optique adaptative

Après correction du front d'onde par le système d'OA, il subsiste encore nombre d'erreurs qui éloignent le front d'onde résiduel de la diffraction et limitent la performance. En voici les principales sources et leur contribution au budget d'erreur. Elles sont caractérisées par la variance d'erreur qu'elles laissent sur la phase, variance donnée comme moyenne d'ensemble. Sous l'hypothèse d'indépendance statistique de ces erreurs, la variance totale de la phase résiduelle peut s'exprimer comme la somme de ces variances.

Erreur de correction : fitting

Le DM ne contient qu'un nombre fini d'actionneurs, la phase résiduelle contiendra donc des motifs à hautes fréquences spatiales caractéristiques de l'erreur de fitting (ou de sous-modélisation) comme nous avons pu le voir en figure 1.21. Sous la statistique de Kolmogorov, la variance de l'erreur de fitting est donnée par Hudgin (1977) :

$$\sigma_{fitting}^2 = k \left(\frac{d_{act}}{r_0} \right)^{5/3} \quad (1.65)$$

Avec $k = 0,23$ pour un DM à maillage carré et d_{act} la distance inter-actionneurs projetée dans la pupille. Pour un maillage hexagonal, la valeur $k = 0,2$ semble être une bonne approximation numérique pour caractériser l'erreur de fitting. Plus la distance entre les actionneurs est réduite, plus le DM corrigera les hautes fréquences spatiales de la phase et meilleure sera l'erreur de fitting.

Erreur de repliement

Le dimensionnement de l'ASO joue également un rôle dans les erreurs résiduelles du front d'onde. L'échantillonnage de la mesure de la phase est caractérisée par la taille des sous-ouvertures de l'analyseur d_{aso} , soit la dimension d'un pixel de l'ASO dans l'espace de la pupille d'entrée. Les fréquences du spectre de Kolmogorov supérieures à la fréquence de Nyquist de l'analyseur $1/(2d_{aso})$ se replient et sont mesurées comme des basses fréquences. Pour un analyseur SH, Rigaut et al. (1998) donne une expression approximative de cette erreur de repliement :

$$\sigma_{alias}^2 = 0,08 \left(\frac{d_{aso}}{r_0} \right)^{5/3} \quad (1.66)$$

A nombre d'actionneurs constant, plus l'analyseur possède de sous-ouvertures, plus il sera en capacité de mesurer les hautes fréquences spatiales de la phase, au delà des fréquences du DM. Le repliement sur les modes corrigés est diminué et il en va de même pour l'erreur de repliement. Contrairement à l'analyseur SH dont la sensibilité croît avec les fréquences spatiales, l'analyseur pyramide possède une sensibilité constante sur les hautes fréquences (Vérinaud, 2004). L'équation présentée ici peut être considérée comme une borne supérieure de l'erreur de repliement pour l'ASO pyramide : de manière générale, on pourra considérer que cette erreur est négligeable devant les autres termes.

Erreur de bruit de mesure

Le détecteur utilisé pour analyser les erreurs de phase est soumis au bruit de mesure pour deux raisons principales. Le bruit de photon dépend du nombre de photons n_{ph} reçu par sous-ouverture du détecteur au cours d'une trame, cette variable aléatoire quantifiée répond à la loi de probabilité de Poisson. Les pixels du détecteur sont eux soumis à un bruit électronique, il s'agit d'un processus gaussien caractérisé par la variance σ_e^2 du nombre de photo-électrons par sous-ouverture et par trame. On parle de bruit de lecture ou *read out noise* (RON). Deo (2019) propose d'appliquer les expressions du bruit pour l'ASO Shack-Hartmann issues de Rousset et al. (1987) à l'ASO pyramide. On obtient pour le bruit de photons :

$$\sigma_{ph}^2 = \frac{4\pi^2}{n_{ph}} \left(\frac{D r_{mod}}{\lambda f'} \right)^2 \left(\frac{d_{aso}}{D} \right)^2 \quad (1.67)$$

Et pour le bruit de lecture :

$$\sigma_{ron}^2 = \frac{16\pi^2 \sigma_e^2}{n_{ph}^2} \left(\frac{D r_{mod}}{\lambda f'} \right)^2 \left(\frac{d_{aso}}{D} \right)^2 \quad (1.68)$$

Erreur temporelle

L'erreur temporelle permet de rendre compte du retard pris par le système d'OA dans la correction du front d'onde (si la mesure est prise à l'instant t , la correction est réalisée à l'instant $t + \tau$) ainsi que du filtrage introduit par le correcteur temporel de la boucle. Cette latence τ dépend des différents délais introduits par le temps de pose et de lecture de la caméra de l'analyseur, du temps nécessaire au contrôleur temps réel pour appliquer la correction au DM, du temps que prend le DM pour se "mettre en forme", ... La turbulence atmosphérique n'attend pas et la correction sera effectuée avec un certain retard. Greenwood (1977) donne une expression du terme d'erreur introduit par ce filtrage temporel :

$$\sigma_{temp}^2 = 0,243 \left(\frac{v}{r_0} \right)^{5/3} f_{BP}^{-5/3} \quad (1.69)$$

Avec v la vitesse du vent et f_{BP} la fréquence de coupure à $3dB$ de la fonction de transfert de la boucle de correction, dépendant de la latence τ et du gain g (voir Gendron & Léna, 1994).

Aberrations non-communes

Les chemins optiques effectués en transmission et en réflexion de la lame qui sépare la voie science du système d'OA différent, on parle d'aberrations non-communes (NCPA, *non-common path aberrations*). La différence de phase entre ces deux chemins est notée ϕ_{ncpa} . Lorsque l'ASO mesure une phase nulle, la caméra scientifique connaît une dégradation de la qualité d'imagerie caractérisée par la variance de la phase σ_{ncpa}^2 . Ces aberrations sont généralement statiques ou quasi-statiques. Il est possible de les

compenser en modifiant la boucle d'asservissement du système d'OA afin de faire converger la phase résiduelle non pas vers une phase nulle mais vers une consigne égale à $-\phi_{ncpa}$.

Erreur d'anisoplanétisme

Le système d'OA fournit une correction du front d'onde sur une étoile (ou objet) guide qui n'est pas nécessairement l'objet d'intérêt de la voie scientifique. On doit alors faire face à la possible décorrélation angulaire des fronts d'onde turbulents pour ces deux objets. On définit θ l'écart angulaire qui sépare l'étoile guide de l'objet d'intérêt pour le canal science et on parle d'effet d'anisoplanétisme pour décrire la dégradation causée sur l'imagerie si θ est trop grand. Fried (1982) définit l'angle d'anisoplanétisme θ_0 comme étant l'angle pour lequel la variance de l'erreur est égale à 1 rad^2 :

$$\theta_0 = 0,314 \cos(\gamma) \left(\frac{r_0}{h} \right) \quad (1.70)$$

où γ est l'angle entre l'axe de visée et le zénith, et h l'altitude moyenne des couches turbulentes. La variance de l'erreur d'anisoplanétisme est :

$$\sigma_{aniso}^2 = \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^{5/3} \quad (1.71)$$

1.3.6 Différents modes d'OA

Cette dernière erreur d'anisoplanétisme est particulièrement limitante pour les systèmes de SCAO (*Single Conjugate Adaptive Optics*) où une seule étoile guide est utilisée pour compenser la turbulence atmosphérique. La probabilité de disposer d'une source guide suffisamment brillante à proximité d'un point donné d'intérêt du ciel quelconque est appelé "couverture du ciel"; cette probabilité est faible et dans les faits, l'astronome se limitera à observer des objets d'intérêt suffisamment brillants pour pouvoir être utilisés eux-mêmes comme source d'asservissement par le système de SCAO. Pour améliorer la couverture du ciel, (Foy & Labeyrie, 1985) proposent d'utiliser un laser pour créer artificiellement une source lumineuse dans l'atmosphère terrestre. Parmi les différentes techniques utilisées, les lasers sodium équipent grand nombre de télescopes comme le VLT. De longueur d'onde 589 nm , ils viennent exciter les atomes de sodium situés à environ 90 kilomètres d'altitude. Les atomes émettent en retour des photons par émission spontanée et créent une source lumineuse suffisamment brillante pour asservir la boucle d'OA. Ils s'accompagnent cependant de plusieurs limitations qui leur sont propres et qui sont notamment liées à la distance finie de l'émission de la source (effet de cône, allongement des *spots*, ambiguïté de la mesure de l'erreur de défocalisation, erreurs tip/tilt inconnues).

Finalement, l'anisoplanétisme réduit à la fois la couverture du ciel à un faible pourcentage et le champ d'observation à quelques arcsecondes. Pour améliorer ces deux paramètres, les astronomes peuvent avoir recours à d'autres modes d'OA et ainsi tirer au mieux profit des télescopes grand champ actuels. Les modes présentés sont classés par ordre de champ de correction croissant, ce qui se fait au prix d'une performance d'imagerie généralement décroissante.

Laser Tomography Adaptive Optics, LTAO

Cette technique utilise plusieurs étoiles laser pour corriger le front d'onde. L'intérêt est de compenser l'effet de cône. Du fait de l'utilisation d'une source à une distance finie du télescope, l'ASO voit non pas tout le cylindre de turbulence, intégré sur les couches de l'atmosphère, mais un cône de turbulence. En utilisant plusieurs étoiles laser, il est possible de recouvrir le cylindre de turbulence par tomographie et de le corriger avec un seul DM. Le but du procédé n'est donc pas tant d'augmenter le champ de correction mais surtout d'améliorer la qualité de correction comparé à ce qu'il serait possible avec une unique étoile laser et de profiter d'une bonne couverture du ciel.

Multi Conjugate Adaptive Optics, MCAO

Cette méthode utilise plusieurs ASO qui visent dans différentes directions et plusieurs DM, chacun conjugué à différentes altitudes (Beckers, 1989, Ellerbroek, 1994, Fusco et al., 2001). Le système compense ainsi les couches de turbulence à différentes altitudes ce qui permet une bonne correction sur un champ de l'ordre de la minute d'angle (Rigaut et al., 2014).

Ground Layer Adaptive Optics, GLAO

Le mode GLAO est un cas particulier de la MCAO, un seul DM est utilisé et est conjugué avec la couche de turbulence située proche du sol (Rigaut, 2002, Tokovinin, 2004). Bien que cette couche soit celle qui contient le plus d'énergie (typiquement $> 50\%$), la GLAO permet une moins bonne correction que la MCAO mais a un excellent champ.

Multi Object Adaptive Optics, MOAO

Le principe de la MOAO est identique à la SCAO mais utilise plusieurs ASO dans différentes directions du ciel et autant de DM qu'il y a de voies scientifiques. Un algorithme de tomographie permet de combiner les informations des ASO afin de corriger au mieux la turbulence avec les différents DM. En fonction du nombre de DM utilisés, la MOAO peut apporter une correction multiplexée dans le champ complet du télescope (Hammer et al., 2002, Vidal et al., 2010, Gendron et al., 2011).

Chapitre 2

Les pétales de l'ELT

Le chapitre précédent établissait le contexte général de cette thèse, j'y ai notamment introduit l'optique adaptative et ses principaux outils. Je présente ici le cadre de l'ELT, de ses instruments de première lumière et enfin la problématique autour de laquelle s'est construit cette thèse, à savoir la fragmentation de la pupille de l'ELT.

2.1 Description de l'ELT et de ses instruments

2.1.1 La cour des géants

Les systèmes d'optique adaptative, arrivés à maturité, équipent aujourd'hui tous les grands télescopes au sol. Puisque la résolution des télescopes devient fonction du diamètre du télescope et non du *seeing*, de plus grandes ambitions peuvent être envisagées. Après le Very Large Telescope, qui a vu sa première lumière corrigée des effets de la turbulence en 2001 avec l'instrument NACO (Rousset et al., 2003), le conseil du European Southern Observatory (ESO) réfléchit au futur des télescopes. Un projet de télescope de 100 mètres de diamètre - le Overwhelmingly Large Telescope (OWL, Dierickx et al., 2004) - est rapidement abandonné et laisse place à l'Extremely Large Telescope (ELT), qui est à l'étude à partir de 2005 (Gilmozzi, 2006) puis officiellement sélectionné en 2010. Le feu vert est donné en 2014 pour la construction de ce télescope qui constitue un immense bond en avant technologique ; les travaux commencent cette même année.

L'ELT est construit sur le site de Cerro Armazones, dans le désert d'Atacama au Chili et à une vingtaine de kilomètres du site du VLT. Avec son diamètre d'environ 39 m et à l'aide de systèmes d'OA performants, la résolution attendue est 6 fois meilleure que le James Webb Space Telescope pour une sensibilité similaire (Tamai & Spyromilio, 2014). L'ELT motive ainsi une grande variété de domaines astrophysiques : étudier les exoplanètes, observer les halos de matière noire autour de galaxies lointaines, explorer Sagittarius A*, le trou noir supermassif au centre de la Voie Lactée ou encore percer les mystères de l'énergie noire. Bref, l'ELT permettra de répondre à bon nombre de questions que se posent aujourd'hui les astrophysiciens dans des domaines différents, mais pas imperméables pour autant.

Outre Atlantique, la montée en puissance des télescopes géants se fait également sentir avec deux projets en cours : le *Thirty Meter Telescope* (TMT, Nelson & Sanders, 2008) et le *Giant Magellan Telescope* (GMT, Bernstein et al., 2014). Le site de Mauna Kea à Hawaï fait office de premier choix pour la construction du premier tandis que la construction du deuxième a commencé dans la région d'Atacama au Chili. Le TMT, comme son nom l'indique, sera un télescope segmenté de 30 m de diamètre. Le GMT consistera en 7 miroirs primaires de 8,4 m de diamètre pour un diamètre total de 25 m.

2.1.2 Conception optique de l'ELT

Pour assurer sa pleine performance, plusieurs concepts optiques pour l'ELT ont été mis à l'étude. Le candidat retenu est un télescope à 5 miroirs : un système anastigmatique à trois miroirs permet de minimiser les trois principales aberrations optiques (aberration sphérique, coma, astigmatisme) suivis de deux miroirs de renvois qui amènent la lumière vers un foyer Nasmyth ouvert assez largement, à environ $f/18$ (Tamai & Spyromilio, 2014). Cette configuration permet de délivrer une qualité image presque parfaite sur tout le champ de vue de 10 arcminutes. Le foyer Nasmyth sera accessible aux instruments

grâce à une plateforme scientifique. Le trajet optique et les caractéristiques de chaque miroir sont détaillées en figure 2.1.

Les deux miroirs plans de renvois, appelés respectivement M4 et M5, permettent une compensation rapide de la turbulence atmosphérique pour le premier, et une compensation plus lente des vibrations de la structure du télescope induites par le vent avec le second. Malgré la présence du dôme protégeant la structure interne du télescope de son environnement extérieur, une compensation des vibrations à l'aide d'une commande des composantes de basculement du front d'onde (modes tip/tilt) sera effectivement nécessaire. Le miroir adaptatif M4 n'est pas optiquement conjugué avec la couche turbulente au sol, mais avec une couche à quelques 600 mètres d'altitude. Le système de compensation du front d'onde prend donc place dans la conception du télescope ; ce n'est généralement pas le cas pour les autres télescopes, où tout le système d'OA est à la charge de l'instrument.

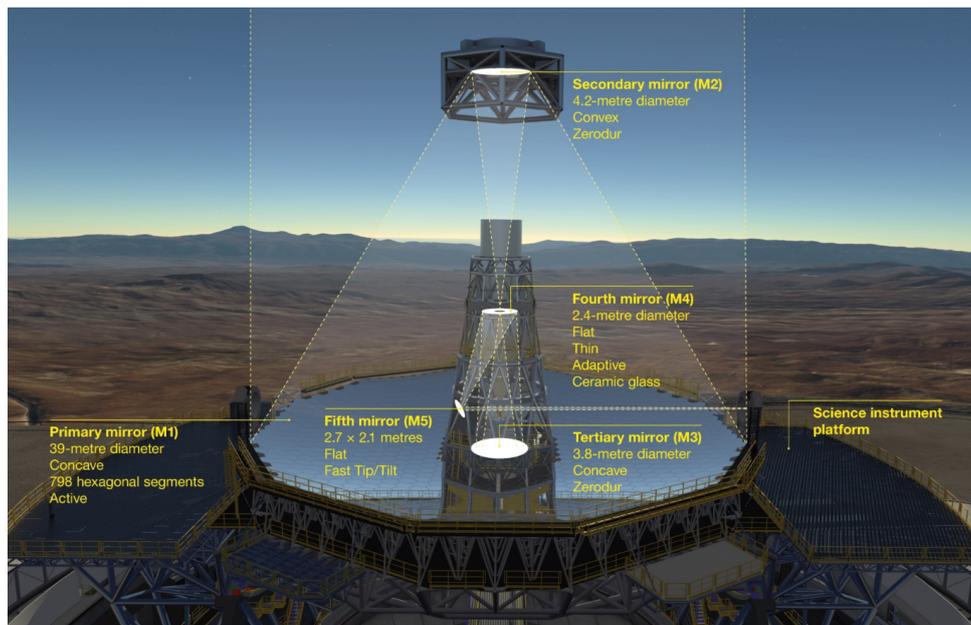


FIGURE 2.1 – Caractéristiques des miroirs et chemin optique jusqu'au foyer Nasmyth du télescope ELT. *Crédit : ESO*

2.1.3 Conditions d'observation à Cerro Armazones

L'ELT est en construction à Cerro Armazones, au Chili, à une vingtaine de kilomètres des télescopes du VLT, sur Cerro Paranal. Le choix du site de construction est le fruit d'une étude comparative météorologique menée à différents endroits pendant plusieurs années (Vernin et al., 2008). Cerro Armazones et Paranal partagent des conditions d'observation très similaires avec plus de 320 nuits claires par an et une pollution lumineuse liée aux activités humaines quasi inexistante. La "qualité de l'atmosphère" est également un atout majeur de ce site. L'ESO utilise différents paramètres pour caractériser la turbulence : paramètre de Fried r_0 , vitesse du vent v , profil de turbulence C_n^2 et échelle externe L_0 .

Une classification est réalisée selon cinq conditions caractéristiques. D'abord, la condition médiane M sépare en deux la distribution des meilleures et moins bonnes conditions d'observation. Ensuite, quatre autres classes sont définies en séparant les conditions en quatre parts égales. Pour chaque quartile est calculé un seeing médian correspondant aux conditions $Q1$ à $Q4$. La condition $Q1$ est donc la médiane des 25% meilleurs seeings tandis que $Q4$ est la médiane des 25% plus mauvais seeings. L'ESO fournit la valeur du paramètre de Fried au zénith pour ces conditions ; le tableau 2.1 permet de les retranscrire pour des observations à 30 deg du zénith.

Le profil de la turbulence est décomposé sur 35 couches d'altitude entre 30 m et $26\,500 \text{ m}$. Les 600 premiers mètres d'altitude comptent pour 67% en $Q1$ en 78% en $Q4$ de la force de la turbulence, confortant l'idée que la correction de la couche au sol sera suffisante pour compenser les principaux effets de la turbulence. La valeur d'échelle externe caractérisée est de $L_0 = 25 \text{ m}$, elle semble être adoptée par la communauté comme une valeur médiane acceptable.

Condition	Q1	Q2	M	Q3	Q4
$r_0(500 \text{ nm})$ [cm]	23,4	17,8	15,7	13,9	9,7
$r_0(500 \text{ nm}), 30 \text{ deg ZA}$ [cm]	21,5	16,3	14,4	12,8	8,9
$seeing(500 \text{ nm}), 30 \text{ deg ZA}$ ["]	0,47	0,62	0,70	0,79	1,14
vent v [m/s]	9,1	9,13	9,21	9,13	9,79

TABLE 2.1 – Définition des conditions d'observation à Cerro Armazones, paramètre de Fried exprimé au zénith et à 30 degrés du zénith, seeing et vitesse du vent.

En plus de ces caractérisations pré-établies, Cerro Armazones sera équipé d'installations pour mesurer le profil de turbulence atmosphérique en quasi temps réel et consolider les données statistiques d'observation sur ce site. La surveillance permettra également aux astronomes de décider de l'adéquation des conditions de turbulence en fonction des observations scientifiques à mener.

2.1.4 Instruments de première lumière et systèmes d'OA

L'ELT pourra accueillir séparément plusieurs instruments à son foyer Nasmyth. La phase A des 4 instruments de première lumière sélectionnés a commencé en 2010 ; en juin 2021, trois de ces instruments travaillent activement à passer leur FDR (Final Design Review) pour une première lumière officiellement prévue pour 2027. Nous avons vu que la correction des perturbations du front d'onde avec M4 et M5 aura lieu directement dans le trajet optique du télescope. L'analyse des perturbations sera quant à elle faite au plus proche du plan focal final afin d'assurer la meilleure analyse et donc réjection des perturbations auxquelles les instruments seront soumis. Cela a notamment pour but de minimiser les aberrations non communes entre la caméra scientifique et la voie de l'ASO. Les instruments et leurs objectifs scientifiques respectifs sont décrits brièvement dans cette partie, la conception de leur système d'analyse de front d'onde est également abordée.

MICADO

L'instrument MICADO (Multi-adaptive optics Imaging CamerA for Deep Observations) est le cadre dans lequel s'inscrit cette thèse. Le chemin optique est détaillé sur la figure 2.2, la lumière traverse le module de SCAO avant d'arriver à l'instrument (Clénet et al., 2018 ; Davies et al., 2018). Il offrira à l'ELT un instrument d'imagerie sur un champ de vue d'environ 1 arcminute avec un faisceau limité par la diffraction, sur une gamme de longueur d'onde allant du rouge (800 nm) à l'infrarouge (2400 nm). Sa sensibilité sera similaire à celle du JWST pour une résolution spatiale 6 fois supérieure (voir figure 2.2, à droite). Grâce à sa haute résolution spatiale, des objets autrefois non résolus pourront être séparés et les astronomes seront en mesure d'étudier le nombre et le type d'étoiles qui composent les galaxies autres que la Voie Lactée, dans le but de mieux comprendre l'évolution de l'Univers au delà de notre environnement immédiat. L'étude de la dynamique des étoiles autour des trous noirs supermassifs, en présence de forces gravitationnelles extrêmes, permettra également de croiser les fondements théoriques et les conséquences observationnelles de la relativité générale. L'instrument est constitué de quatre modes d'observation décomposés comme suit (Davies et al., 2021) :

- imagerie classique, avec une roue composée de plus de 30 filtres permettant de choisir la bande spectrale d'imagerie,
- imagerie astrométrique de grande précision permise par la conception de l'instrument limitant les distorsions et la présence d'outils de calibration,
- coronographie, avec un coronographe de Lyot composé d'un masque occultant en plan focal et d'un diaphragme. Grâce au large diamètre d'ouverture de l'ELT, le contraste obtenu devrait être de l'ordre de celui de SPHERE, pour des séparations angulaires bien plus faibles entre l'étoile et l'objet étudié (Perrot et al., 2018)
- spectroscopie à fente, la résolution spectrale de l'instrument devrait atteindre $R \sim 20000$ pour les objets non résolus ou compacts.

Ces modes seront compatibles avec le module de SCAO livré avec l'instrument MICADO ou le module de MCAO de l'instrument MAORY (voir paragraphe suivant, Busoni et al., 2020). Le module de SCAO permettra une très bonne correction de l'image sur un champ inévitablement restreint par l'anisoplanétisme. Pour le mode SCAO, la mesure du front d'onde repose sur un ASO pyramide dans le visible. Il fonctionnera sur une bande spectrale allant de 589 nm à 960 nm, les longueurs d'onde plus

élevées sont laissées à l'instrumentation scientifique grâce à une lame dichroïque. La longueur d'onde centrale est donc voisine de 750 nm . L'efficacité quantique du détecteur Alice, développé par l'ESO, est cependant maximale à 700 nm et c'est cette longueur d'onde qui sera choisie dans les simulations monochromatiques d'OA à venir.

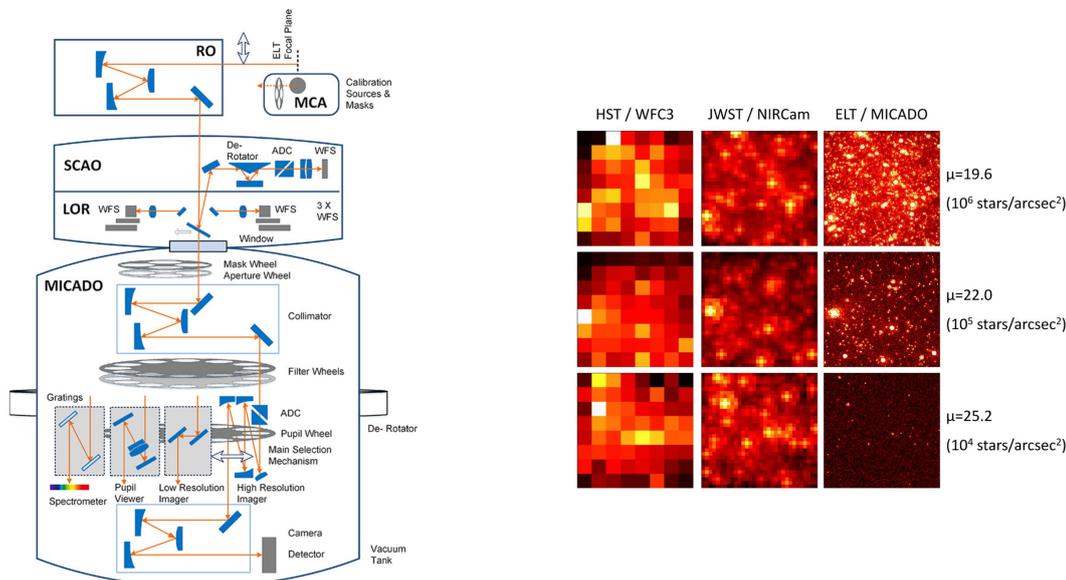


FIGURE 2.2 – *Gauche* Détails des modules qui composent MICADO avec le relais optique (RO), le module SCAO de MICADO, le module LOR de MAORY (Low Order and Reference WFS) et les instruments scientifiques de MICADO. *Droite* Comparaison de champs stellaires encombrés vus par le télescope spatial Hubble, le télescope spatial James Webb et l'instrument MICADO de l'ELT pour trois densités stellaires différentes. *Crédit* : ESO/MICADO Consortium

MAORY

Le Multi-conjugate Adaptive Optics Relay (MAORY) a été conçu pour accueillir deux instruments, le premier est l'instrument MICADO qui vient d'être présenté, le second reste à définir. Il comprendra deux modes d'OA (Ciliegi et al., 2021) :

- un mode SCAO, présenté au paragraphe précédent, qui permettra une excellente correction du front d'onde sur un champ de diamètre $\sim 10''$
- un mode MCAO utilisant jusqu'à 6 étoiles lasers pour corriger les hauts ordres et 3 étoiles guides naturelles pour les modes d'ordre bas du front d'onde ; ce mode permettra d'améliorer notablement la couverture du ciel et élargir les cas scientifiques possibles.

Deux DMs supplémentaires à M4 et situés au sein de l'instrument MAORY permettront la compensation du front d'onde, le premier DM fait partie de la conception de base, le second reste à définir.

HARMONI

L'instrument HARMONI (*High Angular Resolution Monolithic Optical and Near infrared Integral field Spectrograph*) et son spectrographe à champ intégral (IFS) sera le cœur de la capacité spectroscopique de l'ELT (Thatte et al., 2021), avec une large polyvalence dans le choix des bandes spectrales et du pouvoir de résolution. Il rendra possible l'étude des mécanismes physiques à l'œuvre dans les galaxies qui subissent un grand décalage vers le rouge (les plus lointaines dans le temps cosmologique) et pourra par exemple sonder la présence de trous noirs supermassifs en leur centre ; les capacités actuelles ne nous permettant que d'entrevoir les propriétés globales de quelques unes de ces galaxies. Cet instrument vient avec plusieurs possibilités de systèmes d'analyse : LTAO (tomographie laser, Neichel et al., 2016), SCAO, HCAO (OA haut contraste) et "noAO" (sans OA).

Tout comme MICADO, la SCAO reposera sur un analyseur pyramide dans le visible, avec une longueur d'onde centrale située plus dans le rouge, autour de 800 nm . Un deuxième analyseur de type masque

de Zernike (N'Diaye et al., 2016) dans le proche infrarouge autour de 1200 nm assurera la mesure des résidus quasi-statiques et fournira la capacité haut contraste de l'OA.

METIS

L'instrument METIS (Mid-infrared ELT Imager and Spectrograph) opère sur les bandes spectrales du milieu infrarouge ($3-5 \mu m$) à l'infrarouge plus lointain ($8-13 \mu m$) (Brandl et al., 2021). Avec sa capacité d'imagerie haut contraste donnée par plusieurs types de coronographes et son spectromètre à champ intégral, sa contribution est particulièrement attendue dans le domaine de la détection et caractérisation d'exoplanètes et fera les premiers pas vers l'imagerie directe d'exo-Terre. Du fait des longueurs d'ondes qu'il utilise, la pyramide du module de SCAO pourra fonctionner dans les longueurs d'onde infrarouge également, dans les bandes H ($1,65 \mu m$) et K ($2,2 \mu m$). L'utilisation de ces longueurs d'onde rend l'analyse de front d'onde globalement plus aisée pour cet instrument. L'implémentation et la validation d'un analyseur pyramide dans l'infrarouge, et utilisé sans modulation, sur Keck II est d'ailleurs encourageante pour le système SCAO (Bond et al., 2018).

2.2 Simuler les caractéristiques de l'ELT

2.2.1 Présentation du simulateur COMPASS

La vaste majorité de cette thèse a été conduite à l'aide de simulations bout en bout des principaux paramètres de l'ELT et du module SCAO de MICADO. Or, entreprendre des simulations d'OA à l'échelle de l'ELT demande un outil adapté. La plateforme de simulation COMPASS a été spécifiquement conçue pour répondre à ce besoin (Ferreira et al., 2018b, Ferreira & Sevin, 2021). Son architecture basée sur l'utilisation de GPUs en fait un outil haute performance avec une rapidité d'exécution qui permet d'appréhender aisément de multiples configurations de turbulences, de télescopes et de systèmes d'OA avec des durées d'exposition plus ou moins longues (plusieurs secondes à plusieurs heures). Sans rentrer dans la partie analyse du front d'onde dans ce chapitre (ce sera fait au chapitre suivant), les étapes de mise en œuvre propres au télescope sont ici présentées.

2.2.2 Phases atmosphériques

Génération des écrans de phase et échantillonnage

Un écran de phase est généré à partir d'une suite de nombres pseudo-aléatoires, initialisés de manière déterministe avec une graine aléatoire donnée, l'algorithme suit l'article de Fried & Clark (2008) avec un stencil enrichi. La fonction de structure de la phase est ensuite ajustée afin de suivre une turbulence de type Kolmogorov ou von Kármán. La variance de la phase est déterminée par la valeur du paramètre de Fried r_0 , une opération de mise à l'échelle est simplement effectuée. Cela signifie que pour une même graine aléatoire, la structure de la phase générée est identique, seule son amplitude varie en fonction de r_0 . Cet écran évolue ensuite par translation selon une vitesse et direction du vent données (hypothèse *frozen flow*). Plusieurs couches turbulentes à différentes altitudes peuvent également être simulées, chacune ayant son propre r_0 , sa vitesse et direction de vent et son éventuelle échelle externe L_0 pour une turbulence de type von Kármán. Je me restreins ici au cas d'une mono-couche turbulente au sol, d'échelle externe $L_0 = 25 m$, évoluant à une vitesse de $9,1 m.s^{-1}$. Pour traverser la pupille de l'ELT (le diamètre est discuté dans le paragraphe suivant, on peut prendre $D = 38,5 m$) et renouveler intégralement l'écran de phase turbulente, un peu plus de quatre secondes sont nécessaires.

L'échantillonnage de la phase turbulente, et donc la taille physique d'un pixel, est paramétré à partir de la valeur du r_0 . On fera en sorte d'avoir au moins 3 pixels pour un r_0 exprimé à la longueur d'onde d'analyse. Par exemple, si l'on choisit des simulations avec $r_0 > 10 cm$ à $500 nm$ et que la longueur d'onde de travail est de $700 nm$, le r_0 traduit à cette longueur d'onde est de $15 cm$ et l'échelle d'un pixel sera de $5 cm$.

Enfin, si la vitesse du vent est inférieure à $1 pix/trame$, l'écran de phase évoluera seulement au bout du nombre de trames suffisant pour atteindre une translation de $1 pix$. Pour une vitesse de vent d'environ $9,1 m.s^{-1}$, de direction $45 deg$, un échantillonnage spatial de $5 cm/pix$ (soit $5\sqrt{2} \approx 7,1 cm$ dans la diagonale) et une fréquence de boucle simulée à $500 Hz$, l'écran de phase devrait évoluer de $\frac{910}{500} = 1,82 cm/trame$ mais il faudra attendre environ $\frac{5\sqrt{2}}{1,82} \approx 4 trames$ pour effectivement voir un

déplacement de l'écran de phase¹.

2.2.3 Pupille

Segmentation de la pupille

Il existe aujourd'hui une barrière technologique qui empêche de concevoir des miroirs monolithiques en verre de plus de $8,4\text{ m}$ – diamètre des miroirs primaires du Large Binocular Telescope. Pour franchir cette limite, la segmentation de la pupille en plusieurs miroirs de taille plus petite est utilisée. L'observatoire du Keck est un exemple connu de segmentation : ses deux télescopes sont chacun composés de 36 segments qui forment un miroir primaire de 10 mètres de diamètre (Nelson, 1989). Les 39 mètres de diamètre de l'ELT feront aussi appel à cette segmentation. Le miroir primaire sera constitué de 798 segments hexagonaux de $1,4\text{ m}$ de large. La figure 2.3 à gauche montre l'agencement de ces segments, l'espace entre a été volontairement amplifié afin d'être perceptible sur la figure ; l'espace réel entre deux segments sera de quelques millimètres. Chaque segment sera soutenu à l'aide d'une structure mécanique équipée de 3 actionneurs et de 6 paires de senseurs afin de garantir leur positionnement relatif par rapport à leurs voisins, le but étant d'atteindre une surface proche d'un miroir continu. Je ne ferai pas cas de cette segmentation et supposerai que le miroir primaire fonctionne effectivement comme un miroir monolithique.

La segmentation intervient cependant dans la définition du diamètre du télescope. Composée de segments hexagonaux, la pupille ne peut pas être circulaire : elle est dentelée, de forme dodécagonale. Il existe donc plusieurs définitions de son diamètre d'ouverture (Dierickx & McPherson, 2012) :

- La définition communément utilisée est un diamètre de $38,542\text{ m}$ et une obstruction de $11,067\text{ m}$. Il s'agit du diamètre maximal du miroir primaire n'autorisant pas plus de 12 segments à être partiellement sectionnés. Pour cette pupille, le faisceau incident n'est pas vignetté par les autres optiques du système sur tout le champ de vue du télescope.
- La définition qui utilise les extrema - $39,146\text{ m}$ de diamètre et $9,417\text{ m}$ d'obstruction - la pupille est inscrite à l'intérieur de l'anneau ainsi défini.
- La définition du *all-glass* - $36,903\text{ m}$ de diamètre et $11,208\text{ m}$ d'obstruction - le plus grand anneau dont la surface est entièrement réfléchive.

Par soucis de simplification, j'utilise le diamètre $D = 38,5\text{ m}$ pour désigner le miroir primaire. Je serai cependant amenée à utiliser la définition du all-glass dans les prochains chapitres afin de définir la zone de correction du système d'OA.

Fragmentation de la pupille

Pour soutenir le miroir secondaire - de diamètre $4,2\text{ m}$ et de poids $3,5\text{ tonnes}$ - au dessus du primaire, une structure mécanique en acier constituée de 6 poutres radiales de largeur 51 cm est nécessaire. La largeur donnée est approximative, c'est celle utilisée dans cette thèse. On parle d'*araignée*. Elle intervient dans l'obstruction du primaire et crée une fragmentation entre 6 pétales de pupille. Cette fragmentation est représentée sur la figure 2.3 de droite.

Un observateur placé sur l'axe optique au dessus du télescope pourra voir l'intégralité du miroir primaire, le "corps" de l'araignée n'est donc pas induit comme habituellement par le miroir secondaire, mais par la segmentation de l'anneau interne de la pupille d'entrée (comme en figure 2.3). Si l'observateur s'éloigne maintenant de l'axe, dans un champ de $10'$, le primaire sera vignetté par la structure mécanique du miroir quaternaire. C'est – par définition de l'ESO – ce dernier qui constitue l'obstruction centrale et qui est donc le composant optique limitant pour le vignettage interne du faisceau, avec un diamètre de $11,067\text{ m}$ que nous avons déjà défini.

Du fait de la large fragmentation de la pupille par les bras d'araignée, le terme *pétale* est introduit. Il s'agit de la zone de la pupille délimitée par deux bras d'araignée, la pupille de l'ELT est donc constituée de six pétales, et cette définition servira largement le propos de cette thèse.

2.2.4 Miroir déformable

Description générale - Géométrie des actionneurs

Le quatrième miroir (M4) du train optique de l'ELT sert de miroir déformable (Vernet et al., 2019, Jochum et al., 2008). Son rôle est de corriger les distorsions du front d'onde incident et de compenser

1. COMPASS réalise désormais un calcul d'extrapolation pour fournir une translation de l'écran de phase à chaque trame mais les simulations produites dans ce manuscrit ne profitent pas de cette nouvelle implémentation.

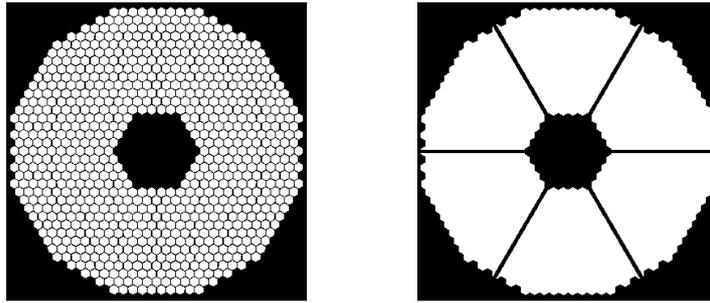


FIGURE 2.3 – *Gauche* Miroir primaire segmenté de l'ELT, l'effet de la segmentation a été exagéré pour faire apparaître clairement les 798 segments et *Droite* Pupille fragmentée en 6 pétales utilisée dans les simulations COMPASS.

les vibrations rapides de la structure du télescope. Avec $2,4\text{ m}$ de diamètre, il est la plus grande unité de miroir adaptatif jamais construit. Il est l'assemblage de six miroirs en forme de pétales disposés selon la même géométrie que celle de la pupille, ces pétales seront physiquement espacés de $1,2\text{ mm}$ (cet espace sera négligé, étant de toute façon masqué par les bras de l'araignée). Le miroir est fabriqué en verre de type vitro-céramique (Zerodur), matériau permettant une grande stabilité thermique, puis poli optiquement et affiné jusqu'à atteindre une épaisseur en dessous de 2 mm . Cette fine épaisseur fournit la flexibilité essentielle pour permettre la déformation de la surface du miroir. La technologie utilisée pour mouvoir les actionneurs du DM repose sur des électro aimants, dont le principe a été détaillé au chapitre précédent. Grâce au courant qui traverse les bobines du DM, le miroir pourra être déformé jusqu'à 90 microns de sa position de référence à une cadence allant jusqu'à 1000 fois par seconde. Des senseurs capacitifs permettront de mesurer et vérifier la déformation du miroir en temps réel avec une précision de l'ordre de la dizaine de nanomètres. Ajouté à cela, une seule et même structure plane et rigide supporte les six pièces en verre et sert de surface de référence comme sur la figure 1.20. Cette structure en carbure de silicium est percée de 5352 trous, espacés de $31,5\text{ mm}$, qui laissent la place aux 5352 actionneurs du DM. Les actionneurs sont distribués selon une géométrie triangulaire sur chaque pétale, la distribution des actionneurs subit une rotation de $\pi/3$ d'un pétale à l'autre.

La projection du miroir M4 sur le miroir primaire est obtenue avec un grandissement de $17,15$ ce qui donne un pas inter-actionneur moyen de 54 cm exprimé dans l'espace du miroir primaire. La projection ne peut pas s'expliquer par un simple facteur d'échelle, il faut y ajouter un terme de distorsion causée par la réflexion de la pupille circulaire dans un faisceau conique sur le support incliné de M4 par rapport à l'axe optique : M4 est vu comme une ellipse décentrée, ce qui lui donne une forme familièrement appelée "cacahuète". Dans le modèle de M4 utilisé pour le simulateur COMPASS, cette distorsion est prise en compte, le pas interactionneur n'est donc pas identique sur toute la pupille et certains actionneurs sont excentrés d'une distance allant jusqu'à 17 centimètres comparé à une distribution régulière.

Fonctions d'influence

Les fonctions d'influence (FI) sont définies selon une convention donnée par l'ESO, elles résultent d'une analyse par éléments finis d'une plaque flottante, chaque plaque correspondant à un pétale du DM. Deux types de réponses peuvent être identifiées et sont représentées en figure 2.4 : celle des actionneurs en milieu de plaque et celle des actionneurs sur les bordures de la plaque. Un couplage inter-actionneur nul est imposé ; pour permettre cela, la mise en action d'un seul actionneur induit physiquement que tous les autres actionneurs soient également mis sous tension. Les fonctions d'influence sont donc définies sur tout le support du pétale pour permettre cette caractéristique, elles forment des ondulations qui rappellent celles d'un sinus cardinal, s'annulant à l'endroit de chaque entier. Toutes les fonctions d'influence des actionneurs situés loin des bords d'un pétale paraissent extrêmement similaires les unes aux autres. En revanche, les actionneurs en bord de pétale présentent des fonctions d'influence spécifiques, ces dernières continuent de croître au delà de l'actionneur en direction du bras d'araignée (voir figure 2.4). Cette croissance permet de compenser la réponse négative des 4 actionneurs voisins à cet emplacement. Ainsi, actionner les 892 actionneurs d'un même pétale revient à créer un mode piston pur sur ce pétale, ce qui

n'est pas anodin : c'est une condition forte sur la forme des fonctions d'influence. Celles utilisées dans cette thèse pour modéliser le M4 ont été fournies par l'ESO (Bonnet, 2019). A noter que l'utilisation en première approximation d'une fonction gaussienne identique pour tous les actionneurs, y compris ceux situés le long des bords – approximation couramment utilisée dans les logiciels de simulation d'OA – entraîne une mauvaise représentation du mode piston sur le pétale. Un effet de bord connu en traitement du signal sous le nom de phénomène de Gibbs se produit et crée un signal oscillant à haute fréquence au niveau de la discontinuité. Or il se trouve que grâce à cette difformité oscillante, ce mode piston approximé est rendu beaucoup plus visible par une pyramide que ne l'est un pétale pur : c'est un phénomène sournois, j'ai veillé dans les simulations d'OA conduites aux chapitres 3 et 4 à bien considérer les fonctions d'influence de M4, puis au chapitre 5 à développer un modèle de fonctions d'influence respectant cette propriété pour porter un simili-M4 fragmenté sur un banc expérimental. J'ai reporté la méthode de construction de ces fonctions d'influence particulières en annexe A.

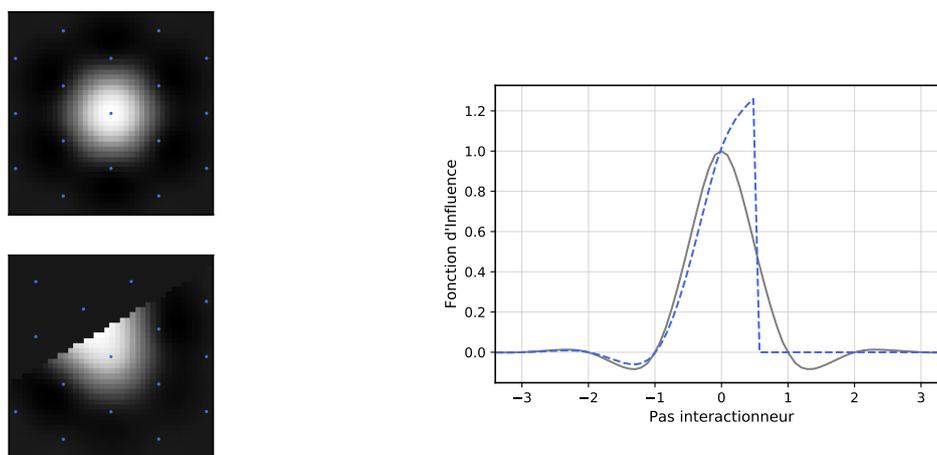


FIGURE 2.4 – *Gauche* Carte des fonctions d'influence d'un actionneur en milieu (haut) et en bord de pétale (bas), les points bleus représentent les emplacements du centre du bobinage des électro-aimants des actionneurs *Droite* Profil des fonctions d'influence, en gris pour l'actionneur de milieu de pétale et en bleu pour l'actionneur sur les bord ; la FI s'annule aux positions des actionneurs voisins.

Modes pétales

La figure 2.5 présente les premiers modes d'une base du DM à modes pétales explicites. Ils ont été calculés en utilisant la technique de calcul de la base des KL simplifiés (voir chapitre 1), appliquée successivement sur chacun des 6 sous-ensembles d'actionneurs appartenant à chaque pétale. On retrouve les premières composantes des polynômes de Zernike, modifiés pour s'ajuster à la forme en pétales de la pupille : piston, tilts, defocus, astigmatisme, ... Cette base est appelée **base pétale** et notée B_{pet} ; elle permet notamment de décomposer le front d'onde incident sur les six modes pétales d'une part, de ϕ_0 à ϕ_5 , et les modes intra-pétales d'autre part, $\phi_{i \geq 6}$.

2.3 Sources de modes pétales

2.3.1 Définition

La structure opto-mécanique du télescope induit une fragmentation conséquente de la pupille, celle-ci peut donc être vue comme un ensemble de six ouvertures plus petites, en forme de pétales. Les segments qui composent le miroir primaire sont supposés parfaitement co-phases et co-alignés, ils n'induisent pas par eux mêmes des erreurs de discontinuités entre les ouvertures. En revanche, la présence de la turbulence atmosphérique et d'autres phénomènes physiques liés au télescope que nous évoquerons par la suite

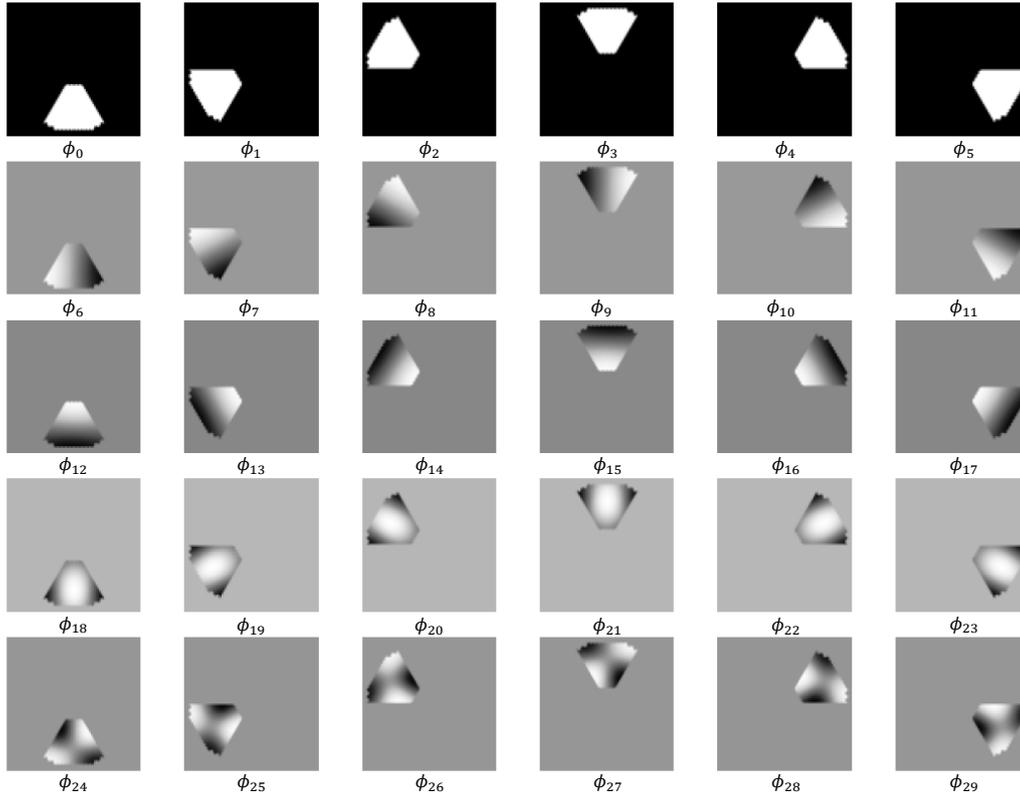


FIGURE 2.5 – Modes de la base pétale \mathcal{B}_{pet} , calculée sur les actionneurs de chacun des six pétales ; les modes sont reprojétés sur la pupille de l’ELT. La première ligne montre les modes pétales tandis que les modes suivants sont appelés modes intra-pétales.

entraînent des valeurs de piston différentes pour chaque pétale. Dans ce contexte, un **mode pétale** correspond à un mode piston délimité par les bras de l’araignée (voir figure 2.5, première ligne). Le coefficient associé à ce mode correspond donc à la valeur moyenne de la phase ϕ sur cet espace :

$$a_i = \frac{1}{S_{pet}} \int_{petale} \phi(x, y) \, dx dy \quad (2.1)$$

La valeur des coefficients pétales peuvent également être obtenus par projection de la phase sur les six premiers modes de la base pétale.

La valeur d’un mode pétale seule ne dit rien sur les défauts de phasage entre les ouvertures ; ce qui nous intéresse est de réduire la différence de modes pétales entre deux ouvertures. Pour ce faire, le **piston différentiel** devient la quantité physique à considérer. En prenant une ouverture pour référence, il est défini comme la différence des coefficients d’un mode pétale et du pétale de référence :

$$\delta p_i = a_i - a_0 \quad \text{pour } i \in [1, 5] \quad (2.2)$$

Pour une pupille à six pétales, seulement cinq valeurs seront donc nécessaires pour caractériser les erreurs de pistons différentiels à un instant donné.

Une autre définition peut être rencontrée pour le piston différentiel, celle de la différence entre les valeurs des modes pétales voisins : $\delta p_i = a_i - a_{i-1}$. Le passage d’une définition à l’autre est le fruit d’une combinaison linéaire des a_i et n’a ici aucune importance, les deux définitions se valent et aboutissent in fine aux mêmes résultats dans les calculs de variance de phase.

2.3.2 Pétales atmosphériques

La turbulence atmosphérique introduit des différences de chemin optique sur le front d'onde incident. En supposant que les distorsions sont réduites à l'ordre 0 par pétales – aux modes pétales donc – la turbulence entraîne des erreurs de pistons différentiels entre les six ouvertures du télescope. La figure 2.6 donne un exemple de décomposition d'une phase turbulente sur les modes de la base \mathbf{B}_{pet} et présente également le résidu de fitting du DM. La projection supposément idéale de la phase sur les modes de la base se fait par l'opération de l'équation 1.55.

La figure 2.6 montre la présence de modes pétales dans la description de la phase turbulente. Les distorsions engendrées par la turbulence sont continues, elles ne créent pas de discontinuités localement, par contre il existe des différences de moyenne du front d'onde entre les pétales. La figure 2.7 montre une coupe de la différence de chemin optique sur la pupille de l'ELT obstruée par un bras d'araignée ainsi que la moyenne par pétale de part et d'autre de ce bras dans le cas de $r_0 = 13,4\text{ cm}$ à 500 nm .

Lorsque la longueur de cohérence de la turbulence, désignée par la quantité r_0 , est plus petite que l'écart créé par un bras d'araignée, la seule information de la dérivée du front d'onde n'est plus suffisante pour reconstruire le front d'onde sur l'ensemble de la pupille et il faut y ajouter la donnée de piston différentiel entre les ouvertures du télescope. L'impact de la turbulence atmosphérique doit donc être pris en compte dans le phénomène de piston différentiel.

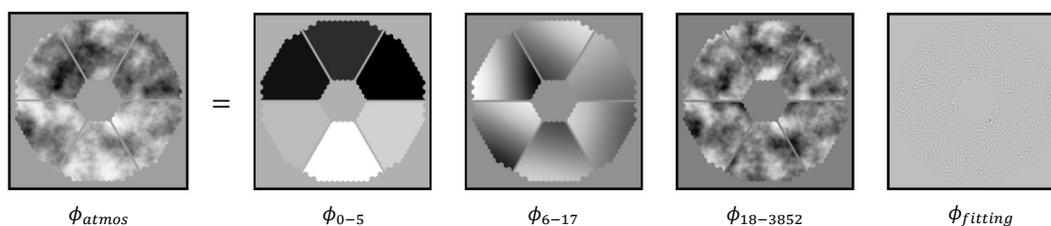


FIGURE 2.6 – Décomposition d'une phase turbulente sur les modes du DM, à commencer par les modes pétales. Le dernier écran de phase est la phase résiduelle, i.e. la fitting du DM.

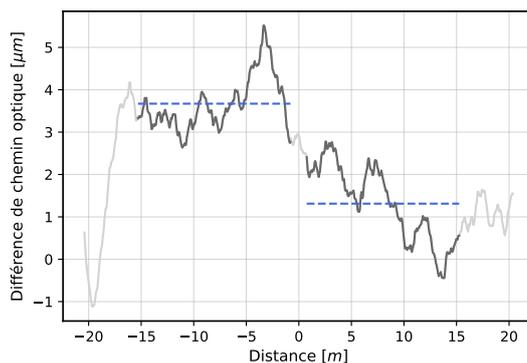


FIGURE 2.7 – Coupe d'une différence de chemin optique pour une phase turbulente ($r_0 = 13,4\text{ cm}$) avec en gris foncé : les zones qui sont à l'intérieur de la pupille ELT - le bras d'araignée se trouve au centre avec un largeur $d_{gap} = 1,5\text{ m}$ exagéré pour le seul besoin de la représentation graphique - et en bleu : la moyenne de part et d'autre de cette obstruction.

Propriétés statistiques

Les fluctuations de la phase entre deux points peuvent être décrites par la fonction de structure de la phase, dont l'expression est donnée au chapitre 1 pour une turbulence de type von Kármán. On cherche

ici à déterminer la variance du piston différentiel entre deux ouvertures de télescopes, notée $\sigma_{\Delta P}$. Cette variance sera caractérisée par le diamètre D_p des ouvertures et la distance B qui les sépare, la notation B hérite des applications d'interférométrie et fait ici référence à la longueur de la base. En utilisant l'équation 1.30 qui donne la densité spectrale de la phase, on peut écrire d'après Conan et al. (2000) la variance de la différence de chemin optique :

$$\begin{aligned}\sigma_{\Delta P}^2 &= \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 \mathcal{D}_\phi(B) \\ &= \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 \int_0^{+\infty} u W_\phi(u) \left(1 - J_0(2\pi B u)\right) \left[\frac{2J_1(\pi D_p u)}{\pi D_p u}\right]^2 du\end{aligned}\quad (2.3)$$

L'écart type des pistons différentiels calculé avec cette formule pour différents r_0 à 500 nm et une échelle externe de 25 m est tracée en pointillés sur la figure 2.8. Pour faire ce calcul, j'ai assimilé les pétales de l'ELT à des ouvertures circulaire d'aires équivalentes, ayant un diamètre $D_p = 14,5$ m. La distance centre à centre des pétales a été calculée en considérant leur centre de masse, je trouve : $B = 13,0$ m. L'hypothèse des ouvertures circulaires conduit à une configuration où les pétales se recouvriraient physiquement sur une distance d'1,5 m (on a $B < D_p$), mais cela n'a pas d'impact dans le calcul numérique de l'équation ci-dessus. En bleu est représenté l'écart type moyen du piston différentiel, obtenu à partir de la simulation d'un écran de phase turbulent avec COMPASS, évoluant sur 30 secondes à une vitesse de $v = 9,1$ m.s⁻¹ et pour une pupille rigoureusement ELT (les "vrais" pétales). L'atmosphère évolue à une fréquence de 500 Hz (soit 15 000 trames simulées), les paramètres de Fried étudiés sont définis par le tableau 2.1, l'échelle externe est de $L_0 = 25$ m. Les deux courbes se superposent, le modèle analytique rejoint très bien les simulations effectuées.

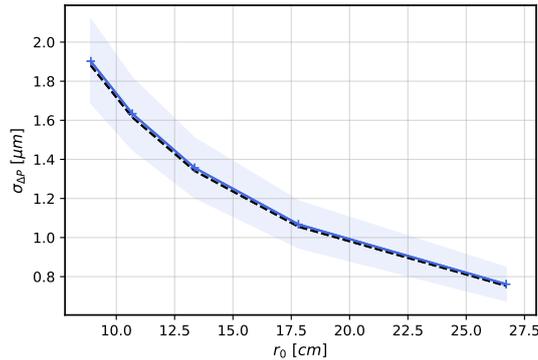


FIGURE 2.8 – Ecart type des fluctuations des valeurs des piston différentiels théoriques avec $B = 13,0$ m et $D_p = 14,5$ m (pointillés) et simulés avec une pupille ELT (bleu). La courbe est en puissance $-5/3$.

En reprenant l'équation 2.3, on peut écrire que la variance des fluctuations des pistons différentiels s'écrit :

$$\sigma_{\Delta P}^2 = K(L_0, B, D_p) \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 \left(\frac{1}{r_0}\right)^{5/3} \quad (2.4)$$

Avec K une constante qui dépend de l'échelle externe L_0 , de la longueur de base B qui sépare les pétales et du diamètre caractéristique des pétales D_p définie par l'intégrale suivante :

$$K = \int_0^{+\infty} u \left(u^2 - \frac{1}{L_0^2}\right)^{-11/6} \left(1 - J_0(2\pi B u)\right) \left[\frac{2J_1(\pi D_p u)}{\pi D_p u}\right]^2 du \quad (2.5)$$

Pour le cas précis de l'ELT, on a $K = 9,85$ m^{5/3}.

Propriétés temporelles

Les modes pétales atmosphériques évoluent temporellement, tout comme les autres modes communément utilisés pour caractériser la phase incidente (tilt, astigmatisme, defocus, ...). Sur la figure 2.9

sont tracés les densités spectrales de puissance de 3 modes atmosphériques différents, dont un mode pétale. Les deux autres modes sont eux issus d'une base calculée sur l'ensemble de la pupille ELT, notée \mathbf{B}_r . Les simulations sont toujours effectuées sur 30 secondes avec un $r_0 = 13,4 \text{ cm}$, un vent de vitesse $v = 9,1 \text{ m.s}^{-1}$ et une échelle externe de 25 m . Je suis l'évolution temporelle des coefficients modaux en projetant à chaque trame l'écran de phase turbulente sur les modes des bases \mathbf{B}_{pet} (comme en figure 2.6) puis \mathbf{B}_r . Pour enlever l'effet convolutif de la porte de 30 secondes, je déduis aux courbes de fluctuations des modes une rampe temporelle, de sorte que le premier et le dernier échantillon soient de même valeur.

Représentés en échelle log-log sur la figure 2.9, les spectres peuvent être décrits par deux pentes. La thèse de Conan (1994) donne le spectre moyen théorique des modes pour une échelle externe infinie : à basse fréquence, la pente du spectre modal suit une puissance $-8/3$ et à haute fréquence, elle est en puissance $-17/3$. Cette pente est tracée en tirés noirs sur le graphe. On retrouve ici bien pour les trois modes le comportement en $-17/3$ pour les valeurs de fréquences supérieures à $\approx 0,3 \text{ Hz}$.

Le graphe de l'erreur cumulée nous montre d'abord que l'erreur introduite par les pétales atmosphériques est bien plus importante que n'importe quel autre mode. Etant donné que la fréquence de coupure des modes pétales est donnée par le diamètre D_p du pétale et non le diamètre D de la pupille, ces modes n'évoluent pas beaucoup plus lentement que les autres modes classiquement décrits sur toute la pupille avec la base \mathbf{B}_r . Leur évolution est même plus rapide que les modes tip et tilt. Un mode piston sur un pétale présentera une fréquence de coupure proportionnelle à $\frac{v}{D_p} \approx 0,6 \text{ Hz}$ contre $\frac{v}{D} \approx 0,2 \text{ Hz}$ pour les modes "conventionnels" définis sur toute la pupille. De manière générale, plus le mode considéré est haut ordre, plus sa fréquence de coupure est élevée et moins sa variance est grande.

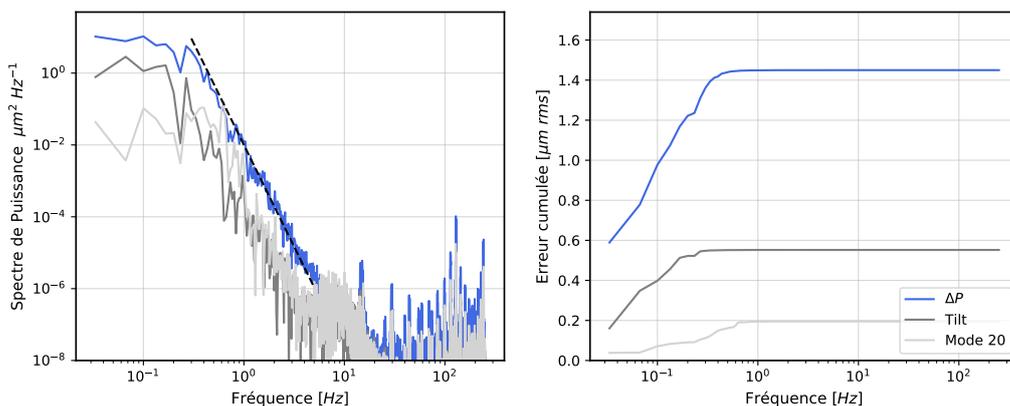


FIGURE 2.9 – *Gauche* Densité spectrale de puissance et *Droite* Erreur de phase sur la pupille de l'ELT pour 3 modes atmosphériques : mode pétale en bleu, et mode tilt et 20^{ème} mode définis sur la pupille complète en gris. Les simulations sont de durée 30 secondes (15 000 trames), avec $r_0 = 13,4 \text{ cm}$, un vent de vitesse $v = 9,1 \text{ m.s}^{-1}$ et l'échelle externe $L_0 = 25 \text{ m}$. La pente en puissance $-17/3$ est tracée sur le spectre de puissance en tirés noirs.

2.3.3 Des effets thermiques

Les premières observations d'effets optiques causés par des échanges thermiques entre la structure du télescope et l'air environnant remontent à Couder (1949). Sauvage et al. (2015) a également montré une détérioration de la qualité image de l'instrument SPHERE pour certaines conditions d'observations qui favorisent l'apparition de gradients thermiques dans la pupille du VLT. Au télescope SUBARU, des fluctuations de la PSF semblent aussi indiquer ce type de phénomène. La figure 2.10 montre des PSFs obtenues avec les caméras d'imagerie de SPHERE, et de SUBARU. Pour Couder, la description du phénomène se résumait à des pistons différentiels entre les bras d'araignée. Sur les télescopes de 8 m du VLT et du SUBARU, les taches images observées mettent en jeu des modes tip et tilts par pétale en plus des modes pétales.

Physiquement, voici ce qu'il se passe. La structure du télescope, exposée au ciel nocturne, perd de la chaleur rapidement par rayonnement. Au contact de cette structure, la couche d'air voisine se refroidit et devient plus fraîche que la température ambiante de l'air. Ce phénomène a lieu chaque soir, à la tombée du jour – c'est ce même phénomène qui est à l'origine de la rosée. Lorsque les conditions venteuses

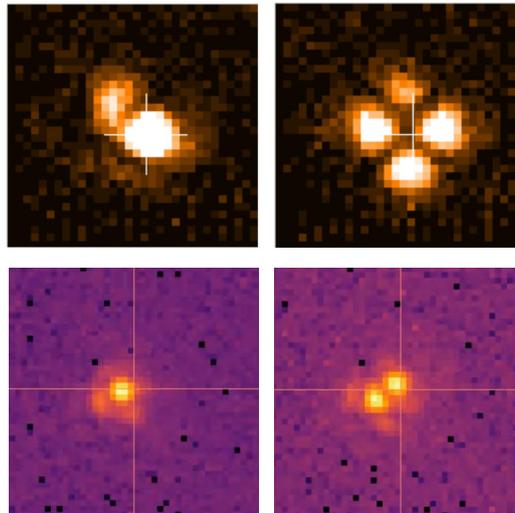


FIGURE 2.10 – Images des PSFs en bande H en présence de LWE plus ou moins forts *Haut* avec la caméra DTTS de VLT/SPHERE (Crédit : Sauvage et al. (2015)) et *Bas* avec la caméra de l’instrument REACH du télescope SUBARU (observations du 24 juin 2021 à 1h47 HAST, pendant les opérations de V. Deo).

semblent favorables pour le seeing, le vent est en fait trop faible pour homogénéiser l’air et des différences de températures se produisent à l’intérieur du télescope ; on parle d’ailleurs de *Low Wind Effect* (LWE). L’abaissement de température dans certaines poches d’air créent un accroissement de l’indice de l’air et perturbe le trajet optique. Pour les faibles vents, l’écoulement est laminaire et non turbulent, les déformations du front d’onde produites par le LWE ne répondent donc pas à une statistique Kolmogorov.

Des détails sur la modélisation des radiations thermiques causées par le ciel nocturne peuvent être trouvées dans Holzlohner et al. (2021). Cet article est très informatif sur les conditions météorologiques à Cerro Paranal qui favorisent l’apparition de cet effet (température du ciel, faible humidité, etc) et les perturbations optiques qui en découlent. Le détail des conditions environnementales ne sont pas disponibles pour Cerro Armazones (pour l’ELT donc) mais sont attendues très similaires à celles de Cerro Paranal, distants de quelques kilomètres. Des simulations de mécanique des fluides dynamiques ont été conduites par Vérinaud et al. (2020) avec un modèle détaillé du dôme et de la structure interne de l’ELT ainsi que les distributions typiques de températures rencontrées sur le site. Il met en évidence le phénomène de LWE et donne quelques cartes de différences de chemin optique pour la structure de l’ELT. Une des cartes obtenue pour un vent de $5m.s^{-1}$, soufflant de l’arrière du télescope est montrée en figure 2.11. Ces erreurs seraient de l’ordre de plusieurs microns et elles ne s’expliquent plus seulement par une combinaison linéaire de modes pétales et tip/tilt, mais également par des gradients locaux de large amplitude à l’interface araignée/air du télescope. Comme l’écrit R. Holzlohner, plusieurs actions peuvent être mises en place pour minimiser cet effet : l’application d’un coating qui réduit l’émissivité de la structure métallique (comme pour l’unité 3 du VLT, voir Milli et al., 2018) ainsi que le maintien d’un flux d’air suffisant à l’intérieur du dôme. L’utilisation d’un flux d’air dans le dôme du télescope semble contre-intuitif puisque les astronomes recherchent les conditions atmosphériques les plus calmes possibles, mais il aurait l’avantage de réduire les gradients de température et de faire tendre les perturbations vers un domaine de turbulence de type Kolmogorov.

Il semble globalement très complexe d’anticiper précisément les erreurs causées par le LWE sur l’ELT. Une analyse des observations sur ciel sera nécessaire pour mieux le comprendre et prendre des mesures nécessaires à sa compensation.

2.3.4 Autres erreurs

Ce paragraphe a simplement pour but d’identifier d’autres sources possibles de pistons différentiels, cette liste n’a rien d’exhaustive et ne cherche pas à quantifier les effets. La taille de l’ELT rend sa

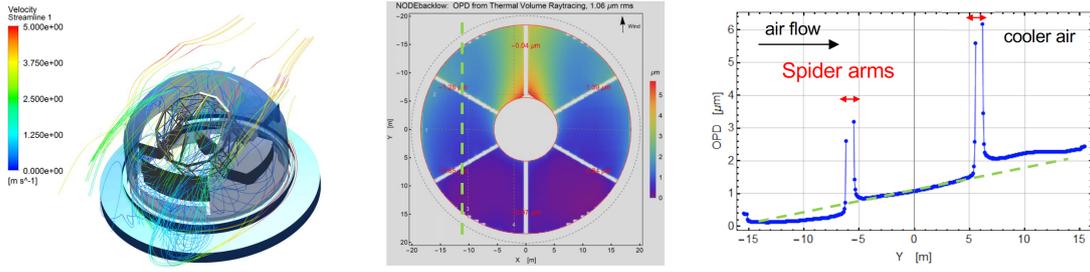


FIGURE 2.11 – *Gauche* Modèle numérique de mécanique des fluides sur l'ELT avec un effet de LWE pour un vent arrière de 5 m.s^{-1} , *Milieu* Carte de différence de chemin optique (OPD), avec une échelle de couleur entre 0 et $5 \mu\text{m}$ et *Droite* Coupe de la carte d'OPD croisant deux bras d'araignée. *Crédit : Vérinaud et al. (2020)*

conception complexe, plusieurs points peuvent être mentionnés :

- des senseurs optiques effectueront le cophasage des segments de l'ELT et seront également sensibles à la turbulence et autres effets thermiques, en plus des erreurs d'alignement des segments. Certains d'entre eux subissent notamment la fragmentation de la pupille par l'araignée, ils se trouvent dans son ombre. Cette perte d'information pourrait léser le phasage des segments situés de part et d'autre d'un bras d'araignée,
- le miroir déformable est constitué de six morceaux de miroirs dont les positions devront être parfaitement contrôlées. Pour un vecteur nul de tensions appliquées aux actionneurs (soustrait d'une tension de référence), il est attendu que la surface du miroir déformable ne présente aucune discontinuité entre ses six fragments,
- comme avec l'exemple des effets thermiques que l'on vient de mentionner, des gradients de température dans la structure pourront induire des contraintes mécaniques et donc des désalignements optiques.

2.4 FEP et rapport de Strehl pour des erreurs pétales

Seulement les erreurs de piston par pétales sont considérées ici. La présence d'erreurs de pistons différentiels entraîne une baisse d'intensité sur le pic central de la tache d'Airy et produit des tavelures dans les premiers anneaux. Ces tavelures dépendent de la forme des pétales et du déphasage qui leur correspond. La figure 2.12 montre à gauche une FEP limitée par la diffraction de la pupille complète de l'ELT et à droite, à la même échelle spatiale, une FEP longue pose obtenue avec uniquement des fluctuations aléatoires des modes pétales. Pour ce second cas, la distribution d'intensité dans le plan focal est plus étalée et les aigrettes de diffraction sont bien plus présentes. La largeur à mi-hauteur est typiquement celle d'une pupille dont la surface ne ferait qu' $1/6$ de la pupille ELT ($fwhm' \approx \sqrt{6} fwhm$, en négligeant les effets liés à la forme non circulaire des pétales).

Les travaux de Yaitskova et al. (2003a) portent sur les effets diffractifs causés par la segmentation de la pupille, ces travaux sont bien évidemment valables pour traiter de la fragmentation de la pupille ELT en six pétales. Ils donnent l'expression du rapport de Strehl pour une pupille à n segments de surfaces identiques, dont les erreurs de déphasages sont caractérisées par une variance de σ_P^2 .

$$SR = \frac{1 + (n - 1)e^{-\sigma_P^2}}{n} \quad (2.6)$$

La variance σ_P^2 est calculée en utilisant les coefficients $a_{i \in [0,5]}$ des $n_{pet} = 6$ modes pétales. Cette variance peut aller de 0 pour des pétales parfaitement en phase, à l'infini pour des pétales qui divergeraient infiniment ; les valeurs du rapport de Strehl vont elles de 1 à $1/n_{pet}$.

Comme le montre la figure 2.13, l'expression décroît rapidement et converge vers $1/6$ pour de larges déphasages des pétales de l'ELT.

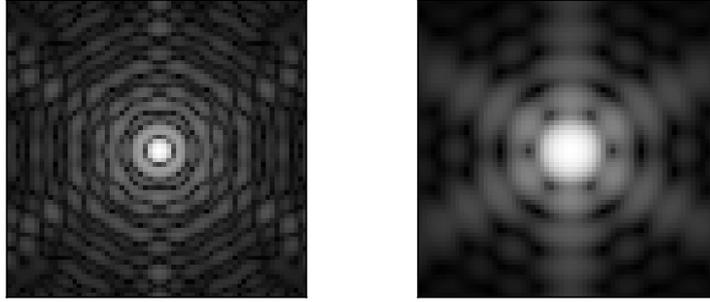


FIGURE 2.12 – Fonction d'étalement du point *Gauche* pour une pupille ELT limitée par la diffraction ($SR = 1$), *Droite* pour des déphasages aléatoires des pétales, moyennées sur une longue pose ($SR = 0,167$). La même échelle spatiale et le même rapport $\frac{\lambda}{D}$ sont utilisés.

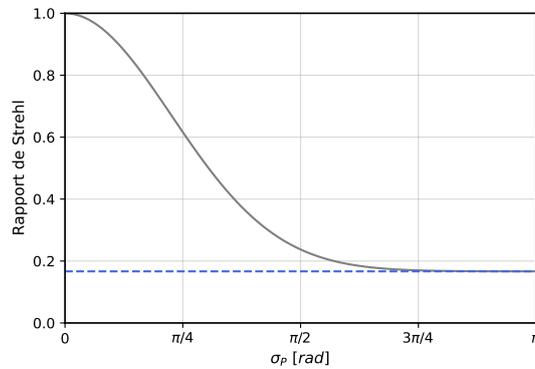


FIGURE 2.13 – Rapport de Strehl pour la pupille fragmentée en $n_{pet} = 6$ pétales de l'ELT en présence d'erreurs de phase par pétale de σ_P RMS.

2.5 Etat de l'art sur la mesure des pistons différentiels

Mesurer et contrôler les modes pétales engendrés par la fragmentation de la pupille de l'ELT est une problématique bien spécifique à ce télescope. On trouve cependant dans la littérature scientifique bon nombre de références en lien avec le piston différentiel dans d'autres contextes : le phasage des pupilles des interféromètres stellaires et le phasage des segments de télescope en optique active. Elles forment une toile de fond au sujet étudié ici car elles abordent la mesure des différences de phase entre deux points du front d'onde, avec des similarités mais aussi évidemment des différences avec notre problème. Enfin, avec le LWE que nous avons introduit quelques paragraphes plus tôt, la communauté s'est penchée sur quelques propositions adaptées à la mesure de ces aberrations. Finalement les senseurs de pistons différentiels ne manquent pas et en voici quelques uns.

2.5.1 Interférométrie à longue base

Les interféromètres basés sur la méthode d'interférométrie stellaire consistent en une recombinaison cohérente d'au moins deux télescopes. L'analyse du contraste des franges d'interférence produites permet d'atteindre des résolutions angulaires qui ne seraient pas possibles avec un seul télescope. Le Very Large Telescope Interferometer (VLTI), le Large Binocular Telescope (LBT) ainsi que l'interféromètre CHARA à l'Observatoire du Mont Wilson sont les trois grands interféromètres optique et infrarouge construits sur la base de cette technique. Cependant, la mesure du contraste est mise à mal par les fluctuations des différences de chemin optique liées à la turbulence atmosphérique entre les pupilles de ces interféromètres. Ces déphasages entraînent des translations des franges d'interférence qui, lorsque le temps d'exposition est plus long que l'évolution temporelle du piston différentiel, brouillent l'image : le contraste est atténué. Les instruments interférométriques ont donc besoin de limiter la valeur du piston différentiel RMS en

dessous d'une fraction de λ . Jusqu'à présent, les problématiques de la mesure du piston différentiel ne concernaient pas les instrument d'OA conventionnels. Avec l'arrivée de l'ELT et la fragmentation de sa pupille, nous voyons qu'il est désormais nécessaire de mesurer ces écarts de phase et en cela, les systèmes d'OA de l'ELT partagent avec les interféromètres au moins deux préoccupations :

- le décalage des franges lié au piston différentiel doit être séparé des autres erreurs de phase existantes, c'est-à-dire que la mesure du piston différentiel doit être réalisable en présence d'autres sources d'aberrations,
- la mesure du piston différentiel est enroulée autour de λ ce qui entraîne une ambiguïté de mesure et des sauts occasionnels de λ dans la boucle de contrôle.

L'analyse et la stabilisation des erreurs de piston différentiels pour les interféromètres repose très largement sur des "suiveurs de frange" en temps réel, avec par exemple Phasecam pour le LBT (Defrère et al., 2014, Maier et al., 2020) et les combineurs de faisceau de CHARA (Ten Brummelaar et al., 2013) et de GRAVITY pour le VLTI (Lacour et al., 2019), fonctionnant aux longueurs d'onde proche infrarouge (bandes H et K). Vérinaud & Esposito (2002) ont étudié la possibilité d'utiliser l'ASO pyramide, dans le visible et sans modulation, pour mesurer le piston différentiel sur le LBT à partir de l'image plan focal recombinaison. Pour qui voudrait s'avancer un peu sur la problématique de cette thèse : ils avaient dans ce papier déjà rapporté des difficultés pour les faibles r_0 , correspondant à un rapport $\frac{d_{act}}{r_0} > 1,2$ (avec un étage de correction d'OA 32×32 sur une pupille de $8,4 m$). Traquer le piston différentiel du LBT avec la pyramide n'a – à ma connaissance – jamais été réalisé sur ciel.

2.5.2 Optique active

La segmentation des télescopes est devenue nécessaire pour atteindre des diamètres plus larges que $8,4 m$. Cette segmentation s'accompagne de la problématique du co-phasage et du contrôle des segments, afin que la surface du miroir primaire soit équivalente à un seul miroir monolithique. Au sol, le phasage des segments est fait sur une étoile source dont la lumière subit également les perturbations atmosphériques. Une des difficultés est donc de dissocier les erreurs de front d'onde causées la turbulence des erreurs de phasage du miroir primaire. Cependant, la technique du co-phasage des segments dispose d'un atout majeur, les variations d'erreurs de phasage se font sur une échelle temporelle très lente comparée à celle de l'atmosphère. Aussi, il n'est pas tributaire de la sensibilité : il peut être réalisé sur n'importe quelle étoile de faible magnitude ou bien sur des images longues poses. Deux solutions sont alors possibles :

- utiliser un masque percé de sous-ouvertures bien plus petites que le diamètre de cohérence de l'atmosphère r_0 , cela assure que l'image de l'analyseur est faiblement perturbée par la turbulence,
- utiliser des temps d'exposition long de plusieurs dizaines de secondes afin de moyennement les erreurs de la turbulence.

Le miroir primaire du télescope du Keck est par exemple constitué de 36 segments hexagonaux, chacun associé à trois actionneurs pour contrôler leur position en piston, tip et tilt. Le phasage est réalisé avec un ASO de type Shack-Hartmann modifié avec un réseau de prismes et précédé d'un masque. Ce masque définit des sous-ouvertures de $12 cm$ de diamètre (valeur donnée dans le plan du miroir primaire, et donc généralement inférieure au r_0 exprimé à $700 nm$), situées à l'intersection des bords de segments (Chanan et al., 1998). Un analyseur basé sur un suiveur de franges (à la manière de ceux des interféromètres) a également démontré une qualité de phasage équivalente au SH sur le Keck (Shi et al., 2004). Dans cet esprit, le phasage des 7 sous pupilles du GMT sera un enjeu majeur car la cohérence optique d'une pupille à l'autre sera largement réduite (elles sont espacées de $350 mm$) (van Dam et al., 2016).

Les 798 segments de l'ELT vont évidemment nécessiter un co-phasage précis. Dans ce contexte, l'expérience APE (*Active Phasing Experiment*) voit le jour dans les années 2000, elle a pour but de comparer quatre analyseurs de front d'onde :

- SHAPS, un ASO SH modifié et inspiré de celui conçu pour le télescope Keck (Gonte et al., 2006),
- ZEUS, basé sur le masque de Zernike (Dohlen et al., 2006 Surdej, 2011),
- un analyseur de courbure DIPS (Montoya-Martínez et al., 2006),
- PYPS, un ASO pyramide (Pinna, 2004)

Pour ces analyseurs, le moyennage des mesures dans le temps est choisi afin de réduire l'incertitude liée à la présence de la turbulence. La PDS (*Phasing and Diagnostic Station*) de l'ELT retiendra comme analyseurs de référence un analyseur SHAPS en lumière visible et le ZEUS en bande H (Bonnet et al., 2019).

Finalement, du fait de leurs aspects temporels distincts, les problématiques de la mesure du piston différentiel en optique active et en optique adaptative sont assez éloignées. Par contre, les travaux sur les répercussions d'un mauvais phasage des segments (erreur pistons uniquement) sur la qualité image

restent valables (voir section 2.4). D'un point de vue de la statistique du piston différentiel et de son analyse, la problématique de cette thèse a plus en commun avec la compensation de l'effet de piston sur les interféromètres (par exemple Perrin (1997)). Dans ce domaine, la mesure des pistons différentiels est effectuée directement en plan focal, avec un algorithme spécifiquement dédié.

