



HAL
open science

Modélisation des surfaces réelles de contact et de leur évolution : intégration dans les simulations de crissement

Yassine El Attaoui

► To cite this version:

Yassine El Attaoui. Modélisation des surfaces réelles de contact et de leur évolution : intégration dans les simulations de crissement. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université Polytechnique Hauts-de-France, 2022. Français. NNT : 2022UPHF0017 . tel-03957526

HAL Id: tel-03957526

<https://theses.hal.science/tel-03957526v1>

Submitted on 26 Jan 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat
Pour obtenir le grade de Docteur de
l'UNIVERSITE POLYTECHNIQUE HAUTS-DE-FRANCE
et de l'INSA HAUTS-DE-FRANCE

Mécanique des solides, des matériaux, des structures et des surfaces :

Présentée et soutenue par Yassine EL ATTAOUI.

6 Juillet 2022, à Valenciennes

École doctorale :

École Doctorale Polytechnique Hauts-de-France (ED PHF n°635)

Unité de Recherche :

Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique Industrielles et Humaines (LAMIH – UMR CNRS 8201)

**Modélisation des surfaces réelles de contact et de leur évolution :
Intégration dans les simulations de crissement**

JURY

Président

— Dufrenoy, Philippe. Professeur des Universités, LaMcube, Université de Lille.

Rapporteurs

— Massi, Francesco. Professeur des Universités, Université de Rome "La Sapienza".
— Dufrenoy, Philippe. Professeur des Universités, LaMcube, Université de Lille.

Examineurs

— Denimal, Enora. Chargée de Recherche, INRIA Rennes.

Directeur de thèse

— Tison, Thierry. Professeur des Universités, LAMIH, UPHF.

Co-encadrants

— Massa, Franck. Maître de conférences, LAMIH, UPHF.
— Hubert, Cédric. Maître de conférences, LAMIH, UPHF.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY NC ND 2.0 FR). Please find more informations on <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.0/fr/deed.en>.



Remerciements

Je tiens à remercier Monsieur Thierry Tison, Professeur à l'Université Polytechnique des Hauts de France, qui m'a accepté et encadré tout au long de ma thèse et qui m'a partagé ses précieuses connaissances. Qu'il soit aussi remercié pour sa disponibilité et ses nombreux encouragements qu'il m'a prodigués.

Je remercie Monsieur Franck Massa, Maître de Conférence à l'Université Polytechnique des Hauts de France. Cette thèse est arrivée à son terme et a pu être de cette qualité grâce son aide et à ses précieux conseils dans tous les domaines scientifiques et non scientifiques.

Je remercie Monsieur Cédric Hubert, Maître de Conférence à l'Université Polytechnique des Hauts de France, de m'avoir assisté dans mes simulations numériques et de m'avoir apporté son expertise dans la méthode des Éléments Discret.

J'adresse tous mes remerciements à Monsieur Francesco Massi, Professeur à l'Université de Rome "La Sapienza", ainsi qu'à Monsieur Philippe Dufrénoy, Professeur à l'Université de Lille, de l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être rapporteurs de cette thèse.

Je tiens à remercier Enora Denimal d'avoir accepté d'assister à ma soutenance de thèse en tant qu'examinatrice.

Je tiens à remercier l'ensemble du personnel du laboratoire et en particulier Tarik Sadat, Maître de Conférences à l'Université des Hauts de France, pour son soutien lors des deux dernières années.

Je souhaite aussi remercier l'ensemble des Doctorants (ainés comme cadets) pour m'avoir apporté des conseils, des discussions passionnantes et une bonne ambiance de travail. Je tiens à remercier tout particulièrement Jeremy Sadet avec qui j'ai pu passer ces quatre années de thèse, dans les bons moments comme dans les mauvais.

Un grand merci à ma famille pour m'avoir soutenu et énormément apporté tout au long de ce parcours.

Abstract

Brake squeal is a noise nuisance that affects collective welfare and makes the mechanical system fail to meet customer requirements. Its reduction, or even its elimination, has been a major issue for the transport industry and the scientific community for several decades. This phenomenon, which is non-deterministic in nature, is difficult to reproduce and has its origin at the contact interface between the brake pads and the disc. In order to develop more predictive digital twins, a promising approach is to take into account the real surfaces of the pads.

The objective of this thesis is to pursue this line of research with the aim of establishing a link between topographic parameters and the squeal propensity. The proposed work covers both an experimental and a numerical framework.

First, a campaign combining dynamic tests and topographic analysis of pads from different manufacturers is carried out to identify topographic changes as a function of pad wear. In parallel, interrupted tests are set up in order to get the topography of the pads following a squeal or not.

Then, the variability of the surface parameters resulting from a multi-scale decomposition of the topographies is quantified and exploited in order to numerically reproduce families of surfaces representative of the tests. The latter are then implemented within a finite element model to quantify their impact on instabilities resulting from stability analyses and non-linear transient simulations.

Finally, a mixed finite element/discrete element model is set up and calibrated to investigate the evolution of the frequency spectrum associated with the evolution of the surfaces during the time simulation.

Keywords : brake squeal, stability analysis, nonlinear transient analysis, surface topography, finite element method, discrete element method, experimental campaign, random fields

Résumé

Le crissement de frein est une nuisance sonore qui affecte le bien-être collectif et rend le système mécanique non conforme aux exigences du client. Sa réduction, voire sa suppression, représente depuis quelques décennies un enjeu majeur pour les industriels du secteur des transports ainsi que la communauté scientifique. Ce phénomène, de nature non déterministe, est difficile à reproduire et trouve son origine à l'interface de contact entre les plaquettes de frein et le disque. Afin de développer des jumeaux numériques plus prédictifs, une voie prometteuse consiste à prendre en compte les surfaces réelles des plaquettes.

L'objectif de la thèse est de poursuivre dans cette voie de recherche dans le but d'établir un lien entre les paramètres topographiques et la propension au crissement. Les travaux proposés balayent à la fois un cadre expérimental et numérique.

Dans un premier temps, une campagne combinant des essais dynamiques et des analyses topographiques de plaquettes issues de différents fabricants est menée pour identifier les évolutions topographiques en fonction de l'usure des plaquettes. En parallèle, des essais interrompus sont mis en place de manière à disposer des topographies de plaquettes suite à un crissement ou non.

Dans un second temps, la variabilité des paramètres de surfaces issus d'une décomposition multi-échelles des topographies est quantifiée et exploitée afin de reproduire numériquement des familles de surfaces représentatives des essais. Ces dernières sont ensuite implémentées au sein d'un modèle élément fini pour quantifier leur impact sur les instabilités issues d'analyses de stabilité et de simulations transitoires non-linéaires.

Dans un dernier temps, une modélisation mixte éléments finis/éléments discrets est mise en place puis calibrée pour investiguer l'évolution du spectre fréquentiel associé à l'évolution des surfaces au cours de la simulation temporelle.

Mots clés : crissement de frein, analyse de stabilité, analyse temporelle non-linéaire, topographies de surfaces, méthode des éléments finis, méthode des éléments discrets, campagne expérimentale, champs aléatoires

Table des matières

Table des matières	viii
Table des figures	xi
Liste des tableaux	xviii
Introduction	1
Chapitres	13
1 Quantification des variabilités topographiques des plaquettes neuves	13
1.1 Introduction	14
1.2 Dispositifs de mesure de surfaces	14
1.2.1 Les profilomètres optiques	14
1.2.2 Procédure de scan des plaquettes	16
1.3 Procédure de reconstruction	17
1.4 Décomposition et analyse multi-échelles	19
1.4.1 Méthode de caractérisation multi-échelles	19
1.4.2 Décomposition multi-échelles d'une plaquette	20
1.4.3 Paramètres et critères d'analyse de surfaces	22
1.5 Analyse topographique des plaquettes neuves	25
1.6 Conclusion	31
2 Analyse du lien entre les instabilités dynamiques et les topographies de plaquettes	33
2.1 Introduction	34
2.2 Essais de freinage sur banc	34
2.2.1 Description du système de freinage et du banc dynamométrique	34
2.2.2 Description du protocole d'essais	36
2.2.3 Analyse des configurations crissantes	37
2.3 Analyse topographique des plaquettes usées	38

2.3.1	Analyse globale des topographies	38
2.3.2	Analyse multi-échelles	40
2.4	Mise en place d'essais interrompus	45
2.5	Conclusion	52
3	Modélisation des topographies numériques	53
3.1	Introduction	54
3.2	Modélisation de la variabilité spatiale par des champs aléatoires	55
3.2.1	Rappels sur les ensembles et la théorie des probabilités	56
3.2.2	Variables aléatoires	57
3.2.3	Vecteurs aléatoires	57
3.2.4	Champs aléatoires	59
3.2.5	Représentation spectrale des champs aléatoires gaussiens	60
3.3	Construction d'une topographie à partir de mesures expérimentales	65
3.3.1	Méthodologie	65
3.3.2	Caractérisation des paramètres de forme et d'ondulation	65
3.3.3	Génération des topographies	71
3.4	Réduction de la base de données expérimentale	76
3.4.1	Identification des fonctions de corrélation unidimensionnelles	76
3.4.2	Influence des paramètres de corrélation	78
3.5	Influence du maillage sur la reproductibilité des grandeurs topographiques	79
3.6	Conclusion	81
4	Influence des conditions opérationnelles, des paramètres topologiques et topographiques sur le spectre fréquentiel d'un système dynamique frottant	83
4.1	Introduction	84
4.2	Analyse de la stabilité des systèmes frottants	84
4.2.1	Les origines du crissement et les modèles phénoménologiques	84
4.2.2	Analyse modale complexe et analyse temporelle non linéaire	87
4.3	Simulation numérique du crissement	90
4.3.1	Modèle éléments finis disque-plaquettes	90
4.3.2	Analyse aux valeurs propres complexes	91
4.3.3	Réponse temporelle non linéaire du système frottant	93
4.4	Effet de la topologie de plaquettes sur le spectre dynamique	94
4.5	Effet des conditions d'analyse sur le spectre dynamique	99
4.5.1	Influence du frottement à l'interface disque-plaquettes	99
4.5.2	Influence de la pression appliquée sur les plaquettes	101

4.5.3	Influence de la vitesse de rotation du disque	104
4.6	Influence combinée des conditions d'analyse sur le spectre fréquentiel	106
4.7	Influence de la forme sur le spectre vibratoire	109
4.8	Influence de l'ondulation sur le spectre vibratoire	114
4.8.1	Ajout d'une l'ondulation à une surface lisse	114
4.8.2	Ajout d'une ondulation à une forme	120
4.9	Conclusion	124
5	Modélisation mixte éléments finis-éléments discrets pour l'analyse de l'effet de l'évolution topographique des surfaces sur le spectre fréquentiel	125
5.1	Introduction	126
5.2	Comparaison xEM - ABAQUS	127
5.2.1	Étude modale sur le modèle nominal	127
5.2.2	Étude temporelle sur le modèle nominal	129
5.3	Modélisation mixte FEM-DEM	131
5.3.1	Préparation des domaines DEM	132
5.3.2	Calibration des domaines discrets	134
5.3.3	Étude de la simulation nominale dans le cas du modèle FEM-DEM . . .	138
5.4	Évolution des surfaces réelles durant une simulation temporelle	141
5.4.1	Évolution d'une surface lisse à une surface caractéristique de la forme 2 .	141
5.4.2	Évolution d'une surface lisse à une surface caractéristique de la forme 3 .	142
5.5	Conclusion	145
	Conclusions et perspectives	147
	Bibliographie	151

Table des figures

1	Classification des bruits issus des véhicules [1]	1
2	Phénomènes identifiés à différentes échelles de contact [1]	2
3	Niveau acoustique enregistré sur une bande fréquentielle [1-17kHz] pour un frein gauche et droit d'un même véhicule [2]	2
1.1	Outils de mesure de topographies : (a) à stylet [3] (b) optique	14
1.2	Définition du focus des microscopes à variation focale [4]	15
1.3	Dispositif expérimental pour le scan des topographies de plaquettes	16
1.4	Deux scans indépendants de plaquettes (a) côté gauche, (b) côté droit	16
1.5	Organigramme de la méthode de recollement	18
1.6	(a) Étape 1 - Marquage des irrégularités des deux scans indépendants (b) Étapes 2 et 3 - Transformations géométriques et fusion de la surface	18
1.7	Fonctions de pondération pour la fusion des hauteurs des demi-plaquettes	19
1.8	(a) Définition du plan global (b) Étape 4 - Topographie finale de la plaquette	19
1.9	Comparaison de la topographie fusionnée avec un troisième scan de la zone centrale	20
1.10	Topographies différentes possédant la même moyenne des hauteurs [5]	21
1.11	Définition de la topographie par Whitehouse [6]	21
1.12	Description de la décomposition multi-échelles	21
1.13	Convergence de l'ordre du polynôme suite au retrait de la forme modélisée par une fonction polynomiale	22
1.14	Décomposition de la topographie : (a) Forme du 4ème ordre extraite (b) Surface après le retrait de la forme, (c) Ondulation et (d) Rugosité	23
1.15	Différentes topologies de plaquettes étudiées	25
1.16	Topographies des plaquettes neuves	26
1.17	Formes des plaquettes neuves	26
1.18	Histogrammes des hauteurs de formes par topologie : (a) S_0 (b) S_{1v} (c) S_{1d} (d) S_{2d}	27
1.19	Ondulations des plaquettes neuves	28
1.20	S_a par topologie et par constructeur	28
1.21	Histogrammes des hauteurs de l'ondulation par topologie : (a) S_0 (b) S_{1v} (c) S_{1d} (d) S_{2d}	29

1.22	Rugosités des plaquettes neuves	29
1.23	Histogrammes des hauteurs des rugosités par topologie : (a) S_0 (b) S_{1v} (c) S_{1d} (d) S_{2d}	30
2.1	Description du système de freins	34
2.2	a) Disque et b) Étrier intégrés dans le système de freinage	35
2.3	Banc dynamométrique utilisé pour les essais de freinage	35
2.4	Séquence expérimentale de scan et de crissement	37
2.5	Bilan des essais de crissement	38
2.6	Topographies de la base de donnée complète	40
2.7	Rugosités de la base de donnée complète	41
2.8	Base de données des formes	43
2.9	Base de données des ondulations	44
2.10	Moyennes arithmétiques des hauteurs d'ondulation pour chaque topologie de chaque fabricant a) Etat U_1 b) Etat U_2	45
2.11	Historique des arrêts U_3 pour le fabricant M_1	45
2.12	Historique des arrêts U_3 pour le fabricant M_2	46
2.13	Historique des arrêts U_3 pour le fabricant M_3	46
2.14	Formes associées aux configurations du premier fabricant M_1	49
2.15	Formes associées aux configurations du second fabricant M_2	49
2.16	Formes associées aux configurations du troisième fabricant M_3	49
2.17	Ondulations associées aux configurations du premier fabricant M_1	50
2.18	Ondulations associées aux configurations du second fabricant M_2	50
2.19	Ondulations associées aux configurations du troisième fabricant M_3	50
2.20	Moyennes des hauteurs d'ondulation pour l'ensemble des configurations	51
3.1	Familles identifiables à partir des résultats expérimentaux	54
3.2	Modèles de corrélation 1D : a) Fonction exponentielle b) Fonction gaussienne c) Fonction sinus cardinal d) Fonction triangulaire	62
3.3	Organigramme de la méthodologie de reconstruction des topographies	66
3.4	Points de contrôle permettant l'acquisition des hauteurs	67
3.5	Transformation du secteur à la grille rectangulaire : a) Secteur d'extraction sur une ondulation d'une plaquette usée (pas de la grille est $50 \mu\text{m}$ b) Secteur extrait dans le repère cartésien c) Secteur dans le repère Pseudo-Polaire	69
3.6	Exemple de recollement de quatre réalisations	69
3.7	Recollement de champs aléatoires issus de fonctions de corrélation différentes	70
3.8	Obtention du rayon extérieur permettant la transformation d'un système de coordonnées pseudo-polaire au système de coordonnées cartésien	71

3.9	Interpolation de l'ondulation du système de coordonnées pseudo-polaires au système de coordonnées cartésien : a) Ondulation aléatoire striée projetée sur une plaquette dans le repère pseudo-polaire, b) Ondulation aléatoire striée équivalente dans le repère cartésien	72
3.10	Famille des formes extraite des surfaces de plaquettes réelles	72
3.11	Trois réalisations de formes reproduites numériquement à partir des données extraites de la famille de formes réelles	72
3.12	Ondulation des surfaces réelles : a) zone de l'état neuf b) zone de l'état strié	73
3.13	Fonctions de corrélation issues des ondulations réelles : a) Fonction de corrélation de l'état neuf b) Fonction de corrélation de l'état strié	73
3.14	Réalisations issues des ondulations réelles : a) Réalisation représentative de l'état neuf b) Réalisation représentative de l'état strié	74
3.15	Génération d'une ondulation numérique sur une plaquette de frein : a) Ondulation numérique représentative de l'état neuf b) Ondulation numérique représentative de l'état strié	74
3.16	Comparaison des surfaces réelles à leur homologue numérique : (a) et (b) les surfaces réelles et (c) et (d) respectivement leur homologue numériques	75
3.17	Famille 1 reproduite numériquement	75
3.18	Famille 2 reproduite numériquement	75
3.19	Famille 3 reproduite numériquement	76
3.20	Quantification des variabilités par section pour l'état neuf : a) section tangentielle b) section radiale	77
3.21	Quantification des variabilités par section pour l'état usé : a) section tangentielle b) section radiale	77
3.22	Influence de la longueur de corrélation sur l'ondulation homogène générée a) $l_R = l_T = \frac{1}{20}$ b) $l_R = l_T = \frac{1}{3}$ c) $l_R = l_T = \frac{1}{2}$	78
3.23	Influence de la longueur de corrélation sur l'ondulation générée a) $l_{2R}^U = \frac{1}{3}$ b) $l_{2R}^U = \frac{1}{4}$ c) $l_{2R}^U = \frac{9}{10}$	79
3.24	Influence de la longueur de corrélation sur l'ondulation générée a) $l_T^U = 1$ b) $l_T^U = \frac{1}{3}$	79
3.25	Influence du maillage sur une génération d'une plaquette neuve a) Topographie de la surface réelle b) Taille de maille moyenne 0.05 mm c) Taille de maille moyenne 1 mm d) Taille de maille moyenne 3 mm	80
3.26	Influence du maillage sur une génération d'une plaquette usée a) Topographie de la surface réelle b) Taille de maille moyenne 0.05 mm c) Taille de maille moyenne 1 mm d) Taille de maille moyenne 3 mm	80
4.1	Modèle du stick-slip à un degré de liberté	85
4.2	Déplacement de la masse en fonction du temps	85
4.3	Modèle du sprag-slip à un degré de liberté	86
4.4	Exemple d'une coalescence de modes	87
4.5	Modèle disque plaquettes	90

4.6	Topologies de plaquette	91
4.7	Profil de contact suite à l'analyse statique non-linéaire	92
4.8	Évolution des fréquences en fonction des parties réelles des valeurs propres	92
4.9	Évolution de la somme des efforts à l'interface de contact en fonction du temps	93
4.10	Spectrogramme de la somme des efforts de contact suite à l'analyse temporelle	94
4.11	Historique des états de contact suite à l'analyse temporelle	95
4.12	Définition des zones pour le calcul des critères de l'état de contact	95
4.13	Évolution des fréquences en fonction des parties réelles des valeurs propres pour chaque topologie	96
4.14	Profil de contact suite à l'analyse statique non-linéaire pour chaque topologie	96
4.15	Spectrogramme de la somme des efforts de contact pour chaque topologie	97
4.16	Historique des états de contact durant la simulation temporelle pour chaque topologie	97
4.17	Évolution de la somme des efforts à l'interface de contact en fonction du temps pour la plaquette avec rainure oblique	98
4.18	Historique des états de contacts durant la simulation temporelle pour la topologie à rainure oblique (a) Intervalle de temps [100 ms – 170 ms], (b) Intervalle de temps [170 ms – 300 ms]	98
4.19	Spectrogramme de la somme des efforts de contact en fonction du coefficient de frottement	100
4.20	Historique des états de contact durant la simulation temporelle en fonction du coefficient de frottement	100
4.21	Historique des états de contact durant la simulation temporelle pour le frottement à 0.4 (a) Intervalle de temps [100ms – 200ms], (b) Intervalle de temps [200ms – 300ms]	101
4.22	Spectrogramme de la somme des efforts de contact en fonction de la pression appliquée sur les plaquettes	102
4.23	Historique des états de contact durant la simulation temporelle en fonction de la pression appliquée sur les plaquettes	102
4.24	Spectrogramme de la somme des efforts de contact en fonction de la vitesse de rotation du disque	104
4.25	Historique des états de contact durant la simulation temporelle en fonction de la vitesse de rotation du disque	105
4.26	Historique des états de contact durant la simulation temporelle en fonction des paramètres combinés (pression, vitesse, frottement)	106
4.27	Spectrogrammes de la somme des efforts de contact en fonction des paramètres combinés	108
4.28	Formes caractéristiques des essais intégrées dans le modèle EF	109
4.29	Évolution des fréquences en fonction de l'étendue des hauteurs pour chaque forme	110
4.30	Spectrogrammes des simulations temporelles de la forme 1	112

4.31 Spectrogrammes des simulations temporelles de la forme 2	112
4.32 Spectrogrammes des simulations temporelles de la forme 3	112
4.33 Évolution du profil de contact des plaquettes : (a) Forme 1 (b) Forme 2 (c) Forme 3	113
4.34 Historiques des états de contact durant les simulations temporelles : (a) Forme 1 (b) Forme 2 (c) Forme 3	113
4.35 Ondulations caractéristiques des essais intégrées dans le modèle EF	114
4.36 Résultats issus de l'analyse aux valeurs propres complexes en fonction de la famille d'ondulation pour une étendue de 50 μm	115
4.37 Profil de contact d'une réalisation d'ondulation avec une étendue d'hauteurs de 50 μm : a) État neuf b) État usé Strié c) État usé Homogène	115
4.38 Spectrogramme pour la famille état neuf pour une étendue de 50 μm : a) Réali- sation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3	116
4.39 Historique des états de contact pour la famille état neuf pour une étendue de 50 μm : a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3	116
4.40 Spectrogramme pour la famille état usé strié pour une étendue de 50 μm : a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3	116
4.41 Historique des états de contact pour la famille état usé strié pour une étendue de 50 μm : a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3	116
4.42 Spectrogramme pour la famille état usé homogène pour une étendue de 50 μm : a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3	117
4.43 Historique des états de contact pour la famille état usé homogène pour une étendue de 50 μm : a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3	117
4.44 Résultats issus de l'analyse aux valeurs propres complexes en fonction de la famille d'ondulation pour une étendue de 100 μm	118
4.45 Profil de contact d'une réalisation d'ondulation avec une étendue d'hauteurs de 100 μm : a) État neuf b) État usé Strié c) État usé Homogène	118
4.46 Spectrogramme pour la famille état neuf pour une étendue de 100 μm : a) Réali- sation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3	119
4.47 Historique des états de contact pour la famille état neuf pour une étendue de 100 μm : a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3	119
4.48 Spectrogramme pour la famille état usé strié pour une étendue de 100 μm : a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3	119
4.49 Historique des états de contact pour la famille état usé strié pour une étendue de 100 μm : a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3	119
4.50 Spectrogramme pour la famille état usé homogène pour une étendue de 100 μm : a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3	120
4.51 Historique des états de contact pour la famille état usé homogène pour une étendue de 100 μm : a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3	120

4.52	Évolution des fréquences instables issues des analyses aux valeurs propres complexes pour la topographie 2 : (a) Étendue de hauteurs de forme à 100 μm + étendue de hauteurs d'ondulation à 100 μm (b) Étendue de hauteurs forme à 150 μm + étendue hauteurs d'ondulation à 50 μm	121
4.53	Spectrogrammes des résultats comptant l'ajout d'une ondulation striée et d'une ondulation homogène sur la topographie 2 : a) Étendue de hauteurs de forme à 100 μm + étendue de hauteurs d'ondulation à 100 μm (b) Étendue de hauteurs forme à 150 μm + étendue hauteurs d'ondulation à 50 μm	121
4.54	Évolution des fréquences instables issues des analyses aux valeurs propres complexes pour la topographie 3 : (a) Étendue de hauteurs de forme à 100 μm + étendue de hauteurs d'ondulation à 100 μm (b) Étendue de hauteurs forme à 150 μm + étendue hauteurs d'ondulation à 50 μm	122
4.55	Spectrogrammes des résultats comptant l'ajout d'une ondulation striée et d'une ondulation homogène sur la topographie 3 : a) Étendue de hauteurs de forme à 100 μm + étendue de hauteurs d'ondulation à 100 μm (b) Étendue de hauteurs forme à 150 μm + étendue hauteurs d'ondulation à 50 μm	122
4.56	Évolution de l'état de contact pour la topographie 2 : (a) Étendue de hauteurs de forme de 100 μm + étendue de hauteurs d'ondulation de 100 μm (b) Étendue de hauteurs de forme de 150 μm + étendue de hauteurs d'ondulation de 50 μm .	123
4.57	Évolution de l'historique des état de contact pour la topographie 2 : (a) Étendue de hauteurs de forme de 100 μm + étendue de hauteurs d'ondulation de 100 μm (b) Étendue de hauteurs de forme de 150 μm + étendue de hauteurs d'ondulation de 50 μm	123
4.58	Évolution de l'état de contact pour la topographie 3 : (a) Étendue de hauteurs de forme de 100 μm + étendue de hauteurs d'ondulation de 100 μm (b) Étendue de hauteurs de forme de 150 μm + étendue de hauteurs d'ondulation de 50 μm .	123
4.59	Évolution de l'historique des états de contact pour la topographie 3 : (a) Étendue de hauteurs de forme de 100 μm + étendue de hauteurs d'ondulation de 100 μm (b) Étendue de hauteurs de forme de 150 μm + étendue de hauteurs d'ondulation de 50 μm	123
5.1	Nœuds utilisés pour la comparaison des modes propres	128
5.2	(a) MAC entre les modes normaux issus d'ABAQUS et les modes normaux issus d'xEM (b) Comparaison des fréquences associées aux modes issus de xEM et d'ABAQUS	128
5.3	(a) Spectrogramme calculé à partir de la somme des efforts de contact issue de la simulation ABAQUS (b) Spectrogramme calculé à partir de la somme des efforts de contact issue de la simulation xEM	129
5.4	Historique des états de contact durant la simulation temporelle : (a) Profils des plaquettes issus de la simulation ABAQUS (b) et (c) Respectivement les profils des plaquettes issus de la simulation xEM pour l'intervalle de temps [0 ms - 50 ms] et l'intervalle de temps [50 ms - 100 ms]	130
5.5	Spectrogrammes calculés à partir des efforts de la partie stabilisée des simulations avec une taille de maille moyenne de 3 mm pour chacun des solveurs	131

5.6	Historique des états de contact pour chacune des phases stabilisées issues des simulations effectuées avec une taille de maille moyenne de 3 mm pour chacun des solveurs	132
5.7	Localisation des zones de remplissage des éléments discrets	133
5.8	Modèle mixte FEM-DEM	134
5.9	Recalage des éléments discrets en fonction du domaine FEM initial : (a) Éléments discrets avant recalage (b) Éléments discrets après recalage	134
5.10	Paramètres définissant la liaison entre deux éléments DEM	135
5.11	\bar{e}_m , \bar{e}_f et \bar{e} en fonction du module d'Young E_μ et du rayon des poutres r_μ	137
5.12	Isotropie d'un domaine discret utilisé comme garniture	137
5.13	Spectrogramme calculé à partir des efforts issus de la simulation nominale FEM-DEM	138
5.14	Profil de contact issus de la simulation nominale xEM	139
5.15	Spectrogramme issu de la simulation nominale xEM	139
5.16	Historique des états de contact issu de la simulation nominale xEM	140
5.17	Spectrogramme calculé à partir des efforts de la simulation représentant l'évolution des surfaces lisses aux surfaces caractéristiques de la forme 2	142
5.18	Historique des états de contact lors de la désactivation des liaisons cohésives, de 100 ms à 130 ms	142
5.19	Historique des états de contact issu de la simulation représentant l'évolution des surfaces lisses aux surfaces caractéristiques de la forme 2, de 200 ms à 300 ms	142
5.20	Spectrogramme issu des efforts de la simulation représentant l'évolution des surfaces lisses aux surfaces caractéristiques de la forme 3	144
5.21	Historiques des états de contact issus des efforts de la simulation représentant l'évolution des surfaces lisses aux surfaces caractéristiques de la forme 3	144

Liste des tableaux

1	Synthèse des publications en lien avec les travaux de recherche menés dans cette thèse	7
1.1	Critères topographiques de la surface reconstruite	24
1.2	Étendues de hauteurs des formes [mm]	27
2.1	Caractéristiques du banc dynamométrique	36
2.2	Étendues de hauteurs des formes en fonction de la topologie, du fabricant et de la plaquette [mm]	42
2.3	Etendues de hauteurs de formes par plaquette du premier fabricant M_1 [mm] . .	48
2.4	Etendues de hauteurs de formes par plaquette du second fabricant M_2 [mm] . .	48
2.5	Etendues de hauteurs de formes par plaquette du troisième fabricant M_3 [mm] .	48
3.1	Modèles de corrélation 1D et leur DSP associé	62
3.2	Comparaison des S_a entre les topographies réelles et numériques	75
3.3	Intervalles de variation pour les longueurs de corrélation des fonctions de corrélation 1D	78
4.1	Propriétés matérielles et géométriques du modèle	91
4.2	Critères d'état de contact suite à l'analyse temporelle	95
4.3	Critères d'état de contact suite à la simulation temporelle pour chaque topologie	98
4.4	Critères d'état de contact suite à la simulation temporelle pour la topologie à rainure oblique pour les intervalles de temps [100ms – 170ms] et [170ms – 300ms]	99
4.5	Critères d'état de contact suite à la simulation temporelle pour le frottement à 0.4101	
4.6	Critères d'état de contact suite à la simulation temporelle pour valeur de pression	103
4.7	Critères d'état de contact suite à la simulation temporelle pour valeur de vitesse	105
4.8	Critères des états de contact en fonction des paramètres combinés	107
4.9	Critères de contact pour l'évolution de la hauteur des formes : (a) Forme 1 (b) Forme 2 (c) Forme 3	113
5.1	Critères d'état de contact suite à la simulation temporelle xEM	131

5.2	Critères des contacts fermés pour chacune des phases stabilisées issues des simulations effectuées de deux tailles de maille avec chacun des solveurs	132
5.3	Critères de contact pour les différentes simulations nominales	140
5.4	Critères de contact issus de la simulation représentant l'évolution des surfaces lisses aux surfaces caractéristiques de la forme 2	143
5.5	Critères de contact pour l'évolution d'une surface lisse à la forme 3	143

Introduction

Le crissement et les problématiques associées

Depuis de nombreuses années, le crissement des freins est un enjeu majeur pour les constructeurs des secteurs du transport (automobile, ferroviaire, aéronautique) et la communauté scientifique. En effet, les niveaux sonores générés, de l'ordre de 100dB sur une large plage de fréquences audibles (Figure 1), nuisent à la qualité perçue du système mécanique, bien que la fonction principale de freinage ne soit pas altérée. Cette nuisance acoustique rend le système non conforme aux exigences du client ainsi qu'aux normes environnementales, qui sont de plus en plus drastiques.

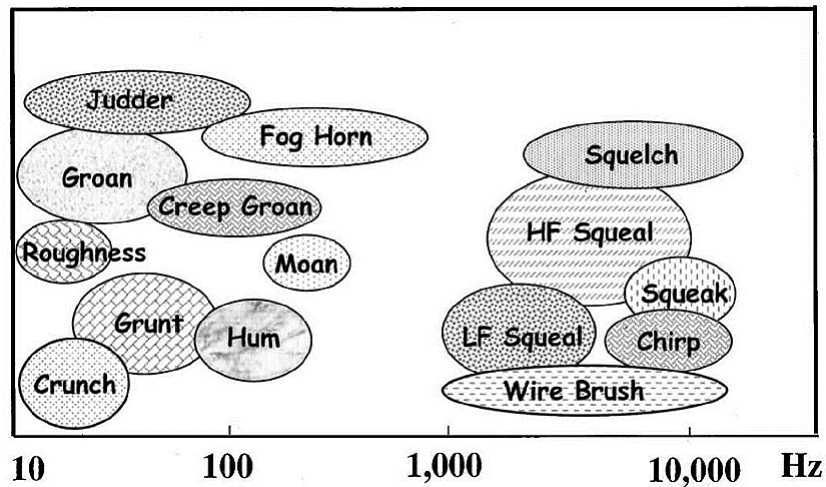


FIGURE 1 – Classification des bruits issus des véhicules [1]

Le phénomène de crissement se caractérise par une oscillation des éléments frottants autour d'une position d'équilibre, dite instable, dont les niveaux vibratoires croissent pour atteindre un cycle limite, engendrant ainsi une émission acoustique parasite. L'origine de ces vibrations, qualifiées d'auto-entretenues, a fait l'objet de nombreux travaux scientifiques, lesquels ont mis en évidence que l'initiation du crissement repose sur des mécanismes présents à différentes échelles (Figure 2) et que les vibrations prennent naissance à l'interface des composants en contact. La propension au crissement d'un système de freinage est ainsi conditionnée par de nombreux paramètres matériels [7, 8], tribologiques [9–12], géométriques [13, 14], en particulier le frottement et la topographie des surfaces en contact.

D'autre part, ce phénomène n'est pas de nature déterministe et est difficile à reproduire expérimentalement, ce qui ne facilite pas la tâche des ingénieurs pour sa suppression. Plusieurs études ont mis en exergue un caractère qualifié de variable [15], fugitif [16], voire chaotique [17].

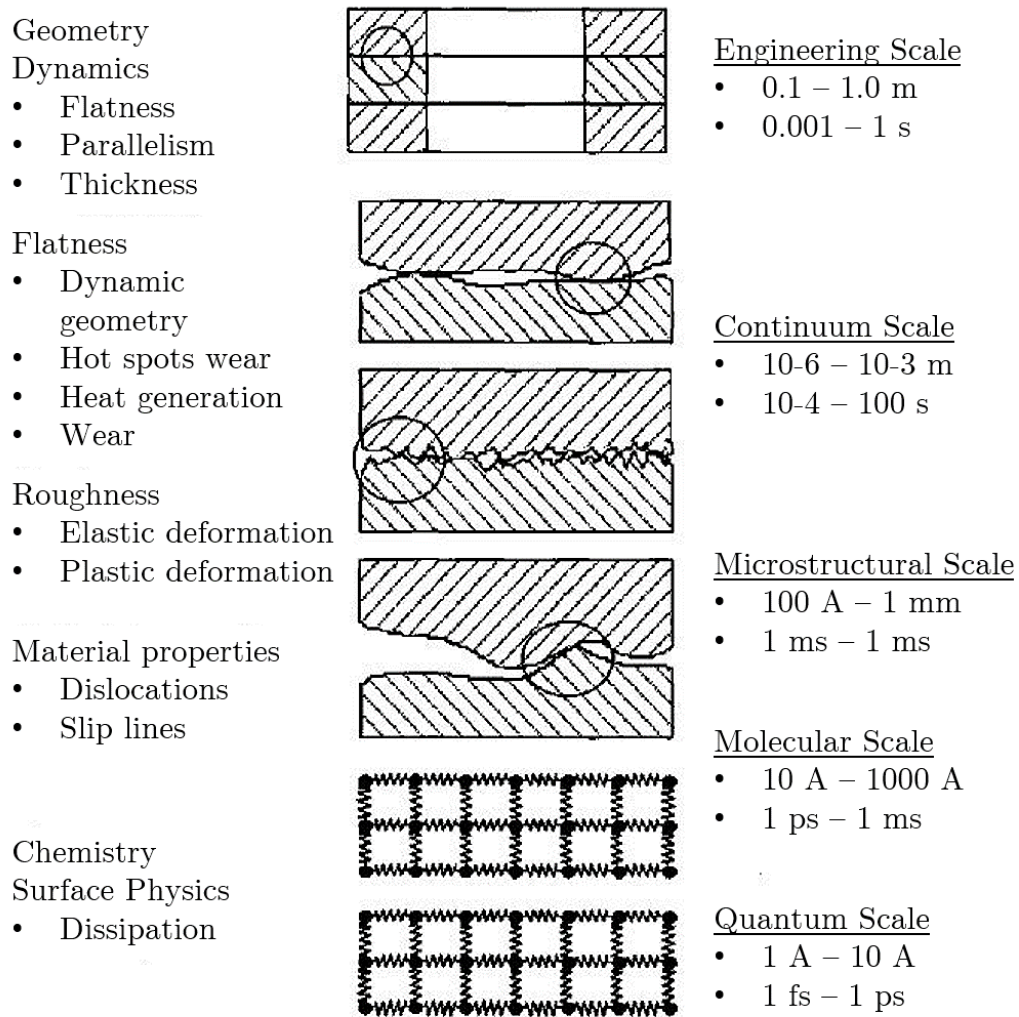


FIGURE 2 – Phénomènes identifiés à différentes échelles de contact [1]

En effet, l'étude de Renault et al. [2] a par exemple mis en évidence des différences significatives du spectre fréquentiel entre deux systèmes de freinage d'un même véhicule (Figure 3).

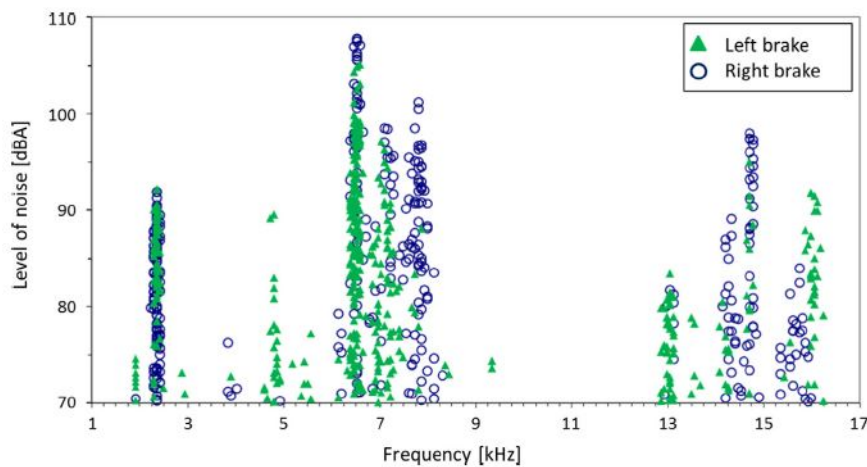


FIGURE 3 – Niveau acoustique enregistré sur une bande fréquentielle [1-17kHz] pour un frein gauche et droit d'un même véhicule [2]

La caractérisation et la quantification des sources incertaines constituent actuellement des actions majeures dans la reproduction du crissement, en utilisant principalement les outils de simulation numérique. En effet, le développement de la puissance de calcul a permis d'investiguer numériquement le crissement avec un jumeau numérique, reposant généralement sur une modélisation Éléments Finis (EF) du système étudié. Pour caractériser l'instabilité, deux techniques de résolution, de nature fréquentielle et temporelle, peuvent être considérées. La première consiste à étudier la stabilité du système autour d'une position d'équilibre glissant à partir des valeurs propres d'un problème aux valeurs propres quadratique. L'analyse est faite au sens de Lyapunov en examinant le signe de la partie réelle des valeurs propres complexes. Cette voie, intéressante d'un point de vue temps de calcul, est néanmoins sur ou sous-prédictive compte tenu de la dépendance du résultat à la position d'équilibre choisie. La seconde méthode s'appuie sur la résolution de l'équation de la dynamique dans le domaine temporel en prenant en compte les non linéarités matérielles, géométriques et de contact dans le but d'accéder à des quantités d'intérêts locales, telles que les efforts de contact ou les vitesses vibratoires. Cette seconde voie se limite principalement à des simulations de freinage de maintien pour des systèmes réduits en terme de composants. En effet, elle est extrêmement consommatrice en temps de calculs et s'avère difficilement exploitable pour des modèles EF industriels, comportant quelques millions de degrés de liberté.

Ces approches déterministes, en particulier l'analyse de stabilité fréquentielle, ont montré une certaine efficacité en phase de conception et de dimensionnement des systèmes de freinage mais aussi quelques limitations, compte tenu du caractère incertain du phénomène de crissement. Celles-ci ne sont pas toujours en mesure de représenter fidèlement une famille de comportements observés expérimentalement.

Etat de l'art récent sur le crissement

Les premières recherches sur les bruits associés à l'instabilité de crissement ne sont pas récentes et ont débuté dans les années 30 [18, 19]. Jusqu'au début des années 2000, ce phénomène a été principalement analysé analytiquement et expérimentalement dans le but de comprendre son origine et d'explorer différents mécanismes tels que le stick-slip [20], le sprag-slip [21] ou le couplage de modes [22]. Plusieurs états de l'art [23–26] sont disponibles dans la littérature permettant de mettre en exergue la complexité de cette problématique, et montrent aussi que celle-ci n'est pas encore totalement comprise.

Depuis une vingtaine d'années, le développement d'approches numériques, en parallèle d'essais physiques sur banc ou sur route, a été accentué dans le but d'améliorer la prédictivité des simulations et de corréliser plus fidèlement aux données expérimentales. Le Tableau 1 dresse une synthèse des récentes publications en lien avec les travaux de recherche menés dans cette thèse. La classification proposée est organisée par équipe de recherche de manière à positionner les travaux développés dans ce mémoire vis-à-vis de la communauté scientifique internationale.

La liste des mots clés principalement ciblés dans ce travail bibliographique est :

- Topographie et interface de contact,
- Usure et frottement,
- Plans d'expériences et analyse de sensibilité,
- Analyse temporelle et de stabilité fréquentielle,
- Développement de méthodes numériques,
- Propagation d'incertitudes.

Équipe de recherche	Mots clés	Originalité	Références
Balmès et al.	<ul style="list-style-type: none"> — Développement de méthodes numériques — Analyse temporelle et analyse de stabilité fréquentielle 	<ul style="list-style-type: none"> — Schéma d'intégration temporelle non linéaire, réduction de modèle — Corrélations calcul-essais, recalage de la géométrie, des propriétés matériaux et des contacts entre composants 	[27–29]
Dufrenoy et al.	<ul style="list-style-type: none"> — Plans d'expériences et analyse de sensibilité — Topographie et interface de contact — Usure et frottement 	<ul style="list-style-type: none"> — Effet sur le couplage de modes de la porosité de plaquettes de freinage par technologie à rayons X et des raideurs à l'interface de contact par indentation — Influence de la non planéité de la surface de contact de plaquettes de freinage sur le spectre fréquentiel, rôle des plateaux de contact sur le couplage de modes 	[11, 13, 30, 31]
Hoffmann et al.	<ul style="list-style-type: none"> — Analyse temporelle et analyse de stabilité fréquentielle — Développement de méthodes numériques — Plans d'expériences et analyse de sensibilité 	<ul style="list-style-type: none"> — Effet des liaisons et de l'amortissement sur les oscillations du système — Analyse de l'instabilité du système à partir des données temporelles 	[32–36]

Massi et al.	<ul style="list-style-type: none"> — Analyse temporelle et analyse de stabilité fréquentielle — Topographie et interface de contact — Plans d'expériences et analyse de sensibilité — Propagation d'incertitudes — Usure et frottement 	<ul style="list-style-type: none"> — Manque de prédictivité de l'analyse de stabilité vis-à-vis de l'analyse temporelle — Effet de l'amortissement et des propriétés matérielles de la garniture sur l'instabilité du système — Lien entre la topographie de la plaquette et le crissement en fonction de l'usure des plaquettes — Perturbation du frottement pour générer une dynamique spécifique à l'interface de contact, étude de surfaces rugueuses 	[14, 15, 37–41]
Oberst et al.	<ul style="list-style-type: none"> — Analyse temporelle et analyse de stabilité fréquentielle — Plans d'expériences et analyse de sensibilité — Propagation d'incertitudes 	<ul style="list-style-type: none"> — Manque de prédictivité de l'analyse de stabilité vis-à-vis de l'analyse temporelle, Régime chaotique des vibrations — Introduction d'indicateurs statistiques et des analyses de corrélation pour l'analyse des instabilités — Utilisation du chaos polynomial pour l'analyse de sensibilité — Etude de la géométrie des plaquettes de freinage 	[17, 42–44]

Ostermeyer et al.	<ul style="list-style-type: none"> — Topographie et interface de contact — Usure et frottement — Développement de méthodes numériques 	<ul style="list-style-type: none"> — Etude de la création, de la croissance puis de la destruction de plateaux à l'interface de contact, méthode numérique Cellular Automata — Interactions entre les propriétés matérielles, la température et l'usure de la surface de contact 	[10, 45–48]
Ouyang et al.	<ul style="list-style-type: none"> — Topographie et interface de contact — Usure et frottement — Développement de méthodes numériques — Propagation d'incertitudes — Plans d'expériences et analyse de sensibilité 	<ul style="list-style-type: none"> — Effet de la topographie des surfaces du disque et des plaquettes sur le crissement, ajout de rainures orientées — Intégration de surfaces réelles avec prise en compte de la rugosité de la surface — Utilisation du krigeage ou d'une technique de perturbation pour calculer les distributions sur les valeurs propres complexes, analyse de fiabilité 	[49–57]

Sinou et al.	<ul style="list-style-type: none"> — Analyse temporelle et analyse de stabilité fréquentielle — Développement de méthodes numériques — Propagation d'incertitudes — Plans d'expériences et analyse de sensibilité 	<ul style="list-style-type: none"> — Manque de prédictivité de l'analyse de stabilité vis-à-vis de l'analyse temporelle — Utilisation de la réduction de modèle, du chaos polynomial et du krigeage pour l'approximation des solutions propres complexes ainsi que la prise en compte d'incertitudes — Développement de méthodes déterministes (GMASA, balance harmonique contrainte) pour palier à la sur ou sous-prédictivité de l'analyse de stabilité — Analyse de l'effet de multiples paramètres (amortissement, frottement, contact) sur le couplage de modes — Etude de contenu fréquentiel de la réponse temporelle pour améliorer la prédictivité du jumeau numérique 	[58–65]
Tison et al.	<ul style="list-style-type: none"> — Propagation d'incertitudes — Développement de méthodes numériques — Topographie et interface de contact — Plans d'expériences et analyse de sensibilité 	<ul style="list-style-type: none"> — Modes homotopiques, contrôleur logique flou, ensembles flous — Mesure expérimentale de la topographie, champs aléatoires — Méthode d'agrégation des modes instables ISDM — Amélioration de la prédictivité des analyses de stabilité, mise en évidence du rôle clé de la topographie des interfaces de contact 	[2, 16, 66–70]

TABLEAU 1 – Synthèse des publications en lien avec les travaux de recherche menés dans cette thèse

Afin de comprendre le rôle de multiples paramètres dans l'apparition du crissement, de nombreux articles mettent en avant des plans d'expériences et des analyses de sensibilité à partir de modèles phénoménologiques, des modèles éléments finis ou des essais physiques. Sinou et al. [58], Cantone et al. [39] et Hoffmann [32, 33] utilisent un modèle phénoménologique pour analyser l'effet de l'amortissement sur la détermination des instabilités ainsi que sur l'évaluation de l'amplitude des cycles limites [58] et discutent du rôle du taux de croissance dans ce type d'analyse. Kruse et al. [34], quant à eux, étudient l'influence des liaisons sur les vibrations induites par le frottement. Magnier et al. [11] analysent, d'une part, la porosité des plaquettes de freinage par une technologie à rayons X et calibrent un modèle disque aiguille pour étudier le couplage de modes en fonction de l'évolution des propriétés matérielles hétérogènes. D'autre part, Magnier et al. [31] identifient les propriétés mécaniques de l'interface de la plaquette grâce à des tests d'indentation et exploitent une méthode d'identification du module d'Young pour étudier les évolutions des propriétés après différents cycles d'usure. L'intégration de ces données matérielles dans un modèle éléments finis d'un système de freinage permet l'analyse des distributions de pression de contact ainsi que l'impact sur le spectre fréquentiel. Lazzari et al. [41] proposent une nouvelle méthode pour identifier expérimentalement les matériaux de la garniture de la plaquette en mesurant le niveau sonore émis à l'interface et mettent en place une analyse paramétrique pour quantifier leur effet sur le crissement. Finalement, Denimal et al. [64] se focalisent sur une analyse de sensibilité des valeurs propres complexes, issues d'une analyse de stabilité, en fonction des différents contacts présents entre les composants d'un système de freinage. Pour classer le rôle de ces différents contacts, les auteurs utilisent une stratégie numérique basée sur un algorithme génétique en recherchant la configuration la plus instable.

Concernant la topographie des surfaces en contact, en particulier celle des plaquettes de frein, Massi et al. développent un dispositif expérimental [15] pour étudier le lien entre l'occurrence de crissement et la dynamique du système, puis mettent au point un modèle numérique [37] pour corrélérer leurs observations. Les auteurs étudient expérimentalement les surfaces de contact issues de configurations crissantes ou non [14] et discutent des liens possibles avec le crissement (plateaux, vitesse de glissement, rugosité, ...). L'étude est toutefois limitée à quelques petites zones de la plaquette. Wang et al. [54] étudient numériquement des éprouvettes ayant une texturation différente de la surface de plaquettes (orientation de rainures) par l'intermédiaire de simulations fréquentielles et temporelles et montrent l'effet de la topographie sur la propension au crissement. Une étude similaire a été menée par Wang et al. [55, 56] pour la surface du disque. Abubakar et al. [50, 51] étudient l'usure des plaquettes de freinage et discutent de l'effet de la rugosité des plaquettes sur les instabilités et montrent la nécessité de prendre en compte des surfaces réelles dans les simulations numériques. Ostermeyer et al. [45] et Muller et al. [46] développent une méthode numérique, appelée Cellular Automata, pour analyser l'évolution de la topographie des plaquettes et en particulier la création, la croissance puis la destruction de plateaux liées à l'usure des plaquettes et au 3^{ème} corps faisant évoluer les surfaces en contact. Les auteurs prennent en compte les effets du coefficient de frottement et de la température et analysent la distribution du contact. Magnier et al. [30] investiguent l'effet de la raideur des ressorts d'interface, utilisés dans un modèle disque-aiguille, sur le couplage de modes et effectuent différents tests en considérant des distributions hétérogènes sur toute la surface de la plaquette. Bonnay et al. [13] étudient l'influence de la non planéité de la surface de la plaquette de freinage sur les couplages de modes à partir d'un dispositif expérimental disque-aiguille ainsi qu'un modèle phénoménologique. Une analyse de sensibilité de la taille des plateaux de contact est effectuée pour déstabiliser la position d'équilibre. Ostermeyer et al. [48] étudient les interactions entre les propriétés matérielles, la température et l'usure de la surface de contact en considérant deux matériaux pour les garnitures de plaquettes. Graf et al. [47] étudient la topographie de zones de plaquettes de frein d'environ 1 mm^2 pour mettre en

évidence son évolution après une sollicitation sévère en pression et en température (fading) et développent un modèle analytique pour étudier la dynamique à l'interface de contact. Heussaff et al. [66], Tison et al. [16] et Renault et al. [2] ont montré l'intérêt de substituer la surface de contact traditionnellement lisse par une famille de surfaces générées aléatoirement représentant plus fidèlement les surfaces réelles observées expérimentalement. La méthode proposée repose sur quelques mesures discrètes de la surface de contact [66] en utilisant un interféromètre à lumière blanche dans le but d'acquérir les fonctions de corrélations 1D dans les directions radiale et tangentielle de la plaquette [66]. Ces données sont ensuite utilisées pour construire des champs aléatoires homogènes par l'intermédiaire de la décomposition de Karhunen Loève. Finalement, la génération d'une famille d'échantillons a permis d'améliorer la prédictivité des analyses de stabilité fréquentielle [2] et ainsi de mieux corrélérer aux essais sur banc [16]. Les auteurs développent la méthode ISDM (Improved Squeal Detection Methodology) et utilisent la notion de robustesse des solutions propres pour constituer efficacement les familles de modes instables.

Une grande partie des analyses multiparamétriques repose sur des analyses de stabilité, bien connues pour être sur ou sous prédictives en terme de fréquences instables. Abubakar et al. [49] et Massi et al. [37] mettent en évidence le manque de prédictivité pour certaines fréquences instables de l'analyse de stabilité vis-à-vis de la simulation temporelle non linéaire. Sinou [59] montre l'intérêt d'investiguer la réponse temporelle des systèmes frottants et d'analyser les fréquences fondamentales ainsi que les combinaisons d'harmoniques, obtenues par exemple par une transformée en ondelettes. Cette approche arrive en complément d'une analyse de stabilité fréquentielle qui est sur ou sous-prédictive compte tenu de la position d'équilibre choisie. Oberst et al. [43] mettent en place des simulations temporelles non linéaires et montrent que certaines instabilités détectées lors de l'analyse temporelle ne sont pas observées lors d'une analyse de stabilité fréquentielle puis se focalisent sur le régime chaotique des vibrations [17]. Les données temporelles sont analysées avec des indicateurs statistiques et des analyses de corrélation [42]. Ces auteurs étudient l'effet de la géométrie des plaquettes, en particulier le nombre de rainures et leur orientation, sur les instabilités et le bruit généré par chaque configuration. Pour remédier aux limitations de l'analyse de stabilité, différents travaux se sont portés sur l'exploitation de données temporelles. Vermot des Roches et al. [27] développent un schéma d'intégration temporelle non linéaire basé sur une réduction de modèle afin d'être compatible avec une modélisation éléments finis de grande taille d'un système de freinage (disque, plaquettes, étrier, ...). Dans la référence [28], les auteurs se concentrent sur la raideur à l'interface de contact au cours de la simulation. Martin et al. [29] ont ensuite développé des outils et des critères pour faciliter la corrélation calculs-essais pour l'analyse du crissement à partir de ces données. Les auteurs se focalisent ainsi sur le recalage de la géométrie, des propriétés des matériaux et des contacts entre composants. Lacerra et al. [40] développent une loi de frottement intégrant une perturbation du coefficient de frottement afin de représenter une excitation large bande du contact à l'interface. Stender et al. [35] proposent d'identifier des taux de croissance associés aux instabilités à partir d'une identification des réponses temporelles dans le but de comparer efficacement les comportements de différents systèmes de freinage. Stender et al. [36] utilisent une stratégie numérique basée sur des réseaux de neurones profonds pour détecter, identifier et prédire les vibrations en lien avec le crissement à partir d'une base de données d'enregistrements temporels.

De récents travaux se sont portés sur le développement de méthodes numériques déterministes complémentaires à l'analyse de stabilité. Coudeyras et al. [60] généralisent la méthode de la balance harmonique contrainte, qui permet de calculer l'état dynamique stationnaire d'un système autonome non linéaire sujet à un seul mode instable, à des systèmes autonomes comportant plusieurs modes instables. Cette nouvelle approche permet de répondre à la problématique du crissement, où le spectre fréquentiel excité est riche en fréquences. L'idée est de

compléter la prédiction de l'analyse de stabilité sans avoir recours à des analyses temporelles coûteuses en temps de calcul. Denimal et al. [65] proposent la méthode GMASA (Generalized Modal Amplitude Stability Analysis) pour calculer le comportement dynamique d'un système de freinage dans le but de compenser le caractère sous-prédictif d'une analyse de stabilité fréquentielle. Cette méthode se positionne en complément de l'analyse de stabilité et permet de déterminer les occurrences de crissement. La méthode consiste à construire une approximation de la solution dynamique initiale linéarisée autour d'un point d'équilibre pour une amplitude modale fixée ainsi que la contribution des différents modes potentiellement instables en évaluant la montée en divergence ou, au contraire, l'atténuation de ces derniers.

Pour investiguer les incertitudes observées expérimentalement, plusieurs approximations ou techniques de propagation ont été développées intégrant des modèles de substitution ou d'ordre réduit. Sadet et al. [70] et Massa et al. [67] intègrent des modes homotopiques au sein des sous-espaces de projection utilisés pour la résolution des problèmes aux valeurs propres quadratiques. L'objectif est d'augmenter, d'une part, la précision du calcul des solutions complexes ainsi que la confiance sur les parties réelles, traduisant l'instabilité du système, et d'autre part, de prendre en compte des variabilités dans le but de mener des plans d'expériences numériques et des analyses de sensibilité [67]. Do et al. [69] et Massa et al. [68] couplent cette technique de réduction de modèle à une synthèse modale et à un contrôleur, basé sur de la logique floue, pour faciliter la prise en compte de différents états de contact [69] ainsi que des imperfections, modélisées par la théorie des sous-ensembles flous [68]. Parallèlement, Besset et al. [62] mettent en place une double synthèse modale intégrant des modes d'interface complexes, dus à un frottement non nul, pour calculer avec précision les solutions propres du problème aux valeurs propres quadratique, afin de pouvoir mener une analyse multiparamétrique avec des temps de calcul réduits. Sarrouy et al. [61] discutent de la propagation d'incertitudes dans le cas où les variables sont aléatoires et proposent d'utiliser le chaos polynomial intrusif pour calculer les solutions complexes aléatoires. L'objectif est de remplacer les simulations de Monte-Carlo, utilisées dans [38], trop coûteuses en temps et non compatibles en phase de conception. Les auteurs ciblent le coefficient de frottement et discutent de l'efficacité du chaos polynomial généralisé multi-éléments pour partitionner l'espace de conception et conserver des degrés d'approximation relativement faibles par zones. Zhang et al. [44] testent une analyse probabiliste basée sur un chaos polynomial et exploitent les coefficients du chaos pour mener une analyse de sensibilité et classer l'influence de plusieurs paramètres, tels que le coefficient de frottement ou les raideurs de contact. Nobari et al. [52] utilisent, d'une part, une technique de surface de réponse, basée sur un krigeage, pour approximer les solutions propres complexes et calculer les distributions de probabilité associées aux parties réelles, et d'autre part une méthode de perturbation pour propager des incertitudes, modélisées par des variables aléatoires [53]. L'objectif est ainsi de pallier au coût CPU d'une simulation de Monte-Carlo et de mener une analyse de fiabilité pour détecter les zones stables et instables de l'espace de variation. Denimal et al. [63] utilisent, dans un premier temps, un modèle de substitution de type krigeage pour approximer les valeurs propres complexes issues d'une analyse de stabilité et mettent en avant la difficulté de suivre les modes instables du système lors de la constitution des ensembles d'entraînement. Dans un second temps, les auteurs proposent de coupler un chaos polynomial et un krigeage pour développer une méthode de substitution hybride permettant la propagation des incertitudes à la fois épistémique et aléatoire. Ils étudient les effets du coefficient de frottement et des masses ponctuelles ajoutées sur l'étrier sur le spectre fréquentiel instable.

Depuis quelques années, de nombreux travaux s'orientent sur un enrichissement des modèles éléments finis pour représenter le plus fidèlement possible la complexité du système de freinage. La représentation de la variabilité des paramètres du système pour amener une notion de famille de comportements entre dans cette catégorie. Beaucoup de travaux concernent également le passage aux simulations temporelles plutôt que fréquentielles jugées moins prédictives. Les

objectifs de ces travaux de thèse vont dans ce sens et balayent à la fois un caractère expérimental et numérique.

Objectifs de la thèse

Le premier objectif est d'établir un lien entre les paramètres de surface et l'instabilité dynamique. Pour ce faire, une large campagne expérimentale a été menée dans le but de caractériser la topographie des surfaces de contact des plaquettes d'un système de freinage automobile. Ces travaux se positionnent en complément de ceux menés par Bonnay et al. [13], Massi et al. [14], Abubakar et al. [50, 51] et Graf et al. [47]. On s'intéresse ici à la topographie complète de la surface de friction de la plaquette contrairement aux études existantes dans la littérature où seulement quelques zones ou quelques relevés discrets sont ciblés. Ces mesures ont pour objectif d'analyser le rôle des différentes échelles topographiques en fonction du niveau d'usure de la plaquette.

Le deuxième objectif est de modéliser des surfaces de contact de plaquettes de frein, observées expérimentalement, puis de les intégrer dans des simulations éléments finis fréquentielles et temporelles. La prise en compte des données topographiques à différentes échelles a comme objectif d'étendre les travaux menés par Heussaff et al. [66], Tison et al. [16], Renault et al. [2] en ayant une meilleure connaissance et expertise des fonctions de corrélation à exploiter pour représenter les scénarios observés expérimentalement. Une approche probabiliste est utilisée pour la génération de multiples topographies numériques dans le but d'effectuer des plans d'expériences et ainsi d'investiguer l'effet des variabilités topographiques sur l'instabilité du système frottant.

Le troisième et dernier objectif est d'étudier la répercussion de l'évolution de la surface de contact sur les fréquences instables issues de simulations temporelles. Pour y parvenir, une méthode numérique couplant des éléments finis, pour représenter les composants étudiés, et des éléments discrets, pour modéliser la topographie de la plaquette de freinage, est ici mise en place. Ces travaux se placent selon une démarche comparable à celles menées par Ostermeyer et al. [45] et Muller et al. [46].

Plan du mémoire

Le mémoire est divisé en cinq chapitres.

Le premier chapitre décrit, dans un premier temps, un outil numérique de reconstruction de la topographie complète d'une plaquette de freinage, permettant ainsi de passer outre les limitations de l'outil de mesure. Dans un second temps, une analyse des topographies de plaquettes neuves de trois fabricants et pour quatre topologies (nombre des rainures et orientation) est présentée en utilisant des outils de décomposition de surfaces multi-échelles (forme, ondulation, rugosité).

Le deuxième chapitre résume, en premier lieu, la base de données de surfaces de plaquettes qui a été construite pour deux niveaux d'usure suite à des essais de freinage sur banc, puis dresse une analyse des topographies usées et des occurrences de crissement observées. En second lieu, la mise en place d'essais interrompus, pour des fréquences instables choisies, est présentée dans le but d'identifier un lien entre les données topographiques et le spectre fréquentiel.

Le troisième chapitre est consacré à la mise en place d'une stratégie numérique pour la reconstruction de familles de topographies, représentatives de celles enregistrées dans la base de données. Ce travail repose sur la représentation numérique des différentes échelles de la topographie, à savoir de multiples formes et ondulations. Ces dernières sont construites à partir de champs aléatoires, basés sur des fonctions de corrélation analytiques ou expérimentales.

Le quatrième chapitre est dédié à l'intégration des topographies numériques, précédemment construites, au sein de simulations fréquentielles et temporelles. Une analyse de sensibilité des paramètres topographiques clés permet d'évaluer l'influence de la topographie sur les fréquences instables, calculées directement à partir d'une analyse de stabilité ou à partir de la transformée de Fourier des signaux temporels.

Le cinquième et dernier chapitre présente une approche numérique, combinant des éléments finis et des éléments discrets. L'objectif est d'étudier, en fonction des données topographiques initiales définies dans le chapitre précédent, l'évolution du spectre fréquentiel associé à l'évolution des surfaces au cours de la simulation temporelle. Dans un premier temps, l'étude se focalise sur l'obtention des domaines discrets ainsi que sur l'identification des paramètres des liaisons cohésives entre particules. Dans un second temps, des simulations temporelles sont menées pour confirmer le lien entre les paramètres de surface et l'instabilité dynamique.

Chapitre 1

Quantification des variabilités topographiques des plaquettes neuves

Sommaire

1.1	Introduction	14
1.2	Dispositifs de mesure de surfaces	14
1.2.1	Les profilomètres optiques	14
1.2.2	Procédure de scan des plaquettes	16
1.3	Procédure de reconstruction	17
1.4	Décomposition et analyse multi-échelles	19
1.4.1	Méthode de caractérisation multi-échelles	19
1.4.2	Décomposition multi-échelles d'une plaquette	20
1.4.3	Paramètres et critères d'analyse de surfaces	22
1.5	Analyse topographique des plaquettes neuves	25
1.6	Conclusion	31

1.1 Introduction

L'étude bibliographique, menée dans l'introduction, a mis en exergue que plusieurs équipes se focalisent, depuis quelques années, sur l'interface de contact disque plaquettes et en particulier sur la topographie des plaquettes après usure et crissement. La majorité de ces études s'est orientée vers des analyses expérimentales de quelques zones des plaquettes, de taille restreinte, en ciblant des évolutions significatives de topographie (usure, plateaux, effet du 3^{ème} corps, . . .). Afin d'avoir une évolution globale de la topographie, on propose, dans ce premier chapitre, de mesurer l'intégralité de la surface de plaquette, en utilisant un outil de mesure optique.

Comme l'outil Bruker Alicona, utilisé au LAMIH, ne permet pas l'acquisition de la surface complète d'une plaquette, une méthode numérique de reconstruction est, dans un premier temps, élaborée afin de contourner cette limitation. Dans un second temps, une décomposition multi-échelles est appliquée à la topographie obtenue pour identifier des critères topographiques, utiles pour extraire les caractéristiques des surfaces mesurées.

Cette stratégie est appliquée pour investiguer quatre topologies de plaquettes à l'état neuf, fournies par trois fabricants.

1.2 Dispositifs de mesure de surfaces

1.2.1 Les profilomètres optiques

Le développement des outils de mesures au cours du dernier siècle a permis l'intensification de l'étude des surfaces. Ce développement prend racine au XX^{ème} siècle, lorsque Michelson [71] développe les premiers interféromètres. Plusieurs successions d'améliorations ont eu lieu durant les années qui ont suivi et ont permis l'émergence d'une pluralité d'outils de mesures tactiles et optiques (présentés Figure 1.1). L'historique de la diversité des machines de mesures de surface est présenté dans le livre de Leach et al. [72].

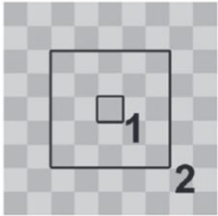
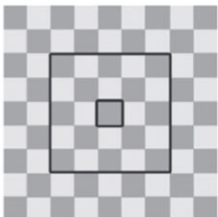
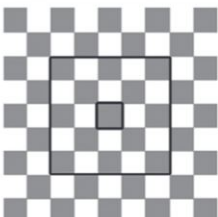


FIGURE 1.1 – Outils de mesure de topographies :
(a) à stylet [3] (b) optique

Les outils optiques utilisent un système de lentilles, de capteurs optiques et de miroirs pour capturer la topographie des surfaces. Contrairement aux outils tactiles, les machines de mesure optiques permettent une mesure non destructive. Cette caractéristique permet aussi de mesurer à plusieurs reprises au même endroit, ce qui est essentiel pour la définition d'une zone de recouvrement. Toutefois, si les conditions lumineuses sont mauvaises, l'acquisition des données par une machine optique peut contenir des erreurs.

Parmi les outils de mesures optiques, nous distinguons trois familles : les interféromètres, les microscopes confocaux et les microscopes à variation focale (focus variation microscopy). Dans le cadre de notre étude, un microscope à variation focale a été utilisé.

La microscopie à variation focale cherche la position pour laquelle le focus optique est atteint et ainsi détermine les hauteurs à chaque point de la surface [73]. Le focus est défini comme une différence d'intensité entre un pixel et ses voisins. Cette différence est calculée comme un écart-type. Lorsque ce dernier est maximal, le focus est considéré comme optimal [72]. La définition de la variation focale est illustrée Figure 1.2 (Figure extraite de [4]).

Scan position	Surface image	Standard deviation
Out of focus		10
Almost in focus		20
In focus		50

1 Point of interest for which the focus information is calculated.
2 5x5 neighbourhood of points used to calculate the focus information (standard deviation).

FIGURE 1.2 – Définition du focus des microscopes à variation focale [4]

Les appareils de mesure ne permettant pas une acquisition des hauteurs de manière absolue, plusieurs plans peuvent influencer sur la mesure. En effet, le support de la table, la planéité du sol, les variations et vibrations environnementales, etc. sont des paramètres pouvant influencer sur la planéité de la mesure menant à l'ajout d'un ou plusieurs plans aux hauteurs obtenues. C'est pourquoi, il est recommandé de retirer un ou plusieurs plans à la mesure brute obtenue par l'appareil avant de procéder à toute analyse ou traitement.

1.2.2 Procédure de scan des plaquettes

La mesure des topographies est réalisée à l'aide de l'InfiniteFocus G5 3D produit par Bruker-Alicona et présenté Figure 1.3. L'objectif $\times 5$ utilisé permet d'obtenir une résolution verticale de 410 nm pour une plage de mesure de 2.82 mm. La surface mesurée est construite en utilisant le recollement numérique, dit "Stitching", de séries d'images de $2.82 \times 2.82 \text{ mm}^2$ et peuvent alors atteindre avec cet appareil une surface maximale de $100 \times 100 \text{ mm}^2$, ne permettant de couvrir qu'un peu plus d'une demi-plaquette de frein.

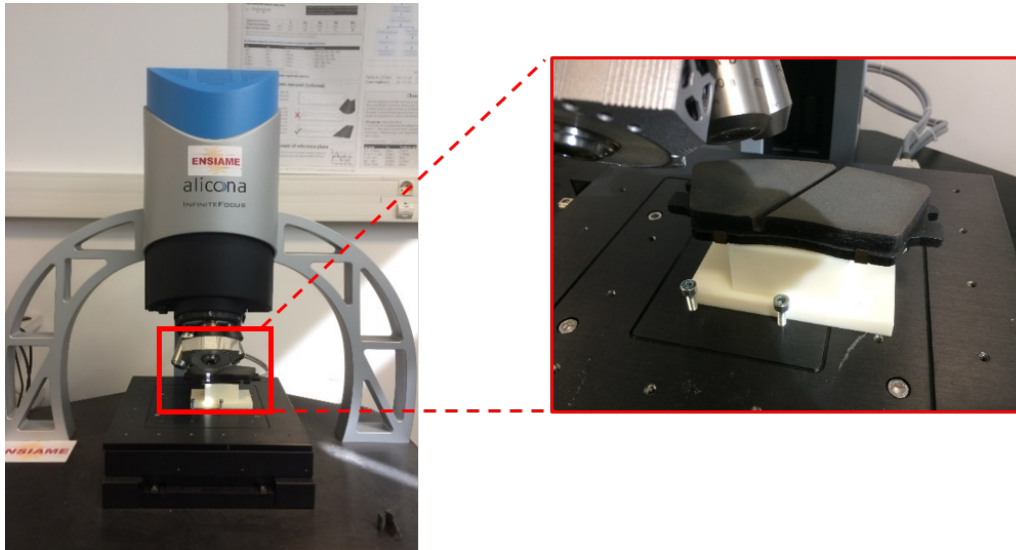


FIGURE 1.3 – Dispositif expérimental pour le scan des topographies de plaquettes

Les plaquettes étant plus grandes que la capacité maximale de la machine, la surface complète des plaquettes est obtenue en utilisant un recollement entre les deux parties de la surface mesurées séparément comme illustré Figure 1.4a et Figure 1.4b. Pour minimiser l'écart de positionnement entre les deux moitiés, plusieurs guides fabriqués par impression 3D sont utilisés pour positionner et guider la plaquette, comme illustrés Figure 1.3.

