



**HAL**  
open science

# Développement et application de l'interférométrie holographique numérique pour l'acoustique et la thermoacoustique

Li-Jia Gong

► **To cite this version:**

Li-Jia Gong. Développement et application de l'interférométrie holographique numérique pour l'acoustique et la thermoacoustique. Acoustique [physics.class-ph]. Le Mans Université, 2018. Français. NNT : 2018LEMA1020 . tel-03971985

**HAL Id: tel-03971985**

**<https://theses.hal.science/tel-03971985v1>**

Submitted on 3 Feb 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE DE DOCTORAT DE

LE MANS UNIVERSITE  
COMUE UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

ECOLE DOCTORALE N° 602  
*Sciences pour l'Ingénieur*  
Spécialité : Acoustique

Par

**Li-jia GONG**

## **Développement et application de l'interférométrie holographique numérique pour l'acoustique et la thermoacoustique**

Thèse soutenue à Le Mans Université, le 04 octobre 2018

Unité de recherche : Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Mans – UMR CNRS 6613

Thèse N° : 2018LEMA1020

### **Rapporteurs avant soutenance :**

Philippe Blanc-Benon  
Hélène Bailliet

### **Composition du Jury :**

Rapporteurs :

Philippe Blanc-Benon Directeur de Recherche CNRS, LMFA-CNRS, Ecole Centrale de Lyon

Hélène Bailliet Maître de Conférences HDR, Institut Pprime, CNRS-ISAE-ENSMA

Examineurs :

François Lanzetta Professeur, Institut FEMTO-ST, Université de Franche-Comté, CNRS

Jean-Michel Desse Chargé de Recherches HDR, ONERA Centre de Lille

Directeur de thèse

Guillaume Penelet Maître de Conférences HDR, LAUM, Le Mans Université

Co-directeur de thèse

Pascal Picart Professeur, LAUM, Le Mans Université



# Table des matières

|  |          |
|--|----------|
| <b>Introduction générale</b>   | <b>1</b> |
| <b>I Interférométrie holographique pour études en acoustique</b>                 | <b>5</b> |
| I.1 Introduction . . . . .   | 6        |
| I.2 Dispositif expérimental . . . . .  | 9        |
| I.3 Modèle de signal holographique . . . . .                                     | 10       |
| I.4 Traitement numérique des hologrammes . . . . .                               | 11       |
| I.5 Fonction de filtrage . . . . .   | 13       |
| I.6 Quelques illustrations . . . . .   | 14       |
| I.7 Simulation numérique du processus holographique . . . . .                    | 14       |
| I.8 Evaluation du niveau de bruit du dispositif holographique . . . . .          | 16       |
| I.8.1 Bruit sur la phase . . . . .   | 16       |
| I.8.2 Sources de bruit . . . . .   | 18       |
| I.8.3 Evaluation numérique . . . . .   | 19       |
| I.8.4 De la phase à la masse volumique et la pression acoustique . . . . .       | 20       |
| I.9 Etude expérimentale des limites en mesure acoustique . . . . .               | 21       |
| I.9.1 Introduction . . . . .   | 21       |
| I.9.2 Bruits intrinsèques du banc . . . . .                                      | 21       |
| I.9.3 Bruits de mesure avec un guide d'onde . . . . .                            | 24       |
| I.9.4 Bruits de mesure avec un tube de Kundt fermé . . . . .                     | 27       |
| I.9.5 Conclusion . . . . .   | 28       |
| I.10 Caractérisation de la propagation en guide d'onde par holographie . . . . . | 29       |
| I.10.1 Introduction . . . . .  | 29       |
| I.10.2 Propagation en tube de Kundt . . . . .                                    | 30       |
| I.10.3 Propagation en tube de verre ouvert-fermé . . . . .                       | 31       |
| I.10.4 Conclusion . . . . .  | 34       |
| I.11 Conclusion . . . . .  | 34       |

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>II</b>  | <b>Mesure des fluctuations de masse volumique à proximité d'un stack au cours du déclenchement d'auto-oscillations thermoacoustiques</b>   | <b>37</b> |
| II.1       | Introduction . . . . .   | 38        |
| II.2       | Dispositif expérimental . . . . .  | 41        |
| II.2.1     | Oscillateur thermoacoustique . . . . .   | 41        |
| II.2.2     | Banc de mesure optique . . . . .   | 44        |
| II.3       | Résultats expérimentaux . . . . .  | 49        |
| II.3.1     | Analyse des signaux de masse volumique . . . . .   | 49        |
| II.3.2     | Impact du gradient de température . . . . .  | 54        |
| II.3.3     | Impact de la position du stack le long du tube . . . . .   | 55        |
| II.4       | Description linéaire des fluctuations de masse volumique, et comparaison avec les résultats expérimentaux . . . . .  | 58        |
| II.4.1     | Propagation acoustique linéaire sans perte en présence d'un gradient de température . . . . .  | 58        |
| II.4.2     | Comparaison avec les résultats expérimentaux . . . . .   | 61        |
| II.5       | Conclusion et perspectives . . . . .   | 62        |
| <b>III</b> | <b>Etude expérimentale et théorique des effets de bords entropiques liés aux oscillations acoustiques à proximité d'un empilement de plaques dans un champ de température inhomogène</b> | <b>63</b> |
| III.1      | Introduction . . . . .   | 64        |
| III.2      | Etude théorique des oscillations non-linéaires de température . . . . .  | 66        |
| III.2.1    | Modélisation des effets de bords entropiques . . . . .   | 66        |
| III.2.2    | Résolution par différences finies . . . . .  | 70        |
| III.3      | Résultats expérimentaux . . . . .  | 78        |
| III.3.1    | Traitement des données . . . . .   | 78        |
| III.3.2    | Comparaison avec les résultats de simulation numérique . . . . .   | 82        |
| III.4      | Conclusion . . . . .   | 87        |
| <b>IV</b>  | <b>Holographie appliquée à la dynamique d'une flamme et aux effets de couche limite</b>  | <b>89</b> |
| IV.1       | Introduction . . . . .   | 90        |
| IV.2       | Mesure des fluctuations de masse volumique dans les couches limites acoustiques à proximité d'une plaque . . . . .   | 90        |
| IV.2.1     | Introduction . . . . .   | 90        |
| IV.2.2     | Description du système . . . . .   | 91        |
| IV.2.3     | Travail expérimental réalisé . . . . .   | 95        |
| IV.2.4     | Conclusion . . . . .   | 99        |

|   |   |            |
|---|---|------------|
| IV.3  | Mesure des fluctuations de masse volumique au travers d'une flamme . . . . .                              | 101        |
| IV.3.1  | Introduction . . . . .  | 101        |
| IV.3.2  | Description de la problématique et du système étudié . . . . .  | 102        |
| IV.3.3  | Résultats expérimentaux obtenus par holographie . . . . .   | 109        |
| IV.3.4  | Conclusion . . . . .  | 118        |
| IV.4  | Conclusion . . . . .  | 118        |
| <b>Conclusion générale</b>  |   | <b>119</b> |
| <b>A Résultats expérimentaux complémentaires</b>                  |   | <b>123</b> |
| <b>B Description du système pour la mesure de couches limites</b> |   | <b>127</b> |
| B.1   | Partie électroacoustique, champ de pression et de vitesse imposés par les haut-parleurs . . . . .         | 127        |
| B.1.1   | Caractérisation des haut-parleurs . . . . .   | 128        |
| B.1.2   | Détermination des impédances de couplage $Z$ . . . . .  | 128        |
| B.1.3   | Calcul du champ acoustique dans le tube en fonction des tensions imposées à chaque haut-parleur . . . . . | 131        |
| B.2   | Partie thermoacoustique, champ à proximité de la plaque . . . . .   | 132        |
| B.2.1   | Champ à proximité de la plaque pour un champ de température moyen uniforme . . . . .                      | 134        |
| B.2.2   | Champ à proximité de la plaque pour un champ de température moyen inhomogène . . . . .                    | 135        |
| <b>Bibliographie</b>  |   | <b>138</b> |



# Introduction générale

Ce travail de thèse s'est déroulé au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Mans (LAUM), Unité Mixte de Recherche (n°6613) entre Le Mans Université et le CNRS et fait suite à de précédents travaux engagés lors d'un programme ANR entre 2010 et 2014 (ANR IMHOTEC, 2010 BLAN 030201). Le thème de recherche de cette thèse s'inscrit dans le cadre de l'Equipe Transducteurs du LAUM en lien avec les Opérations de Recherche «Capteurs et Actionneurs» et «Thermoacoustique». Le LAUM travaille sur les machines thermoacoustiques depuis plus de 20 ans et a acquis une solide expérience dans la description de leurs principes physiques et de leur fonctionnement. Des projets collaboratifs sont actuellement en cours avec des industriels pour le développement de machines thermoacoustiques en vue de récupérer la chaleur produite par certains systèmes industriels. Les machines thermoacoustiques sont des moteurs thermiques qui impliquent l'interaction des oscillations résonantes de gaz avec un milieu poreux (appelé «stack» dans ce manuscrit), conduisant soit à l'amplification sonore (moteur thermoacoustique) soit au transport de chaleur advectif par le son (pompes à chaleur thermoacoustiques). Cette classe de machines a été développée pendant environ trois décennies et a montré aujourd'hui de bonnes performances et de la potentialité pour des applications de niche à des puissances modérées, notamment pour la récupération de la chaleur résiduelle. La conception des moteurs thermoacoustiques repose généralement sur la théorie linéaire de l'acoustique qui ne tient pas compte de plusieurs processus de saturation non linéaires tels que le vent acoustique (acoustic streaming), la propagation acoustique non linéaire, la séparation des écoulements fluides et/ou des processus d'échange de chaleur complexes se produisant aux extrémités de l'empilement et des échangeurs de chaleur. Une première approche pour étudier les effets thermoacoustiques consiste généralement à considérer le processus en termes de fluctuations de pression et de vitesse autour d'un état d'équilibre. Ainsi, différents moyens de mesure de ces quantités sont alors nécessaires, tels que des microphones, des sondes de vélocimétrie Laser Doppler ou de vélocimétrie par images de particules. Cependant, les fluctuations de masse volumique (ainsi que de température) accompagnent toujours les fluctuations de pression et il est parfois utile de prendre en compte ces fluctuations de masse volumique, notamment lors de l'analyse des phénomènes de transfert de chaleur et de masse impliqués dans les moteurs thermoacoustiques. C'est ainsi que le LAUM



a développé au cours du programme ANR, piloté par l'OR «Capteurs et Actionneurs», une méthode de mesure et d'analyse de la fluctuation de masse volumique par holographie numérique. Ce choix est guidé par des atouts majeurs : la quantification du champ acoustique est possible sur l'ensemble de la zone étudiée, il s'agit d'une mesure dite «plein champ», il n'est pas nécessaire de balayer la zone étudiée ni de l'ensemencer, la mesure est rapide par l'utilisation de caméras à haute cadence (une seule acquisition d'une séquence d'hologramme).

Malgré une géométrie qui peut être simple, les machines thermoacoustiques ne sont pas très bien comprises en raison de la complexité et de la variété des phénomènes qui saturant l'amplitude de l'onde acoustique. Parmi ces phénomènes non linéaires, on peut citer ceux affectant le transfert de chaleur et de masse instationnaire à travers le noyau thermoacoustique, comme le vent acoustique ou les effets d'entrée hydrodynamique / thermique survenant notamment à la terminaison du stack ou des échangeurs de chaleur (vortex, turbulence transitoire, fluctuations de température non linéaires). Ce travail de thèse ambitionne donc de poursuivre les études menées lors des travaux précédents et d'approfondir ces effets non linéaires mis en jeu dans les machines thermoacoustiques, en particulier à proximité du stack. Ce manuscrit synthétise les travaux menés au cours de la thèse et il est organisé en 4 Chapitres.

Le Chapitre 1 est dédié à la présentation de la méthode d'holographie numérique pour l'étude des variations de masse volumique aux confins du stack. Nous rappelons le principe et décrivons le dispositif expérimental. Nous nous sommes attachés ensuite à évaluer les limites de la méthode en termes de pression acoustique minimum mesurable et en termes de sensibilité aux perturbations extérieures. Ainsi, nous proposons une méthode de compensation des fluctuations dues à un couplage vibro-acoustique dans le système expérimental, en vue de corriger les données issues des mesures optiques.

Au cours du Chapitre 2, nous présentons les machines thermoacoustiques au sens général puis nous rapportons une synthèse des résultats obtenus en régime transitoire pour différentes configurations où les effets de la position du stack et de la puissance du chauffage fournie au stack sont analysés. Ces résultats mettent en évidence la présence significative d'effets de bords à proximité du stack lors du déclenchement de l'onde. Nous proposons ensuite une description linéaire du champ acoustique prenant en compte les inhomogénéités du champ de température puis nous comparons des résultats de simulation numérique avec les résultats expérimentaux. Ceci nous permettra de poser les bases du Chapitre 3.

Le Chapitre 3 propose une étude approfondie sur les effets de bords mis en évidence au Chapitre 2. Cette étude est menée avec des conditions expérimentales bien contrôlées, en forçant le champ acoustique dans le résonateur au moyen d'un haut-parleur. On propose alors un modèle non-linéaire, basé sur le modèle proposé par V. Gusev en 2001, permettant de reproduire les résultats expérimentaux obtenus. Cette approche inclue la présence d'un

gradient de température axial ainsi que celle d'un terme de diffusion thermique axial dont l'impact sera démontré être significatif.

Au cours du Chapitre 4, nous proposons une ouverture avec l'application de la méthode d'holographie au cas d'une l'étude des couches limites thermovisqueuses et au cas d'une flamme thermoacoustique. Dans la première partie, nous présentons une tentative de mise en œuvre de l'interférométrie holographique pour qualifier expérimentalement les oscillations de masse volumique dans les couches limites au-dessus d'une plaque. Dans la seconde partie, l'instabilité thermoacoustique que peut déclencher, sous certaines conditions, une flamme placée dans un résonateur est étudiée. L'objectif sera de fournir une ouverture à la mesure du taux de dégagement de chaleur instationnaire produit par la flamme.

Une bibliographie générale est fournie en fin de manuscrit.



# Chapitre I

## Interférométrie holographique pour études en acoustique

### Contents

---

|             |  |           |
|-------------|--|-----------|
| <b>I.1</b>  | <b>Introduction</b>  | <b>6</b>  |
| <b>I.2</b>  | <b>Dispositif expérimental</b>   | <b>9</b>  |
| <b>I.3</b>  | <b>Modèle de signal holographique</b>                                    | <b>10</b> |
| <b>I.4</b>  | <b>Traitement numérique des hologrammes</b>                              | <b>11</b> |
| <b>I.5</b>  | <b>Fonction de filtrage</b>  | <b>13</b> |
| <b>I.6</b>  | <b>Quelques illustrations</b>  | <b>14</b> |
| <b>I.7</b>  | <b>Simulation numérique du processus holographique</b>                   | <b>14</b> |
| <b>I.8</b>  | <b>Evaluation du niveau de bruit du dispositif holographique</b>         | <b>16</b> |
| I.8.1       | Bruit sur la phase   | 16        |
| I.8.2       | Sources de bruit   | 18        |
| I.8.3       | Evaluation numérique   | 19        |
| I.8.4       | De la phase à la masse volumique et la pression acoustique               | 20        |
| <b>I.9</b>  | <b>Etude expérimentale des limites en mesure acoustique</b>              | <b>21</b> |
| I.9.1       | Introduction   | 21        |
| I.9.2       | Bruits intrinsèques du banc  | 21        |
| I.9.3       | Bruits de mesure avec un guide d'onde                                    | 24        |
| I.9.4       | Bruits de mesure avec un tube de Kundt fermé                             | 27        |
| I.9.5       | Conclusion   | 28        |
| <b>I.10</b> | <b>Caractérisation de la propagation en guide d'onde par holographie</b> | <b>29</b> |
| I.10.1      | Introduction   | 29        |
| I.10.2      | Propagation en tube de Kundt   | 30        |
| I.10.3      | Propagation en tube de verre ouvert-fermé                                | 31        |
| I.10.4      | Conclusion   | 34        |
| <b>I.11</b> | <b>Conclusion</b>  | <b>34</b> |

---

## I.1 Introduction

Le défi pour de nombreux travaux en mécanique des fluides et en acoustique est lié à la capacité à caractériser expérimentalement les champs cinématiques, les écoulements de sillage instationnaires ou encore les champs acoustiques complexes tels que ceux rencontrés en thermo-acoustique. En particulier, ces dernières années, des efforts ont été déployés pour développer des méthodes optiques quantitatives et non-intrusives, qui donnent simultanément des mesures en plein-champ avec des résolutions spatiales et temporelles très élevées permettant de suivre les phénomènes à leur échelle temporelle d'évolution. Le développement rapide des technologies concerne les capteurs d'images à haute résolution et haute cadence (typiquement 1 Mpixel à 20 kHz), les lasers DPSS continus (Diode Pumped Solid State lasers) avec une grande cohérence (plusieurs mètres) et une puissance élevée (plusieurs watts), des capacités de calcul permettant un post-traitement rapide des données. Ainsi, ces évolutions offrent des opportunités pour développer des nouvelles méthodes optiques fournissant des mesures plein-champ avec des résolutions spatiales et temporelles élevées, tout en fournissant des données absolues. Dans ce contexte, l'holographie numérique prend une place particulière. Bien entendu, l'holographie n'est pas la seule approche expérimentale pour étudier les fluides (et les structures). Des approches alternatives existent comme la vélocimétrie Laser Doppler (LDV, ou ALD) [1], la vélocimétrie par imagerie de particules (PIV) [2], les méthodes de fil chaud/froid [3, 4] et les thermocouples [5]. Chacune de ces méthodes a ses propres avantages et inconvénients. Afin d'éviter de trop entrer dans les détails, le Tableau I.1 donne un aperçu des méthodes mentionnées ci-dessus en donnant le type de donnée mesurée, les principaux avantages et les principaux inconvénients.

L'holographie, comparée à la photographie, présente l'avantage principal d'enregistrer et de restituer la phase des ondes optiques (la photographie ne rapporte que l'amplitude et la phase est perdue). Puisque la phase est étroitement liée à la différence de chemin optique, elle inclut la variation de l'indice de réfraction que subit l'un des faisceaux lumineux traversant l'écoulement. Comme indiqué dans le Tableau I.1, la mesure holographique est intégrée, ce qui signifie que la valeur de la phase obtenue est une valeur moyenne sur l'axe de propagation. En règle générale, la quantité mesurée est une différence de phase entre la phase d'intérêt,  $\varphi_O$ , et une phase de référence,  $\varphi_r$ , selon l'équation I.1. Dans l'Eq.I.1,  $\lambda$  est la longueur d'onde de la lumière,  $n_O(x, y, z, t)$  est l'indice de réfraction du fluide et  $n_r$  est l'indice de réfraction le long du trajet optique de référence.

$$\varphi_O - \varphi_r = \frac{2\pi}{\lambda} \int_L (n_O(x, y, z, t) - n_r) dz, \quad (\text{I.1})$$

où  $L$  désigne ici la longueur de l'objet à caractériser, le long du chemin optique (cette longueur correspondra dans la suite au diamètre d'un résonateur acoustique). Considérant la relation de

| Méthode                    | Mesurande     | Avantages                      | Inconvénients                                      |
|----------------------------|---------------|--------------------------------|--|
| <b>LDV</b>                 | $\vec{V}$     | haute résolution<br>temporelle | ponctuel,<br>ensemencement                         |
| <b>PIV</b>                 | $\vec{V}$     | plein champ                    | volume de<br>données à traiter<br>ensemencement    |
| <b>Fil<br/>chaud/froid</b> | $T$           | haute résolution<br>temporelle | ponctuel,<br>étalonnage                            |
| <b>Thermocouple</b>        | $T$           | simple                         | ponctuel, inertie<br>thermique                     |
| <b>Holographie</b>         | $\rho$ ou $T$ | plein champ                    | mesure intégrée,<br>volume de données<br>à traiter |

TABLE I.1 – Différentes méthodes expérimentales pour étudier les fluides ( $\vec{V}$  : vitesse,  $T$  : température,  $\rho$  : masse volumique du fluide).

Gladstone-Dale, le mesurande primaire produit par l’holographie est lié à la masse volumique du fluide ou à la température [6]. La masse volumique du fluide est donnée par l’Eq.I.2 :

$$\rho(x, y, t) = \frac{2}{3\hat{r}}(n_O(x, y, z, t) - n_r), \quad (\text{I.2})$$

où  $\hat{r} = 0,1505 \times 10^{-1} \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^3$  est la réfractivité spécifique de l’air, qui a été mesurée à la température  $T = 288 \text{ K}$  et à la longueur d’onde  $660 \text{ nm}$  [6, 7]. Notons que ces données ne présentent pas de variation significative sur la plage de longueurs d’onde du visible. Le Tableau I.2 fournit des valeurs du coefficient  $\hat{r}$  pour différentes longueurs d’ondes.

| $\hat{r}$ ( $\text{m}^3/\text{kg}$ ) | Longueur d’onde ( $\mu\text{m}$ ) |
|--------------------------------------|-----------------------------------|
| $0,1493 \cdot 10^{-3}$               | 0,9125                            |
| $0,1500 \cdot 10^{-3}$               | 0,7034                            |
| $0,1505 \cdot 10^{-3}$               | 0,6600                            |
| $0,1506 \cdot 10^{-3}$               | 0,6074                            |
| $0,1516 \cdot 10^{-3}$               | 0,5097                            |
| $0,1536 \cdot 10^{-3}$               | 0,4079                            |
| $0,1553 \cdot 10^{-3}$               | 0,3562                            |

TABLE I.2 – Valeurs de la réfractivité spécifique  $\hat{r}$  de l’air en fonction de la longueur d’onde à la température de  $288 \text{ K}$ .

La température peut également être obtenue à partir de la mesure de phase, en faisant

usage de la loi des gaz parfaits. L'équation I.3 fournit une relation utile entre l'indice de réfraction et la température [6] :

$$T = \frac{3\hat{r}}{2} \frac{P_0}{R_{gp}(n_O - n_r)}. \quad (\text{I.3})$$

Dans l'Eq.I.3,  $P_0$  est la pression moyenne du fluide,  $R_{gp}$  est la constante des gaz parfaits ( $R_{gp} = 8,314/M_{mol}$ , et  $M_{mol}$  est la masse molaire de l'air).

Dans les premières années de l'holographie, dans les années 70, l'interférométrie holographique à double impulsion laser fut la première approche holographique expérimentale développée pour étudier les écoulements en mécanique des fluides. Par exemple, l'article de Smigielski et al [8] décrit des travaux pionniers pour l'analyse de boom sonores simulés avec une technique d'holographie à double impulsion laser. Cette approche s'est révélée extrêmement puissante et a fait par la suite l'objet de nombreux développements [9].

Dans le cadre des travaux menés durant cette thèse, il convient également de citer les travaux menés par Wetzet & Herman [10, 11, 12] qui visaient à caractériser les flux de chaleur acoustiques et induits aux extrémités d'un empilement de plaques placées dans un résonateur acoustique. Ces travaux, menés par holographie analogique, constituent la principale base des travaux décrits dans ce mémoire.

Dans les années 90, l'holographie numérique avec des capteurs matriciels est apparue avec l'avènement des caméras CCD à haute résolution, et la puissance croissante des ordinateurs [13, 14, 15]. Désormais, les tailles et les résolutions spatiales des capteurs d'images sont compatibles avec les besoins d'enregistrement holographique numérique. Historiquement, les méthodes d'holographie numérique en ligne sont apparues avant les méthodes dites hors-axe [16, 17]. Dans cette thèse, la méthode hors-axe est privilégiée car elle permet d'extraire le champ diffracté par le fluide et d'obtenir des données quantitatives. La figure I.1 illustre les deux architectures et met en évidence leur différence fondamentale : l'introduction d'une référence inclinée dans la méthode hors-axe.

Sans développer trop, les holographies en ligne et hors-axe peuvent être brièvement comparées. Pour l'holographie en ligne, les avantages sont que la configuration est très simple et qu'il n'y a pas d'onde de référence à ajuster. Mais, la méthode est limitée aux particules opaques [18] et il existe une superposition des images jumelles. Pour l'holographie hors-axe, le montage est plus complexe mais les images jumelles sont séparées et des mesures de phase quantitatives peuvent être obtenues [19]. Cependant, les dispositifs sont sensibles aux perturbations externes et aux vibrations. Ainsi, des approches alternatives ont permis de contourner les inconvénients des architectures hors axe : alignement de l'onde de référence non requis, mise en place simple, chemin commun pour éviter la sensibilité aux perturbations externes et aux vibrations [20, 21]. Toutefois ces architectures ne seront pas utilisées dans le cadre de cette thèse. Dans ce chapitre, nous décrirons brièvement les bases de la méthode développée

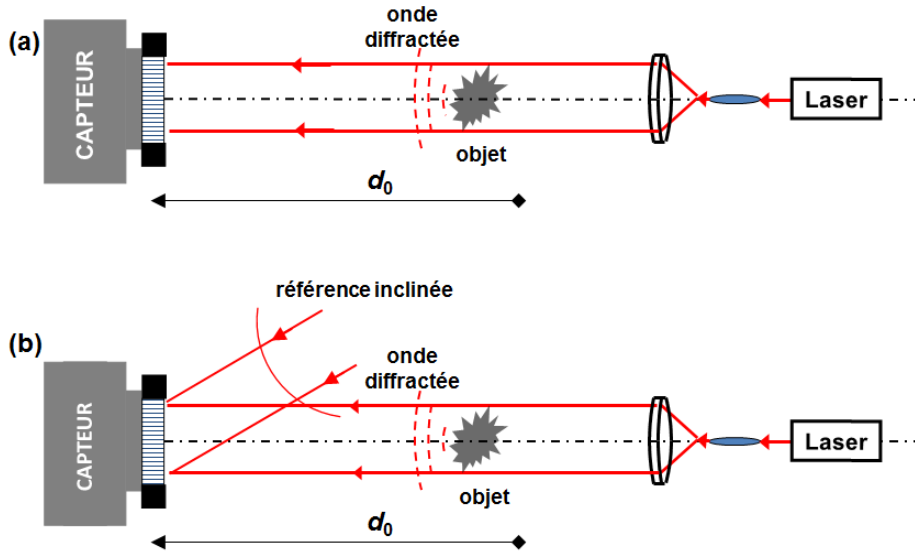


Fig. I.1. (a)- schéma d'un dispositif <en ligne>, (b)- schéma d'un dispositif <hors-axe>.

pendant la thèse de M. Leclercq [22], puis nous étudierons les limites de la mesure et son application à la caractérisation acoustique en guide d'onde.

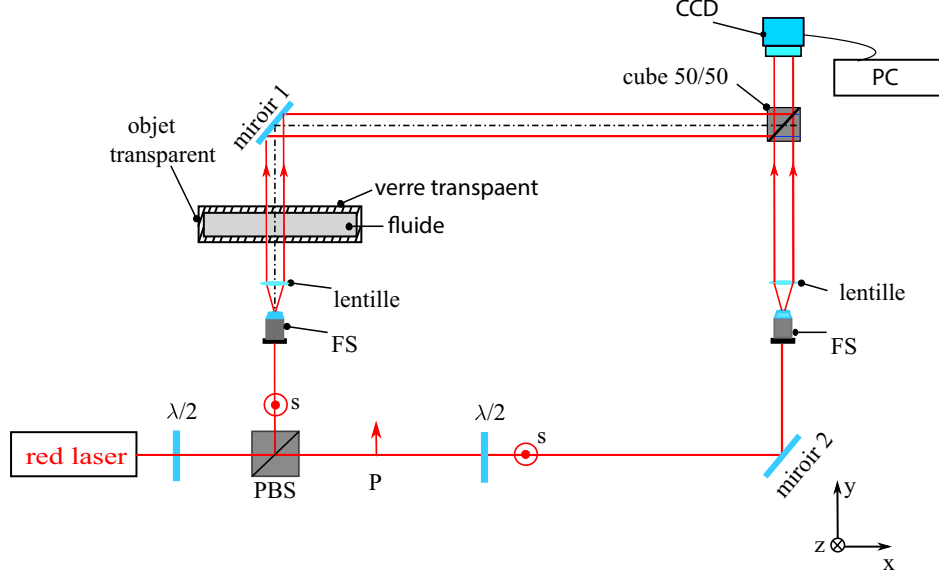
## I.2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental développé lors de la précédente thèse est décrit sur la Fig.I.2. Il est compatible avec la Fig. I.1(b) sous la forme d'un interféromètre de Mach-Zehnder [23]. Le laser DPSS (Diode Pumped Solid State laser) a une longueur d'onde de 660 nm et il est séparé en deux faisceaux distincts par le cube à séparation de polarisation. En avant du cube, une lame demi-onde ( $\lambda/2$ ) permet d'ajuster la puissance sur chacun des deux bras. Comme les polarisations sont orthogonales sur les deux bras, une seconde lame demi-onde permet de tourner la polarisation du bras de référence de  $90^\circ$  de sorte qu'elle soit parallèle à celle du bras de mesure. Les deux faisceaux sont spatialement étendus et collimatés grâce aux deux filtres spatiaux constitués d'un objectif de microscope, d'un trou microscopique de diamètre  $15 \mu\text{m}$  et d'une lentille de collimation de diamètre 50 mm. On obtient alors sur les deux bras deux faisceaux de diamètre 50 mm avec une bonne uniformité spatiale et un front d'onde plan. Le réglage de la planéité des fronts d'onde ne sera pas détaillé ici [24]. Les deux faisceaux sont recombinaés face au capteur par le cube séparateur 50-50. Le schéma ne montre pas le faible angle existant entre les deux faisceaux (cf Fig.I.1(b)). Cet angle est ajusté en fonction des bandes passantes spatiales du capteur (cf ci-dessous). Dans le bras de mesure on place l'objet d'étude : un tube, un moteur thermoacoustique, une flamme, ou tout autre objet transparent qui sera le siège d'une oscillation acoustique et/ou d'une fluctuation de température. Le capteur est une caméra rapide Phantom V5.1 qui peut acquérir des séquences d'images de



1024×1024 pixels jusqu'à 1200 Hz, et de 512×384 pixels jusqu'à 8000 Hz. Le pas des pixels est de 14,65  $\mu\text{m}$ .

Le réglage de l'angle entre les deux faisceaux dépend de la fréquence de Nyquist du cap-



**Fig. I.2.** Dispositif expérimental d'holographie hors-axe pour l'étude des phénomènes acoustiques et thermoacoustiques.

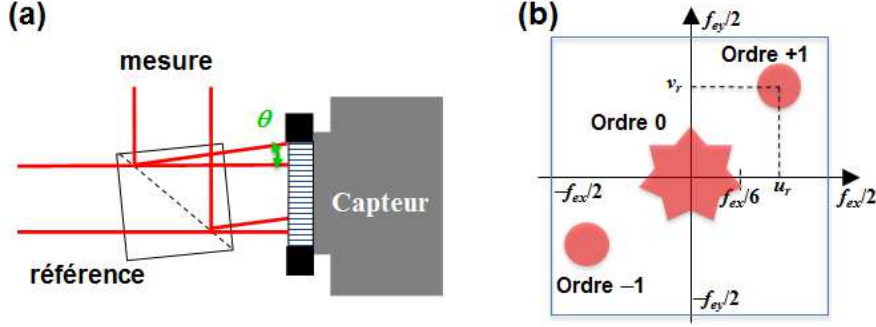
teur. Si  $p_x$  est le pas des pixels du capteur alors  $f_{ex} = 1/p_x$  est la fréquence d'échantillonnage spatial et  $f_{ex}/2$  est la fréquence de Nyquist. On ajuste les fréquences spatiales générées par les angles dans les deux directions de sorte à avoir  $f_{ex}/6 < (u_r, v_r) < f_{ex}/2$ , ce qui permet une bonne séparation des ordres de diffraction dans le plan de Fourier de l'hologramme. Les angles sont liés aux fréquences spatiales par cette relation (approximation angles faibles) :

$$\begin{cases} u_r = \frac{\sin\theta_x}{\lambda} \cong \frac{\theta_x}{\lambda}, \\ v_r = \frac{\sin\theta_y}{\lambda} \cong \frac{\theta_y}{\lambda}. \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(I.4a)} \\ \text{(I.4b)} \end{matrix}$$

La figure I.3 illustre la séparation angulaire et sa conséquence dans le plan de Fourier de l'hologramme. Le paragraphe suivant pose les bases du modèle d'image holographique qui permettra de mieux appréhender la Fig. I.3(b).

### I.3 Modèle de signal holographique

Pour décrire le modèle d'hologramme enregistré sur le plan capteur, il faut considérer les deux ondes se propageant suivant les deux bras et écrire les amplitudes complexes, puis



**Fig. I.3.** (a)- illustration de la séparation angulaire des deux faisceaux au niveau du cube de recombinaison, (b)- plan de Fourier de l'hologramme, la répartition spectrale dépend de la séparation angulaire par les fréquences spatiales porteuses  $(u_r, v_r)$ .

calculer le résultat des interférences produites. L'onde de référence peut être écrite sous la forme (la dépendance temporelle est sous entendue) [25] :

$$U_r(x, y) = a_r \exp(\varphi_r - 2i\pi(u_r x + v_r y)), \quad (\text{I.5})$$

avec  $a_r$  son amplitude uniforme et  $\varphi_r$  une constante qui pourra être négligée par la suite. En holographie hors axe on a  $(u_r, v_r) \neq (0, 0)$ . Le cas  $(u_r, v_r) = (0, 0)$  concerne l'holographie sur l'axe. L'onde optique produite par le faisceau de mesure peut être écrite sous la forme :

$$U_O(x, y) = A_O(x, y) \exp(i\varphi_O(x, y)), \quad (\text{I.6})$$

où  $A_O$  et  $\varphi_O$  sont l'amplitude et la phase diffractées et propagées depuis le fluide dans la zone de mesure. L'hologramme enregistré est le mélange cohérent deux ondes, que l'on écrit :

$$H = |U_O + U_r|^2 = |U_O|^2 + |U_r|^2 + U_O^* U_r + U_O U_r^*. \quad (\text{I.7})$$

Le spectre de Fourier de l'hologramme s'écrit alors :

$$\tilde{H}(u, v) = \tilde{O}_0(u, v) + a_r \tilde{U}_O(u - u_r, v - v_r) + a_r \tilde{U}_O^*(-u - u_r, -v - v_r). \quad (\text{I.8})$$

Avec  $\tilde{U}_O$  la transformée de Fourier de  $U_O$  et  $\tilde{O}_0$  la transformée de Fourier de  $|U_O|^2 + |U_r|^2$ . Les équations I.7 et I.8 montrent que l'hologramme inclut le champ complexe lié au fluide en amplitude et phase et que la présence d'une onde porteuse permettra de séparer les ordres dans le plan de Fourier (cf Fig. I.3(b)) [26].

## I.4 Traitement numérique des hologrammes

La méthode de traitement numérique des hologrammes est basée sur le filtrage dans le plan de Fourier. L'hologramme est filtré par transformée de Fourier, puis on calcule la phase

du champ complexe résultant du filtrage. Le filtre a une fonction de transfert binaire et adaptée à la forme du lobe spectral à extraire. La transformée de Fourier inverse appliquée au spectre filtré permet d'obtenir un complexe proportionnel à  $U_O U_r^*$ . La phase est extraite par une fonction arc tangente et elle est donc obtenue modulo  $2\pi$ . Le module du complexe peut également être calculé et fournir une information pour définir un masque sur les images de phase (définition d'une zone binaire). Notons  $G(u, v)$  la fonction de transfert du filtre, on a :

$$U_O U_r^* = FT^{-1}[FT[H] \times G] = a_O a_r \exp[i(\varphi_O - \varphi_r) + 2i\pi(u_r x + v_r y)]. \quad (\text{I.9})$$

L'équation I.9 montre que la différence de phase entre les deux trajets est obtenue par :

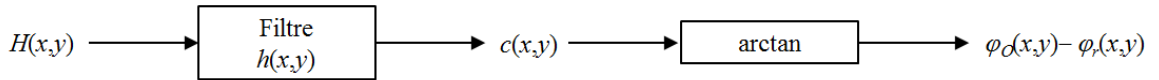
$$\varphi_O - \varphi_r = \arctan\left[\frac{\Im(U_O U_r^*) \times \exp[-2i\pi(u_r x + v_r y)]}{\Re(U_O U_r^* \times \exp[-2i\pi(u_r x + v_r y)])}\right] \bmod 2\pi. \quad (\text{I.10})$$

A priori, pour déterminer la différence de phase  $\varphi_O - \varphi_r$  il faut multiplier le complexe par le complexe conjugué de l'onde de référence porteuse. Notons que dans le cas du suivi de l'évolution temporelle de  $\varphi_O - \varphi_r$  il n'est pas nécessaire de compenser la porteuse car elle sera automatiquement soustraite : on choisit une phase de référence à un instant donné, qui peut inclure la porteuse.

L'équation I.9 fournit également le module selon la relation :

$$a_O a_r = \sqrt{\Im(U_O U_r^*)^2 + \Re(U_O U_r^*)^2}. \quad (\text{I.11})$$

On peut formaliser le calcul de la phase par un bloc diagramme qui résume le processus par une approche de type filtrage linéaire. La Figure I.4 formalise les opérations et on a posé  $\varphi = \varphi_O - \varphi_r$ . Le filtre sera décrit au paragraphe I.5.



**Fig. I.4.** Block diagramme de filtrage de l'hologramme pour calculer la phase [27].

Ainsi, on peut écrire que le complexe en sortie du filtrage s'écrit sous forme d'une convolution avec la réponse impulsionnelle du filtre :

$$c(x, y) = H(x, y) * h(x, y), \quad (\text{I.12})$$

avec

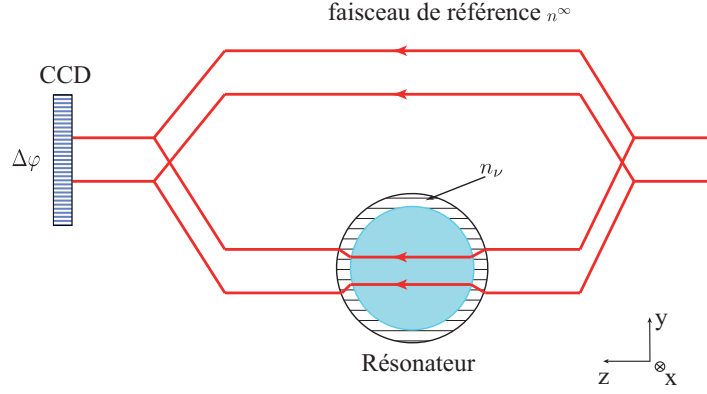
$$c(x, y) = c_1(x, y) + ic_2(x, y) = a_O a_r \exp(i(\varphi_O - \varphi_r)), \quad (\text{I.13})$$

et

$$\varphi = \varphi_O - \varphi_r = \arctan\left[\frac{c_2}{c_1}\right]. \quad (\text{I.14})$$

## I.5 Fonction de filtrage

Comme indiqué dans le paragraphe suivant, la fonction de filtrage doit être adaptée à la forme de l'ordre +1. L'étendue spectrale de l'ordre +1 dépend de la fonction de phase dans le bras objet. Ainsi, dans le cas de la traversée d'un tube en verre, le front d'onde va subir une anamorphose due à la courbure du tube. La Figure I.5 illustre la traversée du faisceau dans le tube de verre.



**Fig. I.5.** Trajet des rayons dans le tube de verre.

Le front d'onde traversant le tube subira un effet d'astigmatisme, c'est-à-dire que le front d'onde plan incident sur le tube sera déformé selon deux méridiens orthogonaux. Dans ces deux méridiens orthogonaux, le front d'onde devient courbe mais les deux courbures sont de signe contraire, de manière similaire à la surface d'un tore en diabolo (par exemple, une selle de cheval). Cet effet d'astigmatisme peut être modélisé par un polynôme d'ordre 2 en  $x$  et  $y$  avec des signes contraires [28]. On peut écrire la phase en sortie du tube, et sans aucun signal acoustique, comme :

$$\varphi_O(x, y) = 2\pi(ax^2 - by^2). \quad (\text{I.15})$$

Le champ objet impactant le capteur s'écrit donc :

$$U_O(x, y) = \exp[2i\pi(ax^2 - by^2)]. \quad (\text{I.16})$$

L'étendue spectrale du champ objet dépend de ses fréquences spatiales et de la bande passante spatiale du champ [29]. Les fréquences spatiales locales de  $U_O$  s'écrivent [30] :

$$\begin{cases} u_i(x, y) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} 2\pi(ax^2 - by^2) = 2ax, & (\text{I.17a}) \\ v_i(x, y) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial y} 2\pi(ax^2 - by^2) = -2by. & (\text{I.17b}) \end{cases}$$

Ainsi, les fréquences spatiales maximales du champ dépendent de  $(x, y)$  et de l'étendue d'enregistrement produite par le capteur. Si  $(N, M)$  sont les nombres de points d'échantillonnage du capteur, alors  $x_{max} = Np_x/2$  et  $y_{max} = Mp_x/2$  et les bandes passantes spatiales en  $(x, y)$  sont données par :

$$\begin{cases} \Delta u = u_i^{max} - u_i^{min} = 2ax_{max} = aNp_x, & \text{(I.18a)} \\ \Delta v = v_i^{max} - v_i^{min} = 2by_{max} = bMp_y, & \text{(I.18b)} \end{cases}$$

avec  $\Delta u$  la bande passante horizontale, et  $\Delta v$  la bande passante verticale.

Puisque  $a \neq b$  (astigmatisme du tube en verre), alors  $\Delta u \neq \Delta v$  et la fonction de filtrage est donc anisotrope et prend la forme d'un rectangle dans le plan de Fourier. Ce rectangle est localisé aux fréquences spatiales de la référence  $(u_r, v_r)$ . Pour plus de simplicité on définit la fonction de filtrage tout-ou-rien par :

$$G(u, v) = \begin{cases} 1 & |u - u_r| \leq \Delta u/2 \text{ et } |v - v_r| \leq \Delta v/2, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad \text{(I.19)}$$

Compte tenu de l'équation I.19, la réponse impulsionnelle du filtre passe-bande tout-ou-rien est exprimée par :

$$h(x, y) = \Delta u \Delta v \exp(+2i\pi(u_r x + v_r y)) \text{sinc}(\pi \Delta u x) \text{sinc}(\pi \Delta v y). \quad \text{(I.20)}$$

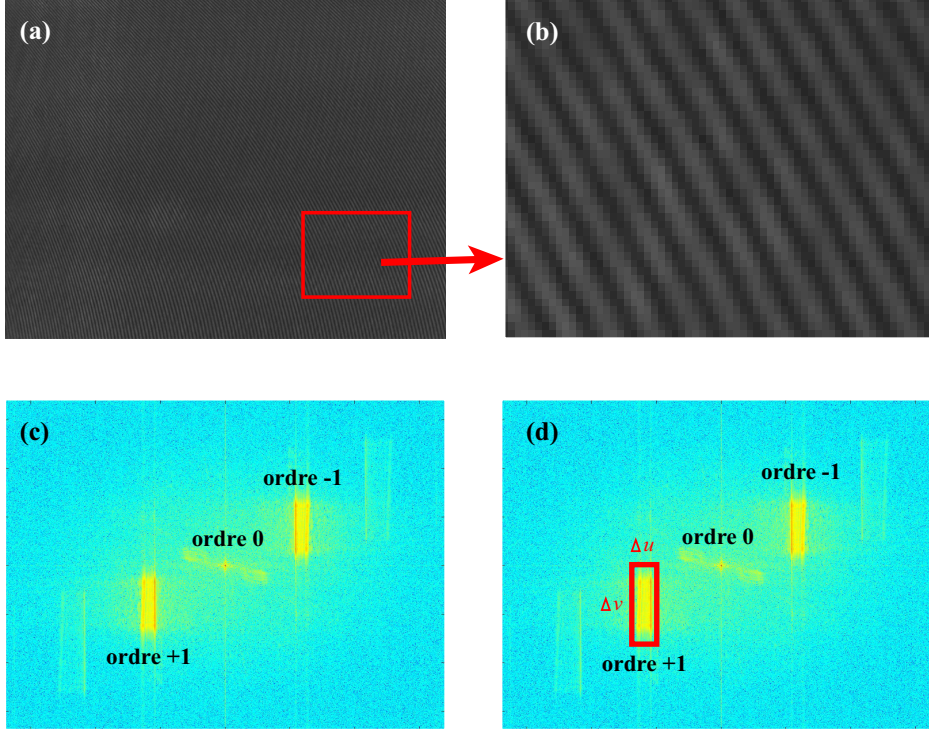
## I.6 Quelques illustrations

Les figures suivantes illustrent la méthode de filtrage et le type de résultat obtenu. La Figure I.6(a) montre un hologramme typique et la figure I.6(b) montre un zoom sur lequel on peut observer les franges d'interférences serrées et parallèles qui permettent de coder la phase optique. La Figure I.6(c) montre le spectre de cet hologramme. On observe les trois ordres de diffraction et la forme rectangulaire de l'ordre +1 due au tube de verre. La Figure I.6(d) montre la fonction de filtrage tout-ou-rien.

La Figure I.7(a) montre la carte de phase modulo  $2\pi$  extraite du processus de traitement numérique, pour un instant donné sans sollicitation acoustique dans le tube. Une telle carte sert de référence pour l'étude des phénomènes acoustiques en guide d'onde. La Figure I.7(b) montre la carte de phase déroulée (suppression des discontinuités de  $2\pi$ ).

## I.7 Simulation numérique du processus holographique

L'extraction des paramètres de l'hologramme par la méthode de filtrage permet de réaliser le chemin inverse : simuler de manière réaliste une séquence d'hologrammes numériques acquis



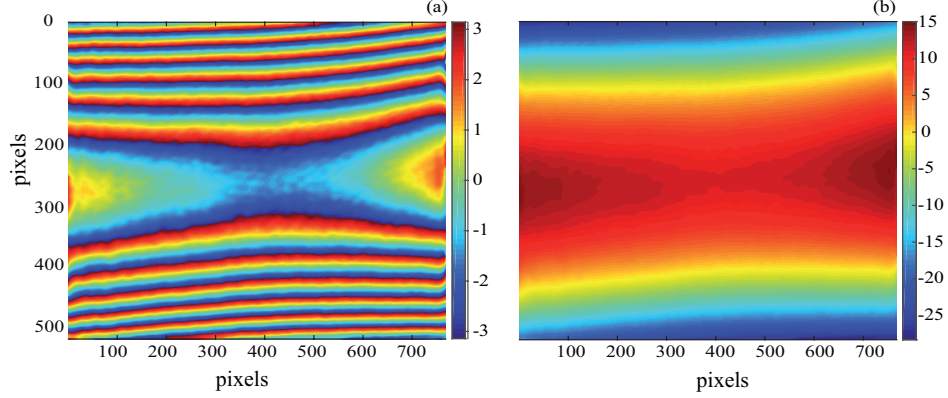
**Fig. I.6.** (a)- hologramme typique enregistré avec le capteur, (b)- zoom de l'hologramme montrant les franges serrées et parallèles, (c)- spectre de l'hologramme, (d)- fonction de filtrage tout-ou-rien permettant d'extraire l'ordre +1 et d'obtenir une mesure de phase.

en présence d'un phénomène acoustique afin de pouvoir évaluer l'influence des paramètres expérimentaux. De manière similaire au filtrage appliqué à l'ordre +1, on peut filtrer l'ordre 0 pour en déduire son amplitude. Si on note  $a$  l'amplitude de l'ordre 0 et  $b/2$  celle de l'ordre +1, alors on peut simuler un hologramme à tout instant  $t$  en prenant en compte la phase de référence, la phase temporelle liée au phénomène, une phase parasite si besoin, et les bruits du capteur, par l'équation suivante :

$$H(x, y, t) = a(x, y) + b(x, y) \cos(\varphi_0(x, y) + \varphi_{ac}(x, y, t) + \varphi_p(x, y, t)), \quad (\text{I.21})$$

où  $\varphi_0$  est une phase de référence qui inclut la porteuse spatiale,  $\varphi_{ac}$  est la phase liée au phénomène acoustique dépendant du temps et  $\varphi_p$  est une phase liée à une perturbation dans le dispositif expérimental, dépendant également du temps (par exemple vibration parasite d'un des miroirs).

La prise en compte des bruits du capteur peut être menée en considérant le nombre d'électrons à saturation, le bruit électronique de lecture et le nombre de bits de quantification [31, 32, 33]. Le bruit de photons est pris en compte avec un processus Gaussien ajouté à l'Eq. I.21 et dont l'écart type est  $\sqrt{H}$ . Généralement le bruit de photons est décrit par une statistique de Poisson, mais pour un nombre de photoélectrons supérieur à 10, la loi peut être



**Fig. I.7.** (a)- Carte de phase obtenue après traversée du faisceau sonde dans un tube en verre, (b)- carte déroulée.

considérée Gaussienne. L'interférogramme vu par le capteur est ainsi exprimé par :

$$H_n = H + randn \times \sqrt{H}, \quad (\text{I.22})$$

où  $H_n$  définit l'hologramme impacté par le bruit de photons et  $randn$  signifie "tirage aléatoire gaussien centré" (c'est-à-dire centré avec un écart-type égal à 1). Ensuite, on ajoute le bruit de lecture avec une loi gaussienne et un écart type  $\sigma_{lec}$  puis cet hologramme est quantifié en considérant le nombre de bits du capteur (fonction d'arrondi).

## I.8 Evaluation du niveau de bruit du dispositif holographique

### I.8.1 Bruit sur la phase

Une question clé du dispositif expérimental est de savoir quelles sont les limites des fluctuations acoustiques mesurables avec un tel système. En d'autres termes, quelles sont les limites de mesure dues au bruit? Les paragraphes I.4 et I.5 permettent d'appréhender la démarche à suivre pour estimer la variance de bruit sur la phase mesurée en fonction des différentes contributions du système optique. Dans la suite, on note  $\varphi$  la phase extraite par le processus décrit sur la Fig. I.4. Une fluctuation de bruit sur  $H$  se traduit par une fluctuation de bruit sur  $c$  et sur la phase  $\varphi$ .

La variance de bruit sur la phase est donnée par :

$$\sigma_\varphi^2 = \sum_{i=1}^{i=2} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial c_i} \right) \sigma_{c_i}^2 = \left( \frac{\partial \varphi}{\partial c_1} \right)^2 \sigma_{c_1}^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial c_2} \right)^2 \sigma_{c_2}^2. \quad (\text{I.23})$$

Comme on a :

$$\sigma_c^2 = E[|c|^2] = E[|c_1|^2] + E[|c_2|^2] = 2\sigma_{c_1}^2, \quad (\text{I.24})$$

alors

$$\sigma_{c_1}^2 = \sigma_{c_2}^2 = \sigma_c^2/2. \quad (\text{I.25})$$

Sous une hypothèse de bruit blanc, on a aussi [34]

$$\sigma_c^2 = \sigma_H^2 \int \int |\tilde{G}(u, v)|^2 dudv = \sigma_H^2 \int \int |h(x, y)|^2 dx dy. \quad (\text{I.26})$$

On a de plus la dérivation de l'équation I.14 :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial c_i} = \frac{\partial(c_2/c_1)/\partial c_i}{1 + \tan^2(\varphi)}, \quad (\text{I.27})$$

soit aussi

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial c_1} = -\frac{1}{c_1} \sin(\varphi) \cos(\varphi), \\ \frac{\partial \varphi}{\partial c_2} = \frac{1}{c_1} \cos^2(\varphi). \end{cases} \quad (\text{I.28a})$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial c_1} = -\frac{1}{c_1} \sin(\varphi) \cos(\varphi), \\ \frac{\partial \varphi}{\partial c_2} = \frac{1}{c_1} \cos^2(\varphi). \end{cases} \quad (\text{I.28b})$$

Comme on peut écrire  $c_1 = b \cos(\varphi)$ , on obtient

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial c_1} = -\frac{2}{b} \sin(\varphi), \\ \frac{\partial \varphi}{\partial c_2} = \frac{2}{b} \cos(\varphi). \end{cases} \quad (\text{I.29a})$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial c_1} = -\frac{2}{b} \sin(\varphi), \\ \frac{\partial \varphi}{\partial c_2} = \frac{2}{b} \cos(\varphi). \end{cases} \quad (\text{I.29b})$$

On en déduit finalement que

$$\sigma_\varphi^2 = \frac{2\sigma_c^2}{b^2}. \quad (\text{I.30})$$

Le coefficient  $b$  est lié à la modulation de l'hologramme par le terme  $b = 2a_O a_r$ .

Maintenant, il faut prendre en compte le taux de saturation de l'hologramme ( $\alpha$ ) et sa modulation  $m = 2a_O a_r / (a_O^2 + a_r^2)$ . La figure I.8 représente la situation de l'hologramme comparativement à la dynamique de codage du capteur, où  $N_{sat}$  est le nombre d'électrons à saturation du capteur.

D'après la Fig. I.8, on a

$$\begin{cases} a_r^2 + a_O^2 = \alpha N_{sat}, \\ b = m \alpha N_{sat}, \end{cases} \quad (\text{I.31a})$$

$$\begin{cases} a_r^2 + a_O^2 = \alpha N_{sat}, \\ b = m \alpha N_{sat}, \end{cases} \quad (\text{I.31b})$$

et il vient

$$\sigma_\varphi = \frac{2\sigma_c}{\sqrt{2m\alpha N_{sat}}}. \quad (\text{I.32})$$

Compte tenu que le filtre est de type passe-bande tout-ou-rien, on a [34]

$$\int \int |\tilde{h}(u, v)|^2 dudv = \frac{\Delta u \Delta v}{f_{ex} f_{ey}} = p_x p_y \Delta u \Delta v, \quad (\text{I.33})$$

on pose  $RB = p_x p_y \Delta u \Delta v$ .



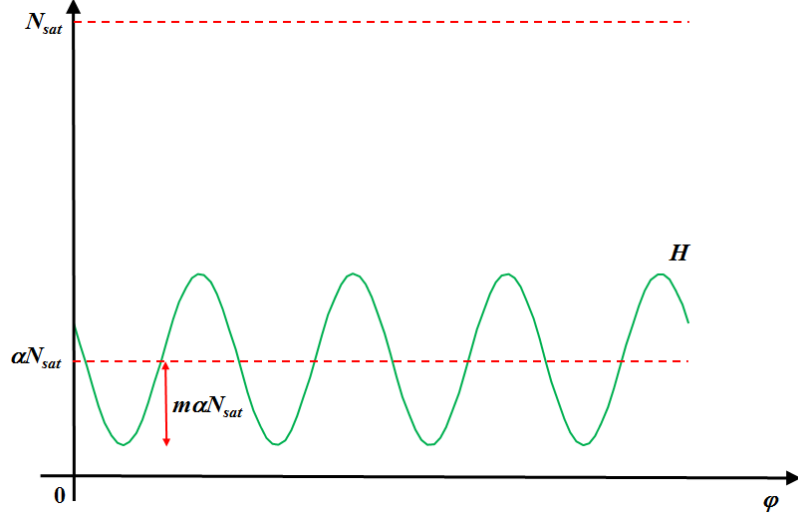


Fig. I.8. Hologramme et dynamique du capteur représentée en nombre d'électrons par pixel.

### I.8.2 Sources de bruit

Pour décrire le bruit sur  $H$ , il faut considérer 3 sources possibles (exprimées en électrons) [35] :

- bruit de photons
- bruit de lecture
- bruit de quantification

Le paramètre clé est le nombre d'électrons à saturation, qui est une donnée technique du constructeur. Le bruit de photons moyen est donné par

$$\sigma_{ph} = \sqrt{\alpha N_{sat}} \quad (\text{I.34})$$

Le bruit de lecture  $\sigma_{lec}$  est une donnée technique du constructeur, et le bruit de quantification dépend du nombre de bits de quantification. Son écart type est (erreur de loi de probabilité uniforme sur la valeur de l'échelon de quantification),

$$\sigma_q = \frac{1}{\sqrt{12}} \frac{N_{sat}}{2^{nbits} - 1}. \quad (\text{I.35})$$

Le bruit total sur la mesure de phase peut donc s'exprimer par cette relation :

$$\sigma_\varphi = \frac{2\sqrt{RB}}{\sqrt{2m\alpha N_{sat}}} \sqrt{\sigma_{ph}^2 + \sigma_{lec}^2 + \sigma_q^2}. \quad (\text{I.36})$$

L'équation I.36 décrit l'écart type de bruit de la phase mesurée via le processus de filtrage numérique. Pour les études en acoustique, on s'intéresse plutôt à une différence de phase au cours du temps, c'est-à-dire à une grandeur liée à  $\Delta\varphi = \varphi(t + \Delta t) - \varphi(t)$  où  $\Delta t$  est l'intervalle

de temps entre deux images. Le bruit sur cette différence de phase est donc :

$$\sigma_{\Delta\varphi} = \sqrt{2}\sigma_{\varphi} = \frac{2\sqrt{RB}}{m\alpha N_{sat}} \sqrt{\sigma_{ph}^2 + \sigma_{lec}^2 + \sigma_q^2}, \quad (\text{I.37})$$

ce qui donne sous une forme développée :

$$\sigma_{\Delta\varphi} = \frac{2\sqrt{RB}}{m\alpha N_{sat}} \sqrt{\alpha N_{sat} + \sigma_{lec}^2 + \frac{N_{sat}^2}{12(2^{nbits} - 1)^2}}. \quad (\text{I.38})$$

### I.8.3 Evaluation numérique

A l'aide de l'équation I.38, on peut estimer le bruit théorique sur les mesures. Pour la caméra Phantom du laboratoire, les paramètres sont donnés dans le tableau I.3.

| $p_x, p_y$          | $nbits$ | $N_{sat}$   | $\sigma_{lec}$ | $\sigma_q$ |
|---------------------|---------|-------------|----------------|------------|
| 14,65 $\mu\text{m}$ | 8       | 25000 $e^-$ | 20 $e^-$       | 28,3 $e^-$ |

TABLE I.3 – Paramètres de la caméra rapide.