2.5.3 Problématiques montantes

L'effet de vent faible, phénomène physique expliqué un peu plus haut, entraîne des pistons différentiels dans la pupille du télescope. Or, les ASO des modules d'OA n'ont pas été conçus pour mesurer ce type d'erreur ce qui provoque des répercussions sévères sur la qualité image, notamment pour les applications coronographiques où une grande stabilité de la PSF est requise. Quelques nouvelles méthodes d'analyse ont récemment vu le jour. D'abord développées dans le but de contrôler les aberrations non communes de l'instrument en plan focal, celles-ci se sont avérées intéressantes pour mesurer les erreurs de phase causées par le LWE. Vievard et al. (2019) donne une vue d'ensemble des techniques utilisées. En voici deux exemples :

- une analyse de Fourier d'une image plan focal, obtenue avec une pupille asymétrique Martinache (2013). Cette méthode a été utilisée sur ciel pour calibrer le LWE de l'instrument SUBARU/SCEXAO par N'Diaye, M. et al. (2018). Pour l'ELT, il pourrait être envisageable de tirer partie de l'asymétrie liée à l'absence de certains segments dans la pupille pour caractériser sur ciel les pistons différentiels (à voir si cette asymétrie qui compte pour environ 1% de la surface du primaire serait suffisante ...),
- l'algorithme Fast & Furious (Korkiakoski et al., 2014) utilise le principe de diversité de phase pour décomposer l'image en ses composantes paires et impaires et reconstruire le front d'onde. Une démonstration de cette technique - aussi sur SUBARU/SCEXAO - pour contrôler le LWE a été réalisée par Bos et al. (2020).

Chapitre 3

Analyse du piston différentiel en optique adaptative

Ce chapitre est consacré à la mesure des aberrations de piston différentiel avec l'analyseur pyramide en optique adaptative, et donc en présence de résidus de phase laissés par le système, qui peuvent être importants comparés à la longueur d'onde d'analyse du système pour les seeing élevés. Un article soumis au journal *Astronomy & Astrophysics* constitue le cœur de ce chapitre, il expose la problématique de la mesure du piston différentiel, problématique liée à la confusion modale qui intervient dans le processus de reconstruction du front d'onde à partir du vecteur de mesures de l'analyseur. J'apporte en amont quelques développements utiles à la compréhension de la nature du signal piston différentiel avec l'ASO pyramide ainsi que des détails préliminaires sur les non-linéarités spécifiques à cet analyseur. A la suite de l'article, je présente des résultats complémentaires sur les propriétés de ces non-linéarités et sur l'influence de certains paramètres de l'ASO pyramide sur la sensibilité aux modes pétales. Une dernière partie aborde brièvement les travaux réalisés avec le masque de Zernike.

3.1 L'analyseur pyramide pour la mesure du piston différentiel

3.1.1 Modèle analytique de l'approche diffractive

ASO pyramide non modulé

Dans le chapitre d'introduction, le principe de l'analyseur pyramide a été expliqué avec une approche géométrique, le prisme pyramidal traduit la phase incidente en une intensité codant sa dérivée première. Les modes pétales sont eux des discontinuités pures, avec une pente localement infinie au niveau de la discontinuité et nulle sur le reste de la pupille : la dérivée de la phase est nulle sur la pupille et une approche géométrique ne peut expliquer des variations d'intensité qui pourraient être reliées à la présence de modes pétales dans la phase incidente. La mesure des pistons différentiels est possible car les arêtes et le sommet de la pyramide séparent la tache image focalisée en plusieurs composantes qui interfèrent dans le plan pupille suivant. Afin de comprendre la détection de ces discontinuités, il est donc nécessaire d'introduire des éléments de l'optique diffractive. Donner une dérivation analytique du vecteur de pentes de l'analyseur pyramide dans une approche diffractive, en tenant compte de la pupille, de ses éléments d'obstruction et de la modulation, est fastidieuse. Une modélisation précise du signal, incluant le signal du piston différentiel, est permise en considérant le prisme pyramidal comme un masque de phase ϕ_{pyr} et en faisant appel à quelques transformées de Fourier. Fauvarque et al. (2016a) a développé un cadre général pour l'étude des ASO dont le principe repose sur le filtrage de Fourier ; l'application de ce formalisme pour l'étude spécifique de l'ASO pyramide a par la suite été proposée dans Fauvarque et al. (2016b). L'action de ce masque placé dans le plan de Fourier peut être décrite par sa fonction de transfert optique :

$$FTO_{pyr}(x', y') = e^{i \phi_{pyr}(x', y')} \quad (3.1)$$

Sans modulation, la distribution d'intensité dans le plan du détecteur de l'analyseur pyramide est donnée par :

$$I(x, y) \propto \left| \mathcal{F}^{-1} [FTO_{pyr}(x', y') \cdot \mathcal{F}[P(x, y)e^{i \phi(x, y)}]] \right|^2 \quad (3.2)$$

Le calcul de I se fait aisément en utilisant les outils de base des simulations d'OA, dont la transformée de Fourier fait partie. Dans le cas particulier de COMPASS, ce calcul est possible pour n'importe quelle forme de pupille P et de front d'onde incident ϕ . Pour un masque ϕ_{pyr} d'une pyramide à quatre faces, la tache focalisée est divisée au sommet de la pyramide en quatre faisceaux, qui se propagent ensuite dans des directions différentes.

ASO pyramide avec modulation tip/tilt

Avec la modulation, un terme ϕ_{tt} intervient dans l'expression de la distribution d'intensité, il réalise le basculement de la phase (composantes tip et tilt) autour du sommet de la pyramide. Afin de tenir compte du chemin de modulation complet, l'intensité est intégrée sur tous les points de modulation s par le calcul de :

$$I(x, y) \propto \int \left| \mathcal{F}^{-1} [FTO_{pyr}(x', y') \cdot \mathcal{F} [P(x, y) e^{i(\phi(x, y) + \phi_{tt}(s))}]] \right|^2 ds \quad (3.3)$$

Dans COMPASS, le nombre de points utilisés pour cette intégration dépend du rayon de modulation et du nombre de faces ; il est choisi de sorte que la distance entre deux points successifs soit inférieure à $1 \frac{\lambda}{D}$ et qu'il soit un multiple du nombre de faces. Par exemple, pour une modulation à $3 \frac{\lambda}{D}$, la réponse de l'analyseur est intégrée sur 24 points de modulation, ce qui revient à considérer une modulation circulaire, homogène et uniforme.

3.1.2 Définition du vecteur de mesures

Vecteur de pentes, normalisation "globale"

En utilisant l'indice i pour indiquer le numéro de la face du masque considéré, avec $i \in [1, 4]$ pour une pyramide usuelle, on obtient quatre images I_i en plan pupille dont la répartition d'intensité dépend des différences de chemin optique du faisceau incident. La figure 3.1 montre le plan pupille de l'analyseur pyramide pour deux types d'aberration en entrée, un mode pétale ϕ_0 et un mode intra-pétale ϕ_{18} de la base B_{pet} (voir figure 2.5 pour la carte de phase de ces modes). Après avoir identifié sur le détecteur les positions de chacune des quatre pupilles, les vecteurs de pentes de l'analyseur sont obtenus par combinaisons linéaires des sous-ouvertures (pixels) de ces pupilles :

$$\begin{aligned} S_x(x, y) &= \frac{(I_1(x, y) + I_2(x, y)) - (I_3(x, y) + I_4(x, y))}{I_0} \\ S_y(x, y) &= \frac{(I_1(x, y) + I_3(x, y)) - (I_2(x, y) + I_4(x, y))}{I_0} \end{aligned} \quad (3.4)$$

La quantité I_0 exprime ici l'intensité moyenne dans les quatre images de pupille, avec N_{pix} le nombre de pixels utiles :

$$I_0 = \frac{1}{N_{pix}} \sum_{j=1}^{N_{pix}} I(x[j], y[j]) \quad (3.5)$$

Cette normalisation du vecteur de mesures est l'approche dite "globale" et se distingue de la normalisation "locale" initialement proposée par Ragazzoni (1996) et évoquée au chapitre 1. L'intérêt de l'approche globale s'exprime essentiellement aux cas de faible flux de l'étoile guide, le détecteur pourrait alors n'intégrer aucun ou peu de photons sur la durée d'exposition du détecteur sur certaines zones de la pupille : les valeurs des quatre pixels associés à une sous-ouverture dans la pupille sont alors nuls et entraînent une division par zéro dans la méthode de normalisation locale. Ce cas peut aussi advenir si la pente locale à cet endroit est trop forte, les photons se retrouvent hors du diaphragme de champ et conduisent au même problème. De manière générale, la chute de l'intensité totale portée par les quatre pixels d'une sous-ouverture est souvent révélatrice d'un malaise local du front d'onde : celui-ci est alors exacerbé dans le cas de la division locale et conduit à un comportement "encore plus non linéaire" du senseur. Les simulations numériques montrent que la normalisation locale est très défavorable à la robustesse du système. La normalisation globale du vecteur de mesure, proposée par Vérinaud (2004), contourne ce problème en utilisant l'intensité moyenne sur toutes les sous-ouvertures I_0 .

La figure 3.2 montre les cartes de pentes S_x et S_y calculées à partir des images du détecteur de la figure 3.1, pour les modes ϕ_0 et ϕ_{18} .

Approche "full pixel"

La notion de vecteur de pentes dérive de l'utilisation de l'ASO Shack-Hartmann. L'équation 1.48 donne la dépendance des vecteurs de pentes de l'analyseur avec la dérivée première du front d'onde incident. Ces vecteurs de pentes "x" et "y" s'obtiennent par recombinaison linéaire des intensités des pixels du détecteur. Il existe néanmoins une autre manière d'exprimer un vecteur de mesures qui n'exprime pas directement la dérivée de la phase : l'approche dite *full pixel* (Deo et al., 2018a). Il s'agit de prendre directement comme vecteur de mesures les intensités des pixels valides sur le détecteur de l'ASO pyramide.

Le vecteur de mesures \mathbf{s} s'exprime alors comme :

$$\mathbf{s} = \frac{1}{I_0} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Pour une pyramide à quatre faces, ce vecteur de mesures est donc deux fois plus long que les vecteurs de pentes. Cela a une conséquence directe sur l'espace de mémoire alloué et surtout sur le délai du calcul de la commande avec le RTC, mais ceci est largement compensé par l'intérêt expérimental concernant les problématiques de mésalignements des pupilles de l'analyseur d'une part (Deo et al., 2018a), et d'autre part par la simplification de l'algorithme du RTC en raison de la disparition de l'étape de "calcul des pentes". Si les simulations ne tiennent pas compte des mésalignements optiques, c'est tout de même l'approche full pixel qui a été utilisée dans l'article ; elle n'a pas de répercussion sur la performance finale de la reconstruction modale comparée à la méthode de calcul des pentes.

3.1.3 Signal piston différentiel à la diffraction

Les figures 3.1 et 3.2 montrent respectivement la réponse de l'analyseur et les cartes de pentes S_x et S_y avec un faisceau modulé à $3 \frac{\lambda}{D}$. La figure 3.2 a volontairement été réalisée avec une même échelle de couleur afin de faire apparaître la baisse de signal de l'analyseur lorsque la modulation est utilisée. A mesure que l'amplitude de modulation croît, la pyramide est de mieux en mieux décrite par une approche strictement géométrique, ce qui signifie que les effets diffractifs diminuent en accord avec le temps plus faible passé sur les arêtes, i.e. les éléments diffractifs du masque pyramide. On obtient pour le mode pétale un signal principalement localisé en dessous et le long des bras d'araignée ; la réponse au mode intra-pétale est quant à elle définie sur toute la zone du pétale considéré.

Enfin, la figure 3.3 s'attarde sur le cas particulier du piston différentiel avec mode ϕ_0 . Une coupe des cartes de pentes S_x et S_y a été réalisée afin de tracer le signal pyramide en fonction de la position spatiale sur le détecteur. Le mode pétale appliqué est situé au centre de cette coupe, entre les pixels ≈ 30 et ≈ 60 . Sur la première ligne, la pupille ne présente pas d'obstruction par les bras d'araignée tandis que la deuxième ligne correspond à la véritable géométrie ELT, avec des bras de 51 cm qui délimitent le mode pétale. La présence de cette large obstruction modifie considérablement la distribution des vecteurs de pentes, le pic d'intensité se trouve à l'opposé, exactement sous l'obstruction. Le point à retenir ici est que l'écart spatial important à travers lequel la différence de marche a lieu joue en défaveur de la mesure du piston différentiel. On perçoit aussi clairement l'effet de la modulation, elle réduit l'amplitude du signal et ramasse celui-ci à proximité de la discontinuité.

3.1.4 Sensibilité, gamme de linéarité et plage de capture

La sensibilité et la gamme de linéarité des ASO sont des critères de performance immanquables pour leur caractérisation. Le premier donne la quantité d'intensité en sortie de l'analyseur codant pour l'aberration d'entrée ; le second indique la plage d'amplitude d'aberration sur laquelle le senseur est linéaire. Ces paramètres sont ici calculés "à la diffraction", sans autre résidu de phase que le mode étudié. Les modes utilisés sont les modes de la base \mathbf{B}_{pet} présentée au chapitre 2.

Sensibilité

La mesure de la **sensibilité** se fait en sommant quadratiquement les pentes de l'analyseur selon une approche "full pixel" (voir équation 3.6) pour une variance de mode donnée en entrée. La courbe de la sensibilité modale de l'analyseur pour la base pétale \mathbf{B}_{pet} , présentée en figure 3.4, met en évidence cette perte de sensibilité avec l'amplitude de modulation, qui devient dramatique pour les modes pétales. L'utilisation d'une modulation de rayon $3 \frac{\lambda}{D}$ rend l'analyseur moins sensible d'un facteur 6 pour les

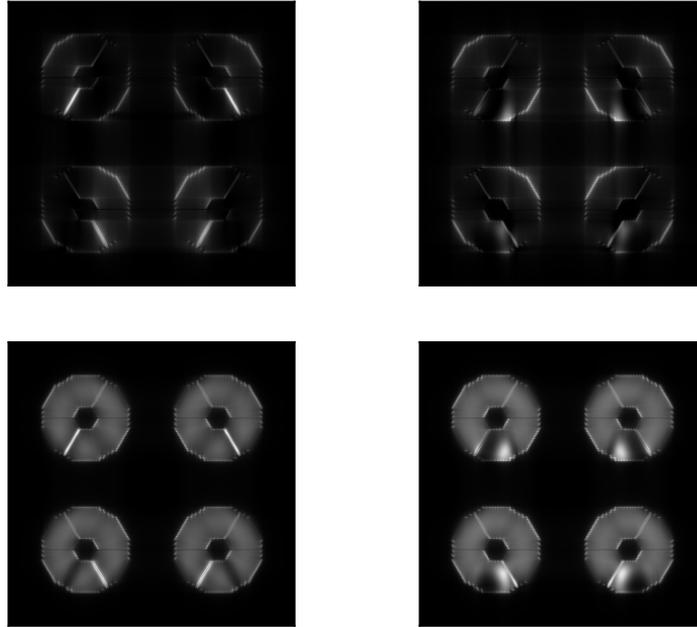


FIGURE 3.1 – Réponse de l'analyseur pyramide au seul mode pétale (ϕ_0) et au seul mode 18 (ϕ_{18}) de la base \mathbf{B}_{pet} Haut sans modulation et Bas avec une modulation de rayon $3\frac{\lambda}{D}$.

modes pétales contre "seulement" un facteur deux en moyenne pour les autres modes. Cette simple analyse permet donc de mettre en évidence la singularité des modes pétales, qui semblent se distinguer de la masse des autres modes. Nous allons voir que ce n'est pas tout.

Gamme de linéarité et plage de capture

Pour réaliser une mesure de la **gamme de linéarité**, il est possible de tracer la courbe de réponse de l'analyseur à différents modes ϕ_i en fonction de l'écart type spatial de ce mode en entrée. Les réponses des modes ϕ_0 et ϕ_{18} de la base \mathbf{B}_{pet} autour de la diffraction sont tracées respectivement en figures 3.5 et 3.6. Un tracé purement linéaire est réalisé en tiretés. Pour le mode intra-pétale, la courbe est donnée en unité de λ rms de la phase, soit l'écart type calculé sur la surface de la pupille ELT ; pour le mode pétale, l'unité choisie est la différence de marche entre le pétale et ses voisins en unité de λ .

Il existe plusieurs méthodes de calcul de la gamme de linéarité. Je choisis de la définir comme étant la plage sur laquelle la courbe de réponse du senseur a un écart relatif inférieur à 10 % en comparaison d'un régime purement linéaire. Suivant cette définition, le mode intra-pétale a une plage de linéarité d'environ $\pm\frac{\lambda}{32}$ rms sans modulation contre $\pm\frac{\lambda}{16}$ rms avec modulation de $3\frac{\lambda}{D}$. L'utilisation de la modulation permet donc d'accroître le régime de linéarité de l'analyseur (et je n'ai d'ailleurs pas choisi ici le meilleur exemple de mode pour le montrer). A l'inverse, la modulation n'a pas d'effet sur le régime de linéarité des modes pétales. Quelle que soit la modulation, l'analyseur pyramide est considéré linéaire sur une plage d'environ $\pm\frac{\lambda}{8}$ de différence de marche, ce qui correspond à $\pm\frac{\lambda}{20}$ rms en écart type de la phase sur la pupille.

Un autre fait peut être remarqué sur ces courbes, on a d'une part une mesure bijective du mode ϕ_{18} tandis que la réponse au mode pétale est sinusoïdale. La **plage de capture** correspond à la valeur de phase en entrée pour laquelle le senseur sera capable de converger vers une seule et même valeur. Pour le mode intra-pétale, la plage de capture peut être considérée comme infinie, la correction apportée par le senseur convergera toujours vers une variance de phase nulle, même si cela doit se faire au prix d'un très grand nombre d'itérations de la boucle. Pour le mode pétale, avec un seul senseur monochromatique, la plage de capture de la mesure du piston différentiel se situe dans l'intervalle $-\frac{\lambda}{2}$ et $\frac{\lambda}{2}$ (figure 3.5). Au-delà, il existera une ambiguïté de mesure qui sera d'un modulo λ . L'existence de cet intervalle est liée à la

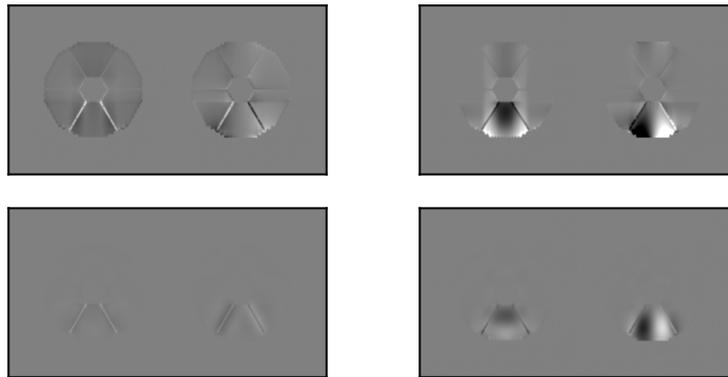


FIGURE 3.2 – Cartes des pentes S_x et S_y du mode pétale (ϕ_0) et du mode 18 (ϕ_{18}) *Haut* sans modulation et *Bas* avec une modulation de rayon $3\frac{\lambda}{D}$. L'échelle de couleur est la même pour les quatre sous figures.

nature interférométrique de la mesure et s'impose à tous les analyseurs. Contrairement aux autres modes, la mesure des sauts de phase est donc enroulée dans un modulo λ . La relation qui relie la phase incidente aux variations d'intensité dans le plan de l'analyseur n'est pas bijective, le senseur est par nature aveugle à la divergence de ces aberrations.

Pour outrepasser cette limite, deux méthodes sont possibles :

- la technique à deux longueurs d'onde : l'ambiguïté de mesure peut être levée en répétant la même mesure à une longueur d'onde différente λ_2 . La nouvelle plage de capture va dépendre de la longueur d'onde synthétique $\Lambda = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{|\lambda_2 - \lambda_1|}$ (Esposito & Devaney, 2002, Pinna et al., 2006),
- l'utilisation de la cohérence : un filtre, centré sur la longueur d'onde λ et de largeur de bande $\Delta\lambda$ a une longueur de cohérence finie $l_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$. L'ambiguïté peut être levée tant que le saut de phase est inférieur à la longueur de cohérence (Gonte et al., 2011).

Je ne m'intéresserai cependant pas à ces techniques et me contenterai de travailler à une longueur d'onde fixée et supposée monochromatique, décidant donc de traiter la problématique de la sensibilité de l'analyseur aux modes pétales indépendamment de celle de la plage de capture.

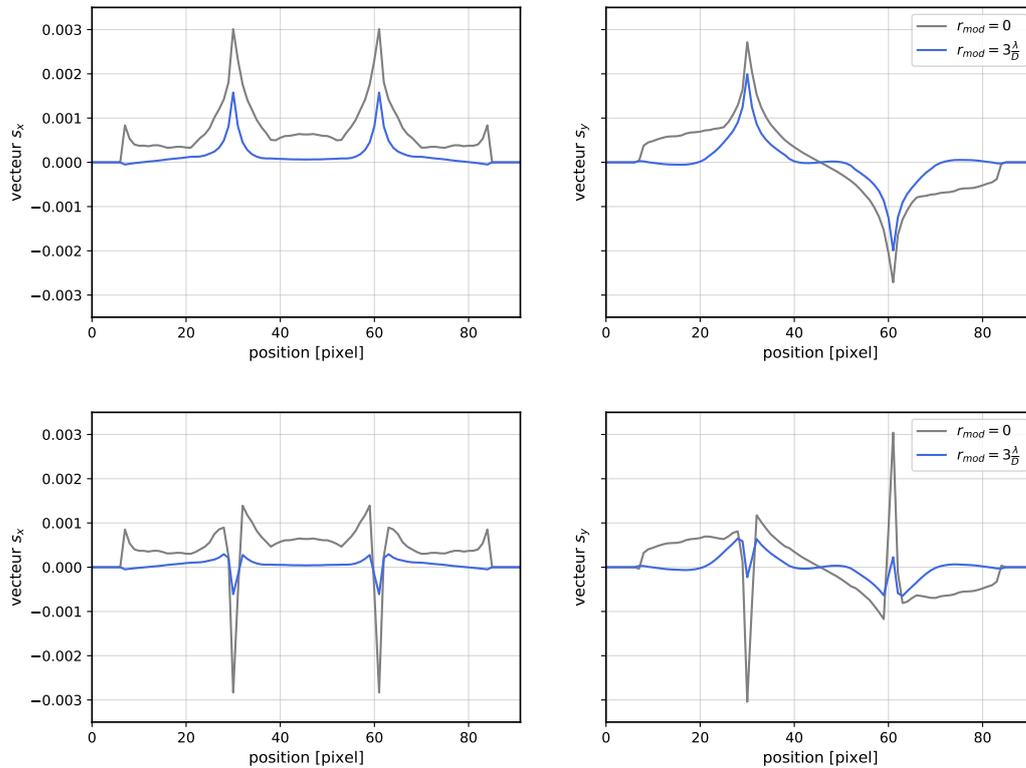


FIGURE 3.3 – Coupes des pentes s_x et s_y de l'analyseur pyramide pour un piston différentiel situé aux positions ≈ 30 et ≈ 60 pixels *Haut* sans araignée et *Bas* discontinuité avec araignée de 51 cm (≈ 1 pixel). Les courbes sans modulation et avec modulation de $r_{mod} = 3\frac{\lambda}{D}$ sont montrées.

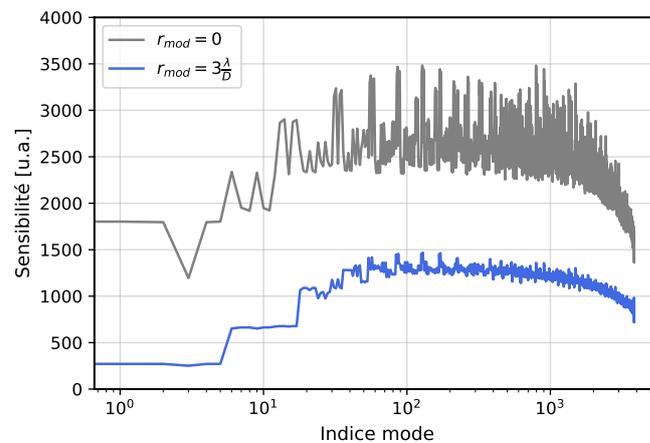


FIGURE 3.4 – Sensibilité modale de l'analyseur pyramide sans modulation et avec une modulation de rayon $3\frac{\lambda}{D}$.

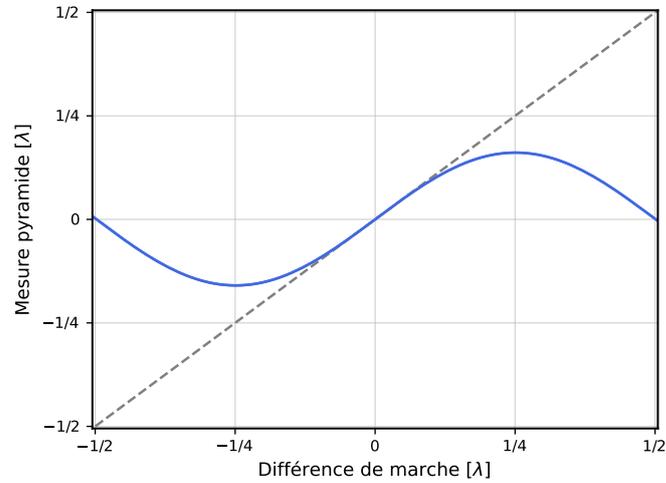


FIGURE 3.5 – Courbe de réponse de l’analyseur pyramide à un mode pétale en fonction de la différence de marche en entrée, autour la diffraction.

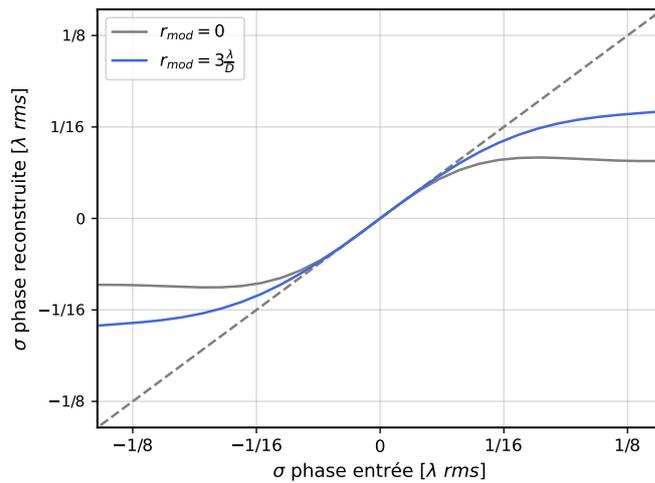


FIGURE 3.6 – Courbe de réponse de l’analyseur pyramide à un mode intra-pétale ϕ_{18} en fonction de l’écart type de la phase, sans et avec modulation de $3\frac{\lambda}{D}$, autour la diffraction.

3.2 Mesure du piston différentiel en présence de résidus de phase

L'utilisation de l'analyseur pyramide pour la mesure du piston différentiel avait déjà été étudiée pour les applications de co-phasage des segments des télescopes ou de compensation des différences de marche entre les pupilles des interféromètres (voir chapitre 2). Il ne semblait pas faire de doute que cet analyseur, en plus de mesurer les aberrations dites "classiques" en optique adaptative, se chargerait de compenser les pistons différentiels entre les pétales de l'ELT. La problématique a cependant été soulevée pour la première fois, à ma connaissance, par Schwartz et al. (2018) : une accumulation d'erreur sur les modes pétales se crée en présence de résidus turbulents, les effets de cette accumulation sont critiques pour la résolution spatiale de la voie scientifique (voir chapitre 2 pour les effets des aberrations pétales sur la qualité image). Pour la SCAO de l'instrument MICADO, équipé d'un analyseur pyramide dans le visible, il convenait de se poser également la question de la mesure, ou plutôt des erreurs de mesure causées par l'ASO pyramide. Des précisions sur les outils de simulation de la boucle d'OA avec le senseur pyramide sont expliquées avant d'inclure un article soumis au journal *Astronomy & Astrophysics*.

3.2.1 Termes d'erreur pétale et intra-pétale

La problématique de compensation des modes pétales atmosphériques s'inscrit dans le cadre de l'optique adaptative. Il s'agit donc de compenser ces erreurs en présence de la turbulence, ou plus exactement en présence de résidus de phase laissés par le système d'OA : ils dépendent du dimensionnement des composants du système (nombre d'actionneurs du DM, échantillonnage de l'analyseur, fréquence de boucle) mais également des bonnes ou mauvaises propriétés de l'ASO pour effectuer la mesure du front d'onde. Pour étudier spécifiquement les erreurs de pistons différentiels et les distinguer des autres erreurs orthogonales aux pétales, que nous appellerons résidus *intra-pétale*, j'ai été amenée à introduire plusieurs calculs de variance.

En prenant ϕ la phase résiduelle et a_i les coefficients attribués aux modes sur lesquelles cette phase se décompose, la variance de phase totale peut s'exprimer comme :

$$\sigma_\phi^2 = \sum_{i=0}^N a_i^2 + \sigma_{fitting}^2 \quad (3.7)$$

Je commence par introduire la variance de phase intra-pétale, qui est simplement définie comme la variance de phase privée des modes pétales :

$$\sigma_{intra}^2 = \sum_{i \geq 6} a_i^2 + \sigma_{fitting}^2 \quad (3.8)$$

Le calcul de l'erreur des modes pétales n'est pas direct car il s'agit de bien savoir ce que l'on cherche à quantifier. En utilisant la variance sur les $n_{pet} = 6$ modes pétales directement définie par l'équation :

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n_{pet}} a_i^2 \quad (3.9)$$

On obtient une erreur qui devient infinie lorsque les modes pétales divergent. Surtout, ce calcul ne tient pas compte de la limitation intrinsèque de la mesure du piston différentiel à modulo λ : l'analyseur peut être sensible aux modes pétales et converger vers une large valeur, multiple de λ , pour autant l'erreur σ_P^2 sera importante. Pour véritablement quantifier la sensibilité de l'analyseur indépendamment du nombre de sauts de λ , il faut un calcul de variance qui soit lui aussi indépendant des multiples de λ . Une première proposition évidente est de calculer le terme de variance sur les valeurs de pistons différentiels modulo λ , avec l'opérateur modulo défini de façon symétrique autour de 0, de sorte que l'intervalle d'arrivée soit $[-\frac{\lambda}{2}, \frac{\lambda}{2}]$. Cette méthode fonctionne, et rend le calcul de la variance insensible à toute variation de $k\lambda$ (avec k entier) de n'importe lesquels des a_i . En revanche il n'est pas aisé de relier cette nouvelle variance à un rapport de Strehl.

Dans l'article, je propose une autre méthode de calcul de la variance de l'erreur pétale. Cette méthode fait appel au rapport de Strehl considérant seulement comme terme d'erreur les modes pétales et dont Chanan & Troy (1999) donne l'expression :

$$SR_p = \frac{1}{n_{pet}^2} \sum_{i < n_{pet}} \sum_{j < n_{pet}} \cos(a_i - a_j) \quad (3.10)$$

Les a_i correspondent aux valeurs des pistons par pétale, données en *rad* pour la longueur d'onde d'analyse λ . La fonction *cos* permet d'enrouler la valeur du rapport de Strehl entre 0 et 1 quelles que soit les valeurs des a_i , cela rend ce calcul non bijectif. Je note $\sigma_{P[\lambda]}^2$ la variance de l'erreur pétale modulo λ , calculée en utilisant la formule de Mahajan :

$$\sigma_{P[\lambda]}^2 = -\ln(SR_p) \quad (3.11)$$

Finalement, la variance σ_P^2 quantifie la capacité (ou l'incertitude) de l'analyseur à mesurer le piston différentiel modulo λ ; en d'autres termes, elle met de côté la problématique de l'ambiguïté de λ . L'écart type de l'erreur est nul lorsque l'analyseur mesure parfaitement les modes pétales au modulo près; et il est égal à environ 1,52 *rad* si les modes pétales suivent des fluctuations aléatoires.

3.2.2 Choix des pixels valides

Un choix usuel pour définir le vecteur de mesures de l'analyseur pyramide est de sélectionner les pixels valides (ou sous-ouvertures) selon le masque pupille du télescope. On a cependant vu que la mesure des pistons différentiels repose sur un phénomène diffractif, le signal est situé en partie sous et proche des bras de l'araignée. La figure 3.7 montre les deux masques possibles de sélection des pixels valides, avec à gauche l'approche géométrique définissant un vecteur de 24 800 pixels valides et à droite l'approche diffractive utilisée dans l'article qui suit, avec 26 912 pixels valides.

En comparant la sensibilité modale de ces deux approches, on trouve que la sélection la plus large permet un gain de 8% à 12% en sensibilité sur les modes pétales. Les différences de sensibilité trouvées pour ces mêmes modes s'expliquent par l'orientation des pétales par rapport aux axes de la pyramide, certains gagnent plus (ou moins) à être mesurés selon certains axes. De plus, l'échantillonnage des bras d'araignée n'est pas le même dans le plan du détecteur selon que les bras soient alignés avec les axes du détecteur ou ne le soient pas, il y a sans doute un biais numérique dans ce calcul. Pour les modes intra-pétales, ajouter ces quelques pixels améliore leur sensibilité d'environ 1 %. Ce résultat conforte l'idée que le deuxième masque de pixels valides, à droite sur la figure 3.7, est à préférer dans le but de faire une mesure des pistons différentiels.

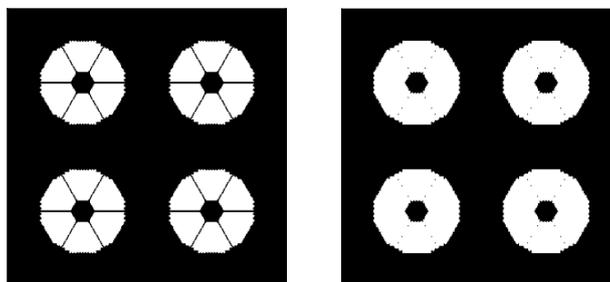


FIGURE 3.7 – Masques de sélection des pixels valides pour l'analyseur pyramide à quatre faces, à *Gauche* avec une approche géométrique et à *Droite* avec sélection des pixels sous les bras d'araignée.

3.2.3 Conditions d'observation et phases résiduelles

Le but de ce chapitre est de faire un étude de la mesure du piston différentiel dans des conditions réalistes d'observation et de fonctionnement de la boucle d'OA, et non plus seulement dans le cadre idéal d'une mesure effectuée à la limite de diffraction. Je précise ici les raisons des choix faits dans l'article pour les conditions de seeing.

Conditions ELT

La première partie de l'article (section 4 notamment) utilise les conditions de turbulence dérivées des conditions typiques rencontrées à Cerro Armazones et présentées au chapitre 2. Une seule couche de

turbulence est simulée au sol, le paramètre de Fried est calculé pour une observation faite à 30 degrés du zénith, les valeurs utilisées et le quartile auxquelles elles appartiennent sont résumées dans le tableau 3.1. L'échelle externe est fixée à $L_0 = 25 \text{ m}$ et par simplification, la vitesse du vent est de $9,1 \text{ m.s}^{-1}$ quelle que soit la condition rencontrée.

Quartile	Q1	Q2	M	Q3	Q4
r_0 à 500 nm	$21,5 \text{ cm}$	$16,3 \text{ cm}$	$14,4 \text{ cm}$	$12,8 \text{ cm}$	$8,9 \text{ cm}$

TABLE 3.1 – Paramètres de Fried des couches turbulentes simulées pour chacune des conditions définies par l'ESO.

La première ligne de la figure 3.8 montre des cartes de phases résiduelles dans la pupille de l'ELT obtenues en simulant le système d'OA de MICADO pour les différentes conditions d'observation considérées. L'analyseur pyramide est utilisé avec une modulation de $3 \frac{\lambda}{D}$ et une longueur d'onde de 700 nm , le gain d'intégrateur est unitaire et la loi de commande contrôle tous les modes du DM, c'est-à-dire tous les actionneurs situés dans la pupille ELT. Ces phases résiduelles ont été traitées afin d'enlever les erreurs sur les modes pétales et l'écart type de la phase est calculé sur la pupille du télescope en ne tenant compte que des erreurs dites intra-pétales. Pour $r_0 = 8,9 \text{ cm}$, en condition Q4 donc, on observe une forte dégradation de l'erreur de front d'onde résiduelle, cette dégradation est notamment liée aux non linéarités de l'analyseur qui s'exercent pour ces conditions d'observation difficiles. On verra dans le prochain paragraphe comment les compenser partiellement.

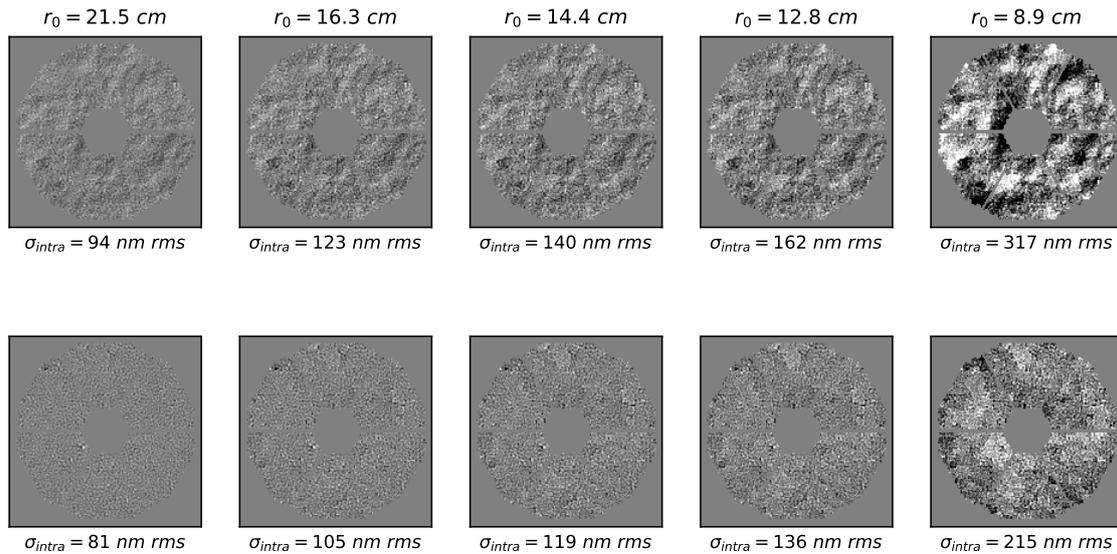


FIGURE 3.8 – Cartes de phases résiduelles sur la pupille de l'ELT pour différentes valeurs de r_0 ; *Haut* avec un gain d'intégrateur unitaire et *Bas* avec application de gains modaux calculés avec l'algorithme CLOSE. Les erreurs de modes pétales ont été retirées pour ne présenter que les résidus intra-pétale. L'échelle de couleur est identique pour toutes les cartes et la valeur de l'écart type de la phase est donnée à titre indicatif.

Courbes en D/r_0

L'article était initialement pensé pour répondre aux interrogations de la SCAO MICADO sur la possibilité de compensation des modes pétales avec un analyseur pyramide aux longueurs d'onde visibles. Il se trouve que les autres instruments HARMONI (ASO pyramide à 800 nm) et METIS (ASO pyramide en bande K) se sont également penchés sur la question de la compensation des modes pétales (Obereder et al., 2018). Pour que cet article puisse être lisible quelle que soit la longueur d'onde d'analyse, j'ai proposé d'explorer une plus large gamme de paramètres de Fried allant de $7,6 \text{ cm}$ à 76 cm à 500 nm et

de tracer les courbes en rapports D/r_0 , avec D le diamètre du télescope et r_0 alors exprimé à la longueur d'onde d'analyse. Ainsi, pour la condition d'observation de $r_0(500 \text{ nm}) = 13 \text{ cm}$, le lecteur travaillant avec un analyseur à 700 nm pourra se référer au point $D/r_0 \approx 200$ tandis qu'à $2\,200 \text{ nm}$, cette même condition d'observation correspondra à un rapport $D/r_0 \approx 50$.

Une autre manière de formuler ces courbes aurait été de les tracer en fonction de d_{act}/r_0 , avec r_0 toujours exprimé à la longueur d'onde d'analyse et d_{act} la distance entre deux actionneurs du DM. Cette approche permet de tenir directement compte de la densité d'actionneurs et est reliée au calcul de l'erreur de fitting. C'est d'ailleurs ce deuxième choix de tracé qui sera fait dans les chapitres 4 et 5 qui suivent. Pour le lecteur, le passage d'une logique à l'autre se réalise simplement grâce au rapport des deux quantités $D/d_{act} = 72$ pour le cas ELT.

3.2.4 Non linéarités et méthodes de compensation

La problématique des non linéarités de l'analyseur pyramide est critique pour son utilisation et a très largement été étudiée à la diffraction (Burvall et al., 2006) et en présence de résidus d'OA (Korkiakoski et al., 2008). Dans ce second cas, elles dépendent de la distribution d'intensité sur le plan focal de l'analyseur et donc du rapport d_{act}/r_0 du système. Globalement, la SCAO MICADO avec un analyseur dans le visible et pour les conditions de seeing de l'ELT, notamment $Q3$ et $Q4$, sera largement soumis à ces non-linéarités. J'ai donc eu à mettre en place les outils nécessaires à leur compensation, par l'utilisation de gains modaux dans la boucle de contrôle, afin de tenir compte de ces subtilités dans les simulations qui ont été conduites. Ce paragraphe donne quelques explications à ce sujet.

Le problème de non-linéarités de l'ASO pyramide

La procédure d'étalonnage consiste à construire une matrice d'interaction \mathbf{D}_{cal} ; l'inverse généralisée de cette matrice donne le reconstruteur modal \mathbf{D}_{cal}^\dagger qui, à partir du vecteur de mesures de l'analyseur $\mathbf{s}(\phi_{res})$, permet de réaliser la décomposition modale du front d'onde incident ϕ_{res} .

Le schéma 3.9 permet de décrire la courbe de réponse de l'ASO pyramide pour un mode KL donné ϕ_i , en fonction de l'amplitude de ce mode. L'étalonnage est généralement fait autour d'un front d'onde nul, l'algèbre sous-jacente à la construction de \mathbf{D}_{cal}^\dagger suppose alors que l'analyseur a un comportement linéaire autour de ce front d'onde. Dans les faits, en opération, la présence de la turbulence atmosphérique et de résidus de correction de la boucle d'OA font que l'analyseur fonctionne autour d'un front d'onde non nul. La reconstruction est affectée d'un coefficient α_i , il dénote une baisse de sensibilité de l'analyseur liée à la présence de tavelures dans le plan focal du masque pyramidal. Cette problématique de non-linéarités sera donc d'autant plus importante que l'amplitude de front d'onde résiduel sera grand, et donc que le seeing sera médiocre. Augmenter la taille du faisceau soit par un changement de la longueur d'onde d'analyse, soit en utilisant une modulation (comme en figure 3.6) permet d'augmenter le régime de linéarité du senseur. La pyramide infrarouge sur le télescope Keck n'utilise par exemple ni modulation, ni gains modaux (Bond et al., 2020).

La figure 3.10 montre un schéma de la boucle d'OA et de ses principales composantes. A cause de la présence de résidus de front d'onde $\phi_{res} = \phi_{atm} - \phi_{dm}$, s'ajoute à la description du fonctionnement de l'ASO une matrice de transfert \mathbf{T} . Le travail de reconstruction modale va donc consister à déduire et inverser la matrice \mathbf{T} afin de mettre à jour le reconstruteur modal \mathbf{D}_{cal}^\dagger sur ciel.

Globalement, pour estimer la matrice \mathbf{T} , plusieurs hypothèses sont faites quant à ses propriétés (Korkiakoski et al., 2008) :

- la matrice \mathbf{T} est une matrice à diagonale dominante¹; la perte de sensibilité de l'ASO α_i pour chaque mode du DM ϕ_i est égale au coefficient diagonal $t_{i,i}$,
- la matrice \mathbf{T} est inversible, ses coefficients diagonaux doivent être non nuls (condition nécessaire, non suffisante) et l'inverse de \mathbf{T} est une matrice diagonale de coefficients $1/t_{i,i}$,
- les coefficients diagonaux sont stables pour une condition de seeing donnée, i.e. pour des phases résiduelles partageant une densité spectrale de puissance similaire (ils ne varient que de quelques pourcents, voir Deo et al., 2018b),

Plusieurs méthodes pour identifier \mathbf{T} sur ciel sont étudiées, elles utilisent toutes les hypothèses qui viennent d'être citées. Ces hypothèses facilitent la mesure de la matrice \mathbf{T} puisqu'il n'y a plus qu'à connaître ses coefficients diagonaux, elle reste valide tant que les conditions d'observation restent stables

1. la matrice \mathbf{T} n'est dans les faits pas mathématiquement à diagonale dominante, elle ne respecte pas la condition $t_{i,i} \geq \sum_{j \neq i} |t_{i,j}|$ à cause du grand nombre de modes considérés. On peut tout de même faire cette approximation "physiquement" : les coefficients $t_{i,j}$ sont très petits devant $t_{i,i}$.

et surtout, elle est inversible. La matrice de reconstruction modale en opération peut être calculée connaissant la matrice de reconstruction \mathbf{D}_{cal}^\dagger étalonnée et la matrice inverse \mathbf{T}^{-1} . Ses coefficients diagonaux sont appelés les gains optiques et peuvent s'écrire comme $OG_i = 1/\alpha_i$. Pour citer deux exemples : Deo et al. (2019) propose d'agir sur quelques modes du DM, par *dithering*, afin de mesurer la perte de sensibilité de ces modes puis utilise des abaques préétablies pour compléter la matrice \mathbf{T} des coefficients manquants ; Chambouleyron et al. (2021b) fait lui usage d'une caméra de modulation. La *gain scheduling camera* permet de traquer la distribution spatiale des aberrations en plan focal, le modèle convolutif développé par Chambouleyron et al. (2020) permet ensuite de remonter à la courbe des gains optiques de l'ASO. Une troisième méthode, non intrusive, est détaillée au prochain paragraphe.

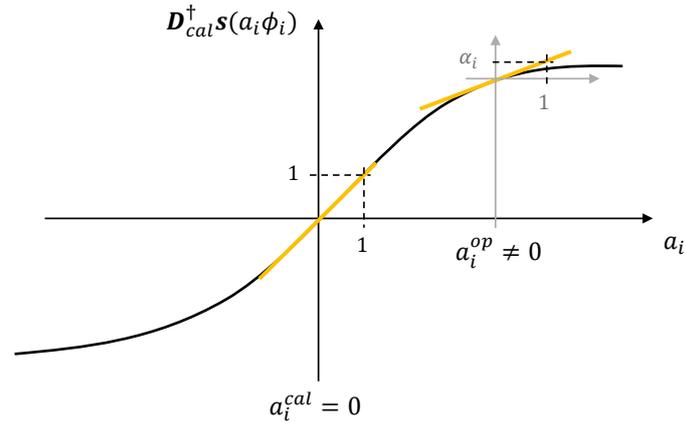


FIGURE 3.9 – Schéma de la reconstruction modale de l'ASO pyramide en fonction de l'amplitude du mode ϕ_i . L'ASO est étalonné autour d'un front d'onde nul, le vecteur directeur de la réponse en opération, autour de a_i^{op} non nul, est affecté d'un coefficient α_i .

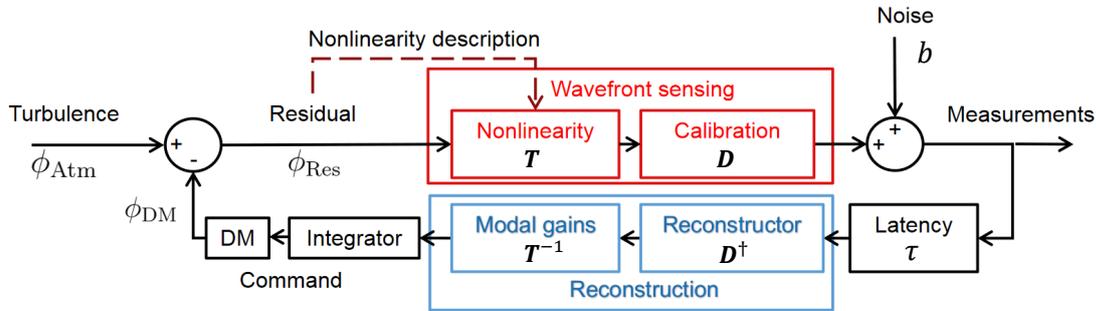


FIGURE 3.10 – Schéma de la boucle d'optique adaptative et de ces différents éléments avec l'analyseur dont le fonctionnement est mis à jour avec une matrice de transfert \mathbf{T} , l'algorithme de reconstruction assurée par le RTC et la correction du front d'onde par le DM. *Crédit : V. Deo, modifié*

CLOSE : un calcul en temps réel des gains modaux

La performance de la boucle d'OA dépend du choix du gain d'intégrateur et peut être généralisée à l'utilisation de gains modaux (Gendron & Léna, 1994), permettant d'ajuster la bande passante de chacune des composantes spatiales du front d'onde. Pour s'adapter à des conditions d'observation variables, Montera et al. (2018) propose de calculer en temps réel le meilleur gain d'intégrateur à appliquer à la loi de commande. Il utilise sa méthode de calcul pour la commande du tilt puis fait une démonstration expérimentale sur le banc ASALT du Starfire Optical Range (Air Force Research Lab), équipé d'un ana-

lyseur SH et d'un DM à ≈ 600 actionneurs. Lorsque les gains modaux sont mis à jour en temps réel, la qualité image voit une amélioration allant jusqu'à 15 points de Strehl en condition de seeing modéré.

Deo et al. (2019) propose de généraliser cet algorithme aux ASO non linéaires et l'applique au cas précis de l'ASO pyramide. Sous le nom de "Correlation-Locking Optimization SchEme (CLOSE)", cet algorithme permet d'optimiser les gains modaux de la boucle d'OA à partir de la connaissance de la commande modale appliquée au DM, elle-même dérivée des mesures de l'analyseur. Cet algorithme suppose donc que le senseur donne une mesure correcte du front d'onde, ou en tout cas que cette mesure va "dans la bonne direction", celle de la convergence de la phase résiduelle vers une phase nulle.

Le principe est de mesurer l'intercorrélacion de la commande modale entre la trame k et la trame précédente $k - 1$: si la corrélation est positive, le gain est insuffisant ; à l'inverse une corrélation négative signifie que le gain doit être diminué. L'implémentation proposée par Deo et al. (2021) utilise plusieurs paramètres qui permettent de contrôler la vitesse de convergence des gains (q^+ , q^-), un paramètre de lissage p compris entre 0 et 1, et la valeur de consigne du niveau d'intercorrélacion à atteindre r . Cette valeur de consigne se trouve entre -1 et 1, à choisir si l'on souhaite privilégier un comportement de gains "agressif" (r négatif) ou plus "doux" (r positif) ; la valeur $r = 0$ étant recommandé.

En pratique, CLOSE utilise les coefficients modaux a_i^{res} calculés à partir du reconstruteur modal \mathbf{D}^\dagger et du vecteur de mesures de l'analyseur $\mathbf{s}(\phi_{res})$ obtenu à chaque itération k de la boucle pour une phase résiduelle ϕ_{res} . Connaissant la télémétrie, il s'agit ensuite de calculer les intercovariance et autocovariance suivantes pour chaque mode i :

$$\begin{aligned} AC_i^0 &= p a_i[k]^2 + (1 - p)AC_i^0[k - 1] \\ AC_i^{crit} &= p a_i[k]a_i[k - \delta k] + (1 - p)AC_i^{crit}[k - 1] \end{aligned} \quad (3.12)$$

Ici, je considère directement un système sans latence, avec $\delta k = 1$. Le rapport $\frac{AC_i^{crit}}{AC_i^0}$ permet alors à CLOSE de traquer l'autocorrélacion de l'incrément modal $a_i[\delta k]$. L'idée est ensuite de fixer cette autocorrélacion à une valeur de consigne r , ce qui va permettre d'agir sur la valeur du gain modal en utilisant la relation :

$$OG_i[k] = OG_i[k - 1] \begin{cases} \left(1 + q^+ \frac{AC_i^{crit}}{AC_i^0} - r\right) & \text{si } \frac{AC_i^{crit}}{AC_i^0} > r \\ \left(1 + q^- \frac{AC_i^{crit}}{AC_i^0} - r\right) & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.13)$$

Les vitesses de convergence q^+ et q^- sont utilisées pour respectivement augmenter ou diminuer les gains. Pour plus de détails sur le choix des différents paramètres, je renvoie le lecteur à l'article Deo et al. (2021).

La figure 3.11 permet de comparer les gains modaux estimés par CLOSE sur les quelques 4000 modes d'un cas ELT et de les comparer aux "vrais" gains optiques, mesurés à partir des coefficients diagonaux de la matrice $\mathbf{T} = \mathbf{D}_{cal}^\dagger \mathbf{D}_{op}$, où \mathbf{D}_{op} est une matrice d'interaction réalisée autour de la phase résiduelle. Ces gains ont été calculés avec une base de KL simplifiés exprimés sur toute la pupille et non sur les pétales, la base \mathbf{B}_r (voir figure C.1 de l'annexe de l'article). Des discussions autour du choix de la base utilisée pour le calcul des gains modaux sont faites plus loin dans le chapitre.

La deuxième ligne de la figure 3.8 permet de montrer les phases résiduelles obtenues dans les mêmes conditions que la première mais avec cette fois-ci l'usage de CLOSE. L'échelle de couleur est conservée sur toutes les sous-figures, on remarque que les résidus sont particulièrement hauts ordres, ce qui fait tendre la valeur de l'écart type des résidus vers la fitting théorique du DM. L'amélioration est particulièrement perceptible pour la plus mauvaise condition $r_0 = 8,9 \text{ cm}$.

Pour le calcul des gains, j'ai reformulé un code hérité de V. Deo et utilisé les paramètres suivants : $q^+ = 1/200$; $q^- = 1/100$, $r = 0$ et $p = 0,3$. Les gains augmentent ainsi moins rapidement qu'ils diminuent. L'implémentation de l'algorithme CLOSE a été réfléchi et intégrée dans COMPASS avec N. Galland, le rendant aujourd'hui pleinement opérationnel en simulations.

3.2.5 Article soumis au journal Astronomy & Astrophysics

L'article qui suit est le résultat du travail portant sur le comportement de l'analyseur pyramide en optique adaptative avec la pupille fragmentée de l'ELT. Il a été soumis au journal Astronomy & Astrophysics fin juin 2021 et accepté après rédaction de ce manuscrit, en octobre 2021. C'est cette version finale qui est présentée ici.

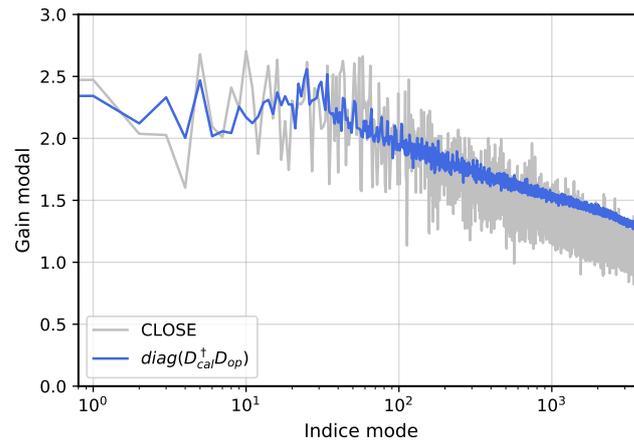


FIGURE 3.11 – Courbes des gains modaux réels et calculés avec CLOSE pour $r_0 = 8,9 \text{ cm}$ et avec $q^+ = 1/200$; $q^- = 1/100$, $r = 0$ et $p = 0, 3$.

Dans cet article, j'ai mis en œuvre les détails spécifiques à la géométrie de l'ELT qui ont été donnés dans le chapitre 2 et pris en compte les spécificités de l'analyseur pyramide. Un grand soin a donc été requis pour effectuer ces simulations bout en bout dans les conditions de fonctionnement les plus proches du système de SCAO MICADO.

Face à la pauvre sensibilité de l'analyseur aux modes pétales – ils sont les derniers modes propres de l'analyseur – la mesure du piston différentiel est en fait dominée par une confusion modale qui est d'autant plus prépondérante que la variance de la phase résiduelle est grande. Ainsi, je montre que les non-linéarités pour les modes pétales ne peuvent pas seulement être décrites par un simple terme de baisse de sensibilité. Les hypothèses sur lesquelles reposent les algorithmes de compensation des gains modaux actuels échoueront à pallier les effets non-linéaires subis par les modes pétales. En reprenant et mettant à jour la liste des hypothèses faites précédemment, on peut dire à propos de la matrice \mathbf{T} pour les modes pétales :

- les coefficients hors diagonaux $t_{i,j \neq i}$ ne sont pas négligeables devant les termes de baisse de sensibilité, une confusion modale et plus largement une confusion avec tous les termes hauts ordres de la phase (incluant la fitting) entraîne un biais de mesure,
- pour les seeings élevés, typiquement $seeing > 0,8''$, les modes pétales deviennent des modes non vus de l'analyseur ; la matrice \mathbf{T} est donc mal conditionnée et non inversible,
- les coefficients diagonaux et hors diagonaux subissent de larges fluctuations stochastiques qui les rendent instables pour une condition d'observation donnée.

Une deuxième partie de l'article est ensuite consacrée à la recherche d'une meilleure sensibilité aux modes pétales, par l'amélioration de la variance intra-pétale (utilisation des gains modaux avec CLOSE) et l'allongement du temps passé sur les zones diffractives du masque pyramidal (chemin de modulation, nombre de faces). Il en ressort qu'aux longueurs d'onde visibles, aucun compromis ne peut être trouvé entre la mesure des modes pétales et celle des modes intra-pétales, les deux approches de mesure étant contraires : on cherche dans un cas à améliorer la sensibilité et dans l'autre le régime de linéarité. Pour les faibles $\frac{D}{r_0}$, l'utilisation de la modulation trèfle améliore notablement le résidu pétale $\sigma_{P[\lambda]}$ avec par exemple une amélioration d'un facteur 5 sur la performance pour $\frac{D}{r_0} = 100$. Cette condition correspond aux plus mauvais seeings possiblement rencontrés sur l'ELT avec un analyseur pyramide en infrarouge. L'augmentation du nombre de faces est également particulièrement performante pour $\frac{D}{r_0} < 150$ mais nécessite alors de revoir le matériel. Ces deux méthodes n'ont pas ou peu d'effets sur le résidu intra-pétale à condition qu'une solution de gains modaux soit appliquée.

Finalement, une forme de loi qui relie la performance pétale aux autres résidus de boucle semble ressortir : lorsque $\sigma_{intra} < \pi/2 \text{ rad rms}$ pour la longueur d'onde de l'ASO, un signal piston différentiel peut ressortir des résidus ; à l'inverse, si l'écart type des résidus est plus grand, la mesure des pistons différentiels est dominée par la confusion modale. La mesure se fait cependant toujours modulo λ et une autre solution doit être trouvée pour contourner cette ambiguïté.

Confusion in differential piston measurement with the pyramid wavefront sensor

A. Bertrou-Cantou¹, E. Gendron¹, G. Rousset¹, V. Deo², F. Ferreira¹, A. Sevin¹, and F. Vidal¹

¹ LESIA, Observatoire de Paris, Univ. PSL, CNRS, Sorbonne Univ., Université de Paris, 5 place Jules Janssen, 92195 Meudon, France e-mail: arielle.bertrou@obspm.fr

² National Astronomical Observatory of Japan, Subaru Telescope, 650 North A'ohoku Place, Hilo, HI 96720, U.S.A.

Received xxx / Accepted xxx

ABSTRACT

Context. The pyramid was proven to be a highly sensitive and versatile wave-front sensor (WFS) and has been selected to be installed on the single conjugate adaptive optics (AO) systems of the extremely large telescope (ELT). The pupil of the ELT is fragmented by the secondary support spider arms, which are larger than the spatial coherence length of the atmospheric turbulence. This causes a rupture of the incoming wavefront continuity, which means that we need to be able to measure the differential pistons across the spider arms to achieve full wavefront reconstruction.

Aims. We investigate the reaction of the modulated pyramid WFS to discontinuous aberrations in presence of phase residuals after AO compensation for a range of expected observing conditions at the location of the ELT. We then explore some parameters of the sensor in order to improve its sensitivity to the wavefront discontinuities, including optical gain compensation, specific sensor modulation paths, and the number of faces of the pyramidal prism.

Methods. We derived sensitivity loss and modal cross-talk strength coefficients around static post-AO residual phases using the COMPASS end-to-end AO simulation software. Moreover, extensive closed-loop AO simulations let us derive two wavefront error criteria that are appropriate for a fragmented pupil geometry. We used these to assess the wavefront reconstruction performance.

Results. We show that on the ELT, the pyramid experiences a drastic loss in sensitivity and also non-linear modal cross-talks. Added to the limited capture range, this makes it poorly suited for phase discontinuity measurements at visible wavelengths. The strategies we studied to increase the sensitivity and reduce the modal cross-talk provide an improvement of the reconstruction for low $D/r_0(\lambda_{WFS})$ values, that is, for a K-band pyramid. In presence of a large residual wavefront variance, however, a similar sensor in visible light fails to provide the necessary trade-off to measure both the continuous modes and the wavefront discontinuities.

Conclusions. The ELT instruments, designed with only visible-band pyramid WFSs, will not be able to perform a direct measurement of the wavefront discontinuities. They will have to rely on Kolmogorov statistics to restore the continuity of the atmospheric corrugated wavefront. If any other source of discontinuities arises on the ELT, instruments will need an additional, dedicated WFS.

Key words. astronomical instrumentation, methods and techniques – instrumentation: adaptive optics – telescopes

1. Introduction

The ability of adaptive optics (AO) to compensate for atmospheric distorted wavefronts and to enable a diffraction-limited beam (or close to it) is now demonstrated on every large ground-based optical telescope. This technology has matured rapidly over the past three decades, and the AO community is currently paving the way for the class of extremely large telescopes, ranging from 20 metres diameter and larger. Their preparation goes hand in hand with new challenges that must be addressed to ensure the effective operation of AO on sky. In the context of the Extremely Large Telescope (ELT, Tamai et al. 2016) of the European Southern Observatory (ESO), the fragmentation of the telescope pupil by the spider arms was identified as a major concern, with critical impacts on the overall AO performance. An adequate compensation of the wavefront will only be achieved depending on the capability of a given AO design to provide a cophased wavefront over the pupil fragments.

The ELT is equipped with a six-armed 51 cm wide spider to support its secondary mirror. While the arms provide the necessary structural stiffness, their width is larger than the spatial coherence length r_0 of the perturbed wavefront, which is typi-

cally 10-15 cm at 500 nm at the ELT site of Cerro Armazones. It results in a significant fragmentation of the optical pupil and in a break of the spatial continuity of the incoming wavefront phase.

Therefore the ELT consists of six fragments of equal areas delimited by the spider arms. We call the average phase value measured over a fragment a petal. The petal modes are to each piece of the pupil what the piston mode is to the full pupil. We call the petal difference between a pupil fragment a reference fragment the differential piston (ΔP). These degrees of freedom should be considered as modes (or linear combination of modes) to be sensed and compensated for as well as any other continuous mode. They will be part of the control space of the deformable mirror (DM) and should not be filtered out to reconstruct the full wavefront: simply think of astigmatism, a continuous mode that comes with built-in petals, that is, has a non-zero average value on given fragments of the pupil.

On the other hand, the deformable mirror installed in the telescope unit is composed of six independent adaptive shells that follow the fragmented pupil geometry. The wavefront shape arising from the action of a single actuator, that is, the influence function (IF), is defined within each sub-DM shell only and is cropped at the spider level: an actuator at an edge of a spider

does not affect the wavefront at the other edge, meaning that each sub-DM can produce a pure petal mode.

The ELT can be seen as an array of six sub-telescopes that need to be co-phased at the AO loop frequency with a suitable wavefront sensor (WFS) in order to compensate for the atmospheric ΔP and to work as a single telescope with a diameter of 38.5 metres. Then, a full reconstruction of the wavefront including the phase steps across these spider gaps is an absolute prerequisite to ensure that the telescope can deliver its full scientific benefits.

The pyramid wavefront sensor (P-WFS) is currently turning into the preferred design for post-2020 AO systems. It was introduced by Ragazzoni (1996), and the AO community became interested in it for its high sensitivity and versatility compared to Shack-Hartmanns and pushed it forward, making it a first-choice candidate in the context of extremely large telescopes despite its non-linear properties (Vérinaud 2004, Burvall et al. 2006, Esposito et al. 2000b).

The P-WFS was studied and considered as a phasing sensor in the laboratory (Esposito et al. 2000a) and on-sky for the ELT segment co-phasing (Pinna et al. 2008) as well as for differential piston measurement in stellar interferometry at the Large Binocular Telescope (Vérinaud & Esposito 2002). However, the ability to sense the phase steps across the spider arms at AO loop frequency and under the closed-loop AO residuals encountered at ELT is now being severely questioned. The two first-light instrument HARMONI (Thatte et al. 2021) and MICADO (Davies et al. 2018) single-conjugate AO (SCAO) modes (Sauvage et al. 2018, Clénet et al. 2018) highlighted miscorrections of the petal modes when a P-WFS was used at visible wavelengths, causing the so-called island effect, which is an amplification of the petal mode error and strongly affects the imaging quality of the scientific path (Schwartz et al. 2018, Bertrou-Cantou et al. 2019). For instance, the expected Strehl ratio (SR) for a continuous pupil and a Fried parameter of $r_0(500\text{nm}) = 12.8\text{ cm}$ is 82 % in K band on the ELT, but it drops down to about 20 % in presence of the island effect.

To cope with this effect, suggested solutions rely on the continuity of turbulence-induced wavefronts. We can cite the pairing method, which consists of coupling the actuators facing each other at either edge of the spiders and enforce them to take the same position (Schwartz et al. 2018). Along the same line of preventing discontinuities at the spider level, a modal basis was introduced in Bertrou-Cantou et al. (2020), enabling us to reach 78 % of K-band SR in the same previous conditions. We can also mention the minimum mean-squares error (MMSE) reconstructor proposed in Hutterer et al. (2018) and in Bertrou-Cantou et al. (2019), which uses the assumption of Kolmogorov laws of turbulence as a prior to infer the best estimated petals to compensate for the DM.

Nevertheless, these algorithmic solutions have several drawbacks. They are only valid under the assumptions of atmospherically induced wavefronts and no longer hold for other sources of errors, such as the low-wind effect (LWE, Milli et al. 2018), thermo-mechanical drifts of the DM shells, and primary-mirror segment misphasing. Moreover, the continuity hypothesis encounters limitations in poor atmospheric conditions (typically above 1 arcsec seeing) because the phase amplitudes across the spider gaps increase with the seeing. Some authors therefore deem a physical optical measurement of petals to be more reliable: focal-plane wavefront-sensing techniques are currently studied for 8-metre class telescopes to deal with LWE (N'Diaye, M. et al. 2018, Vievard et al. 2019). Moreover, unlike the results of MICADO and HARMONI, Hippler et al. (2019) reported a

perfect correction of petal modes using a pyramid sensor operated in K band in the frame of the study of the METIS instrument. METIS was the first-light mid- to thermal infrared spectro-imager for the ELT (Brandl et al. 2018). This result gives some hope for the sensing capabilities of differential pistons by a pyramid sensor.

The aim of this paper is twofold. First, we investigate under which conditions the P-WFS still has the ability to sense the petal modes in addition to the residual phase distortions. Second, we aim to understand the process of petal divergence in the wavefront reconstruction that causes the island effect and to identify strategies and observation regimes that minimise this effect.

These two aspects are studied at the ELT scale using the end-to-end simulation software COMPASS (Ferreira et al. 2018), which we detail in Sect. 2. We study in Sect. 3 the response of the P-WFS to petal modes in a diffraction-limited regime and the variation of this response with closed-loop AO residuals. In Sect. 4 we further study the pyramid non-linearity and instabilities in the particular case of fragmented pupils, and we highlight limitations that go beyond the classical framework of pyramid non-linearity compensation. Sect. 5 investigates possible strategies to enhance the pyramid sensitivity to petals: we explore non-circular modulation patterns and perform simulations for an extensive range of $D/r_0(\lambda_{\text{WFS}})$ ratios covering visible and infrared wavelengths for wavefront sensing at ELT. Finally, we discuss limitations and perspectives of our simulation results in Sect. 6.

2. AO simulation environment

2.1. Simulation conditions

Running simulations in ELT-like conditions requires a powerful and efficient AO simulation platform, for which COMPASS has been developed (Ferreira et al. 2018). This end-to-end simulation tool allows us to perform numerical simulations with the set-up and conditions summarised in Table 1.

The telescope pupil is a dodecagonal mirror with a diameter of 38.5 metres made of 798 hexagonal joined segments, with a secondary mirror obstruction with a diameter of 11.1 metres. These diameter definitions stand for an unvignetted beam with a 10' field of view (Dierickx & McPherson 2012). We assume that the segments are perfectly co-phased and contiguous so that their assembly acts as a monolithic primary mirror. The spider supporting the secondary mirror has six arms of 51 cm thickness. In this paper, the results are obtained considering the primary mirror as defined by ESO and the spider as the pupil.

The total number of actuators of the DM is 5352, which yields 892 actuators in each shell. The projected DM size onto the pupil plane is larger than the pupil: four rows of actuators can extend the wavefront correction beyond the clear on-axis aperture. For this reason, we introduce the notion of active actuators in Appendix A. They are the DM degrees of freedom.

The DM actuators follow a triangular pattern with 54 cm pitch in the primary pupil plane (Jochum et al. 2008). We configured COMPASS to use a custom-defined DM IF, provided to us by ESO. These were obtained from a mechanical finite-element analysis of the DM shell and were re-sampled for the purpose of AO simulations. IFs are designed with null coupling: while the extent of the IF is larger than one DM pitch, its value at the location of any other actuator is zero. Moreover, their combination allows a perfectly flat, pure petal mode to be generated because they originate from the deformation of a flat, free-floating plate. This important property would not be met using a linear combination of identical theoretical Gaussian IFs, which is a classical

approximation that is often proposed in AO simulation software packages. In this case, a least-squares approximation of petal modes would indeed generate some significant ringing near the edges. This ringing is measured by the P-WFS as the signature of the petal mode, which in turn completely biases the study. It is therefore important to feature those very specific DM influence functions. The shape of one of the six ELT pupil fragments and the DM actuators layout is presented in Fig. A.1

The WFS is a four-sided pyramid that operates in the visible around 700 nm and samples the pupil with 95×95 sub-apertures (detector pixels), that is, a 40 cm pitch projected in the primary mirror plane. It operates with a typical modulation of $3 \frac{\lambda}{D}$ in the range identified to provide a reasonable performance trade-off at all magnitudes for the MICADO SCAO design (Vidal et al. 2017).

P-WFS output measurements are defined in the “full pixel” approach: normalised pixel values that lie within the four pupil images. A reference value is subtracted to obtain a null signal for a null incoming phase. This global measurement approach is inherited from Deo et al. (2018) and proved to provide identical or better end-to-end performance than the original P-WFS “slopes map” control. Pixels that lie underneath the spiders’ shadow have been kept in the measurement computation as they bear specific importance in the sensing of differential pistons (Vérinaud & Esposito 2002). We use the term “slopes” to refer to the pixel measurements for the sake of AO naming conventions.

A single-layer turbulence is generated from von Kármán statistics, with r_0 values ranging from 7.6 cm to 76 cm, expressed at 500 nm, and the outer scale is $L_0 = 25$ m. The pupil-plane sampling of the simulation is taken as the smallest power of 2, yielding at least 3 pixels per r_0 .

The AO loop runs without latency, meaning that the correction is applied on the DM during the frame immediately following the measurement. Data transfer, computation, and DM rise time are not considered.

2.2. Modal basis compatible with the study of pupil fragmentation

To investigate the properties of the P-WFS response to petal modes, we first need to introduce an appropriate modal basis $\mathbf{B}_{\text{petal}}$ that explicitly expresses petal modes to specifically address and characterise their properties. This basis is orthogonal in the DM command space to ensure that the confusion between the modes we study reflects a confusion in the P-WFS measurements and not from the command space. Plus, it is orthogonal to pure global piston, a mode which does not add phase information and to which the P-WFS is blind.

To do so, we computed six modal basis defined over each shell of the DM, following the process of modal basis computation over the active actuators and then extending the modes to the passive ones, as described in the Appendices A, B, and C. The concatenation of the six bases defined per shell provided a single basis (see Fig. 1) expressing the six petal modes $\phi_{i < 6}$ and modes orthogonal to them, referred to as intra-petal modes and noted $\phi_{i \geq 6}$. The petal modes are defined as

$$\phi_i(x, y) = \begin{cases} 1 \text{ rad} & \text{if } (x, y) \in i^{\text{th}} \text{ fragment} \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}, \quad (1)$$

with (x, y) being the pupil coordinates and i the index of the six DM shells. The intra-petal modes are normalised in terms of phase and ordered by increasing spatial frequency. This gives a basis that is not orthogonal to pure global piston, but of which

Table 1. Configuration used for the COMPASS AO simulations.

Simulation configuration	
Pupil	ELT pupil ^(a) Monolithic primary mirror six-armed 51 cm-thick spider Central obstruction 11.1 m
Turbulence	Single ground layer $r_0 = \{7.6 \text{ to } 76.0\}$ cm at 500 nm Outer scale $L_0 = 25$ m Wind speed $ v = 10 \text{ m.s}^{-1}$
DM	5352 actuators for the 6 shells ^(b) Triangular pattern per shell 54 cm pitch ESO provided influence functions ^(c) Null coupling between actuators
P-WFS	$r_{\text{mod}} = 3 \frac{\lambda}{D}$ $\lambda_{\text{WFS}} = 700$ nm 95 \times 95 sub-apertures No noise (photon and read-out)
Target	$\lambda_{\text{tar}} = 1100$ nm On-axis star
Controller	Loop rate 500 Hz No latency (except integration and hold) Linear modal integrator

Notes. ^(a) - Dierickx & McPherson (2012) ^(b) - Jochum et al. (2008) ^(c) - Bonnet (2019)

petal modes are explicit orthogonal members. We can filter the first mode ϕ_0 from the basis because it can be expressed as a linear combination of the five others ϕ_{1-5} and the global piston mode. However, we kept track of this mode in the simulations because it is further used as reference in Eq. 11 and is necessary to infer the petal error in Eq. 17. This modal basis is used in Sect. 4 for the sole purpose of investigating the pyramid response to ΔP . Unless otherwise stated, the expressions using the ϕ_i and their resultants stand for the petal basis $\mathbf{B}_{\text{petal}}$.

In Sect. 5 we report the results we obtained with closed AO loops. For convenience, we make use of a second modal basis that was directly computed over the active actuators of the overall DM (Appendix B). Once again, we follow the process detailed in Appendix C. The modes defined over the full DM (not the DM shells) are shown in Fig. C.1.

3. Differential piston measurement with the P-WFS

In this section, we investigate the P-WFS response to differential pistons during calibration and during operation. Calibration refers to a measurement done at the diffraction limit while the measurement in operation is done around phase residuals left by the AO system and specific to the seeing conditions.

3.1. Calibration

3.1.1. Interaction matrix

The calibration of the interaction matrix \mathbf{D} aims to characterise the linear part of the WFS response to each modal degree of freedom of the DM, usually for small variations around a flat wavefront at diffraction ϕ_{cal} . It characterises the linear relation between each mode of the DM ϕ_i and the WFS response, that is, the measurement vector s . To stay within the linear range of the

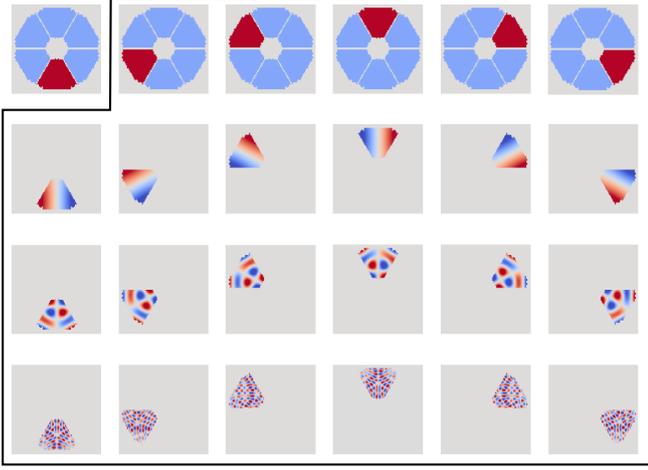


Fig. 1. Modes of the basis $\mathbf{B}_{\text{petal}}$ used in Sect. 4: Six petal modes, and a few intra-petal modes. The modes are displayed over the primary mirror pupil. The modes enclosed in black are used to characterise the sensing properties of the P-WFS.

pyramid, we applied small positive and negative pokes of amplitudes ϵ for each mode of the basis. The calibrated interaction matrix is thus defined using

$$\mathbf{D}_{\text{cal}} = \left\{ \frac{s(\epsilon\phi_i + \phi_{\text{cal}}) - s(-\epsilon\phi_i + \phi_{\text{cal}})}{2\epsilon} \right\}_{0 \leq i \leq N}. \quad (2)$$

From a singular-value decomposition, it stands out that the five weakest eigenvectors of \mathbf{D}_{cal} form a subspace mostly made of a combination of petal modes (see Fig. 2). This means that petal modes are poorly sensed and that the P-WFS measurements bear little petal-sensing information.

The modal reconstructor $\mathbf{D}_{\text{cal}}^\dagger$ is obtained using the pseudo-inverse of the matrix \mathbf{D}_{cal} ,

$$\mathbf{D}_{\text{cal}}^\dagger = (\mathbf{D}_{\text{cal}}^T \mathbf{D}_{\text{cal}})^{-1} \mathbf{D}_{\text{cal}}^T. \quad (3)$$

The inversion is conditioned to preserve all degrees of freedom, including the five weak modes presented in Fig. 2, and such that the product of the modal reconstructor and the interaction matrix gives an identity matrix,

$$\mathbf{D}_{\text{cal}}^\dagger \mathbf{D}_{\text{cal}} = \text{Id}. \quad (4)$$

The modal decomposition of WFS measurements for an incoming phase in operation ϕ_{op} is contained in the expansion coefficients of the vector \mathbf{a} . It is derived from the pyramid measurement vector \mathbf{s} using the equation

$$\mathbf{a}(\phi_{\text{op}}) = \mathbf{D}_{\text{cal}}^\dagger \mathbf{s}(\phi_{\text{op}}). \quad (5)$$

Finally, the estimated phase applied on the DM is the sum of all the basis modes ϕ_i ,

$$\phi_{\text{est}}(x, y) = \sum a_i \phi_i(x, y). \quad (6)$$



Fig. 2. Last eigenvectors of the interaction matrix: they are dominated by petal modes.

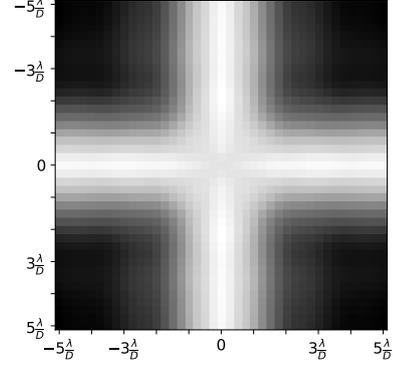


Fig. 3. Sum of the P-WFS sensitivity maps to each petal mode with respect to the position of the incoming beam. The highest-sensitivity light areas are found at the vertex and edges of the pyramid.

3.1.2. Sensitivity

The modal sensitivity of the P-WFS to a mode ϕ_i is the Euclidean norm of the pyramid response \mathbf{s} to this mode,

$$\text{sensitivity}(\phi_i) = \|\mathbf{s}(\phi_i)\|. \quad (7)$$

In Fig. 3 we show a detailed map in which each pixels shows the sensitivity of the pyramid to petal modes for a non-modulated diffraction-limited beam centred at that pixel location in the pyramid focal plane. We summed the Euclidean norm of the P-WFS response of the six modes for any pixel, that is, any beam position covering $-5 \frac{\lambda}{D}$ to $5 \frac{\lambda}{D}$ of the pyramid mask in the x-axis and y-axis directions. The white cross is aligned with the pyramid edges: a good sensitivity to the petals is found in the diffractive region of the pyramid, within up to $1 \frac{\lambda}{D}$ from the pyramid vertex and edges. The aberrated point spread function in this region is split and creates an interference signal below the spiders in the four pupils in the sensor plane. A small modulation radius (or no modulation) or a phase mask with a high number of diffractive elements (edges) will then be beneficial to sense these modes. These parameters are explored in Section 5.

3.1.3. Dynamic range

The algebra behind the computation of the modal reconstruction matrix $\mathbf{D}_{\text{cal}}^\dagger$ assumes the linearity of the WFS. However, the P-WFS exhibits a linear behaviour only around low phase values, and it is known to enter a saturation regime for higher values. This saturation starts to show up in orange on Fig. 4 for the mode ϕ_{100} , orthogonal to petals, where the solid line depicts the reconstruction around the calibration regime ϕ_{cal} . The extent of the dynamic range in which the linearity assumption is met certainly depends on the modulation value and on the spatial frequency of the mode. This type of behaviour applies to all modes except petal modes, which are exempt from the rule.