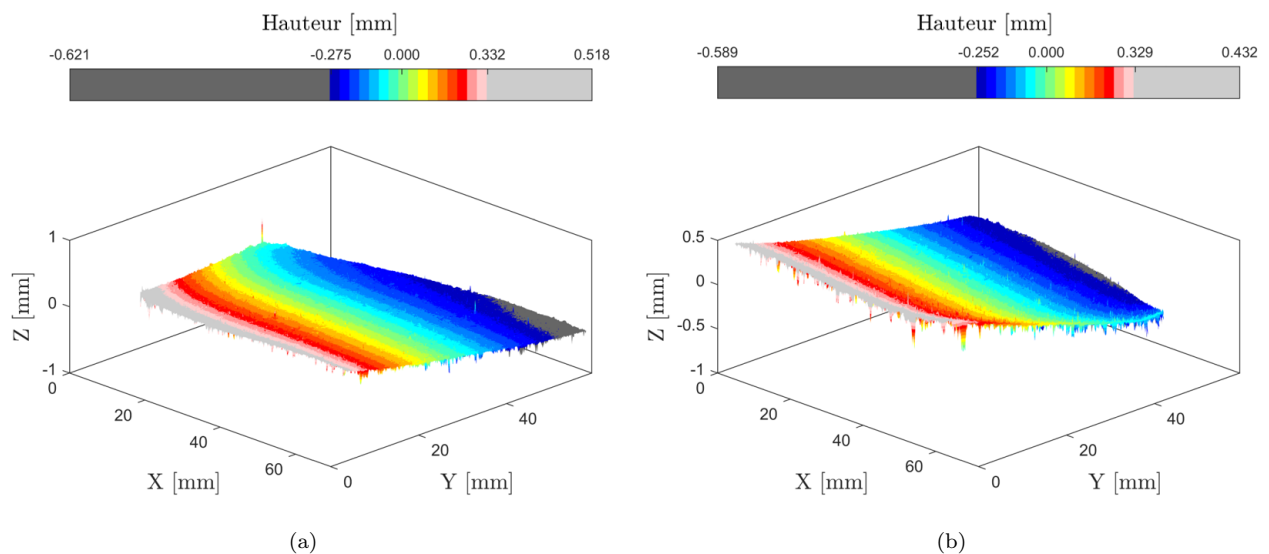


FIGURE 1.4 – Deux scans indépendants de plaquettes (a) côté gauche, (b) côté droit

Malgré cette précaution, la mesure ne garantit pas la continuité entre les scans des deux parties. Il est alors nécessaire de développer une méthodologie de reconstruction permettant de construire la topographie complète. La méthodologie est présentée dans la section suivante en exploitant une zone mesurée commune aux deux parties.

1.3 Procédure de reconstruction

La procédure de scan pour une demi-plaquette, correspondant à une aire de $70 \times 60 \text{ mm}^2$, prend approximativement deux heures. À la fin de la mesure, la surface est rééchantillonnée avec une grille d'un pas fixe de $50 \mu\text{m}$ selon les axes X et Y. La nature relative de la mesure introduit une légère inclinaison du plan moyen de la surface qui est classiquement corrigée par redressement avant tout traitement. Dans ce cas, un redressement de chaque partie, mesurée indépendamment, pourrait introduire une erreur sur la forme globale de la surface complète. Toutes les opérations décrites ci-dessous sont donc effectuées en utilisant les mesures brutes. Le plan moyen est redressé après recollement des deux parties.

La méthode de reconstruction est basée sur des transformations géométriques, translations et rotations, calculées après le marquage manuel des mêmes irrégularités présentes sur chaque demi-plaquette dans la zone de recouvrement. Un organigramme, qui résume les principales étapes de la méthode d'assemblage, est présenté Figure 1.5. Chaque étape est décrite ci-dessous.

- La première étape consiste à marquer manuellement les irrégularités dans la zone de chevauchement de chaque demi-plaquette. Les zones de chevauchement (Figure 1.6a) sont présentées avec des rectangles en pointillés rouges tandis que certaines irrégularités sont mises en évidence par des rectangles en pointillés noirs dans la demi-plaquette de droite pour laquelle les transformations géométriques sont appliquées, celle de gauche étant fixe. Les croix noires dans la moitié gauche de la plaquette représentent les positions approximatives des irrégularités correspondantes. L'objectif final est de superposer l'ensemble des irrégularités marquées sur toute la hauteur des demi-plaquettes. Pour chaque couple d'irrégularités, la position initiale est corrigée en recherchant la meilleure corrélation entre l'image formée par le rectangle en pointillé noir et celle extraite d'une zone légèrement plus grande autour de la croix de la partie gauche.
- À partir des deux ensembles de points obtenus à la première étape, on peut calculer les translations et rotations dans le plan à appliquer à la surface de droite. Deux lignes sont calculées au sens des moindres carrés en utilisant les positions de tous les marqueurs obtenues dans la phase précédente. Les translations le long des axes X et Y et la rotation autour de l'axe Z sont évaluées de manière à superposer les deux lignes. À ce stade, les deux surfaces ne sont pas complètement alignées. Un écart relatif en hauteur subsiste le long de l'axe Z. Pour supprimer cet écart, le plan qui minimise la distance des hauteurs des zones de recouvrement est retiré à l'ensemble des hauteurs de la partie droite. À l'issue de toutes ces corrections, les deux zones de chevauchement sont superposées, comme illustré sur la Figure 1.6b.
- Lors de la troisième étape, la surface complète de la plaquette est obtenue en fusionnant les deux moitiés à l'aide d'une partition de l'unité. Cette technique consiste à ajouter les hauteurs de la zone commune avec une pondération linéaire. La fonction de pondération est représentée sur la Figure 1.7 pour un profil le long de l'axe des X.
- Comme cela est communément fait, la dernière étape consiste à redresser une topographie en retirant un plan moyen. Ce plan, représenté sur la Figure 1.8a, est interpolé à

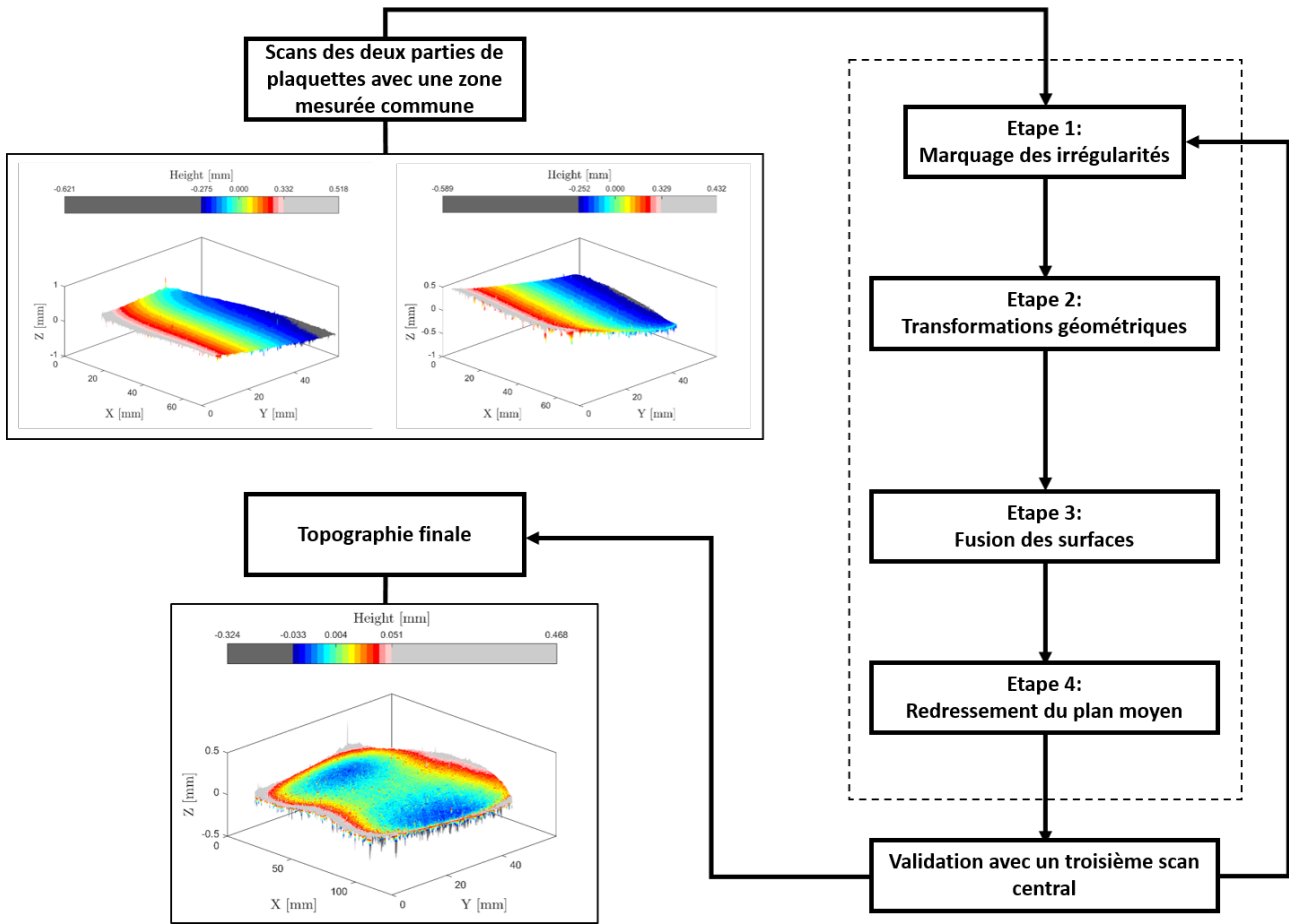


FIGURE 1.5 – Organigramme de la méthode de recollement

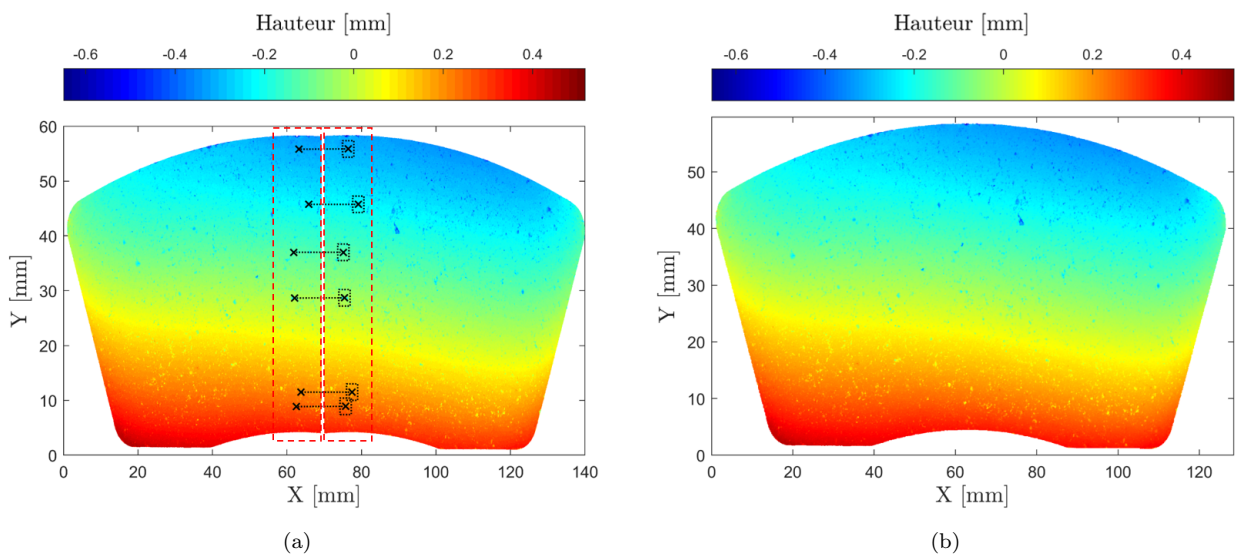


FIGURE 1.6 – (a) Étape 1 - Marquage des irrégularités des deux scans indépendants (b) Étapes 2 et 3 - Transformations géométriques et fusion de la surface

partir de 90% des hauteurs de la surface afin d'éviter les mesures aberrantes. Le résultat de cette étape fournit la topographie finale présentée sur la Figure 1.8b.

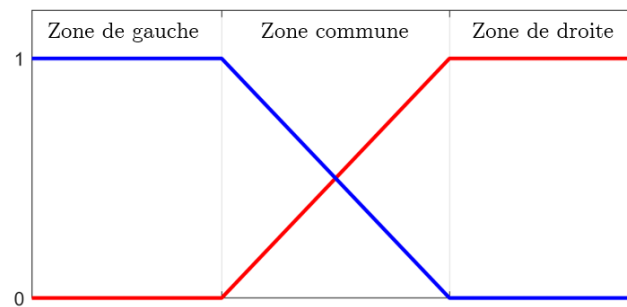


FIGURE 1.7 – Fonctions de pondération pour la fusion des hauteurs des demi-plaquettes

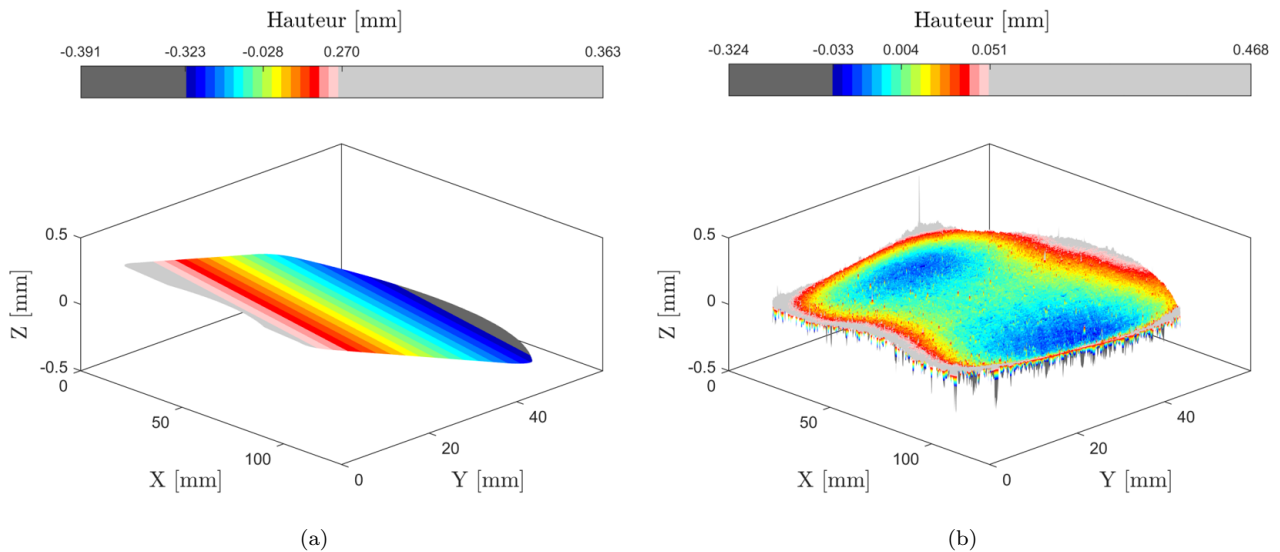


FIGURE 1.8 – (a) Définition du plan global (b) Étape 4 - Topographie finale de la plaquette

Pour vérifier les résultats de la méthode de reconstruction, un troisième scan dans la zone centrale de la plaquette peut être effectué et comparé à la topographie de la plaquette reconstruite, comme le montre la Figure 1.9a. Le troisième scan ne subit qu'une opération de redressement. La comparaison entre les trois profils pris le long de la hauteur de la plaquette, présentée Figure 1.9b, confirme le bon accord de la topographie reconstruite.

1.4 Décomposition et analyse multi-échelles

1.4.1 Méthode de caractérisation multi-échelles

Dans le domaine de l'analyse des surfaces, il est commun d'utiliser différents critères (surfiques, de rugosité, statistiques, etc.) permettant d'établir certaines caractéristiques des surfaces. Toutefois, certains critères, notamment les critères surfiques, ne permettent pas de distinguer les différents profils. En effet, Bhushan et al [5] montrent que différents profils peuvent avoir des critères similaires (Figure 1.10). Avant d'appliquer les critères topographiques, il est alors important de procéder à une décomposition multi-échelles. En effet, les décompositions multi-échelles permettent d'étudier les variations des critères en fonction des différentes échelles choisies. Brown et al [74] ont proposé une revue bibliographique sur les différentes méthodes

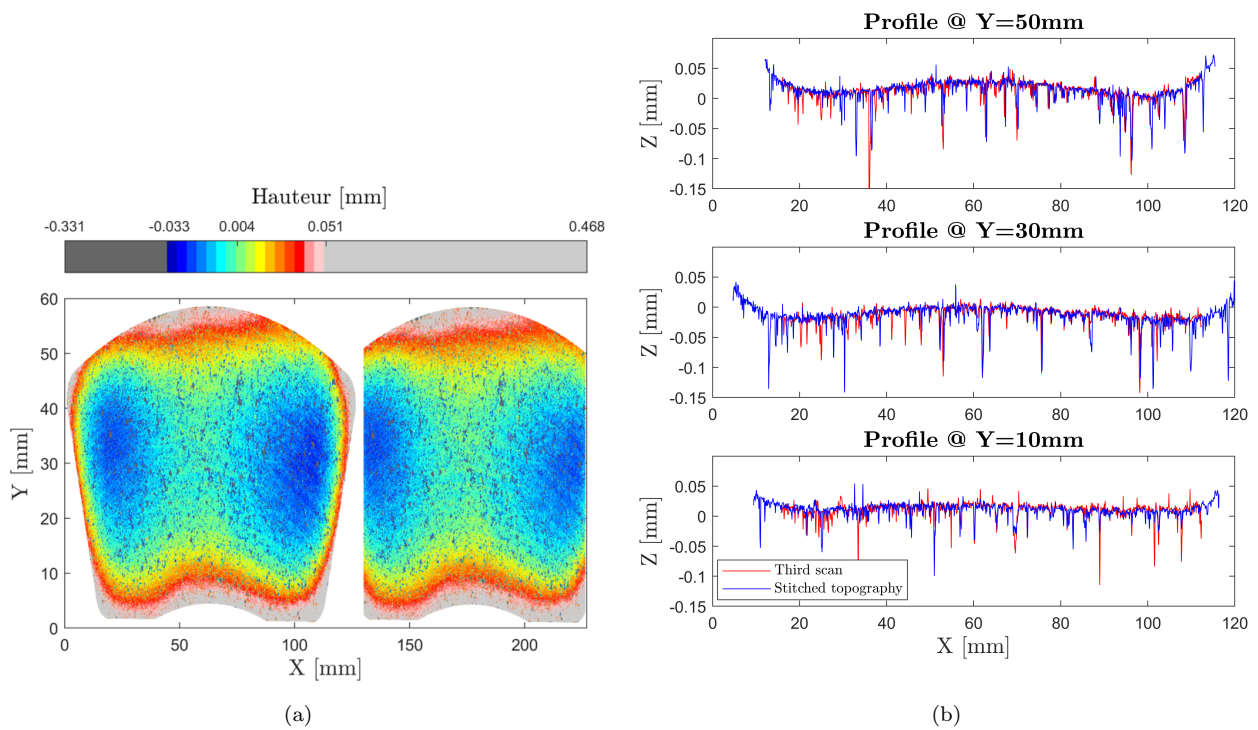


FIGURE 1.9 – Comparaison de la topographie fusionnée avec un troisième scan de la zone centrale

d'analyses multi-échelles. Ils concluent leur revue en proposant de suivre quatre principes qui permettent d'assurer au mieux l'étude topographique :

- La caractérisation, description des caractéristiques géométriques utiles à l'application,
- Le choix des échelles doit être approprié à l'application avec laquelle les topographies sont corrélées,
- Le choix des critères statistiques pertinents à l'étude voulue. Par exemple, les valeurs maximales pour la fatigue ou encore les valeurs moyennes pour le frottement,
- Une mesure adéquate avec la bonne échelle et la bonne résolution est essentielle à la compréhension du phénomène d'intérêt.

Whitehouse et al [6] précisent que l'analyse multi-échelles des topographies de surfaces passe d'abord par la séparation des trois paramètres qui les composent : forme, ondulation, rugosité (Figure 1.11). D'après les auteurs, la forme serait une erreur due à la méthode de fabrication, à des rotations ou à des changements de température. L'ondulation, elle, serait causée par un mauvais usinage ou des défauts au sein du procédé. La rugosité est, en revanche, une irrégularité naturelle des procédés de fabrication.

1.4.2 Décomposition multi-échelles d'une plaquette

La plaquette reconstruite est maintenant analysée en utilisant la décomposition multi-échelles. Les trois principales longueurs d'onde typiques sont ici utilisées, comme le montre la Figure 1.12. La longueur d'onde la plus élevée fait référence à la forme de la topographie, la moyenne à l'ondulation et la plus basse est associée à la rugosité.

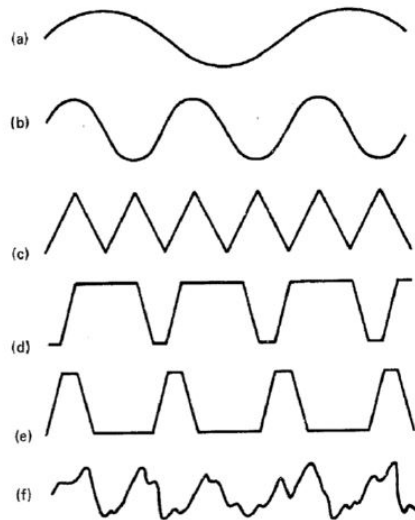


FIGURE 1.10 – Topographies différentes possédant la même moyenne des hauteurs [5]

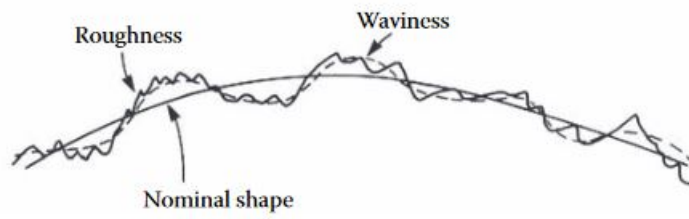


FIGURE 1.11 – Définition de la topographie par Whitehouse [6]

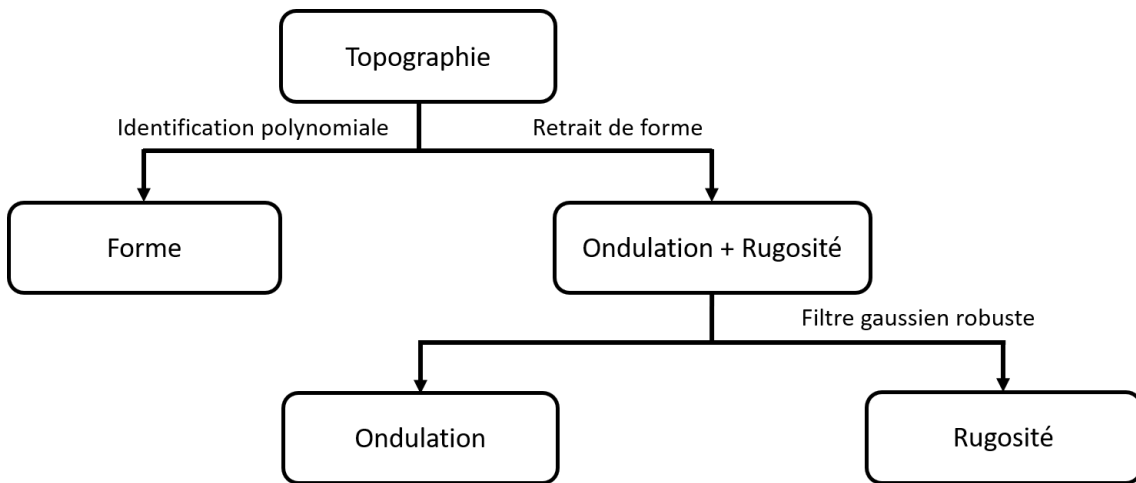


FIGURE 1.12 – Description de la décomposition multi-échelles

L'extraction de la forme de la topographie est réalisée en utilisant une identification polynomiale du second ordre sur les hauteurs au sens des moindres carrés. Pour déterminer le meilleur ordre, une observation de la convergence du critère résiduel, R_i , donné par l'Equation 1.1 en fonction de l'ordre polynomial, est faite :

$$R_i = \|T(X, Y) - F_i(X, Y)\|_2 \quad (1.1)$$

où $T(X, Y)$ et $F_i(X, Y)$ sont respectivement la topographie complète et une forme, représentée par un polynôme au $i^{\text{ème}}$ ordre calculé à partir de la topographie. Un résultat typique obtenu avec la topographie décrite (Figure 1.8b) est présenté Figure 1.13 en considérant successivement sept ordres différents. En pratique, un polynôme de 4^{ème} degré est représentatif de la forme, comme le montre la convergence du résidu de cet ordre. La forme et la surface restante après soustraction de la forme à la topographie sont respectivement représentées Figure 1.14a et Figure 1.14b.

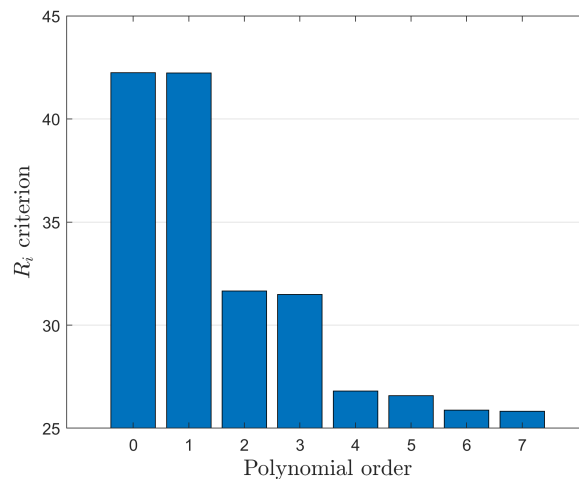


FIGURE 1.13 – Convergence de l'ordre du polynôme suite au retrait de la forme modélisée par une fonction polynomiale

Pour dissocier l'ondulation et la rugosité après le retrait de la forme, un filtre gaussien robuste est appliqué. Le filtre gaussien robuste pour l'analyse des surfaces est présenté dans l'ISO 16610-020011 et dans ASME B46.1-2009. Ce filtre est basé sur une fonction de pondération gaussienne paramétrée par une longueur d'onde de coupure à partir de laquelle l'ondulation et la rugosité peuvent être séparées. La valeur de la coupure est choisie pour obtenir un état de rugosité homogène (800 μm dans ce cas), comme le montre la Figure 1.14d, tandis que l'ondulation est présentée Figure 1.14c.

Nous remarquons que la forme de la plaquette reconstruite (Figure 1.14a) est symétrique et composée de deux ventres excentrés. L'étendue statistique des hauteurs (différence entre la hauteur min et la hauteur max) de la forme est de l'ordre de 100 μm . Pour étudier les hauteurs de l'ondulation et de la rugosité, nous décidons de nous intéresser à 90% des hauteurs afin d'écartier les mesures aberrantes. L'ondulation (Figure 1.14b) est quasi-symétrique avec deux zones de hauteurs importantes de l'ordre de 8 μm . L'étendue des hauteurs de l'ondulation de cette plaquette est de l'ordre de 10 μm . La rugosité est complètement homogène, avec un niveau de hauteurs faibles de l'ordre de quelques microns.

1.4.3 Paramètres et critères d'analyse de surfaces

L'approfondissement de l'analyse passe par la compréhension statistique des grandeurs surfaciques. La norme ISO 25178 [75] précise les termes et les noms des paramètres et critères

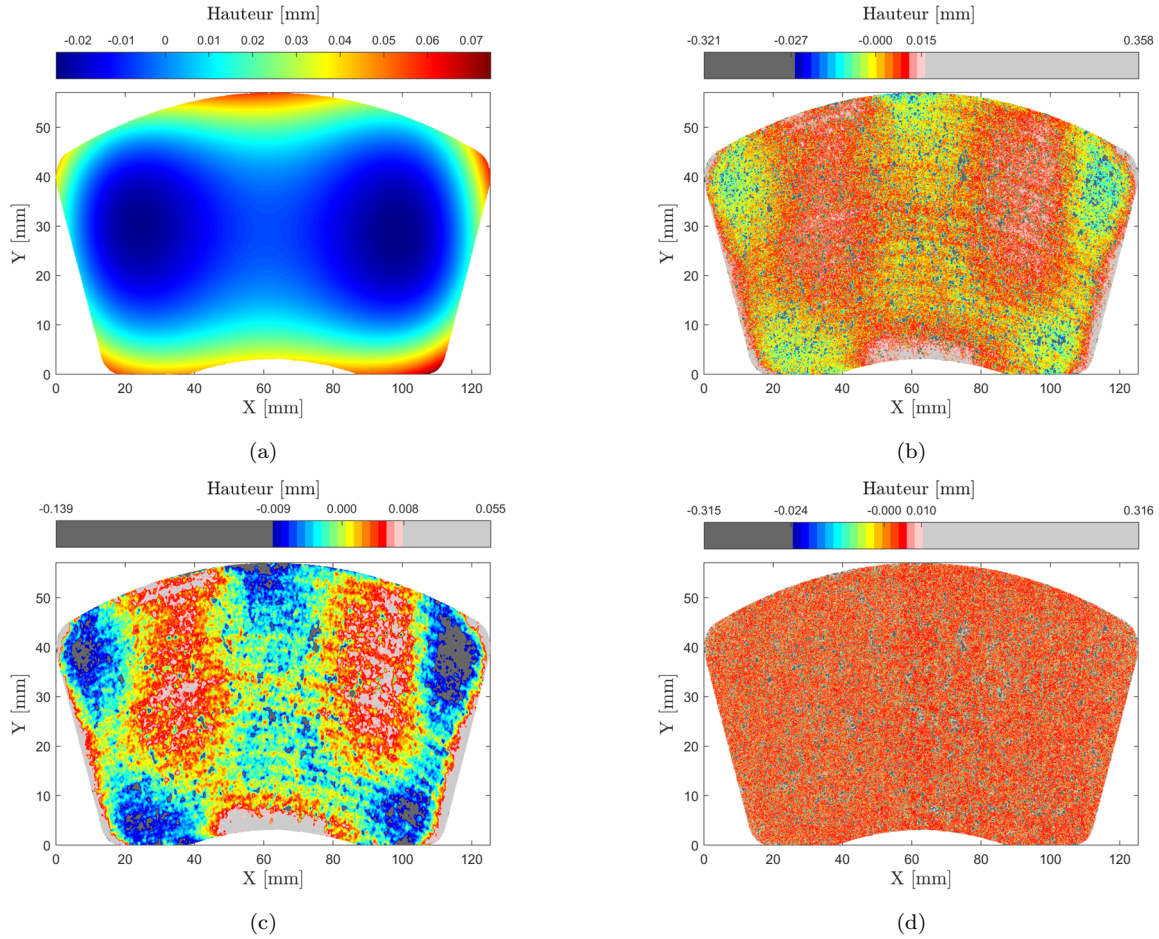


FIGURE 1.14 – Décomposition de la topographie : (a) Forme du 4ème ordre extraite (b) Surface après le retrait de la forme, (c) Ondulation et (d) Rugosité

de surfaces utilisés lors de l'analyse des topographies. Il existe une grande variété de critères d'analyse des surfaces. Dans ce chapitre, seuls les S-paramètres (S_a , S_{dq} , S_{mr} etc.) sont ici considérés.

Parmi ces paramètres, nous en distinguons de différents types. Les premiers sont des paramètres permettant de quantifier les hauteurs. Nous retrouvons ainsi le paramètre de moyennes des hauteurs, le S_a , ainsi que la quantification de la moyenne quadratique des hauteurs, le S_q . Ces deux paramètres sont définis par les relations suivantes :

$$S_a = \frac{1}{A} \iint_A |z(x, y)| dx dy \quad (1.2)$$

$$S_q = \sqrt{\frac{1}{A} \iint_A z^2(x, y) dx dy} \quad (1.3)$$

avec A l'aire de la zone mesurée, x et y les directions dans le plan de mesure et z les hauteurs.

Le seconde famille de paramètres est celle permettant la compréhension de la répartition des grandeurs. Parmi ces derniers, nous retrouvons le paramètre d'asymétrie, S_{sk} calculé à partir du paramètre S_q :

$$S_{sk} = \frac{1}{Sq^3} \frac{1}{A} \iint_A z^3(x, y) dx dy \quad (1.4)$$

Quand la répartition des hauteurs se rapproche d'une Gaussienne, le S_{sk} , lui, tend vers 0. Toutefois le S_{sk} ne permet pas de distinguer la répartition entre les pics et les creux.

Le kurtosis, noté S_{ku} , est strictement positif et sans unité. Il caractérise la dispersion de la distribution de la hauteur. Contrairement au S_{sk} , l'utilisation de ce paramètre ne permet pas seulement de détecter si les pics du profil sont uniformément répartis, mais fournit également une mesure du caractère pointu de la surface. Une surface possédant énormément de pics aura une valeur de S_{ku} élevée et une surface avec des creux aura une valeur de S_{ku} faible.

$$S_{ku} = \frac{1}{Sq^4} \frac{1}{A} \iint_A z^4(x, y) dx dy. \quad (1.5)$$

D'autres paramètres permettent aussi de quantifier le maximum, le minimum etc. Le lecteur intéressé trouvera une liste plus complète dans le livre de Leach et al [76].

Les différents critères sont appliqués à la topographie traitée dans la section précédente et présentés au sein du Tableau 1.1

	Topographie complète	Forme	Ondulation	Rugosité
S_a [mm]	0.0196	0.0173	0.0097	0.0053
S_q [mm]	0.0274	0.0215	0.0169	0.0102
S_{sk}	-0.43	0.869	-1.45	-4.80
S_{ku}	3.10^5	9.10^5	1.10^8	2.10^6
H_{max} [mm]	0.456	0.0895	0.406	0.3628
H_{min} [mm]	-0.332	-0.0310	-0.328	-0.3149

TABLEAU 1.1 – Critères topographiques de la surface reconstruite

Dans le cadre de notre étude, nous souhaitons étudier chacune des échelles, forme, ondulation et rugosité. Les critères, précédemment introduits, ne sont pas viables pour la forme et cela se retrouve dans l'analyse de la plaquette (Tableau 1.1). De plus, le S_{sk} et le S_{ku} sont des critères hautement instables sur notre plaquette, ils ne permettent pas d'être utilisés car dépassant l'intervalle de variation défini dans la littérature [76]. Ainsi les critères restants sont le S_a , le S_q et les hauteurs max et min. Toutefois, le S_a pouvant être identique pour des profils différents, l'analyse doit prendre en compte d'autres critères. Nous décidons alors, pour l'analyse des surfaces, d'utiliser le S_a et la répartition des hauteurs uniquement pour l'ondulation, et l'étendue des hauteurs $E_{min-max}$ pour la forme.

L'utilisation de la courbe d'Abbott Firestone pour l'analyse des surfaces a également été considérée. Toutefois, la courbe étant calculée comme une densité de probabilité cumulative des hauteurs de la surface étudiée (ISO 4287 2000 [77]), nous lui préférons les histogrammes des hauteurs afin d'avoir une meilleure vue de leur répartition.

1.5 Analyse topographique des plaquettes neuves

La stratégie de reconstruction ainsi que l'analyse des surfaces sont appliquées à quatre topologies de plaquettes de trois fabricants différents. Les différentes topologies (Figure 1.15) correspondent à une plaquette sans rainure, avec rainure verticale, avec rainure diagonale et avec double rainures diagonales.

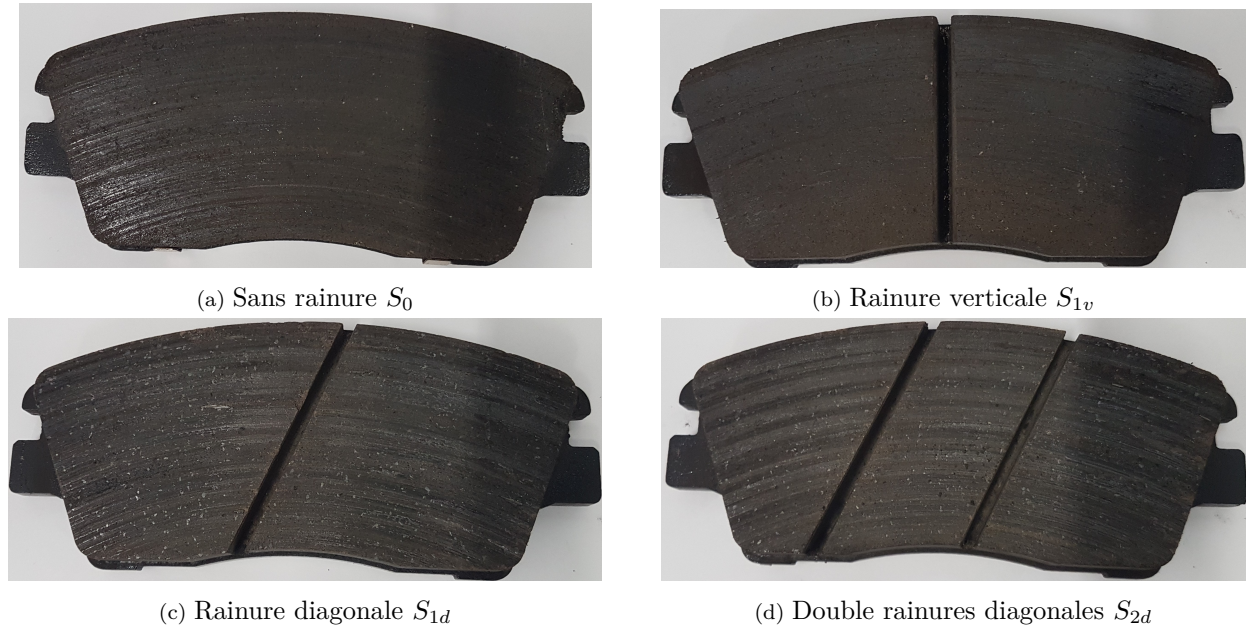


FIGURE 1.15 – Différentes topologies de plaquettes étudiées

Les abréviations utilisées dans le manuscrit pour identifier les plaquettes sont résumées ici :

- Les trois fabricants sont indexés de M_1 à M_3 sans préciser le nom de l'entreprise pour des raisons de confidentialité,
- Concernant la topologie des plaquettes, les indices 0 à 2 représentent le nombre de rainures tandis que les indices v et d décrivent l'orientation de la rainure, à savoir verticale ou diagonale. Ainsi, la topologie des plaquettes est identifiée respectivement par S_0 , S_{1v} , S_{1d} et S_{2d} pour une plaquette sans rainure, avec une rainure verticale, avec une rainure diagonale et avec deux rainures diagonales,
- L'état d'usure est ici indexé par U_0 pour désigner un état neuf. D'autres états seront définis dans le chapitre suivant,
- Les indices P_c et P_p seront respectivement utilisés pour désigner les plaquettes côté étrier et côté piston de l'étrier flottant.

Les résultats des topographies sont exposés Figure 1.16 avec les fabricants en ligne et les topologies en colonne. Ensuite, pour chaque cas de cette matrice $[3 \times 4]$, une sous-matrice $[1 \times 2]$ présente à gauche la plaquette qui sera placée côté étrier (P_c) et à droite celle qui sera placée côté piston (P_p).

Tout d'abord, l'accès aux topographies complètes permet de distinguer trois états principaux, un par constructeur. En effet, une certaine régularité est observable entre les topologies de chaque constructeur. Les plaquettes du constructeur M_1 ont une tendance à être creuses à l'exception des plaquettes M_1S_{1v} qui sont relativement plates. A l'opposé, nous constatons que le troisième constructeur M_3 possède une topographie générale bombée pour toutes les topologies de plaquettes. Le second constructeur M_2 est le constructeur avec la topographie la

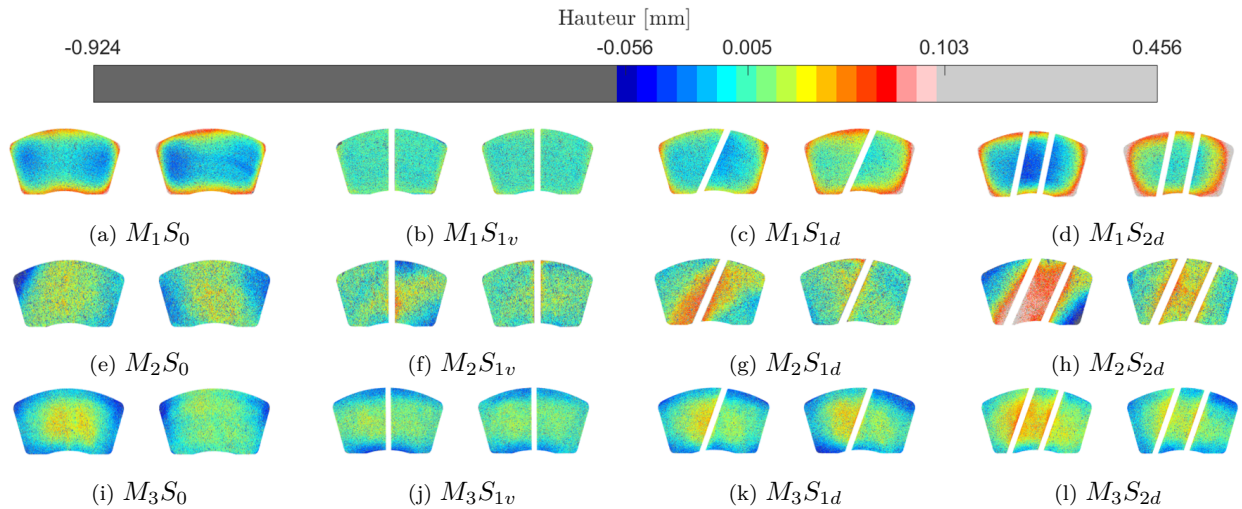


FIGURE 1.16 – Topographies des plaquettes neuves

plus plane à l'exception de M_2S_{1d} et M_2S_{2d} où une concentration de hauteurs importantes le long des rainures est visible.

Ces constats peuvent être de nouveau observés sur la matrice de formes (Figure 1.17). Pour approfondir l'analyse, des histogrammes des hauteurs de formes (Figure 1.18) ainsi que le Tableau 1.2 permettant d'analyser les étendues de hauteurs de forme sont présentés. Nous remarquons que le premier fabricant possède la répartition la plus inégale des trois fabricants avec une prédominance des hauteurs autour de 0. Toutefois, il possède aussi l'étendue la plus importante des trois constructeurs, avec une moyenne toutes plaquettes confondues à 0.1122 mm contre 0.0788 mm pour M_2 et 0.075 mm pour M_3 , montrant qu'il y a une bien plus grande diversité de hauteurs sur les formes de M_1 que sur celles des deux autres fabricants. De plus, nous remarquons que M_1 et M_2 possèdent une répartition des hauteurs quasi symétrique pour la seconde topologie S_{1v} . En revanche, le troisième fabricant est celui possédant la répartition la plus inégale entre les topologies. En effet, d'une topologie à l'autre, M_3 est celui présentant le moins de similarités.

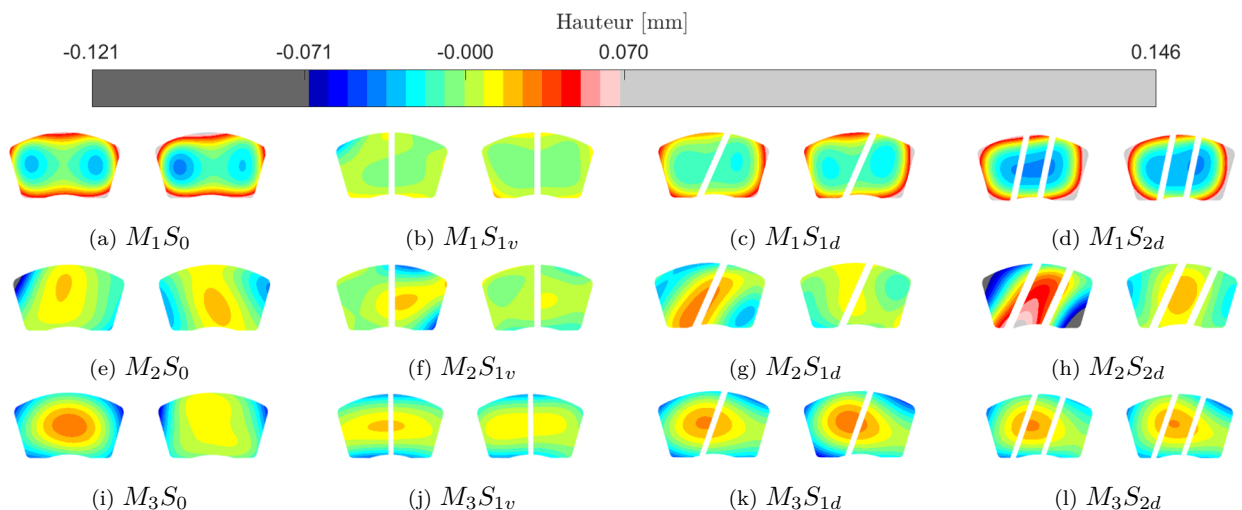


FIGURE 1.17 – Formes des plaquettes neuves

Pour l'ondulation (Figure 1.19), nous remarquons deux états différents, un commun aux fabricants M_1 et M_3 et un au fabricant M_2 seul. En effet, l'aspect du fabricant M_2 est bien plus

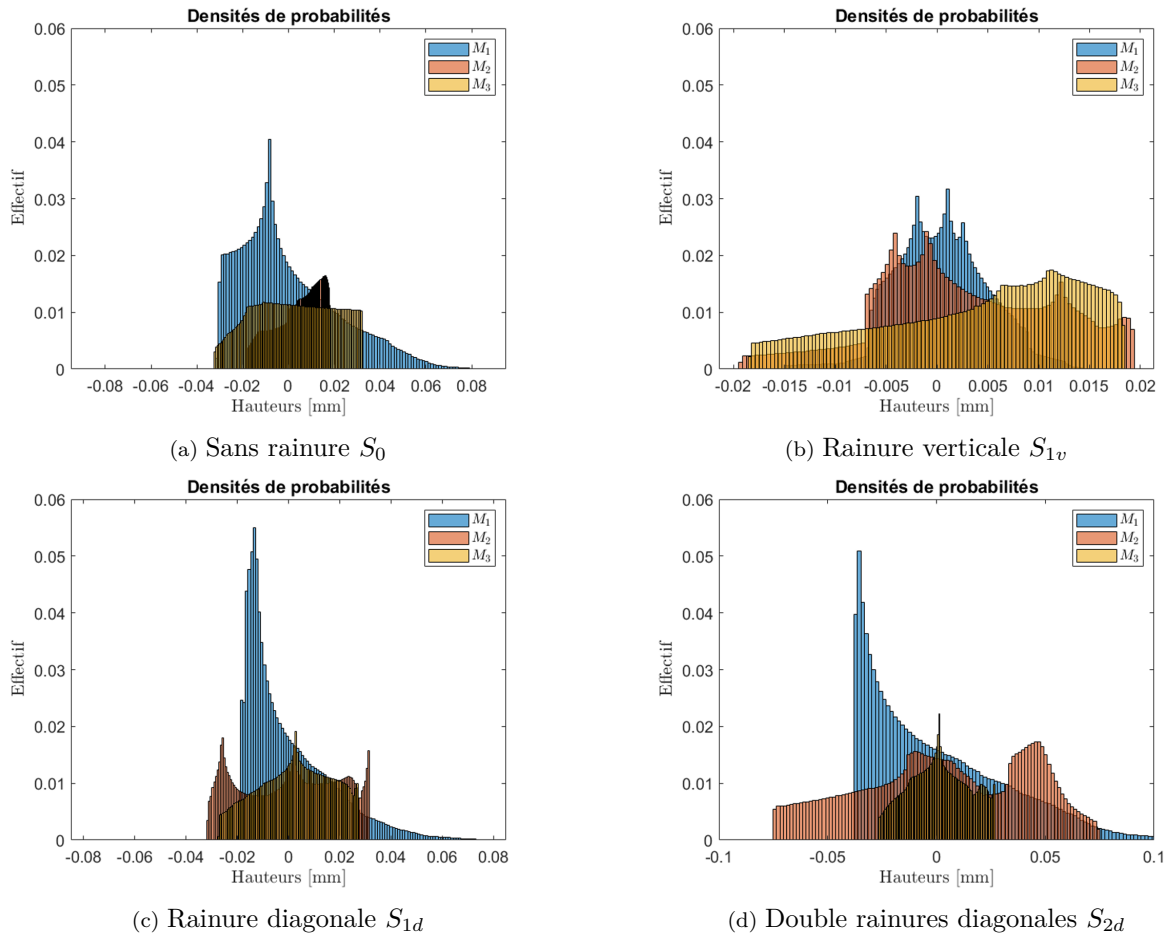


FIGURE 1.18 – Histogrammes des hauteurs de formes par topologie : (a) S_0 (b) S_{1v} (c) S_{1d} (d) S_{2d}

	S_0		S_{1v}		S_{1d}		S_{2d}	
	P_c	P_v	P_c	P_v	P_c	P_v	P_c	P_v
M_1	0.1205	0.1309	0.0509	0.0286	0.0983	0.1213	0.1641	0.1828
M_2	0.1123	0.0575	0.07	0.0313	0.0669	0.0427	0.1959	0.0538
M_3	0.0901	0.0855	0.0641	0.0532	0.0741	0.0938	0.0708	0.0686

TABLEAU 1.2 – Étendues de hauteurs des formes [mm]

"rugueux", moins homogène contrairement aux deux autres fabricants. Cette régularité peut aussi être observée en dressant les moyennes arithmétiques des hauteurs S_a , par topologie et par constructeur. La Figure 1.20 montre les moyennes arithmétiques S_a des ondulations en fonction des fabricants et des topologies. Chaque fabricant est associé à un marqueur de forme (cercle pour M_1 , carré pour M_2 , triangle pour M_3) et chaque topologie est associée à une couleur (bleu pour S_0 , rouge pour S_{1v} , jaune pour S_{1d} , violet pour S_{2d}). Les topologies du fabricant M_1 ont un S_a entre 0.009 et 0.011 mm quand celles de M_2 sont entre 0.016 et 0.0175 mm, et enfin celles de M_3 entre 0.008 et 0.009 mm. Toutefois, les histogrammes des hauteurs (Figure 1.21) montrent une plus grande proximité entre les fabricants M_2 et M_3 pour les topologies S_0 et S_{1v} . De plus, nous remarquons que les topologies S_{1d} et S_{2d} ont une fonction de répartition plus étendue que les topologies S_0 et S_{1v} . Pour chaque fabricant, nous constatons une concentration des hauteurs de l'ondulation au niveau des rainures (S_{1v} , S_{1d} , S_{2d}), probablement due au procédé d'obtention de ces dernières.

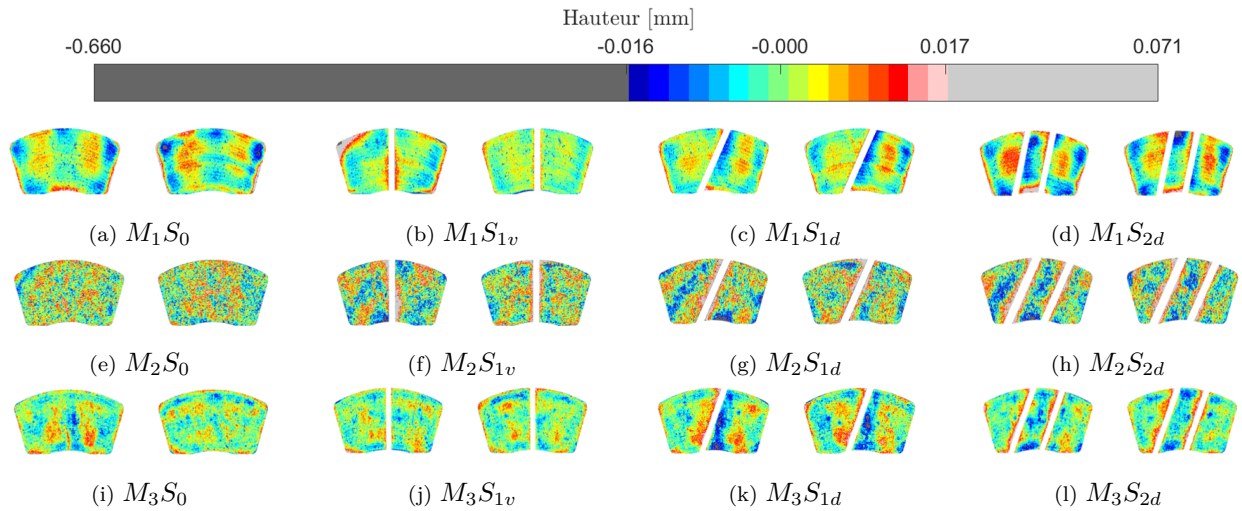
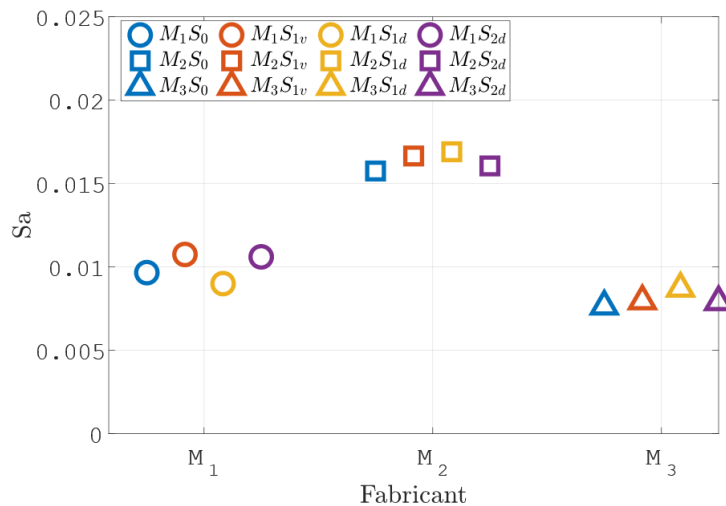


FIGURE 1.19 – Ondulations des plaquettes neuves


 FIGURE 1.20 – S_a par topologie et par constructeur

Les rugosités des plaquettes sont reportées sur la Figure 1.22. Nous remarquons que la rugosité, d'un point de vue macroscopique, est relativement identique pour tous les fabricants. Une différence peut être constatée si nous nous intéressons à la moyenne des hauteurs. Les plaquettes du fabricant M_2 possèdent une rugosité avec des pics légèrement plus élevés que les plaquettes des deux autres fabricants. Les histogrammes des hauteurs confirment le peu de variabilité entre les constructeurs (Figure 1.23). Toutefois, d'un point de vue de la plaquette entière, les rugosités ne nous permettent pas d'identifier de différences entre les constructeurs ou les topologies. La rugosité est alors le paramètre qui apporte, sur les plaquettes neuves, le moins d'information.

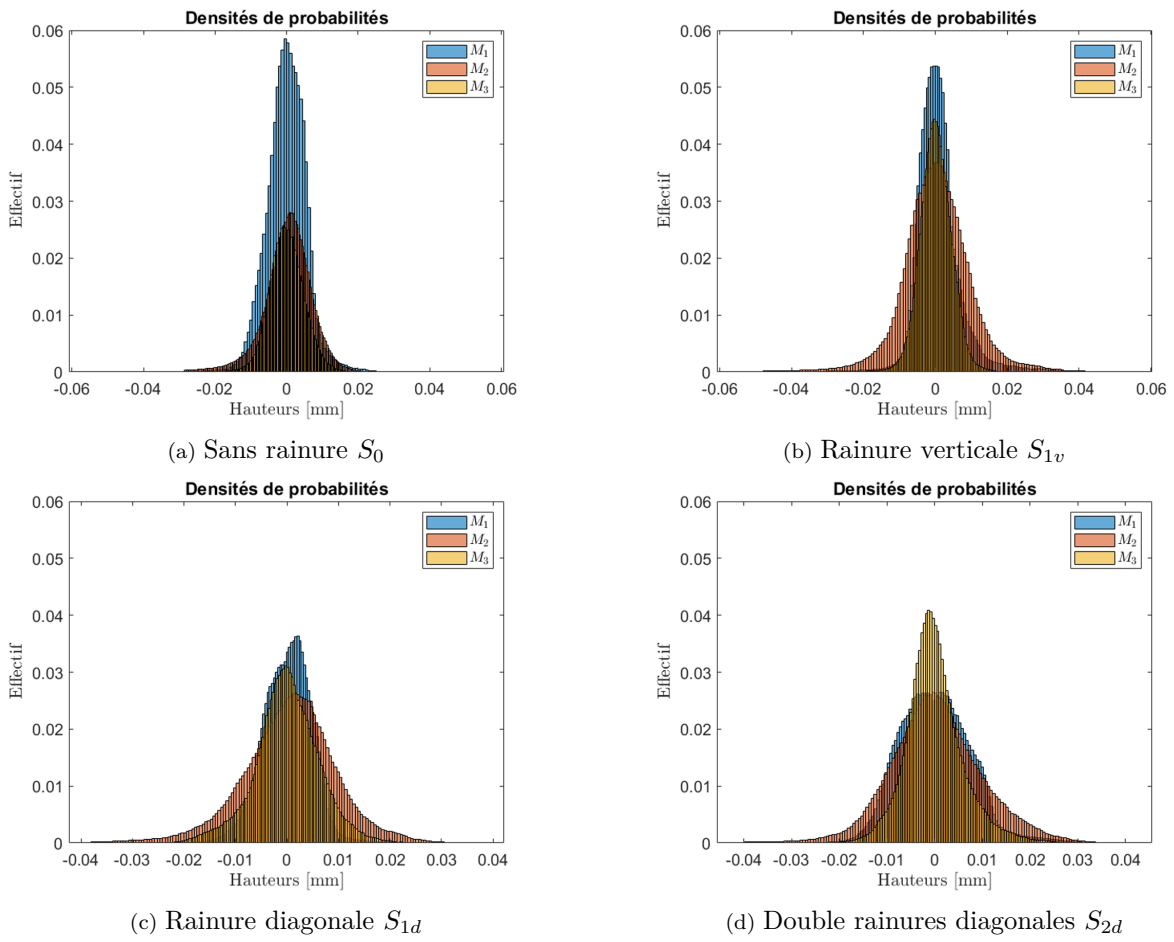


FIGURE 1.21 – Histogrammes des hauteurs de l’ondulation par topologie : (a) S_0 (b) S_{1v} (c) S_{1d} (d) S_{2d}

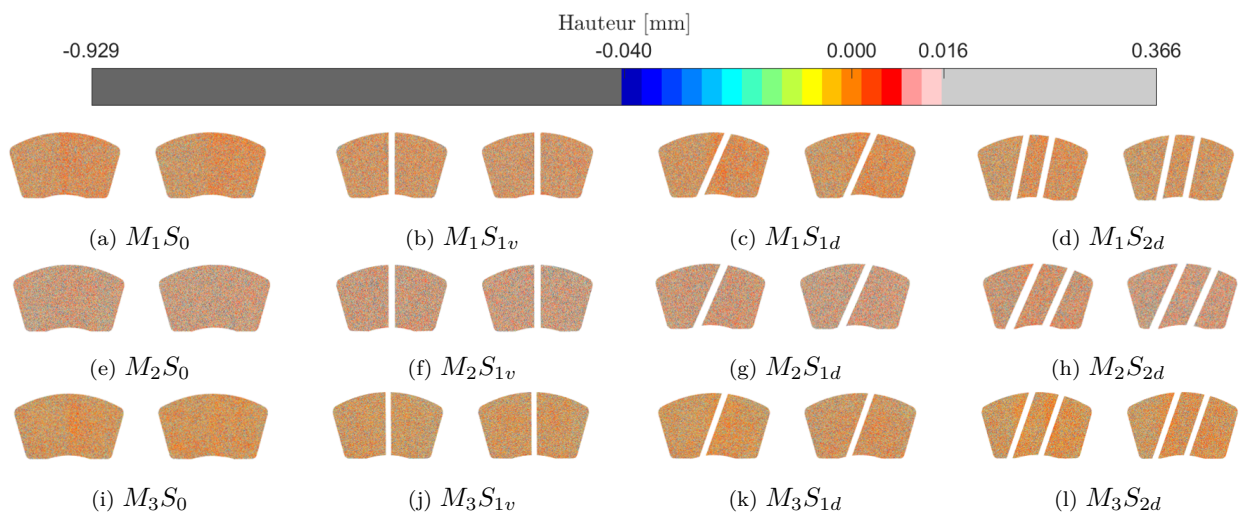


FIGURE 1.22 – Rugosités des plaquettes neuves

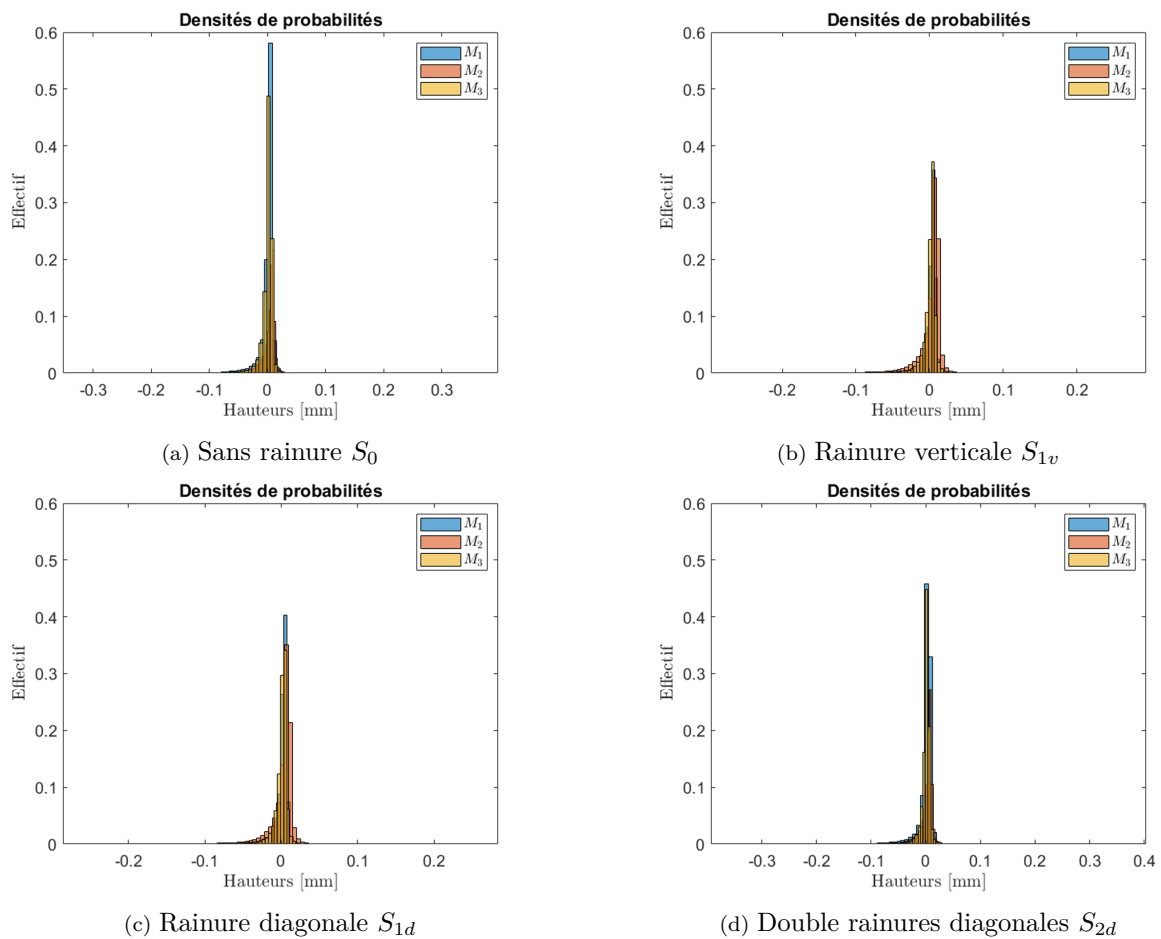


FIGURE 1.23 – Histogrammes des hauteurs des rugosités par topologie : (a) S_0 (b) S_{1v} (c) S_{1d} (d) S_{2d}

1.6 Conclusion

Le chapitre a présenté la première étape permettant la quantification des topographies des surfaces de contact. Cette première étape a consisté à contourner les limitations techniques de l'appareil de mesure, afin d'arriver à l'obtention des surfaces complètes des plaquettes de frein. Pour ce faire, une stratégie de reconstruction combinant transformations géométriques, marquages des irrégularités et fusion de surfaces a été proposée. Cette reconstruction a alors permis de passer de deux scans d'une même plaquette dans lesquels se trouvaient une zone de recouvrement, à une plaquette complète permettant l'étude des topographies.

La décomposition multi-échelle, présentée en seconde partie, permettant l'étude des trois paramètres topographiques des surfaces a ensuite été appliquée sur une plaquette. Une convergence sur le résidu du retrait de la forme est faite et corrèle avec la littérature sur l'ordre à adopter (ordre 4). Une séparation entre l'ondulation et la rugosité est faite par un filtre gaussien robuste dépendant de la longueur d'onde. Dans le cas des plaquettes présentées dans le chapitre, la longueur d'onde de coupure permettant la séparation des deux paramètres a été fixée à 800 μm .

La dernière partie du chapitre a présenté l'analyse des plaquettes neuves servant à établir dans le second chapitre le lien entre les topographies et le crissement. De cette analyse découle trois conclusions :

- Les formes des plaquettes neuves présentent de grandes ressemblances entre les topologies d'un même constructeur.
- Les ondulations permettent de trouver des tendances distinctes pour chacun des trois constructeurs. Bien que l'état global de l'ondulation montre une ressemblance entre les ondulations de M_1 et M_3 , les moyennes arithmétiques des hauteurs montrent que les trois fabricants ont des moyennes oscillant autour de valeurs différentes. De plus, l'ondulation, contrairement à la forme, est influencée par la présence d'une rainure ou non (concentration des hauteurs autour de la rainure).
- La rugosité en revanche ne permet de discriminer ni le constructeur ni la topologie. En effet, ni l'aspect visuel, ni les histogrammes des hauteurs ne permettent de discriminer les différentes plaquettes neuves.

Chapitre 2

Analyse du lien entre les instabilités dynamiques et les topographies de plaquettes

Sommaire

2.1	Introduction	34
2.2	Essais de freinage sur banc	34
2.2.1	Description du système de freinage et du banc dynamométrique	34
2.2.2	Description du protocole d'essais	36
2.2.3	Analyse des configurations crissantes	37
2.3	Analyse topographique des plaquettes usées	38
2.3.1	Analyse globale des topographies	38
2.3.2	Analyse multi-échelles	40
2.4	Mise en place d'essais interrompus	45
2.5	Conclusion	52

2.1 Introduction

Après avoir analysé l'état neuf dans le chapitre précédent, on s'intéresse aux topographies usées. Pour ce faire, des essais de freinage sur banc sont réalisés pour l'ensemble des plaquettes. La procédure de reconstruction des topographies, développée précédemment, est ensuite appliquée pour 2 niveaux d'usure dans le but de dégager des tendances en fonction des topologies et des fabricants.

Dans un second temps, des essais interrompus sont mis en place de manière à disposer des topographies de plaquettes suite à un crissement ou non. L'objectif est d'établir un lien entre les fréquences instables et les données topographiques issues de la décomposition multi-échelles.

2.2 Essais de freinage sur banc

2.2.1 Description du système de freinage et du banc dynamométrique

Les plaquettes, étudiées dans le Chapitre 1, sont intégrées dans un système de freinage (Figure 2.1). Celui-ci provient d'une collaboration avec un fabricant et concepteur de véhicules automobiles. Lors de cette étude, le système de frein est restreint à l'ensemble disque de frein - étrier - plaquettes, sans tenir compte des composants de suspension et de tringlerie. Les plaquettes sont positionnées, sans cale (shim en anglais), au sein de l'étrier. Le disque de frein non ventilé et l'étrier de type flottant sont respectivement présentés Figure 2.2a et Figure 2.2b. Les propriétés de chacun de ces composants ne sont pas mentionnées dans ce travail dû à des clauses de confidentialité. L'ensemble des composants utilisés sont des pièces neuves.

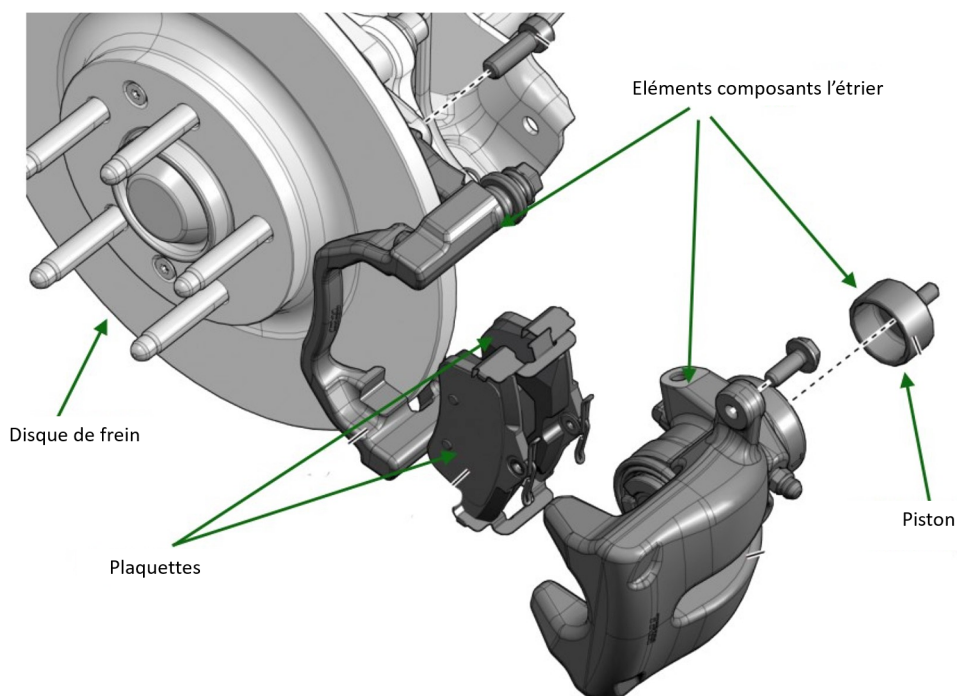


FIGURE 2.1 – Description du système de freins

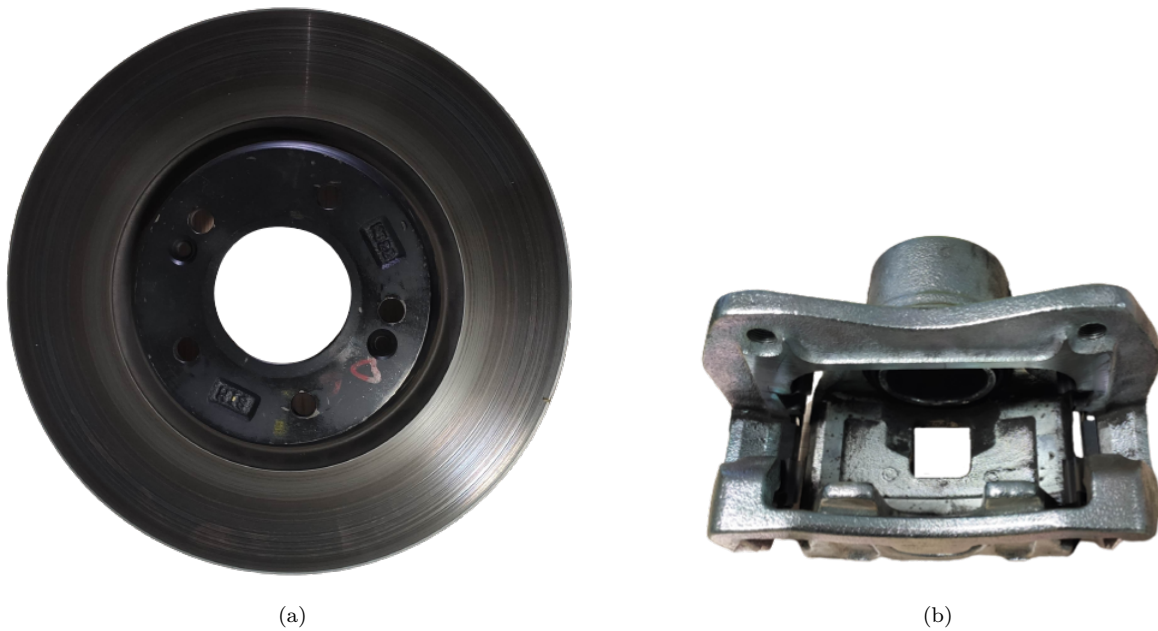


FIGURE 2.2 – a) Disque et b) Étrier intégrés dans le système de freinage

Le système de freinage est monté au sein d'un banc dynamométrique (Figure 2.3) de la société Valutec SA, filiale de l'Université Polytechnique Hauts-de-France, afin de procéder aux essais de freinage. Les spécificités du banc dynamométrique, utilisé lors de l'étude, sont présentées dans le Tableau 2.1.

