

### Modélisation discrète et étude expérimentale du comportement de matériaux sandwichs à peaux minces architecturées sous impact basse vitesse

Maxime Merle

#### ► To cite this version:

Maxime Merle. Modélisation discrète et étude expérimentale du comportement de matériaux sandwichs à peaux minces architecturées sous impact basse vitesse. Autre. ISAE-ENSMA Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechique - Poitiers, 2022. Français. NNT: 2022ESMA0021. tel-03976787

### HAL Id: tel-03976787 https://theses.hal.science/tel-03976787

Submitted on 7 Feb 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

### THÈSE

#### Pour l'obtention du grade de DOCTEUR DE L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE MÉCANIQUE ET D'AÉROTECHNIQUE

(Diplôme national – Arrêté du 25 mai 2016 modifié par l'arrêté du 26 août 2022)

École doctorale : Sciences et Ingénierie en Matériaux, Mécanique, Energétique

Secteur de recherche : Mécanique des solides, des matériaux, des structures et des surfaces

> Présentée par : Maxime MERLE

\*\*\*\*\*

Modélisation discrète et étude expérimentale du comportement de matériaux sandwichs à peaux minces architecturées sous impact basse vitesse

\*\*\*\*\*

Directeurs de thèse : Marco GIGLIOTTI & Jean-Claude GRANDIDIER

\*\*\*\*\*

Soutenue le 08 décembre 2022 devant la commission d'examen

\*\*\*\*\*

#### JURY

Présidente :

Angela VINCENTI, Professeure des Universités, IJLRDA, UPMC, Paris

Rapporteurs :

Laurent GUILLAUMAT, Professeur des Universités, LAMPA, ENSAM, Angers Steven MARGUET, Maître de conférences, ICA, UPS, Toulouse

Membres du jury :

Frédéric DAU, Maître de conférences, I2M, ENSAM, Bordeaux Arnaud GERMANEAU, Maître de conférences, Institut PPrime, SP2MI, Poitiers Jean-Claude GRANDIDER, Professeur des Universités, ENSMA, Poitiers Marco GIGLIOTTI, Professeur des Universités, Institut PPrime, UP, Poitiers

Invités :

William EGEA, Responsable essais structures et endurance, RESCOLL, Rochefort Jean-Christophe DUPRE, Chargé de recherche, Institut PPrime, CNRS, Poitiers

A mon père.

### Remerciements

Ce travail de thèse a été rendu possible grâce à l'aide de nombreuses personnes que je tiens à remercier. Tout d'abord, et surtout, je souhaite remercier très chaleureusement mes deux directeurs de thèse, Jean-Claude et Marco, pour leur soutiens sans faille tant sur le plan scientifique que sur le plan humain. La thèse n'aura pas été une balade de santé, mais je suis heureux de l'avoir passé sous votre supervision à tous les deux. Je souhaite également adrresser mes remerciements à toute l'équipe ENDO, à l'équipe technique en premier, pour la réalisation, le support, les formations ou l'aide sur les tomographies, les essais de traction, l'usinage, les serveurs de calcul, etc... Une grand merci Médé, Amélie, David et Gérald. Aux personnels administratifs ensuite, sans qui beaucoup de tâches s'avéreraient bien plus complexes, et qui arborent toujours un sourire sur le visage. Pour votre efficacité et votre bonne humeur (malgré tous les problèmes que je vous ai causé) merci Karine, Francine et Valérie.

Ensuite, je souhaiterai remercier les acteurs autres que les personnels de l'équipe, mais sans qui une fois encore le travail n'aurait pas pu être accompli. Je pense aux équipes du D2 et D3 qui m'ont formé, fournis le matériel optique, le logiciel de CIN, apporté une expertise ou accompagné dans la conception du montage. Merci Jean-Christophe, Patrick et Romain. Je suis aussi extrêmement reconnaissant à l'équipe d'usinage de l'UP, pour avoir usiné le support d'essai. Merci Nicolas!

Des acteurs extérieurs ont aussi contribué à ce travail de thèse de manière conséquente, je pense tout d'abord à l'équipe de RESCOLL Rochefort, partenaire de ces travaux, pour m'avoir accompagné tout le long de cette thèse, de la mise en œuvre des essais d'impact, jusqu'aux essais de compression. Merci William, Nicolas, Cédric, Jeremy, Pierrick et Bernard. L'équipe d'Avel Robotics a aussi formidablement brillé en me permettant d'avoir de supers éprouvettes! Pour l'accueil chaleureux lors de la fabrication et toutes les connaissances apportées, merci Adrien et Marie.

Le meilleur pour la fin, je tiens à remercier tous les doctorants, déjà docteurs ou plus récemment arrivés, car l'ambiance au labo est exceptionnelle et extrêmement enrichissante en tout point. Une pensée aux anciens d'abord, que j'ai la chance de pouvoir revoir régulièrement et j'espère que ça durera! Pour le meilleur des accueils à mon arrivée, les soirées, les rires et les joies, merci Coline, Clem's, Lulu, Nico, Sam', Luciana, Cyril et Sarah. Aux doctorants et permanents, que je cotoyais il y a quelques semaines encore, un immense merci pour tous les bons moments passés à la cafet', en soirée, dans les bars etc... Vous êtes celles et ceux qui rendent ce laboratoire aussi agréable et l'ambiance de travail (mais pas que) aussi précieuse. Merci (non exhaustivement) Quentin, Théotime, Marjolaine, Samuel, Azdine, Bonickel, Antonio, Fabio, etc... Et enfin, une IMMENSE merci à mes co-bureaux d'exception, parce que je m'évertue à dire que c'était le notre le meilleur bureau (et pas grâce à moi)! Pour bien trop de choses qui ne sauraient être résumées en si peu de mots, merci Guigui, Julie, Flo, Manu, Mitia, Alla et Anas (et Edgar même si c'était temporaire!).

Un merci à mon père, mon frère... et Hook mon p'tit chat!

# Table des matières

Re	emero	ciemen	ts	ii		
Li	ste d	es table	ux i		ableaux iv	
Та	ble d	es figu	res	v		
Ac	crony	mes		vii		
Av	vant-j	propos		2		
In	trodu	iction		5		
1	Con	texte e	t enjeux des travaux de recherche	7		
	Préa	mbule		8		
	1.1	Conte	xte	8		
		1.1.1	Domaine du transport	8		
			1.1.1.1 Dispositifs de sécurité	8		
			1.1.1.2 Enjeux environnementaux	9		
		1.1.2	Protection de la tête des passagers	12		
			1.1.2.1 Règlementation en vigueur	12		
			1.1.2.2 Mobiliers cabine	15		
	1.2	Charg	ements dynamiques	15		
		1.2.1	Classification des essais d'impact	15		
		1.2.2	Conditions d'impact	17		
	1.3	Comp	portement des matériaux à l'impact	18		
		1.3.1	Réponse à l'impact	18		
		1.3.2	Polymères renforcés	20		
		1.3.3	Matériaux cellulaires	22		
		1.3.4	Composites sandwichs	24		
	1.4	Modé	lisations numériques des matériaux composites	25		
		1.4.1	Modelisations numeriques usuelles	25		
		1.4.2	Modelisations numeriques discretes	26		
			1.4.2.1 Exemple de la modelisation discrete d'un nid d'abeille	26		
			1.4.2.2 Exemple de la modelisation discrete d'une mousse	28		
			1.4.2.3 Exemple de la modelisation discrete d'un tissu	30		
	D'1		1.4.2.4 Exemple de la modelisation discrete d'un composite	30		
	Bila	n		31		
2	Dév	eloppe	ement d'un élément fini discret	35		
	Préa	mbule		36		
	2.1	Choix	et hypothèses	36		
		2.1.1	Nécessité d'implémenter un élément fini discret	36		

		2.1.1.1 Présentation de l'élément fini	37
		2.1.1.2 Implémentation avec des éléments finis existants	38
		2.1.2 Cinématiques des éléments structuraux	40
		2.1.2.1 Cinématique de barre	40
		2.1.2.2 Cinématique de poutre	40
		2.1.2.3 Cinématique de plague	41
		2.1.3 Cahier des charges	42
	2.2	Implémentation de l'élément fini	43
		2.2.1 Résolution implicite quasi-statique	43
		2.2.1.1 Eléments de référence	43
		2.2.1.2 Fonctions d'interpolation et approximation nodale	44
		2.2.1.3 Passage du repère de référence au repère de l'élément	45
		2.2.1.4 Passage du repère de l'élément au repère d'étude	46
		2.2.1.5 Intégration numérique	46
		2.2.1.6 Vecteur des déformations	47
		2.2.1.7 Vecteur des contraintes	48
		2.2.1.8 Matrice de rigidité	50
		2.2.2 Résolution explicite dynamique	50
		2.2.2.1 Propriétés de la matrice de masse	50
		2.2.2.2 Matrice de masse	51
		2.2.2.3 Correction de la matrice de masse	51
		2.2.3 Implémentations additionnelles	52
		2.2.3.1 Moment de réaction hors plan de la plaque	52
		2.2.3.2 Outils connexes	52
		2.2.4 Difficultés rencontrées	52
		2.2.4.1 Non linéarité géométrique	52
		2.2.4.2 Incrément stable de temps	53
		2.2.4.3 Assemblage de plusieurs éléments	53
	2.3	Validation des développements effectués	53
		2.3.1 Cas d'un élément unique	54
		2.3.2 Cas d'un maillage variable	55
		2.3.3 Cas d'un assemblage de plusieurs éléments	56
	2.4	Confrontation avec différents modèles numériques	61
		2.4.1 Présentation des modèles numériques	61
		2.4.2 Comparaison des modèles numériques	65
	2.5	Perspectives	69
		2.5.1 Lois d'endommagement des éléments structuraux	70
		2.5.2 Eléments finis cohésifs personnalisés	70
	Bila	n	71
2	Étur	de des metérieux d'âme et de neeu	75
3	Próz	ambulo	75
	31	Choix des matériaux	76
	0.1	311 Peaux composites carbone /époxy	76
		312 Âme en mousse	78
	3.2	Caractérisation des peaux	. o
	0	3.2.1 Analyse optique des peaux	79
		3.2.2 Essais de traction	82
		3.2.2.1 Eprouvettes composites carbone / époxy	83
		3.2.2.2 Banc et conditions d'essai	86
		3.2.3 Résultats des essais de traction	88
	3.3	Modélisation des peaux	91
		3.3.1 Loi matériau des peaux	91
		3.3.2 Identification des paramètres matériau des peaux	92

#### TABLE DES MATIÈRES

		3.3.3 3.3.4	Simulation des essais de traction sur les peaux	93 94 95 96
			3.3.4.3 Etude paramétrique sur la raideur et la correction du cisaillement	98
	3.4	Carac	térisation de la mousse	100
		3.4.1	Analyse tomographique de la mousse	101
		3.4.2	Essais de compression	102
			3.4.2.1 Eprouvettes en mousse	102
			3.4.2.2 Banc et conditions d'essai	103
		3.4.3	Résultats des essais de compression	103
		3.4.4	Essais d'impact	105
			3.4.4.1 Eprouvettes en mousse	107
			3.4.4.2 Banc et conditions d'essai	107
		3.4.5	Résultats des essais d'impact	108
	3.5	Modé	lisation de la mousse	113
	0.0	3.5.1	Loi matériau de la moussee	114
		0.011	3511 Comportement plastique de la mousse	114
			3512 Dépendance à la vitesse de chargement	115
		352	Identification des paramètres matériaux de la mousse	115
		353	Simulation des essais de compression sur mousse	117
		354	Comparaison numérique et expérimentale des essais de compression sur	11/
		0.0.1	moliese	118
		355	Simulation des essais d'impact sur mousse	120
		356	Comparaison numérique et expérimentale des essais d'impact sur mousse	120
		357	Ontimisation des paramètres des essais impact sur mousse	120
	Bilar	n	Optimisation des parametres des essais impact sur mousse	121
	Dilai			144
4	Étuc	de du n	natériau sandwich architecturé	125
4	<b>Étuc</b> Préa	<b>de du n</b> ambule	natériau sandwich architecturé	<b>125</b> 126
4	<b>Étuc</b> Préa 4.1	<b>de du n</b> ambule Dével	natériau sandwich architecturé oppement de l'essai d'impact basse vitesse	<b>125</b> 126 126
4	<b>Étuc</b> Préa 4.1	<b>de du n</b> ambule Dével 4.1.1	natériau sandwich architecturé oppement de l'essai d'impact basse vitesse	<b>125</b> 126 126 126
4	<b>Étuc</b> Préa 4.1	<b>de du n</b> ambule Dével 4.1.1	natériau sandwich architecturé         oppement de l'essai d'impact basse vitesse         Conception des éprouvettes         4.1.1.1         Architecture des peaux	<b>125</b> 126 126 126 126
4	<b>Étuc</b> Préa 4.1	<b>de du n</b> ambule Dével 4.1.1	natériau sandwich architecturé         oppement de l'essai d'impact basse vitesse         Conception des éprouvettes         4.1.1.1         Architecture des peaux         4.1.1.2         Fabrication des éprouvettes	<b>125</b> 126 126 126 126 126 128
4	<b>Étuc</b> Préa 4.1	<b>de du n</b> ambule Dével 4.1.1 4.1.2	natériau sandwich architecturé         oppement de l'essai d'impact basse vitesse         Conception des éprouvettes         4.1.1.1         Architecture des peaux         4.1.2         Fabrication des éprouvettes         Conception du support des éprouvettes	<b>125</b> 126 126 126 126 128 131
4	<b>Étuc</b> Préa 4.1	<b>de du n</b> ambule Dével 4.1.1 4.1.2	natériau sandwich architecturé         oppement de l'essai d'impact basse vitesse         Conception des éprouvettes         4.1.1.1         Architecture des peaux         4.1.1.2         Fabrication des éprouvettes         Conception du support des éprouvettes         4.1.2.1         Pré-dimensionnement du support	<b>125</b> 126 126 126 126 128 131 132
4	Étuc Préa 4.1	<b>de du n</b> ambule Dével 4.1.1 4.1.2	natériau sandwich architecturé         oppement de l'essai d'impact basse vitesse         Conception des éprouvettes         4.1.1.1         Architecture des peaux         4.1.1.2         Fabrication des éprouvettes         Conception du support des éprouvettes         4.1.2.1         Pré-dimensionnement du support         4.1.2.2         Réalisation du support	<b>125</b> 126 126 126 126 128 131 132 134
4	Étuc Préa 4.1	<b>de du n</b> ambule Dével 4.1.1 4.1.2 4.1.3	natériau sandwich architecturé         oppement de l'essai d'impact basse vitesse         Conception des éprouvettes         4.1.1.1         Architecture des peaux         4.1.1.2         Fabrication des éprouvettes         Conception du support des éprouvettes         4.1.2.1         Pré-dimensionnement du support         4.1.2.2         Réalisation du support         Conception du montage	<ul> <li>125</li> <li>126</li> <li>126</li> <li>126</li> <li>128</li> <li>131</li> <li>132</li> <li>134</li> <li>135</li> </ul>
4	Étuc Préa 4.1	de du n ambule Dével 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Étude	natériau sandwich architecturé         oppement de l'essai d'impact basse vitesse         Conception des éprouvettes         4.1.1.1         Architecture des peaux         4.1.1.2         Fabrication des éprouvettes         Conception du support des éprouvettes         4.1.2.1         Pré-dimensionnement du support         4.1.2.2         Réalisation du support         conception du montage         préliminaire sur le banc	<b>125</b> 126 126 126 128 131 132 134 135 135
4	Étuć Préa 4.1	de du n ambule Dével 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Étude 4.2.1	natériau sandwich architecturé         oppement de l'essai d'impact basse vitesse         Conception des éprouvettes         4.1.1.1         Architecture des peaux         4.1.1.2         Fabrication des éprouvettes         Conception du support des éprouvettes         4.1.2.1         Pré-dimensionnement du support         4.1.2.2         Réalisation du support         Conception du montage         préliminaire sur le banc         Essais de mise au point du banc	<b>125</b> 126 126 126 128 131 132 134 135 135 135
4	Étuc Préa 4.1	de du n ambule Dével- 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Étude 4.2.1 4.2.2	natériau sandwich architecturé         oppement de l'essai d'impact basse vitesse         Conception des éprouvettes         4.1.1.1         Architecture des peaux         4.1.1.2         Fabrication des éprouvettes         Conception du support des éprouvettes         4.1.2.1         Pré-dimensionnement du support         4.1.2.2         Réalisation du support         Conception du montage         préliminaire sur le banc         Essais de mise au point du banc         Résultats des essais de mise au point du banc	<b>125</b> 126 126 126 128 131 132 134 135 135 136 137
4	Étuc Préa 4.1 4.2	de du n ambule Dével 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Étude 4.2.1 4.2.2	natériau sandwich architecturéoppement de l'essai d'impact basse vitesseConception des éprouvettes4.1.1.1Architecture des peaux4.1.2Fabrication des éprouvettesConception du support des éprouvettes4.1.2.1Pré-dimensionnement du support4.1.2.2Réalisation du supportConception du montagepréliminaire sur le bancEssais de mise au point du bancRésultats des essais de mise au point du banc4.2.2.1Analyses des essais	<b>125</b> 126 126 126 128 131 132 134 135 135 136 137 137
4	Étuc Préa 4.1	de du n ambule Dével 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Étude 4.2.1 4.2.2	natériau sandwich architecturéoppement de l'essai d'impact basse vitesseConception des éprouvettes4.1.1.1Architecture des peaux4.1.2Fabrication des éprouvettesConception du support des éprouvettesConception du support des éprouvettes4.1.2.1Pré-dimensionnement du support4.1.2.2Réalisation du supportConception du montagepréliminaire sur le bancEssais de mise au point du bancA:2.2.1Analyses des essais4:2.2.2Simulation numérique des essais	<b>125</b> 126 126 126 128 131 132 134 135 135 136 137 137 139
4	Étuc Préa 4.1	de du n ambule Dével 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Étude 4.2.1 4.2.2	natériau sandwich architecturéoppement de l'essai d'impact basse vitesseConception des éprouvettes4.1.1.1Architecture des peaux4.1.2Fabrication des éprouvettesConception du support des éprouvettesConception du support des éprouvettes4.1.2.1Pré-dimensionnement du support4.1.2.2Réalisation du supportConception du montagepréliminaire sur le bancEssais de mise au point du bancRésultats des essais de mise au point du banc4.2.2.1Analyses des essais4.2.2.3Mise en évidence des phénomènes vibratoires	<b>125</b> 126 126 126 128 131 132 134 135 135 136 137 137 139 141
4	<b>Étuć</b> Préa 4.1 4.2	de du n ambule Dével 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Étude 4.2.1 4.2.2 Essais	natériau sandwich architecturéoppement de l'essai d'impact basse vitesseConception des éprouvettes4.1.1.1Architecture des peaux4.1.2Fabrication des éprouvettesConception du support des éprouvettes4.1.2.1Pré-dimensionnement du support4.1.2.2Réalisation du supportConception du montagepréliminaire sur le bancEssais de mise au point du bancRésultats des essais de mise au point du banc4.2.2.1Analyses des essais4.2.2.3Mise en évidence des phénomènes vibratoiresd'impact basse vitesse	<b>125</b> 126 126 126 128 131 132 134 135 135 136 137 139 141 145
4	<b>Étuć</b> Préa 4.1 4.2	de du n ambule Dével 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Étude 4.2.1 4.2.2 Essais 4.3.1	natériau sandwich architecturéoppement de l'essai d'impact basse vitesseConception des éprouvettes4.1.1.1Architecture des peaux4.1.2Fabrication des éprouvettesConception du support des éprouvettes4.1.2.1Pré-dimensionnement du support4.1.2.2Réalisation du supportConception du montagepréliminaire sur le bancEssais de mise au point du bancRésultats des essais de mise au point du banc4.2.2.1Analyses des essais4.2.2.3Mise en évidence des phénomènes vibratoiresd'impact basse vitesseDescription des essais	<b>125</b> 126 126 126 128 131 132 134 135 135 136 137 139 141 145 145
4	<b>Étuć</b> Préa 4.1 4.2 4.3	de du n ambule Dével- 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Étude 4.2.1 4.2.2 Essais 4.3.1	natériau sandwich architecturéoppement de l'essai d'impact basse vitesseConception des éprouvettes4.1.1.1Architecture des peaux4.1.2Fabrication des éprouvettesConception du support des éprouvettes4.1.2.1Pré-dimensionnement du support4.1.2.2Réalisation du supportConception du montagepréliminaire sur le bancEssais de mise au point du bancRésultats des essais de mise au point du banc4.2.2.1Analyses des essais4.2.2.3Mise en évidence des phénomènes vibratoiresd'impact basse vitesseDescription des essais4.3.1.1Eprouvettes composites sandwichs	<b>125</b> 126 126 128 131 132 134 135 135 136 137 139 141 145 145 146
4	<b>Étuć</b> Préa 4.1 4.2	de du n ambule Dével- 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Étude 4.2.1 4.2.2 Essais 4.3.1	natériau sandwich architecturéoppement de l'essai d'impact basse vitesseConception des éprouvettes4.1.1.1Architecture des peaux4.1.2Fabrication des éprouvettesConception du support des éprouvettes4.1.2.1Pré-dimensionnement du support4.1.2.2Réalisation du supportConception du montagepréliminaire sur le bancEssais de mise au point du bancRésultats des essais de mise au point du banc4.2.2.1Analyses des essais4.2.2.2Simulation numérique des essais4.2.2.3Mise en évidence des phénomènes vibratoiresd'impact basse vitesseDescription des essais4.3.1.1Eprouvettes composites sandwichs4.3.1.2Chaîne d'émission acoustique	<b>125</b> 126 126 128 131 132 134 135 135 136 137 137 139 141 145 145 146 146
4	<b>Étuć</b> Préa 4.1 4.2	de du n ambule Dével 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Étude 4.2.1 4.2.2 Essais 4.3.1	hatériau sandwich architecturéoppement de l'essai d'impact basse vitesseConception des éprouvettes4.1.1.1Architecture des peaux4.1.2Fabrication des éprouvettesConception du support des éprouvettes4.1.2.1Pré-dimensionnement du support4.1.2.2Réalisation du supportConception du montagepréliminaire sur le bancEssais de mise au point du bancRésultats des essais de mise au point du banc4.2.2.1Analyses des essais4.2.2.3Mise en évidence des phénomènes vibratoiresd'impact basse vitesseDescription des essais4.3.1.1Eprouvettes composites sandwichs4.3.1.2Chaîne d'émission acoustique4.3.1.3Capture vidéo du profil de l'éprouvette	<b>125</b> 126 126 128 131 132 134 135 135 136 137 137 137 139 141 145 145 146 146
4	<b>Étuć</b> Préa 4.1 4.2 4.3	de du n ambule Dével 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Étude 4.2.1 4.2.2 Essais 4.3.1	natériau sandwich architecturéoppement de l'essai d'impact basse vitesseConception des éprouvettes4.1.1.1Architecture des peaux4.1.2Fabrication des éprouvettesConception du support des éprouvettes4.1.2.1Pré-dimensionnement du support4.1.2.2Réalisation du supportConception du montagepréliminaire sur le bancEssais de mise au point du bancRésultats des essais de mise au point du banc4.2.2.1Analyses des essais4.2.2.3Mise en évidence des phénomènes vibratoiresd'impact basse vitesseDescription des essais4.3.1.1Eprouvettes composites sandwichs4.3.1.2Chaîne d'émission acoustique4.3.1.4Equipement du montage optique	<b>125</b> 126 126 128 131 132 134 135 135 136 137 137 137 137 137 141 145 146 146 147 148
4	Étuć Préa 4.1 4.2	de du n ambule Dével 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Étude 4.2.1 4.2.2 Essais 4.3.1	hatériau sandwich architecturéoppement de l'essai d'impact basse vitesseConception des éprouvettes4.1.1.1Architecture des peaux4.1.1.2Fabrication des éprouvettesConception du support des éprouvettesConception du support des éprouvettes4.1.2.1Pré-dimensionnement du support4.1.2.2Réalisation du supportConception du montagepréliminaire sur le bancEssais de mise au point du bancRésultats des essais de mise au point du banc4.2.2.1Analyses des essais4.2.2.2Simulation numérique des essais4.2.2.3Mise en évidence des phénomènes vibratoiresd'impact basse vitesseDescription des essais4.3.1.1Eprouvettes composites sandwichs4.3.1.3Capture vidéo du profil de l'éprouvette4.3.1.4Equipement du montage optiqueStéréo corrélation d'images numériques	<b>125</b> 126 126 128 131 132 134 135 135 136 137 139 141 145 146 146 147 148 148
4	Étuć Préa 4.1 4.2	de du n ambule Dével 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Étude 4.2.1 4.2.2 Essais 4.3.1 4.3.2 4.3.2 4.3.3	hatériau sandwich architecturé         oppement de l'essai d'impact basse vitesse         Conception des éprouvettes         4.1.11         Architecture des peaux         4.1.12         Fabrication des éprouvettes         Conception du support des éprouvettes         Conception du support des éprouvettes         4.1.2.1         Pré-dimensionnement du support         4.1.2.2         Réalisation du support         Conception du montage         préliminaire sur le banc         Essais de mise au point du banc         Résultats des essais de mise au point du banc         4.2.2.1       Analyses des essais         4.2.2.3       Mise en évidence des phénomènes vibratoires         d'impact basse vitesse	<b>125</b> 126 126 128 131 132 134 135 135 136 137 139 141 145 146 146 147 148 148 150
4	Étuć Préa 4.1 4.2 4.3	de du n ambule Dével- 4.1.1 4.1.2 4.1.3 Étude 4.2.1 4.2.2 Essais 4.3.1 4.3.2 4.3.3 4.3.4	natériau sandwich architecturé         oppement de l'essai d'impact basse vitesse         Conception des éprouvettes         4.1.11         Architecture des peaux         4.1.12         Fabrication des éprouvettes         Conception du support des éprouvettes         Conception du support des éprouvettes         4.1.2.1         Pré-dimensionnement du support         4.1.2.2         Réalisation du support         Conception du montage         préliminaire sur le banc         Essais de mise au point du banc         Résultats des essais de mise au point du banc         4.2.2.1       Analyses des essais         4.2.2.2       Simulation numérique des essais         4.2.2.3       Mise en évidence des phénomènes vibratoires         d'impact basse vitesse	<b>125</b> 126 126 128 131 132 134 135 135 136 137 139 141 145 146 146 147 148 148 150 151

	4.4.1	Correction des mesures	153
		4.4.1.1 Mesure de la force de réaction	153
		4.4.1.2 Mesure de la vitesse incidente	154
		4.4.1.3 Mesure des énergies mises en jeu	156
		4.4.1.4 Mesure du déplacement	156
	4.4.2	Tomographies des éprouvettes après essai	157
		4.4.2.1 Analyses des endommagements	158
		4.4.2.2 Scénario de rupture	158
	4.4.3	Mesures globales	161
		4.4.3.1 Niveaux d'énergie	161
		4.4.3.2 Courbes de force en fonction du déplacement	162
		4.4.3.3 Effet du procédé de cuisson	163
		4.4.3.4 Effet du nombre de torons contigus du motif d'empilement	164
		4.4.3.5 Effet de l'orientation du motif d'empilement	166
		4.4.3.6 Analyses de la rupture	167
	4.4.4	Mesures locales	167
		4.4.4.1 Emission acoustique	167
		4.4.4.2 Champs de déplacement et de déformation	167
		4.4.4.3 Transformée de Fourier discrète 2D des champs	175
	4.4.5	Confrontation des analyses multi-échelles	179
4.5	Modél	isation des composites sandwichs	179
	4.5.1	Simulation des essais d'impact sur sandwichs composites	179
		4.5.1.1 Description du modèle numérique	179
		4.5.1.2 Simulations de variabilités dans les conditions essais	181
		4.5.1.3 Simulations des essais d'impact basse vitesse	182
	4.5.2	Comparaison numérique et expérimentale d'impact sur sandwichs	183
		4.5.2.1 Résultats des variabilités dans les conditions essais	183
D:1		4.5.2.2 Résultats globaux des essais d'impact basse vitesse	185
Bila	n	•••••••••••••••••••••••••••••••••••••••	187
Conclu	ision		191
Bibliog	graphie		193
Sitogra	phie		203
	1		
Annex	es	Cuithus de lésion de la tête	207
An	lexe A.		207
An	liexe D. F	Moyens de mesure du risque de diessure de la tele	223
An	liexe C. I	Ziément fini discust neusennelisé	233
An	E = D	ngrément stable de temps	243
An	lexe E. I	la l'alidation de l'alament discret personnalisé	257
An	1000 C	anuauon de referment discret personnalise	209
	IEAE G. V	Elément fini cohésif perconnalisé	200
	1000 I I	oi d'andommagament de l'álément fini discret personnalisé	273 781
	ιέλε Ι. L	léthodologie de seuillage des images	201
	nene J. IV	oi matáriau de mousee	200 787
	nene K. I	lan du montage support des éprouvettes	207 205
	ιέλε Γ. Ι τρχρ Μ	Méthodolgie FFT 2D	202
_ <u> </u>	neve N	Méthode de localisation des événements acoustiques	305
Ant			

# Liste des tableaux

1.1 1.2	Travaux sur l'étude d'impacts entre la tête et son environnement Effet de la forme du projectile sur les grandeurs caractéristiques d'un impact normal .	14 17
2.1 2.2 2.3 2.4 2.5 2.6 2.7 2.8 2.9 2.10	Propriétés préliminaires utilisées pour les éléments du code de calcul ABAQUS® Poids et positions des points d'intégration des éléments quadrangles Poids des points d'intégration dans l'épaisseur des éléments quadrangles Facteurs correctifs de cisaillement des sections de poutre au sein de ABAQUS® Propriétés utilisées pour la validation des éléments discrets	<ol> <li>39</li> <li>47</li> <li>50</li> <li>54</li> <li>58</li> <li>63</li> <li>64</li> <li>65</li> <li>66</li> </ol>
3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8 3.9 3.10 3.11 3.12 3.13 3.14 3.15 3.16 3.17 3.18 3.19 3.20 3.21 3.22	Propriétés des fibres de carbone d'après le fournisseur	76 77 81 85 87 91 94 95 96 98 99 90 101 104 105 110 113 115 117
4.1 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6	Récapitulatif des essais préliminaires réalisés sur le puits de chute Propriétés des matériaux homogènes des simulations des essais d'impact préliminaires Propriétés des peaux composites des simulations des essais d'impact préliminaires Vitesses de propagation de ondes dans les matériaux étudiés	136 140 141 142 145 145

#### LISTE DES TABLEAUX

4.7	Erreurs de mesure due aux dimensions du drapeau	156
4.8	Ordres de grandeur de l'influence des paramètres du modèle sur la force	185
A.1	Sévérité des blessures en fonction de l'AIS	212
A.2	Description de l'échelle AIS pour la tête	212
A.3	Révision de 2005 de l'échelle AIS pour la tête	212
A.4	Critères de lésion de la tête en contrainte	213
A.5	Critères de lésion de la tête cinématiques	214
A.6	Critères de lésion de la tête énergétiques	216
A.7	Critères de lésion de la tête en déformation	217
B.1	Caractéristiques du dispositif de mesure du HIC par lâcher de masse	224
B.2	Caractéristiques du dispositif de mesure du HIC pendulaire	225
B.3	Caractéristiques du dispositif de mesure du HIC par un système masse/poulie	226
B.4	Caractéristiques du dispositif de mesure du HIC par impact linéaire	227
B.5	Caractéristiques du dispositif de mesure du HIC par projection	228
B.6	Caractéristiques du dispositif de mesure du HIC pendulaire inversée avec maintien .	229
B.7	Caractéristiques du dispositif de mesure du HIC pendulaire inversée avec projection .	230
B.8	Caractéristiques du dispositif de mesure du HIC avec mannequin complet	231
F.1	Sorties utilisées pour effectuer les comparaisons entre les éléments développés et les	
	éléments de référence du logiciel ABAQUS®	260
G.1	Connectivités des arrêtes utilisés pour l'homogénéisation	266
G.2	Connectivités des faces utilisés pour l'homogénéisation	266

# Table des figures

1.1	Emissions en éq CO <sub>2</sub> des différents secteurs économiques et du domaine des transports	10
1.2	Emissions en éq $CO_2$ des transport par usager et par tonne de marchandise	10
1.3	Evolution des émissions en éq CO <sub>2</sub> dans le domaine des transports entre 1990 et 2020	11
1.4	Diagramme d'Ashby des caractéristiques spécifiques de différents matériaux	11
1.5	Evolution de la proportion massique de matériaux composites au sein des avions	12
1.6	Test de certification de mobiliers cabine lors d'impact avec le passager	13
1.7	ATD Hybrid III 50ème percentile homme	13
1.8	Classification des catégories d'impact en fonction de la durée d'impact	16
1.9	Courbes de force et de déplacement de différentes catégories d'impact	16
1.10	Courbes de force en fonction du déplacement caractéristiques des impacts basse vitesse	19
1.11	Diagramme énergétique et domaines caractéristiques des impacts basse vitesse	19
1.12	Description des endommagements matriciels selon le positionnement des fibres	20
1.13	Description des endommagements selon l'épaisseur des plis d'un composite	21
1.14	Description des endommagements selon l'épaisseur d'un composite	21
1.15	Matériaux d'âme usuels pour les structures composites sandwichs	22
1.16	Réponse mécanique caractéristique des matériaux en compression	23
1.17	Illustration de l'architecture des matériaux sandwichs et de ses constituants	24
1.18	Illustration des différentes échelles d'étude au sein des matériaux composites	25
1.19	Illustration de la modélisation discrète d'une structure nid d'abeille	27
1.20	Influence de l'épaisseur de peau sur le comportement local des cellules d'un nid d'abeille	27
1.21	Confrontation numérique et expérimentale du comportement d'un nid d'abeille	28
1.22	Illustration de représentations simplifiées des cellules de matériaux cellulaires	29
1.23	Comportement d'un modèle discret de mousse à différentes échelles	29
1.24	Illustration de la modélisation discrète d'un composite tissé satin 5	31
21	Description du principe d'assemblage des éléments discrets	37
2.2	Illustration des modes de déformation à énergie nulle dans les éléments quadrangles	38
2.3	Description de l'élément fini discret et des différents éléments structuraux	38
2.4	Visualisation du disfonctionnement des liens rigides en sollicitation d'impact	39
2.5	Présentation des différentes configurations de positionnement des éléments linéiques	42
2.6	Repère et élément de référence des éléments linéiques	44
2.7	Repère et élément de référence des éléments surfacioues	44
2.8	Description des contraintes de cisaillement dans une section rectangulaire	49
2.9	Illustration de la diversité d'assemblages possibles des éléments finis discrets	54
2.10	Conditions aux limites appliquées sur les modèles discrets à maillage variable	55
2.11	Déplacement transverse des modèles discrets à maillage variable	56
2.12	Courbes du déplacement et de la force des modèles discrets à maillage variable	57
2.13		
	Conditions aux limites appliquées sur les modèles discrets à plusieurs éléments	58
2.14	Conditions aux limites appliquées sur les modèles discrets à plusieurs éléments Visualisation des architectures des torons de fibres testées	58 58
2.14 2.15	Conditions aux limites appliquées sur les modèles discrets à plusieurs éléments Visualisation des architectures des torons de fibres testées	58 58 59
<ol> <li>2.14</li> <li>2.15</li> <li>2.16</li> </ol>	Conditions aux limites appliquées sur les modèles discrets à plusieurs éléments Visualisation des architectures des torons de fibres testées	58 58 59 60
<ul><li>2.14</li><li>2.15</li><li>2.16</li><li>2.17</li></ul>	Conditions aux limites appliquées sur les modèles discrets à plusieurs éléments Visualisation des architectures des torons de fibres testées	58 58 59 60 61

#### TABLE DES FIGURES

2.18 2.19 2.20 2.21 2.22 2.23 2.24 2.25 2.26 2.27 2.28	Moment des éléments surfaciques pour la configuration stratifiée en flexion Courbes de force et de déplacement pour la configuration tissée impactée normalement Illustration des différents modèles numériques implémentés Illustration des différentes architectures implémentées pour réaliser les comparaisons Illustration du calcul des variables de sortie au sein des différents modèles implémentés Courbes des contraintes des différents modèles unidirectionnels en traction Courbes des déplacements des différents modèles unidirectionnels en traction	62 63 64 65 66 67 68 69 70 71
31	Présentation des peaux composites utilisées pour les analyses optiques	79
3.2	Observations des effets du procédé de cuisson sur la peau empilée et la peau stratifiée	80
3.3	Observation des torons de fibres au sein des peaux empilées	82
3.4	Observation des fibres de carbone au sein de la peau stratifiée	83
3.5	Courbes des taux surfacigues de fibres en fonction du procédé de cuisson	84
3.6	Illustration de la distribution des fibres au sein des peaux selon le procédé de cuisson	85
3.7	Présentation des différentes éprouvettes de peaux prélevées et sollicitées en traction .	86
3.8	Observation optique de l'état de surface des peaux selon le procédé de cuisson	87
3.9	Présentation du banc utilisé pour les essais de traction sur peau	89
3.10	Illustration des réponses linéaire et bilinéaire obtenues au cours des essais de traction	90
3.11	Courbes des essais de traction en force pour chacune des configurations de peau	90
3.12	Histogramme des modules d'Young obtenus lors des essais de traction sur peau	91
3.13	Illustration de la détermination des dimensions de la surface des éléments linéiques .	93
3.14	Présentation des modèles discrets implémentés pour modéliser les différentes peaux .	94
3.15	Mise en évidence de l'impossibilité d'appliquer les conditions aux limites en traction .	95
3.16	Déplacement hors plan de peaux implémentées sur la base de données de littérature .	97
3.17	Déplacement transverse d'une peau implémentée sur la base de données de littérature	98
3.18	Courbes de l'étude paramétrique sur l'influence du paramètre de correction SCF	100
3.19	Illustration de l'effet de la correction sur le cisaillement des éléments de poutre	100
3.20		101
3.21	Visualisation de la distribution des tailles des cellules fermées de la mousse	102
3.22	Geometrie des eprouvettes utilisées pour les essais de compression sur mousse	103
3.23	Presentation du banc utilise pour les essais de compression sur mousse	104 105
3.24	Courbes des assais de compression sur mouses à pluciours vitesses de chargement	105
3.25	Evolution des propriétés de la mousse en compression avec la vitesse de chargement	100
3.20	Céométrie des épropuettes utilisées pour les essais d'impact normal	100
3.28	Présentation du banc utilisé nour les essais d'impact normal sur mousse	107
3 29	Dimensions de la tête du projectile utilisé pour réaliser les essais d'impact basse vitesse	109
3.30	Présentation du banc utilisé pour réaliser tous les essais d'impact basse vitesse	110
3.31	Courbes de force et de déplacement des impacts normaux sur mousse avec rebonds	111
3.32	Courbes de force et de déplacement du premier contact lors des essais d'impact	111
3.33	Courbes de la vitesse et de la force / déplacement des essais d'impact sur mousse	112
3.34	Courbes des essais d'impact sur mousse pour chacune des énergies incidentes	112
3.35	Profondeur et diamètre d'indentation plastique des mousses impactées	113
3.36	Courbe d'écrouissage strictement monotone utilisée pour les simulations	116
3.37	Mesures du ratio de contrainte pour les différentes vitesses de compression de la mousse	116
3.38	Mesures du taux de déformation plastique pour les différentes vitesses de compression	117
3.39	Détermination des paramètres de la loi de Cowper Symonds	118
3.40	Conditions aux limites des simulations numériques des essais de compression	118
3.41	Comparaison numérique et expérimentale des essais de compression sur mousse	119
3.42	Conditions aux limites des simulations numériques des essais d'impact sur mousse .	120

3.43 3.44 3.45	Comparaison numérique et expérimentale des essais d'impact sur mousse Illustration de la loi de dépendance à la vitesse mixte envisagée pour la mousse Résultats des optimisation de la loi de mousse	121 122 123
4.1	Illustration de la loi de dépendance à la vitesse mixte envisagée pour la mousse	127
4.2	Illustration du processus de fabrication des peaux par AFP en plusieurs passes	127
4.3	Présentation des différentes architectures des peaux réalisées	128
4.4	Présentation de la machine de découpe par jet d'eau	129
4.5	Disposition des plaques composites sandwichs au sein des plaques de mousse	129
4.6	Photographies du processus de fabrication des éprouvettes composites sandwichs	130
4.7	Photographies de la peau inférieure avant et après utilisation de la bâche à vide	131
4.8	Présentation du support permettant de réaliser les impacts sur composites sandwichs	132
4.9	Conditions aux limites pour les calculs de pré-dimensionnement du support	133
4.10	Résultats des simulations de pré-dimensionnement du support des éprouvettes	134
4.11	Solution définitive retenue pour la géométrie du support des éprouvettes	134
4.12	Visualisation de la zone d'essai et des contraintes spatiales associées	135
4.13	Présentation des tests de faisabilité et des éléments nécessaires au montage optique.	136
4.14	Photographies du bridage de la norme ASTM D7316	137
4.15	Vérification de l'application correcte de la condition de bi-encastrement	138
4.16	Illustration du système de cales mis en place pour assurer une répétabilité des essais .	139
4.17	Courbes de force en fonction du déplacement des essais d'impact préliminaires	139
4.18	Conditions aux limites des simulations numériques des essais d'impact préliminaires	140
4.19	Comparaison numérique et expérimentale des essais d'impact préliminaires	141
4.20	Visualisation des ondes de compression dans les matériaux impactés	143
4.21	Analyse numérique et expérimentale des signaux de force des impacts sur aluminium	143
4.22	Analyse numérique et expérimentale des signaux de force des impacts sur polycarbonate	144
4.23	Analyse numérique et expérimentale des signaux de force des impacts sur sandwich .	144
4.24	Présentation des éprouvettes utilisées pour les essais d'impact sur composites sandwichs	146
4.25	Présentation des capteurs d'émission acoustique	147
4.26	Présentation de la caméra de profil et de sa capture vidéo	147
4.27	Présentation du montage de stéréo-CIN	149
4.28	Illustration du principe de CIN	149
4.29	Illustration des distorsions optiques engendrées par un objectif	150
4.30	Visualisation de l'outil numérique permettant d'évaluer la qualité d'un mouchetis	150
4.31	Illustration de l'interversion des blocs d'une FFT 2D	151
4.32	Tomographies des défauts observés dans l'âme des matériaux composites sandwichs.	152
4.33	Tomographies des défauts observés dans les peaux des matériaux composites sandwichs	152
4.34	Tomographies des architectures de peau	153
4.35	Modelisation du mobile d'impact comme un système masse/ressort	154
4.36	Mise en évidence du probleme de la mesure de la vitesse par dérivation	155
4.37	Illustration du principe de mesure de la vitesse grace à un drapeau fixe au poids tomban	155
4.38	Mise en evidence de la forte incertitude sur la mesure du zero de deplacement	157
4.39	Mise en evidence de l'apport de la correction de la mesure de la vitesse incidente	157
4.40	Tomographies transverses d'une peau superieure rompue des eprouvettes	159
4.41	Tomographies longitudinales d'une peau superieure rompue des eprouvettes	159
4.42	Tomographies transverses de la peau superieure indentée des éprouvettes	160
4.43	Tomographies longitudinales de la peau superieure indentée des eprouvettes	100
4.44	Inustration du scenario d'endommagement	161
4.45	Energies mises en jeu fors des essais à impact basse vitesse sur composites sandwichs	162
4.40	Courbes de force en fonction du deplacement pour les essais sur composites sandwichs	163
4.4/ 1 10	Tondances des maximums de force et de déplacement en fonction de l'architecture	104 145
4.40	Force et déplacement maximums en fonction de la direction d'alternance des terrens	165
4.49	Amplitude et localisation des évonoments accoustigues enregistrés lors des socies	160
4.00	Ampirude et localisation des evenements accoustiques enregistres fors des essais	100

#### TABLE DES FIGURES

4.51 4.52 4.53	Comparaison de l'indentation et du déplacement mesuré par CIN maximums Visualisation des champs de déplacements typiques dans le plan de la surface observée Visualisation du champ de déplacements typique hors plan de la surface observée	168 170 171
<ul><li>4.54</li><li>4.55</li><li>4.56</li></ul>	Visualisation des champs de déformation typiques dans le plan de la surface observée Evolution du champ de déplacement typique dans la direction transverse	172 173 173
4.57 4.58	Comparaison des champs de déplacement et de déformation avec l'architecture Illustrations des zones riches en matrice et de la déformation de la surface mouchetée	174 174
4.59 4.60	Comparaison des spectres FFT des champs de déplacement longitudinaux	175 177
4.61	Comparaison des spectres FFT des champs de déplacement hors plan	178
4.63	Conditions aux limites du modèle numérique des éprouvettes composites sandwichs	181
4.64	Visualisation des différentes positions de peau testées dans les simulations numériques	182 183
4.66	Influence numérique de la vitesse incidente pour une éprouvette donnée	184
4.67 4.68	Influence numérique de la position de la peau pour une éprouvette donnée	185 186
4.69	Influence numérique de la position des torons pour une éprouvette donnée	187
4.70 4 71	Comparaison numérique et expérimentale des impacts avec différents torons Comparaison numérique et expérimentaledes maximums de force et de déplacement	188 189
4.72	Mise en évidence de quelques limitations du modèle des composites sandwichs	190
A.1	Présentation des différentes couches constituant la tête	208
A.2	Présentation des différents types de blessure au niveau de la tête	208
A.4	Courbe de la WSTC en échelle logarithmique	210
A.5	Courbes reliant le HIC à un niveau maximal de blessure	213
A.6	Historique des criètres de lésion de la tête par date et par catégorie	218
A.8	Comparaison de la pertinence des coefficients de regression des critères de lésion de	21)
A.9	la tete	220 220
A.10	Comparaison entre les critères en déformation et les autres critères de lésion de la tête	221
B.1	Dispositif de mesure du HIC par lâcher de masse	224
В.2 В.3	Dispositif de mesure du HIC pendulaire	225 226
B.4	Dispositif de mesure du HIC par impact linéaire	227
B.5	Dispositif de mesure du HIC par projection	228
В.6 В 7	Dispositif de mesure du HIC pendulaire inversée avec maintien	229
B.8	Dispositif de mesure du HIC avec mannequin complet	231
D.1	Illustration d'une rotation quelconque de la section de poutre	243
D.2	Illustration d'une rotation quelconque de la fibre rigide de plaque	244
D.5 D.4	Illustration de la répartition des surfaces pour chacun des points d'intégration	255 254
D.5	Illustration d'un déplacement plan appliqué	255
F.1 F.2	Illustration des éléments utilisés pour réaliser les validations numériques Illustration des sollicitations membranaires utilisées pour réaliser les validations numériques	260 261
F.3	Illustration des sollicitations en flexion utilisées pour réaliser les validations numériques	262

#### TABLE DES FIGURES

F.4	Illustration des sollicitations en cisaillement hors plan utilisées pour réaliser les validations numériques	263
G.1 G.2 G.3 G.4 G.5	Position des sommets et des points de références utilisés pour l'homogénéisation Sollicitations élémentaires utilisées lors de l'homogénéisation périodique Conditions aux limites imposées lors de l'homogénéisation périodique Sensibilité de l'homogénéisation périodique à la déformation imposée Sensibilité de l'homogénéisation périodique à la taille des éléments	266 266 267 270 271
H.1 H.2	Description de l'élément fini cohésif personnalisé	274 278
J.1 J.2	Observation des types de fenêtres utilisés pour l'analyse du taux volumique de fibres Observation des tailles de fenêtres utilisés pour l'analyse du taux volumique de fibres	286 286
K.1 K.2	Loi de comportement de mousse en compression avec écrouissage isotrope Mise en évidence des erreurs numériques du comportement de mousse en compression	288 293
M.1	Exemples d'interprétation des spectres fréquentiels obtenus par FFT 2D	304
N.1	Exemples de localisation d'événements acoustiques	306

### Acronymes

AC Advisory Circulars — Circulaires d'information. 14

AE Emission Acoustique. 5

**AEF** Analyse par Eléments Finis. 38

- AFP Automated Fiber Placement Placement de fibre automatisé. 77, 122, 126, 127, 130, 174, 188
- **AFU** Aide au Freinage d'Urgence. 9
- AMC Acceptable Means of Compliance Moyens acceptables de conformité. 13
- ASTM American Society for Testing and Materials Société américaine pour les essais et les matériaux. 18, 82, 102, 107, 131, 136, 137, 139, 140
- ATD Anthropomorphic Test Device Dispositif de test anthropomorphe. 13, 223
- CAE Complete Abaqus Environment Environnement Abaqus complet. 179

CAI Compression Après Impact. 24

- CAO Conception Assistée par Ordinateur. 134, 135
- CIN Corrélation d'Images Numériques. 5, 135, 146, 148, 149, 167, 168, 169, 173, 176, 179, 189, 190

CPER Contrat de Plan Etat-Région. 1

- **CS** Certification Specifications Spécifications de certification. 13, 14
- EASA European Union Aviation Safety Agency Agence de l'Union Européenne pour la sécurité aérienne. 9, 13, 14
- **EEVC** European Experimental Vehicles Committee Comité européen des véhicules expérimentaux. 17
- **EF**<sup>2</sup> Eléments Finis au carré. 4
- Euro NCAP European New Car Assessment Programme Programme européen d'évaluation des nouveaux véhicules. 9
- FAA Federal Aviation Administration Administration fédérale de l'aviation. 9, 13, 14
- FAR Federal Aviation Regulations Réglementation fédérale de l'aviation. 13, 14

FEDER Fonds Européen de DEveloppement Régional. 1, 3

**FFT** *Fast Fourier Transform* — Transformation de Fourier Rapide. 150, 151, 175, 176, 177, 178, 191, 303, 304

GIEC Groupe d'Experts Intergouvernemental sur l'Evolution du Climat. 8

- HCT Head Component Testeur Testeur pour éléments liés à la tête. 3
- HIC *Head Injury Crierion* Critère de lésions de la tête. 3, 12, 13, 14, 32, 210, 211, 213, 218, 219, 223, 224, 225, 226, 227, 228, 229, 230, 231

#### ACRONYMES

- HPP Hypothèses des Petites Perturbations. 241
- LED Light Emitting Diode Diode électroluminescente. 138, 148
- MEF Méthode des Eléments Finis. 72, 235
- NHTSA National Highway Traffic Safety Administration Administration nationale de la sécurité routière. 9, 13, 210, 211
- nida nids d'abeilles. 3, 15, 18, 22, 23, 24, 26, 27
- PMI polymethacrylimide. 78
- PPV Principe des Puissances Virtuelles. 235, 236
- PVC polychlorure de vinyle. 78, 114
- rpl répétition par longueur. 175, 176
- SAN styrène-acrylonitrile. 76, 78, 122, 124
- SCF Slenderness Compensation Factor Facteur de compensation d'élancement. 50, 99, 100
- TFD Transformée de Fourier Discrète. 142, 150
- UEL sous-programme utilisateur de définition d'un élément standard. 39, 43
- **UMAT** sous-programmes utilisateur de définition du comportement mécanique d'un matériau standard. 43
- VER Volume Elémentaire Représentatif. 26, 265, 266, 267, 271
- VUEL sous-programme utilisateur de définition d'un élément explicite. 39, 43, 51
- VUMAT sous-programmes utilisateur de définition du comportement mécanique d'un matériau explicite. 43

# **Avant-propos**

Les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit se déroulent dans le cadre d'un projet financé par le Fonds Européen de DEveloppement Régional (FEDER), lequel s'inscrit dans un Contrat de Plan Etat-Région (CPER) Nouvelle-Aquitaine. Il est mené en collaboration avec l'entreprise RESCOLL. Ce projet se décompose en différents sous-ensembles, fixés en amont des travaux de recherches, comme suit :

- Lot 1 : Conception et réalisation d'un banc d'essai
- Lot 2 : Essais de calibration et de caractérisation des matériaux
- Lot 3 : Réalisation des modèles numériques et validation
- Lot 4 : Analyse de la santé matière des éléments du siège
- Lot 5 : Réalisation et analyse des essais de corrélation
- Lot 6 : Qualification du banc et rédaction du manuscrit de thèse

La nature de ces financements impose de justifier les tâches effectuées dans la réalisation de chacun des lots, et ce manuscrit fait partie intégrante des livrables associés. Il a été convenu d'un commun accord que les parties relatives aux lots 1 et 6 (hors rédaction) seraient prises en charge par les personnels de RESCOLL. Ainsi, l'ensemble des items restants est inclus dans ce manuscrit. Le lecteur pourra se reporter aux chapitres et sections renseignés ci-après pour le détail de chaque lot. Certaines parties sont très exhaustives, notamment sur le plan expérimental, afin de fournir le maximum d'informations, puisque ce manuscrit sert de justification à la réalisation des lots.

- Lot 2 :
  - Essais de calibration dans la section 4.2
  - Essais de caractérisation des peaux composites dans la section 3.2
  - Essais de caractérisation de l'âme en mousse dans la section 3.4
- Lot 3 :
  - Réalisation des modèles numériques dans la section 2.1, la section 2.2, la section 3.3 et la section 3.5
  - Réalisation des validations numériques dans la section 2.3
- Lot 4 :
  - Analyses optiques des peaux composites dans la sous-section 3.2.1
  - Analyses tomographiques de l'âme en mousse dans la sous-section 3.4.1
  - Analyses tomographiques santé matière des matériaux sandwichs avant impact dans la sous-section 4.3.4
  - Analyses tomographiques santé matière des matériaux sandwichs après impact dans la sous-section 4.4.2
- Lot 5 :
  - Réalisation des essais de corrélation dans la section 4.3
  - Analyse des essais de corrélation dans la section 4.4
  - Réalisation des simulations d'impact basse vitesse sur les matériaux sandwichs dans la section 4.5

Avant-propos

### Introduction

Les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit ont été réalisés au sein de l'Intsitut Pprime, en partenariat avec l'entreprise RESCOLL et plus spécifiquement son antenne sur le site de Rochefort. Ils s'inscrivent dans le cadre d'un projet soutenu par un financement FEDER visant à étudier les interactions entre la tête des passagers et leur environnement direct lors de situations de contact. Plus spécifiquement, l'objectif est de mettre en place les outils pour étudier la réponse mécanique des peaux minces des matériaux caractéristiques des intérieurs cabine en sollicitation d'impact basse vitesse, aussi bien d'un point de vue numérique qu'expérimental.

Au sein de tous les domaines du transport, et en particulier celui de l'aéronautique, la sécurité des individus est un des enjeux majeurs. Dans ce contexte, il existe de multiples scénarios qui mettent en danger la survie des passagers lors de situations critiques (fortes turbulences, atterrissages violents, freinages d'urgence). Les zones corporelles principalement affectées par ce type d'événements dans les domaines aéronautique et automobile sont la tête, le thorax, et les membres inférieurs. La zone d'intérêt étudiée dans ce manuscrit est la tête, et plus particulièrement le risque de lésions susceptibles de survenir lors d'un impact entre la tête et son environnement. Les dangers associés au contact lors de telles situations peuvent être quantifiés à l'aide de divers critères de blessure et celui retenu, tout d'abord dans les normes Américaines, puis dans les normes Européennes, est le critère *Head Injury Crierion* — Critère de lésions de la tête (HIC). Afin de réaliser les essais de certification, des mannequins de crash test, mais également des dispositifs spécifiques dédiés, peuvent être utilisés. Cependant, il n'existe actuellement aucun organisme en France qui permette de mesurer cette métrique et donc de certifier des mobiliers cabine, c'est pourquoi il faut se rendre pour cela en Angleterre ou aux Etats Unis.

Pour répondre à cet objectif de minimisation du risque de lésion au niveau de la tête lors de chocs, les principaux matériaux étudiés sont choisis pour leur forte capacité absorbante et dissipative, avec une contrainte importante quant à la masse embarquée. Ainsi, les matériaux d'étude seront les matériaux composites, ainsi que les matériaux cellulaires, comme les mousses ou les nids d'abeilles (nida), qui constituent les matériaux sandwichs. L'étude s'inscrit dans la lignée des travaux de Clément Audibert qui a également travaillé en collaboration avec l'entreprise RESCOLL sur les sollicitations d'impact basse vitesse. Ces travaux portaient sur la caractérisation des mécanismes dissipatifs sous sollicitation d'impact d'une assise de siège de pilote.

Initialement, une partie conséquente du travail de thèse reposait sur la conception et la réalisation d'un banc d'essai *Head Component Testeur* — Testeur pour éléments liés à la tête (HCT) en collaboration avec la société RESCOLL, afin de pallier au manque de moyens d'essai et pour permettre à divers acteurs de l'industrie (tels que Zodiac, Stelia ou Expliseat) de pouvoir réaliser des designs optimaux de mobiliers d'intérieur cabine. Néanmoins, des réorientations, qui peuvent être attribuées à la crise sanitaire ainsi qu'à un repositionnement stratégique de l'entreprise, ont été adoptées. Ainsi, les travaux de recherche se sont essentiellement articulés autour de l'interaction entre la tête des passagers et les mobiliers cabine, de la modélisation numérique et de la confrontation entre l'expérience et la simulation.

#### Introduction

Les mobiliers considérés sont composés de peaux minces architecturées, dont les motifs, dessinés par des torons de fibres, peuvent jouer un rôle majeur dans la réponse mécanique. Cette thématique scientifique générale est d'actualité et trouve un intérêt dans de nombreuses applications. La conception de telles structures, assujetties à des chocs, nécessite l'intégration des variabilités d'architectures, afin de maîtriser toutes les nuances des réponses mécaniques et de pouvoir espérer prévenir les endommagements potentiellement néfastes aux passagers. Ces variabilités sont majoritairement générées pendant le procédé de fabrication. Le lien qui unit ce procédé aux propriétés est un champ d'investigation très vaste, aussi bien dans la caractérisation expérimentale que dans sa modélisation et son expression dans les simulations numériques. Pour relever ces défis, il apparaît alors nécessaire d'accroitre le potentiel descriptif des modèles, comme par exemple en y intégrant l'organisation des fils et l'effet des procédés, autant dans la réponse mécanique que dans la prédiction de l'endommagement. Ainsi, l'enjeu majeur de ce travail est la connaissance fine du comportement en fonction de l'architecture réelle.

Par ailleurs, ces développements nécessitent des essais expérimentaux et une métrologie riche pour fournir les données d'entrée nécessaires permettant de développer et de valider les modèles. La cinématique des composites sandwichs à une échelle mésoscopique doit ainsi être analysée et caractérisée, afin de construire un comportement mécanique apte à capter les nuances de l'architecture et qui puisse prédire les endommagements. Si dans les cas statiques, l'approche expérimentale est relativement simple à déployer, les difficultés de telles études en dynamique s'accroissent. Elles résident dans l'enregistrement et l'extraction en temps réel d'informations à la fois locales et globales, tout en étant capable d'appréhender les différents paramètres influençant la réponse mécanique, tels que le procédé, les architectures de peau, ou les conditions d'essai.

La modélisation numérique des matériaux architecturés repose le plus souvent sur une description macroscopique moyenne des propriétés. Dans ce contexte, c'est la complexité des lois matériau implémentées qui permet de rendre compte du comportement mécanique riche, attribuable aux structures inhérentes aux composites et aux matériaux cellulaires. Aux échelles microscopique et mésoscopique, ces modèles sont capables de simuler fidèlement les mécanismes locaux au prix de maillages d'une complexité extrême. Toutefois, à l'échelle d'une structure complète, cette solution n'est plus possible à cause de la taille des problèmes et des temps de calcul prohibitifs. Des techniques de changement d'échelle peuvent alors être envisagées, en déployant ce que l'on appelle les Eléments Finis au carré (EF<sup>2</sup>), mais là encore, la succession des problèmes à résoudre entre les différentes échelles demande beaucoup de ressources. De plus, une limitation théorique apparait lorsque la taille caractéristique de l'architecture est du même ordre de grandeur que certaines dimensions de la structure. Dans le but de conserver une description fine des mécanismes locaux tout en y associant un temps de calcul raisonnable, les modèles numériques discrets semblent prometteurs. Le principe de ces modèles est d'inclure la complexité des architectures, non pas dans les lois matériau mais, dans une description mécanique spécifique de l'organisation et de la géométrie mésoscopique des structures. Déployer une telle approche nécessite l'identification préalable des mécanismes de déformations prédominants et des éléments internes qui en sont responsables. Sur la base d'une telle analyse, les matériaux architecturés peuvent ensuite être représentés comme un assemblage d'éléments finis structuraux, linéiques ou surfaciques. Ce travail s'inscrit dans cette thématique générale et propose un enrichissement d'une modélisation discrète existante de peaux composites minces, avec la prise en compte des raideurs de micro flexion et du comportement en cisaillement des fibres.

La réponse globale à l'impact des composites sandwichs avec âme en mousse et des peaux carbone/époxy a été largement étudiée dans la littérature (FENG et al. 2020, J. WANG et al. 2013). Souvent, seuls les forces de contact, les déplacements du projectile et la zone endommagée a posteriori sont observés. Pour ce qui est de mesures locales, les fibres optiques intégrées à la peau (MULLE et al. 2019, SALVETTI et al. 2017) ou les jauges de déformations (FLORES et al. 2017, PAN et al. 2016) conduisent à un suivi en temps réel des déformations infructueux

ou ne fournissent que des informations discrètes. C'est pourquoi une alternative courante est la Corrélation d'Images Numériques (CIN) qui permet de capturer l'entièreté des champs de déplacement. Cependant, lorsqu'il s'agit de mettre en lumière les effets d'architecture sur le comportement des structures composites, la CIN n'est pas fréquemment utilisée (AHMAD et al. 2021, AWAIS et al. 2020, BAR et al. 2020, MIAO et al. 2019), du fait des mesures fines à appréhender. En effet, elle demeure privilégiée pour capturer l'amorçage et la propagation du dommage (BOUKAR et al. 2022, CUYNET et al. 2018, SEAMONE et al. 2022). Une solution complémentaire envisageable est l'Emission Acoustique (AE), mais elle est souvent limitée à des procédures quasistatiques (DOITRAND et al. 2015, KALTEREMIDOU et al. 2021), car les acquisitions doivent être suffisamment efficaces, rapides et outrepasser les bruits de mesure.

Dans le contexte statique pourtant, toutes ces métrologies permettent de caractériser finement le comportement local des composites. Diverses études (KOOHBOR et al. 2018, YANG et al. 2018, ZHOU et al. 2021) montrent que dans ces conditions, la CIN permet de visualiser les motifs de torons de fibres dans la réponse mécanique en traction uniaxiale. Les effets des procédés de cuisson ont également été étudiés lors d'essais quasi-statiques de traction (CENTEA et al. 2015, LAN et al. 2015), de compression et de cisaillement (LAN et al. 2016). Néanmoins, aucune étude dynamique sur l'influence du procédé de cuisson dans des chargements dynamiques ne semble avoir donné lieu à des publications dans les bases de données interrogées.

Dans le présent travail, les principales contributions portent sur une modélisation numérique discrète implémentée dans ABAQUS®, ainsi que sur des techniques d'observations spécifiques qui ont été mises en œuvre. Le but est de tester, d'un point de vue numérique et expérimental, la capacité à distinguer l'influence de modifications fines des peaux composites minces sur le comportement dynamique avant rupture. Les différences analysées résultent à la fois de changements de l'architecture des torons de fibres et du procédé de cuisson.

Le chapitre 1 regroupe l'ensemble des ressources bibliographiques et numériques permettant de positionner le contexte et les enjeux du travail de thèse. Il permet d'expliciter et de justifier les choix qui ont été pris, ainsi que le déroulement du manuscrit. Le chapitre 2 présente l'implémentation dans le code de calcul ABAQUS® d'un élément fini discret personnalisé, permettant de modéliser des peaux composites minces architecturées en sollicitation d'impact basse vitesse. La validation de cet élément, ainsi que la confrontation avec d'autres types de modélisations numériques ont également été menées. Le chapitre 3 aborde l'étude expérimentale indépendante du comportement des matériaux d'âme et de peau, constitutifs des éprouvettes sandwichs, ainsi que la confrontation avec des simulations numériques. Le chapitre 4 décrit l'étude expérimentale du comportement de matériaux sandwichs à peaux minces architecturées sous impact basse vitesse, ainsi que la confrontation avec la modélisation numérique développée. Classiquement le document se finalise par des conclusions et les perspectives envisagées.

### **Chapitre 1**

# Contexte et enjeux des travaux de recherche

#### Sommaire

Préambule			
1.1	Conte	xte	
	1.1.1	Domaine du transport	
	1.1.2	Protection de la tête des passagers 12	
1.2	Charg	gements dynamiques	
	1.2.1	Classification des essais d'impact	
	1.2.2	Conditions d'impact	
1.3	Comp	Comportement des matériaux à l'impact	
	1.3.1	Réponse à l'impact	
	1.3.2	Polymères renforcés	
	1.3.3	Matériaux cellulaires	
	1.3.4	Composites sandwichs	
1.4	Modé	lisations numériques des matériaux composites	
	1.4.1	Modélisations numériques usuelles	
	1.4.2	Modélisations numériques discrètes	
Bilan 31			

#### Préambule

Ce premier chapitre a pour but de présenter les éléments indispensables permettant de contextualiser et de justifier les travaux de recherches présentés dans ce manuscrit. La modélisation discrète et l'étude expérimentale du comportement de matériaux sandwichs à peaux minces architecturées sous impact basse vitesse reposent sur deux grands enjeux. Le premier est de parvenir à isoler et à mettre en évidence expérimentalement l'influence de variations fines dans l'organisation des torons de fibres de matériaux composites. Le second est de parvenir à modéliser numériquement les écarts locaux observés, tout en conservant un temps de calcul numérique raisonnable.

Dans une première partie (section 1.1), le contexte des travaux sera présenté, avec d'une part le domaine des transports et d'autre part la protection de la tête des passagers. Ensuite, les conditions d'essais d'impact basse vitesse (section 1.2) et les comportements des matériaux étudiés (section 1.3) seront abordés. Dans un dernier temps (section 1.4), les modèles numériques de matériaux composites existants, et en particulier les représentations discrètes, seront introduits.

#### 1.1 Contexte

Le projet dans lequel s'inscrivent ces travaux concerne la protection des usagers dans le domaine aéronautique. En effet, lors de situations critiques du vol, la tête des passagers peut venir heurter leur environnement direct. Afin d'appréhender le contexte et de définir les enjeux relatifs à cette problématique, une synthèse du secteur concerné et de ses règlementations a été réalisée. Le domaine du transport (sous-section 1.1.1) a tout d'abord été analysé, au regard de la sécurité des usagers et du contexte environnemental. Ensuite (sous-section 1.1.2), la protection spécifique de la tête des passagers a été étudiée.

#### 1.1.1 Domaine du transport

Au sein du domaine des transports, il y a aujourd'hui deux contraintes essentielles qui gouvernent les évolutions en matière de recherche et d'innovation.

La première, la plus ancienne, est la sécurité des usagers. Il a surtout été question, dans un premier temps, de protéger les passagers et utilisateurs des moyens de transports. Les réglementations se sont ensuite étendues à la protection des usagers se trouvant dans l'environnement direct des véhicules, comme dans le cas des piétons pour les véhicules automobiles.

La seconde, plus récemment incluse dans les processus de recherche et de développement, est l'impact environnemental. En avril 2022, le troisième volet du sixième rapport d'évaluation du Groupe d'Experts Intergouvernemental sur l'Evolution du Climat (GIEC) (*Rapport 1*) sur les préconisations permettant de limiter le réchauffement climatique a été publié. Parmi les leviers abordés pour atteindre les objectifs environnementaux fixés par l'Accord de Paris en 2016, soit une limitation du réchauffement climatique « *à un niveau bien inférieur à 2, de préférence à 1,5 degré Celsius, par rapport au niveau préindustriel* » (*Rapport 2*), les transports figurent au premier rang, au même titre que l'alimentation ou le logement.

#### 1.1.1.1 Dispositifs de sécurité

Si le premier véhicule motorisé breveté par l'Allemand Carl Benz est apparu 1886, pour beaucoup, il a fallu attendre près d'un demi-siècle plus tard pour voir apparaître le premier dispositif de sécurité dans l'industrie automobile, le système de freinage hydraulique du véhicule Duesenberg Model A en 1922. Selon d'autres sources, c'est l'invention du verre de sécurité, mis au point par le français Edouar Benedictus dans la première décennie du XXème, qui est considéré comme le premier dispositif de sécurité. Depuis, de grandes innovations, marquées par la ceinture de sécurité à trois points d'ancrage inventée par le Suedois Nils Bohlin en 1959 ou encore les airbags, n'ont eu de cesse de se développer. En parallèle de ces avancées technologiques, des entités nationales sont apparues, dans le but de statuer sur les dispositifs de sécurité obligatoires, ainsi que pour définir des essais de certification spécifiques permettant de mettre sur le marché un nouveau véhicule. Dans le domaine de l'automobile, les entités de régulation en vigueur sont l'*European New Car Assessment Programme* — Programme européen d'évaluation des nouveaux véhicules (Euro NCAP) en Europe, fondé en 1996, et la *National Highway Traffic Safety Administration* — Administration nationale de la sécurité routière (NHTSA) aux Etats Unis, qui a débuté en 1970. Dans le domaine de l'aéronautique, c'est l'*European Union Aviation Safety Agency* — Agence de l'Union Européenne pour la sécurité aérienne (EASA) en Europe, créée en 2002, et la *Federal Aviation Administration* — Administration actuelles.

Au sein des dispositifs de sécurité, il existe deux catégories avec, d'une part, les éléments de sécurité actifs, d'autre part, les éléments de sécurité passifs. Les dispositifs de sécurité actifs sont mis en place dans le but d'éviter les situations d'accident en amont. Par exemple, dans le cas de l'industrie automobile, l'Anti-Blocage de Roues (ABS) ou encore l'Aide au Freinage d'Urgence (AFU) sont intégrés dans le but de diminuer le risque d'accident lors d'une situation de freinage brusque et intense. A l'inverse, les dispositifs de sécurité passifs sont les éléments ayant vocation à diminuer au maximum les conséquences d'un accident lorsqu'il survient. Par exemple, dans le cas de l'aéronautique, la protection des réservoirs de carburant permettant de limiter les risques d'incendie ou plus pragmatiquement un parachute sont mis en place dans ce sens. Dans la chronologie des avancées industrielles et scientifiques, les dispositifs de sécurité actifs de sécurité actifs sont apparus en premier lieu, puisqu'ils conditionnent directement l'utilisation d'un moyen de transport. Depuis, si des efforts conséquents sont toujours mis en place pour éviter tout risque potentiel d'accident, la probabilité d'une situation critique nulle n'existant pas, les dispositifs additionnels passifs sont au premier plan des innovations.

Dans le cadre des présents travaux, l'étude de l'environnement des intérieurs cabine des avions s'inscrit ainsi dans le cadre des moyens de sécurité passifs, puisqu'il s'agit de comprendre le comportement des matériaux dans le but de minimiser les risques de blessure des passagers.

#### 1.1.1.2 Enjeux environnementaux

Dans un contexte bien plus contemporain, en comparaison avec les prémices de l'industrie des transports, les enjeux environnementaux liés au réchauffement climatique n'ont été considérés sur le plan international qu'à partir de la fin du XXème siècle. En effet, c'est avec le Protocole de Kyoto en 1997 que fut signé le premier traité international pour la lutte contre le réchauffement climatique. Afin de réduire les émissions de gaz à effet de serre, il est donc important de se pencher sur la source de ces émissions.

La figure 1.1 présente les répartitions par secteur des émissions de gaz à effet de serre aux échelles mondiale, européenne et française, ainsi que le détail pour le domaine du transport en 2018. Que ce soit sur le plan mondial, européen et plus encore sur le plan national, il apparaît que le domaine du transport contribue de manière conséquente aux émissions de gaz à effet de serre. Si le secteur routier contribue sans aucune équivoque en grande partie à ces émissions, le secteur aéronautique est comparable au secteur maritime sur le plan Européen et international. Par ailleurs, ces chiffres ne donnent que la part des émissions en fonction des différents secteurs, mais cela ne reflète pas l'impact relatif pour une utilisation comparable.

La figure 1.2 illustre, en 2018 dans les différents domaines du transport, les émissions de gaz à effet de serre Européennes rapportées au kilomètre parcouru par passager, ainsi que les émissions commerciales rapportées au kilomètre parcouru par tonne utile. Cette fois-ci, les émissions du secteur maritime se retrouvent bien inférieures à celles des véhicules terrestres, et plus encore à celles des moyens de transport aériens. Une fois ces ordres de grandeurs établis, une dernière analyse peut être faîte quant à l'évolution des usages dans le domaine des transports.





FIGURE 1.1 – Emissions en éq  $CO_2$  des différents secteurs économiques à l'échelle mondiale a), européenne b) et française c) et du domaine des transports à l'échelle mondiale a), européenne b) et française c). Source : *Rapport 3*.



FIGURE 1.2 – Emissions européennes en 2018 en éq  $CO_2$  dans le domaine du transport par usager a) et par tonne de marchandise b). Source : *Rapport* 4.

La figure 1.3 illustre les consommations européennes des quatre grands secteurs du transport entre 1990 et 2018, rapportées à celles de 1990. Il apparaît que si les émissions ont plus que doublé dans le domaine de l'aéronautique, les domaines maritimes et routiers sont stables. Concernant le domaine ferroviaire, une chute des émissions allant jusqu'à 33% en 2018 est visible, elle peut en partie s'expliquer par un changement des usages, du ferroviaire vers l'aéronautique, tendance qui est amenée à évoluer dans les années à venir.



FIGURE 1.3 – Evolution des émissions en éq  $CO_2$  dans le domaine des transport entre 1990 et 2020. Source : *Rapport 5*.

En termes d'enjeux environnementaux dans le domaine des transports, le principal levier d'action est donc un changement des habitudes des usagers. Cepenant, il est tout de même nécessaire de réaliser des efforts importants afin de rendre les mobilités plus douces. Dans le domaine de l'aéronautique, ces objectifs se traduisent concrètement par une volonté d'augmenter la température des moteurs, afin d'améliorer les rendements de combustion, et par un allègement des structures. Concernant les gains potentiels de masse, les matériaux composites sont une alternative idéale, puisqu'il est possible d'adapter spécifiquement leurs propriétés mécaniques aux directions de sollicitation. De plus, les raideurs spécifiques de ces matériaux sont très compétitves comparativement à celles des autres matériaux conventionnels, comme cela est illustré sur la figure 1.4. Ainsi, la part des matériaux matériaux composites constituants les avions ne cesse de croître, comme indiqué dans la figure 1.5.



\* Contrainte de limite d'élasticité pour les polymères et métaux, à rupture en compression pour les céramiques et en traction pour les composites, de resistance à la déchirure pour les elastomères

FIGURE 1.4 – Diagramme d'Ashby des contraintes caractéristiques spécifiques de différentes gammes de matériaux. Adapté d'après : M.F. ASHBY s. d.



FIGURE 1.5 – Evolution de la proportion massique de matériaux composites au sein des appareils Airbus entre 1970 et 2015. Adapté d'après : BETTEBGHOR et al. s. d.

Dans une volonté de réduire les émissions des appareils, si le gain de masse est essentiel pour les pièces structurelles, il l'est également pour les pièces secondaires, éléments de structures constituants par exemple l'intérieur des cabines, où l'utilisation des matériaux composites est également privilégiée. Les matériaux sandwichs sont une des architectures fortement privilégiées, car ils permettent d'offrir une raideur importante aussi bien en sollicitation membranaire qu'en flexion, tout en limitant la masse. Le plancher des avions commerciaux en est un exemple. Dans le cadre d'une collaboration antérieure entre RESCOLL et l'institut Pprime, un travail a déjà été conduit afin d'étudier et de comprendre le comportement de ce type de structure aux chocs. A travers le projet Geniosa de siège pilote en composites, une boîte d'absorption de chocs a été conçue pour protéger la colonne vertébrale des pilotes. Le travail de cette thèse est en continuité avec cette précédente étude et traite des matériaux sandwichs composites à peau très minces utilisés pour les mobiliers intérieurs.

#### 1.1.2 Protection de la tête des passagers

Dans le cadre de ces travaux, la protection de la tête des passagers lors de situations critiques du vol est le point d'intérêt final. Au cours de ce type d'événement, un risque de lésion peut survenir si un contact se produit entre la tête des passagers et son environnement direct. Des solutions techniques doivent alors être mises en place, dans le but de garantir la sécurité des usagers, tout en minimisant la masse embarquée. Ainsi, il est nécessaire, d'une part, de connaître les normes imposées dans les règlementations en vigueur, et d'autre part, la réponse dynamique des matériaux constitutifs des intérieurs cabine.

#### 1.1.2.1 Règlementation en vigueur

Le critère utilisé pour quantifier les risques de lésions susceptibles de survenir au niveau de la tête lors d'un impact est nommé HIC, signifiant critère de blessure de la tête. Une étude approfondie sur ces origines, son principe, son évolution, ainsi que ses limites et la multitude d'autres critères existants, est présentée en annexe A. Ce critère en accélération linéaire dans les trois directions de l'espace, explicité dans l'équation 1.1, ne permet pas de statuer de manière déterministe sur l'existence ou l'absence de blessures pour un chargement donné. En effet, ce critère est probabiliste et repose sur la description du risque de lésion. Dans le cas présenté par la suite, c'est-à-dire une valeur de ce critère de 1000, cela représente un risque de 90% de

blessures modérées, de 55% de blessures sérieuses et de 18% de blessures sévères. Initialement inclus dans les normes automobiles par la NHTSA dans les années 1970, il a également été ajouté aux exigences des agences de certification aéronautiques que sont l'EASA et la FAA. En plus de ce premier critère qui permet de rendre compte des blessures par choc entre la tête et un objet contondant, il existe également des normes permettant de protéger la tête des passagers contre des blessures dues à des bords tranchants ou blessants.

$$HIC = \max_{(t_1, t_2) \in R^2} \left\{ (t_2 - t_1) \left[ \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt \right]^{2,5} \right\}$$
(1.1)

La réglementation en vigueur au sein des organismes de certification américain et européen a été étudiée, dans le but de connaitre les critères permettant de mettre sur le marché un mobilier d'intérieur cabine. Dans les normes Européenne de l'EASA *Certification Specifications* — Spécifications de certification (CS) 25.562 (*Règlementation 1*) et Américaine de la FAA *Federal Aviation Regulations* — Réglementation fédérale de l'aviation (FAR) 25.562 (*Règlementation 3*), il est stipulé que les « essais de certification doivent être menés avec un passager représenté par un mannequin de crash test anthropomorphe de 77 kg assis en position verticale », comme illustré dans la figure 1.6. Durant ces essais, des mannequins de crash test, le plus souvent un mannequin 50ème percentile homme Hybrid III présenté dans la figure 1.7, sont utilisés. De plus, il faut que la tête subisse une accélération de minimum 16 g, que l'impact ne dure pas plus de 90 ms et que la valeur du critère HIC reste en dessous du seuil de 1000.



FIGURE 1.6 – Test de certification de mobiliers cabine lors d'impact avec le passager. Source : LAKARANI 2002.



FIGURE 1.7 – ATD Hybrid III 50ème percentile homme en vue diagonale a), fontale b) et sagittale c). Source : *Humanetics*.

Dans les paragraphes spécifiques aux situations d'atterrissage d'urgence, il est tout de même fait mention d'autres moyens acceptables pour cette régulation, décrits dans l'EASA Acceptable Means of Compliance — Moyens acceptables de conformité (AMC) 25.562 (Règlementation 2), dans la norme européenne, et de « moyens équivalents », sans avoir de précisions supplémentaires, dans la norme américaine. Au sein de cette circulaire, il est indiqué que les moyens envisagés
par la réglementation Américaine, dans les circulaires FAA *Advisory Circulars* — Circulaires d'information (AC) 20.146 (*Règlementation 4*) et FAA AC 25.562-1B (*Règlementation 5*) sont considérés comme valides. Si la première circulaire ne concerne globalement que les essais numériques, la seconde présente des moyens d'essais équivalents envisageables. Il y a quatre points importants qui sont discutés dans cette circulaire :

- — « Les données permettant de déterminer le HIC doivent être collectées durant les essais discutés dans ce document uniquement si la tête de mannequin est exposée à un impact avec un mobilier intérieur d'avion »
- — « Le HIC repose sur les données acquises dans les trois directions orthogonales de l'espace grâce à des accéléromètres montés dans la tête d'un mannequin selon les spécifications du mannequin »
- « Dans la plupart des cas, il n'est pas nécessaire de procéder à un essai sur chariot du système complet pour évaluer les conditions spécifiques de blessure des occupants afin d'évaluer une nouvelle conception du système de siège qui n'affecte que le HIC »
- « Les méthodes d'essai sur des composants doit être comparable aux essais sur système complet de mesure du HIC, et la méthodologie spécifique utilisée devra être approuvée par la FAA »

Ainsi, mis à part avec des moyens d'essais approuvés au préalable, il n'est pas possible de certifier de nouveaux mobiliers d'intérieur cabine sans conduire des essais avec mannequin complet pour ce qui est des chocs entre la tête et un objet contondant. Par ailleurs, dans le but de valider des dimensionnements de structures en amont des essais de certification et pour étudier les risques de coupures, des tests représentatifs peuvent être mis en place, comme indiqué dans l'EASA CS 25.785 (*Règlementation 6*). Cela est conforté par le principal acteur américain pour ce type de certification, MGA, qui préconise des essais complets pour la norme FAA FAR 25.562 et des essais d'impact équivalent pour la norme FAA FAR 25.785.

Plusieurs études (DEWEESE et al. 2011, LAKARANI 2002, LAKARNI 2007) se sont penchées sur la possibilité de remplacer les essais complets coûteux par des moyens d'essais alternatifs représentatifs. Différentes solutions technologiques envisagées, ainsi que les avantages et inconvénients de chacune des méthodes sont présentés en annexe B. Aucun de ces dispositifs n'a été considéré fidèle aux essais mannequins entiers. Cependant, d'autres alternatives existent dans différents secteurs d'activité. La tableau 1.1 présente les caractéristiques de ces essais.

Source	Type	Vitesse	Accélération	Durée
	51	(m/s)	maximale (g)	(ms)
GOWDY et al. 1992	ATD	10-14	-	125
MIZUNO et al. s. d.	Projectile	8-14	200-400	-
STAMMEN et al. s. d.	Projectile	11,1	225-275	-
Lakarni 2007	HCT	12,8-14	100-140	20-108
Lakarni 2007	ATD et HCT	9,7-15,8	-	-
THORBOLE et al. 2008	HCT	9,8-13,4	60-70	-
MARJOUX et al. 2008a	Motards	-	90–270	-
MARJOUX et al. 2008a	Piétons	-	50-300	
SIMMS et al. 2009	Projectile	11,1	-	-
SIMMS et al. 2009	Projectile	11,1	-	-
DEWEESE et al. 2011	HCT	11,4	35,4	30
MUELLER et al. s. d.	ATD	-	-	80-120
MUELLER et al. s. d.	ATD	13,4	98	-
CHENG et al. 2019	HCT	11	-	-

TABLEAU 1.1 – Récapitulatif de plusieurs travaux portant sur l'étude d'impacts entre la tête et son environnement.

Dans le cadre de ces travaux, l'objectif est de pouvoir étudier le comportement de matériaux

composites dans des conditions d'impact représentatives voire proches des situations critiques du vol. Comme l'utilisation d'un mannequin complet est exclue, des essais d'impact classique à l'aide d'un puits de chute ont été choisis. La représentativité sera assurée à l'avenir par la forme de l'impacteur et sa matière, ainsi que par les conditions aux limites imposées à la semi structure impactée. Si ce banc est limité dans ce contexte de certification, en revanche dans le contexte du partenaire industriel, il est possible d'étendre le champ d'application du banc à d'autres applications.

# 1.1.2.2 Mobiliers cabine

D'après une rapide étude des fournisseurs de matériaux spécifiques aux intérieurs cabine, il apparaît que les sièges sont le plus majoritairement constitués de structures à ossature métallique recouvertes de pièces plastiques, de mousses souples et de tissus. Par ailleurs, de plus en plus d'éléments des sièges sont remplacés par des plastiques renforcés par des fibres de carbone ou aramide dans le but d'alléger les structures (Expliseat, Safran Seats). Pour ce qui est des mobiliers plus imposants, comme les panneaux structurels, les cloisons ou les meubles, ils sont généralement constitués de matériaux sandwichs à peau minces en fibres de verre ou en fibres de carbone avec une âme en structure nida principalement, et plus marginalement en mousse (*Dopag, FDC Aero Composites, Show Aircraft USA*).

Afin d'être représentatif des structures réelles, au regard du chargement et du moyen d'essai disponible, le choix s'est porté sur l'étude de mobiliers cabine imposants. En effet, pour ce qui est des mobiliers plus modestes, comme les sièges, la géométrie ainsi que les fixations spécifiques au plancher des avions sont plus complexes à mettre en place dans le cadre d'essais sur composants et non sur structure complète. A l'inverse, les mobiliers cabine imposants sont essentiellement constitués de panneaux droits contraints de part et d'autre.

Plus spécifiquement, le matériau étudié est un composite sandwich, avec des peaux minces en plastique thermodurcissable renforcé par des fibres de carbone et une âme en mousse haute densité. L'endommagement des peaux au-delà de la fissuration matricielle n'est pas souhaité, car cela entrainerait de potentielles lésions supplémentaires qui sont inenvisageables d'après la règlementation en vigueur. C'est pourquoi, le comportement des peaux et les effets d'architecture en particulier seront étudiés. Les dimensions des éprouvettes sandwichs choisies sont de 362 x 127 x 10 mm<sup>3</sup>, dans le but de tester des semi structures représentatives.

# 1.2 Chargements dynamiques

Les chargements dynamiques englobent une multitude de domaines de la physique, à l'image des impacts balistiques haute vitesse, des impacts basse vitesse, ou encore des phénomènes vibratoires et de résonnance. Il est essentiel de définir le cadre dans lequel s'inscrivent ces travaux, car chacune de ces différentes disciplines dispose de ses propres hypothèses et de son propre formalisme. Dans un premier temps (sous-section 1.2.1), la classification des essais d'impact est analysée afin de définir le domaine d'application de ces travaux. Dans un second temps (sous-section 1.2.2), les conditions des essais envisagés sont établies.

# 1.2.1 Classification des essais d'impact

Il existe plusieurs approches permettant de classifier les problèmes dynamiques d'impact. La méthode la plus répandue est de considérer la durée d'impact. Ainsi, du plus lent au plus rapide, il y a les indentations quasi-statiques, les impacts basse vitesse, les impacts haute vitesse ou balistiques et les chocs, comme ceux réalisés avec des lasers par exemple. Dans le cadre de ces travaux, il s'agit de savoir si les chargements considérés se trouvent dans le domaine des impacts basse ou haute vitesse. Les différents régimes de vitesse sont illustrés en figure 1.8.

La caractéristique des impacts basse vitesse (OLSSON 2000) est que les ondes de contraintes



FIGURE 1.8 – Classification des catégories d'impact en fonction de la durée d'impact. Impact très haute vitesse a), impact haute vitesse b) et impact basse vitesse c). Adapté d'après : OLSSON 2000.

élastiques ont le temps d'atteindre les conditions aux limites de l'éprouvette et de se réfléchir plusieurs fois durant la durée totale de contact. Ainsi, ce sont la géométrie et les conditions aux limites qui gouvernent la réponse mécanique. La réponse du matériau peut alors être considérée comme quasi-statique au sens de la synchronisation des réponses en force et en déplacement, il n'y a pas ou peu d'effets visqueux. De plus, la déformée adoptée correspond au mode de vibration le plus bas. Dans le cas des impacts de vitesse modérée, la durée caractéristique de propagation des ondes est du même ordre de grandeur que l'évènement d'impact. Ce sont alors les ondes de cisaillement et de flexion qui vont gouverner la réponse mécanique. Au cours des impacts haute vitesse, ce sont les ondes volumiques qui entrent en jeu. Dans les cas de vitesse modérée et de haute vitesse, la réponse de l'échantillon est dépendante des propriétés matériaux et non plus de la géométrie et des conditions aux limites, un phénomène de déphasage entre les efforts et les déplacements peut alors apparaître, à l'image des courbes de la figure 1.9. En considérant uniquement la vitesse du projectile, aucune limite claire n'est définie entre les deux domaines de basse et de haute vitesse. En effet, certains positionnent cette limite autour de 100 m/s (S. 1991), d'autres autour de 10 m/s (KUSAKA et al. 2000) en introduisant un domaine intermédiaire de vitesses. Une formule analytique permettant de déterminer la vitesse incidente seuil en fonction la déformation à rupture en compression et de la vitesse de propagation des ondes a également été établie (ROBINSON et al. 1992).



FIGURE 1.9 – Courbes de force et de déplacement de différentes catégories d'impact, avec un déphasage marqué dans le cas d'impact très haute vitesse a) et des signaux synchronisés dans le cas d'un impact très basse vitesse b). Adapté d'après : OLSSON 2010.

Une approche alternative est de ne pas considérer la vitesse du projectile mais les masses

mises en jeu. Ainsi, la comparaison entre la masse de l'éprouvette et la masse de l'impacteur peut être utilisée afin de discriminer différents domaines (OLSSON 2000). Dans ce cas, les différentes catégories obtenues sont les impacts à faible masse, à masse intermédiaire et à large masse. En définissant le ratio  $m_i/m_e$  avec  $m_i$  la masse de l'impacteur et  $m_e$  la masse de l'échantillon, le domaine des faibles masses se trouve en dessous d'une valeur de 0,2 et le domaine des larges masses se trouve au-dessus d'une valeur de 2. A énergie égale lors d'un impact, plus l'impacteur est petit et plus il va y avoir un déphasage entre les contraintes et déformations. Cela provient du fait que les impacts à masse faible sont plus critiques, dans la mesure où le seuil séparant les différents domaines est plus bas. De plus, pour les éprouvettes disposant d'un élancement (rapport de la longueur sur l'épaisseur) supérieur à 3, c'est la réponse globale qui gouverne la réponse mécanique, ce qui positionne l'essai dans le cas des larges masses.

Au sein de la régulation Européenne automobile *European Experimental Vehicles Committee* — Comité européen des véhicules expérimentaux (EEVC), il est stipulé que les essais représentatifs de chocs avec la tête de piétons doivent être conduits avec une vitesse de 11,1 m/s et un projectile d'une masse de 4,8 kg, cela représente une énergie cinétique d'environ 300 J. Cependant, une énergie bien moindre, allant jusqu'à 40 J a été sélectionnée par la suite, au regard des conditions aux limites critiques envisagées (présentées dans la sous-section 1.2.2). De plus, les éprouvettes sandwichs fabriquées disposent d'un très grand élancement, ainsi, le cadre de ces travaux se positionne dans le domaine des impacts basse vitesse.

# 1.2.2 Conditions d'impact

L'énergie incidente n'est pas le seul paramètre qui influence la réponse des matériaux au cours des essais d'impact. En effet, la forme de l'impacteur peut également conditionner la réponse mécanique. Des essais d'impact basse vitesse (MITREVSKI et al. 2006) à des énergies de 4 J et 6 J menés sur des stratifiés carbone/époxy ont permis de mettre en lumière l'influence de la forme de projectiles hémisphériques, ogivaux, et coniques, c'est-à-dire de plus en plus anguleux. Les résultats observés sont récapitulés dans le tableau 1.2. Plus le projectile est perforant et plus il va pénétrer dans la structure composite, ce qui tend à augmenter les frottements et donc allonger la durée d'impact tout en diminuant les efforts de réaction. En plus de la forme géométrique du projectile, les dimensions des impacteurs ont également été étudiées (ICTEN et al. 2013). Dans ces travaux, des projectiles hémisphériques de 12,7 mm, 20 mm, 25,4 mm et 38,1 mm ont été utilisés sur des éprouvettes en fibre de verre impactées à des énergies incidentes de 10 J à 100 J. Les conclusions obtenues sont similaires aux résultats précédents, ce qui peut être attribué au fait que l'augmentation du rayon de courbure des projectiles peut être assimilé à un adoucissement du caractère anguleux. Afin d'être représentatif de l'impact de la tête d'un passager, la prise en compte de la forme est donc importante. C'est d'ailleurs dans ce but que des études de biofidélité sont spécifiquement mises en œuvre (LOYD et al. 2012). Dans le contexte de la certification automobile, des projectiles sphériques métalliques recouverts d'une peau vinyle sont utilisés afin de simuler le choc piéton d'un adulte ou d'un enfant (TENG et al. 2011). Les rayons des impacteurs pour l'adulte et l'enfant sont respectivement de 82,5 mm et de 65 mm pour la structure complète, et de 68,6 mm et 54 mm pour la structure métallique.