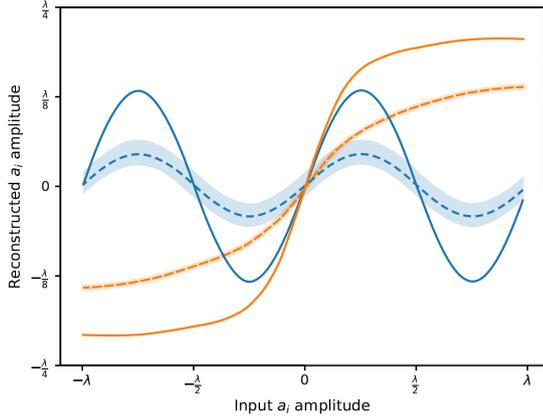


Fig. 4. Pyramid response to a petal mode ϕ_1 (blue) and to a mode orthogonal to petals ϕ_{100} (orange) around calibration (plain line) and during operation (dashed line), i.e. around a residual wavefront ϕ_{intra} free of ΔP and obtained with a closed-loop system with $r_0 = 12.8$ cm at 500 nm. The response in operation is an average over ten independent residual wavefronts with a shaded $\pm 1 \sigma$ error bar.

In contrast, the pyramid response for the petal mode ϕ_1 , plotted as the solid blue line, differs from the general case: It is sinusoidal with a period of λ . The reconstruction is then limited by the sensing wavelength and only provides meaningful results in the range of $]-\frac{\lambda}{2}, \frac{\lambda}{2}[$. The behaviour in the range $[\frac{\lambda}{2}, \lambda[$ will favor the divergence of the servo loop. Hence, the P-WFS is inherently blind to the divergence of petal modes, as it reduces to an interferometric sensor subject to phase wrapping in that case (Esposito et al. 2000a). This interferometric interpretation is also expected to provide meaningful insights for broadband sensors beyond what we simulated for this work.

3.2. Impact of AO residuals

3.2.1. Residual phase description

The main characteristics of the AO system are its loop frequency and the number of actuators, which define its spatial and temporal compensation bandwidths, respectively. Phase perturbations evolving beyond these limits are left uncompensated for by the system. Additional errors add upon these, such as noise, wavefront sensing errors and reconstruction errors, and petal divergence. This results in an imperfect correction of the corrugated phase, leaving AO loop residuals in the WFS and scientific paths. COMPASS simulations allow us to compute these residual wavefronts.

A typical example of such a residual phase ϕ_{op} found in operation is shown in Fig. 5, with the associated point spread function (PSF) computed at 1100 nm. Each AO error term present in ϕ_{op} is visible there: the smallest-scale structures are due to the AO fitting error term ϕ_{fitting} , which is orthogonal to the DM space. Lower-order patterns that can be distinguished inside each pupil fragment are modal residuals $\phi_{i \geq 6}$ lying within the DM space (most likely temporal errors). We combine the fitting and modal residual errors under the same term intra-petal residuals, which we note

$$\phi_{\text{intra}} = \phi_{\text{fitting}} + \sum_{i \geq 6} a_i \phi_i. \quad (8)$$

Finally, the most visually striking effect in Fig. 5 is the petal mode residuals $\phi_{i < 6}$. The residual wavefront is characterised by

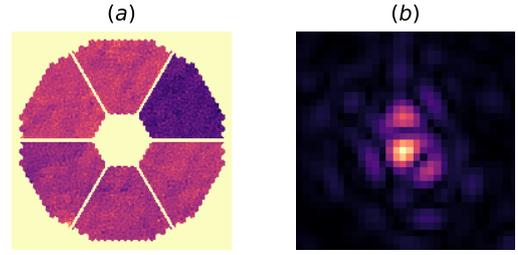


Fig. 5. **Left** Simulated residual wavefront error over the primary mirror. **Right** PSF in presence of the island effect, obtained with a Fried parameter of $r_0(500 \text{ nm}) = 12.8$ cm and a pyramid in the visible wavelength. The island effect clearly appears and the SR is 28 % at 1100 nm, compared with 50 % without the island effect.

phase steps delimited by the spider arms. These differential pistons lead to the secondary PSF protuberances at $\sim 2 \lambda/D$ of the central core of the observed PSF. Finally, we write the residual phase in operation as the sum of these two contributors,

$$\phi_{\text{op}} = \phi_{\text{intra}} + \sum_{i < 6} a_i \phi_i. \quad (9)$$

3.2.2. Pyramid response in operation

We continue the analysis started in Sect. 3.1.3 of the pyramid response to an increasing petal mode amplitude in a diffraction-limited regime, and we extend it in this section to the regime with intra-petal residuals ϕ_{intra} . The reconstruction of the petal mode ϕ_1 in this operating regime is shown by the dashed blue line in Fig. 4. The residual phase ϕ_{intra} used to compute Fig. 4 was obtained in closed loop with the P-WFS and a seeing of 0.8 arcsec. The mean value and 1σ error bar were obtained using ten independent draws of the residual phases. The P-WFS response variation between the diffraction limit and 0.8 arcsec data is characterised by two major effects. First, there is a significant loss in sensitivity compared to the response around a null phase ϕ_{cal} , which is the expected P-WFS optical gain effect (e.g., Deo et al. 2019): The response is scaled with a coefficient α . This sensitivity loss is also observed to a lesser extent for mode ϕ_{100} (dashed orange line).

The second response variation is more surprising: An additive offset β appears over the reconstructed petal mode amplitude. This bias is independent of the amplitude of the input petal mode, it is constant for a given draw of ϕ_{intra} , and specific to it. The effect of β is visible in Fig. 4 through the $\pm 1 \sigma$ error bars (shaded area) that reflect its variations over the 10 ϕ_{intra} draws. This observation is also valid for other intra-petal modes, but the variance of β is so small that it becomes negligible compared to all other errors.

The two effects can be summarised in the following equation, which is valid for $i < 6$:

$$a_i(\phi_{\text{intra}}) = \alpha_i (a_i(\phi_{\text{cal}}) + \beta_i). \quad (10)$$

The pyramid provides spurious petal measurements under realistic operating conditions. This issue is further investigated in the following section, where we clarify the properties of α_i and β_i .

3.2.3. Instabilities of the differential piston.

We just showed the peculiar pyramid response to petal modes around static residual phases. We now study the way in which

the AO loop dynamically accumulates errors on the petal modes in detail by observing their temporal evolution. The value of a petal mode coefficient a_i taken alone does not show any specific information: a_i has no meaning when it is not compared to its neighbours. Moreover, keeping the overall piston to be null over the entire pupil pulls all the petals in one direction when one of them is pushed in the other by any unexpected drift. As a consequence, the value of a single petal results as much from its own controlled value as from maintaining their global average $\frac{1}{6} \sum_{i<6} a_i$ to zero.

Conversely, from a physical standpoint, only the value of the difference between petals is meaningful and provides clues about how the pyramid and the AO loop are holding the petals in place. The relevant information is contained in the steps between neighboring petals, as these discontinuities across the spider are what triggers the pyramid signal related to petal modes. We define here the differential piston ΔP between petals as the difference between five petal modes and the first one, which we take as reference,

$$\Delta P_i = a_i - a_0. \quad (11)$$

In Fig. 6 we show the time evolution of ΔP fluctuations expressed in units of λ_{WFS} in four different seeing conditions (from top to bottom: $r_0(500 \text{ nm}) = 21.5, 16.3, 12.8$ and 8.9 cm) for a closed AO loop with the P-WFS and a loop frequency of 500 Hz. There are five curves that are sometimes superimposed. For good seeing conditions, we observe that the ΔP values tend to stabilise around steps that are multiple of λ_{WFS} , and as the r_0 decreases (16.3 cm), the transition rate between steps increases. At smaller r_0 (8.9 cm), transitions become so frequent that we observe only random fluctuations of ΔP with large amplitudes, while the accumulation points around λ_{WFS} disappear.

We then face at least two issues. The first is the petal invisibility related to the interferometric phase wrapping of λ_{WFS} . This fundamental physical effect cannot be avoided. A natural consequence of the periodicity of the petal response is to pull the control towards any integer multiple of waves, possibly away from the null optical path difference. The second is the invisibility of the petals due to the loss in sensitivity and the bias β that is generated by the pyramid and is related to poor seeing and a low-Strehl regime.

While the problematic of λ_{WFS} steps can be addressed using multi-wavelength sensing or a wavefront continuity hypothesis (see the discussions in Sect. 6), the source of random fluctuations and instabilities of the ΔP is the problem we study in the next section.

4. Compensation of residual-induced sensor properties

We here investigate the changes in the petal-mode sensing properties when in presence of large variance of AO residuals. We report difficulties in overcoming the sensitivity loss that is undergone by a $3\frac{\lambda}{D}$ modulated P-WFS.

4.1. Calibration-to-operation transfer matrix T

The interaction matrix obtained in operation in presence of AO loop residuals \mathbf{D}_{op} differs from the calibrated one \mathbf{D}_{cal} . The reconstruction identity of Eq. 4 therefore no longer holds (Korkiakoski et al. 2007). In operation, we introduce a transfer matrix T , defined as

$$\mathbf{D}_{\text{cal}}^\dagger \mathbf{D}_{\text{op}} = T. \quad (12)$$

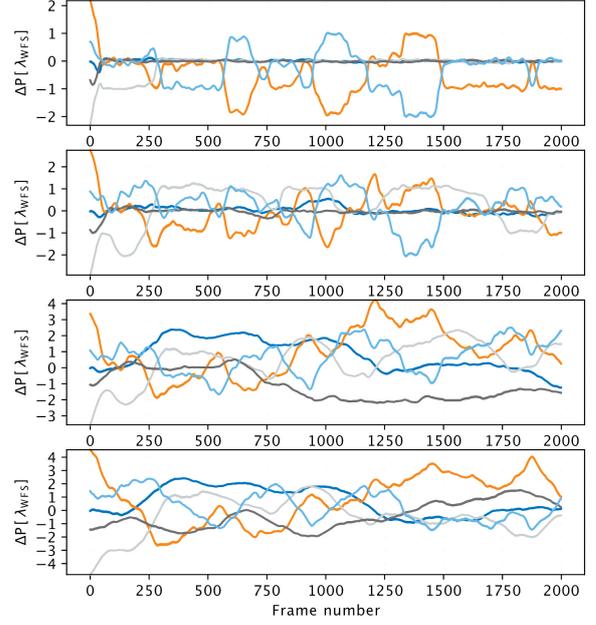


Fig. 6. Differential pistons fluctuations vs. AO frame number (frame 0 for loop closure and frame 2000 after 4 seconds) with, from top to bottom, $r_0(500 \text{ nm}) = 21.5, 16.3, 12.8,$ and 8.9 cm .

The calibrated reconstruction matrix $\mathbf{D}_{\text{cal}}^\dagger$ should then be updated to a modal reconstructor that is valid in operation $\mathbf{D}_{\text{op}}^\dagger$, derived from a linear approximation, through the sole inversion of the diagonal of T , denoted T_{diag} ,

$$\mathbf{D}_{\text{op}}^\dagger = T_{\text{diag}}^{-1} \mathbf{D}_{\text{cal}}^\dagger. \quad (13)$$

The diagonal elements of T_{diag}^{-1} are often referred to as modal optical gains (OG) in the literature. Different techniques have been proposed to retrieve this transfer matrix on sky and were validated for a continuous optical pupil (Deo et al. 2019, Chambouleyron et al. 2020). They assumed that T is a diagonally dominant matrix, with coefficients lying between 0 and 1, as the consequence of a loss of modal sensitivity due to the presence of a non-null residual phase. The calibration-to-operation transfer matrix is also known to remain stable for a given seeing, that is, for an ensemble of residual phases that can be characterised with a common phase structure function $\mathcal{D}_\phi(r_0)$.

We here analyse results of simulations for an ELT case including the fragmented pupil and DM geometry. For various Fried parameters r_0 , we compute interaction matrices \mathbf{D}_{op} around ten intra-petal uncorrelated residual wavefronts ϕ_{intra} . The knowledge of the calibrated modal reconstructor $\mathbf{D}_{\text{cal}}^\dagger$ enables us to derive a set of transfer matrices T using Eq. 12, which we use to characterise the modal sensitivity loss and the modal entanglement at each seeing.

4.2. Sensitivity loss

The diagonal coefficients of T provide the modal sensitivity loss coefficients $\{\alpha_i = t_{(i,i)}\}$ (Deo et al. 2019). Figure 7 shows these coefficients for all modes and at different seeing conditions. The sensitivity reduction encountered by the petal modes is located

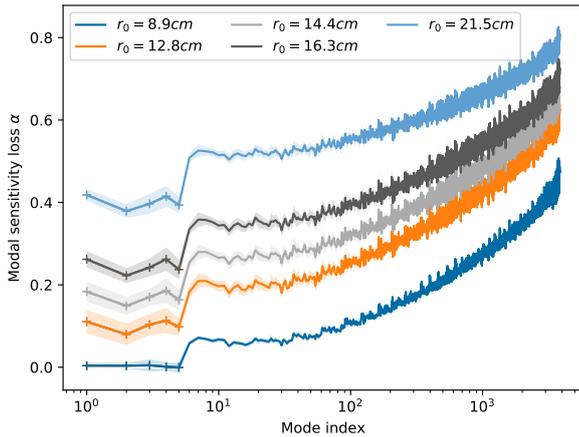


Fig. 7. Sensitivity loss coefficients α for seeing conditions ranging from $r_0 = 8.9$ cm to $r_0 = 21.5$ cm. They are computed as an average of ten independent realisations of residual wavefronts with shaded areas of $\pm 1\sigma$. The first five modes with cross markers denote the petal modes.

in the first five points of these curves. Compared to the $\phi_{i \geq 6}$, they undergo a drastic loss in sensitivity in presence of AO loop residuals, especially considering poor to median seeing conditions. The case of poor seeing conditions especially deserves attention as the petal-mode sensitivity drops to zero. The correcting factor to compensate for the modal sensitivity loss is usually computed as $1/\alpha_i$. However, at $r_0(500 \text{ nm}) = 8.9$ cm, the null sensitivity to the petals implies that it is impossible to mathematically retrieve some signal. Moreover, no temporal averaging of the slope measurements will help because no signal footprint will sum up.

We also note that the α_i coefficients vary from one petal to the next because there are preferred sensing directions depending on the alignment of the spider arms with respect to the four edges of the pyramid and the sensor pixel matrix. These petal discrepancies would be evened out by applying a $\frac{\pi}{12}$ rad rotation of the telescope pupil and DM with respect to the P-WFS edges.

4.3. Stability of compensation coefficients

The reduction in sensitivity at a given turbulence amplitude is subject to large variations, which are seen in the 1σ error bars in Fig. 7. We quantify the stability as the ratio between the mean value and the standard deviation of the α_i coefficients, computed over the ten considered residual phase realisations,

$$\text{stability}(\phi_i) = \frac{\mu(\alpha_i)}{\sigma(\alpha_i)}. \quad (14)$$

Table 2 summarises the mean stability for petal and intra-petal modes at different seeing conditions. For example, for a 0.8 arcsec seeing, the stability of $\alpha_{i < 6}$ is very poor, lower than 2.8. The sensitivity loss α_i does not only depend on the structure function of the residual phases $\mathcal{D}_\phi(r_0)$, but is also subject to stochastic fluctuations. Thus, the OG coefficients are always over- or underestimated: This leads to instabilities in the correction loop.

4.4. Modal entanglement

Figure 8 shows the coefficients of a line of \mathbf{T} for a petal mode ϕ_3 (top) and for an intra-petal mode ϕ_{100} (bottom) at a seeing

Table 2. Stability μ/σ of sensitivity loss coefficients for petal modes and intra-petal modes.

r_0 @ 500 nm (cm)	21.5	16.6	14.4	12.8	8.9
Petal modes	12.5	7.0	4.8	2.8	≈ 0
Intra modes	59	42	37	34	26

of 0.8 arcsec. It highlights that the off-diagonal coefficients $t_{(3,j)}$ spread over all modes, with values of the same order of magnitude than the diagonal value $t_{(3,3)}$. This situation is drastically different for the 100th mode, where a clear diagonal coefficient appears distinctly from the others. As well as the sensitivity loss, α_i is given by the diagonal of \mathbf{T} , we introduce c_i coefficients to characterise the strength of the cross-talk between modes when operating on-sky and defined by the off diagonal coefficients of the transfer matrix. For mode i , we have

$$c_i = \sqrt{\sum_{j \neq i} \left| \frac{t_{i,j}}{t_{i,i}} \right|^2}. \quad (15)$$

The c_i coefficients are shown in Fig. 9. The behaviour difference between the coefficients of the petal modes and those of the other modes is striking. They are about ten times larger for the petal modes than the others. The cross-talk strength increases with the residual amplitude: the smaller r_0 , the denser the transfer matrix \mathbf{T} , and the larger the P-WFS non-linearity.

In Section 3 we introduced the concept of a bias β found in the estimated phase and reflecting the fictitious ΔP measurement introduced by the P-WFS, even when no petal residuals are present in the incoming phase. This bias originates from the presence of modal cross-talk between petal modes and the AO loop residuals at the location of the ΔP signature. The latter is weak and concentrated in the shaded area below the spider arms, which means that it is encoded with only a few pixels and is easily corrupted by other signals. We note that we here only account for the modal cross-talk belonging to the DM frequencies, but the higher frequencies of the fitting error term also contribute to β . Hence, we cannot retrieve the true generated bias by only analysing the P-WFS modal response: the knowledge of this bias β relies on the knowledge of the off-diagonal coefficients of \mathbf{T} , weighted by the spectra of the modal residuals, and on the bias induced by the fitting error term. As the off-diagonal coefficients of \mathbf{T} are approximately uniform at all frequencies, and as the spatial power spectra of the residuals are mainly composed of low-order aberrations, we expect the latter to have more weight in this phenomenon. Finally, we add that we encountered the same instabilities as with the diagonal elements when we considered the off-diagonal coefficients of \mathbf{T} from one residual phase to the next.

4.5. Conclusions for the use of optical gain compensation in a fragmented-pupil geometry

To overcome sensitivity reduction, the use of scalar-based, OG compensation techniques is already widely studied. However, we highlight that fragmented pupils deserve a special amendment to these frameworks. For the petal modes, we show that the sensitivity is dramatically reduced, by up to about 10^{-3} for poor seeing conditions (seeing > 1 arcsec). Petals belong to the invisible modes space of the P-WFS, and their measurement is completely dominated by the cross talk between petals and intra-petal residuals. For median to good seeing conditions (seeing < 1 arcsec), the sensitivity to petals can be compensated

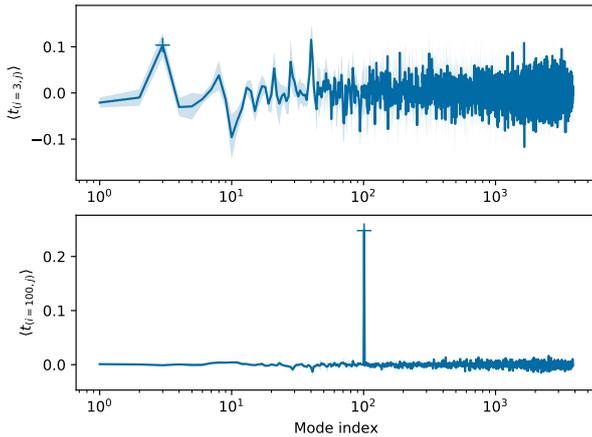


Fig. 8. Coefficients $t_{i,j}$ of a line i of the operation-to-calibration transfer matrix T at a seeing of $r_0(500 \text{ nm}) = 12.8 \text{ cm}$. **Top** For the third petal mode. **Bottom** For an intra-petal mode with index 100. The cross markers show the diagonal coefficients. Shaded areas indicate the $\pm 1\sigma$ error bars.

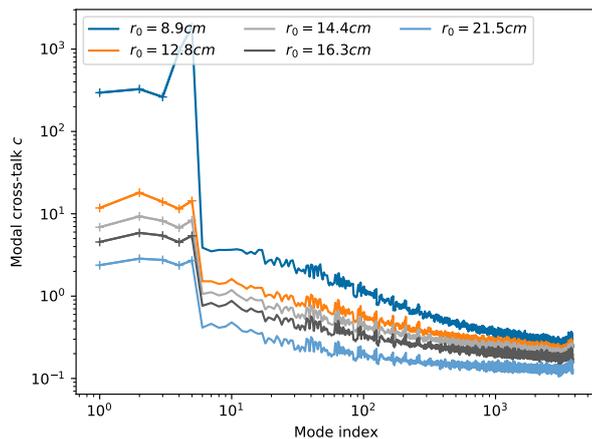


Fig. 9. Modal cross-coupling coefficients c_i for seeing conditions ranging from $r_0(500 \text{ nm}) = 8.9 \text{ cm}$ to 21.5 cm . They are computed as an average of ten independent realisations of residual wavefronts. The first five modes with cross markers denote the petal modes.

with modal gain compensation. However, this compensation will suffer from significant under- and overestimation because part of the sensitivity loss is driven by large stochastic fluctuations and does not only depend on the structure function of the residual phases $\mathcal{D}_\phi(r_0)$. Finally, the transfer matrix T is dense: for petal modes, the off-diagonal coefficients are not negligible. This modal cross-talk impacts the measurement and introduces a bias β . At a given seeing, this bias follows a normal distribution with null expected value. The poorer the seeing, the larger the variance of β : This error will mainly affect seeing conditions where the P-WFS is already little sensitive to petal modes. The erroneous measurement due to β adds up to the phase-wrapping petal invisibility, and in these conditions, the petal modes can become out of control.

Altogether, this makes the OG compensation for petal modes a critical but likely impossible issue. The constraints we described that are specific to ΔP do not hold within the hypoth-

esis underlying the current proposed solutions for tracking P-WFS operating changes (Chambouleyron et al. 2020, Deo et al. 2021). First, the density of T is always neglected by the OG trackers, which simply proceed to a linear scaling of the modal reconstruction. Then, the instabilities of the diagonal coefficients will not be accurately depicted. Finally, the measured OG to be applied to petals are infinite in harsh atmospheric conditions, meaning that the transfer matrix T is ill-conditioned. Because of this ill-conditioning, we note that a "good" modal basis for AO control should not explicitly contain petal modes. This issue will, however, feed through to the gains that are applied to the modes on which the petals are projected (basically all the modes and especially the lower ones, where the use of OG compensation is the most critical). Because we considered only five modes with respect to about 4000 modes, however, the non-orthogonality of T in presence of large AO residuals is weak.

5. Sensitivity-enhancement strategies

In this section, we explore different strategies to increase the ΔP sensitivity with the P-WFS, first using OG compensation to minimise the intra-petal residuals, then using different modulation paths, and finally, we investigate the possibility of increasing the number of edges of the pyramid. We show closed-loop results with a wide range of $\frac{D}{r_0}$ such that any instrument at the ELT, from visible to infrared P-WFS, may relate to the results we present.

5.1. Simulation details of the seeing conditions

We operated simulations with atmospheric conditions ranging from 7.6 cm to 76 cm Fried parameter expressed at 500 nm, noted $r_0(500 \text{ nm})$. The simulations were performed with a sensor working at a visible sensing wavelength $\lambda_{\text{WFS}} = 700 \text{ nm}$. The $D/r_0(\lambda_{\text{WFS}})$ is just noted D/r_0 for the sake of simplicity when expressed at this wavelength. These parameters map to a D/r_0 of 35 to 350 considering the ELT pupil diameter. Any ELT AO system can be related to our graphs using the r_0 value expressed at the sensor wavelength: For a typical $r_0(500 \text{ nm}) = 12.8 \text{ cm}$, we have $D/r_0 = 200$ in the visible band (MICADO and HARMONI cases) or $D/r_0(2200 \text{ nm}) = 50$ with a sensor in K band, such as for METIS. We obtained a statistical average by running five independent simulations with a length of 4 seconds: each of the five phase screens was a single atmospheric layer generated with a different seed of the random number generator. They evolved with a wind speed of $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, which renewed the phase screens within the telescope pupil every 4 seconds. To properly take the high spatial frequencies of the atmospheric turbulence into account, we sampled them with at least 3 pixels per r_0 . This severely impacts the simulation speed for poor seeings: A simulated iteration with a $3\frac{\lambda}{D}$ modulated PSF would typically run at 16 Hz for median D/r_0 values, compared with 4 Hz for the largest ones. This effort is mandatory, however, if meaningful results are expected.

The varying parameters we used in the different simulations are summarised in Table 3, where the use of "CLOSE" and "clover" is developed in the following sections.

5.2. Closed-loop performance criteria

In this section, we distinguish the petal-error contribution from the intra-petal residuals in the global performance. To do this,

Table 3. Summary of the simulation settings.

Gain Method	Modulation	Faces	Figure	comments
$g = 1$	$3 \frac{\lambda}{D}$	4	10	local wavefront divergence ^a
CLOSE	$3 \frac{\lambda}{D}$	4	10, 12, 14	-
CLOSE	$1 \frac{\lambda}{D}$	4	12	local wavefront divergence ^a
CLOSE	Clover	4	12	-
CLOSE	$3 \frac{\lambda}{D}$	6	14	-

Notes. ^(a) - local wavefront divergence stands for the divergence of actuators located at the edge of the pupil occurring at at $D/r_0(\lambda_{\text{WFS}}) = 350$.

the closed-loop residual phases were projected onto B_{petal} , giving the a_i coefficients of the phase as defined in Eq. 5 and giving the possibility of defining two performance criteria.

First, we assessed the ability of the pyramid to sense petal modes regardless of the λ_{WFS} wrapping, which is a physical limitation inherent to any sensor. As stated in Sect. 3, the value of a petal taken alone has no physical meaning, but their differences with one another is relevant and is tied to the imaging quality. We defined a criterion for the petal error that relies on the expression of the SR expressed at the sensing wavelength as it provides results that are independent from the modulo λ_{WFS} wrapping. The effect of piston errors has been subject to numerous studies in the context of telescope segmentation and multi-aperture interferometry. The analytical expression of the SR for a fragmented pupil is derived from Chanan & Troy (1999) and Yaitskova et al. (2003). We applied it for a six-petal geometry,

$$\text{SR}_P = \frac{1}{36} \sum_{i<6} \sum_{j<6} \cos(a_i - a_j). \quad (16)$$

We then defined the variance of the petal error as

$$\sigma_P^2 = \langle -\ln(\text{SR}_P) \rangle. \quad (17)$$

Secondly, we are also interested in the intra-petal residual wavefront, quantified with σ_{intra} . It is defined as the quadratic sum of the a_i coefficients related to the projection of the residual phase ϕ_{op} onto the intra-petal modes $\phi_{i>6}$, plus a fitting term,

$$\sigma_{\text{intra}}^2 = \sum_{i \geq 6} \langle a_i^2 \rangle + \sigma_{\text{fitting}}^2. \quad (18)$$

We computed σ_{intra}^2 and σ_P^2 from the residual phase at each iteration, and we took the temporal average over the total length of the simulation expressed with the symbol $\langle \dots \rangle$. The data acquisition starts 100 iterations after loop closure to ensure loop convergence. Finally, we took the square root of these terms in order to express them in radians at the wavelength of the WFS.

5.3. Use of optical gain compensation

5.3.1. Method

We first investigated as a basic starting point the petal and intra-petal errors using a loop integrator gain of 1. This setting is possible because the natural loss in sensitivity of a visible P-WFS on median conditions on the ELT is in the range 0.2 to 0.5 (Deo et al. 2019): This sets the overall gain of the loop to a value that is not optimal, but that is stable and acceptable for turbulence rejection.

In a second step, we used the OG compensation algorithm CLOSE from Deo et al. (2021), in order to keep the system

optimised against the modal sensitivity loss. The principle of CLOSE is to use the temporal auto-correlation of the pyramid modal response to provide a real-time tracking of modal integrator gains at any varying observing conditions. The setting of the hyper-parameters was chosen empirically to deliver the best results for a seeing of 1 arcsec in the ELT case. Although parameters were not specifically optimised for each atmospheric conditions we address, we were able to verify that the results were satisfactory for all simulations. We chose a null set-point and learning factors ($q^+ = 1/200$; $q^- = 1/100$): The modal gains can decrease faster than they may grow, which is beneficial for the robustness of the loop.

In both cases of unitary gain and CLOSE algorithm, we used the full modal reconstructor D^\dagger .

5.3.2. Results

We show in Fig. 10 the petal and intra-petal errors at different D/r_0 using a unitary scalar integrator gain $g = 1$, in blue, and using CLOSE to perform OG tracking, in orange. We add the ideal aliasing and fitting error computed for a triangular actuator geometry that would be obtained for a perfect linear AO system as the dashed black line.

The impact of OG compensation is especially prominent in poor seeing conditions. By partially reducing the pyramid non-linearity, it allows improving the σ_{intra} error by a factor of 1.5 for $D/r_0 = 350$, together with reducing the statistical dispersion of the performance. As a side effect, this PSF improvement is beneficial for the measurement of the differential pistons as well: the decrease in σ_{intra} has a slight beneficial effect by reducing σ_P . However, this is clearly not sufficient to set the pyramid in a regime where it is reliably sensitive to ΔP . For $D/r_0 > 300$, the σ_P error saturates at a value of 1.5 rad, which corresponds to completely random temporal fluctuations of the petal modes. This regime is reached as soon as the intra-petal error exceeds 2 rad rms. With a four-face pyramid modulated at $3 \frac{\lambda}{D}$, the use of OG does not help significantly to retrieve the petal sensitivity. Even worse, at strong seeings, we verified that as the petal modes are unseen by the sensor, CLOSE or any other linear-based OG compensation algorithm boosts the presence of the unseen modes in the correction loop and is detrimental for the AO correction loop. This is characterised by even larger amplitudes of the ΔP fluctuations. This effect is not seen in Fig. 10 because the performance metric is taken after a λ_{WFS} wrap; but for a seeing of 0.8 arcsec, the amplitude of the ΔP fluctuations is about 1.5 times larger with the use of CLOSE than with a unitary integrator gain (see Fig. 6). A way to reduce this amplitude is to use automatic OG compensation techniques only for intra-petal modes and using a constant gain for petal modes.

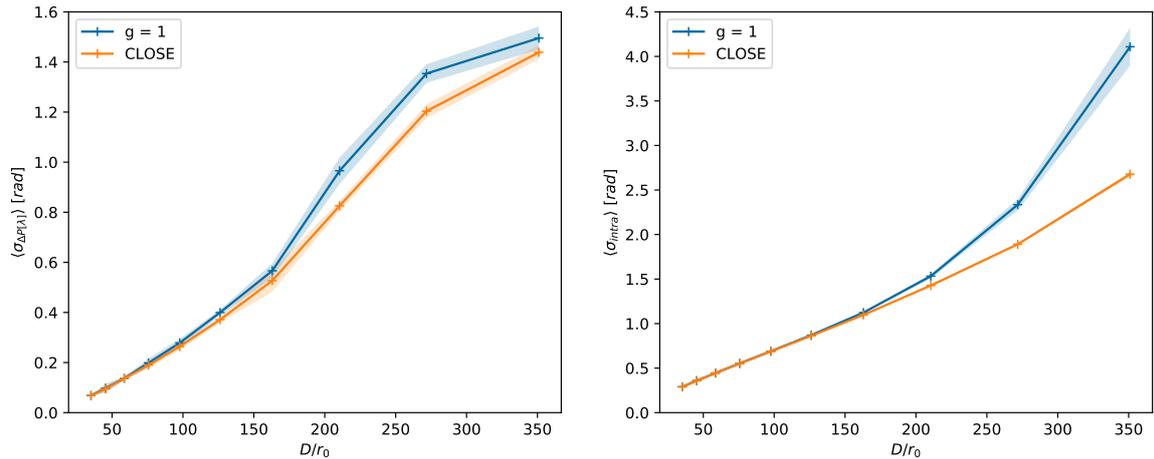


Fig. 10. Petal (left) and intra-petal (right) standard deviations expressed in radians without modal gain compensation (integrator gain set to 1, in blue) and with the use of CLOSE algorithm (null setpoint and learning factor ($q^+ = 1/200$, $q^- = 1/100$), in orange). The component of fitting and aliasing errors for a triangular actuator grid is shown as the dashed grey line. Shaded areas: $\pm 1\sigma$ error bars.

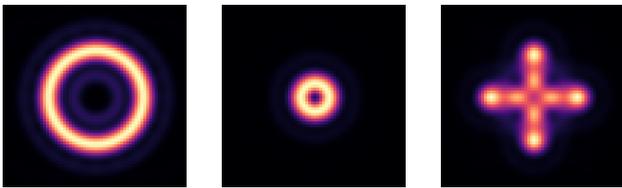


Fig. 11. Pyramid modulation paths: **Left** $3 \frac{\lambda}{D}$ circular modulation. **Middle** $1 \frac{\lambda}{D}$ circular modulation. **Right** Clover modulation using hypotrochoid equations with $q = 4$, $k = 2$ and a modulation "radius" $r_{\text{mod}} = 3 \frac{\lambda}{D}$.

5.4. Increase in time spent on pyramid edges: Modulation path

As described in Sect. 3, the pyramid is sensitive to the differential piston mostly where the incoming beam passes at a distance smaller than $1 \frac{\lambda}{D}$ from the pyramid edges (see Fig. 3). We call this region the diffractive area. To increase the time spent on it, we study the impact of two parameters: the beam path generated by the modulating mirror studied in this section, and then the number of faces of the pyramid, studied in Sect. 5.5.

5.4.1. Method

The pyramid is usually operated with a circular and uniform modulation, which we previously introduced using a modulation radius of $r_{\text{mod}} = 3 \frac{\lambda}{D}$. The modulation is known to improve the trade-off between sensitivity and linearity, especially for low-order modes. Engler et al. (2019) showed that an unmodulated P-WFS is effective in reducing the differential pistons. However, poor seeing conditions and high AO residuals require increasing the dynamic range of the sensor, hence the modulation radius, which is inimical to petal-mode sensing. The circular modulation therefore does not offer a trade-off that fully suits our needs.

A cloverleaf-shaped modulation path aims at spending more time close to the diffractive area while keeping a modulation amplitude of $\pm 3 \frac{\lambda}{D}$ for an improved dynamic range. These are hypotrochoids, that is, plane curves defined as the sum of two circular motions in opposite directions. They allow a large variety

of modulation paths, and their parametric equations are given by the sum of two sines with different harmonics,

$$\begin{cases} x(\theta) &= \frac{r_{\text{mod}}}{q-1+k} \left((q-1) \cos \theta + k \cos((q-1)\theta) \right) \\ y(\theta) &= \frac{r_{\text{mod}}}{q-1+k} \left((q-1) \sin \theta - k \sin((q-1)\theta) \right) \end{cases} \quad (19)$$

The parameter r_{mod} stands for the modulation radius when circular modulations are considered, and we used this same term to express the largest excursion from the centre of the hypotrochoid pattern. The term q drives the number of branches of the hypotrochoid and is here set to 4 to match with the number of pyramid faces. We note that this term imposes that the tip-tilt mirror oscillates at a higher frequency than usual. Finally, k is a free parameter that for $k = 0$ corresponds to a circular modulation and for $k = q - 1$ corresponds to a modulation path that crosses the tip of the pyramid.

Figure 11 shows three modulation paths we investigated here: Two circular modulations with $3 \lambda/D$ and $1 \lambda/D$ modulation radius and a clover using $k = 2$, which does not exactly cross the tip of the pyramid but lengthens the time spent on the edges. Two modulation points are separated with the same temporal gap. The brighter areas of Fig. 11 underpin that the clover modulation slows down when the beam crosses the edges farther from the centre, which is exactly our aim.

For all simulation results presented in this section, we used CLOSE to compute the modal integrator gains in order to partly compensate for the P-WFS non-linearity. This is especially needed when using small modulations because higher optical gain effects are observed.

5.4.2. Results

As shown in Fig. 12, reducing the modulation radius enables us to increase the sensitivity to petal modes and lower σ_p . However, this solution is not viable for harsh atmospheric conditions when a good linearity range is needed to overcome the large turbulent phase amplitudes. Despite the use of modal gains, the circular modulation of $r_{\text{mod}} = 1 \lambda/D$ comes with a deterioration of the

intra-petal performance at large D/r_0 , followed by a poorer correction of petals. Using a clover modulation allows us to find a finer compromise in terms of sensitivity and dynamic range. The results are especially promising for good seeing or large sensing wavelengths where the σ_P error stays below $\frac{\pi}{10}$ (we recall that we did not consider here the λ_{WFS} steps of the petals). Nevertheless, we observe stronger non-linear effects at large D/r_0 : This can be explained, because the dynamic range of the clover modulation is found in only two directions, along by the pyramid edges, while the beam path amplitude is on average smaller than for a circular modulation of $3\frac{\lambda}{D}$. The gain in the ΔP sensitivity with the clover is not sufficient to overcome the impact of the increase in σ_{intra} residuals for $D/r_0 = 350$.

To overcome this intra-petal performance loss, we could imagine increasing the value of q , that is, improving the dynamic range in a larger number of directions (leaves of the clover), thus having a larger average modulation, but spending more time out of the diffractive area, which is counterproductive to the intended purpose. We could also increase the amplitude r_{mod} of the clover path and adjust the factor k to keep the beam as close as possible to the edges.

In the end, the use of clover modulation is an interesting solution for instance for a P-WFS in K band and even in the case of good seeing in the visible; but for stronger seeings, it will remain difficult to find an efficient trade-off between petal and intra-petal sensitivity.

5.5. Increase in time spent on pyramid edges: Number of faces

5.5.1. Method

Increasing the number of faces enables us to add diffracting parts of the pyramid. It improves the sensitivity to petal modes, but splitting the beam into a higher number of pupils comes with a decrease in intra-petal mode sensitivity, which we once again aim to compensate for using modal gains (in addition to the fundamentally increased noise for the faintest guide stars). We study here a six-face pyramid with edge directions chosen to maximise the petal-mode sensitivity. Unlike the four-face pyramid, it does not have any preferred direction to sense petal modes. The number of slopes is increased by a factor 1.5 and would slow-down real-time the modal reconstruction computation.

5.5.2. Results

Figure 14 shows that as expected, the use of a six-face pyramid clearly improves the measurement of ΔP compared to the case of four faces. It allows us to keep a reliable measurement for $D/r_0 < 200$, that is, when the curves of the intra-petal residuals of the four- and six-face pyramid are superimposed. For poor seeings, we can realise how thin the boundary between petal modes and intra-petal mode sensing is. A slight increase in σ_{intra} , explained by the poorer sensitivity to intra-petal modes that the OG fails to fully compensate for, and the benefit of the six-face pyramid is forfeit. In the end, the performance obtained with the six-face pyramid is quite comparable to the one studied with the clover modulation. However, this method requires a new hardware design and increases the number of pyramid measurements, here by a factor 1.5. Hence, it impacts the RTC computing requirements, as well as readout and photon noises, in an unfavourably way compared to the small improvement that is obtained in return.

Finally, considering the simulations carried out in Sect. 5.3 to Sect. 5.5, we derive an empirical boundary on the intra-petal residuals of about $\pi/2$ rad at λ_{WFS} . Beyond this limit, the measurement of petal modes with the pyramid becomes an impossible task.

6. Discussions

In the framework of this paper, we conducted numerous simulations with the intention to follow the true ELT geometry as closely as possible (pupil geometry, fragmented DM, null inter-actuator coupling, etc.). In this section we therefore provide comments and returns on the parameters we experimented with to successfully close the AO loop, especially in presence of large wavefront amplitudes. We also discuss a list of parameters we did not emulate, but that will impact the P-WFS sensing regime, the AO loop control quality, and thus, by feedback, the petal-mode measurement quality.

6.1. Feedback on closing an AO loop at the ELT scale

Here we present three key parameters that we have identified as significantly impacting our results while they could appear as secondary parameters at first sight. We detail here the effects we observed depending on the chosen strategy.

Actuator selection The first step we performed was a selection of the valid actuators (see Appendix A), chosen as degrees of freedom to perform the computation of a modal basis. This was done using a criterion on their presence within or absence from a given annulus defined with two radii. We performed this selection such that 3852 actuators were controlled as degrees of freedom, and we extended the modes to the remaining passive actuators. When using a wider selection, some of the actuators located close to the pupil edges were facing divergence, as these were poorly seen by the sensor. This behaviour, moreover, is similar to the petal-mode divergence we studied here: The poor sensitivity of actuators deteriorates even more in the presence of large AO residuals and leads to actuators that are out of control. As an actuator diverges, the local tilt in the wavefront shape implies that none of the four P-WFS sub-pupils encoding the actuator phase information are illuminated. Ultimately, this causes the divergence to be unrecoverable by the sole use of the sensor.

In this respect, the selection of the active actuators is critical. The extension of the modal basis using a Kolmogorov hypothesis through an MMSE operator was found to be a good approach to perform the correction over the full DM space while keeping the reconstruction to a smaller number of actuators (see Appendix C).

Number of controlled modes If it is necessary to limit the number of actuators, the number of controlled modes is also a decisive criterion to optimize AO loop correction. To deal with strong seeings, a first approach was to filter a few hundred modes with the idea to keep a stable modal correction. The effect was counterproductive. By giving up on the compensation of high spatial frequencies, the AO residual amplitudes increased and completely altered the pyramid operating regime, starting obviously with a divergence of the petal modes. This led to a loop divergence that could not be avoided using different modal gain optimisation strategies. This means that the presence of poorly seen modes or actuators in the command space is critical to the efficiency of the correction, and we strongly recommend that these modes are identified and filtered out; we recommend explicit identification of blind modes rather than truncation of high

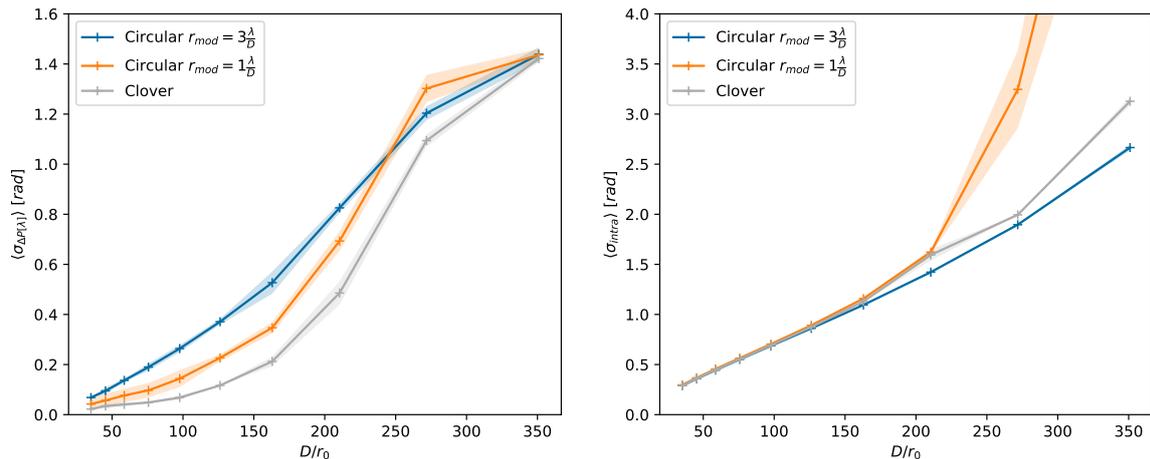


Fig. 12. Petal (left) and intra-petal (right) standard deviations expressed in radians for different modulation paths of the tip-tilt smearing mirror: Two circular modulations with a modulation radius of $3 \frac{\lambda}{D}$ (blue) and $1 \frac{\lambda}{D}$ (orange) and a clover modulation with an amplitude of $3 \frac{\lambda}{D}$ and a parameter $k = 2$. We use the CLOSE algorithm to compensate for the P-WFS non-linearity (null setpoint and $(q^+ = 1/200, q^- = 1/100)$). Shaded areas: $\pm 1\sigma$ error bars.

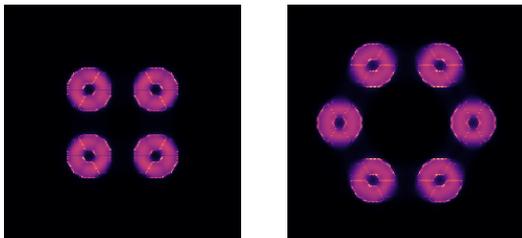


Fig. 13. Pyramid detector plane using a four-face pyramid mask (left) and a six-face pyramid mask (right). The distance between the pupil centres is 72 pixels.

frequencies. We also note that truncation or regularisation from the singular values of \mathbf{D}_{cal} should be performed carefully because in the case of normalised modes, low-order modes have the weakest sensitivity and will be truncated first.

Number of sub-apertures The number of pyramid sub-apertures along the pupil diameter has two consequences for the AO loop. We performed simulations with 87 and 95 sub-apertures in the pupil diameter, that is, a ratio of $4/3$ against $3/2$ with respect to the number of actuators in the pupil diameter. First, by having a better sampling of the modal response, the intra-petal error is reduced. Second, more pixels are available to encode the petal modes signature. This makes the system more robust, at least for the noise-free simulations we performed.

6.2. Other sources of petal-mode mismeasurement

We conducted this study focusing only on the seeing conditions, but we identified other observation parameters that will affect the pyramid operating regime. The expected reliability of the on-sky measurement of the modes that are already poorly seen in an ideal simulation is a question to be raised. The proper petal-mode correction often comes down to very little. We here propose a non-exhaustive list of issues that might cause an amplification of

the errors. This list remains to be studied and to be considered in the design of the AO controller.

- The simulations we performed were made without taking into account any contribution of the noise. However, at low flux, photon noise and detector readout noise -if any- will deteriorate the signal-to-noise ratio. This decrease comes with an increase of the residual amplitude despite the use of OG compensation. For instance, a simulation run with photon noise on a guide star magnitude $M_R = 16$ with a 0.8 arcsec seeing, that is, $D/r_0 \approx 200$, places the pyramid working in visible band in a regime in which it is insensitive to petal modes with $\sigma_P = 1.5$ rad.
- The non-common path aberrations (NCPA) correction modifies the P-WFS response. The gain-tracking approach aims to change the sensor reference after subtraction of the NCPA wavefront. Although NCPA can be calibrated and is expected to be a quasi-static low-order aberration, therefore being well known, the possibility of non-linear effects of their subtraction on poorly sensed modes should be studied (Chambouleyron et al. 2021).
- The mechanical structure of the telescope will undergo dynamic perturbations leading to misalignments between the pupil footprint and the DM. Moreover, the DM itself will be subject to displacements of the actuator grid with respect to the WFS sub-apertures, called misregistrations (Heritier et al. 2018).
- The final alignment of the primary mirror segments will be limited by the residual piston, tip, and tilt (phasing errors), and the low-order surface figure errors (segment shape). The instruments equipped with P-WFSs will likely detect some of the residual quasi-static aberrations of the telescope and correct them with the DM: Phasing will be within the AO system spatial bandwidth, whereas segment shapes and edges will be barely sampled by the instrument sensors and will cause some aliasing in the modal response. Aliasing will be mitigated by P-WFS over-sampling, but the final impact remains poorly known.

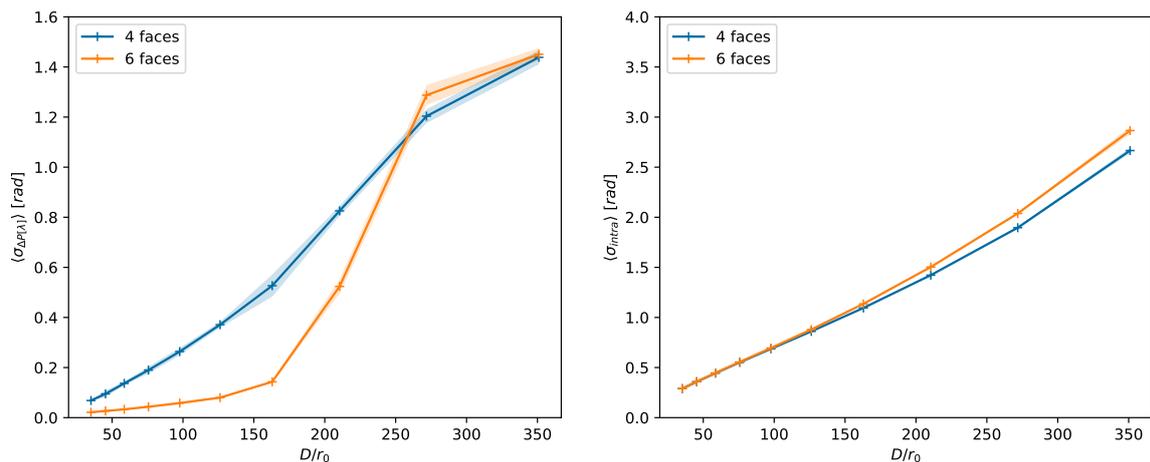


Fig. 14. Petal (left) and intra-petal (right) standard deviations expressed in radians for a four-face and a six-face pyramid. We use the CLOSE algorithm to compensate for the P-WFS non-linearity. Shaded areas: $\pm 1\sigma$ error bars.

6.3. Dealing with the λ ambiguity

In this paper, we deliberately omitted the problem of the λ_{WFS} wrapping that is encountered by any interferometric sensor when ΔP is measured. To compensate for turbulence-induced petal modes, continuity constraints on the WF reconstruction have shown promising results, such as with the pairing method (Schwartz et al. 2018) or the continuous-basis approach (Bertrou-Cantou et al. 2020). However, these methods will fail to compensate for telescope-induced discontinuities in the incoming wavefront (LWE, thermo-mechanical drift of the DM, etc.), for which a dedicated optical device is necessary. We can expect the LWE to occur during good observation nights, when the wind is too weak to homogenise the air temperature across the pupil. The observing conditions at small D/r_0 are conducive to petal-mode measurement. However, the sensor will still suffer from its limited capture range. To increase the capture range, we can either use the two-wavelength approach (Pinna et al. 2006), or we have to shift the sensor to a higher wavelength. Plus, we have shown that the latter is also in favour of petal sensitivity. The design of a sensor specifically targeting the phase steps across the spiders will fully depend on the disturbances induced by the telescope thermo-mechanical behaviour.

7. Conclusions and perspectives

The ELT spider arm width requires an adaptive phasing of the petals of which its optical pupil is composed. The pyramid wavefront sensor was selected for its great sensitivity and adaptive linearity range, but it exhibits a highly variable sensitivity to the phase steps across the telescope spider arms depending on the observing conditions. The paper highlights a measurement issue of the petal modes that is caused by two main reasons. First, petal modes suffer from a sensitivity loss to a much larger extent than the other modes do when in the presence of AO residual WF errors. This sensitivity even drops to zero considering strong seeing for a P-WFS in the visible, when the PSF filtered by the pyramid mask is not tight enough to let the petal-mode signal out, the latter being substantially contained in the central core of the PSF (or the breaking thereof into several lobes in the presence of LWE). Secondly, the optical signature of petal modes in the sensor pupil is located in a narrow region along the spider

arms, and it is rapidly drowned among the wavefront residuals. Cross-talk occurs between the petal signal and the intra-petal signal and leads to a biased pyramid measurement.

The optical gain compensation strategies hitherto relied on the hypothesis of a stable, diagonally dominant and well-conditioned calibration-to-operation transfer matrix. We highlight that this hypothesis no longer holds for petal modes. The stability of the applied gain is dominated by stochastic fluctuations and does not only depend on the Fried parameter; plus, a modal coupling is induced by the presence of both the DM fitting error and the incomplete residual loop compensation of mirror modes (loop temporal error, non-linearity, etc). The ill-conditioning of the OG compensation occurs with strong seeing, when the sensitivity to the petal modes is reduced to zero. The presence of these five unseen modes in the control space together with the regular OG tracker steps up the amplitude of the differential piston fluctuations and causes an amplification of the injected errors by the AO controller. This comment equally applies to any poorly sensed mode or actuator.

From the steering mirror modulation radius to the number of sub-apertures in the sensor pupil, the actual design of the ELT instrument SCAO systems was driven by the optimisation of the intra-petal performance. We performed extensive simulations using a proper ELT DM model and adding the petal-mode fluctuations to the error budget to investigate new designs for the P-WFS. We explored techniques that lengthen the time spent by the PSF core on the diffractive region of the sensor, either using an appropriate modulation or adding more edges to the pyramid phase mask.

These solutions yield promising results for seeing conditions up to $D/r_0 < 200$, corresponding to intra-petal errors typically up to $\pi/2$ rad rms at λ_{WFS} . Under these conditions, they effectively allow the system to decrease the petal error while maintaining the intra-petal performance. Instruments such as METIS, using a near-infrared pyramid sensor, can benefit from these methods. Conversely, at larger $D/r_0 > 200$, these strategies fail to provide reliable results. The balance between the petal and intra-petal sensitivity is more difficult to reach for visible SCAO systems (HARMONI and MICADO). The petal and intra-petal error budget terms are closely related, but they follow an opposite pyramid-sensing logic: The gain in terms of ΔP sensitivity is paid for with a loss in sensitivity or dynamic range of the intra-

petal modes, which increasing error turns against the petal-mode sensitivity: there is no way out.

Throughout this article, we set aside the problem of the λ_{WFS} ambiguity that underlies the wave property of light. From a controller point of view, it can be tackled using the wavefront-continuity hypothesis. However, phase-step fluctuations across the spiders can appear in addition to the atmospheric induced ΔP (e.g. low-wind effect; Milli et al. (2018)) and will induce discontinuities outside the wavefront-continuity hypothesis framework. For P-WFSs in the visible, two limitations arise: The sensor capture range is short, and these errors will not be measured because of the presence of AO loop residuals. These conclusions advocate for an additional sensor specifically targeting the petal-mode measurement issue. One of all the various possible choices might be a P-WFS working at near-infrared wavelengths. The implementation of such a device will be driven by the spatial and temporal properties of the phase discontinuities.

Acknowledgements. We especially want to thank Henri Bonnet for many insightful comments and fruitful discussions around the petalling effects and for providing us with high quality, reliable, properly sampled data of the influence functions of the M4 deformable mirror. This research is performed in the frame of the development of MICADO, first light instrument of the ELT (ESO), with the support of ESO, INSU/CNRS and Observatoire de Paris. This work was partially supported by the WOLF project (ANR-18-CE31-0018) of the French National Research Agency (ANR). VD acknowledges support from NASA grant #80NSSC19K0336.

References

- Bertrou-Cantou, A., Gendron, E., Rousset, G., et al. 2020, Proc. SPIE, 11448
- Bertrou-Cantou, A., Gendron, E., Rousset, G., et al. 2019, in 6th AO4ELT conference-Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes
- Bonnet, H. 2019, private communication
- Brandl, B. R., Absil, O., Agócs, T., et al. 2018, in Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Vol. 10702, Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy VII, ed. C. J. Evans, L. Simard, & H. Takami, 107021U
- Burvall, A., Daly, E., Chamot, S. R., & Dainty, C. 2006, Opt. Express, 14, 11925
- Chambouleyron, V., Fauvarque, O., Janin-Potiron, P., et al. 2020, A&A, 644, A6
- Chambouleyron, V., Fauvarque, O., Sauvage, J. F., Neichel, B., & Fusco, T. 2021, A&A, 649, A70
- Chanan, G. & Troy, M. 1999, J. Opt. Soc. Am. A, 38, 6642
- Clénet, Y., Buey, T., Gendron, E., et al. 2018, Proc. SPIE, 10703, 10703
- Davies, R., Alves, J., Clénet, Y., et al. 2018, Proc. SPIE, 10702, 107021S
- Deo, V., Gendron, E., Rousset, G., et al. 2018, Astronomy & Astrophysics, 619, A56
- Deo, V., Gendron, E., Rousset, G., et al. 2019, Astronomy & Astrophysics, 629, A107
- Deo, V., Gendron, E., Vidal, F., et al. 2021, Astronomy & Astrophysics, 650, A41
- Dierickx, P. & McPherson, A. 2012, EELT OPTICAL DESIGN REPORT, Tech. Rep. E-TRE-ESO-313-1000 Issue 2, ESO E-ELT Programme
- Engler, B., Le Louarn, M., Véronaud, C., Weddell, S., & Clare, R. 2019, in 6th AO4ELT conference-Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes
- Esposito, S., Feeney, O., & Riccardi, A. 2000a, Proc. SPIE, 4007, 416
- Esposito, S., Riccardi, A., & Feeney, O. 2000b, Proc. SPIE, 4034, 184
- Ferreira, F., Gendron, E., Rousset, G., & Gratadour, D. 2018, Astronomy & Astrophysics, 616, A102
- Gendron, E. 2020, private communication
- Heritier, C. T., Esposito, S., Fusco, T., et al. 2018, mnras, 481, 2829
- Hippler, S., Feldt, M., Bertram, T., et al. 2019, Experimental Astronomy, 47, 65
- Hutterer, V., Shatokhina, I., Obederer, A., & Ramlau, R. 2018, Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems, 4, 049005
- Jochum, L., Hubin, N., & Spyromilio, J. 2008, Technical specifications for the conceptual design, prototyping, preliminary design of the M4 adaptive unit for the E-ELT, Tech. Rep. E-SPE-ESO-106-0037 Issue 3, ESO E-ELT Programme
- Korkiakoski, V., Véronaud, C., Louarn, M. L., & Conan, R. 2007, Appl. Opt., 46, 6176
- Milli, J., Kasper, M., Bourget, P., et al. 2018, Proc. SPIE, 10703
- N'Diaye, M., Martinache, F., Jovanovic, N., et al. 2018, Astronomy & Astrophysics, 610, A18
- Pinna, E., Esposito, S., Puglisi, A., et al. 2006, Proc. SPIE, 6267
- Pinna, E., Quirós-Pacheco, F., Esposito, S., Puglisi, A., & Stefanini, P. 2008, Proc. SPIE, 70123D
- Ragazzoni, R. 1996, J. Mod. Opt., 43, 289
- Sauvage, J.-F., Neichel, B., Fusco, T., et al. 2018, Proc. SPIE, 10703
- Schwartz, N., Sauvage, J.-F., Correia, C., et al. 2018, arXiv e-prints, arXiv:1809.08839
- Tamai, R., Cirauolo, M., González, J. C., Koehler, B., & Tuti, M. 2016, Proc. SPIE, 9906
- Thatte, N., Tecza, M., Schnetler, H., et al. 2021, The Messenger, 182, 7
- Véronaud, C. 2004, Optics Communications, 233, 27
- Véronaud, C. & Esposito, S. 2002, in European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings, Vol. 58, 153
- Vidal, F., Ferreira, F., Deo, V., et al. 2017, in 5th AO4ELT conference-Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes
- Vievard, S., Bos, S., Cassaing, F., et al. 2019, in 6th AO4ELT conference-Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes
- Yaitskova, N., Dohlen, K., & Dierickx, P. 2003, J. Opt. Soc. Am. A, 20, 1563

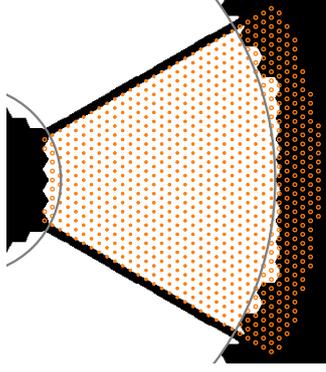


Fig. A.1. Pupil shape and actuator positions within one fragment of the ELT pupil. The active actuators are shown as filled orange dots, located in the active pupil area defined by the two grey circles of 11.4 m and 37 m diameters. The empty orange dots are the passive actuators, which were not considered as DM degrees of freedom.

Appendix A: Selection of valid actuators

The ELT deformable mirror is made of 5352 actuators, a large number of which are located outside the effective telescope pupil area: four to five actuator rings are located farther away than the outer pupil edges. We selected the actuators that were considered useful degrees of freedom. The selection was made considering the “all-glass” telescope pupil (Dierickx & McPherson 2012) defined by an inner diameter of 11.4 metres (slightly larger than the 11.2 m ESO definition), which is the outer diameter of the telescope obstruction; and an outer diameter of 37 metres, which is the inner diameter of the telescope pupil.

The selection is represented in Fig. A.1 for one fragment of the pupil: it gives 642 valid actuators inside the pupil fragment and 250 outside. When replicated to the six fragments of the ELT pupil, we obtain a total of 3852 actuators that we call active actuators and 1500 passive actuators. The first were used to build the modal basis as described in Appendix B, and the second were used in an extension of the modal basis detailed in Appendix C. Some actuators are clearly filtered, but are still inside the effective pupil: We deliberately took some margin in this selection in order to anticipate any actuator divergence. In addition, the performed selection was found to be more robust at all seeing conditions than for instance a selection with a criterion using the true pupil shape (white area of Fig. A.1) or the use of a threshold parameter based on the maximum of the actuator influence function inside the pupil. A better selection depending on the seeing conditions can be performed (a larger number of actuators can be included at small seeing conditions), but this fine-tuning is beyond the scope of this paper.

Appendix B: Definition of the modal basis

Appendix B.1: Construction of the basis

We defined a modal basis using a light computational method. We call x_i the series of positions of the actuators over the pupil. We note $\phi(\mathbf{x})$ the vector made of the series of all the $\phi(x_i)$, the phase value at each actuator location. In the case of the ELT adaptive mirror, for which the actuator influence functions are zero-coupled with any other actuator (this not being a property,

but a definition), $\phi(\mathbf{x})$ represents both the command vector to the actuators and the wavefront surface at the x_i resulting from the application of $\phi(\mathbf{x})$.

As a consequence, we propose to compute the principal component analysis (PCA) of the finite-dimension stochastic process of atmospherically perturbed wavefront values $\phi(\mathbf{x})$ based on Kolmogorov statistics and deprived from the piston mode (Gendron 2020). We expect this PCA to naturally yield to some low-order modes extremely close to the well-know Karhunen-Loève infinite expansion of the same continuous process. This avoids the need to go back and forth between continuous and control space, whose computational burden related to sampling problems, heavy arrays, edge effects, etc. is a hassle. The PCA just consists of finding the eigenvector matrix \mathbf{G} of the real symmetric covariance matrix \mathbf{C}_{aa} of the piston-subtracted phase process $\phi(\mathbf{x})$, such as

$$\mathbf{C}_{aa} \mathbf{G} = \mathbf{G} \lambda \quad (\text{B.1})$$

with

$$\mathbf{G} \mathbf{G}^T = \mathbf{G}^T \mathbf{G} = \text{Id} . \quad (\text{B.2})$$

To compute \mathbf{C}_{aa} , we first computed the spatial covariance of the atmospherically perturbed phase φ including the piston term as

$$\langle \varphi(x_i) \varphi(x_j) \rangle = -\frac{1}{2} \langle (\varphi(x_i) - \varphi(x_j))^2 \rangle + \kappa \quad (\text{B.3})$$

$$= -\frac{1}{2} \mathcal{D}_\varphi(x_{ij}) + \kappa, \quad (\text{B.4})$$

where $\kappa = \langle \varphi^2(x_i) + \varphi^2(x_j) \rangle / 2$ is a constant positive value, independent of i and j because of the spatial invariance properties of $\varphi(x)$. This same property also allows us to introduce the phase structure function $\mathcal{D}_\varphi(x_{ij})$, applied on the parameter x_{ij} equal to the distance between actuators i and j . We note $\mathbf{1}$ the all-one matrix and n the number of actuators. The transition from φ (the raw phase including piston) to ϕ (centred, piston-subtracted phase) can be made using the centring matrix $\mathbf{P} = \text{Id} - \frac{1}{n} \mathbf{1}$ as follows:

$$\phi(\mathbf{x}) = \mathbf{P} \varphi(\mathbf{x}) . \quad (\text{B.5})$$

Noting $\Delta \mathbf{x}$ the pairwise actuator distance matrix, using $\mathcal{D}_\varphi(\Delta \mathbf{x})$ the matrix of the structure function value for each pairwise actuator distance, the expression of the matrix \mathbf{C}_{aa} written in a condensed form becomes

$$\mathbf{C}_{aa} = -\frac{1}{2} \mathbf{P} \mathcal{D}_\varphi(\Delta \mathbf{x}) \mathbf{P}^T . \quad (\text{B.6})$$

Note the disappearance of the constant κ , which vanishes when applying \mathbf{P} . We are aware that under the assumption of a fully developed Kolmogorov-type turbulence, this constant κ has no more mathematical existence than the left-hand member of Eq. B.3. The approach can be justified, however, as the expression B.6 is valid for any arbitrary large finite outer-scale L_0 , therefore remains valid as L_0 tends towards infinity. We can finally use the expression of the phase structure function $\mathcal{D}_\varphi(r) = 6.88 (r/r_0)^{5/3}$. Because we are only interested in the eigenvectors of \mathbf{C}_{aa} , the scaling factors do not really matter, and we can finally write

$$\mathbf{C}_{aa} = -\mathbf{P} \cdot \Delta \mathbf{x}^{5/3} \cdot \mathbf{P}^T, \quad (\text{B.7})$$

where $\Delta \mathbf{x}^{5/3}$ is just the matrix filled with the power 5/3 of the actuator pairwise distances. The diagonalisation of \mathbf{C}_{aa} will produce the modes, with a null eigenvalue for the piston mode, of course.

Appendix B.2: Properties of the basis

This basis offers a series of advantages. Its main attractive feature is its simplicity and very low computational cost. It provides the user with some low-order modes that are nearly identical to those from the projection on the DM of a true, atmospheric Karhunen-Loève basis.

This way of computing modes ignores the exact shape of the influence function and the shape of the pupil. The modes will be orthogonal in the command space only. The pairwise orthogonality of the modes in a phase space (i.e. for the scalar product $\int_{\text{pupil}} m_i(r) m_j(r) d^2r$) is not guaranteed, but at least the low-order modes will nearly be orthogonal in that sense because the influence functions are spatially local ones. The lack of pairwise phase orthogonality is not an issue because this is not a necessary condition for closing an AO loop with a given basis: The orthogonality in the measurement space would be a greater concern.

Moreover, this basis offers a very interesting property related to the pyramid sensor. The matrix $\mathcal{D}_\varphi(\Delta\mathbf{x})$ is a convolution matrix that operates over a spatial domain that is sampled by the actuators. The convolution kernel of the operator is the phase structure function: Each column of the matrix is a sampled phase structure function centred on the actuator. The convolution operation is known to become a diagonal one when expressed on a Fourier basis. Therefore the diagonalisation of $\mathcal{D}_\varphi(\Delta\mathbf{x})$ will cause some modes to appear whose shape is invariant through a convolution (only the amplitude is affected) and whose frequency content is only made of single-modulus spatial frequencies. The Fourier transform of these modes (or their associated PSF in the small-phase regime) necessarily appears as some thin mono-frequency circles centred on the origin. Because they address a single-frequency modulus, they are particularly suited for forming a basis for optimising the gains with a pyramid sensor.

As a side effect, it is to be noted that this single-modulus frequency property allows us to generalise this technique to any deformable mirror that features identical, circularly symmetric actuator influence functions because the generation by the DM of the wavefront shape associated with a given mode is again a convolution.

The top line of Fig. C.1 shows the obtained modes from the tilt mode up to the last one (pure piston is not considered).

Appendix C: MMSE-based modal extension

We use a minimum mean-squares error (MMSE) approach to spatially extend some modes, defined over a part of the pupil, to another part. The extension process is achieved according to Kolmogorov statistics. We assumed a wavefront $\phi(\mathbf{x})$ defined through its values at a series of positions x_i over the pupil. We wish to estimate its value using a linear relation at some other positions x'_i in such a way that we minimise the following quantity on average:

$$\langle |R \cdot \phi(\mathbf{x}) - \phi(\mathbf{x}')|^2 \rangle, \quad (\text{C.1})$$

with ϕ following a stochastic process of a Kolmogorov-type perturbed wavefront. The matrix R is the operator we seek. The brackets $\langle \dots \rangle$ denote the ensemble average or time average. Minimising the mean-squares distance described above allows us to find the wavefront extension that best matches Kolmogorov statistics expectations. The solution of the equation is the so-called MMSE estimator,

$$\mathbf{R} = \mathbf{C}_{\text{pa}} \cdot \mathbf{C}_{\text{aa}}^{-1}. \quad (\text{C.2})$$

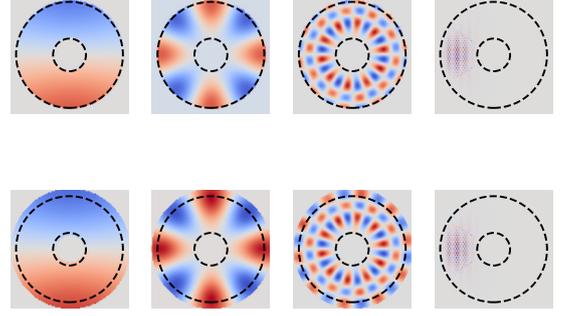


Fig. C.1. DM shape for tilt, fourth-order astigmatism, 100th and last mode defined over the pupil area (top). Modes extended to the actuators located out of the effective pupil (bottom). The dashed circles represent rings that define the active pupil area.

The matrix \mathbf{C}_{aa} is described in Sect. B. In this section, it is the covariance between the active actuators. Similarly, the matrix \mathbf{C}_{pa} is computed using the same method, between the passive and active actuators.

The matrix \mathbf{R} is rectangular with numbers of lines and columns given by the number of passive and the number of active actuators, respectively. We previously computed the modal basis \mathbf{G} defined over the active actuators. We can now extend this basis over the other actuators using \mathbf{R} in order to span the full DM space. For the sake of clarity, we assumed that the passive actuators are appended as the last elements of the DM command vector. The extended modal basis $\mathbf{G}_{\text{extended}}$ is then

$$\mathbf{G}_{\text{extended}} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} \\ \mathbf{R}\mathbf{G} \end{bmatrix}. \quad (\text{C.3})$$

The bottom line of Fig. C.1 shows the extension of the modes from the active part of the DM to the actuators located outside of the defined ring (shown as the dashed black line). A brief visual analysis shows that the modes are nicely extended, apparently in agreement with Kolmogorov statistics: The tilt mode remains a tilt throughout the DM space, while the estimator has very little effect on the last, high-order mode.

3.3 Discussions

3.3.1 A propos du biais β de mesure

L'équation 10 de l'article met en évidence la présence d'un biais de mesure β introduit par le senseur en plus d'un facteur α , compris entre 0 et 1 et qui traduit une baisse de sensibilité modale.

Autour de phases résiduelles obtenues en boucle fermée, il est possible de mesurer une matrice d'interaction du senseur "en opération" \mathbf{D}_{op} . On peut ensuite déduire la perte de sensibilité modale, i.e. les coefficients α_i , comme étant la diagonale de la matrice \mathbf{T} par le calcul de :

$$\mathbf{T} = \mathbf{D}_{cal}^\dagger \mathbf{D}_{op} \quad (3.14)$$

Le produit $\alpha.\beta$ correspond au biais de mesure introduit par confusion, et affecté du phénomène de perte de sensibilité du senseur ; le coefficient β est le biais de confusion qui est réellement introduit dans la boucle, après redressement des gains optiques. Ces deux valeurs sont dans la même unité que les mesures du senseur. En considérant une phase dont les résidus modaux sont négligeables (phase dominée par l'erreur de fitting), le calcul de la reconstruction modale devrait en toute rigueur aboutir à des coefficients de biais nuls. A l'inverse, si ces coefficients sont non nuls, cela signifie que le senseur introduit une erreur de mesure. J'ai montré que l'utilisation de gains optiques est en pratique délicate pour les modes pétales, c'est pourquoi j'utilise ici le coefficient de biais $\alpha\beta$, soumis à la perte de sensibilité de l'ASO. Les valeurs de $\alpha.\beta$ pour chaque mode sont données aisément, par le calcul de la décomposition de la phase ϕ_{op} sur les a_i :

$$\mathbf{a} = \mathbf{D}_{cal}^\dagger \mathbf{s}(\phi_{op}) \quad (3.15)$$

Je donne ici une distribution statistique des coefficients α et $\alpha.\beta$ des modes pétales en calculant une série de 50 phases résiduelles obtenues après convergence de 50 boucles fermées du système d'OA propre à l'instrument ELT/MICADO, sur des écrans d'atmosphère indépendants. Cette opération est répétée pour les cinq conditions de seeing typiques de l'ELT. Ces phases résiduelles sont ensuite retraitées de manière à éliminer tout mode pétale résiduel, les phases ne contiennent donc pas de piston différentiel. Pourtant, on va voir que le reconstituteur étalonné \mathbf{D}_{cal}^\dagger va aboutir à des coefficients $\alpha.\beta$ non nuls pour ces modes pétales. Les modes pétales sont normalisés de sorte à ce que un a_i unitaire corresponde à une différence de marche de 1 *rad*, on peut ensuite traduire le coefficient $\alpha.\beta$ comme étant une erreur de phase en *nm rms*.

La figure 3.12 présente la densité de probabilité de la perte de sensibilité α et de l'erreur de phase $\alpha.\beta$ introduite pour les modes pétales ϕ_0 à ϕ_5 dans différentes conditions. Des ajustements gaussiens ont été réalisés sur ces histogrammes et les valeurs d'espérance et d'écart type sont affichés. Ces mêmes graphes ont été réalisés pour les modes tilts ϕ_6 à ϕ_{18} sur la figure 3.13 (et voir figure 2.5 pour la carte de phase de ces modes), ils offrent au lecteur un point de comparaison sur les comportements entre ces deux types d'aberrations. On retrouve que plus le seeing augmente (r_0 diminue), plus la perte de sensibilité est importante : α diminue. La dispersion des valeurs est particulièrement importante pour les modes pétales. Par exemple, pour $r_0 = 12,8 \text{ cm}$, si l'espérance du coefficient α est autour de 13%, la queue de la gaussienne prend des valeurs nulles. L'analyseur se retrouve dans certains cas complètement insensible à ces modes. Je note ici que pour des raisons de temps de calcul, les matrices \mathbf{D}_{op} n'ont été étalonnées que sur les 5 modes pétales et 12 modes tilts de la base pétale. C'est pourquoi les valeurs de α peuvent résulter sur des valeurs légèrement différentes de celles présentées dans l'article. Ce sont celles de l'article, réalisées sur un échantillon de 10 phases résiduelles, contre 50 ici, qui sont rigoureusement correctes.

Le biais de mesure $\alpha.\beta$ sur les modes pétales est d'espérance nulle (ou proche de zéro) mais l'écart type d'environ 10 *nm rms* signifie qu'à chaque trame, la commande introduit des pistons différentiels aléatoires même lorsque la phase résiduelle n'en contient pas. Cette valeur est 10 fois plus importante que pour les modes tilts par exemple, dont la densité de probabilité, en regard de celle des modes pétales, semble proche d'un Dirac centré en 0. Pour un mode pétale, un écart type de 10 *nm rms* sur la pupille du télescope correspond à l'introduction d'un piston différentiel d'environ 26 *nm* entre deux pétales. Enfin, compte tenu des valeurs parfois extrêmement faibles de la perte de sensibilité α , l'utilisation de gains optiques va entraîner des valeurs de biais de confusion $\beta = \frac{1}{\alpha}\alpha\beta$ extrêmement élevées.

3.3.2 Modes non vus et utilisation de gains modaux

La figure 3.14 présente des gains modaux calculés avec l'algorithme CLOSE, à différentes itérations de la boucle : à l'itération 100, soit juste après convergence, et aux itérations 1000 puis 2000 (respectivement

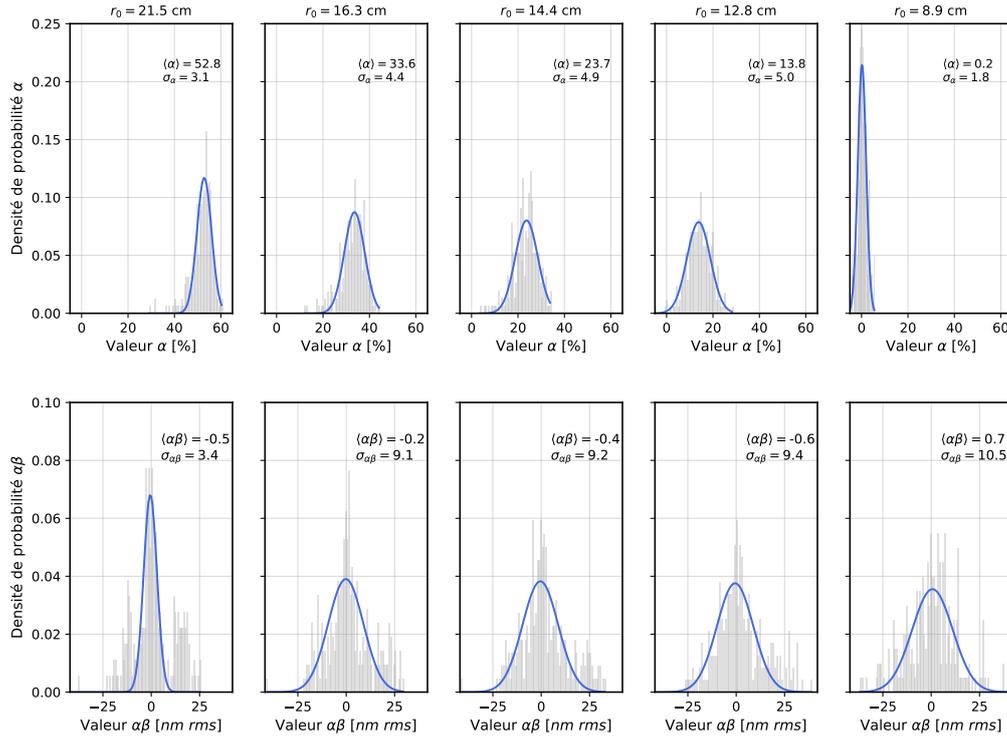


FIGURE 3.12 – Densités de probabilité *Haut* de la perte de sensibilité des modes pétales (en %) et *Bas* du biais de mesure introduit sur les modes pétales (en *nm*) avec un ASO pyramide modulé à $3\frac{\lambda}{D}$. Histogrammes calculés à partir de 50 réalisations de phase en boucle fermée indépendantes pour les 5 conditions d’observation typiques de l’ELT. La courbe bleue est un ajustement de la courbe par une gaussienne, l’espérance et l’écart type sont affichées.

2 et 4 secondes après fermeture de boucle). Ces gains permettent de compenser la baisse de sensibilité modale de l’analyseur pour $r_0 = 8,9\text{ cm}$, soit le dernier quartile des conditions d’observation sur l’ELT. Deux cas sont présentés :

- à gauche la base de commande utilisée est la base pétale \mathbf{B}_{pet} , les modes pétales sont donc explicitement présentés. Le reconstruteur modal faillit à reconstruire ces modes puisque la sensibilité de l’analyseur est alors nulle dans ces mauvaises conditions d’observation. Les gains optiques appliqués avec CLOSE vont de quelques milliers à quelques millions pour les modes pétales ce qui est insensément élevé. Ils divergent avant tout pour les modes pétales, et entraînent avec eux une divergence complète de la boucle.
- à droite, la base de commande ne contient pas explicitement de modes pétales, les modes sont calculés sur toute la pupille (voir figure C.2 de l’annexe de l’article). C’est cette base qui a d’ailleurs été utilisée pour présenter les résultats en boucle fermée avec CLOSE dans la partie 5 de l’article. Les gains appliqués pour les bas ordres sont de l’ordre de la dizaine ; ce résultat est cohérent avec les courbes présentées dans Deo et al. (2019) simulant un système ELT sans fragmentation de la pupille. Le point de départ des gains optiques étant un vecteur unitaire, les gains continuent de croître entre la 100^{ème} et la 1000^{ème} itération avant de se stabiliser par la suite.

Finalement, cette figure démontre que le choix de la base est crucial pour le calcul des gains modaux : cette base ne doit en aucun cas contenir explicitement des modes non vus de l’analyseur. Mieux, il faudrait être en mesure de détecter sur ciel la présence de modes non vus (ou combinaison linéaire de modes) afin de les filtrer directement de la commande dans le but d’éviter leur divergence dans la boucle de contrôle, et de rendre la matrice de transfert \mathbf{T} rigoureusement inversible.