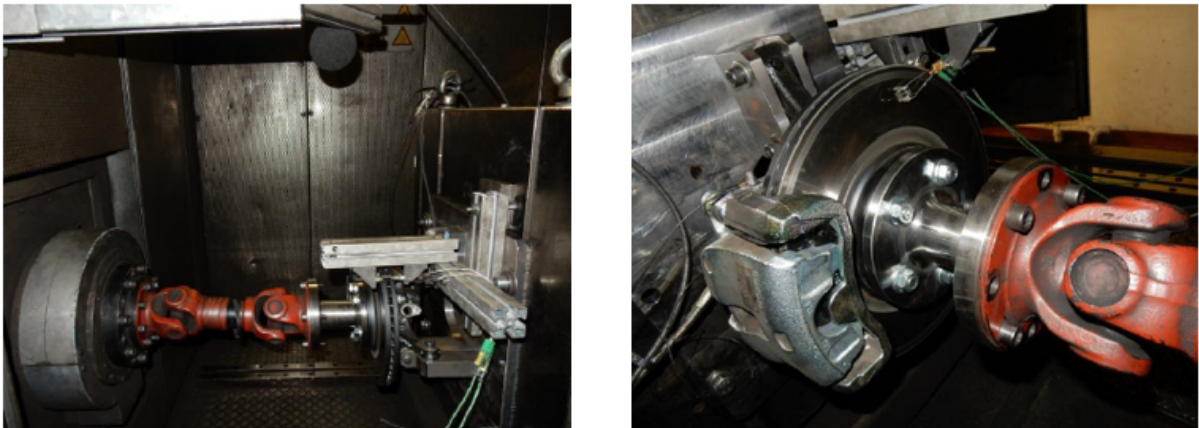


FIGURE 2.3 – Banc dynamométrique utilisé pour les essais de freinage

Le disque est fixé, par l'intermédiaire de cinq vis, à la broche du banc via une interface spécifique. L'étrier est monté directement sur l'équerre du banc à l'aide d'une interface d'adaptation reprenant l'entraxe de fixation de la chape. La pression hydraulique de freinage est assurée par un circuit permettant de reproduire les conditions réelles de pression au sein de l'étrier. La vitesse de rotation du disque est imposée par la broche. La température est régulée par un groupe de climatisation permettant d'assurer la température ambiante et le taux d'humidité adéquats. Les montées en température du disque sont assurées par des freinages spécifiques.

Le banc est instrumenté avec différents capteurs permettant d'obtenir les paramètres suivants :

- L'accélération verticale et normale sur l'étrier à l'aide d'accéléromètres,

Puissance	190 kW
Vitesse Maximum	3500 tr/min
Plage d'inertie	10–220 kg m ²
Couple maximum continu	1400 N m de 0 à 1650 tr/min
Pression hydraulique	de 0 à 160 bar
Température enceinte d'essais	de –20 °C à 50 °C
Hydrométrie	de 15% à 80%
Diamètre de roue max admissible	1 m de 0 à 900 tr/min
Système de frein à main, effort	5 kN
Mesure de couple principal	+/- 300 N m et +/- 4000 N m
Mesure de couple résiduel	+/- 200 N m
Déplacement maître-cylindre	0 - 50 mm

TABLEAU 2.1 – Caractéristiques du banc dynamométrique

- La température ambiante et à la surface du disque est obtenue par une sonde de température dans l'enceinte et par des thermocouples sur l'intérieur et l'extérieur du disque,
- La pression acoustique est relevée à l'aide d'un microphone.

Pour chaque paire de plaquettes, un nouveau disque est utilisé. Les mesures ont été enregistrées en utilisant un seuil de pression acoustique de 65 dB et une gamme de fréquences de 0.55 kHz à 12 kHz.

2.2.2 Description du protocole d'essais

Les essais sont réalisés en utilisant une matrice d'essai de crissement basée sur la norme internationale SAE J2521. La procédure complète SAE J2521 prévoit une succession de coups de frein paramétrés, en fonction de la vitesse du véhicule, de la pression du circuit hydraulique et des conditions ambiantes de températures et de pressions. Les essais composant cette procédure sont décomposés en cinq groupes et présentés ci-dessous :

- Des freinages de décélération passant de 80 km h⁻¹ à 30 km h⁻¹ avec inertie du véhicule pour des pressions comprises entre 15 et 46 bars à 100 °C,
- Des freinages de maintien (Drag Module) à vitesse maintenue constante à 3 et 10 km h⁻¹ pour des pressions de 0 à 30 bars et des températures de 50 °C à 300 °C avec une température ambiante de 20 °C,
- Des freinages d'arrêt (Warm-up) de 50 à 0 km h⁻¹ pour des pressions de 0 à 30 bars, à 100 et 150 °C,
- Des freinages de parking (Backward - Forward) à vitesse constante de 3 km h⁻¹ et –3 km h⁻¹ et des pressions plus faibles, de 0 à 20 bars, pour des températures de 50 à 150 °C,
- Des freinages d'arrêt (Deceleration Module) de 50 à 0 km h⁻¹ pour des pressions de 0 à 30 bars et des températures de 50 à 250 °C.

Dans le cadre de notre étude, les essais ont été faits uniquement en freinage de maintien car ce dernier produit 2 à 3 fois plus de crissement, comme l'a montré Cazier dans [78], que les autres configurations de la procédure. Deux séquences d'essais ont alors été effectuées, une première séquence composée d'un cycle du Drag-Module, et une seconde séquence composée de trois cycles du Drag-Module.

Une procédure de scan est effectuée avant et après chaque séquence de freinage comme décrit Figure 2.4.

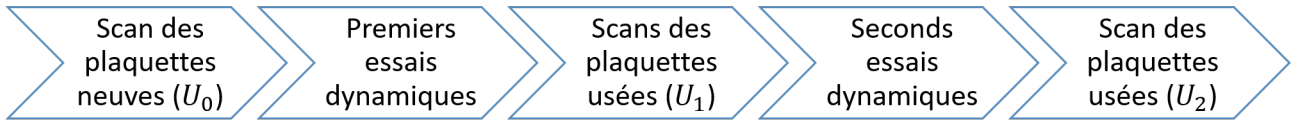


FIGURE 2.4 – Séquence expérimentale de scan et de crissement

Les abréviations introduites et utilisées dans le Chapitre 1 sont utilisées à nouveau dans ce chapitre, auxquelles nous ajoutons :

- Le premier état d’usure, indexé U_1 , est obtenu après 334 coups de freins,
- Le second état d’usure, indexé U_2 , est obtenu après 1917 coups de freins.

2.2.3 Analyse des configurations crissantes

Les résultats des essais de crissement sont présentés Figure 2.5. Les lignes et colonnes représentent, respectivement, les fabricants (M_1 à M_3) et les topologies de plaquettes (S_0 , S_{1v} , S_{1d} et S_{2d}). Chaque figure décrit l’évolution de la fréquence de crissement en fonction des coups de frein. Les croix bleues correspondent aux fréquences de crissement de la première séquence d’essais alors que les points rouges indiquent les fréquences de crissement de la seconde séquence d’essais.

Concernant la première matrice d’essais, le crissement est enregistré majoritairement pour le fabricant M_1 et pour toutes les topologies avec une occurrence proche de 8 %, ce qui est supérieur à un seuil industriel classique fixé à 5 %. Deux fréquences de crissement sont enregistrées. La première fluctue aux alentours de 5 kHz pour toutes les topologies alors que la seconde, de l’ordre de 6 kHz, est présente uniquement pour la topologie S_0 . Les essais pour le fabricant M_2 présentent peu de crissement avec une occurrence inférieure à 1 %. Plusieurs fréquences sont excitées au sein du spectre à 2 kHz, 3 kHz, 4 kHz et une à 5.5 kHz pour la topologie S_{1d} . Pour le fabricant M_3 , trois des quatre topologies, S_{1v} , S_{1d} et S_{2d} , présentent des fréquences de crissement. La topologie S_{1v} crisse majoritairement à 5 kHz comme pour les essais du premier constructeur et quelques fréquences de crissement aux alentours de 7 kHz. Cette dernière fréquence est aussi celle que l’on retrouve pour les topologies S_{1d} et S_{2d} . L’occurrence de crissement, aux alentours de 2 %, du troisième fabricant le place comme le second fabricant le plus crissant. Cette courte séquence d’essais montre un comportement différent par constructeur. Toutefois, des similarités entre les topologies d’un même fabricant sont identifiables (fréquences similaires et/ou comportement dynamique proches)

Après la deuxième séquence d’essais dynamiques, les résultats sont globalement plus dispersifs. Pour le fabricant M_1 , la tendance est toujours la même avec une fréquence prépondérante à 4.8 kHz sauf pour la topologie S_{1d} , où le spectre est plus diffus. La fréquence à 6 kHz, précédemment enregistrée pour la topologie S_0 , est également observée pour la topologie S_{1v} . Enfin, la propension au crissement est largement supérieure pour ce fabricant par rapport aux deux autres (9 % contre 4 % pour M_2 et M_3). Le fabricant M_2 , pour lequel quelques crissements ont été détectés auparavant (moins de 1 % en moyenne), a une fréquence de crissement, présente pour les quatre topologies, autour de 1.7 kHz. Ensuite, deux comportements peuvent être distingués en fonction de la rainure. En effet, les topologies S_0 et S_{1v} présentent plus de fréquences de crissement à 4 kHz et en dessous (2.8 kHz) alors que la majorité des fréquences de crissement

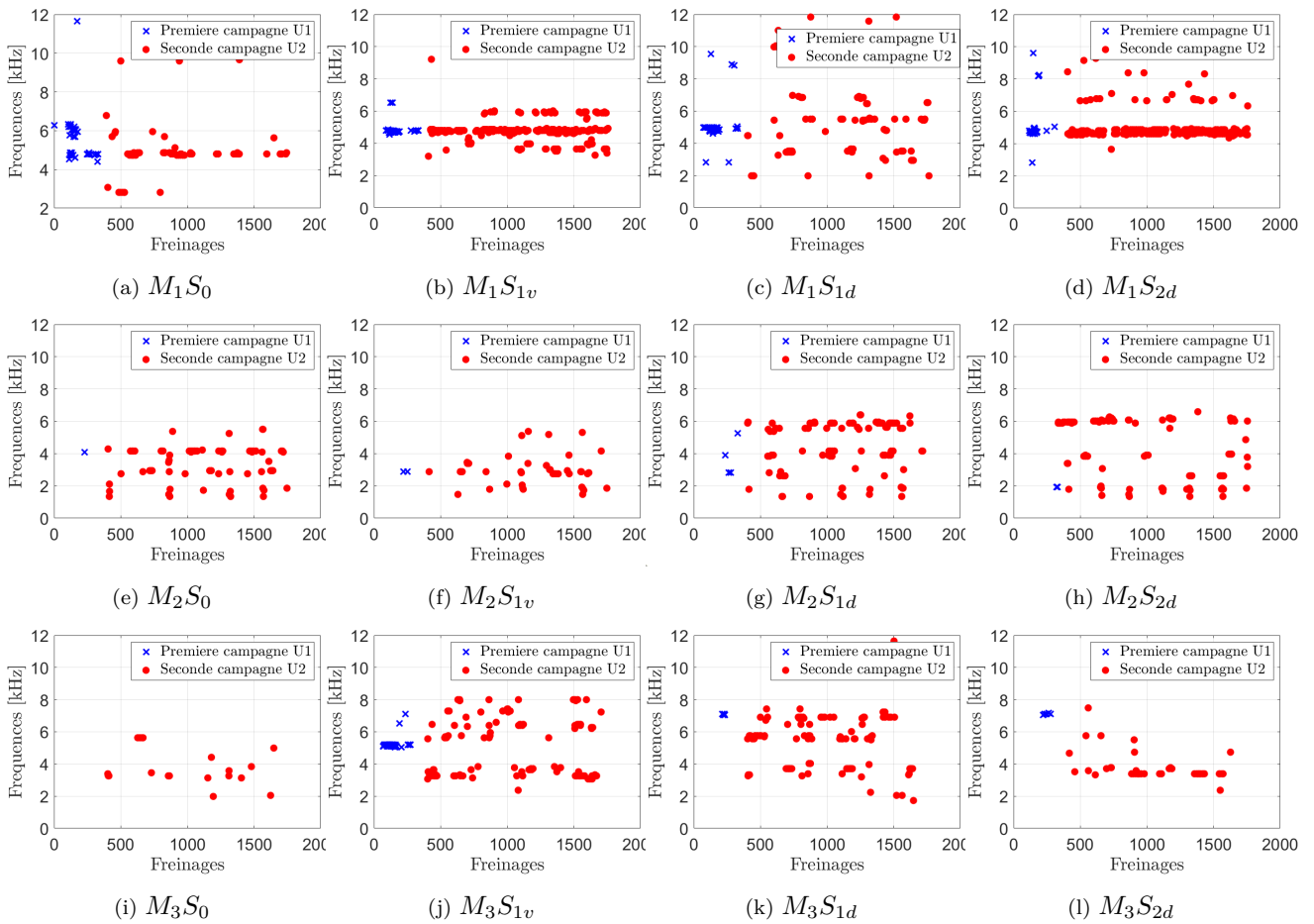


FIGURE 2.5 – Bilan des essais de crissement

pour les topologies S_{1d} et S_{2d} sont observées aux alentours de 6 kHz. Pour le fabricant M_3 , deux comportements différents en fonction de la topologie, sont aussi identifiables. Les topologies S_0 et S_{2d} présentent peu de fréquences crissantes et la fréquence majoritairement instable se situe à 3.5 kHz. Le second comportement est celui des topologies S_{1v} et S_{1d} où un grand nombre de fréquences de crissement sont détectées entre 6 et 8 kHz en plus des fréquences crissantes aux alentours de 3.5 kHz.

En conclusion, bien que différentes topologies de plaquettes aient été testées en considérant différents fabricants, des familles de fréquences ont été détectées et identifiées pour chaque configuration, à savoir autour de 1.7 kHz, 2.8 kHz, 3.5 kHz, 4.8 kHz, 6 kHz et 8 kHz.

2.3 Analyse topographique des plaquettes usées

2.3.1 Analyse globale des topographies

La méthode de recollement proposée au Chapitre 1 a été appliquée pour extraire la topographie de chaque couple de plaquettes des douze configurations et à chaque niveau d'usure défini. Les abréviations, introduites dans le Paragraphe 2.2.2 concernant la description des fabricants, des configurations de plaquettes et de l'usure, sont toujours utilisées. Les topographies obtenues sont exposées Figure 2.6 en considérant la même organisation que pour les résultats de

crissement, à savoir les fabricants en ligne, les topologies en colonne. Ensuite, pour chaque cas de cette matrice $[3 \times 4]$, une sous-matrice $[3 \times 2]$ présente en ligne les trois états d'usure (U_0 à U_2) et en colonne les plaquettes utilisées côté étrier et côté piston (P_c et P_p).

L'accès à une topographie complète de la plaquette permet de distinguer facilement l'évolution spécifique de la surface de contact en fonction des fabricants, des topologies et du nombre de freinages subis au préalable. Pour chaque fabricant, on constate globalement que l'évolution de l'usure après les 2 séquences d'essais est identique quelle que soit la topologie de la plaquette. Néanmoins, cette évolution se manifeste différemment d'un constructeur à l'autre. En effet, les stries et l'effet du troisième corps apparaissent de façon très marquée pour le fabricant M_3 s'amplifiant d'un essai à l'autre alors que les plaquettes du second fabricant ne présentent des stries que sur la moitié supérieure de leurs surfaces. Pour le premier constructeur, en revanche, très peu de stries sont visibles sur la surface des plaquettes. Une forte hétérogénéité de l'effet du troisième corps sur les surfaces de plaquettes est observée et trouve certainement son origine dans la différence des propriétés matériaux car les caractéristiques géométriques sont similaires.

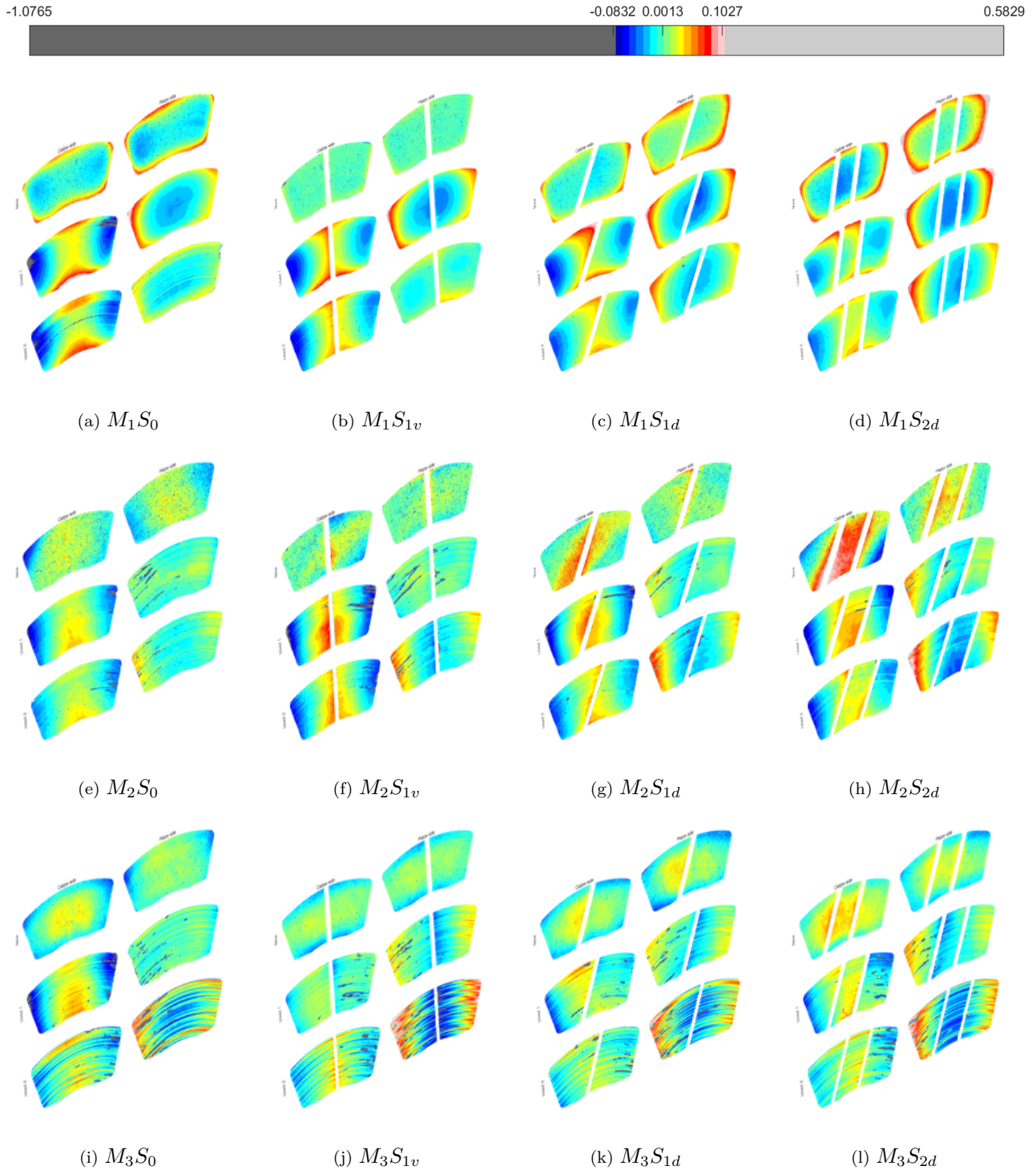


FIGURE 2.6 – Topographies de la base de donnée complète

2.3.2 Analyse multi-échelles

La décomposition multi-échelles est appliquée à toutes les topographies obtenues après les essais dynamiques. Les Figures 2.7, 2.8 et 2.9 présentent respectivement les résultats en termes de rugosité, de forme et d'ondulation de la décomposition de la topographie. Dans ces figures, l'état neuf, étudié au chapitre précédent, est reporté afin de le comparer aux états usés avec une échelle identique. La valeur de la coupure est définie pour obtenir un état de rugosité homogène. Pour les deux niveaux d'usure, U_1 et U_2 , la longueur d'onde de coupure du filtre gaussien robuste

est ici fixée à $250 \mu\text{m}$ pour obtenir des rugosités homogènes. Rappelons que cette valeur est de $800 \mu\text{m}$ dans le cas des plaquettes neuves, U_0 . L'homogénéité de la rugosité est certes le but recherché dans le processus de filtrage mais l'application d'une longueur d'onde identique à toutes les plaquettes pourrait ne pas conduire à cet état pour toutes les topographies étudiées. Or, l'observation de toutes les rugosités présentées Figure 2.7 ne montre pas de différence significative que ce soit entre les constructeurs, les topologies de plaquettes ou encore les niveaux d'usure (U_1 et U_2). L'homogénéité constante des niveaux de rugosité nous pousse à la considérer comme un critère non pertinent pour pouvoir discerner des comportements différents vis-à-vis du crissement.

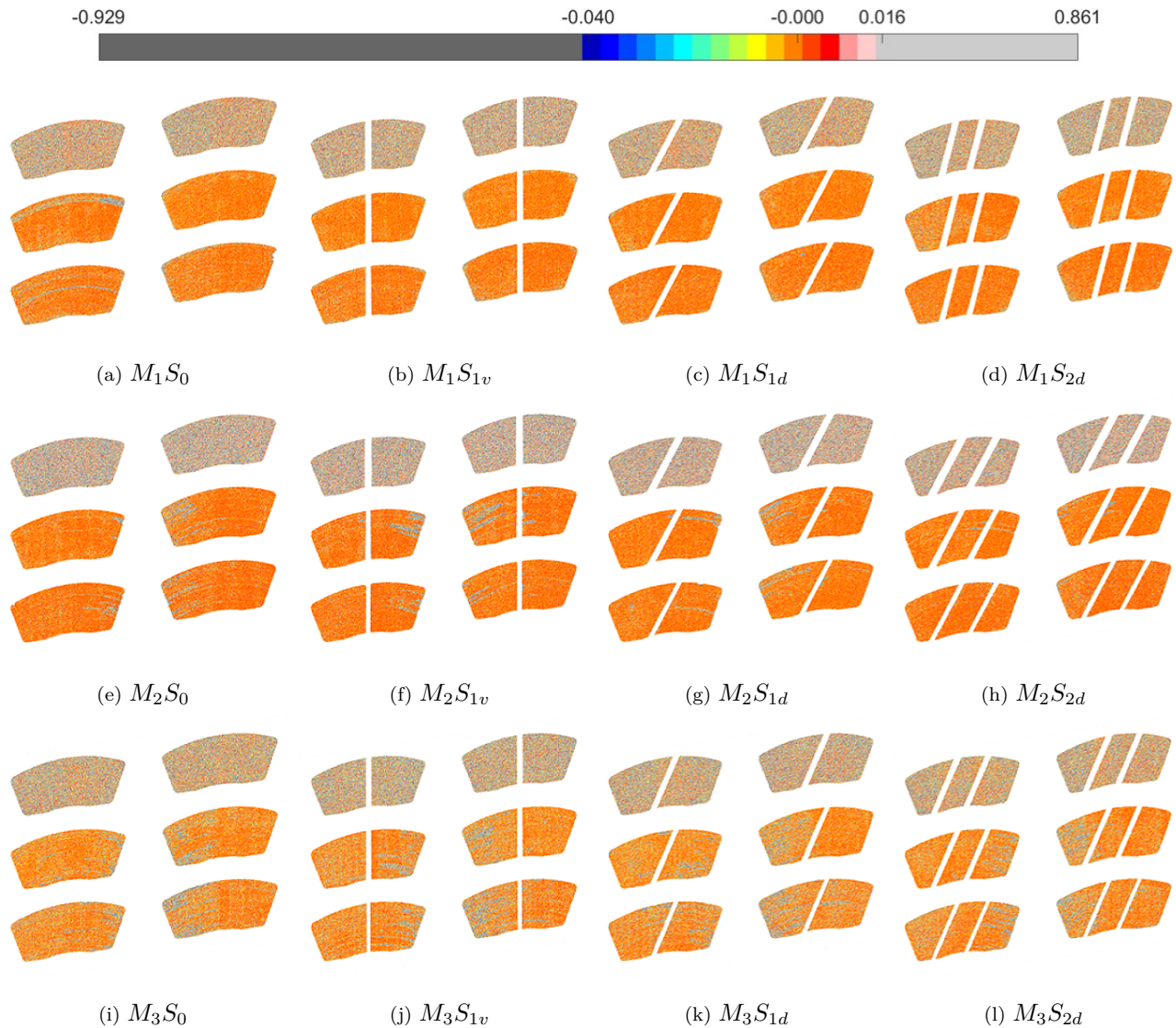


FIGURE 2.7 – Rugosités de la base de donnée complète

Les formes issues des plaquettes U_1 et U_2 sont particulièrement marquées contrairement aux formes plutôt planes issues des plaquettes U_0 . L'évolution de l'usure, pour les formes, est conditionnée par la position dans l'étrier (côté piston P_p ou côté étrier P_c) et par la présence d'une rainure ou non. Deux évolutions de formes en fonction de l'usure sont identifiables. Pour M_1 , l'usure est plutôt latérale pour P_c et centrale pour P_p . Dans ce cas, il est facile de mettre en évidence l'effet du piston sur l'usure de la plaquette, qui peut être dû à la flexibilité de cette dernière. Ce comportement est moins identifiable pour les autres fabricants.

La forme, une fois les plaquettes usées, possèdent des caractéristiques spécifiques en fonction de la plaquette (P_c ou P_p) et en fonction du fabricant. En effet, les plaquettes P_c des fabricants M_1 et M_2 présentent globalement une courbure avec deux modes. En revanche, les plaquettes P_p du fabricant M_1 présentent un mode central alors que celles du fabricant M_2 sont majoritairement planes ou quasi planes. Les plaquettes du fabricant M_3 sont en revanche bien plus planes que celles des autres fabricants (à l'exception de $U_1P_cS_0$, $U_2P_pS_{1v}$, $U_2P_pS_{1d}$ et $U_2P_pS_{2d}$).

De plus, l'évolution de la forme en fonction du niveau d'usure suit deux schémas spécifiques. Le premier cas, par exemple $M_1S_{1v}P_p$ ou M_3S_0 , est le passage d'une topographie lisse (U_0), à une topographie marquée (U_1) puis à nouveau le passage à une topographie lisse (U_2). Le second cas est la topographie qui se marque de plus en plus avec l'augmentation de l'usure, par exemple la plaquette P_p de M_3S_{1v} se creusant au fur et à mesure que l'usure évolue.

En parallèle, nous remarquons dans le Tableau 2.2 que les étendues des hauteurs de forme du fabricant M_1 pour l'état d'usure U_1 sont plus importantes que pour les autres constructeurs. En effet, en considérant la somme des étendues de hauteurs des plaquettes (étendue de la plaquette P_p sommée à l'étendue de la plaquette P_c), les étendues des plaquettes U_1M_1 sont en moyenne aux alentours de 0.3 mm. En revanche, pour les autres fabricants et pour le niveau d'usure U_2 de M_1 , l'étendue plafonne à 0.2 mm. Cette différence peut être mise en relation avec le comportement du système de frein lors de l'arrêt de l'essai. En effet, chaque couple M_1U_1 a été arrêté peu de temps après un enregistrement de crissement. Ce n'est pas le cas pour les autres constructeurs ou le second niveau d'usure.

		S₀		S_{1v}		S_{1d}		S_{2d}	
		P_c	P_p	P_c	P_p	P_c	P_p	P_c	P_p
M₁	U_1	0.142	0.209	0.143	0.148	0.138	0.164	0.180	0.123
	U_2	0.062	0.155	0.055	0.133	0.096	0.109	0.116	0.094
M₂	U_1	0.041	0.122	0.046	0.214	0.058	0.148	0.075	0.129
	U_2	0.045	0.114	0.075	0.146	0.088	0.102	0.153	0.109
M₃	U_1	0.039	0.157	0.066	0.062	0.059	0.112	0.083	0.109
	U_2	0.119	0.089	0.188	0.085	0.122	0.06	0.132	0.105

TABLEAU 2.2 – Étendues de hauteurs des formes en fonction de la topologie, du fabricant et de la plaquette [mm]

La Figure 2.10 montre que pour chaque niveau d'usure, une tendance sur les moyennes de hauteurs d'ondulation se dégage pour chaque fabricant (déjà identifiable pour U_0 dans le Chapitre 1). En effet, M_1 est le fabricant possédant les hauteurs d'ondulation les plus faibles, variant autour de 0.005 mm quel que soit le niveau d'usure (U_1 et U_2). Pour le second fabricant, les hauteurs d'ondulation varient entre 0.005 mm et 0.01 mm quel que soit la topologie et le niveau d'usure à l'exception de $U_1 S_{1v}$ qui atteint une moyenne de hauteurs de 0.014 mm. Enfin, le troisième fabricant est celui possédant les moyennes de hauteurs évoluant le plus avec le niveau d'usure. En effet, pour U_1 les moyennes des hauteurs sont autour de 0.01 mm alors que pour U_2 les moyennes montent jusqu'à atteindre des valeurs entre 0.015 mm et 0.025 mm. Ainsi comme pour l'étude des états neufs, les caractéristiques des ondulations restent propres à chaque fabricant même après usure.

Rappelons que durant la première séquence d'essais, les plaquettes M_1 sont celles qui ont le plus d'occurrence de crissement et pour lesquelles les ondulations sont les plus homogènes. Comme cela a été mentionné dans le paragraphe précédent, les plaquettes M_3 ont le plus de stries, puis M_2 dont les plaquettes ne présentent des stries que sur la moitié de la surface

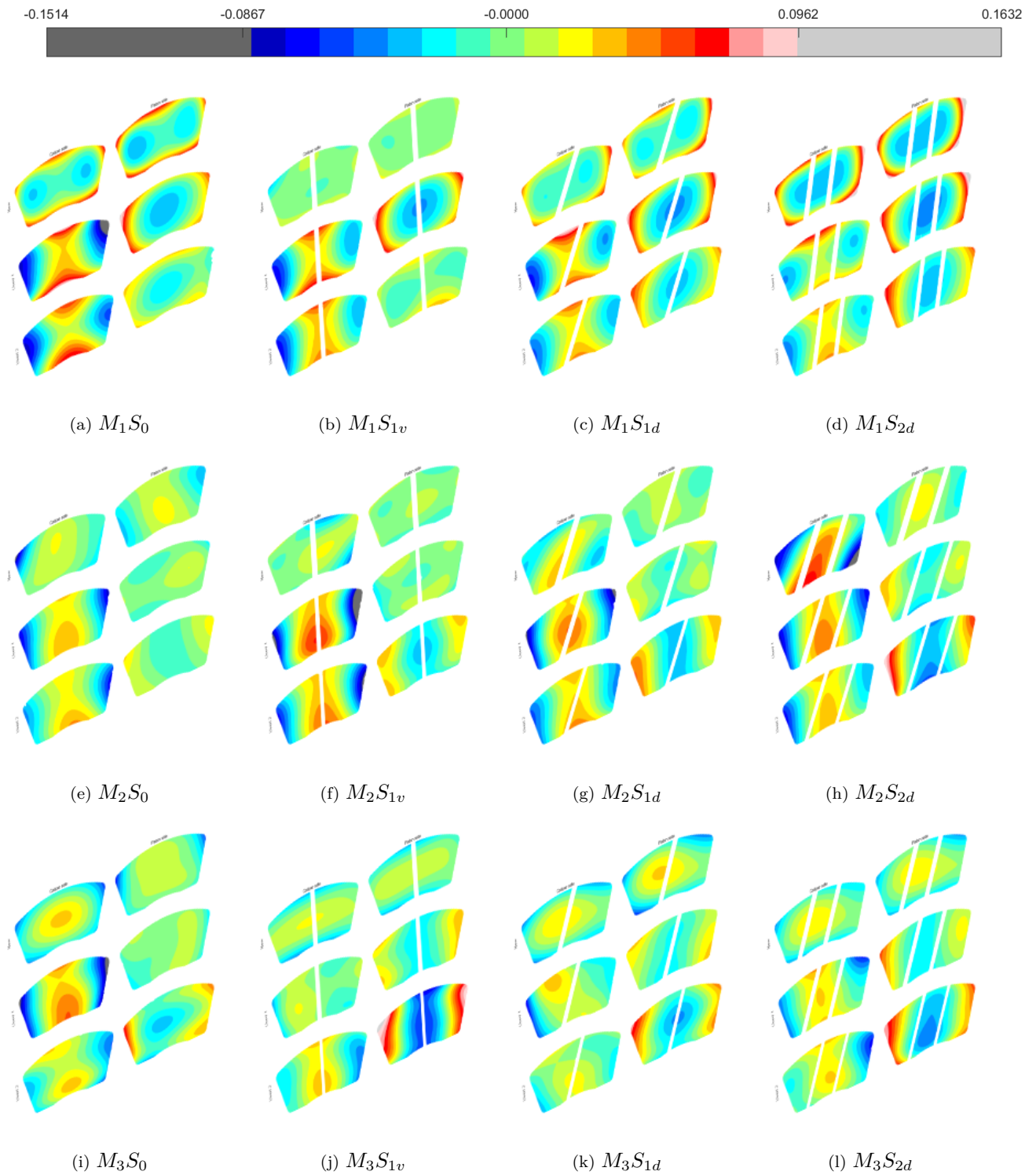


FIGURE 2.8 – Base de données des formes

(supérieure notamment) et enfin M_1 avec peu ou pas de stries. En parallèle, les spectres obtenus à partir des essais dynamiques montrent que les spectres les plus dispersifs sont ceux de M_3 puis de M_2 et enfin M_1 .

Ces premiers résultats permettent de constater un lien entre les différentes échelles des topographies de plaquettes et les occurrences de crissement. Néanmoins, les conditions d'essais ne

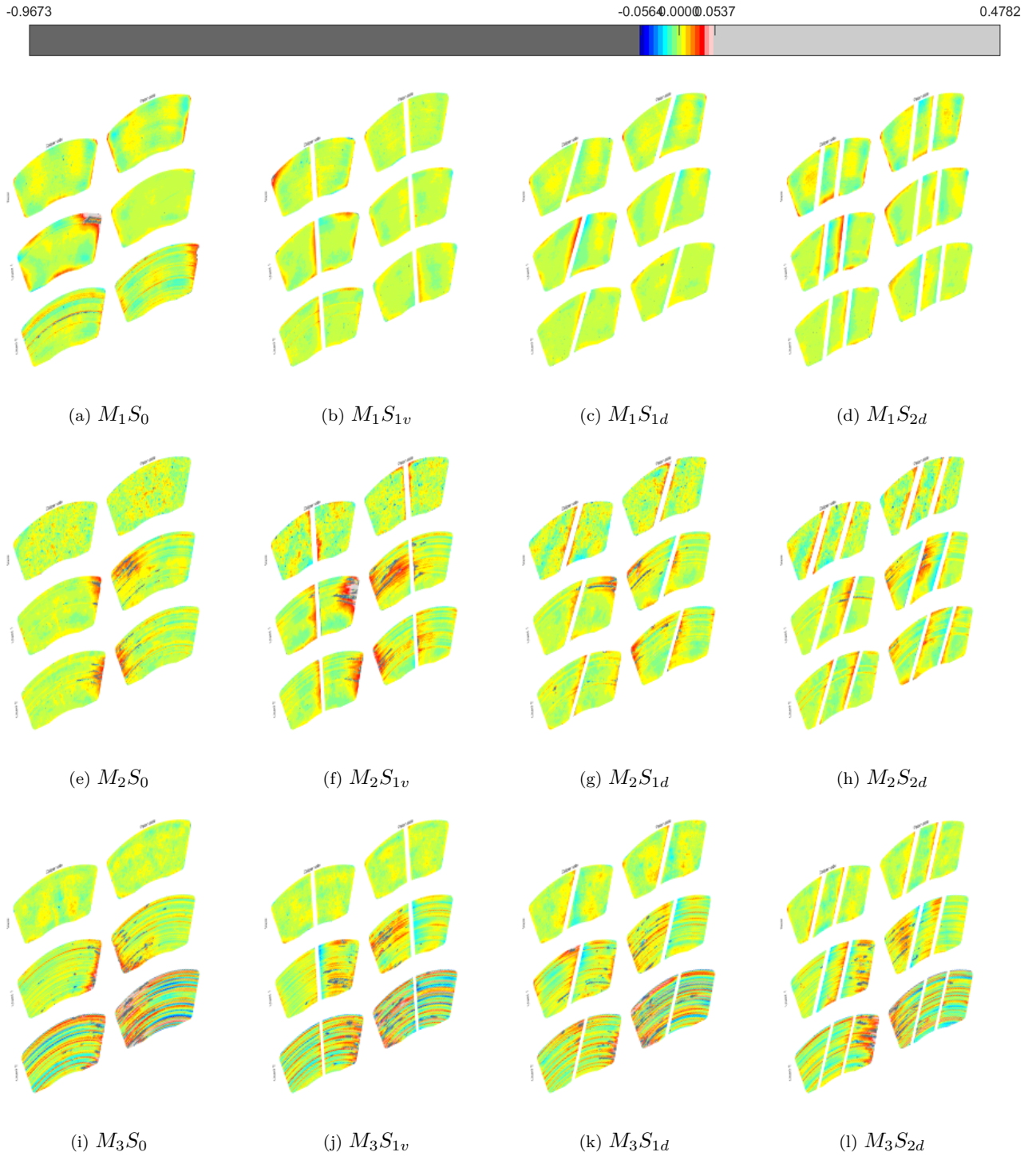


FIGURE 2.9 – Base de données des ondulations

permettent pas de lier directement un état topographique à une fréquence de crissement particulière. Le paragraphe suivant présente une méthodologie d'essais interrompus pour remédier à cette situation.

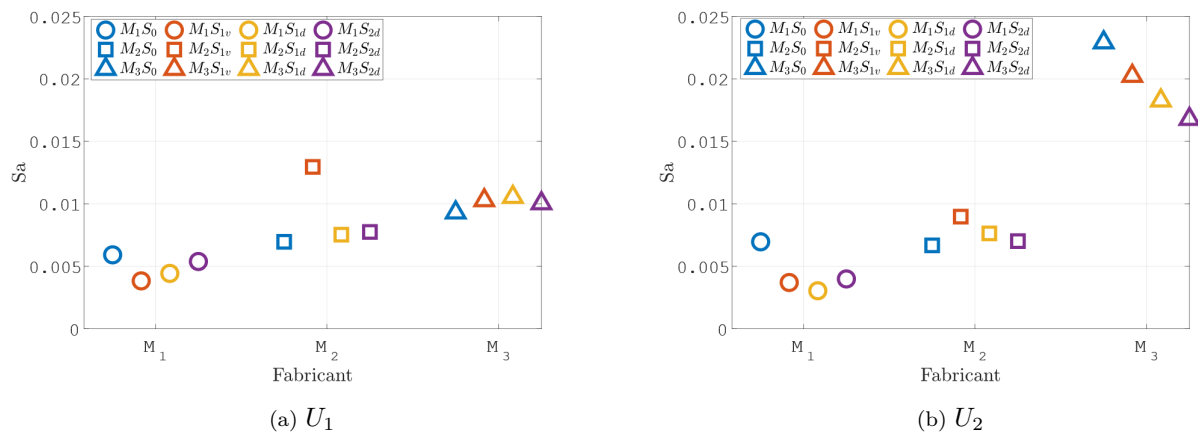


FIGURE 2.10 – Moyennes arithmétiques des hauteurs d'ondulation pour chaque topologie de chaque fabricant
 a) Etat U_1 b) Etat U_2

2.4 Mise en place d'essais interrompus

La dernière séquence expérimentale consiste à arrêter le système, équipé d'un couple de plaquettes S_{1v} , lorsque qu'une fréquence croissante souhaitée est détectée puis de scanner les plaquettes afin d'obtenir les topographies associées. Une décomposition multi-échelles est appliquée afin d'identifier l'effet et le lien entre chaque paramètre topographique et les fréquences croissantes (la rugosité est écartée de l'analyse). Ainsi, cette nouvelle procédure permet de dresser un historique des topographies par couple de plaquettes et par constructeur reprenant l'ensemble des fréquences croissantes. Les Figures 2.11, 2.12 et 2.13 présentent respectivement les historiques d'un couple de plaquettes S_{1v} de chacun des fabricants (M_1 à M_3). Dans ces figures, les topographies associées aux fréquences croissantes ciblées sont illustrées dans chaque historique (représentées par les + bleus). Sept fréquences croissantes différentes ont été ciblées : 3.2 kHz, 4 kHz, 5 kHz, 7.3 kHz, 9 kHz, 10 kHz et une double à 9/5 kHz. Plusieurs arrêts sans fréquence croissante ont également été réalisés afin de comparer les topographies entre des cas croissants et non croissants.

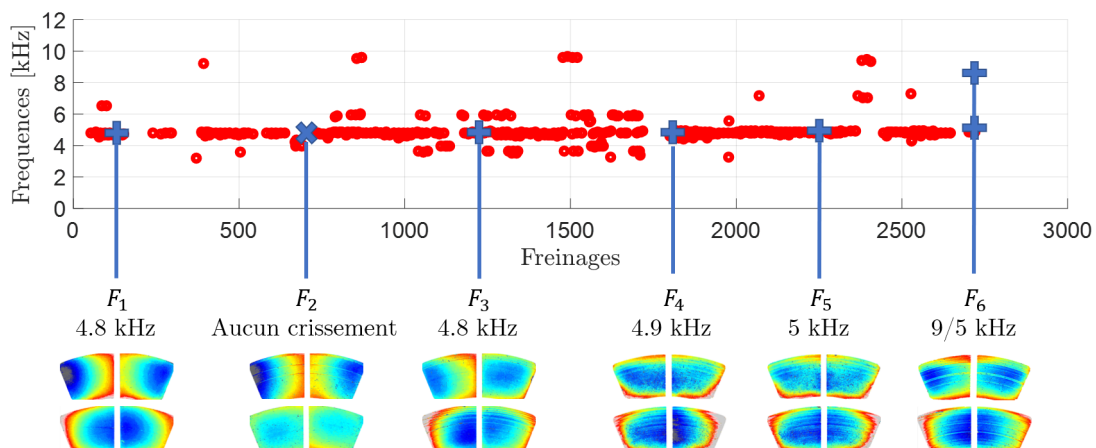
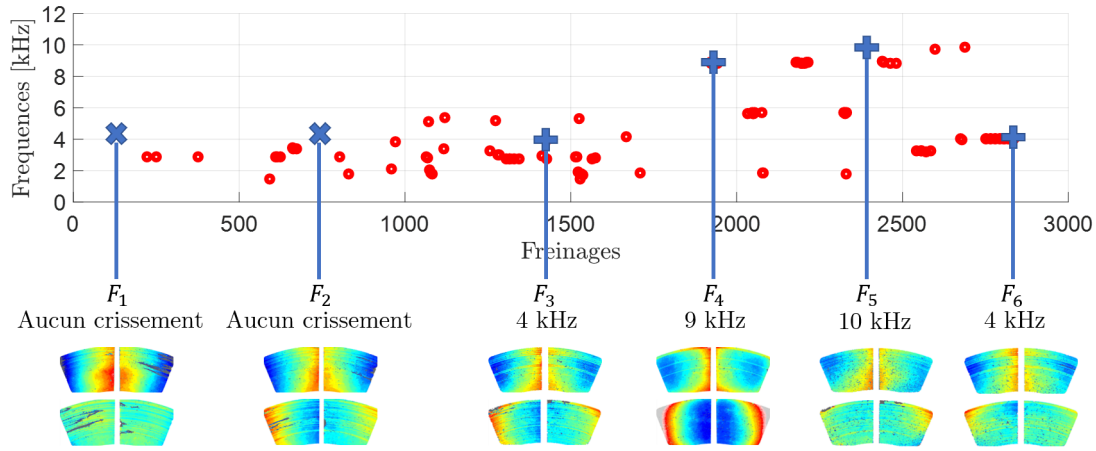
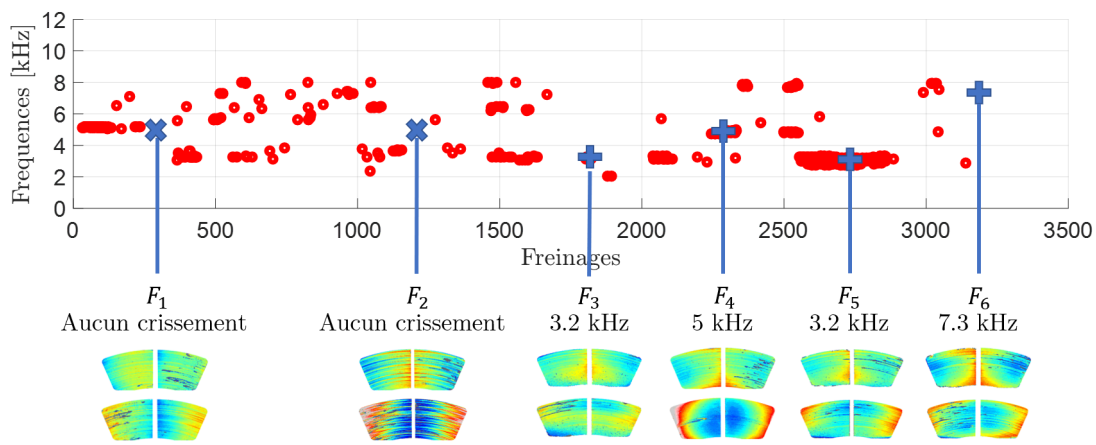


FIGURE 2.11 – Historique des arrêts U_3 pour le fabricant M_1

FIGURE 2.12 – Historique des arrêts U_3 pour le fabricant M_2 FIGURE 2.13 – Historique des arrêts U_3 pour le fabricant M_3

Pour le premier fabricant M_1 , quatre arrêts ont été effectués aux fréquences crissantes 5 kHz (4.8-5 kHz), un arrêt à la fréquence double 9/5 kHz et un arrêt sans fréquence crissante. Les formes associées à chacun des couples du premier constructeur sont présentées dans la Figure 2.14 où les plaquettes côté étrier et côté piston occupent respectivement la première et la deuxième ligne. Les fréquences crissantes sont alors associées à trois formes différentes : deux pour la fréquence crissante à 5 kHz et une pour la double fréquence. Les formes des plaquettes P_p sont similaires, quelle que soit la fréquence associée, un ventre central circulaire (à l'exception de la plaquette du couple 9/5 kHz qui tend vers un rectangle). En revanche, pour la plaquette P_c , une plus grande variété de formes est observable selon la fréquence crissante associée. Les formes liées aux deux premières fréquences crissantes à 5 kHz, F_1 et F_3 , divergent des deux autres formes liées à la même fréquence, F_4 et F_5 . En effet, pour les deux premières (F_1 et F_3), la forme est composée de deux modes excentrés selon l'axe tangent et creusés sur toute la hauteur de la plaquette. En revanche, les plaquettes P_c des configurations F_4 et F_5 ont un mode central sur toute la longueur de la plaquette. Cette différence entre les configurations F_1/F_3 et F_4/F_5 est probablement due à la différence des conditions opérationnelles. En effet, les couples de plaquettes F_4 et F_5 ont été arrêtés en début de séquence complète après quelques coups de freins (basse température 50°C et vitesse à 3 km h⁻¹), ce qui n'est pas le cas des deux autres couples qui ont été arrêtés à plus de 200°C et à une vitesse de 10 km h⁻¹. Enfin, pour la double fréquence crissante 9/5 kHz, la plaquette P_c possède aussi deux modes excentrés mais

concentrés au centre de l'axe vertical et non sur toute la hauteur comme les formes associées à la fréquence 5 kHz.

Pour le second fabricant, deux arrêts ont été effectués sans aucune fréquence crissante associée, deux arrêts à la fréquence 4 kHz, un arrêt à la fréquence crissante 9 kHz et un à la fréquence crissante 10 kHz. Pour les formes du second fabricant, présentées Figure 2.15, les différences entre les formes des fréquences spécifiques sont visibles, cette fois, sur la plaquette côté piston, P_p . En effet, les plaquettes P_p présentent un ventre central plus ou moins large selon la fréquence crissante associée. Les plaquettes P_c ont des formes quasi planes avec quatre ventres, associées notamment aux fréquences à 4 kHz (F_3 et F_6) et 10 kHz (F_5), et une forme avec un creux central sur toute la hauteur associée à la fréquence à 9 kHz (F_4).

Pour le dernier fabricant M_3 , dont les formes sont présentées Figure 2.16, trois fréquences dont deux nouvelles sont étudiées, 3.2, 5 et 7 kHz. Les formes associées à la fréquence crissante 3.2 kHz, F_3 et F_5 , sont similaires et présentent un creux circulaire sur la partie supérieure de la plaquette P_p et un ventre sur la partie inférieure de la plaquette P_c . La forme associée à la fréquence à 7.3 kHz, F_6 , est composée d'une forme avec deux ventres sur P_c et un creux central pour la plaquette P_p (similaire à certaines formes associées à 5 kHz). La forme associée à la fréquence crissante 5 kHz, F_4 , est similaire aux formes étudiées pour le premier fabricant M_1 . Cette proximité montre qu'avec des fabricants différents, une même fréquence crissante est associée à des formes similaires.

Les formes associées à aucune fréquence crissante présentent des caractéristiques proches aux formes associées à des fréquences crissantes, et cela quel que soit le fabricant. En effet, le couple de plaquettes F_2 associé à aucun crissement du fabricant M_1 , possède une forme similaire au couple associé à la fréquence à 5 kHz. Pour les fabricants M_2 et M_3 , les couples de plaquettes associés à aucune fréquence crissante F_1 et F_2 tendent à se rapprocher des formes associées à la fréquence à 9 kHz.

Pour comprendre la raison de la différence entre les topographies associées à un crissement et celles associées à aucune fréquence crissante, les étendues de hauteurs des formes pour chaque fabricant sont présentées Tableau 2.3, Tableau 2.4 et Tableau 2.5. Ces tableaux mettent alors en évidence que les étendues des formes non associées à une fréquence crissante sont inférieures à celles associées à des fréquences crissantes. Cela est particulièrement visible sur les étendues des plaquettes P_p . En effet, lorsque l'étendue de la plaquette P_p est inférieure à 0.1 mm aucune fréquence crissante n'est détectée, exception faite de la seconde configuration non crissante F_2 du fabricant M_3 . Toutefois, pour cette configuration, l'étendue globale (somme de l'étendue des deux plaquettes) est inférieure à la somme des étendues des plaquettes associées à des fréquences crissantes. En effet, les étendues des hauteurs des couples associées aux fréquences crissantes sont aux alentours ou supérieur à 0.3 mm et celles des configurations non crissantes sont inférieures à ce seuil. Ainsi, cela montre que les formes évoluent au cours du fonctionnement d'un système de freinage et une fois un certain seuil franchi (dans le cas présent, il serait à 0.1 mm pour P_p) une fréquence crissante est produite.

Les ondulations sont représentées dans les mêmes conditions que les formes sur les Figures 2.17, 2.18 et 2.19. Les différences entre les fabricants et entre les configurations crissantes ou non sont bien moins importantes que pour la forme. Le premier fabricant, contrairement à ce qui a été vu dans le paragraphe précédent, présente plusieurs stries sur le haut des plaquettes dans plusieurs configurations. Par conséquent, l'ondulation entre les différents fabricants est cette fois assez similaire (stries sur la moitié supérieure de la plaquette et homogène sur la moitié inférieure). De plus, les configurations non crissantes du second fabricant possèdent une ondulation similaire à ses homologues crissantes. Enfin, pour le troisième fabricant, les configurations non crissantes présentent bien plus de stries que les configurations crissantes.

Fréquence	F_1 : 5kHz	F_2 : Aucun crissement	F_3 : 5kHz	F_4 : 5kHz	F_5 : 5kHz	F_6 : 9 et 5kHz
$E_{min-max}$ de la plaquette P_c	0.148	0.133	0.089	0.125	0.150	0.113
$E_{min-max}$ de la plaquette P_p	0.142	0.055	0.173	0.167	0.213	0.157

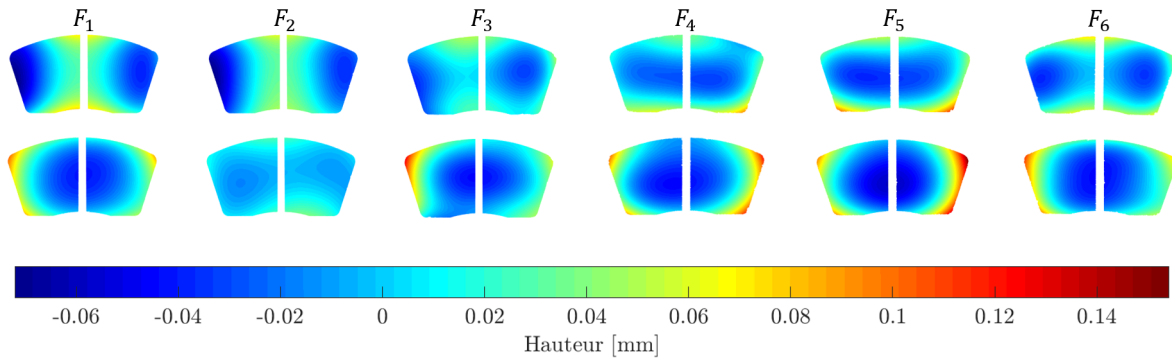
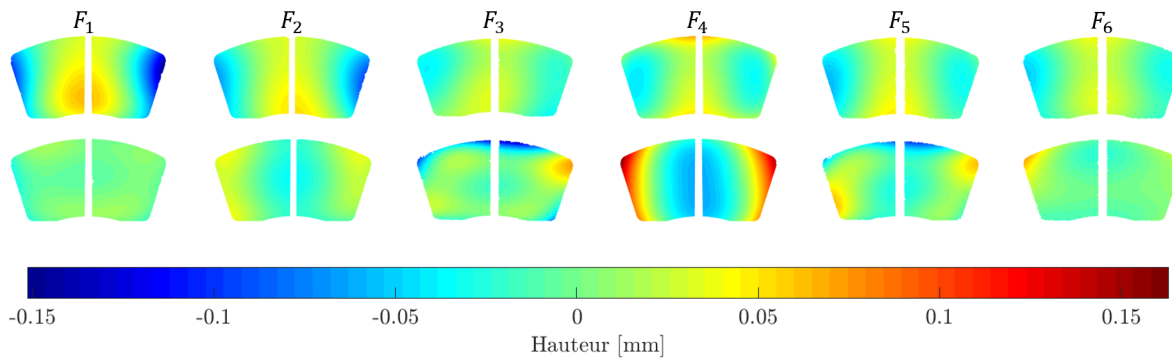
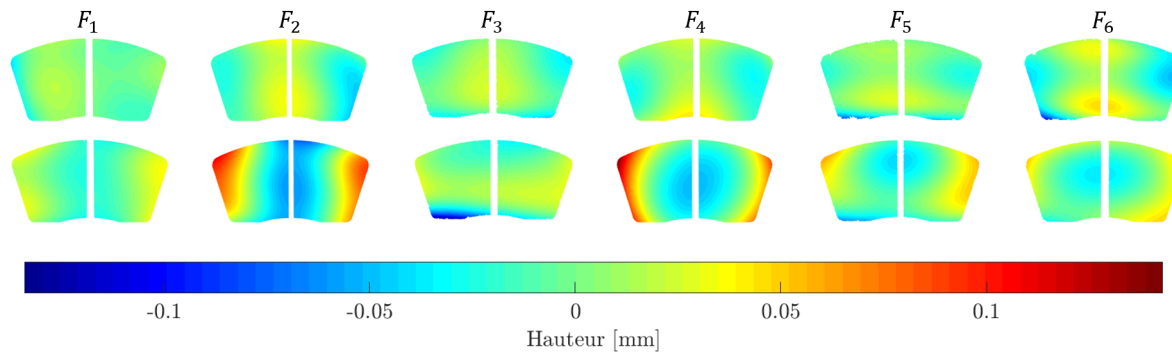
TABLEAU 2.3 – Etendues de hauteurs de formes par plaquette du premier fabricant M_1 [mm]

Fréquence	F_1 : Aucun crissement	F_2 : Aucun crissement	F_3 : 4kHz	F_4 : 9kHz	F_5 : 10kHz	F_6 : 4kHz
$E_{min-max}$ de la plaquette P_c	0.214	0.146	0.079	0.114	0.106	0.113
$E_{min-max}$ de la plaquette P_p	0.046	0.075	0.220	0.225	0.168	0.095

TABLEAU 2.4 – Etendues de hauteurs de formes par plaquette du second fabricant M_2 [mm]

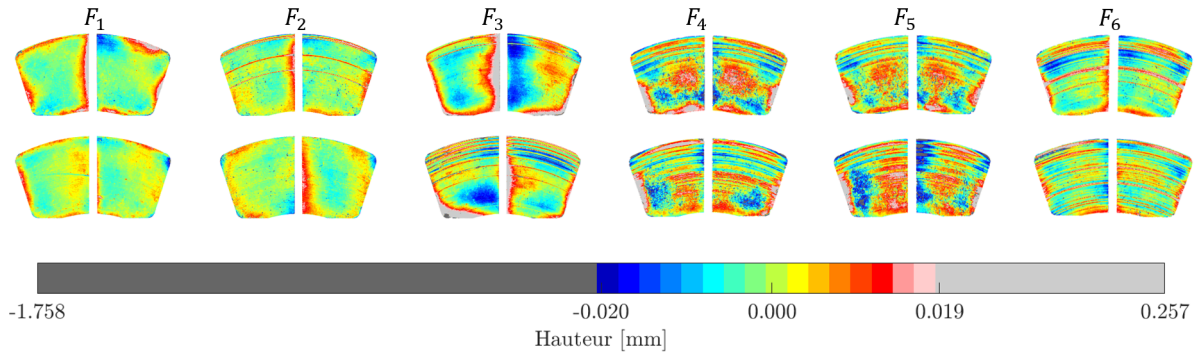
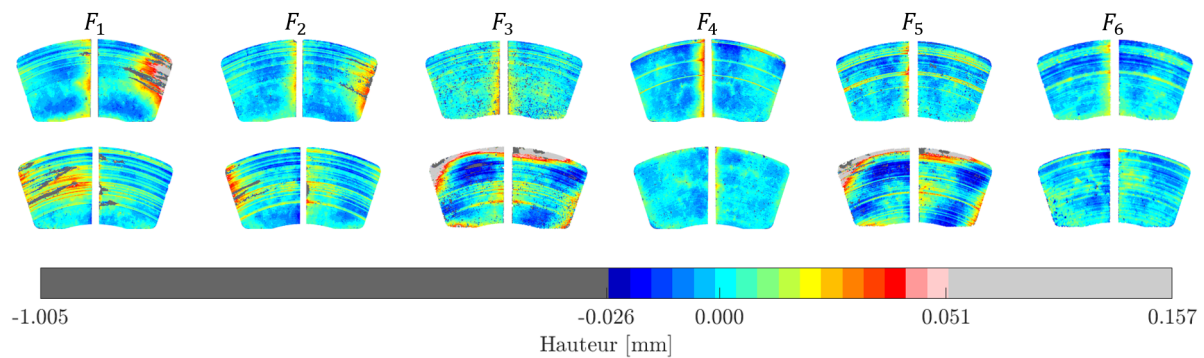
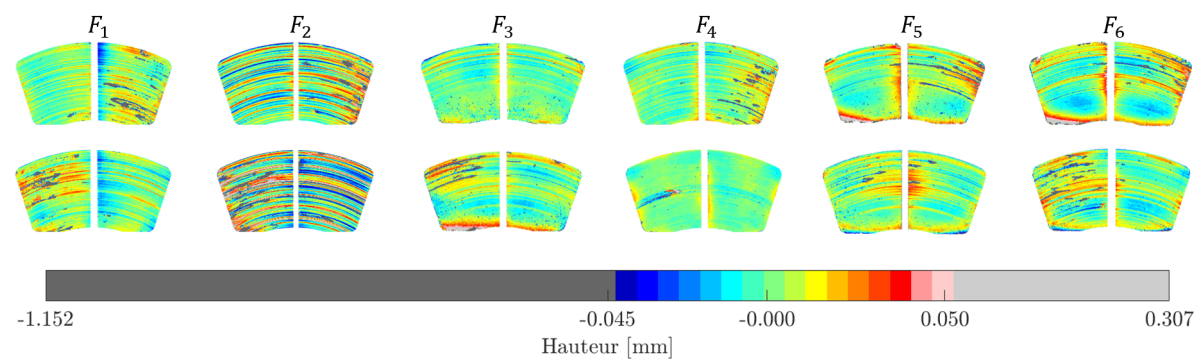
Fréquence	F_1 : Aucun crissement	F_2 : Aucun crissement	F_3 : 3.2kHz	F_4 : 5kHz	F_5 : 3.2kHz	F_6 : 7.3kHz
$E_{min-max}$ de la plaquette P_c	0.062	0.085	0.074	0.076	0.113	0.153
$E_{min-max}$ de la plaquette P_p	0.066	0.188	0.166	0.193	0.130	0.098

TABLEAU 2.5 – Etendues de hauteurs de formes par plaquette du troisième fabricant M_3 [mm]


 FIGURE 2.14 – Formes associées aux configurations du premier fabricant M_1

 FIGURE 2.15 – Formes associées aux configurations du second fabricant M_2

 FIGURE 2.16 – Formes associées aux configurations du troisième fabricant M_3

La Figure 2.20 présente les moyennes arithmétiques des hauteurs d'ondulation pour chacune des fréquences croissantes de chaque fabricant. Les mêmes symboles que précédemment sont utilisés pour représenter les fabricants, à savoir un cercle pour M_1 , un carré pour M_2 et un triangle pour M_3 . Les configurations croissantes sont spécifiées par un point rouge. Pour le fabricant M_1 , les configurations croissantes et non croissantes se retrouvent à des moyennes de hauteurs équivalentes. En effet, les configurations F_1 et F_2 ont une moyenne des hauteurs S_a identiques et pour autant F_1 est associé à un crissement mais pas F_2 . Pour le fabricant M_2 , le S_a peut être identique entre une configuration croissante et non croissante comme c'est le cas entre les configurations F_1 et F_5 . Enfin, pour M_3 , les S_a varient entre 0.012 mm et 0.025 mm quelle que soit la configuration à l'exception de F_2 , configuration pour laquelle aucun crissement n'a été détecté malgré une étendue de hauteur de forme pour P_p supérieure à 0.1 mm. Ainsi l'ondulation de cette configuration est d'une part très striée et d'autre part possède la moyenne

arithmétique des hauteurs la plus élevée de toutes les configurations, ce qui pourrait justifier la non présence de crissement malgré une étendue de forme supérieure au seuil déterminé. Par conséquent, une ondulation avec des variations de hauteurs importantes (les stries) et une moyenne suffisamment élevée aurait pour effet de diffuser et d'altérer les surfaces en contact menant à la perte du contact spécifique.

FIGURE 2.17 – Ondulations associées aux configurations du premier fabricant M_1 FIGURE 2.18 – Ondulations associées aux configurations du second fabricant M_2 FIGURE 2.19 – Ondulations associées aux configurations du troisième fabricant M_3

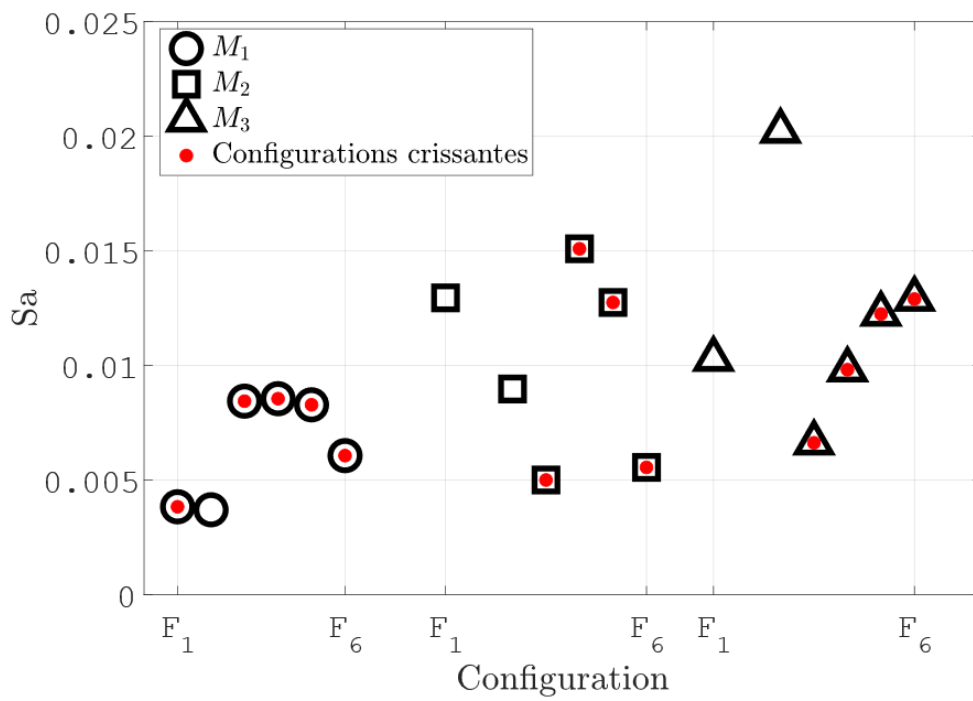


FIGURE 2.20 – Moyennes des hauteurs d’ondulation pour l’ensemble des configurations

2.5 Conclusion

Le Chapitre 2 a permis l'établissement d'un lien entre la topographie complète des plaquettes et l'état vibratoire du système de freinage. Pour cela, une campagne d'essais couplant essais dynamiques et scans de plaquettes a été proposée.

La première partie du chapitre a permis d'identifier l'impact des paramètres macroscopiques sur le crissement. Nous avons vu qu'il y a bien une différence inter fabricant, nous retrouvons des comportements spécifiques associés à chaque constructeur. En revanche, pour un fabricant donné, peu de variabilité entre les différentes topologies de plaquettes a été constatée.

La seconde partie a consisté à utiliser une décomposition multi-échelles afin de déterminer des tendances entre les différents fabricants en fonction des grandeurs topographiques. Il a été montré d'une part que la rugosité différait peu quel que soit le fabricant ou la topologie et d'autre part qu'il y a une constance entre les topologies d'un même fabricant pour l'ondulation et la forme. Toutefois, la forme est plus spécifiquement marquée quand des fréquences crissantes ont été identifiées peu avant la fin de l'essai.

Une stratégie essayant de lier une topographie à une fréquence donnée a alors été mise en place. La stratégie consiste à arrêter l'essai de freinage lorsqu'une fréquence crissante est détectée de manière à capter la topographie des surfaces frottantes des plaquettes au moment du crissement. Cette stratégie a permis de mettre en évidence qu'une fréquence crissante particulière est liée à une forme spécifique à condition qu'un seuil de hauteur soit atteint.

Chapitre 3

Modélisation des topographies numériques

Sommaire

3.1	Introduction	54
3.2	Modélisation de la variabilité spatiale par des champs aléatoires	55
3.2.1	Rappels sur les ensembles et la théorie des probabilités	56
3.2.2	Variables aléatoires	57
3.2.3	Vecteurs aléatoires	57
3.2.4	Champs aléatoires	59
3.2.5	Représentation spectrale des champs aléatoires gaussiens	60
3.2.5.1	Définition générale	60
3.2.5.2	Définition discrète	63
3.3	Construction d'une topographie à partir de mesures expérimentales	65
3.3.1	Méthodologie	65
3.3.2	Caractérisation des paramètres de forme et d'ondulation	65
3.3.2.1	Caractérisation et génération de la forme	65
3.3.2.2	Caractérisation des paramètres de l'ondulation	68
3.3.3	Génération des topographies	71
3.3.3.1	Génération des formes	71
3.3.3.2	Génération de l'ondulation par la théorie des champs aléatoires	72
3.3.3.3	Comparaison entre les familles de surfaces réelles et leurs homologues numériques	74
3.4	Réduction de la base de données expérimentale	76
3.4.1	Identification des fonctions de corrélation unidimensionnelles	76
3.4.2	Influence des paramètres de corrélation	78
3.5	Influence du maillage sur la reproductibilité des grandeurs topographiques	79
3.6	Conclusion	81

3.1 Introduction

Les chapitres précédents ont montré que les topographies des surfaces de contact des plaquettes évoluent grandement entre l'état neuf et l'état usé. La Figure 3.1 synthétise trois familles caractéristiques des topographies observées expérimentalement.

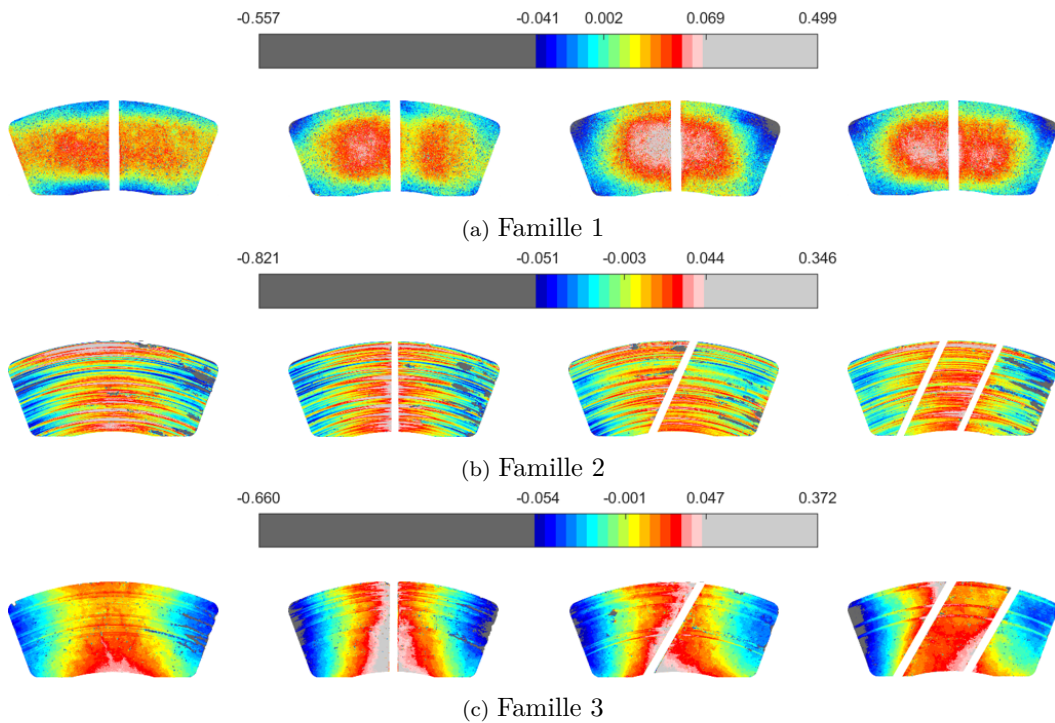


FIGURE 3.1 – Familles identifiables à partir des résultats expérimentaux

La première famille est composée de plaquettes neuves présentant une répartition maximale des hauteurs en leur centre. Les familles 2 et 3, quant à elles, sont composées de plaquettes usées avec des hauteurs maximales près de la rainure, le long de l'axe radial de la surface. La principale différence entre ces deux familles se situe au niveau des stries, lesquelles sont présentes sur l'ensemble de la surface pour la famille 2 alors qu'elles sont nettement plus localisées pour la famille 3.