TABLEAU 1.2 – Effet de la forme du projectile sur les grandeurs caractéristiques d'un impact normal.

	Forme	Force de réaction	Durée du contact	Profondeur d'indentation	Energie absorbée	Dommage
	Sphérique	Max	Min	Min	Min	Matriciel large
Ogivale	Int In	Int	Int	Int	Matriciel localisé	
		1110	1111		Ruptures légères	
Conjana		Min Max	Max	Max	Max	Matriciel focalisé
Conque	IVIAX		IVIAX	Ruptures importantes		

\* Max : maximale, Min : minimale, Int : intermédiaire

Les conditions aux limites jouent aussi un rôle majeur dans la réponse mécanique car, comme

présenté plus tôt, ce sont elles qui déterminent la déformée globale au premier ordre. Des essais (AUDIBERT 2017) d'impacts basse vitesse menés sur des composites sandwichs de grandes dimensions, avec une âme en nida et des peaux hybrides asymétriques en lin et en carbone, ont montré qu'au passage de conditions aux limites simplement appuyées de part et d'autre à des conditions bi-encastrées, une augmentation de la force de réaction de l'ordre de 30% et une diminution du déplacement de l'ordre de 50% se produisait. Ces résultats présentent des tendances comparables à celles observées en résistance des matériaux dans les cas de chargements quasi statiques.

Des normes existent dans le domaine des impacts basse vitesse afin de fixer un cadre visà-vis des conditions d'essais. Les normes *American Society for Testing and Materials* — Société américaine pour les essais et les matériaux (ASTM) D7136 (*Norme 1*) et ASTM D7766 (*Norme 2*), utilisées pour caractériser la résistance aux dommages au sein des matériaux plastiques renforcés et des composites sandwichs, imposent l'utilisation d'un impacteur hémisphérique de rayon 8 mm et d'éprouvettes de dimensions 100×150 mm<sup>2</sup> fixées sur un cadre percé de 75×125 mm<sup>2</sup>. Cependant, ces dimensions ne permettent pas de travailler avec un projectile représentatif de la forme souhaitée et conditionnent grandement les dimensions des éprouvettes testées.

Au sein de cette étude, une sollicitation d'impact normal basse vitesse permettant la mise en flexion d'éprouvettes sandwichs de grandes dimensions sera mise en œuvre. Dans le but de rester représentatif des conditions d'impact entre un mobilier et la tête des passagers, le puits de chute sera équipé d'un impacteur hémisphérique de rayon de courbure de 50 mm.

# **1.3** Comportement des matériaux à l'impact

Les matériaux utilisés dans les applications d'impact basse vitesse sont usuellement des matériaux composites, privilégiés pour leur forte capacité d'absorption d'énergie combinée à leur masse faible. La spécifié de ces matériaux est qu'ils disposent intrinsèquement d'une architecture, source de comportements complexes et de leur capacité à développer une multitude de modes d'endommagement. Dans un premier temps (sous-section 1.3.1), la réponse mécanique générale des matériaux sous sollicitation d'impact basse vitesse sera présentée. Ensuite, les comportements spécifiques des polymères renforcés (sous-section 1.3.2) et des matériaux cellulaires (sous-section 1.3.3) seront abordés. Enfin, la réponse à l'impact des matériaux composites sandwich (sous-section 1.3.4), combinaisons de matériaux d'âme et de peaux, sera discutée.

### **1.3.1** Réponse à l'impact

Selon les conditions d'impact, comme les énergies mises en jeu ou la géométrie et les propriétés des éprouvettes testées, plusieurs types de réponse mécanique peuvent se produire. Une première façon de décrire les différents scénarii plausibles et d'analyser la courbe représentant les efforts de contact en fonction du déplacement de l'impacteur. La figure 1.10 illustre les différents types de réponse mécanique possibles. Dans le cas où l'énergie incidente du projectile est faible au regard des propriétés de l'échantillon, le projectile va rebondir et une boucle fermée est alors visible. L'échantillon peut cependant présenter une déformation permanente plastique comme c'est le cas dans la figure 1.10.a. L'aire sous la courbe permet alors de calculer l'énergie absorbée par l'éprouvette testée, c'est-à-dire la différence entre l'énergie incidente fournie (positive) et l'énergie restituée (négative). Dans le cas idéal d'une indentation quasi-statique parfaitement élastique, cette courbe est réduite à une droite. A l'inverse (figure 1.10.b), si l'énergie incidente est trop importante, le matériau n'est plus capable de dissiper l'entièreté de l'énergie incidente et il se produit alors une perforation. Dans ce cas, la courbe est ouverte et laisse apparaître plusieurs chutes de chargement représentatives de l'amorçage et de la propagation brutale d'endommagements.

Un diagramme énergétique permet également de visualiser en une seule courbe les différents



FIGURE 1.10 – Courbes de force en fonction du déplacement caractéristiques des impacts basse vitesse. Situations de rebond du projectile a) et de perforation du matériau impacté b). Adapté d'après : ATAS et al. 2010.

cas d'impacts basse vitesse possibles. La figure 1.11 représente l'énergie absorbée au cours d'un essai en fonction de l'énergie incidente pour un matériau donné. Dans la première région AB, la plaque est impactée mais pas pénétrée. Une partie de l'énergie incidente de l'impact est alors absorbée par le matériau pour créer le dommage, dans l'ordre des endommagements nécessitant une énergie croissante. La différence entre les énergies incidente et absorbée correspond à l'énergie élastique de la plaque, qui a été restituée à l'impacteur pour le rebond. Le point B est le seuil de pénétration du projectile, atteint lorsque la plaque ne peut plus dissiper assez l'énergie. Le point C est le point de perforation, c'est-à-dire la situation dans laquelle les endommagements développés sont maximums et ne permettent plus de retenir l'impacteur, la plaque a alors absorbé la plus grande quantité d'énergie possible.



FIGURE 1.11 – Diagramme énergétique et domaines caractéristiques des impacts basse vitesse, de la situation de rebond du projectile jusqu'à la perforation complète. Adapté d'après : AKTAȘ et al. 2009.

# 1.3.2 Polymères renforcés

La réponse des matériaux polymères renforcés en sollicitation d'impact basse vitesse est étroitement liée à l'orientation et à l'épaisseur des plis utilisés. Ces différences découlent principalement de la façon dont le dommage matriciel, qui est l'endommagement le plus précoce car le moins endo énergétique, s'amorce et se propage. Au cours d'un impact basse vitesse, deux types d'endommagements matriciels peuvent apparaître, comme illustré dans la figure 1.12. Le premier type est l'endommagement en tension, qui s'amorce essentiellement dans les plis transverses au sens de flexion se trouvant proches de la surface inférieure, puisque c'est à ces endroits que les contraintes de traction sont grandes devant les contraintes de cisaillement. Le second type est l'endommagement en cisaillement, qui s'amorce également dans les plis transverses, mais dans lesquels les contraintes en cisaillement dominent. Dans tous les cas, une fois que les fissurations intralaminaires atteignent les interfaces entre les différents plis, un délaminage interlaminaire se crée et se propage.



FIGURE 1.12 – Description des endommagements matriciels lors d'essais d'impact basse vitesse selon le positionnement des fibres colinéaires à la direction de flexion, sur la surface libre a) ou à cœur b). Adapté d'après : ABRATE 1998, et source : PETIT 2017.

La figure 1.13 présente le comportement de deux composites stratifiés disposant de même épaisseur mais avec des plis d'orientations différentes plus ou moins épais. Dans le cas des plis épais, la fissuration matricielle qui se développe de façon intralaminaire doit se propager sur une distance grande avant d'atteindre les interfaces entre les différents plis. Cependant, des contraintes aux interfaces importantes apparaissent à cause de la variation de raideur marquée entre deux plis successifs. A l'inverse, dans les cas des plis minces la fissuration matricielle devient rapidement interlaminaire, ce qui cause la reprise des efforts par les fibres. Ainsi, la probabilité de rupture en traction et en compression des plis sur les surfaces libres est augmentée.

De plus, pour une épaisseur de pli fixée, l'épaisseur d'un composite stratifié conditionne également la réponse mécanique en impact. La figure 1.14 présente les évolutions typiques des endommagements dans les composites stratifiés fins et épais. Les composites minces sont mis en flexion aisément, ce qui se traduit par des endommagements importants dans les zones sollicitées en traction et en flexion proches de la surface inférieure. Les composites épais de grande rigidité conduisent à une allure de propagation des endommagements inversée, dues aux contraintes de contact fortes. Dans le but de limiter ces endommagements dus aux sollicitations hors plan, les composites tissés en 3D ou avec renfort sont de plus en plus utilisés (KAZEMIANFAR et al. 2020).



FIGURE 1.13 – Description des endommagements lors d'essais d'impact basse vitesse selon l'épaisseur des plis d'un composite, dans le cas d'un échantillon à plis minces a) ou dans le cas d'un échantillon à plis épais b). Adapté d'après : MINAK et al. 2016.



FIGURE 1.14 – Description des endommagements lors d'essais d'impact basse vitesse selon l'épaisseur d'un composite, dans le cas d'un échantillon mince a) ou dans le cas d'un échantillon épais b). Adapté d'après : ABRATE 1998.

En plus des spécificités géométriques et architecturelles des composites, les matériaux constitutifs de la matrice et des fibres des renforts jouent aussi un rôle dans la réponse en sollicitation d'impact basse vitesse. Concernant la matrice, il a été montré que les thermoplastiques présentent moins d'effets de délaminage, une meilleure transmission des efforts tranchants aux fibres, une déformation plastique plus importante et des efforts de contact moindres en comparaison aux thermodurcissables (BISHOP 1985, KENNY et al. 1995). De plus, la dissipation d'énergie des thermoplastiques apportée par les déformations plastiques croît avec les vitesses de chargement, grâce au caractère visqueux de ces matériaux (BHUDOLIA et al. 2018, SUN et al. 2018). A l'inverse, le comportement observé des composites à matrice thermodurcissable est plutôt fragile. S'agissant des fibres, si les composites à fibres de carbone sont connus pour leur raideur spécifique importante, il s'avère que dans le cas des impacts basse vitesse, les composites à fibres naturelles sont également très performants. Plusieurs études sur des tissus de lin, de chanvre et de kénaf (DI LANDRO 2009, 2010, MEREDITH et al. 2012) ont établi que les fibres naturelles disposent de bonnes propriétés d'amortissement, similaires ou supérieures à celles des fibres de verre dans le cas d'impact d'énergie inférieure à 2 J. De plus, pour des niveaux d'énergie incidente bien plus élevés (MEREDITH et al. 2012), entre 500 J et 1000 J, les énergies absorbées spécifiques de composites à fibres de chanvre, de lin et de jute ont été comparées à celle des fibres de carbone. Ces énergies se sont avérées similaires pour les fibres de chanvre et de carbone.

Il aurait été intéressant de tester les capacités d'absorption d'énergie observées dans la littérature des matrices thermoplastiques et des fibres naturelles, qui de plus s'inscrivent dans une démarche de recyclage des matériaux. Cependant, les contraintes temporelles et techniques quant aux choix de fabrication n'ont pas permis de réaliser de telles éprouvettes. Dans le cas des peaux minces en plastique thermodurcissable renforcé par des fibres de carbone sélectionnées, le comportement attendu en impact basse vitesse est donc une fissuration matricielle intralaminaire marquée dans les zones fortement contraintes en cisaillement et en traction, qui se développe en une fissuration interlaminaire, avant d'aboutir à une rupture fragile des torons de fibres.

Une première remarque est que, si les scénarii d'endommagement sont au cœur de la problématique, assez peu d'auteurs traitent de l'étude fine du comportement en amont du dommage. Pourtant, ce dernier est à la source de l'amorçage des mécanismes d'endommagement et soulève la question de l'éffet des défauts initiaux, des contraintes internes ou du procédé.

### 1.3.3 Matériaux cellulaires

Les matériaux cellulaires sont couramment utilisés dans les applications d'impact, puisqu'ils disposent d'une grande capacité d'absorption, d'une raideur modérée ainsi que d'une masse volumique faible. Cela en fait ainsi des matériaux privilégiés dans les domaines du sport et de la sécurité (équipements ou protections) par exemple. Ces propriétés mécaniques adaptées aux chargements dynamiques proviennent de leur architecture intrinsèque qui, à différentes échelles selon le type de matériau, est considérée comme une structure. Les mousses et les nida, vus comme des pavages polygonaux du plan extrudés non nécessairement hexagonaux, constituent les deux matériaux cellulaires étudiés dans le cadre de ces travaux, comme illustré sur la figure 1.15.



FIGURE 1.15 – Matériaux d'âme usuels pour les structures composites sandwichs. Cas des matériaux cellulaires de mousse a) et des nids d'abeilles b).

Les mousses sont le plus souvent caractérisées en compression, car c'est le mode de sollicitation privilégié dans les applications visées. La figure 1.16 illustre la réponse mécanique typique d'une mousse en compression qui présente trois phases caractéristiques bien connues (AVALLE et al. 2001, REYES et al. 2019).



FIGURE 1.16 – Réponse mécanique caractéristique des matériaux en compression. Phase I : domaine élastique, phase II : plateau plastique, phase III : densification.

- Tout d'abord, une première phase élastique est obtenue, elle n'est pas obligatoirement linéaire et est contrôlée par la flexion ainsi que les distorsions des parois de manière élastique. Le plus généralement, la fin de cette étape est caractérisée par un pic de force suivi d'un adoucissement, provenant de l'amorçage de phénomènes irréversibles.
- Ensuite, une région nommée plateau plastique apparait à cause du flambement des parois cellulaires, caractérisée par de fortes déformations à contraintes peu croissantes. Cette phase est la plus importante car l'absorption d'énergie y est maximale, c'est pourquoi il faut essayer de maximiser la valeur de cette contrainte de plateau. L'absorption optimale d'une mousse est alors atteinte si la contrainte de plateau est proche de la pression de choc.
- La troisième phase, appelée densification, débute lorsque les parois des cellules commencent à interagir entre elles et que les vides disparaissent. Toute la matière rentre en contact et cela se traduit par une augmentation brutale des efforts de réaction. Cette réponse est de plus dépendante de la vitesse de chargement, car les mousses polymères présentent une réponse visco-plastique marquée, et dans une moindre mesure visco-élastique. Parmis ces matériaux sont distinguées les mousses à cellules ouvertes, moins denses et moins rigides, et les mousses à cellules fermées, qui contiennent du gaz emprisonné.

Afin d'obtenir des mousses optimales dépendamment des applications recherchées, de nombreuses études se sont alors penchées sur l'optimisation des paramètres structuraux permettant d'améliorer les capacités d'absorption et de tenue aux impacts. Les influences de la taille des cellules et de la densité des mousses ont été largement étudiées. En effet, si la taille des cellules ne semble pas avoir d'influence dans le cas quasi-statique sur la réponse mécanique d'une mousse métallique (CAO et al. 2006), à densité quasi constante les mousses polymères et métalliques présentent une augmentation du module d'Young, du pic de charge, de l'énergie absorbée et une diminution de la déformation de densification, avec la diminution des tailles de cellules (NAMMI et al. 2016, Jose Antonio REGLERO RUIZ et al. 2010). Une densité croissante permet également d'obtenir les mêmes changements de comportement (REYES et al. 2019). Ces travaux ont ensuite conduit à différentes études plus spécifiques, comme celles portant sur des mousses hétérogènes présentant des gradients de densité (JING et al. 2019, T.-T. LI et al. 2019), ou encore sur l'influence du sens de moussage (MARVI-MASHHADI et al. 2018).

Les matériaux nida présentent une réponse en compression similaire à celle des mousses (MEO et al. 2005). Une première phase à faible déformation est élastique. Ensuite, un plateau caractéristique est atteint, qui correspond à la compression et au flambement des parois des cellules. Enfin, une forte augmentation de contrainte due au contact entre les parois apparaît. A l'image des mousses, les influences de l'épaisseur du nida, des parois des cellules ou de la

taille des cellules (XUE et al. 2019) ont été étudiées. La principale différence en compression entre ces deux gammes de matériaux est l'échelle des cellules, microscopique à mésoscopique pour les mousses, et mésoscopique à macroscopique pour les nida. Cependant, d'autres différences existent, comme le caractère fortement anisotrope des nida en comparaison aux mousses.

# 1.3.4 Composites sandwichs

Les matériaux sandwichs sont une alternative permettant de limiter les désavantages des polymères renforcés et des matériaux cellulaires, tout en combinant leurs atouts, dans le cas d'un chargement en impact normal. En effet, les polymères renforcés sont très sensibles aux sollicitations hors plan, qui causent des délaminages importants et une chute des propriétés planes. Un essai, nommé Compression Après Impact (CAI), existe d'ailleurs spécifiquement pour étudier ces phénomènes. Concernant les mousses, si une diminution de la taille des cellules et une augmentation de la densité permettent d'obtenir des échantillons rigides qui dissipent une grande quantité d'énergie, cela cause aussi des propriétés dégradées en flexion, qui aboutissent à la ruine du matériau. L'objectif des matériaux sandwichs est donc de combiner les fortes capacités d'amortissement et dissipatives d'un matériau central, appelé âme, avec celles d'un matériau rigide dans le plan, nommé peau. L'épaisseur de l'âme d'un sandwich est essentielle, puisqu'elle conditionne le moment quadratique de flexion, ce qui permet de solliciter les peaux rigides en traction et compression de manière plus ou moins prononcée. Il existe une grande variété de sandwichs permise par le choix de différents matériaux constitutifs, comme cela est illustré dans la figure 1.17.



FIGURE 1.17 – Illustration de l'architecture des matériaux sandwichs a) et de ses constituants b).

Une étude (CONSTANTIN et al. 2017) a été menée afin de comparer les réponses à l'impact basse vitesse et en flexion après impact de sandwichs à peaux composites (fibres de verre et matrice thermodurcissable polyester) avec âme en mousse (polyurethane) ou en nida (papier imprégné). Les âmes nida ont présenté une tolérance aux dommages moindres par rapport aux mousses, d'autant plus grande que l'épaisseur des peaux augmentait. De plus, l'interface entre la peau et l'âme s'est avérée moins résistante à la décohésion dans le cas du nida. Enfin, les tests de flexion post impact ont montrés des propriétés très peu altérées dans le cas des mousses en comparaison aux âmes nida. La décohésion entre les peaux et l'âme des matériaux sandwichs est propice au sein des nida, car la surface de collage entre les arrêtes des parois des cellules et les composites est petite. Afin de pallier ces effets, des travaux portant sur l'introduction de broches permettant d'améliorer l'interface entre les peaux et l'âme ont été menés (JAYARAM et al. 2019).

Dans les sandwichs étudiés dans ce travail, une âme en mousse haute densité a ainsi été privilégiée à une âme nida, dans le but d'obtenir une transmission homogène des flux de charge entre l'âme est les peaux, afin de charger, d'une manière la plus uniforme possible, la peau à caractériser. De plus, cette architecture de mousse homogène permet de limiter les endommagements localisés et ne présentent pas de zones pouvant infliger des lésions tranchantes, ce qui limiterait la fenêtre d'étude du comportement.

# 1.4 Modélisations numériques des matériaux composites

Dans le but de rendre compte des comportements mécaniques complexes des matériaux architecturés présentés, la littérature propose des modèles plus ou moins sophistiqués ayant la capacité de décrire au mieux la réponse mécanique obtenue au cours d'essais expérimentaux. Dans un premier temps (sous-section 1.4.1), les modèles usuels classiquement utilisés seront abordés, puis (sous-section 1.4.2), des modélisations discrètes des âmes et des peaux seront présentées.

# 1.4.1 Modélisations numériques usuelles

Une partie conséquente des modèles numériques existants repose sur la mécanique des milieux continus, et plus particulièrement la mécanique des solides déformables. Cette théorie s'appuie sur l'hypothèse selon laquelle la matière peut être considérée comme un domaine continu, et est vérifiée si l'échelle d'observation est suffisamment grande, échelle dite macroscopique. Cependant, les phénomènes microscopiques et parfois mésoscopiques sont, le plus souvent, par nature discontinus (interfaces, fissures, cavités, inclusions, défauts, architecture de plis par exemple) et des méthodes pour passer à une échelle plus grande doivent alors être mises en place. Dans le cas des matériaux composites, les différentes échelles mises en jeu sont illustrées dans la figure 1.18.



FIGURE 1.18 – Illustration des différentes échelles d'étude au sein des matériaux composites. Echelle microscopique des fibres a), mésoscopique de l'entrelacement des torons de fibres b) et macroscopique de la structure composite c).

A l'échelle macroscopique, les lois de comportement satisfont les principes fondamentaux de la thermodynamique (GERMAIN et al. 1983). Ces dernières peuvent être représentatives des phénomènes locaux à modéliser, en incluant une multitude de paramètres (variables internes), au détriment de la simplicité d'utilisation pratique, car des lois d'évolution phénoménologiques doivent être élaborées. Le problème de ce type d'approches est que pour des ensembles architecturés, mêlant divers matériaux et une structure donnée, des lois trop spécifiques ne seront pas adaptées à une utilisation plus large. Pour permettre l'étude et le suivi de l'endommagement, il est certes possible de définir une ou plusieurs variables internes d'état, leur évolution et leur impact sur le comportement mécanique (MURAKAMI 2012), mais relier ces grandeurs aux défauts initiaux et aux architectures locales a une portée limitée. Cette remarque peut aussi être appliquée

au comportement et à sa variabilité, puisque les raideurs locales constituent un champ distribué dépendant du procédé et des contraintes internes, tout ceci devant être porté par un nombre croissant de variables internes scalaires, vectorielles voire tensorielles (courbures).

Pour construire ces lois de comportement à cette échelle macroscopique, il faut considérer la réponse des matériaux sur la base de très nombreux essais de caractérisation, afin de créer des lois globales équivalentes aptes à rendre compte du comportement obtenu expérimentalement. La limitation de ce type d'approches est que les phénomènes locaux, moyennés, ne sont pas modélisés fidèlement, et il faut donc y adosser de la métrologie et de l'observation locale pour formaliser des variables internes judicieuses permettant de décrire le comportement local.

Pour élaborer ces comportements macroscopiques avec des variables internes pertinentes, et ainsi prédire les propriétés dans toutes les situations de sollicitations, il est possible de faire appel à la micromécanique avec des approches multi-échelles (GENDRE 2011). Ces approches reposent sur l'utilisation d'un Volume Elémentaire Représentatif (VER) (HILL 1963) et d'hypothèses de périodicités par exemple (ou autres), qui permettent d'étudier finement le comportement d'un matériau en injectant l'information locale dans la résolution globale.

Une autre méthode envisageable est, non pas d'injecter des propriétés mesurées mais, de réaliser des techniques d'identification avancée permettant de trouver les paramètres adéquats des modèles qui offrent une réponse équivalente à celle mesurée expérimentalement sur des éprouvettes et des structures. Des méthodes d'optimisation par élément finis le permettent, elles reposent sur des processus de mécanique inverse et de minimisation d'une fonction coût (BONNET 2008), par exemple des méthodes de champs virtuels (GRÉDIAC et al. 2002) peuvent être mises en place afin de réaliser ces identifications.

Ces approches macroscopiques sont pratiques pour le calcul des structures, mais la construction de lois représentatives est laborieuse et leur implémentation peut conduire à des temps très longs, lorsque le nombre de variables internes croît. Si l'utilisation des VER est une technique essentielle, elle a une limitation lorsque les échelles se recouvrent comme par exemple dans le cas des composites tissés, dont le motif a une dimension proche des dimensions macroscopiques, ou lorsque les phénomènes locaux sont influencés par les dimensions mésoscopiques comme le microflambage sous compression d'un unidirectionnel.

Il existe par ailleurs, des alternatives intermédiaires dans la schématisation des matériaux, il s'agit de décrire le comportement de la matière en la considérant comme un mécanicien des structures et non pas comme un physicien. Ce point fait l'objet du chapitre 2.

# 1.4.2 Modélisations numériques discrètes

Comme cela a été souligné, contrairement aux modèles numériques usuels abordés précédemment, il est possible d'adopter une approche discrète pour représenter le comportement des matériaux architecturés. Ce type de représentation vise à modéliser le comportement des matériaux des structures complexes de manière « simplifiée », afin de conserver des informations locales microscopiques ou mésoscopiques, tout en effectuant des résolutions à l'échelle macroscopique, avec un temps de calcul raisonnable.

#### 1.4.2.1 Exemple de la modélisation discrète d'un nid d'abeille

La modélisation discrète des matériaux d'âme nida repose sur l'observation selon laquelle le comportement de ce type de matériaux cellulaires en compression est piloté par le flambement des arrêtes des cellules (AMINANDA 2004). En effet, lors d'un tel chargement, les parois des cellules hexagonales fléchissent prématurément, et ce sont les arrêtes orientées dans le sens de l'épaisseur qui récupèrent la charge. Ainsi, le principe de la modélisation discrète est de modéliser le nida par une grille de ressorts verticaux décrivant l'architecture du matériau, comme illustré sur la figure 1.19.

Dans des premiers travaux (AMINANDA 2004), la loi de comportement des ressorts présentait ou non le pic de charge caractéristique des nida en compression, selon la valeur de la rotation de la peau supérieur pilotée par son épaisseur, comme indiqué sur la figure 1.20. Cette description a été remplacée (AUDIBERT 2017) par l'utilisation de deux types de ressorts, élastiques endommageables et élasto-plastiques, présentant un couplage entre les comportements en compression et en cisaillement. Le principe était de représenter, d'une part, le pic de charge et, d'autre part, le plateau plastique, de manière indépendante. Les inconvénients de ce modèle sont que les ressorts n'étaient pas capables de représenter le regain important de raideur caractéristique de la phase de densification, ainsi que l'amorçage de la plasticité immédiatement après le pic de charge. Au cours des présents travaux, ce modèle a été amélioré, comme présenté sur la figure 1.21, en utilisant deux types de ressorts élasto-plastiques endommageables différents, initialement endommagés artificiellement pour permettre un regain de rigidité ultérieur. Cela permet de rendre compte de la réponse de structure en intégrant l'évolution des mécanismes locaux par des éléments de structuraux spécifiques dédiés.



FIGURE 1.19 – Illustration de la modélisation discrète d'une structure en nids d'abeilles via l'utilisation de ressorts a), afin de simuler le comportement d'un matériau sandwich b), en comparaison avec le matériau réel.



FIGURE 1.20 – Influence de l'épaisseur de peau sur le comportement local des cellules d'un nid d'abeille lors d'un impact basse vitesse, dans le cas d'une peau mince a) avec uniquement une compression des parois et dans le cas d'une peau épaisse b) avec une rotation additionnelle des parois voisines.



FIGURE 1.21 – Confrontation numérique et expérimentale du comportement d'une structure en nids d'abeilles avec une modélisation discrète, en compression a) et b), en cisaillement dans la première direction transverse c) et d) et en cisaillement dans la seconde direction transverse e) et f). Visualisation des réponses mécaniques couplées a), c) et e) et découplées b), d) et f) des ressorts.

#### 1.4.2.2 Exemple de la modélisation discrète d'une mousse

La modélisation discrète des mousses repose sur l'observation selon laquelle, aux échelles des cellules ouvertes et des cellules fermées, ces matériaux se comportent comme un assemblage d'éléments de structure linéiques et surfaciques. Les approximations des cellules sont alors basées sur des représentations polyédriques, comme illustré sur la figure 1.22. De nombreux travaux ont été menés afin de tester différentes formes de cellules permettant de paver l'espace (M.F ASHBY 2006, TALEBI et al. 2021), notamment les différents solides Platon, tronqués ou non, et la cellule de Kelvin (THOMSON s. d.). La distinction entre les cellules ouvertes et fermées repose sur la présence ou non de membranes recouvrant les faces des polyèdres. Cependant, il a été établi que la plupart des mousses se comportent comme le modèle des cellules ouvertes, car la majorité de la matière s'accumule au niveau des arrêtes à cause du phénomène de tension de surface lors du processus de moussage (M. F. ASHBY et al. 1983).



FIGURE 1.22 – Illustration de représentations simplifiées des cellules de matériaux cellulaires, dans le cas de cellules ouvertes a), formant un assemblage d'éléments linéiques, ou fermées b), formant un assemblage d'éléments membranaires. Adapté d'après : GIBSON et al. 1997.

Ce type de modélisation permet une nouvelle fois de s'affranchir de la complexité de lois de comportement spécifiques à ces matériaux cellulaires. En contrepartie, c'est dans la structure et l'organisation des éléments constitutifs, nombreux, que se trouve l'information locale. Ce type de modélisation peut alors rapidement devenir très coûteux en termes de temps de calcul à l'échelle d'une structure. C'est pourquoi, les effets de changements d'échelles ont été étudiés, en conservant la forme des cellules mais en augmentant leur taille (Julien AUBRY et al. s. d.). Ces travaux ont permis de mettre en évidence que, pour un gain conséquent de temps de calcul, les réponses obtenues en compression, en traction et en cisaillement étaient similaires malgré des échelles variables. Ces résultats remarquables sont présentés dans la figure 1.23.



FIGURE 1.23 – Comportement d'un modèle discret de mousse à différentes échelles en compression uniaxiale non confinée a), en traction b) et en cisaillement c) pour des tailles caractéristiques moyennes des arrêtes de 0,25 mm, 0,5 mm et 1 mm. Source : MARGUET 2019.

#### 1.4.2.3 Exemple de la modélisation discrète d'un tissu

La modélisation discrète des tissus minces a été introduite dans le domaine de la modélisation 3D, afin de rendre compte de cinématiques crédibles pour les animations numériques de tissus, comme des vêtements ou des nappes (ASCOUGH et al. 1996). Le principe était alors de modéliser le tissu comme un assemblage d'éléments finis de poutre. Ce type de modélisation a ensuite été utilisé largement afin de simuler le procédé de drapage de tissus composites minces (CHEROUAT et al. 2001, SHARMA et al. 2004). Pour ces applications, une multitude de modèles ont été implémentés, avec l'introduction d'éléments surfaciques pour prendre en compte le comportement membranaire des tissus, l'utilisation d'éléments linéiques de barre ou de poutre, ou encore l'ajout du motif de tissage avec une description non nécessairement planaire.

#### 1.4.2.4 Exemple de la modélisation discrète d'un composite

Le problème du comportement et de la résistance en compression des plis unidirectionnels sollicités en compression est une illustration caractéristique. Une très grande partie de la communauté scientifique ne s'accorde pas suir le fait que le mécanisme microscopique est une instabilité locale (phénomènes de microflambage J.-C. GRANDIDIER et al. 1992) et qu'elle est influencée par l'échelle mésoscopique, voire macroscopique, il n'est alors plus possible de faire du changement d'échelle. Des modèles numériques discrets, sous la forme de poutres en flexion dans un milieu continu anisotrope, ont été proposés (WISNOM 1993, 1994) dans une version simple et repris plus récemment à l'échelle d'une petite structure (BETTADAHALLI CHANNAKESHAVA 2020). Cette approche discrète a permis d'injecter les grandeurs locales de micro raideur de flexion et de micro défauts initiaux générés par le procédé, qui sont les deux composantes essentielles à appréhender à l'échelle mésoscopique. Cette modélisation discrète constitue une schématisation simplifiée de modèles continus non locaux proposés par exemple pour les unidirectionnels (DRAPIER et al. 1996), et plus récemment pour les tissés (BETTADAHALLI CHANNAKESHAVA et al. 2022).

Cette approche a également été utilisée afin de rendre compte du comportement des composites minces en sollicitation d'impact. Dans un premier temps, des éléments finis de barres dans le plan, ne permettant pas de rendre compte d'un motif de tissage, ont été utilisés (NAVARRO, J. AUBRY et al. 2012), puis un élément d'interface a été ajouté, afin de pouvoir modéliser des composites stratifiés (NAVARRO, PASCAL et al. 2015). Ensuite, des améliorations des lois d'endommagement, ainsi que la possibilité de modéliser des composites tissés, en modifiant les propriétés des éléments linéiques du plan selon leur position, ont été implémentées (PASCAL, NAVARRO et al. 2015). Néanmoins, l'objectif des modélisations discrètes est de limiter la complexité des lois de comportement, des variables internes et des propriétés à identifier, en utilisant une description plus riche de la méso structure. Afin de disposer de propriétés identiques dans tous les éléments finis, une représentation également utilisée dans le domaine du drapage des tissus composites minces, avec des éléments finis linéiques de poutre (HARRISON 2016), a été adoptée, avec des éléments finis de barre (PASCAL, DORIVAL et al. 2018, PASCAL, ROGANI et al. 2018). Dans ces modèles, les éléments linéiques ne sont plus positionnés dans le plan et des liens rigides assurent une liaison cinématique entre les nœuds des éléments linéiques et surfaciques. Cette dernière représentation est illustrée dans la figure 1.24.



FIGURE 1.24 – Illustration de la modélisation discrète d'un composite tissé satin 5 en comparaison avec l'architecture réelle de référence. Adapté d'après : PASCAL, DORIVAL et al. 2018.

# Bilan

Ces recherches s'insèrent dans un projet gravitant autour de la protection des passagers contre des blessures au niveau de la tête lors de situations critiques du vol. Les ressources bibliographiques et numériques consultées permettent d'en circonscrire le contexte et les enjeux. Cela explicite et justifie les choix qui sont faits dans ce travail, ainsi que le déroulement du manuscrit.

# **Contexte technique**

Dans le domaine des transports, deux contraintes essentielles pilotent aujourd'hui les développements industriels, les normes de sécurité et les normes environnementales. Ainsi, le choix des mobiliers d'intérieur cabine susceptibles d'être impactés s'inscrit dans un processus de conception de dispositifs de sécurité passifs, qui doivent allier capacités d'amortissement et faible masse. Les matériaux composites sont alors particulièrement adaptés pour répondre à ces enjeux. Cependant, il est nécessaire pour optimiser ces structures de maîtriser leur comportement en intégrant la variabilité inhérente aux procédés industriels. Ainsi, les matériaux sandwichs composites à peaux minces architecturées, de grandes dimensions, qui constituent la grande majorité des mobiliers d'intérieur cabine, seront étudiés.

Les sollicitations considérées, comme celles mises en jeu lors d'un atterrissage d'urgence ou lors de fortes turbulences, s'inscrivent dans les cas des chargements dynamiques. Cependant, cette branche de la mécanique recouvre une multitude de domaines. Ainsi, les différentes classifications d'impact ont été abordées dans ce chapitre, afin de déterminer le cadre d'étude des travaux. La masse importante des projectiles au regard de celles des composites sandwichs testés, leur vitesse modérée et l'élancement important des éprouvettes permettent de positionner ces essais dans les sollicitations d'impacts basse vitesse. Dans ce type de chargements, les conditions aux limites et la géométrie des éprouvettes jouent un rôle majeur, tout comme la forme et les dimensions de l'impacteur. C'est pourquoi, le rayon de courbure du projectile utilisé a été comparé à ceux de la norme automobile, afin de s'assurer de la pertinence des essais De plus, pour rendre compte de ces chargements dynamiques basse vitesse, un puits de chute classique a été envisagé. C'est une limitation, néanmoins les choix des niveaux d'énergie et d'une semistructure représentative doivent permettre de capter les informations pertinentes recherchées. Ces éprouvettes de larges dimensions, ainsi que les conditions aux limites bi-encastrées, ont été sélectionnées, dans le but de permettre la mise en flexion du sandwich dans une configuration proche d'un habillage cabine.

De surcroît, les normes aéronautiques imposent de limiter les accélérations subies par la tête des passagers, à travers un critère nommé HIC, ainsi que les risques de lésions tranchantes. De ce fait, les ruptures des peaux des sandwichs composites usuellement utilisées ne sont donc pas au cœur des préoccupations, et c'est le comportement des matériaux qui est l'enjeu essentiel ici.

Pour les acteurs de l'industrie, les modélisations numériques des matériaux architecturés peuvent être abordées par deux approches majeures de représentation. La grande partie des modèles repose sur une description continue de la matière. La complexité des matériaux composites et des matériaux cellulaires, qui sont en réalité des structures, est alors incluse dans des lois de comportements complexes, constituées d'un grand nombre de paramètres. La problématique de cette approche est que cela nécessite des efforts de caractérisation expérimentale et d'identification des propriétés importants, qu'il faut remettre en œuvre pour chaque nouveau matériau. La seconde approche est la modélisation discrète, qui n'est pas classique dans les bureaux d'étude Elle permet d'injecter le caractère structurel mésoscopique des matériaux dans la description de la géométrie et permet également de travailler avec des lois de comportement usuelles simples issues de la mécanique des milieux continus. Cependant, avant de transférer de tels outils aux applications industrielles, encore faut-il évaluer s'ils peuvent apporter des informations pertinentes pour les concepteurs.

#### **Contexte scientifique**

Dans la gamme de matériaux définie par l'application, les peaux des sandwichs sont très minces, puisque constituées de quelques plis, voire d'un unique. L'architecture des couches provient alors des produits de base constituant les mèches ou les tissus pré imprégnés, ainsi que du procédé de cuisson qui forme le sandwich. Pour ces structures minces, les défauts de porosité sont peu fréquents du fait de la facilité à éliminer les gaz piégés ou formés pendant la dépose et la cuisson respectivement. En revanche, le positionnement des torons de fibres joue un rôle majeur dans la réponse locale de la structure et l'amorçage du dommage, ainsi que dans la rupture finale et le mode d'endommagement, qui constituent la ruine du matériau non désirée.

Du fait de ces structures très spécifiques, le changement d'échelle est particulier à mettre en œuvre et il apparait alors opportun de rendre compte dans les modèles numériques de l'architecture locale générée par le procédé. Ces conditions conduisent à s'intéresser aux modèles discrets pour évaluer leur capacité à capter des nuances de comportement, qui vont au-delà de considérations moyennes que sont la fraction volumique ou la reproduction périodique d'une architecture. Des travaux de la littérature existent dans le domaine de la statique, mais appréhender le comportement jusqu'aux premiers endommagements en dynamique est bien moins courant. Dans ce cadre dynamique, des résultats de modélisation ont été apportés en ce qui concerne les modes de rupture et ces travaux ont confirmé l'intérêt d'une telle approche.

Malgré les succès de l'approche discrète, il semble cependant légitime de se poser la question de la pertinence de cette technique de modélisation pour appréhender le comportement. Des interrogations peuvent en effet être soulevées quant à la capacité de ces modèles numériques à faire émerger des nuances d'architecture sur le comportement, mais également quant à la possibilité de les comparer aux expériences. Ce dernier point, d'un niveau de complexité additionnel, est par ailleurs seul garant du fait que ce type de modèles apporte un

niveau supplémentaire de compréhension, permettant d'appréhender les réponses à l'échelle macroscopique, en y intégrant des informations à l'échelle mésoscopique.

La difficulté expérimentale est en effet du même ordre que celle de déployer les éléments discrets dans un code de calcul industriel en dynamique rapide. Elle réside dans la problématique de savoir s'il est possible d'appréhender des nuances de réponse pour des architectures proches en utilisant la métrologie actuelle dans un contexte de dynamique basse vitesse, ce qui n'est pas certain.

L'objet de ces travaux de recherche est de démontrer qu'une approche discrète apporte des informations sur le comportement des sandwichs à peaux minces, ce qui constitue l'essentiel du cadre de travail. L'objectif est de parvenir à simuler numériquement les effets locaux des architectures de peaux composites minces sur un modèle macroscopique. Les difficultés associées à ces développements proviennent de la nécessité d'implémenter un nouvel élément fini robuste et suffisamment versatile dans le code de calcul ABAQUS® pour résoudre des problèmes en dynamique sur de multiples architectures.

Par ailleurs, pour valider ces implémentations et vérifier la pertinence d'une telle modélisation à l'avenir, il faut également mettre en évidence expérimentalement ces variations fines, dues à des modifications d'architecture ou du procédé de cuisson des peaux. La méthodologie adoptée pour y arriver est la suivante. Un montage expérimental et toute la métrologie associée doivent être mis en place, afin de capter ces effets locaux sur le comportement, tout en augmentant les sollicitations jusqu'à la rupture. L'idée principale est de créer des éprouvettes sandwichs à peaux très minces disposant d'une iso raideur membranaire, présentant néanmoins des architectures différentes. Ces variations d'architecture envisagées concernent uniquement la peau inférieure observée, située à l'opposé de l'impacteur. Pour fabriquer ces éprouvettes, une technique de dépose robot a été utilisée, car elle permet de réaliser des arrangements à l'échelle des bandes déposées. De plus, lors de la cuisson, des procédés avec une bâche à vide seule ou avec l'ajout d'une plaque de calfeutrage ont été utilisés, ce qui accroît encore les nuances dans l'architecture. Ainsi, à l'aide de telles éprouvettes techniques, aussi bien la métrologie expérimentale que la modélisation numérique vont être éprouvées, dans le but capter ces réponses fines au second ordre. C'est l'enjeu de la thèse.

#### Plan du manuscrit

Dans un premier temps, le chapitre 2 présente les développements numériques mis en œuvre pour implémenter la modélisation discrète des peaux dans le code de calcul ABAQUS®. Ces implémentations sont exhaustivement présentées en décrivant le cadre théorique des éléments finis, les problèmes rencontrés, ainsi que les perspectives envisageables. Dans un second temps, le chapitre 3 aborde les essais de caractérisation et les calibrations des modèles numériques des matériaux constitutifs de l'âme et des peaux des éprouvettes sandwichs composites utilisées. Des analyses optiques et tomographiques sont de plus menées, afin d'étudier les architectures des matériaux structurés utilisés. Enfin, le chapitre 4 comporte la mise en évidence expérimentale et la simulation numérique des influences fines dues aux architectures des peaux minces et à leur procédé de cuisson. Les étapes de conception du montage, de fabrication des éprouvettes et de mise en place des essais d'impact basse vitesse sont exhaustivement présentées.

# Chapitre 2 Développement d'un élément fini discret

# Sommaire

Préa	mbule		36
2.1	Choix	et hypothèses	36
	2.1.1	Nécessité d'implémenter un élément fini discret	36
	2.1.2	Cinématiques des éléments structuraux	40
	2.1.3	Cahier des charges	42
2.2	Implé	mentation de l'élément fini	43
	2.2.1	Résolution implicite quasi-statique	43
	2.2.2	Résolution explicite dynamique	50
	2.2.3	Implémentations additionnelles	52
	2.2.4	Difficultés rencontrées	52
2.3	Valida	ation des développements effectués	53
	2.3.1	Cas d'un élément unique	54
	2.3.2	Cas d'un maillage variable	55
	2.3.3	Cas d'un assemblage de plusieurs éléments	56
2.4	Confr	ontation avec différents modèles numériques	61
	2.4.1	Présentation des modèles numériques	61
	2.4.2	Comparaison des modèles numériques	65
2.5	Persp	ectives	69
	2.5.1	Lois d'endommagement des éléments structuraux	70
	2.5.2	Eléments finis cohésifs personnalisés	70
Bila	n		71

# Préambule

Cette partie présente le cœur du travail de cette recherche, comme explicité dans le chapitre précédent, pour accroître les « performances »d'un modèle dans le contexte de la mécanique des milieux continus il est possible d'affiner la loi de comportement, de faire du multi-échelles ou d'utiliser les méthodes de champ. Une autre piste est de changer la description de la cinématique du milieu en ajoutant des grandeurs représentatives des mécanismes locaux et non locaux. Le potentiel descriptif est évidemment accru, au prix d'une complexité numérique à surmonter. Mais du point de vue des mécanismes, les possibilités sont très larges et ne seront pas abordées dans son exhaustivité. L'idée principale de la thèse est d'évaluer les apports de la modélisation discrète sur le comportement et ce chapitre détaille l'outil mis au point, ses hypothèses, ses ingrédients et ses limitations.

Afin de simuler numériquement le comportement de composites plastiques minces renforcés par des fibres raides, un élément fini personnalisé a été développé en s'appuyant une représentation discrète parmi les différentes approches de modélisation présentées précédemment (chapitre 1). Les objectifs de cette étape ont été de parvenir à implémenter dans le logiciel et code de calcul industriel ABAQUS® un élément fini inspiré de l'élément semi continu abordé antérieurement, et de le confronter à d'autres types de modélisations numériques. Dans le but de présenter la démarche menée de manière synthétique et claire, il a été décidé de ne pas inclure dans le corps de ce manuscrit les démonstrations exhaustives analytiques sur lesquelles se sont appuyés les développements numériques. Par ailleurs, l'ensemble des informations détaillées sont présentées dans des annexes dédiées, identifiées dans les paragraphes adéquats au fur et à mesure de l'implémentation.

Dans un premier temps (section 2.1), les choix des caractéristiques des éléments finis structuraux et des cinématiques associées ont été pris. Ces décisions ont permis de mettre en place un cahier des charges vis à vis des capacités de l'élément développé. Dans un second temps (section 2.2), l'élément discret a été implémenté à l'aide du langage de programmation Fortan (intégré dans ABAQUS®) en schéma d'intégration temporelle implicite pour la résolution quasi-statique et explicite pour la résolution dynamique. Ces développements numériques ont été validés pour différentes sollicitations élémentaires (section 2.3) en observant les écarts avec des modèles de référence présents au sein du logiciel ABAQUS®. Ensuite (section 2.4), l'élément fini discret implémenté a été comparé avec plusieurs modélisations discrètes et continues pour mettre en exergue les spécificités de ce type de représentation. Enfin (section 2.5), des perspectives et les développements qui y sont associés ont été envisagés.

## 2.1 Choix et hypothèses

Les éléments finis structuraux de barre, de poutre et de plaque présentent une multitude de possibilités de modélisation. Dans ce travail, il a fallu faire des choix sur le nombre de nœuds ou de points d'intégration, et évaluer la nécessité d'implémenter un nouvel élément fini (sous-section 2.1.1). Une fois le cadre technique fixé, plusieurs cinématiques spécifiques ont été adoptées afin de représenter la richesse des divers éléments structuraux (sous-section 2.1.2). Enfin, un cahier des charges portant sur l'implémentation de l'élément discret a pu être dressé, au regard des propriétés des éléments structuraux et des capacités escomptées du modèle (sous-section 2.1.3).

# 2.1.1 Nécessité d'implémenter un élément fini discret

La modélisation discrète offre une plus grande richesse dans la description locale du comportement que les modèles continus, tout en conservant un coût numérique du temps de calcul moindre que les descriptions complètes. Les possibilités sont vastes mais en ce qui concerne ce travail, la finalité est de réaliser des modèles discrets simples, représentatifs des composites minces formant les peaux de sandwichs, et permettant de simuler la réponse de ces structures en dynamique basse vitesse impactées par un poids tombant.

#### 2.1.1.1 Présentation de l'élément fini

Dans le détail, l'élément fini discret dont il est question est en réalité un assemblage de plusieurs éléments finis structuraux, cependant, il sera abusivement désigné ainsi dans tout ce manuscrit. L'idée originale de cet élément discret (MARGUET 2019, NAVARRO, J. AUBRY et al. 2012, PASCAL, DORIVAL et al. 2018, PASCAL, NAVARRO et al. 2015) a été de représenter, d'une part, la matrice par des éléments 3D de plaque, d'autre part, les torons de renfort par des éléments linéiques 3D de barre. Ce choix proposé dans la littérature s'appuie sur l'observation selon laquelle un tissu composite, dont la matrice a été complètement endommagée, se comporte comme un assemblage de barres en traction et perd toute raideur en flexion. En revanche, dans des travaux anciens (WISNOM 1993) et plus récent (CHANNAKESHAVA et al. 2022), la description du phénomène de microflambage a été abordée avec des modèles discrets contenant des poutres qui génèrent des microflexions et un effet non local. Dans ce travail, afin d'évaluer ces possibilités pour enrichir un élément fini de plaque, les représentations des torons de fibres par des éléments linéiques 3D de poutre et de barre ont été envisagées.

Pour relier les nœuds des éléments de plaque et les nœuds des éléments de barre ou poutre, des liens rigides sont utilisés. En construisant un assemblage de plusieurs de ces éléments finis, tout type de tissage d'un pli peut alors être représenté. La figure 2.1 illustre le type d'assemblages réalisables sur motif satin 5, utilisé dans les travaux précédemment évoqués.



FIGURE 2.1 – Description du principe d'assemblage des éléments discrets qui permet de modéliser un tissage complexe. Adapté d'après : PASCAL, DORIVAL et al. 2018.

Le contexte de validation de ces travaux étant les essais d'impact basse vitesse, le choix des éléments structuraux s'est porté sur des éléments finis linéaires entièrement intégrés. L'avantage des éléments linéaires est qu'ils permettent de limiter le nombre total de nœuds nécessaires, cependant, cela restreint les cinématiques des éléments envisageables. D'autre part, l'intégration complète a été choisie, car bien qu'il existe des éléments finis sous intégrés qui permettent de minimiser les temps de calcul, ces derniers peuvent présenter des modes de déformations à énergie nulle. Ce phénomène instable se nomme effet *hourglass* (sablier en anglais) et se manifeste par des déformations caractéristiques très anguleuses. La figure 2.2 illustre de tels effets avec un élément quadrangle sous intégré. Dans ces cas précis, les déformations calculées au niveau de l'unique point d'intégration de l'élément sont nulles. Ainsi, ce phénomène peut continuer de s'accentuer, puisqu'aucune raideur ne vient s'opposer à ces déformations. Cela ne peut pas se produire dans le cas des éléments entièrement intégrés.





FIGURE 2.2 – Illustration de certains des modes de déformation à énergie nulle dans le cas des éléments quadrangles sous-intégrés.

Toutefois ce choix pourrait conduire à un verrouillage de l'élément en cisaillement transverse et en flexion. Dans le cas précis de la construction de l'élément discret, la plaque représente la contribution dans le comportement membranaire de la résine. Lors d'une flexion globale, c'est l'architecture des barres et poutres qui donnent la rigidité et si celle de la plaque est surestimée en flexion ou cisaillement transverse, elle restera du second ordre comparativement aux contributions des poutres ou barres. C'est pour cette raison que l'intégration complète a été choisie.

L'élément fini discret dispose donc de 4 nœuds pour l'élément de plaque représentant la matrice et de 2 nœuds pour chacun des éléments de barre ou de poutre représentant les torons de fibres. La figure 2.3 illustre les éléments structuraux, les nœuds et les points d'intégration présents au sein de l'élément fini discret. Le choix du nombre de points d'intégration est abordé ultérieurement (sous-sous-section 2.2.1.5).



FIGURE 2.3 – Description de l'élément fini discret et des différents éléments structuraux linéiques virtuels (en bleu) et surfacique réel (en rose).

### 2.1.1.2 Implémentation avec des éléments finis existants

Le logiciel utilisé pour réaliser l'Analyse par Eléments Finis (AEF) au cours de ces travaux est le logiciel ABAQUS®. Cet outil dispose d'une grande librairie d'éléments finis et de lois matériau par défaut. A fortiori, tous les éléments rigides et structuraux nécessaires pour réaliser l'élément fini discret sont inclus dans le logiciel. L'élément de plaque S4 (quadrangle linéaire 3D), l'élément de barre T3D2 (linéique linéaire 3D) et l'élément de poutre B31 (linéique linéaire 3D également) correspondent exactement à la description des éléments structuraux souhaités présentés précédemment. Par ailleurs, pour modéliser les liens rigides entre les nœuds de la matrice et des torons, il existe plusieurs alternatives.

Le logiciel dispose d'éléments finis rigides linéaires à 2 nœuds, les éléments RB3D2. Le problème est que ces éléments ne sont pas disponibles lorsque les calculs sont réalisés dans le formalisme dynamique explicite. Il existe également des éléments finis à 2 nœuds spécifiquement implémentés pour réaliser des liens cinématiques entre plusieurs nœuds, les éléments de connexion CONN3D2. Ces derniers permettent de définir les degrés de liberté en translation ou en rotation d'un nœud relativement au nœud qui lui est conjugué. Enfin, il existe la possibilité d'utiliser des éléments finis classiques avec une grande rigidité. Cette alternative n'est pas envisageable, car lors d'un calcul en dynamique explicite, le pas de temps croît avec la racine carrée de la raideur. Cette solution résulterait donc en des temps de calculs prohibitifs. La solution utilisant des éléments CONN3D2 a donc été sélectionnée, en utilisant un lien rigide pour imposer les conditions cinématiques souhaitées.

Afin de vérifier que l'assemblage des éléments disponibles permettait de modéliser des essais basse vitesse, une simulation d'impact a été réalisée sur une éprouvette simple représentative d'un composite stratifié avec deux plis unidirectionnels. Les dimensions de l'échantillon ont été prises de  $15 \times 15$  mm<sup>2</sup>. Un maillage de 15 éléments le long de la longueur a été réalisé. Les propriétés de la matrice et des torons de fibres qui ont été utilisées sont indiquées dans le tableau 2.1. Le projectile a été modélisé par une surface hémisphérique de rayon 5 mm, de masse 6 kg et de vitesse 1 m/s, soit une énergie incidente de 3 J.

TABLEAU 2.1 – Propriétés préliminaires utilisées	pour les éléments du code de calcul ABAQUS®.
--	--

Constituant	Elément fini	Module d'Young (MPa)	Coefficient de Poisson (-)	Densité (g/cm <sup>3</sup> )	Epaisseur ou rayon (mm)
Matrice	Surfacique	3,4	0,33	1,2	1
Toron	Linéique	250	0,33	1,8	0,31

Les résultats de cette simulation ont montré que les éléments de connexion se rompent au cours du chargement, comme présenté sur la figure 2.4. Au terme d'une première étude, il s'est avéré qu'aucune possibilité ne permettant de modéliser l'élément fini discret à partir d'éléments disponibles n'a été trouvée. C'est pourquoi, il a été décidé d'implémenter ce dernier au sein de sous-programmes Fortran qui peuvent être compilés et utilisés dans ABAQUS®, nommés sous-programme utilisateur de définition d'un élément standard (UEL) en résolution implicite et sous-programme utilisateur de définition d'un élément explicite (VUEL) en résolution explicite.



FIGURE 2.4 – Visualisation du disfonctionnement des liens rigides dans le cas d'une sollicitation d'impact basse vitesse.

### 2.1.2 Cinématiques des éléments structuraux

A la différence des éléments finis 3D, qui disposent uniquement de degrés de liberté en déplacements et sont intégralement définis dans l'espace par ceux-ci, les éléments structuraux disposent de degrés de liberté en rotation. Ces rotations permettent de représenter les champs tridimensionnels par des fonctions à une variable spatiale (théorie des poutres) ou des fonctions à deux variables spatiales (théorie des plaques et des coques), c'est pourquoi la géométrie des structures se résume à des lignes et des surfaces de référence. Ainsi, les poutres et les barres sont décrites par la translation d'une section génératrice, et les plaques par la translation d'une surface génératrice, le long de droites directrices. Pour définir le comportement de la structure, dans la section pour les éléments linéiques et dans l'épaisseur pour les éléments surfaciques, il faut alors définir des hypothèses cinématiques qui régissent le déplacement en tout point des éléments structuraux à partir des degrés de liberté.

#### 2.1.2.1 Cinématique de barre

Une barre est un élément structurel dont la représentation cinématique repose sur la définition d'un axe moyen et de la variable géométrique sous-jacente, appelé ligne moyenne, ainsi que d'une section supposée rigide, toujours normale à cet axe. Pour qu'une structure puisse être appréhendée par cette cinématique, il faut des conditions géométriques spécifiques avec une dimension, la longueur, considérée comme grande face aux deux autres dimensions, qui forment la section. Les modèles implémentés par la suite sont des modèles 3D, ainsi, chaque point est défini de manière unique par son triplet de coordonnées initiales (X, Y, Z) et actuelles (x, y, z) de l'espace. De plus, ces éléments ne peuvent travailler qu'en traction et en compression du fait de l'hypothèse sur la cinématique. Dans ce contexte les contraintes considérées sont essentiellement axiales, et seule la déformation axiale intervient dans le calcul de l'énergie. Le mouvement de l'ensemble des points de la barre est alors déterminé uniquement à partir de la connaissance des déplacements  $(u_{X_0}, u_{Y_0}, u_{Z_0})$  des points appartenant à la ligne moyenne (il est tout à fait possible de choisir un autre point pour exprimer le torseur des vitesses).

Soit une barre linéaire à laquelle est attaché un repère orthonormé  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ , telle que son axe soit dirigé par l'axe  $\vec{X}$ , et que sa section soit plane dans  $(\vec{Y}, \vec{Z})$ . En notant  $u_{X_0}(X) = u_X(X, 0, 0)$ le déplacement d'un point (X, 0, 0) de la ligne moyenne selon l'axe  $\vec{X}$  (et de la même façon  $u_{Y_0}$ et  $u_{Z_0}$  les déplacements dans les deux autres directions), le déplacement en tout point de la barre est connu et décrit dans l'équation 2.1. Ce choix de cinématique a été adopté afin de pouvoir comparer les résultats obtenus, après implémentation, avec l'élément fini T3D2 disponible sur le logiciel ABAQUS®.

$$\begin{cases} u_X (X, Y, Z) = u_{X_0} (X) \\ u_Y (X, Y, Z) = u_{Y_0} (X) \\ u_Z (X, Y, Z) = u_{Z_0} (X) \end{cases}$$
(2.1)

#### 2.1.2.2 Cinématique de poutre

Une poutre est un élément structurel avec une cinématique de solide rigide pour chaque section droite le long d'une dimension appelée la longueur qui peut être droite ou courbe. Pour que cette cinématique soit pertinente la structure doit avoir une longueur grande face aux deux autres dimensions, qui forment la section. Sa représentation repose toujours sur la définition d'un axe moyen, appelé ligne moyenne, mais aussi d'une section qui peut cette fois subir des déplacements et des rotations autour de cet axe (champ de torseur le long de la longueur). Il existe de nombreuses théories de poutre, à section rigide orthogonale à la ligne moyenne, à section rigide libre ou à section déformable, théorie des éléments Pipe d'ABAQUS® par exemple. Plus la cinématique choisie est riche, plus elle permet de décrire des comportements complexes, qu'elle soit traitée en linéaire comme en non linéaire. Les hypothèses adoptées dans ce paragraphe sont celles de la théorie des poutres de Timoshenko. Le mouvement de l'ensemble des points de la poutre est déterminé uniquement à partir celui des points appartenant à la ligne

moyenne, caractérisé par les déplacements  $(u_{X_0}, u_{Y_0}, u_{Z_0})$  et les rotations de la section droite rigide  $(\theta_{X_0}, \theta_{Y_0}, \theta_{Z_0})$  dans l'espace. La section est rigide ce qui implique des déformations axiales transverses nulles. Contrairement à la théorie des poutres d'Euler Bernoulli, la section n'est pas nécessairement orthogonale à la ligne moyenne, ainsi les déplacements et rotations de flexion ne sont pas reliés par une relation de dérivation. Cela permet ainsi à ces éléments de prendre en compte les déformations de cisaillement transverse. La théorie d'Euler Bernoulli est usuellement utilisée pour décrire les poutres ayant un élancement grand, c'est un dire un rapport élevé entre la longueur et les dimensions de la section, alors que la théorie de Timoshenko est plus adaptée pour la description des poutres épaisses. De plus, ce cisaillement transverse doit être intégré à l'approche pour appréhender les fortes courbures des torons dans un tissé.

Soit une poutre à laquelle est attaché un repère orthonormé  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ , tel que son axe soit dirigé par l'axe  $\vec{X}$ , et que sa section soit plane, initialement orthogonale à cet axe, dans  $(\vec{Y}, \vec{Z})$ . En conservant les notations précédentes, et en remarquant que  $\theta_{X_0}$ ,  $\theta_{Y_0}$  et  $\theta_{Z_0}$  sont uniquement fonction de la variable de position de la section X puisque la section est rigide, le déplacement en tout point de la poutre est connu et décrit dans l'équation 2.2. Cette expression est une approximation reposant sur la linéarisation des expressions réelles dans l'hypothèse de très petites rotations. Les étapes permettant de déterminer ces déplacements sont présentées en annexe D. Dans cette expression, une distinction peut être faite entre une première contribution membranaire et une seconde composante de flexion et de cisaillement. Ce choix de cinématique a été adopté afin de pouvoir comparer les résultats obtenus, après implémentation, avec l'élément fini B31 disponible sur le logiciel ABAQUS®.

$$\begin{cases} u_X(X,Y,Z) = u_{X_0}(X) + \theta_{Y_0}(X)Z - \theta_{Z_0}(X)Y \\ u_Y(X,Y,Z) = u_{Y_0}(X) - \theta_{X_0}(X)Z \\ u_Z(X,Y,Z) = u_{Z_0}(X) + \theta_{X_0}(X)Y \end{cases}$$
(2.2)

# 2.1.2.3 Cinématique de plaque

Une plaque est un élément structurel qui repose sur la définition d'une surface médiane, appelé plan moyen, et de fibres perpendiculaires supposées rigides qui peuvent subir des déplacements et des rotations autour des axes de ce plan, permettant ainsi le déplacement dans l'épaisseur de la plaque. Les structures possédant une dimension nommée épaisseur, petite face aux deux autres dimensions planes, sont des candidates à cette cinématique. De manière analogue aux poutres, il existe plusieurs théories de cinématique de plaque. Les hypothèses adoptées ici sont celles de la théorie des plaques de Reissner-Mindlin, qui consiste à prendre en compte les cisaillements transverses en ne reliant pas la rotation du brin aux courbures du plan moyen (contrairement à la théorie des plaques de Love-Kirchhoff). Le mouvement de l'ensemble des points de la plaque est déterminé uniquement avec celui des points appartenant à un plan caractéristique et généralement le plan moyen, caractérisé par les déplacements  $(u_{X_0}, u_{Y_0}, u_{Z_0})$ et les rotations  $(\theta_{X_0}, \theta_{Y_0}, \theta_{Z_0})$  de l'espace. Les fibres sont droites et rigides, ce qui implique des déformations hors plan nulles mais cette conséquence de la cinématique n'est jamais utilisée dans la construction de la théorie, en revanche la composante normale au plan moyen de la contrainte est supposée nulle. Cette théorie peut être vue comme l'équivalent de la théorie de Timoshenko pour les éléments de plaque.

Soit une plaque à laquelle est attaché un repère orthonormé  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ , tel que la normale à la surface soit dirigée par l'axe  $\vec{Z}$ , et que sa section soit plane dans  $(\vec{X}, \vec{Y})$ . En conservant les notations précédentes, et en remarquant que  $\theta_{X_0}$  est indépendant de Z (idem pour  $\theta_{Y_0}$ ), puisque les fibres normales sont rigides, le déplacement en tout point de la plaque est connu et décrit par l'équation 2.3. Cette expression est une approximation reposant sur la linéarisation des expressions réelles dans l'hypothèse de très petites rotations. Les étapes permettant de déterminer ces déplacements sont présentées un nouvelle fois en annexe D. Dans cette expression, une contribution membranaire et une seconde composante de flexion sont identifiables. Ce choix de cinématique a été adopté afin de pouvoir comparer les résultats obtenus, après implémentation, avec l'élément fini S4 disponible sur le logiciel ABAQUS®.

$$\begin{cases} u_X(X,Y,Z) = u_{X_0}(X,Y) + \theta_{Y_0}(X,Y)Z \\ u_Y(X,Y,Z) = u_{Y_0}(X,Y) - \theta_{X_0}(X,Y)Z \\ u_Z(X,Y,Z) = u_{Z_0}(X,Y) \end{cases}$$
(2.3)

#### 2.1.3 Cahier des charges

Dans le but de pouvoir modéliser une grande variété de matériaux composites, de faciliter l'implémentation collaborative et de définir les aspects indispensables à l'implémentation, un cahier des charges relatif à l'élément fini discret a été établi.

Dans un premier temps, le principe d'utilisation de l'élément a été défini. En effet, comme cela a été présenté précédemment, l'élément fini dispose de 4 nœuds réels permettant de réaliser le maillage initial. Cependant, l'ensemble des informations relatives aux éléments linéiques est imbriqué au sein du code de calcul et n'apparaît donc pas directement dans le maillage. C'est pourquoi, il faut que l'élément discret implémenté permettre l'activation spécifique des éléments linéiques souhaités. Ce paramétrage doit permettre de sélectionner le nombre d'éléments linéiques, allant d'aucun à quatre, ainsi que de choisir le type d'élément structurel entre les éléments finis de barre et de poutre.

Dans un second temps, des contraintes de modularité de l'élément ont été établies. Une fois le nombre et le type d'éléments linéiques sélectionnés, il faut encore définir l'architecture de ces éléments linéiques dans l'élément fini. Pour cela, une représentation des différentes positions envisageables des éléments linéiques a été réalisée et est présentée sur la figure 2.5. Chacune de ces configurations doit donc être activable indépendamment des autres. De plus, il faut que les lois de comportement de chacun des éléments structuraux puissent être adaptables. Par exemple, pour modéliser un composite tissé hybride, il faut pouvoir attribuer aux fibres dans le sens de chaîne des propriétés différentes de celles des fibres dans le sens de trame. Ainsi, tous les éléments linéiques doivent disposer de leurs propriétés propres.



FIGURE 2.5 – Présentation des différentes configurations de positionnement des éléments linéiques virtuels disponibles, chaque élément est indépendante des autres.

Ensuite, des consignes relatives à l'implémentation des lois matériaux ont été définies. Au sein du code de calcul ABAQUS®, il existe un grand nombre de possibilités quant à l'implémentation de code utilisateur relatif aux lois de comportement. En particulier, il existe deux sous-programmes Fortran, nommées sous-programmes utilisateur de définition du comportement mécanique d'un matériau standard (UMAT) en résolution implicite et sous-programmes utilisateur de définition du comportement mécanique d'un matériau standard (UMAT) en résolution implicite et sous-programmes utilisateur de définition du comportement mécanique d'un matériau explicite (VUMAT) en résolution explicite. Ces programmes, permettant d'implémenter des lois matériau additionnelles, disposent d'un formalisme très spécifique et cadré. Dans le but de permettre l'utilisation de lois implémentées dans d'autres études et/ou l'ajout de nouvelles, l'élément fini discret développé devra présenter au sein de son code la possibilité d'utiliser tout type de sous-programmes utilisateurs relatif au comportement et par conséquent en adopter le formalisme.

Enfin, les types d'analyses numériques dans lesquels l'élément fini discret doit pouvoir être utilisé ont été fixés. D'une part, dans le cadre d'essais de caractérisation par exemple, le modèle doit être capable de simuler des sollicitations quasi-statiques, c'est pourquoi, il faut que l'élément puisse être utilisé dans des simulations menées en résolution implicite quasi-statique. D'autre part, le domaine d'application de ces travaux se positionne dans le cadre des sollicitations d'impact basse vitesse. Ainsi, il faut que l'élément discret puisse prendre en compte des effets d'inertie, ce qui nécessite d'implémenter la partie de code spécifique permettant de réaliser des simulations explicites dynamiques.

# 2.2 Implémentation de l'élément fini

L'implémentation de l'élément fini discret implique des choix de modélisation, abordés précédemment (section 2.1), mais également d'expliciter les différentes expressions et matrices mises en jeu lors de la résolution numérique. Tout comme il existe de nombreux modèles pour les éléments structuraux, il existe une multitude de formalismes de résolution numérique. Par ailleurs, le logiciel ABAQUS® dispose de deux principales routines d'intérêt dans le cadre de ces travaux. Dans un premier temps (sous-section 2.2.1), l'élément fini a été implémenté au sein d'une routine UEL, c'est-à-dire en résolution implicite sans prise en compte des effets d'inerties. Dans un second temps (sous-section 2.2.2), ce dernier a été implémenté au sein d'une routine VUEL, c'est-à-dire en résolution explicite avec prise en compte des inerties. Ensuite dans la (sous-section 2.2.3) seront présentées des implémentations additionnelles, qui ont été réalisées afin de corriger ou d'ajouter des fonctionnalités à l'élément fini discret développé. Enfin (sous-section 2.2.4), les problèmes rencontrés seront abordés.

# 2.2.1 Résolution implicite quasi-statique

La résolution par élément fini repose sur la résolution des équations de la mécanique à l'échelle locale, formulées de manière variationnelle à l'échelle globale. Cette approche permet de passer d'une équation scalaire d'intégrales de fonctions à déterminer, à des équations vectorielles scalaires de paramètres à déterminer. Ceci est possible grâce à la combinaison de fonctions d'interpolation et du principe d'intégration numérique, qui permet d'approximer une intégrale continue en une sommation discrète. La démarche qui permet de formuler le problème élément fini, ainsi que les démonstrations associées sont présentées en annexe C. En formulation quasistatique, les effets d'inerties sont négligés et le problème élément fini est donc réduit à la détermination de la matrice de rigidité tangente.

#### 2.2.1.1 Eléments de référence

Tous les éléments finis introduits par la suite disposent de degrés de liberté qui seront rassemblés dans un vecteur noté  $\vec{q}$ . Ce dernier comprend au maximum six composantes, à savoir trois degrés de liberté en translation et trois degrés de liberté en rotation.

L'élément barre choisi est un élément linéique à 2 nœuds, où chacun des nœuds dispose de 3 degrés de liberté  $(u_X, u_Y, u_Z)$  dans le repère d'étude. En notant  $\vec{\xi}$  le repère local de référence de l'élément attaché à la ligne moyenne, la barre peut être représentée dans l'espace [-1, 1] par un élément de référence unique. En introduisant  $(\xi_i)$  la coordonnée des 2 nœuds dans ce repère, cet élément de référence peut alors être illustré par la figure 2.6.

L'élément poutre considéré est également un élément linéique à 2 nœuds, où chacun des nœuds dispose cette fois de 6 degrés de liberté  $(u_X, u_Y, u_Z, \theta_X, \theta_Y, \theta_Z)$  dans le repère d'étude. L'élément de référence associé peut aussi être décrit par la figure 2.6.



FIGURE 2.6 – Repère et élément de référence des éléments linéiques.

L'élément plaque choisi est un élément quadrangle à 4 nœuds, où chacun des nœuds dispose de 6 degrés de liberté  $(u_X, u_Y, u_Z, \theta_X, \theta_Y, \theta_Z)$  dans le repère d'étude. En notant  $(\vec{\xi}, \vec{\eta}, \vec{\zeta})$  le repère local de référence de l'élément, dont le plan  $(\vec{\xi}, \vec{\eta})$  est attaché au plan moyen, la plaque peut être représentée dans l'espace  $[-1, 1]^3$  par un élément de référence unique. En introduisant  $(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)$ les coordonnées des 4 nœuds dans ce repère, cet élément de référence peut alors être décrit comme illustré dans la figure 2.7.



FIGURE 2.7 – Repère et élément de référence des éléments surfaciques.

#### 2.2.1.2 Fonctions d'interpolation et approximation nodale

L'approximation nodale est le premier principe fondamental de la méthode de résolution par éléments finis. Il permet la description complète de la géométrie et des déplacements uniquement grâce à la connaissance de ces informations discrètes aux nœuds. Afin de pouvoir obtenir les informations en tout point de l'élément, des fonctions d'interpolation  $N_i$ polynomiales de la géométrie (appelées fonctions de forme) et des fonctions d'interpolation  $M_i$  polynomiales en déplacements sont définies. Les éléments finis implémentés ici sont des éléments isoparamétriques  $M_i = N_i$ . Cela signifie que les mêmes fonctions d'interpolation, seront utilisées pour réaliser l'approximation nodale de la géométrie, des déplacements et des rotations. Au sein d'un élément, il existe autant de fonctions d'interpolation qu'il y a de nœuds utilisés dans l'approximation nodale, dans le but d'exprimer l'information en tout point comme une combinaison linéaire de l'information aux nœuds. Ainsi, chacune des composantes scalaires s de la géométrie et des déplacements sera décrite par combinaison linéaire de cette même composante aux différents nœuds  $s_i$ , comme explicité dans l'équation 2.4. Cette expression se nomme approximation nodale.

$$s(\xi,\eta,\zeta) = \sum_{i} N_i(\xi,\eta,\zeta) s_i \tag{2.4}$$

Les fonctions d'interpolation doivent vérifier plusieurs points. Tout d'abord, elles doivent être unitaires au nœud associé et nulle ailleurs, afin de vérifier l'équation 2.5. Ensuite, ces fonctions doivent être continues et dérivables à l'intérieur de l'élément. Enfin, les relations doivent être compatibles au passage d'un élément à l'autre. Pour l'élément plaque par exemple, cela se traduit par la nécessité d'avoir des relations compatibles au niveau des arrêtes de l'élément. Cela est validé par les règles de maillage en obligeant la coïncidence des nœuds des éléments voisins. Aussi bien pour les poutres de Timoshenko que les plaques de Reissner-Mindlin, uniquement la continuité du déplacement doit être vérifiée pour assurer une solution et la convergence du modèle numérique.

$$N_i\left(\xi_j, \eta_j, \zeta_j\right) = \delta_{ij} \quad , \forall (i,j) \in \left[\!\left[1, n\right]\!\right]^2 \tag{2.5}$$

Dans ce manuscrit, les interpolations seront des fonctions linéaires par rapport à chacune des coordonnées de référence, car aucune relation de dépendance (dérivée) entre les degrés de liberté n'impose un ordre d'interpolation supérieur.

La résolution permettant de déterminer les fonctions d'interpolation est présentée an annexe D. Les fonctions obtenues pour les éléments linéiques sont présentées dans l'équation 2.6, et celles de l'élément surfacique sont données dans l'équation 2.7.

$$\begin{cases} N_{1}(\xi) = \frac{1-\xi}{2} \\ N_{2}(\xi) = \frac{1+\xi}{2} \end{cases}$$
(2.6)  
$$N_{1}(\xi,\eta) = \frac{(1-\xi)(1-\eta)}{4} \\ N_{2}(\xi,\eta) = \frac{(1+\xi)(1-\eta)}{4} \\ N_{3}(\xi,\eta) = \frac{(1+\xi)(1+\eta)}{4} \\ N_{4}(\xi,\eta) = \frac{(1-\xi)(1+\eta)}{4} \end{cases}$$

#### 2.2.1.3 Passage du repère de référence au repère de l'élément

Dans le cadre de la résolution par éléments finis, il faut calculer les déformations à partir des déplacements. Par ailleurs, comme chaque élément fini dispose de ses propres nœuds, ces dérivées doivent être déterminées de nouveau pour chacun des éléments. Afin de rendre cette étape de calcul beaucoup plus simple et moins coûteuse lors de la résolution numérique, les relations de dérivations sont exprimées dans le repère de référence de l'élément, commun à tous les éléments semblables, puis transposées au domaine actuel. En conséquence, il faut pouvoir exprimer les dérivées spatiales des grandeurs considérées dans le repère de l'élément de référence par rapport aux variables du domaine maillé, dans le repère de l'élément structurel ou le repère global dans le cas d'éléments fini 3D.

La matrice Jacobienne J est introduite dans ce but. En conservant les notations précédentes, son expression est donnée pour le cas général 3D en équation 2.8. Cette matrice permet bien de passer d'un repère de dérivation à un autre en employant la relation présentée en équation 2.9.

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial X}{\partial \xi} & \frac{\partial Y}{\partial \xi} & \frac{\partial Z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial X}{\partial \eta} & \frac{\partial Y}{\partial \eta} & \frac{\partial Z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial X}{\partial \zeta} & \frac{\partial Y}{\partial \zeta} & \frac{\partial Z}{\partial \zeta} \end{pmatrix}$$
(2.8)

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial X} \\ \frac{\partial}{\partial Y} \\ \frac{\partial}{\partial Z} \end{pmatrix} \quad et \quad \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial X} \\ \frac{\partial}{\partial Y} \\ \frac{\partial}{\partial Z} \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \\ \frac{\partial}{\partial \zeta} \end{pmatrix}$$
(2.9)

Puisque les coordonnées (X, Y, Z) sont des grandeurs scalaires du problème éléments finis, l'expression de l'approximation nodale définissant la forme s'applique. Ainsi, les matrices Jacobienne des différents éléments structuraux peuvent être déterminées en injectant ces approximations dans l'équation 2.8. La démarche exhaustive de résolution est présentée en annexe D.

#### 2.2.1.4 Passage du repère de l'élément au repère d'étude

Toutes les démonstrations analytiques qui suivent sont faites dans le cas où les déplacements et les rotations sont exprimés dans le repère local de l'élément. Pour pouvoir appliquer cette démarche, il faut donc tout d'abord exprimer les degrés de liberté aux nœuds de l'élément fini personnalisé dans les repères locaux des éléments finis sous-jacents. Ces transformations sont réalisées à l'aide de matrices de passage et de transformation, permettant de passer d'un repère à un autre. De plus, cela nécessite d'adopter des conventions spécifiques concernant les orientations des éléments structuraux. Ces deux points sont abordés en détails dans l'annexe D.

#### 2.2.1.5 Intégration numérique

L'intégration numérique est le second outil de la méthode de résolution par éléments finis. Cela permet de réaliser des calculs d'intégration continus approchés ou exacts par des sommations discrètes pondérées. Dans ce type d'approche, il faut choisir une méthode adaptée, au regard du degré des fonctions polynômiales continues à intégrer, ce qui conditionne la position des points, leur nombre et les pondérations qui y sont associées. Dans le cas de la résolution par éléments finis, en considérant le domaine initial d'étude  $\Omega_0$ , le domaine de référence  $[-1, 1]^3$ , une fonction scalaire f, et en introduisant des pondérations  $w_i$  pour chacun des points d'intégration  $(\xi_i, \eta_i, \zeta_i)$ , l'intégration numérique peut s'exprimer selon l'équation 2.10. Dans cette expression X, Y et Z sont implicitement fonction des coordonnées de référence, mais ce n'est pas indiqué pour ne pas alourdir d'avantage l'expression. Deux grandes méthodes d'intégration numérique sont alors classiquement utilisées et peuvent ensuite être mises en place en les combinant ou non.

$$\int_{\Omega_0} f(X, Y, Z) \, dX dY dZ = \int_{[-1,1]^3} f(\xi, \eta, \zeta) \, |J| \, d\xi d\eta d\zeta = \sum_i w_i f(\xi_i, \eta_i, \zeta_i) \, |J| \tag{2.10}$$

La première méthode est la quadrature de Gauss. Son principe repose sur la volonté d'intégrer de manière exacte des polynômes d'ordre le plus élevé possible avec un minimum de points d'intégration. Il s'avère que pour un nombre n de points, cet optimum est atteint pour un ordre des polynômes maximal de 2n - 1. Cependant, cette approche nécessite que la position des points d'intégration soit spécifique. La seconde approche, la méthode de Newton Cotes, repose sur la volonté d'intégration équitablement répartis selon la dimension considérée. Pour un nombre n de points, cela permet d'intégrer de manière exacte des polynômes d'ordre le plus élevé possible avec des points, cela permet d'intégrer de manière exacte des polynômes d'ordre n - 1.

Dans le cas des éléments structuraux de barre, la matrice Jacobienne, ainsi que la matrice de déformation (introduites en sous-sous-section 2.2.1.3 et sous-sous-section 2.2.1.6) sont indépendantes des coordonnées dans le repère de référence. Ainsi, un unique point d'intégration suffit. Dans le cas des éléments structuraux de poutre, la matrice Jacobienne est indépendantes

des paramètres des coordonnées dans le repère de référence, mais pas la matrice de déformation. La matrice de rigidité présente donc des termes d'ordre 2 en fonction des deux variables spatiales planes de référence de la section ( $\xi$ ,  $\zeta$ ). Il est cependant toujours possible de conserver un unique point d'intégration, en injectant cette dépendance dans les propriétés de l'élément, à travers les moments quadratiques.

Dans le cas des éléments structuraux de plaque, la matrice Jacobienne, ainsi que la matrice de déformation sont linéaires en fonction des coordonnées dans le repère de référence. Tout ceci aboutit (comme présenté plus tard en sous-sous-section 2.2.1.8) dans la matrice de rigidité à l'intégration d'un polynôme de degré 3 qui est fonction des deux variables spatiales planes de référence  $(\xi, \eta)$ . Concernant la variable de référence hors plan  $\zeta$ , la dépendance polynômiale est de degré 2, car la matrice Jacobienne est indépendante de ce paramètre. Pour ce qui est du nombre de points d'intégration dans la surface de l'élément plaque, il est d'usage de privilégier le temps de calcul, c'est pourquoi la méthode de la quadrature de Gauss, qui minimise le nombre de points d'intégration, est privilégiée. Il faut ainsi, pour chacune des directions du plan, 2 points d'intégrations pour intégrer un polynôme d'ordre 3, soit un total de 4 points d'intégration dans la surface. Concernant l'épaisseur de l'élément plaque, il est souvent utile d'avoir des points d'intégration distribués de manière régulière (par exemple pour modéliser des composites stratifiés), et en particulier un point au niveau du plan moyen. Pour ces raisons, le choix se porte le plus couramment sur la méthode de Newton Cotes. Il faut ainsi, pour la direction hors plan, 3 points d'intégrations pour intégrer un polynôme d'ordre 2. Bien sûr, afin d'obtenir plus d'information, il est toujours possible d'en ajouter. Les intégrations numériques par quadrature de Gauss et par la méthode de Newton Cotes au sein des éléments sont présentées, respectivement dans le tableau 2.2 et le tableau 2.3.

TABLEAU 2.2 – Poids et positions des points d'intégration des éléments quadrangles linéaires entièrement intégrés.

Numéro du point d'intégration	Coordonnée $\xi$	Coordonnée $\eta$	Poids
1	$-1/\sqrt{3}$	$-1/\sqrt{3}$	1
2	$1/\sqrt{3}$	$-1/\sqrt{3}$	1
3	$-1/\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$	1
4	$1/\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$	1

TABLEAU 2.3 – Poids des	points d'intégration dans l	'épaisseur des éléments	s quadrangles
-------------------------	-----------------------------	-------------------------	---------------

Nombre de points d'intégration	Poids 1	Poids 2	Poids 3	Poids 4	Poids 5	Poids 6	Poids 7
3	1/3	4/3	1/3	-	-	-	-
5	7/45	32/45	12/45	32/45	7/45	-	-
7	41/420	216/420	27/420	272/420	27/420	216/420	41/420

# 2.2.1.6 Vecteur des déformations

Le formalisme des éléments finis repose sur les formulations vectorielles des déformations et des contraintes, s'appuyant sur les propriétés de symétrie des tenseurs. L'équivalence entre ces grandeurs est exprimée dans l'équation 2.11. Un facteur 2 est introduit, afin de conserver l'expression de l'énergie de déformation lors du produit scalaire des vecteurs de déformation et de contrainte. Dans le cadre de l'hypothèse des petites perturbations, les déformations peuvent être exprimées par le tenseur de Green Lagrange d'après la relation explicitée dans l'équation 2.12. Cette formulation néglige les termes d'ordre supérieur en déplacement.

$$\overline{\overline{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \quad et \quad \vec{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{12} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{23} \end{pmatrix}$$
(2.11)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_{X_i}}{\partial X_j} + \frac{\partial u_{X_j}}{\partial X_i} \right) = \frac{1}{2} \left( u_{i,j} + u_{j,i} \right) \quad avec \quad (X_1, X_2, X_3) = (X, Y, Z), \forall (i, j) \in \llbracket 1, 3 \rrbracket^2$$
(2.12)

Le but de la méthode de résolution par éléments fini est de parvenir à formuler les grandeurs mises en jeu, et a fortiori les déformations, comme une combinaison linéaire des degrés de liberté aux nœuds. Autrement dit, il s'agit de déterminer la matrice de déformation *B* telle que l'expression l'équation 2.13 soit vérifiée. Une matrice appelée matrice de fonction de forme *N* peut également être introduite, afin de réaliser une étape intermédiaire dans le calcul des déformations. Son utilisation permet de déterminer les degrés de liberté d'un point ( $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ ), noté  $\vec{u}$ , du repère de référence en réalisant la combinaison linéaire de l'approximation nodale par un produit matricel. Cette matrice *N* ne sera pas utilisée ici, mais sera introduite lors du calcul de la matrice de masse.

$$\vec{\varepsilon} = B\vec{q} \tag{2.13}$$

Dans le cas des éléments structuraux de barre, seule la déformation axiale existe. Dans le cas des éléments structuraux de poutre, une déformation axiale est également présente, à laquelle viennent s'ajouter des déformations transverses selon les directions du plan de la section. Enfin, dans le cas des éléments structuraux de plaque, toutes les déformations sont envisageables, exceptée la déformation hors plan qui n'intervient pas dans l'énergie du fait de l'hypothèse de la contrainte normale nulle. Les expressions des matrices de déformations sont présentées en annexe D.

### 2.2.1.7 Vecteur des contraintes

L'expression vectorielle des contraintes est définie dans l'équation 2.14. Une fois les déformations déterminées, le contraintes sont déduites de la loi de comportement, qui dans le formalisme des éléments finis en élasticité linéaire se réduit à une matrice L. Ainsi, une relation linéaire entre les vecteurs des déformations et des contraintes est utilisée au sein de l'élément, comme indiqué dans l'équation 2.15.

$$\overline{\overline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad et \quad \vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{pmatrix}$$
(2.14)

$$\vec{\sigma} = L\vec{\varepsilon} \tag{2.15}$$

Les lois de comportement et les démonstrations associées sont présentées exhaustivement en annexe D. Pour les éléments de barre, seul le module élastique est nécessaire. Concernant les éléments de poutre, deux modules de cisaillement ont été ajoutés au module d'Young, dans le but de prendre en compte d'éventuelles propriétés anisotropes de la section vis à vis du cisaillement transverse. Enfin, pour les éléments de plaque, une loi de comportement linéaire élastique isotrope sous l'hypothèse de contraintes normale nulle a été utilisée, elle s'appuie sur la définition d'un module d'Young et d'un coefficient de Poisson.

Cependant, dans le cas des éléments de poutre et des éléments de plaque, un problème apparaît en appliquant de telles lois directement sur les déformations précédemment établies. En effet, dans le cas d'une sollicitation en cisaillement pur, le comportement engendré par ces éléments est un cisaillement constant, dans la section ou dans l'épaisseur. Or, ces contraintes de cisaillement sont en réalité nécessairement nulles sur les bords libres perpendiculaires au sens de sollicitation pour vérifier les conditions aux limites. Ce phénomène est illustré sur la figure 2.8. Cette erreur dans la distribution du cisaillement aboutit à des erreurs, et le plus souvent à une surestimation des efforts tranchants. Afin de pallier ces erreurs, les équations d'équilibre locales peuvent être écrites, afin de calculer la distribution des contraintes de cisaillement, ainsi que l'effort tranchant résultant dans le cas 3D. Cela permet alors d'apporter une correction de la raideur (par des comparaisons d'énergie) sur le cisaillement appréhendé par une représentation linéaire au sein des éléments.



FIGURE 2.8 – Description analytique de la répartition des contraintes de cisaillement dans une section rectangulaire en fonction de l'effort tranchant appliqué dans le repère spatial (noir) et dans le repère des contraintes (rouge).

Dans le cas des éléments de poutre, plusieurs approches existent, et celle utilisée par le code de calcul ABAQUS® s'appuie sur des travaux (COWPER 1966) dans lesquels l'auteur utilise les équations de conservation locales complètes, en dynamique et en considérant les forces volumiques. Il obtient alors des coefficients de correction pour les sections de poutre usuelles en fonction du coefficient de Poisson du matériau. Il semble que dans la documentation du code de calcul n'ont été retenues que certaines de ces sections, avec uniquement des valeurs correctifs. Dans le cas des éléments de plaque, une démarche similaire de comparaison des contraintes de cisaillement hors plan 3D avec celles obtenues en s'appuyant sur une description constante dans l'épaisseur permet également de déterminer un facteur correctif. Le coefficient correctif par défaut implémenté dans le logiciel est en accord avec celui usuellement retenu, d'une valeur de 5/6 pour les plaques homogènes isotropes. Il est à noter que dans ces travaux des sections elliptiques seront utilisées pour les torons, et que par défaut, le code de calcul n'apporte pas de correction sur ces sections.
Chapitre 2. Développement d'un élément fini discret

Ces premières corrections sont injectées dans les équations afin de compenser l'erreur du calcul des contraintes de cisaillement, inhérente à une représentation linéaire d'une distribution en réalité d'ordre supérieur. Par ailleurs, le code de calcul utilisé introduit des corrections additionnelles, qui permettent de rendre les éléments mixtes, pour une utilisation à la fois en théorie des poutres élancées ou non, ainsi qu'en théorie des plaques minces ou épaisses. En effet, plus une poutre est élancée, et plus une plaque est mince, et plus les modèles évoluent respectivement, de la théorie de Timoshenko à celle d'Euler Bernoulli, et de la théorie de Reissner Mindlin à celle de Love Kirchhoff. Ces seconds facteurs correctifs f sont présentés, respectivement pour les éléments linéiques, la longueur est notée l, la section S et les moments quadratiques de la section  $I_i$ . La variable  $\xi$  vaut 1 dans le cas des éléments linéaires (qui verrouillent à cause d'une interpolation d'ordre peu élevé) et  $10^{-4}$  dans le cas des éléments d'ordre supérieur, le paramètre *Slenderness Compensation Factor* — Facteur de compensation d'élancement (SCF) vaut 0,25. Pour les éléments surfaciques, la surface est notée S et l'épaisseur e.

$$f_i = \frac{1}{1 + \xi.SCF.\frac{l^2S}{12I_i}} \quad avec \quad \begin{cases} \forall (i,j) \in \{Y,Z\}^2\\ i \neq j \end{cases}$$
(2.16)

$$f = \frac{1}{1 + 0,25.10^{-4} \frac{S}{e^2}} \tag{2.17}$$

TABLEAU 2.4 – Facteurs correctifs de cisaillement des sections de poutre au sein de ABAQUS®.

Section	Code de calcul ABAQUS®	Travaux d'origine avec $ u=1/3$			
Circulaire pleine	0,89	0,89			
Circulaire creuse	0,44	0,44			
Rectangulaire pleine	0,85	0,85			
Rectangulaire creuse	0,53	0,53			
Elliptique pleine	1	$\neq 1$			
Source : COWPER 1966.					

#### 2.2.1.8 Matrice de rigidité

Dans le cas de linéarité géométrique, comme cela a été établi en annexe C, la matrice de rigidité tangente du problème éléments finis peut être décrite selon l'équation 2.18. Cette forme générale peut ensuite être étendue aux différents éléments finis implémentés. Ces développements spécifiques sont exhaustivement présentés en annexe D.

$$K = \int_{[-1,1]^3} B^{L^T} L B^L |J| \ d\xi d\eta d\zeta$$
 (2.18)

#### 2.2.2 Résolution explicite dynamique

Dans le cas d'une formulation dynamique, il faut en plus des développements précédents déterminer la matrice de masse, qui permet de rendre compte des effets d'inertie inhérents à la répartition des masses de chacun des éléments structuraux.

#### 2.2.2.1 Propriétés de la matrice de masse

La matrice de masse M doit satisfaire plusieurs conditions. En effet, elle doit tout d'abord être symétrique, au sens purement matriciel. Ensuite, elle doit aussi être physiquement symétrique, ce qui signifie que si l'élément présente une symétrie géométrique, cela doit se retrouver dans la répartition des masses de la matrice. Par exemple pour une poutre à 2 nœuds, chacun des nœuds doit contenir la même masse, ce sont les fonctions d'interpolation qui permettent de vérifier cette condition. Une autre propriété indispensable est le caractère conservatif, la masse totale de l'élément doit être conservée. Enfin, elle doit être définie positive, c'est-à-dire que pour tout vecteur non nul  $\vec{v}$ , le produit matriciel  $\vec{v}^T M \vec{v}$  doit être strictement non nul.

Dans le fonctionnement d'un sous-programme utilisateur VUEL, la documentation du logiciel ABAQUS® stipule certaines contraintes supplémentaires. Un bloc de la matrice de masse associé aux degrés de liberté en translation pour un nœud donné (typiquement un bloc 3×3 en 3D) doit être obligatoirement diagonal et tous les éléments de cette diagonale doivent être égaux entre eux. Ensuite, un bloc de la matrice de masse associé au couplage entre des degrés de liberté en translation et des degrés de liberté en rotation doit être nul. Enfin, un bloc de la matrice de masse associé au couplage entre des degrés de liberté en degrés de liberté de deux nœuds différents doit être nul. Ces contraintes sont inhérentes à la méthode explicite de résolution, puisque celle-ci nécessite des approximations fortes sur les matrices de masse. Le caractère diagonal de cette matrice est en effet au cœur de la rapidité de résolution.