3.3.3 Choix du chemin de modulation

L’article présente un nouveau chemin de modulation pour l’analyseur pyramide, autre que la classique modulation circulaire, dont le principe est de garder l’image proche des arêtes. Ce chemin est proposé

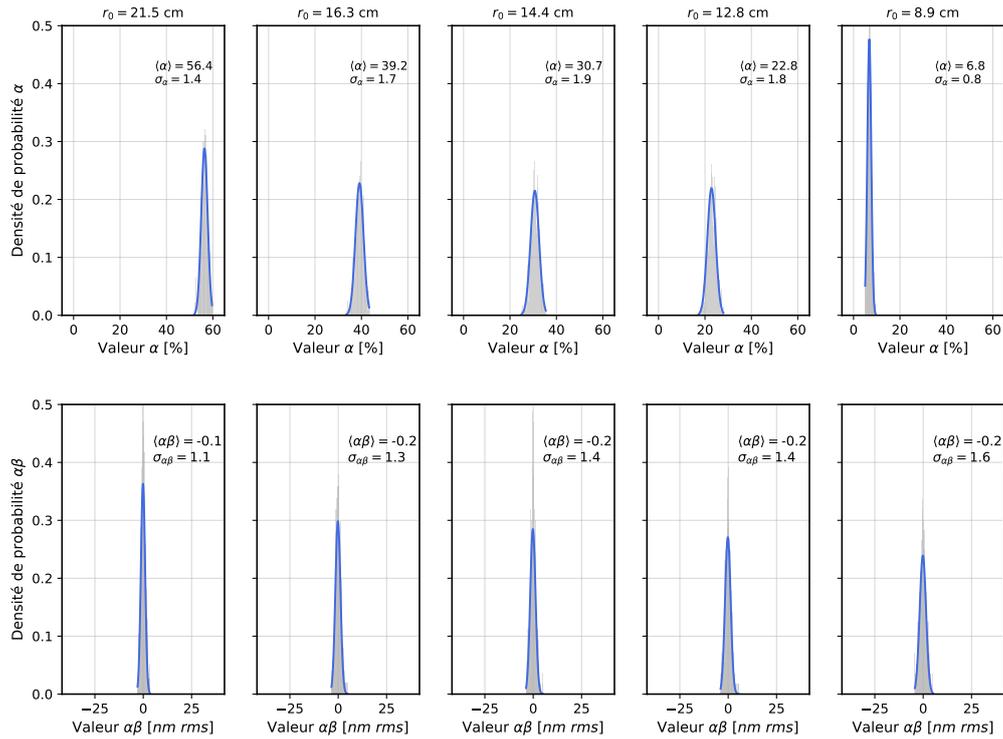


FIGURE 3.13 – Densités de probabilité du biais de mesure introduit sur les modes tilt (en nm) avec un ASO pyramide modulé à $3\frac{\lambda}{D}$. Histogrammes calculés à partir de 50 réalisations de phase en boucle fermée indépendantes pour les 5 conditions d'observation typiques de l'ELT. La courbe bleue est un ajustement de la courbe par une gaussienne, l'espérance et l'écart type sont affichées.

après avoir envisagé plusieurs autres modulations, répertoriées dans la catégorie des modulations "trèfle" (ou hypotrochoïde) et définies par les paramètres du nombre de branches q , de la distance maximale par rapport au sommet r_{mod} et d'un paramètre k positif. Si la modulation présentée dans l'article s'avère être relativement plus performante pour mesurer à la fois pistons différentiels et autres modes intra-pétales, d'autres types de modulation ont été étudiés en faisant varier k et r_{mod} . Les différents chemins de modulation sont tracés en figure 3.15. Le premier chemin est celui que je propose dans l'article et longe les arêtes du masque pyramidal, le deuxième est un "vrai" trèfle au sens où les quatre feuilles du trèfle se rejoignent au centre, le pic d'intensité du chemin de modulation se trouve au sommet du masque pyramide. Enfin, le troisième chemin est l'équivalent du premier mais avec une plus large amplitude de modulation ($r_{mod} = 5\frac{\lambda}{D}$ au lieu de $3\frac{\lambda}{D}$) dans le but d'améliorer la linéarité de l'analyseur.

La figure 3.16 montre la sensibilité modale à la diffraction, calculée à partir des matrices d'interaction étalonnées pour chaque type de modulation. Il apparaît que le chemin qui longe les arêtes est le plus sensible aux modes pétales (et d'ailleurs tous les modes de manière générale) ; à titre de comparaison, il est environ 2,5 fois plus sensible qu'une modulation circulaire de même amplitude mais également 2,5 fois moins sensible qu'un faisceau non modulé.

L'article démontre que les modes pétales subissent une baisse de sensibilité drastique en présence de résidus de boucle d'OA, avec un coefficient α qui peut tendre vers 0 pour les seeings élevés. Cette diminution opère entre $r_0 = 12,8\text{ cm}$ et $r_0 = 8,9\text{ cm}$ exprimé à 500 nm . La figure 3.17 montre ces mêmes courbes de perte de sensibilité α et de confusion modale c pour les trois chemins de modulation étudiés ici. Les résidus modaux utilisés pour ce calcul sont exactement les mêmes que ceux utilisés dans l'article, ils ont été obtenus avec un ASO pyramide modulé à $3\frac{\lambda}{D}$ (voir figure 3.8). Quelle que soit la modulation, les courbes sont sensiblement superposées, et surtout, la sensibilité aux modes pétales est toujours annulée dès lors que le seeing dépasse $0,8''$. Cela est d'ailleurs également vrai si l'on considère un faisceau non modulé (la courbe n'est pas présentée ici, voir Bertrou-Cantou et al., 2020). Il se passe qu'en augmentant la sensibilité modale de l'analyseur, on augmente par là même la sensibilité aux résidus de boucle. Il ne semble donc pas y avoir de moyen d'éviter cette baisse critique de sensibilité aux seeings élevés en jouant sur la modulation ou non modulation du faisceau. La problématique de confusion modale est également

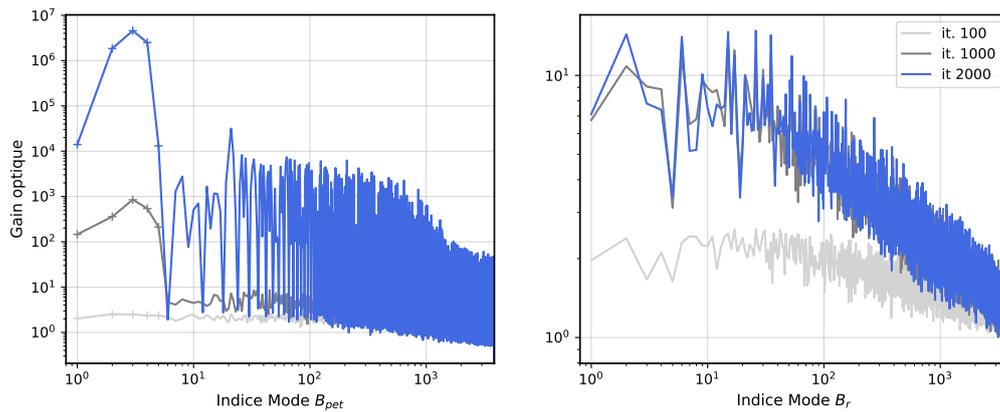


FIGURE 3.14 – Gains optiques calculés avec l’algorithme CLOSE en Q4 ($r_0 = 8, 9 \text{ cm}$), à *Gauche* en utilisant un reconstruteur modal étalonné pour la base B_{pet} et à *Droite* pour les modes calculés sur la pupille B_r . L’échelle des ordonnées diffère d’un graphe à l’autre.

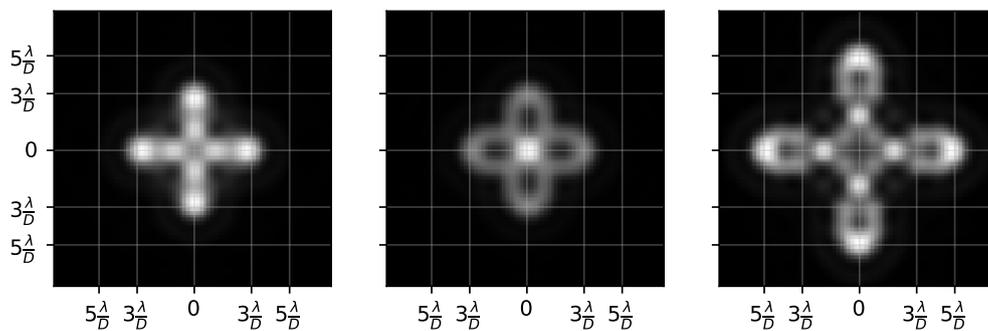


FIGURE 3.15 – Chemins de modulation trèfle dans le plan focal de l’analyseur pyramide, avec de gauche à droite, les paramètres : $k = 2, r_{mod} = 3$; $k = 3, r_{mod} = 3$ et $k = 2, r_{mod} = 5$.

toujours prépondérante pour les modes pétales.

3.3.4 Nombre de faces : vers l’axicon ?

On a vu que l’augmentation du nombre d’arêtes de l’ASO pyramide permet une amélioration de la sensibilité aux modes pétales (Bertrou-Cantou et al., 2021) tandis qu’elle laisse inchangées les propriétés du senseur pour les autres modes (Fauvarque et al., 2016a). On aurait alors envie d’étudier le cas du nombre infini d’arêtes : le masque pyramidal devient un cône, il s’agit de l’ASO axicon (Vohnsen et al., 2011). Cette géométrie s’accompagne d’une deuxième particularité. Puisque le nombre de faces est infini, le nombre de pupilles imagées l’est aussi et il est physiquement impossible de les séparer sur le détecteur : on a un recouvrement des pupilles. Cela rend physiquement réalisable le calcul numérique des vecteurs de mesure.

Dans le but d’étudier une géométrie similaire à l’axicon, j’ai choisi le cas d’une pyramide à 24 faces. La présence de 24 arêtes devrait assurer une sensibilité bien plus élevée de l’analyseur aux modes pétales, la question est de savoir ce qu’il advient avec le recouvrement des pupilles. Les différents masques de phase étudiés, allant de 4 à 24 faces, et la réponse de la pyramide à la diffraction avec un faisceau incident modulé à $3 \frac{\lambda}{D}$ sont montrés en figure 3.18. Les vecteurs de mesure construits à partir des pixels éclairés de ces trois images, dans une approche de sélection "large" pour tenir compte des effets diffractifs en bord des pupilles. Le vecteur de pente contient 25 560 valeurs pour le masque à 24 faces.

La figure 3.19 montre la sensibilité modale à la diffraction de chacun des masques étudiés. Malgré son

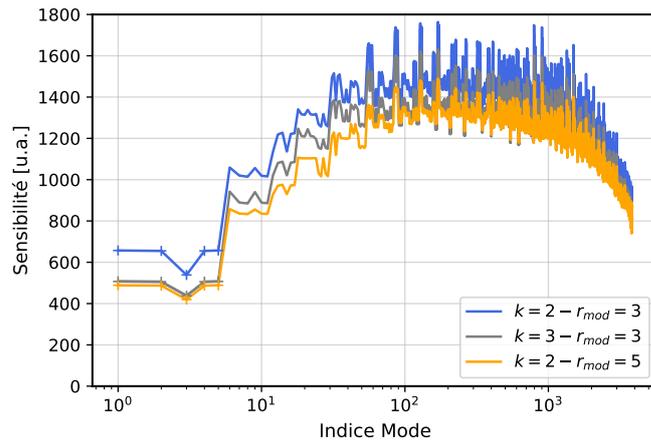


FIGURE 3.16 – Sensibilité modale à la diffraction des chemins de modulation trèfle avec en bleu, $k = 2, r_{mod} = 3$; en gris, $k = 3, r_{mod} = 3$ et en orange, $k = 2, r_{mod} = 5$.

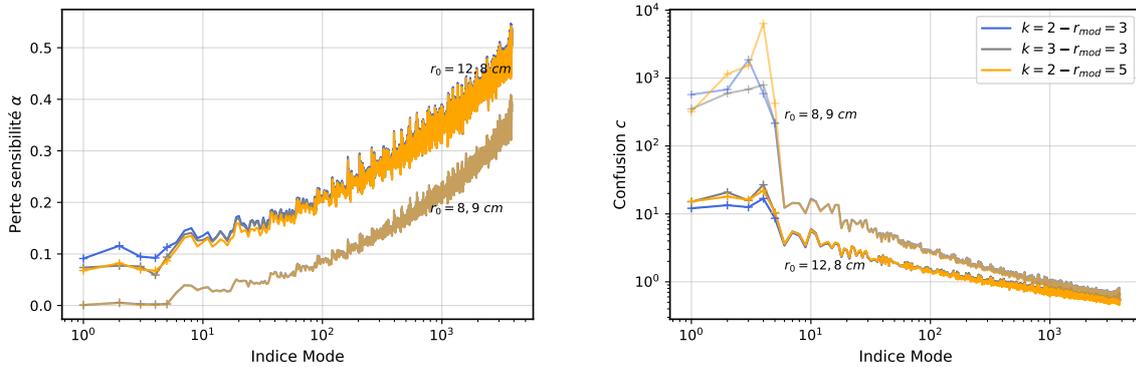


FIGURE 3.17 – *Gauche* Perte de sensibilité et *Droite* Facteur de confusion de différents chemins de modulation trèfle, en présence de résidus intra-pétales de boucle fermée pour $r_0 = 8,9 \text{ cm}$ (trait transparent) et $r_0 = 12,8 \text{ cm}$ (trait plein).

nombre d'arêtes plus important, le recouvrement des pupilles du masque à 24 faces entraîne une baisse de la sensibilité de modes pétales aussi bien que les autres modes. Cela en fait a priori un analyseur moins adapté à la compensation du front d'onde comparé aux cas des 4 et 6 faces, où les pupilles ne se recouvrent pas. Ce fait est confirmé dès lors qu'on considère les critères de baisse de sensibilité et de confusion modale en présence de résidus de boucle, sur la figure 3.20. La sensibilité chute toujours drastiquement dès lors que le seeing dépasse les $0,8''$ (ou que l'écart type de phase résiduelle est au-dessus de $\sigma_{intra} > \pi/2 \text{ rad}$), et la confusion modale est plus élevée pour tous les modes.

Sans entrer dans une description quantitative de la boucle d'OA avec un axicon, je tiens à noter que ce masque entraîne des difficultés pour la fermeture la boucle. J'ai réalisé trois simulations avec des paramètres de Fried de $r_0 = 76 \text{ cm}$, 35 cm et 16 cm à 500 nm , ce qui correspond à des rapport D/r_0 de 34, 76 et 160 pour un analyseur dans le visible ($\lambda = 700 \text{ nm}$) et le diamètre de l'ELT ($D \approx 40 \text{ m}$). Dans de très bonnes conditions d'analyse, la boucle converge et la longueur de cohérence de la turbulence étant supérieure à l'espace entre les pétales de la pupille, il n'y a pas de problématique de petalling : le rapport de Strehl est de 99,2% en bande K. Pour la condition moyenne, la boucle se ferme toujours avec succès mais il y a une accumulation d'erreurs sur les modes pétales en plus de quelques effets de bord, certains actionneurs divergent localement : le rapport de Strehl descend à 14,7%, l'erreur est dominée par les fluctuations des modes pétales (rappelons que $SR = 1/6$ pour des fluctuations aléatoires, voir chapitre 2). Mais pour le plus mauvais seeing, qui serait tout de même une condition médiane sur l'ELT, le problème de la convergence de la boucle ne se pose pas seulement pour les modes pétales. Il existe un grand nombre d'actionneurs qui se mettent à diverger en bord de pupille et la correction reste très

médiocre à l'intérieur des pétales. Rapidement, ils entraînent avec eux une divergence complète de la boucle d'OA. Cet effet persiste même en utilisant une plus large modulation de l'analyseur à $8 \frac{\lambda}{D}$ dans le but de réduire les effets diffractifs liés à la superposition des pupilles. En conclusion de cette rapide analyse, et sans même considérer la problématique de la sensibilité aux modes pétales, l'axicon semble très peu propice à une utilisation en boucle fermée pour des systèmes à large rapport $\frac{D}{r_0}$.

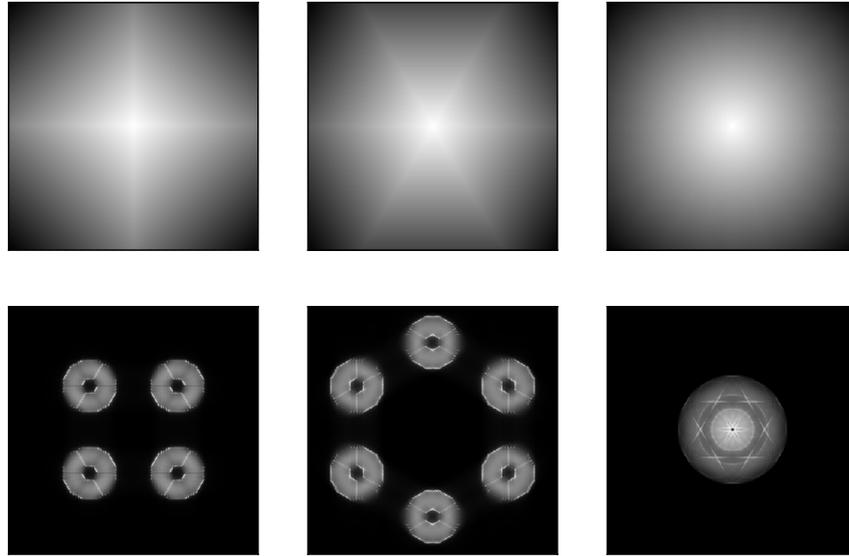


FIGURE 3.18 – Masques de phase et images de l'analyseur pour des pyramides de 4 faces, 6 faces et 24 faces avec recouvrement des pupilles (de type "axicon").

3.3.5 Résultats complémentaires

Dans la section 6 de l'article, je mentionne deux paramètres qui ont mérité quelques autres simulations : le changement du nombre de sous-ouvertures de l'ASO et la présence de bruit de photons, formalisé par différentes magnitudes d'étoile guide.

Nombre de sous-ouvertures

Parmi les nombreux paramètres qui entrent en compte dans la conception d'un système d'optique adaptative, le nombre de sous-ouvertures utiles sur le détecteur permet d'assurer un bon échantillonnage du front d'onde incident et d'éviter les erreurs de repliement.

Deux configurations ont été étudiées et sont comparées en figure 3.21. Dans le premier cas, en bleu, il y a $N_{so} = 95 \text{ pix}$ dans le diamètre d'une pupille de l'ASO pyramide, un pixel correspond à environ 40 cm projeté sur le miroir primaire du télescope, et le rapport est de $4/3$ entre le nombre de pixels et le nombre d'actionneur dans le diamètre de la pupille. Dans le second cas, le nombre de sous-ouvertures est de 87 pix ce qui correspond à un rapport $6/5$, soit un pixel d'environ 44 cm dans l'espace du primaire. Cette modification peut sembler dérisoire et pourtant, en gagnant du terrain sur les hautes fréquences avec un meilleur échantillonnage, le résidu intra-pétale est réduit. De plus, l'augmentation du nombre de pixels sous et proche des bras de l'araignée permet d'améliorer la sensibilité au piston différentiel. Le signal est moins sujet à la problématique de la confusion. Finalement, ajouter quelques pixels au vecteur de mesures permet de réduire avantageusement à la fois l'erreur intra-pétale σ_{intra} et l'erreur pétale $\sigma_{P[\lambda]}$. Pour le RTC, cela signifie utiliser un vecteur de pente de 26 912 valeurs au lieu de 22 944, pour une approche "full pixel".

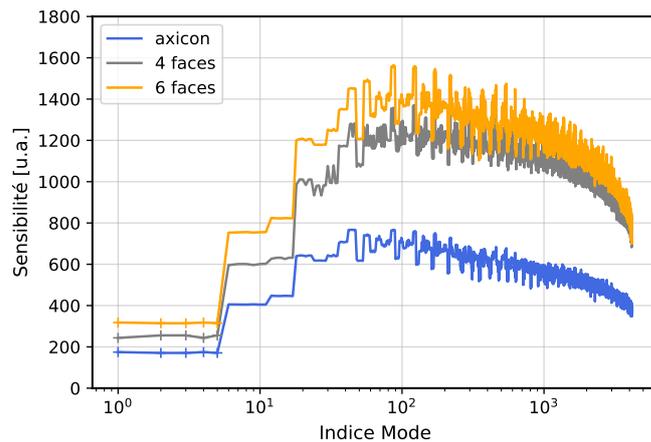


FIGURE 3.19 – Sensibilité modale à la diffraction des masques pyramidaux avec en bleu, 24 faces avec recouvrement (de type "axicon") ; en gris, 4 faces et en orange, 6 faces.

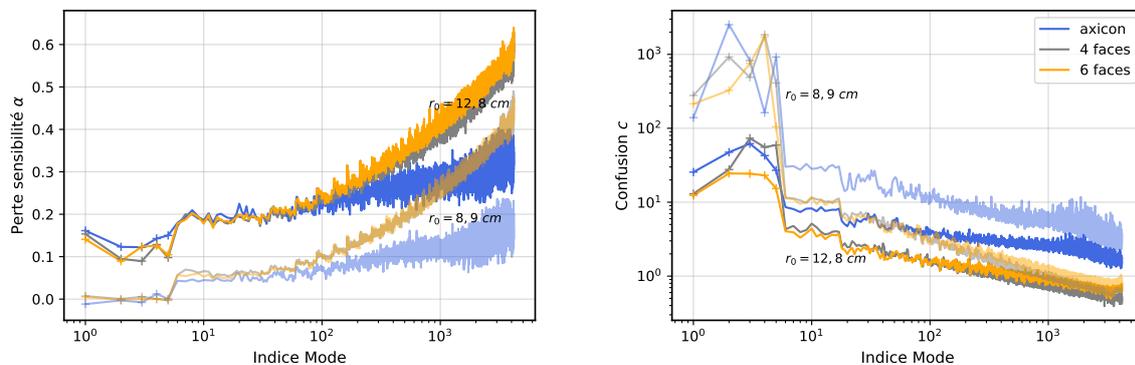


FIGURE 3.20 – *Gauche* Perte de sensibilité et *Droite* Facteur de confusion de différents masques pyramides avec 4, 6 et 24 faces (dit axicon), en présence de résidus intra-pétales de boucle fermée pour $r_0 = 8,9 \text{ cm}$ (trait transparent) et $r_0 = 12,8 \text{ cm}$ (trait plein). La modulation est circulaire de rayon $3 \frac{\lambda}{D}$.

Magnitude d'étoile-guide

Les simulations de l'article ne tiennent pas compte de l'effet du bruit, le flux de l'étoile est supposé infini et le détecteur idéal. Je fais ici varier la magnitude de l'étoile entre 10 et 16 pour une condition de seeing médiane fixée à $r_0 = 13,3 \text{ cm}$ à 500 nm , le bruit de détecteur est négligé. Il aurait idéalement fallu en tenir compte, surtout à forte magnitude, mais cela aurait multiplié les cas de figure. Je suppose donc que le détecteur est limité par le bruit de photons.

Pour travailler avec différentes magnitudes d'étoile, COMPASS donne la possibilité à l'utilisateur de renseigner la valeur du *zeropoint*. Parmi les nombreuses conventions qui existent, le "système Johnson" consiste à prendre comme référence le flux de photons F_0 par unité de temps et de surface reçu de l'étoile Vega de magnitude $m = 0$. Le flux de photons F_{ph} d'un objet de magnitude m est ensuite donné par la formule :

$$m = -2.5 \log_{10}(F_{ph}/F_0) \quad (3.16)$$

Tous calculs faits, la valeur adoptée dans COMPASS pour le système de SCAO MICADO fonctionnant supposément entre 600 nm et 930 nm est : $F_0 = 2,6 \cdot 10^{10} \text{ ph.s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$.

Le facteur de transmission de la lumière jusqu'au système de SCAO est de 0,28 : cette valeur inclue la transmission atmosphérique, les optiques du télescope, de MAORY, de la SCAO et de sa dichroïque ainsi que l'efficacité quantique du détecteur à 700 nm . C'est un facteur multiplicatif qui permet donc de

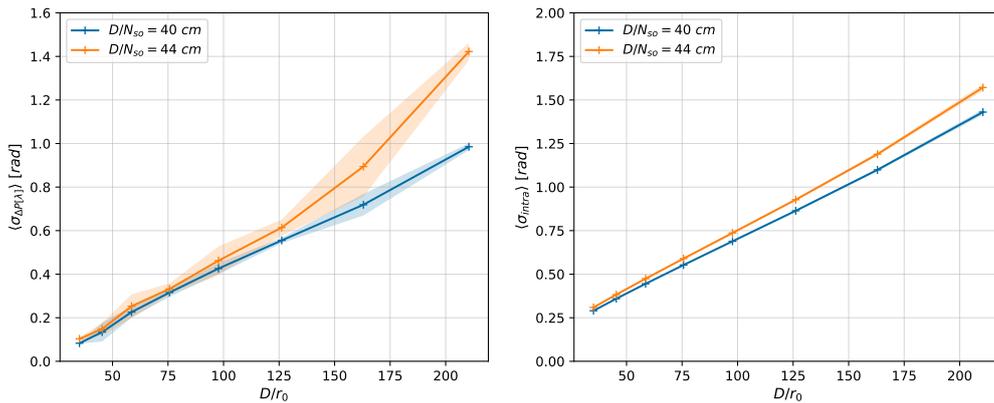


FIGURE 3.21 – Performance pétale $\sigma_{P[\lambda]}$ et intra-pétale σ_{intra} en radians pour un échantillonnage de 40 cm/pixel et de 44 cm/pixel du plan du détecteur de l’ASO pyramide, modulé à $3 \frac{\lambda}{D}$. Les gains modaux sont calculés avec l’algorithme CLOSE.

passer de la valeur du nombre de photons émis par la source au nombre de photo-électrons réellement captés par le senseur.

La matrice d’interaction est étalonnée à la diffraction, sans bruit, et les simulations utilisent l’algorithme CLOSE dans le but de compenser les changements de gains modaux liés à la présence de bruit de photon. Comme attendu, plus la magnitude augmente et plus les erreurs pétales $\sigma_{P[\lambda]}$ et intra-pétale σ_{intra} augmentent sur la figure 3.22. Finalement, pour une magnitude 16 d’étoile guide, le résidu intra-pétale dépasse la barre des $\pi/2 \text{ rad rms}$ et la pyramide se retrouve dans une configuration où elle n’est plus sensible aux modes pétales. Les pistons différentiels subissent des fluctuations complètement aléatoires, entraînés par l’erreur de confusion modale. Cette simulation confirme là encore la loi empirique qui motiverait à garder le résidu intra-pétale en dessous de $\pi/2 \text{ rad}$ pour assurer une forme de sensibilité aux modes pétales, modulo 2π .

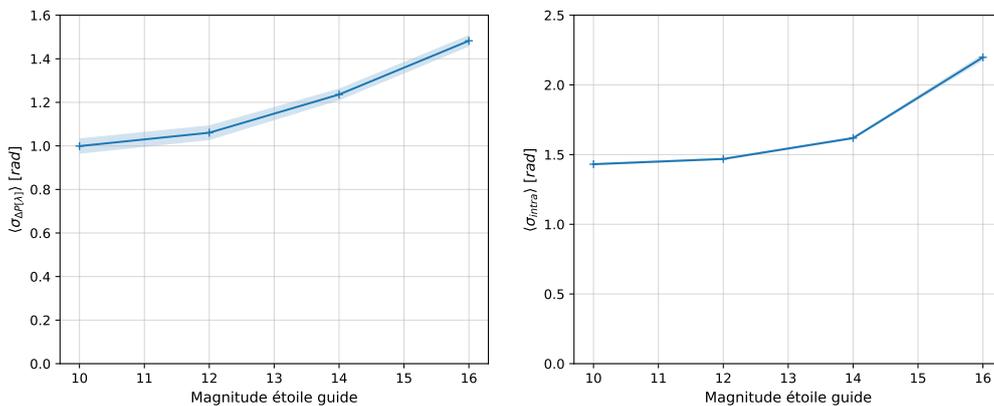


FIGURE 3.22 – Performance pétale $\sigma_{P[\lambda]}$ et intra-pétale σ_{intra} en radians en fonction de la magnitude de l’étoile guide. L’ASO pyramide est modulé à $3 \frac{\lambda}{D}$, fonctionne à 700 nm et $r_0(500 \text{ nm}) = 13,3 \text{ cm}$. Les gains modaux sont calculés avec l’algorithme CLOSE.

3.4 Quelques résultats avec le masque de Zernike

Face à l'incapacité du senseur pyramide à mesurer les erreurs de pistons différentiels, notamment aux conditions de seeings élevés, je me suis brièvement penchée sur l'utilisation du masque de Zernike pendant cette thèse. C'est cet analyseur qui a permis de faire la mesure des aberrations causées par le LWE sur l'instrument VLT/SPHERE (Sauvage et al., 2015) et il a également été étudié pour les techniques de co-phasage des pupilles segmentées (Janin-Potiron et al., 2017). Je me suis chargée de le confronter à la géométrie ELT et à la présence de résidus de boucle d'OA. Le masque est alors utilisé seul, supposément en second étage d'OA, les résidus hauts ordres sont compensés avec un ASO pyramide modulé. Les résultats des études menées avec le masque de Zernike sont rapportés et comparés à ceux d'une pyramide utilisée sans modulation dans l'article de conférence Bertrou-Cantou et al. (2020), reporté en annexe C. Je fais ici un résumé des conclusions de cet article et apporte quelques précisions supplémentaires sur les propriétés du masque de Zernike.

3.4.1 Propriétés et dimensionnement

Principe de mesure

Tout comme l'analyseur pyramide, le principe du masque de Zernike repose sur un filtrage des fréquences spatiales dans le plan de Fourier. Un masque de phase ϕ_{zer} est placé en plan focal, ce masque consiste en une pastille déphasante de profondeur $\pi/2$, soit une différence de chemin optique de $\lambda/4$. Le diamètre de cette pastille est généralement choisie de valeur $d_{zer} = 1,06 \frac{\lambda}{D}$ afin d'assurer une équipartition de l'énergie entre les deux parties du plan de Fourier (N'Diaye et al., 2013). Du fait de ces deux paramètres, le masque de Zernike est donc un analyseur chromatique. Physiquement, ce type de masque peut être réalisé à l'aide d'un substrat de verre dans lequel un cylindre de diamètre d_{zer} et de profondeur $\lambda/4$ est creusé.

La FTO de cet analyseur est donnée par :

$$FTO_{zer}(x', y') = e^{i \phi_{zer}(x', y')} \quad (3.17)$$

La partie du champ incident qui subit un retard de phase va interférer avec le reste du champ dans le plan pupille suivant et produire une image de pupille dont l'éclairement est proportionnel à la phase incidente ϕ . L'image dans le plan pupille est :

$$I(x, y) \propto \left| \mathcal{F}^{-1} [FTO_{zer}(x', y') \cdot \mathcal{F}[P(x, y) e^{i \phi(x, y)}]] \right|^2 \quad (3.18)$$

La figure 3.23 montre l'exemple de deux masques de phase de diamètre $d_{zer} = 1 \frac{\lambda}{D}$ et $d_{zer} = 3 \frac{\lambda}{D}$. A la diffraction, dans la première configuration, l'équipartition de l'énergie est assurée ce qui assure un bon éclairement du plan pupille. A l'inverse, avec un diamètre de pastille plus large, une plus faible quantité de champ est déphasée, il y a moins d'interférences.

Pour un diamètre $d_{zer} = 1,5 \frac{\lambda}{D}$ dont la valeur est justifiée dans un prochain paragraphe, la figure 3.24 montre la réponse de l'analyseur aux deux aberrations mode pétale ϕ_0 et mode intra-pétale ϕ_{18} . On constate que l'éclairement est bien directement proportionnel à la phase incidente ; le vecteur de mesure, obtenu après soustraction du vecteur de référence calculé à la diffraction, est également proportionnel à cette phase incidente.

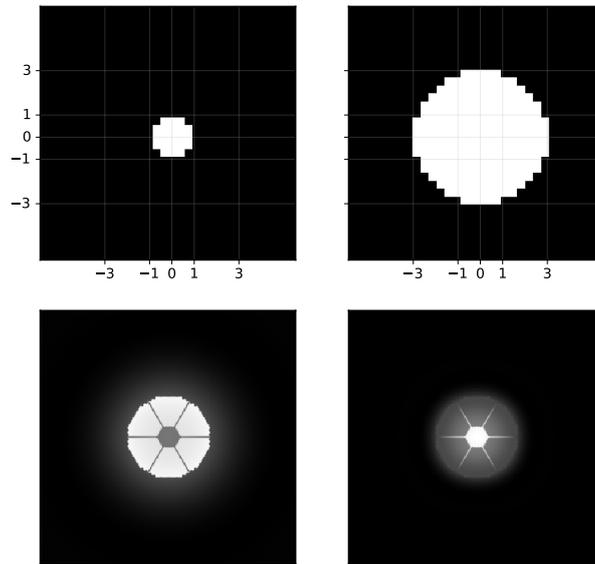


FIGURE 3.23 – *Haut* Masque de phase de l'ASO Zernike et *Bas* Réponse du senseur en plan pupille à la diffraction pour deux diamètres de pastille déphasante : $d_{zer} = 1 \frac{\lambda}{D}$ et $d_{zer} = 3 \frac{\lambda}{D}$.

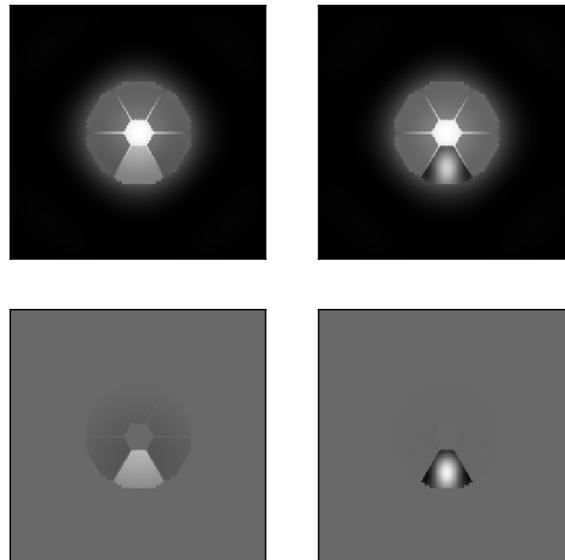


FIGURE 3.24 – *Haut* Réponse du masque de Zernike au seul mode pétale (ϕ_0) et au seul mode 18 (ϕ_{18}) et *Bas* vecteur de mesures après soustraction de la référence, pour une pastille déphasante de diamètre $d_{zer} = 1,5 \frac{\lambda}{D}$. L'échelle de couleur est identique pour les deux sous-figures.

Sensibilité et linéarité

Le graphe de la figure 3.25 illustre l'uniformité de la sensibilité du masque de Zernike quelque soit la fréquence spatiale du mode considéré, les modes utilisés sont ceux de la base B_{pet} . Cette propriété est un atout pour la mesure des modes pétales et présente un intérêt certain si on la compare au cas de l'ASO pyramide, même non modulé. Les propriétés de sensibilité et de gamme de linéarité des ASO sont antagonistes, le masque de Zernike présente d'ailleurs une assez mauvaise gamme de linéarité ce qui en fait un senseur réservé aux faibles amplitudes d'aberrations (typiquement les NCPA) et le rend inutilisable seul pour des applications d'OA. Cependant, on l'aura compris, les modes pétales sont particuliers et la plage de capture reste identique quelle que soit la sensibilité du senseur, elle ne dépend pas du diamètre d_{zer} ni du déphasage, mais seulement de la longueur d'onde d'analyse. Plus généralement, traiter la problématique de la mesure des modes pétales indépendamment des autres modes permet d'optimiser le dimensionnement de l'ASO en ne se souciant que de la seule propriété de sensibilité, et non de la gamme dynamique (voir section 3.1.4 à ce propos).

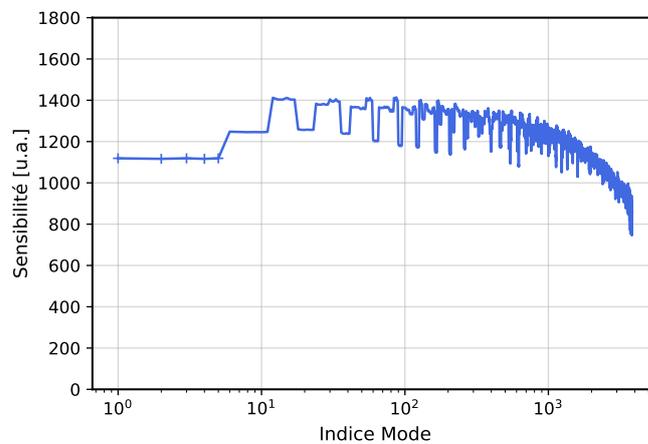


FIGURE 3.25 – Sensibilité modale du masque de Zernike à la diffraction pour une pastille déphasante de diamètre $d_{zer} = 1,5 \frac{\lambda}{D}$.

Choix du diamètre de la pastille déphasante

On s'intéresse au masque de Zernike dans le but de réaliser une mesure des modes pétales. Du fait de ses propriétés de filtrage du champ incident, on peut choisir le diamètre de la pastille déphasante qui maximise la sensibilité pour l'application voulue. La figure 3.26 donne la sensibilité de l'analyseur à un mode pétale et à deux autres modes intra-pétales en fonction du diamètre d_{zer} de la pastille déphasante. La déplétion est gardée de profondeur $\pi/2$. D'après cette figure, j'ai fait le choix dans Bertrou-Cantou et al. (2020) d'un diamètre de $d_{zer} = 1,5 \frac{\lambda}{D}$, lieu du pic de sensibilité. Par ailleurs, Chambouleyron et al. (2021a) propose lui aussi de choisir le diamètre d_{zer} qui maximise la sensibilité du masque de Zernike.

3.4.2 Résultats en présence de résidus turbulents

Afin de caractériser le masque de Zernike en présence de résidus de boucle d'OA, je considère les coefficients de perte de sensibilité α et de confusion modale c calculés à partir des équations de Bertrou-Cantou et al. (2021). Les écrans de phase utilisés pour les conditions Q3 et Q4, respectivement $r_0 = 12,8 \text{ cm}$ et $r_0 = 8,9 \text{ cm}$, sont identiques à ceux utilisés dans le tracé des figures 7 et 9 de l'article, et des figures 3.17 et 3.20 de ce chapitre.

La figure 3.27 montre les résultats avec le masque de Zernike, ainsi qu'une pyramide non modulée. Pour le premier, en bleu, la perte de sensibilité et la confusion modale sont uniformes pour tous les modes tandis que la sensibilité augmente / la confusion décroît avec la fréquence du mode considéré pour le deuxième ASO, en gris. La confusion est bien moins prépondérante avec le senseur de Zernike comparé à l'ASO pyramide pour une perte de sensibilité équivalente en Q3, ce qui va dans le bon sens. Cette baisse du coefficient de confusion peut s'expliquer par le fait que le senseur a une sensibilité uniforme à tous les ordres de la phase résiduelle, il n'est pas plus sensible aux hautes fréquences qu'aux basses fréquences

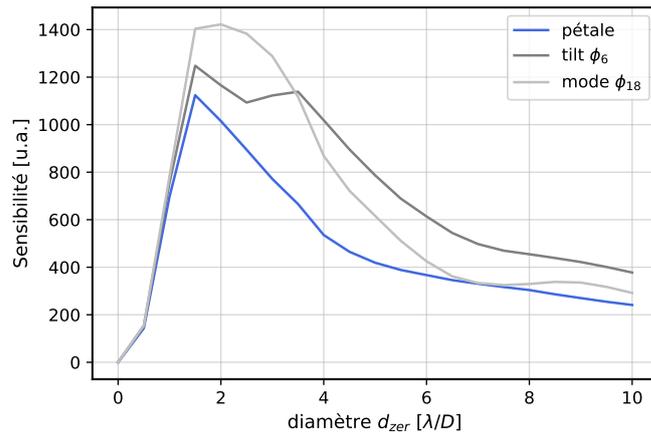


FIGURE 3.26 – Sensibilité à un mode pétale et deux modes intra-pétales en fonction du diamètre de la pastille déphasante du masque de Zernike, donnée en λ/D .

d'intérêt. Cependant, en $Q4$, on fait face là encore à la perte drastique de sensibilité qui alors s'exprime sur tous les modes, le facteur de confusion est alors très élevé. Ces graphes révèlent la grande difficulté à extraire l'information du signal piston différentiel en présence de larges variances de phase résiduelle comparé à la longueur d'onde d'analyse et ce, malgré un analyseur a priori adapté pour effectuer cette mesure.

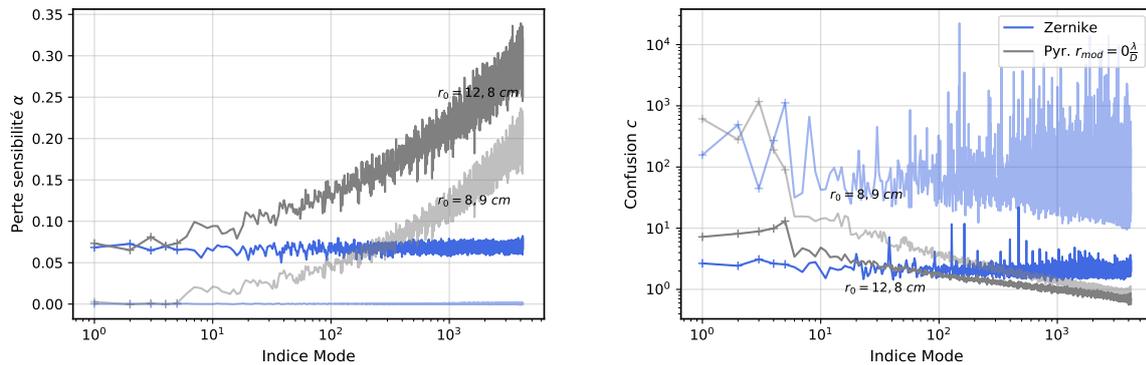


FIGURE 3.27 – *Gauche* Perte de sensibilité et *Droite* Facteur de confusion pour le masque de Zernike et la pyramide non modulée, en présence de résidus intra-pétales de boucle fermée pour $r_0 = 8,9 \text{ cm}$ (trait transparent) et $r_0 = 12,8 \text{ cm}$ (trait plein).

Effet du diaphragme de champ

Je propose l'utilisation d'un masque en transmission (FS, pour *field stop*) afin de réaliser un filtre passe bas des fréquences spatiales dans le plan de Fourier. Ce filtrage s'ajoute au même masque de Zernike dimensionné plus haut, il consiste en un masque de fonction de transparence transmissive $t = 1$ dans un diamètre de $d_{FS} = 5 \frac{\lambda}{D}$ et de transmission nulle ailleurs $t = 0$. La sensibilité du masque de Zernike est alors restreinte aux ≈ 50 premiers modes de \mathbf{B}_{pet} . Des courbes des coefficients de perte de sensibilité α et de biais β sont présentées en figures 5 et 7 de Bertrou-Cantou et al. (2020) (voir annexe C). On peut résumer l'utilisation de ce filtre à deux principaux effets :

- couper les hautes fréquences dans le plan de Fourier revient à renormaliser l'intensité reçue dans le plan du capteur et permet ainsi une nette amélioration de la sensibilité en présence de résidus d'OA,
- le capteur n'étant plus (ou bien moins) sensible aux hautes fréquences de la phase résiduelle, le couplage modal se fait sur un nombre réduit de modes (le coefficient de confusion est donc

mathématiquement réduit), le biais de mesure est réduit mais reste non nul aux mauvais seeing (*seeing* > 0,8").

Ces résultats suggèrent que l'information sur le piston différentiel est bien présente dans le plan de Fourier mais que le filtrage effectué par les masques étudiés (prisme pyramidal et masque de Zernike) entraîne un "brassage fréquentiel" responsable de la confusion modale. La mesure du piston différentiel pourrait être effectuée directement en plan focal, en utilisant une méthode de diversité de phase. Cela n'a pas été vérifié et plus généralement, ces résultats sur l'utilisation d'un diaphragme de champ restent très préliminaires. Des simulations bout-en-bout qui mettent en œuvre un masque de Zernike avec diaphragme de champ (ou une reconstruction en plan focal) comme second étage d'OA à l'analyseur pyramide modulé devraient pouvoir confirmer ou infirmer leur capacité à compenser les modes pétales en boucle fermée.

3.5 Conclusions sur l'analyse du piston différentiel

Les systèmes de SCAO des trois instruments de première lumière de l'ELT reposent sur l'utilisation d'un analyseur pyramide : dans le visible pour HARMONI et MICADO et dans l'infrarouge pour METIS. Le choix et la conception de cet analyseur ont été jusqu'ici motivés par la performance de correction intra-pétale, par le biais de simulations excluant la fragmentation de la pupille ELT ou la contournant par d'autres moyens que l'analyse de front d'onde. Ces choix ont été faits indépendamment de la problématique nouvelle, et spécifique à l'ELT, de la mesure des modes pétales.

On aurait pu penser que de nouvelles stratégies d'analyse, en jouant sur les différents paramètres possibles de l'ASO pyramide, permettent la compensation complète du front d'onde, incluant les modes pétales et les modes intra-pétales. C'est d'ailleurs vers l'optimisation du chemin de modulation que je me suis d'abord tournée ; mais les choses ne sont pas si simples. Pour un ASO pyramide à une longueur d'onde visible, les conclusions tendent à montrer qu'un seul et même analyseur ne peut pas effectuer une telle compensation car d'une part, les logiques de mesure de ces deux classes de modes sont antagonistes, et d'autre part, l'analyse des modes pétales dépend du degré de correction des modes intra-pétales : au vu des simulations effectuées, il est permis de penser que si la densité d'actionneurs de M4 était augmentée d'un facteur 10, la mesure des modes pétales deviendrait possible par le seul fait de l'accroissement de la performance de la boucle. En effet, la mesure des modes pétales est soumise à deux sources d'erreur qui dépendent en partie de la variance de phase intra-pétale :

- une baisse de sensibilité α ; la sensibilité peut d'ailleurs être réduite à zéro lorsqu'on considère des seeings élevés (*seeing* > 0,8") pour un ASO pyramide à une longueur d'onde visible ($D/r_0 > 220$, ou $d_{act}/r_0 > 3$),
- un biais de mesure β qui reflète un couplage modal avec les résidus de boucle d'OA hauts ordres et une confusion dans la mesure de ces modes.

Par ailleurs, les valeurs de ces deux paramètres ne dépendent pas que de la variance de phase intra-pétale, elles sont dominées par des fluctuations stochastiques. Leurs valeurs sont instables ce qui rend leurs compensations délicates voire illusoire, c'est d'autant plus vrai à fort seeing lorsque la sensibilité est nulle. Bien que présentant des meilleures sensibilités aux modes pétales et des plus faibles degrés de confusion modale, la pyramide à six faces et le masque de Zernike présentent la même perte drastique de sensibilité dès lors que le seeing dépasse 0,8" lorsqu'ils sont eux aussi utilisés à une longueur d'onde visible. Le résultat reste encourageant pour l'utilisation d'une pyramide à un nombre plus élevé de faces car les propriétés d'analyse des modes intra-pétales sont quasi inchangées. Il faut alors que les pupilles de l'ASO ne soient pas superposées (on l'a vu dans le cas de l'axicon). Cela nécessiterait de la part des modules SCAO des instruments de revoir la conception du système d'OA complet (prisme pyramidal, détecteur, dimension du vecteur de mesures donné au RTC, etc).

Une valeur empirique sur la variance de résidus intra-pétales qui place le senseur dans un régime de sensibilité aux modes pétales semble ressortir : une condition nécessaire (mais pas suffisante) est qu'à la longueur d'onde d'analyse $\sigma_{intra} < \pi/2$ rad. Ainsi, pour obtenir une sensibilité aux modes pétales en présence de larges résidus d'OA par rapport à la longueur d'onde d'analyse, la seule solution est de diminuer le rapport d_{act}/r_0 du système. Pour ce faire, deux possibilités se dessinent :

- un changement de la longueur d'onde d'analyse vers des longueurs d'onde plus "rouges", ce qui va dans le sens d'une plus large gamme de capture des pistons différentiels et facilité accrue dans la discrimination des sauts de λ ,
- une diminution de la distance inter-actionneurs, ce qui signifie changer de DM et donc changer de système. Les instruments chasseurs de planètes de deuxième génération pour l'ELT, par exemple PCS (Kasper et al., 2021), seront équipés d'un deuxième étage d'OA (l'eXtreme OA ou XAO).

Pour la correction des modes pétales, ils pourraient ainsi bénéficier de l'avantage intrinsèque à la meilleure performance intra-pétale qu'ils délivreront.

Chapitre 4

Méthodes de contrôle des modes pétales

La compensation des erreurs de pistons différentiels entre les fragments de la pupille de l'ELT est critique pour obtenir une reconstruction complète du front d'onde incident. Cette problématique, à laquelle les analyseurs étudiés au chapitre précédent ne répondent pas avec fiabilité, doit donc être adressée différemment. L'utilisation de l'hypothèse de continuité du front d'onde reconstruit semble une solution toute naturelle à ce problème. J'ai donc étudié des méthodes pour introduire la juste quantité de modes pétales afin de corriger au mieux les pistons différentiels introduits par la turbulence atmosphérique. Pour ce faire, je développe dans ce chapitre deux méthodes : la première utilise la statistique Kolmogorov de la turbulence pour construire un estimateur bayésien des modes pétales et la deuxième restreint la base de correction du miroir déformable afin d'asservir les actionneurs situés de part et d'autre des bras d'araignée. En utilisant le simulateur COMPASS, je compare les résultats obtenus en boucle fermée avec ces méthodes pour différentes conditions d'observation, en faisant varier le seeing ou la magnitude de l'étoile guide. Enfin, je présente les limitations de ces méthodes en présence de discontinuités de phase, c'est-à-dire de modes pétales non Kolmogorov, pouvant être introduits par la structure du télescope, et j'analyse leur comportement dans la boucle d'OA.

4.1 Reconstruction à partir d'a priori sur la turbulence

4.1.1 Contexte

L'inférence bayésienne permet, en se basant sur une formulation statistique des problèmes, de conclure sur la probabilité d'un événement à partir d'une ou plusieurs observation(s). En utilisant les informations connues de la phase, c'est-à-dire les mesures fournies par l'ASO, et la connaissance a priori de la statistique de la turbulence, il est possible de *déduire* un vecteur de paramètres inconnus qui vient compléter l'observation. En OA, l'idée est de trouver les valeurs de ce vecteur qui minimisent la variance de phase résiduelle dans le but de maximiser la qualité de l'image.

La première utilisation de la connaissance statistique de l'atmosphère pour formuler une matrice de commande optimale du front d'onde remonte à Wallner (1983). Son but est de minimiser l'erreur quadratique moyenne des résidus en utilisant un nombre fini d'actionneurs du DM et en tenant compte de la géométrie de l'analyseur, dont les données sont bruitées. Ce travail trouve plus tard une nouvelle application pour les systèmes d'OA multi-conjugués (MCAO). Dans Fusco et al. (2001), un estimateur qui minimise la variance de la phase résiduelle est alors utilisé pour obtenir une reconstruction tomographique du front d'onde dans un champ de vue donné, plus large que ce qui serait permis par la seule utilisation d'une étoile guide et d'un DM. Pour des usages tomographiques là encore, cette technique est également appliquée à l'OA multi objet (MOAO, Gendron et al., 2011) et vise à compenser simultanément le front d'onde de plusieurs étoiles hors axes réparties sur un large champ de vue.

Finalement, l'utilisation de la statistique de la turbulence permet d'améliorer la capacité de l'algorithme de reconstruction de la phase incidente et de trouver la meilleure déformation à appliquer au(x) DM d'après la connaissance des mesures de l'analyseur et ce, dans plusieurs applications reconnues de l'OA. Dans cette partie, je propose d'utiliser un tel estimateur afin de reconstruire les modes pétales, informations manquantes à la reconstruction du front d'onde.

4.1.2 Définition d'un reconstruteur optimal

Pour notre problème, nous cherchons à déduire le vecteur des coefficients des modes pétales \mathbf{p} qui a causé le vecteur d'observation \mathbf{u} donné par les mesures de l'analyseur. Le théorème de Bayes permet d'exprimer une probabilité conditionnelle : il cherche à déterminer l'hypothèse de la survenue d'un événement connaissant une distribution de probabilité de \mathbf{p} et connaissant la mesure \mathbf{u} . Cette fonction $\mathcal{P}(\text{hypothèse}|\text{mesure})$ (lire probabilité de l'hypothèse connaissant la mesure) s'exprime ainsi :

$$\mathcal{P}(\mathbf{p}|\mathbf{u}) = \frac{\mathcal{P}(\mathbf{u}|\mathbf{p})\mathcal{P}(\mathbf{p})}{\mathcal{P}(\mathbf{u})} \quad (4.1)$$

Le terme $\mathcal{P}(\mathbf{p})$ représente la probabilité a priori de \mathbf{p} et est antérieur à toute connaissance de la mesure. Le terme $\mathcal{P}(\mathbf{u}|\mathbf{p})$ fait lui entrer en jeu la connaissance de \mathbf{u} , c'est la probabilité conditionnelle que l'évènement \mathbf{u} ait été générée par \mathbf{p} . Notons dans cette équation que le dénominateur $\mathcal{P}(\mathbf{u})$ est une constante, indépendante de l'hypothèse faite sur l'observation, et n'a ici qu'un rôle de normalisation. Les probabilités a priori et conditionnelle ont donc une influence sur la probabilité a posteriori $\mathcal{P}(\mathbf{p}|\mathbf{u})$; on peut sentir que cette influence dépendra de la forme de \mathcal{P} : une densité de probabilité uniforme n'aura aucune influence sur le processus d'estimation et à l'inverse, plus la fonction sera proche d'un Dirac, plus elle sera déterminante dans le calcul.

Parmi les méthodologies utilisées en inférence bayésienne, on peut citer les deux plus courantes dans le domaine de la haute résolution angulaire : l'estimateur *maximum a posteriori* (MAP) et l'estimateur *minimum mean square error* (MMSE).

On trouve dans la littérature l'utilisation d'un estimateur MAP pour contrôler les modes pétales pour l'instrument METIS de l'ELT (Hutterer et al., 2018). L'estimateur MAP est obtenu en calculant le vecteur de paramètre \mathbf{p} pour lequel la probabilité $\mathcal{P}(\mathbf{p}|\mathbf{u})$ est maximale. L'estimateur MMSE dérive quant à lui le vecteur \mathbf{p} qui minimise l'erreur quadratique moyenne des modes pétales résiduels. Etant donné que la reconstruction du front d'onde traite un signal gaussien, de moyenne statistique nulle après filtrage du mode piston global, on peut montrer que le reconstruteur MMSE coïncide en fait avec le reconstruteur MAP. Dans le cadre de la SCAO de l'instrument MICADO, j'ai utilisé un reconstruteur MMSE dont des résultats préliminaires ont été présentés dans un acte de conférence de la 6^{ème} édition d'AO4ELT (Bertrou-Cantou et al., 2019). Dans cette première partie de chapitre, je reprends le formalisme du calcul du MMSE.

Minimisation de l'erreur sur la phase au sens des moindres carrés

Considérons le vecteur de front d'onde ϕ comme la projection du *vrai* front d'onde incident $\phi(\mathbf{x})$ sur les n_{act} actionneurs du DM (équation 1.54). Ce vecteur représente la valeur de la phase du front d'onde incident pour chaque emplacement des actionneurs et ne considère qu'une déviation du front d'onde causée par la turbulence atmosphérique : il répond à un processus stochastique basé sur la statistique de Kolmogorov.

En pratique, le vecteur d'observation du système dépend de la mesure faite par l'ASO de la phase ϕ , il s'agit d'un vecteur de tensions \mathbf{u} appliquées sur les actionneurs du DM. Ce vecteur de tension calculé à l'aide de l'inverse généralisée de la matrice d'interaction \mathbf{D} étalonnée pour la base \mathbf{B} et du vecteur de mesures de l'ASO en réponse à ϕ $\mathbf{s}(\phi)$; on obtient :

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}\mathbf{D}^\dagger \mathbf{s}(\phi) \quad (4.2)$$

Le nombre de modes de \mathbf{B} peut tout à fait être différent du nombre d'actionneurs, il est même généralement inférieur puisqu'on commencera par filtrer le mode piston global de la base. L'espace des observations sera déterminé par le nombre de modes de \mathbf{B} et est un sous espace du DM; je note n_m sa dimension. Etant donné que l'estimation est d'autant plus exacte que le nombre d'observation est grand, on préférera travailler avec un grand nombre de modes. Ce sujet n'est pas traité ici. Je suppose ici l'égalité $\mathbf{u} = \phi$, sans terme d'erreur, ce qui signifie que l'ASO donne une mesure idéale du front d'onde incident.

Introduisons maintenant une matrice \mathbf{P} contenant les n_p modes du système que l'on cherche à déduire, ici les $n_p = 6$ modes pétales. Le vecteur $\mathbf{p} = (p_j)_{j=1, n_p}$ contient alors les coefficients des modes de la matrice \mathbf{P} .

On cherche donc le vecteur estimé des coefficients des modes pétales $\hat{\mathbf{p}}$ exprimé sur n_p valeurs à partir de la connaissances des n_m observations. Dans le cadre de la méthode MMSE, on considère comme fonction de coût l'erreur quadratique moyenne et on cherche à minimiser l'erreur ϵ faite sur l'estimation des modes pétales :

$$\epsilon = \langle |\hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p}|^2 \rangle \quad (4.3)$$

Les crochets $\langle \dots \rangle$ désignent la moyenne d'ensemble sur la statistique de la turbulence.

On veut calculer une fonction représentée par la matrice \mathbf{R} , qui nous permet d'estimer les coefficients de \mathbf{p} à partir du vecteur d'observation, tout en minimisant l'erreur définie par :

$$\epsilon = \langle |\mathbf{p} - \mathbf{R}\mathbf{u}|^2 \rangle \quad (4.4)$$

Afin de trouver :

$$\hat{\mathbf{p}} = \arg \min_{\mathbf{p}} \{ \langle |\mathbf{p} - \mathbf{R}\mathbf{u}|^2 \rangle \} \quad (4.5)$$

Le minimum de cette fonction se trouve lorsque sa dérivée est nulle, un développement détaillé de cette solution peut par exemple être trouvé dans Gendron (1995). On trouve finalement :

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \mathbf{R}} = 0 \Rightarrow \mathbf{R} = \langle \mathbf{p}\mathbf{u}^t \rangle \langle \mathbf{u}\mathbf{u}^t \rangle^{-1} \quad (4.6)$$

Modèle statistique de la turbulence

Maintenant que nous avons défini l'équation qui nous permet de calculer le reconstruteur optimal de la phase \mathbf{R} , il nous faut être en mesure de déterminer ce qui se trouve à droite de l'équation 4.6. Pour cela, nous pouvons faire appel à un modèle statistique.

Par soucis de simplification, j'utilise ici le modèle de Kolmogorov pour décrire la fonction de structure de phase de la turbulence. Les équations s'appliquent cependant aussi au modèle de von Kármán qui permet d'introduire un paramètre supplémentaire, à savoir l'échelle externe L_0 . Ces modèles ont été détaillés dans le chapitre 1. Physiquement, l'échelle externe nous permet d'obtenir une meilleure définition de la statistique du front d'onde perturbé lorsqu'on considère des échelles de système de plusieurs mètres. Ce facteur ne dépend pas de la longueur d'onde et est typiquement considéré être de l'ordre de $L_0 = 25$ m.

Le calcul de la matrice de covariance du processus de phase ϕ , soustraite du piston global, a été donné dans l'équation 1.45. Soient $\boldsymbol{\delta}$ la matrice des distances entre les actionneurs et \mathbf{P}_0 la matrice qui permet de soustraire le piston de la phase, la matrice de covariance des actionneurs est donnée par la relation :

$$\langle \mathbf{u}\mathbf{u}^t \rangle = \mathbf{P}_0^t \cdot \boldsymbol{\delta}^{5/3} \cdot \mathbf{P}_0 \quad (4.7)$$

où, par abus de notation, les coefficients de la matrice $\boldsymbol{\delta}$ sont à la puissance $5/3$.

Le calcul de $\langle \mathbf{p}\mathbf{u}^t \rangle$ et de $\langle \mathbf{u}\mathbf{u}^t \rangle$ est immédiat en utilisant l'équation 4.7 et en connaissant les positions des actionneurs du DM. De plus, il est possible de constater l'inversibilité de $\langle \mathbf{u}\mathbf{u}^t \rangle$, à condition que tous les actionneurs soient deux à deux distincts.

4.1.3 Application du MMSE à la mesure des pistons différentiels

Nous allons maintenant appliquer le calcul du reconstruteur \mathbf{R} pour estimer la valeur des six modes pétales atmosphériques du front d'onde incident, connaissant la mesure des autres modes du DM. Ce calcul se fait donc en deux étapes, sous le nom de *split approach* donné par Hutterer et al. (2018).

Privation des modes pétales de la commande

On commence par priver la commande de modes pétales. Pour cela, on se munit de la matrice \mathbf{P} qui exprime les six modes pétales sur les actionneurs du DM. La matrice \mathbf{P}' exprime les six coefficients des modes pétales sur la phase en réponse à la mise en tension de chacun des actionneurs. En utilisant la matrice $\boldsymbol{\Delta}$ de covariance des fonctions d'influence (FI) du DM introduite à l'équation 1.52, la solution pour \mathbf{P}' au sens des moindres carrés est :

$$\mathbf{P}' = \left(\mathbf{P}^t \boldsymbol{\Delta} \mathbf{P} \right)^{-1} \mathbf{P}^t \boldsymbol{\Delta} \quad (4.8)$$

Le vecteur de tension du DM débarrassé des modes pétales est alors :

$$\mathbf{u}_{\perp \mathbf{P}} = (\mathbf{I}_d - \mathbf{P}\mathbf{P}')\mathbf{u} \quad (4.9)$$

La projection des modes de $\mathbf{u}_{\perp \mathbf{P}}$ sur \mathbf{P}' est la matrice nulle : $\mathbf{P}'\mathbf{u}_{\perp \mathbf{P}} = \mathbf{0}$, avec $\mathbf{0}$ un vecteur nul. La phase résiduelle suite à l'action de $\mathbf{u}_{\perp \mathbf{P}}$ sur le DM est constituée des modes pétales atmosphériques et de la fitting.

Reconstruction des modes pétales par MMSE

On veut maintenant reconstruire les modes pétales estimés par le MMSE et les ajouter à la commande. Maintenant que les équations 4.6 et 4.7 ont été définies, le calcul de ce reconstruteur \mathbf{R} est évident. Ainsi, on peut ajouter au vecteur de tension $\mathbf{u}_{\perp P}$ les modes pétales estimés :

$$\mathbf{u}_{mmse} = (\mathbf{I}_d + \mathbf{PR})\mathbf{u}_{\perp P} \quad (4.10)$$

Ou encore :

$$\mathbf{u}_{mmse} = (\mathbf{I}_d + \mathbf{PR})(\mathbf{I}_d - \mathbf{PP}')\mathbf{u} \quad (4.11)$$

Plutôt que de raisonner sur le vecteur de commande des actionneurs, il est possible d'écrire ces équations directement pour une base \mathbf{B} de contrôle du DM :

$$\mathbf{B}_{mmse} = (\mathbf{I}_d + \mathbf{PR})(\mathbf{I}_d - \mathbf{PP}')\mathbf{B} \quad (4.12)$$

C'est cette base \mathbf{B}_{mmse} qui me permettra par la suite de contrôler les modes du DM en incluant une reconstruction par MMSE des modes pétales.

Exemple

Je présente en figure 4.1 deux histogrammes des valeurs de phases résiduelles pour un système d'OA type de la SCAO MICADO. On a :

1. à gauche, le DM est contrôlé avec une commande $\mathbf{u}_{\perp P}$ filtrée des modes pétales. Les modes pétales résiduels ne dépendent que de la statistique de l'atmosphère, ils ne sont pas causés par des défauts de mesure du senseur. L'histogramme présente six gaussiennes, correspondant à chaque fragment de la pupille, centrées sur la valeurs des modes pétales atmosphériques (en tirets gris). Que le lecteur ne soit pas surpris, l'histogramme complet de la phase résiduelle n'est pas centré en zéro car l'écran de phase généré par COMPASS contient une quantité arbitraire non-nulle de piston tandis que la commande du DM ne corrige pas ce mode (l'ASO en serait bien incapable). J'ai tracé en jaune les valeurs des modes pétales déterminées par l'estimateur MMSE \mathbf{R} ,
2. à droite, la phase résiduelle est corrigée des modes pétales par le travail de l'estimateur MMSE. Le profil de l'histogramme de la phase semble assez bien décrit par un processus gaussien ; malgré cela, on constate des résidus de modes pétales non nuls, tracés en gris pointillés sur le graphe. L'histogramme a été volontairement centré en zéro par traitement numérique a posteriori du mode piston.

Cet exemple permet de se rendre compte du travail de l'estimateur MMSE : d'une phase dont l'histogramme des valeurs peut être décrit par la somme de six gaussiennes correspondant aux six fragments de la pupille, on obtient une phase résiduelle dont la distribution des valeurs est décrite par un unique processus gaussien. Cet algorithme s'accompagne ainsi d'une minimisation des erreurs de pistons différentiels.

4.2 Bases de contrôle adaptées aux modes non vus

4.2.1 Actionneurs et modes non vus, problèmes de divergence

Je traite dans cette partie deux problèmes d'origines bien distinctes mais de même conséquence : la présence d'actionneurs et de modes du DM non vus par l'ASO.

Dans le cadre de l'ELT, les premiers sont liés à la géométrie du DM. Celui-ci est de dimension plus large que la pupille du télescope et plusieurs rangées d'actionneurs se trouvent sur un anneau extérieur à la pupille, ils ne sont pas illuminés par le faisceau de lumière incidente et ne participent donc pas directement à la correction du front d'onde. De fait, ils n'ont pas non plus de signature dans l'espace de l'analyseur. Avoir ces actionneurs dans une base de commande du DM entraînerait pour sûr une divergence de ces actionneurs, à moins de réaliser une inversion de la matrice d'interaction avec un conditionnement judicieusement choisi permettant leur filtrage. Cette problématique est par ailleurs similaire à celle du contrôle des actionneurs non vus par l'ASO lors d'observations effectuées hors axe, pour laquelle Véran (2000) propose une méthode optimale d'extrapolation de la commande de ces actionneurs.

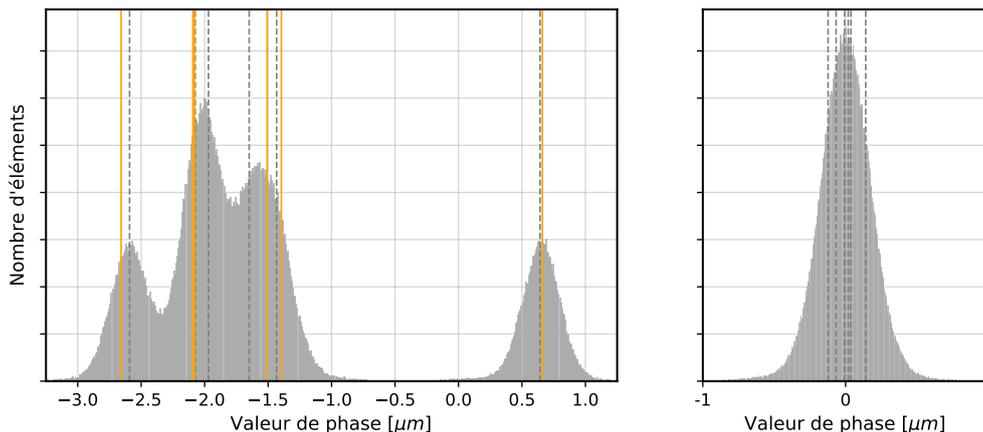


FIGURE 4.1 – Histogramme des valeurs de phase résiduelle pour la SCAO MICADO en boucle fermée ($r_0 = 12,8 \text{ cm}$) avec *Gauche* la commande filtrée des modes pétales $\mathbf{u}_{\perp P}$ et *Droite* une estimation MMSE de la valeur des modes pétales utilisant \mathbf{u}_{mmse} . Les tirets gris représentent les valeurs des modes pétales de la phase résiduelle, et en orange l'estimation MMSE de ces modes.

En supposant que les actionneurs hors de la pupille ont bien été filtrés de la commande, il nous reste à traiter les modes non vus du DM. Ce problème d'invisibilité est celui dont je traite dans cette thèse avec les modes pétales, il provient d'une lacune de l'ASO. L'information sur ces modes est bien présente dans la phase incidente mais est perdue dans l'espace des mesures.

Enfin, il faut ajouter une caractéristique majeure du DM de l'ELT : les fonctions d'influence des actionneurs sont très particulières par rapport aux DM classiques, les actionneurs présentent un couplage nul non seulement avec leurs voisins directs mais avec tous les actionneurs du DM. Ce manque de lien physique entre les actionneurs est néfaste dans les cas de divergence des actionneurs ou modes non vus. Puisqu'ils sont commandés sans entraîner avec eux leurs voisins - des actionneurs qui seraient potentiellement vus par l'analyseur - leur divergence peut être sans limite (en fait, dans la limite physique de la *stroke* du DM). A cela s'ajoute que chaque fragment de DM consiste en une plaque "flottante", elle aussi complètement indépendante de sa voisine et permettant de générer des modes pétales parfaitement plats. Le fait que le DM puisse générer un mode non mesuré par l'analyseur est là encore problématique.

Si je traite dans cette partie avant tout la problématique des modes pétales, j'étends la solution proposée aux actionneurs non vus, situés à l'extérieur de la pupille optique de l'ELT (voir figure 4.3). Je reviendrai plus longuement sur cette application dans une partie dédiée en fin de chapitre (voir section 4.4).

Je présente finalement dans cette partie deux méthodes qui restreignent l'espace de commande du DM afin d'interdire la divergence de certains actionneurs. J'ai déjà introduit la première – la base continue – lors de la conférence SPIE 2020 (Bertrou-Cantou et al., 2020); la deuxième méthode, la base paillée, a été développée pour le système d'OA de l'instrument HARMONI (Schwartz et al., 2018) et réutilisée ensuite pour MICADO (Clénet et al., 2018, Vidal et al., 2019a). Je décrirai cette deuxième méthode succinctement, dans le seul but de pouvoir la comparer aux autres méthodes de reconstruction.

4.2.2 Méthode de calcul de la base continue

Introduction

On considère souvent comme "bonne" base, une base ordonnée de sorte que les N premiers modes de la base participent à la décroissance la plus rapide possible de l'erreur de phase. Autrement dit, les N premiers modes sont ceux qui compensent la plus grande variance de phase incidente et participent donc à la meilleure reconstruction possible du front d'onde. A l'inverse, on fera en sorte de trouver parmi les derniers modes de la base ceux qui participent le moins à la compensation, à commencer par le mode piston global, afin qu'ils puissent être efficacement filtrés de la commande. La base la plus efficace pour remplir ces conditions est la base des modes KL (Dai, 1996), dont une simplification a été proposée dans Bertrou-Cantou et al. (2021). De plus, il est fortement souhaitable que les premiers modes soient

bien mesurables et identifiables par le senseur, et qu'au contraire, les derniers fassent partie de l'espace invisible.

Dans ce cadre, les modes pétales partagent deux mauvaises propriétés, incompatibles avec le raisonnement précédent :

- ils comptent pour une grande quantité de variance de phase introduite par la turbulence (voir chapitre 2), il est donc nécessaire de les corriger,
- ils sont mal mesurés par l'analyseur, ce qui introduit une large quantité d'erreurs dans la reconstruction (voir chapitre 3)

On comprend vite qu'un simple filtrage de ces modes ne résout pas le problème, bien au contraire. Considérons par exemple le mode astigmatisme, ce mode vient *avec* des modes pétales, et a pourtant bien besoin d'être corrigé puisqu'il compte pour une grande partie de l'erreur de phase. Les modes pétales, lorsqu'ils sont associés au mode astigmatisme, participent à la correction du front d'onde de manière bénéfique. Imposer l'orthogonalité de la base aux modes pétales est une contrainte trop forte et contreproductive pour notre application. Par contre, on peut tout à fait faire en sorte que les modes pétales ne soient pas des modes "purs" de la base, c'est-à-dire qu'aucune combinaison linéaire de modes ne puisse générer les modes pétales : les modes pétales peuvent être commandés avec l'aberration astigmatisme, mais pas venir seuls. Pour ce faire, il suffit de réduire l'espace de commande d'au moins 6 degrés de liberté. Comme schématisé en figure 4.2, je propose de modifier une base afin que les modes pétales ne soient plus des vecteurs directeurs de l'espace de commande mais que l'introduction de modes proches de pétales reste possible : les pseudo-modes pétales, construits de sorte à ce qu'ils soient visibles dans l'espace des mesures.

Pour réduire le nombre de degrés de liberté de la base de départ, une approche modale semble bien délicate. En effet, on ne souhaite pas supprimer les modes bas ordres au risque de détériorer significativement la performance de la boucle de correction ; à l'inverse, manipuler les hautes fréquences n'aura qu'un effet dérisoire puisque leur poids est faible dans le spectre de la turbulence. Je propose donc une approche zonale et prive directement certains actionneurs des degrés de liberté de la base. Il reste à choisir judicieusement les "bons" actionneurs à filtrer : ceux qui sont les actionneurs non vus ou qui participent à la divergence des modes non vus.

Dans cette section, je propose donc de réduire le nombre de degrés de liberté d'une base donnée et j'introduis les notions d'actionneurs *actifs* et *passifs* afin de définir une nouvelle base de commande qui limite la divergence des actionneurs dits "non vus" de l'analyseur.

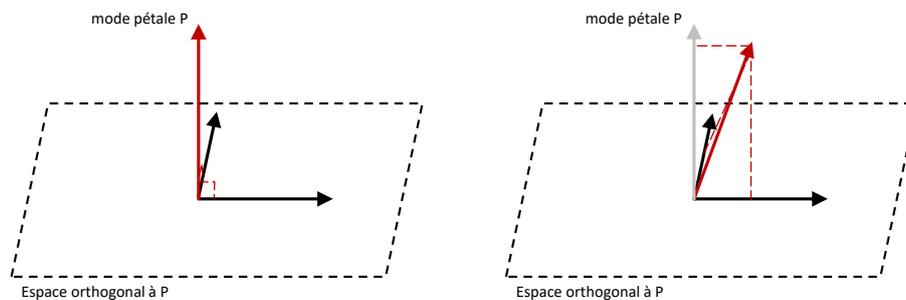


FIGURE 4.2 – Schéma de l'espace des commandes du DM avec *Gauche* une base permettant l'introduction de modes pétales purs et *Droite* une base modifiée de manière à ce que les modes pétales purs ne constituent plus un sous-espace de la base.

Actionneurs actifs et actionneurs passifs

L'une des particularités du DM de l'ELT (aussi miroir quaternaire M4) est que sa surface de correction projetée dans l'espace du miroir primaire est de 42 m, il est donc plus large que la pupille d'entrée du télescope. Je réfère au chapitre 2 pour une description détaillée des dimensions du miroir primaire et des propriétés des 5352 actionneurs du DM M4. Certains actionneurs sont par définition du M4 situés à l'extérieur de la pupille. J'utilise la définition de la zone *all-glass*, définie par deux diamètres interne et externe de dimensions 11,2 m et 36,9 m, pour distinguer deux zones de compensation du DM.

Je commence par définir comme **actionneurs passifs** tous les actionneurs à l'extérieur du *all-glass* de l'ELT. Ceux-ci sont représentés en bleu sur la figure 4.3. Ils sont au nombre de 1502, avec 66 actionneurs dans la zone interne de la pupille et 1436 à l'extérieur. Notons que ce n'est pas un multiple du nombre de pétales car la zone *all-glass* a été définie par deux délimiteurs rigoureusement circulaires alors que le maillage triangulaire du DM subit optiquement une distorsion par rapport au miroir primaire : le maillage n'est pas un régulier (ce phénomène de perspective est expliqué en section 2.2.4).

Dans le contexte de la gestion des modes pétales, éviter la divergence de ces modes consiste à ajouter aux actionneurs passifs ceux situés le long des six bras d'araignée. Cette sélection est montrée en orange sur la figure 4.3 : 180 actionneurs sont sur ces mono-bords de pétale, dont 36 se trouvent dans l'intersection de la zone *not-all-glass*.

Finalement, nous obtenons pour l'ELT 3706 **actionneurs actifs** et 1646 actionneurs passifs. Des actionneurs actifs, nous pouvons construire une base orthogonale \mathbf{B}_a que je choisis comme étant la base des KL simplifiée.

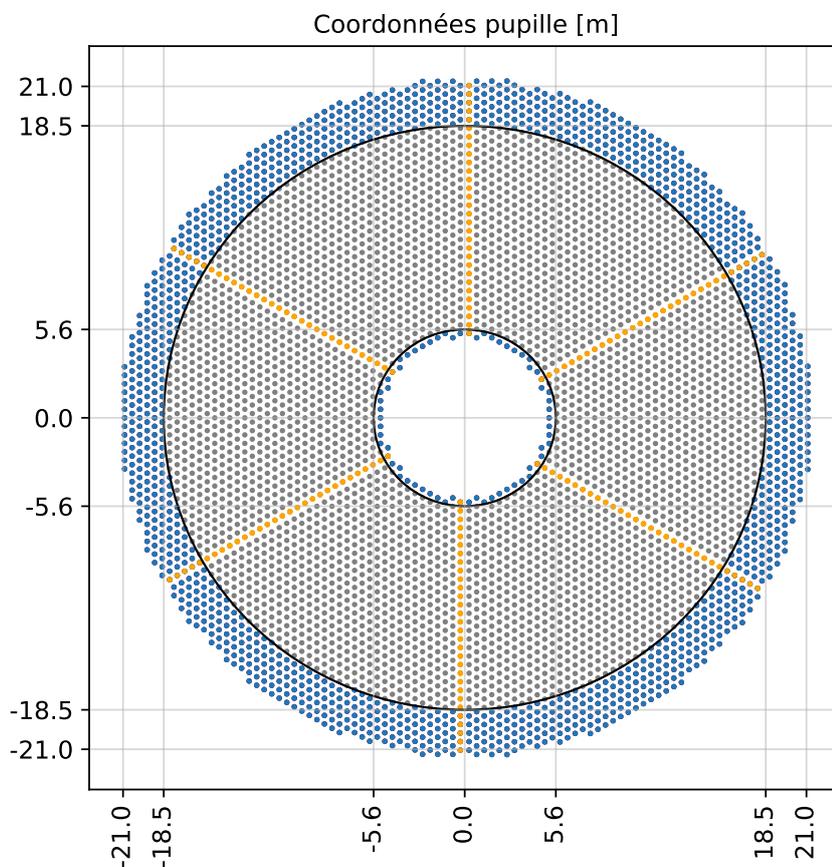


FIGURE 4.3 – Coordonnées des actionneurs du DM M4 de l'ELT exprimés dans l'espace du primaire du télescope. Les cercles noirs correspondent à la pupille *all-glass* avec un diamètre interne de 11,2 m et un diamètre externe de 36,9 m. Les actionneurs en dehors du *all-glass* sont représentés en bleu et les actionneurs situés sur un des bords des bras d'araignée sont en orange.

Modèle de prolongement

Pour étendre spatialement les modes de la base \mathbf{B}_a définie sur les actionneurs actifs aux actionneurs passifs, j'utilise un processus d'extension faisant appel à la statistique de Kolmogorov. Cette approche repose également sur l'utilisation d'un estimateur MMSE.

Je reviens à l'utilisation d'un vecteur \mathbf{u} qui décompose la phase incidente sur les actionneurs du DM, régie par un processus stochastique de statistique Kolmogorov. Le vecteur \mathbf{u}_a est le vecteur de phase

exprimée sur les n_a actionneurs actifs tandis que \mathbf{u}_p est le vecteur qui contient l'information de phase sur les actionneurs passifs. La définition du reconstituteur qui permet de passer du premier au second a déjà été établie au paragraphe précédent ; elle donne :

$$\mathbf{R}_c = \langle \mathbf{u}_p \mathbf{u}_a^t \rangle \langle \mathbf{u}_a \mathbf{u}_a^t \rangle^{-1} \quad (4.13)$$

La matrice \mathbf{R}_c est rectangulaire avec des nombres de lignes et de colonnes respectivement donnés par le nombre d'actionneurs passifs et le nombre d'actionneurs actifs. Résoudre cette équation est trivial en réutilisant les formules 4.6 et 4.7, et en connaissant la matrice des distances inter-actionneurs δ .

Base prolongée pour la gestion des pétales \mathbf{B}_c

Nous pouvons maintenant étendre la base \mathbf{B}_a à tous les actionneurs du DM en utilisant \mathbf{R}_c . Par souci de simplification des équations, je suppose les actionneurs passifs parmi les derniers éléments du DM. La base modale étendue \mathbf{B}_c , que je nomme la base continue, exprime n_a modes sur les n_{act} actionneurs du DM :

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_a \\ \mathbf{R}_c \mathbf{B}_a \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

La correction des actionneurs passifs dépend de celle des actionneurs actifs et l'extension est faite de sorte à fournir une correction qui réponde à la statistique Kolmogorov.

Base prolongée sans la gestion des pétales *all-glass* \mathbf{B}_r

A ce stade, j'en profite pour introduire une autre base nommée \mathbf{B}_r dont la méthode de construction répond au même processus que ce qui vient d'être décrit, hormis que les actionneurs situés le long des bras d'araignée restent actifs et donc degrés de liberté du DM. Cette base est prolongée uniquement sur les anneaux internes et externes du DM (*ring*, en anglais, d'où l'indice "r") : le contrôle des modes pétales avec cette base ne dépend que de la mesure de la pyramide. Cette base a en fait déjà été utilisée au chapitre 3 puisqu'introduite dans Bertrou-Cantou et al. (2021).

4.2.3 Base pairée \mathbf{B}_p

Dans cette section je décris la formulation d'une base introduite par Schwartz et al. (2018). Comme expliqué pour le cas précédent, il s'agit d'empêcher la divergence de certains actionneurs en redéfinissant l'espace de commande. Pour cela, Schwartz et al. (2018) propose d'ajouter une relation dans la commande entre les paires d'actionneurs le long des bras d'araignée. Cela se fait en couplant les actionneurs entre eux, c'est-à-dire en assignant la même valeur de tension aux actionneurs de part et d'autre des bras d'araignée. Pour tout vecteur \mathbf{u} qui exprime le mode d'une base \mathbf{B} sur le DM, on a donc une relation d'égalité entre les couples d'actionneurs (s_1, s_2) situés de part et d'autre des bras d'araignée (en orange sur la figure 4.3) :

$$u_{s_1} = u_{s_2} \quad (4.15)$$

Cette méthode autorise là encore l'introduction de pseudo-modes pétales mais, en réduisant le nombre de degrés de liberté, elle empêche les modes pétales de diverger seuls. La base pairée \mathbf{B}_p est ici calculée à partir de \mathbf{B}_r hormis que les tensions des couples (s_1, s_2) respectent l'égalité 4.15.