L'objectif de ce chapitre est de proposer une stratégie numérique pour la reconstruction des topographies, compatibles pour ces différentes familles, en exploitant la décomposition multi-échelles. Dans un premier temps, la construction des champs aléatoires est étudiée en exploitant des fonctions de corrélation 2D expérimentales. Dans un second temps, une phase d'identification des paramètres clés de fonctions de corrélation 1D analytiques dans les directions radiale et tangentielle est menée pour estimer l'ensemble des évolutions de comportement.

Les topographies, ainsi reconstruites, sont finalement exportées sur différents maillages éléments finis afin d'identifier la taille de maille optimale en vue des simulations numériques de freinage.

3.2 Modélisation de la variabilité spatiale par des champs aléatoires

La topographie des surfaces joue un rôle important dans le comportement des systèmes mécaniques frottants. Elle est influencée par les éléments en contact, les matériaux des composants, la vitesse, le frottement, la résistance à l'usure. Grâce à la modélisation de la topographie des surfaces, les études scientifiques et industrielles peuvent être considérablement améliorées. En effet, en incorporant des topographies particulières au sein des modèles de frein, la recherche des configurations crissantes peut être grandement améliorée.

La première utilisation des champs aléatoires dans la génération des topographies remonte à la modélisation par la méthode autoregressive (AR) proposée par Stralkowsky [79] en 1968. Watson et al. [80] et Whitehouse [81] ont aussi manipulé la génération de champs aléatoires par la méthode AR du second ordre et le développement en série. Plusieurs auteurs [82–84] proposent d'utiliser des modèles AR d'ordre plus élevé afin de corriger la description des profils aléatoires. Par exemple, Staufert [84] propose dans son article d'utiliser des modèles d'ordre 4. Puis, Watson et Spedding [85] ont introduit des non linéarités au sein de la génération des surfaces aléatoires pour obtenir des surfaces non gaussiennes. En 1978, Patir [86] utilise le modèle de la moyenne glissante avec une linéarisation des matrices aléatoires. En 1992, Hu et Tonder [87] ont utilisé un filtre digital à deux dimensions couplé à une analyse de Fourier afin de créer un générateur de surfaces aléatoires. Cette méthode a été, grâce à sa facilité d'implémentation, reprise et améliorée dans beaucoup de travaux comme ceux de Wu [88]. Mu et al. [89] ont utilisé une méthode similaire à Hu et Tonder pour générer des surfaces avec une distribution gaussienne. Wu [88] et Newland [90] ont utilisé une procédure de modélisation de surfaces basée sur la transformée de Fourier rapide (FFT). Ils déterminent d'abord la fonction d'autocorrelation puis, à partir de cette dernière, ils définissent la densité spectrale de puissance (DSP) qui est un des éléments central de l'approche spectrale.

Une multitude de méthodes a donc été développée pour générer des champs aléatoires ces trente dernières années :

- La Méthode de la moyenne glissante (Moving Average Methods). La méthode construit, à chaque point de l'espace, un champs aléatoire 1D défini comme une moyenne d'un bruit blanc.
- La méthode de subdivision moyenne locale (Local Average Subdivision) est une variante de la méthode FFT. Elle consiste à fusionner plusieurs champs générés à partir de la théorie des moyennes locales.
- Les méthodes de décomposition de la matrice de covariance se basent sur la génération des champs par l'utilisation de fonctions spatiales déterministes de la matrice de covariance. La décomposition de Cholesky, la méthode de la matrice circulante (circulant embedding method) ainsi que la méthode de la matrice H introduite par Hackbusch [91] et utilisée récemment par Feischl [92] pour la génération de champs aléatoires, sont des méthodes de décompositions de la matrice de covariance.
- La méthode des bandes tournantes (Turning Bands method) repose sur la génération de plusieurs champs 1D puis les combinent pour atteindre la dimension de l'espace souhaitée.
- La Méthode spectrale basée sur la transformée de Fourier.

Dans la littérature, la comparaison des méthodes de représentation des champs aléatoires est abordée par Vanmarcke [93], Sudret [94], Liu [95] et Pawlus [96]. Notre choix s'est porté sur la méthode spectrale pour ses bonnes performances, notamment dans le cas de surfaces discrétisées par un nombre de points conséquent.

Le paragraphe suivant fait un rappel sur les notions de base de la théorie des probabilités avant d'aborder la formulation spectrale des champs aléatoires.

3.2.1 Rappels sur les ensembles et la théorie des probabilités

Définition (de Georg Cantor) [97] : Un ensemble mathématique est une collection d'objets qui peut être comprise comme un tout.

La notation qui a été choisie par Cantor et par les scientifiques après lui est une lettre majuscule pour définir l'ensemble et une lettre minuscule pour les éléments appartenant à l'ensemble.

Définition : E est un sous ensemble (ou une partie) de F si tout élément de E est aussi un élément de F , nous noterons alors $E \subset F$. Autrement dit :

$$E \subset F \Leftrightarrow \forall x(x \in E \rightarrow x \in F) \quad (3.1)$$

La notion d'ensemble permet alors de définir toute la topologie de la théorie de la mesure. Ainsi nous pouvons définir ce qu'est une tribu aussi appelée σ -algebre.

Définition : Soit F un ensemble. On appelle tribu sur F , un ensemble \mathcal{A} de parties de F qui vérifie :

- \mathcal{A} est non vide
- \mathcal{A} est stable par complémentaire soit $\forall B \in \mathcal{A}, {}^c B \in \mathcal{A}$ (où ${}^c B$ désigne le complémentaire de B dans F)
- \mathcal{A} est stable par union dénombrable c'est-à-dire $\forall n \in \mathbb{N}, B_n \in \mathcal{A}$ alors $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} B_n \in \mathcal{A}$

Lorsqu'on dispose d'une tribu, il est possible de définir un espace mesurable (aussi appelé espace probabilisable), ainsi :

Définition : Un ensemble mesurable est un couple composé d'un ensemble F et d'une tribu \mathcal{A} sur F (F, \mathcal{A}). Toute partie de F appartenant à la tribu \mathcal{A} est dite mesurable.

Nous définissons la mesure \mathbb{P} dans (Ω, \mathcal{A}) comme une mesure de probabilité si $\mathbb{P}(\Omega) = 1$.

Toute mesure de probabilité doit répondre aux propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\emptyset) &= 0, \\ \mathbb{P}(A) &\geq 0 \quad \forall A \in \mathcal{F}, \\ \mathbb{P}(\Omega) &= 1, \\ \mathbb{P}(A \cup B) &= \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) \quad \forall A, B \in \mathcal{F}, A \cap B = \emptyset. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Tous les outils nécessaires à la définition d'un espace probabilisé ont été définis. L'espace probabilisé est l'espace dans lequel les variables aléatoires sont définies et utilisées.

Définition : Un espace de probabilité, aussi appelé espace probabilisé, est un espace mesurable (Ω, \mathcal{A}) muni d'une mesure de probabilité \mathbb{P} , de telle sorte que $\mathbb{P}(\Omega) = 1$. Ce qui permet de former un triplet $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ avec Ω un ensemble appelé univers, \mathcal{A} une tribu telle que tout ensemble $E \in \mathcal{A}$ est appelé un évènement.

3.2.2 Variables aléatoires

Définition : Soit $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ un espace probabilisé, nous appelons variable aléatoire toute application mesurable $X : \Omega \rightarrow E$ où (E, \mathcal{E}) est un espace mesurable. Ainsi pour chaque éventualité $\omega \in \Omega$ est associée une valeur $X(\omega)$. Si l'espace E est réel, on dit de la variable X qu'elle est réelle. Si E est un ensemble fini et dénombrable on dit alors de X qu'elle est discrète.

Chaque variable X est définie par sa fonction de répartition $F_X(x)$ telle que :

$$F_X(x) = \mathbb{P}(X \leq x) \quad (3.3)$$

Selon les propriétés de la variable aléatoire X , la fonction de répartition F est définie. Si X est continue, F est continue et dérivable.

Dans le cas d'une variable aléatoire continue, nous pouvons définir la densité de probabilité f_X de X définie par $\mathbb{P}_X(x) := \mathbb{P}(X^{-1}(x))$ telle que :

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (3.4)$$

Les quantités statistiques, telles que la moyenne, la variance et les moments d'ordre supérieur, sont définies comme des espérances de variables aléatoires.

Si X est intégrable, nous pouvons alors définir l'espérance de X :

$$\mathbb{E}[X] = \int_{\Omega} X(\omega) d\mathbb{P}(\omega) \quad (3.5)$$

Définition (moment) : Le moment d'ordre k d'une variable aléatoire réelle X est $\mathbb{E}[X^k]$. Le moment d'ordre 1 est l'espérance ou aussi appelée la moyenne (définie plus haut) et notée : $\mu = \mathbb{E}[X]$.

3.2.3 Vecteurs aléatoires

Définition : Le vecteur aléatoire est défini comme une généralisation à n dimension de la variable aléatoire. Ainsi le vecteur aléatoire est défini comme une application qui associe à chaque éventualité un vecteur dans E :

$$X : \omega \mapsto X(\omega) = (X_1(\omega), X_2(\omega), \dots, X_n(\omega)) \quad (3.6)$$

Les composantes X_n du vecteur aléatoire X sont des variables aléatoires. Si ces dernières sont continues, chacune de ces variables aléatoires possède une lois de probabilité et le vecteur peut être caractérisé par sa densité de probabilité, $f_X(x)$ telle que :

$$\int_{\mathcal{D}_X} f_X(x) dx = 1 \quad (3.7)$$

La fonction de répartition d'un vecteur aléatoire X_n est définie telle que :

$$F : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

$$F(x_1, \dots, x_n) = \mathbb{P}((X_1 \leq x_1) \cap \dots \cap (X_n \leq x_n)) \quad (3.8)$$

Indépendance de vecteurs aléatoires : deux vecteurs aléatoires X et Y sont indépendants si et seulement si la probabilité de leur union est égale au produit de chacune de leur probabilité et si leur covariance est nulle.

Un vecteur aléatoire est défini comme un vecteur gaussien si chacune de ses composantes est une variable aléatoire gaussienne, c'est-à-dire que chacune de ses composantes suit une loi gaussienne. Autrement dit, soit $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ un vecteur aléatoire. X est dit gaussien si et seulement si pour toute suite $a = (a_1, \dots, a_n)$ de nombres réels :

$$W = a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_n X_n \quad (3.9)$$

est une variable gaussienne.

L'espérance du vecteur X est un vecteur contenant l'espérance de chacune des composantes de X , autrement dit :

$$\mu_X = [\mu_{X_1}, \dots, \mu_{X_n}]^T \quad (3.10)$$

La covariance entre deux variables aléatoires X_i et X_j est définie telle que :

$$\text{Cov}[X_i, X_j] = \mathbb{E}[(X_i - \mu_{X_i})(X_j - \mu_{X_j})] = \int_{\mathcal{D}_{x_i, x_j}} (x_i - \mu_{X_i})(x_j - \mu_{X_j}) f_{X_i, X_j}(x_i, x_j) dx_i dx_j \quad (3.11)$$

Pour le cas de deux variables aléatoires indépendantes, la covariance de ces deux variables est nulle, soit :

$$\mathbb{E}[(X_i - \mu_{X_i})(X_j - \mu_{X_j})] = \mathbb{E}[(X_i - \mu_{X_i})] \mathbb{E}[(X_j - \mu_{X_j})] = 0 \quad (3.12)$$

Le coefficient de corrélation de deux variables X_i et X_j est défini par :

$$\rho_{X_i, X_j} = \frac{\text{Cov}[X_i, X_j]}{\sigma_{X_i} \sigma_{X_j}} \quad (3.13)$$

Dans le cas particulier des variables indépendantes, le coefficient de corrélation est nul. Les coefficients de la matrice de covariance du vecteur aléatoire X sont définis par :

$$C_{i,j} = \text{Cov}[X_i, X_j] \quad (3.14)$$

Un vecteur aléatoire, $X \sim \mathcal{N}(\mu_X, C)$ est dit gaussien si toute combinaison linéaire de ses composantes est une variable aléatoire gaussienne. Il est complètement défini par son vecteur moyen, sa matrice de covariance et la densité de probabilité conjointe.

Remarque : Il est important de noter que toute matrice définie positive est la matrice de covariance d'un vecteur aléatoire gaussien. Ainsi, on peut, à partir d'une matrice de covariance, construire un vecteur aléatoire gaussien. La matrice de covariance est alors définie par la variance et la covariance des variables aléatoires composants le vecteur aléatoire X .

3.2.4 Champs aléatoires

Les définitions et propriétés sont présentées plus en détail dans Lin [98] et Vanmarcke [93].

Définition : Un champ aléatoire est défini comme une famille de variables aléatoires. Soit $x \in D$ avec D un domaine de \mathbb{R} et Ω un espace probabilisé, nous appelons champs aléatoire, la famille $Z(x, \omega)$ avec $\omega \in \Omega$.

Un champ aléatoire est une généralisation du vecteur aléatoire. Ainsi, pour une variable aléatoire fixée, $x_0 \in D$, $Z(x_0, \omega)$ est appelé vecteur aléatoire. D'autre part, pour un ω fixé dans Ω , $Z(x, \omega)$ est une réalisation du champ aléatoire, dans ce cas, le champ aléatoire $Z(x, \omega)$ peut être écrit $Z(x)$.

Définition (champ aléatoires du second ordre) : Soit $D \in \mathbb{R}$, un champ aléatoire Z est dit du second ordre si \mathbb{E} appartient à l'espace L^2 pour chaque $x \in D$, soit :

$$\mathbb{E} [Z(\mathbf{x}, \omega)^2] = \int_{\Omega} Z(\mathbf{x}, \omega)^2 d\mathbb{P}(\omega) < \infty, \quad \forall \mathbf{x} \in D \quad (3.15)$$

La moyenne et la covariance d'un champ du second ordre peuvent être défini comme :

$$\mu(\mathbf{x}) = \mathbb{E}[Z(\mathbf{x}, \omega)] = \int_{\Omega} Z(\mathbf{x}, \omega) d\mathbb{P}(\omega), \quad \mathbf{x} \in D \quad (3.16)$$

$$C(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \text{Cov}(Z(\mathbf{x}, \omega), Z(\mathbf{y}, \omega)) = \mathbb{E}[(Z(\mathbf{x}, \omega) - \mu(\mathbf{x}))(Z(\mathbf{y}, \omega) - \mu(\mathbf{y}))], \quad \mathbf{x}, \mathbf{y} \in D. \quad (3.17)$$

Dans la suite du manuscrit, l'attention est portée sur les champs aléatoires gaussiens.

Définition : Un champ aléatoire gaussien $\{u(x) : x \in D\}$ est un champ aléatoire du second ordre tel que $\mathbf{u} = [u(\mathbf{x}_1), u(\mathbf{x}_2), \dots, u(\mathbf{x}_M)]^T$ suit la distribution gaussienne pour chaque $x_1, \dots, x_M \in D$ et pour tout $M \in \mathbb{N}$. Spécifiquement, $u \sim N(\mu, C)$ où $\mu_i = \mu(x_i)$ et $c_{ij} = C(x_i, x_j)$.

On dit d'un processus aléatoire qu'il est stationnaire au sens faible si :

- Le premier moment (c'est-à-dire la moyenne) est constant sur tout le domaine considéré.
 $x \in Z, E[u_x] = \mu.$
- Le deuxième moment (la variance) est constant sur tout le domaine.
- La fonction de covariance est indépendante sur tout le domaine, cela signifie :

$$C(d) = C(x, y) = C(x - y). \quad (3.18)$$

Dans le cas de l'application des champs aléatoires à la physique, il est courant de travailler avec des champs discrets (et donc finis) et de moyenne nulle. Ces hypothèses permettent alors de travailler avec une covariance de la forme :

$$C(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sigma^2 V(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (3.19)$$

où σ^2 est la variance et V est la fonction de corrélation.

3.2.5 Représentation spectrale des champs aléatoires gaussiens

La méthode spectrale [93, 99] repose sur la théorie des signaux aléatoires [100]. Cette dernière consiste à construire le signal dans le domaine fréquentiel en pilotant le module du signal afin d'avoir une signature statistique définie et en choisissant la phase du signal aléatoire pour obtenir des signaux aléatoires gaussiens.

La représentation spectrale est développée dans les ouvrages suivants : Shinozuka [101], Vanmarcke [93], Ruan [102], Preumont [100], Kobayashi [99], Dang [103], Lord [104]. Les paragraphes suivants rappellent les principales étapes de construction.

3.2.5.1 Définition générale

Pour qu'une fonction g soit transformable par transformée de Fourier, elle doit répondre à deux conditions :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |g(x)|^2 dx < \infty \quad (3.20)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |g(x)| dx < \infty \quad (3.21)$$

La première condition est appelée la condition carré intégrable et la seconde est appelée absolument intégrable.

La transformée de Fourier d'une fonction g répondant aux conditions ci dessus s'écrit :

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) e^{-i2\pi f x} dx \quad (3.22)$$

Et la transformée de Fourier inverse :

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f) e^{i2\pi f x} df \quad (3.23)$$

Le théorème de Parseval permet d'établir la distribution énergétique d'un signal dans le domaine fréquentiel et de l'associer à son homologue spatial :

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |g(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} |G(f)|^2 df \quad (3.24)$$

Considérons maintenant un champ aléatoire $Z(x, \omega)$ de moyenne $\mu(\mathbf{x})$ et de covariance $C(\mathbf{x})$ défini dans un domaine D inclus dans \mathbf{R} . Pour appliquer la transformée de Fourier à un tel

champ, il est nécessaire au préalable de le considérer comme une famille de réalisations $z(x, \omega_n)$ aléatoires dont chacune des réalisations est une fonction déterministe de x .

Le champ aléatoire peut alors être réécrit par sa version tronquée suivante :

$$\check{Z}(x, \omega) = \begin{cases} Z(x, \omega) & \text{si } x \in \mathcal{D} \\ 0 & \text{si } x \notin \mathcal{D} \end{cases} \quad (3.25)$$

Ainsi, chaque réalisation de ce champ, notée $\check{z}(x, \omega_n)$, satisfait les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} |\check{z}(x, \omega_n)| dx &< \infty \\ \int_{-\infty}^{\infty} |\check{z}(x, \omega_n)|^2 dx &< \infty \end{aligned} \quad (3.26)$$

avec $\check{z}(f, \omega_n)$ la transformée de Fourier de la réalisation $\check{z}(x, \omega_n)$.

La densité spectrale de puissance (DSP) est définie par :

$$P(f) = \lim_{|\mathcal{D}| \rightarrow \infty} \frac{\mathbb{E} [|\check{Z}(f, \omega)|^2]}{|\mathcal{D}|} \quad (3.27)$$

Le théorème de Wiener-Kintchine stipule que la densité spectrale de puissance d'un processus stochastique stationnaire est égale à la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation correspondante :

$$P(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle C(x, x + \delta) \rangle e^{-i2\pi f \delta} d\delta \quad (3.28)$$

Dans le cas des champs stationnaires, l'expression 3.28 se réécrit :

$$\begin{aligned} P(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} C(\delta) e^{-i2\pi f \delta} d\delta, \\ C(\delta) &= \int_{-\infty}^{\infty} P(f) e^{i2\pi f \delta} df \end{aligned} \quad (3.29)$$

Les modèles de covariance ont un rôle primordial dans la génération des champs aléatoires. Ils déterminent la covariance de deux points distincts du domaine D . Le Tableau 3.1 et la Figure 3.2 présentent les modèles de covariance/corrélation 1D, couramment utilisés dans la littérature, avec ν la variance du champ aléatoire, l la longueur de corrélation et δ la différence entre deux points x et y de l'espace D . Dans le cas multidimensionnel, la covariance peut être obtenue par le produit des covariance 1D de chaque axe de l'espace.

Dans le cas où $x_1 = x_2$ c'est-à-dire $\delta = 0$, l'expression 3.29 devient :

$$C(0) = \int_{-\infty}^{\infty} P(f) df \quad (3.30)$$

Modèles	Covariance	DSP
Exponentiel	$C(\delta) = ve^{-\frac{\delta}{l}}$	$P(f) = \frac{v}{2\pi^2 f^2 l^2 + \frac{1}{2l}}$
Gaussien	$C(\delta) = ve^{-\frac{\delta^2}{l^2}}$	$P(f) = v\sqrt{\pi l^2}e^{-\pi^2 f^2 l^2}$
Sinus cardinal	$C(\delta) = v\frac{\sin(\delta/l)}{\delta/l}$	$P(f) = v\pi l \text{rect}_1(\pi l f)$
Triangulaire	$C(\delta) = v \begin{cases} 1 - \delta/l & \text{si } 0 \leq \delta/l \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$	$P(f) = vl \text{sinc}^2(\pi fl)$

TABLEAU 3.1 – Modèles de corrélation 1D et leur DSP associé

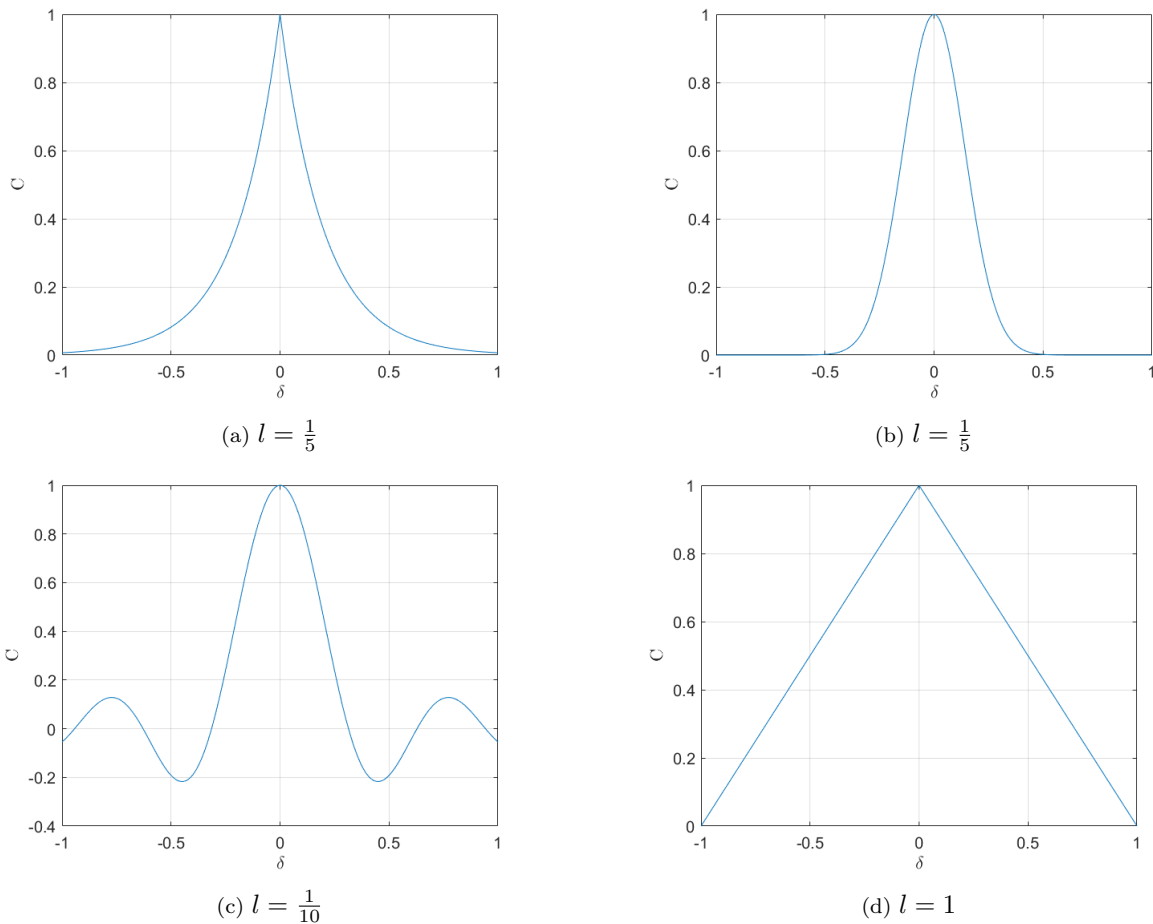


FIGURE 3.2 – Modèles de corrélation 1D : a) Fonction exponentielle b) Fonction gaussienne c) Fonction sinus cardinal d) Fonction triangulaire

La relation 3.30 associe donc la DSP à la variance du champ aléatoire Z menant à la relation :

$$E [|Z(x)|^2] = \int_{-\infty}^{\infty} P(f) df \tag{3.31}$$

Le champs aléatoire Z pouvant être représenté par ses réalisations, la variance du champs est alors égale à :

$$E [|Z(x)|^2] = \int_{-\infty}^{\infty} |z(\mathbf{x})|^2 dx \tag{3.32}$$

En tenant compte des expressions 3.31 et 3.32, la DSP peut être liée à la réalisation du champs par l'expression :

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(f)df = \int_{-\infty}^{\infty} |z(\mathbf{x})|^2 dx \quad (3.33)$$

Le théorème de Parseval appliqué aux réalisations des champs aléatoires permet d'obtenir l'égalité suivante :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |z(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{z}(f)|^2 df \quad (3.34)$$

En combinant les expressions 3.33 et 3.34, nous obtenons :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{z}(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} P(f)df \quad (3.35)$$

L'expression 3.35 permet de définir le module des champs aléatoires dans le domaine fréquentiel. La simulation des champs aléatoires est réalisée à partir de la version discrète de cette expression détaillée dans le paragraphe suivant ([100, 105, 106]).

3.2.5.2 Définition discrète

La définition discrète utilise la discrétisation spatiale de la DSP dans le but de définir le module du champ aléatoire. La méthode est présentée d'abord pour le cas unidimensionnel puis pour le cas bidimensionnel.

3.2.5.2.1 Cas unidimensionnel

Le développement est fait pour une réalisation d'un champ aléatoire Z à moyenne nulle $\mu(Z) = 0$ dans un domaine spatial D possédant une grille régulière notée $\{x_i, i = 1, \dots, N - 1\}$ et qui a pour fonction de covariance $C(\delta)$. L'équivalent fréquentiel du domaine D est le domaine D_f , $P(f)$ est la densité spectrale de puissance de la fonction de corrélation, $\{f_i, i = 0, \dots, N - 1\}$ est la grille et Z_f la réalisation fréquentielle du champ.

En reprenant l'équation 3.35 pour le développement discret, il est possible de déterminer le module de chaque composant k du champ par la relation :

$$|\tilde{z}(f_k)| = \sqrt{P(f_k) \Delta f} \quad (3.36)$$

Les phases des composantes du vecteur $Z(f)$ sont choisies comme étant des réalisations d'une variable aléatoire ϕ_k . Chaque composante du vecteur $Z(f)$ est alors égale à :

$$|\tilde{z}(f_k)| = \sqrt{P(f_k) \Delta f} e^{-i(2\pi f + \phi_k)} \quad (3.37)$$

Le théorème central limite stipule que la somme de variables aléatoires indépendantes est gaussienne. Nous obtenons le champs aléatoire gaussien $Z(x)$ par transformée de Fourier inverse :

$$|z(x_l)| = \sum_{k=0}^{N-1} \sqrt{P(f_k) \Delta f} e^{-i(2\pi f + \phi_k)} e^{i2\pi f x} \quad (3.38)$$

Le Δf est choisi en utilisant le théorème d'échantillonnage de Shannon spécifiant que la fréquence d'échantillonnage doit être au moins deux fois supérieure à la fréquence maximale permise par la discrétisation du signal, valant dans ce cas $(N-1)\Delta f$.

$$\frac{1}{\Delta x} = 2(N-1)\Delta f \quad (3.39)$$

avec $\Delta x = \frac{|\mathcal{D}|}{N-1}$.

On peut en déduire :

$$\Delta f = \frac{1}{2|\mathcal{D}|} \quad \text{et} \quad f_k = k\Delta f = \frac{k}{2|\mathcal{D}|} \quad (3.40)$$

3.2.5.2.2 Cas bidimensionnel

En généralisant au domaine $\mathcal{D} = [\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2]$ sur une grille régulière $N_1 \times N_2$ points, l'équation 3.35 devient :

$$\sum_{k=0}^{N_1-1} \sum_{l=0}^{N_2-1} P(f_1^k, f_2^l) \Delta f_1 \Delta f_2 \approx \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{k=0}^{N_1-1} \sum_{l=0}^{N_2-1} |z(x_1^k, x_2^l)|^2 \quad (3.41)$$

où $\Delta f_1 = \frac{1}{2\mathcal{D}_1}$ et $\Delta f_2 = \frac{1}{2\mathcal{D}_2}$ sont déterminés en suivant le théorème d'échantillonnage de Shannon. Ainsi dans le cas bidimensionnel, le théorème de Parseval permet d'écrire l'égalité suivante :

$$\sum_{k=0}^{N_1-1} \sum_{l=0}^{N_2-1} |\tilde{z}(f_1^k, f_2^l)|^2 = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{k=0}^{N_1-1} \sum_{l=0}^{N_2-1} |z(x_1^k, x_2^l)|^2 \quad (3.42)$$

Avec $\tilde{z}(f_1^k, f_2^l)$ défini tel que :

$$\tilde{z}(f_1^k, f_2^l) = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{m=0}^{N_1-1} \sum_{n=0}^{N_2-1} z(x_1^m, x_2^n) e^{-i2\pi km/N_1 N_2} e^{-i2\pi ln/N_1 N_2}. \quad (3.43)$$

Ce qui nous permet de réécrire l'équation 3.36 en :

$$\sum_{k=0}^{N_1-1} \sum_{l=0}^{N_2-1} P(f_1^k, f_2^l) \Delta f_1 \Delta f_2 = \sum_{k=0}^{N_1-1} \sum_{l=0}^{N_2-1} |\tilde{z}(f_1^k, f_2^l)|^2 \quad (3.44)$$

À partir de cette égalité, les modules des réalisations $\tilde{z}(f_1^k, f_2^l)$ sont obtenus par :

$$|\tilde{z}(f_1^k, f_2^l)| = \sqrt{P(f_1^k, f_2^l) \Delta f_1 \Delta f_2} \quad (3.45)$$

Comme dans le cas 1D les modules sont complétés par des phases aléatoires pour former chaque composante du champ aléatoire dans le domaine fréquentiel.

$$\tilde{z}(f_1^k, f_2^l) = \sqrt{P(f_1^k, f_2^l) \Delta f_1 \Delta f_2} e^{-i[2\pi(f_1^k + f_2^l) + \varphi_{kl}]} \quad (3.46)$$

Les réalisations dans le domaine original D , ici à deux dimensions, sont ensuite obtenues par transformation de Fourier inverse.

3.3 Construction d'une topographie à partir de mesures expérimentales

Ce paragraphe expose les différentes étapes pour construire les familles de topographies mesurées, c'est-à-dire un ensemble de topographies dont les caractéristiques statistiques spatiales sont identiques. Le paragraphe suivant présente les paramètres nécessaires au calcul de ces surfaces.

3.3.1 Méthodologie

L'ensemble de la procédure comprenant l'extraction des paramètres principaux et la méthodologie de construction des topographies est synthétisée par l'organigramme de la Figure 3.3.

Cette méthodologie consiste en deux parties principales. Une première partie servant à la reconstruction de la forme et une seconde pour l'ondulation. La rugosité est écartée de la modélisation due à la taille de maille adoptée dans l'étude numérique ne permettant pas sa représentation. La forme constitue la moyenne des hauteurs $F(x, y)$ qui est ensuite additionnée à l'ondulation numérique afin de générer les topographies. L'ondulation, obtenue avec la décomposition multi-échelles, est reproduite en utilisant la formulation spectrale des champs aléatoires exposée précédemment.

3.3.2 Caractérisation des paramètres de forme et d'ondulation

Les topographies numériques aléatoires sont obtenues en sommant les formes aléatoires et les ondulations aléatoires évaluées respectivement à partir de la forme et de l'ondulation réelles. Ces surfaces, après avoir été calculées sur une grille dans le plan X, Y , sont projetées sur un maillage élément fini d'une surface de plaquette de frein. Dans les sections suivantes, l'ondulation ainsi que la forme sont évaluées suivant l'axe des Z .

3.3.2.1 Caractérisation et génération de la forme

L'évaluation de la forme aléatoire est basée sur l'ajustement de coefficients polynomiaux à des hauteurs calculées aléatoirement à partir des hauteurs extraites d'une famille de formes de plaquettes présentant des caractéristiques communes. Le polynôme d'ordre quatre (utilisé dans le Chapitre 1 afin d'extraire la forme de la topographie) nécessite au moins quinze points

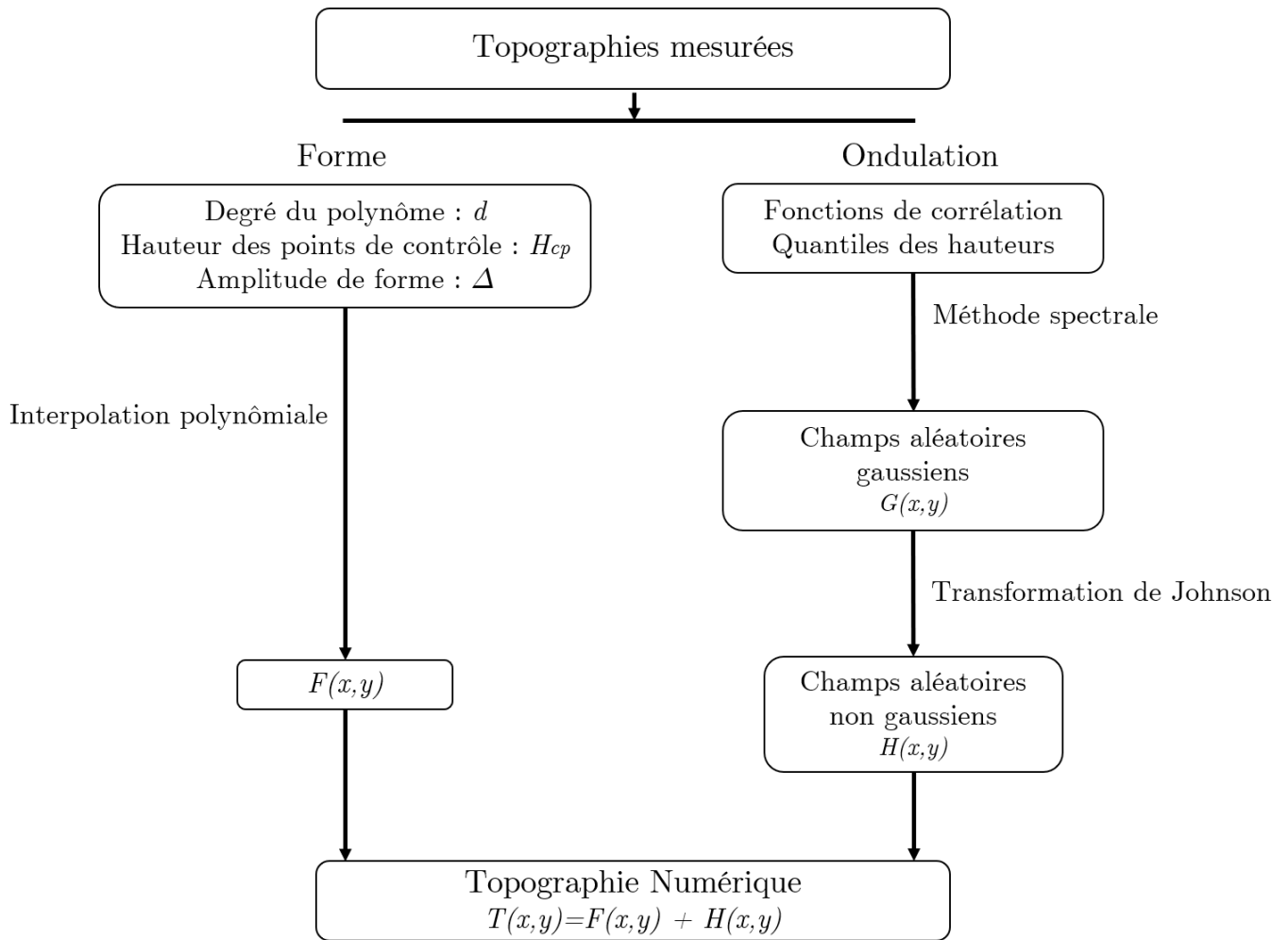


FIGURE 3.3 – Organigramme de la méthodologie de reconstruction des topographies

de contrôle afin de permettre le calcul des coefficients polynomiaux. Pour tenir compte de la présence ou non des différentes rainures, dix-huit points de contrôle sont choisis de façon à permettre l'acquisition quelle que soit la topologie.

La Figure 3.4 présente la position des points de contrôle sur une surface superposant toutes les topologies de plaquette de la base de données de manière à éviter de placer des points de contrôle dans les rainures.

Les autres paramètres nécessaires pour le calcul des formes aléatoires sont les amplitudes de la forme Δ (différence entre la hauteur minimale et la hauteur maximale) et la taille maximale de la surface mesurée. Ce dernier paramètre est nécessaire pour permettre la projection de la forme sur une surface quelconque, de taille différente. En effet, les coefficients du polynôme d'interpolation sont dépendants de la taille de la surface d'origine à partir de laquelle ils ont été évalués. Par conséquent, la forme est définie par les paramètres suivants :

- Le degré du polynôme : d .
- Les limites de la surfaces d'origine.
- Les amplitudes de forme : $\Delta(j)$.
- Les hauteurs aux points de contrôle : $H_{cp}(i, j)$.

avec i l'indice du point de contrôle et j l'indice des np plaquettes constituant la famille de la forme considérée

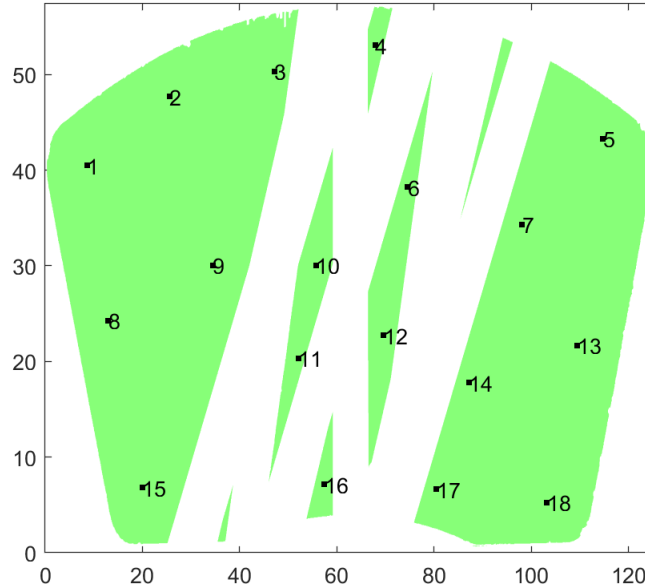


FIGURE 3.4 – Points de contrôle permettant l’acquisition des hauteurs

La génération de la forme $F(x, y)$ passe par cinq étapes :

1. Calcul des hauteurs aléatoires aux points de contrôle précédemment définis. Les nouvelles hauteurs des points de contrôle qui gouvernent les formes aléatoires, notées H_{ncp} , sont générées aléatoirement à partir de la moyenne et du coefficient de variation des hauteurs des points de contrôle obtenues précédemment :

$$H_{ncp}(i) = \mu(H_{cp}(i, j)) \times [1 + Cov(H_{cp}(i, j)) \times \xi_1] \quad (3.47)$$

avec μ et Cov respectivement la moyenne et le coefficient de variation des hauteurs des j plaquettes de la famille en chaque points de contrôle i . ξ_1 est un nombre aléatoire obtenu suivant une loi de distribution uniforme.

2. Évaluation polynomiale au sens des moindres carrés. Elle consiste à trouver, au sens des moindres carrés, les coefficients du polynôme 2D de degré d qui passe au mieux par les nouvelles hauteurs des points de contrôle.
3. La troisième étape consiste à interpoler les hauteurs de tous les points de la grille d’origine (celle correspondante à l’extraction expérimentale).
4. Puis les hauteurs des nœuds du maillage éléments finis sont interpolées en utilisant les hauteurs de la grille originale calculée à l’étape 3.
5. Enfin, un recalage de la forme est effectué. L’amplitude de la forme aléatoire est définie à partir de la moyenne et du coefficient de variation des amplitudes de la famille de formes.

$$\Delta_n = \mu(\Delta(j)) \times [1 + Cov(\Delta(j)) \times \xi_2] \quad j = 1 \dots np \quad (3.48)$$

avec $\mu(\Delta(j))$ et $Cov(\Delta(j))$ respectivement la moyenne et le coefficient de variation de la famille d’amplitude de forme. ξ_2 est un nombre aléatoire obtenu suivant une loi de distribution uniforme.

Les hauteurs de la forme aléatoire sont finalement obtenues en les redimensionnant avec :

$$F(x, y) = h_m \times (\Delta_n / \Delta_m) \quad (3.49)$$

avec h_m et Δ_m respectivement les hauteurs des nœuds du maillage éléments finis et l'amplitude de la forme aléatoire obtenue à l'étape 4.

3.3.2.2 Caractérisation des paramètres de l'ondulation

L'évaluation de l'ondulation numérique est basée sur les réalisations des champs aléatoires gaussiens suivies d'une transformation de Johnson afin de retrouver la distribution des hauteurs représentatives d'un ensemble de surfaces de plaquettes. Les champs aléatoires gaussiens peuvent être obtenus grâce à une fonction de corrélation calculée à partir d'une zone rectangulaire extraite de l'ondulation réelle. Cependant, afin de capturer efficacement les stries présentes sur les ondulations usées, la grille d'extraction doit être un secteur suivant la courbure de la plaquette de frein. Afin de limiter le nombre d'interpolations, le secteur est calculé afin que son homologue dans le repère pseudo-polaire (rayon en fonction de la longueur de l'arc) soit un rectangle. En d'autres termes, cette opération agit comme si l'image de la plaquette était redressée. La zone couverte par le secteur doit également être compatible avec la zone mesurée de n'importe quelle topologie de plaquette, ainsi la matrice de corrélation résultante est une moyenne des matrices de corrélation calculées à partir de différentes surfaces de plaquettes.

La Figure 3.5 présente la méthode d'extraction pour une plaquette S_{1v} usée. Une interpolation est faite entre la grille rectangulaire de la zone de mesure et le secteur. La Figure 3.5b illustre le secteur résultant de l'interpolation. La Figure 3.5c montre la modification du système de coordonnées, permettant l'obtention de la grille rectangulaire nécessaire au calcul de la fonction d'autocorrélation.

Schématiquement, la fonction d'autocorrélation 2D est obtenue en comparant la zone extraite à elle-même avec un décalage progressif. Soit X la zone extraite d'une taille de $M \times N$ alors la fonction d'autocorrélation C s'obtient par :

$$C(k, l) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} X(m, n) \bar{X}(m-k, n-l), \quad \begin{array}{l} (1-M) \leq k \leq M-1 \\ (1-N) \leq l \leq N-1 \end{array} \quad (3.50)$$

avec k et l le décalage entre la zone et son homologue. En pratique, cette solution est numériquement coûteuse et le calcul peut être avantageusement effectué à l'aide de la transformée de Fourier directe et inverse. L'acquisition des fonctions de corrélation de plusieurs plaquettes d'une même famille permet de construire des familles de fonctions de corrélation pouvant servir au calcul d'une fonction de corrélation moyenne.

La transformation de Johnson, utilisée afin d'obtenir des champs non gaussiens, est gouvernée par la distribution des hauteurs voulue. Cette dernière est spécifiée par des quantiles correspondant aux probabilités cumulatives [0.067 0.309 0.691 0.933]. Les quantiles sont alors évalués pour la distribution des hauteurs de chacune des surfaces de plaquettes considérées.

La génération de l'ondulation se base sur les champs aléatoires et est calculée en trois étapes : le calcul des champs aléatoires gaussiens, la transformation de Johnson puis l'interpolation des hauteurs.

La génération des champs aléatoires gaussiens est basée sur la transformation de Fourier discrète de la fonction de covariance 2D. Cette dernière est calculée à partir d'une aire extraite de l'ondulation réelle. La taille de la fonction de covariance 2D est aussi la taille des réalisations du champ aléatoire gaussien et correspond à la taille de la zone extraite. La taille de la zone optimale a été choisie de telle sorte à capturer au mieux les ondulations réelles et afin d'éviter

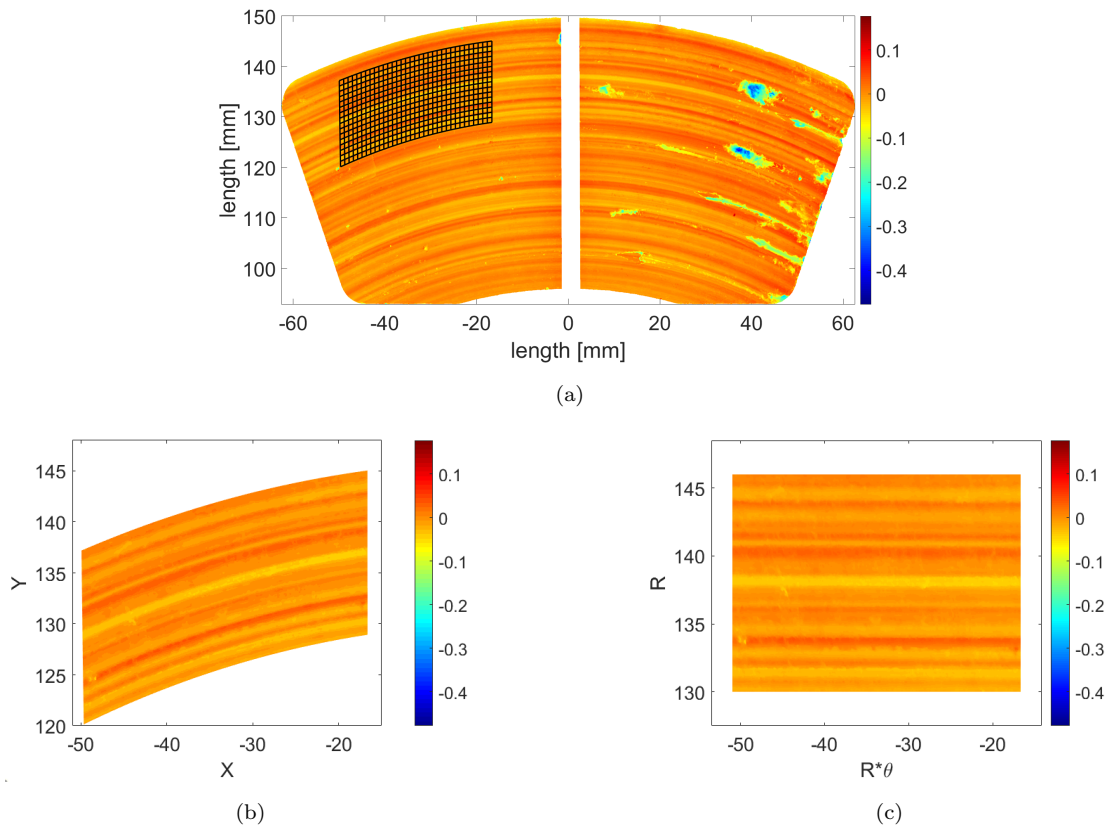


FIGURE 3.5 – Transformation du secteur à la grille rectangulaire : a) Secteur d'extraction sur une ondulation d'une plaquette usée (pas de la grille est $50 \mu\text{m}$) b) Secteur extrait dans le repère cartésien c) Secteur dans le repère Pseudo-Polaire

les rainures des différentes topologies. Par conséquent, la taille d'une réalisation ne suffit pas à couvrir l'ensemble de la plaquette. Pour contourner cette limitation et permettre de couvrir toute taille de plaquette, l'ondulation aléatoire numérique est générée en collant plusieurs réalisations du champ aléatoire gaussien. La Figure 3.6 illustre la méthode de recollement de quatre champs aléatoires issus d'une fonction de corrélation d'un état strié. Pour chacun des champs, une zone de recouvrement correspondant à 5% de la taille du champ est définie. La fusion entre les champs est faite avec une pondération des points de la zone de recouvrement donnant alors le champ final.

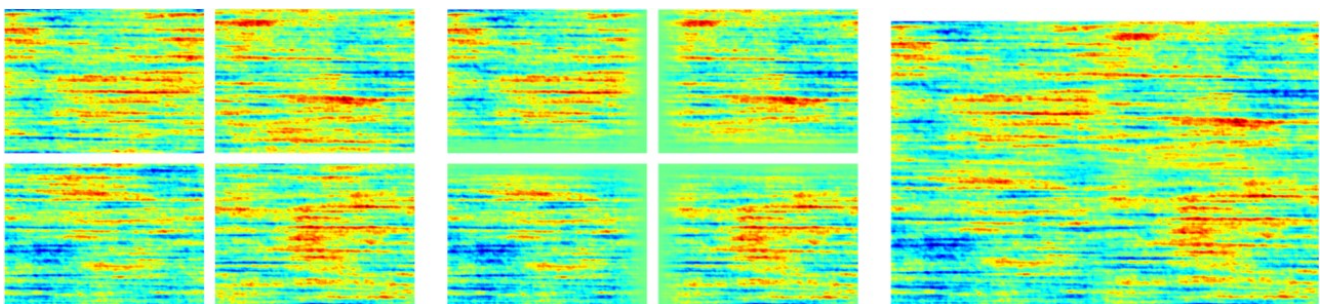


FIGURE 3.6 – Exemple de recollement de quatre réalisations

Cette méthode peut être aussi généralisée à des champs provenant de fonctions de corrélation totalement différentes. La Figure 3.7 présente un champ aléatoire gaussien obtenu à partir de la fusion de deux réalisations provenant de fonctions de corrélation différentes.

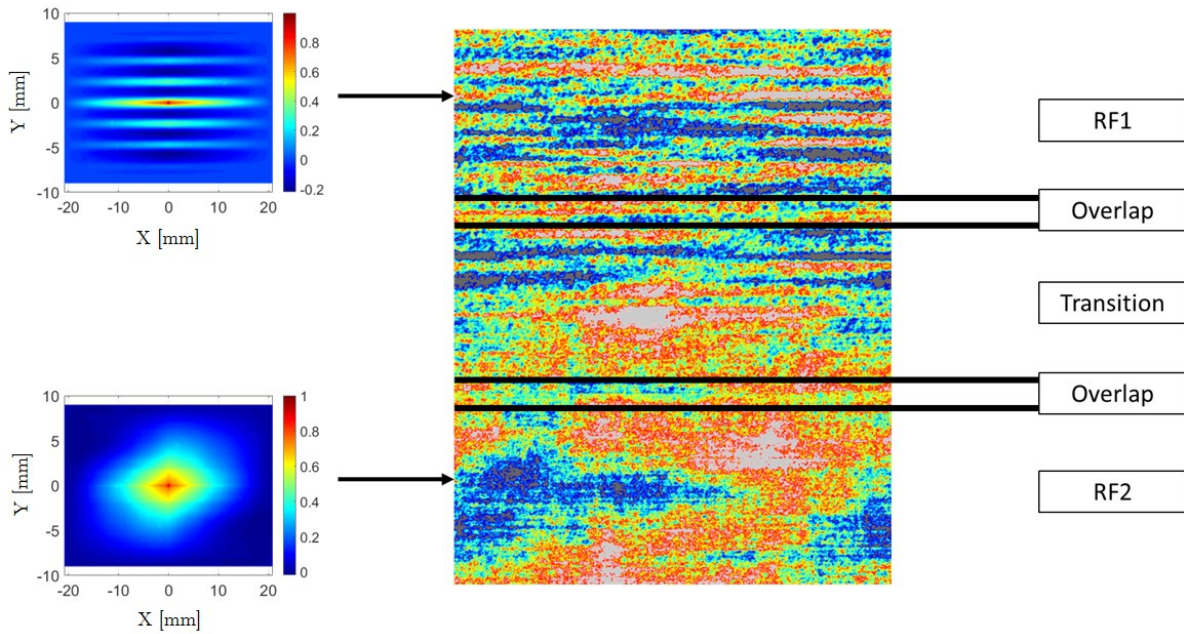


FIGURE 3.7 – Recollement de champs aléatoires issus de fonctions de corrélation différentes

Toutefois, dans le cas du recollement de champs issus de fonctions de corrélation différentes, il est nécessaire d'introduire un champ dit "de transition" dans le but d'assurer une cohérence entre les deux. En effet, un changement brusque entre deux états au sein d'une même plaquette peut se produire mais reste assez rare dans les ondulations réelles. Il est ainsi préférable de passer d'un état à l'autre de manière douce. Dans la Figure 3.7, une réalisation d'une première fonction de corrélation est combinée à une réalisation d'une seconde fonction de corrélation. Le champ de transition est créé par une partition de l'unité entre deux autres réalisations de chacune des fonctions de corrélation. Enfin, le tout est agrégé en définissant des zones de recouvrement.

La transformation de Johnson permet d'identifier la distribution d'un jeu de données de variables aléatoires dont leur distribution est inconnue par une transformation normalisant la distribution avec une variance de 1 et une moyenne nulle. Toutefois, l'inverse de la transformation de Johnson est possible. En effet, si la distribution voulue est connue et les variables aléatoires sont de moyenne nulle et de variance égale à 1, alors ces variables aléatoires peuvent être transformées de telle sorte à respecter la distribution voulue. Soit $G(x, y)$ un champ aléatoire gaussien généré par la méthode spectrale, le champ aléatoire non-gaussien $H(x, y)$ peut être obtenu :

$$H(x, y) = \epsilon + v \cdot g^{-1} \left(\frac{G(x, y) - \gamma}{\delta} \right) \quad (3.51)$$

avec ϵ , v , γ et δ calculés en utilisant les quantiles obtenus lors de la caractérisation de la répartition des hauteurs des ondulations. La fonction de translation g^{-1} est définie telle que :

$$g^{-1} = \begin{cases} e^z & \text{pour les familles suivant une loi de logarithme normale} \\ (e^z - e^{-z})/2 & \text{pour les familles suivant une loi non bornées} \\ 1/(1 + e^{-z}) & \text{pour les familles suivant une loi bornée} \\ z & \text{pour les familles suivant une loi normale} \end{cases} \quad (3.52)$$

La fonction de corrélation 2D étant calculée sur une surface redressée, le champ non gaussien $H(x, y)$ résultant de la transformation de Johnson doit d'abord être projeté sur un maillage de plaquette redressé. La transformation nécessite le rayon extérieur de la plaquette, illustré Figure 3.8. La Figure 3.9 illustre la transformation d'une plaquette avec une ondulation dans le repère pseudo-polaire (Figure 3.9a) à son homologue dans le repère cartésien (Figure 3.9b).

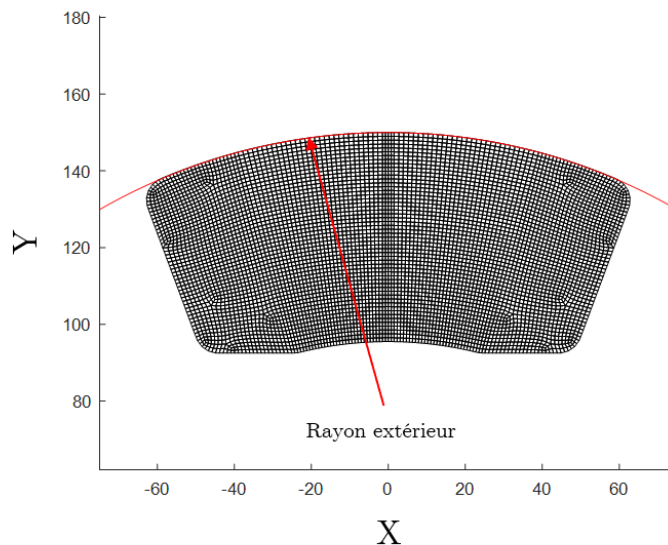


FIGURE 3.8 – Obtention du rayon extérieur permettant la transformation d'un système de coordonnées pseudo-polaire au système de coordonnées cartésien

Le champ non gaussien $H(x, y)$ redressé est ensuite sommé à la forme $F(x, y)$ afin d'obtenir la topographie numérique.

3.3.3 Génération des topographies

3.3.3.1 Génération des formes

La reproduction de la forme, consistant en l'interpolation du polynôme extrait à partir des hauteurs des points de contrôle des surfaces réelles, est immédiate. La Figure 3.10 présente une famille de formes extraite des surfaces réelles qui ont permis l'obtention des paramètres (amplitude globale, hauteurs aux points de contrôle) permettant la génération des formes numériques présentés Figure 3.11.

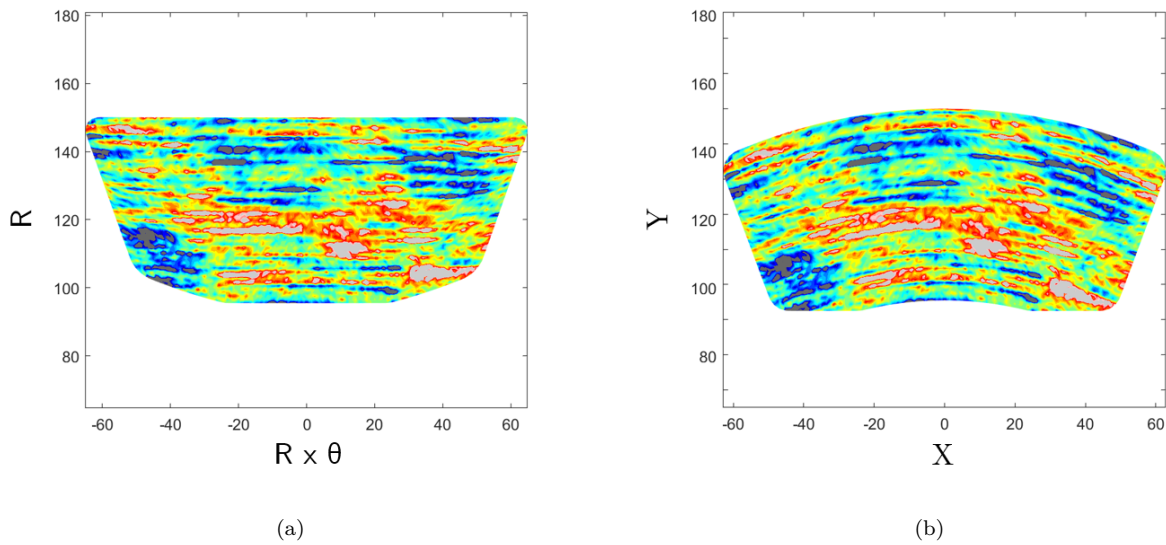


FIGURE 3.9 – Interpolation de l’ondulation du système de coordonnées pseudo-polaires au système de coordonnées cartésien :
 a) Ondulation aléatoire striée projetée sur une plaquette dans le repère pseudo-polaire, b) Ondulation aléatoire striée équivalente dans le repère cartésien

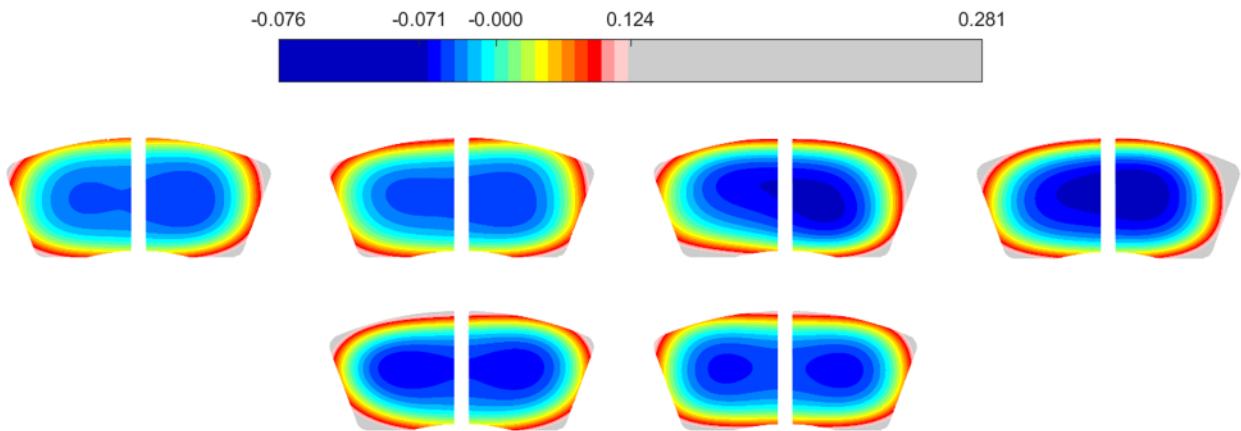


FIGURE 3.10 – Famille des formes extraite des surfaces de plaquettes réelles

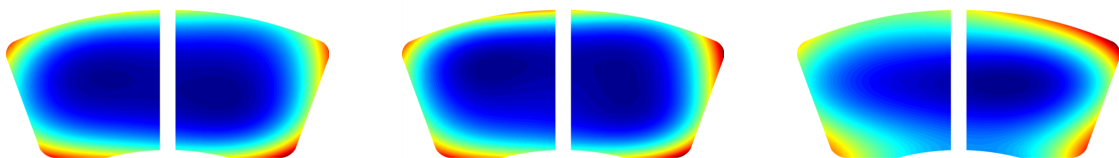


FIGURE 3.11 – Trois réalisations de formes reproduites numériquement à partir des données extraites de la famille de formes réelles

3.3.3.2 Génération de l’ondulation par la théorie des champs aléatoires

Afin d’illustrer la méthodologie de génération des ondulations, au sein de la base de données des topographies du Chapitre 2, différents états représentatifs d’ondulations sont choisis.

Puis au sein de ces états, des zones pertinentes sont capturées afin de les reproduire comme illustré dans la Figure 3.12. Deux zones sont présentées, la première zone 3.12a est extraite de l'ondulation d'une plaquette neuve. La Figure 3.12b est une zone issue d'une plaquette usée possédant des stries.

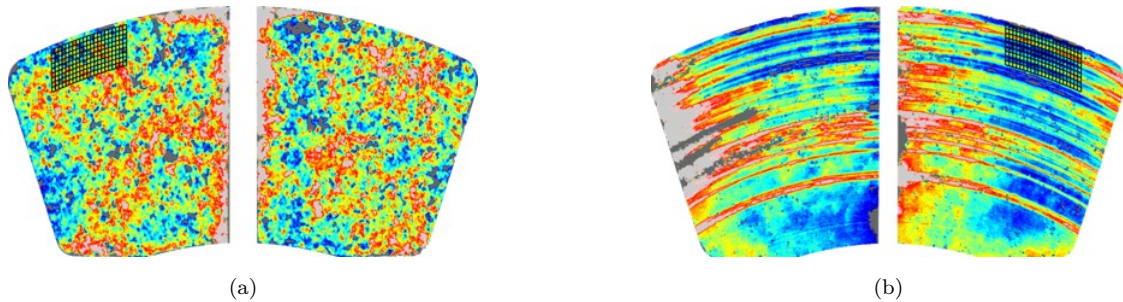


FIGURE 3.12 – Ondulation des surfaces réelles : a) zone de l'état neuf b) zone de l'état strié

La Figure 3.13 présente les fonctions de corrélation calculées à partir des zones (a) et (b) présentées dans la Figure 3.12. La marque de l'ondulation capturée est présente au sein des fonctions de corrélation. En effet, la zone "neuve" a pour fonction de corrélation un petit pic central significatif de l'aspect presque rugueux de ce type d'ondulation. La zone "striée" est la plus singulière, les stries sont retrouvées au sein de la fonction de corrélation avec l'alternance pics/creux, de façon sinusoïdale, selon la direction radiale. Une constance est observée selon l'axe tangentiel.

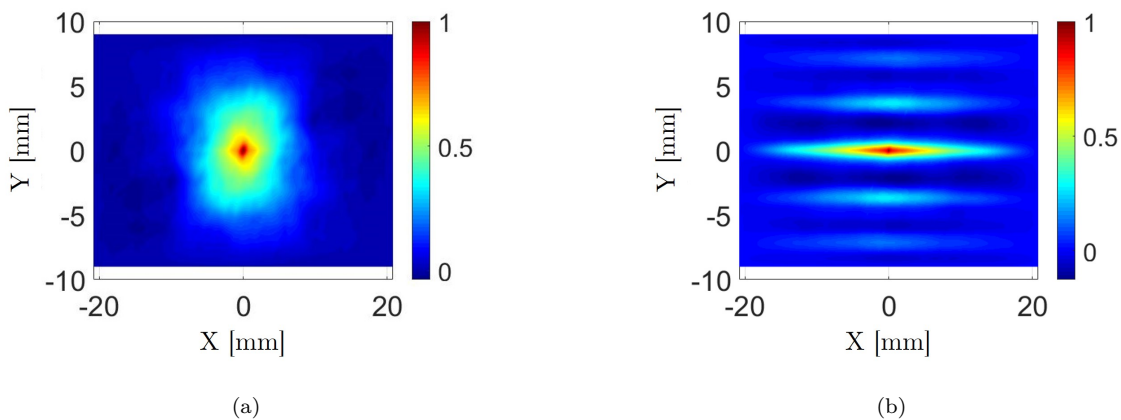


FIGURE 3.13 – Fonctions de corrélation issues des ondulations réelles : a) Fonction de corrélation de l'état neuf b) Fonction de corrélation de l'état strié

Les fonctions de corrélation des différentes zones étant obtenues, il est possible de générer des champs aléatoires reprenant les propriétés statistiques des ondulations réelles. Ainsi, dans la Figure 3.14, une réalisation par zone choisie dans la Figure 3.12 est présentée.

Pour recouvrir une plaquette numérique reprenant les dimensions de la plaquette réelle, il faut 16 champs aléatoires. La Figure 3.15 présente la génération des deux états, neuf (a) et usé (b), sur une plaquette numérique. Chacun des états a été construit en générant 16 réalisations à partir des fonctions de corrélation de la Figure 3.13.

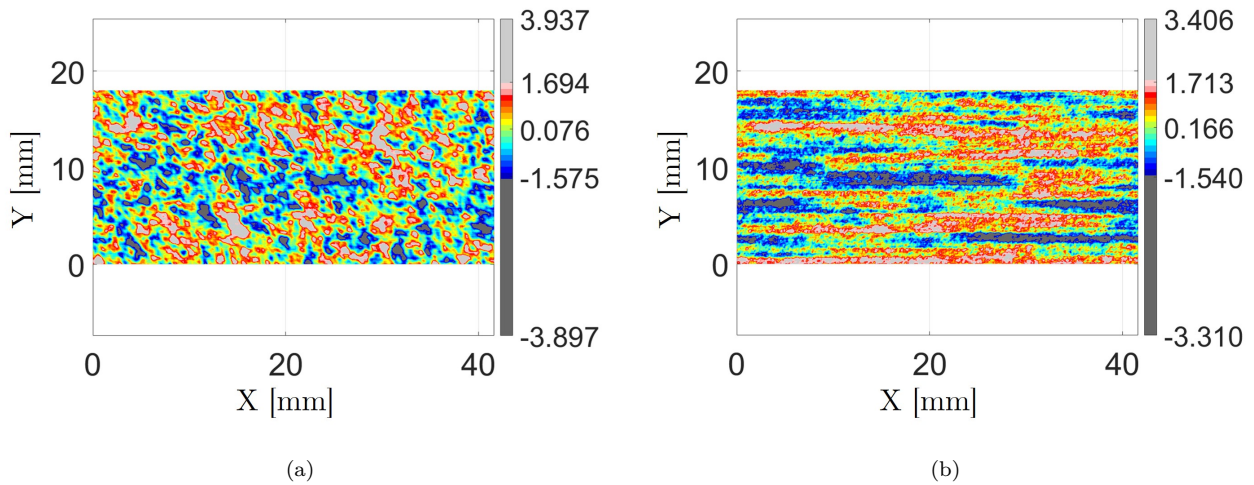


FIGURE 3.14 – Réalisations issues des ondulations réelles : a) Réalisation représentative de l'état neuf b) Réalisation représentative de l'état strié

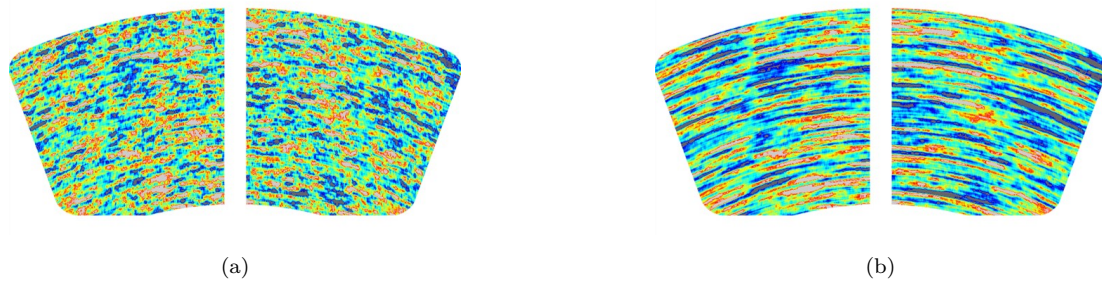


FIGURE 3.15 – Génération d'une ondulation numérique sur une plaquette de frein : a) Ondulation numérique représentative de l'état neuf b) Ondulation numérique représentative de l'état strié

3.3.3.3 Comparaison entre les familles de surfaces réelles et leurs homologues numériques

A partir des données récupérées et créées dans ce chapitre, il est maintenant possible de reproduire les surfaces réelles observées dans le Chapitre 2 et de les classer en famille. Pour cela, deux états topographiques de différents niveaux d'usure sont choisis et sont comparés à leur homologue numérique.

La Figure 3.16 présente deux plaquettes réelles et deux plaquettes reconstruites. En parallèle, le Tableau 3.2 présente une comparaison des valeurs des S_a réelles (mentionnées dans le Chapitre 1) et des S_a numériques. L'aléa pour les formes et les ondulations numériques est fixé de telle sorte à générer des états les plus proches possible des plaquettes réelles. La plaquette Figure 3.16a est une plaquette issue de la famille des plaquettes neuves. Son homologue numérique Figure 3.16c est obtenu en utilisant la fonction de corrélation de la Figure 3.13a. Quelques différences dans la répartition des hauteurs, notamment au niveau central près de la rainure, sont visibles entre les plaquettes numérique et réelle. Toutefois, les moyennes des hauteurs S_a sont identiques (4% d'écart). La plaquette Figure 3.16b est issue d'une famille de plaquettes usées possédant quelques stries en son centre. Cette plaquette a été choisie dans le but d'avoir est une plaquette possédant deux états en son sein, un état homogène et un état strié. La plaquette Figure 3.16d a été réalisée en combinant des champs provenant de deux fonctions de corrélation radiales différentes. L'homologue numérique est cette fois encore plus proche du cas

réel. En effet, la seule caractéristique manquante sur la topographie numérique est le trou causé par un arrachement de matière important sur le côté central gauche. En revanche, le reste de la surface est fidèlement reproduit et l'écart entre les moyennes des hauteurs est inférieur à 1%.