#### 2.2.2.2 Matrice de masse

Dans le cas d'un solide 3D usuel, la détermination de la matrice de masse est relativement directe et elle est donnée dans l'équation 2.19. Cependant, dans le cas d'éléments finis structuraux, cette expression est incorrecte, car les degrés de liberté en rotation induisent une contribution à la matrice de masse plus complexe. Les déterminations des matrices de masse adéquates sont présentées exhaustivement en annexe D.

$$M = \int_{[-1,1]^3} \rho N^T N |J| \ d\xi d\eta d\zeta$$
 (2.19)

#### 2.2.2.3 Correction de la matrice de masse

Les matrices de masse précédemment établies ne répondent pas à toutes les exigences du code de calcul utilisé. En effet, si ces dernières sont des matrices symétriques et conservatives, il apparaît qu'elles ne vérifient pas les conditions de non couplage des degrés de liberté entre plusieurs nœuds et de non couplage entre les degrés de liberté en translation et en rotation. Ce problème apparaît lorsque les matrices de masse cohérentes (*consitent mass matrix*) sont utilisées, car ces dernières présentent une grande complexité dans le couplage des degrés de liberté dans le cas des éléments structuraux.

Afin de résoudre ce problème plusieurs méthodologies existent. Dans le cas présent, la détermination de la matrice de masse lumpée (regroupée – *lumped mass matrix*) sera utilisée, car son principe est simple. Il s'agit de créer une nouvelle matrice de masse, dont les éléments diagonaux de chaque ligne correspondent à la sommation des termes sur cette même ligne. Cependant, si les termes de couplage de degrés de liberté en translation et en rotation sont considérés, cela cause des erreurs numériques. Ces erreurs peuvent être attribuées au nonrespect de la condition d'égalité des termes diagonaux correspondants aux degrés de liberté en translation d'un nœud donné, ainsi qu'au fait que les termes couplés induisent une masse superflue et une inconsistance dans les dimensions lors de l'opération de sommation sur les lignes. En effet, si les termes des blocs diagonaux sont homogènes à des masses, ou des masses multipliées par des longueurs au carré, ce n'est pas le cas des autres blocs hors diagonale. Cette analyse est illustrée dans l'équation 2.20 pour la matrice associée à un unique nœud à 6 degrés de liberté. Ainsi, il a été décidé de ne pas prendre les termes de couplage en compte, considérés par la suite comme nuls. Une fois ces modifications réalisées, les matrices vérifient alors toutes les propriétés exigées et les calculs convergent.

# 2.2.3 Implémentations additionnelles

Au cours des développements numériques réalisés, plusieurs implémentations additionnelles ont été mises en œuvre. Ces ajouts concernent l'enrichissement des éléments, afin de correspondre au mieux aux éléments de référence du code de calcul ABAQUS®, mais aussi des développements connexes, nécessaires à l'utilisation pratique des éléments.

#### 2.2.3.1 Moment de réaction hors plan de la plaque

Une étude détaillée de l'élément S4 du logiciel ABAQUS® a montré qu'il existe un moment de réaction hors plan dans certaines sollicitations particulières des éléments de plaque. Initialement, le but de ce sixième degré de liberté en 3D est de pouvoir utiliser les plaques dans l'espace, mais surtout de pouvoir lier ces dernières entre elles (plaques liées perpendiculairement par exemple) ou avec d'autres éléments qui disposeraient de ce sixième degré de liberté (comme des éléments de poutres). De tels moments de réaction sont artificiels, car normalement ils n'interviennent pas dans le comportement de plaque. C'est pourquoi, la contribution énergétique de ces rotations est classée dans l'énergie de déformation artificielle dans les sorties du logiciel. Il y a deux cas distincts dans lesquels des moments de réaction artificiels ont été observés, dans le cas d'une rotation imposée autour de l'axe normal à la plaque d'une part, et dans le cas d'un cisaillement plan de la plaque. Les formulations des raideurs mises en jeu sont présentées exhaustivement en annexe D. Ces formulations ont permis de retrouver exactement les mêmes résultats que ceux des éléments de référence du code de calcul utilisé.

## 2.2.3.2 Outils connexes

Un des points d'intérêt majeurs, rencontré lors de l'implémentation de l'élément fini discret personnalisé, est le fait que tous les outils usuels de pré et post-traitement ne sont plus utilisables. En effet, l'introduction d'un nouvel élément suppose une multitude de possibilités sur le nombre de degrés de liberté, de nœuds, ou de variables d'états non exhaustivement. Ainsi, il est impossible de réaliser un modèle, un maillage, ou de visualiser les champs calculés avec le logiciel par défaut. Ainsi, l'intégralité des outils de création de fichiers d'entrée et de fichiers de sortie a donc nécessité des développements spécifiques. A cela s'ajoute des différences entre les méthodes de résolution implicite et explicite, car si dans le premier cas, le logiciel permet d'écrire les variables de sortie, la gestion de ces dernières dans le second cas revient à l'utilisateur.

# 2.2.4 Difficultés rencontrées

La formalisation et l'implémentation de l'élément fini discret présenté dans ce manuscrit ont présenté plusieurs points bloquants au cours de développements. Le premier point concerne le fait que par manque de temps, l'élément n'a pu être implémenté que dans le cadre des hypothèses de petites perturbations. Le second point concerne la détermination des incrémentations temporelles critiques dans le cadre du schéma de résolution temporel explicite. Pour le dernier point, il s'agit de l'utilisation de ces éléments dans le but de réaliser des tissus composites.

#### 2.2.4.1 Non linéarité géométrique

La démarche sur laquelle se sont appuyés les développements numériques a été d'appréhender les cas de résolution les plus simples pour tendre vers les cas les plus complexes. Ainsi, dans un premier temps, les éléments personnalisés ont été implémentés dans l'hypothèse des petites perturbations, en linéarité géométrique. L'élément a alors été établi analytiquement et codé pour un schéma d'intégration temporelle implicite, puis dans un schéma explicite. Dans un second temps, ces développements devaient être adaptés à la non linéarité géométrique.

Les travaux inscrits dans le cadre de non linéarité géométrique ont été arrêtés au cours de la phase analytique (dont le principe est introduit en détail en annexe C), au regard des difficultés rencontrées pour adapter les éléments finis précédemment établis. En effet, la détermination des matrices mises en jeu et les considérations de larges déplacements et rotations se sont avérées complexes et chronophages pour s'assurer de la robustesse du code.

#### 2.2.4.2 Incrément stable de temps

Dans le cadre de la méthode de résolution par éléments finis, la méthode explicite, contrairement à la méthode implicite, est conditionnellement stable. Ainsi, pour parvenir à une convergence des calculs, il est nécessaire de respecter une condition de stabilité. Cette dernière peut être interprétée comme la nécessité d'avoir un pas d'intégration temporelle plus petit que le temps que met une onde mécanique, qui se propage à la vitesse *c* du son dans le matériau considéré, à traverser la dimension la plus critique  $L_c$ , c'est-à-dire la plus petite dans le modèle. De manière usuelle cette condition peut s'écrire sous la forme renseignée dans l'équation 2.21, en renseignant le module élastique *E* et la masse volumique  $\rho$  du matériau.

$$\Delta t = \frac{L_c}{c} \quad avec \quad c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{2.21}$$

Cependant, les définitions de la vitesse de propagation et la longueur critique sont variées dans la littérature, ainsi que dans les différents codes de calculs. Ceci entraine des conditions plus strictes dans le cas des éléments structuraux complexes de poutre et de plaque. Ainsi, afin de pouvoir connaître la valeur de ces grandeurs en fonctions de la géométrie et des propriétés des éléments de références du logiciel ABAQUS®, divers tests ont été réalisés. Les résultats de ces analyses sont présentés en annexe E. Mis à part dans le cas des éléments de barre, aucune expression exacte de ces pas de temps n'a pu être établie. C'est pourquoi, en amont des calculs, les pas de temps sont systématiquement déterminés à l'aide des éléments par défaut présents au sein du logiciel.

#### 2.2.4.3 Assemblage de plusieurs éléments

Dans le cas où plusieurs éléments finis personnalisées sont utilisés, avec différentes positions des éléments linéiques internes, dans le but de former un tissage spécifique, il existe plusieurs méthodes de modélisation, comme présenté sur la figure 2.9. Cependant, cela conduit à la présence d'éléments équilibrés disposant de quatre éléments linéiques activés, en lien avec des éléments déséquilibrés, avec un déficit d'un ou plusieurs éléments linéiques. Dans les cas de résolution en schéma d'intégration temporelle implicite, ces configurations déséquilibrées ont provoqué des asymétries dans des configurations pourtant globalement équilibrées, de l'ordre de l'arrondi numérique. En revanche, dans les cas de résolution en schéma d'intégration temporelle explicite, le grand nombre d'itérations nécessaire a abouti à des écarts significatifs, voir à la divergence des calculs. Ainsi pour corriger ces phénomènes, tous les éléments linéiques ont été dédoublés sur les éléments voisins, dans le but de n'avoir que des éléments finis équilibrés. En conséquence, les propriétés des éléments structuraux de barre et de poutre associés ont été adaptées, afin que les matrices de raideur et de masse de la structure ainsi calculées, soient identiques à ce qu'elles sont dans le cas précédent. Cela revient à distribuer les raideurs et les masses sur deux éléments voisins.

#### 2.3 Validation des développements effectués

Il a été nécessaire de conduire une vaste campagne de validation une fois l'étape d'implémentation réalisée (section 2.2), afin de s'assurer que cette dernière était correcte et répondait bien aux exigences. Dans un premier temps (sous-section 2.3.1), des sollicitations nodales élémentaires ont été appliquées sur un élément unique, afin de vérifier que le comportement de l'élément fini développé était similaire à celui d'éléments de référence. Dans un second temps (sous-section 2.3.2), une étude sur l'influence du maillage a été menée, dans le but de vérifier l'équivalence des modèles en adaptant les propriétés des éléments structuraux ainsi que la convergence des résultats. Enfin (sous-section 2.3.3), des sollicitations sur un assemblage de plusieurs éléments ont été réalisées.



FIGURE 2.9 – Illustration de la diversité d'assemblages possibles des éléments finis discrets.

#### 2.3.1 Cas d'un élément unique

Une fois les développements précédents réalisés, il a fallu s'assurer qu'aucune erreur n'était présente dans les expressions analytiques ou dans le code établis. Dans ce but, une campagne de validation des éléments a été menée, dans un premier temps en utilisant un unique élément fini discret. Pour ces vérifications, les dimensions et les propriétés des éléments structuraux ont été fixées au préalable. Le tableau 2.5 récapitule les caractéristiques, les propriétés et les sorties dans le repère local des éléments structuraux utilisées. La section des éléments quadrangles a été prise de  $1 \times 1 \text{ mm}^2$ , et la section des éléments linéiques, s'il y en a, a été considérée comme une section circulaire d'aire 0,25 mm<sup>2</sup>.

Elément	Nœuds	Points d'intégration	Géométrie	Propriétés	Sorties
Plaque	4	3, 5 ou 7	e = 1  mm	$\begin{cases} E = 3 \ 400 \text{ MPa} \\ \nu = 0, 33 \end{cases}$	$\begin{cases} \varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{23} \\ \sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23} \end{cases}$
Barre	2	1	$S=0,25~{\rm mm}^2$	$E=200\ 000\ \mathrm{MPa}$	$\begin{cases} \varepsilon_{11} \\ \sigma 11 \end{cases}$
Poutre	2	1	$\begin{cases} S = 0,25 \text{ mm}^2 \\ I_y \approx 5.10^{-3} \text{ mm}^4 \\ I_z \approx 5.10^{-3} \text{ mm}^4 \end{cases}$	$\begin{cases} E = 200 \ 000 \ \text{MPa} \\ \nu = 0, 33 \end{cases}$	$\begin{cases} \varepsilon_{11}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{13} \\ \sigma 11, \sigma 12, \sigma 13 \end{cases}$

TABLEAU 2.5 – Propriétés utilisées pour la validation des éléments discrets.

Des conditions aux limites en déplacement imposé permettant de solliciter l'ensemble des degrés de liberté des éléments finis ont été mises en place. Ces cas de chargement se distinguent entre des sollicitations membranaires, des sollicitations de flexion et des sollicitations de cisaillement hors plan. De plus, des essais complémentaires avec des éléments identiques orientés différemment dans l'espace ont été effectués, afin de s'assurer que les matrices de transformation permettant de se placer dans les repères locaux des éléments structuraux étaient correctement définies. L'ensemble des conditions de chargement est exhaustivement présenté en annexe F. Ces vérifications ont permis de montrer que, dans le cas de conditions aux limites en déplacement imposé, l'élément développé se comporte exactement comme les éléments de références choisis. Ces observations ont été réalisées pour les éléments discrets implémentés dans le formalisme quasi-statique et également dynamique. Dans le cas de sollicitation uni-nodale, des différences apparaissent par ailleurs, ce qui suggère que les matrices de déformations ne présentent pas les mêmes expressions entre l'élément développé et les éléments de référence disponibles sur ABAQUS®.

#### 2.3.2 Cas d'un maillage variable

Des comparaisons ont ensuite été effectuées en fixant une géométrie et en faisant varier la taille du maillage. Les objectifs de ces confrontations ont été de vérifier la convergence du modèle avec un maillage de plus en plus raffiné, ainsi que de valider les éléments discrets sur un modèle simple à plusieurs éléments en comparaison avec des simulations de référence d'ABAQUS®. Les dimensions de la géométrie ont été choisies de 12×12 mm<sup>2</sup>. Toutes les propriétés des éléments ont été prises égales à celles présentées précédemment dans le tableau 2.5. La surface considérée a été maillée en utilisant 1, 4, 9, 16, 36 et 144 éléments quadrangles. Pour chacun des essais, avec un maillage et un chargement donnés, des simulations ont été conduites en activant les éléments surfaciques seuls, en ajoutant des éléments linéiques de barre et en ajoutant des éléments linéiques de poutre. Dans le cas où des éléments linéiques étaient présents, deux chargements ont été implémentés. Ces sollicitations correspondent à un chargement en traction uniaxiale de plis unidirectionnels orientés à 0° et 90° du sens de chargement, comme cela est illustré sur la figure 2.10. Dans ces modèles, les éléments linéiques sont donc positionnés dans le même plan que les éléments surfaciques. Il est à noter que les autres degrés de liberté en déplacement n'ont pas été contraints. Le chargement imposé est un déplacement de 4 mm.



FIGURE 2.10 – Conditions aux limites appliquées sur les modèles discrets à maillage variable dans le cas d'une sollicitation de traction axiale a) ou transverse b) par rapport à la direction des torons de fibres.

Dans toutes les simulations, le comportement observé est le même, l'échantillon est mis en tension et subi des déformations transverses dues à l'effet de Poisson. Une série d'exemples de déformées est visible sur la figure 2.11 pour les différents maillages dans le cas de modèles composés d'éléments surfaciques et d'éléments linéiques de barre alignés avec le sens de traction. Afin de comparer les différentes simulations entres elles, ainsi qu'au regard des éléments de référence, deux mesures ont été utilisées. La première est la mesure de la force de réaction dans le sens de chargement. La seconde est la mesure du déplacement transverse maximal au niveau de

#### Chapitre 2. Développement d'un élément fini discret

l'arrête contrainte en déplacement. Les éléments de référence utilisés sont les éléments linéiques T3D2 pour les éléments de barre, les éléments linéiques B31 pour les éléments de poutre et les éléments surfaciques S4 pour les éléments de plaque. La figure 2.12 présente les évolutions des mesures de force et de déplacement en fonction du nombre d'éléments utilisés le long d'une arrête pour chacun des modèles. Il apparaît que si des différences sont visibles pour un faible nombre d'éléments, les courbes de référence et de l'élément discret convergent toutes vers des asymptotes identiques avec l'augmentation du nombre d'éléments. Dans le cas d'une sollicitation à 90° avec des éléments linéiques de barre ou de poutre, les résultats sont identiques. Cela provient du fait que les éléments linéiques ne sont sollicités qu'en compression par effet de Poisson. En revanche, dans le cas d'une sollicitation à 0° avec des éléments linéiques de barre ou de poutre, les forces de réactions mesurées. Cet écart est également présent dans les modèles utilisant les éléments de poutre. Il peut être attribué au fait que les éléments linéiques étant encastrés à une extrémité et libres à l'autre extrémité sont sollicités en cisaillement.



FIGURE 2.11 – Déplacement transverse des modèles discrets à maillage variable dans le cas d'une sollicitation alignée avec la direction des torons de fibres modélisés comme des barres pour des maillages de 1 a), 4 b), 9 c), 16 d), 36 e) et 144 f) éléments.

# 2.3.3 Cas d'un assemblage de plusieurs éléments

Les éléments finis discrets ayant présentés des résultats conformes aux attentes, dans le cas de sollicitations en déplacement imposé sur un élément unique et dans le cas d'un maillage variable, une dernière étape de validation avec des chargements plus complexes a été mise en œuvre. La géométrie a une nouvelles fois été fixée, avec des dimensions de  $10 \times 10 \text{ mm}^2$ , tout comme le maillage, composé de 100 éléments quadrangles. Toutes les propriétés des éléments ont été choisies égales à celles présentées précédemment dans le tableau 2.5, de plus dans le cas des chargements dynamiques, les masses volumiques renseignées dans le tableau 2.6 ont été ajoutées. Trois cas de charge ont été implémentés et sont présentés dans la figure 2.13. Le premier chargement correspond à une sollicitation en traction unixiale avec un déplacement imposé de 5 mm. Le dernier chargement correspond à une sollicitation en flexion hors plan avec un déplacement imposé de 5 mm. Le dernier chargement correspond à une sollicitation en flexion d'impact normal d'une énergie de 3 J. L'impacteur qui a été implémenté est de forme hémisphérique avec un diamètre de 5 mm, dispose d'une masse de 6 kg et est animé d'une vitesse incidente de 1 m/s. Il est à noter que les autres degrés de liberté en déplacement n'ont pas été contraints.

De plus, deux architectures de torons de fibres différentes ont été analysées et sont illustrées sur la figure 2.14. L'une correspond à une superposition de deux plis unidirectionnels, l'autre correspond à un pli tissé classique. Dans ces modèles, les éléments linéiques ne sont donc plus positionnés dans le même plan que les éléments surfaciques. Une fois encore, chacun des deux types d'élément linéique a été utilisé dans des modèles distincts. Les sollicitations de traction et de flexion ont été simulées en résolution quasi-statique avec un schéma d'intégration temporelle implicite. Pour la simulation d'impact normal, la résolution a été menée en dynamique avec un schéma d'intégration temporelle implicite. Les contacts ont été implémentés selon l'hypothèse de contact normal de type hard contact et de contact tangentiel sans frottement avec un projectile modélisé comme un solide rigide.



FIGURE 2.12 – Courbes du déplacement transverse et de la force de réaction des modèles discrets à maillage variable et d'un modèle constitué d'éléments de référence, dans le cas d'une sollicitation en traction sur des éléments de plaque seuls a), dans le cas d'une sollicitation alignée avec la direction des torons de fibres modélisés par des éléments de barre b) ou de poutre d), et dans le cas d'une sollicitation transverse à la direction des torons de fibres modélisés par des éléments de barre c) ou de poutre e).



TABLEAU 2.6 – Masses volumiques utilisées pour la validation des éléments discrets.

FIGURE 2.13 – Conditions aux limites appliquées sur les modèles discrets à plusieurs éléments dans le cas d'une sollicitation de traction uniaxiale a), transverse hors plan b) et d'impact normal c).



FIGURE 2.14 – Visualisation des architectures des torons de fibres testées, avec le cas d'un stratifié uniaxial à deux plis a) et le cas d'un pli tissé toile b).

L'ensemble des résultats exhaustifs n'est pas présenté car cela représente un volume important d'informations. Dans le corps de ce manuscrit, seulement quelques exemples seront utilisés pour mettre en évidence les points d'intérêts. Tous les résultats obtenus avec les éléments discrets étant proches de ceux des éléments de références ce point ne sera plus mentionné par la suite.

Les déplacements hors plan des éléments linéiques de barre et de poutre sont présentés pour la configuration tissée sollicitée en traction dans la figure 2.15. Il apparaît que la modélisation discrète permet de rendre compte du phénomène de tension des torons de fibres alignés avec la direction de chargement. De plus, l'utilisation d'éléments de poutre permet une augmentation de la raideur en cisaillement et en micro-flexion, ce qui se traduit par un déplacement hors plan moins marqué, en comparaison avec les éléments de barre.



FIGURE 2.15 – Déplacements hors plan des éléments linéiques pour la configuration tissée sollicitée en traction uniaxiale dans le cas de l'utilisation d'éléments de barre personnalisés a) ou de référence b), et dans le cas de l'utilisation d'éléments de poutre personnalisés c) ou de référence d).

La figure 2.16 présente la force de réaction dans le sens de chargement au sein des éléments de plaque pour ces mêmes configurations. Il semble que la rigidité transverse des éléments de poutre entraîne une augmentation significative de la force de réaction. Cela peut être attribué au fait qu'il y a une compétition entre, d'une part, la mise en tension des torons alignés avec la direction de chargement et, d'autre part, le cisaillement des torons de fibres reliés par des liens rigides.



FIGURE 2.16 – Force de réaction uniaxiale des éléments surfaciques pour la configuration tissée sollicitée en traction uniaxiale dans le cas de l'utilisation d'éléments de barre personnalisés a) ou de référence b), et dans le cas de l'utilisation d'éléments de poutre personnalisés c) ou de référence d).

Les contraintes longitudinales des éléments linéiques de barre et de poutre sont présentées pour la configuration stratifiée sollicitée en flexion sur la figure 2.17. La distribution des contraintes observée est conforme avec ce qui est attendu dans le cas d'une flexion simple, avec une traction de la surface inférieure et une compression de la surface supérieure. Cette fois encore, les éléments de poutre se révèlent plus raides que les éléments de barre. La figure 2.18 présente le moment de réaction autour de l'axe de flexion au sein des éléments de plaque pour ces mêmes configurations. Les précédentes remarques demeurent valides puisqu'il faut un moment moins important pour obtenir l'équilibre mécanique dans le cas des éléments de barre.

Les courbes des évolutions du déplacement et de la force de contact du projectile sont présentées pour les configurations avec matrice seule et tissée sollicitées en impact basse vitesse dans la figure 2.19. Les courbes de la force en fonction du déplacement n'ont pas été tracées car ici les impacts sont parfaitement élastiques. Comme attendu, les modèles sont plus raides grâce à l'ajout de renforts, et ce gain de rigidité est plus important pour les éléments de poutre que pour les éléments de barre.



FIGURE 2.17 – Contrainte des éléments linéiques pour la configuration stratifiée sollicitée en flexion dans le cas de l'utilisation d'éléments de barre personnalisés a) ou de référence b), et dans le cas de l'utilisation d'éléments de poutre personnalisés c) ou de référence d).

# 2.4 Confrontation avec différents modèles numériques

Des comparaisons entre des modèles éléments finis discrets, entres autres ceux développés, et des modèles numériques continus ont été effectuées. Ces observations mettent en exergue les différences sur ce que chaque modèle est capable de prendre en compte et sur les hypothèses qui y sont attachées. Tout d'abord (sous-section 2.4.1), des modèles numériques continus usuels et discrets ont été implémentés, afin de pouvoir utiliser ces derniers comme référence. Ensuite (sous-section 2.4.2), tous les modèles ont été mis en confrontation sur différents cas de charge.

#### 2.4.1 Présentation des modèles numériques

Avant de pouvoir comparer les éléments finis développés avec d'autres types de modélisations, il a fallu choisir, puis implémenter, des modèles numériques supplémentaires de référence. Dans le but de réaliser des confrontations exhaustives, un total de 7 modélisations ont été sélectionnées. Ces dernières sont illustrées dans la figure 2.20 et décrites dans le tableau 2.7. Dans les modèles considérés, la description de la continuité définit si la matrice et les torons de fibres sont tous modélisés avec le même type d'élément ou non, sinon la description est qualifiée de discrète. La caractéristique d'homogénéité est utilisée pour spécifier si les torons de fibres et la matrice sont modélisés à l'aide de plusieurs éléments distincts, dans le cas hétérogène, ou par un unique élément équivalent, dans le cas homogène.



Chapitre 2. Développement d'un élément fini discret

FIGURE 2.18 – Moment de réaction des éléments surfaciques pour la configuration stratifiée sollicitée en flexion dans le cas de l'utilisation d'éléments de barre personnalisés a) ou de référence b), et dans le cas de l'utilisation d'éléments de poutre personnalisés c) ou de référence d).



FIGURE 2.19 – Courbes de déplacement a) et de force b) pour la configuration tissée sollicitée en impact dans le cas d'éléments plaque seuls, et d'éléments de barre ou de poutre ajoutés.



FIGURE 2.20 – Illustration des différents modèles numériques implémentés pour réaliser les comparaisons.

TABLEAU 2.7 – Description des différents modèles numériques implémentés pour réaliser les comparaisons.

Nom	Continuité	Homogénéité	Elément de la matrice	Elément des torons	
Het-3D	Continu	Hétérogène	Solide 3D (volumique C3D4)	Solide 3D (volumique C3D4)	
Hom-3D	Continu	Homogène	Solide 3D (volumique C3D8)		
Hom-2D	Continu	Homogène	Plaque 3D (surfacique S4)		
Dis-3D-B	Discret	Hétérogène	Solide 3D (volumique C3D4)	Barre 3D (linéique T3D2)	
Dis-3D-P	Discret	Hétérogène	Solide 3D (volumique C3D4)	Poutre 3D (linéique B31)	
Dis-2D-B	Discret	Hétérogène	Plaque 3D (surfacique S4)	Barre 3D (linéique T3D2)	
Dis-2D-P	Discret	Hétérogène	Plaque 3D (surfacique S4)	Poutre 3D (linéique B31)	

Pour chacun de ces modèles, différentes architectures des torons de fibres ont été mises en place et sont illustrées sur la figure 2.21. La première architecture correspond à un pli unique unidirectionnel. La seconde configuration correspond à un stratifié de deux plis orientés à 0° et 90°. Le dernier cas correspond à un composite tissé classique.



FIGURE 2.21 – Illustration des différentes architectures implémentées pour réaliser les comparaisons, avec un pli unidirectionnel a), deux plis stratifiés  $0^{\circ}/90^{\circ}$  b) et un pli tissé toile c).

Le modèle continu hétérogène, avec un maillage fin de taille 0,05 mm, a été utilisé dans des calculs d'homogénéisation, afin de déterminer les propriétés équivalentes à fournir dans les modélisations homogènes. Les développements analytiques et numériques ayant permis de déterminer les propriétés équivalentes sont présentées en annexe G. Les propriétés homogènes orthotropes obtenues sont indiquées dans le tableau 2.8. Il apparaît que, mis à part le cisaillement plan, les propriétés homogénéisées des configurations stratifiée et toile présentent des propriétés très proches. D'autre part, le tableau 2.9 répertorie les propriétés utilisées au sein des autres modèles numériques hétérogènes. Au sein des modèles implémentés le taux volumique de fibre est de 50%, sauf dans le cas unidirectionnel, puisqu'il n'y a des torons de fibres que dans une seule direction. Des dimensions de  $14 \times 14 \text{ mm}^2$  ont été choisie pour la géométrie. Dans le cas des modélisations discrètes et homogènes, un total de 100 éléments a été utilisé pour réaliser le maillage. Dans le cas des modélisations hétérogènes continues, une taille caractéristique de 0,25 mm a été sélectionnée pour les éléments constituant le maillage.

TABLEAU 2.8 – Propriétés homogénéisées des modèles hétérogènes 3D obtenues par homogénéisation périodique.

Architecture	<i>E</i> <sub>11</sub> (MPa)	<i>E</i> <sub>22</sub> (MPa)	<i>Е</i> <sub>33</sub> (MPa)	ν <sub>12</sub> (-)	ν <sub>13</sub> (-)	ν <sub>23</sub> (-)	G <sub>12</sub> (MPa)	G <sub>13</sub> (MPa)	G <sub>23</sub> (MPa)
Unidirectionnel	51 446	11 418	5 736	0,30	0,30	0,35	4 311	1 800	1 770
Stratifié	62 581	62 581	10 245	0,11	0,33	0,33	12 615	3 012	2 989
Toile	62 819	62 841	10 372	0,20	0,33	0,33	17 637	3 309	3 309

Constituant	Elément	Géométrie	Propriétés
Matrice	Plaque	e = 0,36  mm	$\begin{cases} E = 3 \ 400 \text{ MPa} \\ \nu = 0, 33 \end{cases}$
Toron	Barre	$S=0,126~{\rm mm^2}$	$E = 200\ 000\ \mathrm{MPa}$
Toron	Poutre	$\begin{cases} S = 0, 126 \text{ mm}^2\\ I_y \approx 2.10^{-4} \text{ mm}^4\\ I_z \approx 1.10^{-2} \text{ mm}^4 \end{cases}$	$\begin{cases} E = 200\ 000\ \text{MPa} \\ \nu = 0,33 \end{cases}$

TABLEAU 2.9 – Propriétés des éléments structuraux utilisées pour réaliser les comparaisons des modèles numériques implémentés.

De plus, pour chacun des cas d'étude, un chargement de traction uniaxiale et un chargement de flexion hors plan ont été appliqués, comme cela a déjà été présenté sur la figure 2.13. Un déplacement imposé 0,7 mm a été appliqué pour le chargement en traction, soit une déformation longitudinale de 5%. Dans le cas de la sollicitation en flexion, des conditions aux limites avec un effort imposé de 10 N ont été appliquées.

# 2.4.2 Comparaison des modèles numériques

L'ensemble des résultats exhaustifs n'est pas présenté car cela représente encore un volume important d'informations. Dans le corps de ce manuscrit, seulement quelques situations seront utilisées pour mettre en évidence les points d'intérêts. Afin de pouvoir confronter tous les modèles numériques entre eux, différentes mesures ont été effectuées. Le principe des mesures est indiqué sur la figure 2.22. Dans les cas de chargement en traction, des mesures de contrainte, de déformation, de déplacement et de force ont été utilisées. Les contraintes et les déformations ont été moyennées (en utilisant l'information du volume au niveau des points d'intégration) le long de la direction de chargement, et décomposées en différentes contributions, attribuables aux torons de fibres ou à la matrice dans les modèles hétérogènes. Pour ce qui est des déplacements, ils ont également été mesurés le long de l'axe de chargement. Le déplacement dans la direction X a été moyenné de façon similaire aux contraintes (en se basant sur les nœuds et non les points d'intégration). Le déplacement dans la direction Y a été mesuré au niveau des arrêtes y = 0 mm et y = 14 mm et moyenné le long de l'axe de chargement. Le déplacement hors plan a été mesuré comme la moyenne du déplacement des lignes à y = 7 mm et z = 0, 36 mm le long de l'axe de chargement.



FIGURE 2.22 – Illustration du calcul des variables de sortie au sein des différents modèles implémentés. Le calcul des contraintes, des déformations et des déplacements selon la direction X, a été effectué par moyennes successives a), le calcul des déplacements selon la direction Y et Z a été effectué par moyenne sur les deux segments décrits respectivement dans b) et c).

Dans le cas d'une sollicitation en traction uniaxiale des architectures unidirectionnelles, une loi des mélanges peut être utilisée afin de déterminer les contraintes et les efforts résultants théoriques vus par les modèles, comme indiqué dans l'équation 2.22. Les efforts résultants de chacun des modèles sont présentés dans le tableau 2.10. Les mesures des contraintes et des déplacements le long de la direction de chargement sont renseignées, respectivement, sur la figure 2.23 et la figure 2.24.

$$\begin{cases} \sigma = E\varepsilon = \left(E_f V_{\%f} + E_m V_{\%m}\right)\varepsilon \approx 2\ 572\ \text{MPa} \\ \sigma_m = E_m \varepsilon_m \approx 170\ \text{MPa} \\ \sigma_f = E_f \varepsilon_f \approx 10\ 000\ \text{MPa} \\ F = S\sigma = SE\varepsilon \approx 12\ 962\ \text{N} \end{cases}$$
(2.22)

TABLEAU 2.10 – Force de réaction des différents modèles unidirectionnels sollicités en traction uniaxiale.

Modèle	Het-3D	Hom-3D	Hom-2D	Dis-3D-B	Dis-3D-P	Dis-2D-B	Dis-2D-P
Force (N)	11 738	13 009	13 004	13 202	13 193	13 192	13 188



FIGURE 2.23 – Courbes des contraintes des différents modèles unidirectionnels sollicités en traction uniaxiale pour les torons de fibres a) ou la matrice b) dans la direction longitudinale et pour la matrice dans la direction transverse c).

Concernant les efforts de réaction, il apparaît que le modèle hétérogène continu ne converge pas vers la valeur attendue. Cela peut être attribué au fait que le maillage (taille des éléments de 0,5 mm) n'est pas assez raffiné, puisque les modèles homogènes équivalents (basés sur une homogénéisation des modèles hétérogènes continus avec une taille des éléments de 0,05 mm) sont en accord avec les efforts escomptés. Cela implique que, même dans un cas simple, une densité de maillage très importante doit être mise en place dans les modèles hétérogènes continus pour obtenir une convergence des résultats. Par ailleurs, l'ensemble des modèles discrets résultent en une surestimation de l'ordre de 200 N de la force de réaction. Cet écart peut être imputé au fait que, dans les modèles discrets, la matrice n'est pas physiquement traversée par les torons de fibres. Ainsi, la quantité de matière de résine est plus importante de manière inhérente à ce type de modélisations. En effet, en calculant l'effort résultant provenant de la matrice qui occupe la place des torons de fibres normalement, la valeur de 200 N est retrouvée. L'utilisation des modèles hétérogènes discrets nécessite donc d'adapter les propriétés de la matrice en conséquence. L'étude des contraintes séparées en fonction des éléments constitutifs des composites permet d'illustrer et de conforter les observations réalisées sur les efforts de réaction. En effet, l'asymptote de la contrainte axiale du modèle hétérogène continu présente des écarts avec celles des autres modèles.



FIGURE 2.24 – Courbes des déplacements des différents modèles unidirectionnels sollicités en traction uniaxiale pour la direction longitudinale par rapport à la direction de sollicitation a), pour la direction transverse b) et pour la direction hors plan c).

Concernant les déplacements, l'évolution est similaire dans tous les modèles dans la direction de chargement, ce qui est attendu en conditions aux limites en déplacement imposé. Pour ce qui est du déplacement transverse, deux asymptotes sont atteintes, avec une valeur plus élevée d'une part (autour de 0,12 mm) pour les modèles continus, et une valeur moindre d'autre part (autour de 0,1 mm) pour les modèles discrets. Cette différence peut être expliquée par la prise en compte ou non de la déformation transverse des torons de fibres dans les modèles. En effet, dans les modèles continus, les déformations transverses de la matrice et des torons de fibres s'additionnent. A l'inverse, dans les modèles discrets, seule la matrice se déforme transversalement, puisque par hypothèses la seule composante directe des déformations admissibles est la déformation axiale. Il apparaît également que la rigidité transverse des torons de fibres influence fortement les résultats proche de l'encastrement, avec des déplacements transverses moindres dans le cas du modèle hétérogène continu et des modèles discrets avec des éléments linéiques de poutre. Pour ce qui est des déplacements hors plan, de faibles instabilités numériques apparaissent dans les cas des éléments discrets.

Dans le cas d'une sollicitation en flexion des architectures stratifiées, les déplacements hors plan sont présentés sur la figure 2.25. Il apparaît que tous les modèles conduisent à des réponses très variées avec des amplitudes de flèches allant de 2 mm à 7,5 mm. Les modèles homogénéisés basés sur un raffinement important du maillage présentent des valeurs de flèches médianes, atour de 3,5 mm, entre le modèle hétérogène, qui minimise la flèche, et les modèles hétérogènes discrets, qui maximisent la flèche. Parmi les modèles hétérogènes discrets, une fois encore l'ajout d'une composante de cisaillement aux éléments linéiques permet d'augmenter la rigidité transverse globale des échantillons, et donc de diminuer le déplacement hors plan. De plus, une hypothèse peut être faîte pour expliquer la plus grande flèche dans ces modèles discrets. Il est possible que la correction du cisaillement transverse des éléments structuraux de poutre conduise à des rigidités transverses moindres que dans le cas 3D. En effet, si la première correction apportée permet de compenser l'approximation d'un cisaillement linéaire dans les sections de poutre, la seconde correction n'a pas été entièrement analysée, ce qui ne permet pas de statuer sur sa pertinence.



FIGURE 2.25 – Courbes des déplacements hors plan des différents modèles stratifiés sollicités en flexion, pour tous les modèles a), les modèles continus uniquement b) et les modèles discrets uniquement c).

Dans le cas d'une sollicitation en traction uniaxiale des architectures tissées, les déplacements hors plan sont présentés sur la figure 2.26. Les modèles homogénéisés ne permettent pas de rendre compte du comportement hors plan lié à l'entrelacement des torons de fibres. En revanche, bien que les ordres de grandeurs diffèrent, les modèles hétérogènes discrets semblent permettre la prise en compte de tels effets locaux. La figure 2.27 illustre ce phénomène sur une maille unique du motif de tissage. Ce déplacement hors plan est plus marqué encore pour les modèles disposant d'éléments linéiques de barre, moins rigides transversalement. Les écarts observés dans ces simulations peuvent être attribuées en partie au fait que les liens entre les éléments structuraux de la modélisation discrète sont rigides, ce qui est une hypothèse forte dans la mesure où la matrice est normalement comprimée et déformée entre les torons. Cependant, les modèles discrets disposant d'élément solides pour modéliser la matrice, qui n'ont pas de liens rigides, présentent des ordres de grandeurs similaires à ceux des modèles discrets disposant d'éléments surfacique. Ainsi, ces différences peuvent être imputées à la modélisation discrète elle-même.



FIGURE 2.26 – Déplacement hors plan des différents modèles tissés sollicités en traction.

# 2.5 Perspectives

Plusieurs développements additionnels peuvent être envisagés afin d'enrichir les éléments finis personnalisés. En effet, si dans le cas présent, l'étude se concentre sur le comportement de peaux composites minces architecturées, ce type de modélisation peut également être utilisé pour modéliser de manière discrète des peaux et des éprouvettes composites épaisses, ou encore l'endommagement des éléments surfaciques et linéiques de manière discriminée. Les paragraphes suivants présentent les prémices de travaux réalisés en ce sens. D'une part (soussection 2.5.1), des lois matériau permettant de produire de l'endommagement au sein des éléments structuraux ont été implémentées. D'autre part (sous-section 2.5.2), des éléments cohésifs permettant de modéliser des interfaces de colle ou de matrice autour des plis ont été développés. Ces deux points s'appuient sur des travaux existants (PASCAL, DORIVAL et al. 2018).



FIGURE 2.27 – Visualisation de la prise en compte des déplacements hors plan des modèles hétérogènes, en isolant une maille élémentaire d'un composite tissé toile, dans le cas d'un modèle discret développé a) et d'un modèle hétérogène 3D classique b) (les échelles de couleurs sont différentes).

#### 2.5.1 Lois d'endommagement des éléments structuraux

Dans le cas des éléments discrets personnalisés, des lois d'endommagement ont été implémentées, afin d'ajouter à la description du comportement la possibilité d'activer des mécanismes de dégradation des propriétés mécaniques. Les formulations de ces lois ont été extraites de travaux existants, dans le but de reproduire les résultats obtenus (PASCAL, DORIVAL et al. 2018).

Dans le cas des éléments de plaque, le dommage de la matrice a été divisé en un endommagement des composantes de contraintes directes et de cisaillement hors plan d'une part, et celui du cisaillement plan d'autre part. La première formulation repose sur l'hypothèse d'un endommagement orthotrope piloté par deux taux de restitution d'énergie, initial et à rupture, dans chacune des deux directions du plan. Cette dernière est présentée dans l'équation 2.23. La seconde formulation repose sur une loi plastique d'écrouissage sous la forme d'une fonction puissance. Dans le cas des éléments linéiques, un critère de rupture fragile en traction avec adoucissement exponentiel a été implémenté. Aucune loi n'a été ajoutée pour modéliser la perte de rigidité transverse potentielle des éléments de poutre. L'ensemble de ces lois sont présentées exhaustivement en annexe I. Des validations numériques ont également été menées avec des cas de chargements monotones et de charge-décharge avec succès.

# 2.5.2 Eléments finis cohésifs personnalisés

Le but de l'élément fini cohésif personnalisé est de faire le lien entre plusieurs éléments finis discrets présentés précédemment. En effet, comme seul le plan moyen d'un pli composite est maillé par des éléments quadrangles, il est un impossible de réaliser par défaut un empilement de ces éléments discrets dans la direction hors plan. De plus, l'utilisation d'un élément hexaédrique classique est proscrite, car dans ce cas, les degrés de liberté en rotation ne seraient pas prises en compte, et le comportement cohésif obtenu ne serait donc pas corrélé aux véritables déformations des surfaces supérieure et inférieure du pli. Une illustration de cet élément cohésif est présentée sur la figure 2.28. Ce dernier doit ainsi prendre en compte l'épaisseur des éléments discrets supérieur et inférieur, ainsi que les degrés de liberté en rotation des nœuds correspondants. L'élément cohésif dispose donc de 8 nœuds réels (en rose) confondus avec ceux des éléments discrets et dont la cinématique sera décrite par les déplacements et les rotations de l'espace, et de 8 nœuds virtuels (en vert) n'ayant que des degrés de liberté en déplacement. L'utilisation de 4 points d'intégration, localisés au centre des arrêtes orientées dans la direction hors plan, permet ensuite de calculer les séparations nécessaires pour établir des lois de tractions-séparation classiques.



FIGURE 2.28 – Description de l'élément fini cohésif compatible avec les éléments finis discrets, avec les nœuds réels partagés avec ces éléments (rose) et les nœuds de la zone cohésive virtuelle (vert).

Tout comme des éléments structuraux de référence ont été utilisés afin de valider l'élément discret personnalisé, l'élément cohésif COH3D8 du code de calcul ABAQUS® a été sélectionné comme élément de référence. De plus, tous les critères d'amorçage en contrainte et en déformation, ainsi que les lois de propagation du dommage en déplacement ou énergétique ont été implémentés. Ces développements analytiques exhaustifs sont présentés en annexe H. L'élément créé a ensuite été comparé à l'élément de référence choisi dans divers cas de charges à déplacements imposés. Les comportements obtenus et attendus ont montré des résultats identiques dans le cas de la validation avec un élément unique. Cependant, de fortes instabilités sont apparues lors de l'utilisation au sein de modèles plus complexes ou en sollicitation dynamique.

# Bilan

Ce chapitre réunit l'ensemble des informations relatives à l'implémentation dans le code de calcul ABAQUS® d'un élément fini discret personnalisé, permettant de modéliser des peaux composites minces architecturées en sollicitation d'impact basse vitesse. La validation de cet élément, ainsi que la confrontation avec d'autres types de modélisations numériques ont également été menées.

Dans un premier temps, une modélisation discrète a été mise en œuvre à l'aide des éléments finis présents au sein du logiciel ABAQUS<sup>®</sup>. Il s'est avéré que les liens rigides utilisés entre les éléments linéiques, représentant les torons de fibres, et les éléments surfaciques, représentant la matrice, sont instables en sollicitation dynamique. Ainsi, il a été décidé d'implémenter un élément fini personnalisé discret constitué de plusieurs éléments structuraux. Les cinématiques relatives aux éléments de barre, de poutre et de plaque ont ensuite été choisies dans le but de pouvoir comparer les développements effectués avec les éléments de référence T3D2, pour les éléments barre, B31, pour les éléments de poutre et S4, pour les éléments de plaque. Ces choix ont permis de représenter les cisaillements susceptibles de se produire au sein des sections de poutre et des épaisseurs de plaque. Enfin, un cahier des charges a été établi, afin de définir le fonctionnement et les capacités escomptées de l'élément.

Dans un second temps, l'élément fini discret a été implémenté dans le formalisme quasistatique en résolution temporelle implicite, ainsi que dans le formalisme dynamique en résolution temporelle explicite. Ces développements se sont appuyés sur des démonstrations et des travaux analytiques menés dans le cadre de la Méthode des Eléments Finis (MEF). L'ensemble des outils connexes à l'élément fini discret ont également été mis en place, pour le débogage et le fonctionnement des scripts, mais aussi pour réaliser les pré et post-traitements nécessaires. Par ailleurs, des difficultés sont apparues lors des développements numériques. En effet, si le principe de la résolution par éléments finis dans le cadre le non linéarité géométrique a été largement étudié, l'élément discret n'a pu être implémenté que dans le cadre de la linéarité géométrique par manque de temps. De plus, les expressions des incréments stables de temps dans le cas de la résolution explicite n'ont pas été déterminées.

Plusieurs étapes de validation ont alors été mises en œuvre dans le but de s'assurer de la conformité des développements numériques effectués. Tout d'abord, des simulations ont été menées en utilisant un élément unique. Ces chargements en déplacement imposé ont permis une comparaison avec les éléments de référence choisis, pour des sollicitations membranaires, de flexion et de cisaillement hors plan. L'ensemble des composantes de force, de déplacement, de contrainte et de déformation ont été analysées. Ensuite, une étude sur l'influence du maillage a été mise en place, dans le cas de plis unidirectionnels sollicités en traction uniaxiale. Les résultantes de force et les déplacements transverses de chacun des modèles ont été confrontés. Enfin, des simulations menées sur des modèles de 100 éléments sollicités en traction uniaxiale, en flexion et en impact normal ont été réalisées. Tous ces résultats ont permis de valider les développements numériques effectués.

Afin de mettre en exergue les capacités de modélisation des représentations discrètes, l'élément fini développé a ensuite été confronté à d'autres types de modèles numériques. Les simulations mises en œuvre ont consisté en des modèles continus ou discrets, hétérogènes ou homogènes et dans lesquels la matrice et les torons de fibres pouvaient être représentés par des éléments solides ou des éléments structuraux. Il est apparu que les modèles discrets permettent bien de rendre compte des effets locaux d'architecture, comme les déplacements hors plan des torons de fibres observés dans les modèles maillés entièrement, ce qui n'est pas le cas des modèles homogénéisés. Cependant, des inexactitudes inhérentes au modèle sont apparues. En effet, les éléments discrets induisent un surplus de matrice, ce qui se traduit par une raideur plus importante, et les liens rigides utilisés peuvent mener à des déplacements hors plan conséquents.

Des perspectives permettant d'étendre les applications pour ce type de modélisations ont ensuite été présentées. D'une part, afin d'étendre l'utilisation des éléments discrets au-delà de la modélisation du comportement, des lois d'endommagement simples ont été implémentées pour simuler les dommages susceptibles de survenir lors de la sollicitation de composites. Pour les éléments linéiques, une loi de rupture fragile avec adoucissement exponentiel a été utilisée. Pour les éléments surfaciques, une loi avec amorçage puis propagation du dommage dans le plan et une loi d'écrouissage en cisaillement hors plan ont été implémentées. D'autre part, un élément cohésif personnalisé a été créé, dans le but de pouvoir réaliser des empilements de plusieurs plis, modélisés par des éléments discrets. Des validations sur un élément unique basées sur l'élément de référence COH3D8 se sont avérées satisfaisantes, cependant des instabilités sont apparues dans des modèles plus conséquents.

Les points d'intérêt de ce chapitre sont renseignés point par point ci-après :

- Un élément fini discret a été implémenté pour modéliser les peaux composites minces architecturées.
- Des éléments structuraux linéiques de barre et de poutre disposant d'une cinématique de Timoshenko ont été utilisés pour modéliser les torons de fibres.
- Des éléments structuraux surfaciques de plaque disposant d'une cinématique de Reissner-Mindlin ont été utilisés pour modéliser la matrice.
- L'élément discret permet, en linéarité géométrique, de réaliser des calculs quasi-statiques avec un schéma d'intégration temporelle implicite et des calculs dynamiques avec un schéma d'intégration temporelle explicite.
- L'élément discret permet de renseigner différentes propriétés pour les éléments surfaciques et linéiques, ce qui permet de modéliser un grand nombre de tissus.
- L'élément discret a été validé dans de nombreux cas de chargement.
- L'élément discret permet de rendre compte de cinématiques locales liées aux architectures de torons de fibres, comme le déplacement hors plan caractéristique de la mise en tension d'un composite tissé.
- Les propriétés des éléments discrets sont à adapter, puisqu'il y a toujours une surestimation de la quantité de matière de matrice.
- Il est possible d'ajouter, en plus du comportement, la description des endommagements dans les différents éléments structuraux de manière indépendante.
- Il est possible de modéliser des composites plus épais en utilisant des éléments cohésifs spécifiques.
- La non linéarité géométrique, la détermination de l'incrément temporel critique de stabilité dans le cas d'un schéma d'intégration explicite, une loi d'endommagement en cisaillement des éléments de poutre, ainsi que la finalisation des éléments cohésifs personnalisés, sont des perspectives envisageables pour la poursuite de ces travaux.

# **Chapitre 3**

# Étude des matériaux d'âme et de peau

# Sommaire

Préa	mbule		76
3.1	Choix	des matériaux	76
	3.1.1	Peaux composites carbone/époxy	76
	3.1.2	Âme en mousse	78
3.2	Carac	térisation des peaux	79
	3.2.1	Analyse optique des peaux	79
	3.2.2	Essais de traction	82
	3.2.3	Résultats des essais de traction	88
3.3	Modé	lisation des peaux	91
	3.3.1	Loi matériau des peaux	91
	3.3.2	Identification des paramètres matériau des peaux	92
	3.3.3	Simulation des essais de traction sur les peaux	93
	3.3.4	Comparaison numérique et expérimentale des essais de traction sur les peaux	<b>6</b> 94
3.4	Carac	térisation de la mousse	100
	3.4.1	Analyse tomographique de la mousse	101
	3.4.2	Essais de compression	102
	3.4.3	Résultats des essais de compression	103
	3.4.4	Essais d'impact	105
	3.4.5	Résultats des essais d'impact	108
3.5	Modé	lisation de la mousse	113
	3.5.1	Loi matériau de la moussee	114
	3.5.2	Identification des paramètres matériaux de la mousse	115
	3.5.3	Simulation des essais de compression sur mousse	117
	3.5.4	Comparaison numérique et expérimentale des essais de compression sur	
		mousse	118
	3.5.5	Simulation des essais d'impact sur mousse	120
	3.5.6	Comparaison numérique et expérimentale des essais d'impact sur mousse.	120
	3.5.7	Optimisation des paramètres des essais impact sur mousse	121
Bila	n		122

# Préambule

Les capacités du modèle discret développé à reproduire, dans un premier temps, puis à prédire, dans un second, les réponses de structures réelles nécessitent de définir des paramètres adéquats. Ainsi, avant de pouvoir tester les capacités prédictives du modèle présenté précédemment (chapitre 2), une première campagne d'essais a été mise en œuvre pour alimenter le modèle en données de comportement matériau. Dans cette partie seront présentés des essais statiques et dynamiques, afin caractériser, puis de modéliser numériquement, les matériaux d'âme et de peau constitutifs des composites sandwichs architecturés de l'étude.

Dans un premier temps (section 3.1), il a fallu choisir les matériaux d'âme et de peau utilisés pour concevoir et fabriquer les éprouvettes sandwichs, au regard de la représentativité vis-à-vis des structures réelles et des conditions d'essai. Dans un second temps (section 3.2), les peaux composites ont été analysées par microscopie puis caractérisées, à l'aide de chargements quasistatiques en traction uniaxial. Par la suite (section 3.3), les résultats de ces essais ont permis de paramétrer et de calibrer les modèles numériques de peaux composites minces développés, afin de réaliser une confrontation entre les expériences et la simulation. Ensuite (section 3.4), la mousse a été observée par tomographie, puis caractérisée, à travers des chargements dynamiques en compression uniaxiale non confinée et en impact basse vitesse. Enfin (section 3.5), des lois matériaux capables de rendre compte du comportement complexe de la mousse ont été sélectionnées et identifiées à l'aide des données expérimentales.

# 3.1 Choix des matériaux

Comme cela a été présenté en fin du chapitre 1, le choix des matériaux constitutifs des semi-structures composites sandwichs s'est porté sur des peaux en matrice thermodurcissable renforcées par des fibres de carbone, associées à une âme en mousse assez dense pour homogénéiser au maximum les flux de charge tout en évitant de perturber la réponse des architectures. Ces matériaux sont succinctement décrits ici, puis présentés exhaustivement dans les paragraphes suivants. Les informations essentielles à retenir sont répertoriées dans le tableau 3.1, le tableau 3.2 et le tableau 3.3. Les peaux (sous-section 3.1.1) sont constituées de fibres de carbone de module intermédiaire T800S fournies par Toray. La matrice est un polymère thermodurcissable époxy (de référence confidentielle MR014) déposée en pré-imprégnation sur les fibres de carbone. Enfin, l'âme (sous-section 3.1.2) est constituée d'une mousse à cellules fermées thermoplastique styrène-acrylonitrile (SAN) Corecell M200 fournie par Gurit.

Module d'Young (GPa)	294
Contrainte à rupture (MPa)	5 880
Elongation à rupture (%)	2
Densité (g/cm <sup>3</sup> )	1,8
Diamètre des fibres $\mu$ m	5
Source : Données fournisseu	r 2.

TABLEAU 3.1 – Propriétés des fibres de carbone d'après le fournisseur.

# 3.1.1 Peaux composites carbone/époxy

Les peaux ont été pensées et conçues afin d'éprouver les capacités du modèle numérique développé. De larges torons de fibres ont tout d'abord été sélectionnés afin de permettre une mise en évidence expérimentale plus aisée des effets d'architectures des peaux minces sur la réponse mécanique. En effet, si les influences locales des architectures de tissus composites ont souvent pu être étudiées de manière fine dans le cas de sollicitations quasi-statiques (KIASAT et al. 2015, ZHOU et al. 2021), de telles études en impact basse vitesse présentent plus de difficultés et ne fournissent en général que des informations globales, comme la force de réaction due aux contacts, ou le déplacement de l'impacteur (AWAIS et al. 2020, MIAO et al. 2019).

Module d'Young (MPa)	334
Contrainte à rupture en traction (MPa)	4,29
Module de compression (MPa)	317
Contrainte à rupture en compression (MPa)	4,4
Module de cisaillement (MPa)	98
Contrainte à rupture en cisaillement (MPa)	2,95
Elongation à rupture en cisaillement (%)	20
Densité (g/cm <sup>3</sup> )	0,2
Source : Données fournisseur 1.	

TABLEAU 3.2 – Propriétés de la mousse d'après le fournisseur.

TABLEAU 3.3 – Propriétés des torons de fibres pré-imprégnés d'après le fournisseur.

Densité de la résine (g/cm <sup>3</sup> )	1,240
Densité des fibres pré-imprégnées (g/cm <sup>3</sup> )	1,560
Densité linéique des fibres à sec (g/m)	2,060
Densité linéique des fibres pré-imprégnées (g/m)	3,121
Fraction volumique de fibre (%)	57,2
Fraction massique de fibre (%)	66
Largeur du toron imprégné (mm)	6,35
Epaisseur du toron imprégné (mm)	0,315

Lors de l'élaboration d'un composite tissé, le comportement mécanique peut varier selon que la sollicitation se fasse dans le sens des fils de chaîne (fils droits tendus dans la longueur lors du tissage) ou dans le sens des fils de trame (fils entrecroisés dans la largeur lors du tissage). Il est également usuel d'obtenir de fortes concentrations de contraintes au niveau des entrelacements des fils de chaîne et de trame (KOOHBOR et al. 2018, YANG et al. 2018). Afin de s'affranchir de ce type de phénomènes dans cette étude, des configurations de peaux spécifiques ont été imaginées. Ces architectures ne sont pas des structures tissées au sens strict, car il n'y a pas de direction spécifique privilégiée telle que le sens chaîne ou le sens trame. Il s'agit plutôt d'empilements consécutifs de torons dans deux directions perpendiculaires. En effet, s'il faut noter que certains torons seront droits et d'autres ondulés, à l'image des fils de chaîne et de trame d'un tissé classique, ces torons droits ne seront pas tendus lors de la fabrication contrairement au procédé de tissage conventionnel (BOUSSU et al. 2015). Afin de répondre à ces exigences particulières, le choix de l'utilisation d'un bras de dépose robotique a été fait, ce type de procédé se nomme *Automated Fiber Placement* — Placement de fibre automatisé (AFP).

Cette dépose peut être à l'origine de plusieurs défauts comme des lacunes, des chevauchements ou des ondulations de fibres non exhaustivement (OROMIEHIE et al. 2019), qui peuvent affecter les propriétés mécaniques comme cela a pu être démontré en traction et en compression quasi-statiques (NARTEY et al. 2020). Ce type d'étude n'a cependant pas été réalisé pour des chargements dynamiques. De plus, dans le cas d'une surface plane très fine et d'une géométrie simple à draper, la présence de défauts est supposée très faible, ce qui a été confirmé par des observations microscopiques et tomographiques présentées ultérieurement.

Les peaux obtenues ont d'après les données fournisseur un taux volumique de fibres de 57,2% et un taux massique de fibre de 66% ce qui correspond à un tissu classique. Deux procédés de cuisson ont par ailleurs été mis en œuvre, se distinguant par l'utilisation ou non d'une plaque de calfeutrage pesante entre la bâche et les peaux composites lors de la cuisson sous autoclave. La description exhaustive de la fabrication des peaux est présentée dans la partie relative à la fabrication des semi-structures composites sandwichs (sous-sous-section 4.1.1.1). Un élément important à souligner est le fait que les torons de fibres utilisés lors de la dépose sont en fait un empilement de deux bandes plus fines.

# 3.1.2 Âme en mousse

La mousse a été sélectionnée en fonction de ses propriétés et du cas de charge considéré. Il s'agit d'une mousse à cellules fermées thermoplastique SAN fournie par Gurit. Cette mousse est particulièrement adaptée aux impacts selon le fournisseur parmi la gamme proposée (*Données fournisseur 1*). Cela est en accord avec différents articles de la littérature. En effet, une étude sur la résistance à l'endommagement lors d'essais de détonation sur des sandwichs renforcées par des fibres de verre avec des âmes polychlorure de vinyle (PVC), polymethacrylimide (PMI) et SAN, a montré que le polymère SAN présente la meilleure tenue au dommage (Mark KELLY et al. 2014). D'autres travaux sur la réponse dynamique en cisaillement d'une mousse PVC et d'une mousse SAN, à différentes vitesses de chargement, avec différentes densités, ont mis en lumière le fait que le polymère SAN présente de meilleures caractéristiques (WILLIAMS et al. 2014).

De plus, la taille fine des cellules de cette mousse est adaptée à l'utilisation dans un matériau sandwich, car cela permet une faible absorption de résine lors de la cuisson avec les peaux, due aux cellules ouvertes en surface. Ceci permet également d'avoir une masse du sandwich final moindre. La variation de densité au sein du matériau est qualifiée de faible, ce qui semble se vérifier sur les prélèvements réalisés (sous-section 3.4.1). Ainsi, les futures modélisations de mousse par des lois homogènes sont cohérentes. Cette homogénéité et la faible variation de l'architecture de la mousse, combinées aux propriétés adaptées aux sollicitations dynamiques, sont les paramètres principaux qui ont contribués à la sélection de ce produit. Il est ainsi attendu que la transmission de l'impact à la peau testée soit le plus homogène possible comparativement à la taille caractéristique de l'architecture du composite.

Un autre point d'intérêt est que cette mousse ne présente pas de risque de dégazage lors du processus de cuisson. Ce phénomène de dégazage peut se produire lors de toute opération de découpe, ponçage, ou autre, qui entraine une rupture des parois des cellules fermées. Cette libération de gaz peut aussi survenir dans une moindre mesure à cause d'une rupture de l'équilibre des pressions entre la pression dans les cellules et la pression atmosphérique extérieure. Des moyens utilisés pour éviter ce dégazage sont un conditionnement contrôlé ou l'utilisation de traitements thermiques adéquats (Brochure 1). Lors du processus de cuisson, ce phénomène peut également survenir, cette fois ci, par contre, il est plus critique. En effet, une température de cuisson trop élevée, ou l'accumulation de trop de résine qui entraîne une réaction exothermique, peut privilégier le mécanisme de diffusion des gaz enfermés dans les cellules. Cette diffusion résulte en une migration du gaz à cœur vers l'extérieur, et il peut alors venir se positionner entre les peaux et l'âme du matériau, créant ainsi une mauvaise adhésion ou du délaminage. Ce phénomène peut se révéler d'autant plus important que l'épaisseur, et donc la quantité de gaz à cœur, est importante. De plus, certains gaz libérés peuvent empêcher le durcissement de la matrice ce qui peut causer des propriétés mécaniques moindres. Il est indiqué qu'aucune des espèces chimiques du procédé n'est défavorable au durcissement de la matrice époxy (Brochure 1, Brochure 2).

Concernant la densité de cette mousse, la masse volumique d'un tel plastique SAN pur se situe entre 1,06 g/cm<sup>3</sup> à 1,10 g/cm<sup>3</sup>, celle de la mousse utilisée est de 0,2 g/cm<sup>3</sup>, ainsi une densité relative comprise entre 18,2% et 18,9% peut donc être déduite. Habituellement, il est d'usage d'obtenir une densité relative comprise entre 10% et 30% pour de mousse à cellules ouvertes, moins denses, car ces dernières ne contiennent pas de gaz emprisonné, contre 30% à 70% pour des mousses à cellules fermées (José Antonio REGLERO RUIZ et al. 2016). Cette mousse présente donc une faible densité relative malgré des propriétés mécaniques importantes, provenant en partie des cellules fermées.

# 3.2 Caractérisation des peaux

Les matériaux composites étant par essence inhomogènes, il est nécessaire de bien connaître et comprendre les différents éléments qui les composent ainsi que leurs caractéristiques, afin de pouvoir analyser dans les détails la réponse mécanique de la structure entière. Des analyses optiques ont tout d'abord été menées (sous-section 3.2.1), afin d'étudier en détail les torons et la matrice. Des essais de caractérisation (sous-section 3.2.2 et sous-section 3.2.3) ont ensuite été réalisés sur les composites constitutifs des peaux des éprouvettes sandwichs. Cette étape de caractérisation a consisté en des essais de traction uniaxiaux-quasi statiques.

# 3.2.1 Analyse optique des peaux

Un total de 4 échantillons de peau a été prélevé sur la matière restante de l'usinage des éprouvettes composites sandwichs. Ces échantillons correspondent à deux configurations de 2 plis à 0°/90°, qui seront qualifiés de stratifiés, ainsi que deux configurations avec un empilement de motif 2, qui seront qualifiés d'empilées, comme illustré sur la figure 3.1. Pour chacun de ces couples, une des éprouvettes a été obtenue par l'utilisation d'une plaque de calfeutrage entre la bâche à vide et les peaux lors de la cuisson, l'autre a été obtenue sans plaque, avec uniquement une bâche à vide. Les prélèvements ont ensuite été enrobés, polis, puis observés à l'aide d'un microscope Zeiss Axio Imager Vario 2.



FIGURE 3.1 – Présentation des peaux composites utilisées pour les analyses optiques. Une peau avec un empilement de motif 2 a) et une peau avec un empilement à  $0^{\circ}/90^{\circ}$  b) ont été enrobées puis polies c).

La figure 3.2 présente les observations de chacune des peaux. Pour la peau stratifiée obtenue par une cuisson avec bâche à vide uniquement (figure 3.2.c), il existe une forte variation de l'épaisseur du pli supérieur, ce qui entraîne une ondulation des fibres de carbone internes aux torons. Cette observation est encore plus marquée pour l'inhomogénéité d'épaisseur importante de la peau empilée ayant subi le même procédé de cuisson, au niveau de l'entrelacement des torons (figure 3.2.d). Cela traduit, en plus d'une ondulation interne des fibres de carbone au sein des torons, une ondulation conséquente des torons eux-mêmes. En ce qui concerne la peau stratifiée, obtenue avec l'utilisation d'une plaque de calfeutrage (figure 3.2.e), les plis semblent d'épaisseur constante dans la longueur de l'échantillon prélevé. Cette observation est

#### Chapitre 3. Étude des matériaux d'âme et de peau

une nouvelle fois confortée en étudiant l'épaisseur entière de la peau au niveau de l'entrelacement des torons de fibres au sein de la peau empilée (figure 3.2.f). Les fibres de carbone et les torons de fibres sont donc plus droits grâce à l'introduction de la plaque de calfeutrage. De plus, cela permet d'obtenir des distributions de fibres et une épaisseur plus homogène des peaux. Les irrégularités observées, dans les échantillons provenant d'une cuisson avec bâche à vide uniquement, suggèrent que les lignes génératrices des torons de fibres sont potentiellement plus distantes de l'interface entre les deux plis.



FIGURE 3.2 – Observations des effets du procédé de cuisson sur la peau empilée a), c) et e) et sur la peau stratifiée b), d) et f), selon l'utilisation d'une bâche à vide uniquement c) et d) ou l'ajout d'une plaque de calfeutrage e) et f).

Les observations microscopiques des échantillons dans la longueur suggèrent des délimitations des différents torons par déplétion de fibres de carbone, et la présence de davantage de matrice. Ce n'est cependant pas systématique comme indiqué sur la figure 3.3. Ainsi, si la délimitation horizontale des deux bandes qui constituent les torons de fibres apparaît, la déplétion verticale séparant deux torons contigus est moins visible. Le procédé de dépose par robot, contrairement au tissage classique, semble donc permettre l'obtention de plis homogènes en termes de distribution de fibre de carbone. En effet, il apparaît que lors du procédé de cuisson, les torons pré-imprégnés de même direction se confondent, sous les actions combinées de la température et de la pression. Les géométries des torons obtenus sont donc singulières et moins marquées que lors de la fabrication de composites tissés de manière conventionnelle. L'utilisation d'objectifs optiques plus puissants permet également d'étudier la distribution des fibres de carbone au sein des torons comme présenté sur la figure 3.4. Cela permet de constater que les diamètres de fibres sont bien de l'ordre de 5 µm comme indiqué par le fournisseur (*Données fournisseur 2*).

Un balayage effectué avec un grossissement  $\times 50$  a également été mis en œuvre, dans le but d'observer la densité surfacique de fibres au sein des échantillons. Afin de s'assurer d'une mesure correcte et objective du taux de fibres, la méthodologie suivante a été effectuée. Pour chacun des deux échantillons stratifiés prélevés, ne présentant pas d'entrelacement des fibres, c'est-à-dire un échantillon par procédé de cuisson, des images rectangulaires d'aires croissantes ont été extraites. Pour chacune de ces aires, présentées dans le tableau 3.4, trois images ont été sélectionnées. La première image a été faite dans une zone jugée pauvre en fibre, la seconde dans une aire jugée riche en fibres et la dernière dans une zone aléatoirement définie. Ensuite, ces images ont été seuillées dans le logiciel ImageJ selon deux méthodologies présentées exhaustivement en annexe J. Pour ces deux méthodes, l'objectif a été de retrouver sur les images traitées un diamètre moyen de fibre de carbone similaire à celui indiqué dans les données du fabricant (Données fournisseur 2). Les résultats de ces mesures sont présentés en figure 3.5. Pour les deux peaux et les deux approches de seuillage, le taux surfacique de fibres mesuré converge vers une limite, quel que soit le biais de l'image quant à la densité de fibres apparente. De plus, s'il faut une très grande surface pour converger lorsque la zone d'extraction des images est choisie spécifiquement, ce n'est pas le cas des images sélectionnées au hasard, dont le taux surfacique calculé est quasiment constant. Ces observations ont permis de trouver un taux surfacique de fibres, par la suite considéré comme le taux volumique de fibres, de 57,26% dans le cas des peaux obtenues par l'utilisation d'une plaque de calfeutrage lors de la cuisson, et de 54,12% sinon.

Longueur (mm)	Largeur (mm)	Aire totale (µm)
50	50	109
100	100	437
200	200	1 746
500	500	10 914
1 000	1 000	43 657
1 000	2 000	87 314
1 000	5 000	218 285
1 000	10 000	436 571
1 000	20 000	873 141

TABLEAU 3.4 – Tailles de surfaces utilisées pour réaliser le calcul des taux surfaciques de fibres.

Si dans tous les cas il y a toujours la même quantité de matière initiale de fibres de carbone et de matrice dans les torons pré-imprégnés, les peaux des échantillons présentent après cuisson une différence dans les taux volumiques de fibres mesurés. D'après les observations réalisées, ces variations proviennent du fait que la distribution des fibres au sein la matrice n'est pas similaire entre les deux procédés de cuisson. En effet, le procédé de cuisson avec bâche uniquement favorise les migrations de fibres de carbone, ce qui peut également être observé dans les irrégularités de surface des éprouvettes. A l'inverse, l'introduction d'une plaque de calfeutrage entraîne une





FIGURE 3.3 – Observation des torons de fibres au sein des peaux empilées a), avec la mise en évidence de la forme du toron b), de la taille de ce dernier relativement à la largeur d'une bande de dépose avant fabrication c) et avec la visualisation des déplétions de fibres dues à la présence initiale de plusieurs mèches d).

compaction plus importante et donc une fraction volumique de fibres supérieure. C'est cette distribution qui apparaît dans les mesures réalisées, effectuée à cœur. Cette idée est illustrée en figure 3.6, dans laquelle la distribution des fibres de carbone est plus concentrée dans les échantillons obtenus avec une plaque de calfeutrage, et plus dispersée dans ceux obtenus avec une bâche à vide uniquement.

# 3.2.2 Essais de traction

Les essais de traction uniaxiaux sur composites polymères renforcés se basent le plus généralement sur la norme ASTM D3039 (*Norme 3*). Cette norme est spécifique aux échantillons composites à fibres longues ou courtes, dans lesquels l'architecture des torons est symétrique par rapport au plan dans lequel est effectuée la traction, et au sein desquels un nombre suffisant de torons est présent afin de s'assurer d'une réponse statistiquement représentative et de la continuité des flux de charge. Elle stipule que les éprouvettes testées doivent avoir une longueur



FIGURE 3.4 – Observation des fibres de carbone au sein de la peau stratifiée a), de leur diamètre b) et de leur distribution.

utile supérieure ou égale à deux fois l'épaisseur, et que chacun des essais doit avoir une répétabilité minimum de 5 éprouvettes. La vitesse de chargement conseillée est de 2 mm/min.

# 3.2.2.1 Eprouvettes composites carbone/époxy

Pour ces essais de traction sur les éprouvettes composites carbone/époxy, 6 types éprouvettes différentes ont été testées. Tous les essais ont été réalisés au sein de l'institut Pprime. Les architectures des peaux testées sont présentées en figure 3.7. Ces architectures, abordées dans la suite de ce paragraphe, adoptent le même formalisme que celui des peaux des échantillons composites sandwichs abordés ultérieurement (sous-sous-section 4.1.1.1). Le premier type d'éprouvette, nommé A, correspond à une dépose avec un motif alterné d'un pas de 2, dans la direction de la longueur de l'éprouvette. Le second type d'éprouvette, nommé B, correspond toujours à une dépose avec un motif alterné d'un pas de 2, mais cette fois-ci dans la direction de la largeur de l'éprouvette. Le troisième type d'éprouvette, nommé C, correspond à un empilement  $0^{\circ}/90^{\circ}$  (par rapport à la longueur de l'éprouvette), et le dernier type, nommé D, correspond à un empilement 90°/0°. En définitive, ce qui différencie les éprouvettes A et B d'une part, et C et D d'autre part, c'est le sens de prélèvement des peaux. Pour les deux configurations A et B, des éprouvettes ont été prélevées dans des peaux obtenues à la fois par un procédé de cuisson avec bâche à vide uniquement, et par l'utilisation d'une plaque de calfeutrage lors de la cuisson. Pour les configurations C et D, il n'y a pas cette variation, car toutes ces éprouvettes proviennent des peaux réalisées lors de la première phase de dépose, c'est-à-dire situées entre la plaque de téflon et la mousse. Ce choix a été fait pour vérifier que les éprouvettes créées disposent bien d'une iso-raideur en traction uniaxiale. Pour chacune de ces conditions, 4 échantillons ont été sollicités en traction, ce qui n'est pas satisfaisant au regard de la norme, mais qui peut cependant être nuancé au regard des dispersions faibles dans les résultats. Les dimensions des éprouvettes sont de  $25 \times 125$  mm<sup>2</sup> dans le plan, ce qui est en accord avec les limitations décrites dans la norme. Cependant, les éprouvettes testées ne sont pas symétriques par rapport au plan de l'essai et ne disposent pas d'un grand nombre de fibres dans la section comme précisé dans la norme. Cet aspect est volontaire, dans la mesure où les torons de cette étude sont relativement larges en comparaison avec des tissus conventionnels, et parce que les peaux minces utilisées dans les essais d'impact sur éprouvettes composites sandwichs ne sont pas non plus équilibrées. Ces éprouvettes ont été découpées par jet d'eau dans les chutes du matériau disponible, obtenues



FIGURE 3.5 – Courbes des taux surfaciques de fibres en fonction du procédé de cuisson, dans le cas de l'utilisation d'une bâche à vide uniquement a) et b) ou de l'ajout d'une plaque de calfeutrage c) et d) pour deux méthodes d'analyses optiques, a) et c) d'une part, et b) et d) d'autre part. Les surfaces analysées ont été sélectionnées selon trois cas, à savoir le choix d'une zone riche en fibres, pauvre en fibres et aléatoire.

lors de la fabrication des éprouvettes sandwichs composites. Cela qui explique aussi le nombre limité de 4 éprouvettes par condition. En amont des essais de traction, les éprouvettes ont toutes été mesurées et ces résultats sont indiqués dans le tableau 3.5.

Les torons de fibres utilisés lors de la fabrication des peaux étant pré-imprégnés, l'influence du procédé de fabrication ne doit pas en théorie changer la quantité de matière de matrice, mais seulement son homogénéité. Cependant, lorsque les épaisseurs des éprouvettes ont été mesurées, les peaux dont la cuisson a été faite sans l'utilisation d'une plaque de calfeutrage présentaient une texture marquée en surface en comparaison aux autres peaux lisses et, a fortiori, des épaisseurs plus grandes. Cela est directement visible par observation optique comme présenté sur la figure 3.8. Afin de quantifier cette variabilité d'état de surface, la rugosité des peaux a été comparée à l'aide d'un microscope optique Alicona Infinite Focus. Ce dispositif permet de mesurer le profil et la rugosité d'un échantillon en réalisant un balayage de la surface



FIGURE 3.6 – Illustration de la distribution des fibres au sein des peaux stratifiées a) selon le procédé de cuisson, basée sur des observations optiques b) et schématisée graphiquement c).

Nom	Largeur (mm)	Epaisseur (mm)	Longueur (mm)
BA1	25,36	0,82	125
BA2	25,35	0,83	125
BA3	25,34	0,83	125
BA4	25,35	0,81	125
BB1	25,31	0,80	125
BB2	25,32	0,74	125
BB3	25,34	0,76	125
BB4	25,34	0,76	125
PA1	25,33	0,68	125
PA2	25,30	0,67	125
PA3	25,33	0,71	125
PA4	25,34	0,69	125
PB1	25,34	0,62	125
PB2	25,34	0,63	125
PB3	25,34	0,62	125

TABLEAU 3.5 – Dimensions des différentes éprouvettes de peaux sollicitées en traction.

d'observation, puis en effectuant une translation de l'objectif afin de déterminer la distance de mise au point optimale. Une éprouvette témoin lisse et un second échantillon présentant des rugosités ont été analysés à trois reprises, puis les profils 3D obtenus ont été confrontés. Les informations qui ont été extraites de ces profils sont le point maximum, le point minimum, l'amplitude entre ces deux points, la profondeur moyenne ainsi que l'écart-type. Toutes ces données sont fournies dans le tableau 3.6. Comme escompté, la rugosité est bien plus importante au sein des éprouvettes obtenues sans l'utilisation d'une plaque de calfeutrage lors de la cuisson. La distribution des irrégularités de surface entre l'éprouvette témoin et l'éprouvette rugueuse
Chapitre 3. Étude des matériaux d'âme et de peau



FIGURE 3.7 – Présentation des différentes éprouvettes de peaux prélevées et sollicitées en traction, avec les éprouvettes nommées BA et PA a), BB et PB b), C c) et D d).

étudiée est d'environ un facteur 10. Les échantillons qui ne sont pas lisses présentent donc une incertitude dans la mesure de l'épaisseur de près de 8%. C'est pourquoi les essais seront analysés uniquement en force et non en contrainte, afin de ne pas introduire de la variabilité de mesure dans les résultats.

### 3.2.2.2 Banc et conditions d'essai

Les essais de traction ont été réalisés sur un banc Instron 4505 équipé d'une cellule de force de capacité 100 kN. Le montage expérimental est présenté en figure 3.9. Le pilotage des essais a été effectué en déplacement de traverse imposé à 1,25 mm/min. Le choix de ne pas réaliser un asservissement en déformation a été adopté, afin d'éviter tout problème lors du déplacement de la traverse, au regard du nombre limitée d'éprouvettes. De plus, les composites raides sollicités dans la direction des fibres ne présentent pas de caractère visqueux, et les essais quasi-statiques en déplacement imposé sont trop lents pour causer de grandes variations du taux de déformation.

Cuisson	Profil	Maximum (µm)	Minimum (µm)	Amplitude (µm)	Moyenne (µm)	Ecart-type (µm)
	1	25,19	-19,43	44,62	0,02	6,76
Plaque	2	20,59	-20,51	41,09	-1,05	7,62
	3	35,63	-23,76	59,39	0,48	8,91
	1	166,34	-171,21	337,55	9,56	69,45
Bâche	2	178,94	-200,63	379,57	8,54	67,99
	3	184,09	-128,78	312,87	5,20	60,42

TABLEAU 3.6 – Mesures optiques de l'état de surface des peaux selon le procédé de cuisson.



FIGURE 3.8 – Observation optique de l'état de surface des peaux stratifiées a) selon le procédé de cuisson, avec ajout d'une plaque de calfeutrage b) ou utilisation d'une bâche à vide seule c).

Les échantillons testés ont été fixés de part et d'autre à l'aide de mors auto-serrant couvrant une longueur de 25 mm, soit une partie utile restante de 75 mm. Des papiers abrasifs prélevés sur des disques de polissage ont également été placés entre les mors et les échantillons afin de limiter le glissement lors de la montée en charge. Afin de s'affranchir d'éventuelles déformations de

la traverse, bien que certainement négligeable comparativement à la raideur des éprouvettes considérées, et de tout glissement, un suivi de marqueurs a été mis en place pour calculer les déformations longitudinales et transverses au cours du temps. Pour effectuer ce suivi, les éprouvettes ont été peintes grâce à une bombe de peinture noire matte pour éviter tout problème de réflexion lors de l'éclairage et de l'enregistrement vidéo. Des marqueurs blancs ont ensuite été déposés sur la surface observée à l'aide d'un pochoir. Le calcul des déformations longitudinales et transverses repose sur l'identification du contour des marqueurs et le calcul de la position de leur centre. Le suivi de marqueurs, ainsi que le calcul des déformations, a été réalisé à l'aide d'un logiciel développé en interne. Une caméra Allied Vision d'une définition de 12,4 Mpx, équipée d'un objectif macro Computar de grossissement  $10 \times$  et de focale 5,6 à 32 mm, a été utilisée pour filmer les essais de traction. Les données ont été enregistrées avec une fréquence d'acquisition de 20 Hz. Tous les essais ont été réalisés à température ambiante.

## 3.2.3 Résultats des essais de traction

Lors des essais, deux types d'événements ont pu entraver les mesures. Le premier est le fait que l'éprouvette ait glissé lors de la montée en charge. Le second est le fait qu'un des deux mors ait arraché un toron transverse et que la reprise de charge par l'échantillon ne soit plus assurée. Lorsque l'éprouvette a glissé, des essais ont été réalisés en exécutant de nouveau le protocole expérimental depuis le début. Lorsque le talon de l'éprouvette a été endommagé à cause de l'arrachement d'un toron transverse, aucun essai supplémentaire n'a été réalisé car cela aurait bien trop affecté la réponse mécanique. Au total, 5 éprouvettes ont été testées plusieurs fois (jusqu'à quatre reprises), ce sont les éprouvettes identifiées BA2, PB3, PB4, D1 et D4. Les talons de 3 éprouvettes ont été arrachés, ce sont les éprouvettes BA1, BA2 et BA3. Il a été décidé de ne prendre en compte que les premiers essais pour chaque éprouvette, même si l'information sera partielle pour la mesure de force maximale par exemple, dans le cas d'un glissement prématuré.

Les différents comportements observés sont présentés en figure 3.10. Les éprouvettes dont les torons longitudinaux sont droits (échantillons A, C et D) présentent une évolution de la force en fonction de la déformation linéaire (figure 3.10.a). A l'inverse, les éprouvettes dont les torons longitudinaux sont ondulés (échantillons B) présentent une évolution de la force en fonction de la déformation bilinéaire (figure 3.10.b). Ce phénomène peut être attribué à la mise en tension des fibres ondulées, qui, une fois droites et tendues, présentent une raideur plus importante. Les courbes de traction ont été recalées en déformation longitudinale en prenant le module élastique tangent (uniquement calculé à partir de deux points) entre 1000 N et 5000 N pour les courbes linéaires, et les deux modules élastiques tangents entre 1000 et 5000 N, et 10000 N et 15000 N, pour les courbes bilinéaires. Les courbes ont ensuite été recalées en déformation transverse en prenant les mêmes plages de force que précédemment (les modules sont par contre cette fois-ci déduits à l'aide de régressions linéaires car il y a énormément de bruit de mesure). Les courbes recalées et amputées de la partie post rupture sont présentées sur la figure 3.11.

Les éprouvettes dont les marqueurs ont été placés sur les torons transverses (échantillons BB, PB et D) présentent une évolution nulle de la déformation transverse. En effet, les fibres transverses ne sont pas directement chargées en traction, et il n'y a donc pas d'effet de Poisson. A l'inverse, les éprouvettes dont les marqueurs ont été placés sur les torons longitudinaux présentent une évolution habituelle de la déformation transverse. Les propriétés moyennes de chacune des configurations de peau sont détaillées dans le tableau 3.7. Au sein de propriétés moyennes ont été extraits la déformation de rupture de pente  $\varepsilon_{11_{transi}}$ , le module élastique linéaire  $E_1$  et le second module élastique  $E_2$  dans le cas d'une réponse bilinéaire, la force  $F_max$  ainsi que les déformations longitudinale  $\varepsilon_{11_{max}}$  et transverse  $\varepsilon_{22_{max}}$  à rupture, et le coefficient de Poisson  $\nu$ . Pour le calcul des valeurs moyennes par type d'éprouvette, les essais ayant glissé ne sont pas pris en compte dans le calcul des valeurs de fin d'essai (force et déformation à rupture). Les



FIGURE 3.9 – Présentation du banc utilisé pour les essais de traction sur peau, avec une vue générale a), l'éprouvette pourvue de marqueurs blancs b), la caméra utilisée c) et le paramétrage du suivi de marqueurs d).

modules élastiques des éprouvettes dont les torons longitudinaux sont ondulés (échantillons B) confirment bien l'hypothèse d'une mise en tension en deux étapes. De plus, ces essais montrent que toutes les peaux présentent une iso-raideur en traction uniaxiale une fois que les torons sont tendus, ce qui est mis en évidence sur la figure 3.12. Cependant, ces modules d'élasticité seront différents si l'entièreté de la réponse, avant et après tension des torons, est considérée. Les propriétés moyennes des peaux obtenues sont un module élastique de 1 324 kN, un coefficient de Poisson de 0,14, une force à rupture de 18 372 N, et des déformations longitudinale à rupture de 1,41%. En ce qui concerne le procédé de cuisson, il apparaît également que les échantillons obtenus avec l'utilisation d'une plaque de calfeutrage lors de la cuisson sont plus raides que ceux



FIGURE 3.10 – Illustration des réponses linéaire a) et bilinéaire b) obtenues au cours des essais de traction.



FIGURE 3.11 – Courbes des essais de traction en force pour chacune des configurations de peau.

cuits avec une bâche à vide uniquement. Cette observation est cohérente avec les observations microscopiques effectuées (sous-section 3.2.1), car sans plaque lors de la cuisson, les torons de fibres sont plus ondulés, tout comme les fibres à l'intérieur de ces torons.

Eprouvette	Mesure	$arepsilon_{11_{transi}} \ (\%)$	E1 (kN)	E2 (kN)	F <sub>max</sub> (kN)	$arepsilon_{11_{max}} \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ $	$arepsilon_{22_{max}} \ (\%)$	ν (-)
RΛ	Moyenne	-	1282,56	-	18,91	1,47	-0,16	0,12
DA	Ecart-type s	-	21,99	-	3,11	0,23	0,05	0,02
BB	Moyenne	0,62	1006,90	1358,29	19,15	1,56	0	0
DD	Ecart-type s	0,02	26,46	58,75	0,78	0,02	0	0
Ρ٨	Moyenne	-	1299,28	-	17,68	1,32	-0,16	0,14
IA	Ecart-type s	-	17,06	-	0,93	0,06	0,03	0,03
PB	Moyenne	0,64	1054,97	1400,58	17,93	1,46	0	0
I D	Ecart-type s	0,02	28,76	87,65	2,50	0,19	0	0
C	Moyenne	-	1319,04	-	17,82	1,31	-0,15	0,15
C	Ecart-type s	-	20,64	-	2,22	0,13	0,05	0,03
р	Moyenne	-	1352,04	-	18,95	1,39	0	0
D	Ecart-type s	-	78,43	-	0,78	0,03	0	0

TABLEAU 3.7 – Résultats des essais de traction sur peau.



FIGURE 3.12 – Histogramme des modules d'Young obtenus lors des essais de traction sur peau (attention il s'agit d'un module entre une force et une déformation).

# 3.3 Modélisation des peaux

Les essais expérimentaux et les simulations numériques des peaux ont été confrontés. Les essais de caractérisation réalisés sur les peaux (section 3.2) ont permis de mettre en évidence le comportement usuellement observé pour ce type de matériaux en traction. Pour rendre compte de ces caractéristiques numériquement, il a fallu faire un choix dans les lois matériau, ainsi que les hypothèses qui y sont associées (sous-section 3.3.1). Les paramètres nécessaires à la modélisation choisie ont ensuite été déterminés à partir des données expérimentales (sous-section 3.3.2). Cela a permis, dans un dernier temps, de comparer les simulations numériques et les données expérimentales des essais de traction (sous-section 3.3.3 et sous-section 3.3.4).

#### 3.3.1 Loi matériau des peaux

Les lois matériau des fibres de carbone et de la matrice époxy ont été définies en élasticité linéaire, puisque c'est le comportement qui est étudié dans ces travaux, et que les peaux composites des semi-structures sandwichs impactées à 30 J et 35 J, présentées ultérieurement (sous-sous-section 4.4.3.1), n'ont pas subi de rupture (mis à part pour un seul des essais). Puisque la modélisation des peaux repose sur l'utilisation d'éléments structuraux, il faut définir en plus des propriétés matériau les paramètres de description de la géométrie. S'agissant de la modélisation des torons de fibres de carbone, il existe deux configurations. Dans le cas où les torons sont représentées par des éléments barres, le comportement mécanique est entièrement défini par les données de la section et du module élastique. Dans le cas où ces renforts sont modélisés comme des poutres, il faut ajouter à cela les informations d'inertie avec les moments quadratiques par rapport aux deux axes perpendiculaires de la section rigide, ainsi que les modules de cisaillement transverses dans ce plan. Ces propriétés en cisaillement peuvent être ou non corrigées d'après la formulation présentée dans le chapitre précédent (sous-sous-section 2.2.1.7) S'agissant de la matrice, il faut renseigner l'épaisseur de l'élément plaque, ainsi que le module d'élasticité et le coefficient de Poisson.

# 3.3.2 Identification des paramètres matériau des peaux

Dans un premier temps, afin d'identifier les propriétés matériau adéquates pour modéliser les peaux, seules des données issues de la littérature ou des fournisseurs des différents composants ont été utilisées. En ce qui concerne la matrice, le module élastique de la résine époxy a été fixé à 3,4 GPa, et la masse volumique à 1,1 g/cm<sup>3</sup>, d'après les fiches techniques de plusieurs fabricants. Un coefficient de Poisson de 0,33 a également été introduit. Une surface des éléments de plaque de  $6,35 \times 6,35$  mm<sup>2</sup> a été adoptée. Cette taille de 6,35 mm correspond à la largeur des torons de fibres pré-imprégnés utilisés lors de la fabrication des éprouvettes composites sandwichs. Une épaisseur de ces éléments de 0,69 mm a été choisie, elle provient de l'épaisseur moyenne mesurée sur les échantillons non texturés (pour lesquels une plaque de calfeutrage a été utilisée lors de la cuisson) des essais de traction uniaxiaux.

En ce qui concerne les torons de fibres, le module élastique a été fixé à 294 GPa d'après les données du fabricant des fibres de carbone (*Données fournisseur* 2), et la densité à 1,8 g/cm<sup>3</sup>, ce qui est une valeur classique de la littérature. Une section elliptique idéale des torons a été choisie, ce qui ne représente cependant pas réellement les renforts dans les peaux après cuisson, comme indiqué par les observations microscopiques réalisées (sous-section 3.2.1). Afin de déterminer les dimensions de cette section, le ratio volumique de fibre de 57,2% donné par le fournisseur a été utilisé. Le principe de détermination de la longueur des demi-axes est présenté sur la figure 3.13. Dans un premier temps, la section des fibres a été prise maximale par rapport aux dimensions de la matrice (figure 3.13.b). Ensuite (figure 3.13.c), un ratio a été appliqué sur la longueur des demisaxes afin de retrouver le taux volumique de fibres de carbone attendu. Une fois ces dimensions fixées, les sections ainsi que les moments quadratiques ont pu être déterminés.

Le point le plus sensible est le choix d'un module de cisaillement pour les torons de fibres de carbone. En micromécanique, il est d'usage de considérer les fibres de carbone comme des matériaux aux propriétés isotropes transverses. Ici, les torons de fibres sont donc également considérés ainsi, ce qui suppose que l'arrangement des fibres au sein du toron n'a pas de direction privilégiée, tous comme les microstructures des fibres de carbone. Dans le cadre de ces considérations (en faisant abstraction des coefficients thermiques) il est d'usage de définir cinq propriétés, à savoir, un module élastique longitudinal  $E_L$ , un module élastique transverse  $E_T$ , un module de cisaillement longitudinal  $G_L$  (souvent appelé module de cisaillement plan), un coefficient de Poisson longitudinal  $\nu_L$  (ou majeur) et un coefficient de Poisson transverse  $\nu_T$  (ou mineur). Le module de cisaillement transverse  $G_T$  de la section est quant à lui déduit par les relations isotropes transverses idéales, car impossible à déterminer expérimentalement. L'expression de ce module est donnée dans équation 3.1.

$$G_T = \frac{E_T}{2(1+\nu_T)}$$
(3.1)

Une recherche de données issues de la littérature, a permis de sélectionner plusieurs études portant sur les propriétés, ou plus spécifiquement sur le cisaillement transverse, des fibres de



FIGURE 3.13 – Illustration de la détermination des dimensions de la surface des éléments linéiques. Les dimensions de la matrice a) sont considérées pour positionner les fibres de manière à occuper toute la surface disponible b), puis un facteur d'échelle est appliqué afin d'obtenir le taux volumique de fibre souhaité c).

carbone, les résultats sont présentés dans la tableau 3.8. Il est difficile de trouver des travaux se focalisant sur la mesure et l'analyse de ce type de phénomènes fins. En utilisant les valeurs des coefficients de Poisson mineurs de sept études, le module de cisaillement transverse des fibres de carbone semble osciller entre 5 GPa et 15 GPa, sans distinction du type de fibre, et il est de 6,5 GPa pour la fibre T800S. En faisant l'hypothèse de coefficients de Poisson transverses extrémaux (entre 0,1 et 0,4), il est également possible d'obtenir les bornes inférieure et supérieure du module de cisaillement transverse pour chacun des types de fibres. Il apparaît que l'influence du coefficient de Poisson est faible sur la valeur des modules de cisaillement transverses. Le cas provenant de (WU et al. 2013) semblant être particulièrement élevé, il n'est pas pris en considération par la suite. Ainsi, des valeurs limites de 3 GPa et 13 GPa sont considérées pour définir une plage de valeurs vraisemblables, avec une valeur plus particulière de 5 GPa pour la fibre T800S.