Pour le chiffage, on fait varier la modulation  $m$  de 0,075 à 1 et le taux de saturation  $\alpha$  de 0 à 50%. Pour le filtrage spatial on considère les valeurs  $\Delta u = 6,19 \text{ mm}^{-1}$ , et  $\Delta v = 13,51 \text{ mm}^{-1}$ , ce qui donne  $RB = 0,0174$  pour le filtrage de la figure I.6(c). La figure I.9 montre l'évolution de l'écart type de bruit en fonction de  $m$  et  $\alpha$ .

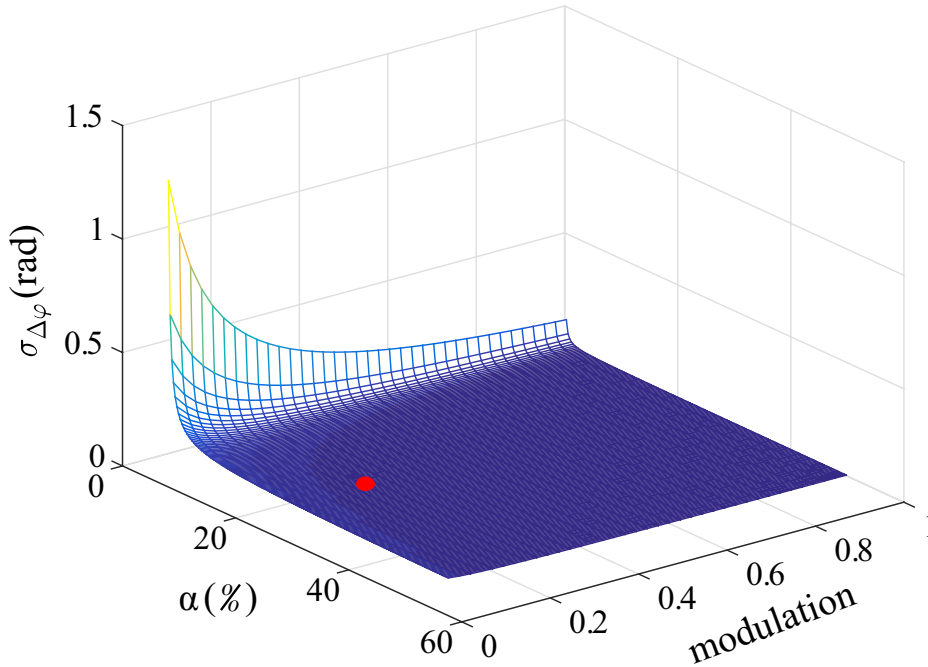


Fig. I.9. Variation de  $\sigma_{\Delta\varphi}$  en fonction de  $m$  et de  $\alpha$ , point rouge : situation des expériences au LAUM.

La figure I.9 montre que le bruit décroît d'autant plus que la modulation tend vers 1 et que le taux de saturation atteint 50%. Cette configuration ( $m = 1$  et  $\alpha = 50\%$ ) est idéale car elle suppose que toute la dynamique du capteur est utilisée. En pratique, ce n'est pas toujours le cas et cela dépend en particulier de la puissance laser disponible et du temps d'exposition du capteur. Pour de l'imagerie en acoustique, le temps de pose du capteur est généralement inférieur à  $10 \mu s$  pour éviter les effets de temps moyenné [36]. Plus le laser est puissant plus il sera possible, pour un temps de pose "court" ( $\leq 10 \mu s$ ), d'utiliser toute la dynamique du capteur.

A titre d'exemple, pour les expériences réalisées avec les équipements disponibles au LAUM, nous avons évalué que  $m \cong 0,28$  et  $\alpha \cong 21\%$ . Le calcul donne  $\sigma_{\Delta\varphi} \cong 0,0144 \text{ rad} = 2\pi/436$ , soit  $1/436$  de la période des interférences. En terme de déplacement équivalent, cela donne  $\delta = \lambda/436$ , et pour  $\lambda = 660 \text{ nm}$  on obtient  $\delta = 1,5 \text{ nm}$ . Le point qui situe les expériences au LAUM,  $(m, \alpha, \sigma_{\Delta\varphi})$ , est représenté par le point rouge sur la Figure I.9. Cette approche théorique de l'estimation du bruit sera confrontée à une étude expérimentale dans la suite du manuscrit.

#### I.8.4 De la phase à la masse volumique et la pression acoustique

Considérons l'Eq. I.1 et supposons que l'indice soit constant dans la direction de propagation du faisceau lumineux. On obtient alors l'Eq.I.39 [22, 37] :

$$\langle \varphi_O \rangle - \langle \varphi_r \rangle = \frac{2\pi}{\lambda} \int_L (\langle n_O \rangle - n_r) dz. \quad (\text{I.39})$$

La masse volumique moyenne du fluide dans la direction de visée est alors estimée par :

$$\langle \rho(x, y, t) \rangle = \frac{2}{3\hat{r}} \frac{\lambda}{2\pi L} (\langle \varphi_O \rangle - \varphi_r). \quad (\text{I.40})$$

La pression acoustique moyenne dans la direction de visée est alors estimée par :

$$\langle p \rangle = \langle \rho \rangle c_0^2 = \frac{2}{3\hat{r}} \frac{\lambda c_0^2}{2\pi L} (\langle \varphi_O \rangle - \varphi_r). \quad (\text{I.41})$$

Compte tenu que nous connaissons les fluctuations de phase, on peut en déduire les fluctuations de pression et masse volumique correspondantes par les relations précédentes. La masse volumique et la pression moyenne dans la direction de visée sont alors estimées par :

$$\sigma_\rho = \frac{2}{3\hat{r}} \frac{\lambda}{2\pi L} \sigma_{\Delta\varphi}, \quad (\text{I.42})$$

$$\sigma_p = \frac{2}{3\hat{r}} \frac{\lambda c_0^2}{2\pi L} \sigma_{\Delta\varphi}. \quad (\text{I.43})$$

Les relations I.42 et I.43 appellent à quelques commentaires. On constate que la fluctuation sur la densité et la pression sont liées à la longueur d'onde de la lumière et à la longueur

d'interaction dans le guide d'onde (sous hypothèse d'invariance dans l'axe du faisceau laser). On note de plus la dépendance de l'écart type avec la bande passante de filtrage spatial ( $\Delta u \times \Delta v$ ) via le coefficient  $RB$  de l'équation I.38. Le niveau de bruit dans la mesure est donc fortement dépendant de filtrage spatial dans le plan de Fourier. Ainsi, toute comparaison de niveaux de bruit estimés expérimentalement devra prendre en compte la bande passante et la longueur d'interaction. Dans le cas où on place un résonateur dans un des bras de l'interféromètre, alors la longueur  $L$  à considérer est le diamètre du tube. Dans le cas où on souhaite évaluer le bruit sans tube, il faut prendre en compte une longueur d'interaction virtuelle qui correspond à la longueur qu'on aurait avec la présence d'un tube.

Considérant les équations I.38, I.42 et I.43, avec un filtrage  $(\Delta u \times \Delta v) = (6,19 \text{ mm}^{-1} \times 13,51 \text{ mm}^{-1})$ ,  $L = 52 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 660 \text{ nm}$  et des valeurs typiques de nos expériences  $\alpha = 0,21$  et  $m = 0,28$ , on obtient  $\sigma_{\Delta\varphi} \cong 0,0144 \text{ rad}$ , soit  $2\pi/436$ , et  $\sigma_\rho \cong 1,28 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^3$  et  $\sigma_p \cong 14,8 \text{ Pa}$ .

## I.9 Etude expérimentale des limites en mesure acoustique

### I.9.1 Introduction

Dans cette partie du manuscrit, on s'attache à étudier les limites dues au bruit du banc expérimental. On souhaite ainsi déterminer expérimentalement la plus petite quantité mesurable en pression ou densité. Pour ce faire on étudiera le bruit du banc optique en l'absence de tout tube dans le bras de mesure et tout appareillage électrique dans la salle, puis avec un guide d'onde simple en verre et avec un tube de Kundt (fermé aux extrémités). On s'intéressera également aux limites aux temps "courts" et aux temps "longs", c'est-à-dire en considérant des acquisitions courtes ( $< 0,5 \text{ s}$ ) ou longues ( $> 5 \text{ s}$ ).

### I.9.2 Bruits intrinsèques du banc

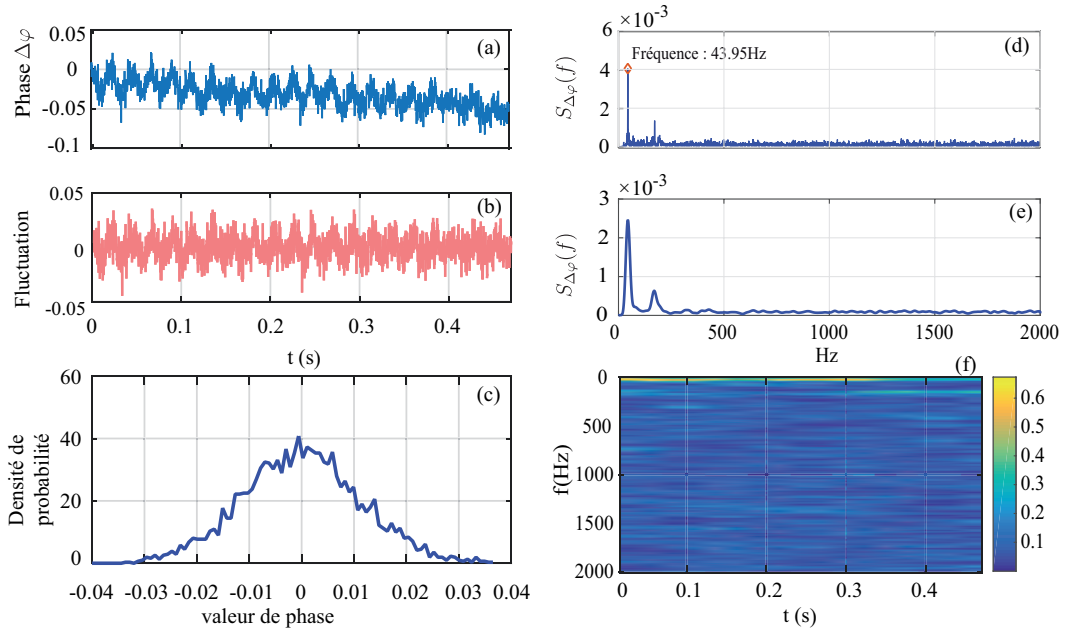
Pour évaluer le bruit intrinsèque du banc, on enregistre une séquence d'hologrammes sans tube et tout appareillage électrique éteint (ventilateur du laser, de la caméra, etc..). Ensuite on calcule les phases de chaque hologramme et on évalue les différences de phase deux-à-deux entre deux instants. Pour s'affranchir des dérives inévitables on soustrait la pente moyenne du signal pour n'en conserver que la partie fluctuante sur la fenêtre d'observation. Une analyse spectrale permet d'évaluer les contributions spectrales et les limites de mesure de phase dues aux fluctuations intrinsèques du banc.

#### I.9.2.1 Bruits intrinsèques aux temps courts

Pour ces acquisitions la fréquence d'échantillonnage de la caméra est fixée à 4000 Hz et la durée de la séquence est de 0,45 s. La modulation et le taux de saturation sont estimés

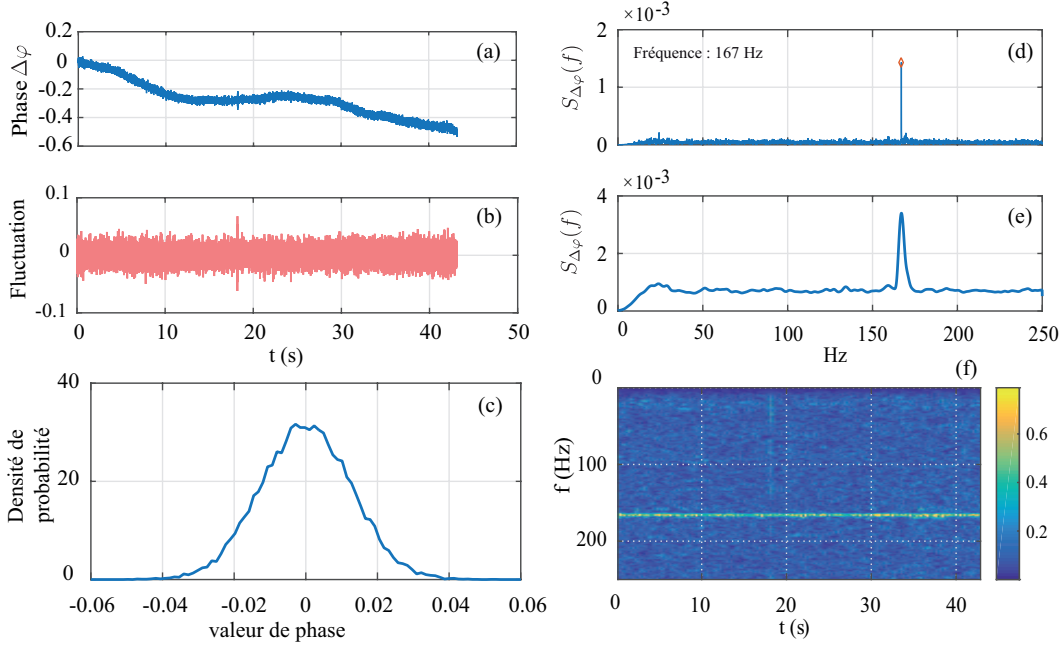
à respectivement  $m = 14,08\%$  et  $\alpha = 21,13\%$ . Les données ont été traitées avec  $\Delta u = 6,19 \text{ mm}^{-1}$  et  $\Delta v = 13,51 \text{ mm}^{-1}$ . La Fig.I.10 montre les signaux et probabilité obtenus. La Fig. I.10(a) montre le signal brut de phase sur la durée de 0,45 s et la Fig. I.10(b) montre le signal après soustraction de la pente due à la légère dérive observable en Fig. I.10(a). La Fig. I.10(c) donne la densité de probabilité la fluctuation de phase de la Fig. I.10(b). On constate que la loi est de forme Gaussienne. Le bruit de phase est donc Gaussien. Les statistiques de la fluctuation de phase sont  $PV = 0,081 \text{ rad}$  (valeur crête à crête) et  $\sigma_{\Delta\varphi} = 0,011 \text{ rad}$ . La conversion en densité et pression de cette valeur donne  $\sigma_\rho = 1,02 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^3$  et obtient  $\sigma_p \cong 12 \text{ Pa}$ . Si on reprend le calcul théorique de l'Eq. I.38, alors on obtient  $\sigma_{\Delta\varphi} = 0,0144 \text{ rad}$ . La conversion en densité et pression de cette valeur donne  $\sigma_\rho \cong 1,28 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^3$  et obtient  $\sigma_p \cong 14 \text{ Pa}$ , ce qui est proche que la valeur mesurée.

Ainsi, on analyse le spectre du signal de fluctuation en calculant sa transformée de



**Fig. I.10.** (a)- variation de phase en fonction du temps sur 0,45 s, (b)- fluctuation de phase après soustraction de la composante de dérive, (c)- histogramme de la fluctuation de phase, (d)- spectre simple du signal de fluctuation de phase, (e)- périodogramme de la fluctuation de phase, (f)- spectrogramme de la fluctuation de phase, aux temps “courts”.

Fourier, son périodogramme moyenné de Welch [37] et son spectrogramme [38] pour vérifier sa stationnarité. La Fig. I.10(d) montre le spectre obtenu par une simple transformée de Fourier. On observe principalement deux pics en basse fréquence dont le plus fort à 44 Hz. C’est donc l’énergie de ce pic qui contribue à augmenter la variance de bruit. Le périodogramme moyenné est montré sur la Fig. I.10(e). Il a été calculé avec une pondération par une fenêtre de Hanning avec des segments de 512 points se recouvrant de 50%. On observe les mêmes fréquences. Le spectrogramme de la Fig. I.10(f) montre la relative stationnarité du pic à 44



**Fig. I.11.** (a)- variation de phase en fonction du temps sur 43 s, (b)- fluctuation de phase après soustraction de la composante de dérive, (c)- histogramme de la fluctuation de phase, (d)- spectre simple du signal de fluctuation de phase, (e)- périodogramme de la fluctuation de phase, (f)- spectrogramme de la fluctuation de phase, aux temps “longs”.

Hz et confirme que le spectre est plutôt blanc. Pour confronter l'évaluation expérimentale à l'évaluation théorique, on doit considérer une bande de fréquence sur laquelle le spectre est blanc (hypothèse du calcul théorique). Si on note  $S_{\Delta\varphi}(f)$  la densité spectrale de puissance de la fluctuation de phase alors on peut estimer la variance sur la phase sur une bande de fréquence  $\{f_1, f_2\}$  :

$$\sigma_{\Delta\varphi}^2 = \int_{f_1}^{f_2} S_{\Delta\varphi}(f) df. \quad (\text{I.44})$$

L'équation I.44 permet de calculer  $\sigma_{\Delta\varphi} = 0,0095$  rad sur la bande de fréquences de 65 Hz-2000 Hz. Le calcul théorique fournit  $\sigma_{\Delta\varphi} = 0,0144$  rad. Les deux valeurs coïncident donc assez bien. Cette limite fixera la quantité minimale mesurable, c'est-à-dire environ 14 Pa.

### I.9.2.2 Bruits intrinsèques aux temps longs

On reprend la même démarche qu'au paragraphe précédent mais en enregistrant une séquence plus longue. Pour ces acquisitions, la fréquence d'échantillonnage de la caméra est fixée à 500 Hz et la durée de la séquence est de 43 s. La modulation et le taux de saturation sont estimés à respectivement  $m = 26,2\%$  et  $\alpha = 23,4\%$ . Les données ont été traitées avec  $\Delta u = 6,19 \text{ mm}^{-1}$  et  $\Delta v = 13,51 \text{ mm}^{-1}$ . La Fig.I.11 montre les signaux et probabilités obtenus.

La Fig. I.11(a) montre le signal brut de phase sur la durée de 43 s et la Fig. I.11(b) montre le signal après soustraction de la composante moyenne obtenue par filtrage passe bas (et observable en Fig. I.11(a)). La Fig. I.11(c) donne la densité de probabilité de la fluctuation de phase de la Fig. I.11(b). On constate que la loi est également de forme Gaussienne. Les statistiques de la fluctuation de phase sont  $PV = 0,13$  rad (valeur crête à crête) et  $\sigma_{\Delta\varphi} = 0,0134$  rad.

On analyse également le spectre du signal de fluctuation en calculant sa transformée de Fourier, son périodogramme moyenné de Welch et son spectrogramme pour vérifier sa stationnarité. La Fig. I.11(d) montre le spectre obtenu par une simple transformée de Fourier. On observe principalement un pic en fréquence à 167 Hz. Le périodogramme moyenné est montré sur la Fig. I.11(e). Il a été calculé avec une pondération par une fenêtre de Hanning avec des segments de 512 points se recouvrant de 50%. On observe la même fréquence. Le spectrogramme de la Fig. I.11(f) montre la relative stationnarité du pic à 167 Hz et confirme que le spectre est plutôt blanc. Pour confronter l'évaluation expérimentale à l'évaluation théorique, on considère maintenant une bande de fréquence sur laquelle le spectre est blanc pour appliquer l'Eq. I.44.

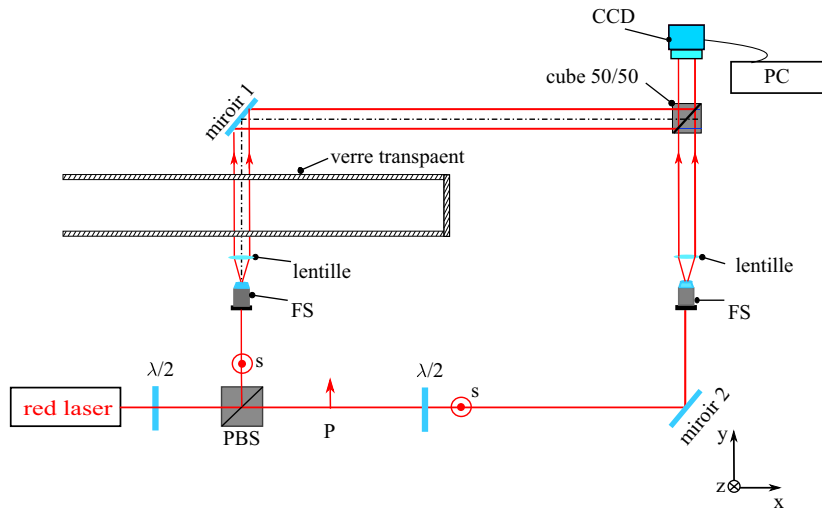
L'équation I.44 permet de calculer  $\sigma_{\Delta\varphi} = 0,0132$  rad sur la bande de fréquences de 50 Hz-160 Hz et 175 Hz à 250 Hz. Si on reprend le calcul théorique de l'Eq. I.38, alors on obtient  $\sigma_{\Delta\varphi} = 0,0144$  rad.

### I.9.3 Bruits de mesure avec un guide d'onde

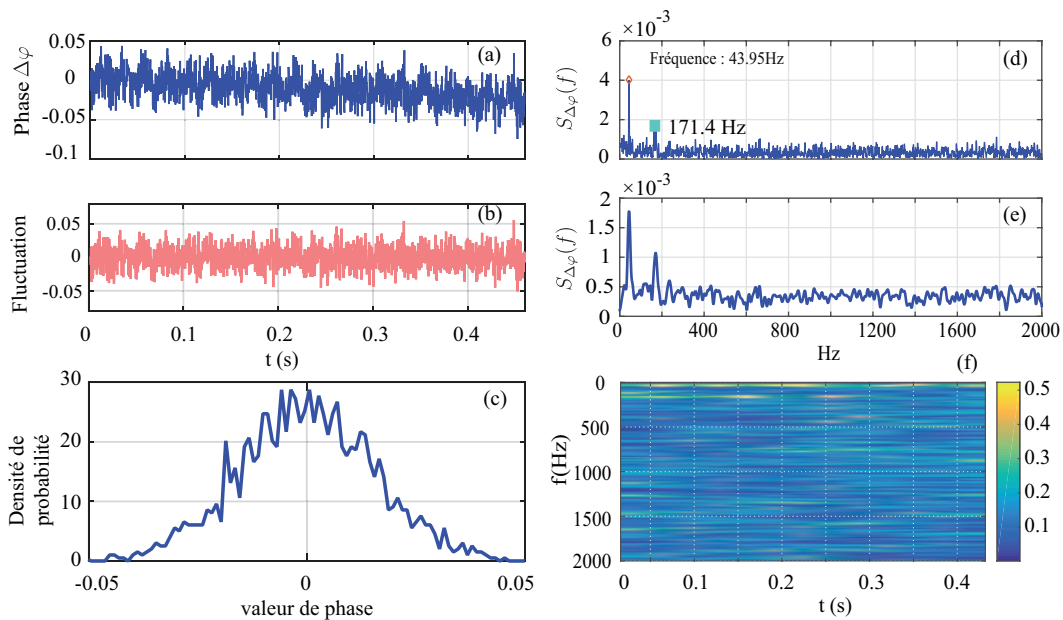
Dans ce paragraphe, on s'intéresse à qualifier le bruit de phase dans le cas où le bras objet traverse un guide d'onde ouvert et non soumis à une excitation acoustique. On étudie ici uniquement les bruits aux temps courts car cela correspond à la grande majorité des acquisitions qui seront effectuées par la suite pour étudier les phénomènes en thermoacoustique. Le tube en verre est en fait une partie du moteur thermoacoustique : un résonateur acoustique cylindrique en verre de longueur 49,1 cm, et de diamètre 5,2 cm. La Fig. I.12 décrit le dispositif expérimental.

#### I.9.3.1 Guide d'onde ouvert-fermé

Le guide d'onde est ouvert à son extrémité gauche et fermé à son extrémité droite. On applique les mêmes traitements aux données extraites du filtrage des hologrammes que pour les mesures «à vide». L'acquisition est de durée 0,45 s avec une fréquence caméra de 4000 Hz. La modulation et le taux de saturation sont estimés à respectivement  $m = 20\%$  et  $\alpha = 17,47\%$ . Les données ont été traitées avec  $\Delta u = 6,19 \text{ mm}^{-1}$  et  $\Delta v = 13,51 \text{ mm}^{-1}$ . La Fig. I.13 montre les signaux et probabilités obtenus. La Fig. I.13(a) montre le signal brut de phase



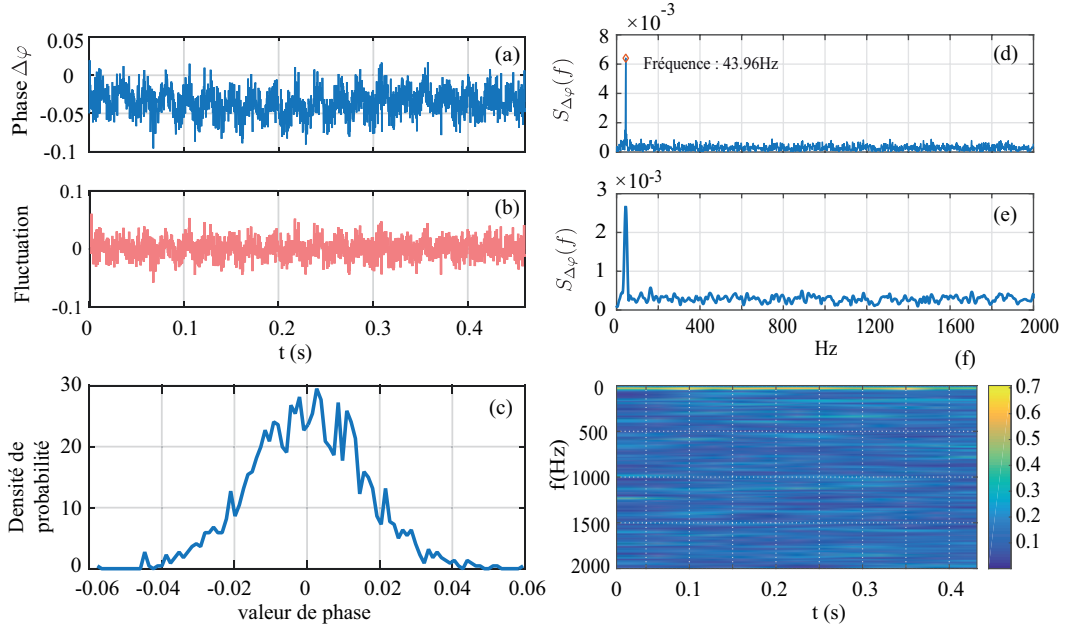
**Fig. I.12.** Dispositif expérimental pour l'étude des bruits dans le guide d'onde.



**Fig. I.13.** Guide d'onde ouvert-fermé, (a)- variation de phase en fonction du temps sur 0,45 s, (b)- fluctuation de phase après soustraction de la composante de dérive, (c)- histogramme de la fluctuation de phase, (d)- spectre simple du signal de fluctuation de phase, (e)- périodogramme de la fluctuation de phase, (f)- spectrogramme de la fluctuation de phase, aux temps "courts".



sur la durée de 0,45 s et la Fig. I.13(b) montre le signal après soustraction de la composante moyenne. La Fig. I.13(c) donne la densité de probabilité de la fluctuation de phase de la Fig. I.13(b). On constate que la loi est de forme Gaussienne. Le bruit de phase est donc Gaussien. Les statistiques de la fluctuation de phase sont  $PV = 0,102$  rad (valeur crête à crête) et  $\sigma_{\Delta\varphi} = 0,0182$  rad.



**Fig. I.14.** Guide d’onde fermé-fermé, (a)- variation de phase en fonction du temps sur 0.45 s, (b)- fluctuation de phase après soustraction de la composante de dérive, (c)- histogramme de la fluctuation de phase, (d)- spectre simple du signal de fluctuation de phase, (e)- périodogramme de la fluctuation de phase, (f)- spectrogramme de la fluctuation de phase, aux temps “courts”.

La Fig. I.13(d) montre le spectre obtenu par une simple transformée de Fourier. On observe principalement deux pics en basse fréquence dont le plus fort à 44 Hz. On retrouve la fréquence parasite observée pour les mesures précédentes.

### I.9.3.2 Guide d’onde fermé-fermé

Le guide d’onde est fermé à deux extrémités. On applique les mêmes traitements aux données extraites du filtrage des hologrammes que pour les mesures  $\langle\langle$ à vide $\rangle\rangle$ . L’acquisition est de durée 0,45 s avec une fréquence caméra de 4000 Hz. La modulation et le taux de saturation sont estimés à respectivement  $m = 20\%$  et  $\alpha = 18,04\%$ . Les données ont été traitées avec  $\Delta u = 6,19 \text{ mm}^{-1}$  et  $\Delta v = 13,51 \text{ mm}^{-1}$ . La Fig.I.14 montre les signaux et probabilités obtenus. La Fig. I.14(a) montre le signal brut de phase sur la durée de 0,45 s et la Fig. I.14(b) monte le signal après soustraction de la composante moyenne. La Fig. I.14(c)

donne la densité de probabilité la fluctuation de phase de la Fig. I.14(b). On constate que la loi est de forme Gaussienne. Le bruit de phase est donc Gaussien. Les statistiques de la fluctuation de phase sont  $PV = 0,104$  rad (valeur crête à crête) et  $\sigma_{\Delta\varphi} = 0,0155$  rad.

La Fig. I.14(d) montre le spectre obtenu par une simple transformée de Fourier. On observe principalement un pic en basse fréquence à environs 44 Hz.

#### I.9.4 Bruits de mesure avec un tube de Kundt fermé

Le tube de Kundt utilisé est le Type 4206 de la marque Bruel&Kjaer et il est constitué d'un tube noir opaque (basse fréquence), sur lequel sont montés une unité de pondération en fréquence et une source sonore à une extrémité, couplé à un tube en plastique transparent sur l'autre extrémité qui permet au faisceau laser de traverser. Les fréquences de résonance de ce tube mesurées à l'oscilloscope sont  $f = 154$  Hz pour la configuration ouvert-fermé et  $f = 225$  Hz pour la configuration fermé-fermé. On place le tube sur le banc avec sa partie transparente traversée par le laser. Le dispositif expérimental est décrit sur la Fig. I.15. On étudie le bruit sur la configuration fermé-fermé.

L'acquisition est de durée 0,45 s avec une fréquence caméra de 4000 Hz. La modulation et le taux de saturation sont estimés à respectivement  $m = 25,4\%$  et  $\alpha = 20,7\%$ . Les données ont été traitées avec  $\Delta u = 12,5 \text{ mm}^{-1}$  et  $\Delta v = 16,4 \text{ mm}^{-1}$ . La Fig.I.16 montre les signaux et probabilités obtenus. La Fig. I.16(a) montre le signal brut de phase sur la durée de 0,45 s et la Fig. I.16(b) monte le signal après soustraction de la composante moyenne. La Fig. I.16(c) donne la densité de probabilité de la fluctuation de phase de la Fig. I.16(b). On constate que la loi est de forme Gaussienne. Le bruit de phase est donc Gaussien. Les statistiques de la fluctuation de phase sont  $PV = 0,11$  rad (valeur crête à crête) et  $\sigma_{\Delta\varphi} = 0,0257$  rad.

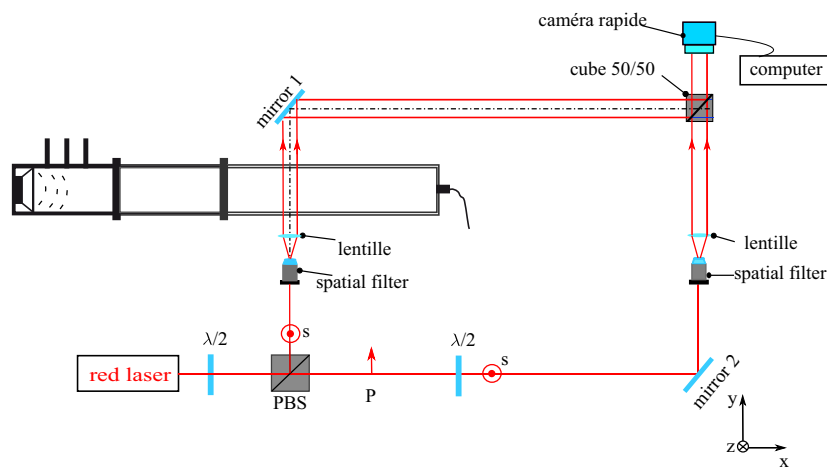
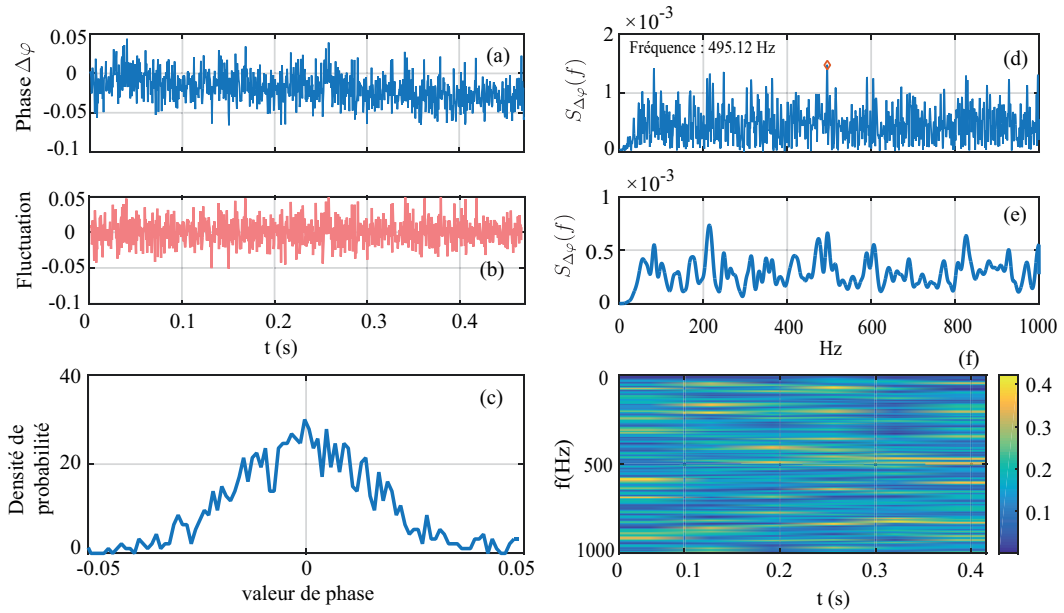


Fig. I.15. Dispositif expérimental pour l'étude des bruits dans le guide d'onde Kundt.



**Fig. I.16.** Tube Kundt fermé-fermé, (a)- variation de phase en fonction du temps sur 0,45 s, (b)- fluctuation de phase après soustraction de la composante de dérive, (c)- histogramme de la fluctuation de phase, (d)- spectre simple du signal de fluctuation de phase, (e)- périodogramme de la fluctuation de phase, (f)- spectrogramme de la fluctuation de phase, aux temps “courts”.

### I.9.5 Conclusion

Ces études expérimentales sur le bruit du banc dans ce paragraphe ont été réalisées sur les mesures sans excitation acoustique, avec un tube en verre et un tube de Kundt du commerce. Elles ont montré que la limitation de mesure en pression est de l'ordre de 14 Pa, ainsi qu'une vibration en basse fréquence de 44 Hz aux temps courts. En plus, on a étudié les limites en présence du bruit de phase avec le tube de Kundt. Ces résultats permettant de connaître les limites de mesures liées au bruit, et sont donc utiles pour les mesures qui suivent, en présence d'oscillations acoustiques.

Le tableau I.4 résume les données utilisées et les valeurs de bruit obtenues lors des différentes expériences. On constate le relativement bon accord entre les estimations théoriques, celles données par la simulation complète du processus holographique, et les données issues des expériences.

|                                     | $L$<br>(mm)   | $\Delta u$<br>(mm <sup>-1</sup> ) | $\Delta v$<br>(mm <sup>-1</sup> ) | $m$  | $\alpha$ | $\sigma_{\Delta\varphi}$<br>exp<br>(rad) | $\sigma_p$<br>exp<br>(Pa) | $\sigma_{\Delta\varphi}$<br>théo<br>(rad) | $\sigma_p$<br>théo<br>(Pa) | $\sigma_{\Delta\varphi}$<br>num<br>(rad) | $\sigma_p$<br>num<br>(Pa) |
|-------------------------------------|---------------|-----------------------------------|-----------------------------------|------|----------|--|---------------------------|---|----------------------------|--|---------------------------|
| sans<br>tube<br>0,45 s              | 52<br>virtuel | 6,19                              | 13,51                             | 0,28 | 0,21     | 0,011                                    | 12                        | 0,014                                     | 14                         | 0,014                                    | 14                        |
| sans<br>tube<br>43 s                | 52            | 6,19                              | 13,51                             | 0,26 | 0,23     | 0,013                                    | 13,4                      | 0,015                                     | 15,5                       | 0,0142                                   | 14,7                      |
| tube<br>en verre<br>(o-f)<br>0,45 s | 52            | 6,19                              | 13,51                             | 0,2  | 0,17     | 0,018                                    | 18,6                      | 0,023                                     | 24                         | 0,014                                    | 14                        |
| tube<br>en verre<br>(f-f)<br>0,45 s | 52            | 6,19                              | 13,51                             | 0,2  | 0,18     | 0,0155                                   | 16                        | 0,0225                                    | 23                         | 0,016                                    | 16,5                      |
| tube de<br>Kundt<br>(f-f)<br>0,45 s | 100           | 12,5                              | 16,41                             | 0,25 | 0,20     | 0,0257                                   | 14                        | 0,026                                     | 14                         | 0,033                                    | 17,7                      |

TABLE I.4 – Valeurs de bruits obtenues lors des différentes expériences avec les estimations théoriques et simulations correspondantes. Note : o-f : un côté du tube est ouvert, et l'autre est fermé par parois rigide et f-f : les extrémités du tube sont fermées.

## I.10 Caractérisation de la propagation en guide d'onde par holographie

### I.10.1 Introduction

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à l'étude de la propagation d'une onde acoustique dans un guide d'onde. On évalue le niveau de pression acoustique en différentes zones sur l'axe du guide d'onde et on confronte ces valeurs aux valeurs théoriques fournies par l'acoustique linéaire. Pour ce faire, on a besoin de faire une mesure au microphone. On choisit de placer le microphone à une extrémité du tube (extrémité fermée), et on excite le guide d'onde à l'aide d'un haut-parleur positionné à l'autre extrémité du guide. A une fréquence donnée, si on note  $P_{mic}$  l'amplitude crête mesurée par le microphone à la position de référence  $x =$

0, alors on peut évaluer la pression que l'on devrait mesurer à toute position  $x$  le long du guide (hypothèse de propagation adiabatique en ondes planes-approximation de l'acoustique linéaire),

$$p_{ac}(x) = P_{mic} \cos(k_0 x). \quad (\text{I.45})$$

Dans l'Eq. I.45,  $k_0 = 2\pi f_0/c_0$  est le nombre d'onde acoustique à la fréquence d'excitation  $f_0$  et  $c_0 = 343$  m/s est la vitesse du son dans l'air à température ambiante. Notons que la fréquence de coupure du tuyau,  $f = \frac{1}{2\pi} \frac{1.84c_0}{R}$  (où  $R = 26$  mm désigne le rayon du tuyau) est estimée à environ 3,9 kHz, de sorte qu'on peut raisonnablement considérer que l'hypothèse d'ondes plane est valide. On peut également déduire l'amplitude des oscillations de masse volumique de l'air par :

$$\rho_{ac}(x) = \frac{p_{mic}}{c_0^2}. \quad (\text{I.46})$$

Pour les expériences on choisit deux fréquences avec deux niveaux d'excitation.

### I.10.2 Propagation en tube de Kundt

On considère à nouveau le tube de Kundt utilisé précédemment et inséré dans le bras de mesure du dispositif expérimental. La figure I.17 illustre la géométrie du tube. On excite le tube à  $f_0 = 153$  Hz et  $f_0 = 326$  Hz avec des amplitudes respectives de pression de  $p_{ac} \sim 197$  Pa et  $p_{ac} \sim 135$  Pa. Pour chaque fréquence, on déplace le tube de Kundt sur 6 zones ( $d : 8$  cm entre deux zones) et 10 zones ( $d' : 5$  cm entre deux zones) qui échantillonnent régulièrement la partie transparente du tube.

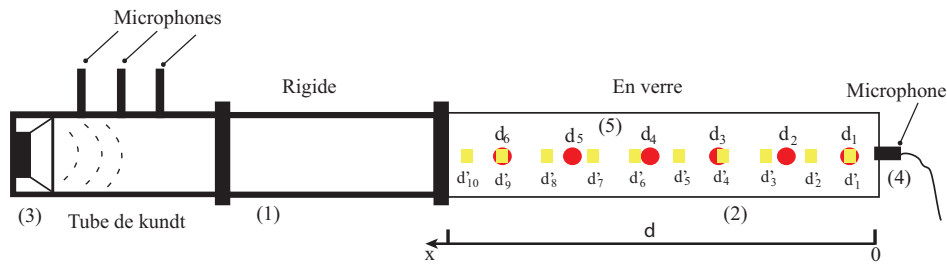
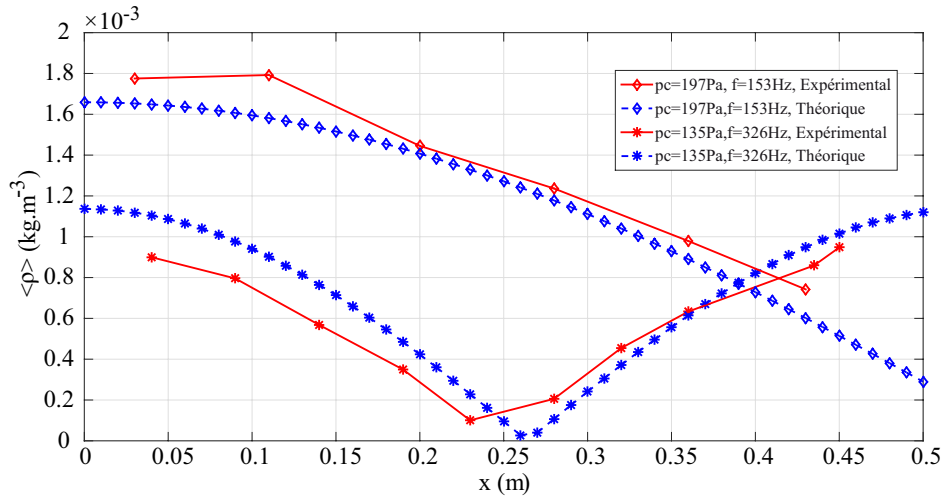


Fig. I.17. Tube de Kundt et mesures sur l'axe.

On enregistre une séquence d'hologrammes pendant 0,25 s à une cadence de 4000 Hz. La modulation et le taux de saturation sont estimés à respectivement  $m = 12,83\%$  et  $\alpha = 28\%$ . Les données ont été traitées avec  $\Delta u = 7,57$  mm<sup>-1</sup> et  $\Delta v = 13,69$  mm<sup>-1</sup>. Pour chaque zone sur l'axe, on extrait l'amplitude de la composante du premier harmonique du signal de phase (fréquence d'excitation). Puis on convertit la phase en masse volumique. La figure I.18 montre les résultats obtenus en représentant pour les positions mesurées la valeur mesurée de la densité et l'estimation théorique fournie par Eq.I.45.



**Fig. I.18.** Mesures sur l'axe pour le tube de Kundt pour les deux fréquences ; courbe rouge : expérience, courbe bleue : théorie.

Les deux courbes de couleur bleue présentent les valeurs de densité estimées par les données de microphone sous hypothèse adiabatique, et les deux courbes en rouge correspondent aux valeurs obtenues par la méthode holographique. Pour le tube de Kundt, ces courbes permettent de conclure que les résultats obtenus par la méthode holographique sont cohérents avec ceux issus des mesures microphone, dans la mesure où les écarts observés entre les deux méthodes ne sont pas très significatifs.

On constate que la valeur théorique au ventre de pression est égale à 0 alors que la valeur mesurée est de l'ordre de  $\sigma_\rho \cong 1 \times 10^{-4} \text{ kg/m}^3$  qui est très proche de la valeur limite basse mesurée au paragraphe I.9.2.1.

### I.10.3 Propagation en tube de verre ouvert-fermé

On considère à nouveau le tube de verre inséré dans le bras de mesure du dispositif expérimental. On ferme une extrémité et on y place un microphone de référence qui permettra de calculer les valeurs théoriques sur l'axe. L'autre extrémité est soumise au rayonnement d'un haut-parleur à  $f_0 = 153 \text{ Hz}$  et  $f_0 = 326 \text{ Hz}$  avec des amplitudes respectives de pression de  $p_{ac} \sim 197 \text{ Pa}$  et  $p_{ac} \sim 145 \text{ Pa}$ . La figure I.19 illustre la géométrie du tube. On déplace le tube sur 8 zones (153 Hz) et 10 zones (326 Hz). On enregistre une séquence d'hologrammes pendant 0,25 s à une cadence de 4000 Hz. La modulation et le taux de saturation sont estimés à respectivement  $m = 14,315\%$  et  $\alpha = 19,36\%$ . Les données ont été traitées avec  $\Delta u = 3,16 \text{ mm}^{-1}$  et  $\Delta v = 13,68 \text{ mm}^{-1}$ . Pour chaque zone sur l'axe, on extrait l'amplitude de la composante du 1er harmonique du signal de phase (fréquence d'excitation). Puis on convertit la phase en densité. La figure I.20 montre les résultats obtenus en représentant pour les positions mesurées la valeur mesurée de la densité et l'estimation théorique fournie par

l'Eq.I.45.

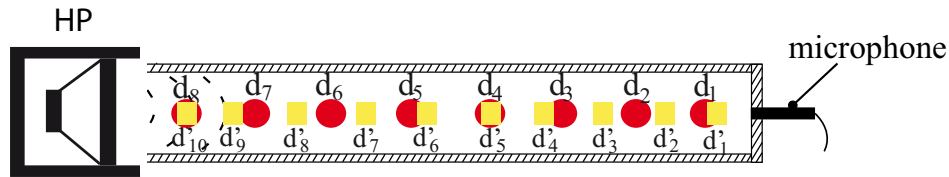


Fig. I.19. Tube en verre et mesures sur l'axe.

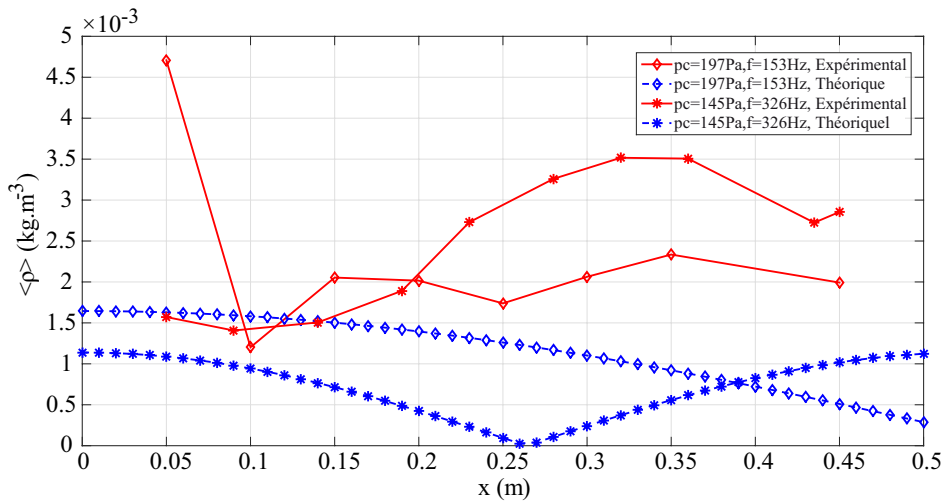
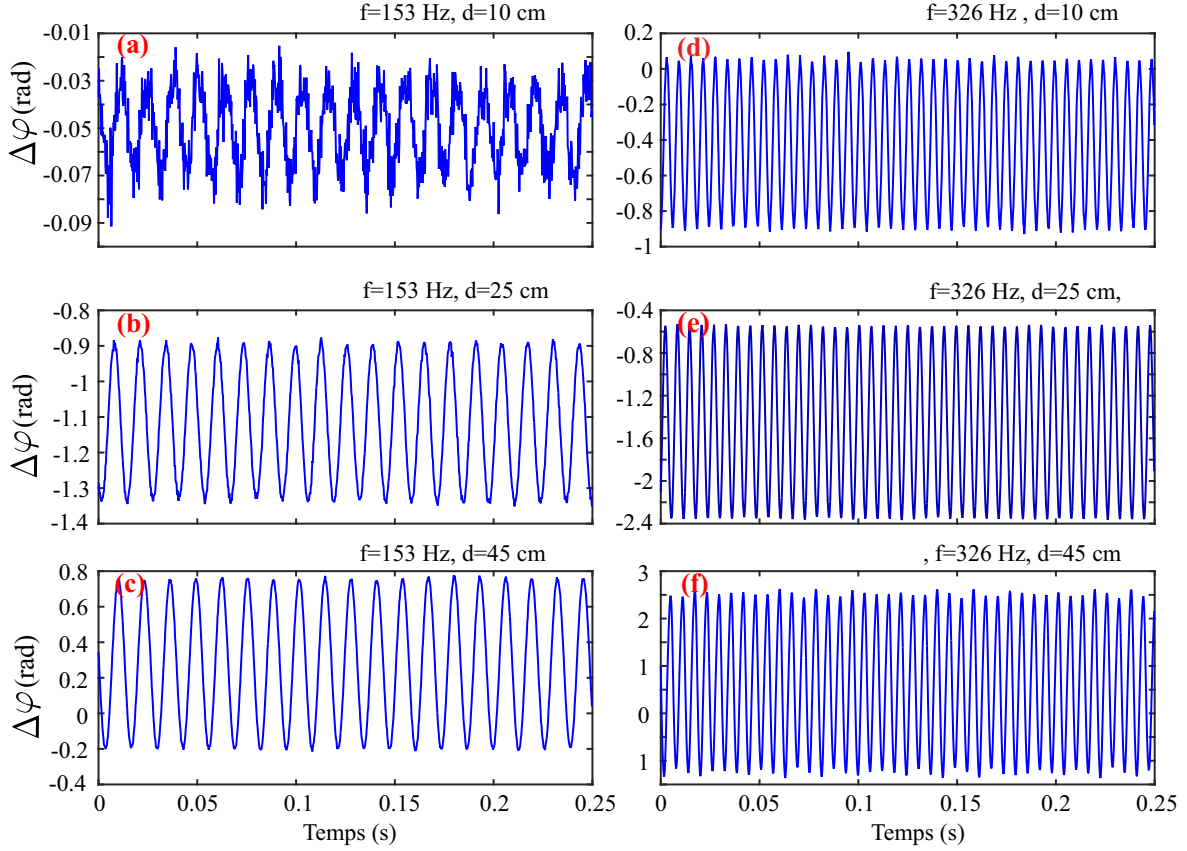


Fig. I.20. Mesures sur l'axe pour le tube en verre pour les deux fréquences ; courbe rouge : expérience, courbe bleue : théorie.

Les deux courbes en couleurs bleu présentent les valeurs de densité estimées par les données de microphone sous hypothèse d'une propagation acoustique linéaire et adiabatique adiabatique, et les deux courbes en rouge correspondent des valeurs obtenues par la méthode holographique. On constate que contrairement aux résultats avec le tube de Kundt, il n'y a pas un bon accord théorie-expérience. Pour tenter de comprendre le pourquoi de l'écart des courbes, on observe les signaux de phase issus de la mesure. Les signaux temporels de la variation de phase optique obtenus pour 3 points aux distances 10 cm, 25 cm et 45 cm sur les 2 courbes aux fréquences 153 Hz et 326 Hz sont montrés Fig. I.21.

On constate que ces signaux sont parfaitement sinusoïdaux et ont une amplitude inférieure à  $\pi$  radians. Ainsi, ils ne sont pas perturbés par d'éventuels problèmes liés au déroulement de phase temporel. La raison de ce désaccord est que le rayonnement du tube en verre génère beaucoup plus de perturbations extérieures que le tube de Kundt. En effet, le tube de Kundt du commerce est conçu de manière à générer peu de vibrations dans son environnement proche, ce qui n'est pas le cas du dispositif d'excitation acoustique utilisé sur le tube en verre. Les mesures holographiques sont sensibles aux perturbations par des facteurs externes. En particulier dans ces expériences, le haut-parleur excite des vibrations d'un des miroirs



**Fig. I.21.** (a)- signal temporel de phase optique pour 153 Hz à la position 10 cm, (b)- pour la 25 cm, (c)- pour la 45 cm, (d)- signal temporel de phase optique pour 326 Hz à la position 10 cm, (e)- pour la 25 cm, (f)- pour la 45 cm

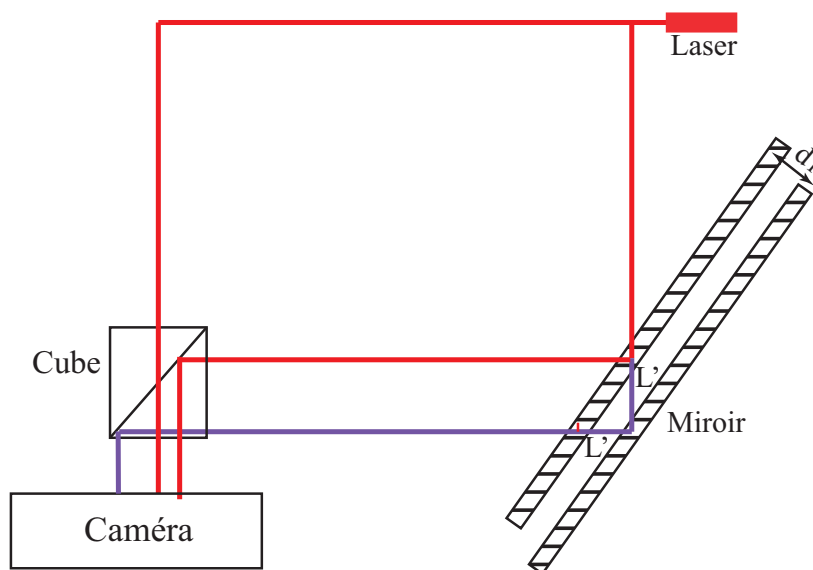
situé à proximité (miroir 1 sur la Fig. I.15). Notons que nous avons évalué les vibrations du cube face caméra et il n'est pas sensible au son émis par le guide d'onde. Ces vibrations introduisent un déphasage parasite dans la mesure holographique. La Fig. I.22 illustre le déphasage introduit par le déplacement parasite du miroir, en raison de sa vibration générée par le haut-parleur.

On note  $d_1$  l'amplitude crête du déplacement physique du miroir provoqué par sa vibration à la fréquence d'excitation du haut-parleur,  $f_0$ . Le déphasage parasite est donc :

$$\varphi_p(t) = 2\sqrt{2}\frac{2\pi d_1}{\lambda} \cos(2\pi f_0 t + \phi_m), \quad (\text{I.47})$$

avec  $\phi_m$  un déphasage. Considérons l'équation I.21 de la simulation d'un hologramme. Le terme de l'Eq. I.47 vient s'ajouter au terme purement acoustique lié à la propagation du faisceau dans le tube. L'idéal serait de pouvoir mesurer et prendre en compte la vibration du miroir pour compenser a posteriori son effet sur la mesure acoustique. Ce travail ne sera pas développé plus dans ce paragraphe. Nous présenterons au Chapitre III une méthode pour compenser les vibrations du miroir lors de l'étude du moteur thermo-acoustique en régime





**Fig. I.22.** Schéma du déplacement parasite qui provoque un déphasage parasite dans la mesure.

forcé.

#### I.10.4 Conclusion

Dans ce paragraphe, on a étudié les phases et les fluctuations de masse volumique lors de la propagation de l'onde acoustique dans deux types de guide d'onde. La comparaison entre résultats des mesures avec tube Kundt et tube en verre a montré que la vibration d'un miroir sur le banc optique peut jouer un grand rôle sur la phase optique. Cette vibration peut être provoquée par le haut-parleur, dont les vibrations pourraient être transmises au miroir via la table optique.