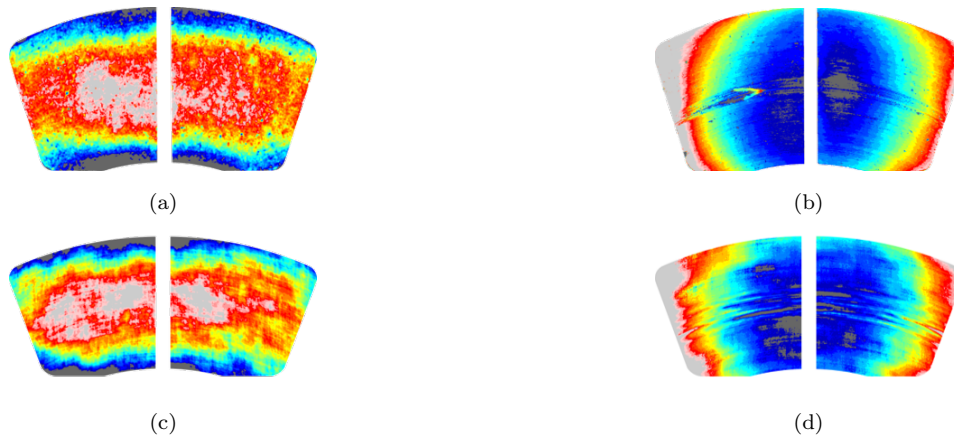


FIGURE 3.16 – Comparaison des surfaces réelles à leur homologue numérique : (a) et (b) les surfaces réelles et (c) et (d) respectivement leur homologue numériques

	Topographie 1	Topographie 2
Sa réel [mm]	0.0122	0.0329
Sa numérique [mm]	0.0127	0.0331
Écart [%]	4%	0.6%

TABLEAU 3.2 – Comparaison des Sa entre les topographies réelles et numériques

L'aléa n'est maintenant plus fixé, afin d'illustrer la génération de formes et ondulations aléatoires par famille. Les Figures 3.17, 3.18 et 3.19 présentent des générations de topographies numériques des familles 1, 2 et 3 de la Figure 3.1. Ainsi les caractéristiques principales de chacune des familles sont retrouvées dans les générations numériques. La famille 1 possède des hauteurs importantes en son centre et une ondulation homogène. La famille 2 possède des hauteurs importantes sur l'axe radial et une ondulation très striée. Pour la famille 3, les stries sont plus localisées.

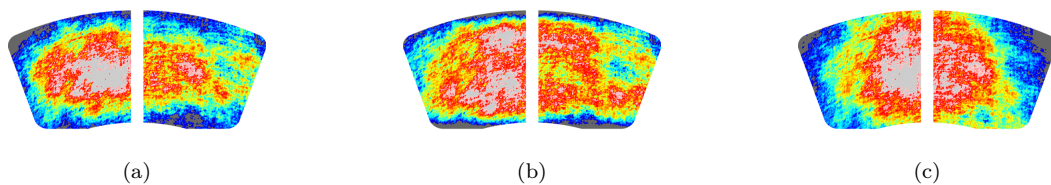


FIGURE 3.17 – Famille 1 reproduite numériquement

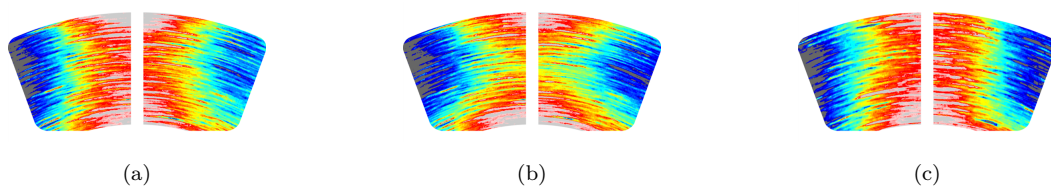


FIGURE 3.18 – Famille 2 reproduite numériquement

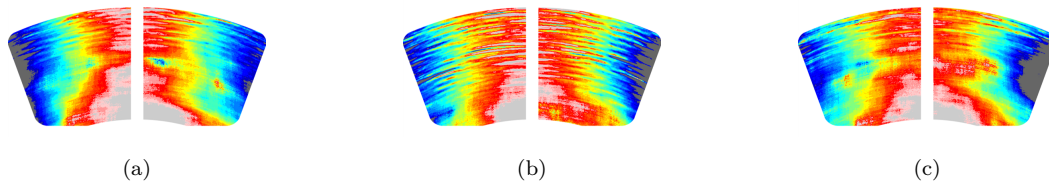


FIGURE 3.19 – Famille 3 reproduite numériquement

3.4 Réduction de la base de données expérimentale

Le paragraphe précédent a mis en évidence l'influence de la fonction de corrélation sur les champs aléatoires générés. La génération a été faite en utilisant la base de données créée à partir des surfaces réelles de plaquettes. Dans cette section, l'objectif est de reproduire l'ondulation en réduisant la base de données à quelques fonctions de corrélation unidimensionnelles. Les fonctions mathématiques permettant cette génération sont d'abord présentées en 3.4.1. Les paramètres sont ensuite déterminés en 3.4.2. Enfin, différents exemples de champs aléatoires sont générés pour illustrer la capacité de génération des fonctions mathématiques utilisées.

3.4.1 Identification des fonctions de corrélation unidimensionnelles

Dans beaucoup d'applications [96], la fonction de corrélation multidimensionnelle est obtenue par le produit de fonctions de corrélation unidimensionnelles suivant chaque direction. Les deux fonctions de corrélation unidimensionnelles sont ici extraites des corrélations 2D pour des décalages transverse et radial nuls. Cette opération est effectuée sur l'ensemble de la base de données pour tenir compte de la variabilité des observations. Les profils tangentiel et radial de la fonction de corrélation 2D sont reportés sur la Figure 3.20 pour les plaquettes neuves et sur la Figure 3.21 pour les plaquettes usées. Sur ces figures sont reportées les moyennes des profils et les corridors de variation. Que ce soit pour les plaquettes neuves ou usées, les profils tangentiels des corrélations sont typiques d'un modèle de corrélation exponentiel. C'est aussi le cas pour le profil radial des plaquettes neuves. Par contre, le profil radial des plaquettes usées présente au centre une allure typique du modèle exponentiel et des oscillations latérales typiques du modèle de corrélation sinus cardinal. La corrélation radiale des plaquettes usées peut alors être obtenue par le produit de ces deux fonctions.

Pour les plaquettes neuves, les modèles de corrélation tangentiel et radial sont définis par :

$$C_T^N = \exp\left(-\frac{|\delta|}{l_T^N}\right) \quad (3.53)$$

$$C_R^N = \exp\left(-\frac{|\delta|}{l_R^N}\right) \quad (3.54)$$

Pour les plaquettes usées, les modèles de corrélation tangentiel et radial sont définis par :

$$C_T^U = \exp\left(-\frac{|\delta|}{l_T^U}\right) \quad (3.55)$$

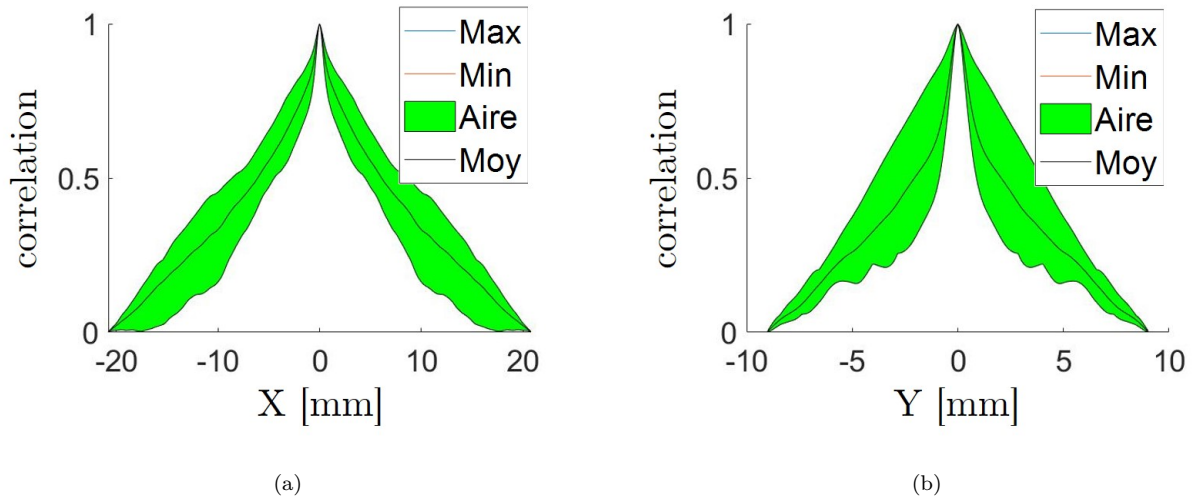


FIGURE 3.20 – Quantification des variabilités par section pour l'état neuf : a) section tangentielle b) section radiale

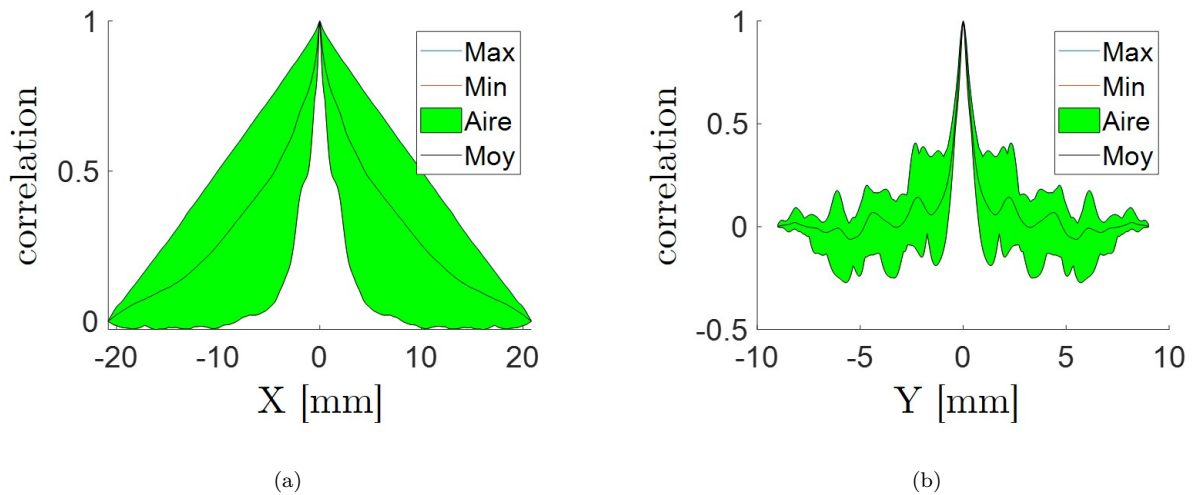


FIGURE 3.21 – Quantification des variabilités par section pour l'état usé : a) section tangentielle b) section radiale

$$C_R^U = \exp\left(-\frac{|\delta|}{l_{1R}^U}\right) * \text{sinc}\left(\frac{\delta}{l_{2R}^U}\right) \quad (3.56)$$

Les l_i^j sont les longueurs de corrélation identifiées sur l'ensemble des mesures rassemblées dans la base de données expérimentale.

Un cas particulier, l'état triangulaire, que ce soit pour l'état neuf ou usé, est obtenu en utilisant la fonction de corrélation triangulaire :

$$C = 1 - \left|\frac{\delta}{l}\right| \quad (3.57)$$

avec l la longueur de corrélation. Dans le cas de la fonction de corrélation triangulaire, la longueur de corrélation est choisie à 1.

	Fonction de corrélation 1D tangentielle	Fonction de corrélation 1D radiale
Etat neuf : l^N	$l_T^N \in [\frac{1}{10}, \frac{1}{2}]$	$l_R^N \in [\frac{1}{10}, \frac{1}{2}]$
Etat usé : l^U	$l_T^U \in [\frac{1}{20}, \frac{1}{2}]$	$l_{1R}^U \in [1, 20]$ $l_{2R}^U \in [\frac{1}{3}, \frac{9}{10}]$

TABLEAU 3.3 – Intervalles de variation pour les longueurs de corrélation des fonctions de corrélation 1D

Le Tableau 3.3 présente les valeurs des longueurs de corrélation identifiées selon l'état voulu. Les longueurs de corrélation ont été déterminées à partir du domaine du secteur présenté dans le paragraphe 3.3.3.2. La première ligne du tableau présente ainsi les corridors d'évolution des paramètres de la fonction exponentielle pour représenter l'état neuf, et la seconde ligne présente les corridors de ceux de l'état usé.

Les intervalles d'évolution des longueurs de corrélation étant définis, la prochaine section illustre l'effet de la longueur de corrélation sur la fonction radiale des plaquettes usées.

3.4.2 Influence des paramètres de corrélation

L'état homogène, neuf ou usé, est généré en utilisant la même fonction de corrélation 1D pour les directions tangentielle et radiale. Ces deux états se différencient alors par la longueur de corrélation choisie. Trois états sont choisis et présentés Figure 3.22. Les longueurs de corrélation des fonctions tangentielle et radiale sont choisies identiques pour chacune des trois réalisations. Le premier état est représentatif de l'ondulation d'une surface neuve générée en utilisant $l_R = l_T = \frac{1}{20}$, le troisième état représente celui d'une ondulation homogène de plaquettes usées obtenue avec $l_R = l_T = \frac{1}{2}$ et le second état est à mi chemin entre les deux autres.

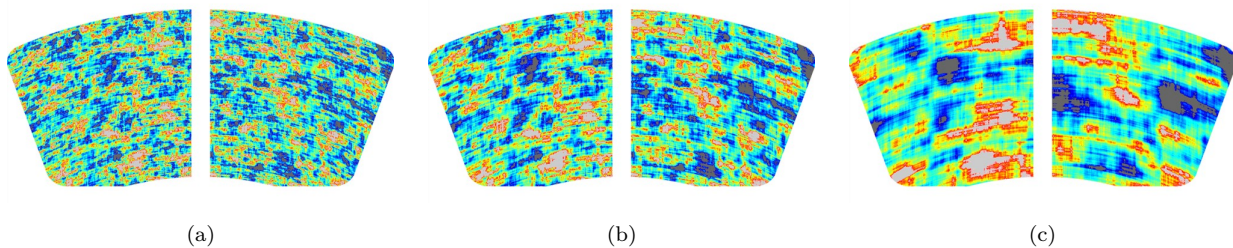


FIGURE 3.22 – Influence de la longueur de corrélation sur l'ondulation homogène générée
a) $l_R = l_T = \frac{1}{20}$ b) $l_R = l_T = \frac{1}{3}$ c) $l_R = l_T = \frac{1}{2}$

L'état strié généré par la fonction de corrélation radiale C_R^U est le plus complexe à reproduire. La fonction de corrélation tangentielle choisie est la fonction de corrélation triangulaire afin d'avoir les stries les plus longues possibles. Afin d'illustrer l'impact de la longueur de corrélation sur le champs généré, trois longueurs de corrélation au sein de l'intervalle précédemment défini sont choisies. La Figure 3.23 présente trois états striés obtenus avec des longueurs de corrélation l_{1R}^U à 20 et l_{2R}^U respectivement égale à $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{9}{10}$. La longueur de corrélation l_{1R}^U influence l'amplitude des oscillations excentrées, par conséquent, elle est choisie maximale afin d'illustrer au mieux l'effet de l'augmentation de la longueur d'onde du sinus cardinal. L'augmentation de la longueur l_{2R}^U entraîne une augmentation de la taille de la strie et une diminution des oscillations, par conséquent plus la longueur de corrélation est importante, moins il y a de stries sur la surface complète.

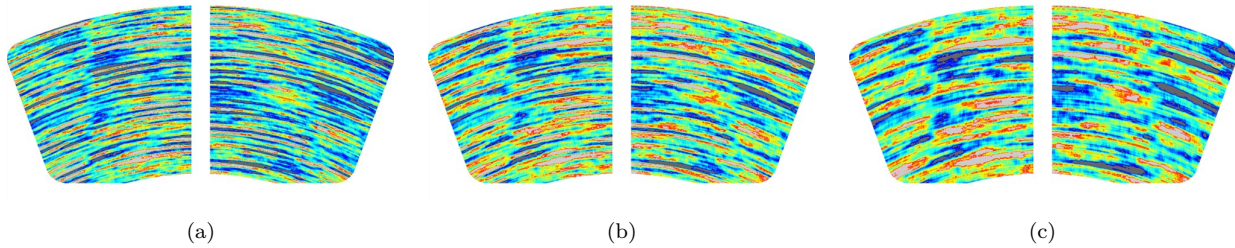


FIGURE 3.23 – Influence de la longueur de corrélation sur l'ondulation générée
 a) $l_{2R}^U = \frac{1}{3}$ b) $l_{2R}^U = \frac{1}{4}$ c) $l_{2R}^U = \frac{9}{10}$

Enfin, afin de montrer l'effet de la fonction de corrélation tangentielle sur les stries générées, deux états sont présentés Figure 3.24. Chacun des deux états est généré avec une fonction de corrélation radiale C_R^U avec l_{1R}^U à 20 et l_{2R}^U à $\frac{1}{4}$. Pour l'état 3.24a, la fonction de corrélation tangentielle est la fonction triangulaire avec une longueur de corrélation $l = 1$ et l'état 3.24b est généré avec la fonction de corrélation exponentielle et une longueur de corrélation $l_T = \frac{1}{3}$. Le choix de la fonction de corrélation tangentielle détermine alors la longueur des stries, avec une fonction de corrélation triangulaire les stries couvrent presque toute la longueur de la plaquette.



FIGURE 3.24 – Influence de la longueur de corrélation sur l'ondulation générée
 a) $l_T^U = 1$ b) $l_T^U = \frac{1}{3}$

3.5 Influence du maillage sur la reproductibilité des grandeurs topographiques

Avant d'implémenter ces paramètres topographiques au sein des simulations éléments finis, il est important de déterminer l'impact de la taille de maille sur ces paramètres. Pour quantifier l'impact de celle-ci, nous proposons de quantifier la dégradation maximale tolérée pour le maillage permettant une représentation satisfaisante de la topographie numérique. Pour ce faire, trois maillages 0.05 mm (grille initiale), 1 mm et 3 mm sont générés. Les deux états, discutés au préalable, sont choisis à nouveau pour quantifier l'impact de la taille de maille.

La Figure 3.25 montre l'influence du maillage sur l'aspect d'une surface numérique représentative de l'état neuf. Sur la grille initiale (Figure 3.25b), tous les détails de la topographie réelle sont fidèlement reproduits (comme discuté au Paragraphe 3.3.3.3). Toutefois, une fois le maillage dégradé, certains détails sont perdus. Pour le maillage à 1 mm (Figure 3.25c), les variations de formes sont fidèlement reproduits, cependant des détails de hauteurs d'ondulation sont absents. En revanche, pour le maillage à 3 mm (Figure 3.25d), si l'état global de la topographie (notamment la forme) est reproduit correctement, toutes les nuances de l'ondulation sont absentes.

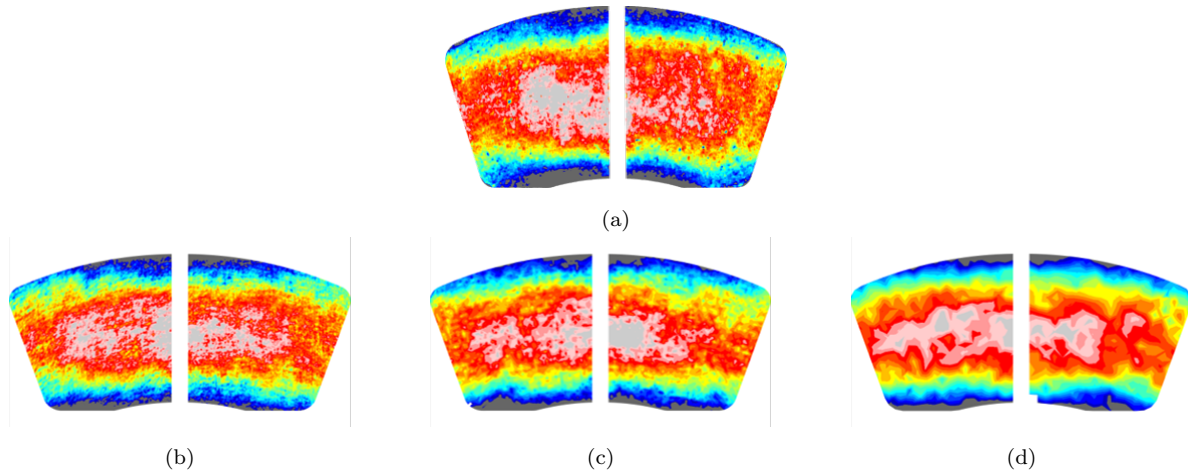


FIGURE 3.25 – Influence du maillage sur une génération d’une plaquette neuve a) Topographie de la surface réelle b) Taille de maille moyenne 0.05 mm c) Taille de maille moyenne 1 mm d) Taille de maille moyenne 3 mm

La Figure 3.26 présente cette fois la même comparaison mais avec une plaquette usée. La topographie réelle choisie présente des stries en son centre afin d’illustrer l’effet du maillage sur des états différents au sein d’une même surface. Sur le maillage à 1 mm, Figure 3.26c, des hauteurs différentes sur le haut de la plaquette en comparaison au maillage à 0.05 mm, en revanche les stries sont bien reproduites. En revanche, pour le maillage à 3 mm Figure 3.26d, les stries centrales sont totalement absentes. Le maillage étant bien trop grossier, l’interpolation fait disparaître les stries.

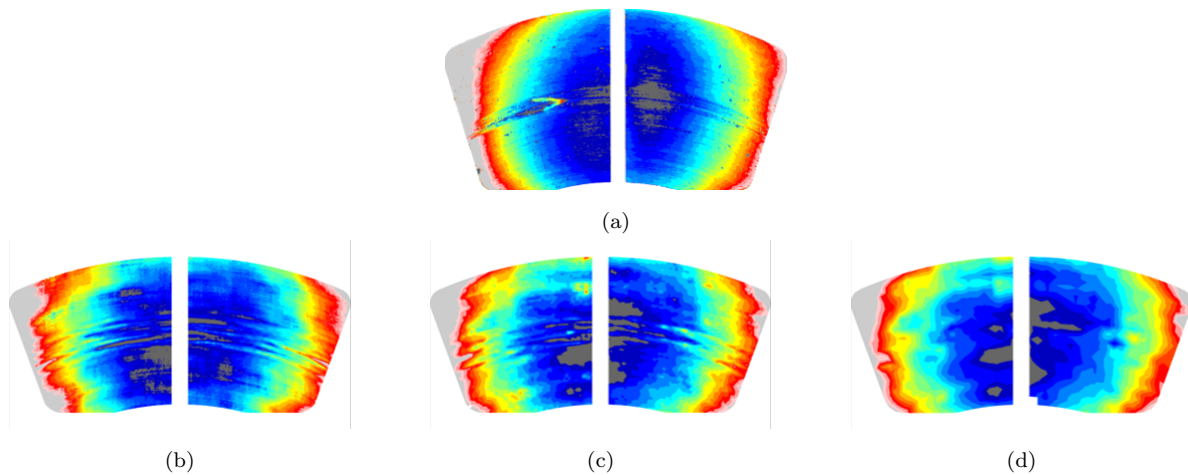


FIGURE 3.26 – Influence du maillage sur une génération d’une plaquette usée a) Topographie de la surface réelle b) Taille de maille moyenne 0.05 mm c) Taille de maille moyenne 1 mm d) Taille de maille moyenne 3 mm

Le maillage 3 mm est, par son incapacité à reproduire des topographies complexes, exclu. En revanche, le maillage 1 mm semble un choix acceptable. En effet, il permet d’une part une représentation assez fidèle de l’état global des surfaces et d’autre part il permet d’éviter des coûts de calcul trop importants contrairement à un maillage fin comme le 0.05 mm.

3.6 Conclusion

Le chapitre a présenté la stratégie adoptée permettant la modélisation des paramètres topographiques, forme et ondulation, obtenus et étudiés dans les précédents chapitres. Pour ce faire, il a fallu acquérir des paramètres géométriques et surfaciques à partir de la base de données des surfaces réelles afin de s'en servir lors de la modélisation numérique.

La forme a alors été reproduite en utilisant des interpolations polynomiales à différents points de contrôles, définis lors de l'acquisition des paramètres nécessaires à cette génération. L'ondulation a pu être reproduite en utilisant la formulation spectrale des champs aléatoires consistant à procéder aux opérations dans le domaine fréquentiel avant d'obtenir le champ dans la base spatiale avec une transformée de Fourier inverse. Enfin, la topographie numérique finale est obtenue en sommant l'ondulation et la forme.

Puis, une réduction de la base de données pour la génération de l'ondulation a été présentée. Le principe est de définir des fonctions de corrélation 1D afin de représenter les variations constatées lors de l'analyse des surfaces. Ainsi, deux fonctions de corrélation classiques permettant la représentation des états neufs et usés sont utilisées. Ces dernières permettent ensuite de reconstruire la fonction de corrélation 2D pour la génération des réalisations des champs aléatoires.

Enfin, une discussion sur la pertinence de la taille de maille sur la reconstruction des grandeurs topographiques a été proposée. Ainsi le meilleur compromis trouvé entre dégradation acceptable de la topographie et définition du maillage a été fixé à 1 mm.

Influence des conditions opérationnelles, des paramètres topologiques et topographiques sur le spectre fréquentiel d'un système dynamique frottant

Sommaire

4.1	Introduction	84
4.2	Analyse de la stabilité des systèmes frottants	84
4.2.1	Les origines du crissement et les modèles phénoménologiques	84
4.2.2	Analyse modale complexe et analyse temporelle non linéaire	87
4.3	Simulation numérique du crissement	90
4.3.1	Modèle éléments finis disque-plaquettes	90
4.3.2	Analyse aux valeurs propres complexes	91
4.3.3	Réponse temporelle non linéaire du système frottant	93
4.4	Effet de la topologie de plaquettes sur le spectre dynamique	94
4.5	Effet des conditions d'analyse sur le spectre dynamique	99
4.5.1	Influence du frottement à l'interface disque-plaquettes	99
4.5.2	Influence de la pression appliquée sur les plaquettes	101
4.5.3	Influence de la vitesse de rotation du disque	104
4.6	Influence combinée des conditions d'analyse sur le spectre fréquentiel	106
4.7	Influence de la forme sur le spectre vibratoire	109
4.8	Influence de l'ondulation sur le spectre vibratoire	114
4.8.1	Ajout d'une l'ondulation à une surface lisse	114
4.8.2	Ajout d'une ondulation à une forme	120
4.9	Conclusion	124

4.1 Introduction

Les travaux, menés précédemment au LAMIH, ont montré une forte sensibilité des fréquences instables aux topographies des deux plaquettes de frein ainsi qu'une meilleure corrélation des résultats numériques avec ceux enregistrés expérimentalement [2, 16, 66], dès que des surfaces réelles sont prises en compte dans les simulations numériques. Ces travaux étaient axés sur l'évolution des fréquences instables et des taux de croissance associés, issus d'une analyse de stabilité fréquentielle, en considérant quelques données topographiques extraites localement pour des plaquettes neuves, usées et affectées thermiquement.

Dans ce chapitre, on propose d'étendre ces travaux en intégrant, d'une part, des données topographiques plus fines, de par les scans effectués sur une large gamme de plaquettes (présentés dans les chapitres 1 et 2), et d'autre part, en étudiant l'évolution de l'état de contact à l'interface disque-plaquettes pour des simulations de nature fréquentielle et temporelle. Ce chapitre présente, dans un premier temps, le modèle numérique ainsi que les critères utilisés pour investiguer le lien entre l'état de contact à l'interface et les instabilités détectées. Dans un second temps, une étude paramétrique est effectuée pour analyser l'effet de la topologie des plaquettes sur le spectre fréquentiel ainsi que l'effet du paramétrage des conditions d'étude, tel que le frottement, la pression appliquée sur les plaquettes et la vitesse de rotation du disque. Enfin, la dernière partie du chapitre est dédiée à l'effet des topographies numériques, décomposées en des formes et des ondulations, sur le spectre fréquentiel.

4.2 Analyse de la stabilité des systèmes frottants

L'analyse des vibrations induites par le frottement, en particulier la problématique du crissement, n'est pas récente étant donné que les premiers travaux ont débuté dans les années 1930 [19]. En presque 90 ans, une multitude de modèles phénoménologiques et numériques a été développée pour comprendre l'apparition de ce phénomène, pour prédire les instabilités sous différentes conditions d'étude ou encore pour améliorer la conception du système de freinage. Ce paragraphe résume les principaux travaux en lien avec l'origine du crissement ainsi que les étapes et les équations des deux stratégies de résolution déterministes pour prédire les instabilités.

4.2.1 Les origines du crissement et les modèles phénoménologiques

Depuis le milieu du 20^{ÈME} siècle, les origines des instabilités de frottement ont été identifiées en axant les analyses sur le coefficient de frottement compte tenu de sa dépendance à de multiples paramètres tribologiques. Cette vision, bien qu'intéressante pour expliquer l'apparition de ce phénomène, n'est pas suffisante. La compréhension de ces instabilités passe indéniablement par l'investigation des multiples paramètres à la fois tribologiques, matériels et géométriques. Les principales instabilités de frottement sont résumées dans la suite de ce paragraphe.

Le Phénomène de Stick-Slip

Le stick-slip est le premier phénomène mis en évidence par Sinclair et Manville [20] pour expliquer l'origine du crissement. Celui-ci correspond à une alternance entre des phases d'adhérence et des phases de glissement entre deux solides en contact ainsi que la loi de frottement. Ce changement provient d'une variation du coefficient de frottement, ce qui génère des vibrations auto-entretenues du système.

Si l'on considère que le coefficient de frottement dynamique μ_d est constant et inférieur au coefficient de frottement statique μ_s alors la force non-linéaire s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} F(0) < \mu_s N & \text{si } v = 0 & \text{Adhérence} \\ F(v) = \mu_d N & \text{si } v > 0 & \text{Vitesse de glissement positive} \\ F(v) = -\mu_d N & \text{si } v < 0 & \text{Vitesse de glissement négative} \end{cases} \quad (4.1)$$

Le stick-slip peut être facilement illustré par un modèle à un degré de liberté où une masse m , reliée à un ressort k et un amortisseur c , est posée sur un tapis roulant d'une vitesse constante v (Figure 4.1). Cette masse passe d'un état adhérent à un état glissant de manière alternée (Figure 4.2).

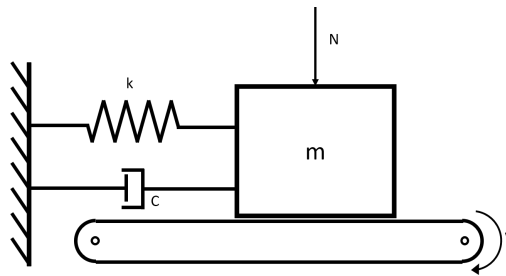


FIGURE 4.1 – Modèle du stick-slip à un degré de liberté

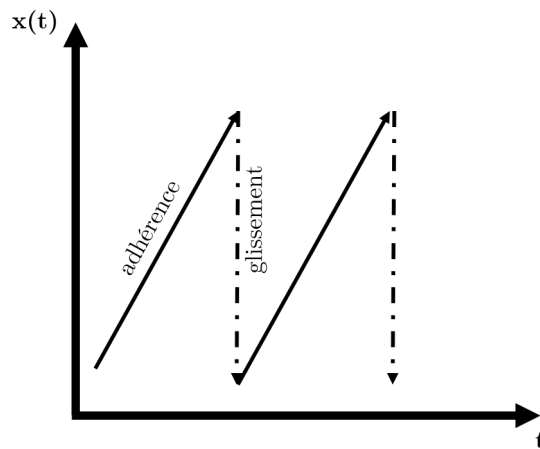


FIGURE 4.2 – Déplacement de la masse en fonction du temps

Le Phénomène de Sprag-Slip

Une autre explication possible pour les vibrations auto-entretenues a été proposée par Spurr en 1961 [21]. Dans cet ouvrage, l'auteur considère le coefficient de frottement comme étant

indépendant de la vitesse de glissement et il suppose alors que l'origine des vibrations provient d'un changement de la géométrie du système. Ainsi, la théorie couple l'effort normal d'un degré de liberté à l'effort tangentiel du même degré de liberté. La Figure 4.3 présente un des modèles permettant l'explication du phénomène de sprag-slip. Ce modèle est composé d'une barre flexible en contact glissant avec un tapis tournant à la vitesse v . La barre est inclinée d'un angle θ avec la normale au point de contact. Un effort F est appliqué au sommet de la barre. L'effort normal N est alors égal à $F \cos(\theta)$. L'effort tangentiel T est déduit en utilisant la loi de Coulomb $T = \mu N$. Ainsi, l'équilibre du système est donné par :

$$T = \frac{\mu L}{1 - \mu \tan(\beta)} \quad (4.2)$$

avec μ le coefficient de frottement et β l'angle tel que $\beta = \pi/2 - \theta$. Lorsque θ tend vers $\arctan(1/\mu)$, T et N tendent vers l'infini. Ce cas critique produit une action de coincement et de liaison en raison du frottement. Ce cisaillement entraîne une déformation des composants. Après avoir été suffisamment déformés, les composants se détachent et retournent à la situation initiale de contact. L'écrasement dans un système élastique peut conduire à des cycles limites d'écrasement-glissement.

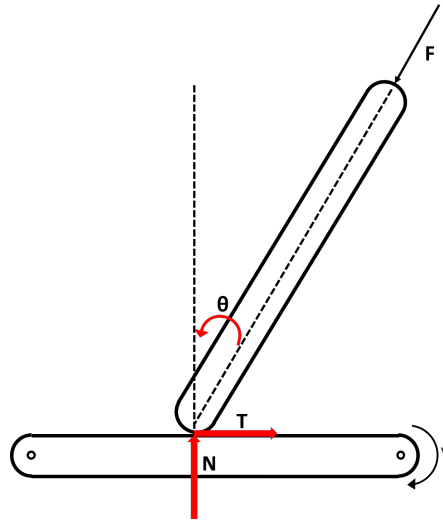


FIGURE 4.3 – Modèle du sprag-slip à un degré de liberté

Le couplage de modes

Suite à l'interprétation proposée par Spurr, la communauté scientifique a proposé de nouvelles théories afin de généraliser l'étude des vibrations induites par le frottement. En 1972, North [22] utilise un modèle à 8 degrés de liberté dans le but de définir un nouveau modèle théorique et procède alors à une linéarisation du problème non-linéaire du système dans lequel se trouve les forces de contact. Lors de la résolution du problème aux valeurs propres associé, le signe de la valeur propre détermine la stabilité du système. Dans le cas où au moins une valeur propre a une partie réelle positive, le système est alors instable :

$$\begin{cases} \lambda_{k+} = \sigma_k + j\omega_k \\ \lambda_{k-} = -\sigma_k + j\omega_k \end{cases} \quad (4.3)$$

avec λ_k la valeur propre complexe, σ_k la partie réelle purement positive et ω_k la pulsation.

Classiquement, les valeurs propres sont tracées en fonction d'un paramètre de contrôle, tel que le coefficient de frottement. Avec l'augmentation de ce paramètre, certaines fréquences se rapprochent pour donner lieu à une coalescence de deux modes (Figure 4.4), appelée aussi mode lock-in [1]. Dans ce cas, les parties réelles des deux modes passent d'une valeur nulle à une valeur positive et négative quasi-symétrique. Ce point est appelé bifurcation de Hopf.

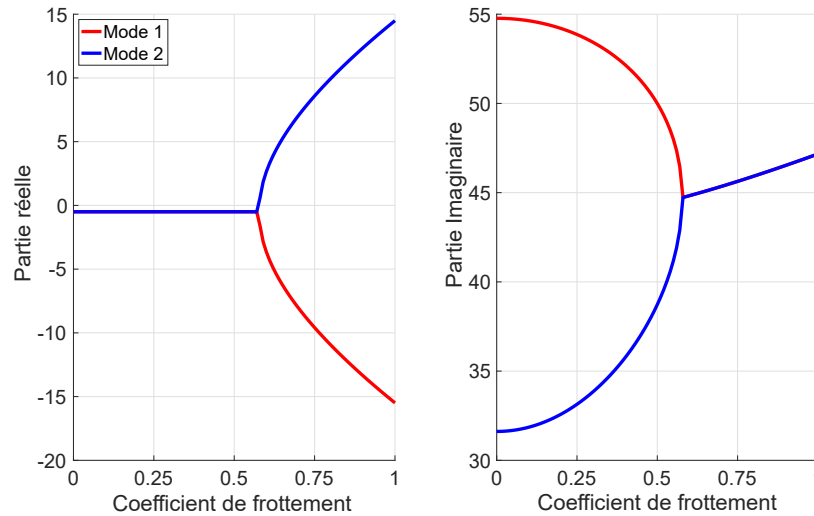


FIGURE 4.4 – Exemple d'une coalescence de modes

4.2.2 Analyse modale complexe et analyse temporelle non linéaire

Avec l'augmentation de la puissance de calculs, la modélisation par Éléments Finis (EF) est désormais privilégiée pour modéliser les systèmes de freinage. La flexibilité de cette approche permet d'intégrer un nombre variable de composants, allant d'un système simplifié [15] à un système disque-plaquettes-étrier [107], voire à un quart de véhicule [66], et d'investiguer les effets de multiples paramètres matériels, tribologiques et géométriques sur le spectre fréquentiel. Pour analyser la stabilité des systèmes frottants, les codes commerciaux, tel qu'Abaqus utilisé dans ce chapitre, proposent classiquement deux types d'approche, à savoir l'analyse aux valeurs propres complexes et l'analyse dynamique non linéaire. Plusieurs travaux scientifiques [37, 50] ont déjà eu recours à celles-ci afin de prédire le crissement.

Analyse de stabilité fréquentielle

L'équation de la dynamique d'un système mécanique, considérant une discrétisation EF, est décrite par :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_{\Sigma}\mathbf{U} + \mathbf{F}_{NL}(\mathbf{U}) = \mathbf{F} \quad (4.4)$$

avec \mathbf{M} , \mathbf{C} et \mathbf{K}_{Σ} les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité décrivant le système mécanique étudié pour chaque nœud de la discrétisation. \mathbf{F}_{NL} les efforts non linéaires et \mathbf{F} les efforts externes appliqués sur le système. $\ddot{\mathbf{U}}$, $\dot{\mathbf{U}}$ et \mathbf{U} représentent respectivement l'accélération, la vitesse et le déplacement à chaque nœud du système.

L'analyse aux valeurs propres complexes est divisée en deux étapes. La première repose sur la recherche de la position d'équilibre statique et la seconde est associée à la résolution d'un problème aux valeurs propres complexes pour le problème linéarisé.

Afin de déterminer la position d'équilibre, le déplacement \mathbf{U} est décomposé en une valeur moyenne \mathbf{u}_0 et une perturbation $\delta\mathbf{u}$:

$$\mathbf{U} = \mathbf{u}_0 + \delta\mathbf{u} \quad (4.5)$$

Cette valeur moyenne \mathbf{u}_0 est la position d'équilibre statique et peut être obtenue à partir du problème statique :

$$\mathbf{K}_\Sigma \mathbf{u}_0 + \mathbf{F}_{NL}(\mathbf{u}_0) = \mathbf{F} \quad (4.6)$$

De plus, comme \mathbf{F}_{NL} est de classe \mathbf{C}^1 dans \mathbb{R} et la perturbation $\delta\mathbf{u}$ est considérée comme petite, le théorème de Taylor est utilisé afin de développer les efforts non linéaires de contact autour du déplacement statique \mathbf{u}_0 :

$$\mathbf{F}_{NL}(\mathbf{u}_0 + \delta\mathbf{u}) = \mathbf{F}_{NL}(\mathbf{u}_0) + \delta\mathbf{F}_{NL}(\mathbf{u}_0) \delta\mathbf{u} + o((\mathbf{u}_0 - \delta\mathbf{u})^2) \quad (4.7)$$

En substituant les Équations 4.5 et 4.7 dans l'Equation 4.4, l'équation de la dynamique peut être réécrite :

$$\mathbf{M}\ddot{\delta\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\delta\mathbf{u}} + \mathbf{K}_\Sigma\delta\mathbf{u} + \mathbf{K}_\Sigma\mathbf{u}_0 + \mathbf{F}_{NL}(\mathbf{u}_0) + \delta\mathbf{F}_{NL}(\mathbf{u}_0) \delta\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (4.8)$$

Enfin, la forme linéarisée est obtenue en ôtant la contribution statique décrite par l'Equation 4.6 :

$$\mathbf{M}\ddot{\delta\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\delta\mathbf{u}} + (\mathbf{K}_\Sigma + \delta\mathbf{F}_{NL}(\mathbf{u}_0)) \delta\mathbf{u} = 0 \quad (4.9)$$

La dépendance de l'Équation 4.9 à l'état de contact entre les sous-systèmes est explicite. Un changement des surfaces de contact des plaquettes de frein et du disque peut entraîner une position d'équilibre complètement différente.

La solution de l'équation homogène du second ordre est donnée par :

$$\delta\mathbf{u} = \Psi \exp(\lambda t) \quad (4.10)$$

En substituant la solution 4.10 dans l'Équation 4.9, le problème aux valeurs propres est obtenu :

$$(\lambda_i^2 \mathbf{M} + \lambda_i \mathbf{C} + \mathbf{K}) \Psi_i = \mathbf{0}, \quad i = 1 \dots n_{mode} \quad (4.11)$$

avec $\mathbf{K} = (\mathbf{K}_\Sigma + \delta\mathbf{F}_{NL}(\mathbf{u}_0))$, Ψ_i et λ_i sont les solutions propres.

La résolution d'un tel problème de petite taille est généralement effectuée avec un algorithme de type QZ. Toutefois, dès que la théorie des éléments finis est considérée pour construire les matrices du problème, il est préférable d'avoir recours à une projection sur un sous-espace \mathbf{T} , composé des premiers modes du système conservatif associé, pour résoudre efficacement ce problème.

Considérant cette projection et une linéarisation du problème quadratique aux valeurs propres, un problème généralisé aux valeurs propres est construit (Équation 4.12).

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{T}^T \mathbf{K} \mathbf{T} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}^T \mathbf{M} \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}_i \\ s_i^* \mathbf{q}_i \end{pmatrix} = s_i^* \begin{bmatrix} \mathbf{T}^T \mathbf{C} \mathbf{T} & \mathbf{T}^T \mathbf{M} \mathbf{T} \\ \mathbf{T}^T \mathbf{M} \mathbf{T} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}_i \\ s_i^* \mathbf{q}_i \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

avec $\boldsymbol{\psi}_i^* = \mathbf{T}\mathbf{q}_i$, s_i^* et $\boldsymbol{\psi}_i^*$ sont les $i^{\text{ème}}$ solutions propres approximées.

L'analyse de stabilité se fait au sens de Lyapunov en analysant le signe de la partie réelle des valeurs propres complexes. Si le signe est positif, le système est considéré instable pour la fréquence spécifiée au sein de la partie imaginaire. Dans de nombreuses publications, la valeur du taux de croissance, extraite de la partie réelle, est directement utilisée pour caractériser le niveau d'instabilité. Bien que cette stratégie ne soit pas totalement rigoureuse vu que le taux de croissance ne traduit pas directement l'amplitude associée à l'instabilité, cette méthode reste aujourd'hui privilégiée dans l'industrie pour prédire les instabilités d'un système de frein. Les temps de calculs raisonnables, de l'ordre de quelques heures pour un modèle industriel, la rendent exploitable en phase de conception, malgré les aspects sur et sous-prédictifs désormais bien connus.

Analyse dynamique non-linéaire

Pour calculer les champs de déplacement, vitesse et accélération en dynamique temporelle, deux schémas d'intégration numérique, de nature implicite ou explicite, peuvent être employés.

Les schémas d'intégration implicite visent à déterminer les solutions du système à un instant $t + \Delta t$ en intégrant à la fois les solutions connues du système de l'instant t et les solutions inconnues du système de l'instant $t + \Delta t$. Pour chaque itération, la matrice de rigidité est décomposée pour résoudre un système d'équations linéaires. Ces schémas sont connus pour être précis et inconditionnellement stables. La contribution non-linéaire due au contact frottant est, quant à elle, classiquement gérée par une technique de pénalité à chaque pas de temps. Toutefois, cette stratégie génère des calculs lents (pour obtenir une convergence à chaque pas de temps), non compatibles avec les simulations envisagées en lien avec le crissement.

Les schémas d'intégration explicites reposent, quant à eux, sur la détermination des solutions du système à un instant $t + \Delta t$ avec les solutions connues du système à l'instant t . Ces méthodes s'appuient généralement sur une diagonalisation de la matrice de masse \mathbf{M} . Par conséquent, les résultats sont obtenus plus rapidement, utilisant moins de capacité de stockage. Cependant, ils peuvent être moins précis et générer un amortissement numérique ainsi qu'une accumulation d'erreurs dues aux approximations. Un bilan énergétique est donc évalué en fin de simulation afin de vérifier les résultats de la simulation.

Pour mener les simulations de stabilité, le solveur Abaqus Explicit est utilisé, qui repose sur un schéma d'intégration temporelle en différences centrée. Ce schéma d'intégration détermine les conditions cinématiques à un pas de temps t à partir des conditions cinématiques de le pas de temps précédent en utilisant une matrice de masse diagonalisée permettant alors d'obtenir l'accélération aisément. L'accélération est déterminée pour le pas de temps t à partir de l'expression :

$${}^t\ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{M}^{-1} \cdot {}^t(\mathbf{F}_{ext} - \mathbf{F}_{int}) \quad (4.13)$$

avec \mathbf{F}_{ext} les efforts extérieurs et \mathbf{F}_{int} les efforts intérieurs.

Les accélérations sont alors intégrées dans le temps en utilisant les différences centrées, qui calculent le changement de vitesse en supposant que l'accélération est constante.

$${}^{(t+\frac{\Delta t}{2})}\dot{\mathbf{u}} = {}^{(t-\frac{\Delta t}{2})}\dot{\mathbf{u}} + \frac{({}^{(t+\Delta t)}\Delta t + {}^t\Delta t)}{2} {}^t\ddot{\mathbf{u}} \quad (4.14)$$

Les vitesses sont ensuite intégrées et ajoutées aux déplacements au début du pas de temps t afin d'obtenir les déplacements à la fin du pas de temps $t + \Delta t$, c'est à dire :

$${}^{(t+\Delta t)}\mathbf{u} = {}^t\mathbf{u} + {}^{(t+\Delta t)}\Delta t \cdot {}^{(t+\frac{\Delta t}{2})} \cdot \dot{\mathbf{u}} \quad (4.15)$$

Ces étapes sont alors répétées pour chaque pas de temps de l'intervalle d'étude. Contrairement aux schémas implicites, les schémas explicites sont conditionnellement stables, ce qui engendre un pas de temps bien plus petit (généralement de l'ordre de $10^{-7}/10^{-8}$ s), conditionné par la taille du plus petit élément fini.

4.3 Simulation numérique du crissement

4.3.1 Modèle éléments finis disque-plaquettes

En vue de conserver des temps de calcul compatibles avec un échantillonnage d'importance, le modèle EF retenu est limité au disque (bande de freinage) ainsi qu'aux plaquettes, dont les géométries ont été simplifiées. La Figure 4.5 présente la modélisation éléments finis du système dans le cas d'une plaquette à rainure verticale. L'ensemble des propriétés matérielles et géométriques sont résumées dans le Tableau 4.1. Chaque plaquette est composée d'un support de garniture et d'une garniture. Le disque et les supports ont un comportement isotrope, alors que le matériau des garnitures est isotrope transverse ($E_y=E_x$, $\nu_{xz}=\nu_{xy}$, $G_{xz}=G_{xy}$). La Figure 4.6, quant à elle, met en avant les maillages des différentes topologies de plaquettes, étudiées dans ce chapitre, à savoir une plaquette sans rainure, avec rainure verticale, avec une rainure oblique et avec deux rainures obliques.

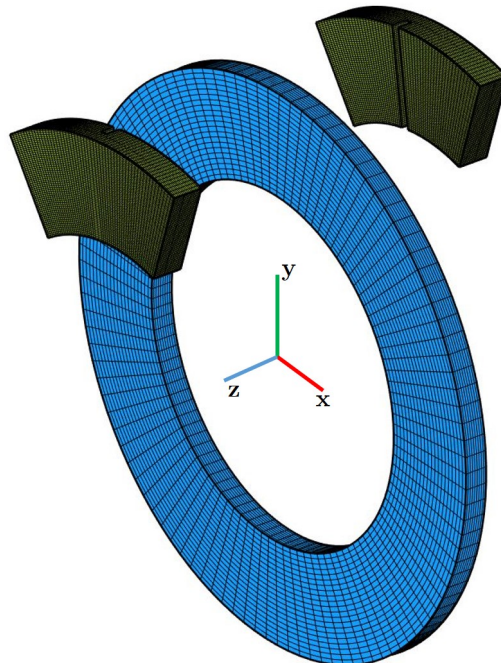


FIGURE 4.5 – Modèle disque plaquettes

Les différents composants sont modélisés avec des éléments hexaédriques à 8 nœuds à intégration complète ou réduite (C3D8 ou C3D8R) en fonction de l'analyse effectuée. La taille

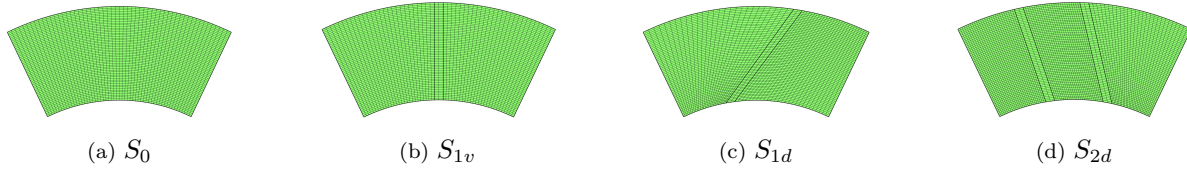


FIGURE 4.6 – Topologies de plaquette

moyenne des éléments finis est de 3.5 mm pour le disque et de 1 mm pour les plaquettes, soit au total 125244 éléments. Pour rappel, la finesse du maillage, utilisée pour les plaquettes, a été calibrée en fonction des données topographiques à intégrer à l'interface (Paragraphe 3 du Chapitre 3).

Composant	Paramètre	Valeur	Unité
Disque	Épaisseur	12.5	mm
	Rayon intérieur	95.5	mm
	Rayon extérieur	152.5	mm
	Densité	7200.	kg/m ³
	Module de Young	130.	GPa
	Coefficient de Poisson (ν)	0.3	
Support garniture	Épaisseur	7.	mm
	Rayon intérieur	96.5	mm
	Rayon extérieur	151.5	mm
	Angle	$2\pi/7$	rad
	Densité	7300.	kg/m ³
	Module de Young	170.	GPa
Garniture	Coefficient de Poisson (ν)	0.3	
	Épaisseur	10.	mm
	Rayon intérieur	96.5	mm
	Rayon extérieur	151.5	mm
	Angle	$2\pi/7$	rad
	Épaisseur de la rainure	5.	mm
	Densité	2600.	kg/m ³
	Module de Young (E_x)	6.5	GPa
	Module de Young (E_z)	3.5	GPa
	Module de cisaillement G_{xy}	1	GPa
	Module de cisaillement G_{yz}	2.826	GPa
Coefficient de Poisson (ν_{xy})	0.2		
Coefficient de Poisson (ν_{yz})	0.15		

TABLEAU 4.1 – Propriétés matérielles et géométriques du modèle

4.3.2 Analyse aux valeurs propres complexes

La position d'équilibre statique est déterminée à partir d'une simulation statique non linéaire. Pour ce faire, une pression est appliquée sur les nœuds arrière des plaquettes suivant l'axe Z et les degrés de libertés en X et en Y sont bloqués. De plus, une vitesse de rotation est imposée aux nœuds de la couronne intérieure du disque par l'intermédiaire d'un corps rigide

dans le but de construire les matrices de connectivité normale et tangentielle pour coupler les matrices EF des différents composants du système étudié.

La Figure 4.7 présente l'état de contact obtenu après la simulation statique non linéaire. Cette représentation sera conservée dans la suite des applications numériques. Dans le cas présent, on peut observer que la majorité des nœuds sont en contact fermé. Seuls quelques nœuds situés sur les bords de sortie des demi-plaquettes (délimités par la rainure) sont décollés.

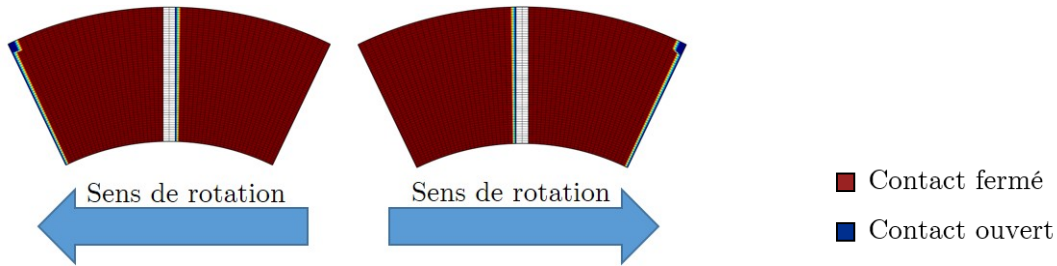


FIGURE 4.7 – Profil de contact suite à l'analyse statique non-linéaire

A partir de cette position, le problème aux valeurs propres complexes est résolu après une projection des équations à résoudre sur une base constituée des modes propres du système couplé conservatif associé, calculées sur une bande de fréquences [0 – 20 kHz]. L'ensemble des étapes de cette simulation dure environ 35mn (Abaqus 2018 avec 4 CPUs).

Les valeurs propres calculées sont tracées dans le plan complexe (Figure 4.8), à savoir les fréquences en fonction des parties réelles des valeurs propres. Le spectre est observé jusqu'à 12 kHz, où 28 modes sont détectés dont deux instables à 5.5 kHz et à 10.5 kHz. On peut noter qu'avec un état de contact fermé sur une majorité de la plaquette, le taux de croissance est nettement plus important pour la fréquence à 10.5 kHz.

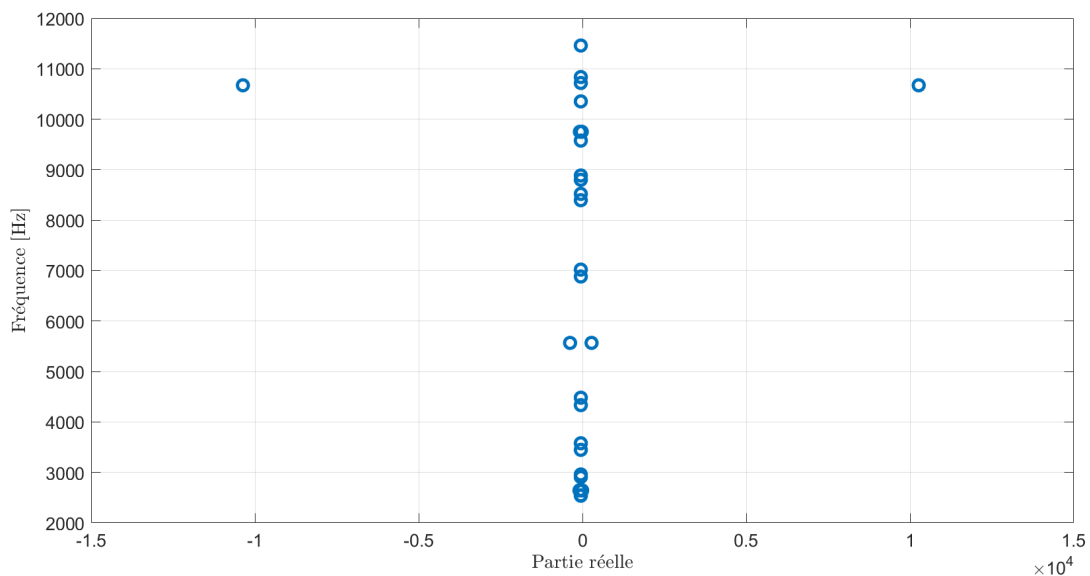


FIGURE 4.8 – Évolution des fréquences en fonction des parties réelles des valeurs propres

4.3.3 Réponse temporelle non linéaire du système frottant

Compte tenu du nombre conséquent de degrés de liberté, à savoir 419436, la résolution de l'équation de la dynamique est effectuée avec un solveur explicite sur une plage de 400 ms. Dans le cas présent, les temps de calcul de ce type de simulation sont de 36 heures (Abaqus 2018 avec 4 CPUs), contre 45 jours pour un solveur implicite.

La simulation temporelle de maintien est décomposée en trois phases :

- La pression est progressivement appliquée à l'arrière des plaquettes de frein durant une plage de 100ms,
- La rotation du disque est initiée pour atteindre une vitesse cible au bout de 100ms,
- Les conditions d'utilisation en pression et vitesse sont maintenues durant 200ms.

Les conditions nominales de vitesse, pression et coefficient de frottement sont respectivement fixées à 8.17 rad /s, 25 bar et 0.6.

Compte tenu du volume de données à stocker, le pas d'export des données temporelles est restreint à 4×10^{-5} s pour un pas d'intégration de l'ordre du 1×10^{-7} s. Ce pas d'export correspond à une fréquence d'échantillonnage de 25 kHz, permettant d'effectuer une étude fréquentielle jusqu'à 12.5 kHz.

La réponse dynamique du système est étudiée par l'intermédiaire des efforts de contact, extraits à chaque nœud du modèle éléments finis, puis sommés afin d'obtenir l'évolution globale en fonction du temps à l'interface de contact.

La Figure 4.9 présente la somme d'efforts à l'interface de contact en fonction du temps pour une durée de 300 ms. La première partie de 0 à 100 ms correspond à la seconde étape où le disque est mis en rotation. La seconde partie de 100 ms à 300 ms est associée à la phase de maintien durant laquelle la pression et la vitesse sont maintenues à leur valeur cible.

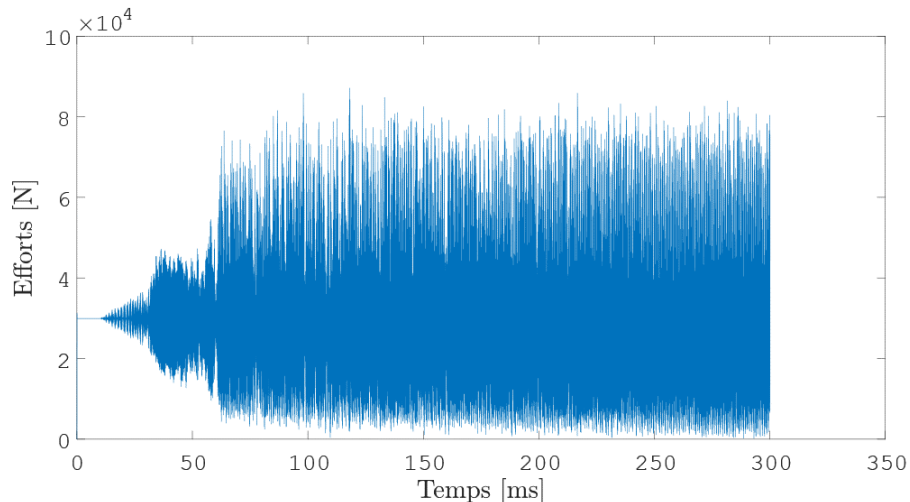


FIGURE 4.9 – Évolution de la somme des efforts à l'interface de contact en fonction du temps

Cette donnée temporelle est analysée grâce à un spectrogramme (Figure 4.10), basée sur des transformées de Fourier calculées sur des fenêtres glissantes en temps. Cette étape permet d'extraire l'évolution des fréquences instables au cours de la simulation.

La Figure 4.11 résume, pour chaque nœud, l'état de contact durant la simulation temporelle. Ainsi, un nœud étant en contact ouvert pour tous les pas d'export est représenté en bleu. A l'opposé, un nœud étant toute la simulation en contact fermé est en rouge. L'idée est de mettre

en exergue le contact prépondérant durant les 5000 pas de temps exportés correspondant aux 200 ms de la phase de maintien.

Pour quantifier l'état du contact observé durant la simulation, quatre critères, traduisant un état ouvert, intermédiaire, semi-fermé et fermé, sont définis par quart de plaquette (Figure 4.12). Ces critères seront utilisés dans les différentes applications du chapitre en fonction des comportements que l'on souhaite mettre en exergue. Le critère $Q_{10\%}$ permet de quantifier le pourcentage de nœuds en contact ouvert et est défini pour tout nœud en contact moins de 10 % du temps. Le critère $Q_{50\%}$ représente un contact intermédiaire dès qu'un nœud est en contact entre 25 et 50% des pas de temps. Le critère $Q_{75\%}$ fait référence à un contact semi-fermé si un nœud est en contact entre 50% et 75% du temps. Enfin, le critère $Q_{100\%}$ traduit un contact fermé quand un nœud est plus de 75% du temps en contact.

Trois fréquences sont mises en évidence, à savoir 8.7 kHz, 7.6 kHz et 10 kHz (par ordre d'amplitude). Contrairement à l'analyse aux valeurs propres complexes, la fréquence à 5.5 kHz n'est pas excitée. D'autre part, les modes à 7.6 kHz et 8.7 kHz n'étaient pas détectés instables dans l'analyse aux valeurs propres complexes. Dans le cas présent, l'analyse aux valeurs propres complexes s'avère être à la fois sur et sous-prédictive par rapport aux résultats de l'analyse temporelle.

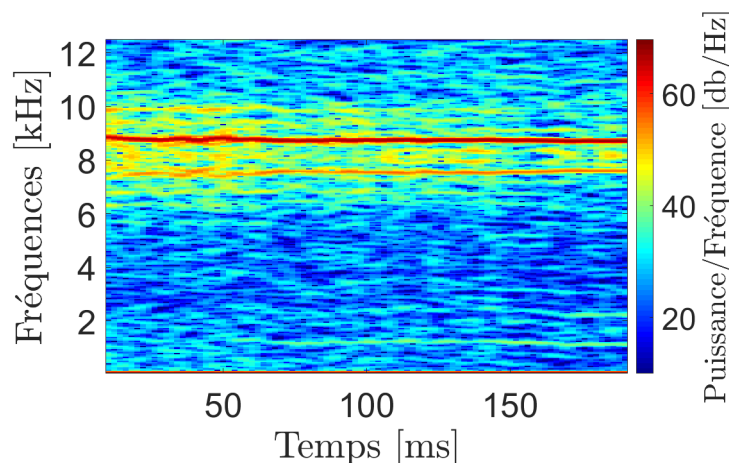


FIGURE 4.10 – Spectrogramme de la somme des efforts de contact suite à l'analyse temporelle

De plus, l'état de contact fermé, observée lors de l'analyse de stabilité fréquentielle, n'est plus prépondérant sur l'ensemble des pas de temps de l'analyse temporelle. En effet, on observe que la demi-plaquette associée au bord sortant présente peu de nœuds en contact fermé. Les critères $Q_{75\%}$ et $Q_{100\%}$ sont égaux à 0 pour les zones $Z1$ et $Z3$ (Tableau 4.2). Pour les zones $Z2$ et $Z4$, l'état de contact semi-fermé est prépondérant (supérieur à 10%) comme l'indique le critère $Q_{75\%}$. Ce changement d'état d'équilibre, par rapport à l'analyse de stabilité fréquentielle, engendre une fréquence significative proche des 8.7 kHz pour l'analyse temporelle.

4.4 Effet de la topologie de plaquettes sur le spectre dynamique

En lien avec les essais expérimentaux effectués dans le chapitre 2, la première étude porte sur la topologie des plaquettes de frein en utilisant les deux stratégies de résolution précédemment présentées, et en particulier, sur l'effet de la géométrie des rainures sur le spectre fréquentiel.

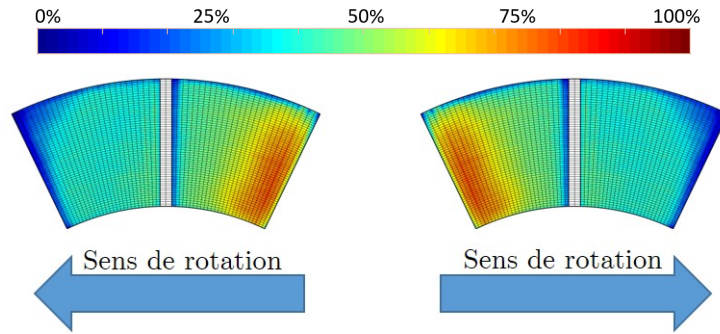


FIGURE 4.11 – Historique des états de contact suite à l'analyse temporelle

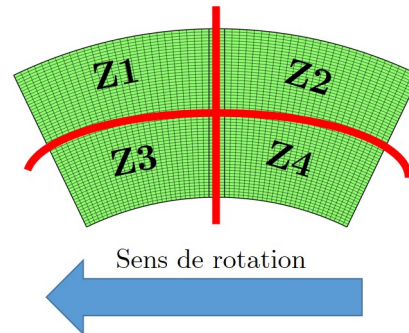


FIGURE 4.12 – Définition des zones pour le calcul des critères de l'état de contact

$Q_{10\%}$	$Z1 = 4.3\%$ $Z3 = 1.4\%$	$Z2 = 1.9\%$ $Z4 = 0.9\%$
$Q_{50\%}$	$Z1 = 21.1\%$ $Z3 = 23.1\%$	$Z2 = 11.7\%$ $Z4 = 6.8\%$
$Q_{75\%}$	$Z1 = 0\%$ $Z3 = 0\%$	$Z2 = 11.4\%$ $Z4 = 15.2\%$
$Q_{100\%}$	$Z1 = 0\%$ $Z3 = 0\%$	$Z2 = 0.4\%$ $Z4 = 1.7\%$

TABEAU 4.2 – Critères d'état de contact suite à l'analyse temporelle

Tout d'abord, les Figures 4.13 et 4.14 présentent les résultats issus de l'analyse aux valeurs propres complexes. Chaque topologie est représentée par un symbole différent (cercle pour celle avec une rainure droite, croix pour la topologie rainure oblique, triangle pour la topologie sans rainure et un carré pour la topologie double rainure). Deux plages de fréquences instables, proches des 5.5 kHz et 10.5 kHz, sont identifiées quelle que soit la topologie avec rainure. Dans le cas sans rainure, la fréquence augmente à 11 kHz. Les états de contact sont majoritairement fermés sur l'ensemble des topologies favorisant à un état fréquentiel prépondérant proche des 10.5 kHz. Une nouvelle fréquence instable, proche de 11.2 kHz, est détectée uniquement pour la topologie sans rainure. Les résultats de l'analyse de stabilité fréquentielle ne mettent pas en évidence une influence notable de la présence ou non de rainures ainsi que de leur orientation sur le spectre fréquentiel.

Les Figures 4.15 et 4.16, quant à elles, exposent les résultats issus de l'analyse temporelle pour chaque topologie. On observe une plus grande disparité de résultats en fonction des topologies de plaquettes, contrairement aux observations émises précédemment. Pour les configurations sans rainure et avec double rainure, la fréquence dominante du spectre est observée

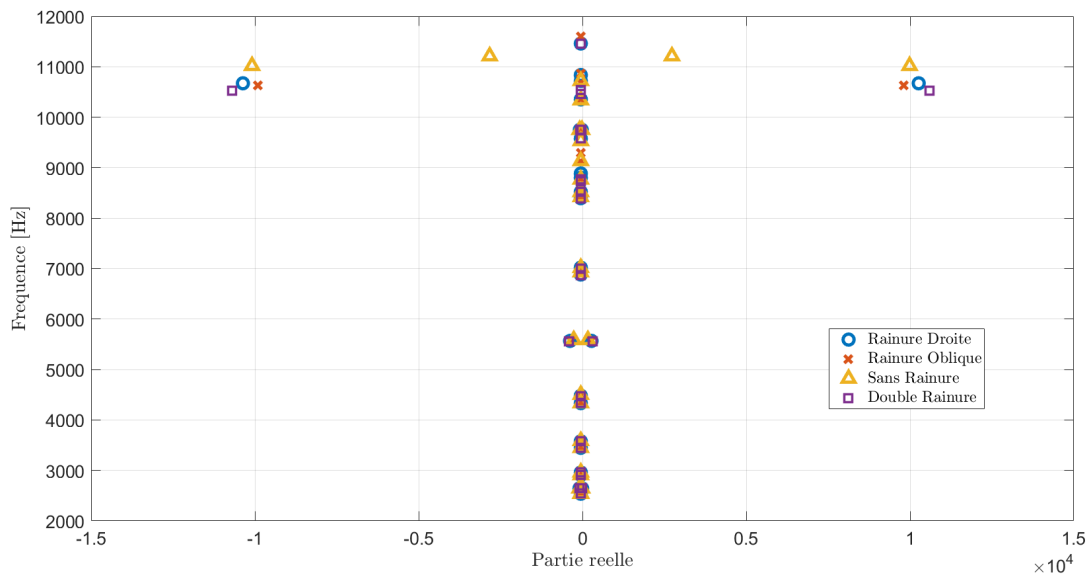


FIGURE 4.13 – Évolution des fréquences en fonction des parties réelles des valeurs propres pour chaque topologie

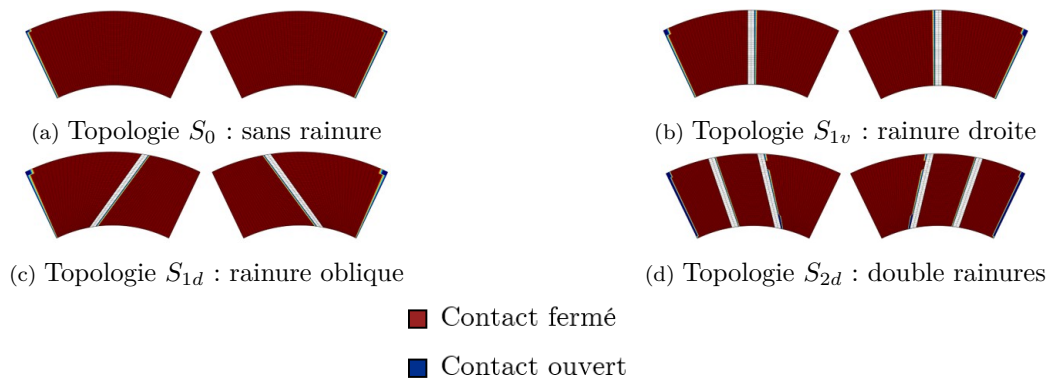


FIGURE 4.14 – Profil de contact suite à l'analyse statique non-linéaire pour chaque topologie

vers 9.9 kHz. Cette fréquence est aussi détectée pour la première partie de la simulation temporelle pour la plaquette avec une rainure oblique et dans une moindre mesure pour la plaquette à rainure droite. Pour ces 2 dernières topologies, la fréquence dominante en fin de simulation est proche des 8.8 kHz. Cette différence entre les spectres provient de la différence de contact de chacune des surfaces. En effet, pour les plaquettes S_{1v} et S_{1d} , la différence de contact entre le bord d'entrée et le reste de la plaquette est bien plus importante que pour les plaquettes S_0 et S_{2d} comme le montre les critères présentés Tableau 4.3. Les plaquettes S_0 ont un contact semi-fermé ($Q_{75\%}$) plus important que les autres critères ($Q_{75\%}$ au delà des 20% pour les zones Z2 et Z4 et proche des 10% pour Z1 et Z2). Les plaquettes S_{2d} possèdent un contact semi-fermé et fermé (respectivement $Q_{75\%}$ et $Q_{100\%}$) plus important, supérieur à 10 % pour toutes les zones sauf Z1.