#### 3.3.3 Simulation des essais de traction sur les peaux

Des modèles ont été implémentés afin de pouvoir comparer les essais de traction avec les simulations numériques. En effet, les éléments finis développés ont été utilisés pour réaliser le maillage des différentes configurations de peau. Un exemple de modélisation est présenté sur la figure 3.14. Des dimensions planes des échantillons de  $25 \times 125$  mm<sup>2</sup> ont été choisies conformément à celles des éprouvettes testées. Les conditions aux limites n'ont pas pu être imposées exactement comme celles effectives au cours essais de traction, car les positions des nœuds au sein du modèle ne correspondent pas à celles des mors de serrage. Deux types de conditions aux limites ont donc été comparés pour quantifier l'influence d'un tel changement, ces dernières sont illustrées sur la figure 3.15. Dans les deux cas, tous les degrés de liberté des nœuds en déplacement et en rotations ont été bloqués à une extrémité, et un déplacement a été imposé à l'autre extrémité. Le déplacement imposé a été choisi dans le but d'obtenir une déformation uniaxiale de 1,5%. Pour des raisons de stabilité et de formulation des matrices de masse, nécessaire à la simulation dynamique des peaux, comme déjà abordé (sous-soussection 2.2.4.3), les éléments représentants les torons ont été doublés (et leurs propriétés adaptées) afin que chaque élément fini, hormis aux bords libres, dispose d'un toron sur chaque arrête. Ces calculs ont été menés en résolution classique, car le chargement est quasi-statique.

Dans ces premières simulations des peaux, 6 configurations différentes ont été testées pour chacune des peaux, comme renseignées dans le tableau 3.9. Les variations entre les différents

Chapitre 3. É	tude des matériaux	d'âme et de pe	au
01.0000.2		e chine et ele pe	

Source	Fibre	E <sub>L</sub> (GPa)	E <sub>T</sub> (GPa)	ν <sub>L</sub> (-)	ν <sub>T</sub> (-)	G <sub>L</sub> (GPa)	<i>G<sub>T</sub></i> (GPa)*	$\begin{array}{c c} G_T \\ \nu = 0, 1 \\ \text{(GPa)}^{**} \end{array}$	$G_T$ $ u = 0, 4$ (GPa)**
MCCARTNEY 2017	AS4	225	15	0,2	0,07	15	7	6,82	5,36
GURUPRASAD et al. 2021	AS4	231	29,9	-	-	32,2	-	13,59	10,68
MECHIN et al. 2019	HR40	361	8	0,23	0,20	24	3,33	3,64	2,86
GURUPRASAD et al. 2021	HR40	375	26,8	-	-	8,1	-	12,18	9,57
DUAN et al. 2020	IMS65	-	21,8	-	-	12,5	-	9,91	7,79
GURUPRASAD et al. 2021	IMS65	290	21,8	-	-	12,5	-	9,91	7,79
DUAN et al. 2020	M60J	-	17	-	-	5,84	-	7,72	6,07
Newcomb 2016	M60J	588	-	-	-	13,5	-	-	-
GURUPRASAD et al. 2021	M60J	588	17	-	-	5,8	-	7,72	6,07
Newcomb 2016	T300	230	-	-	-	17	-	-	-
WU et al. 2013	T300	230	40	0,26	0,2	24	16	18,18	14,29
GURUPRASAD et al. 2021	T300	237	27,6	-	-	10,9	16,67	12,55	9,86
X. LIU et al. 2018	T300	233	15	0,20	0,33	8,963	5,64	6,82	5,36
BOWLES et al. 1989	T300	233	23,1	0,20	0,40	8,96	8,25	10,5	8,25
DAGGUMATI et al. 2011	T300	231	28	0,26	0,39	24	10,07	12,73	10
Potluri 2018	T800	234,5	14,1	0,24	0,1	-	6,41	6,61	5,04
DUAN et al. 2020	T800	-	14	-	-	8,78	-	6,36	5
Newcomb 2016	T800H	290	-	-	-	18,1	-	-	-

TABLEAU 3.8 – Comparaison de propriétés de fibres de carbone issues de la littérature.

\* Calculé d'après les données

\*\* Calculé en fixant le coefficient de Poisson inconnu



FIGURE 3.14 – Présentation des modèles discrets implémentés pour modéliser les différentes peaux sollicitées en traction.

cas reposent sur l'utilisation d'éléments barre ou poutre pour modéliser les torons de fibres de carbone, sur les conditions aux limites imposées, sur la valeur du module de cisaillement transverse des poutres et sur l'ajout ou non d'une correction du cisaillement (prise identique au logiciel ABAQUS® et présentée dans la sous-sous-section 2.2.1.7).

# 3.3.4 Comparaison numérique et expérimentale des essais de traction sur les peaux

Plusieurs comparaisons et analyses paramétriques ont été effectuées, afin de de comprendre l'influence de chacun des paramètres du modèle, et dans le but de sélectionner ceux qui apparaissent comme les plus pertinents. Dans un premier temps, des résultats ont été générés





FIGURE 3.15 – Mise en évidence de l'impossibilité d'appliquer les conditions aux limites en traction expérimentales a) dans les modèles numériques b) à cause de la position des nœuds.

TABLEAU 3.9 – Configurations des peaux implémentées sur la base de données issues de littérature.

Elements	Conditions aux limites	G <sub>T</sub> (GPa)	Paramètre SCF (-)
Barre	1	-	-
Barre	2	-	-
Poutre	1	3 GPa	0,25
Poutre	1	13 GPa	0,25
Poutre	1	13 GPa	0,0
Poutre	1	5 GPa	0,0
	Elements Barre Barre Poutre Poutre Poutre Poutre	ElementsConditions aux limitesBarre1Barre2Poutre1Poutre1Poutre1Poutre1Poutre1	ElementsConditions aux limites $G_T$ (GPa)Barre1-Barre2-Poutre13 GPaPoutre113 GPaPoutre15 GPa

en utilisant des propriétés issues de la littérature, l'analyse critique de ceux-ci a permis ensuite, d'affiner les simulations et de tirer le meilleur profit des hypothèses inhérentes à la modélisation.

#### 3.3.4.1 Comparaisons avec des données issues de la littérature

Pour les peaux ayant des fibres ondulées dans la direction du chargement, le modèle n'est pas capable de prendre en compte la réponse non linéaire observée. Ainsi, dans la présentation des résultats, seules les valeurs maximales de la force dans la direction de traction seront discutées. Les forces de réaction de chacune des peaux pour les différentes configurations sont présentées dans le tableau 3.10. La première constatation est que seule la réponse de la peau B est sensible aux paramètres du modèle numérique définis dans le tableau 3.9. Pour ce qui est du type de conditions aux limites (configurations 1 et 2), il y a une faible différence de 150 N dans la réponse mécanique. Ainsi, afin de ne pas sur contraindre le modèle par rapport à la position réelle des mors, la première condition a été choisie. Concernant la modélisation des torons fibres, les éléments poutres semblent apporter dans tous les cas de la rigidité transverse dans la configuration de peau B, qui intervient lors de la mise en tension des fibres orientées dans l'axe de chargement. La comparaison des configurations 3 et 4 permet de mettre en évidence le fait que la prise en compte de la correction transverse limite les efforts développés en cisaillement par les torons. C'est pourquoi, sur la large plage de modules envisagés, l'influence du cisaillement est peu importante avec une amplitude de 40 N environ. Par ailleurs, en comparaison aux éléments barre, c'est un gain de rigidité axiale de l'ordre de 500 N. Enfin, si aucune correction en cisaillement n'est apportée, l'influence du cisaillement devient très importante, ce qui indique un effet de verrouillage numérique. Dans ce cas particulier, le gain en rigidité transverse est de près de 2 kN.

Les déplacements des modèles ont également été étudiés. Les déplacements hors plan sont représentés sur les images de la figure 3.16. Dans tous les cas, la réponse des éprouvettes est

Force (kN)	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 5	Cas 6
Peau A	23,41	23,41	23,41	23,41	23,41	23,41
Peau B	16,46	16,21	16,89	16,93	18,31	17,92
Peau C	23,41	23,41	23,41	23,41	23,41	23,41
Peau D	23,41	23,41	23,41	23,41	23,41	23,41

TABLEAU 3.10 – Force de réaction des peaux implémentées sur la base de données issues de littérature.

parfaitement symétrique. De plus, les conditions aux limites qui contraignent l'échantillon plus que lors des essais expérimentaux (figure 3.16.b) présentent des déplacements hors plan plus importants que toutes les autres configurations. Cette observation permet de conforter le choix qui a été fait à propos des conditions aux limites. Les déplacements transverses dans le plan sont représentés dans la figure 3.17. Il apparaît que, si la matrice du composite subit des déformations transverses caractéristiques de l'effet de Poisson, les torons de fibres non alignés avec la direction de chargement, plus raides, se déforment moins. Cette observation est en accord avec les essais expérimentaux de traction, durant lesquels les éprouvettes ayant des marqueurs positionnés sur les torons transverses n'avaient pas présenté de déformations transverses.

En considérant les résultats issus des essais de traction, il est possible de calculer les efforts correspondants à une déformation de 1,5%. Pour ce faire, l'évolution de la force en fonction de la déformation est assimilée à une droite (car le modèle ne permet pas de rendre compte du comportement bi-linéaire observé) entre le point initial et le point de chargement maximum. Dans ce type d'interprétation, les modules élastiques des configurations à fibres longitudinales droites ou ondulées ne sont donc plus identiques. Les premières configurations, raides immédiatement, présentent expérimentalement une force de réaction comprise entre 20 kN et 21,25 kN, alors que les secondes, dont les torons doivent être tendus, possèdent une force de réaction comprise entre 17,5 kN et 18,75 kN pour le même déplacement imposé. Les valeurs d'effort les plus faibles correspondent aux peaux obtenues sans l'utilisation d'une plaque de calfeutrage pendant la cuisson, contrairement aux plus fortes. Les résultats obtenus avec des propriétés uniquement issues de la littérature ou de données de fabricants semblent déjà fournir le bon ordre de grandeur.

## 3.3.4.2 Comparaisons avec des propriétés affinées

Afin d'affiner les propriétés du modèle numérique, des modifications ont été apportées sur les propriétés des éléments, ces dernières sont regroupées dans le tableau 3.11. Dans un premier temps (approche A et B), les taux volumiques de fibres des éprouvettes pour chacun des procédés de cuisson, déterminés par analyse optique (sous-section 3.2.1), ont été utilisés afin de modifier les sections des torons selon la même démarche que celle exposée précédemment. Ensuite, l'influence de la raideur des fibres de carbone a été évaluée, en dégradant le module élastique à 95% de la valeur renseignée par le fournisseur (approche C). Cet abattement de propriété peut être attribué au fait que les données provenant des fournisseurs sont le plus souvent une borne supérieure des caractéristiques mécaniques. De plus, les fibres au sein des torons pré-imprégnés ne sont pas parfaitement droites et alignées, et ce même avant les procédés de dépose et de cuisson. Enfin, les propriétés de la matrice ont été adaptées pour compenser les approximations qui découlent du choix de modélisation (approche D et E). En effet, au sein de l'élément fini développé, il y a un surplus de matrice dû au fait que l'élément plaque n'est pas physiquement traversé par les torons de fibres. Ainsi, sans modification, il y aurait toujours un taux volumique de matrice de 100% auquel s'ajouterait le taux volumique de fibres. Pour pallier cette surreprésentation de la matrice, deux approches ont été mises en œuvre. La première repose sur la multiplication de toutes les propriétés élastiques de l'élément matriciel par le taux volumique de matrice. La seconde est similaire, excepté le fait que seul le module élastique en traction est affecté. Pour ce qui est des autres paramètres du modèle, les comparaisons ont été réalisées en utilisant des torons modélisés par des poutres, avec un module de cisaillement de 5 GPa corrigé et avec les premières conditions



FIGURE 3.16 – Déplacement hors plan des peaux B implémentées sur la base de données issues de littérature, dans le cas des configurations 1 à 6, respectivement de a) à f).

aux limites.

Les résultats des simulations avec ces différentes améliorations sont présentés dans le tableau 3.12. Comme auparavant, tous les échantillons avec des torons droits dans la direction de chargement, les peaux A, C et D, présentent des forces de réaction très proches. Pour ces éprouvettes, les comparaisons entre les approches A et B montrent que l'utilisation d'un taux volumique plus faible entraine une diminution de la force de réaction de l'ordre de 1200 N. Cette observation est cohérente avec le fait que ce changement conduit à des sections de toron, et donc de poutre, plus petites. Les mêmes conclusions peuvent être faites, entre les approches A et C, concernant l'abattement du module élastique des fibres, avec cette fois ci une différence de 1100 N. Enfin, la dégradation des propriétés de la matrice entraine également une diminution de la force. Cependant, la différence est moins marquée, autour des 600 N, car l'apport de la



FIGURE 3.17 – Déplacement transverse d'une des peaux implémentées sur la base de données issues de littérature.

TABLEAU 3.11 – Configurations des peaux implémentées avec des propriétés affinées.

Cas	E <sub>m</sub> (GPa)	E <sub>f</sub> (GPa)	V%f (%)
Α	3,4	294	57,26
В	3,4	294	54,12
С	3,4	279,3*	57,26
D	3,4 $ imes$ (1 - $V_{\% f}$ ) **	294	57,26
Е	$3,\!4 imes(1$ - $V_{\%f})$ ***	294	57,26

\* Ce qui correspond à 95% de la donnée founrnisseur

\*\* En affectant également le module de cisaillement

\*\*\* En affectant uniquement le module d'Young

rigidité matricielle est du second ordre face aux torons de fibres. Pour ce qui est des éprouvettes aux torons ondulés dans la direction de la traction, la peau B, des efforts moins importants sont aussi visibles. Par ailleurs, le fait de dégrader toutes les propriétés de l'élément plaque, d'un facteur correspondant au taux volumique de matrice, semble bien trop critique quant à la tenue en cisaillement des éprouvettes. En effet, l'échantillon de l'approche D présente une chute marquée de la force de réaction de 4500 N. Le couplage de la dégradation du module d'Young des torons de fibres et de la matrice, associés à l'abaissement du taux volumique de fibres, semblent pouvoir permettre d'atteindre les 1250 N de différence observés expérimentalement, lors de la comparaison des éprouvettes obtenues avec ou sans l'utilisation d'une plaque de calfeutrage.

Force (kN)	Cas A	Cas B	Cas C	Cas D	Cas E
Peau A	23,43	22,2	22,31	22,86	22,85
Peau B	16,91	16,24	16,32	12,48	16,25
Peau C	23,43	22,2	22,31	22,86	22,85
Peau D	23,43	22,2	22,31	22,86	22,85

#### 3.3.4.3 Etude paramétrique sur la raideur et la correction du cisaillement

Dans les simulations précédemment réalisées, le module élastique et le cisaillement des fibres étaient les paramètres qui semblaient contrôler la réponse mécanique des peaux au premier ordre. Ainsi, une étude paramétrique a été menée afin d'adapter au mieux ces propriétés vis-à-vis des essais expérimentaux de traction. Afin de donner un sens physique aux paramètres, et de calibrer les propriétés de l'élément fini sur la base de mesures et d'observations expérimentales, quelques modifications ont été apportées. Bien que les propriétés des éléments plaque contribuent au second ordre à la force de réaction, il a été décidé de dégrader le module élastique en traction de la résine proportionnellement au taux volumique de matrice. De plus, les taux volumiques de fibres correspondants aux différents procédés de cuisson ont été utilisés, dans le but de calculer les sections de torons de fibres équivalentes. Des modules élastiques des fibres de carbone allant de 86% à 100% de la donnée fournisseur (par pas de 2%), ainsi que des paramètres de correction de cisaillement de 0,0 à 0,25 (par pas de 0,05) ont été appliqués sur les peaux A et B.

Les résultats de l'étude paramétrique sont tracés dans la figure 3.18. La dépendance de la force de réaction avec le module élastique des torons de fibres est affine, pour toutes les peaux et tous les taux volumiques de fibre considérés. Un simple produit en croix sera donc appliqué afin de trouver le module adéquat. Pour ce qui est du paramètre de correction en cisaillement, il semble qu'aucune dépendance n'apparaît avec la force de réaction pour la peau A. Cette observation est cohérente avec le fait que pour ces échantillons les torons alignés dans la direction de sollicitation sont droits, il n'y a donc pas de raison d'obtenir des effets transverses. En revanche, pour la peau B, en dessous d'une valeur de 0,05 du paramètre correctif, un gain important de raideur dans la direction de chargement est constaté. Ce phénomène peut être expliqué par l'observation de l'évolution du facteur de cisaillement f en fonction de la valeur du paramètre correctif SCF (voir équation 2.16). La figure 3.19 met en avant la dépendance du facteur de cisaillement au paramètre correctif pour le cisaillements des éléments de poutre, dans les deux directions de la section, et pour les dimensions de torons utilisées. Au cours des essais de traction, la tension des torons de fibres orientés selon l'axe de chargement active le cisaillement des fibres transverses. Ainsi, le cisaillement prépondérant est celui dans la direction hors plan (noté z). Il y a donc une compétition entre la contrainte de tension des torons longitudinaux et la contrainte de cisaillement des torons transverses. Or, tant que le paramètre de correction n'est pas inférieur à 0,05, il n'existe quasiment aucun cisaillement dans la direction hors plan, car le facteur correctif est constant égal à 0. Comme il est difficile de connaître la valeur du module de cisaillement adéquat, ainsi que la correction exacte à apporter, il a été choisi de réaliser les calculs pour les cas extrêmes, c'est-à-dire avec un paramètre correctif de 0,25 ou nul.

Les propriétés définitives des peaux choisies sont rassemblées dans le tableau 3.13 et tableau 3.14. La valeur du module élastique des fibres de carbone a été fixée à 274 GPa, soit un abattement d'environ 7% par rapport aux données du fabricant. Pour ces propriétés, les résultats des essais de traction sur les peaux sont fournis dans la tableau 3.15. Les valeurs de force de réaction des peaux A, qui ne sont pas sollicitée en cisaillement, sont en très bon accord avec les mesures expérimentales, ce qui est attendu puisque ce sont ces échantillons qui ont permis de recaler le module d'élasticité des fibres. Pour les peaux B, comme déjà observé auparavant et comme attendu, ce sont les modèles dans lesquels les torons de fibres sont modélisés par des barres qui sont les moins raides. Ensuite, ce sont les modèles avec des éléments poutre corrigés en cisaillement, puis non corrigés qui présentent une rigidité croissante. Les écarts dans la force de réaction entre les deux procédés sont bien pris en compte dans tous les cas, cependant, ils sont sous-estimés, au même titre que la réaction, dans le cas des peaux B.

TABLEAU 3.13 – Propriétés définitives communes à tous les éléments structuraux des modèles discrets.

TABLEAU 3.14 – Propriétés définitives spécifiques au procédé de cuisson choisi pour les modèles discrets.

Cuisson	V%f (%)	E <sub>m</sub> (GPa)	$S_m$ (mm <sup>2</sup> )	$I_y$ (mm <sup>4</sup> )	$I_z$ (mm <sup>4</sup> )
Plaque	57,26	1,453	1,25	$6,80.10^{-3}$	2,30
Bâche	54,12	1,560	1,20	6,09.10 <sup>-3</sup>	2,06



FIGURE 3.18 – Courbes de l'étude paramétrique portant sur la force de réaction en traction et sur l'influence du paramètre de correction du cisaillement transverse des poutres SCF.





# 3.4 Caractérisation de la mousse

Dans une approche similaire à ce qui a été présenté sur les peaux (section 3.2), des essais de caractérisation ont été réalisés sur la mousse, constitutive de l'âme des composites sandwichs. Ces étapes de caractérisation ont été divisées en une analyse tomographique (sous-section 3.4.1),

Force (kN)	Cuisson	Expérimental	Barre	Poutre (SCF = 0)	Poutre (SCF = 0,25)
Ροριι Λ	Plaque	21,25	21,32	21,32	21,32
I cau A	Bâche	20	20,21	20,21	20,21
Popu R	Plaque	18,75	15,05	16,36	15,45
I cau D	Bâche	17,5	14,51	15,66	14,85

TABLEAU 3.15 – Force de réaction des peaux implémentées avec les propriétés définitives.

des essais de compression à différentes vitesses de chargement (sous-section 3.4.1 et soussection 3.4.1) et des tests d'impact simplement appuyé (sous-section 3.4.1 et sous-section 3.4.1).

## 3.4.1 Analyse tomographique de la mousse

La mousse sélectionnée a été analysée par tomographie, afin de déterminer la distribution de la taille des cellules. Une coupe obtenue par imagerie radio est présentée dans la figure 3.20. Ce type d'approche peut notamment s'avérer utile lorsque la mousse est représentée entièrement dans un modèle numérique (CHEN, DAS et BATTLEY 2017). Dans le cas de cette étude, ces analyses permettront seulement de vérifier que la distribution des cellules est homogène, puisque la mousse sera modélisée comme un matériau homogène isotrope par la suite. En effet, la taille des cellules et leur distribution peuvent influer sur la réponse mécanique d'une mousse. Plus la taille des cellules est petite et plus la distribution est fine, et meilleure seront les propriétés mécaniques, que ce soit en traction, en compression ou en résistance à l'impact (GONG et al. 2020, Jose Antonio REGLERO RUIZ et al. 2010), ainsi meilleure sera l'homogénéité du champ transmis à la peau externe.



FIGURE 3.20 – Tomographie de la mousse.

La tomographie a été réalisée sur un volume de mousse de  $10 \times 14 \times 20$  mm<sup>3</sup> avec une résolution de 14 µm/px. Les empilements d'images ont été rognés pour enlever les peaux, puis seuillés afin d'avoir une image binaire entre la mousse en blanc et les cellules en noir. Cette séquence d'images a ensuite été importée dans le logiciel de post-traitement ParaView, afin d'obtenir un modèle 3D voxelisé de la mousse. Enfin, des opérations de connectivité, puis de comptage, ont été mises en œuvre pour déterminer le nombre de cellules en fonction du volume des cellules. Ces données, présentées dans la figure 3.21, ont permis de déterminer un rayon moyen de cellule de  $155\pm55$  µm. Ce résultat permet de classer la mousse utilisée dans le domaine

cellulaire conventionnel (rayon de l'ordre de 100  $\mu$ m). Cette taille de cellule est bien moindre que pour des mousses comparables de plus faible densité M80 et M130, qui ont respectivement des rayons moyens de l'ordre de 250  $\mu$ m et 200  $\mu$ m (CHEN, DAS, H. WANG et al. 2021).



FIGURE 3.21 – Visualisation de la distribution des tailles des cellules fermées de la mousse. Les tomographies ont été traitées en 3D, voxélisées, puis classifiées en régions a), afin de déterminer la distribution des tailles des cellules b).

#### 3.4.2 Essais de compression

Les essais de compression uniaxiaux non confinés sur mousse se basent le plus généralement sur la norme ASTM D1621 (*Norme 4*). Cette norme est commune à tous les types de mousse polymère rigide. Elle stipule que les échantillons testés doivent avoir une surface plane comprise entre 25,8 cm<sup>2</sup> et 232 cm<sup>2</sup> avec une épaisseur d'au moins 25,4 mm, et que chacun des essais doit avoir une répétabilité minimum de 5 éprouvettes. Pour ces essais de compression sur la mousse des composites sandwichs, 5 vitesses de déplacement imposé ont été réalisées, soient des vitesses de translation de la traverse de 0,5 mm/min, 1 mm/min, 5 mm/min, 20 mm/min et 40 mm/min. Ce choix a été fait pour mettre en exergue le caractère visqueux de la mousse qui a déjà pu être constaté dans la littérature (M. KELLY et al. 2016).

#### 3.4.2.1 Eprouvettes en mousse

Pour chacune de ces conditions, 3 échantillons ont été comprimés, ce qui n'est pas satisfaisant au regard de la norme, mais qui peut cependant être considéré comme suffisant, car des dispersions faibles dans les résultats ont été obtenues. Les dimensions des éprouvettes étaient de  $70 \times 70 \times 10$  mm<sup>3</sup>, ce qui est bien compris entre les limites haute et basse de la mesure de surface plane, mais qui est néanmoins très largement en dessous de l'épaisseur minimale stipulée dans la norme. Ces éprouvettes ayant été fabriquées dans les chutes de mousse lors de la fabrication des éprouvettes sandwichs composites, aucun autre matériau d'épaisseur plus importante n'était disponible. Les échantillons sont présentés sur la figure 3.22. De plus, comme cette épaisseur est également celle des échantillons composites sandwichs, s'il y a des effets de bords, ces derniers seront également pris en compte lors des impacts basse vitesse. En amont des essais de compression, les éprouvettes ont toutes été mesurées et pesées et ces mesures sont présentées dans le tableau 3.16. Ces essais ont été réalisés sur le site du partenaire industriel de ces travaux par la personne responsable des essais mécaniques.

#### 3.4.2.2 Banc et conditions d'essai

Les essais de compression ont été réalisés sur un banc ZwickRoell Z100 équipé d'une cellule de force de capacité 100 kN. Une photographie de ce montage est présentée sur la figure 3.23. Le pilotage des essais a été effectué en déplacement de traverse imposé, qui est assimilé au déplacement de la surface supérieure de l'échantillon. Cette hypothèse est faible puisqu'en chargement de compression et avec la large surface de contact, l'échantillon ne peut pas glisser. Dans le but de s'affranchir des déformations des traverses de la machine lors des essais de compression, les deux surfaces d'appuis ont été mises en contact, puis chargées, afin de déterminer la déformation du banc en fonction de la charge appliquée. Cette contribution a d'ores et déjà été soustraite dans tous les résultats qui suivent. Lors des essais de compression, seuls la force de réaction ainsi que le déplacement de la traverse supérieure sont mesurés. Aucune information ne sera donc disponible quant aux éventuelles déformations transverses ou à l'homogénéité des déformations dans l'épaisseur de la mousse. Pour les premiers post-traitements qui seront présentés, et qui fournissent les propriétés au niveau de points caractéristiques, les valeurs nominales (ou dîtes conventionnelles) de la contrainte et la déformation longitudinale seront prises comme stipulé dans la norme. Les essais ont été stoppés manuellement entre l'instant où le plateau plastique se termine et où la phase de densification débute. Tous les essais ont été réalisés à température ambiante.



FIGURE 3.22 – Géométrie des éprouvettes utilisées pour les essais de compression sur mousse.

## 3.4.3 Résultats des essais de compression

Le résultat brut du premier essai de compression sur mousse réalisé, avec une vitesse de déplacement traverse de 0,5 mm/min, ainsi que les différentes mesures de propriétés effectuées sont présentées sur la figure 3.24. Un pied de courbe est visible sur tous les essais réalisés, significatif du délai propre à la mousse pour entrer entièrement en compression. Afin de corriger ce pied de courbes, deux valeurs de contrainte nominale seuils de 1,8 MPa et 2,5 MPa ont été choisies. Ces valeurs permettent la détermination d'un module d'élasticité tangent et le calcul d'un nouveau zéro de déformation. Une fois le recalage des courbes effectué, les valeurs de contrainte et de déformation longitudinales nominales ont été relevées au niveau du point à

Vitesse	Masiiro	Masse	$ l_1 $	$l_2$	e	ρ
(mm/min)	wiesuie	(g)	(mm)	(mm)	(mm)	(kg/m <sup>3</sup> )
0.5	Moyenne	9,8	70,2	70,21	9,87	201,4
0,0	Ecart-type	0	0,01	0,02	0,02	0,3
1	Moyenne	9,8	70,22	70,22	9,84	202
1	Ecart-type	0	0,01	0,01	0,03	0,7
E	Moyenne	9,827	70,22	70,19	9,88	201,8
5	Ecart-type	0,046	0,03	0,03	0,01	1,2
20	Moyenne	9,8	70,2	70,22	9,87	201,4
20	Ecart-type	0	0,02	0,02	0,05	1
40	Moyenne	9,8	70,19	70,21	9,83	202,3
ΞŪ	Ecart-type	0	0,02	0,02	0,02	0,5

TABLEAU 3.16 – Dimensions des éprouvettes utilisées pour les essais de compression.



FIGURE 3.23 – Présentation du banc utilisé pour les essais de compression sur mousse, avec une vue d'ensemble a) et une illustration du bridage b).

0,2% de déformation plastique ( $\sigma_{p0,2\%}$  et  $\varepsilon_{p0,2\%}$ ), au niveau du pic de chargement précédant le plateau plastique ( $\sigma_{pic}$  et  $\varepsilon_{pic}$ ), au niveau du point à 10% de déformation totale ( $\sigma_{10\%}$ ) et enfin au niveau du point de fin d'essai ( $\sigma_{max}$  et  $\varepsilon_{max}$ ). Les résultats moyennés de ces mesures sont présentés dans le tableau 3.17. Les dispersions sont faibles autour des valeurs moyennes, mis à

part pour le cas de chargement le plus rapide pour lequel il y a plus de dispersion, probablement à cause de l'épaisseur limitée du matériau. La contrainte maximale étant arbitrairement fixée, les incertitudes qui y sont attachées ne sont pas pertinentes. Enfin, la déformation plastique à 0,2% présente également des incertitudes plus marquées pour les vitesses de chargement de 1 mm/min et 40 mm/min, qui peuvent être attribuées à la sensibilité de la mesure du module tangent aux points considérés.



FIGURE 3.24 - Illustration des mesures obtenues au cours des essais de compression.

Vitesse (mm/min)	$arepsilon_{p0,2\%} \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \$	$\sigma_{0,2\%}$ (MPa)	$arepsilon_{pic}\ (\%)$	$\sigma_{pic}$ (MPa)	$arepsilon_{max}\ (\%)$	$\sigma_{max}$ (MPa)	$\sigma_{10\%}$ (MPa)	E <sub>c</sub> (MPa)
0,5	2,55	4,71	3,82	5,49	47,09	5,98	4,7	200
	0,03	0,02	0,04	0,04	0,2	0,03	0,01	3
1	2,44	4,76	3,83	5,6	46,19	6,02	4,99	213
	0,15	0,11	0,09	0,08	0,1	0,01	0,18	10
5	2,52	5,13	3,88	6,14	47,71	6,62	5,18	221
	0,04	0,11	0,05	0,07	2,32	0,47	0,05	4
20	2,62	5,41	4,1	6,48	50,68	7,39	5,56	224
	0,13	0,08	0,07	0,08	0,31	0,03	0,1	9
40	2,59	5,54	4,3	6,56	53,77	8,47	5,99	235
	0,37	0,26	0,84	0,1	1,46	0,32	0,15	28

TABLEAU 3.17 – Résultats des essais de compression sur mousse.

Les courbes de compression individuelles et moyennes à différentes vitesses de chargement sont présentées sur la figure 3.25. Malgré le nombre restreint d'essais et l'épaisseur faible de l'échantillon, les courbes sont très proches pour un niveau de chargement donné. Les trois phases caractéristiques des matériaux cellulaires en compression sont également clairement visibles, avec la phase élastique et son pic de charge, la phase de plateau plastique et le début de la phase de densification. La figure 3.26 présente l'évolution des propriétés relevées avec la vitesse de chargement. Le caractère visqueux du matériau est mis en évidence avec l'augmentation de la raideur, du pic de charge, de la contrainte de plateau plastique, et dans une moindre mesure de la déformation au pic de charge, avec une vitesse de chargement croissante. Le module élastique semble par ailleurs atteindre une valeur seuil sur la plage de cas de charge réalisés, même si les incertitudes croissent avec la vitesse de chargement.

#### 3.4.4 Essais d'impact

Les essais de compression réalisés permettent bien de rendre compte du caractère visqueux de l'âme en mousse, cependant, les niveaux de vitesse de déplacement sont de maximum 40 mm/min, contre près de 10 mm en quelques microsecondes pour les essais d'impact basse



FIGURE 3.25 – Courbes des essais de compression sur mousse à plusieurs vitesses de chargement, de tous les essais a) et des moyennes des essais pour chaque vitesse de déplacement imposé b).



FIGURE 3.26 – Evolution des propriétés de la mousse en compression avec la vitesse de chargement, pour le module de compression a), la contrainte à 10% de déformation b) et la contrainte c) et la déformation d) au pic de charge.

vitesse sur éprouvettes sandwichs composites. Ainsi, des essais d'impact normal basse vitesse simplement appuyés ont été effectués sur la mousse. Aucune norme autre que la norme ASTM D7766 (*Norme 2*) évoquée ultérieurement (sous-section 4.1.2) n'a été trouvée pour conduire de tels essais, ceux-ci ne seront donc basés sur aucun essai type existant. Pour ces essais d'impact sur la mousse, 6 niveaux d'énergie incidente ont été utilisés, soient des énergies de 20 J, 30 J, 40 J, 50 J, 60 J et 70 J. Ce choix a été fait pour avoir une large plage de données autour des domaines énergétiques utilisés lors des essais d'impact sur les semi-structures composites sandwichs.

#### 3.4.4.1 Eprouvettes en mousse

Pour chacun de ces niveaux d'énergie, 4 échantillons ont été impactés. Les dimensions des éprouvettes étaient de  $130 \times 130 \times 10$  mm<sup>3</sup> et sont présentées sur la figure 3.27. Les conditions aux limites de ces essais ont été un appui plan des échantillons de mousse sur un brut en acier. Les mesures des masses et dimensions des éprouvettes n'ont pas été faites pour des raisons de contraintes temporelles incompressibles. Par ailleurs, au regard des très faibles variations de densité précédemment abordées (tableau 3.16), et l'information importante de ces essais étant les indentations dynamique et résiduelle des éprouvettes, cela n'affectera pas les résultats comme présenté dans la suite (sous-section 3.4.5). Tous les essais ont été réalisés à température ambiante sur le site du partenaire industriel de ces travaux.





#### 3.4.4.2 Banc et conditions d'essai

Une photographie du montage est présentée sur la figure 3.28. Le puits de chute possède une hauteur de chute maximale disponible est de 2350 mm pour une énergie incidente de 691 J. Le mobile utilisé lors des essais peut être de masse variable par incrément de 7,5 kg jusqu'à 30 kg. Lors de tous les essais qui seront abordés dans ce manuscrit, l'ensemble du mobile, des capteurs embarqués et de la tête d'impact représente une masse de 13,3 kg, qui est la masse minimale disponible. La tête de l'impacteur, de forme hémisphérique avec un diamètre extérieur de 52,5 mm et un rayon de courbure de 50 mm, est présentée dans la figure 3.29. Le banc d'essai dispose de 4 capteurs embarqués qui fonctionnent avec une fréquence d'acquisition machine de 100kHz. Un premier capteur laser Sick DT50-2 (*Fiche technique 1*) placé en haut de la tour de chute, de résolution 0,1 mm, de précision  $\pm 0,5$  mm, permet de mesurer le déplacement de l'impacteur par télémétrie sur toute la course du mobile. Un second capteur laser Micro-Epsilon optoNCDT ILD2300-100 (Fiche technique 2) oblique placé proche de la zone d'impact, de résolution 1,5 µm, et de plage de fonctionnement de 70 mm à 170 mm, permet de mesurer de manière plus fine le déplacement de l'impacteur également par télémétrie. Ce capteur nécessite un contrôle et un réglage pour chaque essai, afin de s'assurer que le déplacement mesuré correspond bien au déplacement souhaité. Un capteur d'effort piézoélectrique Kistler 9106C (Fiche technique 3) placé entre la tête de l'impacteur et le mobile, de capacité maximale de 330 kN, permet de mesurer la force de réaction lors des impacts basse vitesse. Ce capteur est de forme annulaire avec un diamètre de 52,5 mm, pour une épaisseur de 15 mm, et pèse 157 g. L'utilisation d'un drapeau de 35,1 mm et de fibres optiques permet de mesurer la vitesse du mobile lors de l'initiation du contact. Le puits de chute dispose d'un asservissement des colonnes de guidage qui permet de venir amarrer à distance le mobile, à l'aide de quatre cônes actionnés par quatre vérins pneumatiques. Un système anti-rebond permet d'éviter de multiples impacts lors d'un lâcher, via l'utilisation de crémaillères positionnées sur le mobile et proches des rails de guidage. Ce mécanisme anti-rebond est actionné à l'aide de vérins pneumatiques. Pour que ce dispositif soit activé, il faut cependant que le rebond soit assez important, dans le cas contraire, le drapeau n'est pas détecté et le mobile est libre de se mouvoir. Avant chaque essai, le mobile est mis en contact avec la surface des éprouvettes, afin de tarer la mesure de déplacement. Enfin, l'ensemble du banc d'essai est piloté grâce à un poste de commande depuis l'extérieur de la zone cartérisée, si et seulement si toutes les mesures de sécurité ont été prises, telles que la mise en contact de l'impacteur et de l'échantillon ou la fermeture des portes. Les différents éléments du banc indiqués précédemment sont illustrés dans la figure 3.30.

## 3.4.5 Résultats des essais d'impact

Les résultats bruts des signaux de force de réaction et du déplacement de l'impacteur en fonction du temps sont présentés en figure 3.31, pour le premier essai d'impact réalisé à 20 J. Lors de ces essais sur mousse, pour plusieurs tests, comme celui illustré, le système anti-rebond n'a pas été activé. Les rebonds successifs sont bien visibles sur les deux courbes et permettront plus loin (sous-sous-section 4.4.1.3 et sous-sous-section 4.4.1.4) de discuter des corrections à apporter ou non sur ces courbes. Afin d'exploiter les mesures des capteurs, le premier impact uniquement est conservé. Les instants de début et de fin d'impact sont choisis lorsque, respectivement, la force devient non nulle, à l'initiation du contact, ou redevient nulle, à la fin du contact. Cela permet de recaler l'indentation initiale, qui présente une valeur non nulle comme illustré en figure 3.32, ce recalage repose sur des observations décrites exhaustivement dans une des sections suivantes (sous-sous-section 4.4.1.4). Grâce aux mesures du déplacement, l'évolution de la vitesse peut être calculée par dérivation, en utilisant des régressions linéaires sur une plage centrée autour de chaque point, dans le but de réduire le bruit numérique. Enfin, la courbe de la force de contact en fonction du déplacement de l'impacteur peut être déterminée. Les exemples de courbes d'évolution de la vitesse et de la courbe de force en fonction du déplacement sont présentés en figure 3.33.

Les courbes de force en fonction du déplacement de tous les essais peuvent ensuite être comparées afin d'observer la répétabilité des essais, comme illustré sur la figure 3.34. Si les courbes sont proches d'un essai à l'autre, un décalage est visible au niveau des déplacements, particulièrement lorsque celui-ci est extremum (dans la zone où la courbe est verticale). Ce décalage provient de l'identification de l'initiation du contact au zéro de force, sensible au bruit de mesure. Dans le but de corriger cet effet, les courbes ont été superposées afin de faire coïncider les extremums de déplacement de l'impacteur pour un niveau d'énergie donné, les pieds de courbe ont ainsi été corrigés en calculant un module d'élasticité tangent entre des seuils de force fixés à 2000 et 4000 N. Les courbes corrigées permettent de statuer sur le caractère extrêmement répétable de ces essais, et sont présentées sur la figure 3.34. Une fois toutes ces corrections apportées, de nombreuses données peuvent être obtenues de ces essais, comme la durée d'impact  $\Delta t$ , la force de réaction maximale  $F_{max}$ , le déplacement extrémal  $d_{max}$ , les vitesses de début  $v_i$  et de fin  $v_r$  d'impact ou encore les énergies de frottement  $E_f$  ou cinétiques mises en jeu  $E_i$  et  $E_r$ . Ces



FIGURE 3.28 – Présentation du banc utilisé pour les essais d'impact normal sur mousse, avec une vue d'ensemble a), le déroulement de l'impact b) et la visualisation du support c).



FIGURE 3.29 – Dimensions de la tête du projectile utilisé pour réaliser les essais d'impact basse vitesse. Vue en perspective a), de côté b) et de face c).

grandeurs sont recensées dans le tableau 3.18 pour chacune des énergies de consigne  $E_c$ .



FIGURE 3.30 – Présentation du banc utilisé pour réaliser tous les essais d'impact basse vitesse. Vue d'ensemble a), des capteurs sas restats instaling de la pourse.

$E_c$	$\Delta t$	$F_{max}$	$d_{max}$	$E_{f}$	$v_i$	$E_i$	$v_r$	$E_r$
(J)	(ms)	(kN)	(mm)	(J)	(m/s)	(J)	(m/s)	(J)
20	5,93	7,87	4,37	1,11	1,69	18,59	0,42	1,15
30	5,67	9,74	5,44	1,08	2,09	30,4	0,47	1,48
40	5,52	11,64	6,45	1	2,42	39,39	0,53	1,88
50	5,36	13,43	6,97	1,36	2,71	48,92	0,57	2,14
60	5,27	15,5	7,64	1,17	2,98	58,13	0,56	2,13
70	5,11	18,07	8,24	0,98	3,22	67,57	0,62	2,57

La mesure de l'indentation de l'impacteur au cours des essais ne fournit que l'information de la déformation totale des éprouvettes en mousse, mais pas celle de l'indentation plastique résiduelle en fin d'essai. Afin d'obtenir les caractéristiques des indentations permanentes, les échantillons ont été inspectés par microscopie optique à l'aide d'un appareil Alicona Infinite Focus. Durant les mesures, les échantillons de mousse ont été éclairés via un éclairage coaxial monté en amont de l'objectif, le temps d'exposition est de 1,7 ms, le contraste de 0,8 et le



FIGURE 3.31 – Courbes de force a) et de déplacement b) des impacts sur mousse avec rebonds.



FIGURE 3.32 – Courbes de force et de déplacement du premier contact lors des essais d'impact sur mousse.

grossissement est de  $\times 5$ . Le diamètre D et la profondeur P des indentations ont été mesurés dans les deux directions du plan des éprouvettes, longitudinale et transverse. Comme la surface supérieure des mousses provient d'une découpe, les cellules y sont ouvertes. Dans le but de mesurer uniquement la profondeur d'indentation, seule l'enveloppe supérieure du profil a été prise en compte. Les résultats de ces mesures sont présentés sur la figure 3.35. Ces mesures optiques ont ensuite été réalisées 2 à 3 jours après la fin des essais d'impact. Afin de s'assurer qu'un effet éventuel de relaxation menant à de la recouvrance était négligeable, une éprouvette par niveau d'énergie a été inspectée une nouvelle fois après un délai de 40 jours. Les résultats de cette seconde mesure sont explicités dans le tableau 3.19. Tous les échantillons présentent de la



FIGURE 3.33 – Courbes de la vitesse a) et de la force en fonction du déplacement b) des essais d'impact sur mousse.



FIGURE 3.34 – Courbes des essais d'impact sur mousse pour chacune des énergies incidentes, de déplacement a) et d), de force b) et e) de force en fonction du déplacement c) et f), non corrigées a), b) et c) ou corrigées d) e) et f).

recouvrance, qui se traduit par une diminution de l'indentation plastique permanente, avec une bonne concordance entre les mesures effectuées dans les deux directions. Cet effet de recouvrance est d'autant plus important que l'énergie incidente, et a fortiori l'indentation, lors de l'impact est élevée. Le diamètre d'indentation reste par contre quasiment constant, ce qui provient du fait l'empreinte de ce dernier est particulièrement marquée. Dans tous les cas, la recouvrance n'excède pas les 3% en 30 jours, c'est pourquoi les indentations mesurées dans un premier temps sont considérées comme représentatives de l'état des échantillons immédiatement à la fin de l'impact.



FIGURE 3.35 – Profondeur a) et diamètre b) d'indentation plastique des mousses impactées.

	Sens ho	rizontal	Sens vertical		
$E_c$	Ecart relatif	Ecart relatif Ecart relatif		Ecart relatif	
(J)	sur P (%)	sur <i>D</i> (%)	sur P (%)	sur <i>D</i> (%)	
20	0,39	0,47	0,54	0,73	
30	0,92	1,21	0,78	0,22	
40	1,5	0,72	1,68	0,12	
50	2,46	0,33	2,41	0,24	
60	2,77	0,06	2,74	1,14	
70	2,97	0,23	3,02	0,19	

TABLEAU 3.19 – Recouvrance de l'indentation plastique après un délais de 40 jours.

## 3.5 Modélisation de la mousse

Dans une approche similaire à ce qui a été présenté sur les peaux (section 3.3), les essais de caractérisation réalisés sur la mousse (section 3.4) ont permis de mettre en évidence le comportement usuellement observé pour ce type de matériaux en compression, ainsi qu'une dépendance à la vitesse de chargement. Pour rendre compte de ces caractéristiques numériquement, il a fallu faire un choix de la loi matériau et des hypothèses qui y sont associées (sous-section 3.5.1). Les paramètres nécessaires à la modélisation choisie ont alors dû être déterminés grâces aux données expérimentales (sous-section 3.5.2). Cela a permis, dans un premier temps, de comparer les simulations numériques aux données expérimentales des essais de compression (sous-section 3.5.3 et sous-section 3.5.4), puis des essais d'impact simplement appuyé (sous-section 3.5.5 et sous-section 3.5.6). Cependant, les vitesses de chargement étant très

différentes entre les deux types d'essai, une étape supplémentaire d'optimisation a dû être réalisée afin de corréler la simulation et l'expérience (sous-section 3.5.7).

#### 3.5.1 Loi matériau de la moussee

La loi matériau utilisée pour modéliser l'âme mousse doit être capable de rendre compte du comportement complexe des matériaux plastiques cellulaires. Au cours des essais présentés précédemment, les principales caractéristiques qui ont été observées sont une réponse en compression en trois étapes, un comportement plastique, ainsi qu'une dépendance à la vitesse de chargement.

#### 3.5.1.1 Comportement plastique de la mousse

Afin de déterminer le comportement dans toutes les directions de l'espace, il faut définir une surface de charge qui délimite le domaine élastique du domaine plastique. Le logiciel ABAQUS® dispose de deux lois matériau spécifiques aux mousses. La première est une loi de compression de mousse avec écrouissage volumique (combinant à la fois un écrouissage isotrope et un écrouissage cinématique), la seconde est une loi de compression sur mousse avec écrouissage isotrope. Des études réalisées sur le comportement des mousses en sollicitation d'impact basse vitesse (FENG et al. 2020, J. WANG et al. 2013) ont montré que la seconde loi permettait de décrire de manière satisfaisante le comportement de ce type de matériaux, malgré une définition plus simple du comportement. Cette loi est exhaustivement présentée dans l'annexe K, tout comme les simulations test qui ont permis sa validation.

L'expression de cette loi repose tout d'abord sur la définition des propriétés élastiques en renseignant un module élastique E et un coefficient de Poisson  $\nu$ . Ensuite, le comportement et l'évolution de la plastification dans la direction de compression peuvent être définis en renseignant la courbe d'écrouissage en compression uniaxiale non confinée par une relation de grandeurs équivalentes  $\sigma = f(\varepsilon_p)$  du matériau. Enfin, la limite de charge définies par  $F(\overline{\sigma}) = 0$ , ainsi que le potentiel plastique  $G(\overline{\sigma}) = 0$ , sont définis en introduisant le ratio k, rapport entre la limite d'élasticité en compression uniaxiale  $\sigma_c^0$  et la limite d'élasticité en compression hydrostatique  $p_c^0$ , ainsi que le coefficient de Poisson plastique  $\nu_p$  (fonction des taux de déformation plastique longitudinal et transverse  $\dot{\varepsilon}_{pL}$  et  $\dot{\varepsilon}_{pT}$ ). Des développements mathématiques permettent de montrer que dans le cas d'une loi plastique associée, c'est-à-dire lorsque l'évolution du taux de déformation plastique dérive du critère de plasticité, ces deux paramètres sont liés. Le choix a été fait de se placer dans ce cadre de plasticité associée. Ces grandeurs, renseignées dans l'équation 3.2, permettent de complètement décrire le comportement de la mousse.

$$\begin{cases} k = \frac{\sigma_c^0}{p_c^0} \\ \nu_p = -\frac{\dot{\varepsilon}_{pT}}{\dot{\varepsilon}_{pL}} = \frac{3-k^2}{6} \end{cases}$$
(3.2)

Aucune information n'est disponible quant au comportement transverse de la mousse, que ce soit lors des essais de compression ou des essais d'impact, ainsi, il a été décidé de choisir des coefficients de Poisson élastique et plastique nuls. Cette hypothèse implique que la compression de la mousse ne provoque aucune déformation dans toutes les directions transverses à l'application du chargement, ce qui se vérifie dans le cas de matériaux cellulaires ouverts, à l'image du flambement de nidas ou de mousses à cellules ouvertes, ou dans le cas de mousse de faible densité. Cette hypothèse peut donc être considérée comme forte dans le cas présent. Une étude (Y. LIU et al. 2020) sur des essais de compression quasi-statiques et dynamiques, jusqu'à des taux de déformations de 200 s<sup>-1</sup>, réalisés sur des mousses PVC de différentes densités représentatives de la mousse étudiée ici, met cependant en évidence la faible déformation transverse lors d'essais plus critiques encore.

#### 3.5.1.2 Dépendance à la vitesse de chargement

Pour ce qui est de la dépendance à la vitesse, plusieurs modèles existent afin de décrire les propriétés visqueuses des matériaux (HOR et al. 2013) et sont présentés dans la tableau 3.20. Au sein du logiciel ABAQUS®, il est possible d'utiliser pour les mousses une dépendance tabulaire ou une dépendance suivant la loi de Cowper Symonds. Le choix a été fait d'utiliser cette seconde loi par défaut. Contrairement aux différentes expressions présentées, dans lesquelles des contraintes sont exprimées en fonctions des déformations, la formulation utilisée dans le logiciel d'analyse éléments finis est inversée. Il est alors nécessaire de définir deux paramètres, respectivement D et n, facteur multiplicatif homogène à un taux de déformation donné et exposant scalaire respectivement. Le taux de déformation plastique est alors fonction du ratio de contrainte R, qui est défini comme le rapport de la contrainte de limite élastique dynamique  $\sigma_d$  sur la contrainte de limite élastique statique  $\sigma_s$ . L'équation régissant cette évolution correspond à l'équation 3.3. Cette loi est présentée plus en détail dans l'annexe K avec les simulations tests utilisées pour s'assurer d'obtenir le fonctionnement attendu du modèle.

Loi	Expression			
Loi puissance	$\dot{arepsilon}^c$			
LUDWIK 1909	$\ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}^c}{\dot{\varepsilon}_0} ight)$			
SOKOLOWSKY 1948	$\ln\left(1+\frac{\dot{\varepsilon}^c}{\dot{\varepsilon}_0} ight)$			
COWPER SYMONDS 1957	$1 + \frac{\dot{\varepsilon}^c}{\dot{\varepsilon}_0}$			
JOHNSON COOK 1983	$1 + C \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}^c}{\dot{\varepsilon}_0}\right)$			
* avec $C$ et $c$ dans $\mathbb R$				

TABLEAU 3.20 – Lois de dépendance à la vitesse de sollicitation.

 $\dot{\varepsilon}_p = D(R-1)^n \quad avec \quad R = \frac{\sigma_d}{\sigma_s} \quad soit \quad \sigma_d = \sigma_s \left(1 + \left(\frac{\varepsilon_p}{D}\right)^{\frac{1}{n}}\right) \quad et \quad (n,D) \in \mathbb{R}^2$ (3.3)

### 3.5.2 Identification des paramètres matériaux de la mousse

La densité de la mousse utilisée est de 201,76 kg/m<sup>3</sup> et provient des mesures effectuées lors des essais de compression. Afin d'identifier les autres propriétés matériau de l'âme, les essais de compression sur mousse ont tout d'abord été utilisés. Dans un premier temps, les courbes moyennes des contraintes en fonction des déformations ont été déterminées pour chacune des vitesses de sollicitation, et les modules élastiques ont été mesurés. Ces résultats ont déjà été présentés dans la figure 3.25 et la figure 3.26. L'évolution du module de compression avec la vitesse de sollicitation semble augmenter, puis converger vers une valeur asymptotique. Afin de simplifier le modèle, aucune loi n'a été adoptée pour décrire la dépendance de ce module à la vitesse de sollicitation, et ce dernier a simplement été renseigné manuellement.

Pour ce qui est des courbes d'écrouissages, elles ont été directement obtenues en soustrayant les déformations élastiques aux déformations totales. Cependant, dans le code de calcul ne sont acceptées que les évolutions strictement croissantes de la contrainte en fonction de la déformation plastique. Il est donc impossible de représenter le pic de force caractéristique de la compression de la mousse. Ainsi, il a été choisi de conserver comme grandeur l'énergie absorbée lors de la plastification, en déterminant la contrainte seuil qui permet d'obtenir une dissipation énergétique équivalente. Un exemple de la loi d'écrouissage et présenté sur la figure 3.36.

Chapitre 3. Étude des matériaux d'âme et de peau

La dernière étape a été l'identification des paramètres de la loi puissance de Cowper Symonds. Les ratios de contrainte ont d'abord été établis en fixant la contrainte statique comme la contrainte de l'essai le plus lent (avec un déplacement de 0,5 mm/min). Ensuite, les rapports moyens des contraintes statiques sur les contraintes dynamiques ont été calculés sur la portion de courbe qui présentait le caractère le plus linéaire (pour des déformations plastiques allant de 9% à 49%). Les résultats de ces analyses sont présentés sur la figure 3.37 et dans le tableau 3.21. Pour ce qui est des taux de déformation plastiques, ces derniers ne sont pas constants au cours des essais de compression, puisque le pilotage a été réalisé par un asservissement en déplacement. Ainsi, pour chacune des vitesses de chargement, les évolutions de la déformation plastique en fonction du temps ont été tracées, et les pentes moyennes ont été obtenues par régression linéaire sur la même plage de niveau de déformations plastiques que les ratios de contrainte. Les valeurs mesurées sont illustrées sur la figure 3.38 et renseignées dans le tableau 3.22. Ces traitements ont alors permis, en appliquant la fonction logarithmique à la loi de Cowper Symonds comme indiqué par l'équation 3.4, d'effectuer une régression linéaire puis de déterminer les paramètres visqueux de la mousse, comme le montre la regression de la figure 3.39. Les paramètres obtenus sont n = 2,51 et D = 3,94.







FIGURE 3.37 – Mesures du ratio de contrainte pour les différentes vitesses de compression de la mousse.



TABLEAU 3.21 – Ratios de contrainte mesurés pour les différentes vitesses de compression de la mousse.

FIGURE 3.38 – Mesures du taux de déformation plastique pour les différentes vitesses de compression de la mousse.

TABLEAU 3.22 – Taux de déformation plastique mesurés pour les différentes vitesses de compression.

Vitesse	$\dot{arepsilon}_p$
(mm/min)	(s <sup>-1</sup> )
0,5	$11,34.10^{-4}$
1	$22,76.10^{-4}$
5	$11,34.10^{-3}$
20	$45,45.10^{-3}$
40	91,40.10 <sup>-3</sup>

#### 3.5.3 Simulation des essais de compression sur mousse

Des simulations numériques ont ensuite été effectuées, afin de vérifier que la loi implémentée permette bien de rendre compte du comportement visqueux des mousses en compression. Pour réaliser ces modèles, un unique élément fini a été utilisé, car sans effet de Poisson et avec un chargement purement uniaxial, il n'y a que l'épaisseur de l'élément qui peut modifier le comportement du matériau lors du chargement. Les dimensions de cet élément ont été prises de 70,21×70,21×9,86 mm<sup>3</sup>. La surface inférieure de l'échantillon a été bloquée de la direction de compression et deux faces perpendiculaires ont été contraintes dans les deux autres directions





du plan. Un déplacement permettant d'obtenir les mêmes déformations que les essais de compression, a été imposé sur la surface supérieure. Ces conditions aux limites sont présentées sur la figure 3.40. Ces calculs de vérifications ont été effectués en résolution explicite et implicite. Les propriétés de la mousse ont été renseignées grâce aux identifications préalablement réalisées. Le module d'Young est modifié manuellement pour chacune des simulations en correspondance avec les différentes vitesses de sollicitation. A l'inverse, la loi d'écrouissage statique, ainsi que les paramètres de la loi de Cowper Symonds sont communs à tous les modèles. Les simulations ont été réalisées avec un élément cubique linéaire C3D8, ainsi que son équivalent sous intégré C3D8R.



FIGURE 3.40 – Conditions aux limites des simulations numériques des essais de compression sur mousse a) et déplacement supérieur imposé b).

# 3.5.4 Comparaison numérique et expérimentale des essais de compression sur mousse

Il n'y a eu aucune différence dans les réponses des éléments C3D8 et C3D8R, ce qui était attendu au regard de la sollicitation de compression uniaxiale uniforme dans l'ensemble de

l'élément. Afin de s'assurer de la validité des calculs, une résolution analytique, reposant sur la loi de comportement incrémentale, a été implémentée. La démarche est présentée dans l'annexe K. Ces analyses ont permis de mettre en évidence des erreurs numériques générées par l'utilisation de la résolution explicite sans utiliser la double précision, ou par la résolution implicite, ainsi que la modélisation de la mousse par plusieurs éléments dans l'épaisseur. Ces erreurs se matérialisent par une réponse mécanique incorrecte, dans les deux premiers cas, et par une interruption totale du calcul sinon.

La comparaison entre les simulations numériques et les courbes moyennes des essais expérimentaux est illustrée sur la figure 3.41. Cette confrontation permet de mettre en lumière plusieurs différences entre la réponse réelle et simulée. Tout d'abord, le pic de force visible au cours des essais de compression n'est pas présent au sein des modèles numériques. Cela provient, comme explicité plus tôt, de la nécessité de définir une fonction d'écrouissage bijective. Ensuite, pour l'essai le plus lent avec un déplacement imposé de 0,5 mm/min, il semble que la correspondance ne soit pas optimale. Cette observation s'explique par la définition même de la loi de dépendance à la vitesse. La vitesse de déplacement imposé de 0,5 mm/min ne rentre pas en compte dans la détermination des paramètres de la loi de Cowper Symonds, car cette dernière est prise comme référence quasi-statique. En effet, le rapport de contrainte étant égal à 1, le logarithme (ou la puissance réelle selon la forme de la loi) n'est pas défini en ce point. Il est d'ailleurs possible de déterminer analytiquement le rapport entre les plateaux plastiques expérimentaux et numériques en injectant cette vitesse de déformation dans la loi viscoplastique, ce qui donne un rapport de 1,04% pour le déplacement à 0,5 mm/min, contre 1,05% pour le déplacement à 1 mm/min. Il est donc attendu que les deux premières courbes soient proches. Pour obtenir le comportement considéré comme quasi-statique, il faudrait faire tendre cette vitesse de déplacement vers 0 mm/min. Enfin, pour des déformations importantes, les courbes expérimentales et simulées tendent à s'éloigner avec une surestimation des courbes numériques pour des déformations importantes. Ce phénomène trouve son origine dans la méthode de détermination des paramètres de la loi de Cowper Symonds. Lors de cette étape, des déformations plastiques extrêmales de 9% et 49% ont été choisies. En dehors de cette plage, le ratio de contrainte est surestimé, ce qui entraîne alors une augmentation de la contrainte d'écrouissage. Toutefois ces résultats sont considérés comme satisfaisants par la suite, au regard de la validité de la loi sur un large domaine de déformations.



FIGURE 3.41 – Comparaison numérique et expérimentale des essais de compression sur mousse.

## 3.5.5 Simulation des essais d'impact sur mousse

Le but des analyses précédentes a été de fournir la fonction d'écrouissage quasi-statique, ainsi qu'une loi de dépendance à la vitesse de sollicitation. Afin de vérifier si cette loi matériau pouvait être extrapolée pour des vitesses de déformation bien plus élevées, dans le cas d'impacts basse vitesse, des simulations des impacts simplement appuyés sur mousse ont été réalisées. Les dimensions de la géométrie ont été prises de  $130 \times 130 \times 9.86$  mm<sup>3</sup>. La surface inférieure de l'échantillon a été bloquée de la direction de compression et deux faces perpendiculaires, coupant l'échantillon en son centre, ont été contraintes dans les deux autres directions du plan. L'impacteur a été modélisé par une surface analytique rigide, de masse 13,3 kg, et animée d'une vitesse initiale permettant de rendre compte des énergies d'impact croissantes de 20 J à 70 J. Un contact surfacique parfait sans frottement a été ajouté pour piloter l'interaction entre l'éprouvette et l'impacteur. Ces conditions aux limites sont illustrées sur la figure 3.42. Une accélération constante permettant de simuler la gravité a également été incluse. Le maillage est constitué d'éléments cubiques linéaires C3D8 de finesse variable, allant de 5 mm de côté sur les surfaces libres, à 1 mm de côté au centre. Ces calculs ont été effectués en résolution explicite avec double précision. Les propriétés de la mousse ont été renseignées grâce aux identifications préalablement réalisées.



FIGURE 3.42 – Conditions aux limites des simulations numériques des essais de compression sur mousse a) et chargement imposé b).

#### 3.5.6 Comparaison numérique et expérimentale des essais d'impact sur mousse

Pour chacun de ces essais, la force de réaction maximale, l'indentation maximale, la durée d'impact, la vitesse incidente, la vitesse réfléchie ainsi que le diamètre d'indentation ont été extraits. Ces résultats sont résumés dans les courbes présentées sur la figure 3.43. Il apparaît que l'extrapolation de la loi ne permet pas de rendre compte de manière satisfaisante du comportement dynamique du matériau à des niveaux de vitesse de sollicitation plus élevés. En effet, la force de réaction est bien plus élevée que celle mesurée au cours des essais, en conséquence, la profondeur ainsi que le diamètre d'indentation sont moins importants. De plus, il semble que lors de la compression, le retour élastique ait été moins important dans la simulation numérique que dans la réalité, ce qui signifie que si l'indentation maximale de la mousse est identique, alors le déplacement de l'impacteur sera différent et inversement. Afin de pallier à cette impossibilité d'extrapoler la loi matériau déterminée à partir des essais de compression, plusieurs stratégies ont été opérées.

# 3.5.7 Optimisation des paramètres des essais impact sur mousse

Une première stratégie a consisté à réaliser une étude paramétrique sur l'influence du paramètre k de la loi de Cowper Symonds, du module d'Young ainsi que des coefficients de Poisson élastique et plastique. Ces résultats ont permis de mettre en évidence que le module d'Young avait la plus faible influence, suivi par le coefficient de Poisson plastique, puis élastique et par le paramètre k. Dans tous les cas, il ne semblait pas que l'usage seul de ces paramètres puisse suffire à compenser les écarts observés.

Dans une seconde approche, une loi mixte qui permettrait de rendre compte du changement de régime entre les domaines de vitesse des essais de compression et des essais d'impact a été établie. Les taux de déformations plastiques ainsi que les ratios de contraintes ont été mesurés numériquement, afin d'ajouter des points permettant d'identifier la loi dans le régime des vitesses plus importantes. Le tracé présenté sur la figure 3.44 permet de voir que pour des vitesses plus importantes, la loi précédemment déterminée ne convient pas. Les paramètres de la loi de Cowper Symonds à la vitesse n et D et ont donc été rendus dépendant à la vitesse de chargement. Cette approche n'a pas donné de résultats satisfaisants.



FIGURE 3.43 – Comparaison numérique et expérimentale des essais d'impact sur mousse, pour la force a), la profondeur d'indentation b), la durée d'impact c), la vitesse réflechie d) et le dimaètre d'indentation e).

Une dernière approche a consisté à réaliser des optimisations des paramètres de la loi de Cowper Symonds, ainsi que du module d'Young, à l'aide du logiciel d'optimisation Dakota couplé à ABAQUS®. Le principe d'optimisation repose sur la minimisation d'une fonction coût en faisant varier des paramètres définis dans des intervalles fixes. Plusieurs itérations ont été faites, tout d'abord en cherchant une loi unique optimale pour tous les essais en se basant sur la force de réaction maximale, puis en utilisant l'ensemble de l'évolution de la force de réaction. Enfin une optimisation a été opérée sur chacun des niveaux d'énergie indépendamment en prenant


FIGURE 3.44 – Illustration de la loi de dépendance à la vitesse mixte envisagée pour la mousse.

en considération à la fois l'évolution de la force de réaction et du déplacement de l'impacteur. Seuls les résultats de la dernière approche seront présentés, car ils sont ceux qui permettent d'obtenir la meilleure modélisation. Pour ce qui est du modèle numérique, il est en tout point identique au modèle présenté plus tôt (sous-section 3.5.5), excepté les propriétés dépendantes des paramètres de l'optimisation. La fonction coût utilisée lors du processus d'optimisation est présenté équation 3.5, elle fait intervenir les courbes de force et de déplacement expérimentales et numériques ( $F_e$ ,  $F_n$ ,  $d_e$  et  $d_n$ ). Cette expression correspond à la somme cumulée adimensionnée des écarts quadratiques entre les courbes expérimentales et simulées.

$$f_{co\hat{u}t} = \sum_{t=0\ ms}^{6\ ms} \frac{1}{F_{e\ max}} \left(\frac{F_n(t) - F_e(t)}{F_e(t)}\right)^2 + \frac{1}{d_{e\ max}} \left(\frac{d_n(t) - d_e(t)}{d_e(t)}\right)^2 \tag{3.5}$$

Les résultats de ces optimisation sont présentés dans la figure 3.45. Il apparaît que l'algorithme converge soit vers une représentation correcte de la force de réaction, soit vers une représentation correcte du déplacement. Cependant, aucune de ces lois ne permet d'obtenir le comportement attendu. Le fait d'utiliser la courbe d'écrouissage quasi-statique comme le stipule la loi de Cowper Symonds semble être un critère trop restrictif dans ce cas.

## Bilan

Ce chapitre réunit l'ensemble des informations relatives à l'étude expérimentale indépendante du comportement des matériaux d'âme et de peau, constitutifs des éprouvettes sandwichs, ainsi que la confrontation avec des simulations numériques.

Dans un premier temps, des choix concernant la sélection des matériaux composants les éprouvettes composites sandwichs ont été faits. Pour ce qui est du renfort des échantillons, des peaux composites époxy renforcées par des fibres de carbone T800S ont été choisies. La fabrication a été effectuée par dépose de torons de fibres pré-imprégnés à l'aide d'un bras robotique (AFP), afin de pouvoir créer des peaux à iso-raideur en traction uniaxiale présentant des alternances fines d'architecture. Des motifs de dépose, de largeur et d'orientation variables, ont alors été conçus. De plus deux procédés de cuisson distincts ont été mis en œuvre, avec ou sans l'utilisation d'une plaque de calfeutrage. Pour ce qui est du cœur des éprouvettes, une mousse spécifiquement destinée aux sollicitations d'impact a été sélectionnée. Le choix s'est porté sur une mousse à cellules fermées thermoplastique SAN dont les propriétés sont compatibles avec la fabrication des sandwichs.

Le matériau des peaux, faites d'empilements de fibres de carbones pré-imprégnées, a été



FIGURE 3.45 – Résultats des optimisations de la loi de mousse (en pointillé) avec les courbes de déplacement a) et d), de force b) et e) et de force en fonction du déplacement c) et f) pour un cas de convergence en force a), b) et c) ou en déplacement d), e) et f).

caractérisé afin de valider les hypothèses faites lors de leur conception. Des observations ont tout d'abord été menées en microscopie optique. Les images obtenues ont permis de mettre en avant l'influence du procédé de cuisson sur l'ondulation des fibres de carbone au sein des torons, sur l'ondulation des torons de fibres, sur l'homogénéité de l'épaisseur des empilements, ainsi que sur le taux volumique de fibres à cœur. Ensuite, des essais de traction sur plusieurs configurations de peaux ont été effectués. Les analyses des résultats ont révélé qu'une fois les torons sollicités tendus, toutes les peaux présentent bien le même module d'élasticité uniaxial. Cependant, selon l'ondulation ou non de ces fibres dans la direction de chargement, différentes réponses, linéaire ou bilinéaire, ont pu être obtenues. Enfin, l'influence du procédé de cuisson sur la raideur uniaxiale a pu être mise en évidence.

Ces résultats expérimentaux ont ensuite permis de calibrer les propriétés matériau et structurelles nécessaires pour l'élément fini développé, ainsi que de tester l'influence des paramètres de la modélisation. Une première approche, menée avec des propriétés types, a montré que le modèle était capable de prendre en compte des effets d'architectures, bien que des écarts soient apparus. Dans une seconde approche, les observations expérimentales préalablement réalisées ont été injectées dans les modèles, afin de parvenir à une description plus fine des peaux de l'étude. Ces ajouts ont notamment permis de discriminer les deux procédés de cuisson, ou de compenser les approximations inhérentes au modèle numérique. Enfin, une étude paramétrique a été menée dans le but de connaître l'influence des paramètres matériaux moins bien connus, à savoir les propriétés en traction et en cisaillement des fibres. Grâce à ces analyses, des propriétés définitives des peaux ont été sélectionnées pour la suite des travaux.

Le matériau d'âme, la mousse, a été caractérisé pour permettre de modéliser son

comportement en compression, ainsi que les spécificités du matériau comme son caractère viscoplastique. En premier lieu, des analyses tomographiques ont été menées, dans le but de s'assurer de l'homogénéité de la distribution des tailles des cellules. Ensuite, des essais de compression à différentes vitesses de chargement ont été effectués pour mettre en évidence l'augmentation de la raideur et du plateau plastique avec la vitesse de sollicitation. Cependant, bien que ces essais ne soient pas statiques, les taux de déformations réels lors d'un impact basse vitesse sont très largement supérieurs. C'est pourquoi une campagne d'essais d'impact normal sur mousse simplement appuyée, sur une large gamme d'énergie incidente, a été mise en œuvre. Ces expériences ont permis de recueillir de nouvelles données en conditions réelles afin de calibrer les modèles numériques choisis.

Une fois l'étape de caractérisation expérimentale de la mousse réalisée, des simulations éléments finis ont été implémentées, afin de rendre compte numériquement du comportement complexe de ce type de matériau. Dans un premier temps, des lois matériaux adaptées, d'élasticité linéaire isotrope, de plasticité spécifique aux mousses et de dépendance à la vitesse de Cowper Symonds, ont été sélectionnées. Les propriétés mécaniques correspondantes ont ensuite été déterminées sur la base des essais expérimentaux. Ces lois ont permis de trouver un bon accord entre les réponses mécaniques simulées et les mesures réalisées lors des essais de compression. Cependant, l'extrapolation de ce comportement aux impacts basse vitesse ne s'est pas avérée concluante, à cause de régimes de vitesse trop différents. Ainsi, un processus d'optimisation a été mis en œuvre, dans le but de trouver les paramètres optimums permettant de simuler au mieux le comportement de l'âme lors des impacts.

Les points d'intérêt de ce chapitre sont renseignés point par point ci-après :

- Les peaux sélectionnées ont été réalisées par empilement de fibres de carbone T800S préimprégnées de résine époxy par dépose robot.
- Le choix de l'âme s'est porté sur une mousse à cellules fermées thermoplastique SAN adaptée aux sollicitations dynamiques d'impact.
- L'utilisation d'une plaque de calfeutrage pesante lors du procédé de cuisson des peaux diminue les inhomogénéités dans l'épaisseur des plis, réduit les ondulations des torons de fibres et des fibres de carbone, et augmente au cœur du pli le taux volumique de fibres.
- Les peaux composites présentent une iso-raideur en traction uni-axiale, une fois les torons tendus, bien que différents comportements dépendant du procédé de cuisson et de l'architecture des torons de fibres aient été constatés.
- L'âme présente un comportement viscoplastique marqué, qui se traduit par une augmentation de la raideur, de la contrainte de plateau plastique et de l'énergie absorbée avec l'augmentation de la vitesse de chargement.
- L'élément fini développé semble capable de prendre en compte des nuances entre les différentes peaux testées, en injectant uniquement des informations issues des observations optiques dans le paramétrage des propriétés.
- Les lois de mousse déjà implémentées dans le code de calcul utilisé permettent de rendre compte du comportement complexe des mousses, en s'appuyant sur un processus d'optimisation, même si des écarts demeurent.

## Chapitre 4

# Étude du matériau sandwich architecturé

## Sommaire

Préa	mbule				
4.1	Dével	oppement de l'essai d'impact basse vitesse			
	4.1.1	Conception des éprouvettes			
	4.1.2	Conception du support des éprouvettes			
	4.1.3	Conception du montage			
4.2	Étude	préliminaire sur le banc			
	4.2.1	Essais de mise au point du banc 136			
	4.2.2	Résultats des essais de mise au point du banc 137			
4.3	Essais	d'impact basse vitesse 145			
	4.3.1	Description des essais 145			
	4.3.2	Stéréo corrélation d'images numériques			
	4.3.3	Transformée de Fourier discrète 2D			
	4.3.4	Tomographies des éprouvettes avant essai 151			
4.4	Résul	tats des essais d'impact 153			
	4.4.1	Correction des mesures			
	4.4.2	Tomographies des éprouvettes après essai 157			
	4.4.3	Mesures globales			
	4.4.4	Mesures locales			
	4.4.5	Confrontation des analyses multi-échelles			
4.5	Modé	lisation des composites sandwichs			
	4.5.1	Simulation des essais d'impact sur sandwichs composites 179			
	4.5.2	Comparaison numérique et expérimentale d'impact sur sandwichs 183			
Bilan					

## Préambule

A la suite des étapes de caractérisation et de modélisation numérique des différents matériaux constitutifs des éprouvettes sandwichs architecturées (chapitre 3), une seconde campagne d'essais a été mise en œuvre. Les objectifs de cette étape ont été de mettre en place et de réaliser des essais d'impact basse vitesse, ainsi que de déployer une métrologie capable de discerner les effets d'échelle, afin de pouvoir tester les capacités prédictives du modèle numérique développé.

Dans un premier temps (section 4.1), il a fallu concevoir, développer et mettre au point un moyen de test permettant de caractériser les influences fines de l'architecture des peaux minces sur le comportement mécanique à l'impact d'éprouvettes composites sandwichs. Des échantillons ont donc été conçus spécifiquement au regard des possibilités de modélisation de l'élément fini développé. Dans un second temps (section 4.2), en amont des essais d'impact basse vitesse réels, le banc d'essai de type puits de chute livré chez le partenaire industriel à l'occasion de cette thèse a été évalué, et les résultats analysés, dans le but de maîtriser ce nouvel outil pour tous les acteurs de ces travaux. Après cette phase de prise en main de la machine (section 4.3 et section 4.4), les échantillons sandwichs ont été impactés à différents niveaux énergétiques, et suivis à l'aide d'une métrologie riche pour récupérer le plus d'information possible en temps réel. Cette étape a été déterminante, car il a fallu parvenir à capturer des variations très fines, en comparaison des grandeurs mises en jeu. Au terme de ces travaux (section 4.5), des confrontations entre les essais d'impact basse vitesse sur les éprouvettes sandwichs architecturées et les modèles numériques ont été réalisées pour évaluer la démarche.

## 4.1 Développement de l'essai d'impact basse vitesse

Le banc de test de type puits de chute se trouve sur le site du collaborateur de ces travaux de recherche, sur un marbre dont la zone utile est assignée à différentes activités de l'entreprise comme la validation d'éléments de structures aéronautiques. Les disponibilités du banc étant limitées, un nombre restreint de tests a pu être envisagé et les travaux de conception ainsi que de mise au point de la métrologie ont été réalisés en amont, dans le but de planifier au mieux la mise en place de la campagne d'essais. Ces étapes préliminaires ont consistées en l'élaboration et la caractérisation des échantillons composites sandwichs (sous-section 4.1.1), la conception du montage support des éprouvettes (sous-section 4.1.2) et la réflexion sur la disposition de l'ensemble des dispositifs expérimentaux (sous-section 4.1.3).

## 4.1.1 Conception des éprouvettes

Les dimensions de l'échantillon ont été choisies suffisamment larges dans le but de se positionner à l'échelle d'une semi-structure qui intègre un grand nombre de motifs élémentaires du matériau. De plus, cela permet d'être représentatif de l'échelle réelle des applications visées par ces travaux. Ces dimensions sont de 362 mm dans le sens de la longueur (noté sens longitudinal L) et de 127 mm dans le sens de la largeur (noté sens transverse T) pour 10 mm d'épaisseur (sans compter les peaux). Ces dimensions ont également été sélectionnées pour des raisons de comparaison avec de précédents travaux effectués au sein du laboratoire.

#### 4.1.1.1 Architecture des peaux

Pour rappel, une dépose par bras robotique a été choisie. Cette dépose dite AFP est spécialement prévue pour réaliser des empilements séquentiels de torons de fibres et permet également de travailler avec des torons de taille conséquente. Au cours de la fabrication, il est important de souligner qu'un toron de fibres est en fait constitué d'une superposition de deux bandes l'une sur l'autre, comme indiqué dans la figure 4.1, par ailleurs, sauf si précisé, dans tout le corps de ce manuscrit ce couple sera désigné par le terme toron. Concernant les architectures des torons, toutes les peaux supérieures (amenées à être impactées) présentent la même configuration avec un empilement simple de deux plis, respectivement à 0° et 90°. S'agissant des peaux inférieures, différentes alternances dans le motif de dépose ont été effectuées. Ces déposes sont caractérisées par une lettre symbolisant la direction de l'alternance, et un chiffre représentant les

nombres de fibres placées de manière contiguës lors de cette alternance. Un exemple est détaillé sur la figure 4.2 pour une peau L1. Dans ce cas, la lettre L signifie que l'alternance de torons est dans le sens longitudinal de l'éprouvette et que c'est dans cette direction que débutera la dépose. Le chiffre 1 signifie que lors du placement des torons de la première couche, une alternance de 1 toron puis de 1 lacune sera réalisée, et ainsi de suite. Un second empilement complet dans le sens transverse sera alors opéré. Enfin, une dernière dépose dans le sens longitudinal viendra combler les torons manquants. Le chiffre caractéristique de l'alternance peut également prendre la valeur S, ce qui signifie qu'aucune lacune ne sera présente lors de la première dépose. Cela conduit à des peaux inférieures d'orientation 0°/90° ou 90°/0°, selon la direction d'alternance considérée. Ces motifs sont donc numérotés de 1 à 4 avec en plus la configuration S. Il est à noter que la configuration 3 en alternance transverse n'existe pas à cause de la limitation de la quantité de matière première à disposition. Les différentes configurations de peaux sont présentées sur la figure 4.3. Un autre intérêt de ce type de procédé AFP et des architectures choisies est que les échantillons sont pensés pour obtenir des peaux avec iso-raideur en traction uniaxiale, comme cela a été étudié précédemment (sous-section 3.2.3).



FIGURE 4.1 – Illustration de la géométrie réelle des mèches déposées et du toron de fibres considéré.



FIGURE 4.2 – Illustration du processus de fabrication des peaux par AFP en plusieurs passes dans le cas d'une configuration L1, avec la première passe a), la seconde passe b) et la dernière passe c).



FIGURE 4.3 – Présentation des différentes architectures des peaux inférieures (surfaces apparentes non impactées) réalisées, avec une schématisation des configurations a) et avec des photographies des éprouvettes réelles b).

#### 4.1.1.2 Fabrication des éprouvettes

Les éprouvettes ont été réalisées par la société Avel Robotics, à Lorient, et ont été découpées par la société Eolaz par jet d'eau, à Paimboeuf, comme montré dans la figure 4.4. Les plaques de mousse utilisées lors de la fabrication étaient de dimension  $1830 \times 915 \times 10$  mm<sup>3</sup>. Le positionnement des éprouvettes ainsi que les séquences d'empilement ont donc dû être planifiés en amont. Les torons pré-imprégnés mesurant 6,35 mm de large, 57 bandes peuvent être placées dans la longueur (pour un total de 361,95 mm) et 20 dans la largeur (pour un total de 127mm) d'une éprouvette. Afin de laisser des espacements correspondants à deux torons successifs (12,7mm) pour permettre la découpe ultérieure, les plaques ont été organisées comme présenté sur la figure 4.5. Ensuite, une plaque a été utilisée pour accueillir les configurations à alternance longitudinale comme indiqué dans la figure 4.6. Cette étape a été répétée pour chacun des deux procédés de cuisson, soit un total de 4 plaques.



FIGURE 4.4 – Présentation de la machine de découpe par jet d'eau.



FIGURE 4.5 – Disposition des plaques composites sandwichs au sein des plaques de mousse disponibles.



Alternance longitudinale de la dépose

Alternance transverse de la dépose

FIGURE 4.6 – Photographies du processus de fabrication des éprouvettes composites sandwichs, avec la première peau à  $0^{\circ}/90^{\circ}$  (peau impactée) a), l'insertion de la mousse et la première passe de la peau architecturée (peau inférieure) b) et les plaques après cuisson c).

Les échantillons ont été fabriqués par empilement en déposant tout d'abord les deux couches correspondant à la surface impactée sur une plaque en téflon par AFP, puis en venant positionner un film de colle, avant de placer la mousse. La colle utilisée est un film adhésif époxy HexBond ST1035 (300 g/m<sup>2</sup>) fourni par Hexcel, dont la densité est suffisante pour combler les creux provenant des cellules ouvertes lors de la découpe, tout en assurant le rôle d'adhésion (d'après le fournisseur de la mousse il faut au minimum une densité de 250 g/m<sup>2</sup>). Un autre film de colle a ensuite été ajouté pour terminer par la dépose des torons de la seconde peau. Des rouleaux à pointe ont été utilisés sur la colle afin de libérer l'air éventuellement présent entre la colle et la mousse et pour garantir une bonne adhésion. D'éventuels problèmes d'adhérence peuvent survenir lors de la dépose initiale des torons pré-imprégnés sur la plaque en téflon à cause du manque d'adhésion entre la surface et les bandes. Pour minimiser ces possibles irrégularités, une compression sous vide avec bâche a été opérée après la finalisation de la première peau comme illustré dans la figure 4.7.



FIGURE 4.7 – Photographies de la peau inférieure avant a) et après b) utilisation de la bâche à vide.

La cuisson a ensuite été réalisée sous autoclave en utilisant des bâches sous vide, avec une pression du sac asservie à 0,75 bar. Le cycle de cuisson a été divisé en trois paliers, de respectivement 2 heures à 65°C et 5 bars de pression extérieure, 6 heures à 80°C et 3 bars de pression extérieure, et 12 heures à 90°C et 1 bar de pression extérieure. Tous ces couples de températures et de pressions sont bien en dessous des limites du fournisseur, établies à 110°C pour 1 bar, 90°C pour 2,5 bars et 85°C pour 5 bars. Deux procédés de cuisson différents ont ensuite été mis en œuvre. Le premier procédé de cuisson repose sur l'utilisation d'une bâche de compactage et sera dénommé dans les noms des échantillons par la lettre B. Le second procédé consiste en l'insertion d'une plaque appelée plaque de calfeutrage entre la plaque et la bâche et sera dénommé dans les noms des échantillons par la lettre P. Des études de la littérature ont montré que le procédé de cuisson pouvait avoir une influence sur les propriétés mécaniques des éprouvettes fabriquées. En effet, des travaux sur des essais quasi-statiques en traction (CENTEA et al. 2015, LAN et al. 2015), en compression et en cisaillement (LAN et al. 2016), réalisés sur des éprouvettes composites ont conclu que les défauts de fabrication étaient minimisés lors de l'utilisation d'une plaque de calfeutrage, et que donc les propriétés mécaniques se trouvent améliorées. Par ailleurs, ce type d'étude n'a pas été conduit dans des cas de chargement dynamique. Les résultats déjà obtenus (sous-section 3.2.3) semblent également indiquer une dégradation des propriétés lorsqu'une bâche à vide uniquement est utilisée lors de la cuisson.

## 4.1.2 Conception du support des éprouvettes

Les essais d'impact normal basse vitesse se basent le plus généralement sur la norme ASTM D7136 (*Norme 1*) pour la résistance aux dommages de matériaux polymères renforcés par des fibres, ou sur la norme ASTM D7766 (*Norme 2*) pour les composites sandwichs. Dans les deux cas, les essais consistent à impacter un échantillon de dimension  $100 \times 150 \text{ mm}^2$  positionné sur une ouverture rectangulaire de  $75 \times 125 \text{ mm}^2$ . Ces normes permettent notamment de réaliser des essais de compression après impact pour quantifier les pertes de propriétés mécaniques. Dans la présente étude, le but est de mettre en évidence le comportement des peaux et les effets d'architecture de ces dernières. Le problème de ces essais est que les conditions aux limites trop raides ne permettent pas à l'échantillon de fléchir suffisamment pour faire travailler les peaux en traction et compression de manière importante. De plus, ce type d'essais ne serait pas comparable à des travaux antérieurs réalisés au sein du laboratoire, comme expliqué précédemment. Un support a donc été conçu afin de permettre la mise en flexion des éprouvettes. Ce dernier est visible sur les photographies de la figure 4.8, intégré à la zone utilise du puits de chute et seul.



FIGURE 4.8 – Présentation du support des éprouvettes permettant de réaliser les impacts basse vitesse sur composites sandwichs. Vue d'ensemble avec le banc entier a), de coté b) et lors de l'impact c).

## 4.1.2.1 Pré-dimensionnement du support

La pré-dimensionnement du support doit répondre à plusieurs objectifs et exigences. Ce dernier doit permettre de placer un miroir à 45° de taille conséquente en dessous de l'éprouvette, afin de permettre la visualisation de sa surface inférieure lors des essais basse vitesse. Les conditions aux limites sélectionnées sont un bi-encastrement de l'éprouvette dans le sens de la longueur avec une longueur utile de 280 mm. De plus, les fixations du support doivent être compatibles avec le marbre rainuré présent sur le site du partenaire industriel. Enfin, la structure ne doit pas dépasser la limite élastique du matériau, et les déplacements au sein du support ne doivent pas dépasser les 1 mm en amplitude.

Les conditions de chargement utilisées pour pré-dimensionner le support ont été récupérées sur la base de précédents travaux réalisés au sein du laboratoire, car la conception du support a été faite en amont du choix des matériaux et des conditions d'impact. Ces conditions sont donc très largement conservatives au regard des conditions réelles des essais d'impact basse vitesse mis en œuvre ultérieurement (sous-section 4.3.1), et ont conduit à un surdimensionnement évident du support. En effet, l'épaisseur des éprouvettes n'est finalement que de 10 mm et les peaux composites sont minces. Dans ce chargement, une énergie incidente de 140 J a été fournie, avec un impacteur hémisphérique d'un diamètre de 260 mm, d'un rayon de courbure de 194 mm, d'une masse de 70 kg, et animé d'une vitesse de 2 m/s. L'échantillon avait pour dimension 360×27×20 mm<sup>2</sup> Ce dernier a été considéré comme un matériau homogène de module d'Young 35 GPa et de densité 1,35 g/cm<sup>3</sup> (ce qui correspond à la moitié des propriétés de l'aluminium et aux ordres de grandeur des propriétés de composites polymères renforcés par fibres de verre). Le matériau a volontairement été considéré comme homogène alors que dans les essais réels, le matériau d'âme aura une raideur bien moindre. Le matériau utilisé pour le support est de l'acier de module d'Young égal à 210 GPa avec une limite élastique de 200 MPa et une densité de 7,85  $g/cm^3$ . Les conditions aux limites du modèle numérique sont présentées sur la figure 4.9. Le support est encastré sur sa surface inférieure, et l'impacteur est bloqué dans toutes les directions, mise à part dans la hauteur où la vitesse initiale est imposée. Les solides déformables sont maillés avec des éléments avec intégration complète C3D8 de taille 5 mm. L'impacteur est modélisé en tant que solide rigide. Les contacts sont surfaciques avec l'hypothèse de contact normal de type hard contact et de contact tangentiel sans frottement. Le calcul est lancé en résolution dynamique explicite.





Les résultats numériques obtenus montrent que l'amplitude maximale de déplacement au sein du support est en dessous de la limite souhaitée des 1 mm. Pour ce qui est du seuil de plasticité de l'acier, la limite élastique de 200 MPa est dépassée proche du bord anguleux sur lequel repose l'éprouvette, comme présenté sur la figure 4.10. Par ailleurs, dans la conception réelle du support, des congés d'arrêtes ont été utilisés, dans le but de ne pas endommager les éprouvettes proche de l'encastrement et afin de limiter les concentrations de contraintes au sein de l'acier. Enfin, comme dit précédemment, le cas de charge présenté ici étant très largement conservatif, ces résultats sont considérés comme suffisant pour valider la pré-conception du support.



FIGURE 4.10 – Résultats des simulations de pré-dimensionnement du support des éprouvettes, avec la résultante du déplacement a) et la contrainte de Von Mises b).

#### 4.1.2.2 Réalisation du support

La conception géométrique du support réel a été réalisée par Conception Assistée par Ordinateur (CAO) à l'aide du logiciel Catia, la forme finale du support a été fixée, ainsi que les solutions techniques d'assemblage et de fixation. Le montage définitif est présenté sur la figure 4.11. L'ensemble des éléments du support ont été usinés au sein du laboratoire à partir de bruts d'acier fraisés 6 faces, pour permettre un gain de temps conséquent sur les contraintes de parallélisme et pour minimiser l'enlèvement de matière à réaliser. L'ensemble des plans du montage est disponible en annexe L.



FIGURE 4.11 – Solution définitive retenue pour la géométrie du support des éprouvettes, avec le montage réel a) et la modélisation numérique réalisée en amont b).

## 4.1.3 Conception du montage

L'ensemble du montage des essais d'impact basse vitesse a été modélisé numériquement dans le logiciel de CAO Catia, afin de s'assurer que tous les éléments nécessaires aux manipulations soient adaptés à la zone utile du banc. L'ensemble de la zone d'essai est en effet intégralement isolé pour des raisons de sécurité. Les deux contraintes spatiales associées à l'utilisation de ce banc sont donc la position de la zone d'impact et la zone disponible pour l'installation du montage. La modélisation 3D du banc complet, ainsi que ces deux délimitations spatiales sont représentées sur la figure 4.12.



FIGURE 4.12 – Visualisation de la zone d'essai et des contraintes spatiales associées, avec une photographie du montage complet a) et la modélisation numérique b) qui permet de faire apparaître les délimitations de la zone utile et la zone d'impact admissible.

La très grande majorité de l'équipement nécessaire est constituée des dispositifs optiques et de leurs fixations, afin de réaliser la stéréo-CIN. Lors de la conception d'essais instrumentés avec des moyens optiques, il faut toujours essayer de conserver l'entièreté des degrés de liberté en translation et en rotation pour permettre le réglage précis des moyens de mesure. Si les degrés de liberté en rotation sont aisément manipulables grâce à l'utilisation de rotules relativement compactes, les degrés de liberté en translation sont les plus limitants, car ils imposent l'utilisation de rails volumineux. Par ailleurs, s'il est important que l'intégralité des éléments du montage se trouve au sein de la zone utile, isolée par des panneaux, il faut aussi que les éprouvettes puissent être démontées et montées entre chaque essai et que la circulation soit permise dans cette zone utile.

Des tests de faisabilité reposant sur le modèle 3D ont donc été effectués au laboratoire comme présenté sur la figure 4.13. Cette étape a abouti à une solution permettant d'intégrer l'ensemble des dispositifs nécessaires au sein de zone utile isolée à disposition, ainsi que de finaliser la commande ou l'usinage des éléments de fixation.

## 4.2 Étude préliminaire sur le banc

La disponibilité du banc d'essai de type puits de chute étant limitée, une première série d'impacts a été réalisée afin d'appréhender et de comprendre le fonctionnement de la machine. Les premiers essais réalisés par le collaborateur industriel lors de la réception et des phases de calibration de la machine ont également été analysés. Ces prémices aux essais réels ont consisté en une étape de mise au point du banc (sous-section 4.2.1) et en l'interprétation des résultats obtenus (sous-section 4.2.2).

Chapitre 4. Étude des matériaux d'âme et de peau



FIGURE 4.13 – Présentation des tests de faisabilité et des éléments nécessaires au montage optique, avec une vue en oblique a), de face b), de côté c) et arrière d).

## 4.2.1 Essais de mise au point du banc

Les essais réalisés pendant la mise au point du banc sont répertoriés dans le tableau 4.1.

Matériau utilisé	Support	Conditions aux limites	Energie incidente (J)	Nombre de tirs	Epaisseur des éprouvettes (mm)	
Sandwich	Montage	Bi-encastrement /	10 à	15	10	
composite	personnalisé	appui simple 40		15	10	
Sandwich	Montage	Bi-oncastromont	20	11	10	
composite	personnalisé	Difencastrenitent	20	11	10	
Aluminium	Bridage	Appui plan	50	7	4	
2 manimum	ASTM D7136	percé	50	7		
Polycarbonate	Bridage	Appui plan	Appui plan 300		10	
1 orycurbonate	ASTM D7136	percé		5	10	

Lors de la phase de calibration de la machine, des essais d'impact basse vitesse ont également été effectués avec des éprouvettes en aluminium et en polycarbonate. Ces essais ont été réalisés par le personnel du partenaire industriel de ces travaux après la réception du banc. Le bridage qui a été utilisé est similaire à celui stipulé dans la norme ASTM D7136 (*Norme 1*), dans laquelle des échantillons de dimension  $100 \times 150$  mm<sup>2</sup> positionnés sur une ouverture rectangulaire de  $7 \times 125$  mm<sup>2</sup> sont immobilisés à l'aide de 4 appuis ponctuels, comme présenté sur la figure 4.14. Mis à part ce bridage, les spécifications du banc sont les mêmes que celles décrites précédemment (sous-sous-section 3.4.4.2). Les éprouvettes en aluminium, d'épaisseur 4 mm, ont été testées à une énergie incidente de 50 J sur 7 essais. Les éprouvettes en polycarbonate, d'épaisseur 10 mm, ont été testées à une énergie incidente de 300 J sur 3 essais.