4.2.4 Propriétés des bases

Discussions sur l'orthogonalité

La propriété d'orthogonalité de la base n'est pas nécessaire dans l'absolu pour fermer une boucle d'OA, le travail du reconstituteur modal prend pleinement en charge cette non orthogonalité. Cette propriété est cependant requise si l'on se penche sur les applications d'optimisation modale Gendron & Léna (1994) : l'indépendance des modes (produits croisés nuls) est requise pour s'assurer que la minimisation de l'erreur globale revient à minimiser chaque mode – même s'il s'avère qu'une "orthogonalité approximative" est souvent suffisante (la matrice des produits scalaires est à diagonale dominante). Pour l'utilisation de l'algorithme CLOSE par exemple, on cherchera donc à ce que la boucle de correction modale puisse être décomposée en n boucles indépendantes. Dans Bertrou-Cantou et al. (2020), les modes de la base

continue étaient d'abord calculés sur tous les actionneurs du DM puis manipulés a posteriori pour enlever certains actionneurs des degrés de liberté de la base. Le procédé de construction établissait donc une base dont les modes n'étaient pas linéairement indépendants, ni dans l'espace du DM, ni dans l'espace des mesures. Afin d'utiliser des méthodes de compensation des gains modaux, il fallait veiller à choisir un bon conditionnement lors de l'inversion de la matrice d'interaction. Ainsi, après filtrage des derniers vecteurs propres, l'indépendance des modes était à nouveau assurée.

La méthode décrite dans ce manuscrit a l'avantage de générer directement une base dont les modes sont linéairement indépendants : une base orthogonale est d'abord calculée sur un sous-espace du DM – les actionneurs actifs – puis j'effectue le prolongement adéquat. Le calcul du reconstruteur modal par inverse généralisée de la matrice d'interaction est ainsi facilité, je ne m'embarasse plus du choix de conditionnement.

Les propriétés finales d'orthogonalité des bases \mathbf{B}_c et \mathbf{B}_p sont avant tout liées à la construction de la base \mathbf{B}_a sur les actionneurs actifs, et donc aux propriétés de la base KL simplifiée. Cette base est orthogonale au sens des commandes du DM, mais pas nécessairement dans l'espace de la phase ni de l'analyseur. Je constate finalement que \mathbf{B}_c et \mathbf{B}_p sont "suffisamment" orthogonales dans l'espace des mesures pour permettre l'utilisation de l'algorithme d'optimisation des gains modaux CLOSE dans la section 4.2.

Comparaison des modes

Les bases que je viens de décrire misent sur une diminution "bien pensée" des degrés de liberté d'une base de référence et orientée par une discrimination zonale entre actionneurs actifs et actionneurs passifs. En effet, la base calculée sur les actionneurs actifs n'est en fait qu'un sous-espace des commandes du DM, représentée dans ce chapitre par \mathbf{B}_a . En d'autres termes, la fitting du DM est modifiée par l'utilisation d'un nombre réduit de degrés de liberté. J'étudie ici l'impact de cette restriction sur la compensation de la phase incidente. Les modes des bases \mathbf{B}_r , \mathbf{B}_c et \mathbf{B}_p se ressemblent au point qu'il est parfois difficile de discerner les différences à l'œil, pour autant, ils diffèrent de façon subtile en raison des propriétés spécifiques qui leur ont été conférées. Dans ce paragraphe, je souhaite quantifier la notion de "différence/ressemblance" entre ces modes et mon but est de comparer les mêmes modes entre eux (défocus avec défocus, etc). Afin d'obtenir une correspondance mode à mode, je calcule – dans ce paragraphe uniquement – les bases \mathbf{B}_c et \mathbf{B}_p calculées à partir de \mathbf{B}_r . Pour chaque mode, je fais le calcul de ce que je nomme une déviation relative en utilisant la formule :

$$deviation_i = \frac{\sigma(\phi_i^c - \phi_i^r)}{\sigma(\phi_i^r)} \quad (4.16)$$

Le terme du numérateur représente l'écart type spatial de la différence de phase qui existe entre les modes de la base \mathbf{B}_c (ou \mathbf{B}_p) par rapport aux modes de \mathbf{B}_r . Le dénominateur normalise par l'écart type de ce mode et, étant donné que tous les modes de \mathbf{B}_r ont été normalisés dans l'espace de la phase, ce terme est en fait simplement une constante égale à 1.

Ainsi, la figure 4.4 montre que jusqu'au mode 100, la base continue ne modifie pas les bas ordres, avec des déviations de phases inférieures au nm RMS. En allant vers les plus hauts ordres, l'extension "kolmogorovienne" complète les modes avec du contenu basse fréquence et les phases dévient des modes de \mathbf{B}_r de manière croissante. A l'inverse, la construction de la base pairée ne fait aucun cas du contenu fréquentiel des modes, la déviation de la phase compte déjà pour 10 nm RMS pour les premiers modes (tip et tilt) et croît jusqu'à atteindre 200 nm RMS pour les derniers, tout comme la base \mathbf{B}_c .

Erreur de fitting

Enlever des degrés de liberté au DM détériore la qualité de la reconstruction de la phase et donc l'erreur de phase résiduelle. La compensation du front d'onde permise par \mathbf{B}_c ou \mathbf{B}_p diffère du fait du choix de stratégie pour compléter l'information de phase sur les actionneurs passifs. Je compare ici les erreurs de *fitting* permises par ces trois bases. L'équation 1.55 donne la décomposition idéale de la phase incidente ϕ sur les modes pour chacune de ces bases. La phase de fitting est alors : $\phi_{fitting} = \phi - \sum_{i=1}^{n_a} a_i \phi_i$.

Le tableau 4.1 donne l'écart type des résidus de fitting pour les bases \mathbf{B}_r , \mathbf{B}_c et \mathbf{B}_p . Ils ont été obtenus en moyennant le résultat pour 20 fronts d'onde indépendants et soumis à une turbulence caractérisée par un r_0 de 12,8 cm et un L_0 de 25 m. Le calcul de fitting théorique a été obtenu avec la relation 1.54 ; je note que ce même résultat peut être retrouvé en utilisant une base comprenant les 4328 degrés de liberté du DM – sélection obtenue en utilisant tous les actionneurs situés dans la pupille de l'ELT (voir section

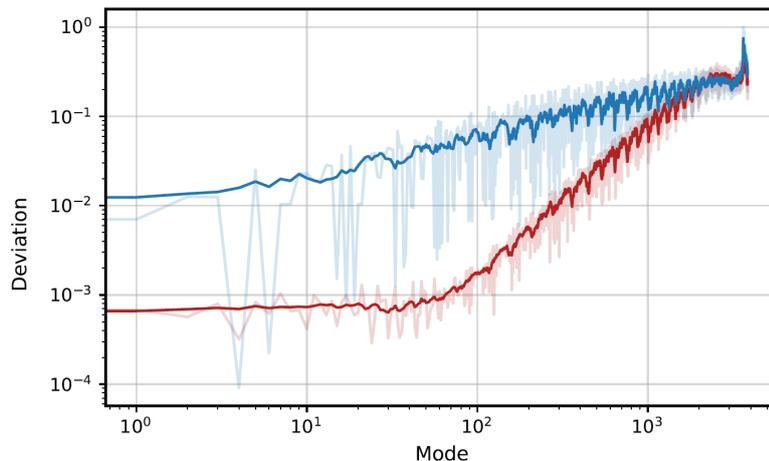


FIGURE 4.4 – Déviation relative de la phase produite par les modes des bases \mathbf{B}_c (en rouge) et \mathbf{B}_p (en bleu) par rapport aux modes de \mathbf{B}_r . En transparent est montré la déviation pour chaque mode et en trait plein une moyenne glissante.

4.4). La base \mathbf{B}_r a une erreur de fitting de 65 nm RMS supérieure à la compensation théorique car le choix des actionneurs *actifs* du DM utilisant la définition de la zone *all-glass* du télescope prive cette base de 478 degrés de liberté. Je discute ce choix un peu plus longuement dans un paragraphe en fin de chapitre (voir là encore section 4.4). En prenant pour référence la compensation possible avec la base \mathbf{B}_r , on s'aperçoit que la base continue est plus appropriée et fournit une meilleure fitting que la base pairée. On peut notamment mettre ce résultat sur le compte d'une meilleure correction des bas ordres puisque ces modes sont au plus proche d'une décomposition idéale du front d'onde au sens des KL. Il existe une différence d'une trentaine de nm RMS entre les deux bases, ce qui reste toutefois relativement faible et compte pour moins d'un point de Strehl en bande K. D'autre part, j'ajoute que si la base \mathbf{B}_c n'avait pas été prolongée sur les actionneurs des bords d'araignée, le front d'onde n'aurait pas été corrigé sur cette zone du DM : l'erreur de fitting grimpe à 318 nm RMS . La qualité image reste acceptable car l'erreur de phase est alors seulement localisée sur une zone restreinte de la pupille.

	théorique	\mathbf{B}_r	\mathbf{B}_c	\mathbf{B}_p
$\sigma_{fitting} [\text{nm RMS}]$	118,1	135,2	137,4	141,1
$\sigma(\phi_{fitting} - \phi_{fitting}^r) [\text{nm RMS}]$	65,8	0	24,6	40,3

TABLE 4.1 – Valeurs de fitting théoriques et mesurées avec les bases \mathbf{B}_r , \mathbf{B}_c et \mathbf{B}_{mmse} ; et comparées à la valeur obtenue pour \mathbf{B}_r pour un $r_0 = 12,8 \text{ cm}$. Les valeurs sont exprimées en nm rms.

Réplication des modes pétales

La spécificité des bases introduites \mathbf{B}_c et \mathbf{B}_p est qu'aucune combinaison linéaire des modes ne permet de commander des modes pétales purs. Les modes pétales sont nécessairement liés à d'autres modes que la pyramide peut mesurer. Je présente en figure 4.5 le résultat de la projection d'un mode pétale sur le DM utilisant, de gauche à droite, tous les actionneurs du DM, la base \mathbf{B}_r , la base continue \mathbf{B}_c et la base pairée \mathbf{B}_p .

Le tableau 4.2 présente l'écart type de la phase, sur la zone du pétale uniquement, pour les pseudo-modes pétales produits par chaque base. On remarque pour commencer que le mode pétale est parfaitement plat lorsqu'on considère tous les actionneurs du DM et ceci – on l'a déjà vu – est lié aux propriétés spécifiques des FI du DM ELT. Avec la base \mathbf{B}_r , le mode pétale subit une légère déviation car certains bouts des FI des actionneurs situés à l'extérieur du *all-glass* manquent à la réplication du mode pétale. En portant attention aux détails de la figure, on peut remarquer un léger "ringing" dans les coins externes

du pétale. Pour autant, ce pseudo-mode pétale n'est pas suffisant pour créer une signature spécifique dans l'espace des mesures. Enfin, les deux bases B_c et B_p comptent elles respectivement pour 6,6 et 29,8 nm RMS d'écart type de la phase dans ce pétale. Sur la figure, cet écart type se traduit par un fort "ringing" le long des bras d'araignées délimitant le mode pétale, avec des variations de plus large amplitude pour la base pairée. Ce ringing n'est pas seulement présent dans le mode pétale considéré mais s'étend sur les pétales voisins.

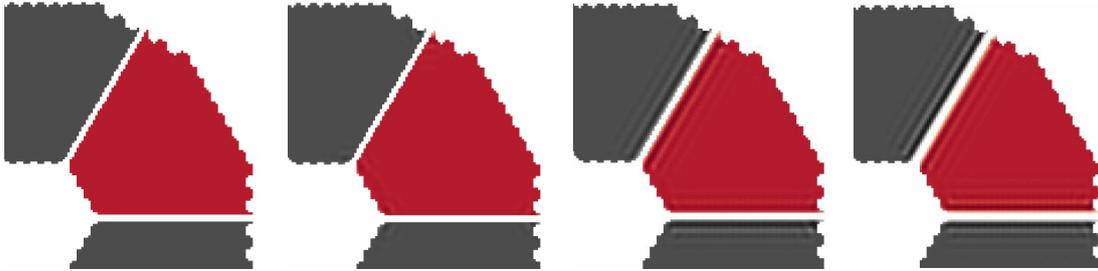


FIGURE 4.5 – Phase projetée d'un mode pétale utilisant respectivement de gauche à droite, tous les actionneurs du DM, la base B_r , la base B_c et la base B_p .

	théorique	B_r	B_c	B_p
$\sigma(\phi_{Pétale})$ [nm RMS]	0,0	0,03	6,6	29,8

TABLE 4.2 – Erreur de réplication des modes pétales : $\sigma(\phi_{Pétale})$ est l'écart type du mode pétale dans la zone délimitée par deux bras d'araignée; la valeur théorique inclue tous les degrés de liberté du DM, puis est donnée pour B_r , B_c et B_p .

4.3 Simulations numériques pour le contrôle des modes pétales

Dans cette section, je propose d'appliquer les méthodes de contrôle évoquées précédemment à un système d'OA en boucle fermée, à l'aide de simulations retranscrivant les caractéristiques pertinentes du télescope ELT et du système de SCAO de MICADO. Dans un premier temps, je montre l'intérêt de l'utilisation de ces méthodes sur la performance d'imagerie science pour une large gamme de conditions de turbulence. Je fais ensuite varier les paramètres du système afin d'explorer la robustesse de ces méthodes face à la magnitude d'étoile étudiée, à des erreurs de référencement des actionneurs du DM dans l'espace de la pyramide et enfin, à la présence de discontinuités qui s'ajoutent à la phase turbulente.

4.3.1 Paramètres des simulations

Les résultats présentés viennent de simulations intensives conduites avec l'outil de simulation d'OA bout-en-bout COMPASS. La description des paramètres ne diffère en fait pas du chapitre précédent, j'en rappelle tout de même les principaux composants.

Le télescope a une pupille ELT telle que définie par les documents ESO, c'est-à-dire qu'elle est composée de 798 segments, ici disjoints et cophasés, formant un miroir monolithique de 38,5 m de diamètre. Le DM consiste en six pétales de 892 actionneurs chacun, disposés selon un motif triangulaire qui fait apparaître à grande distance du centre des rangées concentriques. Quatre à cinq rangées se situent hors de la pupille du télescope. Les FI des actionneurs proviennent d'une analyse par éléments finis de chacune des plaques du DM, elles permettent la commande de modes pétales purs car la plaque est mécaniquement flottante. L'analyseur est une pyramide fonctionnant à une longueur d'onde de $\lambda_{aso} = 700$ nm et modulée avec un rayon de rayon $3 \frac{\lambda}{D}$. Le vecteur de mesures est calculé avec une approche "full pixel", les sous-ouvertures sont de taille 40 cm projetées dans l'espace de la pupille d'entrée.

Une matrice d'interaction \mathbf{D} est mesurée à la diffraction pour chacune des bases étudiées. Après filtrage du mode piston global, le reconstruteur modal est calculé par inverse généralisée de \mathbf{D} sans conditionnement particulier. Pour rappel, les bases étudiées sont :

- la base \mathbf{B}_r des KL simplifiée, calculée sur les actionneurs actifs du DM, inscrits dans le *all-glass* du télescope, puis prolongée aux actionneurs passifs (3850 degrés de liberté),
- \mathbf{B}_{mmse} qui utilise un estimateur MMSE pour reconstruire les modes pétales du front d'onde, à partir de la connaissance des mesures de l'analyseur et excluant les observations des modes pétales, elle est contruite à partir de \mathbf{B}_r et de l'équation 4.12 (3850 degrés de liberté),
- \mathbf{B}_c la base continue, calculée par un prolongement de type Kolmogorov sur les actionneurs le long des bras d'araignée (3706 degrés de liberté),
- \mathbf{B}_p la base pairée, pour laquelle les paires d'actionneurs le long des bras d'araignés sont contrôlées de manière identique (3706 degrés de liberté),

Le contrôleur commande ainsi les 5 352 actionneurs du DM ELT avec pour entrée un vecteur de mesures de dimension 26 912.

Pour chaque base, j'utilise l'algorithme d'optimisation des gains modaux CLOSE avec pour paramètres $r_{cl} = 0$, $(q^+, q^-) = (1/200, 1/100)$ et $p_{cl} = 0, 3$. Le choix de ces paramètres n'a pas été particulièrement approfondi, ils se sont avérés pertinents pour toutes les conditions d'observation étudiées dans ce chapitre et se trouvent a posteriori correspondre à l'usage recommandé dans Deo et al. (2021).

Enfin, pour chaque cas étudié par la suite, je réalise 5 simulations indépendantes mais reproductibles, grâce à 5 graines de génération de la turbulence. La turbulence est de type von Kármán, d'échelle externe $L_0 = 25 m$, et je ferme la boucle d'OA sur 4 secondes, soit 2000 itérations. Par défaut, les simulations sont supposées non bruitées (magnitude nulle), sans erreur de référencement ni d'alignement, sans latence du système (la correction est appliquée sur le DM à la trame qui suit immédiatement la mesure), etc. Les variables pertinentes utilisées dans les simulations sont explicitées dans les parties dédiées.

4.3.2 Performances en fonction des conditions de turbulence

Le travail proposé dans ce paragraphe reprend l'acte de conférence Bertrou-Cantou et al. (2020), les résultats diffèrent légèrement par le choix des paramètres de simulation, notamment le nombre d'actionneurs contrôlés et les seeings considérés. La méthode de reconstruction MMSE est également étudiée ici ce qui n'était pas le cas dans l'acte de conférence. De plus, je présente des courbes de performance détaillées (figure 4.6) qui n'étaient pas incluses dans le papier cité. L'esprit et les conclusions de ce paragraphe restent cependant très similaires.

Variance de phase et rapport de Strehl

Pour comparer les différentes méthodes de contrôle du front d'onde, j'utilise les 3 paramètres de variance sur la phase résiduelle de la boucle d'OA calculés à partir des équations 3.7 à 3.11 :

- la variance de phase totale σ_ϕ^2 ,
- la variance de phase intra-pétale σ_{intra}^2 , qui ne tient pas compte des erreurs de modes pétales,
- la variance sur les modes pétales, pris au modulo λ , $\sigma_{P[\lambda]}$.

La figure 4.6 représente la racine carrée de ces quantités, exprimée en radians à la longueur d'onde de l'analyseur λ_{aso} . Les courbes sont tracées en fonction de d_{act}/r_0 avec les valeurs de r_0 du tableau 4.3. Par simplification des notations, j'utiliserai directement r_0 comme étant le paramètre de Fried mesuré à λ_{aso} . Le choix du tracé en fonction de d_{act}/r_0 a deux intérêts : d'une part il permet une analogie directe avec le calcul de *fitting* ; d'autre part, sur l'ELT, la taille des bras d'araignée est comparable à celle de la distance entre les actionneurs et permet de faire le lien entre longueur de cohérence de l'atmosphère et la largeur de la fragmentation. Cela permet enfin de transposer les résultats à d'autres systèmes puisqu'à d_{act}/r_0 identique, la variance de phase (en radians, à λ_{aso}) sera identique. Enfin, les bons seeings correspondent aux faibles d_{act}/r_0 et inversement.

$r_0(500 nm)$	7,6	8,9	10,7	13,4	17,8	26,7	53,4
$r_0(\lambda_{aso})$	11,4	13,3	16,0	20,1	26,7	40,0	80,0
d_{act}/r_0	4,7	4,1	3,4	2,7	2,0	1,35	0,7

TABLE 4.3 – Correspondance des valeurs de r_0 exprimés à 500 nm et à $\lambda_{aso} = 700 nm$ en cm avec le ratio d_{act}/r_0 pour l'ELT ($d_{act} = 54 cm$).

Je compare quatre méthodes de contrôle de la boucle de correction, en commençant par une boucle où le contrôle des modes pétales repose entièrement, et exclusivement, sur la mesure de l'analyseur avec la base \mathbf{B}_r . Ce cas est représenté sur les courbes gris anthracite des figures 4.6 et 4.7. En analysant d'abord la figure 4.6, l'écart type de la phase résiduelle augmente très rapidement avec le rapport d_{act}/r_0 tout simplement à cause de la présence d'erreurs sur les modes pétales, qui se stabilisent autour de multiples de λ_{aso} pour les bons seeings ou qui subissent des fluctuations aléatoires de larges amplitudes pour les plus forts seeings. Cette dernière information est donnée par la représentation de l'erreur $\sigma_{P[\lambda]}$ sur la figure du centre. Le seul point où la correction du front d'onde est correcte, meilleure que $\lambda_{aso}/12$ et sans erreur conséquente de phasage des fragments de l'ELT, est lorsque la longueur de cohérence de l'atmosphère à la longueur d'onde de l'analyseur devient plus grande que l'écart introduit par les bras d'araignée $r_0 > d_{act}$. Le rapport de Strehl observé en figure 4.7 est alors proche de 1.

Nous pouvons maintenant comparer les différentes méthodes de contrôle reposant sur la continuité du front d'onde reconstruit, c'est-à-dire la méthode MMSE \mathbf{B}_{mmse} en orange, la base continue \mathbf{B}_c en bleu et la base pairée \mathbf{B}_p en gris clair. La première observation est que l'erreur sur la phase résiduelle σ_ϕ est considérablement réduite dans les trois cas : les méthodes étudiées permettent d'améliorer significativement la reconstruction du front d'onde par une minimisation de l'erreur commise sur les modes pétales. On remarque que la base continue permet la meilleure correction, ce qui amène à une courbe de Strehl la plus performante sur la figure 4.7. Cette performance est liée à un double gain de la méthode : la base empêche la divergence des actionneurs des bords d'araignée mais permet tout de même une correction des modes pétales en utilisant l'information issue de l'analyseur, ce qui est bénéfique pour les faibles valeurs de d_{act}/r_0 comme en témoigne la courbe de $\sigma_{P[\lambda]}$ de la figure 4.6. Cependant, à fort seeing, la perte de rapport de Strehl est significative comparée au cas de compensation idéal : perte de 15 points environ. Quant à l'utilisation de l'estimateur MMSE, l'erreur de reconstruction des modes pétales croît avec le facteur d_{act}/r_0 . Les erreurs de reconstruction des modes intra-pétales, mises en évidence par l'écart croissant entre la courbe σ_{intra} et l'erreur de fitting du système à fort seeing (en tirets gris), éloignent le front d'onde reconstruit de l'hypothèse purement Kolmogorov et entraînent des erreurs dans l'estimation des modes pétales. Il serait possible d'intégrer à la méthode MMSE un terme d'erreur, en travaillant avec une fonction de structure modifiée par la présence de bruit de mesure, pour éventuellement améliorer l'estimation des modes pétales ; cela n'a cependant pas été implémenté ici. Enfin, la base pairée permet une compensation satisfaisante du front d'onde, similaire à la méthode MMSE mais moins performante que la base continue malgré la similitude de leurs approches. Rappelons que la base pairée force les actionneurs de part et d'autre des araignées d'avoir la même position, la phase turbulente a pourtant une discontinuité naturelle entre chaque bord de la structure mécanique qui sépare les fragments de la pupille, surtout lorsqu'on considère les plus faibles r_0 (voir figure 2.7). Cette relation "forte" entre les actionneurs limite le rôle de l'analyseur dans la compensation de discontinuités résiduelles à l'utilisation de la base pairée. En ce qui concerne les courbes de résidus intra-pétales σ_{intra} , les méthodes sont comparables avec un léger désavantage pour la base pairée du fait d'une moins bonne correction des bas ordres de la turbulence (erreur de *fitting* plus élevée comme on l'a vu dans le tableau 4.1).

Finalement, les méthodes étudiées permettent une compensation efficace du front d'onde : en incluant une correction des modes pétales atmosphériques, elles empêchent pour tous les seeings considérés la divergence de la boucle de correction et permettent d'obtenir une qualité image nettement meilleure qu'en utilisant seulement la mesure de l'ASO pyramide. La perte de performance pour les forts seeings peut se résumer à trois raisons : la différence de phase de part et d'autre d'un bras d'araignée augmente avec le seeing ($1/r_0$), l'augmentation de l'erreur σ_{intra} signifie que le vecteur d'observation utilisé par l'estimateur MMSE s'éloigne d'une description purement Kolmogorov, et enfin, pour la base continue, la méthode souffre d'une perte de sensibilité plus prononcée aux pseudo-modes pétales.

Spectres de puissance temporelle

Je mets de côté les simulations où le contrôle des modes pétales reposait sur la mesure de l'analyseur et j'explore uniquement les aspects des résidus temporels suite à l'utilisation des algorithmes de contrôle dédiés aux modes pétales. Le lecteur pourra par ailleurs retrouver en figure 2.9 le spectre temporel des modes pétales atmosphériques. La figure 4.8 présente une analyse temporelle des résidus non compensés de pistons différentiels, laissés par ces méthodes, avec en haut : les spectres de puissance temporels des fluctuations des pistons différentiels résiduels ; et en bas : la valeur intégrée de l'erreur résiduelle en fonction de la fréquence. Notons d'abord que les pics observés aux fréquences 125 Hz et 250 Hz sont des artefacts de la simulation où l'écran turbulent est translaté d'un pixel d'échantillonnage de la simulation toutes les 4 itérations (voir explications en section 2.2.2).

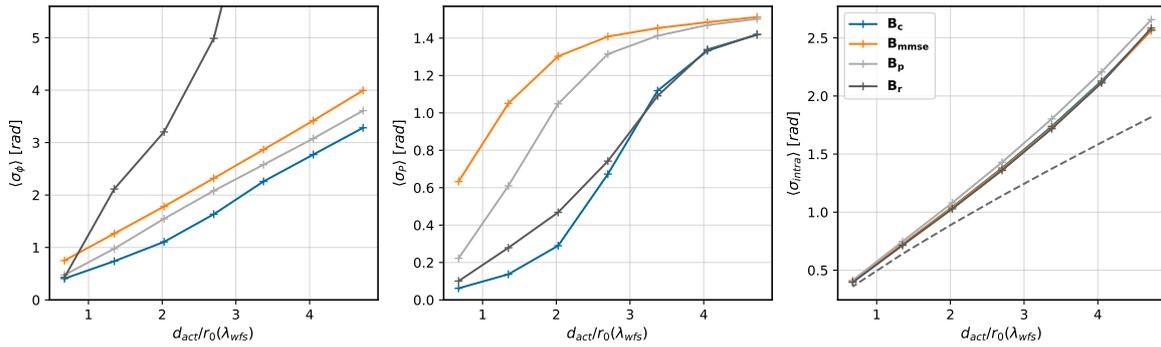


FIGURE 4.6 – Ecart type des résidus *Gauche* de phase résiduelle σ_ϕ , *Milieu* des modes pétales résiduels $\sigma_{P[\lambda]}$ et *Droite* de résidus intra-pétales σ_{intra} . Les graphes sont exprimés en radians de l'analyseur ($\lambda_{aso} = 700 \text{ nm}$) en fonction de la quantité d_{act}/r_0 , avec r_0 également exprimé pour λ_{aso} et $d_{act} = 0,54 \text{ m}$ pour le cas ELT. En pointillés est présentée le calcul de l'erreur de *fitting* du DM.

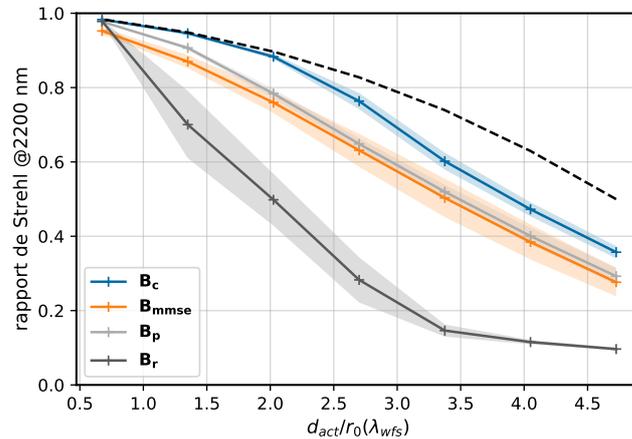


FIGURE 4.7 – Rapport de Strehl longue pose mesuré à 2200 nm en fonction du paramètre de turbulence donné en $\frac{d_{act}}{r_0}$ pour une boucle d'OA contrôlée avec les modes de la base \mathbf{B}_c en bleu, \mathbf{B}_{mmse} en orange, \mathbf{B}_p en gris clair et \mathbf{B}_r en gris foncé. Les courbes sont obtenues comme moyenne de 5 réalisations indépendantes de 2000 itérations chacune en boucle fermée, l'aire en couleur transparente représente l'écart de $\pm 1\sigma$ sur ces 5 réalisations. La courbe pointillée représente le rapport de Strehl sans aucune erreur de piston différentiel.

Pour les trois méthodes étudiées, la quasi-totalité de l'erreur réside dans les basses fréquences temporelles, en deçà de 10 Hz. En d'autres termes, la bande passante de correction est de l'ordre de 10 Hz : cela se lit bien sur les graphes de l'erreur intégrée. Cependant, en analysant les graphes plus en détails, on peut discerner des comportements temporels différents. A la lecture des spectres temporels, on peut noter que l'avantage en performances de la base continue s'exprime avant tout aux basses fréquences temporelles : le spectre montre un plateau de niveau très bas jusqu'à environ 8 Hz tandis que la base pairée et la méthode MMSE présentent des spectres au départ plus élevés, sensiblement décroissants linéairement en échelle *log-log*. Les trois méthodes présentent un comportement haute fréquence avec une décroissance typique à la puissance $-17/3$, similaire à celui évoqué au chapitre 2 (voir figure 2.9). Par ailleurs, il existe pour la base continue une amplification du spectre autour de 2 Hz qui cause une augmentation rapide de l'erreur résiduelle intégrée (graphe du bas). Ce phénomène est notamment très perceptible pour $r_0 = 8,9 \text{ cm}$ qui correspond au cas où la pyramide n'est plus sensible au piston différentiel. Cette surabondance de l'erreur, ainsi localisée en fréquence, ressemble à la bosse d'amplification ("overshoot") d'une fonction de transfert au gain mal ajusté : cela peut-il être attribué à un mauvais réglage des gains par CLOSE ?

L'idée m'a traversé l'esprit, et je peux répondre par la négative : en effet je confirme qu'on retrouverait le même pic sans l'utilisation de l'algorithme CLOSE. Sans doute les paramètres de l'algorithme restent à ajuster.

Si un moyen supplémentaire de mesure des modes pétales devait être mis en place (analyseur de type "pétalomètre", etc.) dans le but d'améliorer encore les performances par rapport à ce que j'ai présenté, ces graphes fournissent le spectre d'entrée que la boucle d'asservissement liée à ce nouveau senseur aurait à traiter. On constate qu'une bande passante de l'ordre de la dizaine de Hertz est requise : cela suggère donc obligatoirement une fréquence d'échantillonnage de ce senseur plutôt de l'ordre de la centaine de Hertz. Attention : je parle bien là d'un "pétalomètre" destiné à améliorer la performance présente, et non d'un compensateur d'hypothétiques dérives auxiliaires thermo-mécaniques ou liées au low wind effect dont le spectre des perturbations est à ce jour inconnu sur un ELT, et qui est un tout autre problème.

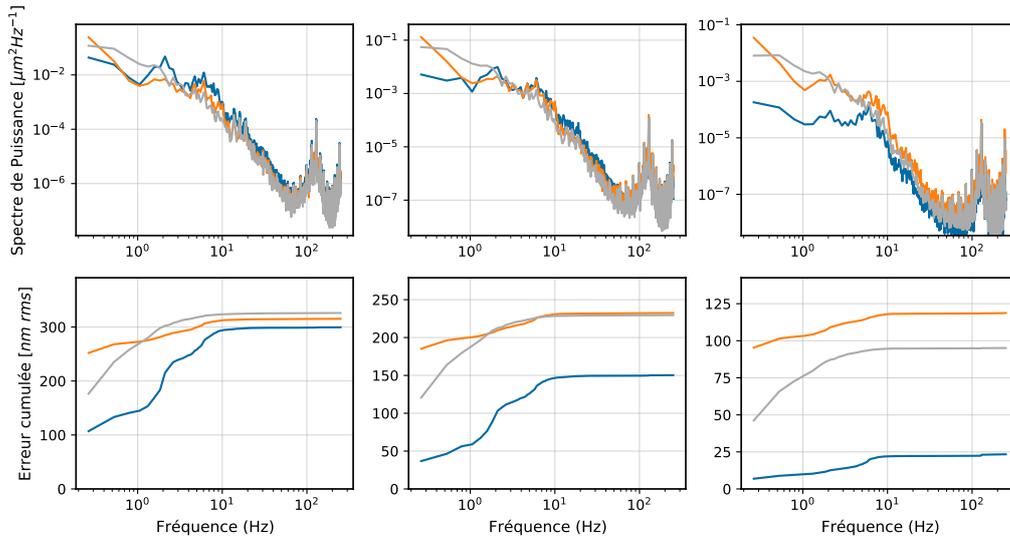


FIGURE 4.8 – *Haut* Spectres temporels de puissance des fluctuations des pistons différentiels résiduels (moyenne des 5 pistons différentiels) et *Bas* Erreur cumulée des pistons différentiels en fonction de la fréquence pour la base continue (bleu), la méthode MMSE (orange) et la base pairée (gris clair), avec - de gauche à droite - $r_0 = 8, 9, 13, 4$ et $26, 7$ cm @500 nm

Maintenant que l'intérêt des algorithmes présentés a été démontré, j'explore dans les paragraphes qui suivent quelques paramètres intéressants pour le système de SCAO. Dans un souci de concision, les résultats présentés n'emploient plus que les méthodes de contrôle s'appuyant sur la méthode MMSE et la base continue. Le but est simplement de vérifier que ces méthodes n'ont pas d'effets indésirables dès lors qu'on s'éloigne des conditions idéales de fonctionnement du système d'OA.

4.3.3 Magnitude de l'étoile guide

On le sait, à faible flux, le bruit de photons et le bruit de lecture du détecteur vont détériorer le rapport signal à bruit de la mesure de l'analyseur. L'utilisation de gains modaux optimisés permet de compenser en partie la décroissance de la performance qui s'ensuit. Cependant, nous avons déjà pu voir que malgré l'utilisation de CLOSE, une nette baisse de performance sur les résidus de front d'onde est observée et l'analyseur pyramide se retrouve d'autant plus rapidement dans un régime de pauvre sensibilité aux modes pétales (voir figure 3.22). Il s'agit ici d'étudier l'impact d'un certain niveau de bruit sur la correction des modes pétales et plus largement sur la performance de la boucle d'OA. Je me limiterai au bruit de photons, car le but ici n'est pas une étude exhaustive des sources de bruit possibles : ce qui m'intéresse ici est le niveau du bruit, pas son origine.

J'étalonne dans ma simulation les matrices d'interaction sans bruit. La boucle est ensuite fermée en faisant varier la magnitude de l'étoile de 6 à 16 avec un $r_0 = 13, 4$ cm. Seulement le bruit de photon est pris en compte, le bruit de lecture du détecteur est négligé (il est théoriquement de $0, 1e^-$ pour le détecteur Electron-Multiplied CCD *Alice* qui sera utilisé sur MICADO).

La figure 4.9 montre le rapport de Strehl obtenu en bande K en utilisant la base continue en bleu et la méthode MMSE en orange. Les résultats pour un système d’OA qui compense idéalement les modes pétales sont en tirets gris. Jusqu’à une magnitude 14, les méthodes délivrent une performance supérieure à 60% pour l’estimateur MMSE et 75% pour la base continue. La magnitude 16 correspond à la magnitude la plus élevée pour laquelle une exigence d’opération a été donnée à la SCAO MICADO. Lorsque la magnitude de l’étoile augmente, les performances permises par la base continue et la méthode MMSE suivent la même décroissance que la courbe de référence. Si elles n’atteignent pas les 68% de ce cas idéal à la magnitude 16, la base continue permet tout de même de conserver une qualité d’imagerie qui frôle les 60% de rapport de Strehl tandis que la méthode MMSE permet un Strehl de 50%. Comme c’était le cas avec les plus faibles r_0 , la diminution du flux de photons induit une dégradation de la qualité du vecteur d’observation et donc une moins bonne estimation des modes pétales. Je rappelle au passage que ces performances restent bien meilleures que l’utilisation de l’analyseur pyramide seul, pour laquelle le rapport de Strehl avoisine les 14% en bande K.

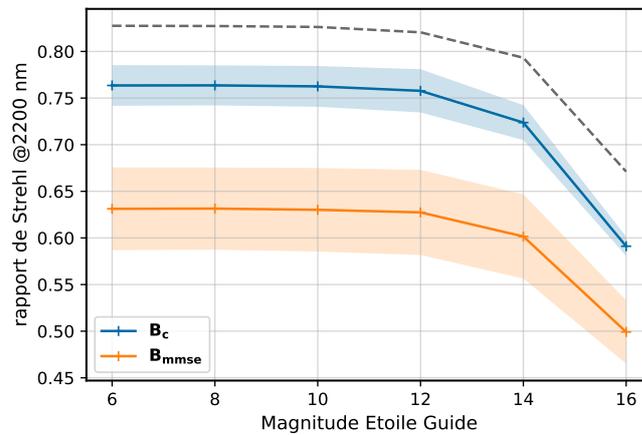


FIGURE 4.9 – Rapport de Strehl longue pose mesuré à 2200 nm en fonction de la magnitude d’étoile-guide considérée pour une boucle d’OA contrôlée avec les modes de la base B_c en bleu et B_{mmse} en orange. Les courbes sont obtenues comme moyenne de 5 réalisations indépendantes de 2000 itérations chacune en boucle fermée, l’aire en couleur transparente représente l’écart de $\pm 1\sigma$ sur ces 5 réalisations. La courbe en tirets montre le résultat sans aucune erreur de piston différentiel.

4.3.4 Erreurs de référencement de la grille d’actionneurs

Les erreurs de référencement sont des erreurs de positionnement de la grille des actionneurs du DM par rapport à la position pour laquelle la matrice d’interaction a été étalonnée. Ces erreurs peuvent être de plusieurs natures : rotations, translations, distorsions et anamorphoses. La gestion de ces erreurs a été étudiée pour le VLT par Oberti et al. (2018) et des méthodes d’identification et d’étalonnage de ces erreurs ont été mises en place pour l’ELT au cours de la thèse de Heritier-Salama (2019). L’utilisation de matrices d’interaction synthétiques, dont les propriétés peuvent facilement être mises à jour sur ciel en fonction des erreurs de référencement identifiées, est une solution efficace pour les compenser et a pu être validée dans le contexte de l’utilisation de l’ASO pyramide (Heritier et al., 2018).

Je vérifie ici succinctement que les méthodes de contrôle proposées n’introduisent pas de sensibilité accrue aux erreurs de référencement en tenant compte de deux paramètres : erreur de translation et de grandissement de la grille des actionneurs.

Les résultats sont présentés en figure 4.10 avec à gauche, les erreurs de translation allant jusqu’à un écart de 1 sous-ouverture (soit 1 pixel du détecteur) et à droite, les erreurs de grandissement avec jusqu’à $\pm 3\%$ de variation. Les courbes recourent les résultats présentées dans le cas d’une pupille pleine non fragmentée par Heritier et al. (2018) : l’impact d’un mauvais référencement est minime lorsqu’on considère des translations inférieures à 30% d’une sous-ouverture et des erreurs de grandissement inférieures à $\pm 1\%$. Cela signifie d’une part que même si la rangée d’actionneurs le long des bras d’araignée se retrouve référencée en dessous de ceux-ci, la base continue garde toujours ses bonnes propriétés. De même, de

faibles erreurs sur la position des actionneurs en grandissement reste toléré pour les deux méthodes. Cela aurait pu être une préoccupation car le calcul de B_c et B_{mmse} repose par définition sur la connaissance des positions des actionneurs au travers de la matrice δ .

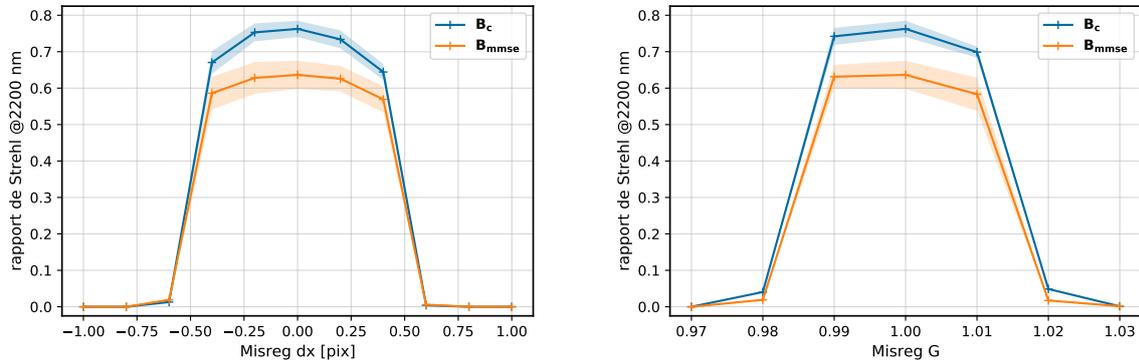


FIGURE 4.10 – Rapport de Strehl longue pose mesuré à 2200 nm pour des erreurs de référencement du DM *Gauche* en translation dx donné en pixels (un pixel est égal à une sous-ouverture de l'ASO) et *Droite* en grandissement, pour une boucle d'OA contrôlée avec les modes de la base B_c en bleu et B_{mmse} en orange.

4.3.5 Discontinuités de phase

Nous en venons au point sans doute le plus intéressant pour qui s'intéresse aux problématiques du Low Wind Effect. Dans les sections précédentes de ce chapitre, je me suis placée dans le cadre d'une turbulence pouvant être décrite par le spectre de von Kármán (ou de Kolmogorov), et où la phase peut être décrite par une variable aléatoire. On peut légitimement se demander si, dans le contexte de l'ELT, le phénomène de la turbulence pourra être pleinement décrit par l'hypothèse d'une croissance de la fonction de structure de la phase en puissance $5/3$. Le problème des fluctuations d'indice de l'air à l'intérieur du dôme du télescope est un sujet complexe. Outre le "seeing de dôme", ou les effets convectifs pouvant se développer au-dessus du miroir primaire, des effets thermiques se produisant au niveau des bras d'araignée du télescope ont pu être identifiés sur des télescopes tels que le VLT (UT3) (Milli et al., 2018) et le télescope SUBARU (Vievard et al., 2019). Considérant la complexité des montures mécaniques de l'ELT, il semble raisonnable de se poser la question des conséquences d'une mauvaise homogénéisation de l'air liée à la structure même du télescope. Sans chercher à retranscrire de manière réaliste de tels phénomènes – erreurs qui semblent ne pouvoir être étudiées que lorsque le télescope sera effectivement opérationnel et que les erreurs pourront être dûment étalonnées – je cherche ici à montrer que les méthodes mises au point échoueront à compenser des fluctuations de phase ne répondant pas à une loi de type Kolmogorov.

Génération des écrans de phase type LWE

Pour explorer ce type d'erreur, je décide d'introduire des discontinuités de plusieurs natures dans la pupille. Je commence par introduire des discontinuités composées de modes pétales uniquement ; puis des erreurs de piston, tip et tilt définies par pétales qui se rapprochent plus sensiblement des erreurs de LWE mesurées sur le VLT (Sauvage et al., 2015, Milli et al., 2018). Je rappelle à ce stade que nous ne connaissons pas les propriétés exactes des erreurs de front d'onde induites des effets thermiques sur les structures mécaniques du télescope. Les écrans de phase sont donc générés de manière empirique, en me basant sur les effets observés par les publications citées plus haut et en essayant de les reproduire. Les phases utilisées pour introduire des discontinuités dans le front d'onde incident sont montrées en figure 4.11. Ces écrans sont échelonnés afin d'obtenir des erreurs avec des écarts types allant de $\frac{1}{16}$ à $\frac{3}{2} \lambda_{aso}$.

Qualité image

La figure 4.12 nous montre la performance obtenue sur la voie science en présence de LWE. Comme cela pouvait être attendu, la qualité de la PSF se détériore rapidement dès lors que des discontinuités

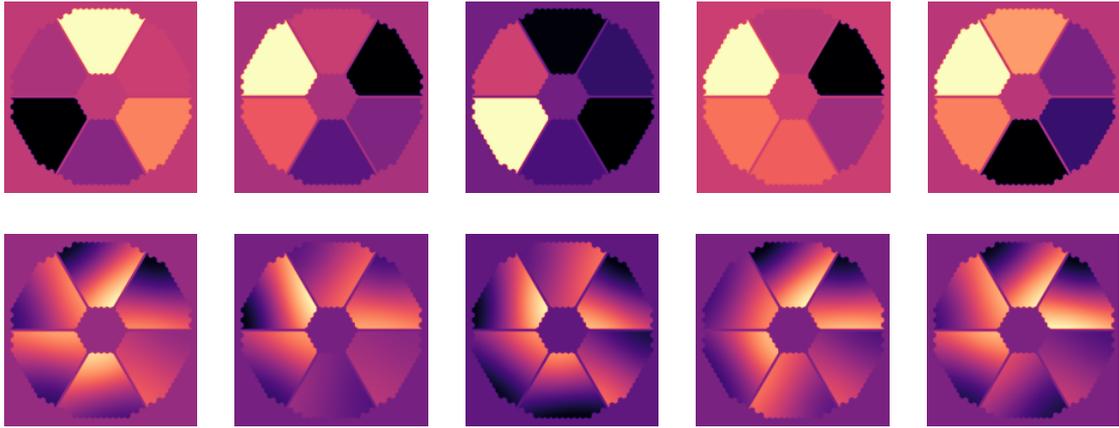


FIGURE 4.11 – Ecrans de phase simulant le Low Wind Effect sur la pupille ELT avec *Haut* des erreurs de modes pétales uniquement et *Bas* des erreurs de piston, tip et tilt par pétales.

sont présentes dans le front d'onde incident. La diminution de la qualité image est moins rapide avec la méthode d'estimation MMSE en présence de modes tip et tilt définis par pétale : il semblerait que la correction de ces discontinuités tip/tilt aide ici l'estimateur à dériver également la valeur des modes pétales (ce qui semble étonnant ...).

Résidus de modes pétales

Je présente en figures 4.13 et 4.14 les courbes d'évolution des 5 pistons différentiels au cours du temps avec les deux types de discontinuités étudiées, dont les valeurs de pistons différentiels sont représentées en courbe noire pointillée. Lorsque seules des discontinuités constituées de piston par pétales sont introduites, la base continue et l'estimateur MMSE laissent bien derrière eux des pistons différentiels qui correspondent aux discontinuités introduites : ces méthodes compensent bien le front d'onde de manière Kolmogorov et la phase résiduelle de la boucle d'OA est représentative des propriétés des discontinuités introduites. Cette propriété peut s'avérer intéressante dans l'objectif d'étalonner les erreurs de phases autres que celles de type Kolmogorov. C'est d'ailleurs surtout vrai avec la méthode MMSE car dans le cas de la base continue, la reconstruction du front d'onde utilise la signature des pseudo-modes pétales sur l'ASO pyramide pour les contrôler, ce qui a tendance à faire osciller les pistons différentiels autour de sauts de λ_{aso} .

Cependant, lorsqu'on considère la colonne de droite des deux figures, l'introduction de modes tip et tilt par pétales en plus des modes pétales vient contredire ce fait. En effet, en permettant à l'ASO pyramide de mesurer et reconstruire les modes tip et tilt à la fois atmosphériques et non-Kolmogorov, les méthodes de reconstruction s'appuyant sur la continuité du front d'onde se retrouvent biaisées par ces mesures. Si les modes tip et tilt par pétales sont bien corrigés, les résidus de modes pétales dans la boucle d'OA sont bien plus importants que ceux introduits. Avec la méthode MMSE, j'ai essayé de filtrer les modes tip et tilt par pétales de la base pour ensuite les estimer de la même manière que cela est fait pour les modes pétales. Cependant, en soustrayant ces 12 modes supplémentaires au vecteur d'observation, la performance globale de correction et donc de l'estimation MMSE se retrouvent fortement dégradées. Il pourrait également être envisagé de dissocier a posteriori les modes tip/tilt effectivement Kolmogorov des modes tip/tilt non Kolmogorov afin de réaliser une estimation des modes pétales seulement à partir de ces premiers...

La présence de discontinuités de phase met donc à mal les performances des algorithmes qui ont été décrits jusqu'ici. Si elles sont confirmées sur l'ELT, ces discontinuités nécessiteront d'être étudiées et traitées à part entière dans la boucle de correction d'OA.

4.4 Autre application : les actionneurs hors pupille

Le DM étant de dimension plus large que la pupille de l'ELT définie par le miroir primaire segmenté, plusieurs rangées d'actionneurs se retrouvent à l'extérieur de la pupille : ces actionneurs ne participent pas à la compensation du front d'onde. La question posée ici est de savoir quels actionneurs véritablement

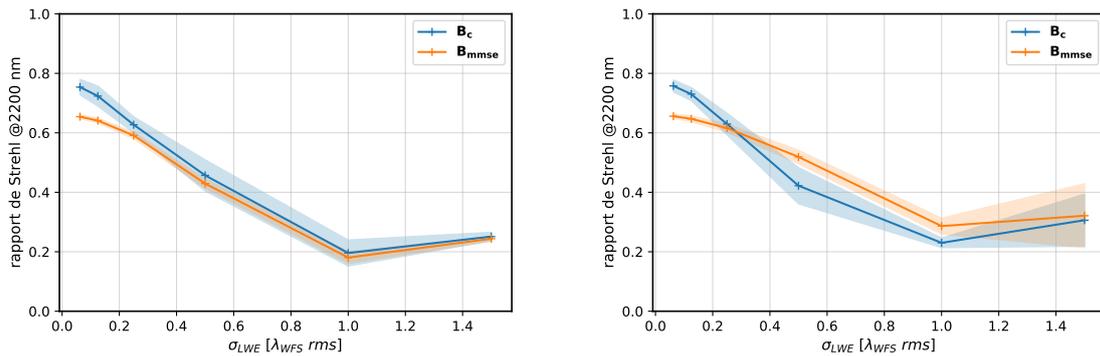


FIGURE 4.12 – Rapport de Strehl longue pose mesuré à 2200 nm en présence de Low Wind Effect composées *Gauche* de modes pétales uniquement et *Droite* de modes piston, tip et tilt par pétale, pour une boucle d’OA contrôlée avec les modes de la base B_C en bleu et B_{mmse} en orange et un $r_0 = 13,4$ cm.

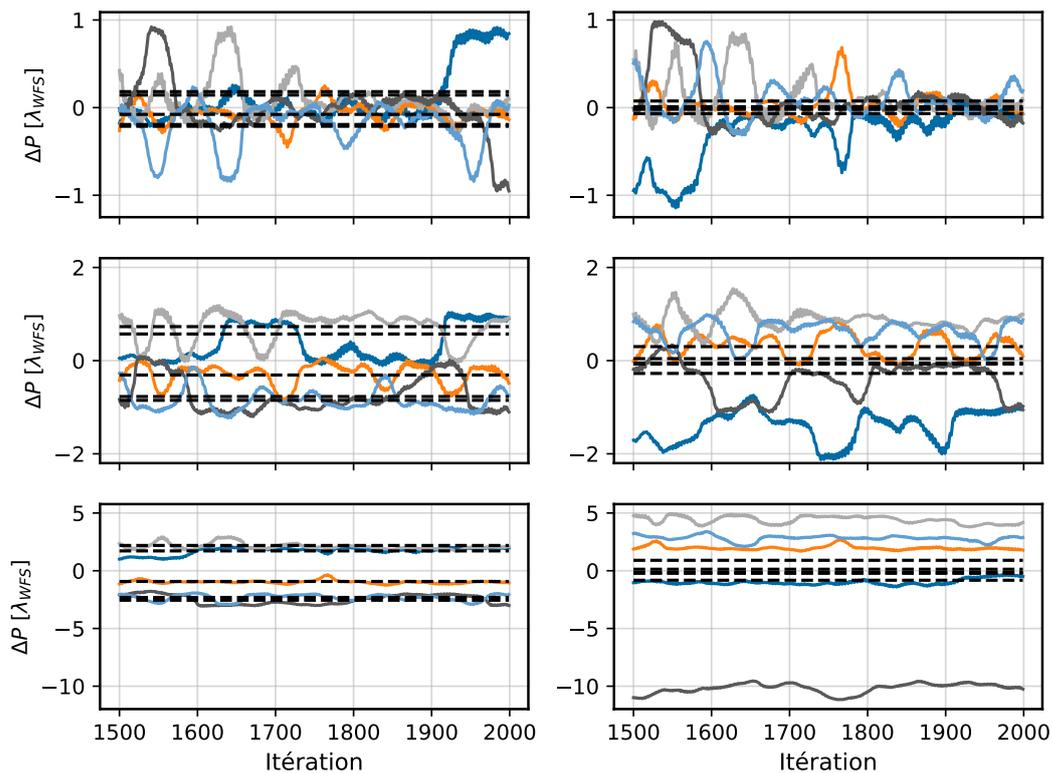


FIGURE 4.13 – Evolution des pistons différentiels avec la base B_C en présence de discontinuités constituées de *Gauche* modes pétales seulement et *Droite* de piston, tip et tilt par pétale. Du haut vers le bas, les courbes correspondent à des erreurs de discontinuités d’écart type $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{2} \lambda_{aso}$.

utiliser pour construire une base de compensation efficace et robuste. L’efficacité de la base désigne sa capacité de correction, plus la base aura de degrés de liberté, plus elle sera en capacité de corriger les hauts ordres et donc de réduire la variance de phase résiduelle. Une base robuste signifie qu’elle

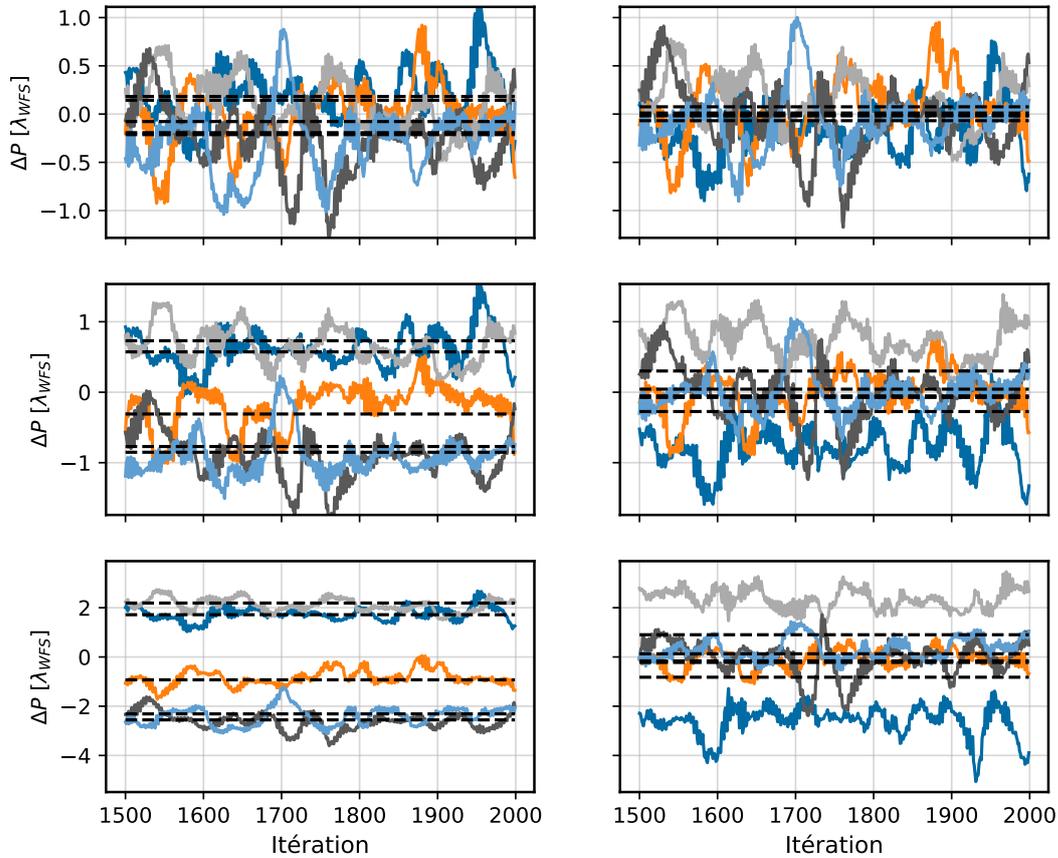


FIGURE 4.14 – Evolution des pistons différentiels avec la base B_{mmse} en présence de discontinuités constituées de *Gauche* modes pétales seulement et *Droite* de piston, tip et tilt par pétale. Du haut vers le bas, les courbes correspondent à des erreurs de discontinuités d'écart type $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{2} \lambda_{aso}$.

n'introduit pas d'instabilité dans la boucle d'asservissement et je pense ici surtout à la divergence de certains actionneurs. Par commodité, j'ai au cours de cette thèse toujours utilisé comme degrés de liberté les actionneurs présents à l'intérieur de la pupille *all-glass* de l'ELT (voir figure 4.3). Cette base est ensuite prolongée aux 5352 actionneurs du DM en utilisant la méthode de prolongement introduite dans ce chapitre. Je commence donc par considérer cette base contenant 3850 degrés de liberté et je vais la comparer à deux autres bases, pour lesquelles la sélection des actionneurs repose sur la réponse des FI projetée dans la pupille ELT. Ces FI sont normalisées de sorte que le maximum de la réponse soit égal à 1. Une première base est obtenue en utilisant un critère de seuil sur les FI supérieur à 0,99 : cela est le cas pour 4266 actionneurs. Une deuxième base est calculée avec cette fois un seuil plus lâche de 0,5 : la base contient alors 4328 actionneurs.

Un problème de divergence

La figure 4.15 donne une raison explicite de mon choix porté sur une sélection des actionneurs sur la définition du *all-glass*. En fermant une boucle avec les deux autres bases définies sur un plus grand nombre de degrés de liberté, la boucle d'OA, même pour une condition de seeing médiane $r_0 = 13,4 \text{ cm}$ entraîne la divergence d'actionneurs situés au bord de la pupille. Ce problème de divergence pourrait sembler indépendant du problème de gestion du piston différentiel : il ne l'est pas. En effet, tout comme garder le piston global à zéro sur toute la pupille tire tous les autres pétales dans un sens lorsque l'un

d'eux est poussé dans l'autre, un actionneur qui diverge entraîne la divergence du mode pétale auquel l'actionneur appartient, comme présenté en figure 4.16.

Bien sûr, le fait de réduire le nombre de degrés de liberté augmente la variance de la *fitting* du DM : environ 65 nm RMS sont perdus en utilisant cette méthode (voir tableau 4.1). Il aurait certainement été possible de réaliser une gestion spécifique des divergences de ces actionneurs, car il est vrai que dans un cas réel un actionneur est dans l'incapacité physique de diverger à l'excès tel que dans mes simulations. Dans l'exemple présenté, les quelques actionneurs qui divergent sont situés dans les coins des pétales et j'ai noté que c'est le cas dans la plupart des simulations que j'ai pu faire. Cependant, cela aurait demandé une étude en soi, la sélection aurait été dépendante des conditions d'observation et aurait influencé les résultats sur la gestion des pistons différentiels. J'ai préféré adopter une méthode qui, de base, confère à la boucle un comportement plus robuste pour toutes les conditions d'observations évoquées, évitant la divergence d'actionneurs élémentaires.

J'ajoute que cette divergence locale de certains actionneurs a un effet délétère sur la performance de contrôle des modes pétales MMSE : le vecteur d'observation contient une ou des valeur(s) aberrante(s) et cause une erreur dans l'estimation.

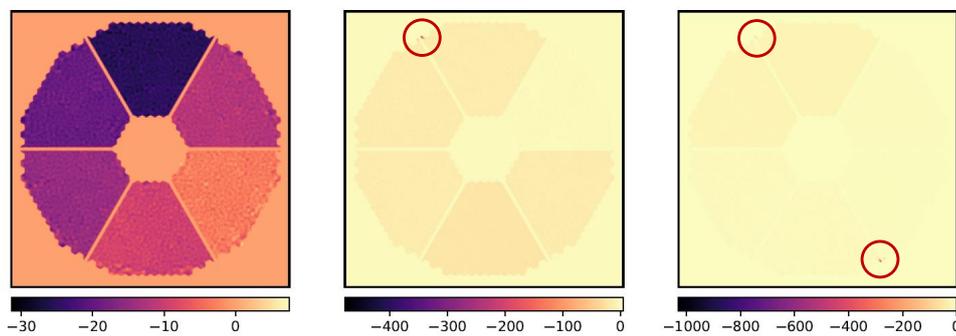


FIGURE 4.15 – Phase résiduelle de la boucle d'OA avec $r_0 = 13,4 \text{ cm}$ après 5 secondes pour *Gauche* 3850 actionneurs, *Milieu* 4266 actionneurs et *Droite* 4328 actionneurs contrôlés. L'échelle de couleur est en radians, très différente d'un graphe à l'autre. Les lieux de la divergence d'actionneurs sont entourés en rouge.

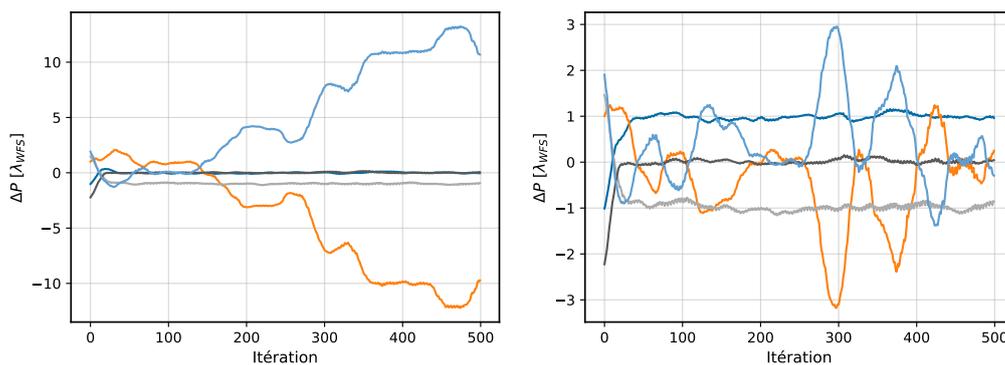


FIGURE 4.16 – Evolution temporelle des pistons différentiels *Gauche* lors de la divergence locale d'actionneurs du DM et *Droite* sans divergence (base B_r).

4.5 Conclusions

Le chapitre consacré à la mesure des modes pétales par des moyens optiques s’achevait sur la pauvre fiabilité de l’ASO pyramide pour mesurer ces modes. Or, cet analyseur équipe le système d’OA des instruments de première lumière de l’ELT, il s’agissait donc de se tourner vers des méthodes algorithmiques pour contrôler les modes pétales. Tout au long de ce chapitre, j’ai implémenté trois méthodes de contrôle et les ai comparées dans différentes conditions d’observation. L’implémentation de ces méthodes est aisée et n’entraîne pas ou peu de contrainte supplémentaire sur le reste du développement des systèmes d’OA. Les travaux menés ici ont d’abord permis de valider le bénéfice de telles méthodes de contrôle : elles évitent la divergence ou la stabilisation autour de valeurs de λ_{aso} des pistons différentiels.

Dès les premières considérations autour des conditions de turbulence, la base continue s’est démarquée par les quelques 5 à 10 points de Strehl qu’elle permet de gagner par rapport aux autres méthodes. L’intérêt de cette méthode reste entier pour les magnitudes élevées d’étoile-guide et les erreurs de référencement du DM. Cependant, comme son nom l’indique, la base continue n’est pas une solution à la compensation des discontinuités de phase. Si elle est capable de rattraper des écarts de quelques dizaines de nm rms de piston différentiel (lorsque la pyramide y est sensible, et donc à faible r_0) du fait de la possible introduction de pseudo-modes pétales dans la commande, la présence de discontinuités de trop large amplitude n’est pas gérée. Enfin, appliquer le prolongement de type Kolmogorov aux actionneurs situés à l’extérieur de la pupille de l’ELT est tout aussi intéressant, en empêchant la divergence de certains actionneurs situés sur les bords de la pupille et donc mal vus par l’analyseur : cela joue également de manière favorable dans la correction des modes pétales.

L’estimateur MMSE souffre quant à lui plus facilement des biais liés à la compensation non optimale du front d’onde. La baisse de sensibilité globale de l’analyseur pyramide aux forts seeing (et malgré l’utilisation d’une méthode de compensation des gains optiques : CLOSE) crée un vecteur d’observation pas purement Kolmogorov et l’erreur se répercute sur l’estimation des modes pétales. C’est également vrai si on tient compte du bruit de photons : à grande magnitude, la qualité image diminue. Je note qu’il serait possible d’améliorer cette méthode en tenant compte d’une fonction de structure modifiée par la présence de bruit de mesure dans le calcul de l’estimateur. Le formalisme d’un tel estimateur peut être trouvé dans Thiébaud & Tallon (2010), le calcul n’a cependant pas été effectué dans le cadre de la gestion des modes pétales.

Les premières conclusions penchent en faveur de la base continue, des améliorations semblent cependant possibles pour l’estimateur MMSE. Ces deux méthodes font l’objet d’une implémentation expérimentale au cours du chapitre qui suit.

Si les méthodes de gestion des modes pétales présentées dans ce chapitre n’ont pas vocation à compenser les discontinuités de phase qui pourraient subvenir dans le train optique, la question de leur étalonnage sur l’ELT se pose de manière sérieuse. Un travail dédié sera à fournir en cas de présence d’erreurs de phase non Kolmogorov. La présence de discontinuités locales sur la phase ne sera ni prise en charge par des algorithmes reposant sur une reconstruction continue du front d’onde, ni compensée de manière fiable avec une mesure de l’ASO pyramide. Ce fait pousse donc pour l’implémentation d’un analyseur additionnel au système d’OA, dans le cas où on ne pourrait empêcher des phénomènes incontrôlés de venir rompre la continuité du front d’onde sur l’ELT.

Chapitre 5

Résultats expérimentaux

Jusqu'ici, les différents travaux reposaient sur des simulations numériques de boucle d'optique adaptative. Il s'agit désormais de passer à une démonstration expérimentale des erreurs sur les modes pétales introduites par l'analyseur pyramide et de leur correction à l'aide des algorithmes de contrôle du front d'onde précédemment présentés. Dans ce chapitre, j'expose les différentes étapes qui ont été mises en œuvre afin d'obtenir un banc tenant compte des paramètres pertinents de la pupille ELT et de son miroir déformable fragmenté. Après une présentation générale du banc, je détaille les différentes étapes d'étalement nécessaires avant la mise en place d'une configuration de type ELT sur le banc. Ainsi, la fin de ce chapitre – qui acte également la fin de ce manuscrit – présente les résultats obtenus en boucle fermée sur banc, avec les méthodes de contrôle des modes pétales pour la géométrie fragmentée de l'ELT.

5.1 Description du banc SESAME

5.1.1 Bref historique

Le banc SESAME est un banc servant d'hôte à différents systèmes pour l'OA des télescopes au sol. Mis en place en 2002, son but est d'abord d'accueillir de nouveaux concepts d'ASO et de nouvelles méthodes de compensation du front d'onde, telles que la tomographie. La démonstration d'un nouvel algorithme de tomographie pour le démonstrateur de MOAO CANARY est un exemple de succès permis par ce banc (Vidal et al., 2010). Pour appuyer l'arrivée des extrêmement grands télescopes, l'expérience PYRCADO (PYramid for miCADO) a vu le jour sur le banc SESAME dans les années 2014 et 2015. Dotée d'un analyseur pyramide et depuis 2019 d'un miroir déformable hauts ordres ALPAO à 3228 actionneurs, cette expérience appuie les activités liées au développement de la SCAO de l'instrument MICADO. Il accueille également un démonstrateur d'analyseur pyramide en réflexion nommé SAPHIR, dont le principe de fonctionnement a pu être validé en 2018 (Chemla et al., 2019) et qui vient compléter l'analyseur pyramide sous sa forme classique, c'est-à-dire réfractive, déjà présent. Une refonte du trajet optique a donc été nécessaire à deux reprises au cours de ma thèse pour accueillir le module SAPHIR puis le DM ALPAO, à laquelle j'ai pu participer dans les étapes d'alignements notamment. Courant 2020, le calculateur temps réel (RTC) issu de la plateforme COSMIC a été intégré au banc SESAME. Sa mise en fonctionnement et des premiers résultats de fermeture de boucle d'OA sont présentés dans l'acte de conférence Ferreira et al. (2020).

5.1.2 Présentation générale du trajet optique

Le banc de dimensions 3 m par 1,6 m est situé dans une des salles grises du LESIA, c'est-à-dire que sans que la concentration en particules y soit particulièrement maîtrisée, certaines règles sont mises en place afin de minimiser leur introduction. Enfilez donc vos sur-chaussures et laissez SESAME s'ouvrir à vous.

Je présente en figure 5.1 un schéma du trajet optique du banc SESAME en mai 2021. Ce chemin est d'abord composé de deux différentes sources (au centre, en haut) simulant des objets ponctuels ou étendus. On trouve plusieurs doublets de lentilles qui permettent d'alterner entre plans focaux et plans pupilles tout en paramétrant l'ouverture du faisceau et le diamètre des pupilles selon l'usage qui en est fait. Placés dans les plans pupilles, le banc est équipé de plusieurs miroirs déformables – un miroir hauts ordres ALPAO et un miroir Tip/Tilt (TT) – et d'un générateur de turbulence utilisant un modulateur spatial

de lumière (SLM). Viennent ensuite les lames séparatrices qui offrent un total de sept voies de sortie pour le banc. Celles ci servent à recevoir différents types d'ASO et de détecteurs dans les plans focaux dont les ouvertures sont là encore maîtrisées à l'aide de jeux de doublets de lentilles. Le banc présente plusieurs foyers dont un, historique, ouvert à $f/15$ pour des applications VLT et un autre ouvert à $f/50$ pour des applications ELT. L'ouverture de ce second faisceau peut être ajustée à l'aide d'un relais optique pour correspondre à d'autres usages futurs. Le banc accueille actuellement trois ASO, deux pyramides et un Shack-Hartmann, et deux détecteurs en plan focaux : une caméra dite "science" qui image la PSF du banc et une caméra de modulation qui image la PSF modulée en aval d'un miroir oscillant. Je donne une description plus détaillée des différents composants optiques dans le prochain paragraphe.

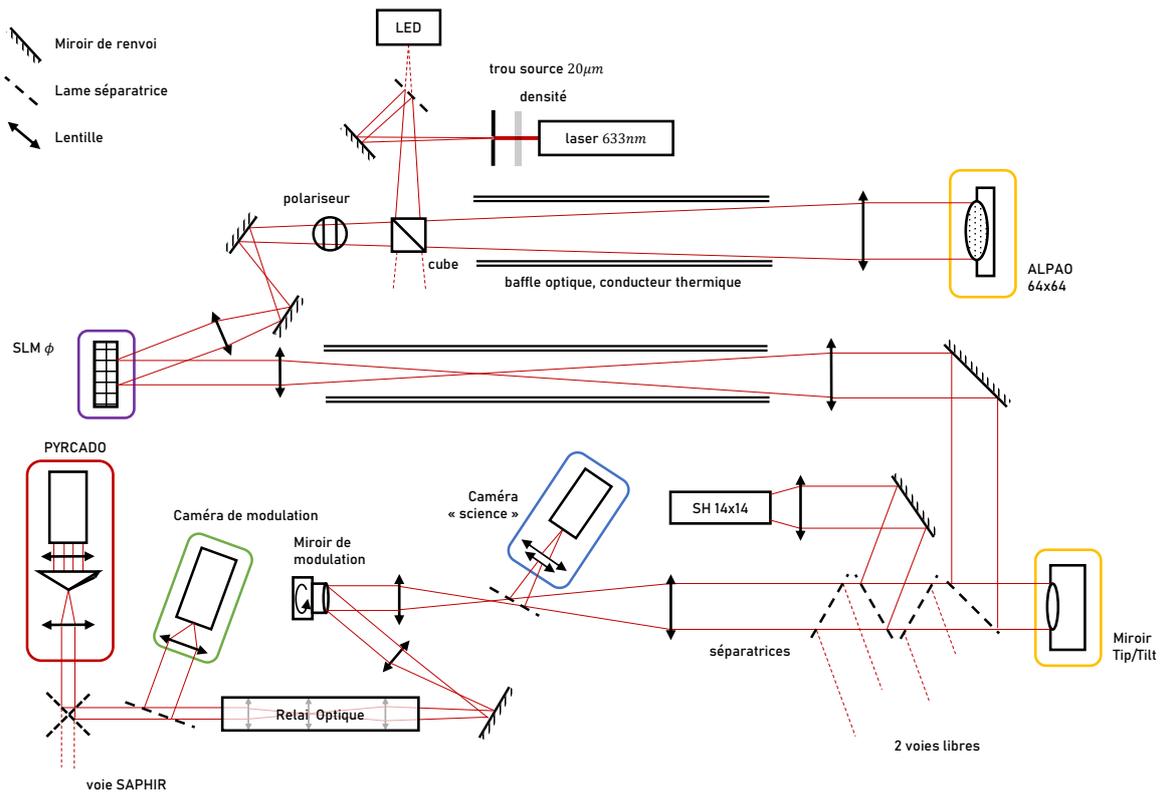


FIGURE 5.1 – Schéma du trajet et des composants optiques qui composent le banc SESAME.

5.1.3 Caractéristiques des composants du banc

Sources

Le banc est doté de deux sources lumineuses qui peuvent être utilisées indépendamment ou simultanément : un laser Helium Neon à 633 nm d'une puissance de 12 mW simule une source ponctuelle tandis qu'une source étendue en lumière blanche forme un objet de taille de plusieurs secondes d'arc. J'utiliserai principalement la source laser HeNe, qui a d'ailleurs été installée dans la salle SESAME au début de ma thèse. Elle est placée en amont d'un filtre à densité neutre variable gradué circulairement, celui-ci permet d'atténuer la puissance du faisceau transmis. La position du filtre a été judicieusement choisie pour éviter toute saturation des détecteurs. Un diaphragme de 20 microns permet un filtrage de gorges de hautes fréquences spatiales du laser. Ce trou source est placé précisément au niveau du rayon de gorge du faisceau (*waist* en anglais) et ce nettoyage permet d'obtenir un profil d'intensité gaussien "propre".

Miroirs déformables

Trois miroirs déformables placés dans des plans pupilles successifs permettent la compensation du front d'onde sur le banc.

Paramètre	Caractéristique
Constructeur	ALPAO
Modèle	DM3228
Nombre d'actionneurs	3228 (64×64)
Diamètre pupille	93 mm
Course maximale	$> 3.5 \mu\text{m}$
Course inter-actionneur maximale	$> 1.2 \mu\text{m}$
Hysteresis	$< 2\%$
Première fréquence de résonance	1200 Hz

TABLE 5.1 – Paramètres du miroir ALPAO hauts ordres. *Sources : données constructeur et Vidal et al. (2019b).*

Le premier DM est un miroir plan enchâssé dans une monture à cardans (deux axes), appelé miroir Tip/Tilt (TT). Cette monture TT a été développée au LESIA spécifiquement pour le banc SESAME par Pierre Gigan et est opérationnelle depuis août 2005. Elle permet une correction des erreurs de basculement du front d'onde avec une large course au prix d'un temps de montée plutôt lent, de quelques millisecondes (4,3 ms).

Arrivé début avril 2019 au LESIA, le second DM est un prototype de l'entreprise ALPAO développé en vue des systèmes d'OA hauts ordres. Des activités de test et d'étalonnage ont été menées dès son arrivée et sont détaillées dans Vidal et al. (2019b). Le tableau 5.1 présente les principales caractéristiques du DM. Il possède 3228 actionneurs, soit 64 actionneurs dans un diamètre de pupille de 93 mm. La distance entre deux actionneurs voisins (pas inter-actionneur ou *pitch* en anglais) est de 1,5 mm. Chacun des actionneurs est constitué d'un aimant qui se meut sous l'effet du champ magnétique généré par le courant qui traverse sa bobine. Un vecteur de tensions appliqué aux bobines permet ainsi de (dé)former la mince surface réfléchissante du miroir. La course maximale de chaque actionneur permet une compensation du front d'onde sans saturation jusqu'à des r_0 de l'ordre de 10 cm, en considérant un diamètre de télescope de 39 m (ELT) et une échelle externe de turbulence $L_0 = 25$ m (voir Vidal et al., 2019b).

Enfin, un écran à cristaux liquides sur silicium (LCOS pour son acronyme anglais) agit en réflexion et module spatialement la phase de la lumière. On parle de modulateur spatial de lumière et j'utiliserai l'acronyme anglais SLM pour le désigner. Ces caractéristiques techniques sont détaillées dans le tableau 5.2. Le retard de phase repose sur la modification de l'indice de réfraction dans les cristaux liquides, il est introduit sur chacun des pixels du SLM en appliquant une matrice de tensions au format 8-bits. Le SLM fonctionne de manière optimale en lumière incidente polarisée et est donc placé directement derrière un polariseur linéaire. Contrairement aux deux miroirs précédents, son action est seulement monochromatique. Constitué d'un grand nombre de pixels, sa résolution permet une correction d'une large gamme de fréquences spatiales. Je le range ici dans la classe des miroirs déformables parce que c'est lui que j'utiliserai pour simuler le miroir déformable de type M4 de l'ELT. Mais, nous le verrons plus tard, son utilisation s'étend également à la génération d'écrans de phase turbulente et à la définition de masque pupille (cf section 5.4).



FIGURE 5.2 – *Gauche* Miroir bimorphe tip/tilt *Crédit : É. Gendron* et *Droite* Miroir ALPAO *Crédit : F. Vidal.*

Paramètre	Caractéristique
Constructeur	Hamamatsu
Modèle	X10468-01
Interface signal	Vidéo DVI-D
Résolution	792 × 600
Taille pixel	20 μm
Taille pupille	15.8 mm × 12 mm
Longueur d'onde	400 à 700nm
Efficacité en réflexion	79%
Facteur de remplissage	98 %
Temps de montée	5ms
Temps de descente	25ms
Fréquence d'utilisation	60 Hz

TABLE 5.2 – Paramètres du SLM. *Source : données constructeur.*

Analyseurs

Le banc SESAME possède sept voies de sortie dont cinq sont aujourd'hui utilisées : trois accueillent des analyseurs de front d'onde tandis que deux autres servent à l'imagerie plan focal.

Un analyseur Shack-Hartmann formé d'un réseau de micro-lentilles 14 × 14 permet des mesures fiables et linéaires de grandes déformations du front d'onde, il n'a pas été utilisé dans cette thèse.

Le prototype opto-mécanique SAPHIR (Sensor Achromatic Pyramid High-Resolution) est un ASO de la classe des analyseurs pyramides mais basé uniquement sur des surfaces réfléchissantes, ce qui le rend exempt de toute erreur liée à la dispersion chromatique. Son fonctionnement a pu être testé et validé en boucle fermée sur le banc, plus de détails à ce sujet peuvent être trouvés dans l'acte de conférence Chemla et al. (2019).

Enfin, j'utilise dans cette thèse l'analyseur PYRCADO, prototype de l'analyseur pyramide classique réfractif. Le module est constitué de trois composants :

- un prisme pyramidal placé en plan focal, avec un défaut de sommet présentant un *roof* de l'ordre de 30 μm, il a été qualifié de meilleur prisme entre deux jeux fournis par le fabricant (voir la thèse Deo, 2019),
- un doublet achromatique (PIL, Pupil Imaging Lens) placé derrière le prisme pyramidal, permet de former l'image des quatre pupilles de l'ASO pyramide sur le détecteur. Les actionneurs micrométriques de sa monture, contrôlables à distance, permettent un positionnement fin de la PIL dans les axes "x" et "y".
- un détecteur CMOS Manta G-235 (Allied Vision) sur lequel sont imagées les quatre pupilles post masque pyramidal.

En amont du relais optique, un miroir oscillant (FSM, *Fast Steering Mirror*) module le faisceau incident. Il consiste en un miroir plan de 15 mm fixé à un oscillateur piézoélectrique PI S-320. Ce dernier est piloté par le biais de deux signaux analogiques grâce à une carte de génération de signaux DDB (Direct Digital signal generation Board) spécifiquement fabriquée au LESIA.

Détecteurs

Trois détecteurs du fabricant Allied Vision sont à disposition : deux modèles CMOS Manta G-235 permettent d'imager la PSF science et les pupilles du module PYRCADO et un CCD Prosilica GT1380 image la PSF post-modulation. Les caractéristiques techniques de ces détecteurs sont résumées dans le tableau 5.3. Ces détecteurs sont standards et accessibles mais souffrent d'un bruit de lecture conséquent et d'une cadence de lecture limitée à 50 Hz. Ce bruit de lecture n'est cependant pas problématique sur le banc : la source laser produit une quantité de photons largement suffisante au point que nous devons même utiliser une densité neutre afin d'éviter la saturation des détecteurs.

Le détecteur du module PYRCADO est fenêtré et sous-échantillonné par un facteur 3 × 3 (opération de *binning*) ; il fournit une image de taille 400 × 400 pixels. Les détecteurs des systèmes d'imagerie en plans focaux – science et post-modulation – fournissent eux des images de taille utile 1024 × 1024 pixels.

J'utilise dans ce chapitre uniquement l'analyseur PYRCADO et le détecteur "science" en plan focal.