Compte tenu de l'évolution du spectre fréquentiel durant la simulation pour la rainure oblique, une analyse plus fine sur les deux intervalles de temps [100ms - 170ms] et [170ms - 300ms] est proposé Figures 4.17 et 4.18. Le changement de fréquence au sein de la simulation avec la topologie rainure oblique provient d'un changement de contact, présenté Figure 4.18, qui entraîne des instabilités différentes (Figure 4.17). L'état de contact semi-fermé et fermé sur

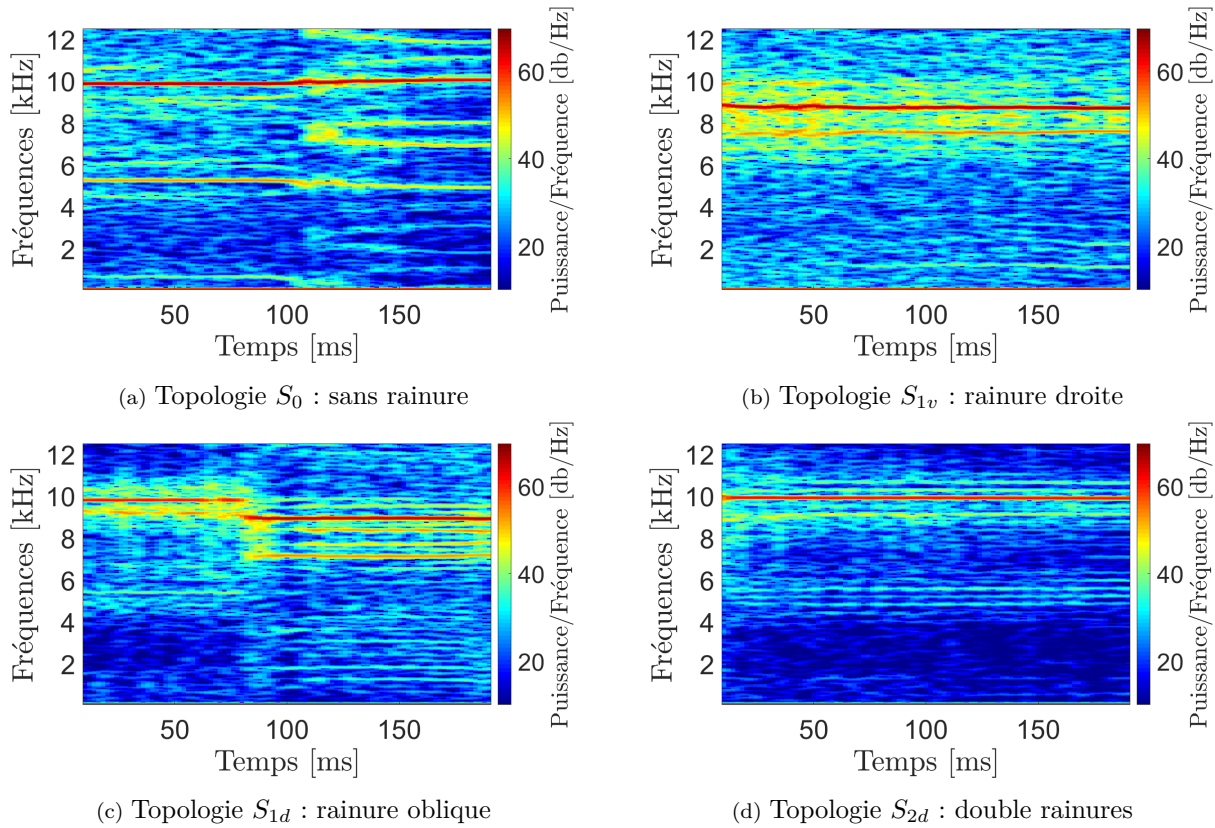


FIGURE 4.15 – Spectrogramme de la somme des efforts de contact pour chaque topologie

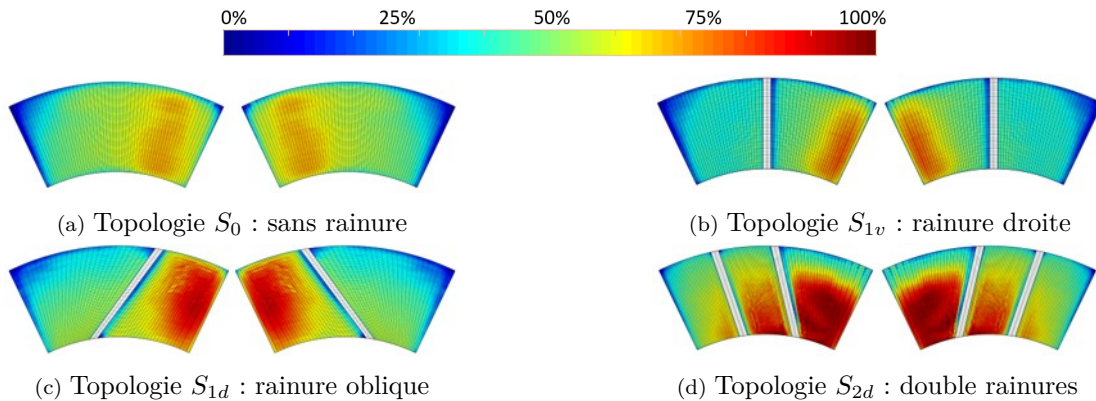


FIGURE 4.16 – Historique des états de contact durant la simulation temporelle pour chaque topologie

l'ensemble de la plaquette engendre une fréquence proche de 10 kHz sur la première partie de la simulation. En effet, les critères pour $Q_{75\%}$ et $Q_{100\%}$ sont plus importants pour la première partie de la simulation que pour la seconde partie de la simulation. Lors de cette dernière, la demi-plaquette (bord sortant) présente des critères $Q_{75\%}$ et $Q_{100\%}$ plus faibles, avec une diminution de 5 à 15 % selon la zone, ce qui implique que la fréquence instable tend vers 8.8 kHz comme pour la rainure droite.

Ces dernières analyses mettent en exergue une des principales limitations de l'analyse de stabilité fréquentielle. En plus d'une sous-prédictivité évidente, les fréquences instables prédites sont directement liées à la position d'équilibre. Un état de contact fermé sur toute la plaquette

	Topologie S_0		Topologie S_{1v}	
$Q_{50\%}$	$Z1 = 12.8\%$	$Z2 = 3.4\%$	$Z1 = 21.1\%$	$Z2 = 11.7\%$
	$Z3 = 12.6\%$	$Z4 = 1.2\%$	$Z3 = 23.1\%$	$Z4 = 6.8\%$
$Q_{75\%}$	$Z1 = 9.2\%$	$Z2 = 20.8\%$	$Z1 = 0\%$	$Z2 = 11.4\%$
	$Z3 = 10.9\%$	$Z4 = 22.9\%$	$Z3 = 0\%$	$Z4 = 15.2\%$
$Q_{100\%}$	$Z1 = 0\%$	$Z2 = 0\%$	$Z1 = 0\%$	$Z2 = 0.4\%$
	$Z3 = 0\%$	$Z4 = 0\%$	$Z3 = 0\%$	$Z4 = 1.7\%$
	Topologie S_{1d}		Topologie S_{2d}	
$Q_{50\%}$	$Z1 = 21.2\%$	$Z2 = 2.4\%$	$Z1 = 15.5\%$	$Z2 = 8.7\%$
	$Z3 = 10.5\%$	$Z4 = 2.5\%$	$Z3 = 4.9\%$	$Z4 = 1.4\%$
$Q_{75\%}$	$Z1 = 0.8\%$	$Z2 = 10.5\%$	$Z1 = 8.9\%$	$Z2 = 10.4\%$
	$Z3 = 13.8\%$	$Z4 = 14.6\%$	$Z3 = 16.7\%$	$Z4 = 4.5\%$
$Q_{100\%}$	$Z1 = 0\%$	$Z2 = 11\%$	$Z1 = 0\%$	$Z2 = 4.7\%$
	$Z3 = 0\%$	$Z4 = 7.1\%$	$Z3 = 3\%$	$Z4 = 18\%$

TABLEAU 4.3 – Critères d'état de contact suite à la simulation temporelle pour chaque topologie

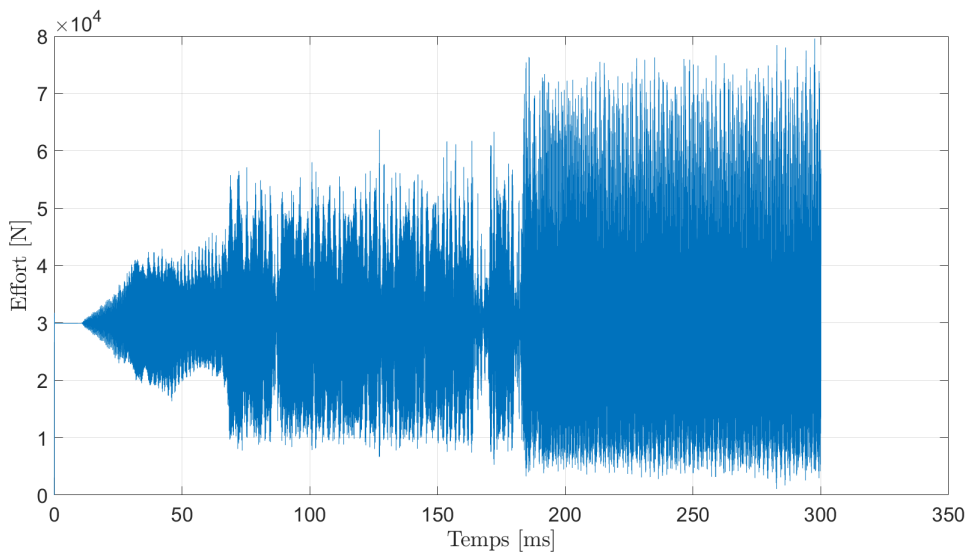


FIGURE 4.17 – Évolution de la somme des efforts à l'interface de contact en fonction du temps pour la plaquette avec rainure oblique

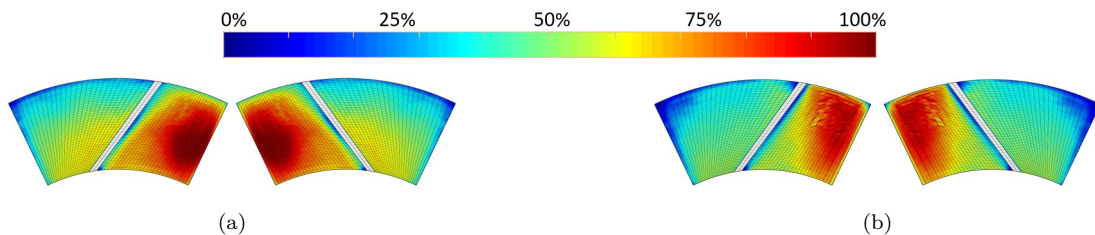


FIGURE 4.18 – Historique des états de contacts durant la simulation temporelle pour la topologie à rainure oblique (a) Intervalle de temps [100 ms – 170 ms], (b) Intervalle de temps [170 ms – 300 ms]

amène systématiquement une fréquence instable dominante proche de 10 kHz quelle que soit la

	Intervalle de temps [100 ms - 170 ms]		Intervalle de temps [170 ms - 300 ms]	
$Q_{50\%}$	$Z1 = 18.5\%$	$Z2 = 3.5\%$	$Z1 = 20.8\%$	$Z2 = 2.2\%$
	$Z3 = 3.4\%$	$Z4 = 1.4\%$	$Z3 = 20.2\%$	$Z4 = 3.5\%$
$Q_{75\%}$	$Z1 = 5.1\%$	$Z2 = 10.9\%$	$Z1 = 0.3\%$	$Z2 = 9.7\%$
	$Z3 = 21.1\%$	$Z4 = 9.5\%$	$Z3 = 3.7\%$	$Z4 = 16.1\%$
$Q_{100\%}$	$Z1 = 0\%$	$Z2 = 10.6\%$	$Z1 = 0\%$	$Z2 = 11.6\%$
	$Z3 = 0\%$	$Z4 = 13.3\%$	$Z3 = 0\%$	$Z4 = 4.4\%$

TABLEAU 4.4 – Critères d'état de contact suite à la simulation temporelle pour la topologie à rainure oblique pour les intervalles de temps [100ms – 170ms] et [170ms – 300ms]

topologie.

La simulation temporelle présente, quant à elle, une plus grande disparité au niveau de l'historique des états de contact et donc de la fréquence dominante instable associée. Un état de contact semi-fermé et fermé sur la plaquette engendre une fréquence de 10 kHz, comme lors de l'analyse fréquentielle. À contrario, un état de contact intermédiaire sur les zones $Z1$ et $Z3$ (c'est-à-dire $Q_{75\%}$ et $Q_{100\%}$ proche de 0) entraîne une fréquence dominante de 8.8 kHz. Le passage de 8.8 kHz à 10 kHz (et inversement) est conditionné par l'occurrence des nœuds en contact fermé sur le bord entrant de la plaquette.

4.5 Effet des conditions d'analyse sur le spectre dynamique

Ce paragraphe a pour objectif de compléter des études existantes concernant l'effet de différents paramètres traduisant les conditions d'analyse, tels que le frottement, la pression appliquée sur les plaquettes ainsi que la vitesse de rotation du disque sur le spectre fréquentiel, issu exclusivement d'une simulation temporelle. En effet, les résultats de l'analyse aux valeurs propres complexes, étant directement conditionnés par la position d'équilibre statique, sont faiblement variables aux paramètres étudiés et ne sont pas présentés. Les trois paramètres ciblés sont étudiés indépendamment puis combinés en générant aléatoirement des triplets de paramètres, pour la topologie à rainure verticale.

4.5.1 Influence du frottement à l'interface disque-plaquettes

Le paramètre ciblé dans ce paragraphe est le coefficient de frottement, que l'on considère variable sur une plage de [0.4 0.7] par pas de 0.1, ce qui correspond aux valeurs les plus fréquemment observées dans nos campagnes expérimentales précédentes.

Les Figures 4.19 et 4.20, présentent les résultats issus de l'analyse temporelle pour les 4 valeurs de frottement. Pour les frottements de 0.5 à 0.7, la fréquence dominante du spectre est observée vers 8.7 kHz avec un état de contact conforme à ce qui a été présenté dans le paragraphe précédent. Pour un coefficient de frottement de 0.4, une fréquence 8.7 kHz est aussi détectée jusqu'en 100 ms. Au delà de cette valeur, la fréquence dominante évolue de 8.8 kHz à 9.9 kHz.

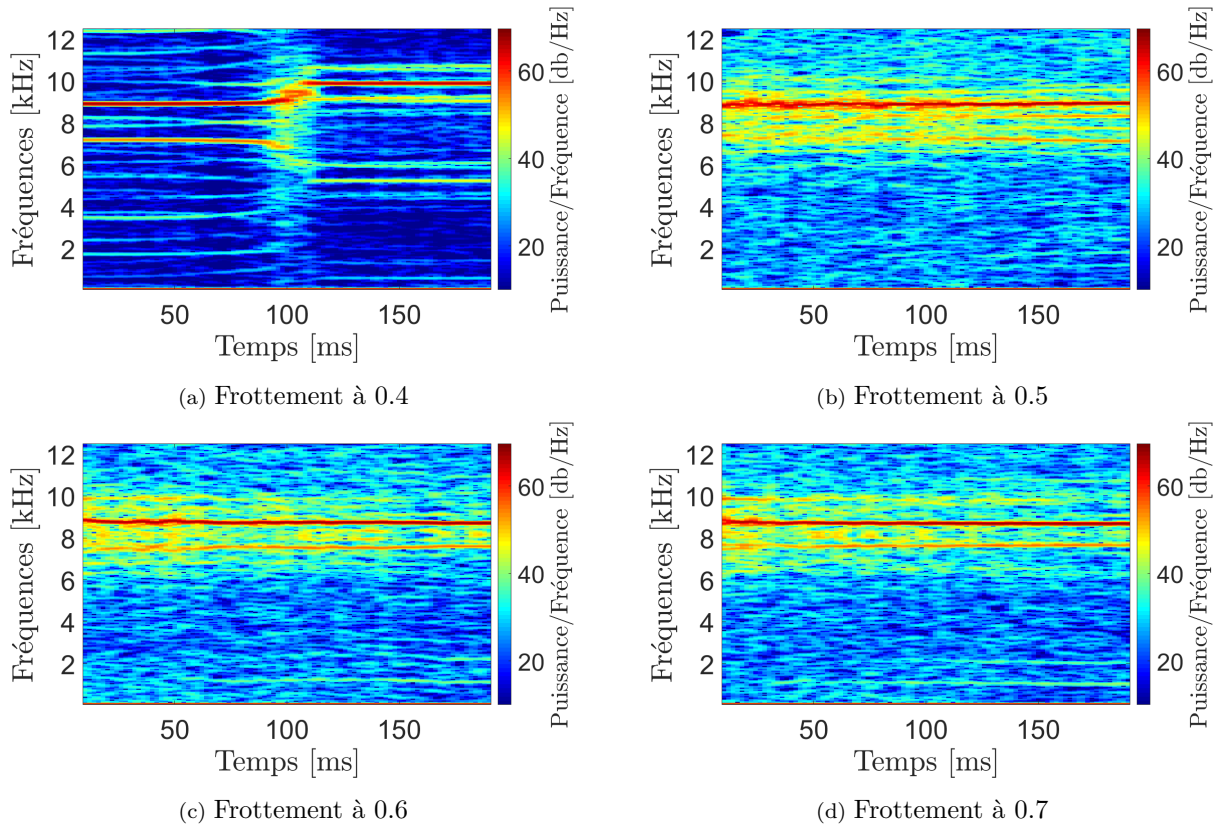


FIGURE 4.19 – Spectrogramme de la somme des efforts de contact en fonction du coefficient de frottement

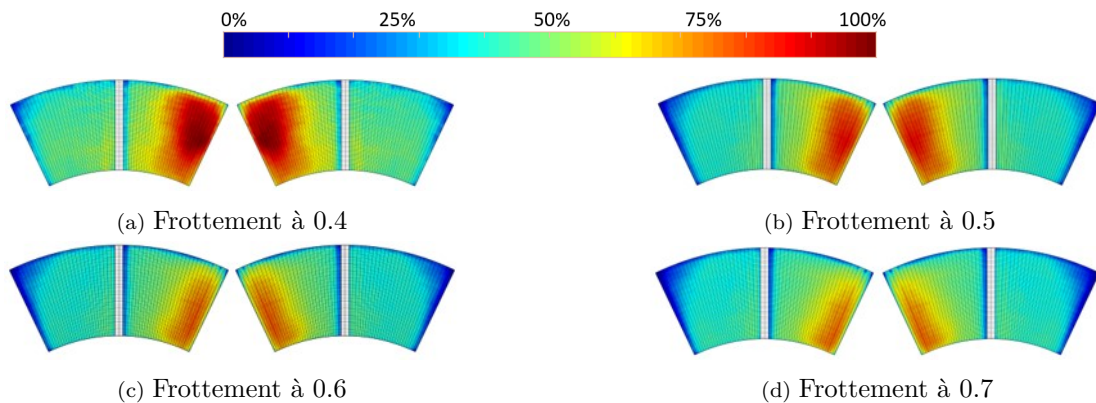


FIGURE 4.20 – Historique des états de contact durant la simulation temporelle en fonction du coefficient de frottement

En effet, le changement de fréquence est lié à l'augmentation de l'état de contact semi-fermé et fermé sur une grande partie de la plaquette, comme présenté Figure 4.21. De plus, les critères d'état de contact, présentés Tableau 4.5, montrent que le nombre de nœuds en contact semi-fermé $Q_{75\%}$ passe de 0 à 20% pour la zone $Z3$. D'autre part, le nombre de nœuds en contact fermé $Q_{100\%}$ sur le bord supérieur de la zone $Z2$ augmente de 4.2%. Comme précédemment, ce changement d'état de contact est bien à l'origine de l'évolution fréquentielle de 8 à 10 kHz, ce qui est observé pour les déformées. En utilisant le MAC (Modal Assurance Criterion) pour les déformées opérationnelles obtenues par une transformée de Fourier des déplacements pour les résultats correspondant à un frottement à 0.4 et 0.5, on observe un bon appariement (MAC

> 0.8). Les fréquences à 7.2 kHz et 8.9 kHz (frottement à 0.4) correspondent, d'une part, aux fréquences à 7.2 kHz et 8.8 kHz (frottement à 0.5). D'autre part, la fréquence à 9.9 kHz (frottement à 0.4) est associée à celle à 10.1 kHz (frottement à 0.7). Un changement significatif de l'état de contact engendre effectivement un changement de mode excité.



FIGURE 4.21 – Historique des états de contact durant la simulation temporelle pour le frottement à 0.4 (a) Intervalle de temps [100ms – 200ms], (b) Intervalle de temps [200ms – 300ms]

	Intervalle de temps [100 ms - 200 ms]	Intervalle de temps [200 ms - 300 ms]
$Q_{50\%}$	$Z1 = 24.1\%$ $Z2 = 9.2\%$ $Z3 = 24.3\%$ $Z4 = 5.9\%$	$Z1 = 19.8\%$ $Z2 = 3.6\%$ $Z3 = 14.2\%$ $Z4 = 1.8\%$
$Q_{75\%}$	$Z1 = 0\%$ $Z2 = 7.8\%$ $Z3 = 0\%$ $Z4 = 12\%$	$Z1 = 4\%$ $Z2 = 9.2\%$ $Z3 = 20.3\%$ $Z4 = 14.2\%$
$Q_{100\%}$	$Z1 = 0\%$ $Z2 = 8\%$ $Z3 = 0\%$ $Z4 = 6.4\%$	$Z1 = 0\%$ $Z2 = 12.2\%$ $Z3 = 0\%$ $Z4 = 8.6\%$

TABLEAU 4.5 – Critères d'état de contact suite à la simulation temporelle pour le frottement à 0.4

4.5.2 Influence de la pression appliquée sur les plaquettes

Le paramètre ciblé dans ce paragraphe est la valeur de la pression appliquée à l'arrière des plaquettes de frein. Quatre valeurs sont choisies en considérant un pourcentage de la valeur nominale fixée à 25 bar, à savoir 25%, 50%, 75% et 100%. Les Figures 4.22 et 4.23 synthétisent les résultats issus de l'analyse temporelle.

Pour une pression de 25% de la valeur nominale, aucune fréquence significative n'est détectée et l'état de contact est majoritairement ouvert sur l'ensemble de la plaquette. Dès que l'on augmente de 25% la pression, une fréquence instable de 8.7 kHz est observée de manière partielle au cours de la simulation temporelle. En parallèle, on observe une augmentation de 20% du nombre de nœuds en contact semi-fermé, principalement sur $Z4$ (voir Tableau 4.6). A partir de 75% de la valeur nominale, la fréquence à 8.7 kHz est établie sur la plage temporelle de manière pérenne. De plus, une seconde fréquence de niveau inférieur est obtenue à 7.5 kHz. En parallèle, on observe pour ces deux simulations une évolution de l'état de contact, où les nœuds sur les bords entrants des plaquettes sont en contact semi-fermé. L'occurrence des nœuds en contact au niveau de la zone $Z2$ est plus important. Ces résultats en terme de fréquence instable dominante ainsi que d'occurrence de contact sont en phase avec les précédentes analyses paramétriques.

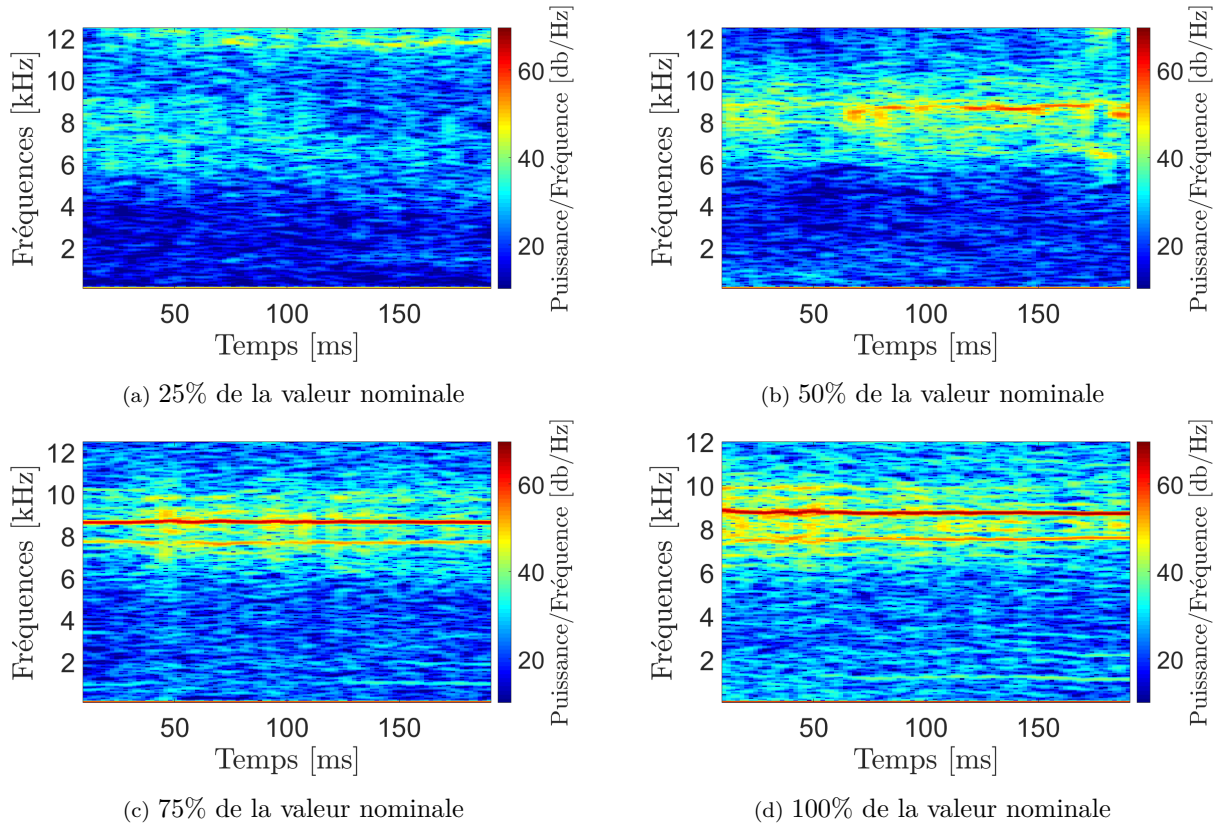


FIGURE 4.22 – Spectrogramme de la somme des efforts de contact en fonction de la pression appliquée sur les plaquettes

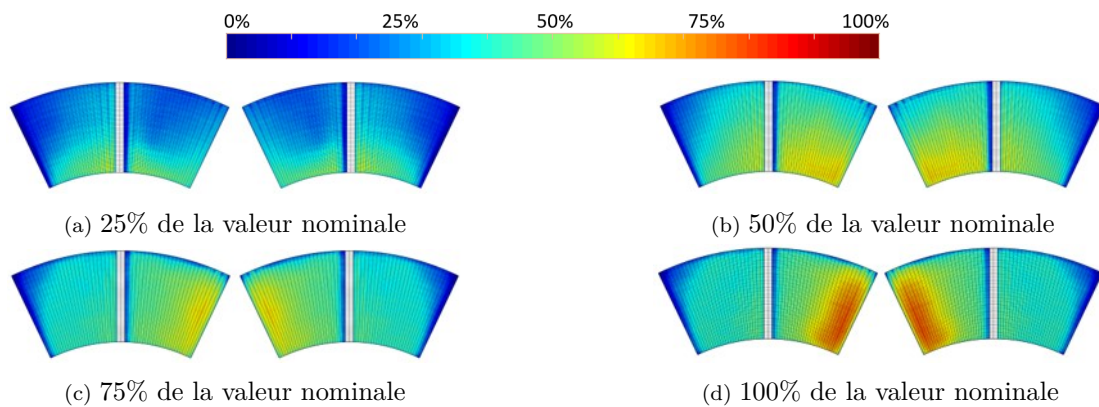


FIGURE 4.23 – Historique des états de contact durant la simulation temporelle en fonction de la pression appliquée sur les plaquettes

	25% de la valeur nominale		50% de la valeur nominale	
$Q_{10\%}$	$Z1 = 1.8\%$ $Z3 = 1.3\%$	$Z2 = 0.1\%$ $Z4 = 0.2\%$	$Z1 = 1.3\%$ $Z3 = 0.3\%$	$Z2 = 0\%$ $Z4 = 0\%$
$Q_{50\%}$	$Z1 = 13.1\%$ $Z3 = 20\%$	$Z2 = 11.1\%$ $Z4 = 22.2\%$	$Z1 = 18.7\%$ $Z3 = 16.1\%$	$Z2 = 20\%$ $Z4 = 2.5\%$
$Q_{75\%}$	$Z1 = 0\%$ $Z3 = 2\%$	$Z2 = 0\%$ $Z4 = 0.4\%$	$Z1 = 0.5\%$ $Z3 = 6.5\%$	$Z2 = 2.4\%$ $Z4 = 20.3\%$
$Q_{100\%}$	$Z1 = 0\%$ $Z3 = 0\%$	$Z2 = 0\%$ $Z4 = 0\%$	$Z1 = 0\%$ $Z3 = 0\%$	$Z2 = 0\%$ $Z4 = 0\%$
	75% de la valeur nominale		100% de la valeur nominale	
$Q_{10\%}$	$Z1 = 1.3\%$ $Z3 = 0.13\%$	$Z2 = 0.1\%$ $Z4 = 0\%$	$Z1 = 4.3\%$ $Z3 = 1.4\%$	$Z2 = 1.9\%$ $Z4 = 0.9\%$
$Q_{50\%}$	$Z1 = 20.6\%$ $Z3 = 22.9\%$	$Z2 = 15.4\%$ $Z4 = 11.1\%$	$Z1 = 21.1\%$ $Z3 = 23.1\%$	$Z2 = 11.7\%$ $Z4 = 6.8\%$
$Q_{75\%}$	$Z1 = 0\%$ $Z3 = 0\%$	$Z2 = 7.9\%$ $Z4 = 12.5\%$	$Z1 = 0\%$ $Z3 = 0\%$	$Z2 = 11.4\%$ $Z4 = 15.2\%$
$Q_{100\%}$	$Z1 = 0\%$ $Z3 = 0\%$	$Z2 = 0\%$ $Z4 = 0\%$	$Z1 = 0\%$ $Z3 = 0\%$	$Z2 = 0.4\%$ $Z4 = 1.7\%$

TABLEAU 4.6 – Critères d'état de contact suite à la simulation temporelle pour valeur de pression

4.5.3 Influence de la vitesse de rotation du disque

Comme pour le paramètre de pression, quatre valeurs de vitesse de rotation du disque sont analysées dans ce paragraphe, représentant une fraction de 25%, 50%, 75% et 100% de la vitesse nominale, définie à 8.17 rad s^{-1} . Les Figures 4.24 et 4.25 regroupent les résultats issus de l'analyse temporelle.

Pour des vitesses inférieures ou égales à 50% de la vitesse nominale, l'état de contact est principalement en contact fermé sur l'ensemble de la plaquette tout au long de la simulation temporelle. En effet, les nœuds sont en contact fermé au moins 50% des pas de temps étudiés sur la demi-plaquette (bord sortant) et presque à 100 % pour la demi-plaquette (bord entrant). La fréquence prédominante excitée pour une vitesse inférieure ou égale à 50% de la vitesse nominale est à 10.1 kHz et est similaire au mode observé pour un frottement à 0.4. En effet, le MAC entre les deux déformées opérationnelles issues de la FFT est de 65%.

Pour une vitesse supérieure à 50%, la fréquence prédominante est celle à 8.8 kHz (pour une vitesse de 75% la fréquence évolue de 8.8 à 9.1 kHz). Une seconde fréquence est observée à 7.7 kHz. Avec l'augmentation de la vitesse, le contact diminue et passe d'un contact majoritairement semi-fermé et fermé à un contact intermédiaire entraînant les changements dans le spectre fréquentiel (Tableau 4.7). Le contact, dans les zones Z1 et Z3, passe alors d'un contact fermé à un contact ouvert entraînant le passage d'une fréquence prépondérante de 10 kHz à 8.8 kHz.

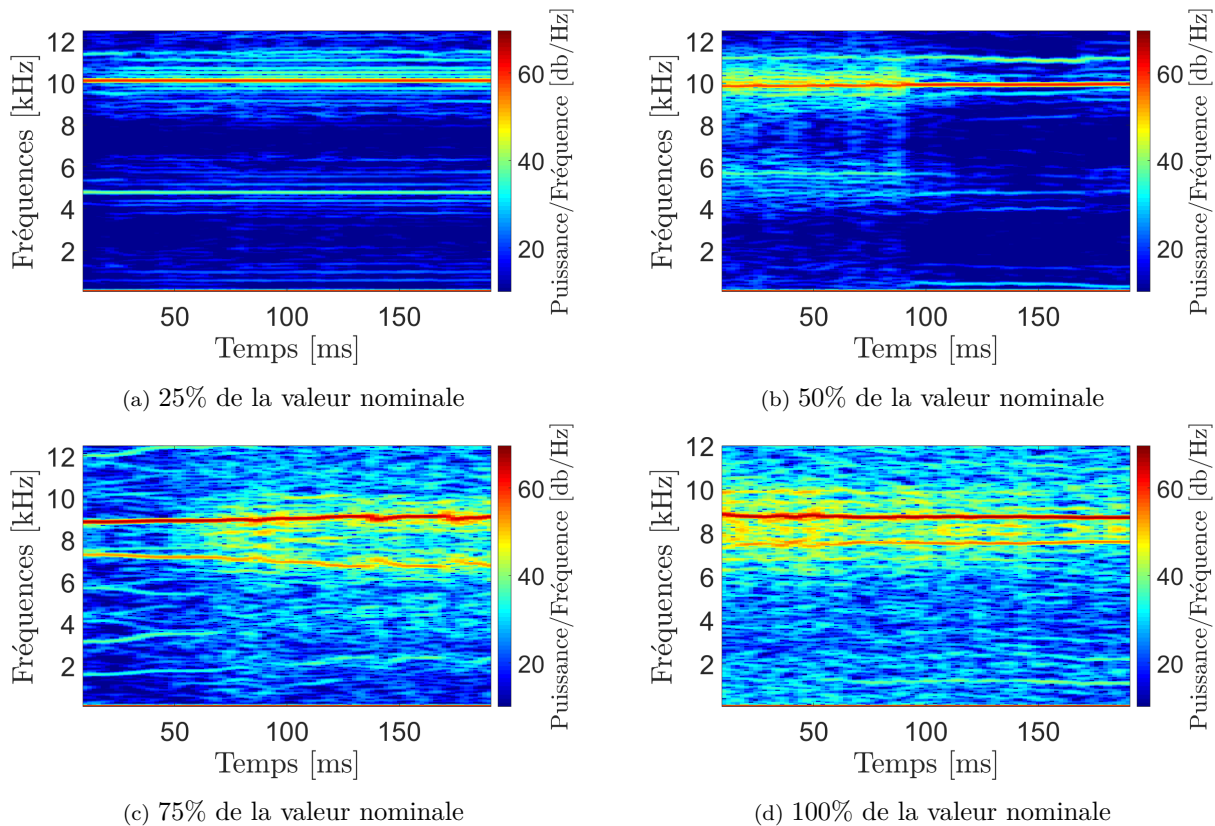


FIGURE 4.24 – Spectrogramme de la somme des efforts de contact en fonction de la vitesse de rotation du disque

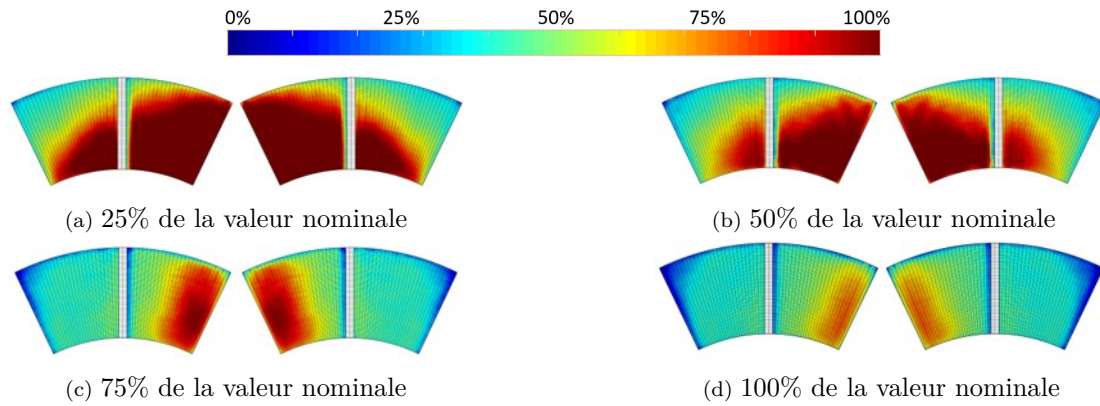


FIGURE 4.25 – Historique des états de contact durant la simulation temporelle en fonction de la vitesse de rotation du disque

	25% de la valeur nominale		50% de la valeur nominale	
$Q_{75\%}$	$Z1 = 10.4\%$	$Z2 = 5.2\%$	$Z1 = 9.1\%$	$Z2 = 8.1\%$
	$Z3 = 5.9\%$	$Z4 = 0.8\%$	$Z3 = 12.2\%$	$Z4 = 0.3\%$
$Q_{100\%}$	$Z1 = 1.4\%$	$Z2 = 18.6\%$	$Z1 = 0.1\%$	$Z2 = 12.3\%$
	$Z3 = 17.7\%$	$Z4 = 22.8\%$	$Z3 = 9.9\%$	$Z4 = 22.7\%$
	75% de la valeur nominale		100% de la valeur nominale	
$Q_{75\%}$	$Z1 = 0.3\%$	$Z2 = 10.2\%$	$Z1 = 0\%$	$Z2 = 11.4\%$
	$Z3 = 0.8\%$	$Z4 = 10.9\%$	$Z3 = 0\%$	$Z4 = 15.2\%$
$Q_{100\%}$	$Z1 = 0\%$	$Z2 = 7.6\%$	$Z1 = 0\%$	$Z2 = 0.4\%$
	$Z3 = 0\%$	$Z4 = 9.8\%$	$Z3 = 0\%$	$Z4 = 1.7\%$

TABLEAU 4.7 – Critères d'état de contact suite à la simulation temporelle pour valeur de vitesse

4.6 Influence combinée des conditions d'analyse sur le spectre fréquentiel

Ce paragraphe a pour objectif de tester l'influence combinée des paramètres de pression, vitesse et de frottement sur le spectre fréquentiel. Pour ce faire, un tirage aléatoire est effectué en considérant les plages de variation des paramètres, décrites précédemment. Les résultats de cinq simulations caractéristiques, dont les valeurs des paramètres sont résumées Tableau 4.8, sont présentés Figures 4.26 et 4.27. De plus, le Tableau 4.8 résume également les critères de contact pour chacune des simulations.

Cette étude montre une évolution de la fréquence instable dominante dans une plage de fréquence comprise entre 8.7 et 10 kHz. Cette variation fréquentielle est, comme précédemment, liée à l'évolution du contact à l'interface disque-plaquettes, comme le montre la Figure 4.26. En effet, on observe que s'il y a peu de nœuds en contact semi-fermé et fermé ($Q_{75\%}$ et $Q_{100\%}$) pour les zones Z1 et Z3 et une majorité de nœuds en intermédiaire ($Q_{50\%}$), la fréquence prépondérante est à 8.7 kHz. La première transition se produit lorsque $Q_{100\%}$ sur la zone Z2 atteint 10% et que, par conséquent, les critères $Q_{75\%}$ et $Q_{100\%}$ sont en cumul supérieur à 20% pour les zones Z2 et Z4, la fréquence prépondérante dépasse alors les 9 kHz. Enfin, quand le critère de contact $Q_{100\%}$ dans la zone Z4 atteint les 20 %, la fréquence prépondérante atteint les 10 kHz.

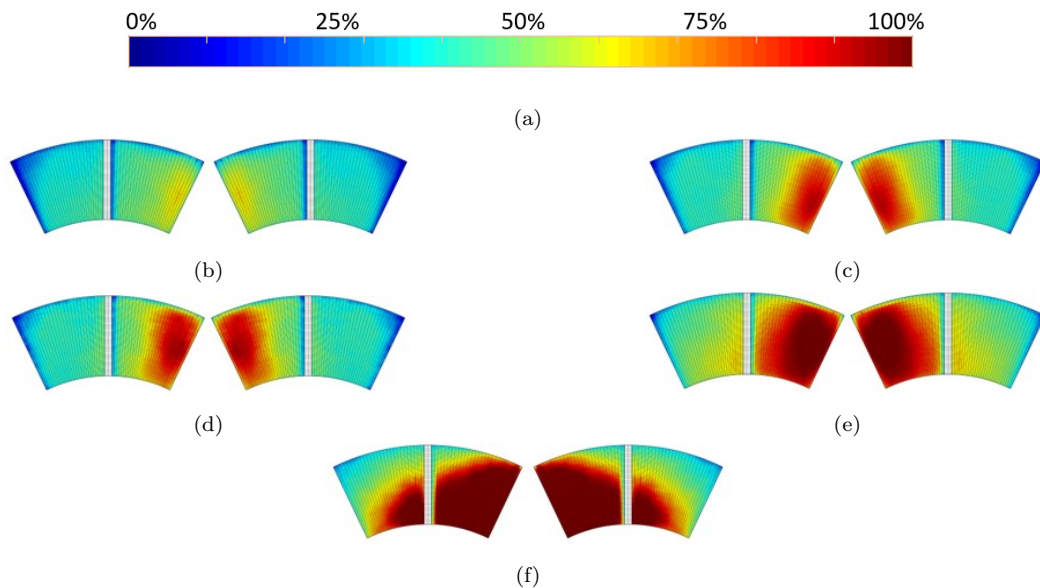


FIGURE 4.26 – Historique des états de contact durant la simulation temporelle en fonction des paramètres combinés (pression, vitesse, frottement)

En conclusion, l'ensemble des tirages effectués dans cette étude ne met en exergue que deux cas en terme d'instabilité avec des fréquences prépondérantes présentes soit dans l'intervalle [8.7-9] kHz, soit [9.9-10.1] kHz. Ces deux plages fréquentielles correspondent à deux états de contact distincts.

Simulations	Pression 55% Vitesse 82% Frottement 0.55	Pression 79% Vitesse 69% Frottement 0.55
Fréquence prépondérante	8.7 kHz	8.9 kHz
$Q_{50\%}$	$Z1 = 20.6\%$ $Z2 = 14.4\%$ $Z3 = 22.8\%$ $Z4 = 14.5\%$	$Z1 = 22.1\%$ $Z2 = 5.6\%$ $Z3 = 23.4\%$ $Z4 = 3.2\%$
$Q_{75\%}$	Z1 = 0% $Z2 = 9.1\%$ Z3 = 0% $Z4 = 9.1\%$	Z1 = 0.2% $Z2 = 12.6\%$ Z3 = 0.9% $Z4 = 12.8\%$
$Q_{100\%}$	Z1 = 0% $Z2 = 0\%$ Z3 = 0% $Z4 = 0\%$	Z1 = 0% $Z2 = 6\%$ Z3 = 0% $Z4 = 8\%$
Simulations	Pression 91% Vitesse 79% Frottement 0.46	Pression 64% Vitesse 33% Frottement 0.42
Fréquence prépondérante	9 kHz	9.9 kHz
$Q_{50\%}$	$Z1 = 21\%$ $Z2 = 3\%$ $Z3 = 22.6\%$ $Z4 = 4\%$	$Z1 = 15\%$ $Z2 = 2.4\%$ $Z3 = 4.9\%$ $Z4 = 1.5\%$
$Q_{75\%}$	Z1 = 1% $Z2 = 12\%$ Z3 = 1.4% $Z4 = 15\%$	$Z1 = 9\%$ $Z2 = 7\%$ $Z3 = 19.5\%$ $Z4 = 3\%$
$Q_{100\%}$	Z1 = 0% $Z2 = 10\%$ Z3 = 0% $Z4 = 6\%$	$Z1 = 0\%$ $Z2 = 16\%$ $Z3 = 0\%$ Z4 = 20%
	Simulations	Pression 98% Vitesse 32% Frottement 0.53
	Fréquence prépondérante	10 kHz
	$Q_{50\%}$	$Z1 = 14\%$ $Z2 = 2.4\%$ $Z3 = 1.6\%$ $Z4 = 0.5\%$
	$Q_{75\%}$	$Z1 = 10\%$ $Z2 = 6\%$ $Z3 = 9\%$ $Z4 = 1\%$
	$Q_{100\%}$	$Z1 = 1\%$ $Z2 = 17\%$ Z3 = 14% Z4 = 23%

TABLEAU 4.8 – Critères des états de contact en fonction des paramètres combinés

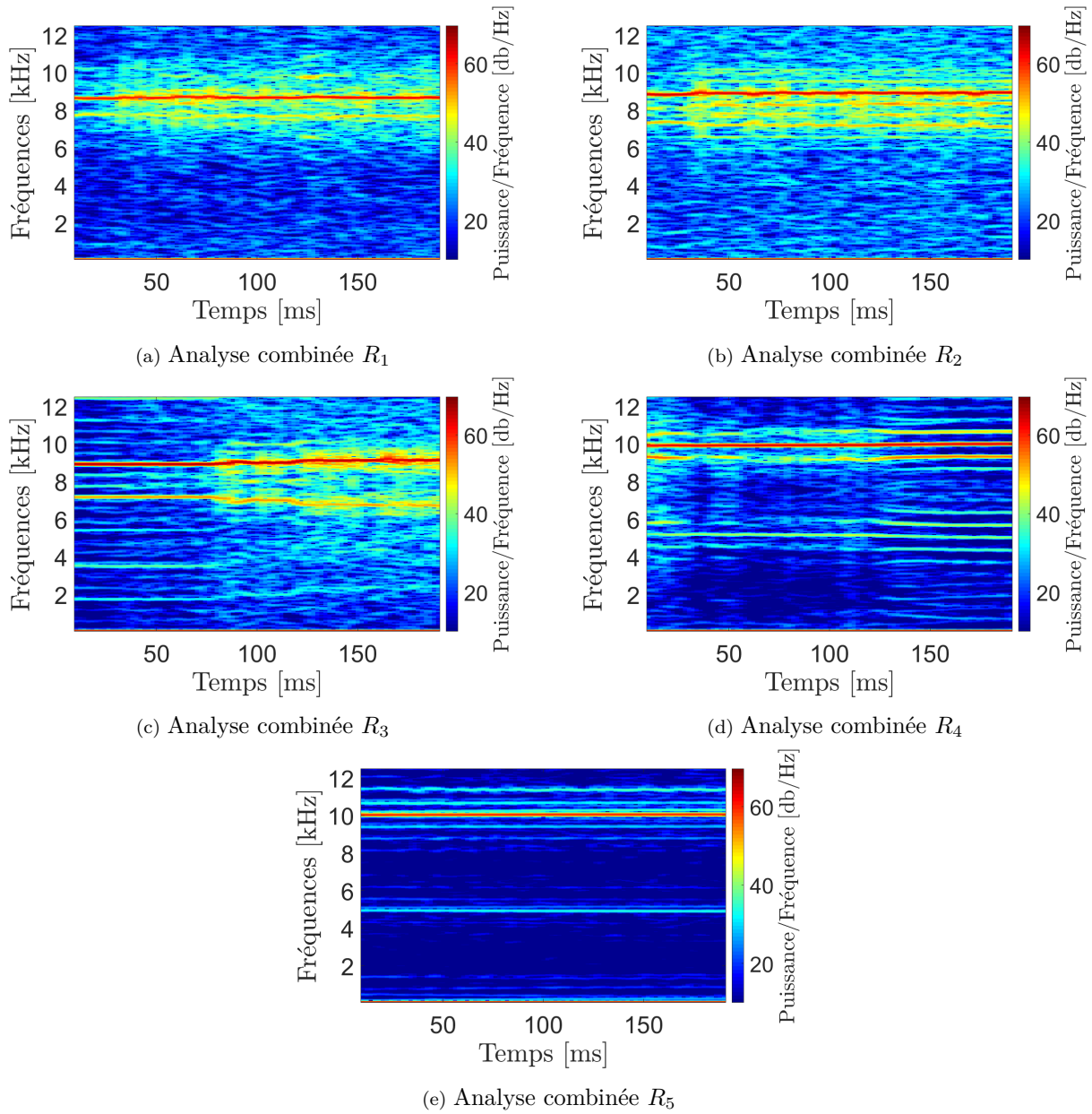


FIGURE 4.27 – Spectrogrammes de la somme des efforts de contact en fonction des paramètres combinés

4.7 Influence de la forme sur le spectre vibratoire

En lien avec la décomposition multi-échelles des topographies des Chapitres 1 et 2, cette étude porte, dans un premier temps, sur l'influence de la forme sur le spectre fréquentiel en utilisant les deux stratégies de résolution. Pour ce faire, trois formes caractéristiques, associées aux fréquences instables à 5 kHz, 7 kHz et 9/5 kHz étudiées dans le Chapitre 2 (Figure 4.28), sont incorporées dans le modèle EF. Elles sont notées dans ce paragraphe Forme 1, Forme 2 et Forme 3 pour éviter toutes confusions avec les fréquences générées par les simulations. La plaquette de gauche est considérée ici comme la plaquette côté étrier, notée P_c , alors que celle de droite est associée au côté piston, notée P_p . La simulation sans paramètre topographique, autrement dit avec des surfaces lisses, est nommée nominale.

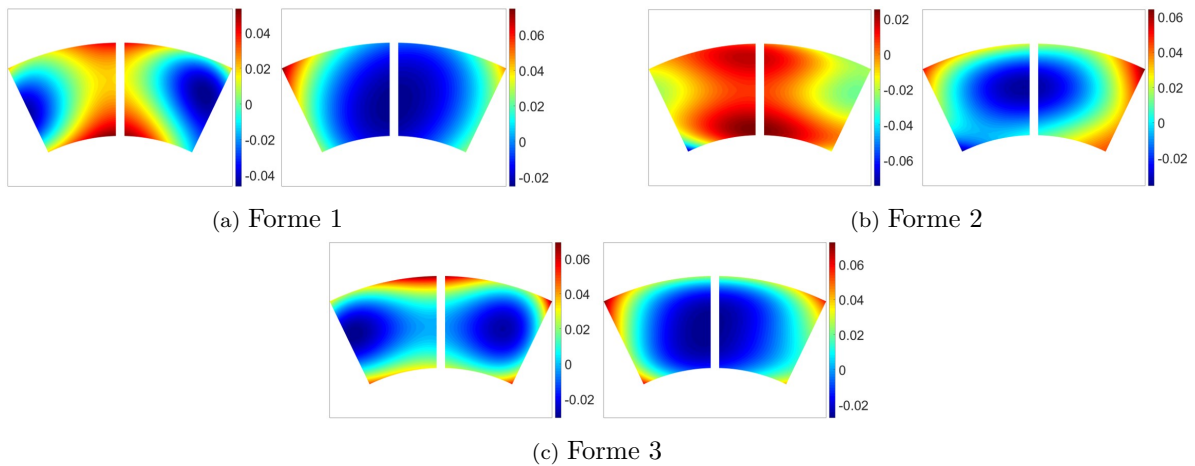


FIGURE 4.28 – Formes caractéristiques des essais intégrées dans le modèle EF

Pour chacune des formes, quatre niveaux d'étendues des hauteurs sont sélectionnées à partir des observations faites expérimentalement. L'intervalle des étendues de hauteurs est défini entre 0 et 200 μm par pas de 50 μm . Pour cette étude, les critères d'état de contact sont calculés pour chacune des plaquettes, étant donné que les formes considérées ne sont pas les mêmes, mais sans distinguer, comme précédemment, les zones $Z1$ à $Z4$.

Tout d'abord, l'intégration de formes au sein de la simulation EF a pour conséquence, d'une part, d'augmenter le nombre de modes détectés sur la plage de fréquence étudiée lors de l'analyse aux valeurs propres, et d'autre part, de détecter plus de modes instables dans la bande de fréquence [6-10] kHz, comme le montre la Figure 4.29. Cette observation est valable quelle que soit l'étendue de hauteurs et la caractéristique des formes intégrées. Les Figures 4.29a, 4.29b et 4.29c présentent l'évolution des fréquences en fonction de l'étendue des hauteurs pour chaque forme ainsi que les taux de croissance associés. Les valeurs plus importantes des taux de croissance sont spécifiées par un carré bleu. On observe, en parallèle, une diminution de la valeur des fréquences instables et du taux de croissance sur la zone d'intérêt [6-8] kHz. Ce changement fréquentiel peut être mis en corrélation avec l'augmentation du nombre de nœuds en contact ouvert pour chacune des plaquettes (Figure 4.34).

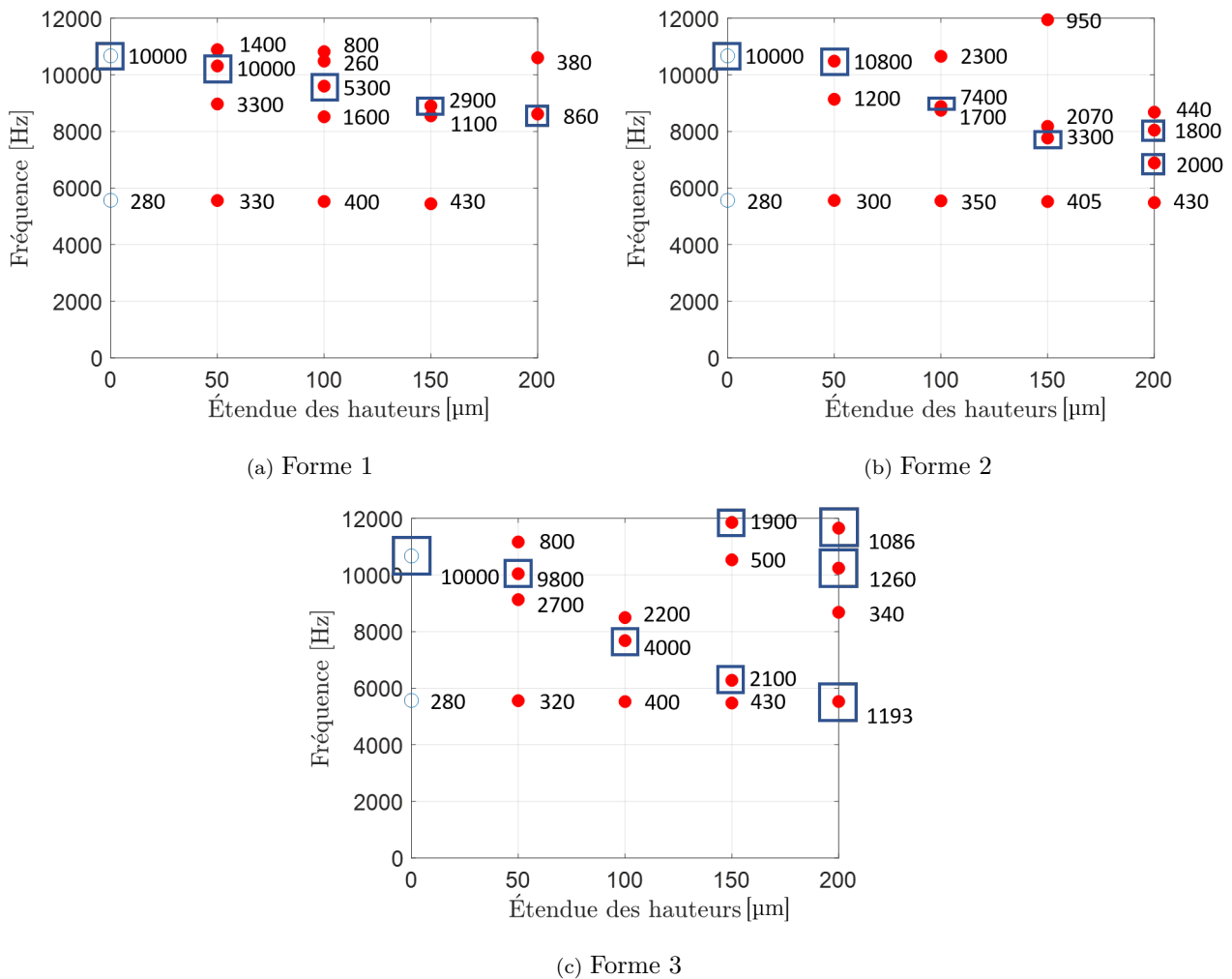


FIGURE 4.29 – Évolution des fréquences en fonction de l'étendue des hauteurs pour chaque forme

Les Figures 4.30, 4.31 et 4.32 exposent les spectrogrammes provenant de l'analyse temporelle pour les étendues de hauteurs de chacune des formes. La Figure 4.34, quant à elle, présente les états de contact associés. Tout d'abord, une forme avec une étendue de hauteur de 50 μm n'engendre pas de modifications significatives du spectre fréquentiel. Un changement significatif est observé à partir de 100 μm avec des diminutions en fréquence des instabilités voire un changement de fréquences excitées. Comme précédemment, pour l'analyse fréquentielle, ces évolutions peuvent être mises en corrélation avec l'augmentation du nombre de nœuds en contact ouvert et fermé (critères $Q_{10\%}$ et $Q_{100\%}$ des Tableaux 4.9) ainsi que leur position sur les deux plaquettes. Contrairement aux comparaisons menées dans les paragraphes 4.2 et 4.3, on observe une bonne corrélation entre les états de contact issus de l'analyse statique et ceux extraits de l'analyse de l'historique des simulations temporelles, en particulier pour des étendues de hauteur supérieures ou égales à 100 μm . En parallèle, on remarque que les résultats issus de l'analyse aux valeurs propres complexes sont nettement plus prédictifs pour ces mêmes étendues de hauteur vis-à-vis de l'analyse temporelle. Bien que des écarts fréquentiels subsistent, les fréquences ayant les taux de croissance les plus élevées peuvent être corrélées plus facilement avec celles obtenues de l'analyse temporelle (par exemple pour une forme de 200 μm , 6.5 kHz pour la forme 2, 5.5 kHz et 10 kHz pour la Forme 3, voire 8 kHz pour la forme 1). D'autre part, la diminution de la valeur des fréquences instables, observée sur la zone d'intérêt [6-8] kHz avec l'analyse de stabilité fréquentielle, se retrouve avec les deux schémas de résolution. L'introduction de la forme en analyse statique non linéaire permet, dans le cas présent, d'obtenir un état de contact plus représentatif de l'analyse dynamique. La forme injectée amène en quelque sorte une robustesse de l'état d'équilibre.

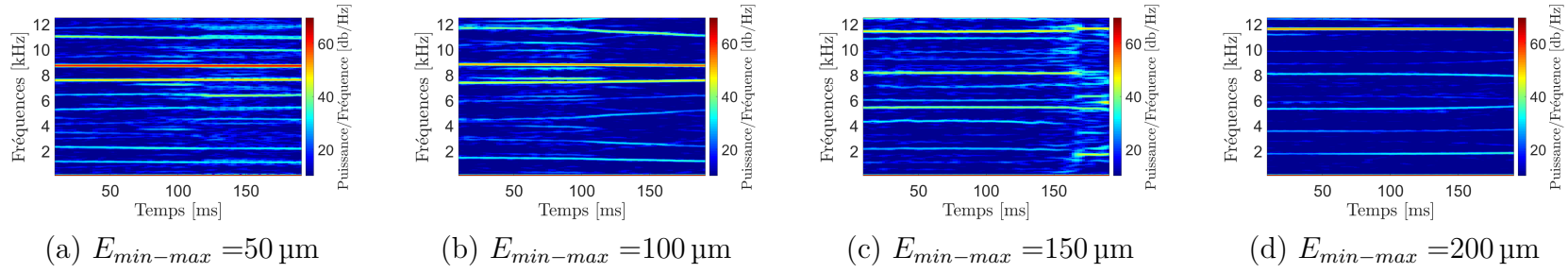


FIGURE 4.30 – Spectrogrammes des simulations temporelles de la forme 1

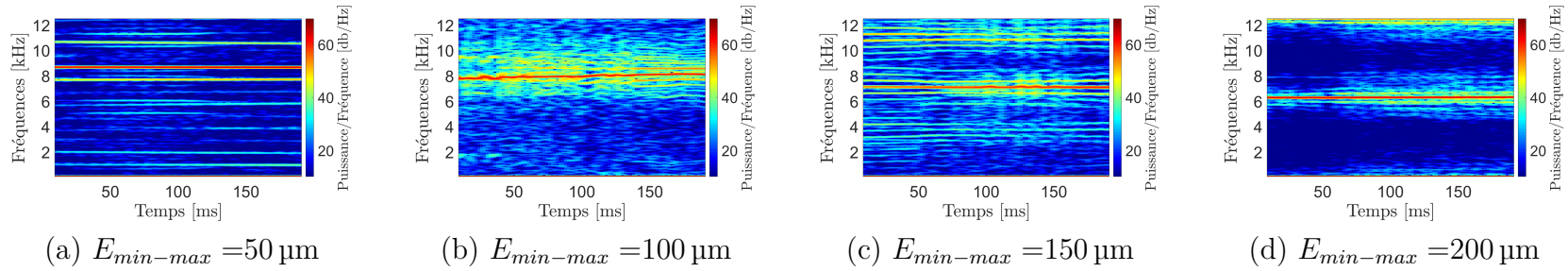


FIGURE 4.31 – Spectrogrammes des simulations temporelles de la forme 2

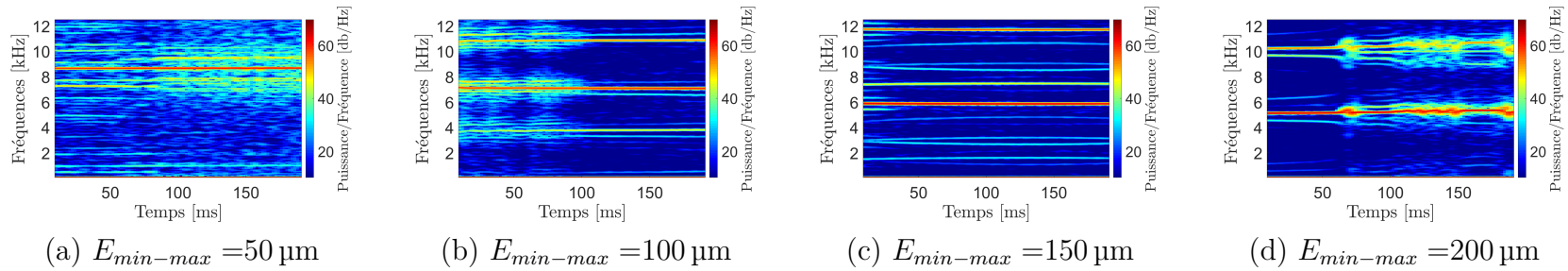


FIGURE 4.32 – Spectrogrammes des simulations temporelles de la forme 3

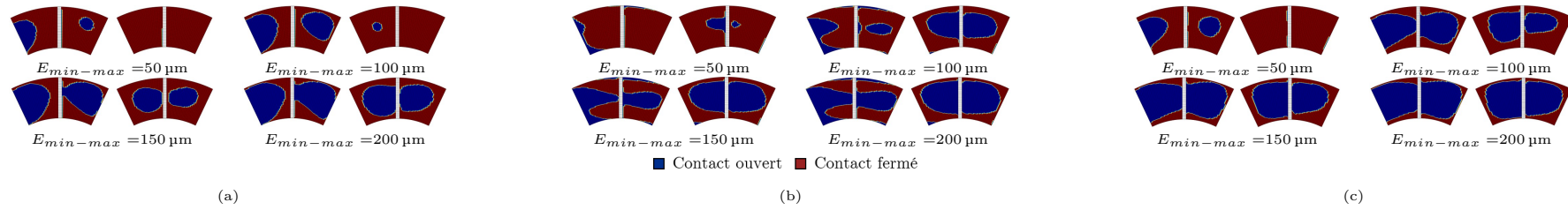


FIGURE 4.33 – Évolution du profil de contact des plaquettes : (a) Forme 1 (b) Forme 2 (c) Forme 3

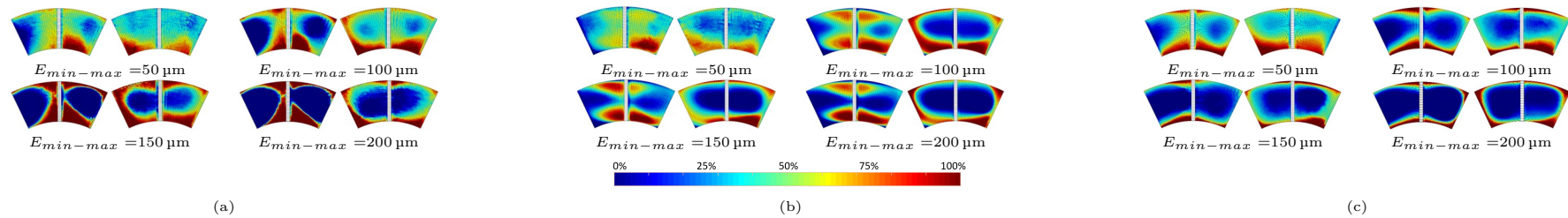


FIGURE 4.34 – Historiques des états de contact durant les simulations temporelles : (a) Forme 1 (b) Forme 2 (c) Forme 3

Étendue des hauteurs	Forme 1				
	Nominal	50 μm	100 μm	150 μm	200 μm
$Q_{10\%}$					
P_c	0.95%	6.8%	27%	46.4%	59%
P_p	0.95%	0%	0%	11.9%	28.8%
$Q_{100\%}$					
P_c	2%	10.4%	17.7%	31.7%	29%
P_p	2%	10.3%	21.3%	32%	17.6%

(a)

Étendue des hauteurs	Forme 2			
	50 μm	100 μm	150 μm	200 μm
$Q_{10\%}$				
P_c	0.88%	1.66%	4.9%	7.3%
P_p	0.03%	0.09%	12.9%	31.5%
$Q_{100\%}$				
P_c	22.9%	18.6%	23.7%	17.5%
P_p	29.2%	23.1%	25.1%	17.9%

(b)

Étendue des hauteurs	Forme 3			
	50 μm	100 μm	150 μm	200 μm
$Q_{10\%}$				
P_c	3.6%	21.5%	46.5%	64.3%
P_p	0%	4.2%	28.3%	43.4%
$Q_{100\%}$				
P_c	17.1%	14.3%	9.7%	12%
P_p	19.7%	17.1%	12.1%	15.3%

(c)

TABLEAU 4.9 – Critères de contact pour l'évolution de la hauteur des formes : (a) Forme 1 (b) Forme 2 (c) Forme 3

4.8 Influence de l'ondulation sur le spectre vibratoire

Cette dernière étude porte sur l'influence de trois ondulations, caractéristiques des états "neuf", "usé strié" et "usé homogène" (Figure 4.35), sur le spectre vibratoire. L'étendue des hauteurs $E_{min-max}$ associée est fixée à 50 et 100 μm conformément aux mesures des Chapitres 1 et 2. Ces ondulations sont, tout d'abord, introduites au sein du modèle numérique sur une surface lisse, puis ajoutées aux formes étudiées dans le paragraphe 4.7.

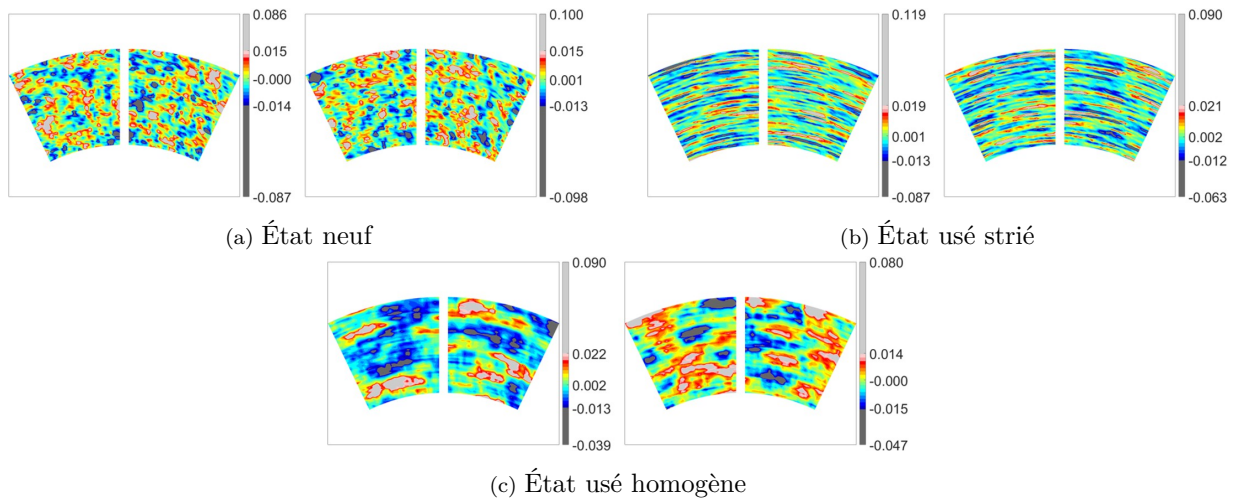


FIGURE 4.35 – Ondulations caractéristiques des essais intégrées dans le modèle EF

4.8.1 Ajout d'une ondulation à une surface lisse

Ondulation avec une étendue de hauteur de 50 μm

Le temps de calcul d'une analyse de stabilité fréquentielle étant raisonnable, vingt réalisations d'ondulations, dont l'étendue des hauteurs est fixée à 50 μm , sont générées à partir des fonctions de corrélation représentant chaque famille. Les évolutions des fréquences en fonction des parties réelles des valeurs propres sont reportées sur la Figure 4.36. Les familles représentant les états neuf, usé strié et usé homogène sont respectivement représentées par des croix noires, bleues et rouges. Le résultat nominal est rappelé par des cercles pleins.

Tout d'abord, la fréquence instable à 5.5 kHz n'est pas influencée par l'ajout d'une ondulation alors que la fréquence à 8.8 kHz, stable pour la simulation nominale, devient instable quelle que soit la famille. Ensuite, la fréquence présente à 10.5 kHz pour le nominal, chute autour des 10 kHz pour toutes les familles d'ondulations. Enfin, on observe l'apparition de fréquences instables entre 11 kHz et 12 kHz, présentant un spectre plus diffus. Celles-ci étaient présentes au-delà de 12 kHz pour le modèle nominal. En synthèse, l'ajout d'une ondulation avec une étendue d'hauteur à 50 μm n'a pas un réel impact sur le spectre fréquentiel dans le cas d'une analyse aux valeurs propres. La fréquence à 10 kHz reste prépondérante en considérant un classement basé sur un taux de croissance le plus élevé. Ce résultat est en phase avec les états de contact (Figure 4.37) représentatifs d'une réalisation d'ondulation. En effet, les états de contact fermé sont non homogènes mais répartis sur l'ensemble de la plaquette.