FIGURE 4.14 – Photographies du bridage de la norme ASTM D7316.

Une fois le banc calibré, les premières éprouvettes sandwichs composites ont été impactées. Ces essais ont été réalisés sur le support préalablement conçu (sous-section 4.1.2), avec des conditions aux limites simplement appuyées et bi-encastrées, et à des niveaux d'énergie croissants, afin d'appréhender le comportement du matériau. Les équipements optiques et la chaîne d'émission acoustique présentés ultérieurement (sous-sous-section 4.3.1.4 et sous-sous-section 4.3.1.2) ont également été mis en place. Les éprouvettes sandwichs composites, avec une épaisseur de 10 mm, ont été testés à une énergie incidente de 20 J. Un total de 11 échantillons ont été impactés dans les conditions aux limites bi-encastrées. Par ailleurs, des essais supplémentaires avec des énergies incidentes croissantes, et des conditions aux limites simplement appuyées, ont été menés, dans le but d'identifier les conditions optimales d'essais et les seuils d'endommagement de différentes configurations de peau.

## 4.2.2 Résultats des essais de mise au point du banc

Cette première prise en main du montage expérimental et de la métrologie a mis en lumière plusieurs points d'intérêt. Tout d'abord, des changements importants à opérer sur le protocole expérimental sont apparus. Ensuite, les résultats des essais ont permis d'analyser le comportement de plusieurs matériaux, afin de s'assurer de la bonne compréhension et du fonctionnement du banc.

## 4.2.2.1 Analyses des essais

Lors des essais sur éprouvettes sandwichs composites, les conditions d'essais les plus pertinentes ont pu être sélectionnées. Tout d'abord, des essais à énergie croissante, de 10 J à 40 J, ont permis de déduire une première estimation des seuils d'endommagement spécifiques aux différentes architectures. Les configurations à alternance transverse ont en effet montré un seuil d'endommagement compris entre 25 J et 30 J, contre 30 J et 35 J pour les architectures alternées longitudinalement. Ces observations ont permis de fixer les niveaux d'énergie utilisés lors de la campagne réelle. Ensuite, les conditions aux limites bi-encastrées se sont avérées plus fiables et plus répétables que les conditions aux limites simplement appuyées. En effet, cela permet de

garantir un bon maintient lors de l'essai en évitant les déplacements parasites lors du contact, et en empêchant le rebond de l'éprouvette une fois le contact terminé. De plus, cela permet un rebond plus important du mobile, ce qui garantit d'activer avec certitude le dispositif anti-rebond du banc (ce qui n'était pas toujours le cas avec l'appui simple). Afin de s'assurer que la condition d'encastrement soit bien assurée, des vidéos de cette zone ont été enregistrées avec les caméras haute vitesse, comme présenté sur la figure 4.15.



FIGURE 4.15 – Vérification de l'application correcte de la condition de bi-encastrement.

Ces essais préliminaires ont également mis en avant des problèmes à corriger au niveau du montage expérimental. Concernant les dispositifs optiques, lors de l'enregistrement de la surface mouchetée, la lumière projetée par les panneaux *Light Emitting Diode* — Diode électroluminescente (LED) était réfléchie par le support d'éprouvettes, ce qui provoquait une mauvaise qualité d'image. Ainsi, l'intégralité du montage support a été recouvert de peinture noire matte. Concernant le support des échantillons, le placement répétable des éprouvettes s'est avéré fastidieux, c'est pourquoi des cales ont été conçues afin de garantir un positionnement similaire entre chacun des essais. Ces ajouts sont illustrés dans la figure 4.16. Concernant le banc d'essai, des problèmes de déclenchement de l'acquisition sont apparus, ainsi que l'impossibilité de sauvegarder les données si le système anti-rebond ne s'activait pas. Ces aspects ont alors pu être corrigés par la suite après une mise à jour logicielle du banc. Concernant le dispositif d'émission acoustique, ces premiers essais ont mis en lumière la nécessité d'utiliser des pinces de fixation adaptées au chargement.

A la suite de ces premiers essais sur le puits de chute, les courbes de force en fonction des déplacements des différents matériaux ont été obtenues, comme présenté sur la figure 4.17. Pour les matériaux homogènes, métallique et plastique, les essais semblent particulièrement répétables. Pour les impacts sur les composites, une légère variabilité apparaît, ce qui n'est pas inattendu, puisque toutes les éprouvettes testées n'ont pas la même configuration de peau. Par ailleurs, sur toutes les courbes présentées, des oscillations périodiques sont visibles. Afin de déterminer si ce phénomène est inhérent à la réponse dynamique, ou s'il résulte d'une mauvaise conduite des essais, mais aussi dans le but d'appréhender les modèles d'impact basse vitesse, des simulations numériques ont été mises en œuvre pour comprendre la réponse du banc complet.



FIGURE 4.16 – Illustration du système de cales mis en place pour assurer une répétabilité des essais.



FIGURE 4.17 – Courbes de force en fonction du déplacement des essais d'impact préliminaires sur les éprouvettes en aluminium a), en polycarbonate b) et composites sandwichs c).

#### 4.2.2.2 Simulation numérique des essais

Pour les essais d'impact sur matériaux homogènes, les conditions aux limites prises ont été choisies d'après la norme ASTM D7136 (*Norme 1*). Pour les essais d'impact sur matériaux sandwichs composites, les conditions aux limites ont été modélisées dans le but de correspondre aux dimensions du montage. Ces conditions aux limites sont présentées sur la figure 4.18. Le maillage des matériaux homogènes et de l'âme du sandwich a été réalisé en utilisant des éléments solides hexaédriques C3D8, et celui des peaux en utilisant des éléments surfaciques quadrangles S4. Tous ces éléments ont été définis avec une taille caractéristique de 2 mm. Les éléments permettant de modéliser l'environnement des éprouvettes ont été modélisés en tant que solide rigides analytiques (ce qui permet d'avoir une description continue des surfaces), excepté pour le cadre support qui est un solide rigide discret (car il n'est pas possible d'obtenir cet élément par extrusion ou rotation). De plus, tous les contacts utilisés sont surfaciques, avec l'hypothèse de contact normal de type hard contact et de contact tangentiel sans frottement. Les calculs ont été lancés en résolution dynamique explicite.



FIGURE 4.18 – Conditions aux limites et chargement imposés des simulations numériques des essais d'impact préliminaires dans le cas du bridage ASTM D7316 a) et du bi-encastrement b).

Toutes les propriétés utilisées dans les modèles homogènes isotropes sont répertoriées dans le tableau 4.2 et les propriétés orthotropes des peaux sont indiquées dans le tableau 4.3, ces propriétés ont été extraites de la littérature. Des modèles simplifiés bilinéaires isotropes ont été utilisés comme approximation du comportement plus complexe de ces matériaux. Cela correspond à comportement en traction caractérisé par une première partie élastique linéaire jusqu'à la contrainte de limite élastique, puis une seconde partie linéaire plastique. Dans ces travaux préliminaires, les propriétés des matériaux des éprouvettes sandwichs composites ont été extraites de fiches techniques et d'informations trouvées dans la littérature. Une loi linéaire élastique isotrope avec plasticité parfaite a été sélectionnée pour la mousse, afin de représenter le plateau plastique caractéristique de ce type de matériau. Le module de compression a été extrait de la fiche technique de la mousse, et la contrainte plateau choisie a été extraite de travaux de recherche en traction statique et dynamique sur la même mousse (M. KELLY et al. 2016), car une forte augmentation de la contrainte plateau apparaît avec une vitesse de chargement croissante, tout comme un changement de module. Pour les peaux, plusieurs études de la littérature (HEIMBS et al. 2014, LIN et al. 2021, MCCALLUM 2015, PICKETT et al. 2009) ont été utilisées, afin de déterminer les propriétés minimales connues (et donc conservatives). Pour simplifier le modèle, un empilement unique de deux plis à 0° et 90° a été utilisé, avec une modélisation orthotrope. Pour ce qui est des contraintes maximales avant rupture les indices t et c font respectivement référence aux sollicitations en traction et en compression, et les directions 1 et 2 permettent d'identifier les directions longitudinale et transverse à celle des torons de fibres.

TABLEAU 4.2 – Propriétés des matériaux homogènes des simulations des essais d'impact préliminaires.

Matériau	E (GPa)	ν (-)	ρ (g/cm <sup>3</sup> )	R <sub>e</sub> (MPa)	$\sigma_{max}$ (MPa)	$arepsilon_{max} \ (\%)$
Aluminium	72,4	0,33	2,7	276	427	22
Polycarbonate	2,2	0,35	1,2	65	85	80
Mousse	0,32	0,33	0,2	8	-	-

Travaux	PICKETT et al. 2009	HEIMBS et al. 2014	MCCALLUM 2015	LIN et al. 2021	Ici
Matrice	M21	M21	3900-2B	3900-2B	MR014
Fibre	T800S	T800S	T800S	T800S	T800S
ho (g/cm <sup>3</sup> )	-	1,58	1,55	1,5	1,56*
$E_1$ (GPa)	179	172	138,5	167,5	138,5
$E_2$ (GPa)	10	10	8,76	8,48	8
$ \nu_{12}$ (-)	0,37	0,3	0,32	0,3	0,33
<i>G</i> <sub>12</sub> (GPa)	7,02	5	4,57	4,48	4,5
$G_{13} = G_{23}$ (GPa)	7,02	-	-	-	4,5
$\sigma_{t1\ max}$ (MPa)	-	3 039	3 100	-	3 039
$\sigma_{c1\ max}$ (MPa)	-	1 669	-	-	1 490**
$\sigma_{t2\ max}$ (MPa)	-	50	54,6	-	50
$\sigma_{c2\ max}$ (MPa)	-	250	146	-	146
$\sigma_{12\ max}$ (MPa)	-	79	88	-	79

TABLEAU 4.3 – Propriétés des peaux composites des simulations des essais d'impact préliminaires.

\* D'après les données fournisseurs

\*\* D'après la fiche technique des fibres de carbone (Données fournisseur 2)

Les résultats des simulations numériques superposés avec les courbes expérimentales sont présentés sur la figure 4.19. Ces résultats sont satisfaisants au regard des approximations faites, bien que des écarts significatifs existent entre l'expérience et les modèles. Les oscillations caractéristiques des essais sont également visibles dans les résultats numériques, et une étude plus approfondie a alors été menée, afin d'en identifier la source.



FIGURE 4.19 – Comparaison numérique et expérimentale des essais d'impact préliminaires sur les éprouvettes en aluminium a), en polycarbonate b) et composites sandwichs c).

#### 4.2.2.3 Mise en évidence des phénomènes vibratoires

Des recherches bibliographiques (MEYERS 1994) ont été menées sur les phénomènes de propagation d'ondes élastiques lors d'essais d'impact, afin d'identifier la source de ces phénomènes ondulatoires. Deux grandes classes d'onde se distinguent, à savoir les ondes volumiques et les ondes surfaciques. Comme leur nom l'indique les ondes volumiques se propagent au sein du matériau, alors que les ondes surfaciques se propagent sur les surfaces libres de ce dernier.

Chapitre 4. Étude des matériaux d'âme et de peau

Au sein des ondes volumiques, peuvent être distinguées les ondes longitudinales et transverses. Les ondes longitudinales (ou ondes irrationnelles, ou ondes P premières en sismologie) ont une direction de propagation et une direction d'oscillation des particules identiques. C'est dans cette catégorie d'onde qu'on retrouve les ondes de compression qui se propagent dans l'épaisseur du matériau. Les ondes transverses (ou ondes équivolumiques, ou ondes de distorsion, ou ondes de cisaillement, ou ondes S secondaires en sismologie) ont une direction de propagation perpendiculaire à la direction d'oscillation des particules.

Au sein des ondes surfaciques, peuvent être distinguées les ondes de Rayleigh et les ondes de Love. Les ondes de Rayleigh sont des ondes qui se propagent dans la surface et entrainent un déplacement elliptique des particules. Les ondes de Love sont des ondes dont la direction de propagation est perpendiculaire à la direction d'oscillation des particules.

Il existe aussi des ondes de flexion pour les éléments de structures que sont les barres, les poutres, les membranes, les plaques et les coques. Ces ondes sont transversales car la direction de propagation est perpendiculaire à la direction d'oscillation des particules. Ce sont le plus souvent le type d'onde mis en jeu lorsqu'il s'agit de problèmes de vibration.

Dans un premier temps, les ondes de compression élastiques, qui sont donc des ondes volumiques longitudinales, ont été étudiées. Elles disposent, dans un domaine de propagation 3D, d'une vitesse définie par l'équation 4.1. Pour les matériaux de cette étude, les vitesses de ces ondes sont renseignées dans la tableau 4.4. Ce type d'onde a pu être identifié au sein des différents modèles des matériaux en raffinant le maillage et en diminuant le pas de temps des simulations. Pour ce faire, les contraintes de compression des différents éléments finis le long de l'épaisseur ont été adimensionnées (car d'amplitude très différentes sinon) et comparées au cours du temps. La durée de propagation des ondes observées a été parfaitement en accord avec ce qui était attendu, comme illustré sur la figure 4.20. Par ailleurs, les temps de propagation mis en jeu sont bien plus rapides que les phénomènes vibratoires observés dans les réponses des éprouvettes testées.

$$c = \sqrt{\frac{E(1+\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}}$$
(4.1)

Matériau	Vitesse (m/s)
Aluminium	6303
Polycarbonate	1715
Mousse	1539

TABLEAU 4.4 – Vitesses de propagation de ondes dans les matériaux étudiés.

Les oscillations observées ont donc ensuite été attribuées aux phénomènes vibratoires des échantillons, qui commencent à vibrer selon une combinaison de plusieurs modes propres, à la suite des perturbations provoquées par l'impacteur. Afin de vérifier cette hypothèse, les signaux de force en fonction du temps ont été analysés. Les spectres fréquentiels des courbes expérimentales et numériques ont été déterminés par application d'une Transformée de Fourier Discrète (TFD), puis filtrés à l'aide d'un filtre de Butterworth, pour retirer uniquement la composante oscillante. La comparaison des spectres obtenus, présentée sur la figure 4.21, la figure 4.22 et la figure 4.23, montre des réponses similaires entre les modèles numériques et les essais. Ces phénomènes oscillants proviennent donc bien de la vibration des éprouvettes au cours du chargement et ne remettent pas en question la validité des essais réalisés.



FIGURE 4.20 – Visualisation des ondes de compression dans les matériaux impactés. Schématisation des éléments étudiés dans l'épaisseur a) et mise en évidence du déphasage attendu entre les ondes de compression traversant ces éléments b).



FIGURE 4.21 – Analyse numérique et expérimentale des signaux de force des essais d'impact sur aluminium, avec les courbes de forces brutes a), leur représentation dans le domaine fréquentiel b), le filtre numérique utilisé c), les signaux filtrés avec l'ajout d'une valeur moyenne pour permettre une visualisation correcte d) et les spectres obtenus après filtrage e) et f).



FIGURE 4.22 – Analyse numérique et expérimentale des signaux de force des essais d'impact sur polycarbonate, avec les courbes de forces brutes a), leur représentation dans le domaine fréquentiel b), le filtre numérique utilisé c), les signaux filtrés avec l'ajout d'une valeur moyenne pour permettre une visualisation correcte d) et les spectres obtenus après filtrage e) et f).



FIGURE 4.23 – Analyse numérique et expérimentale des signaux de force des essais d'impact sur sandwich, avec les courbes de forces brutes a), leur représentation dans le domaine fréquentiel b), le filtre numérique utilisé c), les signaux filtrés avec l'ajout d'une valeur moyenne pour permettre une visualisation correcte d) et les spectres obtenus après filtrage e) et f).

## 4.3 Essais d'impact basse vitesse

La campagne d'essai d'impacts basse vitesse sur les échantillons composites sandwichs a été mise en place en s'appuyant sur le savoir-faire de la première campagne et des analyses préliminaires de réponse du banc (section 4.2). Dans le but de récupérer autant de données que possible en temps réel lors des essais, une métrologie riche a été utilisée lors de cette campagne (sous-section 4.3.1). Des techniques spécifiques au suivi optique temps réel au cours du chargement ont été étudiées et seront également présentées (sous-section 4.3.2 et sous-section 4.3.3). Enfin, les échantillons ont été observés par analyse tomographique, dans le but d'identifier au préalable tout défaut susceptible de provoquer une réponse mécanique différente d'une éprouvette à l'autre (sous-section 4.3.4).

## 4.3.1 Description des essais

La conception des éprouvettes, le support de l'essai et le banc ont été préalablement décrits (respectivement dans la sous-section 4.1.1, la sous-section 4.1.2 et la sous-sous-section 3.2.2.2) et ne seront donc pas abordés dans cette section. Pour ces essais d'impact basse vitesse sur composites sandwichs, 3 niveaux d'énergie incidente ont été utilisés, soient des énergies de 30 J, 35 J et 40 J. En plus des capteurs embarqués dans le puits de chute, de la métrologie additionnelle a été installée afin de recueillir un maximum de données au cours les essais. L'ensemble des essais réalisés au cours de cette seconde campagne d'impact basse vitesse sur le puits de chute sont répertoriés dans le tableau 4.5. De plus, les 18 échantillons composant une série d'impact à un niveau d'énergie donné sont indiqués dans le tableau 4.6.

Matériau utilisé	Support	Conditions aux limites	Energie incidente (J)	Nombre de tirs	Epaisseur des éprouvettes (mm)
Sandwich composite	Montage personnalisé	Bi-encastrement	30	18	10
Sandwich composite	Montage personnalisé	Bi-encastrement	35	18	10
Sandwich composite	Montage personnalisé	Bi-encastrement	40	18	10

TABLEAU 4.5 – Récapitulatif des essais réalisés sur le puits de chute.

TABLEAU 4.6 – Récapitulatif des éprouvettes testées.

Dépose	Cuisson	Nombre de torons contigus	30 J	35 J	40 J
		S	BTS-1	BTS-3	BTS-2
	Cuisson avec bâche à vide uniquement	4	BT4-4	BT4-5	BT4-3
Alternance de		2	BT2-1	BT2-5	BT2-6
dépose dans		1	BT1-4	BT1-1	BT1-2
la direction		S	PTS-6	PTS-4	PTS-3
transverse	Cuisson avec une plaque de calfeutrage	4	PT4-3	PT4-2	PT4-1
		2	PT2-5	PT2-4	PT2-1
		1	PT1-2	PT1-5	PT1-4
	Cuisson avec bâche à vide uniquement	S	BLS-3	BLS-2	BLS-1
		4	BL4-3	BL4-2	BL4-1
		3	BL3-1	BL3-3	BL3-2
Alternance de		2	BL2-2	BL2-1	BL2-4
dépose dans		1	BL1-2	BL1-1	BL1-4
la direction		S	PLS-3	PLS-1	PLS-2
longitudinale	Cuisson avec une plaque de calfeutrage	4	PL4-4	PL4-2	PL4-3
		3	PL3-4	PL3-1	PL3-3
		2	PL2-4	PL2-2	PL2-3
		1	PL1-3	PL1-2	PL1-1

#### 4.3.1.1 Eprouvettes composites sandwichs

Pour chacune des énergies incidentes, 18 échantillons différents ont été impactés, pour un total de 54 éprouvettes. Parmi ces 18 éprouvettes, la moitié a subi un procédé de cuisson sous vide avec bâche uniquement, et l'autre moitié a subi une cuisson avec l'utilisation d'une plaque de calfeutrage. Ainsi, 9 éprouvettes aux architectures de peaux différentes ont été réalisées. Ces dernières correspondent aux alternances de dépose des torons de fibres, ayant pour motif 1, 2, 3, 4 et S, dans les directions longitudinale et transverse. Pour rappel, il n'existe pas de configuration de motif 3 pour les alternances transverses par manque de matière lors de la conception des éprouvettes.

Afin de réaliser une stéréo-CIN sur les peaux inférieures des éprouvettes (non impactées), un mouchetis y a été appliqué sur une zone centrale carrée de dimension  $127 \times 127 \text{ mm}^2$ , identifiée sur la figure 4.24. La première étape a consisté à peindre la surface d'intérêt des éprouvettes à l'aide d'une bombe de peinture blanche matte, dans le but d'éviter les réflexions lumineuses dues au matériau ou à l'état de surface plus ou moins rugueux. Lors de la seconde étape il a fallu tacheter l'ensemble de la surface avec un marqueur noir manuellement, car les points constituants le mouchetis, d'un diamètre de l'ordre de 1 mm, étaient trop grands pour être réalisés avec des projections de peinture, et trop petits pour être réalisés à l'aide d'un pochoir.



FIGURE 4.24 – Présentation des éprouvettes utilisées pour les essais d'impact sur composites sandwichs, avec les dimensions des éprouvettes a) et du mouchetis b).

#### 4.3.1.2 Chaîne d'émission acoustique

Une chaîne d'émission acoustique équipée de 4 capteurs a été utilisée au cours de ces essais d'impact comme illustré sur la figure 4.25. L'ensemble du matériel utilisé provient du groupe Mistras (anciennement Euro Physical Acoustics). Ces capteurs sont des capteurs piézoélectriques en céramique qui permettent d'enregistrer les propagations d'ondes élastiques surfaciques et volumiques. Dans le but de minimiser la perte d'information lors du passage des ondes du matériau aux capteurs, une graisse silicone a été appliquée sur la surface de ces derniers. Des pinces adaptées ont également été utilisées, afin d'assurer le maintien des capteurs ont été positionnés sur la surface impactée des échantillons dans le but de capturer tout événement qui pourrait traduire un amorçage de l'endommagement au sein des peaux, ces zones sont identifiées dans la figure 4.25.c. Des tests préliminaires, effectués en brisant une mine en carbone sur la surface supérieure des échantillons, ont permis de paramétrer le logiciel d'acquisition, afin d'enregistrer et de localiser les évènements dans la zone d'étude.



FIGURE 4.25 – Présentation des capteurs d'émission acoustique, avec une vue en cours d'essai a), une vue plus détaillée b) et une représentation du positionnement de ces derniers c).

#### 4.3.1.3 Capture vidéo du profil de l'éprouvette

Lors du lancement d'un nouvel essai, la première étape consiste à poser la tête du mobile en contact avec la surface supérieure de l'éprouvette. Cette étape est obligatoire, d'une part, pour tarer la mesure du déplacement, et d'autre part pour être autorisé à lancer l'essai selon le protocole du banc. Cependant, lors de la mise cette mise en charge initiale de l'éprouvette en flexion, une flèche initiale peut survenir. Afin de vérifier si ce chargement initial pouvait nuire à la mesure de déplacement au cours de l'essai, une caméra rapide Optronis CR3000x2 (*Fiche technique 4*) de 2000 fps, d'une résolution de  $1024 \times 512 \text{ px}^2$ , et avec une vitesse d'obturation de 1/2000 s, a été positionnée de façon à filmer la tranche de l'éprouvette. Son intégration au banc ainsi que la capture vidéo obtenue sont présentées dans la figure 4.26.



FIGURE 4.26 – Présentation de la caméra de profil et de sa capture vidéo, avec le positionnement sur le montage optique a), une photographie de la caméra b) et une image à l'initiation du contact lors d'un esai c).

#### 4.3.1.4 Equipement du montage optique

Dans le but de capturer les champs de déplacement dans l'espace, un montage de stéréo-CIN a été mis en place. L'utilisation de deux caméras est nécessaire afin de remonter au déplacement de la surface en 3D. Lors de ces essais deux caméras rapides, une Photron Fastcam SA1 (Fiche *technique 5*) et un Photron Fastcam SA5 (*Fiche technique 6*), de résolution  $1024 \times 1024$  px<sup>2</sup> ont été utilisées, avec une vitesse d'obturation de 1/7000 s et une cadence d'image de 5000 fps. Elles ont été connectées au banc, afin qu'un signal de déclenchement leur soit envoyé au moment du lâcher. Ces caméras ont été équipées d'objectifs Sigma Macro 105mm F2.8 DG, réglés sur une ouverture de 4, qui n'est pas l'ouverture minimale disponible (qui est de 2,8). Un des aspects essentiels lors de ces essais est, en plus d'obtenir une image nette, de conserver cette netteté tout au long du chargement. Cela dépend d'une caractéristique optique nommée la profondeur de champ. Pus celle-ci est grande et plus l'image sera nette sur une large plage dans la profondeur, et inversement. Il y a trois éléments qui influent sur la profondeur de champ, l'ouverture du diaphragme de l'objectif, la distance focale (ici dépendante du montage et des dispositifs optiques) et la distance de l'objet sur lequel la mise au point est effectuée (ici fixée). Fermer le diaphragme tend à augmenter la profondeur de champ, tout comme la diminution de la distance focale ou l'augmentation de la distance avec l'objet observé. L'ouverture est donc choisie pour s'assurer que le mouchetis observé soit net lors des essais d'impact. La vitesse d'obturation est également un réglage important, puisqu'elle définit le temps d'exposition du capteur photographique à la lumière. Si cette dernière est faible, alors un effet de flou peut apparaître, de plus celle-ci doit nécessairement être plus petite que la cadence d'image. Le problème qui découle de la fermeture du diaphragme de l'objectif et de l'augmentation de la vitesse d'obturation est une perte conséquente de luminosité. C'est pourquoi 4 panneaux LED Linkstar VD-416D-K2, de puissance 25 W, ont été ajoutés au montage. Enfin, un miroir de dimension 254 x 313 mm<sup>2</sup> a été utilisé à 45° afin de pouvoir observer la surface inférieure mouchetée des échantillons. L'ensemble du montage a été réalisé à l'aide de profilés et de cavalier Newport de la gamme X95, ainsi que de rotules 3 axes Manfrotto modèles 405 et 410. L'ensemble du montage est décrit dans la figure 4.27.

#### 4.3.2 Stéréo corrélation d'images numériques

Le principe de cette méthode est présenté sur la figure 4.28. Il s'agit de découper la surface d'étude en sous-ensembles, appelés fenêtres de corrélation, qui peuvent se chevaucher ou non, et qui vont être suivis grâce à l'usage de caméras et d'un logiciel de corrélation d'images. Dans le cadre de ces travaux, l'outil utilisé est le logiciel Deftac3D, développé en interne à l'institut Pprime. Un autre outil développé au sein du laboratoire, nommé Distorsion, permet de corriger les déformations d'observation dues aux aberrations optiques par approximation polynomiale des distorsions. Les types de distorsions couramment rencontrées sont présentés sur la figure 4.29. La première étape de ce travail a été de réaliser un mouchetis sur les surfaces d'intérêt des éprouvettes comme explicité auparavant. Pour sélectionner la taille de point adéquate, les consignes d'un manuel de la littérature ont été utilisées (SCHREIER et al. 2009). Ces dernières stipulent que lors des essais, il faut au minimum 9 pixels pour décrire un point du mouchetis, et il faut que chaque fenêtre de corrélation comprenne un minimum de 9 points. Pour remplir ces objectifs, des fenêtres de corrélation carrées de 40 px de côté ont été utilisées, avec un chevauchement de moitié, soit 20 px. Les conditions ont dont été largement remplies, puisqu'environ 49 pixels par points et 13 points par fenêtres de corrélation ont été dénombrés. L'enregistrement et le traitement des images permettent ensuite de déterminer les déplacements dans les trois directions de l'espace de chaque fenêtre, qui sont alors associés au point central de celles-ci. Afin de déterminer les déformations, il faut ensuite dériver ces déplacements en choisissant un pas de dérivation, qui a été pris à 3, comme illustré également sur la figure 4.28.c. Il est à noter que les informations de la stéréo-CIN étant rapportées au point central des fenêtres pour le déplacement (ou des groupes de fenêtres pour la déformation), une perte d'information survient aux bords de la zone d'étude. Cette perte sera d'autant plus marquée que les fenêtres sont larges et que le pas d'intégration est grand. Dans le but de s'assurer de la qualité et de

la répétabilité du mouchetis appliqué manuellement, un outil numérique a été développé pour garantir un taux minimum de recouvrement de 40% et une homogénéité de la répartition des points. La figure 4.30 présente un exemple de la démarche. Une mire de calibration de 200×200 mm<sup>2</sup>, avec des points espacés tous les 10 mm, a été utilisé afin de paramétrer les mesures. Lors d'une étape préliminaire, cette mire a été déplacée et photographiée tous les millimètres, sur une plage de -10 mm à +20 mm relativement à la surface observée. Ces clichés ont tout d'abord permis de vérifier l'éclairage, la profondeur de champ et le positionnement des caméras (corrigé finement grâce au retour des caméras), puis de réaliser la calibration du montage.



FIGURE 4.27 – Présentation du montage de stéréo-CIN, avec une vue d'ensemble réelle a) et modélisée b), et une focalisation sur le montage support réel c) et modélisé d).



FIGURE 4.28 – Illustration du principe de CIN, avec le calcul des déplacements d'une fenêtre de corrélation a), le découpage de la zone d'étude en différentes fenêtres b) et la présentation de la méthode de dérivation numérique c).



FIGURE 4.29 – Illustration des distorsions optiques engendrées par un objectif, avec une grille initiale a) déformée par une aberration géométrique en barillet b) ou en coussinet c).



FIGURE 4.30 – Visualisation de l'outil numérique permettant d'évaluer la qualité d'un mouchetis, avec un mouchetis test a) et la distribution surfacique de la densité de tâches b).

## 4.3.3 Transformée de Fourier discrète 2D

Lors du dépouillement des résultats de ces essais d'impact basse vitesse, un outil mathématique d'analyse d'image, la TFD 2D, a été utilisé. Ce dernier sera confondu, de manière abusive, et assimilé à l'algorithme qui permet de calculer cette transformée, la *Fast Fourier Transform* — Transformation de Fourier Rapide (FFT). Cette opération peut être effectuée sur un ensemble de données réelles discrètes, afin d'obtenir des informations équivalentes à celles du développement en série de Fourier pour les fonctions continues et périodiques. Le principe de cette méthode est analogue à celui qui peut être appliqué à un signal sonore, afin de calculer son spectre dans le domaine fréquentiel. Cette opération peut également être utilisée sur une image en 2D, en effectuant une première transformée sur les lignes de pixels, puis une seconde sur les colonnes. A la suite de ce traitement sur une image réelle du domaine spatial, une seconde image complexe dans le domaine fréquentiel est obtenue. Dans le but de minimiser le bruit numérique,

d'améliorer la rapidité de calcul et de rendre le décalage de phase exact (notion abordée plus loin), la taille des échantillons à traiter doit idéalement être de taille n = 2N, avec N un entier. Soit  $x_k$  un échantillon de réels, avec k allant de 0 à N - 1. La FFT de cet échantillon est un second ensemble  $y_p$ , avec p allant également de 0 à N-1, qui peut être exprimé selon l'équation 4.2. Une fois l'image complexe obtenue, l'amplitude et la phase peuvent être analysées, cependant, uniquement l'amplitude du signal est examinée dans ce manuscrit. En appliquant la formule mathématique présentée, l'image obtenue dans le domaine fréquentiel présente les plus basses fréquences dans les coins, et les plus hautes fréquences au centre. Or, il est d'usage en traitement du signal d'avoir la convention inverse, c'est pourquoi un décalage de phase est réalisé, et ce dernier sera exact uniquement si l'échantillon est de taille paire, comme illustré sur la figure 4.31. Afin de faciliter la compréhension sur l'interprétation de l'amplitude du spectre FFT, plusieurs exemples sont présentés en annexe M. Des signaux sinusoïdaux parfaits répétés 5 et 10 fois dans la longueur du côté de l'image, et avec différentes orientations, ont été réalisés. Les amplitudes des spectres FFT ont été calculées, puis des vues en coupe tronquées (car ces spectres présentent une symétrie centrale) ont alors été obtenus. Les informations de la fréquence du signal et de son orientation sont parfaitement décrites par l'amplitude du spectre FFT. La position d'un pixel dans le domaine fréquentiel doit être interprétée comme le nombre de répétition d'un motif le long de la taille l'image, et l'amplitude au niveau de ce pixel, comme l'importance de la contribution de cette fréquence dans l'image originale.

$$y_p = \sum_{k=0}^{n-1} x_k e^{2\pi \frac{kp}{n}i}$$
(4.2)



FIGURE 4.31 – Illustration de l'interversion des blocs d'une FFT 2D dans un spectre en amplitude obtenu avec les hautes fréquences au centre a) et le spectre interverti avec les basses fréquences au centre b).

#### 4.3.4 Tomographies des éprouvettes avant essai

Les 18 échantillons de la série impactée à 40 J ont été tomographiés en amont des essais d'impact, afin de vérifier la présence ou l'absence de défauts inhérents aux matériaux, ou dus à la fabrication des éprouvettes. Une résolution de 50  $\mu$ m/px a été sélectionnée. Les dimensions des éprouvettes étant importantes, seule la zone centrale de 127×127 mm<sup>2</sup> a été analysée. Ces analyses ont permis de mettre en évidence la présence de larges bulles dans l'âme en mousse au sein de 2 échantillons, et de manière générale de bulles de dimensions bien moindres. A l'inverse,

une inclusion, plus probablement des cellules pleines, a été observée dans une éprouvette. Ces éléments sont présentés sur la figure 4.32. Concernant les peaux, de légères fissures ont été observées dans 2 échantillons, et des rayures de la matrice peu profondes, déjà visibles en surface, ont été identifiées. Les rayures proviennent très probablement des phases de transport et de découpe des éprouvettes, qui ont été réalisées sur un support de lames métalliques. Ces défauts sont mis en avant sur la figure 4.33. Enfin, ces images permettent de retrouver les motifs d'empilement réalisés, mais ne suffisent pas pour distinguer les différents torons de fibres ou leur section, comme illustré sur la figure 4.34.



FIGURE 4.32 – Tomographies des défauts observés dans l'âme des matériaux composites sandwichs, avec une bulle d'air formée a), un déchirement de plusieurs parois b) ou des cellules pleines c).



FIGURE 4.33 – Tomographies des défauts observés dans les peaux des matériaux composites sandwichs, avec des ruptures des fibres localisées a) et b) et des rayures superficielles en surface c).



FIGURE 4.34 – Tomographies des architectures de peau, qui permettent de visualiser les motifs de dépose a), mais pas les torons de fibres et leur entrelacement b).

## 4.4 Résultats des essais d'impact

La campagne d'essais d'impact basse vitesse sur les échantillons composites sandwichs (section 4.3) a permis de recueillir de nombreuses données expérimentales. Ces résultats ont mis en évidence de nouvelles corrections à apporter sur les mesures effectuées (sous-section 4.4.1). Les éprouvettes endommagées ont pu être analysées a posteriori par analyse tomographique, afin de déterminer un scénario d'endommagement probable (sous-section 4.4.2). Enfin, les influences fines du procédé de cuisson ou encore de l'architecture des peaux minces ont pu être mises en évidence à l'échelle macroscopique des échantillons (sous-section 4.4.3) et à l'échelle mésoscopique des torons de fibres (sous-section 4.4.1.4).

#### 4.4.1 Correction des mesures

Malgré les essais préliminaires réalisés, cette campagne d'essais d'impact basse vitesse a permis d'identifier plusieurs nouvelles corrections de mesure à apporter, afin de pouvoir analyser et comparer les résultats. Ces identifications font suite à l'analyse d'un nombre important d'essais qui a été nécessaire pour comprendre et conforter ces corrections.

## 4.4.1.1 Mesure de la force de réaction

Comme précisé antérieurement, la cellule de charge qui permet de mesurer la force de réaction lors des essais d'impact est située entre la tête de l'impacteur et le mobile. Cette position provoque des écarts entre la mesure souhaitée, correspondant à la force de contact, et la mesure réelle, correspondant aux efforts dans le capteur de force. Une étude de la littérature (H. LI et al. 2020) au sujet de l'influence de la répartition de masse, et de la position du capteur de force sur la mesure de la force de contact, a montré que l'ensemble du poids tombant pouvait être modélisé comme un système masse/ressort, tel qu'illustré sur la figure 4.35, afin de déterminer un facteur de correction. Ce facteur de correction permet de faire le lien entre la force mesurée par le capteur  $F_m$  et la force réelle de contact  $F_c$ . En notant d'un indice p les grandeurs attachées à la partie supérieure du poids tombant, d'un indice t celles correspondant à la tête de l'impacteur, d'un indice m celles reliées au mobile, et en modélisant le capteur de force par un ressort de raideur k, les équations de la mécanique qui régissent chacun des systèmes peuvent être écrites comme dans l'expression équation 4.3, en négligeant les frottements et la masse du capteur. Si la différence d'accélération entre la partie supérieure et inférieure du mobile est négligée devant leurs amplitudes respectives, il vient l'équation 4.4. Enfin, en utilisant la première ligne dans équation 4.3, afin d'isoler  $\ddot{x}_p$ , puis en l'injectant dans équation 4.4, l'expression équation 4.5 est finalement obtenue. Au cours de ces essais, la masse de la partie supérieure du mobile était de 12,4 kg et celle de la tête de l'impacteur était de 0,9 kg. Ce facteur de correction a été validé dans de multiples cas de simulation (H. LI et al. 2020).

$$\begin{cases} m_p \ddot{x}_p - k(x_p - x_t) = m_p \ddot{x}_p - F_m = 0\\ m_t \ddot{x}_t + k(x_p - x_t) = m_t \ddot{x}_t + F_m = F_c\\ m_m \ddot{x}_m = (m_p + m_t) \ddot{x}_m = F_c \end{cases}$$
(4.3)

$$\ddot{x}_p \approx \ddot{x}_t \approx \ddot{x}_m = \frac{F_c}{m_t + m_p} \tag{4.4}$$

$$F_c = \left(1 + \frac{m_t}{m_p}\right) F_m \tag{4.5}$$



FIGURE 4.35 – Modélisation du mobile d'impact comme un système masses/ressort, avec le parallèle entre le mobile réel a) et son modèle b). Adapté d'après : H. LI et al. 2020.

#### 4.4.1.2 Mesure de la vitesse incidente

La vitesse incidente des essais d'impact est une donnée essentielle, pour connaître les énergies mises en jeu, ou pour réaliser des simulations numériques. Si cette vitesse peut être déterminée numériquement par dérivation du déplacement, le bruit numérique et les instabilités de mesure peuvent fausser la valeur obtenue. Deux exemples de ce phénomène sont présentés sur la figure 4.36. Afin de pallier ces potentielles erreurs, la mesure fournie par les fibres optiques embarquées sur le banc pourrait être utilisée. En effet, les essais réalisés ont montré que cette mesure était extrêmement répétable. Cependant, des écarts entre la vitesse mesurée et la vitesse réelle apparaissent à cause de la méthode de mesure. En effet, la vitesse incidente est mesurée entre deux fronts montants d'un signal laser causés par le passage d'un drapeau métallique lors de la chute du mobile, comme illustré sur la figure 4.37. Par ailleurs, entre ces deux fronts montants, espacés d'une distance de 35,1 mm, la vitesse de chute continue de croître, ce qui conduit à une mesure biaisée de la vitesse. En considérant une chute libre sans frottement de hauteur h, la vitesse théorique à l'impact  $v_i^*$  peut être déterminée, tel que présenté en équation 4.6, tout comme la vitesse mesurée par la machine  $v_m^*$ , donnée par l'équation 4.7. Ces vitesses

permettent de calculer l'écart entre les mesures et la vitesse réelle pour différent niveau d'énergie comme présenté en tableau 4.7. Or, la vitesse réelle avec frottements mesurée par la machine  $v_m$ est connue, ce qui permet donc, grâce à la relation équation 4.8, de déterminer l'énergie perdue par fortement du mobile le long du rail de guidage, et donc la vitesse incidente réelle  $v_i$ . Cette vitesse corrigée, exprimée dans l'équation 4.9 est en accord avec les vitesses obtenues par dérivation numérique, dans les cas où il n'y avait pas d'instabilités. Ce type de correction ne peut cependant pas être appliqué pour déterminer la vitesse de fin d'impact, car les forces de frottements sont inconnues au cours du contact, ce qui empêche de résoudre les équations. Par ailleurs, les effets d'instabilité numériques constatés pour les vitesses incidentes n'ont pas eu lieu pour les vitesses réfléchies, et la mesure graphique sera donc prise en compte.



FIGURE 4.36 – Mise en évidence du problème de la mesure de la vitesse par dérivation, avec un cas où les instabilités numériques n'affectent pas la mesure a) ou influencent celle-ci b).



FIGURE 4.37 – Illustration du principe de mesure de la vitesse grâce à un drapeau fixé au poids tombant, avec une schématisation du drapeau a) et de la mesure obtenue par un capteur photosensible lors de son passage devant un laser b).

$$v_i^* = \sqrt{2gh} \tag{4.6}$$

$$v_m^* = \frac{\sqrt{2gh} + \sqrt{2g(h-l)}}{2} \tag{4.7}$$

${oldsymbol E}$	h	$\sqrt{2g(h-l)}$	$\sqrt{2gh}$	$v_m^*$	Ecart
(J)	(mm)	(m/s)	(m/s)	(m/s)	relatif (%)
10	76,64	1,23	0,9	1,06	13,19
20	153,29	1,73	1,52	1,63	6,1
30	229,93	2,12	1,96	2,04	3,97
40	306,58	2,45	2,31	2,38	2,95
50	383,22	2,74	2,61	2,68	2,34
75	574,83	3,36	3,25	3,31	1,55
100	766,44	3,88	3,79	3,83	1,16
200	1532,88	5,48	5,42	5,45	0,58

TABLEAU 4.7 – Erreurs de mesure due aux dimensions du drapeau.

$$E_f = \frac{1}{2}m\left(v_m^{*\,2} - v_m^{\,2}\right) = \frac{1}{2}m\left(v_i^{*\,2} - v_i^{\,2}\right) \tag{4.8}$$

$$v_i = \sqrt{v_i^{*2} - 2\frac{E_f}{m}}$$
(4.9)

## 4.4.1.3 Mesure des énergies mises en jeu

1

Malgré les corrections apportées aux mesures de force et de vitesse, des écarts ont été systématiquement constatés entre les mesures d'énergie de déformation, provenant de l'aire sous la courbe de la force en fonction du déplacement, et d'énergie cinétique, provenant de la mesure des vitesses. En revanche les essais d'impact sur mousse simplement appuyés qui se sont avérés très répétables (sous-section 3.4.5), ont permis de mettre en lumière la surestimation des énergies mises en jeu lors du calcul par intégration de l'aire sous la courbe. En effet, en utilisant cette technique, des niveaux d'énergie supérieurs à ceux d'une chute libre sans frottement ont été trouvés. Ces écarts ne peuvent pas être attribués au bruit de mesure des capteurs, car les mêmes résultats ont été obtenus en considérant des courbes post-traitées, plus lisses et sans irrégularités. C'est pourquoi dans tout ce manuscrit, lorsque non précisé, les énergies sont calculées grâce aux vitesses mesurées, et correspondent donc aux énergies cinétiques incidente et réfléchie du mobile.

#### 4.4.1.4 Mesure du déplacement

Au début de chacun des essais, les flèches provenant de la mise en contact du mobile libre et des échantillons ont été obtenues en analysant les images fournies par la caméra de profil. Si la remise à zéro de la mesure de déplacement avant de lancer l'essai était correcte, alors ces mêmes valeurs de fléchissement devraient apparaître dans la mesure du déplacement au début du contact. La flèche de la tranche des éprouvettes, qui est assimilée à celle au centre de l'éprouvette au regard de leur faible amplitude, a été mesurée sur chacune des 54 éprouvettes. Les résultats de ces mesures sont visibles sur la figure 4.38.a. La précision étant de l'ordre du pixel, une distribution de fléchissement autour de 0,15±0,075 mm a été obtenue. De plus, en considérant que la mesure du zéro de déplacement est correcte, les flèches initiales de chaque essai peuvent être déterminées. Ces valeurs sont reportées sur la figure 4.38.b. Ces résultats montrent que, bien que le tarage de la mesure de déplacement soit effectué, lors de la reprise, de la montée, puis du lâcher du mobile, il y a une source d'erreur qui apparaît. Ces observations sont en accord avec les essais réalisés sur mousse simplement appuyée. Ces derniers révèlent en effet que lorsqu'aucune correction n'est effectuée, la mesure du déplacement maximum ne semble pas répétable, en comparaison avec cette même mesure corrigée, comme indiqué sur la en figure 4.39. C'est pourquoi, dans tout ce manuscrit, le zéro de déplacement est déterminé au niveau du point à partir duquel la force de contact devient non nulle.



FIGURE 4.38 – Mise en évidence de la forte incertitude sur la mesure du zéro de déplacement du banc d'essai, avec l'histogramme des flèches initiales mesurées à l'aide de la caméra de profil a) et des flèches initiales mesurées par le banc b).



FIGURE 4.39 – Mise en évidence de l'apport de la correction de la mesure de la flèche initiale s'appuyant sur les essais d'impact sur mousse, avant correction a) et après correction b).

## 4.4.2 Tomographies des éprouvettes après essai

Une seconde série d'analyses par tomographie a été conduite dans le but d'étudier les éprouvettes post-impact. Ces observations ont permis de mettre en avant les principaux mécanismes d'endommagement qui apparaissent au cours du chargement, ainsi que de proposer un scénario de rupture pour les éprouvettes dont la peau supérieure a été rompue.
#### 4.4.2.1 Analyses des endommagements

Dans le but d'observer les mécanismes d'endommagement dus aux impacts, les 18 échantillons impactés à 40 J ont été de nouveau tomographiés à la suite des impacts basse vitesse. La résolution de 50 µm/px a été conservée. Aucun des défauts identifiés lors des analyses préliminaires ne semble avoir modifié le comportement des échantillons. Les éprouvettes ayant subi une rupture de la peau supérieure ont été analysées en premier lieu. La figure 4.40 présente une vue en coupe dans le sens de la largeur d'éprouvettes endommagées. Des dommages inter laminaires, intra laminaires et au sein de la zone collée se sont produits lors de l'impact. Les fibres transverses présentent des ruptures et ont été éjectées au niveau de la surface libre. Les fibres longitudinales laissent apparaître une nette décohésion entre les torons et la matrice, avec une fissuration tout le long du contour des torons. Pour rappel, les torons sont en réalité déposés deux à deux dans l'épaisseur, ce qui apparaît nettement ici. Les dimensions des torons sont bien en accord avec cette observation. La fissuration est cependant essentiellement matricielle avec des fissures internes aux torons de fibres. La figure 4.41 présente une vue en coupe dans le sens de la longueur d'éprouvettes ayant subi une rupture. Une nouvelle fois, des dommages inter laminaires et intra laminaires sont visibles. Les fibres longitudinales sont rompues sur toute la largeur des éprouvettes dans certain cas, mais pas tous. A partir de la rupture de ces torons, la fissuration matricielle semble se propager préférentiellement en contournant les torons de fibres, malgré la présence de fissuration au sein de certain torons transverses, qui ne peut pas être attribuée uniquement à l'éjection avec certitude à la seule vue de ces images. Les ruptures des torons longitudinaux à 45° semblent indiquer une rupture en cisaillement, mais ce type de profil n'est pas toujours aussi marqué, ce qui pourrait donc tout autant être attribué à une rupture en compression.

Dans un second temps, les éprouvettes n'ayant pas subi de rupture de la peau supérieure ont été analysées. La figure 4.42 présente une vue en coupe dans le sens de la largeur d'éprouvettes non rompues. Au niveau de la zone centrale impactée, une fissuration matricielle apparaît entre les torons longitudinaux de la peau supérieure. Cela peut s'expliquer par le fait que cette zone est sollicitée en traction lors de l'impact. Si les fibres transverses supportent une telle charge, la matrice n'est pas assez rigide, ce qui provoque la fissuration inter toron. Par ailleurs, en analysant ces mêmes fissures dans le plan de l'éprouvette, et en y superposant une surface représentative d'un toron, il apparaît que cette fissuration est inter toron, mais également intra toron. Aucune fissure n'est visible dans les peaux inférieures car elles doivent être refermées. La figure 4.43 présente une vue en coupe dans le sens de la longueur d'éprouvettes n'ayant pas subi de rupture. Au niveau de la périphérie de la zone centrale impactée, une fissuration matricielle apparaît entre les torons transverses de la peau supérieure. Ces fissurations apparaissent une nouvelle fois dans la zone est sollicitée en traction lors de l'impact. En analysant ces fissures dans le plan de l'éprouvette, elles s'avèrent moins marquées, ce qui permet de supposer qu'une fois encore, la fissuration est à la fois inter et intra toron. Aucune fissure n'est visible dans les peaux inférieures.

#### 4.4.2.2 Scénario de rupture

Bien que les observations aient été réalisées a posteriori, elles permettent de faire des hypothèses quant au développement des endommagements dans les peaux supérieures jusqu'à la rupture. La figure 4.44 permet d'illustrer les contraintes présentes dans la peau impactée lors des essais. La comparaison des tomographies des éprouvettes ayant subi une rupture des torons de la peau supérieure ou non, permet de déduire que comme attendu, le premier mécanisme d'endommagement qui apparaît est la fissuration de la matrice. Cet endommagement matriciel intervient majoritairement dans les zones présentant un chargement en traction, entre les torons positionnés transversalement à l'axe de sollicitation. Ce domaine correspond au centre de l'indentation pour les torons longitudinaux et à sa périphérie pour les torons de fibres et la matrice, ainsi qu'une reprise complète de la charge par les torons longitudinaux. Une fois un seuil critique atteint, les fibres longitudinales se rompent totalement ou partiellement par un effet

combiné de traction et de cisaillement, dus respectivement à une sollicitation en flexion et en indentation. Cette rupture brutale entraine alors une éjection des fibres transverses, positionnées sur la surface libre, ce qui provoque des dommages intra torons.



FIGURE 4.40 – Tomographies transverses d'une peau supérieure rompue des éprouvettes après impact, avec la localisation des zones observées a), la schématisation de la peau supérieure b) et la mise en évidence des dommages c) et d).



FIGURE 4.41 – Tomographies longitudinales d'une peau supérieure rompue des éprouvettes après impact, avec la localisation des zones observées a), la schématisation de la peau supérieure b) et la mise en évidence des dommages c), d) et e).



FIGURE 4.42 – Tomographies transverses de la peau supérieure indentée des éprouvettes après impact, avec la localisation des zones observées a), la schématisation de la peau supérieure b) et la mise en évidence des fissurations matricielles c), d) et e).



FIGURE 4.43 – Tomographies longitudinales de la peau supérieure indentée des éprouvettes après impact, avec la localisation des zones observées a), la schématisation de la peau supérieure b) et la mise en évidence des fissurations matricielles c), d) et e).



FIGURE 4.44 – Illustration du scénario d'endommagement, avec une schématisation des zones sollicitées en traction, en compression et en cisaillement a), une première étape de fissuration matricielle qui intervient dans les torons transverses à la direction de traction b), puis une étape de décohésion totale ou partielle des torons de fibres et de la matrice c), avant d'aboutir à la rupture des fibres et à la projection des torons de la surface supérieure d).

# 4.4.3 Mesures globales

Dans un premier temps, les essais ont été analysés à une échelle macroscopique globale, c'està-dire l'échelle des éprouvettes. Les observations réalisées portent sur les courbes de force et de déplacement de l'impacteur, afin d'identifier les influences des architectures des peaux minces ou du procédé de cuisson sur la réponse mécanique globale.

# 4.4.3.1 Niveaux d'énergie

Les énergies incidentes, réfléchies et absorbées de toutes les éprouvettes testées, déduites de la mesure de vitesse de l'impacteur et de l'aire sous la courbe de force en fonction du déplacement, sont présentées sur la figure 4.45, pour tous les niveaux d'énergie incidente. Les énergies extraites des courbes de vitesse sont simplement l'énergie cinétique incidente à l'initiation de l'impact et l'énergie cinétique réfléchie à la perte du contact. Les énergies calculées par intégration sont réparties entre l'énergie absorbée jusqu'au maximum d'indentation et l'énergie restituée jusqu'à la perte du contact.

Toutes les énergies incidentes sont bien en accord avec les hauteurs utilisées pour obtenir des impacts de 30 J, 35 J et 40 J. Comme mis en évidence précédemment, les énergies calculées par intégration semblent être surestimées, car les niveaux atteints sont supérieurs ou égaux à l'énergie potentielle incidente fournie en début d'essai. Cette observation est de plus confortée par les mesures de vitesse, dont les valeurs sont moindres que celles attendues dans le cas d'une chute libre idéale sans frottement, ce qui révèle la présence de phénomènes dissipatifs lors de la chute du mobile. Pour ce qui est de l'énergie élastique retournée à l'impacteur, les deux méthodes de calcul présentent des tendances similaires. Cependant, c'est cette fois l'énergie cinétique qui est supérieure à l'énergie mesurée par intégration. Les éprouvettes ayant subi des endommagements sont clairement identifiables sur ces histogrammes, avec une importante énergie absorbée et une faible énergie réfléchie. Ces observations sont en accord avec ce qui est attendu, car l'amorçage et la propagation d'un endommagement sont des phénomènes endoénergétiques. Par ailleurs, ces mesures ne semblent pas permettre de discriminer les configurations entre elles. Deux essais semblent présenter des énergies singulières, le premier est l'échantillon BT2 impacté à 30 J, le second est l'échantillon BTS impacté à 35 J. La courbe de l'échantillon BT2 correspond à un essai durant lequel un des écrous permettant d'assurer la condition de bi-encastrement a été délogé. La courbe de l'échantillon BTS correspond à un essai au cours duquel la peau supérieure de l'éprouvette a rompu lors de la remontée de l'impacteur, ce qui explique la faible énergie additionnelle dissipée.



FIGURE 4.45 – Energies mises en jeu lors des essais d'impact basse vitesse sur composites sandwichs, avec les énergies incidentes, absorbées et réfléchies pour les essais à 30 J a), 35 J b) et 40 J c).

#### 4.4.3.2 Courbes de force en fonction du déplacement

Les courbes de force de réaction en fonction du déplacement des séries de 18 échantillons avec différentes architectures pour chacun des niveaux d'énergie sont présentées sur la figure 4.46. Dans ces graphes, chaque couleur est associée à une éprouvette unique caractérisée par son architecture et son procédé de cuisson. Des tests de reproductibilité n'ont pas été réalisés au cours de ces essais au regard du temps de préparation des éprouvettes, de la disponibilité limitée du banc et du nombre restreint d'éprouvettes disponibles. Par ailleurs, les tendances semblables présentées par la suite à des niveaux énergétiques proches, et les précédents essais réalisés sur mousse seule extrêmement répétables, confortent l'interprétation de ces résultats.

Pour les échantillons impactés à 30 J (figure 4.46.a), une des courbes présente un comportement singulier. Cette courbe correspond encore une fois à l'essai de l'éprouvette BT2. Bien que la distinction soit fine parmi toutes les architectures de peaux testées, la réponse mécanique des éprouvettes peut être discriminée entre les échantillons qui présentent une plus ou moins grande rigidité et inversement un déplacement de l'impacteur plus ou moins important. Il n'y a aucun signe de rupture. Pour les échantillons impactés à 35 J (figure 4.46.b), les tendances précédemment observées demeurent. Une seule des éprouvettes a subi des endommagements

de la peau supérieure, c'est l'échantillon identifié BTS. Pour les échantillons impactés à 40 J (figure 4.46.c), 10 éprouvettes parmi les 18 ont subi des ruptures de la peau supérieure. Avec une plus grande énergie incidente, les indentations ainsi que les forces de réaction augmentent, quelle que soit l'architecture considérée. Les éprouvettes testées à 30 J, 35 J et 40 J, présentent respectivement des moyennes de force de contact maximale de 4972±133 N, 5413±69 N et 5739±95 N, et des moyennes de déplacement de l'impacteur maximal de 11,009±0,252 mm, 11,720±0,187 mm et 12,657±0,203 mm.



FIGURE 4.46 – Courbes de force en fonction du déplacement pour les essais d'impact sur composites sandwichs, menés à 30 J a), 35 J b) et 40 J c).

# 4.4.3.3 Effet du procédé de cuisson

Les comparaisons des maximums de force de contact et de déplacement de l'impacteur entre tous les échantillons, cuits avec l'utilisation d'une plaque de calfeutrage ou avec une bâche à vide uniquement, par rapport aux différentes architectures de peaux, sont présentées sur la figure 4.47. Ces graphes ne fournissent qu'une information ponctuelle pour rendre l'interprétation plus aisée.

Dans la plupart des cas, l'ajout d'une plaque de calfeutrage lors de la cuisson des composites sandwichs conduit à des échantillons plus rigides que ceux obtenus avec l'utilisation d'une bâche uniquement, peu importe le niveau d'énergie considéré. Cette augmentation de rigidité se traduit par une force de contact maximale plus grande, ainsi qu'une indentation du mobile maximale plus faible. Cette tendance est moins marquée pour les échantillons ayant une alternance de dépose dans le sens longitudinal, que pour ceux ayant cette alternance dans le sens transverse. En particulier, elle disparaît presque pour les architectures de peau L1 et LS.

Ces observations d'éprouvettes plus rigides, via l'utilisation d'une plaque de calfeutrage lors de la cuisson, peuvent être attribuées au fait que durant une cuisson classique avec uniquement une bâche à vide, les fibres et les torons de fibres sont plus libres de se mouvoir et sont donc moins contraints. Cela résulte en des ondulations de fibres plus prononcées, qui causent une mise en tension plus tardive au cours de l'impact. Cela coïncide avec les observations optiques

ainsi que les essais de traction réalisés sur les peaux (sous-section 3.2.1 et sous-section 3.2.1). La conséquence est que les éprouvettes fabriquées avec une bâche à vide uniquement peuvent fléchir de manière plus importante avant que les torons de la peau soient tendus, en opposition aux échantillons réalisés avec une plaque de calfeutrage, qui conduisent à des forces de réaction plus importantes. Cet effet est moins marqué dans les configurations à alternance longitudinale, car dans ces architectures, les torons situés dans le sens de la longueur des éprouvettes, qui sont donc bi-encastrés et qui sont mis en tension, sont déjà droits. Au contraire, les configurations à alternance transverse disposent intrinsèquement de fibres longitudinales ondulées, dont l'ondulation est potentiellement amplifiée à cause de l'utilisation d'une bâche à vide uniquement lors de la cuisson. En effet, l'introduction d'une plaque de calfeutrage lors du procédé de cuisson permet également de minimiser les porosités, de réduire la taille des défauts, d'homogénéiser l'épaisseur des peaux, ou de décroître les effets de chevauchement ou de lacune (LAN et al. 2015, 2016). Les observations microscopiques réalisées sur les prélèvements de peaux viennent une nouvelle fois confirmer ces hypothèses (sous-section 3.2.1).



FIGURE 4.47 – Force a) et déplacement b) maximums en fonction de l'architecture des éprouvettes impactées à 30 J, 35 J et 40 J pour les deux procédés de cuisson. Les configurations transverses et longitudinales sont séparées par le segment noir.

# 4.4.3.4 Effet du nombre de torons contigus du motif d'empilement

Les comparaisons des maximums de force de contact et de déplacement de l'impacteur entre tous les échantillons, avec un nombre décroissant de torons contigus dans le motif d'empilement, sont présentées en figure 4.48. Les pentes représentées sont de simples régressions linéaires.

Concernant le maximum de force de réaction, il semble que le nombre de torons contigus à une plus grande influence sur la réponse mécanique dans le cas des configurations transversalement alternées (figure 4.48.a), qui présentent des pentes plus importantes que les configurations à alternance longitudinale (figure 4.48.b). Cette observation est valide pour quasiment toutes les architectures de peaux, aux différents niveaux d'énergie et avec chacun des procédés de cuisson. Cette tendance est cependant moins marquée pour les configurations impactées à 40 J et avec une cuisson sous bâche à vide uniquement. Une évolution monotone décroissante apparaît entre la force de contact maximale et l'abaissement du nombre de torons de fibres contigus pour les configurations présentant une alternance transverse. A l'inverse, une tendance croissante est visible pour une évolution similaire du nombre des torons contigus pour les configurations alternées longitudinalement.

S'agissant du déplacement maximal de la tête d'impact, l'influence des architectures de peaux sur la réponse mécanique semble une fois encore plus prononcée dans les configurations à alternance transverse. Cette tendance est moins visible pour les éprouvettes avec alternance transverse, impactées à 30 J et 40 J cuites avec une bâche à vide uniquement, ainsi que pour celle à alternance longitudinale, impactée à 30 J et cuite avec une plaque de calfeutrage. Les évolutions des déplacements maximaux de l'impacteur sont en opposition avec celles mises en avant pour les forces de réaction maximales.



FIGURE 4.48 – Tendances des maximums de force a) et b) et de déplacement c) et d) en fonction de l'architecture des éprouvettes impactées à 30 J, 35 J et 40 J pour les deux procédés de cuisson et les alternances transverses a) et c) et longitudinales b) et d).

Les peaux à alternance transverse sont faites de torons bi-encastrés présentant des ondulations dans le sens de la longueur de l'éprouvette. A l'inverse, les peaux à alternance longitudinale sont faites de fibres droites dans cette direction. La source des variations des pentes des droites de régression linéaire peut donc être associée à l'ondulation des fibres longitudinales, qui est directement dépendante du nombre de torons contigus utilisés lors de la dépose. Les configurations transversalement alternées présentent des pentes plus grandes, car plus la fréquence d'alternance est élevée, plus les torons encastrés sont ondulés. Les configurations longitudinalement alternées présentent des pentes plus petites, car peu importe la fréquence d'alternance, les torons encastrés sont toujours droits. L'ondulation des fibres transverses ne semblent pas jouer un rôle majeur dans la réponse mécanique des éprouvettes, même si leur contribution n'est pas à exclure. Les différences fines observées doivent plutôt être attribuées à la distribution des torons de fibres longitudinaux sur la couche basse (proche de la mousse), et la couche haute (sur la surface libre) des peaux. En effet, pour l'architecture à alternance longitudinale de configuration S, toutes les fibres longitudinales sont sur la couche inférieure. Pour les autres architectures à alternance longitudinale avec un nombre de torons contigus décroissant de 4 à 1, la moitié des torons est positionnée sur la couche basse et la moitié est positionnée sur la couche haute, à cause de la périodicité de dépose (cette distribution n'est pas exacte dans certains cas mais proche de la réalité). En conséquence, l'architecture S dans les peaux à alternance longitudinale est moins rigide que les autres configurations, puisque la couche inférieure, faite de torons droits dans le sens de la longueur, est sujette à des contraintes de traction moins importantes que la couche supérieure. Les déposes avec un nombre de torons contigus de 4 à 1 devraient en revanche présenter des réponses mécaniques proches. Les tendances observées peuvent être attribuées à une répartition plus ou moins équilibrée des torons de fibres sur les couches inférieure et supérieure avec l'augmentation de la fréquence d'alternance de dépose. Cependant, les incertitudes dues à la faible variabilité ne peuvent pas être exclues. En conclusion, il semble que le facteur principal à l'origine des variations, au sein de la réponse mécanique des éprouvettes, est la capacité des peaux inférieures à fléchir de manière plus ou moins prononcée. Cette aptitude est pilotée par la distribution des torons longitudinaux ainsi que leur ondulation, qui gouvernent leur mise en tension.

# 4.4.3.5 Effet de l'orientation du motif d'empilement

Les comparaisons des maximums de force de contact et de déplacement de l'impacteur en fonction de la direction d'alternance de dépose, sont présentées sur la figure 4.49.

Pour ce qui est du maximum de force de contact (figure 4.49.a), les architectures à alternance longitudinale présentent une raideur plus importante en flexion que les peaux transversalement alternées, pour quasiment tous les essais réalisés. Cependant, ce n'est pas le cas pour les architectures S cuites avec une plaque de calfeutrage, pour tous les niveaux d'énergie incidente. Des contre exemples singuliers apparaissent également, par exemple pour les impacts à 35 J, pour les éprouvettes avec un motif d'alternance de 2 torons, et à 40 J, pour celles avec un motif d'alternance de 4 torons, tous cuites avec une plaque de calfeutrage. Ces exceptions peuvent être attribuées aux ruptures de certaines éprouvettes, ou à un manque de répétabilité. Les courbes des déplacements maximaux de la tête d'impact (figure 4.49.b) présentent des tendances opposées.



FIGURE 4.49 – Force a) et déplacement b) maximums en fonction de la direction d'alternance des torons des éprouvettes impactées à 30 J, 35 J et 40 J pour les deux procédés de cuisson.

Ces résultats sont en accord avec les analyses menées dans les paragraphes précédents. Les architectures de peau à alternance longitudinale disposent de fibres bi-encastrées droites, au contraire de celles des configurations transversalement alternées qui sont ondulées, conduisant à des éprouvettes plus souples. La particularité des éprouvettes de configuration S est que tous les empilements sont composés de deux plis unidirectionnels. Les échantillons avec des torons de fibres orientés dans la longueur, et positionnés sur le pli supérieur, c'est-à-dire les éprouvettes à alternance transverse, seront donc naturellement plus rigides en flexion.

#### 4.4.3.6 Analyses de la rupture

Tous les échantillons impactés et ayant subi des endommagements visibles, autre que la compression de l'âme en mousse, présentent des ruptures des torons de fibres sur la peau supérieure comme présenté précédemment (sous-sous-section 4.4.2.1). Ces mécanismes d'endommagement ont conduit à une nette augmentation de l'énergie absorbée, comme cela est visible dans la figure 4.45 précédente. Une frontière séparant les niveaux énergétiques à partir desquels s'amorce, ou non, le dommage au sein de la peau supérieure semble apparaître entre 35 J et 40 J. Les maximums de force de réaction et de déplacement de l'impacteur sont présentés en figure 4.47 plus haut. Aucune corrélation ne semble permettre de relier les ruptures de torons de fibres au déplacement maximal de la tête d'impact. L'hypothèse qui peut être émise, pour expliquer ce phénomène, est que le zéro de déplacement est identifié à l'initiation du contact, grâce à la courbe de force, dans une zone riche en bruit. Néanmoins, les forces de réaction maximales pour une direction d'alternance d'architecture donnée, délimitées par le segment noir dans la figure 4.47, semblent être un indicateur de la rupture des peaux supérieures. En effet, les peaux des éprouvettes les plus rigides en flexion (des configurations 1 à S pour les architectures à alternance transverse et de S à 1 pour les alternances longitudinales) subissent des ruptures prématurées en comparaison aux autres échantillons, même si un plus grand nombre de données serait nécessaire pour conclure avec certitude.

# 4.4.4 Mesures locales

Dans un second temps, les essais ont été analysés à une échelle mésoscopique locale, c'està-dire l'échelle des torons. Les observations réalisées portent sur les champs de déplacement et de déformation des surfaces mouchetées, afin d'identifier l'influence des torons des peaux sur la réponse mécanique locale.

#### 4.4.4.1 Emission acoustique

Les signaux capturés et localisés par les 4 capteurs d'émission acoustique sont présentés sur la figure 4.50. Ils correspondent au début de la phase de contact entre la tête de l'impact et les éprouvettes. La démarche utilisée pour localiser l'origine des événements est abordée dans l'annexe N. Les ondes mécaniques localisées ont été causées soit par la mise en contact, soit par des évènements intrinsèques aux échantillons. Les différents trains d'ondes au cours du temps ont été étudiés afin d'avoir un historique des événements acoustiques au cours du chargement. Cependant, ni l'énergie cumulée, ni le nombre de coups, ni le temps de montée, ou d'autres caractéristiques des ondes mécaniques enregistrées, n'ont permis d'aboutir à des résultats pertinents. Bien que cette technique soit prometteuse, le temps limité de la campagne et la mise au point de l'instrumentation d'émission acoustique en situation de dynamique n'ont pas permis d'obtenir plus de résultats.

# 4.4.4.2 Champs de déplacement et de déformation

Les déplacements hors plan maximums de la peau inférieure, fournis par les mesures de stéréo-CIN, et les indentations de l'impacteur, fournies par l'instrumentation du puits de chute, pour chacun des essais sont présentés sur la figure 4.51. La mesure obtenue par le suivi du mouchetis est bien en accord avec le déplacement de la tête de l'impacteur. La différence visible entre les deux moyens de mesure peut être attribuée à l'écrasement de l'âme en mousse durant les essais, de l'ordre de 2 mm et comprenant les déformations élastique et plastique. Des mesures

optiques a posteriori, réalisées à l'aide d'un Alicona Infinte Focus, ont permis de trouver une indentation plastique permanente au sein des échantillons de l'ordre de 1 mm. Cette mesure est sujette à de nombreuses incertitudes, car les éprouvettes impactées n'étaient pas planes et les contours de l'indentation étaient bien moins marqués qu'avec les essais sur la mousse seule simplement appuyée.



FIGURE 4.50 – Amplitude et localisation des évènements accoustiques enregistrés lors des essais.



FIGURE 4.51 – Comparaison de l'indentation de l'impacteur et du déplacement mesuré par CIN maximums.

Les champs de déplacement et de déformation mesurés par stéréo-CIN sont très proches d'un essai à l'autre avec des tendances similaires observées. Les champs de déplacement typiques dans la direction longitudinale,  $U_1$ , dans la direction transverse,  $U_2$ , et dans la direction hors plan,  $U_{3}$ , sont présentés à l'instant du maximum d'indentation dans la figure 4.52 et la figure 4.53. Le champ de déplacement  $U_1$  (figure 4.52.a) est caractéristique du comportement en flexion de l'éprouvette, ainsi que de l'indentation de l'impacteur. En effet, la courbure due au fléchissement de l'échantillon est mise en avant par un déplacement positif et négatif, respectivement sur les parties droite et gauche de la surface mouchetée. L'indentation de la tête d'impact est visible à travers l'allure du champ de déplacement en forme de sablier, ce qui révèle les gradients élevés de déplacement proches de la zone centrale impactée. Le champ de déplacement  $U_2$  (figure 4.52.b) présente les mêmes variations caractéristiques, avec des amplitudes moins importantes, à cause des conditions aux limites libres dans cette direction. Néanmoins, des oscillations supplémentaires et prononcées du champ sont visibles en forme de bandes. Ce phénomène a été identifié dans toutes les éprouvettes, peu importe l'architecture des peaux ou le procédé de cuisson. Le champ de déplacement  $U_3$  (figure 4.53) fournit des informations sur le déplacement hors plan, ainsi que les profils d'indentation dans les deux directions du plan.

Les champs de déformation typiques dans la direction longitudinale, notés  $E_{11}$ , et dans la direction transverse, notés  $E_{22}$ , sont présentés à l'instant du maximum d'indentation sur la figure 4.54. Le champ de déformation  $E_{11}$  (figure 4.54.a) présente un domaine de traction proche de la surface impactée et deux bandes de compression de part et d'autre de celle-ci. Ces zones de compression ne sont pas clairement visibles sur le champ de déplacement  $U_1$ . La stéréo-CIN permet donc bien de révéler des mécanismes locaux. Cet effet peut être attendu avec la présence de contre courbures dues aux conditions aux limites d'encastrement imposées, même si elles ne semblent pas apparaitre dans le profil d'indentation dans cette direction. Le champ de déformation  $E_{22}$  (figure 4.54.b) peut être mis en relation au champ de déplacement  $U_2$ , à travers la présence des bandes de traction et de compression liées aux gradients de déplacement précédemment mentionnés.

L'évolution temporelle du champ de déplacement transverse  $U_2$  est illustrée en figure 4.55. Au cours du chargement, ces oscillations augmentent en nombre (avec un maximum de 13 bandes) et deviennent de plus en plus étroites, jusqu'au maximum d'indentation. Cet événement ne peut pas être directement attribué à la visualisation des torons longitudinaux, car ces derniers sont au nombre constant de 20. Par ailleurs, il est possible que cela soit causé indirectement par l'interférence du champ de déplacement global et du champ de déplacement local des torons longitudinaux, mis en tension et dont le mouvement s'oppose à l'écartement provoqué par la tête d'impact. Cette hypothèse est illustrée sur la figure 4.56. Ce phénomène serait alors plus visible dans la direction transverse, où l'amplitude du déplacement hors plan est limitée à l'ordre de grandeur de 1mm, à cause de la condition aux limites libre, par rapport à la direction longitudinale, où cette amplitude est de l'ordre de 3 mm, à cause du bi-encastrement.



FIGURE 4.52 – Visualisation des champs de déplacements typiques dans le plan de la surface observée à l'instant du maximum d'indentation, dans la direction longitudinale a) et transverse b).



FIGURE 4.53 – Visualisation du champ de déplacements typique hors plan de la surface observée à l'instant du maximum d'indentation.



FIGURE 4.54 – Visualisation des champs de déformation typiques dans le plan de la surface observée à l'instant du maximum d'indentation, dans la direction longitudinale a) et transverse b).



FIGURE 4.55 – Evolution du champ de déplacement typique dans la direction transverse de la surface observée au cours du temps à 2 ms a), 4 ms b), 8 ms (indentation maximale) c) et 12 ms d).



FIGURE 4.56 – Illustration des champs de déplacement existants dans la peau inférieure dans la direction transverse, avec le déplacement induit par l'impacteur a) et par la mise en tension des torons de fibres encastrés b).

Une comparaison plus fine entre plusieurs architectures à alternance transverse, avec un nombre de torons contigus déposés différemment, est présentée, pour les champs de déplacement et de déformation longitudinaux  $U_1$  et  $E_{11}$ , sur la figure 4.57. Les peaux avec une dépose alternée dans le sens transverse ont été sélectionnées, car les analyses précédentes (sous-soussection 4.4.3.5) ont montré que celles-ci étaient plus sensibles aux variations d'architecture. Les motifs des peaux ont été superposés aux images des champs de déplacement et de déformation. Il semble que les architectures des empilements apparaissent dans les champs reconstruits par stéréo-CIN, avec un champ de déplacement  $U_1$  (figure 4.57.a, b, c et d) de plus forte et de plus basse amplitude, sur les torons orientés, respectivement, dans la direction transverse et longitudinale. Pour ce qui est du champ de déformation  $E_{11}$  (figure 4.57.e, f, g et h), c'est au niveau des interfaces entre les torons d'orientations différentes que des amplitudes extrêmes semblent apparaître. Cette observation peut être expliquée en étudiant le comportement de la surface mouchetée, comme illustré sur la figure 4.58.b. En effet, les déformations du mouchetis sont dépendantes de l'architecture des peaux. Durant le chargement en traction de la peau inférieure, causé par la mise en flexion globale de l'éprouvette, les fibres longitudinales ondulées sont tendues. Cette tension contraint la matrice et les torons transverses, situés sur la surface libre, à se déformer, et cette déformation est plus importante dans la matrice que dans les torons, plus rigides. Cette observation des zones riches en matrice à plus forte déformation a déjà été faite lors d'essais de traction uniaxiaux sur des éprouvettes composites avec différents angles de prélèvements des échantillons suivis par CIN (KOOHBOR et al. 2018). Ce surplus de résine est schématisé et illustré sur la figure 4.58. La concentration des déformations extrémales entre les torons est cohérente au regard des déplacements maximaux et minimaux sur les torons transverses et longitudinaux. De plus, il a déjà été montré que, dans un composite tissé classique, les déformations étaient plus importantes dans les torons transverses au sens de traction que dans ceux longitudinaux (DAGGUMATI et al. 2011). Ces observations ne sont pas aisément visibles dans les résultats obtenus ici. Cela peut être attribué au fait que le nombre de fenêtres et le mouchetis ne sont pas adaptés à une étude encore plus fine qui permettrait de distinguer, en plus de l'interface, l'écart de déformation entre les torons dans différentes directions. Cela peut aussi être attribué au fait que, contrairement à un composite tissé, les torons obtenus par AFP de même orientation tendent à se confondre, et à former un unique bloc, comme cela a pu être précédemment observé (sous-section 3.2.1). Ces analyses sont d'autant plus délicates que la déformée comporte des déformations hors plan dues à l'indentation marquée.



FIGURE 4.57 – Comparaison des champs de déplacement a), b), c) et d) et de déformation e), f), g) et h) longitudinaux des architectures transverses avec un motif de dépose de 1 a) et e), 2 b) et f), 4 c) et g) et S d) et h).



FIGURE 4.58 – Illustrations des zones riches en matrice et de la déformation de la surface mouchetée, avec la mise en évidence du surplus de matrice à l'échelle de l'éprouvette et des torons a) et la schématisation de la déformée au cours de l'impact b).

Certaines études (HOLMES, HAFIZ et al. 2020, HOLMES, SOMMACAL et al. 2022, HOLMES, VLANDIS et al. 2021) sont parvenues à extraire les champs de déplacement locaux des torons, en soustrayant la contribution du champ global sur la réponse en traction uniaxiale. Cependant, ce n'est pas possible ici, car le champ de déplacement moyen est trop complexe. Afin de pallier cette limitation, la méthodologie FFT présentée précédemment a été menée.

#### 4.4.4.3 Transformée de Fourier discrète 2D des champs

Les observations faites précédemment sont très fines, car l'amplitude des variations locales d'un toron à l'autre est très petite en comparaison avec les champs globaux mesurés. Le traitement par FFT 2D présenté ici a pour but de fournir une méthodologie simple, répétable et objective, permettant d'extraire l'information locale, ainsi que d'en énoncer les limitations. La principale critique qui est faite des techniques de filtrage est le choix d'une fréquence de coupure arbitraire (HOLMES, HAFIZ et al. 2020). Ce choix peut provoquer l'apparition forcée du motif désiré au sein du signal étudié. C'est pourquoi les spectres d'amplitudes obtenus par FFT 2D seront analysés en détails dans les paragraphes suivants, afin de choisir des fréquences de filtrage pertinentes.

Les FFT 2D des images des champs de déplacement et de déformation ont été calculées à l'instant du maximum d'indentation. Ces images ont été obtenues en normalisant les données entre 0 (pour le minimum en noir) et 1 (pour le maximum en blanc), afin d'avoir une valeur réelle unique par pixel, représentative de l'amplitude du champ considéré. Avant d'appliquer la FFT 2D, les rendus des images peuvent être réalisés en données brutes ou interpolées, comme illustrée sur la figure 4.59. Dans le premier cas, une image est créée de façon à ce que la valeur mesurée pour une fenêtre de corrélation soit assignée à une zone carrée de l'image. Ces images ont donc un aspect pixélisé. Dans le second cas, une image est créée en utilisant une interpolation de Lanczos. Ces images ont donc un aspect plus lisse. Une fois la FFT 2D appliquée, le spectre en amplitude peut être extrait et tronqué (car l'information est symétrique) selon l'axe choisi (longitudinal ou transversal). Les données de départ se trouvant dans le domaine spatial et non le domaine temporel, le Hertz n'a pas de sens. L'unité répétition par longueur (rpl) est donc adoptée afin de décrire les fréquences observées. Pour s'assurer que les observations faites ne sont pas dues à du bruit de mesure, les spectres en amplitudes sont également tracés pour les 5 instants amont et aval du maximum d'indentation.

b)







Les spectres en amplitudes des FFT 2D des champs de déplacement longitudinaux U1, à des énergies de 30 J et 35 J, pour les deux procédés de cuisson, ainsi que pour les données brutes et interpolées, sont présentés sur la figure 4.60, pour les configurations à alternance transverse de 1 et 2 torons. Concernant les données brutes de l'éprouvette à alternance transverse de 1 toron (figure 4.60.a), plusieurs extremums sont identifiables au sein du spectre, peu importe le procédé de cuisson ou l'énergie d'impact, autour de 10 rpl, 32 rpl et 40 rpl. Les minimums locaux représentés par les pics à 42 rpl et 43 rpl correspondent exactement à la fréquence d'échantillonnage utilisée lors de la stéréo-CIN, c'est-à-dire au nombre de fenêtres de corrélation utilisées dans la direction longitudinale. Le pic à 10 rpl correspond au nombre de motifs de torons répétés dans la longueur de la surface mouchetée, qui est bien égal à 10. Lorsque le traitement d'un signal est réalisé, il y a une règle bien connue, nommée théorème de Nyquist, (ou de Shannon, ou d'échantillonnage), qui stipule que la fréquence d'échantillonnage utilisée doit être au moins égale au double de la fréquence du phénomène observé. Si cette règle n'est pas respectée, alors des phénomènes de repliement de spectre peuvent apparaître. Les pics visibles à 32 rpl et 33 rpl sont des artefacts numériques dus à ce repliement de spectre. En effet, en notant  $F_e$ la fréquence d'échantillonnage,  $F_p$  la fréquence du pic observé et  $F_r$  la fréquence du pic obtenu par repliement de spectre, la relation théorique fournie en équation 4.10 est bien vérifiée. La présence de ces pics conjugués permet aussi de s'assurer que le pic identifié est bien présent dans le spectre.

$$F_r = F_e - F_p \tag{4.10}$$

En revanche, lorsque des données interpolées sont utilisées (figure 4.60.b), l'effet de repliement de spectre semble disparaître et les extremums correspondants à la fréquence d'échantillonnage sont de très faible amplitude. Toutes ces observations peuvent être attribuées à l'interpolation utilisée, qui tend à lisser les données et estompe l'information locale. Par ailleurs, l'information d'intérêt, qui est le nombre de motifs répétés dans la réponse mécanique, semble préservée. La figure 4.61 est analogue à ce qui a été déjà présenté, pour cette fois-ci le déplacement hors plan et pour les configurations à alternance transverse et longitudinale de 1 toron. Malgré l'amplitude extrêmement grande du déplacement dans cette direction, la méthode permet de montrer que des effets d'architecture de peau apparaissent une fois encore. Un très léger sursaut dans la courbe d'amplitude est même visible pour la configuration alternée longitudinalement.

La méthodologie FFT 2D ainsi que l'opération de filtrage présentent cependant certaines limitations. En effet, la fréquence d'échantillonnage est une borne supérieure des fréquences des phénomènes observables, à cause du repliement de spectre, comme énoncé plus tôt. Une borne inférieure existe également à cause du principe même de la FFT. Le spectre comprend de fortes amplitudes autour des basses fréquences (fréquences qui tendent vers 0 rpl), qui correspondent à la tendance globale des champs qui ne présente aucune répétition périodique. Ces zones d'amplitude élevée masquent donc facilement des phénomènes plus discrets, comme ceux recherchés. De plus, ces considérations numériques sont étroitement liées aux choix qui ont été faits, lors de la réalisation du mouchetis, ou lors de la sélection du nombre de fenêtres de corrélation par exemple. C'est pourquoi, il est important de réfléchir en amont à ces limitations avant de mettre en œuvre une telle technique. Néanmoins, les observations sont en accord avec les analyses visuelles menées sur les champs de déplacement et de déformation obtenus par stéréo-CIN, et confirment que les architectures de peau jouent un rôle dans le comportement mécanique des éprouvettes. Cette technique a également mis en lumière des effets propres au procédé de cuisson (figure 4.60.c et d), avec un pic à 15 rpl qui n'apparaît dans une configuration que pour les cas où une plaque de calfeutrage a été utilisée. Il semble donc que la FFT 2D est bien une méthode simple qui permet de souligner l'influence fine des architectures dans la réponse mécanique globale.



FIGURE 4.60 – Comparaison des spectres FFT bruts a) et c) et interpolés b) et d) des champs de déplacement longitudinaux pour des architectures transverses de motifs de dépose 1 a) et b) et 2 c) et d).



FIGURE 4.61 – Comparaison des spectres FFT bruts a) et c) et interpolés b) et d) des champs de déplacement hors plan pour des architectures transverses a) et b) et longitudinales c) et d) de motif de dépose 1.

# 4.4.5 Confrontation des analyses multi-échelles

Dans un premier temps, grâce à des mesures globales macroscopiques, à l'échelle des semistructures, des variations fines dans la réponse force-déplacement des différentes configurations de peau ont été obtenues. Dans un second temps, des analyses locales mésoscopique, à l'échelle des torons de fibres, et microscopique, à l'échelle des fibres de carbone, ont été menées pour déterminer la source de ces différences.

D'une part, les différences observées ont pu être attribuées au procédé de cuisson des composites minces. En effet, les échantillons obtenus lors d'une cuisson effectuée avec une bâche à vide uniquement ont présenté un comportement moins rigide que ceux ayant été obtenus en ajoutant une plaque de calfeutrage. Les analyses microscopiques des peaux ont permis de mettre en lumière des distributions et des ondulations des fibres de carbone distinctes selon le procédé adopté. Dans le cas d'une cuisson avec bâche à vide uniquement, les contraintes appliquées par le vide sont inhomogènes, ce qui résulte en une migration des fibres et donc un taux volumique de fibres moins élevé. A cela s'ajoute des ondulations prononcées des torons et des fibres. Dans le cas d'une cuisson avec plaque de calfeutrage, la compaction des peaux est meilleure, ce qui résulte en des fibres de carbone plus droites et plus concentrées. Ainsi, le procédé de cuisson influe au premier ordre à l'échelle locale microscopique.

D'autre part, les variations observées ont pu être imputées à l'architecture des torons de fibres. Les motifs de dépose transverses ont conduit à des peaux plus souples que les motifs longitudinaux. Le nombre de torons de fibres contigus déposés a également montré une influence sur la réponse mécanique des éprouvettes pour une direction d'alternance donnée. Les analyses des champs de déplacements par stéréo-CIN ont révélés des gradients de déplacement dans les configurations transverses les plus marquées. En effet, le déplacement dans la direction de la longueur des éprouvettes des torons transverses s'est avéré plus important que celui des torons longitudinaux ondulés, grâce à leur capacité à se tendre. Cela est également apparu dans les champs de déformations longitudinaux, extremums au niveau des interfaces des chevauchements de torons. Ainsi, l'architecture des fibres influe au premier ordre à l'échelle locale mésoscopique.

#### 4.5 Modélisation des composites sandwichs

Dans une approche similaire à ce qui a été présenté sur la mousse (section 3.3) et les peaux (section 3.5), les tests expérimentaux et les simulations numériques des éprouvettes sandwichs ont été confrontés. La campagne d'essai d'impact basse vitesse réalisée sur les échantillons composites sandwichs (section 4.3 et section 4.4) a permis de mettre en exergue l'influence fine des architectures des peaux minces constituant le renfort. Des comparaisons ont alors été opérées entre les simulations numériques et les données expérimentales, afin de tester la capacité de prise en compte ou non de ces effets d'architecture des torons au sein de la réponse mécanique des éprouvettes (sous-section 4.5.1 et sous-section 4.5.2).

#### 4.5.1 Simulation des essais d'impact sur sandwichs composites

Au cours de cette dernière étape de modélisation, l'ensemble des travaux de développement numérique, des campagnes d'essais, ainsi que des caractérisations des matériaux, a été utilisé dans le but de tester les capacités prédictives du modèle, de sa représentativité et de sa capacité à prendre en compte de variations fines des peaux minces architecturées.

#### 4.5.1.1 Description du modèle numérique

Les éprouvettes composites sandwichs ont été représentées à l'aide des modèles de peaux composites (section 3.3) et d'âme en mousse (section 3.5) précédemment établis. Tous ces modèles ont été générés à l'aide de scripts manuellement, car l'utilisation d'éléments finis utilisateurs est impossible dans le logiciel avec interface graphique ABAQUS® *Complete Abaqus Environment* — Environnement Abaqus complet (CAE). Les éléments finis de la mousse sont comme précédemment des éléments C3D8 hexaédriques avec intégration complète.

#### Chapitre 4. Étude des matériaux d'âme et de peau

Les dimensions des éprouvettes ont été prises de 361,95 mm dans la longueur, 127 mm dans la largeur et 10 mm dans l'épaisseur. Cela permet d'avoir des nombres entiers d'éléments dans la longueur (au nombre de 57), ainsi que dans la largeur (au nombre de 20). L'épaisseur de l'âme a été fixée à 10 mm, et non pas 9,86 mm comme lors de la modélisation de la mousse. Cela provient du fait que les éléments plaques, permettant de modéliser les peaux, ont également une épaisseur, de 0,69 mm, et que le plan moyen de ces derniers partage les nœuds des éléments utilisés pour représenter la mousse. Dans une approche rigoureuse, il aurait fallu choisir une épaisseur de mousse de 10,205 mm pour les mousses, afin de positionner correctement les peaux, mais cela aurait aussi causé un gain de rigidité de la mousse. De plus, ce type de modélisation ne permet pas de prendre en compte le film de colle entre l'âme et les peaux, les effets cohésifs ou le délaminage, puisqu'aucune des études expérimentales n'a été menée sur ces aspects ou n'a révélée de tels effets. Un exemple des modélisations des peaux et de l'âme est présenté sur la figure 4.62.



FIGURE 4.62 – Représentation du modèle numérique des éprouvettes composites sandwichs, avec la peau modélisée à l'aide des éléments discrets a) et l'âme modélisée par des éléments volumiques usuels b).

Les conditions aux limites du modèle reposent uniquement sur la mise en place de contacts surfaciques, sans aucune autre contrainte imposée sur les déplacements de l'éprouvette. Les quatre supports permettant le maintien des éprouvettes au cours de l'essai, ainsi que l'impacteur hémisphérique (décrit dans la figure 3.28), ont été modélisés à l'aide de surfaces analytiques rigides. Afin de limiter les temps de calculs, lorsque le code vérifie la présence ou l'absence de contact entre les différentes surfaces, dans le but de faciliter la détermination des efforts de réactions, et pour disposer de surfaces définies, des éléments surfaciques SFM3D4R quadrangles ont été utilisés. Ces éléments, ne disposant d'aucune raideur, ont permis de définir les surfaces de contact uniquement nécessaires, et partagent une nouvelle fois les nœuds des éléments de mousse. Toutes les interactions sont utilisées avec l'hypothèse de contact normal de type hard contact et de contact tangentiel sans frottement. Les surfaces de contact et analytiques rigides sont illustrées dans la figure 4.63. Tous les degrés de liberté en translation et en rotation des supports ont été bloqués, tout comme ceux de la tête d'impact, excepté pour le déplacement en translation hors plan. Une vitesse initiale, dépendante des essais simulés, ainsi qu'une masse de 13,3 kg ont aussi été ajoutées à l'impacteur. Enfin, l'accélération de la gravité a été implémentée, afin de s'assurer de prendre correctement en compte tous les effets d'inertie.

Les effets non linéaires ont été activés pour l'ensemble du modèle, excepté pour les éléments personnalisés, car cet aspect n'a pas pu être implémenté. Ces calculs ont été effectués en résolution dynamique avec un schéma d'intégration temporelle explicite et en précision numérique double. Dans ce type d'approche, il faut par ailleurs définir un pas de temps critique à ne pas dépasser, dépendamment des dimensions et de la raideur de chacun des éléments. En effet,

plus un élément est petit et raide, plus cet incrément de temps critique diminue. Dans le cas contraire, le calcul diverge, d'autant plus que le nombre d'itérations est très élevé. Pour tous les éléments intrinsèques au logiciel de calcul Abaqus, ces pas de temps sont déterminés de manière automatique lors de la résolution. Cependant, pour les éléments personnalisés, ce pas de temps n'a pas été clairement défini au regard des difficultés de compréhension déjà mentionnées (sous-sous-section 2.2.4.2). Dans le but de fixer une limite fiable, des éléments finis du code de calcul Abaqus, de plaque S4 et de poutre B31 (plus critiques que les éléments de barre T3D2), ont été utilisés avec les même dimensions et les mêmes propriétés que celles du modèle. Ces analyses ont permis de fixer un pas de temps critique pour les éléments personnalisés de  $10^{-7}$  s. Il est important de noter que dans toutes les simulations, les peaux supérieures présentent des propriétés correspondant au procédé de cuisson avec utilisation d'une plaque de calfeutrage, contrairement aux peaux inférieures dont les propriétés peuvent varier.



FIGURE 4.63 – Conditions aux limites et chargement imposés du modèle numérique des éprouvettes composites sandwichs, avec l'introduction d'éléments surfaciques de contact confondus avec la peau a) et d'éléments rigides permettant de modéliser le support et le projectile b).