### I.11 Conclusion

Ce chapitre a présenté la méthode d'interférométrie holographique pour l'étude des phénomènes acoustiques. Nous avons présenté une analyse des performances en limite basse de mesure en se basant sur une approche analytique de la description de l'effet du bruit sur les mesures de phase optique. Nous avons fourni quelques relations simples permettant de chiffrer le niveau minimum de phase optique, ou de densité, ou de pression mesurable en fonction des paramètres expérimentaux. Ces paramètres sont les données liées au filtrage spatial (bandes passantes) et les données relatives au capteur (nombre d'électrons dans les puits, bruit électronique, quantification). Une étude expérimentale a montré que ces relations sont relativement proches des données expérimentales pour ce qui concerne le bruit intrinsèque, c'est-à-dire sans tube dans le faisceau de mesure. La limite basse de mesure en pression est de

l'ordre de 12 Pa. Nous avons ensuite étudié les limites en présence d'un tube dans le faisceau sonde. Il est apparu que les limites basses sont liées à des signaux faibles dus à des modes du tube. Nous avons également démontré que des précautions doivent être prises lorsque le système acoustique à étudier est excité par un haut-parleur. Pour le cas de la propagation en tube ouvert-fermé, nous avons mis en évidence cette influence qui se traduit par l'impossibilité de retrouver des valeurs théoriques de la pression, et par la nécessité de mise en place d'une stratégie de correction a posteriori. Toutefois, l'utilisation d'un tube de Kundt du commerce (bien isolé) réduit ces perturbations de sorte que mesure et théorie sont très bien corrélées.

Le Chapitre II décrit la mesure des fluctuations de masse volumique à proximité d'un stack au cours du déclenchement d'auto-oscillations thermoacoustiques.



# Chapitre II

## Mesure des fluctuations de masse volumique à proximité d'un stack au cours du déclenchement d'auto-oscillations thermoacoustiques

### Contents

---

|   |           |
|---|-----------|
| <b>II.1 Introduction</b> . . . . .  | <b>38</b> |
| <b>II.2 Dispositif expérimental</b> . . . . .   | <b>41</b> |
| II.2.1 Oscillateur thermoacoustique . . . . .   | 41        |
| II.2.2 Banc de mesure optique . . . . .   | 44        |
| <b>II.3 Résultats expérimentaux</b> . . . . .   | <b>49</b> |
| II.3.1 Analyse des signaux de masse volumique . . . . .   | 49        |
| II.3.2 Impact du gradient de température . . . . .  | 54        |
| II.3.3 Impact de la position du stack le long du tube . . . . .   | 55        |
| <b>II.4 Description linéaire des fluctuations de masse volumique, et comparaison avec les résultats expérimentaux</b> . . . . . | <b>58</b> |
| II.4.1 Propagation acoustique linéaire sans perte en présence d'un gradient de température . . . . .                            | 58        |
| II.4.2 Comparaison avec les résultats expérimentaux . . . . .   | 61        |
| <b>II.5 Conclusion et perspectives</b> . . . . .  | <b>62</b> |

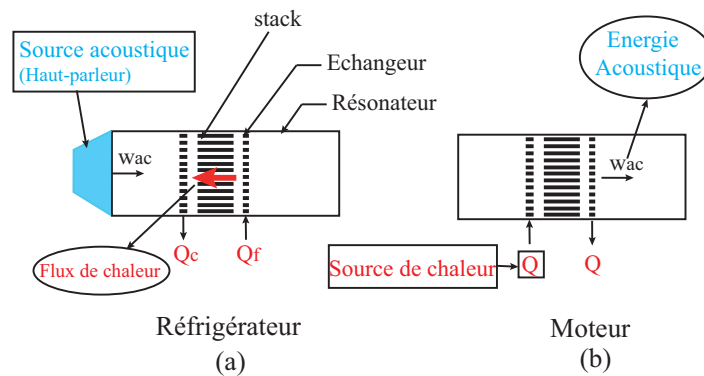
---

## II.1 Introduction

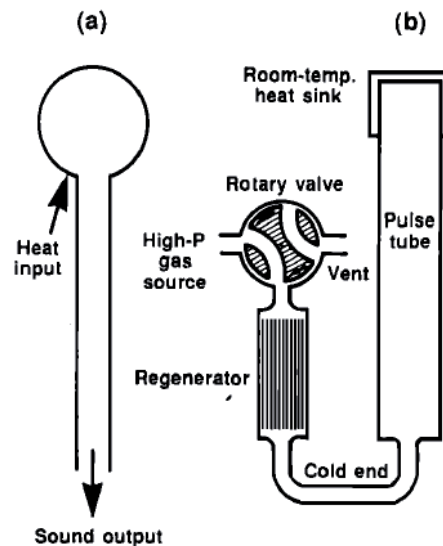
Les machines (moteurs ou pompes à chaleur) thermoacoustiques sont des dispositifs qui exploitent les processus de conversion de chaleur en travail (ou bien inversement de travail en flux de chaleur) qui prennent place dans les couches limites acoustiques au sein d'un matériau poreux. Dans leur version la plus simple, les machines thermoacoustiques sont constituées d'un résonateur acoustique dans lequel est placé un matériau poreux, couramment désigné par le 'stack'. Le principe d'une pompe à chaleur thermoacoustique (voir II.1 (a)) repose sur l'entretien à l'aide d'une source adaptée d'un champ acoustique résonant qui est responsable d'un flux de chaleur hydrodynamique le long du stack. À l'inverse, dans un moteur thermoacoustique (Fig. II.1(b)), l'apport d'une certaine quantité de chaleur à proximité du stack permet de produire un gradient de température, qui est à l'origine de la génération d'auto-oscillations acoustiques dans le résonateur à la fréquence du mode le plus instable. Ces systèmes thermoacoustiques présentent certains avantages par rapport à d'autres types de machines. Ils sont de géométrie simple, avec peu (voire pas) de pièces mécaniques mobiles, et n'emploient pas de fluides potentiellement néfastes (type CFC). Les machines thermoacoustiques ne sont pas des systèmes de forte puissance et ne peuvent donc pas être envisagés pour des puissances supérieures à quelques kW. De plus, le développement de ces machines n'a pas atteint un degré de maturité suffisant pour que de premiers systèmes commercialisés voient le jour. Cependant leur performances énergétiques sont de bon niveau (comparable à celles des machines de Stirling), et leur potentiel pour la valorisation de chaleur à basse température est une des applications prometteuse pour ces systèmes [39].

Les premiers travaux sur les effets thermoacoustiques ont commencé à la fin de 18<sup>e</sup> siècle lorsque Byron Higgins [40] réussit à créer des oscillations acoustiques à l'aide d'une flamme d'hydrogène placée à l'intérieur d'un tube [41]. Le premier dispositif fonctionnant suivant les principes exploités dans les machines thermoacoustiques est attribuable à Sondhauss [42] dont le dispositif est représenté sur la figure II.2(a). Une première interprétation qualitative du fonctionnement de ce dispositif fut donnée par Lord Rayleigh [43] en 1896. En 1966, la première machine fonctionnant suivant les principes d'un réfrigérateur thermoacoustique, à savoir le tube à Gaz Pulsé représenté sur la figure II.2(b), fut développée par Gifford et Longsworth : cette machine permet d'accéder à de très basses températures en imposant de fortes oscillations acoustiques en très basses fréquences dans le tube. Durant les années 1970, Nicolas Rott [44] établit les bases théoriques de la thermoacoustique, et les travaux expérimentaux de Yazaki et coll. [45, 46] en 1980 confirment quantitativement la validité de cette théorie pour décrire les oscillations de Taconis (oscillations thermoacoustiques prenant place dans un tuyau plongé dans une bonbonne d'Helium liquide). La théorie de la thermoacoustique linéaire établie par Rott fut ensuite reprise et généralisée par Swift[47] pour décrire le fonc-

tionnement des machines thermoacoustiques. Les travaux de l'équipe de John Wheatley et Greg Swift initiés au début des années 1980 au laboratoire de Los Alamos ont permis le développement de nombreuses machines thermoacoustiques aux performances croissantes, et par la suite de nombreux autres prototypes ont été mis au point dans différents laboratoires par Hoffer et al.[48, 49], Garrett et al. [50], ou encore Tijani et al.[51, 52]. De nombreuses recherches académiques ont également été menées depuis le milieu des années 90 pour tenter de mieux comprendre le fonctionnement de ces machines, au delà de la théorie linéaire établie par Rott.



**Fig. II.1.** Schéma de principe de machine thermoacoustique (a)-réfrigérateur et (b)-moteur thermoacoustique en géométrie simple.



**Fig. II.2.** Les premières machines thermoacoustiques. (a)-Le tube de Sondhauss. (b)-Le tube à gaz pulsé

De nos jours, la théorie linéaire de la thermoacoustique constitue l'outil de base permet-

tant le dimensionnement de machines, mais il est clair qu'une meilleure compréhension des phénomènes non linéaires mis en jeu à fort niveau reste un enjeu important. Dans le cadre de ces travaux de thèse, une attention particulière est accordée aux effets de bords aérodynamiques et entropiques qui prennent place aux extrémités du stack, et qui restent mal compris à ce jour malgré de nombreuses études [53, 54, 55, 56]. Ces effets sont d'autant plus importants à comprendre qu'ils sont au coeur du problème, encore ouvert, du dimensionnement d'échangeurs de chaleurs adaptés au fonctionnement des machines thermoacoustiques, systèmes dans lesquels l'écoulement présente la particularité d'être oscillant.

L'objectif des travaux décrits dans ce chapitre est de mettre en oeuvre la technique de mesure par interférométrie holographique afin de caractériser le transport non linéaire de masse et de chaleur induit par les oscillations acoustiques aux extrémités du stack. Ces travaux sont menés sur un dispositif simple de moteur thermoacoustique, durant la phase transitoire d'amplification et de saturation des auto-oscillations (des mesures en régime forcé sont présentées au chapitre suivant). Cette technique de mesure par interférométrie holographique est une méthode intéressante pour fournir des informations complémentaires à d'autres techniques de mesure, comme par exemple les méthodes d'anémométrie laser (LDV et PIV) [57, 58, 59, 60] et anémomètre fil chaud/froid [61], notamment parce que le mesurande primaire (la masse volumique) n'est pas le même (cf Chapitre I). Des travaux antérieurs de notre équipe [22, 37] ont déjà montré que cette technique expérimentale permet de mesurer les composantes harmoniques et moyennes (quasi-statique) des fluctuations de masse volumique générées par effet non linéaire au voisinage du stack. Néanmoins, ces travaux antérieurs n'ont porté que sur la description d'une seule expérience durant le régime transitoire de déclenchement de l'onde dans un moteur thermoacoustique, pour une position de stack donnée dans le guide. Les travaux décrits dans ce chapitre représentent une étude complémentaire à celle décrite dans [37], où la caractérisation des effets de bords entropiques à proximité du stack est effectuée pour différentes configurations, en fonction de l'amplitude du chauffage ou de la position du stack, l'objectif étant de mieux comprendre la nature des processus observés.

Le paragraphe II.2 présente le dispositif de moteur thermoacoustique étudié ainsi que le banc de mesure optique et les grandes lignes du traitement du signal opéré pour accéder à une cartographie des fluctuations de masse volumique. Le paragraphe II.3 présente une synthèse des résultats expérimentaux obtenus ainsi qu'une première interprétation de ces résultats à la lumière d'une approche linéaire (analyse de l'impact du gradient de température sur les fluctuations de masse volumique sans prise en compte des effets de bords entropiques).

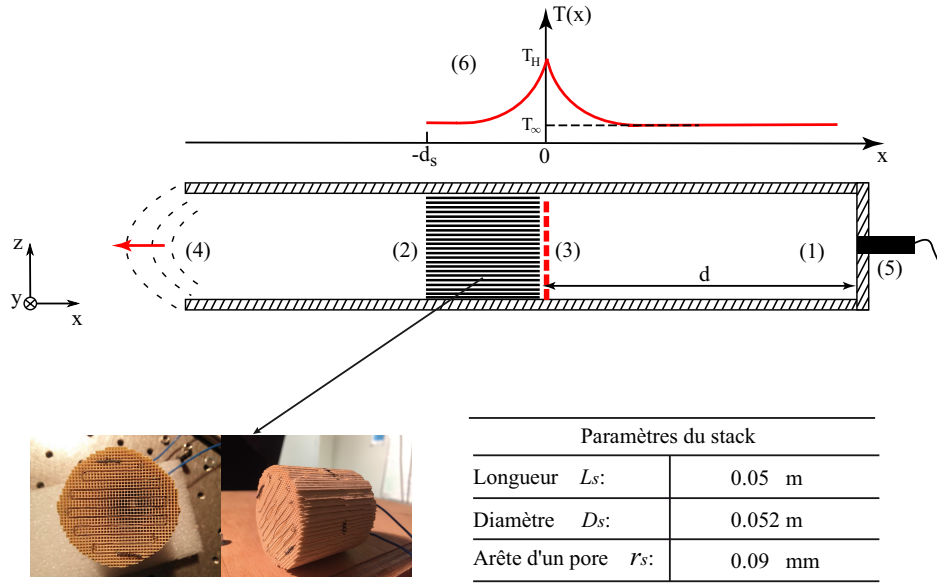
## II.2 Dispositif expérimental

### II.2.1 Oscillateur thermoacoustique

Le dispositif thermoacoustique sur lequel les études ont été menées est présenté sur la figure II.3. Il s'agit d'une version extrêmement simple d'un moteur thermoacoustique quart d'onde, constitué d'un résonateur droit, d'un stack en céramique, et d'un dispositif de chauffage par effet Joule. Le résonateur est un tube en verre (longueur  $L = 49$  cm, diamètre intérieur  $D_i = 52$  mm, diamètre extérieur  $D_o = 60$  mm) ouvert à une extrémité et fermé par un paroi rigide à l'autre extrémité. A l'intérieur de ce tube est placé le stack, à savoir un cylindre en céramique d'une longueur  $d_s = 48$  mm, percé d'une multitude de pores carrés de demi-largeur  $r_s = 0,45$  mm. Le stack est le coeur du dispositif thermoacoustique : il dispose d'une grande surface de contact thermique avec le gaz, et favorise donc le processus d'amplification thermoacoustique qui se produit dans les couches limites thermiques acoustiques [47]. Le déclenchement des oscillations thermoacoustiques est généré grâce à l'existence d'un gradient de température le long du stack : ce gradient de température est obtenu au moyen d'un fil de Nichrome (36 cm de longueur, 0,25 mm de diamètre) utilisé comme élément chauffant et enroulé à travers l'extrémité du stack qui fait face au bouchon rigide. La distribution de température axiale produite suite au chauffage est représentée schématiquement sur la Fig.II.3 (en haut). Il importe de noter que dans ce dispositif très simple, il n'y a pas d'échangeur de chaleur ambiant à l'extrémité gauche du stack, ce qui signifie que le gradient de température s'établit grâce aux flux de chaleur à travers les parois latérales du tube, et ce qui signifie également que le champ de température n'est pas uniforme au travers d'une section du tube (ou du stack). Les auto-oscillations acoustiques peuvent se déclencher dès que le gradient de température atteint une valeur critique, qui dépend de la position du stack le long du tube de verre comme le montre la figure II.4, où la puissance de chauffage seuil de déclenchement est présentée en fonction de la distance entre le stack et le bouchon rigide. La fréquence des oscillations acoustiques correspond approximativement à la fréquence d'un résonateur quart d'onde, qui peut être estimée par  $f \approx c_\infty/4L$ , où  $c_\infty \approx 343$  m/s représente la célérité adiabatique évaluée à température ambiante  $T_\infty \approx 293$  K, et où  $L$  représente la longueur du tuyau. Un microphone est monté affleurant dans le bouchon rigide du résonateur, pour mesurer la fréquence et l'amplitude des oscillations de pression acoustique.

Comme mentionné précédemment, la puissance de chauffage seuil au delà de laquelle l'instabilité thermoacoustique est susceptible de se déclencher dépend de la position du stack le long du résonateur, et la Fig. II.4 présente une mesure de cette puissance seuil en fonction de la distance  $d$  entre l'extrémité du stack et le bouchon rigide. On note qu'il existe une valeur minimale de cette puissance seuil, pour une distance  $d$  de l'ordre de 15 cm. Cette dépendance de la puissance seuil avec la position du stack est liée au fait que l'amplification

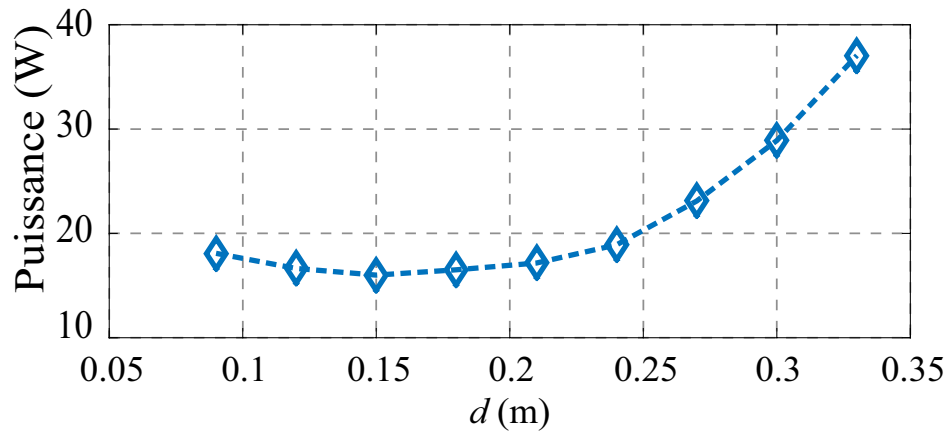




**Fig. II.3.** Schéma de principe du moteur thermoacoustique : (1)- résonateur acoustique, (2)- stack en céramique à pores carrés (Celcor, 400 CPSI) qui constitue le cœur du système. (3)- source de chauffage, constituée d'un fil de nichrome, enroulé au contact de la face droite du stack et connecté à une alimentation électrique. (4)- onde acoustique partiellement rayonnée en dehors du résonateur, (5)- microphone utilisé pour mesurer le niveau de pression à l'extrémité fermée du résonateur, (6)- représentation schématique de la distribution de température le long du tube provoquée par l'élément de chauffage.

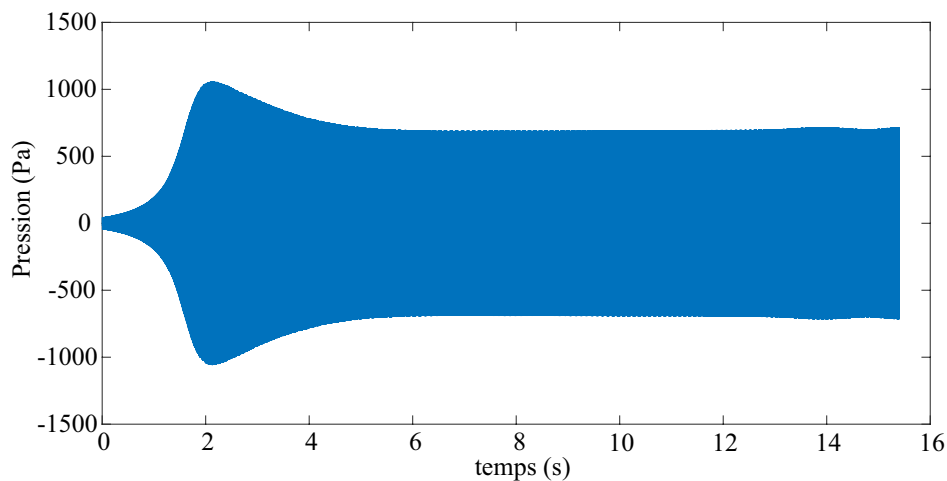
thermoacoustique dépend non seulement de l'amplitude du gradient de température axial mais également de l'amplitude relative et de la phase entre les oscillations de pression et de vitesse acoustique. Aussi, la courbe de stabilité de la Fig. II.4 est conforme à celle que l'on pourrait obtenir en utilisant la théorie de Rott, et ce type de courbe a déjà été obtenu auparavant dans plusieurs dispositifs (voir par exemple [62]).

Le microphone inséré dans la paroi rigide à l'extrémité du tube permet de mesurer la pression acoustique générée spontanément à l'intérieur du résonateur, dès lors qu'une puissance de chauffage  $Q_{in}$  supérieure à la valeur seuil  $Q_{onset}(d)$  est fournie au système, et la figure II.5 fournit un exemple de régime transitoire observable lorsque le déclenchement des oscillations a lieu. Les données de pression acoustique sont enregistrées ici via une carte d'acquisition pilotée avec le logiciel Labview, et l'interfaçage est réalisé de sorte que l'acquisition des signaux débute lorsque l'amplitude crête des oscillations de pression dépasse le seuil de 20 Pa. Nous verrons par la suite que le dépassement de ce seuil déclenche également l'acquisition des signaux par la caméra rapide du dispositif holographique. Dans l'exemple de la Fig. II.5, le régime transitoire d'amplification et de saturation de la pression acoustique est obtenu pour un stack positionné à une distance  $d = 18$  cm de la paroi fermée, et pour un chauffage  $Q_{in} = 22,8$  W. On observe une amplification rapide du niveau sonore, suivi d'un



**Fig. II.4.** Puissance limite de chauffage pour déclencher l'auto-oscillation de moteur thermoacoustique à chaque distance entre stack et la paroi rigide.

overshoot (environ 1.8 s après le début de l'acquisition), puis d'une stabilisation de l'amplitude de pression acoustique. Notons que la dynamique d'évolution de la pression acoustique dans ce système peut parfois être plus compliquée, donnant lieu à un régime spontané de déclenchement et arrêt périodiques des auto-oscillations. Ce type de régime, observable pour de faibles valeurs de  $Q_{in}$  au delà du seuil (et généralement pour des distances  $d$  relativement grandes), n'est à ce jour pas très bien compris [63] (les effets de bords étudiés ici pourraient jouer un rôle important dans la dynamique des régimes transitoires observés).



**Fig. II.5.** Signal de pression transitoire lors de  $Q_{in} = 22,8$  W et la position du stack  $d = 18$  cm entre le stack et la paroi fermée du tube.

## II.2.2 Banc de mesure optique

Le système décrit au paragraphe précédent constitue l'objet d'étude au sein duquel on souhaite mesurer les fluctuations de masse volumique, à l'aide du montage optique représenté sur la Fig. II.6. Ce banc de mesure est identique à celui décrit au chapitre précédent (seul l'objet d'étude change).

### II.2.2.1 Montage optique

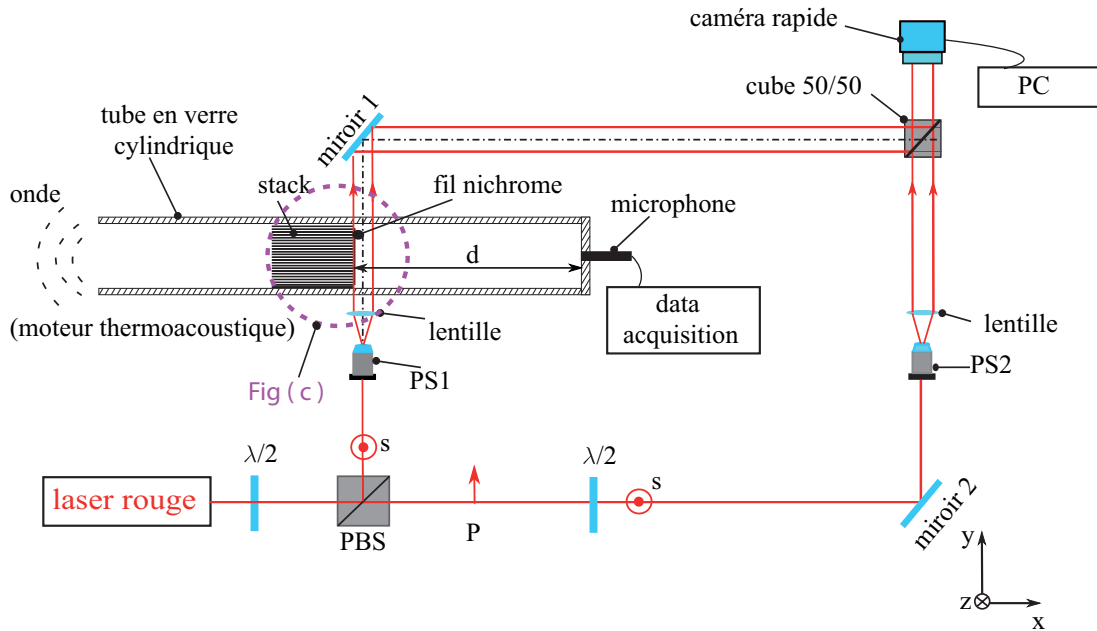
L'installation holographique numérique et le dispositif thermoacoustique sont présentés schématiquement sur la Fig.II.6. La mesure des fluctuations de masse volumique est réalisée à proximité de l'extrémité chauffée du stack, dans le but d'obtenir des informations sur les effets de transport de chaleur non linéaires qui résultent de la transition abrupte subie par les particules fluides qui oscillent au travers de l'interface entre le stack et le fluide. Dans ce qui suit, seuls les principes de la technique de mesure sont décrits, étant donné que ce montage a été décrit au chapitre précédent. Le faisceau objet traverse le résonateur acoustique à proximité du côté chauffé du stack (voir Fig.II.6(b)). La variation de chemin optique à travers la partie éclairée du tube peut en effet résulter du chauffage et/ou des oscillations acoustiques. Cette variation est obtenue en soustrayant la différence de phase optique instantanée entre les deux faisceaux de celle obtenue pour un état de référence, à savoir sans chauffage et en l'absence d'une onde sonore (état de référence donc obtenu par une première mesure avant chauffage).

Ainsi, cette technique de mesure fournit une carte des variations de l'indice de réfraction qui peut elle-même être reliée à la masse volumique du fluide en utilisant la relation de Gladstone-Dale. Notons que la fluctuation de masse volumique mesurée est en fait une fluctuation de masse volumique moyenne sur la ligne de visée, notée  $\langle \rho \rangle$  (la notation  $\langle \dots \rangle$  fait référence à une moyenne le long du chemin de lumière à travers le guide d'onde). La taille de l'image, la résolution spatiale et la résolution temporelle des mesures sont déterminées par les performances et les réglages de la caméra rapide. Dans cette étude, la taille typique de la zone d'observation est d'environ  $11,25 \times 7,6 \text{ mm}^2$  avec une taille de pixel d'environ  $14,65 \mu\text{m}$  et une vitesse d'échantillonnage variant de 2000 à 8000 images par seconde (suivant les besoins/contraintes de mesure).

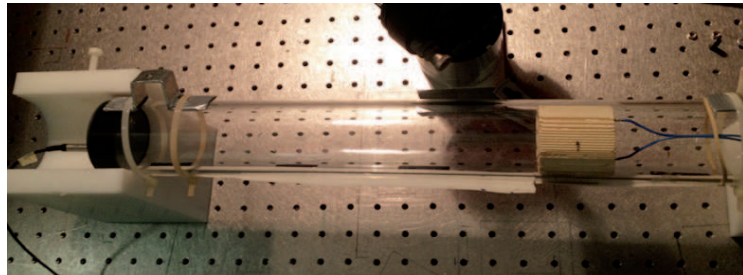
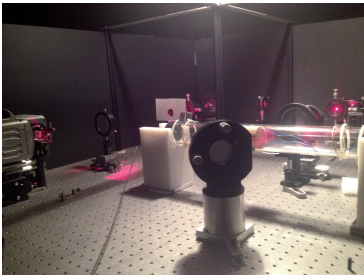
### II.2.2.2 Différence de phase et masse volumique

La Fig.II.7 représente un exemple d'hologramme enregistré par la caméra rapide, où le stack (non visible) est situé sur la partie gauche de l'image. Le traitement utilisé pour obtenir une carte de phase optique à partir de l'hologramme est similaire à celui décrit au chapitre précédent. On choisit ici comme hologramme de référence celui obtenu avant l'allumage de

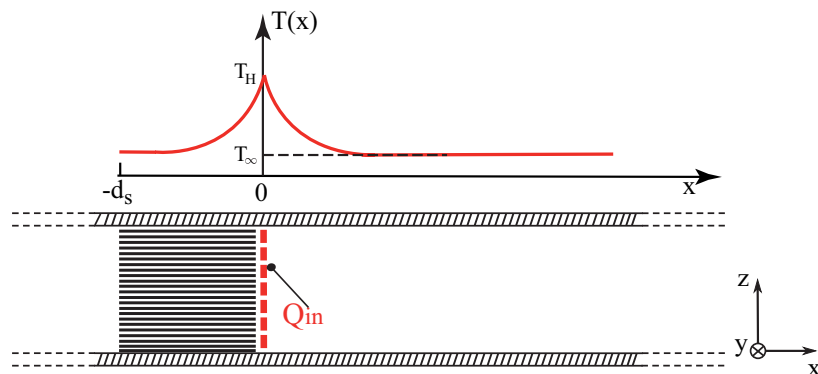
(a)



(b)



(c)

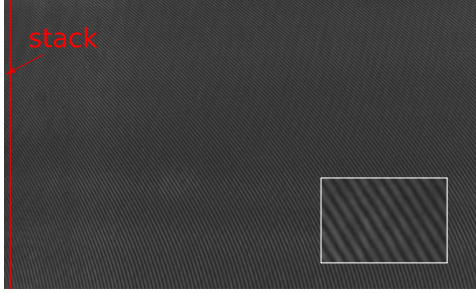


**Fig. II.6.** (a)- Banc de mesure optique pour la mesure des fluctuations de masse volumique à proximité du stack, (b)- Photographie du moteur thermoacoustique mis en place sur le banc optique. (c)- Représentation schématique du champ de température, et définition du système de coordonnées.

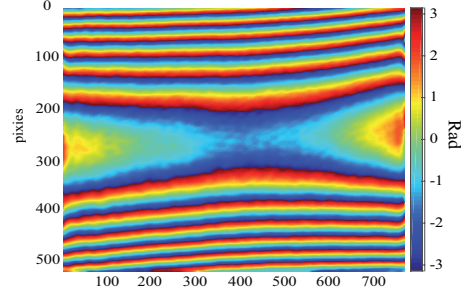
l'alimentation électrique. Une carte de phase optique de l'état de référence<sup>1</sup> peut ainsi être obtenue via la relation

$$\frac{\lambda\varphi_{ref}}{2\pi} = \int_L [n^{ref}(x, y, z) - n^\infty] dy + 2 \int_{L_v} [n_v(x, y, z) - n^\infty] dy, \quad (\text{II.1})$$

où  $\lambda$  représente la longueur d'onde optique,  $L$  est la distance de propagation à l'intérieur du tube ( $L \approx D_i$ ),  $L_v$  est la distance de propagation dans les parois en verre ( $L_v \approx D_o - D_i$ ), et où  $n_v$  et  $n^\infty$  sont respectivement les indices optiques du verre et de l'air à température ambiante. L'image de référence (comme les autres images) comporte  $768 \times 512$  pixels selon  $x$  et  $z$  respectivement (conformément aux axes définis à la Fig II.6(c)), soit une longueur de 11,25 mm suivant l'axe  $x$  du tuyau, et 7,6 mm suivant  $z$ . La phase optique de l'image de référence  $\varphi_{ref}$  est présentée sur la Fig.II.8 : on observe une succession de franges attribuables au caractère cylindrique du tuyau en verre.



**Fig. II.7.** Exemple de l'hologramme (le stack est placé à gauche de la figure)



**Fig. II.8.** Exemple de phase moyenne de référence

Une fois cette carte de phase de référence mesurée, le dispositif de chauffage est allumé pour déclencher l'instabilité thermoacoustique, et l'acquisition des interférogrammes par la caméra rapide est déclenchée automatiquement dès lors que la pression acoustique crête mesurée par le microphone atteint le seuil de 20 Pa. Pour les résultats présentés dans la suite de ce document, la vitesse d'acquisition de la caméra rapide est de 2000 images par seconde, et la mesure est réalisée durant 4,5 secondes. Chaque image acquise donne accès à une phase optique instantanée

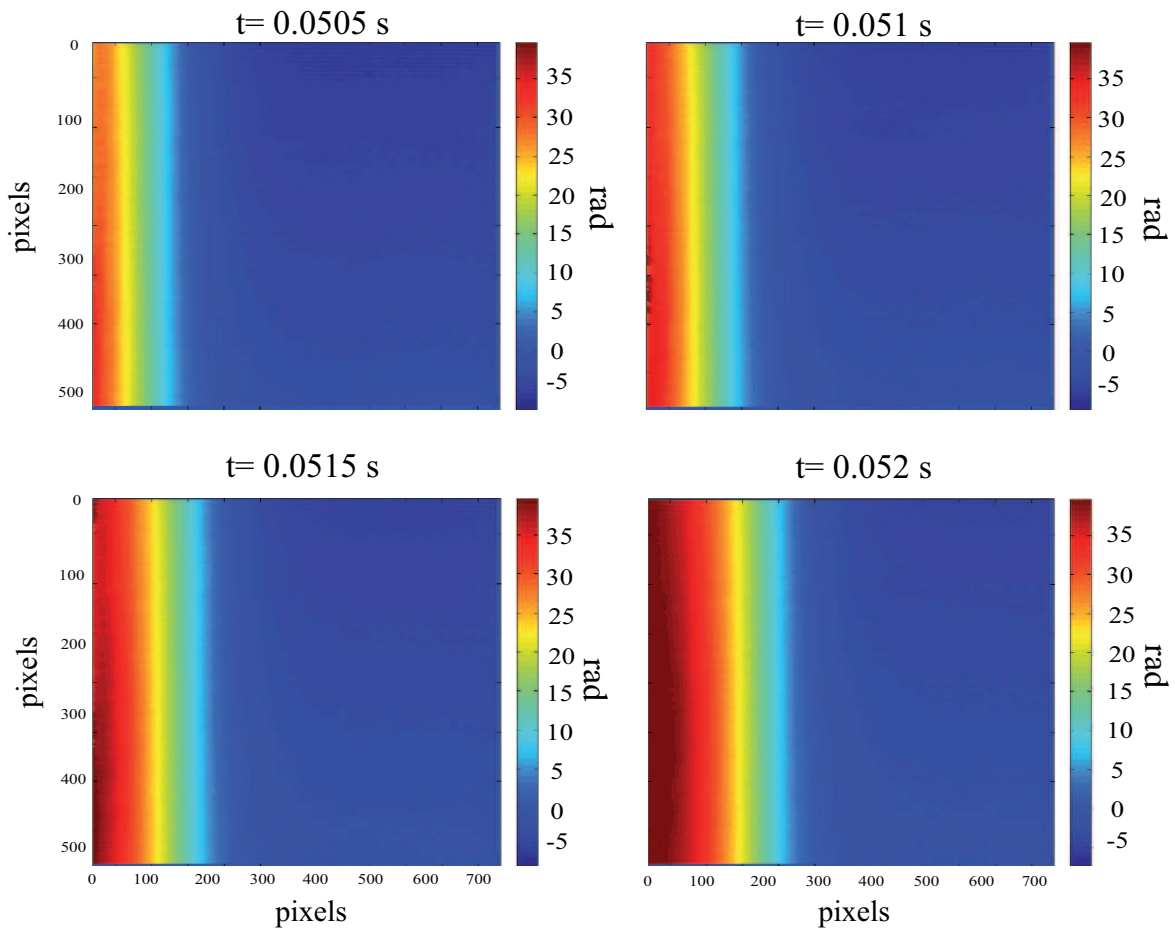
$$\frac{\lambda\varphi}{2\pi} = \int_L [n(x, y, z, t) - n^\infty] dy + 2 \int_{L_v} [n_v(x, y, z) - n^\infty] dy. \quad (\text{II.2})$$

La différence de chemin optique  $\delta\ell$  entre l'état de référence et l'état excité peut être obtenue par la soustraction des deux phases optiques  $\Delta\varphi = \varphi(x, z, t) - \varphi^{ref}(x, z)$ , entre l'état instantané et l'état de référence (sans chauffage et sans son) :

$$\delta\ell = \frac{\lambda\Delta\varphi}{2\pi} = L(\langle n \rangle(x, z, t) - \langle n^{ref} \rangle(x, z)), \quad (\text{II.3})$$

1. plus précisément de différence de phase optique entre le faisceau objet et le faisceau de référence

ce qui permet notamment de s'affranchir de l'effet des parois cylindriques du tuyau. La notation  $\langle n \rangle$  est utilisée ici pour spécifier que les indices optiques mesurés sont des indices moyen le long de la ligne de visée à l'intérieur du tuyau<sup>2</sup>. A titre d'exemple, la Fig.II.9 représente une séquence de 4 cartes de différence de phase déroulées (à 4 instants successifs). On constate que la phase optique dépend, comme prévu, de la coordonnée axiale  $x$ , ce qui est attribuable d'une part à la présence d'un gradient de température et d'autre part aux fluctuations de masse volumique associées au mouvement acoustique. On constate également que la différence de phase est quasiment indépendante de la coordonnées  $z$  (direction perpendiculaire à l'axe du faisceau optique et à l'axe du tuyau).



**Fig. II.9.** Séquence de champs de phase déroulée reconstruits à partir de 4 interférogrammes.

L'indice optique du milieu peut être directement relié à la masse volumique  $\rho$  par la relation empirique de Gladstone-Dale (cf. Chapitre I). Finalement, la masse volumique intégrée suivant la ligne de visée, notée  $\langle \rho \rangle$  peut donc s'exprimer en fonction de la différence de phase

2. toute variation de l'indice optique suivant la coordonnée  $y$ , par exemple due à la non-uniformité du champ de température, est intégrée le long du chemin optique

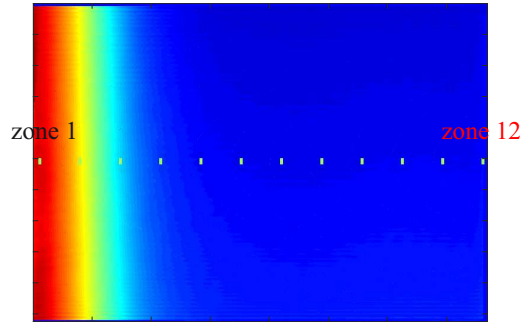
mesurée  $\Delta\varphi$  comme suit :

$$\langle\rho\rangle = \frac{2}{3\hat{r}} \left[ \frac{\lambda\Delta\varphi}{2\pi L} + n^{ref} - 1 \right], \quad (\text{II.4})$$

où  $\hat{r}$  est la réfractivité spécifique du milieu, l'indice optique  $n^{ref}$  de l'état de référence correspond simplement à l'indice optique de l'air,  $n^\infty$ , à la température ambiante  $T_\infty \approx 293K$ .

### II.2.2.3 Exemple de résultat obtenu

On présente sur la Fig. II.10 un nouvel exemple d'une carte de différence de phase optique  $\Delta\varphi$  obtenue à un instant arbitraire du déclenchement des auto-oscillations dans le moteur thermoacoustique. Sur cette carte sont repérées 12 zones distinctes le long de l'axe du tuyau. Les positions de ces 12 zones relativement à l'extrémité du stack  $x = 0$  sont reportées dans le tableau II.1



**Fig. II.10.** Carte de différence de phase instantanée, sur laquelle sont repérés 12 points le long de l'axe du tuyau (afin de visualiser ensuite les fluctuations de masse volumiques à ces 12 positions).

|           |        |        |        |         |         |         |
|-----------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|
| Positions | zone 1 | zone 2 | zone 3 | zone 4  | zone 5  | zone 6  |
| x(mm)     | 0,15   | 1,145  | 2,14   | 3,14    | 4,074   | 5,054   |
| Positions | zone 7 | zone 8 | zone 9 | zone 10 | zone 11 | zone 12 |
| x(mm)     | 6,124  | 7,12   | 8,12   | 9,11    | 10,11   | 11,10   |

TABLE II.1 – Positions étudiées sur l'image de la Fig. II.10 et leur correspondance en terme d'abscisse  $x$ , à partir du bord du stack ( $x = 0$ ).

La figure II.11 présente les résultats expérimentaux obtenus pour la masse volumique totale  $\langle\rho\rangle(x, z, t)$  (moyenne et fluctuante) aux différentes positions  $x_i$  ( $1 \leq i \leq 12$ ) associées aux 12 zones définies ci-avant. Ces données sont celles associées au régime transitoire pour lequel  $Q_{in} = 22,8$  W et  $d = 18$  cm, et dont le signal de pression acoustique correspond à celui de la Fig. II.5 (la définition de l'origine des temps est la même pour les figures II.11 et II.5). Les résultats expérimentaux de la Fig. II.11 font apparaître plusieurs effets. Tout

d'abord, ils traduisent la présence d'un important gradient de température, visible à travers les variations d'une zone à l'autre de la composante moyenne de  $\langle \rho \rangle$ . Ensuite, ils traduisent la présence d'effets de bords, avec une très forte amplitude des fluctuations de masse volumiques dans une région localisée depuis les zones 1 à 5. Il s'agit ici des effets de bords que nous souhaitons précisément mieux caractériser à l'aide de cette technique expérimentale originale (en acoustique). Dans le paragraphe suivant, ce type de résultats est analysé plus en détail, et d'autres résultats expérimentaux obtenus pour diverses conditions de chauffage et diverses positions de stack sont présentés.

## II.3 Résultats expérimentaux

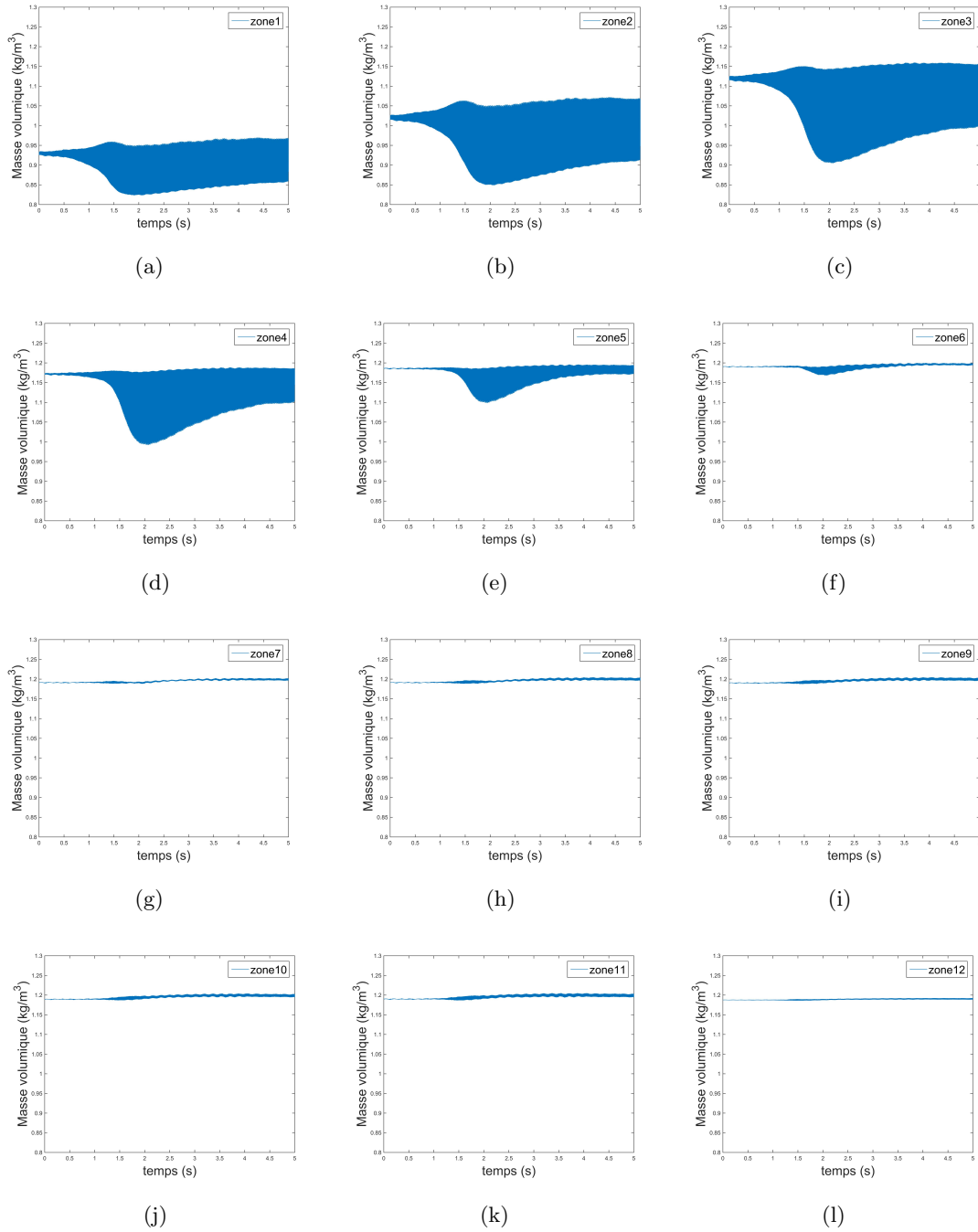
Dans ce paragraphe, on rapporte une synthèse des résultats obtenus en régime transitoire pour différentes configurations où les effets de la position du stack et de la puissance du chauffage fournie au stack sont analysés. Plus précisément, l'effet de ces paramètres de contrôle sur les différentes composantes des fluctuations de masse volumique est analysé, ces composantes étant d'une part l'amplitude du fondamental et du second harmonique, et d'autre part l'amplitude que nous dénommerons par "quasi-statique", et qui correspond à l'évolution graduelle de la moyenne sur 20 cycles acoustiques de la masse volumique. Cette variation de la composante moyenne de masse volumique peut résulter du transport de chaleur thermoacoustique à l'intérieur du stack, mais également des effets de bords entropiques non pris en compte par la théorie de la thermoacoustique linéaire.

### II.3.1 Analyse des signaux de masse volumique

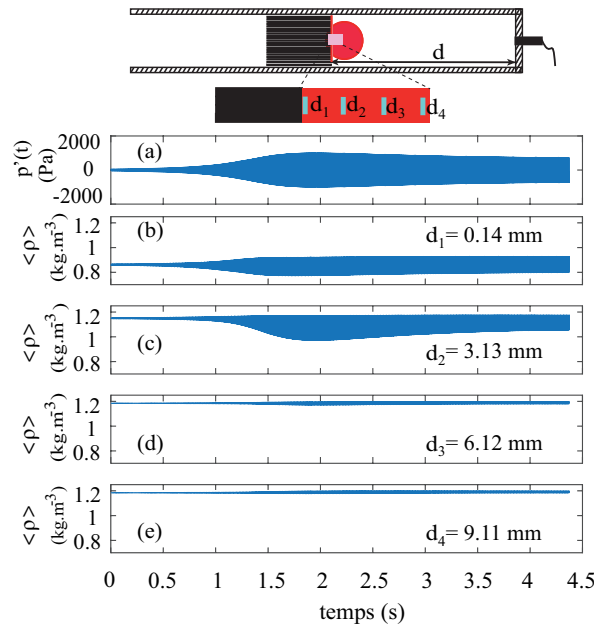
La figure II.12 présente à nouveau les résultats expérimentaux obtenus pour la pression acoustique (a) et les fluctuations de masses volumiques (b-e) lors du déclenchement de l'instabilité thermoacoustique, pour une puissance de chauffage  $Q_{in} = 22,8$  W et une distance stack-paroi de 18 cm. Les variations de masse volumique sont présentées à différentes distances  $d$  de l'extrémité chaude du stack, à savoir  $d_1 = 0,14$  mm,  $d_2 = 3,13$  mm,  $d_3 = 6,12$  mm,  $d_4 = 9,11$  mm.

Il apparaît que l'amplitude de pression acoustique augmente exponentiellement jusqu'à un "overshoot" qui prend place à l'instant  $t \approx 1,8$  s, puis l'amplitude crête de pression acoustique tend assez rapidement vers une valeur stable d'environ 800 Pa (la fréquence mesurée des oscillations est d'environ 171 Hz). Les oscillations de masse volumique sont relativement faibles jusqu'à  $t \approx 0,5$  s ce qui s'explique par la faible amplitude des oscillations acoustiques au début du transitoire. On constate également durant cette première phase du transitoire que la composante non fluctuante de la masse volumique dépend fortement de la distance  $d_i$  entre le point d'observation et l'extrémité du stack : cette composante croît avec la distance





**Fig. II.11.** Fluctuations de masse volumique en fonction du temps pour les 12 points définis à la Fig. II.10. Ces résultats sont obtenus lors du régime transitoire de déclenchement des auto-oscillations pour  $Q_{in} = 22,8 \text{ W}$  et  $d = 18 \text{ cm}$ .



**Fig. II.12.** (a)- Pression mesurée par le microphone. (b-e)- Masse volumique ( $\langle \rho \rangle = \langle \rho_m \rangle + \langle \rho' \rangle$ ) mesurée par holographie. La distance  $d$  entre le stack et la paroi rigide est fixée à  $d = 18$  cm et la puissance de chauffage à  $Q_{in} = 22,8$  W.

$d_i$  depuis une valeur d'environ  $0,8$  jusqu'à  $1,2 \text{ kg.m}^{-3}$  ce qui traduit simplement la présence du gradient de température élevé lié au chauffage. Au delà de  $t \approx 0,5$  s, on observe plus clairement de grandes variations de l'amplitude des fluctuations de masse volumique en fonction de distance  $d_i$  : les amplitudes observées aux positions  $d_1$  et  $d_2$  sont nettement plus grandes qu'aux positions  $d_3$  et  $d_4$ , ce qui est particulièrement visible au moment de l'overshoot du signal de pression acoustique. Compte-tenu que la largeur de la fenêtre d'observation (environ  $12$  mm) est bien plus faible que la longueur d'onde acoustique (environ  $2$  m), il est clair que cet effet ne peut être attribué à une variation spatiale de la seule pression acoustique, et donc que les variations observées peuvent être qualifiées d'effets de bord. Ces effets peuvent être de différente nature :

- ils peuvent être simplement liés à la présence d'un important gradient de température, sans avoir à invoquer la présence de non linéarités à l'extrémité du stack ;
- ils peuvent être liés à une singularité de nature géométrique à l'extrémité du stack, c'est à dire à la génération d'effets aérodynamique complexes (détachement tourbillonnaires) qui perturbent fortement l'écoulement [55, 56] ;
- ils peuvent enfin être liés à une singularité de nature 'entropique' à l'extrémité du stack [54], c'est à dire à la complexité des échanges de chaleur lorsque le fluide rentre ou sort du stack et passe donc brusquement d'une zone polytropicque (le stack) à une zone quasi adiabatique (en dehors du stack).

Si la présence du gradient de température élevé joue très probablement un rôle dans la nature des phénomènes observés, il est peu probable qu'il soit le seul responsable des signaux observés dans la mesure où les résultats de la Fig.II.12 semblent montrer que les fluctuations de masse volumique sont également distordues (traduisant donc la présence de non linéarités). Les effets aérodynamiques sont également susceptibles de jouer un rôle important, mais il convient de noter que la technique de mesure employée ici ne permet pas de visualiser l'écoulement, de sorte qu'un effet lié à la génération de vorticités ne serait visible qu'au travers de son impact sur les fluctuations de masse volumique. La distorsion des signaux observés est donc probablement liée à la présence de non linéarités entropiques.

Une analyse fine des résultats de la Fig.II.12 nécessite de définir des grandeurs d'intérêt sur la base des signaux bruts obtenus. On définit donc les grandeurs suivantes, toutes calculées sur la base de la masse volumique instantanée  $\langle \rho \rangle(x, z, t)$  (celle présentée sur la Fig.II.12(b-e)) :

- la masse volumique moyenne est définie comme la moyenne sur 20 cycles acoustique de la masse volumique totale :

$$\rho_m = \overline{\langle \rho \rangle}. \quad (\text{II.5})$$

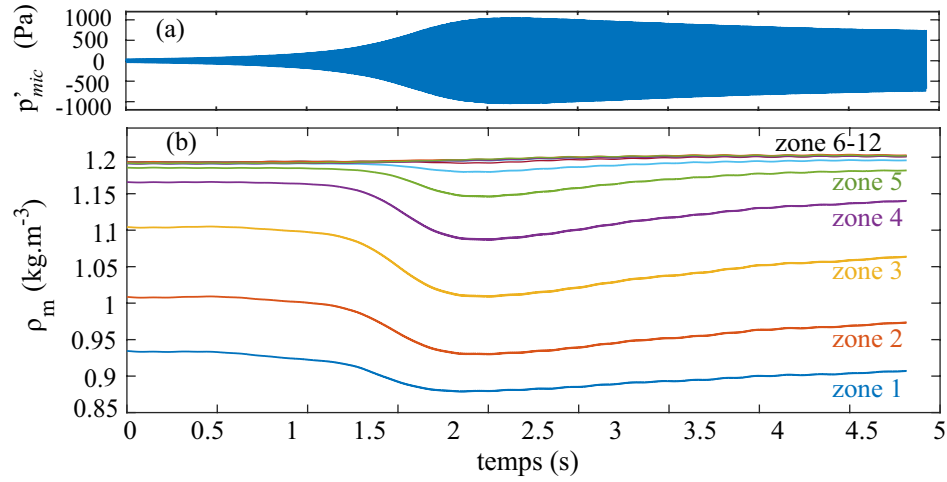
Cette masse volumique moyenne évolue donc *lentement* au cours du temps dans le cas des régimes transitoires observés ici, et du fait des transports de chaleur induits par les oscillations acoustiques<sup>3</sup>.

- la composante fondamentale des oscillations de masse volumique à la position  $x_i$  représente l'amplitude à la fréquence fondamentale du pic associé dans le spectre du signal  $\langle \rho \rangle(x, z = 0, t)$  (signal instationnaire pris dans son ensemble au cours du transitoire).
- Le spectre du signal  $\langle \rho \rangle(x, z = 0, t)$  est également utilisé pour définir l'amplitude du second harmonique des fluctuations de masse volumique en fonction de la distance  $x_i$ .
- la composante que nous qualifierons dans la suite de "quasi-statique" vise à représenter les variations lentes de  $\rho_m$  (liées au transport de chaleur non linéaire). Cette composante quasi-statique est définie comme la différence entre la moyenne temporelle de la masse volumique pendant la durée totale de l'acquisition (soit 4,5 secondes) et la densité moyenne initiale au temps  $t = 0$  s (en fait une moyenne temporelle des 20 premières périodes d'oscillations acoustiques).

Les données de la Fig.II.12 sont donc analysées plus en détail dans ce qui suit, et la Fig.II.13 présente l'évolution de la masse volumique moyenne  $\rho_m$  lors du régime transitoire. Les résultats font clairement apparaître une variation très significative de cette masse volumique

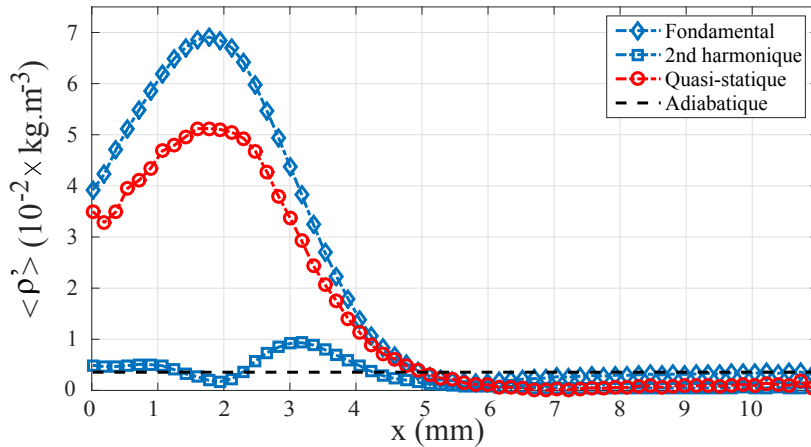
---

3. les variations temporelles de  $\langle \rho \rangle$  mettent en jeu deux temps caractéristiques, à savoir la période acoustique associée aux oscillations, et un temps caractéristique plus long associé à l'évolution graduelle du champ de température sous l'effet du champ acoustique. Une moyenne sur quelques cycles acoustiques de  $\langle \rho \rangle$  permet donc de caractériser cette évolution graduelle.



**Fig. II.13.** (a)- pression acoustique, (b)- variation de fluctuations de masse volumique moyenne sur 20 périodes en fonction du temps pour les distances différentes du stack définies dans le tableau II.1.

moyenne au cours du régime transitoire, et on remarque également que cette variation est localisée à proximité immédiate du stack<sup>4</sup>, ce qui indique que les effets observés sont là encore des effets “de bord”.



**Fig. II.14.** Amplitudes du fondamental ( $\diamond$ ), du deuxième harmonique ( $\square$ ), et de la composante quasi-statique ( $\circ$ ) des fluctuations de masse volumique ( $\langle \rho' \rangle = \langle \rho \rangle - \langle \rho_0 \rangle$ ) en fonction de la distance  $x$  relativement au côté chaud du stack. La ligne noire horizontale en pointillés correspond à l’amplitude adiabatique de la fluctuation de densité estimée à partir de l’amplitude maximale de la pression mesurée par le microphone.