Concernant les simulations temporelles, les résultats sont présentés pour trois des vingt réalisations testées précédemment. Les Figures 4.38, 4.40 et 4.42 présentent les spectrogrammes

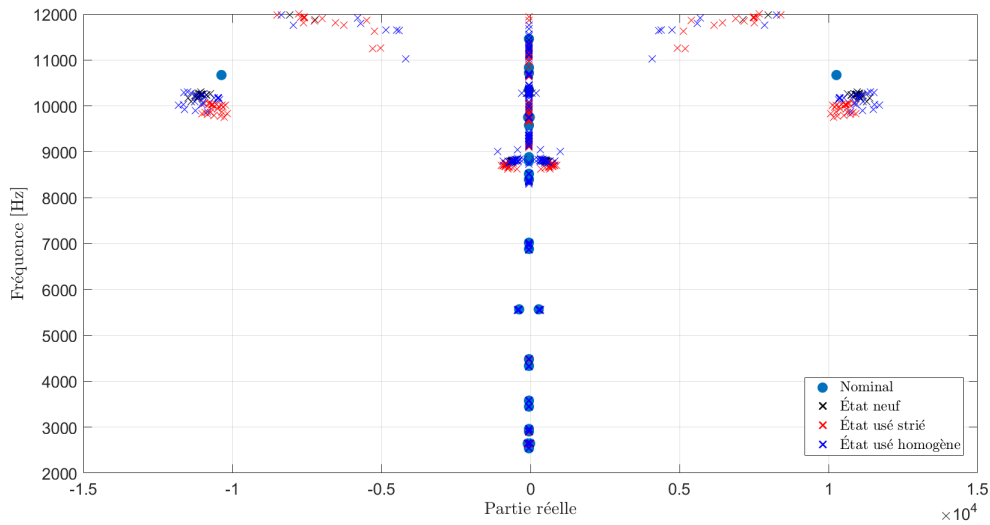


FIGURE 4.36 – Résultats issus de l'analyse aux valeurs propres complexes en fonction de la famille d'ondulation pour une étendue de $50 \mu\text{m}$

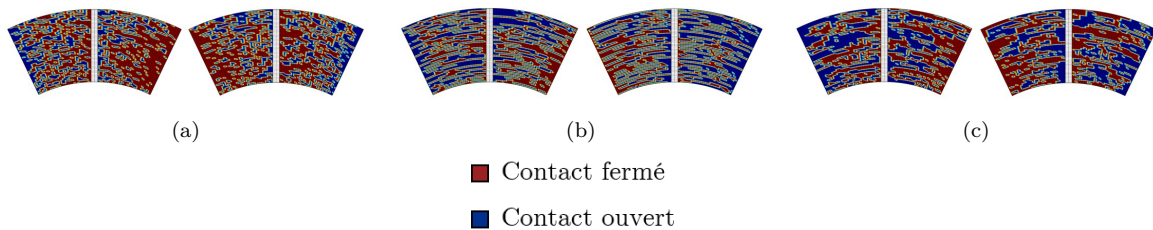


FIGURE 4.37 – Profil de contact d'une réalisation d'ondulation avec une étendue d'hauteurs de $50 \mu\text{m}$: a) État neuf b) État usé Strié c) État usé Homogène

pour chacune des familles alors que les Figures 4.39, 4.41 et 4.43 présentent les états de contact associés. On peut distinguer deux comportements. Le premier est similaire aux résultats nominaux ; c'est-à-dire une fréquence prépondérante à 8.8 kHz et une seconde fréquence moins excitée autour de 7.3 kHz. L'état de contact est principalement semi-fermé et fermé sur les zones $Z2$ et $Z4$ et intermédiaire pour $Z1$ et $Z3$. Le second comportement met toujours en exergue une fréquence prépondérante à 8.8 kHz. Cependant, la fréquence autour de 7.3 kHz n'est plus détectée comme instable. On peut noter que l'état de contact évolue sensiblement dans ce cas. Le contact est principalement semi-fermé et fermé pour $Z3$ et $Z4$ et intermédiaire pour les deux autres zones. En synthèse, une ondulation avec une étendue de hauteurs de $50 \mu\text{m}$ n'a pas un impact significatif sur les résultats temporels.

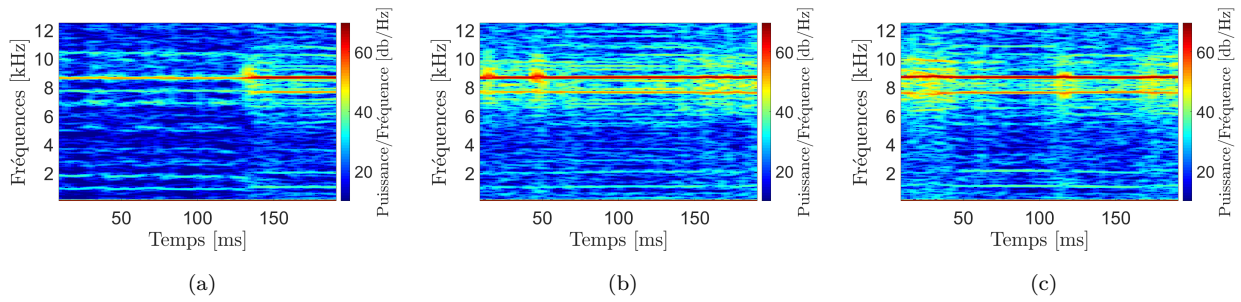


FIGURE 4.38 – Spectrogramme pour la famille état neuf pour une étendue de $50\ \mu\text{m}$: a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3

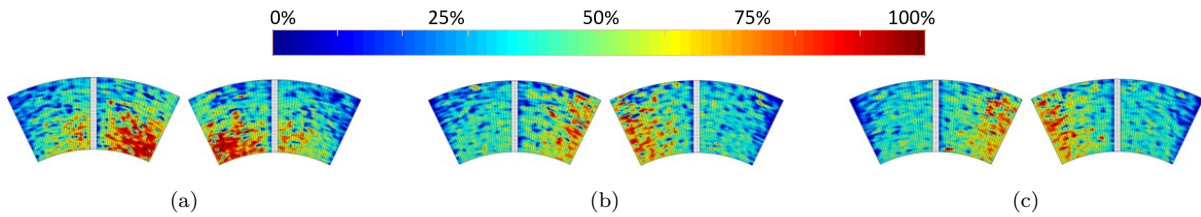


FIGURE 4.39 – Historique des états de contact pour la famille état neuf pour une étendue de $50\ \mu\text{m}$: a) Réalisation 1 b) Réalisation c) Réalisation 3

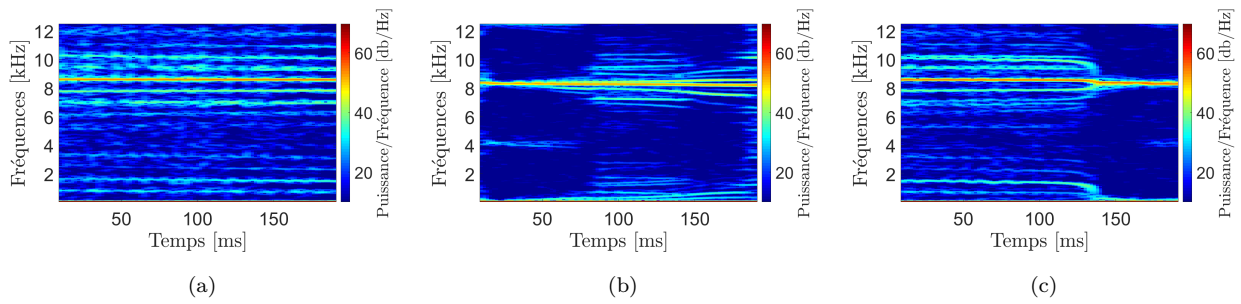


FIGURE 4.40 – Spectrogramme pour la famille état usé strié pour une étendue de $50\ \mu\text{m}$: a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3

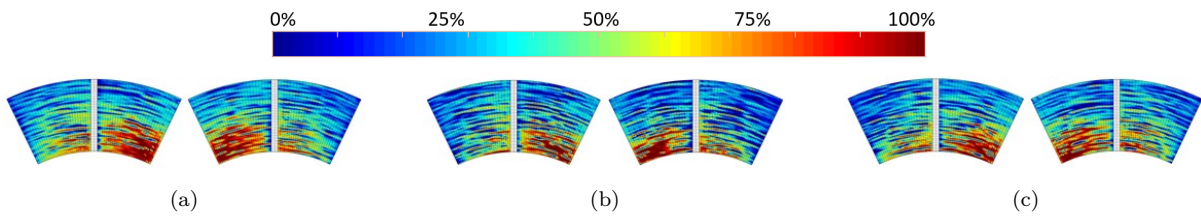


FIGURE 4.41 – Historique des états de contact pour la famille état usé strié pour une étendue de $50\ \mu\text{m}$: a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3

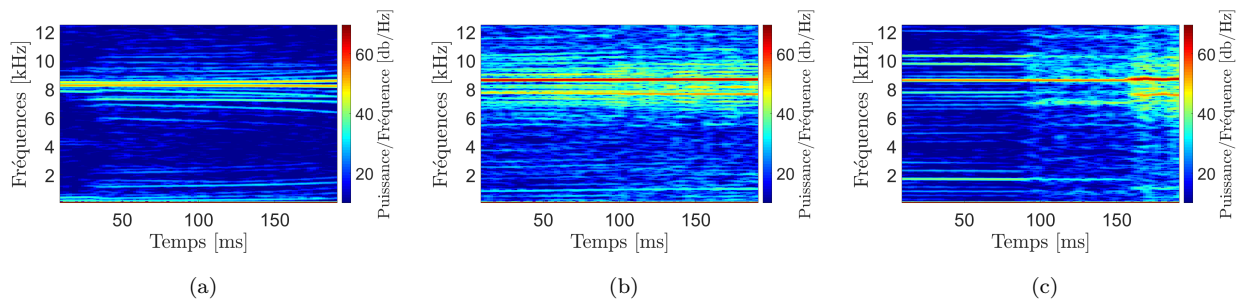


FIGURE 4.42 – Spectrogramme pour la famille état usé homogène pour une étendue de $50\ \mu\text{m}$:
 a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3

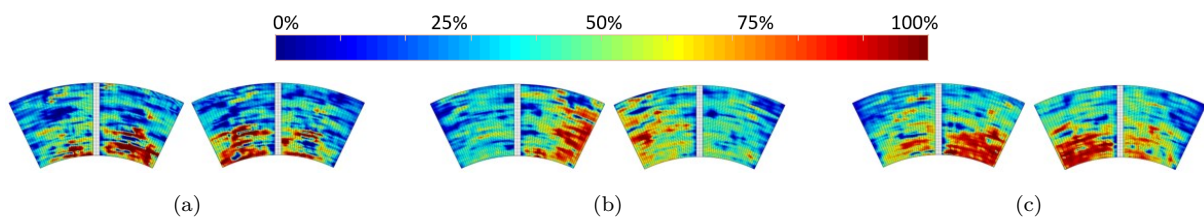


FIGURE 4.43 – Historique des états de contact pour la famille état usé homogène pour une étendue de $50\ \mu\text{m}$: a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3

Ondulation avec une étendue de hauteur de 100 μm

Dès que l'on augmente l'étendue des hauteurs à 100 μm , on observe un spectre bien plus diffus concernant les fréquences (au-delà de 8 kHz) issues de l'analyse aux valeurs propres (Figure 4.44). Les fréquences instables sont détectées sur des plages fréquentielles bien plus importantes en fonction de la famille d'ondulation. Par exemple, la fréquence, considérée comme la plus instable et initialement à 10.5 kHz pour le nominal, est désormais comprise entre 8.5 et 9.5 kHz. Celle, précédemment identifiée à 8.8 kHz, varie, selon la famille d'ondulation, entre 8 à 9 kHz. On peut noter que la famille d'ondulations amenant le plus de variation correspond à l'état usé homogène, puis l'état usé strié et enfin l'état neuf. Cette baisse de fréquence est cohérente avec l'augmentation du nombre de contact en état ouvert sur la plaquette (Figure 4.45).

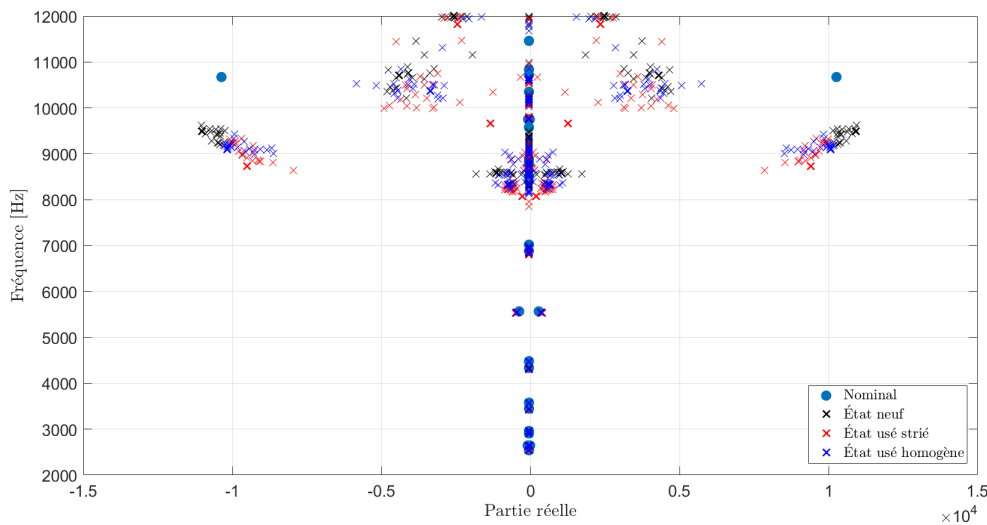


FIGURE 4.44 – Résultats issus de l'analyse aux valeurs propres complexes en fonction de la famille d'ondulation pour une étendue de 100 μm

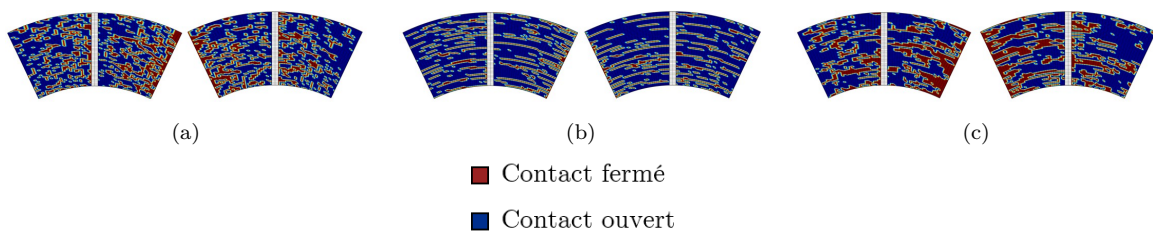


FIGURE 4.45 – Profil de contact d'une réalisation d'ondulation avec une étendue d'hauteurs de 100 μm : a) État neuf b) État usé Strié c) État usé Homogène

Les Figures 4.46, 4.48 et 4.50 présentent les spectrogrammes pour chacune des familles d'ondulation pour une étendue de hauteur de 100 μm , alors que les Figures 4.47, 4.49 et 4.51 montrent les états de contact associés. Contrairement à ce qui a été observé pour une étendue plus faible, des comportements spécifiques peuvent être associés à chaque famille d'ondulation :

- L'état neuf entraîne une diminution modérée de fréquence de 8.8 kHz vers les 8.3 kHz. Un contact semi-fermé et fermé se localise désormais sur les zones Z3 et Z4 pour chaque réalisation alors qu'un contact intermédiaire est observé sur les zones Z1 et Z2.
- L'état usé strié engendre l'excitation de deux fréquences dont les valeurs évoluent au cours de la simulation. En fin de simulation, les fréquences se situent dans les plages

[6.5-7] kHz et [10-11] kHz. Contrairement à l'étendue de hauteur de 50 μm , le contact est principalement ouvert pour les zones Z1 et Z2.

- L'état usé homogène possède un comportement plus variable et spécifique par réalisation en terme de fréquences excitées. Pour la réalisation 1, on observe une multitude de fréquences faiblement excités. La réalisation 2 amène à des résultats semblables à un état neuf alors que la réalisation 3 présente un spectre plus diffus. L'introduction d'une ondulation conduit à un niveau d'amplitude plus faible sur les réponses dynamiques que pour les formes.

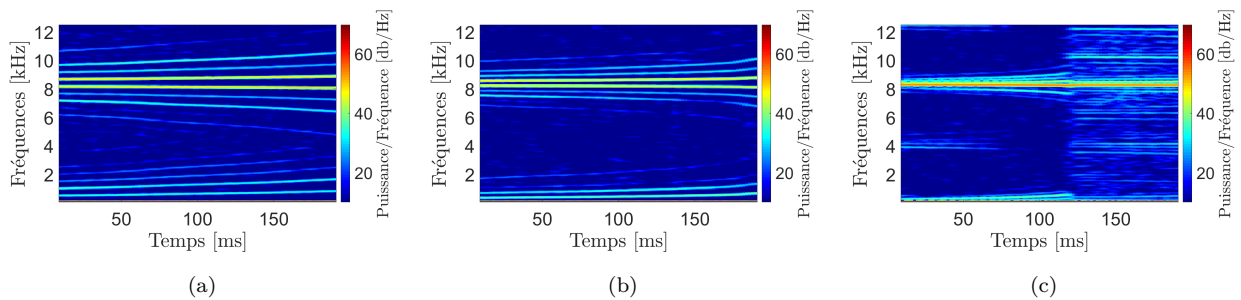


FIGURE 4.46 – Spectrogramme pour la famille état neuf pour une étendue de 100 μm : a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3

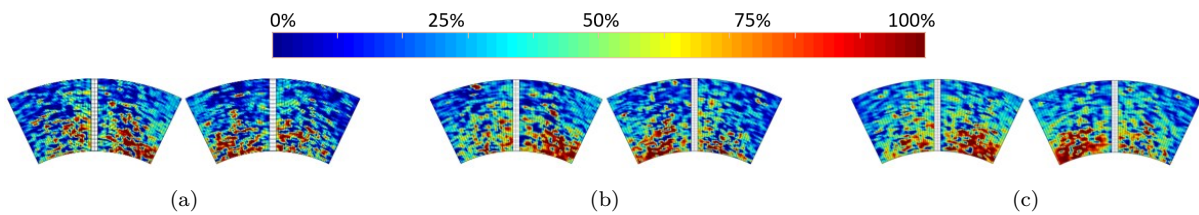


FIGURE 4.47 – Historique des états de contact pour la famille état neuf pour une étendue de 100 μm : a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3

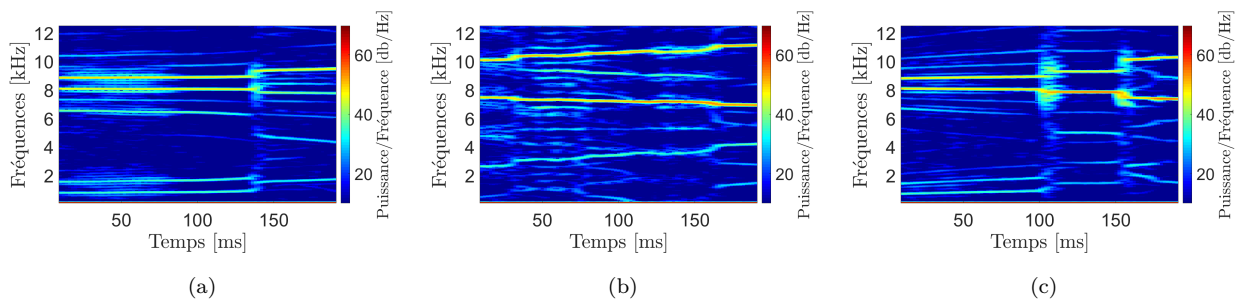


FIGURE 4.48 – Spectrogramme pour la famille état usé strié pour une étendue de 100 μm : a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3

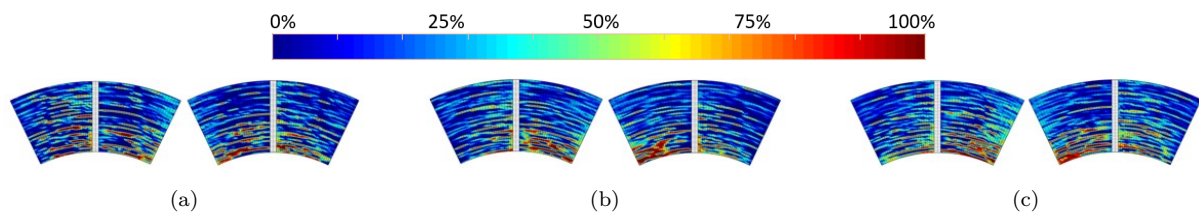


FIGURE 4.49 – Historique des états de contact pour la famille état usé strié pour une étendue de 100 μm : a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3

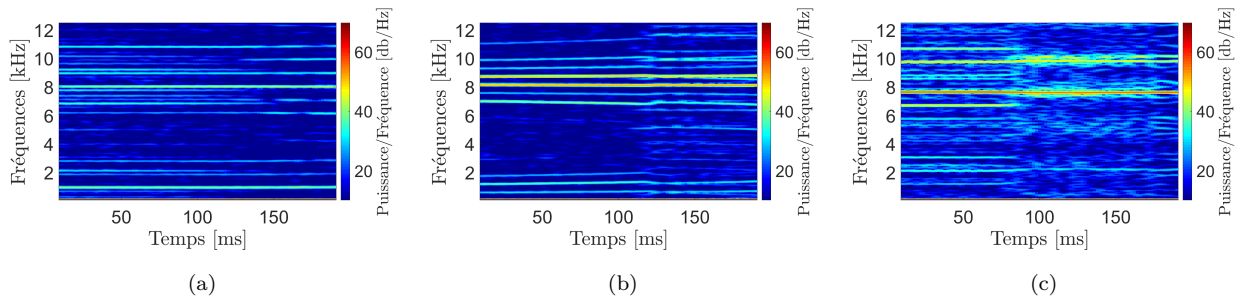


FIGURE 4.50 – Spectrogramme pour la famille état usé homogène pour une étendue de $100\ \mu\text{m}$: a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3

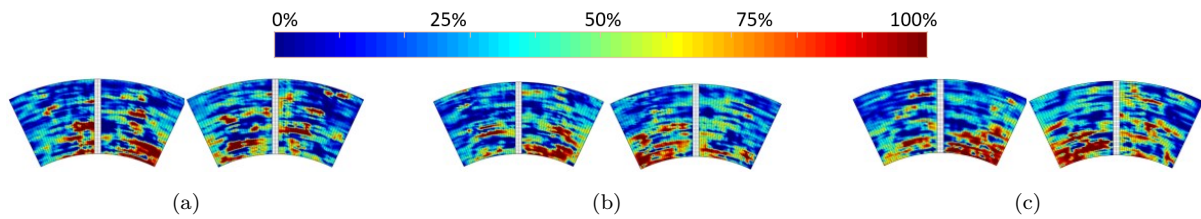


FIGURE 4.51 – Historique des états de contact pour la famille état usé homogène pour une étendue de $100\ \mu\text{m}$: a) Réalisation 1 b) Réalisation 2 c) Réalisation 3

4.8.2 Ajout d'une ondulation à une forme

Ce dernier paragraphe permet d'étudier l'effet combiné des formes 2 et 3 avec les ondulations de l'état usé sur le spectre fréquentiel. Pour chaque topographie numérique générée, on considère une étendue des hauteurs maximale de $200\ \mu\text{m}$, ordre de grandeur détecté expérimentalement, en considérant deux étendues de hauteur de forme, fixées à 100 et $150\ \mu\text{m}$.

Les Figures 4.52 et 4.54 montrent que l'ajout d'une ondulation sur une forme n'engendre pas une modification significative du spectre fréquentiel par rapport à une forme seule. On observe toutefois une diminution de la fréquence prépondérante, comme c'était déjà le cas pour une ondulation seule. Cette évolution est associée avec la diminution du nombre de nœuds en état de contact fermé (Figures 4.56 et 4.58). Les prédictions issues de l'analyse de stabilité fréquentielle sont, là encore, en phase avec celles de l'analyse temporelle (Figures 4.53 et 4.55) en terme de fréquence prépondérante. Les états de contact issus de l'analyse statique sont en phase avec ceux de l'historique de l'analyse temporelle comme on peut le voir sur les Figures 4.57 et 4.59.

Les modifications fréquentielles observées sont directement liées à la spécificité de la réalisation de l'ondulation (comme dans le Paragraphe 4.8.1) qui va impliquer une variation plus ou moins marquée autour du signal maître qu'est la forme. Cette observation est, bien évidemment, vérifiée dès que la forme a une étendue des hauteurs supérieure ou égale à celle de l'ondulation. Ce constat est en accord avec celui observé dans le Chapitre 2 suite aux essais interrompus, où les fréquences crissantes étaient enregistrées à partir d'une étendue de hauteurs de forme supérieures à $100\ \mu\text{m}$.

Ces plans d'expériences numériques ont permis, d'une part, de mettre en évidence le rôle clé de la forme sur l'état de contact à l'interface disque-plaquettes et donc sur le spectre fréquentiel. La seconde échelle pertinente est l'ondulation, qui, en fonction de l'étendue des hauteurs associée et de la zone qui sera en contact sur la plaquette, va avoir un rôle plus ou moins déstabilisateur autour de la réponse donnée par la forme.

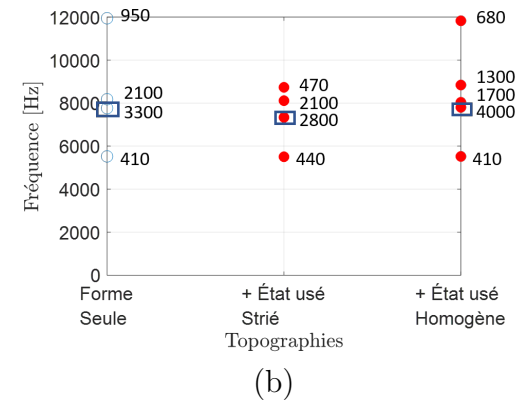
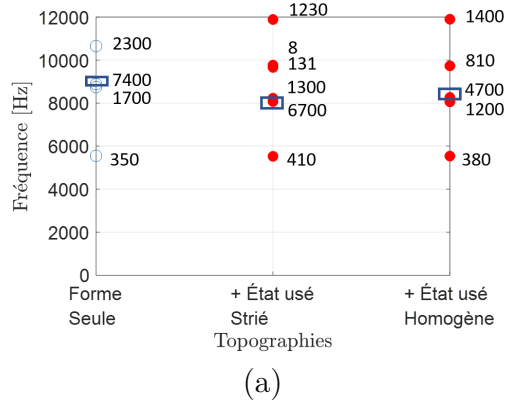


FIGURE 4.52 – Évolution des fréquences instables issues des analyses aux valeurs propres complexes pour la topographie 2 : (a) Étendue de hauteurs de forme à 100 μm + étendue de hauteurs d'ondulation à 100 μm (b) Étendue de hauteurs forme à 150 μm + étendue hauteurs d'ondulation à 50 μm

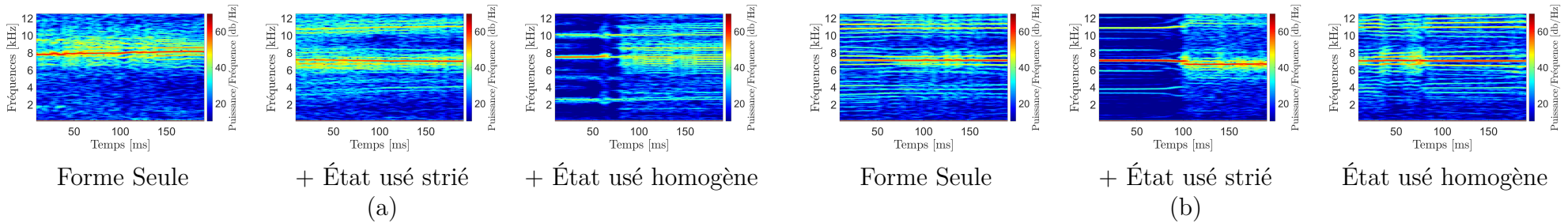


FIGURE 4.53 – Spectrogrammes des résultats comptant l'ajout d'une ondulation striée et d'une ondulation homogène sur la topographie 2 : a) Étendue de hauteurs de forme à 100 μm + étendue de hauteurs d'ondulation à 100 μm (b) Étendue de hauteurs forme à 150 μm + étendue hauteurs d'ondulation à 50 μm

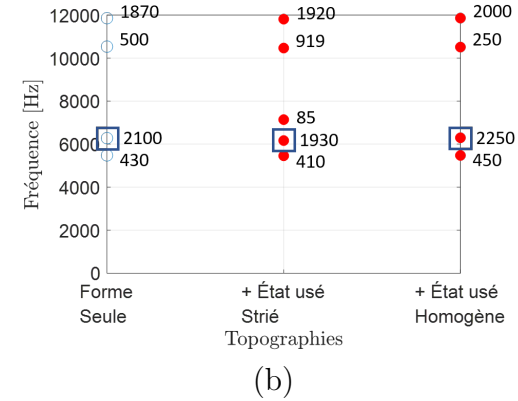
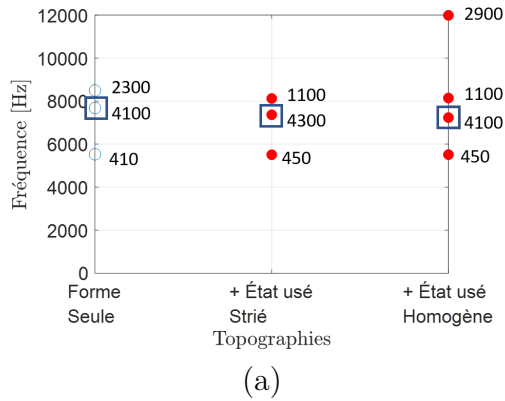


FIGURE 4.54 – Évolution des fréquences instables issues des analyses aux valeurs propres complexes pour la topographie 3 : (a) Étendue de hauteurs de forme à $100\ \mu\text{m}$ + étendue de hauteurs d'ondulation à $100\ \mu\text{m}$ (b) Étendue de hauteurs forme à $150\ \mu\text{m}$ + étendue hauteurs d'ondulation à $50\ \mu\text{m}$

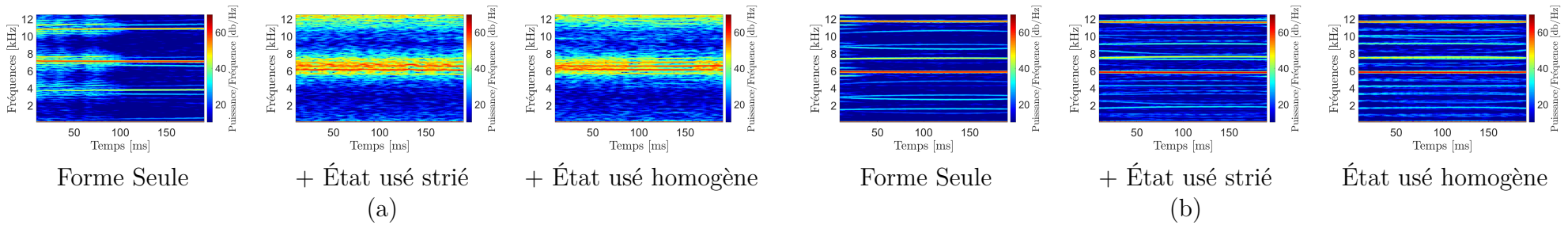


FIGURE 4.55 – Spectrogrammes des résultats comptant l'ajout d'une ondulation striée et d'une ondulation homogène sur la topographie 3 : a) Étendue de hauteurs de forme à $100\ \mu\text{m}$ + étendue de hauteurs d'ondulation à $100\ \mu\text{m}$ (b) Étendue de hauteurs forme à $150\ \mu\text{m}$ + étendue hauteurs d'ondulation à $50\ \mu\text{m}$

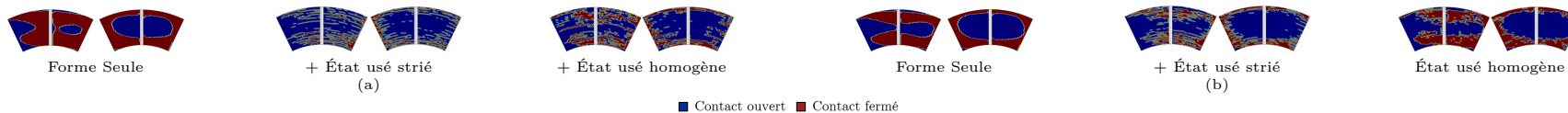


FIGURE 4.56 – Évolution de l'état de contact pour la topographie 2 : (a) Étendue de hauteurs de forme de 100 μm + étendue de hauteurs d'ondulation de 100 μm (b) Étendue de hauteurs de forme de 150 μm + étendue de hauteurs d'ondulation de 50 μm

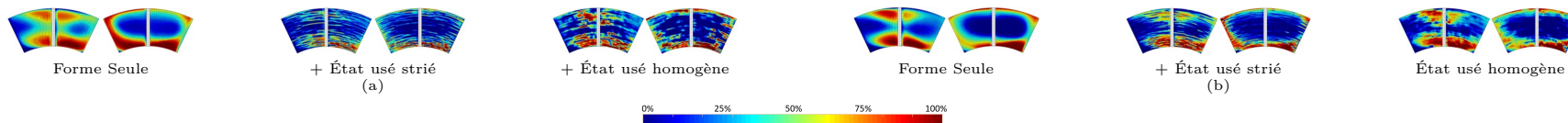


FIGURE 4.57 – Évolution de l'historique des états de contact pour la topographie 2 : (a) Étendue de hauteurs de forme de 100 μm + étendue de hauteurs d'ondulation de 100 μm (b) Étendue de hauteurs de forme de 150 μm + étendue de hauteurs d'ondulation de 50 μm

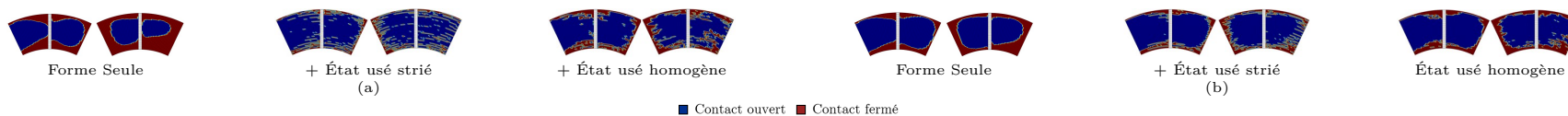


FIGURE 4.58 – Évolution de l'état de contact pour la topographie 3 : (a) Étendue de hauteurs de forme de 100 μm + étendue de hauteurs d'ondulation de 100 μm (b) Étendue de hauteurs de forme de 150 μm + étendue de hauteurs d'ondulation de 50 μm

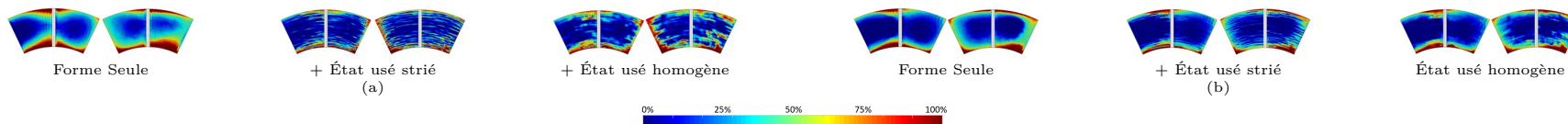


FIGURE 4.59 – Évolution de l'historique des états de contact pour la topographie 3 : (a) Étendue de hauteurs de forme de 100 μm + étendue de hauteurs d'ondulation de 100 μm (b) Étendue de hauteurs de forme de 150 μm + étendue de hauteurs d'ondulation de 50 μm

4.9 Conclusion

Ce chapitre a, tout d'abord, permis de rappeler les stratégies numériques utilisées pour investiguer les vibrations induites par le frottement et en particulier le crissement. Considérant un modèle éléments finis simplifié d'un système de freinage automobile, l'objectif était ensuite d'étudier l'impact de différents paramètres (topologie de plaquette, frottement, pression, vitesse) sur le spectre fréquentiel ainsi que l'état de contact à l'interface par l'intermédiaire de simulations de stabilité fréquentielle et temporelle.

Les études paramétriques ont, dans un premier temps, mis en évidence le caractère sur et sous-prédictif, désormais bien connu, pour l'analyse aux valeurs propres complexes. En effet, les résultats sont directement liés à la position d'équilibre statique, qui n'est pas suffisamment représentative du phénomène étudié. Un état de contact fermé sur l'intégralité de la plaquette, dû à des surfaces lisses, tend systématiquement, dans le cas présent, sur une fréquence instable proche des 10.5 kHz.

Dans un second temps, les simulations temporelles ont montré que la topologie des plaquettes et les conditions opérationnelles influent directement sur la fréquence de l'instabilité la plus significative. On retrouve une fréquence instable proche des 10 kHz dès que l'état de contact fermé est prépondérant sur l'ensemble de la plaquette. La valeur de cette fréquence diminue dès que la proportion des nœuds en contact fermé décroît jusqu'à un certain seuil, à la suite duquel une nouvelle fréquence instable devient prépondérante. L'analyse combinée des paramètres de frottement, pression et vitesse a mis clairement en exergue ce comportement avec l'évolution d'une gamme de fréquences comprises entre 8.7 kHz et 9.1 kHz vers une plage [9.9-10] kHz.

La dernière partie du chapitre a permis d'investiguer l'influence des paramètres topographiques sur les spectres fréquentiels du modèle numérique. En adéquation avec les observations faites dans l'analyse des surfaces réelles du second chapitre, plusieurs étendues de formes et d'ondulations ont été étudiées. La forme possède un effet significatif sur les changements de fréquences prépondérantes au sein du spectre vibratoire alors que l'ondulation a un effet moindre engendrant une évolution plus diffuse. Contrairement aux observations faites lors de l'analyse des conditions opérationnelles, la prédiction de l'analyse de stabilité fréquentielle est ici globalement plus fidèle aux résultats issus de la simulation temporelle dès qu'une topographie est injectée à l'interface de contact. Cette dernière engendre un état de contact à l'interface disque-plaquettes plus proche dans les deux catégories de simulations.

Modélisation mixte éléments finis-éléments discrets pour l'analyse de l'effet de l'évolution topographique des surfaces sur le spectre fréquentiel

Sommaire

5.1	Introduction	126
5.2	Comparaison xEM - ABAQUS	127
5.2.1	Étude modale sur le modèle nominal	127
5.2.2	Étude temporelle sur le modèle nominal	129
5.2.2.1	Modèle à 1 mm	129
5.2.2.2	Modèle à 3 mm	130
5.3	Modélisation mixte FEM-DEM	131
5.3.1	Préparation des domaines DEM	132
5.3.2	Calibration des domaines discrets	134
5.3.2.1	Définition de la masse volumique des particules	135
5.3.2.2	Calibration des liaisons cohésives	135
5.3.3	Étude de la simulation nominale dans le cas du modèle FEM-DEM	138
5.4	Évolution des surfaces réelles durant une simulation temporelle	141
5.4.1	Évolution d'une surface lisse à une surface caractéristique de la forme 2141	141
5.4.2	Évolution d'une surface lisse à une surface caractéristique de la forme 3142	142
5.5	Conclusion	145

5.1 Introduction

Le chapitre précédent a mis en exergue l'effet des topographies de surfaces de plaquettes sur le spectre fréquentiel. En particulier, l'ajout d'une forme, à partir d'un seuil supérieur à 100 μm , entraîne des changements majeurs sur le spectre fréquentiel. Ces simulations ont été effectuées en supposant, du point de vue numérique, une topographie soit à l'état initial, soit à l'état usé, alors que les essais expérimentaux, présentés dans le Chapitre 2, ont montré que ces topographies évoluent lors du processus de freinage. La méthode des éléments finis, telle qu'utilisée dans le chapitre précédent, ne permet pas de représenter l'usure d'une surface, ni de prendre en compte d'autres phénomènes plus complexes tel que la formation de troisième corps ; c'est-à-dire les particules de garnitures détachées de la surface, ni son interaction avec le reste du système.

Ce chapitre, qui s'inscrit dans une démarche exploratoire, a pour but de développer un modèle permettant de combler ces limitations, notamment, la dégradation des surfaces de contact des plaquettes durant la simulation du processus de freinage. Ce modèle est constitué d'éléments finis dans les zones non dégradables (disque, support de garniture, garniture), et repose sur la Méthode des Éléments Discrets (DEM) pour une partie de la garniture en contact avec le disque.

La DEM a, dans un premier temps, été utilisée pour la simulation d'écoulements de matériaux solides à l'état pulvérulent, représentés par des particules disciformes puis sphériques, lorsque les puissances de calcul l'ont permis. Dans ce cas, l'interaction entre les particules est gérée par des forces répulsives ou attractives. La DEM a ensuite été étendue à la modélisation des phénomènes de fissuration : l'interaction entre les particules était alors gérée par des liaisons cohésives de type ressort-amortisseur, qui pouvaient être désactivées afin d'initier une ou plusieurs fissures. Plus récemment, et afin de permettre à la DEM de pouvoir représenter un comportement macroscopiquement continu, tout en conservant une possibilité de simuler des phénomènes relevant de la mécanique discrète, ces liaisons ont été remplacées par des poutres de type Euler-Bernoulli. De manière générale, un inconvénient majeur de la DEM est l'impossibilité d'introduire directement des paramètres macroscopiques dans les modèles. Il faut passer par une calibration afin de faire émerger des domaines discrets ce comportement macroscopique représentatif de la mécanique des milieux continus. Dans ce chapitre, une modélisation mixte FEM-DEM, que l'on trouve aussi sous le nom de Bonded Particle Element Method (BPEM) dans la littérature, est utilisée et implémentée dans le code de calcul xEM, développé au LAMIH. Ce code gère le couplage entre les domaines éléments finis et discrets et contient plusieurs solveurs, notamment statique, modal et dynamique explicite.

Après une brève description du code xEM, une comparaison est effectuée entre les résultats produits par ce code et ceux d'ABAQUS, dans le cadre d'une analyse modale puis sur deux analyses temporelles, purement éléments finis. La modélisation mixte FEM-DEM est ensuite introduite, pour laquelle une méthode de calibration des liaisons cohésives des domaines DEM est proposée. La réponse temporelle du modèle mixte FEM-DEM est ensuite comparée à celle d'une simulation purement éléments finis afin de valider les paramètres des domaines DEM. Le modèle mixte FEM-DEM est enfin exploité dans le cadre de l'évolution des surfaces en cours de simulation, en considérant deux formes identifiées dans le Chapitre 4. Les résultats de ces simulations sont discutés et mettent en avant les possibilités qu'offrent une telle modélisation.

5.2 Comparaison xEM - ABAQUS

xEM est un code récent en cours de développement au LAMIH. Il a été construit de manière à permettre le couplage de la Méthode des Éléments Finis et de la Méthode des Éléments Discrets pour tous les solveurs implémentés. Cependant, la gestion du couplage est différente. Les solveurs nécessitant la résolution d'un système d'équations couplées (statique et dynamique implicite) ont recours à une méthode de Lagrange augmentée. A contrario, le solveur explicite, dans lequel les équations de la dynamique sont résolues par un schéma en différences centrées (identique à celui d'ABAQUS présenté dans le Paragraphe.4.1.1) et pour lequel le système d'équation est découplé, implémente une méthode de Lagrange pure.

Dans les deux cas, il s'agit d'un couplage fort de type non-conforme, puisque les nœuds des domaines discrets ne sont pas en vis-à-vis des nœuds du domaine fini. L'utilisation des multiplicateurs de Lagrange assure que les contraintes imposées sont satisfaites de manière exacte (ou presque exacte, dans le cas du lagrangien augmenté). Pour les solveurs implicites, la contrainte est imposée sur toutes les composantes du vecteur déplacement d'un point d'une face d'un élément fini et de celui d'une particule DEM. Dans le cas du solveur explicite, ce sont les composantes du vecteur vitesse qui sont utilisées.

Puisque xEM permet le chainage des solveurs implicites vers explicite dans une même simulation (sans passer par une procédure dite "restart" comme dans ABAQUS), c'est le solveur implicite statique qui est utilisé pour mettre le système de freinage en pression. A l'issue de cette phase de mise en pression, toutes les quantités internes (déformations, contraintes, efforts internes et de contact, termes de couplage FEM-DEM et de contact) et cinématiques sont disponibles et transférées au solveur suivant.

Dans la suite de ce paragraphe, il paraît important de valider les développements internes vis-à-vis du code industriel utilisé dans le chapitre précédent en comparant les résultats d'une analyse modale et d'une simulation temporelle issus de xEM avec ceux produits par ABAQUS avant de poursuivre vers les simulations mixtes FEM-DEM.

5.2.1 Étude modale sur le modèle nominal

La première étape de la validation de xEM est une comparaison avec une analyse modale réalisée sur ABAQUS. La comparaison entre les modes est faite en utilisant le MAC à partir des modes extraits des nœuds du disque et de l'arrière des plaquettes (Figure 5.1).

La Figure 5.2a présente le MAC entre les 40 premiers modes de chacun des solveurs. La valeur du MAC entre les 38 premiers modes ABAQUS et leur homologue xEM est supérieure à 0.99, montrant ainsi une très bonne corrélation entre les deux codes de calcul. La différence pour les deux derniers modes provient d'une inversion modale, les modes issus d'xEM sont légèrement en dessous en fréquence et par conséquent mènent à une inversion par rapport à ABAQUS. La Figure 5.2b, quant à elle, montre la différence entre les fréquences issues d'ABAQUS (en bleu) et de xEM (en rouge). Le pourcentage d'écart entre chacune des fréquences est représenté par des points noirs. On observe, une nouvelle fois, une bonne cohérence entre les fréquences des deux codes de calculs avec moins de 3% d'erreur. En effet, le mode comportant la plus grande erreur entre la fréquence issue d'ABAQUS et son homologue issue de xEM est la fréquence du 30^{ème} mode, avec 3% d'erreur.

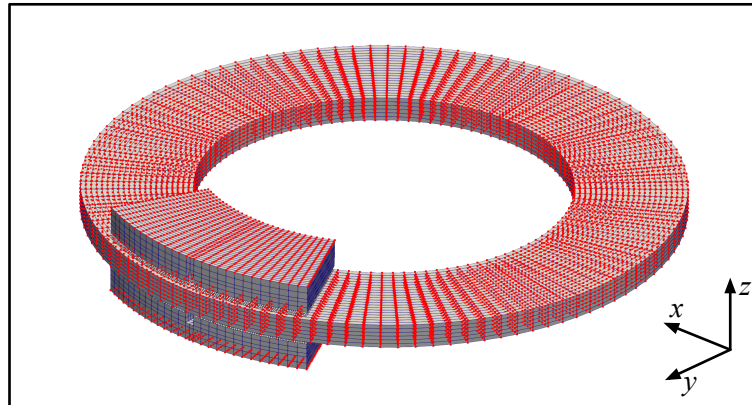


FIGURE 5.1 – Nœuds utilisés pour la comparaison des modes propres

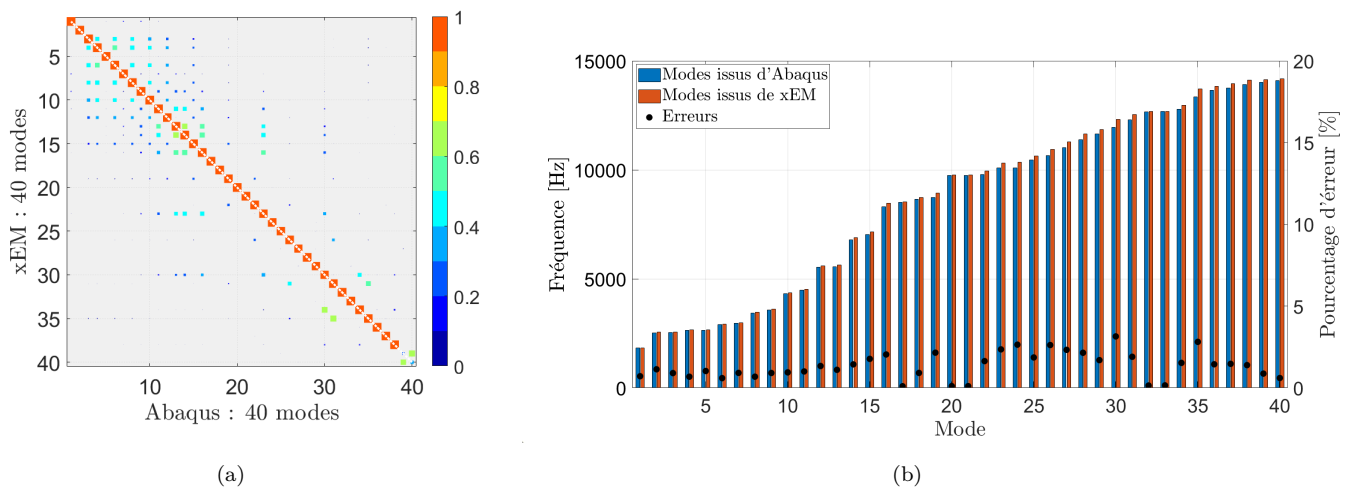


FIGURE 5.2 – (a) MAC entre les modes normaux issus d'ABAQUS et les modes normaux issus d'xEM (b) Comparaison des fréquences associées aux modes issus de xEM et d'ABAQUS

5.2.2 Étude temporelle sur le modèle nominal

Pour les simulations temporelles, deux tailles de maille sont prises en compte. La première de 1 mm correspond à celle utilisée dans le chapitre précédent afin de permettre une bonne représentation des topographies numériques. La seconde de 3 mm est ajoutée ici dans le but de pouvoir intégrer dans le modélisation mixte FEM-DEM (voir Paragraphe 5.2.2.2) une discrétisation FEM moins fine pour les parties structurales (disque et support de garniture). L'idée est bien évidemment de maîtriser les temps de simulation.

5.2.2.1 Modèle à 1 mm

La simulation temporelle non-linéaire, menée dans le Chapitre 4 en considérant les paramètres de vitesse, de pression et de frottement respectivement fixés à 8.17 rad/s, 25 bar et 0.6, est réalisée avec le code xEM.

En considérant une organisation des résultats comparable à celle utilisée dans le Chapitre 4, les Figures 5.3 et 5.4 présentent respectivement, pour les deux codes de simulation, le spectrogramme issu de la réponse de la partie stabilisée (Paragraphe 4.3.3) et l'état de contact des nœuds des plaquettes associées. Compte tenu des changements fréquentiels observés, deux plages de temps sont ici présentés (Tableau 5.1) pour les critères de contact ($Q_{10\%}$ à $Q_{100\%}$ définis dans le Paragraphe 4.3.1).

En effet, deux états fréquentiels sont identifiables pour la simulation xEM, un premier, allant de 0 à 50 ms, avec une fréquence prépondérante à 8.8 kHz et une seconde à 7.3 kHz. Cet état corrèle avec les résultats étudiés dans le Paragraphe 4.3.3, où la fréquence prépondérante est à 8.8 kHz. Le second état, allant de 50 à 100 ms, est composé d'une fréquence prépondérante à 10 kHz et d'une seconde à 5.2 kHz. Cet état correspond aux résultats obtenus avec un coefficient de frottement à 0.4 (voir Paragraphe 4.5.1) ou à ceux obtenus avec une vitesse à 25% de sa valeur (Paragraphe 4.5.3).

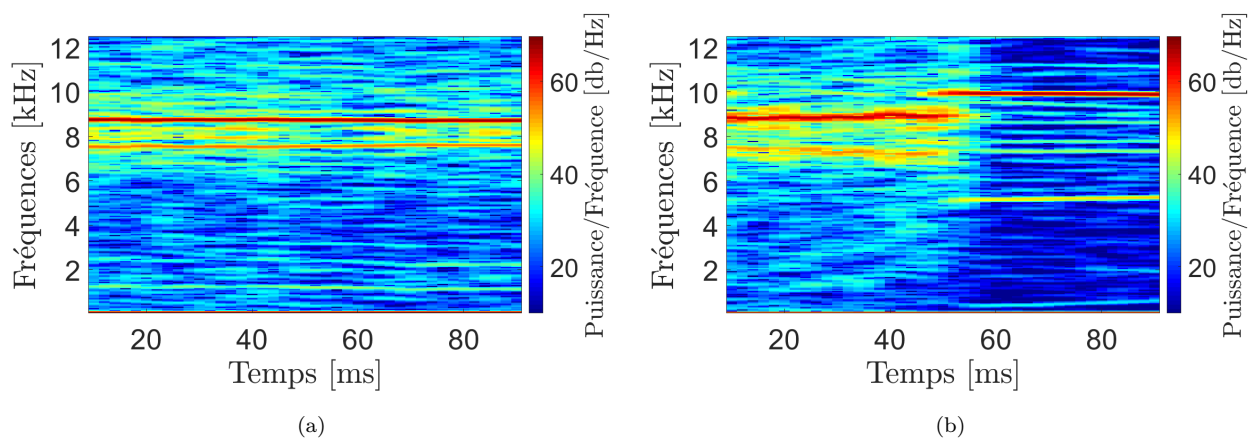


FIGURE 5.3 – (a) Spectrogramme calculé à partir de la somme des efforts de contact issue de la simulation ABAQUS (b) Spectrogramme calculé à partir de la somme des efforts de contact issue de la simulation xEM

Tout d'abord, on observe que les résultats issus du code de calcul xEM sont nettement moins continus que ceux obtenus par ABAQUS. Toutefois, pour chaque plage temporelle, on peut dresser des conclusions comparables à celles du Chapitre 4.

De 0 à 50 ms, le profil de contact (Figure 5.4b), possède plus de nœuds en contact intermédiaire, semi-fermé et fermé dans la zone Z4 puis Z2 que dans les zones Z1 et Z3, ce qui explique la fréquence de 8.8 kHz. En revanche, de 50 à 100 ms (Figure 5.4c), un contact intermédiaire est désormais prépondérant sur l'ensemble de la plaquette (plus de 10% pour chacune des quatre zones), ce qui corrèle avec les observations du Chapitre 4.

A ce stade, le changement d'état de contact et donc de fréquence instable prépondérante au cours de la simulation ne peut être clairement expliqué. L'utilisation d'un schéma explicite, pour lequel des erreurs s'accumulent au fur et à mesure des pas de temps, pourrait en être la cause.

Les différences entre xEM et ABAQUS peuvent paraître non négligeables, notamment en terme d'état de contact, toutefois les fréquences prépondérantes coïncident. Il s'agit donc bien de la même dynamique du système. Concernant le contact, même si la méthode de gestion est théoriquement la même dans les deux codes de calcul, c'est-à-dire une méthode de pénalité, quelques différences subsistent, comme la rigidité tangentielle. Celle-ci a une valeur fixe dans xEM et vaut 10% de la rigidité normale, multipliée par le coefficient de frottement. Dans ABAQUS, la rigidité tangentielle est exprimée via un glissement élastique maximal, lui-même dépendant (entre autres paramètres) de la taille caractéristique de la face maître. Il est impossible dans ABAQUS de fixer une valeur "utilisateur". En revanche, la rigidité normale a quant à elle bien été imposée comme identique à celle de xEM. D'autres différences entre ABAQUS et xEM sont connues, comme une rigidité plus élevée des éléments hexaédriques à 8 nœuds dans xEM, de par une gestion des modes de "hourglass" différente. Ceci pourrait aussi expliquer les différences observées sur l'état de contact. Néanmoins, la qualité des résultats de l'analyse modale vis-à-vis de ABAQUS, ainsi que celle des simulations temporelles indiquent que les résultats produits sont cohérents avec les analyses du Chapitre 4.

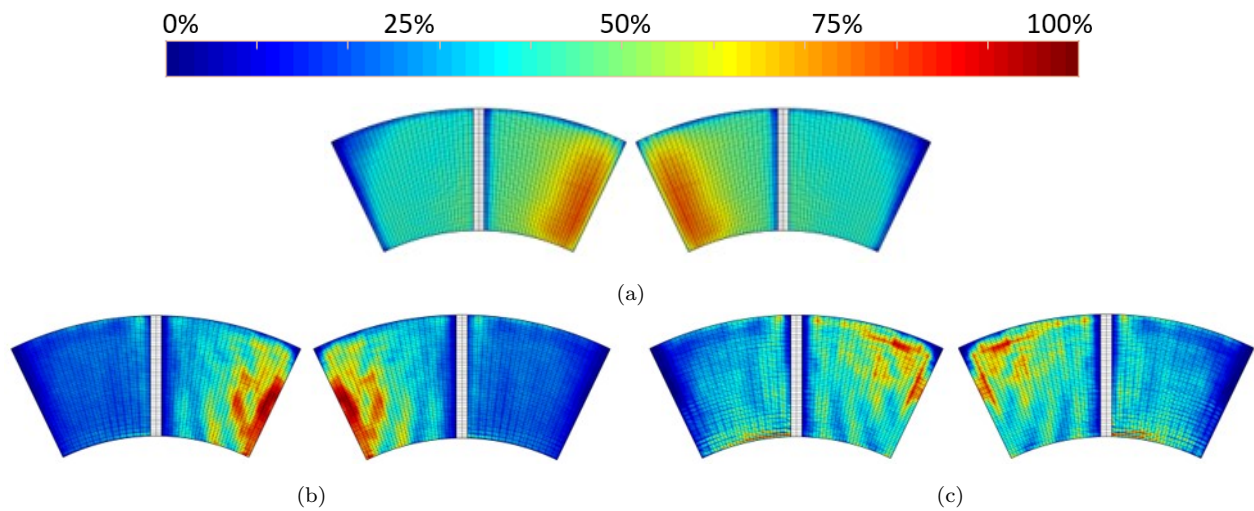


FIGURE 5.4 – Historique des états de contact durant la simulation temporelle : (a) Profils des plaquettes issus de la simulation ABAQUS (b) et (c) Respectivement les profils des plaquettes issus de la simulation xEM pour l'intervalle de temps [0 ms - 50 ms] et l'intervalle de temps [50 ms - 100 ms]

5.2.2.2 Modèle à 3 mm

Pour les simulations mixtes FEM-DEM, le nombre d'éléments discrets nécessaire pour obtenir un comportement mécanique représentatif des modèles est conséquent, impliquant donc

	Intervalle de temps [0 ms - 50 ms]		Intervalle de temps [50 ms - 100 ms]	
$Q_{50\%}$	$Z1 = 4.3\%$	$Z2 = 14.2\%$	$Z1 = 14.5\%$	$Z2 = 11.7\%$
	$Z3 = 3.8\%$	$Z4 = 11.7\%$	$Z3 = 14.2\%$	$Z4 = 19.7\%$
$Q_{75\%}$	$Z1 = 0\%$	$Z2 = 5.9\%$	$Z1 = 0\%$	$Z2 = 8.9\%$
	$Z3 = 0.1\%$	$Z4 = 5.5\%$	$Z3 = 2.2\%$	$Z4 = 2\%$
$Q_{100\%}$	$Z1 = 0\%$	$Z2 = 1.1\%$	$Z1 = 0\%$	$Z2 = 1.4\%$
	$Z3 = 0\%$	$Z4 = 3.7\%$	$Z3 = 0.8\%$	$Z4 = 0.1\%$

TABLEAU 5.1 – Critères d'état de contact suite à la simulation temporelle xEM

un nombre important d'éléments en contact avec le disque. La taille des éléments dans la zone FEM peut donc être augmentée à 3 mm sans affecter de manière significative le comportement fréquentiel du modèle, tout en réduisant les temps de calcul. Comme dans le Paragraphe 5.2.2.1, ce modèle est comparé avec son homologue ABAQUS, suivant les mêmes critères que précédemment. Les résultats sont présentés Figure 5.5.

La fréquence 8.8 kHz, présente pour la simulation ABAQUS avec un maillage à 1 mm, est aussi la fréquence prépondérante pour les deux simulations à 3 mm. Deux autres fréquences sont excitées plus faiblement, une première à 7.3 kHz et une seconde à 8.2 kHz. Ces deux fréquences diffèrent des résultats avec le maillage à 1 mm. Cette différence trouve son origine dans la différence de maillage qui conduit une différence des états de contact, présentés Figure 5.6. En effet, contrairement au profil du maillage à 1 mm, les plaquettes 3 mm ont des nœuds en contact fermé ($Q_{100\%}$) sur une zone plus large que les plaquettes à 1 mm (7% pour $Z2$ et $Z4$ contre 1%). Cette différence induit donc des changements fréquentiels. Toutefois, bien que le profil de contact xEM corrèle en partie avec le profil ABAQUS, il reste bien plus discontinu que ce dernier (particulièrement visible avec le critère $Q_{100\%}$ de $Z4$).

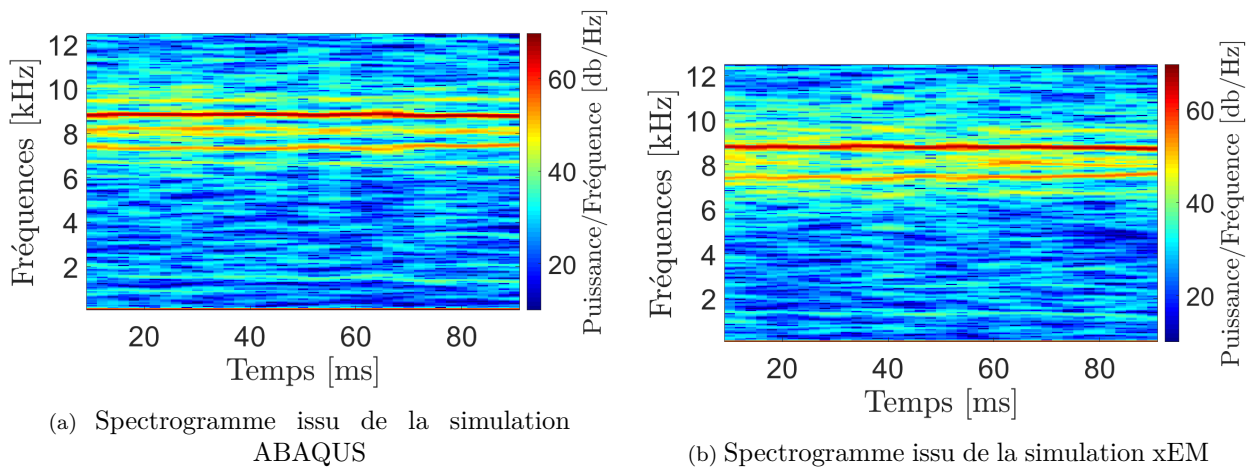


FIGURE 5.5 – Spectrogrammes calculés à partir des efforts de la partie stabilisée des simulations avec une taille de maille moyenne de 3 mm pour chacun des solveurs

5.3 Modélisation mixte FEM-DEM

La modélisation mixte Éléments Finis - Éléments Discrets (FEM-DEM) a pour but de permettre l'analyse de l'évolution des surfaces en contact, et par conséquent des topographies de plaquettes au cours du temps. Bien que la FEM permette de prendre en compte l'usure

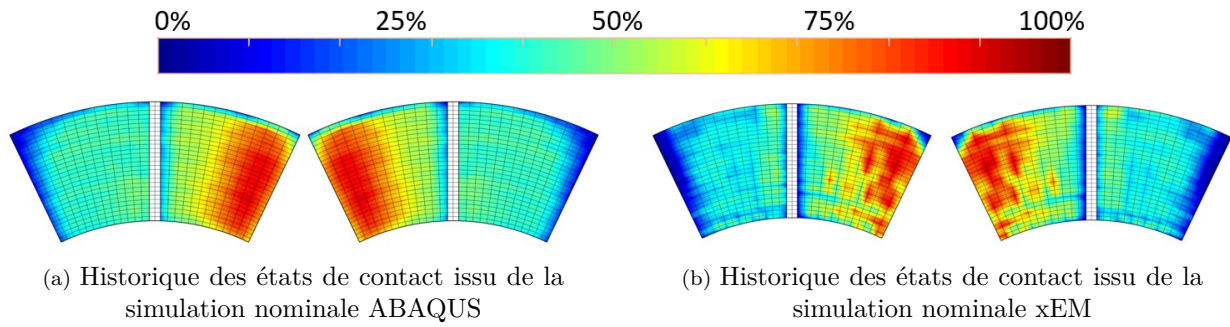


FIGURE 5.6 – Historique des états de contact pour chacune des phases stabilisées issues des simulations effectuées avec une taille de maille moyenne de 3 mm pour chacun des solveurs

	Nominal ABAQUS 3 mm		Nominal xEM 3 mm	
$Q_{50\%}$	Z1 = 20.3%	Z2 = 5.1%	Z1 = 19.5%	Z2 = 6.5%
	Z3 = 21.6%	Z4 = 3.8%	Z3 = 18.3%	Z4 = 6.9%
$Q_{75\%}$	Z1 = 0.1%	Z2 = 12.7%	Z1 = 0.6%	Z2 = 11%
	Z3 = 0.6%	Z4 = 13.4%	Z3 = 0.9%	Z4 = 12.2%
$Q_{100\%}$	Z1 = 0%	Z2 = 6.6%	Z1 = 0%	Z2 = 5.8%
	Z3 = 0%	Z4 = 6.6%	Z3 = 0%	Z4 = 2.8%

TABLEAU 5.2 – Critères des contacts fermés pour chacune des phases stabilisées issues des simulations effectuées de deux tailles de maille avec chacun des solveurs

par la suppression d'éléments, elle induit, par la même occasion, une perte de masse au sein du modèle due à la formulation continue. En revanche, la DEM, par sa formulation discrète, n'induit pas de perte "sèche" de masse. Les liaisons cohésives rompues libèrent les éléments discrets, qui peuvent être pris en compte comme troisième corps et continuer d'interagir avec le système.

La Méthode des Éléments Discrets implémentée dans xEM repose sur la Bonded Particle Element Method (BPEM), dans laquelle les éléments discrets sont sphériques et indéformables, et reliés par des liaisons cohésives de type poutre de Euler Bernouilli.

Dans un premier temps, la méthode utilisée pour la préparation des domaines discrets est présentée. La calibration des paramètres dits "microscopiques", c'est-à-dire relatifs aux éléments discrets et aux liaisons cohésives, est ensuite effectuée afin d'obtenir un comportement macroscopique représentatif de la réponse fréquentielle attendue du modèle.

Dans un deuxième temps, une comparaison du modèle mixte FEM-DEM est effectuée avec son homologue purement éléments finis, afin de valider la calibration des paramètres microscopiques. Le modèle est ensuite exploité dans le cadre de l'évolution des surfaces de contact en cours de simulation. Les résultats sont ensuite discutés, toujours en termes fréquentiel et d'occurrence de contact.

5.3.1 Préparation des domaines DEM

La première étape pour la mise en place du modèle mixte FEM-DEM est l'extraction d'une partie de la garniture en contact avec le disque, pour chaque plaquette. La Figure 5.7 présente, pour un modèle à 3 mm, les zones choisies en rouge. Ces dernières ont une épaisseur de 3 mm

(soit l'équivalent dans ce modèle d'une épaisseur d'éléments et correspond alors à trois couches d'éléments dans le cas du modèle à 1 mm).

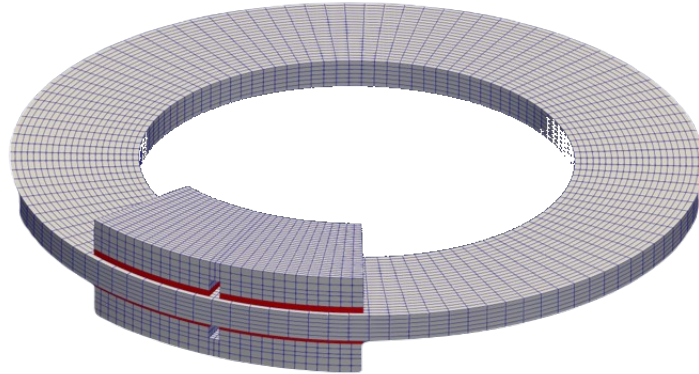


FIGURE 5.7 – Localisation des zones de remplissage des éléments discrets

Les volumes englobants de ces couches d'éléments finis sont utilisés comme frontières pour la génération des domaines discrets. Les domaines sont générés avec le "Cooker", qui est le programme de génération de domaines discrets de GranOO [108], un atelier de développement open source pour le développement de simulations complexes par la DEM. Une distribution aléatoire uniforme pour le positionnement et le diamètre des particules est utilisée afin de limiter les risques d'arrangements réguliers et ainsi permettre un comportement isotrope des domaines discrets. Ainsi le rayon varie au sein de l'intervalle suivant $r_i \in \bar{r}[1 - 0.25/2, 1 + 0.25/2]$ avec \bar{r} le rayon moyen. Le rayon moyen est calculé en se basant sur le nombre voulu de particules en utilisant la relation suivante :

$$\bar{r} = \left(\frac{0.63V_g}{4/3\pi N_{DE}} \right)^{1/3} \quad (5.1)$$

avec V_g le volume de l'enveloppe géométrique et N_{DE} le nombre d'éléments DEM souhaité. Le coefficient 0.63 correspond à la densité de remplissage aléatoire de la distribution des sphères [109].

Dans le cas de notre modèle FEM-DEM, présenté Figure 5.8, le nombre d'éléments discrets souhaité pour une plaquette est limité à 15 000 (soit environ 5000 éléments en contact avec le disque par plaquette), permettant d'éviter d'avoir des coûts numériques trop importants. Par conséquent, le rayon moyen des particules, pour un tel remplissage, est de 0.53 mm. Ainsi, les particules sont reliées par environ 50 000 liaisons cohésives menant à un nombre total de degrés de libertés pour le modèle mixte de l'ordre de 255000.

Enfin, le caractère aléatoire du remplissage des volumes discrets et la taille des éléments discrets dans les domaines, relativement importante vis-à-vis des particules de freinage, conduisent à des surfaces extérieures irrégulières. Cela ne pose pas de problème particulier pour le couplage avec le domaine fini, mais ces surfaces de contact conduisent à des spectres fréquentiels diffus et des fréquences d'amplitude relativement faibles. Les éléments qui dépassent légèrement des frontières du domaine sont donc décalés, conduisant ainsi à une surface plus lisse et à une meilleure représentativité du modèle (Figure 5.9).