# 4.5.1.2 Simulations de variabilités dans les conditions essais

Dans un premier temps, diverses simulations ont été menées en ne modifiant à chaque fois qu'un seul des paramètres de la simulation, afin de quantifier la prise en compte et l'influence de ces changements. Dans toutes les simulations numériques qui suivent, les peaux composites ont été modélisées grâce aux propriétés déterminées précédemment (tableau 3.13 et tableau 3.14) sans variable ajustable. Plus spécifiquement, la modélisation des torons de fibres par des éléments poutre sans correction du cisaillement a été utilisée ici. Ces comparaisons ont également été mises en œuvre au regard du très grand nombre de simulations nécessaires pour tester toutes les conditions d'essais, avec tous les types d'éprouvette et toutes les hypothèses des modèles.

Une première série de simulations a porté sur l'effet de l'incertitude sur la vitesse renseignée dans les modèles numériques. Pour quantifier cela, les vitesses incidentes expérimentales extrémales relevées lors des essais d'impact à 30 J, de 2,056 m/s et 2,093 m/s, ont été considérées. Ainsi, cinq simulations ont été implémentées avec des vitesses incidentes de 2,05 m/s à 2,09 m/s (avec un pas de 0,01 m/s). La configuration de peau PTS a été utilisée dans ces modèles.

Une seconde étude a porté sur l'effet de l'énergie incidente. Pour cela, les trois vitesses incidentes moyennes des essais à 30 J, 35 J et 40 J, de respectivement de 2,073 m/s, 2,254 m/s et 2,415 m/s, ont été utilisées. Une nouvelle fois, la configuration de peau PTS a été utilisée dans ces modèles. Les propriétés de la mousse ont également été adaptées pour chacune des énergies incidentes.

Une troisième analyse a porté sur l'effet du positionnement des peaux. Cette fois, c'est la configuration PL4 qui a été choisie. Le choix de cette peau repose sur la largeur importante du motif de dépose des torons, ainsi que sur la variabilité de positionnement des torons droits et tendus lors de la flexion. Un nombre de quatre positionnements de la peau inférieure, accompagné d'une cinquième position, correspondant à celle de l'essai à 30 J, ont été implémentées. Ces différents cas sont illustrés sur la figure 4.64. Toutes les simulations ont été effectuées avec une énergie incidente de 30 J.



FIGURE 4.64 – Visualisation des différentes positions de peau testées dans les simulations numériques, avec quatre positions distinctes translatées de a) à d) et la position réelle de l'éprouvette considérée e).

Enfin, une dernière approche a porté sur l'effet de l'ondulation des torons de fibres. Par défaut, toutes les lignes moyennes des éléments de barre ou de poutre sont situées à une distance du plan moyen de l'élément plaque correspondant au quart de son épaisseur, soit un facteur 0,25 vis-à-vis de cette épaisseur. Or, les observations optiques des peaux (sous-section 3.2.1) ont révélé que le procédé de cuisson pouvait modifier l'ondulation des fibres, ainsi que le taux volumique des fibres à cœur. Pour injecter ces informations dans le modèle, une variation de ce facteur a été réalisée. Une série de cinq simulations avec des facteurs de 0,15 à 0,35 (par pas de 0,05) a alors été implémentée. La configuration BT1 a été choisie. Ce choix repose sur le fait que c'est lors du procédé de cuisson avec bâche à vide uniquement que des ondulations marquées apparaissaient au niveau, et au sein, des torons de fibres. De plus, un motif de dépose alterné transversalement, avec une fréquence élevée (c'est-à-dire un nombre de torons contigus bas), permet de maximiser le nombre d'ondulation des torons dans la direction longitudinale. La figure 4.65 illustre l'effet du ce changement de facteur.

# 4.5.1.3 Simulations des essais d'impact basse vitesse

Dans un second temps, des simulations représentatives des essais expérimentaux d'impact basse vitesse ont été implémentées. Afin de limiter le nombre de calculs à effectuer, tout en obtenant des informations exhaustives, les configurations les plus influencées par les différences d'architectures de peaux ont été sélectionnées, c'est-à-dire les configurations à alternance transverse. Tous les motifs de dépose (au nombre de quatre, identifiés S, 4, 2 et 1), ainsi que les deux procédés de cuisson (identifiés P et B) ont été modélisés. Les propriétés des éléments finis personnalisés ont une nouvelle fois été choisies identiques à ce qui a déjà été introduit (tableau 3.13 et tableau 3.14). Cependant, contrairement à l'étude précédente, les trois représentations des torons de fibres, par des barres, des poutres et des poutres corrigées en cisaillement, ont été mises en œuvre.



FIGURE 4.65 – Visualisation des différentes positions de toron testées dans les simulations numériques, avec un écartement croissant de a) à c).

Les conditions d'essais ont été fixées de manière similaire pour tous les calculs, dans le but de ne pas introduire de la variabilité supplémentaire à celle des peaux composites. Les conditions d'impact ont donc été prises égales à celles des essais à 30 J, avec une vitesse incidente commune moyenne de 2,073 m/s. Dans la même optique, le positionnement des peaux a été considéré comme parfait, et n'est pas identique à celui des essais expérimentaux, même si tous les outils qui permettraient de la faire sont disponibles.

# 4.5.2 Comparaison numérique et expérimentale d'impact sur sandwichs

Les différentes simulations présentées précédemment ont été étudiées et confrontées aux essais expérimentaux. Ces analyses ont, dans un premier temps, porté sur l'influence des paramètres des modèles sur la réponse mécanique des éprouvettes en sollicitation d'impact basse vitesse. Dans un second temps, une comparaison des simulations et des essais a été réalisé, aux échelles globale et locale.

#### 4.5.2.1 Résultats des variabilités dans les conditions essais

Dans les paragraphes qui suivent, les graphiques représentent toujours quatre grandeurs caractéristiques, à savoir la force de contact, le déplacement de l'impacteur, sa vitesse, ainsi que la courbe de force en fonction du déplacement.

Les résultats des simulations sur l'effet de l'incertitude de la vitesse renseignée dans les modèles numériques sont présentés dans la figure 4.66. Comme escompté, les valeurs maximales de force de réaction au niveau du contact et de déplacement croissent avec l'augmentation de la vitesse incidente. Pour la plage des conditions considérées, des variations extrêmales en force de l'ordre de 64 N et en déplacement de l'ordre de 0,2 mm ont été obtenues (soit des augmentations de 16 N et 0,05 mm pour un incrément de vitesse incidente de 0,01 m/s).

Les résultats des simulations sur l'effet de l'énergie incidente sont présentés dans la figure 4.67. La force de réaction et l'indentation de l'impacteur augmentent toutes deux lorsque l'énergie incidente du mobile devient plus importante. Pour les énergies de 30 J à 40 J, des variations extrêmales en force de l'ordre de 600 N et en déplacement de l'ordre de 2 mm ont été obtenues (soit des augmentations de 300 N et 1 mm pour un incrément d'énergie incidente de 5 J). De plus, il semble que les lois de mousse peuvent être améliorées, puisqu'un décalage entre les courbes expérimentales et numériques apparaît. En effet, la courbe numérique à 30 J correspond à la courbe expérimentale



FIGURE 4.66 – Influence numérique de la vitesse incidente pour une éprouvette donnée, sur la réponse en force a), en déplacement b), en vitesse c) et en force en fonction du déplacement d).

Les résultats des simulations sur l'effet du positionnement des peaux sont présentés dans la figure 4.68. Pour les différentes positions de peau, des variations extrêmales en force de l'ordre de 50 N et en déplacement de l'ordre de 0,02 mm ont été obtenues.

Les résultats des simulations sur l'effet de l'ondulation des torons de fibres sont présentés dans la figure 4.69. Il apparaît que plus les ondulations des torons sont importantes, c'est-à-dire plus le facteur de l'épaisseur de l'élément plaque permettant de positionner les barres ou les poutres est grand, et plus les échantillons sont souples. Cela est en accords avec les analyses réalisées, selon lesquelles les torons de fibres ondulés sont moins raides, puisque les fibres de carbone ne sont pas immédiatement mises en tensions. Ces ondulations peuvent aussi être à l'origine d'un comportement en compression dégradé. Pour les différentes ondulations de torons de fibres, des variations extrêmales en force de l'ordre de 100 N et en déplacement de l'ordre de 0,2 mm ont été obtenues (soit des augmentations de 25 N et 0,05 mm pour un incrément du facteur de positionnement des torons de fibres de 0,05).

Les différentes influences des conditons d'essais et des configurations de peaux sont cohérentes avec le comportement du matériau attendu. Les quantifications de chacun des paramètres de cette étude sont reportées en tableau 4.8. Il apparaît que l'énergie incidente influence la réponse numérique au premier ordre, ce qui est du aux fortes variations que cela implique. Cependant, il ne faut pas négliger les incertitudes sur la vitesse incidente mesurée, car pour les écarts expérimentaux de mesure de cette vitesse sur les essais à 30 J, les variations de force et de déplacement équivalent à 20% de celles d'une erreur de 5 J sur l'énergie incidente. La position des peaux et l'ondulations des torons influent également, de manière comparable sur la force de réaction, et de manière moindre sur le déplacement pour la position des peaux.

Section 4.5. Modélisation des composites sandwichs



FIGURE 4.67 – Influence numérique de l'énergie incidente pour une éprouvette donnée, sur la réponse en force a), en déplacement b), en vitesse c) et en force en fonction du déplacement d) et TABLEAU 4.8 – Ordres de grandeur de l'influence des paramètres du modèle sur la force. comparaison entre les modèles et les essais.

Paramètre	Variation du paramètre	Variation de la forrce (N)	Variation du déplacement (mm)
Vitesse incidente	0,04 m/s	64	0,2
Energie incidente	5 J	300	1
Position des peaux	-	50	0,02
Ondulation des torons	0,05 mm	25	0,05

#### 4.5.2.2 Résultats globaux des essais d'impact basse vitesse

Les résultats des simulations d'impact basse vitesse ont dans un premier temps été analysés à l'échelle macroscopique globale des éprouvettes. Un exemple de comparaison des courbes numériques et expérimentales des quatre grandeurs caractéristiques des essais est présenté en figure 4.70. Il apparaît tout d'abord que le modèle rend bien compte du comportement des échantillons composites sandwichs. En effet en ne renseignant que la masse et la vitesse incidente de l'impacteur, les résultats simulés présentent une force de réaction, un déplacement et une durée d'impact très proches des grandeurs mesurées. Si la courbe de déplacement est en très bon accord avec l'expérience, un écart est visible pour la courbe de force. Ce dernier peut être rapproché aux observations faites sur l'optimisation numérique de la loi de la mousse, qui ne permettait pas, avec les hypothèses choisies, d'obtenir la réponse mécanique souhaitée, à la fois pour la force et pour le déplacement de l'impacteur. De plus, les phénomènes vibratoires observés sont bien modélisés, avec une fréquence d'oscillation comparable à celle des essais.

Les maximums numériques de force et de déplacement de l'impacteur ont également

Chapitre 4. Étude des matériaux d'âme et de peau



FIGURE 4.68 – Influence numérique de la position de la peau pour une éprouvette donnée, sur la réponse en force a), en déplacement b), en vitesse c) et en force en fonction du déplacement d).

été extraits, dans le but de retracer les tendances observées lors des essais réels (sous-soussection 4.4.3.4). Les comparaisons numérique et expérimentale des maximums de force de contact et de déplacement de l'impacteur entre tous les échantillons, avec un nombre décroissant de torons contigus dans le motif d'empilement, sont présentées en figure 4.71. Quel que soit le graphique considéré, la force de réaction obtenue par l'utilisation d'éléments de poutre non corrigés en cisaillement est plus grande que celle obtenue par l'utilisation des mêmes éléments avec un cisaillement corrigé. La modélisation des torons par des éléments de barre est celle qui aboutit à la force de réaction la plus basse. Les observations sur le déplacement présentent une tendance exactement opposée, ce qui est cohérent avec le fait qu'une peau moins raide va fléchir de manière plus conséquente. Ces différences permettent de quantifier l'influence de l'ajout d'une rigidité transverse dans le comportement des peaux minces. Les régressions linéaires des modèles numériques et des essais expérimentaux présentent des évolutions similaires avec la diminution du nombre de torons contigus lors de la dépose. Cependant, si dans le cas d'une cuisson avec bâche à vide uniquement, les distributions des points autour des droites de régression sont similaires entres les modèles et les expériences, ces dernières sont en exacte opposition dans le cas de la cuisson avec une plaque de calfeutrage. D'après les essais réels aux autres niveaux d'énergie (figure 4.48), et en considérant une variation expérimentale plus forte en comparaison aux simulations, c'est la distribution expérimentale qui est à nuancer. Cela est conforté par les tendances similaires numériques entre les deux procédés de cuisson. Bien que la différence soit moins marquée numériquement qu'expérimentalement, les modèles des éprouvettes ayant subi une cuisson avec une bâche à vide uniquement sont plus souples que les modèles correspondant aux échantillons cuits avec une plaque de calfeutrage. Cette nuance moins marquée numériquement entre les deux procédés peut être attribuée au fait que l'ondulation des torons de fibres, dont l'influence a été soulignée précédemment, n'est pas ajouté au modèle dans le cas d'une cuisson avec bâche à vide uniquement.

Section 4.5. Modélisation des composites sandwichs



FIGURE 4.69 – Influence numérique de la position des torons pour une éprouvette donnée, sur la réponse en force a), en déplacement b), en vitesse c) et en force en fonction du déplacement d).

Ces analyses confirment le fait que le modèle numérique développé est capable de prendre en compte des variations fines à l'échelle macroscopique globale, dues aux architectures des peaux ou au procédé de fabrication, dans un cas de chargement complexe d'essai d'impact basse vitesse. Un aspect remarquable de ces résultats est que les propriétés mécaniques du modèle ont été fixées préalablement, uniquement grâce à des essais de caractérisation sur les éléments constitutifs des éprouvettes composites sandwichs. Toutes les autres informations du modèle sont injectées aux travers de l'architecture des éléments finis utilisés.

Cependant, des écarts persistent entre les essais et les simulations. Les sources potentielles de ces écarts peuvent être attribuées en partie aux variations des conditions expérimentales. En effet, la mesure de la vitesse exacte, la position des peaux, les conditions aux limites réelles ou l'interaction du mobile avec le rail de guidage, sont autant de sources d'erreur. D'autre part, la modélisation numérique dispose également de limitations. Par exemple, la modélisation de la mousse n'est pas exacte, au regard de l'indentation plastique permanente de la surface inférieure des éprouvettes. Les conditions de contact ne sont pas non plus exactes à cause du maillage grossier inhérent aux éléments finis développées et à la taille des torons de fibres. Ces deux points sont illustrés dans la figure 4.72. Enfin, il faut garder à l'esprit que, bien que les déformations demeurent faibles, le modèle développé repose sur l'hypothèse de linéarité géométrique.

# Bilan

Ce chapitre réunit l'ensemble des informations relatives à l'étude expérimentale du comportement de matériaux sandwichs à peaux minces architecturées sous impact basse vitesse, ainsi que la confrontation avec la modélisation numérique développée.

Un essai d'impact basse vitesse a été entièrement conçu, afin d'accumuler les données

Chapitre 4. Étude des matériaux d'âme et de peau



FIGURE 4.70 – Comparaison numérique et expérimentale des impacts avec différents modèles de torons de fibres pour une éprouvette donnée, sur la réponse en force a), en déplacement b), en vitesse c) et en force en fonction du déplacement d).

expérimentales nécessaires à la validation de l'élément fini développé. Tout d'abord, des éprouvettes composites sandwichs, avec une âme en mousse et des peaux en fibres de carbone et époxy, ont été fabriquées par AFP. Ces peaux ont été pensées pour avoir une iso-raideur en traction uniaxiale, tout en présentant de fines variations dans les architectures d'empilements choisies, ainsi que dans les procédés de cuisson utilisés, avec ou sans l'insertion d'une plaque de calfeutrage. Dans un second temps, un support spécifique, permettant la mise en flexion des échantillons et l'observation de la peau inférieure, a été pré-dimensionné, dessiné et usiné. Enfin, l'ensemble du montage a été modélisé numériquement et mis en place, avec la sélection et l'implémentation de toute la métrologie nécessaire afin de réaliser des mesures additionnelles, optiques et acoustiques.

Une étude préliminaire sur le banc de type puits de chute a ensuite été réalisée, afin de mettre en exergue d'éventuels problèmes non anticipés, ainsi que pour appréhender le banc et son fonctionnement. Cette analyse s'est appuyée, d'une part, sur des essais réalisés par le partenaire industriel lors de la réception et de la calibration de la machine, sur des éprouvettes homogènes en aluminium et en polycarbonate, d'autre part, sur des impacts basse vitesse sur des échantillons composites sandwichs. Les résultats de ces essais anticipés ont permis d'apporter des corrections et des améliorations au montage ainsi qu'au fonctionnement du banc. L'ensemble de l'équipement et de la métrologie a également pu être découvert et testé. Enfin, les courbes de force en fonction du déplacement ont pu être analysées en détails, afin de mettre en place des premières simulations d'impact basse vitesse, et en exergue les phénomènes vibratoires se produisant au cours des essais.

La campagne d'essais d'impact basse vitesse a alors pu être réalisée. Les énergies incidentes d'impact sélectionnées ont été de 30 J, 35 J et 40 J. Pour chacun de ces niveau énergétique, 18 éprouvettes, avec différentes architectures de peaux et réalisées avec deux procédés de cuisson,



FIGURE 4.71 – Comparaison numérique et expérimentale des tendances des maximums de force a) et b) et de déplacement c) et d) en fonction de l'architecture des éprouvettes transverses impactées à 30 J pour le procédé de cuisson introduisant une plaque de calfeutrage a) et c) ou avec une bâche à vide uniquement b) et d).

ont été impactées. Un montage optique permettant une stéréo-CIN sur les peaux inférieures mouchetées des éprouvettes a été utilisé, afin d'obtenir les champs de déplacement et de déformation 3D. De plus, des capteurs d'émission acoustique ont également été positionnés sur la surface supérieure impactée des échantillons, pour enregistrer les événements surfaciques et volumiques au sein du matériau. Une caméra rapide additionnelle a aussi été utilisée pour filmer le déplacement hors plan de la tranche de l'éprouvette. Enfin, en amont des impacts, une série de 18 éprouvettes a été tomographiée, afin de visualiser d'éventuels défauts au sein de la matière. Aucun défaut critique n'a été détecté.

Les résultats de ces essais d'impact basse vitesse ont alors été analysés. Des corrections ont été apportées aux mesures effectuées en force et en vitesse, afin de minimiser les erreurs dans l'interprétation des résultats. De plus, un scénario de rupture probable a été décrit en s'appuyant sur les observations tomographiques réalisées sur la série d'éprouvettes impactées à 40 J. Les



FIGURE 4.72 – Mise en évidence de quelques limitations du modèle des composites sandwichs, avec la déformée globale a) qui fait apparaître des conditions de contact imparfaites b) et une indentation marquée de la surface inférieure des éprouvettes c).

essais ont par la suite été étudiés à l'échelle macroscopique globale, à l'aide des courbes de force de réaction et de déplacement de la tête d'impact. Des variabilités ont été identifiées, puis associées aux différents procédés de cuisson et architectures variées. Ces essais ont ensuite été analysés à l'échelle mésoscopique locale, à l'aide des champs de déplacement et de déformation obtenus par stéréo-CIN. Ces observations ont permis de mettre en évidence les contributions des différents torons au sein de l'architecture des peaux, avec des inhomogénéités dans les champs.

En aval des développements numériques et des manipulations expérimentales, des simulations des essais d'impact basse vitesse sur les éprouvettes sandwichs composites à peaux minces ont été implémentées. Ces modèles numériques ont été éprouvés vis-à-vis de la variation de différentes caractéristiques des impacts, dans le but de connaître les capacités du modèle à prendre en compte des changements fins dans les conditions d'essai ou dans le choix des peaux. Ensuite, les échantillons expérimentaux ayant présenté le plus de variabilité dans la réponse mécanique ont été modélisés, avec des torons de fibres représentés soit par des éléments de barre, soit par des éléments de poutre. Les courbes de force en fonction du déplacement globales simulées obtenues sont proches des courbes expérimentales, et les tendances relevées lors des essais sont également prises en compte dans le modèle développé. Les champs locaux de déplacement et de déformations présentent également des allures similaires qui n'ont malheureusement pas été inclues dans ce manuscrit. Des écarts sont par ailleurs toujours présents.

Les points d'intérêt de ce chapitre sont renseignés point par point ci-après :

- Des éprouvettes ainsi qu'un un montage expérimental ont été conçus, dimensionnés et fabriqués dans le but de mettre en lumière les effets d'architectures des peaux minces sur le comportement mécanique d'échantillons composites sandwhichs sollicités en impact basse vitesse.
- Un essai d'impact basse vitesse, ainsi que toute la métrologie optique et acoustique associée, ont été sélectionnés et mis en place.
- Des essais préliminaires et additionnels sur différents matériaux, homogènes et inhomogènes, avec différentes conditions aux limites, ont permis de mettre en évidence des corrections à apporter sur le banc, sur les mesures de force, de déplacement et de vitesse, sur le montage, ainsi que sur le post traitement des données. Cela a également permis d'identifier les phénomènes vibratoires mis en jeu.
- Des analyses tomographiques menée avant et après impact sur des éprouvettes composites sandwichs impactées à 40 J ont permis d'établir un scénario de rupture des peaux. Il se

produit tout d'abord un endommagement matriciel préférentiel dans les zones sollicitées en traction, puis une rupture des fibres longitudinales, sollicitées via l'indentation et le cisaillement.

- Les études à l'échelle globale des éprouvettes, et locale à l'échelle de torons, sont parvenues à mettre en évidence les influences fines des architectures de peaux minces et du procédé de cuisson, sur la réponse mécanique des éprouvettes composites sandwichs. Une méthodologie de visualisation par FFT 2D a d'ailleurs été mise en place spécifiquement pour confirmer les observations réalisées.
- Les effets simulés de la vitesse d'impact, de l'énergie incidente, de l'ondulation des torons de fibres et de la position des peaux présentent des tendances attendues, ce qui permet de statuer sur la capacité du modèle à prendre en compte des fines variations dans les conditions d'essais et dans l'architecture ou le procédé de fabrication des peaux.
- A l'échelle macroscopique globale des éprouvettes, les réponses en force et en déplacement correspondent bien aux données expérimentales. Les mêmes tendances en fonctions des architectures de peaux sont obtenues.

concl/concl

# Bibliographie

- ABRATE, Serge (1998). *Impact on Composite Structures*. 1<sup>re</sup> éd. Cambridge University Press. ISBN : 978-0-521-47389-7 978-0-521-01832-6 978-0-511-57450-4. DOI : 10 . 1017 / CB09780511574504.
- AHMAD, F., N. YUVARAJ et P.K BAJPAI (2021). « Influence of reinforcement architecture on static and dynamic mechanical properties of flax/epoxy composites for structural applications ». In : *Composite Structures* 255, p. 112955. DOI: 10.1016/j.compstruct.2020.112955.
- AKTAŞ, M. et al. (2009). « An experimental investigation of the impact response of composite laminates ». In : *Composite Structures* 87.4, p. 307-313. DOI : 10.1016/j.compstruct.2008. 02.003.
- AMINANDA, Yulfian (2004). « Contribution à l'analyse et à la modélisation de structures sandwichs impactées ». Thèse de doct. École nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace.
- ASCOUGH, J., H.E. BEZ et A.M. BRICIS (1996). « A simple finite element model for cloth drape simulation ». In : *International Journal of Clothing Science and Technology* 8.3, p. 59-74. DOI : 10.1108/09556229610120354.
- ASHBY, M. F. et R. F. Mehl MEDALIST (1983). « The mechanical properties of cellular solids ». In : *Metallurgical Transactions A* 14.9, p. 1755-1769. DOI: 10.1007/BF02645546.
- ASHBY, M.F (2006). « The properties of foams and lattices ». In : *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 364.1838, p. 15-30. DOI : 10 . 1098/rsta.2005.1678.
- (s. d.). « Materials Selection in Mechanical Design ». In : (). DOI : https://doi.org/10. 1016/C2009-0-25539-5.
- ATAS, Cesim et Cenk SEVIM (2010). «On the impact response of sandwich composites with cores of balsa wood and PVC foam ». In : *Composite Structures* 93.1, p. 40-48. DOI : 10.1016/j. compstruct.2010.06.018.
- AUBRY, Julien et al. (s. d.). « Change of scale strategy for the microstructural modelling of polymeric rohacell foams ». In : (), p. 20.
- AUDIBERT, C. (2017). « Contribution à la caractérisation des mécanismes dissipatifs sous sollicitation d'impact de structures composites sandwichs intégrant des fibres naturellesproposition d'une zone d'absorption pour siège pilote. » Thèse de doct. Poitiers : ISAE ENSMA.
- AVALLE, M., G. BELINGARDI et R. MONTANINI (2001). «Characterization of polymeric structural foams under compressive impact loading by means of energy-absorption diagram ». In : *International Journal of Impact Engineering* 25.5, p. 455-472. DOI: 10.1016/S0734-743X(00) 00060-9.
- AWAIS, Habib et al. (2020). « Effect of fabric architecture on the shear and impact properties of natural fibre reinforced composites ». In : *Composites Part B : Engineering* 195, p. 108069. DOI : 10.1016/j.compositesb.2020.108069.
- BAR, Mahadev et al. (2020). « Influence of composite architecture and interfacial bonding on their impact properties ». In : *Materials Today : Proceedings* 31, A1-A5. DOI : 10.1016/j.matpr. 2020.10.1005.
- BATHE, K.J. (2014). Finite element procedures Second Edition.
- BATOZ, J.L. (2014). *Modélisation des structures par ElEments finis. Vol.2 Poutres et plaques.* Sous la dir. d'Hermès science PUBLICATIONS.
- BETTADAHALLI CHANNAKESHAVA, Anil (2020). « Non-Local Modeling of the Compressive Strength of Composite Structures ». Theses. ISAE-ENSMA Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechique - Poitiers.
- BETTADAHALLI CHANNAKESHAVA, Anil et Jean-Claude GRANDIDIER (2022). « A non-local finite element model to assess the compressive strength of composite structures ». In : *European Journal of Mechanics - A/Solids* 93, p. 104494. ISSN : 0997-7538. DOI : https://doi.org/ 10.1016/j.euromechsol.2021.104494.
- BETTEBGHOR, Dimitri, Stephane GRIHON et Joseph MORLIER (s. d.). « Bilevel optimization of large composite structures based on lamination parameters and post-optimal sensitivities. Part 1 : Theoretical aspects ». In : (), p. 22.
- BHUDOLIA, Somen K. et Sunil C. JOSHI (2018). « Low-velocity impact response of carbon fibre composites with novel liquid Methylmethacrylate thermoplastic matrix ». In : *Composite Structures* 203, p. 696-708. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.07.066.
- BISHOP, Sarah M. (1985). « The mechanical performance and impact behaviour of carbon-fibre reinforced PEEK ». In : *Composite Structures* 3.3-4, p. 295-318. DOI:10.1016/0263-8223(85) 90059-5.
- BONNET, Marc (2008). Problèmes inverses.
- BOUKAR, Ahmed et al. (2022). « Finite element modelling of low velocity impact test applied to biaxial glass fiber reinforced laminate composites ». In : *International Journal of Impact Engineering* 165, p. 104218. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2022.104218.
- BOUSSU, F. et al. (2015). «Weaving processes for composites manufacture ». In : Advances in Composites Manufacturing and Process Design. Elsevier, p. 55-78. ISBN : 978-1-78242-307-2. DOI : 10.1016/B978-1-78242-307-2.00003-8.
- BOWLES, David E. et Stephen S. TOMPKINS (1989). « Prediction of Coefficients of Thermal Expansion for Unidirectional Composites ». In : *Journal of Composite Materials* 23.4, p. 370-388. DOI:10.1177/002199838902300405.
- CAO, Xiao-qing et al. (2006). « Effects of cell size on compressive properties of aluminum foam ». In : *Transactions of Nonferrous Metals Society of China* 16.2, p. 351-356. DOI : 10.1016/S1003-6326(06)60060-5.
- CENTEA, T., L.K. GRUNENFELDER et S.R. NUTT (2015). « A review of out-of-autoclave prepregs Material properties, process phenomena, and manufacturing considerations ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 70, p. 132-154. DOI : 10.1016/j.compositesa. 2014.09.029.
- CHANNAKESHAVA, Anil Bettadahalli et Jean-Claude GRANDIDIER (2022). « A non-local finite element model to assess the compressive strength of composite structures ». In : *European Journal of Mechanics A/Solids* 93, p. 104494. DOI : https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2021.104494.
- CHEN, Youming, Raj DAS et Mark BATTLEY (2017). « Effects of cell size and cell wall thickness variations on the strength of closed-cell foams ». In : *International Journal of Engineering Science* 120, p. 220-240. DOI:10.1016/j.ijengsci.2017.08.006.
- CHEN, Youming, Raj DAS, Hui WANG et al. (2021). « Characterization of microstructures of SAN foam core using micro-computed tomography ». In : *Cellular Polymers* 40.4, p. 143-164. DOI : 10.1177/02624893211006879.
- CHENG, Nannan et al. (2019). « Design, Analysis and Testing of a Component Head Injury Criterion Tester for Pilot ». In : *IEEE Access* 7, p. 114888-114896. DOI : 10.1109/ACCESS. 2019.2929562.
- CHEROUAT, Abdelhakim et Jean Louis BILLOËT (2001). « Mechanical and numerical modelling of composite manufacturing processes deep-drawing and laying-up of thin pre-impregnated woven fabrics ». In : *Journal of Materials Processing Technology* 118.1-3, p. 460-471. DOI : 10. 1016/S0924-0136(01)00987-6.

- CONSTANTIN, Nicolae et al. (2017). « Damage Identification and Mechanical Assessment of Impacted Sandwich Composites ». In : *Procedia Engineering* 188, p. 178-185. DOI:10.1016/j. proeng.2017.04.472.
- COWPER, G. R. (1966). « The Shear Coefficient in Timoshenko's Beam Theory ». In : Journal of Applied Mechanics 33.2, p. 335-340. DOI: 10.1115/1.3625046.
- CUYNET, Amélie et al. (2018). « Damage characterisation of flax fibre fabric reinforced epoxy composites during low velocity impacts using high-speed imaging and Stereo Image Correlation ». In : *Composite Structures* 202, p. 1186-1194. DOI: 10.1016/j.compstruct. 2018.05.090.
- D.A., Patton (2014). « The biomechanical determinants of sports-related concussion : finite element simulations of unhelmeted head impacts to evaluate kinematic and tissue-level predictors of injury and investigate the design implications for soft-shell headgear ». Thèse de doct. Université de Nouvelle-Galles du Sud.
- DAGGUMATI, S. et al. (2011). « Local strain in a 5-harness satin weave composite under static tension : Part I – Experimental analysis ». In : *Composites Science and Technology* 71.8, p. 1171-1179. DOI: 10.1016/j.compscitech.2011.03.021.
- DEWEESE, Richard et al. (2011). « Use of a head component tester to evaluate the injury potential of an aircraft head-up display ». In : *International Journal of Crashworthiness* 16.4, p. 385-395. DOI:10.1080/13588265.2011.593980.
- DI LANDRO, Luca (2009). « Mechanical Properties and Dynamic Mechanical Analysis of Thermoplastic-Natural Fiber/Glass Reinforced Composites ». In : *Macromolecular Symposia* 286.1, p. 145-155. DOI: 10.1002/masy.200951218.
- (2010). « Static and Dynamic Properties of Thermoplastic Matrix/Natural Fiber Composites ». In : *Journal of Biobased Materials and Bioenergy* 3.3, p. 238-244. DOI : 10.1166/jbmb.2009. 1030.
- DOITRAND, A. et al. (2015). « Experimental characterization and numerical modeling of damage at the mesoscopic scale of woven polymer matrix composites under quasi-static tensile loading ». In: *Composites Science and Technology* 119, p. 1-11. DOI:10.1016/j.compscitech. 2015.09.015.
- DRAPIER, Sylvain et al. (1996). « Structure effect and microbuckling ». In : *Composites science and technology* 56.7, p. 861-867.
- DUAN, Shanghong et al. (2020). « Determination of transverse and shear moduli of single carbon fibres ». In : *Carbon* 158, p. 772-782. DOI : 10.1016/j.carbon.2019.11.054.
- FAA (1998). Analysis of component HIC testing. URL: https://www.fire.tc.faa.gov/ 1998Conference/presentations/StevenHooper.pdf.
- (1999). Development of a Component Head Injury Criteria (HIC) Tester for Aircraft Seat Certification Phase I. URL: http://www.tc.faa.gov/its/worldpac/techrpt/ar02-99.pdf.
- (2004). Evaluation of a Head Injury Criteria Component Test Device. URL: https://www. fire.tc.faa.gov/2004Conference/files/crash/R.DeWeese\_Head\_injury\_ component\_test.pdf.
- FENG, D. et F. AYMERICH (2020). « Effect of core density on the low-velocity impact response of foam-based sandwich composites ». In : *Composite Structures* 239, p. 112040. DOI : 10.1016/ j.compstruct.2020.112040.
- FLORES, Mark et al. (2017). «High-speed 3D digital image correlation of low-velocity impacts on composite plates ». In : Composites Part B : Engineering 131, p. 153-164. DOI : 10.1016/j. compositesb.2017.07.078.
- GABLER, Lee F., Jeff R. CRANDALL et Matthew B. PANZER (juill. 2016). « Assessment of Kinematic Brain Injury Metrics for Predicting Strain Responses in Diverse Automotive Impact Conditions ». In : Annals of Biomedical Engineering 44.12, p. 3705-3718. DOI : 10.1007/s10439-016-1697-0. URL: https://doi.org/10.1007/s10439-016-1697-0.

GENDRE, Lionel (2011). La simulation multi-échelle.

GERMAIN, P., Q. S. NGUYEN et P. SUQUET (1983). « Continuum Thermodynamics ». In : *Journal of Applied Mechanics* 50.4b, p. 1010-1020. DOI: 10.1115/1.3167184.

- GIBSON, Lorna J et Michael ASHBY (1997). *Cellular solids Structure and properties*. 2 ème. United Kingdom : The University of Cambridge. ISBN : 0-521-49911-9.
- GONG, Wei et al. (2020). « Experimental-numerical studies of the effect of cell structure on the mechanical properties of polypropylene foams ». In : *e-Polymers* 20.1, p. 713-723. DOI : 10. 1515/epoly-2020-0060.
- GOWDY, Van et Richard DE WEESE (1992). Evaluation of Head Impact Kinematics for Passengers Seated Behind Interior Walls. Rapp. tech. FAA (Federal Aviation Administration).
- GRANDIDIER, J.-C., G. FERRON et M. POTIER-FERRY (1992). « Microbuckling and strength in longfiber composites : theory and experiments ». In : *International Journal of Solids and Structures* 29.14-15, p. 1753-1761. DOI : 10.1016/0020-7683 (92) 90168-5.
- GRANDIDIER, J.C. Cours élément finis, ISAE ENSMA.
- GRÉDIAC, M. et L. DUFORT (2002). « Experimental evidence of parasitic effects in the shear test on sandwich beams ». In : *Experimental mechanics* 42.2, p. 186-193.
- GURUPRASAD, T.S. et al. (2021). « On the determination of the elastic constants of carbon fibres by nanoindentation tests ». In : *Carbon* 173, p. 572-586. DOI : 10.1016/j.carbon.2020.09.052.
- HARDY, Warren N., Tawfik B. KHALIL et Albert I. KING (août 1994). « Literature review of head injury biomechanics ». In : International Journal of Impact Engineering 15.4, p. 561-586. DOI : 10.1016/0734-743x(94)80034-7. URL : https://doi.org/10.1016/0734-743x(94)80034-7.
- HARRISON, Philip (2016). « Modelling the forming mechanics of engineering fabrics using a mutually constrained pantographic beam and membrane mesh ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 81, p. 145-157. DOI: 10.1016/j.compositesa.2015. 11.005.
- HAYES, Wilson C., Mark S. ERICKSON et Erik D. POWER (août 2007). « Forensic Injury Biomechanics ». In : Annual Review of Biomedical Engineering 9.1, p. 55-86. DOI : 10.1146/ annurev.bioeng.9.060906.151946. URL: https://doi.org/10.1146/annurev. bioeng.9.060906.151946.
- HEIMBS, S. et al. (2014). «High velocity impact on preloaded composite plates ». In : *Composite Structures* 111, p. 158-168. DOI: 10.1016/j.compstruct.2013.12.031.
- HERNANDEZ, Fidel et al. (déc. 2014). « Six Degree-of-Freedom Measurements of Human Mild Traumatic Brain Injury ». In : Annals of Biomedical Engineering 43.8, p. 1918-1934. DOI : 10. 1007/s10439-014-1212-4. URL : https://doi.org/10.1007/s10439-014-1212-4.
- HILL, R. (1963). « Elastic properties of reinforced solids : Some theoretical principles ». In : *Journal* of the Mechanics and Physics of Solids 11.5, p. 357-372. DOI : 10.1016/0022-5096 (63) 90036-X.
- HOLMES, John, Youssef HAFIZ et al. (2020). « Surface topography evolution of woven thermoplastic composites under deformation ». In : *Composites Part B : Engineering* 188, p. 107880. DOI:10.1016/j.compositesb.2020.107880.
- HOLMES, John, Silvano SOMMACAL et al. (2022). « Digital image and volume correlation with X-ray micro-computed tomography for deformation and damage characterisation of woven fibre-reinforced composites ». In : *Composite Structures* 279, p. 114775. DOI : 10.1016/j.compstruct.2021.114775.
- HOLMES, John, George VLANDIS et al. (2021). « Failure behaviour in woven thermoplastic composites subjected to various deformation modes ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 146, p. 106410. DOI:10.1016/j.compositesa.2021.106410.
- HOR, Anis et al. (2013). « Modelling, identification and application of phenomenological constitutive laws over a large strain rate and temperature range ». In : *Mechanics of Materials* 64, p. 91-110. DOI:10.1016/j.mechmat.2013.05.002.
- ICTEN, Bulent Murat, Binnur Goren KIRAL et Mehmet Emin DENIZ (2013). « Impactor diameter effect on low velocity impact response of woven glass epoxy composite plates ». In : *Composites Part B : Engineering* 50, p. 325-332. DOI: 10.1016/j.compositesb.2013.02.024.

- J., Newman (2005). Criteria for Head Injury and Helmet Standards. URL : https://smf.org/ docs/articles/hic/Newman\_Snell\_presentation.pdf.
- J.A., Carroll (2010). *Enhanced statistical analysis of head injury data*. Published project report. Transport Research Laboratory.
- JAYARAM, Rs, Va NAGARAJAN et Kp VINOD KUMAR (2019). « Compression and low velocity impact response of sandwich panels with polyester pin-reinforced foam filled honeycomb core ». In : *Journal of Sandwich Structures & Materials* 21.6, p. 2014-2030. DOI : 10.1177/1099636218792675.
- JING, Lin et al. (2019). « Experimental and numerical study of sandwich beams with layeredgradient foam cores under low-velocity impact ». In : *Thin-Walled Structures* 135, p. 227-244. DOI:10.1016/j.tws.2018.11.011.
- KALTEREMIDOU, K.A. et al. (2021). « Failure analysis of CF/epoxy hollow beam components using digital image correlation and acoustic emission analyses ». In : *Composite Structures* 275, p. 114481. DOI: 10.1016/j.compstruct.2021.114481.
- KAZEMIANFAR, Behzad, Meysam ESMAEELI et Mohammad Rahim NAMI (2020). « Response of 3D woven composites under low velocity impact with different impactor geometries ». In : *Aerospace Science and Technology* 102, p. 105849. DOI:10.1016/j.ast.2020.105849.
- KELLY, M. et al. (2016). « Sandwich Panel Cores for Blast Applications : Materials and Graded Density ». In : *Experimental Mechanics* 56.4, p. 523-544. DOI : 10.1007/s11340-015-0058-5.
- KELLY, Mark, Hari ARORA et John P. DEAR (2014). « The Comparison of Various Foam Polymer Types in Composite Sandwich Panels Subjected to Full Scale Air Blast Loading ». In : *Procedia Engineering* 88, p. 48-53. DOI: 10.1016/j.proeng.2014.11.125.
- KENNY, J.M. et M. MARCHETTI (1995). « Elasto-plastic behavior of thermoplastic composite laminates under cyclic loading ». In : *Composite Structures* 32.1-4, p. 375-382. DOI : 10.1016/ 0263-8223 (95) 00052-6.
- KIASAT, Mehdi Saeed et Mohammad Rezai SANGTABI (2015). « Effects of fiber bundle size and weave density on stiffness degradation and final failure of fabric laminates ». In : *Composites Science and Technology* 111, p. 23-31. DOI: 10.1016/j.compscitech.2015.02.016.
- KOOHBOR, Behrad, Suraj RAVINDRAN et Addis KIDANE (2018). «A multiscale experimental approach for correlating global and local deformation response in woven composites ». In : *Composite Structures* 194, p. 328-334. DOI:10.1016/j.compstruct.2018.04.016.
- KRABBEL, Gerald (1998). Ein rechnerisches Schädel-Hirn-Modell zur Untersuchung dynamischer Belastungen des Kopfes. Schriftenreihe B Fahrzeugtechnik des Instituts für Strassen-und Schienenverkehr. Berlin, Germany : Universitätsverlag der TU Berlin.
- KUSAKA, T., N. HORIKAWA et M. MASUDA (2000). « Low-velocity impact fracture behaviour of impact-resistant polymer matrix composite laminates under mixed mode loading ». In : Le Journal de Physique IV 10.PR9, Pr9–317–Pr9-322. DOI: 10.1051/jp4:2000953.
- LAKARANI, Hamid (2002). Development of a Component Head Injury Criteria (HIC) Tester for Aircraft Seat Certification— Phase I. Rapp. tech. FAA (Federal Aviation Administration).
- LAKARNI, Hamid (2007). Development of a Component Head Injury Criteria (HIC) Tester for Aircraft Seat Certification— Phase 2. Rapp. tech. FAA (Federal Aviation Administration).
- LAN, Marine et al. (2015). « Microstructure and tensile properties of carbon–epoxy laminates produced by automated fibre placement : Influence of a caul plate on the effects of gap and overlap embedded defects ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 78, p. 124-134. DOI:10.1016/j.compositesa.2015.07.023.
- (2016). « Influence of embedded gap and overlap fiber placement defects on the microstructure and shear and compression properties of carbon–epoxy laminates ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 82, p. 198-207. DOI : 10.1016/j.compositesa.2015. 12.007.
- LI, Huawei, Wensu CHEN et Hong HAO (2020). «Factors influencing impact force profile and measurement accuracy in drop weight impact tests ». In : *International Journal of Impact Engineering* 145, p. 103688. DOI:10.1016/j.ijimpeng.2020.103688.

- LI, Ting-Ting et al. (2019). « Preparation and characterization of SEBS-g-MAH-filled flexible polyurethane foam composites with gradient-changing structure ». In : *Materials & Design* 183, p. 108150. DOI:10.1016/j.matdes.2019.108150.
- LIN, Shiyao et Anthony M. WAAS (2021). « Accelerating computational analyses of low velocity impact and compression after impact of laminated composite materials ». In : *Composite Structures* 260, p. 113456. DOI:10.1016/j.compstruct.2020.113456.
- LIU, Xin et Wenbin YU (2018). « Multiscale Modeling of Viscoelastic Behaviors of Textile Composites Using Mechanics of Structure Genome ». In : 2018 AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Kissimmee, Florida : American Institute of Aeronautics et Astronautics. ISBN : 978-1-62410-532-6. DOI : 10.2514/6.2018-0899.
- LIU, Yue, Foad RAHIMIDEHGOLAN et William ALTENHOF (2020). « Anisotropic compressive behavior of rigid PVC foam at strain rates up to 200 s-1 ». In : *Polymer Testing* 91, p. 106836. DOI:10.1016/j.polymertesting.2020.106836.
- LOYD, Andre Matthew et al. (2012). « Impact Properties of Adult and ATD Heads ». In : p. 14.
- MACKAY, Murray (août 2007). « The increasing importance of the biomechanics of impact trauma ». In: *Sadhana* 32.4, p. 397-408. DOI: 10.1007/s12046-007-0031-9. URL: https://doi.org/10.1007/s12046-007-0031-9.
- MARGUET, Steven (2019). Manuscrit d'Habilitation à Diriger des Recherches, Contribution au développement de modélisations à des échelles intermédiaires pour le calcul de structures aéronautiques. Toulouse.
- MARJOUX, Daniel et al. (2008a). « Head injury prediction capability of the HIC, HIP, SIMon and ULP criteria ». In : *Accident Analysis & Prevention* 40.3, p. 1135-1148. DOI : 10.1016/j.aap. 2007.12.006.
- (mai 2008b). « Head injury prediction capability of the HIC, HIP, SIMon and ULP criteria ». In: Accident Analysis & Prevention 40.3, p. 1135-1148. DOI: 10.1016/j.aap.2007.12.006. URL: https://doi.org/10.1016/j.aap.2007.12.006.
- MARVI-MASHHADI, M., C.S. LOPES et J. LLORCA (2018). « Effect of anisotropy on the mechanical properties of polyurethane foams : An experimental and numerical study ». In : *Mechanics of Materials* 124, p. 143-154. DOI : 10.1016/j.mechmat.2018.06.006.
- MCCALLUM, Stuart (2015). « The influence of preload and boundary conditions on pre-damaged composite plates subject to soft-body impact ». In : *Materials & Design* 83, p. 848-857. DOI : 10.1016/j.matdes.2015.05.080.
- MCCARTNEY, L. Neil (2017). « Predicting Properties of Undamaged and Damaged Carbon Fibre Reinforced Composites ». In : *The Structural Integrity of Carbon Fiber Composites*. Sous la dir. de Peter W. R BEAUMONT, Constantinos SOUTIS et Alma HODZIC. Cham : Springer International Publishing, p. 425-467. ISBN : 978-3-319-46118-2 978-3-319-46120-5. DOI : 10.1007/978-3-319-46120-5\_16.
- MCELHANEY, James (1977). « Head injury criteria ». In : *Polymer Mechanics* 12.3, p. 411-429. DOI : 10.1007/bf00857714. URL: https://doi.org/10.1007/bf00857714.
- MECHIN, Pierre-Yves et Vincent KERYVIN (2019). « Prediction des propriétés mécaniques des composites Carbone-Epoxy à partir des propriétés des constituants et d'un modèle micromécanique ». In : p. 7.
- MELVIN, John W. et James W. LIGHTHALL (2002). «Brain-Injury Biomechanics ». In : Accidental Injury. Springer New York, p. 277-302. DOI : 10.1007/978-0-387-21787-1\_13. URL : https://doi.org/10.1007/978-0-387-21787-1\_13.
- MEO, M., R. VIGNJEVIC et G. MARENGO (2005). « The response of honeycomb sandwich panels under low-velocity impact loading ». In : International Journal of Mechanical Sciences 47.9, p. 1301-1325. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2005.05.006.
- MEREDITH, James et al. (2012). « Natural fibre composite energy absorption structures ». In : Composites Science and Technology 72.2, p. 211-217. DOI: 10.1016/j.compscitech.2011. 11.004.

- MEYERS, Marc A. (1994). *Dynamic behavior of materials*. A Wiley-Interscience publication. New York, NY : Wiley. ISBN : 978-0-471-58262-5.
- MIAO, Hairong et al. (2019). « The numerical and experimental investigation on low-velocity impact response of composite panels : Effect of fabric architecture ». In : *Composite Structures* 227, p. 111343. DOI: 10.1016/j.compstruct.2019.111343.
- MINAK, G., M. FOTOUHI et M. AHMADI (2016). « Low-velocity impact on laminates ». In : Dynamic Deformation, Damage and Fracture in Composite Materials and Structures. Elsevier, p. 147-165. ISBN : 978-0-08-100870-6. DOI : 10.1016/B978-0-08-100080-9.00006-3.
- MITREVSKI, T., I.H. MARSHALL et R. THOMSON (2006). « The influence of impactor shape on the damage to composite laminates ». In : *Composite Structures* 76.1-2, p. 116-122. DOI: 10.1016/j.compstruct.2006.06.017.
- MIZUNO, Koji, Hideki YONEZAWA et Janusz KAJZER (s. d.). « Pedestrian Headform Impact Tests For Various Vehicle Locations ». In : (), p. 10.
- MUELLER, Becky et al. (s. d.). « COMPARISON OF HIC AND BrIC HEAD INJURY RISK IN IIHS FRONTAL CRASH TESTS TO REAL-WORLD HEAD INJURIES ». In : (), p. 18.
- MULLE, M. et al. (2019). « Internal strain assessment using FBGs in a thermoplastic composite subjected to quasi-static indentation and low-velocity impact ». In : *Composite Structures* 215, p. 305-316. DOI:10.1016/j.compstruct.2019.02.085.
- MURAKAMI, Sumio (2012). *Continuum Damage Mechanics*. T. 185. Solid Mechanics and Its Applications. Dordrecht : Springer Netherlands. ISBN : 978-94-007-2665-9 978-94-007-2666-6. DOI: 10.1007/978-94-007-2666-6.
- NAMMI, S.K., G. EDWARDS et H. SHIRVANI (2016). « Effect of cell-size on the energy absorption features of closed-cell aluminium foams ». In : *Acta Astronautica* 128, p. 243-250. DOI : 10. 1016/j.actaastro.2016.06.047.
- NARTEY, Martinson et al. (2020). « Understanding the impact of fibre wrinkle architectures on composite laminates through tailored gaps and overlaps ». In : *Composites Part B : Engineering* 196, p. 108097. DOI: 10.1016/j.compositesb.2020.108097.
- NAVARRO, P., J. AUBRY et al. (2012). « Experimental and numerical study of oblique impact on woven composite sandwich structure : Influence of the firing axis orientation ». In : *Composite Structures* 94.6, p. 1967-1972. DOI: 10.1016/j.compstruct.2012.02.001.
- NAVARRO, P., F. PASCAL et al. (2015). « Semi-continuous approach for the study of impacts on woven composite laminates : Modeling interlaminar behavior with a specific interface element ». In : *International Journal of Impact Engineering* 75, p. 184-193. DOI : 10.1016/j. ijimpeng.2014.08.012.
- NEWCOMB, Bradley A. (2016). « Processing, structure, and properties of carbon fibers ». In : Composites Part A : Applied Science and Manufacturing 91, p. 262-282. DOI : 10.1016/j. compositesa.2016.10.018.
- OLSSON, R. (2000). « Mass criterion for wave controlled impact response of composite plates ». In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 31.8, p. 879-887.
- (2010). « Analytical model for delamination growth during small mass impact on plates ». In : International Journal of Solids and Structures 47.21, p. 2884-2892. DOI: 10.1016/j.ijsolstr. 2010.06.015.
- OROMIEHIE, Ebrahim et al. (2019). « Automated fibre placement based composite structures : Review on the defects, impacts and inspections techniques ». In : *Composite Structures* 224, p. 110987. DOI: 10.1016/j.compstruct.2019.110987.
- PAN, Bing et al. (2016). « Full-field transient 3D deformation measurement of 3D braided composite panels during ballistic impact using single-camera high-speed stereo-digital image correlation ». In : *Composite Structures* 157, p. 25-32. DOI: 10.1016/j.compstruct.2016. 08.017.
- PASCAL, F., O. DORIVAL et al. (2018). « Impact damage prediction in thin woven composite laminates – Part I : Modeling strategy and validation ». In : *Composite Structures* 190, p. 32-42. DOI:10.1016/j.compstruct.2018.02.007.

- PASCAL, F., P. NAVARRO et al. (2015). « On the modelling of low to medium velocity impact onto woven composite materials with a 2D semi-continuous approach ». In : *Composite Structures* 134, p. 302-310. DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.08.067.
- PASCAL, F., A. ROGANI et al. (2018). « Impact damage prediction in thin woven composite laminates – Part II : Application to normal and oblique impacts on sandwich structure ». In : *Composite Structures* 190, p. 43-51. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.02.013.
- PETIT, Sandrine (2017). « Contribution à l'étude de l'influence d'une protection thermique sur la tolérance aux dommages des structures composites des lanceurs ». Thèse de doct. Toulouse : ISAE SUPAERO.
- PICKETT, A. K., M. R. C. FOUINNETEAU et P. MIDDENDORF (2009). « Test and Modelling of Impact on Pre-Loaded Composite Panels ». In : *Applied Composite Materials* 16.4, p. 225-244. DOI : 10. 1007/s10443-009-9089-3.
- POTLURI, Rakesh (2018). « Mechanical properties evaluation of T800 carbon fiber reinforced hybrid composite embedded with silicon carbide microparticles : A micromechanical approach ». In : *Multidiscipline Modeling in Materials and Structures* 14.3, p. 589-608. DOI : 10. 1108/MMMS-09-2017-0106.
- REGLERO RUIZ, Jose Antonio, Philippe VIOT et Michel DUMON (2010). « Microcellular foaming of polymethylmethacrylate in a batch supercritical CO<sub>2</sub> process : Effect of microstructure on compression behavior ». In : *Journal of Applied Polymer Science* 118.1, p. 320-331. DOI : 10 . 1002/app.32351.
- REGLERO RUIZ, José Antonio et Michel VINCENT (2016). « Polymères allégés en injection ». In : *Plastiques et composites*. DOI: 10.51257/a-v1-am3344.
- REILLY, P et R BULLOCK (avr. 2005). *Head Injury 2Ed.* CRC Press. DOI: 10.1201/b13492. URL: https://doi.org/10.1201/b13492.
- REYES, Aase et Tore BØRVIK (2019). « Low velocity impact on crash components with steel skins and polymer foam cores ». In : *International Journal of Impact Engineering* 132, p. 103297. DOI : 10.1016/j.ijimpeng.2019.05.011.
- ROBINSON, R et G.A.O DAVIES (1992). « Impactor mass and specimen geometry effects in low velocity impact of laminated composites ». In : *International Journal of Impact Engineering* 12.2, p. 189-207.
- ROWSON, Bethany et Stefan M. DUMA (2020). « A Review of On-Field Investigations into the Biomechanics of Concussion in Football and Translation to Head Injury Mitigation Strategies ». In : *Annals of Biomedical Engineering* 48.12, p. 2734-2750. DOI:10.1007/s10439-020-02684-w.
- ROWSON, Bethany, Steven ROWSON et Stefan M. DUMA (2015). « Hockey STAR : A Methodology for Assessing the Biomechanical Performance of Hockey Helmets ». In : *Annals of Biomedical Engineering* 43.10, p. 2429-2443. DOI: 10.1007/s10439-015-1278-7.
- S., Abrate (1991). « Impact on Laminated Composite Materials ». In : *Applied Mechanics Reviews* 44.4, p. 155-190. DOI: 10.1115/1.3119500.
- SALVETTI, M. et al. (2017). « On the mechanical response of CFRP composite with embedded optical fibre when subjected to low velocity impact and CAI tests ». In : *Composite Structures* 179, p. 21-34. DOI:10.1016/j.compstruct.2017.07.063.
- SCHMITT, Kai-Uwe et al. (2010). *Trauma Biomechanics*. Springer Berlin Heidelberg. DOI:10.1007/ 978-3-642-03713-9. URL:https://doi.org/10.1007/978-3-642-03713-9.
- SCHREIER, Hubert, Jean-José ORTEU et Michael A. SUTTON (2009). Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements. Boston, MA : Springer US. ISBN : 978-0-387-78746-6 978-0-387-78747-3. DOI : 10.1007/978-0-387-78747-3.
- SEAMONE, Andrew et al. (2022). « Low velocity impact and compressive response after impact of thin carbon fiber composite panels ». In : *International Journal of Solids and Structures*, p. 111604. DOI:10.1016/j.ijsolstr.2022.111604.
- SHARMA, S.B. et M.P.F. SUTCLIFFE (2004). « A simplified finite element model for draping of woven material ». In : Composites Part A : Applied Science and Manufacturing 35.6, p. 637-643. DOI:10.1016/j.compositesa.2004.02.013.

SIDOROFF, F. (1982). Ecole d'été septembre 1982 sur les grandes deformations.

- SIMMS, Ciaran K. et Denis WOOD (2009). *Pedestrian and cyclist impact : a biomechanical perspective*. Solid mechanics and its applications v. 166. Dordrecht Heidelberg : Springer. ISBN : 978-90-481-2743-6.
- STAMMEN, Jason, Roger SAUL et Brian KO (s. d.). « Pedestrian Head Impact Testing And PCDS Reconstructions ». In : (), p. 10.
- SUN, X.C. et al. (2018). « Comparison of low velocity impact modelling techniques for thermoplastic and thermoset polymer composites ». In : *Composite Structures* 203, p. 659-671. DOI:10.1016/j.compstruct.2018.07.054.
- TALEBI, S., R. HEDAYATI et M. SADIGHI (2021). « Dynamic crushing behavior of closed-cell aluminum foams based on different space-filling unit cells ». In : *Archives of Civil and Mechanical Engineering* 21.3, p. 99. DOI: 10.1007/s43452-021-00251-1.
- TENG, T.-L. et V.-L. NGO (2011). « Analyzing pedestrian head injury to design pedestrian-friendly hoods ». In : *International Journal of Automotive Technology* 12.2, p. 213-224. DOI : 10.1007/s12239-011-0026-8.
- THOMSON, William (s. d.). « On the division of space with minimum partitional area ». In : *Acta Mathematica* 11 (), p. 121-134.
- THORBOLE, Chandrashekhar K. et Hamid M. LANKARANI (2008). « Performance Evaluation of HIC Component Testing Device With a Flexible Neck Using Computational Model ». In : *Volume 2 : Biomedical and Biotechnology Engineering*. Boston, Massachusetts, USA : ASMEDC, p. 423-429. ISBN : 978-0-7918-4863-0. DOI : 10.1115/IMECE2008-68712.
- WANG, Jie, Anthony M. WAAS et Hai WANG (2013). « Experimental and numerical study on the low-velocity impact behavior of foam-core sandwich panels ». In : *Composite Structures* 96, p. 298-311. DOI: 10.1016/j.compstruct.2012.09.002.
- WILLIAMS, Deborah A et Roberto A LOPEZ-ANIDO (2014). « Strain rate and temperature effects of polymer foam core material ». In : *Journal of Sandwich Structures & Materials* 16.1, p. 66-87. DOI:10.1177/1099636213505582.
- WISNOM, Michael R. (1993). « Analysis of Shear Instability in Compression Due to Fibre Waviness ». In : Journal of Reinforced Plastics and Composites 12.11, p. 1171-1189. DOI: 10.1177/ 073168449301201103.
- (1994). « The Effect of Fibre Waviness on the Relationship between Compressive and Flexural Strengths of Unidirectional Composites ». In : *Journal of Composite Materials* 28.1, p. 66-76. DOI : 10.1177/002199839402800105.
- WU, L. et al. (2013). « A micro-meso-model of intra-laminar fracture in fiber-reinforced composites based on a discontinuous Galerkin/cohesive zone method ». In : *Engineering Fracture Mechanics* 104, p. 162-183. DOI:10.1016/j.engfracmech.2013.03.018.
- XUE, Xinwei et al. (2019). « Study on the impact resistance of honeycomb sandwich structures under low-velocity/heavy mass ». In : *Composite Structures* 226, p. 111223. DOI:10.1016/j. compstruct.2019.111223.
- YANG, Jishen et al. (2018). « The effect of off-axis angles on the mesoscale deformation response and failure behavior of an orthotropic textile carbon-epoxy composite ». In : *Composite Structures* 206, p. 952-959. DOI:10.1016/j.compstruct.2018.08.010.
- YOGANANDAN, N et ETC., éd. (1998). *Frontiers in head and neck trauma*. Biomedical and Health Research. Amsterdam, NY : IOS Press.
- ZHOU, Guowei et al. (2021). « Experimental investigation on the effects of fabric architectures on mechanical and damage behaviors of carbon/epoxy woven composites ». In : *Composite Structures* 257, p. 113366. DOI:10.1016/j.compstruct.2020.113366.

## Sitographie

- BROCHURES. Brochure 1. AIREX Processing Guidelines. URL : https : / / www . 3accorematerials . com / zh / uploads / documents / AIREX - Processing -Guidelines\_02.2017\_EN\_1106.pdf (visité le 08/11/2022).
- Brochure 2. Gurit Core Processing Guide. URL: file: ///C:/Users/merlem/Downloads/ structuralcoreprocessingguidere-1.pdf (visité le 08/11/2022).
- FICHES. Fiche technique 6. Caméra rapide Photron Fastcam SA5. URL : https : / / www .
   techimaging.com/products/legacy/product/download/file\_id-200 (visité
   le 08/11/2022).
- FICHES. Fiche technique 1. Capteur laser Sick DT50-2. URL: https://cdn.sick.com/media/ pdf/4/54/dataSheet\_DT50-2B215252\_1065661\_fr.pdf (visité le 08/11/2022).
- Fiche technique 2. Capteur laser Micro-Epsilon optoNCDT ILD2300-100. URL: https://www.micro-epsilon.fr/download/products/cat-optoncdt/dax--optoNCDT-2300--fr.html (visité le 08/11/2022).
- Fiche technique 3. Capteur d'effort piézoélectrique Kistler 9106C. URL : https://www. kistler.com/files/document/003-473e.pdf?callee=frontend (visité le 08/11/2022).
- Fiche technique 4. Caméra rapide Optronis CR3000x2. URL: https://optronis.com/wpcontent/uploads/2018/09/CR3000X2\_en\_F.pdf (visité le 08/11/2022).
- *Fiche technique* 5. Caméra rapide Photron Fastcam SA1. URL: https://www.techimaging. com/products/legacy/product/download/file\_id-202 (visité le 08/11/2022).
- FOURNISSEURS. Données fournisseur 1. Propriétés de la mousse Corecell M200. URL : https: //marineware.com/document/24887/M%20Core%20Datasheet.pdf (visité le 08/11/2022).
- Données fournisseur 2. Propriétés des fibres de carbone T800S. URL : https://www.toraycma.com/wp-content/uploads/T800S-Technical-Data-Sheet-1.pdf.pdf (visité le 08/11/2022).
- G.C., Kamm. Novel apparatus for evaluation of head and neck injury. Rapport de Master. URL: http://hdl.handle.net/2346/12892.
- NORMES. Norme 1. « ASTM D7136, Measuring Damage Resistance of Composite to Impact Event ». URL: https://www.astm.org/d7136\_d7136m-15.html (visité le 08/11/2022).
- Norme 2. « ASTM D7766, Standard Practice for Damage Resistance Testing of Sandwich Constructions ». URL: https://www.astm.org/d7766\_d7766m-16.html (visité le 08/11/2022).
- Norme 3. « ASTM D3039, Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials ». URL: https://www.astm.org/d3039\_d3039m-08.html (visité le 08/11/2022).
- Norme 4. « ASTM D1621, Standard Test Method for Compressive Properties of Rigid Cellular Plastics ». URL: https://www.astm.org/d1621-16.html (visité le 08/11/2022).
- RAPPORTS. Rapport 1. « 3ème volet du 6ème rappport du GIEC, Climate Change 2022 Mitigation of Climate Change ». URL : https://report.ipcc.ch/ar6/wg3/IPCC\_AR6\_WGIII\_ Full\_Report.pdf (visité le 08/11/2022).

- RAPPORTS. *Rapport* 2. « Accords de Paris, site de la Convention-cadre des Nations unies sur les changements climatiques ». URL : https://unfccc.int/fr/a-propos-des-ndcs/l-accord-de-paris (visité le 08/11/2022).
- Rapport 3. « Data Lab Chiffres clé du climat, Ministère de la transition écologique ». URL : https://www.statistiques.developpement - durable.gouv.fr/edition numerique/chiffres-cles-du-climat/pdf/document.pdf (visité le 08/11/2022).
- Rapport 4. « Transport and environment report 2021, Decarbonising road transport the role of vehicles, fuels and transport demand ». URL : https://www.eea.europa.eu/ publications/transport-and-environment-report-2021 (visité le 08/11/2022).
- Rapport 5. « EEA greenhouse gases data viewer, European Environment Agency ». URL : https://www.eea.europa.eu/data-and-maps/data/data-viewers/ greenhouse-gases-viewer (visité le 08/11/2022).
- RÈGLEMENTATIONS. *Règlementation* 1. « EASA Certification Specifications 25.562 ». URL: https: //www.easa.europa.eu/en/certification-specifications/cs-25-largeaeroplanes (visité le 08/11/2022).
- Règlementation 2. « EASA Acceptable Means of Compliance 25.562, Emergency landing dynamic conditions ». URL : https://www.easa.europa.eu/en/certificationspecifications/cs-25-large-aeroplanes (visité le 08/11/2022).
- Règlementation 3. « FAA Federal Aviation Regulations 25.562, Emergency landing dynamic conditions ». URL : https://www.faa.gov/regulations\_policies/advisory\_circulars/index.cfm/go/document.information/documentID/22657 (visité le 08/11/2022).
- Règlementation 4. « FAA Advisory Circulars 20.146 ». URL : https://www.faa.gov/ regulations\_policies/advisory\_circulars/index.cfm/go/document. information/documentid/22205 (visité le 08/11/2022).
- Règlementation 5. « FAA Acceptable Means of Compliance 25.562-1B ». URL : https:// www.faa.gov/regulations\_policies/advisory\_circulars/index.cfm/go/ document.information/documentID/22657 (visité le 08/11/2022).
- Règlementation 6. « EASA CS-25.785, Seats, berths, safety belts and harnesses ». URL: https: //www.easa.europa.eu/en/certification-specifications/cs-25-largeaeroplanes (visité le 08/11/2022).
- SITES. Aries. URL: https://www.aries.com.es/automotive/launchers/ (visité le 08/11/2022).
- Deltec Equipment. URL: https://www.deltecequipment.com/testing-equipment/ pro-line-equipment/hic-tester/ (visité le 08/11/2022).
- Dopag. URL: https://www.dopag.fr/applications/cas-dapplication/ surmoulage-de-nids-dabeilles-de-panneaux-sandwich/(visité le 08/11/2022).
- FDC Aero Composites. Aerostructures and Interiors. URL : https://fdcaero.com/ interieurs-davions/?lang=fr (visité le 08/11/2022).
- Humanetics. Anthropomorphic test deviceHybrid III 50th Male. URL : https://www. humaneticsgroup.com/products/anthropomorphic-test-devices/frontalimpact/hybrid-iii-50th-male/hybrid-iii-50th-male (visité le 08/11/2022).
- Show Aircraft USA. URL: https://showaaircraftusa.com/page/honeycomb-panels (visité le 08/11/2022).
- Wikipédia. URL: https://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9ninges#/media/ Fichier:Meninges-fr.svg (visité le 08/11/2022).

### Annexes

#### Sommaire

Annexe A. Critère de lésion de la tête	207
Annexe B. Moyens de mesure du risque de blessure de la tête	223
Annexe C. Méthode des éléments finis	233
Annexe D. Elément fini discret personnalisé	243
Annexe E. Incrément stable de temps	257
Annexe F. Validation de l'élément discret personnalisé	259
Annexe G. Calculs d'homogénéisation	265
Annexe H. Elément fini cohésif personnalisé	273
Annexe I. Loi d'endommagement de l'élément fini discret personnalisé	281
Annexe J. Méthodologie de seuillage des images	285
Annexe K. Loi matériau de mousse	287
Annexe L. Plan du montage support des éprouvettes	295
Annexe M. Méthodolgie FFT 2D <sup>-</sup>	303
Annexe N. Méthode de localisation des événements acoustiques	305

# Annexe A Critère de lésion de la tête

#### A.1 Anatomie de la tête

L'anatomie de la tête est largement décrite dans la littérature (MARJOUX et al. 2008b, SCHMITT et al. 2010). La partie extérieure de la tête est formée du cuir chevelu. Cette couche externe est divisée, avec une première couche de peau où viennent s'implanter les cheveux (épiderme et derme), des tissus sous cutanés forment une seconde couche (hypoderme), puis viennent les muscles et le fascia (tissu majoritairement constitué de collagène qui permet la transmission des contraintes musculaires), cette couche est nommée aponévrose. Enfin, on trouve la couche dite périoste qui est une membrane fibreuse qui recouvre les os du crâne. Divers os composent le crâne et ces derniers sont liés au niveau de lignes nommées sutures. En dessous de cette couche osseuse, et entre le cerveau, on trouve plusieurs membranes qui sont appelées les méninges, leur but étant de protéger et de supporter le cerveau ainsi que la colonne vertébrale tout en les isolant des os environnants. La méninge la plus externe est la dure mère, puis on trouve l'arachnoïde et enfin la pie mère. L'espace entre les deux premières méninges s'appelle l'espace sous-dural et entre la seconde et la troisième se nomme l'espace sous-arachnoïdien. Ces différents éléments sont illustrés dans la figure A.1. Chaque couche à des propriétés particulière. La dure mère comme son nom l'indique est une couche fibreuse dure, épaisse et dense alors que l'arachnoïde est mince et architecturée comme une toile d'araignée. La pie mère enfin recouvre la surface du cerveau. L'espace sous-arachnoïdien est rempli du liquide cérébrospinal tout comme les ventricules du cerveau et permet de prévenir contre les chocs. L'espace sous-dural est parcouru par de nombreux vaisseaux sanguins. Au centre de la tête on retrouve le cerveau, le cervelet et la moelle épinière. Les blessures de la tête les plus sévères sont celles qui touchent les os du crâne et le cerveau. Ces blessures peuvent être qualifiées d'ouvertes ou fermées selon que la dure mère soit lésée ou non. Le cuir chevelu, le crâne, l'espace sous-arachnoïdien et la dure mère sont des protections naturelles du cerveau mais ces dernières ne sont que peu adaptées aux chargements dynamiques.

Trois types de blessure au niveau de la tête sont distingués. Le premier cas de blessure est la fracture osseuse du crâne, le second cas regroupe les blessures dites diffuses et enfin les blessures dites focales. Les blessures dites diffuses vont des contusions légères jusqu'aux blessures des tissus internes du cerveau (non localisées). Les contusions légères sont caractérisées par des blessures entièrement réversibles sans perte de conscience. Dans le milieu du sport, des lésions cérébrales traumatiques (LCT) légères sont souvent diagnostiquées. Les lésions axonales diffuses (LAD) consistent en une lésion au niveau des axones (cellules nerveuses au sein du cerveau). A l'inverse, les blessures focales sont des atteintes qui sont très localisées. Les contusions cérébrales (lésions qui suivent un traumatisme crânien) sont le type le plus fréquent de blessure focale. Ces contusions surviennent habituellement au niveau du point d'impact (il s'agit d'un coup) ou à l'inverse dans la zone opposée (il s'agit d'un contre coup). Il est souvent considéré que le contre coup cause des blessures plus sévères que le coup. Les hémorragies font également partie des blessures focales, et ces dernières sont découpées selon le lieu où elles interviennent, elles

se distinguent en des hémorragies sous-durales (entre la dure mère et l'arachnoïde), épidurales (entre le crâne et la dure mère) et intra-cérébrales. Les différents types de blessure de la tête sont répertoriées dans la figure A.2.



FIGURE A.1 – Présentation des différentes couches constituant la tête. Source : Wikipédia.



FIGURE A.2 – Présentation des différents types de blessure au niveau de la tête. Adapté d'après : SCHMITT et al. 2010.

#### A.2 Développement du critère HIC

Une des pistes explorées lors de l'élaboration de critères de lésion de la tête a été de considérer l'accélération ainsi que sa durée. Les travaux de GURDJIAN et LISSNER (d'après SCHMITT et al. 2010) ont permis d'établir une courbe nommée la WSTC (*Wayne State Tolerance Curve*), qui définit un seuil temporel critique (dépendant de l'accélération) à partir duquel il est considéré qu'il y a un risque de lésion. L'accélération renseignée dans cette courbe représente l'accélération moyenne dans l'axe antéropostérieur (c'est-à-dire selon l'axe perpendiculaire au plan du corps) qu'il faudrait appliquer pendant la durée *t* pour obtenir un risque de lésion. Il ne faut cependant pas en déduire qu'aucune lésion ne sera présente dans la zone inférieure à cette courbe (il peut d'ailleurs y avoir des blessures irréversibles). Il a été montré dans des travaux (MELVIN et al. 2002) que les commotions cérébrales (lésion causée par un choc qui peut perturber le

fonctionnement du cerveau) sont reliées dans 80% des cas à des fractures osseuses au niveau du crâne. Des observations similaires de GURDJIAN l'ont amené à définir un risque lésionnel relatif à la présence ou à l'absence de fractures. Pour la construction de cette courbe, plusieurs études ont été utilisées, avec des cadavres humains, animaux ainsi qu'à l'aide de volontaires.

Les mécanismes biologiques réels de lésion de la tête s'avèrent cependant extrêmement complexes et de de nombreux scientifiques ont critiqué l'utilisation de simples critères cinématiques (d'après HARDY et al. 1994). Par ailleurs, à cette époque, il est difficile de remplacer ce critère par un autre, puisqu'il y a un grand manque d'information quant à la réponse exacte de la tête selon le chargement vu par cette dernière. En effet, l'accélération (linéaire ou non), la zone impactée, l'amplitude du chargement, la durée de l'impact, le matériau impacté ou la cinématique du corps sont autant de paramètres qui vont faire grandement varier les lésions observées. Il arrive que pour un même chargement certains sujets soient blessés et d'autres non, autour du seuil de lésion par exemple. La fracture osseuse crânienne peut grandement affecter la réponse et de manière générale cette dernière est signe de fortes lésions, ce qui justifiait l'utilisation de la WSTC. Cette courbe est présentée dans la figure A.3. Il apparaît une forme d'équivalence au sujet du risque de lésion selon que le sujet subisse une forte accélération pendant un temps court ou, à l'inverse, une accélération plus modérée pendant un temps long.



FIGURE A.3 – Courbe de la WSTC. Adapté d'après : KRABBEL 1998.

Quelques années plus tard, en 1966, à la conférence *Stapp Car Crash Conference*, GADD (chercheur chez General Motors) établi un critère à utiliser pour identifier le risque de blessure au niveau de la tête (d'après REILLY et al. 2005). Pour ce faire, il s'inspire de la WSTC et suppose que le risque peut être directement lié au niveau d'accélération ainsi qu'à la durée lors du contact. Par ailleurs, contrairement à ce que laisse supposer la WSTC, il pense que les plus fortes accélérations vont souvent aboutir à un risque plus grand quand bien même la durée serait supérieure avec une plus faible accélération. Ainsi, un critère nommé *severity index* (SI) est intorduit, comme explicité dans l'équation A.1.

$$SI = \int a^n dt \tag{A.1}$$

Cette expression permet de prendre en compte non plus une accélération moyenne seulement, mais divers profils d'accélération. Le poids n (> 1) permet alors d'augmenter l'influence des fortes accélérations. Pour fixer ce coefficient n, les travaux de GURDJIAN sont utilisés puisque la WSTC semble donner une évolution puissance des deux paramètres. En effet, la WSTC peut être tracée en échelle log-log (en inversant les axes), comme présenté en figure A.4. Cela permet de trouver une loi affine décrite dans l'équation A.2, ce qui équivaut à fixer une valeur seuil constante telle que l'équation A.3 soit vérifiée.



FIGURE A.4 – Courbe de la WSTC en échelle logarithmique.

$$\ln(t) = -2.5\ln(a) + 6.9 \tag{A.2}$$

$$ta^{2,5} = e^{6,9} \approx 1000$$
 (A.3)

En notant  $\bar{a}$  l'accélération moyenne il y a donc une équivalence entre les seuils lésionnels selon la WSTC et selon le SI (avec l'accélération en m/s), explicitée dans l'équation A.4.

$$\begin{cases} ta^{2,5} \le 1000 \quad (selon \ le \ SI) \\ \int a^{2,5} \ dt \le 1000 \quad (selon \ la \ WSTC) \end{cases}$$
(A.4)

Le SI a été critiqué pour ne pas pourvoir rendre compte de manière satisfaisante des longues durées d'impact (supérieure à 50 ms). Pour résoudre ce problème VERSACE proposa une version corrigée du SI, en introduisant le temps non plus par intégration mais seulement par sa durée (d'après HARDY et al. 1994, REILLY et al. 2005), comme indiqué dans l'équation A.5.

$$\left(\frac{1}{T}\int a\,dt\right)^{2,5}T\tag{A.5}$$

La NHTSA inclut ce critère dans la législation (norme FMVSS 208) en conservant le même seuil que le précédent, par ailleurs, afin de pallier au problème des longues durées de choc, l'intervalle de temps devint une durée flottante, comprise dans la durée totale de contact (d'après HARDY et al. 1994, SCHMITT et al. 2010). Cela aboutit au critère renseigné dans l'équation A.6.

$$HIC = \max_{\substack{(t_1,t_2) \in R^2 \\ t_2 - t_1 = T}} \left\{ (t_2 - t_1) \left[ \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt \right]^{2,5} \right\}$$
(A.6)

Au début de l'utilisation de ce critère, il y avait deux normes, celle de la NHTSA et ISO (d'après HARDY et al. 1994), chacune spécifiait alors une durée flottante fixe. Pour la NHTSA cette valeur était de T = 36 ms et de T = 15 ms pour l'ISO, de plus, les valeurs seuil à ne pas dépasser étaient respectivement de 1000 et 700. Ensuite, seule la valeur maximale fut retenue. Les plages de temps de 15 ms et 36 ms concernaient respectivement les normes de chocs frontal et latéral.

Une interprétation possible de ce critère peut être obtenue, en introduisant une vitesse moyenne comme dans l'équation A.7. Le HIC peut alors être assimilé au taux d'énergie cinétique spécifique pondérée par la racine de l'accélération moyenne.

$$HIC = \left(\frac{V}{T}\right)\frac{V^2}{T} \approx \sqrt{\bar{a}}\dot{E}_c \quad avec \quad V = \int_{t_1}^{t_2} a \,dt \tag{A.7}$$

Des problèmes peuvent cependant être soulevés quant à l'utilisation de ce critère du HIC (d'après J. 2005). Tout d'abord, il a été inclut dans la règlementation sans consultation et examen par les scientifiques du domaine à l'époque. Ensuite, depuis le SI, il est supposé que le comportement à accélération constante peut être assimilé à celui de profils variés (de même valeur moyenne). Pour les faibles accélérations, pendant un temps long, la courbe WSTC donne un risque aussi élevé que pour les fortes accélérations pendant un temps court ce qui n'est pas toujours représentatif. Malgré le fait qu'une signification physique du critère ait été donnée, ce critère reste compliqué à interpréter. Enfin, le critère HIC ne prend pas en compte le type de blessure, les accélérations en rotation, la direction de chargement ou encore la masse. Un défaut majeur est également qu'il n'y a pas de lien direct entre l'accélération mesurée sur un mannequin et le type de blessure que cela va entraîner chez un individu (d'après SCHMITT et al. 2010). Par ailleurs, ce critère dispose aussi de plusieurs aspects pratiques, comme le fait d'être simple à calculer, de contenir généralement le pic d'accélération tout en introduisant le facteur temps pour lisser ce dernier, de disposer des courbes de risque associées et enfin de se montrer pertinent lors des application pratiques.

La courbe WSTC a par ailleurs été confortée par des études menées au Japon (d'après HARDY et al. 1994, REILLY et al. 2005, SCHMITT et al. 2010), qui aboutirent à l'élaboration de la JHTC (*Japan Human Tolerance Curve*) du JARI (*Japan Automobile Research Institute*). Ces travaux sont basés sur des essais sur primates qui ont été mis à l'échelle de l'Homme. Les deux courbes sont quasiment similaires pour des faibles durées de contact (à savoir en dessous de 10 ms) puis sont quelque peu différentes au-delà, des durées de contact plus longues ont été opérées. De plus, les contusions lors de ces études n'ont pu être directement reliées à l'accélération angulaire, mais bien à l'accélération unidirectionnelle.

#### A.3 Quantification des blessures

Afin de pouvoir connaître, pour chaque valeur du critère HIC, le risque de lésions suceptbiles de survenir ainsi que leur probabilité, plusieurs travaux ont été menés. Ces derniers se basent sur une échelle nommée *Abbreviated Injury Scale* (AIS), qui est décrite dans le tableau A.1 et permet de classifier la gravité des blessures. En particulier, il existe des échelles plus spécifiques selon les parties du corps, comme celle de la tête présentée dans le tableau A.2. Des travaux menés sur des têtes de cadavres pour des sollicitations permettant d'obtenir des HIC entre 0 et 3000, ainsi que ceux de la NHTSA, ont permis d'établir pour chaque valeur de HIC le niveau maximal de blessure associé sur l'échelle précédemment introduite, appelé *Maximal Abbreviated Injury Scale* (MAIS). C'est le maximum des AIS mesuré sur une région spécifique du corps considérée, ici la tête. Les *HIC Curves* (HIRC) furent alors établies et sont représentées dans la figure A.5.

Il existe également d'autres échelles de quantification (d'après HAYES et al. 2007), comme le score *Injury Severity Score* (ISS), qui est une somme quadratique des plus hauts AIS au sein de trois régions du corps. Sur un principe similaire le *Probability OF Death* (POD) utilise les MAIS sur deux régions. Pour ce qui est de l'échelle AIS, elle utilise un code qui peut être décrit de la façon suivante 123456.7, avec 1 la région du corps, 2 le type de la structure anatomique, 3 et 4 la spécificité de la structure anatomique, 5 et 6 le niveau et 7 le score de sévérité (d'après J.A. 2010). En 2005, une révision a été faite au niveau de l'échelle AIS et notamment pour la zone tête. Globalement, les scores sont restés inchangés, si ce n'est pour les traumatismes carnio-cérébraux (TCC - blessures de nature physique atteignant le tissu cérébral, pouvant ne laisser aucune trace visible sur la peau ou les os crâniens alors qu'il y a atteinte du cerveau) ou les scores ont été revus à la baisse, plus particulièrement pour les troubles cérébraux (cerveau) et cérébelleux (cervelet). Ces changements sont indiqué dans le tableau A.3.

#### A.4 Autres critères existants

Une multitude de critères ont été établis afin de quantifier le risque des lésions suceptibles de survenir lors d'un impact avec la tête (d'apres D.A. 2014, GABLER et al. 2016, HARDY et al. 1994,

AIS	Gravité de la blessure	Taux de mortalité
1	Mineure	0%
2	Modérée	0,1- 0,4%
3	Sérieuse	0,8- 2,1%
4	Sévère	7,9 – 10,6%
5	Critique	53,1 - 58,4%
6	Maximale	100%

TABLEAU A.1 – Sévérité des blessures en fonction de l'AIS. Adapté d'après : HAYES et al. 2007.

TABLEAU A.2 –	Description de l'échelle AIS po	our la tête. Adapt	té d'après : SCHMITT	et al. 2010.

AIS	Description
1	Peau ou cuir chevelu : excoriation (écorchure) et lacération superficielles Visage : fracture du nez
2	Peau : avulsion (arrachement) importante Fracture de la voûte crânienne : simple, non déplacée Fracture mandibulaire : ouverte, déplacée Fracture maxillaire : type Le Fort I et II
3	Fracture basilaire Fracture maxillaire : type Le Fort III Cuir chevelu : perte intégrale Cervelet : contusion unique
4	Fracture de la voûte crânienne : complexe, ouverte avec déchirures Tissu cérébral : exposition ou perte Hématome épidural ou sous-dural : léger
5	Blessure pénétrante : sévère (>2 cm) Tronc cérébral : compression Hématome épidural ou sous-dural : large Lésion axonale diffuse
6	Crâne et cerveau : destruction importante

TABLEAU A.3 – Révision de 2005 de l'échelle AIS pour la tête. Adapté d'après : J.A. 2010.

AIS (1998)	AIS (2005)	Description
3	2	Cervelet : contusion, unique ou multiple (diamètre <1 cm)
4	3	Cervelet : hématome, épidural ou extradural, lésion non pénétrante
4	2	Cervelet : hématome, épidural ou extradural, épaisseur < 0,6 cm
4	3	Cervelet : hématome, intracérébral, lésion non pénétrante
4	2	Cervelet : hématome, intracérébral, diamètre <0,6 cm
4	3	Cervelet : hématome, sous-dural, lésion non pénétrante
4	2	Cervelet : hématome, sous-dural, épaisseur <0,6 cm
4	3	Cervelet : lacération, lésion non pénétrante
4	3	Cervelet : lacération, longueur ou profondeur <2 cm
3	2	Cervelet : hémorragie, sous-arachnoïdienne
3	2	Cervelet : hémorragie, sous-piale
3	2	Cerveau : contusion, unique, diamètre <1 cm
3	2	Cerveau : contusion, multiple, même hémisphère, diamètre <1 cm



FIGURE A.5 – Courbes reliant le HIC à un niveau maximal de blessure. Adapté d'après : MACKAY 2007.

HAYES et al. 2007, HERNANDEZ et al. 2014, MCELHANEY 1977, REILLY et al. 2005, SCHMITT et al. 2010, YOGANANDAN et al. 1998). Le tableau A.5, le tableau A.7, le tableau A.4, le tableau A.6 et la figure A.6 répertorient les différents critères trouvés dans la littérature.

Étude	Nom	Type de blessure	Origine	Description
WARD 1980	P (Intracranial Blood Pressure)	Cérébrale focale	Numérique	Valeur seuil de la pression sanguine au sein du crâne
WILLINGER 2001	MVMS (Maximal Von Mises Stress)	Cérébrale diffuse	Numérique (Modèle SUFEHM – Strasbourg University Finite Element Head Model)	Valeur de la proportion cumulée de tissu cérébral qui dépasse un seuil critque de contrainte en tension
TAKHOUNTS 2003	DDM (Dilatation Damage Measure)	Cérébrale diffuse	Numérique (Modèle SIMon)	Valeur de la proportion cumulée de tissu cérébral en compression

TABLEAU A.4 – Critères de lésion de la tête en contrainte.

#### A.5 Confrontation des différents critères

De nombreux travaux ont été menés dans le but de comparer la grande variété de critères de lésion de la tête. L'objectif principal de ces travaux à souvent été de remettre en question le HIC, ou en tout cas d'en définir objectivement les avantages et les limitations. Cette section présente quelque-unes de ces études.

Étude	Nom	Type de blessure	Origine	Description
DENNY BROWN 1941	$a_{max}$	Cérébrale diffuse	Expérimental	Valeur absolue de l'accélération linéaire maximale
HOLBOUR 1943	$\alpha_{max}$	Cérébrale diffuse	Expérimental	Valeur absolue de l'accélération angulaire maximale
OMMARY 1971	$\omega_{max}$	Cérébrale diffuse	Expérimental	Valeur absolue de la vitesse angulaire maximale
GADD 1966	GSI (Gadd Severity Index)	Fracture	Expérimental	Valeur de l'intégrale : $\int a^{2,5} dt$
SLATTENSCHEK 1971	JTI (J- Tolerance Index)	Fracture	Théorique	Rapport de la valeur maximale du déplacement relatif du cerveau par rapport au crâne et utilisation d'un seuil critique (modélisation masse / ressort / amortisseur)
BRINN 1970	EDI (Effective Displacement Index)	Fracture	Théorique	Similaire au JTI avec l'ajout d'amortissement variable pour mieux prendre en compte les impacts courts issus de l WSTC
FAN 1971	RBM (Revised Brain Model)	Fracture	Théorique	Similaire au JTI avec l'ajout d'un amortissement variable pour mieux prendre en compte des données biomécaniques des propiétés du cerveau connues
VERSACE 1971	HIC (Head Injury Criterion)	Fracture	Expérimental	Valeur maximale de : $(t_2 - t_1) \left(\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt\right)^{2,5}$
VERSACE 1971	HPC (Head Protection Criterion)	Fracture	Expérimental	Critère Européen équivalente au HIC
FURUSHO 1975	IHI (Injury Hazard Index)	Fracture	Expérimental	Dérivé du HIC utilisant une fonction de tolérance définie par : $\frac{\left(\frac{1}{t_2-t_1}\int_{t_1}^{t_2}a^n(t) dt\right)^n}{1000f(t)}$

TABLEAU A.5 – Critères de lésion de la tête cinématiques.

GOT 1978	$a_{3max}$	Cérébrale focale	Expérimental	Valeur absolue de l'accélération maximale pendant 3 ms
GENNARELLI 1981	ETS (Experimental Trauma Score)	Cérébrale diffuse	Expérimental	Relation entre le niveau de contusion et l'accélération angulaire
NEWMAN 2000	GAMBIT (Generalized Acceleration Model for Brain Injury Threshold)	Cérébrale diffuse	Expérimental	Valeur maximale de : $\left(\left(\frac{a}{a_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{\alpha_{cr}}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}$
NEWMAN 2000	HIP (Head Power Threshold)	Cérébrale diffuse	Théorique	Valeur maximale de : $m \sum_{i} a_i \int a_i dt + I_{ii} \sum_{i} \alpha_i \int \alpha_i dt$
TAKHOUNTS 2003	RMDM (Relative Motion Damage Measure)	Cérébrale focale	Numérique (Modèle SIMon)	Basé sur la valeur du déplacement relatif du cerveau par rapport au crâne
TAKHOUNTS 2003	SFC (Skull Fracture Criterion)	Fracture	Numérique (Modèle SIMon)	Valeur de : $\frac{1}{t_2-t_1} \int_{t_1}^{t_2} a(t) dt$ , avec l'intervalle de temps fixé d'après le HIC
KLEIVIN 2007	KVC (Kleiven's Linear Combination)	Cérébrale diffuse	Numérique	Valeur de : $\beta_1 \omega_{max} + \beta_2 HIC_{36}$
GREENWALD 2008	PCS (Principal Component Score)	Cérébrale diffuse	Expérimental	Valeur de : $\beta_0 + \beta_1 \overline{GSI} + \beta_2 \overline{HIC_{15}} + \beta_3 \overline{\alpha_{max}}$
KIMPARA 2011	PRHIC (Power Rotationnal Head Injury Criterion)	Cérébrale diffuse	Expérimental	Valeur maximale de : $(t_2 - t_1) \left(\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} HIP_{rot} dt\right)^{2,5},$ avec : $HIP_{rot} = I_{ii} \sum_i \alpha_i \int \alpha_i dt \text{ et }:$ $t_2 - t_1 \leq 36 ms$
TAKHOUNTS 2011	BRIC (kinematic rotationnal BRain Injury Criterion)	Cérébrale diffuse	Numérique	Valeur de : $\frac{\alpha_{max}}{\alpha_{cr}} + \frac{\omega_{max}}{\omega_{cr}}$

Annexe A. Critère de lésion de la tête

KIMPARA 2012	RIC (Rotationnal Injury Criterion)	Cérébrale diffuse	Expérimental	Valeur de : $\left(\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} a  dt\right)^{2,5}$ , avec : $t_2 - t_1 \le 36 \ ms$
ROWSON 2013	CP (Combined Probability of concussion)	Cérébrale diffuse	Expérimental	Valeur de : $\beta_0 + \beta_1 a_{max} + \beta_2 \alpha_{max} + \beta_3 a_{max} \alpha_{max}$
TAKHOUNTS 2013	BrIC (Brain Injury Criterion)	Cérébrale diffuse	Numérique	Valeur de : $\sqrt{\frac{\omega_{xmax}}{\omega_{xcr}} + \frac{\omega_{ymax}}{\omega_{ycr}} + \frac{\omega_{zmax}}{\omega_{zcr}}}$
YANAOKA 2015	RVCI (Rotationnal Velocity Change Index)	Cérébrale diffuse	Numérique	Valeur maximale de : $ \begin{array}{c} R_x \left(\int_{t_1}^{t_2} \alpha_x  dt\right)^2 + \\ R_y \left(\int_{t_1}^{t_2} \alpha_y  dt\right)^2 + \\ \sqrt{R_z \left(\int_{t_1}^{t_2} \alpha_z  dt\right)^2} \end{array} $

TABLEAU A.6 – Critères de lésion de la tête énergétiques.