Le contenu spectral des fluctuations de masse volumique est présenté sur la Fig.II.14 en fonction de la distance  $x$  relativement au côté chaud du stack. La ligne pointillée en bleu

4. notons que le maximum de variation relative de  $\rho_m$  n’est cependant pas localisé au plus près du stack, mais aux environs des zones 3 ou 4

munie de losanges, et celle munie de carrés, représentent respectivement les amplitudes du fondamental et du second harmonique des oscillations de masse volumique (les deux sont obtenus à partir de la transformée de Fourier du signal total pendant 4,5 secondes). La ligne pointillée rouge munie de cercles représente l'amplitude quasi-statique des fluctuations de masse volumique en fonction de la position (rappelons que cette amplitude est calculée à partir de la différence entre la moyenne temporelle de la masse volumique pendant 4,5 secondes et la masse volumique moyenne initiale au temps  $t = 0$  s). Enfin, la ligne noire horizontale en pointillés de la Fig.II.14 représente une autre amplitude d'intérêt, appelée amplitude adiabatique, et qui correspond à l'amplitude des oscillations de masse volumique que l'on peut évaluer à partir de l'amplitude crête  $P_{mic}$  de la pression mesurée par le microphone (en moyenne sur la durée totale du signal) si l'on considère que la partie du tube jusqu'au bouchon rigide est homogène à la température ambiante. Cette amplitude est définie comme  $\rho_{ad} = P_{mic} \cos(2\pi fd/c_\infty)/c_\infty^2$ . Les résultats illustrés à la Fig.II.14 montrent que la composante fondamentale des fluctuations de masse volumique atteint un maximum à une distance d'environ 1,8 mm de l'extrémité du stack : cette distance est du même ordre de grandeur que l'amplitude du déplacement acoustique  $u \approx P_{mic} \sin(2\pi fd/c_\infty)/(2\pi f\rho_\infty c_\infty) \approx 1,1$  mm évalué du côté chaud du stack (où  $\rho_\infty \approx 1,2$  kg.m<sup>-3</sup> est la masse volumique moyenne du fluide à température ambiante). Les résultats montrent également que loin de l'extrémité du stack (c'est-à-dire à une distance d'environ  $10u$ ), l'amplitude des fluctuations de masse volumique tend vers l'amplitude adiabatique (qui est plus de dix fois inférieure à la valeur maximale). De plus, les résultats de la Fig.II.14 montrent clairement que le second harmonique et la composante quasi-statique des fluctuations de masse volumique sont générés localement au voisinage de l'extrémité du stack : il y a donc une distorsion importante due aux effets de bord non linéaires. Ces effets non linéaires sont nettement visibles puisque l'on constate que l'amplitude du second harmonique est à certains endroits du même ordre de grandeur que celle du fondamental (notamment pour  $x = 3 - 4$  mm, où l'amplitude du second harmonique peut atteindre 25% de celle du fondamental). Loin du stack, les effets de bords disparaissent et on constate que le deuxième harmonique, comme la composante quasi-statique, tendent vers 0.

### II.3.2 Impact du gradient de température

Les fluctuations de masse volumique observées précédemment peuvent résulter des fluctuations conjointes de pression et de température, comme l'indique la relation des gaz parfaits. Les fluctuations de pression sont directement liées au mouvement acoustique, tandis que les fluctuations de température peuvent être générées d'une part par le mouvement acoustique à proprement parler<sup>5</sup>, et d'autre part par la présence conjointe du déplacement particulaire

---

5. des oscillations de pression adiabatique sont accompagnées d'oscillations de température

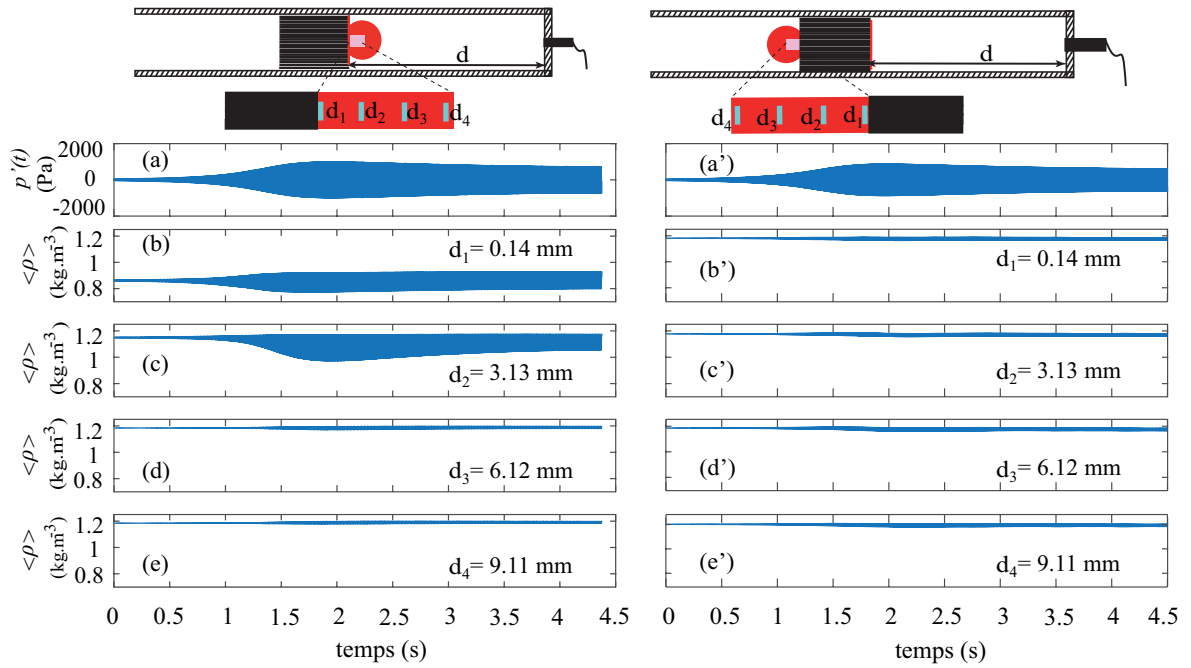
et d'un gradient de température élevé suivant la direction de l'écoulement oscillant.

Afin d'évaluer l'importance que représente la présence d'un gradient de température élevé sur l'amplitude des effets de bords observés, nous avons mis en oeuvre une seconde expérience, dans les conditions identiques à celles décrites précédemment (i.e.  $d = 18$  cm,  $Q_{in} = 22,8$  W), mais en faisant en sorte que le faisceau objet traverse le guide d'onde à proximité de l'extrémité non chauffée du stack. Les résultats obtenus sont présentés sur la Fig. II.15, dont la partie gauche est une reproduction de la Fig II.12, tandis que la partie droite représente les résultats obtenus dans les mêmes conditions, de l'autre côté du stack. Les signaux de pression acoustique, présentés sur la Fig.II.15(a,a'), sont presque identiques dans les deux configurations (les différences sont attribuables à la reproductibilité imparfaite de l'expérience). Les signaux des fluctuations de masse volumique obtenus du côté froid du stack sont présentés sur les Fig.II.15(b'-e'), en regard de ceux obtenus côté chaud (Fig.II.15(b-e)). La comparaison des résultats obtenus dans les deux configurations montre clairement que les amplitudes des fluctuations de masse volumique observées du côté froid sont très faibles en regard de celles observées du côté chaud (b-e). On remarque également que les fluctuations de masse volumique du côté froid ne dépendent quasiment pas de la distance relativement à l'extrémité du stack. Ainsi, une conclusion importante qui provient de l'analyse comparative des Fig.II.15(b-e) et II.15 (b'-e') est que la présence d'un gradient de température a un grand impact sur l'amplitude et le contenu spectral des fluctuations de masse volumique à l'extrémité du stack : s'il n'existe pas de gradient de température, il n'y a pas d'effet de bord prononcé (notons toutefois que cet effet de bord est présent, et a déjà fait l'objet de mesures par Berson et al. [61]).

### II.3.3 Impact de la position du stack le long du tube

Dans cette partie, l'impact de la position du stack le long du tube est analysé. Une série de mesures est réalisée suivant le même mode opératoire que précédemment mais pour différentes positions du stack le long du tuyau.

Comme mentionné précédemment, il est nécessaire de faire varier la puissance de chauffage pour déclencher l'auto-oscillation lorsque la position du stack  $d$  est modifiée. Pour déclencher l'instabilité thermoacoustique et obtenir une pression acoustique quasi-stable en régime stationnaire, il faut donc prendre en compte cette relation entre la puissance de chauffage seuil  $Q_{onset}(d)$  et la position du stack  $d$ . Le tableau II.2 répertorie les puissances de déclenchement mesurées sur notre système (données redondantes avec celles de la Fig.II.4). Pour les résultats de mesure qui suivent nous avons fait le choix de fixer la puissance de chauffage  $Q_{in}(d)$  à sa valeur au déclenchement  $Q_{onset}(d)$  incrémentée d'au moins 2 W. En effet, un incrément de puissance plus faible au delà du seuil peut parfois donner lieu à un régime de déclenchement et arrêt périodiques des auto-oscillations, notamment lorsque la distance  $d$  est élevée (typi-



**Fig. II.15.** Pression mesurée par microphone (a,a'), et masse volumique (b-e, b'-e') en fonction du temps. La masse volumique ( $\rho = \rho_m + \rho'$ ) est présentée pour quelques distances  $d_i$  de l'extrémité du stack. Les données à gauche (b-e) sont obtenues à proximité du côté chaud du stack, en revanche les données à droite (b'-e') sont obtenues à proximité du côté froid du stack. La distance  $d$  entre le stack et la paroi rigide est fixée à  $d= 18$  cm. Noté : le cercle en haut de la figure correspond au faisceau de laser, et le rectangle correspond de la fenêtre caméra.

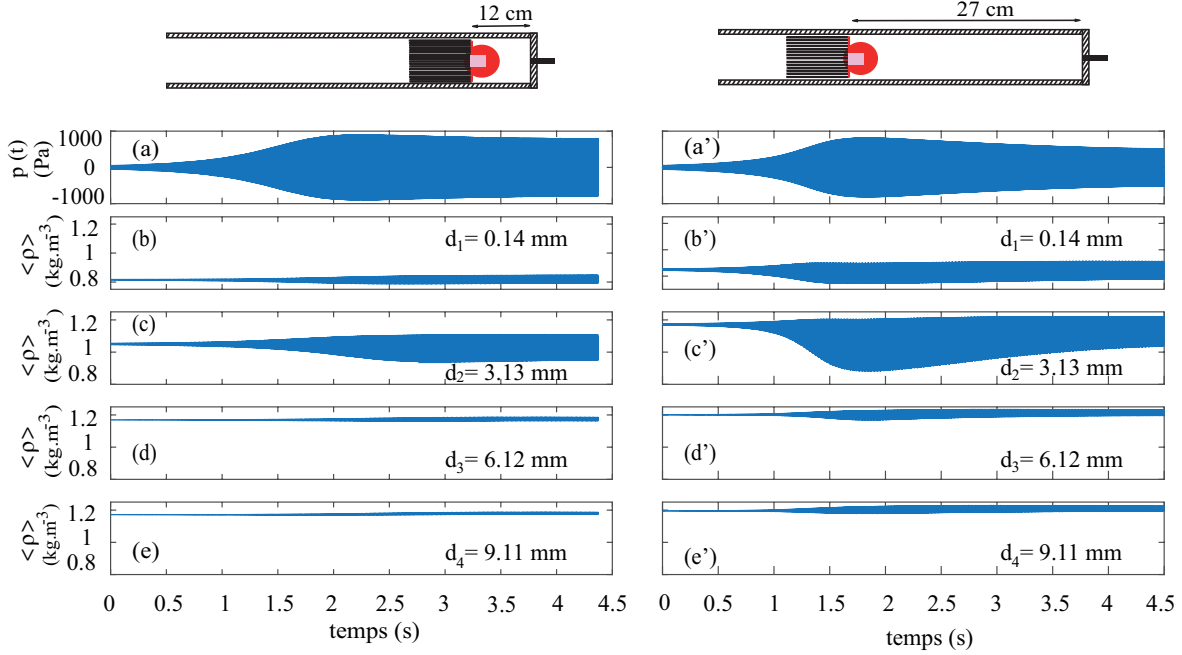
quement supérieure à 20 cm). La puissance de chauffage est donc fixée à  $Q = 23,25$  W pour les mesures menées aux positions de stack  $d = 9$  cm,  $d = 12$  cm,  $d = 15$  cm,  $d = 18$  cm,  $d = 21$  cm, et  $d = 24$  cm. Pour la position située au plus loin du bouchon rigide, i.e. pour  $d = 27$  cm, une puissance de chauffage  $Q = 29,24$  W a été retenue. Nous ne présentons ici qu'une synthèse des résultats obtenus, pour deux positions du stack distinctes à savoir  $d = 12$  cm et  $d = 27$  cm. Ces données sont présentées sur la Fig.II.16

| $d(\text{cm})$        | 9     | 12    | 15     | 18     | 21    | 24     | 27     |
|-----------------------|-------|-------|--------|--------|-------|--------|--------|
| $Q_{onset}(\text{W})$ | 18,09 | 16,64 | 16,002 | 16,512 | 17,16 | 18,906 | 23,104 |

TABLE II.2 – Puissances seuil de chauffage pour déclencher les auto-oscillations dans le moteur thermoacoustique, en fonction de la distance  $d$  entre le stack et la paroi rigide.

Les résultats obtenus pour une position du stack  $d = 12$  cm et une puissance de chauffage  $Q_{in} = 23,25$  W sont présentées à la Fig.II.16(a-e) suivant le même type de représentation que celui de la Fig.II.12. Les résultats obtenus pour un stack placé à  $d= 27$  cm et une puissance

de chauffage  $Q_{in} = 29,24$  W sont présentés sur la Fig.II.16(a'-e').



**Fig. II.16.** Pression mesurée par microphone (a,a'), et masse volumique (b-e, b'-e') en fonction du temps. La masse volumique ( $\rho = \rho_m + \rho'$ ) est présentée pour quelques distances  $d_i$  de l'extrémité du stack. Les données à gauche (b-e) sont obtenues lors de la distance entre le stack et la paroi rigide  $d=12$  cm, en revanche les données à droite (b'-e') sont obtenues lors de la distance entre le stack et la paroi rigide  $d=27$  cm.

En comparant la dynamique d'évolution de l'amplitude de pression acoustique mesurée par le microphone, qui est présentée pour les deux configurations sur la Fig.II.16 (a) et (a'), on voit notamment que la position du stack influe sur le régime transitoire et sur l'amplitude atteinte en régime stationnaire. En effet, l'amplitude des oscillations de pression acoustique atteint  $p_{micro} = 800$  Pa pour  $d = 12$  cm, alors qu'elle est significativement plus faible (environ 500 Pa) pour  $d = 27$  cm, alors même que la puissance calorifique fournie est plus élevée dans ce dernier cas. On note par ailleurs que l'overshoot est plus prononcé pour  $d = 27$  cm que pour  $d = 12$  cm. Si on compare l'évolution des fluctuations de masse volumique dans les deux configurations et pour quelques distances en regard de l'extrémité du stack, on observe clairement que lorsque le stack est proche de la paroi fermée, i.e pour  $d = 12$  cm, les variations de masse volumique ne sont pas très marquées (alors même que la pression acoustique au niveau du stack est significativement plus élevée que pour  $d = 27$  cm), tandis que loin de la paroi fermée, i.e pour  $d = 27$  cm, les variations de masse volumique sont très importantes alors même que l'amplitude des auto-oscillations est plus faible. Le même constat peut être fait également concernant les variations de la composante moyenne de la masse volumique, qui sont clairement plus prononcées pour  $d = 27$  cm. Ces résultats indiquent donc clairement



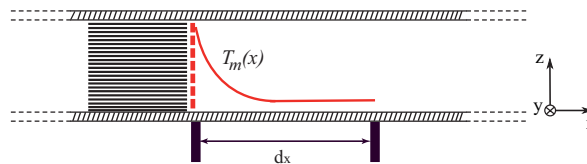
que l'amplitude des effets de bord observés n'est pas uniquement liée à l'amplitude des oscillations de pression acoustique au niveau du stack, mais que les effets conjoints d'une grande vitesse acoustique (dont l'amplitude croît avec  $d$  pour un niveau de pression constant au niveau du microphone) et d'un gradient de température important jouent un rôle important (voire prédominant).

Afin de confirmer ces observations, un premier modèle est présenté dans le paragraphe suivant, qui vise à prendre en compte de manière simplifiée l'impact du gradient de température sur l'amplitude des oscillations de masse volumique, sans considérer les non-linéarités à l'extrémité du stack.

## II.4 Description linéaire des fluctuations de masse volumique, et comparaison avec les résultats expérimentaux

### II.4.1 Propagation acoustique linéaire sans perte en présence d'un gradient de température

Il est connu que la présence d'un champ de température inhomogène impacte la propagation (linéaire) des ondes acoustiques, et de nombreux travaux ont porté sur ce sujet. L'écriture de l'équation de propagation acoustique en présence d'un champ de température inhomogène (avec ou sans prise en compte des effets viscothermiques) ne pose pas de problème mais l'obtention des solutions pour les champs de pression et de vitesse acoustique passe généralement par des méthodes numériques, sauf dans certains cas où le champ de température suit une loi simple permettant la recherche de solution analytique (voir par exemple [64, 65]). L'objectif de ce paragraphe est de décrire par une approche simple la distribution spatiale des amplitudes de pression acoustique, de débit acoustique, de température acoustique, et de masse volumique (acoustique) dans la zone du guide d'onde séparant l'extrémité chaude du stack et le bouchon rigide muni du microphone. Pour ce faire, l'existence d'un champ de température inhomogène, accessible à la mesure, doit être pris en compte de manière à évaluer son impact sur les amplitudes des fluctuations de masse volumiques, elles aussi accessible à la mesure.



**Fig. II.17.** Distribution de température moyenne suivant une loi de décroissance exponentielle à proximité du stack.

La géométrie du problème considéré est celle de la Fig.III.3, où l'hypothèse d'onde plane

est retenue et où l'origine de l'axe  $x$  est placée à l'extrémité chaude du stack. On suppose qu'un champ de température moyen  $T_m(x)$  est imposé sous l'effet d'un chauffage, et l'on considère que ce champ de température suit une loi exponentielle décroissante (une approche plus précise sera employée au prochain chapitre) :

$$\forall x \in [0, d], T_m(x) = T_\infty + \Delta T e^{-\frac{x}{l_w}}, \quad (\text{II.6})$$

caractérisée par une longueur caractéristique  $l_w$  et un écart de température  $\Delta T$ . Une méthode relativement simple pour décrire l'impact du champ de température sur les champs de pression et de débit acoustique dans le guide d'onde consiste à faire usage du formalisme des matrices de transfert et à discrétiser le jeu d'équation couplées pour calculer la propagation des ondes acoustiques le long du tube.

Ainsi, si l'on considère la propagation linéaire d'une onde plane dans la portion de tube de section  $S$  considérée, les amplitudes complexes de pression acoustique et de débit acoustique sont régies par le jeu d'équations couplées :

$$\frac{d\tilde{p}}{dx} = -\frac{i\omega}{S} \frac{P_m}{RT_m(x)} \tilde{u}(x) \quad (\text{II.7})$$

$$\frac{d\tilde{u}}{dx} = -\frac{i\omega S}{\gamma P_m} \tilde{p}(x) \quad (\text{II.8})$$

où  $P_m \approx 10^5$  Pa,  $\gamma = 1,4$ , et  $R = 287,058$  J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup> représentent respectivement la pression statique, le coefficient polytropique du fluide, et la constante spécifique des gaz parfait pour l'air. La discrétisation de ces équations sur une portion de tube de longueur infinitésimale  $\Delta x$  mène aux relations

$$\tilde{p}(x + \Delta x) = \tilde{p}(x) - \frac{i\omega}{S} \frac{P_m \Delta x}{RT_m(x)} \tilde{u}(x) \quad (\text{II.9})$$

$$\tilde{u}(x + \Delta x) = -\frac{i\omega S \Delta x}{\gamma P_m} \tilde{p}(x) + \tilde{u}(x) \quad (\text{II.10})$$

reliant le couple pression/débit à la position  $x + \Delta x$  à leur valeur à la position  $x$  (on obtient ainsi la matrice de transfert élémentaire d'une portion de tube de longueur  $\Delta x$ ). Pour un champ de température  $T_m(x)$  imposé, il est alors aisé à l'aide des relation précédentes de calculer de proche en proche le champ acoustique depuis la paroi rigide en  $x = d$  jusqu'à l'extrémité chaude du stack à la position  $x = 0$ . L'amplitude de pression acoustique sur la paroi rigide peut être fixée à une valeur arbitraire tandis que le débit acoustique est nul (paroi rigide).

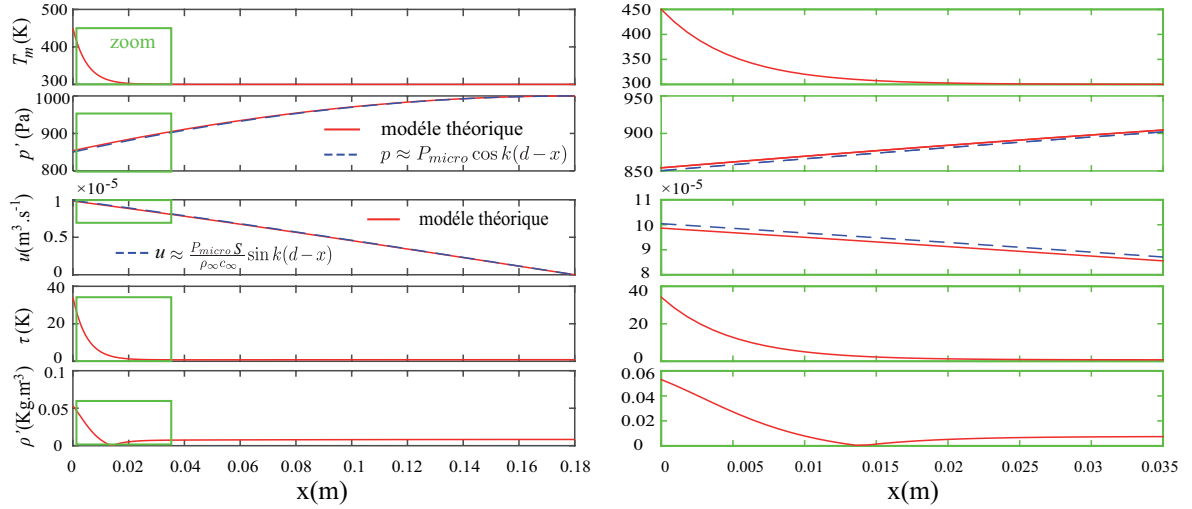
Ainsi, une fois les distributions de pression et de débit acoustique calculées par cette méthode, la distribution spatiale des amplitudes complexes des composantes acoustique de température,  $\tilde{\tau}$ , et de masse volumique,  $\tilde{\rho}$ , peuvent être déduites de  $\tilde{p}$  et  $\tilde{u}$  via les relations :

$$\tilde{\tau} = \frac{RT_m(x)}{P_m C_p} \tilde{p} + \frac{\tilde{u}}{i\omega S} \frac{dT_m}{dx}, \quad (\text{II.11})$$

et

$$\tilde{\rho} = \frac{\rho_m}{P_m} \tilde{p} - \frac{\rho_m}{T_m} \tilde{\tau}, \quad (\text{II.12})$$

où  $C_p$  représente la capacité calorifique isobare du fluide. A titre d'exemple, on présente sur la Fig.II.18 les distributions spatiales des champs de pression, de débit, de température et de masse volumique acoustiques pour une longueur de tube  $d = 18$  cm, un écart de température  $\Delta T$  de 150 K, et une longueur caractéristique  $l_w = 0.5$  cm. L'amplitude de pression acoustique sur la paroi rigide est ici fixée arbitrairement à 1 kPa.



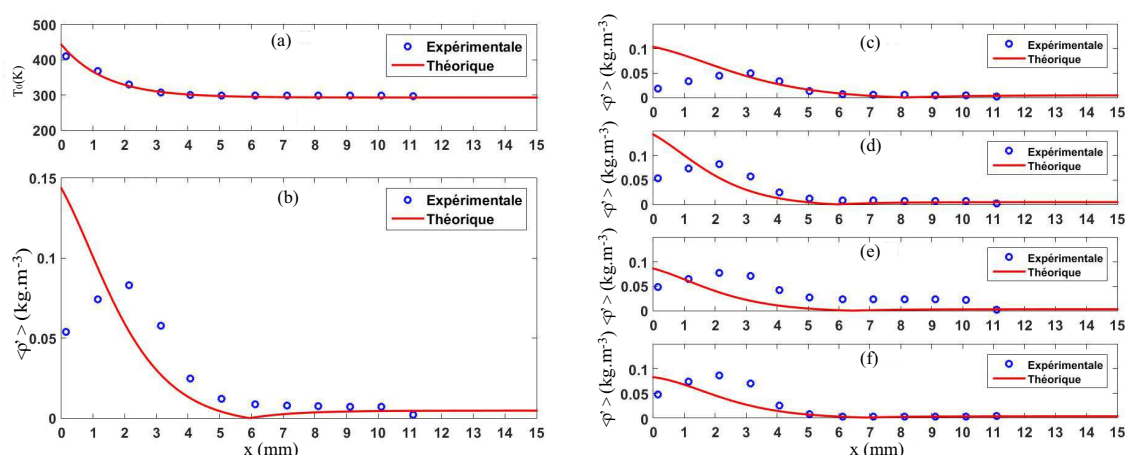
**Fig. II.18.** Température initiale exponentielle  $T_m$ , et modules des fluctuations de pression  $p$ , de débit, de température et de masse volumique. Les courbes rouges sont obtenues par différences finies et prennent en compte la propagation acoustique linéaire sans pertes avec gradient de température. Les courbes en trait tireté bleues pour la pression et le débit volumique sont obtenues analytiquement en ignorant la présence d'un gradient de température.

On constate sur la Fig. II.18 que les champs de pression et de débit acoustique semblent peu impactés par la présence du gradient de température localisé à proximité du stack, en ce sens qu'ils sont très proches des distributions que l'on pourrait calculer à l'aide des relations  $|\tilde{p}| \approx P_{mic} \cos [2\pi f(d-x)/c_\infty]$  et  $|\tilde{u}| \approx \frac{P_{mic} S}{\rho_\infty c_\infty} \sin [2\pi f(d-x)/c_\infty]$ , c'est à dire en ignorant la présence d'un champ de température inhomogène (courbes en trait tireté bleu). En revanche, on constate que la présence d'un gradient de température important à proximité du stack a un effet visible sur les distributions de  $\tilde{\tau}$  et de  $\tilde{\rho}$  dont l'amplitude croît significativement à proximité du stack, là où le gradient de température est important. Ce résultat est logique car l'effet d'un gradient de température apparaît explicitement dans les équations de l'acoustique reliant ces grandeurs aux amplitudes de pression et de débit acoustique. On constate enfin que l'amplitude des fluctuations de masse volumique est susceptible de s'annuler à proximité du stack, plus précisément à la position  $x \approx 1,4$  cm sur l'exemple de la Fig.II.18. Cette annulation de l'amplitude des fluctuations de masse volumique correspond à celle pour laquelle

la contribution proportionnelle à la pression acoustique,  $(\rho_m/P_m)\tilde{p}$ , est compensée par celle proportionnelle à la température acoustique,  $(\rho_m/T_m)\tilde{\tau}$ .

### II.4.2 Comparaison avec les résultats expérimentaux

On présente ici une comparaison des données expérimentales obtenues par holographie avec les résultats du modèle linéaire présenté au paragraphe précédent. Ceci suppose d'approximer le champ de température réel (accessible via la mesure de  $\rho_m = \rho_\infty T_\infty/T_m$  par holographie) par une exponentielle décroissante.



**Fig. II.19.** (a)- champ de température estimé à partir des mesures holographiques, (b)- Amplitudes de la composante fondamentale des fluctuation de masse volumique en fonction de la distance au stack. La courbe rouge représente la théorie et les points bleus représentent l'amplitude du fondamental de  $\rho'$  obtenue à partir des mesures. (c-f)- Amplitudes de la composante fondamentale des fluctuations de masse volumique pour un champ de température estimé à partir des mesures holographiques et pour les positions de stack suivantes :  $d = 12$  cm,  $d = 18$  cm,  $d = 24$  cm et  $d = 30$  cm.

La figure II.19 présente la comparaison entre les données expérimentales et les estimations de l'amplitude de masse volumique issues du modèle de propagation acoustique linéaire avec gradient de température. Le schéma II.19(a) présente le champ de température initial au début du régime transitoire ainsi que la distribution exponentielle obtenue par régression (méthode des moindres carrés) à partir des données expérimentales. Il apparaît que la régression effectuée ne reproduit pas fidèlement le champ de température observé, mais les paramètres  $\Delta T$  et  $l_w$  accessibles via cette régression sont néanmoins utilisés pour une première approche afin d'estimer l'impact du champ de température dans un modèle de propagation linéaire sans pertes.

La courbe rouge de la figure II.19(b) présente l'amplitude des fluctuations de masse volumique obtenue par ce modèle linéaire avec gradient de température. Les points bleus représentent les données expérimentales issues des mesures optiques. On peut conclure de ces

résultats que le modèle utilisé ne permet pas de reproduire fidèlement l'amplitude du fondamental des fluctuations de masse volumique. Néanmoins, le modèle permet d'accéder au bon ordre de grandeur pour ces oscillations de masse volumique. Ainsi, on peut en conclure qu'une part des résultats expérimentaux obtenus s'explique simplement par la présence du gradient de température, responsable d'une contribution significative (via terme proportionnel à  $ud_x T_m$ ) aux fluctuations de températures, et donc également aux fluctuations de masse volumique.

Une campagne de mesure a également été réalisée pour différentes positions du stack, et le même type d'analyse a été opéré. Les figures II.19(c-f) présentent le même type de résultats que ceux de la figure II.19(b), mais pour quatre positions différentes du stack le long du guide d'onde. Les conclusions à tirer de ces résultats sont de même nature que celles tirées de l'analyse de la figure II.19(b). Reste que pour les différentes positions du stack testées, la présence systématique d'harmoniques et d'une importante composante quasi-statique dans les fluctuations de masse volumique a été observée. Un modèle de propagation linéaire ne peut pas décrire ces effets et ne suffit donc pas à expliquer les résultats obtenus.

## II.5 Conclusion et perspectives

La technique de mesure par interférométrie holographique a été appliquée à l'étude des processus non linéaires prenant place aux extrémités du stack dans un moteur thermoacoustique quart d'onde durant le transitoire d'allumage des auto-oscillations. Les résultats obtenus mettent en évidence la présence significative d'effets de bords (entropique et/ou aérodynamique) à proximité du stack lors du déclenchement de l'onde. Une part des résultats obtenus doit pouvoir s'expliquer par la seule présence d'un gradient de température axial, mais la génération significative et localisée d'harmoniques dans les fluctuations de masse volumique, ainsi que l'apparition d'un transport de masse localisé induit par les auto-oscillations restent pour l'heure inexpliqués.

Une étude plus poussée de ces effets de bords doit donc être menée avec deux objectifs :

- Reprendre l'étude expérimentale dans des conditions mieux contrôlées. Pour ce faire, un forçage du champ acoustique au moyen d'un haut-parleur sera utilisé.
- Proposer un modèle non-linéaire permettant de reproduire les résultats expérimentaux obtenus. Pour ce faire, les travaux théoriques menés par V. Gusev dans le cas plus simple d'une interface stack-fluide sans gradient de température constituent un point de départ intéressant [54, 53]. L'objectif est ici d'inclure dans ce modèle la présence d'un gradient de température axial ainsi qu'un terme de diffusion thermique axial dont l'impact peut également être significatif [61].

Ces deux aspects sont traités au chapitre suivant.

# Chapitre III

## Etude expérimentale et théorique des effets de bords entropiques liés aux oscillations acoustiques à proximité d'un empilement de plaques dans un champ de température inhomogène

### Contents

---

|  |           |
|--|-----------|
| <b>III.1 Introduction</b> . . . . .  | <b>64</b> |
| <b>III.2 Etude théorique des oscillations non-linéaires de température</b> . | <b>66</b> |
| III.2.1 Modélisation des effets de bords entropiques . . . . .               | 66        |
| III.2.2 Résolution par différences finies . . . . .                          | 70        |
| <b>III.3 Résultats expérimentaux</b> . . . . .                               | <b>78</b> |
| III.3.1 Traitement des données . . . . .                                     | 78        |
| III.3.2 Comparaison avec les résultats de simulation numérique . . . . .     | 82        |
| <b>III.4 Conclusion</b> . . . . .  | <b>87</b> |

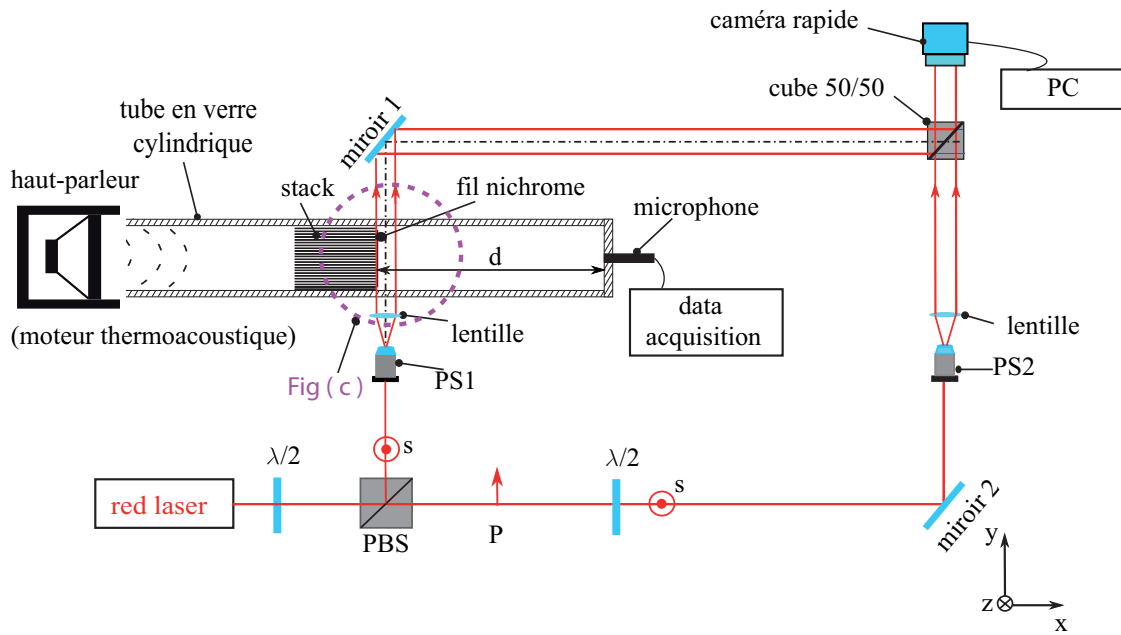
---

## III.1 Introduction

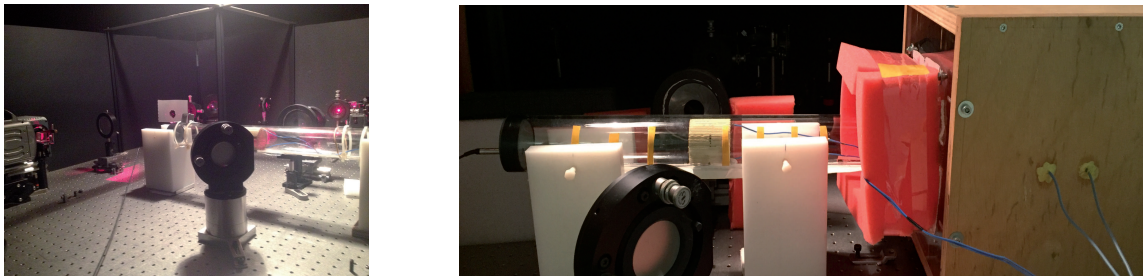
Comme souligné déjà par plusieurs équipes de recherche dans de précédents travaux [54, 55, 56, 61, 66], la théorie linéaire de la thermoacoustique échoue à décrire les processus de transport de chaleur et de masse près des terminaisons du stack, parce que la transition abrupte subie par les particules fluides oscillants à l'extrémité du stack conduit à de fortes non-linéarités locales. Ces effets ont deux origines : l'une est liée à la singularité géométrique qui conduit à la séparation de l'écoulement [55, 56], tandis que l'autre est liée à une singularité en termes de transfert de chaleur [54, 66] qui conduit à la distorsion des fluctuations de température [37, 61]. Dans ce chapitre, nous fournissons un modèle simplifié de ce deuxième effet, qui est principalement basé sur les hypothèses que (1) le fluide est non-visqueux, (2) les plaques parallèles du stack sont minces (3) la conduction thermique à l'intérieur du stack dans la direction perpendiculaire à celle de l'écoulement est prise en compte au moyen d'un temps de relaxation. Ce modèle présenté ci-après est en réalité une extension de celui proposé par Gusev et al. [54], auquel sont ajoutés les effets dus à la conduction thermique axiale et à la présence d'un gradient de température moyen. Ce modèle est utilisé pour prédire numériquement la génération d'harmoniques supérieurs ainsi qu'une composante moyenne des fluctuations de température, desquelles sont déduites les composantes harmoniques et la composante moyenne des fluctuations de masse volumique. Ce modèle, ainsi que quelques exemples de résultats numériques, sont présentés au paragraphe III.2.

Par ailleurs, de nouveaux résultats expérimentaux sont également présentés dans ce chapitre, obtenus sur le même système mais dans lequel le mécanisme de génération des oscillations acoustiques est modifié. Le montage expérimental est identique à celui du chapitre II pour ce qui concerne la partie optique, mais un haut-parleur est placé à proximité de l'extrémité ouverte du résonateur. Un schéma et quelques photographies de ce nouveau montage sont présentés sur la Fig. III.1. En raison du couplage et des pertes supplémentaires provoquées par la présence du haut-parleur, le déclenchement de l'instabilité thermoacoustique ne se produit pas pour ce nouveau montage (du moins pour la gamme de puissance de chauffage utilisée dans cette étude). En revanche, l'alimentation de la source sonore externe permet de générer des oscillations acoustiques stables (à la même fréquence de 171 Hz) dans le conduit, et son amplitude est facilement contrôlée dans une plage de quelques dizaines de Pa jusqu'à 1 kPa. Par conséquent, cette deuxième configuration est bien adaptée pour une comparaison avec le modèle décrit dans ce chapitre (qui laisse de côté la description de l'amplification et de la saturation de l'instabilité thermoacoustique). Cette analyse comparative est présentée au paragraphe III.3.2.

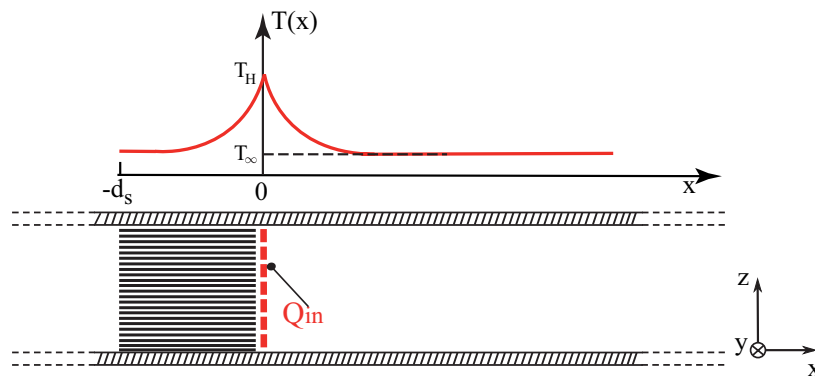
(a)



(b)



(c)



**Fig. III.1.** (a)- Schéma du nouveau montage réalisé pour l'étude des effets de bords entropiques en régime stationnaire, i.e. avec des oscillations acoustiques d'amplitude maintenue constante. (b)- Photographies du système étudié, (c)- Représentation schématique du champ de température, et définition du système de coordonnées.



## III.2 Etude théorique des oscillations non-linéaires de température

Ce paragraphe présente le modèle simplifié sur la base duquel l'équation décrivant les oscillations non linéaires de température à proximité du stack est dérivée.

### III.2.1 Modélisation des effets de bords entropiques

La géométrie du problème considéré est celle de la Fig.III.1(c) : on considère les oscillations de pression, de vitesse, de température et de masse volumique liées au mouvement acoustique de particules fluides à l'extrémité du stack, et en présence d'un champ de température moyen inhomogène suivant l'axe  $x$  du guide d'onde (le point origine  $x = 0$  est placé à l'extrémité chaude du stack).

On suppose dans la suite de ce paragraphe que le fluide est non visqueux (afin de concentrer la description sur les seuls effets de bord entropiques), et l'on suppose également que la conductivité thermique du fluide, notée  $\lambda_\infty$  est indépendante de la température<sup>1</sup>. Compte-tenu de ces deux hypothèses, l'équation de conservation de l'énergie au sein d'un volume de contrôle  $V$  délimité par une surface  $\Sigma$  prend la forme

$$\int_V \rho T \frac{dS}{dt} = \int_\Sigma -\lambda_\infty \mathbf{grad} T \cdot \mathbf{n} d\Sigma, \quad (\text{III.1})$$

où  $S$  et  $T$  représentent l'entropie massique et la température (moyenne et fluctuante) du fluide, et où  $\mathbf{n}$  est un vecteur unitaire normal à la surface  $\Sigma$ . En faisant usage du théorème de Green-Ostrogradski, on obtient la forme locale de l'équation de conservation de l'énergie :

$$\rho T \frac{dS}{dt} = \lambda_\infty \Delta T. \quad (\text{III.2})$$

La propriété bivariante du fluide permet d'exprimer l'entropie massique en fonction de la température et la pression comme suit :

$$dS = \frac{C_p}{T} dT - \frac{1}{\rho T} dP, \quad (\text{III.3})$$

où  $C_p$  désigne la capacité calorifique massique à pression constante, et où l'hypothèse d'un gaz parfait est retenue. Compte-tenu des relations

$$\begin{cases} dT = \frac{\partial T}{\partial x} dx + \frac{\partial T}{\partial t} dt, \\ dP = \frac{\partial P}{\partial x} dx + \frac{\partial P}{\partial t} dt, \end{cases} \quad (\text{III.4a})$$

$$\quad (\text{III.4b})$$

l'équation III.2 prend alors la forme

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{1}{\rho C_p} \left[ \frac{\partial P}{\partial t} + v \frac{\partial P}{\partial x} \right] = \frac{\lambda_\infty}{\rho C_p} \Delta T, \quad (\text{III.5})$$

---

1. cette hypothèse est erronée puisqu'il est courant en thermoacoustique d'utiliser la loi empirique  $\lambda(T_m) = \lambda_\infty (T_m/T_\infty)^\beta$  où le paramètre  $\beta$  vaut 0,73 pour de l'air. Nous avons néanmoins jugé que la prise en compte de cette dépendance complexifie inutilement le modèle décrit dans la suite.

soit encore

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\lambda_\infty}{\rho C_p} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \Delta_\perp \right) T + \frac{1}{\rho C_p} \left[ \frac{\partial P}{\partial t} + v \frac{\partial P}{\partial x} \right], \quad (\text{III.6})$$

où l'opérateur Laplacien est ici décomposé en sa composante axiale  $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$  et sa composante transverse  $\Delta_\perp$ . Toutes les variables de l'équation ci-dessus peuvent être décomposées en une composante statique et une fluctuation sous la forme suivante :

$$\begin{cases} T = T_m(x) + T'(x, y, t), & (\text{III.7a}) \\ \rho = \rho_m(x) + \rho'(x, y, t), & (\text{III.7b}) \\ v = 0 + v'(x, t), & (\text{III.7c}) \\ P(x, t) = P_m + p'(x, t), & (\text{III.7d}) \end{cases}$$

où les fluctuations sont supposées faibles en regard de leur composante statique, i.e.  $\frac{T'}{T_m} \sim \frac{p'}{P_m} \sim \frac{v'}{c_\infty} \sim \epsilon \ll 1$  (et  $\frac{v'}{c_\infty} \sim \epsilon \ll 1$ ). Le report de cette décomposition dans (III.6) mène à l'équation :

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + v \frac{\partial (T_m + T')}{\partial x} = \frac{\lambda_\infty}{\rho_m(x) C_p} \left( \frac{\partial^2 T'}{\partial x^2} + \Delta_\perp T' \right) + \frac{1}{\rho_m(x) C_p} \frac{\partial p'}{\partial t}, \quad (\text{III.8})$$

dans laquelle on a considéré d'une part que les termes proportionnels à  $1/\rho$ , comme par exemple  $1/(\rho C_p) \partial_t p'$ , peuvent se simplifier sans grande erreur sous la forme  $1/(\rho_m C_p) \partial_t p'$ , et d'autre part que le terme  $v' \partial_x p'$  (d'ordre  $\epsilon^2$ ) peut être négligé en regard de  $\partial_t p'$  (d'ordre  $\epsilon$ ).

L'équation (III.8) a vocation à décrire les oscillations non linéaires de température dans une petite zone (en regard de la longueur d'onde acoustique) à proximité de l'extrémité chaude du stack, là où les mesures holographiques sont effectuées (cf. Fig.III.1). Compte-tenu que le gradient de température est lui aussi localisé dans une région de faible longueur, nous avons vu à la fin du chapitre précédent qu'il est possible (sans grande erreur) de considérer que les fluctuations de pression et de vitesse acoustique dans cette zone sont peu impactées par le gradient de température et qu'elles peuvent s'écrire sous la forme  $p' \approx P_{mic} \cos[2\pi f(d-x)/c_\infty] \cos(\omega t)$ , où  $P_{mic}$  est l'amplitude de la pression acoustique mesurée par le microphone, et  $v' \approx \frac{P_{mic}}{\rho_\infty c_\infty} \sin[2\pi f(d-x)/c_\infty] \sin(\omega t)$  où  $\rho_\infty$  représente la masse volumique du fluide à la température ambiante  $T_\infty$ . Dans l'équation (III.8), il existe deux termes source de non linéarité, à savoir le terme  $v \partial_x T'$ , produit de deux variables acoustiques, mais également le terme  $\lambda_\infty/(\rho_m C_p) \Delta_\perp T'$  qui qualifie les échanges de chaleur entre le fluide oscillant et le stack. En effet, ce dernier terme est source de distorsion des fluctuations de température du fait qu'à l'extrémité du stack un changement abrupt du transfert de chaleur entre fluide et paroi du stack prend place. On propose dans la suite de prendre en compte ce phénomène très simplement, en retenant la description déjà proposée par Gusev et al. [54]. L'équation (III.8) a également vocation à prendre en compte l'impact d'un gradient de température sur les fluctuations de masse volumique, qui apparaît dans le terme linéaire

$v'\partial_x T_m$  et dont on a vu au chapitre précédent qu'il impacte fortement les amplitudes de température acoustique.

Ainsi les simplifications mentionnées ci-dessus sont les mêmes que celles formulées par Gusev [54], mais un terme supplémentaire  $v'\partial T_m/\partial x$  est présent qui décrit l'effet d'un gradient axial de température sur les fluctuations de température acoustique et l'on conserve également le terme proportionnel à  $\partial_{xx}^2 T$  représentant l'effet dynamique de la diffusion de la chaleur axiale (négligé dans la réf. [54] mais susceptible néanmoins de jouer un rôle comme l'ont montré Berson et al. [61]). Reprenant la démarche de Gusev et al. [54], cette équation est intégrée sur une section  $S$  d'un pore du stack, et l'approximation du temps de relaxation est formulée pour simplifier le terme de diffusion transverse  $\lambda_\infty/(\rho_m C_p)\Delta_\perp T'$ . Cette approximation revient à décrire le transport thermique latéral entre le fluide et les parois du stack au moyen d'une loi d'échange de Newton, à savoir que ce flux thermique latéral est proportionnel à la différence entre la température du solide,  $T_m$ , et celle du fluide moyennée le long d'une section transversale d'un pore,  $T_m + \overline{T'}$ . En posant  $\kappa_m(x) = \frac{\lambda_\infty}{\rho_m(x)C_p}$ , l'équation (III.8) est donc simplifiée sous la forme

$$\frac{\partial \overline{T'}}{\partial t} + v \frac{\partial (T_m + \overline{T'})}{\partial x} = \kappa_m(x) \frac{\partial^2 \overline{T'}}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho_m(x)C_p} \frac{\partial p'}{\partial t} - \frac{\overline{T'}}{\tau_R}, \quad (\text{III.9})$$

où  $\overline{T'}$  représente la moyenne sur la section d'un pore du stack, et où le temps de relaxation  $\tau_R$  a été introduit (voir référence [54] pour plus de détails). Ce paramètre est un paramètre phénoménologique qui ne tient pas compte de toute la complexité des processus de transfert de chaleur se produisant aux extrémités du stack, mais il peut être utilisé pour décrire la transition abrupte subie par les particules fluides qui traversent le stack. Dans la suite on considérera que  $\tau_R$  prend la valeur d'une constante finie pour les particules fluides situées à l'intérieur du stack ( $x < 0$ ) qui échangent de la chaleur avec les parois latérales, tandis que  $\tau_R$  tendra vers l'infini pour décrire les oscillations de température adiabatique pour des particules fluides situées à l'extérieur du stack ( $x > 0$ ).

Enfin, et compte-tenu que l'introduction de ce temps de relaxation  $\tau_R$  représente la plus forte approximation du modèle, on retient une dernière simplification du modèle qui revient à négliger l'impact de la dépendance de  $\rho_m$  avec la température sur la contribution de la pression acoustique aux fluctuations de température et sur la contribution du terme de diffusion axiale dynamique  $\kappa_m \partial_{xx}^2 \overline{T'}$ , ce qui mène finalement à l'équation non linéaire :

$$\frac{\partial \overline{T'}}{\partial t} + v \frac{\partial (T_m + \overline{T'})}{\partial x} = \kappa_\infty \frac{\partial^2 \overline{T'}}{\partial x^2} + \frac{1}{\rho_\infty C_p} \frac{\partial p'}{\partial t} - \frac{\overline{T'}}{\tau_R}, \quad (\text{III.10})$$

où  $\kappa_\infty$  et  $\rho_\infty$  représentent la diffusivité thermique et la masse volumique du fluide évaluées à la température ambiante  $T_\infty$ . Dans l'équation (III.10), les oscillations de pression et de vitesse acoustique sont supposées connues et imposées (de même que le champ de température moyen

$T_m$ ) et sont approximées sous la forme qui suit, en considérant ces oscillations localement indépendantes de la variable axiale du fait de la compacité de la zone étudiée :

$$p' \approx P_{mic} \cos\left(\frac{2\pi fd}{c_\infty}\right) \cos(\omega t) = P_c \cos(\omega t), \quad (\text{III.11})$$

et

$$v' \approx -\frac{P_{mic}}{c_\infty \rho_\infty} \sin\left(\frac{2\pi fd}{c_\infty}\right) \sin(\omega t) = \omega u_c \sin(\omega t), \quad (\text{III.12})$$

où l'on a introduit les amplitudes crêtes de pression acoustique et de déplacement acoustique à la position  $x = 0$  :

$$P_c = P_{mic} \cos\left(\frac{2\pi fd}{c_\infty}\right), \quad (\text{III.13})$$

$$u_c = -\frac{P_{mic}}{\omega c_\infty \rho_\infty} \sin\left(\frac{2\pi fd}{c_\infty}\right). \quad (\text{III.14})$$



**Fig. III.2.** Axe normalisé  $\xi = x/u_c$  depuis l'extrémité du stack

Enfin, la dernière étape du modèle consiste à normaliser l'équation (III.10). Pour ce faire, on introduit la fluctuation de température normalisée

$$\theta = \frac{\overline{T'}}{T_c} \quad (\text{III.15})$$

où la température

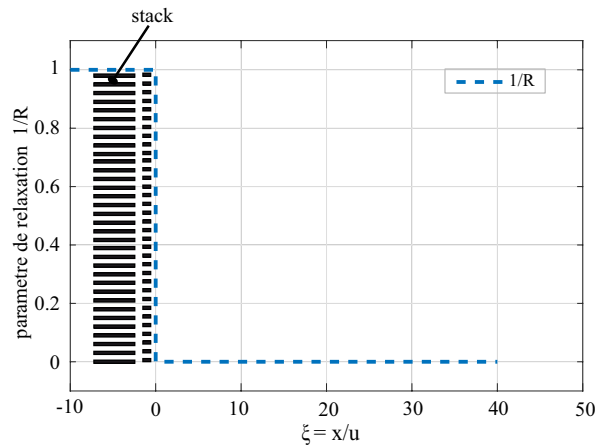
$$T_c = -\frac{P_{mic}}{\rho_\infty C_p} \cos\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right) \quad (\text{III.16})$$

représente une évaluation de l'amplitude crête des oscillations (adiabatique) de température à la position du stack. On introduit également les nouvelles variables temporelle  $\tau = \omega t$  et spatiale  $\xi = x/u_c$ , ainsi que la température statique normalisée  $\theta_m = \frac{T_m}{T_c}$ . Compte-tenu de l'introduction de ces nouvelles variables, l'équation III.10 prend la forme suivante :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \sin \tau \left( \frac{\partial \theta_m}{\partial \xi} + \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) = \sin \tau - \frac{\theta}{R} + Pe^{-1} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}, \quad (\text{III.17})$$

avec  $R = \omega \tau_R$  et  $Pe = \omega u_c^2 / \kappa_\infty$ . Cette équation décrit les fluctuations de température localement au niveau de l'interface stack-fluide sous forme adimensionnée, où  $\theta$  représente la fluctuation de température normalisée par l'amplitude de température adiabatique,  $\xi$  est la distance normalisée par le déplacement particulaire acoustique,  $\tau = \omega t$  désigne un temps adimensionné par la période acoustique,  $\theta_m$  désigne la température moyenne adimensionnée (gradient de température axial),  $Pe$  désigne le nombre de Peclet, et  $R$  désigne le paramètre de

relaxation introduit par Gusev et al [53]. Ce dernier paramètre a pour objet de décrire de façon simplifiée les échanges fluide parois à l'extrémité du stack ; il est de l'ordre de l'unité pour une particule située à l'intérieur du stack et tend vers l'infini en dehors du stack (processus quasi-adiabatique). Cette équation est en mesure de décrire (du moins qualitativement) la génération d'harmoniques de température ainsi que la génération d'une composante quasi-statique du fait de la non-linéarité des échanges de chaleur à l'interface. Cette équation ne peut pas être résolue de façon analytique, et sera donc résolue par différences finies dans la suite de ce document.



**Fig. III.3.** Distribution spatiale du paramètre  $1/R$

Le paramètre clé de cette équation résulte de l'approximation du temps de relaxation, et est représenté par le paramètre phénoménologique  $R = \omega\tau_R$ , qui est ici utilisé pour expliquer la transition abrupte du couplage thermique entre le gaz oscillant et les parois parallèles du stack. Dans la suite, nous considérerons que dans le stack ( $\xi \leq 0$ ) on a  $R = 1$  alors qu'en dehors du stack ( $\xi > 0$ ),  $R$  tend vers l'infini (voir Fig. III.3) : cette hypothèse revient à considérer que la taille typique d'un pore du stack est telle que le processus thermoacoustique est optimal ( $R \approx 1$ ) alors que le processus est purement adiabatique en dehors du stack ( $R \gg 1$ ).

### III.2.2 Résolution par différences finies

Ce paragraphe présente la méthode numérique utilisée pour résoudre l'équation (III.17). Les résultats sont présentés ici étape par étape, en commençant par des cas simples où une solution analytique est disponible (ce qui est le cas en l'absence de gradient de température et de diffusion thermique axiale). La résolution numérique de cette équation non linéaire est menée par différences finies à l'aide de la fonction `pdepe` de la toolbox Partial Differential Equations du logiciel Matlab. Cette toolbox est conçue pour résoudre des équations paraboliques ou elliptiques à une dimension spatiale, et repose sur les travaux décrits dans la référence [67].

**III.2.2.1** ★ **Solution pour  $\partial_\xi \theta_m = 0$  et  $Pe^{-1} \partial_{\xi\xi} \theta = 0$** 

L'équation

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \mathbf{sin} \tau \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \mathbf{sin} \tau - \frac{\theta}{R} \quad (\text{III.18})$$

a été proposée par Gusev et al. [54] pour décrire la génération d'harmoniques de température à l'extrémité d'un empilement de plaque, sans gradient de température (l'effet de bord est pris en compte en posant que  $R = 1$  si  $\xi \leq 0$  et  $R = \infty$  si  $\xi \geq 0$ ). Cette équation non-linéaire peut être résolue analytiquement, ce qui présente un intérêt pour la validation préalable du schéma numérique utilisé pour résoudre l'équation (III.17).

Les détails de calculs menant à la solution analytique de l'équation III.18 peuvent être trouvés dans les articles ref.[37, 54, 53], et on présente ici uniquement le résultat obtenu.