Paramètre	Caractéristique	
	PYRCADO Plan Focal	Post-Modulation
Module SESAME		
Constructeur	Allied Vision	Allied Vision
Modèle	Manta G-235	Prosilica GT1380
Capteur	CMOS	CCD
Interface	Gb Ethernet	Gb Ethernet
Taille pixel	5.86 μm	6.45 μm
Résolution totale	1936 \times 1216	1360 \times 1024
Résolution utile après binning	400 \times 400 (PYRCADO) 1024 \times 1024 (Plan Focal)	1024 \times 1024
Profondeur image	12 bits	12 bits
Rendement quantique (633 nm)	53 %	42 %
Bruit de lecture	7.2 e ⁻	13.3 e ⁻

TABLE 5.3 – Paramètres des détecteurs. *Source : données constructeur.*

Je note cependant l'utilité de la caméra de modulation afin de faire du traçage de gains modaux (voir notamment l'article Chambouleyron et al. (2021b)).

Calculateur temps réel, contrôleurs et tableau de bord

Un prototype de calculateur temps réel (RTC, pour *Real Time Computer*) a été développé dans le cadre de la plateforme RTC COSMIC (Ferreira et al., 2020). Il permet l'acquisition des vecteurs de mesure de l'analyseur PYRCADO et contrôle les miroirs déformables TT et ALPAO. Un des ports des liaisons hauts débits 1 Gigabits Ethernet (GbE) est utilisé pour assurer la communication en temps réel avec la caméra de PYRCADO. La liaison avec le DM repose sur un protocole ALPAO. Si le RTC a été conçu pour fonctionner à une fréquence allant jusqu'à 1 kHz, il est cependant limité sur le banc SESAME par la cadence de lecture des images des caméras, c'est-à-dire 50 Hz.

Les autres caméras et le SLM sont contrôlés par le biais du poste de travail *zinzolin* présent dans la salle SESAME. Une application codée avec la librairie Python *Pyro4* assure la communication entre le client SLM et *zinzolin* par protocole TCP tandis que les images des caméras sont transmises par liaisons 1 GbE. Le SLM n'étant pas relié au RTC, l'utilisation de celui-ci implique des allers-retours entre l'acquisition de données de télémétrie avec le RTC, et la commande du SLM avec un programme Python. Pour cette raison, la fréquence des boucles d'OA faites avec le SLM est de l'ordre de 1 Hz contre les 50 Hz permises par le RTC.

Finalement, le miroir de modulation est contrôlé avec un serveur dédié *sesame*.

Enfin, quelques mots sur les outils de contrôle et d'affichage temps réel des paramètres du banc. En figure 5.3 est présenté le tableau de bord du banc SESAME mis en place par l'équipe, celui-ci est codé avec le logiciel libre Grafana. Il permet de visualiser l'état des différents composants du banc (la couleur verte signifiant que le composant est allumé ou opérationnel et la couleur rouge qu'il est éteint) ainsi que les paramètres de l'OA (fréquence de boucle, état de la boucle ouverte/fermée, gain d'intégrateur, ...) et l'affichage vidéo temps réel des différents détecteurs du banc.

5.2 Caractérisation des composants optiques du banc

Dans cette partie, je présente des étapes de caractérisation nécessaires à l'utilisation du banc pour conduire des expériences d'OA. Une partie de l'étalonnage préliminaire du matériel a d'ores et déjà été réalisée et est détaillée dans la thèse Deo (2019). Je me restreins donc à décrire les étapes qui ont été réalisées suite à la refonte du trajet optique (arrivée du laser HeNe, du DM ALPAO, etc) ou qui nécessitent d'être effectuées de manière régulière et répétée, afin de tenir compte des changements de régime de fonctionnement du banc (thermique, mécanique, ...). La plupart de ces outils a été développée par l'équipe et préexistait donc à ma thèse. J'ai apporté des améliorations pour correspondre à l'usage d'un système hauts ordres et d'un masque pupille ELT.



FIGURE 5.3 – Affichage temps réel du statut des outils et caméras du banc avec le logiciel GRAFANA.

5.2.1 Analyseur Pyramide PYRCADO

Sélection et positionnement des pixels valides

Le détecteur de l'analyseur PYRCADO a un format de 400×400 pixels après opération de binning des pixels. Sur ce détecteur sont imagés les quatre pupilles dont la distribution d'intensité contient l'information de phase du front d'onde. Dans cette étape d'étalonnage, il s'agit de sélectionner les sous-ouvertures utiles à la mesure de la phase. Ces sous-ouvertures donneront, après normalisation du flux moyen, le vecteur de mesures de l'analyseur dans une approche "full-pixel" (voir équation 3.6). Cette sélection se fait en estimant la position des centres de chacun des quadrants et de leur rayon, exprimés en pixels dans l'espace du détecteur. Dans un premier temps, on se débarrasse de la dépendance de l'intensité de l'ASO avec la phase incidente pour ne garder que l'information d'amplitude : on somme quatre images prises en plaçant le faisceau sur chacune des quatre faces de l'analyseur, cette opération est effectuée en pilotant le miroir TT ; on leur soustrait ensuite un *dark*, c'est-à-dire une image réalisée dans les mêmes conditions mais sans le signal qu'on cherche à extraire. On pourrait pour cette opération également utiliser l'analyseur avec un très large rayon de modulation ce qui le rend faiblement sensible aux aberrations de phase. Ce type d'image codant les aberrations d'amplitude du trajet optique est utilisée à plusieurs reprises lors des étapes d'étalonnage, son nom donné est *image 4-tilts* du fait de la méthode utilisée pour l'obtenir.

L'image 4-tilts, donc, peut être découpée en quatre sous-images de tailles identiques contenant chacune un des quadrants de l'analyseur. Le décalage relatif entre les sous-images est mesuré grâce à la position du maximum du produit de corrélation entre ces sous-images. Un ajustement avec une fonction parabolicoïde permet d'obtenir la mesure du décalage avec une précision sub-pixel. En replaçant la position des centres des quatre sous-images dans le référentiel de l'image du détecteur, on obtient les centres (x_c, y_c) détaillés dans le tableau 5.4.

On crée un premier masque théorique de pixels valides comme étant la somme de quatre pupilles circulaires de centres (x_c, y_c) et de rayon arbitraire, choisi plus petit que le rayon réel des pupilles, par exemple 20 pixels. Ce masque permet d'obtenir la valeur moyenne d'intensité des 4 pupilles de l'analyseur, de laquelle est déduite une valeur de seuillage, ici 10% de l'intensité moyenne. Enfin, le rayon réel $r = 42.49 \text{ pix}$ des pupilles est déterminé grâce à ce seuillage. Cet étalonnage donne un résultat de 22704 pixels valides sur le détecteur, qui seront ensuite utilisés par le RTC comme vecteur de mesures de l'analyseur. Les valeurs présentées ici de positionnement des centres et rayon des quadrants de l'analyseur me servent de référence pour la suite.

quadrant	x_c	y_c
A	125.1687	123.3610
B	125.9523	263.6581
C	267.6400	264.1363
D	266.0319	122.9861

TABLE 5.4 – Positions des centres de chaque quadrant exprimés en pixels dans l'espace du détecteur PYRCADO.

Recentrage des pupilles de l'analyseur

Du fait des fluctuations thermiques dans la salle qui accueille le banc SESAME, les positions des quatre pupilles de l'analyseur peuvent varier au cours d'une même journée : elles subissent un "glissement" par rapport aux positions (x_c, y_c) qui viennent d'être mesurées. Il est donc nécessaire de procéder régulièrement à leur recentrage par translation à l'aide des actionneurs micrométriques de la PIL. Ils permettent des déplacements relatifs de la lentille par pas spécifiés de 400 nm soit ici 1/15 de la taille des pixels du détecteur ce qui nous donne une précision suffisante pour recentrer les pupilles. Comme lors de l'estimation des centres de la pupille, on procède à une mesure de la corrélation entre chaque quadrant d'une image 4-tilts. On déduit ainsi l'écart entre la position réelle de chaque quadrant et celle mesurée. On contrôle ensuite les actionneurs de la PIL, après avoir pris soin de référencer les directions et sens de mouvement des actionneurs. On procède de manière itérative, en appliquant un gain inférieur à 1 sur la commande, jusqu'à atteindre la précision de positionnement spécifiée. J'utilise ici une précision d'un dixième de pixel, ce qui modère de manière satisfaisante l'impact de ces erreurs de désalignement sur la stabilité de la boucle d'OA.

Non uniformités de l'éclairement de pupille

Des non uniformités de l'éclairement de la pupille peuvent subvenir pour diverses raisons : mauvais alignement et filtrage spatial de la source laser, transmission/réflexion inhomogènes par les lames séparatrices et différents miroirs, etc. Non corrigées, ces erreurs donnent une mauvaise référence lors de l'étalonnage de l'analyseur puisqu'à erreur de phase incidente nulle, les quadrants de la pyramide ne sont pas éclairés uniformément et tout se passe comme si des erreurs de phase subsistaient. Pour estimer les non uniformités d'éclairement, on projette l'image des quatre pupilles de l'analyseur privées d'aberrations de phase (par exemple avec un faisceau largement modulé comme sur la figure 5.4, ou l'image 4-tilts) sur les 10 premiers modes de Zernike. On obtient une décomposition principalement sur les modes piston, tip, tilt et défocus, inhomogénéités d'éclairement qui se remarquent d'ailleurs assez bien à l'œil sur l'image de l'analyseur présenté en figure 5.4. A droite sur cette figure est montré le résultat de l'approximation par la décomposition en polynômes de Zernike des non uniformités d'éclairement : cette carte est donnée au RTC afin de traiter en conséquence les images de l'analyseur et obtenir des mesures de front d'onde corrigées de ces défauts d'éclairement.

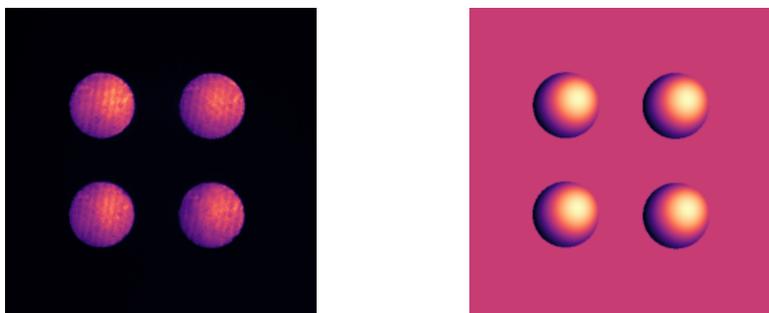


FIGURE 5.4 – *Gauche* Image du plan pupille de l'analyseur avec une modulation de $20\frac{\lambda}{D}$, *Droite* Approximation de l'éclairement de la pupille sur l'analyseur par décomposition sur les premiers polynômes de Zernike.

5.2.2 Caméras

Mesure du nombre de pixels par $\frac{\lambda}{D}$

La mesure de la taille des pixels de chacune des caméras par rapport à la diffraction $\frac{\lambda}{D}$ est utile par exemple pour modéliser une tache image théorique à la diffraction, soit dans le but d'estimer un rapport de Strehl, soit pour effectuer du contrôle de front d'onde par diversité de phase. Dans ce paragraphe, je cherche à mesurer la quantité $u = \frac{D \cdot z}{\lambda}$, où z est la taille angulaire des pixels ; u est donc la taille d'un pixel en unité de λ/D . Pour faire cette mesure, j'applique au miroir déformable des modes sinus de période du double du pas inter-actionneur. Cette opération est directe avec le maillage carré des actionneurs du miroir ALPAO. En appliquant ces signaux sinusoïdaux hautes fréquences dans les axes "x" et "y" (axes arbitraires) du miroir, les images sur les caméras science et de modulation présentent deux Dirac en plus de la fréquence nulle, convolués à la PSF, et situés à une distance angulaire $\frac{\lambda}{2d_{act}}$ caractéristique de la fréquence du signal appliqué. Exprimé en pixels, cette distance p est telle que $p \cdot u = \frac{D}{2d_{act}}$.

Je suppose que les axes du maillage du miroir ALPAO et du détecteur sont bien parallèles. Une coupe des plans des détecteurs est réalisée dans les deux directions des modes sinus, un ajustement gaussien des taches images permet de déduire la distance en pixel entre chacun des pics. Ces coupes sont présentées en figure 5.5 pour la caméra science et en figure 5.6 pour la caméra de modulation. Pour cette dernière, j'ai d'abord pris soin d'arrêter l'oscillation du miroir oscillant et de diminuer le temps d'exposition afin de limiter au mieux la saturation. On remarque cependant que même à la fréquence de lecture la plus rapide une saturation est toujours présente, de valeur 4096 ADU. Cette saturation est liée à l'arrêt du miroir oscillant, l'intensité du faisceau n'est alors plus étalée spatialement sur le détecteur. Il aurait fallu placer une densité devant le faisceau pour complètement s'en affranchir.

En moyennant les distances trouvées entre chaque Dirac pour les deux directions des modes sinus utilisés, j'obtiens pour la caméra en plan focal : $p^{science} = 396 \text{ pix}$ et pour la caméra de modulation : $p^{modu} = 187 \text{ pix}$. La taille physique du miroir déformable est de $D_{pup} = 93 \text{ mm}$ (avec une incertitude de 2 %) et la période du sinus est de deux fois le pas inter-actionneur $d_{act} = 1.5 \text{ mm}$. J'obtiens des valeurs de u pour la caméra science et la caméra de modulation égaux à :

$$u^{science} = \frac{D_{pup}}{2p^{science}d_{act}} = 0.0782 \text{ pix}^{-1} \quad (5.1)$$

$$u^{modu} = \frac{D_{pup}}{2p^{modu}d_{act}} = 0.1657 \text{ pix}^{-1} \quad (5.2)$$

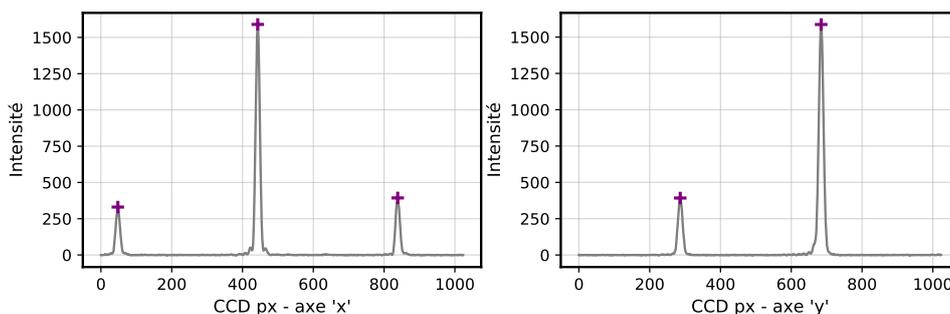


FIGURE 5.5 – Pour la caméra scientifique : *Gauche* Coupe du plan focal selon l'axe "x" pour un mode sinus d'axe "x" et *Droite* Coupe du plan focal selon l'axe "y" pour un mode sinus d'axe "y" appliqués au DM ALPAO (le deuxième pic se trouve en dehors du détecteur). Les marqueurs "+" représentent la position du maximum de chaque tache image obtenue par ajustement gaussien.

5.2.3 Miroir de modulation

Le bon étalonnage du miroir de modulation va de pair avec le bon fonctionnement de l'analyseur pyramide. Pour cela, deux paramètres sont à prendre en compte, à savoir la fréquence et l'amplitude de modulation. Pour la première, il s'agit de s'assurer que la fréquence de la modulation f_{modu} est synchronisée avec celles des caméras PYRCADO et de modulation. Ainsi, l'image du faisceau modulé représente un tour complet de modulation, sans "creux" ni "bosse". Cette opération a été effectuée par

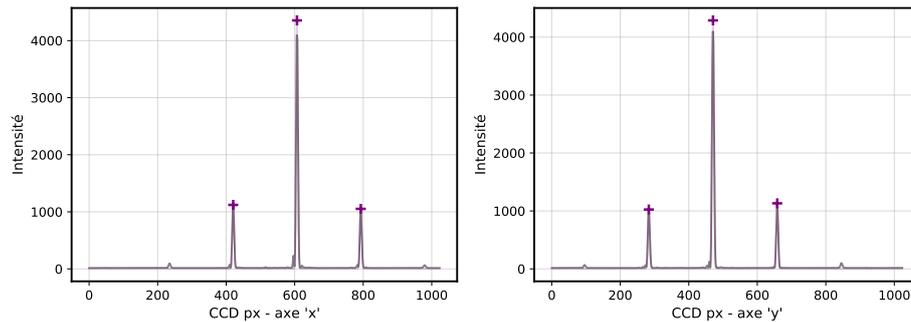


FIGURE 5.6 – Pour la caméra de modulation : *Gauche* Coupe du plan focal selon l'axe "x" pour un mode sinus d'axe "x" et *Droite* Coupe du plan focal selon l'axe "y" pour un mode sinus d'axe "y" appliqués au DM ALPAO. Les marqueurs "+" représentent la position du maximum de chaque tache image obtenue par ajustement gaussien.

Deo (2019) : en analysant le profil azimuthal de l'image pour chaque valeur du paramètre f_{modu} , il est possible de trouver la valeur qui permet une synchronisation idéale entre le miroir oscillant et la caméra de modulation. Le temps d'exposition de la caméra de l'analyseur PYRCADO est ensuite ajusté à cette fréquence. Cette étape est cruciale car, non synchronisé, l'analyseur voit alors de larges erreurs de modes tip et tilt qui d'une part, biaisent son étalonnage et son fonctionnement et d'autre part, ne sont pas caractéristiques d'une phase générée par la turbulence.

L'amplitude de modulation comprend en fait deux degrés de liberté correspondant à chacun des deux axes d'oscillations du miroir. Les gains des commandes de la carte DDB pour obtenir une modulation circulaire ont été calculés en ajustant l'image avec une fonction ellipse. Je me contente alors simplement de valider ces mesures et de vérifier que la valeur sur banc du rayon de modulation correspond à celui donné au contrôleur.

Vérification du rayon de modulation

Pour différentes valeurs de rayon de modulation en entrée, je prends une série d'images de faisceaux optiques modulés. La figure 5.7 montre différentes images de faisceau modulé pour des commandes données à 5, 10, 20 et 30 $\frac{\lambda}{D}$. En orange sont tracés des cercles ayant pour rayon le rayon théorique de la modulation et pour centre celui identifié lorsque la modulation est désactivée. On remarque d'ores et déjà que la modulation effective du miroir semble légèrement plus petite pour les faibles modulations et plus grande pour les larges modulations. La présence de résidus d'aberrations et de turbulence sur le banc affectent particulièrement les faisceaux faiblement modulés et est notamment très perceptible à 5 $\frac{\lambda}{D}$. Pour chacune des images modulées prises entre 0 et 40 $\frac{\lambda}{D}$, soit la dynamique maximale de l'oscillateur, j'effectue des coupes selon les deux axes "x" et "y" passant par le centre de la modulation. J'ajuste ensuite ces profils avec deux fonctions gaussiennes. L'espacement entre les deux centres des gaussiennes me donne le diamètre en pixels de la modulation que je peux traduire en valeur de $\frac{\lambda}{D}$ grâce à l'équation 5.2. La figure 5.8 montre le résultat du rayon ainsi mesuré en fonction du rayon donné en entrée. Une régression linéaire des mesures donne, en violet, un coefficient directeur de 1.05 qui diffère légèrement de la courbe $f(x) = x$, tracée en tirets gris comme référence. Pour un rayon de 5 $\frac{\lambda}{D}$, je mesure en fait 4 $\frac{\lambda}{D}$ et à l'inverse pour les rayons de modulation au-delà de 20 $\frac{\lambda}{D}$, la valeur mesurée est supérieure à celle commandée. Pour les faibles modulations, la différence entre la mesure et le rayon de modulation commandé peut en partie s'expliquer par un biais de mesure lié à la présence de résidus d'aberrations sur le banc. Ainsi, dans la partie portant sur l'étalonnage et la fermeture de boucle d'OA, je choisirai tout de même de moduler mon faisceau à une valeur théorique de 3 $\frac{\lambda}{D}$.

5.2.4 Modulateur de phase

L'utilisation du SLM s'inscrit là encore dans la continuité des travaux réalisés lors de la thèse de Deo (2019). Ainsi, je renvoie à son manuscrit pour les questions portant sur le référencement de la pupille du banc sur la matrice de pixels du SLM. Cependant, le changement de la source pour un laser HeNe et la mise en place du RTC modifiant les cadences de lecture des caméras m'ont amené à réétalonner

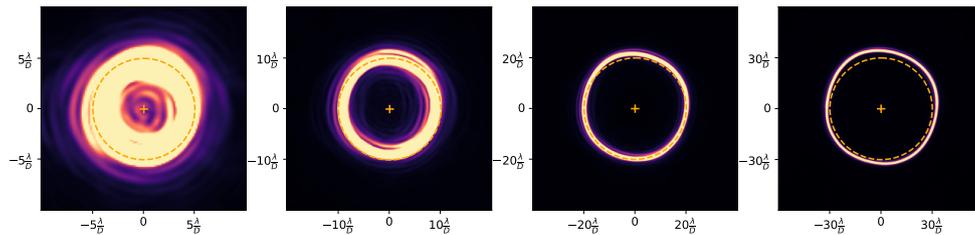


FIGURE 5.7 – PSF sur la caméra de modulation et tracé d’une modulation circulaire théorique en orange pour des rayons de modulation, respectivement de gauche à droite, de $5, 10, 20, 30 \frac{\lambda}{D}$.

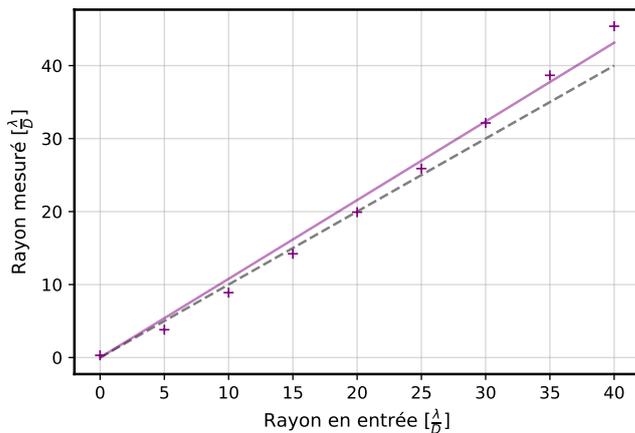


FIGURE 5.8 – Rayon de modulation mesuré sur banc en fonction du rayon théorique commandé au miroir oscillant. En gris pointillé est représenté la courbe $f(x) = x$, les marqueurs "+" représentent les différentes mesures effectuées et la courbe violette est un ajustement linéaire de ces mesures.

l’encodage de l’enroulement de la phase et le temps de montée du SLM. Je décris les méthodes que j’ai mises en place afin de définir ces paramètres.

Enroulement de la phase

Le lien entre l’encodage des valeurs envoyées au SLM, et la génération d’une phase donnée dépend fortement de la longueur d’onde de la lumière incidente. Chaque pixel du SLM peut recevoir une valeur sur 8-bits, soit une information allant de 0 à 255 ADU. Le SLM fonctionne de manière monochromatique, c’est-à-dire que la différence de train d’onde appliquée est modulée entre 0 et la longueur d’onde de la source. Il est donc nécessaire de connaître la valeur d’amplitude appliquée au SLM qui correspond à un saut de phase de λ pour l’utiliser.

Pour ce faire, j’ai développé une méthode qui permet de caractériser facilement le SLM à l’aide de l’ASO pyramide et d’un mode "créneaux". Ce mode est constitué d’une alternance de pistons différentiels : une matrice de pixels de valeurs égales à 0 ou 1. En appliquant une rampe en amplitude de ce mode, il va permettre de couvrir des variations de phase sur le train d’onde entre 0 et λ . Les pistons des créneaux sont en phase (ou en opposition de phase) lorsque le signal reconstruit est nul. Après avoir étalonné l’ASO pyramide autour d’une faible amplitude de ce mode "créneaux" et obtenu son reconstructeur, je peux tracer la courbe d’amplitude reconstruite en fonction d’une rampe d’amplitude donnée en entrée du SLM. En figure 5.9 on retrouve la courbe sinusoïdale bien caractéristique du signal piston différentiel. La période de cette fonction sinus donne la correspondance entre l’amplitude appliquée au SLM et la valeur de λ . Un ajustement avec un profil sinusoïdal permet d’établir ce paramètre à : $p_{SLM} = 196 \lambda^{-1}$. Cette grandeur est utilisée pour convertir l’erreur de front d’onde en unité physique, c’est-à-dire en λ .

La carte de phase appliquée au SLM est donc *enroulée* dans une opération de modulo p_{SLM} , puis

codée au format 8-bits. Enfin, avant la conversion au format 8-bits, un dernier traitement est appliqué à la carte de phase : afin de minimiser le nombre d'enroulements autour de λ de la phase, une certaine quantité de la moyenne de la phase utile est soustraite à la carte de phase. Cette valeur moyenne – un piston – est calculée sur la zone du SLM qui se trouve dans la pupille optique, de dimensions $504 \times 504 \text{ pix}$. La carte de phase appliquée au SLM et située dans la pupille optique a une valeur de piston égale à $p_{SLM}/2$.

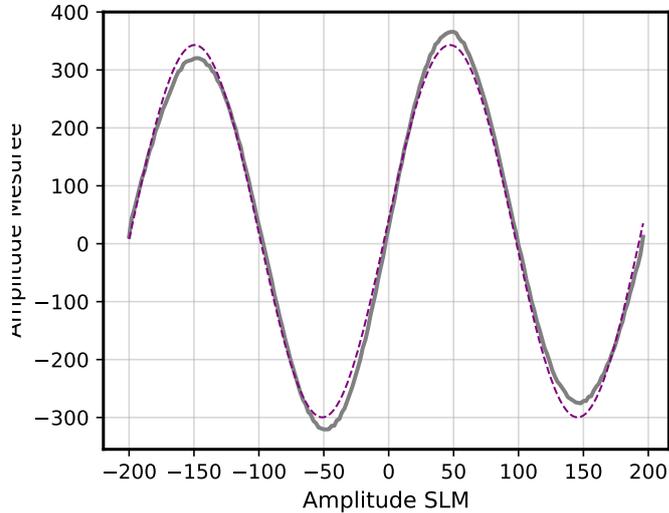


FIGURE 5.9 – Reconstruction d'un mode "créneaux" avec l'analyseur pyramide en fonction de l'amplitude donnée en entrée au SLM. La courbe en gris est la courbe mesurée sur banc, en violet est donné un ajustement sinusoïdal de cette courbe.

Temps de montée et de descente

Le SLM possède des temps de montée et de descente annoncés par le constructeur de respectivement 5 et 25 ms. A cela s'ajoutent les temps de communication avec le superviseur du SLM et avec le RTC, qui permet d'acquérir les mesures de l'analyseur. Pour mesurer une matrice d'interaction avec le SLM, j'ai besoin de connaître le temps nécessaire entre l'envoi de la commande au SLM et la récupération des vecteurs de mesures, ceux qui correspondent bien aux modes appliqués en entrée. Pour cela, j'étalonne l'analyseur autour d'un mode donné au SLM, en ayant bien pris la précaution d'attendre typiquement quelques secondes pour s'assurer que le mode est perçu dans l'espace des mesures. Je déduis ensuite un reconstructeur de ce mode. Après avoir remis le SLM "à plat", j'applique le mode étalonné sur le SLM et j'utilise sans délai le RTC pour récupérer les 20 vecteurs de mesures consécutifs de l'ASO pyramide. Ces vecteurs de mesures me permettent de reconstruire le mode et de voir son évolution au cours du temps. Le RTC opérant à 50 Hz, le temps entre chaque pente acquise est de 20 ms. Je prends comme référence de temps la première pente acquise par le RTC et je néglige le reste qui est de toute façon intrinsèque à l'utilisation que je fais du banc, c'est-à-dire que les autres facteurs de retard dans l'acquisition des données se retrouvent dans toutes les opérations que je mène avec le SLM. J'opère ce calcul une dizaine de fois afin d'obtenir un temps moyen de montée du SLM. Les figures 5.10 montrent la reconstruction du mode en fonction du temps. En gris clair sont représentés les différentes itérations de l'algorithme que j'utilise et en violet est représentée la moyenne de ces itérations. On constate un temps caractéristique de montée d'environ 100 ms après l'envoi de la commande au RTC. Pour le temps de descente du SLM, on trouve également un temps caractéristique d'environ 100 ms. On peut constater que cette durée de montée ou de descente varie d'une réalisation à une autre et cette variation peut s'expliquer par le temps de communication depuis *Python* vers le RTC lors de l'acquisition des données.

J'applique dans la suite une durée d'attente de 150 ms pour la montée et descente du SLM, notamment lors de la mesure de la matrice d'interaction. En effet, j'ai alors besoin d'être certaine que le mode appliqué au SLM est bien "arrivé" jusqu'aux pentes de l'analyseur fournies par le RTC. Lors des opérations en boucle fermée, je n'utiliserai plus ce temps d'attente caractéristique car d'une part, l'erreur liée au délai de montée du SLM sera intégrée dans la boucle de l'OA et d'autre part, ce temps est négligeable devant

le temps d'acquisition des données de télémétrie que j'effectuerai à chaque itération de la boucle, estimé à 1 s : le SLM aura donc largement le temps de prendre la forme de la phase demandée avant l'itération suivante de la boucle d'OA.

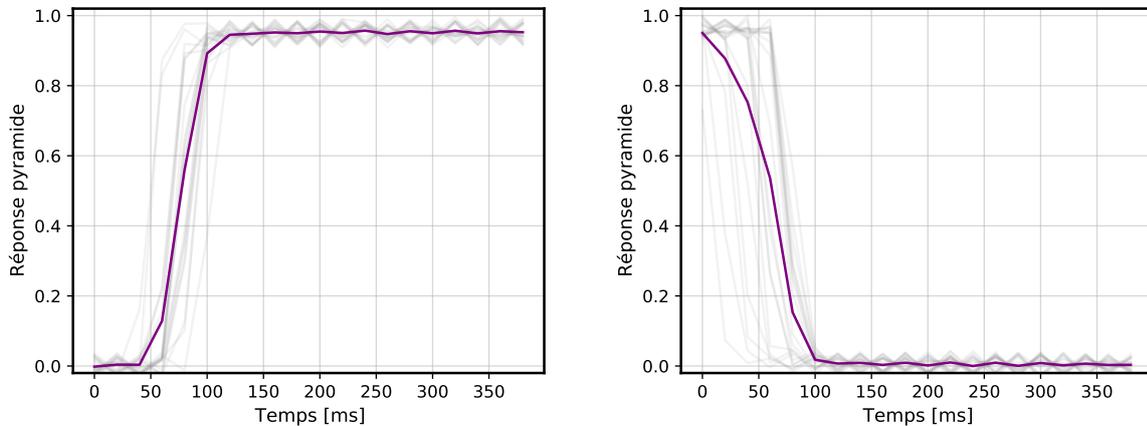


FIGURE 5.10 – Mesures répétées et moyennées de la réponse de l'ASO pyramide à l'application d'une phase sur le SLM, en fonction du temps. Ces graphes donnent les temps de *Gauche* montée et *Droite* descente du SLM.

Réflexion parasite

Une réflexion résiduelle survient à la surface du SLM. Elle est perceptible lorsqu'une phase de large variance est appliquée sur le SLM, une partie de la lumière incidente n'est alors pas déphasée : il reste un cœur cohérent de PSF sur la caméra science. Ce phénomène peut s'expliquer pour deux raisons : le facteur de remplissage des pixels du SLM n'est pas parfait comme on peut le voir dans le tableau 5.2, c'est-à-dire que le matériau qui module la phase ne remplit "que" 98 % de la surface d'un pixel ; ensuite, la différence d'indice entre l'air et le matériau qui compose la surface du SLM peut entraîner un phénomène réfléchif. Pour mesurer la contribution du parasite il suffit d'appliquer une phase, par exemple un tilt, pour distinguer le faisceau de lumière effectivement déphasé par le SLM de la réflexion parasite. Une comparaison des intensités des deux faisceaux nous permet de définir qu'environ 1,5% de la lumière incidente est réfléchi en amont de la zone des cristaux liquides du SLM.

5.3 Manipulations avec un miroir hauts ordres ALPAO

Nous l'avons vu, le banc SESAME est doté d'un prototype *du* miroir ALPAO à 3228 actionneurs permettant une correction haut ordre du front d'onde, avec une densité d'actionneurs comparable à celle rencontrée sur le miroir déformable de l'ELT. De manière peut-être décevante, je m'atèle dans cette partie à étalonner ce miroir pour en faire un miroir plan, d'abord pour la voie analyseur, puis pour la voie science en mesurant les aberrations non communes. Le DM ALPAO va donc simplement me permettre de corriger les aberrations présentes sur le banc optique, ce qui n'aurait pas été possible avec un simple miroir plan. De plus, sa présence en salle SESAME s'explique par les activités de proptotypage des systèmes d'OA hauts ordres. Les activités purement OA de cette thèse ont été conduites avec le SLM et un modèle de DM fragmenté respectant les propriétés de l'ELT ; elles sont présentés dans une section ultérieure.

Avant toute chose, je précise qu'au cours de cette section, je présente des rapports de Strehl dont la méthode de calcul est détaillée en annexe B. Les valeurs sont données à titre indicatif, afin d'être comparées les unes aux autres de manière relative et de conclure à un mieux ou pis de la qualité de la tache image.

5.3.1 Choix de la base

Le RTC contrôle 3230 actionneurs, soit les deux actionneurs du miroir TT et les 3228 du DM ALPAO. On veut donc créer une base constituée de deux sous espaces : une base TT agissant sur les deux

actionneurs du miroir TT une base orthogonale aux modes TT et dont les modes s'expriment sur les 3228 actionneurs du DM ALPAO.

Pour la première base, c'est très simple, il s'agit d'une simple matrice identité d'ordre 2.

Pour la base du DM ALPAO, j'anticipe ici un effet qui cause la mauvaise stabilité de la boucle d'OA : la présence d'actionneurs ayant une faible sensibilité sur le bord de la pupille entraîne une divergence de ceux-ci. On peut le constater plus tard dans la figure 5.13 où certains actionneurs saturent à 0.8 V qui est la valeur d'écrêtage que je donne au DM. Les tensions sont par ailleurs renormalisées par le RTC pour éviter une divergence lorsque la somme quadratique des tensions est supérieure à un certain seuil. Afin d'obtenir une base permettant une boucle stable, je limite le calcul de la base aux actionneurs qui se trouvent dans un rayon de 90% du rayon de la pupille. J'obtiens alors 2472 actionneurs actifs sur lesquels sont calculés la base des modes KL simplifiée. Je prolonge la base aux actionneurs passifs par la méthode de continuité décrite dans le chapitre 4. La base présente donc 2472 modes exprimés sur 3228 actionneurs, incluant les modes tip, tilt et piston global. Après filtrage de ces trois derniers modes, j'obtiens une base hauts ordres B_{HO} ayant 2469 degrés de liberté.

La base finale de contrôle B est obtenue par concaténation de la matrice identité TT et de la base B_{HO} , elle permet de projeter les modes sur les actionneurs du DM TT et DM ALPAO.

$$B = \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & & B_{HO} \end{array} \right] \quad (5.3)$$

5.3.2 Etalonnage de la matrice d'interaction

Mesure d'une première matrice d'interaction

La méthode utilisée pour mesurer une matrice d'interaction D , c'est-à-dire étalonner la réponse modale de l'analyseur est décrite dans Vidal et al. (2019b). On applique aux DMs TT et ALPAO des vecteurs de tensions v correspondant à une séquence de modes et on fait l'acquisition du vecteur de mesures s de l'analyseur. Par l'utilisation de séquence de modes, j'entends que les modes appliqués ne sont pas directement ceux de la base B mais une combinaison linéaire de ces modes, modulés par des fonctions sinusoïdales dont le contenu fréquentiel est judicieusement choisi pour être décorrélié des erreurs de turbulence sur le banc. La bonne mesure de la matrice d'interaction suppose la synchronisation de l'acquisition des tensions appliquées aux miroirs avec les vecteurs de mesures de l'analyseur. C'est ici bien le cas avec le RTC pour lequel la latence a été mesurée (elle est d'environ 2 trames). Le processus de démodulation est ensuite relativement simple et nous permet de calculer D_{HO} connaissant les pentes de l'analyseur s pour chaque tension appliquée v . Par l'opération $D_z = D_{HO}B_{HO}^T$, on obtient la matrice d'interaction zonale du DM ALPAO que j'utilise dans la prochaine étape.

Modèle semi-synthétique

Les fonctions d'influence des actionneurs du DM ALPAO, bien que possédant théoriquement les mêmes propriétés, n'ont pas une réponse identique dans toute la pupille : soit car leur position proche du bord de la pupille les rend faiblement visibles, soit du simple fait de leur caractère récalcitrant. La figure 5.11 présente la sensibilité de l'analyseur à chaque actionneur, pour une même tension de perturbation. Cette sensibilité est obtenue par calcul de la somme quadratique des vecteurs de mesures de D_z . La présence de ces actionneurs singuliers biaise l'inversion de D et empêche d'établir un reconstruc-teur "propre". Le modèle de matrice d'interaction semi-synthétique que je détaille ensuite découle d'une proposition de Gendron (2020b). Il force la similitude de la réponse de chaque actionneur et fait donc l'hypothèse de fonctions d'influence isotropes. Il se fait en quatre étapes :

1. identification de la position des actionneurs du DM dans le plan de l'analyseur. Cette opération se fait en utilisant la matrice d'interaction zonale D_z . On prend un actionneur pour référence (ici l'actionneur d'indice 1640), puis on déduit par corrélation la position relative des autres actionneurs par rapport à cette référence, avec une précision sub-pixel ;
2. la position sur l'analyseur des actionneurs que l'on vient de calculer est ajustée par rapport à leur position dans le DM en supposant un maillage carré, et en tenant compte d'éventuelles homothéties, translations et rotations par rapport à la grille d'actionneurs théorique.
3. sélection des meilleurs actionneurs du panel, c'est-à-dire 75% des actionneurs qui ont une réponse dans la D_z la plus semblable à celle de l'actionneur pris pour référence. On crée ensuite une

réponse synthétique en moyennant les réponses de ces meilleurs actionneurs. Ces opérations sont effectuées en ayant préalablement pris soin de "recaler" correctement chaque réponse sur un même centre par translation de la réponse et en utilisant une transformée de Fourier.

4. la dernière étape consiste à recopier la réponse synthétique étalonnée à l'étape 3 pour tous les actionneurs, connaissant les positions de leurs centres dans l'espace de l'analyseur d'après l'étape 2. On fait donc simplement des translations de la réponse synthétique sur toute la pupille.

La matrice d'interaction zonale semi-synthétique pour tous les actionneurs du DM est notée D_{zsn} . Le reconstruteur modal pour la base B_{HO} est calculé en utilisant l'inverse généralisée donnée par la relation : $(D_{zsn}B_{HO}^t)^\dagger$. Ce reconstruteur est ensuite simplement filtré des modes piston global, tip et tilt, puis complété par l'inverse de la matrice d'interaction du miroir TT. Finalement, le reconstruteur modal pour la base B est noté D^\dagger .

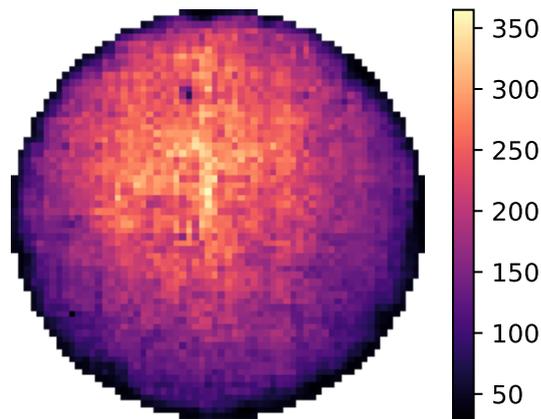


FIGURE 5.11 – Sensibilité zonale des actionneurs du DM ALPAO, donnée par la valeur RMS des mesures de l'ASO pyramide. La barre de couleur exprime, en ADU du détecteur, une sensibilité élevée pour les couleurs claires et une plus faible pour les couleurs sombres.

5.3.3 Mise à plat du miroir déformable ALPAO

Calcul des tensions de compensation

L'application d'un vecteur nul de tensions sur le DM ALPAO ne correspond pas à une forme plane pour le front d'onde comme le démontre la figure 5.12 : de (très) larges amplitudes d'aberrations de phases sont clairement apparentes sur les pupilles de l'analyseur et la tache image. Je procède ici à une mise à plat du DM afin d'obtenir une PSF limitée par la diffraction. Le but de cette opération est de pouvoir faire un étalonnage de l'ASO pyramide autour d'un régime de linéarité convenable. De plus, cette opération me permet ensuite de mesurer la quantité de NCPA sur le banc.

J'utilise la matrice d'interaction semi-synthétique obtenue en utilisant comme modèle la réponse d'un des actionneurs, et je ferme la boucle d'OA avec le reconstruteur D^\dagger , sans turbulence. Le DM converge ainsi vers une surface plane du point de vue de l'analyseur. Au début du processus, l'amplitude des aberrations est importante, la mise à plat du DM nécessite une bonne linéarité de l'analyseur et donc un faisceau largement modulé. Je répète ensuite l'opération avec un rayon de modulation inférieur pour avoir une meilleure sensibilité aux aberrations résiduelles. En procédant à plusieurs itérations de fermetures de boucle d'OA, avec des rayons de modulation allant de $40 \frac{\lambda}{D}$ jusqu'à $3 \frac{\lambda}{D}$, la pyramide converge vers une tache image qui se rapproche de la diffraction. Une telle tache image est montrée en figure 5.13, après l'itération qui utilise un faisceau modulé à $5 \frac{\lambda}{D}$. Le rapport de Strehl estimé sur banc à $\lambda = 633 \text{ nm}$ est ici de l'ordre de 55%, l'écart avec la diffraction correspond aux NCPA qui restent à déterminer. Les tensions appliquées aux actionneurs pour obtenir un front d'onde plan sont enregistrées dans le RTC comme biais de compensation (*offset* en anglais) du DM, c'est-à-dire que le RTC considère ces tensions comme nouvelle référence du miroir.

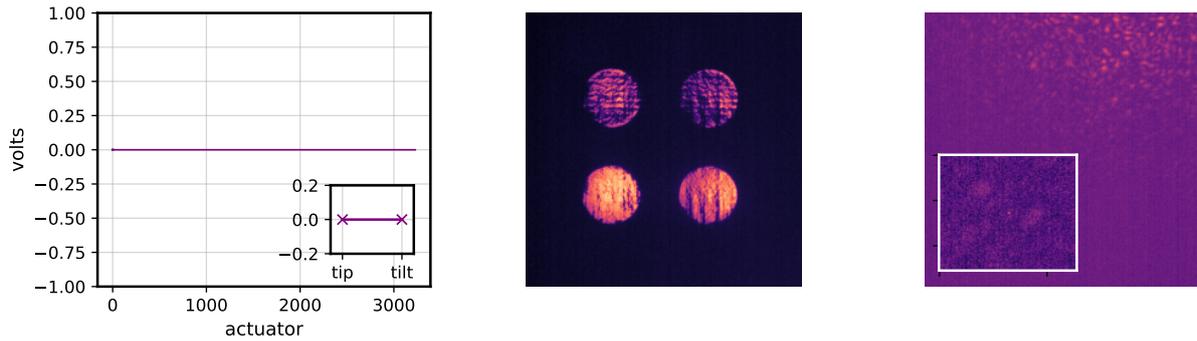


FIGURE 5.12 – Point de départ au démarrage de l’expérience : *Gauche* Tensions appliquées aux actionneurs du miroir TT et du miroir ALPAO, *Milieu* Image du plan pupille de l’analyseur avec une modulation de $40\frac{\lambda}{D}$, *Droite* Image du plan focal de la caméra science.

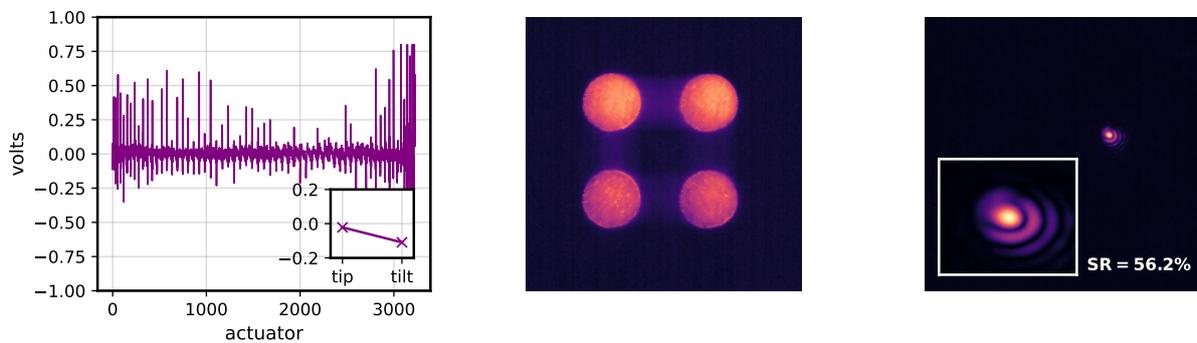


FIGURE 5.13 – Fermeture de la boucle d’OA sans turbulence en itérant sur les rayons de modulation : 40, 20, 10, 5 puis ici $3\frac{\lambda}{D}$. *Gauche* Tensions appliquées aux actionneurs du miroir TT et du miroir ALPAO, *Milieu* Image du plan pupille de l’analyseur avec une modulation de $3\frac{\lambda}{D}$, *Droite* Image du plan focal de la caméra science.

Temps de chauffe du DM et dérive temporelle

Du fait des variations de température, qui entraînent des désalignements optiques sur le banc mais surtout du temps de chauffe du DM, les tensions de compensation du miroir déformable évoluent dans le temps. Par temps de chauffe je désigne la durée que mettent les composants électroniques et optiques pour atteindre un régime de fonctionnement stable. En figure 5.14 se trouve la tache image obtenue avec les tensions de compensation calculées précédemment une heure après l’application des tensions de compensation. On peut par exemple remarquer sur l’image de l’analyseur une bande verticale lumineuse, celle-ci correspond au passage d’une électronique du DM à une autre, dont le comportement diffère. Il est donc crucial de conduire ces étapes de mises à plat plusieurs heures après la mise en tension du DM ALPAO pour avoir des tensions de compensation fiables, qui pourront ensuite être réutilisées quotidiennement à l’allumage des composants du banc. En figure 5.15 je présente l’évolution du rapport de Strehl mesuré chaque minute sur le banc. L’échelle de temps commence au moment de l’allumage du DM, les tensions de compensation appliquées sont celles déterminées la veille au soir. On constate qu’au bout d’1h40, le rapport de Strehl continue d’augmenter ce qui signifie que le DM n’a pas encore pris sa forme finale. J’estime ainsi le temps de chauffe du DM ALPAO de l’ordre de 2 heures, ce qui signifie que si le DM est allumé à 8h le matin, il faudra attendre 10h pour que son comportement soit répétable.

Pour travailler avec un DM dont la surface est rigoureusement plane du point de vue de l’analyseur (le DM compense les éventuelles aberrations rencontrées sur le trajet optique), j’effectue des fermetures de boucle régulières avec le reconstructeur étalonné D^\dagger . Cette opération est répétée au besoin en fonction de l’évolution des propriétés optiques du banc dans la journée : typiquement des contraintes thermiques sur les composants optiques, dérive du miroir TT (phénomène observable sur les pupilles de l’ASO en figure 5.14), ou encore *creep* du DM important après une fermeture de boucle qui aurait divergé et malmené la surface du DM...

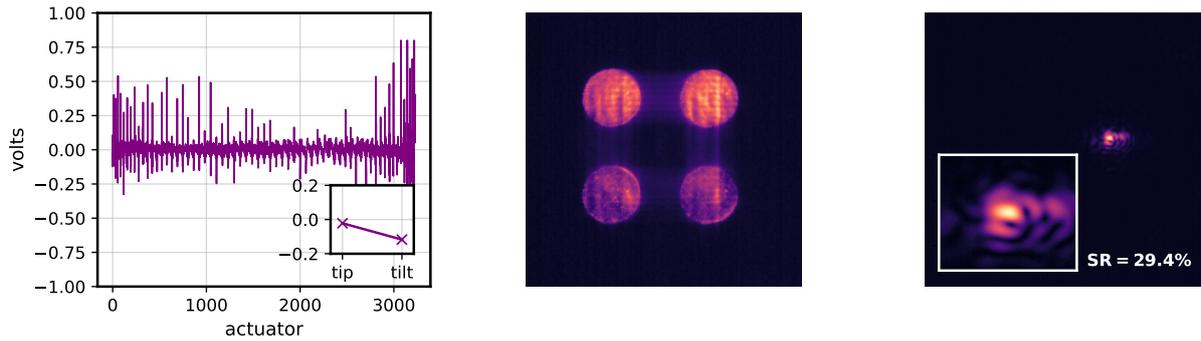


FIGURE 5.14 – Dérive du miroir déformable 1 heure après l’application des tensions de référence. *Gauche* Tensions appliquées aux actionneurs du miroir TT et du miroir ALPAO, *Milieu* Image du plan pupille de l’analyseur, *Droite* Image du plan focal de la caméra science.

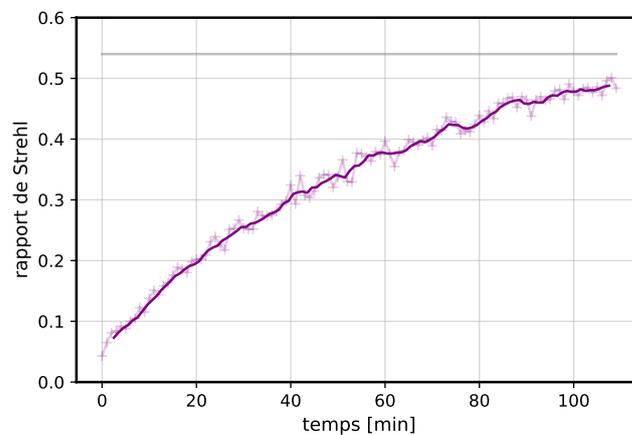


FIGURE 5.15 – Evolution du rapport de Strehl mesuré sur banc en boucle ouverte, sur 1h40 après allumage du DM ALPAO et application de ses tensions de référence. Un point de mesure est pris chaque minute (transparent), la moyenne glissante obtenue sur 5 échantillons de mesure est en trait plein. En gris est représenté le rapport de Strehl final, après calcul de nouvelles tensions de compensation.

Paramètres de la boucle pour la compensation

Pour faire une fermeture de boucle rapide et efficace avec pour seule turbulence la turbulence naturelle de la salle SESAME, je compare en figure 5.16 les rapports de Strehl obtenus avec différents nombre de modes contrôlés, de 500 à 3000 (ici obtenus avec une base KL qui contrôle les 3228 degrés de liberté du DM et non les 2469 après filtrage), et différents rayons de modulation, de 1 à $10 \frac{\lambda}{D}$. On constate sans surprise que le nombre de modes utilisés pour la compensation ne joue pas un rôle majeur dans la performance obtenue : les fluctuations de front d’onde sur le banc sont majoritairement représentées par des variations des basses fréquences spatiales. Dans la suite logique, le meilleur régime d’utilisation de l’analyseur pyramide se trouve être une modulation de $1 \frac{\lambda}{D}$, pour laquelle elle est la plus sensible.

De manière générale, j’utilise le nombre maximal de modes de la base B_{HO} (donc 2469) pour réaliser le resurfaçage du DM ALPAO – utiliser plus de modes ne coûtant de toute façon pas plus cher au RTC – et une modulation de $3 \frac{\lambda}{D}$ même si la performance est légèrement moindre.

5.3.4 Mesure et correction des aberrations non communes

Pour corriger les aberrations non communes, je décris ici une méthode simple bien que coûteuse en temps. La compensation des aberrations non communes repose sur l’utilisation d’un vecteur de "pentes" de référence, ce vecteur est soustrait au vecteur de mesures de l’ASO par une opération réalisée par

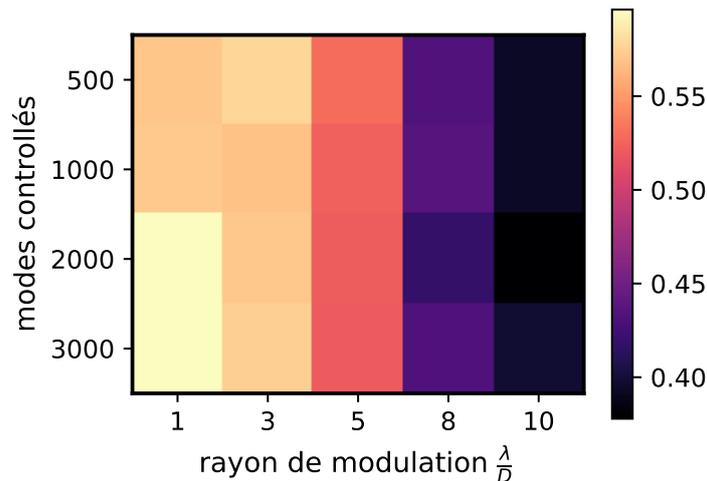


FIGURE 5.16 – Rapports de Strehl obtenus après fermeture de la boucle d’OA sans turbulence pour 500, 1000, 2000 et 3000 modes et pour des rayons de modulation de 1, 3, 5, 8 et $10\frac{\lambda}{D}$.

le RTC. Les vecteurs de pentes de référence sont calculés par dérivée première des modes de Zernike, projetés sur les quatre pupilles de l’ASO.

La méthode proposée permet d’utiliser n’importe quel vecteur de pentes de références sans avoir à se soucier de leur étalonnage (direction, sens et amplitude des vecteurs de pentes de référence par rapport à l’ASO et par rapport à la caméra scientifique). La méthode de diversité de phase aurait nécessité un tel étalonnage afin de connaître la valeur de la déformation du front d’onde engendrée par une certaine quantité de vecteur de pentes de référence. En réalité, j’ai implémenté une méthode de diversité de phase sur le banc SESAME mais elle s’est avérée plus fastidieuse, je lui préfère donc la méthode qui suit.

Tout d’abord, l’étalonnage des NCPA est ici permis par l’orthogonalité des modes de Zernike. Le but est de trouver la combinaison linéaire des vecteurs de pentes de référence qui maximisent le rapport de Strehl pour la voie scientifique. En boucle fermée, j’applique des rampes d’amplitudes de pentes de référence, d’unités arbitraires. En modifiant son point de fonctionnement, l’analyseur va introduire l’aberration considérée dans la voie scientifique. J’effectue une mesure du rapport de Strehl pour les 8 premiers polynômes de Zernike, à partir du mode défocus et jusqu’à l’aberration sphérique. J’obtiens des courbes de rapport de Strehl en fonction du coefficient du vecteur de pentes de référence utilisé ; ces courbes sont montrées pour les 5 premiers modes en figure 5.17. On remarque clairement qu’une aberration coma est présente dans la voie science et que celle-ci peut-être corrigée par l’application d’un coefficient -40 UA (unité arbitraire) sur la pente de référence associée à l’aberration coma. En répétant cette opération à deux reprises, j’obtiens en figure 5.18 une tache image corrigée des principales NCPA, avec un premier anneau d’Airy complet et un rapport de Strehl mesuré de 85% à la longueur d’onde du banc $\lambda_{aso} = 633 \text{ nm}$, soit environ 40 nm RMS d’erreur résiduelle de front d’onde. En supposant un gain de 30 points de Strehl à 633 nm par rapport à la tache image avec NCPA, je déduis que les composants optiques introduisent 67 nm RMS d’aberrations entre l’analyseur et la voie science. Je présente également en figure 5.19 le profil de la PSF avant et après correction : l’égalisation de l’énergie dans le premier anneau de la PSF dénote clairement la correction des modes coma.

5.3.5 Fermeture de boucle d’OA avec le DM ALPAO

Bien que le DM ALPAO n’ait pas les propriétés recherchées pour traiter le cas ELT, j’ai à ce stade tous les éléments en main pour conduire des fermetures de boucle d’OA en présence de turbulence avec ce DM. Des résultats préliminaires en présence de turbulence et avec le prototype de RTC COSMIC ont pu être présentés dans Ferreira et al. (2020), en décembre 2020. La figure 5.20 montre les images de l’ASO pyramide et la tache image de la voie science avant et après fermeture de la boucle d’OA. La turbulence est caractérisée par un $r_0 = 20 \text{ cm}$ à 500 nm pour une pupille de 20 m de diamètre. En considérant le pas inter-actionneur du DM ALPAO, le rapport d_{act}/r_0 de cette configuration est de 1,2. Sur l’image de PSF en boucle ouverte, la réflexion parasite du SLM apparaît clairement au centre comme un speckle plus lumineux. La loi de commande contrôle quelques 2000 modes du DM, les actionneurs sur les bords

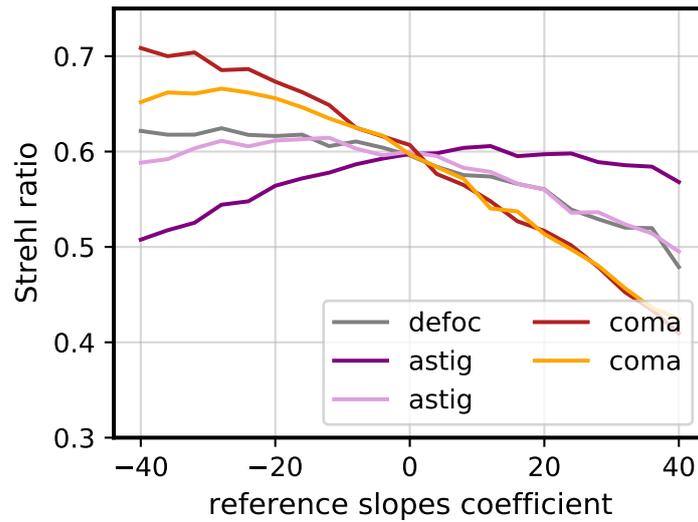


FIGURE 5.17 – Rapport de Strehl mesuré sur banc suite à l'application de différentes amplitudes de pentes de références, d'unité arbitraire, associées aux modes défocus, astigmatismes "x" et "y" et coma "x" et "y".

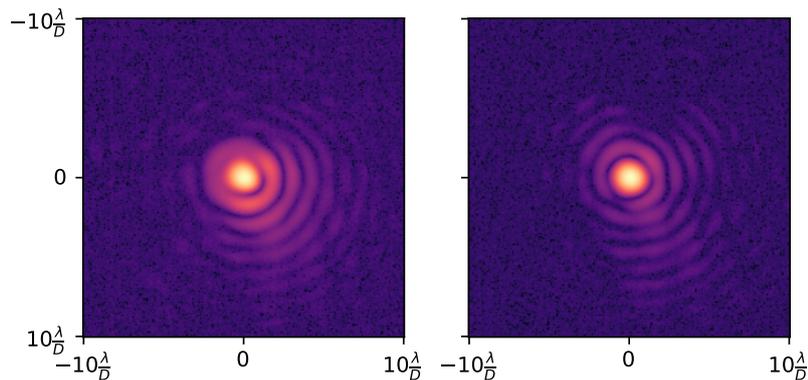


FIGURE 5.18 – Taches images *Gauche* avant correction et *Droite* après correction des aberrations non communes. La deuxième image est obtenue par fermeture de la boucle sans turbulence en corrigeant les 8 premiers modes des aberrations non communes, à partir du mode défocus, et en itérant à deux reprises pour obtenir un rapport de Strehl jugé maximal.

extérieurs de la pupille ont été filtrés assez largement ce qui réduit la zone de compensation du DM. La boucle converge avec succès vers un unique cœur cohérent de PSF.

Ce résultat de convergence de la boucle d'OA a depuis été confirmé (répétabilité) et amélioré (meilleure qualité image). Des fermetures de boucle ont également été réalisées pour des conditions de seeings plus proches des conditions ELT $d_{act}/r_0 \approx 2$. Cela confirme la pleine capacité d'opération du DM ALPAO et de l'ASO pyramide pour des applications d'OA hauts ordres. De plus, l'arrivée nouvelle en mai 2021 de la caméra Baümer sur le banc, ayant une cadence d'acquisition élevée, a permis à N. Galland d'obtenir des résultats comparables avec un RTC fonctionnant désormais à 500 Hz.

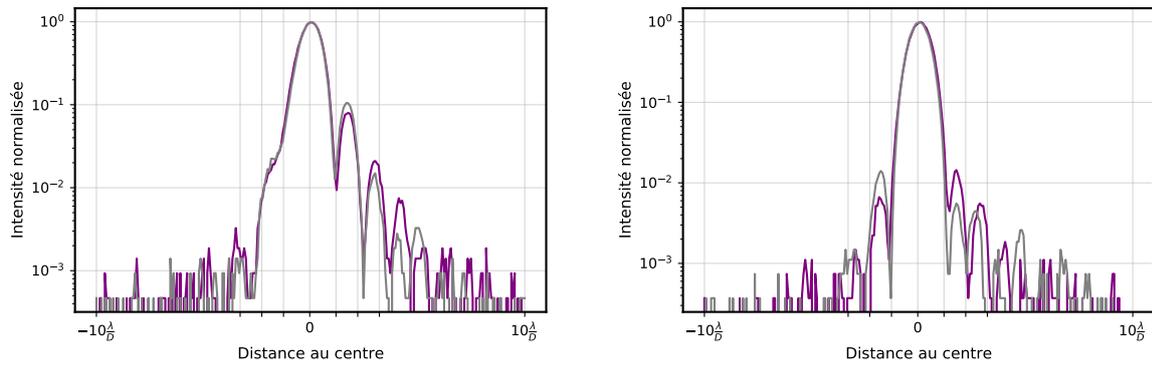


FIGURE 5.19 – Profils sur les axes "x" et "y" des PSFs sur le détecteur de la caméra plan focal *Gauche* avant correction et *Droite* après correction des aberrations non communes.

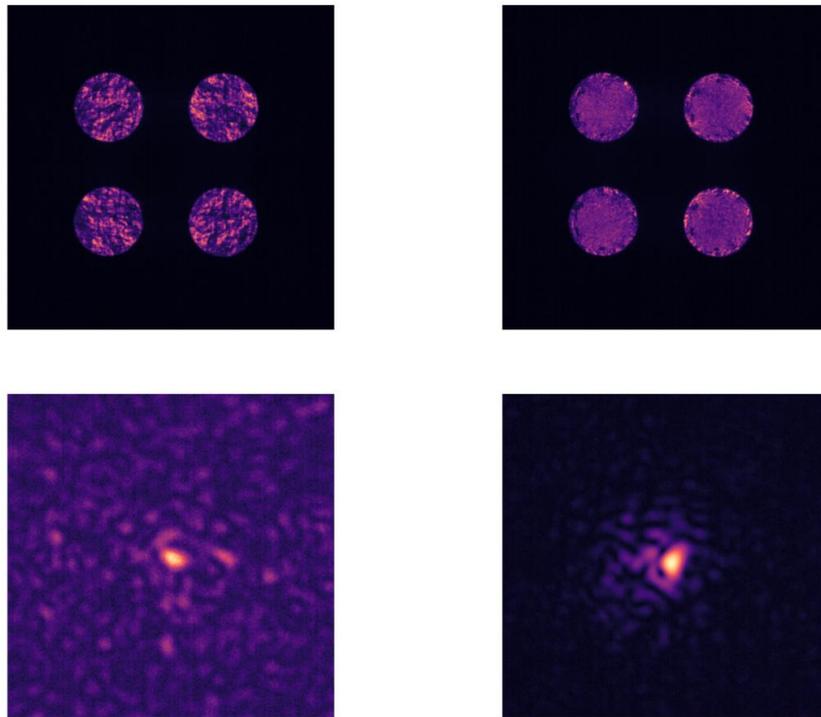


FIGURE 5.20 – *Haut* Images de l'ASO pyramide et *Bas* taches images à 633 nm pour une turbulence caractérisée par $d_{act}/r_0 = 1,2$. A *Gauche* le système est en boucle ouverte, à *Droite* la boucle est fermée sur quelques 2000 modes du DM ALPAO en utilisant les vecteurs de mesure de l'ASO pyramide (Ferreira et al., 2020).

5.4 Mise en œuvre de la géométrie ELT

Si le miroir déformable ALPAO et ses 3228 actionneurs présente une densité d'actionneurs semblable à celle rencontrée sur l'ELT, les propriétés de segmentation et de fonctions d'influence ne sont pas appropriées pour la caractérisation de la mesure des modes pétales, sur le télescope largement fragmenté qu'est l'ELT. Pour cette même raison, il est nécessaire d'ajouter la géométrie pupillaire incluant l'obstruction par l'araignée aux paramètres retranscrits sur le banc expérimental. Ainsi, pour l'ajout d'un masque pupille (variations d'amplitude) et d'un nouveau miroir déformable (variations de phase) j'utilise dans les deux cas le SLM et je décris ici la démarche employée.

5.4.1 Mise en place des paramètres ELT sur le SLM

Echantillonnage et considérations autour du dimensionnement

Le SLM est constitué d'un écran de 800×600 pixels. La zone effective d'utilisation du SLM est par contre un carré de 504 pixels de côté, c'est la zone où s'inscrit l'éclairement de la pupille circulaire du banc. Souhaitant ici étudier un cas ELT, un premier calcul rapide permet de déduire que pour retranscrire un télescope de 40 mètres, la résolution sera de 8 cm par pixel soit environ 6 pixels pour dessiner la forme d'un bras d'araignée de 54 cm d'épaisseur. Afin d'assurer un meilleur échantillonnage du SLM, je choisis de redimensionner l'ELT avec un diamètre de 20 m tout en conservant un pas inter-actionneur et une épaisseur de bras d'araignée identiques, cette fois codée avec 12 pixels. L'intérêt principal de cette configuration repose en fait sur la meilleure résolution des écrans de phase appliqués au SLM. Elle permet de créer des écrans de phase caractérisés par des r_0 plus faibles et donc, pour une même densité d'actionneurs, des valeurs d_{act}/r_0 plus grandes. En effet, la résolution de la pupille projetée sur le SLM est désormais de 4 cm par pixel ce qui, tenant compte d'un échantillonnage de la turbulence avec un facteur de 3 pixels par r_0 , me permet d'étudier des r_0 allant jusqu'à 12 cm. Cela aurait été le double en considérant un diamètre de télescope de 40 m.

Pupille ELT

Pour introduire un masque pupille sur le banc, mon choix s'est d'abord porté sur un masque physique réalisé à l'aide d'une imprimante 3D disponible au LESIA avant de finalement opter pour l'utilisation du SLM pour trois raisons principales :

- le SLM a une position fixe, clampée sur le banc et assure ainsi une répétabilité dans son utilisation, cela n'aurait pas été le cas avec un masque physique sans monture mécanique appropriée,
- son utilisation permet un large choix de paramètres de forme pupillaire, de largeur des bras de l'araignée et de taille de l'obstruction centrale. En cela, il offre une grande flexibilité qui n'aurait d'équivalent que des heures d'impressions de masques 3D, sans compter le limage des bavures laissées par l'imprimante (...),
- enfin, le SLM est pilotable à distance, l'utilisation ou non d'un masque pupillaire n'est pas limitée à des allers-retours sur site, contrainte à éviter au possible...

Le SLM présent en salle SESAME permet seulement de moduler la composante de phase de la lumière. L'utilisation d'une méthode similaire à celle développée par Taheri et al. (2020) permet d'utiliser la composante de phase du SLM afin de créer un masque de réflexion binaire (obstruction / réflexion). Pour effectuer les variations d'amplitudes requises pour mimer un masque pupille, j'applique un large tilt sur toute la zone où je souhaite avoir une amplitude de champ nulle. La lumière est ainsi rejetée à l'extérieur du champ. Pour assurer la meilleure réjection de la lumière en dehors de la pupille, j'utilise ici un tilt radial (d'équation $\delta(r, \theta) = r$) partant du centre de la pupille, ce qui convient plus particulièrement à une géométrie de pupille circulaire que l'application d'un tilt linéaire, notamment lorsqu'il s'agit de restituer les bras d'araignée relativement fins. J'applique un coefficient d'amplitude sur le tilt radial de sorte à avoir des sauts de $\frac{\lambda}{4}$ entre chaque pixel du SLM ce qui maximise la réjection de la lumière. La forme de la pupille de l'ELT est définie par une fonction issue de COMPASS. En figure 5.21 est présenté le masque de phase appliqué sur le SLM ainsi que le résultat sur le détecteur de PYRCADO et le détecteur en plan focal. L'image de l'analyseur a été obtenue avec un faisceau largement modulé pour mieux faire ressortir l'obstruction par le miroir secondaire et les bras d'araignée (réduction des effets diffractifs). La PSF quant à elle est montrée avec correction des aberrations non communes. On y devine facilement les aigrettes de diffraction dues à l'araignée et on remarque la forme hexagonale de la PSF liée à la géométrie de la pupille ELT.

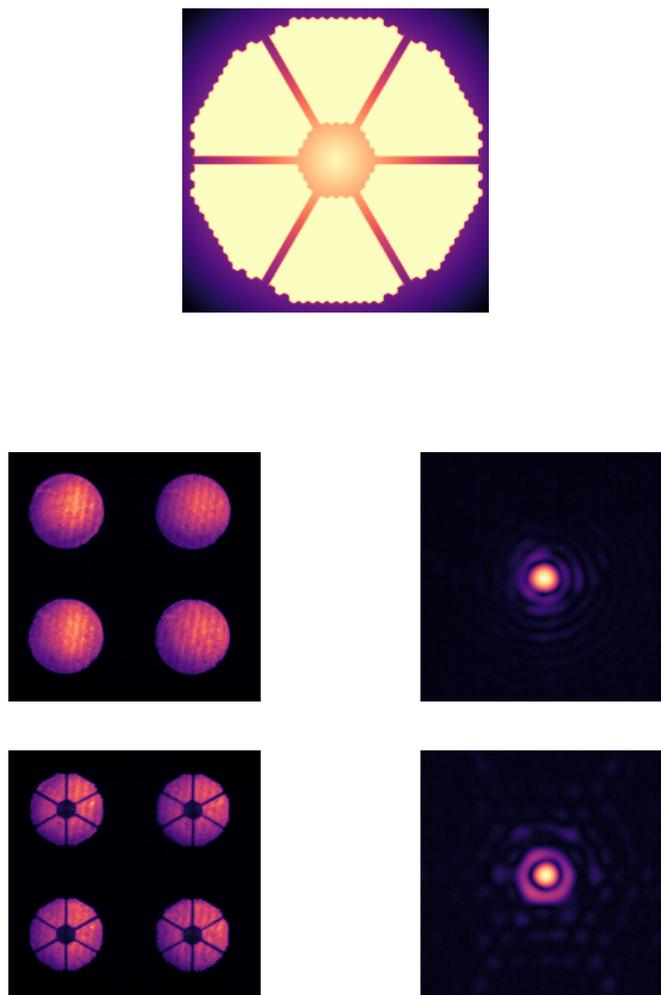


FIGURE 5.21 – *Haut* Phase appliquée sur le SLM pour définir le masque de pupille ELT avec son obstruction centrale et ses bras d'araignée, *Bas* Images du détecteur PYRCADO, modulé à $10 \frac{\lambda}{D}$, et du détecteur en plan focal avant et après application du masque pupille.

Miroir déformable segmenté

La contrainte imposée par le nombre de pixels utiles du SLM m'a conduite à revoir la géométrie du DM de l'ELT. Si un télescope de 40 mètres avec une densité de 5000 actionneurs n'est pas rigoureusement transposable, je choisis de diviser par 2 le diamètre de la pupille tout en gardant inchangées les propriétés de densité, de pas inter-actionneur et de fonctions d'influence du DM. Pour ce faire, j'utilise la construction analytique donnée en annexe A à partir de fonctions d'influence gaussiennes. J'obtiens un DM fragmenté, comprenant six pétales, avec un maillage d'actionneurs triangulaire par pétale, de pas inter-actionneur $d_{act} = 0,54 \text{ m}$ et enfin, sans couplage entre les actionneurs. Ce DM comprend 1218 actionneurs, soit 203 par pétale. Les coordonnées de ces actionneurs dans l'espace de la pupille d'entrée sont données en figure 5.22 (les couleurs de la figure répondent à un besoin d'identification des actionneurs utilisé plus loin). Un anneau d'actionneurs se trouve à l'extérieur de la pupille éclairée du banc. Les fonctions d'influence ainsi obtenues, propres à chacun des actionneurs et définies sur toute la surface du pétale auquel l'actionneur appartient, permettent une répliation fidèle des modes pétales, i.e. les modes pistons obtenus pour chacun des fragments du miroir déformable sont purs.

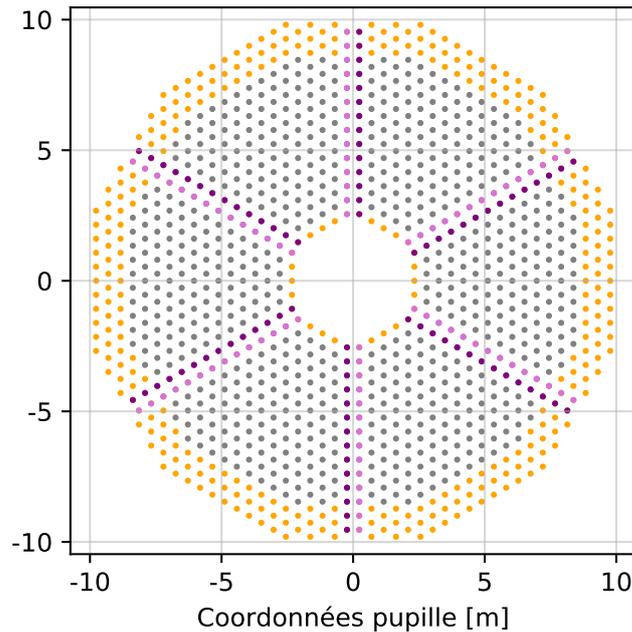


FIGURE 5.22 – Positions des actionneurs d'un simili DM ELT de 20 m de diamètre et de distance inter actionneurs $d_{act} = 0,54 \text{ cm}$. Les actionneurs en gris sont les actionneurs actifs de contrôle du DM, en jaune les actionneurs passifs utilisés pour le prolongement de la base modale. En rose et violet sont identifiés les couples d'actionneurs le long des bras d'araignée.

Génération des écrans de phase turbulente

L'écran de phase turbulente est généré optiquement avec le SLM et simulé numériquement avec une couche du logiciel COMPASS, sur la base d'un spectre suivant le modèle de von Kármán. Une échelle externe est ainsi donnée au modèle, ici $L_0 = 25 \text{ m}$, en plus du paramètre de Fried r_0 . On génère ici une seule couche turbulente située proche du sol, conjuguée à la pupille et évoluant à une vitesse $|\mathbf{v}|$ selon l'hypothèse de Taylor (se translatant selon une hypothèse de turbulence gelée). L'ouverture simulée du télescope est de 20 m. Le dimensionnement choisi permet une résolution de 4 cm par pixel. Pour un bon échantillonnage de l'écran de phase turbulent, j'impose au moins 3 pixels par r_0 exprimé à la longueur d'onde du banc λ_{aso} . La configuration choisie permet de simuler des r_0 allant jusqu'à 12 cm à λ_{aso} soit $r_0 = 9 \text{ cm}$ à 500 nm.

La phase atmosphérique et la phase du DM sont multipliées par le masque binaire de la pupille afin d'éviter qu'un tilt local lié à une erreur de phase ne se superpose au tilt utilisé pour générer le masque de transmission de la pupille.

Phase d'offset

Une dernière fonctionnalité du SLM est l'ajout d'une phase d'offset à vocation plutôt statique ou semi statique. Bien que je n'ai pas eu l'occasion d'utiliser pleinement cette fonction, je note l'usage intéressant qui peut en être fait, soit pour l'étude d'aberrations de phase évoluant lentement, par exemple le LWE (low wind effect), soit pour ajouter des erreurs statiques de phasage du miroir primaire de l'ELT par exemple. J'utilise ici cette phase d'offset simplement pour recentrer la phase appliquée au DM autour d'une valeur moyenne nulle.

Finalement, la figure 5.23 montre un exemple d'addition des différents contributeurs à la modulation de la phase du SLM, avec une phase atmosphérique et une phase du DM segmenté. La phase qui en résulte présente d'ailleurs, de manière attendue, des erreurs de modes pétales. A noter que la représentation sur la figure de ces phases ne tient pas compte de l'opération modulo p_{SLM} du SLM.

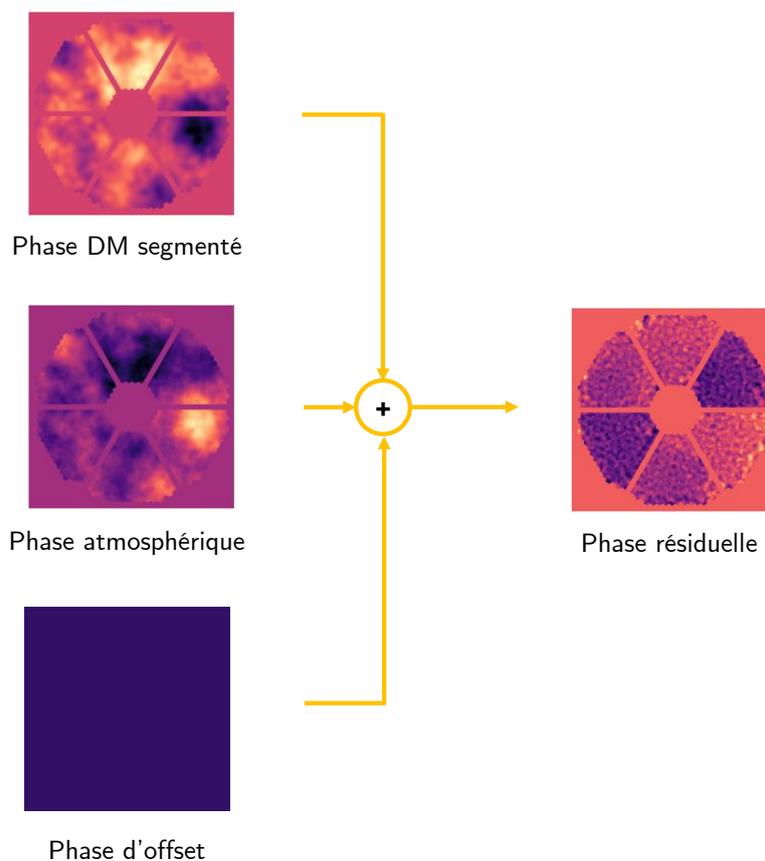


FIGURE 5.23 – Processus de génération de la phase avec le SLM par somme des différentes contributions.

Phase du SLM et PSF mesurée

Je finis cette partie au sujet du SLM par la vérification que la phase appliquée sur le SLM se rapproche de l'erreur de phase effectivement rencontrée sur le banc. En connaissant précisément la phase sur le banc, qui est celle appliquée au SLM, je pourrai calculer un rapport de Strehl de manière plus répétable que la méthode utilisée jusqu'ici. Je pourrai également déduire les différentes composantes d'erreurs de la phase résiduelle telles que l'erreur pétale $\sigma_{P[\lambda]}$ et intra-pétale σ_{intra} (voir chapitre 3 pour leurs définitions). Enfin, cette connaissance me permettra de transposer la PSF mesurée sur le banc à d'autres longueurs d'onde, typiquement la bande K où opère l'imageur de l'instrument MICADO. Ces calculs seront utilisés dans la section suivante afin d'analyser les résultats des fermetures de boucle d'OA.

Pour toutes ces raisons, comme je l'ai dit, j'ai besoin de vérifier l'accord entre la PSF mesurée sur le banc et la PSF reconstruite avec la phase appliquée au SLM. La 5.24 montre un tel exemple de deux PSFs mesurée et reconstruite. Pour ce faire, j'ai réalisé une fermeture de boucle d'OA avec l'analyseur pyramide dans un cas de turbulence caractérisée par $r_0 = 20 \text{ cm}$. Les aberrations non communes sont compensées en utilisant rien de moins que le DM hauts ordres ALPAO. La phase appliquée au SLM correspond bien à une correction de front d'onde plan pour la voie science. On retrouve bien sur les deux PSFs la même morphologie et les mêmes tavelures. La différence des deux images montre là encore que les deux PSF sont bel et bien comparables. Par la suite, dans la section 5.5, je prendrai donc la liberté d'utiliser la connaissance de la phase résiduelle appliquée sur SLM pour calculer les critères de performance de mes boucles d'OA.

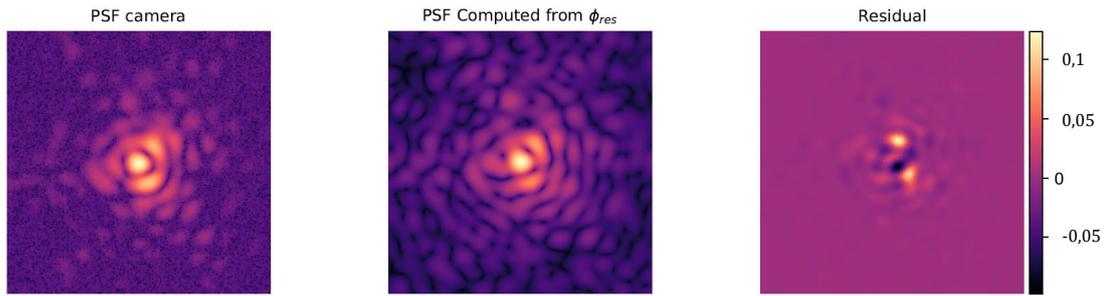


FIGURE 5.24 – Comparaison des taches images en boucle fermée, à *Gauche* mesurée en plan focal du détecteur science (aberrations non communes corrigées), et au *Milieu* reconstruite connaissant la fonction pupille et la phase résiduelle appliquée au SLM, exprimées à la puissance $1/5$ pour mettre en évidence les tavelures. *Droite* Erreur différentielle entre les deux PSF normalisées.