Étude	Nom	Type de blessure	Origine	Description
WILLINGER 2001	Global internal strain energy	Cérébrale focale	Numérique (Modèle SUFEHM – Strasbourg University Finite Element Head Model)	Valeur maximale de l'énergie de déformation interne globale des éléments entre le crâne et le cerveau
WILLINGER 2001	Global internal energy of the deformable skull	Fracture	Numérique (Modèle SUFEHM – Strasbourg University Finite Element Head Model)	Valeur maximale de l'énergie de déformation interne globale des éléments constituant le crâne

Étude	Nom	Type de blessure	Origine	Description
STALNAKER 1971	MSC (Mean Strain Criterion)	Cérébrale focale	Théorique	Valeur de la déformation (vue comme le rapport du déplacement relatif d'une masse par rapport à l'autre et de leur distance initiale modélisant la longueur du crâne, modélisation masse / ressort / amortisseur)
STALNAKER 1985	NMSC (New Mean Strain Criterion)	Cérébrale focale	Théorique	Similaire au MSC avec l'ajout d'un amortisseur supplémentaire
VIANO 1986	VC (Viscous Criterion)	Cérébrale focale	Théorique (Modèle BCM – Brain Compliance Model)	Valeur du produit de la déformation des tissus par le taux de déformation, le modèle est similaire au MSC avec l'ajout d'un ressort supplémentaire et l'utilisation d'un amortisseur visqueux
STALNAKER 1987	TEC (Translationnal Energy Criteria)	Cérébrale focale	Théorique (Modèle THIM – <i>Translational Head</i> <i>Injury</i> <i>Model</i> )	Valeur d'énergie dissipée ou emmagasinée par les divers éléments représentatifs du crâne, le modèle est dans la lignée de celui du MSC et du NMSC
THIBAULT 1993	MPS (Maximal Principal Strain)	Cérébrale diffuse	Expérimental	Valeur de la contrainte principale de déformation maximale
TAKHOUNTS 2003	CSDM (Cumulative Strain Damage Measure)	Cérébrale diffuse	Numérique (Modèle SIMon)	Valeur de la proportion cumulée de tissu cérébral qui dépasse un seuil critque de déformation en tension

TABLEAU A.7 – Critères de lésion de la tête en déformation.

Une première étude (MCELHANEY 1977) a tenté de comparer les critères existants en 1976. Les cas étudiés sont des impacts airbags et pare-brise sur mannequins, ainsi que des essais volontaires.



Annexe A. Critère de lésion de la tête

FIGURE A.6 – Historique des criètres de lésion de la tête par date et catégorie.

La figure A.7 présente les valeurs adimmensionnées de ces critères pour chacun des cas. Les critères HIC et SI étant deux critères en accélération (dont l'un découle de l'autre), il est attendu d'obtenir des résultats similaires entre ces deux métriques. De la même façon, les critères EDI, RBM, JTI sont comparables dans la mesure où ils reposent tousles trois sur une modélisation mécanique de la tête par des systèmes masse/ressort (avec éventuellement des amortisseurs). Bien que le dernier de ces critères, le MSC, soit une mesure de déformation, elle est comparable aux trois autres métriques en déplacement, puisque la déformation correspond au déplacement pondéré par la longueur initiale du crâne.



FIGURE A.7 – Comparaison des critères de lésion de la tête adimmensionnés. Adapté de : MCELHANEY 1977.

Une seconde étude (MARJOUX et al. 2008b) a consisté en la comparaison de différents critères de blessure de la tête à l'aide de reconstitutions d'accidents réels (61 cas) de façon expérimentale et numérique. Les critères utilisés sont le HIC (critère en accélération linéaire et qui est basé sur des essais menant à la fracture crânienne), le HIP (qui prend en plus en compte l'accélération angulaire et qui est normalement plus adaptée pour les blessures diffuses), ainsi que des critères spécifiques à deux modèles numériques (ULP et SIMon). La particularité de cette comparaison est que les deux métriques que sont le HIC et le HIP vont être utilisées indépendamment du type de blessure. Au contraire, les modèles numériques disposent de critères particuliers selon le type de blessures envisagées. Pour ce qui est du modèle SIMon, le critère de fracture osseuse est un dérivé du HIC, le RMDM permet de rendre compte des hémorragies sous-durales et enfin le CSDM permet de rendre compte des blessures diffuses (telles que les blessures neurologiques). Pour ce qui est du modèle ULP, le critère de fracture osseuse est un critère en énergie interne du crâne déformable, l'énergie interne du liquide cérébro-spinal (entre le cerveau et le crâne) permet de rendre compte des hémorragies sous-durales, enfin le critère de Von Mises sur le cerveau permet de rendre compte des blessures diffuses. Ces comparaisons ont reposé sur les paramètres de régression logistique des courbes risque-critère qui sont présentées dans la figure A.8 (une valeur proche de 0 signifie que le critère est mieux adapté). Une première observation est que les critères HIC et HIP (non spécifiques en comparaison) permettent de bien représenter un grand panel de scénarii de blessure. Par ailleurs, lorsque le modèle ULP est utilisé avec des métriques adaptées au cas par cas, la prévision du risque de blessure est plus précise. Le rôle de l'accélération angulaire apparaît également de manière claire dans ces résultats, puisqu'il est précisé qu'elle était bien plus importante dans le cas des blessures cérébrales diffuses modérées en comparaison avec celles plus sévères (ce qui explique en partie que le HIP est un meilleur critère dans ce cas).

Une troisème étude (HERNANDEZ et al. 2014) repose sur la comparaison de 18 critères de blessure de la tête (expérimentaux et numériques). Un nombre de 31 sujets (28 joueurs de football américain, 2 boxeurs professionnels et 1 pratiquant de MMA) lors de 19 évènements sportifs ont été équipés de dispositifs de mesure au niveau de la tête. Un total de 513 impacts (421 au football américain, 73 à la boxe et 19 en MMA) ont été enregistrés. Pour l'étude, seuls 110 cas ont été considérés (50 choisis aléatoirement, 58 avec au moins une des composantes de l'accélération angulaire ou linéaire au-dessus de la limite admissible et 2 cas de blessure constatée). La déviance des régressions logarithmiques risque-critère a permis de quantifier la pertinence des différents critères, comme cela est visible dans la figure A.9 (plus la valeur est basse et meilleur est le critère). Plusieurs points sont mis en évidence, les 4 métriques qui aboutissent à une déviance minimale sont toutes calculées uniquement ou en partie à partir de données de rotation. Pour chaque critère en translation uniquement, il existe un critère des autres catégories qui parvient à mieux prédire le risque de blessure. Par ailleurs, cette étude visait à étudier les lésions cérébrales traumatiques



FIGURE A.8 – Comparaison de la pertinence des coefficients de regression des critères de lésion de la tête. Adapté de : MARJOUX et al. 2008b.

(LCT) légères, classifiées comme blessure diffuse, et ces dernières sont donc plus aptes à être détectées par des critères en rotation ou en déformation. Il est à noter que le nombre de blessures est très limité.



FIGURE A.9 – Comparaison de la déviance des regressions des critères de lésion de la tête. Adapté de : HERNANDEZ et al. 2014.

Une quatrième étude (GABLER et al. 2016) a eu pour but de comparer plusieurs critères cinématiques avec les deux critères en déformation que sont le MPS et le CSDM (les critères en déformation étant adaptés pour les blessures diffuses). Cette étude comprend 660 accidents (chocs frontal, oblique, latéral et piéton) dans diverses configurations (essais ceinture, crashs test, impacts pendulaire). Les accidents ont tous été modélisés avec deux modèles numériques différents (GHBMS et SIMon). La figure A.7 présente pour les deux modèles numériques la corrélations entre les critères en déformation et les autres critères. Ces deux modèles numériques donnent les mêmes résultats de corrélations, même s'il peut être noté que les corrélations entre paramètres cinématique et de déformation sont légèrement meilleures avec le modèle SIMon. Au cas par cas, une tendance apparaît, à savoir que les critères en rotation sont plus corrélés aux mesures de déformation (MPS et CSDM) que les critères couplés ou en translation. Pour ce qui est de la confrontation des critères couplés ou en translation uniquement, cela dépend grandement des critères considérés.



FIGURE A.10 – Comparaison entre les critères en déformation et les autres critères de lésion de la tête, en utilisant le modèle numérique SIMon a) ou du GHBMS b). Adapté de : GABLER et al. 2016.

### Annexe B

### Moyens de mesure du risque de blessure de la tête

#### **B.1** Concepts existants

Différents types de moyens d'essai ont été envisagés dans plusieurs secteurs, dans le but d'évaluer le HIC pendant l'impact (*Novel apparatus for evaluation of head and neck injury*). Ces multiples solutions sont listées ci-après.

- Essai sur mannequin complet (FSST) : Ces tests sont effectués avec des mannequins Hybrid III (anciennement Hybrid II) et les conditions de vol réelles, en déplaçant le siège sur des rails.
- Concept du piston : Ce type de conception vise à propulser la tête d'impact grâce à un réservoir à haute pression (par exemple avec de l'azote). Il est nécessaire de contrôler le flux de gaz afin d'adapter la vitesse d'impact.
- Concept du lâcher de masse : Cette fois, le mouvement de l'impacteur ne dépend que de la gravité. Plus la tête est haute, plus la vitesse et l'accélération sont élevées.
- Concept du pendule : La tête factice est accélérée par la gravité et soumise à une vitesse angulaire. La hauteur de chute détermine les paramètres de l'impact. Deux configurations peuvent être réalisées, la tête de l'ATD peut être fixée et une surface attachée au pendule, et inversement.
- Concept de la poulie : Un mécanisme constitué de poids et de poulies est utilisé pour déplacer l'impacteur.

#### **B.2** Bancs d'essai existants

La figure B.1 et le tableau B.1 présentent une solution de lâcher de masse afin de mesurer le HIC.



FIGURE B.1 – Dispositif de mesure du HIC par lâcher de masse. Source : Deltec Equipment.

Concept	Lâcher de masse / poulie			
Naissance	Secteur aéronautique			
Source du mouvement	Gravité			
Projectile	Boule de bowling instrumentée			
Description	La boule de bowlig est lâchée d'une hauteur spécifique afin de reproduire un impact de la tête sur la surface souhaitée			
Avantages	Large gamme de vitesses / d'accélérations incidentes Grande répétabilité de part la simplicité de l'essai Essais peu coûteux			
Inconvénients	Pas de prise en compte de l'inertie du corps Pas de prise en compte des caratéristiques du visage Limitation aux impacts normaux			
Exemples d'application	Certification des aires de jeux pour enfants			

TABLEAU B.1 – Caractéristiques du dispositif de mesure du HIC par lâcher de masse.

La figure B.2 et le tableau B.2 présentent une solution pendulaire afin de mesurer le HIC.



FIGURE B.2 – Dispositif de mesure du HIC pendulaire. Source : B. ROWSON, S. ROWSON et al. 2015.

TABLEAU B.2 – Caractéristiq	jues du dispositif	de mesure du HIC	pendulaire
-----------------------------	--------------------	------------------	------------

Concept	Pendule
Naissance	Secteur du sport
Source du mouvement	Gravité
Projectile	Marteau ou autre tête d'impact
Description	Le bras pendulaire est lâché d'une hauteur spécifique afin de reproduire un impact de la tête sur le projectile
Avantages	Large gamme de vitesses / d'accélérations incidentes Prise en compte des caractéristiques du visage Grande répétabilité de part la simplicité de l'essai Essais peu coûteux Possibilité de mouvoir la tête ou la surface étudiée Accélération angulaire
Inconvénients	Pas de prise en compte de l'inertie du corps Mauvaise corrélation du HIC dans le cas de panneaux rigides
Exemples d'application	Equipements de protection sportifs (casques de football américain)

La figure B.3 et le tableau B.3 présentent une solution utilisant des poulies afin de mesurer le HIC.



FIGURE B.3 – Dispositif de mesure du HIC par un système masse/poulie. Source : *Novel apparatus for evaluation of head and neck injury*.

TABLEAU B.3 – Caractéristiques du dispositif de mesure du HIC par un système masse/poulie.

Concept	Poulie
Naissance	Secteur aéronautique
Source du mouvement	Gravité et tension des câbles
Projectile	Tête de mannequin fabriquée en acier
Description	Le pendule inversé est mis en mouvement à l'aide d'un mécanisme constitué de masses et de poulies
Avantages	Large gamme de vitesses / d'accélérations incidentes Répétabilité des essais Essais peu coûteux
Inconvénients	Pas de prise en compte de l'inertie du corps Pas de prise en compte des caratéristiques du visage Pas d'étude sur la corrélation avec un essai mannequin complet
Exemples d'application	Sécurité aéronautique des passagers (mobilier cabine)

La figure B.4 et le tableau B.4 présentent une solution d'impacteur linéaire afin de mesurer le HIC.



FIGURE B.4 – Dispositif de mesure du HIC par impact linéaire. Source : B. ROWSON et DUMA 2020.

Concept	Piston
Naissance	Secteur du sport
Source du mouvement	Azote haute pression
Projectile	Personnalisable, hémi-sphérique le plus souvent
Description	La tête de mannequin est fixée à l'extrémité d'un bras qui est mis en mouvement de translation à l'aide d'un gaz sous pression
Avantages	Large gamme de vitesses / d'accélérations incidentes
Inconvénients	Pas de prise en compte de l'inertie du corps Pas d'étude sur la corrélation avec un essai mannequin complet Pas d'accélération angulaire
Exemples d'application	Equipements de protection sportifs (casques de football américain)

La figure B.5 et le tableau B.5 présentent une solution par projection afin de mesurer le HIC.



FIGURE B.5 – Dispositif de mesure du HIC par projection. Source : Aries.

Concept	Piston
Naissance	Secteur automobile
Source du mouvement	Système hydraulique
Projectile	Tête de mannequin Hybrid III (sans nez)
Description	La tête de mannequin est fixée à l'aide d'un aimant permanent à un cylindre de projection, durant la phase d'accélération, ce lien est rompu dans le but d'impacter le projectile sur la surface désirée en vol libre
Avantages	Large gamme de vitesses / d'accélérations incidentes Possibilité de choisir l'angle d'incidence Prise en compte des caractéristiques du visage
Inconvénients	Pas de prise en compte de l'inertie du corps Le HIC réel est plus élevé dans le cas d'un impact réel L'accélération maximale est plus élevée dans le cas d'un impact réel
Exemples d'application	Sécurité automobile des passagers (intérieur habitacle) Sécurité automobile des piétons (carrosserie, pare-brise) Sécurité aéronautique des passagers (mobilier cabine)

TABLEAU B.5 – Caractéristiques du dispositif de mesure du HIC par projection.

La figure B.6 et le tableau B.6 présentent une solution pendulaire inversée avec maintien afin de mesurer le HIC.



FIGURE B.6 – Dispositif de mesure du HIC pendulaire inversée avec maintien. Source : FAA 1998.

TABLEAU	B.6 –	Caractéristiques	du	dispositif	de	mesure	du	HIC	pendulaire	inversée	avec
maintien.		-		-					-		

Concept	Piston / pendule
Naissance	Secteur aéronautique
Source du mouvement	Azote haute pression
Projectile	Tête de mannequin et cou Hybrid III
Description	La tête de mannequin est fixée à l'extrémité d'un bras pendulaire inversé qui est mis en mouvement de rotation à l'aide d'un gaz sous pression
Avantages	Large gamme de vitesses / d'accélérations incidentes Possibilité de choisir l'angle d'incidence Prise en compte des caractéristiques du visage Adapté pour les courtes distances d'accélération Adapté pour les cloisons impactées rigides
Inconvénients	Pas de prise en compte de l'inertie du corps Le HIC réel est plus élevé dans le cas d'un impact réel L'accélération maximale est plus élevée dans le cas d'un impact réel
Exemples d'application	Sécurité aéronautique des passagers (mobilier cabine)
La figure B.7 et le tableau B.7 présentent une solution pendulaire inversée avec projection afin de mesurer le HIC.



FIGURE B.7 – Dispositif de mesure du HIC pendulaire inversée avec projection. Source : FAA 1999.

TABLEAU B.7 – Caractéristiques du dispositif de mesure du HIC pendulaire inversée avec projection.

Concept	Piston / pendule			
Naissance	Secteur aéronautique			
Source du mouvement	Azote haute pression			
Projectile	Tête de mannequin Hybrid III et cou rigide / souple			
Description	La tête de mannequin est fixée à l'extrémité d'un bras pendulaire inversé qui est mis en mouvement de rotation à l'aide d'un gaz sous pression			
Avantages	Large gamme de vitesses / d'accélérations incidentes Possibilité de choisir l'angle d'incidence Prise en compte des caractéristiques du visage Répétabilité Possibilité de déplacer la base du pendule Résultats conservatifs proches des essais mannequin complet			
Inconvénients	Pas de prise en compte de l'inertie du corps			
Exemples d'application	Sécurité aéronautique des passagers (mobilier cabine)			

La figure B.8 et le tableau B.8 présentent une solution avec mannequin complet afin de mesurer le HIC.



FIGURE B.8 – Dispositif de mesure du HIC avec mannequin complet. Source : FAA 2004.

Concept	Essai sur mannequin complet			
Naissance	Secteur automobile			
Source du mouvement	Translation sur rail			
Projectile	Mannequin Hybrid III			
Description	Le mannequin de crash est utilisé pour reproduire les conditions réelles d'impact			
Avantages	Large gamme de vitesses / d'accélérations incidentes Prise en compte de l'inertie du corps Prise en compte des caratéristiques du visage Biofidélité des essais			
Inconvénients	Essais très coûteux Difficulté de la répétabilité Présence de nombreux couplages complexes Mauvaise corrélation du HIC dans le cas de panneaux rigides			
Exemples d'application	Sécurité aéronautique des passagers (mobilier cabine)			

TABLEAU B.8 – Caractéristiques du dispositif de mesure du HIC avec mannequin complet.

### Annexe C Méthode des éléments finis

Les formules, les démonstrations et les raisonnements qui seront présentés dans cette annexe s'appuient sur des cours (*Cours élément finis, ISAE ENSMA*, SIDOROFF 1982) et ouvrages (BATHE 2014, BATOZ 2014) qui ont été d'une grande aide pour une meilleure compréhension du vaste domaine qu'est la résolution numérique par éléments finis. Cette annexe vise à donner les outils principaux permettant d'appréhender le principe de la démarche.

#### C.1 Rappels d'algèbre tensorielle

Des rappels mathématiques succins sur les définitions et propriétés des tenseurs et des opérations associées sont menés dans le but d'introduire les outils nécessaires aux démonstrations ultérieures.

#### C.1.1 Produit simplement contracté

Le produit contracté de deux tenseurs d'ordres n et m est un tenseur d'ordre n + m - 2. Cela revient à effectuer une sommation sur un indice. Dans le cas de vecteurs  $\vec{v_1}$  et  $\vec{v_2}$ , le résultat est équivalent au produit scalaire et donne donc un scalaire s. Dans le cas de tenseurs d'ordre deux  $\overline{\overline{T_1}}$  et  $\overline{\overline{T_2}}$ , le résultat est équivalent au produit matriciel et donne donc un nouveau tenseur d'ordre deux  $\overline{\overline{T_3}}$ . Enfin, dans le cas de tenseurs d'ordre deux  $\overline{\overline{T}}$  et d'un vecteur  $\vec{v_1}$ , un nouveau vecteur  $\vec{v_2}$  est obtenu. Ces résultats sont explicités dans l'équation C.1, l'équation C.2 et l'équation C.3.

$$s = \vec{v_1} \cdot \vec{v_2} \quad avec \quad s = \sum_k v_{1k} v_{2k} = v_{1k} v_{2k}$$
 (C.1)

$$\overline{\overline{T_3}} = \overline{\overline{T_1}}.\overline{\overline{T_2}} \quad avec \quad T_{3ij} = \sum_k T_{1ik}T_{2kj} = T_{1ik}T_{2kj}$$
(C.2)

$$\begin{cases} \vec{v_2} = \vec{v_1}.\overline{T} & avec \quad v_{2i} = \sum_k v_{1k}T_{2ki} = v_{1k}T_{2ki} \\ \vec{v_2} = \overline{T}.\vec{v_1} & avec \quad v_{2i} = \sum_k T_{2ik}v_{1k} = T_{2ik}v_{1k} \end{cases}$$
(C.3)

#### C.1.2 Produit doublement contracté

Le produit doublement contracté de deux tenseurs d'ordres n et m est un tenseur d'ordre n + m - 4. Cela revient à effectuer une sommation sur deux indices. Dans le cas de tenseurs d'ordre deux  $\overline{T_1}$  et  $\overline{T_2}$ , le résultat donne donc un scalaire s, comme dans l'équation C.4.

$$s = \overline{\overline{T_1}} : \overline{\overline{T_2}} = \sum_{k,l} T_{1lk} T_{2kl} = tr\left(\overline{\overline{T_1}}.\overline{\overline{T_2}}^T\right)$$
(C.4)

#### C.1.3 Opérateur gradient

Soit un repère 3D de coordonnées cartésienne  $(x_1, x_2, x_3)$ . L'opérateur gradient d'un tenseur d'ordre n est un tenseur d'ordre n+1. Dans le cas d'un scalaire s, le résultat est un vecteur  $\vec{v}$ . Dans le cas d'un vecteur  $\vec{v}$ , le résultat est un tenseur d'ordre deux  $\overline{\overline{T}}$ . Ces résultats sont explicités dans l'équation C.5 et l'équation C.6.

$$\overrightarrow{grad}(s) = \vec{v} \quad avec \quad v_i = \frac{\partial s}{\partial x_i}$$
 (C.5)

$$\overline{\overline{grad}}\left(\vec{v}\right) = \overline{\overline{T}} \quad avec \quad T_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \tag{C.6}$$

#### C.1.4 Opérateur divergence

Soit un repère 3D de coordonnées cartésienne  $(x_1, x_2, x_3)$ . L'opérateur divergence d'un tenseur d'ordre n est un tenseur d'ordre n-1. Dans le cas d'un vecteur  $\vec{v}$ , le résultat est un scalaire s. Dans le cas d'un tenseur d'ordre deux  $\overline{\overline{T}}$ , le résultat est un vecteur  $\vec{v}$ . Ces résultats sont explicités dans l'équation C.7 et l'équation C.8.

$$div(\vec{v}) = s \quad avec \quad s = \sum_{k} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} = \frac{\partial v_k}{\partial x_k}$$
 (C.7)

$$\overrightarrow{div}\left(\overline{\overline{T}}\right) = \overrightarrow{v} \quad avec \quad v_i = \sum_k \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} \tag{C.8}$$

#### C.1.5 Théorème de la divergence

Soient un domaine volumique matériel  $\Omega$  de frontière  $\partial \Omega$  et  $\vec{n}$  le champ de vecteurs normal en tout point à cette frontière. Pour tout champ vectoriel  $\vec{n}$ , le théorème de la divergence (ou de flux-divergence ou de Green Ostrogradski) est donné dans l'équation C.9.

$$\int_{\Omega} div\left(\vec{v}\right) \, dV = \int_{\partial\Omega} \vec{v}.\vec{n} \, dS \tag{C.9}$$

#### C.1.6 Relations remarquables

D'après les définitions précédentes, certaines relations remarquables peuvent être obtenues. En introduisant un vecteur  $\vec{v}$  et un tenseur d'ordre deux  $\overline{\overline{T}}$  quelconques, ainsi qu'un tenseur symétrique d'ordre deux  $\overline{\overline{T}_{s_r}}$ , l'équation C.10, l'équation C.10 et l'équation C.10 sont déduites.

$$div\left(\vec{v}.\ \bar{\bar{T}}\right) = \vec{v}.\vec{div}\ \bar{\bar{T}} + \bar{\bar{T}}^T: \overline{\overline{grad}}\left(\vec{v}\right)$$
(C.10)

$$tr\left(\bar{\bar{T}}_{s}.\overline{\overline{grad}}\left(\vec{v}\right)\right) = tr\left(\frac{1}{2}\bar{\bar{T}}_{s}.\left(\overline{\overline{grad}}^{T}\left(\vec{v}\right) + \overline{\overline{grad}}\left(\vec{v}\right)\right)\right)$$
(C.11)

$$\bar{\bar{T}}: \bar{\bar{T}}_{s} = tr\left(\bar{\bar{T}}.\bar{\bar{T}}_{s}^{T}\right) = T_{lk}T_{skl} = T_{lk}T_{slk} = \vec{T}.\vec{T}_{s}$$

$$avec \quad \vec{T} = (T_{11}, T_{22}, T_{33}, 2T_{12}, 2T_{13}, 2T_{23})^{T}$$
(C.12)

#### C.2 Formulation variationnelle de l'équilibre mécanique

Soit un domaine matériel  $\Omega$ . Pour tout point matériel du domaine considéré, en notant  $\overline{\sigma}$  le tenseur des contraintes de Cauchy (c'est à dire le tenseur dont les contraintes sont rapportées aux sections actuelles déformées),  $\vec{f_v}$  le vecteur des efforts volumiques extérieurs appliqués au point,  $\rho$  la masse volumique et  $\vec{\gamma}$  l'accélération de ce point, l'équation fondamentale locale de l'équilibre mécanique peut être obtenue par l'équation C.13. Cet équilibre est une équation vectorielle locale.

$$\vec{div}\,\bar{\bar{\sigma}} + \vec{f}_v = \rho\vec{\gamma} \tag{C.13}$$

Soit un champ vectoriel virtuel  $\delta u$ , qui est une fonction test vectorielle quelconque satisfaisant les conditions aux limites du problème considéré, en imposant que des champs virtuels nuls pour éliminer les réactions aux appuis inconnues dans la formulation (champ virtuel qui peut donc être vu comme une vitesse qui vient perturber un « équilibre stable »). En multipliant la relation précédente par cette fonction test, puis en réalisant l'intégrale sur le domaine d'étude considéré, il vient l'équation C.14. Cette expression scalaire est appelée formulation faible ou formulation variationnelle du problème.

$$\int_{\Omega} \vec{\delta u}.\vec{div} \,\bar{\bar{\sigma}} \, dV + \int_{\Omega} \vec{\delta u}.\vec{f_v} \, dV = \int_{\Omega} \vec{\delta u}.\rho\vec{\gamma} \, dV \quad \forall \vec{\delta u} \ compatible \ \dot{a} \ z\acute{e}ro \tag{C.14}$$

D'après le théorème de la divergence et les relations remarquables précédemment établies, le premier terme de cette expression peut être modifié comme présenté dans l'équation C.15. Le tenseur des déformations  $\overline{\overline{\varepsilon}}$  (dont la notation est abusive et dont les gradients dépendent des coordonnées actuelles) associé au tenseur des contraintes  $\overline{\overline{\sigma}}$ , le champ vectoriel des efforts surfaciques  $f_s$  ainsi que la partie de la surface externe où l'on impose les efforts  $\partial \Omega_F$  sont introduits.

$$\int_{\Omega} \vec{\delta u} \cdot d\vec{i} v \, \bar{\bar{\sigma}} \, dV = \int_{\Omega} div \left( \vec{\delta u} \cdot \bar{\bar{\sigma}} \right) \, dV - \int_{\Omega} \bar{\bar{\sigma}}^T : \overline{grad} \left( \vec{\delta u} \right) \, dV$$
$$= \int_{\partial \Omega} \vec{\delta u} \cdot \bar{\bar{\sigma}} \cdot \vec{n} \, dS - \int_{\Omega} tr \left( \bar{\bar{\sigma}} \cdot \overline{grad} \left( \vec{\delta u} \right) \right) \, dV \qquad (C.15)$$
$$= \int_{\partial \Omega_F} \vec{\delta u} \cdot \vec{f}_s \, dS - \int_{\Omega} tr \left( \bar{\bar{\sigma}} \cdot \bar{\bar{\delta \varepsilon}} \right) \, dV \quad \forall \vec{\delta u} \text{ compatible à zéro}$$

Ainsi, la relation équation C.14 devient équation C.16. Cette expression est plus connue sous le nom de Principe des Puissances Virtuelles (PPV). Cette équation décrit l'équilibre des puissances qui doit être vérifié lorsqu'un état d'équilibre est perturbé par un champ vectoriel virtuel de variation de déplacement quelconque admissible. Les différents termes présents dans cette expression peuvent être attribués à différentes puissances, provenant chacune d'une contribution spécifique. La puissance développée par les efforts intérieurs  $P_{int}$ , la puissance développée par les efforts extérieurs  $P_{ext}$  et la puissance développée par les effets d'inerties, liés à l'accélération,  $P_{acc}$  sont indiquées dans l'équation C.16.

$$\underbrace{-\int_{\Omega} \vec{\delta \varepsilon} \cdot \vec{\sigma} \, dV}_{P_{int}} + \underbrace{\int_{\Omega} \vec{\delta u} \cdot \vec{f_v} \, dV + \int_{\partial \Omega_F} \vec{\delta u} \cdot \vec{f_s} \, dS}_{P_{ext}} = \underbrace{\int_{\Omega} \vec{\delta u} \cdot \rho \vec{\gamma} \, dV}_{P_{acc}} \quad \forall \vec{\delta u} \ compatible \ \dot{a} \ z\acute{e}ro \quad (C.16)$$

#### C.3 Formulation élément fini de l'équilibre mécanique

La MEF consiste à résoudre le PPV scalaire en utilisant les notations matricielles et vectorielles, afin d'obtenir une équation vectorielle discrète. En conservant les notations introduites précédemment, il faut donc vérifier à tout instant t la relation équation C.17.

$${}^{t}P_{int} + {}^{t}P_{ext} = {}^{t}P_{acc} \quad \forall t \tag{C.17}$$

Or, la contrainte de Cauchy, qui fait référence à la configuration courante, n'est pas additive et la mesure du volume actuel est inconnue. Il est donc impossible de calculer l'intégrale de la puissance des efforts intérieurs. C'est la raison pour laquelle il faut se placer dans le domaine de référence en utilisant le second tenseur des contraintes de Piola Kirchhoff (c'est à dire le tenseur dont les contraintes sont rapportées aux sections initiales et qui sera aussi noté abusivement  $\overline{\sigma}$ ) et le tenseur des déformations de Green Lagrange  $\overline{\overline{\epsilon}}$  (dont les gradients dépendent des coordonnées initiales). La puissance virtuelle des efforts intérieurs peut donc être réécrite comme dans l'équation C.18.

$${}^{t}P_{int} = -\int_{0\Omega} \vec{\delta\varepsilon} \cdot \vec{\sigma} \, {}^{0}dV \tag{C.18}$$

Afin de formuler le problème éléments finis, les informations relatives au champ de déplacement vectoriel  $\vec{u}$  continu sont rapportées à la connaissance du déplacement uniquement en certains points, appelé nœuds. Cela permet de découper un domaine matériel continu en un domaine discret composé par un nombre fini de points. Il est alors possible de paver l'espace par des sous-domaines polygonaux (en 2D) ou polyédriques (en 3D), appelés éléments, dont les sommets correspondent à ces nœuds. Toutes les intégrales précédemment établies peuvent donc être divisées sur chacun des différents éléments, comme cela est indiqué dans l'équation C.19, en désignant les domaines et volumes des éléments par un exposant e.

$$\int_{\Omega} s \, dV = \sum_{\acute{e}l\acute{e}ments} \int_{\Omega^e} s \, dV^e \tag{C.19}$$

En introduisant le vecteur des déplacements aux nœuds pour un élément donné  $\vec{q}^e$ , et une matrice N appelée matrice de fonction de forme, il est ainsi possible de déterminer le vecteur déplacement en tout point du domaine par la relation donnée par l'équation C.20. Dans le but de formuler le PPV en fonction de ce nouveau vecteur  $\vec{q}^e$ , il faut alors introduire des matrices permettant de décrire les différents termes mis en jeu. La matrice des déformations B est introduite pour exprimer la relation qui lie le vecteur des déplacements  $\vec{u}$  au vecteur des déformations  $\vec{e}$ , comme indiqué dans l'équation C.21. La matrice de loi de comportement L est introduite pour exprimer la relation qui lie le vecteur des déformations  $\vec{e}$  au vecteur des contraintes  $\vec{\sigma}$ , comme indiqué dans l'équation C.22. De plus, le vecteur accélération  $\vec{\gamma}$  peut également être réécrit, comme explicité dans l'équation C.23.

$$\vec{u} = N\vec{q}^e \tag{C.20}$$

$$\vec{\varepsilon} = B\vec{q}^e \tag{C.21}$$

$$\vec{\sigma} = L\vec{\varepsilon} \tag{C.22}$$

$$\vec{\gamma} = \frac{d^2 \vec{u}}{dt^2} = \frac{d^2 N q^{\vec{e}}}{dt^2} = N \frac{d^2 q^{\vec{e}}}{dt^2}$$
 (C.23)

En, injectant ces relations dans les expressions précédemment établies, les nouvelles formulations des puissances mises en jeu peuvent être déterminées, comme indiqué dans équation C.24. Dans ces expressions, le produit scalaire est remplacé par le produit matriciel équivalent, ce qui justifie la présence de vecteurs et matrices transposés.

$$\begin{cases}
P_{int} = -\sum_{\acute{e}l\acute{e}ments} \int_{0}^{0} \sqrt{q} e^{T} B^{T} L B q^{\acute{e}} {}^{0} dV^{e} \\
P_{ext} = \sum_{\acute{e}l\acute{e}ments} \int_{\Omega^{e}} \sqrt{\delta} q^{\acute{e}} N^{T} f_{v} dV^{e} + \int_{\partial \Omega^{e}_{F}} \sqrt{\delta} q^{\acute{e}} N^{T} f_{s} dS^{e} \quad \forall \vec{\delta u} \ compatible \ `a \ z\acute{e}ro \qquad (C.24) \\
P_{acc} = \sum_{\acute{e}l\acute{e}ments} \rho \int_{\Omega^{e}} \sqrt{\delta} q^{\acute{e}} N^{T} N \frac{d^{2} q^{\acute{e}}}{dt^{2}} dV^{e}
\end{cases}$$

Ces équations d'équilibre sont donc en particulier vérifiées sur chacun des éléments composant le domaine. De plus, comme ces expressions sont vraies pour toute distribution nodale de déplacement virtuel  $\delta \vec{q}$  compatible, l'équilibre mécanique devient donc pour chacun des éléments l'expression donnée en équation C.25. Dans ces notations,  $K^e$  représente la matrice de rigidité élémentaire,  $M^e$  la matrice de masse élémentaire et  $\vec{R}^e$  le vecteur des efforts extérieurs élémentaire. Des forces ponctuelles nodales sont également ajoutées. En introduisant de plus le vecteur  $\vec{q}$  des déplacements de tous les nœuds du domaine, il est possible de réaliser une opération de sommation sur l'ensemble des éléments, appelé assemblage, ce qui permet d'obtenir l'équation mécanique d'équilibre des éléments finis globale présentée dans l'équation C.26.

$$\begin{cases} P_{int} = -\sum_{\acute{e}l\acute{e}ments} \int_{0_{\Omega^e}} \vec{\delta q^e}^T B^T L B \vec{q^e} \, {}^{0} dV^e \\ P_{ext} = \sum_{\acute{e}l\acute{e}ments} \int_{\Omega^e} \vec{\delta q^e}^T N^T \vec{f_v} \, dV^e + \int_{\partial \Omega^e_F} \vec{\delta q^e}^T N^T \vec{f_s} \, dS^e \quad \forall \vec{\delta u} \text{ compatible à zéro} \quad (C.25) \\ P_{acc} = \sum_{\acute{e}l\acute{e}ments} \rho \int_{\Omega^e} \vec{\delta q^e}^T N^T N \frac{d^2 \vec{q^e}}{dt^2} \, dV^e \\ K \vec{q} + M \frac{d^2 \vec{q}}{dt^2} = \vec{R} \end{cases}$$

$$(C.26)$$

#### C.4 Formulation du problème quasi-statique en résolution implicite

Dans le cas d'une résolution quasi-statique, les effets d'inerties sont négligés, ainsi l'équation globale qui régit le problème est de la forme présentée en équation C.27, avec  $\vec{F}$  le vecteur des efforts intérieurs et  $\vec{R}$  le vecteur des efforts extérieurs. Par ailleurs, la méthode de résolution utilisée dans le logiciel ABAQUS® est incrémentale en déplacement, c'est-à-dire que connaissant la solution à l'instant t, il faut déterminer le vecteur incrément de déplacement  $\Delta \vec{q}$  qui permet de retrouver l'équilibre à t + dt. Pour ce faire, il est possible de décomposer le vecteur des efforts intérieurs inconnu à t + dt comme indiqué dans l'équation C.28, en introduisant la matrice de rigidité tangente  ${}^tK$  à l'instant t. Or, le vecteur des efforts extérieurs étant par hypothèse connu à t + dt, la relation d'équilibre mécanique à t + dt peut être réécrite sous la forme renseignée dans l'équation C.29. Il s'agit ensuite d'inverser la matrice de rigidité tangente, étape caractéristique de la résolution implicite, pour trouver l'incrément de déplacement, et donc le déplacement total à t + dt, qui satisfont l'équilibre.

$$\vec{F} = K\vec{q} = \vec{R} \tag{C.27}$$

$${}^{t+dt}\vec{F} = {}^{t}\vec{F} + \Delta\vec{F} = {}^{t}\vec{F} + {}^{t}K\Delta\vec{q} \quad avec \quad {}^{t}K = \frac{\partial\vec{F}}{\partial\vec{q}}\Big|_{t}$$
(C.28)

$${}^{t+dt}\vec{R} = {}^{t+dt}\vec{F} = {}^{t}\vec{F} + {}^{t}K\Delta\vec{q} \tag{C.29}$$

Dans le cas d'une réponse mécanique parfaitement linéaire, ces calculs permettent de retrouver directement l'incrément de déplacement inconnu qui permet de vérifier l'équilibre, puisque la matrice de rigidité tangente est constante. Par ailleurs, dans le cas d'une réponse mécanique plus complexe, par exemple avec une loi de comportement non linéaire, il faut mettre en place un processus itératif de résolution par convergence.

Pour illustrer le principe de résolution, un état d'équilibre mécanique est considéré connu à l'instant t, tout comme le vecteur des efforts extérieurs à t + dt, les conditions initiales du problème sont donc celles indiquées dans l'équation C.30. Le processus itératif repose ensuite sur la détermination de l'incrément de déplacement  $\Delta \vec{q}$ , et donc du déplacement total  $\vec{q}$ , en utilisant les relations de récurrence fournies dans l'équation C.31. Il ne reste alors plus qu'à itérer jusqu'à un critère de convergence. Un terme  $\vec{\psi}$  appelé résidu est donc introduit dans ce but, et permet de trouver la solution recherchée. L'expression du résidu est fournie dans l'équation C.32. Dans ces formulations, il apparaît que la détermination des grandeurs à l'instant actuel repose à la fois sur la connaissance de l'instant précédent et de l'instant courant, c'est une des caractéristiques de la résolution temporelle implicite.

$${}^{t}\vec{q} = {}^{t+dt}\vec{q}_{(0)}; \quad {}^{t}\vec{R} = {}^{t}\vec{F} = {}^{t+dt}\vec{F}_{(0)} \quad et \quad {}^{t}K = {}^{t+dt}K_{(0)} \quad connus$$
(C.30)

$$\begin{cases} {}^{t+dt}K_{(n)}\Delta\vec{q}_{(n+1)} = {}^{t+dt}\vec{R} - {}^{t+dt}\vec{F}_{(n)} \\ {}^{t+dt}\vec{q}_{(n+1)} = {}^{t+dt}\vec{q}_{(n)} + \Delta\vec{q}_{(n+1)} \end{cases}$$
(C.31)

$$\dot{b} = {}^{t+dt}\vec{R} - {}^{t+dt}\vec{F}_{(n)}$$
 (C.32)

#### C.5 Formulation du problème dynamique en résolution explicite

Dans le cas d'une résolution dynamique, les effets d'inertie ne sont plus négligés, ainsi l'expression de l'équilibre mécanique est complète et fait intervenir le terme en accélération. Le schéma d'intégration temporelle utilisé est alors le plus généralement explicite. En effet, dans le cas précédent, le cadre quasi-statique impliquait que l'évolution de la réponse mécanique pouvait être assimilée à une succession d'états d'équilibre. Puisqu'aucun effet transitoire, vibratoire ou dynamique n'était présent, la convergence de l'algorithme pouvait se produire même en considérant de larges incréments de temps. C'est pourquoi l'inversion de la matrice de raideur, bien que coûteuse, est utilisée. Dans le cas actuel par contre, le cadre dynamique, tous les effets d'inertie ont lieu, et cela nécessite des pas de temps bien plus petits. Le coût de l'inversion de la matrice de raideur serait alors trop élevé, ce qui justifie le choix d'une résolution temporelle explicite.

Cette résolution nécessite également une formulation incrémentale basée sur une relation de récurrence, mais cette-fois ci sans considération de convergence. Par ailleurs, un terme supplémentaire d'accélération (et de vitesse si des amortissements sont considérés) impose de définir des équations aux différences finies pour expliciter les relations de dérivation. Dans le logiciel ABAQUS®, la méthode de résolution explicite pour les problèmes dynamiques repose sur la représentation de la dérivation par un schéma aux différences finies centré d'ordre 1. De plus, des demi-incréments de temps sont introduits dans le but d'exprimer le déplacement et l'accélération aux incréments entiers et la vitesse aux incréments demi-entiers, ce qui permet avec uniquement deux incrément de temps correspondant aux demi-incréments, ainsi que la vitesse aux incréments entiers (pour par exemple écrire cette information dans les sorties). Dans ce cas, les formulations utilisées sont présentées en équation C.34. La vitesse est alors interpolée de manière linéaire en utilisant l'expression de la vitesse moyenne entre t + dt/2 et t + dt.

$${}^{t}\dot{f} = \frac{t + \frac{dt}{2}f - t - \frac{dt}{2}f}{t + \frac{dt}{2}\Delta t} \quad soit \quad \begin{cases} t + \frac{dt}{2}f = t - \frac{dt}{2}f + t + \frac{dt}{2}\Delta t^{t}\dot{f} \\ t + dtf = t + t + dt\Delta t^{t + \frac{dt}{2}}\dot{f} \end{cases}$$
(C.33)

$$\begin{cases} t + \frac{dt}{2}\Delta t = \frac{t\Delta t + t + dt\Delta t}{2} \\ t + dt\vec{q} = t + \frac{dt}{2}\vec{q} + \frac{t + dt\Delta t}{2} \\ t + dt\vec{q} = t + \frac{dt}{2}\vec{q} + \frac{t + dt\Delta t}{2} \\ t + dt\vec{q} \end{cases}$$
(C.34)

Pour illustrer le principe de résolution, un état d'équilibre mécanique est considéré connu à l'instant *t*, tout comme le vecteur des efforts extérieurs à t+dt, les conditions initiales du problème sont donc celles indiquées dans l'équation C.35. Le processus itératif repose ensuite sur le calcul du déplacement  $t+dt \vec{q}$  en utilisant les relations de récurrence fournies dans l'équation C.36. Il ne reste alors plus qu'à déterminer la matrice de rigidité tangente et le vecteur des efforts intérieurs pour trouver l'expression de l'accélération inconnue, comme indiqué dans l'équation C.37. A première vue, il semble que cette opération nécessite l'inversion de la matrice de masse, mais dans les faits, cette dernière est approximée par une matrice diagonale, ce qui permet un coût numérique très faible pour chaque incrément. Dans ces formulations, il apparaît que la détermination des grandeurs à l'instant actuel repose uniquement sur la connaissance de l'instant précédent, c'est une des caractéristiques de la résolution temporelle explicite.

$${}^{t}\ddot{\vec{q}}; {}^{t-\frac{dt}{2}}\vec{\dot{q}}; {}^{t}\vec{q}; {}^{t}\vec{R}; {}^{t}\vec{R} = t {}^{t}K \ connus \tag{C.35}$$

$$\begin{cases} t + \frac{dt}{2}\vec{q} = t - \frac{dt}{2}\vec{q} + t + \frac{dt}{2}\Delta t^{t}\vec{q} \\ t + dt\vec{q} = t\vec{q} + t + dt\Delta t^{t + \frac{dt}{2}}\vec{q} \end{cases}$$
(C.36)

$$M^{t+dt}\vec{\ddot{q}} = {}^{t+dt}\vec{R} - {}^{t+dt}\vec{F}$$
(C.37)

#### C.6 Formulation du problème quasi-statique non linéaire

Dans le cadre de la non linéarité géométrique, les expressions précédentes sont plus complexes, puisque la matrice de rigidité tangente ainsi que le vecteur des efforts extérieurs dépendant de la déformée courante du domaine matériel étudié, c'est-à-dire de l'incrément de déplacement. De plus, dans le cadre des grandes déformations, les termes du second ordre en déplacement doivent être ajoutés dans la résolution numérique. Le but est alors de formuler les expressions matricielles du problème incrémental de façon à obtenir le problème linéarisé en incrément de déplacement. Pour ce faire, les déplacements, déformation et contraintes sont décomposés comme présenté dans l'équation C.38. D'après l'expression du tenseur de Green Lagrange, les déformations peuvent être exprimées, comme dans l'équation C.39, ce qui permet d'en déduire l'incrément de déplacement associé, présenté en équation C.40.

$$\begin{cases} {}^{t+dt}u_i = {}^tu_i + \Delta u_i \\ {}^{t+dt}\varepsilon_{ij} = {}^t\varepsilon_{ij} + \Delta\varepsilon_{ij} \\ {}^{t+dt}\sigma_{ij} = {}^t\sigma_{ij} + \Delta\sigma_{ij} \end{cases}$$
(C.38)

$$\begin{cases} {}^{t}\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( {}^{t}u_{i,j} + {}^{t}u_{j,i} + {}^{t}u_{k,i}{}^{t}u_{k,j} \right) \\ {}^{t+dt}\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( {}^{t+dt}u_{i,j} + {}^{t+dt}u_{j,i} + {}^{t+dt}u_{k,i}{}^{t+dt}u_{k,j} \right) \end{cases}$$
(C.39)

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \underbrace{\Delta u_{i,j} + \Delta u_{j,i} + \Delta u_{k,i}{}^t u_{k,j} + {}^t u_{k,i} \Delta u_{k,j}}_{linéaire \ en \ \Delta u_i} + \underbrace{\Delta u_{k,i} \Delta u_{k,j}}_{quadratique \ en \ \Delta u_i} \right)$$
(C.40)

Pour trouver la variation virtuelle de l'incrément de déformation  $\delta \Delta \varepsilon_{ij}$ , il faut garder à l'esprit que cette variation est uniquement appliquée à l'état d'équilibre à t + dt, ce qui permet d'écrire la relation donnée dans l'équation C.41.

$$\delta^{t+dt}u_i = \delta \left( {}^tu_i + \Delta u_i \right) = \delta \Delta u_i \quad car \quad \delta^t u_i = 0 \tag{C.41}$$

La variation virtuelle de l'incrément de déformation peut donc être exprimée (comme la différentielle de l'incrément de déformations en équation C.42 et/ou la différentielle du champ de déformations à l'instant t + dt en équation C.43, afin d'obtenir l'équation C.44.

$$\delta\Delta\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \delta^{t+dt} u_{i,j} + \delta^{t+dt} u_{j,i} + \delta^{t+dt} u_{k,i}^{t+dt} u_{k,j} + {}^{t+dt} u_{k,i} \delta^{t+dt} u_{k,j} \right)$$
(C.42)

$$\delta\Delta\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \delta\Delta u_{i,j} + \delta\Delta u_{j,i} + \delta\Delta u_{k,i}{}^{t+dt} u_{k,j} + {}^{t+dt} u_{k,i} \delta\Delta u_{k,j} \right)$$
(C.43)

$$\delta\Delta\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \underbrace{\left( \underbrace{\delta\Delta u_{i,j} + \delta\Delta u_{j,i} + \delta\Delta u_{k,i}{}^{t}u_{k,j} + {}^{t}u_{k,i}\delta\Delta u_{k,j}}_{ind\acute{e}pendant\ de\ \Delta u_{i}} + \underbrace{\underbrace{\delta u_{k,i}\Delta u_{k,j} + u_{k,i}\delta\Delta u_{k,j}}_{lin\acute{e}aire\ en\ \Delta u_{i}} \right)}_{lin\acute{e}aire\ en\ \Delta u_{i}}$$
(C.44)

Ces expressions de l'incrément de déformation et de la variation virtuelle de l'incrément de déformation peuvent être séparées en fonction de la dépendance à l'incrément de déplacement, à l'image de l'équation C.45.

$$\begin{cases} \Delta \varepsilon_{ij} = \Delta e_{ij} + \Delta \eta_{ij} \\ \delta \Delta \varepsilon_{ij} = \delta \Delta e_{ij} + \delta \Delta \eta_{ij} \end{cases}$$
(C.45)

En analysant l'expression de la variation virtuelle de l'incrément de déformation  $\delta \Delta e_{ij}$  donné dans l'équation C.44, l'expression de la variation virtuelle du champ de déformation  $\delta^t \varepsilon_{ij}$  à l'instant *t* apparaît, ainsi, la relation équation C.46 est vérifiée.

$$\delta^{t}\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \delta \Delta u_{i,j} + \delta \Delta u_{j,i} + \delta \Delta u_{k,i}{}^{t} u_{k,j} + {}^{t} u_{k,i} \delta \Delta u_{k,j} \right) = \delta \Delta e_{ij}$$
(C.46)

L'expression de la puissance des efforts intérieurs peut donc être réécrite sous la forme renseignée dans l'équation C.47.

$${}^{t+dt}P_{int} = \underbrace{\int_{0}_{\Omega} \Delta\sigma_{ij}\delta\Delta\varepsilon_{ij} \,^{0}dV}_{I_{1}} + \underbrace{\int_{0}_{\Omega}{}^{t}\sigma_{ij}\delta\Delta\eta_{ij} \,^{0}dV}_{I_{2}} + \underbrace{\int_{0}_{\Omega}{}^{t}\sigma_{ij}\delta\Delta e_{ij} \,^{0}dV}_{I_{3}} \tag{C.47}$$

Pour ce qui est de l'intégrale  $I_1$ , il est possible de réaliser un développement de Taylor, comme spécifié dans l'équation C.48. Soit L le tenseur permettant de rendre compte de la loi de comportement élastique linéaire reliant contraintes et déformations. En utilisant cette expression pour définir le comportement tangent, il vient alors l'expression linéarisée en incrément de déplacement présentée dans l'équation C.49. Le terme de l'intégrale  $I_1$  peut donc, en réalisant de nouveau une linéarisation, s'exprimer comme indiqué dans l'équation C.50. Pour ce qui est de l'intégrale  $I_2$ , le terme en contrainte est indépendant de l'incrément de déplacement et le terme en déformation est linéaire en incrément de déplacement, ainsi leur produit également. Pour ce qui est de l'intégrale  $I_3$ , d'après l'équation C.46, l'expression de la puissance des efforts intérieurs à l'instant t apparaît. Ainsi, la puissance des efforts intérieurs à t + dt en formulation incrémentale dans le cadre de la non linéarité géométrique se traduit par l'équation C.51.

$${}^{t+dt}\sigma_{ij} = {}^{t}\sigma_{ij} + \Delta\sigma_{ij} = {}^{t}\sigma_{ij} + \frac{\partial^{t}\sigma_{ij}}{\partial^{t}\varepsilon_{kl}}\Delta\varepsilon_{kl} + termes \ d'ordres \ supérieurs \tag{C.48}$$

$$\Delta \sigma_{ij} \approx \frac{\partial^t \sigma_{ij}}{\partial^t \varepsilon_{kl}} \Delta \varepsilon_{kl} = L_{ijkl} \Delta \varepsilon_{kl} = L_{ijkl} (\Delta \varepsilon_{kl}) + \underbrace{\mathfrak{pkl}}_{quadratique \ en \ \Delta u_i} \approx L_{ijkl} \Delta \varepsilon_{kl}$$
(C.49)

$$\Delta \sigma_{ij} \delta \Delta \varepsilon_{ij} = L_{ijkl} \Delta e_{kl} (\delta \Delta e_{ij} + \delta \Delta \eta_{ij}) \approx L_{ijkl} \Delta e_{kl} \delta \Delta e_{ij}$$
(C.50)  
$$linéaire en \Delta u_i$$

$$\int_{0\Omega} L_{ijkl} \Delta e_{kl} \delta \Delta e_{ij} \,^{0} dV + \int_{0\Omega} {}^{t} \sigma_{ij} \delta \Delta \eta_{ij} \,^{0} dV = {}^{t+dt} P_{int} - {}^{t} P_{int} \tag{C.51}$$

Le problème éléments finis peut ensuite être écrit dans le formalisme discret déjà abordé en utilisant les relations exprimées dans l'équation C.52. Cela permet d'obtenir, en injectant dans l'égalité les efforts extérieurs qui doivent vérifier l'équilibre mécanique global, l'expression générale donnée dans l'équation C.53. Cette relation incrémentale est similaire à celle obtenue dans le cas linéaire géométrique en équation C.54.

$$\begin{cases} \Delta e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \Delta u_{i,j} + \Delta u_{j,i} + \Delta u_{k,i}{}^{t} u_{k,j} + {}^{t} u_{k,i} \Delta u_{k,j} \right) = \left( B_L \Delta \vec{q} \right)_{ij} = \left( \left( B_{HPP} + B_{u0} \right) \Delta \vec{q} \right)_{ij} \\ \delta e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \delta \Delta u_{i,j} + \delta \Delta u_{j,i} + \delta \Delta u_{k,i}{}^{t} u_{k,j} + {}^{t} u_{k,i} \delta \Delta u_{k,j} \right) = \left( B_L \delta \Delta \vec{q} \right)_{ij} = \left( \left( B_{HPP} + B_{u0} \right) \delta \Delta \vec{q} \right)_{ij} \\ {}^{t} \sigma_{ij} \eta_{ij} = \frac{1}{2} \left( \delta \Delta u_{k,i} \Delta u_{k,j} + \Delta u_{k,i} \delta \Delta u_{k,j} \right) {}^{t} \sigma_{ij} = \left( \delta \Delta \vec{q}^T B_{NL}^T S B_{NL} \Delta \vec{q} \right)_{ij} \end{cases}$$
(C.52)

$$\left(\int_{0\Omega} B_L^T L B_L^{0} dV + \int_{0\Omega} B_{NL}^T S B_{NL}^{0} dV\right) \vec{\Delta q} = {}^{t+dt} \vec{F} - {}^t \vec{F} = {}^{t+dt} \vec{R} - {}^t \vec{F}$$
(C.53)

$${}^{t}K\Delta\vec{q} = {}^{t+dt}\vec{R} - {}^{t}\vec{F}$$
(C.54)

Plusieurs matrices peuvent alors être définies, à l'image de  $B_L$  la matrice des déformations linéaire (au sens de l'incrément de déplacement),  $B_{NL}$  la matrice des déformations non linéaire (au sens de l'incrément de déplacement),  $B_{HPP}$  la matrice des déformations linéaire (au sens de la Hypothèses des Petites Perturbations (HPP)), ou en petits déplacements, ou en petites déformations et  $B_{u_0}$  la matrice des déformations non linéaire (au sens de la HPP), ou des déplacements initiaux, ou en grands déplacements. De même diverses matrices de rigidité tangente peuvent être introduites, à l'image de K la matrice de rigidité tangente (ou incrémentale) totale,  $K_L$  la matrice de rigidité tangente (ou incrémentale) linéaire (au sens de l'incrément de déplacement),  $K_{NL}$  la matrice de rigidité tangente (ou incrémentale) non linéaire (au sens de l'incrément de déplacement), géométrique ou des contraintes initiales,  $K_{HPP}$  matrice de rigidité tangente (ou incrémentale) linéaire (au sens de la HPP), ou en petits déplacements, ou en petites déformations et  $K_{u_0}$  matrice de rigidité tangente (ou incrémentale) non linéaire (au sens de l'incrément de déplacement), géométrique ou des contraintes initiales,  $K_{HPP}$  matrice de rigidité tangente (ou incrémentale) linéaire (au sens de la HPP), ou en petits déplacements, ou en petites déformations et  $K_{u_0}$  matrice de rigidité tangente (ou incrémentale) non linéaire (au sens de la HPP), ou des déplacements initiaux, ou en grands déplacements. Ces dernières sont explicitées dans l'équation C.55.

$$\begin{cases}
K = K_L + K_{NL} = K_{HPP} + K_{u_0} + K_{NL} \\
K_L = \int_{0}^{0} B_L^T L B_L^0 dV \\
K_{NL} = \int_{0}^{0} B_{NL}^T S B_{NL}^0 dV \\
K_{HPP} = \int_{0}^{0} B_{HPP}^T L B_{HPP}^0 dV \\
K_{u_0} = \int_{0}^{0} B_{HPP}^T L B_{u_0}^0 dV + \int_{0}^{0} B_{u_0}^T L B_{u_0}^0 dV
\end{cases}$$
(C.55)

## Annexe D Elément fini discret personnalisé

Cette annexe présente les développements et les expressions analytiques ayant permis l'implémentation des éléments finis discrets personnalisés. Tous les éléments structuraux constitutifs de l'élément discret, de barre, de poutre et de plaque, seront abordés.

#### D.1 Détermination de la cinématique de poutre

Soit une poutre à laquelle est attachée un repère orthonormé  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ , telle que son axe soit dirigé par l'axe  $\vec{X}$ , et que sa section soit plane, initialement orthogonale à cet axe, dans  $(\vec{Y}, \vec{Z})$ . La figure D.1 présente une rotation de la section arbitraire. En notant  $\theta_X$  la rotation autour de l'axe  $\vec{X}$  et  $\theta_Y$  et  $\theta_Z$  les angles formés par entre la section et l'axe  $\vec{X}$  respectivement dans les plans  $(\vec{X}, \vec{Z})$  et  $(\vec{X}, \vec{Y})$ , le déplacement en tout point de la poutre est connu et décrit dans l'équation D.1. Les coordonnées du point considéré dans la section après rotation de la section dans les directions  $\vec{Y}$  et  $\vec{Z}$  sont notés  $\hat{Y}$  et  $\hat{Z}$ .



FIGURE D.1 – Illustration d'une rotation quelconque de la section de poutre.

$$\begin{cases} u_X (X, Y, Z) = u_{X_0} + \tan(\theta_Y)\hat{Z} - \tan(\theta_Z)\hat{Y} \\ u_Y (X, Y, Z) = u_{Y_0} - \tan(\theta_X)\hat{Z} + (\hat{Y} - Y) \\ u_Z (X, Y, Z) = u_{Z_0} + \tan(\theta_X)\hat{Y} + (\hat{Z} - Z) \end{cases}$$
(D.1)

Pour déterminer les grandeurs  $\hat{Y}$  et  $\hat{Z}$ , il suffit d'utiliser la conservation de distance entre le point considéré et le centre de la section. Cela donne l'équation D.2.

$$\begin{cases} \sqrt{\hat{Y}^2 \left( \tan^2 \left( \theta_X \right) + \tan^2 \left( \theta_Z \right) + 1 \right)} = Y \\ \sqrt{\hat{Z}^2 \left( \tan^2 \left( \theta_X \right) + \tan^2 \left( \theta_Y \right) + 1 \right)} = Z \end{cases}$$
(D.2)

Dans le cas des petites rotations, ces expressions peuvent être linéarisées, puisque si les angles  $\theta_x$ ,  $\theta_y$  et  $\theta_z$  sont petits, il vient l'équation D.3.

$$\begin{cases} \tan(\theta_i) \approx \theta_i & et \quad \theta_i^2 \ll 1 \quad d'ou \quad \begin{cases} \hat{Y} \approx Y \\ \hat{Z} \approx Z \end{cases} \quad \forall i \in \{X, Y\} \end{cases}$$
(D.3)

Soit finalement les déplacements bien connus selon la théorie des poutres de Timoshenko dans l'équation 2.1.

#### D.2 Détermination de la cinématique de plaque

Soit une plaque à laquelle est attachée un repère orthonormé  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ , telle que la normale à la surface soit dirigée par l'axe  $\vec{Z}$ , et que sa section soit plane initialement dans  $(\vec{X}, \vec{Y})$ . La figure D.2 présente une rotation de fibre arbitraire. En notant  $\theta_X$  et  $\theta_Y$  les angles formés respectivement entre la fibre rigide et l'axe  $\vec{Z}$  dans les plans  $(\vec{Y}, \vec{Z})$  et  $(\vec{X}, \vec{Z})$ , le déplacement en tout point de la poutre est connu et décrit dans l'équation D.4. La coordonnée dans la direction  $\vec{Z}$  du point considéré après rotation de la fibre rigide est noté  $\hat{Z}$ .



FIGURE D.2 – Illustration d'une rotation quelconque de la fibre rigide de plaque.

$$\begin{cases} u_X (X, Y, Z) = u_{X_0} + \tan(\theta_Y) \hat{Z} \\ u_Y (X, Y, Z) = u_{Y_0} - \tan(\theta_X) \hat{Z} \\ u_Z (X, Y, Z) = u_{Z_0} + (\hat{Z} - Z) \end{cases}$$
(D.4)

Pour trouver  $\hat{Z}$ , il suffit d'utiliser la conservation de longueur de la fibre rigide. Cela donne l'équation D.5.

$$\sqrt{\hat{Z}^2 \left( \tan^2 \left( \theta_X \right) + \tan^2 \left( \theta_Y \right) + 1 \right)} = Z \tag{D.5}$$

Dans le cas des petites rotations, ces expressions peuvent être linéarisées, puisque si les angles  $\theta_X$  et  $\theta_Y$  sont petits, il vient l'équation D.6.

$$\tan\left(\theta_{i}\right) \approx \theta_{i} \quad et \quad \theta_{i}^{2} \ll 1 \quad d'o\dot{u} \quad \hat{Z} \approx Z \quad \forall i \in \{X, Y\}$$
(D.6)

#### D.3 Détermination des fonctions d'interpolation

Pour les éléments de barre et plaque, les fonctions d'interpolation recherchées sont des fonctions affines de la forme donnée dans l'équation D.7. En récrivant les conditions que doivent vérifier les fonctions d'interpolations, il vient l'équation D.8. La résolution de ce système permet de déterminer les coefficients de ces fonctions affines.

$$N_i(\xi_j) = a_i \xi_j + b_i = \delta_{ij} \quad \forall (i,j) \in [\![1,2]\!]^2$$
 (D.7)

$$\begin{cases} N_1(-1) = -a_1 + b_1 = 1\\ N_1(-1) = -a_1 + b_1 = 0\\ N_2(-1) = -a_2 + b_2 = 0\\ N_2(-1) = -a_2 + b_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -b_1 = -0, 5\\ a_2 = -b_2 = -0, 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1(\xi) = \frac{1-\xi}{2}\\ N_2(\xi) = \frac{1+\xi}{2} \end{cases}$$
(D.8)

Pour les éléments de plaque, les fonctions d'interpolation recherchées sont des fonctions bilinéaires de la forme donnée dans l'équation D.9. En récrivant les conditions que doivent vérifier les fonctions d'interpolations, il vient l'équation D.10. La résolution de ce système permet de déterminer les coefficients de ces fonctions bilinéaires.

$$N_i(\xi_j) = a_i \xi_j + b_i \eta_j + c_i \xi_j \eta_j + d_i = \delta_{ij} \quad \forall (i,j) \in [\![1,4]\!]^2$$
(D.9)

$$\begin{cases} N_{1}(-1,-1) = -a_{1} - b_{1} + c_{1} + d_{1} = 1 \\ N_{1}(1,-1) = a_{1} - b_{1} - c_{1} + d_{1} = 0 \\ N_{1}(1,-1) = -a_{1} + b_{1} + c_{1} + d_{1} = 0 \\ N_{2}(-1,-1) = -a_{2} - b_{2} + c_{2} + d_{2} = 0 \\ N_{2}(-1,-1) = -a_{2} - b_{2} - c_{2} + d_{2} = 1 \\ N_{2}(1,-1) = -a_{2} - b_{2} - c_{2} + d_{2} = 0 \\ N_{2}(-1,-1) = -a_{2} + b_{2} - c_{2} + d_{2} = 0 \\ N_{2}(-1,-1) = -a_{3} - b_{3} + c_{3} + d_{3} = 0 \\ N_{3}(-1,-1) = -a_{3} - b_{3} - c_{3} + d_{3} = 0 \\ N_{3}(1,-1) = -a_{3} - b_{3} - c_{3} + d_{3} = 1 \\ N_{3}(-1,-1) = -a_{4} - b_{4} - c_{4} + d_{4} = 0 \\ N_{4}(-1,-1) = -a_{4} - b_{4} - c_{4} + d_{4} = 0 \\ N_{4}(1,-1) = -a_{4} - b_{4} - c_{4} + d_{4} = 0 \\ N_{4}(1,-1) = -a_{4} + b_{4} - c_{4} + d_{4} = 0 \\ N_{4}(-1,-1) = -a_{4} + b_{4} - c_{4} + d_{4} = 1 \end{cases}$$

#### D.4 Détermination des matrices Jacobienne

Dans le cas des éléments structuraux linéiques, de longueur initiale *l*, une seule des dimensions est nécessaire, à la fois dans le domaine d'étude initial local et dans le domaine de référence de l'élément. L'expression de la matrice Jacobienne peut alors être déterminée, comme indiqué dans l'équation D.11. De plus en remarquant que la longueur initiale de l'élément apparaît, il vient l'équation D.12.

$$J = \left(\frac{\partial X}{\partial \xi}\right) = \left(\frac{\partial \sum_{i} N_{i} X_{i}}{\partial \xi}\right) = \left(N_{1,\xi} \quad N_{2,\xi}\right) \begin{pmatrix}X_{1}\\X_{2}\end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix}-1 & 1\end{pmatrix} \begin{pmatrix}X_{1}\\X_{2}\end{pmatrix}$$
(D.11)

$$J = \left(\frac{l}{2}\right) \quad et \quad J^{-1} = \left(\frac{2}{l}\right) \tag{D.12}$$

Dans le cas des éléments structuraux de plaque, l'épaisseur *h* est considérée comme constante. Ainsi la position d'un point dans l'épaisseur de la plaque dans le domaine d'étude initial local est directement liée à celle dans le repère de référence par une relation linéaire. De plus, les autres composantes du plan dans le domaine d'étude local sont indépendantes de cette coordonnée hors plan du domaine de référence. Ces relations sont présentées dans l'équation D.13. L'expression de la matrice Jacobienne peut alors être déterminée, comme indiqué dans l'équation D.14. En réalité, c'est surtout un bloc de cette matrice qu'il est nécessaire de considérer, comme explicité dans l'équation D.15. La relation inverse vient directement par inversion la matrice Jacobienne ainsi obtenue.

$$\begin{cases} X\left(\xi,\eta,\zeta\right) = X\left(\xi,\eta\right) = \sum_{i} N_{i}\left(\xi,\eta\right) X_{i} \\ Y\left(\xi,\eta,\zeta\right) = Y\left(\xi,\eta\right) = \sum_{i} N_{i}\left(\xi,\eta\right) Y_{i} \\ Z\left(\xi,\eta,\zeta\right) = \frac{\zeta h}{2} \end{cases}$$
(D.13)

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial X}{\partial \xi} & \frac{\partial Y}{\partial \xi} & \frac{\partial Z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial X}{\partial \eta} & \frac{\partial Y}{\partial \eta} & \frac{\partial Z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial X}{\partial \zeta} & \frac{\partial Y}{\partial \zeta} & \frac{\partial Z}{\partial \zeta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \sum_{i} N_{i} X_{i}}{\partial \xi} & \frac{\partial \sum_{i} N_{i} Y_{i}}{\partial \xi} & 0 \\ \frac{\partial \sum_{i} N_{i} Y_{i}}{\partial \eta} & \frac{\partial \sum_{i} N_{i} Y_{i}}{\partial \eta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{h}{2} \end{pmatrix}$$
(D.14)

$$J' = \begin{pmatrix} \frac{\partial X}{\partial \xi} & \frac{\partial Y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial X}{\partial \eta} & \frac{\partial Y}{\partial \eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_{1,\xi} & N_{2,\xi} & N_{3,\xi} & N_{4,\xi} \\ N_{1,\eta} & N_{2,\eta} & N_{3,\eta} & N_{4,\eta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ X_3 & Y_3 \\ X_4 & Y_4 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1+\eta & 1-\eta & 1+\eta & -1-\eta \\ -1+\xi & -1-\xi & 1+\xi & 1-\xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ X_3 & Y_3 \\ X_4 & Y_4 \end{pmatrix}$$
(D.15)

#### D.5 Détermination des orientations des éléments

Dans le but de déterminer les matrices de transformation qui permettent de passer du domaine général global au repère de l'élément local, il est nécessaire de choisir des conventions d'orientation pour les éléments. Des indices, *b* pour les éléments de barre et de poutre, *p* pour les éléments de plaque, sont utilisés pour préciser dans quel repère local sont exprimées les grandeurs. Ainsi, lorsqu'il n'y a pas d'indice, les grandeurs sont exprimées dans le repère global

d'étude. Des exposants permettant de savoir à quel élément les degrés de liberté ou les vecteurs font référence sont également ajoutés suivant le même principe.

Dans le cas des éléments de barre, il n'y a que la ligne moyenne à orienter, ce qui est immédiat avec la position des nœuds et qui est développé pour les éléments de poutre ci-après.

Dans le cas des éléments de poutre, en notant  $\vec{v}_{p_12}^b$  le vecteur qui lie les nœuds de l'élément, le vecteur directeur local  $\vec{X}_p^b$  peut être déterminé dans le repère de la plaque d'après la relation donnée dans l'équation D.16. Le premier axe de la section est ensuite pris normal au plan moyen de la plaque défini par sa normale  $\vec{n}_p^p$ . Le dernier vecteur du repère local est alors déterminé afin de former un repère orthonormé direct. Ces deux derniers vecteurs sont explicités en équation D.17. Tous les vecteurs de ce nouveau repère sont définis dans le repère local des éléments de plaque.

$$\vec{X}_{p}^{b} = \frac{\vec{v}_{p_{12}}^{b}}{\|\vec{v}_{p_{12}}^{b}\|} \tag{D.16}$$

$$\vec{Y}_{p}^{b} = \frac{\vec{n}_{p}^{p} \times \vec{X}_{p}^{b}}{\|\vec{n}_{p}^{p} \times \vec{X}_{p}^{b}\|} \quad et \quad \vec{Z}_{p}^{b} = \vec{Z}_{p}^{b} \times \vec{Y}_{p}^{b}$$
(D.17)

Dans le cas des éléments de plaque, les vecteurs normaux à la surface peuvent être déterminés pour chacun des nœuds, en s'appuyant sur la relation donnée en équation D.18. Dans cette expression, le vecteur normal à un nœud *i* noté  $\vec{n}_i^p$  est défini en considérant les deux nœuds voisins *j* et *k*, ainsi que les vecteurs  $\vec{v}_{ij}$  et  $\vec{v}_{ik}$  (en respectant l'ordre direct). Ensuite, le vecteur normal moyen  $\vec{n}^p$  de l'élément est calculé d'après l'équation D.19. Une convention similaire au logiciel ABAQUS® est alors utilisée, l'axe local  $\vec{X}^p$  est pris comme la projection de l'axe global  $\vec{X}$ sur le plan de normale  $\vec{n}^p$ , sauf dans le cas où cet axe global et la normale forment un angle de moins de 0,1°. Dans ce cas, la projection de l'axe global  $\vec{Z}$  est alors considérée. Ainsi, les trois vecteurs directeurs du repère local de l'élément peuvent être déterminés comme explicité en équation D.20.

$$\vec{n}_i^p = \frac{\vec{v}_{ij} \times \vec{v}_{ik}}{\|\vec{v}_{ij} \times \vec{v}_{ik}\|} \tag{D.18}$$

$$\vec{n}^p = \frac{\sum \vec{n}_i^p}{4} \left/ \left\| \frac{\sum \vec{n}_i^p}{4} \right\|$$
(D.19)

$$\vec{X^{p}} = \frac{\vec{v} - (\vec{v}.\vec{n^{p}})\vec{n^{p}}}{\|\vec{v} - (\vec{v}.\vec{n^{p}})\vec{n^{p}}\|}; \quad \vec{Y^{p}} = \vec{v} \times \vec{X^{p}} \quad et \quad \vec{Z^{p}} = \vec{n^{p}} \quad avec \quad \vec{v} = \begin{cases} \vec{X} \ si\left(\vec{X},\vec{n^{p}}\right) > 0, 1^{\circ} \\ \vec{Z} \ sinon \end{cases}$$
(D.20)

#### D.6 Détermination des matrices de transformation

En conservant les mêmes notations que dans le paragraphe précédent, les matrices de transformations peuvent alors être déterminées. Cela permet d'exprimer les matrices de rigidité globales dans le repère de la structure, en multipliant de part et d'autre les matrices de rigidité locale par la transformation et son transposé, comme indiqué dans l'équation D.21.

$$K_{globale} = T^T K_{locale} T \tag{D.21}$$

Dans le cas des éléments linéiques, les équations cinématiques de la plaque sont utilisées, afin de déterminer les degrés de liberté  $\vec{q}_p^b$  des nœuds de ces éléments dans le repère local de la plaque. Cela permet, en notant *d* la distance algébrique entre les nœuds de l'élément plaque et des éléments linéiques correspondants, de déterminer une première matrice de transformation  $T_1$ , présentée dans l'équation D.22. Ensuite, une seconde matrice de transformation  $T_2$ , permettant

d'exprimer les degrés de liberté  $\vec{q}_b^b$  de ces nœuds dans le repère local des éléments linéiques, peut être définie. Sa formulation repose sur la connaissance des vecteurs d'orientations précédemment établis, ainsi que d'une matrice de passage  $P_b$  comme indiqué en équation D.23.

$$\vec{q}_{p}^{b} = T^{1}\vec{q}_{p}^{p} \quad avec \quad T^{1} = \begin{pmatrix} T_{bis}^{1} & 0\\ 0 & T_{bis}^{1} \end{pmatrix} \quad et \quad T_{bis}^{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & d & 0\\ 0 & 1 & 0 & -d & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(D.22)

$$\vec{q}_{b}^{b} = T^{2} \vec{q}_{b}^{p} \quad avec \quad T^{2} = \begin{pmatrix} P_{b}^{-1} & 0 & 0\\ 0 & \ddots & 0\\ 0 & 0 & P_{b}^{-1} \end{pmatrix} \quad et \quad P_{b} = \begin{pmatrix} X_{p_{1}}^{b} & Y_{p_{1}}^{b} & Z_{p_{1}}^{b}\\ X_{p_{2}}^{b} & Y_{p_{2}}^{b} & Z_{p_{2}}^{b}\\ X_{p_{3}}^{b} & Y_{p_{3}}^{b} & Z_{p_{3}}^{b} \end{pmatrix}$$
(D.23)

Dans le cas des éléments de plaque, une seule matrice de transformation  $T_3$  est nécessaire pour exprimer les degrés de liberté  $\vec{q}_p^p$  des nœuds dans le repère local. Sa formulation repose sur la connaissance des vecteurs d'orientations précédemment établis, ainsi que d'une matrice de passage  $P_p$  comme indiqué en équation D.24.

$$\vec{q}_p^p = T^3 \vec{q} \quad avec \quad T^2 = \begin{pmatrix} P_p^{-1} & 0 & 0\\ 0 & \ddots & 0\\ 0 & 0 & P_p^{-1} \end{pmatrix} \quad et \quad P_p = \begin{pmatrix} X_1^p & Y_1^p & Z_1^p\\ X_2^p & Y_2^p & Z_2^p\\ X_3^p & Y_3^p & Z_3^p \end{pmatrix}$$
(D.24)

#### D.7 Détermination des matrices de déformation

Dans le cas des éléments structuraux de barre, il n'y a que la déformation axiale, présentée dans l'équation D.25, qui est prise en compte. Cette dernière est uniquement dépendant des déplacements des nœuds selon la direction initiale de la barre. Il vient donc immédiatement l'expression de la matrice de déformation B indiqué en équation D.26.

$$\varepsilon_{XX} = \frac{\partial u_X}{\partial X} \tag{D.25}$$

$$B = \begin{pmatrix} N_{1,X} & N_{2,X} \end{pmatrix} \tag{D.26}$$

Dans le cas des éléments structuraux de poutre, d'après la cinématique choisie et les dépendances de degré de liberté (sous-sous-section 2.1.2.2), il vient l'équation D.27. Il apparaît que les déformations longitudinales dans les directions planes de la section sont bien nulles comme attendu, au même titre que la déformation transverse dans la section. Les composantes du vecteur des déformations peuvent alors se réduire au nombre de trois. Pour apporter un sens physique aux différents termes, ce vecteur peut être décomposé en trois contributions distinctes, respectivement, de traction/compression notée d'un exposant m, de flexion notée d'un exposant f, et de cisaillement notée d'un exposant c, comme indiqué en équation D.28. Pour des problématiques de résolution numérique, ce vecteur peut être décomposé en trois contributions distinctes, selon la dépendance des déformations aux coordonnées locales, comme présenté dans l'équation D.29. En utilisant l'approximation nodale, puis en la relation liant le vecteur  $\vec{q}$  des degrés de liberté, les matrices de déformation peuvent être déduites. Les expressions de chacune des matrices sont renseignées dans l'équation D.30, l'équation D.31 et l'équation D.32.

$$\begin{cases} \varepsilon_{XX} = \frac{\partial u_X}{\partial X} + \frac{\partial \theta_Y}{\partial X} Z - \frac{\partial \theta_Z}{\partial X} Y \\ 2\varepsilon_{XY} = \frac{\partial u_Y}{\partial X} - \frac{\partial \theta_X}{\partial X} Z - \theta_Z \\ 2\varepsilon_{XZ} = \frac{\partial u_Z}{\partial X} + \frac{\partial \theta_X}{\partial Y} Y + \theta_Y \\ (2\varepsilon_{YZ} = -\theta_X + \theta_X = 0) \end{cases}$$
(D.27)

$$\bar{\varepsilon}^{m} = \begin{pmatrix} u_{X,X} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \bar{\varepsilon}^{f} = \begin{pmatrix} \theta_{Y,X}Z - \theta_{Z,X}Y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad et \quad \bar{\varepsilon}^{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ u_{Y,X} - \theta_{X,X}Z - \theta_{Z} \\ u_{Z,X} + \theta_{X,X}Y + \theta_{Y} \end{pmatrix}$$
(D.28)

$$\vec{\varepsilon}^{1} = \begin{pmatrix} u_{X,X} \\ u_{Y,X} - \theta_{Z} \\ u_{Z,X} + \theta_{Y} \end{pmatrix}; \quad \vec{\varepsilon}^{2} = Y \begin{pmatrix} theta_{Z,X} \\ 0 \\ \theta_{X,X} \end{pmatrix} \quad et \quad \vec{\varepsilon}^{8} = Z \begin{pmatrix} \theta_{Y,X} \\ -\theta_{X,X} \\ 0 \end{pmatrix}$$
(D.29)

$$B^{1} = \begin{pmatrix} N_{1,X} & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{2,X} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_{1,X} & 0 & 0 & 0 & -N_{1} & 0 & N_{2,X} & 0 & 0 & 0 & -N_{2} \\ 0 & 0 & N_{1,X} & 0 & N_{1} & 0 & 0 & 0 & N_{2,X} & 0 & N_{2} & 0 \end{pmatrix}$$
(D.30)

Dans le cas des éléments structuraux de plaque, d'après la cinématique choisie et les dépendances de degré de liberté (sous-sous-section 2.1.2.3), il vient l'équation D.33. Il apparaît que la déformation dans la direction hors plan est bien nulle comme attendu. Les composantes du vecteur des déformations peuvent alors se réduire au nombre de cinq. Pour apporter un sens physique aux différents termes, ce vecteur peut être décomposé en trois contributions distinctes, respectivement, membranaire notée d'un exposant m, de flexion notée d'un exposant f, et de cisaillement notée d'un exposant c, comme indiqué en équation D.34. En utilisant l'approximation nodale, puis en la relation liant le vecteur  $\vec{q}$  des degrés de liberté, la matrice de déformation peut être déduite. L'expression de cette matrice est renseignée dans l'équation D.35.

$$\vec{\varepsilon}^{m} = \begin{pmatrix} u_{X,X} \\ 0 \\ \varepsilon_{XX} = \frac{\partial u_{X}}{\partial X} + \frac{\partial \theta_{Y}}{\partial X} Z \\ \varepsilon_{YY} = \frac{\partial u_{Y}}{\partial Y} - \frac{\partial \theta_{X}}{\partial Y} Z \\ (\varepsilon_{ZZ} = \frac{\partial u_{Z}}{\partial Z} = 0) \\ 2\varepsilon_{XY} = \frac{\partial u_{X}}{\partial Y} + \frac{\partial \theta_{Y}}{\partial Y} Z + \frac{\partial u_{Y}}{\partial X} - \frac{\partial \theta_{X}}{\partial X} Z \\ 2\varepsilon_{XZ} = \theta_{Y} + \frac{\partial u_{Z}}{\partial X} \\ 2\varepsilon_{YZ} = -\theta_{X} + \frac{\partial u_{Z}}{\partial Y} \\ 2\varepsilon_{YZ} = -\theta_{X} + \frac{\partial u_{Z}}{\partial Y} \\ (D.33)$$

$$\vec{\varepsilon}^{m} = \begin{pmatrix} u_{X,X} \\ u_{Y,Y} \\ u_{X,Y} + u_{Y,X} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{\varepsilon}^{f} = \begin{pmatrix} \theta_{Y,X} \\ -\theta_{X,Y} \\ \theta_{Y,Y} - \theta_{X,X} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad et \quad \vec{\varepsilon}^{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \theta_{Y} + u_{Z,X} \\ -\theta_{X} + u_{Z,Y} \end{pmatrix}$$

$$(D.34)$$

$$B = \begin{pmatrix} B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \end{pmatrix} \quad avec \quad B_i = \begin{pmatrix} N_{i,X} & 0 & 0 & 0 & ZN_{i,X} & 0\\ 0 & N_{i,Y} & 0 & -ZN_{i,Y} & 0 & 0\\ N_{i,Y} & N_{i,X} & 0 & -ZN_{i,X} & ZN_{i,Y} & 0\\ 0 & 0 & N_{i,X} & 0 & N_i & 0\\ 0 & 0 & N_{i,Y} & -N_i & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(D.35)

#### D.8 Détermination de la loi de comportement

En élasticité linéaire isotrope, dans le cas d'un domaine matériel 3D, la loi de Hooke peut être utilisée pour décrire les relations entre les contraintes et les déformations. En adoptant la notation indicielle, cette loi peut être explicitée classiquement, comme présentée en équation D.36, ou bien en formulation inverse, dans l'équation D.37.

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left( \varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right)$$
(D.36)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} \left( (1+\nu) \,\sigma_{ij} + \nu \sigma_{kk} \delta_{ij} \right) \tag{D.37}$$

Dans le cas des éléments structuraux de barre, il vient directement l'équation D.38.

$$L = (E) \tag{D.38}$$

Dans le cas des éléments structuraux de poutre, la possibilité de renseigner des modules de cisaillement différents selon les deux directions de la section a été ajoutée. Il vient également de manière classique l'expression donnée en équation D.39.

Dans le cas des éléments structuraux de plaque, l'hypothèse adoptée est celle de la contrainte normale au plan nul en tout point. Ce choix a été fait pour être comparable aux conventions du code de calcul ABAQUS®. En notation matricielle, il vient ainsi l'équation D.40. En éliminant les colonnes relatives aux termes nuls, cela donne les comportements plan et hors plan décrits dans l'équation D.41. Il ne reste alors plus qu'à inverser ces relations pour obtenir l'expression de la matrice de la loi de comportement des éléments de plaque donnée dans l'équation D.42.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{23} \end{pmatrix} = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1+\nu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ 0 \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{pmatrix}$$
(D.40)

$$E = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix}$$
(I

#### D.9 Détermination des matrices de rigidité

=

Une fois les expressions des matrices mises en jeu déterminées, l'intégrale continue permettant de calculer la matrice de rigidité peut être transformée en une sommation pondérée en s'appuyant sur le principe d'intégration numérique.

Dans le cas des éléments de barre, l'expression de la matrice de rigidité dans le repère local est directement obtenue d'après les démonstrations précédentes, comme indiqué en équation D.43.

$$K_b = \int_{[-1,1]^3} B^{L^T} L B^L |J| d\xi d\eta d\zeta = \frac{SE}{l} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$
(D.43)

Dans le cas des éléments de poutre, en remarquant que les moments quadratiques par rapport aux axes de la section rigide apparaissent, l'expression de la matrice de rigidité dans le repère local est également obtenue, comme indiqué en équation D.44. Contrairement à la formulation classique des poutres laissant apparaître un moment module de torsion, c'est ici un couplage des deux moments quadratiques qui intervient. Cela n'a pas été modifié, car dans les éléments personnalisés les poutres ne vont être que peu soumise à des sollicitations de torsion, au regard des cinématiques imposées.

$$K_{b} = \int_{[-1,1]^{3}} B^{1^{T}} L B^{1L} + Y^{2} B^{2^{T}} L B^{2L} + Z^{2} B^{3^{T}} L B^{3L} |J| d\xi d\eta d\zeta$$
  
=  $l \left( S B^{1^{T}} L B^{1} + I_{z} B^{2^{T}} L B^{2} + I_{y} B^{3^{T}} L B^{3} \right)$  (D.44)

 $\times LS \qquad \times LI_Z \qquad \times LI_Y$ 

Dans le cas des éléments de plaque, il y a plusieurs points d'intégration, et ces points ainsi que les poids qui y sont associés permettent le calcul de la matrice de rigidité de l'élément dans le repère local. La matrice de rigidité étant très imposante, seule son expression symbolique, renseignée en équation D.45, sera donnée.

$$K_{p} = \int_{[-1,1]^{3}} B^{L^{T}} L B^{L} |J| d\xi d\eta d\zeta$$
  
= 
$$\sum_{i \text{ surface } j \text{ épaisseur}} w_{j} \left[ B^{L^{T}} L B^{L} \right] (\xi_{i}, \eta_{i}, \zeta_{j}) |J|$$
 (D.45)

#### D.10 Détermination des matrices de masse

Dans le cas classique d'un élément 3D à k nœuds, l'expression de la matrice de masse provient de la relation entre les degrés de liberté  $\vec{u}$  d'un point quelconque ( $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$ ) du repère de référence et

les degrés de liberté nodaux  $\vec{q}$  de l'élément considéré. Ces deux grandeurs sont dans ce cas reliées par la matrice des fonctions de forme N telle que décrite dans l'équation D.46.

$$\vec{u}_p^b = N_b \vec{u}_p^p \quad avec \quad N_b = \begin{pmatrix} N_{b'} & 0\\ 0 & N_b' \end{pmatrix} \quad et \quad N_b' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & d & 0\\ 0 & 1 & 0 & -d & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(D.46)

Dans le cas des éléments linéiques, pour simplifier l'analyse, le vecteur  $\vec{u}_p^p$  des degrés de liberté des deux nœuds de la plaque liés aux deux nœuds de l'élément linéique considéré, exprimé dans le repère local de la plaque, est introduit. De même, le vecteur  $\vec{u}_p^b$  des degrés de liberté des deux nœuds de l'élément linéique est défini. La matrice  $N_b$  peut ensuite être déterminée, pour que la relation équation D.47 soit vérifiée. Le raisonnement mis en place est similaire à celui utilisé pour trouver les matrices de passage, et s'appuie sur la cinématique des éléments de plaque et l'introduction de la grandeur algébrique *d*. Dans le cas de l'analyse non simplifiée, il faut utiliser le vecteur contenant tous les degrés de liberté des éléments de plaque, et organiser la matrice  $N_b$  afin de ne considérer que les nœuds pertinents vis-à-vis de l'élément linéique considéré. Une fois les analyses réalisées, il est possible de montrer que la matrice de masse des éléments linéiques dans le repère local de l'élément plaque s'exprime comme dans équation D.48. Les matrices de fonctions de forme n'ont pas été introduites car leur multiplication donne la matrice identité. Il est important de noter qu'uniquement deux bloc  $N_b$ <sup>µ</sup> ne peuvent être non nuls simultanément, car les deux nœuds des éléments linéiques ne peuvent dépendre que de deux des nœuds de l'élément plaque.

$$\vec{u}_p^b = N_b \vec{u}_p^p \quad avec \quad N_b = \begin{pmatrix} N_b' & 0\\ 0 & N_b' \end{pmatrix} \quad et \quad N_b' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & d & 0\\ 0 & 1 & 0 & -d & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(D.47)

$$M_{b} = \frac{Sl\rho}{2} N_{b}^{T} N_{b} \quad avec \quad N_{b}^{T} N_{b} = \begin{pmatrix} N_{b}^{\prime\prime} & 0 & 0 & 0\\ 0 & N_{b}^{\prime\prime} & 0 & 0\\ 0 & 0 & N_{b}^{\prime\prime} & 0\\ 0 & 0 & 0 & N_{b}^{\prime\prime} \end{pmatrix} \quad et \quad N_{b}^{\prime\prime} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & d & 0\\ 0 & 1 & 0 & -d & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -d & 0 & d^{2} & 0 & 0\\ d & 0 & 0 & 0 & d^{2} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(D.48)

Dans le cas des éléments de plaque, il faut trouver l'expression de la matrice qui permet de déterminer les degrés de liberté d'un point quelconque en fonction des degrés de liberté. Une approche similaire permet de définir la relation qui lie le vecteur  $\vec{u}_p^d$  des degrés de liberté en translation des quatre nœuds dans une section de l'épaisseur dans le repère de la plaque, en fonction du vecteur  $\vec{u}_p^p$  des degrés de liberté de l'élément dans ce même repère. La matrice  $N_p$  peut ensuite être déterminée, pour que la relation équation D.49 soit vérifiée. Ainsi, la matrice des fonctions de forme peut être utilisée sur ce nouveau vecteur dans le but de déterminer la matrice de masse, comme indiqué dans l'équation D.50.

$$\vec{u}_p^d = N_p \vec{u}_p^p \quad avec \quad N_b = \begin{pmatrix} N_b' & 0\\ 0 & N_b' \end{pmatrix} \quad et \quad N_b' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & d & 0\\ 0 & 1 & 0 & -d & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(D.49)

$$M_{p} = \rho \int_{[-1,1]^{3}} (NN_{b})^{T} (NN_{b}) |J| d\xi d\eta d\zeta$$
  
= 
$$\sum_{i \text{ surface } j} \sum_{\text{épaisseur}} w_{j} \left[ (NN_{b})^{T} (NN_{b}) \right] (\xi_{i}, \eta_{i}, \zeta_{j}) |J|$$
(D.50)

Les matrices de passage précédemment établies permettent ensuite de déterminer l'expression de ces matrices de masse dans le repère global.

#### D.11 Détermination du moment de réaction hors plan des plaques

Des moments de réaction hors plan sont apparus au sein de éléments structuraux de plaque de référence dans deux situations spécifiques, soit dans le cas d'une rotation hors plan, soit dans le cas d'un déplacement de cisaillement plan.

#### D.11.1 Cas d'une rotation hors plan

Soit une plaque régulière rectangulaire dans le plan  $(\vec{X}, \vec{Y})$ . Les différents paramètres qui permettent de déterminer le moment de réaction  $RM_z$  hors plan d'une plaque sont sa surface S, son volume V, son épaisseur h, son module de cisaillement G, ainsi que la rotation imposée  $UR_z$ . Le facteur correctif f de cisaillement additionnel des plaques minces déjà introduit (soussous-section 2.2.1.7) est également utilisé. Après étude, il semble que la formule appliquée dans le code de calcul ABAQUS® soit celle indiquée dans équation D.51.

$$RM_z = \frac{fGV}{24} \frac{0,00025}{1-0,99975f} UR_z \tag{D.51}$$

De plus, ce moment de réaction artificiel induit des forces nodales au sein de l'élément afin de conserver l'équilibre des efforts. Par observation, il semble qu'un moment de réaction hors plan appliqué en un nœud induit des forces sur ce nœud, ainsi que sur ses deux voisins. Cependant, les équations de la mécanique dans le plan ne donnent que l'équilibre des forces et l'équilibre des moments (2 équations dans le plan pour les forces et 1 équation hors plan pour les moments), ce qui ne permet pas de trouver les 6 réactions recherchées (3 forces dans une direction du plan et 3 forces dans l'autre direction du plan). Une étude approfondie des résultats montre qu'un équilibre des moments induits par les forces selon  $\vec{X}$  et selon  $\vec{Y}$  indépendamment (2 équations) est introduit dans le logiciel ABAQUS®. De plus, un pseudo équilibre des moments (sans signification physique trouvée) avec des bras de levier modifiés est également ajouté.

Un exemple de résolution est donné par la suite pour une rotation imposée au nœud 1, comme présenté dans la figure D.3. Dans un premier temps, l'équilibre des forces selon les axes  $\vec{X}$  et  $\vec{Y}$  fourni les relations explicitées dans l'équation D.52. Ensuite, l'équilibre des moments autour de l'axe  $\vec{Z}$  au point 1 permet de déduit l'expression équation D.53. L'équilibre des moments induits par les forces selon les deux axes indépendamment et le pseudo équilibre des moments, présentés dans l'équation D.54 et l'équation D.55, sont alors ajoutés. Ensuite, il ne reste plus qu'à résoudre le système d'équations comme indiqué dans l'équation D.56.