**Pour une position située à l'intérieur du stack**, i.e. pour  $\xi \leq 0$ , les fluctuations de température adimensionnées s'écrivent

$$\theta = \frac{R}{1+R^2} \sin \tau - \frac{R^2}{1+R^2} \cos \tau + \frac{R}{1+R^2} \left[ \frac{\sin \tau_+}{\sinh(\tau_+/R)} \right] e^{-\tau/R} \quad (\text{III.19})$$

si  $|\xi + \cos \tau| \leq 1$ , avec  $\tau_+ = \arccos(\xi + \cos \tau)$ , et

$$\theta = \frac{R}{1+R^2} \sin \tau - \frac{R^2}{1+R^2} \cos \tau \quad (\text{III.20})$$

si  $|\xi + \cos \tau| \geq 1$ . Cette solution est valable dans le stack, de  $\xi \leq 0$  jusqu'à  $\xi = -2$  et pour  $\tau \in [-\pi, \pi]$ . **Pour une position située en dehors du stack**, i.e. pour  $\xi \geq 0$ , on a

$$\theta = -\frac{1}{2} \left[ \xi + \cos \tau + \sin(\tau_+) \left( 1 - \frac{e^{-\tau_+}}{\sinh(\tau_+)} \right) \right] \quad (\text{III.21})$$

si  $|\xi + \cos \tau| \leq 1$ , avec  $\tau_+ = \arccos(\xi + \cos \tau)$ , et

$$\theta = -\cos \tau \quad (\text{III.22})$$

si  $|\xi + \cos \tau| \geq 1$ . Cette solution est valable de  $\xi \geq 0$  à  $\xi = 2$  et pour  $\tau \in [-\pi, \pi]$ .

Ces solutions analytiques sont tracées sur la Fig. III.4(a) pour différentes positions  $\xi$  dans et en dehors du stack, en fonction du temps adimensionné  $\tau$ . Les différentes composantes  $a_i$  et  $b_i$  issues d'un développement en série de Fourier de la solution analytique peuvent être également calculées en posant

$$\theta(\tau) = a_0 + a_1 \mathbf{cos}(\tau) + b_1(\mathbf{sin} \tau) + a_2 \mathbf{cos}(2\tau) + b_2 \mathbf{sin}(2\tau) + \dots \quad (\text{III.23})$$

avec

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \theta(\tau) d\tau, & (\text{III.24a}) \\ a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \theta(\tau) \cos(n\tau) d\tau, & (\text{III.24b}) \\ b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \theta(\tau) \sin(n\tau) d\tau. & (\text{III.24c}) \end{cases}$$

Les amplitudes des harmoniques  $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$  sont tracées sur la Fig. III.5 en fonction de la position  $\xi$ .

Les solutions issues de la résolution numérique de l'équation (III.18) sont également tracées sur les Fig. III.4 et III.5, pour différents cas précisés ci-après. Tout d'abord, pour l'ensemble des résultats numériques présentés ci-après, les simulations numériques sont réalisées avec un pas spatial  $\Delta\xi = 0,05$ , un pas temporel de  $\Delta\tau = 0,05$  et une durée de calcul de  $175\pi$  est retenue pour s'assurer de la convergence des résultats.

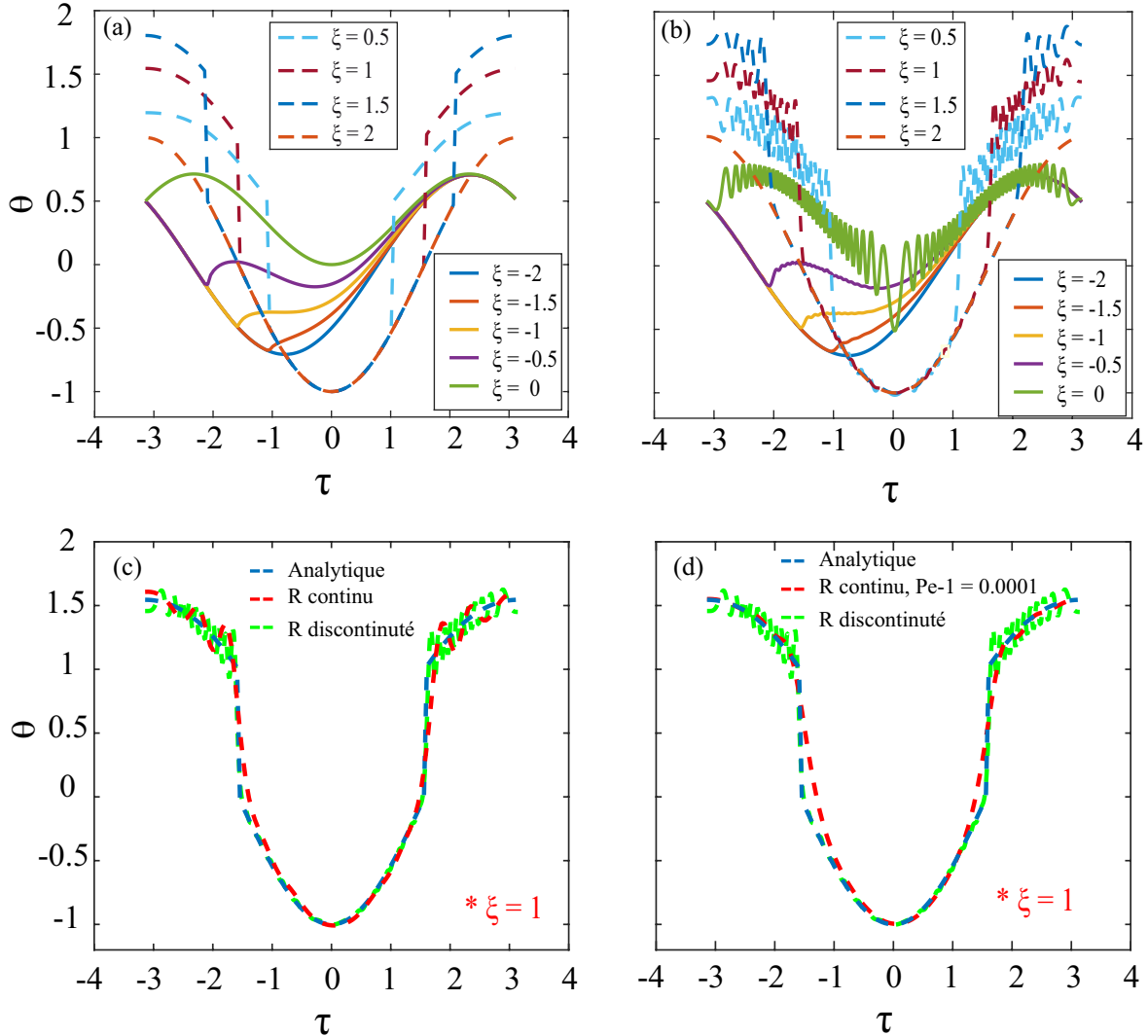
Les résultats de simulation numérique tracés sur la Fig. III.4(b) sont à comparer aux résultats analytiques de la Fig. III.4(a), pour différentes positions  $\xi$  dans et en dehors du stack et en fonction du temps adimensionné  $\tau$ . On constate que la solution numérique diffère significativement de la solution analytique, avec la présence d'oscillations haute fréquence (absentes dans la solution analytique) particulièrement visibles aux positions  $\xi = 0$ ,  $\xi = 0,5$ ,  $\xi = 1$  et  $\xi = 1,5$ . En revanche, si l'on trace ces mêmes résultats numériques en termes d'amplitude du fondamental et du second harmonique en fonction de la position  $\xi$ , ce qui est fait aux Figs. III.5(a) et (b) en trait tireté bleu, on constate que l'estimation numérique de ces amplitudes est très proche de la solution analytique exacte.

Le mauvais accord entre les résultats de simulation numérique de la Fig. III.4(b) et la solution analytique de la Fig. III.4(a) est attribuable en partie à la forte discontinuité dans le choix du paramètre  $1/R$  qui prend la valeur 1 dès lors que  $\xi \leq 0$  et qui prend la valeur 0 pour  $\xi > 0$ . En effet, on peut chercher à lisser cette discontinuité en remplaçant la fonction constante par morceaux  $R$  par une fonction continue de la variable  $\xi$  définie de la manière suivante

$$\frac{1}{R(\xi)} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\pi}{2} - \arctan(500\xi) \right), \quad (\text{III.25})$$

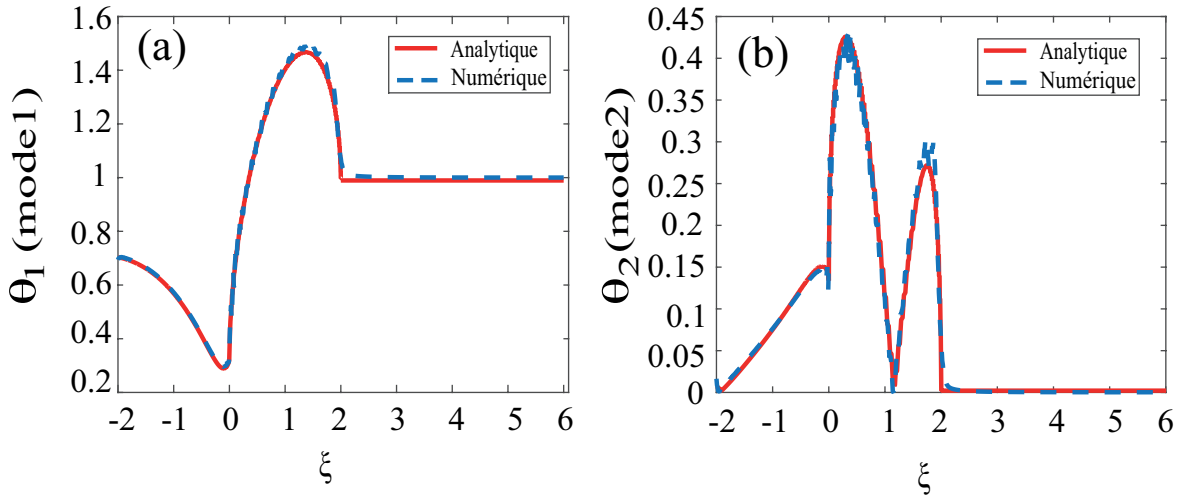
c'est à dire en faisant varier continûment  $1/R$  depuis 1 vers 0 lorsque  $\xi$  augmente en changeant de signe, la vitesse de cette transition étant contrôlée par le coefficient 500 dans la fonction  $\arctan$ , coefficient choisi ici arbitrairement après quelques essais. Les résultats de simulation numérique issus de ce choix sont présentés et comparés à la solution analytique exacte sur la Fig. III.4(c), pour la position  $\xi = 1$ , en fonction de  $\tau$ . On constate que ce lissage de la fonction  $1/R$  permet d'atténuer significativement les oscillations parasites.

Il est également intéressant de noter que si l'on considère dans le modèle numérique le terme de diffusion thermique axial, i.e. le terme  $Pe^{-1}\partial_{\xi\xi}^2\theta$ , en imposant arbitrairement une valeur très faible de 0,0001 au nombre de Péclet, alors les résultats numériques sont plus proche de la solution analytique, comme le montre la courbe de la Fig. III.4(d). On peut interpréter ce résultat en considérant que l'ajout d'un terme de diffusion thermique axiale (qui sera pris en compte à terme) peut avantageusement permettre d'éliminer les oscillations parasites du schéma numérique. Reste que si l'analyse des résultats reste concentrée sur l'amplitude du fondamental et du second harmonique en fonction de la distance  $\xi$ , on constate



**Fig. III.4.** (a)- Fluctuations de température adimensionnées issues de la solution analytique et (b)- Solution numérique, pour différentes positions  $\xi \in [-2, 2]$  en fonction du temps adimensionné  $\tau \in [-\pi, \pi]$ . (c)- Fluctuations de température à la position  $\xi = 1$  en fonction du temps adimensionné  $\tau$ . La courbe en trait bleu représente la solution analytique exacte. La courbe en trait vert représente la solution numérique. La courbe en trait rouge représente la solution numérique dans laquelle la constante (par morceaux)  $R$  est remplacée par la fonction continue de  $\xi$  définie à l'Eq. (III.25), (d)- Fluctuations de température à la position  $\xi = 1$  en fonction du temps adimensionné  $\tau$ , la courbe en trait rouge représente la solution numérique où  $R$  reste défini par l'Eq. (III.25) et où le terme de diffusion thermique axiale est également ajouté avec une valeur de  $Pe^{-1}$  définie arbitrairement à la valeur très faible de 0,0001.





**Fig. III.5.** (a)- Comparaison des amplitudes du fondamental des fluctuations de température adimensionnées obtenues analytiquement et numériquement, en fonction de la position  $\xi$ , (b)- pour le 2nd harmonique.

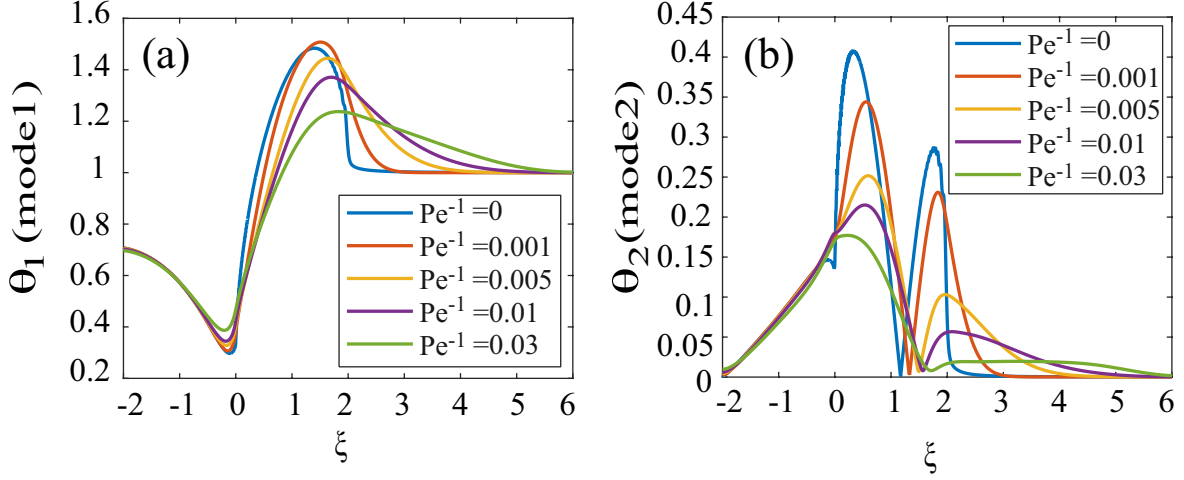
que la présence d'oscillations parasites haute-fréquence dans la simulation numérique n'impacte pas le bon accord entre solution analytique et numérique concernant les amplitudes du fondamental et du second harmonique.

### III.2.2.2 \* Solution pour $\partial_\xi \theta_m = 0$ et $Pe^{-1} \neq 0$

L'équation non-linéaire

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \sin \tau \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \sin \tau - \frac{\theta}{R} + Pe^{-1} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2}, \quad (\text{III.26})$$

a été proposée par Berson et al. [61] pour décrire plus finement la génération d'harmoniques de température à proximité d'un empilement de plaques (et sans gradient de température), et leurs résultats ont été comparés avec succès avec des résultats expérimentaux (obtenus par anémométrie fil froid). Nous avons également menés des simulations numériques de l'Eq. (III.26) afin de vérifier la validité de nos calculs. La Fig. (III.6) représente les résultats obtenus pour l'amplitude du fondamental et du deuxième harmonique, en fonction de la distance  $\xi$  et pour différentes valeur  $Pe^{-1}$ . Les résultats numériques obtenus sont identiques à ceux de Berson et al.[61], et l'on note que la diffusion thermique axiale impacte la distribution spatiale des amplitudes du fondamental et du second harmonique : en particulier, on constate que pour de grandes valeur de  $Pe^{-1}$  les effets non linéaires sont visibles au delà de la distance  $2\xi$  (qui correspond à l'amplitude crête à crête du déplacement particulière). Il est donc important de conserver ce terme de diffusion thermique axiale pour une comparaison avec les résultats expérimentaux obtenus par interférométrie holographique.



**Fig. III.6.** (a)- Comparaison des Amplitudes du fondamental entre les fluctuations de température adimensionnée analytique et numérique en fonction  $\xi$  avec  $Pe^{-1}$  différent, (b)- pour le 2nd harmonique

### III.2.2.3 \* Solution pour $\partial_\xi \theta_m \neq 0$ et $Pe^{-1} \neq 0$

Dans toute la suite de ce chapitre, les résultats de simulation numérique présentés seront issus de la résolution de l'équation (III.17), dans laquelle on supposera connu l'amplitude de pression acoustique  $P_{mic}$  au niveau du microphone, ainsi que le champ de température  $T_m$  résultant du chauffage à l'extrémité du stack. Ce champ de température est quant à lui déduit de la composante moyenne de masse volumique mesurée par holographie. Nous expliquons ci-après la démarche utilisée pour mener ces simulations numériques, et les résultats seront présentés au paragraphe suivant (en comparaison des résultats expérimentaux).

La fonction `pdepe` de Matlab est utilisée pour résoudre l'Eq. (III.17) sur un domaine qui s'étend de  $\xi = -10$  (ou  $x = -10u_c$ ) jusqu'à  $\xi = 30$ , alors que les calculs sont effectués sur une durée totale de  $\tau_{max} = 6000\pi$  (c'est-à-dire plus de 3000 périodes acoustiques) pour s'assurer que les conditions de convergence et d'équilibre ont été atteintes pour toutes les composantes des fluctuations de température. Avant la résolution numérique, certains paramètres inconnus doivent être déterminés à partir de données expérimentales. Pour chaque ensemble de mesures, les paramètres  $P_c$  (cf. Eq. (III.13)),  $u_c$  (cf. Eq. (III.14)),  $T_c = -P_c/(\rho_\infty C_p)$  et le nombre de Péclet  $Pe = \omega u_c^2 / \kappa_\infty$ , tous dépendants de l'amplitude de forçage, sont estimés à partir de l'amplitude imposée  $P_{mic}$  des oscillations acoustiques et de la distance  $d$  entre le stack et le bouchon rigide. A titre d'exemple, le tableau III.1 représente les valeurs de  $Pe^{-1}$  pour différentes amplitudes de pression acoustique au niveau du microphone, en fonction de la position du stack (là où le nombre de Péclet doit être évalué)

La distribution de température  $T_m(x)$ , qui dépend notamment de la puissance de chauffage  $Q_{in}$ , doit également être estimée à partir d'expériences. A cet effet, une première mesure par holographie de la densité moyenne  $\rho_m(x)$  est effectuée une fois que la source de chaleur a

|       | 300 Pa | 620 Pa | 870 Pa |
|-------|--------|--------|--------|
| 18 cm | 0,2611 | 0,0611 | 0,0310 |
| 23 cm | 0,1708 | 0,0400 | 0,0203 |
| 27 cm | 0,1322 | 0,0310 | 0,0157 |

TABLE III.1 – Valeurs de  $Pe^{-1}$  en fonction de la distance  $d$  entre le stack et la paroi rigide, et de l'amplitude crête de pression acoustique  $P_{mic}$  (300, 620 ou 870 Pa).

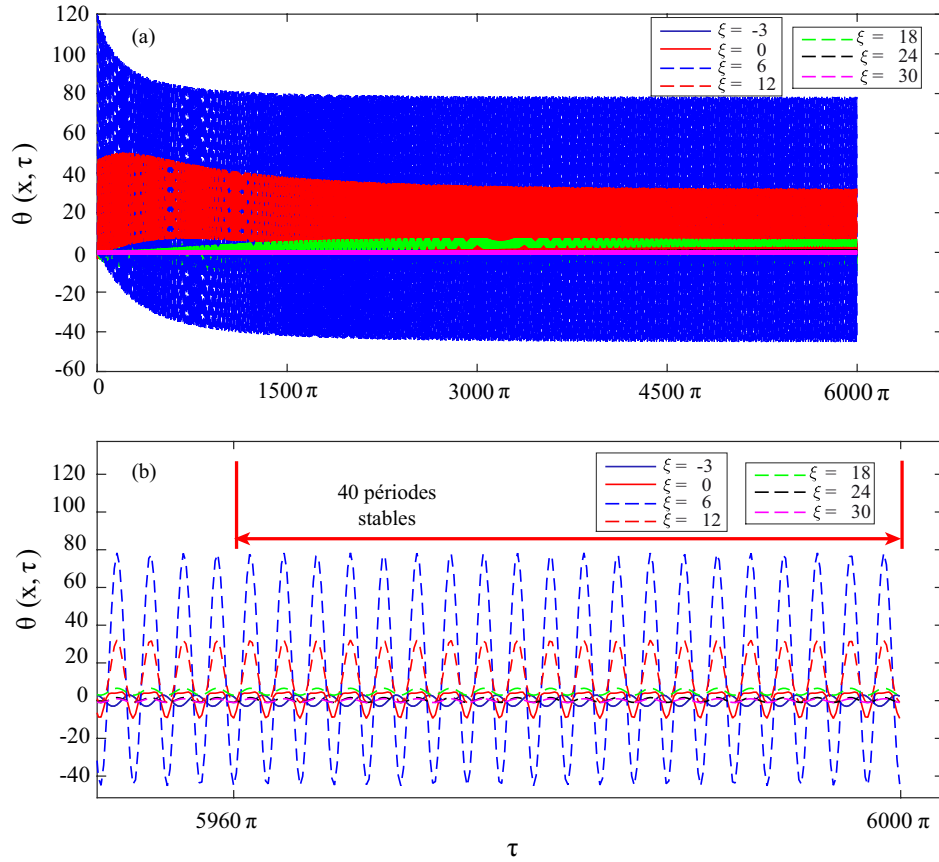
été mise en marche et que la température d'équilibre a été atteinte, mais avant d'allumer le haut-parleur. Cette mesure de  $\rho_m(x)$  permet de calculer la distribution de température  $T_m(x)$  le long du domaine spatial à l'extérieur du stack (c'est-à-dire pour  $x \leq 0$ ) en utilisant la loi des gaz parfaits. La distribution de température à l'intérieur du stack (pour  $x \geq 0$ ) ne peut cependant pas être directement obtenue à partir d'expériences et doit donc être évaluée indirectement. Puisque le domaine de calcul à l'intérieur du stack s'étend jusqu'à 10 fois l'amplitude crête du déplacement d'une particule fluide, on suppose que la longueur résultante est suffisamment courte pour que le champ de température soit supposé localement linéaire à l'intérieur du stack. Pour l'ensemble des mesures décrites ci-après, l'amplitude maximale du déplacement particulaire (estimée pour  $d = 27$  cm et  $P_{micro} = 870$  Pa) vaut environ  $|u_c| \simeq 1,5$  mm, de sorte que pour cette situation la plus défavorable, on suppose donc que la distribution de température est linéaire le long de l'empilement sur une longueur d'environ 15 mm. La pente de la distribution de température dans le stack ( $x \leq 0$ ) peut alors être évaluée en faisant un bilan thermique à l'extrémité chaude du stack, par la formule suivante :

$$\lambda_s S \partial_x T_m|_{x=0^-} = \lambda_\infty S \partial_x T_m|_{x=0^+} + Q_{in}, \quad (\text{III.27})$$

où  $\lambda_\infty = 2,26 \times 10^{-2}$  W/m/K représente la conductivité thermique du fluide à la température  $T_\infty$  (rappelons que nous n'avons pas considéré la dépendance en température de la conductivité thermique),  $\lambda_s$  représente la conductivité thermique effective du stack, et  $S = \pi(D_i/2)^2$  représente la section du tuyau. Conformément aux travaux précédents de Guédra et al. [63], on retient pour  $\lambda_s$  la valeur de  $\lambda_s \approx 0,6$  W/m/K.

A titre d'exemple, la Fig. III.7 représente les résultats de simulations numériques à différentes positions  $\xi$  et sur la durée totale de calcul de  $6000\pi$ . Ces résultats permettent de vérifier que la convergence du modèle est atteinte, et seules les 40 dernières périodes de signal sont retenues pour évaluer les différentes composantes des fluctuations de température (composante moyenne, fondamental et second harmonique Fig. III.8)

Pour finir, il convient de noter que le modèle numérique donne accès aux fluctuations de température  $\overline{T'}$  (moyennées sur une section d'un pore du stack) alors que les mesures décrites ci-après donnent accès aux fluctuations de masse volumique  $\langle \rho' \rangle$  (moyennées sur la ligne de visée). Cependant, en faisant usage d'une linéarisation de la loi des gaz parfait, il est assez

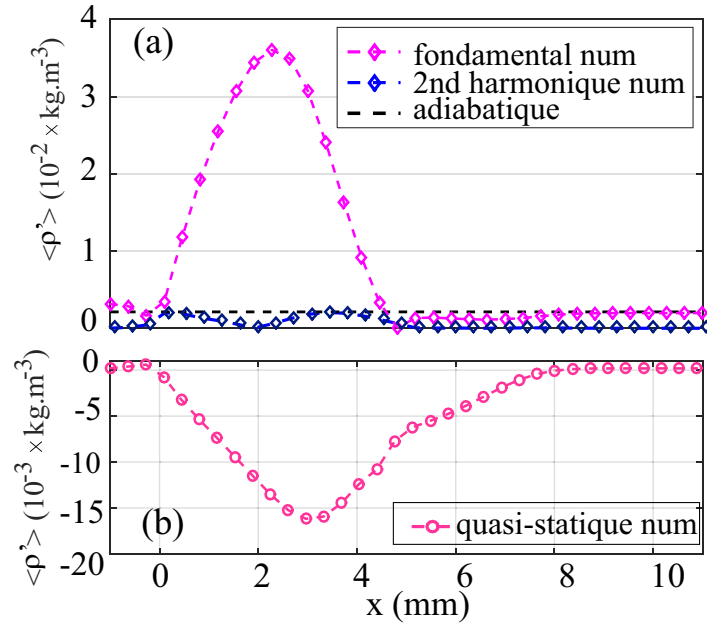


**Fig. III.7.** Signaux temporels de fluctuations de température obtenus numériquement, à différentes positions  $\xi$ , (a)- résultats sur la durée totale de simulation. (b)-dernières 40 périodes utilisées pour accéder aux différentes composantes des fluctuations de température (ou de masse volumique), lorsque la convergence numérique est atteinte.

direct d'exprimer les fluctuations de masse volumique théoriques à partir des fluctuations de température calculées. Cette relation s'écrit :

$$\frac{\rho'(\xi, t)}{\rho_m} = \frac{P_c}{P_m} \cos(\omega t) - \frac{\overline{T'}(x, t)}{T_m}, \quad (\text{III.28})$$

Toujours à titre d'exemple, la Fig. III.8 présente un résultat numérique obtenu pour les différentes composantes du signal de masse volumique, à savoir l'amplitude du fondamental et du second harmonique et l'amplitude de la composante que nous dénommerons par "quasi-statique" et qui représente la composante non fluctuante de  $\langle \rho' \rangle$  généré par effet non-linéaire. Dans ce cas précis, les simulations sont menées en considérant que  $P_{mic} = 300$  Pa, que la distance entre microphone et stack vaut  $d = 18$  cm, et que la puissance de chauffage  $Q_{in}$  vaut 15,4 W (valeur utile pour calculer le champ de température dans le stack via l'équation (III.27)). Ces résultats ont vocation à être comparés aux résultats expérimentaux. Cette comparaison est menée au paragraphe suivant pour différentes configurations.



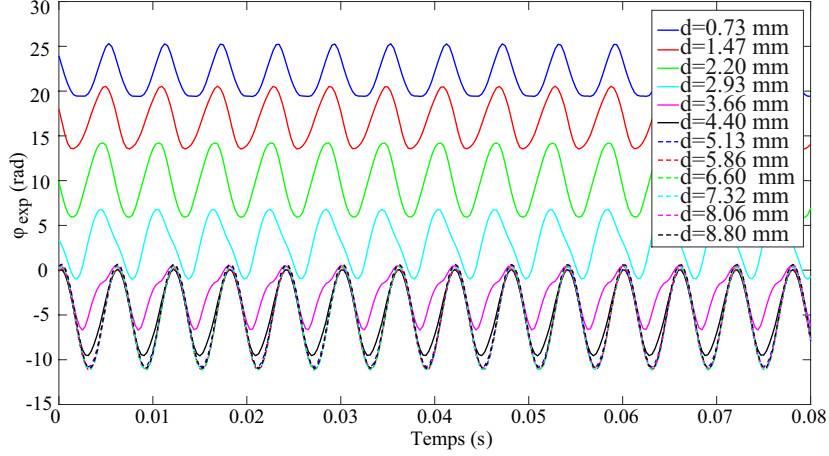
**Fig. III.8.** (a)- Amplitudes du fondamental et du deuxième harmonique simulés (b)- amplitude de quasi-statique simulée en fonction de  $x$  de l'extrémité du stack.

### III.3 Résultats expérimentaux

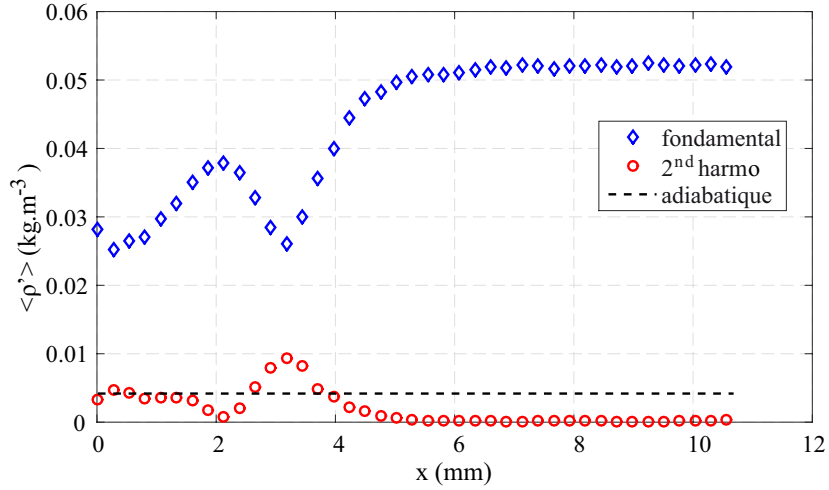
#### III.3.1 Traitement des données

Comme mentionné au Chapitre I, paragraphe I.10.3, la mesure acoustique peut être perturbée par le couplage vibro-acoustique entre le haut-parleur d'excitation du guide d'onde et le miroir le plus proche de la source (Fig. III.1(a)). Ce paragraphe met en évidence la contribution du miroir et on propose une méthode de correction de la vibration du miroir. La figure III.9 représente la différence de phase optique mesurée en fonction du temps pour certains points de la fenêtre laser et de plus en plus loin du stack ( $p_{micro} = 600$  Pa avec  $f_0 = 171$  Hz,  $d = 18$  cm et  $Q_{in} = 15,4$  W). A partir d'une analyse par moindres carrés on extrait les amplitudes du fondamental et du second harmonique pour chaque signal, puis on convertit les valeurs de phase en masse volumique (cf Chap. I). La Fig. III.10 montre les amplitudes exprimées en masse volumique et estimées pour différentes positions par rapport au stack pour le fondamental et le second harmonique. On a également tracé la pression adiabatique estimée à partir de la pression mesurée avec le microphone de fond de cavité (hypothèse de fluide homogène). On observe un fait marquant : l'amplitude de la masse volumique loin du stack est supérieure à la valeur adiabatique.

La Fig. III.8 montre le résultat des simulations pour les mêmes paramètres expérimentaux. On constate que la valeur théorique converge vers la valeur adiabatique, ce qui n'est pas observé pour les données expérimentales. Ce phénomène est causé par la vibration du miroir



**Fig. III.9.** Exemple de différence de phases expérimentales en fonction du temps pour collection de points de la fenêtre laser, à plusieurs distances du stack.



**Fig. III.10.** Amplitude des harmoniques de densité obtenus par la mesure optique.

pendant l'enregistrement des hologrammes.

Au Chapitre I, nous avons vu que si on note  $d_1$  l'amplitude crête du déplacement physique du miroir provoqué par sa vibration à la fréquence d'excitation du haut-parleur,  $f_0$ , alors le déphasage parasite est :

$$\varphi_p(t) = 2\sqrt{2} \frac{2\pi d_1}{\lambda} \cos(2\pi f_0 t + \phi_p) = a_p \cos(2\pi f_0 t + \phi_p). \quad (\text{III.29})$$

La phase optique mesurée inclut ce terme parasite et s'écrit donc (en tout point) :

$$\varphi_{exp}(t) = a_{opt} \cos(2\pi f_0 t + \phi_{opt}) = \varphi_{ac}(t) + \varphi_p(t). \quad (\text{III.30})$$

Ainsi, pour obtenir la phase acoustique on doit estimer la phase parasite et la soustraire

à la mesure, sous la forme :

$$\widehat{\varphi}_{ac}(t) = \varphi_{exp}(t) - \widehat{\varphi}_p(t), \quad (\text{III.31})$$

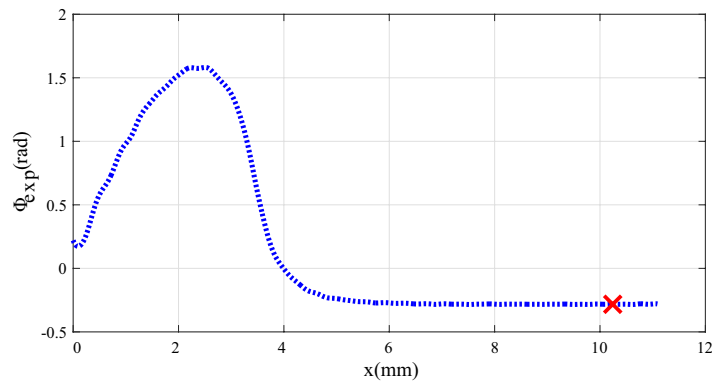
avec  $\widehat{\varphi}_{ac}$  et  $\widehat{\varphi}_p$  les phases estimées. Pour compenser la phase parasite il faut donc estimer sa phase à l'origine  $\phi_p$  et son amplitude  $a_p$ . Pour ce faire, on va utiliser la connaissance de la phase adiabatique que nous pouvons calculer à partir de la valeur de la masse volumique adiabatique, avec la relation III.32

$$\varphi_{ad} = \frac{3}{2} \rho_{ad} \widehat{r} \frac{2\pi L}{\lambda}. \quad (\text{III.32})$$

Comme loin du stack l'amplitude du fondamental doit être égale à l'amplitude adiabatique, on estime alors la contribution du miroir en calculant,

$$a_p = a_{opt} - \varphi_{ad}. \quad (\text{III.33})$$

Pour estimer le déphasage  $\phi_p$ , on choisit un point loin du stack pour lequel il n'existe pas d'effet dû à la température. Comme le traitement par moindres carré fournit la phase des harmoniques, on considère la phase mesurée loin du stack et on affecte cette valeur à  $\phi_p$ , puisque pour ce point la contribution oscillante est due au miroir principalement. La Fig. III.11 montre la courbe obtenue pour la mesure de la phase des harmoniques de phase optique en fonction de la distance au stack. Le point rouge indique un point "loin du stack" qui est pris pour référence pour estimer le déphasage parasite.

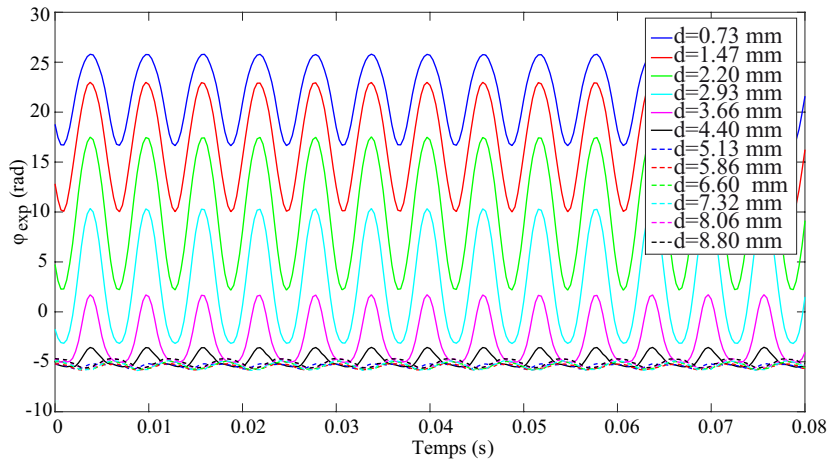


**Fig. III.11.** Déphasage mesuré pour l'harmonique fondamental pour différentes positions à proximité et loin du stack ; point rouge : point pour la référence de déphasage.

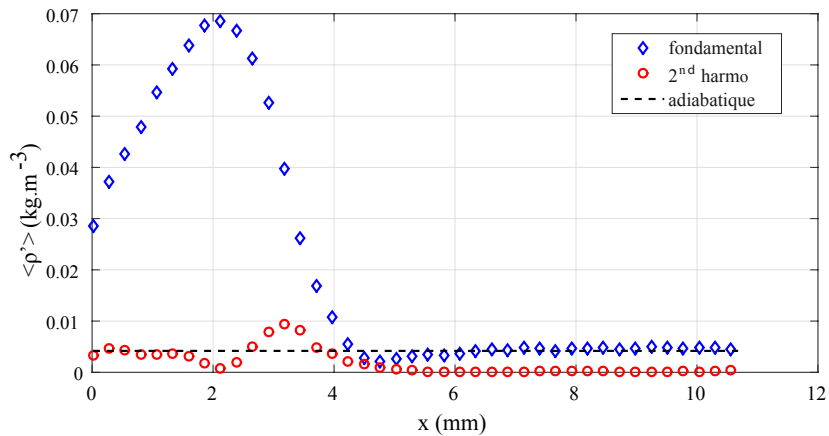
A ce stade nous avons donc reconstitué la contribution du miroir sous la forme de l'Eq. (III.29). On peut en déduire la valeur de  $d_1$ . Typiquement dans nos expériences, nous avons mesuré des valeurs de  $d_1$  pouvant jusqu'à atteindre 500 nm, ce qui est une contribution du même ordre que la longueur d'onde de la lumière (532 nm). Il est donc absolument nécessaire de compenser la vibration parasite, dans nos expériences.

A titre d'illustration, la Fig. III.12 montre des exemples de différences de phases temporelles corrigées, pour une collection de points de la fenêtre laser, à plusieurs distances du stack, correspondant aux mesures de la Fig. III.9.

La figure III.13 représente les amplitudes du fondamental et du second harmonique de la Fig. III.9 après application de la correction de la vibration du miroir. On observe que les courbes obtenues après correction sont similaires à celles de la simulation présentée sur la Fig. III.10.



**Fig. III.12.** Exemple de différences de phases temporelles corrigées, pour une collection de points de la fenêtre laser, à plusieurs distances du stack, correspondant aux mesures de la Fig. III.9.



**Fig. III.13.** Exemple de distribution des amplitudes de masse volumique expérimentale après correction.

Dans la suite du chapitre, cette méthode de correction est systématiquement appliquée à toutes les mesures.

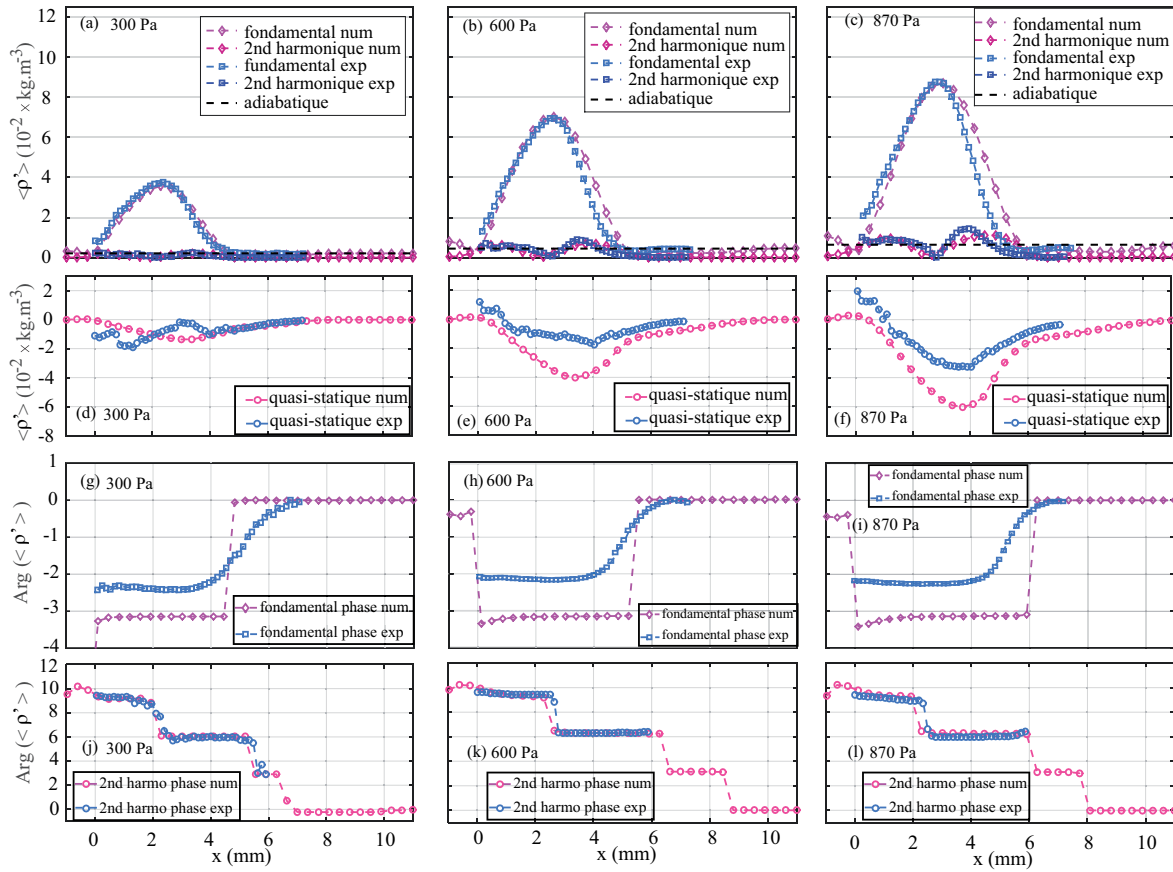


### III.3.2 Comparaison avec les résultats de simulation numérique

Ce paragraphe présente des données expérimentales comparées aux résultats de simulation numérique. Le dispositif expérimental est celui décrit à la Fig.III.1 : contrairement aux résultats présentés au chapitre précédent, le champ acoustique est maintenu au moyen d'une source sonore externe, ce qui permet de contrôler beaucoup plus facilement une amplitude stable des oscillations acoustiques pendant les mesures. Les mesures sont effectuées à la fréquence  $f = 171$  Hz (la même que celle des oscillations spontanées) et à différents niveaux de pression acoustique ( $P_{mic} = 300, 600$  et  $870$  Pa), à différents niveaux de puissance thermique ( $Q_{in} = 15,4$  ou  $18,9$  W) et pour différentes positions du stack le long du tube ( $d = 18, 23$  et  $27$  cm).

#### III.3.2.1 Comparaison des amplitudes et phases pour différents niveaux de pression acoustique

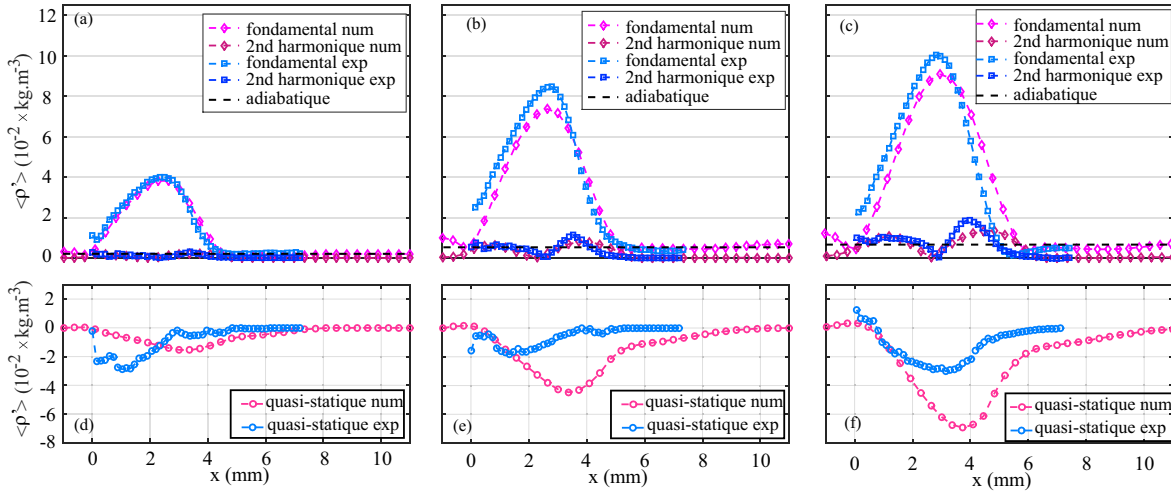
La comparaison des résultats de la simulation aux résultats expérimentaux pour une position de stack  $d = 18$  cm, une puissance de chauffage  $Q_{in} = 15,4$  W et trois amplitudes de pression acoustique est présentée sur la Fig. III.14. La comparaison est faite pour le fondamental et le deuxième harmonique des fluctuations de masse volumique en fonction de la position  $x$  (figures du haut), mais aussi pour la composante quasi-statique. Les résultats montrent un bon accord entre les expériences et la théorie pour les composantes fondamentale et harmonique, en particulier à de faibles amplitudes de pression acoustique. A des amplitudes plus grandes, des différences sont observées, mais l'accord peut être considéré comme bon lorsqu'on considère que le modèle numérique est dérivé sur la base de nombreuses approximations (au premier rang desquelles se trouvent l'approximation des transferts thermiques via au temps de relaxation, et la description en 2D d'un problème 3D axisymétrique). La comparaison des expériences avec la théorie concernant la composante quasi-statique des oscillations de masse volumique appelle à quelques commentaires préalables car cette comparaison n'est en réalité pas directe. La composante quasi-statique des fluctuations de masse volumique obtenue numériquement est issue de la moyenne temporelle (sur les 40 dernières périodes acoustiques) de la solution numérique, tandis que la composante quasi statique expérimentale est obtenue à partir de la différence entre la moyenne temporelle mesurée de  $\langle \rho \rangle$  (avec son) et la densité moyenne  $\rho_m(x)$  mesurée avant que le son ne soit allumé. Pour cette raison, la composante quasi-statique des fluctuations de masse volumique obtenues expérimentalement est non seulement attribuable aux effets de bord entropiques considérés par le modèle, mais doit également résulter (du moins à proximité du stack) du flux de chaleur thermoacoustique[44, 47] à l'intérieur du stack (cet effet n'est pas considéré dans notre modèle numérique). Cette considération peut expliquer pourquoi les résultats présentés à



**Fig. III.14.** (a), (b) et (c)- Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux (amplitude des composantes du fondamental et du deuxième harmonique de  $\rho'$ ) en fonction de  $x$ , pour  $d = 18$  cm,  $Q_{in} = 15,4$  W et pour différentes amplitudes de forçage, à savoir  $P_{mic} = 300$  Pa (a),  $P_{mic} = 600$  Pa (b) , et  $P_{mic} = 870$  Pa (c). (d), (e) et (f)- Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux pour la composante quasi-statique des fluctuations de masse volumique, dans les mêmes conditions, à savoir  $P_{mic} = 300$  Pa(d),  $P_{mic} = 600$  Pa (e) et  $P_{mic} = 870$  Pa (f). (g), (h), (i) et (j), (k), (l)- Phase des composantes fondamentale (g-i) et harmonique (j-l) des oscillations de masse volumique, dans les mêmes conditions. Cette phase est calculée en référence à la phase des fluctuations de masse volumique loin du stack.

la Fig. III.14 montrent une différence significative entre les expériences et la théorie autour de l'extrémité du stack ( $x \approx 0$ ). Il convient cependant de noter que loin de l'extrémité du stack (où le flux de chaleur thermoacoustique est absent), il existe un bon accord qualitatif entre les expériences et la théorie, en particulier pour des amplitudes élevées des oscillations acoustiques où les deux courbes sont très proches.

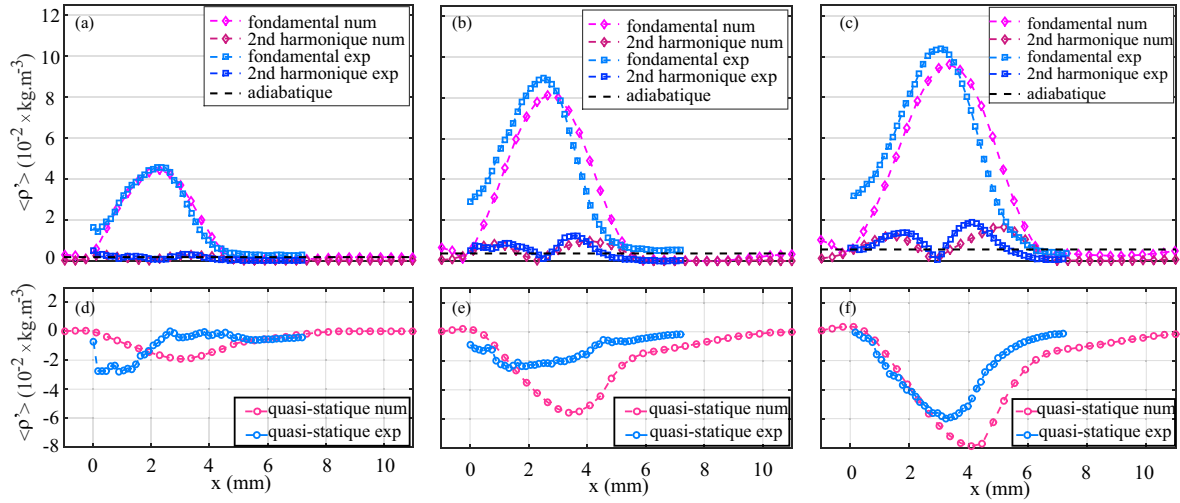
Les phases associées des composantes fondamentale (g, h, i) et harmonique (j, k, l) des fluctuations de masse volumique obtenues à la fois à partir des expériences et du modèle sont également présentées à la Fig.III.14. Ces phases sont tracées en fonction de la position axiale  $x$ , en utilisant comme phase de référence celle des oscillations de masse volumique loin du stack. De la comparaison des données expérimentales avec les résultats du modèle, nous pouvons voir que bien que l'accord ne soit pas parfait, les principales tendances observées dans les expériences sont reproduites par le modèle. En particulier, un saut de phase est clairement observé pour les expériences et la théorie dans les composantes fondamentales de  $\langle \rho' \rangle$ , voir Fig.III.14 (g, h, i) autour de  $x \approx 5$  mm. Ce saut de phase peut s'expliquer par le fait que les fluctuations de masse volumique résultent d'une combinaison linéaire de fluctuations de pression et de température. La présence d'un fort gradient de température axial entraîne une augmentation de l'amplitude des fluctuations de température (dont la phase reste proche de celle de la pression acoustique presque partout, selon notre modèle) et donc, comme indiqué dans l'équation III.28, ceci conduit à une compétition entre les deux contributeurs des fluctuations de masse volumique, à savoir  $P_c \cos(\omega t)$  et  $-\overline{T'}$ . C'est la raison pour laquelle le modèle prédit un changement de signe des fluctuations de masse volumique (ou de façon équivalente un saut de phase de  $\pi$ ) une fois que la contribution de  $\overline{T'}$  contrebalance la contribution de  $P_c \cos(\omega t)$ . Ce saut de phase est également observé dans les expériences et à la même position que celui prédit par le modèle, mais son amplitude est plus faible (environ 2 rad.) : ceci est peut-être lié au fait que nous mesurons une masse volumique moyenne le long de la ligne de visée alors que l'on sait que la distribution de température moyenne n'est pas uniforme à travers la section transversale du conduit. Les phases du deuxième harmonique issues des données expérimentales et de la modélisation numérique sont très proches lorsque la position axiale  $x$  est inférieure à 6 mm (j, k, l). En fait, nous n'avons pas tracé la phase du deuxième harmonique des expériences pour  $x > 6$  mm, car, loin du stack, l'amplitude du second harmonique est si petite que sa phase est difficilement mesurable. Plus généralement, l'information sur la phase entre les variables acoustiques est une information importante, car le transport de chaleur advectif induit par les oscillations acoustiques de part et d'autre de l'extrémité du stack met en jeu la moyenne temporelle du produit des fluctuations de température et de vitesse (la phase entre température et vitesse doit donc être connue).



**Fig. III.15.** (a), (b) et (c)- Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux (amplitude des composantes fondamentale et harmonique de la masse volumique) en fonction de  $x$ , pour la distance  $d = 18$  cm, un chauffage  $Q_{in} = 18,9$  W et pour différentes amplitudes de forçage, à savoir  $P_{mic} = 300$  Pa (a),  $P_{mic} = 600$  Pa (b), et  $P_{mic} = 870$  Pa (c). (d), (e) et (f)- Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux pour la composante quasi-statique des fluctuations de masse volumique, dans les mêmes conditions, à savoir  $P_{mic} = 300$  Pa (d),  $P_{mic} = 600$  Pa (e) et  $P_{mic} = 870$  Pa

### III.3.2.2 Comparaison des amplitudes de chaque composante pour différents niveaux de chauffage

Le même type de comparaison entre les expériences et la théorie est présenté sur la Fig. III.15, où l'alimentation en énergie calorifique a été augmentée jusqu'à  $Q_{in} = 18,9$  W. La conclusion tirée de l'analyse de la Fig. III.15 est similaire à celle de la Fig. III.14 : le modèle numérique réussit à reproduire les amplitudes des composantes fondamentale et harmonique des fluctuations de masse volumique observées dans les expériences, en particulier à des niveaux de pression acoustique modérés, tandis que des écarts importants sont observés pour la composante quasi-statique. Pour ce dernier composant, l'accord qualitatif est cependant bon, et l'ordre de grandeur de la composante moyenne de masse volumique générée est le même pour les expériences et le modèle. D'après l'analyse comparative des Figs III.14 et III.15, on conclut que l'augmentation de du chauffage  $Q_{in}$  combinée à un maintien du niveau de pression sonore conduit à une augmentation des effets de bords observés : ceci peut être expliqué par le fait que l'augmentation de  $Q_{in}$  conduit à une augmentation du gradient de température  $\partial_x T_m$ , ce qui tend à augmenter l'amplitude des fluctuations de température à proximité du stack.

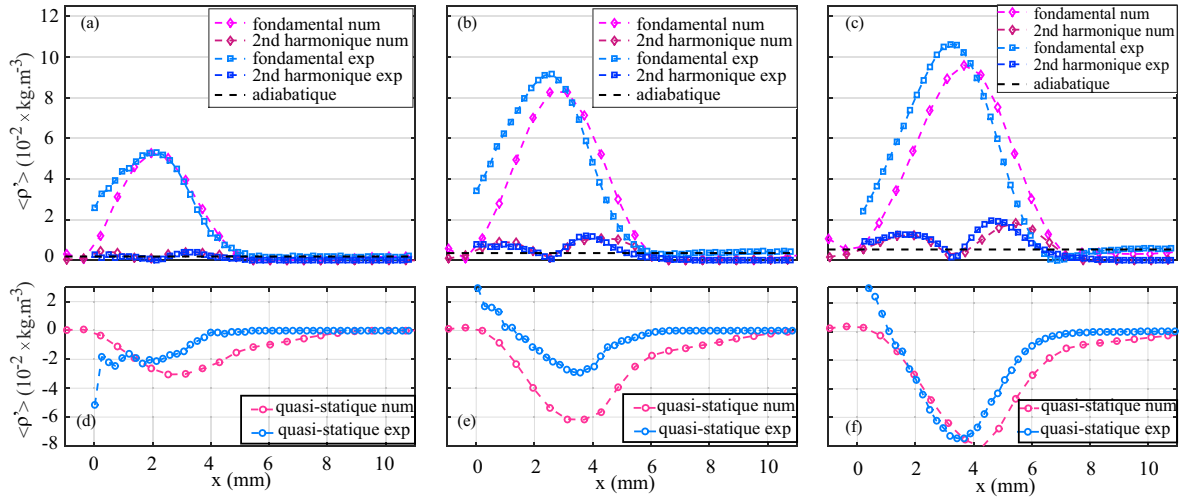


**Fig. III.16.** (a), (b) et (c)- Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux (amplitude des composantes fondamentale et harmonique de la masse volumique) en fonction de  $x$ , pour la distance  $d = 23$  cm, un chauffage  $Q_{in} = 15,4$  W et pour différentes amplitudes de forçage, à savoir  $P_{mic} = 300$  Pa (a),  $P_{mic} = 600$  Pa (b), et  $P_{mic} = 870$  Pa (c). (d), (e) et (f)- Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux pour la composante quasi-statique des fluctuations de masse volumique, dans les mêmes conditions, à savoir  $P_{mic} = 300$  Pa (d),  $P_{mic} = 600$  Pa (e) et  $P_{mic} = 870$  Pa

### III.3.2.3 Comparaison des amplitudes de chaque composante pour différentes positions du stack

Sur la Fig. III.16, les variations des différentes composantes des fluctuations de masse volumique sont présentées en fonction de  $x$  pour différents niveaux de pression acoustique, avec une puissance calorifique  $Q_{in} = 15,4$  W, et lorsque le stack a été déplacé depuis  $d = 18$  à  $d = 23$  cm. Le déplacement du stack vers l'extrémité ouverte du conduit conduit à une diminution de l'amplitude caractéristique de la pression acoustique  $P_c$  au niveau du stack ( $P_{mic}$  étant maintenue identique) et une augmentation de la vitesse acoustique, en comparaison aux résultats présentés sur la Fig. III.14. De l'analyse comparative des Figs. III.16 et III.14 on conclut que lorsque le stack s'éloigne du bouchon rigide (alors que l'apport de chaleur et la puissance acoustique stockés dans le résonateur sont maintenus constants) l'amplitude des effets non linéaires est augmentée, ce qui est cohérent avec les observations faites pour les oscillations spontanées dans la section II.3.3. De plus, la distance jusqu'à laquelle les effets d'entrée ont un impact sur les fluctuations de masse volumique est augmentée lorsque  $d$  est augmenté. Il convient également de souligner que l'accord entre les expériences et la théorie est très bon à de grandes amplitudes concernant la composante quasi-statique de  $\langle \rho' \rangle$ .