5.4.2 Etalonnage de la commande

Jusqu'ici, nous nous étions attardés sur l'étalonnage des différents éléments du banc SESAME et la mise en place des paramètres spécifiques à l'ELT à l'aide du SLM. Nous pouvons finalement passer au cœur du sujet, à savoir l'étalonnage de l'analyseur pyramide pour le contrôle des modes pétales en utilisant les méthodes décrites au chapitre 4, en vue de la fermeture de boucles d'OA.

Bases utilisées pour le contrôle du miroir déformable

L'idée sous jacente à la mise en œuvre expérimentale des paramètres ELT est la vérification sur banc du fonctionnement des méthodes de contrôle continu du front d'onde (méthodes détaillées au chapitre 4). Je vais utiliser trois bases de contrôle du DM pour ce faire :

- une base de référence des modes KL simplifiés \mathbf{B}_r , le contrôle des modes pétales ne repose alors que sur le seul vecteur de mesures de l'ASO pyramide. Des modes orthogonaux sont calculés sur les actionneurs actifs, en gris, rose et violet sur la figure 5.22 ; ces modes sont ensuite prolongés aux actionneurs passifs, en jaune,
- la base \mathbf{B}_{mmse} qui permet un contrôle des modes pétales par minimisation de l'erreur de phase résiduelle,
- la base continue \mathbf{B}_c dont le procédé de construction est là aussi décrit au chapitre précédent, il ajoute aux actionneurs passifs du DM les actionneurs situés le long d'un côté des bras d'araignée, en violet sur la figure 5.22. Ces actionneurs passifs sont au nombre de 84, dont 18 se trouvent dans l'intersection avec les actionneurs passifs de \mathbf{B}_r .

Les deux premières bases possèdent 864 degrés de liberté tandis que la dernière en possède 798 ; elles sont toutes trois exprimées sur les 1218 actionneurs du DM par prolongement de type Kolmogorov des bases.

Matrices d'interaction ... bruitées

Sur le banc SESAME, l'étalonnage d'une matrice d'interaction peut vite se trouver corrompue par la turbulence naturelle de la salle SESAME, les défauts d'étalonnage des composants optiques du banc (par exemple de la fréquence du miroir oscillant) et le bruit de lecture du détecteur. Il faut en tenir compte dans l'amplitude de la phase appliquée pour étalonner la réponse de chaque mode : elle doit être assez grande pour obtenir un rapport signal à bruit suffisant, tout en restant dans le régime de linéarité de l'analyseur.

Avant toute chose, je mesure le rapport signal à bruit (SNR) sur le banc en faisant l'acquisition des images de l'analyseur pyramide sur 4 secondes. Je peux alors calculer la moyenne de l'intensité de chaque pixel μ à laquelle je soustrais le fond expérimental μ_{bg} . J'estime également l'écart type σ des intensités sur les 4 secondes. Le rapport $\frac{\mu - \mu_{bg}}{\sigma}$ permet de déduire le SNR de chaque pixel. Moyenné sur tous les

N	1	2	3	4	5	no noise
SR bande K	49.7	58.1	59.8	60.5	60.5	61.6

TABLE 5.5 – *Simulation COMPASS* : Rapports de Strehl (SR) longue pose en bande K pour différents reconstituteurs obtenus à partir de données de simulation bruitées pour une source de magnitude 7. Chaque valeur correspond à un reconstituteur pour lequel N matrices d'interaction ont été moyennées.

pixels valides de l'analyseur, ce bref calcul me donne un SNR moyen de 26.

Par une rapide simulation COMPASS des paramètres tels que rencontrés sur le banc, je calcule une série de 5 matrices d'interaction bruitées. Pour cela, je considère une source de magnitude 7 ce qui me donne un SNR comparable celui rencontré sur le banc, un bruit de détecteur de $7 e^-$ (cf. table 5.3) et un analyseur à $\lambda_{aso} = 633 \text{ nm}$. Je ferme ensuite la boucle avec une série de reconstituteurs, chacun obtenu à partir de l'inverse généralisée de la moyenne de $N = [1, 5]$ différentes matrices d'interaction bruitées. Ces matrices ont été étalonnées en utilisant comme base modale la base continue pour éviter les erreurs de pistons différentiels. Les rapports de Strehl obtenus sur 2 secondes de pose de la voie science à $\lambda_{tar} = 2200 \text{ nm}$ avec les différents reconstituteurs obtenus se trouve dans le tableau 5.5. Un rapport de Strehl obtenu avec un reconstituteur calculé sans bruit est pris pour référence. Avec cette simulation, il apparaît qu'il est nécessaire de moyenner au moins 5 matrices d'interaction bruitées pour se rapprocher de la référence, avec une déviation relative du Strehl de 2 % alors qu'une seule matrice d'interaction entraîne une perte relative de près de 10 % du Strehl (!).

Je réalise une matrice d'interaction pour la base \mathbf{B}_r (qui sera réutilisée pour \mathbf{B}_{mmse}) et la base \mathbf{B}_c en moyennant pour chaque mode 10 vecteurs de mesures dans le but de moyenner le bruit. L'amplitude appliquée à chaque mode dépend de sa fréquence spatiale afin d'obtenir une réponse modale de sensibilité constante : par exemple environ 40 nm RMS appliqué pour les deux modes tilts contre un dizaine de nm RMS pour les modes d'indice 100 et au delà. Ces valeurs permettent de rester dans le régime de linéarité de l'analyseur tout en ayant un bon rapport signal à bruit sur le détecteur de la voie analyseur. Le miroir TT ayant tendance à dériver au cours du temps, je recentre ces deux modes avant chaque mesure de matrice d'interaction afin de m'assurer qu'elles ne souffrent pas d'aberrations tip/tilt. J'obtiens alors deux matrices d'interaction dont le conditionnement est de 1/20, on peut dire de ces matrices qu'elles sont "bien" conditionnées. Les reconstituteurs modaux sont obtenus par inverse généralisée, le premier \mathbf{D}_r^\dagger sera utilisé pour contrôler les modes de la base \mathbf{B}_r et ceux de la base \mathbf{B}_{mmse} , tandis que le deuxième \mathbf{D}_c^\dagger contrôlera les modes de la base continue \mathbf{B}_c .

5.4.3 Mesure du piston différentiel sur le banc

Avant de passer aux résultats en boucle fermée, nous effectuons ici un passage rapide sur la mesure des modes pétales sur le banc. La figure 5.25 montre la réponse de l'analyseur pyramide et la PSF obtenue pour l'application d'un mode pétale avec le DM. Ces mesures sont présentées avec un faisceau faiblement modulé ($1 \frac{\lambda}{D}$) afin de faire ressortir au mieux la signature caractéristique des modes pétales : telle qu'attendue, celle-ci est située sous les deux bras des araignées délimitant le mode pétale. Les taches images présentent des lobes secondaires, principalement contenus dans les basses fréquences de l'image. La figure 5.26 donne une idée de la dépendance de la mesure des modes pétales au rayon de modulation de l'analyseur pyramide. La sensibilité des modes décroît rapidement lorsque le rayon augmente. Le calcul de la sensibilité est par ailleurs biaisé sur cette figure par la présence d'une faible turbulence sur le banc, notamment d'erreur de tilts, ce qui explique une sensibilité encore relativement importante pour le rayon maximal étudié de $10 \frac{\lambda}{D}$.

5.5 Résultats en boucle fermée

Les composants optiques étalonnés et les caractéristiques pertinentes de l'ELT transposées sur le banc SESAME, nous voilà enfin prêts à fermer des boucles d'OA. Je présente ici les résultats d'expériences menées en 2021 où je compare l'utilisation de différentes stratégies de contrôle du front d'onde dans le but notamment d'imposer une contrainte de continuité sur la reconstruction du front d'onde.

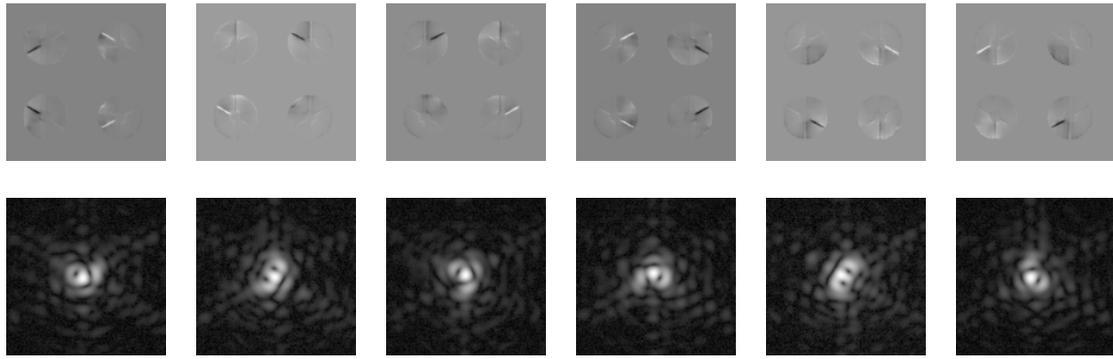


FIGURE 5.25 – *Haut* Images de la pyramide modulée à $1 \frac{\lambda}{D}$ et *Bas* Images en plan focal pour chacun des 6 modes pétales appliqué avec le SLM. Les autres aberrations du banc sont supposées négligeables devant les erreurs pétales.

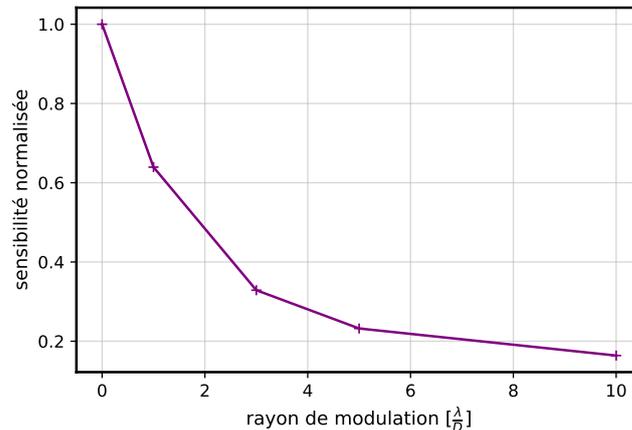


FIGURE 5.26 – Sensibilité moyennée et normalisée pour les 6 modes pétales en fonction du rayon de modulation de l’analyseur pyramide.

5.5.1 Paramètres de l’optique adaptative

Le tableau 5.6 permet de résumer les paramètres principaux utilisés pour l’OA. Comme détaillé précédemment, le SLM permet de dessiner une pupille de télescope de type ELT avec six bras de 54 cm, une obstruction centrale et un diamètre de 20 m. Je simule des écrans de turbulence avec des r_0 allant de 12 cm à 30 cm afin d’étudier différentes conditions d’observation, de conditions typiques du site Cerro Armazones (12 et 15 cm) à des conditions plus paisibles (20 et 30 cm). Le DM du banc est un simili M4, c’est-à-dire qu’il mime les principales caractéristiques du DM de l’ELT mais est transposé à un diamètre de pupille de 20 m et présente donc 36 actionneurs dans le diamètre de la pupille. J’ajoute à ce DM une valeur d’écrtage (*clip*) de $\pm 8 \mu\text{m}$ dans l’idée d’anticiper et de limiter une trop forte divergence des actionneurs. La pyramide fonctionne avec la source laser ponctuelle HeNe et un rayon de modulation de $3 \frac{\lambda}{D}$. Le RTC fournit un nombre conséquent de pentes avec un échantillonnage de la pupille de 85 pixels. Ainsi, le ratio sous ouvertures sur actionneurs est de 2.2 ce qui signifie que l’erreur de front d’onde est bien mieux échantillonnée que la configuration envisagée pour la SCAO de MICADO par exemple. Un binning différent du détecteur de la pyramide a été envisagé mais fournirait alors un ratio limite voire insuffisant. Le contrôleur est un intégrateur simple dont le gain de boucle de 0,6 est déterminé au prochain paragraphe. La fréquence théorique de la boucle est de 500 Hz, cela détermine notamment l’évolution de l’écran de turbulence mais la fréquence effective de la boucle sur banc, en tenant compte de l’acquisition des différentes données de télémétrie à chaque itération et des temps de communication avec les caméras,

Télescope	type ELT, $D = 20$ m 6 bras d'araignée $t = 0.54$ m obstruction centrale $0.28 D$
Turbulence	Monocouche von Kármán $r_0 = \{12, 15, 20, 30\}$ cm à 500 nm $L_0 = 25$ m $\ \mathbf{v}\ = 10$ m.s ⁻¹
DM	$36 \times 36 = 1218$ actionneurs Géométrie hexagonale, fragmentée en 6 pétales Pas inter-actionneur $d_{act} = 54$ cm Couplage inter-actionneur nul Clip ± 8 μ m
P-WFS	$\lambda_{aso} = 633$ nm Modulation $r_{mod} = 3 \frac{\lambda}{D}$ 85×85 sous ouvertures = 22704 pentes
Contrôleur	Intégrateur - $g = 0.6$ Fréquence de boucle $f = 500$ Hz Latence nulle (correction appliquée à la trame + 1) Bases = $\{\mathbf{B}_r, \mathbf{B}_c, \mathbf{B}_{mmse}\}$

TABLE 5.6 – Dimensionnement de la géométrie semi-ELT et paramètres de la boucle d'OA.

$r_0(500 \text{ nm})$ [cm]	9	12	15	20	30
$r_0(633 \text{ nm})$ [cm]	11.9	15.9	19.9	26.5	39.8
$r_0(700 \text{ nm})$ [cm]	13.5	18.0	22.5	30.0	44.9

TABLE 5.7 – Paramètre de Fried exprimé à différentes longueurs d'onde d'intérêt : 500 nm, 633 nm et 700 nm.

est de l'ordre du Hertz. Je n'inclus aucune latence à la boucle, les tensions du DM sont appliquées sur l'intégralité de la trame qui suit leur mesure. Le temps de montée du SLM de l'ordre de quelques dizaines de ms et est ici négligé. Enfin, l'objet de ce chapitre étant d'étudier le comportement en laboratoire des différentes bases établies au chapitre 4, je compare les résultats obtenus avec la base \mathbf{B}_r , calculée comme une base KL simplifiée, la base dite continue \mathbf{B}_c et la base qui permet la reconstruction par MMSE des modes pétales \mathbf{B}_{mmse} . Pour ces trois bases, les reconSTRUCTEURS modaux \mathbf{D}_r^\dagger et \mathbf{D}_c^\dagger du paragraphe 5.4.2 sont utilisés.

Les résultats présentés sont désormais obtenus en boucle fermée avec l'utilisation du SLM comme générateur de turbulence et compensateur de front d'onde ; d'abord sur 200 itérations pour quantifier un gain de boucle adéquat, puis sur 1000 itérations pour les paragraphes qui suivent. Les rapports de Strehl sont calculés en utilisant les écrans de phase résiduelle du SLM et la formule 1.38.

Gain de boucle

Le gain d'intégrateur permet d'adapter la bande passante de la boucle de contrôle en fonction des conditions d'observation. Je me contente ici d'utiliser un gain scalaire unique qui tiendra à la fois compte du gain intégrateur de la boucle de correction et de la compensation de la baisse de sensibilité naturelle de l'analyseur. La valeur du gain de boucle optimal est estimée empiriquement. Pour les quatre conditions de turbulence considérées et à partir des écrans de phase résiduelle appliqués sur le SLM, des fermetures de boucles sur 250 itérations avec des gains de boucle allant de 0,2 à 1,2 permettent de déduire le rapport de Strehl intra-pétale obtenu après convergence de la boucle (rapport de Strehl n'inclue pas les erreurs de pistons différentiels). La figure 5.27 montre les résultats de ces mesures. On remarque notamment qu'un gain de 0,2 est trop faible pour les forts seeing où l'analyseur pyramide est sujet à une forte baisse de sensibilité ; pour les bons seeing cependant, le gain de 1,2 est lui trop important et modifie la bande

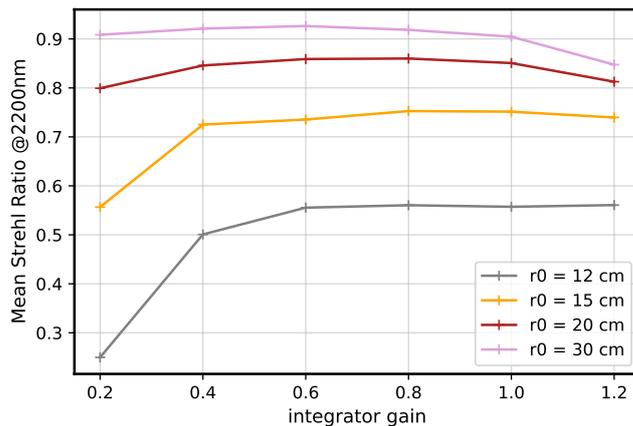


FIGURE 5.27 – Rapport de Strehl calculé à 2200 nm à partir des résidus intra-pétales des cartes de phases appliquées au SLM en fonction du gain d'intégrateur utilisé pour la boucle fermée. Le calcul est répété pour les conditions de r_0 allant de 12 à 30 cm.

passante de la boucle de contrôle, la performance de correction diminue. Finalement, un gain de boucle situé entre 0,6 et 0,8 semble adéquat pour toutes conditions d'observation étudiées et j'utiliserai la plus faible de ces deux valeurs.

5.5.2 Evolution du piston différentiel pour les 3 méthodes de reconstruction

La figure 5.28 présente l'évolution des pistons différentiels sur 1000 itérations, soit l'équivalent de 2 secondes de défilement de l'écran d'atmosphère, et en réalité 16 minutes d'acquisition sur banc.

Pour chaque sous-figure sont tracées les valeurs des 5 pistons différentiels, déduites de la connaissance de la phase résiduelle appliquée au SLM. Les axes des ordonnées sont affichés avec une même échelle pour faciliter la comparaison des résultats, avec des limites d'environ $\pm 2 \mu m$ soit ± 3 fois la longueur d'onde de l'analyseur λ_{aso} .

De gauche à droite sont présentés les résultats pour chaque stratégie de compensation des modes pétales : \mathbf{B}_r , \mathbf{B}_{mmse} et \mathbf{B}_c . Ensuite, chaque ligne représente une condition d'observation différente avec, de bas en haut, des r_0 exprimés à 500 nm de 12, 15, 20 et 30 cm.

En s'intéressant aux résultats avec la base \mathbf{B}_r , le premier constat frappant est la divergence des pistons différentiels aux faibles r_0 . Ces modes sont complètement instables, non mesurés par l'analyseur et divergent bien au-delà des limites des axes d'ordonnées données aux sous-figures. Cette observation est bien plus dramatique qu'en simulations où nous avons à faire à des fluctuations aléatoires, sans de telles divergences. Je compare d'ailleurs ces résultats à ceux obtenus en simulation dans le prochain paragraphe. En allant vers les r_0 plus grands, pour $r_0 = 20$ cm, on remarque que les pistons différentiels ont tendance à se stabiliser autour de valeurs de modulo λ_{aso} sur quelques dizaines d'itérations ; puis à meilleur seeing, c'est-à-dire $r_0 = 30$ cm, sur plusieurs centaines d'itérations.

Les résultats obtenus avec l'utilisation de méthodes de contrôle des modes pétales sont sans appel : elles contribuent bel et bien à corriger et limiter la divergence de ces modes. Que ce soit pour l'utilisation du MMSE ou pour la base continue, l'amplitude des fluctuations des pistons différentiels au cours du temps est bien moindre qu'avec la base \mathbf{B}_r et cette amplitude tend à s'améliorer, c'est-à-dire diminuer, lorsqu'on considère les r_0 importants. Pour les faibles r_0 , on constate cependant que si ces méthodes empêchent une divergence de la boucle de contrôle, la performance semble assez éloignée de ce qui pourrait être idéalement attendu. On peut là faire appel à trois raisons :

- le degré de cohérence de la phase de part et d'autre des araignées diminue à mesure que le r_0 diminue
- l'erreur sur la correction intra-pétale augmente, le vecteur d'observation pourrait d'ailleurs encore être amélioré sur le banc par l'utilisation de gains modaux,
- il est possible que certains résidus du banc, ou des erreurs de la boucle de contrôle, introduisent des erreurs "non-Kolmogorov", mal gérées par le MMSE ou la base continue.

En figure 5.29 et 5.30 sont présentés les phases résiduelles du SLM à l'itération 200 et à la dernière

itération de la boucle (itération 1000). Ces phases permettent notamment de remarquer, de manière simplement qualitative, que certains actionneurs en bord interne de pupille ont tendance à diverger. Sans pouvoir s'avancer sur la raison exacte de la mauvaise correction des modes pétales, il s'agit typiquement du genre d'évènement qui réduit drastiquement la performance des méthodes de contrôle utilisant \mathbf{B}_{mmse} et \mathbf{B}_c .

Pour bien rendre compte de l'intérêt des méthodes de contrôle des modes pétales, la meilleure ligne à considérer est encore la dernière, pour $r_0 = 30 \text{ cm}$, soit celle de la meilleure condition d'observation. On observe alors bien les 5 courbes fluctuer autour de la valeur nulle de piston différentiel tandis que les résultats avec la base \mathbf{B}_r montrent des sauts de 1 à plusieurs λ_{aso} .

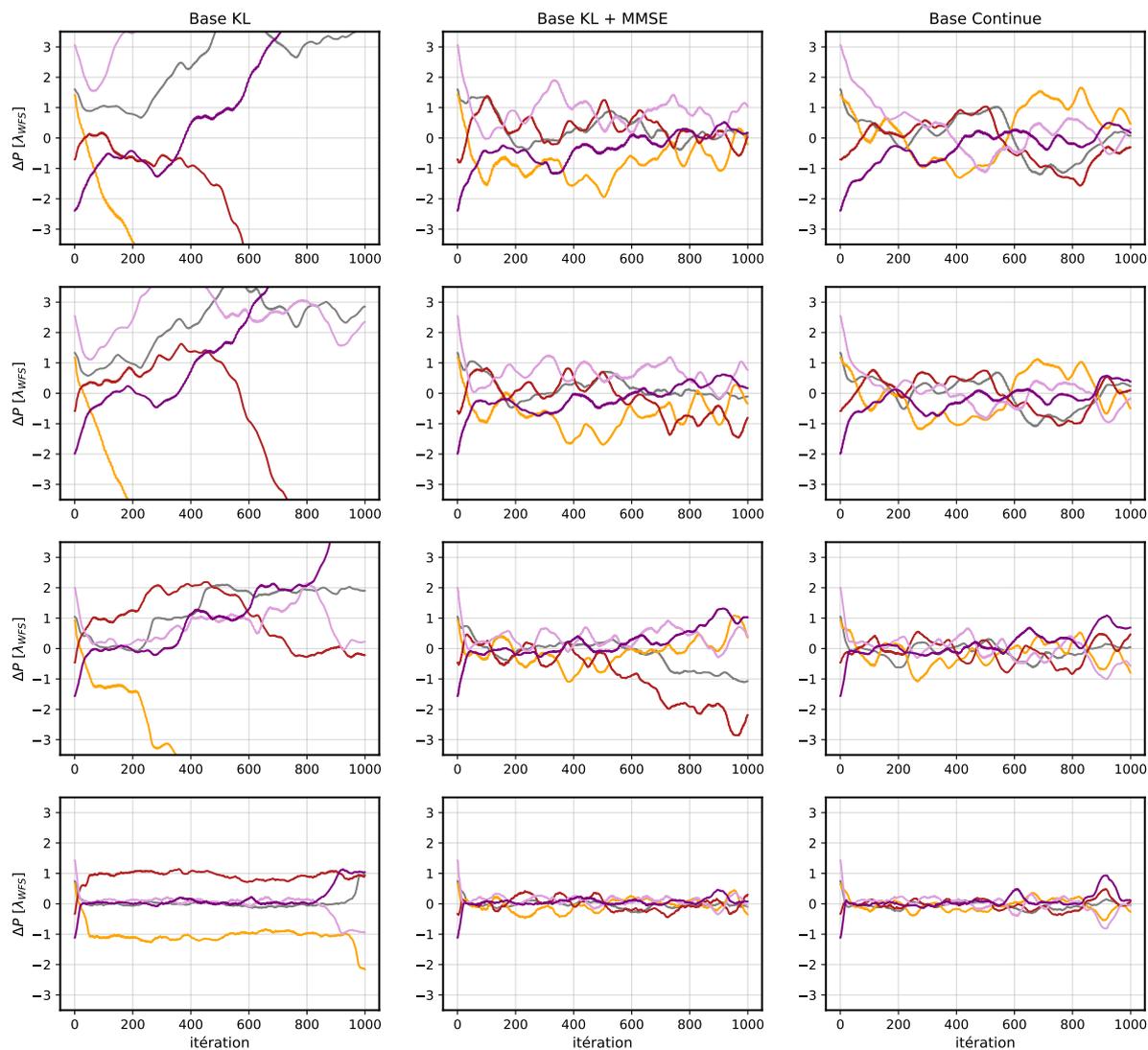


FIGURE 5.28 – Evolution des pistons différentiels sur 1000 itérations, soit 2 secondes, avec une pyramide modulée à $3\frac{\lambda}{D}$ pour *Gauche* la base \mathbf{B}_r , *Milieu* l'utilisation d'un reconstruteur des modes pétales par MMSE \mathbf{B}_{mmse} et *Droite* la base continue \mathbf{B}_c . Chaque ligne correspond à des conditions de turbulence différentes avec, de haut en bas, des r_0 de 12, 15, 20 et 30 cm exprimés à 500 nm.

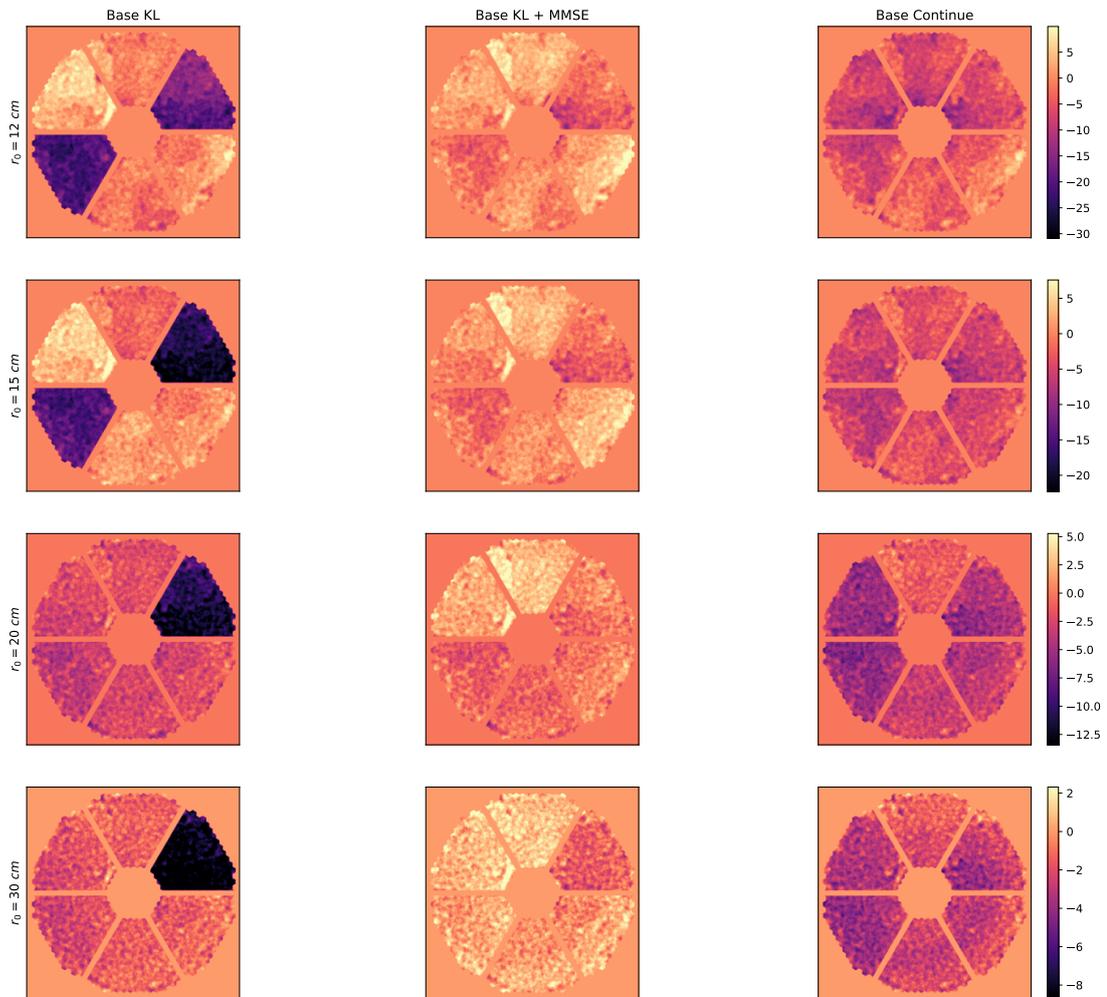


FIGURE 5.29 – Phase résiduelle à l’itération 200 appliquée sur le SLM, obtenues avec une pyramide modulée $3\frac{\lambda}{D}$ et à partir des écrans de phase du SLM pour *Gauche* la base \mathbf{B}_r , *Milieu* l’utilisation d’un reconstruteur des modes pétales par MMSE \mathbf{B}_{mmse} et *Droite* la base continue \mathbf{B}_c . Chaque ligne correspond à des conditions de turbulence différentes avec, de haut en bas, des r_0 de 12, 15, 20 et 30 cm exprimés à 500 nm. L’échelle des couleurs est en microns.

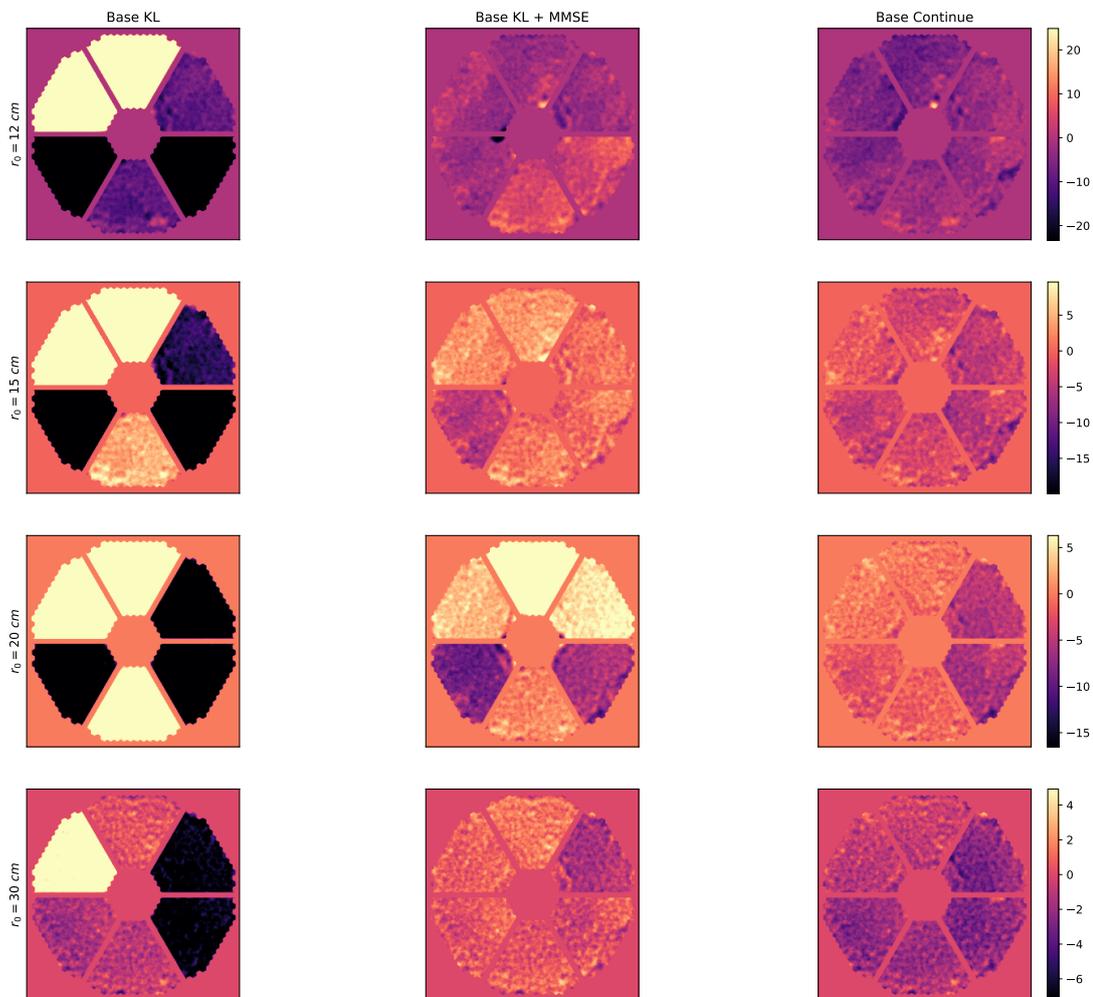


FIGURE 5.30 – Phase résiduelle à l’itération 1000 appliquée sur le SLM, obtenues avec une pyramide modulée $3\frac{\lambda}{D}$ et à partir des écrans de phase du SLM pour *Gauche* la base \mathbf{B}_r , *Milieu* l’utilisation d’un reconstruteur des modes pétales par MMSE \mathbf{B}_{mmse} et *Droite* la base continue \mathbf{B}_c . Chaque ligne correspond à des conditions de turbulence différentes avec, de haut en bas, des r_0 de 12, 15, 20 et 30 cm exprimés à 500 nm. L’échelle des couleurs est en microns.

5.5.3 Erreur sur les pistons différentiels avec la base B_r

Je fais dans ce paragraphe une étude spécifique des erreurs sur la mesure des pistons différentiels avec B_r , c'est-à-dire dans le cas où les modes pétales sont uniquement contrôlés par l'ASO pyramide. Pour cela, la figure 5.31 représente l'erreur $\sigma_{P[\lambda]}$ faite sur la mesure des modes pétales modulo λ_{aso} , avec un analyseur modulé à $3 \frac{\lambda}{D}$ puis à $5 \frac{\lambda}{D}$. A titre de comparaison est représentée en gris une courbe d'erreur issue de simulations COMPASS non bruitées, dans une configuration ELT comparable à celle du banc. Les courbes sont tracées en fonction de $\frac{d_{act}}{r_0}$.

Je fais une lecture de ces courbes en allant de droite vers la gauche, c'est-à-dire des grands $\frac{d_{act}}{r_0}$ vers les petits. Avec l'analyseur modulé à $3 \frac{\lambda}{D}$, on observe bien le plateau caractéristique rencontré pour les grands $\frac{d_{act}}{r_0}$ tandis que la performance en $\sigma_{P[\lambda]}$ s'améliore sensiblement à mesure que $\frac{d_{act}}{r_0}$ diminue. A $5 \frac{\lambda}{D}$, ce même phénomène semble se dessiner mais la pente correspondant à une diminution de l'erreur $\sigma_{P[\lambda]}$ est moins forte. Ce résultat est bien celui attendu puisque l'analyseur est alors moins sensible aux modes pétales.

En comparant les résultats sur banc à $3 \frac{\lambda}{D}$ avec les résultats obtenus en simulation, on constate que la saturation de l'erreur $\sigma_{P[\lambda]}$ vient plus "tôt", c'est-à-dire aux plus faibles $\frac{d_{act}}{r_0}$ sur le banc. Ce résultat n'est pas tout à fait surprenant puisque les conditions ne sont pas les mêmes. Voici plusieurs explications à avancer : d'abord nous devons tenir compte que, au-delà du fait que la boucle est fermée en présence de bruits, la matrice d'interaction est elle aussi étalonnée en présence de plusieurs sources d'erreur. De plus, on le verra dans le paragraphe qui suit, l'erreur de correction intra-pétale est bien plus élevée que celle mesurée en simulation ce qui entraîne inévitablement une moins bonne sensibilité de l'ASO aux modes pétales.

Le point à $r_0 = 30 \text{ cm}$, soit $\frac{d_{act}}{r_0} = 1,36$, est le plus proche de ce qui pourrait être attendu en simulation. La mesure est en effet réalisée sur de plus faibles variances de phases, ce qui rend l'ASO plus sensible aux modes pétales et moins sujet aux sauts de λ .

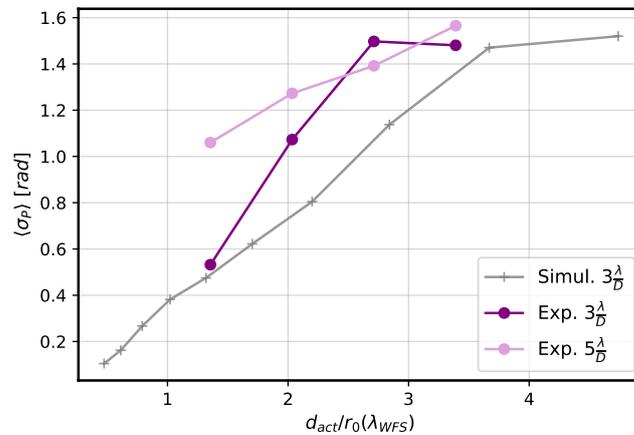


FIGURE 5.31 – Erreur des modes pétales $\sigma_{P[\lambda]}$ exprimée en radians et en fonction de $\frac{d_{act}}{r_0}$, en couleurs sont représentés les points mesurés sur le banc avec la pyramide modulée à $3 \frac{\lambda}{D}$ et $5 \frac{\lambda}{D}$ et en gris est représenté le résultat obtenu dans une simulation dite "idéale" (sans bruit) avec une pyramide modulée à $3 \frac{\lambda}{D}$.

5.5.4 Rapports de Strehl pétale, intra-pétale et total

Après avoir considéré seulement les erreurs sur les modes pétales dans l'analyse des mesures obtenues sur le banc, nous voici dans une partie où je considère la performance de la fermeture de boucle dans sa globalité. Les rapports de Strehl sont calculés à partir de la connaissance de la phase résiduelle, qui m'est donnée par les cartes appliquées au SLM à chaque itération. D'après ces cartes de phase, j'identifie d'une part les coefficients des modes pétales pour calculer un rapport de Strehl caractéristique de l'erreur pétale $SR_{P[\lambda]}$, d'après l'équation 3.11 ; d'autre part, je déduis la variance de phase de l'erreur intra-pétale (fitting incluse) et j'utilise l'équation 1.38 (formule de Mahajan) pour calculer SR_{intra} . Ainsi, on peut trouver

en figure 5.32, de gauche à droite, l'évolution des rapports de Strehl caractéristiques des modes pétales $SR_{P[\lambda]}$, de l'erreur intra-pétale SR_{intra} et de l'erreur totale sur le front d'onde résiduel calculée à partir de la relation : $SR_{tot} = SR_{intra} \cdot SR_{P[\lambda]}$. Tous les calculs sont faits en supposant une longueur d'onde de la voie science à $\lambda_{science} = 2200 \text{ nm}$. Cette longueur d'onde permet de mieux visualiser le gain des méthodes utilisées lorsque la caméra scientifique se trouve à une longueur d'onde différente de l'analyseur. De plus, étant donné les variances de phase mises en jeu, les rapports de Strehl se trouvent ridiculement faibles exprimés à 633 nm. Comme auparavant, les résultats sont présentés du haut vers le bas pour des paramètres de Fried allant de 12 à 30 cm. La courbe grise représente les résultats obtenus avec la base \mathbf{B}_r , la courbe orange avec la méthode MMSE \mathbf{B}_{mmse} et la courbe rouge avec la base continue \mathbf{B}_c .

En commençant par interpréter les courbes des rapports de Strehl associées aux erreurs pétales, on trouve que les bases \mathbf{B}_{mmse} et \mathbf{B}_c apportent une nette amélioration comparée à l'utilisation de la base \mathbf{B}_r . On remarque cependant de larges fluctuations, la performance n'est pas stable tout du long de la boucle. Peut-être seulement pour $r_0 = 30 \text{ cm}$ peut-on conclure à une bonne stabilité de la performance, très proche de $SR_P = 100\%$.

La deuxième colonne est peut-être ici la plus intéressante puisqu'elle nous apporte une information supplémentaire sur la boucle d'OA, à savoir le rapport de Strehl des erreurs intra-pétales uniquement. J'ai ajouté à ces courbes en pointillé noir la valeur théorique en considérant les erreurs de *fitting* et de repliement. Si pour les bons r_0 , la performance tend effectivement bien vers celle théorique, l'écart se creuse largement lorsqu'on considère les deux plus faibles r_0 . D'une part, je me suis restreinte à utiliser un gain d'intégrateur unique de valeur 0,6 alors qu'une valeur de 0,8 aurait été légèrement mieux adaptée au vu de la figure 5.27 pour ces mauvaises conditions d'observation. D'autre part, l'essentiel de la perte de la performance s'explique par l'absence d'utilisation de gains optiques modaux : avec une analyse faite à 633 nm et pour les r_0 considérés, il est attendu que l'analyseur peine à compenser pleinement le front d'onde puisque la variance des résidus entraîne une perte conséquente de sa sensibilité modale. Sans attendre cette observation, les tentatives d'implémentation de méthodes de compensation reposant sur l'utilisation de gains optiques ont été peu concluantes, soit à cause de leur faible stabilité sur le banc (pour l'algorithme CLOSE), soit car d'autres problématiques matérielles rencontrées sur le banc ont empêché d'arriver jusqu'à des résultats de boucle fermée de bout en bout (pour l'utilisation d'abaques de gains optiques), et ce, malgré des premiers résultats a priori concluants.

Enfin la dernière colonne représente les rapports de Strehl calculés pour l'erreur globale du front d'onde. Il y a finalement assez peu à dire puisque du fait de mes méthodes de calcul, cette courbe revient au produit des deux colonnes précédentes. Pour la condition $r_0 = 15 \text{ cm}$, la performance obtenue avec la base continue passe de 70% de rapport de Strehl à 50% par la présence des modes pétales résiduels.

5.5.5 PSF du banc et PSF en bande K

Je présente enfin dans ce paragraphe des images de PSF. Des résultats de PSF mesurées avec la caméra "science" du banc SESAME peuvent être trouvées en figure 5.33. Mesurées à 633 nm, ces PSF sont dominées par la présence de speckles. Elles correspondent à une PSF courte pose à l'itération 200 de la boucle. L'organisation des images est toujours la même : de gauche à droite on trouve les PSF obtenues avec la base \mathbf{B}_r , la base utilisant la méthode MMSE \mathbf{B}_{mmse} et la base continue \mathbf{B}_c ; et de bas en haut les r_0 de 12, 15, 20 et 30 cm. Je signale que pour $r_0 = 12 \text{ cm}$ – et dans une moindre mesure pour $r_0 = 15 \text{ cm}$ – les résultats sur le banc sont faussés par la présence d'une réflexion parasite. Celle-ci produit un cœur cohérent de PSF inopportun, qui devient très perceptible dès lors que la variance de phase résiduelle appliquée sur le SLM est grande. Cette réflexion parasite conduit alors l'ASO pyramide à travailler dans un régime où une PSF proche de la diffraction se trouve à son sommet, tout se passe donc comme si la PSF avait déjà convergé vers un rapport de Strehl de l'ordre du pourcent pour la longueur d'onde d'analyse, soit 70% exprimé en bande K. Ce problème bien spécifique au banc permet d'expliquer en partie les pauvres résultats obtenus précédemment en boucle fermée aux conditions de seeing élevés.

A partir de $r_0 = 20 \text{ cm}$, on commence à voir apparaître de manière plus évidente les fameux lobes secondaires liées à la présence de piston différentiel. Enfin, pour $r_0 = 30 \text{ cm}$, les PSF sont comparables dans les trois cas (avec la méthode MMSE en queue de peloton) tout simplement car les erreurs de ΔP stables autour de λ_{aso} avec la base \mathbf{B}_r ne sont alors pas vus à cette même longueur d'onde. Il est alors intéressant de passer à une longueur d'onde différente pour différencier les méthodes.

La figure 5.34 représente des PSF longues poses calculées à partir des phases appliquées sur le SLM, entre les itérations 200 et 400, et en utilisant une longueur d'onde de 2200 nm. Elles sont obtenues en moyennant sur ces 200 itérations les modules carrés des transformées de Fourier du champ. Avec la base \mathbf{B}_r , on remarque un étalement de la PSF de l'ordre de $3 \lambda/D$, caractéristique des fluctuations des

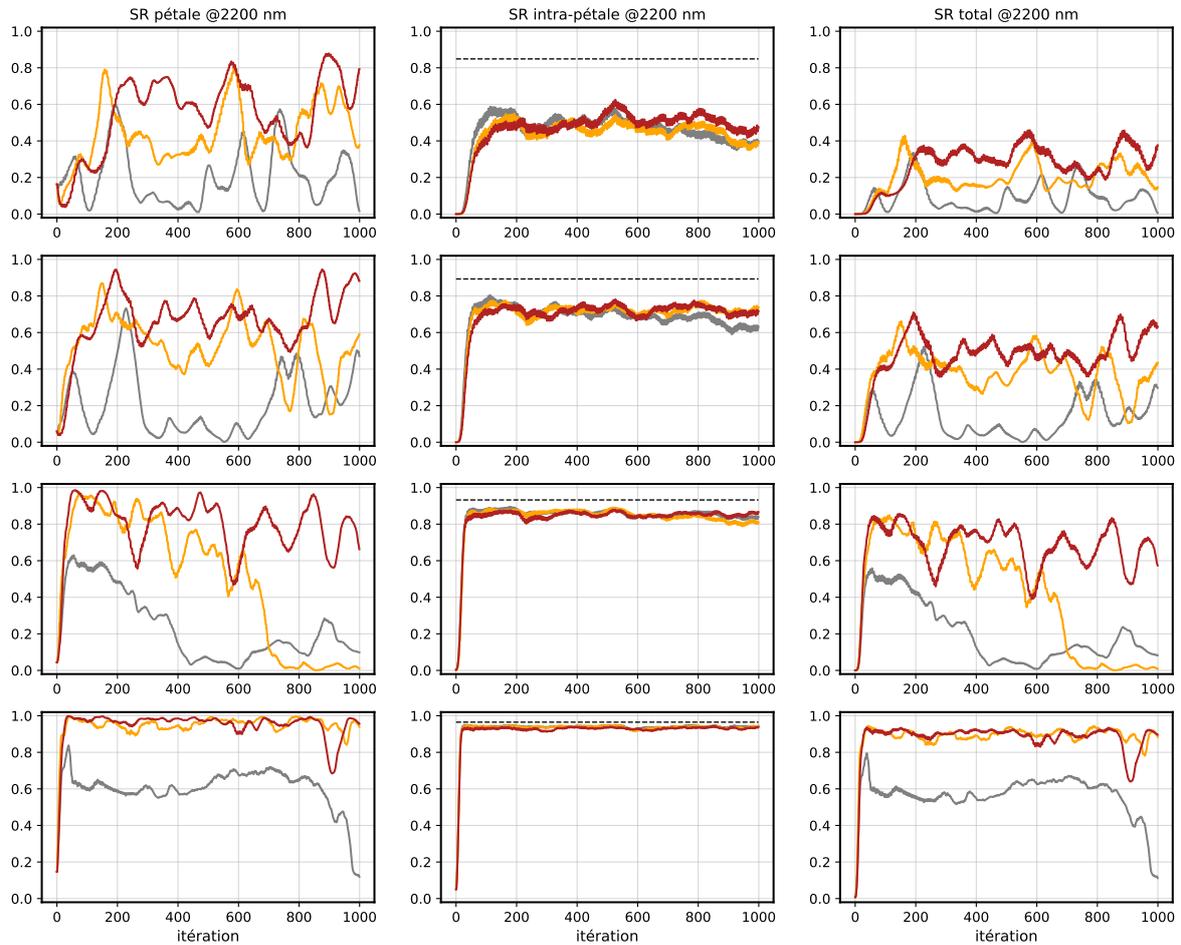


FIGURE 5.32 – Evolution temporelle des rapports de Strehl en bande K pour une pyramide modulée $3 \frac{\lambda}{D}$ pour les trois types d’erreurs considérés : *Gauche* les modes pétales, *Milieu* les résidus intra-pétales et *Droite* le front d’onde résiduel total. Ces rapports sont montrés pour B_r en gris, B_{mmse} en jaune et B_c en rouge. Chaque ligne correspond à une condition de turbulence avec, de haut en bas, des r_0 de 12, 15, 20 et 30 cm exprimés à 500 nm.

modes pétales. Avec les bases B_{mmse} et B_c , un pic central se détache aux mauvais seeings et les PSF se rapprochent de la limite de diffraction aux bons seeings.

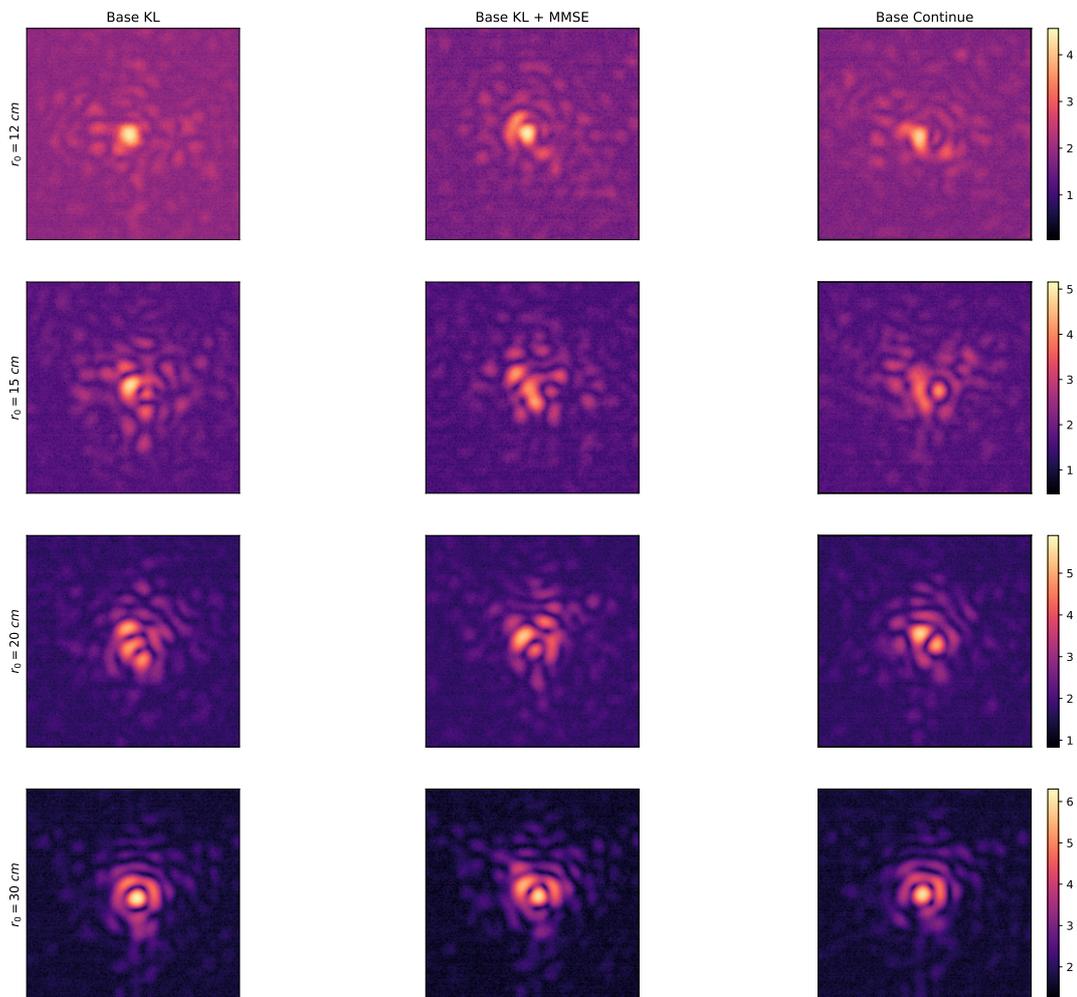


FIGURE 5.33 – PSF sur banc à 633 nm obtenues après 200 itérations en boucle fermée avec une pyramide modulée à $3 \frac{\lambda}{D}$ pour *Gauche* la base \mathbf{B}_r , *Milieu* l'utilisation d'un reconstruteur des modes pétales par MMSE \mathbf{B}_{mmse} et *Droite* la base continue \mathbf{B}_c . Chaque ligne correspond à des conditions de turbulence différentes avec, de haut en bas, des r_0 de 12, 15, 20 et 30 cm exprimés à 500 nm. Pour la première ligne $r_0 = 12 \text{ cm}$, la PSF montrée est biaisée par la présence d'un *ghost* lié au SLM.

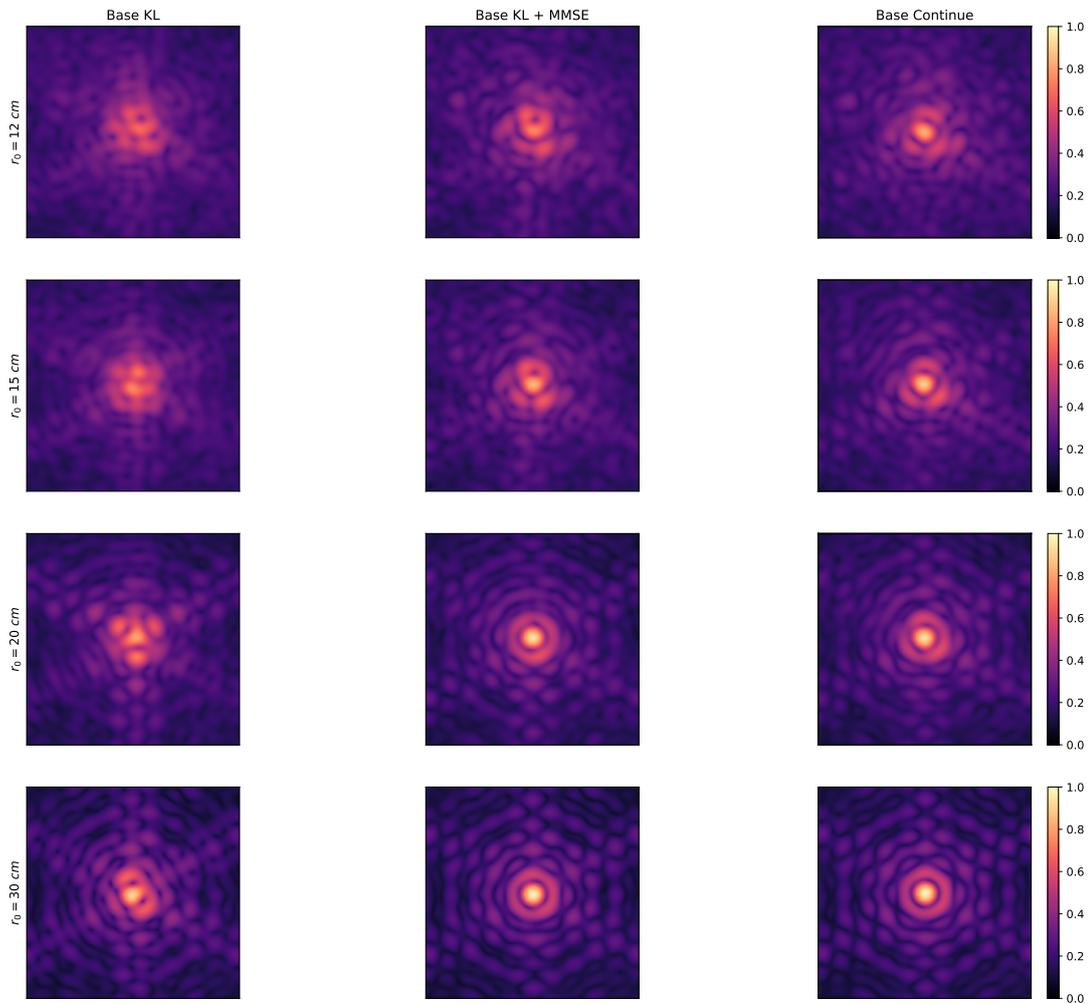


FIGURE 5.34 – PSF "longue pose", sur 200 itérations, à 2200 nm obtenues en boucle fermée avec une pyramide modulée $3\frac{\lambda}{D}$ et calculées à partir des écrans de phase du SLM pour *Gauche* la base \mathbf{B}_r , *Milieu* l'utilisation d'un reconstruteur des modes pétales par MMSE \mathbf{B}_{mmse} et *Droite* la base continue \mathbf{B}_c . Chaque ligne correspond à des conditions de turbulence différentes avec, de haut en bas, des r_0 de 12, 15, 20 et 30 cm exprimés à 500 nm.

5.6 Conclusions et perspectives d'amélioration

Ce chapitre m'a amené à retranscrire sur le banc SESAME les paramètres pertinents de l'ELT afin d'opérer des fermetures de boucles d'OA dans des conditions comparables à celles rencontrées par les futurs instruments de première lumière de l'ELT. Dans un premier temps, j'ai pu mettre en évidence en laboratoire les difficultés rencontrées par l'ASO pyramide pour apporter une mesure fiable des modes pétales, elles sont d'ailleurs exacerbées par les conditions "réelles" d'opération du banc par rapport aux résultats des simulations numériques présentées au chapitre 3. Dans un second temps, j'apporte ici la preuve de fonctionnement des méthodes de reconstruction des modes pétales. Si les expériences menées ici tendent à préférer la méthode de la base continue, il reste difficile de la départager de la méthode par MMSE tant les conditions rencontrées sur le banc restent loin de celles des instruments ELT.

Premièrement, j'ai opté pour l'étalonnage des matrices d'interaction sur le banc, elles souffrent donc de plusieurs sources d'erreur (synchronisation du miroir oscillant, turbulence naturelle du banc, bruits de photons et de lecture, etc). Il serait intéressant d'implémenter des méthodes de calcul de matrices d'interaction synthétiques, à partir de simulations COMPASS et adaptées à la géométrie réelle du banc. En effet, la méthode de matrice d'interaction semi-synthétique élaborée pour le DM ALPAO n'est ici pas applicable sans modifier le code en profondeur : d'abord, elle suppose un maillage carré d'actionneurs (le DM de l'ELT a un maillage hexagonal), ensuite, les fonctions d'influence des actionneurs ne sont par définition pas identiques sur toute la pupille. Il faudrait ajouter un degré de complexité supplémentaire pour rendre cet algorithme applicable au DM de l'ELT.

Deuxièmement, le DM utilisé ici n'est pas un DM physique mais un SLM qui souffre, on a pu le voir, d'un ghost qui devient embarrassant aux faibles r_0 . Il a été envisagé de déplacer ce ghost en appliquant un tilt important sur le SLM, puis en compensant ce tilt par le miroir TT physique. Ainsi, le ghost se retrouve hors champ tandis que la lumière déphasée par le SLM reste sur l'axe optique. Cependant, cette méthode introduit de nombreux sauts de λ car le tilt appliqué au SLM est enroulé plusieurs fois dans l'opération modulo λ . Le vecteur de mesures de référence de la pyramide est modifié de manière non négligeable. J'ai donc opté pour le choix de "vivre" avec ce ghost, sans savoir s'il aurait finalement mieux valu s'en défaire et miser sur une mise à jour des pentes de référence.

Enfin, l'utilisation de gains optiques sur le banc n'a pas pu être mise en place jusqu'au bout et ce, pour diverses raisons : l'algorithme CLOSE d'abord envisagé n'a pas fait ses preuves pour les plus faibles r_0 , puis des limitations matérielles ont été rencontrées lors de l'utilisation des gains modaux calculés préalablement en simulation (panne régulière d'une des machines de contrôle du banc).

Ainsi, des résultats présentés à la fin de ce chapitre et tenant compte des limitations du banc que je viens d'évoquer, il n'est pas étonnant que les performances obtenues avec des $r_0 = 12 \text{ cm}$ soient très en deçà de ce qui pourrait être attendu. Au contraire, les résultats avec $r_0 = 30 \text{ cm}$ sont à la fois les plus révélateurs de l'utilité des méthodes de reconstruction mais surtout les moins soumis aux contraintes spécifiques au banc SESAME. Ces résultats sont ainsi concluants et prometteurs pour pousser vers l'utilisation des méthodes de reconstruction des modes pétales sur ciel.

Conclusions et perspectives

Conclusions

Cette thèse s'inscrit dans le cadre du développement de la SCAO de l'instrument MICADO pour l'ELT. Elle aborde notamment la problématique de la fragmentation de la pupille par les bras d'araignée qui soutiennent le miroir secondaire du télescope. Pour des raisons de conception mécanique, la largeur de ces bras est supérieure à la longueur de cohérence de la turbulence atmosphérique aux longueurs d'onde du visible. Cela revient à considérer la pupille comme une somme de six *pétales* qui subissent des variations de différence de marche les uns par rapport aux autres, à des échelles temporelles propres aux systèmes d'optique adaptative. Afin de reconstruire le front d'onde complet, il devient nécessaire de connaître l'information manquante entre ces pétales : la valeur des pistons différentiels. Cette thèse se décompose en trois parties, formellement les chapitres 3, 4, 5 qui traitent respectivement de la mesure avec l'analyseur pyramide, de bases appropriées au contrôle des pistons différentiels et d'une démonstration expérimentale de la fermeture de boucle, sur un banc retranscrivant les caractéristiques pertinentes de l'ELT.

Le contenu du chapitre 3 repose exclusivement sur des simulations d'optique adaptative avec le logiciel COMPASS et avec la géométrie ELT. La pupille de télescope simulée est donc une pupille segmentée de diamètre moyen $38,5\text{ m}$, comprenant une obstruction centrale et les bras d'araignée. Un deuxième point clé est l'implémentation du miroir déformable, dont les fonctions d'influence particulières jouent un rôle majeur dans la simulation des modes pétales. Tout ceci a été conduit avec un souci donné sur l'échantillonnage des supports de calcul numérique. La puissance de calcul de COMPASS a permis de réaliser un grand nombre de simulations et de tirer des conclusions sur la mesure du piston différentiel avec l'analyseur pyramide, dans un grand nombre de conditions d'observation et en jouant sur les paramètres du système d'optique adaptative. J'ai pu démontrer qu'en présence de phases résiduelles propres à la boucle d'optique adaptative, l'analyseur pyramide donne une information erronée sur la mesure du piston différentiel qui repose sur deux facteurs :

- une forte baisse de la sensibilité de l'analyseur aux modes pétales, atypique en regard des autres modes et qui peut être réduite à zéro en présence de larges variances de résidus de phase comparées à la longueur d'onde d'analyse λ : erreur intra-pétale $\sigma_{intra} > \lambda/4\text{ rms}$ ou bien rapport $d_{act}/r_0 > 3$, avec d_{act} la distance inter-actionneurs et r_0 exprimé pour λ ,
- un couplage modal entre les modes pétales et les autres modes, ce qui introduit un biais de mesure et une surabondance d'erreurs dans la reconstruction des modes pétales.

Ces deux paramètres ne dépendent pas seulement de la classe r_0 du front d'onde incident, ils sont soumis à de larges fluctuations stochastiques qui rendent leur étalonnage et donc leur compensation délicate voire impossible. Les algorithmes et méthodes de contrôle des gains optiques basés sur une matrice de compensation diagonale proposés jusqu'ici sont inappropriés à la gestion des modes pétales.

La suite du chapitre 3 propose d'étudier différents paramètres de l'analyseur pyramide dans le but d'améliorer sa sensibilité aux modes pétales :

- augmenter la longueur d'onde de l'analyseur a pour avantage de réduire l'erreur des résidus relativement à la longueur d'onde en plus d'augmenter la gamme dynamique de l'analyseur. Un rapport $d_{act}/r_0 < 2$ est requis pour faire tendre l'ASO pyramide modulé à $3\frac{\lambda}{D}$ vers un régime de correction des modes pétales,
- diminuer le rayon de modulation ou opter pour un chemin de modulation trèfle ; cependant cette opération se fait au prix d'une réduction de la gamme dynamique des autres modes. L'analyseur devient également plus sensible aux résidus turbulents, la boucle est moins robuste à fort seeing,
- ajouter des arêtes au masque pyramidal permet d'augmenter le "pouvoir diffractif" de l'analyseur, les arêtes étant les zones où se passent la mesure du piston différentiel,

- augmenter le nombre de sous-ouvertures dans le diamètre de la pupille permet d'allouer plus de pixels sous les bras d'araignée, où est majoritairement encodé le signal du piston différentiel : cela s'accompagne d'une diminution de l'erreur de couplage modal mais entraîne une sensibilité plus importante au bruit.

Globalement, à partir des simulations qui ont été conduites, il ressort que l'analyseur produit une mesure des pistons différentiels, à un modulo λ près, qui peut être considérée fiable lorsque la phase résiduelle intra-pétale (i.e. privée des erreurs pétales) a un écart-type inférieur à $\frac{\lambda}{4}$ *rms*. Au delà, les pistons différentiels subissent des fluctuations aléatoires voire des accumulations d'erreurs critiques pour la boucle de contrôle et pour la qualité image : le télescope fonctionne au sixième de ses capacités.

Les conclusions sur les erreurs de mesure du piston différentiel avec l'analyseur pyramide m'ont amené à considérer des solutions algorithmiques au problème, elles sont exposées au chapitre 4. Pour cela, deux méthodes de contrôle ont été développées, toutes deux reposent sur un a priori "Kolmogorov" du spectre du front d'onde incident.

La première est un estimateur qui permet de déduire la valeur des modes pétales du front d'onde turbulent dans le but de minimiser la variance de la phase résiduelle et ce, à partir de la connaissance des mesures des autres modes de l'analyseur (estimateur MMSE). Cette méthode est particulièrement efficace, elle améliore considérablement le rapport de Strehl pour la caméra scientifique : elle réduit les fluctuations de pistons différentiels à une fraction de la longueur d'onde de la caméra et fait disparaître l'ambiguïté de mesure portée par la longueur d'onde d'analyse λ . Cependant, à fort seeing, le cumul des erreurs de boucle génère un vecteur d'observation qui diffère trop des hypothèses Kolmogorov utilisées pour construire l'estimateur MMSE, la reconstruction des modes pétales en est impactée.

Une deuxième méthode de contrôle a été implémentée et est notamment plus performante à tous seeings. Elle repose sur l'idée de priver la base de commande des modes non vus de l'analyseur tout en garantissant une reconstruction du front d'onde complet qui respecte la statistique de Kolmogorov. La méthode de construction de la base de commande repose sur une extension "Kolmogorov" des modes calculés sur un nombre de degrés de liberté réduit. La méthode a été appliquée avec succès aux actionneurs du DM situés en dehors de la pupille du télescope, dont la sensibilité est nulle pour l'analyseur, ainsi qu'aux actionneurs situés le long des bras d'araignée et qui participent à la divergence des modes pétales. La matrice de commande ne peut pas introduire de modes pétales purs mais des *pseudo-modes* pétales qui leur sont proches. Le nombre de degrés de liberté à enlever est un compromis à trouver entre les fréquences spatiales que l'utilisateur est prêt à céder sur la commande (l'erreur de *fitting* augmente) et la volonté d'empêcher la divergence des modes non vus. Je note cependant que les mesures de l'analyseur peuvent tout de même conduire à l'introduction de *pseudo-modes* pétales, avec des sauts de λ , dans la commande et je fais deux remarques à ce sujet. D'abord, à fort seeing, il semble nécessaire de céder plus de degrés de liberté afin de rendre la commande plus robuste du point de vue des modes pétales. Ensuite, une autre manière de construire la base serait possible : l'idée serait d'appliquer l'extension Kolmogorov seulement aux modes basses fréquences et de laisser les modes plus hautes fréquences être nuls le long des bras d'araignée.

Enfin, dans le chapitre 5, j'ai pu conduire une validation expérimentale des résultats qui étaient jusqu'à présent basés sur des simulations numériques intensives. En mettant de côté la problématique de la fragmentation, les travaux utilisant le DM ALPAO de 3228 actionneurs ont permis de valider la fermeture de boucles d'OA sur un système haut ordre avec l'analyseur pyramide (PYRCADO) et le prototype RTC qui serviront à la SCAO de l'instrument MICADO.

Grâce au SLM présent sur le banc SESAME, j'ai pu intégrer à la fois un masque pupille (segmentation, obstruction, fragmentation) et un DM (densité d'actionneurs, fonctions d'influence) ayant les mêmes caractéristiques que ceux du télescope ELT. Tout d'abord, il a été confirmé expérimentalement que l'analyseur pyramide seul introduit des erreurs sur les modes pétales dans la boucle de contrôle. Cela se traduit par - du meilleur au pire des cas : des sauts de λ dans la commande, des fluctuations aléatoires des pistons différentiels ou encore d'une divergence complète des modes pétales qui entraînent une saturation de la commande du DM. L'implémentation des méthodes de reconstruction ont permis de réduire considérablement ces erreurs sur le banc, avec des fluctuations de pistons différentiels globalement contenues entre $\pm\lambda$ même pour les plus mauvais seeings. Le gain de ces méthodes est confirmée à deux niveaux : pour la stabilité de la boucle d'optique adaptative d'une part, et en terme de qualité image pour la voie science d'autre part, et ce, avec un système d'OA dans le visible et des valeurs de r_0 typiquement rencontrées sur l'ELT. Ces résultats sont très encourageants, surtout lorsqu'on considère les limitations rencontrées dont la réflexion parasite du SLM qui ne sera pas présente sur un vrai DM ; et

les améliorations encore possibles : implémentation de gains optiques notamment - l'algorithme CLOSE n'ayant pas pu être testé de manière satisfaisante.

Finalement, en cherchant à traiter rigoureusement la problématique de la mesure et du contrôle des modes pétales, cette thèse a permis plus largement de valider une boucle de contrôle d'optique adaptative haut ordre qui soit stable dans les conditions d'observation typiquement rencontrées sur l'ELT. Ceci a été possible en ayant une compréhension complète des problématiques optiques liées à l'utilisation de l'analyseur pyramide et en incluant chaque détail nécessaire pour rendre compte de la géométrie ELT. La validation s'est faite d'abord en simulation, permettant d'étudier une large gamme de paramètres (seeings, magnitude d'étoile, erreurs de référencement, etc), puis en laboratoire avec un dimensionnement semi-ELT et dans des conditions qui sont propres aux manipulations expérimentales (présence de réflexion parasite, étalonnages expérimentaux bruités, etc). Les travaux de cette thèse ont permis de réduire considérablement le budget d'erreur du système SCAO de l'instrument MICADO, en passe d'effectuer la *Final Design Review*.

Perspectives

Si les travaux présentés dans cette thèse répondent à la question du contrôle des modes pétales engendrés par une turbulence suivant le spectre de Kolmogorov, ils ouvrent vers plusieurs axes de recherche sur une problématique très actuelle : les erreurs de front d'onde induites par la structure et l'environnement local du télescope. Parmi ces erreurs, on compte notamment le Low Wind Effect, rencontré sur les télescopes du VLT et le télescope SUBARU, et qui a une répercussion critique pour les activités hauts contrastes des instruments SPHERE et SCExAO.

Mesure du Low Wind Effect sur les télescopes de 8 m

L'étude du signal piston différentiel avec l'analyseur pyramide a permis une meilleure compréhension des éléments clés qui contribuent à la sensibilité de l'analyseur, ou à l'inverse qui introduisent des termes d'erreur. Ces résultats peuvent être ré-utilisés à bon escient pour le dimensionnement des futurs systèmes d'optique adaptative pour lesquels on sait qu'une mesure du piston différentiel sera nécessaire. Pour les télescopes actuels, la problématique de la mesure du piston différentiel ne vient pas de la fragmentation spatiale du front d'onde turbulent mais d'effets thermiques induits par la structure du télescope. La modernisation de l'instrument SPHERE vers SPHERE+ prévoit d'utiliser un analyseur pyramide infrarouge (Boccaletti et al., 2020). A partir des résultats présentés au chapitre 3, il devrait être possible de dimensionner le système de SCAO de sorte à ce que celui-ci soit en mesure de compenser les erreurs liées au LWE et ainsi, d'assurer la capacité haut contraste de l'instrument scientifique. Cela nécessite bien évidemment de réaliser des simulations pour ce système en particulier afin de confirmer la capacité de mesure du piston différentiel avec la pyramide infrarouge sur le VLT.

Caractérisation des erreurs non Kolmogorov sur l'ELT

Sur le télescope ELT maintenant, les préoccupations au sujet de perturbations du front d'onde qui ne seraient pas pleinement descriptibles par l'effet de la turbulence sont montantes. Ces préoccupations trouvent plusieurs origines, à commencer par le phénomène du LWE, mais pas seulement : désalignements opto-mécaniques, erreurs de co-phasing, etc. Ce point pourrait rapidement devenir critique pour tous les instruments de première lumière de l'ELT (MICADO, HARMONI et METIS). Les méthodes de reconstruction mises en œuvre supposent que le front d'onde incident soit continu sur toute la pupille, elles échouent donc à reconstruire les autres termes d'erreur de front d'onde. Il est crucial de comprendre plus profondément comment les erreurs non Kolmogorov interagissent avec les méthodes de reconstruction basées sur la continuité du front d'onde. Ce type d'étude est également nécessaire afin de mieux caractériser spatialement et temporellement ce type d'erreurs. Une analyse de front d'onde en plan focal, sur la voie scientifique, semble le meilleur endroit pour assurer cette caractérisation car la longueur d'onde y est plus élevée : les tavelures résiduelles de la boucle d'OA y sont moins prononcées et la plage de capture des modes pétales est plus large.

Vers un pétalomètre

L'utilisation d'un système optique spécifiquement dédié à la gestion des modes pétales, modes faibles de l'analyseur pyramide, s'est rapidement imposée comme solution au cours de ma thèse. On a vu dans le chapitre 2 que la problématique du LWE a engendré de nombreux candidats possibles pour effectuer une telle mesure. Deux raisons désormais évidentes vont en ce sens :

- à mauvais seeing ($d_{act}/r_0 > 3$), les méthodes de continuité n'atteignent pas la performance idéale qui serait obtenue si l'ELT n'était pas fragmenté, la marge de progression est encore importante,
- la présence d'erreurs de front d'onde non Kolmogorov, qui ne répondront a priori pas à un modèle statistique établi.

Le choix d'implémentation d'un pétalomètre dépendra des caractéristiques spatiales et temporelles des erreurs résiduelles caractérisées sur ciel, après la première lumière du télescope, mais aussi de la longueur d'onde et de la quantité de photons allouées à cette mesure. Un senseur de discontinuités de phase ne peut pas être basé sur l'optique géométrique, il s'agit d'une mesure de type interférométrique. Sa réponse sera toujours λ -périodique et sa sensibilité maximisée lorsque le point de fonctionnement sera proche de la diffraction. Ces arguments plaident pour effectuer la mesure à grande longueur d'onde : le gain en qualité image quelque soit les conditions d'observation pour la voie scientifique d'un tel analyseur devrait compenser largement les quelques photons cédés à ce nouvel analyseur. Si l'on pense aux traqueurs de franges présents sur les systèmes interférométriques, il semble pertinent de songer à équiper les instruments de l'ELT de senseurs dédiés à la mesure du piston différentiel.

Plus généralement, cette thèse est l'exemple que la conception de télescopes en rupture avec les générations précédentes s'accompagne de nouveaux défis techniques. Pour les relever, la communauté astronomique doit assumer les conséquences des choix de conception qui ont été faits. Le domaine de l'optique adaptative devra s'adapter en étant capable de remettre en question les bases sur lesquelles reposent les systèmes instrumentaux actuels et proposer des solutions pour accompagner l'augmentation de la complexité des télescopes et des instruments, inhérente aux besoins scientifiques, dont l'observation d'objets plus lointains (de luminosité plus faibles) avec une résolution spatiale accrue et le défi du haut contraste font partis.

Annexe A

Construction d'un miroir déformable de type ELT

Le miroir déformable de l'ELT possède deux principales spécificités : il est fragmenté en six plaques flottantes indépendantes et les fonctions d'influence (FI) des actionneurs ont un couplage nul sur tout le DM. Ces six plaques sont donc capables d'introduire chacune des modes pistons parfaitement plats. Je propose ici un modèle analytique à partir de FI proches de fonctions gaussiennes permettant de reproduire ce DM bien particulier. Je déroule en trois étapes la construction de ces FI du DM pour un pétale. Cette opération est ensuite répétée pour les cinq autres pétales.

Fonctions d'influence infiniment dérivables, à support borné

Le point de départ est un DM dont les actionneurs sont répartis sur un maillage triangulaire régulier et dont les réponses sont identiques sur toute la pupille, le nombre d'actionneurs n_{act} est choisi par l'utilisateur. Contrairement au maillage du DM ELT défini par pétale, le maillage est ici régulier, ces deux maillages sont illustrés en figure A.1. Pour décrire les fonctions d'influence, il existe plusieurs fonctions "simples" (lorentzienne, gaussienne, ...) mais elles ne sont pas à support compact. Pour des raisons d'espace mémoire, COMPASS utilise des fonctions qui atteignent 0 dans un support borné, ce qui permet une troncature des supports des FI sans artefact. L'espace de fonctions introduit par L. Schwartz (Wikipedia contributors, 2021) permet de répondre à ce besoin : il définit des fonctions indéfiniment dérivables à support borné, elles tendent vers 0 de manière "souple". Les FI implémentées dans COMPASS sont appelées "fonctions de Schwartz" et légèrement modifiées pour suivre la relation :

$$f(r) = \begin{cases} \exp(\alpha) \cdot \exp\left(\frac{\alpha}{(r/A)^2 - 1}\right) & \text{si } -A < r < A \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

avec :

$$A = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\ln(c)/\alpha - 1}}} \quad (\text{A.2})$$

c est un nombre entre 0 et 1 qui correspond au couplage inter-actionneurs et α un paramètre arbitraire qui modifie la forme de la fonction : celle-ci tend vers une fonction porte pour α proche de 0 et vers une fonction gaussienne pour α qui tend vers l'infini. Dans COMPASS, le choix est fait de prendre $\alpha = 6$, valeur suffisante pour rendre la FI semblable à une fonction gaussienne. Ensuite, le choix de la valeur de couplage est fait de sorte à ce que le mode piston généré par la somme de toutes les FI soit le plus plat possible. Pour cela, il faudrait idéalement que les zéros de la transformée de Fourier (TF) des FI tombent exactement sur les fréquences de l'échantillonnage par une brosse de Dirac hexagonal (le maillage des actionneurs). Les zéros de la TF des fonctions de Schwartz ne sont malheureusement pas répartis sur une brosse de Dirac hexagonal, on fait le choix de placer le deuxième zéro sur le fondamental ce qui place par là même le troisième zéro assez proche du rang 2. Tous calculs faits, la valeur de couplage $c = 0,20445$ permet d'annuler la période fondamentale de la grille hexagonale et de produire ainsi un mode piston quasiment pur. Pour cette valeur, on trouve $A = 2,18625$ ce qui signifie que le support des FI dans COMPASS s'étend sur un peu plus de ± 2 actionneurs. On peut en fait même faire l'hypothèse d'un couplage nul dès le deuxième actionneur voisin (la FI y a pour valeur $4,3 \cdot 10^{-14}$). Des coupes de ces

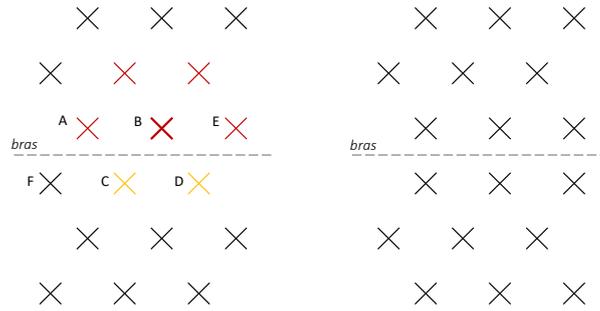


FIGURE A.1 – *Gauche* Maillage triangulaire régulier et *Droite* Maillage triangulaire du DM ELT. La délimitation par le bras d'araignée est montrée en tirets. Pour un actionneur sélectionné en gras en bord de pétale, ses quatre voisins du même pétale sont en rouge et ses deux voisins du pétale en face en orange.

fonctions de Schwartz sont montrées en colonne de gauche de la figure A.2, elles sont à symétrie radiale et identiques quel que soit l'actionneur considéré.

Cette définition des FI permet donc de générer un piston pur dans la pupille mais pas de simuler rigoureusement un mode pétale : ce dernier mode "retombe" le long des bras d'araignée du fait du manque du couplage avec les actionneurs du pétale voisin.

On définit \mathbf{IF} la matrice des fonctions d'influence des actionneurs, c'est-à-dire la réponse de chaque actionneur dans la pupille simulée : elle est de dimension du nombre d'actionneurs par le nombre de points d'échantillonnage de la pupille.