FIGURE D.3 – Illustration des efforts induits par une rotation hors plan appliquée sur un des nœuds des éléments plaque.

$$\begin{cases} RF_{x1} + RF_{x2} + RF_{x4} = 0\\ RF_{y1} + RF_{y2} + RF_{y4} = 0 \end{cases}$$
(D.52)

$$(y_1 - y_2) RF_{x2} + (y_1 - y_4) RF_{x4} + (x_2 - x_1) RF_{y2} + (x_4 - x_1) RF_{y4} + RM_{z1} = 0$$
(D.53)

$$\begin{cases} (y_1 - y_2) RF_{x2} + (y_1 - y_4) RF_{x4} + \frac{RM_{z1}}{2} = 0\\ (x_2 - x_1) RF_{y2} + (x_4 - x_1) RF_{y4} + \frac{RM_{z1}}{2} = 0 \end{cases}$$
(D.54)

$$\begin{cases} (x_2 - x_1) RF_{x2} + (x_4 - x_1) RF_{x4} = 0\\ (y_1 - y_2) RF_{y2} + (y_1 - y_4) RF_{y4} = 0 \end{cases}$$
(D.55)

$$AF = B \quad avec \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & (y_1 - y_2) & (y_1 - y_4) \\ 0 & (x_2 - x_1) & (x_4 - x_1) \end{bmatrix}; \quad F = \begin{cases} RF_{x1} \\ RF_{x2} \\ RF_{x3} \end{cases} \quad et \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{RM_{z1}}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$
(D.56)

Dans le cas d'une plaque non régulière plane, comme illustré dans la figure D.4, un terme supplémentaire est par ailleurs ajouté. Chaque nœud se voit alors attribuer un poids qui varie selon l'écart entre sa surface réelle et sa surface idéale, dans le cas d'un élément régulier. L'expression de ce poids est donnée dans l'équation D.57 pour le nœud *i*, en notant *S* la surface totale de l'élément et  $S_i$  la surface nodale définie par un découpage de l'élément selon les médianes. Cette formulation permet de retrouver un poids unitaire dans le cas d'un élément régulier, ainsi qu'un moment de réaction au nœud donné par la relation dans équation D.58.



FIGURE D.4 – Illustration de la répartition des surfaces des éléments de plaque pour chacun des points d'intégration.

$$w_i = 2\frac{S_i}{S/4} - 1 \quad \forall i \in [\![1, 4]\!] \tag{D.57}$$

$$RM_{zi} = w_i \cdot RM_z = \left(2\frac{S_i}{S/4} - 1\right) \frac{fGV}{24} \frac{0,00025}{1 - 0,99975f} UR_z \quad \forall i \in [\![1,4]\!]$$
(D.58)

#### D.11.2 Cas d'un cisaillement plan

Soit une plaque régulière rectangulaire dans le plan  $(\vec{X}, \vec{Y})$ . Les différents paramètres qui permettent de déterminer le moment de réaction hors plan d'une plaque sont sa surface S, son volume V, son épaisseur h, son module de cisaillement G, ainsi que le déplacement imposé  $U_x$ ou  $U_y$ . Le facteur correctif f de cisaillement additionnel des plaques minces déjà introduit (soussous-section 2.2.1.7) est également utilisé. Après étude, il semble que la formule appliquée dans le code de calcul ABAQUS® soit celle indiquée dans l'équation D.59.

$$RM_z \frac{fGh}{24} \frac{0,00025}{1-0,99975f} \frac{lU_j}{2} \quad \forall j \in [\![1,2]\!]$$
(D.59)

De la même façon que la rotation imposée induisait des forces de réaction au nœud ainsi que sur ses voisins, ici, le déplacement plan induit des moments de réaction hors plan sur le nœud considéré et sur les nœuds voisins. Il ne semble pas y avoir de sens physique aux relations qui lient le déplacement plan au moment de réaction hors plan.

Un exemple de résolution est donné par la suite pour un déplacement imposé au nœud 1, comme présenté dans la figure D.5. Cette sollicitation crée des moments de réaction décrits dans l'équation D.60. Dans le cas d'une sollicitation selon l'autre direction du plan, ces équations sont renseignées dans l'équation D.61. Des forces de réaction sont ensuite calculées, selon la démarche évoquée dans le paragraphe précédent.



FIGURE D.5 – Illustration d'un déplacement plan appliqué sur un des nœuds des éléments plaque.

$$\begin{cases} RM_{z_1} = \frac{fGh}{24} \frac{0,00025}{1-0,99975f} (x_4 - x_2) \frac{U_{x_1}}{2} \\ RM_{z_2} = \frac{fGh}{24} \frac{0,00025}{1-0,99975f} (x_3 - x_2) \frac{U_{x_1}}{2} \\ RM_{z_4} = \frac{fGh}{24} \frac{0,00025}{1-0,99975f} (x_3 - x_4) \frac{U_{x_1}}{2} \\ \\ RM_{z_1} = \frac{fGh}{24} \frac{0,00025}{1-0,99975f} (y_4 - y_2) \frac{U_{y_1}}{2} \\ RM_{z_2} = \frac{fGh}{24} \frac{0,00025}{1-0,99975f} (y_3 - y_2) \frac{U_{y_1}}{2} \\ RM_{z_4} = \frac{fGh}{24} \frac{0,00025}{1-0,99975f} (y_3 - y_4) \frac{U_{y_1}}{2} \end{cases}$$
(D.61)

# Annexe E Incrément stable de temps

Afin de déterminer les dépendances de l'incrément stable de temps avec les paramètres du modèle, les propriétés des éléments susceptibles d'influencer ce pas de temps ont été listées.

Dans le cas des éléments de barre T3D2, la longueur *L*, la surface de la section *S*, le module d'Young *E* et la masse volumique  $\rho$  ont été considérés. Dans le cas des éléments de poutre B31, la longueur *L*, la surface de la section *S*, le module d'Young *E*, le coefficient de Poisson  $\nu$  et la masse volumique  $\rho$  ont été considérés. Dans le cas des éléments de plaque S4, l'épaisseur *h*, la surface *S*, le module d'Young *E* et la masse volumique  $\rho$  ont été considérés. Dans le cas des éléments de plaque S4, l'épaisseur *h*, la surface *S*, le module d'Young *E* et la masse volumique  $\rho$  ont été considérés. Dans le cas des éléments cohésifs COH3D8, l'épaisseur réelle  $h_{rel}$ , l'épaisseur cohésive  $h_{coh}$ , la surface *S*, le module d'Young *E* et la masse volumique  $\rho$  ont été considérés.

Pour les éléments de barre T3D2, la formule exacte est celle utilisée usuellement dans les barres homogène élastique déjà présentée. Par ailleurs, un coefficient de sécurité de 0,99 est ajouté, afin d'être strictement inférieur au pas de temps critique.

Pour les éléments de poutre B31, une dépendance linéaire en *L*, une dépendance racine en  $\rho$  et une dépendance racine inverse en *E* ont été observées. La surface *S* et le coefficient de Poisson  $\nu$  ne permettent pas de trouver une dépendance exacte, si ce n'est que le pas de temps critique croît avec l'augmentation de la taille de l'élément. Les corrections de cisaillement ont également été envisagée mais sans succès.

Pour les éléments de plaque S4, une indépendance en h, une dépendance racine en S et en  $\rho$  et une dépendance racine inverse en E ont été observées. Le coefficient de Poisson  $\nu$  ne permet pas de trouver une dépendance exacte.

Pour les éléments cohésifs COH3D8, une dépendance linéaire en  $h_{coh}$ , une dépendance en racine en  $\rho$  et une dépendance racine inverse en E ont été observées. L'épaisseur  $h_{rel}$  et la surface  $S_{coh}$  n'ont pas permis de trouver une dépendance exacte, cependant des tendances similaires ont été observées pour les effets de  $h_{rel}^{-2}$  et S.

### Annexe F

### Validation de l'élément discret personnalisé

Cette annexe présente la démarche qui a été mise en œuvre pour valider l'élément fini discret développé en s'appuyant sur des éléments finis de référence disponibles au sein du logiciel ABAQUS®. Dans un premier temps, des vérifications ont été menées sur un élément unique. Une étude sur le maillage a également été mise en place, tout comme des comparaisons sur des assemblages de plusieurs éléments avec des sollicitations diverses. Ces travaux sont directement présenté dans le corps du manuscrit. Tout ce qui est présenté dans ces paragraphes correspond à l'élément personnalisé implémenté dans le formalisme quasi-statique, cependant toutes ces vérifications ont également été menées pour l'élément personnalisé codé en formalisme dynamique.

Les sollicitations associées au moment de réaction hors plan ne sont pas présentées ici car cela a déjà fait l'objet de l'annexe D. Dans chacun des cas de sollicitation, les éléments finis personnalisées ont été testés avec un élément plaque seul, avec l'ajout d'éléments de barre, et avec l'ajout d'éléments de poutre. De plus, dans le cas de l'ajout d'éléments linéiques, deux configurations, avec des éléments droits ou obliques, ont été réalisées. Ces deux cas sont illustrés dans la figure F.1. Toutes ces simulations ont été comparées avec les éléments de barre T3D2, de poutre B31 et de plaque S4 du code de calcul ABAQUS®. Pour réaliser ces comparaisons, les forces et les moments de réaction pour chacun des nœuds, ainsi que les contraintes et les déformations pour chacun des points d'intégration ont été extraits. Cependant, les sorties du logiciel sont spécifiques pour les déformations et les contraintes de cisaillement et il a fallu recalculer certaines grandeurs. Le tableau F.1 récapitule les sorties qui ont été utilisées sur le logiciel ABAQUS®. Toutes ces comparaisons ont été effectuées pour des résolutions avec des schémas d'intégration implicite et explicite.

#### F.1 Sollicitations membranaires

Les sollicitations membranaires correspondent aux cas de chargements en déplacement dans le plan des éléments de plaque. Quatre cas distincts, illustrés dans la figure F.2, ont été envisagés :

- UEL-X : tous les degrés de liberté des nœuds sont fixés, excepté le déplacement dans l'axe x des deux nœuds aux abscisses les plus grandes pour créer un chargement de traction selon l'axe x.
- UEL-Y : tous les degrés de liberté des nœuds sont fixés, excepté le déplacement dans l'axe y des deux nœuds aux ordonnées les plus grandes pour créer un chargement de traction selon l'axe y.
- UEL-BI-XY : ce chargement biaxial est la somme des deux chargements précédents.



FIGURE F.1 – Illustration des éléments utilisés pour réaliser les validations numériques avec un élément unique, maille élémentaire d'un stratifié a) et maille élémentaire d'un tissé b).

TABLEAU F.1 – Sorties utilisées pour effectuer les comparaisons entre les éléments développés et les éléments de référence du logiciel ABAQUS®.

Repère	Position	Élément	Grandeurs	Sorties UEL	Sorties ABAQUS®
Global	Nœud	Tous	Force	RF1	RF1
				RF2	RF2
				RF3	RF3
			Moment	RM1	RM1
				RM2	RM2
				RM3	RM3
	Point d'intégration	Barre	Déformation	E11	E11
			Contrainte	S11	S11
		Poutre	Déformation	E11	E11
				E12	SE2
				E13	SE3
			Contrainte	S11	S11
				S12	SF2/S
				S13	SF3/S
		Plaque	Déformation	E11	E11
Local				E22	E22
				E33	E33
				E12	E12
				E13	SE4
				E23	SE5
			Contrainte	S11	S11
				S22	S22
				S33	S33
				S12	S12
				S13	SSAVG4
				S23	SSAVG5

 UEL-CI-XY : tous les degrés de liberté des nœuds sont fixés, excepté le déplacement dans l'axe y des deux nœuds aux abscisses les plus grandes pour créer un chargement de cisaillement plan.

#### F.2 Sollicitations en flexion

Les sollicitations en flexion correspondent aux cas de chargement en rotation dans le plan des éléments de plaque. Quatre cas distincts, illustrés dans la figure F.3, ont été envisagés :



FIGURE F.2 – Illustration des sollicitations membranaires utilisées pour réaliser les validations numériques avec un élément uniqu, UEL-X a), UEL-Y b), UEL-BI-XY c) et UEL-CI-XY d).

- UEL-RX : tous les degrés de liberté des nœuds sont fixés, excepté la rotation autour de l'axe x des deux nœuds aux ordonnées les plus grandes pour créer une flexion selon l'axe x.
- UEL-RY : tous les degrés de liberté des nœuds sont fixés, exceptée la rotation autour de l'axe y des deux nœuds aux abscisses les plus grandes pour créer une flexion selon l'axe y.
- UEL-BI-RXY : ce chargement biaxial est la somme des deux chargements précédents.
- UEL-CI-RXY :tous les degrés de liberté des nœuds sont fixés, excepté la rotation autour de l'axe *x* des deux nœuds aux abscisses les plus grandes pour créer un chargement de torsion.

#### F.3 Sollicitations en cisaillement hors plan

Les sollicitations en cisaillement hors plan correspondent aux cas de chargement en déplacement hors plan des éléments de plaque. Trois cas distincts, illustrés dans la figure F.4, ont été envisagés :

- UEL-XZ : tous les degrés de liberté des nœuds sont fixés, excepté le déplacement dans l'axe z des deux nœuds aux abscisses les plus grandes pour créer un chargement de cisaillement.
- UEL-YY : tous les degrés de liberté des nœuds sont fixés, excepté le déplacement dans l'axe z des deux nœuds aux ordonnées les plus grandes pour créer un chargement de cisaillement.
- UEL-BI-XYZ : ce chargement est la somme des deux chargements précédents.

#### F.4 Sollicitations avec différentes orientations

Afin de vérifier la conformité du changement de repère lors du calcul des contraintes et des déformations locales de la plaque, plusieurs orientations de plaque dans le repère global ont été testées avec un même chargement. Il y a trois cas distincts à savoir :



FIGURE F.3 – Illustration des sollicitations en flexion utilisées pour réaliser les validations numériques avec un élément unique, UEL-RX a), UEL-RY b), UEL-BI-RXY c) et UEL-CI-RXY d).

- UEL-0-Deg : tous les degrés de liberté des nœuds sont fixés, excepté le déplacement dans l'axe y des deux nœuds aux ordonnées les plus grandes pour créer un chargement de traction selon l'axe y. Ce chargement est similaire à UEL-Y.
- UEL-45-Deg : chargement identique mais la plaque a été mis en rotation de 45° autour de l'axe *y*.
- UEL-90-Deg : chargement identique mais la plaque a été mis en rotation de 90° autour de l'axe y.



FIGURE F.4 – Illustration des sollicitations en cisaillement hors plan utilisées pour réaliser les validations numériques avec un élément unique, UEL-XZ a), UEL-YZ b) et UEL-BI-XYZ c).

## Annexe G Calculs d'homogénéisation

Un script a été développé afin de réaliser des calculs d'homogénéisation périodique en déplacement pour un VER ayant la forme d'un pavé droit, et dont les nœuds des faces opposées sont alignés selon la direction normale à cas faces. Ces développements ont été validés avec un cube homogène et un cube hétérogène, présentant une fibre rigide circulaire en son centre. Les résultats obtenus ont été cohérents et ont permis de retrouver exactement les modules attendus pour le matériau homogène.

#### G.1 Principe de l'homogénéisation périodique

Le but l'homogénéisation périodique est, à partir d'un VER, d'établir les propriétés du matériau orthotrope homogène équivalent. La loi de comportement d'un tel matériau nécessite la connaissance de neufs paramètres. Ainsi, trois modules d'Young dans les trois directions de l'espace  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$ , trois coefficients de Poisson parmi les six  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{13}$  et  $\nu_{23}$  (car une relation lie ces coefficients avec les modules d'élasticité) et enfin trois modules de cisaillement  $G_{12}$ ,  $G_{13}$  et  $G_{23}$  doivent être déterminés. La loi de comportement peut alors être explicitée comme dans l'équation G.1, en utilisant les vecteurs des contraintes et des déformations précédemment établis.

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{13}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} \end{pmatrix} \sigma \quad avec \quad \frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \tag{G.1}$$

#### G.2 Démarche

Pour pouvoir appliquer les conditions aux limites, il faut définir des groupes de nœuds, de faces et d'arrêtes. De plus, il faut également définir des points de référence qui vont être liés cinématiquement aux nœuds du VER via des contraintes cinématiques. Les points de références, sommets, arrêtes et faces utilisés sont illustrés et décrits dans la figure G.1, le tableau G.1 et le tableau G.2.

Des contraintes et déformations volumiques moyennes,  $\bar{\sigma}$  et  $\bar{\varepsilon}$ , définies dans l'équation G.2, sont introduites pour la suite de la démarche. Afin de déterminer tous les paramètres de la loi matériau équivalente, il faut effectuer 3 sollicitations de traction pure et 3 sollicitations en cisaillement pur, comme indiqué sur la figure G.2. Pour les sollicitations en traction pure, les


FIGURE G.1 – Position des sommets et des points de références utilisés pour réaliser l'homogénéisation périodique.

TABLEAU G.1 – Connectivités des arrêtes utilisées pour réaliser l'homogénéisation périodique.

Arrêtes (Ed)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Sommets	1,	2,	5,	6,	1,	3,	5,	7,	1,	2,	3,	4,
(Co)	3	4	7	8	2	4	6	8	5	6	7	8

TABLEAU G.2 – Connectivités des faces utilisées pour réaliser l'homogénéisation périodique.

Face (Fa)	1	2	3	4	5	6
Sommets	1, 3,	2,4,	1, 2,	3, 4,	1, 2,	5,6,
(Co)	7,5	8,6	6,5	8,7	4,3	8,7

contraintes et les déformations doivent vérifier le système explicité dans l'équation G.3. Pour les sollicitations en cisaillement pure, les contraintes et les déformations doivent vérifier le système indiqué dans l'équation G.4. Les paramètres de la loi orthotrope peuvent alors être déduits d'après la relation équation G.5.



FIGURE G.2 – Sollicitations élémentaires utilisées lors de l'homogénéisation périodique. VER a), sollicitation en traction pure uniaxiale b) et sollicitation en cisaillement pur c).

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \int_{V} \sigma_{ij} \, dV \quad et \quad \bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V} \int_{V} \varepsilon_{ij} \, dV \tag{G.2}$$

$$\begin{cases} \bar{\sigma} \approx \{\bar{\sigma}_{11}, 0, 0, 0, 0, 0\}^T & et \quad \bar{\varepsilon} = \{\bar{\varepsilon}_{11}, \bar{\varepsilon}_{22}, \bar{\varepsilon}_{33}, 0, 0, 0\}^T & pour \ la \ traction \ en \ x \\ \bar{\sigma} \approx \{0, \bar{\sigma}_{22}, 0, 0, 0, 0\}^T & et \quad \bar{\varepsilon} = \{\bar{\varepsilon}_{11}, \bar{\varepsilon}_{22}, \bar{\varepsilon}_{33}, 0, 0, 0\}^T & pour \ la \ traction \ en \ y \\ \bar{\sigma} \approx \{0, 0, \bar{\sigma}_{33}, 0, 0, 0\}^T & et \quad \bar{\varepsilon} = \{\bar{\varepsilon}_{11}, \bar{\varepsilon}_{22}, \bar{\varepsilon}_{33}, 0, 0, 0\}^T & pour \ la \ traction \ en \ z \end{cases}$$
(G.3)

$$\begin{cases} \bar{\sigma} \approx \{0, 0, 0, \bar{\sigma}_{12}, 0, 0\}^T & et \quad \bar{\varepsilon} = \{0, 0, 0, \bar{\varepsilon}_{12}, 0, 0\}^T \quad pour \ le \ cisaillement \ en \ xy \\ \bar{\sigma} \approx \{0, 0, 0, 0, \bar{\sigma}_{13}, 0\}^T & et \quad \bar{\varepsilon} = \{0, 0, 0, 0, \bar{\varepsilon}_{13}, 0\}^T \quad pour \ le \ cisaillement \ en \ xz \\ \bar{\sigma} \approx \{0, 0, 0, 0, 0, \bar{\sigma}_{23}\}^T & et \quad \bar{\varepsilon} = \{0, 0, 0, 0, 0, \bar{\varepsilon}_{23}\}^T \quad pour \ le \ cisaillement \ en \ yz \end{cases}$$
(G.4)

$$E_{i} = \frac{\bar{\sigma}_{ii}}{\bar{\varepsilon}_{ii}} \quad et \quad \nu_{ij} = -\frac{\bar{\varepsilon}_{jj}}{\bar{\varepsilon}_{ii}} \quad \forall i \in [\![1,3]\!], \ j \in [\![1,3]\!]_{\backslash \{i\}} \quad et \quad G_{ij} = \frac{\bar{\sigma}_{ij}}{\bar{\varepsilon}_{ij}} \quad \forall (i,j) \in [\![1,3]\!]^{2} \quad (G.5)$$

# G.3 Conditions aux limites

Les conditions aux limites nécessaires appliquées sur les points de référence sont illustrées dans la figure G.3. Le premier cas représente les trois chargements en traction, le second cas les trois chargements en cisaillement, et le dernier cas trois chargements équivalents en cisaillement. Il est à noter que lors des déplacements en cisaillement, les points de référence qui ne sont pas déplacés voient leur déplacement imposé nul, contrairement aux chargements en traction, dans lesquels les autres points de référence sont libres.



FIGURE G.3 – Conditions aux limites imposées en déplacement lors de l'homogénéisation périodique. Sollicitation en traction pure uniaxiale a), première possibilité de sollicitation en cisaillement pur b) et seconde possibilité de sollicitation en cisaillement pur c).

# G.4 Conditions cinématiques

Dans un dernier temps, il faut contraindre les nœuds cinématiquement, afin que leurs déplacements correspondent au chargement que le volume verrait si la sollicitation était appliquée sur un ensemble plus grand composé d'une multitude de VER. Les systèmes donnés en équation G.6 et équation G.7 permettent, respectivement, de réaliser les sollicitations en traction et en cisaillement.

 $\begin{cases} u_{Fa_1} - u_{Fa_2} = -u_{RP_1} \\ v_{Fa_1} - v_{Fa_2} = 0 \\ w_{Fa_1} - w_{Fa_2} = 0 \end{cases} \begin{cases} u_{Fa_3} - u_{Fa_4} = 0 \\ v_{Fa_3} - v_{Fa_4} = -v_{RP_2} \\ w_{Fa_3} - w_{Fa_4} = 0 \end{cases}$  $\begin{cases} u_{Fa_5} - u_{Fa_6} = 0\\ v_{Fa_5} - v_{Fa_6} = 0\\ w_{Fa_5} - w_{Fa_6} = -w_{RP_3} \end{cases}$  $\begin{cases} u_{Ed_1} - u_{Ed_2} = -u_{RP_1} \\ v_{Ed_1} - v_{Ed_2} = 0 \\ w_{Ed_1} - w_{Ed_2} = 0 \end{cases}$  $\begin{cases} u_{Ed_2} - u_{Ed_3} = u_{RP_1} \\ v_{Ed_2} - v_{Ed_3} = 0 \\ w_{Ed_2} - w_{Ed_3} = -w_{RP_3} \end{cases}$  $\int u_{Ed_3} - u_{Ed_4} = -u_{RP_1}$  $\begin{cases} v_{Ed_3} - v_{Ed_4} = 0\\ w_{Ed_3} - w_{Ed_4} = 0 \end{cases}$  $u_{Ed_5} - u_{Ed_7} = 0$  $v_{Ed_5} - v_{Ed_7} = 0$  $\begin{cases} u_{Ed_5} - u_{Ed_7} = 0 \\ v_{Ed_5} - v_{Ed_7} = 0 \\ w_{Ed_5} - w_{Ed_7} = -w_{RP_3} \end{cases} \begin{cases} u_{Ed_7} - u_{Ed_6} = 0 \\ v_{Ed_7} - v_{Ed_6} = -v_{RP_2} \\ w_{Ed_7} - w_{Ed_6} = w_{RP_3} \end{cases}$  $\int u_{Ed_6} - u_{Ed_8} = 0$  $v_{Ed_6} - v_{Ed_8} = 0$  $w_{Ed_6} - w_{Ed_8} = -w_{RP_3}$  $u_{Ed_9} - u_{Ed_11} = 0$ (G.6)  $\int u_{Ed_11} - u_{Ed_10} = -u_{RP_1}$  $\int u_{Ed_10} - u_{Ed_12} = 0$  $\begin{cases} v_{Ed_11} - v_{Ed_10} = v_{RP_2} \end{cases}$  $\begin{cases} v_{Ed_10} - v_{Ed_12} = -v_{RP_2} \end{cases}$  $v_{Ed_9} - v_{Ed_11} = -v_{RP_2}$  $w_{Ed_9} - w_{Ed_11} = 0$  $w_{Ed_{11}} - w_{Ed_{10}} = 0$  $\left(w_{Ed_10} - w_{Ed_12} = 0\right)$  $\int u_{Co_2} - u_{Co_7} = u_{RP_1}$  $u_{Co_1} - u_{Co_8} = -u_{RP_1}$  $u_{Co_3} - u_{Co_6} = -u_{RP_1}$  $\begin{cases} v_{Co_2} - v_{Co_7} = -v_{RP_2} \\ w_{Co_2} - w_{Co_7} = -w_{RP_3} \end{cases}$  $v_{Co_1} - v_{Co_8} = -v_{RP_2}$  $\begin{cases} v_{Co_3} - v_{Co_6} = v_{RP_2} \end{cases}$  $w_{Co_1} - w_{Co_8} = -w_{RP_3}$  $w_{Co_3} - w_{Co_6} = -w_{RP_3}$  $u_{Co_4} - u_{Co_2} = u_{RP_1}$  $v_{Co_4} - v_{Co_2} = v_{RP_2}$  $w_{Co_4} - w_{Co_2} = -w_{RP_3}$ 

$\begin{cases} u_{Fa_1} - u_{Fa_2} = 0\\ v_{Fa_1} - v_{Fa_2} = 0\\ w_{Fa_1} - w_{Fa_2} = -w_{RP_1} \end{cases}$	$\begin{cases} u_{Fa_3} - u_{Fa_4} = -u_{RP_2} \\ v_{Fa_3} - v_{Fa_4} = 0 \\ w_{Fa_3} - w_{Fa_4} = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} u_{Fa_5} - u_{Fa_6} = 0\\ v_{Fa_5} - v_{Fa_6} = -v_{RP_3}\\ w_{Fa_5} - w_{Fa_6} = 0 \end{cases}$	
$\begin{cases} u_{Ed_1} - u_{Ed_2} = 0\\ v_{Ed_1} - v_{Ed_2} = 0\\ w_{Ed_1} - w_{Ed_2} = -w_{RP_1} \end{cases}$	$\begin{cases} u_{Ed_2} - u_{Ed_3} = 0\\ v_{Ed_2} - v_{Ed_3} = -v_{RP_3}\\ w_{Ed_2} - w_{Ed_3} = w_{RP_1} \end{cases}$	$\begin{cases} u_{Ed_3} - u_{Ed_4} = 0\\ v_{Ed_3} - v_{Ed_4} = 0\\ w_{Ed_3} - w_{Ed_4} = -w_{RP_1} \end{cases}$	
$\begin{cases} u_{Ed_5} - u_{Ed_7} = 0\\ v_{Ed_5} - v_{Ed_7} = -v_{RP_3}\\ w_{Ed_5} - w_{Ed_7} = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} u_{Ed_7} - u_{Ed_6} = 0\\ v_{Ed_7} - v_{Ed_6} = v_{RP_3}\\ w_{Ed_7} - w_{Ed_6} = w_{RP_1} \end{cases}$	$\begin{cases} u_{Ed_6} - u_{Ed_8} = 0\\ v_{Ed_6} - v_{Ed_8} = 0\\ w_{Ed_6} - w_{Ed_8} = -w_{RP_1} \end{cases}$	
$\begin{cases} u_{Ed_9} - u_{Ed_11} = 0\\ v_{Ed_9} - v_{Ed_11} = -v_{RP_3}\\ w_{Ed_9} - w_{Ed_11} = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} u_{Ed_11} - u_{Ed_10} = -u_{RP_2} \\ v_{Ed_11} - v_{Ed_10} = v_{RP_3} \\ w_{Ed_11} - w_{Ed_10} = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} u_{Ed_10} - u_{Ed_12} = 0\\ v_{Ed_10} - v_{Ed_12} = -v_{RP_3}\\ w_{Ed_10} - w_{Ed_12} = 0 \end{cases}$	(G.7)
$\begin{cases} u_{Co_1} - u_{Co_8} = -u_{RP_2} \\ v_{Co_1} - v_{Co_8} = -v_{RP_3} \\ w_{Co_1} - w_{Co_8} = -w_{RP_1} \end{cases}$	$\begin{cases} u_{Co_2} - u_{Co_7} = -u_{RP_2} \\ v_{Co_2} - v_{Co_7} = -v_{RP_3} \\ w_{Co_2} - w_{Co_7} = w_{RP_1} \end{cases}$	$\begin{cases} u_{Co_3} - u_{Co_6} = u_{RP_2} \\ v_{Co_3} - v_{Co_6} = -v_{RP_3} \\ w_{Co_3} - w_{Co_6} = -w_{RP_1} \end{cases}$	
	$\begin{cases} u_{Co_4} - u_{Co_2} = u_{RP_2} \\ v_{Co_4} - v_{Co_2} = -v_{RP_3} \\ w_{Co_4} - w_{Co_2} = w_{RP_1} \end{cases}$		

# G.5 Résultats

Trois tissus différents ont été étudiés, comme présenté dans le corps du manuscrit (soussection 2.4.1). Pour chacun de ces tissus, l'influence de la déformation imposée et de la taille des éléments sur la détermination des propriétés homogénéisées a été quantifiée. Les résultats obtenus sont rassemblés dans la figure G.4, pour l'influence de la déformation, et dans la figure G.5, pour l'influence de la taille des éléments. Les déformations n'influent pas sur la détermination des paramètres, ce qui est attendu puisque le calcul est élastique, mais qui permet de confirmer le bon fonctionnement du script d'homogénéisation. La taille des éléments influence par contre la réponse, c'est pourquoi le maillage le plus fin sera utilisé afin de réaliser les calculs d'homogénéisation.



FIGURE G.4 – Sensibilité de l'homogénéisation périodique à la déformation imposée.



FIGURE G.5 – Sensibilité de l'homogénéisation périodique à la taille des éléments des VER.

# Annexe H Elément fini cohésif personnalisé

Le développement des éléments finis cohésifs personnalisés s'appuient sur des points déjà abordés dans le cadre de l'implémentation des éléments finis discrets personnalisés. Ainsi, ces étapes ne seront pas présentées en détails dans les paragraphes qui suivent. En effet, La cinématique considérée, les fonctions de formes, la matrice Jacobienne, l'intégration numérique et la formulation de la matrice de rigidité sont identiques à celles des éléments de plaque.

### H.1 Détermination de l'orientation de l'élément cohésif

Dans le but de déterminer la matrice de transformation qui permet de passer du domaine général global au repère de l'élément local, il est nécessaire de choisir des conventions d'orientation pour les éléments. Le repère local des éléments cohésifs est défini dans le plan médian des nœuds virtuels, illustré dans la figure H.1. Une relation directe permet de calculer les coordonnées des points d'intégration  $(X''_i, Y''_i, Z''_i)$ , qui définissent le plan médian, en fonction des coordonnées des nœuds virtuels  $(X'_i, Y'_i, Z''_i)$ , comme explicité en équation H.1. Le repère local de l'élément cohésif est ensuite déterminé de la même façon que pour les éléments de plaque, en remplaçant les nœuds de la plaque par les points d'intégration de l'élément cohésif.

$$\begin{cases} X_i'' = \frac{X_i' + X_{i+4}'}{2} \\ Y_i'' = \frac{Y_i' + Y_{i+4}'}{2} \quad \forall i \in [\![1,4]\!] \\ Z_i'' = \frac{Z_i' + Z_{i+4}'}{2} \end{cases}$$
(H.1)

### H.2 Détermination de la matrice de transformation

Le principe de détermination de la matrice de passage est très similaire a ce qui a été présenté pour les éléments de plaque. Par ailleurs, afin de pouvoir calculer le repère local dans le cas des éléments cohésifs, il faut avant tout déterminer les coordonnées dans le repère global des nœuds virtuels. Cette étape ne sera pas résolue analytiquement, car la méthodologie a déjà été abordée, cependant, la démarche est explicitée. Dans un premier temps, il faut, avec la cinématique de plaque, établir les repères locaux des éléments discrets personnalisés inférieur et supérieur. Ensuite, il faut calculer les coordonnées des nœuds virtuels de l'élément cohésif, dans les repères respectifs locaux des éléments discrets, puis dans le repère global. Enfin, il faut utiliser les relations précédemment établies, afin de déterminer la matrice de transformation finale, qui permet de passer des coordonnées globales des nœuds réels de l'élément cohésif, aux coordonnées locales de ses points d'intégration.



FIGURE H.1 – Description de l'élément fini cohésif personnalisé compatible avec les éléments finis discrets.

# H.3 Détermination de la matrice de déformation

Dans le cas des éléments cohésifs, les lois de comportement sont définies sur la connaissance des séparations et non des déformations. La séparation  $\delta$  n'est pas définie comme la distance entre les nœuds de la surface supérieure et inférieure de l'élément cohésif, mais comme l'incrément d'ouverture, qui représente la différence entre la distance avant et après déplacement. Une fois que les déplacements des nœuds virtuels  $(u_{X_i}, u_{Y_i}, u_{Z_i})$  dans le repère local de l'élément cohésif ont été exprimés, les séparations  $(\delta_{X_i}, \delta_{Y_i}, \delta_{Z_i})$  dans les trois directions au niveau des points d'intégrations dans ce même repère peuvent être obtenues, d'après équation H.2.

$$\begin{cases} \delta_{X_i} = u_{X_{(i+4)}} - u_{X_i} \\ \delta_{Y_i} = u_{Y_{(i+4)}} - u_{Y_i} \\ \delta_{Z_i} = u_{Z_{(i+4)}} - u_{Z_i} \end{cases}$$
(H.2)

Les déformations sont alors obtenues directement à partir des ouvertures et d'un paramètre  $T_0$  appelé épaisseur constitutive originale. Dans le cas présent, la zone cohésive est modélisée par une membrane d'épaisseur nulle, donc cette épaisseur  $T_0$  est prise égale à 1. De plus, dans le repère local de l'élément, la direction  $\vec{Z}$  est le vecteur directeur dans la direction de l'épaisseur, et les directions  $\vec{X}$  et  $\vec{Y}$  sont les vecteurs du plan. Dans la définition des lois de traction-séparation par contre, le premier terme correspond à l'ouverture hors plan, alors que les deux autres termes correspondent à l'endommagement plan, il faut donc ajouter une permutation sur les séparations calculées précédemment, comme indiqué dans l'équation H.3.

$$\vec{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_I \\ \varepsilon_{II} \\ \varepsilon_{III} \end{pmatrix} = \frac{1}{T_0} \begin{pmatrix} \delta_{Z_i} \\ \delta_{X_i} \\ \delta_{Y_i} \end{pmatrix} = B\vec{q}$$
(H.3)

### H.4 Détermination de la loi de comportement

La matrice de loi de comportement doit permettre de relier les contraintes aux déformations de l'élément cohésif, tel que décrit dans l'équation H.4. Cette matrice peut donc faire intervenir des couplages entre les différents modes d'ouverture, et s'exprime comme indiqué dans l'équation H.5. Le paramètre *D* est une variable d'endommagement qui permet de modéliser les lois de traction-séparation classiques.

$$\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_I \\ \sigma_{II} \\ \sigma_{III} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{ZZ} \\ \sigma_{XZ} \\ \sigma_{YZ} \end{pmatrix} = L \begin{pmatrix} \varepsilon_{ZZ} \\ \varepsilon_{XZ} \\ \varepsilon_{YZ} \end{pmatrix} = L \begin{pmatrix} \varepsilon_I \\ \varepsilon_{II} \\ \varepsilon_{III} \end{pmatrix} = L\vec{\varepsilon}$$
(H.4)

$$L = (1 - D) \begin{pmatrix} E_{nn} & E_{ns} & E_{nt} \\ E_{ns} & E_{ss} & E_{st} \\ E_{nt} & E_{st} & E_{tt} \end{pmatrix} \quad avec \quad \begin{cases} n \ direction \ du \ mode \ I \\ s \ direction \ du \ mode \ II \\ t \ direction \ du \ mode \ III \end{cases}$$
(H.5)

### H.5 Déterminations de la variable d'endommagement

Le but de l'élément cohésif est de rendre compte du délaminage qui peut survenir entre les éléments discrets. Pour cela une variable d'endommagement permettant de modéliser les dégradations est introduite. Elle repose sur la définition d'une loi de traction-séparation qui permet de relier l'ouverture à la contrainte, en distinguant ou non les différents modes. Initialement le matériau est considéré comme parfaitement sain, ainsi, la prise en compte de l'endommagement nécessite une première phase d'amorçage du dommage, puis une seconde phase de propagation du dommage. Pour le calcul des critères d'amorçage et de propagation de l'endommagement, les longueurs, déformations et contraintes utilisées sont effectives, c'est-à-dire que la valeur dans la direction du mode *I* n'est considérée que lorsque celle-ci est positive. Pour cela les crochets de Macaulay sont introduits et explicité dans l'équation H.6.

$$\langle x \rangle = \begin{cases} 0 \ si \ x < 0 \\ x \ sinon \end{cases}$$
(H.6)

#### H.5.1 Amorçage du dommage

Il existe quatre critères couramment utilisés afin de déterminer s'il y a ou non amorçage du dommage, des critères en contrainte ou en déformation, des critères couplés (ici maximaux) ou non couplés (ici quadratiques). Pour tous ces critères, une fois la valeur unitaire atteinte, il y a amorçage de l'endommagement. La compression hors plan n'est pas prise en compte, puisqu'elle ne peut pas causer l'ouverture en mode *I*. Les définitions des critères maximal en déformation, maximal en contrainte, quadratique en déformation et quadratique en contrainte sont explicités dans, respectivement, l'équation H.7, l'équation H.8, l'équation H.9 et l'équation H.10. Les valeurs d'exposant 0 sont les seuils d'amorçage du dommage en sollicitation pure en mode *I*, *II* ou *III*.

$$\max\left(\frac{\langle \varepsilon_I \rangle}{\varepsilon_I^0}, \frac{\varepsilon_{II}}{\varepsilon_{II}^0}, \frac{\varepsilon_{III}}{\varepsilon_{III}^0}\right) = 1$$
(H.7)

$$\max\left(\frac{\langle \sigma_I \rangle}{\sigma_I^0}, \ \frac{\sigma_{II}}{\sigma_{II}^0}, \ \frac{\sigma_{III}}{\sigma_{III}^0}\right) = 1 \tag{H.8}$$

$$\left(\frac{\langle \varepsilon_I \rangle}{\varepsilon_I^0}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{II}}{\varepsilon_{II}^0}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{III}}{\varepsilon_{III}^0}\right)^2 = 1 \tag{H.9}$$

$$\left(\frac{\langle \sigma_I \rangle}{\sigma_I^0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{II}}{\sigma_{II}^0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{III}}{\sigma_{III}^0}\right)^2 = 1 \tag{H.10}$$

### H.5.2 Propagation du dommage

Une fois l'endommagement amorcé, la rigidité de l'élément va être dégradée via l'utilisation d'une variable d'endommagement *D*. Lorsque le matériau est sain, il n'y a pas de présence d'endommagement et cette variable est nulle. Lorsque la ruine du matériau est atteinte, l'endommagement est maximal et cette variable est unitaire. Il est alors possible de modéliser

l'endommagement du matériau en dégradant de la manière linéaire sa rigidité en (1-D). Il existe plusieurs façons de définir l'évolution de cette variable à partir de l'amorçage jusqu'à la ruine. La formulation de cette évolution peut reposer sur un critère énergétique ou en déplacement et l'adoucissement peut être linaire ou exponentiel par exemple. Afin de présenter ces évolutions, le taux de restitution d'énergie G est introduit, il symbolise l'énergie utilisée afin de créer le déplacement élastique puis l'ouverture de l'élément. Dans toute cette partie, les indices I, II ou III respectivement seront indicatifs des modes I, II et III, l'exposant 0 sera relatif à l'amorçage du dommage, l'exposant c sera relatif à la ruine du matériau, et les valeurs courantes seront notés sans exposant. Les différents critères de propagation du dommage sont explicités ci-après.

- Critère de propagation en déplacement, modes indépendants et adoucissement linéaire :

Lorsque le critère d'amorçage choisi atteint 1, les ouvertures  $\delta_I$ ,  $\delta_{II}$  et  $\delta_{III}$  sont connues et il est alors possible de définir l'ouverture à l'initiation du dommage  $\delta^0 = \sqrt{\langle \delta_I \rangle^2 + \delta_{II}^2 + \delta_{III}^2}$ . Le paramètre choisi pour piloter l'endommagement est alors le déplacement critique admissible relatif  $\delta^{c*}$ . Ainsi, l'évolution du dommage suit la loi explicitée en équation H.11.

$$D(\delta) = \frac{\delta^c \left(\delta - \delta^0\right)}{\delta \left(\delta^c - \delta^0\right)} \quad avec \quad D(\delta) = \begin{cases} 0 \ si \ \delta = \delta^0 \\ 1 \ si \ \delta = \delta^c \end{cases} \quad et \quad \delta^c = \delta^{c*} + \delta^0 \tag{H.11}$$

 Critère de propagation en déplacement, modes indépendants et adoucissement exponentiel :

Lorsque le critère d'amorçage choisi atteint 1, les ouvertures  $\delta_I$ ,  $\delta_{II}$  et  $\delta_{III}$  sont connues et il est alors possible de définir l'ouverture à l'initiation du dommage  $\delta^0 = \sqrt{\langle \delta_I \rangle^2 + \delta_{II}^2 + \delta_{III}^2}$ . Le paramètre choisi pour piloter l'endommagement est alors le déplacement critique admissible relatif  $\delta^{c*}$ . Ainsi, l'évolution du dommage suit la loi explicitée en équation H.12.

$$D\left(\delta\right) = 1 - \frac{\delta^{0}}{\delta} \left(1 - \frac{1 - e^{-\alpha \frac{\delta - \delta^{0}}{\delta^{c} - \delta^{0}}}}{1 - e^{-\alpha}}\right) \quad avec \quad D\left(\delta\right) = \begin{cases} 0 \ si \ \delta = \delta^{0} \\ 1 \ si \ \delta = \delta^{c} \end{cases} \quad et \quad \delta^{c} = \delta^{c*} + \delta^{0}$$
(H.12)

Critère de propagation énergétique, modes indépendants et adoucissement linéaire :

Lorsque le critère d'amorçage choisi atteint 1, les contraintes  $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$  et  $\sigma_{III}$  sont connues et il est alors possible de définir la contrainte à l'initiation du dommage  $\sigma^0 = \sqrt{\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 + \sigma_{III}^2}$ . Le paramètre choisi pour piloter l'endommagement est alors le taux de restitution d'énergie critique admissible  $G^c$ . Ainsi, l'évolution du dommage suit la loi explicitée en équation H.13.

$$D(\delta) = \frac{\delta^c \left(\delta - \delta^0\right)}{\delta \left(\delta^c - \delta^0\right)} \quad avec \quad D(\delta) = \begin{cases} 0 \ si \ \delta = \delta^0 \\ 1 \ si \ \delta = \delta^c \end{cases} \quad et \quad \delta^c = 2\frac{G^c}{\sigma^0} \tag{H.13}$$

- Critère de propagation énergétique, loi puissance et adoucissement linéaire :

Lorsque le critère d'amorçage choisi atteint 1, les taux de restitution d'énergie  $G_I$ ,  $G_{II}$  et  $G_{III}$  sont connus et il est alors possible de définir un taux de restitution d'énergie critique  $G^c$ . Ce taux est défini par l'équation H.14. Les paramètres choisis sont alors les taux de restitution d'énergie  $G_I^c$ ,  $G_{II}^c$  et  $G_{III}^c$  critiques et l'exposant  $\alpha$ . Ainsi, l'évolution du dommage suit la loi explicitée en équation H.13.

$$G^{c} = \frac{1}{\left(\left(\frac{m_{I}}{G_{I}^{c}}\right)^{\alpha} + \left(\frac{m_{II}}{G_{II}^{c}}\right)^{\alpha} + \left(\frac{m_{III}}{G_{III}^{c}}\right)^{\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha}}} \quad avec \quad \begin{cases} m_{i} = \frac{G_{i}}{G_{T}} \\ G_{T} = G_{I} + G_{II} + G_{III} \end{cases}$$
(H.14)

Critère de propagation énergétique, loi BK et adoucissement linéaire :

Lorsque le critère d'amorçage choisi atteint 1, les taux de restitution d'énergie  $G_I$ ,  $G_{II}$  et  $G_{III}$  sont connus et il est alors possible de définir un taux de restitution d'énergie critique  $G^c$ . Ce taux est défini par l'équation H.15. Les paramètres choisis sont alors les taux de restitution d'énergie  $G_I^c$ ,  $G_{II}^c$  et  $G_{III}^c$  critiques et l'exposant  $\alpha$ . Ainsi, l'évolution du dommage suit la loi explicitée en équation H.13.

$$G^{c} = G_{I}^{c} + (G_{II}^{c} - G_{I}^{c}) \left(\frac{G_{S}}{G_{T}}\right)^{\alpha} \quad avec \quad \begin{cases} G_{S} = G_{II} + G_{III} \\ G_{T} = G_{I} + G_{II} + G_{III} \\ G_{II}^{c} = G_{III}^{c} \end{cases}$$
(H.15)

Critère de propagation énergétique, modes indépendants et adoucissement exponentiel :

Lorsque le critère d'amorçage choisi atteint 1, les contraintes  $\sigma_I$ ,  $\sigma_{II}$  et  $\sigma_{III}$  sont connues et il est alors possible de définir la contrainte à l'initiation du dommage  $\sigma^0 = \sqrt{\sigma_I^2 + \sigma_{II}^2 + \sigma_{III}^2}$ . Le paramètre choisi pour piloter l'endommagement est alors le taux de restitution d'énergie critique admissible  $G^c$ . Ainsi, l'évolution du dommage suit la loi explicitée en équation H.16.

$$D(\delta) = \int_{\delta^0}^{\delta} \frac{\sigma}{G^c - G_0} d\delta \quad avec \quad D(\delta) = \begin{cases} 0 \ si \ \delta = \delta^0 \\ 1 \ si \ \delta = \delta^c \end{cases} \quad et \quad G_0 = \frac{\sigma_0 \delta_0}{2} \tag{H.16}$$

Critère de propagation énergétique, loi puissance et adoucissement exponentiel :

Lorsque le critère d'amorçage choisi atteint 1, les taux de restitution d'énergie  $G_I$ ,  $G_{II}$  et  $G_{III}$  sont connus et il est alors possible de définir un taux de restitution d'énergie critique  $G^c$ . Ce taux est défini par l'équation H.14. Les paramètres choisis sont alors les taux de restitution d'énergie  $G_I^c$ ,  $G_{II}^c$  et  $G_{III}^c$  critiques et l'exposant  $\alpha$ . Ainsi, l'évolution du dommage suit la loi explicitée en équation H.16.

- Critère de propagation énergétique, loi BK et adoucissement exponentiel :

Lorsque le critère d'amorçage choisi atteint 1, les taux de restitution d'énergie  $G_I$ ,  $G_{II}$  et  $G_{III}$  sont connus et il est alors possible de définir un taux de restitution d'énergie critique  $G^c$ . Ce taux est défini par l'équation H.17. Les paramètres choisis sont alors les taux de restitution d'énergie  $G_I^c$  et  $G_{II}^c$  critiques et l'exposant  $\alpha$ . Ainsi, l'évolution du dommage suit la loi explicitée en équation H.16.

$$G^{c} = G_{I}^{c} + (G_{II}^{c} - G_{I}^{c}) \left(\frac{G_{S}}{G_{T}}\right)^{\alpha} \quad avec \quad \begin{cases} G_{S} = G_{II} + G_{III} \\ G_{T} = G_{I} + G_{II} + G_{III} \\ G_{II}^{c} = G_{III}^{c} \end{cases}$$
(H.17)

### H.5.3 Provenance des modèles d'évolution du dommage

Le cas d'une évolution bilinéaire de la loi de traction séparation est considéré afin d'illustrer de manière simple les grandeurs mises en jeu, présentées dans la figure H.2. La contrainte  $\sigma^0$ , l'ouverture  $\delta^0$  et le taux de restitution d'énergie  $G^0$  peuvent être définis à l'ammorçage du dommage. De même, à chaque instant les grandeurs courantes que sont la contrainte  $\sigma$ , l'ouverture  $\delta$  et le taux de restitution d'énergie  $G = G^0 + G'$  sont introduites. Enfin, les grandeurs à rupture que sont l'ouverture  $\delta^c$  et le taux de restitution d'énergie  $G^c = G^0 + G' + G''$  sont définies.

Pour une évolution linéaire, le dommage est décrit par une variable d'endommagement *D* définie dans l'équation H.18. Or, les différentes pentes mises en jeu peuvent être décrites par la relation équation H.19. D'autre part, les modules peuvent être explicités d'après l'équation H.20. Ainsi, l'expression attendue de la variable D est bien retrouvée, comme dans l'équation H.21.

$$D = 1 - \frac{E'}{E} \tag{H.18}$$



FIGURE H.2 – Loi cohésive de traction-séparation bilinéaire usuelle. Illustration des points et des grandeurs caractéristiques de l'amorçage et de la propagation de l'endommagement a) et mise en évidence des taux de restitution d'énergie associés b).

$$\frac{\sigma^0 - 0}{\delta^0 - \delta^c} = \frac{\sigma^0 - \sigma}{\delta^0 - \delta} \quad soit \quad \sigma = \sigma^0 \left( 1 - \frac{\delta^0 - \delta}{\delta^0 - \delta^c} \right) = \sigma^0 \left( \frac{\delta - \delta^c}{\delta^0 - \delta^c} \right) \tag{H.19}$$

$$E = \frac{\sigma^0}{\delta^0} \quad et \quad E' = \frac{\sigma}{\delta} \quad soit \quad \frac{E'}{E} = \frac{\delta_0}{\delta} \frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{\delta_0}{\delta} \left( \frac{\delta - \delta^c}{\delta^0 - \delta^c} \right) \tag{H.20}$$

$$D = 1 - \frac{\delta_0}{\delta} \left( \frac{\delta - \delta^c}{\delta^0 - \delta^c} \right) = \frac{\delta \delta^0 - \delta \delta^c - \delta \delta^0 + \delta^0 \delta^c}{\delta \left( \delta^0 - \delta^c \right)} = \frac{\delta^c \left( \delta^0 - \delta \right)}{\delta \left( \delta^0 - \delta^c \right)}$$
(H.21)

Pour l'évolution exponentielle, il faut rechercher une variable d'endommagement telle que la seconde partie de courbe décroisse de manière exponentielle. Pour cela une expression de la forme indiquée dans l'équation H.22 peut être utilisée. Cela permet d'obtenir  $\sigma = \sigma^0$  pour  $\delta = \delta^0$ . Cependant, le problème est que la fonction exponentielle n'est jamais nulle. Pour pallier à ce problème, l'expression décrite dans l'équation H.23 est introduite. Cette fois-ci, il y a toujours  $\sigma = \sigma^0$  pour  $\delta = \delta^0$ , mais aussi  $\sigma = 0$  pour  $\delta = \delta^c$ . L'ajout d'un coefficient  $\alpha$  permet alors de rendre la pente de la décroissance plus ou moins abrupte.

$$\sigma\left(\delta\right) = \sigma^{0} e^{-\frac{\delta-\delta^{0}}{\delta^{c}-\delta^{0}}} \tag{H.22}$$

$$\sigma\left(\delta\right) = \sigma^{0} \left(1 - \frac{1 - e^{-\frac{\delta - \delta^{0}}{\delta^{c} - \delta^{0}}}}{1 - e^{-1}}\right)$$
(H.23)

Pour l'évolution exponentielle en critère énergétique, le logiciel ABAQUS® utilise l'évolution du dommage présentée en équation H.24. En terme algorithmique, cette intégrale est évaluée de la façon suivante, lorsque  $\delta$  est inférieur à  $\delta_0$ , la variable d'endommagement D est nulle, et lorsque  $\delta$  est supérieur à  $\delta_0$ , la variable d'endommagement à l'instant n est définie comme dans l'équation H.25. L'incrément de la variable d'endommagement à l'instant n est alors approximé par l'expression donnée en équation H.26, dans laquelle la contrainte  $\sigma^n$  est inconnue. De plus, en notant  $\vec{\sigma}^n$  la contrainte du matériau s'il était sain, l'expression décrite dans l'équation H.27 doit également être vérifiée. Cela permet en utilisant les relations précédentes de déduire l'équation H.28, l'équation H.29 puis l'équation H.30.

$$D(\delta) = \int_{\delta^0}^{\delta} \frac{\sigma}{G^c - G_0} d\delta$$
(H.24)

$$D^{n} = D^{n-1} + \int_{\delta^{n-1}}^{\delta^{n}} \frac{\sigma}{G^{c} - G_{0}} d\delta = D^{n-1} + \Delta D^{n}$$
(H.25)

$$\Delta D^{n} = \frac{\sigma^{n-1} + \sigma^{n}}{2} \frac{\delta^{n} - \delta^{n-1}}{G^{c} - G_{0}} = \frac{1}{A} \left( \sigma^{n-1} + \sigma^{n} \right) \quad avec \quad A = 2 \frac{G^{c} - G_{0}}{\delta^{n} - \delta^{n-1}} \tag{H.26}$$

$$\sigma^n = (1 - D^n)\,\bar{\sigma}^n\tag{H.27}$$

$$A\Delta D^{n} = \sigma^{n-1} + (1 - D^{n})\,\bar{\sigma}^{n} = \sigma^{n-1} + 1 - D^{n} - 1 - \Delta D^{n}\bar{\sigma}^{n} \tag{H.28}$$

$$A\Delta D^{n} (A + \bar{\sigma}^{n}) = \sigma^{n-1} + (1 - D^{n-1}) \bar{\sigma}^{n}$$
(H.29)

$$\Delta D^{n} = \frac{\sigma^{n-1} + (1 - D^{n-1})\bar{\sigma}^{n}}{A + \bar{\sigma}^{n}} \quad avec \quad A = 2\frac{G^{c} - G_{0}}{\delta^{n} - \delta^{n-1}}$$
(H.30)

# H.6 Validation de l'élément cohésif personnalisé

Les éléments cohésifs créés nécessitent de spécifier l'épaisseur des éléments discrets utilisés, afin de déterminer la position des nœuds virtuels indispensables à la résolution numérique. Par ailleurs, si cette valeur est nulle, l'élément cohésif correspond alors à un élément cohésif volumique classique. Ainsi, l'élément développé a été validé dans le cas d'un élément cohésif 3D usuel (les nœuds virtuels et réels sont identiques) et de dans le cas de la compatibilité avec les éléments discrets (les nœuds virtuels et réels ne sont pas identiques). Les différents modes d'amorçage et de propagation du dommage ont été vérifiés sur un élément unique sans montrer de différence avec les éléments de référence.

# Annexe I

# Loi d'endommagement de l'élément fini discret personnalisé

Cette annexe présente les démonstrations et expressions analytiques ayant permis d'implémenter les lois d'endommagement des éléments structuraux constitutifs des éléments finis discrets développés.

### I.1 Endommagement des éléments surfaciques

Dans un premier temps, des lois d'endommagement spécifiques à l'élément structurel de plaque ont été mises en œuvre. Ces lois sont divisées en un comportement avec endommagement selon les composantes directes et le cisaillement hors plan d'une part, et un comportement plastique avec écrouissage en cisaillement plan d'autre part.

#### I.1.1 Composantes directes et de cisaillement hors plan

Cet endommagement est anisotrope et distingue les deux directions (trame et chaîne) d'un composite tissé. L'endommagement se présente sous la forme d'un amorçage puis d'une propagation du dommage dirigée par une loi linéaire en racine de la densité volumique du taux de restitution d'énergie, puisque ces lois ont été définies à partir de la loi contrainte-déformation et non contrainte-déplacement.

Le développement qui suit est réalisé avec l'indice *i* qui peut valoir 1 ou 2 selon le sens de l'endommagement. Soient *E* le module d'Young,  $\nu$  le coefficient de Poisson,  $G_{12}$  le module de cisaillement plan et  $G_{i3}$  le module de cisaillement hors plan. De manière classique sans endommagement, la matrice de loi de comportement est donnée par l'équation I.1. Ainsi, la densité du taux d'énergie de restitution  $Y_i$  (aire sous la courbe contrainte-déformation) dans les modes directs peut être définie par l'équation I.2. Afin de n'endommagement  $d_i$  est définie à l'aide d'une valeur seuil  $Y_0$  et d'une valeur critique  $Y_c$  comme dans l'équation I.3. Les différentes variables d'endommagement permettent alors de dégrader la loi de comportement selon les deux directions du plan.

$$Y_i = \frac{\varepsilon_{ii}\sigma_{ii}}{2} = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \langle \varepsilon_{ii}^2 \rangle \quad \forall i \in [\![1,4]\!]$$
(I.2)

$$d_{i} = \begin{cases} \frac{\langle \sqrt{Y_{c}} - \sqrt{Y_{0}} \rangle}{\sqrt{Y_{c}}} & si \langle \sqrt{Y_{c}} - \sqrt{Y_{0}} \rangle < \sqrt{Y_{c}} \\ 1 & sinon \end{cases}$$
(I.3)

### I.1.2 Composantes de cisaillement plan

L'endommagement de la matrice en cisaillement plan suit quant à lui une loi plastique d'écrouissage sous la forme d'une fonction puissance. Soient *K* et *B* les paramètres de la loi puissance,  $\sigma_0$  la limite élastique initiale en cisaillement plan,  $\sigma_{12}$  la contrainte de cisaillement plan, et  $\gamma_{12}^{pc}$  la déformation plastique cumulée en cisaillement plan. La définition de la fonction surface de charge *f* est de la forme indiquée dans l'équation I.4. Ainsi, selon le signe de la sollicitation de cisaillement, cela conduit à un des contraintes au cours de la déformation plastique données par l'équation I.5. En notant  $\gamma_{12}^{e}$  et  $\gamma_{12}^{p}$  les déformations élastique et plastique en cisaillement plan, il s'agit alors de déterminer numériquement la solution du système, donné dans l'équation I.6, qui régit l'évolution de la contrainte en fonction des déformations. Les variables connues étant *K*, *B*,  $G_{12}$ ,  $\sigma_0$  et  $\gamma_{12}$ , il y a trois inconnues  $\gamma_{12}^{e}$ ,  $\gamma_{12}^{p}$  et  $\sigma_{12}$ . L'algorithme de résolution repose alors sur une estimation élastique avec correction plastique. Si la limite élastique est dépassée, alors il faut satisfaire la relation équation I.7. Il ne reste alors qu'à trouver la solution de cette équation grâce à une méthode de convergence de type Newton Raphson. De plus, une limite en cisaillement plan  $\gamma_{12}^{pc}$  matrix est définie, et cause la perte totale de rigidité si elle est atteinte, comme indiqué dans l'équation I.8.

$$f = |\sigma_{12}| - K \left(\gamma_{12}^{pc}\right)^B - \sigma_0 \tag{I.4}$$

$$\begin{cases} \sigma_{12} = K \left(\gamma_{12}^{pc}\right)^{B} + \sigma_{0} & si \, \sigma_{12} \ge 0 \\ \sigma_{12} = -K \left(\gamma_{12}^{pc}\right)^{B} - \sigma_{0} & si \, \sigma_{12} < 0 \end{cases}$$
(I.5)

$$\begin{cases} |\sigma_{12}| = K (\gamma_{12}^{pc})^B + \sigma_0 \\ \sigma_{12} = (\gamma_{12} - \gamma_{12}^p) G_{12} \quad avec \quad \gamma_{12}^{pc} = \sum |\gamma_{12}^p| \quad et \quad \gamma_{12}^p + \gamma_{12}^e - \gamma_{12} = 0 \\ \gamma_{12} = \gamma_{12}^e + \gamma_{12}^p \end{cases}$$
(I.6)

$$\gamma_{12}^{p} + \frac{(\gamma_{12}^{pc})^{B} + \sigma_{0}}{G_{12}} - \gamma_{12} = 0$$
(I.7)

$$d_{12} = \begin{cases} 0 & si \ \gamma_{12}^{pc} < \gamma_{12max}^{pc} \\ 1 & si \ \gamma_{12}^{pc} \ge \gamma_{12max}^{pc} \end{cases}$$
(I.8)

### I.2 Endommagement des éléments linéiques

Dans un second temps, des lois d'endommagement spécifiques aux éléments structuraux linéiques ont été mises en œuvre. Pour ces derniers, le critère de rupture est un critère en contrainte limite  $\sigma_0$  avec un adoucissement exponentiel progressif jusqu'à une valeur critique

(égale à 10% de la contrainte à l'initiation du dommage). L'adoucissement est piloté par un facteur  $\tau$  qui permet de contrôler la perte de rigidité. Une fois que la contrainte limite  $\sigma_0$  est atteinte au temps  $t_0$ , l'évolution de la variable d'endommagement d suit donc l'évolution décrite par l'équation I.9. Ainsi, la contrainte est pilotée comme indiqué en équation I.10.

$$d = 1 - e^{\frac{t_0 - t}{\tau}}$$
(I.9)

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_0 \left(1 - d\right) = \sigma_0 e^{\frac{t_0 - t}{\tau}} & si e^{\frac{t_0 - t}{\tau}} > 0, 1\\ 0 & sinon \end{cases}$$
(I.10)

# Annexe J Méthodologie de seuillage des images

Dans le but de réaliser une étude sur la distribution des fibres de carbone au sein des torons en fonction du procédé, différentes séries d'images ont été prélevées, comme indiqué dans le corps du manuscrit, à savoir une série extraite dans des zones jugées pauvres en fibres, une série dans des aires jugées riches en fibres et une dernière série dans des zones aléatoirement sélectionnées. Un exemple de chacune de ces surfaces est présenté dans la figure J.1. Une fois chacune de ces fenêtres extraites pour chacune des tailles envisagées, illustrées dans la figure J.2, et pour chacun des procédés de cuisson, deux méthodes de seuillage des images ont été utilisées. Ces traitements d'images ont tous été effectués sur le logiciel Fiji (ImageJ).

- La première méthode de seuillage globale est la suivante :
- Accentuation de la netteté (Sharpen)
- Seuillage automatique (Auto Threshold / Method Default White)
- Suppression du bruit avec flou intérieur (Despeckle)
- Inversion des couleurs (Invert)
- Segmentation par ligne de partage des eaux (*Watershed*)
- Mesure du taux surfacique de fibres relativement à la surface observée (Measure)

La seconde méthode de seuillage globale est la suivante :

- Amélioration du contraste (Enhance Contrast / Saturated 0,35)
- Seuillage automatique (Auto Local Threshold / Phansalkar Radius 80 1<sup>st</sup> Parameter 0 2<sup>nd</sup> Parameter 0)
- Suppression du bruit avec flou intérieur (Despeckle)
- Inversion des couleurs (Invert)
- Segmentation par ligne de partage des eaux (*Watershed*)
- Mesure du taux surfacique de fibres relativement à la surface observée (Measure)



FIGURE J.1 – Observation des types de fenêtres utilisés pour l'analyse du taux volumique de fibres. Zone pauvre en fibres a), zone riche en fibre b) et zone aléatoirement sélectionnée c).



FIGURE J.2 – Observation des tailles de fenêtres utilisés pour l'analyse du taux volumique de fibres. Zone de 50×50 px<sup>2</sup> a), zone de 100×100 px<sup>2</sup> b), zone de 200×200 px<sup>2</sup> c), zone de 500×500 px<sup>2</sup> d), zone de 1000×1000 px<sup>2</sup> e) et zone de 1000×5000 px<sup>2</sup> f).

# Annexe K Loi matériau de mousse

Cette annexe présente en détail la loi utilisée pour modéliser le comportement de la mousse qui constitue l'âme des matériaux composites sandwichs étudiés. Le comportement sélectionné est une loi d'écrouissage isotrope spécifique aux mousses en compression disponible dans le logiciel ABAQUS®.

# K.1 Définition de la surface de limite élastique

La surface de limite élastique est définie dans le plan p - q avec p la contrainte hydrostatique et q la contrainte de Von Mises. Ces deux quantités peuvent être explicitées en utilisant le tenseur déviatorique des contraintes S qui représente la contribution hors dilatation du tenseur des contraintes, comme indiques dans l'équation K.1, l'équation K.2 et l'équation K.3.

$$p = -\frac{1}{3}Tr(\sigma) = -\frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$$
(K.1)

$$S = \sigma + pI \tag{K.2}$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2}S:S} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12} + \sigma_{23} + \sigma_{31})^2} \quad (K.3)$$

Il est ensuite nécessaire de définir des valeurs seuil afin de complètement décrire de manière unique l'ellipse qui délimite la frontière entre la zone élastique et le domaine plastique, comme illustré dans la figure K.1.

Les paramètres nécessaires au paramétrage de cette loi sous ABAQUS® sont, d'une part, le ratio k entre la limite élastique dans le cas d'une sollicitation en traction uni-axiale et celle dans le cas d'une sollicitation de compression hydrostatique, défini dans l'équation K.4, et d'autre part, un coefficient de Poisson plastique  $\nu_p$ .

$$k = \frac{\sigma_c^0}{p_c^0} \tag{K.4}$$

En définissant *a* et *b* les demis axes respectivement selon les axes *x* et *y* d'un plan, l'équation d'une ellipse s'écrit de manière unique comme indiqué en équation K.5. Dans le plan des contraintes considéré, avec  $p_c^0$  et  $q_c^0$  les demis axes respectivement orientés selon les axes *p* et *q*, cette expression devient équation K.6. Finalement, il est possible de retrouver l'expression utilisée dans le code de calcul, dont la forme est explicitée dans l'équation K.7 et l'équation K.8.

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1 \tag{K.5}$$



FIGURE K.1 – Loi de comportement de mousse en compression avec écrouissage isotrope disponible au sein du logiciel ABAQUS®, représentation dans le plan des contraintes p - q.

$$\left(\frac{p}{p_c^0}\right)^2 + \left(\frac{q}{q_c^0}\right)^2 = 1 \tag{K.6}$$

$$\alpha^2 p^2 + q^2 = q_c^{0^2} = \alpha^2 p_c^{0^2}$$
(K.7)

$$\sqrt{\alpha^2 p^2 + q^2} - B = 0 \quad avec \quad B = \alpha p_c^0 \tag{K.8}$$

Dans le cas d'une traction uniaxiale, la contrainte hydrostatique et la contrainte de Von Mises sont connues et décrites par l'équation K.10. En injectant ces expressions dans l'équation K.7, il vient alors par simplification l'équation K.9.

$$\alpha = \frac{3k}{\sqrt{9-k^2}} \tag{K.9}$$

# K.2 Vérification de la réponse inhérente à la loi matériaux choisie

Soient un cube de côté 1 mm et une loi élastique de module 200 MPa et de coefficient de Poisson nul (pas de variation de la section lors d'une sollicitation uni-axiale). Afin de vérifier l'utilisation de ce type de loi, une limite élastique en traction uniaxiale  $\sigma_c^0$  de 4 MPa est choisie, ainsi qu'un modèle plastique parfait et une valeur de ratio k.

### K.2.1 Cas de la compression uniaxiale

Soit le cas d'une sollicitation en compression uniaxiale non confinée, dans lequel seul un déplacement unidirectionnel est appliqué afin de comprimer le cube dans la même direction. Les contraintes hydrostatique et de Von Mises sont alors connues et décrites par l'équation K.10. De plus, si la limite élastique est atteinte, l'équation K.11 est vérifiée.

$$p = -\frac{\sigma_{11}}{3}$$
 et  $q = \sigma_{11}$  (K.10)

$$\sqrt{\alpha^2 \frac{\sigma_{11}^2}{9} + \sigma_{11}^2} - \alpha \frac{\sigma_c^0}{k} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{9k^2}{9 - k^2} \frac{\sigma_{11}^2}{9} + \sigma_{11}^2 - \frac{9k^2}{9 - k^2} \frac{\sigma_c^{0^2}}{k^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{9}{9 - k^2} \sigma_{11}^2 - \frac{9}{9 - k^2} \sigma_c^{0^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \sigma_{11} = \sigma_c^0$$
(K.11)

#### K.2.2 Cas de la compression hydrostatique

Soit le cas d'une sollicitation compression hydrostatique non confinée, dans lequel trois déplacements unidirectionnels sont appliqués afin de comprimer le cube dans les trois directions orthogonales de l'espace. Les contraintes hydrostatique et de Von Mises sont alors connues et décrites par l'équation K.12. De plus, si la limite élastique est atteinte, l'équation K.13 est vérifiée.

$$p = -\frac{\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}}{3} = -\sigma_{11} \quad et \quad q = 0 \tag{K.12}$$

$$\sqrt{\alpha^2 \sigma_{11}^2} - \alpha p_c^0 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sigma_{11} = p_c^0 \tag{K.13}$$

# K.2.3 Cas de la sollicitation en cisaillement pur

Soit le cas d'une sollicitation en cisaillement pur. Les contraintes hydrostatique et de Von Mises sont alors connues et décrites par l'équation K.14. De plus, si la limite élastique est atteinte, l'équation K.15 est vérifiée.

$$p = 0 \quad et \quad q = \sqrt{3\sigma_{12}} \tag{K.14}$$

$$\sqrt{3\sigma_{12}^2} - \alpha p_c^0 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sigma_{12} = \frac{\alpha}{\sqrt{3}} p_c^0 = \frac{\alpha}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_c^0}{k} \tag{K.15}$$

### K.2.4 Cas avec k = 1

Soit le même cube que précédemment avec un ratio k = 1. Il vient immédiatement  $\alpha = \frac{3}{\sqrt{8}} \approx 1,06$  et  $p_c^0 = \sigma_c^0$ . Dans le cas de la traction uniaxiale, cela conduit à  $\sigma_{11} = \sigma_c^0 = 4$  MPa. Dans le cas de la compression hydrostatique, cela conduit à  $\sigma_{11} = p_c^0 = 4$  MPa. Dans le cas du cisaillement pur, cela conduit à  $\sigma_{12} = \frac{\alpha}{\sqrt{3}} p_c^0 = \frac{\alpha}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_c^0}{k} \approx 2,45$  MPa. Ces résultats ont bien été obtenus par la simulation.

# K.2.5 Cas avec k = 2

Soit le même cube que précédemment avec un ratio k = 1. Il vient immédiatement  $\alpha = \frac{6}{\sqrt{5}} \approx 2,68$  et  $p_c^0 = \frac{\sigma_c^0}{2}$ . Dans le cas de la traction uniaxiale, cela conduit à  $\sigma_{11} = \sigma_c^0 = 4$  MPa. Dans le cas de la compression hydrostatique, cela conduit à  $\sigma_{11} = p_c^0 = 2$  MPa. Dans le cas du cisaillement pur, cela conduit à  $\sigma_{12} = \frac{\alpha}{\sqrt{3}} p_c^0 = \frac{\alpha}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_c^0}{k} \approx 3,10$  MPa. Ces résultats ont bien été obtenus par la simulation.

# K.3 Définition de la loi d'écoulement plastique

Dans le cas d'une évolution plastique, la plasticité peut être associée, ce qui signifie que la fonction seuil *F* permet également de définir l'évolution plastique, ou non associée, ce qui signifie qu'il faut définir en plus un potentiel plastique *G* pour décrire l'évolution plastique. Dans les deux cas, il y a élasticité si  $F(\sigma) < 0$  ou  $G(\sigma) < 0$  et plasticité si  $F(\sigma) = 0$  ou  $G(\sigma) = 0$ . L'expression du taux de déformation plastique peut alors être explicitée comme indiqué dans l'équation K.16 en introduisant un coefficient d'écoulement plastique ou multiplicateur plastique  $\dot{\lambda}$ .

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_p = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \sigma} & (plasticit\acute{e} \ associ\acute{e}) \\ \dot{\varepsilon}_p = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \sigma} & (plasticit\acute{e} \ non \ associ\acute{e}) \end{cases}$$
(K.16)

La loi de mousse en compression avec écrouissage isotrope présente au sein du code de calcul ABAQUS® est une loi de plasticité qui peut être associée ou non associée. Le potentiel plastique *G* utilisé est défini comme dans l'équation K.17. Dans le cas d'une plasticité non associée, le taux de déformation plastique est donc proportionnel à l'expression fournie dans l'équation K.18. Dans le cas d'une plasticité associée, le taux de déformation plastique est nécessairement normal à la surface de limite élastique F = 0, c'est-à-dire proportionnel à l'expression fournie dans l'équation K.19. Ainsi, la loi est formulée en plasticité associée si  $\alpha = \beta$  ce se traduit par les équations formulées dans l'équation K.20.

$$G = \sqrt{q^2 + \beta^2 p^2} \quad avec \quad \beta = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{1 - 2\nu_p}}{1 + \nu_p}$$
(K.17)

$$\frac{\partial G}{\partial \sigma} = \frac{\partial \sqrt{q^2 + \beta^2 p^2}}{\partial \sigma} \tag{K.18}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma} = \frac{\partial \sqrt{q^2 + \alpha^2 p^2} - B}{\partial \sigma} = \frac{\partial \sqrt{q^2 + \alpha^2 p^2}}{\partial \sigma}$$
(K.19)

$$\frac{3k}{\sqrt{9-k^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1-2\nu_p}{1+\nu_p}} \Leftrightarrow \frac{2k^2}{9-k^2} = \frac{1-2\nu_p}{1+\nu_p}$$
$$\Leftrightarrow 3k^2 = 9 - 18\nu_p$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \nu_p = \frac{3-k^2}{6}\\ k = \sqrt{3-6\nu_p} \end{cases}$$
(K.20)

Le coefficient de Poisson plastique  $\nu_p$  est défini comme le rapport des taux de déformation plastique dans la direction transverse et dans la direction longitudinale. Afin de pourvoir exprimer ce dernier, il faut donc dériver le potentiel plastique. En exprimant chacune des dérivées comme dans l'équation K.21 et l'équation K.22, il vient ainsi l'expression équation K.23. Ainsi, dans le cas d'une traction uniaxiale où seule la contrainte  $\sigma_{11}$  est non nulle, l'expression du coefficient de Poisson plastique peut être déterminée comme dans l'équation K.24.

$$\frac{\partial q^2}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{3}{2} S : S \right) = 3S \tag{K.21}$$

$$\frac{\partial \beta^2 p^2}{\partial \sigma} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left( \frac{\beta^2}{9} Tr(\sigma)^2 \right) = \frac{2\beta^2}{9} Tr(\sigma) I$$
(K.22)

$$\frac{\partial G}{\partial \sigma} = \frac{1}{2} \frac{\frac{\partial}{\partial \sigma} (q^2 + \beta^2 p^2)}{\sqrt{q^2 + \beta^2 p^2}} = \frac{3S + \frac{2\beta^2}{9} Tr(\sigma)I}{2G}$$
(K.23)

$$\nu_{p} = -\frac{\dot{\varepsilon}_{p_{33}}}{\dot{\varepsilon}_{p_{11}}} \Leftrightarrow \nu_{p} = -\frac{3S_{33} + \frac{2\beta^{2}}{9}Tr(\sigma)I_{33}}{3S_{11} + \frac{2\beta^{2}}{9}Tr(\sigma)I_{11}}$$
$$\Leftrightarrow \nu_{p} = -\frac{-\sigma_{11} + \frac{2\beta^{2}}{9}\sigma_{11}}{2\sigma_{11} + \frac{2\beta^{2}}{9}\sigma_{11}}$$
$$\Leftrightarrow \nu_{p} = \frac{\frac{1}{2} - \left(\frac{\beta}{3}\right)^{2}}{1 + \left(\frac{\beta}{3}\right)^{2}}$$
(K.24)

### K.4 Définition de la loi d'écrouissage

La loi d'écrouissage est renseignée en donnant simplement la contrainte en compression uniaxiale en fonction de la valeur absolue de la déformation uniaxiale plastique.

#### K.5 Dépendance à la vitesse de chargement

Au sein ce modèle de matériau, la forme générale de la surface de limite élastique est toujours la même puisque le paramètre  $\alpha$  (via k) est fixé. Par ailleurs, il est possible d'introduire une dépendance de la contrainte de limite élastique en compression uniaxiale en fonction de la vitesse de chargement. Pour ce faire il existe deux solutions, soit utiliser une loi de puissance de type Cowper Symonds, soit définir la dépendance de manière tabulaire.

Soient  $\dot{\varepsilon}_p$  le taux de déformation plastique uniaxial en compression,  $\sigma_{c_0}$  la contrainte de limite élastique en compression uniaxiale quasi-statique et  $\sigma_c$  la contrainte de limite élastique en compression uniaxiale dynamique. Il est alors possible de définir un ratio de contrainte R (supérieur ou égal à 1) et une loi de dépendance à la vitesse de chargement en puissance comme explicité dans l'équation K.25. Pour faciliter l'identification des paramètres de la loi, il est possible d'effetcuer un passage au logarithme qui permet d'obtenir une fonction affine simple, comme indiqué dans léquation K.26.

$$\dot{\varepsilon}_p = D(R-1)^n \quad avec \quad R = \frac{\sigma_c}{\sigma_{c_0}}$$
(K.25)

$$\ln(\dot{\varepsilon}_{p}) = n \ln(R - 1) + \ln(D)$$
(K.26)

### K.6 Vérification de la bonne compréhension de la dépendance à la vitesse

Soit une loi de plasticité parfaite, dans ce cas particulier le taux de déformation totale  $\dot{\varepsilon}$  et le taux de déformation plastique  $\dot{\varepsilon}_p$  sont égaux à partir du moment où la limite élastique est atteinte. Une loi d'écoulement plastique peut alors être définie en renseignant directement les paramètres D et n de la loi puissance exposée précédemment. Pour ces vérifications, une loi élastique de module d'Young 2 MPa et de coefficient de Poisson nul a été sélectionnée, ainsi qu'une loi plastique parfaite en compression uniaxiale de contrainte plateau plastique  $\sigma_0 = 2$  MPa. A titre d'exemple, les valeurs des paramètres ont été choisies telles que D = 3 et n = 2.

Dans le cas d'un chargement quasi-statique, la loi plastique parfaite doit permettre de retrouver un plateau plastique à  $\sigma_0 = 200$  MPa. Dans le cas d'un chargement qui n'est pas quasi-statique, comme mentionné précédemment,  $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_p$ . Cela permet grâce à la loi puissance d'écoulement plastique de trouver la nouvelle contrainte plateau selon l'équation K.27. Cette expression est fait d'ailleurs apparaître la forme plus connue de cette loi présentée dans l'équation K.28.

$$R = \frac{\sigma_c}{\sigma_{c_0}} = e^{\frac{\ln(\dot{e}_p) - \ln(D)}{n}} + 1$$
 (K.27)

$$R = 1 + \frac{\dot{\varepsilon}^n}{A} \quad avec(n, A) \in \mathbb{R}^2$$
(K.28)

Les déformations étant importantes, il faut se placer dans le cadre des grandes déformations. Ainsi, afin d'avoir un taux de déformation totale, et donc à fortiori un taux de déformation plastique, constant, il ne faut pas imposer un déplacement linéaire, mais un déplacement de la forme donnée dans l'équation K.29. En effet, en considérant  $L_0$  l'épaisseur initiale de l'éprouvette, t le temps courant et  $t_f$  le temps final de l'essai qui permet d'obtenir une déformation totale vraie  $\varepsilon_f$  en compression, l'équation K.30 est bien vérifiée.

$$U(t) = L_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{t_f} \varepsilon_f} \right)$$
(K.29)

$$\varepsilon(t) = -\ln\left(\frac{L_0 - U}{L_0}\right) \Leftrightarrow \varepsilon(t) = -\ln\left(1 - 1 + e^{-\frac{t}{t_f}\varepsilon_f}\right)$$
$$\Leftrightarrow \varepsilon(t) = \frac{t}{t_f}\varepsilon_f$$
$$\Leftrightarrow \dot{\varepsilon}(t) = \frac{\varepsilon_f}{t_f}$$
(K.30)

# K.6.1 Cas avec $\varepsilon_p' = 0,0002 \approx 0$

Soient  $\varepsilon_f = 0, 2$  et  $t_f = 1000$ . Le taux de déformation est alors on a  $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_p = 0,0002$ . Ainsi, d'après la loi d'écoulement plastique, il vient  $\sigma_c = R\sigma_{c_0} = 2,0163$  MPa. Numériquement, les résultats donnent  $\sigma_c = 2,0164$  MPa.

# K.6.2 Cas avec $\varepsilon_p' = 0,002$

Soient  $\varepsilon_f = 0, 2$  et  $t_f = 100$ . Le taux de déformation est alors on a  $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_p = 0,002$ . Ainsi, d'après la loi d'écoulement plastique, il vient  $\sigma_c = R\sigma_{c_0} = 2,0516$  MPa. Numériquement, les résultats donnent  $\sigma_c = 2,0523$  MPa.

### K.6.3 Cas avec $\varepsilon'_p = 0,02$

Soient  $\varepsilon_f = 0, 2$  et  $t_f = 10$ . Le taux de déformation est alors on a  $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_p = 0, 02$ . Ainsi, d'après la loi d'écoulement plastique, il vient  $\sigma_c = R\sigma_{c_0} = 2,1633$  MPa. Numériquement, les résultats donnent  $\sigma_c = 2,0170$  MPa.

# K.6.4 Cas avec $\varepsilon'_n = 0, 2$

Soient  $\varepsilon_f = 0, 2$  et  $t_f = 1$ . Le taux de déformation est alors on a  $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_p = 0, 2$ . Ainsi, d'après la loi d'écoulement plastique, il vient  $\sigma_c = R\sigma_{c_0} = 2,5164$  MPa. Numériquement, les résultats donnent  $\sigma_c = 2,5874$  MPa.

# K.7 Détermination de la loi incrémentale

Les premières simulations numériques n'ont pas donné les résultats attendus. Afin de vérifier la source du problème, la loi de comportement incrémentale de la mousse a été établie afin de vérifier les résultats analytiques. Un exemple avec un déplacement de 40 mm/min en compression est donné en figure K.2. Ces simulations ont permis de mettre en évidence que l'utilisation d'un schéma de résolution temporel implicite d'une part, ou explicite avec une précision numérique des flottants simple (au lieu de double) d'autre part, conduit à une loi de comportement fausse.

Afin de déterminer la loi incrémentale utilisée pour résoudre analytiquement le problème numérique de compression des mousses, l'équation K.8, l'équation K.27, l'équation K.31 et l'équation K.32 ont été combinées pour obtenir l'expression décrite dans l'équation K.33. La résolution a ensuite effectuée par processus itératif. Au début d'un incrément, les informations connues sont celles répertoriées dans l'équation K.34, ensuite la part plastique de l'incrément de déformation totale est déterminée grâce des itérations successives dont la convergence permet de vérifier le système de l'équation K.35. Enfin, les contraintes sont calculées grâce à l'équation K.27.

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_e + \varepsilon_p = \frac{\sigma_{11}}{E} + \varepsilon_p \tag{K.31}$$

$$\sigma_{c_0} = f(\varepsilon_p) \tag{K.32}$$

$$\varepsilon_{tot} - \frac{f(\varepsilon_p)}{E} \left( e^{\frac{\ln(\dot{\varepsilon}_p) - \ln(D)}{n}} + 1 \right) - \varepsilon_p = 0$$
(K.33)



FIGURE K.2 – Mise en évidence des erreurs numériques issues des schémas de résolution temporel utilisés dans le comportement de mousse en compression avec écrouissage isotrope.

# Annexe L Plan du montage support des éprouvettes

Cette annexe présente l'ensemble des plans réalisés lors de la phase de conception ayant permis l'usinage du montage support des éprouvettes.













301


# Annexe M Méthodolgie FFT 2D

La méthodologie FFT 2D sert à extraire d'un échantillon à deux dimensions, comme une image par exemple, l'information fréquentielle contenue dans le signal. Cette transformation permet de décomposer cet échantillon en une somme de signaux périodiques, de la fréquence nulle à une fréquence infinie.

Le principe de la transformation FFT 2D est présenté de manière simplifiée dans la figure M.1. Dans ces exemples, des signaux périodiques parfaits ont été considérés à l'aide de fonctions sinusoïdales pures, et dont la période a été fixée afin d'obtenir exactement 5 ou 10 répétitions de maximums (et de minimums) d'intensité dans la largeur des images. Ces signaux ont ensuite été transformés dans le domaine fréquentiel, puis l'amplitude a été extraite, afin d'obtenir des spectres 2D présentant des pics caractéristiques (en blanc). Selon la direction dans le plan spatial de la répétition périodique des signaux, il apparaît que l'alignement des pics dans le plan fréquentiel change, et que ces deux directions sont corrélées. Finalement, en traçant dans ces directions particulières l'évolution de l'amplitude avec les coordonnées, il est possible d'obtenir un spectre fréquentiel classique (obtenu par exemple en traitement du signal sonore par FFT) qui présente les différentes harmoniques contenues dans le signal source. Les exemples présentés montrent bien que les harmoniques obtenues sont en accord avec les fréquences de répétition des signaux choisies. Ce même principe peut alors être appliqué à des images plus complexes, dans le but d'extraire les informations périodiques et/ou de filtrer les images étudiées.



FIGURE M.1 – Exemples d'interprétation des spectres fréquentiels obtenus par FFT 2D. Cas d'un signal 5-périodique horizontal a), d'un signal 10-périodique horizontal b), d'un signal 10-périodique vertical c) et d'un signal 10-périodique diagonal d).

#### Annexe N

### Méthode de localisation des événements acoustiques

Lors des essais d'impact réalisés sur les éprouvettes sandwichs composites, les vitesses de propagation des ondes ont été déterminées en amont des essais grâce à une procédure d'émission/réception d'ondes mécaniques entre les différentes chaînes d'émission acoustique. Le problème rencontré lors de ces paramétrages préliminaires est que d'une mesure à l'autre (pour des éprouvettes similaires et dont toutes les peaux supérieures où sont positionnés les capteurs sont identiques) ces mesures de vitesse pouvaient fortement varier. De plus, si un événement acoustique n'était pas enregistré par l'ensemble des capteurs, la localisation n'était pas réalisée. Ainsi, la localisation des événements acoustiques a été implémentée pour pouvoir comparer les effets de différentes vitesses de propagation et afin de pouvoir localiser les événements acoustiques enregistrés par moins de 4 capteurs.

La démarche de localisation des événements acoustiques adoptée est la suivante. Dans un premiers temps, il faut choisir la vitesse de propagation des ondes au sein du matériau étudié v. Lors de l'enregistrement d'un événement acoustique, l'instant d'émission de l'onde  $t_s$  et la position de la source  $(x_s, y_s)$  sont les inconnues à rechercher. Pour chacun des capteurs *i*, les instant d'arrivées d'un même événement  $t_i$  sont connus. Ainsi, la durée et la distance de propagation de l'onde entre l'émission à la source et la réception au niveau des capteurs peuvent être décrites par l'équation N.1. Pour s'affranchir des inconnues liées à la source, le premier capteur qui reçoit l'onde est utilisé comme référence afin d'exprimer l'écart entre les instant de réception de chacun des autres capteurs *i*. Cela permet d'obtenir une durée mesurée  $\Delta t_{mes_i}$ comme indiqué dans l'équation N.2. Par ailleurs, cette différence peut aussi être exprimée en fonction des inconnues comme une durée calculée  $\Delta t_{cal_i}$ , comme indiqué en équation N.3. Le principe de la localisation est alors de trouver la position de la source  $(x_s, y_s)$  qui permet de minimiser l'écart entre les quantités  $\Delta t_{mes_i}$  et  $\Delta t_{cal_i}$  pour chacun des capteurs, c'est-à-dire qui permet de minimiser la fonction coût présentée en équation N.4. La figure N.1 présente différents exemples de localisation d'événements acoustiques (croix blanches) selon le nombre de capteurs (croix noires) les ayant enregistré. L'échelle de couleur de la fonction coût n'est pas indiquée, mais les valeurs minimales tendent vers le bleu et les valeurs maximales tendent vers le rouge.

$$t_i - t_s = \frac{1}{v}\sqrt{(x_i - x_s)^2 + (y_i - y_s)^2} \quad \forall i \in [\![1, 4]\!]$$
(N.1)

$$\Delta t_{mes_i} = t_i - t_1 \quad \forall i \in [\![2, 4]\!] \tag{N.2}$$

$$\Delta t_{cal_i} = \frac{1}{v} \left( \sqrt{(x_i - x_s)^2 + (y_i - y_s)^2} - \sqrt{(x_1 - x_s)^2 + (y_1 - y_s)^2} \right) \quad \forall i \in [\![2, 4]\!] \tag{N.3}$$

(N.4)

 $f_{co\hat{u}t} = \sum_{i \in [\![2,4]\!]} \left(\Delta t_{mes_i} - \Delta t_{cal_i}\right)^2$ 

FIGURE N.1 – Exemples de localisation d'événements acoustiques. Cas d'un événement enregistré par les 4 capteurs a), par 3 des capteurs b) et par 2 des capteurs c).

### **Résumé / Abstract**

Lors de situations critiques du vol, la tête des passagers peut venir heurter leur environnement direct. Un critère nommé Head Injury Criterion (HIC), établi par les agences de certification des domaines du transport, permet de quantifier le risque de lésions susceptibles de survenir lors de tels évènements. Afin de minimiser ce risque de lésions, des efforts de conception et de dimensionnement sont nécessaires pour obtenir des structures composites d'intérieur cabine adaptées. Les travaux présentés dans ce manuscrit s'inscrivent dans ce contexte de compréhension et de modélisation du comportement de matériaux et de structures représentatifs impactés, les composites sandwichs à peaux minces. Les masses et vitesses mises en jeu permettent de positionner cette étude dans le cadre des chargements dynamiques d'impact basse vitesse. Les analyses se sont plus spécifiquement concentrées sur l'influence de l'architecture des peaux et de l'agencement des torons de fibres sur le comportement local et global de la structure. Dans le but de remplir ces objectifs, les manipulations expérimentales et les éprouvettes de ces travaux ont été spécialement pensées et conçues, de manière à isoler la contribution de l'organisation des torons. Ainsi, différents empilements de peaux à iso-raideur uniaxiale ont été réalisés, à l'aide d'une dépose effectuée par un bras robot, sur une âme en mousse adaptée aux chargements dynamiques d'impact.

Dans un premier temps, un élément fini a été développé en suivant une approche discrète, afin de simuler numériquement le comportement de composites plastiques renforcés par des fibres rigides. Dans un seconde temps, une campagne d'essais a été mise en œuvre, afin caractériser, puis de modéliser numériquement, les matériaux d'âme et de peau constitutifs des composites sandwichs architecturés de l'étude. Enfin, une seconde campagne d'essais a été mise en œuvre, dans le but de pouvoir tester les capacités prédictives du modèle numérique développé.

Passengers' heads can come into contact with their direct environment during critical flight situations. A criterion called Head Injury Criterion (HIC), which has been established by transportation certification agencies, quantifies the risk of injury that may occur during such events. To minimize the risk of head injury, some efforts are required to design and obtain suitable composite cabin interior furniture. The work presented in this manuscript is part of this context of understanding and modeling the behavior of representative impacted materials and structures, that is to say, thin skin sandwich composites. The masses and velocities involved put this study within the framework of low-velocity dynamic impact loadings. More specifically, the analysis focuses on the influence of the skin architectures and of the reinforement fiber patterns on the local and global behavior of the structure. In order to meet these objectives, the experimental set up and the specimens of this work have been specially designed to put in light the contribution of the strand organization. Thus, different stacks of uniaxial iso-stiffness skins have been realized using a robotic arm, on a foam core well suited to dynamic impact loadings.

In a first step, a finite element was developed following a discrete approach, in order to numerically simulate the behavior of plastic composites reinforced by rigid fibers. In a second step, a test campaign was conducted to characterize, and then to numerically model, the core and skin materials of the architectured sandwich composites of the study. Finally, a second test campaign was done, in order to test the predictive capabilities of the numerical model developed.

## Mots-clés / Keywords

Architecture de peau / Composites à fibres de carbone / Éléments finis, Méthode des / Essais dynamiques / Impact / Impact basse vitesse / Matériaux sandwichs / Matières plastiques renforcées avec des fibres / Mousses plastiques / Résines époxydes.

Skin architecture / Carbon composites / Finite element method / Dynamic testing / Impact / Low velocity impact / Sandwich constructions / Fiber reinforced plastics / Plastic foams / Epoxy resins.