Finalement, l'effet de déplacer le stack encore plus loin du bouchon est analysé sur la figure III.17, où  $d$  est fixé à 27 cm (toujours avec  $Q_{in} = 15,4$  W). Les données expérimentales



**Fig. III.17.** (a), (b) et (c)- Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux (amplitude des composantes fondamentale et harmonique de la masse volumique) en fonction de  $x$ , pour la distance  $d = 27$  cm, un chauffage  $Q_{in} = 15,4$  W et pour différentes amplitudes de forçage, à savoir  $P_{mic} = 300$  Pa (a),  $P_{mic} = 600$  Pa (b), et  $P_{mic} = 870$  Pa (c). (d), (e) et (f)- Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux pour la composante quasi-statique, dans les mêmes conditions, à savoir  $P_{mic} = 300$  Pa (d),  $P_{mic} = 600$  Pa (e) et  $P_{mic} = 870$  Pa

et théoriques montrent que l'augmentation de  $d$  conduit à une augmentation de la distorsion (l'amplitude de chaque composante augmente) et aussi à une augmentation de la distance typique depuis le stack jusqu'à laquelle les effets d'entrée sont visibles (ce qui est logique si l'on considère que l'amplitude du déplacement particulaire augmente à mesure que  $d$  augmente). Il est également intéressant de noter que l'accord entre les expériences et la théorie concernant l'amplitude quasi-statique de la masse volumique est meilleure pour les grandes valeurs de  $d$  que pour les petites valeurs de  $d$  (Fig. III.14) : ce fait est quelque peu surprenant quand on considère que le modèle ne tient pas compte des effets d'entrée aérodynamiques dus à la viscosité qui devraient être de plus en plus importants lorsque  $d$  augmente (et pourraient avoir un impact de plus en plus important sur les différentes composantes des fluctuations de température).

### III.4 Conclusion

Les résultats expérimentaux et théoriques présentés dans ce chapitre confirment que les oscillations de température et de masse volumique sont fortement non linéaires jusqu'à des distances de l'ordre de quelques déplacements particuliers à partir du bord du stack, comme cela a déjà été souligné dans les études précédentes [54, 61, 68]. La contribution principale de cette étude est d'analyser expérimentalement et théoriquement l'impact d'un gradient de température axial dû au chauffage de l'extrémité du stack, ce qui est une situation courante

rencontrée dans les moteurs thermoacoustiques. Un modèle est présenté dans ce chapitre qui repose principalement sur l'approximation du temps de relaxation utilisée dans les précédentes études [54, 61], mais avec la prise en compte d'un gradient de température. Le modèle réussit à reproduire qualitativement (et même quantitativement) les résultats expérimentaux obtenus pour différents niveaux de pression acoustique, différentes positions du stack et différentes amplitudes de masse volumique (et de température). En l'absence de gradient de température, l'amplitude des fluctuations de température est proportionnelle à l'amplitude de la pression acoustique, mais si un gradient de température axial est appliqué, le terme advectif  $vd_x T_m$  de Eq.III.9 fournit une contribution supplémentaire proportionnelle à la vitesse acoustique et au gradient de température. Pour cette raison, la présence d'un fort gradient de température à l'extérieur du stack conduit à une forte augmentation des fluctuations de température, ce qui est effectivement observé sur la composante fondamentale de  $\langle \rho \rangle$  et confirmé par la théorie. Par conséquent, et parce que l'extrémité du stack est une source importante de non-linéarité, les oscillations de température d'amplitude élevée sont considérablement distordues, de sorte que des harmoniques supérieures et une composante moyenne sont générés localement avec une grande amplitude.

Comme mentionné précédemment, la théorie thermoacoustique linéaire dérivée par Rott [44] ne tient pas compte de plusieurs effets non linéaires, et en particulier celui étudié ici. Il serait donc bon d'améliorer les modèles disponibles pour décrire les moteurs thermoacoustiques (sur la base du modèle proposé ici), car la génération non linéaire d'une composante moyenne des fluctuations de température à proximité de l'extrémité du stack révèle que certains mécanismes complexes de transport de chaleur pourraient avoir un impact important. Par exemple, l'apparition d'un régime relaxant d'amorçage/extinction spontané et périodique des oscillations acoustiques a été rapportée dans le présent dispositif thermoacoustique [62], et aussi dans d'autres [69]. Quelques tentatives de reproduire une telle dynamique ont échoué jusqu'ici [63] : les effets de bord entropiques responsables d'un transport de chaleur non linéaire à proximité du côté chauffé du stack constitueraient, peut être, un bon candidat (entre autres) pour expliquer ce genre d'observations expérimentales. Plus généralement, les résultats présentés dans ce chapitre présentent un intérêt pour une description plus précise du transport de chaleur entre le stack/régénérateur et les échangeurs de chaleur dans les moteurs thermoacoustiques (voire dans les moteurs de Stirling) : la description de ces échanges reste en effet un problème ouvert et d'actualité.

# Chapitre IV

## Holographie appliquée à la dynamique d'une flamme et aux effets de couche limite

### Contents

---

|  |            |
|--|------------|
| <b>IV.1 Introduction</b> . . . . .   | <b>90</b>  |
| <b>IV.2 Mesure des fluctuations de masse volumique dans les couches limites acoustiques à proximité d'une plaque</b> . . . . . | <b>90</b>  |
| IV.2.1 Introduction . . . . .  | 90         |
| IV.2.2 Description du système . . . . .  | 91         |
| IV.2.3 Travail expérimental réalisé . . . . .  | 95         |
| IV.2.4 Conclusion . . . . .  | 99         |
| <b>IV.3 Mesure des fluctuations de masse volumique au travers d'une flamme</b> . . . . .                                       | <b>101</b> |
| IV.3.1 Introduction . . . . .  | 101        |
| IV.3.2 Description de la problématique et du système étudié . . . . .  | 102        |
| IV.3.3 Résultats expérimentaux obtenus par holographie . . . . .   | 109        |
| IV.3.4 Conclusion . . . . .  | 118        |
| <b>IV.4 Conclusion</b> . . . . .   | <b>118</b> |

---



## IV.1 Introduction

Les deux chapitres précédents ont présenté des études expérimentales dont l'objectif premier est d'utiliser l'interférométrie holographique dans le but d'apporter des éléments de réponse au problème de la description des effets de bords entropiques aux extrémités du stack ou des échangeurs de chaleurs, dans les machines thermoacoustiques. Ces travaux ont constitué la plus grande part de ce travail de thèse.

Néanmoins, une part de ce travail de thèse a également été menée pour rechercher d'autres domaines d'application dans lesquels l'interférométrie holographique pourrait constituer un outil de mesure pertinent. Ce chapitre présente deux études expérimentales qui ont été menées dans ce but. Ces études peuvent être qualifiées de préliminaires. Le premier paragraphe traite de la mesure des fluctuations de masse volumique au dessus d'une plaque soumise à un champ acoustique (et éventuellement, à terme, à un gradient de température axial). Le second paragraphe présente une étude expérimentale des variations d'indice optique au sein d'une flamme placée dans un tube et responsable du déclenchement d'auto-oscillations thermoacoustiques.

## IV.2 Mesure des fluctuations de masse volumique dans les couches limites acoustiques à proximité d'une plaque

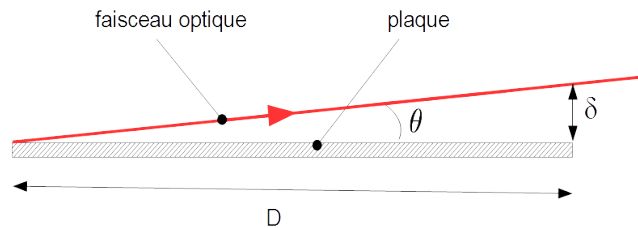
### IV.2.1 Introduction

La technique de mesure par interférométrie holographique présente un intérêt pour la caractérisation du processus thermoacoustique dans le coeur même des machines thermoacoustiques. En effet, les couplages visqueux et thermiques qui sont à l'origine du processus thermoacoustique sont décrits par la théorie linéaire de Rott, qui repose tout d'abord sur la description des oscillations de pression, de vitesse, de masse volumique et/ou de température à proximité d'une paroi solide, c'est à dire à l'intérieur même des couches limites acoustiques. Une fois ces quantités connues, on peut alors calculer les échanges de travail et de chaleur qui résultent des effets de couche limite, et mettent en jeu le produit de variables acoustiques moyenné sur une période. Il faut noter que la théorie de Rott est principalement basée sur deux approximations, à savoir l'hypothèse de l'acoustique linéaire, et l'approximation couche limite qui suppose que les gradients transverses de vitesse, de masse volumique ou de température, sont bien plus grands que les gradients axiaux (dans la direction de propagation de l'onde plane de pression). Cette approximation couche limite est appropriée pour décrire les couplages viscothermiques à l'intérieur d'un stack constitué d'un empilement de plaques, mais ne peut décrire correctement les phénomènes à l'extrémité de cet empilement en raison des effets de bords.

Il est intéressant d'accéder par l'expérience aux fluctuations des variables acoustiques dans les couches limites, afin d'identifier les limites d'application de la théorie de Rott. Or, la mesure des ces fluctuations dans les couches limites est difficile à réaliser, et peu de travaux ont porté sur ce sujet : on peut par exemple citer les travaux de Huelsz et al. [70, 71] qui portent sur la mesure des couches limites visqueuse et thermique par anémométrie fil chaud et fil froid à des fréquences de quelques dizaines de Hertz, ou bien les travaux de cette même équipe [72] ainsi que les travaux menés à l'institut Pprime [73, 74] dans lesquels les effets de couches limites sont analysés par LDV ou PIV. Il peut être intéressant de mettre en œuvre l'interférométrie holographique pour qualifier expérimentalement les oscillations de masse volumique dans les couches limites au-dessus d'une plaque (ainsi qu'en extrémité de plaque). Cette technique de mesure plein champ présente en effet l'avantage d'accéder à un autre mesurande que les oscillations de température ou de vitesse, et ne nécessite pas l'emploi d'un ensemencement du milieu. Ces mesures par interférométrie au voisinage d'une plaque font l'objet de la suite de ce chapitre.

### IV.2.2 Description du système

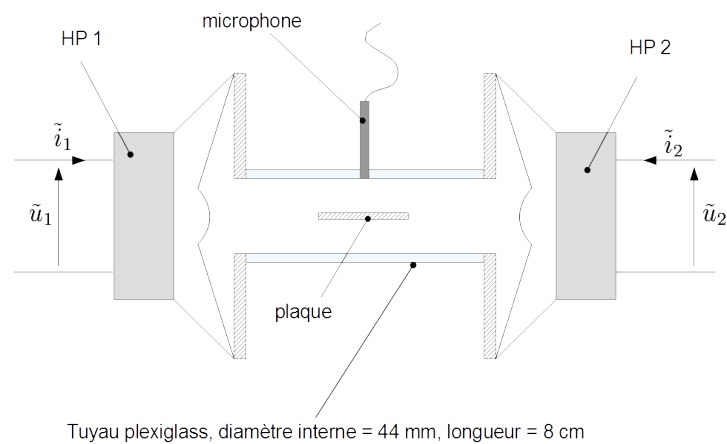
L'une des difficultés à surmonter concernant la mesure de masse volumique dans les couche limites acoustiques provient de la très faible épaisseur de ces couches limites et de la nature même de la technique de mesure. En effet, il s'agit ici de faire passer un faisceau optique au-dessus d'une plaque avec une incidence *parfaitement* rasante afin de pouvoir en déduire une masse volumique en fonction de la distance à la plaque (voir chapitre I). Des premiers tests effectués en plaçant une plaque dans l'un ou l'autre des résonateurs nous ont rapidement montré que cette mesure est très complexe à réaliser dans la gamme de fréquence qui correspond au premières fréquences de résonances de ces systèmes.



**Fig. IV.1.** Illustration du problème de l'alignement du faisceau optique sur le plan de la plaque.

En effet, si l'on considère une fréquence de travail de 100 Hz, l'épaisseur de couche limite thermique  $\delta_\kappa = \sqrt{\kappa/\pi f}$  résultante pour de l'air sous 1 bar à température ambiante (i.e. pour

$\kappa \approx 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ ) est d'environ  $260 \mu\text{ m}$ . Pour une plaque d'une largeur  $D = 4 \text{ cm}$ , un défaut d'alignement  $\theta$  du faisceau optique d'un dixième de degré relativement au plan de la plaque se traduit en bout de plaque par une "distance de décalage"  $\delta = 4 \text{ cm} \times \arctan(0.1 \times \pi/180) \approx 70 \mu\text{ m}$  c'est à dire plus d'un quart d'une épaisseur de couche limite (voir figure IV.1). Cette erreur peut être compensée par une réduction de la largeur de plaque, mais au prix d'une perte de sensibilité de la mesure. Nous avons donc fait le choix de faire cette mesure sur un système dédié fonctionnant à très basse fréquence, dont un schéma de principe et une photographie sont présentés sur les figures IV.2 et IV.3. Il s'agit d'une petite cavité excitée par 2 haut parleurs pilotés en amplitude et en phase. La fréquence de travail utilisée est de seulement quelques Hz, ce qui a pour effet d'augmenter les épaisseurs de couche limite acoustique<sup>1</sup>, et donc de limiter les conséquences d'un défaut d'alignement du faisceau optique sur le plan de la plaque.

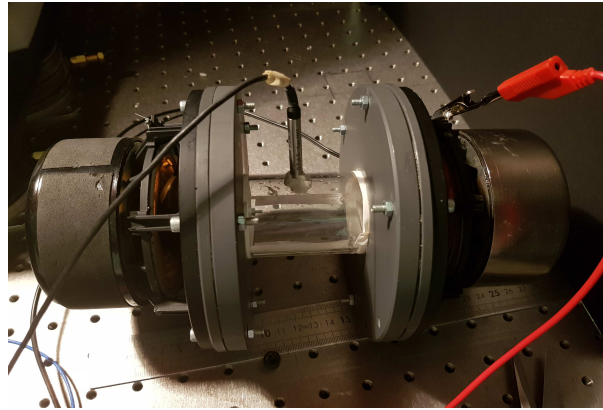


**Fig. IV.2.** Schéma de principe du système pour la mesure des fluctuations de masse volumique dans les couches limites acoustiques.

Le système des Figs IV.2 et IV.3, et en particulier le couplage des deux haut-parleurs montés en vis à vis, peut être qualifié à l'aide des méthodes usuelles de l'électroacoustique, sous réserve d'une mesure préalable des paramètres de chaque haut-parleur. Nous avons réalisé cette caractérisation : la méthode employée et les résultats obtenus sont reportés dans l'annexe B.

Outre le fait que l'objectif visé est une excitation d'un champ acoustique à très basse fréquence, l'intérêt du dispositif de la figure IV.2 est également lié au fait qu'il est possible

1. Par exemple, à 5 Hz l'épaisseur de couche limite thermique est de 1,2 mm, ce qui rend moins critique le problème d'alignement du faisceau optique sur le plan de la plaque . . .

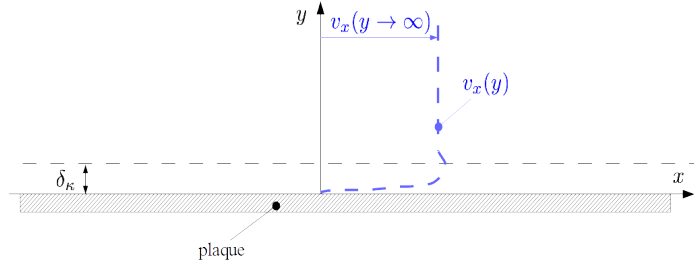


**Fig. IV.3.** Photographie du système expérimental pour la mesure des fluctuations de masse volumique dans les couches limites acoustiques

de contrôler la nature du champ dans le tuyau cylindrique, tant concernant les amplitudes de pression et de débit acoustique que concernant la phase entre ces oscillations de pression et de débit acoustique. Par exemple, si les deux haut-parleurs sont parfaitement identiques et excités en phase, alors la vitesse acoustique est nulle au niveau du microphone, et l'amplitude de pression acoustique est directement contrôlée par les amplitudes des tensions  $\tilde{u}_1$  et  $\tilde{u}_2$  fournies à chaque haut-parleur. A contrario, si les deux haut-parleurs sont excités en opposition de phase, alors la pression acoustique au niveau du microphone est nulle et l'amplitude de la vitesse acoustique est directement contrôlée par les amplitudes des tensions  $\tilde{u}_1$  et  $\tilde{u}_2$ . Enfin, tout autre réglage intermédiaire donne lieu à une situation intermédiaire où le contrôle en module et phase des tensions  $\tilde{u}_1$  et  $\tilde{u}_2$  donne accès au contrôle de la pression et du débit acoustique au niveau de la plaque où les mesures interférométriques sont opérées. Cette possibilité de contrôle est particulièrement intéressante ici dans la mesure où l'effet thermoacoustique dépend directement des relations de phase entre pression et vitesse acoustique à proximité des parois. De plus, il n'est pas nécessaire de mesurer le débit acoustique au niveau du microphone (mesure peu évidente) dans la mesure où l'on peut y accéder indirectement via la mesure des tensions et courants électriques fournis à chaque haut-parleur (voir paragraphe B.1.3 pour plus de détails).

Pour un réglage donné, il est possible de connaître la pression et le débit acoustique au droit de la plaque, par la mesure conjointe de la pression acoustique (via le microphone) et des tensions et courant fournis à chaque haut-parleur. Par suite, il est donc possible de connaître (et de contrôler) également l'amplitude et la phase (relativement à la pression) de la vitesse acoustique axiale loin de plaque : cette vitesse notée  $\tilde{v}_x(y \rightarrow \infty) = \tilde{v}_\infty$  (voir la Figure IV.4) est simplement déduite du débit acoustique via la relation  $\tilde{v}_\infty = \tilde{w}/(\pi R^2)$  où  $R$  désigne le rayon interne du tuyau en plexiglass, et où  $\tilde{w}$  représente l'amplitude complexe du débit dans

le tuyau de couplage, au niveau de la plaque.



**Fig. IV.4.** Géométrie du problème considéré

Ainsi, si la pression et le débit acoustique au droit de la plaque sont supposés connus, on peut alors accéder théoriquement à l'expression de l'amplitude complexe des fluctuations de masse volumique à proximité de la plaque, ainsi qu'à l'expression du flux de chaleur thermoacoustique, ou du travail produit ou consommé par effet thermoacoustique. Les détails de calculs, issus de la théorie de Rott, permettant d'accéder à ces expressions sont donnés dans l'annexe B, paragraphe B.2. Ainsi, pour une plaque à température ambiante et en l'absence de toute champ de température inhomogène, l'amplitude complexe des fluctuations de masse volumique s'écrit :

$$\tilde{\rho}'(x_0, y) = \frac{1 + (\gamma - 1)F_\kappa(y)}{c_0^2} p_\mu, \quad (\text{IV.1})$$

où

$$F_\kappa(y) = e^{-\frac{1+i}{\delta_\kappa} y}, \quad (\text{IV.2})$$

et où  $p_\mu$  représente la pression acoustique mesurée par le microphone au droit de la plaque. Par ailleurs (comme détaillé dans l'annexe B), si l'on mesure simultanément la pression acoustique  $p(x_0, t) = p_\mu \cos(\omega t)$  ainsi que la masse volumique  $\rho'(x_0, y, t) = \Re [\tilde{\rho}'(x_0, y) e^{i\omega t}]$ , alors on accède directement à une mesure de la puissance dissipée localement par unité de volume  $\mathbf{w}_\kappa(x_0, y) = -\overline{p(x_0, t) \partial_t \rho'(x_0, y, t)} / \rho_0$  du fait de l'irréversibilité des transferts de chaleurs dans les couches limites thermiques. Plus précisément, c'est à une densité de puissance  $\langle \mathbf{w}_\kappa \rangle$  moyenne sur la ligne de visée que l'on accède expérimentalement par la technique de mesure envisagée ici. Le même type de démarche peut être utilisé pour exprimer le flux de chaleur thermoacoustique  $\mathbf{q}_2$  en fonction des variables mesurables, ce qui mène à

$$\mathbf{q}_2(x_0, y) = \rho_0 T_0 \frac{C_v}{P_0} \overline{p_\mu \cos(\omega t) v_x(x_0, y, t)} - T_0 C_p \overline{\rho'(x_0, y, t) v_x(x_0, y, t)}. \quad (\text{IV.3})$$

Sont également données en annexe B les expressions des fluctuations de masse volumique, ainsi que du travail produit ou consommé par effet thermoacoustique dans le cas de figure où un gradient de température est appliqué le long de la plaque (auquel cas l'amplification

thermoacoustique dans la couche limite peut prendre place). Nous ne donnons pas ici ces expressions dans la mesure où nous n'avons pas pu mener d'étude expérimentale en présence d'un champ de température axial.

### IV.2.3 Travail expérimental réalisé

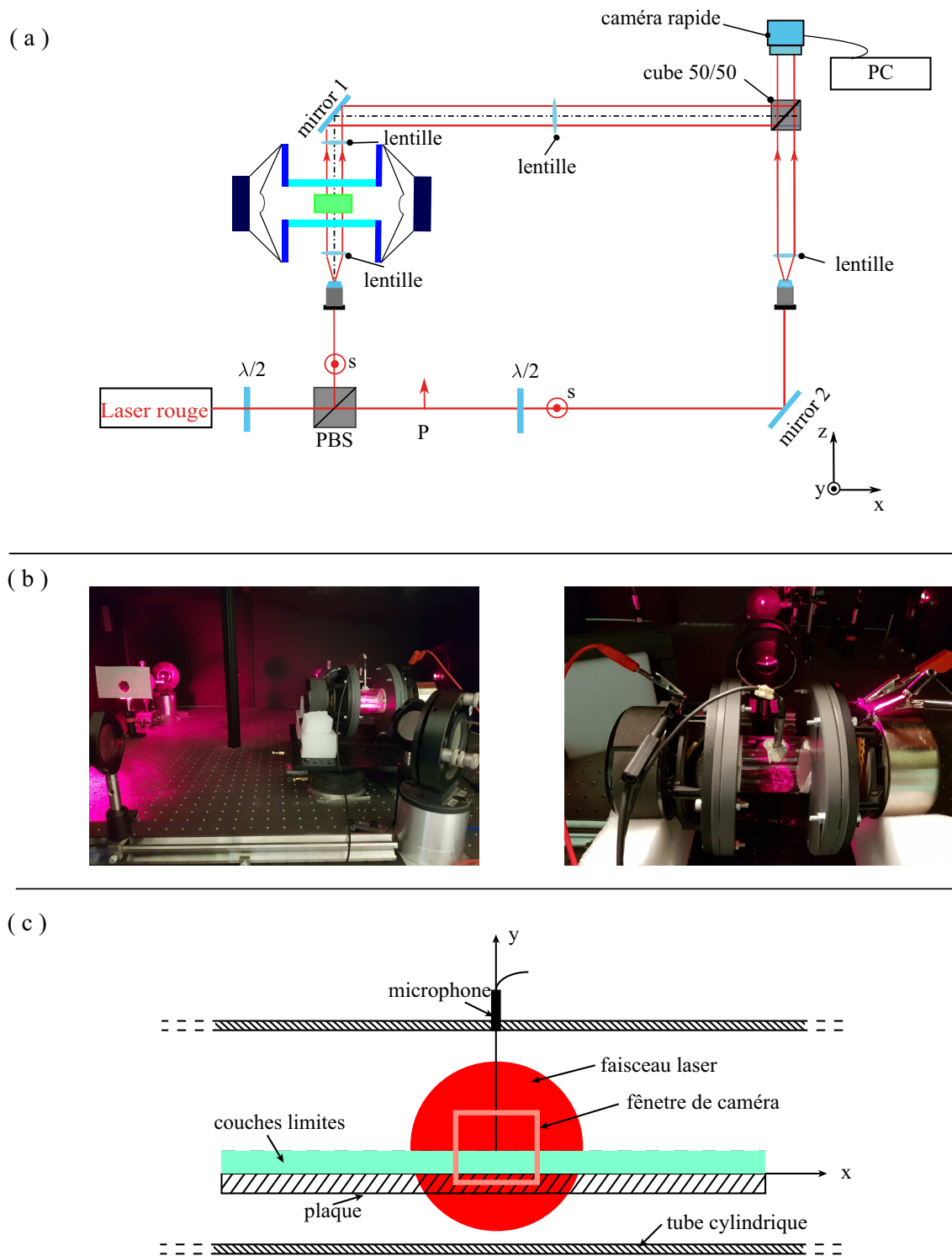
Les objectifs des travaux expérimentaux qui suivent sont donc multiples. Le premier objectif consiste à valider par l'expérience les résultats énoncés par la théorie linéaire de la thermoacoustique. Le second objectif est d'utiliser cette technique de mesure pour analyser des situations où la théorie de Rott peut être mis en défaut, ce qui peut être le cas à fort niveau acoustique, mais également aux bords d'une plaque (avec ou sans gradient de température). Nous n'avons cependant pas pu atteindre ces objectifs et seules les mesures réalisées en l'absence d'un gradient de température sont présentés.

La figure IV.5(a) représente le montage optique expérimental. le montage réalisé est identique aux montages précédents utilisés pour la caractérisation d'un moteur thermoacoustique, et la seule différence concerne l'ajout de deux lentilles entre l'objet et la caméra rapide. Ces deux lentilles permettent d'agrandir d'un facteur 2 la taille des hologrammes enregistrés par la caméra rapide. De plus ce système à deux lentilles forme l'image du bord de la plaque sur le capteur, ce qui évite les effets de diffraction de Fresnel. Ainsi, la netteté du bord de la plaque observée au plan capteur fournit un critère pour régler le parallélisme de la plaque. l'absence de franges de diffraction étant le meilleur critère pour jauger le parallélisme. La plaque montée dans le tube de couplage est une plaque en plastique d'une longueur de 70 mm, d'une largeur de 40 mm, et d'une épaisseur de 6 mm ( voir Fig. IV.2 et Figs IV.5(b,c)). Le microphone est monté affleurant à la paroi interne du tuyau, au droit de la plaque.

Nous présentons dans la suite de ce document un exemple de résultat obtenu lorsqu'un seul haut-parleur est alimenté, à la fréquence de 10 Hz (ce choix se justifie par le fait que pour l'heure la qualité des résultats obtenus est discutable, de sorte qu'il est inutile de présenter d'autres résultats).

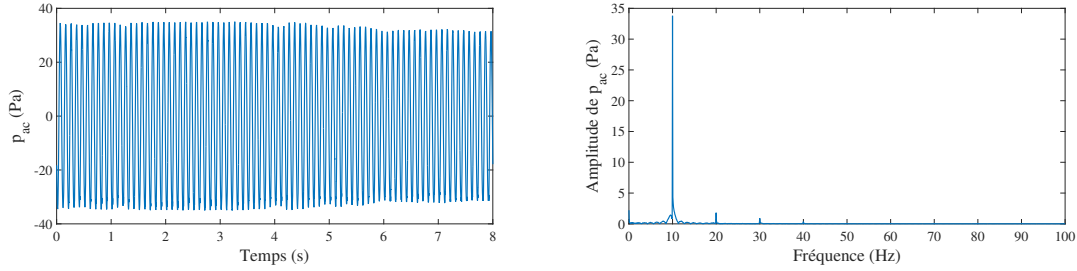
#### IV.2.3.1 Signal de pression acoustique

Une onde acoustique sinusoïdale de fréquence de 10 Hz est fournie à l'un des deux haut-parleur (l'autre haut-parleur étant déconnecté). La figure IV.6 représente le signal de pression acoustique mesuré par le microphone, ainsi que le spectre de ce signal. Le signal obtenu n'est pas parfaitement monochromatique (probablement en raison de la distorsion harmonique du haut-parleur), et l'amplitude du fondamental est d'environ 35 Pa (i.e. au dessus du seuil de détection par interférométrie holographique). On constate également que le signal de pression acoustique ne présente pas une amplitude parfaitement stable (nous n'avons pas pour l'heure d'explication concernant la faible modulation d'amplitude observée). A cette fréquence de 10



**Fig. IV.5.** (a)- Schéma du montage réalisé pour l'étude des couches limites sur la plaque dans un champ acoustique, (b)- photographies du système étudié, (c)- détail de l'interaction laser-couche limite.

Hz, l'épaisseur de couche limite thermique  $\delta_{\kappa}$  est d'environ 0.85 mm.

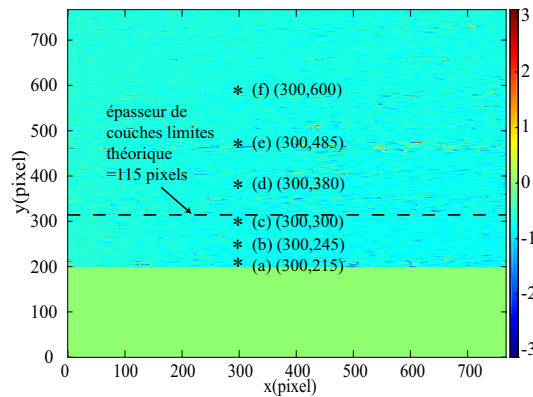


**Fig. IV.6.** Signal de pression acoustique instantanée mesurée par le microphone à gauche, ainsi que le spectre correspondant, à droite.

### IV.2.3.2 Résultat obtenu pour la fluctuation de la masse volumique

Comme mentionné précédemment, l'un des défis à relever pour réaliser la mesure de masse volumique dans les couches limites concerne l'alignement du faisceau qui doit être parfaitement parallèle à la plaque. Cet alignement a été réalisé manuellement, par une rotation graduelle et la plus fine possible du dispositif expérimental (i.e. le tuyau muni des deux haut-parleurs) jusqu'à l'obtention d'une image la plus nette possible de l'interface plaque-fluide. Un défaut d'alignement peut en effet apparaître de façon visible sur les hologrammes, du fait de la diffraction du faisceau généré par la plaque pour un mauvais alignement.

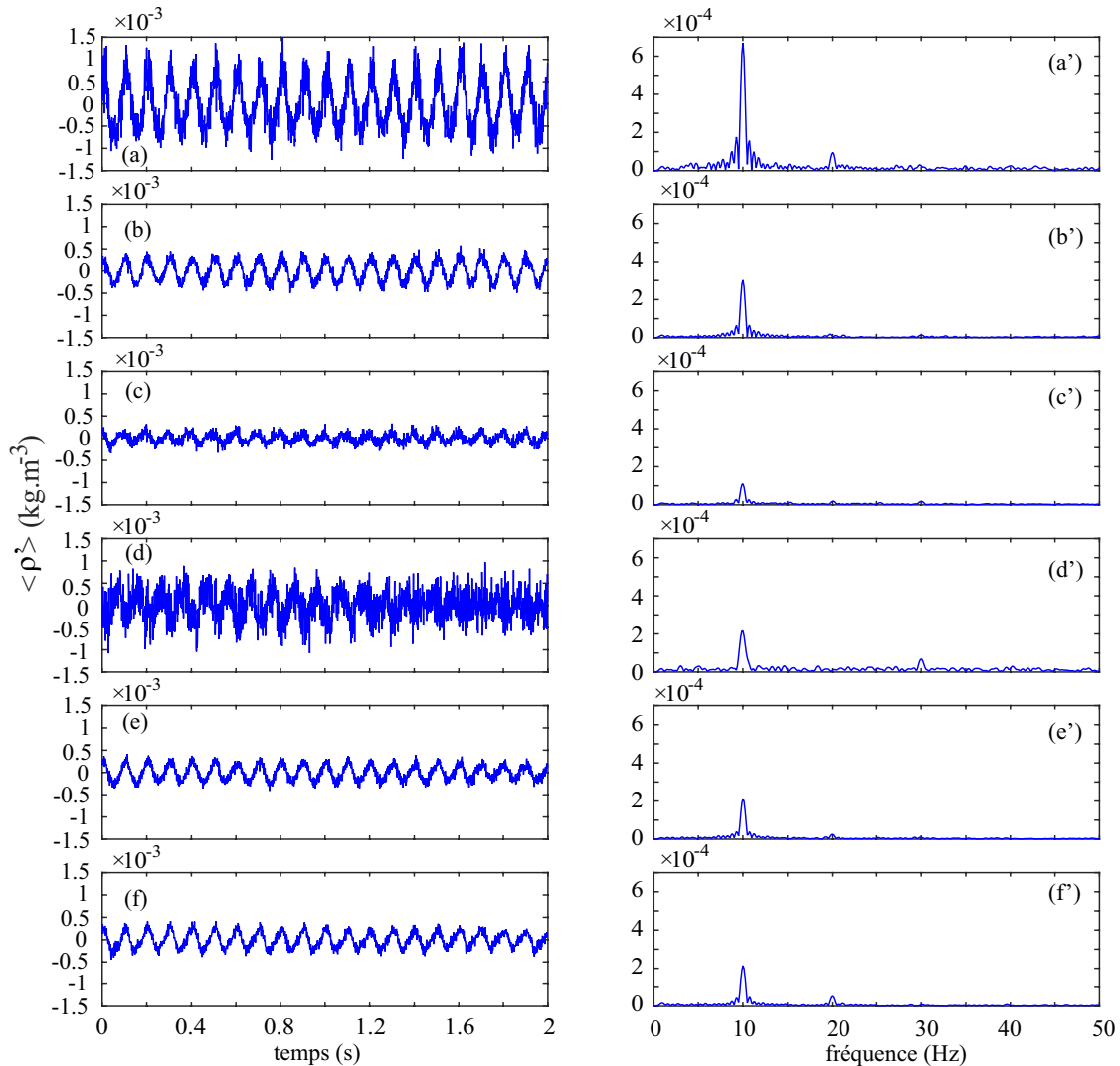
L'acquisition est réalisée durant 2 secondes, avec une fréquence de caméra de 1000 images/s. La Fig. IV.7 présente un exemple de carte de différence de phase optique obtenue expérimentalement. L'image comporte  $768 \times 768$  pixels, soit une taille de  $11,25 \times 11,25$  mm.



**Fig. IV.7.** Exemple d'une carte de différence de phase optique. La zone colorée en vert correspond à l'emplacement de la plaque. La ligne horizontale en trait tireté représente l'épaisseur de couche limite thermique, calculée en connaissance de la fréquence des oscillations. Les points (a-e) correspondent au point pour lesquels on trace les signaux temporels et les spectres associés (voir Fig. IV.8).



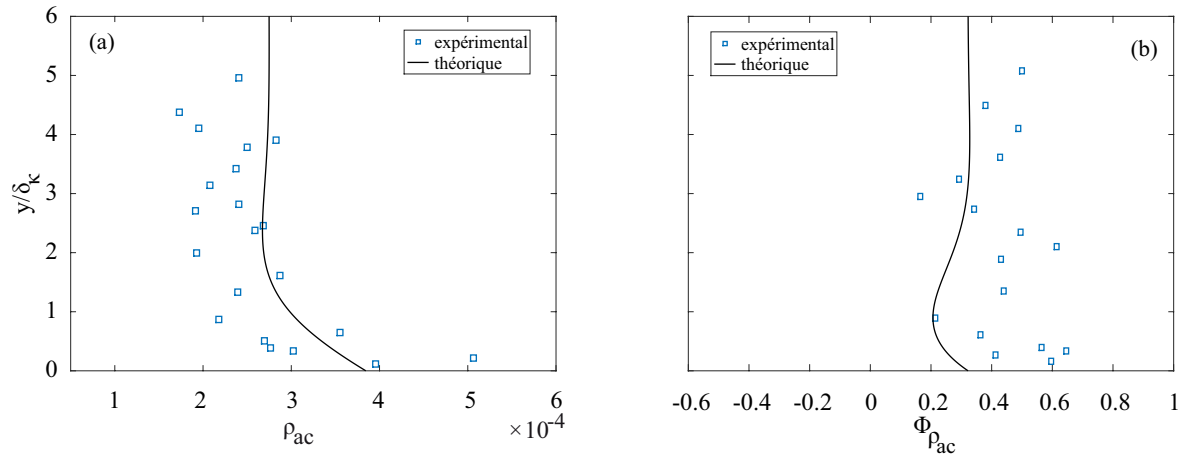
Les résultats présentés sur la Fig IV.7 sont relativement cohérents, puisqu'ils montrent un champ de différence de phase optique globalement uniforme. On note néanmoins la présence de certaines "tâches", dont l'origine est pour l'heure inexpliquée. La figure IV.8 présente quelques exemples de fluctuations de masse volumique mesurés, pour différentes distances relativement à la plaque : 6 points de mesure sont ainsi représentés, qui correspondent aux points (a) à (e) repérés sur la carte de phase de la Fig IV.7.



**Fig. IV.8.** Signaux temporels de masse volumique (a-f) et spectres correspondant (a'-f') pour les 6 points de mesures repérés sur la carte de phase de la Fig IV.7.

Au regard des résultats présentés sur la Fig. IV.8, on constate tout d'abord, sur les signaux temporels, que des oscillations harmoniques de masse volumique sont visibles, bien que ces oscillations soient plus ou moins bruitées (en particulier pour les point (a) et (d)). La fréquence de ces oscillations est bien de 10 Hz, comme le confirme chacun des spectres

(Figs. IV.8(a'-e')). On constate également que l'amplitude des oscillations varie suivant le point considéré, ce qui est un résultat encourageant dans la mesure où l'effet de couche limite doit impacter l'amplitude et la phase des oscillations de masse volumique à proximité de la plaque. La figure IV.9(a) présente l'amplitude des oscillations de masse volumique pour une vingtaine de points à différentes distances de la plaque. Ces résultats sont comparés au résultat théorique (courbe en trait plein) obtenu par l'équation (IV.1). La figure IV.9(b) présente la phase des oscillations de masse volumique pour ces mêmes points, en comparaison avec le résultat théorique (courbe en trait plein).



**Fig. IV.9.** (a)- Comparaison de l'amplitude de masse volumique entre théorique et expérimentale, (b)- Comparaison de la phase de masse volumique entre théorique et expérimentale.

Au regard des résultats présentés sur les Figs. IV.9(a) et (b), il apparaît que les mesures sont d'une qualité insuffisante, puisque ces mesures permettent uniquement de retrouver le bon ordre de grandeur pour l'amplitude et la phase des fluctuations de masse volumique. Des variations importantes, et erratiques, de l'amplitude de masse volumique en fonction de la distance à la plaque sont observées, et ne permettent donc pas de visualiser expérimentalement l'effet lié à la couche limite. Toutefois, il se dégage une tendance moyenne sur l'amplitude expérimentale qui laisse penser que le résultat n'est pas complètement éloigné de la valeur théorique. Ceci est moins vrai sur la tendance moyenne observable sur la mesure de phase.

#### IV.2.4 Conclusion

Conscients de la difficulté liée à la mesure envisagée ici, qui nécessite l'usage d'un faisceau optique parfaitement plan et rasant la plaque au dessus de laquelle les fluctuations de masse volumique doivent être mesurées, nous avons développé un dispositif fonctionnant à très basse fréquence. Malheureusement, les résultats obtenus pour l'heure ne nous permettent pas d'affirmer que les effets de couche limite sont accessibles expérimentalement. Si le problème

du parallélisme entre la plaque et le faisceau optique joue probablement un rôle important dans la qualité de la mesure, il est également possible que d'autres défauts expérimentaux (vibrations du système, défaut de planéité du faisceau ...) soient responsables de la modeste qualité des résultats obtenus. Il convient toutefois de noter que nous n'avons pas disposé de tout le temps souhaité pour tenter d'optimiser le banc de mesure, et il serait donc précipité de conclure que cette tentative de mesure effectuée ici est vouée à l'échec. Il serait souhaitable de chercher à améliorer le dispositif expérimental afin de contrôler précisément l'angle entre la plaque et le faisceau optique, et il serait également souhaitable de vérifier que les mesures ne sont pas perturbées par la mise en vibration de certains éléments du montage optique.

## IV.3 Mesure des fluctuations de masse volumique au travers d'une flamme

### IV.3.1 Introduction

Nous avons vu que la mesure des fluctuations de masse volumique à proximité de l'extrémité chauffée d'un stack présente un intérêt car cette mesure fournit une information sur la complexité des transports de masse et de chaleur mis en jeu localement dans les moteurs thermoacoustiques. De façon plus générale, la mesure des fluctuations de masse volumique, dans le domaine de l'acoustique, présente un intérêt dès lors que l'on considère des problèmes où ces fluctuations ne sont pas liées de manière triviale aux fluctuations de pression acoustique. Cela est le cas dans les moteurs thermoacoustiques, mais c'est également le cas dans d'autres systèmes thermoacoustiques auto-oscillants, à savoir par exemple les systèmes mettant en jeu des instabilités de combustion.

Le domaine de la combustion et de ses applications est très large et implique des recherches et développements dans des disciplines variées (mécaniques des fluides, thermique & énergétique, chimie de la combustion, etc . . .) pour des applications industrielles importantes et tout aussi variées (aérospatial, aéronautique, militaire, turbines à gaz . . .). Les recherches en combustion ont une longue histoire dont les aspects liés à la dynamique de combustion (et notamment l'aspect acoustique) ne représente qu'une partie : on trouvera par exemple une synthèse relativement récente des avancées du domaine dans deux articles de revue de S. Candel et al. [75, 76] ou bien dans un ouvrage récent de T. Lieuwen [77].

L'objectif de ce chapitre est de rendre compte du fruit d'un travail préliminaire visant à évaluer l'intérêt potentiel de la technique d'interférométrie holographique pour la mesure du taux de dégagement de chaleur instationnaire responsable de la génération d'ondes acoustiques dans des systèmes tels que les turbines à gaz. Il convient de noter qu'il existe d'ores et déjà des techniques éprouvées pour la caractérisation de la dynamique de flammes, comme la mesure au moyen d'une caméra rapide (équipée de filtre) de l'émission de radicaux  $OH^*$  ou  $CH^*$ , ou bien la technique LDIF basée sur la fluorescence induite de particules d'ensemencement. Des techniques alternatives sont néanmoins à l'étude dans la communauté des chercheurs de ce domaine, et l'on s'intéresse en particulier ici à une technique d'interférométrie optique, similaire à la notre, et récemment mise en oeuvre par Leitgeb et al. [78] (on trouvera également dans l'introduction de cet article une synthèse et une analyse critique des différentes techniques de mesure du taux de dégagement de chaleur instationnaire). Cette équipe de chercheurs français et autrichiens a en effet proposé de mesurer le taux de dégagement de chaleur instationnaire d'une flamme en considérant que ce dernier représente la principale contribution, au sein d'une flamme, aux fluctuations de masse volumique. Or ces

fluctuations de masse volumiques peuvent être mesurées par une technique d'interférométrie optique, puisqu'elles peuvent être déduites d'une variation de chemin optique associée au passage d'un faisceau au travers de la flamme. Une des originalités des travaux menés par cette équipe concerne également l'utilisation (détournée) d'un vibromètre laser, dont le principe de fonctionnement repose sur un interféromètre Mach-Zender, pour mettre en oeuvre cette mesure de masse volumique et fournir une preuve de concept de la technique. L'utilisation d'un vibromètre confère à la technique de mesure proposée par cette équipe un avantage intéressant en termes de simplicité d'instrumentation, avec également l'avantage d'une très bonne résolution en temps, mais il convient néanmoins de noter que la technique de mesure employée n'est pas une méthode plein champ, puisque la mesure de masse volumique est réalisée en un point donné de la flamme (plus précisément, c'est la masse volumique moyennée sur la ligne de visée du faisceau traversant la flamme qui est mesurée). Ce sont ces travaux de Leitgeb et al.[78] qui ont motivé les travaux préliminaires qui sont présentés dans ce chapitre, avec pour objectif d'étendre ces travaux à une mesure plein champ au moyen du dispositif expérimental décrit aux chapitres précédents.

### IV.3.2 Description de la problématique et du système étudié

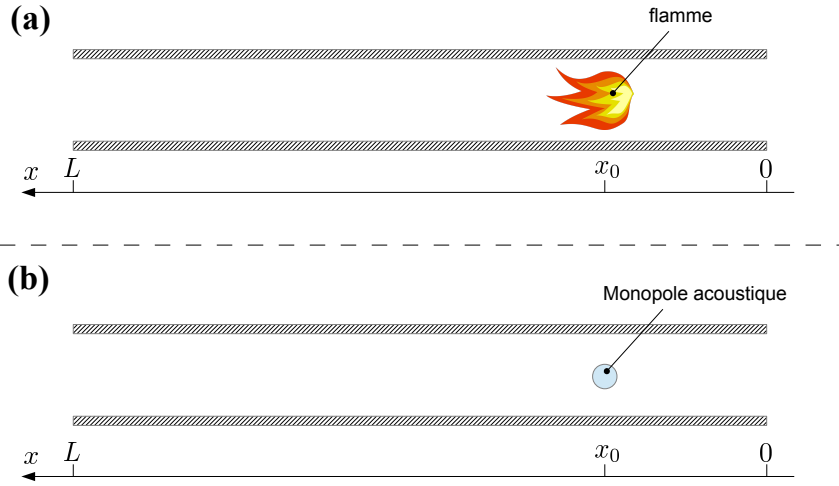
Dans la mesure où notre équipe ne dispose pas de la connaissance approfondie, de l'expérience, et des compétences techniques que l'on trouvera dans d'autres laboratoires travaillant dans le domaine de la combustion, nous avons fait le choix d'étudier un dispositif très simple à mettre en oeuvre, avec pour premier objectif de tester la faisabilité des mesures envisagées. Le système considéré est un dispositif de "flamme chantante" qui reproduit une expérience réalisée et décrite dès le 18<sup>e</sup> siècle par Byron Higgins[79].

Un schéma de principe du système étudié est représenté sur la Fig. IV.11. Il est constitué d'un tuyau en verre d'une longueur  $L = 50$  cm et d'un rayon interne  $R = 1,6$  cm, ouvert à ses deux extrémités. Ce tuyau est placé horizontalement<sup>2</sup> et un petit dispositif permettant de générer une flamme peut être placé à l'intérieur du guide d'onde. Le dispositif en question est un petit appareillage à soudure du commerce, constitué d'une bonbonne de gaz (méthane) connecté à une pièce métallique comportant le dispositif réglable d'arrivée d'air et le brûleur.

La flamme peut être vue, en première approche, comme une source de chaleur stationnaire fournissant une quantité de chaleur par unité de volume  $q_0$  à son environnement direct, mais le fait de la placer dans le guide d'onde fait que l'interaction du guide d'onde avec la flamme

---

2. Suivant que le tuyau est placé horizontalement (i.e. perpendiculairement au champ de pesanteur) ou bien verticalement, cela impacte le déclenchement et la nature des auto-oscillations acoustiques, mais dans la suite de ce document, le tube sera placé horizontalement pour des raisons de commodité (nécessité de reprendre l'ensemble du montage optique si le tuyau devait être orienté verticalement)



**Fig. IV.10.** (a) Schéma de principe du dispositif acoustique étudié. (b) L'effet de la flamme (en interaction avec le résonateur) est décrit sous forme d'un terme source monopolaire, et compact, localisé à la position  $x_0$

gène une composante fluctuante  $q'(t)$ , et c'est cette composante fluctuante qui donne lieu à la génération et l'entretien d'auto-oscillations à la (ou aux) fréquence(s) du (des) mode(s) acoustique le(s) plus instable(s). Plus précisément, le terme source  $q'(t)$  dépend des variables acoustiques, et en première approche on peut proposer une loi du type  $q'(t) \propto u'(x_0, t - \tau)$  où  $u'$  représente la vitesse particulaire acoustique axiale à la position  $x_0$  où est localisée la flamme, et où  $\tau$  est un retard qui dépend de nombreux paramètres (types de flamme, type de combustible, etc ...). Ainsi, si l'on considère que le tube est le siège de la propagation d'ondes planes sans pertes, alors les équations du mouvement s'écrivent sous la forme

$$\partial_t \rho' + \rho_0 \partial_x u' = 0, \quad (\text{IV.4})$$

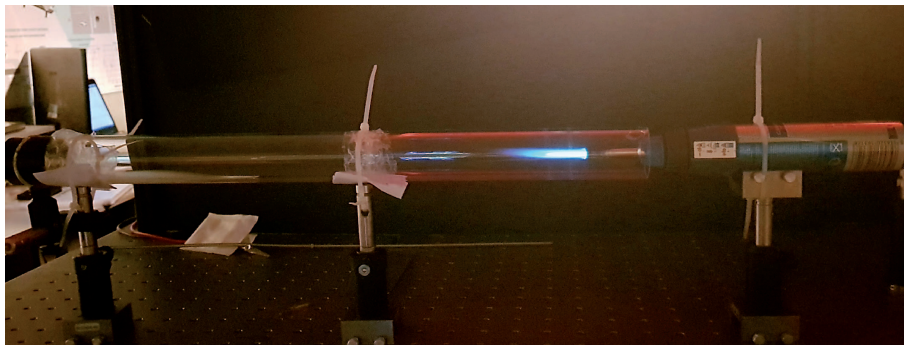
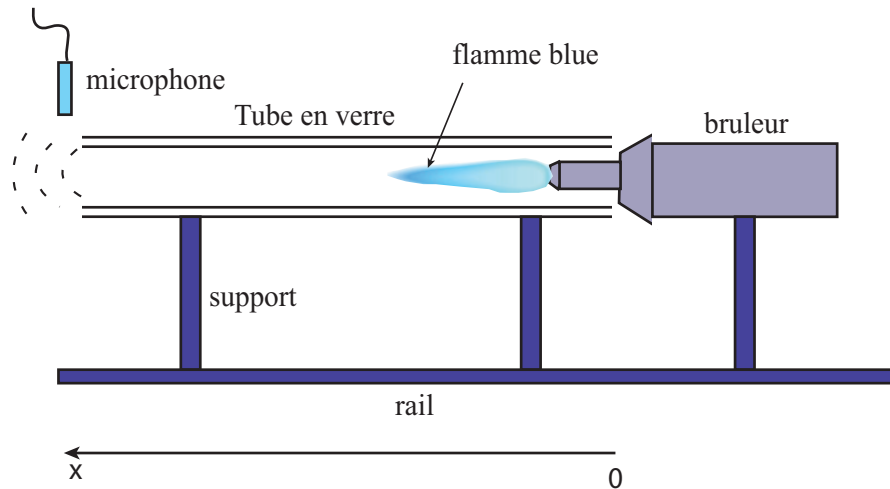
$$\rho_0 \partial_t u' + \partial_x p' = 0, \quad (\text{IV.5})$$

$$\rho_0 C_p \partial_t T' - \partial_t p' = q' \quad (\text{IV.6})$$

où les variables  $p'$ ,  $\rho'$  et  $T'$  représentent respectivement les fluctuations de pression, de masse volumique et de température, et où le terme  $q'(x, t)$  représente la distribution de la source de chaleur instationnaire, par unité de volume. On peut fermer ce jeu d'équation en faisant usage de la loi des gaz parfaits linéarisée

$$\frac{p'}{P_0} = \frac{\rho'}{\rho_0} + \frac{T'}{T_0}. \quad (\text{IV.7})$$

Notons que ces équations sont écrites en négligeant l'impact d'un éventuel écoulement moyen



**Fig. IV.11.** Schéma et photographie du système étudié, constitué d'un tuyau en verre dans lequel on place un brûleur (ce dernier est un petit appareillage à soudure du commerce).

sur la propagation acoustique, ainsi qu'en négligeant la présence d'un champ de température inhomogène (lié à l'apport de chaleur moyen de la flamme).

Le déclenchement ou non d'auto-oscillations acoustiques dépend du terme source  $q'$ , qui dépend lui-même de la nature de la flamme et de sa position dans le résonateur. Nous ne cherchons pas ici à déterminer une expression précise de ce terme source, puisqu'il s'agit de le mesurer. Nous utiliserons néanmoins ci-après une loi du type  $q'(x, t) \propto u'(x, t - \tau)\delta(x - x_0)$  dans le seul objectif de mettre en évidence sur un exemple simple la possibilité du déclenchement d'auto-oscillations.

Sur la base des équations précédentes, il est possible de mettre en évidence la possibilité d'amplifier une onde sonore au moyen de l'apport de chaleur  $q'$ . Tout d'abord on peut chercher à écrire l'expression de la puissance acoustique  $\partial_t \mathcal{E}_a$  emmagasinée dans le tube, qui s'obtient en dérivant l'expression de l'énergie acoustique :

$$\mathcal{E}_a = S \int_0^L \left( \frac{\rho u'^2}{2} + \frac{p'^2}{2\rho_0 c_0^2} \right) .dx.$$

La puissance,  $\partial_t \mathcal{E}_a$ , produite ( $> 0$ ) ou consommée ( $< 0$ ) s'écrit donc

$$\begin{aligned}
 \partial_t \mathcal{E}_a &= \frac{S}{2\rho_0 c_0^2} \int_0^L 2p' \underbrace{\partial_t p'}_{=\frac{\gamma-1}{c_0^2} q' - \rho_0 c_0^2 \partial_x u'} dx + \frac{\rho_0 S}{2} \int_0^L 2u' \underbrace{\partial_t u'}_{=-\frac{1}{\rho_0} \partial_x p'} dx, \\
 &= \frac{(\gamma-1)S}{\rho_0 c_0^2} \int_0^L p' q' dx - S \int_0^L p' \partial_x u' dx - S \int_0^L u' \partial_x p' dx, \\
 &= \underbrace{\frac{(\gamma-1)S}{\rho_0 c_0^2} \int_0^L p' q' dx}_{\text{puissance produite ou consommée}} - \underbrace{S p' u' |_{x=L}}_{\text{puissance "sortante"}} + \underbrace{S p' u' |_{x=0}}_{\text{puissance "entrante"}},
 \end{aligned}$$

de sorte que si l'on laisse de côté les éventuelles pertes par rayonnement acoustique de part et d'autre du tuyau, i.e.  $p'|_{x=0,L} = 0$ , on en conclut qu'en *en moyenne sur un cycle*, il y a production de puissance si

$$\frac{\gamma-1}{\rho_0 c_0^2} \int_0^L \overline{p' q'} dx > 0 \quad (\text{IV.8})$$

où la notation  $\overline{p' q'}$  représente la moyenne sur une période acoustique de  $p' q'$ . Cette condition d'amplification thermoacoustique,  $\int_0^L \overline{p' q'} dx > 0$ , est généralement désignée comme le critère de Rayleigh. Elle correspond à la condition de déclenchement si aucun mécanisme de pertes n'est considéré (si des pertes sont considérées, il faut que l'amplification surpasse ces pertes pour que le déclenchement ait lieu). Il est important de noter que, comme pour les machines thermoacoustiques, la relation de phase entre pression acoustique et apport de chaleur est importante puisqu'elle détermine la valeur et le signe de  $\overline{p' q'}$  (en particulier, l'amplification ne peut prendre place que si de la chaleur est fournie au fluide durant sa phase de compression).

Revenant aux équations du mouvement, écrites ci-avant, et éliminant les variables  $\rho'$  et  $T'$ , les équations de l'acoustique peuvent être écrites sous la forme :

$$\begin{aligned}
 \partial_t p' + \rho_0 c_0^2 \partial_x u' &= (\gamma-1) q' \\
 \rho_0 \partial_t u' + \partial_x p' &= 0
 \end{aligned}$$

pour finalement aboutir (en éliminant  $u'$ ) à l'équation d'onde inhomogène

$$\partial_{xx}^2 p' - \frac{1}{c_0^2} \partial_{tt}^2 p' = -\frac{\gamma-1}{c_0^2} \partial_t q'$$

qui fait clairement apparaître le terme source, proportionnel à  $\partial_t q'$ .

A titre d'exemple, si l'on considère le déclenchement potentiel d'une onde acoustique suivant le premier mode du tuyau (ouvert et sans rayonnement à chacune de ses extrémités), et que l'on pose donc  $p' = A_1(t) \sin k_1 x$  avec  $k_1 = \pi/L$ , puis si l'on suppose également que le dégagement de chaleur instationnaire est localisé à la position  $x_0$  et qu'il est proportionnel à la vitesse acoustique retardée d'un temps  $\tau$ , i.e.  $q'(x, t) = \beta u'(x, t - \tau) \delta(x - x_0)$  (où  $\beta$  est



un coefficient supposé positif), alors le report dans l'équation d'onde inhomogène puis son intégration suivant  $x$  de 0 à  $L$ , mène à l'équation suivante :

$$d_{tt}^2 A_1 + \epsilon(x_0)\omega_1 A_1(t - \tau) + \omega_1^2 A_1 = 0$$

avec  $\epsilon(x_0) = (\gamma - 1)\beta \cos(k_1 x_0)/(2\rho_0 c_0^3)$ , et  $\omega_1 = k_1 c_0$ . On obtient donc une équation différentielle à retard, et le retard en question,  $\tau$ , est potentiellement responsable du déclenchement des auto-oscillations. Si par exemple ce retard est supposé faible en regard de la période acoustique, i.e. si  $\omega_1 \tau \ll 1$ , alors  $A_1(t - \tau) \approx A_1(t) - \tau d_t A_1$  et on obtient l'équation d'un oscillateur à amortissement négatif (si  $\tau > 0$  et  $\epsilon(x_0) > 0$ ) :

$$\ddot{A}_1 - \epsilon(\ell)\omega_1 \tau \dot{A}_1 + \omega_1^2 \left(1 + \frac{\epsilon(\ell)}{\omega_1}\right) A_1 = 0.$$

Dans ce cas précis, on peut noter qu'il faut que  $x_0 < L/2$  pour que  $\epsilon(x_0) > 0$ , ce qui signifie que la flamme doit être positionnée sur la première moitié du tuyau pour que le premier mode soit amplifié.