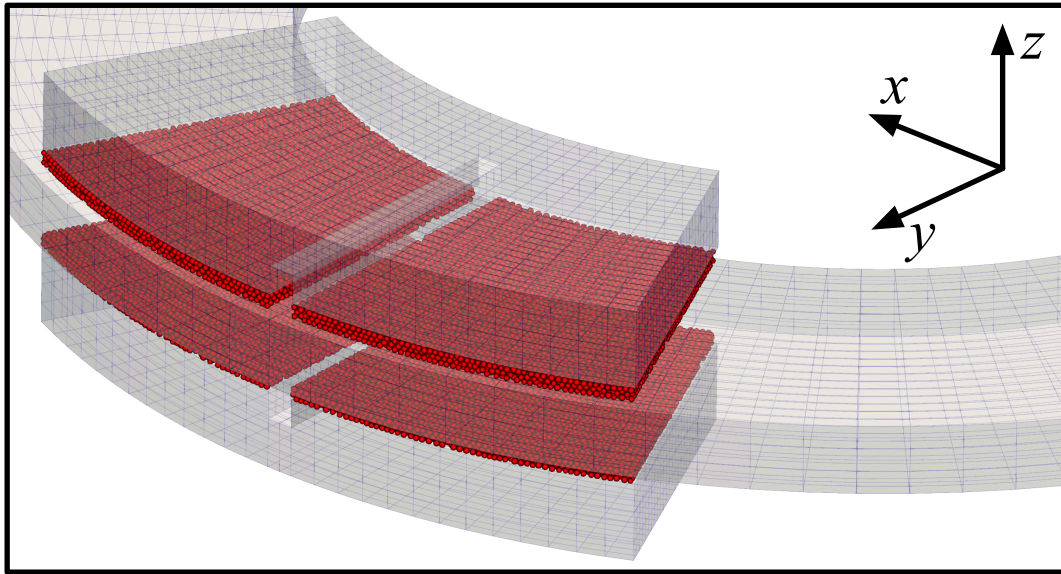


FIGURE 5.8 – Modèle mixte FEM-DEM

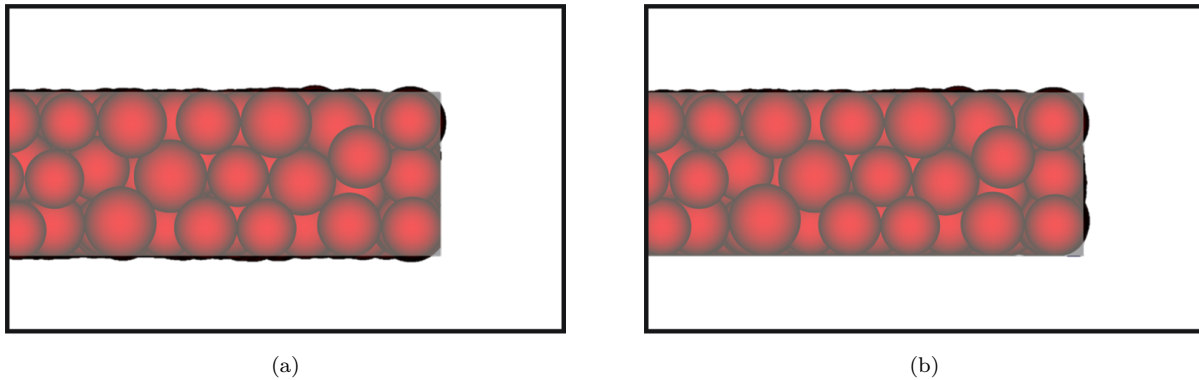


FIGURE 5.9 – Recalage des éléments discrets en fonction du domaine FEM initial : (a) Éléments discrets avant recalage (b) Éléments discrets après recalage

5.3.2 Calibration des domaines discrets

La Figure 5.10 illustre la liaison entre deux éléments DEM. Cette liaison est assurée par une poutre de Euler Bernouilli, possédant 6 degrés de liberté à chacune des extrémités, et définie par trois paramètres : le rayon r_μ de la section circulaire, son module de Young E_μ et son coefficient de Poisson ν_μ . La longueur de la liaison poutre est définie par les rayons des éléments discrets. À noter que les poutres sont déclarées sans masse, la seule masse intégrée est celle des éléments discrets, avec la masse volumique M_μ .

Chacun de ces paramètres affecte le comportement global du système à l'exception de ν_μ [110]. Ainsi, le rayon des liaisons et le module d'Young ont un impact sur la rigidité (discuté au Paragraphe 5.3.2.2) alors que la masse volumique des éléments DEM sur la dynamique du système.

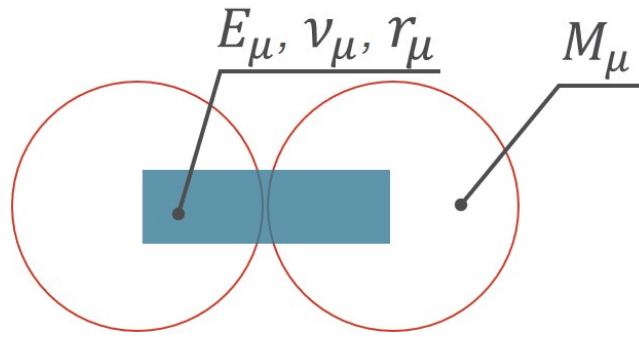


FIGURE 5.10 – Paramètres définissant la liaison entre deux éléments DEM

5.3.2.1 Définition de la masse volumique des particules

La masse volumique M_μ des éléments discrets est déterminée dans le but d'obtenir la même masse que le volume qu'elles représentent. Le volume rempli par les éléments discrets étant plus faible que le volume continu, la densité des éléments DEM est supposée supérieure à celle du matériau. Cette densité corrigée, ou "microscopique", s'exprime par la relation suivante :

$$\rho_\mu = \frac{\rho_M V_M}{\sum_{i=1}^n V_{\mu i}} \quad (5.2)$$

avec ρ_μ la masse volumique des éléments discrets, ρ_M celle du matériau continu, $V_{\mu i}$ le volume de l'élément discret i et n le nombre d'éléments discrets dans le domaine.

Dans le cas des garnitures de plaquettes, la masse volumique est de 2600 kg m^{-3} pour le matériau continu contre 4200 kg m^{-3} pour les particules. Cela représente une fraction volumique de 62%, en accord avec la théorie du Random Close Packing pour des sphères compactées avec faible dispersion sur leur diamètre [111].

5.3.2.2 Calibration des liaisons cohésives

Diverses études sur les paramètres des poutres, en particulier [110], ont montré que le coefficient de Poisson ν_μ n'a pas d'impact majeur sur le comportement émergent des domaines discrets. Il n'affecte que la rigidité de torsion, mode de sollicitation relativement peu présent par rapport à la traction-compression et la flexion.

Concernant le module de Young des poutres E_μ et leur rayon r_μ , André et al. [110] ont mis en place une étude paramétrique afin de déterminer les valeurs permettant de faire émerger un comportement macroscopique équivalent au comportement continu du domaine discret représenté. L'étude est basée sur la compression (ou la traction) d'un domaine discret cylindrique. La sollicitation appliquée conduit à une diminution (ou à un allongement) du domaine discret, ainsi qu'à une modification du diamètre du domaine assimilée à un effet de Poisson en mécanique des milieux continus, et majoritairement dépendant du rayon des poutres.

Dans le cas présent, la distribution des orientations des poutres dans les domaines ne permet pas d'obtenir un comportement émergent suffisamment isotrope, et donc d'appliquer la méthode proposée par André et al [108]. De plus, il s'agit ici de calibrer les domaines DEM afin que le spectre fréquentiel de la modélisation mixte FEM-DEM corresponde au mieux à celui d'une modélisation intégralement FEM. Par conséquent, les paramètres matériels des liaisons

cohésives sont calibrés à partir de l'analyse modale du système disque-plaquettes conservatif couplé.

L'analyse modale est effectuée sur le modèle présenté Figure 5.1 et a pour but d'extraire les 40 premières fréquences propres du système ainsi que les vecteurs propres associés aux nœuds de l'arrière de plaquettes et du disque.

L'évaluation des paramètres (E_μ, r_μ) est alors faite en utilisant deux indicateurs : l'erreur sur le MAC moyen et l'erreur moyenne sur les fréquences extraites. Les deux critères sont normés à 1 et détaillés dans les Équations 5.3 et 5.4.

Le MAC moyen \bar{m} est défini par la moyenne des termes diagonaux du MAC entre le modèle mixte FEM-DEM et le modèle FEM complet après appairage des modes, et permet le calcul de l'erreur sur le MAC moyen \bar{e}_m grâce à la relation :

$$\bar{e}_m = \frac{\bar{m} - \min(\bar{m})}{1 - \min(\bar{m})} \in [0, 1] \quad (5.3)$$

Les modes propres ayant été appairés entre les deux modélisations pour la détermination de \bar{m} , il est alors possible de comparer les fréquences propres deux à deux entre le modèle mixte FEM-DEM et le modèle FEM complet par la relation $r_{f_i} = 1 - f_{1i}/f_{2i}$, avec f_{1i} et f_{2i} les fréquences associées au $i^{\text{ème}}$ mode des modèles FEM et mixte FEM-DEM.

L'écart moyen \bar{f} , observé sur les 40 fréquences extraites, peut alors être déterminé : comme pour le MAC moyen, l'écart moyen en fréquence \bar{e}_f est normé à 1 par la relation :

$$\bar{e}_f = \frac{\bar{f} - \min(\bar{f})}{1 - \min(\bar{f})} \in [0, 1], \text{ avec } \bar{f} = \text{moyenne}(f_i), i = 1, \dots, 40 \quad (5.4)$$

La dernière étape consiste à multiplier les deux paramètres entre eux afin d'obtenir l'écart moyen global \bar{e} entre le modèle mixte FEM-DEM et le modèle FEM permettant l'identification du meilleur couple (E_μ, r_μ) .

Cette procédure est réalisée pour une plage de modules d'Young $E_\mu \in [10, 70]$ GPa par pas de 2.5 GPa et de rayons de poutres $r_\mu \in [0.10, 0.4]$ mm par pas de 0.0125 mm. Le graphe de la Figure 5.11 présente l'indicateur global \bar{e} en fonction du module de Young E_μ et du rayon des poutres r_μ .

Sur ce graphe, la couleur et la longueur des symboles horizontaux (—) correspondent à l'intensité de l'indicateur d'erreur du MAC \bar{e}_m . La couleur et la longueur des symboles verticaux (|) correspondent à l'intensité de l'indicateur d'erreur en fréquence \bar{e}_f . Enfin, un point est affiché lorsque la valeur de l'indicateur global est supérieur à 0.98 ; une valeur choisie de manière arbitraire qui permet de mettre en évidence les meilleurs couples (E_μ, r_μ) , mais aussi la non-unicité de la solution.

En effet, un "arc" de paramètres admissibles pour la quasi totalité des valeurs de module d'Young des poutres E_μ est visible : la rigidité perdue sur le module de Young est compensée par l'augmentation du rayon r_μ . Cet effet est probablement dû à la faible isotropie des domaines discrets, elle-même étant la conséquence du faible nombre d'éléments discrets dans l'épaisseur. L'isotropie du domaine est illustré Figure 5.12. La Figure 5.12a montre la couche d'éléments discrets de la plaquette alors que la Figure 5.12b, illustre un histogramme 3D utilisé pour

quantifier l'isotropie de l'élément discret de cette couche. On remarque sur cet histogramme une intensité importante des barres (ou tétraèdres) dans le plan XY, avec une direction privilégiée suivant Y, et un cône dont l'axe de révolution est perpendiculaire au plan XY. En effet, le nombre d'éléments discrets dans l'épaisseur (direction Z) est faible (3 couches) et conduit, malgré la dispersion imposée sur le rayon des particules, à un arrangement régulier de type cubique à faces centrées si on fait abstraction des effets de bords.

Toutefois, au sein de l'arc des paramètres admissibles, il se dégage un point, mis en évidence sur le graphe, qui correspond à la valeur la plus élevée de $\bar{e} = 0.987$. Ce point correspond au couple ($E_\mu = 17\,500$ GPa, $r_\mu = 0.225$ mm) qui sera utilisé pour la suite de l'étude.

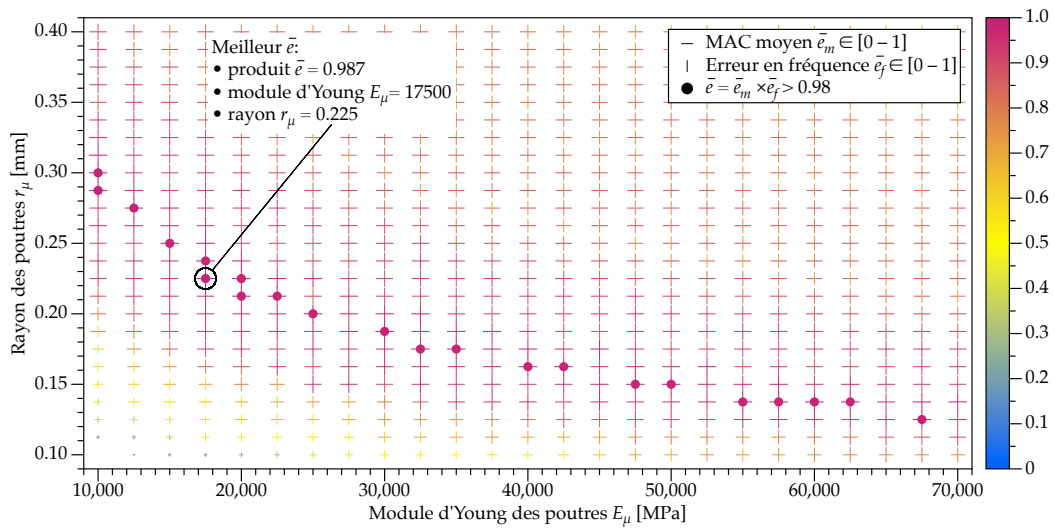


FIGURE 5.11 – \bar{e}_m , \bar{e}_f et \bar{e} en fonction du module d'Young E_μ et du rayon des poutres r_μ

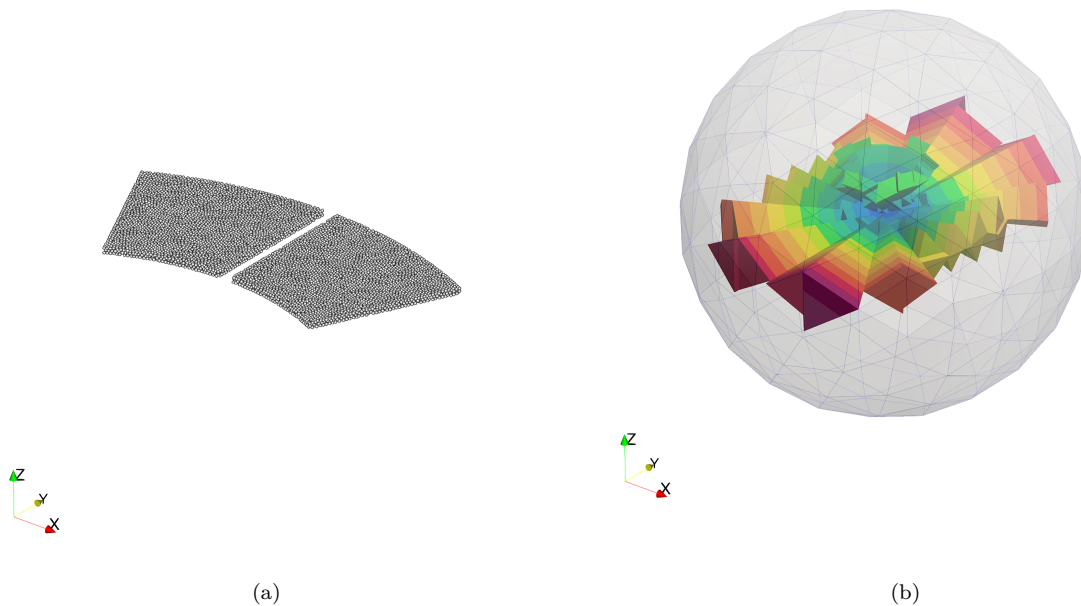


FIGURE 5.12 – Isotropie d'un domaine discret utilisé comme garniture

5.3.3 Étude de la simulation nominale dans le cas du modèle FEM-DEM

La calibration des paramètres microscopiques a été effectuée sur une analyse modale du système conservatif. Avant de poursuivre sur une utilisation plus complexe dans le domaine temporel, une validation du modèle est effectuée sur la configuration nominale, par rapport à ses homologues purement FEM, sur ABAQUS et xEM, dont les résultats ont été présentés en Section 5.2.2.

Le spectrogramme et les états de contacts des plaquettes, obtenus à partir des résultats extraits des éléments discrets, sont présentés dans les Figures 5.13 et 5.14.

Durant la plage de stabilisation (plage illustrée par le spectrogramme), la fréquence prépondérante est à 8.8 kHz, ce qui concorde avec le calcul nominal ABAQUS. Une seconde fréquence est excitée à partir de 50 ms à 9.9 kHz avec une amplitude légèrement moins importante. Cette dernière rappelle les résultats obtenus avec le calcul xEM où la fréquence prédominante est d'abord à 8.8 kHz puis à 10 kHz.

L'état de contact est conforme à ceux obtenus avec ABAQUS. En effet, le bord d'entrée inférieur (Z_4) est la zone possédant le plus de nœuds en contact semi-fermé et fermé (respectivement $Q_{75\%}$ et $Q_{100\%}$). Puis quelques éléments DEM le sont par endroits selon la plaquette, centre bas pour la plaquette côté étrier P_c et centre pour la plaquette côté piston P_p . Toutefois, bien que la zone soit similaire, le nombre d'éléments en contact fermé est bien moins important.

Le Tableau 5.3 dresse les critères de contact $Q_{10\%}$ et $Q_{100\%}$ pour cette simulation et le compare aux simulations FEM ABAQUS et xEM. Le critère de contact $Q_{100\%}$ confirme le faible nombre de nœuds en contact fermé avec des pourcentages de 1.1% pour P_c et de 0.44 % pour P_p , qui est respectivement deux fois et cinq fois moins important que les résultats issus de la simulation nominale ABAQUS. De plus, les critères $Q_{10\%}$ sont bien plus importants avec 14.8% et 7.8% respectivement pour les plaquettes P_c et P_p . Par conséquent, l'introduction des éléments DEM change l'occurrence des nœuds en contact des surfaces mais les états de contact restent similaires aux résultats FEM.

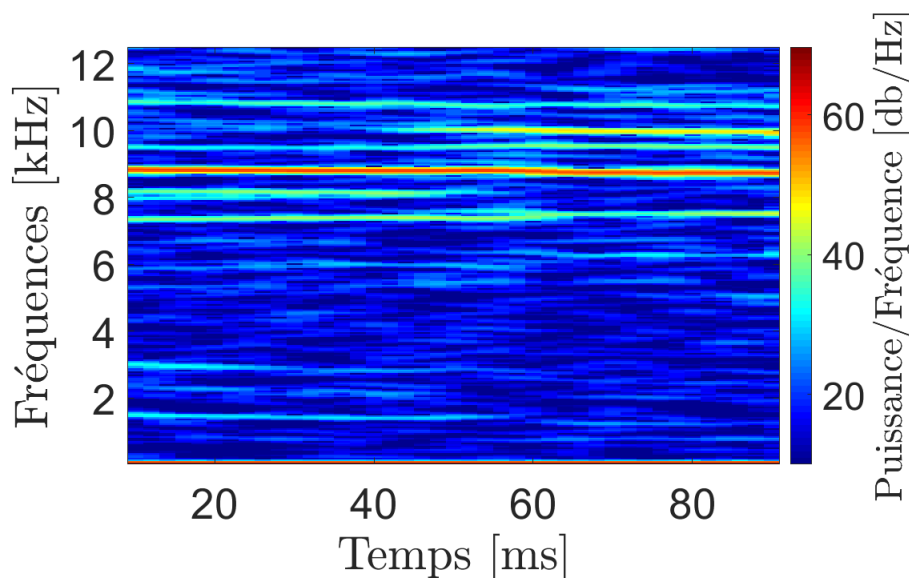


FIGURE 5.13 – Spectrogramme calculé à partir des efforts issus de la simulation nominale FEM-DEM

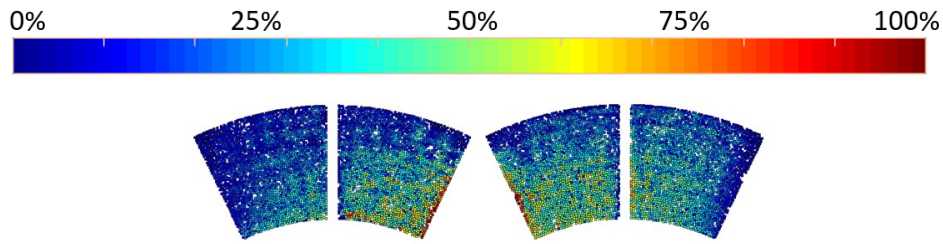


FIGURE 5.14 – Profil de contact issu de la simulation nominale xEM

Le remplissage des enveloppes géométriques étant fait de manière aléatoire, deux remplissages d'un même domaine ne mènent pas à une répartition identique des éléments DEM. C'est pourquoi une seconde simulation avec un remplissage différent est proposée dans les Figures 5.15 et 5.16.

Dans le cas de cet autre remplissage, la fréquence prépondérante est à 10 kHz. Une seconde fréquence à 8.8 kHz est excitée jusqu'à 60 ms. Bien que pour ce remplissage la fréquence prépondérante ne soit pas la même que pour les simulations FEM ABAQUS, l'ensemble des fréquences instables sont retrouvées dans ce spectre.

L'état de contact est lui aussi très ressemblant à l'état de contact obtenu lors de la simulation précédente. En effet, la partie la plus en contact est sur la zone supérieure $Z2$. Les critères de contact présentés dans le Tableau 5.3, mis en comparaison avec la simulation ABAQUS (Nominal ABAQUS), avec la simulation FEM xEM (Nominal xEM) et avec la simulation mixte FEM-DEM précédente (nommée Nominal DEM 1), montrent une diminution des deux critères $Q_{10\%}$ et $Q_{100\%}$ pour cette simulation en comparaison à celle abordée ci-dessus. Cette diminution est particulièrement visible sur la plaquette P_c avec un critère de contact ouvert $Q_{10\%}$ à 6.1% et un critère de contact fermé $Q_{100\%}$ à 0.3%. Ainsi, ce remplissage DEM mène à une perte de contact global amenant à un contact intermédiaire sur toute la plaquette FEM-DEM.

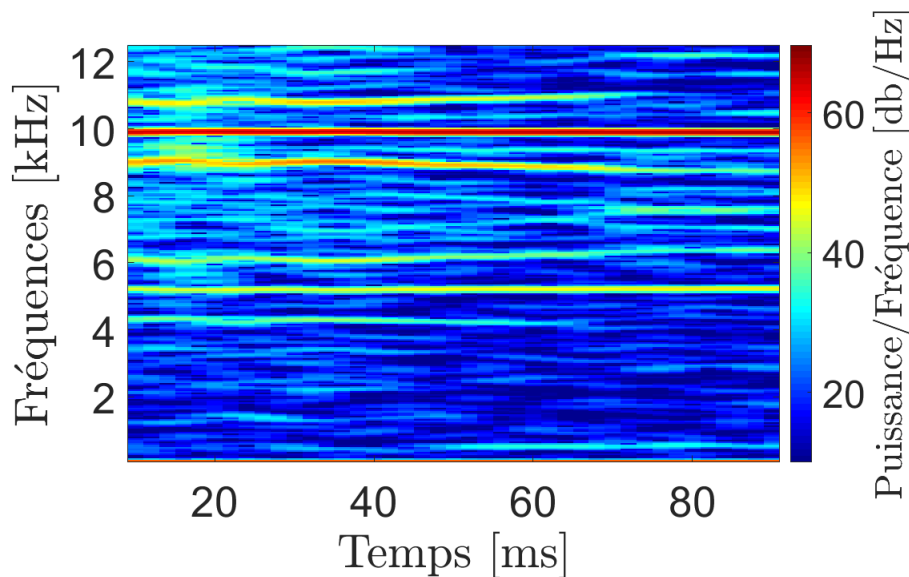


FIGURE 5.15 – Spectrogramme issu de la simulation nominale xEM

S'il est certain que le caractère aléatoire du remplissage des domaines discrets affecte la réponse dynamique du système, cet effet serait estompé par une augmentation du nombre d'éléments. Sur les Figures 5.14 et 5.16, qui représentent les profils de contact, on remarque

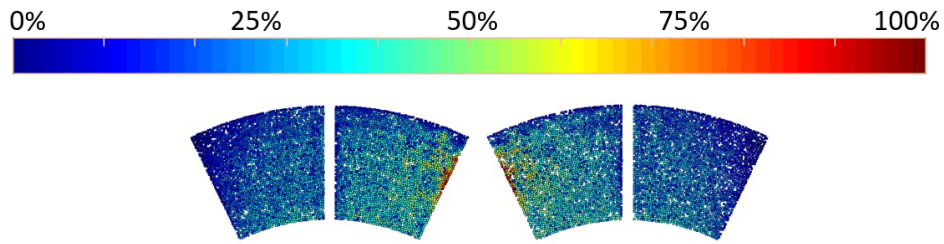


FIGURE 5.16 – Historique des états de contact issu de la simulation nominale xEM

	Nominal ABAQUS	Nominal xEM	Nominal DEM 1	Nominal DEM 2
$Q_{10\%}$				
P_c	0.95%	6.8%	14.9%	6.1%
P_p	0.95%	0%	7.8%	5.4%
$Q_{100\%}$				
P_c	2%	10.4%	1.1%	0.3%
P_p	2%	10.3%	0.4%	0.2%

TABLEAU 5.3 – Critères de contact pour les différentes simulations nominales

en effet des "trous" dans les surfaces de contact. Ces figures ne représentent que les éléments en limite de domaine discrets, et les éléments situés légèrement sous la frontière du domaine discret ne sont pas considérés comme en potentiel contact avec le disque. Par conséquent, et selon l'arrangement géométrique des particules, la surface de contact présente une topographie différente et génère une réponse dynamique différente, qui pourrait s'approcher d'un état neuf à forte amplitude, tel qu'illustré en section 4.8.1.

5.4 Évolution des surfaces réelles durant une simulation temporelle

La modélisation mixte FEM-DEM a pour but de permettre l'étude de l'évolution des surfaces de contact en cours de simulation, non permise par les hypothèses des éléments finis. Dans cette partie, deux formes précédemment étudiées (formes 2 et 3 présentées Figure 4.28) sont modélisées avec une étendue de hauteurs de 200 μm . Les résultats de la forme 2 sont exposés, dans un premier temps, dans le Paragraphe 5.4.1. Dans un second temps, les résultats du passage des surfaces lisses à la forme 3 sont présentés dans le Paragraphe 5.4.2.

L'usure des surfaces est simulée par la désactivation des liaisons cohésives dans les domaines discrets, libérant ainsi les particules qui sont connectées à leurs extrémités. Dans cette étude, et dans un souci de validation plutôt que de simulation d'un phénomène physique, les liaisons à désactiver sont sélectionnées de manière à tendre vers des surfaces de contact proches de celles présentées dans l'étude des topographies du Chapitre 4, en particulier les formes 2 et 3.

Cette nouvelle simulation numérique contient deux étapes supplémentaires par rapport à la simulation précédente : après une première phase de stabilisation, les liaisons cohésives en vis-à-vis des zones d'usure observées sur la forme finale sont progressivement désactivées, durant 100 ms. Le système est ensuite laissé dans une seconde phase de stabilisation, comme précédemment.

L'ensemble des étapes de cette nouvelle simulation est donné ci-dessous :

- Mise en pression des plaquettes (non présentée dans les résultats) ;
- Mise en rotation du disque, durant 100 ms (non présentée dans les résultats) ;
- Stabilisation du système [0 – 100]ms ;
- Désactivation des liaisons cohésives, [100 – 200]ms ;
- Stabilisation du système [200 – 300]ms.

5.4.1 Évolution d'une surface lisse à une surface caractéristique de la forme 2

Ce paragraphe expose les résultats obtenus (Figures 5.17 et 5.19) dans le cas de la forme 2. Lors de la stabilisation avec les surfaces lisses (de 0 à 100 ms), la fréquence prépondérante est à 8.8 kHz, comme pour la première simulation nominale, étudiée dans le paragraphe 5.3.3. Lors de la désactivation des liaisons cohésives la fréquence à 10 kHz devient fortement instable. Cette fréquence provient de l'augmentation du contact intermédiaire une fois les premiers éléments DEM éjectés (présentés Figure 5.18). Dès que toutes les liaisons cohésives des éléments DEM ciblés sont désactivées, deux fréquences sont excitées : à 6 kHz et à 12 kHz. Ces résultats sont en phase avec ceux obtenus avec cette forme pour l'étendue des hauteurs de 200 μm (Figure 4.31).

L'état de contact pour le modèle mixte FEM-DEM dispose de moins de nœuds en contact fermé que lors de l'analyse FEM. En effet, les critères du Tableau 5.4 montrent une perte de plus de 10% par rapport aux résultats FEM, présenté Tableau 4.9. De plus, les critères de contact ouvert sont eux bien plus importants avec une augmentation de plus de 10% pour chacune des plaquettes. De plus, contrairement aux formes projetées sur les surfaces éléments finis (Chapitre 4), la désactivation des liaisons cohésives produit des bords d'attaque du contact

aussi abruptes qu'en extrémité de plaquettes. Les efforts de contact sont alors concentrés sur ces arêtes, sur quelques dizaines d'éléments discrets.

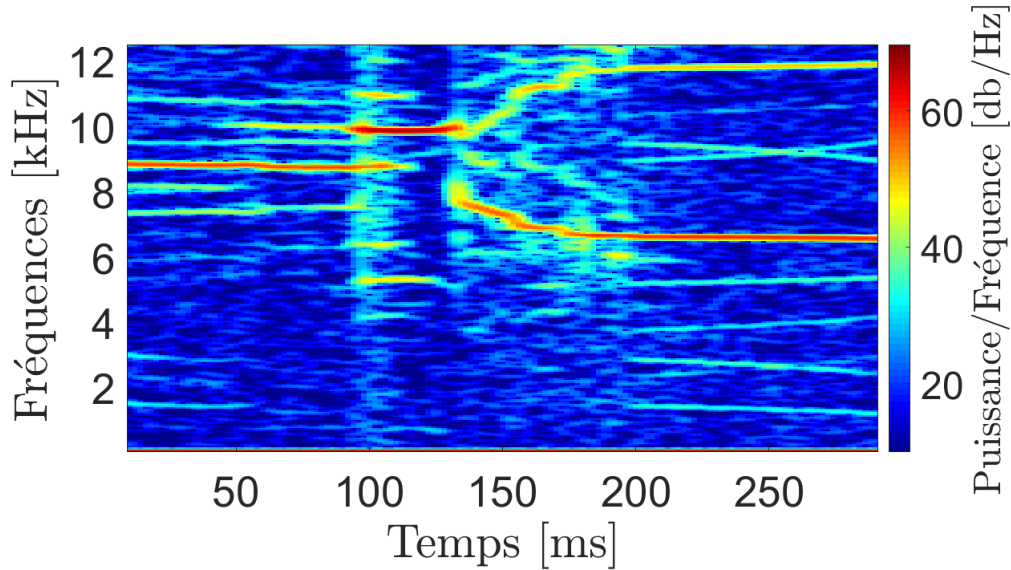


FIGURE 5.17 – Spectrogramme calculé à partir des efforts de la simulation représentant l'évolution des surfaces lisses aux surfaces caractéristiques de la forme 2

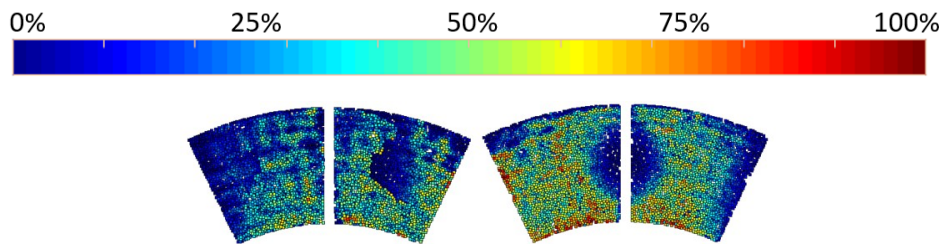


FIGURE 5.18 – Historique des états de contact lors de la désactivation des liaisons cohésives, de 100 ms à 130 ms

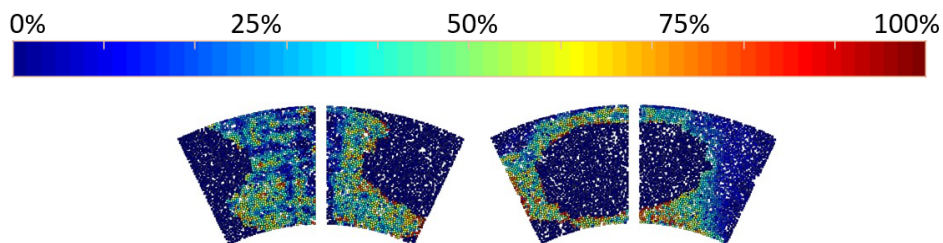


FIGURE 5.19 – Historique des états de contact issu de la simulation représentant l'évolution des surfaces lisses aux surfaces caractéristiques de la forme 2, de 200 ms à 300 ms

5.4.2 Évolution d'une surface lisse à une surface caractéristique de la forme 3

Les Figures 5.20 et 5.21 présentent respectivement le spectrogramme de l'évolution des surfaces lisses de plaquettes aux surfaces caractéristiques de la forme 3 et les états de contact des

	Surfaces lisses	Surfaces caractéristiques de la forme 2
$Q_{10\%}$		
P_c	0.4%	60.9%
P_p	1.2%	47.9%
$Q_{100\%}$		
P_c	7.8%	2.1%
P_p	14.8%	1.9%

TABLEAU 5.4 – Critères de contact issus de la simulation représentant l'évolution des surfaces lisses aux surfaces caractéristiques de la forme 2

deux zones stabilisées des plaquettes. Ainsi, de 0 ms à 100 ms, les fréquences du spectrogramme et l'état de contact associé sont les mêmes que la seconde simulation nominale DEM présentée dans le Paragraphe 5.3.3.

Durant la plage [100 - 200] ms, les liaisons cohésives ciblées au préalable sont progressivement désactivées afin de tendre vers les surfaces de la forme 3. Le système s'en trouve déstabilisé, ce qui se reflète dans le spectrogramme. Puis de 200 ms à 300 ms, les surfaces en contact sont conformes à la forme étudiée. Trois fréquences sont légèrement excitées, respectivement à 10.5 kHz, 8.3 kHz et 6.3 kHz. Contrairement à la phase de 0 à 100 ms, aucune fréquence ne semble être prépondérante. Ces résultats corrént avec les résultats fréquentiels du Chapitre 4, présentés Figure 4.29c, avec quatre fréquences faiblement instables à 5.5 kHz, à 8.8 kHz, à 10.5 kHz et à 11.8 kHz. En revanche, pour l'étude temporelle, ces résultats corrént avec le spectre fréquentiel de la forme à 150 μm et non à 200 μm , confirmé par l'état de contact associé, présenté Figure 5.21, proche de l'état de contact pour $E_{min-max}=150 \mu\text{m}$. Toutefois, comme pour la forme 2 précédemment étudiée, les éléments discrets en contact fermé sont peu nombreux et situés en bord de forme (extérieurs pour P_c et intérieurs pour P_p). Ce constat est confirmé par les critères de contact, présentés Tableau 5.5 : $Q_{100\%}$ est relativement faible (2.4% et 2.7%) ce qui est considérablement plus bas que les résultats obtenus dans le Chapitre 4 pour cette forme. L'état de contact observé, que l'on peut qualifier de discret, montre qu'il serait nécessaire d'affiner la taille des éléments discrets afin de garantir un contact plus homogène sur plusieurs rangées d'éléments discrets.

	Surfaces lisses	Surfaces caractéristiques de la forme 3
$Q_{10\%}$		
P_c	6.1%	64.2%
P_p	5.4%	75.9%
$Q_{100\%}$		
P_c	0.3%	2.7%
P_p	0.2%	2.4%

TABLEAU 5.5 – Critères de contact pour l'évolution d'une surface lisse à la forme 3

Les simulations proposées ont montré l'effet de l'évolution d'une surface lisse à une surface marquée par une forme. Le comportement fréquentiel escompté avec la simulation mixte FEM-DEM est globalement atteint. Le système déstabilisé par la désactivation des liaisons cohésives conduit à un état fréquentiel final proche des simulations effectuées dans le Chapitre 4. Durant la phase de désactivation des liaisons, plusieurs fréquences sont excitées durant de courtes durées, ce qui traduit, en partie, ce qui peut être observé expérimentalement.

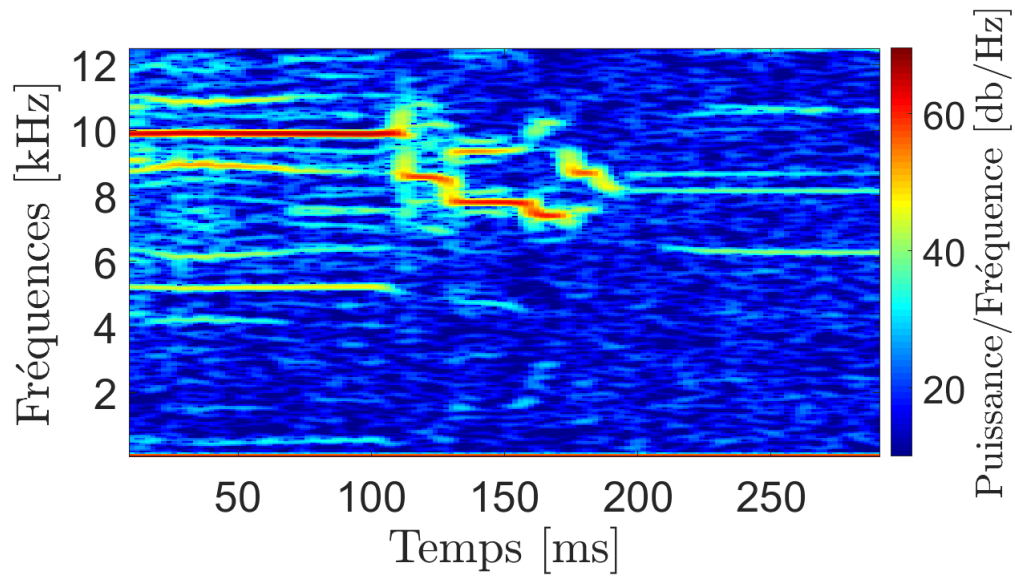


FIGURE 5.20 – Spectrogramme issu des efforts de la simulation représentant l'évolution des surfaces lisses aux surfaces caractéristiques de la forme 3

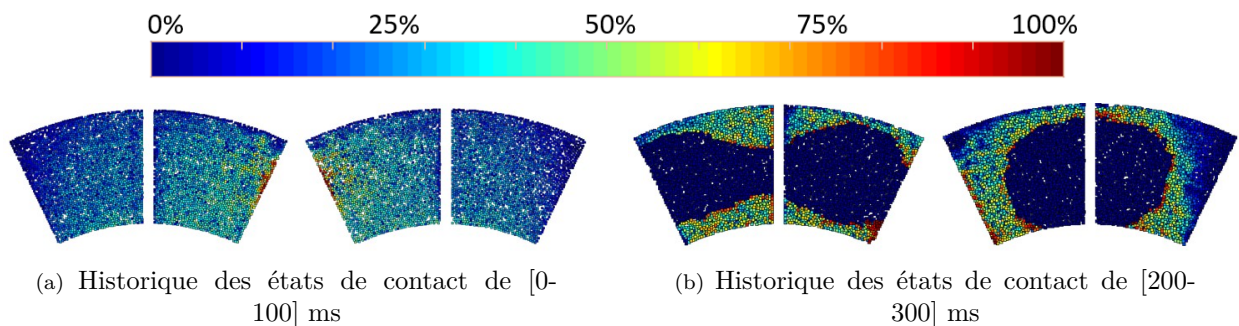


FIGURE 5.21 – Historiques des états de contact issus des efforts de la simulation représentant l'évolution des surfaces lisses aux surfaces caractéristiques de la forme 3

5.5 Conclusion

Ce chapitre a permis de mettre en place une modélisation mixte éléments finis-éléments discrets afin de simuler l'évolution des topographies au cours de la simulation temporelle. La modélisation mixte FEM-DEM donne des résultats encourageants, en phase avec ceux exposés dans le Chapitre 4. En effet, après la désactivation des liaisons cohésives liant les éléments discrets, les surfaces représentatives des formes étudiées fournissent des réponses dynamiques conformes à celles des simulations FEM. La modélisation FEM-DEM repose sur une calibration des paramètres des liaisons cohésives, qui a été menée, dans ce travail, grâce à une analyse modale du système conservatif couplé. La suppression progressive des liaisons entre les éléments discrets pour tendre vers une forme observée dans le Chapitre 4 a mis en évidence une évolution du spectre fréquentiel en parallèle de l'évolution de l'état de contact disque-plaquettes.

Ces simulations sont une première étape dans la prise en compte de l'évolution des topographies au sein des modèles numériques. En effet, avec l'augmentation de la puissance de calcul, le modèle mixte pourra être de plus en plus représentatif des modèles réels, notamment avec des éléments DEM se rapprochant de la taille des particules de freinage. Une étape majeure pour la suite des études sera de déterminer les critères physiques permettant de représenter l'usure des plaquettes afin de faire tendre les simulations vers des études plus réalistes. Il sera essentiel de savoir quel effort est nécessaire pour détacher des éléments discrets, comment le contact doit être implémenté entre les éléments discrets afin de tenir compte du 3^{ème} corps ou quelle taille d'élément discret est optimale pour de telles études. De plus, cette modélisation mixte pourrait permettre, lors de la conception d'un système de freinage et plus particulièrement des plaquettes de frein, d'illustrer les états topographiques critiques par lesquels le système de freinage est amené à passer lors de son utilisation.

Conclusions et perspectives

Conclusions

L'objectif principal de ces travaux de thèse était d'établir un lien entre les paramètres de surface et l'instabilité dynamique de crissement. Pour ce faire, des études expérimentales et numériques ont été menées de manière à modéliser les surfaces de contact des plaquettes de frein, observées expérimentalement, puis de les intégrer dans des simulations éléments finis de nature fréquentielle et temporelle. À partir de ces simulations, le dernier objectif était d'étudier la répercussion de l'évolution de la surface de contact sur le spectre fréquentiel.

La **première contribution** a été de mettre en place un protocole d'essais couplant des essais de freinage et des scans de plaquettes de frein afin de quantifier l'évolution de la topographie des surfaces en contact ainsi que des variabilités associées en fonction de l'usure. La campagne expérimentale a été menée pour quatre topologies de plaquettes de frein de trois fabricants différents. Compte tenu des limitations techniques de l'outil de scan, une stratégie de reconstruction des surfaces complètes de plaquettes a été proposée permettant une étude plus globale sur une large gamme de données, encore non proposée dans la littérature associée à ce thème de recherche. Afin d'identifier les échelles topographiques les plus pertinentes, une décomposition multi-échelle a été faite pour confronter les évolutions de forme, d'ondulation et de rugosité aux évolutions fréquentielles. En complément, des essais interrompus ont été mis en place de manière à disposer de topographies associées à des fréquences dites crissantes ou non.

On peut retenir de ces investigations que l'on peut associer une forme spécifique à chaque fréquence crissante et que ce crissement n'est détecté que si l'étendue des hauteurs se situe au delà de 100 à 150 μm . L'ondulation, quant à elle, peut être regroupée en trois classes (état neuf, état usé striée, état usé homogène). Cette échelle topographique, dont l'étendue des hauteurs se situe entre 50 et 100 μm , rend le spectre plus diffus en fonction de la position géographique sur la surface de contact des pics et vallées des ondulations. Enfin, la rugosité des plaquettes, de l'ordre de quelques microns, n'a pas été observée comme un paramètre essentiel lors de cette analyse.

Considérant cette base de données expérimentale, la **seconde contribution** a été de développer une boîte à outils permettant la génération de familles de topographies numériques représentatives des différentes classes de forme et d'ondulation observées. Pour ce faire, un aléa a été injecté au niveau des points de contrôle, utile à la définition d'une fonction polynomiale représentative de la forme, alors que la théorie des champs aléatoires a été retenue pour la modélisation de l'ondulation à partir des fonctions de corrélation 2D. Pour cette échelle topographique, une seconde voie a aussi consisté à identifier les fonctions de corrélation 1D radiales et tangentielles des différents états d'usure, et de quantifier les variabilités associées. Enfin, un

plan d'expérience numérique a été proposé pour étudier l'effet des paramètres topographiques sur le spectre fréquentiel des analyses de stabilité et des simulations temporelles non linéaires.

Les plans d'expériences numériques ont permis de mettre en évidence le rôle clé de la forme sur l'état de contact à l'interface disque-plaquettes et, par conséquent, sur le spectre fréquentiel. Le changement en fréquence est principalement observé dès que l'étendue des hauteurs est supérieure à 100 μm . De plus, il est possible d'associer un état de contact spécifique avec la fréquence prépondérante traduisant l'instabilité du système. La seconde échelle topographique pertinente est l'ondulation, qui, en fonction de l'étendue des hauteurs associée et de la zone qui sera en contact sur la plaquette, va avoir un rôle plus ou moins déstabilisant autour de la réponse donnée par la forme. Ces travaux ont aussi permis de rappeler, dans un premier temps, le caractère sur et sous prédictif de l'analyse de stabilité fréquentielle dans le cas de surfaces de contact lisses et donc la nécessité de tendre vers des simulations temporelles. Toutefois, il a été mis en évidence qu'une étendue de hauteurs de 100 μm pour la topographie engendrait des états de contact comparables pour ces deux types d'analyse. Une conséquence immédiate est une meilleure prédictivité de l'analyse de stabilité concernant la fréquence instable prépondérante vis-à-vis des résultats issus de la simulation temporelle.

La **troisième et dernière contribution** est en lien avec l'effet de l'évolution de la topographie au cours de la simulation temporelle sur les fréquences instables. Ce travail, bien plus exploratoire, repose sur une modélisation mixte couplant les éléments finis et les éléments discrets. Afin d'avoir un modèle représentatif des résultats observés pour un modèle purement basé sur des éléments finis et composé de surfaces lisses, il a été nécessaire de calibrer le domaine discret à partir des modes normaux du modèle disque-plaquettes couplé. La modélisation mixte a permis d'investiguer l'évolution d'une surface lisse vers une surface marquée par une forme (et inversement) au cours du temps. Les résultats issus de ces simulations montrent des résultats en phase avec ceux correspondant au modèle exclusivement éléments finis. Ces travaux ouvrent des perspectives pour la prise en compte des variations de surfaces en fonction des conditions opérationnelles et de l'effet du troisième corps au cours du temps.

Perspectives

Concernant les travaux présentés dans ce mémoire, des extensions ou améliorations sont à prévoir à court terme à différents niveaux.

La première étape, qui n'a pas pu être menée faute de temps, serait de mettre en place une corrélation calculs-essais en considérant un jumeau numérique du système de freinage, utilisé pour les essais développés dans le chapitre 1, et non un modèle simplifié. Ces travaux permettraient de conforter les résultats déjà obtenus par Renault et al. [2], mais en ayant une meilleure connaissance des évolutions topographiques en forme et en ondulation à prendre en compte. Cette analyse est rapidement envisageable pour l'analyse de stabilité fréquentielle étant donné que le coût d'un calcul est de l'ordre de 2 heures. Celle-ci permettrait de se focaliser sur l'évolution de l'état de contact et confirmer nos observations concernant l'étendue des hauteurs propices à des changements fréquents. Cette étude pourrait être complétée par quelques validations spécifiques en utilisant l'approche temporelle.

Une seconde étape serait de poursuivre le développement de la modélisation mixte éléments finis/éléments discrets compatible avec les simulations de freinage. Pour tendre vers des simulations plus réalistes pouvant prendre en compte des particules de freinage bien plus fines, il va être nécessaire de revoir l'implémentation du code interne et favoriser, dans un premier temps,

le calcul parallèle. Cela permettrait de prendre en compte les débris de plaquette et le troisième corps à l'interface non pris en compte dans ces travaux. Dans un second temps, il serait pertinent d'investiguer des techniques de réduction de modèles (PGD, DMD, Hyper-réduction, ...) si l'on souhaite tendre vers l'utilisation d'un jumeau d'un système de freinage industriel.

En ayant une vision à plus long terme, il serait intéressant d'intégrer les outils machine learning (réseau de neurones, processus gaussien), encore récents dans le domaine de la mécanique numérique, afin de maîtriser les temps de calculs des plans d'expériences numériques. Ces techniques permettraient aussi de pouvoir investiguer une gamme plus large de formes et d'ondulations afin de détecter les scénarios topographiques les plus dimensionnants (par exemple par méthode inverse). Ces méthodes devront être compatibles avec des données fonctionnelles en entrée et des quantités d'intérêts temporelles. Cette étape est, d'une part, essentielle pour que les analyses, effectuées dans ce mémoire, puissent être généralisées en phase de conception/dimensionnement des systèmes de freinage. D'autre part, la suite logique est l'intégration de ces développements dans une phase d'optimisation (par exemple avec l'optimisation bayésienne pour limiter la taille de l'ensemble d'entraînement) afin de tendre vers une plus grande robustesse du système mécanique concernant sa propension au crissement.

Pour avoir un outil plus prédictif et compatible avec la phase de dimensionnement, il serait intéressant de travailler sur la position d'équilibre statique utilisée en amont du problème aux valeurs propres. L'idée serait de pouvoir la perturber intelligemment (développements homotopiques) afin de traduire la dynamique observée à l'interface disque-plaquettes lors des simulations temporelles. Une solution serait de modifier localement les matrices associées au couplage normal et tangentiel.

Enfin, des travaux récents (Sinou et al. [112]) ont montré l'effet des basses températures ($<100\text{ }^{\circ}\text{C}$) sur la propension à crisser. Il serait pertinent de développer un modèle multidisciplinaire (voire multi-physique) pour enrichir nos prédictions, d'autant que ce scénario de dépendance à la température a été observé lors de la campagne expérimentale. La question à investiguer serait l'effet sur la topographie mais aussi la raideur locale à l'interface.

Bibliographie

- [1] A. Akay, “Acoustics of friction,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 111, pp. 1525–1548, Apr. 2002. Publisher : Acoustical Society of America.
- [2] A. Renault, F. Massa, B. Lallemand, and T. Tison, “Experimental investigations for uncertainty quantification in brake squeal analysis,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 367, pp. 37–55, Apr. 2016.
- [3] R. Leach, *The measurement of surface texture using stylus instruments*. Jan. 2001.
- [4] T. V. Vorburger, J. Song, and N. Petraco, “Topography measurements and applications in ballistics and tool mark identifications,” *Surface Topography : Metrology and Properties*, vol. 4, p. 013002, Dec. 2015. Publisher : IOP Publishing.
- [5] B. Bhushan, “Surface Roughness Analysis and Measurement Techniques,” in *Modern Tribology Handbook, Two Volume Set*, vol. 5, CRC Press, Dec. 2000. Series Title : Mechanics & Materials Science.
- [6] D. J. Whitehouse, *Handbook of Surface Metrology*. CRC Press, Jan. 1994.
- [7] A. Belhocine and N. M. Ghazaly, “Effects of material properties on generation of brake squeal noise using finite element method,” *Latin American Journal of Solids and Structures*, vol. 12, pp. 1432 – 1447, 2015.
- [8] N. K. Kharate and S. S. Chaudhari, “Effect of Material Properties On Disc Brake Squeal And Performance Using FEM and EMA Approach.,” *Materials Today : Proceedings*, vol. 5, no. 2, Part 1, pp. 4986 – 4994, 2018.
- [9] F. Bergman, M. Eriksson, and S. Jacobson, “Influence of disc topography on generation of brake squeal,” *Wear*, vol. 225-229, pp. 621–628, Apr. 1999.
- [10] G. P. Ostermeyer, “On the dynamics of the friction coefficient,” *Wear*, vol. 254, no. 9, pp. 852 – 858, 2003.
- [11] V. Magnier, E. Roubin, J. B. Colliat, and P. Dufrénoy, “Methodology of porosity modeling for friction pad : Consequence on squeal,” *Tribology International*, vol. 109, pp. 78 – 85, 2017.
- [12] M. Stender, M. Tiedemann, N. Hoffmann, and S. Oberst, “Impact of an irregular friction formulation on dynamics of a minimal model for brake squeal,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 107, pp. 439 – 451, 2018.
- [13] K. Bonnay, V. Magnier, J. Brunel, P. Dufrénoy, and G. De Saxcé, “Influence of geometry imperfections on squeal noise linked to mode lock-in,” *International Journal of Solids and Structures*, vol. 75-76, pp. 99–108, Dec. 2015.

- [14] F. Massi, Y. Berthier, and L. Baillet, "Contact surface topography and system dynamics of brake squeal," *Wear*, vol. 265, pp. 1784–1792, Nov. 2008.
- [15] F. Massi, O. Giannini, and L. Baillet, "Brake squeal as dynamic instability : an experimental investigation," *Journal of the Acoustical Society of America*, pp. 1388–1399, 2006.
- [16] T. Tison, A. Heussaff, F. Massa, I. Turpin, and R. Nunes, "Improvement in the predictivity of squeal simulations : Uncertainty and robustness," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 333, pp. 3394–3412, July 2014.
- [17] S. Oberst and J. C. S. Lai, "Chaos in brake squeal noise," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 330, pp. 955–975, Feb. 2011.
- [18] W. C. Lamarque PV, "Brake Squeal : the experience of manufacturers and operators and some preliminary experiments.," *The Institution of Automobile*, vol. Research report no. 8500 B, 1938.
- [19] H. Mills, "Brake squeak," *The Institution of Automobile*, vol. report nos. 9000 B, 1939.
- [20] D. Sinclair, "Frictional vibrations," *Wear*, vol. 1, p. 453, Apr. 1958.
- [21] R. Spurr, "A theory of brake squeal," 1961.
- [22] M. R. North, *Disc Brake Squeal - a Theoretical Model*. MIRA, 1972.
- [23] A. Papinniemi, J. C. Lai, J. Zhao, and L. Loader, "Brake squeal : a literature review," *Applied Acoustics*, vol. 63, pp. 391–400, Apr. 2002.
- [24] N. Kinkaid, O. O'Reilly, and P. Papadopoulos, "Automotive disc brake squeal," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 267, pp. 105–166, Oct. 2003.
- [25] H. Ouyang, W. Nack, Y. Yuan, and F. Chen, "Numerical analysis of automotive disc brake squeal : a review," *International Journal of Vehicle Noise and Vibration*, vol. 1(3), pp. 207 – 231, 2005.
- [26] N. M. Ghazaly, M. El-Sharkawy, and I. Ahmed, "A Review of Automotive Brake Squeal Mechanisms," *Journal of Mechanical Design and Vibration*, p. 7, 2014.
- [27] G. Vermot Des Roches, E. Balmès, P. Thierry, and R. Lemaire, "Time simulation of squeal phenomena in realistic brake models," *ISMA*, p. 259, 2008.
- [28] G. Vermot Des Roches and E. Balmès, "Time/frequency analysis of contact-friction instabilities. Application to automotive brake squeal.," *ISMA*, 2010.
- [29] G. Martin, E. Balmes, G. V. D. Roches, and T. Chancellier, "Squeal measurement using operational deflection shape. Quality assessment and analysis improvement using FEM expansion.," *Eurobrake*, pp. VDT–018, 2017.
- [30] V. Magnier, J. Brunel, and P. Dufrénoy, "Impact of contact stiffness heterogeneities on friction-induced vibration," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 51, pp. 1662–1669, May 2014.
- [31] V. Magnier, D. N. Ramasami, J. F. Brunel, P. Dufrénoy, and T. Chancelier, "History effect on squeal with a mesoscopic approach to friction materials," *Tribology International*, vol. 115, pp. 600 – 607, 2017.

- [32] N. Hoffmann, M. Fischer, R. Allgaier, and L. Gaul, "A minimal model for studying properties of the mode-coupling type instability in friction induced oscillations," *Mechanics Research Communications*, vol. 29, pp. 197–205, July 2002.
- [33] N. Hoffmann and L. Gaul, "Effects of damping on mode-coupling instability in friction induced oscillations," *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics / Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol. 83, no. 8, pp. 524–534, 2003.
- [34] S. Kruse, M. Tiedemann, B. Zeumer, P. Reuss, H. Hetzler, and N. Hoffmann, "The influence of joints on friction induced vibration in brake squeal," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 340, pp. 239–252, Mar. 2015.
- [35] M. Stender, M. Tiedemann, L. Hoffmann, and N. Hoffmann, "Determining growth rates of instabilities from time-series vibration data : Methods and applications for brake squeal," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 129, pp. 250–264, Aug. 2019.
- [36] M. Stender, M. Tiedemann, D. Spieler, D. Schoepflin, N. Hoffmann, and S. Oberst, "Deep learning for brake squeal : Brake noise detection, characterization and prediction," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 149, p. 107181, Feb. 2021.
- [37] F. Massi, L. Baillet, O. Giannini, and A. Sestieri, "Brake squeal : Linear and nonlinear numerical approaches," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 21, pp. 2374–2393, Aug. 2007.
- [38] A. Culla and F. Massi, "Uncertainty model for contact instability prediction," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 126, pp. 1111–1119, Sept. 2009.
- [39] F. Cantone and F. Massi, "A numerical investigation into the squeal instability : Effect of damping," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 25, pp. 1727–1737, July 2011.
- [40] G. Lacerra, M. Di Bartolomeo, S. Milana, L. Baillet, E. Chatelet, and F. Massi, "Validation of a new frictional law for simulating friction-induced vibrations of rough surfaces," *Tribology International*, vol. 121, pp. 468–480, May 2018.
- [41] A. Lazzari, D. Tonazzi, and F. Massi, "Squeal propensity characterization of brake lining materials through friction noise measurements," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 128, pp. 216–228, Aug. 2019.
- [42] S. Oberst and J. C. S. Lai, "Statistical analysis of brake squeal noise," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 330, no. 12, pp. 2978 – 2994, 2011.
- [43] S. Oberst and J. C. S. Lai, "Nonlinear transient and chaotic interactions in disc brake squeal," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 342, pp. 272–289, Apr. 2015.
- [44] Z. Zhang, S. Oberst, and J. C. Lai, "On the potential of uncertainty analysis for prediction of brake squeal propensity," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 377, pp. 123–132, Sept. 2016.
- [45] G. P. Ostermeyer and M. Müller, "Dynamic interaction of friction and surface topography in brake systems," *Tribology International*, vol. 39, pp. 370–380, May 2006.
- [46] M. Müller and G. P. Ostermeyer, "A Cellular Automaton model to describe the three-dimensional friction and wear mechanism of brake systems," *Wear*, vol. 263, pp. 1175–1188, Sept. 2007.

- [47] M. Graf and G. P. Ostermeyer, “Instabilities in the sliding of continua with surface inertias : An initiation mechanism for brake noise,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 330, pp. 5269–5279, Oct. 2011.
- [48] G.-P. Ostermeyer and M. Graf, “Influence of wear on thermoelastic instabilities in automotive brakes,” *Wear*, vol. 308, pp. 113–120, Nov. 2013.
- [49] A. R. AbuBakar and H. Ouyang, “Complex eigenvalue analysis and dynamic transient analysis in predicting disc brake squeal,” *International Journal of Vehicle Noise and Vibration*, vol. 2, pp. 143–155, Jan. 2006. Publisher : Inderscience Publishers.
- [50] A. R. AbuBakar, L. Li, H. Ouyang, and S. James, “Finite element analysis of wear and its effect on squeal generation,” *Proc. Inst. Mech. Eng., Part D : J. Automob. Eng.*, vol. 222, pp. 1153–1165, 2008.
- [51] A. R. AbuBakar and H. Ouyang, “Wear prediction of friction material and brake squeal using the finite element method,” *Wear*, vol. 264, no. 11, pp. 1069 – 1076, 2008.
- [52] A. Nobari, H. Ouyang, and P. Bannister, “Uncertainty quantification of squeal instability via surrogate modelling,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 60-61, pp. 887 – 908, 2015.
- [53] A. Nobari, H. Ouyang, and P. Bannister, “Statistics of complex eigenvalues in friction-induced vibration,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 338, pp. 169–183, Mar. 2015.
- [54] X. C. Wang, J. L. Mo, H. Ouyang, D. W. Wang, G. X. Chen, M. H. Zhu, and Z. R. Zhou, “Squeal Noise of Friction Material With Groove-Textured Surface : An Experimental and Numerical Analysis,” *Journal of Tribology*, vol. 138, p. 021401, Oct. 2015.
- [55] D. Wang, J. Mo, X. Ge, H. Ouyang, and Z. Zhou, “Disc surface modifications for enhanced performance against friction noise,” *Applied Surface Science*, vol. 382, pp. 101–110, Sept. 2016.
- [56] D. W. Wang, J. L. Mo, Z. Y. Zhu, H. Ouyang, M. H. Zhu, and Z. R. Zhou, “How do grooves on friction interface affect tribological and vibration and squeal noise performance,” *Tribology International*, vol. 109, pp. 192 – 205, 2017.
- [57] D. W. Wang, J. L. Mo, M. Q. Liu, J. X. Li, H. Ouyang, M. H. Zhu, and Z. R. Zhou, “Improving tribological behaviours and noise performance of railway disc brake by grooved surface texturing,” *Wear*, vol. 376-377, pp. 1586–1600, Apr. 2017.
- [58] J.-J. Sinou and L. Jézéquel, “Mode coupling instability in friction-induced vibrations and its dependency on system parameters including damping,” *European Journal of Mechanics - A/Solids*, vol. 26, no. 1, pp. 106 – 122, 2007.
- [59] J. J. Sinou, “Transient non-linear dynamic analysis of automotive disc brake squeal – On the need to consider both stability and non-linear analysis,” *Mechanics Research Communications*, vol. 37, pp. 96–105, Jan. 2010.
- [60] N. Coudeyras, J.-J. Sinou, and S. Nacivet, “A new treatment for predicting the self-excited vibrations of nonlinear systems with frictional interfaces : The Constrained Harmonic Balance Method, with application to disc brake squeal,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 319, pp. 1175–1199, Jan. 2009.

- [61] E. Sarrouy, O. Dessombz, and J.-J. Sinou, "Piecewise polynomial chaos expansion with an application to brake squeal of a linear brake system," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 332, pp. 577–594, Feb. 2013.
- [62] S. Besset and J.-J. Sinou, "Modal reduction of brake squeal systems using complex interface modes," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 85, pp. 896–911, Feb. 2017.
- [63] E. Denimal, J.-J. Sinou, and S. Nacivet, "Influence of structural modifications of automotive brake systems for squeal events with kriging meta-modelling method," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 463, p. 114938, Dec. 2019.
- [64] E. Denimal, J. J. Sinou, S. Nacivet, and L. Nechak, "Squeal analysis based on the effect and determination of the most influential contacts between the different components of an automotive brake system," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 151, pp. 192–213, Feb. 2019.
- [65] E. Denimal, J.-J. Sinou, and S. Nacivet, "Prediction and analysis of quasi-periodic solution for friction-induced vibration of an industrial brake system with the Generalized Modal Amplitude Stability Analysis," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 506, p. 116164, Aug. 2021.
- [66] A. Heussaff, L. Dubar, T. Tison, M. Watremez, and R. F. Nunes, "A methodology for the modelling of the variability of brake lining surfaces," *Wear*, vol. 289, pp. 145 – 159, 2012.
- [67] F. Massa, B. Lallemand, and T. Tison, "Multi-level homotopy perturbation and projection techniques for the reanalysis of quadratic eigenvalue problems : The application of stability analysis," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 52-53, pp. 88–104, Feb. 2015.
- [68] F. Massa, H. Q. Do, T. Tison, and O. Cazier, "Uncertain Friction-Induced Vibration Study : Coupling of Fuzzy Logic, Fuzzy Sets, and Interval Theories," *ASCE-ASME J Risk and Uncert in Engrg Sys Part B Mech Engrg*, vol. 2, p. 011008, Mar. 2016.
- [69] H. Do, F. Massa, T. Tison, and B. Lallemand, "A global strategy for the stability analysis of friction induced vibration problem with parameter variations," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 84, pp. 346–364, Feb. 2017.
- [70] J. Sadet, F. Massa, T. Tison, I. Turpin, B. Lallemand, and E.-G. Talbi, "Homotopy perturbation technique for improving solutions of large quadratic eigenvalue problems : Application to friction-induced vibration," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 153, p. 107492, May 2021. Publisher : Elsevier.
- [71] P. Giacomo, "The Michelson interferometer," *Microchimica Acta*, vol. 93, pp. 19–31, Jan. 1987.
- [72] R. Leach, ed., *Optical Measurement of Surface Topography*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2011.
- [73] W. O. Saxton, "What is the focus variation method ? Is it new ? Is it direct ?," *Ultramicroscopy*, vol. 55, pp. 171–181, Aug. 1994.

- [74] C. A. Brown, H. N. Hansen, X. J. Jiang, F. Blateyron, J. Berglund, N. Senin, T. Bartkowiak, B. Dixon, G. Le Goïc, Y. Quinsat, W. J. Stemp, M. K. Thompson, P. S. Ungar, and E. H. Zahouani, "Multiscale analyses and characterizations of surface topographies," *CIRP Annals*, vol. 67, no. 2, pp. 839–862, 2018.
- [75] I. O. Aver'yanova, D. Y. Bogomolov, and V. V. Poroshin, "ISO 25178 standard for three-dimensional parametric assessment of surface texture," *Russian Engineering Research*, vol. 37, pp. 513–516, June 2017.
- [76] R. Leach, ed., *Characterisation of Areal Surface Texture*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [77] "ISO 4287 :1997," 1997.
- [78] O. Cazier, *Instabilités dynamiques de systèmes frottants en présence de variabilités paramétriques - Application au phénomène de crissement*. These de doctorat, Valenciennes, Dec. 2012.
- [79] C. M. Stralkowski, S. M. Wu, and R. E. DeVor, "Characterization of grinding wheel profiles by autoregressive-moving average models," *International Journal of Machine Tool Design and Research*, vol. 9, pp. 145–163, June 1969.
- [80] W. Watson, T. King, T. Spedding, and K. Stout, "The machined surface - time series modelling," *Faculty of Commerce - Papers (Archive)*, pp. 195–205, Jan. 1979.
- [81] D. J. Whitehouse, J. F. Archard, and D. Tabor, "The properties of random surfaces of significance in their contact," *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 316, pp. 97–121, Mar. 1970. Publisher : Royal Society.
- [82] W. R. DeVries, "A Three-Dimensional Model of Surface Asperities Developed Using Moment Theory," *Journal of Engineering for Industry*, vol. 104, pp. 343–348, Nov. 1982.
- [83] S. R. Teja and T. Jayasingh, "Characterisation of ground surface profiles—A comparison of AR, MA and ARMA modelling methods," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 33, no. 1, pp. 103–109, 1993.
- [84] G. Stauffert, "Characterization of random roughness profiles - A comparison of AR model technique and profile description by means of commonly used parameters," *Annals of the CIRP*, vol. 28, no. 1, pp. 431–435, 1979.
- [85] W. Watson and T. A. Spedding, "The time series modelling of non-gaussian engineering processes," *Wear*, vol. 83, pp. 215–231, Dec. 1982.
- [86] N. Patir, "A numerical procedure for random generation of rough surfaces," *Wear*, vol. 47, pp. 263–277, Apr. 1978.
- [87] Y. Z. Hu and K. Tonder, "Simulation of 3-D random rough surface by 2-D digital filter and fourier analysis," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 32, pp. 83–90, Feb. 1992.
- [88] J.-J. Wu, "Simulation of rough surfaces with FFT," *Tribology International*, vol. 33, pp. 47–58, Jan. 2000.
- [89] X. Mu, Q. Sun, J. Xu, Z. Chai, W. Sun, and B. Zhao, "Feasibility Analysis of the Replacement of the Actual Machining Surface by a 3D Numerical Simulation Rough Surface," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 150, Oct. 2018.

- [90] D. E. Newland, *An introduction to random vibrations and spectral analysis*. London ; New York : Longman, 1984.
- [91] W. Hackbusch, *Hierarchical Matrices : Algorithms and Analysis*, vol. 49 of *Springer Series in Computational Mathematics*. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2015.
- [92] M. Feischl, F. Kuo, and I. H. Sloan, “Fast random field generation with \mathcal{H} -matrices,” *arXiv :1702.08637 [math]*, Jan. 2018. arXiv : 1702.08637.
- [93] E. Vanmarcke, *Random fields : Analysis and synthesis*. Jan. 1983. Publication Title : Cambridge.
- [94] B. Sudret, H. Dang, M. Berveiller, and A. Zeghadi, “Statistical inference of 2D random stress fields obtained from polycrystalline aggregate calculations,” p. 32, 2012.
- [95] Y. Liu, J. Li, S. Sun, and B. Yu, “Advances in Gaussian random field generation : a review,” *Computational Geosciences*, vol. 23, pp. 1011–1047, Oct. 2019.
- [96] P. Pawlus, R. Reizer, and M. Wieczorowski, “A review of methods of random surface topography modeling,” *Tribology International*, vol. 152, p. 106530, Dec. 2020.
- [97] G. Cantor, *Georg Cantor sur la théorie des ensembles*. 1883.
- [98] Y.-K. Lin, *Probabilistic Theory of Structural Dynamics*. McGraw-Hill, 1967.
- [99] H. Kobayashi, B. L. Mark, and W. Turin, *Probability, Random Processes, and Statistical Analysis : Applications to Communications, Signal Processing, Queueing Theory and Mathematical Finance*. Cambridge : Cambridge University Press, 2011.
- [100] A. Preumont, *Vibrations aléatoires et analyse spectrale*. Lausanne, Suisse : Presses polytechniques et universitaires romandes, 1990.
- [101] M. Shinozuka, “Simulation of Multivariate and Multidimensional Random Processes,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 49, pp. 357–368, Jan. 1971.
- [102] F. Ruan and D. McLaughlin, “An efficient multivariate random field generator using the fast Fourier transform,” *Advances in Water Resources*, vol. 21, pp. 385–399, Apr. 1998.
- [103] X.-H. Dang, B. Sudret, M. Berveiller, and A. Zeghadi, “Identification of random stress fields from the simulation of polycrystalline aggregates,” *Proc. 1st Int. Conf. Computational Modeling of Fracture and Failure of Materials and Structures (CFRAC)*, p. 2, 2011.
- [104] G. J. Lord, C. E. Powell, and T. Shardlow, *An introduction to computational stochastic PDEs*. No. 50 in *Cambridge texts in applied mathematics*, New York, NY, USA : Cambridge University Press, 2014.
- [105] M. Shinozuka and G. Deodatis, “Stochastic wave models for stationary and homogeneous seismic ground motion,” *Structural Safety*, vol. 10, pp. 235–246, May 1991.
- [106] G. Deodatis, “Simulation of Ergodic Multivariate Stochastic Processes,” *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 122, pp. 778–787, Aug. 1996.
- [107] G. Vermot des Roches, *Frequency and time simulation of squeal instabilities. Application to the design of industrial automotive brakes*. These de doctorat, Châtenay-Malabry, Ecole centrale de Paris, Jan. 2011.

-
- [108] D. André, J.-L. Charles, and I. Iordanoff, *3D Discrete Element Workbench for Highly Dynamic Thermo-Mechanical Analysis : GranOO*. Hoboken, NJ, USA : John Wiley & Sons, Inc., Oct. 2015.
- [109] J. L. Finney and J. D. Bernal, “Random packings and the structure of simple liquids. I. The geometry of random close packing,” *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 319, pp. 479–493, Nov. 1970. Publisher : Royal Society.
- [110] D. André, I. Iordanoff, J.-l. Charles, and J. Néauport, “Discrete element method to simulate continuous material by using the cohesive beam model,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 213-216, pp. 113–125, Mar. 2012.
- [111] K. Lochmann, L. Oger, and D. Stoyan, “Statistical analysis of random sphere packings with variable radius distribution,” *Solid State Sciences*, vol. 8, pp. 1397–1413, Dec. 2006.
- [112] J.-J. Sinou, S. Besset, and D. Lenoir, “Some unexpected thermal effects on squeal events observed on the experimental bench FIVE@ECL,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 160, p. 107867, Nov. 2021.