Fonctions d'influence définies par pétale, mode pétale plat

Il s'agit dans ce paragraphe de créer une nouvelle matrice des fonctions d'influence \mathbf{IF}_1 qui permet un mode piston pur sur le pétale considéré. Pour chaque actionneur, on identifie les actionneurs voisins directs appartenant à un pétale différent. On appelle *dual* ces actionneurs et on notera n_j^{dual} le nombre de dual de chaque actionneur d'indice j . Si l'actionneur est au milieu du pétale, ce nombre d'actionneur voisin sera nul et la réponse de l'actionneur est inchangée. À l'inverse, un actionneur en bord de pétale peut avoir d'un dual à quatre duaux en fonction de sa position dans la pupille ELT : sa FI sera sommée avec les FI de ses duaux, divisés par leurs propres nombre de duaux. Un exemple de sélection est montrée en figure A.1, où l'actionneur B possède quatre voisins dans le même pétale (en rouge) et deux duaux (C et D, en orange). Les actionneurs C et D possèdent également deux duaux chacun. De même, on peut dire que l'actionneur A possède deux duaux, mais l'actionneur F ne possède lui qu'un seul dual. Pour chaque actionneur du pétale, on peut écrire :

$$\mathbf{IF}_1[i] = \mathbf{IF}[i] + \sum_j \frac{1}{n_j^{dual}} \mathbf{IF}[j] \quad (\text{A.3})$$

où les j sont les indices des duaux de l'actionneur d'indice i . Par soucis de simplification, j'utilise une valeur constante $n^{dual} = 2$ ce qui est vrai presque tout le temps et qui s'avère être suffisant pour la précision recherchée (j'obtiendrai des modes pétales ayant un écart type inférieur à 0,4% et une déviation maximale inférieure à 5% par rapport à un mode pétale pur, localisée sur un très faible nombre d'échantillons de la pupille).

Etant donné que je ne souhaite considérer ici qu'un unique pétale, les FI sont ensuite multipliées par un masque binaire qui définit la zone du pétale considéré.

Opération de découplage

La dernière étape consiste à réaliser un découplage des FI, c'est-à-dire à les transformer en FI à couplage nul par simple combinaison linéaire d'elles-mêmes. Pour cela je crée une matrice \mathbf{C} qui donne les valeurs de couplage inter-actionneurs. On a :

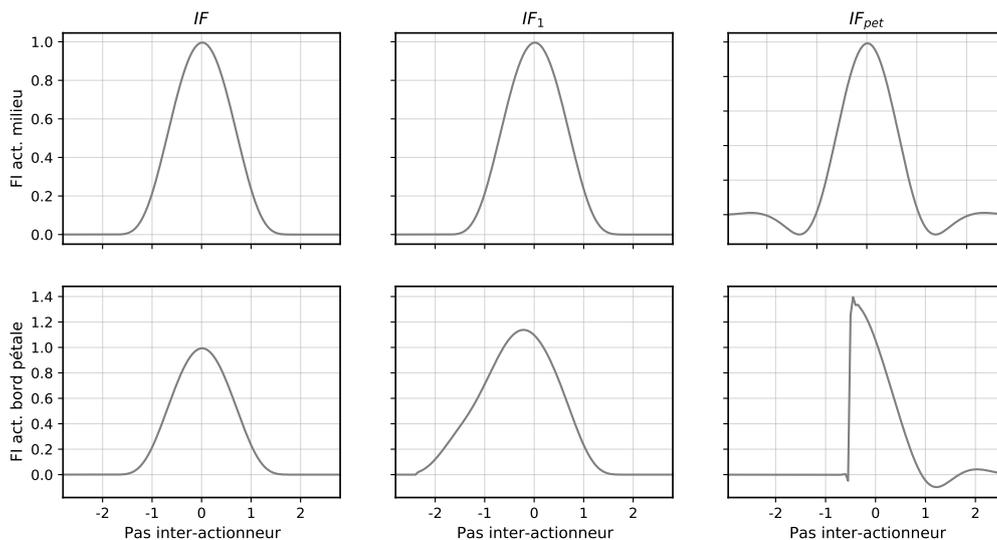


FIGURE A.2 – Coupes des fonctions d’influence aux différentes étapes de construction à partir de fonctions d’influence de type gaussiennes : *Haut* pour un actionneur en milieu de pétale et *Bas* pour un actionneur en bord de pétale. Pour le cas en bas à droite, la coupe a été réalisée perpendiculairement, de sorte que la FI s’annule à $\sqrt{3}$ fois le pas inter-actionneur.

$$C_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0,204 & \text{si } i \text{ et } j \text{ voisins directs} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Finalement, pour obtenir la nouvelle matrice des FI découplées IF_{pet} , j’utilise l’inverse de la matrice de couplage C :

$$IF_{pet} = C^{-1}IF_2 \quad (\text{A.5})$$

La figure A.2 montre les coupes des FI aux différentes étapes de calcul, à partir des fonctions de Schwartz de couplage $c \approx 0,204$ dans la première colonne jusqu’aux FI de type M4 pour la dernière colonne. Sur les deux dernières coupes, on peut apercevoir des discontinuités liées à l’échantillonnage fini des supports des FI. L’artefact observé sur la dernière coupe se trouve de toute façon sous le bras d’araignée et n’est pas perçu par le système. De plus, la coupe a été réalisée dans un axe perpendiculaire au bras d’araignée, l’annulation de la FI se trouve non pas à une unité de pas inter-actionneurs mais à $\sqrt{3}$ fois le pas inter-actionneurs.

Annexe B

Une mesure d'un rapport de Strehl sur banc

Le rapport de Strehl est une métrique très répandue en optique adaptative permettant de quantifier la performance de la compensation de la phase incidente. Théoriquement, la définition est assez simple, il s'agit du rapport entre l'intensité du pic de la tache image observée et de celui de la tache image limitée par la diffraction, tous deux pris sur l'axe optique :

$$SR = \frac{I_{banc}(0,0)}{I_{diff}(0,0)} \quad (\text{B.1})$$

En simulation, le calcul de ce rapport est évident. Il en est tout autrement lorsque nous cherchons à mesurer le rapport de Strehl sur un banc expérimental car nous n'avons alors pas accès à la tache image limitée par la diffraction I_{diff} . Les différents composants optiques introduisent une quantité d'aberrations inconnues au départ de l'expérimentateur. Il existe plusieurs méthodes de mesure expérimentale de rapport de Strehl, Roberts et al. (2004) détaille et compare plusieurs d'entre elles afin de discuter de leur exactitude et de leur précision. Je présente ici la méthode développée pour faire cette mesure sur la caméra dite "scientifique" du banc SESAME. Elle se décompose en trois étapes relativement simples.

Génération d'une FEP théorique

Dans un premier temps, je calcule une FEP théorique ayant le même diamètre angulaire que la FEP sur le banc. Il faut pour cela connaître deux quantités : le nombre de pixels d'un côté du détecteur N (le détecteur est supposé carré) et le nombre de pixels contenus dans le rapport $\frac{\lambda}{D}$. Dans ce manuscrit, cette deuxième quantité est l'inverse de la valeur $u = \frac{Dz}{\lambda}$ (voir section 5.2.2). Pour la mesurer, il n'est pas nécessaire d'avoir une tache parfaitement limitée par la diffraction, elle peut être déduite d'une méthode de type "trous d'Young" ou en appliquant une phase périodique connue dans le trajet optique (ce qui a été fait en section 5.2.2). On peut désormais construire la fonction pupille du système comme une matrice carrée de dimension $N \times N$, de transmission nulle, percée d'un disque de diamètre $D_P = N.u$ de transmission égale à 1 (je suppose que le système ne souffre pas d'inhomogénéités de transmission).

La FEP théorique, dépourvue d'aberration, est ensuite simplement obtenue par transformée de Fourier de cette fonction pupille notée P :

$$FEP_{diff} = |\mathcal{F}(P(x,y))|^2 \quad (\text{B.2})$$

La fonction pupille P et la FEP sont montrées en figure B.1 avec les grandeurs évoquées. La tache image obtenue est de diamètre u^{-1} [pix].

Calcul du coefficient de normalisation a

Cette étape consiste à déduire le coefficient a qui traduit l'intensité de la FEP théorique en intensité de la FEP sur le banc. Etant donné que nous n'avons pas accès à une FEP limitée par la diffraction sur le banc, auquel cas il aurait suffi de faire le rapport des pics d'intensité des deux FEP, une manière de faire ce calcul est de considérer l'énergie intégrée. En effet, l'énergie de l'image sur le détecteur est conservée quelle que soit les aberrations de phase. Cela est vrai à condition que tous les speckles du banc soient contenus dans le détecteur, et pour cela je ferai ce calcul avec une FEP du banc "pas trop" loin de la

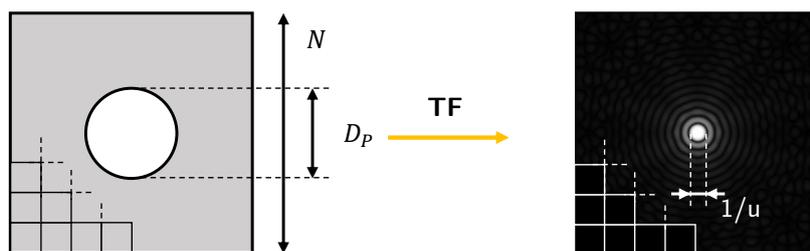


FIGURE B.1 – Paramètres des dimensions de support N [pix] et de diamètre de pupille D_P [pix] afin d’obtenir par transformée de Fourier une tache d’Airy de largeur à mi-hauteur u^{-1} [pix]

diffraction, c’est-à-dire présentant un seul cœur cohérent. Je retranche également à cette image un fond expérimental qui tient compte de l’offset électronique du détecteur et du fond instrumental. Par contre, la méthode peut souffrir de la présence de réflexions parasites. Le coefficient a est ainsi mesuré comme le rapport des énergies des taches images théorique et sur banc, intégrées sur la surface du détecteur S de mêmes dimensions $N \times N$:

$$a = \frac{\int_S FEP_{banc}(x, y) dx dy}{\int_S FEP_{diff}(x, y) dx dy} \quad (\text{B.3})$$

Mesure du rapport de Strehl

Finalement, la mesure du rapport de Strehl est donnée en prenant le maximum de la FEP expérimentale, normalisée par a :

$$SR = \frac{\max(FEP_{banc})}{a} \quad (\text{B.4})$$

où \max est la fonction qui donne la valeur maximale. Le choix de la valeur maximale plutôt qu’une valeur sur axe de la FEP est justifiée par la difficulté à estimer une position stable et exacte de l’axe optique, notamment du fait des dérives en tip/tilt qui peuvent subvenir au cours du temps ; ce rapport est insensible aux translations de l’image. L’inconvénient de cette propriété est que la moyenne de ce rapport de Strehl n’est en général pas égale au rapport de Strehl de l’image moyenne, mais du reste, elle facilite considérablement la mesure d’un rapport de Strehl expérimental.

Annexe C

"Dealing with the wavefront discontinuities induced by the telescope spider", (2020), Proc. SPIE 11448

Petalometry for the ELT: Dealing with the wavefront discontinuities induced by the telescope spider

Bertrou-Cantou A.^a, Gendron E.^a, Rousset G.^a, Ferreira F.^a, Sevin A.^a, Vidal F.^a, Clénet Y.^a,
Buey T.^a, and Karkar S.^a

^aLESIA, Observatoire de Paris, Université PSL, CNRS, Sorbonne Université, Université de
Paris, 5 place Jules Janssen, 92195 Meudon, France

ABSTRACT

The presence of a six legged 50cm-wide spider supporting the secondary mirror of the Extremely Large Telescope (ELT) breaks the spatial continuity of the incoming wave-front. Atmospheric turbulence, low wind effect and thermo-mechanical drift of the deformable mirror are all potential contributors to discontinuities between the six segments of the ELT pupil. It is therefore necessary to measure these differential pistons in order to reconstruct the full wave-front.

The pyramid wave-front sensor is currently the preferred design for adaptive optics systems. However, it was shown to be a poor differential piston sensor in the visible, under partial turbulence correction, leading to a severe degradation of the image quality. Using the COMPASS adaptive optics (AO) simulator, we first investigate strategies to ensure the spatial continuity of the correction applied on the deformable mirror. These methods present some limitations in strong seeing conditions, when the corrugated phase varies a lot below the spider legs, and lead to a significant degradation of the Strehl Ratio.

To tackle this critical issue, we propose as a second step to couple the continuity hypothesis with a *petalometer*: a sensor specifically designed for sensing the differential piston. As candidates, we compare an unmodulated pyramid, a Zernike wavefront-sensor and a Zernike coupled with a field stop. We present results regarding their sensitivity and their reliability when working in operation, in presence of realistic AO residuals.

Keywords: Extremely Large Telescope, differential piston, spiders, segmented deformable mirror, wavefront continuity, petalometer.

1. INTRODUCTION

The SCAO (single conjugate adaptive optics) of the MICADO MAORY instrument relies on a pyramid wavefront sensor (P-WFS)^{1,2}. The high sensitivity of this sensor is valuable in the context of extremely large telescopes but presents severe limitations already described in Ref. 3.

The pupil of the ELT, led by ESO, is characterized by 6 thick spider legs supporting the secondary mirror, larger than the turbulence coherence length and than the inter-actuator pitch, and by the presence of a deformable mirror (DM) segmented behind the spiders. The pupil is not continuous anymore, but consists in 6 independent segments. This drastically impacts the reconstruction of the wavefront and brings a new aberration: petal modes. We call *petal mode* the wavefront composed by a piston over a single pupil segment, while the five others are left to 0. When not corrected, the atmospheric petal modes evolve rapidly and require to be compensated at the rate of the SCAO loop. Also, the low wind effect (LWE) emerged as a critical issue at VLT⁴ and SUBARU⁵ telescopes, and severely degrades the performance of the coronagraphic modes of the instruments. LWE occurs when the wind is not able to homogenize the temperature throughout the pupil, and creates slowly varying phase steps across the pupil areas separated by the spider legs. Studies are carried out to investigate the occurrence and properties of this effect, but because of its spiders thickness and emissivity, it is widely expected to occur on the ELT.

Further author information: arielle.bertrou@obsppm.fr

Finally, it also becomes clear that the chosen sensor, a $3\lambda/D$ modulated pyramid in the visible, will not provide a measurement of the atmospheric petal modes or the phase discontinuities present at the spiders location, in operation. Indeed, the presence of AO residuals creates a bias in the pyramid petal measurements and generates a spurious, drifting petal command on the DM (see Ref. 6). It is possible to derive the petal values of the atmospheric turbulence induced phase fluctuations from continuity hypothesis. However, some uncertainties remain, especially when the seeing is poor and the corrugated wavefront is uncorrelated across the spider. A few continuity-based reconstruction solutions have been proposed, based on actuators pairing in Ref. 3 and on minimum mean square error (MMSE) reconstructor in Ref. 7 and Ref. 8. Although useful, the problem of sensing effectively the phase discontinuities across the spiders is still to be completely addressed. There is little doubt that a *petalometer* will be necessary to get a fine phasing of the 6 petals, that is an optical solution to measure the differential pistons either left by continuity hypothesis under poor seeing conditions, or due to physical phase steps within the pupil, or both.

In Sec. 2, we propose a new *continuous basis* concept, that forces the wave-front continuity to obey Kolmogorov's law of turbulence, and we compare its performance with the actuators pairing method. From the temporal power spectrum of the residual differential pistons fluctuations, we can derive a working loop frequency for a petalometer dedicated to sensing these residuals. We then compare in Sec. 3 two petal-sensing strategies to serve this purpose, under realistic AO residuals conditions, at three frequency control loop. These sensors, already well known, are based on phase masks placed at the Fourier plane of the system: the first is an unmodulated pyramid - a non modulation being the highest sensitivity regime for petal modes, and the second is the Zernike WFS, already used to characterize low-wind effect at VLT.⁹ We also include the use of a field stop in order to filter out the high spatial frequencies of AO residuals.

2. WAVEFRONT RESIDUALS INDUCED BY CONTINUITY HYPOTHESIS

2.1 The *simplified KL* modal basis

We use a modal basis whose computation is optimized when large number of modes are involved. These modes are defined over the actuators space, they span the full DM and are approximately orthogonal. They are built orthogonal to the full-pupil piston mode as this mode is not relevant here. They are defined over the ELT pupil, as a whole, not by segment. They are sorted by increasing spatial frequency, and the spatial frequency content of each mode has a single modulus, at least for the first three quarters of the modes (i.e. the Fourier transform of each mode is a ring). The frequency content of the last modes is also made of "rings" but centred on the "waffles" frequencies of the DM. The first three quarters of the modes are also very close to the Karhunen-Loeve atmospheric modes.

We will call it the *simplified KL* basis hereafter and note it B_g . Its exact, detailed nature and computation method is not relevant for the rest of our study, which is why we will not describe it further.¹⁰ Although quite efficient and handy on a non-segmented pupil, this basis is not particularly suitable for handling the petal modes (it has not been constructed as such) and, used without any supplementary precaution it leads to diverging petal modes (as any other basis would do as well).

We will describe how to modify this basis in the following sections in order to make it "petal-mode compliant".

2.2 Modal basis based on wavefront continuity hypothesis

The actual wavefront sensor, a modulated pyramid, does not provide us with a reliable measurement of the residual differential pistons. Plus, its capture range is limited by its sensing wavelength, which, at 700 nm, is not sufficient. We hence have to by-pass this measurement, and instead turn to algorithmic reconstruction methods to get a better estimate of the differential piston value. The wave-front phase corrugated by atmospheric turbulence naturally contains differential piston: it is thus inconceivable to filter the petal modes out, as they must be part of the command. However, atmospheric wave-fronts have the interesting property to produce a continuous phase. Based on that hypothesis, we can constrain the reconstruction applied to the deformable mirror. We investigate two strategies to modify a given modal basis in order to obey the continuity hypothesis. In this case, the starting modal basis is the *simplified KL* basis, B_g , previously described.

2.2.1 Pairing

Pairing was proposed by Schwartz et al.³ in the frame of the SCAO module of the HARMONI instrument. It enforces a pair of actuators, located on both edges of a spider leg, to take the same value. We identify these pairs of actuators (180 in total) and apply an equality relationship between the actuators sitting on either sides of the spider leg. We then get a new modal basis, that we call the paired basis \mathbf{B}_p .

2.2.2 Continuous basis

We introduce here a second method which leads to a continuous basis.

In order to avoid petal divergence, the basis must be designed in a way that no *pure* petal mode can be generated by linear combination of modes. Of course petal modes can be generated, as long as they come together with other modes (just consider the example of astigmatism, for instance, that naturally comes with built-in petals). But the specificity of the basis is that no linear combination of the modes allows petal modes to come alone, pure. Petals are necessarily to be looked to something the pyramid can detect. The control basis must have a minimum of 6 dimensions fewer (and possibly more) than the original basis : it will span an hyperplane of the DM space. This hyperplane is not orthogonal to petals (we insist: petals are required for compensating the atmosphere), but none of its vector can be collinear to it. We can take for instance the example of the paired basis to illustrate this better : it is impossible to produce a pure petal when the actuators are paired, without moving the actuators at the spider edges of the two neighbouring segments. Said differently, the petal mode is out of the space spanned by the basis. Our idea is to follow this scheme : we will suppress degrees of freedom by creating mathematical links between edge actuators, a link that will force actuators to match Kolmogorov statistics, better than just pairing them. By imposing a mathematical relation between the actuators of 2 neighbouring segments across the spider, we can be certain to prevent the divergence of petals.

In the new modal basis, we will re-compute the amplitude of the actuators located on one of the edges of the spider leg (the "slaved" ones) from the values of the other ones (the "master" ones), and in such a way that they follow Kolmogorov statistics. On one hand, we know the position and amplitudes of the master actuators, and on the other hand, we know the position of the slaved actuators. The phase structure function of atmosphere is related to the distance which separates two nearby points in the telescope pupil. Knowing the distance $\delta_{i,j}$ between actuators i and j , we derive the phase covariance matrix of the master actuators $C_{k,k}$ and that of the slaved actuators $C_{u,k}$, with k the actuators positions to keep, and u the actuator positions to be estimated:

$$C_{i,j} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\delta_{i,j}}{r_0} \right)^{5/3} \quad (1)$$

The reconstructor that minimizes the error is hence $\mathbf{R} = \mathbf{C}_{u,k} \mathbf{C}_{k,k}^{-1}$ and the continuous basis can be expressed from the starting *simplified KL* basis with the relation : $\mathbf{B}_c = \mathbf{R} \mathbf{B}_p$

We note that we use the exact same method to extend the modal basis to the actuators which are located to the border and outside of the effective pupil of the telescope, and which tend to diverge or are uncontrolled because they are unseen by the P-WFS.

The continuous basis has the characteristics to keep the low order modes unaffected, unlike the paired basis. The importance of the method is hence perceivable with higher modes, the ones that allow discontinuities in the command. Both \mathbf{B}_p and \mathbf{B}_c reduces the exact same number of degrees of freedom, that is the 180 actuators which have been constrained. Figure 1 shows a close up of a same phase generated by three basis and a cut profile across a spider: to the left is shown the starting basis where we can see a discontinuity and the two others images are obtained using continuity hypothesis. In the center, the pairing enforces the pairs of actuators to take the same value and is a management of continuity to zero order whereas in the right image, the MMSE based on Kolmogorov allows an approximate continuity of the phase slope.

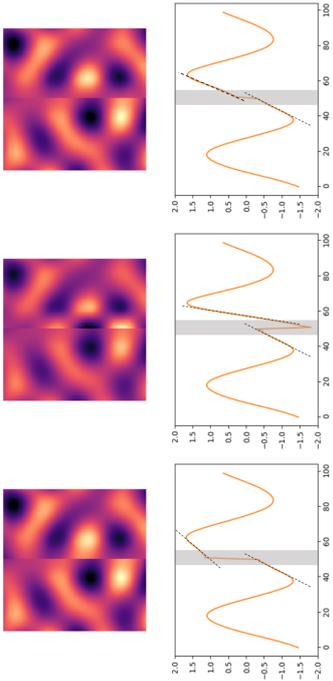


Figure 1. Example of a mode obtained with, left: the starting *simplified KL* basis \mathbf{B}_g , middle: the paired basis \mathbf{B}_p , right: the continuous basis \mathbf{B}_c . On top we show a close up of the phase at the spider location and below is plotted the profile of the phase across the spider, which is depicted in transparent gray. We also add in dotted black line the slopes of the mode at each side of the spider.

2.3 Adaptive Optics Simulation Set-up

We use the now widespread adaptive optics end to end simulator COMPASS¹¹ to generate an ELT like environment. The collecting mirror is composed of 798 hexagonal segments, making a dodecagonal pupil. The co-phasing errors and the segments gaps are here neglected: the primary mirror acts like a monolithic one. A six legged spider, with 50 cm thickness, supports the secondary mirror. The latter is on axis and obstructs 28% of the pupil in diameter. The deformable mirror is made of 5352 actuators, that is 892 per petal, arranged following an hexagonal geometry. The influence functions of the actuators are derived from a finite element model (FEM), provided by ESO, such that the actuation by the same amplitude of all actuators inside a petal create a flat piston inside this region. The definition of the influence functions is hence anisotropic and this property is critically important for petal sensing. We use the MICADO MAORY SCAO WFS design as baseline. A 3 λ/D modulated pyramid provides the best compromise in terms of sensitivity and dynamic range at all seeing conditions, it is used with 92 pixels across the pupil.¹² The sensor is fed by polychromatic light between 600 and 900 nm. We however here simulate a monochromatic beam at $\lambda_{WFS} = 700$ nm, and the simulations are run without considering any noise.

The interaction matrices \mathbf{D} are computed for the three aforementioned basis, that is the *simplified KL* basis, the paired basis and the continuous basis. The first is used in a simulation used as reference, where we perform a perfect compensation of the petals, with a 1 frame latency. We also use this basis to compare with simulations where the petals are unmanaged, and only rely on the modulated pyramid measurements.

We carry out our study for values of D/r_0 ranging from 100 to 285, with D being the telescope diameter (39 meters for the ELT), and r_0 being the Fried parameter expressed at the sensing wavelength. At 500 nm, the range of studied r_0 is from 7.6 to 21.2 cm. A first set of simulations is acquired without modal gain compensation and a unitary loop gain. A second set is acquired using optical gain compensations, derived from the CLOSE algorithm^{13,14}. For good seeing (below 1 arcsec), the setpoint is chosen to be null and the increase and decrease loop speed are set to 1/100. For worse seeing, we chose a calmer use of CLOSE, with a positive setpoint of 0.1. This is done in order to get smaller gains of low order modes. Indeed, when using the paired and continuous basis, the differential piston modes exist in the modal decomposition but are badly, or not seen by the pyramid: CLOSE tends to overestimate the low order modes and it can lead to a loop divergence. This is a sensitive issue which is partly discussed in Ref.⁶ All of this is repeated for 10 random realizations of atmospheric turbulence phases, for each r_0 , in order to get a better statistical coverage.

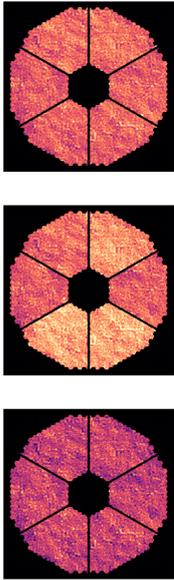


Figure 2. AO residual phases obtained for $\tau_0 = 12.8\text{cm}$ and with (a) a perfect compensation of differential piston, (b) the paired basis, (c) the continuous basis. The same color scale is applied to the 3 phases.

2.4 Results

2.4.1 Performance

We run AO simulations at 500 Hz, with a unitary integrator gain and with the CLOSE algorithm to drive the modal gains, using the 4 aforementioned methods:

- In gray, reference is obtained controlling the DM modes thanks to a modal reconstructor computed with the *simplified KL* basis \mathbf{D}_g^\dagger and where the differential pistons are ideally compensated with a 1 frame delay
- In blue, the modal reconstructor computed with the paired basis \mathbf{D}_p^\dagger
- In orange, the modal reconstructor computed with the continuous basis \mathbf{D}_c^\dagger
- In green, the modal reconstructor computed with the *simplified KL* basis \mathbf{D}_g^\dagger , the petal modes are then simply handled through the modulated P-WFS measurements

We show in Fig. 2 examples of the simulated residual phases at $\tau_0 = 12.8\text{ cm}$, and in Fig. 3 a comparison of the long-exposure Strehl ratio (LESR) obtained for the 4 simulated cases, for all the studied τ_0 values, without (left) and with (right) modal gain compensation.

The use of the *simplified KL* basis leads to λv_{FS} phase steps, to random fluctuations or even to unlimited divergence of differential pistons (up to tens, hundreds of microns...) depending on the turbulence strength. Any real system would actually saturate instead, and would immediately stop working : the performance given here assumes a system with an infinite stroke. This effect severely decreases the observed Strehl Ratio in the scientific camera and the use of CLOSE is of no help for controlling the petal modes from the pyramid measurements. To the contrary, both continuity methods successfully avoid divergence of differential pistons, and achieve long-exposure Strehl ratios three time better than when the petals are controlled using the pyramid measurements. The continuous basis offers better performance, both in terms of intra petal residual error and petal error, and is closer to the reference performance than the paired basis. This results in a gain of about 8 points of Strehl for the continuous basis at good seeing (τ_0 from 12 to 18 cm). The CLOSE algorithm for gain tracking is especially prominent when the P-WFS operates with bad seeing conditions, that is when the pyramid is particularly prone to modal sensitivity loss. For seeings worse than 1. arcsec, we start to hit the limits of continuity based methods, as the phase on either side of the spiders is more and more uncorrelated. However, we note that it still constrains the wavefront reconstruction and prevents any unlimited divergence of the differential piston.

2.4.2 Temporal considerations

Here we perform an analysis of the temporal properties of the residual differential piston that the continuity-based methods leave uncompensated.

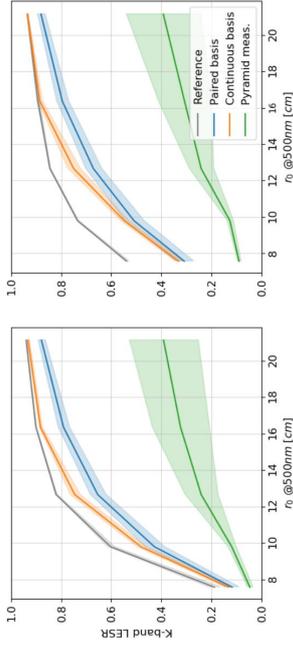


Figure 3. Long Exposure Strehl Ratio in K-band obtained for a set of seeing conditions and with a sensor in R-band with: a reference case with no petal error, the use of the pairing method, the continuous basis, and when the petal error is handled with the modulated pyramid. (left) unitary scalar integrator gain (right) optical gain compensation with CLOSE algorithm.

In Figure 4 we compute the temporal power spectra of the residual differential pistons fluctuations (up), and their integrated value (down). We compare the cases of the paired basis (blue) and the continuous one (orange). It is surprising to see how purely spatial considerations on the modes turn into such different temporal behaviors.

Progressing from high towards low frequencies will bring us increasing interest. The peaks at 120 and 240 Hz have no impact here and can be ignored: they are a simulation artefact related to an irregular step-by-step progression of the frozen flow atmospheric phase screen. The power spectra rapidly decreases at $f > 20\text{ Hz}$ identically with both solutions. Important differences lie at low frequencies : the continuous basis performs particularly well (better than paired basis) under $\approx 8\text{ Hz}$, with a flat power spectra of residuals ; this frequency range is where all the benefit occurs. Then, depending on the (bad) seeing it may become worse in a small middle-frequency range. It is still unclear why we observe that sort of “overshoot” around 10 Hz. However, for sure, this energy is not simply left uncompensated petals from atmospheric turbulence but, on the contrary, it is an *introduced* error on top of atmospheric residuals because of our method. A second issue we highlight is the non linearity of the power spectra with respect to the τ_0 . We have not varied any parameter of the spatial properties of the AO loop, but only scaled the input turbulence amplitude when changing of τ_0 ; then why isn't the output spectrum just a scaled up version too ? We assume this effect as to do with the pyramid sensitivity loss at bad seeing and CLOSE trying to counter-balance it. At the end, it impacts the temporal sensitivity through a gain in the servo loop. This aspect is currently under study.

Examining the graph of the cumulative power error points out that the large benefit of the continuous basis at low frequencies allows it to always get a better differential piston error than the paired basis, despite its errors around 10 Hz. A performance of 50 nm RMS of petal error is expected at very good seeing whereas it degrades and is of about 300 nm RMS for $\tau_0 = 9.8\text{ cm}$.

If an additional device (or setup, or whatever smart trick) was to be used to measure optically the residual differential piston in the view of improving the performance further, our recommendation would be to design it with a minimum temporal compensation bandwidth of at least 10 Hz; that is where most of the energy is confined, as clearly shown by the integrated spectra from Fig. 4. Considering one single frame of delay of the petal correction loop, that in turns means that a sampling frequency of the order of 100 Hz is expected (or possibly a minimum of 50 Hz depending on the temporal corrector). This recommendation only concerns the case of pure atmospheric piston ; the case of LWE should be treated separately.

3.1 Petal sensors candidates description

3.1.1 Unmodulated Pyramid

Working with no modulation sets the pyramid in the highest sensitivity regime for petal modes, as the incoming PSF core is split by the tip of the pyramid and can interfere in the following pupil plane.¹⁵ Even though this is the best compromise to sense petals, their sensitivity stays well below the one of the higher orders. Some strategies consisting in “playing” with the modulation have been considered in order to use a single pyramid as petal sensor and intra petal modes sensor. Engler et al.¹⁶ suggest to periodically stop the modulation during one frame (a clever solution but which—in turns— forbids any possibility for time-averaging the signal). It could also be a “clover”-shaped modulation with an accurate clock synchronization.

3.1.2 Zernike wavefront sensor

The Zernike WFS consists in a phase mask where a circular spot of diameter d_z and depth of $\pi/2$ radians is placed in the center of the focal plane. The light undergoing a phase shift interferes with the higher frequencies of the residuals and encodes the wavefront distortions in the following pupil plane. Depending on the mask diameter, it is possible to choose the spatial cut-off frequency of this low-pass filter. We want to optimize the sensitivity for the petal modes and we choose a diameter of $d_z = 1.5\lambda/D$. This filter exhibits the largest sensitivity to petal modes and a rather similar, moderated sensitivity to the higher order modes. Indeed, those latter are not of any interest here, and they will create noise in the sensor plane as soon as their phase will wrap. To really get rid of these high spatial frequencies, we add to the traditional Zernike WFS a field stop of $5\lambda/D$ radius to get a null sensitivity above the 50th mode of the DM. The two configurations, with and without field stop are studied.

3.2 Sensitivity loss and bias due to AO residuals

We assume that the interaction matrix \mathbf{D} of each of the two sensors is calibrated around diffraction, where a reconstructor \mathbf{D}^\dagger is derived. When in operation, the incoming beam is however affected by speckles due to modal residuals and the mirror fitting. Because the PSF core is reduced, it results in a loss in sensitivity of the WFS. A cross-talk can also affect the modal reconstruction, and this issue is especially critical with petal modes.⁶ The operating regime can then be characterized for each mode i with two quantities: the sensitivity loss α and the bias β .

$$\phi_i^{rec} = \alpha(\phi_i^{val} + \beta) \quad (2)$$

It is now demonstrated that the use of modal optical gain (OG) can tackle the sensitivity loss which occurs with on-sky residuals,¹⁷ using for each mode the inverse of its sensitivity loss : $OG_i = 1/\alpha_i$. The bias can basically be taken as the petal measurement when there is not in the residuals, and is a consequence of aliasing of all order modes onto petal modes. This bias is stochastic, it has a null mean but can exhibits large and non negligible values for the AO correction depending on the considered residual phases amplitudes.

As said earlier, the considered petal sensors will be used coupled to a $3\lambda/2$ modulated pyramid, and with the use of the continuous basis \mathbf{B}_c . We then consider these modal residuals as an input to the petal sensor. To do so, we acquire sets of short exposure phase residuals, obtained with a SCAO loop at 500 Hz. These residuals are then shown to the considered petal sensors and their measurements are averaged over time: 10 frames are averaged for the middle frequency petal measurement of 50 Hz, and 100 of them for a 5 Hz low frequency petal compensation. We also consider the case without averaging, that is 500 Hz.

3.2.1 Sensitivity Loss

To characterize the petals sensors, we get interested in the mean sensitivity loss coefficient ($\alpha \leq 1$ with $\alpha = 1$ being the calibrated sensitivity). Results are shown in Fig. 5 for the unmodulated pyramid and for the Zernike WFS with and without field stop, at various r_0 .

It is clear from Figure 5 that the pyramid and Zernike mask undergo a drastic loss in sensitivity for bad seeing. Indeed, above 1 arcsec, we previously showed that the Strehl ratio in K-band is less than 40%, so less

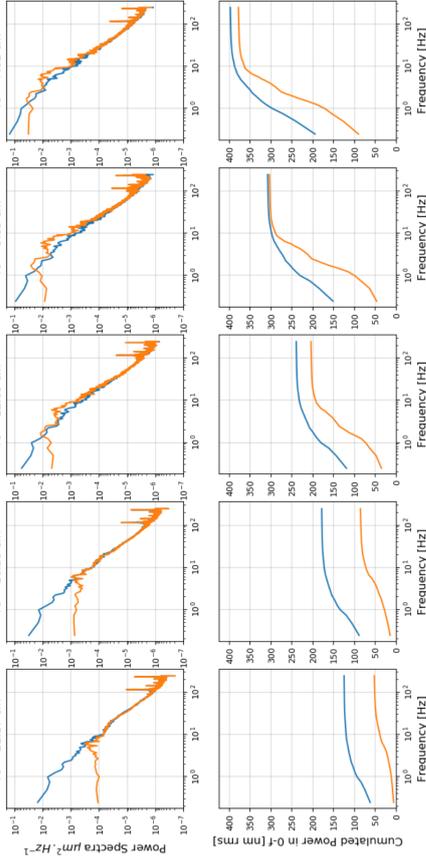


Figure 4. (top) Temporal power spectra of the differential pistons fluctuations at different seeing conditions, and left by the studied wavefront continuity hypothesis: the pairing method (blue) and the continuous basis (orange). (Bottom) Cumulated error depending on the loop frequency.

3. COMPARISON OF ZERNIKE MASK AND UNMODULATED PYRAMID AS PETAL SENSORS

We consider the use of an additional setup that will now help us to measure the residual differential pistons, whether the latter either originates from continuity hypothesis residuals as explained above, or from other external source of petal error (LWE, telescope drifts, ...). We will characterize two of these petal sensors: an unmodulated 4 faces pyramid, and a Zernike WFS. We know of course that best functioning regimes would undoubtedly be obtained at IR wavelengths. Switching to the IR is indeed so easy to do in a simulation: it is as easy, than it is difficult and cumbersome in the real life when it comes to dichroics coatings, IR detectors, science trade-offs, etc. For that reason we voluntarily restrict the frame of our study to the case where only a fixed, given spectral band-pass is available to the wavefront sensing channel, assuming the IR wavelengths are taken by science operations. It is the goal of our study to ensure that going to IR is a strict necessity, rather than just an easy, comfortable concept.

The petal sensors will thus operate at 700 nm around closed loop residuals obtained with the continuous basis \mathbf{B}_c , and we will compare 3 rates and cases of operation:

- a working loop frequency of 500 Hz, that is the frequency of the SCAO system
- the petal sensor is used to measure the residual differential pistons of the AO residuals related to the continuity hypothesis reconstruction, with a typical 50 Hz loop frequency.
- the petal sensor is used to measure lower temporal fluctuations of differential pistons, which could exist in presence of LWE. We study here a compensation at 5 Hz.

All results are here shown using the CLOSE algorithm optimising the modal gains, and the AO residuals obtained with the continuous basis. The seeing condition range from $r_0 = 7.6$ cm to 21.2 cm at 500 nm. The reader will easily use these conclusions at other sensing wavelengths by shifting accordingly the Fried parameter.

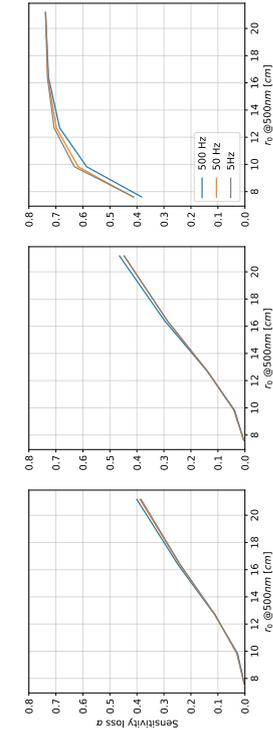


Figure 5. Sensitivity loss α of the WFS in operation with respect to its calibrated regime for (left) the unmodulated pyramid, (middle) the Zernike WFS with $d_z = 1.5\lambda_D$ and (right) Zernike WFS with an additive field stop of radius $r_{FS} = 5\lambda_D$. 500 Hz, 50 Hz and 5 Hz loop frequencies are displayed in blue, orange and gray.

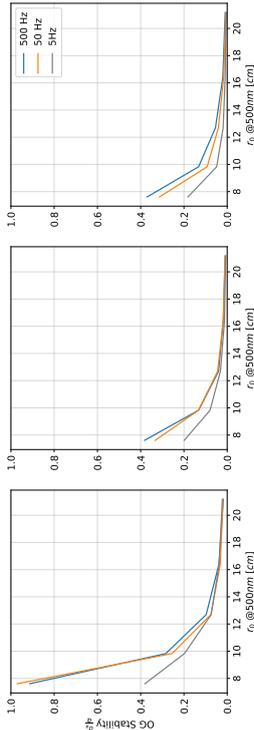


Figure 6. Optical gain stability $\frac{\sigma_\alpha}{\alpha}$ for (left) the unmodulated pyramid, (middle) the Zernike WFS with $d_z = 1.5\lambda_D$ and (right) Zernike WFS with an additive field stop of radius $r_{FS} = 5\lambda_D$. 500 Hz, 50 Hz and 5 Hz loop frequencies are displayed in blue, orange and gray.

than 0.1% in the visible, where the sensor is operating. The PSF is largely dominated by the speckles and the PSF core is very faint and sparsely distributed within the sensing regions: the tip of the pyramid or the $\pi/2$ phase step of the Zernike mask. The benefit of the field stop is tremendous as low orders are not affected anymore by the noise resulting from the high spatial orders. It enables to maintain the sensitivity to 40% with respect to calibration even with the worst studied r_0 . Finally, the use of different frequency loops has a negligible impact on the sensitivity, as the sum of null sensitivity measurements stays null anyway.

3.2.2 Optical gain stability

The stability of the optical gains is the ratio between the standard deviation of the sensitivity loss α computed for 10 independent realizations and its mean. It is of critical importance, as too large errors would lead to always under and overestimate the modal compensation and unable to converge towards a stable solution. In the framework of petal sensing, the OGC does not only depend on the phase realization power spectrum. At $r_0 = 12.8\text{cm}$, Figure 6 shows the gains have a 10% relative 1-sigma uncertainty. For comparison, this number is much higher than for the gains applied to the other modes, with 2% uncertainty, but better than using a modulated pyramid for petal sensing, with 30% uncertainty in the same conditions. This instability strongly increases with the residuals amplitude. The Zernike mask is less prone to gains variations than the pyramid, and we notice a clear improvement when we operate with temporally averaged phase residuals.

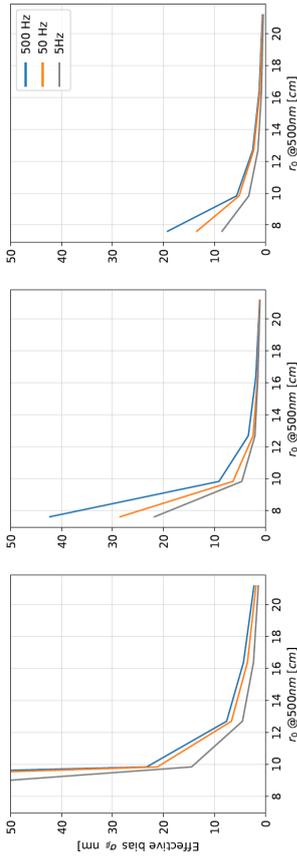


Figure 7. Effective bias introduced by the wavefront sensor at each frame due to the presence of residuals for (left) the unmodulated pyramid, (middle) the Zernike WFS with $d_z = 1.5\lambda_D$ and (right) Zernike WFS with an additive field stop of radius $r_{FS} = 5\lambda_D$. 500 Hz, 50 Hz and 5 Hz loop frequencies are displayed in blue, orange and gray.

3.2.3 Bias

The bias is the projection of the sensor measurements onto petal modes, through the reconstructor D^\dagger , around a residual phase deprived from petal errors. It is independent of the wavefront realization acquired at the same seeing and it can be shown that it follows a normal distribution with a null expectation. We then compute the standard deviation of the bias obtained for 10 uncorrelated realizations to characterize this error, for each r_0 . We show in Figure 7 this effective error, in nm, introduced by the sensor at each iteration when operating in the presence of AO residuals. The use of the Zernike WFS enables to reduce the effect of the high orders during the reconstruction with respect to the pyramid, and this is even more true when the field stop is applied to put the high orders out. Once again, we note a positive effect of the temporal averaging. The bias following a normal distribution with a null expectation, the mean of the "slopes" aims and is effective to reduce the measurement noise.

4. CONCLUSIONS

The presence of thick spiders at ELT fragments the incoming wavefront and is responsible for petal shaped aberrations. The use of an inappropriate sensor, a modulated pyramid, to tackle this aberration results in a strong degradation of the imaging quality and compromises the scientific expected performance. In this paper, we propose a new method to reconstruct the full wavefront. Any mathematical constraint between the actuators of a segment and the one of the neighbouring segment enables to create a hyperplane of the DM space and prevents petal divergence. The use of a constraint based on Kolmogorov statistics especially makes sense to correct for turbulence induced wavefront distortions. This method is particularly interesting at low temporal frequencies compared to pairing, with a flat power spectrum below 8 Hz. All the benefits of the method relies there: it results in a gain of 8% in the Strehl Ratio compared to pairing and avoid petal divergence at all seeings. For seeing better than 1.2 arcsec, the performance is very close to the one obtained with an ideal correction of the atmospheric petals. Nevertheless, it is flawed when the turbulence amplitude increases and the atmospheric coherence length decreases, with remaining large differential pistons amplitudes. We note that a big majority of the error holds below a bandwidth of 10 Hz.

In a second step, we investigate optical devices to correct for the continuity hypothesis induced differential pistons, at a rate of 50 to 100 Hz, or to correct for slowly varying low order aberrations, as for low wind effect. Even if better than the modulated pyramid, neither the unmodulated pyramid nor the classical Zernike WFS is reliable in the visible, in presence of strong AO residuals. Indeed, the latter is not only responsible for a drastic loss in sensitivity compared to calibration, but also for a modal entanglement which lead the sensor to provide a biased command of the DM. The use of a field stop to get rid of the noise measurement introduced by the high

frequencies of the residuals is then especially useful. This was obtained with an arbitrary field stop radius of $5\frac{\lambda}{D}$ but an even better compromise between low and high orders filtering could possibly be found. It also means that the use of phase diversity techniques could also work in the visible, where the high frequencies are spatially separated from the lower ones. Furthermore, we report that the averaging of the wavefront sensor "slopes" does not help to recover a lost sensitivity but can lower the measurement noise. To get an effective, positive effect on the bias, a loop at 100 Hz is clearly not enough, the averaging should be made over a high number of iterations, and can find applications in the case of slowly varying aberrations. However, it is important to point out that the petal sensing is still limited by its capture range, that is $\pm\frac{\lambda}{2}$. In the visible, this capture range is not sufficient to correct for the differential piston residuals induced by the continuous modal basis, at strong seeing. As the τ_0 is anyway set by the atmospheric turbulence, it obliges the user to work with two sensing wavelengths to dispel the λ ambiguity or to shift to higher sensing wavelengths...

REFERENCES

- [1] Clénet, Y., Buey, T., Gendron, E., Hubert, Z., Vidal, F., Cohen, M., Chapron, F., Sevin, A., Féroud, P., Barbary, G., Baudoz, P., Borgo, B., Nejma, S. B., Chambooleyron, V., Deo, V., Dupuis, O., Durand, S., Ferreira, F., Gaudemard, J., Gratadour, D., Huby, E., Huet, J.-M., Ruyet, B. L., Nguyen-Tuong, N., Perrot, C., Thijs, S., Younés, Y., Rousset, G., Feautrier, P., Zhus, G., Diolatti, E., Ciliegi, P., Esposito, S., Busoni, L., Schubert, J., Hartl, M., Hörmann, V., and Davies, R., "The MICADO first-light imager for the ELT: towards the preliminary design review of the MICADO-MAORY SCAO," *Proc. SPIE 10703*, 10703 – 10703 – 11 (2018).
- [2] Ragazzoni, R., "Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism," *J. Mod. Opt.* **43**(2), 289–293 (1996).
- [3] Schwartz, N., Sauvage, J.-F., Correia, C., Petit, C., Quiros-Pacheco, F., Fusco, T., Dohlen, K., El Hadi, K., Thaitte, N., Clarke, F., Pauflique, J., and Vernet, J., "Sensing and control of segmented mirrors with a pyramid wavefront sensor in the presence of spiders," *arXiv e-prints*, arXiv:1809.08839 (2018).
- [4] Milli, J., Kasper, M., Bourget, P., Panmetier, C., Mouillet, D., Sauvage, J.-F., Reyes, C., Fusco, T., Cantalloube, F., Tristram, K., Wahhaj, Z., Beuzit, J.-L., Girard, J., Mawet, D., Telle, A., Vigan, A., and N'Diaye, M., "Low Wind Effect on VLT/SPHERE : impact, mitigation strategy, and results," *Proc. SPIE 10703* (2018).
- [5] Vievard, S., Bos, S., Cassaing, F., Ceau, A., Guyon, O., Jovanovic, N., Keller, C. U., Lozi, J., Martinache, F., Montmerle-Bonnefois, A., Mignier, L., NDiaye, M., Norris, B., Sahoo, A., Sauvage, J.-F., Snik, F., Wilby, M. J., and Wong, A., "Overview of focal plane wavefront sensors to correct for the low wind effect on Subaru/SCExAO," (2019).
- [6] Bertrou-Cantou, A., Gendron, E., Rousset, G., and et al., "Confusion in differential piston measurement with the pyramid," (to be submitted).
- [7] Hutterer, V., Shatokhina, I., Obederer, A., and Ramlau, R., "Advanced wavefront reconstruction methods for segmented extremely large telescope pupils using pyramid sensors," *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems* **4**(4), 049005 (201).
- [8] Bertrou-Cantou, A., Gendron, E., Rousset, G., Vidal, F., Deo, V., and Ferreira, F., "Analysis of the island effect for ELT MICADO-MAORY SCAO mode," in [*6th AO4ELT conference-Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*], (2019).
- [9] Sauvage, J.-F., Fusco, T., Guesalaga, A., Wizinowitch, P., O'Neal, J., N'diaye, M., Vigan, A., Girard, J., Lesur, G., Mouillet, D., Beuzit, J.-L., Kasper, M., Le Louarn, M., Milli, J., Dohlen, K., N'ichel, B., Bourget, P., Heigenauner, P., and Mawet, D., "Low Wind Effect, the main limitation of the SPHERE instrument," (2015).
- [10] Gendron, E. e. a. (in prep.).
- [11] Ferreira, F., Gratadour, D., Sevin, A., Doucet, N., Vidal, F., Deo, V., and Gendron, E., "Real-time end-to-end AO simulations at ELT scale on multiple GPUs with the COMPASS platform," *Proc. SPIE 10703*, 1070347 (2018).
- [12] Vidal, F., Ferreira, F., Deo, V., Sevin, A., Gendron, E., Clénet, Y., Durand, S., Gratadour, D., Doucet, N., Rousset, G., and Davies, R., "End-to-end simulations for the MICADO-MAORY SCAO mode," in [*5th AO4ELT conference-Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*], (2017).
- [13] Deo, V., Gendron, E., Fabrice, V., Rozel, M., Sevin, A., Florian, F., Damien, G., Galland, N., and Gérard, R., "A correlation-locking adaptive filtering technique for minimum variance integral control in adaptive optics," (to be submitted).
- [14] Deo, V., Rozel, M., Bertrou-Cantou, A., Ferreira, F., Vidal, F., Gratadour, D., Sevin, A., Clénet, Y., Rousset, G., and Gendron, E., "Close: a self-regulating, best-performance tracker for modal integrator based ao loops," (2019).
- [15] Verinaud, C. and Esposito, S., "Real-time phasing and co-phasing of a ground-based interferometer with a pyramid wavefront sensor," (2002).
- [16] Engler, B., Weddell, S., Le Louarn, M., and Clare, R., "Effects of the telescope spider on extreme adaptive optics systems with pyramid wavefront sensors," *Proc. SPIE 10703* (2018).
- [17] Deo, V., Gendron, E., Rousset, G., Vidal, F., Buey, T., and Cohen, M., "A modal approach to optical gain compensation for the pyramid wavefront sensor," *Proc. SPIE 10703* (2018).

Bibliographie

- Airy, G. B. 1835, “On the diffraction of an object-glass with circular aperture”, Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 5, 283
- Beckers, J. M. 1989, “Detailed compensation of atmospheric seeing using multiconjugate adaptive optics.”, Proc. SPIE, 1114, 215
- Bernstein, R. A., McCarthy, P. J., Raybould, K., et al. 2014, “Overview and status of the Giant Magellan Telescope project”, in Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Vol. 9145, Ground-based and Airborne Telescopes V, ed. L. M. Stepp, R. Gilmozzi, & H. J. Hall, 91451C
- Bertrou-Cantou, A., Gendron, E., Rousset, G., et al. 2021, “Confusion in differential piston measurement with the pyramid wavefront sensor”, submitted
- Bertrou-Cantou, A., Gendron, E., Rousset, G., et al. 2020, “Petalometry for the elt : dealing with the wavefront discontinuities induced by the telescope spider”, Proc. SPIE, 11448
- Bertrou-Cantou, A., Gendron, E., Rousset, G., et al. 2019, “Analysis of the island effect for ELT MICADO-MAORY SCAO mode”, in 6th AO4ELT conference-Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes
- Beuzit, J.-L., Feldt, M., Dohlen, K., et al. 2008, “SPHERE : a ‘Planet Finder’ instrument for the VLT”, in Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Vol. 7014, Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy II, ed. I. S. McLean & M. M. Casali, 701418
- Boccaletti, A., Chauvin, G., Mouillet, D., et al. 2020, “SPHERE+ : Imaging young Jupiters down to the snowline”, arXiv e-prints, arXiv :2003.05714
- Bond, C. Z., Cetre, S., Lilley, S., et al. 2020, “Adaptive optics with an infrared pyramid wavefront sensor at Keck”, Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems, 6, 039003
- Bond, C. Z., Wizinowich, P., Chun, M., et al. 2018, “Adaptive optics with an infrared pyramid wavefront sensor”, Proc. SPIE, 10703, 10703
- Bonnet, H. 2019, private communication
- Bonnet, H., Spyromilio, J., Vérinaud, C., et al. 2019, “Eltwavefront control strategy”, in 6th AO4ELT conference-Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes
- Bos, S. P., Vievard, S., Wilby, M. J., et al. 2020, “On-sky verification of Fast and Furious focal-plane wavefront sensing : Moving forward toward controlling the island effect at Subaru/SCEXAO”, Astronomy & Astrophysics, 639, A52
- Brandl, B., Bettonvil, F., van Boekel, R., et al. 2021, “METIS : The Mid-infrared ELT Imager and Spectrograph”, The Messenger, 182, 22
- Brandl, B. R., Absil, O., Agócs, T., et al. 2018, “Status of the mid-IR ELT imager and spectrograph (METIS)”, in Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Vol. 10702, Ground-based and Airborne Instrumentation for Astronomy VII, ed. C. J. Evans, L. Simard, & H. Takami, 107021U
- Burvall, A., Daly, E., Chamot, S. R., & Dainty, C. 2006, “Linearity of the pyramid wavefront sensor”, Opt. Express, 14, 11925

- Busoni, L., Agapito, G., Plantet, C., et al. 2020, “Adaptive optics design status of MAORY, the MCAO system of European ELT”, arXiv e-prints, arXiv :2012.14626
- Chambouleyron, V., Fauvarque, O., Janin-Potiron, P., et al. 2020, “Pyramid wavefront sensor optical gains compensation using a convolutional model”, *Astronomy & Astrophysics*, 644, A6
- Chambouleyron, V., Fauvarque, O., Sauvage, J. F., et al. 2021a, “Variation on a Zernike wavefront sensor theme : Optimal use of photons”, *Astronomy & Astrophysics*, 650, L8
- Chambouleyron, V., Fauvarque, O., Sauvage, J. F., Neichel, B., & Fusco, T. 2021b, “Focal-plane-assisted pyramid wavefront sensor : Enabling frame-by-frame optical gain tracking”, *Astronomy & Astrophysics*, 649, A70
- Champagne, F. H. 1978, “The fine-scale structure of the turbulent velocity field”, *Journal of Fluid Mechanics*, 86, 67–108
- Chanan, G. & Troy, M. 1999, “Strehl ratio and modulation transfer function for segmented mirror telescopes as functions of segment phase error”, *J. Opt. Soc. Am. A*, 38, 6642
- Chanan, G., Troy, M., Dekens, F., et al. 1998, “Phasing the Mirror Segments of the Keck Telescopes : The Broadband Phasing Algorithm”, *Applied Optics*, 37, 140
- Chemla, F., Huet, J.-M., Deo, V., et al. 2019, “SAPHIR (Sensor Achromatic Pyramid HIGH-Resolution) : a new concept of reflective pyramidal wavefront-sensor free from chromatic aberrations”, in 6th AO4ELT conference-Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes
- Cilieggi, P., Agapito, G., Aliverti, M., et al. 2021, “MAORY : A Multi-conjugate Adaptive Optics Relay for ELT”, *The Messenger*, 182, 13
- Clénet, Y., Buey, T., Gendron, E., et al. 2018, “The MICADO first-light imager for the ELT : towards the preliminary design review of the MICADO-MAORY SCAO”, *Proc. SPIE*, 10703, 10703
- Conan, J.-M. 1994, “Etude de la correction partielle en optique adaptative”, PhD thesis, ONERA
- Conan, R., Ziad, A., Borgnino, J., Martin, F., & Tokovinin, A. A. 2000, “Measurements of the wavefront outer scale at Paranal : influence of this parameter in interferometry”, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 4006, *Interferometry in Optical Astronomy*, ed. P. Léna & A. Quirrenbach, 963–973
- Couder, A. 1949, “Sur un Effet Thermique : Observé dans les Télescopes a Réflexion”, *L’Astronomie*, 63, 253
- Dai, G.-M. 1996, “Modal wave-front reconstruction with Zernike polynomials and Karhunen-Loeve functions”, *Journal of the Optical Society of America A*, 13, 1218
- Davies, R., Alves, J., Clénet, Y., et al. 2018, “The MICADO first light imager for the ELT : overview, operation, simulation”, *Proc. SPIE*, 10702, 107021S
- Davies, R., Hörmann, V., Rabien, S., et al. 2021, “MICADO : The Multi-Adaptive Optics Camera for Deep Observations”, *The Messenger*, 182, 17
- Defrère, D., Hinz, P., Downey, E., et al. 2014, “Co-phasing the Large Binocular Telescope : status and performance of LBTI/PHASECam”, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 9146, *Optical and Infrared Interferometry IV*, ed. J. K. Rajagopal, M. J. Creech-Eakman, & F. Malbet, 914609
- Deo, V. 2019, “Analyse et mise en oeuvre de l’analyseur pyramide pour l’optique adaptative à très hauts ordres des elt”, PhD thesis, Université de Paris, Ecole Doctorale 127 AAIF
- Deo, V., Gendron, E., Rousset, G., et al. 2018a, “Assessing and mitigating alignment defects of the pyramid wavefront sensor : a translation insensitive control method”, *Astronomy & Astrophysics*, 619, A56

- Deo, V., Gendron, E., Rousset, G., et al. 2018b, “A modal approach to optical gain compensation for the pyramid wavefront sensor”, *Proc. SPIE*, 10703
- Deo, V., Gendron, E., Rousset, G., et al. 2019, “A telescope-ready approach for modal compensation of pyramid wavefront sensor optical gain”, *Astronomy & Astrophysics*
- Deo, V., Gendron, E., Vidal, F., et al. 2021, “A correlation-locking adaptive filtering technique for minimum variance integral control in adaptive optics.”, *Astronomy & Astrophysics*, 650, A41
- Deo, V., Rozel, M., Bertrou-Cantou, A., et al. 2019, “CLOSE : a self-regulating, best-performance tracker for modal integrator based AO loops”, in *Proceedings of the AO4ELT6 conference*, 401–2
- Dierickx, P., Brunetto, E. T., Comeron, F., et al. 2004, “OWL phase A status report”, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 5489, *Ground-based Telescopes*, ed. J. Oschmann, Jacobus M., 391–406
- Dierickx, P. & McPherson, A. 2012, “Elt optical design report”, *Tech. Rep. E-TRE-ESO-313-1000 Issue 2*, ESO E-ELT Programme
- Dohlen, K., Langlois, M., Lanzoni, P., et al. 2006, “ZEUS : a cophasing sensor based on the Zernike phase contrast method”, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 6267, *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, ed. L. M. Stepp, 626734
- Ellerbroek, B. L. 1994, “First-order performance evaluation of adaptive-optics systems for atmospheric-turbulence compensation in extended-field-of-view astronomical telescopes.”, *J. Opt. Soc. Am. A*, 11, 783
- Engler, B., Le Louarn, M., Vérinaud, C., Weddell, S., & Clare, R. 2019, “Pyramid wavefront sensing in the presence of thick spiders.”, in *6st AO4ELT conference-Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes*
- Esposito, S. & Devaney, N. 2002, “Segmented telescopes co-phasing using a pyramid sensor”, in *Beyond conventional adaptive optics*, *ESO Conference and Workshop Proceedings*, 161
- Esposito, S., Feeney, O., & Riccardi, A. 2000a, “Laboratory test of a pyramid wavefront sensor”, *Proc. SPIE*, 4007, 416
- Esposito, S., Riccardi, A., & Feeney, O. 2000b, “Closed-loop performance of pyramid wavefront sensor”, *Proc. SPIE*, 4034, 184
- Fauvarque, O., Neichel, B., Fusco, T., Sauvage, J.-F., & Girault, O. 2016a, “General formalism for Fourier-based wave front sensing”, *Optica*, 3, 1440
- Fauvarque, O., Neichel, B., Fusco, T., Sauvage, J.-F., & Girault, O. 2016b, “A general formalism for Fourier based wave front sensing : Application to the pyramid wave front sensors”, *Proc. SPIE*, 9909
- Ferreira, F., Gendron, E., Rousset, G., & Gratadour, D. 2018a, “Numerical estimation of wavefront error breakdown in adaptive optics”, *Astronomy & Astrophysics*, 616, A102
- Ferreira, F., Gratadour, D., Sevin, A., et al. 2018b, “Real-time end-to-end AO simulations at ELT scale on multiple GPUs with the COMPASS platform”, *Proc. SPIE*, 10703, 1070347
- Ferreira, F. & Sevin, A. 2021, “Compass : End-to-end ao simulation tool using gpu acceleration”, <https://compass.pages.obspm.fr/website/>, [Online ; accessed 20-July-2021]
- Ferreira, F., Sevin, A., Bernard, J., et al. 2020, “Hard real-time core software of the AO RTC COSMIC platform : architecture and performance”, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 11448, *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, 1144815
- Foucault, L. 1859, “Mémoire sur la construction des télescopes en verre argenté”, *Annales de l’observatoire impérial de Paris*, 5, 197

- Foy, R. & Labeyrie, A. 1985, “Feasibility of adaptive telescope with laser probe”, *Astronomy & Astrophysics*, 152, L29
- Fried, D. L. 1965, “Statistics of a Geometric Representation of Wavefront Distortion”, *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 55, 1427
- Fried, D. L. 1982, “Anisoplanatism in adaptive optics”, *Journal of the Optical Society of America (1917-1983)*, 72, 52
- Fried, D. L. & Clark, T. 2008, “Extruding Kolmogorov-type phase screen ribbons”, *Journal of the Optical Society of America A*, 25, 463
- Fusco, T., Conan, J.-M., Rousset, G., Mugnier, L. M., & Michau, V. 2001, “Optimal wave-front reconstruction strategies for multiconjugate adaptive optics”, *Journal of the Optical Society of America A*, 18, 2527
- Gendron, E. 1995, “Optimisation de la commande modale en optique adaptative : applications à l’astronomie”, PhD thesis, Univ. Paris Diderot
- Gendron, E. 2020a, private communication
- Gendron, E. 2020b, private communication
- Gendron, E. & Léna, P. 1994, “Astronomical adaptive optics. 1 : Modal control optimization”, *Astronomy & Astrophysics*, 291, 337
- Gendron, E. & Léna, P. 1996, “Single layer atmospheric turbulence demonstrated by adaptive optics observations”, *Astrophysics and Space Science*, 239, 221
- Gendron, E., Vidal, F., Brangier, M., et al. 2011, “MOAO first on-sky demonstration with CANARY”, *Astronomy & Astrophysics Letters*, 529, L2
- Gilmozzi, R. 2006, “Towards a European Extremely Large Telescope”, European Southern Observatory Press Release
- Gladstone, J. H. & Dale, T. P. 1863, “Researches on the refraction, dispersion and sensitiveness of liquids”, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 153, 317
- Gonte, F., Mazzoleni, R., Surdej, I., & Noethe, L. 2011, “On-sky performances of an optical phasing sensor based on a cylindrical lenslet array for segmented telescopes”, *Applied Optics*, 50, 1660
- Gonte, F., Noethe, L., Araujo, C., et al. 2006, “Shack-Hartmann sensor for the active phasing experiment”, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 6267, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, ed. L. M. Stepp, 626733
- Greenwood, D. P. 1977, “Bandwidth specification for adaptive optics systems”, *J. Opt. Soc. Am.*, 67, 390
- Hammer, F., Sayède, F., Gendron, E., et al. 2002, “The FALCON Concept : Multi-Object Spectroscopy Combined with MCAO in Near-IR”, in *Scientific Drivers for ESO Future VLT/VLTI Instrumentation*, ed. J. Bergeron & G. Monnet, 139
- Hardy, J. W., Lefebvre, J. E., & Koliopoulos, C. L. 1977, “Real-time atmospheric compensation”, *J. Opt. Soc. Am.*, 67, 360
- Heritier, C. T., Esposito, S., Fusco, T., et al. 2018, “A new calibration strategy for adaptive telescopes with pyramid WFS”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 481, 2829
- Heritier-Salama, C. T. 2019, “Innovative calibration strategies for large adaptive telescopes with pyramid wave-front sensors”, PhD thesis, Aix-Marseille Université - école doctorale 352
- Hippler, S., Feldt, M., Bertram, T., et al. 2019, “Single conjugate adaptive optics for the ELT instrument METIS”, *Experimental Astronomy*, 47, 65

- Holzlohner, R., Kimeswenger, S., Kausch, W., & Noll, S. 2021, “Bolometric night sky temperature and subcooling of telescope structures”, *Astronomy & Astrophysics*, 645, A32
- Horwitz, B. A. 1978, “Phase image differentiation with linear intensity output”, *Applied Optics*, 17, 181
- Horwitz, B. A. 1994, “New pupil-plane wavefront gradient sensor”, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 2201, *Adaptive Optics in Astronomy*, ed. M. A. Ealey & F. Merkle, 496–501
- Hudgin, R. 1977, “Wave-front compensation error due to finite corrector-element size”, *J. Opt. Soc. Am.*, 67, 393
- Hutterer, V., Shatokhina, I., Obederer, A., & Ramlau, R. 2018, “Advanced wavefront reconstruction methods for segmented extremely large telescope pupils using pyramid sensors”, *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*, 4, 049005
- Janin-Potiron, P., N’Diaye, M., Martinez, P., et al. 2017, “Fine cophasing of segmented aperture telescopes with ZELDA, a Zernike wavefront sensor in the diffraction-limited regime”, *Astronomy & Astrophysics*, 603, A23
- Jochum, L., Hubin, N., & Spyromilio, J. 2008, “Technical specifications for the conceptual design, prototyping, preliminary design of the m4 adaptive unit for the e-elt”, *Tech. Rep. E-SPE-ESO-106-0037 Issue 3, ESO E-ELT Programme*
- Kasper, M., Cerpa Urrea, N., Pathak, P., et al. 2021, “PCS — A Roadmap for Exoearth Imaging with the ELT”, *The Messenger*, 182, 38
- Kern, P., Lena, P., Gigan, P., et al. 1989, “COME-ON : an adaptive optics prototype dedicated to infrared astronomy.”, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 1114, *Active telescope systems*, ed. F. J. Roddier, 54–64
- Kolmogorov, A. N. 1941, “The local structure of isotropic turbulence in an incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers”, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, 301, 30
- Korkiakoski, V., Keller, C. U., Doelman, N., et al. 2014, “Fast & Furious focal-plane wavefront sensing”, *Applied Optics*, 53, 4565
- Korkiakoski, V., Vérinaud, C., & Le Louarn, M. 2008, “Improving the performance of a pyramid wavefront sensor with modal sensitivity compensation”, *Appl. Opt.*, 47, 79
- Korkiakoski, V., Vérinaud, C., Louarn, M. L., & Conan, R. 2007, “Comparison between a model-based and a conventional pyramid sensor reconstructor”, *Appl. Opt.*, 46, 6176
- Lacour, S., Dembet, R., Abuter, R., et al. 2019, “The GRAVITY fringe tracker”, *Astronomy & Astrophysics*, 624, A99
- Leboulleux, L. 2020, “Caroline Émilie « Lili » Bleeker”, *Photoniques*, 105, 22
- Madec, P.-Y. 1999, *Ch. Control technique, Adaptive optics in astronomy* (Cambridge University Press), 131–154
- Madec, P. Y. 2012, “Overview of deformable mirror technologies for adaptive optics and astronomy”, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 8447, *Adaptive Optics Systems III*, ed. B. L. Ellerbroek, E. Marchetti, & J.-P. Véran, 844705
- Mahajan, V. N. 1982, “Strehl ratio for primary aberrations : some analytical results for circular and annular pupils”, *J. Opt. Soc. Am.*, 72, 1258
- Maier, E. R., Hinz, P., Defrère, D., et al. 2020, “Implementing multiwavelength fringe tracking for the Large Binocular Telescope Interferometer’s phase sensor, PHASECam”, *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*, 6, 035001
- Martinache, F. 2013, “The Asymmetric Pupil Fourier Wavefront Sensor”, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 125, 422

- Milli, J., Kasper, M., Bourget, P., et al. 2018, “Low Wind Effect on VLT/SPHERE : impact, mitigation strategy, and results”, *Proc. SPIE*, 10703
- Montera, D. A., Brown, J. M., Reynolds, O. R., et al. 2018, “Adaptive gain in closed-loop tilt control and adaptive optics”, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 10703, *Adaptive Optics Systems VI*, ed. L. M. Close, L. Schreiber, & D. Schmidt, 107031H
- Montoya-Martínez, L., Reyes, M., Schumacher, A., & Hernández, E. 2006, “DIPSI : the diffraction image phase sensing instrument for APE”, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 6267, *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, ed. L. M. Stepp, 626732
- N’Diaye, M., Dohlen, K., Fusco, T., & Paul, B. 2013, “Calibration of quasi-static aberrations in exoplanet direct-imaging instruments with a Zernike phase-mask sensor”, *Astronomy & Astrophysics*, 555, A94
- N’Diaye, M., Vigan, A., Dohlen, K., et al. 2016, “ZELDA, a zernike wavefront sensor for the fine measurement of quasi-static aberrations in coronagraphic systems : concept studies and results with VLT/SPHERE”, *Proc. SPIE*, 9909, 99096S
- Neichel, B., Fusco, T., Sauvage, J. F., et al. 2016, “The adaptive optics modes for HARMONI : from Classical to Laser Assisted Tomographic AO”, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 9909, *Adaptive Optics Systems V*, ed. E. Marchetti, L. M. Close, & J.-P. Véran, 990909
- Nelson, J. 1989, “The keck telescope : A new technology substitutes electronics for steel”, *American Scientist*, 77, 170
- Nelson, J. & Sanders, G. H. 2008, “The status of the Thirty Meter Telescope project”, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 7012, *Ground-based and Airborne Telescopes II*, ed. L. M. Stepp & R. Gilmozzi, 70121A
- Noll, R. J. 1976, “Zernike polynomials and atmospheric turbulence”, *J. Opt. Soc. Am.*, 66, 207
- N’Diaye, M., Martinache, F., Jovanovic, N., et al. 2018, “Calibration of the island effect : Experimental validation of closed-loop focal plane wavefront control on Subaru/SCEAO”, *Astronomy & Astrophysics*, 610, A18
- Obereder, A., Raffetseder, S., Hutterer, V., & Shatokhina, I. 2018, “Dealing with spiders on ELTs : using a pyramid WFS to overcome residual piston effects”, *Proc. SPIE*, 10703
- Oberti, S., Kolb, J., Madec, P.-Y., et al. 2018, “The AO in AOF”, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 10703, *Adaptive Optics Systems VI*, ed. L. M. Close, L. Schreiber, & D. Schmidt, 107031G
- Oboukhov, A. M. 1949, “Structure of the temperature field in turbulent flow”, *Izvestiia Akademii Nauk S.S.S.R., Ser. Geogr. i Goofiz.*, 13, 58
- Perrin, G. 1997, “Correction of the “piston effect” in optical astronomical interferometry. I. Modulus and phase gradient of the visibility function restoration”, *Astronomy & Astrophysics*, Supplement, 121, 553
- Perrot, C., Baudoz, P., Boccaletti, A., et al. 2018, “Design study and first performance simulation of the ELT/MICADO focal plane coronagraphs”, *arXiv e-prints*, arXiv :1804.01371
- Pinna, E. 2004, “Study and characterization of the pyramid wavefront sensor for co-phasing”, PhD thesis, Università degli studi di Firenze
- Pinna, E., Esposito, S., Puglisi, A., et al. 2006, “Phase ambiguity solution with the Pyramid Phasing Sensor”, *Proc. SPIE*, 6267
- Pinna, E., Quirós-Pacheco, F., Esposito, S., Puglisi, A., & Stefanini, P. 2008, “The pyramid phasing sensor (pyps)”, *Proc. SPIE*, 70123D
- Platt, B. C. & Shack, R. 2001, “History and principles of Shack-Hartmann wavefront sensing”, *Journal of Refractive Surgery*, 17, S573

- Ragazzoni, R. 1996, “Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism”, *J. Mod. Opt.*, 43, 289
- Rigaut, F. 2002, “Ground Conjugate Wide Field Adaptive Optics for the ELTs”, in *European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings*, Vol. 58, European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings, ed. E. Vernet, R. Ragazzoni, S. Esposito, & N. Hubin, 11
- Rigaut, F., Neichel, B., Boccas, M., et al. 2014, “Gemini multiconjugate adaptive optics system review - I. Design, trade-offs and integration”, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 437, 2361
- Rigaut, F., Véran, J.-P., & Lai, O. 1998, “Analytical model for shack-hartmann-based adaptive optics systems”, *Proc. SPIE*, 3353
- Roberts, J., Bouchez, A. H., Burruss, R. S., et al. 2010, “Optical characterization of the PALM-3000 3388-actuator deformable mirror”, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 7736, Adaptive Optics Systems II, ed. B. L. Ellerbroek, M. Hart, N. Hubin, & P. L. Wizinowich, 77362E
- Roberts, Lewis C., J., Perrin, M. D., Marchis, F., et al. 2004, “Is that really your Strehl ratio?”, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 5490, Advancements in Adaptive Optics, ed. D. Bonaccini Calia, B. L. Ellerbroek, & R. Ragazzoni, 504–515
- Roddier, F. 1981, “The effects of atmospheric turbulence in optical astronomy”, *Prog. Optics*, 19, 281
- Roddier, F., Séchaud, M., Rousset, G., et al. 1999, *Adaptive Optics in Astronomy* (Cambridge University Press)
- Rousset, G. 1999, Ch. Wave-front sensors, *Adaptive optics in astronomy* (Cambridge University Press), 91–130
- Rousset, G., Fontanella, J. C., Kern, P., et al. 1990, “First diffraction-limited astronomical images with adaptive optics”, *Astronomy & Astrophysics Letters*, 230, L29
- Rousset, G., Lacombe, F., Puget, P., et al. 2003, “NAOS, the first ao system of the VLT : on-sky performance”, *Proc. SPIE*, 4839
- Rousset, G., Primot, J., & Fontanella, J. C. 1987, “Visible wavefront sensor development”, *LEST Foundation, Technical report*, 28, 17
- Saleh, B. E. A. & Teich, M. C. 1991, Ch. 4, *Fourier Optics* (John Wiley & Sons, Inc.), 108–156
- Sauvage, J.-F., Fusco, T., Guesalaga, A., et al. 2015, “Low Wind Effect, the main limitation of the SPHERE instrument”, in *Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes IV (AO4ELT4)*, E9
- Sauvage, J.-F., Neichel, B., Fusco, T., et al. 2018, “HARMONI at the diffraction limit : from single conjugate to laser tomography adaptive optics”, *Proc. SPIE*, 10703
- Schwartz, N., Sauvage, J.-F., Correia, C., et al. 2018, “Sensing and control of segmented mirrors with a pyramid wavefront sensor in the presence of spiders”, *arXiv e-prints*, arXiv :1809.08839
- Séchaud, M. 1999, Ch. Wave-front compensation devices, *Adaptive optics in astronomy* (Cambridge University Press), 57–90
- Shack, R. V. & Platt, B. C. 1971, “Production and use of a lenticular Hartmann screen”, *J. Opt. Soc. Am.*, 61, 656
- Shi, F., Chanan, G., Ohara, C., Troy, M., & Redding, D. C. 2004, “Experimental verification of dispersed fringe sensing as a segment phasing technique using the keck telescope”, *Applied Optics*, 43, 4474
- Sprague, R. A. & Thompson, B. J. 1972, “Quantitative visualization of large variation phase objects”, *Applied Optics*, 11, 1469
- Surdej, I. 2011, “Co-phasing segmented mirrors : theory, laboratory experiments and measurements on sky”, PhD thesis, Fakultät für Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München

- Taheri, M., Janin-Potiron, P., Neichel, B., et al. 2020, “Injecting pupil binary intensity map into the laboratory adaptive optics bench using phase-only LCoS-SLM device”, in Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Vol. 11448, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, 114486G
- Tamai, R., Cirsuolo, M., González, J. C., Koehler, B., & Tuti, M. 2016, “The E-ELT program status”, Proc. SPIE, 9906
- Tamai, R. & Spyromilio, J. 2014, “European Extremely Large Telescope : progress report”, in Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Vol. 9145, Ground-based and Airborne Telescopes V, ed. L. M. Stepp, R. Gilmozzi, & H. J. Hall, 91451E
- Tatarskii, V. I. 1961, Wave propagation in a turbulent medium (Translated by R. A Silverman)
- Tatarskii, V. I. & Zavorotny, V. U. 1993, “Atmospheric turbulence and the resolution limits of large ground-based telescopes : comment.”, Journal of the Optical Society of America A, 10, 2410
- Taylor, G. I. 1938, “The spectrum of turbulence”, Proceedings of the Royal Society of London, 164, 476
- Ten Brummelaar, T. A., Sturmman, J., Ridgway, S. T., et al. 2013, “The Classic/climb Beam Combiner at the CHARA Array”, Journal of Astronomical Instrumentation, 2, 1340004
- Thatte, N., Tecza, M., Schnetler, H., et al. 2021, “HARMONI : the ELT’s First-Light Near-infrared and Visible Integral Field Spectrograph”, The Messenger, 182, 7
- Thiébaud, E. & Tallon, M. 2010, “Fast minimum variance wavefront reconstruction for extremely large telescopes”, Journal of the Optical Society of America A, 27, 1046
- Tokovinin, A. 2002, “From Differential Image Motion to Seeing”, Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 114, 1156
- Tokovinin, A. 2004, “Seeing Improvement with Ground-Layer Adaptive Optics”, Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 116, 941
- van Dam, M. A., McLeod, B. A., & Bouchez, A. H. 2016, “Dispersed fringe sensor for the giant magellan telescope”, Applied Optics, 55, 539
- Véran, J.-P. 2000, “Control of the unilluminated deformable mirror actuators in an altitude-conjugated adaptive optics system”, Journal of the Optical Society of America A, 17, 1325
- Vérinaud, C. 2004, “On the nature of the measurements provided by a pyramid wave-front sensor”, Opt. Commun., 233, 27
- Vérinaud, C. & Esposito, S. 2002, “Real-time phasing and co-phasing of a ground-based interferometer with a pyramid wavefront sensor.”, in European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings, Vol. 58, European Southern Observatory Conference and Workshop Proceedings, 153
- Vernet, E., Cirsuolo, M., Cayrel, M., et al. 2019, “ELT M4 — The Largest Adaptive Mirror Ever Built”, The Messenger, 178, 3
- Vernin, J., Muñoz-Tuñón, C., & Sarazin, M. 2008, “E-ELT site characterization status”, in Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series, Vol. 7012, Ground-based and Airborne Telescopes II, ed. L. M. Stepp & R. Gilmozzi, 70121T
- Vidal, F., Ferreira, F., Deo, V., et al. 2017, “End-to-end simulations for the MICADO-MAORY SCAO mode”, in 5th AO4ELT conference-Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes
- Vidal, F., Ferreira, F., Deo, V., et al. 2019a, “Analysis of the MICADO-MAORY SCAO performance”, in 6th AO4ELT conference-Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes
- Vidal, F., Gendron, E., Brangier, M., et al. 2010, “Tomography reconstruction using the Learn and Apply algorithm”, in Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes, 07001

- Vidal, F., Raffard, J., Gendron, É., et al. 2019b, “Tests and characterisations of the alpao 64x64 deformable mirror, the micado-maory scao ait facility”, in 6th AO4ELT conference-Adaptive Optics for Extremely Large Telescopes
- Vievard, S., Bos, S., Cassaing, F., et al. 2019, “Overview of focal plane wavefront sensors to correct for the Low Wind Effect on SUBARU/SCEXAO”, arXiv e-prints, arXiv :1912.10179
- Vohnsen, B., Castillo, S., & Rativa, D. 2011, “Wavefront sensing with an axicon”, *Optics Letters*, 36, 846
- von Kármán, T. 1948, “Progress in the statistical theory of theory of turbulence”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 34, 530
- Vérinaud, C., Holzloehner, R., Brinkmann, M., & Paufigue, J. 2020, “Single conjugate ao with the e-elt : Impact of sky-subcooling (low wind effect)”, *Wavefront Sensing in the VLT era V* - online
- Wallner, E. P. 1983, “Optimal wave-front correction using slope measurements”, *Journal of the Optical Society of America* (1917-1983), 73, 1771
- Wikipedia contributors. 2021, “Espace de schwartz”, [Online ; accessed 16-August-2021]
- Yaitskova, N., Dohlen, K., & Dierickx, P. 2003a, “Analytical study of diffraction effects in extremely large segmented telescopes”, *J. Opt. Soc. Am. A*, 20, 1563
- Yaitskova, N., Dohlen, K., & Dierickx, P. 2003b, “Analytical study of diffraction effects in extremely large segmented telescopes”, *J. Opt. Soc. Am. A*, 20, 1563
- Zernike, F. 1934, “Diffraction theory of the knife-edge test and its improved form, the phase-contrast method”, *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 94, 377