De façon plus générale, l'objectif des travaux qui suivent est de mesurer le terme source,  $-\frac{\gamma-1}{c_0^2} \partial_t q'(x, t)$  qui apparaît au second membre de l'équation d'onde IV.9. Comme mentionné précédemment, c'est par une mesure des fluctuations de masse volumique que l'on peut envisager de mesurer  $\partial_t q'$ .

### IV.3.2.1 Description du principe de la mesure

La Fig.IV.12 présente un schéma du dispositif expérimental utilisé pour mesurer le taux de dégagement de chaleur instationnaire  $\partial_t q'(x, t)$ . Il s'agit du même type de montage que celui utilisé auparavant, et la seule différence concerne l'objet à travers lequel passe le faisceau de mesure. Ici, le faisceau objet passe au travers de la flamme, placée dans le guide d'onde, et donne donc accès à la différence de chemin optique  $\Delta\phi$  entre le faisceau de référence et le faisceau objet. Cette différence de chemin optique est quant à elle directement liée à la variation d'indice optique, qui elle même est reliée à la variation de masse volumique  $\langle\rho\rangle$  via la relation de Gladstone-Dale :

$$n - 1 = G\langle\rho\rangle. \quad (\text{IV.9})$$

Le lien entre  $q'$  et  $\rho'$  peut être fait en remarquant d'une part que les fluctuations de masse volumiques résultent des fluctuations de pression et d'entropie massique :

$$\rho' = \frac{1}{c_0^2} p' - \frac{\rho_0}{C_p} s'$$

alors même que les fluctuations d'entropie massique sont dues au dégagement de chaleur  $q'$ , ce qui mène à la relation

$$\partial_t \rho' = \frac{1}{c_0^2} \partial_t p' - \frac{\gamma - 1}{c_0^2} \partial_t q'. \quad (\text{IV.10})$$

De plus, dans la flamme, la contribution de  $\partial_t q'$  aux variations de masse volumique peut être considérée comme bien plus grande que celle des oscillations de pression, ce qui mène à une relation directe

$$\partial_t \rho' \approx -\frac{\gamma - 1}{c_0^2} \partial_t q'. \quad (\text{IV.11})$$

entre les fluctuations de masse volumique  $\rho'$  et le taux de dégagement de chaleur instationnaire  $\partial_t q'$ . Néanmoins, il convient de noter ici que la constante de Gladstone-Dale  $G$ , ou de façon équivalent la réfractivité spécifique  $\hat{n}$ , est plus difficile à connaître que pour les cas d'étude précédents. Cette constante dépend du mélange méthane-air et des produits de combustion, et il existe des méthodes permettant de calculer cette constante [80]. Cependant, étant donné notre faible expérience du domaine, et étant donné que le brûleur utilisé ici n'est pas maîtrisé (e.g. on ne connaît pas la proportion air-méthane), nous n'avons pas cherché ici à calculer la constante  $G$ . C'est la raison pour laquelle dans la suite de ce document, les résultats expérimentaux seront présentés en termes de différence de phase optique  $\varphi$ .

### IV.3.2.2 Analyse du signal de pression acoustique rayonné par le système

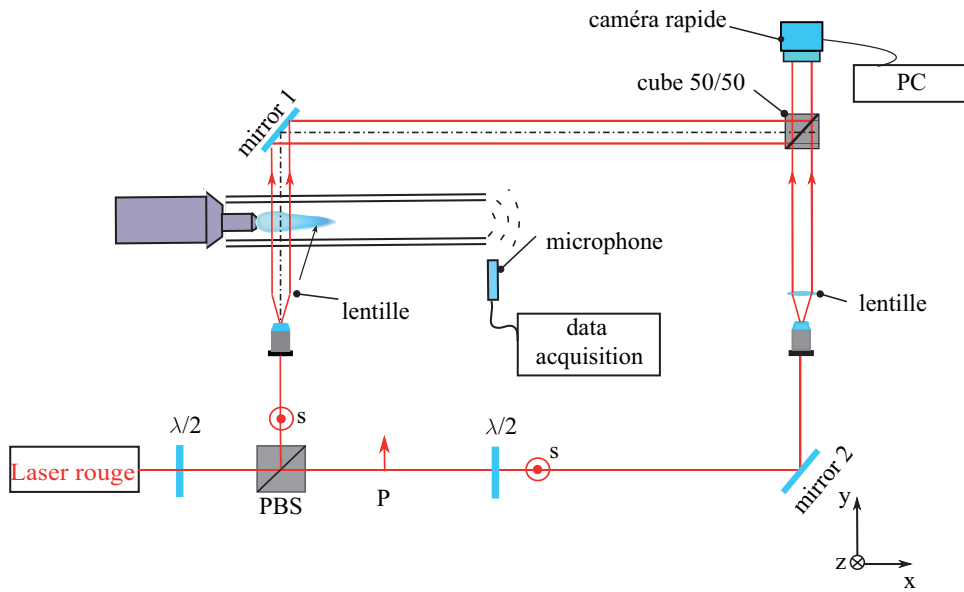
Comme mentionné précédemment, le système étudié contient un tuyau en verre d'une longueur  $L = 50$  cm et ses deux extrémités sont ouvertes. Lorsque la flamme est introduite à l'intérieur du tuyau, une onde sonore peut parfois se déclencher<sup>3</sup> et un microphone placé à proximité du système permet d'enregistrer la pression acoustique rayonnée. Ce microphone est placé à la distance 5 cm de l'une des deux extrémités ouvertes du tuyau.

La figure IV.13(a) présente une concaténation de 15 signaux de pression acoustique obtenus expérimentalement, sur une durée totale de 180 secondes. Chacun de ces 15 enregistrements (d'une durée de 12 s), a été obtenu après avoir allumé le brûleur et attendu la stabilisation du champ de pression rayonné, et un temps d'attente de 5 minutes (après extinction du brûleur) est respecté entre deux enregistrements successifs. On constate clairement sur la Fig.IV.13(a) une variabilité forte de l'amplitude de pression acoustique mesurée : cette variabilité est sans doute attribuable à un défaut de reproductibilité de l'expérience, lié à la difficulté de régler l'arrivée d'air et le positionnement du brûleur de façon identique entre deux mesures successives. La figure IV.13(b) présente le périodogramme de Welch moyenné des 15 signaux concaténés, et le spectrogramme de ces mêmes signaux est présenté sur la Fig.IV.13(c). On constate clairement sur le spectrogramme la présence d'un pic à la fréquence de 357 Hz : cette fréquence est proche de celle de la première résonance du tuyau ouvert à ses deux extrémités ( $f_0 \approx c_0/(2L) \approx 343$  Hz).

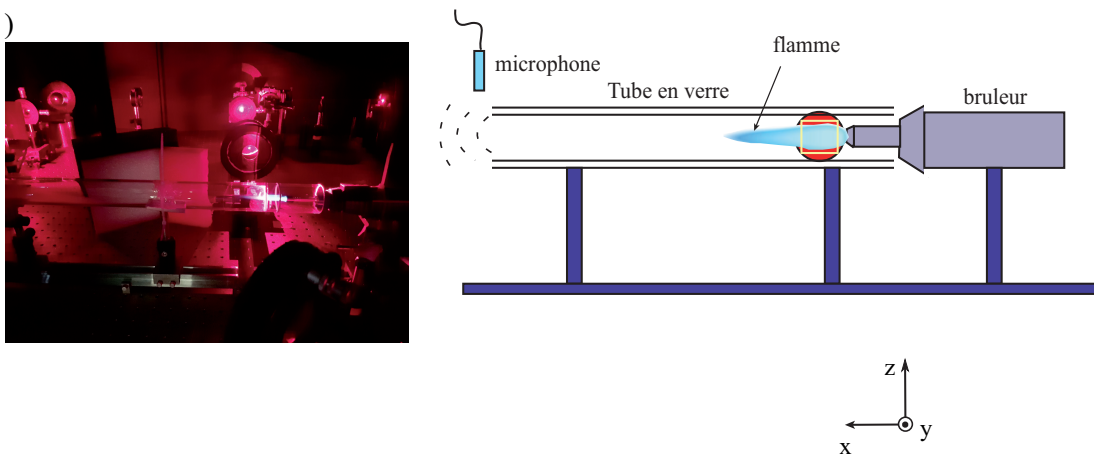
---

3. le déclenchement dépend du réglage de l'arrivée d'air et de la position du brûleur dans le tuyau

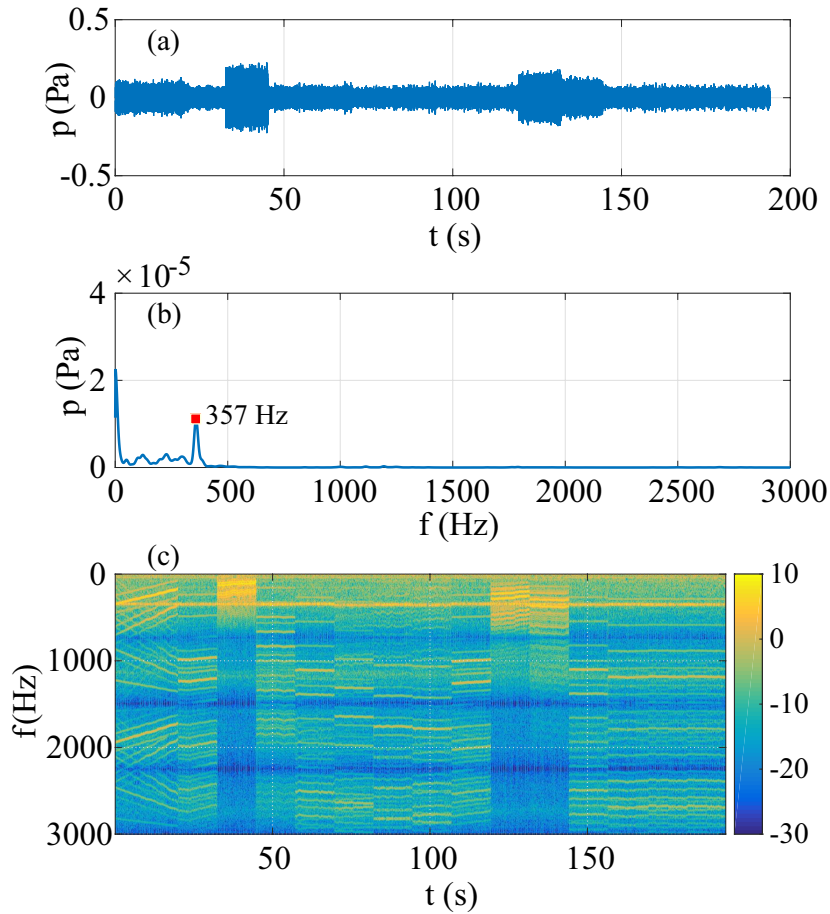
(a)



(b)



**Fig. IV.12.** (a)- Schéma du montage réalisé pour l'étude des effets de flamme. (b)- photographies du système étudié.



**Fig. IV.13.** Concaténation de 15 signaux de pression mesurés par un microphone placé à proximité de l'une des extrémités du tuyau, (a)- en fonction du temps, (b)- périodogramme, (c)- spectrogramme.

### IV.3.3 Résultats expérimentaux obtenus par holographie

On présente dans ce paragraphe les résultats préliminaires obtenus par holographie sur le dispositif décrit ci-avant. Notons que la flamme seule, i.e. non placée dans le guide d'onde, est tout d'abord caractérisée (prochain paragraphe), puis son interaction avec le guide d'onde est ensuite analysée.

#### IV.3.3.1 Caractérisation de la flamme seule

La première mesure est appliquée sur la flamme seule, et est réalisée sur une durée 0,1 secondes avec une fréquence  $f_{cam} = 1000$  images/s. Le faisceau laser traverse directement une partie de la flamme (placée horizontalement conformément à la photo de la Fig. IV.12(b), mais sans le tuyau). La résolution d'image est  $1024 \times 1024$  pixels, soit une zone observée d'environ  $15 \times 15$  mm. Le réglage d'arrivée d'air du brûleur est mis au maximum afin d'assurer que la flamme reste stable et horizontale. La flamme visible peut être séparée en deux parties, à savoir une partie bleu à l'intérieur, et une partie plus claire en périphérie. La longueur totale

de la flamme est d'environ 6 cm, et son diamètre est de l'ordre de 8 à 10 mm. Il n'est donc pas possible ici de visualiser l'intégralité de la flamme par holographie. On présentera dans la suite des mesures réalisées dans une zone à proximité du brûleur, là où l'on suppose que le rayonnement de la flamme est le plus fort.

La Fig.IV.14 représente 6 cartes successives de différence de phase  $\Delta\varphi$  de la flamme seule, chacune séparée de 2 millisecondes. Notons que le brûleur est localisé sur la partie gauche de chacune de ces cartes de phase. La forme de la flamme est clairement visible, mais l'on note également que ces cartes successives apportent de l'information sur la dynamique de la flamme. En effet, si l'attention est portée sur la zone repérée par le rectangle vert sur chacune des cartes, on peut visualiser une variation de phase susceptible de traduire un mouvement périodique de la flamme.

Afin d'analyser un peu plus finement cette dynamique, on a choisi 6 points à l'intérieur du rectangle en vert, repérés sur la première carte de phase de la Fig. IV.14. L'évolution de la différence de phase optique en fonction du temps est présentée pour ces 6 points sur la Fig. IV.15 : les courbes en trait bleu représentent les données brutes issues de la mesure holographique, et les courbes rouges sont un lissage grossier de ces courbes (obtenu par régression polynomiale d'ordre faible). Il apparaît sur chacun des points analysés qu'une certaine périodicité des signaux est visible, avec une période de l'ordre de 30 ms. Nous n'avons pas cherché à analyser plus finement ces observations, mais il est possible que les effets observés résultent de la présence d'une instabilité aérodynamique (allée tourbillonnaire) dont la période serait contrôlée par les dimensions du brûleur et le débit d'air.

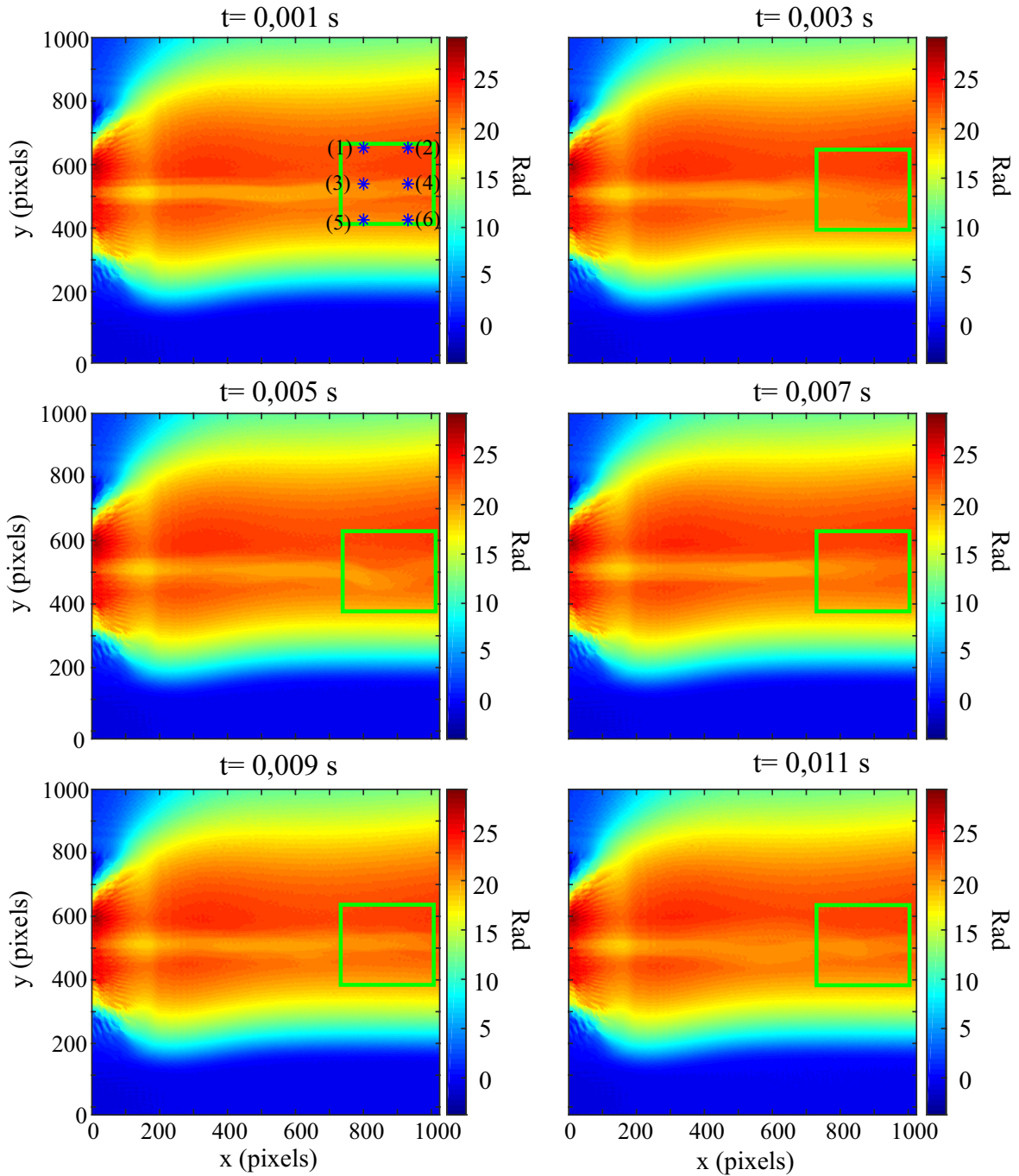
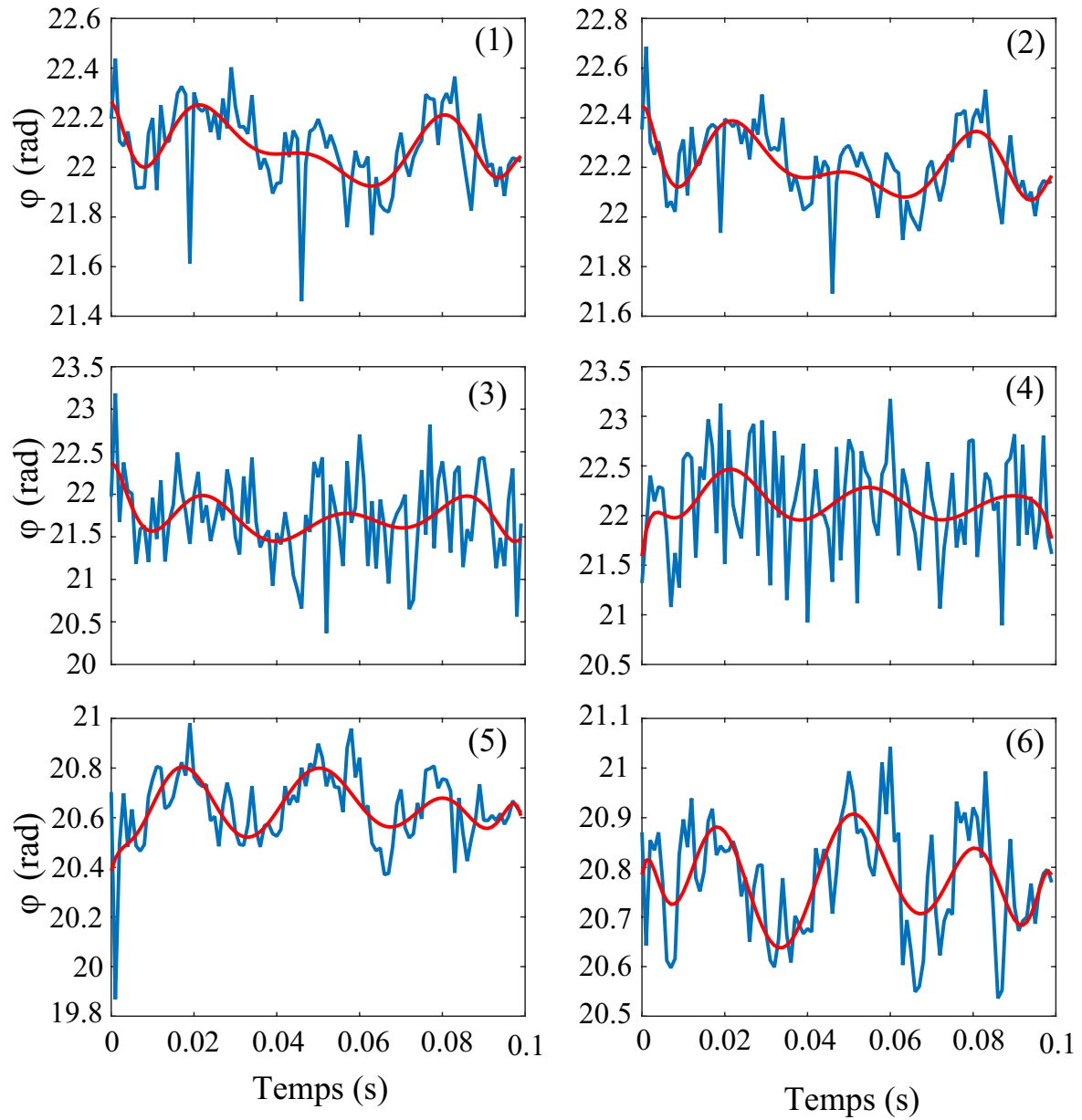


Fig. IV.14. Cartes de différence de phase optique au sein de la flamme seule à 6 instants successifs.



**Fig. IV.15.** Signaux de différence de phase en fonctions du temps pour 6 positions différentes dans la flamme (courbes bleues). Les courbes rouges représentent un lissage grossier des courbes brutes.

### IV.3.3.2 Caractérisation de la flamme placée dans le tube en verre

Les résultats expérimentaux qui suivent sont obtenus lorsque la flamme est placée à l'intérieur du tube, l'extrémité du brûleur étant située à une distance  $D = 6$  cm de l'extrémité du tube. Dans ces conditions, une instabilité thermoacoustique est systématiquement générée (avec toutefois une reproductibilité médiocre du fait des défauts dans le contrôle de la position et des réglages du brûleur). La Fig. IV.16 présente une séquence de 6 cartes de phase successives. Chaque carte comporte  $768 \times 768$  pixels (soit  $\approx 11 \times 11$  mm<sup>2</sup>). La mesure est effectuée pendant 2 s, avec une fréquence d'échantillonnage de 2000 images/s.

On constate tout d'abord que la forme de la flamme est ici beaucoup moins nette que sur les mesures effectuées sur la flamme seule. Ceci peut s'expliquer par le fait que le placement de la flamme dans le tuyau réduit les gradients de température, et déforme grandement la flamme du fait de son interaction avec le tuyau<sup>4</sup>. De plus, la réfraction optique causée par le tuyau (qui joue ici un rôle de lentille) peut également jouer un rôle dans les plus faibles contrastes de l'image. Néanmoins, les 6 cartes de phases présentées peuvent permettre d'analyser la dynamique lente de la flamme, et on peut noter que l'effet décrit précédemment d'une modulation de faible période (environ 30 ms) n'apparaît plus sur les images réalisées.

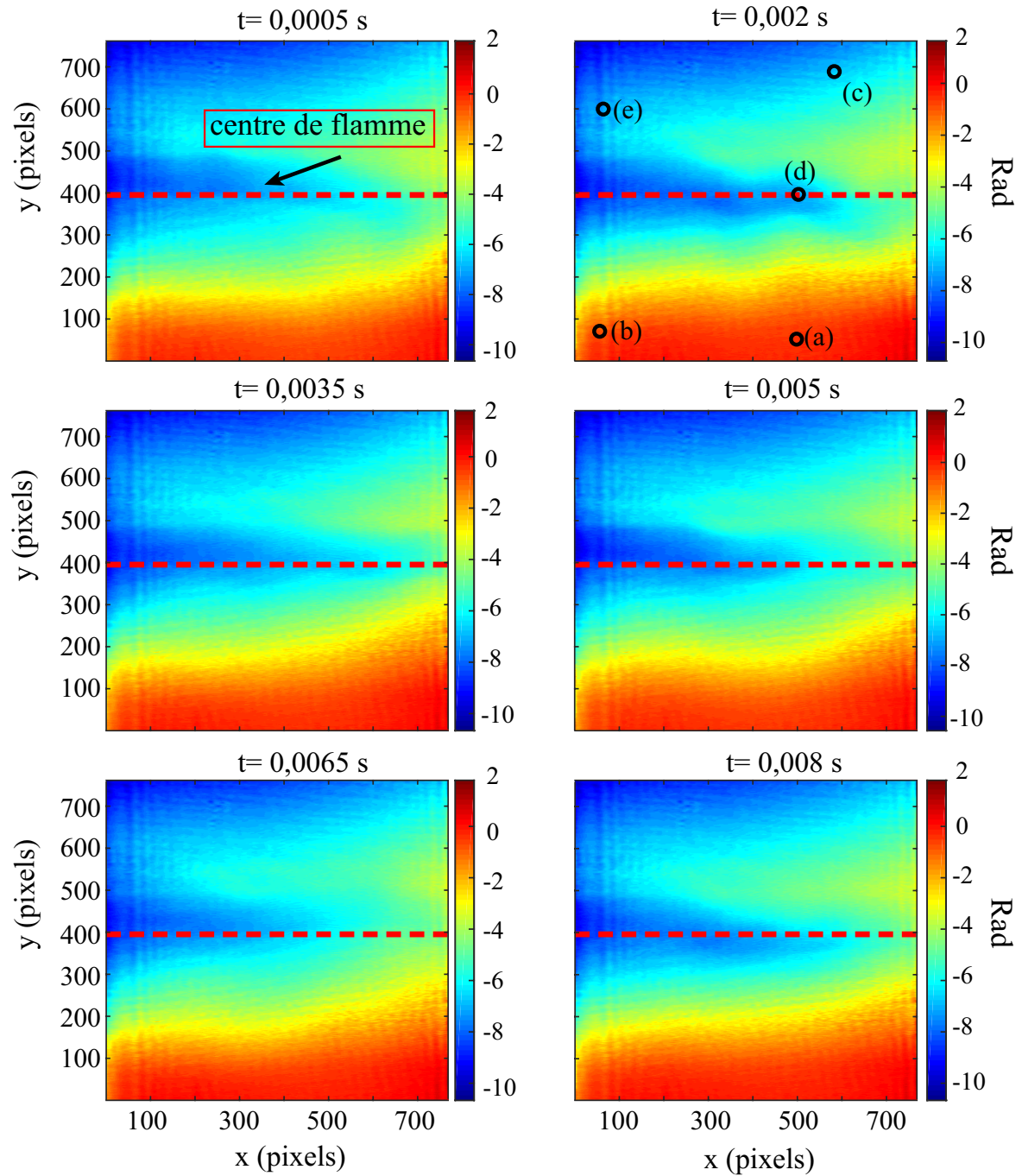
Afin d'étudier la source de rayonnement acoustique que constitue la flamme en interaction avec le tube, les signaux issus de 6 points repérés sur la seconde carte de phase de la Fig. IV.16 sont analysés. La Fig. IV.17 présente les 6 signaux temporels ainsi que leurs spectres (périodogramme de Welch). On constate sur les signaux temporels que les fluctuations de phase optique sont assez fortement bruitées, mais qu'une oscillation est néanmoins visible. Les spectres confirment cette observation et font, pour certains, apparaître un pic à la fréquence de 349,6 Hz, valeur proche de la première fréquence de résonance du tuyau vide et à température ambiante. Il apparaît néanmoins que certaines zones de la flamme n'ont pas cette composante à 349,6 Hz (cas des points a, c et d) qui se trouve être noyée dans le bruit (notons que le niveau de bruit varie d'un point d'observation à l'autre). Notons enfin que les spectres sont tracés ici sur la bande de fréquence de 100 Hz à 1kHz, mais qu'une forte contribution basse fréquence est présente sur l'ensemble des signaux (non présentée pour mieux laisser apparaître la composante harmonique à 349,6 Hz). Ainsi, ce type d'analyse permet d'aider à localiser les lieux de la flamme qui correspondent à une source acoustique cohérente dont la fréquence s'accorde sur un mode du tuyau.

Il est également intéressant d'analyser la phase relative de chacune des sources acoustiques élémentaires. Pour ce faire, on trace sur la Fig. IV.18 la phase des transformée de Fourier des signaux aux point (b) et (e), en fonction de la fréquence à proximité de la fréquence naturelle du système. Ces résultats indiquent que les sources acoustiques élémentaires rayonnent en

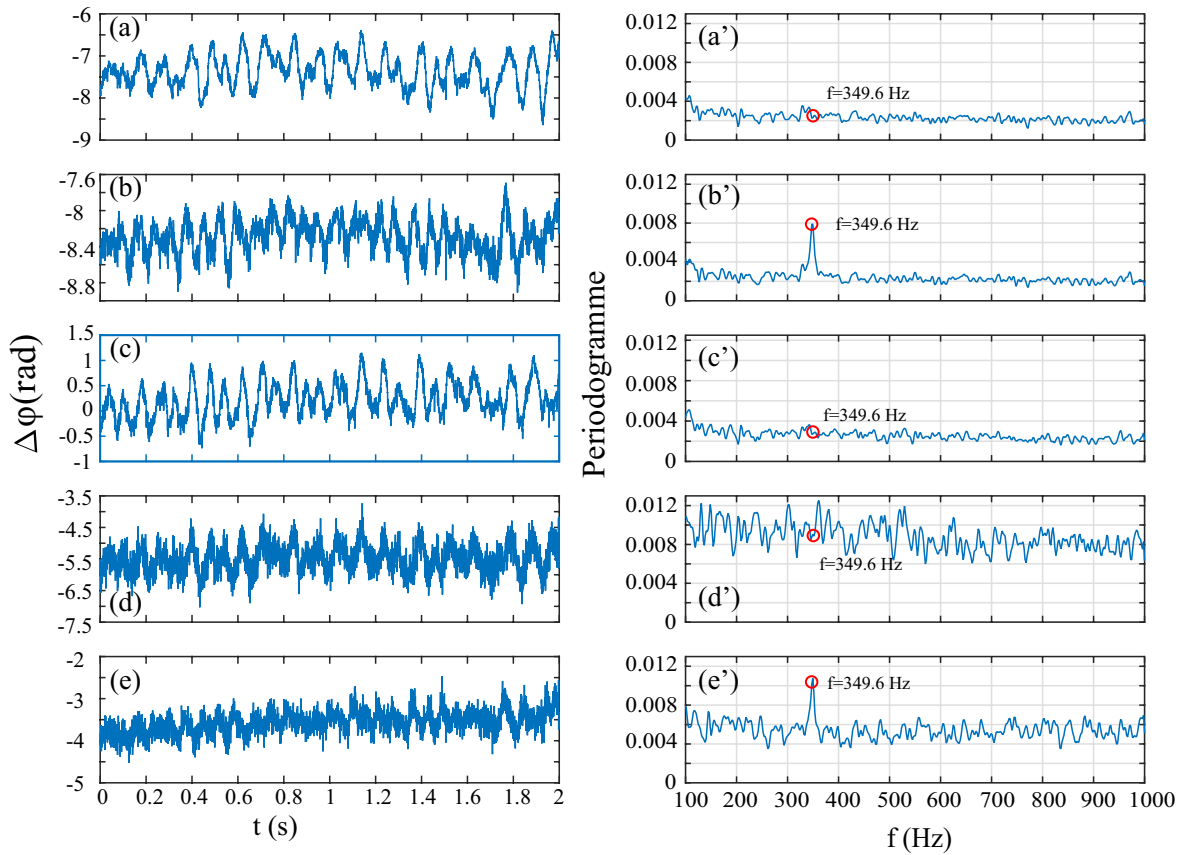
---

4. un allongement significatif de la flamme est clairement visible à l'œil nu lors de la réalisation de l'expérience

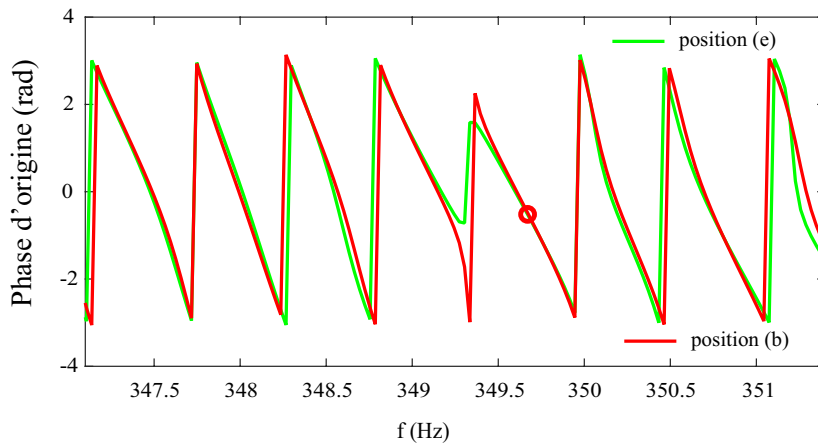




**Fig. IV.16.** Séquence de 6 cartes de différence de phase optique de la flamme placée dans le tube en verre. Note : la ligne rouge représente la position du centre de la flamme et les points (a) - (e) représentent les positions choisies pour étudier les fluctuations de différence de phase et leur spectre.



**Fig. IV.17.** (a)-(e)- Signaux de différence de phase en fonction du temps aux différentes positions repérées sur la seconde carte de phase de la Fig. IV.16 . (a')-(e') - Spectres correspondants aux signaux temporels.



**Fig. IV.18.** Phase de la fluctuation de phase optique de deux signaux différents, associés aux positions (b) et (e) sur la Fig. IV.16.

phase. Ceci est un résultat intéressant car il indique que la flamme, de faibles dimensions devant la longueur d'onde acoustique, peut être vue comme une source monopolaire.

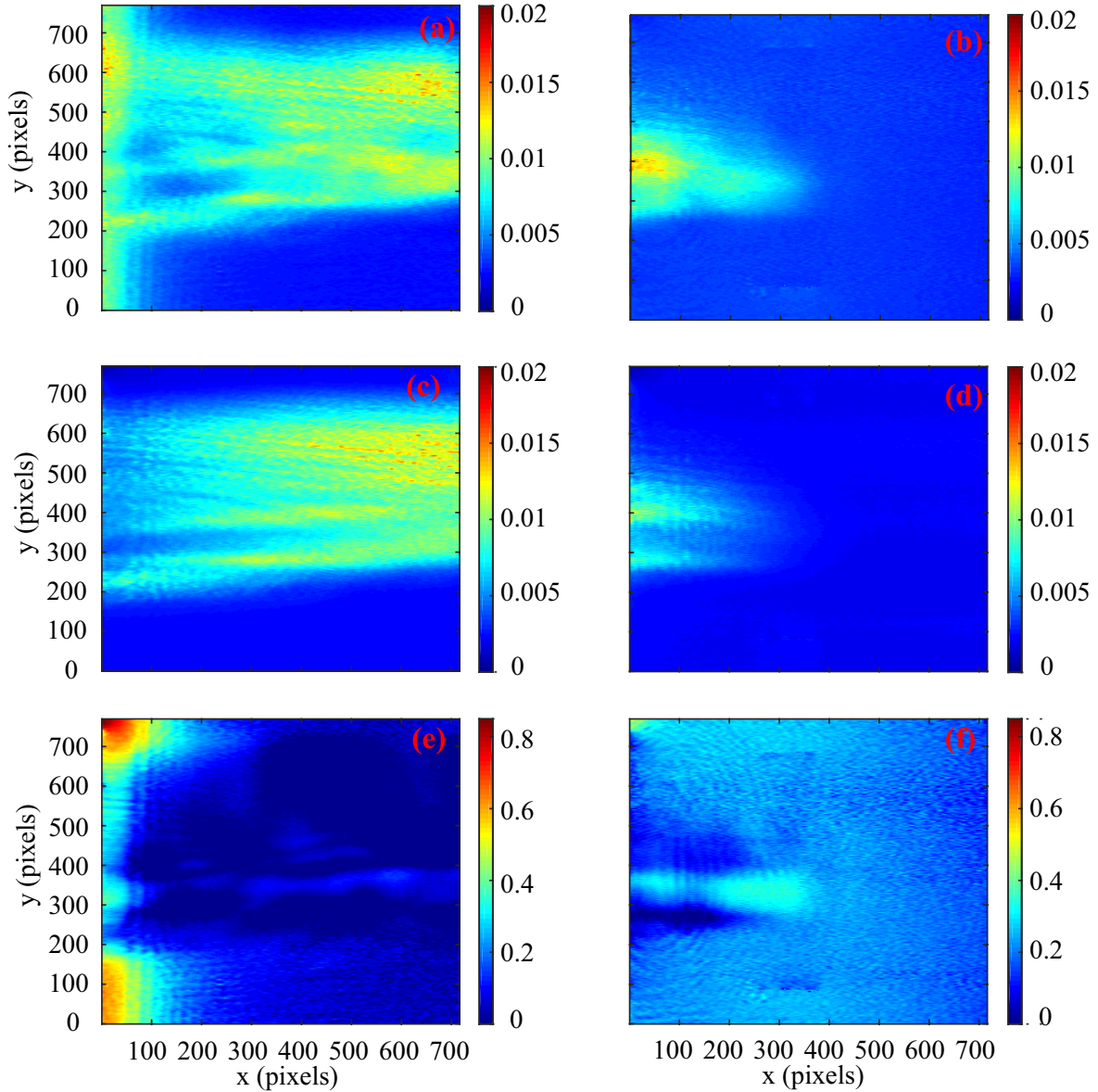
On cherche enfin à dresser une cartographie des sources de rayonnement acoustique au sein de la portion de flamme traversée par le faisceau optique. Pour ce faire, on évalue sur chaque pixel le ratio entre le pic d'amplitude à 349,6 Hz et l'amplitude moyenne du spectre dans la gamme de fréquence allant de 100 Hz à 1 kHz. Ce ratio est tracé sous forme d'une carte sur la Fig.IV.19. Plus précisément, on trace

- la carte de différence de phase optique à la fréquence de 349,6 Hz, notée  $A(x, y)$  (figure (a)),
- la carte du bruit moyen, noté  $\bar{B}(x, y)$ , dans les intervalle de fréquences  $f_e \in [100 \text{ Hz} - 340 \text{ Hz}]$  et  $[370 \text{ Hz} - 1 \text{ kHz}]$  (figure (c)),
- la carte du contraste défini par  $C(x, y) = (A(x, y) - \bar{B}(x, y)) / (A(x, y) + \bar{B}(x, y))$  (figure (e))

Par ailleurs, ces cartes sont obtenues pour deux séries de mesures, à savoir une pour laquelle le faisceau optique passe au plus près du brûleur (figures a,c, et e), et une autre pour laquelle ce faisceau est décalé vers la droite (d'une distance correspondant à la largeur de la fenêtre optique de la caméra rapide) afin de pouvoir cartographier l'intégralité de la flamme.

Au regard de l'ensemble des cartes de phase présentées sur la Fig. IV.19, on constate que les fluctuations de phase optique sont dominées par du bruit, et que la localisation de ces sources de bruit correspond essentiellement à la localisation du coeur de la flamme. Ces résultats pourraient donc indiquer que nous localisons ici les sources de bruit de combustion. Par ailleurs, comme le montre en particulier la figure IV.19(e), il existe quelques zones dans la carte de phase pour lesquelles un pic d'amplitude à la fréquence naturelle du tube émerge de façon significative. Il est intéressant de noter que ces zones de plus fort rayonnement acoustique harmonique sont localisées au plus près du brûleur.

Il est difficile pour l'heure d'avancer des conclusions plus poussées, car il s'agit là de mesures préliminaires. Le système employé ici a le mérite d'être simple, mais il est difficilement contrôlable, et il faut également noter que le rayonnement thermoacoustique généré est assez faible (notamment parce qu'il n'est pas possible d'insérer le brûleur plus loin dans le tube), ce qui pourrait expliquer pourquoi les premiers résultats obtenus semblent plus qualifier du bruit de combustion qu'une véritable instabilité thermoacoustique. Reste que ces premiers résultats sont encourageants et semblent montrer que la technique de mesure employée peut constituer un bon moyen de localiser les sources de rayonnement acoustique à l'intérieur même de la flamme.



**Fig. IV.19.** (a,b)- Carte de valeurs des amplitude  $A(x, y)$  de la différence de phase optique à la fréquence  $f = 349.6$  Hz, (c-d)- Carte de la valeur moyennes du bruit  $\bar{B}(x, y)$  dans les intervalles de fréquences  $f_e \in [100 \text{ Hz} - 340 \text{ Hz}]$  et  $[370 \text{ Hz} - 1 \text{ kHz}]$ , (e-f)- Contrastes entre les pics d'amplitude et les moyennes du bruit, contraste défini par  $C(x, y) = (A(x, y) - \bar{B}(x, y)) / (A(x, y) + \bar{B}(x, y))$ . Note : Ces données sont issues de deux séries de mesures, qui diffèrent par la position du faisceau optique : les cartes de phase (a),(c),(e) représentent les données obtenues lorsque le faisceau passe au plus près du brûleur, et les cartes (b),(d),(f) sont obtenues lorsque le faisceau optique est décalé vers la droite (d'une distance correspondant à la largeur de la fenêtre optique de la caméra rapide).

#### IV.3.4 Conclusion

Les travaux décrits ici sont un premier pas vers l'utilisation potentielle d'une technique d'interférométrie holographique pour la caractérisation de la dynamique de flammes, et plus particulièrement pour la caractérisation des instabilités thermoacoustiques. Les résultats obtenus ont ceci d'intéressant qu'il montrent que cette technique permet de visualiser, avec une bonne résolution en espace et en temps, les variations de chemin optique (et donc de masse volumique) associées à la dynamique de la flamme ainsi qu'aux oscillations acoustiques qui prennent place lorsque la flamme est placée dans le tube.

Il serait intéressant de poursuivre ces travaux, afin de répondre à plusieurs questions laissées en suspens. Tout d'abord, la détermination de la constante de Gladstone-Dale sur la base d'une meilleure maîtrise du dispositif de combustion doit être menée : cela permettrait alors de remonter aux fluctuations de masse volumique. Par ailleurs, le fait que la flamme soit à symétrie cylindrique et qu'elle soit traversée par un faisceau plan a été éludé pour l'heure. Il serait nécessaire de prendre en compte cela dans le traitement de données, en faisant usage d'une transformée d'Abel [81, 82]. Compte-tenu des propos qui précèdent, il apparaît que le dispositif expérimental mis au point ici a le mérite d'être simple, mais ne peut être utilisé en l'état pour accéder de manière précise à la distribution spatiale du taux de dégagement de chaleur instationnaire généré par la flamme.

#### IV.4 Conclusion

Les deux séries d'expériences présentées dans ce chapitre ont été menées avec l'objectif d'ouvrir le champ d'application de l'interférométrie holographique, au delà l'application en thermoacoustique qui a fait l'objet des deux chapitres précédents. Pour des raisons combinées de temps disponible et de nombreuses difficultés pratiques, aucune des deux séries d'études présentées ici ne peut être considérée comme aboutie. Cependant, les résultats obtenus sont encourageants et laissent à penser que l'interférométrie holographique présente en principe des atouts qui en font une technique de mesure potentiellement intéressante, soit pour qualifier expérimentalement les transport non-linéaires de chaleur en bout de plaque ou au sein d'un échangeur de chaleur, soit pour mesurer le dégagement de chaleur fluctuant au sein d'une flamme.

## Conclusion générale

Ce manuscrit de thèse fait état des travaux menés au LAUM sur les machines thermoacoustiques pour approfondir l'étude des effets non linéaires observés à proximité du stack. Les études expérimentales ont reposé sur l'utilisation d'une méthode d'holographie numérique pour mesurer les fluctuations de masse volumique et fournir une information plein champ de la zone étudiée. L'axe principal du travail a été orienté vers les effets non linéaires aux confins du stack avec une confrontation entre modélisation et expérimentation. Nous avons ouvert le travail vers l'investigation d'autres effets en acoustique tels que les instabilités de combustion et les couches limites. Les principaux résultats sont synthétisés dans les paragraphes suivants, et quelques perspectives sont données.

Afin de mieux cerner les limites basses de mesure de la méthode holographique, nous avons chiffré le niveau minimum de phase optique, de masse volumique, ou encore de pression mesurable en fonction des paramètres expérimentaux. Ces paramètres sont les données liées au filtrage spatial (bandes passantes) et les données relatives au capteur (nombre d'électrons dans les puits, bruit électronique, quantification). Une étude expérimentale a montré que ces relations sont relativement proches des données expérimentales pour ce qui concerne le bruit intrinsèque, c'est-à-dire sans tube dans le faisceau de mesure. La limite basse de mesure en pression est de l'ordre de 12 Pa. D'autres limites peuvent être associées au dispositif expérimental étudié (vibrations parasites) voire à l'environnement de la mesure (vibrations très basse fréquence du bâtiment). Nous avons démontré que des précautions doivent être prises lorsque le système acoustique à étudier est excité par un haut-parleur, avec la nécessité de mise en place d'une stratégie de correction a posteriori des données, basée sur le postulat que loin du stack, la pression acoustique correspond à la pression adiabatique que l'on peut connaître à l'aide du microphone placé à l'extrémité fermée du résonateur.

Cette stratégie de correction a été mise à profit pour étudier un moteur thermoacoustique quart d'onde durant le transitoire d'allumage des auto-oscillations avec un forçage du champ acoustique au moyen d'un haut-parleur. La présence significative d'effets de bords (entropique et/ou aérodynamique) à proximité du stack lors du déclenchement de l'onde a été mise en évidence, et nous avons montré que la présence d'un gradient de température axial joue un rôle important dans la nature des signaux observés. Le modèle non-linéaire proposé réussit

à reproduire qualitativement et quantitativement les résultats expérimentaux obtenus pour différents niveaux de pression acoustique, différentes positions de stack et différentes amplitudes de masse volumique et de température. Ces résultats confirment donc que l'extrémité du stack est une source importante de non-linéarité, que les oscillations de température d'amplitude élevée sont considérablement distordues, de sorte que des harmoniques supérieurs et une composante moyenne sont générées localement avec une grande amplitude. Ce dernier résultat est important en pratique, car il met en évidence que ces effets de bords doivent être pris en compte pour une meilleure description du flux de chaleur entre le stack et les échangeurs de chaleur. Par ailleurs, étant donné que le modèle non-linéaire proposé reproduit relativement bien les résultats expérimentaux, il pourrait être pertinent de chercher à utiliser cette description simplifiée des effets de bords pour l'inclure dans les modèles existants décrivant une machine thermoacoustique complète sur la base de la théorie de Rott. En particulier, il serait d'intéressant d'inclure cet effet dans la description de la dynamique de déclenchement de moteurs simples [63], comme celui étudié ici.

Des études préliminaires ont également été menées dans le cadre de cette thèse sur l'utilisation potentielle de l'interférométrie holographique pour la caractérisation des couches limites acoustiques, et pour la mesure des fluctuations de chaleur au sein d'une flamme placée dans un résonateur. Malheureusement, faute de temps, ces études n'ont pas pu être menées à leur terme, et les résultats obtenus ne permettent pas de conclure formellement quant à l'intérêt potentiel de cette technique de mesure. Concernant les mesures réalisées en incidence rasante au dessus d'une plaque, nous n'avons pas pu identifier clairement les raisons qui expliquent la faible qualité de nos mesures : il est probable que plusieurs paramètres jouent un rôle significatif dans la difficulté à accéder à des résultats convaincants, parmi lesquels la vibration du système à caractériser, le défaut de planéité du faisceau optique ou encore la grande difficulté à faire en sorte que ce faisceau soit parfaitement affleurant à la plaque. Il serait cependant intéressant de poursuivre ces travaux, car une mesure couronnée de succès pourrait permettre d'envisager l'étude par holographie des flux de chaleur en bord de plaque (ou d'un empilement de plaque), avec ou sans gradient de température. Concernant les mesures réalisées au sein d'une flamme, les résultats obtenus, bien qu'encourageants, ne permettent pas non plus de porter de conclusion formelle sur l'intérêt de l'interférométrie holographique. En effet, si la présence d'une instabilité harmonique noyée dans un bruit de combustion a clairement été mise en évidence par notre technique de mesure, le système rudimentaire et peu contrôlable utilisé ne permet pas d'aller plus loin dans l'analyse des résultats obtenus. Ainsi, il serait donc intéressant de poursuivre ces travaux, ce qui supposerait probablement en premier lieu de mettre au point un dispositif expérimental parfaitement contrôlé (à l'instar de dispositifs réalisés dans certains laboratoire spécialistes du sujet).

En conclusion, ces travaux ont donc permis de mettre en lumière l'intérêt de l'interférométrie

holographique pour l'analyse de phénomènes acoustiques, et de montrer en particulier que cette technique de mesure peut apporter une information précieuse pour l'analyse de phénomènes thermoacoustiques complexes.





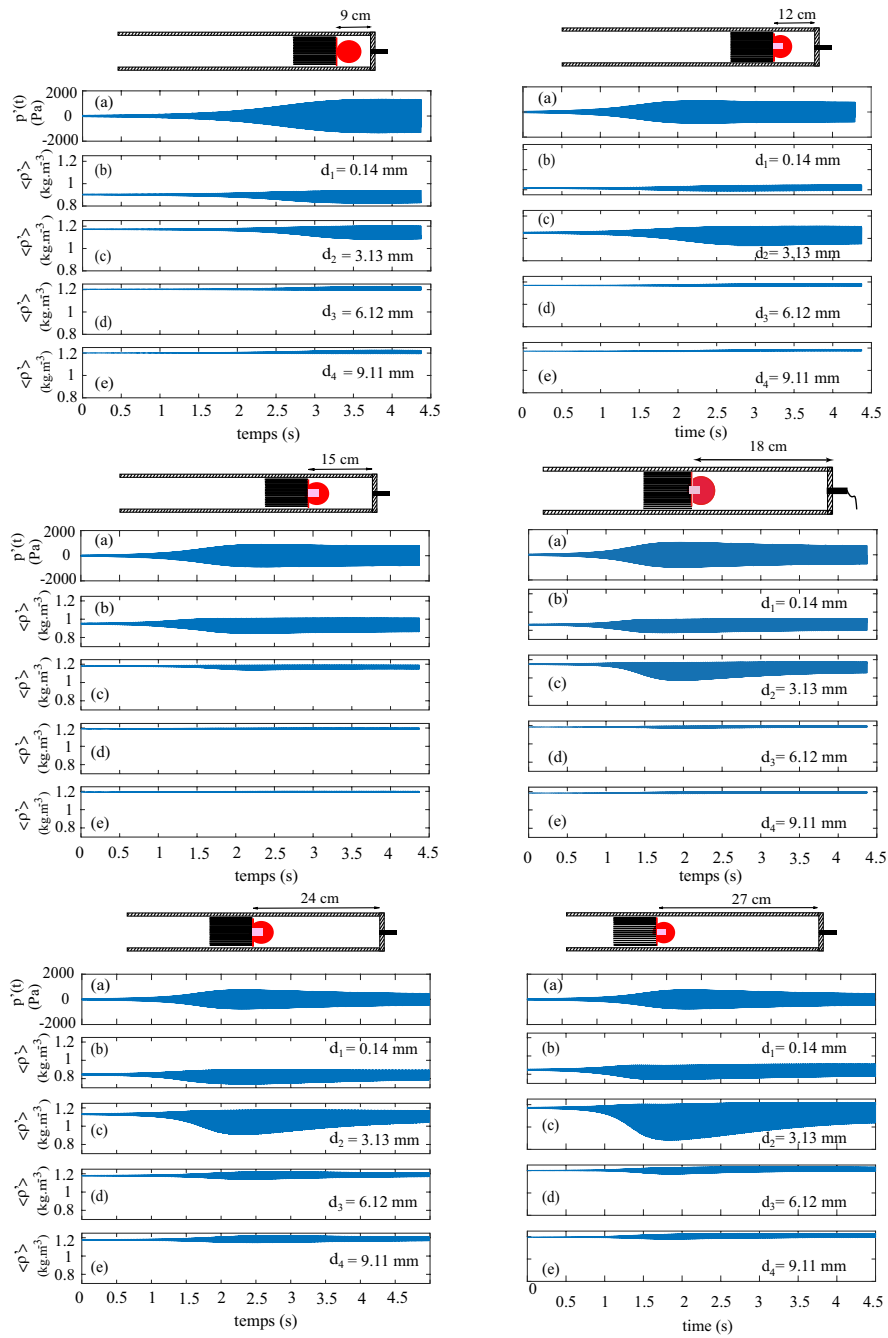
## Annexe A

### Résultats expérimentaux complémentaires

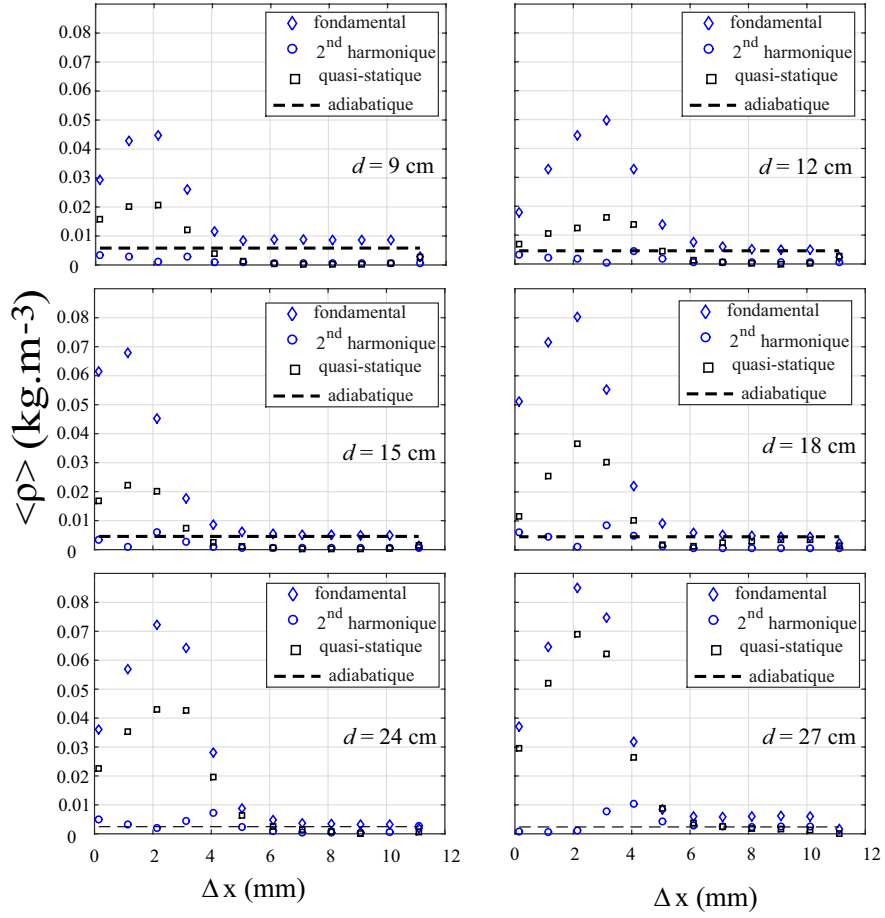
Cette partie présente quelques résultats expérimentaux complémentaires qui concernent les mesures effectuées sur le moteur thermoacoustique en régime transitoire pour différentes positions du stack dans le tube, la distance entre le stack et la paroi rigide pouvant prendre les valeurs suivantes :  $d = 9, 12, 15, 18, 24,$  et  $27$  cm. La puissance de chauffage est fixée à  $Q_{in} = 23,25$  W pour les mesures menées aux positions de stack  $d = 9 - 24$  cm. Une puissance de chauffage  $Q_{in} = 29,24$  W est appliquée pour la position la plus éloignée de la paroi rigide,  $d = 27$  cm.

La Fig. A.1 représente la pression et la fluctuation de masse volumique en fonction du temps à l'extrémité chaude du stack (comme pour les résultats présentés au Chapitre II) pour 6 positions différentes du stack. La Fig. A.2 montre quant à elle les distributions spatiales associées (i.e. pour chaque position) des composantes fondamentale, harmonique et quasi-statique des fluctuations de masse volumique.

Les amplitudes des signaux de pression acoustique diffèrent d'une mesure à l'autre puisqu'elles sont contrôlées par l'amplification et la saturation des auto-oscillations, processus qui dépendent de la position du stack. Les signaux de pression acoustiques mesurées en régime stationnaire ont pour valeur respective :  $P_{mic} \approx 1200$  Pa pour  $d = 9$  cm,  $P_{mic} \approx 800$  Pa pour  $d = 12, 15$  et  $18$  cm,  $P_{mic} \approx 500$  Pa pour  $24$  et  $27$  cm.



**Fig. A.1.** (a)- Pression mesurée par le microphone. (b-e)- Masse volumique ( $\langle \rho \rangle = \langle \rho_m \rangle + \langle \rho' \rangle$ ) mesurée par holographie. La distance  $d$  entre le stack et la paroi rigide varie de  $d=9$  à  $27$  cm.



**Fig. A.2.** Amplitudes du fondamental ( $\diamond$ ), du deuxième harmonique ( $\square$ ), et de la composante quasi-statique ( $\circ$ ) des fluctuations de masse volumique ( $\langle \rho' \rangle = \langle \rho \rangle - \langle \rho_0 \rangle$ ) en fonction de la distance  $x$  relativement au côté chaud du stack. La ligne noire horizontale en pointillés correspond à l'amplitude adiabatique de la fluctuation de densité estimée à partir de l'amplitude maximale de la pression mesurée par le microphone. La distance  $d$  entre le stack et la paroi rigide est fixée à 9 - 27 cm.



## Annexe B

# Description du système pour la mesure de couches limites

### B.1 Partie électroacoustique, champ de pression et de vitesse imposés par les haut-parleurs

Le système de la figure IV.2 peut être décrit en faisant usage des analogies électroacoustiques. La connaissance précise des paramètres électriques et mécaniques des haut-parleurs ainsi que des dimensions permet de calculer les champ de pression et de débit acoustique à l'intérieur de la cavité, en fonction des tensions imposées à chaque haut-parleur. Cette description électroacoustique du système est présentée dans la suite de ce paragraphe.

Un modèle électroacoustique complet du système de la figure IV.2 (en l'absence de plaque) est présenté sur la figure B.1. Comme l'illustre cette figure, le champ acoustique dans le tube (et en particulier au niveau du microphone) sous l'effet d'une tension électrique imposée au bornes de chacun des haut-parleurs peut être déduit en appliquant le principe de superposition, ce qui suppose d'une part que les haut-parleurs ont un comportement linéaire, et ce qui suppose également de connaître leurs paramètres électroacoustiques. Quelques remarques doivent être formulées sur ce modèle :

- ★ Le rayonnement par l'arrière de chaque haut-parleur est ici négligé,
- ★ les quadripôles  $Q$  décrivent la propagation acoustique sur une demi-longueur de tuyau, en ne considérant pas les pertes et en négligeant l'effet de la présence de la plaque. Chacun des quadripôles est alors décrit par sa matrice de transfert

$$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\omega L}{2c_0}\right) & -i\frac{\rho_0 c_0}{\pi R^2} \sin\left(\frac{\omega L}{2c_0}\right) \\ -i\frac{\pi R^2}{\rho_0 c_0} \sin\left(\frac{\omega L}{2c_0}\right) & \cos\left(\frac{\omega L}{2c_0}\right) \end{pmatrix}$$

où  $R$  représente le rayon interne du tuyau en plexiglass et  $L$  représente sa longueur.

- ★ Les impédances  $Z$  (essentiellement des compliances) représentent l'effet du volume de couplage entre la membrane de chaque haut-parleur et le tube cylindrique. Il est difficile de calculer précisément ces deux impédances  $Z$  (supposées identiques) sur la

|         | HP1                             | HP2                             |
|---------|---------------------------------|---------------------------------|
| $R_e$   | $9,4\Omega$                     | $9,4\Omega$                     |
| $L_e$   | $0,6mH$                         | $0,6mH$                         |
| $B\ell$ | $13,14T.m$                      | $13,07T.m$                      |
| $S_d$   | $1,58 \times 10^{-2}m^2$        | $1,58 \times 10^{-2}m^2$        |
| $R_m$   | $4,5kg.s^{-1}$                  | $4,6kg.s^{-1}$                  |
| $M_m$   | $31,3 \cdot 10^{-3}kg$          | $32,6 \cdot 10^{-3}kg$          |
| $C_m$   | $1,35 \cdot 10^{-4}kg^{-1}.s^2$ | $1,20 \cdot 10^{-4}kg^{-1}.s^2$ |

TABLE B.1 – Paramètres électroacoustiques des deux haut-parleurs.

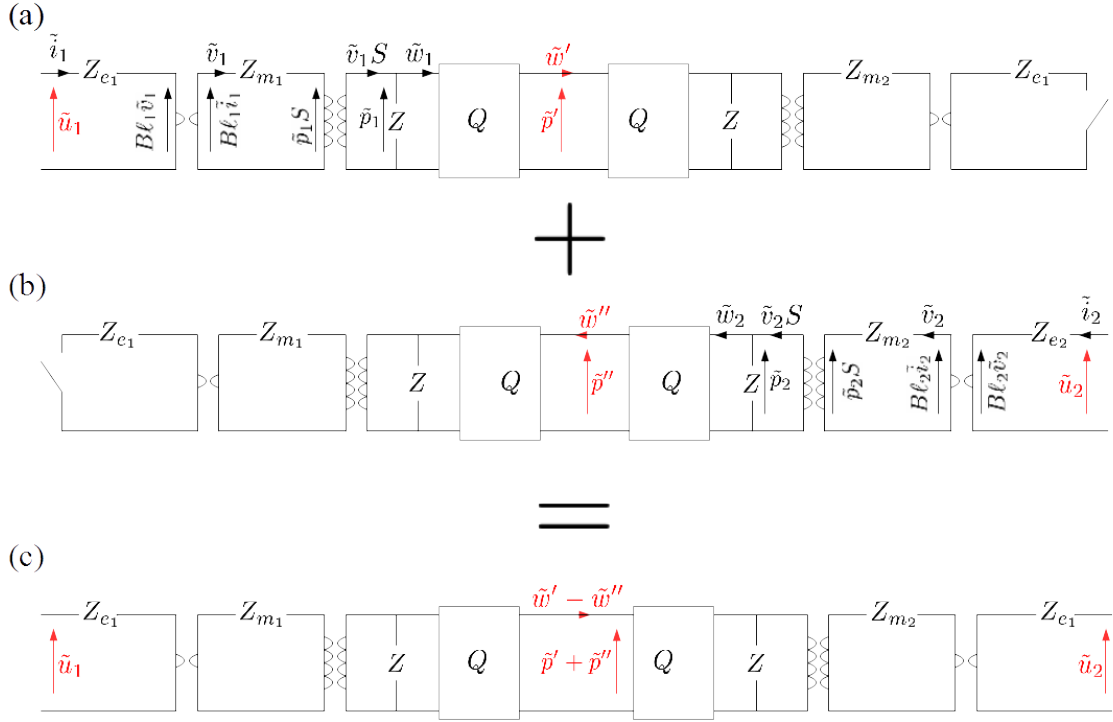
base des dimensions du haut-parleur. L'approche privilégiée ici consiste à déduire la valeur de ces impédances sur la base d'une mesure, comme décrit ci-après.

### B.1.1 Caractérisation des haut-parleurs

Un haut-parleur électrodynamique à bobine mobile peut-être caractérisé par un jeu de 7 paramètres, à savoir sa surface émissive  $S_d$ , son facteur de force  $B\ell$ , la résistance  $R_e$  et l'inductance  $L_e$  de la bobine, ainsi que la résistance  $R_m$ , la masse  $M_m$  et la compliance mécanique  $C_m$  de son équipage mobile. Ces paramètres électroacoustiques peuvent être obtenus expérimentalement au moyen de techniques classiques basées sur une mesure d'impédance électrique [83]. Les deux haut-parleurs utilisés sur le système de la figure IV.3 sont des haut-parleurs du commerce, dont les paramètres ont été mesurés et sont reportés dans le tableau B.1.

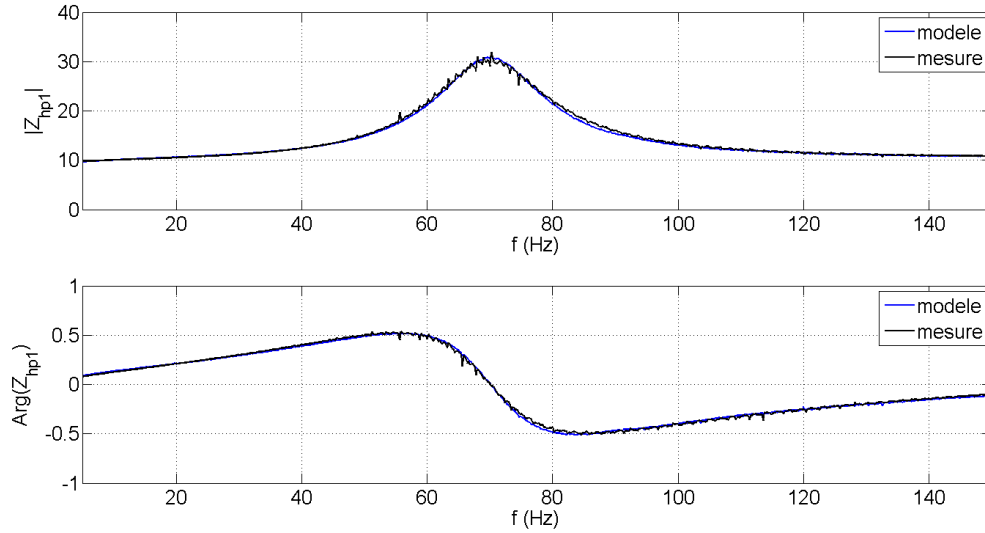
### B.1.2 Détermination des impédances de couplage $Z$

Une fois que les paramètres de chaque haut-parleur ont été déterminés par une mesure d'impédance électrique "à vide" (i.e. sans charge acoustique), les deux haut-parleurs peuvent être montés conformément au système de la figure IV.3, et une mesure d'impédance électrique est alors reproduite. Cette impédance électrique diffère de celle obtenue avec les haut-parleur "à vide", puisque la charge acoustique à l'avant de chaque haut-parleur impacte son impédance motionnelle. Ainsi, dans la mesure où les dimensions du tuyau sont connues, il est donc possible d'accéder indirectement aux impédances acoustique de couplage,  $Z$ , en fonction de la pulsation acoustique, en exprimant ces impédances en fonction des impédances électriques mesurées sur le système de la figure IV.3. Plus précisément, l'impédance de couplage  $Z$  est déterminée à partir d'une mesure de l'impédance électrique du HP numéro 1, monté conformément au système de la figure IV.3, mais en remplaçant le haut-parleur



**Fig. B.1.** Schéma électroacoustique du système pour la mesure des fluctuations de masse volumique dans les couches limites acoustiques. Les quantités  $\tilde{u}$ ,  $\tilde{i}$ ,  $\tilde{v}$ ,  $\tilde{w}$ , et  $\tilde{p}$ , représentent respectivement les amplitudes complexes des oscillations de tension, de courant, de vitesse, de débit acoustique et de pression acoustique. Les impédances  $Z_e = R_e + i\omega L_e$  représentent les impédances électriques de la bobine, et les impédances  $Z_m = R_m + i\omega M_m + 1/(iC_m\omega)$  décrivent le comportement mécanique de l'équipage mobile. Les impédances  $Z$  (essentiellement des compliances) représentent l'effet du volume de couplage entre la membrane de chaque haut-parleur et le tube cylindrique. Enfin, les quadripôles  $Q$  décrivent la propagation acoustique sur une demi-longueur de tuyau. La pression totale vue par le microphone lorsque chaque haut-parleur est alimenté par une tension imposée (resp.  $\tilde{u}_1$  et  $\tilde{u}_2$ ) peut-être déduite du principe de superposition.

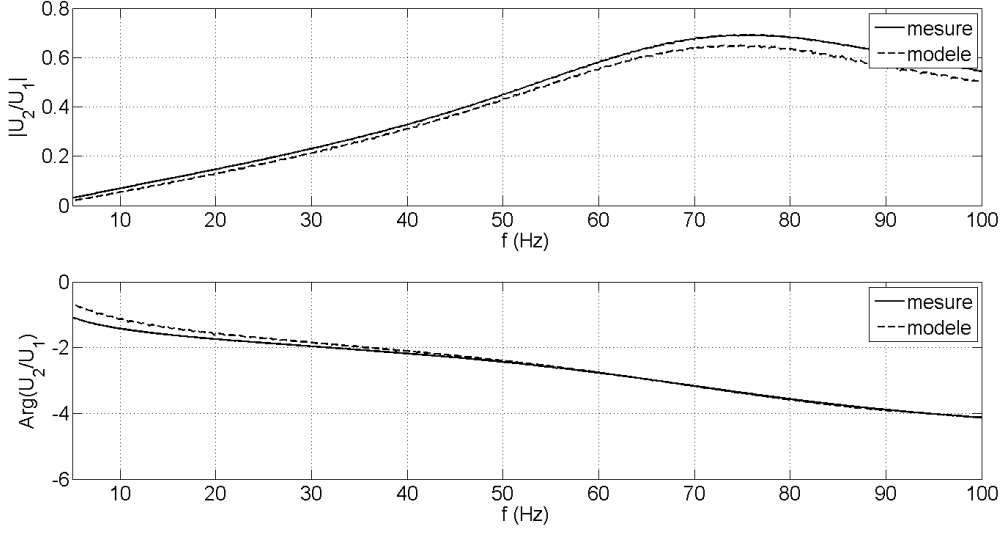




**Fig. B.2.** Impédance électrique du haut-parleur numéro 1, lorsque ce dernier est monté sur le système de la figure IV.2. et que le haut-parleur 2 n'est pas alimenté. La courbe issue du modèle électroacoustique est obtenue après une mesure préalable des paramètres électroacoustiques de chaque haut-parleur, et après une détermination indirecte de l'impédance acoustique de couplage  $Z$  (voir figure B.1) sur la base d'une mesure d'impédance électrique du haut-parleur 1 lorsque le haut-parleur 2 est remplacé par une paroi rigide.

numéro 2 par une paroi rigide. On peut alors valider l'évaluation de l'impédance de couplage  $Z$  en réitérant une mesure d'impédance électrique du haut-parleur numéro 1, après avoir remis en place le haut-parleur numéro 2 sur le système expérimental (et sans alimenter ce haut-parleur). La figure B.2 présente le module et l'argument de l'impédance électrique du haut-parleur numéro 1, lorsque ce dernier est monté sur le système de la figure IV.2 et que le haut-parleur 2 n'est pas alimenté. On présente également sur la figure B.3 le module et la phase de la fonction de transfert  $\frac{\tilde{u}_2}{\tilde{u}_1}$  où  $\tilde{u}_2$  représente respectivement la tension mesurée aux bornes du haut-parleur numéro 2 (en sortie ouverte, il présente donc simplement une charge passive pour le haut-parleur 1) et où  $\tilde{u}_1$  la tension imposée au bornes du haut-parleur numéro 1 (alimenté via un amplificateur audio).

On constate sur les figures B.2 et B.3 que le modèle reproduit assez fidèlement le résultat expérimental, ce qui permet de valider l'estimation préalable de l'impédance de couplage acoustique  $Z$ , et par suite d'envisager l'utilisation du modèle électroacoustique pour estimer des quantités non directement accessible à l'expérience, et plus particulièrement l'amplitude et la phase du débit acoustique dans le tuyau en plexiglass au niveau du microphone. A titre d'exemple, la figure B.4 présente un calcul des ratio  $|\tilde{p}/\tilde{u}_1|$  (où  $\tilde{p}$  représente l'amplitude complexe de pression au niveau du microphone),  $|\tilde{w}/\tilde{u}_1|$  (où  $\tilde{w}$  représente l'amplitude com-



**Fig. B.3.** Module et phase de la fonction de transfert  $\frac{\tilde{u}_2}{\tilde{u}_1}$  où  $\tilde{u}_2$  et  $\tilde{u}_1$  représente respectivement la tension mesuré au borne du haut-parleur numéro 2 (en sortie ouverte) et la tension mesurée aux bornes du haut-parleur numéro 1.

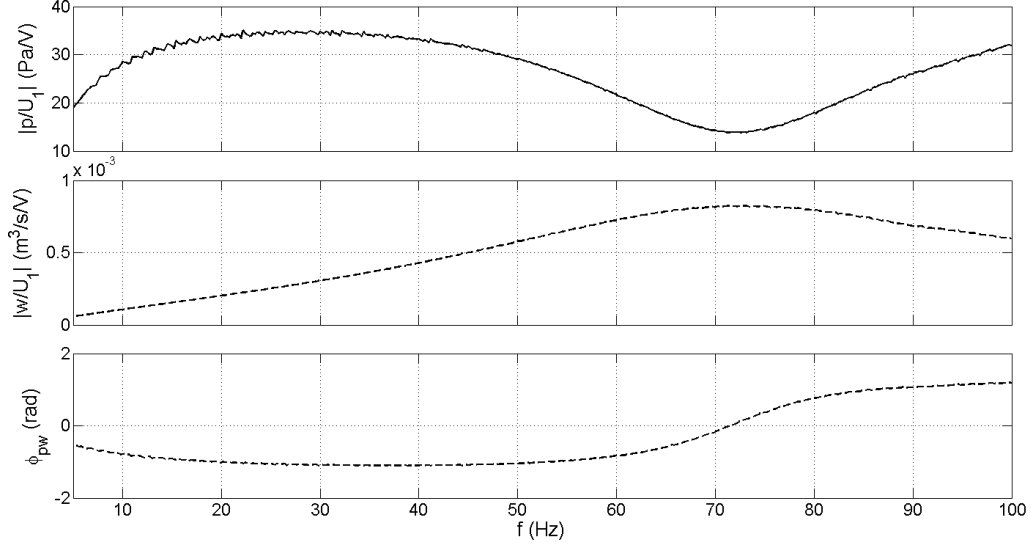
plexe de pression au niveau du microphone) et de la phase entre pression et débit acoustique  $\phi_{pw} = Arg(\tilde{p}/\tilde{w})$  en fonction de la fréquence, lorsque le haut-parleur 2 est en sortie ouverte.

### B.1.3 Calcul du champ acoustique dans le tube en fonction des tensions imposées à chaque haut-parleur

Une fois que tous les paramètres géométriques et électroacoustiques du système sont déterminés, il est donc possible de calculer la pression et le débit acoustique au niveau du microphone de mesure (qui correspond également à l'endroit où le faisceau optique traverse le tube). Pour ce faire, il convient d'utiliser le principe de superposition conformément à la représentation schématique de la figure B.1. Ainsi, si l'on considère que le haut-parleur 1 est soumis à une tension sinusoïdale d'amplitude crête  $U_1 = |\tilde{u}_1|$  et que le haut-parleur 2 est soumis à une tension sinusoïdale de même fréquence et d'amplitude complexe  $\tilde{u}_2 = \alpha_{21}U_1e^{i\varphi_{21}}$  où  $\alpha_{21}$  est un paramètre réel positif et où  $\varphi_{21}$  représente le déphasage entre les tension  $\tilde{u}_2$  et  $\tilde{u}_1$ , alors il est possible d'en déduire la pression acoustique  $\tilde{p}$  et le débit acoustique  $\tilde{w}$  résultants au niveau du microphone<sup>1</sup>, qui s'écrivent respectivement :

$$\begin{aligned}\tilde{p} &= \tilde{p}' + \tilde{p}'' \\ \tilde{w} &= \tilde{w}' - \tilde{w}''\end{aligned}$$

1. étant donnée la gamme de fréquence considérée par la suite, on pourra raisonnablement considérer que le champ acoustique est uniforme sur tout la longueur du tube



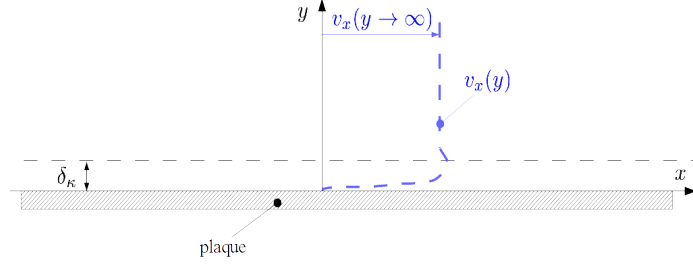
**Fig. B.4.** Module des fonctions de transfert  $|\tilde{p}/\tilde{u}_1|$  (où  $\tilde{p}$  représente l'amplitude complexe de pression au niveau du microphone),  $|\tilde{w}/\tilde{u}_1|$  (où  $\tilde{w}$  représente l'amplitude complexe de pression au niveau du microphone) et de la phase entre pression et débit acoustique  $\phi_{pw} = Arg(\tilde{p}/\tilde{w})$  en fonction de la fréquence, lorsque le haut-parleur 2 est en sortie ouverte.

où les pressions et débit complexes  $\tilde{p}'$ ,  $\tilde{w}'$ ,  $\tilde{p}''$ ,  $\tilde{w}''$  sont calculés séparément sur la base des modèles électroacoustiques des figures B.1(b) et (c). En réalité, cette démarche présente surtout un intérêt pour estimer la vitesse acoustique et la relation de phase entre vitesse et pression acoustique dans le tuyau, car la pression acoustique peut quand à elle être directement mesurée à l'aide du microphone monté affleurant dans le tuyau (voir figure IV.3).

Le paragraphe qui suit rappelle les équations issues de la théorie linéaire de la thermoacoustique permettant d'accéder aux fluctuations de vitesse, de masse volumique et de température à proximité d'une plaque, en présence ou non d'un gradient de température le long de la plaque. Les expressions résultantes du flux de chaleur thermoacoustique et de la densité de puissance acoustique produite ou consommée par effet thermoacoustique dans les couches limites sont également rappelées. Le géométrie du problème considéré est celle présentée à la figure B.5. La pression et la vitesse acoustique loin de la plaque sont supposées connues et imposées (comme cela est le cas dans notre dispositif expérimental).

## B.2 Partie thermoacoustique, champ à proximité de la plaque

Comme mentionné au paragraphe précédent, le système de la figure IV.2 permet donc de contrôler les amplitudes de pression et de débit acoustique à l'intérieur du tube. Pour un réglage donné, il est par ailleurs possible de connaître la pression et le débit acoustique



**Fig. B.5.** Géométrie du problème considéré.

au droit de la plaque, par la mesure conjointe de la pression acoustique (via le microphone) et des tensions et courant fournis à chaque haut-parleur. Par suite, il est donc possible de connaître (et de contrôler) également l'amplitude et la phase (relativement à la pression) de la vitesse acoustique axiale loin de plaque : cette vitesse notée  $\tilde{v}_x(y \rightarrow \infty) = \tilde{v}_\infty$  (voir la Figure B.5) est simplement déduite du débit acoustique via la relation  $\tilde{v}_\infty = \tilde{w}/(\pi R^2)$  où  $R$  désigne le rayon interne du tuyau en plexiglass. Le paragraphe qui suit rappelle les équations issues de la théorie linéaire de la thermoacoustique permettant d'accéder aux fluctuations de vitesse, de masse volumique et de température à proximité d'une plaque, en présence ou non d'un gradient de température le long de la plaque. Les expressions résultantes du flux de chaleur thermoacoustique et de la densité de puissance acoustique produite ou consommée par effet thermoacoustique dans les couches limites sont également rappelées. Le géométrie du problème considéré est celle présentée à la figure B.5. La pression et la vitesse acoustique loin de la plaque sont supposées connues et imposées (comme cela est le cas dans notre dispositif expérimental).

Supposons que l'excitation soit harmonique et que la pression acoustique  $p(x_0, t)$  à une position  $x_0$  donnée le long de la plaque soit connue, et mesurée par un microphone placé au droit de la plaque :

$$p(x_0, t) = p_\mu \cos(\omega t) = \Re [p_\mu e^{i\omega t}]. \quad (\text{B.1})$$

L'amplitude crête de la vitesse acoustique axiale loin de la plaque, notée  $v_\infty = |\tilde{v}_\infty|$  est également supposée connue, de même que son déphasage, noté  $\varphi$ , par rapport aux oscillations de pression :

$$v_x(x_0, y \rightarrow \infty, t) = v_\infty \cos(\omega t + \varphi) = \Re [\tilde{v}_\infty e^{i\omega t}] \quad (\text{B.2})$$

avec  $\tilde{v}_\infty = v_\infty e^{i\varphi}$ .

### B.2.1 Champ à proximité de la plaque pour un champ de température moyen uniforme

La théorie linéaire de la thermoacoustique nous permet de calculer la distribution de l'amplitude de la vitesse acoustique axiale à proximité de la plaque qui s'écrit comme suit [84] :

$$\tilde{v}_x(x_0, y) = \tilde{v}_\infty [1 - F_\nu(y)]. \quad (\text{B.3})$$

avec

$$F_\nu(y) = e^{-\frac{1+i}{\delta_\nu} y} \quad (\text{B.4})$$

Il est également possible d'exprimer la distribution suivant la variable  $y$  de l'amplitude complexe des oscillations de température qui s'écrit

$$\tilde{\tau}(x_0, y) = \frac{p_\mu}{\rho_0 C_p} [1 - F_\kappa(y)] \quad (\text{B.5})$$

avec

$$F_\kappa(y) = e^{-\frac{1+i}{\delta_\kappa} y} \quad (\text{B.6})$$

Les fluctuations de masse volumique se déduisent directement des dernières relations en faisant usage de l'équation d'état linéarisée

$$\tilde{\rho}'(x_0, y) = \frac{\rho_0 p_\mu}{P_0} - \frac{\rho_0 \tilde{\tau}(x_0, y)}{T_0} \quad (\text{B.7})$$

$$= \frac{1 + (\gamma - 1)F_\kappa(y)}{c_0^2} p_\mu \quad (\text{B.8})$$

de même que les fluctuations d'entropie massique, qui s'écrivent

$$\tilde{s}(x_0, y) = \frac{C_p}{T_0} \tilde{\tau}(x_0, y) - \frac{1}{\rho_0 T_0} p_\mu. \quad (\text{B.9})$$

$$= -\frac{F_\kappa(y)}{\rho_0 T_0} p_\mu \quad (\text{B.10})$$

Connaissant l'expression des fluctuations acoustiques à proximité de la plaque, on peut alors en déduire d'une part la puissance dissipée (en moyenne sur un cycle acoustique) par unité de volume, qui s'exprime comme le gradient axial de l'intensité acoustique :

$$\mathbf{w}_2(x_0, y) = \partial_x \overline{[p(x_0, t)v_x(x_0, y, t)]}, \quad (\text{B.11})$$

ainsi que le flux de chaleur advectif (pompage de chaleur thermoacoustique), qui s'écrit

$$\mathbf{q}_2(x_0, y) = \rho_0 T_0 \overline{[s(x_0, y, t)v_x(x_0, y, t)]}. \quad (\text{B.12})$$

où l'indice "2" signifie qu'il s'agit là de quantités du second ordre (produit de 2 variables acoustiques) et où  $\overline{(\dots)}$  représente une moyenne sur un cycle acoustique. On peut alors chercher à exprimer  $\mathbf{w}_2$  et  $\mathbf{q}_2$  en fonction des quantités mesurables dans le dispositif expérimental,

à savoir l'amplitude crête de pression acoustique  $p_\mu$  et de vitesse acoustique loin de la plaque  $v_\infty$ , la phase  $\varphi$  entre les oscillations de pression et de vitesse, et la distribution spatiale de masse volumique  $\tilde{\rho}'(x_0, y, t)$ .

Ainsi, remarquant que  $d_t \rho' = -\rho_0 \partial_x v_x$ , la puissance dissipée par unité de volume peut également s'écrire :

$$\begin{aligned} \mathfrak{w}_2 &= \overline{p \partial_x v_x} + \overline{v_x \partial_x p}, \\ &= -\frac{p}{\rho_0} \frac{d\rho'}{dt} + \overline{v_x \partial_x p} \end{aligned}$$

Compte-tenu par ailleurs que  $\overline{f(t)g(t)} = (1/2)\Re(\tilde{f}\tilde{g}^*)$ , que  $d_t \rho' = \partial_t \rho' + v_x \partial_x \rho_0 = \partial_t \rho'$ , et que

$$\partial_x \tilde{p} = -i\omega\rho_0 \frac{\tilde{v}_x}{1 - F_\nu(y)},$$

la puissance par unité de volume  $\mathfrak{w}_2$  peut alors s'écrire sous la forme de pertes thermiques  $\mathfrak{w}_\kappa$  et visqueuses  $\mathfrak{w}_\nu$  comme suit :

$$\begin{aligned} \mathfrak{w}_2 &= \frac{\omega p_\mu^2 (\gamma - 1)}{2\rho_0 c_0^2} \Im[F_\kappa] + \frac{\omega\rho_0 v_\infty^2}{2} \Im[F_\nu(y)] \\ &= \mathfrak{w}_\kappa + \mathfrak{w}_\nu, \end{aligned}$$

Le premier terme, qui met en jeu la fonction de couplage  $F_\kappa$  représente les pertes thermiques à proximités de la paroi, tandis que le second terme représente les pertes visqueuses. Ainsi, une première conclusion à tirer est que si un champ acoustique est entretenu dans le tuyau cylindrique, et que l'on mesure la pression acoustique  $p(x_0, t) = p_\mu \cos(\omega t)$  ainsi que la masse volumique  $\rho'(x_0, y, t) = \Re[\tilde{\rho}'(x_0, y)e^{i\omega t}]$ , alors on accède directement à une mesure de la puissance dissipée localement par unité de volume  $\mathfrak{w}_\kappa(x_0, y) = -\overline{p(x_0, t)\partial_t \rho'(x_0, y, t)}/\rho_0$  du fait de l'irréversibilité des transfert de chaleur dans les couches limites thermiques. Plus précisément, c'est à une densité de puissance  $\langle \mathfrak{w}_\kappa \rangle$  moyenne sur la ligne de visée que l'on accède expérimentalement par la technique de mesure envisagée ici. Une mesure directe des pertes visqueuses  $\mathfrak{w}_\nu$  supposerait quant à elle de mesurer<sup>2</sup> directement la distribution du champ de vitesse  $v_x(x_0, y, t)$  à proximité de la paroi (par exemple par Anémométrie Laser Doppler). Le même type de démarche peut être utilisé pour exprimer le flux de chaleur thermoacoustique  $\mathfrak{q}_2$  en fonction des variables mesurables, ce qui mène à

$$\mathfrak{q}_2(x_0, y) = \rho_0 T_0 \frac{C_v}{P_0} \overline{p_\mu \cos(\omega t) v_x(x_0, y, t)} - T_0 C_p \overline{\rho'(x_0, y, t) v_x(x_0, y, t)} \quad (\text{B.13})$$

### B.2.2 Champ à proximité de la plaque pour un champ de température moyen inhomogène

Les équations ci-dessus restent valides tant que le milieu considéré est homogène. Cependant, les champs de température et de masse volumique moyens peuvent être inhomogènes, et ce dans les deux cas de figure qui suivent

2. à défaut, on peut estimer  $v_\infty$  à l'aide du modèle électroacoustique...

- ★ Si le champ acoustique entretenu est de fort niveau, alors le flux de chaleur thermoacoustique généré par l'onde devient suffisamment important pour impacter significativement le champ de température le long de la plaque (et par suite le champ acoustique lui-même)
- ★ Si un champ de température moyen est imposé le long de la plaque à l'aide d'un dispositif chauffant (par exemple pour mettre en évidence un effet d'amplification thermoacoustique dans les couches limites), alors il convient là aussi de prendre en compte la présence de ce champ de température dans les équations du mouvement.

On reprend donc ici les équations constitutives du mouvement en supposant qu'il existe un champ de température inhomogène  $T_0(x, y)$  au dessus de la plaque. Notons que cette inhomogénéité du champ de température moyen génère une inhomogénéité de masse volumique moyenne  $\rho_0(x, y)$ , accessible via l'équation des gaz parfaits en formulant l'hypothèse que la pression statique reste constante, ou bien simplement en y accédant via la mesure par interférométrie holographique. De plus, la viscosité dynamique et la conductivité thermique du fluide sont elles aussi supposées dépendre des variables  $x$  et  $y$  du fait qu'elles dépendent de la température.

Dans la mesure où le champ acoustique imposé est une onde plane de pression, il est pertinent de ré-écrire les équations du mouvement en zone proche paroi dans le cadre de l'approximation couche limite ( $\partial_y \gg \partial_x$ ,  $v_y \ll v_x$ ). L'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\partial_t \rho' + \partial_x(\rho_0 v_x) + \partial_y(\rho_0 v_y) = 0. \quad (\text{B.14})$$

La composante suivant  $x$  de l'équation de Navier-Stokes s'écrit :

$$\rho_0 \partial_t v_x = -\partial_x p + \partial_y(\mu_0 \partial_y v_x). \quad (\text{B.15})$$

L'équation de conservation de l'énergie s'écrit :

$$\rho_0 C_p (\partial_t \tau + v_x \partial_x T_0) = \partial_t p + \partial_y(\lambda_0 \partial_y \tau). \quad (\text{B.16})$$

Si l'on suppose à présent, *hypothèse qu'il conviendra de valider par l'expérience*, que l'inhomogénéité du champ de température reste localisée à proximité de la paroi, alors en supposant que le champ de température loin de la paroi est homogène à la température  $T_\infty$ , on peut maintenir l'hypothèse que la présence de la paroi et d'un champ de température localement inhomogène n'impacte que faiblement l'amplitude de pression mesurée par le microphone et le débit acoustique qui traverse le tube (accessible indirectement par la mesure des tensions imposées à chaque haut-parleur). En revanche, la présence d'un champ de température inhomogène près de la plaque nous amène à ré-exprimer les fluctuations de température de masse volumique et de vitesse acoustique axiale, desquelles on peut alors déduire le travail produit

ou consommé par effet thermoacoustique ainsi que le flux de chaleur thermoacoustique. Par exemple, si l'on ré-exprime la composante suivant  $x$  de l'équation de Navier-Stokes dans le domaine fréquentiel, il est possible d'exprimer l'amplitude complexe de la vitesse acoustique axiale  $\tilde{v}_x(x_0, y)$  à la position  $x_0$ , en fonction de gradient de pression acoustique local  $\partial_x \tilde{p}|_{x=x_0}$ , vitesse axiale qui sera solution de l'équation différentielle

$$\partial_{yy}^2 \tilde{v}_x + \frac{\partial_y \mu_0}{\mu_0} \partial_y \tilde{v}_x - \frac{i\omega \rho_0}{\mu_0} \tilde{v}_x = \frac{\partial_x \tilde{p}}{\rho_0} \quad (\text{B.17})$$

où les coefficients  $\partial_y \mu_0 / \mu_0$  et  $i\omega \rho_0 / \mu_0$  peuvent s'exprimer en fonction de la température statique  $T_0$  éventuellement accessible à la mesure<sup>3</sup>. Néanmoins, nous ne chercherons pas ici à développer plus loin ces calculs, de même qu'on ne cherchera pas non plus à préciser les solutions pour les fluctuations de masse volumique et de température. En revanche, on peut rappeler qu'en présence d'un champ de température inhomogène le long de la plaque, et en particulier en présence d'un gradient de température axial  $\partial_x T_0$  suffisamment élevé, il est possible d'obtenir une amplification thermoacoustique. L'intérêt du système expérimental utilisé ici est que cette éventuelle amplification thermoacoustique est directement accessible à la mesure. En effet, si l'amplitude de pression acoustique  $p(x_0, t) = p_\mu \cos(\omega t)$  est connue, et que les fluctuations de masse volumique  $\rho'(x_0, y, t) = A_\rho(x_0, y) \cos[\omega t + \phi_\rho(x_0, y)]$  sont mesurées en fonction de la distance  $y$  à la plaque, alors la fonction

$$\mathfrak{w}(x_0, y) = - \overline{\left( \frac{p}{\rho_0} \frac{d\rho'}{dt} \right)} \quad (\text{B.18})$$

représente la puissance acoustique consommée ou éventuellement produite par effet thermoacoustique dans les couches limites thermique. Nous avons vu qu'en l'absence d'un champ de température moyen,  $\mathfrak{w}(x_0, y)$  est négatif et correspond aux pertes  $\mathfrak{w}_\kappa(x_0, y)$  liées à l'irréversibilité des transferts de chaleur, mais la présence d'un gradient de température axial peut donner lieu à une variation de  $\mathfrak{w}(x_0, y)$  voire même un changement de signe signifiant que l'amplification thermoacoustique surpasse les seules pertes thermiques. Ainsi, la mesure des fluctuations de masse volumique à proximité d'une plaque soumise à un gradient de température axial peut permettre de mettre directement en évidence le processus d'amplification thermoacoustique. Le problème, néanmoins, est que  $\partial_t \rho' = \partial_t \rho' + v_x \partial_x \rho_0$ , de sorte qu'il est également nécessaire de connaître les fluctuations de vitesse acoustique axiale  $v_x(x_0, y, t) = A_v(x_0, y) \cos[\omega t + \phi_v(x_0, y)]$ , pour en déduire finalement que

$$\mathfrak{w}(x_0, y) = \frac{\omega p_\mu A_\rho(x_0, y)}{2\rho_0(x_0, y)} \sin \phi_\rho(x_0, y) - \frac{p_\mu A_v(x_0, y)}{2\rho_0(x_0, y)} \cos \phi_v(x_0, y) \left. \frac{\partial \rho_0}{\partial x} \right|_{x=x_0, y}. \quad (\text{B.19})$$

En conclusion, si un champ de température est imposé le long de la plaque (ou bien généré par effet thermoacoustique), et que l'on mesure simultanément la pression acoustique ainsi que la

3. la loi empirique  $\mu(T) = \mu_\infty (T/T_\infty)^\beta$  avec  $\beta \approx 0,7$  est régulièrement employée en thermoacoustique, ce qui mènerait à  $\partial_y \mu_0 / \mu_0 = \beta \partial_y T_0|_{x_0, y} / T_0(x_0, y)$  et à  $\rho_0 / \mu_0 = \rho_\infty / \mu_\infty / [T_0(x_0, y) / T_\infty]^{1+\beta}$ .



distribution spatiale de masse volumique (moyenne  $\rho_0(x, y)$  et fluctuante  $\rho'(x, y, t)$ ) alors il est possible d'accéder à la puissance  $\mathfrak{w}(x_0, y)$  produite ou consommée par unité de volume, sous réserve cependant d'accéder également aux fluctuations de vitesse acoustique à proximité de la plaque en résolvant l'équation (B.17) dont les coefficients dépendent du champ de température local (et sont accessibles expérimentalement via la mesure de  $\rho_0$ ). Le même type de conclusion pourrait être tiré concernant la mesure du flux de chaleur thermoacoustique  $\mathfrak{q}_2$ , qui supposerait également de mesurer conjointement la vitesse axiale, la pression acoustique et la masse volumique (moyenne et fluctuante).

# Bibliographie

- [1] J.C. Valière. *Acoustic particle velocity measurements using lasers*, volume 3. Wiley Online Library, 2014.
- [2] M. Raffel, C. E. Willert, F. Scarano, C. J. Kähler, S. T. Wereley, and J. Kompenhans. *Particle image velocimetry : a practical guide*. Springer, 2018.
- [3] J. B. Loureiro and S. Freire. Comparative study of hot/cold wire anemometer data reduction. In *Proceedings of COBEM*, pages 1–8, 2003.
- [4] Y. Nagano and T. Tsuji. Recent developments in hot-and cold-wire techniques for measurements in turbulent shear flows near walls. In *Engineering Turbulence Modelling and Experiments*, pages 347–361. Elsevier, 1993.
- [5] M.D. Kelleher. *Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics, and Thermodynamics, 1993 : Proceedings of the Third World Conference on Experimental Heat Transfer, Fluid Mechanics, and Thermodynamics, Honolulu, Hawaii, USA, 31 October-5 November, 1993*. Elsevier Publishing Company, 1993.
- [6] W. Merzkirch. *Flow visualization*. Elsevier, 2012.
- [7] W. Hauf and U. Grigull. Optical methods in heat transfer. In *Advances in heat transfer*, volume 6, pages 133–366. Elsevier, 1970.
- [8] P. Smigielski, A. Hirth, and C. Thery. The application of holography to sonic boom investigations. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, (6) :751–756, 1972.
- [9] P. Smigielski. *Holographie Industrielle*. Editions Cépadues, 1994.
- [10] M. Wetzel and C. Herman. Accurate measurement of high-speed, unsteady temperature fields by holographic interferometry in the presence of periodic pressure variations. *Measurement Science and Technology*, 9(6) :939, 1998.
- [11] M. Wetzel and C. Herman. Experimental study of thermoacoustic effects on a single plate part i : Temperature fields. *Heat and Mass Transfer*, 36(1) :7–20, 2000.
- [12] M. Wetzel and C. Herman. Experimental study of thermoacoustic effects on a single plate part ii : Heat transfer. *Heat and mass transfer*, 35(6) :433–441, 1999.

- [13] U. Schnars and W. Jüptner. Direct recording of holograms by a ccd target and numerical reconstruction. *Applied optics*, 33(2) :179–181, 1994.
- [14] P. Picart and J.C. Li. *Digital Holography*. Editions ISTE-Wiley, 2012.
- [15] P. Picart. *New techniques in digital holography*. John Wiley & Sons, 2015.
- [16] L. Onural and M. T. Özgen. Extraction of three-dimensional object-location information directly from in-line holograms using wigner analysis. *JOSA A*, 9(2) :252–260, 1992.
- [17] S. Coëtmellec, D. Lebrun, and C. Özkul. Application of the two-dimensional fractional-order fourier transformation to particle field digital holography. *JOSA A*, 19(8) :1537–1546, 2002.
- [18] L. Denis, C. Fournier, T Fournel, C. Ducottet, and D. Jeulin. Direct extraction of the mean particle size from a digital hologram. *Applied Optics*, 45(5) :944–952, 2006.
- [19] J.M. Desse, P. Picart, and P. Tankam. Digital three-color holographic interferometry for flow analysis. *Optics express*, 16(8) :5471–5480, 2008.
- [20] J.M. Desse and P. Picart. Quasi-common path three-wavelength holographic interferometer based on wollaston prisms. *Optics and Lasers in Engineering*, 68 :188–193, 2015.
- [21] J.M. Desse, P. Picart, and F. Olchewsky. Quantitative phase imaging in flows with high resolution holographic diffraction grating. *Optics express*, 23(18) :23726–23737, 2015.
- [22] M. Leclercq. Développements théoriques et expérimentaux en holographie numérique-applications aux milieux granulaires et à la thermo-acoustique. *Thèse de Doctorat en Acoustique*, Université du Maine, 2014.
- [23] S. Grilli, P. Ferraro, S. De Nicola, A. Finizio, G. Pierattini, and R. Meucci. Whole optical wavefields reconstruction by digital holography. *Optics Express*, 9(6) :294–302, 2001.
- [24] [https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup\\_id=2970](https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=2970).
- [25] E. Cuhe, F. Bevilacqua, and C. Depeursinge. Digital holography for quantitative phase-contrast imaging. *Optics letters*, 24(5) :291–293, 1999.
- [26] M. Takeda, H. Ina, and S. Kobayashi. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *J. Opt. Soc. Am*, 72 :156–160, 1982.
- [27] P. Tankam. Méthodes d’holographie numérique couleur pour la métrologie sans contact en acoustique et mécanique. *Thèse de Doctorat en Acoustique*, Université du Maine, 2010.
- [28] W.T. Welford. *Aberrations of optical systems*. Routledge, 2017.

- 
- [29] M. Malek, H. Khelfa, P. Picart, D. Mounier, and C. Poilâne. Microtomography imaging of an isolated plant fiber : a digital holographic approach. *Applied optics*, 55(3) :A111–A121, 2016.
- [30] P. Picart and J. Leval. General theoretical formulation of image formation in digital fresnel holography. *JOSA A*, 25(7) :1744–1761, 2008.
- [31] M. Gross, M. Atlan, and E. Absil. Noise and aliases in off-axis and phase-shifting holography. *Applied optics*, 47(11) :1757–1766, 2008.
- [32] F. Verpillat, F. Joud, M. Atlan, and M. Gross. Digital holography at shot noise level. *Journal of Display Technology*, 6(10) :455–464, 2010.
- [33] J. Poittevin, P. Picart, F. Gautier, and C. Pezerat. Quality assessment of combined quantization-shot-noise-induced decorrelation noise in high-speed digital holographic metrology. *Optics express*, 23(24) :30917–30932, 2015.
- [34] J. Blanchet and G. Prado. Méthodes numériques pour le traitement du signal, Editions Masson. 1997.
- [35] P. Slangen and P. Picart. Basic principles of image sensors, optics for engineers, open access courses.
- [36] P. Picart, J. Leval, D. Mounier, and S. Gougeon. Time-averaged digital holography. *Optics letters*, 28(20) :1900–1902, 2003.
- [37] G. Penelet, M. Leclercq, T. Wassereau, and P. Picart. Measurement of density fluctuations using digital holographic interferometry in a standing wave thermoacoustic oscillator. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 70 :176–184, 2016.
- [38] P. Welch. The use of fast fourier transform for the estimation of power spectra : a method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on audio and electroacoustics*, 15(2) :70–73, 1967.
- [39] K. Wang, S. R. Sanders, S. Dubey, F. H. Choo, and F Duan. Stirling cycle engines for recovering low and moderate temperature heat : A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 62(Supplement C) :89 – 108, 2016.
- [40] B. Higgins. *Nicholson’s Journal I*, page 130, 802.
- [41] A.A. Putnam and W.R. Dennis. Survey of organ-pipe oscillations in combustion systems. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28(2) :246–259, 1956.
- [42] C. Sondhauss. Über die schallschwingungen der luft in erhitzten glasröhren und in gedeckten pfeifen von ungleicher weite. *Annalen der Physik*, 155(1) :1–34, 1850.
- [43] JWS. Rayleigh. The theory of sound. 1945.
- [44] N. Rott. Thermoacoustics. *Advances in applied mechanics*, 20 :135–175, 1980.

- [45] T. Yazaki, A. Tominaga, and Y. Narahara. Experiments on thermally driven acoustic oscillations of gaseous helium. *Journal of low temperature physics*, 41(1) :45–60, 1980.
- [46] T. Yazaki, A. Tominaga, and Y. Narahara. Thermally driven acoustic oscillations : second-harmonic. *Physics Letters A*, 79(5-6) :407–409, 1980.
- [47] G.W. Swift. Thermoacoustic engines. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 84(4) :1145–1180, 1988.
- [48] T. J. Hofler. Effective heat transfer between a thermoacoustic heat exchanger and stack. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 94(3) :1772–1772, 1993.
- [49] T. J. Hofler and J. A. Adef. Development of a miniature thermoacoustic refrigerator. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 108(5) :2554–2554, 2000.
- [50] S. L. Garrett, J. A. Adef, and T. J. Hofler. Thermoacoustic refrigerator for space applications. *Journal of thermophysics and heat transfer*, 7(4) :595–599, 1993.
- [51] M. Tijani, J. Zeegers, and A. De Waele. Construction and performance of a thermoacoustic refrigerator. *Cryogenics*, 42(1) :59–66, 2002.
- [52] M. Tijani, J. Zeegers, and A. De Waele. Design of thermoacoustic refrigerators. *Cryogenics*, 42(1) :49–57, 2002.
- [53] V. Gusev, P. Lotton, H. Bailliet, S. Job, and M. Bruneau. Relaxation-time approximation for analytical evaluation of temperature field in thermoacoustic stack. *Journal of sound and vibration*, 235(5) :711–726, 2000.
- [54] V. Gusev, P. Lotton, H. Bailliet, S. Job, and M. Bruneau. Thermal wave harmonics generation in the hydrodynamical heat transport in thermoacoustics. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 109(1) :84–90, 2001.
- [55] P. Blanc-Benon, E. Besnoin, and O. Knio. Experimental and computational visualization of the flow field in a thermoacoustic stack. *Comptes Rendus Mécanique*, 331(1) :17 – 24, 2003.
- [56] A. Berson and P. Blanc-Benon. Nonperiodicity of the flow within the gap of a thermoacoustic couple at high amplitudes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 122(4) :EL122–EL127, 2007.
- [57] M. W. Thompson and A. A. Atchley. Simultaneous measurement of acoustic and streaming velocities in a standing wave using laser doppler anemometry. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 117(4) :1828–1838, 2005.
- [58] S. Moreau, H. Bailliet, and J.C. Valière. Measurements of inner and outer streaming vortices in a standing waveguide using laser doppler velocimetry. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(2) :640–647, 2008.

- 
- [59] C. Desjoux, G. Penelet, P. Lotton, and J. Blondeau. Measurement of acoustic streaming in a closed-loop traveling wave resonator using laser doppler velocimetry. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 126(5) :2176–2183, 2009.
- [60] I. Reyt, H. Bailliet, and J.C. Valière. Experimental investigation of acoustic streaming in a cylindrical wave guide up to high streaming reynolds numbers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 135(1) :27–37, 2014.
- [61] A. Berson, G. Poignand, P. Blanc-Benon, and G. Comte-Bellot. Nonlinear temperature field near the stack ends of a standing-wave thermoacoustic refrigerator. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54(21) :4730–4735, 2011.
- [62] G. Penelet, M. Guedra, V. Gusev, and T. Devaux. Simplified account of Rayleigh streaming for the description of nonlinear processes leading to steady state sound in thermoacoustic engines. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 55(21) :6042–6053, 2012.
- [63] M. Guedra, G. Penelet, and P. Lotton. Experimental and theoretical study of the dynamics of self-sustained oscillations in a standing wave thermoacoustic engine. *Journal of Applied Physics*, 115(2) :024504, 2014.
- [64] R.I. Sujith. Transfer matrix of a uniform duct with an axial mean temperature gradient. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 100(4) :2540–2542, 1996.
- [65] M. Bednarik, M. Cervenka, P. Lotton, and G. Penelet. Behavior of plane waves propagating through a temperature-inhomogeneous region. *Journal of Sound and Vibration*, 362 :292–304, 2016.
- [66] G. Mozurkewich. Time-average temperature distribution in a thermoacoustic stack. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 103(1) :380–388, 1998.
- [67] R.D. Skeel and M. Berzins. A method for the spatial discretization of parabolic equations in one space variable. *SIAM journal on scientific and statistical computing*, 11(1) :1–32, 1990.
- [68] G. Penelet, M. Leclercq, T. Wassereau, and P. Picart. Mesure de champs acoustiques par holographie optique numérique : Applications à la thermoacoustique. CFA Poitiers, 2014.
- [69] Z. Yu, A. J. Jaworski, and A. S. Abduljalil. Fishbone-like instability in a looped-tube thermoacoustic engine. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 128(4) :EL188–EL194, 2010.
- [70] G. Huelsz and E. Ramos. Temperature measurements inside the oscillatory boundary layer produced by acoustic waves. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 103(3) :1532–1537, 1998.

- [71] G. Huelsz, F. López-Alquicira, and E. Ramos. Velocity measurements in the oscillatory boundary layer produced by acoustic waves. *Experiments in Fluids*, 32(6) :612–615, 2002.
- [72] J. R. Castrejón-Pita, A. A. Castrejón-Pita, G. Huelsz, and R. Tovar. Experimental demonstration of the Rayleigh acoustic viscous boundary layer theory. *Phys. Rev. E*, 73 :036601, 2006.
- [73] J.C. Valiere, S. Moreau, and H. Bailliet. Development of laser techniques for acoustic boundary layer measurements. part i : Ldv signal processing for high acoustic displacements. *Acta Acustica united with Acustica*, 95(4) :585–594, 2009.
- [74] S. Moreau, H. Bailliet, J-C. Valiere, R. Boucheron, and G. Poignand. Development of laser techniques for acoustic boundary layer measurements. part ii : Comparison of ldv and piv measurements to analytical calculation. *Acta Acustica united with Acustica*, 95(5) :805–813, 2009.
- [75] S. Candel. Combustion dynamics and control : Progress and challenges. *Proceedings of the Combustion Institute*, 29(1) :1 – 28, 2002. Proceedings of the Combustion Institute.
- [76] S. Candel, D. Durox, T. Schuller, N. Darabiha, L. Hakim, and T. Schmitt. Advances in combustion and propulsion applications. 40 :87–106, 07 2013.
- [77] T.C. Lieuwen. *Unsteady Combustor Physics*. Cambridge University Press, 2012.
- [78] T. Leitgeb, T. Schuller, D. Durox, F. Giuliani, S. Köberl, and J. Woisetschläger. Interferometric determination of heat release rate in a pulsated flame. *Combustion and Flame*, 160(3) :589 – 600, 2013.
- [79] A. A. Putnam and W. R. Dennis. Survey of organ pipe oscillations in combustion systems. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 28(2) :246–259, 1956.
- [80] W.C. Gardiner, Y. Hidaka, and T. Tanzawa. Refractivity of combustion gases. *Combustion and flame*, 40(2) :213–219, 1981.
- [81] C. Shakher and A.K. Nirala. A review on refractive index and temperature profile measurements using laser-based interferometric techniques. *Optics and Lasers in Engineering*, 31(6) :455–491, 1999.
- [82] R.N. Bracewell. *The Fourier transform and its applications*, volume 31999. McGraw-Hill New York, 1986.
- [83] M. Rossi. *Audio*. Presses polytechniques et universitaires romandes, 2007.
- [84] G. W. Swift. Thermoacoustic engines. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 84(4) :1145–1180, 1988.

# Liste des publications

## Articles dans des revues internationales à comité de lecture

- L. Gong, G. Penelet, P. Picart, Experimental and Theoretical Study of Density Fluctuations Near the Stck Ends of a Thermoacoustic Prime Mover, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 126, 580-590 (2018).

## Communications orales à des conférence internationales avec comité de sélection et actes publiés( \* a présenté)

- L. Gong\*, G. Penelet, P. Picart, Experimental and theoretical study of density fluctuations near the stck ends of a thermoacoustic prime mover, 25th International Congress on Sound and Vibration (ICSV25), Hiroshima, Japan, 8-12 July 2018.

## Conférence nationales avec comité de sélection et actes publiés( \* a présenté)

- L. Gong\*, G. Penelet, P. Picart, Développement et aplication de l'interférométrie holographique numérique pour l'acoustique et la thermoacoustique, 13ème Congrès Français d'Acoustique, CFA 2016, Le Mans, France, 11-15 Avril 2016.
- L. Gong, G. Penelet, P. Picart\*, Bruit et biais en holographie hors axe : Limites pour l'applicabilité à la thermoacoustique, Optique Toulouse 2018, Toulouse, France, 03-06 Juillet 2018.



**Titre :** Développement et application de l'interférométrie holographique numérique pour l'acoustique et la thermoacoustique

**Mots clés :** Thermoacoustique, Holographie numérique, Imagerie de phase, Combustion, Couches limites

**Résumé :**

Ce manuscrit de thèse synthétise les travaux analytiques et expérimentaux que nous avons menés en interférométrie holographique numérique pour son application à l'étude de la propagation d'ondes acoustiques aux différents régimes de fonctionnement d'un moteur thermoacoustique. Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à évaluer les limites du dispositif expérimental en termes de pression acoustique minimale détectable et de sensibilité aux perturbations extérieures, comme par exemple l'influence des sources acoustiques de forçage du résonateur thermoacoustique. Cette étude a permis de dresser une stratégie de corrections des mesures. Dans un second temps, nous avons étudié les non linéarités de transport de chaleur au voisinage du stack d'un moteur thermoacoustique en analysant la composition harmonique des oscillations de masse volumique et de température. Un modèle analytique a

été développé, qui mène à une équation différentielle non linéaire, résolue numériquement. Les résultats expérimentaux confrontés au modèle numérique ont montré une très bonne concordance. Dans une dernière partie, nous abordons le cas des sources de chaleur instationnaires et des couches limites. L'objectif de cette partie est de rendre compte du fruit d'un travail d'ouverture visant à évaluer l'intérêt potentiel de la technique d'interférométrie holographique pour la mesure du taux de dégagement de chaleur instationnaire responsable de la génération d'ondes acoustiques dans des systèmes tels que les turbines à gaz. Nous présentons également des résultats expérimentaux préliminaires sur l'étude des couches limites, ce qui ouvre une perspective à l'étude des couplages visqueux et thermiques qui sont à l'origine du processus thermoacoustique.

**Title :** Development and application of digital holographic interferometry for acoustics and thermoacoustics

**Keywords :** Thermoacoustic, Digital holography, Phase imaging, Combustion, Boundary layers

**Abstract :**

This thesis manuscript synthesizes the analytical and experimental work that we carried out in digital holographic interferometry for its application to the study of the propagation of acoustic waves at different operating modes of a thermoacoustic motor. First, we were interested in evaluating the limits of the experimental set-up in terms of minimum detectable sound pressure and sensitivity to external disturbances, such as the influence of the forcing by external sources of the thermoacoustic resonator. This study made it possible to draw up a strategy of corrections of the measurements. In a second step, we studied the non-linearities of heat transport in the vicinity of the stack of the thermoacoustic engine by analyzing the harmonic composition of the density and temperature oscillations. An analytical model has

been developed which leads to a nonlinear differential equation, solved numerically. The experimental results confronted with the numerical model demonstrated a very good agreement. In a last part of the thesis, we consider the case of unsteady heat sources and boundary layers. The main goal of this part is to report results of unsteady heat generation responsible for acoustics wave generation in systems such as gas turbines. We also present preliminary experimental results on the study of boundary layers, which opens a perspective to the study of the viscous and thermal couplings which are at the origin of the thermoacoustic process.

